

UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET

Majda J. Smole

**FORMIRANJE SUPERMASIVNIH CRNIH RUPA
I UTICAJ SUDARA GALAKSIJA NA NJIHOVU
EVOLUCIJU**

doktorska disertacija

Beograd, 2017

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MATHEMATICS

Majda J. Smole

**SUPERMASSIVE BLACK HOLE FORMATION
AND ROLE OF GALAXY MERGERS IN THEIR
EVOLUTION**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017

Mentor, član komisije

dr Miroslav Mičić

naučni saradnik

Astronomska opservatorija

Član komisije

dr Branislav Vukotić

viši naučni saradnik

Astronomska opservatorija

Član komisije

dr Bojan Novaković

Docent

Univerzitet u Beogradu

Matematički fakultet

Član komisije

prof. dr Dragana Ilić

vanredni profesor

Univerzitet u Beogradu

Matematički fakultet

Datum odbrane: _____

Zahvalnica

Najpre želim da se zahvalim mom mentoru dr Miroslavu Mičiću na idejama, savetima, uloženom trudu i pomoći tokom izrade ove doktorske disertacije. Zahvaljujem se dr Branislavu Vukotiću, prof. dr Dragani Ilić i doc. dr Bojanu Novakoviću na korisnim sugestijama i pomoći pri pisanju ove disertacije, kao i Ani Mitrašinović, Nemanji Martinoviću i svim ostalim kolegama na savetima i diskusijama. Zahvaljujem se Darku Jevremoviću na pomoći pri ustupanju hardverskih resursa koji su korišćeni za simulacije u ovom radu.

Takođe, želela bih da se zahvalim porodici i prijateljima na podršci bez koje ova disertacija ne bi bila moguća, a posebno Majoru i Rokiju na strpljenju.

U Beogradu, april 2017.

M.S.

Formiranje supermasivnih crnih rupa i uticaj sudara galaksija na njihovu evoluciju

Sažetak

Mehanizam formiranja supermasivnih crnih rupa posmatranih u ranom Univerzumu nije u potpunosti razjašnjen. Cilj ove doktorske disertacije je ispitivanje uslova pod kojima crne rupe, koje nastaju kao krajnja faza evolucije zvezda Populacije III, mogu da formiraju supermasivnu crnu rupu sa masom $10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z = 7$. Kako bi se ispitao rast crnih rupa na kosmološkim skalama koriste se Milenijum i Milenijum-II kosmološke simulacije problema N-tela. Sa ciljem da se iskoristi visoka rezolucija po masi Milenijum-II simulacije i veličina simulacione kutije Milenijum simulacije, razvijen je metod za njihovo kombinovanje. Crne rupe rastu u sudarima sa drugim crnim rupama i kroz epizode akrecije gasa koje su aktivirane u velikim sudarima haloa tamne materije. Kao granični uslov našeg modela koristi se posmatrana funkcija mase crnih rupa na crvenom pomaku $z = 6$. Naši rezultati ukazuju da crne rupe sa početnom masom od $100 M_{\odot}$ mogu da objasne postojanje supermasivnih crnih rupa u udaljenim kvazarima ukoliko je efektivna vrednost Edingtonovog odnosa fiksirana na $f_{\text{Edd}} = 3.7$ tokom svake epizode akrecije koja je ograničena na 50 Myr.

Prilikom spajanja crnih rupa emituje se gravitaciono talasno zračenje usled koga crne rupe dobijaju gravitacioni uzmak. Ukoliko je brzina gravitacionog uzmaka veća od brzine napuštanja galaksije, crna rupa će napustiti galaksiju. Kako taj proces može da ima uticaj na rast supermasivnih crnih rupa usled sudara, u disertaciji je razmatran gravitacioni uzmak crnih rupa u različitim modelima galaksija.

Ispitane su trajektorije crnih rupa u statičkom i evoluirajućem potencijalu haloa tamne materije koji je opisan NFW, odnosno Ainao profilom gustine. Pokazano je da evolucija haloa ima značajan uticaj na sposobnost haloa da zadrži crnu rupu, jer su brzine napuštanja manje na visokim crvenim pomacima gde haloi imaju manju masu. Ukoliko

raspodela gustine u halou prati Einasto profil, naš model predviđa veći broj izbačenih crnih rupa nego u slučaju haloa sa NFW profilom gustine.

Zatim su konstruisani analitički i numerički modeli galaksija čije su komponente halo tamne materije, centralni oval i centralni disk. U prisustvu barionske komponente brzine napuštanja galaksije su veće nego u modelu koji se sastoji isključivo od haloa tamne materije. Posebno su razmatrane galaksije koje se formiraju nakon velikih (1:1) i malih (1:10) sudara. Pošto se u numeričkim modelima crne rupe izbacuju dok je sudar galaksija još uvek u toku, brzine napuštanja u numeričkim modelima su generalno manje nego u analitičkim gde potencijal galaksija nije perturbovan.

Iako crne rupe povremeno mogu dobiti dovoljne brzine gravitacionog uzmaka da napuste i najmasivnije haloe, naš model nije značajno osetljiv na emisiju gravitacionog talasnog zračenja, osim u slučaju sudara crnih rupa jednakih masa koji se odvijaju u najmanjim haloima na visokim crvenim pomacima u kojima su brzine gravitacionog uzmaka $V_k \lesssim 100$ km/s dovoljne da trajno izbace crne rupe iz centra haloa.

Ključne reči: supermasivne crne rupe, sudari galaksija, gravitacioni talasi, halo tamne materije, numeričke simulacije

Naučna oblast: Astronomija

Uža naučna oblast: Vagalaktička astronomija

UDK broj: 524.882(043.3)

Supermassive black hole formation and role of galaxy mergers in their evolution

Abstract

Formation mechanism of supermassive black holes (SMBHs) observed in the early Universe is still not fully understood. The goal of this thesis is to find under what conditions black hole (BH) remnants of Population III stars can form SMBH with mass $10^9 M_{\odot}$ by redshift $z = 7$. We use Millennium and Millennium-II N-body cosmological simulations to investigate BH growth on cosmological scales. In order to exploit both high mass resolution in the Millennium-II simulation and large box size in the Millennium simulation, we develop a method to combine these two simulations together. BHs can grow through mergers with other BHs and through episodes of gas accretion triggered by major mergers of dark matter haloes. As a constraint in our model, we use observed BH mass function at redshift $z = 6$. We find that BH seeds with masses $100 M_{\odot}$ could grow to SMBHs in distant quasars if effective Eddington ratio is fixed at $f_{\text{Edd}} = 3.7$ and each accretion episode is limited to 50 Myr.

During a BH merger asymmetric emission of gravitational radiation can lead to BH kick. Gravitational wave recoil can completely eject BH from its host if the kick velocity is larger than the escape velocity from the galaxy. Since gravitational wave recoil could affect SMBH growth through mergers, recoiling BHs are investigated in different models of host galaxies.

BH trajectories are investigated in static and evolving dark matter halo potential described by NFW and Einasto density distributions. We find that evolution of dark matter haloes clearly impact their capability to retain recoiling BHs since escape velocities are lower for smaller haloes at high redshifts. If the Einasto profile is considered, then a larger number of complete BHs ejections is expected compared to NFW potential.

Further, we construct analytical and numerical host galaxy models whose components

are dark matter halo, bulge and disc. If baryonic component of a galaxy is included escape velocity is higher compared to a purely dark matter halo potential. Major (1:1) and minor (1:10) galaxy remnants are modeled separately. In numerical models BHs are ejected from their host centre before galaxy merger is completed, so escape velocities are generally lower in numerical models compared to analytical models where galaxy potential is unperturbed.

Even though BHs could occasionally escape the most massive hosts, our model is not considerably sensitive to the gravitational wave recoil except for mergers of equal mass BHs in the least massive haloes at high redshifts where kick velocities of $V_k \lesssim 100$ km/s could permanently eject BHs from their hosts.

Keywords: supermassive black holes, galaxy mergers, gravitational waves, dark matter haloes, numerical simulations

Field of science: Astronomy

Research area: Extragalactic astronomy

UDK number: 524.882(043.3)

Sadržaj

1	Uvod	1
1.1	Početne mase crnih rupa	3
1.1.1	Zvezde Populacije III	4
1.1.2	Direktan kolaps	7
1.1.3	Kolaps jata zvezda	12
1.2	Parametri rasta crnih rupa	14
1.2.1	Parametar spina crnih rupa i radijativna efikasnost	14
1.2.2	Edingtonov odnos	19
1.2.3	Vreme trajanja akrecije	25
1.3	Gravitacioni uzmak crnih rupa	27
1.3.1	Dvojni sistemi crnih rupa	28
1.3.2	Evolucija dvojnog sistema i problem poslednjeg parseka	30
1.3.3	Brzine uzmarka	41
1.3.4	Trajektorije crnih rupa	48
1.3.5	Mogućnosti za posmatranje	53
1.3.6	Detekcija gravitacionih talasa	58
2	Rast crnih rupa na visokom crvenom pomaku	64
2.1	Milenijum i Milenijum-II simulacije	65
2.2	Kombinovanje Milenijum i Milenijum-II simulacija	66
2.3	Drvo sudara	67
2.4	Izbor parametara i početne mase crnih rupa	69
2.5	Formiranje supermasivne crne rupe na $z = 7$	70

2.6	Diskusija	78
3	Gravitacioni uzmak crnih rupa u analitičkom potencijalu haloa tamne materije	83
3.1	Evoluirajući potencijal	84
3.2	Statički potencijal	85
3.3	Crne rupe u evoluirajućem potencijalu	86
3.4	Crne rupe u statičkom potencijalu	88
3.5	Trajektorije crnih rupa u analitičkom potencijalu haloa tamne materije . . .	88
3.6	Diskusija	95
4	Gravitacioni uzmak crnih rupa u analitičkom i numeričkom potencijalu galaksije	101
4.1	Analitički modeli galaksija	102
4.2	Numerički modeli galaksija	105
4.2.1	Izolovani modeli galaksija	106
4.2.2	Sudar galaksija	108
4.2.3	Izbacivanje crne rupe	111
4.3	Trajektorije crne rupe u analitičkom i numeričkom potencijalu galaksije . .	111
4.4	Diskusija	122
5	Rezime i zaključci	126
	Literatura	131

Poglavlje 1

Uvod

Prema standardom Λ CDM¹ kosmološkom modelu osnovne komponente Univerzuma su tamna energija (Λ) koju odlikuje negativan pritisak i koja dovodi do ubrzanog širenja Univerzuma, i hladna tamna materija (eng. cold dark matter, CDM) koja se sastoji od nerelativističkih, nebarionskih čestica koje interaguju jedino gravitaciono. Univerzum je ravan ($\Omega_{\text{tot}} = 1^2$), $\sim 30\%$ kritične gustine je u formi materije ($\Omega_{\text{m}} = 0.307$), dok je $\sim 70\%$ kritične gustine u formi tamne energije ($\Omega_{\Lambda} = 0.693$) (Planck Collaboration 2014). Deo materije koju čine barioni je $\Omega_{\text{b}} = 0.04825$, dok je gustina zračenja zanemarljiva.

Osnova kosmoloških modela je kosmološki princip na osnovu koga je Univerzum homogen i izotropan na velikim skalama (>100 Mpc), dok na manjim skalama postoje lokalna odstupanja u gustini koja su nastala kao posledica kvantnih fluktuacija (Guth & Kaiser 2005). Tokom perioda inflacije, primordijalne kvantne fluktuacije gustine se šire na makroskopske skale. Dalji rast fluktuacija započinje sa erom dominacije materije kada gravitacioni kolaps dovodi do formiranja prvih struktura u Univerzumu (Padmanabhan 1993; Peebles 1980; Peebles 1993).

Sve do perioda rekombinacije ($z \simeq 1370$) jonizovana barionska komponenta ostaje vezana za polje zračenja. Fotoni i barioni sačinjavaju jedinstveni fluid; dokle god je stopa rasejanja fotona na elektronima veća od stope širenja Univerzuma, fotoni i elektroni

¹eng. *Lambda cold dark matter*

²Parametar gustine Ω_{tot} je definisan kao odnos između srednje gustine svih komponenata u Univerzumu (ρ) i kritične gustine pri kojoj je Univerzum ravan (ρ_c), $\Omega_{\text{tot}} \equiv \rho/\rho_c$.

se nalaze u termalnoj ravnoteži. Ubrzo nakon rekombinacije, na $z \simeq 1100$, barionska komponenta se odvaja od zračenja. U oblastima veće gustine tamna materija kolapsira i kada dostigne virijalnu ravnotežu formira se halo tamne materije. Halo tamne materije su prvi objekti koji su se formirali u ranom Univerzumu, na crvenom pomaku $z \sim 30$. U centrima haloa počinju da rastu perturbacije u gasu (Peebles 1993) i formiraju se barionski objekti.

Zvezde Populacije III su prva generacija zvezda koja je počela da se formira na intervalu crvenih pomaka $z = (20, 30)$ u haloima tamne materije sa masom $10^5 - 10^6 M_\odot$. Proces rejonizacije Univerzuma počeo je upravo pojavom ovih zvezda, a nastavljen je usled uticaja zračenja zvezda Populacije II u proto-galaksijama, formiranim u haloima sa masom $10^7 - 10^8 M_\odot$ na crvenom pomaku $z \sim 15$ (npr. Paardekooper et al. 2013), kao i usled uticaja zračenja prvih kvazara (npr. Madau & Haardt 2015). Međutim, relativan doprinos rejonizaciji ova dva mehanizma ostaje otvoreno pitanje.

Nakon formiranja halo tamne materije rastu hijerarhijski, tj. sudarima sa drugim haloima, a nakon sudara haloa dolazi i do sudara galaksija u njihovim centrima. Strukture u Univerzumu nisu jednako raspoređene. Postoje oblasti u kojima gotovo i da nema galaksija³ (Gregory & Thompson 1978; Joeveer et al. 1978) i oblasti sa velikom gustinom galaksija. U oblastima veće gustine formiraju se jata galaksija. U jatima galaksija, usled velike gustine i velikog gravitacionog potencijala, dolazi do velikog broja sudara. Sa druge strane, u oblastima manje gustine formiraju se halo koji evoluiraju u izolaciji, gotovo bez sudara. Galaksije u takvim haloima nazivaju se galaksije u polju. Strukturu na velikim skalama na $z = 0$ karakterišu filamenti tamne materije na čijim se presecima nalaze masivna jata galaksija, dok se galaksije formiraju u manjim haloima unutar filamenata.

Sudari imaju značajan uticaj na evoluciju galaksija. Samim tim, da bi se razumela evolucija struktura u Univerzumu, izuzetno je bitno na kosmološkim skalama odrediti učestalost i osobine sudara, kao i karakteristike okruženja gde se sudari odvijaju. Kosmološke simulacije su od izuzetnog značaja za izučavanje formiranja prvih struktura u Univerzumu, nastanka prvih galaksija i njihove evolucije. One predstavljaju osnovu za testiranje Λ CDM kosmološkog modela i prirode tamne materije i tamne energije, koje su nje-

³eng. *voids*

gove osnovne komponente. Početni uslovi za kosmološke simulacije, tj. odnos zračenja, barionske materije, tamne materije i kosmološke konstante, kao i informacije o primordijalnim fluktuacijama dobijaju se iz kosmičkog mikrotalasnog pozadinskog zračenja. Cilj kosmoloških simulacija je da se dobije evolucija struktura od veoma visokog crvenog pomaka do danas, koja se zatim poredi sa posmatranjima. Pored toga, iz simulacija se dobijaju procene zastupljenosti različitih objekata u funkciji njihove mase i starosti Univerzuma, njihova prostorna raspodela, stopa sudara kao i morfologija na velikim skalama.

Cilj ove disertacije je proučavanje formiranja supermasivnih crnih rupa u udaljenim kvazarima i uticaj sudara galaksija na njihovu evoluciju. U prvom poglavlju dat je teorijski uvod i pregled dosadašnjih istraživanja u oblasti mehanizama formiranja početnih crnih rupa i parametara njihovog rasta usled akrecije gasa, kao i gravitacionog uzmaka crnih rupa. U drugom poglavlju, uz korišćenje rezultata Milenijum⁴ (Springel et al. 2005) i Milenijum-II (Boylan-Kolchin et al. 2009) kosmoloških simulacija, ispitana je mogućnost formiranja supermasivne crne rupe sa masom $10^9 M_{\odot}$ na $z \sim 7$ (Mortlock et al. 2011). Nakon toga detaljno je proučen uticaj uzmaka crnih rupa, uzrokovanog emisijom gravitacionih talasa, na njihov rast. U trećem poglavlju analitički su izračunate trajektorije crnih rupa u statičkom i evoluirajućem potencijalu haloa tamne, dok su u četvrtom poglavlju za ispitivanje gravitacionog uzmaka crnih rupa korišćene simulacije problema N-tela na manjim skalama, gde su modelovane galaksije u izolaciji i interakcije galaksija. U petom poglavlju dat je rezime ove disertacije i pregled glavnih zaključaka.

1.1 Početne mase crnih rupa

Supermasivne crne rupe sa masama $10^6 M_{\odot} - 10^{10} M_{\odot}$ nalaze se u centrima posmatranih spiralnih galaksija i masivnih eliptičnih galaksija (Kormendy & Richstone 1995). Međutim, postojanje kvazara na crvenom pomaku $z > 6$ u čijim se centrima nalaze supermasivne crne rupe $> 10^9 M_{\odot}$ (Willott et al. 2003; Fan 2006; Mortlock et al. 2011; De Rosa et al. 2014) pokazuje da su slične crne rupe postojale i u veoma ranom Univerzumu. Obja-

⁴Millennium Simulation Project, <https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/> (pristupljeno 18.3.2017.)

šnjenje njihovog rasta predstavlja izazov za postojeće modele rasta supermasivnih crnih rupa. Njihova detekcija u prvih milijardu godina nakon Velikog praska ukazuje da su prve crne rupe morale da se formiraju veoma rano ($z \gtrsim 15$) i da rastu brzo, u intenzivnim epizodama akrecija gasa i u sudarima sa drugim crnim rupama.

Formiranje prvih crnih rupa počinje gravitacionim kolapsom primordijalnog gasa u haloima tamne materije. U zavisnosti od okruženja gde se kolaps događa i samog mehanizma kolapsa, mase početnih crnih rupa mogu veoma varirati, od $10 M_{\odot}$ do $10^6 M_{\odot}$. U narednim poglavljima detaljno su opisana tri osnovna mehanizma formiranja prvih crnih rupa: zvezde Populacije III, direktan kolaps gasa u crnu rupu i kolaps jata zvezda. Razlikuju se u početnim masama crnih rupa i crvenom pomaku početka formiranja. Takođe, moguća je i kombinacija ovih mehanizama.

Nakon formiranja, rast crnih rupa zavisi od količine gasa dostupnog za akreciju kao i od stope sudara crnih rupa.

1.1.1 Zvezde Populacije III

Zvezde Populacije III su obogatile gas težim elementima i moguće je da su crne rupe, koje su nastale na kraju njihove evolucije, porasle do supermasivnih crnih rupa koje se posmatraju u prvih milijardu godina posle Velikog praska (Madau & Rees 2001; Heger et al. 2003; Wise & Abel 2005). Ova prva generacija zvezda se formira iz oblaka gasa koji kolapsira kada se dovoljna količina hladnog gasa akumulira u centru haloa tamne materije. U opštem slučaju, hlađenje gasa se odvija radijativnim procesima kada se sudarno ekscitovani atomi, joni ili molekuli radijativno deekscituju i pretvore deo kinetičke energije u zračenje. Što je gas bogatiji težim elementima, hlađenje je efikasnije i brže jer je gubitak energije kroz emisiju fotona veći. Brže hlađenje dovodi do fragmentacije oblaka gasa i do formiranja većeg broja manjih zvezda. Međutim, za razliku od lokalnog Univerzuma gde je gas obogaćen težim elementima, u ranom Univerzumu gas se sastojao jedino od vodonika u molekulskom obliku i male količine helijuma i litijuma. U primordijalnom gasu hlađenje se odvija preko rotaciono-vibracionih prelaza H_2 molekula. Ovim putem gas se hladi do ~ 200 K što je oko 10-20 puta viša temperatura nego u molekulskim oblacima gde se formiraju zvezde u lokalnom Univerzumu (Abel et al. 2002; Bromm et al. 2002).

Samim tim su prve zvezde mogle da budu veoma masivne.

Kritična masa iznad koje dolazi do kolapsa oblaka gasa je Džinsova masa i ona zavisi od temperature i gustine gasa kao (Bromm et al. 2009):

$$M_J = 500 M_\odot \frac{T^{-2/3}}{200} \frac{n^{-1/2}}{10^4}, \quad (1.1.1.1)$$

za atomski gas gustine n [cm^{-3}], na temperaturi T [K]. Prvo se formira proto-zvezda sa masom $\sim 0.01 M_\odot$, radijusom $\sim 5 \times 10^{11}$ cm i gustinom $\sim 10^{21}$ cm^{-3} . Nakon formiranja, proto-zvezda je okružena oblakom gasa mase $\sim 10^3 M_\odot$ i nastavlja brzo da raste akrecijom sa tipičnom stopom od $10^{-3} - 10^{-2} M_\odot$ godišnje. UV zračenje sa proto-zvezde utiče na akreciju i u nekim slučajevima može da zaustavi dalji rast proto-zvezde. Glavni efekti koji smanjuju akreciju su fotodisocijacija H_2 molekula u gasu koji se akretuje, pritisak zračenja $\text{Ly}\alpha$ linije i širenje H II regiona, koji okružuje proto-zvezdu i nastaje zbog velikog fluksa jonizujućeg zračenja. Gas se akretuje na proto-zvezdu preko akrecionog diska koji je izložen UV zračenju i može se dogoditi da ispari pod dejstvom UV fotona, što zaustavlja akreciju (Yoshida et al. 2012).

Konačna masa i evolucija zvezde zavisi od početne mase oblaka koji je kolapsirao, njegove rotacije i crvenog pomaka formiranja (odnosno udela težih elemenata u gasu), kao i od mase gasa koji učestvuje u akreciji. U prisustvu čak i male količine metala hlađenje postaje efikasno i dolazi do formiranja većeg broja manje masivnih zvezda. Brza rotacija haloa dovodi do dužeg gravitacionog kolapsa, što takođe pojačava fragmentaciju i smanjuje stopu akrecije gasa na proto-zvezdu (Hirano et al. 2014; Dutta 2016). Pored toga, prisustvo težih elementa i brza rotacija haloa povećavaju gubitak mase zvezde preko zvezdanih vetrova.

Iako su prve hidrodinamičke simulacije pokazale da zvezde Populacije III imaju masu $\sim 100 M_\odot$ (Abel et al. 2002; Bromm et al. 2002; Yoshida et al. 2003, 2006; O'Shea & Norman 2008; Yoshida et al. 2008), rezultati novijih simulacija visoke rezolucije sugerišu da u haloima tamne materije dolazi do formiranja proto-zvezdanog diska koji se fragmentiše i nastaje više zvezda manjih masa (Turk et al. 2009; Clark et al. 2011; Greif et al. 2012; Stacy et al. 2012; Latif et al. 2013). Međutim, vreme trajanja navedenih simulacija nije dovoljno dugo da proto-zvezda stigne do glavnog niza pa samim tim nije

moguće sa sigurnošću odrediti njenu konačnu masu. Sa druge strane, u hidrodinamičkim simulacijama (Hosokawa et al. 2016) i analitičkim modelima (Latif & Schleicher 2015) je pokazano da proces fragmentacije diska ne mora nužno da spreči formiranje masivne zvezde jer dolazi do migracije manjih oblaka gasa i njihove akrecije na centralnu zvezdu. Hirano et al. (2014) su izračunali raspodelu početne mase za sto haloa tamne materije u kojima se formiraju zvezde pod pretpostavkom da se u svakom halou formira po jedna zvezda, i pritom su uključili uticaj zračenja zvezde i njenu evoluciju. Dobili su da je interval konačnih masa zvezda Populacije III $10 - 1000 M_{\odot}$ i da zavisi od osobina samog haloa. Njihovi rezultati pokazuju da je tipična masa zvezda Populacije III $\sim 100 M_{\odot}$, ali da postoji i mali broj zvezda sa masom $1000 M_{\odot}$.

Zvezde sa masom ispod $9 M_{\odot}$ ne formiraju crne rupe, već postaju beli patuljci. Zvezde Populacije III sa masom $25 M_{\odot} \leq M \leq 140 M_{\odot}$ i $M \geq 260 M_{\odot}$ završavaju život kao crne rupe, dok zvezde sa masom $140 - 260 M_{\odot}$ eksplodiraju kao supernove iz proizvodnje parova⁵ i ne ostavljaju ostatak. Gravitacionim kolapsom zvezda različitih masa formira se početna funkcija mase crnih rupa, međutim uglavnom se pretpostavlja da crne rupe koja nastaju kao krajnja faza evolucije zvezda Populacije III imaju masu $\sim 100 M_{\odot}$.

Različiti autori su pokušali da objasne formiranje supermasivnih crnih rupa u centrima udaljenih kvazara polazeći od crnih rupa nastalih od zvezda Populacije III. Numeričke simulacije su pokazale da je neophodna kontinuirana akrecija na ili iznad Edingtonove granice⁶ (Haiman & Loeb 2001; Volonteri & Begelman 2010; Whalen & Fryer 2012; Johnson et al. 2012, 2013). Čak i kombinacija rasta crnih rupa usled sudara i akrecije gasa zahteva dugotrajnu akreciju na Edingtonovoj granici ili kratke epizode super-Edingtonove akrecije (Yoo & Miralda-Escudé 2004; Volonteri & Rees 2005, 2006; Li et al. 2007; Pelupessy et al. 2007; Sijacki et al. 2009; Tanaka & Haiman 2009; Tanaka et al. 2012; Madau et al. 2014).

Međutim, mogućnost kontinuiranog rasta na Edingtonovoj granici je neizvesna (Milosavljević et al. 2009; Alvarez et al. 2009; Jeon et al. 2011). Kada masa crne rupe prekorači određenu granicu može se dogoditi da zračenje i kinetička energija iz akrecionog

⁵eng. *pair-instability* ili *pair-production* supernove

⁶Pojam Edingtonova granica, kao i mogućnost akrecije iznad Edingtonove granice su detaljno diskutovani u poglavlju 1.2.2.

diska oduvaju gas iz centra galaksije što dovodi do prekida akrecije⁷ (Coppi 2003).

1.1.2 Direktan kolaps

Mehanizam formiranja početnih crnih rupa kod kojeg nastaju masivna semena od $\sim 10^4 - 10^6 M_\odot$ je direktan kolaps gasa u crnu rupu (Loeb & Rasio 1994; Eisenstein & Loeb 1995; Oh & Haiman 2002; Bromm & Loeb 2003; Koushiappas et al. 2004; Begelman et al. 2006; Lodato & Natarajan 2006; Begelman et al. 2008). Ovaj mehanizam zahteva specifične uslove koji su postojali jedino u retkim haloima u ranom Univerzumu. Za direktan kolaps je neophodno da gas efikasno izgubi moment impulsa i da brzo kolapsira kako bi se izbegla fragmentacija i formiranje zvezda. Potreban je brz priliv gasa u centralne oblasti haloa koji se može postići ukoliko se gas neefikasno hladi ili kroz dinamičke procese kao što je prečka unutar prečke nestabilnost⁸ (Shlosman et al. 1989). Alternativno, neki autori smatraju da sudari haloa uporedive mase kanališu gas ka centru. U tom slučaju turbulencija može da spreči fragmentaciju i nije potrebno da gas bude niske metaličnosti (Mayer et al. 2010).

Hlađenje je neefikasno ukoliko je gas bez metala, međutim čak i u primordijalnom gasu H_2 molekuli mogu da hlade gas. H_2 molekuli nastaju u reakcijama:



gde je H^- vodonikov anjon. Da bi došlo do direktnog kolapsa potrebno je da halo bude izložen jakom Lajman-Vernerovom zračenju koje dovodi do disocijacije H_2 molekula putem tzv. Solomonovog procesa:



Lajman-Vernerovo zračenje je UV zračenje na energijama $11.2 \text{ eV} < h\nu < 13.6 \text{ eV}$ koje potiče od prvih zvezda. Drugi način da se spreči hlađenje putem molekula vodonika je

⁷tzv. *feedback* procesi

⁸Prečka unutar prečke nestabilnost je predloženi mehanizam efikasnog dovođenja gasa u centralne oblasti galaksije. Usled uticaja zvezdane prečke galaksije na međuzvezdanu materiju, unutar prečke galaksije formira se gasni disk, koji pod određenim uslovima postaje dinamički nestabilan i formira novu, gasnu prečku unutar centralnih $\sim 10 \text{ pc}$.

da se predupredi njegovo stvaranje neutralizacijom H^- , što se može postići fotonima sa energijom iznad 0.76 eV u reakciji:



gde su sa γ_c označeni fotoni koji učestvuju u reakciji. Temperatura zračenja zvezda određuje koji je od ova dva procesa uništavanja molekula vodonika dominantniji. Za zvezde sa površinskom temperaturom $T = 10^5$ K efikasnija je disocijacija H_2 molekula putem reakcije 1.1.2.3, dok je za $T = 10^4$ K efikasnija neutralizacija H^- putem reakcije 1.1.2.4. Potpuno sprečavanje formiranja H_2 dešava se iznad kritične vrednosti UV fluksa, $J_{\text{LW,crit}}$, koja zavisi od načina formiranja zvezda, kao i od njihove starosti i metaličnosti (Sugimura et al. 2014, Agarwal & Khochfar 2015). Takav fluks uglavnom potiče od zvezda Populacije II zbog njihovog dužeg života i veće metaličnosti u odnosu na zvezde Populacije III. Kritična vrednost UV fluksa zvezda koje je za red veličine veća od pozadinskog UV fluksa može se dostići jedino u blizini masivnih galaksija u kojima se aktivno formiraju zvezde (Dijkstra et al. 2008, Agarwal et al. 2012). Sa druge strane potrebno je da halo bude bez metala. To je moguće postići ukoliko se halo u kom se formiraju zvezde formira prvi, dok se halo u kome dolazi do direktnog kolapsa formira kasnije i gas u njemu kolapsira pre nego što supernove iz prvog haloa obogate gas metalima (Visbal et al. 2014b).

Noviji modeli sugerišu da bi direktan kolaps mogao biti moguć i bez jakog UV zračenja. Ukoliko na visokom crvenom pomaku barioni imaju velike relativne brzine u odnosu na tamnu materiju (Tseliakhovich & Hirata 2010), takve brzine bi sprečile formiranje zvezda, a samim tim i obogaćivanje haloa metalima. Sa druge strane, Latif et al. (2014) su pokazali da uticaj velikih relativnih brzina bariona nije značajan u haloima na $z = 15$. U radu Inayoshi & Omukai (2012) predložen je model po kom sudari proto-galaksija sa velikim relativnim brzinama stvaraju udarne talase koji greju gas i dolazi do sudarne disocijacije molekula vodonika. Međutim, rezultati kosmoloških hidrodinamičkih simulacija pokazuju da je za sudarnu disocijaciju molekula vodonika potrebno da se dostigne gustina gasa koja je za nekoliko redova veličine veća od očekivanih vrednosti u realnim galaksijama i da samim tim bez jakog UV zračenja nije moguće da se ispune uslovi neophodni za direktan kolaps gasa u crnu rupu (Visbal et al. 2014a).

Kolaps se dešava u haloima sa virijalnom temperaturom od $T_{\text{vir}} \sim 10^4$ K i masom $10^7 - 10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $10 < z < 20$. Ukoliko je u takvim haloima sprečeno formiranje H_2 molekula, gas teži da se kondenzuje u centru i ne fragmentiše se.

Barioni u halou kolapsiraju i formiraju disk u centru. Hlađenje se odvija preko atomskog vodonika i disk je gotovo izotermalan sa temperaturom $\sim 10^3$ K. Disk je uravnotežen rotacijom i može da zadrži dalji kolaps dok se ne dostigne dovoljna gustina da se formira crna rupa. Da bi disk kolapsirao mora da dođe do dodatnih nestabilnosti.

Stabilnost diska zavisi od parametra spina haloa, λ_{spin} , i količine barionske materije koja završi u disku, m_{d} . Deo ukupne mase haloa koji se zadržao u disku je m_{f} , a $m_{\text{a}} = m_{\text{d}} - m_{\text{f}}$ je akretovana masa. Parametar spina je mera momenta impulsa haloa:

$$\lambda_{\text{spin}} = \frac{J |E|^{1/2}}{GM^{5/2}} \quad (1.1.2.5)$$

gde je J moment impulsa haloa, E totalna enrgija haloa, G gravitaciona konstanta, a M masa haloa. Do nestabilnosti dolazi kada parametar spina padne ispod neke granične vrednosti koja zavisi od m_{d} . Lokalne dinamičke nestabilnosti se opisuju Tumreovim parametrom. On se može zapisati kao (Lodato & Natarajan 2006):

$$Q = \frac{8}{m_{\text{d}}} \lambda_{\text{spin}} \frac{j_{\text{d}}}{m_{\text{d}}} \left(\frac{T_{\text{gas}}}{T_{\text{vir}}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 - m_{\text{a}}/m_{\text{d}}} \right)^2. \quad (1.1.2.6)$$

Akretovana masa, m_{a} , dobija se iz uslova da je $Q = Q_{\text{c}}$, gde je Q_{c} kritična vrednost iznad koje je disk gravitaciono stabilan. Odatle sledi:

$$\frac{m_{\text{a}}}{m_{\text{d}}} = 1 - \sqrt{\frac{8\lambda_{\text{spin}} j_{\text{d}}}{m_{\text{d}} Q_{\text{c}} m_{\text{d}}} \left(\frac{T_{\text{gas}}}{T_{\text{vir}}} \right)^{1/2}}. \quad (1.1.2.7)$$

Dakle, ukupna masa koja može biti skoncentrisana u centru diska zavisi od osobina haloa, tj. od spina haloa, vrednosti m_{d} , odnosa temperature gasa i virijalne temperature i od granične vrednosti Q_{c} . Manje vrednosti parametra spina ili veće vrednosti virijalne temperature dovode do veće koncentracije mase u centru (Lodato & Natarajan 2006).

Akrecija traje sve dok gas može da izrači oslobođenu vezivnu energiju. Unutar određenog radijusa zračenje je zarobljeno i gas pravi oblak koji je uravnotežen pritiskom zračenja. To je kvazi-zvezda. Uslov da je zračenje zarobljeno je:

$$L(r, t) > L_{\text{Edd}}(t) \left(1 + \frac{p_{\text{gas}}}{p_{\text{rad}}} \right)^{-1} \quad (1.1.2.8)$$

gde su p_{gas} i p_{rad} pritisak gasa i pritisak zračenja za kvazi-zvezdu, a L_{Edd} je Edingtonova luminoznost (poglavlje 1.2.2) (Begelman et al. 2006).

Nuklearne reakcije započinju kada temperatura u jezgu dostigne $T \sim 10^6 - 10^7$ K. Kako materija pada na kvazi-zvezdu jezgro se sažima dok temperatura ne dostigne 10^9 K. Hlađenje termalnim neutrinima dovodi do kolapsa jezgra i formira se crna rupa mase $\leq 20 M_{\odot}$ okružena masivnim gasnim omotačem koja može brzo da raste akrecijom gasa iz omotača brzinom iznad Edingtonove granice koja je određena za masu omotača, a ne za masu crne rupe, i pritom se ne narušava kriterijum luminoznosti. Takav objekat ima luminoznost uporedivu sa jezgrom aktivne galaksije. Po završetku akrecije ostaje crna rupa sa masom od $\sim 10^4 - 10^6 M_{\odot}$ (Begelman et al. 2006). Akrecija može ranije da bude zaustavljena ako se gas potroši ili ako se formiraju zvezde.

U radu Begelman (2010) predložen je model po kome se pre crne rupe formira supermasivna zvezda. Za to je potreban brz upad gasa, preko $1 M_{\odot}$ godišnje. Gas koji kolapsira formira supermasivnu zvezdu sa masom $10^6 M_{\odot}$ koja se suprotstavlja gravitaciji pritiskom zračenja. Ona sagoreva vodonik oko milion godina, a potom dolazi do kolapsa.

U manjim haloima sa virijalnom temperaturom manjom od 10^4 K formiraju se zvezde Populacije III. Moguće je da su zvezde Populacije III prethodnici direktnog kolapsa. Disocijacija H_2 molekula od strane zvezda Populacije III bi sprečila fragmentaciju. Ipak, pošto se zahteva da gas bude bez metala, direktan kolaps je morao da se dešava u ranom Univerumu jer bi u suprotnom zvezde obogatile gas metalima. Takođe, potreban je upliv gasa u centar haloa ($> 0.1 M_{\odot}$ godišnje) kako bi se formirala supermasivna/kvazi zvezda. Na osnovu ovih kriterijuma sledi da su haloii pogodni za direktan kolaps veoma retki. Ipak, precizne procene broja takvih haloa je teško napraviti. Rezultati različitih hidrodinamičkih i semi-analitičkih simulacija se razlikuju za nekoliko redova veličine (broj haloa u kojima se dešava direktan kolaps po jedinici zapremine ide od 10^{-1} do 10^{-9} Mpc^{-3}). Habouzit et al. (2016) su koristeći kosmološke hidrodinamičke simulacije procenili gornju granicu broja haloa u kojima može doći do direktnog kolapsa za različite pretpostavljene vrednosti fluksa UV zračenja. Njihovi rezultati pokazuju da ukoliko je kritična vrednost tog fluksa $J_{\text{LW,crit}} = 300 \times 10^{-21} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ i ako bi halo morao biti izložen takvom zračenju tokom celog kolapsa, direktan kolaps može objasniti crne rupe u

kvazarima na visokom crvenom pomaku, ali ne i crne rupe prisutne u normalnim galaksijama. Međutim, ukoliko je potreban fluks $J_{\text{LW,crit}} = 30 \times 10^{-21} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ ili ako halo mora biti izložen zračenju samo za vreme kolapsa centralne oblasti, tada se crne rupe nastale direktnim kolapsom mogu nalaziti i u normalnim galaksijama.

Alternativni model direktnog kolapsa predviđa da sudari haloa mogu da kanališu gas ka centru (Mayer et al. 2010). Takav model ne zahteva da gas bude bez metala kako bi se izbeglo formiranje zvezda.

Sudari mogu da dovedu gas do centra haloa stopom od $10 - 100 M_{\odot}$ godišnje. Gas formira disk u centru bez obzira na visoku stopu formiranja zvezda. Ne dolazi do fragmentacije zbog visokog termalnog pritiska i turbulencije. Gas koji stigne do centralnih $2 - 3 \text{ pc}$ formira oblak koji je uravnotežen pritiskom zračenja i rotira. Gustina u oblaku raste kako on dobija na masi dok ne kolapsira. Oblak sadrži oko 13% mase diska, $\sim 2.6 \times 10^8 M_{\odot}$. Gas kolapsira i formira crnu rupu mnogo pre nego što bi mogao da formira zvezde, tako da nije potrebno da gas bude bez metala. Visoka temperatura u oblaku, $T > 10^7 \text{ K}$, sprečava formiranje zvezda (Mayer et al. 2010). Ovako nastala crna rupa ima masu $\sim 10^5 M_{\odot}$ i nastavlja da akretuje gas iz diska.

Bonoli et al. (2014) su primenili model iz rada Mayer et al. (2010) na haloe iz Milenijum simulacije (Springel et al. 2005). Po ovom receptu do direktnog kolapsa dolazi prilikom velikih sudara haloa bogatih gasom ukoliko je minimalna masa haloa koja ostaje posle sudara $10^{11} M_{\odot}$ i ukoliko halo pre sudara nisu imali crnu rupu veću od $10^6 M_{\odot}$. Sudar je veliki ukoliko je minimalan odnos masa haloa $\frac{M_{\text{halo},1}}{M_{\text{halo},2}} \geq 0.3$, za $M_{\text{halo},1} < M_{\text{halo},2}$. Ukoliko je taj odnos manji sudari ne mogu da dovedu dovoljno gasa u centar haloa. Zahteva se da halo pre sudara nisu imali crnu rupu veću od $10^6 M_{\odot}$, jer bi takva crna rupa prilikom akrecije gasa oduvala gas iz centralnog diska i samim tim sprečila formiranje oblaka gasa čijim kolapsom nastaje crna rupa. Njihovi rezultati pokazuju da većina haloa iz Milenijum simulacije sa masom $> 10^{11} M_{\odot}$ na $z \sim 4$ zadovoljava ove kriterijume.

Ovi modeli pokazuju da direktan kolaps ne mora da bude ograničen samo na haloe na visokom crvenom pomaku, jer ne zahtevaju gas bez metala kakav je postojao samo u ranom Univerzumu.

Direktan kolaps predstavlja alternativan način formiranja crnih rupa koje odmah po

formiranju imaju veliku masu i lakše mogu da dostignu $10^9 M_{\odot}$ u prvih milijardu godina posle Velikog praska. Međutim čak i ti modeli zahtevaju dugotrajnu akreciju na Edingtonovoj granici (npr., Dijkstra et al. 2008; Agarwal et al. 2012; Bonoli et al. 2014; Petri et al. 2012; Johnson et al. 2012, 2013).

1.1.3 Kolaps jata zvezda

Novije numeričke simulacije su pokazale da u haloima u kojim se formiraju zvezde prve generacije može doći do fragmentacije proto-zvezdanog diska i formiranja zvezdanih sistema. Eksplozije supernovih zvezda Populacije III obogaćuju halo težim elementima. Kada metaličnost gasa u halou postane veća od kritične vrednosti $Z/Z_{\odot} \sim 5 \times 10^{-4}$, formiraju se zvezde Populacije II, a prva zvezdana jata nastaju na crvenom pomaku $z \geq 15$ u haloima gde se gas hladi u procesu radijativne deekscitacije CII i OI (pregledni rad Latif & Ferrara 2016, i literatura data u radu). Ovakva jata pri određenim uslovima mogu da kolapsiraju što dovodi do nastanka masivne crne rupe, čija masa zavisi od mase i kompaktnosti samog jata, kao i od njegove dinamičke evolucije.

U radu Devecchi & Volonteri (2009) predložen je model jata zvezda koje se sastoji od zvezda Populacije II, kod kojih je metaličnost i dalje mala, $10^{-5} - 10^{-4}$ metaličnosti Sunca. Gusto jato zvezda se formira ukoliko se u proto-galaktičkom disku gas kreće ka centru, a pritom ne dolazi do fragmentacije i formiranja zvezda duž celog diska. Tipična masa takvog jata je $10^5 M_{\odot}$. Jata kolapsiraju za ~ 3 miliona godina, a sudari zvezda dovode do formiranja veoma masivne zvezde koja formira crnu rupu od $\sim 10^3 M_{\odot}$, na intervalu crvenih pomaka $z \sim (10, 20)$. Za tako malu metaličnost gubitak mase usled vetrova kod masivnih zvezda je znatno manji nego kod zvezda bogatih metalima.

Halo i kojima se formiraju takve crne rupe su halo i sa masom $\sim 10^8 M_{\odot}$ i temperaturom $T_{\text{vir}} > 10^4$ K. Po ovom modelu, potrebno je da prve zvezde završe svoju evoluciju. UV zračenje sa prvih zvezda je dovelo do disocijacije H_2 molekula, tako da se gas u halou hladi jedino preko atomskog vodonika. Pored toga, prve zvezde su proizvele premalo metala tako da je hlađenje gasa moguće jedino ako gustina gasa dođe do neke kritične vrednosti. Pošto hlađenje dovodi do fragmentacije, a fragmentacija do formiranja zvezda, zvezde mogu da se formiraju samo u blizini centra proto-galaksije gde je gustina najveća, a ne u celom

disku. Kako metaličnost raste, kritična gustina za fragmentaciju se smanjuje i zvezde se formiraju u celom disku, pa akrecija gasa u centar nije više efikasna. Jato zvezda se formira u centru gde je gustina, za datu metaličnost, dostigla kritičnu gustinu. Sudari zvezda u gustom jatu dovode do formiranja masivne zvezde, od koje nastaje crna rupa. Masa zvezde zavisi od početne gustine jata, što je pokazano u radu Katz et al. (2015). Autori su koristeći hidrodinamičke kosmološke simulacije procenili da se zvezda sa masom $\geq 400 M_{\odot}$ formira u jatu čija je masa $10^4 M_{\odot}$, dok se zvezda od $10^3 M_{\odot}$ formira u jatu od $10^5 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z \sim 15$. Kolaps jezgra mora da se desi pre nego što najmasivnije zvezde siđu sa glavnog niza (~ 2.5 miliona godina) jer eksplozije supernovih dovode do širenja jezgra i eventualnog zaustavljanja kolapsa jezgra. Vreme kolapsa direktno zavisi od kompaktnosti jata. Za datu masu jata, broj sudara i povećanje mase jezgra po sudaru zavisi od radijusa jata (Portegies Zwart & McMillan 2002). Masa jezgra koje kolpasira je oko 10^{-3} mase celog jata. Kada se formira crna rupa, ona je okružena jatom zvezda i može da nastavi da raste akrecijom. Masa crne rupe zavisi od početnih masa zvezda, početne gustine zvezda u jatu, kompaktnosti jata i njegove geometrije. Devecchi et al. (2012, 2013) su u analitičkom modelu procenili da crne rupe koje nastaju kolapsom jata zvezda imaju masu $\sim 10^3 M_{\odot}$ na $z \geq 10$.

Drugi model kolapsa jata koji ne zavisi od crvenog pomaka ili metaličnosti predložili su Davies et al. (2011). Oni su razmatrali jata koja imaju istu masu i radijus kao globularna jata, a sastoje se samo od crnih rupa i zvezda manjih masa koje se nalaze na glavnom nizu. Usled efekta segregacije mase (Spitzer 1969), masivnije crne rupe tonu ka centru i formiraju jato crnih rupa koje pri daljem kolapsu i usled sudara formira masivnu crnu rupu. Dvojni sistemi crnih rupa koji se nalaze u centru jata proizvode energiju koja sprečava da dođe do potpunog kolapsa jata crnih rupa. Oni elastično interaguju sa trećim telom. Rastojanje između crnih rupa u dvojnem sistemu se smanjuje usled inerakcija jer se energija predaje trećoj crnoj rupi. Ovaj proces dodaje energiju celom jatu crnih rupa i sprečava njegov kolaps.

Kada se dve galaksije sudare, može da dođe do brzog upada gasa u jato zvezda što menja evoluciju jata. Potrebno je da gas brzo stigne do centra umesto da formira zvezde dalje od centra. Masa gasa koji učestvuje u akreciji je približno jednaka ili veća od mase

zvezdane komponente jata zvezda. Upad gasa dovodi do velike gustine u centru, brze segregacije mase i brzih interakcija između crnih rupa. Usled interakcija, neke crne rupe će biti izbačene, ali veliki broj ostaje u centru jer jato crnih rupa ima veliku vezivnu energiju. Dvojni sistemi kod kojih je rastojanje između članova veliko će se razdvojiti, jer se povećava disprezija brzine, a dvojni sistemi čiji su članovi na malom rastojanju će se spojiti. Tako se uklanja energija koja je sprečavala jato crnih rupa da kolapsira. Prilikom kolapsa jata crnih rupa, crne rupe se sudaraju i formira se masivna crna rupa od $10^5 M_{\odot}$, na crvenom pomaku $z > 10$.

Raniji radovi su pokazali da crne rupe nastale kolapsom jata mogu da objasne kvazare na $z < 5$ ali ne i kvazare na većim crvenim pomacima (Ebisuzaki et al. 2001; Volonteri et al. 2003; Islam et al. 2003).

1.2 Parametri rasta crnih rupa

Formiranje struktura na velikim skalama i dinamika galaksija dovodi do sudara crnih rupa, koji mogu imati uticaj na njihov rast. Ukoliko se sudari zanemare, rast crnih rupa zavisi od tri parametra akrecije gasa: radijativne efikasnosti, Edingtonovog odnosa i vremena trajanja akrecije.

1.2.1 Parametar spina crnih rupa i radijativna efikasnost

Parametar spina

Astrofizičke crne rupe se karakterišu sa dva parametra, masom i spinom koji je mera momenta impulsa crne rupe:

$$\vec{a} = \frac{c\vec{J}_{\text{BH}}}{GM_{\text{BH}}^2} \quad (1.2.1.1)$$

gde je vektor \vec{J}_{BH} momenta impulsa crne rupe. Parametar spina crnih rupa ($a = \frac{c|\vec{J}_{\text{BH}}|}{GM_{\text{BH}}^2}$) može imati vrednosti od $a = 0$ za crne rupe koje ne rotiraju, do $a = 1$ za crne rupe sa maksimalnom rotacijom.

Na spin utiču razni fizički procesi. Crna rupa koja se formira gravitacionim kolapsom masivne zvezde koja rotira će i sama rotirati. Akrecijom materije sa konstantnim momen-

tom impulsa se povećava spin. To je koherentna akrecija. Međutim, ukoliko crna rupa rotira u suprotnom smeru u odnosu na rotaciju akretovane materije, dolazi do smanjenja spina. Ako se akrecija dešava u kratkim nekoherentnim epizodama, tzv. haotična akrecija, kada je akrecija materije koja rotira u istom i u suprotnom smeru jednako verovatna, tada crna rupa ima mali spin. To je zato što akrecija materije koja rotira u suprotnom smeru više smanjuje spin nego što ga povećava akrecija materije koja rotira u istom smeru (Volonteri 2010).

Promena spina crne rupe usled akrecije gasa se može predstaviti sledećim izrazom (Dubois et al. 2014):

$$a^{n+1} = \frac{1}{3} \frac{r_{\text{isco}}^{1/2}}{\mu} \left[1 - \left(3 \frac{r_{\text{isco}}}{\mu^2} - 2 \right)^{1/2} \right], \quad (1.2.1.2)$$

gde je $\mu = M_{\text{BH}}^{n+1}/M_{\text{BH}}^n$ (n određuje trenutak t_n), a radijus r_{isco} je definisan kao:

$$r_{\text{isco}} = \frac{R_{\text{isco}}}{R_g} = 3 + Z_2 \pm [(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)]^{1/2}, \quad (1.2.1.3)$$

gde je R_{isco} radijus poslednje stabilne kružne orbite materije oko crne rupe, R_g je gravitacioni radijus definisan kao polovina Švarcšildovog radijusa crne rupe ($R_g = GM_{\text{BH}}/c^2$), a Z_1 i Z_2 su definisani kao:

$$Z_1 = 1 + (1 - a^2)^{1/3} [(1 + a)^{1/3} + (1 - a)^{1/3}], \quad (1.2.1.4)$$

$$Z_2 = (3a^2 + Z_1^2)^{1/2}. \quad (1.2.1.5)$$

U slučaju kada crna rupa rotira u istom smeru kao i akrecioni disk, radijus r_{isco} uzima vrednosti $1 \leq r_{\text{isco}} < 6$, u slučaju kada je smer rotacije suprotan $6 < r_{\text{isco}} \leq 9$, a za crne rupe koje ne rotiraju $r_{\text{isco}} = 6$ (Dubois et al. 2014).

Ove jednačine opisuju evoluciju spina do koje dolazi akrecijom gasa, u slučaju kada je vektor rotacije crne rupe paralelan sa vektorom momenta impulsa akrecionog diska. Međutim, u opštem slučaju vektori rotacije nemaju isti pravac i tada, usled Lens-Tiring⁹ efekta, dolazi do precesionog kretanja akrecionog diska oko ose rotacije crne rupe. Kao

⁹Lens-Tiring je relativistički efekat usled koga dolazi do precesije diska oko rotirajuće crne rupe koji dovodi do evolucije vektora momenta impulsa diska.

posledica Lens-Tiring precesije vektori momenta impulsa crne rupe i diska bivaju poravnati sa vektorom ukupnog momenta impulsa, $\vec{J}_{\text{tot}} = \vec{J}_d + \vec{J}_{\text{BH}}$. Detaljan analitički pristup praćenja evolucije spina za proizvoljnu orijentaciju vektora rotacije opisan je u radu Dubois et al. (2014).

