

UNIVERZITET U BEOGRADU

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Marija M. Lazović

**NOSIVOST SPREGNUTIH STUBOVA OD
KRUŽNIH ŠUPLJIH ČELIČNIH PROFILA
ISPUNJENIH BETONOM**

doktorska disertacija

Beograd, 2017.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Marija M. Lazović

**BEARING CAPACITY OF CIRCULAR
CONCRETE FILLED STEEL TUBE
COLUMNS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017.

Mentor:

Dr Biljana Deretić-Stojanović, vanredni profesor, građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Članovi komisije:

Dr Biljana Deretić-Stojanović, vanredni profesor, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Dr Dragoslav Šumarac, redovni profesor, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Dr Miroslav Bešević, redovni profesor, Građevinski fakultet Subotica Univerziteta u Novom Sadu

Dr Mirjana Vukićević, vanredni profesor, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Dr Svetlana Kostić, docent, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Datum odbrane:

ZAHVALNICA

Zahvaljujem se svom mentoru, Prof. dr Biljani Deretić-Stojanović kao i ostalim članovima komisije koji su mi pružili podršku, izuzetno korisne savete i usmeravali me u toku izrade ove disertacije.

Zahvaljujem se firmi "MILMAR GRADNJA" doo iz Beograda koja mi je pomogla da uspešno završim svoja eksperimentalna ispitivanja, čiji rezultati su mi bili od izuzetno velikog značaja.

Zahvaljujem se svojim roditeljima, majci Živki i ocu Milošu što su mi prožili svoju podršku, ljubav i pomagali mi kada god je to bilo potrebno.

Na kraju, zahvaljujem se svom suprugu Janku, koji je uvek bio uz mene i koji mi je pružio značajnu pomoć u rešavanju određenih problema prilikom numeričkog modeliranja.

NOSIVOST SPREGNUTIH STUBOVA OD KRUŽNIH ŠUPLJIH ČELIČNIH PROFILA ISPUNJENIH BETONOM

Rezime

Predmet disertacije je određivanje aksijalne nosivosti i stabilnosti kružnih šupljih čeličnih profila ispunjenih betonom, u daljem CFT stubovi (eng. Concrete Filled Tubes).

Problem istraživanja je određivanje stabilnosti CFT stubova, uzimajući u obzir krutost veze. Ovaj problem se javlja u "top down" metodi gradnje, kada se nakon izvođenja šipova u koje su ubetonirani CFT stubovi i tavanice na koti 0.00, vrši iskop ispod izvedene tavanice i izvođenje nadzemnog dela konstrukcije. U takvoj situaciji postavlja se pitanje nosivosti i stabilnosti CFT stubova koji se vezuju sa izvedenim šipovima na osnovu koga se definiše moguć iskop i izgradnja nadzemnog dela konstrukcije.

Primenom specijalne garniture izvedeno je eksperimentalno ispitivanje nosivosti čeličnih šupljih profila ispunjenih betonom prečnika $\varnothing 101.6\text{mm}$ i $\varnothing 114.3\text{mm}$, debljine $t=2.7\text{mm}$ i $t=4.0\text{mm}$, dužine $L=0.50\text{m}$, $L=1.00\text{m}$ i $L=4.00\text{m}$ sa različitim uslovima oslanjanja.

Primenom računarskog programa ABAQUS modelirana je nosivost i stabilnost kratkih, umereno vitkih i vitkih CFT stubova. Razmatrani su sledeći uticaji: klasa betona, kvalitet čelika, uticaj odnosa D/t , pri čemu je D prečnik čeličnog profila, a t je debljina zida čeličnog profila, veza čeličnog profila i betonske ispune, veza utisnutog šipa i tla, odgovarajući nelinearni konstitutivni modeli za beton, konstrukcioni čelik i tlo, doprinos betonske ispune na nosivost spregnutog stuba, vitkost stuba, krutost veze na nosivost i stabilnost CFT stubova.

Rad na ovoj temi ima sledeće ciljeve:

- sinteza prethodnih saznanja i primena principa i postupaka određivanja nosivosti i stabilnosti kružnih CFT stubova u "top down" metodi gradnje, analizirajući krutost veze;
- izvođenje detaljno isplaniranog eksperimentalnog programa koji će biti koncipiran tako da na kontrolisan način obuhvati uticaj glavnih parametara koji

utiču na nosivost i stabilnost kružnih CFT stubova, čiji će rezultati biti upotrebljivi u analitičke i komparativne svrhe;

- predlog postupka proračuna kritične sile izvijanja kružnih CFT stubova primenom sopstvenog kompijuterskog programa koji se zasniva na metodi konačnih elemenata, uzimajući u obzir krutos veze na krajevima stuba.
- verifikacija rezultata, analiza dobijenih rezultata eksperimentalnog ispitivanja i upoređivanje sa rezultatima dobijenim primenom važećih pravilnika, kao i primenom računskih programa koji se zasnivaju na metodi konačnih elemenata;
- donošenje zaključaka i preporuka za dalja istraživanja.

Ispitivanje nosivosti i stabilnosti kružnih CFT stubova je naučno opravdano, jer će rezultati takvog ispitivanja:

- omogućiti da se na adekvatan način izvrši numerički proračun ovog konstruktivnog elementa u "top down" metodi gradnje koja se sve više primenjuje u svetu;
- unaprediti postupak proračuna ovog konstruktivnog elementa primenom metode konačnih elemenata;
- proširiti postojeći fond podataka rezultata eksperimentalnih ispitivanja iz ove oblasti koji je izuzetno mali;
- kvalitativno i kvantitativno opisati prednosti CFT stubova u odnosu na klasične betonske ili čelične stubove;
- poboljšati predviđanja ponašanja CFT stubova analizirajući različite parametre koji utiču na njihovu nosivost i stabilnost.

Ključne reči: kružni CFT stubovi, aksijalna nosivost i stabilnost, eksperimentalna ispitivanja, nelinearna analiza, granični uslovi.

Naučna oblast: Građevinarstvo

Uža naučna oblast: Tehnička mehanika i teorija konstrukcija

UDK broj:624.04 (043.3)

SADRŽAJ

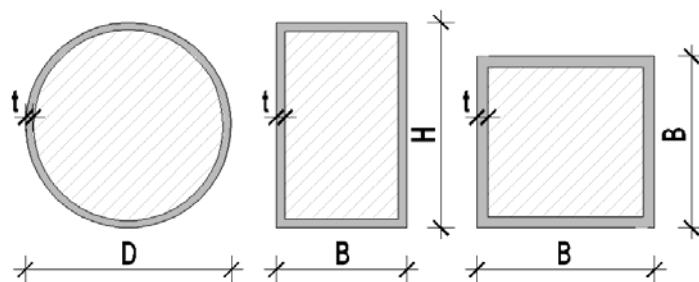
1. Uvod
 - 1.1 Zadaci i ciljevi istraživanja
2. Pregled prethodnih istraživanja
3. Eksperimentalno ispitivanje aksijalne nosivosti i stabilnosti CFT stubova
 - 3.1 Oprema za ispitivanje
 - 3.2 Ispitivanje aksijalne nosivosti čeličnih i CFT kratkih stubova
 - 3.3 Ispitivanje stabilnosti umereno vitkih i vitkih CFT stubova
 - 3.4 Ispitivanje stabilnosti umereno vitkih i vitkih CFT stubova uzimajući u obzir krutost veze stuba i šipa
4. Prikaz i obrada rezultata eksperimentalnih ispitivanja
5. Numeričko modeliranje aksijalne nosivosti i stabilnosti CFT stubova primenom računarskog programa ABAQUS
 - 5.1 Numeričko modeliranje aksijalne nosivosti kružnih kratkih CFT stubova
 - 5.1.1 Konstitutivni model za beton
 - 5.1.2 Konstitutivni model za konstrukcioni čelik
 - 5.1.3 Veza između betonskog jezgra i čeličnog šupljeg profila
 - 5.1.4 Numeričke simulacije
 - 5.2 Numeričko modeliranje aksijalne nosivosti kružnih umereno vitkih i vitkih CFT stubova
 - 5.2.1 Konstitutivni model za beton
 - 5.2.2 Numeričke simulacije
 - 5.3 Numeričko modeliranje aksijalne nosivosti kružnih umereno vitkih i vitkih CFT stubova uzimajući u obzir krutost veze stuba i šipa
 - 5.3.1 Konstitutivni model za tlo
 - 5.3.2 Konstitutivni model za beton šipa
 - 5.3.3 Veza između betonskog šipa i tla
 - 5.3.4 Granični uslovi

- 5.3.5 Numeričke simulacije
- 6. Predlog postupka proračuna stabilnosti kružnih CFT stubova primenom metode konačnih elemenata uzimajući u obzir krutost veze na krajevima stubova
 - 6.1 Izvijanje CFT stuba u elastičnoj oblasti
 - 6.2 Izvijanje CFT stuba u plastičnoj oblasti
 - 6.3 Prikaz numeričkog postupka za proračun krutosti spregnutog preseka
 - 6.3.1 Uvod
 - 6.3.2 Spregnuti poprečni preseci napregnuti na savijanje oko jedne ose
 - 6.3.3 Nelinearno ponašanje materijala
 - 6.3.4 Numeričke simulacije
 - 6.4 Formiranje matrice krutosti sistema
 - 6.5 Proračun graničnih uslova na gornjem kraju CFT stuba
 - 6.6 Proračun graničnih uslova na donjem kraju CFT stuba
 - 6.7 Određivanje kritične sile izvijanja CFT stuba
 - 6.8 Numeričke simulacije
- 7. Verifikacija rezultata
 - 7.1 Komparacija dobijenih rezultata eksperimentalnih ispitivanja sa važećim pravilnicima
 - 7.2 Komparacija dobijenih rezultata eksperimentalnih ispitivanja sa rezultatima primenom računarskog programa ABAQUS
 - 7.3 Komparacija dobijenih rezultata eksperimentalnih ispitivanja sa rezultatima primenom sopstvenog kompijuterskog programa
- 8. Zaključak
 - 8.1 Mogućnosti za dalja naučna istraživanja
- 9. Literatura
 - Biografija autora
 - Izjava o autorstvu
 - Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorske disertacije
 - Izjava o korišćenju

1. UVOD

Stubovi od šupljih čeličnih profila ispunjenih betonom, u daljem CFT stubovi (eng. Concrete Filled Tubes), su, zbog svojih konstruktivnih prednosti, našli široku primenu u inženjerskoj praksi, a posebno u seizmičkim oblastima (sl. 1.1). U odnosu na stubove sačinjene samo od čelika ili betona obezbeđuju veću nosivost, krutost i duktilnost. Kod kružnih CFT stubova zbog efekata utezanja povećava se čvrstoća betona na pritisak, a smanjuje čvrstoća čelika na zatezanje. Betonska ispuna povećava nosivosti pri dejstvu požara i u potpunosti ili znatno sprečava izbočavanje čeličnog profila i doprinosi stabilnosti celog stuba. Čelični šuplji profil preuzima funkciju podužne i poprečne armature.

CFT stubovi, s obzirom da čelični profili služe kao trajna oplata, obezbeđuju lakšu i bržu gradnju u odnosu na klasične betonske stubove. Ovi stubovi se mogu proizvoditi kao gotovi prefabrikovani elementi, čime se znato ubrzava vreme građenja. Takođe, korišćenjem CFT stubova dobija se ušteda u prostoru, jer su potrebni manji poprečni preseci u poređenju sa betonskim stubovima. Dodavanjem čeličnih profila unutar betonske ispune povećava se nosivost stuba, čime se omogućava zadržavanje istih spoljašnjih dimenzija stubova na svim spratovima. Njihova primena je i ekonomski opravdana. CFT stubovi pravougaonog poprečnog preseka omogućavaju lakšu vezu sa drugim konstruktivnim elementima, dok se kod CFT stubova kružnog poprečnog preseka, pored drugih prednosti koristi i povećanje nosivosti i stabilnosti zbog efekata utezanja betona.



Slika 1.1 Oblici poprečnih preseka CFT stubova

Proračun nosivosti i stabilnosti CFT stubova zasniva se na proračunu prema graničnim stanjima. Određivanje granične nosivosti CFT stubova je složeno zbog nelinearnih karakteristika betona i čelika, imperfekcije vezane za geometriju i oblik nosača, zaostalih napona u čeličnom profilu, istorije opterećenja, ekscentričnosti opterećenja, uticaja drugog reda i dr.

Gubitak stabilnosti elementa konstrukcije predstavlja gubitak ravnoteže projektovanog oblika i dostizanje novog ravnotežnog stanja uz pojavu velikih deformacija i plastičnog popuštanja materijala. Određivanje kritičnog opterećenja je geometrijski, statički i materijalno nelinearan problem, jer su deformacije velike, uslovi ravnoteže se postavljaju na deformisanoj konfiguraciji i veza napon-dilatacija za materijale je nelinearna, pa ne važi princip superpozicije.

U teoriji stabilnosti konstrukcija u primeni je statički kriterijum stabilnosti. Statički kriterijum stabilnosti definiše kritično opterećenje kao najmanje opterećenje pri kome pored prvobitnog ravnotežnog položaja postoji bar još jedan ravnotežni položaj, odnosno trenutak pojave stanja bifurkacione ravnoteže. Na osnovu analitičke formulacije statičkog kriterijuma stabilnosti pri kome se kritično opterećenje definiše kao najmanje opterećenje za koje homogen sistem jednačina linearizovane teorije II reda ima ma i jedno rešenje različito od trivijalnog, zadatak određivanja kritičnog opterećenja svodi se na zadatak određivanja sopstvenih vrednosti sistema diferencijalnih jednačina. Svojevrsne funkcije predstavljaju forme izvijanja pritisnutog štapa i određene su sa tačnošću do na konstantu.

CFT stubovi su našli primenu i u geotehnici, tj. u savremenoj "top down" metodi izvođenja radova (sl. 1.2). Pri izvođenju dubokih iskopa, da bi se obezbedila stabilnost bočnih strana iskopa, javlja se potreba za izradom zaštitne konstrukcije temeljne jame. Ovo se naročito odnosi na gradske uslove u kojima je prostor oko jame ograničen i gde se u neposrednoj blizini jame nalaze susedni objekti. Za dubine iskopa koje su veće od 5.00m ovakve konstrukcije kao konzolni elementi koji su elastoplastično uklješteni u tlo ne mogu da prihvate bočne pritiske tla. U zavisnosti od sastava tla, pomeranja postaju velika i prete da dovedu do pojave oštećenja na susednim objektima. Zbog toga je neohodno da se za veće dubine iskopa vrši razupiranje obodnog zida zaštitne konstrukcije temeljne jame. U zavisnosti od dimenzija jame, razupiranje se može izvoditi izvođenjem neke privremene

čelične konstrukcije unutar jame ili izradom geotehničkih ankeri. Za veće dubine razupiranje jame može se vršiti u više nivoa. Ovakvi radovi su složeni, relativno skupi i dugo traju. Zbog toga se u novije vreme teži da se razupiranje jame izvodi samom konstrukcijom podzemnog dela objekta, odnosno da se istovremeno izvode radovi na zaštiti temeljne jame i podzemnom delu konstrukcije objekta. Jedan od načina izvođenja ovakvih radova jeste takozvana "top down" metoda izvođenja radova. Ovakav način izvođenja radova je veoma racionalan, jer se samom konstrukcijom objekta, koja se gradi fazno odozgo na dole, vrši razupiranje bočnih strana temeljne jame. Pri tome, bočna pomeranja zaštitne konstrukcije su veoma mala, pa ne dolazi do oštećenja i ugrožavanja stabilnosti objekata pored temeljne jame.

Jedan od važnih konstruktivnih elemenata kod ovakvog načina izvođenja radova jesu privremeni unutrašnji oslonci tavanica. Ovi elementi najčešće se izvode na mestima stubova objekta kao privremeni CFT stubovi, a koji se kasnije izvode u stubove konačnih dimenzija. Sa površine terena ili sa nivoa -1 izvode se šipovi u koje se ugrađuju CFT stubovi kao privremeni oslonci. Nadalje vrši se iskop za po dve etaže i sukcesivno izvode tavanice podzemnog dela konstrukcije objekta. Paralelno sa izvođenjem ovih radova na dole, moguće je i izvođenje radova na konstrukciji objekta na gore.

Što se tiče nosivosti ovih stubova, kritičan momenat nastaje kada se sa iskopom stigne do konačne dubine. U tom trenutku na CFT stub deluje najveće opterećenje od izvedene konstrukcije objekta, a i slobodna dužina izvijanja stuba je najveća. S obzirom na male dimenzije CFT stuba i veliko opterećenje, postavlja se pitanje njegove nosivosti i gubitka stabilnosti, uzimajući u obzir nosivost materijala od kojih je CFT stub izveden i krutost veza krajeva stuba sa tavanicom i šipom.



Slika 1.2 CFT stubovi u "top down" metodi gradnje

1.1 ZADACI I CILJEVI ISTRAŽIVANJA

Predmet istraživanja je određivanje aksijalne nosivosti i stabilnosti kružnih CFT stubova, uzimajući u obzir krutost veze na krajevima stubova.

Kod kratkih CFT stubova do gubitka nosivosti može doći usled loma po betonu ili usled plastifikacije čelika. Sa porastom dužine stuba nosivost CFT stubova opada. Takođe, značajan uticaj na nosivost stubova imaju odnos D/t , gde je D prečnik čeličnog profila, a t je debljina zida čeličnog profila, kao i veza čeličnog profila i betonske ispune. Doprinos nosivosti betonske ispune unutar čeličnog profila je značajan, naročito kod kratkih stubova kada se javlja efekat utezanja.

Kod umereno vitkih i vitkih CFT stubova gubitak nosivosti se zasniva na problemu stabilnosti. U tom slučaju moraju se uzeti u obzir uticaji drugog reda. Značajan uticaj na tačnost rešenja imaju nelinearni konstitutivni modeli za materijal, kao i granični uslovi oslanjanja CFT stubova. Vitki CFT stubovi su jedni od osnovnih konstruktivnih elemenata u "top down" metodi gradnje, gde se problem nosivosti stubova zasniva na problemu stabilnosti, na osnovu koga se definiše moguć iskop, kao i nadziđivanje konstrukcije. Cilj disertacije je da se predloži postupak proračuna ovog konstruktivnog elementa primenom metode konačnih elemenata čija će se verifikacija bazirati na poređenju sa eksperimentalnim rezultatima.

Zadaci istraživanja u toku izrade doktorske disertacije sastoje se u sledećem:

- prikupljanje, analiza i upoređivanje prethodnih istraživanja i predloga postupka proračuna istraživanja nosivosti i stabilnosti CFT stubova u zavisnosti od fizičko-mehaničkih i geotehničkih karakteristika materijala;
- postavljanje polaznih hipoteza i metoda istraživanja;
- priprema i organizacija eksperimentalnih ispitivanja;
- eksperimentalno ispitivanje nosivosti i stabilnosti kružnih CFT stubova uzimajući u obzir krutost veze na krajevima stuba;
- prikaz i obrada rezultata sopstvenih eksperimentalnih ispitivanja;
- analiza uticaja prečnika i debljine zida čeličnog profila, klase betona, kvaliteta čelika, efekta utezanja, dužine stuba, uticaj graničnih uslova na nosivost i stabilnost kružnih CFT stubova;
- ocena mogućnosti primene postojećih materijalnih modela;
- predlog postupka proračuna razmatranog problema primenom sopstvenog računarskog programa koji se zasniva na metodi konačnih elemenata;
- verifikacija predloženog postupka proračuna na osnovu rezultata eksperimentalnih ispitivanja;
- upoređivanje sa rezultatima dobijenim primenom važećih pravilnika, kao i primenom računarskih programa koji se zasnivaju na metodi konačnih elemenata;
- donošenje zaključaka i preporuka za dalja istraživanja.

1.2 STRUKTURA DISERTACIJE

Ova disertacija je podeljena u devet poglavlja.

U prvom, uvodnom poglavlju ukratko je opisana tema doktorske disertacije, a zatim su formulisani predmet i zadaci istraživanja.

U drugom poglavlju prikazan je pregled prethodnih istraživanja aksijalne nosivosti kratkih CFT stubova, kao i stabilnosti umereno vitkih i vitkih CFT stubova.

U trećem poglavlju prikazan je program sopstvenog eksperimentalnog ispitivanja aksijalne nosivosti kratkih CFT stubova, stabilnosti umereno vitkih i vitkih stubova koji su sa gornje strane zglobno oslonjeni, a sa donje zglobno oslonjeni ili uklješteni. Takođe, prikazan je i program sopstvenog eksperimentalnog ispitivanja stabilnosti umereno vitkih CFT stubova pri čemu je analizirana krutost veze CFT stubova i utisnutih šipova. U četvrtom poglavlju izvršena je obrada rezultata i detaljno je dat prikaz sopstvenih eksperimentalnih ispitivanja.

Primenom računarskog programa ABAQUS u poglavlju pet detaljno je prikazano numeričko modeliranje nosivosti CFT kružnih stubova, pri čemu je uzeta u obzir geometrijska i materijalna nelinearnost. Na kraju poglavlja, u okviru numeričkih simulacija, prikazana su brojna parametarska istraživanja.

U poglavlju šest primenom sopstvenog kompijuterskog programa koji se zasniva na metodi konačnih elemenata dat je predlog postupka proračuna stabilnosti kružnih CFT stubova analizirajući krutost veze stuba sa tavanicom i šipom.

U poglavlju sedam izvršena je verifikacija rezultata. Dobijeni rezultati sopstvenih eksperimentalnih ispitivanja upoređeni su sa važećim pravilnicima, sa rezultatima prethodnih ispitivanja, kao i sa dobijenim rezultatima primenom računarskog programa ABAQUS. Takođe, rezultati sopstvenih eksperimentalnih ispitivanja upoređeni su sa rezultatima proračuna primenom sopstvenog kompijuterskog programa na osnovu kojih su razmatrani uticaji krutosti veza u analizi stabilnosti CFT stubova.

U završnom, osmom poglavlju na osnovu dobijenih rezultata izvedeni su zaključci koji se odnose na doprinos disertacije u oblasti nosivosti CFT stubova i date su preporuke za moguća dalja istraživanja u ovoj oblasti.

Na kraju, dat je prikaz literature koja je korišćena pri izradi ove doktorske disertacije.

2. PREGLED PRETHODNIH ISTRAŽIVANJA

U literaturi se mogu pronaći radovi velikog broja autora koji su se bavili analizom nosivosti spregnutih CFT stubova, kako teorijski, tako i eksperimentalno.

Primenom važećih pravilnika: EC4 (Eurocode 4) [1], ACI (American Concrete Institute) [2], AS (Australian Standard) [3, 4], AISC (American Institute of Steel Construction) [5], AIJ (Architectural Institute of Japan) [6], DL/T (Chinese design code for steel-concrete structures) [7] može se sa odgovarajućom tačnošću sračunati nosivost poprečnog preseka spregnutog stuba, uzimajući u obzir klasu betona i kvalitet čelika. Prema autorima Lazović M. i ostali [8] pravilnik EC4 sa uzimanjem u obzir efekta utezanja daje najpribližnije rezultate sa rezultatima eksperimentalnih ispitivanja, dok pravilnici ACI/AS daju najkonzervativnije rezultate.

Prikaz rezultata eksperimentalnih ispitivanja, numeričkog modeliranja, kao i verifikacija rezultata nosivosti kratkih CFT stubova opterećenih aksijalnom silom ili aksijalnom silom i momentom savijanja može se naći u brojnoj literaturi [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]. Većina njih je numeričko modeliranje izvršila primenom savremenih računskih programa koji se zasnivaju na metodi konačnih elemenata.

Dužina CFT stuba ima značajan uticaj na njegovu nosivost [18, 19, 20, 21]. Kod kratkih i umereno vitkih stubova do gubitka nosivosti može doći usled loma po betonu ili usled plastifikacije čeličnog profila. Međutim, gubitak nosivosti vitkih stubova zasniva se na problemu stabilnosti. Kod vitkih stubova do loma dolazi usled izvijanja u elastičnoj oblasti, dok kod umereno vitkih stubova do izvijanja dolazi u plastičnoj oblasti. U tom slučaju, za umereno vitke stubove, u proračunu je potrebno koristiti tangentne module elastičnosti koji zahtevaju dobro poznavanje veze napon-dilatacija.

Pri proračunu nosivosti CFT stubova prema graničnim stanjima, na tačnost rešenja značajan uticaj ima definisanje veze između napona i dilatacije za beton i čelik. U literaturi se može pronaći čitav niz predloga ovih veza koji sa manjom ili većom tačnošću opisuju ponašanje betona i čelika [12, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]. Autori Ellobody E. i ostali [22] predlažu konstitutivne modele za utegnute beton i čelik, a dobijeni numerički rezultati proračuna

aksijalne nosivosti CFT stubova u računskom programu ABAQUS upoređuju se sa rezultatima eksperimenata, kao i sa važećim standardima: EC4, ACI i AISC. Autori Liang Q. Q. i Fragomeni S. [25] predlažu konstitutivne modele za beton i čelik normalnih i visokih klase čvrstoće i kvaliteta. Oni su sprovedli parametarsku analizu za utvrđivanje uticaja utezanja betona čeličnim šupljim profilom, odnosa prečnika i debljine zida čeličnog profila, uticaja klase čvrstoće betona i kvaliteta čelika na nosivost CFT stuba kružnog poprečnog preseka. Autori Giakoumelis G. i Lam D. [11] su ispitali ponašanje kružnih CFT stubova opterećenih aksijalnom silom. Razmatrali su uticaj debljine zida, veze čeličnog šupljeg profila i betonskog jezgra, skupljanja i tečenja betona. Dobijene rezultate eksperimentalnih istraživanja uporedili su sa važećim standardima: EC4, ACI i AISC. Autori Hu H. T. i ostali [23] predlažu konstitutivni model betonskog jezgra CFT stuba koji su primenili prilikom modeliranja aksijalne nosivosti CFT stuba u računskom programu ABAQUS. Analizirali su ponašanje CFT stubova kružnog i kvadratnog poprečnog preseka. Pri proračunu nosivosti CFT stubova potrebno je definisati i vezu čeličnog šupljeg profila sa betonskim jezgrom (bond). Ova veza se može modelirati pomoću GAP elemenata zadavanjem odgovarajućeg koeficijenta trenja koji se kreće u granicama od 0.2 do 0.6 [17, 22, 23]. Veza (bond) između betonskog jezgra i čeličnog šupljeg profila opada sa porastom klase čvrstoće betona. Ova pojava se javlja jer beton veće klase čvrstoće ima veće skupljanje. Takođe, čvrstoća ove veze (bond strength) je oko dva puta veća kod CFT stubova kružnog poprečnog preseka, nego kod kvadratnog [29]. Viridi P.J. i Dowling K. S. [30] su na osnovu brojnih testova utvrdili da na čvrstoću ove veze najveći uticaj imaju hrapavost i neujednačenost unutrašnjosti čeličnog profila i kompaktnost betona. Čvrstoća ove veze kod kružnih CFT stubova iznosi $0.39-0.51 \frac{N}{mm^2}$ i nema značajan uticaj na aksijalnu nosivost preseka [11].

Istraživanje efekta utezanja betona čeličnim šupljim profilom na nosivost spregnutog stuba može se naći u literaturi [23, 25, 31, 32, 33]. Efekat utezanja ima značajan uticaj kod kružnog poprečnog preseka, dok se kod kvadratnog i pravougaonog može zanemariti [10]. Utezanje betona čeličnim šupljim profilom opada sa porastom odnosa D/t . Takođe, efekat utezanja opada sa povećanjem klase čvrstoće betona, vitkosti stuba, ekscentricitetom

opterećenja, a raste sa porastom kvaliteta čelika. Eksperimentalna ispitivanja su pokazala da se efekat utezanja može zanemariti kada je $D/t \geq 7$ i $L/D > 15$, jer se javlja globalno izvijanje stuba pre nego što betonsko jezgro postigne punu nosivost preseka [18].

Brojna eksperimentalna ispitivanja [34, 35, 36] pokazuju da se skupljanje betona kod CFT stubova može zanemariti, s obzirom da beton nije izložen uticaju spoljašne sredine, dok koeficijent tečenja betona φ_t iznosi 40%-60% koeficijenta tečenja betonskog stuba.

Primenom računarskog programa ABAQUS [37] uspešno se mogu modelirati nelinearni konstitutivni modeli za beton, čelik i tlo, kao i veze betonske ispune i čeličnog profila.

CFT stubovi spadaju u osnovne konstruktivne elemente u “top down“ metodi gradnje [8, 38, 39]. Kod ovakvog načina izvođenja radova omogućuje se paralelno građenje podzemnog i nadzemnog dela objekta. Pri proračunu CFT stubova neophodno je proračunom obuhvatiti i stabilnost ovih stubova. Ovo je naročito izraženo na poslednjoj etaži kada je dubina iskopa najveća i kada temeljna ploča još uvek nije izvedena. Veoma mali broj radova se bavi ovom problematikom. Autori Khodair Y. i Mohti A. A. [40] su analizirali interakciju konstrukcije i delimično ukopanog šipa primenom diferencne metode i programa LPILE, kao i primenom metode konačnih elemenata, odnosno programa ABAQUS i SAP2000. Autori Kumar P. S. i ostali [41] su ispitivali stabilnost delimično ukopanog armiranobetonskog šipa u pesku opterećenog ekscentričnim opterećenjem. Autori M. Lazović i ostali [38, 39] prikazuju opšte principe predloga postupka proračuna obostrano elastično uklještenog CFT stuba koji se zasniva na metodi konačnih elemenata.

2.1 TEORIJSKE OSNOVE PROBLEMA

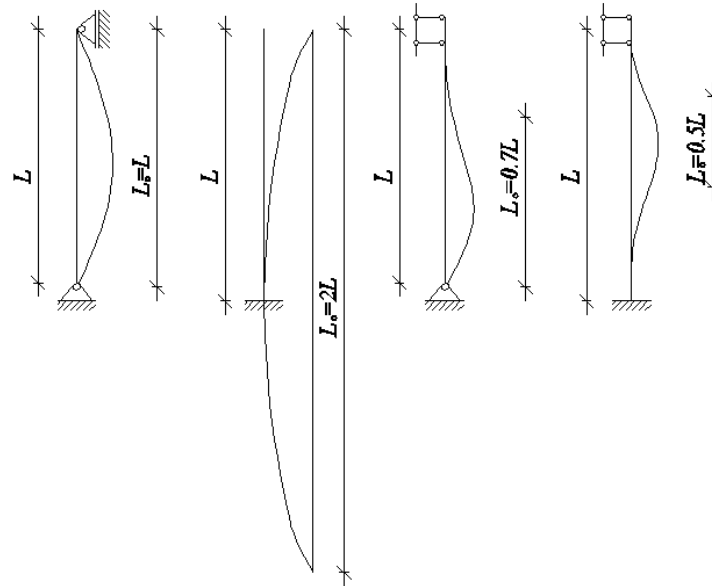
Proučavanje stabilnosti linisjkih nosača uglavnom je bazirano na rešavanju diferencijalnih jednačina izvijanja štapa prema teoriji drugog reda. Izvođenje izraza za određivanje kritične sile izvijanja grednog nosača sa različitim slučajevima oslanjanja prvi je proučavao Euler (sl. 2.1). Opšti oblik kritične sile izvijanja u elastičnoj oblasti prema Euler-u može se prikazati u sledećem obliku:

$$P_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{EI_y}{L_0^2} \quad (2.1)$$

gde je L_0 slobodna dužina izvijanja:

$$L_0 = \mu \cdot L \quad (2.2)$$

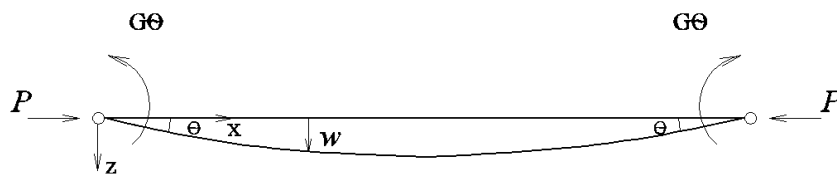
dok je μ koeficijent dužine izvijanja koji zavisi od uslova oslanjanja grede.



Slika 2.1 Euler-ovi slučajevi izvijanja grednog nosača

Euler je izveo rešenja za određivanje kritične sile izvijanja štapa sa idealnim graničnim uslovima oslanjanja. Međutim, u stvarnosti, takvi granični uslovi nisu realni, već se određuju na osnovu krutosti veze nosećih elemenata konstrukcije. Ovaj problem je analiziran u disertaciji, gde je razmatrana krutost veze CFT stuba sa šipom, na donjoj strani, i tavanicom na gornjoj strani stuba.

Postoji nekoliko predloga za određivanje kritične sile izvijanja grednog nosača uzimajući u obzir krutost veze. Autori Allen H. G. i Bulson P. S. [42] razmatrali su elastično uklješten gredni nosač dužine L opterećen centričnom silom pritiska na krajevima (sl. 2.2).



Slika 2.2 Krutost veze grednog nosača

Na slici 2.2 θ predstavlja ugao rotacije krajeva grede, odgovarajući momenti savijanja su $G\theta$, dok je G krutost uklještenja na rotaciju i jednaka je momentu kome odgovara jedinična rotacija $\theta = 1$. Moment savijanja na odstojanju x prikazan je u sledećem obliku:

$$M = -EI \cdot w'' = P \cdot w - G \cdot \theta, \quad (2.3)$$

a diferencijalna jednačina glasi:

$$w'' + \mu^2 \cdot w = \frac{G \cdot \theta}{EI}, \quad (2.4)$$

pri čemu je:

$$\mu^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.5)$$

Rešenje diferencijalne jednačine (2.3) ima sledeći oblik:

$$w = A \cdot \sin \mu x + B \cdot \cos \mu x + \frac{G\theta}{P} \quad (2.6)$$

Nepoznate A , B i θ određene su iz graničnih uslova:

$$\begin{aligned} x = 0 & \quad w' = \theta \\ x = 0 & \quad w = 0 \\ x = L & \quad w = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Granični uslovi u kojima su pomeranja različita od nule su dati na sledeći način:

$$\frac{L \cdot G}{EI} = -2 \cdot \left(\frac{\mu \cdot L / 2}{\operatorname{tg}(\mu \cdot L / 2)} \right) \quad (2.8)$$

ili:

$$\frac{G}{k} = -2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot \rho / 2}{\operatorname{tg}(\pi \cdot \rho / 2)} \right) \quad (2.9)$$

gde su:

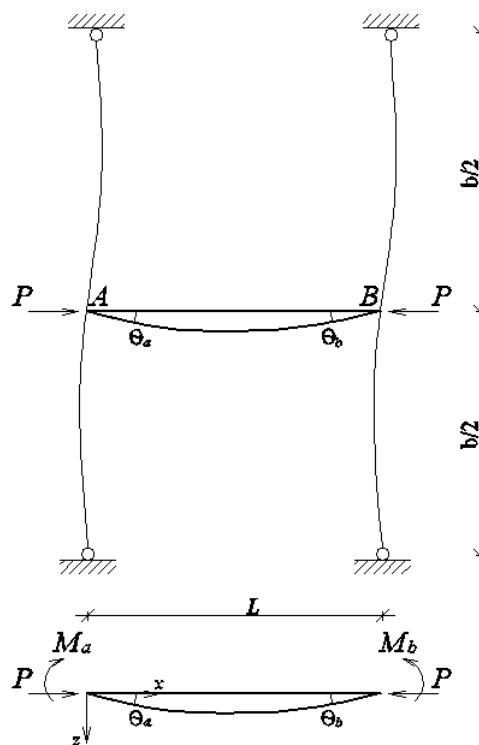
$$k = \frac{EI}{L} \quad (2.10)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{P}{P_E}} \quad (2.11)$$

pri čemu je P_E Euler-ova kritična sila izvijanja.

Može se zaključiti da ukoliko G/k teži beskonačnosti uklještenje je kruto. Ukoliko je $G/k = 0$ u pitanju je zglavkasto oslonjen gredni nosač.

Autori Timoshenko S. P. i Gere J. M. [43] su takođe analizirali krutost veze grednog nosača opterećenog aksijalnom silom na krajevima (sl. 2.3).



Slika 2.3 Stepen uklještenja krajeva grednog nosača

Ako se sa θ_a i θ_b označe uglovi rotacije na krajevima, onda se odgovarajući momenti savijanja mogu prikazati na sledeći način:

$$M_a = -\alpha \cdot \theta_a \quad (2.12)$$

$$M_b = -\beta \cdot \theta_b \quad (2.13)$$

pri čemu su α i β koeficijenti uklještenja (karakterišu stepen uklještenja krajeva grede). Koeficijenti α i β su jednaki odgovarajućim momentima M_a i M_b respektivno, kada su odgovarajući uglovi rotacije θ_a i θ_b jednaki jedinici.

Uglovi rotacije θ_a i θ_b mogu se prikazati u sledećem obliku:

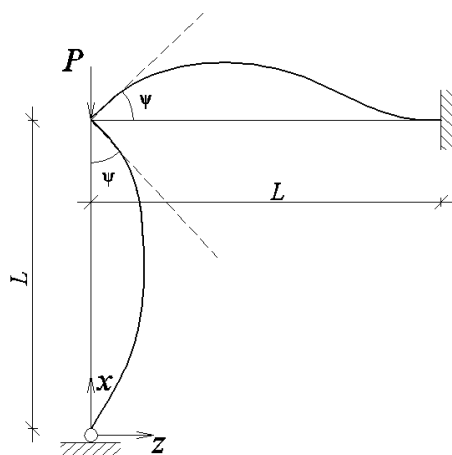
$$\begin{aligned}\theta_a &= \frac{M_a \cdot L}{3 \cdot EI} \cdot \psi(u) + \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot EI} \cdot \phi(u) \\ \theta_b &= \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot EI} \cdot \psi(u) + \frac{M_a \cdot L}{6 \cdot EI} \cdot \phi(u)\end{aligned}\quad (2.14)$$

pri čemu su $\psi(u)$ i $\phi(u)$ faktori kojima se uzima u obzir uticaj aksijalne sile P na vrednost ugiba w , dok je $u = \mu \cdot \frac{L}{2}$.

Iz jednačina (2.12), (2.13) i (2.14) mogu se izračunati potrebni momenti na krajevima elastično uklještenog grednog nosača:

$$\begin{aligned}-\frac{M_a}{\alpha} &= \frac{M_a \cdot L}{3 \cdot EI} \cdot \psi(u) + \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot EI} \cdot \phi(u) \\ -\frac{M_b}{\beta} &= \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot EI} \cdot \psi(u) + \frac{M_a \cdot L}{6 \cdot EI} \cdot \phi(u)\end{aligned}\quad (2.15)$$

Autor Iyenger I. G. R. [44] je analizirao stub koji je sa gornje strane uklješten u gredu, a sa donje strane zglavkasto oslonjen. Usvojeno je da su dužine (L) i krutosti (EI) stuba i grede iste (sl. 2.4). Usled dejstva sile P dolazi do deformacije sistema, pri čemu ugao između stuba i grede ostaje prav i nakon deformacije.



Slika 2.4 Stub sa elastičnim osloncem

Granični uslovi za stub glase:

$$\begin{aligned} w = 0 & \quad \xi = 0 \\ \frac{dw}{d\xi} \Big|_{\xi=1} &= \psi \\ w = 0 & \quad \xi = 1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

pri čemu je $\xi = x/L$.

Ugao rotacije se može izračunati na sledeći način:

$$\psi = M \cdot L / 4EI \quad (2.17)$$

Za $\xi = 1$:

$$M = -\frac{EI}{L^2} \cdot \frac{d^2w}{d\xi^2} \quad (2.18)$$

Zamenom za M u jednačinu (2.17) dobija se:

$$\psi = -\frac{1}{4} \cdot \frac{d^2w}{d\xi^2} \quad (2.19)$$

Smenom izraza (2.16) u opšte rešenje homogene diferencijalne jednačine elastične linije grede uklještene na oba kraja određena je minimalna vrednost kritiče sile P_{cr} koja iznosi:

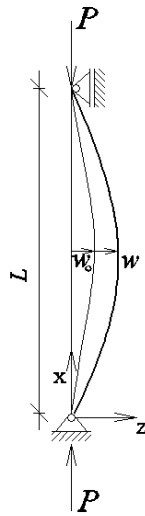
$$P_{cr} = 14.7 \cdot \frac{EI}{L^2} \quad (2.20)$$

Može se zaključiti da se dobijena vrednost kritiče sile izvijanja P_{cr} nalazi između vrednosti kritiče sile za stub čiji granični uslovi odgovaraju zglavkastom osloncu na oba kraja i vrednosti kritiče sile za stub čiji granični uslovi odgovaraju zglavkastom osloncu na donjem kraju i uklještenju na gornjem kraju.

U prethodno pomenutim slučajevima pretpostavlja se da je štap idealno prav i opterećen idealno centričnom silom P . Međutim, u stvarnosti u konstrukcijama postoje imperfekcije, kao i mali ekscentriciteti sile.

Ukoliko se pretpostavi da se u konstrukciji javlja početna imperfekcija w_0 , tada diferencijalna jednačina elastične linije grede glasi:

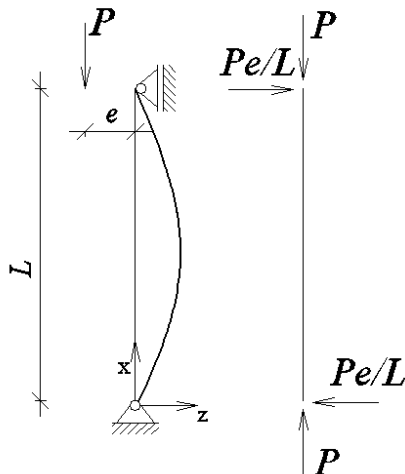
$$EI \cdot \frac{d^2w}{dx^2} + P \cdot w = EI \cdot \frac{d^2w_0}{dx^2} \quad (2.21)$$



Slika 2.5 Stub sa početnom imperfekcijom

Ekscentricitet sile se javlja ukoliko težište poprečnog preseka stuba i pravac dejstva sile ne leže na istoj pravoj (sl. 2.6). Ekscentricitet sile se može javiti na oba kraja stuba ili samo na jednom kraju. Diferencijalna jednačina proste grede opterećene ekscentričnom silom pritiska na jednom kraju glasi:

$$EI \cdot \frac{d^2w}{dx^2} + P \cdot w = -\frac{P \cdot e}{L} \cdot x \quad (2.22)$$



Slika 2.6 Ekscentrično opterećen stub

Određivanje kritične sile izvijanja rešavanjem diferencijalnih jednačina moguće je primeniti ukoliko je poprečni presek konstantan po dužini stuba i ukoliko su granični uslovi oslanjanja jednostavni. Međutim, ukoliko dimenzije poprečnog preseka stuba variraju po njegovoj dužini i ukoliko su uslovi oslanjanja složeni, tada se primenjuju aproksimativne metode. Nadalje, ukratko će se prikazati neke od aproksimativnih metoda [44].

-Timoshenk-ov metod

Prema ovoj metodi kritično opterećenje se dobija iz uslova da je ukupna potencijalna energija grednog nosača jednaka nuli. Za prostu gredu dužine L , promenljivog poprečnog preseka, opterećenu aksijalnom silom pritiska na krajevima, iz ovog uslova sledi:

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^L EI \cdot \left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx = \frac{P_{cr}}{2} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx \quad (2.23)$$

Na ovaj način, da bi se odredila kritična sila P_{cr} potrebno je pretpostaviti odgovarajuću funkciju pomeranja w koja zadovoljava granične uslove.

-Rayleigh-Ritz-ov metod

Prema ovoj metodi problem određivanja kritičnog opterećenja se svodi na problem određivanja deformisanog oblika grednog nosača i pri tome su zadovoljeni granični uslovi po pomeranjima. Ovaj problem se može rešiti iz uslova da je prva varijacija potencijalne energije grednog nosača jednaka nuli. Ukupna potencijalna energija za gredni nosač dužine L , promenljivog poprečnog preseka, opterećen aksijalnom silom pritiska na krajevima može se prikazati u sledećem obliku:

$$\Pi = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 dx - \frac{P}{2} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx \quad (2.24)$$

Usvajaju se odgovarajuće funkcije pomeranja koje zadovoljavaju granične uslove po pomeranjima:

$$\bar{w} = \sum_{i=1}^n a_i \cdot f_i(x) \quad (2.25)$$

gde su: $f_i(x)$ poznate funkcije pomeranja izabrane tako da zadovoljavaju granične uslove po pomeranjima, a a_i su parametri koje treba odrediti.

-Galerkin-ova metoda

Primenom ove metode se takođe može aproksimativno odrediti kritična sila izvijanja. Glavna razlika u odnosu na prethodnu metodu je u tome što se Galerkin-ova metoda zasniva na diferencijalnoj jednačini elastične linije grednog nosača, dok se u Rayleigh-Ritz-ovoj metodi polazi od izraza za potencijalnu energiju grednog nosača. Usvajanjem odgovarajuće funkcije pomeranja (2.25) i uz zadovoljavanje graničnih uslova dobija se Galerkin-ova jednačina čijim rešavanjem se dobija kritično opterećenje. Za prostu gredu dužine L , promenljivog poprečnog preseka, opterećenu aksijalnom silom pritiska na krajevima Galerkin-ova jednačina ima sledeći oblik:

$$\int_0^L \left(EI \cdot \frac{d^4}{dx^4} + P \cdot \frac{d^2}{dx^2} \right) \cdot f_l(x) dx = 0 \quad (2.26)$$

3. EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE AKSIJALNE NOSIVOSTI I STABILNOSTI CFT STUBOVA

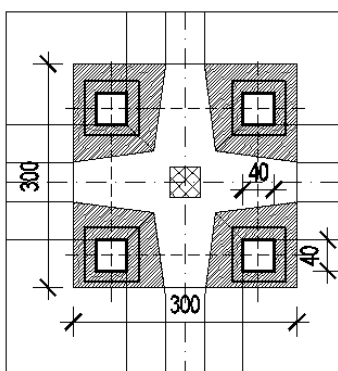
3.1 OPREMA ZA ISPITIVANJE

U disertaciji je prikazano eksperimentalno ispitivanje aksijalne nosivosti čeličnih i CFT kratkih stubova, stabilnosti CFT umereno vitkih i vitkih stubova koji su sa gornje strane zglobno oslonjeni, a sa donje zglobno oslonjeni ili uklješteni. Takođe, prikazano je i eksperimentalno ispitivanje stabilnosti umereno vitkih CFT stubova analizirajući krutost veze stuba i utisnutog šipa prečnika $\varnothing 450$ mm. Za potrebe izvođenja ispitivanja konstruisana je specijalna garnitura prikazana na slici 3.1. Garnitura se sastoji od spoljašnjeg nepokretnog čeličnog rama dimenzija $2300\text{ mm} \cdot 900\text{ mm} \cdot 900\text{ mm}$ sa dve hidraulične prese prečnika $\varnothing 200$ mm, kao i unutrašnjeg pokretnog čeličnog rama dimenzija $2400\text{ mm} \cdot 600\text{ mm} \cdot 600\text{ mm}$. Spoljašnji čelični ram predstavlja balast, dok se unutrašnjim čeličnim ramom na uzorak nanosi sila pritiska. Hod presa je 40 cm. Hidraulične prese se pokreću pomoću dva elektromotora (snage 7 kW i 10k W) sa dve hidraulične pumpe (za niži i viši pritisak). Kapacitet presa je 300 bari, a što znači da je moguće ostvariti silu inteziteta od oko 1885 kN. Na kraju svakog radnog hoda hidraulične prese meri se pritisak na manometru i on se unosi u radnu tabelu. Zavisnost između pritiska prikazanog na manometru i sile je linearna.