Sudari crnih rupa takođe utiču na spin. Iz zakona održanja momenta impulsa sledi:

$$\vec{J}_{\text{BH},1} + \vec{J}_{\text{BH},2} + \vec{L}_{\text{orb}} = \vec{J}_{\text{BH}} + \vec{J}_{\text{rad}}, \quad (1.2.1.6)$$

gde su $\vec{J}_{\text{BH},1}$ i $\vec{J}_{\text{BH},2}$ momenti impulsa crnih rupa pre sudara, \vec{L}_{orb} je orbitalni moment impulsa dvojnog sistema, \vec{J}_{BH} je moment impulsa crne rupe koja nastaje nakon sudara, a \vec{J}_{rad} je moment impulsa koji odnosi gravitaciono talasno zračenje tokom i nakon sudara (Flanagan & Hughes 1998). Najjednostavniji slučaj je kada je jedna crna rupa znatno masivnija od druge, $q \equiv M_1/M_2 \ll 1$. U tom slučaju se dvojni sistem može opisati kao test čestica mase $M_1 = M$ koja orbitira oko crne rupe mase $M_2 = M \gg M$ i $\vec{J}_{\text{BH},1}$ i \vec{J}_{rad} se mogu zanemariti. Uz korišćenje aproksimacije test čestice dobija se da sudari sa crnom rupom male mase dovode do smanjenja spina, osim ukoliko je rotacija masivnije crne rupe i pre sudara bila mala. U slučaju sudara kada je razlika u masi crnih rupa dvojnog sistema manja, dolazi do povećanja spina, osim ukoliko je početni spin veliki (Hughes & Blandford 2003). Kontinuirani sudari crnih rupa mogu da povećavaju spin do vrednosti $a > 0.9$ ukoliko su crne rupe i pre sudara imale brzu rotaciju i ukoliko nisu prošle kroz veći broj sudara uporedivih masa (Berti & Volonteri 2008). Za preciznije proračune promene spina usled sudara crnih rupa neophodne su relativističke numeričke simulacije.

Rezzolla et al. (2008) su na osnovu relativističkih numeričkih simulacija dvojnih sistema crnih rupa izveli analitičku formulu za promenu spina nakon sudara crnih rupa. Spin novonastale crne rupe posle sudara je:

$$\vec{a} = \frac{1}{(1+q)^2}(\vec{a}_2 + \vec{a}_1 q^2 + \vec{\mathcal{L}}q), \quad (1.2.1.7)$$

gde je \vec{a}_2 vektor spina masivnije crne rupe, \vec{a}_1 je vektor spina manje masivne crne rupe, a $\vec{\mathcal{L}}$ je definisano kao $\vec{\mathcal{L}} = \vec{l}/(M_1 M_2)$ gde je $\vec{l} = \vec{L} - \vec{J}_{\text{gw}}$ razlika između orbitalnog momenta impulsa \vec{L} kada su crne rupe razdvojene i momenta impulsa \vec{J}_{gw} koji potiče od gravitacionih talasa neposredno pre sudara crnih rupa.

Analički izraz za \mathcal{L} je (Rezzolla et al. 2008):

$$\mathcal{L} = \frac{s_4}{(1+q^2)^2} (a_2^2 + a_1^2 q^4 + 2\vec{a}_2 \cdot \vec{a}_1 q^2) + \frac{s_5 \mu + t_0 + 2}{1+q^2} (a_1 \cos \phi_1 + a_2 q^2 \cos \phi_2) + 2\sqrt{3} + t_2 \mu + t_3 \mu^2, \quad (1.2.1.8)$$

gde je ϕ_1 (ϕ_2) ugao između \vec{a}_1 (\vec{a}_2) i $\vec{\mathcal{L}}$, a μ je definisano kao $\mu = q/(1+q)^2$. Konstante iz jednačine 1.2.1.8 imaju vrednosti: $s_4 = -0.129$, $s_5 = -0.384$, $t_0 = -2.686$, $t_2 = -3.454$ i $t_3 = 2.353$.

Dubois et al. (2014) su primenili ovaj analitički model promene spina crnih rupa usled akrecije gasa i sudara na crne rupe iz hidrodinamičke kosmološke simulacije. Našli su da crne rupe srednjih masa ($10^6 M_\odot < M_{\text{BH}} < 10^8 M_\odot$) uglavnom rastu akrecijom gasa iz haloa u kojima se nalaze. Te crne rupe imaju spin koji je blizu maksimalne vrednosti, što je posledica koherentne akrecije. Sa druge strane, uticaj sudara na rast crnih rupa postaje značajan za najmasivnije crne rupe ($M_{\text{BH}} > 10^8 M_\odot$) i te crne rupe imaju manje vrednosti parametra spina, $a \sim 0.7$. Međutim, na visokim crvenim pomacima čak i najmasivnije crne rupe imaju spin blizu maksimalne vrednosti jer je stopa akrecije gasa visoka, dok je uticaj sudara na spin privremen. Pritisak zračenja sa akrecionog diska može uticati na spin indirektno tako što smanjuje količinu gasa dostupnog za akreciju. U radu Dubois et al. (2014) je takođe pokazano da 10 – 30% crnih rupa ima vektor rotacije suprotno orijentisan u odnosu na halo (tzv. negativan spin). To se dešava u galaksijama kod kojih je potrošen hladan gas iz centralnih oblasti (za crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} \lesssim 10^8 M_\odot$) ili ukoliko su sudari promenili smer rotacije (za crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} \gtrsim 10^8 M_\odot$).

Spin crnih rupa takođe utiče i na brzine uzmarka koje crne rupe dobijaju nakon sudara, kao posledica emisije gravitacionih talasa (poglavlje 1.3). Očekuje se da je maksimalna vrednost brzine uzmarka za crne rupe koje ne rotiraju $\lesssim 200$ km/s, dok se za brzo rotirajuće crne rupe pri određenim konfiguracijama orbite mogu postići brzine uzmarka > 1000 km/s (Campanelli et al. 2007b; Gonzáles et al. 2007a, 2007b; Herrmann et al. 2007).

Radijativna efikasnost

Radijativna efikasnost je efikasnost pretvaranja mase mirovanja u energiju koja se izrači tokom akrecije i ona zavisi od parametra spina. Za datu početnu vrednost mase crne rupe, $M_{\text{BH},0}$, što je veća radijativna efikasnost, potrebno je više vremena da crna rupa

dostigne određenu masu (jednačina 1.2.2.12).

Vrednosti radijativne efikasnosti idu od 0.057 za Švarcšildove crne rupe do 0.42 za brzo rotirajuće Kerove crne rupe (Shapiro 2005). Švarcšildova crna rupa je najjednostavniji prikaz crne rupe koja nema spin i okarakterisana je jedino masom. Kerove crne rupe su crne rupe koje rotiraju, ali nemaju naelektrisanje. Prethodno navedene vrednosti radijativne efikasnosti su očekivane vrednosti za akreciju kroz geometrijski tanak disk, gde je visina diska zanemarljiva u odnosu na radijus diska (poglavlje 1.2.2). Radijativna efikasnost u takvom disku je:

$$\epsilon = 1 - E/M_{\text{BH}}c^2 \quad (1.2.1.9)$$

gde je E vezivna energija po jedinici mase čestice na poslednjoj stabilnoj kružnoj orbiti. Lokacija poslednje stabilne kružne orbite zavisi jedino od spina. Što je lokacija poslednje stabilne kružne orbite bliža horizontu događaja crne rupe, to je veća radijativna efikasnost.

Soltan (1982) je primetio da se srednja vrednost radijativne efikasnosti za kvazare može proceniti ako se uporedi ukupna luminoznost kvazara po jedinici zapremine celog Univerzuma, tj. ukupna masa gasa koji je učestvovao u akreciji, sa ukupnom masom supermasivnih crnih rupa po jedinici zapremine u lokalnom Univerzumu. To je Soltanov argument.

Luminoznost crne rupe u toku akrecije je:

$$L = \epsilon \dot{M}_{\text{acc}} c^2 = \frac{\epsilon \dot{M}_{\text{BH}} c^2}{1 - \epsilon} \quad (1.2.1.10)$$

gde je \dot{M}_{acc} stopa akrecije gasa na crnu rupu, a $\dot{M}_{\text{BH}} = \dot{M}_{\text{acc}}(1 - \epsilon)$ je ukupna stopa rasta crnih rupa usled akrecije. Razlika između ove dve stope nastaje usled činjenice da se jedan deo mase izrači. Ukoliko se pretpostavi da bolometrijska luminoznost kvazara u potpunosti potiče od akrecije gasa ukupna masa po jedinici zapremine koja je akretovana na crne rupe između crvenog pomaka z_0 i z je:

$$\rho_{\text{BH}}(z) = \int_{z_0}^z \frac{\dot{M}_{\text{BH}}(z')}{V} \left(\frac{dt(z')}{dz'} \right) dz'. \quad (1.2.1.11)$$

Kombinujući jednačine 1.2.1.10 i 1.2.1.11 i zamenom bolometrijske luminoznosti po jedinici zapremine sa integralom funkcije luminoznosti kvazara $\Psi(L, z')$ dobija se:

$$\rho_{\text{BH}}(z) = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon c^2} \int_{z_0}^z \left(\frac{dt(z')}{dz'} \right) \int_L^{L+\Delta} L_{\text{bol}} \Psi(L, z') dL dz'. \quad (1.2.1.12)$$

Funkcija luminoznosti $\Psi(L, z')$ je definisana tako da integral $\int \Psi(L, z') dL$ daje kopokretni¹⁰ broj kvazara na crvenom pomaku z . Dakle, srednja gustina mase u Univerzumu koja je u formi masivnih crnih rupa može se odrediti na osnovu posmatrane funkcije luminoznosti kvazara. U ovom proračunu radijativna efikasnost je slobodan parametar. Funkcija luminoznosti kvazara se uglavnom predstavlja u obliku duplog stepenog zakona:

$$\Psi = \frac{dn}{d\log L} = \frac{\Psi^*}{(L/L^*)^\alpha + (L/L^*)^\beta}, \quad (1.2.1.13)$$

gde je Ψ^* konstanta normalizacije, a L^* je karakteristična luminoznost pri kojoj dolazi do promena nagiba funkcije od α do β . Funkcija luminoznosti za aktivna galaktička jezgra se određuje iz posmatranja velikog broja kvazara na različitim crvenim pomacima.

Noviji radovi bazirani na Soltanovom argumentu su pokazali da je srednja vrednost radijativne efikasnosti $\epsilon \geq 0.1$ (Elvis et al. 2002; Davis & Laor 2011; Yu & Tremaine 2002).

Neki autori su našli da se radijativna efikasnost menja sa crvenim pomakom (Wang et al. 2009; Li et al. 2012) i da raste sa masom crne rupe koja akretuje (Davis & Laor 2011; Shankar et al. 2011; Li et al. 2012).

1.2.2 Edingtonov odnos

Edingtonova granica je vrednost luminoznosti pri kojoj je pritisak zračenja jednak gravitacionom pritisku. Akrecija materije na Edingtonovoj granici nastaje kada je luminoznost izvora jednaka Edingtonovoj luminoznosti.

Edingtonova luminoznost može da se izvede ako se pođe od Ojlerove jednačine u hidrostatičkoj ravnoteži:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla\Phi = 0 \quad (1.2.2.1)$$

gde je u brzina, p pritisak, ρ gustina, a Φ gravitacioni potencijal. Ako je pritisak zračenja dominantan onda je:

$$-\frac{\nabla p}{\rho} = \frac{\kappa}{c} F_{\text{rad}} \quad (1.2.2.2)$$

¹⁰eng. *comoving*. Ukoliko je širenje Univerzuma homogeno i izotropno, kopokretne koordinate neke tačke u Univerzumu ostaju konstantne.

gde je F_{rad} fluks zračenja, a κ neprozračnost. Za jonizovani vodonik važi $\kappa = \sigma_t/m_p$, σ_t je Tomsonov poprečni presek za rasejanje elektrona, a m_p masa protona. Luminoznost izvora površine S je:

$$L = \int_S F_{\text{rad}} \cdot dS = \int_S \frac{c}{\kappa} \nabla \Phi \cdot dS. \quad (1.2.2.3)$$

Ako se dalje pretpostavi da je neprozračnost konstantna, κ može da izađe ispred integrala i uz korišćenje Poasonove jednačine i Gausove teoreme (takođe poznate kao Gaus-Ostrogradski teorema ili teorema divergencije) sledi:

$$L = \frac{c}{\kappa} \int_S \nabla \Phi \cdot dS = \frac{c}{\kappa} \int_V \nabla^2 \Phi dV = \frac{4\pi Gc}{\kappa} \int_V \rho dV = \frac{4\pi GMc}{\kappa}. \quad (1.2.2.4)$$

Za potpuno jonizovani vodonik, Edingtonova luminoznost se može zapisati kao:

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_t} = \frac{Mc^2}{t_{\text{Edd}}} \quad (1.2.2.5)$$

gde je $t_{\text{Edd}} = \frac{\sigma_t c}{4\pi Gm_p} = 450$ miliona godina, odnosno:

$$L_{\text{Edd}}[\text{erg/s}] = 1.26 \times 10^{38} M_{\text{BH}}[M_{\odot}]. \quad (1.2.2.6)$$

Obično se pretpostavlja da luminoznost crne rupe za vreme akrecije ne može da bude veća od Edingtonove luminoznosti. U slučaju super-Edingtonove akrecije pritisak zračenja je jači od gravitacionog pritiska i materija je odgurnuta od crne rupe, umesto da bude akretovana. \dot{M}_{acc} je stopa priliva materije ka crnoj rupi, a \dot{M}_{BH} je masa koja ide na povećanje mase crne rupe:

$$\dot{M}_{\text{BH}} = \dot{M}_{\text{acc}}(1 - \epsilon), \quad (1.2.2.7)$$

Luminoznost crne rupe za vreme akrecije je:

$$L = \epsilon \dot{M}_{\text{acc}} c^2 = L_{\text{Edd}} \epsilon. \quad (1.2.2.8)$$

Stopa akrecije pri kojoj crna rupa zrači na Edingtonovoj luminoznosti naziva se Edingtonova stopa akrecije:

$$\dot{M}_{\text{Edd}} = \frac{L_{\text{Edd}}}{\epsilon c^2}. \quad (1.2.2.9)$$

Edingtonov odnos, f_{Edd} , je odnos luminoznosti crne rupe tokom akrecije i Edingtonove luminoznosti za datu masu crne rupe:

$$f_{\text{Edd}} = \frac{L}{L_{\text{Edd}}}. \quad (1.2.2.10)$$

Kada luminoznost izvora postane jednaka Edingtonovoj luminoznosti, Edingtonov odnos je jednak jedinici. Stopa akrecije crne rupe za dat Edingtonov odnos je:

$$\dot{M}_{\text{BH}} = \frac{(1 - \epsilon)f_{\text{Edd}}L_{\text{Edd}}}{\epsilon c^2}. \quad (1.2.2.11)$$

Integraljenjem se dobija konačna masa crne rupe, M_{BH} , koja je na početku akrecije imala masu $M_{\text{BH},0}$:

$$M_{\text{BH}} = M_{\text{BH},0} \times \exp \left[\frac{f_{\text{Edd}}(1 - \epsilon)}{\epsilon} \frac{t_f - t_i}{t_{\text{Edd}}} \right] \quad (1.2.2.12)$$

gde su t_f i t_i starost Univerzuma na kraju i na početku akrecije, redom (Johnson et al. 2013).

Edingtonova granica je zasnovana na pretpostavci da je polje zračenja sferno simetrično i da u akrecionom disku nema nehomogenosti u gustini. U tom slučaju je debljina diska proporcionalna lokalnom fluksu zračenja. Ukoliko luminoznost pređe Edingtonovu granicu, disk se širi i dolazi do gubitka mase.

Međutim, u novije vreme sve je više dokaza koji idu u prilog super-Edingtonovoj akreciji. Kelly & Shen (2013) su koristili uzorak od ~ 58000 kvazara na crvenom pomaku $z \sim 0.3 - 5$ iz SDSS DR7¹¹ kataloga (Schneider et al. 2010) kako bi procenili njihov Edingtonov odnos. Njihovi rezultati pokazuju da je najviši posmatrani Edingtonov odnos za kvazare iz datog uzorka $f_{\text{Edd}} \sim 3$, ali da su kvazari koji akretuju iznad Edingtonove granice retki. Du et al. (2014) su posmatrali tri kvazara, Mrk 335, Mrk 142 i IRAS F12397+3333 koristeći 2.4-metarski Shangri-La teleskop na Yunnan opservatoriji u Kini. Jedan od njihovih ciljeva je bio da izmere mase crnih rupa i Edingtonov odnos. Izračunali su da su donje granice za Edingtonov odnos posmatranih kvazara 0.6, 2.3 i 4.6, redom. Page et al. (2014) su pokazali da X spektar kvazara (ULAS J112001.48+064124.3) sa najvećim do danas izmerenim crvenim pomakom od $z = 7.085$ (Mortlock et al. 2011), implicira da kvazar akretuje gas na Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} = 5_{-4}^{+15}$. Vrednost Edingtonovog odnosa procenjena iz UV luminoznosti istog objekta je $f_{\text{Edd}} = 1.2_{-0.5}^{+0.6}$ (Mortlock et al. 2011). Kako bi fitovali posmatrane karakteristike dalekog infracrvenog i X spektra aktivnih galaktičkih jezgara na $z \gtrsim 2$ Lapi et al. (2006, 2014) su pretpostavili model u

¹¹eng. *The Sloan Digital Sky Survey-SDSS, Data Release 7* (<http://www.sdss.org/dr7/>, pristupljeno 18.3.2017.) je optički pregled jedne trećine celog neba.

kome Edingtonov odnos zavisi od crvenog pomaka. Tokom eksponencijalnog rasta crnih rupa potrebno je da maksimalna vrednost Edingtonovog odnosa bude $f_{\text{Edd}} \sim 4$ na $z = 6$ i $f_{\text{Edd}} \sim 1$ na $z = 2$, sa konstantnom vrednošću radijativne efikasnosti od $\epsilon = 0.15$. Do sličnih rezultata su došli i Li (2012) u radu gde je ispitana mogućnost kratkih epizoda super-Edingtonove akrecije, nakon kojih sledi akrecija ispod Edingtonove granice kako bi se objasnilo postojanje crnih rupa sa masom $\sim 10^9 M_{\odot}$ na $z \sim 6$. Skorija analiza relacija skaliranja¹² za crne rupe je pokazala da bi normiranje relacije između mase crne rupe i mase centralnog ovala ($M_{\text{BH}} - M_{\text{bulge}}$ relacija) trebalo povećati za faktor 5, od ranije prihvaćene vrednosti $M_{\text{BH}} = 0.1\% M_{\text{bulge}}$ do $M_{\text{BH}} = 0.5\% M_{\text{bulge}}$. To bi povećalo ukupnu masu crnih rupa po jedinici zapremine u lokalnom Univerzuma za isti faktor i smanjilo srednju vrednost radijativne efikasnosti (Soltanov argument), što bi mogao biti dokaz za postojanje super-Edingtonove akrecije pri malim vrednostima radijativne efikasnosti (Kormendy & Ho 2013). Ovi radovi su pokazali da kvazari, bar u nekom trenutku svoje evolucije, mogu akretovati gas iznad Edingtonove granice. Novije numeričke simulacije (McKinney et al. 2014; Sadowski et al. 2013) super-Edingtonove akrecije su pokazale da se kod takvih izvora očekuju jaki usmereni mlazevi izbačene materije. Edingtonov odnos u ovim simulacijama je $f_{\text{Edd}} = 1 - 10$.

Teorijski je moguće da crna rupa akretuje iznad Edingtonove granice. Očekuje se da se akrecioni disk oko crne rupe koja akretuje na super-Edingtonovom odnosu razlikuje od standardnog tankog akrecionog diska. Tanak disk predstavlja standardno rešenje Navier-Stoksovih jednačina koje opisuju kretanje viskoznih fluida (npr. Glatzel 1992). Toplota koja nastaje usled viskoznosti fluida može da se efikasno oslobodi zračenjem crnog tela. Tanak disk nastaje pri stopama akrecije $0.01 \lesssim \dot{m} \lesssim 1$, gde je $\dot{m} = \dot{M}_{\text{acc}}/\dot{M}_{\text{Edd}}$. U tom slučaju hlađenje je efikasno i formira se geometrijski tanak, a optički debeo disk (Shakura & Sunyaev 1973). Pri veoma niskoj stopi akrecije ($\dot{m} \lesssim 0.01$) hlađenje postaje neefikasno i formira se akrecioni disk koji je znatno deblji od standardnog tankog akrecionog diska, tzv. geometrijski debeo disk koji je radijativno neefikasan (Narayan & Yi 1995; Abramowicz & Lasota 1995 1995; Blandford & Begelman 1999). Ukoliko crna rupa akretuje gas

¹²Relacije skaliranja su empirijske relacije između mase crne rupe i različitih osobina galaksije domaćina. Postojanje ovih relacija svedoči o zajedničkoj evoluciji supermasivne crne rupe i galaksije u kojoj se nalazi.

iznad Edingtonove stope, očekuje se da se formira ultra-tanak disk¹³ (Abramowicz et al. 1998) koji je takođe radijativno neefikasan. Ovakav disk se dobija numeričkim rešavanjem Navier-Stoksovih jednačina. Niska radijativna efikasnost omogućava da se postignu visoke stope akrecije bez da pritisak zračenja dovede do prekida akrecije gasa. Polazeći od pretpostavke da crna rupa koja akretuje gas preko ultra-tankog diska može da primi priliv materije iznad Edingtonove stope, više autora je pokušalo da objasni formiranje supermasivnih crnih rupa na visokom crvenom pomaku.

U radu Volonteri & Rees (2005, 2006) pretpostavljene su rane epizode super-Edingtonove kvazi-sferne akrecije procenjene iz Bondi-Hoijl formule (Bondi & Hoyle 1944). Halo i bez metala na virijalnoj temperaturi od $T_{\text{vir}} > 10^4$ K kod kojih je sprečeno formiranje molekula vodonika se hlade do ~ 8000 K isključivo preko linija atomskog vodonika. U takvim haloima gas formira izotermlni disk u centru haloa tamne materije (Oh & Haiman 2002) iz koga crna rupa akretuje. Disk je geometrijski debeo i ima veliku centralnu gustinu. Stopa priliva materije na crnu rupu može se proceniti iz Bondi-Hoijl formule:

$$\dot{M}_{\text{Bondi}} = \frac{\alpha 4\pi G^2 M_{\text{BH}}^2 m_{\text{H}} n}{c_s^3}, \quad (1.2.2.13)$$

gde je $\alpha \sim 1$ bezdimenzioni parametar, n je gustina gasa, a $c_s \sim 10(T/10^4 \text{ K})^{1/2}$ km/s je brzina zvuka. Ukoliko se ova stopa akrecije uporedi sa Edingtonovom stopom:

$$\frac{\dot{M}_{\text{Bondi}}}{\dot{M}_{\text{Edd}}} = 40 \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_{\odot}} \right) \left(\frac{n_0}{10^4 \text{ cm}^{-3}} \right) \left(\frac{T_{\text{gas}}}{8000 \text{ K}} \right)^{-3/2}, \quad (1.2.2.14)$$

dobija se da je za tipične vrednosti mase crne rupe i gustine gasa $\dot{M}_{\text{Bondi}} \gg \dot{M}_{\text{Edd}}$. Poređenjem Bondi radijusa za akreciju gasa (r_{acc}), sa debljinom diska (z_0):

$$\frac{r_{\text{acc}}}{z_0} \sim 6 \times 10^{-2} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_{\odot}} \right) \left(\frac{n_0}{10^4 \text{ cm}^{-3}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{\text{gas}}}{8000 \text{ K}} \right)^{-1.5} \left(\frac{\lambda_{\text{spin}}}{0.05} \right)^{-2}, \quad (1.2.2.15)$$

gde je λ_{spin} parametar spina haloa, može se zaključiti da se za haloe sa temperaturom $T_{\text{vir}} > 10^4$ K radijus akrecije nalazi unutar diska, okružen gasom sa gotovo konstantom gustinom i kvazi-sferičnom geometrijom. Disk rotira kao kruto telo, moment impulsa gasa je prevelik da gas radijalno pada na crnu rupu tako da se formira akrecioni disk. Radijus akrecionog diska (r_{in}) je približno jednak radijusu unutar koga je zračenje zarobljeno (r_{tr}):

$$r_{\text{tr}} = r_{\text{S}} \frac{\dot{M}}{\dot{M}_{\text{Edd}}} \propto r_{\text{in}} M_{\text{BH}}^{-1}, \quad (1.2.2.16)$$

¹³eng. *slim disc*

gde je r_S Švarcšildov radijus. Zračenje je zarobljeno kada je vreme potrebno fotonima da napuste akrecioni disk duže od vremenske skale akrecije gasa.

Kada stopa priliva gasa postane veća od Edingtonove stope (\dot{M}_{Edd}) radijativna efikasnost opada tako da crna rupa može da primi gas bez da se značajno prekorači Edingtonova luminoznost (jednačina 1.2.2.9) (Begelman 1979; Begelman & Meier 1982). Radijativna efikasnost je niska jer je većina zračenja zarobljena.

Uslovi za kvazi-sferičnu akreciju su ispunjeni dokle god je radijus akrecije značajno manji od debljine diska, tj. dok je masa crne rupe relativno mala i dok je temperatura gasa $T_{\text{vir}} > 10^4$ K (jednačina 1.2.2.15). Međutim, nakon formiranja molekula vodonika i obogaćivanja gasa metalima, gas se hladi i Bondi-Hoijl akrecija se zaustavlja. U radu Volonteri & Rees (2005, 2006) se pretpostavlja da se super-Edingtonova akrecija zaustavlja kada se Univerzum obogati metalima na crvenom pomaku $6 < z < 10$.

Stopa akrecije je na početku za faktor 10 veća od Edingtonove stope, a zatim raste do $\sim 10^4$. Međutim, radijus akrecionog diska se povećava zajedno sa masom crne rupe, do momenta kada postane veći od radijusa unutar koga je zračenje zarobljeno, nakon čega disk biva oduvan.

Autori su pokazali da crne rupe sa početnom masom $1000 M_{\odot}$ mogu objasniti super-masivne crne rupe na $z \sim 6$ ukoliko prolaze kroz ovakve rane periode super-Edingtonove akrecije i sudare sa drugim crnim rupama.

Sličan pristup je ispitan i u novijem radu Volonteri et al. (2015). Autori su pokazali da kratke epizode super-Edingtonove akrecije ($f_{\text{Edd}} > 10$) mogu da povećaju masu crne rupe za nekoliko redova veličine tokom $\sim 10^7$ godina. U ovom radu pretpostavljen je model ultra-tankog diska gde luminoznost tokom akrecije logaritamnski zavisi od stope akrecije:

$$L/L_{\text{Edd}} \sim 2 \left[1 + \ln \left(\frac{\dot{m}}{50} \right) \right], \quad (1.2.2.17)$$

za $\dot{m} > 50$ i $L/L_{\text{Edd}} = \dot{m}/25$ za $\dot{m} < 50$. Efektivna radijativna efikasnost je:

$$\epsilon = \frac{1}{25} \left(\frac{\dot{m}}{50} \right)^{-1} \left[1 + \ln \left(\frac{\dot{m}}{50} \right) \right], \quad (1.2.2.18)$$

za $\dot{m} > 50$ i $\epsilon = 1/25$ za $\dot{m} < 50$. Imajući u vidu jednačinu 1.2.2.9 ($f_{\text{Edd}} = \epsilon \frac{\dot{M}}{\dot{M}_{\text{Edd}}}$), moguće je da stopa akrecije bude znatno iznad Edingtonove stope, a da pritom luminoznost bude

blago iznad Edingtonove luminoznosti, zbog logaritamske zavisnosti i niske radijativne efikasnosti.

Neophodan uslov za akreciju preko ultra-tankog diska je da zračenje bude zarobljeno. Dok je radijus akrecionog diska manji od radijusa na kome je zračenje zarobljeno, gubitak mase usled vetrova sa diska nije značajan. Nakon dostizanja spomenutog radijusa dolazi do smanjenja stope akrecije i rast crne rupe se usporava. Simulacije su pokazale da akrecija gasa na crnu rupu nikada u potpunosti ne prestaje, ali pada na 10 – 20% stope upada gasa (Ohsuga 2007).

U radu Madau et al. (2014) je pokazano da crne rupe sa početnom masom $100 M_{\odot}$ mogu da porastu do supermasivnih crnih rupa od $10^9 M_{\odot}$ na $z \geq 6$ ukoliko prođu kroz nekoliko epizoda super-Edingtonove akrecije preko ultra-tankog akrecionog diska. Vrednost Edingtonovog odnosa u pomenutim radovima je $f_{\text{Edd}} \sim 1 - 10$.

Dehnen & King (2013) su predložili drugačiji mehanizam za super-Edingtonovu akreciju. Zračenje i kinetička energija sa akrecionog diska oduvavaju gas iz centra galaksije i u tom procesu se prenosi značajna orbitalna energija okolnom gasu, ali mali moment impulsa. Kada stopa akrecije gasa na centralnu crnu rupu opadne, ovaj proces slabi i gas pada nazad na crnu rupu, formirajući pritom mali akrecioni disk. Stopa akrecije gasa preko ovog diska je nekoliko puta veća od Edingtonove stope.

Imajući u vidu pomenute radove, može se zaključiti da je akrecija iznad Edingtonove granice neophodna za rast najmasivnijih crnih rupa u ranom Univerzumu.

1.2.3 Vreme trajanja akrecije

Vreme života kvazara, odnosno vreme trajanja akrecije je jedan od osnovnih parametara za razumevanje evolucije kvazara i rasta crnih rupa. Ako je vreme trajanja akrecije dugačko to bi značilo da je samo mali broj galaksija prošao kroz fazu kvazara, a ukoliko je kratko onda je većina galaksija prošla kroz tu fazu. Dosadašnje vrednosti variraju između 10^6 i 10^8 godina i dobijaju se iz posmatranja.

Vreme života kvazara može da se proceni na više načina. Upotrebljava se Soltanov argument po kome ukupna masa akretovane materije tokom života kvazara mora biti manja ili jednaka masi crnih rupa u lokalnom Univerzumu. Ovaj metod najviše zavisi

od vrednosti radijativne efikasnosti. Drugi način da se proceni ovaj parametar je da se postavi pitanje koja bi bila potrebna dužina trajanja akrecije kako bi sve sjajne galaksije prošle kroz fazu kvazara. Ovaj pristup ne zavisi od vrednosti radijativne efikasnosti, ali je osetljiv na pretpostavljenu vrednost Edingtonovog odnosa i stope sudara galaksija (Martini 2004).

Salpeterovo vreme (Salpeter 1964) je logaritamska skala rasta crne rupe, tj. vreme koje je potrebno da crna rupa koja akretuje na Edingtonovoj granici svoju masu poveća za faktor e :

$$t_s = M/\dot{M} = 4.5 \times 10^7 \left(\frac{\epsilon}{0.1} \right) \left(\frac{L}{L_{\text{Edd}}} \right)^{-1}. \quad (1.2.3.1)$$

Obično se pretpostavljaju tipične vrednosti $\epsilon = 0.1$ i $L/L_{\text{Edd}} = 1$. Posmatranja uglavnom pokazuju da je vreme života kvazara uporedivo sa Salpeterovim vremenom. Ako je vreme akrecije kraće od Salpeterovog vremena onda su kvazari bili česti u prošlosti.

U radu Yu & Tremaine (2002) je pokazano da je vreme trajanja akrecije funkcija mase crne rupe. Autori su našli da je srednje vreme akrecije $t_Q = 3 - 13 \times 10^7$ godina za $\epsilon = 0.1 - 0.3$ i $10^8 < M_{\text{BH}} < 10^9 M_{\odot}$.

Crna rupa sa početnom masom od $10^5 - 10^6 M_{\odot}$ bi morala da kontinuirano akretuje gas na Edingtonovoj granici 380-500 Myr kako bi dostigla masu od $> 2 \times 10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z \geq 6$. Sa druge strane, crne rupe koja nastaju od zvezda Populacije III ($100 M_{\odot}$) zahtevaju 840 Myr kontinuirane akrecije. Ukoliko bi se pretpostavio viši Edingtonov odnos, $f_{\text{Edd}} = 3$, bilo bi potrebno 280 Myr. Na osnovu ovih proračuna se može zaključiti da, ukoliko se rast pri sudarima zanemari, crne rupe sa početnom masom $100 M_{\odot}$ veoma teško mogu da objasne supermasivne crne rupe u kvazarima na $z = 6$. Njihov rast do crvenog pomaka $z = 7$ je nemoguć jer je zahtevano vreme akrecije duže od starosti Univerzuma na $z = 7$.

Neki autori su pretpostavili dugačko vreme akrecije kako bi objasnili broj posmatranih kvazara po jedinici zapremine na visokim crvenim pomacima (Haiman & Loeb 2001; Tyler et al. 2003; Sijacki et al. 2009; Tanaka & Haiman 2009; Tanaka et al. 2012; Johnson et al. 2012, 2013). Međutim, kontinuirana akrecija na ili iznad Edingtonove granice je problematična. Zračenje i kinetička energija sa akrecionog diska mogu da oduvaju gas iz centra galaksije što dovodi do zaustavljanja akrecije na crnu rupu (Coppi 2003). Ukoliko

nije moguće da se kontinuirana akrecija na Edingtonovoj granici održi, rešenje bi mogle biti kratke epizode super-Edingtonove akrecije. (Volonteri & Rees 2005, 2006; Dehnen & King 2013; Volonteri et al. 2015; Madau et al. 2014).

Iako posmatranja pokazuju da je u najvećem broju slučajeva vreme trajanja akrecije približno jednako Salpeterovom vremenu ($t_s \simeq 45 \text{ Myr}$) i da je Edingtonov odnos $0.1 \lesssim f_{\text{Edd}} \lesssim 1$, sa tipičnim vrednostima akrecije nije moguće objasniti postajanje supermasivnih crnih rupa u ranom Univerzumu, čak ni ukoliko su početne mase crnih rupa $10^7 M_\odot$. Akrecija bi se morala odvijati na stopama iznad Edingtonove granice ili bi morala da traje znatno duže od Salpeterovog vremena.

Mehanizam formiranja i rasta supermasivnih crnih rupa sa masom $> 10^9 M_\odot$ posmatranih u kvazarima na crvenom pomaku $z \gtrsim 6$ ostaje otvoreno pitanje. Modeli koji kombinuju rast crnih rupa usled akrecije gasa i sudara zahtevaju da crne rupe neko vreme akretuju iznad Edingtonove granice, što je zahtev koji je i dalje pod znakom pitanja. Mogućnost takve akrecije potrebno je dalje ispitati, kako posmatrački tako i teorijski. Masivne crne rupe koje nastaju direktnim kolapsom mogu značajno da ubrzaju njihov rast, ali zahtevaju uslove koji su postojali jedino u ranom Univerzumu, a postavlja se pitanje koliko je sprečavanje fragmentacije bilo efikasno čak i tada.

1.3 Gravitacioni uzmak crnih rupa

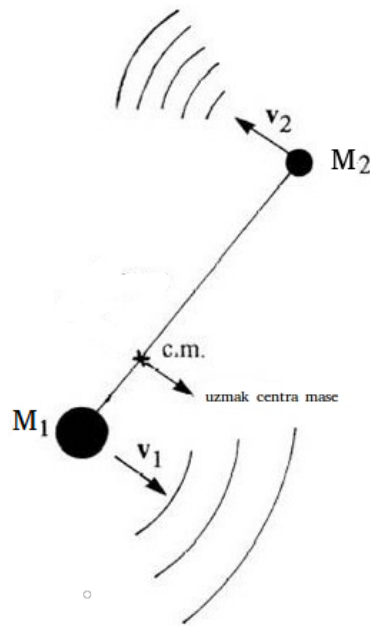
Galaksije koje danas vidimo nastale su usled brojnih sudara manjih haloa tamne materije koji su postojali u ranom Univerzumu. Crne rupe u centrima haloa takođe prolaze kroz veliki broj sudara tokom kojih se emituje gravitaciono talasno zračenje. Asimetrična emisija zračenja gravitacionih talasa dovodi do uzmarka novonastale crne rupe. Jačina gravitacionog uzmarka zavisi od osobina dvojnog sistema crnih rupa, kao i od konfiguracije njihove orbite. Uzmark uzrokovan gravitacionim talasnim zračenjem može da izbací novonastalu crnu rupu iz galaksije u kojoj se nalazi, ukoliko crne rupe prilikom sudara dobiju brzinu koja je veća od brzine napuštanja (tj. najmanje brzine koju je potrebno da objekat dobije kako bi napustio dato gravitaciono polje). Ovaj efekat može da ima

značajnu ulogu u usporavanju rasta crnih rupa usled sudara i sprečavanju formiranja supermasivnih crnih rupa (npr. Haiman 2004, Merritt et al. 2004a, Volonteri 2007). Haloj tamne materije na visokom crvenom pomaku generalno imaju manje mase i samim tim manje brzine napuštanja, tako da crne rupe sa brzinom $\gtrsim 150$ km/s mogu da napuste i najmasivnije haloe na crvenom pomaku $z \geq 11$ (Merritt et al. 2004a; Micic et al. 2006; Volonteri 2007; Schnittman 2007; Sesana 2007; Volonteri et al. 2010; Micic et al. 2011).

1.3.1 Dvojni sistemi crnih rupa

Gravitacioni talasi su oscilacije vremena i prostora koje predviđa Opšta teorija relativnosti. Najjači izvori gravitacionih talasa su dvojni sistemi neutronske zvezde ili crnih rupa. Kada se galaksije sudare dinamičko trenje dovodi do toga da crne rupe u njihovim centrima formiraju dvojni sistem. Dvojni sistem izbacuje zvezde i gas koji se nalaze na njegovoj orbiti, a oni odnose energiju i moment impulsa iz sistema. Kako je izračena energija pozitivna, dvojni sistem u tom procesu gubi energiju i prilikom svake orbite rastojanje između crnih rupa se smanjuje. Kada rastojanje između crnih rupa postane $\lesssim 10^{-2}$ pc uticaj gravitacionih talasa postaje značajan i oni odnose preostali moment impulsa iz dvojnog sistema što dovodi do njegovog naglog spajanja (Begelman et al. 1980). Kada se crne rupe spoje, novonastala crna rupa može da dobije uzmak uzrokovan emisijom gravitacionih talasa, a taj uzmak zavisi od simetrije sistema.

Impuls gravitacionih talasa emituje se u smeru kretanja crne rupe, što dovodi do uzmaca crne rupe u suprotnom smeru. Ako crne rupe u dvojnog sistema imaju jednake mase i ne rotiraju obe crne rupe se kreću istom brzinom ali u suprotnom smeru. Tada u svakom trenutku crne rupe emituju impuls jednakog inteziteta ali suprotnog smera. Pošto se ukupan gubitak impulsa dobija vektorskim sabiranjem, impulsi se poništavaju i crna rupa ne dobija uzmak. Da bi postojao uzmak mora postojati i asimetrija u sistemu. Asimetrija sistema se javlja ukoliko crne rupe nemaju jednake mase ili ako rotiraju. U prvom slučaju, crna rupa sa manjom masom ima veću brzinu i samim tim emituje impuls jače nego masivnija crna rupa (slika 1.3.1, Favata 2006). Višak impulsa u smeru kretanja manje masivne crne rupe dovodi do toga da ceo sistem uzmiče u suprotnom smeru (Redmount & Rees 1989). Ukoliko crne rupe u dvojnog sistema rotiraju asimetrija postoji

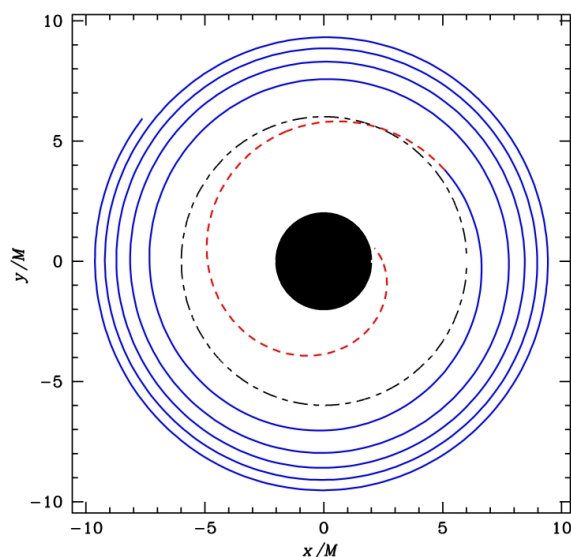


Slika 1.3.1: Crne rupe različitih masa stvaraju asimetričnu emisiju gravitacionih talasa. Manje masivna crna rupa ima veću brzinu i emituje više impulsa, što dovodi do uzmaka centra mase sistema u suprotnom smeru od kretanja crne rupe. Izvor: Favata (2006).

čak i ako članovi sistema imaju jednake mase.

Ipak, asimetrija u masama sama po sebi nije dovoljna da proizvede uzmak. Ukoliko posmatramo sistem dve crne rupe različitih masa na kružnoj orbiti, crna rupa manje mase emituje više impulsa i prouzrokuje uzmak. Međutim, pola orbite kasnije, dve crne rupe su zamenile pozicije i sada se više impulsa emituje u suprotnom smeru što dovodi do toga da se centar mase dvojnog sistema kreće po kružnici. Posle jednog perioda centar mase se vraća u prvobitnu poziciju i ukupan uzmak, usrednjen po celoj orbiti, je nula. Da bi se dobio uzmak uzrokovan zračenjem gravitacionih talasa mora postojati i asimetrija u orbiti. Kako se rastojanje između članova dvojnog sistema smanjuje usled gubitka energije, orbita postaje spiralna umesto kružne (slika 1.3.2).

Posle svake revolucije rastojanje između crnih rupa se smanjuje i zrači se više energije. Kada se crne rupe dovoljno približe dolazi do njihovog naglog spajanja. Tokom ove poslednje faze, dvojni sistem ne stiže da izvrši ceo period (slika 1.3.2, crvena linija) i impuls ne može da se poništi. Većinu uzmaka novonastala crna rupa dobija upravo tokom ove poslednje faze sudara.



Slika 1.3.2: Orbita tačkaste mase koja upada u crnu rupu bez rotacije. Plava puna kriva prikazuje sporo kretanje ka crnoj rupi, crvena isprekidana kriva predstavlja poslednju fazu brzog kretanja ka crnoj rupi dok je crnom crta-tačka linijom prikazana poslednja stabilna kružna orbita čestice. Izvor: Favata (2006).

1.3.2 Evolucija dvojnog sistema i problem poslednjeg parseka

Evolucija dvojnog sistema se može podeliti na fazu pre sudara¹⁴, fazu sudara¹⁵ i na fazu posle sudara¹⁶. U prvoj fazi, rastojanje između crnih rupa je dovoljno veliko da se one mogu posmatrati kao tačkaste mase. Period orbite je mnogo kraći nego vremenska skala na kojoj se menjaju parametri orbite, tako da se crne rupe kreću po kvazi-kružnoj orbiti. Nju odlikuje slabo gravitaciono polje, što omogućava da se koriste aproksimativna rešenja Ajnštajnovih jednačina polja. Crne rupe se modeluju uz pomoć post-Njutnove aproksimacije. Prva faza traje sve dok rastojanje između crnih rupa ne postane $\ll 1$ pc. U drugoj fazi, tj. u fazi sudara, gravitaciono polje je jako i aproksimacije slabog polja se više ne mogu koristiti. Za modelovanje ove faze neophodne su numeričke simulacije. Crne rupe se naglo spajaju i u ovoj fazi se emituje najviše gravitacionih talasa. Fazu posle sudara ponovo odlikuje slabo gravitaciono polje. Crna rupa je gotovo stacionarna

¹⁴eng. *inspiral*

¹⁵eng. *merger*

¹⁶eng. *ringdown*

uz male perturbacije koje se modeliraju korišćenjem teorije perturbacije crnih rupa.

Nakon sudara galaksija siromašnih gasom faza pre sudara crnih rupa se može podeliti na tri etape (Begelman et al. 1980). U prvoj etapi, usled dinamičkog trenja koje potiče od zvezda i tamne materije, crne rupe se kreću ka centru galaksije gde formiraju dvojni sistem (Chandrasekhar 1943; Milosavljević & Merritt 2001). Nakon formiranja dvojnog sistema interakcije sa zvezdama na njegovoj orbiti odnose energiju iz sistema i smanjuju rastojanje između crnih rupa. Dinamičko trenje prestaje da značajno utiče na evoluciju dvojnog sistema kada sistem postane čvrsto vezan¹⁷ (jednačina 1.3.2.9) jer relativna brzina crnih rupa u dvojnog sistema postaje veća od disperzije brzine sredine. U drugoj etapi interakcije dvojnog sistema sa zvezdama su osnovni mehanizam smanjivanja rastojanja između crnih rupa. Treća etapa evolucije (koja je ujedno i faza sudara) počinje kada rastojanje između crnih rupa postane dovoljno malo da emisija gravitacionih talasa može da odnose preostali moment impulsa iz sistema ($\lesssim 10^{-2}$ pc) i dovede do konačnog spajanja crnih rupa. Međutim, dvojni sistem vrlo brzo izbaci sve zvezde sa orbite. Simulacije sudara supermasivnih crnih rupa su pokazale da nakon sudara galaksija i formiranja dvojnog sistema, crne rupe ostaju na rastojanju od ~ 1 pc. Da bi se crne rupe spojile, potreban je dodatni mehanizam koji bi odneo energiju iz dvojnog sistema (Milosavljević & Merritt 2001; Yu 2002). U slučaju sudara galaksija bogatim gasom, interakcije dvojnog sistema sa gasom mogu da ubrzaju spajanje crnih rupa.

Interakcije dvojnog sistema sa zvezdama

Pod pretpostavkom da zvezde imaju Maksvelovu raspodelu brzina sila dinamičkog trenja koja deluje na crnu rupu koja se kreće brzinom v_{BH} kroz zvezdanu komponentu galaksije čija je gustina ρ_* i disperzija brzina σ_* je (Blecha & Loeb 2008):

$$\vec{f}_{\text{df}} = -I(\mathcal{M}) \times \frac{4\pi\rho_*(GM_{\text{BH}})^2}{\sigma_*^2} \frac{\vec{v}_{\text{BH}}}{v_{\text{BH}}}, \quad (1.3.2.1)$$

gde je

$$I(\mathcal{M}) = \frac{\ln(\Lambda)}{\mathcal{M}^2} \left(\text{erf} \left(\frac{\mathcal{M}}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \mathcal{M} e^{-\mathcal{M}^2/2} \right), \quad (1.3.2.2)$$

¹⁷eng. *hard binary*

a \mathcal{M} je Mahov broj definisan kao $\mathcal{M} \equiv v_{\text{BH}}/\sigma_*$. Sila dinamičkog trenja je proporcionalna gustini zvezda u galaksiji i kvadratu mase crne rupe, tako da masivnije crne rupe u gušćoj sredini pre formiraju dvojni sistem.

Ukoliko se pretpostavi da N zvezda imaju profil gustine u obliku:

$$\rho_* = \frac{\sigma_*^2}{2\pi Gr^2}, \quad (1.3.2.3)$$

vremenska skala na kojoj se crna rupa mase M_{BH} kreće ka centru galaksije pod uticajem sile dinamičkog trenja je (Colpi 2014):

$$\tau_{\text{df}} \sim 2 \times 10^8 \ln^{-1} N \left(\frac{10^6 M_\odot}{M_{\text{BH}}} \right) \left(\frac{r}{100 \text{ pc}} \right)^2 \left(\frac{\sigma_*}{100 \text{ km/s}} \right) \text{yr}. \quad (1.3.2.4)$$

Što je crna rupa bliže centru galaksije, vremenska skala je kraća i crna rupa brže tone ka dnu potencijalne jame.

Dvojni sistem se formira kada ukupna masa zvezda koje se nalaze unutar orbite dvojnog sistema postane $\lesssim 2 \times M_{12}$, gde je $M_{12} = M_1 + M_2$ ukupna masa dvojnog sistema, a M_1 i M_2 su mase primarne i sekundarne crne rupe. Velika poluosa dvojnog sistema u trenutku formiranja je:

$$a_{\text{binary}} \simeq \frac{GM_{12}}{\sigma_*^2}. \quad (1.3.2.5)$$

Veživna energija dvojnog sistema crnih rupa je (Merritt & Milosavljević 2005):

$$|E| = \frac{GM_1 M_2}{2a} = \frac{G\mu M_{12}}{2a}, \quad (1.3.2.6)$$

gde je $\mu = M_1 M_2 / M_{12}$ redukovana masa. Period orbite se može zapisati kao:

$$P = 2\pi \left(\frac{a^3}{GM_{12}} \right)^{1/2} = 9.36 \times 10^3 \left(\frac{M_{12}}{10^8 M_\odot} \right)^{-1/2} \left(\frac{a}{1 \text{ pc}} \right)^{3/2} \text{yr}. \quad (1.3.2.7)$$

Relativna brzina crnih rupa u dvojnog sistema, pod pretpostavkom da je orbita kružna, je:

$$V_{\text{bin}} = \sqrt{\frac{GM_{12}}{a}} = 658 \left(\frac{M_{12}}{10^8 M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{a}{1 \text{ pc}} \right)^{-1/2} \text{km/s}. \quad (1.3.2.8)$$

Čvrsto vezan dvojni sistem se formira kada veživna energija po jedinici mase, $|E|/M_{12} = G\mu/2a$, postane veća od $\sim \sigma_*^2$:

$$a \leq a_{\text{hard}} \equiv \frac{G\mu}{4\sigma_*^2} \approx 2.7 (1+q)^{-1} \left(\frac{M_1}{10^8 M_\odot} \right) \left(\frac{\sigma_*}{200 \text{ km/s}} \right)^{-2} \text{pc}, \quad (1.3.2.9)$$

gde je $q \equiv \frac{M_1}{M_2}$ odnos masa crnih rupa u dvojnog sistema, za $M_1 \leq M_2$.

Sila dinamičkog trenja utiče na evoluciju dvojnog sistema dok je velika poluosa $\sim a_{\text{hard}}$. Kada velika poluosa dvojnog sistema postane manja od a_{hard} komponente dvojnog sistema dobijaju velike brzine a kako je sila dinamičkog trenja (jednačina 1.3.2.1) obrnuto proporcionalna kvadratu orbitalne brzine, njen uticaj postaje zanemarljiv i prva etapa faze pre sudara se završava. U drugoj etapi dvojni sistem interaguje sa zvezdama koje odnose moment impulsa iz sistema i smanjuju međusobno rastojanje između crnih rupa. Vremenska skala ove etape je (Colpi 2014):

$$\tau_{\text{hard}} \sim \frac{\sigma_*}{\pi G \rho_* a} \sim 70 \left(\frac{\sigma_*}{100 \text{ km/s}} \right) \left(\frac{10^4 \text{ M}_\odot / \text{pc}^3}{\rho_*} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ pc}}{a} \right) \text{ Myr.} \quad (1.3.2.10)$$

Za razliku od vremenske skale τ_{df} , τ_{hard} se povećava kako se smanjuje velika poluosa dvojnog sistema jer se poprečni presek za interakciju sa zvezdama smanjuje sa smanjenjem velike poluose.

Kada rastojanje između crnih rupa postane dovoljno malo da evolucijom dvojnog sistema upravlja emisija gravitacionih talasa vreme potrebno za spajanje crnih rupa može se napisati kao (Merritt & Milosavljević 2005):

$$\tau_{\text{gr}} \sim \frac{3.07 \times 10^8}{F(e)} \frac{q^3}{(1+q)^6} \left(\frac{M_{12}}{10^8 \text{ M}_\odot} \right) \left(\frac{\sigma_*}{200 \text{ km/s}} \right)^8 \left(\frac{a}{10^{-2} a_{\text{hard}}} \right)^4 \text{ yr,} \quad (1.3.2.11)$$

gde je $F(e)$ funkcija ekscentriciteta orbite, e , definisana kao:

$$F(e) = (1 - e^2)^{7/2} \left(1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4 \right). \quad (1.3.2.12)$$

Treća etapa počinje kada je $\tau_{\text{gr}} < \tau_{\text{hard}}$.

Korišćenjem $M - \sigma$ relacije (Ferrarese & Ford 2005):

$$\frac{M}{10^8 \text{ M}_\odot} = (1.66 \pm 0.24) \left(\frac{\sigma}{200 \text{ km/s}} \right)^\alpha, \quad (1.3.2.13)$$

sa $\alpha = 4.86 \pm 0.43$ i kombinovanjem jednačina 1.3.2.13 i 1.3.2.11 (sa $M = M_{12}$ i $F = 1$) dobija se da je vreme potrebno za spajanje članova dvojnog sistema (Merritt & Milosavljević 2005):

$$\tau_{\text{gr}} \approx 7.1 \times 10^8 \text{ yr} \frac{q^3}{(1+q)^6} \left(\frac{M_{12}}{10^8 \text{ M}_\odot} \right)^{-0.65} \left(\frac{a}{10^{-2} a_{\text{hard}}} \right)^4. \quad (1.3.2.14)$$

Za dvojni sistem u kom komponente imaju jednake mase, $q = 1$, da bi došlo do sudara za Hablovo vreme¹⁸ ($\sim 10^{10}$ godina) potrebno je da velika osa bude $a \lesssim 0.05 a_{\text{hard}}$, dok je

¹⁸ $t_{\text{H}} \equiv \frac{1}{H_0}$

za dvojni sistem sa $q = 0.1$ potrebno $a \lesssim 0.15a_{\text{hard}}$. Dovodjenje crnih rupa sa rastojanja $a \approx a_{\text{hard}} \approx 1$ pc na rastojanje sa koga je potrebno vreme kolapsa manje od Hablovog vremena naziva se „problem poslednjeg parseka“.

Zvezde koje prolaze na $\sim 3a$ od centra mase dvojnog sistema interaguju sa crnim rupama i izbačene su brzinom od $\sim \sqrt{\mu/M_{12}}V_{\text{bin}}$ (Saslaw et al. 1974). U ovom procesu se smanjuje rastojanje između crnih rupa. Energija sistema koji se sastoji od zvezde mase M_* i dvojnog sistema crnih rupa pre interakcije je:

$$E_0 = \frac{1}{2}M_*v_0^2 + \frac{1}{2}M_{12}V_0^2 - \frac{GM_1M_2}{2a_0} = \frac{1}{2}M_* \left(1 + \frac{M_*}{M_{12}}\right) v_0^2 - \frac{GM_1M_2}{2a_0}, \quad (1.3.2.15)$$

gde je \vec{v}_0 početna brzina zvezde, $\vec{V}_0 = -(M_*/M_{12})\vec{v}_0$ je početna brzina centra mase dvojnog sistema, a a_0 je početna velika osa dvojnog sistema. Posle interakcije energija je:

$$E = \frac{1}{2}M_* \left(1 + \frac{M_*}{M_{12}}\right) v^2 - \frac{GM_1M_2}{2a}. \quad (1.3.2.16)$$

Iz zakona održanja energije, $E = E_0$, sledi da je promena velike ose dvojnog sistema (Merritt & Milosavljević 2005):

$$\delta \left(\frac{1}{a}\right) = \frac{M_*(v^2 - v_0^2)}{GM_1M_2} \left(1 + \frac{M_*}{M_{12}}\right) \approx \frac{M_*(v^2 - v_0^2)}{GM_1M_2}. \quad (1.3.2.17)$$

Pod pretpostavkom da je dvojni sistem crnih rupa okružen fiksnim i homogenim sistemom zvezda, vreme potrebno za spajanje crnih rupa bi bilo (Merritt & Milosavljević 2005):

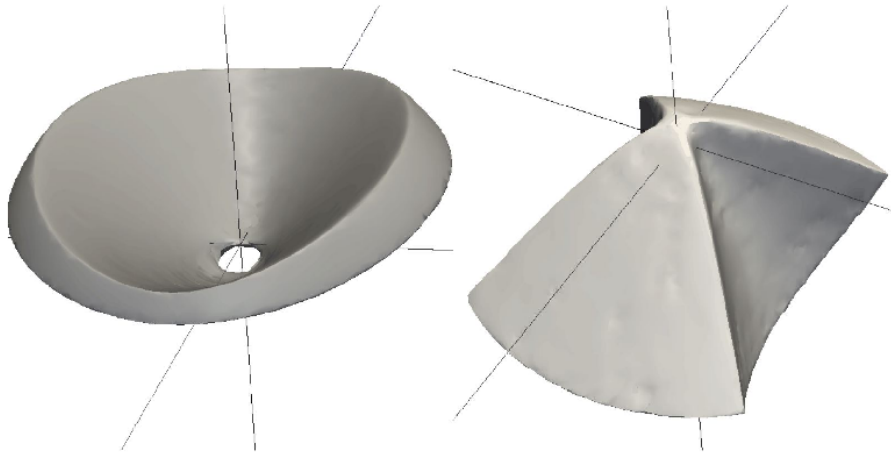
$$\tau \approx 5.2 \times 10^5 q (1 + q)^2 \left(\frac{\sigma_*}{200 \text{ km/s}}\right)^3 \left(\frac{\rho_*}{10^3 \text{ M}_\odot/\text{pc}^3}\right)^{-1} \text{ yr}. \quad (1.3.2.18)$$

Dakle, ukoliko bi gustina zvezda u centru galaksije ostala konstantna, spajanje crnih rupa bi bio brz proces. Međutim, pošto se u interakciji zvezda sa dvojnim sistemom zvezde izbacuju iz centra galaksije, njihova gustina opada i spajanje crnih rupa se usporava. Kako bi se članovi dvojnog sistema doveli na rastojanje gde se usled emisija gravitacionog talasnog zračenja crne rupe mogu spojiti neophodno je da ukupna masa izbačenih zvezda bude približno jednaka masi dvojnog sistema. U slučaju masivnih crnih rupa ($M_{12} > 10^8 \text{ M}_\odot$) u centrima eliptičnih galaksija i centralnih ovala spiralnih galaksija broj zvezda u centru galaksije nije dovoljan (Merritt 2013) i vreme potrebno za spajanje crnih rupa znatno prevazilazi vreme procenjeno u jednačini 1.3.2.18.

Samo zvezde čiji se pericentar nalazi unutar kružnice čiji je radijus približno jednak dužini velike poluose dvojnog sistema crnih rupa, mogu da interaguju sa sistemom. Kako se dvojni sistem sužava, smanjuje se i broj zvezda sa pericentrom unutar datog radijusa. Pored toga, vremenska skala potrebna za smanjenje rastojanja između crnih rupa je uporediva sa orbitalnim periodom zvezda, tako da neke zvezde stižu do pericentra tek pošto se velika osa dvojnog sistema smanji, pa te zvezde ne interaguju sa dvojnim sistemom.

Kako se zvezde usled interakcija izbacuju iz centra galaksije, potreban je mehanizam koji bi ih vraćao na rastojanja gde mogu da interaguju sa crnim rupama. Predložena je interakcija sa drugim zvezdama. Mala perturbacija momenta impulsa zvezde, do koje može da dođe pri bliskom prolazu druge zvezde, bi vratila izbačenu zvezdu u centar. Sa druge strane, procenjena stopa zvezda koje se ovim putem vraćaju u oblast interakcije sa dvojnim sistemom je premala da bi došlo do spajanja crnih rupa (Yu 2002). Bez dodatnih mehanizama koji bi odneli preostali moment impulsa dvojnog sistema, spajanje bi se zaustavilo znatno pre nego što bi emisija gravitacionih talasa postala značajna i dovela do konačnog sudara. Novije numeričke simulacije sa velikim brojem čestica su potvrdile da dolazi do usporavanja spajanja crnih rupa (Preto et al. 2011) i da potrebno vreme za sudar prevazilazi Hablovo vreme.

Međutim, ove procene su napravljene pod pretpostavkom da jezgro galaksije ima sfernu simetriju u kojoj ne postoji veliki broj zvezda sa eksentričnim orbitama blizu centra galaksije. Ukupan broj zvezda sa pericentrom unutar oblasti gde je moguća interakcija sa dvojnim sistemom bi bio znatno veći ukoliko bi jezgro imalo osnu simetriju i oblik diska (Magorrian & Tremaine 1999). Yu (2002) su pokazali da ukoliko je jezgro izrazito pljosnato, do spajanja crnih rupa dolazi i bez potrebe da se zvezde vraćaju u centar galaksije. Takođe, u troosnom potencijalu veliki broj zvezda bi imao orbite blizu centra galaksije (Norman & Silk 1983; Gerhard 1985). Berczik et al. (2006) su pokazali da je u troosnom potencijalu obrtnu galaksije moguće dovesti crne rupe na rastojanje $\ll 1\text{pc}$ pre nego što se izbace sve zvezde sa orbite. Na slici 1.3.3 su prikazane dve vrste orbita zvezda u potencijalu sa osnom simetrijom i u troosnom potencijalu. Sa slike se vidi da je u ovakvim galaksijama broj zvezda blizu centra galaksije znatno veći nego u slučaju sferne simetrije.



Slika 1.3.3: Tipovi orbita zvezda u osnoj i troosnoj simetriji. Orbite prikazane sa leve strane su karakteristične i za osnu i za troosnu simetriju, dok se orbite sa desne strane mogu naći isključivo u troosnoj simetriji. Izvor: Merritt (2013).

Različiti autori su dobili slične rezultate ispitujući sudare galaksija koje pre sudara imaju sfernu simetriju (Preto et al. 2011; Khan et al. 2011, 2012, 2013; Wang et al. 2014). Takvi sudari mogu da formiraju galaksiju sa troosnom simetrijom gde su orbite zvezda takve da može doći do spajanja crnih rupa. U slučaju kada galaksije u sudaru nemaju uporedive mase, troosni potencijal galaksije koja nastaje je manje izražen, pa je samim tim i broj zvezda blizu centra galaksije manji. To su potvrdile i novije numeričke simulacije (Holley-Bockelmann & Khan 2015; Vasiliev et al. 2015; Sesana & Khan 2015). Holley-Bockelmann & Khan (2015) su pokazali da je spajanje dvojnog sistema za \sim sto miliona godina brže u slučaju da postoji rotacija galaksije nego u slučaju galaksije sa troosnim potencijalom bez rotacije. Na osnovu ovih radova se može zaključiti da je problem poslednjeg parseka zapravo samo posledica korišćenja jednostavnog sfernog modela galaksije koja nastaje nakon sudara i da je u realističnim modelima vreme potrebno za spajanje crnih rupa $0.1 < \tau < 1$ Gyr. Ipak, numeričke simulacije galaksija bogatih gasom su pokazale da se gas koncentriše blizu centra galaksije što potencijalu galaksije daje osnu simetriju i orbite zvezda se znatno menjaju u odnosu na slučaj kada su galaksije siromašne gasom (Naab et al. 2006). Sa druge strane, od gasa u centru galaksije mogu da se formiraju zvezde čija interakcija sa dvojnim sistemom doprinosi smanjenju rastojanja između crnih rupa (Callegari et al. 2009).

Međutim, postavlja se pitanje kako dolazi do spajanja crnih rupa srednjih masa $M_{\text{BH}} \sim 10^4 M_{\odot}$ koje se nalaze u malim haloima na crvenom pomaku $z \sim 10 - 15$. Zbog male starosti Univerzuma na tako visokim crvenim pomacima, nema dovoljno vremena da se crne rupe usled interakcija sa zvezdama spoje. Za njihovo spajanja bilo bi neophodno postojanje veoma guste zvezdane komponente sa niskom disperzijom brzina (jednačina 1.3.2.18) ili izuzetno velike količine gasa (Colpi 2014).

Alternativno rešenje problema poslednjeg parseka je interakcija dvojnog sistema sa trećom crnom rupom. Ukoliko vreme potrebno da se dvojni sistem spoji prevazilazi vreme koje je potrebno da prođe do sledećeg sudara galaksija, može se formirati sistem od tri crne rupe. Ukoliko je treća crna rupa manje masivna od oba člana dvojnog sistema, doćiće do njenog izbacivanja i gravitacionog uzmaka dvojnog sistema. Brzina izbacivanja treće crne rupe je približno jednaka $1/3$ orbitalne brzine dvojnog sistema, dok je brzina uzmaka dvojnog sistema za faktor $M_3/(M_1 + M_2)$ manja (Saslaw et al. 1974; Hut & Rees 1992). Pri ovom procesu vezivna energija sistema raste za $0.4M_3/(M_1 + M_2)$ (Hills & Fullerton 1980). Ukoliko treća crna rupa ima veću masu od komponentata dvojnog sistema, tada dve masivnije crne rupe formiraju dvojni sistem dok se crna rupa sa najmanjom masom, usled gravitacionih interakcija, izbacuje iz sistema. Kako ovakva interakcija tri tela odnosi najviše energije iz dvojnog sistema, ovaj mehanizam može biti veoma značajan za spajanje crnih rupa u centrima galaksija čija je centralna gustina niska. Ukoliko je dvojni sistem crnih rupa čvrsto vezan ($a \lesssim a_h$) kada započinje interakcija sa trećom crnom rupom i ukoliko sve tri crne rupe imaju uporedive mase, može se dogoditi da treća crna rupa bude izbačena sa dovoljnom brzinom da napusti galaksiju, dok u pojedinim slučajevima i sam dvojni sistem može da napusti galaksiju. To su potvrdile i relativističke simulacije (Campanelli et al. 2008). Takođe, treća crna rupa bi mogla da dovede do perturbacija u potencijalu galaksije što bi promenilo orbite zvezda i eventualno dovelo veći broj zvezda blizu centra galaksije (Hoffman & Loeb 2007; Kulkarni & Loeb 2012).

Interakcije dvojnog sistema sa gasom

Pored interakcija dvojnog sistema sa zvezdama ili trećom crnom rupom, međuzvezdani gas takođe može da ima važnu ulogu u njegovoj dinamičkoj evoluciji. U odnosu na virijalnu

temperaturu sistema¹⁹, razlikuje se interakcija sa vrelim i sa hladnim gasom. Gas je vreo ukoliko je njegova temperatura uporediva sa virijalnom temperaturom sistema, a hladan ukoliko je njegova temperatura znatno manja od virijalne temperature. Da bi došlo do interakcije dvojnog sistema sa međuzvezdanim gasom, neophodan je mehanizam usled koga bi gas izgubio moment impulsa i stigao do centralnog dela galaksije (hlađenje gasa). Predloženi mehanizmi su sudari galaksija i različiti hidrodinamički procesi.

Vrela komponenta gasa je na temperaturi $10^6 - 10^8$ K i gotovo je potpuno jonizovana. Tokom rane faze formiranja galaksija međugalaktička materija se sastoji od delimično jonizovanog gasa koji se hladi i akumulira u centru galaksije. U centru haloa gustina gasa je najveća i od većine primordijalnog gasa se formiraju zvezde. Međutim, i pored fragmentacije i formiranja zvezda, očekuje se da dovoljna količina gasa ostane u centru galaksije odakle supermasivna crna rupa nastavlja da raste akrecijom gasa. Ukoliko se u centru galaksije umesto supermasivne crne rupe nalazi dvojni sistem, očekuje se da se usled interakcije gasa sa dvojnim sistemom rastojanje između crnih rupa smanjuje. Vreo gas se može formirati i u sekundarnim procesima, kao što su eksplozije supernova i zvezdani vetrovi sa masivnih zvezda u centru galaksije. Međutim, pošto je temperatura ovog gasa veća od virijalne temperature, većina vrelog gasa napušta centar galaksije što smanjuje verovatnoću njegovog uticaja na evoluciju dvojnog sistema.

Escala et al. (2004, 2005) i Mayer et al. (2007) su koristeći hidrodinamičke simulacije ispitali evoluciju dvojnog sistema crnih rupa usled interakcije sa vrelim gasom, pod pretpostavkom da se u centru galaksije posle sudara nalazi velika količina gasa. Posmatranja interakcija galaksija bogatih gasom kao što su ultraluminozne infracrvene galaksije pokazala su da se u njihovom centru nalazi oblak gasa čija je masa $> 10^9 M_{\odot}$. Slično kao i u slučaju interakcije sa zvezdama, interakcija dvojnog sistema sa gasnim omotačem smanjuje rastojanje između njegovih članova. Međutim, za razliku od zvezda, gas ostaje u centru galaksije i ne izbacuje se. Rezultati navedenih simulacija su pokazali da gravitaciona interakcija dvojnog sistema sa masivnim gasnim omotačem može dovesti do spajanja crnih rupa za samo $\sim 10^7$ yr, što je znatno kraće od vremena predviđenog u modelima sa

¹⁹Virijalna temperatura je definisana kao temperatura koju gas dostigne prilikom procesa virijalizacije, tj. formiranja stabilnog sistema čija su potencijalna i kinetička energija povezane kao $-W = 2K$.

troosnim potencijalom galaksija (Berczik et al. 2006; Khan et al. 2012).

U slučaju akrecije hladnog gasa, gas formira tanak disk, uravnotežen rotacijom. Na mestima veće gustine u disku, stvaraju se talasi gustine koji prenose moment impulsa ka spoljnim delovima diska. U isto vreme dvojni sistem gubi moment impulsa i vezivna energija između njegovih članova se povećava (Merritt & Milosavljević 2005). Što je masa diska veća, spajanje crnih rupa je brže, međutim, postavlja se pitanje koliko dugo disk formiran od hladnog gasa može ostati stabilan, s obzirom na to da je takav disk podložan fragmentaciji i formiranju zvezda. Kod masivnih diskova dolazi do fragmentacije i zaustavljanja hidrodinamičkih interakcija koje dovode do spajanja crnih rupa (Cuadra et al. 2009; Lodato et al. 2009).

U oblastima gde se formiraju zvezde, očekuje se i formiranje molekulskih oblaka. Tipična masa tih oblaka na crvenom pomaku $z > 2$ je $\gtrsim 10^8 M_\odot$, a veličina ~ 1 kpc (npr. Ceverino et al. 2012). Različiti autori su ispitali uticaj interakcije dvojnog sistema sa masivnim molekulskim oblacima koristeći hidrodinamičke simulacije (Fiacconi et al. 2013; Roškar et al. 2015; del Valle et al. 2015; Goicovic et al. 2016). Fiacconi et al. (2013) su našli da interakcija sa oblacima gasa, u zavisnosti od uslova, može i da smanji i da poveća vreme potrebno za spajanje crnih rupa. Prilikom gravitacionih interakcija može se desiti da se manje masivna crna rupa izmesti iz ravni diska. U tom slučaju je uticaj dinamičkog trenja manji i dolazi do produženja vremena potrebnog za spajanje crnih rupa. Proces spajanja je ubrzan ukoliko se u interakciji sekundarna crna rupa pomeri ka centru sistema ili ukoliko se akretuje oblak gasa unutar orbite dvojnog sistema. Goicovic et al. (2016) su u numeričkim simulacijama ispitali vreme potrebno da se crne rupe spoje nakon sudara galaksija jednakih masa, za različite konfiguracije orbita. U radu je pokazano da nakon uzastopnih interakcija sa molekulskim oblacima gasa, rastojanje između crnih rupa nakon $\sim 10^8$ yr postaje dovoljno malo da emisija gravitacionih talasa dovede do konačnog spajanja crnih rupa. Međutim, Callegari et al. (2009, 2011) su pokazali da u slučaju sudara galaksija nejednakih masa, vreme spajanja crnih rupa ne zavisi samo od količine gasa u galaksijama već i od parametara orbite sudara. U pojedinim slučajevim, kada galaksije u sudaru nisu u ravni ili kada je rastojanje prvog pericentra orbite malo, do spajanja crnih rupa ne dolazi uprkos velikoj količini gasa u galaksijama. Razlog tome

su jake plimske sile koje prilikom prvih prolaza uklanjaju gas iz manje galaksije tako da sekundarna crna rupa ne uspeva da usled dinamičkog trenja stigne do centra masivnije galaksije. Takođe, nakon sudara galaksija koje nisu uporedivih masa troosnost potencijala galaksije je manje izražena, pa je i manji broj zvezda na orbitama blizu centra galaksije. Kao posledica otežanog spajanja crnih rupa kod sudara sa galaksijama satelitima, očekuje se postojanje populacije crnih rupa srednjih masa ($10^4 - 10^6 M_{\odot}$) u haloima masivnih galaksija (Bellovary et al. 2010).

Da sumiramo, evolucija dvojnog sistema zavisi od morfologije galaksije, geometrije sudara, količine gasa u galaksiji i njegove temperature. U galaksijama siromašnim gasom spajanjem crnih rupa upravljaju interakcije sa zvezdama koje prolaze blizu centra galaksije. Kada dvojni sistem izbaci sve zvezde sa svoje orbite, spajanje crnih rupa se zaustavlja ukoliko ne postoji mehanizam koji bi vratio zvezde u centar galaksije. Numeričke simulacije ukazuju da interakcije između zvezda nisu dovoljne da ponovo popune centar galaksije tako da dođe do spajanja crnih rupa. Situacija bi mogla biti povoljnija u slučaju da galaksija nema osnu simetriju, tako da su orbite zvezda haotične i da proizvoljan broj zvezda može da priđe dovoljno blizu centra kako bi došlo do interakcije sa dvojnim sistemom. Takođe, ukoliko dođe do sudara galaksija pre nego sto se crne rupe spoje, treća crna rupa može da interaguje sa dvojnim sistemom i nakon izbacivanja najmanje masivne crne rupe može doći do spajanja dvojnog sistema. Sa druge strane, u slučaju sudara galaksija bogatih gasom, dovoljna količina gasa se može naći u centru galaksije da se usled interakcija crnih rupa sa masivnim oblacima gasa crne rupe spoje. Međutim, numeričke simulacije su pokazale da za pojedine konfiguracije orbita sudara galaksija nejednakih masa, do spajanja crnih rupa ne dolazi. U preglednom radu Colpi (2014) date su grube procene vremena potrebnog za spajanje crnih rupa u različitim uslovima:

- U sudarima siromašnim gasom vreme potrebno da se usled sile dinamičkog trenja formira dvojni sistem crnih rupa je $\sim 10 - 100$ Myr (Yu 2002), dok je vremenska skala za dovođenje crnih rupa na rastojanje gde je emisija gravitacionog talasnog zračenja značajna $\gtrsim 1$ Gyr (Khan et al. 2011).

- U velikim sudarima galaksija (tj., u sudarima kod kojih je odnos masa galaksija $q > 0.1$) bogatim gasom vremenska skala uticaja dinamičkog trenja je $\sim 10 - 100$ Myr (Mayer et al. 2007; Roškar et al. 2015), a vremenska skala interakcije dvojnog sistema sa gasom je $\sim 10 - 60$ Myr (npr. Fiacconi et al. 2013).
- U malim sudarima galaksija ($q \lesssim 0.1$) bogatim gasom vremenska skala uticaja dinamičkog trenja je duža zbog plimskih efekata i iznosi $\lesssim 100$ Myr, međutim u pojedinim slučajevima ne dolazi do spajanja, već sekundarna crna rupa ostaje u halou masivnije galaksije (Callegari et al. 2009, 2011).

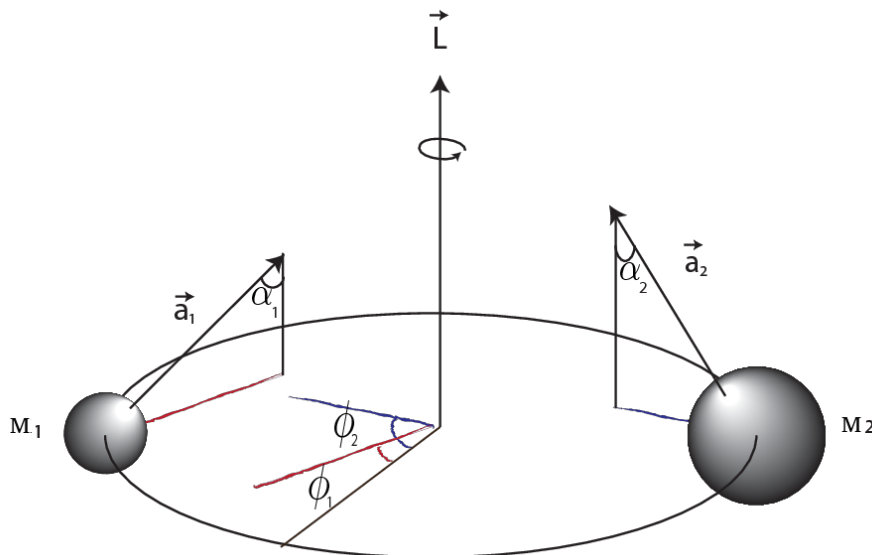
Trenutni modeli još uvek ne pružaju konačno rešenje problema poslednjeg parseka. Smanjenje rastojanja između crnih rupa je povezano sa stopom formiranja zvezda u galaksiji i akrecijom gasa na crne rupe. Eksplozije supernovih kao i zračenje sa akrecionog diska dovode do zagrevanja i uklanjanja gasa oko dvojnog sistema, što utiče na njegovu evoluciju. Potrebna su dodatna posmatranja dvojnih crnih rupa i crnih rupa koje usled gravitacionog uzmarka napuštaju centar galaksije (poglavlje 1.3.5), kao i simulacije sa kompleksnim fizičkim procesima.

Nakon što interakcije sa gasom i zvezdama dovedu crne rupe na rastojanje $\ll 1$ pc usled emisije gravitacionog talasnog zračenja veoma brzo (1-10 Myr) dolazi do spajanja crnih rupa. U fazi sudara gravitaciono polje je jako i za ispitivanje ove faze evolucije dvojnog sistema, neophodne su relativističke numeričke simulacije. Precizni modeli emisije gravitacionih talasa tokom evolucije dvojnog sistema su potrebni kako za njihovu detekciju i analizu podataka, tako i za razumevanje astrofizičkih posedica koje pritom nastaju. Takođe, numeričke relativističke simulacije faze sudara su bile neophodne da bi se otkrila konfiguracija dvojnog sistema koja dovodi do brzina uzmarka > 1000 km/s.

1.3.3 Brzine uzmarka

Jačina uzmarka uzrokovanog gravitacionim zračenjem zavisi od odnosa masa crnih rupa koje su se sudarile ($q = M_1/M_2 \leq 1$), vrednosti spina tj. rotacije crne rupe i orijentacije ose rotacije u odnosu na ravan orbite crne rupe, kao i od ekscentričnosti orbite (Campanelli et al. 2007a; Schnittman & Buonanno 2007; Baker et al. 2007). Uzmark ne zavisi od

ukupne mase sistema. Na slici 1.3.4 prikazana je geometrija dvojnog sistema crnih rupa (Guedes et al. 2011), vektori spina crnih rupa su označeni sa $\vec{a}_{1,2}$, $\alpha_{1,2}$ su uglovi između vektora spina crnih rupa i vektora momenta impulsa orbite \vec{L} , a $\phi_{1,2}$ su uglovi između projekcije vektora $\vec{a}_{1,2}$ na ravan orbite i referentnog ugla.



Slika 1.3.4: Geometrija dvojnog sistema crnih rupa. Izvor: Guedes et al. (2011).

Fitchett (1983) je prvi izračunao uzmak izazvan gravitacionim zračenjem za dvojne sisteme. Koristeći Njutnovu gravitaciju i aproksimirajući članove sistema kao tačkaste mase (M_1 i M_2) na kružnoj orbiti koje ne rotiraju on je dobio da je brzina koju dobija centar mase:

$$V_k = 1480 \times \frac{f(q)}{f_{max}} \left(\frac{2GM_{12}/c^2}{r} \right)^4 \text{ km/s}, \quad (1.3.3.1)$$

gde je r rastojanje između članova sistema. Funkcija $f(q) = q^2(1 - q)/(1 + q)^5$ ima maksimum $f_{max} \simeq 0.02$ za $q \simeq 0.38$, nulu za $q = 0$ i vrednost $f(q) \approx q^2$ za $q \ll 1$. Ukoliko je sistem simetričan ($M_1 = M_2$, $q = 1$) centar mase sistema ne dobija uzmak. Pošto korišćenje Njutnove gravitacije implicira zanemarivanje smanjenja rastojanja između crnih rupa usled emisije gravitacionog zračenja, centar mase dvojnog sistema se kreće po kružnici sa konstantnom brzinom koja se dobija iz formule 1.3.3.1. U tom slučaju je vremenski usrednjena brzina centra mase jednaka nuli. Takođe, orbite crnih rupa neposredno pre sudara značajno odstupaju od kružnih, a gravitaciono polje je jako

i Njutnova aproksimacija se ne može koristiti.

Različiti autori su koristeći aproksimativna rešenja Ajnštajnovih jednačina unapredili prethodni proračun. Teorija perturbacije crnih rupa daje aproksimativna rešenja u slučaju dvojnih sistema kod kojih je jedna crna rupa znatno masivnija od druge, $q \ll 1$. Sekundarna crna rupa unosi samo male perturbacije u gravitacionom polju primarne crne rupe. Post-Njutnvska aproksimacija pretpostavlja da manje masivna crna rupa ima malu brzinu (znatno manju od brzine svetlosti) i da je gravitaciono polje blizu masivnije crne rupe slabo. Ovakve aproksimacije znatno pojednostavljaju rešavanje Ajnštajnovih jednačina. Umesto odnosa masa članova dvojnog sistema q , često se koristi redukovani odnos mase definisan kao:

$$\eta = \frac{\mu}{M_{12}} = \frac{q}{(1+q)^2}, \quad (1.3.3.2)$$

gde je $\mu = M_1 M_2 / M_{12}$ redukovana masa. U slučaju kada je $q \ll 1$ sekundarna crna rupa se aproksimira česticom mase $M_1 \rightarrow \mu$ koja orbitira oko primarne rotirajuće crne rupe sa masom $M_2 \rightarrow M_{12}$.

Većina autora je izračunala da je brzina gravitacionog uzmaka $1 \lesssim V_k \lesssim 300$ km/s (npr. Nakamura & Haugan 1983; Oohara & Nakamura 1983; Fitchett & Detweiler 1984; Kojima & Nakamura 1984; Wiseman 1992; Andrade & Price 1997; Lousto & Price 2004; Blanchet et al. 2005; Damour & Gopakumar 2006). Izuzetak su radovi Nakamura et al. (1987) i Pietilä et al. (2012) koji su izračunali da brzine uzmaka mogu biti i znatno veće ($V_k \sim 1600$ km/s i $V_k \sim 4000$ km/s, redom). Sa druge strane, Favata et al. (2004) su koristeći teoriju perturbacije crnih rupa dobili da su maksimalne vrednosti gravitacionog uzmaka crnih rupa $V_{k,\max} \lesssim 500$ km/s, dok su tipične vrednosti $10 \lesssim V_k \lesssim 100$ km/s.

Međutim, da bi se precizno analizirali realni dvojni sistemi kod kojih crne rupe rotiraju i ne mogu se aproksimirati tačkastim masama koriste se relativističke simulacije. Crne rupe dobijaju najveći gravitacioni uzmak u fazi sudara, tj. unutar poslednje stabilne kružne orbite (slika 1.3.2) gde je gravitaciono polje jako. Tek sa razvojem kodova koji su u mogućnosti da prate evoluciju dvojnog sistema kroz sve tri faze kroz koje sistem prolazi (faza pre sudara, sudar i faza posle sudara, pogavlje 1.3.2) dobijene su preciznije procene brzina uzmaka. Relativističke simulacije ukazuju da brzine uzmaka crnih rupa mogu imati velike vrednosti, u zavisnosti od konfiguracije sistema.

Rezultati relativističkih numeričkih simulacija su pokazali da je brzina uzmaka za crne rupe koje ne rotiraju (Gonzales et al. 2007a):

$$V_k = A \frac{q^2(1-q)}{(1+q)^5} \left[1 + B \frac{q}{(1+q)^2} \right], \quad (1.3.3.3)$$

gde je $A = 1.2 \times 10^4$ km/s i $B = -0.93$. Iz jednačine 1.3.3.3 sledi da je najveća moguća brzina koju dobijaju crne rupe bez rotacije $V_{k,\max} = 175$ km/s, za $q = 0.36$. Slične vrednosti brzine uzmaka se očekuju i za crne rupe kod kojih je vrednost parametra spina mala i ukoliko je njihova osa rotacije normalna na ravan orbite.

Crne rupe sa maksimalnom rotacijom imaju veće brzine uzmaka. U slučaju dvojnih sistema čiji članovi imaju vektore spina orijentisane u suprotnim smerovima i jednakog intenziteta koje su normalne na ravan orbite ($\alpha_{1,2} = 0, \pi$, slika 1.3.4), brzina uzmaka je (Herrmann et al. 2007):

$$V_k = 475 \frac{a}{M_{12}} \text{ km/s}. \quad (1.3.3.4)$$

Slične rezultate su dobili i drugi autori (Koppitz et al. 2007; Campanelli et al. 2007a).

Najveće brzine crne rupe dobijaju ukoliko članovi dvojnog sistema imaju vektore spina orijentisane u suprotnim smerovima i paralelne sa ravni orbite ($\alpha_{1,2} = -\pi/2, \pi/2$, slika 1.3.4). U tom slučaju crna rupa koja nastaje spajanjem dvojnog sistema dobija maksimalnu brzinu uzmaka ~ 4000 km/s (Herrmann et al. 2007; Campanelli et al. 2007a, 2007b; Gonzáles et al. 2007a, 2007b; Schnittman & Buonanno 2007; Baker et al. 2007; Koppitz et al. 2007). Lousto & Zlochower (2011) su pokazali da bi brzina uzmaka mogla biti i ~ 5000 km/s za maksimalno rotirajuće crne rupe u dvojnog sistema čija je konfiguracija takva da komponente vektora spina crnih rupa koje se nalaze u ravni orbite imaju jednak intenzitet a suprotan smer, dok komponente spina koje nisu u ravni orbite imaju jednak i intenzitet i smer.

Različiti autori su izveli formulu za fitovanje brzine gravitacionog uzmaka za datu konfiguraciju dvojnog sistema, izračunatu u relativističkim numeričkim simulacijama (npr. Campanelli et al. 2007b; Gonzáles et al. 2007b; Baker et al. 2007). U formalizmu opisanom u radu van Meter et al. (2010) formula za fitovanje ima oblik:

$$\vec{V}_k = V_{\perp,m} \vec{e}_x + V_{\perp,s} (\cos \xi \vec{e}_x + \sin \xi \vec{e}_y) + V_{\parallel} \vec{e}_z, \quad (1.3.3.5)$$

$$V_{\perp,m} = A\eta^2 \sqrt{1 - 4\eta} (1 + B\eta), \quad (1.3.3.6)$$

$$V_{\perp,s} = H \frac{\eta^2}{(1+q)} (a_2 \cos \alpha_2 - q a_1 \cos \alpha_1), \quad (1.3.3.7)$$

$$\begin{aligned} V_{\parallel} = & \frac{K_2 \eta^2 + K_3 \eta^3}{1+q} [q a_1 \sin \alpha_1 \cos(\phi_1 - \Phi_1) \\ & - a_2 \sin \alpha_2 \cos(\phi_2 - \Phi_2)] \\ & + \frac{K_S (q-1) \eta^2}{(1+q)^3} [q^2 a_1 \sin \alpha_1 \cos(\phi_1 - \Phi_1) \\ & + a_2 \sin \alpha_2 \cos(\phi_2 - \Phi_2)], \end{aligned} \quad (1.3.3.8)$$

gde su \vec{e}_x , \vec{e}_y i \vec{e}_z jedinični vektori, sa \parallel i \perp su označene komponente brzine paralelne i normalne na vektor momenta impulsa orbite \vec{L} , $a_{1,2}$ su vrednosti parametra spina, $\alpha_{1,2}$ su uglovi između vektora spina crnih rupa i vektora momenta impulsa orbite \vec{L} , $\phi_{1,2}$ su uglovi između projekcije vektora $\vec{a}_{1,2}$ na ravan orbite i referentnog ugla (slika 1.3.4), a $\Phi_{1,2}$ su konstante koje zavise od odnosa masa crnih rupa. Parametri fitovanja su ξ , A , B , i H . Komponenta brzine $V_{\perp,m}$ potiče od asimetrije mase crnih rupa u dvojnog sistema, a $V_{\perp,s}$ od njihove rotacije. Parametri fitovanja su $A = 1.35 \times 10^4$ km/s, $B = -1.48$, $H = 7,540$ km/s, $\xi = 215^\circ$, $K_2 = 3.21 \times 10^4$ km/s, $K_3 = 1.09 \times 10^5$ km/s i $K_S = 1.54 \times 10^4$ km/s (van Meter et al. 2010). Komponenta brzine V_{\parallel} postoji isključivo ukoliko vektori spina crnih rupa nisu normalni na vektor \vec{L} . Ukoliko su ose rotacije crnih rupa normalne na ravan orbite, komponenta V_{\parallel} iščezava i maksimalne brzine uzmarka su ~ 200 km/s.

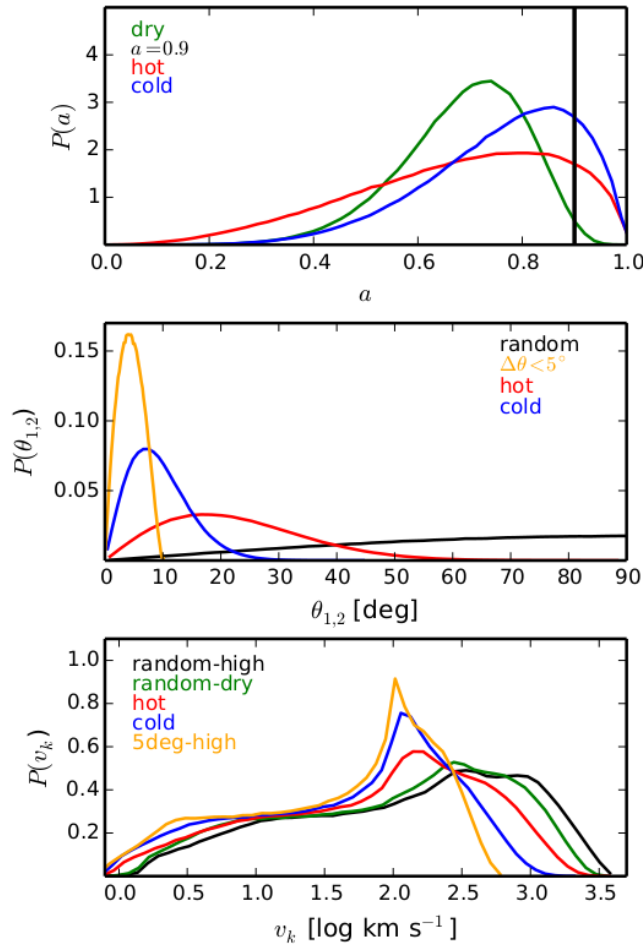
Međutim, postavlja se pitanje koliko često crne rupe dobijaju maksimalne brzine uzmarka. Procena raspodele brzina koje crne rupe dobijaju usled emisije gravitacionih talasa je neprecizna jer zavisi od nepoznatih raspodela odnosa masa crnih rupa, njihove rotacije i orijentacije vektora rotacije u odnosu na ravan orbite. Uobičajeni pristup je da se pretpostavi određena raspodela parametra spina crnih rupa i njihove orijentacije, iz koje se računaju brzine uzmarka iz jednačina 1.3.3.5-1.3.3.8. Za proizvoljnu orijentaciju spinova maksimalna brzina uzmarka je $\gtrsim 1000$ km/s i postiže se za vrednost parametra spina $a \lesssim 1$, dok je za vektore spina paralelne sa vektorom momenta impulsa orbite maksimalna brzina ~ 200 km/s, za $q \approx 0.38$ (npr. Volonteri et al. 2010; Guedes et al. 2011).

U galaksijama bogatim gasom, akrecija gasa na crne rupe može da dovede do poravnanja vektora spina sa vektorom momenta impulsa orbite, što dovodi do manjih brzina uzmarka nego u slučaju proizvoljnog odabira orijentacije vektora spina (Bogdanovic et al. 2007; Dotti et al. 2010; Miller & Krolik 2013). Pošto je vremenska skala na kojoj dolazi do evolucije spina usled akrecije kraća od vremenske skale formiranja čvrsto vezanog dvojnog sistema, do poravnanja spina dolazi kod obe crne rupe nezavisno. Ukoliko je masa crne rupe $\gtrsim 10^8 M_\odot$, poravnanje je manje efikasno.

Ukoliko vektor momenta impulsa akrecionog diska inicijalno nije paralelan sa vektorom spina crne rupe, usled Lens-Tiring precesije dolazi do zakrivljenja akrecionog diska. Spoljni delovi diska nisu pod uticajem ovog relativističkog efekta, dok unutrašnji delovi diska rotiraju u istoj ravni sa rotacijom crne rupe. Evolucija spina crne rupe pod uticajem akrecionog diska se može predstaviti jednačinom (Lousto et al. 2012):

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \dot{M}\Lambda(R_{\text{isco}})\vec{\ell}(R_{\text{isco}}) + \frac{4\pi G}{c^2} \int_{\text{disk}} \frac{\vec{L} \times \vec{a}}{R^2} dR, \quad (1.3.3.9)$$

gde je R_{isco} radijus poslednje stabilne orbite gasa u akrecionom disku, $\Lambda(R_{\text{isco}})$ je intenzitet momenta impulsa po jedinici mase, a $\vec{\ell}(R_{\text{isco}})$ je lokalni pravac momenta impulsa. Prvi član jednačine 1.3.3.9 predstavlja moment impulsa koji se tokom akrecije prenosi na crnu rupu, a drugi član opisuje evoluciju pravca vektora spina crne rupe, usled kog dolazi do poravnanja vektora spina crne rupe sa momentom impulsa unutrašnjih delova diska. Ukoliko je akrecija gasa na crnu rupu koherentna, poravnanje spina crne rupe je efikasno. Koherentna akrecija povećava vrednost spina crnih rupa i poravnava vektor spina sa vektorom momenta impulsa orbite, a samim tim smanjuje verovatnoću brzina uzmarka > 1000 km/s u galaksijama bogatim gasom (videti poglavlje 1.2.1). Dotti et al. (2010) su pokazali da su u slučaju poravnanja vektora spina kod sudara galaksija bogatih gasom brzine uzmarka za red veličine manje nego u slučaju proizvoljnog izbora orijentacije vektora spina. Međutim, ukoliko je akrecija haotična ili ukoliko je stopa akrecije gasa na crnu rupu niska ($\lesssim 1\% M_{\text{BH}}$) poravnanje spinova nije efikasno. Takođe, do poravnanja spinova ne dolazi u sistemima kod kojih su interakcije sa zvezdama glavni mehanizam formiranja čvrsto vezanog dvojnog sistema (Merritt & Vasiliev 2012).



Slika 1.3.5: Normalizovana raspodela vrednosti parametra spina crnih rupa (gornji panel), orijentacije vektora spina (srednji panel) i brzine gravitacionog uzmaka (dodnji panel), za „random-high“ (crna linija), „random-dry“ (zeleno linija), „hot“ (crvena linija), „cold“ (plava linija) i „5deg“ (naranžasta linija) modele. Ugao $\theta_{1,2}$ je ugao između vektora spina crnih rupa pre sudara. Izvor: Blecha et al. (2016).

Blecha et al. (2016) su za različite modele raspodele spina izračunali raspodele brzine uzmaka. Najveće brzine uzmaka se očekuju za brzo rotirajuće crne rupe ($a = 0.9$) kod kojih je vektor spina proizvoljno orijentisan u odnosu na ravan orbite dvojnog sistema. Takva raspodela nazvana je „random-high“ model. Kontinuirani sudari galaksija siromašnih gasom dovode do raspodele spina koja se može fitovati beta funkcijom sa maksimumom raspodele na $a \sim 0.7$ (Lousto et al. 2012). Ovakav model nazvan je „random-dry“. Razmatrani su i modeli u kojima su vektori spina crnih rupa pre sudara delimično po-

ravnati sa vektorom momenta impulsa orbite ($\sim 30^\circ$ „hot“ model i $\lesssim 10^\circ$ „cold“ model) i kada je poravnanje vektora spina efikasno ($\lesssim 5^\circ$ „5deg“ model), sa $a = 0.9$. Na osnovu datih raspodela vrednosti parametra spina crnih rupa i njegove orijentacije izračunata je raspodela brzina uzmarka za svaki model, na osnovu empirijske formule dobijene iz numeričkih simulacija (jednačine 1.3.3.5-1.3.3.8). Vrednosti parametara fitovanja su preuzete iz rada Lousto et al. (2012). Raspodela vrednosti parametra spina crnih rupa, njihove orijentacije u odnosu na vektor momenta impulsa orbite i brzina uzmarka usled emisija gravitacionog talasnog zračenja za navedene modele prikazana je na slici 1.3.5. Brzine uzmarka su izračunate za odnos masa crnih rupa iz uniformne raspodele $-2 < \log(q) < 0$. Sa slike se vidi da su brzine uzmarka male ukoliko je poravnanje vektora spina crnih rupa pre sudara efikasno.

Da bi se dobila preciznija raspodela brzina potrebna su posmatranja samih sudara crnih rupa, kao i izbačenih crnih rupa.

1.3.4 Trajektorije crnih rupa

Relativističke numeričke simulacije su pokazale da pri određenim konfiguracijama dvojnih sistema crne rupe mogu dobiti značajne brzine uzmarka (~ 4000 km/s). Takve crne rupe bi mogle da napuste i najmasivnije haloe čija je brzina napuštanja ≤ 3000 km/s (Merritt et al. 2004a). Sa druge strane, znatno manje brzine uzmarka mogu da dovedu do izbacivanja crne rupe iz patuljastih galaksija i globularnih jata jer je njihova brzina napuštanja mala (~ 200 km/s). Holley-Bockelmann et al. (2008) su ispitali uticaj gravitacionog uzmarka na populaciju crnih rupa srednjih masa ($10^2 - 10^6 M_\odot$) koje se nalaze u globularnim jatima. Našli su da su te crne rupe izuzetno osetljive na emisiju gravitacionih talasa. Ukoliko nastaju usled brojnih sudara manje masivnih crnih rupa očekuje se da se u halou galaksije kao što je Mlečni put nalazi ~ 100 crnih rupa koje su napustile svoje jato zvezda. Te crne rupe je teško detektovati jer ne akretuju gas. Takođe, haloi na visokom crvenom pomaku zbog svoje male mase, teško mogu da zadrže u svom centru crne rupe koje usled emisije gravitacionog talasnog zračenja dobijaju brzine uzmarka ~ 150 km/s (Merritt et al. 2004a; Micic et al. 2006; Volonteri 2007; Schnittman 2007; Sesana 2007; Volonteri et al. 2010; Micic et al. 2011).

Međutim, čak i u masivnim galaksijama lako se može dogoditi da crne rupe sa prosečnim brzinama budu izmeštene iz centra galaksije i da neko vreme provedu na vezanoj orbiti u halou galaksije. Na primer, za galaksiju mase $M = 3 \times 10^9 M_{\odot}$ dovoljna je brzina crne rupe od $V_k \sim 90$ km/s, za $M = 3 \times 10^{11} M_{\odot}$ $V_k \sim 750$ km/s, a za $M = 3 \times 10^{12} M_{\odot}$ $V_k \sim 1000$ km/s (Gualandris & Merritt 2008). Različiti autori su izračunali trajektorije crnih rupa izmeštenih iz centra matične galaksije pod pretpostavkom da potencijal galaksije potiče isključivo od tamne materije i zvezdane komponente (Madau & Quataert 2004; Gualandris & Merritt 2008; Boylan-Kolchin et al. 2004). Nakon što dostigne maksimalno rastojanje od centra galaksije crna rupa nekoliko puta prolazi kroz centar galaksije pre nego što se vrati u dno potencijalne jame. Vreme koje crna rupa provede izvan centra galaksije zavisi od brzine gravitacionog uzmaka kao i od gustine sredine kroz koju se kreće. Gualandris & Merritt (2008) su pokazali da crna rupa vrši oscilacije oko centra galaksije koje mogu da traju i do milijardu godina u slučaju masivnih galaksija. Amplitude oscilacija su približno jednake radijusu centralne oblasti galaksije. Izbačena crna rupa predaje kinetičku energiju okolnim zvezdama što smanjuje njihovu gustinu blizu centra (Redmount & Rees 1989; Merritt et al. 2004a; Boylan-Kolchin et al. 2004).

Trajektorije crnih rupa su analitičkim i numeričkim metodama ispitane i u potencijalu galaksije koji se sastoji od zvezdane komponente u obliku centralnog ovala i od gasa koji formira disk (Blecha & Loeb 2008; Devecchi et al. 2009; Blecha et al. 2011; Sijacki et al. 2011). Gas koji se nalazi u galaksiji ima značajan efekat na trajektorije crnih rupa koje vrše oscilacije oko centra galaksije. Crne rupe u galaksijama bogatim gasom se vraćaju u centar galaksije znatno pre nego crne rupe u galaksijama siromašnim gasom, što je posledica uticaja dinamičkog trenja na izbačenu crnu rupu (Blecha et al. 2011). Guedes et al. (2011) i Sijacki et al. (2011) su pokazali da u galaksijama bogatim gasom, zbog prisustva masivnog diska gasa, crne rupe retko dobijaju dovoljne brzine uzmaka da u potpunosti napuste galaksiju čak i na visokim crvenim pomacima. Blecha & Loeb (2008) su pokazali da je potrebno između milion i milijardu godina da se crna rupa na vezanoj orbiti vrati u centar galaksije. Takođe, njihovi rezultati su pokazali da brzina uzmaka ne utiče na količinu gasa koju crna rupa akretuje pre nego što se vrati u centar. To je uticaj dva različita efekta: ukupno vreme koje crna rupa provede u halou je kratko za

male brzine uzmaka, a vreme trajanja akrecije je kratko za velike brzine uzmaka gde je akrecioni disk vezan za crnu rupu mali. Izbačena crna rupa najpre dostiže maksimano rastojanje od centra galaksije, a zatim postepeno gubi orbitalnu energiju usled dinamičkog trenja. Najviše energije se gubi prilikom prolaska kroz centar galaksije. Oblik potencijala galaksije takođe može da ima uticaj na trajektorije crnih rupa. Crnim rupama u troosnom potencijalu je potrebno više vremena da se vrate na dno potencijalne jame nego crnim rupama u sfernom potencijalu. Razlog tome je što se crne rupe u troosnom potencijalu ne vraćaju direktno kroz centar galaksije gde je jačina dinamičkog trenja najveća (Vicari et al. 2007).

Gerosa & Sesana (2015) su ispitali slučaj kada supermasivne crne rupe koje se nalaze u centrima sjajnih galaksija u jatima dobijaju teorijski maksimalne brzine uzmaka (5000 km/s). Takve galaksije rastu pre svega u sudarima sa galaksijama satelitima na nižim crvenim pomacima ($z \sim 1$). U njihovim centrima se nalaze najmasivnije posmatrane crne rupe sa masama $10^9 - 10^{10} M_{\odot}$ (McConnell et al. 2012), koje takođe rastu hijerarhijski. U radu je pokazano da se zbog duboke potencijalne jame jata ne očekuje potpuno izbacivanje crne rupe, međutim moguće je da crne rupe sa brzinom uzmaka 5000 km/s budu izmeštene u spoljne delove jata. Vreme koje provode izvan centra galaksije je uporedivo sa vremenskom skalom evolucije galaksije, pa je moguće da se za to vreme dogodi novi sudar koji bi doveo drugu crnu rupu u centar galaksije. Očekuje se da bi ta crna rupa imala manju masu, te da bi se nalazila ispod $M - \sigma$ relacije²⁰. U zavisnosti od pretpostavljenog modela, autori su pokazali da se u 0.5% do 5% masivnih jata galaksija očekuje postojanje supermasivne crne rupe na udaljenosti 10 – 100 kpc od centra jata.

Blecha et al. (2016) su analitički analizirali trajektorije crnih rupa koristeći rezultate Ilustris kosmološke hidrodinamičke simulacije (Vogelsberger et al. 2014a, 2014b). Autori su iz Ilustris simulacije preuzeli podatke o masama crnih rupa u galaksijama u sudaru, kao i osobine samih galaksija pre sudara. Zatim se tim crnim rupama pripisuje određena vrednost parametra spina i orijentacije vektora spina pre sudara, na osnovu čega se računa

²⁰ $M - \sigma$ relacija je empirijska korelacija između disperzije brzina zvezda u centralnom ovalu galaksije i mase supermasivne crne rupe u njenom centru (Ferrarese & Merritt 2000; Gebhardt et al. 2000). Smatra se da korelacija potiče od međusobnog uticaja supermasivne crne rupe i galaksije u kojoj se nalazi, tokom njihove zajedničke evolucije.

brzina gravitacionog uzmarka iz empirijske formule (jednačine 1.3.3.5-1.3.3.8, vrednosti parametara fitovanja su preuzete iz rada Lousto et al. 2012). Pretpostavljeno je više modela raspodele spina crnih rupa pre sudara, koji su opisani u poglavlju 1.3.3. Nakon pripisivanja brzina gravitacionog uzmarka crnim rupama, konstruiše se analitički model galaksije domaćina na osnovu karakteristika galaksija pre sudara iz Illustris simulacije i integrali se trajektorija crnih rupa. Ukupna masa galaksije posle sudara dobija se sabiranjem masa galaksija pre sudara. Analitički model galaksije sastoji se od tri komponente: haloa tamne materije, diska i centralnog ovala.