Slika 3.1 Garnitura sa hidrauličnim presama

Da bi moglo da se nanese relativno veliko opterećenje, potrebno je da postoje uslovi za formiranje kontra tereta suprotno silama pritiska. Kao kontra teret koristi se betonski blok dimenzija $300\text{ cm} \cdot 300\text{ cm} \cdot 100\text{ cm}$, pri čemu se sila zatezanja na betonski blok prenosi preko osam visokovrednih anкера $\text{Ø}25\text{ mm}$ dužine $L=25\text{ cm}$ koji su zavareni za rebrastu armaturu $\text{Ø}25\text{ mm}$ i ubetonirani u betonski blok (sl. 3.2). Raspored ovih anкера mora biti usklađen sa položajem spoljašnjeg i unutrašnjeg čeličnog rama garniture. Unutar betonskog bloka ostavljaju se otvori dimenzija $40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm}$ potrebni za postavljanje uzoraka.



Slika 3.2 Osnova betonskog bloka

Spravljenje betona vršeno je u fabrici GP "NAPRED" a.d., dok je betoniranje vršeno u objektu GP "NAPRED" a.d. uz nabijanje betona metalnom šipkom u nekoliko slojeva u zavisnosti od dužine stuba. Uzorci koji odgovaraju kratkim CFT stubovima (u narednom tekstu označeni sa *C1* i *C2*) betonirani su istog dana, pri čemu su uzeta 3 kontrolna uzorka. Kontrolni uzorci betonirani su u čeličnim kalupima oblika cilindra dimenzija $150\text{ mm} \cdot 300\text{ mm}$ [45]. Usvojena je srednja vrednost čvrstoće betona na pritisak koja iznosi $f'_c = 30.5\text{ MPa}$. Uzorci koji odgovaraju umereno vitkim i vitkim CFT stubovima (u narednom tekstu označeni sa *C3*, *C4*, *C5*, *C6*, *C7*, *C8*, *C9* i *C10*) betonirani su istog dana, pri čemu su takođe uzeta 3 kontrolna uzorka. I u ovom slučaju kontrolni uzorci su betonirani u čeličnim kalupima oblika cilindra dimenzija $150\text{ mm} \cdot 300\text{ mm}$. Usvojena je srednja vrednost čvrstoće betona na pritisak koja iznosi $f'_c = 26.70\text{ MPa}$. Može se zaključiti da ispitani uzorci zadovoljavaju klasu betona C30/37 za kratke stubove, odnosno C25/30 za umereno vitke i vitke stubove.

Kako bi se ostvarilo centrično unošenje opterećenja primenjen je specijalni uređaj-kalota. Opterećenje za svaki ispitani uzorak je naneto u inkrementima od po 5 bara, što odgovara sili od 31.42 kN. Nanošenje opterećenja do loma je trajalo oko 3 min za svaki ispitani uzorak, pa se može smatrati da je opterećenje kratkotrajno. Kako bi se opterećenje nanelo istovremeno na čelični profil i betonsko jezgro prilikom betoniranja stuba izbetonirano je nekoliko centimetara betonskog jezgra više od dužine čeličnog profila. Zatim je, na dan ispitivanja brusilicom za beton fino poravnata gornja i donja površina stuba.

3.2 ISPITIVANJE AKSIJALNE NOSIVOSTI ČELIČNIH I CFT KRATKIH STUBOVA

Ispitana je aksijalna nosivost četiri uzorka i to dva čelična i dva spregnuta CFT stuba i označena su sa *S1*, *S2*, *C1* i *C2* (sl.3.3). Uzorci *S1* i *S2* su čelični stubovi kružnog šupljeg profila (bez betonske ispune), dužine $L=0.50\text{ m}$ i $L=1.00\text{ m}$, respektivno. Uzorci *C1* i *C2* su spregnuti CFT stubovi, kod kojih je čelični kružni šuplji profil (istih dimenzija kao uzorci *S1* i *S2*) ispunjen betonom, dužine $L=0.50\text{ m}$ i $L=1.00\text{ m}$, respektivno. Analizirana je

nosivost čeličnog stuba i odgovarajućeg CFT stuba i određen je doprinos nosivosti betonske ispune.

Odnos spoljašnjeg prečnika i debljine zida čeličnog profila iznosi $D/t = 101.6 \text{ mm} / 2.7 \text{ mm}$. Čelik je kvaliteta S355. Beton koji ispunjava čelični profil je klase C30/37, trofrakcijskog granulometrijskog sastava pri čemu srednja vrednost ispitane čvrstoće betona na pritisak na cilindru dimenzija $150 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}$ iznosi $f'_c = 30.5 \text{ MPa}$. Opterećenje je naneto u inkrementima, preko krute ploče zavarene na gornjem kraju čeličnog stuba i CFT stuba.

Pomoću uređaja dozne tipa C6A2MN kojom je moguće izmeriti silu do 2000 kN sa tačnošću od $\pm 0.1 \text{ kN}$ kontinualno je izmerena sila. Pomoću ugibomera tipa W100 (Induktive Standard Displacement Transducers) kojima je moguće izmeriti vertikalno pomeranje odnosno skraćenje stuba sa tačnošću od $\pm 0.01 \text{ mm}$ kontinualno je izmereno skraćenje stuba. Do loma uzoraka dužine $L = 0.50 \text{ m}$ i $L = 1.00 \text{ m}$ došlo je usled plastifikacije čeličnog profila. Dobijeni rezultati su prikazani u poglavlju 4.



Slika 3.3 Slike ispitanih uzoraka

3.3 ISPITIVANJE STABILNOSTI UMERENO VITKIH I VITKIH CFT STUBOVA

Eksperimentalna ispitivanja umereno vitkih i vitkih CFT stubova su vršena na postojećem objektu GP "NAPRED" koji se rekonstruiše i nadziđuje, pri čemu je primenjena "top down" metoda gradnje. Kako bi se obezbedila potrebna visina za izvođene eksperimentalnih ispitivanja konstruisana je garnitura za vertikalni transport iskopanog materijala (sl. 3.4). Garnitura se sastoji od kible zapremine oko 2 m³ koja se kreće po čeličnoj konstrukciji sa vodičama. Pokretanje ove kible vrši se pomoću elektromotora sa reduktorom. Na ovaj način obezbeđena je visina od 4.70 m ispod postojeće temeljne ploče koja je potrebna za obavljanje eksperimentalnih ispitivanja.



Slika 3.4 Garnitura za vertikalni transport iskopanog materijala

Ispitana je stabilnost četiri uzorka dužine $L=4.00$ m označena sa *C3*, *C4*, *C5* i *C6*. Uzorci *C3* i *C4* su spregnuti CFT stubovi koji su sa donje strane uklješteni u čeličnu ploču dimenzija $450\text{ mm} \cdot 450\text{ mm} \cdot 30\text{ mm}$. Sa gornje strane uzorcima je sprečeno horizontalno pomeranja, a dozvoljena je rotacija i vertikalno pomeranje, što odgovara pokretnom osloncu. Uzorci *C5* i *C6* su spregnuti CFT stubovi koji su i sa donje i gornje strane zglavkasto oslonjeni.

Odnos spoljašnjeg prečnika i debljine zida čeličnog profila za uzorak C3 je $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, dok je za uzorak C4 $D/t = 114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$. Čelik je kvaliteta S355. Beton koji ispunjava čelični profil je klase C25/30, pri čemu srednja vrednost ispitane čvrstoće betona na pritisak na cilindru dimenzija $150 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}$ iznosi $f'_c = 26.70 \text{ MPa}$.

Pomoću dozne i ugibomera, postavljenih na vrhu stuba kontinualno je izmerena sila i vertikalno pomeranje, odnosno skraćenje stuba. Pomoću ugibomera postavljenih na $0.35 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba se meri horizontalno pomeranje. I u ovom slučaju, kao i za sve naredne ispitane uzorke ostvarena je tačnost $\pm 0.1 \text{ kN}$ za silu i 0.01 mm za vertikalno i horizontalno pomeranje. Na slici 3.5 prikazano je postavljanje ugibomera za merenje horizontalnih pomeranja uzoraka, dok su na slici 3.6 prikazane slike ispitanih uzoraka C3 i C4.



Slika 3.5 Postavljanje ugibomera za merenje horizontalnih pomeranja uzoraka



Slika 3.6 Slike ispitanih uzorkak

I u ovom slučaju opterećenje je naneto u inkrementima i pomoću dozne postavljene na vrhu stuba kontinualno je izmerena sila. Pomoću ugibomera postavljenih na $0.50 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba kontinualno je izmereno horizontalno pomeranje. Na slici 3.7 prikazani su uslovi oslanjanja uzoraka C5 i C6.



Slika 3.7 Uslovi oslanjanja uzoraka C5 i C6

3.4 ISPITIVANJE STABILNOSTI UMERENO VITKIH I VITKIH CFT STUBOVA UZIMAJUĆI U OBZIR KRUTOST VEZE STUBA I ŠIPA

U ovom delu eksperimentalnog ispitivanja analizirana je stabilnost CFT stubova dužine $L=4.00$ m koji su povezani sa utisnutim šipovima prečnika $\varnothing 450$ mm i dužine $L=7.50$ m. Ispitivanje je izvršeno na četiri uzorka koji su označeni sa C7, C8, C9 i C10. Pre ispitivanja stabilnosti CFT stuba izvršeno je utiskivanje šipa. Šipovi su utisnuti u segmentima dužine 1.50 m. Na manometru se očitava sila na početku, u sredini i na kraju svakog utisnutog segmenta. Očitana vrednost pritiska na kraju poslednjeg utisnutog segmenta pomnožena sa površinom poprečnog preseka cilindra daće ostvarenu silu utiskivanja koja u ovom slučaju iznosi 1130.40 kN. Veza utisnutog šipa sa CFT stubom ostvarena je pomoću čelične ploče dimenzija $450\text{ mm} \cdot 450\text{ mm} \cdot 30\text{ mm}$. Odnos spoljašnjeg prečnika i debljine zida čeličnog profila za uzorke C7, C8, C9 i C10 iznosi, respektivno: $101.6\text{ mm}/2.7\text{ mm}$, $101.6\text{ mm}/4.0\text{ mm}$, $114.3\text{ mm}/2.7\text{ mm}$, $114.3\text{ mm}/4.0\text{ mm}$. Čelik je kvaliteta S355. Beton koji ispunjava čelični profil je klase C25/30, pri čemu srednja vrednost ispitane čvrstoće betona na pritisak na cilindru dimenzija $150\text{ mm} \cdot 300\text{ mm}$ iznosi $f'_c=26.70$ MPa. Opterećenje se nanosi u inkrementima, dok se pomoću dozne postavljene na vrhu stuba kontinualno meri sila. Pomoću ugibomera postavljenih na $0.35 \cdot L$, $0.4 \cdot L$ i $0.50 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba kontinualno se meri horizontalno pomeranje. Na slikama 3.8 prikazani

su uzorci *C7*, *C8*, *C9* i *C10*, respektivno, dok je na slici 3.9 prikazan detalj oslanjanja CFT stuba i šipa, kao i odgovarajuće merne trake.





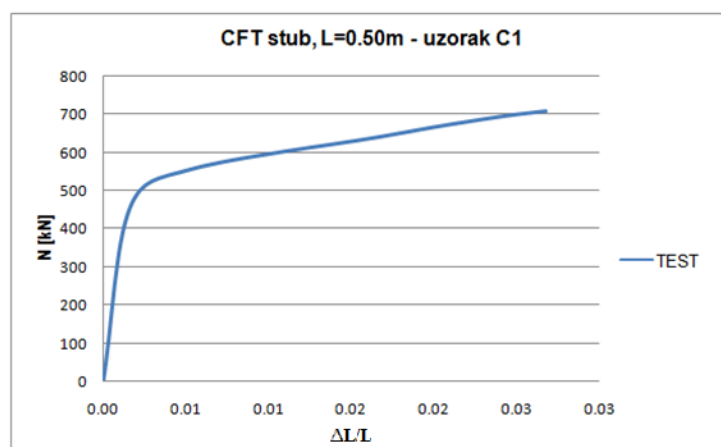
Slika 3.8 Slike ispitanih uzoraka



Slika 3.9 Detalj oslanjanja CFT stuba i šipa sa mernim trakama

4. PRIKAZ I OBRADA REZULTATA EKSPERIMENTALNIH ISPITIVANJA

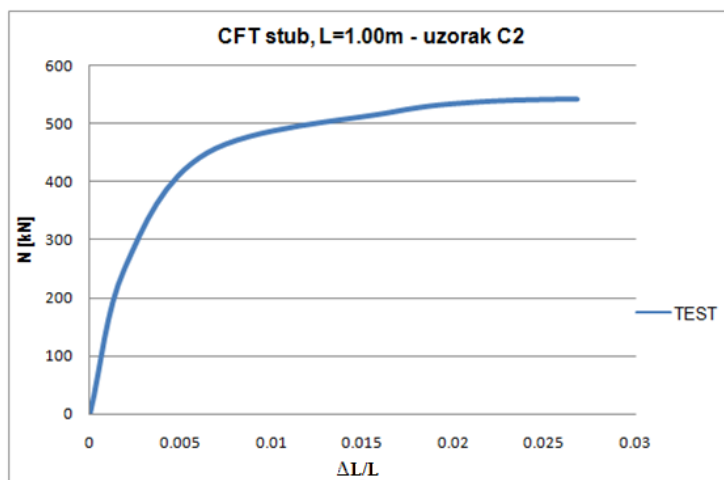
U ovom poglavlju prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja. Analizirana je nosivost čeličnog stuba i odgovarajućeg CFT stuba i određen je doprinos nosivosti betonske ispune. Eksperimentalna ispitivanja sprovedena su na kratkim čeličnim stubovima (uzorci *S1* i *S2*) i CFT stubovima (uzorci *C1* i *C2*) dužine $L=0.50$ m i $L=1.00$ m. Dimenzije poprečnog preseka, kao i karakteristike materijala ispitanih uzoraka prethodno su opisane u poglavlju 3.1. Primenom dozne i ugibomera kontinualno je merena sila i vertikalno pomeranje, odnosno skraćenje stuba čijim diferenciranjem je dobijena dilatacija. Na slici 4.1. prikazan je dijagram zavisnosti granične sile N i inženjerske dilatacije $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ za CFT stub dužine $L=0.50$ m (uzorak *C1*), dok je na slici 4.2 prikazan dijagram zavisnosti granične sile N i dilatacije ε za CFT stub dužine $L=1.00$ m (uzorak *C2*).



Slika 4.1 Dijagram $N - \frac{\Delta L}{L}$ za CFT stub dužine $L=0.50$ m

Sa dijagrama (sl. 4.1) se može uočiti da aksijalna sila raste približno linearno sve do vrednosti od oko 400 kN i dilatacije od oko 0.0025. Sa daljim porastom opterećenja ponašanje materijala je plastično sa ojačanjem.

Ukoliko se dužina stuba poveća na vrednost od 1.00 m neelastično ponašanje materijala javlja se značajno ranije, pri sili od oko 200 kN i dilataciji od približno 0.001 (sl. 4.2).

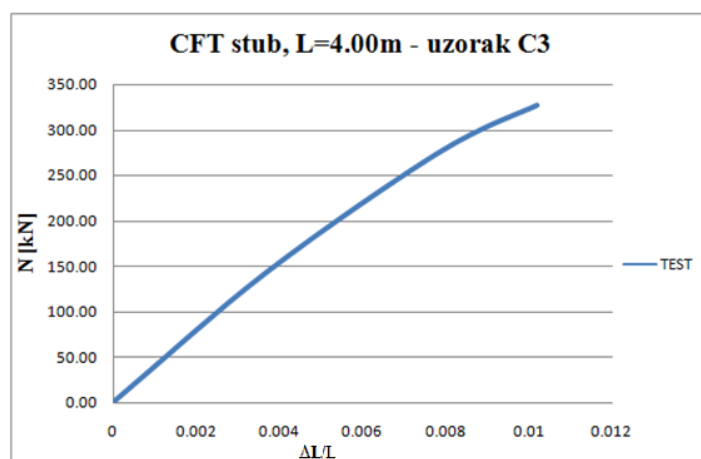


Slika 4.2 Dijagram $N - \frac{\Delta L}{L}$ za CFT stub dužine $L=1.00$ m

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da na aksijalnu nosivost CFT stuba značajan uticaj ima dužina stuba. Sa porastom dužine stuba od 0.50 m na 1.00 m granična sila CFT stuba je manja 1.26 puta. Na osnovu rezultata ekperimentalnih ispitivanja granična vrednost sile čeličnog stuba dužine $L=0.50$ m iznosi 315.8 kN, dok granična vrednost sile CFT stuba iznosi 701.7 kN. Na osnovu ovih rezultata može se zaključiti da doprinos betonske ispune na nosivost stuba iznosi $701.7-315.8=385.9$ kN, odnosno da čvrstoća utegnutog betona iznosi $f'_{cc} = \frac{385.9}{\frac{(D-2t)^2 \cdot \pi}{4}} = 53.1$ MPa. Slično, na osnovu rezultata ekperimentalnih istraživanja granična vrednost sile čeličnog stuba dužine $L=1.00$ m iznosi 297.8 kN, dok granična vrednost sile CFT stuba iznosi 555.6 kN. Na osnovu ovih rezultata može se zaključiti da doprinos betonske ispune na nosivost stuba iznosi 257.7 kN, odnosno da čvrstoća utegnutog betona iznosi $f'_{cc}=35.5$ MPa.

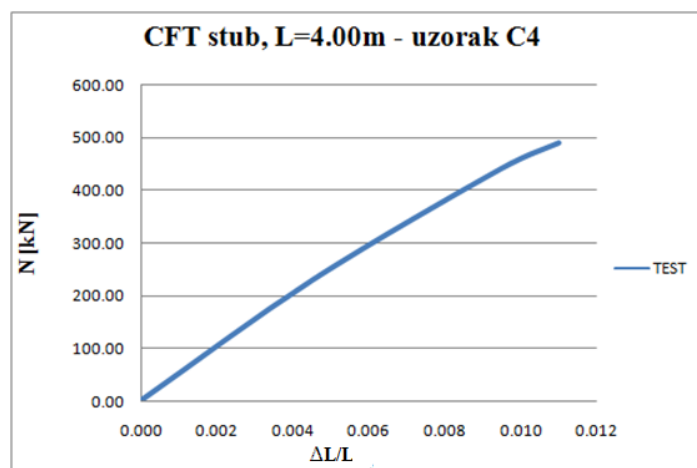
Drugi deo eksperimentalnog ispitivanja obuhvata analizu stabilnosti CFT stubova dužine $L=4.00$ m. Uzorci *C3* i *C4* su spregnuti CFT stubovi koji su sa donje strane uklješteni, a sa gornje strane zglavkasto oslonjeni, dok su uzorci *C5* i *C6* spregnuti CFT stubovi koji su i sa donje i sa gornje strane zglavkasto oslonjeni. Dimenzije poprečnog preseka, kao i

karakteristike materijala ispitanih uzoraka prethodno su opisane u pogavlju 3.2. Na slici 4.3 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja od inženjerske dilatacije za uzorak C3. Gubitak stabilnosti CFT stuba ostvaren je pri sili od 327.7 kN, dok izmereno maksimalno horizontalno pomeranje na $0.35 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba je 41.24 mm.



Slika 4.3 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak C3

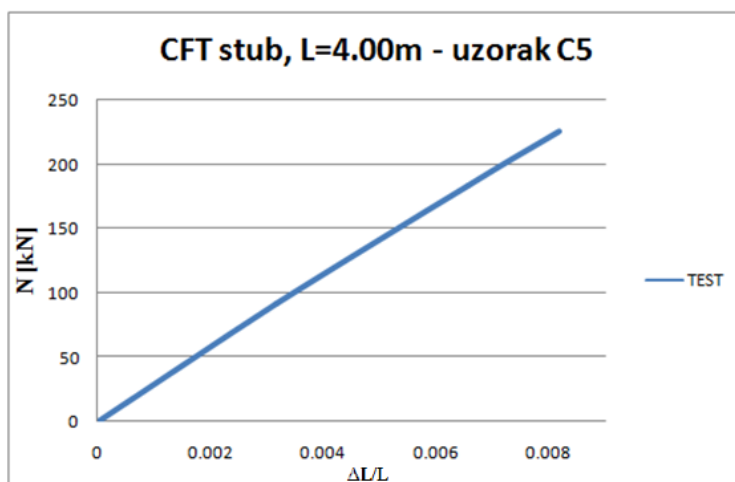
Na slici 4.4 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja od inženjerske dilatacije za uzorak C4. Gubitak stabilnosti CFT stuba ostvaren je pri sili od 489.1 kN, dok izmereno maksimalno horizontalno pomeranje na $0.35 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba iznosi 43.27 mm.



Slika 4.4 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak C4

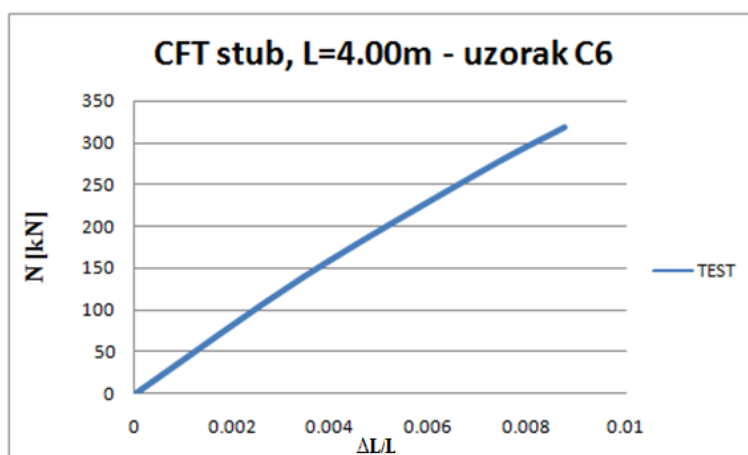
Na osnovu oblika dijagrama može se zaključiti da je ponašanje uzoraka *C3* i *C4* približno elastično. Međutim, došlo je i do plastifikacije određenog dela preseka.

Na slici 4.5 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja od inženjerske dilatacije za uzorak *C5*. Gubitak stabilnosti CFT stuba ostvaren je pri sili od 226.0 kN, dok izmereno maksimalno horizontalno pomeranje na $0.5 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba iznosi 32.93 mm.



Slika 4.5 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak *C5*

Na slici 4.6 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja od inženjerske dilatacije za uzorak *C6*. Gubitak stabilnosti CFT stuba ostvaren je pri sili od 319.0 kN, dok izmereno maksimalno horizontalno pomeranje stuba iznosi 36.45 mm.

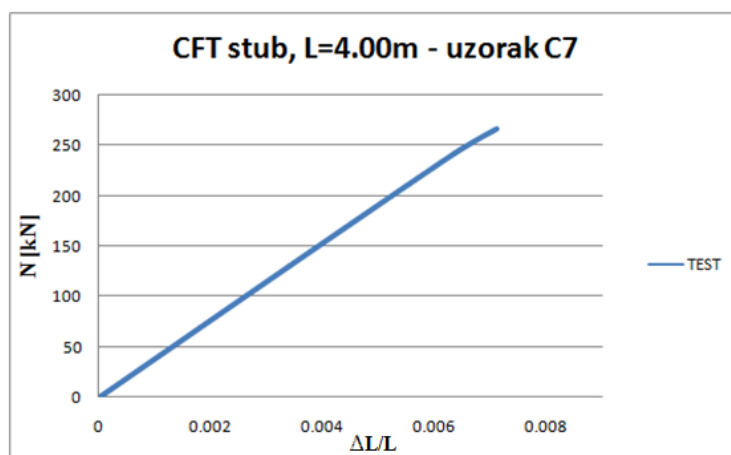


Slika 4.6 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak *C6*

Na osnovu oblika dijagrama može se zaključiti da je ponašanje uzoraka *C5* i *C6* elastično, odnosno da je do gubitka stabilnosti ovih CFT stubova došlo u elastičnoj oblasti. Elastično ponašanje uzoraka *C5* i *C6* se moglo i očekivati, s obzirom da je reč o vitkim stubovima.

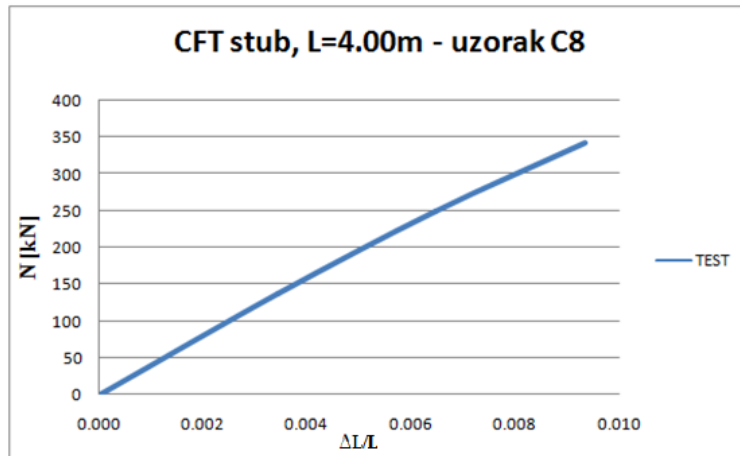
Treći deo eksperimentalnog ispitivanja obuhvata analizu stabilnosti CFT stubova dužine $L=4.00$ m koji su preko krute čelične ploče povezani za utisnute šipove (uzorci *C7*, *C8*, *C9* i *C10*). Dimenzije poprečnog preseka, kao i karakteristike materijala ispitanih uzoraka prethodno su opisane u poglavlju 3.3.

Gubitak stabilnosti uzorka *C7* ostvaren je pri sili od 266.7 kN, dok izmereno odgovarajuće maksimalno horizontalno pomeranje iznosi 25.77 mm na $0.4 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba. Na slici 4.7 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja P_{cr} od inženjerske dilatacije.



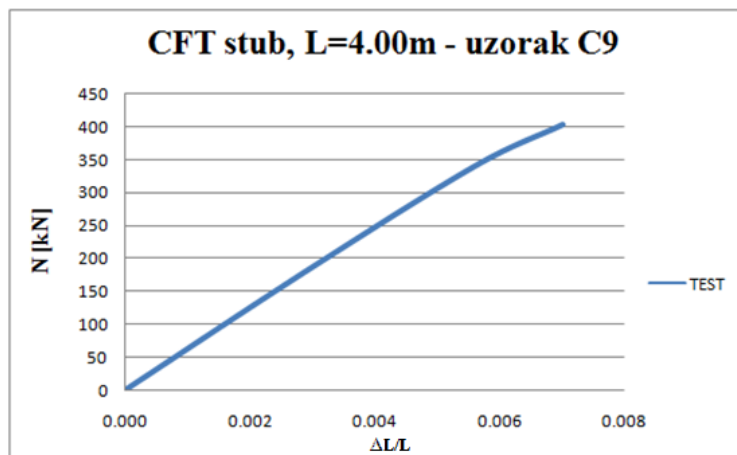
Slika 4.7 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak *C7*

Na slici 4.8 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja P_{cr} od inženjerske dilatacije za uzorak *C8*. Gubitak stabilnosti CFT stuba ostvaren je pri sili od 343.0 kN, dok izmereno maksimalno horizontalno pomeranje stuba iznosi 35.56 mm na $0.4 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba.



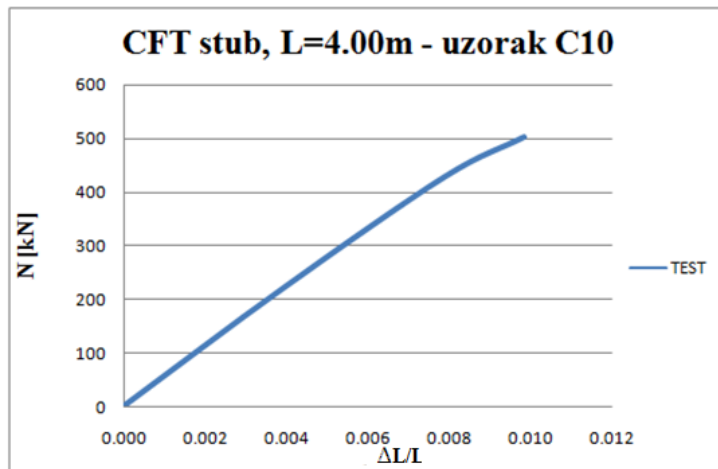
Slika 4.8 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak C8

Na slici 4.9 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja P_{cr} od inženjerske dilatacije za uzorak C9. Gubitak stabilnosti CFT stuba ostvaren je pri sili od 402.9 kN, dok izmereno maksimalno horizontalno pomeranje stuba iznosi 27.71 mm na $0.4 \cdot L$ od gornjeg kraja stuba.



Slika 4.9 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak C9

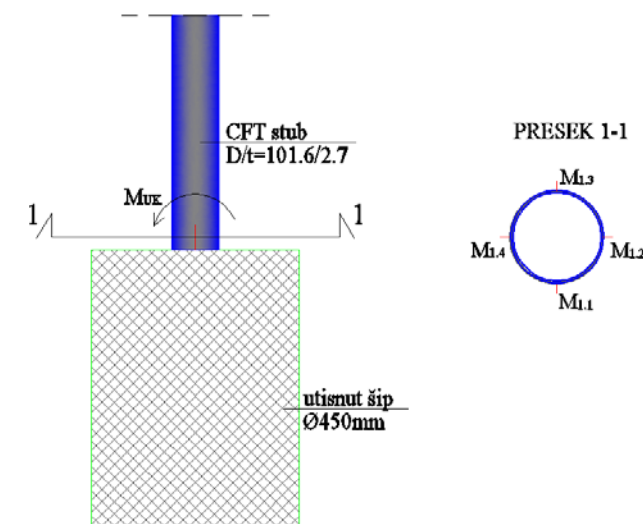
Na slici 4.10 prikazan je dijagram zavisnosti kritične sile izvijanja P_{cr} od inženjerske dilatacije za uzorak C10. Gubitak stabilnosti CFT stuba ostvaren je pri sili od 503.8 kN, dok izmereno maksimalno horizontalno pomeranje stuba iznosi 39.43 mm.



Slika 4.10 Dijagram $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ za uzorak C10

Na osnovu oblika dijagrama $P_{cr} - \frac{\Delta L}{L}$ može se zaključiti da je ponašanje uzoraka C7, C8, C9 i C10 približno elastično. Do gubitka stabilnosti uzoraka došlo je u elastičnoj oblasti izvijanja, odnosno nije prekoračen napon na granici proporcionalnosti. Ova pojava je i očekivana s obzirom da je reč o vitkim CFT stubovima.

Pomoću mernih traka postavljenih na spoju utisnutog šipa i CFT stuba za uzorak C7 izmerene su dilatacije. Na slici 4.11 prikazan je položaj postavljenih mernih traka, dok su u tabeli 4.1 prikazani rezultati merenja.



Slika 4.11 Položaj postavljenih mernih traka

Tabela 4.1. Eksperimentalni rezultati merenja dilatacija

Merne trake	M 1.1.	M 1.2.	M 1.3.	M 1.4.
Dilatacija	$-444.47 \cdot 10^{-6}$	$-1807.70 \cdot 10^{-6}$	$-590.75 \cdot 10^{-6}$	$-360.63 \cdot 10^{-6}$

Na osnovu dobijenih rezultata dilatacija moguće je odrediti moment savijanja na spoju utisnutog šipa i CFT stuba primenom izraza (4.1) - (4.5), gde je efektivna krutost na savijanje spregnutog preseka po teoriji drugog reda $EI_{eff,II}$ sračunata prema EC4 [1] :

$$\sigma_{max} = E \cdot \varepsilon_{max} \quad (4.1)$$

$$\sigma_{min} = E \cdot \varepsilon_{min} \quad (4.2)$$

$$\sigma_{max,min} = \frac{N}{A} \pm \frac{M_{uk}}{I_{eff,II}} \cdot R \quad (4.3)$$

pri čemu su: ε_{max} i ε_{min} -maksimalna i minimalna dilatacija izmerena u dva upravna pravca, E -modul elastičnosti materijala, N -aksijalna sila, M_{uk} -moment savijanja na spoju utisnutoj šipa i CFT stuba, $I_{eff,II}$ -efektivni moment inercije spregnutog preseka, R -poluprečnik spregnutog preseka.

Ako se od izraza (4.1) oduzme izraz (4.2) i ubaci u izraz (4.3) dobija se sledeća relacija:

$$E \cdot |\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}| = 2 \cdot \frac{M_{uk}}{I_{eff,II}} \cdot R \quad (4.4)$$

odnosno:

$$|\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}| = \frac{M_{uk}}{EI_{eff,II}} \cdot D \quad (4.5)$$

U prethodnom izrazu nepoznata vrednost je moment savijanja na spoju utisnutog šipa i CFT stuba (uzorak C7) koji se može izračunati na sledeći način:

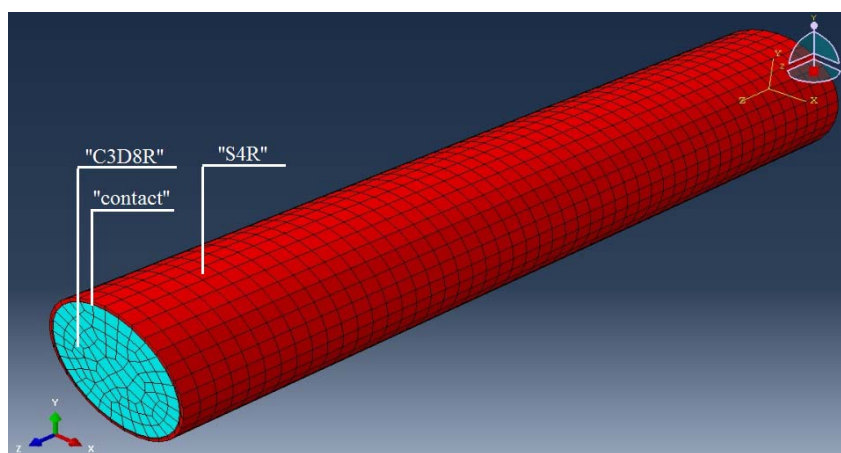
$$M = \frac{|\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}| \cdot EI_{eff,II}}{D} = \frac{|1807.70 - 360.63| \cdot 10^{-6} \cdot 254.45}{0.1016} = 3.62 \text{ kNm}$$

5. NUMERIČKO MODELIRANJE AKSIJALNE NOSIVOSTI I STABILNOSTI CFT STUBOVA PRIMENOM RAČUNARSKOG PROGRAMA ABAQUS

5.1 NUMERIČKO MODELIRANJE AKSIJALNE NOSIVOSTI KRUŽNIH KRATKIH CFT STUBOVA

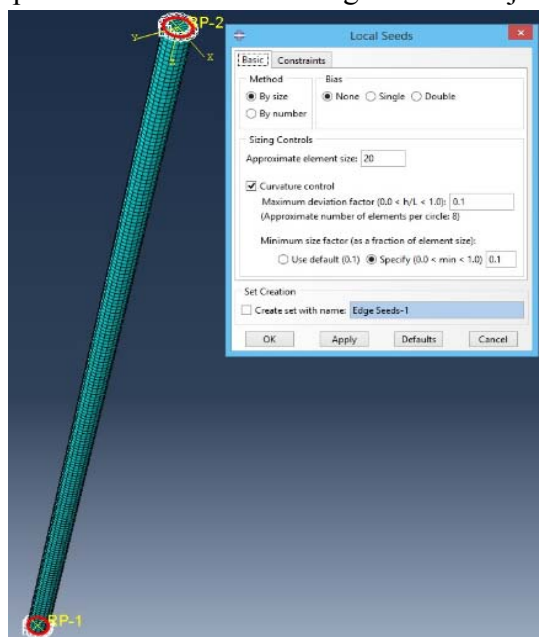
Aksijalna nosivost kružnih kratkih CFT stubova dužine $L=0.50$ m i $L=1.00$ m određena je primenom metode konačnih elemenata i računarskog programa ABAQUS [37]. Da bi se na adekvatan način modelirao CFT stub neophodno je zadati odgovarajuće konstitutivne modele za betonsko jezgro i čelični šuplji profil, kao i definisati vezu između ova dva elementa.

Za modeliranje betonskog jezgra primenjeni su C3D8R konačni elementi (8-node linear brick, reduced integration with hourglass control), za modeliranje čeličnog profila su usvojeni S4R konačni elementi (4-node general-purpose shell, reduced integration with hourglass control, finite membrane strains), dok je veza čeličnog šupljeg profila sa betonskim jezgrom modelirana pomoću "surface to surface contact" elemenata.



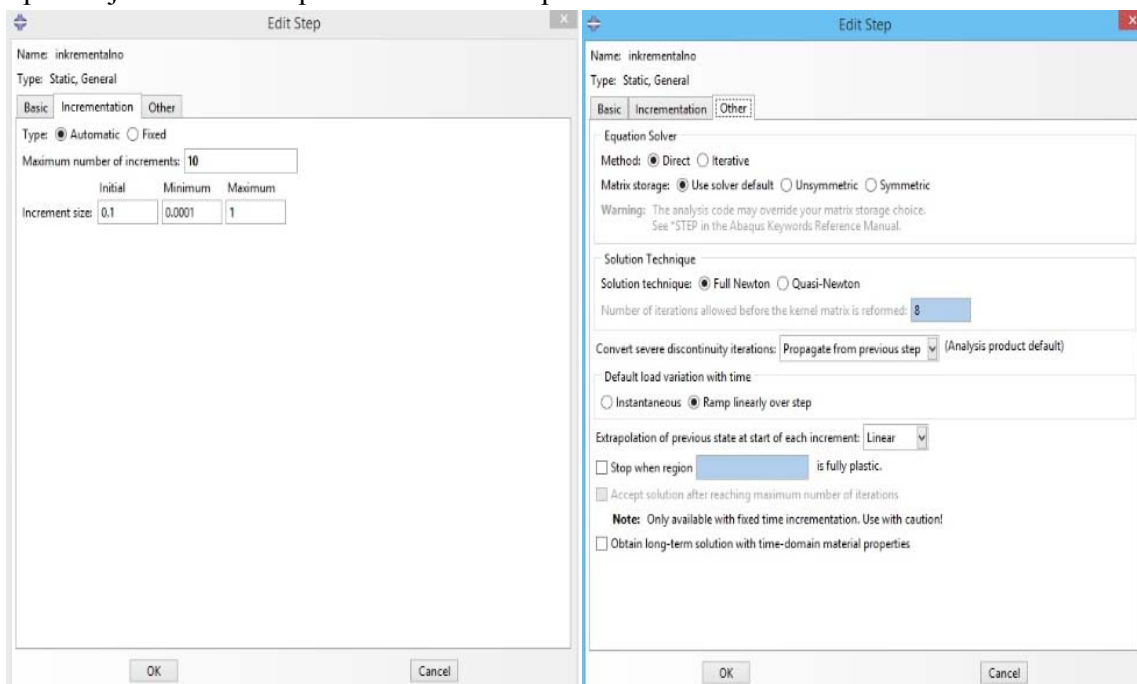
Slika 5.1 Diskretizacija CFT stuba

Na slici 5.2 prikazana je prosečna veličina konačnog elementa koja iznosi 20 mm.



Slika 5.2 Prosečna veličina konačnog elementa

Opterećenje u modelima je naneto kao površinsko opterećenje u inkrementima pri čemu rezultanta površinskog opterećenja odgovara apliciranim silama iz eksperimentalnih ispitivanja. Na slici 5.3 prikazani su ulazni parametri za nelinearnu analizu modela.

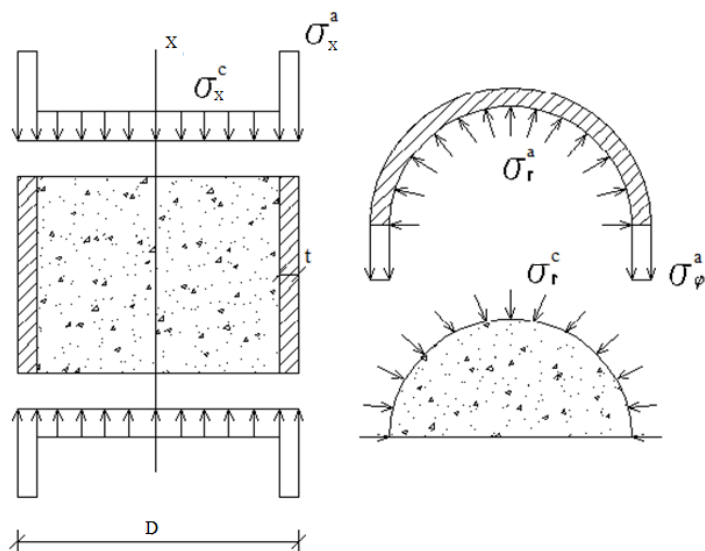


Slika 5.3 Ulazni parametri za nelinearnu analizu modela

5.1.1 Konstitutivni model za beton

Na tačnost dobijenih rezultata značajan uticaj ima usvojen konstitutivni model za beton. U disertaciji je primenjen Concrete Damaged Plasticity model [37], pri čemu je zadat ugao dilatacije od 20° [12]. Usvojen Poisson-ov koeficijent iznosi 0.2 [14, 22, 23].

Na aksijalnu nosivost kratkih kružnih CFT stubova značajan uticaj ima efekat utezanja. Pri početnom nivou opterećenja uticaj čeličnog dela preseka na betonski deo je mala s obzirom da je Poisson-ov koeficijent za čelik veći nego za beton. Pri dilataciji od približno 0.001 u betonu počinju da se javljaju mikroprrsline, pri čemu poprečne dilatacije u betonu brzo rastu [29]. Pri daljem porastu opterećenja dolazi do utezanja betona čeličnim profilom, tako da se čelični deo preseka nalazi u dvoosnom naponskom stanju, dok se betonski deo preseka nalazi u troosnom naponskom stanju. Poznato je da se tada čvrstoća betona na pritisak povećava. U tom stanju nosivost CFT stuba je veća nego zbir nosivosti pojedinačnih elemenata stuba. Na slici 5.4 prikazani su naponi u CFT stubu usled efekta utezanja pri čemu su σ_x^c i σ_x^a podužni naponi u betonskom jezgru i čeličnom profilu respektivno, σ_r^c i σ_r^a su radijalni naponi u betonskom jezgru i čeličnom profilu respektivno, dok je σ_ϕ^a tangencijalni napon u čeličnom profilu.



Slika 5.4 Naponi u CFT stubu usled efekta utezanja

Za vezu napon-dilatacija za utegnut beton usvojena je kriva prikazana na slici 5.5, a koju su predložili autori Ellobody E. i ostali [22]. Dilatacija ε'_{cc} odgovara čvrstoći utegnutog betona na pritisak f'_{cc} . Usvojeno je linearno ponašanje betona do vrednosti $0.5 \cdot f'_{cc}$. Modul elastičnosti utegnutog betona se određuje u skladu sa EC2 [45] na osnovu sledećeg izraza:

$$E_{cc} = 22000 \cdot \left[\frac{f'_{cc} + 8}{10} \right]^{0.3} \text{ [MPa]} \quad (5.1)$$

Krivolinijski deo dijagrama σ - ε na slici 5.5, koji se kreće od napona na granici proporcionalnosti $0.5 \cdot f'_{cc}$ do napona f'_{cc} , definisan je sledećim izrazom [26]:

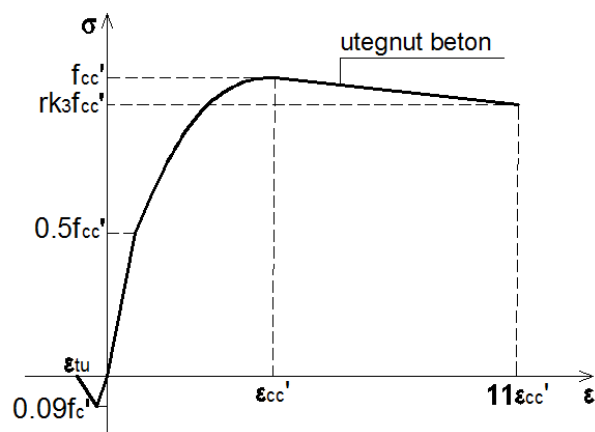
$$\sigma = \frac{E_{cc} \cdot \varepsilon}{1 + (R + R_E - 2) \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right) - (2 \cdot R - 1) \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 + R \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^3} \quad (5.2)$$

gde se koeficijenti R_E i R računaju prema sledećim izrazima:

$$R_E = \frac{E_{cc} \cdot \varepsilon}{f'_{cc}} \quad (5.3)$$

$$R = \frac{R_E \cdot (R_E - 1)}{(R_E - 1)^2} - \frac{1}{R_E} \quad (5.4)$$

dok su R_σ i R_ε jednaki 4 [46].



Slika 5.5 Dijagram $\sigma - \varepsilon$ za utegnut beton

Čvrstoća utegnutog betona na pritisak f'_{cc} i odgovarajuća dilatacija ε'_{cc} definisani su sledećim izrazima [9]:

$$f'_{cc} = f'_c + k_1 \cdot f_l \quad (5.5)$$

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon'_c \cdot \left(1 + k_2 \cdot \frac{f_l}{f'_c}\right) \quad (5.6)$$

gde su: f'_c čvrstoća neutegnutog betona na pritisak, ε'_c dilatacija koja odgovara čvrstoći neutegnutog betona na pritisak, k_1 , k_2 koeficijenti koji iznose 4.1 i 20.5 respektivno [46], dok je f_l lateralni pritisak utezanja koji zavisi od odnosa D/t i od granice razvlačenja čelika f_y i koji se može izračunati na sledeći način [23]:

$$f_l = \left(0.043646 - 0.000832 \cdot \frac{D}{t}\right) \cdot f_y \quad (5.7)$$

Opadajući deo dijagrama $\sigma - \varepsilon$ utegnutog betona na slici 5.5 u intervalu od ε'_{cc} do $11 \cdot \varepsilon'_{cc}$ je linearan i na tom delu napon u betonu f'_{cc} se redukuje do vrednosti $r \cdot k_3 \cdot f'_{cc}$. Koeficijent redukcije k_3 zavisi od odnosa D/t i od granice razvlačenja čelika f_y i može se izračunati na sledeći način [23]:

$$k_3 = 1.00 \text{ za } \frac{D}{t} \leq 40 \quad (5.8)$$

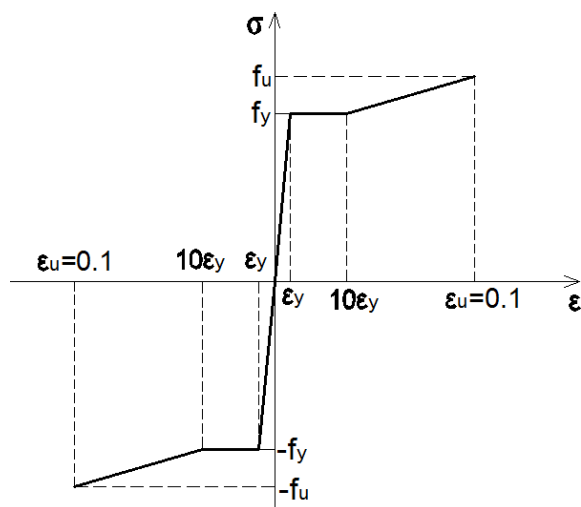
$$k_3 = 0.0000339 \cdot \left(\frac{D}{t}\right)^2 - 0.010085 \cdot \left(\frac{D}{t}\right) + 1.3491 \text{ za } 40 < \frac{D}{t} \leq 150 \quad (5.9)$$

dok je r koeficijent redukcije koji zavisi od klase betona. Za klasu betona C30/37 koeficijent redukcije iznosi 1.00 [23].