Autori su izračunali da u razmatranom uzorku galaksija iz Illustris simulacije, samo sudari crnih rupa sa odnosom masa $q \gtrsim 0.03$ dovode do brzina uzmarka kod kojih je $V_k/V_{\text{esc}} > 0.1$, gde je V_{esc} brzina napuštanja galaksije. Ukoliko se pretpostavi da su vektori spina poravnati sa vektorom momenta impulsa orbite, crne rupe gotovo nikada ne dobijaju dovoljne brzine uzmarka da u potpunosti napuste galaksije. Samo crne rupe sa najvećim brzinama iz pomenutog modela napuštaju galaksije sa najmanjim masama u uzorku ($M_{\text{gal}} \simeq 2 \times 10^9 M_{\odot}$). Sa druge strane, ukoliko se pretpostavi proizvoljna raspodela orijentacije vektora spina uz vrednost parametara spina $a = 0.9$, $\sim 12\%$ crnih rupa dobijaju brzine veće od brzine napuštanja. Autori su takođe našli da čak i crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} > 10^9 M_{\odot}$ povremeno napuštaju najmasivnije galaksije. Crne rupe sa malom brzinom uzmarka ($V_k/V_{\text{esc}} \lesssim 0.5$) ostaju unutar radijusa od 1kpc od centra galaksije i vraćaju se u sam centar za $< 10^7 \text{yr}$, dok crne rupe sa $V_k/V_{\text{esc}} \gtrsim 0.8$ dostižu rastojanja od $R \gtrsim 100 \text{kpc}$ i osciliraju $> 1 \text{Gyr}$ oko centra galaksije.

Poglavlje 4 u ovoj disertaciji nadovezuje se na model opisan u radu Blecha et al. (2016). Pored reprodukcije analitičkih modela galaksija nakon sudara, konstruisani su i numerički modeli, sa ciljem da se ispita kako perturbacije potencijala u numeričkim modelima (koje nastaju kao posledica sudara) utiču na sposobnost galaksija da zadrže crne rupe. U nizu simulacija ispitani su sudari galaksija različitih masa u izolaciji i trajektorije crnih rupa u numeričkom potencijalu galaksije.

Većina navedenih radova prate trajektorije izbačenih crnih rupa u statičkom potencijalu matične galaksije, pritom zanemarujući uticaj evolucije galaksije. Halo i tamne materije i galaksije mogu da rastu akrecijom gasa i kroz sudare sa drugim haloima. Postoje dva

načina na koja galaksija dobija nove zalihe gasa (Micic 2013, pregledni rad):

- Vruća akrecija se javlja kada udarni talasi u halou tamne materije greju gas do temperature koja je približno jednaka virijalnoj temperaturi haloa ($T_{\text{vir}} \sim 10^6$ K). U oblastima veće gustine gas usled termalnog zračenja gubi energiju, hladi se i formira disk u centru galaksije (Rees & Ostriker 1977; White & Rees 1978; Fall & Efstathiou 1980). Ovakav mehanizam akrecije dominira u oblastima veće gustine na manjim crvenim pomacima i u masivnijim galaksijama kod kojih je masa barionske komponente $M_{\text{gal}} > 2 \times 10^{10} M_{\odot}$, tj. u jatima galaksija (Keres et al. 2005).
- Hladna akrecija je direktan priliv gasa kroz filamente tamne materije (Birnboim & Dekel 2003). Ovaj gas se nalazi na temperaturi $T < 10^5$ K i može stići u galaksiju sa velikih rastojanja. Hladna akrecija dominira kod galaksija sa malom masom, $M_{\text{gal}} \leq 2 \times 10^{10} M_{\odot}$ i na višim crvenim pomacima ($z > 2$) jer tada još uvek nisu bila formirana jata galaksija. U polju (prostor izvan jata galaksija) je gustina manja, galaksije su izolovane i ne postoje procesi koji bi mogli da poremete hladnu akreciju.

Spiralne galaksije su se formirale prve i dominantan mehanizam njihovog rasta je hladna akrecija. U oblastima velike gustine veliki broj sudara dovodi do formiranja jata galaksija. Najmasivnije galaksije se nalaze u jatima gde rastu u sudarima koji su česti zbog velike gustine galaksija, kao i akrecijom vrelog gasa (vruća akrecija). Veliki sudari (odnos masa haloa u sudaru > 0.3) galaksija bogatih gasom dovode do formiranja eliptičnih galaksija. Tokom sudara dve spiralne galaksije dolazi do formiranja plimskih udarnih talasa usled čega se povećava stopa formiranja zvezda. Takođe, dinamički procesi izazvani sudarom perturbuju orbite zvezda pa od spiralnih galaksija nastaju eliptične. Galaksija dalje nastavlja da raste usled velikog broja manjih sudara, a zvezde iz patuljastih galaksija ostaju u spoljnim delovima eliptične galaksije, tako da se osobine zvezdane populacije ne menjaju (Khochfar & Burkert 2006; Maller et al. 2006; Hopkins et al. 2009; Oser et al. 2010). Eliptične galaksije tokom vremena ostaju bez gasa i postaju crvene galaksije sa starom populacijom zvezda. Sudari eliptičnih galaksija siromašnih gasom dovode do formiranja masivnih cD galaksija u centrima jata galaksija (Toomre & Toomre 1972; Barnes 1992; van Dokkum et al. 1999). Broj eliptičnih galaksija je veći u jatima nego u polju, dok

većinu galaksija u polju čine spiralne galaksije (Dressler 1980). U oblastima manje gustine galaksije rastu u izolaciji, sudari su retki i glavni mehanizam rasta je hladna akrecija kroz filamente tamne materije (Micic 2013, pregledni rad).

Uticao evolucije haloa tamne materije na trajektorije crnih rupa izbačenih iz centra galaksije je ispitan u poglavlju 3 i u radu Smole (2015).

1.3.5 Mogućnosti za posmatranje

Crne rupe izbačene iz jezgara galaksija je moguće detektovati na više načina zahvaljujući različitim fenomenima koje za sobom povlače.

Gualandris & Merritt (2008) su u simulaciji problema N tela pratili kretanje izbačene crne rupe kroz potencijal zvezda. U slučaju da je brzina uzmaka manja od brzine napuštanja galaksije, crna rupa se vraća u jezgro galaksije i prolazi kroz fazu oscilacija malih amplituda i pritom značajno utiče na gustinu zvezda u centru. Autori su pokazali da te oscilacije mogu da objasne različite pojave posmatrane u jezgrima galaksija, kao što su galaksije kod kojih je maksimum površinskog sjaja pomenen iz centra galaksije (Lauer et al. 2005) i galaksije sa dva jezgra (NGC 4486B, Lauer et al. 1996).

Izbačena crna rupa se može detektovati kao prostorno ili kinematički izmešteno jezgro aktivne galaksije (Madau & Quataert 2004; Loeb 2007; Blecha & Loeb 2008; Blecha et al. 2011; Guedes et al. 2011; Sijacki et al. 2011; Shapovalova et al. 2016). Prostorno izmeštene crne rupe se nalaze izvan centra galaksije i najčešće su kod crnih rupa sa brzinama manjim od brzine napuštanja galaksije ($V_k/V_{\text{esc}} \sim 0.6 - 1$) jer im je potrebno više vremena da se vrate u centar galaksije (Blecha et al. 2016). U slučaju kinematički izmeštenog jezgra izbačena crna rupa zadržava akrecioni disk koji nastavlja da se kreće zajedno sa njom. Gas iz oblasti širokih linija takođe prati kretanje izbačene crne rupe. Sa druge strane, uske linije potiču od gasa koji se kreće u gravitacionom potencijalu galaksije i neće pratiti kretanje izbačene crne rupe već ostaje vezan za disk. To stvara razliku između kinematike uskih i širokih linija u spektru. Najveće razike u brzini očekuju se odmah nakon sudara. Pošto masa akrecionog diska koji se kreće zajedno sa crnom rupom opada kao $\propto V_k^2$, crne rupe sa većom brzinom sa sobom nose manji akrecioni disk i imaju kraće vreme trajanja akrecije. Nakon što se akrecija zaustavi, moguće je da

ponovo bude aktivirana prolaskom crne rupe kroz disk galaksije (Blecha & Loeb 2008). Blecha et al. (2016) su pokazali da su prostorno izmeštena jezgra aktivnih galaksija retka u slučaju kada su spinovi crnih rupa gotovo paralelni sa vektorom momenta impulsa orbite, dok kinematički izmeštenih jezgara, kod kojih je razlika u brzinama dovoljno izražena da se može detektovati, nema. Samim tim, detekcija kinematički izmeštenog jezgra bi predstavljala dokaz da je orijentacija vektora spina crnih rupa proizvoljna. Takođe, broj prostorno i kinematički izmeštenih jezgara je manji nakon sudara galaksija bogatih gasom, jer je kod takvih galaksija poravnanje vektora spina efikasno.

Posmatrani su različiti kandidati za prostorno i kinematički izmeštena jezgra aktivnih galaksija (Komossa et al. 2008; Shields et al. 2009; Comerford et al. 2009; Batcheldor et al. 2010; Robinson et al. 2010; Civano et al. 2010; Steinhardt et al. 2012; Koss et al. 2014; Lena et al. 2014; Shapovalova et al. 2016) iako ni jedan nije potvrđen. U radu Shapovalova et al. (2016) posmatran je kvazar E1821+643 kod koga je primećena razlika u brzini između oblasti uskih i širokih linija koja iznosi $\Delta v \approx 1000$ km/s. Eracleous et al. (2012) su analizirali SDSS DR7 uzorak kvazara kako bi našli kinematički izmeštene kvazare kod kojih je razlika u brzini $\Delta v > 1000$ km/s. Našli su 88 objekata, a neki od njih imaju $\Delta v > 5000$ km/s, što je ujedno i maksimalna teorijska brzina gravitacionog uzmaka. Međutim, moguća objašnjenja su i brz odliv gasa iz centralne oblasti galaksije, dvojni sistem crnih rupa kod koga je samo jedna crna rupa aktivna, aktivna galaktička jezgra u čijim je spektrima izražena emisija Balmerove linije sa dva pika²¹ i supernove tipa II_n. Spektri supernovih tipa II_n, koje nastaju kolapsom masivne zvezde i karakterišu se emisijom uskih linija vodonika, mesecima ili godinama nakon eksplozije mogu podsećati na spektre aktivnih galaktičkih jezgara tako da je potrebno dugoročno posmatranje kako bi se ta dva slučaja razdvojila. Kod aktivnih galaktičkih jezgara, sa širokim emisionim linijama sa dva pika, može se videti razlika u brzinama u odnosu na oblast uskih linija koja je karakteristična i za kinematički izmeštena jezgra. Međutim, u prvom slučaju široke linije pokazuju različite razlike u brzinama u odnosu na oblast uskih linija, dok

²¹eng. *extreme double-peaked emitters*, je karakterisitika spektra posmatrana u ~ 150 aktivnih galaktičkih jezgara. Pretpostavlja se da potiče iz akrecionog diska, a druga moguća objašnjenja su dvojni sistemi dve aktivne crne rupe i dvosmerni odliv gasa iz centralne oblasti (Wang et al. 2005).

se kod kinematički izmeštenih jezgara očekuje da je razlika u brzinama kod svih linija ista. U slučaju čvrsto vezanog dvojnog sistema crnih rupa gde je samo jedna crna rupa aktivna očekuje se evolucija razlike u brzinama tokom vremena potrebnog da crna rupa napravi jednu orbitu, dok je u slučaju kinematički izmeštenih jezgara razlika u brzinama konstantna. Međutim, ukoliko je rastojanje između crnih rupa u dvojnog sistema veće (~ 1 kpc) teško je napraviti razliku jer je evolucija spora (Blecha et al. 2016).

CID-42 je jedan od najznačajnijih posmatranih kandidata za aktivno galaktičko jezgro koje je i prostorno i kinematički izmešteno iz centra galaksije (Civano et al. 2010). CID-42 ima dva jezgra udaljena 2.5 kpc, za jedno jezgro je potvrđeno da predstavlja crnu rupu sa akrecionim diskom čija oblast širokih linija pokazuje razliku u brzini od $\Delta v = 1300$ km/s u odnosu na drugo jezgro u kome ne postoje dokazi za postojanje crne rupe (Civano et al. 2010; Novak 2015). Takođe, postoje indikacije da se galaksija nalazi u fazi posle sudara. Ipak, ne može se odbaciti mogućnost da se u drugom jezgru nalazi crna rupa koja nije aktivna, i da se zapravo radi o dvojnog sistema crnih rupa.

Očekivano je da se kandidati za prostorno i kinematički izmeštena aktivna galaktička jezgra nalaze u galaksijama čija morfologija svedoči o sudaru. U slučaju takvih galaksija određivanje centra galaksije je komplikovano, što dodatno otežava detekciju prostorno izmeštenih jezgara za male brzine uzmaca. Ipak, ukoliko je vreme potrebno da se crne rupe spoje dugo, kao što se očekuje u galaksijama siromašnim gasom, do trenutka izbacivanja crne rupe galaksija može povratiti regularnu strukturu (Blecha et al. 2016).

Komossa & Merritt (2008) su razmatrali moguće posledice oscilacija crnih rupa oko centra galaksije na ujedinjeni model aktivnih galaktičkih jezgara. Prema ujedinjenom modelu aktivna galaktička jezgra predstavljaju isti fenomen, a razlike nastaju usled različitog ugla posmatranja centralne oblasti. Torus prašine zaklanja oblast širokih linija. To su aktivna galaktička jezgra tipa II kod kojih se vide samo uske linije. Kod aktivnih galaktičkih jezgara tipa I prisutne su i uske i široke linije. Međutim, ukoliko bi se oblast širokih linija kretala zajedno sa crnom rupom ona bi značajan deo vremena provela izvan torusa prašine što bi smanjilo broj kvazara tipa II. Oko 70 % obližnjih Sejfertovih galaksija su Sejfert II galaksije. Sa druge strane, broj objekata tipa II opada sa luminoznošću, tako da imamo mali procenat posmatranih kvazara tipa II. Smatra se da aktivnost kvazara

potiče od sudara galaksija, a aktivnost Sejfertovih galaksija od nestabilnosti prečke, manjih sudara ili akrecije molekularnih oblaka. Kako sudari mogu dovesti do izmeštanja crne rupe iz centra galaksije, a zatim do njenih dugoročnih oscilacija oko centra galaksije, oblast širokih linija koja se kreće zajedno sa crnom rupom i izlazi izvan torusa prašine predstavlja prirodno objašnjenje za veći broj objekata tipa I kod kvazara i njihov manji broj kod Sejfert galaksija.

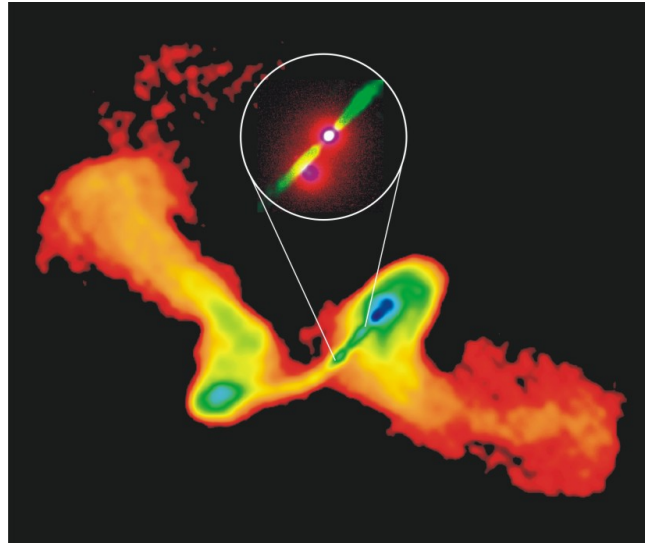
Crna rupa koja zajedno sa akrecionim diskom prolazi kroz torus prašine mogla bi da dovede do lokalnih udarnih talasa, zagrevanja gasa i privremene emisije X-zračenja. Takođe, crna rupa pri svakom prolazu može da akretuje gas iz torusa i da pritom emituje zračenje koje lokalno uništava prašinu, dok bi fotojonizacija okolnog gasa proizvela jake emisione linije. Te linije bi bile značajne za posmatranje izbačenih crnih rupa, ali i za ispitivanje torusa prašine. Takođe, oscilatorno kretanje crne rupe bi moglo da dovede do periodičnih promena brzine i pravca mlaza izbačene jonizovane materije kod jezgara aktivnih galaksija (Gualandris & Merritt 2008).

Sudari supermasivnih crnih rupa dovode do nagle promene njihove ose rotacije što menja pravac mlaza (npr. Merritt & Ekers 2002; Zier 2005). Ta pojava je primećena kod klase radio galaksija koje imaju oblik „X“. Kod tih galaksija se mogu videti dva para radio-snopova, jedan koji se prostire u pravcu mlaza pre sudara i drugi koji je aktivan i prostire se u pravcu mlaza nakon sudara. Primer za takvu radio galaksiju je NGC 326 (slika 1.3.6).

Neki od najsjajnijih ultraluminoznih X-izvora bi mogli biti crne rupe srednjih masa $\sim 10^2 - 10^5 M_{\odot}$ koje su u sudaru izbačene iz galaksija i akretuju gas (King & Dehnen 2005, Libeskind et al. 2006).

Posmatranja eliptičnih galaksija i centralnih ovala spiralnih galaksija pokazuju da postoji relacija između mase crne rupe u centru i disperzije brzina zvezda u galaksiji (M- σ relacija). Kako uzmak uzrokovan emisijom gravitacionih talasa utiče na evoluciju i masu crnih rupa, samim tim utiče i na M- σ relaciju. Blecha et al. (2011) su pokazali da bi uzmak crnih rupa, u odnosu na slučaj bez uzmarka, mogao da dovede do spuštanja M- σ relacije, kao i do većeg rasipanja.

Međutim, posmatranje izbačenih crnih rupa nailazi na brojne poteškoće. Jedna od njih



Slika 1.3.6: NGC 326 „X“ radio galaksija. Izvor: NRAO/AUI.

je uslov da crne rupe moraju da akretuju gas da bi mogle da se posmatraju, inače nema opservabilnih pojava pomoću kojih se posredno detektuju crne rupe (kao npr. aktivna galaktička jezgra). U slučaju prostorno ili kinematički izmeštenih crnih rupa, efekat je najizraženiji ukoliko crna rupa ima veliku brzinu uzmarka, ali što je brzina uzmarka veća, manji je akrecioni disk koji prati crnu rupu, tako da akrecija kratko traje. Sa druge strane, u slučaju malih brzina uzmarka vreme akrecije je kratko (Blecha & Loeb 2008). Moguće je da se akrecija ponovo aktivira prilikom prolaska crne rupe kroz disk galaksije. Međutim, disk je relativno tanak i akrecija ne traje dugo, pa samim tim nedostatak posmatranja ne može da isključi postojanje velikog broja izbačenih crnih rupa.

Crne rupe izbačene iz centra galaksije mogu se detektovati na osnovu efekata koje imaju na vrelu komponentu gasa kroz koji prolaze, usled Bondi-Hoijl akrecije do koje dolazi kada se kompaktan objekat kreće kroz međuzvezdanu sredinu (Devecchi et al. 2009). Kada se crna rupa kreće brzinom koja je manja od brzine zvuka u datoj sredini dolazi do pojačane emisije X-zračenja, a kada je brzina uzmarka iznad brzine zvuka usled prolaza crne rupe nastaju lokalne promene u temperaturi i gustini okolnog gasa. Perturbacije u gasu su izraženije za masivnije crne rupe.

Takođe, modeli evolucije dvojnih sistema crnih rupa se mogu ograničiti posmatranjem profila centralne gustine galaksija. Ukoliko se zanemari smanjenje rastojanja između

crnih rupa usled dinamike gasa, spajanje crnih rupa bi zahtevalo da je masa izbačenih zvezda približno jednaka masi dvojnog sistema. Ukoliko se izbačene zvezde ne vraćaju blizu centra galaksije, dolazi do promene profila gustine blizu centra. Međutim, kako se u galaksijama uglavnom primećuje veća gustina zvezda u centru može se zaključiti da se zvezde vraćaju u blizinu dvojnog sistema ili da do spajanja crnih rupa dolazi usled nekog drugog mehanizma. Ipak, iz posmatranja se vidi da centralna gustina sjajnih galaksija opada sa povećanjem luminoznosti (Graham 2004; Kormendy et al. 2009). Profil gustine centralne oblasti eliptičnih galaksija i centralnih ovala spiralnih galaksija ima oblik $\rho \sim r^{-\gamma}$, gde je $\gamma \lesssim 1$, dok je kod galaksija slabijeg sjaja $1 \lesssim \gamma \lesssim 2.5$. Trebalo bi imati na umu da i drugi procesi mogu dovesti do smanjenja gustine zvezda u centru galaksije. Ukoliko se u centru galaksije nalazi više od dve supermasivne crne rupe, usled dinamičkih interakcija jedna ili više crnih rupa napuštaju sistem. Pritom se izbacuju i okolne zvezde, a očekivana masa izbačenih zvezda je približno 5 puta veća od mase izbačenih crnih rupa (Merritt et al. 2004b). Takođe, crna rupa koja nakon sudara dvojnog sistema dobije uzmak ~ 100 km/s brzo se vraća u centar galaksije i u tom procesu smanjuje se centralna gustina zvezda.

1.3.6 Detekcija gravitacionih talasa

Postojanje gravitacionih talasa indirektno je potvrđeno posmatranjima neutronske zvezde. Godine 1993. Nobelova nagrada je dodeljena Ričardu Halsu i Jozefu Tejloru koji su izmerili promenu orbite dvojnog pulsara usled emisije gravitacionih talasa. Kretanje pulsara dovodi do oscilacija u gravitacionom polju i te oscilacije odnose energiju iz dvojnog sistema. Rastojanje između članova dvojnog sistema se smanjuje i frekvencija oscilacija se povećava. Taj efekat je izmeren i dobro se slaže sa predviđanjima Opšte teorije relativnosti.

Međutim, direktna detekcija gravitacionih talasa je problematična jer je očekivani signal izuzetno slab. Da bi detekcija bila moguća potrebni su precizni modeli očekivanog oblika gravitacionih talasa koji se porede sa primljenim signalom. Najviše gravitacionih talasa koji dvojni sistem crnih rupa emituje potiče iz faze sudara. Pre naprednih numeričkih simulacija sudara crnih rupa bilo je moguće jedino modelovati fazu pre sudara

u kojoj emisija nije toliko značajna jer je gravitaciono polje slabo. Razvoj numeričkih simulacija je otvorio nove mogućnosti da se precizno predvidi oblik gravitacionih talasa očekivan u fazi sudara i da se samim tim lakše detektuju.

Izgrađeno je više detektora gravitacionih talasa koji rade po principu Majklsonovog interferometra. Detektor se sastoji od dve cevi postavljene pod uglom od 90° . Zračenje koje emituje laser se razdvaja i odbija se od ogledala koja se nalaze na krajevima cevi. Dodatna ogledala koja delimično propuštaju svetlost postavljena su na sredinama cevi. Svetlost se više puta odbija od ogledala čime se povećava efektivna dužina puta koji svetlost prelazi. Nakon nekoliko odbijanja, svetlosni zraci napuštaju cevi, ali pošto nisu u fazi, talasi se potiru i signal ne dolazi do fotodetektora. Međutim, ukoliko gravitacioni talas prođe kroz interferometar dužina puta svetlosnog zraka u jednoj cevi se malo povećava, dok se u drugoj smanjuje. Efekat je izuzetno mali i teško se detektuje ($\sim 10^{-18}\text{m}$). Usled promene dužine puta dolazi do promene faze talasa na mestu fotodetektora, talasi se ne poništavaju i fotodetektor registruje signal.

Trenutno, najosetljiviji detektor gravitacionih talasa je LIGO²² koji se sastoji od tri detektora. Jedan se nalazi u Luizijani, a druga dva u Vašingtonu. Svetlosni zraci putuju kroz tunele dužine 4 km i prečnika 1 m. Posmatranja su počela 2002. godine, a završena su 2010. Nisu detektovani gravitacioni talasi. LIGO detektor zamenila je njegova unapređena verzija nazvana Advanced LIGO (Aasi et al. 2015).

LIGO i njemu slični detektori²³ osetljivi su na sudare crnih rupa mase $10 - 100 M_{\odot}$. Takve crne rupe se teško detektuju pa je procena stope njihovih sudara u Mlečnom putu i drugim galaksijama nesigurna. Međutim, teorija predviđa da su sudari česti u gustim jatima zvezda što je jedna od glavnih motivacija za izgradnju ovih detektora.

Septembra 2015. godine LIGO i VIRGO saradnici detektovali su signal prolaza gravitacionog talasa na Advanced LIGO detektoru, nazvan GW150914 (Abbott et al. 2016a). Signal GW150914 potiče od sudara crnih rupa uporedivih masa. Osobine dvojnog sistema izračunate su poređenjem detektovanog signala sa modelima gravitacionih talasa koji se emituju spajanjem crnih rupa. Fazu pre sudara karakterišu male brzine crnih rupa i slabo

²²eng. *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*, <http://www.ligo.caltech.edu> (pristupljeno 18.3.2017.)

²³VIRGO, Italija; GEO600, Nemačka; KAGRA, Japan

gravitaciono polje, tako da se za modelovanje može koristiti post-Njutnvska aproksimacija, dok se faza sudara modeluje korišćenjem numeričkih relativističkih simulacija. Kombinovanjem analitičkog i numeričkog pristupa konstruisani su precizni modeli emisije gravitacionih talasa za različite konfiguracije dvojnih sistema. Metod određivanja parametara dvojnog sistema na osnovu detektovanog GW150914 signala detaljno je opisan u radu Abbott et al. (2016c). Izračunate mase crnih rupa su $M_1 = 29_{-4}^{+4} M_\odot$ i $M_2 = 36_{-4}^{+5} M_\odot$. Parametri spina crnih rupa su $a_1 = 0.44_{-0.4}^{+0.5}$ i $a_2 = 0.32_{-0.29}^{+0.49}$. Masa crne rupe koja nastaje posle spajanja je $M = 62_{-4}^{+4} M_\odot$, a parametar spina je $a = 0.67_{-0.07}^{+0.05}$. Orijentacija vektora spina crnih rupa u odnosu na moment impulsa orbite je važan parametar za određivanje brzine uzmarka crnih rupa. Međutim, autori daju samo grubu procenu orijentacije vektora: verovatnoća da je ugao između $\vec{J}_{\text{BH}1,2}$ i \vec{L} u intervalu $45^\circ - 135^\circ$ je 75%. Pri ovakvoj konfiguraciji dvojnog sistema brzina uzmarka bi mogla biti značajna, međutim zbog velike neodređenosti pravca vektora spina nije moguće dati precizne procene.

Daljina po luminoznosti D_L je obrnuto proporcionalna amplitudi detektovanih gravitacionih talasa. Samim tim, udaljenost izvora se može izračunati direktno iz primljenog signala ukoliko je poznata orijentacija dvojnog sistema u odnosu na posmatrača, koja se dobija iz polarizacije gravitacionih talasa. Za GW150914 signal dobijena je vrednost $D_L = 410_{-180}^{+160}$ Mpc, na osnovu koje je procenjen crveni pomak izvora $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$, pod pretpostavkom Λ CDM kosmologije sa parametrima $H_0 = 67.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ i $\Omega_m = 0.306$. Ukupna energija koja je izračena u vidu gravitacionih talasa može se dobiti kao razlika između mase dvojnog sistema i konačne mase crne rupe nakon spajanja. Za izvor GW150914 dobijena je vrednost $E_{\text{rad}} = 3.0_{-0.4}^{+0.5} M_\odot c^2 = 5.3_{-0.8}^{+0.9} \times 47 \text{ J}$. Ukupna energija dvojnog sistema crnih rupa na rastojanju r je:

$$E \approx Mc^2 - \frac{GM_1 M_2}{2r}. \quad (1.3.6.1)$$

Za dvojni sistem čiji članovi imaju jednake mase i pod pretpostavkom da se faza pre sudara završava na rastojanju $r \approx 5GM/c^2$, sledi da se 2-3% početne energije dvojnog sistema izrači u formi gravitacionih talasa. Kada se uzme u obzir i gravitaciono zračenje emitovano u fazi sudara dobija se da $\sim 5\%$ ukupne energije odlazi na emisiju gravitacionih talasa (Abbott et al. 2016c).

Kako bi se odredio položaj izvora gravitacionih talasa neophodna je mreža gravitacionih

detektora. Razlika u vremenu detekcije gravitacionog signala između teleskopa u Luizijani i Vašingtonu iznosi $6.9_{-0.4}^{+0.5}$ ms. Sa ta dva detektora određena je oblast moguće lokacije izvora koja iznosi 150 deg^2 (sa verovatnoćom 50%) i 610 deg^2 (sa verovatnoćom 90%). Potrebna su dodatna posmatranja te oblasti na različitim talasnim dužinama.

Decembra 2015. dogodila se druga detekcija gravitacionih talasa, takođe na Advanced LIGO detektoru (Abbott et al. 2016b). Detektovani signal GW151226, potiče od sudara crnih rupa sa masama $M_1 = 7.5_{-2.3}^{+2.3} M_\odot$ i $M_2 = 14.2_{-3.7}^{+8.3} M_\odot$, a masa crne rupe nakon spajanja je $M = 20.8_{-1.7}^{+6.1} M_\odot$. Procenjeno je da masivnija crna rupa ima parametar spina $a_2 \leq 0.8$, dok je spin nakon spajanja $a = 0.74_{-0.06}^{+0.06}$. Izvor se nalazi na rastojanju $D_L = 440_{-190}^{+180} \text{ Mpc}$, odnosno na crvenom pomaku $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$

Treći mogući signal gravitacionih talasa LVT151012 je detektovan u oktobru 2015., međutim sa manjom sigurnošću nego prethodna dva²⁴. Ukoliko signal LVT151012 potiče od sudara crnih rupa, njihove mase su $M_1 = 12_{-5}^{+4} M_\odot$ i $M_2 = 23_{-6}^{+18} M_\odot$, konačna masa crne rupe je $M = 35_{-4}^{+14} M_\odot$, a spin $a = 0.66_{-0.10}^{+0.09}$. Procenjena udaljenost izvora je $D_L = 1000_{-500}^{+500} \text{ Mpc}$, a crveni pomak $z = 0.20_{-0.09}^{+0.09}$ (Abbott et al. 2016c).

Odnos masa članova dvojnog sistema se razlikuje za ova tri slučaja detekcije. Signal GW150914 potiče od sudara crnih rupa uporedivih masa ($q \geq 0.65$), dok je razlika u masama veća za GW151226 i LVT151012 signale ($q \geq 0.28$ i $q \geq 0.624$, redom). Za signale GW151226 i LVT151012 parametar spina manje masivne crne rupe nije moguće precizno odrediti zbog veće razlike u masama crnih rupa. Za dvojne sisteme kod kojih su crne rupe približno jednakih masa, spin obe crne rupe ima jednaku ulogu u evoluciji sistema, dok je za male vrednosti odnosa masa crnih rupa efekat spina sekundarne crne rupe na evoluciju zanemarljiv.

Advanced LIGO detektor je osetljiv na sudare crnih rupa sa ukupnom masom $\leq 100M_\odot$. U slučaju masivnijih dvojnih sistema može se detektovati samo kraj faze pre sudara i faza sudara, što znatno otežava potvrđivanje signala i unosi veliku grešku u analizu. Za detekciju gravitacionih sudara masivnih crnih rupa potrebne su svemirske misije. LISA²⁵ je svemirska misija sa detektorom gravitacionih talasa koji bi se nalazio na orbiti oko

²⁴Procenjeno je da GW150914 i GW151226 signali potiču od spajanja dvojnog sistema crnih rupa sa sigurnošću $> 5\sigma$, dok je u slučaju LVT151012 signala $\lesssim 2\sigma$.

²⁵eng. *The Laser Interferometer Space Antenna*

Sunca. U početku je bila zajednički projekat NASA-e²⁶ i i ESA²⁷, međutim 2011. godine NASA je odustala od projekta tako da je ESA bila primorana da izmeni misiju i novi projekat je nazvan eLISA²⁸. Lansiranje je planirano za 2034. godinu.

eLISA detektor se sastoji od tri letelice postavljene u jednakostraničan trougao sa stranicom od milion kilometara (prvobitno je bilo predviđeno pet miliona kilometara za LISA projekat) i takođe radi po principu Majklsonovog interferometra. Svaka letelica ima po dva lasera koji su usmereni ka druge dve letelice. Ukoliko prođe gravitacioni talas, rastojanje između letelica se menja. Planirano je da se eLISA detektor postavi na orbitu oko Sunca i da prati kretanje Zemlje na rastojanju od 50 miliona kilometara. LISA *Pathfinder*²⁹ letelica, lansirana decembra 2015. godine, je ESA-ina misija čiji je cilj testiranje tehnologije potrebne za eLISA projekat. Rezultati ove misije ukazuju da je eLISA misija izvodljiva (Armano et al. 2016).

Prednost eLISA detektora je što će biti u mogućnosti da detektuje gravitacione talase na koje, zbog ograničenja dužine cevi i šuma, nisu osetljivi detektori postavljeni na Zemlji. Izvori signala na koje je eLISA detektor osetljiv su sudari masivnih crnih rupa ($10^5 - 10^6 M_{\odot}$) do kojih dolazi nakon sudara galaksija i sudari masivne crne rupe sa crnom rupom manje mase ($1 - 100 M_{\odot}$) koja oko nje orbitira. Ovaj drugi slučaj je od posebnog značaja jer manje masivna crna rupa sporo emituje gravitacione talase i potrebno je dosta vremena da se spoji sa većom crnom rupom. Ona opisuje mnogo orbita oko masivnije crne rupe što daje mogućnost da se mapira prostor-vreme u blizini crne rupe. Procenjena stopa detekcija sudara masivnih crnih rupa je između nekoliko desetina i nekoliko stotina sudara tokom trajanja misije.

Direktna detekcija gravitacionih talasa je od izuzetnog značaja kako za razumevanje jakog gravitacionog polja tako i za ispitivanje osobina izvora koji ih emituje. Istovremena detekcija elektromagnetnog zračenja i gravitacionih talasa iz jednog objekta stvorila bi kompletniju sliku izvora.

Gravitacioni talasi takođe mogu poslužiti kao standardne sirene, tj. gravitacioni pan-

²⁶eng. *National Aeronautics and Space Administration*

²⁷eng. *European Space Agency*

²⁸eng. *Evolved Laser Interferometer Space Antenna*

²⁹<http://sci.esa.int/lisa-pathfinder/> (pristupljeno 26.3.2017.)

dan standardnih sveća (Holz & Hughes 2005). Udaljenost po luminoznosti se može direktno izračunati iz amplitude gravitacionih talasa sa preciznošću od 1-10%. Međutim, crveni pomak izvora nije moguće odrediti direktno, već se procenjuje pod pretpostavkom određene kosmologije i vrednosti kosmoloških parametara. Za ravan univerzum udaljenost po luminoznosti je:

$$D_L(z) = (1+z)(H_0)^{-1} \int_0^z dz' [\Omega_m(1+z')^3 + \Omega_\Lambda(1+z')^{3(1+\omega)}]^{-\frac{1}{2}}, \quad (1.3.6.2)$$

gde ω definisano kao $\omega = p/\rho$ gde su p i ρ pritisak i gustina tamne energije. Ukoliko se nakon detekcije gravitacionih talasa detektuje i elektromagnetno zračenje sa istog izvora, crveni pomak izvora bi bilo moguće odrediti nezavisno od pretpostavljenih kosmoloških parametara. Samim tim istovremena detekcija gravitacionog i elektromagnetnog zračenja sa istog izvora bi mogla da posluži kao test za kosmološke modele.

Najjači izvori gravitacionih talasa su sudari crnih rupa. Njihova detekcija omogućava direktno određivanje parametara dvojnog sistema, tj. odnosa mase i parametra rotacije crnih rupa, što bi ograničilo modele rasta supermasivnih crnih rupa.

Poglavlje 2

Rast crnih rupa na visokom crvenom pomaku

U ovoj disertaciji i u radu Smole et al. (2015) ispitan je rast crnih rupa u ranom Univerzumu. Korišćene su Milenijum (Springel et al. 2005) i Milenijum-II (Boylan-Kolchin et al. 2009) kosmološke simulacije problema N-tela sa ciljem da se ispita pod kojim uslovima se može formirati supermasivna crna rupa od $10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z \sim 7$. Crne rupe u modelu rastu kombinacijom sudara sa drugim crnim rupama i akrecijom gasa.

U radu Johnson et al. (2013) autori smatraju da je rast najmasivnijih crnih rupa na visokom crvenom pomaku u potpunosti usled akrecije gasa i da se sudari mogu zanemariti. Njihov zaključak je zasnovan na činjenici da se zvezde Populacije III mogu formirati u samo malom broju haloa na visokom crvenom pomaku jer jako Lajman-Vernerovo zračenje snižava stopu formiranja zvezda. Pored toga, rezultati kosmološke simulacije u kojoj se prati rast supermasivnih crnih rupa pokazuju da sudari ne utiču na njihov rast (DeGraf et al. 2012). Međutim, razlog tome je slaba rezolucija po masi u DeGraf et al. (2012) simulaciji u kojoj se ne formiraju halo manji od $5 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$. Iako se zvezde Populacije III ne mogu formirati u najmanjim haloima, do njihovog formiranja ipak dolazi u haloima sa $M_{\text{halo}} \gtrsim 10^8 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z > 6$. Pored toga, halo sa masom od $M_{\text{halo}} \gtrsim 10^8 M_{\odot}$ su zaštićeni od Lajman-Vernerovog zračenja zbog velike gustine H_2 molekula (Wise & Abel 2008). Ukoliko od zvezda Populacije III nastaju masivne crne rupe, njihovi sudari utiču na rast supermasivnih crnih rupa u kvazarima. U radu Dubois et al. (2014)

autori su koristeći hidrodinamičke kosmološke simulacije ispitali uticaj akrecije gasa i sudara na rast crnih rupa. Njihovi rezultati pokazuju da je za crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} \lesssim 10^8 M_{\odot}$ dominantan mehanizam rasta akrecija gasa, dok sudari znatno doprinose rastu najmasivnijih crnih rupa.

2.1 Milenijum i Milenijum-II simulacije

Milenijum simulacija (Springel et al. 2005) je kosmološka simulacija problema N-tela sa 2163^3 čestica u simulacionoj kutiji veličine $L = 500 h^{-1}$ Mpc. Masa svake čestice je $8.61 \times 10^8 M_{\odot}$. U Milenijum simulaciji je korišćena Λ CDM kosmologija sa parametrima:

$$\Omega_{\text{tot}} = 1.0, \Omega_{\text{m}} = 0.25, \Omega_{\text{b}} = 0.045, \Omega_{\Lambda} = 0.75, h = 0.73, \sigma_8 = 0.9, n_s = 1,$$

gde je h Hablova konstanta na $z = 0$ (odnosno stopa širenja svemira na $z=0$) u jedinicama $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, σ_8 amplituda kvadratnog korena srednje kvadratne vrednosti linearnih fluktuacija mase u sferama dijametra $8h^{-1}$ Mpc na crvenom pomaku $z = 0$, a n_s je spektralni indeks za primordijalni stepeni zakon. Početni uslovi za simulaciju su postavljeni na crvenom pomaku $z = 127$.

Milenijum-II simulacija (Boylan-Kolchin et al. 2009) koristi istu kosmologiju kao i Milenijum simulacija, kao i isti broj čestica ali u 5 puta manjoj simulacionoj kutiji ($L = 100 h^{-1}$ Mpc) i samim tim ima 125 puta bolju rezoluciju po masi. Svaka čestica u simulaciji ima masu od $6.885 \times 10^6 M_{\odot}$. Na takvoj rezoluciji patuljaste galaksije predstavljene su sa 20 čestica, galaksije poput Mlečnog puta sa stotinama hiljada čestica, a halo bogatih jata galaksija imaju preko 50 miliona čestica. Milenijum-II simulacija koristi GADGET3 kod koji je unapređena verzija GADGET koda (Springel et al. 2001b; Springel 2005).

Prema trenutno prihvaćenoj Λ CDM kosmologiji prvo se formiraju najmanji halo tamne materije koji se zatim sudaraju i formiraju veće strukture. Kako Milenijum-II simulacija ima 125 bolju rezoluciju od Milenijum simulacije, ona se može koristiti za praćenje rasta crnih rupa usled sudara najmanjih haloa tamne materije na visokim crvenim pomacima, koji se ne mogu videti u Milenijum simulaciji. Sa druge strane, Milenijum-II simulacija ima malu simulacionu kutiju i mali broj masivih haloa tamne materije pa se samim tim

postavlja pitanje da li se u njoj može formirati supermasina crna rupa sa masom $10^9 M_\odot$ na crvenom pomaku $z \sim 7$.

Sa ciljem da se iskoristi visoka rezolucija Milenijum-II simulacije i veličina simulacione kutije Milenijum simulacije kombinovani su rezultati obe simulacije. Crne rupe formirane u Milenijum-II simulaciji koriste se kao semena crnih rupa u haloima Milenijum simulacije. Na taj način povezani su halo male mase koji se formiraju u veoma ranom Univerzumu i zastupljenost masivnih haloa koji se formiraju kasnije.

2.2 Kombinovanje Milenijum i Milenijum-II simulacija

Centrima haloa Milenijum-II simulacije pridružene su crne rupe sa početnim masama $100M_\odot$ kako bi se izračunala istorija rasta crnih rupa u najmanjim haloima tamne materije.

Prvo se formira drvo sudara (poglavlje 2.3) koje prati istoriju sudara haloa u Milenijum-II simulaciji od crvenog pomaka $z = 23.79$, kada su zabeleženi prvi sudari, pa do $z = 6.2$ što je snimak Millennium-II simulacije najbliži crvenom pomaku $z = 6^1$. Kao halo se karakteriše svaka gravitaciono vezana struktura sa najmanje 20 čestica². Pod pretpostavkom da se u svakom halou nalazi po jedna crna rupa i da se te crne rupe spajaju odmah nakon spajanja pridruženih haloa, istorija sudara haloa tamne materije odgovara istoriji sudara crnih rupa.

Sudari su podeljeni na male i velike. Smatra se da je sudar veliki ukoliko je odnos masa haloa u sudaru $\frac{M_{\text{halo},1}}{M_{\text{halo},2}} \geq 0.3$, za $M_{\text{halo},1} < M_{\text{halo},2}$. Nakon malog sudara masa novoformirane crne rupe se dobija sabiranjem masa crnih rupa u haloima pre sudara, dok se nakon velikog sudara aktivira i akrecija gasa. Za svaki halo Milenijum-II simulacije, osim pridruživanja crne rupe mase $100M_\odot$, fiksirana je i vrednost za radijativnu efikasnost

¹U Milenijum i Milenijum-II simulacijama vremenska skala između snimaka je logaritamska.

²Za identifikaciju gravitaciono vezanih struktura u Milenijum i Milenijum-II simulacijama koristi se FOF algoritam (eng. *friends-of-friends*, Davis et al. 1985). Par čestica pripada istoj grupi ukoliko je njihovo međusobno rastojanje manje od 20% srednjeg rastojanja između čestica. Međutim, simulacije visoke rezolucije imaju i gravitaciono vezane podstrukture koje orbitiraju oko većih struktura i zajedno sačinjavaju jedinstvenu FOF grupu. Za identifikaciju ovih podstrukture, odnosno haloa za koje je konstruisano drvo sudara, koristi se SUBFIND algoritam (Springel et al. 2001a).

i vreme trajanja akrecije u svakoj epizodi akrecije, a jedini slobodan parametar u modelu je Edingtonov odnos.

Isti model rasta primenjen je i na haloe u Milenijum simulaciji kako bi se izračunate mase crnih rupa u većoj simulacionoj kutiji mogle uporediti sa posmatranom funkcijom mase crnih rupa na visokom crvenom pomaku. Za halo određene mase iz Milenijum-II simulacije izračunata je tipična masa crne rupe binovanjem masa crnih rupa na svakom crvenom pomaku i za svaki interval masa haloa, i odabirom centralne vrednosti. Na taj način, na svakom crvenom pomaku poznate su mase crnih rupa u haloima određene mase. Tipične mase crnih rupa iz Milenijum-II simulacije koriste se kao mase semena crnih rupa za svaki novoformirani halo tamne materije u Milenijum simulaciji, na datom crvenom pomaku i za datu masu haloa. Na taj način se proširuje uzorak haloa tamne materije iz simulacija kako bi se dobio veći interval masa haloa.

2.3 Drvo sudara

Iz baze Milenijum-II simulacije izdvojeni su halo i sa masom $> 10^{10}M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z = 6.2$. Podacima se pristupa preko SQL³ pretrage. Za svaki halo dati su podaci o crvenom pomaku, broju čestica, koordinatama, sopstvenoj brzini, disperziji brzine, rotaciji haloa i informacije o halou potomku. Halo potomak se traži tako što se zahteva da sve čestice nekog haloa pripadaju jednom halou na narednom snimku. Ukoliko se desi da se čestice jednog haloa nađu u više haloa tada se računa njihova vezivna energija i halo potomak je onaj halo sa najvećom vezivnom energijom.

Za sve izdvojene haloe nađeni su njihovi halo i preci, tj. halo i koji su se na prethodnom snimku sudarili kako bi formirali te haloe. Halo i su se sudarili ako imaju isti halo potomak. Taj postupak je ponavljan sve do crvenog pomaka $z = 23.79$ gde su zabeleženi prvi sudari. Kada su pronađeni svi halo i koji su učestvovali u rastu izdvojenih haloa, konstruisano je drvo sudara.

Halo i na crvenom pomaku $z = 6.2$ nazivaju se glavni halo i. Sudari glavnih haloa formiraju glavnu granu drveta sudara. Ostali halo i koji se sudaraju sa glavnim haloima

³eng. *Structured Query Language*

nazivaju se sporedni halo i njihovi sudari formiraju sporedne grane. Prilikom računanja rasta crnih rupa prate se sudari kako u glavnim, tako i u sporednim granama drveta sudara.

Prikaz elemenata drveta sudara dat je u tabeli 2.3.1. Identifikator haloa, crveni pomak, broj čestica, koordinate i identifikator haloa potomka su podaci preuzeti iz baze Milenijum/Milenijum-II simulacije, dok su ostali podaci računati.

Tabela 2.3.1: Elementi drveta sudara-identifikator haloa i njegovog haloa potomka, kao i podaci o crvenom pomaku, broju čestica i koordinatama haloa su preuzeti iz baze Milenijum/Milenijum-II simulacije, dok su informacije o prethodnim sudarima datog haloa računati podaci.

Podaci o halou	Opis podataka	Izvor podataka
haloid[i]	identifikator haloa, jedinstven u celoj simulaciji	Milenijum/ Milenijum-II simulacija
redshift[i]	crveni pomak na kom se halo nalazi	
np[i]	broj čestica u halou	
$x[i]$	kopokretne koordinate haloa	
$y[i]$		
$z[i]$		
descendantid[i]	identifikator haloa potomka	računati podaci
prev_id[i]	identifikator najmasivnijeg haloa pretka	
prev_np[i,j]	broj čestica u najmasivnijem halou pretku	
major_id[i,j]	identifikator haloa sa kojim je dati halo imao veliki sudar	
major_np[i,j]	broj čestica u halou sa kojim je dati halo imao veliki sudar	
major_ratio[i,j]	odnos masa haloa koji su imali veliki sudar	
minor_id[i,j]	identifikator haloa sa kojim je dati halo imao mali sudar	
minor_np[i,j]	broj čestica u halou sa kojim je dati halo imao mali sudar	
minor_ratio[i,j]	odnos masa haloa koji su imali mali sudar	

Prilikom svakog sudara najmasivniji halo predak je primarni halo, dok se ostali halo i

nazivaju halo i sateliti. Ukupan broj haloa koji se nalaze u drvetu sudara je i , a j je broj haloa satelita koji se sudara sa primarnim haloom između dva snimka. U Milenijum simulaciji snimci su pravljani sa razmakom $\Delta z \sim 1$, tako da je čest slučaj da veliki broj haloa ima isti halo potomak. Samim tim postavlja se pitanje koji halo je primarni, a koji halo i su sateliti. Da bi se prevazišao ovaj problem prvo je pronađen najmasivniji halo predak (primarni halo) i označen je kao `prev_id[i]`, sa brojem čestica `prev_np[i,0]`. Nakon toga, na osnovu kopokretnih koordinata $(x[i], y[i], z[i])$ računata je udaljenost haloa satelita od primarnog haloa, sortirani su po udaljenosti od najbližeg do najudaljenijeg i pretpostavljeno je da se tim redosledom sudaraju. Nakon svakog sudara masa novonastalog haloa je označena kao `prev_np[i,j]`. Na osnovu odnosa masa haloa u sudaru sudari su podeljeni na male (`minor_id[i,j]`) i velike (`major_id[i,j]`) sudare, sa brojem čestica i odnosom masa haloa `minor_np[i,j]` i `minor_ratio[i,j]`, tj. `major_np[i,j]` i `major_ratio[i,j]`.

Ista procedura je ponovljena i za haloe u Milenijum simulaciji koji imaju masu $> 10^{11} M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z = 6.2$.

2.4 Izbor parametara i početne mase crnih rupa

Konačna masa crne rupe zavisi od početne mase crnih rupa, Edingtonovog odnosa, radijativne efikasnosti i vremena trajanja akrecije (jednačina 1.2.2.12). U našem modelu svaki veliki sudar prvo dovodi do formiranja nove crne rupe, a zatim do akrecije gasa. Sposobnost sudara galaksija uporedivih masa da aktiviraju akreciju gasa je ispitana kako u simulacijama sudara u izolaciji (npr. Hopkins et al. 2006), tako i posmatrački (npr. Sanders et al. 1988; Koss et al. 2010; Satyapal et al. 2014).

Pošto smo jedino zainteresovani za početne i krajnje mase crnih rupa, nismo usvojili ni jedan određen model akrecije, već parametri akrecije u našem modelu mogu biti shvaćeni kao njihove usrednjene vrednosti tokom vremena trajanja akrecije gasa. Usrednjene vrednosti Edingtonovog odnosa i radijativne efikasnosti mogu biti njihove stvarne vrednosti u klasičnom modelu sa tankim akrecionim diskom ili samo usrednjene vrednosti niza kratkotrajnih epizoda super-Edingtonove akrecije (sa Edingtonovim odnosom većim od usrednjenog) u modelu sa ultra-tankim akrecionim diskom (poglavlje 1.2.2, a videti i

Volonteri et al. 2015).

Za radijativnu efikasnost smo izabrali tipičnu vrednost $\epsilon = 0.1$ (Elvis et al. 2002; Yu & Tremaine 2002; Davis & Laor 2011). Svaka epizoda akrecije je ograničena na 50 Myr, što je približno jednako Salpeterovom vremenu za akreciju na Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} = 1$. Jedini slobodan parametar u našem modelu je Edingtonov odnos, čija je vrednost fiksirana za sve epizode akrecije u datoj semi-analitičkoj simulaciji. Vreme trajanja akrecije može biti kraće od 50 Myr u dva slučaja. Ukoliko se dogodi novi veliki sudar pre isteka vremena trajanja akrecije, akrecija se zaustavlja, masa crne rupe se povećava za akretovanu masu, a zatim započinje nova epizoda akrecije. Sa druge strane, ukoliko masa crne rupe postane veća od 0.08% mase haloa, akrecija se zaustavlja i ne može ponovo biti aktivirana. Ovo ograničenje proizilazi iz relacije skaliranja mase crnih rupa i haloa tamne materije u lokalnom Univerzumu. Masa barionske materije u halou je 16% mase tamne materije. Ukoliko je tipičan odnos mase crne rupe i centralnog ovala 0.5% (Kormendy & Ho 2013, tada 8×10^{-4} mase haloa predstavlja gas koji crna rupa može da akretuje.

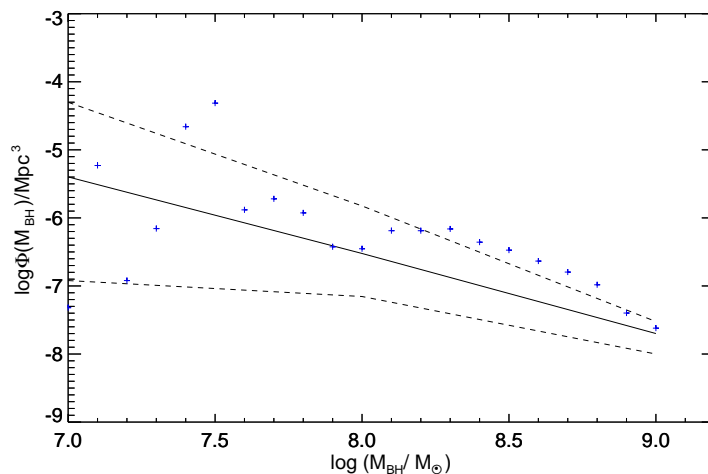
Kao granični uslov za naš model upotrebljavamo posmatranu funkciju mase crnih rupa na $z \sim 6$. Proceduru semi-analitičke kombinovane analize snimaka iz Milenijum i Milenijum-II simulacija (opisanu u poglavlju 2.2) primenjujemo za različite efektivne vrednosti Edingtonovog odnosa. Od posebnog značaja su slučajevi u kojima mase crnih rupa odgovaraju posmatranoj funkciji mase na $z \sim 6$ i u kojima se formira supermasivna crna rupa od $10^9 M_{\odot}$ na $z = 7$.