Čvrstoća betona na zatezanje f_t iznosi približno 9% čvrstoće betona na pritisak f'_c . Nakon dostizanja čvrstoće betona na zatezanje dolazi do slabljenja materijala. Može se usvojiti, kao i u programu ABAQUS, da napon zatezanja dostiže vrednost nula pri dilataciji od 0.001 [37].

5.1.2 Konstitutivni model za konstrukcioni čelik

Za konstrukcioni čelik u disertaciji je primenjen Von-Mises-ov model sa izotropnim ojačanjem. Na slici 5.6 prikazan je usvojen konstitutivni model za konstrukcioni čelik [12].

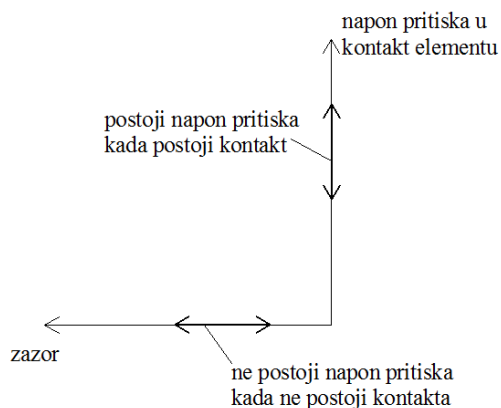


Slika 5.6 Dijagram $\sigma - \epsilon$ za konstrukcioni čelik

gde su: f_y granica razlačenja konstrukcionog čelika, ϵ_y dilatacija koja odgovara granici razlačenja, f_u granica kidanja konstrukcionog čelika i ϵ_u odgovarajuća dilatacija. Usvojen Young-ov modul elastičnosti konstrukcionog čelika iznosi 210 GPa, dok Poisson-ov koeficijent iznosi 0.3.

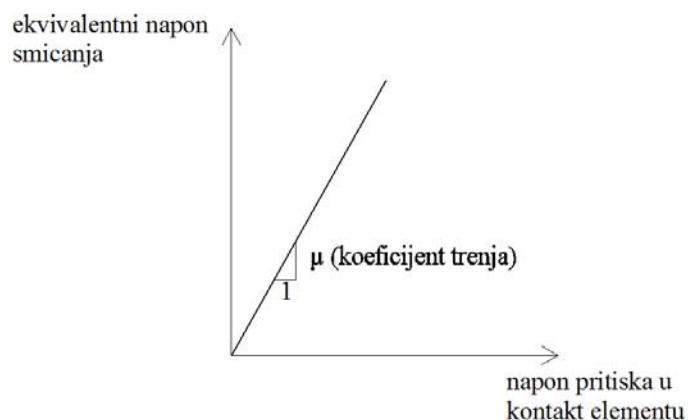
5.1.3 Veza između betonskog jezgra i čeličnog šupljeg profila

Veza čeličnog šupljeg profila sa betonskim jezgrom može se modelirati pomoću “surface to surface contact” elemenata [37]. U disertaciji su primenjeni kontakt elementi koji definišu ponašanje veze u upravnom i tangencijalnom pravcu. Za upravni pravac usvojeni su “Hard Contact” elementi (sl. 5.7), pri čemu je dozvoljeno razdvajanje kontaktnih površina usled zatezanja, ali ne i penetracija usled pritiska.



Slika 5.7 Ponašanje “Hard Contact“ elementa

Za tangencijalan pravac usvojeni su “Columb Friction Contact” elementi (sl. 5.8), pri čemu se zadaje koeficijent trenja. Prema brojnim autorima ovaj koeficijent trenja se nalazi u granicama od 0.2 do 0.6 [22, 23, 25]. U modelu usvojen koeficijent trenja iznosi 0.47 [30].



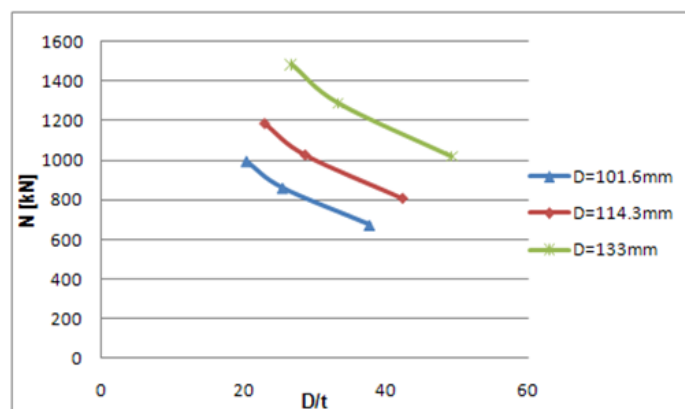
Slika 5.8 Ponašanje “Columb Friction Contact“ elementa

5.1.4 Numeričke simulacije

Primenom računarskog programa ABAQUS i usvojenih konstitutivnih modela za beton i konstrukcioni čelik opisanih u poglavljima 5.1.1 i 5.1.2 analizirani su sledeći uticaji na aksijalnu nosivost CFT stubova: uticaj odnosa D/t , uticaj dužine stuba na efekat utezanja, uticaj klase betona, uticaj kvaliteta čelika. Detaljna verifikacija rezultata prikazana je u poglavlju 7.

-Uticaj odnosa D/t na aksijalnu nosivost CFT stuba:

Razmatrani su sledeći odnosi D/t : $101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, $101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$,
 $101.6 \text{ mm}/5.0 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/5.0 \text{ mm}$,
 $133.0 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, $133.0 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, $133.0 \text{ mm}/5.0 \text{ mm}$. Dužina CFT stuba iznosi $L=0.50 \text{ m}$, klasa betona C30/37, dok je kvalitet čelika S355. Na slici 5.9 prikazani su rezultati proračuna. Može se zaključiti da granična sila N opada sa povećanjem odnosa D/t . Ova pojava je očekivana s obzirom da sa povećanjem odnosa D/t procentualno opada površina čeličnog dela CFT stuba.



Slika 5.9 Uticaj odnosa D/t na graničnu vrednost sile N

-Uticaj dužine stuba na efekat utezanja:

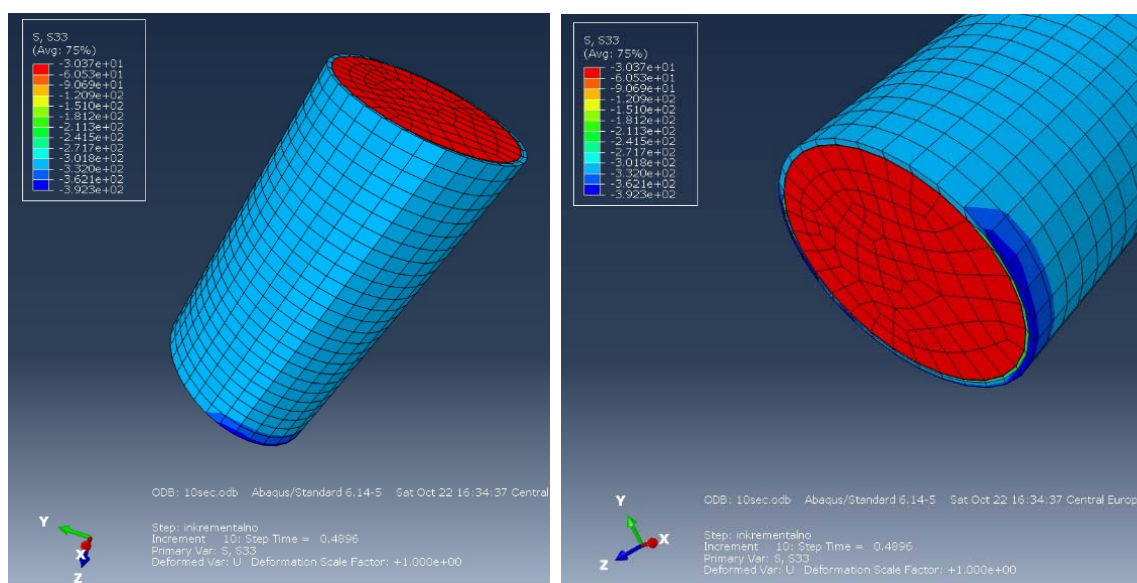
Razmatrani su kratki stubovi sledećih dužina: $L=0.25 \text{ m}$, $L=0.50 \text{ m}$, $L=0.75 \text{ m}$ i $L=1.00 \text{ m}$. Usvojena je klasa betona C30/37, odnos D/t iznosi $101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, dok je kvalitet čelika S355. Može se zaključiti da granična sila N opada sa povećanjem dužine stuba.

Za CFT stub dužine $L=0.25 \text{ m}$ na osnovu rezultata numeričkog proračuna granična vrednost sile čeličnog dela stuba može se dobiti integracijom napona i ona iznosi 329.10 kN , dok je granična vrednost sile CFT stuba 878.83 kN . Na osnovu ovih rezultata može se zaključiti da doprinos betonske ispune na nosivost stuba iznosi $878.83-329.10=549.73 \text{ kN}$, odnosno da je čvrstoća utegnutog betona $f'_{cc} = \frac{549.73}{\frac{(D-2 \cdot t)^2 \cdot \pi}{4}} = 75.63 \text{ MPa}$. Kako je klasa betona

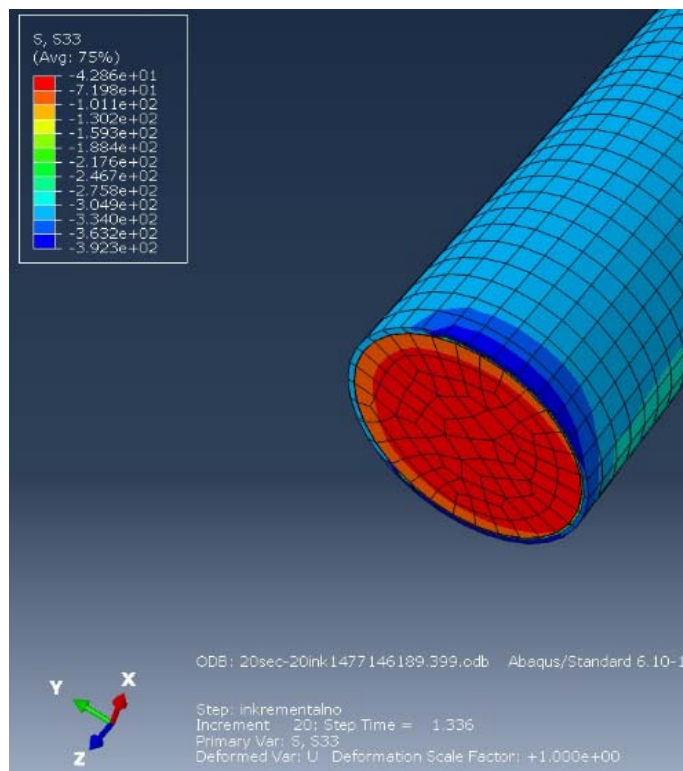
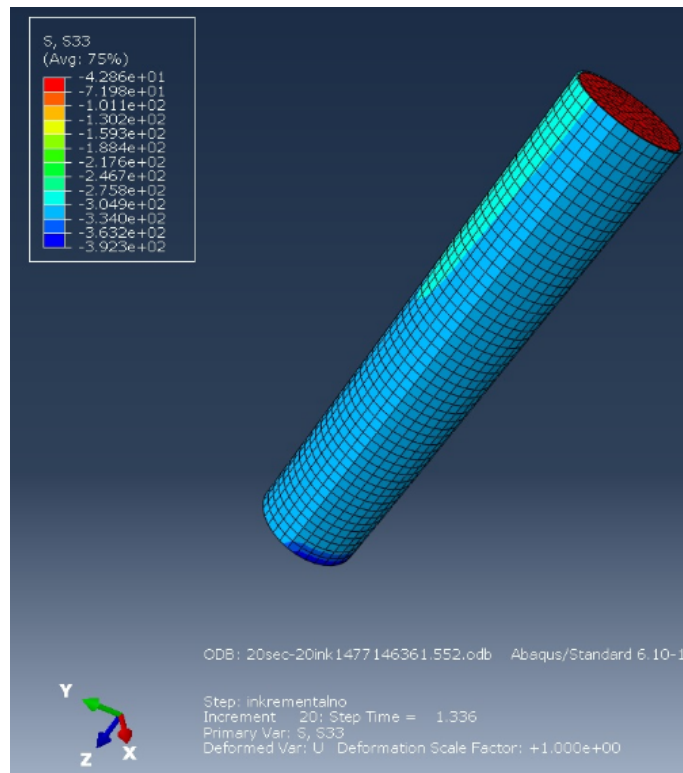
C30/37 i ako se usvoji da je $k_1 = 4.1$, lateralni pritisak utezanja f_l prema jednačini (5.5) jednak je 11.13 MPa. Rezultati proračuna prikazani su na slici 5.10.

Za CFT stub dužine $L=0.50$ m granična vrednost sile čeličnog dela stuba iznosi 329.10 kN, dok je granična vrednost sile CFT stuba 697.52 kN. Na osnovu ovih rezultata može se zaključiti da doprinos betonske ispune na nosivost stuba iznosi 368.42 kN, odnosno da je čvrstoća utegnutog betona $f'_{cc}=50.69$ MPa. U ovom slučaju lateralni pritisak utezanja f_l jednak je 5.05 MPa. Rezultati proračuna prikazani su na slici 5.11.

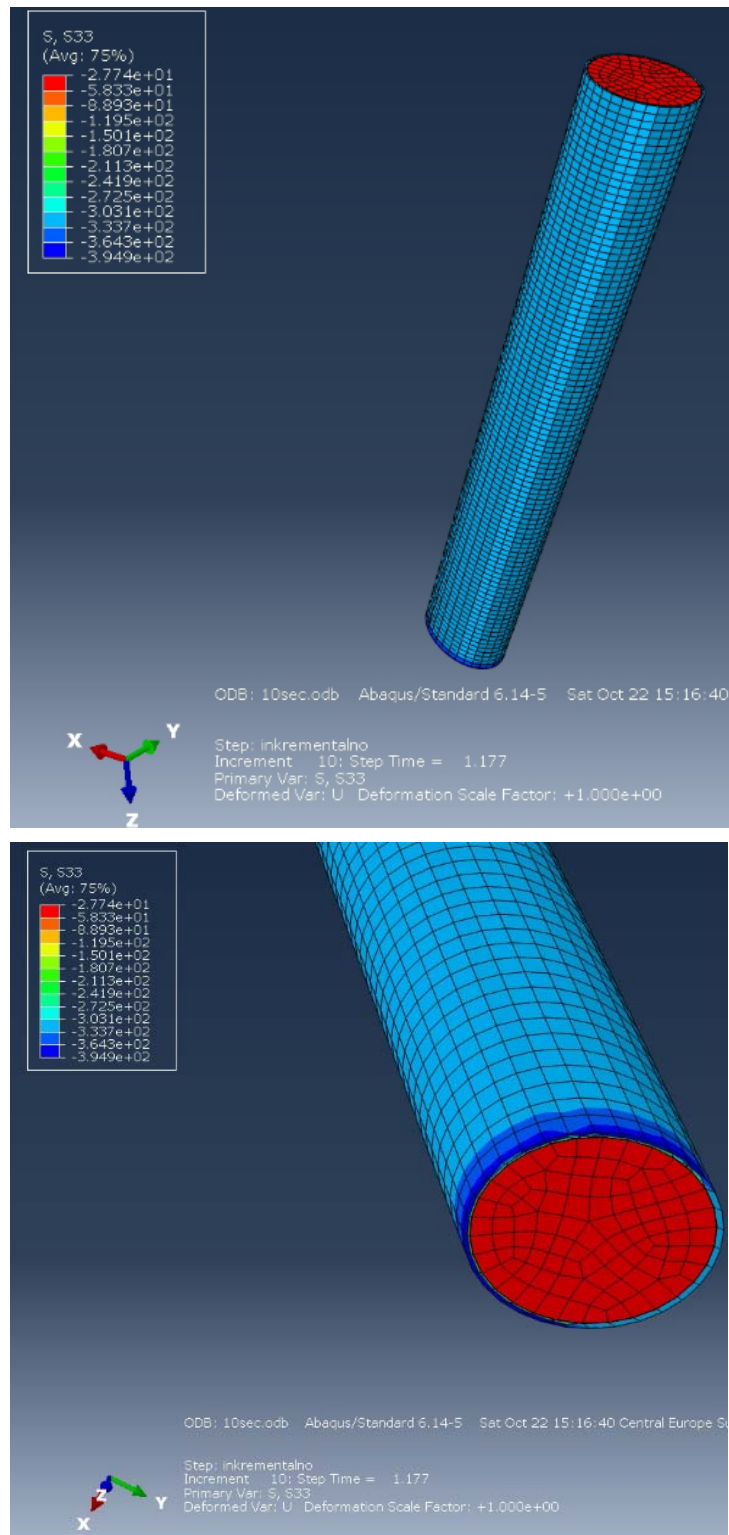
Za CFT stub dužine $L=0.75$ m granična vrednost sile čeličnog dela stuba iznosi 331.28 kN, dok je granična vrednost sile CFT stuba 574.18 kN. Doprinos betonske ispune na nosivost stuba iznosi 242.90 kN, odnosno čvrstoća utegnutog betona je $f'_{cc}=33.42$ MPa. U ovom slučaju lateralni pritisak utezanja f_l jednak je 0.83 MPa. Rezultati proračuna prikazani su na slici 5.12.



Slika 5.10 Naponi u čeličnom profilu-CFT stub dužine $L=0.25$ m

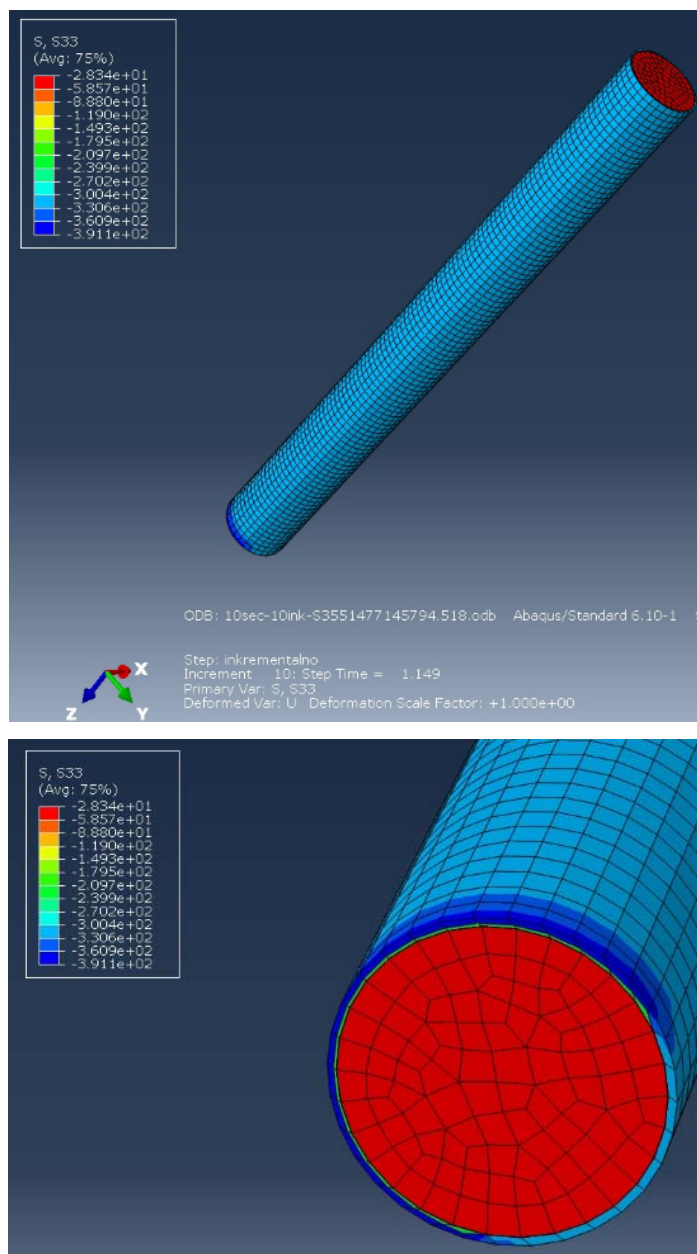


Slika 5.11 Naponi u čeličnom profilu-CFT stub dužine L=0.50 m



Slika 5.12 Naponi u čeličnom profilu-CFT stub dužine L=0.75 m

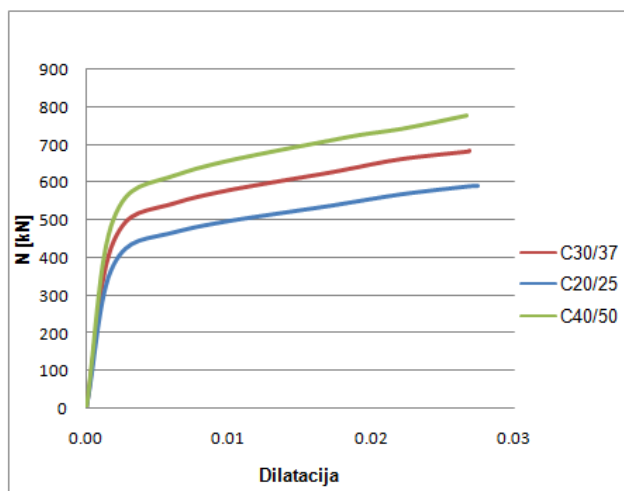
Za CFT stub dužine $L=1.00$ m granična vrednost sile čeličnog dela stuba iznosi 328.09 kN, dok je granična vrednost sile CFT stuba 568.65 kN. Doprinos betonske ispune na nosivost stuba iznosi 240.56 kN, odnosno čvrstoća utegnutog betona je $f'_{cc}=33.10$ MPa. U ovom slučaju lateralni pritisak utezanja f_l jednak je 0.76 MPa. Rezultati proračuna prikazani su na slici 5.13.



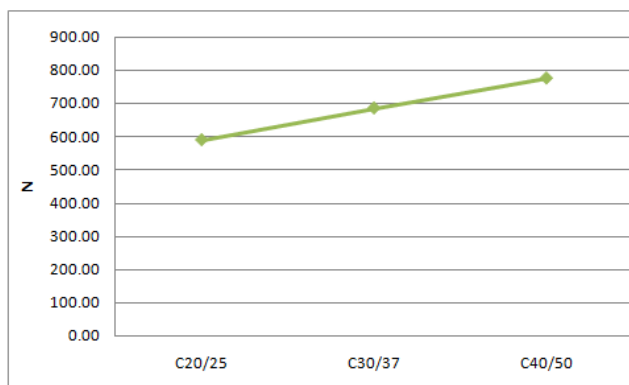
Slika 5.13 Naponi u čeličnom profilu-CFT stub dužine $L=1.00$ m

-Uticaj klase betona na aksijalnu nosivost CFT stuba:

Razmatrane su sledeće klase betona: C25/30, C30/37 i C40/50. Dužina CFT stuba iznosi $L=0.50$ m, odnos $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, dok je kvalitet čelika S355. Na slikama 5.14 i 5.15 prikazani su rezultati proračuna. Može se zaključiti da granična sila N raste približno linearno sa povećanjem klase betona.



Slika 5.14 Uticaj klase betona na dijagram $N - \varepsilon$

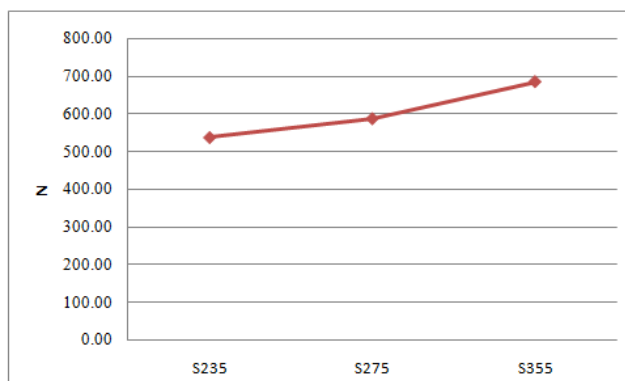


Slika 5.15 Uticaj klase betona na graničnu vrednost sile N

-Uticaj kvaliteta čelika na aksijalnu nosivost CFT stuba:

Razmatrani su sledeći kvaliteti čelika: S235, S275 i S355. Dužina CFT stuba iznosi $L=0.50$ m, odnos $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, dok je klasa betona C30/37. Na slici 5.16 prikazani su rezultati proračuna. Može se zaključiti da kvalitet čelika ima značajan uticaj na aksijalnu

nosivost CFT stuba. Sa povećanjem kvaliteta čelika od S235 do S355 granična sila se povećala 1.278 puta.



Slika 5.16 Uticaj kvaliteta čelika na graničnu vrednost sile N

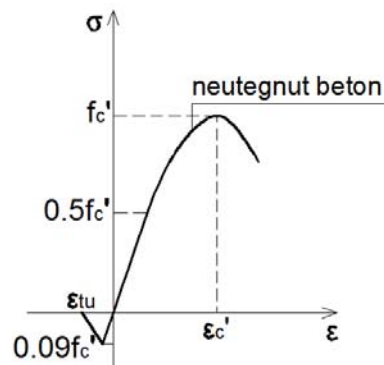
5.2 NUMERIČKO MODELIRANJE AKSIJALNE NOSIVOSTI KRUŽNIH UMERENO VITKIH I VITKIH CFT STUBOVA

Aksijalna nosivost kružnih umereno vitkih i vitkih CFT stubova dužine $L= 4.00$ m takođe je određena primenom metode konačnih elemenata i računskog programa ABAQUS. I u ovim modelima primenjeni su C3D8R i S4R konačni elementi za modeliranje betonskog jezgra i čeličnog šupljeg profila, respektivno.

5.2.1 Konstitutivni model za beton

S obzirom da je reč o umereno vitkim i vitkim elementima zanemaren je efekat utezanja [1, 23, 25, 33]. U disertaciji je takođe primenjen Concrete Damaged Plasticity model [37], pri čemu je zadat ugao dilatacije od 20° . Usvojen Poisson-ov koeficijent iznosi 0.2.

Za vezu napon-dilatacija za neutegnut beton usvojena je kriva prikazana na slici 5.17, a koju su predložili autori Moon J. i ostali [12].



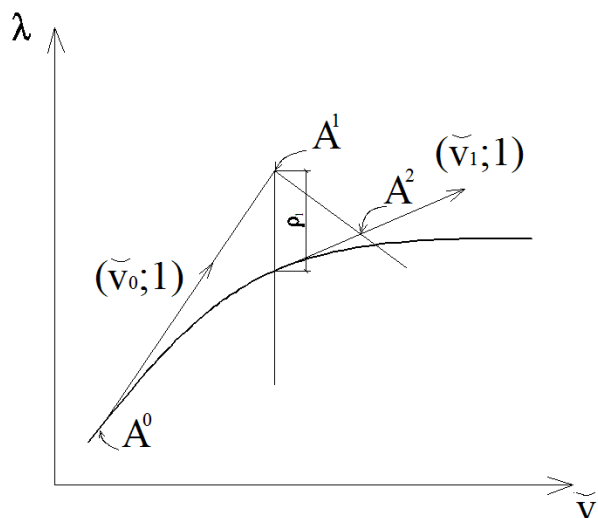
Slika 5.17 Dijagram $\sigma - \varepsilon$ za neutegnut beton

Dilatacija ε'_c , koja odgovara čvrstoći neutegnutog betona na pritisak f'_c je usvojena 0.003. Usvojeno je linearno ponašanje betona do vrednosti $0.5 \cdot f'_c$. U slučaju neutegnutog betona dijagram $\sigma - \varepsilon$ definisan je prethodnim jednačinama (5.1-5.4) u kojima umesto E_{cc}, f'_{cc} i ε'_{cc} figurišu: modul elastičnosti neutegnutog betona E_c , čvrstoća neutegnutog betona na pritisak f'_c i odgovarajuća dilatacija ε'_c .

U disertaciji je primenjen isti konstitutivni model za konstrukcioni čelik za kratke, umereno vitke i vitke CFT stubove. Takođe, veza betonskog jezgra sa čeličnim šupljim profilom CFT stuba modelirana je pomoću “Hard Contact“ i “Columb Friction Contact“ elementa [37] za upravan i tangencijalan pravac, respektivno.

5.2.2 Numeričke simulacije

S obzirom da je reč o umereno vitkim i vitkim CFT stubovima, očekuje se gubitak stabilnosti pre gubitka aksijalne nosivosti ovih stubova. Konstitutivi modeli za beton i konstrukcioni čelični opisani su prethodno u poglavljima 5.2.1 i 5.1.2., respektivno. Dužina CFT stuba iznosi $L=4.00$ m. Analiziran je uticaj odnosa D/t kao i uticaj graničnih uslova oslanjanja na vrednost kritične sile izvijanja P_{cr} . Opterećenje je naneto u inkrementima primenom modifikovane Riks-ove metode (sl. 5.18) dostupne u programu ABAQUS [37] koja se zasniva na Newton-Raphson-ovoj metodi. U narednom delu ukratko će se opisati ova metoda.



Slika 5.18 Modifikovana Riks-ova metoda

Ukoliko se pretpostavi da je rešenje pronađeno u tački $A^0(\bar{v}_0; \lambda_0)$ pri čemu su: $\bar{v}_0 = v_0/\bar{v}$, v_0 -pomeranje za tačku A^0 , \bar{v} -apsolutno maksimalna vrednost svih promenljivih vrednosti pomeranja, λ_0 -parametar magnitude opterećenja u tački A^0 . Nakon formiranja tangentne matrice krutosti K_{0t} u tački A^0 rešava se sistem jednačina:

$$K_{0t} \cdot v_0 = P \quad (5.10)$$

Veličina inkrementa od A^0 do A^1 je izabrana za specifičnu dužinu Δl , tako da je priraštaj parametra magnitude opterećenja $\Delta\lambda_0$:

$$\Delta\lambda_0 = \frac{\pm\Delta l}{(\bar{v}_0 \cdot \bar{v}_0 + 1)^{0.5}} \quad (5.11)$$

Nakon toga, potrebno je odrediti tačku $A^1(\bar{v}_0 + \Delta\lambda_0 \cdot \bar{v}_0; \lambda_0 + \Delta\lambda_0)$.

Primenom iterativne metode rešenje se koriguje za ravan upravnu na $(\bar{v}_0; 1)$ na sledeći način:

1) Definišu se unutrašnje sile I i tangentna matrica krutosti K_t u tački $A^i(\bar{v}_0 + \Delta\bar{v}_0; \lambda_0 + \Delta\lambda_i)$

2) Proveravaju se uslovi ravnoteže:

$$R_i = (\lambda_0 + \Delta\lambda_i) \cdot P - I \quad (5.12)$$

3) Ukoliko je vektor neuravnoteženog opterećenja R_i dovoljno mali, rešenje konvergira. Ukoliko ne, rešava se sledeći sistem jednačina:

$$K_t \cdot \{v_i; c_i\} = \{P; R_i\} \quad (5.13)$$

Na ovaj način paralelno se određuju dva vektora sila P i R_i i dobijaju dva vektora pomeranja v_i i c_i .

4) Zatim se skalira vektor $(\tilde{v}_i; 1)$ i dodaje se vektor $(\tilde{c}_i; \rho_i)$ pri čemu je $\rho_i = R_i \cdot P / \bar{P}^2$

projekcija skaliranih rezidualnih sila na \check{P} , pri čemu je $\check{P} = P / \bar{P}$, dok je $\bar{P} = \sqrt{\{P\} \cdot \{P\}}$. Na

ovaj način se A^i pomera u A^{i+1} u ravni ortogonalnoj na $(\tilde{v}_0; 1)$. Dobija se:

$$\mu = -\frac{\tilde{c}_i \cdot \tilde{v}_0}{\tilde{v}_i \cdot \tilde{v}_{0+1}} \quad (5.14)$$

Na ovaj način je rešenje određeno u sledećoj tački A^i :

$$(v_0 + \Delta v_i + c_i + \mu \cdot v_i; \lambda_0 + \Delta \lambda_i + \mu) \quad (5.15)$$

5) Definišu se ulazni parametri za sledeću iteraciju:

$$\begin{aligned} \Delta v_{i+1} &= \Delta v_i + c_i + \mu \cdot v_i \\ \Delta \lambda_{i+1} &= \Delta \lambda_i + \mu \\ i &= i+1 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Ovaj postupak se ponavlja sve dok se ne postignu uslovi ravnoteže sa traženom tačnošću.

Implementacija u ABAQUS-u obuhvata dodatni uslov koji mora biti zadovoljen nakon svake iteracije:

$$v_0 = v_i \quad (5.17)$$

Ovo prouzrokuje da se uslovi ravnoteže traže u ravni koja je ortogonalna na poslednju tangentu, a ne na prvu tangentu sa početka inkrementa.

Modifikovana Riks-ova metoda se pretežno primenjuje za modeliranje stabilnosti geometrijski nelinearnih problema, a može obuhvatiti i materijalnu nelinearnost. Ova metoda obično prati analizu sopstvenih vrednosti i obezbeđuje kompletnu informaciju o gubitku stabilnosti konstrukcije.

-Uticaj odnosa D/t na stabilnost CFT stuba

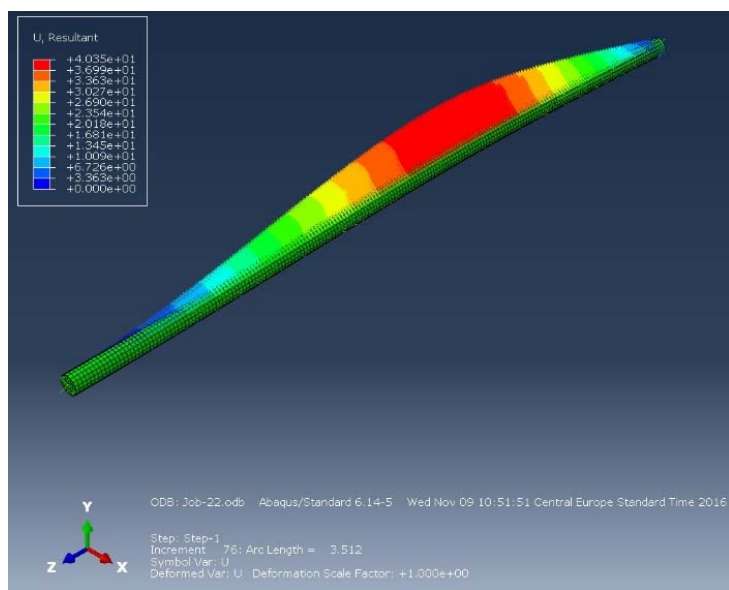
Razmatrani su sledeći odnosi D/t : $101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, $101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$. Klasa betona je C25/30, dok je kvalitet čelika S355. CFT stub je uklješten na donjem kraju, dok je na gornjem kraju zglavkasto oslonjen.

Na slikama 5.19, 5.20 i 5.21 prikazani su rezultati proračuna za CFT stub odnosa $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$ i to prikaz horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba, tonovi izvijanja i vrednost kritične sile izvijanja, respektivno. Maksimalna vrednost horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba iznosi 40.35 mm. Tonovi izvijanja CFT stuba dobijeni su primenom "Buckling" analize. U sledećem modelu korišćeni su tonovi izvijanja kao oblik deformacije za proračun metodom RIKS zadavanjem funkcije imperfekcije prema sledećoj formuli:

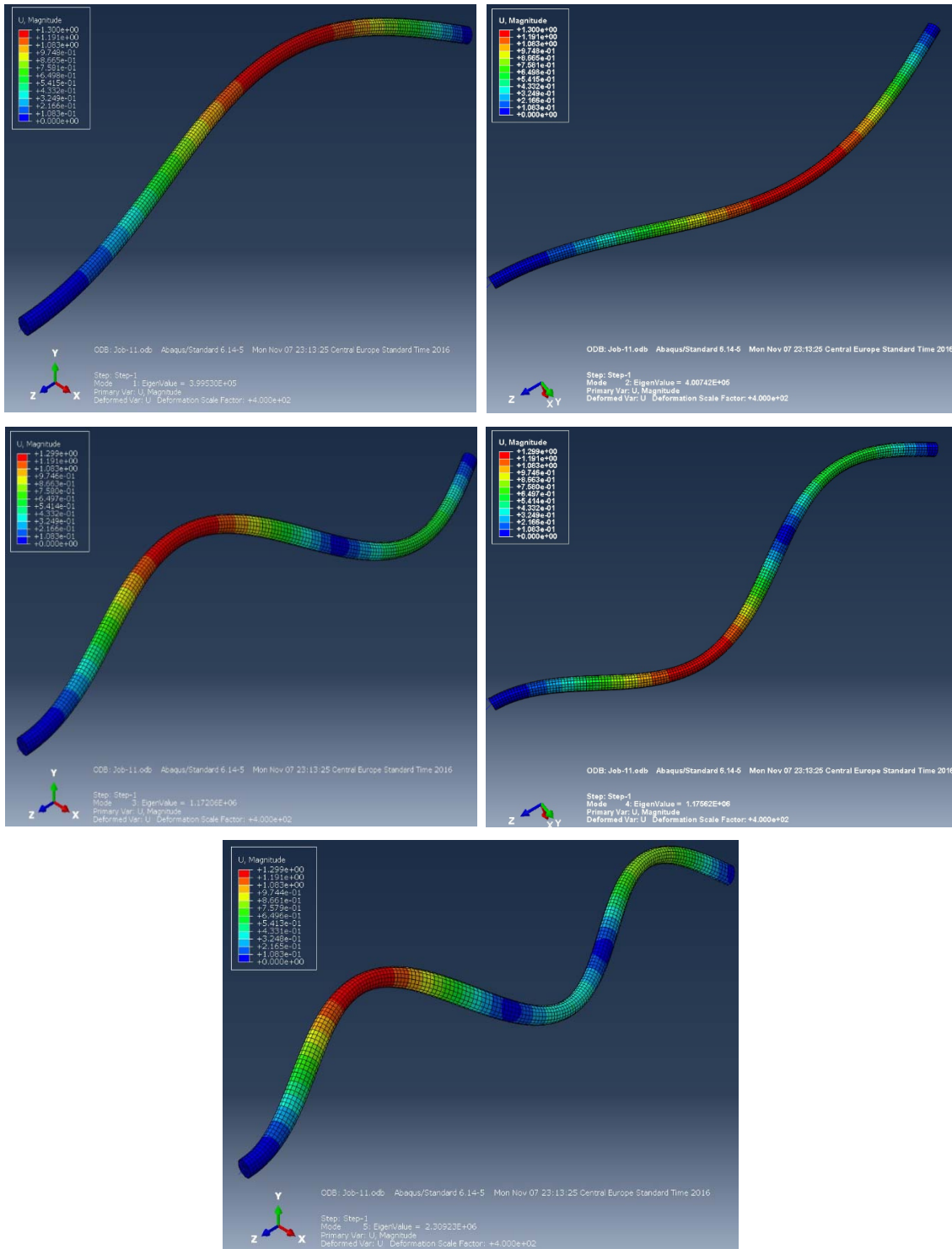
$$\Delta x_i = \sum_{i=1}^M w_i \cdot \phi_i \quad (5.18)$$

pri čemu su: w_i -faktor skaliranja, ϕ_i - i-ti ton izvijanja. U modelu je uzet prvi ton kao dominantan ton izvijanja sa najmanjom silom izvijanja.

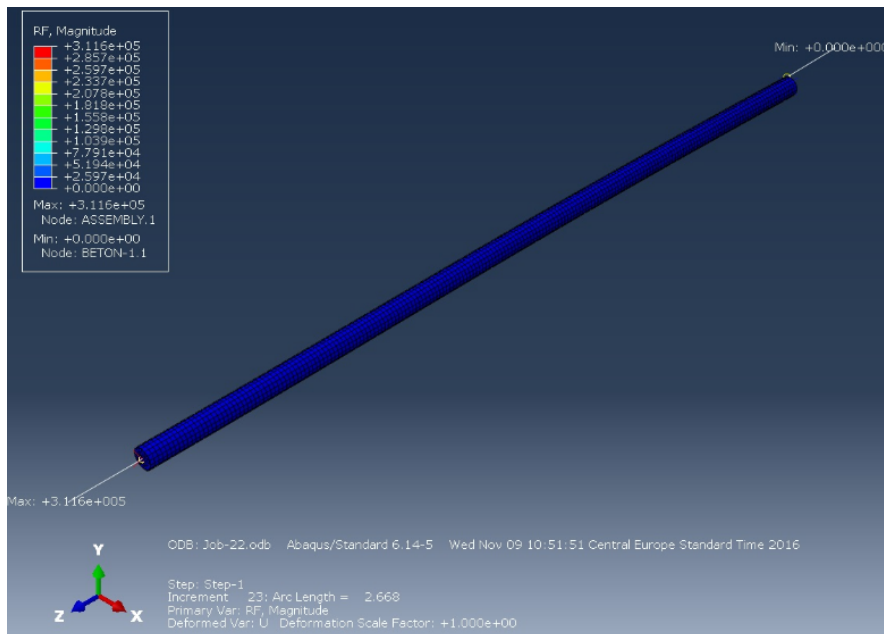
Faktor proporcionalnosti za prvi ton oscilovanja λ primenjen je u Riks-ovoj metodi kako bi se dobila vrednost kritične sile izvijanja. Dobijena vrednost faktora proporcionalnosti za prvi ton oscilovanja iznosi $\lambda = 3.99530 \cdot 10^5$, dok vrednost krtične sile izvijanja iznosi 311.60 kN.



Slika 5.19 Rezultati proračuna za uzorak C3-prikaz horizontalnog pomeranja

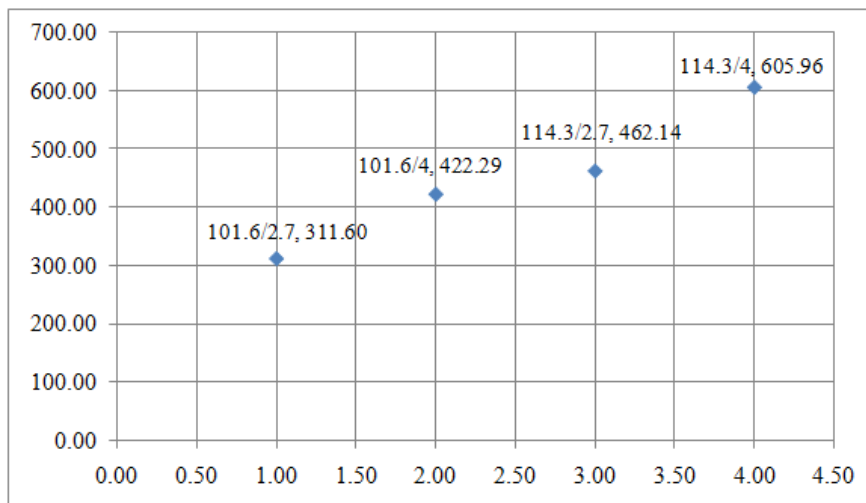


Slika 5.20 Rezultati proračuna za uzorak C3-tonovi izvijanja



Slika 5.21 Rezultati proračuna za uzorak C3-vrednost kritične sile izvijanja

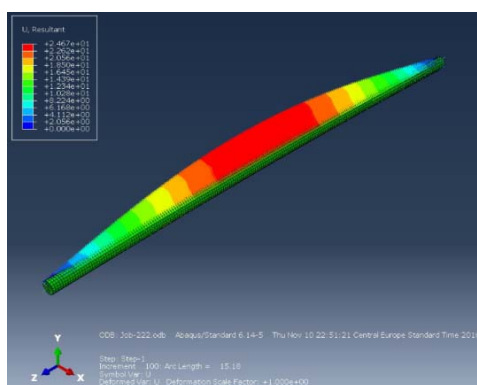
Sa porastom odnosa D/t od $101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$ do $114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$ kritična sila se povećala 1.928 puta. Na slici 5.22 prikazana je zavisnost kritične sile izvijanja P_{cr} sa porastom odnosa D/t .



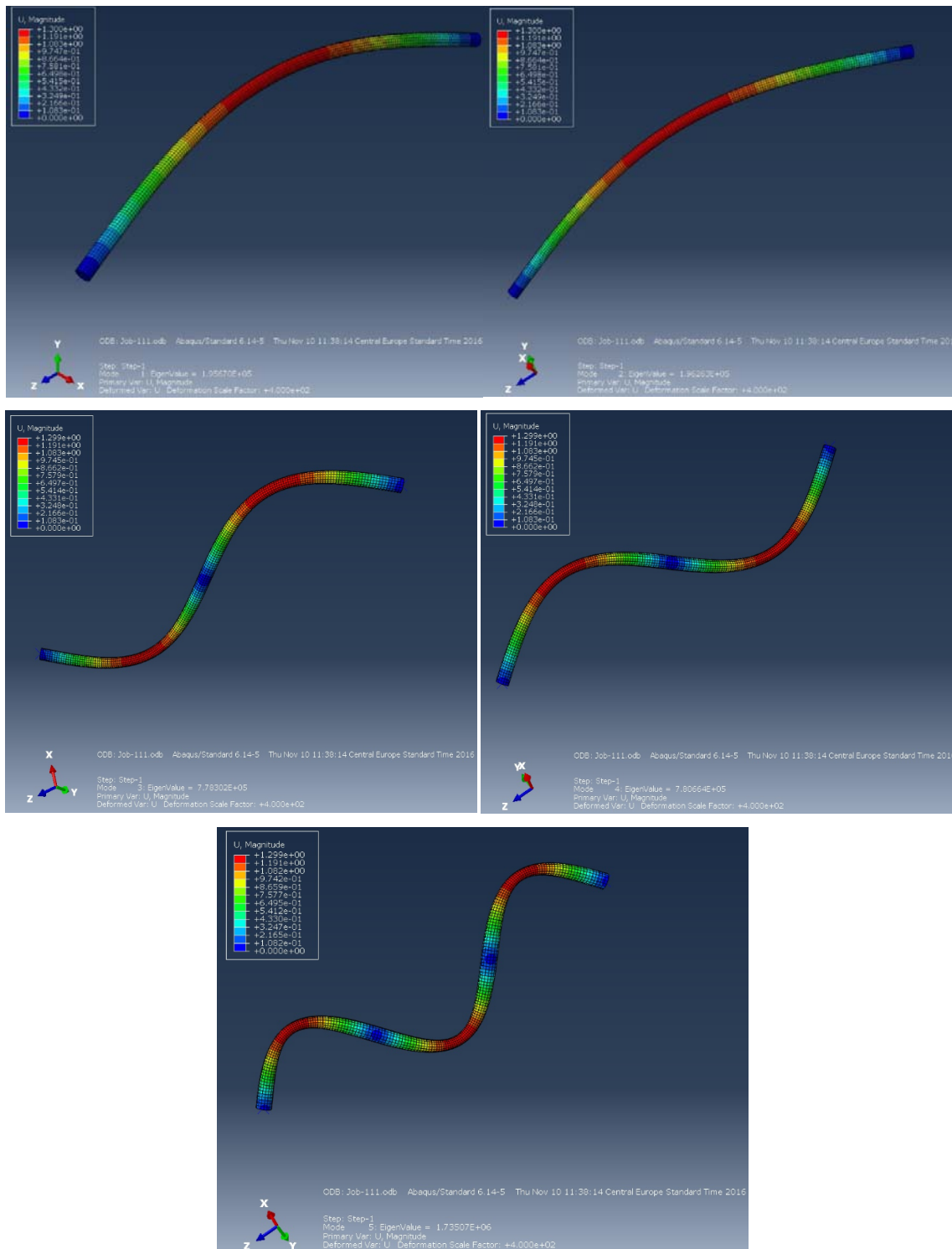
Slika 5.22 Dijagram zavisnosti P_{cr} od odnosa D/t

-Uticaj graničnih uslova oslanjanja na vrednost kritične sile izvijanja P_{cr}

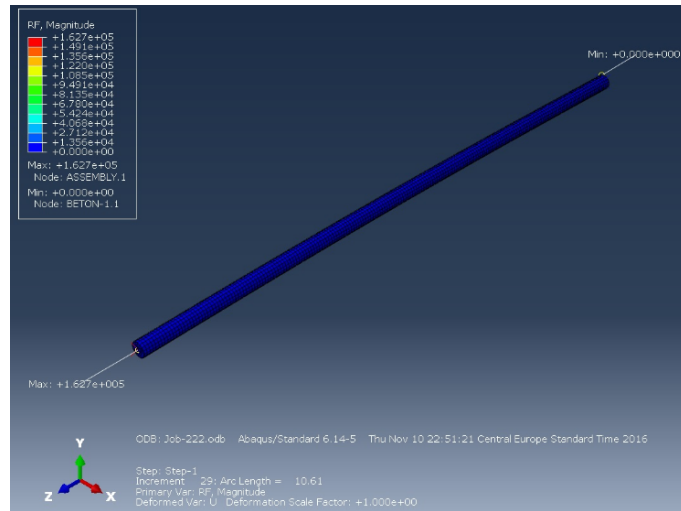
Analizirani su sledeći granični uslovi oslanjanja: na donjem kraju CFT stuba analizirana su dva uslova: uklještenje i zglavkast oslonac, što približno odgovara stvarnim uslovima u zavisnosti od debljine temeljne ploče, nosivosti šipa ispod, kao i usvojene armature za vezu CFT stuba i temeljne ploče. Sa gornje strane takođe su analizirana dva uslova: uklještenje i zglavkast oslonac, što takođe približno odgovara stvarnim uslovima oslanjanja u zavisnosti od debljine tavanice, dimenzija stuba iznad, kao i usvojene armature za vezu CFT stuba i tavanice. Treba naglasiti da je za sve obostrano uklještene CFT stubove navedenih odnosa D/t došlo do gubitka aksijalne nosivosti pre gubitka stabilnosti stubova, te ovi rezultati nisu analizirani. Klasa betona je C25/30, dok je kvalitet čelika S355. Na slikama 5.23, 5.24 i 5.25 prikazani su rezultati proračuna za zglavkasto oslonjen CFT stub odnosa $D/t = 101.6 \text{ mm} / 2.7 \text{ mm}$ i to prikaz horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba, tonovi izvijanja i vrednost kritične sile izvijanja, respektivno. Maksimalna vrednost horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba iznosi 24.67 mm. Tonovi izvijanja CFT stuba takođe su dobijeni primenom "Buckling" analize. Primenom Riks-ove metode u sledećem modelu usvojen je prvi ton kao dominantan ton izvijanja sa najmanjom silom izvijanja. Faktor proporcionalnosti za prvi ton izvijanja λ primenjen je u Riks-ovoj metodi kako bi se dobila vrednost kritične sile izvijanja. Dobijena vrednost faktora proporcionalnosti za prvi ton oscilovanja je $\lambda = 1.95670 \cdot 10^5$, dok vrednost kritične sile izvijanja iznosi 162.70 kN.