2.5 Formiranje supermasivne crne rupe na $z = 7$

Glavni zaključci urađenih analiza su sledeći:

- (i) za formiranje crne rupe od $10^9 M_{\odot}$ na $z = 7$ neophodno je da efektivni Edingtonov odnos ima vrednost $f_{\text{Edd}} = 3.7$ u svakoj epizodi akrecije;
- (ii) pritom je dobijena funkcija mase crnih rupa u skladu sa onom na $z \sim 6$ koja je izvedena iz posmatranja kvazara (Willott et al. 2010b).

Prilikom analize tražena je minimalna vrednost efektivnog Edingtonovog odnosa pri kojoj su navedeni uslovi zadovoljeni. Ispitane su vrednosti iz intervala $f_{\text{Edd}} = [1, 3.7]$, međutim u drvetu sudara se ne formira crna rupa sa masom $10^9 M_{\odot}$ na $z = 7$ ukoliko se akrecija gasa odvija na $f_{\text{Edd}} < 3.7$. U ovim analizama vreme trajanja akrecije je fiksirano na 50 Myr, dok analize sa dužim vremenom akrecije rezultiraju funkcijom mase koja znatno odstupa od one izvedene iz posmatranja. Primera radi, ukoliko je vreme trajanja akrecije ~ 150 Myr, pri efektivnom Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} = 2$ formira se crna rupa sa masom $10^9 M_{\odot}$, međutim dobijena funkcija mase za manje masivne crne rupe je iznad posmatrane, dok se za $f_{\text{Edd}} < 2$ u drvetu sudara ne formira dovoljno masivna crna rupa. Daljim povećanjem vremena trajanja akrecije, pri $f_{\text{Edd}} = 1$, takođe ne dolazi do formiranja crne rupe se masom $10^9 M_{\odot}$. Imajući u vidu navedene rezultate, kao i problematičnost dugoročne super-Edingtonove akrecije koja je diskutovana u daljem tekstu, ovi modeli su odbačeni.



Slika 2.5.1: Funkcija mase crnih rupa u našem modelu (plavi plusevi) upoređena sa posmatranom funkcijom mase (Willott et al. 2010b). Isprekidane linije pokazuju donju i gornju granicu posmatrane funkcije, dok puna linija predstavlja najbolji fit. Izvor: Smole et al. (2015).

Na slici 2.5.1 prikazana je funkcija mase crnih rupa u haloima sa masom $> 10^{11} M_{\odot}$ u Milenijum simulaciji na $z = 6.2$. Mase crnih rupa su rezultat semi-analitičke analize

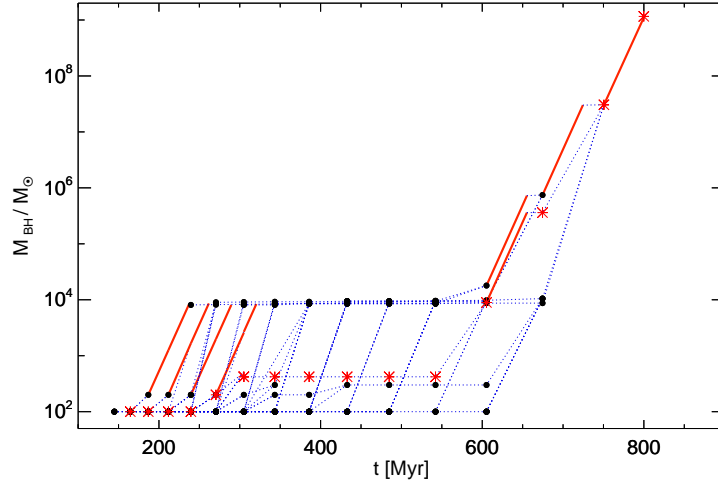
u kojoj su početne mase crnih rupa $100 M_{\odot}$, efektivna radijativna efikasnost $\epsilon = 0.1$, efektivni Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} = 3.7$ i svaka epizoda akrecije je ograničena na 50 Myr. Tačke označene plavim plusevima na slici 2.5.1 predstavljaju broj crnih rupa u svakom binu (Φ) po Mpc^3 . Binovi imaju širinu od 0.1 dex. U radu Willott et al. (2010b) autori su modelovali funkciju mase kako bi dobili funkciju luminoznosti koja se zatim fituje sa posmatranom funkcijom luminoznosti CFHQS⁴ i SDSS kvazara na $5.74 < z < 6.42$ (Willott et al. 2010a). Isprekidane linije na slici 2.5.1 predstavljaju njihovu donju i gornju granicu, a puna linija predstavlja najbolji fit sa posmatranim kvazarima. U navedenom radu najbolji fit je određen metodom maksimalne verovatnoće, dok je interval greške određen tzv. „butstrap“ statističkom metodom pomoću koje je generisano 100 mogućih funkcija mase crnih rupa.

Sa slike se vidi da je funkcija mase dobijena iz Milenijum simulacije blago iznad posmatrane. Razlog za veći broj masivnih crnih rupa bi mogao biti taj što se u našem modelu pretpostavlja da je efektivna vrednost Edingtonovog odnosa u svakoj epizodi akrecije i za svaku crnu rupu jednaka. Ipak, veliki broj crnih rupa iz simulacije ne pripada drvetu sudara u kome se formira crna rupa sa masom $10^9 M_{\odot}$ na $z = 7$. Akrecija gasa na te crne rupe bi mogla da se odvija i pri manjoj vrednosti Edingtonovog odnosa, što bi smanjilo njihovu konačnu masu. Manje mase crnih rupa u sporednim haloima ne bi uticale na rast supermasivne crne rupe čije se formiranje ispituje, a pritom bi se dobilo bolje poklapanje sa funkcijom mase izvedenom iz posmatranja.

Kelly & Shen (2013) su pokazali da je akrecija gasa sa sličnim Edingtonovim odnosom moguća kod kvazara na visokom crvenom pomaku. Autori su našli da je maksimalna posmatrana vrednost Edingtonovog odnosa $f_{\text{Edd}} \sim 3$. Pored toga, drugi autori su sugerisali da su moguće i veće vrednosti Edingtonovog odnosa, npr. $f_{\text{Edd}} = 4.6$ (Du et al. 2014) i $f_{\text{Edd}} = 10$ (Collin & Kawaguchi 2004).

U daljoj analizi fokusiramo se na glavni halo sa najmasivnijom crnom rupom ($M_{\text{BH}} = 10^9 M_{\odot}$) na crvenom pomaku $z = 7$ i njegove pretke. Slika 2.5.2 prikazuje izračunato drvo sudara supermasivne crne rupe sa masom $10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z = 7$ pri vrednosti Edingtonovog odnosa $f_{\text{Edd}} = 3.7$. Na slici je prikazan rast supermasivne crne rupe usled

⁴eng. *Canada-France High-z Quasar Survey*

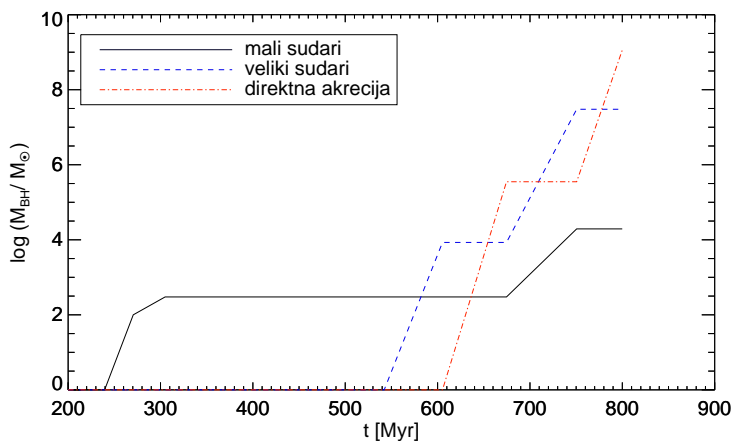


Slika 2.5.2: Drvo sudara crne rupe sa masom $10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z = 7$ za Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} = 3.7$. Na slici je prikazan rast supermasivne crne rupe usled sudara (isprekidane plave linije) i akrecije gasa (crvene pune linije) u funkciji starosti Univerzuma. Crni puni kružići predstavljaju mase crnih rupa u sporednim haloima, a crveni asteriksi u glavnim haloima. Izvor: Smole et al. (2015).

sudara i akrecije gasa, u funkciji starosti Univerzuma. Crni puni kružići predstavljaju mase crnih rupa u sporednim haloima na svakom snimku, a crveni asteriksi crne rupe u glavnim haloima. Isprekidane plave linije prikazuju rast crne rupe usled sudara, a crvene pune linije predstavljaju epizode akrecije nakon velikih sudara. Sa slike se može zaključiti da crne rupu dobijaju najveći deo svoje mase u velikim sudarima kada se aktivira akrecija.

Svaka epizoda akrecije traje 50 Myr, dok je za crnu rupu koja akretuje na efektivnom Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} = 3.7$ Salpeterovo vreme $t_s \sim 12$ Myr (jednačina 1.2.2.12). Super-Edingtonova akrecija koja prevazilazi Salpeterovo vreme bi mogla biti verovatnija nego akrecija na Edingtonovom odnosu koja traje milijardu godina. Da bi se objasnio formiranje supermasivnih crnih rupa u kvazarima sa klasičnim parametrima akrecije ($M_{\text{BH},0} = 10^5 M_{\odot}$, $\epsilon = 0.1$ and $f_{\text{Edd}} = 1$) potrebna je kontinuirana akrecija od 500 Myr (jednačina 1.2.2.12). Ukoliko bi se usvojili isti parametri akrecije i početna masa crne rupe od $100 M_{\odot}$, akrecija bi morala da traje 840 Myr za $f_{\text{Edd}} = 1$ i 280 Myr za $f_{\text{Edd}} = 3$.

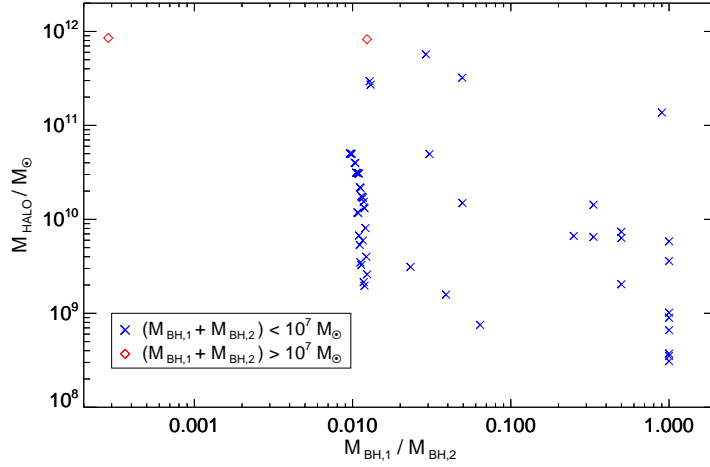
U našem modelu za početne mase crnih rupa od $100 M_{\odot}$ svaka epizoda akrecije je



Slika 2.5.3: Rast supermasivne crne rupe u glavnom halou usled malih sudara (crna puna linija), velikih sudara (plava isprekidana linija) i akrecije gasa (crvena crta-tačka linija). Ispod $10^7 M_{\odot}$ veliki sudari i akrecija su jednako bitni, dok iznad te mase rastu crne rupe najviše doprinosi akrecija gasa. Izvor: Smole et al. (2015).

ograničena na 50 Myr. Veliki sudari prekidaju jednu epizodu akrecije gasa i aktiviraju novu, tako da umesto jedne crne rupe koja kontinuirano akretuje imamo nekoliko crnih rupa koje rastu u kraćim epizodama akrecije aktiviranim velikim sudarima. Supermasivna crna rupa u glavnom halou raste kroz dve epizode akrecije, dok se ostale epizode odvijaju u sporednim haloima (slika 2.5.2). Crne rupe u sporednim haloima rastu paralelno sa crnom rupom u glavnom halou. Kada se sporedni halo spoji sa glavnim haloom, on u svom centru ima masivniju crnu rupu nego glavni halo zbog većeg broja velikih sudara u svojoj istoriji. Odatle sledi da je uticaj sudara značajan, pa se samim tim smanjuje potreba za dugotrajnom super-Eddingtonovom akrecijom.

Na slici 2.5.3 predstavljen je kumulativni rast crne rupe u glavnom halou, usled malih sudara (crna puna linija), velikih sudara (plava isprekidana linija) i akrecije gasa (crvena crta-tačka linija). Veliki sudari imaju značajan uticaj ispod $10^7 M_{\odot}$ jer crne rupe u sporednim haloima mogu značajano da povećaju svoju masu pre nego što se spoje sa crnom rupom u glavnom halou. Iznad $10^7 M_{\odot}$ crna rupa dominantno raste akrecijom gasa.



Slika 2.5.4: Mase glavnih i sporednih haloa u drvetu sudara u funkciji odnosa masa crnih rupa u sudaru. Crveni simboli predstavljaju haloe kod kojih je zbir masa crnih rupa $> 10^7 M_{\odot}$, a plavi simboli crne rupe sa masama $\leq 10^7 M_{\odot}$. Izvor: Smole et al. (2015).

Takođe smo ispitali mogući uticaj emisije gravitacionih talasa na rast supermasivnih crnih rupa u našem modelu. Na slici 2.5.4 prikazan je odnos masa crnih rupa u sudaru u funkciji mase haloa u kojem se nalaze. Naš model bi mogao biti osetljiv na izbor brzina crnih rupa koje one dobijaju usled gravitacionog talasnog zračenja. Najveći broj sudara crnih rupa sa odnosom masa ~ 1 događa se u haloima male mase. Pošto takvi haloi imaju slab gravitacioni potencijal, crna rupa koja nastaje njihovim spajanjem bi lako mogla da napusti novoformirani halo. Međutim, ako se crne rupe ipak vrate u centar većeg haloa, jači gravitacioni potencijal sprečava izbacivanje crnih rupa nakon budućih sudara. Crveni dijamantri na slici 2.5.4 predstavljaju haloe gde je masa crnih rupa u sudaru $> 10^7 M_{\odot}$. Ti sudari imaju najveći uticaj na rast crnih rupa, a pošto se dešavaju u masivnim haloima i imaju mali odnos masa crnih rupa u sudaru, oni nisu osetljivi na emisiju gravitacionih talasa.

Kako bi se detaljnije ispitaio uticaj emisije gravitacionih talasa izračunata je brzina uzmarka crnih rupa i upoređena je sa brzinom napuštanja haloa tamne materije.

Brzine gravitacionog uzmarka su procenjene koristeći rad Micic et al. (2011). Autori su koristili fit Campanelli et al. (2007a) kako bi izračunali brzine uzmarka u zavisnosti od

odnosa masa crnih rupa u sudaru, vrednosti parametra spina, tj. rotacije crne rupe, kao i orijentacije vektora rotacije u odnosu na ravan orbite crne rupe. Brzina uzmaka je (Micic et al. 2011, jednačine 7-10):

$$V_k = [(V_m + V_\perp \cos \xi)^2 + (V_\perp \sin \xi)^2 + (V_\parallel)^2]^{1/2}, \quad (2.5.0.1)$$

gde je

$$V_m = A \frac{q^2 (1-q)}{(1+q)^5} \left[1 + B \frac{q}{(1+q)^2} \right], \quad (2.5.0.2)$$

$$V_\perp = H \frac{q^2}{(1+q)^5} (\alpha_2^\parallel - q\alpha_1^\parallel), \quad (2.5.0.3)$$

i

$$V_\parallel = K \cos(\Theta - \Theta_0) \frac{q^2}{(1+q)^5} (\alpha_2^\perp - q\alpha_1^\perp). \quad (2.5.0.4)$$

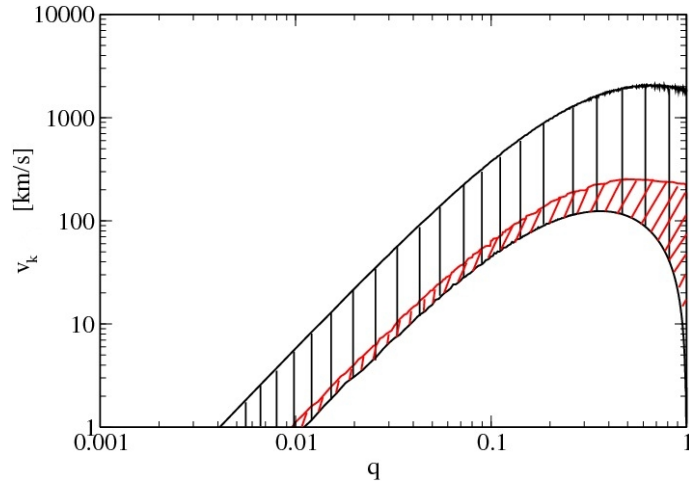
Koeficijenti korišćeni pri fitovanju su $A = 1.2 \times 10^4$ km/s, $B = -0.93$, $H = (7.3 \pm 0.3) \times 10^3$ km/s i $K \cos(\Theta - \Theta_0) = (6.0 \pm 0.1) \times 10^4$, q je odnos masa crnih rupa koje su se sudarile, $\alpha_{i=1,2}^\parallel$ i $\alpha_{i=1,2}^\perp$ su redukovani parametri rotacije, a orijentacija sudara je određena uglovima Θ i ξ . Autori su izračunali raspodelu brzine gravitacionog uzmaka za dva modela: model gde je vrednost i orijentacija spina crnih rupa izabrana iz uniformne raspodele i model u kome se podrazumeva da je orijentacija vektora spina crnih rupa paralelna sa vektorom momenta impulsa orbite. U radu Smole et al. (2015) i u ovoj disertaciji crnim rupama su pripisane brzine gravitacionog uzmaka koje predviđa drugi navedeni model (slika 2.5.5—crvena linija, Micic et al. 2011). Takva konfiguracija dvojnog sistema se očekuje ukoliko koherentna akrecija gasa dovodi do poravnanja vektora spina crnih rupa pre sudara sa vektorom momenta impulsa orbite (poglavlje 1.3.3).

Brzine napuštanja haloa tamne materije su izračunate po metodu preuzetom iz rada O’Leary & Loeb (2009). Kružna brzina haloa na virijalnom radijusu je (Barkana 2001):

$$V_c = 24 \left(\frac{M_{\text{gal}}}{10^8 h^{-1} M_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{\Omega_m \Delta_c}{\Omega_m^z 18\pi^2} \right)^{1/6} \left(\frac{1 + z_{\text{merge}}}{10} \right)^{1/2} \text{ km/s} \quad (2.5.0.5)$$

gde je $\Delta_c = 18\pi^2 + 82d - 39d^2$, $d = \Omega_m^z - 1$ i $\Omega_m^z = \Omega_m(1+z)^3 / (\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda)$ na crvenom pomaku na kome se odvija sudar, z_{merge} . Autori su pretpostavili da je halo tamne materije opisan NFW⁵ profilom (Navarro et al. 1997) sa parametrom koncentracije $c = 4$,

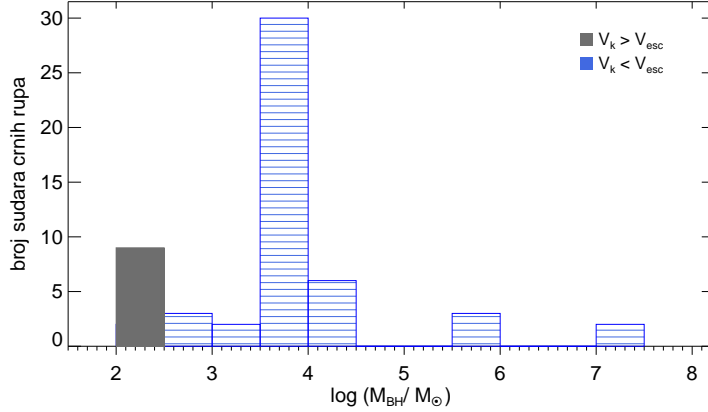
⁵Navarro-Frenk-White



Slika 2.5.5: Raspodela brzina uzmarka crnih rupa u funkciji odnosa masa crnih rupa u sudaru. Crne linije predstavljaju model u kome se pretpostavlja ravnomerna raspodela vrednosti i orijentacije spina crnih rupa, dok je crvenim linijama predstavljen model u kome su vektori spina paralelni sa vektorom momenta impulsa orbite. Izvor: Micic et al. (2011).

kao što se i očekuje za novoformirane haloe tamne materije (Wechsler et al. 2002). Pod tim pretpostavkama brzina napuštanja centra haloa tamne materije je $V_{\text{esc}} \approx 2.8V_c$. Ipak, ovakav metod procene brzine napuštanja je samo aproksimativan. Brzine napuštanja u različitim uslovima su detaljno ispitane u poglavljima 3 i 4.

Na slici 2.5.6 prikazan je broj sudara crnih rupa u funkciji mase novoformirane crne rupe. Ukoliko je brzina uzmarka veća od brzine napuštanja, crna rupa bi mogla biti izbačena iz haloa tamne materije (sivi popunjen histogram). Plavi šrafirani histogram prikazuje crne rupe kod kojih je brzina uzmarka manja od brzine napuštanja. Sa slike se vidi da se crne rupe sa malom masom nalaze u haloima male mase za koje je brzina napuštanja manja od brzine uzmarka, tako da su te crne rupe osetljive na emisiju gravitacionog zračenja. Sa druge strane, mi koristimo jednostavan model u kome pretpostavljamo da svaki novonastali halo u Milenijum-II simulaciji u centru ima crnu rupu sa istom početnom masom od $100 M_{\odot}$. Verovatnoća da dve crne rupe koje se sudaraju imaju jednake mase je veoma mala. Crne rupe imaju početnu funkciju mase koja nije u potpunosti poznata zbog nedovoljnog poznavanja načina na koji se primordijalni gas



Slika 2.5.6: Broj sudara crnih rupa u funkciji od mase crnih rupa. Sivi popunjen histogram prikazuje crne rupe kod kojih je brzina uzmaka veća od brzine napuštanja haloa u kome se nalaze. Te crne rupe su osetljive na emisiju gravitacionih talasa. Plavi šrafiran histogram prikazuje crne rupe na koje ne utiče gravitaciono zračenje. Izvor: Smole et al. (2015).

fragmentiše prilikom formiranja zvezda Populacije III. Zvezde Populacije III sa masama $\sim 25 - 140 M_{\odot}$ najverovatnije formiraju crne rupe mase $M_{\text{BH}} \sim 10 - 50 M_{\odot}$, dok masivnije zvezde ($\gtrsim 260 M_{\odot}$) formiraju crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} \sim 100 - 600 M_{\odot}$ (npr. Heger & Woosley 2002). Takva početna funkcija mase bi značajno smanjila odnos masa crnih rupa u sudaru, što bi dalje smanjilo brzinu gravitacionog uzmaka.

2.6 Diskusija

U poglavlju 2.5 ispitano je pod kojim uslovima crne rupe sa početnim masama od $100 M_{\odot}$ smeštene u centre haloa Milenijum-II (Boylan-Kolchin et al. 2009) i Milenijum (Springel et al. 2005) simulacija mogu da formiraju supermasivnu crnu rupu od $10^9 M_{\odot}$ u kvazaru posmatranom na crvenom pomaku $z \sim 7$ (Mortlock et al. 2011).

U drvetu sudara prati se rast crnih rupa usled međusobnih spajanja i usled akrecije gasa. Efektivna radijativna efikasnost je fiksirana na $\epsilon = 0.1$, a svaka epizoda akrecije je ograničena na 50 Myr. Edingtonov odnos je slobodan parametar, ali ima fiksiranu

vrednost za svaku epizodu akrecije u pojedinačnoj semi-analitičkoj realizaciji. Ukoliko se novi veliki sudar dogodi pre isteka maksimalnog vremena akrecije (50 Myr), akrecija se zaustavlja i nova epizoda akrecije počinje. Takođe, rast usled akrecije gasa se zaustavlja i ukoliko masa crne rupe postane veća od 8×10^{-4} mase haloa, kako bi se osiguralo da crne rupe u svakom trenutku imaju dovoljno gasa za akreciju.

Milenijum-II i Milenijum simulacije su kombinovane kako bi se pokrilo rano formiranje haloa malih masa (da bi se pratila istorija rasta crnih rupa), kao i dovoljna zastupljenost masivnih haloa (u kojima se može formirati supermasivna crna rupa od $10^9 M_\odot$ na $z \sim 7$). Prvo su semena crnih rupa sa masama $100 M_\odot$ pridružena haloima Milenijum-II simulacije, a zatim su izračunate tipične mase crnih rupa u haloima Milenijum-II simulacije korišćene kao semena u Milenijum simulaciji.

Nakon seta semi-analitičkih analiza utvrđeno je da efektivna vrednost Edingtonovog odnosa $f_{\text{Edd}} = 3.7$ obezbeđuje dva potrebna uslova: izračunata funkcija mase crnih rupa se poklapa sa posmatranom (Willott et al. 2010b) i drvo sudara formira jednu supermasivnu crnu rupu od $10^9 M_\odot$ na $z = 7$.

Na osnovu toga sledi da crne rupe koje nastaju od zvezda Populacije III mogu da porastu do supermasivnih crnih rupa posmatranih u udaljenim kvazarima ukoliko je u svakoj epizodi akrecije efektivna vrednost Edingtonovog odnosa $f_{\text{Edd}} = 3.7$. Novija posmatranja su pokazala da bi umerena super-Edingtonova akrecija ($1 < f_{\text{Edd}} < 10$) mogla biti moguća na visokom crvenom pomaku (Kelly & Shen 2013; Du et al. 2014; Page et al. 2014).

Postavlja se pitanje koliko dugo se takva akrecija može održati. Neki autori su sugerisali da je vreme života kvazara znatno kraće od Salpeterovog vremena (npr. Richstone et al. 1998; Wyithe & Padmanabhan 2006). U tom slučaju čak ni masivne crne rupe koje nastaju direktnim kolapsom gasa ne bi mogle da formiraju kvazar sa $> 10^9 M_\odot$ na $z \gtrsim 7$. Ukoliko se zanemare sudari, jedna crna rupa sa početnom masom od $10^6 M_\odot$ bi morala da raste akrecijom gasa na vremenskoj skali devet puta dužoj od Salpeterovog vremena kako bi dostigla masu od $> 10^9 M_\odot$ na $z = 7$, dok je neophodno vreme za rast crne rupe sa početnom masom od $100 M_\odot$ devetnaest puta duže od Salpeterovog vremena. Zbog toga su neki autori odbacili zvezde Populacije III kao moguće kandidate za semena prvih

crnih rupa (npr. Johnson et al. 2012, 2013).

U našem modelu rast crne rupe ne zahteva vreme akrecije duže od 50 Myr pri efektivnom Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} = 3.7$. Svaki veliki sudar započinje novu epizodu akrecije, a zaustavlja staru, tako da umesto jedne kontinuirane epizode akrecije gasa, akrecija se odvija u više kraćih epizoda. Ovakav pristup povećava uticaj sudara, a smanjuje uticaj akrecije gasa na rast crnih rupa.

Produžena super-Edingtonova akrecija bi mogla da proizvede jak pritisak zračenja koji može da zaustavi priliv gasa ka supermasivnoj crnoj rupi i zaustavi njen rast znatno pre isteka 50 Myr od velikog sudara. Ipak, takav scenario se odnosi na klasičan model tankog akrecionog diska. U našem modelu izabrane vrednosti radijativne efikasnosti i Edingtonovog odnosa bi trebalo da budu shvaćene samo kao efektivne vrednosti parametara akrecije, usrednjene tokom 50 Myr. Crna rupa bi mogla da raste kroz niz kratkotrajnih faza super-Edingtonove akrecije ($f_{\text{Edd}} > 3.7$), a takav model bi na kraju proizveo istu crnu rupu kao i klasičan akrecioni model diska. U tom slučaju iz jednačine $f_{\text{Edd}} = \epsilon \frac{\dot{M}}{M_{\text{Edd}}}$ se vidi da bi stopa rasta crne rupe ostala ista kako se radijativna efikasnost smanjuje i f_{Edd} povećava. Sa dovoljno niskom radijativnom efikasnošću crna rupa koja akretuje gas na super-Edingtonovom odnosu bi mogla da ima luminoznost ispod Edingtonove granice, te samim tim pritisak zračenja ne bi mogao da zaustavi akreciju gasa. Ovaj model opisan je u radu Volonteri et al. (2015).

Moguće je da bi se efektivna vrednost Edingtonovog odnosa u našem modelu mogla smanjiti ukoliko se usvoji manje striktan pristup. Naš model je konzervativan iz sledećih razloga:

- (i) Sva semena crnih rupa imaju istu masu od $100 M_{\odot}$. Moguće je da bi crne rupe koje nastaju kao krajnja faza evolucije zvezda Populacije III mogle imati masu od $300 M_{\odot}$ (Bromm et al. 2009) ili čak $1000 M_{\odot}$ (Hirano et al. 2014). Veće početne mase bi smanjile potrebu za akrecijom gasa, te bi se samim tim smanjila i efektivna vrednost Edingtonovog odnosa.
- (ii) Zbog kombinovanja Milenijum i Milenijum-II simulacija tačna istorija sudara haloa male mase u Milenijum simulaciji nije poznata, već je preuzeta iz Milenijum-II

simulacije. Pritom se uvek biraju tipične mase crnih rupa kao semena u haloima Milenijum simulacije. Izbor od samo nekoliko crnih rupa sa masom većom od tipične bi znatno promenio istoriju rasta supermasivne crne rupe i smanjio vrednost Edingtonovog odnosa.

- (iii) Rast crnih rupa je ograničen količinom gasa koju crna rupa može da akretuje (8×10^{-4} mase haloa). Ovo ograničenje proizilazi iz relacija skaliranja mase crne rupe u lokalnom Univerzumu. Međutim, moguće je da takve relacije ne važe i u ranom Univerzumu. Barnett et al. (2014) su izmerili odnos $\dot{M}_{\text{BH}}/\dot{M}_{\text{bulge}} \simeq 0.2$ za kvazar ULAS J1120+0641 na crvenom pomaku $z = 7.1$, tj. našli su da je crna rupa rasla znatno brže od centralnog ovala, u odnosu na dati odnos u lokalnom Univerzumu. Ukoliko su crne rupe na visokom crvenom pomaku imale veću količinu gasa dostupnu za akreciju rast bi bio znatno brži što bi takođe smanjilo vrednost efektivnog Edingtonovog odnosa.

Osnovni cilj ovog rada bio je da se ispita pri kojoj bi vrednosti Edingtonovog odnosa crne rupe koje nastaju kao krajnja faza evolucije zvezda Populacije III mogle formirati supermasivnu crnu rupu sa masom $10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z = 7$. U našem modelu potreban je efektivni Edingtonov odnos $f_{\text{Edd}} = 3.7$, a ukoliko se uzmu u obzir prethodno navedene pretpostavke koje čine naš model konzervativnim, moguće je da bi vrednost Edingtonovog odnosa mogla biti i manja. Značaj ovog rezultata je u tome što su prethodni proračuni ukazivali da je neophodna kontinuirana akrecija gasa na Edingtonovoj granici tokom 840 Myr (što prevazilazi starost Univerzuma na crvenom pomaku $z = 7$) ili akrecija gasa na Edingtonovom odnosu $f_{\text{Edd}} \sim 18$ tokom Salpeterovog vremena.

U ranijim radovima razmatrana je mogućnost da usled emisije gravitacionih talasa sudari crnih rupa nemaju veliki uticaj na njihov rast (npr. Merritt et al. 2004a; Volonteri 2007). U našem modelu crne rupe malih masa dobijaju brzine uzmarka veće od brzina napuštanja haloa tamne materije i samim tim su osetljive na emisiju gravitacionih talasa. Međutim, to je posledica korišćenja jednostavnog modela u kome sve početne crne rupe imaju jednake mase. Korišćenje početne funkcije mase crnih rupa bi znatno smanjilo brzine gravitacionog uzmarka. Sposobnost galaksija da u svom centru zadrže crne rupe,

koje nakon sudara dobijaju različite brzine uzmaka, je uz pomoć analitičkih i numeričkih metoda detaljnije ispitana u narednim poglavljima.

Da bi se dobili precizniji rezultati bilo bi neophodno ovaj model primeniti na simulaciju koja bi imala rezoluciju Milenijum-II simulacije i veličinu simulacione kutije Milenijum simulacije.

Poglavlje 3

Gravitacioni uzmak crnih rupa u analitičkom potencijalu haloa tamne materije

Sa ciljem da se analitički prate trajektorije crnih rupa koje usled emisije gravitacionih talasa dobijaju gravitacioni uzmak, crnim rupama u centrima haloa tamne materije pripisana je početna brzina gravitacionog uzmarka na određenom crvenom pomaku. Izbačena crna rupa se kreće u potencijalu haloa tamne materije čiji je profil opisan NFW (Navarro et al. 1997) ili Einasto (Einasto 1965) raspodelom gustine. Izračunate su trajektorije crnih rupa u statičkom, kao i u evoluirajućem potencijalu haloa tamne materije.

Ispitan je uticaj gravitacionog uzmarka na crne rupe u centrima haloa tamne materije sa masom $10^{12} M_{\odot}$ (Halo 1 u daljem tekstu) i sa masom $2 \times 10^{13} M_{\odot}$ (Halo 2 u daljem tekstu) na crvenom pomaku $z = 0$. Razmatrani halo i predstavljaju haloe u čijim se centrima nalaze masivne, izolovane spiralne i eliptične galaksije. Halo 1 predstavlja halo domaćina masivnih spiralnih galaksija poput Mlečnog puta, dok je Halo 2 domaćin najmasivnije eliptične galaksije u polju (Niemi et al. 2010).

Izračunata je kritična brzina, tj. minimalna brzina koju crne rupe moraju dobiti kako bi napustile halo tamne materije na različitim crvenim pomacima. Brzina gravitacionog uzmarka određuje da li će crna rupa biti izbačena iz haloa ili će biti postavljena na orbitu oko centra galaksije. Ako je brzina napuštanja veća od brzine gravitacionog uzmarka,

crna rupa će se vratiti u centar galaksije. Dinamičko trenje usled interakcije izbačene crne rupe sa zvezdama (npr. Merritt et al. 2004a; Madau & Quataert 2004; Boylan-Kolchin et al. 2004; Gualandris & Merritt 2008) i gasom (npr. Blecha et al. 2011; Guedes et al. 2011; Sijacki et al. 2011) dovodi do usporavanja crne rupe. Nakon nekoliko prolaza kroz centar galaksije gde je gustina materije najveća, crna rupa se vraća na dno potencijalne jame, tj. u centar haloa. Međutim, kako se crne rupe u ovom modelu prate isključivo u potencijalu haloa tamne materije, pretpostavlja se da crne rupe koje prođu kroz centar galaksije ostaju u centru usled dinamičkog trenja koje usporava crne rupe.

3.1 Evoluirajući potencijal

Evoluirajući NFW potencijal modelovan je koristeći kod iz rada van den Bosch et al. (2014)¹. Autori su pratili rast haloa tamne materije opisanog NFW profilom gustine:

$$\rho_{\text{NFW}}(r) = \rho_{\text{crit}} \frac{\delta_{\text{char}}}{r/r_s (1 + r/r_s)^2} \quad (3.1.0.1)$$

gde je $\rho_{\text{crit}} = 3H^2(z)/8\pi G$ kritična gustina za zatvaranje, r_s je karakteristična dužina haloa, a δ_{char} je definisano kao:

$$\delta_{\text{char}} = \frac{\Delta_{\text{vir}}}{3} \frac{c^3}{f(c)}, \quad (3.1.0.2)$$

gde je $c = r_{\text{vir}}/r_s$ parametar koncentracije haloa, r_{vir} je virijalni radijus haloa,

$$f(x) = \ln(1 + x) - \frac{x}{1 + x}, \quad (3.1.0.3)$$

i

$$\Delta_{\text{vir}}(z) = 18\pi^2 + 82x - 39x^2, \quad (3.1.0.4)$$

gde je $x = \Omega_z - 1$. Maksimalna kružna brzina na radijusu $r_{\text{max}} \simeq 2.16 r_s$ je:

$$V_{\text{max}} = 0.465 V_{\text{vir}} \sqrt{\frac{c}{f(c)}}. \quad (3.1.0.5)$$

Virijalna brzina, definisana kao kružna brzina na virijalnom radijusu, je:

¹<http://www.astro.yale.edu/vdbosch/PWGH.html> (pristupljeno 18.3.2017.)

$$V_{\text{vir}} = 159.43 \text{ km/s} \left(\frac{M}{10^{12} h^{-1} M_{\odot}} \right)^{1/3} \left[\frac{H(z)}{H_0} \right]^{1/3} \left[\frac{\Delta_{\text{vir}}(z)}{178} \right]^{1/6}. \quad (3.1.0.6)$$

Autori su model za parametar koncentracije haloa preuzeli iz rada Zhao et al. (2009):

$$c(M, t) = c(t, t_{0.04}) = 4.0 \left[1 + \left(\frac{t}{3.75 t_{0.04}} \right)^{8.4} \right]^{1/8}, \quad (3.1.0.7)$$

gde je $t_{0.04}$ vreme za koje je halo stekao 4% svoje mase. Gravitacioni potencijal NFW raspodele gustine je:

$$\Phi(r) = -V_{\text{vir}}^2 \frac{\ln(1+cx)}{f(c)x} = - \left(\frac{V_{\text{max}}}{0.465} \right)^2 \frac{\ln(1+cx)}{cx}, \quad (3.1.0.8)$$

gde je $x \equiv r/r_{\text{vir}}$. Ovaj metod je opisan u radu Jiang & van den Bosch (2014). Kako je gravitacioni potencijal haloa direktno proporcionalan kvadratu njegove maksimalne kružne brzine V_{max} , ona se može koristiti za praćenje istorije rasta haloa.

Autori koriste prošireni Pres-Šehter (Press & Schechter 1974) formalizam (Bond et al. 1991) kako bi napravili drvo sudara iz koga određuju rast haloa tamne materije usled akrecije. Za halo date mase autori prate drvo sudara kako bi odredili masu haloa u funkciji od crvenog pomaka. Potom, na osnovu mase, računa se maksimalna kružna brzina (jednačine 3.1.0.5 i 3.1.0.6). Model je testiran i kalibrisan koristeći rezultate Baljšoj simulacije (Klypin et al. 2011).

Autori su zaključili da profil akretovane mase ima univerzalni oblik koji se može koristiti za računanje rasta haloa proizvoljne mase i u proizvoljnoj Λ CDM kosmologiji.

3.2 Statički potencijal

Potencijal haloa tamne materije opisanog NFW profilom gustine (jednačina 3.1.0.1) je dat kao:

$$\Phi_{\text{NFW}}(r) = -4\pi G \delta_{\text{char}} \rho_{\text{crit}} r_s^2 \left(\frac{r_s}{r} \right) \ln \left(\frac{r+r_s}{r_s} \right). \quad (3.2.0.1)$$

Ainasto raspodela gustine (Einasto 1965) ima oblik:

$$\rho_{\text{Ein}}(r) = \rho_{-2} \exp \left\{ -\frac{2}{\alpha} [(r/r_{-2})^\alpha - 1] \right\}, \quad (3.2.0.2)$$

gde je r_{-2} radijus na kome je logaritamski nagib profila gustine jednak -2 , ρ_{-2} je gustina na tom radijusu, a α je parametar koji opisuje oblik profila gustine. Potencijal haloa tamne materije opisanog Ainasto profilom je dat kao (Cardone et al. 2005):

$$\Phi_{\text{Ein}}(x) = -\frac{GM_{\text{tot}}}{r_{-2}} \mathcal{F}(x; \alpha) \quad (3.2.0.3)$$

sa

$$\mathcal{F}(x; \alpha) = \frac{\Gamma(3/\alpha) - \Gamma(3/\alpha, 2x^\alpha/\alpha)}{x\Gamma(3/\alpha)} + \left(\frac{2}{\alpha}\right)^{1/\alpha} \frac{\Gamma(2/\alpha) + \Gamma(2/\alpha, 2x^\alpha/\alpha)}{\Gamma(3/\alpha)}, \quad (3.2.0.4)$$

gde je x definisano kao $x \equiv r/r_{-2}$, M_{tot} je ukupna masa haloa tamne materije, a $\Gamma(x)$ i $\Gamma(a, x)$ su Γ funkcija i nekompletna Γ funkcija, redom.

Ainasto profil ima dodatni α parametar koji određuje oblik profila i njegova vrednost zavisi od mase haloa. Parametar α raste sa masom haloa i crvenim pomakom tako da je $\alpha \sim 0.16$ za haloe u čijim se centrima nalaze masivne galaksije, a $\alpha \sim 0.3$ za najmasivnija jata galaksija (npr. Navarro et al. 2004, 2010; Gao et al. 2008; Hayashi & White 2008; Dutton & Macciò 2014). Iz ovoga sledi da je moguće da haloi tamne materije nisu striktno univerzalni kako implicira NFW profil koji ima fiksni oblik sa masom i veličinom kao parametrima skaliranja.

3.3 Crne rupe u evoluirajućem potencijalu

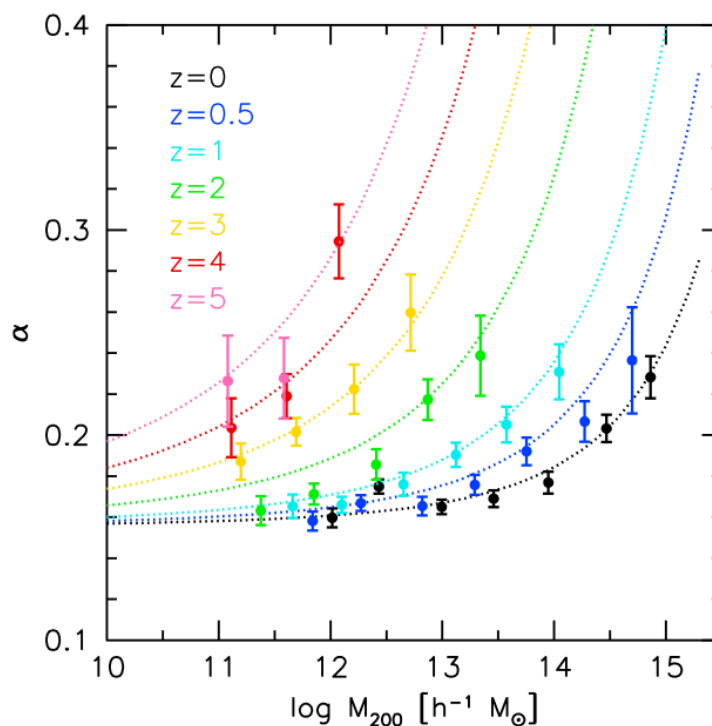
Korišćeni kod (van den Bosch et al. 2014) računa srednju akretovanu masu i evoluciju potencijala haloa tamne materije za proizvoljnu masu haloa, crveni pomak i kosmologiju. Λ CDM kosmologija u ovom modelu je:

$$\Omega_m = 0.27, \Omega_\Lambda = 0.73, h = 0.7, \sigma_8 = 0.8, n_s = 0.95.$$

Koristeći ovaj kod izračunat je rast haloa tamne materije sa masama $10^{12} M_\odot$ (Halo 1) i $2 \times 10^{13} M_\odot$ (Halo 2) na $z = 0$. Parametri haloa na $z = 0$ su $c = 9.9$ i $r_s = 24.5$ kpc za Halo 1 i $c = 7.4$ i $r_s = 88.7$ kpc za Halo 2.

Pri zadobijanju uzmarka, crna rupa je smeštena u centar haloa na crvenom pomaku $z_k > 0$ i saopštena joj je brzina uzmarka V_k . Trajektorija crne rupe dobija se integriranjem jednačina kretanja crne rupe u evoluirajućem potencijalu haloa tamne materije

opisanog jednačinom 3.1.0.8. Evolucija haloa se prati od crvenog pomaka $z = 7$ do $z = 0$. Pošto halo tamne materije raste dok se izbačena crna rupa kreće kroz njega, prilikom svakog vremenskog koraka integracije potencijal haloa se menja i računa se pozicija i brzina crne rupe. Crnoj rupi se pripisuju brzine gravitacionog uzmaka iz intervala $V_k = [100, 1000]$ km/s za Halo 1, odnosno $V_k = [300, 2000]$ km/s za Halo 2, na različitim crvenim pomacima, kako bi se ispitao prostor parametara.



Slika 3.3.1: Evolucija parametra α u zavisnosti od mase haloa tamne materije i crvenog pomaka. Izvor: Dutton & Macciò (2014).

Prilikom računanja trajektorija crnih rupa u evoluirajućem Ainsto potencijalu, pretpostavlja se da izbor drugačije raspodele gustine (NFW ili Ainsto) ne menja ukupnu masu haloa na datom crvenom pomaku. Imajući to u vidu, moguće je koristiti evoluciju potencijala izračunatu uz pomoć koda iz rada van den Bosch et al. (2014). Prati se kretanje crne rupe u potencijalu opisanom jednačinom 3.2.0.3, i slično kao u slučaju NFW profila, prilikom svakog koraka integracije potencijal haloa tamne materije se menja i računaju se nove pozicije i brzine crne rupe. Evolucija parametra α je preuzeta iz rada

Dutton & Macciò (2014) gde autori prikazuju kako se α menja od crvenog pomaka $z = 5$ do $z = 0$ (slika 3.3.1, Dutton & Macciò 2014).

3.4 Crne rupe u statičkom potencijalu

Sličan metod je primenjen i za crne rupe izbačene iz centra haloa čiji je potencijal statičan i opisan NFW ili Ainasto raspodelom gustine. Statički NFW i Ainasto profili gustine imaju iste parametre kao i evoluirajući profili na $z = 0$ ($M_{\text{halo}} = 10^{12} M_{\odot}$ i $r_s = 24.5$ kpc za Halo 1 i $M_{\text{halo}} = 2 \times 10^{13} M_{\odot}$ i $r_s = 88.7$ kpc za Halo 2). Parametar α Ainasto profila je fiksiran na $\alpha = 0.16$, što je očekivana vrednost za halo masivne galaksije na $z = 0$ (npr. Dutton & Macciò 2014). Trajektorije crnih rupa u halou tamne materije opisanom jednačinama 3.2.0.1 (NFW) i 3.2.0.3 (Ainasto) računaju se za crvene pomake iz intervala $z_k = [0, 7]$ i brzine uzmarka iz intervala $V_k = [100, 1000]$ km/s za Halo 1, odnosno $V_k = [300, 2000]$ km/s za Halo 2.

Konačne pozicije crnih rupa na $z = 0$ su upoređene za statički i evoluirajući potencijal sa ciljem da se utvrdi kako evolucija i rast haloa utiču na orbite izbačenih crnih rupa za NFW i Ainasto raspodelu gustine.

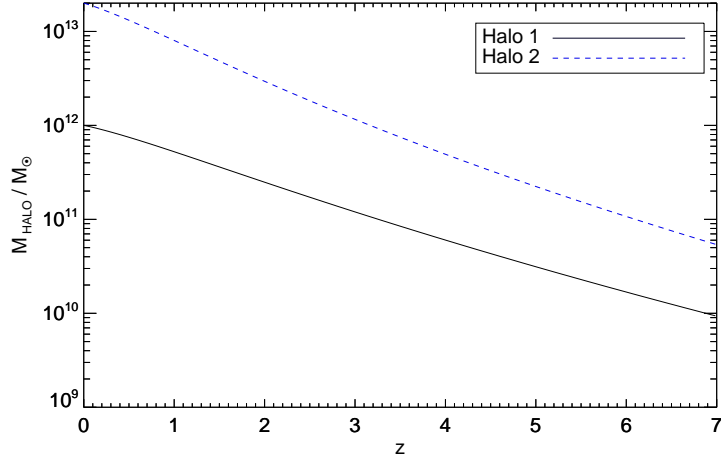
Rezultati navedeni u ovom poglavlju predstavljani su u radu Smole (2015).

3.5 Trajektorije crnih rupa u analičkom potencijalu haloa tamne materije

Na slici 3.5.1 predstavljena je evolucija razmatranih haloa tamne materije. Rast haloa izračunat je uz pomoć koda iz rada van den Bosch et al. (2014). Crna puna linija predstavlja rast Haloa 1, dok je plavom isprekidanom linijom prikazan Halo 2. Oba haloa se nalaze u izolaciji i samim tim rastu akrecijom hladnog gasa iz flamenata tamne materije.

Na slikama 3.5.2 i 3.5.3 prikazano je rastojanje crne rupe od centra haloa na $z = 0$ u funkciji brzine gravitacionog uzmarka V_k i crvenog pomaka kada je crna rupa izbačena z_k^2 ,

²Evolucija parametra α za Ainasto profil preuzeta je iz rada Dutton & Macciò (2014) gde autori



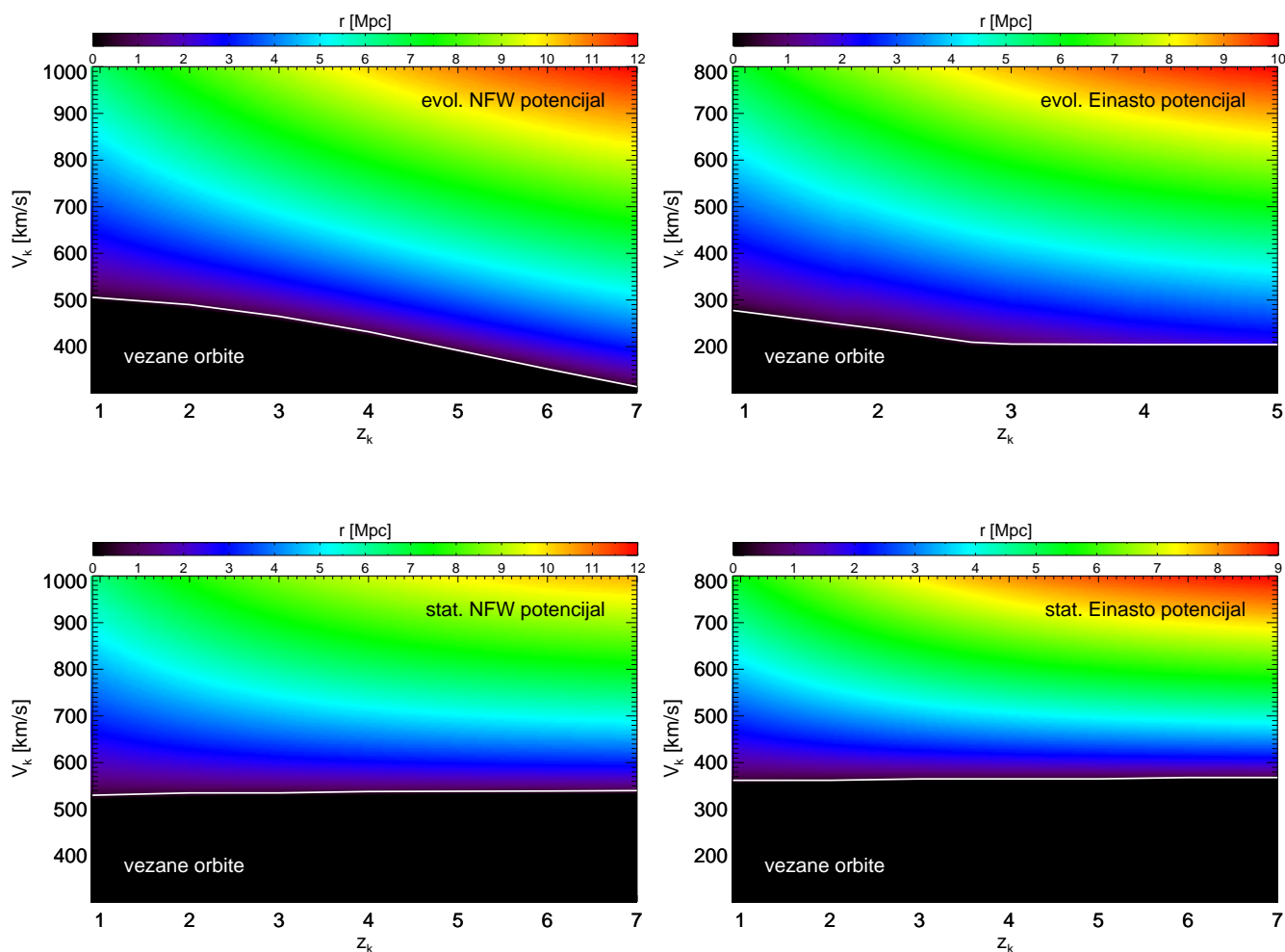
Slika 3.5.1: Masa haloa u funkciji od crvenog pomaka. Crna puna i plava isprekidana linija predstavljaju evoluciju Haloa 1 i Haloa 2, redom. Izvor: Smole (2015).

za Halo 1 i Halo 2, redom. Trajektorije crnih rupa su računate u evoluirajućem i statičkom potencijalu za NFW (desni panel) i Ainasto (levi panel) raspodelu gustine tamne materije, za Halo 1 (slika 3.5.2) i Halo 2 (slika 3.5.3). Belim punim linijama predstavljena je brzina napuštanja haloa.

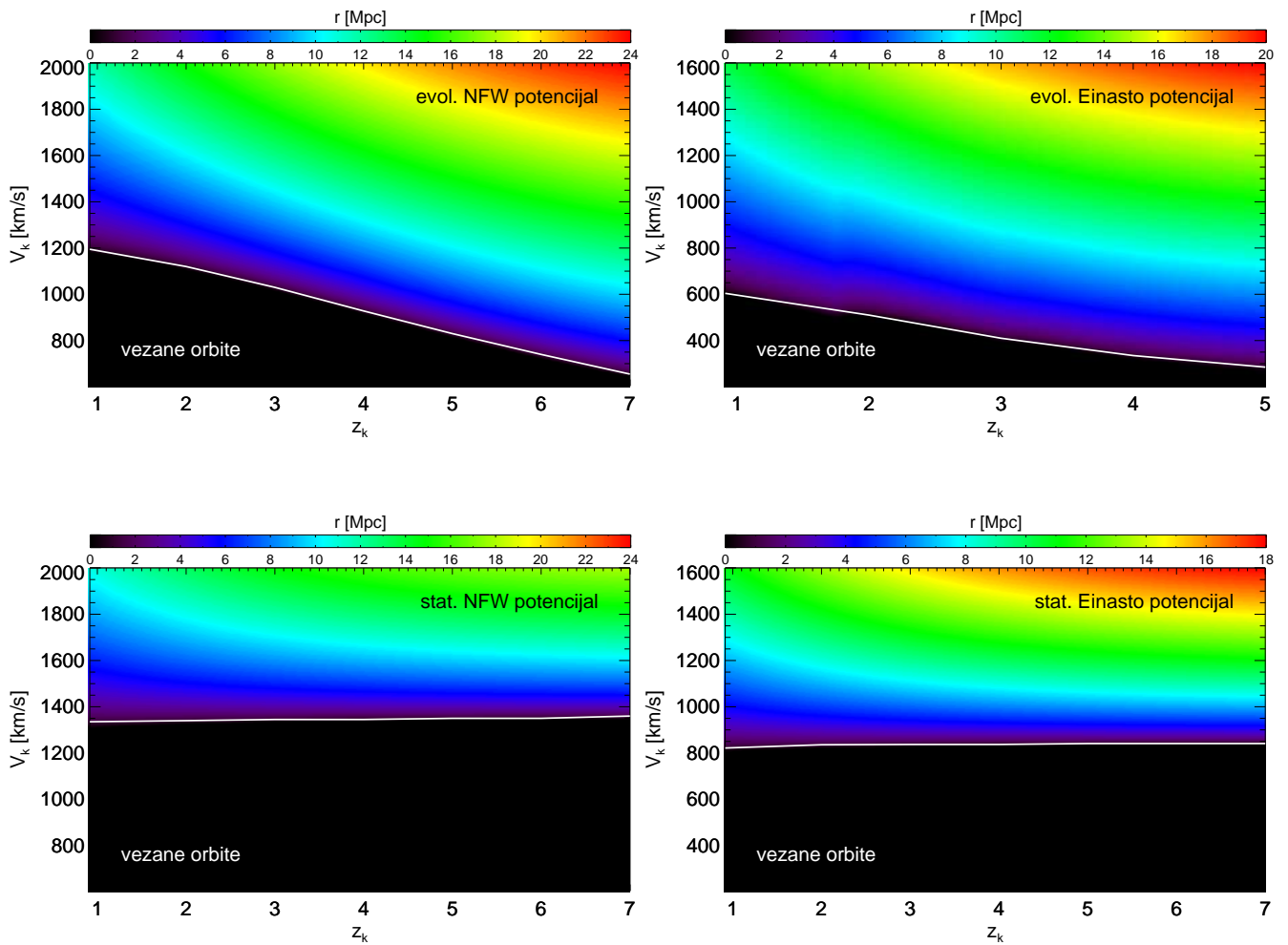
U slučaju statičkog NFW potencijala, gravitaciona jama je duboka čak i na visokim crvenim pomacima i umerene brzine uzmarka ne mogu da izbace crnu rupu iz matičnog haloa. Crne rupe izbačene iz centra Haloa 1 (Haloa 2) vratiće se u dno potencijalne jame ako je brzina gravitacionog uzmarka $V_k \leq 500$ km/s ($V_k \leq 1350$ km/s), nezavisno od crvenog pomaka. Brzina uzmarka potrebna za izbacivanje crne rupe iz Haloa 1 (Haloa 2) opisanog Ainasto profilom gustine je $V_k \sim 370$ km/s ($V_k \sim 850$ km/s).

Sa slike 3.5.1 se vidi da haloj tamne materije rastu približno dva reda veličine od crvenog pomaka $z = 7$ do $z = 0$. Ako se ta evolucija uzme u obzir, haloj na visokom crvenom pomaku imaju malu masu u odnosu na statički slučaj, tako da položaj crnih rupa na $z = 0$ zavisi od crvenog pomaka izbacivanja crne rupe, z_k . Brzina gravitacionog uzmarka prikazuju kako se α menja od $z = 5$ do $z = 0$, pa su samim tim i trajektorije crnih rupa u Ainasto evoluirajućem potencijalu računate za isti interval crvenih pomaka, dok je u ostalim slučajevima razmaran interval $z_k = [0, 7]$.

neophodna da izbaci crnu rupu iz Haloa 1 (Haloa 2) menja se od 300 km/s (725 km/s) na $z = 7$ do 500 km/s (1200 km/s) na $z = 1$ u slučaju NFW profila gustine i od 200 km/s (350 km/s) na $z = 5$ do 280 km/s (600 km/s) na $z = 1$ u slučaju Ainasto potencijala.



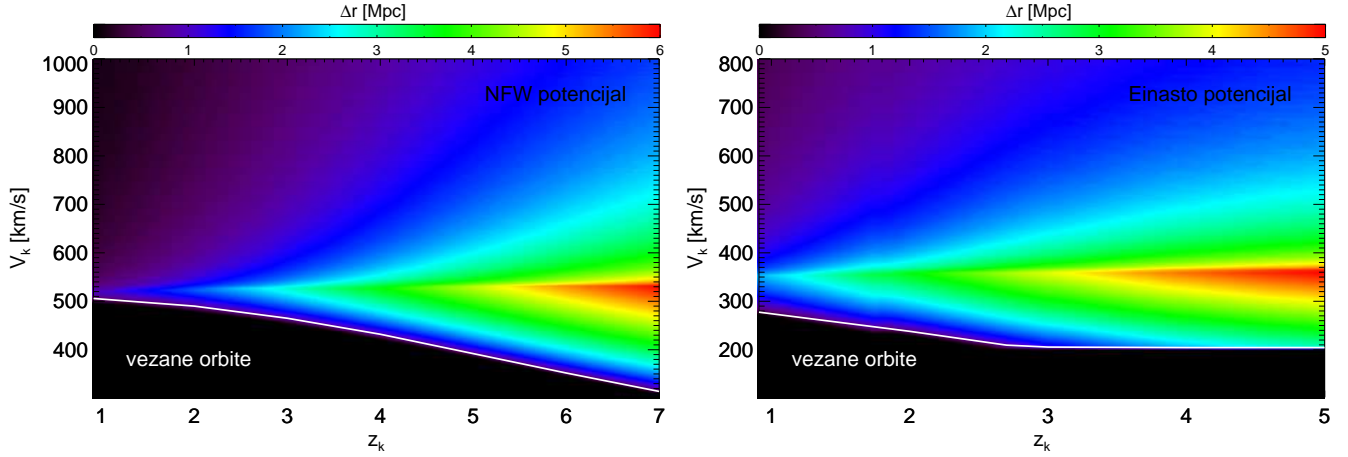
Slika 3.5.2: Rastojanje izbačene crne rupe od centra Haloa 1 na $z = 0$ u funkciji od V_k i z_k . Gornji paneli predstavljaju evoluirajući NFW (desni panel) i Ainasto (levi panel) potencijal, dok donji paneli prikazuju statički NFW (desni panel) i Ainasto (levi panel) potencijal. Belim punim linijama prikazana je brzina napuštanja haloa. Rastojanje crne rupe od centra haloa r [Mpc] je prikazano različitim bojama, datim na skali iznad svakog panela. Izvor: Smole (2015).



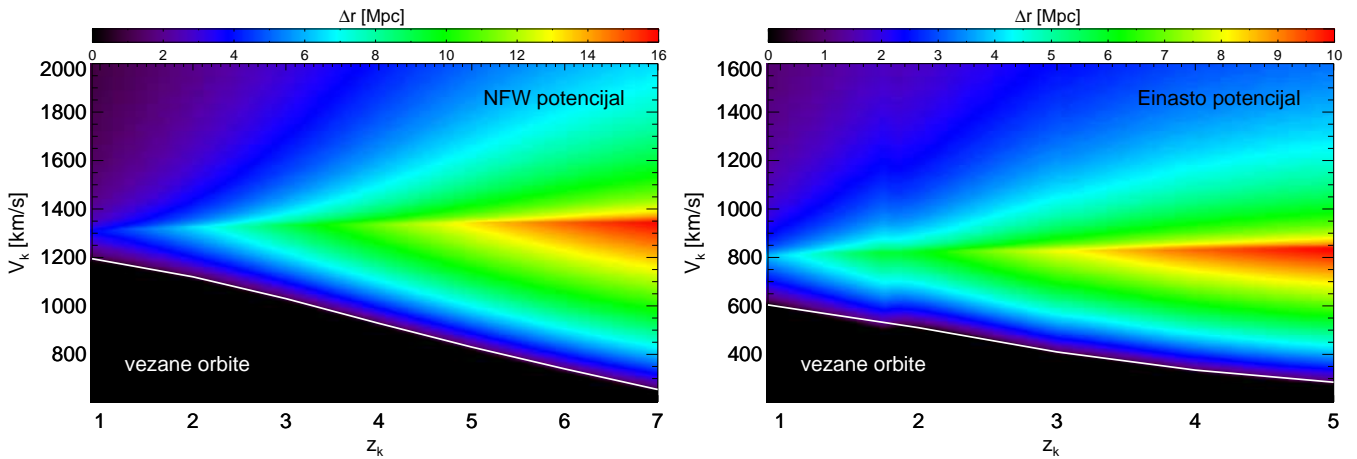
Slika 3.5.3: Isto kao i slika 3.5.2, za Halo 2. Izvor: Smole (2015).

Brzina napuštanja haloa je $\sim 30\%$ manja za statički Einasto profil nego za statički NFW profil i $\sim 50\%$ manja za evoluirajući potencijal. Za datu masu haloa tamne materije Einasto i NFW profili se razlikuju na malim rastojanjima od centra haloa gde Einasto profil predviđa pliću potencijalnu jamu i samim tim manju brzinu napuštanja.

Na slikama 3.5.2 i 3.5.3 se može primetiti oštra granica između crnih rupa koje se vraćaju u centar haloa i crnih rupa na rastojanju od ~ 1 Mpc od centra haloa. To je posledica korišćenja potencijala koji isključivo potiče od haloa tamne materije. U slučaju da brzina koju crna rupa dobije usled gravitacionog uzmaka nije dovoljno velika da potpuno izbaci crnu rupu iz haloa tamne materije, crna rupa će se nakon nekoliko



a) Halo 1



b) Halo 2

Slika 3.5.4: Razlika između rastojanja izbačene crne rupe od centra haloa na $z = 0$ u slučaju statičkog i evoluirajućeg NFW/Ainasto potencijala u funkciji od V_k i z_k . Gornji paneli prikazuju Halo 1, a donji paneli Halo 2. Belim punim linijama prikazana je brzina napuštanja haloa za statički i evoluirajući potencijal. Razlika između pozicije crne rupe u slučaju statičkog i evoluirajućeg potencijala, Δr [Mpc], prikazana je različitim bojama, datim na skali iznad svakog panela Izvor: Smole (2015).

oscilacija oko centra galaksije vratiti u dno potencijalne jame. U gustom centru galaksije sila dinamičkog trenja je najznačajnija za usporavanje crne rupe. Međutim, pošto su crne rupe praćene isključivo u potencijalu tamne materije, zanemarene su interakcije sa zvezdama i gasom koje usporavaju crnu rupu. Zbog toga se podrazumeva da crne rupe koje se vrata u centar, ostaju u centru bez daljih oscilacija oko jezgra galaksije.

Na slici 3.5.4 upoređeno je rastojanje izbačenih crnih rupa u slučaju statičkog i evoluirajućeg NFW/Ainasto potencijala. Na slici je prikazana razlika između pozicije crne rupe na crvenom pomaku $z = 0$ u funkciji brzine gravitacionog uzmaka V_k i crvenog pomaka izbacivanja z_k . Gornji paneli predstavljaju Halo1, a donji paneli Halo 2.

Kod oba haloa najveća razlika se primećuje na visokim crvenim pomacima gde evoluirajući halo tamne materije ima malu masu i samim tim plitku potencijalnu jamu. Takođe, razlike se primećuju i blizu brzine napuštanja haloa opisanog statičkim potencijalom.

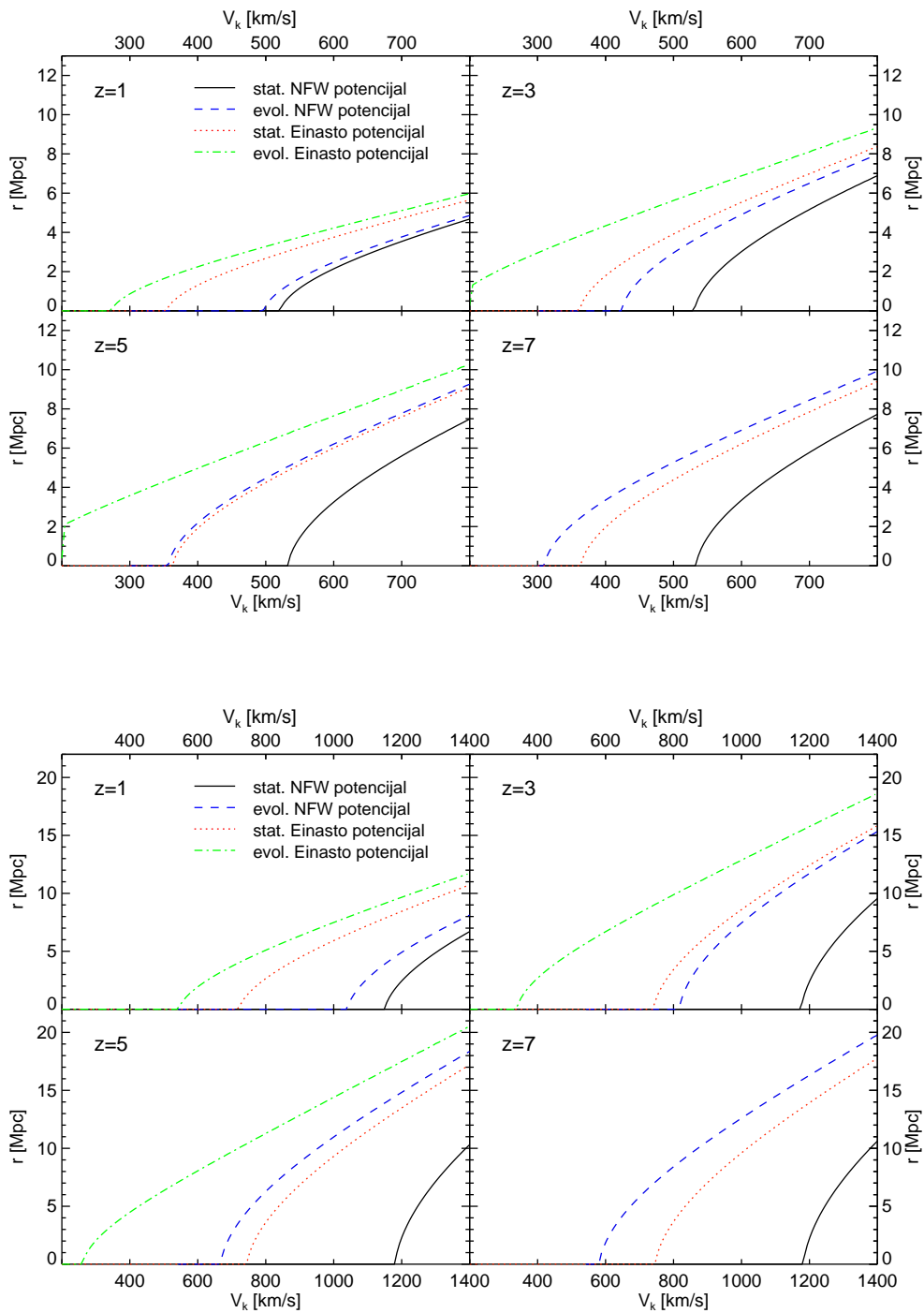
Crno obojena oblast na slici 3.5.4 predstavlja prostor parametara za koje izbačena crna rupa ostaje u centru haloa i u slučaju statičkog i u slučaju evoluirajućeg potencijala. Za te vrednosti V_k i z_k evolucija haloa nema uticaj na poziciju crne rupe na $z = 0$. Bele pune linije na slici 3.5.4 predstavljaju minimalnu vrednost brzine uzmaka potrebnu za izbacivanje crne rupe iz evoluirajućeg haloa, na datom crvenom pomaku.

Na slici 3.5.5 prikazana je razlika rastojanja crnih rupa od centra haloa na $z = 0$ u funkciji brzine uzmaka za četiri različita crvena pomaka ($z_k = 1, 3, 5, 7$) i u slučaju četiri različita potencijala Haloa 1 i Haloa 2. Na višim crvenim pomacima brzina uzmaka u evoluirajućem potencijalu ima veći uticaj na konačno rastojanje crne rupe. Na crvenom pomaku $z = 1$ evoluirajući potencijal se ne razlikuje značajno od statičkog potencijala, tako da su konačna rastojanja crnih rupa u oba slučaja slična. Razlika između statičkog i evoluirajućeg potencijala je izraženija za Halo 2, koji je masivniji.

Ova razlika može biti predstavljena i u obliku:

$$V_{k,evol} = \frac{V_{k,stat}}{f(z)} \quad (3.5.0.1)$$

gde su $V_{k,evol}$ i $V_{k,stat}$ minimalne vrednosti brzine gravitacionog uzmaka neophodne da se crna rupa potpuno izbaci iz haloa za evoluirajući i statički potencijal, a $f(z)$ je funkcija fitovanja. Funkcija fitovanja je kvadratni polinom sa koeficijentima:



Slika 3.5.5: Rastojanje izbačene crne rupe od centra haloa na $z = 0$, za četiri različita crvena pomaka izbacivanja ($z_k = 1, 3, 5, 7$) i za različite oblike potencijala. Gornji panel prikazuje Halo 1, a donji Halo 2. Izvor: Smole (2015).

$$f(z)_{\text{Halo1(Halo2)}} = 0.01(0.02)z^2 - 0.01(-0.03)z + 1.05(1.07) \quad (3.5.0.2)$$

za NFW profil i

$$f(z)_{\text{Halo1(Halo2)}} = -0.05(-0.03)z^2 + 0.42(0.23)z + 0.92(1.08) \quad (3.5.0.3)$$

za Ainasto profil.

3.6 Diskusija

Halo opisan statičkim NFW potencijalom ima duboku potencijalnu jamu čak i na visokim crvenim pomacima. Brzina uzmarka potrebna za potpuno izbacivanje crne rupe (odnosno brzina napuštanja haloa) menja se od 500 km/s za galaksiju poput Mlečnog puta do 1350 km/s za masivne eliptične galaksije. Za statički potencijal brzina napuštanja se ne menja sa crvenim pomakom izbacivanja crne rupe. Ukoliko se razmatra Ainasto potencijal brzine napuštanja su manje, 370 km/s za Mlečni put i 850 km/s za eliptične galaksije.

Međutim, prilikom evolucije haloa brzina napuštanja se menja sa crvenim pomakom. Kako bi crna rupa potpuno napustila halo potrebne su $\sim 40\%$ veće brzine na $z_k = 1$ nego na $z_k = 7$. U slučaju evoluirajućeg NFW potencijala brzina napuštanja se menja od 300 km/s na $z_k = 7$ do 500 km/s na $z_k = 1$ za Halo 1 i od 725 km/s na $z_k = 7$ do 1200 km/s na $z_k = 1$ za Halo 2. Za Ainasto profil gustine brzine napuštanja su manje, 200(350) km/s na $z_k = 5$ i 280(600) km/s na $z_k = 1$ za Halo 1 i Halo 2, redom.

Razlika između statičkog i evoluirajućeg potencijala je najizraženija blizu brzine napuštanja haloa i na visokim crvenim pomacima. Na visokim crvenim pomacima evoluirajući potencijal ima plitku potencijalnu jamu i brzina gravitacionog uzmarka ima veći uticaj na konačnu poziciju crne rupe.

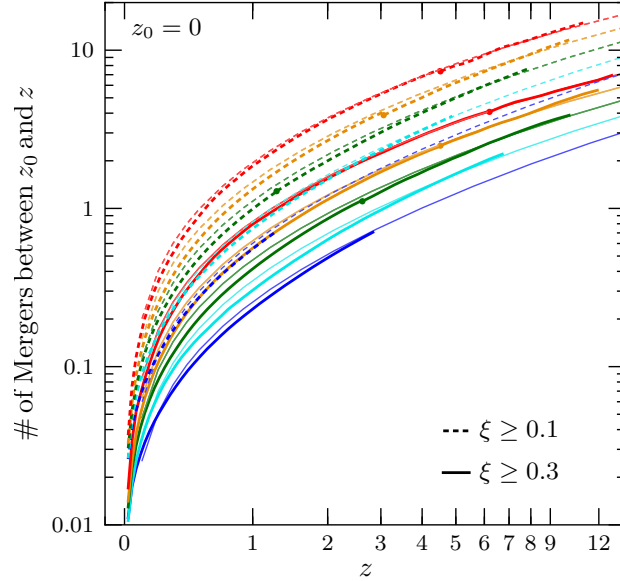
Gravitacioni uzmark crnih rupa može da utiče na rast supermasivnih crnih rupa jer je manja verovatnoća da se izbačene crne rupe spoje sa drugim crnim rupama. Postavlja se pitanje koliko često crne rupe dobijaju značajne brzine gravitacionog uzmarka. Koristeći aproksimativne metode (Schnittman & Buonanno 2007) ili empirijske formule za fitovanje rezultata dobijenih iz numeričkih simulacija (Campanelli et al. 2007a; Baker et

al. 2008) uz pretpostavku da parametar spina crnih rupa ima vrednost $a = 0.9$, da je orijentacija vektora spina proizvoljna i da odnos masa crnih rupa u sudaru uzima vrednosti iz ravnomerne raspodele $0.1 \leq q \leq 1$, dobijena je funkcija raspodele gravitacionog uzmaka u kojoj 12, 36 i 23 % crnih rupa ima brzine > 500 km/s, a 3, 13 i 9 % imaju > 1000 km/s, redom.

Na osnovu ovih procena relativno veliki broj crnih rupa može biti potpuno izbačen iz haloa tamne materije. U ovom modelu 500 km/s je brzina napuštanja Haloa 1 opisanog statičkim NFW potencijalom, dok brzine od 300 km/s mogu da izbace crnu rupu na $z = 7$. Halo 2 je masivniji i samim tim manje osetljiv na uzmak crnih rupa usled emisije gravitacionih talasa. Samo mali broj crnih rupa sa najvećim brzinama uzmaka mogu da napuste statički NFW potencijal gde je brzina napuštanja ~ 1350 km/s i umeren broj u slučaju evoluirajućeg NFW potencijala. Sa druge strane, zbog plitke potencijalne jame crne rupe mogu lakše biti izbačene iz haloa opisanih Ainasto profilom gustine, kako na visokim tako i na niskim crvenim pomacima.

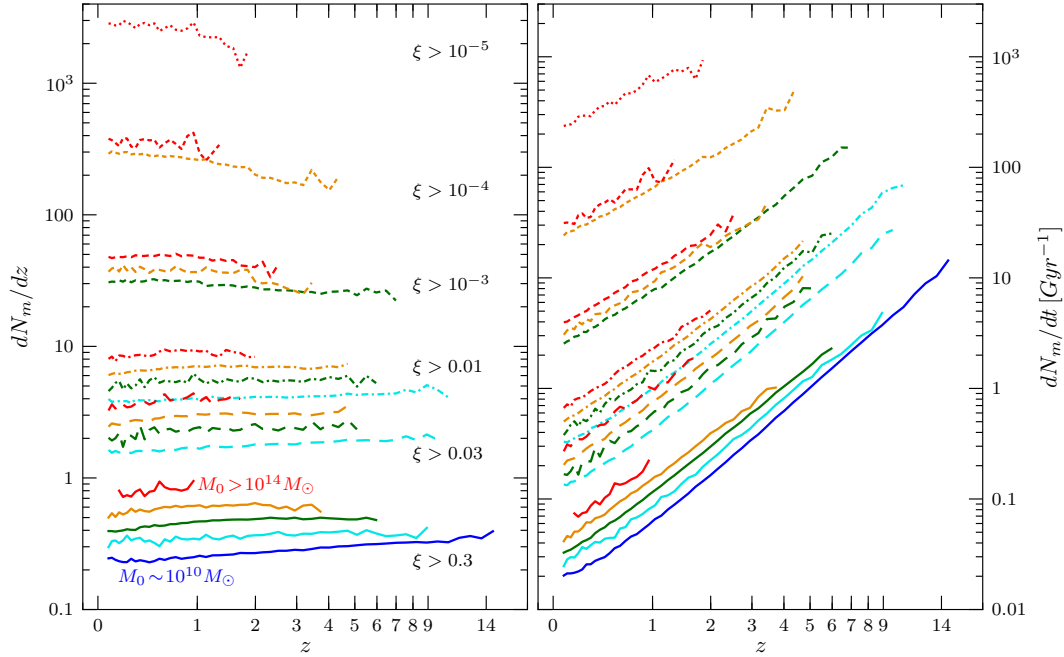
U razmatranim haloima nalaze se masivne galaksije u polju na crvenim pomacima $z < 1$. Fakhouri et al. (2010) su koristili Milenijum (Springel et al. 2005) i Milenijum II (Boylan-Kolchin et al. 2009) simulacije sa ciljem da se proceni stopa sudara haloa tamne materije. Autori su pokazali da halo veličine haloa Mlečnog puta u proseku prođe kroz jedan sudar sa odnosom masa haloa u sudaru > 0.1 od crvenog pomaka $z = 1$ i sedam sudara sa istim odnosom masa od crvenog pomaka $z = 7$. Slično, halo masivne eliptične galaksije je prošao kroz jedan sudar od $z = 1$ i devet sudara od $z = 7$ (slika 3.6.1, Fakhouri et al. 2010). Na crvenom pomaku $z = 1$ statički i evoluirajući potencijal se ne razlikuju značajno. Samo crne rupe sa najvećim brzinama mogu da napuste halo. Na visokim crvenim pomacima sudari su bili češći, a pored toga 40% manje brzine uzmaka mogu da dovedu do potpunog izbacivanja crne rupe na $z = 7$ što dodatno naglašava razliku između statičkog i evoluirajućeg potencijala. Rast supermasivnih crnih rupa bi mogao biti usporen u evoluirajućem NFW potencijalu, dok bi samo mali broj crnih rupa mogao da bude izbačen iz haloa opisanog statičkim NFW potencijalom. Ukoliko su haloi tamne materije opisani Ainasto profilom gustine, očekuje se da veći broj crnih rupa napusti halo.

Fakhouri et al. (2010) su pokazali da je stopa sudara (broj sudara po halou po crvenom



Slika 3.6.1: Broj sudara haloa tamne materije između crvenog pomaka z i $z_0 = 0$ izračunat iz Milenijum i Milenijum II simulacija, za različite odnose masa haloa u sudaru $\xi \geq 0.3$ (pune linije) i $\xi \geq 0.1$ (isprekidane linije). Različitim bojama su prikazane mase galaksija nakon sudara: $\approx 10^{10} M_\odot$ (tamno plave linije), $\approx 11^{11} M_\odot$ (svetlo plave linije), $\approx 10^{12} M_\odot$ (zelene linije), $\approx 10^{13} M_\odot$ (narandžaste linije) i $> 10^{14} M_\odot$ (crvene linije). Izvor: Fakhouri et al. (2010).

pomaku) gotovo nezavisna od crvenog pomaka za $z < 15$ i da je zavisnost od mase haloa slaba (slika 3.6.2, Fakhouri et al. 2010). Iz toga se može zaključiti da se funkcija mase haloa može koristiti za grubu procenu masa haloa čiji su sudari najčešći na datom crvenom pomaku. Tako na primer, Halo 1 u ovom modelu na crvenom pomaku $z = 5$ ima masu $\sim 2 \times 10^{10} M_\odot$. Funkcija mase haloa (slika 3.6.3, Reed et al. 2003) pokazuje da su na crvenom pomaku $z = 5$ haloi sa masom $\sim 10^{10} M_\odot$ najbrojniji, pa samim tim njihovi sudari su najčešći sudari na datom crvenom pomaku. Na istom crvenom pomaku haloi sa masom $\sim 10^{12} M_\odot$ (masa Haloa 1 u statičkom potencijalu) su retki, kao i njihovi sudari. Iz ovoga sledi da je izbacivanje crnih rupa očekivanije u evoluirajućem potencijalu na visokim crvenim pomacima jer su sudari haloa date mase najčešći sudari i brzina napuštanja haloa je relativno niska. Slično, Halo 2 na $z = 5$ ima masu od $\sim 2 \times 10^{11} M_\odot$. Funkcija mase haloa predviđa veliki broj sudara haloa slične mase na datom z , dok haloa sa masom

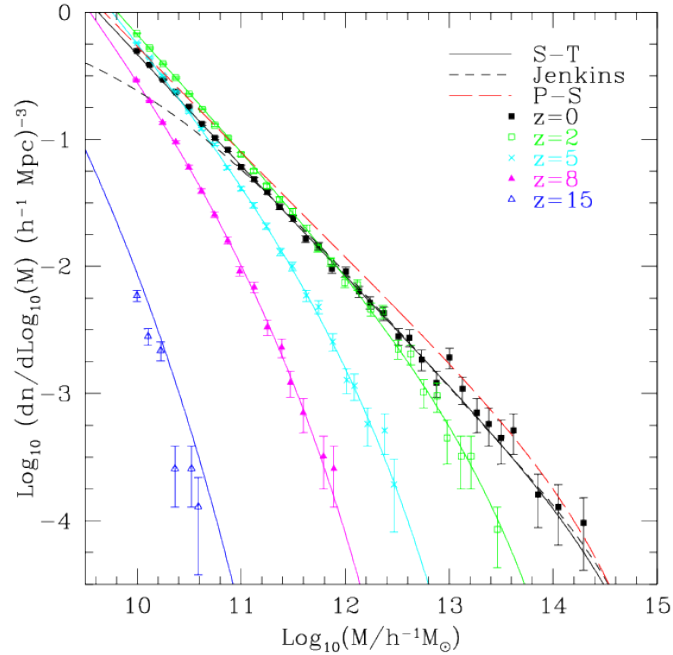


Slika 3.6.2: Stopa sudara haloa tamne materije po crvenom pomaku (levi panel), i po vremenu u Gyr (desni panel) u funkciji crvenog pomaka, izračunata iz Milenijum i Milenijum II simulacija. Na slici je prikazana stopa sudara za različite odnose masa haloa u sudaru (ξ) i za različite mase galaksija nakon sudara: $\approx 10^{10} M_\odot$ (tamno plave linije), $\approx 10^{11} M_\odot$ (svetlo plave linije), $\approx 10^{12} M_\odot$ (zelene linije), $\approx 10^{13} M_\odot$ (narandžaste linije) i $> 10^{14} M_\odot$ (crvene linije). Izvor: Fakhouri et al. (2010).

$2 \times 10^{13} M_\odot$ ni njihovih sudara na istom crvenom pomaku nema. Ovo bi takođe moglo da utiče na rast crnih rupa u evoluirajućim haloima. Na nižim crvenim pomacima, kako halo tamne materije rastu, razlika između statičkog i evoluirajućeg potencijala postaje manje izražena.

Masivne galaksije u proto-jatima na visokim crvenim pomacima takođe imaju slične mase kao i razmatrani halo. Halo koji se nalaze u jatima galaksija su se formirali ranije u odnosu na izolovane haloe iste mase i imaju 3-5 puta veću stopu sudara (Gottlöber et al. 2001). Ipak, u proto-jatu gustina je velika i samim tim izbačene crne rupe se lakše vraćaju u centar jata.

Brzina napuštanja haloa sa masom $10^{10} M_\odot$ (Halo 1 na $z = 7$) je 300 km/s ukoliko je halo opisan NFW profilom gustine. Sa slike 2.5.5 (poglavlje 2.5) se vidi da je za model u



Slika 3.6.3: Funkcija mase haloa tamne materije za različite crvene pomake. PUNE linije predstavljaju funkciju mase haloa na crvenim pomacima $z = 0, 2, 5, 8, 15$ iz rada Sheth & Tormen (1999), kratka isprekidana linija predstavlja univerzalnu funkciju mase iz rada (Jenkins et al. 2001), a duga isprekidana linija Pres-Šehter funkciju (Press & Schechter 1974). Izvor: Reed et al. (2003).

kome su vektori spina paralelni sa vektorom momenta impulsa orbite maksimalna brzina uzmarka ~ 200 km/s. Samim tim, halo koji ulaze u drvo sudara u poglavlju 2 i imaju masu $> 10^{10} M_{\odot}$ nisu osjetljivi na emisiju gravitacionih talasa, bez obzira na odnos masa crnih rupa u sudaru. U slučaju sudara crnih rupa u haloima sa manjom masom, izbacivanje crne rupe zavisi pre svega od odnosa masa crnih rupa pre sudara. Sudari crnih rupa sa jednakim masama bi mogli da uspore rast crnih rupa iz poglavlja 2, u najmanjim haloima na visokom crvenom pomaku. Sa druge strane, ukoliko je raspodela orijentacije vektora spina proizvoljna moguće su veće vrednosti brzine uzmarka (slika 2.5.5—crne linije). U tom slučaju halo sa masom $> 10^{10} M_{\odot}$, kod kojih je odnos masa crnih rupa u sudaru $q < 0.1$, nikada ne dobijaju dovoljne brzine uzmarka da napuste halo, dok za vrednosti iz intervala $0.1 \leq q \leq 1$ mogućnost njihovog izbacivanja zavisi od vrednosti parametra spina crnih rupa, kao i od njegove orijentacije.

Evolucija i rast haloa utiču na njihovu sposobnost da zadrže izbačenu crnu rupu. Međutim, pošto su vrednosti parametara od kojih zavisi brzina uzmarka slabo poznati, neophodna su dodatna posmatranja kako bi se preciznije odredila raspodela brzina uzmarka.

Metod opisan u ovom poglavlju je aproksimativan iz dva razloga:

- (i) Pretpostavlja se da halo raste isključivo hladnom akrecijom gasa. Pošto razmatrani halo ima masu tipičnu za halo masivnih galaksija u polju, sudari haloa se mogu zanemariti jer u oblastima male gustine dominira akrecija kroz filamente tamne materije. Ipak, isti interval masa haloa odgovara i haloima u proto-jatima gde su sudari češći. Ti sudari bi mogli da utiču, kako na rast haloa tako i na trajektorije crnih rupa u njima.
- (ii) Trajektorije crnih rupa se računaju isključivo u potencijalu haloa tamne materije. Interakcije sa zvezdama i gasom u galaksiji usporavaju izbačenu crnu rupu i nakon nekoliko oscilacija oko centra galaksije crna rupa se vraća u centar (npr. Merritt et al. 2004a; Madau & Quataert 2004; Boylan-Kolchin et al. 2004; Gualandris & Merritt 2008; Blecha et al. 2011; Guedes et al. 2011; Sijacki et al. 2011). Kako ovaj model ne uključuje gas, pretpostavlja se da crne rupe koje se vrate u centar ostaju u centru i oscilacije se zanemaruju. Kao posledica takvog pristupa većina crnih rupa u ovom modelu ili napušta halo u potpunosti ili se vraća u centar galaksije, dok je broj crnih rupa u halo galaksije mali. Kako bi se dobili precizniji rezultati neophodno je razmatrati i uticaj barionske komponente galaksije.

Poglavlje 4

Gravitacioni uzmak crnih rupa u analitičkom i numeričkom potencijalu galaksije

U ovom poglavlju praćene su trajektorije crnih rupa u analitičkom i numeričkom potencijalu galaksija koje se sastoje od haloa tamne materije, centralnog ovala i diska. Uzeta je u obzir isključivo gravitaciona interakcija, pošto gasna komponenta nije uključena. Razmatrane su tipične galaksije sa masama $10^{12} M_{\odot}$ i $10^{11} M_{\odot}$. Navedene mase galaksija su od posebnog značaja za ispitivanje gravitacionog uzmaka crnih rupa jer je u slučaju masivnijih galaksija potencijalna jama duboka i samo mali broj crnih rupa sa brzinama uzmaka $\gtrsim 1000$ km/s mogu da napuste takve haloe, dok crne rupe sa brzinama $\lesssim 100$ km/s napuštaju galaksije sa manjim masama. Pored toga, iz očekivane raspodele brzina uzmaka (Blecha et al. 2016) se može videti da su upravo brzine iz intervala $V_k = [100, 1000]$ km/s najčešće. Na osnovu odnosa masa galaksija u sudaru, sudari se dele na velike ($> 1 : 3$), srednje (od $1:3$ do $1:10$) i male ($< 1 : 10$) (Röser 2006). Sa ciljem da se ispita uticaj različitih sudara na trajektorije crnih rupa u ovom poglavlju su razmatrane galaksije koje nastaju nakon velikih ($1:1$) i nakon malih ($1:10$) sudara. Ispitani su slučajevi kada je iz centra galaksije nakon sudara izbačena crna rupa sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$, što predstavlja očekivanu masu supermasivne crne rupe na osnovu $M_{\text{BH}} - M_{\text{halo}}$ relacije (Ferrarese 2002), kao i $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$, što je maksimalna očekivana masa crne rupe na osnovu argumentacije

opisane u poglavlju 2.4 iz koje sledi da masa crne rupe ne prelazi $\sim 0.08\%$ mase haloa.

Za svaki od ovih slučajeva konstruisani su analitički i numerički modeli galaksija u čijem je potencijalu ispitano kretanje crnih rupa sa različitim brzinama gravitacionog uzmarka. Najpre je reprodukovan analitički model galaksija opisan u radu Blecha et al. (2016), a zatim se dobijeni rezultati porede sa numeričkim modelima sa ciljem da se proveru kako preraspodela mase unutar galaksije tokom sudara utiče na sposobnost galaksije da zadrži crnu rupu.

4.1 Analitički modeli galaksija

Prilikom konstruisanja analitičkog modela galaksija praćen je model predstavljen u radu Blecha et al. (2016). Autori su na osnovu karakteristika galaksija iz Illustris kosmološke simulacije razvili analitički model izbacivanja crnih rupa iz galaksija. Crnim rupama iz simulacije pripisana je pretpostavljena raspodela amplitude i orijentacije vektora spina pre sudara na osnovu koje je izračunata brzina gravitacionog uzmarka. Nakon toga, autori su konstruisali analitičke modele galaksija posle sudara na osnovu osobina galaksija pre sudara preuzetih iz Illustris simulacije i pratili trajektorije crnih rupa u analitičkom modelu. Mi smo preuzeli njihov analitički model potencijala galaksije nakon sudara, čije su komponente halo tamne materije, centralni oval i centralni gasni disk.

Halo tamne materije je opisan NFW profilom gustine (Navarro et al. 1997). Parametar koncentracije haloa mase M_{vir} je izračunat kao (Blecha et al. 2016):

$$c_{\text{vir}} = 10.5 \left(\frac{M_{\text{vir}}}{10^{12} h^{-1} M_{\odot}} \right)^{-0.11} (1+z)^{-1}. \quad (4.1.0.1)$$

Zvezdana komponenta je modelovana kao centralni oval sa profilom gustine:

$$\rho_* = \frac{\sigma_*^2}{2\pi G(r^2 + r_{\text{soft}}^2)}, \quad (4.1.0.2)$$

gde je disperzija brzina definisana kao $\sigma_*^2 = GM_*/R_{\text{bulge}}$ (M_* i R_{bulge} su masa i radijus centralnog ovala) i $r_{\text{soft}} = r_{\text{infl}}$, gde je $r_{\text{infl}} = GM_{\text{BH}}/\sigma_*^2$ radijus unutar koga je gravitacioni potencijal određen uticajem crne rupe.

Disperzija brzina se procenjuje iz $M_{\text{BH}} - \sigma$ relacije (McConnell & Ma 2013) za pret-

postavljenu masu centralne crne rupe:

$$\log(M_{\text{BH}}) = 8.32 + 5.64 \log\left(\frac{\sigma}{200 \text{ km/s}}\right). \quad (4.1.0.3)$$

Ukupna masa centralnog ovala takođe je procenjena na osnovu mase supermasivne crne rupe koristeći $M_* - M_{\text{BH}}$ relaciju (Marconi & Hunt 2003):

$$M_* = 4.06 \times 10^{10} M_{\odot} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_{\odot}}\right)^{1.04}. \quad (4.1.0.4)$$

Sa procenjenom disperzijom brzina i masom centralnog ovala izračunat je radijus centralnog ovala. Profil se odseca na unutrašnjem radijusu $R_{\text{ej}} \sim GM_{\text{BH}}/V_{\text{k}}^2$ unutar koga materija ostaje vezana za izbačenu crnu rupu i na spoljašnjem radijusu R_{bulge} .

Blecha et al. (2016) su svom modelu galaksije takođe dodali i gust centralni disk koji nastaje nakon velikih sudara galaksija bogatih gasom. Disk se sastoji od hladnog gasa iz koga se formiraju zvezde i opisan je Mastel raspodelom površinske gustine oblika:

$$\Sigma = \frac{\Sigma_0 R_0}{R} \quad (4.1.0.5)$$

Površinska gustina na $R_0 = 0.1$ pc računa se kao:

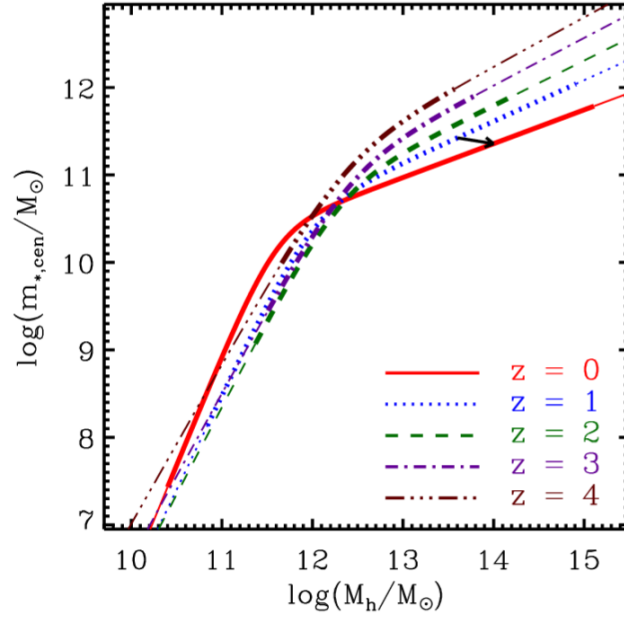
$$\log \Sigma_0 = 2 \log(f_{\text{gas,sf}}/0.1) + 12, \quad (4.1.0.6)$$

gde je $f_{\text{gas,sf}}$ udeo gasa iz koga se formiraju zvezde. Udeo gasa $f_{\text{gas,sf}}$ u galaksiji nakon sudara može se proceniti na osnovu odnosa masa galaksija koje su se sudarile (Cox et al. 2008) kao:

$$f_{\text{gas,sf}} = 0.55 \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{0.5}, \quad (4.1.0.7)$$

gde su M_1 i M_2 ($M_1 \geq M_2$) mase galaksija u sudaru.

Profil se odseca na unutrašnjem radijusu R_{ej} i na spoljašnjem radijusu $R_{\text{disk}} = GM_{\text{disk}}/v_0^2$, gde je $v_0^2 = 2\pi G \Sigma_0 R_0$ kružna brzina Mastel diska. Masa diska M_{disk} je procenjena na osnovu relacije između mase tamne i barionske materije u galaksiji, $M_{\text{DM}} - M_{\text{gal}}$, (Moster et al. 2013, slika 4.1.1). M_{gal} predstavlja ukupnu masu barionske materije, tj. ukupnu masu diska i centralnog ovala. Masa diska se dobija oduzimanjem mase centralnog ovala od ukupne mase barionske materije dobijene iz relacije.



Slika 4.1.1: Masa centralne galaksije u funkciji mase haloa tamne materije za različite crvene pomake. Izvor: Moster et al. (2013).

S obzirom na to da su razmatrana dva slučaja sa različitim masama centralnih crnih rupa $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ i $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$ za galaksiju date mase konstruisana su po dva modela kod kojih je ukupna masa galaksije ista, ali se mase komponentata galaksije razlikuju. Razlike potiču usled korišćenja relacije skaliranja za procenu disperzije brzina i ukupne mase zvezda u centralnom ovalu. U pojedinim slučajevima relacija $M_* - M_{\text{BH}}$ predviđa izuzetno masivni centralni oval, tako da je ukupna masa barionske materije koja se procenjuje iz $M_{\text{DM}} - M_{\text{gal}}$ relacije smeštena u centralnom sferoidu i disk se zanemaruje. Parametri korišćeni pri konstruisanju analitičkih modela galaksija prikazani su u tabeli 4.1.1.

Takođe, kako udeo gasa iz koga se formiraju zvezde zavisi od odnosa masa galaksija u sudaru konstruisani su različiti modeli i za galaksije koje nastaju nakon velikih i nakon malih sudara. U slučaju velikih sudara (1:1) usvojena je vrednost $f_{\text{gas,sf}} = 0.55$, dok je za male sudare (1:10) $f_{\text{gas,sf}} = 0.11$ (Cox et al. 2008).

Crna rupa sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ ili $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$ smeštena je u centar galaksije i izbačena brzinom V_k u vertikalnom pravcu u odnosu na disk galaksije.

Prilikom računanja trajektorije izbačene crne rupe uzeto je u obzir i dinamičko trenje

Tabela 4.1.1: Parametri galaksija u analitičkom modelu

$M_{\text{gal}}[M_{\odot}]$	$M_{\text{BH}}[M_{\odot}]$	$M_{\text{halo}}[M_{\odot}]$	c_{vir}	$M_{\text{disk}}[M_{\odot}]$	$M_{\text{bulge}}[M_{\odot}]$	$\sigma_{*}[\text{km/s}]$
$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^7$	$9.60 \cdot 10^{11}$	10.55	$3.60 \cdot 10^{10}$	$3.70 \cdot 10^9$	117.16
	$1 \cdot 10^9$	$5.55 \cdot 10^{11}$	11.20	/	$4.45 \cdot 10^{11}$	265.08
$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^6$	$9.87 \cdot 10^{10}$	13.55	$9.22 \cdot 10^8$	$3.38 \cdot 10^8$	77.89
	$1 \cdot 10^8$	$5.94 \cdot 10^{10}$	14.32	/	$4.06 \cdot 10^{10}$	176.22

koje potiče od interakcije crne rupe sa zvezdama. Dinamičko trenje koje potiče od zvezda modelovano je koristeći Čandrasekarovu formulu (Chandrasekhar 1943). Pod pretpostavkom da zvezde imaju Maksvelovu raspodelu brzina, sila dinamičkog trenja koja deluje na crnu rupu koja se kreće brzinom v_{BH} kroz zvezdanu komponentu galaksije čija je gustina ρ_{*} je izračunata iz jednačina 1.3.2.1 i 1.3.2.2, opisanim u poglavlju 1.3.2. Prihvaćena vrednost za logaritam $\ln(\Lambda)$ je 3.1 (Blecha & Loeb 2008). Kao i u modelu Blecha et al. (2016) zanemaruje se dinamičko trenje koje potiče od interakcija izbačene crne rupe sa gasom jer se pretpostavlja da je disk formiran od gasa tanak ($h/r \lesssim 0.1$), a crne rupe u našem modelu se izbacuju u vertikalnom pravcu u odnosu na disk.

Crnim rupama u analitičkim modelima galaksija pripisuju se različite brzine gravitacionog uzmaka i trajektorije se integrale tokom Hablovog vremena ili do povratka crne rupe u centar galaksije. Brzina napuštanja centra galaksije je definisana kao brzina pri kojoj se crna rupa vraća u centar tek nakon 10 Gyr. Ukoliko rastojanje crne rupe od centra galaksije postane < 0.05 kpc integracija se prekida kako bi se izbegla numerički uneta greška prilikom izračunavanja pozicije crne rupe. U tom slučaju pretpostavlja se da se crna rupa vraća u centar galaksije.

4.2 Numerički modeli galaksija

Nakon ispitivanja trajektorija crnih rupa u analitičkom potencijalu galaksije, konstruisani su numerički modeli galaksija. Do emisije gravitacionih talasa dolazi nakon sudara galaksija i spajanja crnih rupa u njihovim centrima. Međutim, sam sudar galaksija dovodi do

perturbacija potencijala što može imati uticaj na trajektorije crnih rupa. Konstruisanje numeričkih modela galaksija omogućava da se ispita kako preraspodela materije nakon sudara utiče na brzinu napuštanja galaksije, što ovaj pristup čini realističnijim u odnosu na analitički model.

Mase galaksija u numeričkim modelima su birane tako da nakon sudara galaksije koje nastaju imaju jednake mase kao i galaksije ispitane u analitičkom modelu. Prvo su simulirani sudari galaksija sa različitim odnosom masa (1:1 i 1:10), nakon čega se crnoj rupi u centru novoformirane galaksije pripisuje brzina gravitacionog uzmaka i simulira se njena putanja u numeričkom potencijalu galaksije. Za sve simulacije sudara galaksija i izbacivanja crnih rupa korišćen je paralelizovani GADGET-2 kod (Springel 2005). Simulacije su realizovane na *Phobos* i *Fermi* računarima na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu.

4.2.1 Izolovani modeli galaksija

Početni uslovi modela galaksija dobijeni su korišćenjem programskog paketa GALACTICS (Kuijken & Dubinski 1995; Widrow & Dubinski 2005; Widrow et al. 2008). GALACTICS paket je dizajniran tako da generiše početne stabilne modele galaksija proizvoljnih masa i sa proizvoljnim brojem čestica, zadajući početne pozicije i brzine čestica svake komponente galaksije.

Galaksije se sastoje od tri komponente: haloa tamne materije, diska i centralnog ovala. Najpre se modeluju izolovane galaksije preciznije čije su mase komponentata birane tako da se nakon sudara dobija galaksija sa masom $10^{12} M_{\odot}$ i $10^{11} M_{\odot}$, sa približno istim karakteristikama kao i galaksije u analitičkom modelu prikazane u tabeli 4.1.1. Posebno su ispitivani veliki (1:1) i mali (1:10) sudari. Nakon sudara mase komponentata izolovanih galaksija se sabiraju. Virijalni radijus galaksija u izolaciji računa se fitovanjem profila gustine tamne materije iz simulacije sa NFW profilom gustine. Mase komponentata izolovanih galaksija i izračunati virijalni radijusi su prikazani u tabeli 4.2.1. Ukupan broj čestica u svakoj izolovanoj galaksiji je $N = 10^6$, a raspodela čestica po komponentama zavisi od modela galaksije. Ukoliko se u galaksiji nakon sudara nalazi crna rupa sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ tada je $N_{\text{halo}} \sim 5 \times 10^5$, $N_{\text{disk}} \sim 4.5 \times 10^5$ i $N_{\text{bulge}} \sim 5 \times 10^4$, dok je u slučaju crne rupe sa $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$ $N_{\text{halo}} \sim 6 \times 10^5$ i $N_{\text{bulge}} \sim 4 \times 10^5$.