Slika 5.23 Rezultati proračuna za zglavkasto oslonjen CFT stub odnosa $D/t = 101.6/2.7$ - prikaz horizontalnog pomeranja

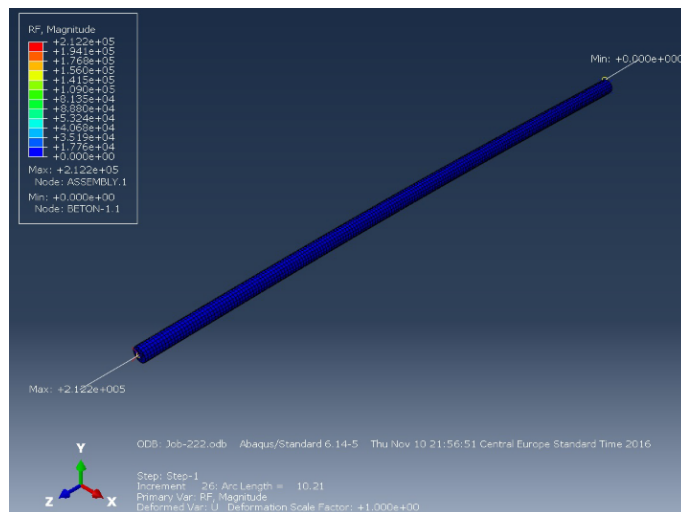


Slika 5.24 Rezultati proračuna za zglavkasto oslonjen CFT stub odnosa $D/t = 101.6/2.7$ - tonovi izvijanja

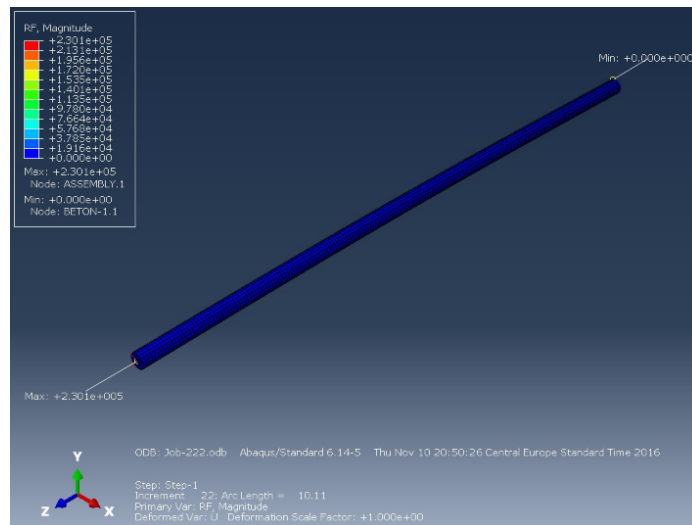


Slika 5.25 Rezultati proračuna za zglavkasto oslonjen CFT stub odnosa $D/t = 101.6/2.7$ - vrednost kritične sile izvijanja

U svim modelima usvojen je prvi ton kao dominantan ton izvijanja sa najmanjom silom izvijanja. Na slikama 5.26, 5.27 i 5.29 prikazane su dobijene vrednosti kritične sile izvijanja zglavkasto oslonjenog CFT stuba za pomenute odnose D/t .

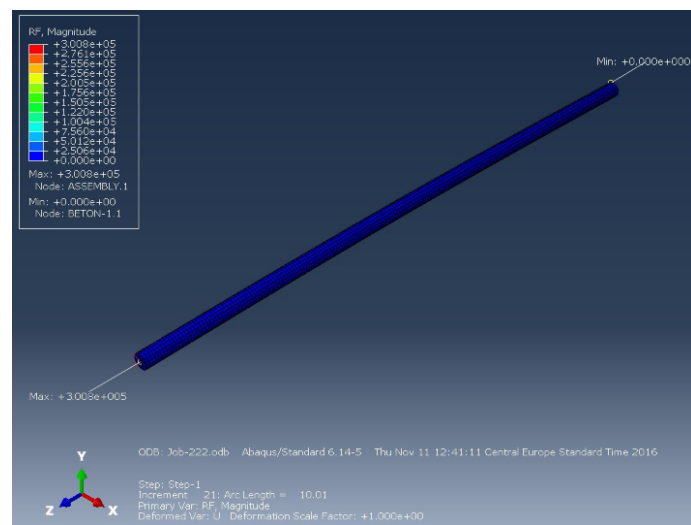


Slika 5.26 Vrednost kritične sile izvijanja zglavkasto oslonjenog CFT stuba odnosa $D/t = 101.6/4.0$



Slika 5.27 Vrednost kritične sile izvijanja zglavkasto oslonjenog CFT stuba odnosa

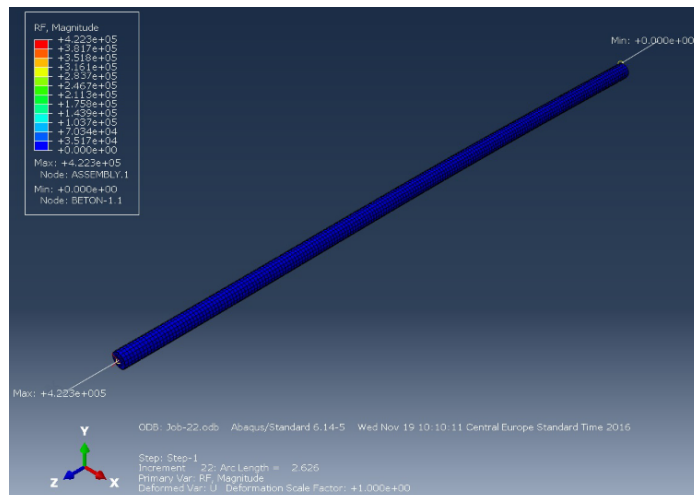
$$D/t = 114.3/2.7$$



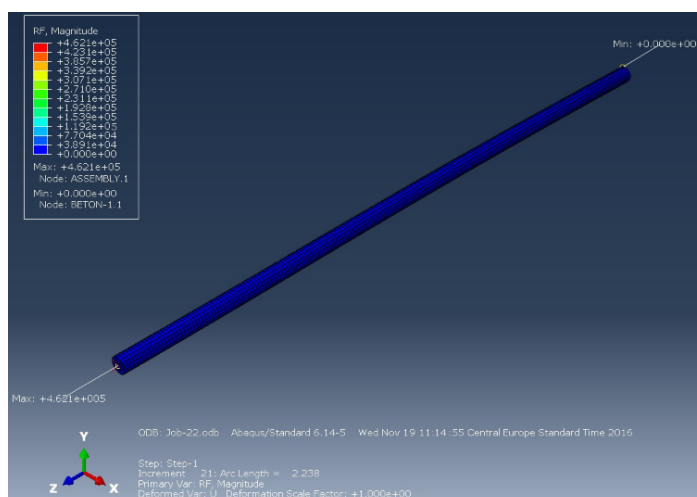
Slika 5.28 Vrednost kritične sile izvijanja zglavkasto oslonjenog CFT stuba odnosa

$$D/t = 114.3/4.0$$

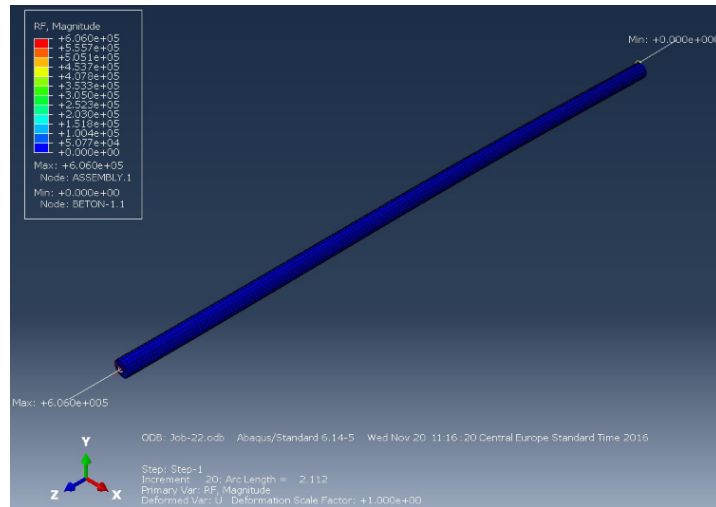
Na slikama 5.29, 5.30 i 5.31 prikazane su dobijene vrednosti kritične sile izvijanja CFT stuba za pomenute odnose D/t koji je sa donje strane uklješten, a sa gornje strane zglavkasto oslonjen.



Slika 5.29 Vrednost kritične sile izvijanja CFT stuba uklještenog sa donje strane, sa gornje strane zglavkasto oslonjenog odnosa $D/t = 101.6/4.0$



Slika 5.30 Vrednost kritične sile izvijanja CFT stuba uklještenog sa donje strane, sa gornje strane zglavkasto oslonjenog odnosa $D/t = 114.3/2.7$



Slika 5.31 Vrednost kritične sile izvijanja CFT stuba uklještenog sa donje strane, sa gornje strane zglavkasto oslonjenog odnosa

$$D/t = 114.3/4.0$$

Ako se uporede dobijene vrednosti kritične sile izvijanja primenom računarskog programa ABAQUS sa vrednostima kritičnih sila izvijanja sračunatih primenom EC4 [1] dobijaju se sledeće vrednosti prikazane u tabeli 5.1.

Tabela 5.1 Upoređivanje rezultata kritične sile izvijanja primenom ABAQUS-a i EC4

D/t	101.6/2.7	101.6/4.0	114.3/2.7	114.3/4.0
$N_{cr, ABAQUS} / N_{EC4}$	311.60	422.29	462.14	605.96
	/ 319.18	/ 415.23	/ 473.94	/ 613.94
	= 0.976	= 1.017	= 0.975	= 0.987
Uklješten donji kraj CFT stuba i zglavkasto oslonjen gornji kraj CFT stuba				
$N_{cr, ABAQUS} / N_{EC4}$	162.70	212.21	230.14	307.15
	/ 156.40	/ 203.46	/ 232.23	/ 300.83
	= 1.040	= 1.043	= 0.991	= 1.021
Zglavkasto oslonjen donji i gornji kraj CFT stuba				

5.3 NUMERIČKO MODELIRANJE AKSIJALNE NOSIVOSTI KRUŽNIH UMERENO VITKIH I VITKIH CFT STUBOVA UZIMAJUĆI U OBZIR KRUTOST VEZE STUBA I ŠIPA

Pri modeliranju ovakvog konstruktivnog elementa usvojeni su konstitutivni modeli za neutegnut beton i konstrukcioni čelik prikazani u poglavljima 5.2.1 i 5.1.2, respektivno. Veza betonskog jezgra sa čeličnim profilom takođe je modelirana pomoću “surface to surface contact” elemenata. Međutim, neophodno je definisati konstitutivni model za tlo, betonski šip, kao i vezu ova dva elementa.

Primenom računarskog programa PLAXIS 3D [47] izvršeno je modeliranje utisnutog šipa. U narednom delu će se prikazati detaljan opis postupka određivanja čvorne matrice krutosti vrha šipa. Dobijene krutosti vrha šipa, primenom računarskog programa ABAQUS, unete su u model kao krutost veze na donjem kraju CFT stuba.

5.3.1 Konstitutivni model za tlo

Tačnost dobijenih rezultata u najvećoj meri zavisi od načina modeliranja ponašanja tla, kao i od pravilnog modeliranja sistema pri različitim fazama izvođenja konstrukcije. Osobine tla mogu znatno da variraju i zbog toga se moraju meriti. U novije vreme postignut je značajan napredak u konstitutivnom modeliranju ponašanja tla.

Osobine tla u najvećoj meri zavise od geološke istorije. Glavni ciljevi konstitutivnih modela tla su da oni dobro opisuju mehaničko ponašanje tla i da se parametri za njihovo opisivanje mogu dobiti na osnovu konvencionalnih opita. Za konstitutivni model tla primenjen je “Hardening-Soil” model [47]. Glavna odlika ovog modela je hiperbolična zavisnost između devijatorskog napona q i glavne dilatacije ε_1 . U ovom slučaju kriva tečenja standardnog triaksijalnog testa u dreniranim uslovima se može prikazati u sledećem obliku [47]:

$$-\varepsilon_1 = \frac{1}{E_i} \cdot \frac{q}{1 - q/q_a} \quad (5.19)$$

pri čemu su:

q_a -asimptotska vrednost devijatorskog napona, E_i -inicijalni modul elastičnosti tla.

Inicijalni modul elastičnosti tla definisan je sledećim izrazom:

$$E_i = \frac{2 \cdot E_{50}}{1 - R_f} \quad (5.20)$$

R_f je koeficijent redukcije. Usvojena vrednost koeficijenta redukcije je 0.9 [47]. E_{50} je sekantni modul elastičnosti pri 50% čvrstoći tla koji je definisan sledećom relacijom:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \cdot \left(\frac{c \cdot \cos \varphi - \sigma'_3 \cdot \sin \varphi}{c \cdot \cos \varphi + p^{ref} \cdot \sin \varphi} \right)^m \quad (5.21)$$

gde su:

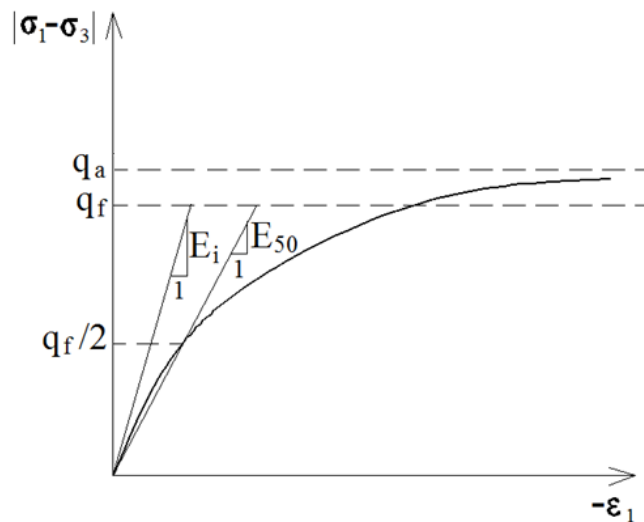
E_{50}^{ref} -referentni modul elastičnosti koji odgovara referentnom pritisku $p^{ref} = -\sigma_3$, pri čemu je usvojena vrednost $p^{ref} = 100 \text{ kN}/\text{m}^2$, σ'_3 -minimalni efektivni glavni napon (pritisak izotropne konsolidacije u "D" opitu), c -kohezija, φ - ugao unutrašnjeg trenja, m -eksponent. Prema autoru Soos V. [48] eksponent m se nalazi u granicama $0.5 < m < 1.0$.

Na osnovu Mohr-Coulomb-ovog kriterijuma loma granični devijatorski napon q_f definisan je sledećim izrazom:

$$q_f = (c \cdot \text{ctg} \varphi - \sigma'_3) \cdot \frac{2 \cdot \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (5.22)$$

dok je:

$$q_a = q_f / R_f \quad (5.23)$$

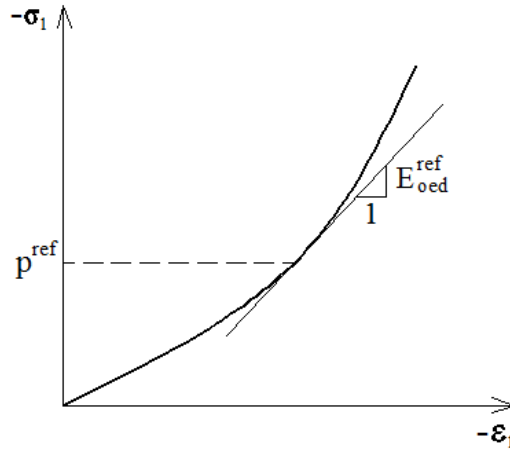


Slika 5.32 Dijagram zavisnosti devijatorskog napona i glavne dilatacije

Edometarski modul elastičnosti E_{oed} definisan je sledećim izrazom:

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \cdot \left(\frac{c \cdot \cos\varphi - \sigma'_1 \cdot \sin\varphi}{c \cdot \cos\varphi + p^{ref} \cdot \sin\varphi} \right)^m \quad (5.24)$$

gde je E_{oed}^{ref} tangenti edometarski modul elastičnosti tla čije je značenje prikazano na slici 5.33. U ovom slučaju $p^{ref} = -\sigma_1$, pri čemu je $-\sigma_1$ početni geostatički vertikalni napon.



Slika 5.33 Tangenti edometarski modul elastičnosti tla- E_{oed}^{ref}

Navedeni moduli elastičnosti tla nisu konstantni, već zavise od naponskog stanja u tlu, tj. njihova vrednost raste sa porastom vertikalnog napona.

Površ tečenja u $p - \tilde{q}$ ravni može se prikazati sledećim izrazom:

$$f = \frac{\tilde{q}^2}{\alpha^2} + p^2 - p_p^2 \quad (5.25)$$

gde su:

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (5.26)$$

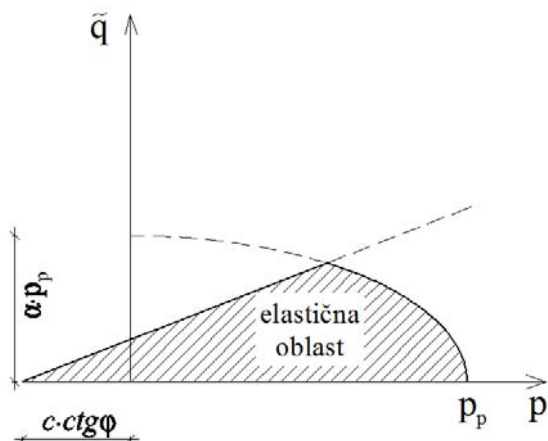
$$\tilde{q} = \sigma_1 + (1 - \delta) \cdot \sigma_2 - \delta \cdot \sigma_3 \quad (5.27)$$

$$\delta = \frac{(3 + \sin\varphi)}{(3 - \sin\varphi)} \quad (5.28)$$

p_p -napon izotropne prekonsolidacije koji je definisan sledećom relacijom:

$$\varepsilon_v^{PC} = \frac{\beta}{1-m} \cdot \left(\frac{p_p}{p^{ref}} \right)^{1-m} \quad (5.29)$$

gde je ε_v^{PC} plastična zapreminska deformacija pri izotropnom pritisku, dok su α i β konstante koje zavise od koeficijenta pritiska tla u stanju mirovanja i tangentnog edometarskog modula elastičnosti, respektivno.

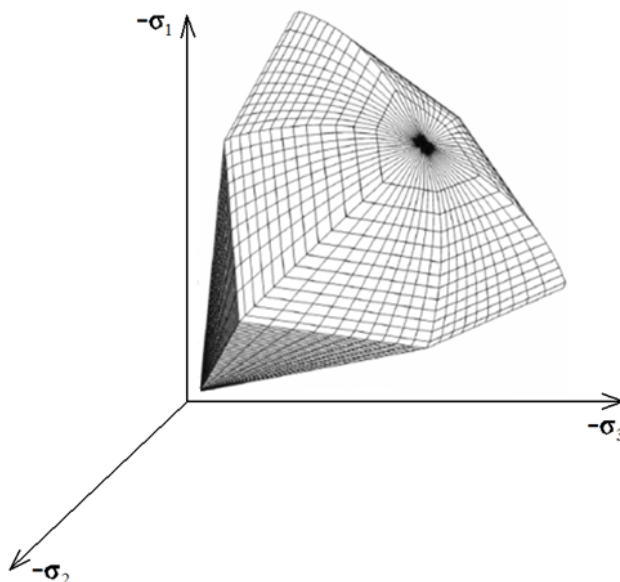


Slika 5.34 Površina tečenja "Hardening Soil" modela u $p - \tilde{q}$ ravni

U slučaju triaksijalne kompresije, kada je $-\sigma_1 > -\sigma_2 = -\sigma_3$, tada je:

$$\tilde{q} = -(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (5.30)$$

Anvelopa napona loma u prostoru glavnih napona prikazana je na slici 5.35.



Slika 5.35 Anvelopa loma u prostoru glavnih napona [47]

S obzirom da se naponi povećavaju sporo, postoji mogućnost za formiranje dreniranih uslova, pa se u proračunu koriste efektivni naponi.

U prvoj fazi proračuna zadati su inicijalni uslovi kojima se definiše početna geometrija i početno naponsko stanje. Inicijalni uslovi značajno utiču na rezultate proračuna deformacija u tlu. Inicijalno naponsko stanje zavisi od težine tla, nivoa podzemne vode, kao i od geološke istorije. Za tip proračuna inicijalnog naponskog stanja usvojena je K_o procedura, pri čemu je K_o koeficijent pritiska tla u stanju mirovanja koji je za normalno konsolidovana tla definisan Jaky-ovim empirijskim izrazom [49]:

$$K_{o,NC} = 1 - \sin\varphi \quad (5.31)$$

S obzirom da je pre eksperimentalnog ispitivanja izvršen iskop, kako bi se obezbedila potrebna visina, u proračunu je uzeta u obzir prekonsolidovanost tla. U tom slučaju koeficijent pritiska prekonsolidovanog tla u stanju mirovanja definisan je sledećim izrazom:

$$K_o = K_{o,NC} \cdot (OCR)^{\sin\varphi'} \quad (5.32)$$

pri čemu je OCR stepen prekonsolidacije koji je definisan sledećim izrazom:

$$OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_y} \quad (5.33)$$

gde su:

σ'_p -napon prekonsolidacije, σ'_y -tekuća veličina vertikalnog efektivnog napona.

-Geotehničke karakteristike materijala:

Karakteristike tla preuzete su iz Geotehničkog elaborata urađenog od strane NOVI KOSOVOPROJEKT-GEOTEHNIKA d.o.o. Beograd [50]. Prema ovom elaboratu geološko-geotehničku konstrukciju terena čine sledeći litološki slojevi:

1. NASIP (ng) - glinovitog porekla sa puno organskih materijala. Pojavljuje se na površini terena u sloju male debljine od 0.2 m do 0.5 m i laboratorijski nije ispitan.
2. NASIP (n) – od refuliranog peska pretežno sitnog i srednjeg zrna u masi slabo prašinastog, intergranularne poroznosti, srednje do dobro zbijen, vodopropustljiv, nasut na celom delu terena.
3. MULJEVITA GLINA (CO): muljevita, prašinovita glina visoke plastičnosti, meka, lako gnječiva, vodom zasićena, neujednačeno peskovita sa ostacima organskih materijala,

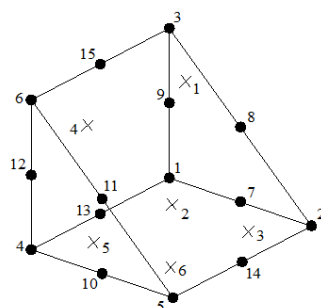
umereno stišljiva. Relativno male debljine, od 3.2 m do 3.7 m. Laboratorijskim ispitivanjima utvrđene su sledeće vrednosti mehaničkih parametara tla: $c=15-18 \text{ kN/m}^2$, $\varphi=16^\circ-19^\circ$, $M_{s(100-200)}=3690-5154 \text{ kN/m}^2$, $M_{s(200-400)}=4640-7604 \text{ kN/m}^2$, $M_{s(400-800)}=7722-14184 \text{ kN/m}^2$.

4. PRAŠINASTI PESAK (SM): aluvijalnog porekla, pretežno sitnog i srednjeg zrna, intergranularne poroznosti, dobro zbijen, u masi neujednačeno zamuljen i stišljiv. Pojavljuje se ispod muljevite gline na dubini oko 10.0 - 11.0 m od površine terena u sloju velike debljine. Laboratorijskim ispitivanjima utvrđene su sledeće vrednosti: $c=5 \text{ kN/m}^2$, $\varphi=31^\circ$, $M_{s(100-200)}=2590-17857 \text{ kN/m}^2$, $M_{s(200-400)}=4273-25974 \text{ kN/m}^2$, $M_{s(400-800)}=10282-39215 \text{ kN/m}^2$.

U vreme istražnih radova (maj 2007.godine) nivo podzemne vode utvrđen je na -8.5 m od površine terena, odnosno na koti 68.40 u sloju muljevite gline.

U računarskom modelu su usvojene srednje vrednosti geotehničkih karakteristika tla iz elaborata.

Mreža konačnih elemenata je definisana primenom "15-node wedge" konačnih elemenata prikazanih na slici 5.36.



Slika 5.36 "15-node wedge" konačni elementi

5.3.2 Konstitutivni model za beton šipa

U disertaciji je primenjen isti konstitutivni model za neutegnuti beton CFT stuba i beton šipa, pri čemu su zadate sledeće vrednosti: ispitana čvrstoća betona na pritisak na cilindru dimenzija $150 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}$ koja iznosi $f_{ck} = 26.7 \text{ MPa}$, dilatacija $\varepsilon'_c = 0.003$, dok je

modul elastičnosti betona sračunat na osnovu izraza (5.1) u kojima figurišu vrednosti za neutegnut beton. Dužina utisnutog šipa prečnika Ø450 mm iznosi $L=7.50$ m.

Za modeliranje betonskog šipa primenjeni su "15-node wedge" konačni elementi.

5.3.3 Veza između betonskog šipa i tla

Interakcija šipa i tla modelirana je pomoću "interface" elemenata za koji je usvojen bilinearni Mohr-Coulomb-ov model. Progušćenje mreže konačnih elemenata između šipa i tla je vršeno na odstojanju četiri prečnika šipa.

Virtuelna debljina "interface" elemenata iznosi 10% dimezije okolnih konačnih elemenata za tlo. Mehaničke karakteristike "interface" elemenata odgovaraju mehaničkim karakteristikama tla pomnožene sa faktorom redukcije R_{inter} . Usvojena vrednost faktora redukcije iznosi $R_{inter} = 0.8$ [47]. Na ovaj način mehaničke karakteristike "interface" elemenata definisane su sledećim izrazima:

$$c_i = R_{inter} \cdot c_{soil} \quad (5.34)$$

$$tg\varphi_i = R_{inter} \cdot tg\varphi_{soil} \quad (5.35)$$

$$\psi_i = 0 \quad (5.36)$$

$$G_i = R_{inter}^2 \cdot G_{soil} \quad (5.37)$$

$$E_{oed,i} = 2 \cdot G_i \cdot \frac{1-\nu_i}{1-2\nu_i} \quad (5.38)$$

$$\nu_i = 0.45 \quad (5.39)$$

Elastično ponašanje interface elemenata definisano je sledećim izrazom:

$$|\tau| < \sigma_n \cdot tg\varphi_i + c_i \quad (5.40)$$

pri čemu je:

$$|\tau| = \sqrt{\tau_{S1}^2 + \tau_{S2}^2} \quad (5.41)$$

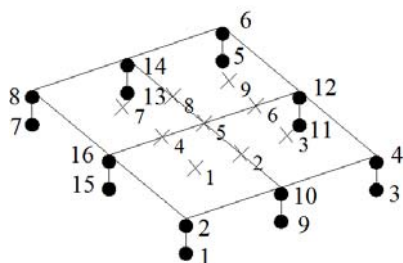
gde su:

τ_{S1} i τ_{S2} -smičući naponi u dva ortogonalna pravca, σ_n -efektivni normalni naon, c_i -kohezija interface elemenata, φ_i ugao unutrašnjeg trenja interface elemenata.

Za plastično ponašanje smičući napon je definisan sledećim izrazom:

$$|\tau| = \sigma_n \cdot tg\varphi_i + c_i \quad (5.42)$$

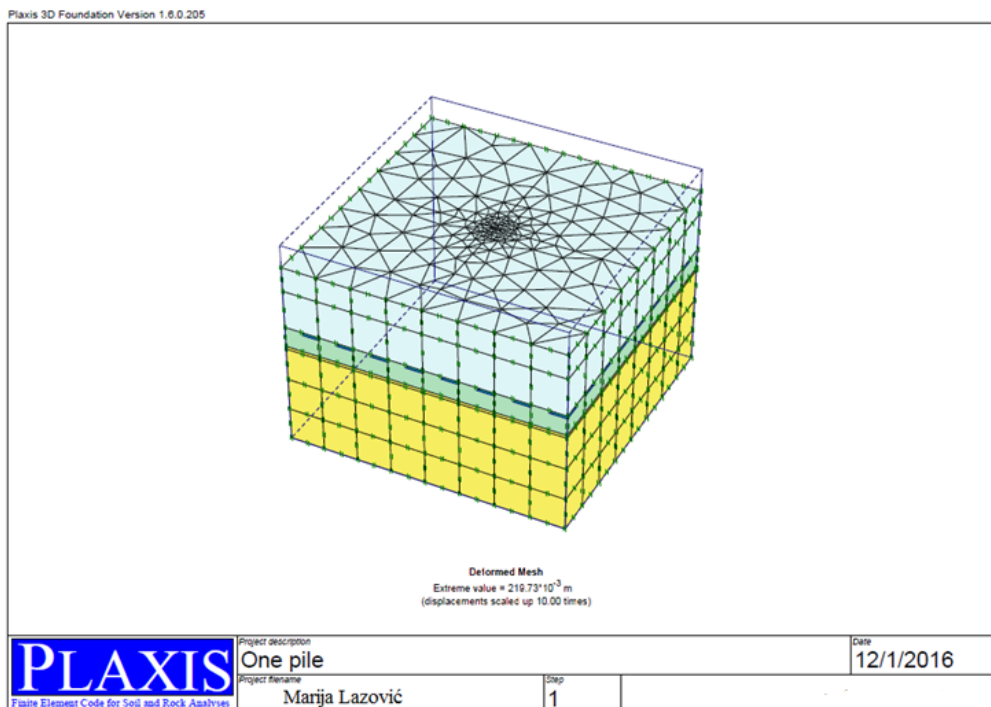
"Interface" konačni elementi su "8-node quadrilaterals" konačni elementi sa parovima konačnih elemenata prikazanih na slici 5.37. Svaki konačni element ima tri stepena slobode pomeranja.



Slika 5.37 "Interface" konačni elementi

5.3.4 Granični uslovi

Prema autorima Poulos H. G. i Davison E. [51], kao i autorima Randolph M. i Wroth C. [52] zapremina tla u modelu koja se analizira je oblika kocke stranice $2L$, pri čemu je L dužina šipa, dok su čvorne tačke spoljašnje površine tla nepomerljive.



Slika 5.38 Mreža konačnih elemenata sa graničnim uslovima u modelu

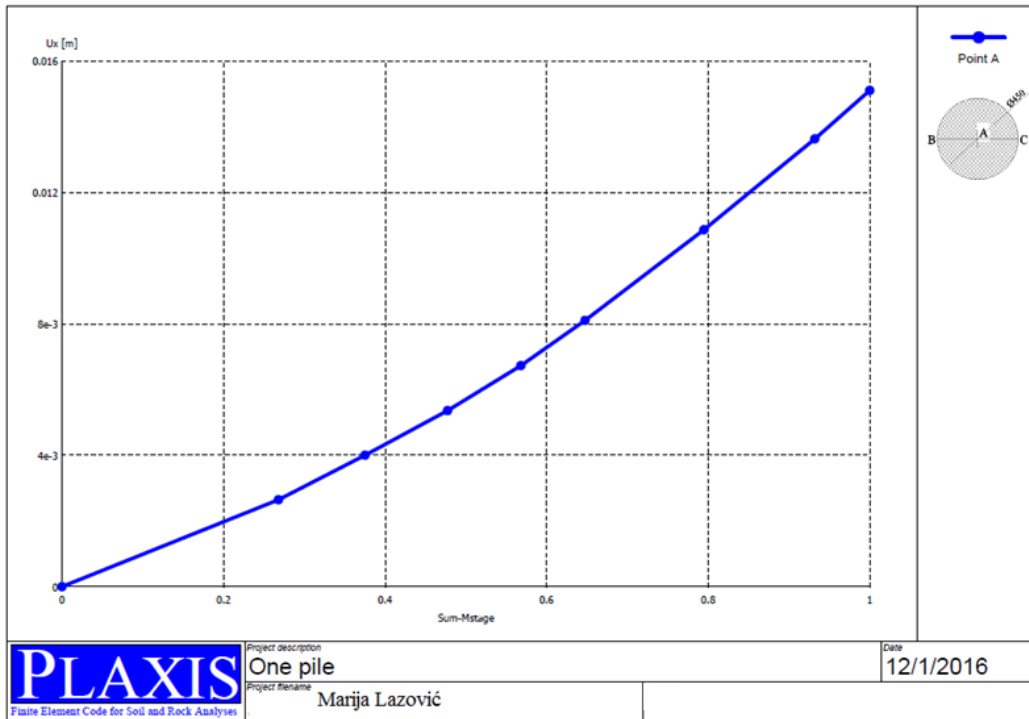
5.3.5 Numeričke simulacije

Kao i u slučaju modeliranja aksijalne nosivosti umereno vitkih i vitkih CFT stubova (poglavlje 5.2) analiziraju se umereno vitki CFT stubovi, pa se očekuje gubitak stabilnosti pre gubitka aksijalne nosivosti ovih stubova. Konstitutivi modeli za betonsko jezgro i čelični profil opisani su prethodno u poglavljima 5.2.1 i 5.1.2., respektivno. Dužina CFT stuba iznosi $L=4.00$ m. Analiziran je uticaj odnosa D/t , kao i uticaj krutosti veze betonskog šipa i CFT stuba na vrednost kritične sile izvijanja CFT stuba. Opterećenje je naneto u inkrementima, a u proračunu je primenjena modifikovana Riks-ova metoda.

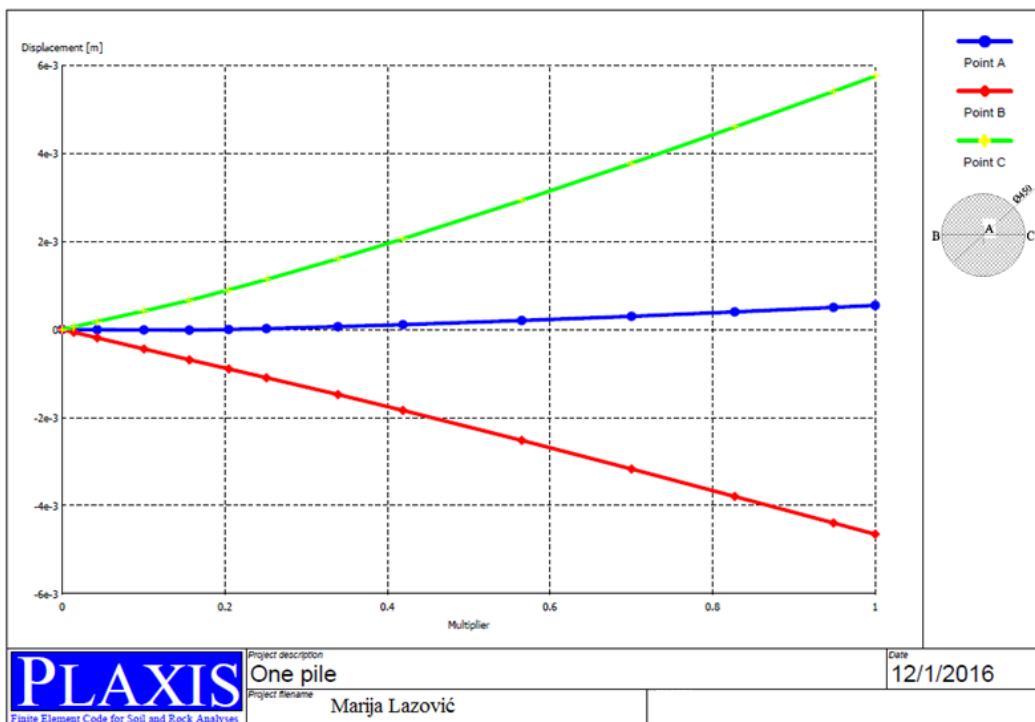
Da bi se zadala krutost veze sa donje strane CFT stuba potrebno je definisati čvornu matricu krutosti vrha šipa. Čvorna matrica krutosti vrha šipa daje zavisnosti između sila na vrhu šipa (T, M) i pomeranja vrha šipa (u, φ). Elementi ove matrice mogu se dobiti inverzijom matrice fleksibilnosti vrha šipa, čiji elementi predstavljaju pomeranja vrha šipa usled dejstva jediničnih sila.

-Uticaj odnosa D/t na stabilnost CFT stuba

Razmatrani su sledeći odnosi D/t : $101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, $101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$. Klasa betona je C25/30, dok je kvalitet čelika S355. Sa gornje strane CFT stuba modeliran je pokretan oslonac u vertikalnom pravcu. Ukoliko se umesto pokretnog oslonca na gornjem kraju modelira uklještenje, dolazi do gubitka aksijalne nosivosti pre nego do gubitka stabilnosti CFT stuba, te ovakav uslov oslanjanja na gornjem kraju CFT stuba nije analiziran. Krutost veze na donjem kraju CFT stuba modelirana je zadavanjem odgovarajuće matrice krutosti. Primenom programa PLAXIS 3D dobijene su vrednosti horizontalnog pomeranja i obrtanja vrha šipa prečnika $\varnothing 450$ mm i dužine 7.50 m. Horizontalno pomeranje vrha šipa usled generalisane sile iznosi $\delta = 0.10 \text{ mm}$, dok obrtanje vrha šipa usled generalisanog momenta iznosi $\varphi = 2.22 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$. Ove krutosti su konstantne, s obzirom da je šip prethodno bio utisnut silom koja je nekoliko puta veća od kritične sile izvijanja CFT stuba.



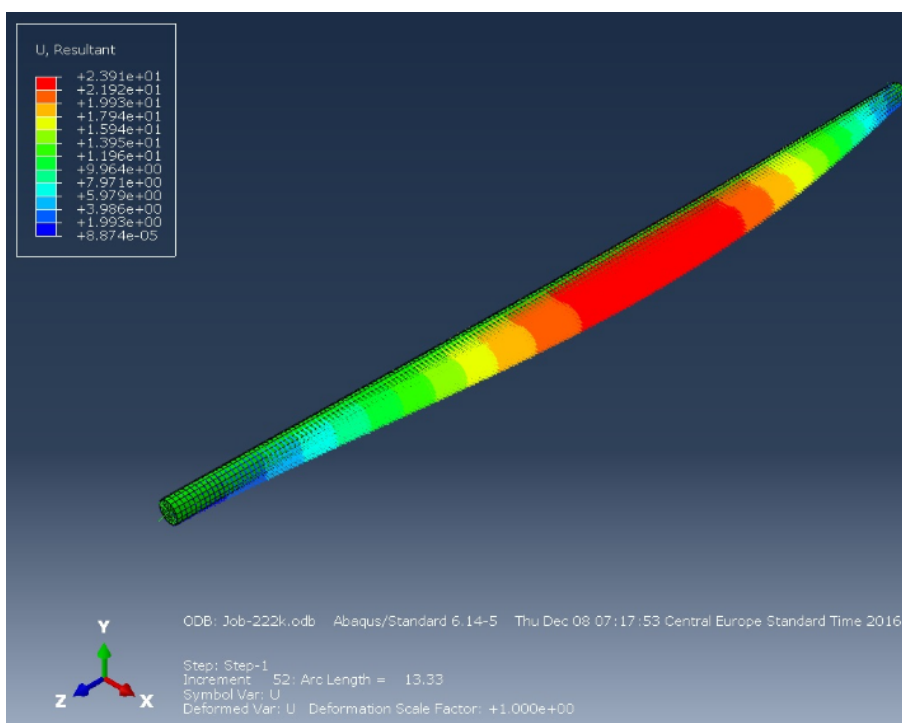
Slika 5.39 Horizontalno pomeranje vrha šipa prečnika Ø450 mm



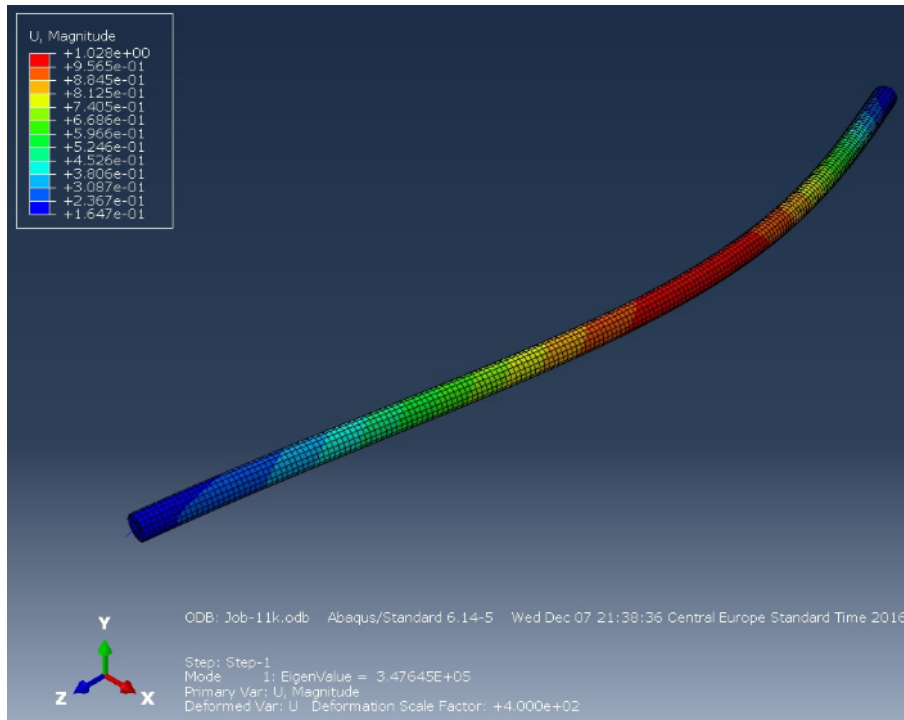
Slika 5.40 Obrtanje vrha šipa prečnika Ø450 mm

Inverzijom matrice fleksibilnosti dobijene su čvorne matrice krutosti na gornjem kraju šipa, odnosno na donjem kraju CFT stuba.

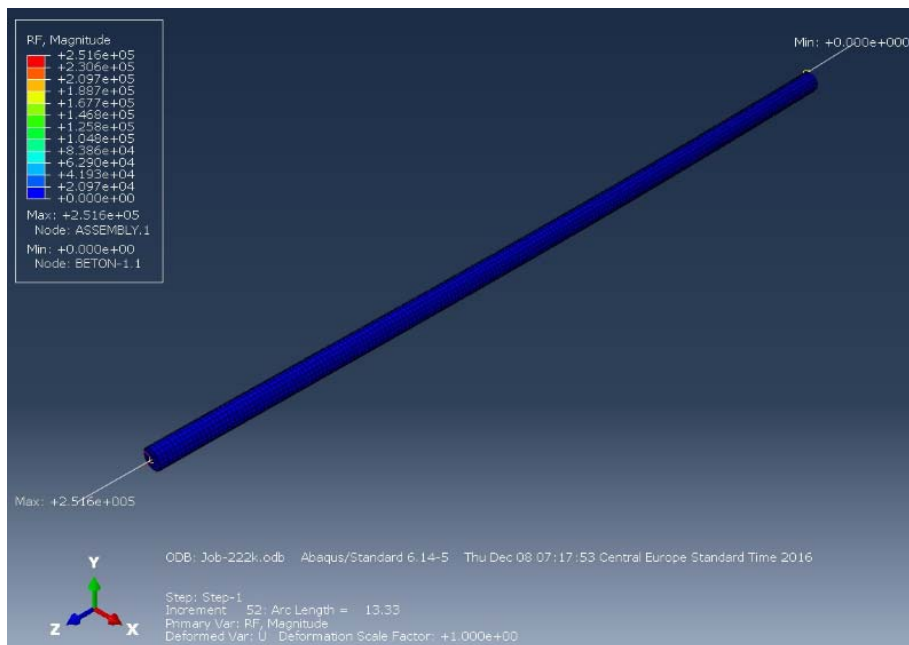
Na slikama 5.41, 5.42 i 5.43 i 5.44 prikazani su rezultati proračuna za CFT stub odnosa $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$ i to prikaz horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba, prvi ton izvijanja, vrednost kritične sile izvijanja, kao i moment savijanja u uklještenju, respektivno. Maksimalna vrednost horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba iznosi 23.91 mm. Tonovi izvijanja CFT stuba takođe su dobijeni primenom "Buckling" analize. Faktor proporcionalnosti za prvi ton izvijanja λ primenjen je u Riks-ovoj metodi kako bi se dobila vrednost kritične sile izvijanja. Dobijena vrednost faktora proporcionalnosti za prvi ton izvijanja iznosi $\lambda = 3.47645 \cdot 10^5$, vrednost krtične sile izvijanja je 251.6 kN, dok je moment savijanja u uklještenju $M_{uk} = 3.31 \text{ kNm}$. U ovom slučaju slobodna dužina izvijanja određena je kao rastojanje između prevojnih tačaka elastične linije nosača u kojima je moment savijanja jednak nuli i on iznosi $0.789 \cdot L = 3156 \text{ mm}$.