Tabela 4.2.1: Parametri galaksija u numeričkom potencijalu. U slučaju 1:1 sudara galaksije preci imaju jednake komponente, dok se za 1:10 sudare galaksije preci razlikuju.

$M_{\text{gal}}[M_{\odot}]$	$M_{\text{BH}}[M_{\odot}]$	sudar	galaksija predak	$M_{\text{halo}}[M_{\odot}]$	$M_{\text{disk}}[M_{\odot}]$	$M_{\text{bulge}}[M_{\odot}]$	$R_{\text{vir}}[\text{kpc}]$
$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^7$	1:1		$4.77 \cdot 10^{11}$	$1.58 \cdot 10^{10}$	$1.73 \cdot 10^9$	165
		1:10	primarna	$8.73 \cdot 10^{11}$	$3.37 \cdot 10^{10}$	$3.20 \cdot 10^9$	224
			sekundarna	$8.91 \cdot 10^{10}$	$3.49 \cdot 10^9$	$3.25 \cdot 10^8$	88
	$1 \cdot 10^9$	1:1		$2.69 \cdot 10^{11}$	/	$2.27 \cdot 10^{11}$	149
		1:10	primarna	$4.95 \cdot 10^{11}$	/	$4.01 \cdot 10^{11}$	196
			sekundarna	$5.56 \cdot 10^{10}$	/	$4.46 \cdot 10^{10}$	87
$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^6$	1:1		$4.93 \cdot 10^{10}$	$4.75 \cdot 10^8$	$1.73 \cdot 10^8$	76
		1:10	primarna	$8.93 \cdot 10^{10}$	$8.48 \cdot 10^8$	$3.03 \cdot 10^8$	90
			sekundarna	$8.94 \cdot 10^9$	$8.31 \cdot 10^7$	$3.07 \cdot 10^7$	35
	$1 \cdot 10^8$	1:1		$2.90 \cdot 10^{10}$	/	$2.04 \cdot 10^{10}$	64
		1:10	primarna	$5.65 \cdot 10^{10}$	/	$3.33 \cdot 10^{10}$	85
			sekundarna	$5.35 \cdot 10^9$	/	$3.71 \cdot 10^9$	31

Nakon generisanja početnih modela galaksija predaka, njihova stabilnost se proverava korišćenjem GADGET-2 koda. Prilikom računanja gravitacione sile između čestica u simulaciji uvodi se dužina ublažavanja¹ koja predstavlja minimalno rastojanje između čestica za koje se računa gravitacioni uticaj (Dehnen & Read 2011). Ispod dužine ublažavanja gravitaciona sila divergira što usporava kod i unosi numerički šum. Dužina ublažavanja za sve tipove čestica u našim simulacijama je jednaka i iznosi 0.1 kpc, što je empirijski pokazano kao optimalna vrednost².

Za svaku galaksiju pretka puštena je test simulacija u izolaciji kako bi se ispitalo da li se tokom vremena menjaju profili gustine komponenata galaksija. Ukoliko tokom 3 Gyr

¹eng. *softening length*

²Izborom manje vrednosti dužine ublažavanja (0.01 kpc) ne primećuju se značajne razlike, međutim vreme trajanja simulacija se produžava.

ne dolazi do značajnih odstupanja u profilima gustine, može se zaključiti da je galaksija stabilna. Stabilnost galaksije je neophodno proveriti kako bismo bili sigurni da do promena u profilima galaksija dolazi isključivo usled interakcije sa drugom galaksijom, a ne usled nestabilnosti u samoj galaksiji.

4.2.2 Sudar galaksija

Nakon proveravanja stabilnosti svake galaksije pretka, galaksije se sudaraju. Za simulacije sudara galaksija takođe je korišćen GADGET-2 kod. Sudari su podeljeni na male i velike, a u oba slučaja nakon sudara nastaje galaksija sa masom $10^{12} M_{\odot}$, odnosno $10^{11} M_{\odot}$. Pretpostavljeno je da se u centru svake galaksije nalazi po jedna supermasivna crna rupa koja je smeštena u centar mase centralnog ovala.

Za sve simulacije korišćeni su isti orbitalni parametri. Galaksije su inicijalno postavljene na paraboličnu orbitu ($e = 1$), što je ujedno i najčešća orbita u kosmološkim simulacijama formiranja galaksija koje su pokazale da gotovo polovina svih sudara haloa imaju ekscentricitet $e = 1 \pm 0.1$ (Benson 2005). Na početku simulacije galaksije su u kontaktu, tj. početno rastojanje između galaksija je zbir njihovih virijalnih radijusa, $R_{\text{vir},1} + R_{\text{vir},2}$. Rastojanje pericentra orbite galaksije prilikom prvog prolaza postavljeno je na $0.5\% R_{\text{vir},1}$, što rezultira gotovo direktnim sudarom i skraćuje vreme trajanja simulacija. Na slici 4.2.1 dat je prikaz početnih uslova sudara.

Specifična orbitalna energija može se zapisati kao:

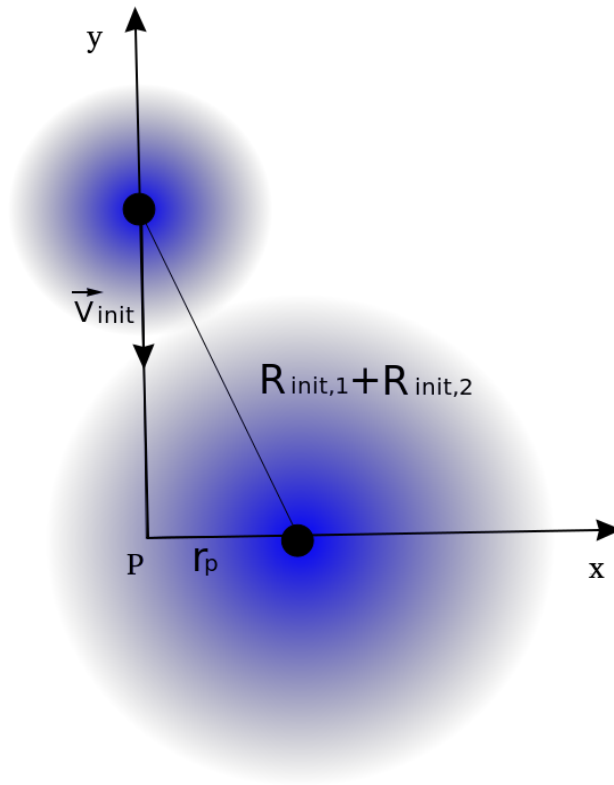
$$\epsilon = \frac{V^2}{2} - \frac{G(M_{\text{gal},1} + M_{\text{gal},2})}{r}, \quad (4.2.2.1)$$

gde je V relativna orbitalna brzina, a r rastojanje između galaksija. Za parabolične orbite ($\epsilon = 0$) iz prethodne jednačine sledi da u svakoj tački orbite važi:

$$rV^2 = 2G(M_{\text{gal},1} + M_{\text{gal},2}) = \text{const.} \quad (4.2.2.2)$$

U našem modelu primarna galaksija je fiksirana, a sekundarnoj galaksiji se u pravcu pericentra saopštava početna brzina:

$$V_{\text{init}} = \sqrt{\frac{2G(M_{\text{gal},1} + M_{\text{gal},2})}{R_{\text{vir},1} + R_{\text{vir},2}}}. \quad (4.2.2.3)$$



Slika 4.2.1: Početni uslovi za simulaciju sudara galaksija.

U zavisnosti od modela galaksije, početne brzine imaju vrednosti u intervalu $V_{\text{init}} = [160, 175]$ km/s za galaksiju koja nakon sudara ima masu $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$, odnosno $V_{\text{init}} = [75, 85]$ km/s za galaksiju sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$. Iako su galaksije postavljene na parabolichnu orbitu, interakcije između galaksija dovode do promene orbite i uzastopnih prolaza kroz pericentar. Usled plimskih sila pri svakom prolazu jedan deo čestica prestaje da bude gravitaciono vezan za ostatak galaksije, stoga se prilikom računanja rastojanja između centara galaksija razmatra samo centralnih 5% čestica iz centralnih ovala primarne i sekundarne galaksije. Tih 5% čestica određuju centar mase galaksije, kao i položaj supermasivne crne rupe u svakoj od galaksija u sudaru.

Smatra se da je sudar završen kada se ispune dva uslova: rastojanje između centralnih 5% čestica je $\lesssim 1$ kpc i rastojanje apocentra orbite tokom narednih prolaza ne prelazi ~ 10 kpc. U slučaju sudara galaksija jednakih masa spajanje centralnih ovala je brz proces; kada se jednom nađu na rastojanju $r_{\text{peri}} < 1$ kpc rastojanje apocentra pri sledećim prolazima takođe brzo postaje $r_{\text{apo}} < 1$ kpc. Proces spajanja galaksija sa

odnosom masa 1:10 je sporiji i nakon prvog prolaza na $r_{\text{peri}} < 1$ kpc apocentar orbite ostaje na $r_{\text{apo}} \sim 10$ kpc. Razlog tome je nedostatak gasa u simulacijama koji ima značajan uticaj na dinamiku sudara unutar poslednjih ~ 10 kpc. U simulacijama sudara galaksija sa odnosom masa 1:10 kod kojih je uzet u obzir uticaj gasa pokazano je da od trenutka kada rastojanje između crnih rupa postane $\lesssim 1$ kpc vreme potrebno za spajanje crnih rupa iznosi $\lesssim 1$ Gyr (Capelo et al. 2015). Kako bi se nadomestio problem nedostatka gasa, kao i rezolucije neophodne da se odredi precizan trenutak kada emisija gravitacionih talasa preuzima kontrolu nad evolucijom dvojnog sistema crnih rupa, njihovo spajanje se odlaže za dodatnih $0.1 \text{ Gyr}/q$ gde je q odnos masa crnih rupa u sudaru. Ovde se pretpostavlja da odnos masa crnih rupa prati odnos masa galaksija u sudaru, odnosno da je za velike sudare odnos masa crnih rupa u svakoj od galaksija 1:1, dok je taj odnos za male sudare 1:10. Tako se u slučaju velikih sudara trenutku kada rastojanje između crnih rupa postane manje od 1kpc dodaje 0.1 Gyr, dok se za male sudare, kod kojih spajanje crnih rupa traje duže, dodaje 1 Gyr. Ovakav pristup primenjen je i u radu Blecha et al. (2016) gde autori pretpostavljaju da je od trenutka kada rastojanje između crnih rupa postane manje od dužine ublažavanja u Illustris kosmološkim simulacijama (0.1-1 kpc) njihovo konačno spajanje odloženo za dodatnih $0.1 \text{ Gyr}/q$.

U simulaciji 1:10 sudara galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$ u čijem se centru nalazi crna rupa sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ kriterijumi za završetak sudara nisu ispunjeni tokom 10 Gyr. Tokom prvog prolaza kroz pericentar orbite rastojanje između centralnih ovala je < 1 kpc, međutim rastojanje sledećeg apocentra je ~ 100 kpc. U ovom slučaju nije moguće sa sigurnošću tvrditi da li bi čak i u prisustvu gasa došlo do završetka sudara tokom Hablovog vremena. U numeričkim simulacijama 1:10 sudara galaksija bogatih gasom pokazano je da u pojedinim slučajevima kada je rastojanje prvog pericentra orbite malo, kao što je slučaj i u našim simulacijama, do spajanja crnih rupa ne dolazi jer jake plimske sile prilikom prvih prolaza kroz pericentar uklanjaju gas iz manje galaksije i sekundarna crna rupa ostaje u halou masivnije galaksije (Callegari et al. 2009, 2011). Zarad kompletnosti rezultata i ovaj sudar je uvršćen u analizu, uz pretpostavku da se crne rupe spajaju 1 Gyr nakon prvog prolaza kroz pericentar orbite kada se i formira dvojni sistem. Ipak, rezultate za ovaj sudar trebalo bi prihvatiti samo uslovno.

4.2.3 Izbacivanje crne rupe

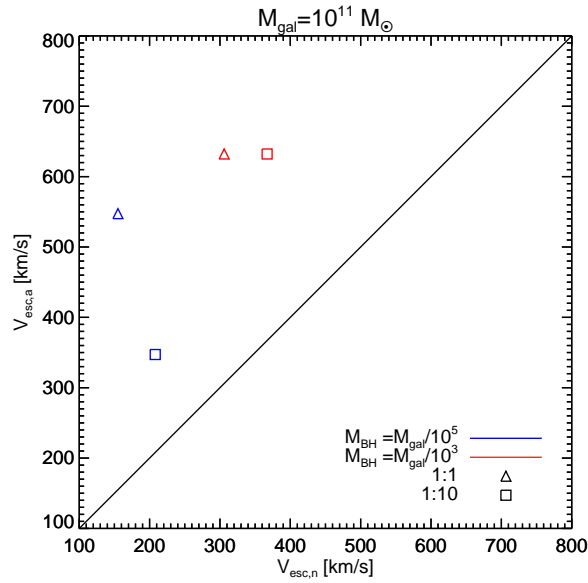
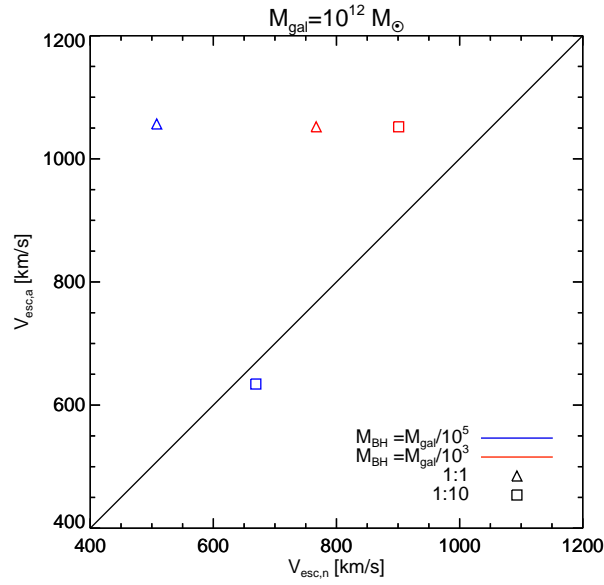
U trenutku spajanja crnih rupa dolazi do emisije gravitacionih talasa i crna rupa dobija gravitacioni uzmak. U svakoj simulaciji crna rupa je predstavljena jednom česticom mase $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$, odnosno $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$ koja je smeštena u centar mase centralnog ovala novoformirane galaksije u trenutku izbacivanja crne rupe. U slučaju 1:1 sudara crna rupa je pozicionirana u centar mase izračunat u odnosu na unutrašnjih 5% čestica oba centralna ovala, dok se nakon 1:10 sudara crna rupa nalazi u centru mase 5% čestica centralnog ovala primarne galaksije.

Kako bi se ispitalo koje brzine gravitacionih uzmarka mogu da izbace crnu rupu iz galaksije domaćina, crnim rupama su saopštene različite brzine uzmarka. Prilikom pripisivanja brzina uzmarka crnim rupama potrebno je voditi računa i o srednjoj brzini čestica centralnog ovala koje se nalaze u blizini crne rupe. Da bi se dobila brzina izbacivanja crne rupe u odnosu na centar galaksije od pripisane brzine oduzeta je srednja brzina čestica unutar 5 kpc od crne rupe.

Za simulacije izbacivanja crnih rupa takođe je korišćen GADGET-2 kod. Nakon određivanja trenutka sudara galaksija, kao i trenutka spajanja crnih rupa i izbacivanja novoformirane crne rupe iz centra galaksije u simulaciji se prati njena trajektorija tokom 11 Gyr. Slično kao i u analitičkom modelu, brzina napuštanja centra galaksije je definisana kao brzina pri kojoj se crna rupa vraća u centar nakon ~ 10 Gyr. Zbog nedostatka gasa u simulacijama, pretpostavlja se da se crna rupa vraća u centar galaksije kada njeno rastojanje u odnosu na centar postane < 10 kpc. Unutar centralnih 10 kpc gas utiče na dinamiku crne rupe i dovodi do brzog povratka crne rupe u centar galaksije.

4.3 Trajektorije crne rupe u analitičkom i numeričkom potencijalu galaksije

Na slici 4.3.1 predstavljene su brzine napuštanja za galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ (gornji panel), odnosno $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$ (donji panel) za numerički i analitički model galaksija. Brzine napuštanja su izračunate u odnosu na centar galaksije, tj. zahtevano



Slika 4.3.1: Brzine napuštanja crnih rupa u analitičkim modelima galaksija u funkciji brzina napuštanja u numeričkim modelima. Plavom bojom obeležene su crne rupe mase $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$, a crvenom crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$. Trouglovi označavaju galaksije koje nastaju nakon velikih sudara (1:1), a kvadrati galaksije koje nastaju u malim sudarima (1:10).

je da se izbačena crna rupa ne vrati u centar galaksije tokom Hablovog vremena. Kako bi se uporedile razlike kod ova dva modela prikazane su brzine napuštanja u analitičkim modelima galaksija u funkciji brzina napuštanja u numeričkim modelima. Napominjemo da u slučaju 1:10 sudara galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$ u čijem se centru nalazi crna rupa sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ postoji mogućnost da ne dolazi do spajanja centralnih ovala galaksija tokom Hablovog vremena, te bi u celoj analizi rezultate koji se odnose na pomenuti slučaj trebalo prihvatiti sa dodatnim oprezom.

Ukoliko se međusobno uporede različiti analitički modeli sa slike 4.3.1 se primećuje da masivnije crne rupe ($M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$) moraju dobiti veće brzine gravitacionog uzmaka da bi ostale izvan centra galaksije tokom Hablovog vremena. To je posledica dva efekta: modeli galaksija sa masivnijom crnom rupom imaju znatno masivniji centralni oval i samim tim veću gustinu u centru; pored toga zbog kvadratne zavisnosti sile dinamičkog trenja od mase crne rupe (jednačina 1.3.2.1) masivnije crne rupe osećaju jači uticaj sile dinamičkog trenja. Za masivnije crne rupe, brzine napuštanja su jednake za galaksije koje nastaju nakon velikih i malih sudara (crveni simboli na slici 4.3.1), što direktno proizilazi iz prihvaćenog analitičkog modela galaksija. Kako u analitičkom modelu odnos masa galaksija u sudaru utiče jedino na udeo hladnog gasa u disku, a modeli galaksija sa masivnijom crnom rupom nemaju disk, komponente tih galaksija, a samim tim i njihove brzine napuštanja su jednake. Sa druge strane, manje masivne crne rupe ($M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$) lakše napuštaju centar galaksije. Brzine napuštanja za crne rupe u galaksijama koje nastaju nakon malih i velikih sudara u ovom slučaju značajno se razlikuju. Razlike potiču usled različite mase hladnog gasa iz koga se formiraju zvezde u centralnom disku galaksije. U slučaju velikih sudara galaksija bogatim gasom formira se gust centralni disk kod koga je udeo gasa iz koga se formiraju zvezde $f_{\text{gas,sf}} = 0.55$, dok je za male sudare taj udeo $f_{\text{gas,sf}} \simeq 0.11$ (jednačina 4.1.0.7, Cox et al. 2008). Usled prisustva gustog centralnog diska brzina napuštanja nakon sudara galaksija jednakih masa je približno jednaka brzini napuštanja za galaksije sa masivnijom crnom rupom (plavi trouglovi na slici 4.3.1). Sa druge strane, nakon malih sudara udeo hladnog gasa je manji, i brzine napuštanja su manje (plavi kvadrati na slici 4.3.1).

U numeričkim modelima, prilikom sudara galaksija deo potencijalne energije se predaje

česticama u vidu kinetičke energije. Nakon sudara, čestice se postepeno vraćaju u centar novoformirane galaksije, njihova kinetička energija se transformiše u potencijalnu i u sistemu se dostiže novo ravnotežno stanje u kojem potencijal odgovara analitičkom. Međutim, crna rupa se izbacuje u trenutku kada novi halo još uvek nije virijalizovan što utiče na njenu trajektoriju.

Međusobnim poređenjem brzina napuštanja za različite numeričke modele galaksija, sa slike 4.3.1 se vidi da su brzine napuštanja galaksija koje su formirane nakon velikih sudara manje nego nakon malih sudara. Iako su konačne mase galaksija jednake, transformacija potencijalne energije u kinetičku je izraženija nakon velikih sudara, pa je samim tim i brzina napuštanja u tom slučaju manja. Masivnije crne rupe, kao i u analitičkim modelima, imaju veće brzine napuštanja zbog prisustva masivnijeg centralnog ovala i uticaja sile dinamičkog trenja.

Ukoliko se uporede numerički sa analitičkim modelima, vidi se da su u numeričkim modelima generalno potrebne manje brzine gravitacionog uzmarka kako bi crne rupe trajno napustile centar galaksije, u odnosu na analitički model. U numeričkim modelima crna rupa se izbacuje pre nego što se u galaksiji nakon sudara uspostavi novi stabilan potencijal koji bi odgovarao izolovanom analitičkom potencijalu. Izuzetak je crna rupa sa masom $10^7 M_{\odot}$ u galaksiji mase $10^{12} M_{\odot}$ koja nastaje malim sudarom galaksija; u tom slučaju je brzina napuštanja u numeričkom modelu neznatno veća nego u analitičkom modelu (plavi kvadrat na gornjem panelu slike 4.3.1). Međutim, ovde je u pitanju mali sudar koji ne unosi značajne perturbacije u potencijal primarne galaksije. Razlike između brzina napuštanja u ova dva modela su najizraženije za galaksije koje nastaju u velikim sudarima i u čijim se centrima nalaze crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ (plavi trouglovi na slici 4.3.1). Za masivnije crne rupe razlike između numeričkog i analitičkog modela su primetnije kod galaksije sa masom $10^{11} M_{\odot}$.

Sa slike 4.3.1 se vidi da je najbitnija razlika između numeričkog i analitičkog modela u brzini napuštanja galaksija koje nastaju u velikim i malim sudarima. Naime, u analitičkom modelu, zbog velikog udela hladnog gasa u centru galaksije nakon 1:1 sudara, potrebne su veće brzine gravitacionog uzmarka za izbacivanje crnih rupa nego u slučaju 1:10 sudara. Nasuprot tome, u numeričkom modelu, 1:1 sudari unose značajne promene u potencijalu

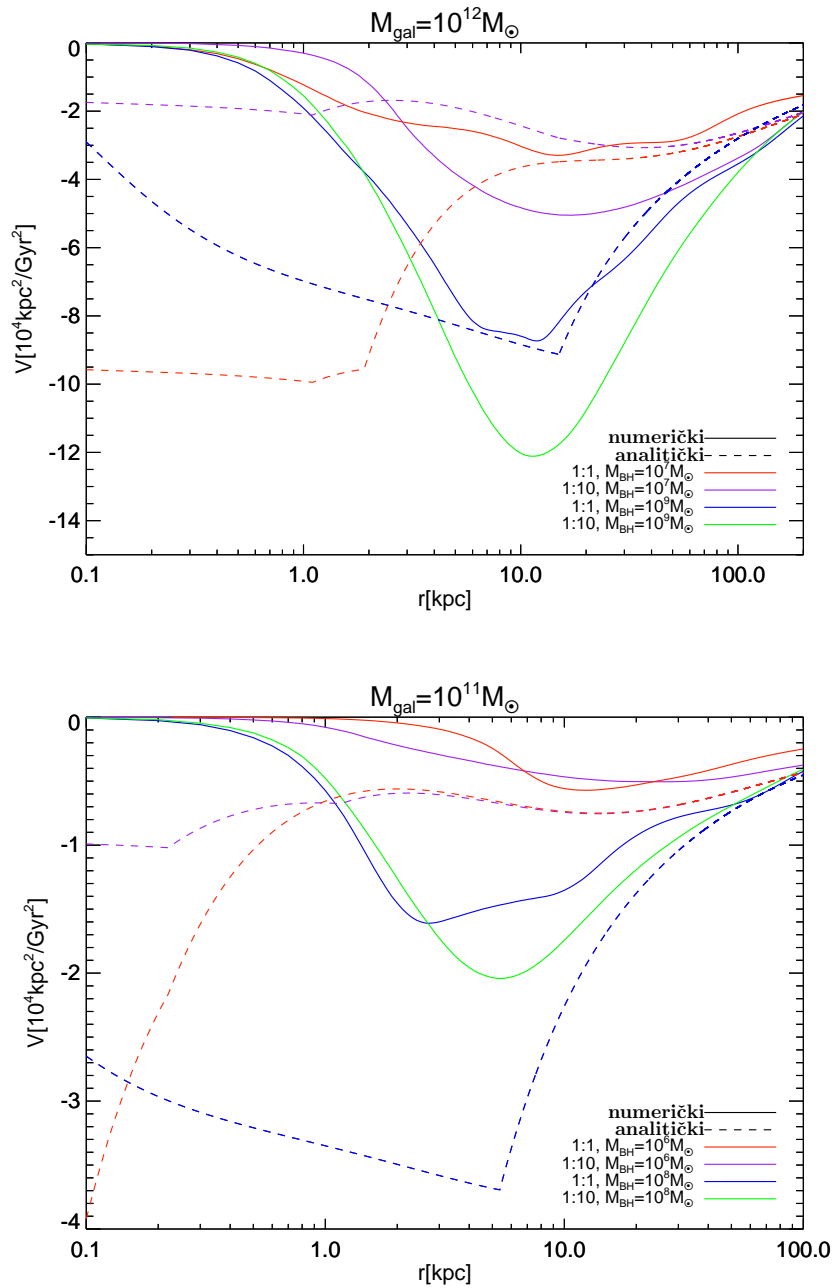
novonastale galaksije, i samim tim manje vrednosti brzine gravitacionog uzmarka izbacuju crne rupe u odnosu na male sudare, gde je potencijal primarne galaksije samo umereno perturbovan.

Na slici 4.3.2 prikazan je potencijal galaksije u funkciji rastojanja od njenog centra. Punim linijama predstavljene su galaksije u numeričkim modelima, a isprekidanim galaksije u analitičkim modelima. U slučaju numeričkih modela, crne rupe se izbacuju dok je novi halo još uvek u procesu formiranja i crne rupe ga laške napuštaju. Galaksije sa masivnijim crnim rupama imaju dublju potencijalnu jamu i brzina napuštanja u odnosu na njihov centar je veća. Sa druge strane, gravitacioni potencijal u analitičkom modelu nije perturbovan sudarima i njegov oblik isključivo zavisi od izbora modela raspodele gustine komponenata galaksije.

Razlika između gravitacionog potencijala galaksije u numeričkom i analitičkom modelu je najveća na rastojanju $\lesssim 1$ kpc od centra. Za datu masu crne rupe, potencijalna jama u analitičkom modelu je dublja nego u numeričkom, što je izraženije kod galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$, pa je samim tim i razlika između brzina napuštanja u numeričkom i analitičkom modelu kod te galaksije veća (slika 4.3.1).

Na slici 4.3.3 prikazano je maksimalno rastojanje do koga izbačena crna rupa stiže tokom Hablovog vremena, u zavisnosti od brzine gravitacionog uzmarka. Brzine su birane tako da predstavljaju $V_k = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 \times V_{\text{esc}}$, gde je V_{esc} brzina napuštanja u odnosu na centar galaksije, za numeričke (gornji paneli) i analitičke (donji paneli) modele. U analitičkim modelima crne rupe koje dobijaju male brzine gravitacionog uzmarka ($V_k/V_{\text{esc}} \lesssim 0.4$ za galaksiju mase $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ i $V_k/V_{\text{esc}} \lesssim 0.6$ za galaksiju mase $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$) ostaju unutar centralnih ~ 1 kpc, dok u numeričkim modelima crne rupe sa istim brzinama stižu do ~ 10 kpc. Samo crne rupe sa brzinama $V_k/V_{\text{esc}} > 0.8$ stižu do $R_{\text{max}} > 100$ kpc.

U numeričkim modelima brzine potrebne za izbacivanje crne rupe iz centra galaksije su manje nego za analitičke modele, a maksimalna rastojanja do kojih crne rupe stižu su veća. Ovo je posebno izraženo za manje brzine gravitacionog uzmarka gde crna rupa ostaje blizu centra galaksije, jer je i razlika između gravitacionog potencijala galaksija u numeričkom i analitičkom modelu najveća na rastojanju $\lesssim 1$ kpc od centra (slika 4.3.2).

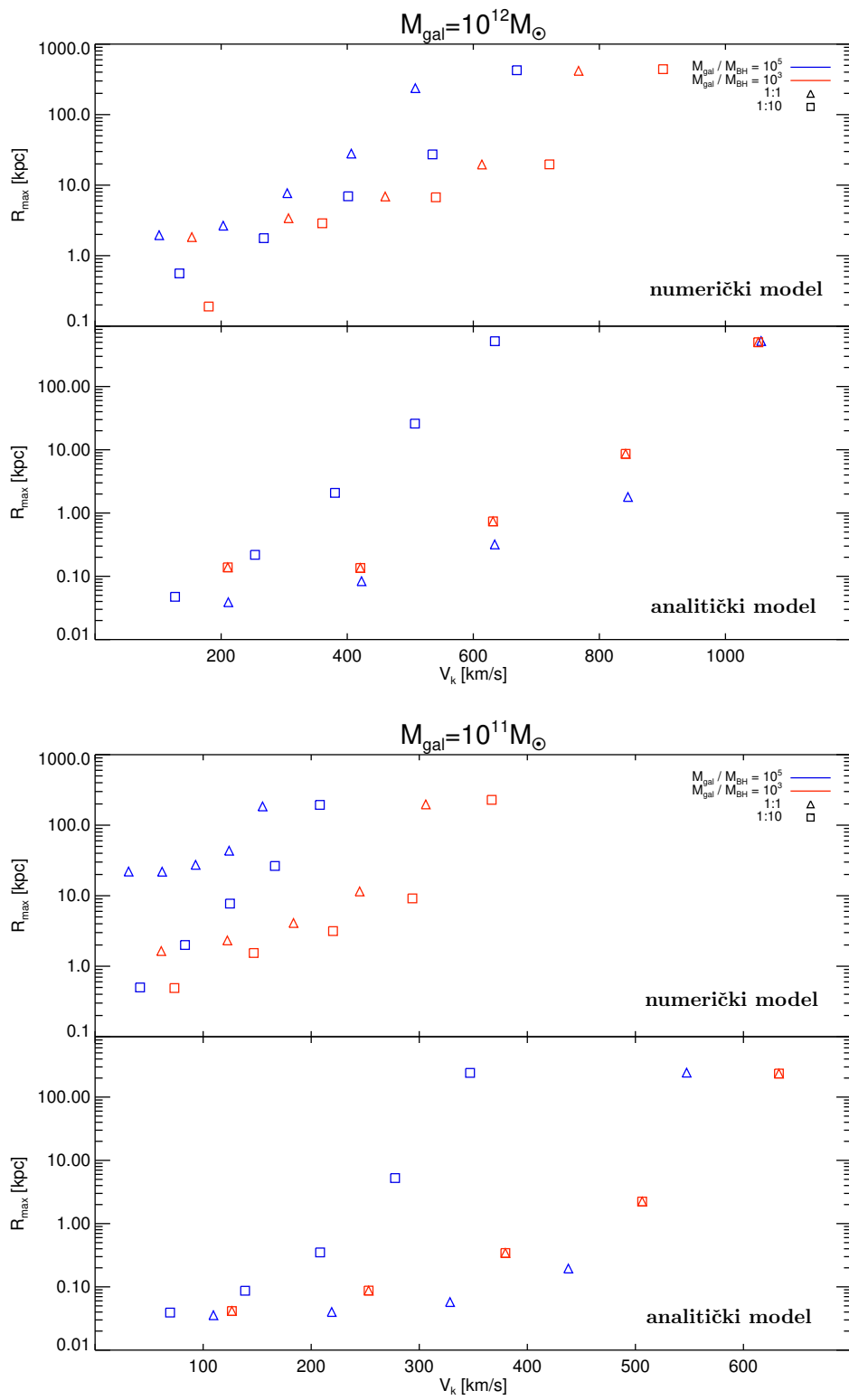


Slika 4.3.2: Gravitacioni potencijal galaksija u numeričkim (pune linije) i analitičkim (isprekidane linije) modelima u funkciji rastojanja od centra galaksije. Različitim bojama označeni su različiti modeli galaksija, u zavisnosti od mase supermasivne crne rupe, kao i od načina nastanka galaksije (1:1 ili 1:10 sudari). Plava isprekidana linija predstavlja modele galaksija sa masivnijom crnom rupom koja nastaje nakon malih i velikih sudara, jer se u analitičkom modelu te galaksije ne razlikuju, što je i razlog nedostatka zelene isprekidane linije.

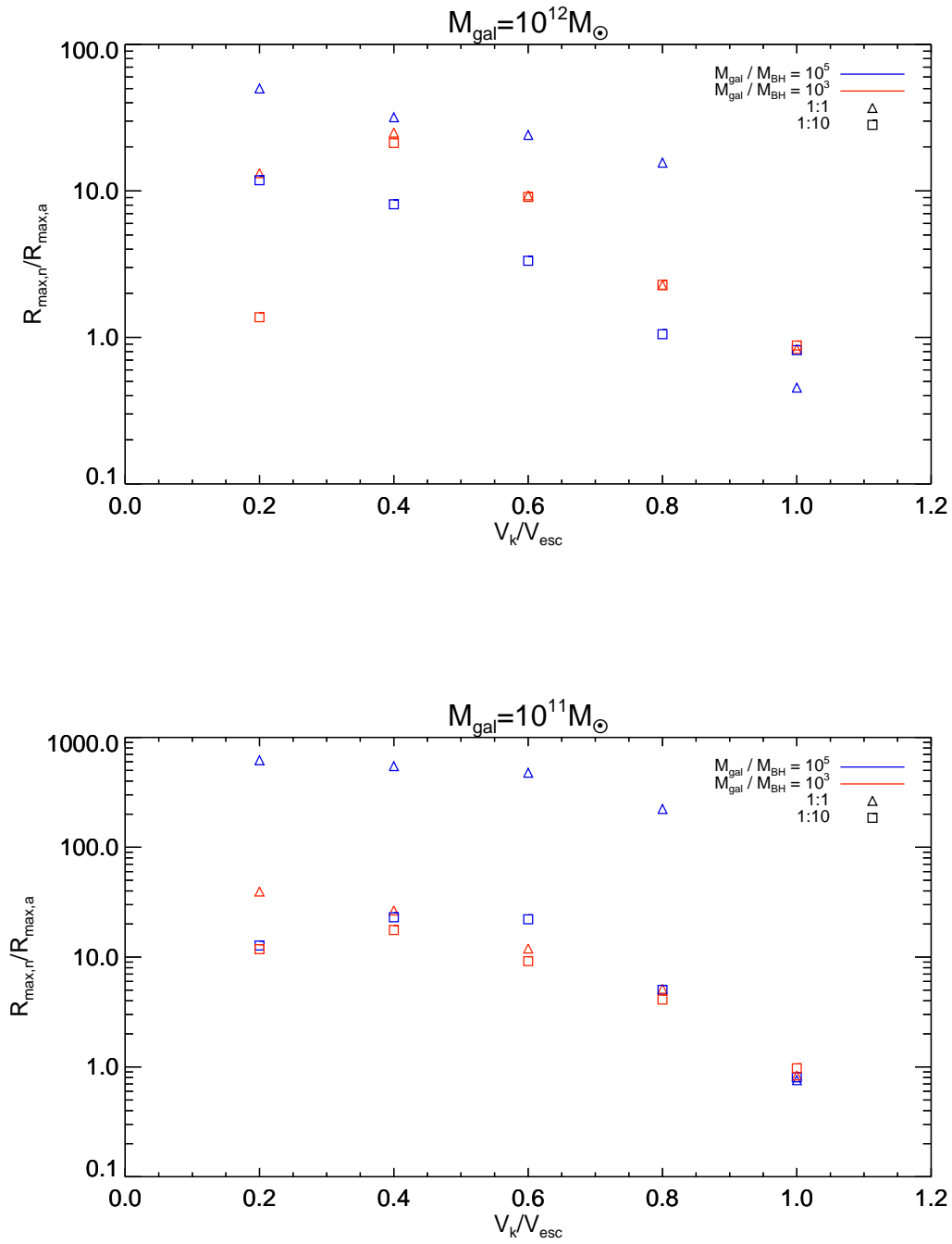
Kako bi se dodatno istakla razlika između numeričkih i analitičkih modela, na slici 4.3.4 prikazan je odnos između maksimalnog rastojanja do koga crna rupa stiže za Hablovo vreme u numeričkom i analitičkom modelu ($R_{\max,n}/R_{\max,a}$) u funkciji V_k/V_{esc} . Odnos $R_{\max,n}/R_{\max,a}$ se smanjuje sa povećanjem V_k/V_{esc} , dok je za $V_k = V_{\text{esc}}$ maksimalno rastojanje do kojeg crne rupe stižu u različitim modelima gotovo jednako, $R_{\max,n}/R_{\max,a} \sim 1$. Najveće razlike se javljaju kod velikih sudara koji dovode do perturbacije gravitacionog potencijala u numeričkom modelu, međutim ni u tom slučaju ne postoje značajna odstupanja za brzine gravitacionog uzmaka koje su jednake brzini napuštanja.

Blecha et al. (2016) su koristeći rezultate Ilustris kosmoloških simulacija razvili analitički model za ispitivanje osobina crnih rupa izbačenih iz centara galaksija nakon sudara. Radi poređenja dobijenih rezultata sa rezultatima predstavljenim u radu Blecha et al. (2016) na slici 4.3.5 prikazano je maksimalno rastojanje crnih rupa od centra galaksije u funkciji V_k/V_{esc} za sve razmatrane modele galaksija. Na gornjem panelu predstavljeni su analitički modeli, dok su na donjem panelu predstavljeni numerički modeli. Crnom bojom prikazane su galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$, a crvenom bojom galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$. Plavo osenčena oblast označava opseg maksimalnih rastojanja do kojih stižu crne rupe izračunat u radu Blecha et al. (2016), za model raspodele vektora spina crnih rupa kod koga je maksimum raspodele amplitude spina $a = 0.7$, sa proizvoljnom orijentacijom vektora spina u odnosu na ravan orbite dvojnog sistema („random-dry“ model, poglavlje 1.3.3, slika 1.3.5). Minimalna masa galaksija razmatrana u radu Blecha et al. (2016) je $M_{\text{gal}} = 2 \times 10^9 M_{\odot}$, dok mi računamo trajektorije za crne rupe u galaksijama sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$ i $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$. Prilikom konstruisanja analitičkih modela galaksija praćen je metod opisan u radu Blecha et al. (2016). Sa slike 4.3.5 može se videti da su maksimalna rastojanja crnih rupa u našim modelima u saglasnosti sa R_{\max} dobijenim u navedenom radu. Sa druge strane, R_{\max} u numeričkim modelima prevazilazi analitičke proračune za brzine gravitacionog uzmaka $V_k/V_{\text{esc}} < 0.8$.

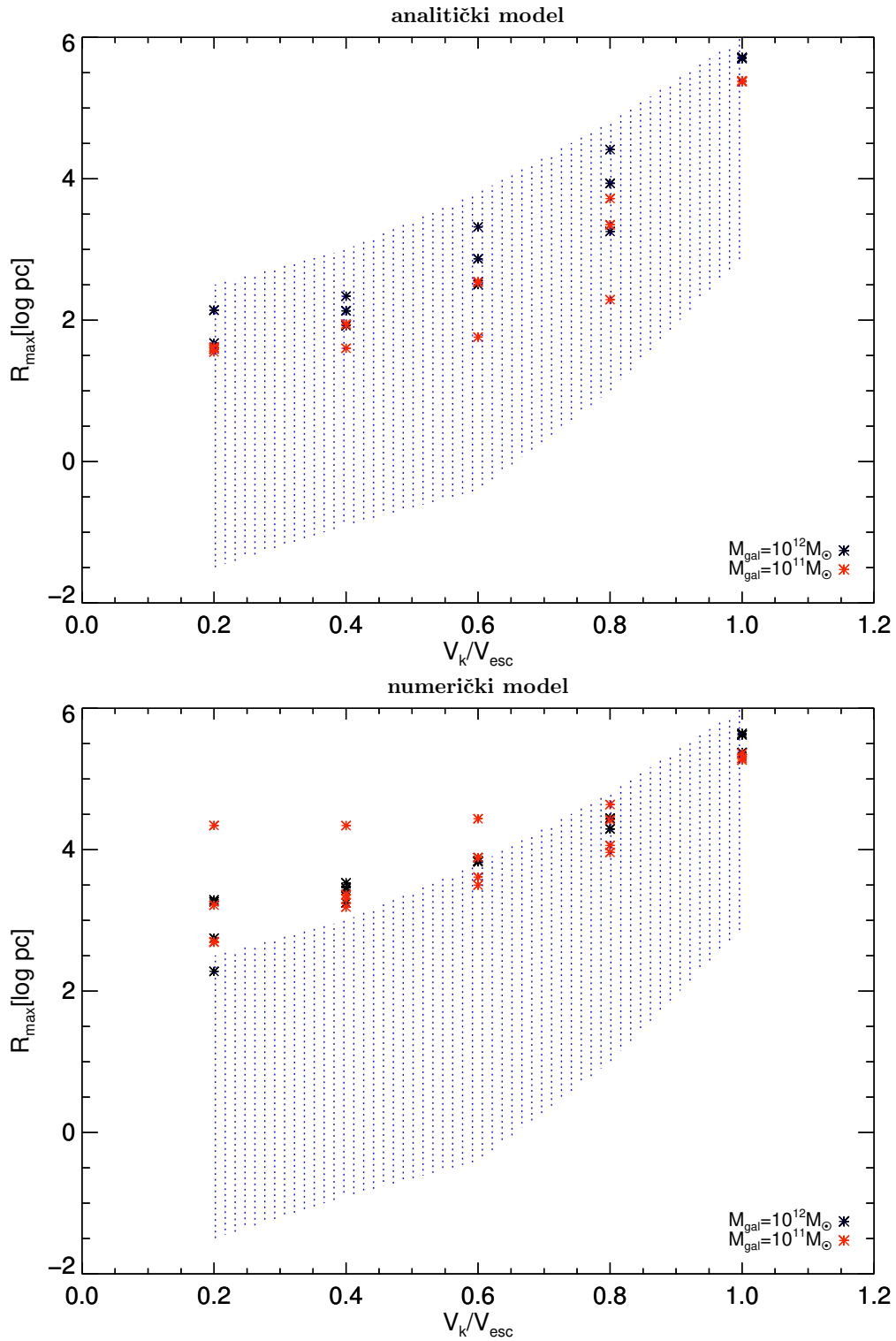
Blecha et al. (2016) su našli da najveći broj crnih rupa iz Ilustris simulacije nakon sudara galaksija dobija brzine gravitacionog uzmaka $\lesssim 0.3 V_k/V_{\text{esc}}$. Upravo pri takvim brzinama nastaju najveće razlike između analitičkih i numeričkih modela. Crne rupe koje stižu do većih R_{\max} provode više vremena na orbiti oko centra galaksije, te za dati



Slika 4.3.3: Maksimalno rastojanje do koga stiže izbačena crna rupa tokom Hablovog vremena, u funkciji brzine gravitacionog uzmaka. Vrednosti brzine uzmaka za koje su prikazani rezultati su $V_k = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 \times V_{\text{esc}}$, gde je V_{esc} brzina napuštanja u odnosu na centar galaksije, za svaki od razmatranih modela galaksija.



Slika 4.3.4: Razlika maksimalnog rastojanja do kojih stiže crna rupa tokom Hablovog vremena u analitičkim i numeričkim modelima, u funkciji V_k / V_{esc} .



Slika 4.3.5: Maksimalno rastojanje do koga stiže izbačena crna rupa tokom Hablovog vremena, u funkciji V_k/V_{esc} za galaksije mase $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ (crni simboli) i $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$ (crveni simboli). Osenčene oblasti na oba panela prikazuju vrednosti dobijene u radu Blecha et al. (2016).

odnos V_k/V_{esc} numerički modeli predviđaju veći broj prostorno izmeštenih jezgara aktivnih galaksija. Pored toga, u numeričkim modelima su same vrednosti V_{esc} manje pa nisu potrebne velike brzine gravitacionog uzmarka da se crne rupe izmeste izvan centra galaksije. Rezultati navedeni u radu Blecha et al. (2016) pokazuju da crne rupe sa brzinom $V_k/V_{\text{esc}} \sim 0.6 - 1$ provode najviše vremena izvan centra galaksije, kao kinematički izmeštena jezgra aktivnih galaksija. Vrednosti R_{max} do kojih za te odnose V_k/V_{esc} crne rupe stižu u analitičkim modelima jednake su vrednostima R_{max} za sve vezane orbite u numeričkim modelima. Ovo implicira da bi se mogao očekivati veći broj prostorno izmeštenih jezgara u numeričkim modelima, iako zbog nedostatka gasa nije moguće precizno odrediti vreme povratka u centar galaksije za crne rupe sa malim odnosom V_k/V_{esc} .

Još jedna značajna razlika između analitičkih i numeričkih modela može se uočiti ukoliko se uporede brzine napuštanja galaksije domaćina, sa raspodelom očekivanih brzina gravitacionog uzmarka. Blecha et al. (2016) su na osnovu empirijske formule dobijene iz numeričkih simulacija (jednačine 1.3.3.5-1.3.3.8) izračunali raspodele brzine gravitacionog uzmarka za različite modele raspodele spina. Njihovi rezultati su prikazani u poglavlju 1.3.3 na slici 1.3.5. Najveće brzine uzmarka se očekuju za brzo rotirajuće crne rupe kod kojih je vektor spina proizvoljno orijentisan u odnosu na ravan orbite dvojnog sistema, a najmanje u slučaju kada je poravnanje vektora spina sa momentom impulsa orbite efikasno.

Ukoliko je poravnanje vektora spina crnih rupa efikasno ($\lesssim 5^\circ$), brzine gravitacionog uzmarka koje crne rupe dobijaju su uvek manje od brzina napuštanja u analitičkim modelima galaksija sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_\odot$, dok je za galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_\odot$ brzina napuštanja u opsegu date raspodele jedino u slučaju crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ u galaksiji koja nastaje nakon 1:10 sudara. Slično našim rezultatima, Blecha et al. (2016) su našli da u modelu u kojem su vektori spina crnih rupa pre sudara efikasno poravnati sa vektorom momenta impulsa orbite ne dolazi do brzina uzmarka $V_k/V_{\text{esc}} > 0.8$. Nasuprot tome, u numeričkim modelima brzine gravitacionog uzmarka iz iste raspodele su dovoljne da povremeno dovedu do dugoročnog izbacivanja crne rupe iz centra svih modela galaksija sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_\odot$, kao i za izbacivanje crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ iz galaksije sa $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_\odot$ nakon velikog sudara. Sa druge strane, ukoliko crne rupe brzo rotiraju i ukoliko je vektor spina proizvoljno orijentisan u odnosu na ravan orbite dvojnog

sistema i u analitičkim i u numeričkim modelima mogu se očekivati brzine gravitacionog uzmaka $V_k/V_{\text{esc}} \sim 1$.

4.4 Diskusija

U ovom poglavlju ispitane su trajektorije crnih rupa u analitičkim i numeričkim modelima galaksija. Komponente galaksija su halo tamne materije, disk i centralni oval. Mase komponenata u analitičkim i numeričkim modelima su jednake i određene su na osnovu mase supermasivne crne rupe i ukupne mase galaksije, koristeći $M_* - M_{\text{BH}}$ relaciju (McConnell & Ma 2013) i relaciju između mase tamne materije i mase barionske komponente galaksije, $M_{\text{DM}} - M_{\text{gal}}$ (Moster et al. 2013). Razmatrane su galaksije sa masama $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ i $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$ u čijim se centrima nalaze supermasivne crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$ i $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$. Posebno su ispitane galaksije koje nastaju nakon sudara sa odnosom masa 1:1 (veliki sudari) i 1:10 (mali sudari). Za svaki od navedenih slučajeva napravljeni su zasebni numerički i analitički modeli. Analitički modeli galaksija nakon sudara konstruisani su po uzoru na rad Blecha et al. (2016). Početni uslovi numeričkih modela galaksija dobijeni su korišćenjem programskog paketa GALACTICS (Kuijken & Dubinski 1995; Widrow & Dubinski 2005; Widrow et al. 2008), a za simulacije sudara galaksija i praćenja trajektorija crnih rupa u numeričkim modelima galaksija korišćen je paralelizovani GADGET-2 kod.

Brzine napuštanja u odnosu na centar galaksije definisane su kao brzine pri kojima se crne rupe vraćaju u centar galaksije tek nakon 10 Gyr. Iako su konačne mase galaksija u svim modelima jednake ($M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ ili $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$) brzine napuštanja u odnosu na njihov centar se razlikuju. Do razlika dolazi usled različite raspodele mase unutar galaksije. Osnovni zaključci su sledeći:

- U analitičkim modelima galaksije generalno imaju veće brzine napuštanja u odnosu na numeričke modele gde u trenutku izbacivanja crne rupe galaksija još uvek nema formiran stabilan potencijal. Pošto je usled sudara galaksija u numeričkim modelima jedan deo potencijalne energije transformisan u kinetičku, dubina potencijalne jame u analitičkim modelima je veća, a razlika između gravitacionog potencijala u

analitičkim i numeričkim modelima je najveća na rastojanjima $\lesssim 1$ kpc od centra galaksije.

- Galaksije sa masivnijim crnim rupama ($M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$) zahtevaju veće brzine napuštanja, što je posledica većeg uticaja sile dinamičkog trenja na masivnije crne rupe, kao i pretpostavljenog modela galaksija u kome se masivnije crne rupe nalaze u masivnijem centralnom ovalu ($M_* - M_{\text{BH}}$ relacija).
- U numeričkim modelima veliki sudari galaksija unose veće promene centralne gustine i galaksije koje nastaju nakon takvih sudara imaju manje brzine napuštanja u odnosu na galaksije koje nastaju u malim sudarima. Nasuprot tome, u analitičkim modelima pretpostavlja se da se nakon velikih sudara u centru galaksije nalazi veća količina hladnog gasa, pa je u tom slučaju brzina napuštanja veća nakon velikih nego nakon malih sudara.
- Crne rupe na vezanim orbitama imaju veće rastojanje apocentra u numeričkim modelima. Pri brzinama gravitacionog uzmaka $V_k/V_{\text{esc}} \lesssim 0.4$ za galaksije mase $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$, odnosno $V_k/V_{\text{esc}} \lesssim 0.6$ za galaksije mase $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$, crne rupe ostaju unutar centralnih ~ 1 kpc u analitičkom modelu, dok pri istim brzinama u numeričkom modelu stižu do ~ 10 kpc. Pri brzinama $V_k = V_{\text{esc}}$ razlike su zanemarljive.

Brzine napuštanja za crne rupe u numeričkim modelima galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ imaju vrednosti u opsegu $V_{\text{esc}} \sim 500 - 900$ km/s, u zavisnosti od mase crne rupe i načina formiranja galaksije (mali i veliki sudari). Ukoliko je poravnanje vektora spina crnih rupa u odnosu na ravan orbite dvojnog sistema efikasno, ne može se očekivati da crne rupe često dobijaju dovoljne brzine uzmaka da napuste matične galaksije. Međutim, ukoliko je orijentacija vektora spina crnih rupa proizvoljna, čak i crne rupe sa masom $10^9 M_{\odot}$ povremeno mogu da dobiju brzine gravitacionog uzmaka veće od brzine napuštanja galaksije (videti raspodelu brzina uzmaka na slici 1.3.5). Sa druge strane, brzine napuštanja za galaksiju sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_{\odot}$ su manje, $V_{\text{esc}} \sim 150 - 370$ km/s i veći broj crnih rupa može dugoročno napustiti centar galaksije, bez obzira na raspodelu vrednosti parametra spina crnih rupa pre sudara i njihove orijentacije.