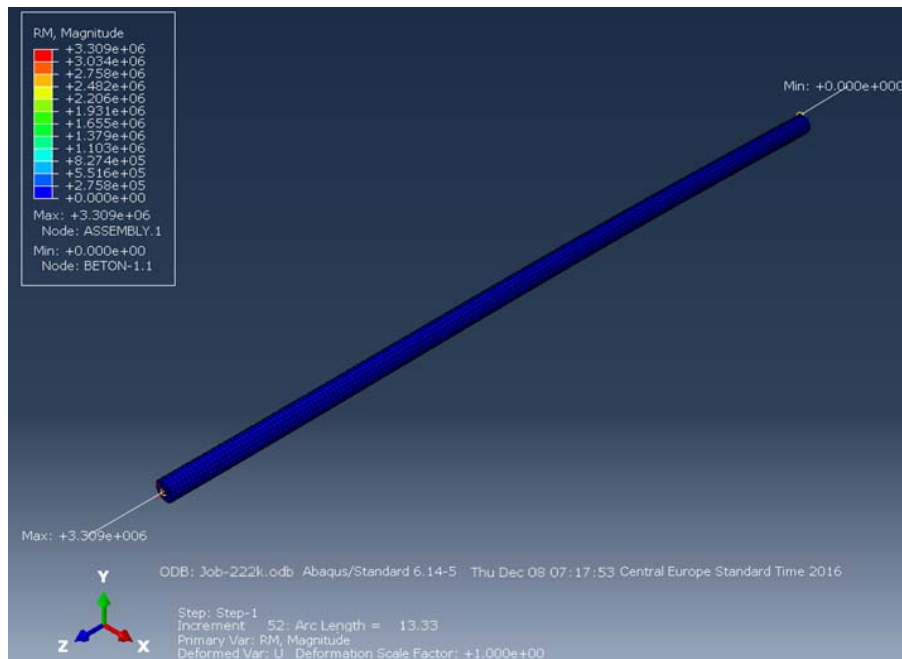
Slika 5.41 Rezultati proračuna za uzorak C7-prikaz horizontalnog pomeranja



Slika 5.42 Rezultati proračuna za uzorak C7-prvi ton izvijanja

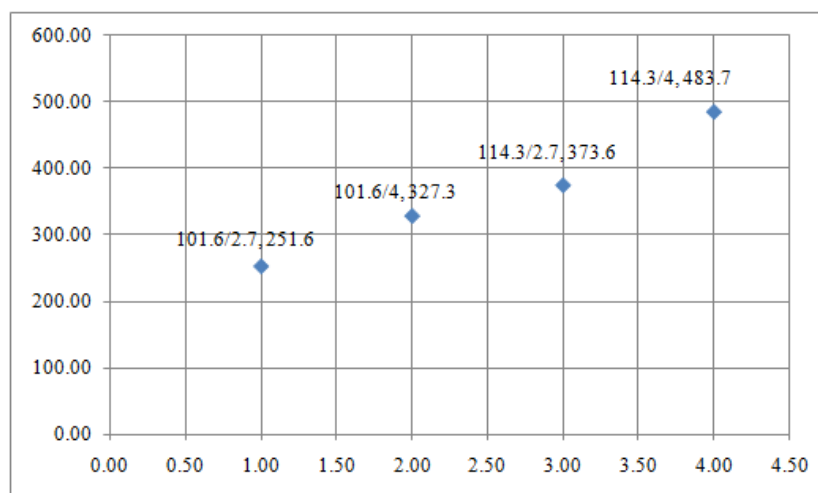


Slika 5.43 Rezultati proračuna za uzorak C7-vrednost kritične sile izvijanja



Slika 5.44 Rezultati proračuna za uzorak C7-vrednost momenta savijanja u uklještenju

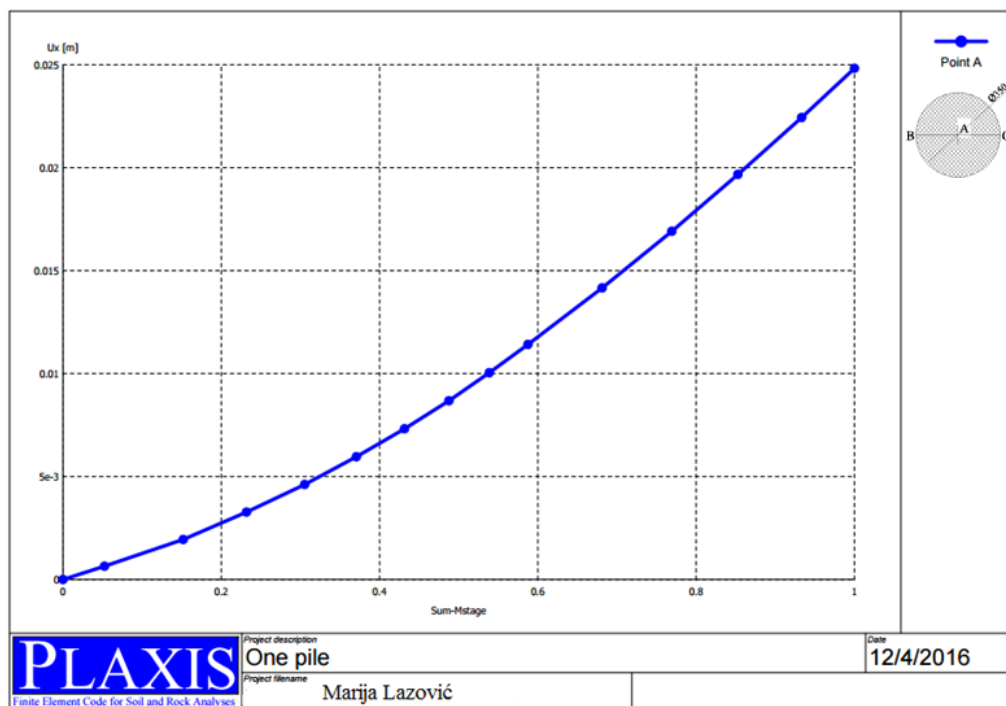
Sa porastom odnosa D/t od $101.6\text{ mm}/2.7\text{ mm}$ do $114.3\text{ mm}/4.0\text{ mm}$ kritična sila se povećala 1.923 puta. Na slici 5.45 prikazana je zavisnost kritične sile izvijanja P_{cr} sa porastom odnosa D/t .



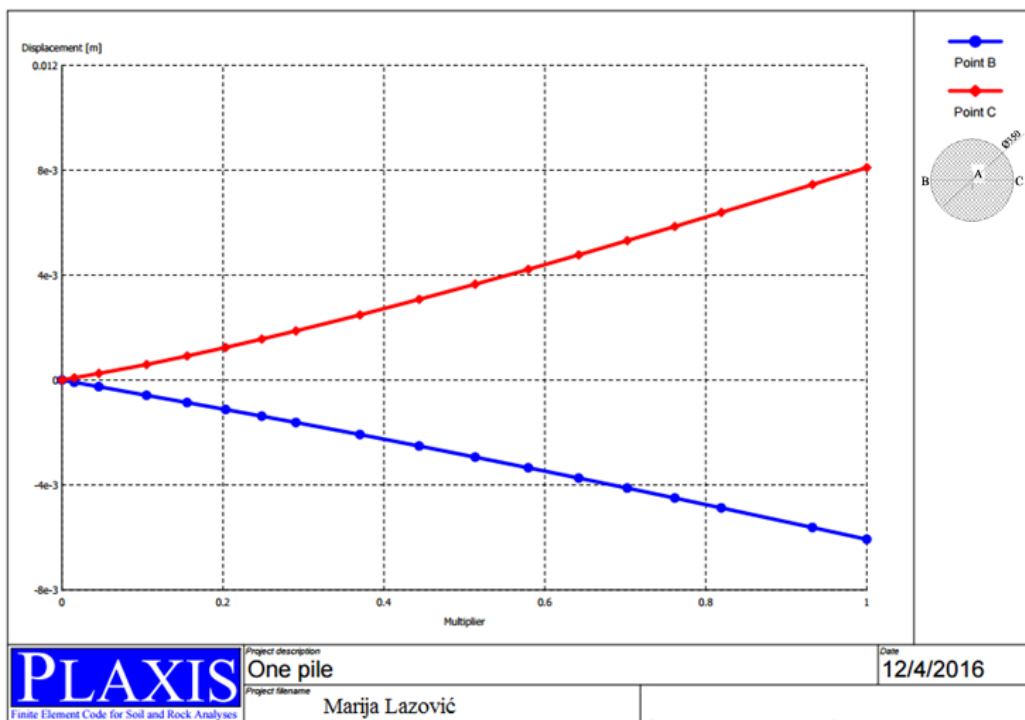
Slika 5.45 Dijagram zavisnosti P_{cr} od odnosa D/t

-Uticaj krutosti veze donjeg kraja CFT stuba na stabilnost

Na krutost veze sa donje strane CFT stuba analizirani su različiti prečnici šipova: Ø350 mm, Ø450 mm i Ø600 mm. Klasa betona je C25/30, kvalitet čelika S355, $D/t = 101.6 \text{ mm} / 2.7 \text{ mm}$, dok su konstitutivni modeli za tlo, beton šipa, kao i veze ovih elemenata opisani prethodno u poglavljima 5.3.1, 5.3.2 i 5.3.3, respektivno. S obzirom da se sa promenom prečnika šipa menja matrica fleksibilnosti vrha šipa, u modelima je neophodno uneti matrice krutosti donjeg kraja CFT stuba za svaki analiziran prečnik šipa. Za šip prečnika Ø350 mm horizontalno pomeranje vrha šipa usled generalisane sile je $\delta = 0.139 \text{ mm}$, dok je obrtanje vrha šipa usled generalisanog momenta $\varphi = 3.43 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$.

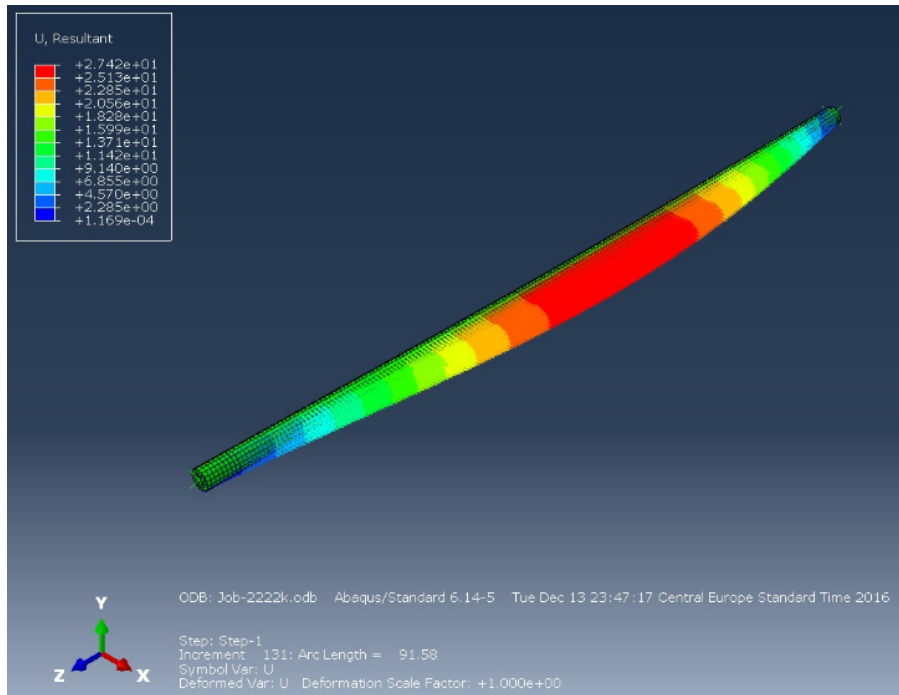


Slika 5.46 Horizontalno pomeranje vrha šipa prečnika Ø350 mm

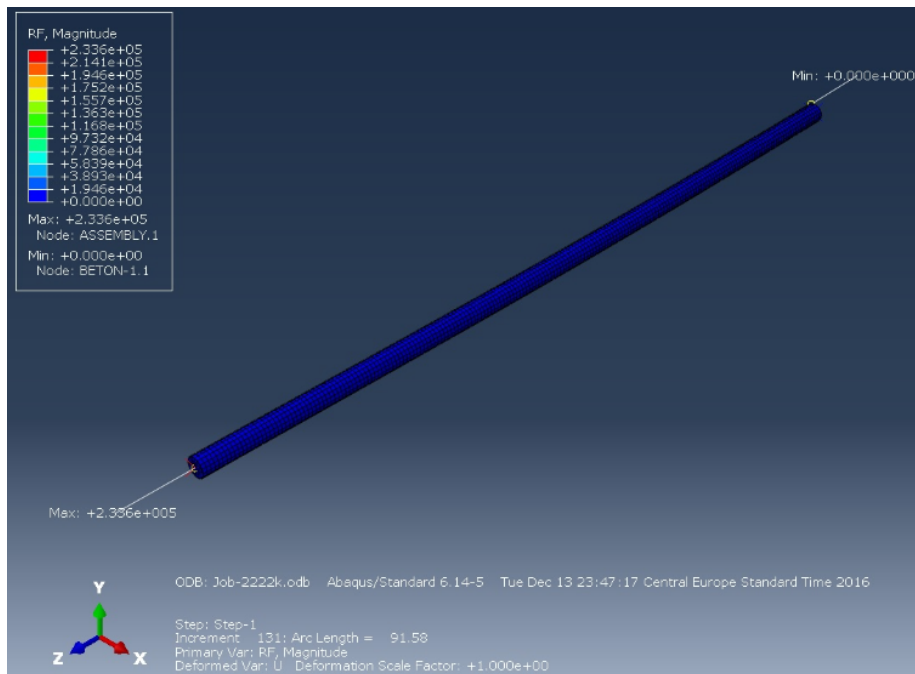


Slika 5.47 Obrtanje vrha šipa prečnika Ø350 mm

Na slikama 5.48 i 5.49 prikazani su rezultati proračuna i to maksimalna vrednost horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba koja iznosi 27.42 mm, kao i vrednost kritične sile izvijanja koja iznosi 233.6 kN. U ovom slučaju slobodna dužina izvijanja je $0.845 \cdot L = 3380 \text{ mm}$.

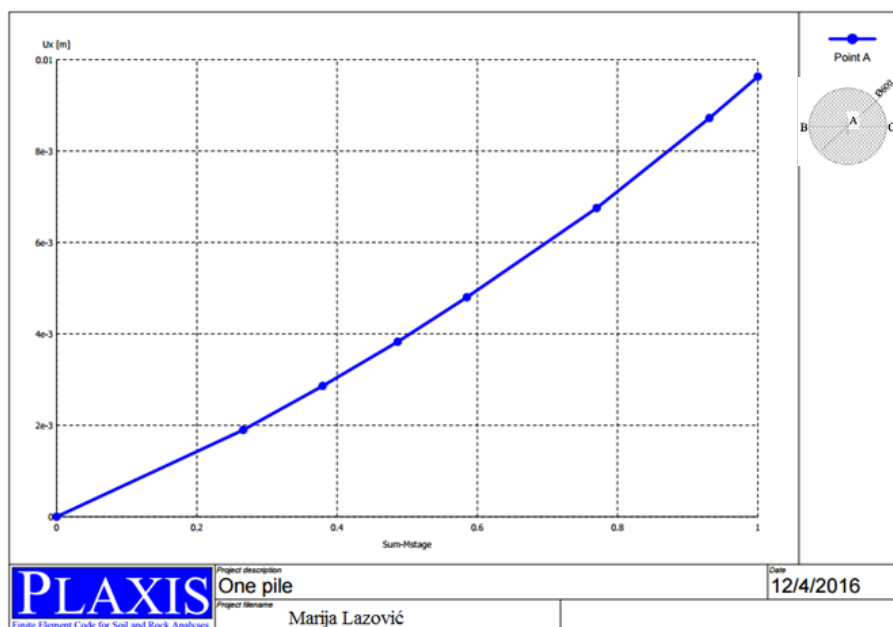


Slika 5.48 Rezultati proračuna-prikaz horizontalnog pomeranja

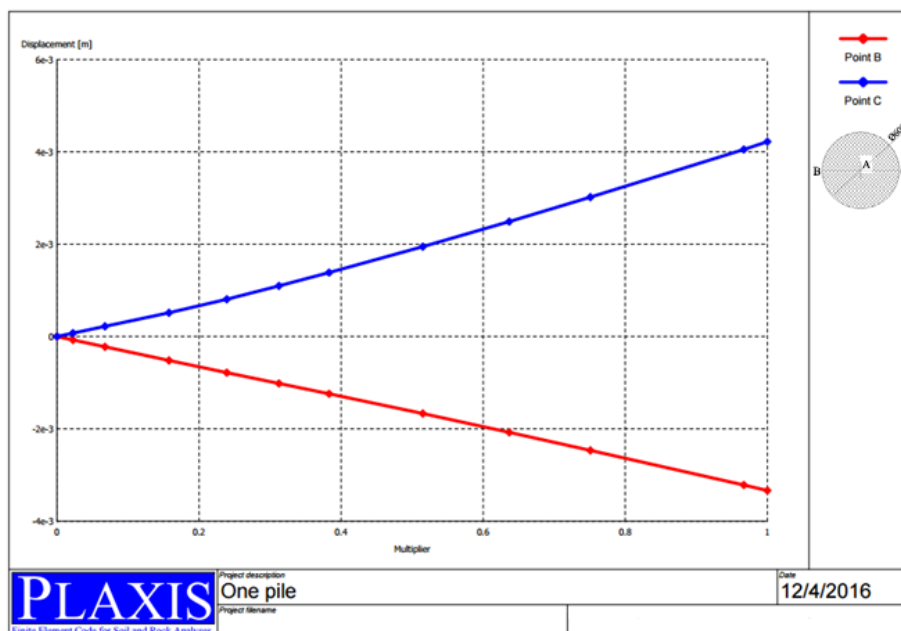


Slika 5.49 Rezultati proračuna-vrednost kritične sile izvijanja

Za šip prečnika $\text{Ø}600$ mm horizontalno pomeranje vrha šipa usled generalisane sile je $\delta = 0.075$ mm, dok je obrtanje vrha šipa usled generalisanog momenta $\varphi = 1.00 \cdot 10^{-5}$ rad.

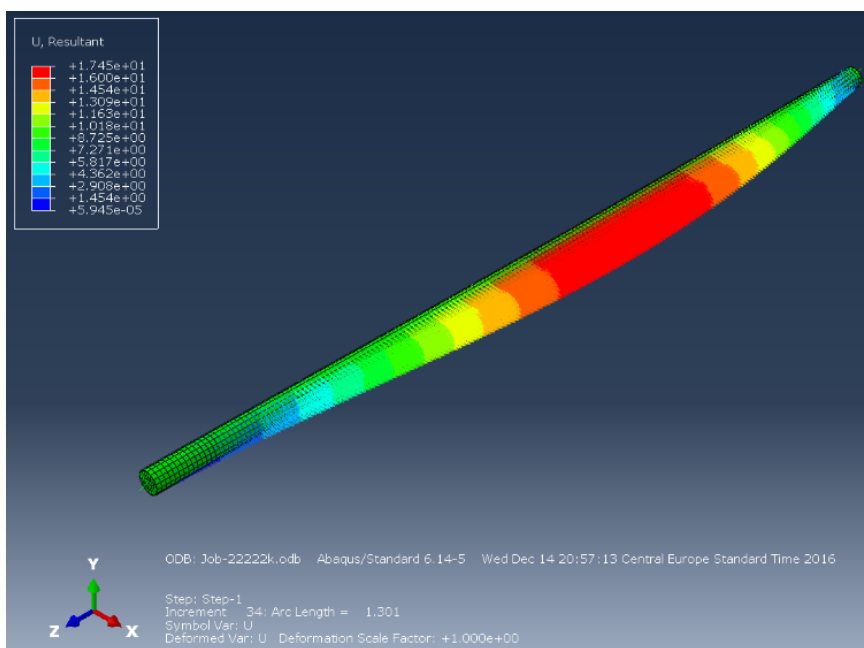


Slika 5.50 Horizontalno pomeranje vrha šipa prečnika $\text{Ø}600$ mm

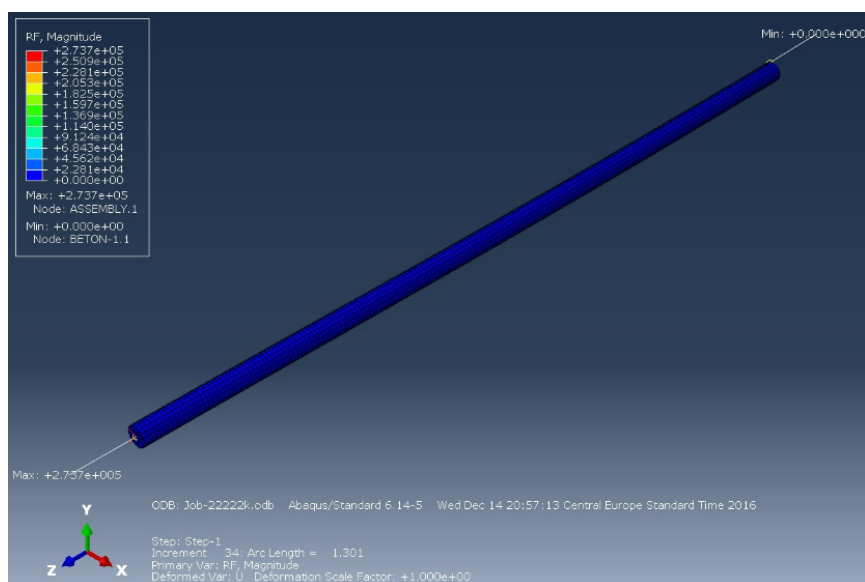


Slika 5.51 Obrtanje vrha šipa prečnika $\text{Ø}600$ mm

Na slikama 5.51 i 5.52 prikazani su rezultati proračuna i to maksimalna vrednost horizontalnog pomeranja u trenutku gubitka stabilnosti CFT stuba koja je jednaka 17.45 mm, kao i vrednost kritične sile izvijanja koja iznosi 273.7 kN. U ovom slučaju slobodna dužina izvijanja je $0.724 \cdot L = 2896 \text{ mm}$.



Slika 5.51 Rezultati proračuna-prikaz horizontalnog pomeranja



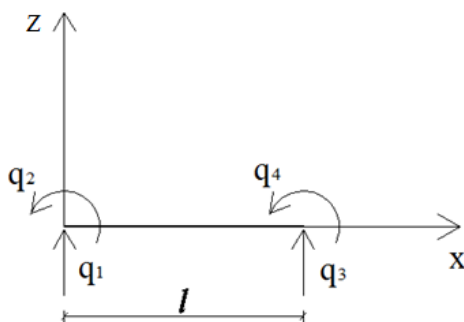
Slika 5.52 Rezultati proračuna-vrednost kritične sile izvijanja

Sa porastom prečnika šipa od Ø350 mm do Ø600 mm kritična sila izvijanje se povećala $273.70/233.60=1.189$ puta, dok se slobodna dužina izvijanja smanjila $0.845 \cdot L/0.724 \cdot L=1.167$ puta.

6. PREDLOG POSTUPKA PRORAČUNA STABILNOSTI KRUŽNIH CFT STUBOVA PRIMENOM METODE KONAČNIH ELEMENATA UZIMAJUĆI U OBZIR KRUTOST VEZE NA KRAJEVIMA STUBOVA

Predlog postupka proračuna kritične sile izvijanja primenom MKE obuhvata sledeće pretpostavke:

- 1) Analiza se odnosi na linijske konačne elemente, pri čemu se pretpostavlja da je ostvareno potpuno sprezanje betonskog jezgra i čeličnog profila;
- 2) Vazi Bernoulli- Euler-ova hipoteza o ravnim preseccima;
- 3) Diskretizacija je izvršena po dužini CFT stuba;
- 4) Spregnut stub se aproksimira pravolinijskim konačnim elementima sa četiri stepeni slobode kretanja, tj. u svakom čvoru po dva nepoznata generalisana pomeranja (q_1, q_2, q_3 i q_4).



Slika 6.1 Element spregnutog stuba dužine l sa četiri stepeni slobode pomeranja

6.1 IZVIJANJE CFT STUBA U ELASTIČNOJ OBLASTI

Problemi stabilnosti predstavljaju nelinearan problem: veze između deformacija i pomeranja su nelinearne, jednačine ravnoteže i konstitutivne veze su takođe nelinearne. U teoriji stabilnosti konstrukcija u primeni je statički kriterijum stabilnosti. Statički kriterijum stabilnosti definiše kritično opterećenje kao najmanje opterećenje pri kome pored

prvobitnog ravnotežnog položaja postoji bar još jedan ravnotežni položaj, odnosno trenutak pojave stanja bifurkacione ravnoteže. Na osnovu analitičke formulacije statičkog kriterijuma stabilnosti pri kome se kritično opterećenje definiše kao najmanje opterećenje za koje homogen sistem jednačina linearizovane teorije II reda ima ma i jedno rešenje različito od trivijalnog, zadatak određivanja kritičnog opterećenja svodi se na zadatak određivanja svojstvenih vrednosti sistema diferencijalnih jednačina. U tom slučaju matrica krutosti sistema postaje singularna. Kritično opterećenje odgovara tački račvanja (bifurkacije) na krivoj zavisnosti opterećenja i pomeranja.

Prema teoriji konačnih deformacija za prvobitno prav štap sistem od sedam veličina $H_0, V_0, M_0, u_0, w_0, \varepsilon_0$ i φ_0 osnovnog ravnotežnog položaja predstavlja rešenje sledećeg sistema jednačina:

$$\begin{aligned}
 dx + du_0 &= (1 + \varepsilon_0) \cdot \cos \varphi_0 dx \\
 dw_0 &= (1 + \varepsilon_0) \cdot \sin \varphi_0 dx \\
 dH_0 + p_x dx &= 0 \\
 dV_0 + p_z dx &= 0 \\
 dM_0 + H_0 dw_0 - V_0 \cdot (dx + du_0) &= 0 \\
 EA \cdot \varepsilon_0 = N_0 = H_0 \cdot \cos \varphi_0 + V_0 \cdot \sin \varphi_0 \\
 EI \cdot d\varphi_0 &= -M_0 dx
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

U stanju bifurkacione ravnoteže sve veličine koje odgovaraju osnovnom ravnotežnom položaju imaju odgovarajuće priraštaje, pa je novi ravnotežni položaj određen sledećim sistemom jednačina:

$$\begin{aligned}
 dx + du_0 + du &= (1 + \varepsilon_0 + \varepsilon) \cdot \cos (\varphi_0 + \varphi) dx \\
 dw_0 + dw &= (1 + \varepsilon_0 + \varepsilon) \cdot \sin (\varphi_0 + \varphi) dx \\
 d(H_0 + H) + p_x dx &= 0 \\
 d(V_0 + V) + p_z dx &= 0 \\
 d(M_0 + M) + (H_0 + H) \cdot (dw_0 + dw) - (V_0 + V) \cdot (dx + du_0 + du) &= 0 \\
 EA \cdot (\varepsilon_0 + \varepsilon) &= (H_0 + H) \cdot \cos (\varphi_0 + \varphi) + (V_0 + V) \cdot \sin (\varphi_0 + \varphi) \\
 EI \cdot (d\varphi_0 + d\varphi) &= -(M_0 + M) dx
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Ukoliko se uvede pretpostavka o malim deformacijama ($\sin\varphi = \varphi$ i $\cos\varphi = 1$) i zanemare proizvodi malih veličina oduzimanjem sistema jednačina (6.2) od (6.1) dobija se sledeći sistem jednačina u kojima su nepoznate veličine $H, V, M, u, w, \varepsilon$ i φ :

$$\begin{aligned}
 du &= \varepsilon \cdot \cos\varphi_0 dx - \varphi \cdot (1 + \varepsilon_0) \cdot \sin\varphi_0 dx \\
 dw &= \varepsilon \cdot \sin\varphi_0 dx + \varphi \cdot (1 + \varepsilon_0) \cdot \cos\varphi_0 dx \\
 dH &= 0 \\
 dV &= 0 \\
 dM + Hdw_0 - V(dx + du_0) + H_0dw - V_0du &= 0 \\
 EA \cdot \varepsilon &= H \cdot \cos\varphi_0 + V \cdot \sin\varphi_0 + \varphi \cdot (-H_0 \cdot \sin\varphi_0 + V_0 \cdot \cos\varphi_0) \\
 EI \cdot d\varphi &= -Mdx
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Rešavanje ovog sistema je složeno s obzirom da je sistem jednačina (6.1) kojim se definiše osnovni ravnotežni položaj nelinearan. Međutim, ukoliko se uslovi ravnoteže osnovnog ravnotežnog položaja postave na nedeformisanom štapu tada se sistem jednačina (6.1) zamenjuje sledećim sistemom:

$$\begin{aligned}
 du_0 &= \varepsilon_0 dx \\
 dw_0 &= \varphi_0 dx \\
 dH_0 &= -p_x dx \\
 dV_0 &= -p_z dx \\
 dM_0 &= V_0 dx \\
 EA \cdot \varepsilon_0 &= H_0 \\
 EI \cdot d\varphi_0 &= -M_0 dx
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

Slično, ukoliko se uvede pretpostavka o malim deformacijama i zanemare proizvodi malih veličina sistem jednačina 6.2 može se prikazati u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}
 du &= \varepsilon dx \\
 dw &= \varphi dx \\
 dH &= 0 \\
 dV &= 0 \\
 dM - Vdx + H_0dw - V_0du &= 0 \\
 EA \cdot \varepsilon &= H + \varphi \cdot w_0
 \end{aligned}$$

$$EI \cdot d\varphi = -Mdx \quad (6.5)$$

U MKE uz uvođenje određenih uprošćenja, problem bifurkacione stabilnosti može se opisati na sledeći način, polazeći od funkcionala potencijalne energije, koji se prikazuje kao:

$$\Pi = A + U \quad (6.6)$$

gde su:

A - energija deformacije koja se može prikazati na sledeći način:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \int_V \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot dV \quad (6.7)$$

U - potencijal konzervativnih sila koji se može prikazati na sledeći način:

$$U = - \int_V F_i \cdot u_i \cdot dV - \int_{S_\sigma} p_i \cdot u_i \cdot ds \quad (6.8)$$

Lagrange-Green –ov tenzor deformacije može se rastaviti na svoj linearni i nelinearni deo, tako da je:

$$\epsilon_{ij} = \varepsilon_{ij} + \eta_{ij} \quad (6.9)$$

gde su:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (6.10)$$

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} \cdot u_{k,i} \cdot u_{k,j} \quad (6.11)$$

Cauchy-ev tenzor napona σ_{ij} prikazuje se preko tenzora deformacija i matrice krutosti materijala na sledeći način:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (6.12)$$

Posle smene izraza za tenzore napona (6.12) i deformacija (6.9) u izraz za deformacioni rad (6.7), uz zanemarivanje nelinearnih članova dobija se:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \int_V (D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij} \cdot \eta_{ij}) \cdot dV \quad (6.13)$$

odnosno, u matričnom obliku:

$$A = \frac{1}{2} q^T \cdot (K_0 + K_g) \quad (6.14)$$

gde su:

K_g - geometrijska matrica krutosti i ona je nepoznata, jer zavisi od napona koji su nepoznati, K_0 - matrica krutosti konačnog elementa štapa na savijanje po teoriji I reda, q - vektor parametra pomeranja, dok je q^T - transponovan vektor parametra pomeranja.

Korišćenjem izraza (6.14) i (6.6) izraz za potencijalnu energiju (6.8) se može prikazati u sledećem obliku:

$$\Pi = \frac{1}{2} \cdot q^T \cdot (K_0 + K_g) \cdot q - q^T \cdot Q \quad (6.15)$$

pri čemu je Q vektor generalisanih sila u čvorovima sistema.

Geometrijsku matricu krutosti dobijamo iz stava o stacionarnosti potencijalne energije polazeći od funkcije pomeranja koja je rešenje diferencijalne jednačine po teoriji I reda:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = 0 \quad (6.16)$$

Primenom stava o stacionarnosti potencijalne energije $\delta\Pi = 0$ za elemente sa konstantnim poprečnim presekom i konstantnom aksijalnom silom S dobija se:

$$(K_0 + K_g) \cdot q = Q \quad (6.17)$$

Geometrijska matrica krutosti štapa K_g i matrica krutosti konačnog elementa štapa na savijanje se mogu prikazati u sledećem obliku:

$$K_g = P \cdot \int_0^l [N']^T \cdot [N'] \cdot dx \quad (6.18)$$

$$K_0 = \int_0^l EI \cdot [N'']^T \cdot [N''] \cdot dx \quad (6.19)$$

odnosno, u matričnom obliku:

$$K_0 = \frac{EI}{l^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$$K_g = \frac{P}{30 \cdot l} \cdot \begin{bmatrix} 36 & -3l & -36 & -3l \\ -3l & 4l^2 & 3l & -l^2 \\ -36 & 3l & 36 & 3l \\ -3l & -l^2 & 3l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

pri čemu je matrica $[N]$ matrica interpolacionih polinoma:

$$N(x) = [N_1(x) \quad N_2(x) \quad N_3(x) \quad N_4(x)], \quad (6.22)$$

dok je l -dužina konačnog elementa. Interpolacioni polinomi su H' Ermit-ovi polinomi I vrste.

Kod bifurkacione stabilnosti pretpostavlja se da je raspored napona proporcionalan intezitetu opterećenja i da se može sračunati prema linearnoj teoriji, tako da se sistem jednačina (6.17) može prikazati u sledećem obliku:

$$\delta II = (K_0 + \mu \cdot K_g) \cdot q - Q = 0 \quad (6.23)$$

U tački bifurkacije sistem se nalazi u indiferentnoj ravnoteži. U stanju indiferentne ravnoteže druga varijacija potencijalne energije sistema je jednaka nuli. Kritično opterećenje može se odrediti primenom matrične analize iz uslova da je dvostruka varijacija izraza za potencijalnu energiju sistema po pomeranju jednak nuli:

$$\delta^2 II = \delta q^T \cdot (K_0 + \lambda \cdot K_g) \cdot \delta q = 0 \quad (6.24)$$

odnosno:

$$|K_0 + \lambda \cdot K_g| = 0 \quad (6.25)$$

λ je faktor proporcionalnosti opterećenja koji se može izračunati na sledeći način:

$$\lambda = \frac{P}{30} \cdot \frac{l^2}{EI} \quad (6.26)$$

Ovo rešenje predstavlja približno rešenje, s obzirom da su sile u štapovima određene po teoriji I reda. Tačnije rešenje kritičnog opterećenja može se dobiti primenom teorije II reda.

U narednom delu prikazano je određivanje kritičnog opterećenja primenom teorije II reda.

Diferencijalna jednačina pravog štapa konstantnog preseka, opterećenog silama pritiska P na krajevima, po linearizovanoj teoriji II reda glasi:

$$w^{IV} \pm k^2 \cdot w^{II} = 0 \quad (6.27)$$

gde je:

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (6.28)$$

Rešenje homogene diferencijalne jednačine je:

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \frac{\omega}{l} \cdot x + \alpha_3 \cdot \sin \frac{\omega}{l} \cdot x + \alpha_4 \cdot \cos \frac{\omega}{l} \cdot x \quad (6.29)$$

Odnosno, u matričnom obliku:

$$w(x) = [A] \cdot \{\alpha\} \quad (6.30)$$

Integracione konstante α_i se određuju iz generalisanih pomeranja krajeva štapa:

$$\{\alpha\} = [C]^{-1} \cdot \{q\} \quad (6.31)$$

gde su:

$$\omega = k \cdot l \quad (6.32)$$

$$[A] = \left[1 \quad \frac{\omega}{l} \cdot x \quad \sin \frac{\omega}{l} \cdot x \quad \cos \frac{\omega}{l} \cdot x \right] \quad (6.33)$$

$$\{\alpha\} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

$$\{q\} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

$$C^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 1 - \cos \omega - \omega \sin \omega & \frac{l}{\omega} \cdot (\omega \cdot \cos \omega - \sin \omega) & 1 - \cos \omega & \frac{l}{\omega} \cdot (\sin \omega - \omega) \\ \sin \omega & \frac{l}{\omega} \cdot (1 - \cos \omega) & -\sin \omega & \frac{l}{\omega} \cdot (1 - \cos \omega) \\ -\sin \omega & \frac{l}{\omega} \cdot (1 - \cos \omega - \omega \cdot \sin \omega) & \sin \omega & -\frac{l}{\omega} \cdot (1 - \cos \omega) \\ 1 - \cos \omega & \frac{l}{\omega} \cdot (\sin \omega - \omega \cdot \cos \omega) & -(1 - \cos \omega) & \frac{l}{\omega} \cdot (\omega - \sin \omega) \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

dok je:

$$\Delta = 2 \cdot (1 - \cos \omega) - \omega \cdot \sin \omega \quad (6.37)$$

Ako se (6.31) ubaci u izraz (6.30) vektor pomeranja se može prikazati u sledećem obliku:

$$w = A \cdot [C]^{-1} \cdot \{q\} = [N] \cdot \{q\} \quad (6.38)$$

pri čemu su:

$$N_1 = \frac{1}{\Delta} \cdot (-(1 - \xi) \cdot \omega \cdot \sin \omega - \sin \omega \cdot \sin \omega \xi + (1 - \cos \omega) \cdot (1 + \cos \omega))$$

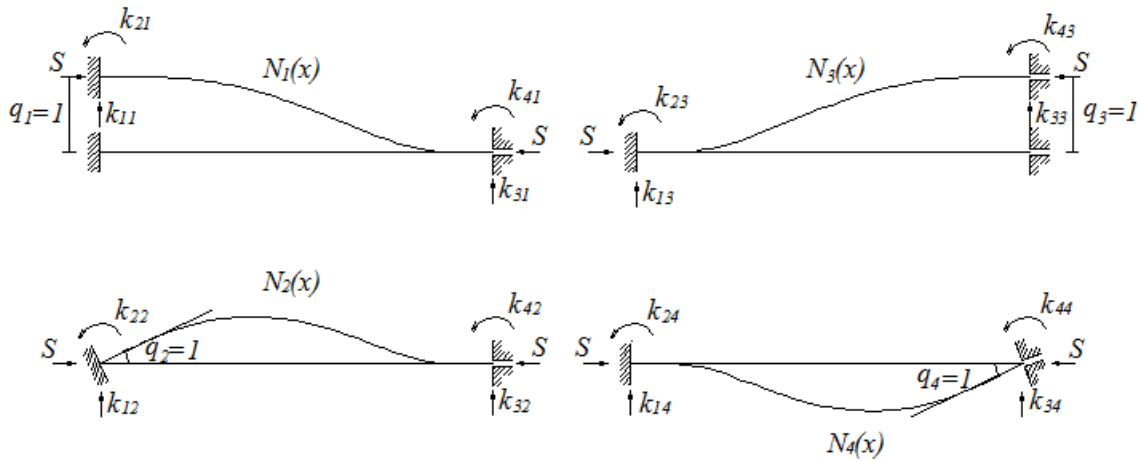
$$N_2 = \frac{1}{\Delta} \cdot ((1 - \cos \omega) \cdot \omega \xi - (\sin \omega - \omega \cdot \cos \omega) \cdot (1 - \cos \omega \xi) + (1 - \cos \omega - \omega \cdot \sin \omega) \cdot \sin \omega \xi) \cdot \frac{l}{\omega}$$

$$N_3 = \frac{1}{\Delta} \cdot (-\omega \xi \cdot \sin \omega + \sin \omega \cdot \sin \omega \xi) + (1 - \cos \omega) \cdot (1 - \cos \omega \xi)$$

$$N_4 = \frac{1}{\Delta} \cdot ((1 - \cos \omega) \cdot \omega \xi - (1 - \cos \omega) \cdot \sin \omega \xi - (\omega - \sin \omega) \cdot (1 - \cos \omega \xi)) \cdot \frac{l}{\omega} \quad (6.39)$$

$$\xi = \frac{x}{l} \quad (6.40)$$

Analogno teoriji I reda, interpolacione funkcije $N_i(x)$ i u teoriji II reda predstavljaju elastičnu liniju obostrano uklještenog štapa opterećenog aksijalnom silom pritiska na krajevima usled jediničnog generalisanog pomeranja q_i pri čemu su sva ostala generalisana pomeranja jednaka nuli.



Slika 6.2 Interpolacione funkcije $N_i(x)$ za štap tipa "k"

Diferencijanjem izraza (6.30) dobija se veza između dilatacija i parametra pomeranja:

$$\epsilon = [B] \cdot \{q\} \quad (6.41)$$

U izrazu 6.41 članovi matrice B se mogu izračunati na sledeći način:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\omega^2 \cdot y}{l^2 \cdot \Delta} \cdot (-\sin\omega \cdot \sin\omega\xi) + (1 - \cos\omega) \cdot \cos\omega\xi \\ B_2 &= \frac{\omega^2 \cdot y}{l^2 \cdot \Delta} \cdot ((\sin\omega - \omega \cdot \cos\omega) \cdot \cos\omega\xi + (1 - \cos\omega - \omega \cdot \sin\omega) \cdot \sin\omega\xi) \cdot \frac{l}{\omega} \\ B_3 &= \frac{\omega^2 \cdot y}{l^2 \cdot \Delta} \cdot (\sin\omega \cdot \sin\omega\xi - (1 - \cos\omega) \cdot \cos\omega\xi) \\ B_4 &= \frac{\omega^2 \cdot y}{l^2 \cdot \Delta} \cdot ((\omega - \sin\omega) \cdot \cos\omega\xi - (1 - \cos\omega\xi) \cdot \sin\omega\xi) \cdot \frac{l}{\omega} \end{aligned} \quad (6.42)$$

Kako je matrica krutosti jednaka:

$$K = \int_V B^T \cdot E \cdot B dV \quad (6.43)$$

Smenom (6.42) u (6.43) dobija se matrica krutosti štapa po linearizovanoj teoriji II reda:

$$K = \frac{EI \cdot \omega}{\Delta \cdot l} \begin{bmatrix} \frac{\omega^2}{l^2} \cdot \sin \omega & \frac{\omega}{l} \cdot (1 - \cos \omega) & -\frac{\omega^2}{l^2} \cdot \sin \omega & \frac{\omega}{l} \cdot (1 - \cos \omega) \\ \sin \omega - \omega \cos \omega & -\frac{\omega}{l} \cdot (1 - \cos \omega) & \frac{\omega^2}{l^2} \cdot \sin \omega & -\frac{\omega}{l} \cdot (1 - \cos \omega) \\ \text{sim} & & & \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

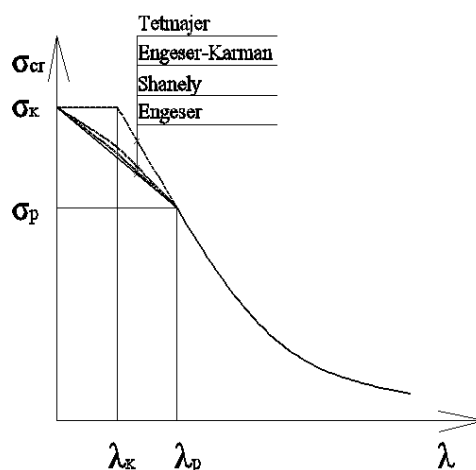
Po teoriji drugog reda članovi matrice krutosti štapa zavise i od aksijalne sile u štapa za razliku od matrice krutosti štapa po teoriji prvog reda u kojoj su svi članovi konstante. Zbog toga, proračun po teoriji drugog reda je značajno kompleksniji od proračuna po teoriji prvog reda.

U ovom slučaju problem bifurkacione stabilnosti definiše se polinomom čiji najniži koren ω definiše kritično opterećenje pri kome dolazi do izvijanja:

$$|K| = 0 \quad (6.45)$$

6.2 IZVIJANJE CFT STUBA U PLASTIČNOJ OBLASTI

U poglavlju 6.1 pretpostavlja se da su veze između napona i dilatacija linearne. Međutim, sa porastom napona iznad granice proporcionalnosti veza između napona i dilatacija postaje nelinearna. Postoji više predloženih rešenja za određivanje kritične sile izvijanja u plastičnoj oblasti [53], a koja su razvijena na bazi brojnih eksperimentalnih ispitivanja.



Slika 6.3 Veza između kritičnog napona i vitkosti

U slučaju izvijanja stuba u elastičnoj oblasti, polazeći od Euler-ove kritične sile izvijanja P_{cr} , kritični napon izvijanja se može izračunati na sledeći način:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L_i^2 \cdot A} = \pi^2 \frac{E}{\lambda_E^2} \quad (6.46)$$

gde su:

$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ - poluprečnik inercije poprečnog preseka stuba, λ_E - vitkost stuba.

Ovaj izraz za određivanje kritičnog napona važi sve dok je kritični napon manji od granice proporcionalnosti σ_p . Ukoliko se ovaj napon prekorači, izvijanje stuba će se desiti u plastičnoj oblasti. Veza između kritičnog napona i vitkosti je prikazana na slici 6.3.

Prema Tetmajer-u veza između kritičnog napona i vitkosti grede u plastičnoj oblasti predstavlja linearnu vezu u sledećem obliku:

$$\sigma_{cr} = \sigma_0 - \sigma_1 \cdot \lambda \quad (6.47)$$

Veličine σ_0 i σ_1 zavise od vrste materijala i određuju se eksperimentalno. Ukoliko je reč o kratkom stubu ($\lambda < \lambda_k$) do izvijanja neće doći, odnosno do loma stuba će doći usled gubitka nosivosti materijala od koga je stub napravljen. U tom slučaju kritični napon iznosi:

$$\sigma_{cr} = \sigma_K \quad (6.48)$$

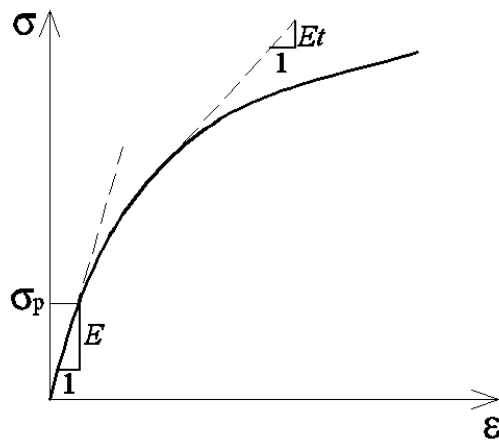
pri čemu je napon σ_K kod žilavih materijala jednak naponu na granici tečenja, dok je kod krutih materijala jednak jačini materijala.

Kada se izvijanje dešava u elastičnoj oblasti modul elastičnosti E ima konstantnu vrednost. Međutim, sa povećanjem napona iznad granice proporcionalnosti veze između napona i dilatacija postaju nelinearne i mogu se prikazati u sledećem obliku:

$$d\sigma = E_t \cdot d\varepsilon \quad (6.49)$$

pri čemu je:

E_t - tangentni modul. Na osnovu prethodnog izraza može se zaključiti da tangentni modul E_t predstavlja nagib krive zavisnosti napon-dilatacija pri bilo kom intezitetu napona. Ukoliko je napon ispod granice proporcionalnosti tangentni modul i Young-ov modul elastičnosti imaju istu vrednost. Međutim, sa povećanjem napona iznad granice proporcionalnosti tangentni modul ima manju vrednost od Young-ovog modula elastičnosti, a što je posledica slabljenja materijala (sl. 6.4).



Slika 6.4 Tangentni modul

Prema Schanley-u određivanje kritične sile izvijanja u plastičnoj oblasti može se definisati sledećim diferencijalnim jednačinama, pri čemu se razlikuju dve oblasti duž štapa prema tome da li je na konkavnoj strani štapa nastupilo smanjenje dilatacije, odnosno rasterećenje ili nije:

1) Za deo štapa gde je nastupilo rasterećenje:

$$E_t \cdot I_i \cdot w^{II} + (P + \Delta P) \cdot w - \Delta P \cdot e = 0 \quad (6.50)$$

2) Za deo štapa gde nije nastupilo rasterećenje:

$$E_t \cdot I \cdot w^{II} + (P + \Delta P) \cdot w = 0 \quad (6.51)$$

pri čemu su:

I_i - moment inercije idealizovanog preseka, e - ekscentricitet sile, dok je ΔP - priraštaj aksijalne sile.

Prema Engesser-Karmen-ovom rešenju određivanje kritične sile izvijanja svodi se na rešenje problema izvijanja zglobno oslonjenog štapa u plastičnoj oblasti pri konstantnoj sili izvijanja P :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot T \cdot I}{L^2} \quad (6.52)$$

pri čemu je:

$$T = \frac{E_t \cdot I_i}{I} \quad (6.53)$$

Prema Engesser-u kritična sila izvijanja se može odrediti polazeći od Schanley-ovog rešenja pri čemu se rasterećenje javilo samo u jednoj tački:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_t \cdot I}{L^2} \quad (6.54)$$

Matrica krutosti štapa na savijanje kod nelinearnog ponašanja materijala ima isti oblik kao i kod linearnog ponašanja materijala. Međutim, u svim članovima umesto konstantnog modula elastičnosti E primenjuje se tangenti modul E_t . Takođe, umesto veličine ω figuriše ω_t . U tom slučaju matrica krutosti za štap tipa "k" se može prikazati u sledećem obliku:

$$K = \frac{E_t I \cdot \omega_t}{\Delta_t \cdot l} \begin{bmatrix} \frac{\omega_t^2}{l^2} \cdot \sin \omega_t & \frac{\omega_t}{l} \cdot (1 - \cos \omega_t) & -\frac{\omega_t^2}{l^2} \cdot \sin \omega_t & \frac{\omega_t}{l} \cdot (1 - \cos \omega_t) \\ \sin \omega_t - \omega_t \cos \omega_t & -\frac{\omega_t}{l} \cdot (1 - \cos \omega_t) & \omega_t - \sin \omega_t & \frac{\omega_t}{l} \cdot (1 - \cos \omega_t) \\ \text{sim} & \frac{\omega_t^2}{l^2} \cdot \sin \omega_t & -\frac{\omega_t}{l} \cdot (1 - \cos \omega_t) & \sin \omega_t - \omega_t \cos \omega_t \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

pri čemu su:

$$\omega_t = \sqrt{\frac{S_i}{E_t \cdot I} \cdot l} \quad (6.56)$$

$$\Delta_t = 2 \cdot (1 - \cos \omega_t) - \omega_t \cdot \sin \omega_t \quad (6.57)$$

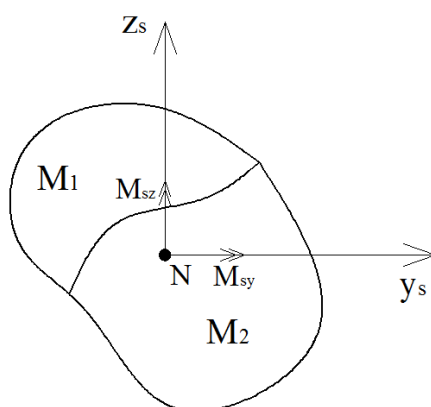
6.3 PRIKAZ NUMERIČKOG POSTUPKA ZA PRORAČUN KRUTOSTI SPREGNUTIH PRESEKA

6.3.1 UVOD

Pri proračunu različitih građevinskih konstrukcija, često se javlja problem proračuna napona i deformacija u poprečnim presecima elemenata koji se sastoje iz dva ili više različitih materijala. Ovakvi proračuni su po svojoj prirodi složeni, iako su preseci sastavljeni od elemenata jednostavnih geometrijskih oblika. Ukoliko su oblici poprečnog preseka složeni, tada se najčešće njihove geometrijske karakteristike određuju približno numerički. Ovo se radi tako što se površina poprečnog preseka podeli na veliki broj manjih

površina pravilnog geometrijskog oblika, pa se sumiranjem određuju zahtevane geometrijske karakteristike preseka. Nadalje, korišćenjem teorije savijanja štapa, postavljaju se jednačine iz kojih se sračunavaju tražene veličine napona i deformacija u karakterističnim tačkama poprečnog preseka. Generalno gledano, ovakvi proračuni su po svojoj prirodi složeni, naročito ako je ponašanje materijala nelinearno, pa se materijalne karakteristike preseka menjaju u funkciji inteziteta opterećenja.

U disertaciji se predlaže jedan numerički postupak za proračun napona i deformacija u spregnutim poprečnim presecima koji se sastoje iz dva ili više različitih materijala. Ideja je da se sam poprečni presek rešava primenom MKE.



Slika 6.5 Spregnuti poprečni presek proizvoljnog oblika

Na slici 6.5 prikazan je jedan spregnuti poprečni presek proizvoljnog oblika koji se sastoji iz dva različita materijala (M_1 i M_2). U sistemoj liniji nosača, koja je obično u težištu poprečnog preseka, definisan je koordinatni sistem sa osama y_s i z_s . U tako definisanom koordinatnom početku, kao spoljašnje opterećenje u poprečnom preseku deluju normalna sila i momenti savijanja oko dve ose.

Da bi se primenio predloženi numerički postupak, poprečni presek se deli na veliki broj manjih elemenata tj. vrši se diskretizacija kontinuuma na fiber konačne elemente [54, 55, 56, 57]. Na slici 6.6 prikazana je podela poprečnog preseka na konačne elemente. Ova podela se vrši tako da se ona sprovodi posebno za material M_1 , a posebno za material M_2 . Elementarne površine preseka materijala M_1 i M_2 su označene sa A_{1i} i A_{2j} , respektivno, pri čemu je material M_1 podeljen na n elemenata, dok je material M_2 podeljen na m elemenata.

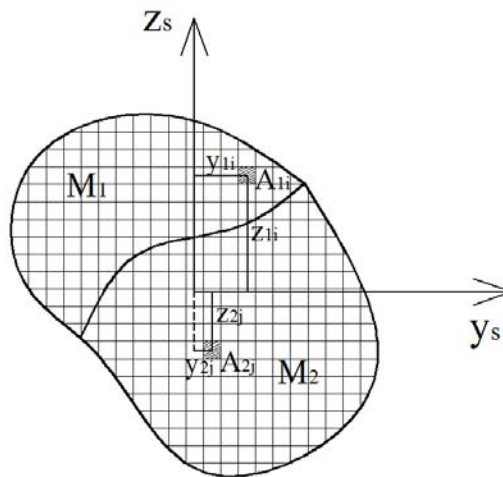
Sumiranjem površina svih elemenata materijala M_1 i M_2 dobija se ukupna površina poprečnog preseka.

Ukoliko se poprečni presek razmatra kao deo spregnutog štapa jedinične dužine, tada svaki izdvojeni element ima aksijalnu krutost koja je jednaka:

$$K_{1i} = A_{1i} \cdot E_1 \quad (6.58)$$

$$K_{2j} = A_{2j} \cdot E_2 \quad (6.59)$$

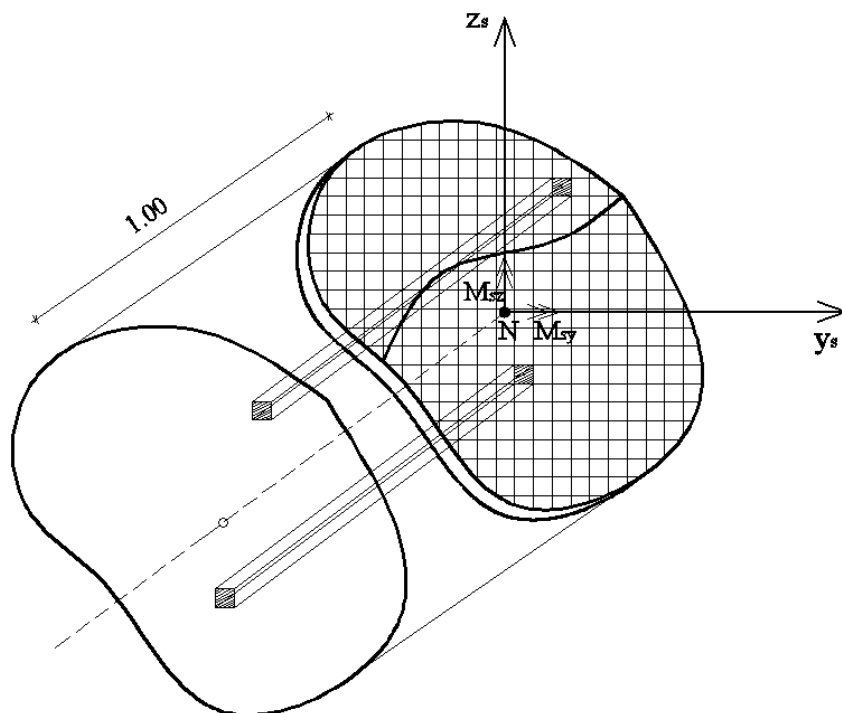
U jednačinama (6.58) i (6.59) sa E_1 i E_2 označeni su moduli elastičnosti materijala M_1 i M_2 , respektivno.



Slika 6.6 Podela spregnutog poprečnog preseka na fiber konačne elemente

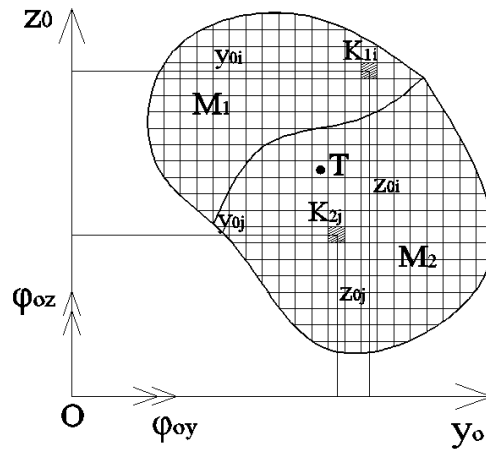
Pri proračunu određenih konstrukcija u statičkoj konstrukciji ili otpornosti materijala, da bi se određeni problemi rešili, često se uvode određena uprošćenja ili aproksimacije koje na približan način opisuju stvarno ponašanje. Jedna od pretpostavki koja se najčešće usvaja kod proračuna grednih nosača jeste pretpostavka da poprečni presek i posle deformacije ostaje ravan. U fizičkom smislu, ovo znači da je na poprečni presek zalepljena jedna apsolutno kruta ploča, te su svi elementi poprečnog preseka prinuđeni da se pomeraju u pravcu upravno na ravan ploče, tako da ostaju u ravni ploče. Na slici 6.7 prikazan je jedan segment spregnutog grednog nosača koji je podeljen na konačne elemente i koji je spojen sa krutom pločom. Na ploču kao spoljašnje opterećenje deluje predhodno navedeno opterećenje u sistemnoj osi nosača (N_s , M_{sy} i M_{sz}). Na ovaj način, problem proračuna napona i deformacija u spregnutom poprečnom preseku svodi se na problem proračuna

pomeranja krute ploče koja je oslonjena na sistem konačnih elemenata. U statičkom smislu, ovi elementi se mogu posmatrati kao prosti štapovi, jer prihvataju opterećenje i pomeraju se samo u pravcima svoje ose.



Slika 6.7 Segment spregnutog grednog nosača koji je spojen sa krutom pločom

Na slici 6.8 prikazan je spregnuti poprečni presek kod koga je kruta ploča oslonjena na sistem elemenata materijala M_1 i M_2 čije su aksijalne krutosti K_{1i} i K_{2j} . Položaji svih elemenata definišu se u koordinatnom sistemu (y_0, θ, z_0) . Pomeranja svih tačaka u težištima konačnih elemenata mogu se prikazati preko tri stepena slobode pomeranja i to: u_0 je pomeranje pola upravno na ravan poprečnog preseka, φ_{0y} je obrtanje oko ose y_0 i φ_{0z} je obrtanje oko ose z_0 .



Slika 6.8 Kruta ploča oslonjena na sistem elemenata materijala M_1 i M_2

Pomeranje u pravcu ose štapa može se prikazati u funkciji generalisanih pomeranja pola i koordinata tačke u kojoj se traži pomeranje, tako da se može izraziti na sledeći način:

$$u(y_i, z_i) = u_0 - \varphi_{0y} \cdot z_i + \varphi_{0z} \cdot y_i \quad (6.60)$$

U matricnom obliku može se prikazati kao:

$$u(y_i, z_i) = [T_{1i}] \cdot \begin{bmatrix} u_0 \\ \varphi_{0y} \\ \varphi_{0z} \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

gde je T_{1i} matrica translacije koordinata koja se može prikazati u sledećem obliku:

$$T_{1i} = [1 \quad -z_i \quad y_i] \quad (6.62)$$

Kao što je poznato iz teorije konačnih elemenata, pri transformaciji koordinata matrica krutosti konačnog elementa računa se na sledeći način:

$$[K_{1i}^*] = [T_{1i}^T] \cdot K_{1i} \cdot [T_{1i}] = \begin{bmatrix} 1 \\ -z_i \\ y_i \end{bmatrix} \cdot K_{1i} \cdot [1 \quad -z_i \quad y_i] = \begin{bmatrix} 1 & -z_i & y_i \\ -z_i & z_i^2 & -y_i \cdot z_i \\ y_i & -y_i \cdot z_i & y_i^2 \end{bmatrix} \cdot K_{1i} \quad (6.63)$$

Matrica krutosti svih elemenata za material M_1 dobija se sabiranjem svih matrica krutosti pojedinačnih elemenata, tako da imamo:

$$[K_1^*] = \sum_{i=1}^n [K_{1i}^*] \quad (6.64)$$

Na sličan način dobija se i matrica krutosti svih elemenata za material M_2 :

$$[K_2^*] = \sum_{j=1}^m [K_{2j}^*] \quad (6.65)$$

Ukupna matrica krutosti spregnutog preseka jednaka je zbiru matrica krutosti svih materijala (1, 2, ...s) od kojih je sastavljen poprečni presek, tako da se može prikazati u sledećem obliku:

$$[K_0^*] = [K_1^*] + [K_2^*] + \dots + [K_s^*] \quad (6.66)$$

Ako se ovako određena matrica krutosti spregnutog preseka pomnoži sa vektorom pomeranja pola, dobijaju se presečne sile tj. opterećenje koje deluje u poprečnom preseku, a koje je redukovano na izabrani pol:

$$K_0^* \cdot u_0 = Q_0 \quad (6.67)$$

Jednačinom (6.67) definisani su uslovi ravnoteže između unutrašnjih sila konačnih elemenata i vektora generalisanih sila usled spoljašnjeg opterećenja Q_0 tj. presečnih sila štapa u razmatranom poprečnom preseku, a koje su redukovane na proizvoljno odabrani pol. Na ovaj način dobija se sistem od tri jednačine sa tri nepoznate veličine koje u stvari predstavljaju generalisana pomeranja pola ($u_0, \varphi_{0y}, \varphi_{0z}$).

Kada su sračunata pomeranja pola, onda se primenom jednačina (6.60), mogu sračunati i pomeranja svih tačaka u težištima konačnih elemenata za sve materijale.

Pošto je usvojen segment štapa jedinične dužine, onda su sračunata pomeranja brojno jednaka dilatacijama u težištima svih elemenata. Množenjem ovih dilatacija sa modulima elastičnosti materijala dobijaju se vrednosti napona u težišnim tačkama za sve materijale od kojih je sastavljen spregnuti presek, a što se može prikazati sledećim jednačinama:

$$\sigma_i(y_i, z_i) = E_1 \cdot \varepsilon_i(y_i, z_i) \quad (6.68)$$

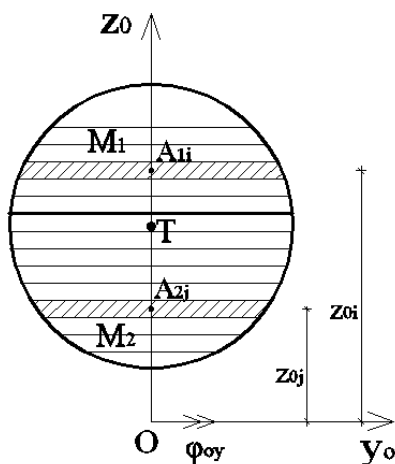
$$\sigma_j(y_j, z_j) = E_2 \cdot \varepsilon_j(y_j, z_j) \quad (6.69)$$

Na ovaj način je formalno postavljen problem određivanja napona i deformacija u tačkama spregnutog poprečnog preseka rešen. Ako se usvoji da je pomeranje u pravcu ose štapa $u = 0$, tada se na osnovu jednačine (6.60) dobija jednačina neutralne ose poprečnog preseka:

$$0 = u_0 - \varphi_{0y} \cdot z + \varphi_{0z} \cdot y \quad (6.70)$$

6.3.2 SPREGNUTI POPREČNI PRESECI NAPREGNUTI NA SAVIJANJE OKO JEDNE OSE

Veoma često analiziraju se spregnuti nosači koji su napregnuti na savijanje samo oko jedne ose. U tom slučaju diskretizacija poprečnog preseka ne vrši se na elemente pravouganog poprečnog preseka, već se diskretizacija vrši podelom preseka na slojeve. Ova podela za kružni poprečni presek je prikazana na slici 6.9.



Slika 6.9 Spregnut poprečni presek napregnut na savijanje oko jedne ose

Pomeranje težišne tačke sloja i može se prikazati sledećom jednačinom:

$$u(z_i) = u_0 - \varphi_{0y} \cdot z_i \quad (6.71)$$

odnosno u matručnom obliku:

$$u(z_i) = [T_{1i}] \cdot \begin{bmatrix} u_0 \\ \varphi_{0y} \end{bmatrix} = [1 \quad -z_i] \cdot \begin{bmatrix} u_0 \\ \varphi_{0y} \end{bmatrix} \quad (6.72)$$

gde je T_{1i} matrica translacije u odnosu na pol.

Kao i u predhodnom slučaju, aksijalne krutosti pojedinačnih slojeva materijala M_1 i M_2 dobijaju se množenjem površina slojeva sa odgovarajućim modulima elastičnosti materijala.

Takođe, pri transformaciji koordinata menjaju se i matrice krutosti pojedinačnih elemenata. Pri ovome, svi elementi krutosti redukuju se na proizvoljno izabranu tačku (pol), odnosno

koordinatni početak. Ovaj sistem se postavlja tako da se jedna njegova osa poklapa sa osom simetrije poprečnog preseka.

$$[K_{1i}^*] = [T_{1i}^T] \cdot K_{1i} \cdot [T_{1i}] = \begin{bmatrix} 1 \\ -z_i \end{bmatrix} \cdot K_{1i} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -z_i \\ -z_i & z_i^2 \end{bmatrix} \quad (6.73)$$

Sumiranjem po svim elementima transformisanih matrica krutosti za material M_1 i material M_2 dobijamo jednačine (6.64) i (6.65).

Kao i u predhodnom slučaju, uslovne jednačine tj. jednačine ravnoteže sistema mogu se u matricnoj formi prikazati jednačinom:

$$(K_1^* + K_2^*) \cdot u_0 = Q_0 \quad (6.74)$$

Ovo je sistem od dve jednačine sa nepoznatim veličinama: pomeranjem pola u pravcu ose štapa i obrtanje oko ose koja prolazi kroz pol, tj. rotacije poprečnog preseka.

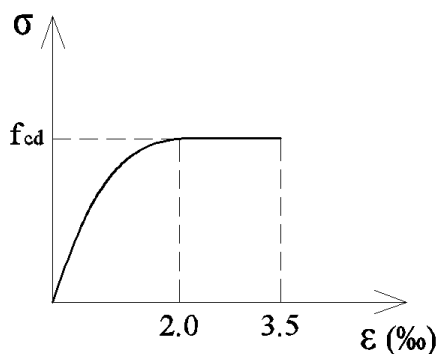
Rešavanjem ovih jednačina sračunavaju se nepoznata pomeranja pola, a primenom jednačina (6.71), moguće je odrediti pomeranje u težištu svake lamele spregnutog poprečnog preseka. Pošto je i ovde razmatran segment jedinične dužine, onda su sračunata pomeranja brojno jednaka dilatacijama u težištima lamela. Zatim se ponovo, primenom jednačina (6.68 i 6.69), mogu sračunati naponi u težištu svake lamele.

Prema predhodno opisanom postupku numeričkog proračuna spregnutih preseka, napravljen je sopstveni program pomoću koga se problemi proračuna napona i deformacija u spregnutim presecima veoma efikasno rešavaju. Pošto su kapaciteti računara veliki, poprečni presek se može izdeliti na izuzetno veliki broj slojeva, tako da se proračunima dobija izuzetno velika tačnost. Pri izradi programa, vođeno je računa da se elementi generišu tako da je unos podataka veoma brz i jednostavan.

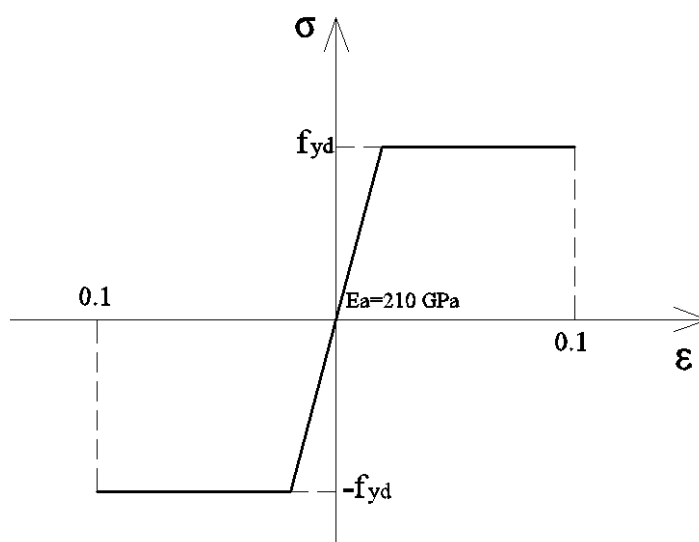
6.3.3 NELINEARNO PONAŠANJE MATERIJALA

Prema predhodno opisanim postupcima, problem proračuna napona i deformacija za linearno elastične materijale veoma se efikasno rešava u jednom koraku. Međutim, poznato je da se kod većine građevinskih materijala linearno ponašanje javlja samo pri nižim intezitetima opterećenja. Sa porastom opterećenja povećavaju se dilatacije u pojedinim elementima, a sa njima i vrednosti napona. Za različite materijale (beton, konstrukcioni

čelik, drvo...) u većini propisa, definisane su zavisnosti između dilatacija i napona za jednoosna naponska stanja. Na slikama 6.10 i 6.11, prikazane su zavisnosti između dilatacija i napona za beton i konstrukcioni čelik, prema EC2 i EC3, respektivno.



Slika 6.10 Proračunski dijagram $\sigma - \varepsilon$ za beton



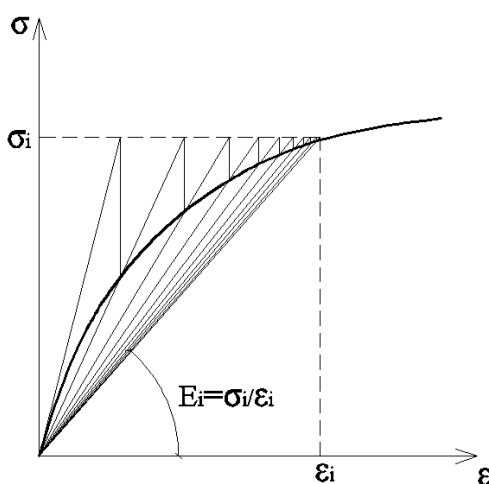
Slika 6.11 Proračunski dijagram $\sigma - \varepsilon$ za konstrukcioni čelik

Prema EC2 zavisnost između dilatacija i napona je nelinearna funkcija. Usvojena je parabolična funkcija koja opisuje ponašanje betona sve do dilatacije od 2 ‰. Pri ovoj dilataciji u betonu je postignuta proračunska vrednost čvrstoće betona na pritisak f_{cd} . Za vrednost dilatacije od 2 ‰ do 3.50 ‰ napon u betonu ima konstantnu vrednost f_{cd} . Za veće dilatacije smatra se da je beton došao u stanje loma.

Prema EC3 jedan od predloga za vezu napon-dilatacija za konstrukcioni čelik je idealno elasto plastičan model, a to znači da je do postizanja granice tečenja f_y ponašanje čelika

idealno elastično, a preko toga idealno plastično, i to simetrično za napon pritiska i za napon zatezanja.

Postavlja se pitanje kako se predloženi numerički model za proračun spregnutih preseka može primeniti i u slučajevima kada ponašanje material nije idealno elastično. Kao i kod ostalih problema materijalne nelinearnosti i ovde se mogu primeniti različiti inkrementalno iterativni postupci za proračun primenom MKE. U konkretnom slučaju predlaže se primena jednog iterativnog postupka gde se opterećenje nanosi u punom intezitetu. Polazeći u prvoj iteraciji, u kojoj se materijali ponašaju idealno elastično, sračunavaju se pomeranja, odnosno dilatacije u svim konačnim elementima spregnutog preseka. Zatim se na osnovu definisanih zavisnosti dilatacija i napona za pojedinačne materijale za vrednosti dilatacija sračunavaju odgovarajuće vrednosti napona. Odnos sračunatih napona i dilatacija predstavlja vrednost sekantnih modula materijala za sledeću iteraciju. Sa ovim modulima, ponovo se sračunavaju krutosti elemenata spregnutog preseka, a zatim se rešavanjem jednačina određuju generalisana pomeranja pola. Na osnovu toga sračunavaju se generalisana pomeranja, odnosno dilatacije. Navedeni iterativni postupak se ponavlja sve dok se ne dobije da su odstupanja po normi, između dve uzastopne iteracije manja od unapred propisane veličine. Kako bi se dobila zadovoljavajuća tačnost proračuna dovoljno je modelirati do 10 iteracija. Na slici br. 6.12 šematski je prikazan tok iterativnog postupka za jedan od materijala čije je ponašanje nelinearno.



Slika 6.12 Iterativni postupak

6.3.4 NUMERICKE SIMULACIJE

Kao brojni primer za ilustraciju prikazanog numeričkog postupka, urađen je proračun dilatacija i napona za kružni CFT poprečni presek koji je opterećen normalnom silom i momentom savijanja, prethodno sračunatim primenom računarskog programa ABAQUS u poglavlju 5.3.5.

PRORAČUN NAPONA U BETONSKOM JEZGRU I ČELIČNOM PROFILU

OBLIK PRESEKA: KRUŽNI POPREČNI PRESEK

DIMENZIJE PRESEKA D/t= 101.6/2.7 [mm/mm]

KARAKTERISTIKE MATERIJALA Beton: C25/30

f_{ck}= 25 MPa

E_c= 31 GPa

Čelik: S355

f_y= 355 MPa

E_a= 210 GPa

OPTEREĆENJE N= 251.60 kN
M= 3.31 kNm

Slika 6.13 Prikaz ulaznih podataka

REZULTATI PRORACUNA**BETONSKO JEZGRO**

n	Zc [m]	$\epsilon(z)$	σ_c [MPa]
20	0.096495	0.001337	22.249835
19	0.091685	0.001279	21.755474
18	0.086875	0.001222	21.220275
17	0.082065	0.001165	20.644238
16	0.077255	0.001108	20.027363
15	0.072445	0.001051	19.369651
14	0.067635	0.000994	18.671100
13	0.062825	0.000937	17.931712
12	0.058015	0.000879	17.151486
11	0.053205	0.000822	16.330423
10	0.048395	0.000765	15.468521
9	0.043585	0.000708	14.565782
8	0.038775	0.000651	13.622204
7	0.033965	0.000594	12.637790
6	0.029155	0.000536	11.612537
5	0.024345	0.000479	10.546446
4	0.019535	0.000422	9.439518
3	0.014725	0.000365	8.291752
2	0.009915	0.000308	7.103148
1	0.005105	0.000251	5.873706

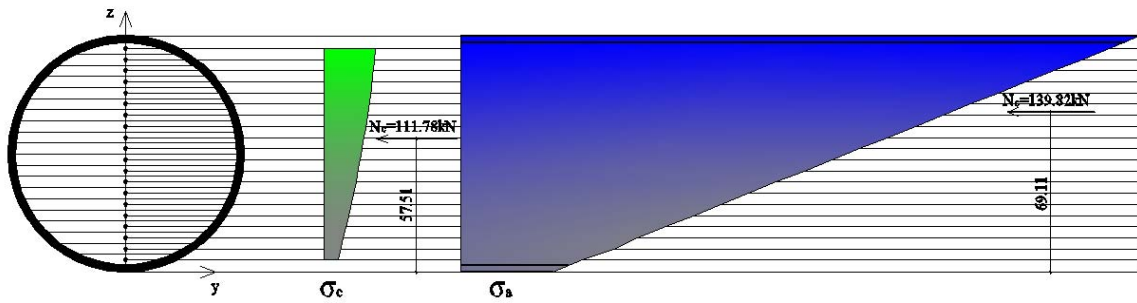
Slika 6.14 Rezultati proračuna-normalni naponi u betonskom jezgru

REZULTATI PRORACUNA**ČELIČNI PROFIL**

n	Za [m]	$\epsilon(z)$	σ_a [MPa]
	[m]	[m]	[MPa]
21	0.101600	0.001397	293.436904
20	0.096495	0.001337	280.697586
19	0.091685	0.001279	268.694429
18	0.086875	0.001222	256.691272
17	0.082065	0.001165	244.688115
16	0.077255	0.001108	232.684958
15	0.072445	0.001051	220.681801
14	0.067635	0.000994	208.678644
13	0.062825	0.000937	196.675486
12	0.058015	0.000879	184.672329
11	0.053205	0.000822	172.669172
10	0.048395	0.000765	160.666015
9	0.043585	0.000708	148.662858
8	0.038775	0.000651	136.659701
7	0.033965	0.000594	124.656544
6	0.029155	0.000536	112.653386
5	0.024345	0.000479	100.650229
4	0.019535	0.000422	88.647072
3	0.014725	0.000365	76.643915
2	0.009915	0.000308	64.640758
1	0.005105	0.000251	52.637601
0	0.000000	0.000190	39.898283

Slika 6.15 Rezultati proračuna-normalni naponi u čeličnom profilu

Poprečni presek betonskog jezgra i čeličnog profila podeljen je na 20 elementarnih površina čija su težišta definisana koordinatama Z_c i Z_a . U ovim tačkama sračunate su vrednosti dilatacija i napona. Dijagram normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu prikazani su na slici 6.16.

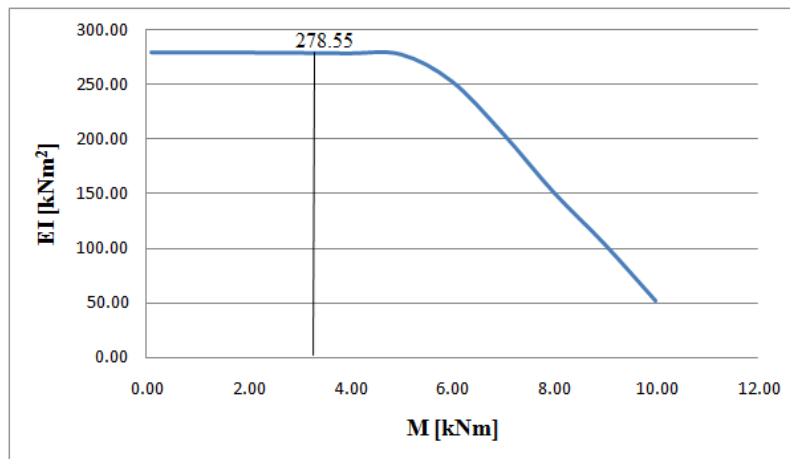


Slika 6.16 Dijagram normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu

Primenom ovog programa za prethodno prikazane ulazne podatke sračunata je krutost spregnutog preseka koja iznosi:

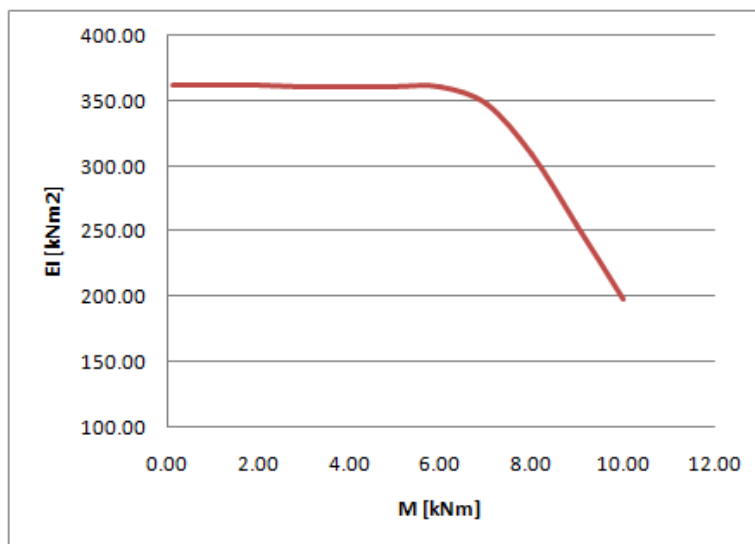
$$EI = 278.55 \text{ kNm}^2$$

Na slici 6.17 prikazan je dijagram zavisnosti krutost spregnutog preseka na savijanje EI od momenta savijanja M .

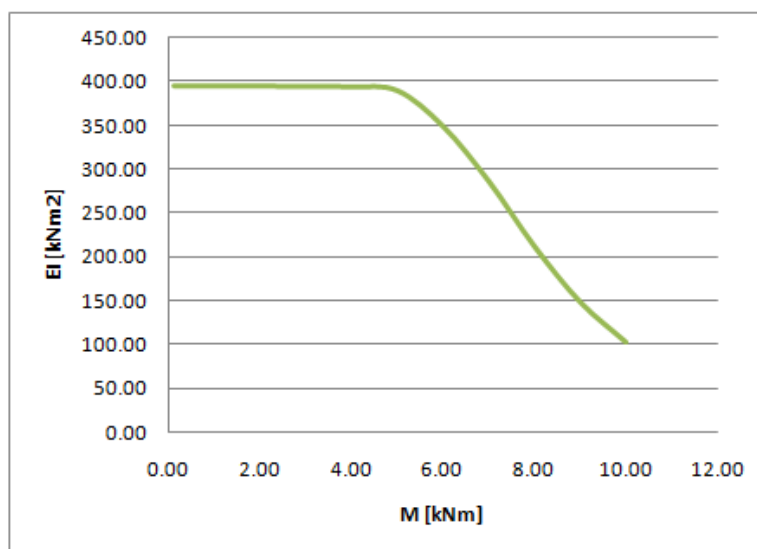


Slika 6.17 Dijagram zavisnosti $EI-M$ za $D/t = 101.6 \text{ mm} / 2.7 \text{ mm}$

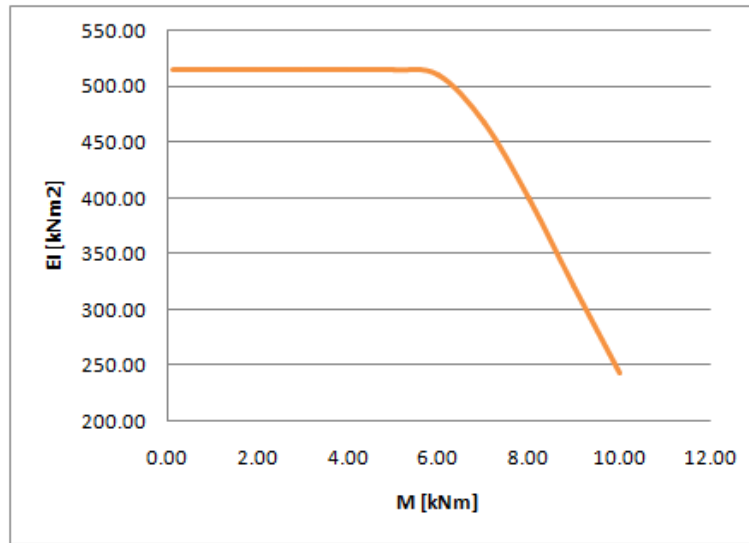
Na slikama 6.18, 6.19 i 6.20 prikazani su dijagrami zavisnosti krutost spregnutog preseka na savijanje EI od momenta savijanja M za sledeće odnose D/t : $101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, $114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$ i $114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$ respektivno, pri čemu su kritične sile izvijanja ovih CFT stubova prethodno sračunate u poglavlju 5.3.5.



Slika 6.18 Dijagram zavisnosti $EI-M$ za $D/t = 101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$



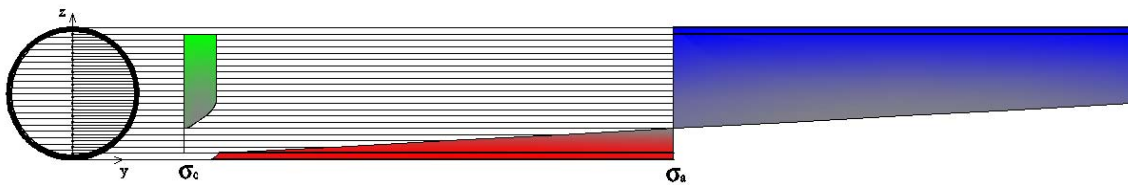
Slika 6.19 Dijagram zavisnosti $EI-M$ za $D/t = 114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$



Slika 6.20 Dijagram zavisnosti $EI-M$ za $D/t = 114.3 \text{ mm} / 4.0 \text{ mm}$

Može se zaključiti da pri nižim vrednostima momenta savijanja u oblasti linearno-elastičnog ponašanja materijala krutost spregnutog preseka ima približno konstantnu vrednost. Sa porastom inteziteta momenta savijanja krutost spregnutog preseka značajno opada.

Sa povećanjem inteziteta opterećenja koje deluje na spregnuti presek dolazi do plastifikacije određene površine spregnutog preseka. Na slici 6.21 prikazan je dijagram normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu, pri čemu je određena površina poprečnog preseka plastifikovana. Nosivost zategnutog dela betonskog jezgra je isključena iz proračuna.



Slika 6.21 Dijagram normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu pri plastifikaciji određene površine poprečnog preseka

6.4 FORMIRANJE MATRICE KRUTOSTI SISTEMA

Pošto su formirane matrice krutosti konačnih elemenata može se pristupiti formiranju matrice krutosti sistema konačnih elemenata. Diskretizacija stuba vrši se na željeni broj konačnih elemenata. Ukoliko se zanemari sopstvena težina stuba, dimenzije poprečnog preseka i aksijalna sila su konstantne po dužini CFT stuba, te se može usvojiti podela na konačne elemente istih dimenzija. Na taj način potrebno je formirati navedenu matricu krutosti samo za jedan konačni element.

Takođe, potrebno je zadovoljiti uslove kompatibilnosti pomeranja, odnosno komponente vektora generalisanih pomeranja na krajevima svih elemenata koji su povezani u jednom čvoru moraju biti jednake. Vektor generalisanih pomeranja čvorova sistema se može prikazati u sledećem obliku:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{2N} \end{bmatrix} \quad (6.75)$$

pri čemu je N ukupan broj čvorova sistema. S obzirom da se lokalni koordinatni sistemi elemenata poklapaju sa globalnim, nije potrebno vršiti transformaciju matrice krutosti iz lokalnog u globalni koordinatni sistem.

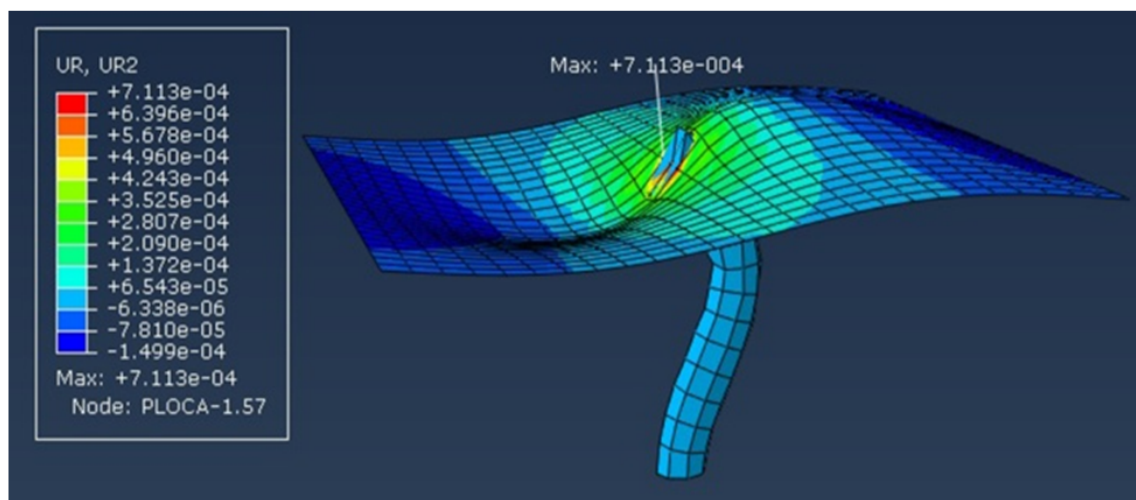
Prvo se formira nulta matrica reda 4×4 . Na uobičajeni način preklapanjem ovih matrica u zajedničkim čvorovima može se formirati matrica sistema konačnih elemenata stuba.

6.5 PRORAČUN GRANIČNIH USLOVA NA GORNJEM KRAJU CFT STUBA

Granični uslovi zadati su preko čvornih matrica krutosti na krajevima stuba. Sa gornje strane stub se oslanja na izvedenu tavanicu i CFT stub konačnih dimenzija na višoj etaži. Čvorna matrica krutosti na vrhu CFT stuba može se dobiti inverzijom matrice fleksibilnosti. Elementi matrice fleksibilnosti se dobijaju proračunom pomeranja usled jediničnih generalisanih sila u čvoru. Pošto su tavanice relativno krute u svojim ravnima,

može se zanemariti njihova deformacija u horizontalnom pravcu, a što je ekvivalentno formiranju fiksnog oslonca u horizontalnom pravcu. Na taj način čvorna matrica se prevodi u jedan broj kojim se definiše krutost na rotaciju.

Primenom računarskog programa ABAQUS u disertaciji su primenjeni C3D8R konačni elementi za modeliranje tavanice i betonskog jezgra CFT stuba iznad, odnosno S4R konačni elementi za modeliranje čeličnog profila CFT stuba. Na tačnost dobijenih rezultata značajan uticaj imaju usvojeni konstitutivni modeli. Usvojeni konstitutivni model za beton tavanice i CFT stuba, kao i konstitutivni model za čelik opisani su prethodno u disertaciji u poglavljima 5.2.1, 5.1.1 i 5.1.2, respektivno. Spoj tavanice i CFT stuba modeliran je pomoću "surface based shell to solid coupling". Na slici 6.22 prikazano je pomeranje vrha CFT stuba usled generalisanog momenta savijanja. Raspon stubova iznosi $\delta = 6.6 \text{ m}$, odnos prečnika i debljine zida čeličnog profila CFT stuba iznosi $D/t = 400 \text{ mm}/4 \text{ mm}$, debljina tavanice iznosi $d = 200 \text{ mm}$. Klasa betona je C25/30, dok je kvalitet čelika S355.

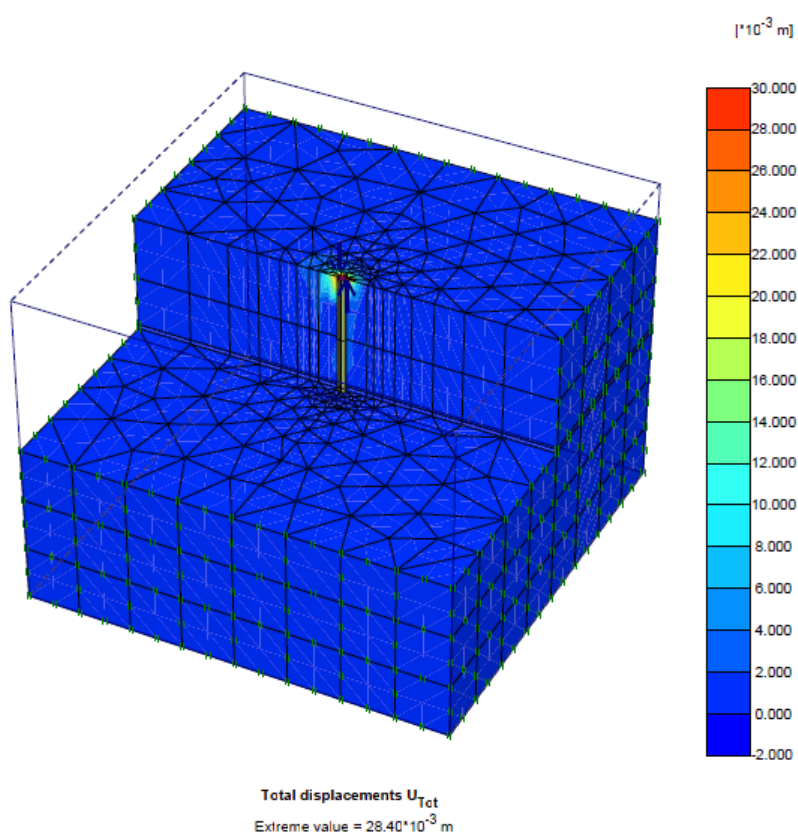


Slika 6.22 Pomeranje usled generalisane sile na gornjem kraju CFT stuba

6.6 PRORAČUN GRANIČNIH USLOVA NA DONJEM KRAJU CFT STUBA

Znatno veći problem pri određivanju krutosti veze se javlja na donjem kraju CFT stuba, gde je on uklješten u utisnut šip. U poglavlju 5.3 primenom računarskog programa PLAXIS 3D

detaljno je opisan postupak proračuna matrice krutosti vrha šipa. Usvojeni konstitutivni modeli za tlo i beton šipa takođe su prethodno opisani, u poglavljima 5.3.1 i 5.3.2. Na slici 6.23 prikazano je pomeranje vrha šipa, odnosno donjeg kraja CFT stuba usled momenta savijanja. Prečnik šipa iznosi $\varnothing 450$ mm, dok je dužina šipa $L=7.50$ m. Klasa betona i kvalitet čelika iznose C25/30 i S355.



Slika 6.23 Pomeranja na donjem kraju CFT stuba

Ove čvrne matrice krutosti na krajevima stuba se sabiraju sa matricom krutosti konačnih elemenata CFT stuba i na taj način konačno je formiran sistem jednačina za određivanje kritične sile izvijanja u stubu. Problem se svodi na određivanje veličine aksijalne sile koja dovodi do toga da vrednost determinante sistema bude jednaka nuli.

6.7 ODREĐIVANJA KRITIČNE SILE IZVIJANJA CFT STUBA

Određivanje kritične sile izvijanja u elastičnoj oblasti (poglavlje 6.1) se vrši u nekoliko koraka. Potrebno je zadati uslov da dvostruka varijacija izraza za potencijalnu energiju sistema po pomeranju bude jednaka nuli. Ovaj proračun se vrši iterativno povećavanjem inkrementa faktora proporcionalnosti opterećenja λ sve dok vrednost determinante ne promeni znak (6.25), odnosno sve dok se ne dobije da je $|K_0 + \lambda \cdot K_g| < 0$. U tom trenutku se vrednost faktora proporcionalnosti opterećenja smanji za jedan inkrement i vrši se usitnjavanje narednog inkrementa. Iterativni proračun se ponavlja sve dok se opet ne postigne da je $|K_0 + \lambda \cdot K_g| < 0$, nakon čega se vrednost opterećenja smanjuje za jedan inkrement i opet se vrši usitnjavanja sledećeg inkrementa. Navedeni postupak proračuna se ponavlja sve do postizanja željene tačnosti kritičnog opterećenja. U disertaciji je usvojena tačnost faktora proporcionalnosti opterećenja 10^{-5} . Tačnije rešenje kritičnog opterećenja može se dobiti primenom teorije II reda, odnosno iz uslova da je $|K| = 0$ (6.45). Primenom prethodno opisanog iterativnog postupka određuje se ω čiji najniži koren definiše kritično opterećenje. Na ovaj način moguće je odrediti kritičnu silu izvijanja u elastičnoj oblasti, kada modul elastičnosti ima konstantnu vrednost.