U ovom poglavlju pokazano je da numerički modeli galaksija koje nastaju u velikim sudarima predviđaju najmanje brzine napuštanja. Ovaj zaključak bi mogao imati negativan uticaj na rast crnih rupa u našem modelu opisanom u poglavlju 2. Pri velikim sudarima aktivira se akrecija gasa koja ima značajan uticaj na njihov rast, posebno kod crnih rupa sa masom $> 10^7 M_\odot$ (slika 2.5.3). Ipak, u našem modelu sudari kod kojih je zbir masa crnih rupa $> 10^7 M_\odot$ odigravaju se u haloima sa masom $\sim 10^{12} M_\odot$ i pritom imaju odnos masa $q \lesssim 10^{-2}$ tako da se ne očekuje da na njih utiče emisija gravitacionog talasnog zračenja. Ukoliko je poravnanje vektora spina efikasno, sudar crnih rupa sa odnosom masa $0.2 \lesssim q \lesssim 1$ bi mogao da dovede do izbacivanja crne rupe iz galaksije sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{11} M_\odot$ samo za maksimalne vrednosti parametra spina crnih rupa, dok bi za proizvoljnu orijentaciju vektora spina i rotaciju blizu maksimalne vrednosti to bilo moguće za odnose iz intervala $7 \times 10^{-2} \lesssim q \lesssim 1$ (slika 2.5.5).

U numeričkim modelima očekuje se veći broj prostorno izmeštenih jezgara aktivnih galaksija, što je posledica nekoliko efekata. Zbog perturbacija potencijala galaksije usled sudara, u numeričkim modelima potrebne su manje brzine gravitacionog uzmarka da crne rupe dugoročno napuste centar galaksije. Takođe, za dati odnos V_k/V_{esc} apocentar putanje crne rupe je na većem rastojanju u numeričkim modelima nego u analitičkim modelima, pa je i vreme koje crne rupe provode izvan centra galaksije duže. Pored toga, pošto izbačene crne rupe sa sobom nose akrecioni disk čija masa opada sa V_k^2 , vreme trajanja akrecije je duže za crne rupe sa manjim brzinama u numeričkom modelu, što povećava mogućnost detekcije.

Osnovna ograničenja našeg modela potiču od nedostatka gasa u simulacijama. Dinamika centralnih oblasti galaksije je u znatnoj meri pod uticajem gasa, što u naš model unosi sledeća ograničenja:

- (i) Zbog nedostatka gasa, pretpostavlja se da se sudar galaksija završava kada centralni ovali dođu na rastojanje $\lesssim 1$ kpc, uz zahtev da rastojanje sledećeg apocentra bude $r_{\text{apo}} \lesssim 10$ kpc. Nakon tog trenutka sudar se odlaže za dodatnih 0.1 Gyr za velike sudare, odnosno 1 Gyr za male sudare. Samim tim, trenutak sudara i izbacivanja crnih rupa je samo aproksimativno određen. Praćenje procesa spajanja crnih rupa i trenutka izbacivanja novonastale crne rupe usled emisije gravitacionog ta-

lasnog zračenja je zahtevno čak i u simulacijama sa gasom zbog problema rezolucije. Očekuje se da je taj proces brz u velikim sudarima galaksija bogatim gasom, dok je prilikom malih sudara sporiji. Nakon sudara, sistem se postepeno dinamički hladi usled čega se raspodela mase unutar novoformirane galaksije menja tokom vremena, pa sam trenutak izbacivanja crne rupe može imati uticaj na vrednosti brzina napuštanja u odnosu na centar galaksije. Međutim, mali sudari kod kojih je nepreciznost određivanja trenutka spajanja crnih rupa izraženija, unose manje perturbacije u potencijal primarne galaksije, a promene profila galaksije nakon sudara su sporije pa se ne očekuju velika odstupanja.

- (ii) Brzina napuštanja u odnosu na centar galaksije je definisana kao brzina gravitacionog uzmaka pri kojoj rastojanje crne rupe tek nakon 10 Gyr postaje < 10 kpc. Ovde se takođe pretpostavlja da se crna rupa, nakon što stigne na ovo rastojanje, u prisustvu gasa brzo vraća u sam centar galaksije.
- (iii) Brzine napuštanja za galaksije bogate gasom bi mogle biti veće usled interakcija izbačene crne rupe sa gasom u centralnim oblastima. Takođe, može se očekivati da bi u tom slučaju rastojanja apocentra crnih rupa na vezanim orbitama bila manja. Međutim, ne očekuje se da se rezultati u prisustvu gasa kvalitativno promene. Brzine napuštanja galaksija koje nastaju u velikim sudarima su manje nego u slučaju malih sudara zbog perturbacije potencijala, a očekuje se i da brzina napuštanja raste sa masom crne rupe zbog uticaja sile dinamičkog trenja.

Kako bi se preciznije odredile brzine napuštanja neophodno je ponoviti isti metod koristeći simulacije sa gasom.

Poglavlje 5

Rezime i zaključci

U ovoj doktorskoj disertaciji i u radovima objavljenim tokom njene izrade razmatran je rast supermasivnih crnih rupa u kvazarima na crvenom pomaku $z \sim 7$ i uticaj sudara galaksija na njihovu evoluciju. Prilikom ispitivanja parametara rasta crnih rupa u ranom Univerzumu korišćeni su rezultati Milenijum i Milenijum-II kosmoloških simulacija. Razvijen je metod za kombinovanje ove dve simulacije kako bi se u isto vreme dobila dovoljno velika rezolucija po masi koja omogućava praćenje rasta najmanjih haloa tamne materije na visokim crvenim pomacima, kao i dovoljna veličina simulacione kutije u kojoj se mogu formirati retki objekti kao što je supermasivna crna rupa sa masom $\gtrsim 10^9 M_\odot$ na $z \gtrsim 7$ (Mortlock et al. 2011).

Naši rezultati ukazuju da je kombinacijom sudara crnih rupa i akrecije gasa moguće formirati ovakvu crnu rupu ukoliko je tokom svake epizode akrecije efektivna vrednost Edingtonov odnosa fiksirana na $f_{\text{Edd}} = 3.7$. Posmatranja kvazara sugerišu da bi akrecija gasa pri sličnim vrednostima Edingtonog odnosa mogla biti moguća na visokim crvenim pomacima (poglavlje 1.2.2). Ipak, pokazano je da bi na rast crnih rupa u našem modelu mogao uticati uzmak crnih rupa uzrokovan gravitacionim talasnim zračenjem, pošto se sudari crnih rupa uporedivih masa odvijaju u haloima male mase čiji potencijal nije dovoljno jak da zadrži crnu rupu ukoliko je njena brzina nakon sudara značajna. U drugom delu doktorske disertacije ispitan je uzmak crnih rupa usled gravitacionog talasnog zračenja u različitim modelima galaksija.

U poglavlju 3 upoređene su trajektorije crnih rupa u statičkom i evoluirajućem poten-

cijalu haloa tamne materije. Evoluirajući potencijal je izračunat korišćenjem koda van den Bosch et al. (2014). Pokazano je da evolucija haloa tamne materije može značajno da utiče na sposobnost haloa da zadrži centralnu crnu rupu. Ukoliko halo tamne materije raste akrecijom gasa kroz filamente tamne materije, crnoj rupi u njegovom centru na $z \sim 1$ potrebna je 40% veća brzina gravitacionog uzmarka kako bi trajno napustila dati halo nego istoj crnoj rupi na $z \sim 7$. Tako npr. brzine napuštanja haloa tamne materije poput Mlečnog puta, opisanog statičkim NFW potencijalom, iznosi ~ 500 km/s, dok je ta brzina ~ 300 km/s na crvenom pomaku $z \sim 7$. Ukoliko halo tamne materije imaju Ainasto profil gustine koji predviđa manju gustinu blizu centra, brzine napuštanja su manje i iznose ~ 370 km/s za statički potencijal, odnosno ~ 200 km/s za evoluirajući potencijal. Uticaj evolucije haloa tamne materije na rast supermasivnih crnih rupa usled sudara je posebno značajan ako se dobijeni rezultati stave u kontekst hijerarhijskog rasta struktura. Naime, na visokim crvenim pomacima gde je razlika između statičkog i evoluirajućeg potencijala najveća očekuje se veći broj sudara nego danas. Pored toga, najčešći sudari na visokim crvenim pomacima su sudari haloa manjih masa koji odgovaraju masama razmatranih galaksija u evoluirajućem potencijalu.

Prisustvo barionske komponente galaksije može znatno da izmeni brzine napuštanja usled interakcije crne rupe sa zvezdama i gasom u galaksiji. U poglavlju 4 konstruisani su analitički modeli galaksija koje se sastoje od haloa tamne materije, centralnog ovala i centralnog diska. Posebno su modelovane galaksije koje nastaju nakon velikih (1:1) i malih (1:10) sudara i u čijim se centrima nalaze crne rupe sa masom $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^3}$, odnosno $M_{\text{BH}} = \frac{M_{\text{gal}}}{10^5}$. Pokazano je da su za masivnije crne rupe potrebne veće brzine uzmarka za napuštanje galaksije domaćina zbog većeg uticaja sile dinamičkog trenja i zbog prisustva masivnijeg centralnog ovala. Galaksije koje nastaju u malim sudarima imaju manji udeo hladnog gasa u centru, pa su potrebne manje brzine gravitacionog uzmarka nego u slučaju galaksija koje nastaju u velikim sudarima. Brzine napuštanja u analitičkim modelima za galaksiju sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ imaju vrednosti od $V_k \sim 650$ km/s (za masu crne rupe $M_{\text{BH}} = 10^7 M_{\odot}$ u galaksiji koja nastaje nakon 1:10 sudara), do $V_k \sim 1050$ km/s (za istu masu crne rupe u galaksiji koja nastaje nakon 1:1 sudara ili za galaksije sa crnom rupom mase $M_{\text{BH}} = 10^9 M_{\odot}$). Poredeći ove brzine sa rezultatima dobijenim u poglavlju

3, brzine napuštanja haloa tamne materije koji je opisan statičkim NFW potencijalom i ima masu $M_{\text{halo}} = 10^{12} M_{\odot}$ iznose $\sim 50\text{-}75\%$ brzine napuštanja galaksija sa barionskom komponentom (u zavisnosti od modela), odnosno $\sim 30\text{-}45\%$ za slučaj evoluirajućeg NFW potencijala na crvenom pomaku $z \sim 7$.

U realnim sistemima tokom sudara galaksija deo potencijalne energije sistema se transformiše u kinetičku i profil raspodele gustine u novoformiranoj galaksiji se razlikuje od profila u izolovanim analitičkim modelima. Kako bi se detaljnije ispitala trajektorije crnih rupa u galaksijama nakon sudara, kao i uticaj sudara na evoluciju crnih rupa, u poglavlju 4 konstruisani su numerički modeli galaksija. U nizu numeričkih simulacija izračunate su brzine napuštanja crnih rupa izbačenih iz centra galaksija koje se formiraju u velikim (1:1) i malim (1:10) sudarima. Pošto u trenutku kada se crne rupe izbacuju, galaksija još uvek nema formiran stabilan potencijal koji bi odgovarao analitičkom, brzine napuštanja u numeričkim modelima su manje nego u analitičkim. Razlike između numeričkih i analitičkih modela su detaljnije diskutovane u poglavlju 4. Za galaksiju sa masom $M_{\text{gal}} = 10^{12} M_{\odot}$ u numeričkim modelima brzine napuštanja imaju vrednosti od ~ 500 km/s (za galaksiju formiranu nakon 1:1 sudara u čijem se centru nalazi crna rupa sa masom $M_{\text{BH}} = 10^7 M_{\odot}$) do ~ 900 km/s (za galaksiju formiranu nakon 1:10 sudara u čijem se centru nalazi crna rupa sa masom $M_{\text{BH}} = 10^9 M_{\odot}$). U numeričkim modelima nakon velikih sudara crne rupe imaju manje brzine napuštanja nego nakon malih sudara, jer veliki sudari unose veće perturbacije potencijala. Brzina napuštanja u prvom slučaju jednaka je brzini napuštanja za statički NFW potencijal haloa tamne materije koja je izračunata u poglavlju 3. Statički NFW potencijal čini dobru aproksimaciju za brzinu napuštanja galaksije formirane u velikom sudaru čija se centralna crna rupa nalazi na relaciji $M_{\text{BH}} - M_{\text{halo}}$ (Ferrarese 2002). U ostalim slučajevima, zbog stabilnijeg potencijala galaksije nakon malih sudara ili masivnijeg centralnog ovala u prisustvu masivnije crne rupe, brzine napuštanja su veće u numeričkim modelima nego u statičkom NFW potencijalu haloa tamne materije. Brzine napuštanja haloa u evoluirajućem NFW potencijalu na $z = 7$ su još manje i iznose $30\text{-}60\%$ brzine napuštanja u numeričkim modelima.

Najveći doprinos rastu crnih rupa u našem modelu daju veliki sudari u kojima se aktivira akrecija gasa, a upravo nakon takvih sudara numerički potencijal predviđa na-

jmanje brzine za izbacivanje crne rupe iz centra galaksije. Uticaj emisije gravitacionog talasnog zračenja na rast supermasivnih crnih rupa pre svega zavisi od raspodele brzine gravitacionog uzmarka. U našem modelu, sudari crnih rupa jednakih masa na visokom crvenom pomaku su najosetljiviji na emisiju gravitacionih talasa. Takvi sudari se većinom dešavaju u haloima sa masom $M_{\text{halo}} \lesssim 10^{10} M_{\odot}$ u kojima su brzine gravitacionog uzmarka $V_k \lesssim 100$ km/s dovoljne da crne rupe trajno napuste halo. Ukoliko je poravnanje vektora spina crnih rupa pre sudara efikasno ne očekuju se velike brzine gravitacionog uzmarka, međutim čak i takva raspodela ima maksimum na $V_k \sim 200$ km/s, što je brzina dovoljna da uspori rast crnih rupa u našem modelu.

Međutim, ovi proračuni su napravljeni pod pretpostavkom da obe crne rupe pre sudara imaju parametar spina blizu maksimalne vrednosti. U našem modelu, problematični sudari su većinom sudari crnih rupa sa početnom masom $100 M_{\odot}$ koje još uvek nisu prošle kroz epizode koherentne akrecije gasa koja bi mogla da dovede do povećanja parametra spina. Ukoliko crne rupe ne rotiraju blizu maksimalne vrednosti brzine gravitacionog uzmarka bi bile znatno manje pa bi se i procenat potencijalno izbačenih rupa smanjio. Pored toga, ukoliko bi početne mase crnih rupa u našem modelu bile birane iz početne funkcije mase zvezda Populacije III, odnos masa crnih rupa u sudaru bi bio manji pa bi i brzine gravitacionog uzmarka bile manje.

Sa druge strane, najveći značaj za rast crnih rupa u našem modelu imaju sudari crnih rupa sa masom $> 10^7 M_{\odot}$, koji se dešavaju u masivnim haloima gde je odnos masa crnih rupa u sudaru $q \ll 1$ i oni nisu osetljivi na emisiju gravitacionih talasa. U slučaju formiranja supermasivne crne rupe sa masom $10^9 M_{\odot}$ na crvenom pomaku $z \sim 7$, u poglavlju 2 je pokazano da se dve supermasivne crne rupe sa masom $> 10^7 M_{\odot}$ nalaze u centrima haloa čija je masa $\sim 10^{12} M_{\odot}$. Te supermasivne crne rupe su nastale u sudarima kod kojih je odnos masa $q \sim 2 \times 10^{-4}$ i $q \sim 10^{-2}$ (slika 2.5.4). Brzina gravitacionog uzmarka za ove crne rupe je $\lesssim 1$ km/s u modelu raspodele brzina uzmarka u kojem je poravnanje vektora spina crnih rupa pre sudara efikasno, odnosno $\lesssim 10$ km/s za proizvoljnu orijentaciju vektora spina (slika 2.5.5). Kako je u poglavlju 4 pokazano da brzina napuštanja za halo sa masom $\sim 10^{12} M_{\odot}$ iznosi $\gtrsim 500$ km/s jasno je da ove crne rupe nisu pod uticajem emisije gravitacionog talasnog zračenja. Samim tim, ukoliko najmanji halo na visokim

crvenim pomacima zadrže crne rupe u svojim centrima, formiranje supermasivne crne rupe u masivnijim haloima nije pod uticajem emisije gravitacionog talasnog zračenja. Ukoliko crne rupe nakon velikog sudara dobiju brzinu gravitacionog uzmaka dovoljnu da neko vreme provedu na orbiti oko centra galaksije, one sa sobom nose akrecioni disk tako da se akrecija ne prekida u potpunosti, iako je ukupna količina akretovanog gasa manja jer je masa akrecionog diska obrnuto srazmerna brzini gravitacionog uzmaka. Međutim, ukoliko nakon velikog sudara haloa malih masa ipak dođe do potpunog izbacivanja crne rupe, istorija rasta se menja i konačna masa supermasivne crne rupe je manja.

Da bi se na kosmološkim skalama precizno ispitao uticaj sudara galaksija na evoluciju crnih rupa neophodne su informacije o parametru i orijentaciji spina crnih rupa neposredno pre spajanja, za svaki sudar u drvetu sudara. Međutim, vrednosti parametra spina i orijentacija vektora spina zavise od brojnih fizičkih procesa, a svaka epizoda akrecije gasa ili sudar sa drugom crnom rupom dovodi do promene njihove vrednosti. Direktna detekcija gravitacionih talasa koji potiču od spajanja dvojnih sistema crnih rupa bi pomogla da se vrednosti ovih parametara ograniče.

U poglavlju 3 pokazano je da u analitičkim modelima evolucija haloa tamne materije ima značajan uticaj na sposobnost galaksije da zadrži crnu rupu nakon sudara. Bilo bi interesantno u budućem radu ispitati trajektorije crnih rupa u evoluirajućem numeričkom potencijalu. Takođe, nedostatak gasa u našim simulacijama unosi određene nesigurnosti, tako da je za dobijanje preciznijih rezultata potrebno ponoviti isti metod koristeći simulacije sa gasom.

Literatura

- Aasi J., Abbott B. P., Abbott, R. et al. (LIGO Scientific Collaboration), 2015, *Classical & Quantum Gravity*, 32, 074001
- Abbott B. P., Abbott R., Abbott T. D. et al. (LIGO and Virgo Scientific Collaboration), 2016a, *Phys. Rev. Lett.*, 116 , 061102
- Abbott B. P., Abbott R., Abbott T. D. et al. (LIGO and Virgo Scientific Collaboration), 2016b, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 241103
- Abbott B. P., Abbott R., Abbott T. D. et al. (LIGO and Virgo Scientific Collaboration), 2016c, *Phys. Rev.*, X6, 04101
- Abel T., Bryan G. L., Norman M. L., 2002, *Science*, 295, 93
- Abramowicz M. A., Lasota, J.-P., 1995, *Comments on Astrophysics*, 18, 141
- Abramowicz M. A., Czerny B., Lasota J. P., Szuszkiewicz E., 1988, *ApJ*, 332, 64
- Agarwal B., Khochfar S., 2015, *MNRAS*, 446, 160
- Agarwal B., Khochfar S., Johnson J. L., Neistein E., Dalla Vecchia C., Livio M., 2012, *MNRAS*, 425, 2854
- Alvarez M. A., Wise J. H., Abel T., 2009, *ApJ*, 701, L133
- Andrade Z., Price R. H., 1997, *Phys. Rev. D*, 56, 6336
- Armano M., Audley H., Auger G. et al. , 2016, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 231101

Baker J. G., Boggs W. D., Centrella J., Kelly B. J., McWilliams S. T., Miller M. C., van Meter J. R., 2007, *ApJ*, 668, 1140

Baker J. G., Boggs W. D., Centrella J., Kelly B. J., McWilliams S. T., Miller M. C., van Meter J. R., 2008, *ApJ*, 682, L29

Barkana R., Loeb A., 2001, *Phys. Rep.*, 349, 125

Barnes J., 1992, *ApJ*, 393, 484

Barnett R., Warren S. J., Banerji M., McMahon R. G., Hewett P. C., Mortlock D. J., Simpson C., Venemans B. P., Ota K., Shibuya T., 2014, *A&A*, 575, 31

Batcheldor D., Robinson A., Axon D. J., Perlman E. S., Merritt D., 2010, *ApJ*, 717, L6

Begelman M. C., 1979, *MNRAS*, 187, 237

Begelman M. C., 2010, *MNRAS*, 402, 673

Begelman M. C., Meier D. L., 1982, *ApJ*, 253, 87

Begelman M. C., Blandford R. D., Rees M. J., 1980, *Nature*, 287, 307

Begelman M. C., Volonteri M., Rees M. J., 2006, *MNRAS*, 370, 289

Begelman M. C., Rossi E. M., Armitage P. J., 2008, *MNRAS*, 387, 1649

Bellovary J. M., Governato F., Quinn T. R., Wadsley J., Shen S., 2010, *ApJ*, 721, L148

Benson A. J., 2005, *MNRAS*, 358, 551

Berczik P., Merritt D., Spurzem R., Bischof H.P., 2006, *ApJ*, 642, L21

Berti E., Volonteri M., 2008, *ApJ*, 684, 822

Birnboim Y., Dekel A., 2003, *MNRAS*, 345, 349

Blanchet L., Qusailah M. S. S., Will C. M., 2005, *ApJ*, 635, 508

Blandford, R. D., Begelman, M. C. 1999, *MNRAS*, 303, L1

Blecha L., Loeb A., 2008, MNRAS, 390, 1311

Blecha L., Cox T. J., Loeb A., Hernquist L., 2011, MNRAS, 412, 2154

Blecha L., Sijacki D., Kelley L. Z., Torrey P., Vogelsberger M., Nelson D., Springel V., Snyder G., Hernquist L., 2016, MNRAS, 456, 961

Bogdanovic T., Reynolds C. S., Miller M. C., 2007, ApJ, 661, 147

Bond J. R., Cole S., Efstathiou G., Kaiser N., 1991, ApJ, 379, 440

Bondi H., Hoyle F., 1944, MNRAS, 104, 273

Bonoli S., Mayer L., Callegari S., 2014, MNRAS, 437, 1576

Boylan-Kolchin M., Ma C.-P., Quataert E., 2004, ApJ, 613, L37

Boylan-Kolchin M., Springel V., White S. D. M., Jenkins A., Lemson G., 2009, MNRAS, 398, 1150

Bromm V., Loeb A., 2003, ApJ 596, 34

Bromm V., Coppi P. S., Larson R. B., 2002, ApJ, 564, 23

Bromm V., Yoshida N., Hernquist L., McKee C.F., 2009, Nature, 459, 49

Callegari S., Mayer L., Kazantzidis S., Colpi M., Governato F., Quinn T., Wadsley J., 2009, ApJ, 696, L89

Callegari S., Kazantzidis S., Mayer L., Colpi M., Bellovary J. M., Quinn T., Wadsley J., 2011, ApJ, 729, 85

Campanelli M., Lousto C. O., Zlochower Y., Merritt D., 2007a, ApJ, 659, L5

Campanelli M., Lousto C. O., Zlochower Y., Merritt D., 2007b, Phys. Rev. Lett., 98, 231102

Campanelli M., Lousto C. O., Zlochower Y., 2008, Phys Rev D, 77, 101501

Capelo P. R., Volonteri M., Dotti M., Bellovary J. M., Mayer L., Governato F., 2015, MNRAS, 447, 2123C

Cardone V. F., Piedipalumbo E., Tortora C., 2005, MNRAS, 358, 1325

Ceverino D., Dekel A., Mandelker N., et al., 2012, MNRAS, 420, 3490

Chandrasekhar S., 1943, ApJ, 97, 255

Civano F., Elvis M., Lanzuisi G. et al. , 2010, ApJ, 717, 209

Clark P.C., Glover S.C.O., Smith R.J., Greif T.H., Klessen R.S., Volker B., 2011, Science, 331, 1040

Collin S., Kawaguchi T., 2004, A&A, 426, 797

Colpi M., 2014, Space Sci. Rev., 183, 189

Comerford J. M., Griffith R. L., Gerke B. F., Cooper M. C., Newman J. A., Davis M., Stern D., 2009, ApJ, 702, L82

Coppi P., 2003, AIPC, 686, 141

Cox T. J., Jonsson P., Somerville R. S. Primack J. R., Dekel A., 2008, MNRAS, 384, 386

Cuadra J., Armitage P. J., Alexander R. D., Begelman M. C., 2009, MNRAS, 393, 1423

Damour T., 2001, Phys. Rev. D, 64, 124013

Damour T., Gopakumar A., 2006, Phys. Rev. D, 73, 124006

Davies M. B., Miller M.C., Bellovary J. M., 2011, ApJ, 740, L42

Davis M., Efstathiou G., Frenk C. S., White S. D. M., 1985, ApJ, 292, 371

Davis S. W., Laor A., 2011, ApJ, 728, 98

De Rosa G. , Venemans B. P., Decarli R., Gennaro M., Simcoe R. A., Dietrich M., Peterson B. M., Walter F., Frank S., McMahon R. G., Hewett P. C., Mortlock D. J., Simpson C., 2014, ApJ, 790, 145

DeGraf C., Di Matteo T., Khandai N., Croft R., 2012, *ApJ*, 755, L8

Dehnen W., King A., 2013, *ApJ*, 777, L28

del Valle L., Escala A., Maureira-Fredes C., Molina J., Cuadra J., Amaro-Seoane P., 2015, *ApJ*, 811, 5

Dehnen W., Read J. I., 2011, *EPJ Plus*, 126, 55

Devecchi B. Volonteri M., 2009, *ApJ*, 694, 302

Devecchi B., Rasia E., Dotti M., Volonteri M., Colpi M., 2009, *MNRAS*, 394, 633

Devecchi B., Volonteri M., Rossi E. M., Colpi M., Portegies Zwart S., 2012, *MNRAS*, 421, 1465

Devecchi B., Volonteri M., Colpi M., Haardt F., 2010, *MNRAS*, 409, 1057

Dijkstra M., Haiman Z., Mesinger A., Wyithe J. S. B., 2008, *MNRAS*, 391, 1961

Dotti M., Volonteri M., Perego A., Colpi M., Ruszkowski M., Haardt F., 2010, *MNRAS*, 402, 682

Dressler A., 1980, *ApJ*, 236, 351

Du P., Hu C., Lu K., Wang F., Qiu J., Li Y., Bai J., Kaspi S., Netzer H., Wang J., 2014, *ApJ*, 782, 45

Dubois Y., Volonteri M., Silk J., 2014, *MNRAS*, 440, 1590

Dutta J., 2016, *A&A*, 585, A59

Dutton A. A., Macciò A. V., 2014, *MNRAS*, 441, 3359

Ebisuzaki T., Makino J., Tsuru G. T., Funato Y., Zwart P. S., Hut P., McMillan S., Matsushita S., Matsumoto H., Kawabe R., 2001, *ApJ*, 562, L19

Einasto J., 1965, *Trudy Inst. Astroz. Alma-Ata*, 57, 87

Eisenstein D. J., Loeb A., 1995, *ApJ*, 443, 11

Elvis M., Risaliti G., Zamorani G., 2002, *ApJ*, 565, L75

Eracleous M., Boroson T. A., Halpern J. P., Liu J., 2012, *ApJ*, 201, 23

Escala A., Larson R. B., Coppi P. S., Mardones D., 2004, *ApJ*, 607, 765

Escala A., Larson R. B., Coppi P. S., Mardones D., 2005, *ApJ*, 630, 152

Fakhouri O., Ma C., Boylan-Kolchin M., 2010, *MNRAS*, 406, 2267

Fall S. M., Efstathiou G., 1980, *MNRAS*, 193, 189

Fan X., 2006, *New Astron. Rev.*, 50, 665

Favata M., Ph.D. thesis, Cornell University (2006)

Favata M., Hughes S. A., Holz D. E., 2004, *ApJ*, 607, L5

Ferrarese L., 2002, *ApJ*, 578, 90

Ferrarese L., Merritt D., 2000, *ApJ*, 539, L9

Ferrarese L., Ford H., 2005, *Space Science Reviews*, 116, 523

Fiacconi D., Mayer L., Roškar R., Colpi M., 2013, *ApJ*, 777, L14

Fitchett M. J., 1983, *MNRAS*, 203, 1049

Fitchett M. J., Detweiler S., 1984, *MNRAS*, 211, 933

Flanagan É. É., Hughes S. A., 1998, *Phys. Rev. D*, 57, 4535

Gao L., Navarro J. F., Cole S., Frenk C. S., White S. D. M., Springel V., Jenkins A., Neto A. F., 2008, *MNRAS*, 387, 536

Gebhardt K. et al. 2000, *ApJ*, 539, L13

Gerhard O. E., Binney J., 1985, *MNRAS*, 216, 4

Gerosa D., Sesana A., 2015, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.*, 446, 38

Glatzel W., 1992, MNRAS, 257, 572

Goicovic F. G., Sesana A., Cuadra J., Stasyszyn F., MNRAS, submitted
(arXiv:1602.01966)

González J. A., Sperhake U., Bruggmann B., Hannam M., Husa S., 2007a, Phys. Rev.
Lett., 98i1101G

González J. A., Hannam M., Sperhake U., Bruggmann B., Husa S., 2007b, Phys. Rev.
Lett., 98w1101G

Gottlöber S., Klypin A., Kravtsov A. V., 2001, ApJ, 546, 223

Graham A. W., 2004, ApJ, 613, L33

Gregory S. A., Thompson L. A., 1978, ApJ, 222, 784

Greif T. H., Bromm V., Clark P. C., Glover S. C. O., Smith R. J., Klessen R. S., Yoshida
N., Springel V., 2012, MNRAS, 424, 399

Gualandris A., Merritt D., 2008, ApJ, 678, 780

Guedes J., Madau P., Mayer L., Callegari S., 2011, ApJ, 729, 125

Guth A. H., Kaiser D. I., 2005, Science, 307, 884

Habouzit M., Volonteri M., Latif M., Dubois Y. Peirani S., 2016, MNRAS, 463, 529

Haiman Z., 2004, ApJ, 613, 36.

Haiman Z., Loeb A. 2001., ApJ, 552, 459

Hayashi E., White S. D. M., 2008, MNRAS, 388, 2

Heger A., Woosley S. E., 2002, ApJ, 567, 532

Heger A., Fryer C. L., Woosley S. E., Langer N., Hartmann D. H., 2003, ApJ, 591, 288

Herrmann F., Hinder I., Shoemaker D., Laguna P., Matzner R. A., ApJ, 661, 430

Hills J. G., Fullerton L. W., 1980, *AJ*, 85, 1281

Hirano S., Hosokawa T., Yoshida N., Umeda H., Omukai K., Chiaki G., Yorke H.W.,
2014, *ApJ*, 781,60

Hoffman L., Loeb A.,2007, *MNRAS*, 377, 957

Holley-Bockelmann K., Khan F. M., 2015, *ApJ*, 810, 139

Holley-Bockelmann K., Itekin K. G., Shoemaker D., Yunes N., 2008, *ApJ*, 686, 829

Holz D. E., Hughes S. A., 2005, *ApJ*, 629, 15

Hopkins P. F., Hernquist L., Cox T. J., Di Matteo T., Robertson B., Springel V., 2006,
ApJ, 163, 1

Hopkins P. F., Cox T. J., Keres D., Hernquist L., 2008, *ApJ*, 175, 390

Hopkins P. F., Hernquist L., Cox T. J., Keres D., Wuyts S., 2009, *ApJ*, 691, 1424

Hosokawa T., Hirano S., Kuiper R., Yorke H. W., Omukai K., Yoshida N., 2016, *ApJ*,
824, 119

Hughes S. A., Blandford R. D., 2003, *ApJ*, 585, L101

Hut P., Rees M. J., 1992, *MNRAS*, 259, 27

Inayoshi K., Omukai K., 2012, *MNRAS*, 422, 2539

Islam R.R., Taylor J.E., Silk J., 2003, *MNRAS*, 340, 64

Jenkins A., Frenk C.S., White S.D.M., Colberg J.M., Cole S., Evrard A.E., Couchman
H.M.P., Yoshida N., 2001, *MNRAS*, 321, 372

Jeon M., Pawlik A. H., Greif T. H., Glover S. C. O., Bromm V., Milosavljević M., Klessen
R. S., 2011, *ApJ*, 754, 34

Jiang F., van den Bosch F. C., 2014, arXiv:1403.6827

Joeveer M., Einasto J., Tago E., 1978, *MNRAS*, 185, 357

Johnson J. L., Whalen D. J., Fryer C. L., Li H., 2012, ApJ, 750, 66

Johnson J. L., Whalen D. J., Li H., Holz, D. E, 2013, ApJ, 771, 116

Katz H., Sijacki D., Haehnelt M. G., 2015, MNRAS, 451, 2352

Kelly B.C., Shen Y., 2013, ApJ, 764, 45

Keres D., Katz N., Weinberg D. H. Dave R., 2005, MNRAS, 363, 2

Khan F. M., Just A., Merritt D., 2011, ApJ, 732, 89

Khan F. M., Preto M., Berczik P., Berentzen I., Just A., Spurzem R., 2012, ApJ, 749, 147

Khan F. M., Holley-Bockelmann K., Berczik P., Just A., 2013, ApJ, 773, 100

Khochfar S., Burkert A., 2006, A&A, 445, 403

King A. R., Dehnen W., 2005, MNRAS, 357, 275

Klypin A. A., Trujillo-Gomez S., Primack J. R., 2011, ApJ, 740, 102

Kojima Y., Nakamura T., 1984, Prog. Theor. Phys., 71, 79

Komossa S., Merritt D., 2008, ApJ, 689, L89

Komossa S., Zhou H., Lu H., 2008, ApJ, 678, L81

Koppitz M., Pollney D., Reisswig C., Rezzolla L., Thornburg J., Diener P., Schnetter E., 2007, Phys. Rev. Lett., 99, 1163

Kormendy J., Ho L. C., 2013, ARA&A, 51, 511

Kormendy J., Richstone D., 1995, ARA&A, 33, 581

Kormendy J., Fisher D. B., Cornell M. E., Bender R., 2009, ApJS, 182, 216

Koss M., Mushotzky R., Veilleux S., Winter L., 2010, ApJ, 716, L125

Koss M., Blecha L., Mushotzky R. et al., 2014, MNRAS, 445, 515

Koushiappas S. M., Bullock J. S., Dekel A., 2004, MNRAS, 354, 292

Kulkarni G., Loeb A., 2012, MNRAS, 422, 1306

Kuijken K., Dubinski J., 1995, MNRAS, 277, 1341

Lapi A., Shankar F., Mao J., Granato G. L., Silva L., De Zotti G., Danese L., 2006, ApJ, 650, L42

Lapi A., Raimundo S., Aversa R., Cai Z.-Y., Negrello M., Celotti A., De Zotti G., Danese L., 2014, ApJ, 782, L69

Latif M. A., Ferrara A., 2016, PASA, 33, L51

Latif M. A., Schleicher D. R. G., 2015, MNRAS, 449, 77

Latif M. A., Schleicher D. R. G., Schmidt W., Niemeyer J., 2013, ApJ, 772, L3

Latif M. A., Niemeyer J. C., Schleicher D. R. G., 2014, MNRAS, 440, 2969

Lauer T. R., Tremaine S., Ajhar E. A., Bender R., Dressler A., Faber S. M., Gebhardt K., Grillmair C. J., Kormendy J., Richstone D., 1996, ApJ, 471, L79

Lauer T. R., Faber S. M., Gebhardt K. et al., 2005, AJ, 129, 2138

Lena D., Robinson A., Marconi A., Axon D. J., Capetti A., Merritt D., Batcheldor D., 2014, ApJ, 795, 146

Li L., 2012, MNRAS, 424, L1461

Li Y., Hernquist L., Robertson B., Cox T.J., Hopkins P.F., Springel V., Gao L., Di Mattea T., Zenter R. A., Jenkins A., Yoshida N., 2007, ApJ, 665, 187

Li Y., Wang J., Ho L.C., 2012, ApJ, 749, 187

Libeskind N. I., Cole S., Frenk C. S., Helly J. C., 2006, MNRAS, 368, 1381

Lodato G., Natarajan P., 2006, MNRAS, 371, 1813

Lodato G., Nayakshin S., King A. R., Pringle J. E., 2009, MNRAS, 398, 1392

Loeb A., 2007, *Phys. Rev. Lett.*, 99, 041103

Loeb A., Rasio F.A., 1994, *ApJ*, 432, 52

Lousto C. O., Price R. H., 2004, *Phys. Rev. D.*, 69, 087503

Lousto C. O., Zlochower Y., 2011, *Phys. Rev. Lett.*, 107, 1102

Lousto C. O., Zlochower Y., Dotti M., Volonteri M., 2012, *Phys Rev D*, 85, 084015

Madau P., Haardt F., 2015, *ApJ*, 813, L8

Madau P., Quataert E., 2004, *ApJ*, 606, L17

Madau P., Rees M.J., 2001, *ApJ*, 551, L27

Madau P., Haardt F., Dotti M., 2014, *ApJ*, 784, L38

Magorrian J., Tremaine S., 1999, *MNRAS*, 309, 447

Maller A. H., Katz N., Keres D., Dave R., Weinberg D. H., 2006, *ApJ.*, 647, 763

Makino J., Funato Y., 2004, *ApJ*, 602, 93

Marconi A., Hunt L. K., 2003, *ApJ*, 589, L21

Martini P., 2004, in *Coevolution of Black Holes and Galaxies*, L. C. Ho, ed., Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, pp. 169

Mayer L., Kazantzidis S., Madau P., Colpi M., Quinn T., Wadsley J., 2007, *Science*, 316, 187

Mayer L., Kazantzidis S., Escala A., Callegari S., 2010, *Nature*, 466, 1082

McConnell N. J., Ma C.-P., 2013, *ApJ*, 764, 184

McConnell N. J., Ma C.-P., Murphy J. D., Gebhardt K., Lauer T. R., Graham J. R., Wright S. A., Richstone D. O., 2012, *ApJ*, 756, 179

McKinney J. C., Tchekhovskoy A., Sadowski A., Narayan R., 2014, *MNRAS*, 441, 3177

Merritt D., 2013, *Classical & Quantum Gravity*, 244005

Merritt D., Ekers R. D., 2002, *Science*, 297, 1310

Merritt D., Milosavljević M., 2005, *Living Rev. Rel*, 8, 8

Merritt D., Vasiliev E., 2012, *Phys Rev D*, 86, 102002

Merritt D., Milosavljević M., Favata M., Hughes S.A., Holz D.E., 2004, *ApJ*, 607, L9

Merritt D., Piatek S., Zwart S. P., Hemsendorf M., 2004, *ApJ*, 608, L25

Micic M., 2013, *Serb. Astron. J.*, 186, 1

Micic M., Abel T., Sigurdsson S., 2006, *MNRAS*, 372, 154

Micic M., Holley-Bockelmann K., Sigurdsson S., 2011, *MNRAS*, 414, 1127

Miller M. C., Krolik J. H., 2013, *ApJ*, 774, 43

Milosavljević M., Merritt D., 2001, *ApJ*, 563, 34

Milosavljević, Couch S. M., Bromm V., 2009, *ApJ*, 696, L146

Mortlock D.J., Warren S.J., Venemans B.P., Patel M., Hewett P.C., McMahon R.G., Simpson C., Theuns T., Gonzales-Solares E.A., Adamson A., Dye S., Hambly N.C., Hirst P., Irwin M.J., Kuiper E., Lawrence A., Rottgering H.J.A., 2011, *Nature*, 474, 616

Moster B. P., Naab T., White S. D. M., 2013, *MNRAS*, 428, 3121

Naab T., Jesseit R., Burkert A., 2006, *MNRAS*, 372, 839

Nakamura T., Haugan M. P., 1983, *ApJ*, 269, 292

Nakamura T. , Oohara K., Kojima Y., 1987, *Prog. Theor. Phy. Supp.*, 90, 1

Narayan R., Yi I., 1995, *ApJ*, 452, 71

Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1997, *ApJ*, 490, 493

Navarro J. F., Hayashi E., Power C., Jenkins A. R., Frenk C. S., 2004, MNRAS, 349, 1039

Navarro J. F., Ludlow A., Springel V., Wang J., Vogelsberger M., White S. D. M., Jenkins A., Frenk C. S., Helmi A., 2010, MNRAS, 402, 21

Niemi S., Heinamaki P., Nurmi P., Saar E., 2010, MNRAS, 405, 477

Norman C., Silk J., 1983, ApJ, 266, 502

Novak M., Smolčić V., Civano F., Bondi M., Ciliegi P., Wang X., Loeb A., Banfield J., Bourke S., Elvis M., Hallinan G., Intema H. T., KlÄckner H.-R., Mooley K., Navarrete F., 2015, MNRAS, 447, 1282

Oh S.P., Haiman Z., 2002, ApJ, 569, 558

Ohsuga K., 2007, ApJ, 659, 20

O’Leary R. M., Loeb A., 2009, MNRAS, 395, 7810

Oohara K., Nakamura T., 1983, Phys. Lett., 94, 349

Oser L., Ostriker J. P., Naab T., Johansson P. H., Burkert A., 2010, ApJ, 725, 2312

O’Shea B. W., Norman M.L., 2008, ApJ, 654, 66

Paardekooper J. P., Khochfar S., Dalla Vecchi C., 2013, MNRAS, 429, L94

Padmanabhan T., 1993, Structure Formation in the Universe, Cambridge University Press

Page M. J., Simpson C., Mortlock D. J., Warren S. J., Hewett P. C., Venemans B. P., McMahon R. G., 2014, MNRAS, 440, L91

Peebles P. J. E., 1980, Large Scale Structure of the Universe, Princeton University Press

Peebles P. J. E., 1993, An Introduction to Physical Cosmology, Princeton University Press

Pelupessy F. I., Di Matteo T., Ciardi B., 2007, ApJ, 665, 107

Petri A., Ferrara A., Salvaterra R., 2012, MNRAS, 422, 169

- Pietilä H., Heinamaki P., Mikkola S., Valtonen M. J., 1995, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 62, 377
- Planck Collaboration et al., 2014, *A&A* 571, A1
- Portegies Zwart S. F., McMillan S. L. W., 2002, *ApJ*, 576, 899
- Press W., Schechter P., 1974, *ApJ*, 187, 425
- Preto M., Berentzen I., Berczik P., Spurzem R., 2011, *ApJ*, 732, L26
- Redmount I. H., Rees M. J., 1989, *Comments on Astrophysics*, 14, 165
- Reed D., Gardner J., Quinn T., Stadel J., Fardal M., Lake G., Governato F., 2003, *MNRAS*, 346, 565
- Rees M. J., Ostriker J. P., 1977, *MNRAS*, 179, 541
- Rezzolla L., Barausse E., Dorband E. N., Pollney D., Reisswig C., Seiler J., Husa S., 2008, *Phys. Rev. D.*, 78, 044002
- Richstone D., Ajhar E. A., Bender R., Bower G., Dressler A., Faber S. M., Filippenko A. V., Gebhardt K., Green R., Ho L. C., Kormendy J., Lauer T. R., Magorrian J., Tremaine S., 1998, *Nature*, 385, 14
- Robinson A., Young S., Axon D. J., Kharb P., Smith J. E., 2010, *ApJ*, 717, L122
- Roškar R., Mayer L., Fiacconi D., Kazantzidis S., Quinn T. R., Wadsley J., 2015, *MNRAS*, 449, 494
- Röser S., 2006, *Reviews in Modern Astronomy: From Cosmological Structures to the Milky Way*, Wiley
- Sadowski A., Narayan R., Penna R., Zhu Y., 2013, *MNRAS*, 436, 3856
- Salpeter E. E., 1964, *ApJ*, 140, 79
- Sanders D. B., Soifer B. T., Elias J. H., Madore B. F., Matthews K., Neugebauer G., Scoville N. Z., 1988, *ApJ*, 325, 74

Saslaw W. C., Valtonen M. J., Aarseth, S. J., 1974, ApJ, 190, 253

Satyapal S., Ellison S. L., McAlpine W., Hickox R. C., Patton D. R., Mendel J. T., 2014, MNRAS, 441, 1297

Schneider D. P., Richards G. T., Hall P. B. et al. , 2010, AJ, 139, 2360

Schnittman J. D., 2007, ApJ, 667, L133

Schnittman J. D., Buonanno A., 2007, ApJ, 662, L63

Sesana A., 2007, MNRAS, 382, L6

Sesana A., Khan F. M., 2015, MNRAS, 454, L66

Shakura N. I., Sunyaev R. A., 1973, A&A, 24, 3

Shankar F., Weinberg D.H., Miralda-Escud J., 2011, MNRAS, 428, 421

Shapiro S. L., 2005, ApJ, 620, 59

Shapovalova A. I., Popovi L. ., Chavushyan V. H. et al. , 2016, ApJS, 222, 25

Sheth R. K., Tormen G., 1999, MNRAS, 308, 119

Shields G. A., Rosario D. J., Smith K. L. et al., 2009, ApJ, 707, 936

Shlosman I., Juhan F., Begelman M. C., 1989, Nature, 338, 45

Sijacki D., Springel V., Haehnelt M. G., 2009, MNRAS, 400, 100

Sijacki D., Springel V., Haehnelt M. G., 2011, MNRAS, 414, 3656

Smole M., 2015, Serb. Astron. J, 191, 17

Smole M., Micic M., Martinovi N., 2015, MNRAS, 451, 1964

Soltan A., 1982, MNRAS, 200, 115

Spitzer L. Jr., 1969, ApJ, 158, L139

Springel V., 2005, MNRAS, 364, 1105

Springel V., White S. D. M., Tormen G., Kauffmann G., 2001a, MNRAS, 328, 726

Springel V., Yoshida N., White S. D. M., 2001b, New Astronomy, 6, 79

Springel V., White S. D. M., Jenkins A. et al., 2005, Nature, 435, 629

Stacy A., Pawlik A. H., Volker B., Loeb A., 2012, MNRAS, 421, 894

Steinhardt C. L., Schramm M., Silverman J. D. et al., 2012, ApJ, 759, 24

Sugimura K., Omukai K., Inoue A. K., 2014, MNRAS, 445, 544

Tanaka T., Haiman Z., 2009, ApJ, 696, 1798.

Tanaka T., Li M., 2013, MNRAS, 439, 1092

Tanaka T., Perna R., Haiman Z., 2012, MNRAS, 425, 2974

Tanaka T., Li M., Haiman Z., 2013, MNRAS, 435, 3559

Toomre A., Toomre J., 1972, ApJ, 178, 623

Tselikhovich D., Hirata C., 2010, Phys. Rev. D, 82, 08352

Turk MJ, Abel T, O'Shea B., 2009, Science, 325, 601

Tyler C., Janus B., Santos-Noble D., Bulletin of the American Astronomical Society, 2003, 36, 728 (arXiv:astro-ph/0309008)

van den Bosch F. C., Jiang F., Hearin A., Campbell D., Watson D., Padmanabhan N., 2014, MNRAS, 445, 1713

van Dokkum P. G., Franx M., Fabricant D., Kelson D. D., Illingworth G. D., 1999, ApJ, 520, 95

van Meter J. R., Miller M. C., Baker J. G., Boggs W. D., Kelly B. J., 2010, ApJ, 719, 1427

Vasiliev E., Antonini F., Merritt D., 2015, ApJ, 810, 49

Vicari A., Capuzzo-Dolcetta R., Merritt D., 2007, ApJ, 662, 797

Visbal, E., Haiman Z., Bryan G. L., 2014a, MNRAS, 442, L100

Visbal E., Haiman Z., Bryan G. L., 2014b, MNRAS, 445, 1056

Vogelsberger M., Genel S., Springel V., Torrey P., Sijacki D., Xu D., Snyder G., Bird S., Nelson D., Hernquist L., 2014a, Nature, 509, 177

Vogelsberger M., Genel S., Springel V., Torrey P., Sijacki D., Xu D., Snyder G., Nelson D., Hernquist L., 2014b, MNRAS, 444, 1518

Volonteri M., 2007, ApJ, 663, L5

Volonteri M., 2010, Proceedings of the conference „Accretion and ejection in AGN: a global view“ (Como, 22-26 June 2009)

Volonteri M., Begelman M. C., 2010, MNRAS, 409, 1022

Volonteri M., Gültekin K. Dotti M., 2010, MNRAS, 404, 2143

Volonteri M., Rees J. M., 2006, ApJ, 650, 669

Volonteri M., Rees J. M., 2005, ApJ, 633, 624

Volonteri M., Haardt F., Madau P., 2003, ApJ, 582, 559

Volonteri M., Gultekin K., Dotti M., 2010, MNRAS, 404, 2143

Volonteri M., Silk J., Dubus G., 2015, ApJ, 804, 148

Wang T.-G., Dong X.-B., Zhang X.-G., Zhou H.-Y., Wang J.-X., Lu Y.-J., 2005, ApJ, 625, L35

Wang J., Hu C., Li Y., Chen Y., King A.R., Marconi A., Ho L.C., Yan C., Staubert R., Zhang S., 2009, ApJ, 697, L141

Wang L., Berczik P., Spurzem R., Kouwenhoven M. B. N., 2014, ApJ, 780, 164

Wechsler R. H., Bullock J. S., Primack J. R., Kravtsov A. V., Dekel A., 2002, *ApJ*, 568, 52

Whalen J. D., Fryer L. C., 2012, *ApJ*, 756, L19

White S. D. M., Rees M. J., 1978, *MNRAS*, 183, 341

Widrow L. M., Dubinski J., 2005, *ApJ*, 631, 838

Widrow L. M., Pym B., Dubinski J., 2008, *ApJ*, 679, 1239

Willott C. J., McLure R. J., Jarvis M. J., 2003, *ApJ*, 587, L15

Willott C. J., Delorme P., Reyl  C. et al., 2010a, *AJ*, 139, 906

Willott C. J., Albert L., Arzoumanian D. et al., 2010b, *AJ*, 140, 546

Wise J. H., Abel T., 2005, *ApJ*, 629, 615

Wise J. H., Abel T., 2008, *ApJ*, 685, 40

Wiseman A. G., 1992, *Phys. Rev. D.*, 46, 1517

Wyithe S., Padmanabhan T., 2006, *MNRAS*, 366, 1029

Yoo J., Miralda-Escud  J., 2004, *ApJ*, 614, L25

Yoshida N., Abel T., Hernquist L., Sugiyama N., 2003, *ApJ*, 592, 645

Yoshida N., Omukai K., Hernquist L., Abel T., 2006, *ApJ*, 652, 6

Yoshida N., Omukai K., Hernquist L., 2008, *Science*, 321, 669

Yoshida N., Hosokawa T., Omukai K., 2012, *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 01A305

Yu Q., 2002, *MNRAS*, 331, 935

Yu Q., Tremaine S., 2002, *MNRAS*, 335, 96

Zhao D. H., Jing Y. P., Mo H. J., Borner G., 2009, *ApJ*, 707, 354

Zier C., 2005, *MNRAS*, 364, 583

Biografija autora

Majda Smole je rođena 1. maja 1989. godine u Beogradu, gde i završava gimnaziju „Sveti Sava“. Osnovne studije upisuje 2008. godine na Matematičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu, smer Astrofizika. Nakon završenih osnovnih studija, oktobra 2012. godine upisuje master studije na programu Astronomija i astrofizika, modul Astrofizika. Master studije završava 2013. godine odbranom master rada „Modeliranje rasta supermasivnih crnih rupa na crvenom pomaku $z = 7$ “, nakon čega upisuje doktorske studije. Tokom 2014. godine bila je stipendista-doktorand Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije na projektu Astronomske opservatorije „Vidljiva i nevidljiva materija u bliskim galaksijama: teorija i posmatranja“ (br. 176021). Od 2015. godine je zaposlena na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu na istom projektu, a zvanje istraživač-saradnik dobija u decembru 2016. godine.

Učestvovala je na dve međunarodne konferencije: 17. nacionalna konferencija astronomia Srbije, Beograd, 2014. (kratko izlaganje) i Illuminating the Dark Ages: Quasars and Galaxies in the Reionization Epoch, Max-Planck-Institut für Astronomie, Heidelberg, 2016. (poster). Tokom studija, u okviru letnje prakse, dva puta je boravila na Ondřejov opservatoriji u Češkoj i bila je učesnik letnje škole kosmologije u Petnici, 2013. godine.

Koautor je dva naučna rada objavljena u vrhunskim međunarodnim časopisima (Astronomy & Astrophysics, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society), kao i autor jednog rada objavljenog u međunarodnom časopisu (Serbian Astronomical Journal), od kojih su dva direktno vezani za ovu disertaciju.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Мајда (Јанез) Смоле

број индекса 2022/2013

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Формирање супермасивних црних рупа и утица судара галаксија
на њихову еволуцију

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 6.4.2017.



Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Мајда (Јанез) Смоле

Број индекса 2022/2013

Студијски програм Астрономија и астрофизика

Наслов рада Формирање супермасивних црних рупа и утица судара галаксија на њихову еволуцију

Ментор др Мирослав Мићић

Потписани/а Мајда Смоле

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 6.4.2017.



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Формирање супермасивних црних рупа и утица судара галаксија
на њихову еволуцију

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 6.4.2017.



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.