Ukoliko je kritični napon izvijanja veći od granice proporcionalnosti, neophodno je izračunati neelastično kritično opterećenje. Ovaj proračun se takođe vrši u nekoliko koraka. U prvom koraku se sračuna elastična kritična sila izvijanja. Zatim se primenom izraza (6.46) izračunava kritični napon izvijanja. Ukoliko je ovaj napon veći od granice proporcionalnosti, u proračunu se primenjuje matrica krutosti definisana izrazom (6.55) u kojoj figuriše krutost na savijanje spregnutog preseka koja je detaljno opisana u poglavlju 6.3. Postupak određivanja kritičnog opterećenja vrši se iterativno na identičan način prethodno opisan za određivanja kritičnog opterećenja u elastičnoj oblasti.

6.8 NUMERIČKE SIMULACIJE

U brojnim primerima prikazani su rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba dužine $L=4.00\text{m}$. Za potrebe rešavanja ovog problema, urađen je sopstveni program kojim

se, primenom iterativnog postupka, veoma brzo određuje vrednost kritične sile izvijanja stuba, a što predstavlja najnižu sopstvenu vrednost posmatranog sistema jednačina.

Nakon što su formirane matrice krutosti konačnih elemenata štapa na savijanje i geometrijska matrica krutosti konačnog elementa štapa, formirana je i matrice krutosti sistema konačnih elemenata. Diskretizacija stuba izvršena je na 2, 4 i 6 konačnih elemenata. Da bi ovaj sistem bio potpuno definisan potrebno je uneti i odgovarajuće granične uslove. U poglavljima 6.5 i 6.6 prikazan je način formiranja čvornih matrica krutosti na donjem i gornjem kraju CFT stuba primenom računarskog programa ABAQUS i PLAXIS 3D. Sabiranjem ovih matrica sa matricom krutosti konačnih elemenata stuba formiran je sistem jednačina za određivanje kritične sile izvijanja CFT stuba. Problem se svodi na određivanje veličine aksijalne sile koja dovodi do toga da vrednost determinante sistema bude jednaka nuli. Kritična sila izvijanja CFT stuba određena je iz sistema jednačina (6.25), dok je krutost na savijanje poprečnog preseka CFT stuba određena prema EC4 [1].

U brojnom primeru 1 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, klasa betona je C25/30. Usvojen modul elastičnosti za čelik E_a i sekantni modul elastičnosti betona E_{cm} iznose, prema EC3 [58] i EC2 [45], 210 GPa i 31 GPa, respektivno. Proračunska vrednost efektivne krutost na savijanje $(EI)_{eff,II}$ poprečnog preseka spregnutog stuba izračunata je na sledeći način [1]:

$$EI_{eff,II} = 0.9 \cdot (E_a \cdot I_a + 0.5 \cdot E_{cm} \cdot I_c) = 253.54 \text{ kNm}^2$$

gde su: I_a , I_c su momenti inercije za čelični profil i betonsko jezgro, respektivno.

Na slikama 6.24, 6.25 i 6.26 prikazani su rezultati proračuna. CFT stub je podeljen na 2, 4 i 6 konačnih elemenata, respektivno, pri čemu su: P_{cr} -kritična sila izvijanja obostrano elastično uklještenog CFT stuba, $P_{cr,sl}$ -kritična sila izvijanja CFT stuba slobodno oslonjenog na oba kraja, $P_{cr,uk}$ -kritična sila izvijanja obostrano uklještenog CFT stuba, μ -koeficijent dužine izvijanja, l_0 -slobodna dužina izvijanja CFT stuba.

Na osnovu rezultata proračuna može se zaključiti da broj elemenata na koji je podeljen CFT stub nema značajan uticaj na rezultate. Naime, sa porastom broja konačnih elemenata od 2

na 4 rezultat proračuna kritične sile se promenio 1.007 puta, dok, sa porastom broja konačnih elemenata od 4 na 6 rezultat proračuna kritične sile se promenio 1.002 puta.

$\lambda=$	2.59846	
$P_{cr}=$	406.40	kN
$P_{cr,sl}=$	156.40	kN
$P_{cr,uk}=$	625.60	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6204	
$l_0=$	2.481	m

Slika 6.24 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-2 konačna elementa

$\lambda=$	2.57926	
$P_{cr}=$	403.39	kN
$P_{cr,sl}=$	156.40	kN
$P_{cr,uk}=$	625.60	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6227	
$l_0=$	2.491	m

Slika 6.25 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-4 konačna elementa

$\lambda=$	2.57519	
$P_{cr}=$	402.76	kN
$P_{cr,sl}=$	156.40	kN
$P_{cr,uk}=$	625.60	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6232	
$l_0=$	2.493	m

Slika 6.26 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

U brojnom primeru 2 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, dok je klasa betona C25/30. Modul elastičnosti čelika i betona iznosi 210 GPa i 31 GPa, respektivno. Proračunska vrednost efektivne krutost na savijanje $(EI)_{eff,II}$ poprečnog preseka spregnutog stuba iznosi:

$$(EI)_{eff,II} = 329.84 \text{ kNm}^2$$

Na slici 6.27 prikazani su rezultati proračuna, pri čemu je CFT stub podeljen na 6 konačnih elemenata.

$\lambda=$	2.57519	
$P_{cr}=$	523.96	kN
$P_{cr,sl}=$	203.46	kN
$P_{cr,uk}=$	813.86	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6232	
$l_0=$	2.493	m

Slika 6.27 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

Sa porastom debljine zida od 2.7 mm na 4.0 mm vrednost kritične sile izvijanja se povećala 1.299 puta.

U brojnom primeru 3 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, a klasa betona C25/30. Modul elastičnosti čelika i betona iznosi 210 GPa i 31 GPa, respektivno. Proračunska vrednost efektivne krutost na savijanje $(EI)_{eff,II}$ poprečnog preseka spregnutog stuba iznosi:

$$(EI)_{eff,II} = 376.48 \text{ kNm}^2$$

Na slici 6.28 prikazani su rezultati proračuna, pri čemu je CFT stub podeljen na 6 konačnih elemenata.

$\lambda=$	2.57519	
$P_{cr}=$	598.04	kN
$P_{cr,sl}=$	232.23	kN
$P_{cr,uk}=$	928.93	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6232	
$l_0=$	2.493	m

Slika 6.28 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

U brojnom primeru 4 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, a klasa betona C25/30. Modul elastičnosti čelika i betona iznosi 210 GPa i 31 GPa, respektivno. Proračunska vrednost efektivne krutost na savijanje $(EI)_{eff,II}$ poprečnog preseka spregnutog stuba iznosi:

$$(EI)_{eff,II} = 487.69 \text{ kNm}^2$$

Na slici 6.29 prikazani su rezultati proračuna, pri čemu je CFT stub podeljen na 6 konačnih elemenata.

$\lambda=$	2.57519	
$P_{cr}=$	774.70	kN
$P_{cr,sl}=$	300.83	kN
$P_{cr,uk}=$	1203.32	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6232	
$l_0=$	2.493	m

Slika 6.29 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

Sa porastom debljine zida od 2.7 mm na 4.0 mm vrednost kritične sile izvijanja se povećala 1.295 puta. Takođe, na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da granični uslovi više odgovaraju obostrano uklještenom, nego slobodno oslonjenom CFT stubu. Ova pojava je naročito izražena ukoliko je debljina tavanice i prečnik šipa veći.

U narednom delu prikazan je proračun kritične sile izvijanja CFT stuba dobijene rešavanjem sistema jednačina (6.45) u kome figuriše matrica krutosti štapa po linearizovanoj teoriji drugog reda. Proračunom je obuhvaćena i materijalna nelinearnost, pri čemu je krutost na savijanje spregnutog preseka određena primenom sopstvenog programa detaljno opisanog u poglavlju 6.3.

U brojnom primeru 5 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, dok je klasa betona C25/30. Krutost spregnutog preseka na savijanje iznosi:

$$EI = 279.22 \text{ kNm}^2$$

Na slikama 6.30, 6.31 i 6.32 prikazani su rezultati proračuna, pri čemu je CFT stub podeljen na 2, 4 i 6 konačnih elemenata, respektivno.

$\lambda=$	2.24541	
$P_{cr}=$	386.74	kN
$P_{cr,sl}=$	172.24	kN
$P_{cr,uk}=$	688.95	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6673	
$l_0=$	2.669	m

Slika 6.30 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-2 konačna elementa

$\lambda=$	2.22105	
$P_{cr}=$	382.55	kN
$P_{cr,sl}=$	172.24	kN
$P_{cr,uk}=$	687.28	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6710	
$l_0=$	2.684	m

Slika 6.31 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-4 konačna elementa

λ_c	2.21270	
P_{cr}	381.11	kN
$P_{cr,sl}$	172.24	kN
$P_{cr,uk}$	688.95	kN
l	4.000	m
μ	0.6723	
l_0	2.689	m

Slika 6.32 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

I u ovom slučaju, kada u modelu figurišu matrice krutosti štapa po teoriji II reda, broj konačnih elemenata na koji je podeljen CFT stub nema značajan uticaj na rezultat. Sa porastom broja konačnih elemenata od 2 na 4 rezultat proračuna kritične sile se promenio 1.015 puta, dok, sa porastom broja konačnih elemenata od 4 na 6 rezultat proračuna kritične sile se promenio 1.004 puta.

U brojnom primeru 6 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, dok je klasa betona C25/30. Krutost spregnutog preseka na savijanje iznosi:

$$EI = 361.51 \text{ kNm}^2$$

Na slici 6.33 prikazani su rezultati proračuna, pri čemu je CFT stub podeljen na 6 konačnih elemenata.

λ_c	2.21270	
P_{cr}	493.43	kN
$P_{cr,sl}$	223.00	kN
$P_{cr,uk}$	891.99	kN
l	4.000	m
μ	0.6723	
l_0	2.689	m

Slika 6.33 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

U brojnom primeru 7 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, klasa betona C25/30. Krutost spregnutog preseka na savijanje iznosi:

$$EI = 395.35 \text{ kNm}^2$$

Na slici 6.34 prikazani su rezultati proračuna, pri čemu je CFT stub podeljen na 6 konačnih elemenata.

$\lambda=$	2.21270	
$P_{cr}=$	539.62	kN
$P_{cr,sl}=$	243.87	kN
$P_{cr,uk}=$	975.49	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6723	
$l_0=$	2.689	m

Slika 6.34 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

U brojnom primeru 8 uneti su sledeći ulazni parametri: $D/t = 114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, kvalitet čelika S355, dok je klasa betona C25/30. Krutost spregnutog preseka na savijanje iznosi:

$$EI = 515.53 \text{ kNm}^2$$

Na slici 6.35 prikazani su rezultati proračuna, pri čemu je CFT stub podeljen na 6 konačnih elemenata.

$\lambda=$	2.21270	
$P_{cr}=$	703.65	kN
$P_{cr,sl}=$	318.00	kN
$P_{cr,uk}=$	1272.02	kN
$l=$	4.000	m
$\mu=$	0.6723	
$l_0=$	2.689	m

Slika 6.34 Rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba-6 konačnih elemenata

Može se zaključiti da je u svim primerima, kada u modelu figurišu matrice krutosti definisane po teoriji II reda, vrednost kritične sile izvijanja CFT stuba manja od vrednosti dobijene iz približnog rešenja. Ove razlike nalaze se u intervalu od približno 6%-11%. Tabela 6.1, dobijene vrednosti kritične sile izvijanja CFT stubova za pomenute odnose D/t prikazane su u tabeli 6.1, pri čemu su $P_{cr,I}$ - vrednost kritične sile izvijanja CFT stuba dobijene iz uslova da je $|K_0 + \mu \cdot K_g| = 0$, dok je $P_{cr,II}$ - vrednosti kritične sile izvijanja CFT stuba dobijene iz uslova da je $|K| = 0$.

Tabela 6.1. Vrednosti kritične sile izvijanja CFT stubova-6 konačnih elemenata

D/t [mm/mm]	$P_{cr,I}$ [kN]	$P_{cr,II}$ [kN]	$P_{cr,I}/P_{cr,II}$
101.6/2.7	402.76	381.11	1.057
101.6/4.0	523.96	493.43	1.062
114.3/2.7	598.04	539.62	1.108
114.3/4.0	774.70	703.65	1.101

7. VERIFIKACIJA REZULTATA

U cilju da se verifikuju predloženi numerički modeli izvršena je komparacija rezultata eksperimentalnih ispitivanja sa rezultatima primenom važećih pravilnika, primenom računarskog programa ABAQUS, kao i sa rezultatima primenom sopstvenog programa koji se zasniva na MKE.

7.1 KOMPARACIJA DOBIJENIH REZULTATA EKSPERIMENTALNIH ISPITIVANJA SA VAŽEĆIM PRAVILNICIMA

Prema Evrokodu 4 [1] nosivost potpuno plastifikovanog poprečnog preseka CFT stuba pri aksijalnom pritisku $N_{pl,Rd}$ može se izračunati na sledeći način:

$$N_{pl,Rd} = A_a \cdot f_{yd} + A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{sd} \quad (7.1)$$

gde su A_a , A_c i A_s površine poprečnog preseka čeličnog profila, betona i armature, a $f_{yd} = f_y/\gamma_a$, $f_{sd} = f_{sk}/\gamma_s$, $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ su odgovarajuće proračunske vrednosti granice razvlačenja za čelik i armaturu, odnosno čvrstoće betona pri pritisku; f_y , f_{sk} , f_{ck} su njihove odgovarajuće karakteristične vrednosti; $\gamma_M = 1.0$, $\gamma_c = 1.5$, $\gamma_s = 1.15$ su preporučene vrednosti parcijalnih koeficijenata sigurnosti za odgovarajuće materijale prema EC2 [45] i EC3 [58].

Prema EC4, kod kružnih šupljih čeličnih profila ispunjenih betonom može se uzeti u obzir povećanje čvrstoće betona pri pritisku nastalom usled utezanja betona čeličnim profilom ukoliko su ispunjeni sledeći uslovi [1]:

relativna vitkost $\bar{\lambda} \leq 0.5$,

$e/D < 0.1$, pri čemu je e - ekscentricitet opterećenja, dok je D spoljni prečnik CFT stuba.

U tom slučaju nosivost potpuno plastifikovanog poprečnog preseka pri aksijalnom pritisku može se izračunati na sledeći način:

$$N_{pl,Rd} = \eta_a \cdot A_a \cdot f_{yd} + A_c \cdot f_{cd} \cdot \left[1 + \eta_c \cdot \frac{t}{D} \cdot \frac{f_y}{f_{ck}} \right] + A_s \cdot f_{sd} \quad (7.2)$$

Koeficijentima η_c i η_a se uvode efekti utezanja betona i oni zavise od relativne vitkosti $\bar{\lambda}$ i odnosa e/D :

$$\eta_c = \eta_{c0} \cdot \left(1 - \frac{10 \cdot e}{D}\right) \quad (7.3)$$

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \cdot \frac{10 \cdot e}{D} \quad (7.4)$$

$$\eta_{c0} = 4.9 - 18.5 \cdot \bar{\lambda} + 17 \cdot \bar{\lambda}^2 \quad (\text{ali } \eta_{c0} \geq 0.0) \quad (7.5)$$

$$\eta_{a0} = 0.25 \cdot (3 + 2 \cdot \bar{\lambda}) \quad (\text{ali } \eta_{a0} \leq 1.0) \quad (7.6)$$

Relativna vitkost se računa prema sledećem izrazu:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \quad (7.7)$$

gde je $N_{pl,Rk}$ karakteristična vrednost nosivosti poprečnog preseka pri pritisku:

$$N_{pl,Rk} = A_a \cdot f_y + A_c \cdot f_{ck} + A_s \cdot f_{sk} \quad (7.8)$$

N_{cr} je elastična kritična sila izvijanja:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI_{eff}}{L_i^2} \quad (7.9)$$

gde su:

EI_{eff} -efektivna krutost spregnutog preseka na savijanje, L_i - slobodna dužina izvijanja stuba.

Efektivna krutost spregnutog preseka na savijanje po teoriji prvog reda iznosi:

$$EI_{eff,I} = E_a \cdot I_a + K_e \cdot E_{cm} \cdot I_c + E_s \cdot I_s \quad (7.10)$$

gde su: E_{cm} -sekantni modul elastičnosti betona, E_s -modul elastičnosti armature, I_s -moment inercije za armaturu, K_e - korekcionni faktor koji treba uzeti kao 0.6.

Efektivna krutost na savijanje po teoriji drugog reda iznosi:

$$EI_{eff,II} = K_0 \cdot (E_a \cdot I_a + K_{e,II} \cdot E_{cm} \cdot I_c + E_s \cdot I_s) \quad (7.11)$$

gde su: $K_{e,II}$ -korekcionni faktor koji treba uzeti kao 0.5, K_0 -kalibracioni faktor koji treba uzeti kao 0.9.

Uticaji drugog reda ne moraju se uzeti u obzir ako su ispunjeni sledeći uslovi:

$$\bar{\lambda} \leq 0.2 \cdot (2 - r) \quad (7.12)$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0.1 \quad (7.13)$$

U jednačini (7.12) r je odnos manjeg i većeg momenta savijanja. Ako na nosač deluje i poprečno opterećenje tada je $r = 1$.

Pri dugotrajnom opterećenju uzima se u obzir delovanje dugotrajnih uticaja na efektivnu elastičnu krutost na savijanje. U tom slučaju se umesto sekantnog modula elastičnosti betona E_{cm} uvodi efektivni modul elastičnosti betona:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}}\right) \cdot \varphi_t} \quad (7.14)$$

gde su: φ_t - koeficijent tečenja, N_{Ed} - ukupna proračunska normalna sila, $N_{G,Ed}$ - deo normalne sile od stalnog opterećenja.

Kod kratkih stubova i stubova sa velikim ekscentricitetom normalne sile, uticaj skupljanja i tečenja se može zanemariti.

Međutim, ovi uticaji su značajni kod vitkih stubova i moraju se uzeti u obzir u sledećim slučajevima [59]:

-za poduprte sisteme:

$$\bar{\lambda} > \frac{0,8}{1-\delta} \quad (7.15)$$

-za nepoduprte sisteme:

$$\bar{\lambda} > \frac{0,5}{1-\delta} \quad (7.16)$$

gde je δ koeficijent doprinosa čelika koji iznosi:

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (7.17)$$

Prema EC4 nosivost spregnutog stuba pri aksijalnom pritisku je zadovoljena ako je ispunjen sledeći uslov:

$$N_{Ed} \leq \chi \cdot N_{pl,Rd} \quad (7.18)$$

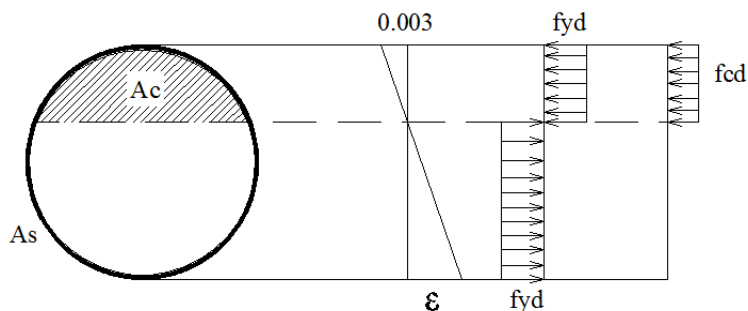
gde su: $N_{pl,Rd}$ -nosivost spregnutog preseka prema (7.1) ili (7.2), dok je χ -redukциони koeficijent koji može da se odredi na osnovu sledećih izraza:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0 \quad (7.19)$$

$$\phi = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0.2) + (\bar{\lambda})^2 \right] \quad (7.20)$$

α predstavlja stepen ekvivalentnih geometrijskih imperfekcija i ima vrednost u zavisnosti od krive izvijanja prema EC3 i EC4.

Za spregnute stubove poprečnog preseka u obliku kružnog i pravougaonog šupljeg čeličnog profila ispunjenog betonom usvaja se kriva izvijanja a sa procentom armiranja manjim ili jednakim 3%, odnosno kriva izvijanja b sa procentom armiranja između 3% i 6%.



Slika 7.1 Raspodela dilatacija i napona u poprečnom preseku prema EC4 metodi

Prema ACI [2] i AS [3] nosivost potpuno plastifikovanog poprečnog preseka CFT stuba pri aksijalnom pritisku sračunava se bez odgovarajućih koeficijenata sigurnosti za materijale (nefaktorisana aksijalna nosivost) i data je sledećim izrazom:

$$N_{ACI,AS} = A_a \cdot f_y + 0.85 \cdot A_c f_{ck} \quad (7.21)$$

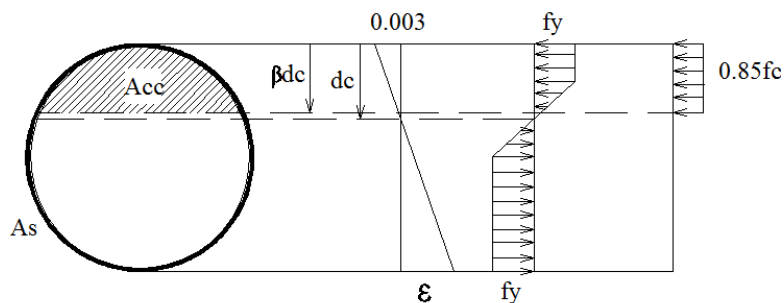
Efektivna krutost na savijanje spregnutog preseka prema ACI iznosi:

$$EI_{eff,1} = E_a \cdot I_a + C_3 \cdot E_{c1} \cdot I_c \quad (7.22)$$

gde je:

$$C_3 = \frac{0.2}{1 + \beta_d} \quad (7.23)$$

Koeficijentom β_d se uzimaju u obzir dugotrajni uticaji, E_{c1} je modul elastičnosti betona.



Slika 7.2 Raspodela dilatacija i napona u poprečnom preseku prema ACI/AS metodi

Prema AISC [4, 5] nosivost potpuno plastifikovanog poprečnog preseka CFT stuba pri aksijalnom pritisku određuje se na osnovu sledećeg izraza:

$$N_{0,AISC} = C_2 \cdot A_c + A_s \cdot f_y \quad (7.24)$$

gde je C_2 faktor čvrstoće za beton i kod pravougaonog CFT stuba iznosi $0.85 \cdot f_{ck}$, a kod kružnog je jednak $0.95 \cdot f_{ck}$.

Nosivost CFT stuba na izvijanje pri aksijalnom pritisku iznosi:

$$N_{AISC} = N_{0,AISC} \cdot \left[0.658^{\frac{N_{0,AISC}}{P_e}} \right] \quad (7.25)$$

za $P_e \geq 0.44 \cdot N_{0,AISC}$

$$N_{AISC} = 0.877 \cdot N_{0,AISC} \quad (7.26)$$

za $P_e < 0.44 \cdot N_{0,AISC}$

P_e je elastična kritična sila izvijanja koja iznosi:

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot EI_{eff,1}}{(K_A \cdot L_A)^2} \quad (7.27)$$

gde su:

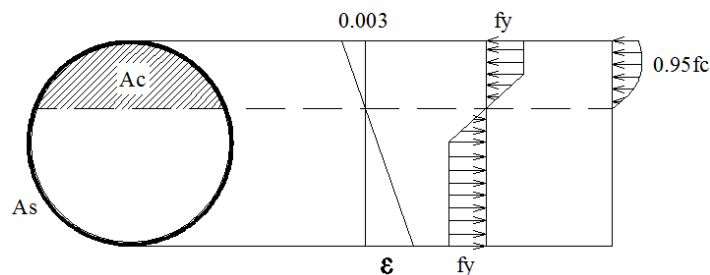
$EI_{eff,1}$ -efektivna krutost na savijanje spregnutog preseka, K_A -predstavlja koeficijent dužine izvijanja, L_A -dužina stuba.

Efektivna krutost na savijanje spregnutog preseka prema AISC iznosi:

$$EI_{eff,1} = E_a \cdot I_a + C_3 \cdot E_{c1} \cdot I_c \quad (7.28)$$

Koficijent C_3 dat sledećim izrazom:

$$C_3 = 0.6 + 2 \cdot \left(\frac{A_s}{A_s + A_c} \right) \leq 0.9 \quad (7.29)$$



Slika 7.3 Raspodela dilatacija i napona u poprečnom preseku prema AISC metodi

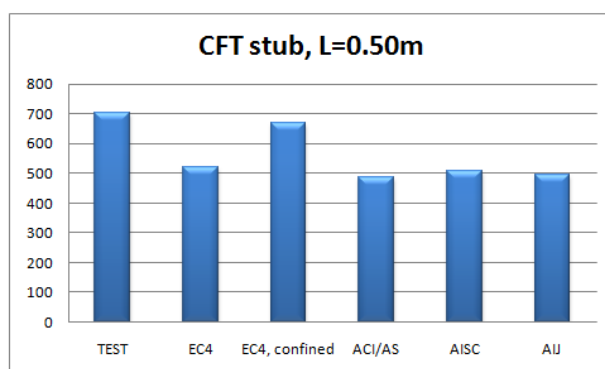
AIJ predlaže sledeći izraz za određivanje granične nosivosti poprečnog preseka CFT stuba pri aksijalnom pritisku [6]:

$$N_{AIJ} = 0.85 \cdot f_{cyl,100} \cdot A_c + (1 + \eta) \cdot f_y \cdot A_s \quad (7.30)$$

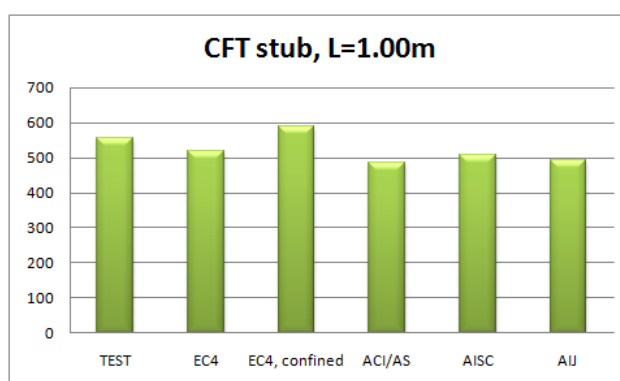
gde su: $f_{cyl,100}$ – čvrstoća betona na pritisak ispitana na uzorku oblika cilindra dimenzija $100 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm}$, η – koeficijent kojim se uzima u obzir efekat utezanja i iznosi 0.27.

Efekat utezanje se može uzeti u obzir ako je ispunjen sledeći uslov: $L/D \leq 4$.

Na dijagramima 7.4 i 7.5 prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja granične vrednosti aksijalne sile obostrano uklještenog CFT stuba odnosa $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$ i dužine: $L=0.50 \text{ m}$ i $L=1.00 \text{ m}$, kao i granične vrednosti aksijalne nosivosti poprečnog preseka CFT stuba sračunate primenom važećih pravilnika: EC4, EC4 sa uzimanjem u obzir efekta utezanja, ACI, AS, AISC, AIJ. Usvojeni su jedinični parcijalni faktori sigurnosti za materijal.



Slika 7.4 Granične vrednosti aksijalnih sila CFT stuba dužine $L=0.50 \text{ m}$



Slika 7.4 Granične vrednosti aksijalnih sila CFT stuba dužine $L=1.00 \text{ m}$

Tabelarno, odnosi rezultata eksperimentalnih ispitivanja granične vrednosti aksijalne sile CFT stuba i granične vrednosti aksijalne nosivosti poprečnog preseka CFT stuba sračunate primenom pravilnika: EC4, EC4 sa uzimanjem u obzir efekta utezanja, ACI, AS, AICS, AIJ, respektivno, prikazani su u tabelama 7.1 i 7.2.

Tabela 7.1. Granične vrednosti aksijalnih sila CFT stuba dužine L=0.50 m

N_{TEST} [kN]	N_{TEST}/N_{EC4}	$N_{TEST}/N_{EC4,confined}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}	N_{TEST}/N_{AIJ}
701.7	1.351	1.049	1.443	1.380	1.420

Može se zaključiti da za CFT stub dužine L=0.50 m pravilnik EC4 sa uzimanjem u obzir efekta utezanja daje najpribližnije rezultate sa rezultatima dobijenim eksperimentalnim ispitivanjem. Sa druge strane, pravilnici ACI/AS daju najkonzervativnije rezultate.

Tabela 7.2 Granične vrednosti aksijalnih sila CFT stuba dužine L=1.00 m

N_{TEST} [kN]	N_{TEST}/N_{EC4}	$N_{TEST}/N_{EC4,confined}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}	N_{TEST}/N_{AIJ}
555.6	1.069	0.946	1.143	1.093	1.124

Za CFT stub dužine L=1.00 m efekat utezanja je značajno manji, zbog povećanja vitkosti stuba. U ovom slučaju granična vrednost aksijalne sile CFT stuba dobijene eksperimentalnim ispitivanjem je manja od sračunate vrednosti koju predlaže EC4 sa uzimanjem u obzir efekta utezanja. Relativna vitkost $\bar{\lambda}$ u tom slučaju iznosi 0.453, pa je vrlo bliska propisanoj vrednosti $\bar{\lambda}$ prema pravilniku EC4 [1] kada se može uzeti u obzir povećanje čvrstoće betona pri pritisku nastalom usled utezanja betona čeličnim profilom. Pravilnik EC4 sa uzimanjem u obzir efekta utezanja opet daje najpribližnije rezultate sa rezultatima eksperimentalnih ispitivanja, ali ne na strani sigurnosti, dok pravilnici ACI/AS daju najkonzervativnije rezultate.

Na dijagramima 7.5, 7.6, 7.7 i 7.8 prikazani su rezultati proračuna kritične sile izvijanja CFT stuba sračunate primenom važećih pravilnika: EC4 po teoriji I reda, EC4 po teoriji II reda, ACI, AS, AICS sledećih odnosa D/t i uslova oslanjanja:

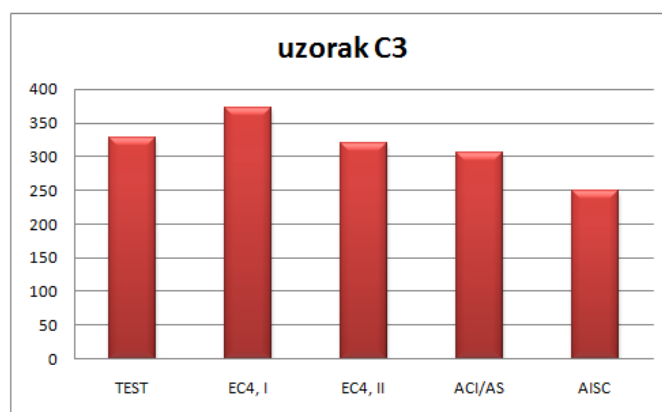
-uzorak C3: $D/t = 101.6 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, uklješten na donjem kraju i zglavkasto oslonjen na gornjem kraju;

-uzorak C4: $D/t = 114.3 \text{ mm}/2.7 \text{ mm}$, uklješten na donjem kraju i zglavkasto oslonjen na gornjem kraju;

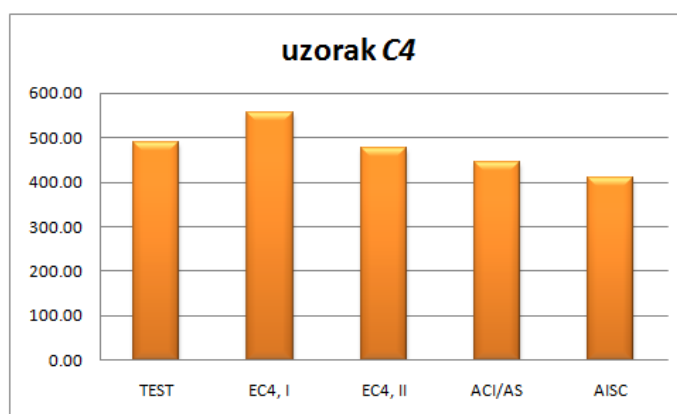
-uzorak C5: $D/t = 101.6 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, zglavkasto oslonjen na donjem i gornjem kraju;

-uzorak C6: $D/t = 114.3 \text{ mm}/4.0 \text{ mm}$, zglavkasto oslonjen na donjem i gornjem kraju.

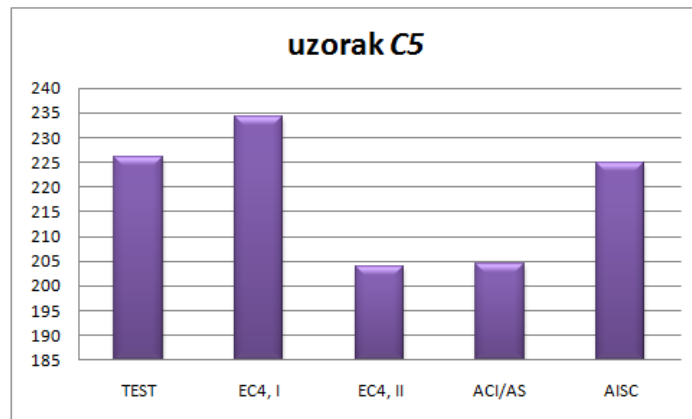
Ove vrednosti upoređene su sa vrednostima kritičnih sila izvijanja CFT stubova dobijenih eksperimentalnim ispitivanjima. Kao ulazni parametri za karakteristike materijala zadati su kvalitet čelika S355 i čvrstoća betona na pritisak koja iznosi $f'_c=26.70 \text{ MPa}$.



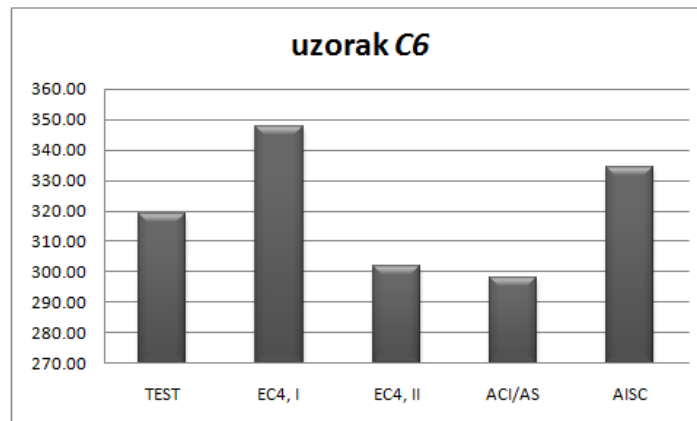
Slika 7.5 Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak C3



Slika 7.6 Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak C4



Slika 7.7 Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak C5



Slika 7.8 Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak C6

Radi preglednijeg upoređivanja rezultata u tabelama 7.3, 7.4, 7.5 i 7.6 prikazani su odnosi rezultata eksperimentalnih ispitivanja kritične sile izvijanja za uzorke C3, C4, C5 i C6 sa vrednostima sračunatim primenom pomenutih pravilnika.

Tabela 7.3. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak C3

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4, I}$	$N_{TEST}/N_{EC4, II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
327.7	0.879	1.023	1.074	1.318

Tabela 7.4. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak *C4*

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4,I}$	$N_{TEST}/N_{EC4,II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
489.1	0.879	1.028	1.098	1.194

Tabela 7.5. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak *C5*

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4,I}$	$N_{TEST}/N_{EC4,II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
226.0	0.966	1.108	1.106	0.988

Tabela 7.6. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak *C6*

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4,I}$	$N_{TEST}/N_{EC4,II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
319.0	0.918	1.058	1.070	0.955

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da pravilnik EC4 daje najpribližnije rezultate sa rezultatima eksperimentalnih ispitivanja, pri čemu je efektivna krutost na savijanje sračunata po teoriji drugog reda. S druge strane, ukoliko se prema EC4 efektivna krutost na savijanje računa po teoriji prvog reda, dobijaju se vrednosti kritičnih sila izvijanja koje nisu na strani sigurnosti. Takođe, primenom pravilnika AISC, odnosno izraza (7.26), s obzirom da je $P_e < 0.44 \cdot N_{0,AISC}$, za uzorke *C5* i *C6* dobijaju se vrednosti kritičnih sila izvijanja stubova koje su vrlo bliske vrednostima dobijenim eksperimentalnim ispitivanjem, ali takođe nisu na strani sigurnosti.

Ukoliko se za CFT stub koji je na donjem kraju preko krute ploče povezan sa utisnutim šipom, a na gornjem kraju zglavkasto oslonjen usvoji da je slobodna dužina izvijanja stuba približno jednaka $L_i = 0.8 \cdot L$, kao što je dobijeno u eksperimentalnim ispitivanjima, mogu se prikazati odnosi rezultata eksperimentalnih ispitivanja kritične sile izvijanja za uzorke *C7*, *C8*, *C9* i *C10* sa vrednostima sračunatim primenom pomenutih pravilnika. Kao ulazni parametri za karakteristike materijala zadati su kvalitet čelika S355 i čvrstoća betona na pritisak koja iznosi $f'_c = 26.70$ MPa.

Tabela 7.7. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak *C7*

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4, I}$	$N_{TEST}/N_{EC4, II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
266.7	0.934	1.087	1.141	1.630

Tabela 7.8. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak *C8*

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4, I}$	$N_{TEST}/N_{EC4, II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
343.0	0.938	1.076	1.074	1.618

Tabela 7.9. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak *C9*

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4, I}$	$N_{TEST}/N_{EC4, II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
402.9	0.946	1.106	1.182	1.449

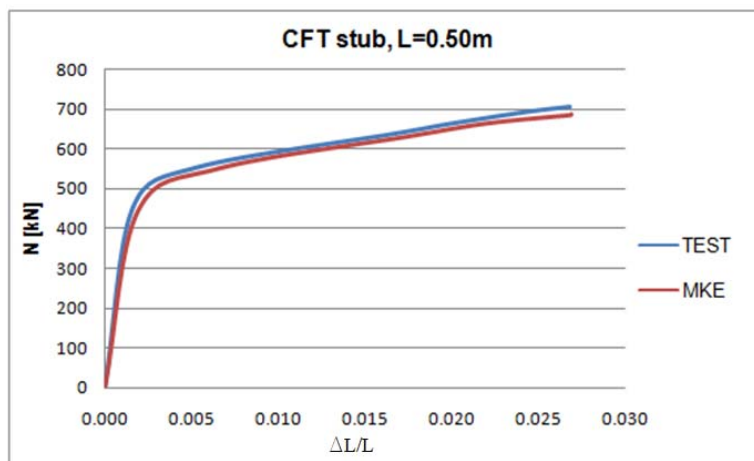
Tabela 7.10. Kritična sila izvijanja CFT stuba za uzorak *C10*

N_{TEST} [kN]	$N_{TEST}/N_{EC4, I}$	$N_{TEST}/N_{EC4, II}$	$N_{TEST}/N_{ACI/AS}$	N_{TEST}/N_{AISC}
503.8	0.928	1.069	1.081	1.402

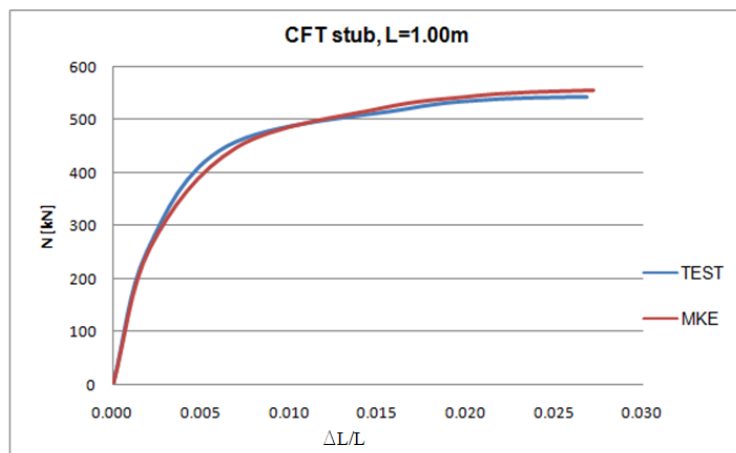
I u ovom slučaju pravilnik EC4 daje najpribližnije rezultate sa rezultatima eksperimentalnih ispitivanja kada je efektivna krutost na savijanje sračunata po teoriji drugog reda. S obzirom da se odstupanja nalaze u intervalu od 7%-11% za koeficijent slobodne dužine izvijanja CFT stuba može se usvojiti vrednost 0.8. Takođe, ukoliko se prema EC4 efektivna krutost na savijanje računa po teoriji prvog reda i u ovom slučaju dobijaju se vrednosti kritičnih sila izvijanja koje nisu na strani sigurnosti.

7.2 KOMPARACIJA DOBIJENIH REZULTATA EKSPERIMENTALNIH ISPITIVANJA SA REZULTATIMA PRIMENOM RAČUNARSKOG PROGRAMA ABAQUS

U cilju da se verifikuju predloženi modeli opisani u poglavlju 5 izvršena je komparacija rezultata eksperimentalnih ispitivanja sa rezultatima primenom MKE, odnosno računarskog programa ABAQUS. Na slikama 7.9 i 7.10 prikazani su dijagrami zavisnosti granične sile N i inženjerske dilatacije $\Delta L/L$ za CFT stub dužine $L=0.50$ m i $L=1.00$ m, respektivno. Može se uočiti dobro poklapanje rezultata. Za CFT stub $C1$ granična sila dobijena MKE je 0.6% manja od granične sile dobijene eksperimentalnim ispitivanjem, dok je za CFT stub $C2$ granična sila dobijena MKE 2.3% veća od granične sile dobijene eksperimentalnim ispitivanjem.



Slika 7.9 Dijagram $N - \Delta L/L$ za CFT stuba dužine $L=0.50$ m



Slika 7.10 Dijagram $N - \Delta L/L$ za CFT stuba dužine $L=1.00$ m

U tabeli 7.11 upoređeni su rezultati sopstvenih eksperimentalnih ispitivanja aksijalne nosivosti CFT kratkih stubova sa rezultatima eksperimentalnih ispitivanja koji su dostupni u literaturi.

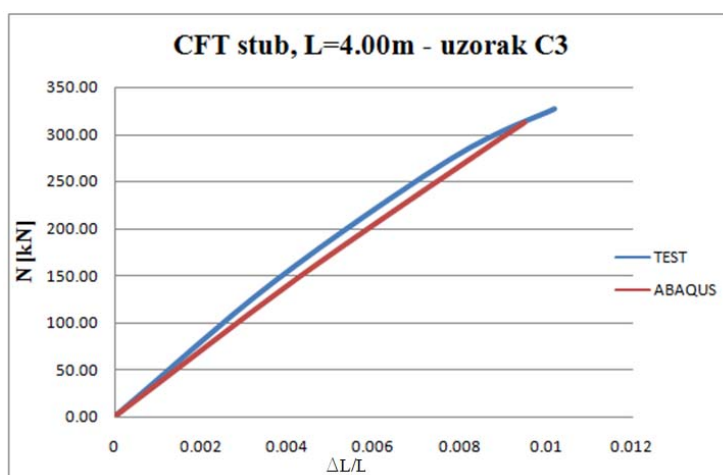
Tabela 7.11 Aksijalna nosivost CFT kratkih stubova

TEST	D/t [mm/mm]	f_y [MPa]	f_{ck} [MPa]	N [kN]	N_{TEST}/N
Lazović M.	101.6/2.70	355	30.5	701.71	1.000
Hatzigeorgiou G. [13]	101.6/3.61	343	46.7	697.00	1.007
Lu Z.H., Zhao Y.G. [7]	101.6/2.98	377.3	25.4	676.00	1.038
Lu Z.H., Zhao Y.G. [7]	101.6/2.99	377.3	27.7	715.00	0.981
Lu Z.H., Zhao Y.G. [7]	101.6/2.99	377.3	29.4	715.00	0.981
Lu Z.H., Zhao Y.G. [7]	101.4/3.02	371	23.2	660.00	1.063
Lu Z.H., Zhao Y.G. [7]	101.8/3.05	371	23.2	682.00	1.029
Moon J. i ostali [12]	100.0/2.85	358	21.5	705.00	0.995
Moon J. i ostali [12]	100.0/2.85	358	34.9	757.00	0.927

Na slikama 7.11, 7.14, 7.15 i 7.16 prikazani su dijagrami zavisnosti kritične sile izvijanja N_{cr} i inženjerske dilatacije $\Delta L/L$ za uzorke C3 i C4 koji su sa donje strane uklješteni, a sa gornje strane zglavkasto oslonjeni, kao i za uzorke C5 i C6 koji su i sa donje i sa gornje strane zglavkasto oslonjeni. Za sve ispitane uzorke kritične sile izvijanja dobijene

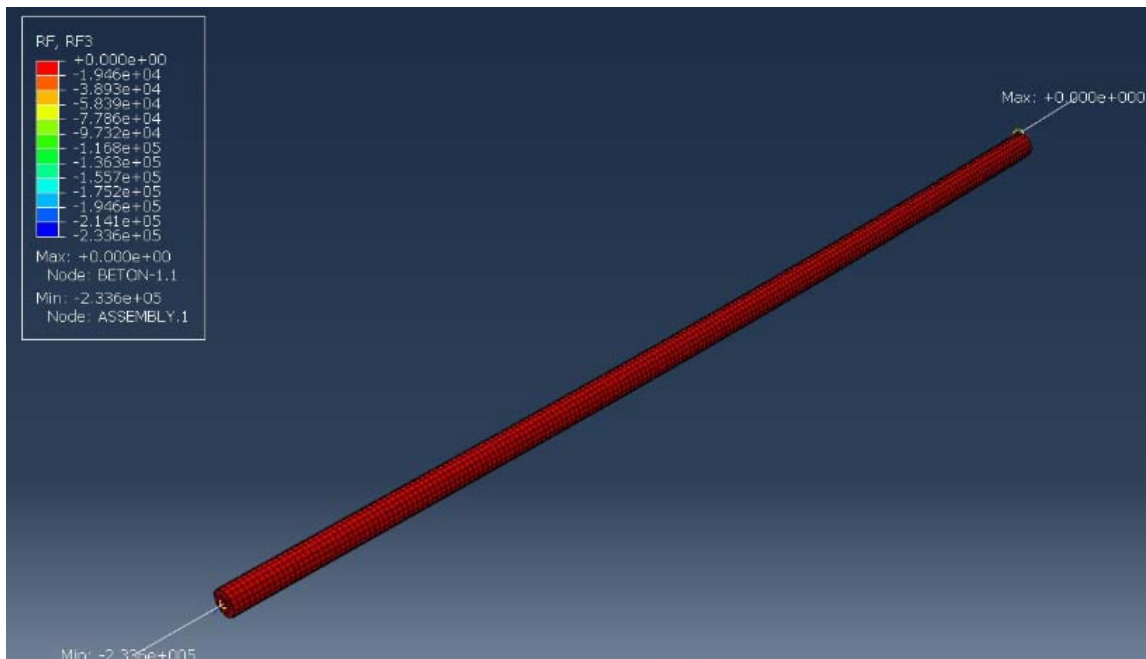
eksperimentalnim ispitivanjima su veće od kritičnih sile izvijanja dobijenih primenom računarskog programa ABAQUS. Međutim, ove razlike nalaze se u granicama od 3% do 7%, pa se može zaključiti da se predloženi modeli dobro poklapaju sa ispitanim uzorcima.

Za uzorak *C3*, dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ dobijen primenom programa ABAQUS je približno linearan. To znači da se izvijanje desilo u elastičnoj oblasti. Sa druge strane, rezultati eksperimentalnih ispitivanja pokazuju da se javlja i nelinearno ponašanje CFT stuba. Ova pojava se može objasniti činjenicom da je uzorak *C3* u stanju da prihvati nešto veće opterećenje od prethodno sračunate vrednosti primenom računarskog programa ABAQUS (za oko 5%), ali da je pri takvom intezitetu opterećenja u ivičnim vlaknima ostvaren napon na granici tečenja f_y .

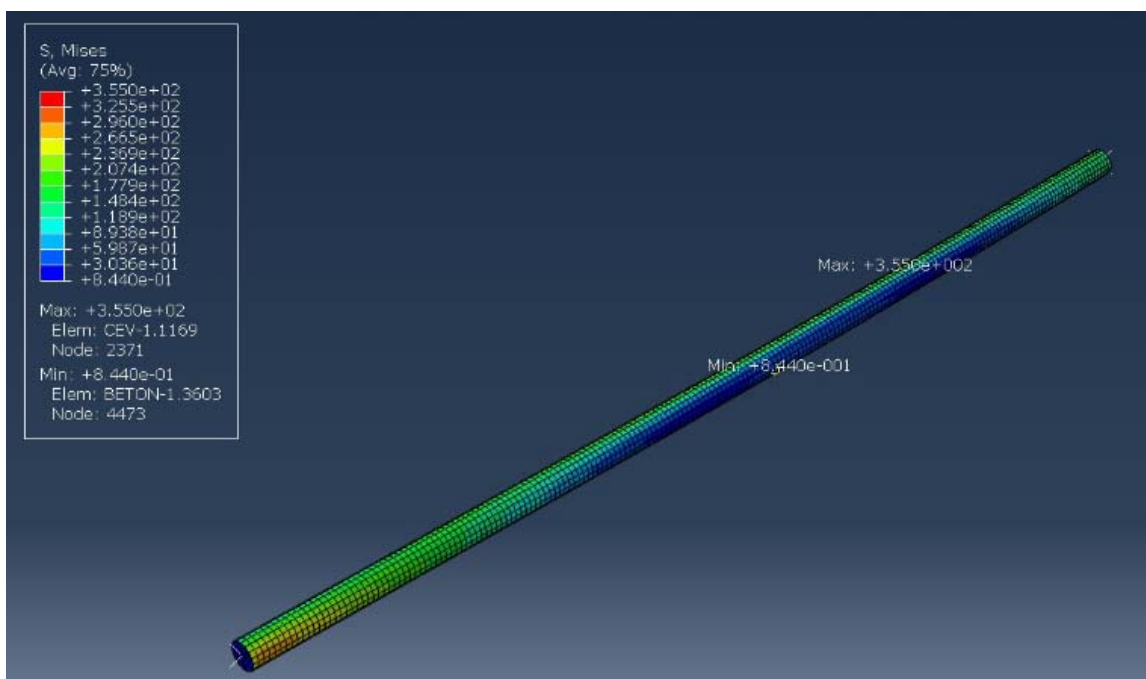


Slika 7.11 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak *C3*

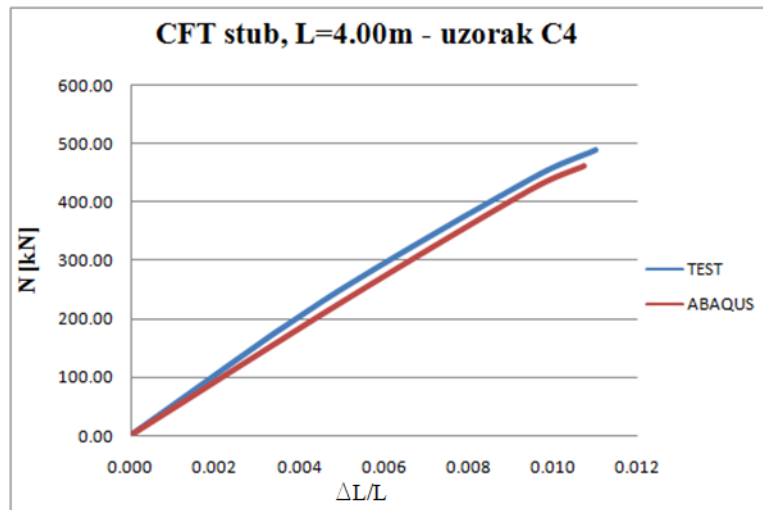
Za uzorak *C4*, dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ dobijen primenom programa ABAQUS je takođe približno linearan. Tek pri poslednjem inkrementu opterećenja u ivičnim vlaknima ostvaren je napon na granici tečenja f_y u iznosu od 355 MPa. Na slikama 7.12 i 7.13 prikazane su ostvarene vrednosti napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu u poslednjem inkrementu opterećenja, dok je na slici 7.14 prikazan dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak *C4*.



Slika 7.12 Vrednost napona u betonskom jezgru u posljednjem inkrementu opterećenja za uzorak C4



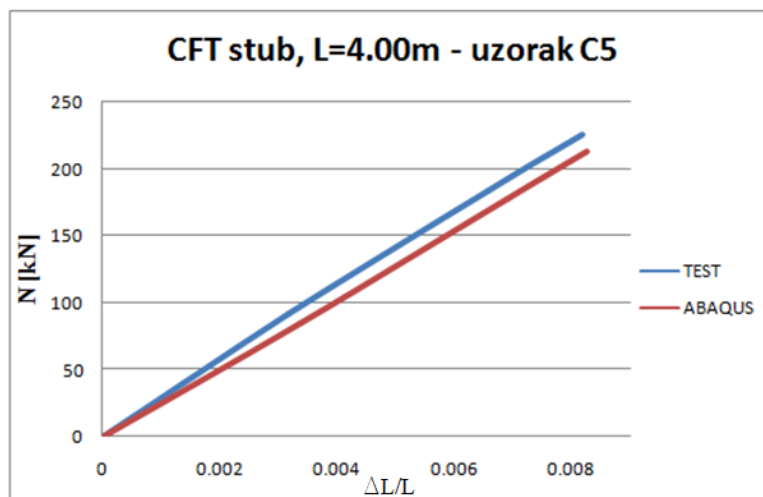
Slika 7.13 Vrednost napona u čeličnom profilu u posljednjem inkrementu opterećenja za uzorak C4



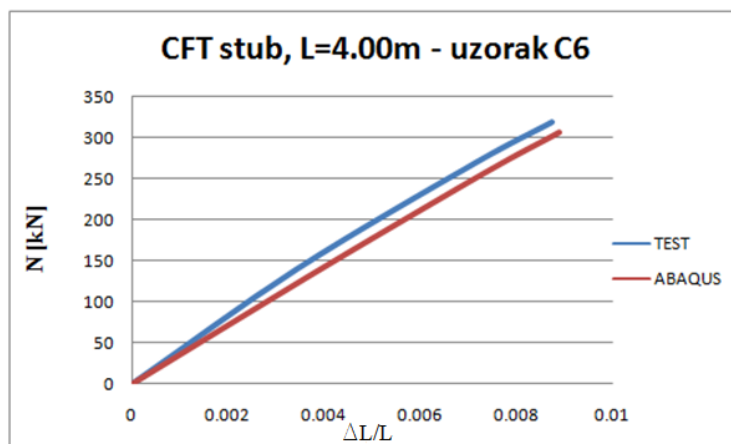
Slika 7.14 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak C4

Za uzorak C3 odnos vrednosti kritičnih sila izvijanja dobijenih eksperimentalnim ispitivanjima i primenom programa ABAQUS iznosi 1.048 (sl. 7.11), dok je za uzorak C4 ovaj odnos jednak 1.051 (sl. 7.14).

Za uzorke C5 i C6, dijagrami $N_{cr} - \Delta L/L$ dobijeni eksperimentalnim ispitivanjima, kao i primenom programa ABAQUS su linearni. Za uzorak C5 odnos vrednosti kritičnih sila izvijanja dobijenih eksperimentalnim ispitivanjima i primenom programa ABAQUS iznosi 1.062 (sl. 7.15), dok je za uzorak C6 ovaj odnos jednak 1.036 (sl. 7.16).

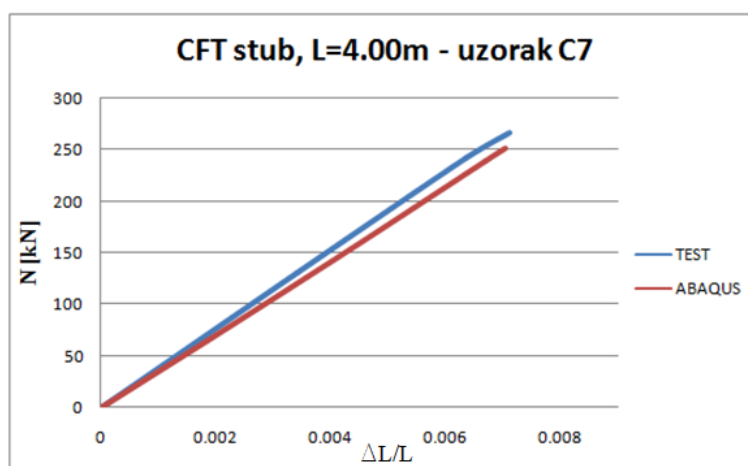


Slika 7.15 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak C5

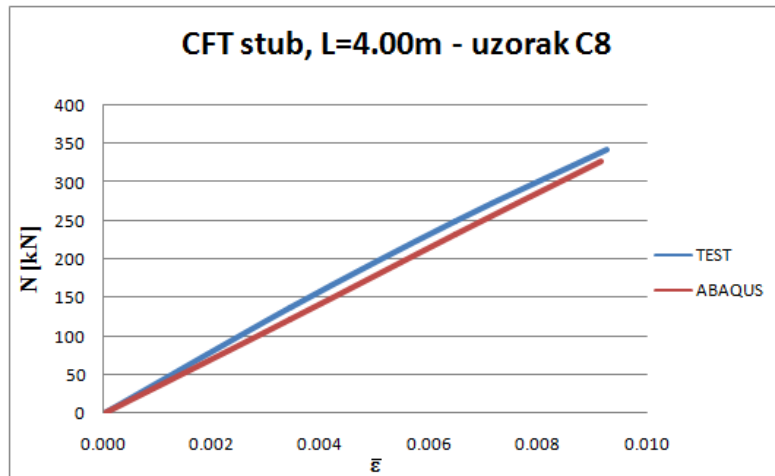


Slika 7.16 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak C6

Na slikama 7.17 i 7.18 prikazani su dijagrami zavisnosti $N_{cr} - \Delta L/L$ dobijeni eksperimentalnim ispitivanjima, kao i primenom programa ABAQUS za uzorke C7 i C8, respektivno. Dijagrami su linearni, a što se moglo i očekivati s obzirom da je reč o izrazito vitkim stubovima. Za uzorak C7 odnos vrednosti kritičnih sila izvijanja dobijenih eksperimentalnim ispitivanjima i primenom programa ABAQUS iznosi 1.056, dok je za uzorak C8 ovaj odnos jednak 1.045.



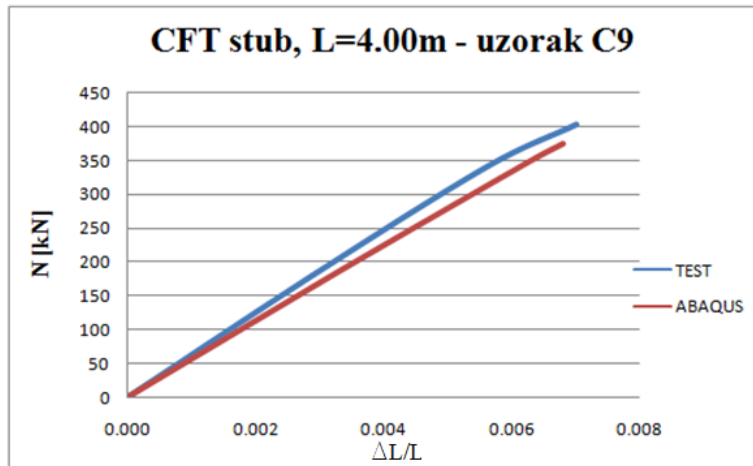
Slika 7.17 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak C7



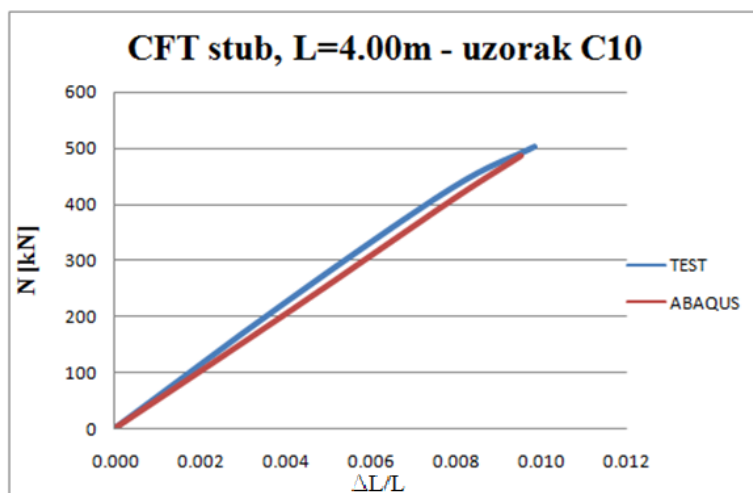
Slika 7.18 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak C8

Za uzorak C7, na osnovu izmerenih dilatacija pomoću mernih traka i izraza 4.1-4.5 sračunat je moment savijanja na spoju utisnutog šipa i CFT stuba koji iznosi 3.62kNm. Vrednost ovog momenta savijanja je sračunata i primenom računarskog programa ABAQUS. Odnos ovih vrednosti iznosi: $M_{uk,TEST} / M_{uk,ABAQUS} = 3.62 / 3.31 = 1.095$

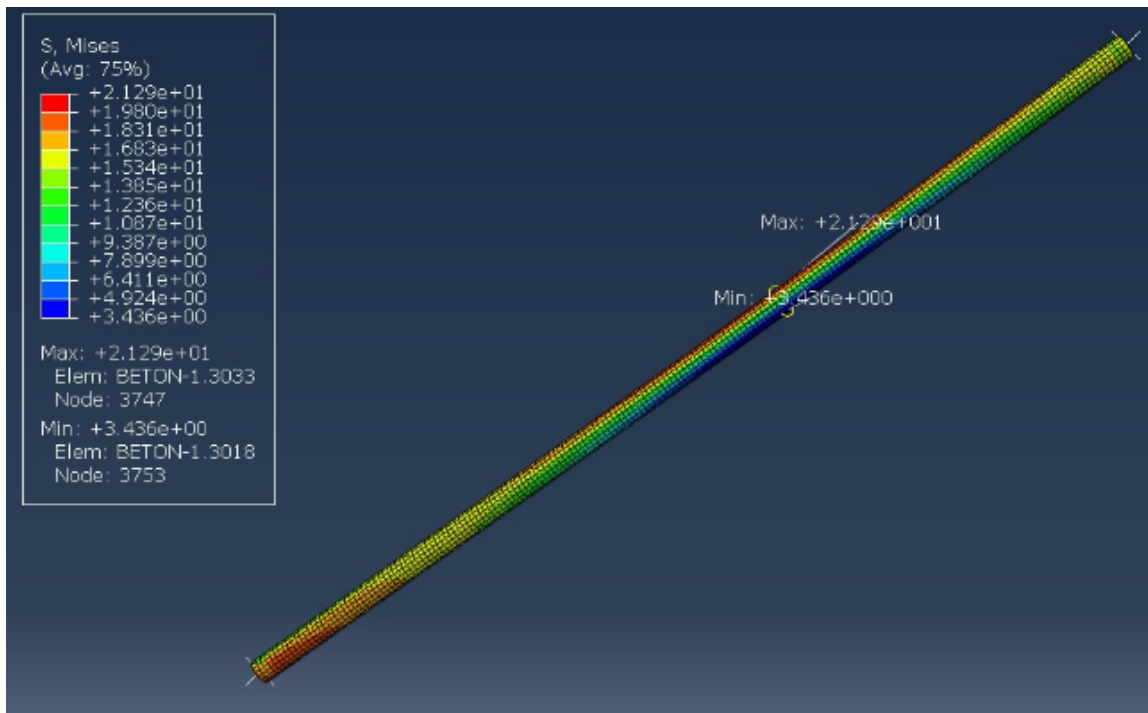
Na slikama 7.19 i 7.20 prikazani su dijagrami zavisnosti $N_{cr} - \Delta L/L$ dobijeni eksperimentalnim ispitivanjima, kao i primenom programa ABAQUS za uzorke C9 i C10, respektivno. Dijagrami su približno linearni, odnosno izvijanje se desilo u elastičnoj oblasti. Za uzorak C9 odnos vrednosti kritičnih sila izvijanja dobijenih eksperimentalnim ispitivanjima i primenom programa ABAQUS iznosi 1.074, dok je za uzorak C10 ovaj odnos jednak 1.039. Na slikama 7.21 i 7.22 prikazane su ostvarene vrednosti napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu u poslednjem inkrementu opterećenja za uzorak C10. Može se zaključiti da su ove vrednosti napona i u betonskom jezgru i u čeličnom profilu manje od napona na granici proporcionalnosti, ali i dosta bliske graničnim vrednostima.



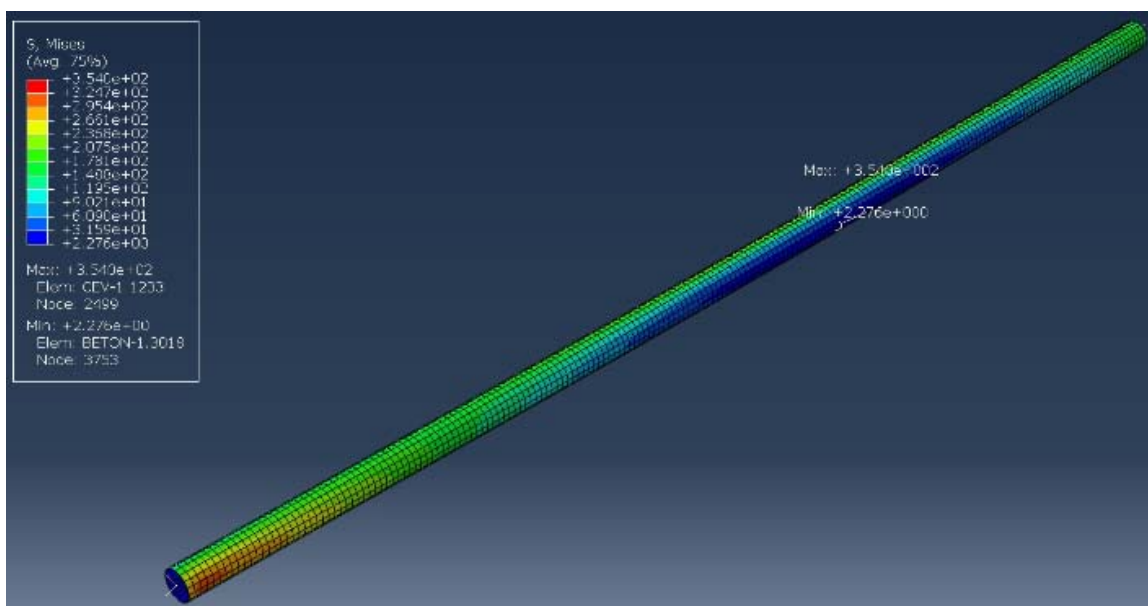
Slika 7.19 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak C9



Slika 7.20 Dijagram $N_{cr} - \Delta L/L$ za uzorak C10



Slika 7.12 Vrednost napona u betonskom jezgru u posljednjem inkrementu opterećenja za uzorak C10



Slika 7.13 Vrednost napona u čeličnom profilu u posljednjem inkrementu opterećenja za uzorak C10

I u ovom slučaju za sve ispitane uzorke kritične sile izvijanja dobijene eksperimentalnim ispitivanjima su veće od kritičnih sile izvijanja dobijenih primenom računarskog programa ABAQUS. Ove razlike nalaze se u granicama od 3% do 8%, što znači da predloženi modeli dobro opisuju stvarno ponašanje ovog konstruktivnog sistema.

Takođe, na osnovu oblika dijagrama $N_{cr} - \Delta L/L$ može se zaključiti da je za sve ispitane umereno vitke i vitke CFT stubove (uzorci C3-C10), inicijalna krutost ispitanih uzoraka veća od vrednosti modelirane primenom računarskog programa ABAQUS. Ovakvo ponašanje može se objasniti pretpostavkom da je stvarni modul elastičnosti čelika nešto veći od vrednosti usvojene u programu ABAQUS. Pored toga, još jedna pretpostavka za ovakvo ponašanje može se objasniti postojanjem određenog efekta utezanja betona, a što je u modelu zanemareno.

7.3 KOMPARACIJA DOBIJENIH REZULTATA EKSPERIMENTALNIH ISPITIVANJA SA REZULTATIMA PRIMENOM SOPSTVENOG KOMPIJUTERSKOG PROGRAMA

Kako bi se izvršila kontrola sopstvenog programa za proračun krutosti spregnutog preseka izvršeno je upoređivanje dobijenih rezultata krutosti spregnutog preseka na savijanje EI za različite odnose D/t sa vrednostima koje predlaže EC4 po teoriji I reda i EC4 po teoriji II reda [1]. Kao ulazni podaci zadate su sledeće vrednosti: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$, $f_y = 355 \text{ MPa}$ i kritična sila izvijanja prethodno sračunata primenom računarskog programa ABAQUS. Na osnovu prikazanih rezultata može se uočiti da je za sve odnose D/t sračunata krutost spregnutog preseka na savijanje manja od krutosti na savijanje koje predlaže EC4 po teoriji I reda. Takođe, može se uočiti da je za sve odnose D/t sračunata krutost spregnutog preseka na savijanje veća od krutosti na savijanje koje predlaže EC4 po teoriji II reda. Ove razlike nalaze se u granicama od približno 4.7% do 11.3%.

Tabela 7.12 Vrednosti inicijalnih krutosti spregnutog preseka na savijanje

D/t [mm/mm]	EI [kNm ²]	$EI_{eff,EC4}$ [kNm ²]	$EI_{eff,II,EC4}$ [kNm ²]	$EI/EI_{eff,EC4}$	$EI/EI_{eff,II,EC4}$
101.6/2.7	279.22	294.95	253.54	0.947	1.101
101.6/4.0	361.51	378.35	329.84	0.955	1.096
114.3/2.7	395.35	440.04	376.48	0.898	1.050
114.3/4.0	515.53	561.60	487.69	0.918	1.057

Kako bi se mogla izvršiti komparacija rezultata eksperimentalnih ispitivanja sa rezultatima sopstvenog kompijuterskog programa modelirani su odgovarajući granični uslovi oslanjanja koji odgovaraju uslovima oslanjanja ispitanih uzoraka *C7*, *C8*, *C9* i *C10*. Granični uslovi zadati su preko čvornih matrica krutosti na krajevima stuba. Sa gornje strane modeliran je zglavkasti oslonac, odnosno sprečeno je horizontalno pomeranje, a dozvoljena je rotacija i vertikalno pomeranje. Primenom računarskog programa PLAXIS 3D određena je matrice krutosti donjeg kraja CFT stuba, koja simulira krutost veze utisnutog šipa i CFT stuba. Geometrijske karakteristike i karakteristike materijala odgovaraju ispitanim uzorcima. Na slikama 7.14, 7.15, 7.16 i 7.17 prikazani su rezultati proračuna kritične sile izvijanja primenom sopstvenog kompijuterskog programa.

$\lambda=$	1.47214	
$P_{cr}=$	253.56	kN
$\mu=$	0.8242	
$l_0=$	3.297	m

Slika 7.14 Rezultati proračuna za uzorak *C7*

λ_1	1.47286	
P_{cr}	328.44	kN
μ	0.8240	
l_0	3.296	m

Slika 7.15 Rezultati proračuna za uzorak C8

λ_1	1.49825	
P_{cr}	365.38	kN
μ	0.8170	
l_0	3.268	m

Slika 7.16 Rezultati proračuna za uzorak C9

λ_1	1.49891	
P_{cr}	470.25	kN
μ	0.8168	
l_0	3.267	m

Slika 7.17 Rezultati proračuna za uzorak C10

U tabeli 7.13 izvršena je komparacija rezultata eksperimentalnih ispitivanja uzoraka C7, C8, C9 i C10 sa rezultatima primenom sopstvenog kompjuterskog programa, pri čemu u modelu figuriše matrica krutosti štapa po linearizovanoj teoriji drugog reda. Razlike se nalaze u granicama od 5% do 11%, pri čemu su za sve ispitane uzorke vrednosti kritičnih sila izvijanja dobijenih eksperimentalnim ispitivanjima veće od vrednosti dobijenih primenom metode konačnih elemenata.

Tabela 7.13 Komparacija rezultata

D/t [mm/mm]	$P_{cr,TEST}$	$P_{cr,MKE,II}$	$P_{cr,TEST}/P_{cr,MKE}$
101.6/2.7	266.7	253.56	1.052
101.6/4.0	343.0	328.44	1.044
114.3/2.7	402.9	365.38	1.103
114.3/4.0	503.8	470.25	1.071

Za sračunate vrednosti kritične sile izvijanja za uzorke *C7*, *C8*, *C9* i *C10* primenom sopstvenog kompijuterskog programa sračunate su vrednosti napona i dilatacija u betonskom jezgru i čeličnom profilu, pri čemu je uzet u obzir moment savijanja usled imperfekcije elementa prema EC4 [1].

Na slikama 7.18, 7.19, 7.21, 7.22, 7.24, 7.25, 7.27 i 7.28 prikazane su vrednosti napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu za uzorke *C7*, *C8*, *C9* i *C10*, dok su na slikama 7.20, 7.23, 7.26 i 7.29 prikazani dijagrami napona odgovarajućih uzoraka.

REZULTATI PRORAČUNA

BETONSKO JEZGRO

n	Z_c [m]	$\varepsilon(z)$	σ_c [MPa]
20	0.096495	0.001319	23.600083
19	0.091685	0.001261	23.057226
18	0.086875	0.001204	22.470593
17	0.082065	0.001147	21.840183
16	0.077255	0.001089	21.165996
15	0.072445	0.001032	20.448033
14	0.067635	0.000975	19.686293
13	0.062825	0.000918	18.880776
12	0.058015	0.000860	18.031483
11	0.053205	0.000803	17.138413
10	0.048395	0.000746	16.201566
9	0.043585	0.000689	15.220943
8	0.038775	0.000631	14.196543
7	0.033965	0.000574	13.128366
6	0.029155	0.000517	12.016413
5	0.024345	0.000460	10.860683
4	0.019535	0.000402	9.661176
3	0.014725	0.000345	8.417893
2	0.009915	0.000288	7.130833
1	0.005105	0.000231	5.799997

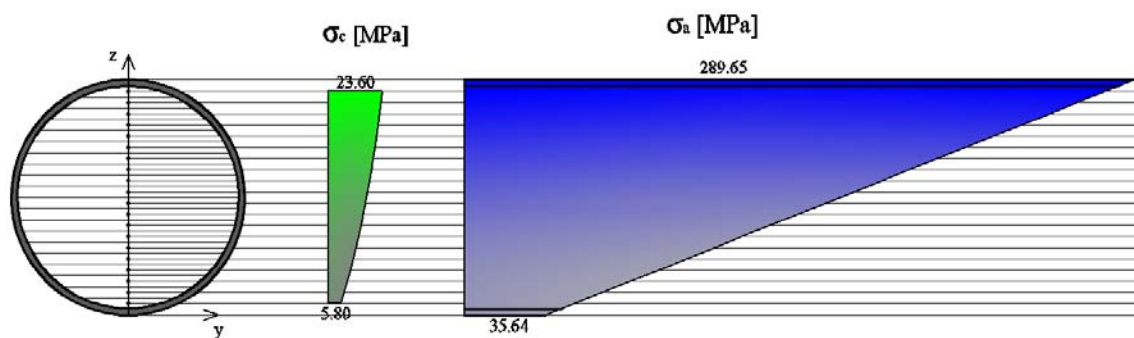
Slika 7.18 Rezultati proračuna-normalni naponi u betonskom jezgru za uzorak *C7*

REZULTATI PRORAČUNA

ČELIČNI PROFIL

n	Za [m]	$\varepsilon(z)$	σ_a [MPa]
	[m]	[m]	[MPa]
21	0.101600	0.001379	289.653355
20	0.096495	0.001319	276.890417
19	0.091685	0.001261	264.865005
18	0.086875	0.001204	252.839593
17	0.082065	0.001147	240.814181
16	0.077255	0.001089	228.788769
15	0.072445	0.001032	216.763357
14	0.067635	0.000975	204.737945
13	0.062825	0.000918	192.712533
12	0.058015	0.000860	180.687120
11	0.053205	0.000803	168.661708
10	0.048395	0.000746	156.636296
9	0.043585	0.000689	144.610884
8	0.038775	0.000631	132.585472
7	0.033965	0.000574	120.560060
6	0.029155	0.000517	108.534648
5	0.024345	0.000460	96.509236
4	0.019535	0.000402	84.483824
3	0.014725	0.000345	72.458411
2	0.009915	0.000288	60.432999
1	0.005105	0.000231	48.407587
0	0.000000	0.000170	35.644650

Slika 7.19 Rezultati proračuna-normalni naponi u čeličnom profilu za uzorak C7



Slika 7.20 Dijagrami normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu za uzorak C7

REZULTATI PRORAČUNA**BETONSKO JEZGRO**

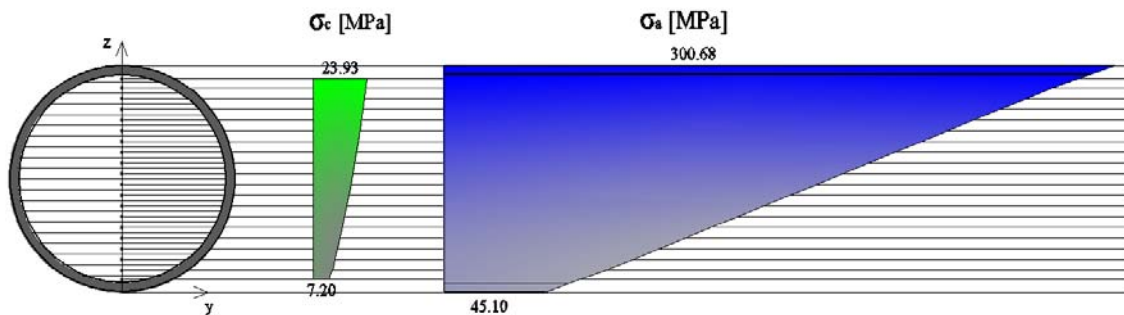
n	Zc [m]	$\varepsilon(z)$	σ_c [MPa]
20	0.095260	0.001356	23.930355
19	0.090580	0.001300	23.427286
18	0.085900	0.001244	22.882260
17	0.081220	0.001188	22.295277
16	0.076540	0.001132	21.666337
15	0.071860	0.001076	20.995440
14	0.067180	0.001019	20.282586
13	0.062500	0.000963	19.527775
12	0.057820	0.000907	18.731007
11	0.053140	0.000851	17.892282
10	0.048460	0.000795	17.011601
9	0.043780	0.000739	16.088962
8	0.039100	0.000683	15.124367
7	0.034420	0.000627	14.117814
6	0.029740	0.000571	13.069305
5	0.025060	0.000515	11.978838
4	0.020380	0.000459	10.846415
3	0.015700	0.000403	9.672035
2	0.011020	0.000347	8.455698
1	0.006340	0.000291	7.197404

Slika 7.21 Rezultati proračuna-normalni naponi u betonskom jezgrou za uzorak C8

REZULTATI PRORAČUNA**ČELIČNI PROFIL**

n	Za [m]	$\varepsilon(z)$	σ_a [MPa]
	[m]	[m]	[MPa]
21	0.101600	0.001432	300.677342
20	0.095260	0.001356	284.728693
19	0.090580	0.001300	272.955873
18	0.085900	0.001244	261.183053
17	0.081220	0.001188	249.410233
16	0.076540	0.001132	237.637413
15	0.071860	0.001076	225.864593
14	0.067180	0.001019	214.091773
13	0.062500	0.000963	202.318953
12	0.057820	0.000907	190.546133
11	0.053140	0.000851	178.773312
10	0.048460	0.000795	167.000492
9	0.043780	0.000739	155.227672
8	0.039100	0.000683	143.454852
7	0.034420	0.000627	131.682032
6	0.029740	0.000571	119.909212
5	0.025060	0.000515	108.136392
4	0.020380	0.000459	96.363572
3	0.015700	0.000403	84.590752
2	0.011020	0.000347	72.817932
1	0.006340	0.000291	61.045112
0	0.000000	0.000215	45.096463

Slika 7.22 Rezultati proračuna-normalni naponi u čeličnom profilu za uzorak C8



Slika 7.23 Dijagrami normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu za uzorak C8

REZULTATI PRORAČUNA

BETONSKO JEZGRO

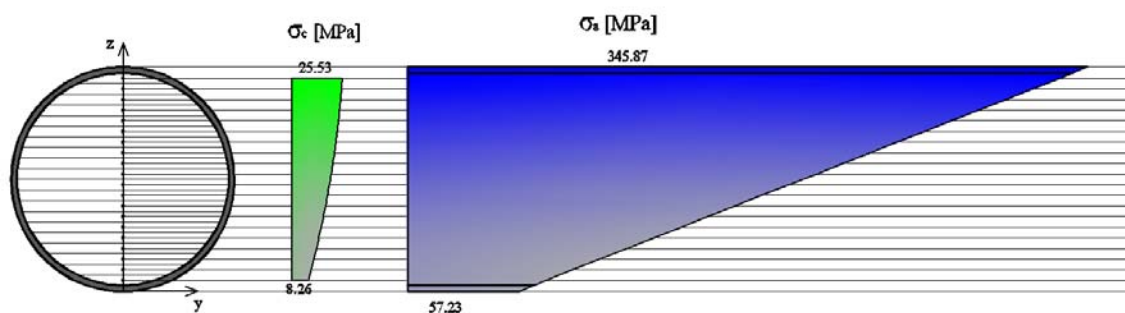
n	Zc [m]	$\varepsilon(z)$	σ_c [MPa]
20	0.108878	0.001582	25.532618
19	0.103433	0.001516	25.138451
18	0.097987	0.001451	24.687050
17	0.092542	0.001385	24.178416
16	0.087097	0.001320	23.612549
15	0.081652	0.001254	22.989448
14	0.076207	0.001189	22.309113
13	0.070762	0.001123	21.571545
12	0.065317	0.001058	20.776744
11	0.059872	0.000993	19.924709
10	0.054427	0.000927	19.015440
9	0.048982	0.000862	18.048938
8	0.043537	0.000796	17.025202
7	0.038092	0.000731	15.944232
6	0.032647	0.000665	14.806030
5	0.027202	0.000600	13.610593
4	0.021757	0.000534	12.357923
3	0.016312	0.000469	11.048020
2	0.010867	0.000403	9.680883
1	0.005422	0.000338	8.256512

Slika 7.24 Rezultati proračuna-normalni naponi u betonskom jezgru za uzorak C9

ČELIČNI PROFIL

n	Za [m]	$\varepsilon(z)$	σ_a [MPa]
	[m]	[m]	[MPa]
21	0.114300	0.001647	345.871848
20	0.108878	0.001582	332.178626
19	0.103433	0.001516	318.428586
18	0.097988	0.001451	304.678546
17	0.092543	0.001385	290.928505
16	0.087098	0.001320	277.178465
15	0.081653	0.001254	263.428425
14	0.076208	0.001189	249.678385
13	0.070763	0.001123	235.928344
12	0.065318	0.001058	222.178304
11	0.059873	0.000993	208.428264
10	0.054428	0.000927	194.678224
9	0.048983	0.000862	180.928183
8	0.043538	0.000796	167.178143
7	0.038093	0.000731	153.428103
6	0.032648	0.000665	139.678062
5	0.027203	0.000600	125.928022
4	0.021758	0.000534	112.177982
3	0.016313	0.000469	98.427942
2	0.010868	0.000403	84.677901
1	0.005422	0.000338	70.927861
0	0.000000	0.000273	57.234639

Slika 7.25 Rezultati proračuna-normalni naponi u čeličnom profilu za uzorak C9



Slika 7.26 Dijagrami normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu za uzorak C9

REZULTATI PRORAČUNA**BETONSKO JEZGRO**

n	Zc [m]	$\varepsilon(z)$	σ_c [MPa]
20	0.107643	0.001622	25.747605
19	0.102328	0.001559	25.400231
18	0.097013	0.001495	24.998954
17	0.091698	0.001432	24.543776
16	0.086383	0.001368	24.034696
15	0.081068	0.001305	23.471714
14	0.075753	0.001241	22.854830
13	0.070438	0.001177	22.184045
12	0.065123	0.001114	21.459358
11	0.059808	0.001050	20.680769
10	0.054493	0.000987	19.848278
9	0.049178	0.000923	18.961886
8	0.043863	0.000860	18.021592
7	0.038548	0.000796	17.027396
6	0.033233	0.000733	15.979299
5	0.027918	0.000669	14.877299
4	0.022603	0.000606	13.721398
3	0.017288	0.000542	12.511595
2	0.011973	0.000479	11.247891
1	0.006658	0.000415	9.930284

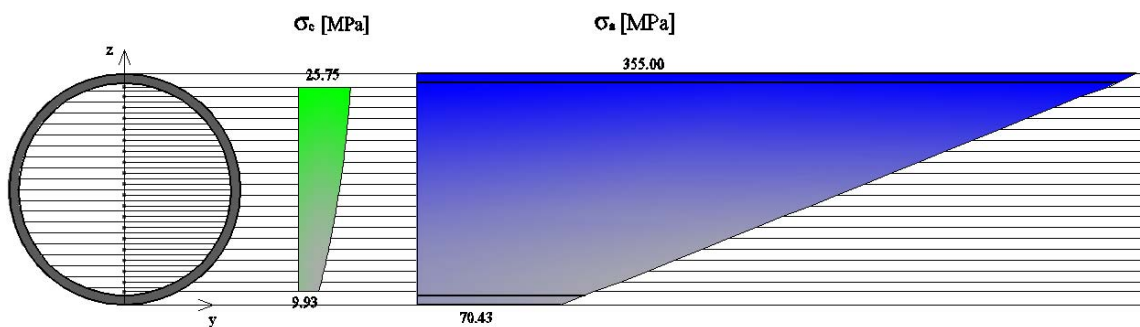
Slika 7.27 Rezultati proračuna-normalni naponi u betonskom jezgru za uzorak C10

REZULTATI PRORAČUNA

ČELIČNI PROFIL

n	Za [m]	$\varepsilon(z)$	σ_a [MPa]
	[m]	[m]	[MPa]
21	0.114300	0.001702	355.000000
20	0.107643	0.001622	340.676453
19	0.102328	0.001559	327.332634
18	0.097013	0.001495	313.988816
17	0.091698	0.001432	300.644998
16	0.086383	0.001368	287.301180
15	0.081068	0.001305	273.957362
14	0.075753	0.001241	260.613543
13	0.070438	0.001177	247.269725
12	0.065123	0.001114	233.925907
11	0.059808	0.001050	220.582089
10	0.054493	0.000987	207.238270
9	0.049178	0.000923	193.894452
8	0.043863	0.000860	180.550634
7	0.038548	0.000796	167.206816
6	0.033233	0.000733	153.862998
5	0.027918	0.000669	140.519179
4	0.022603	0.000606	127.175361
3	0.017288	0.000542	113.831543
2	0.011973	0.000479	100.487725
1	0.006658	0.000415	87.143907
0	0.000000	0.000335	70.429613

Slika 7.28 Rezultati proračuna-normalni naponi u čeličnom profilu za uzorak C10



Slika 7.29 Dijagrami normalnog napona u betonskom jezgru i čeličnom profilu za uzorak C10

8. ZAKLJUČAK

U disertaciji su detaljno prikazana sopstvena eksperimentalna ispitivanja, teorijske i modelske analize aksijalno pritisnutih kratkih, umereno vitkih i vitkih kružnih CFT stubova. Težište disertacije je na analizi nosivosti i stabilnosti kružnih CFT stubova uzimajući u obzir krutost veze krajeve stuba sa tavanicom i utisnutim šipom. Ovakvi konstruktivni sistemi se javljaju u savremenim metodama gradnje, kada se paralelno gradi podzemni i nadzemni deo konstrukcije - "top down" metoda gradnje.

U okviru ove doktorske disertacije ostvareni su sledeći ciljevi:

- sinteza prethodnih saznanja i primena principa i postupaka određivanja nosivosti i stabilnosti kružnih CFT stubova u "top down" metodi gradnje, analizirajući krutost veze na krajevima stuba;
- izvođenje detaljno isplaniranog eksperimentalnog programa koji je bio koncipiran tako da na kontrolisan način obuhvati uticaj glavnih parametara koji utiču na nosivost i stabilnost kružnih CFT stubova, čiji će rezultati biti korišćeni u analitičke i komparativne svrhe;
- proširen je postojeći fond podataka eksperimentalnih rezultata iz ove oblasti koji je izuzetno mali;
- primenom računarskih programa ABAQUS i PLAXIS 3D moguće je odrediti sa zadovoljavajućom tačnošću nosivost i stabilnost CFT stubova uzimajući u obzir geometrijsku i materijalnu nelinearnost;
- primenom sopstvenog računarskog programa, koji se zasniva na metodi konačnih elemenata, omogućeno je da se na adekvatan način izvrši i unapredi numerički proračun ovog konstruktivnog elementa u "top down" metodi gradnje koja se sve više primenjuje;

Na osnovu rezultata eksperimentalnih ispitivanja izvršena je verifikacija rezultata proračuna prema važećim pravilnicima (EC4, AS, AISC, AIJ, DL/T), korišćenjem numeričkih programa koji se zasnivaju na MKE (ABAQUS i PLAXIS) i prema

predloženom numeričkom postupku. Na osnovu dobijenih rezultata mogu se izvesti sledeći zaključci:

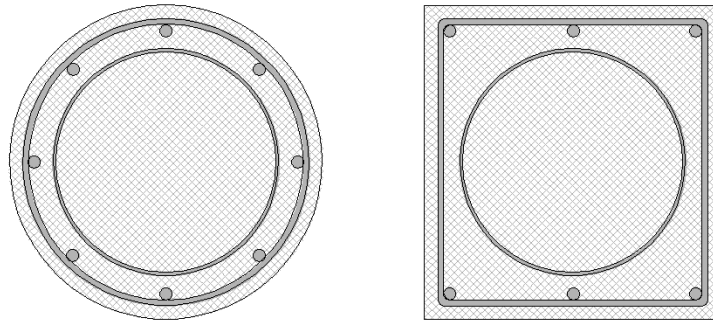
- pravilnik EC4 daje najpribližnije rezultate sa rezultatima dobijenim eksperimentalnim ispitivanjem, pri čemu je kod kratkih stubova potrebno uzeti u obzir povećanje čvrstoće betona pri pritisku nastalom usled utezanja betona čeličnim profilom.
- primenom računarskih programa ABAQUS i PLAXIS 3D i usvajanjem odgovarajućih nelinearnih konstitutivnih modela za beton, konstrukcioni čelik i tlo, zadavanjem geometrijske nelinearnosti i drugih parametara kao što su definisanje veze betonskog jezgra i čeličnog profila, tla i utisnutog šipa, uspešno se može modelirati nosivost i stabilnost CFT stubova sa različitim uslovima oslanjanja;
- primenom sopstvenog kompijuterskog programa moguće je odrediti krutost spregnutog preseka na savijanje za različite nivoe opterećenja, kritičnu silu izvijanja CFT stuba uzimajući u obzir krutost veze krajeva stuba, kao i izvršiti detaljnu analizu napona i dilatacija u poprečnom preseku spregnutog stuba. Program je koncipiran tako da unos podataka bude lak i da se do rezultata zadovoljavajuće tačnosti dolazi kroz nekoliko iteracija čime je postignuta velika kompijuterska efikasnost.

8.1 MOGUĆNOSTI ZA DALJA NAUČNA ISTRAŽIVANJA

Postoji više interesantnih tema iz ove oblasti za moguća dalja naučna istraživanja:

- Eksperimentalno ispitivanje nosivosti i stabilnosti umereno vitkih i vitkih pravougaonih CFT stubova sa različitim uslovima oslanjanja, kao i numeričko modeliranje ovakvog sistema.
- Eksperimentalno ispitivanje nosivosti i stabilnosti umereno vitkih i vitkih kružnih CFT stubova uzimajući u obzir parametre koji utiču na krutost veza krajeva stuba sa tavanicom i šipom.

- Analiza nosivosti i stabilnosti pravougaonih CFT stubova primenom sopstvenog kompijuterskog programa.
- Uvođenje uticaja armature na nosivost i stabilnost CFT stubova u analizu predloženim numeričkim proračunom.
- Analiza naponskog stanja u poprečnom preseku spregnutog stuba konačnih dimenzija (sl. 8.1), kada se nakon izvođenja CFT stubova postavlja armatura i vrši dodatno betoniranje stuba do konačnih dimenzija. Ova problematika se javlja u "top down" gradnji, ali i kada je zbog različitih situacija potrebno izvršiti ojačavanje stubova [60].



Slika 8.1 Spregnut stub konačnih dimenzija

9. LITERATURA

1. Evrokod 4: EN 1994-1-1:2004 *Proračun spregnutih konstrukcija od čelika i betona*, Beograd, februar 2006.
2. ACI: *Building code requirements for structural concrete and commentary ACI318-08*, Farmington Hills, MI; 2008.
3. Australian Standards AS410: *Steel structures, AS4100-1998*, Sydney (Australia), Standards Australia, 1998.
4. AISC: *Specification for structural steel buildings*, AISC, Chicago, IL. 2010.
5. AISC: *Specification for structural steel buildings*, AISC, Chicago, IL; 2010.
6. AIJ: *Recommendations for design and construction of concrete-filled steel tubular structures*, Tokyo, Japan, 1997.
7. Lu Z.H., Zhao Y.G.: *Suggested empirical models for the axial capacity of circular CFT stub columns*, Journal of Constructional Steel Research 66, 2010, str. 850-862.
8. Lazović M., Radovanović J., Deretić-Stojanović B.: *Bearing capacity and stability of elastically fixed CFT columns*, Technical Gazette 24, 3(2017), portal of scientific journals Croatia Hrčak, Osijek, 2017. str. 967-973, ISSN 1330-3651.
9. Mander J.B., Priestly M.N.J., Park R.: *Theoretical stress-strain model for confined concrete*, Journal of Structural Engineering, ASCE 1988, 114(8), str. 1804–1826.
10. Shanmugam N.E., Lakshmi B.: *State of the art report on steel-concrete composite columns*, Journal of Constructional Steel Research 57, 2001, str. 1041–1080.
11. Giakoumelis G., Lam D.: *Axial capacity of circular concrete-filled tube columns*, Journal of Constructional Steel Research 60, 2004, str. 1049–1068.
12. Moon J., Roeder C.W., Lehman D. E., Lee H. E.: *Analytical Modeling of Bending of Circular Concrete-Filled Steel Tubes*, Engineering Structures 42 (2012), str. 349-361.
13. Hatzigeorgiou G.: *Numerical model for the behavior and capacity of circular CFT columns, Part II: Verification and extension*, Engineering Structures 30, 2008, str. 1579–1589.

14. Tao Z., Wang Z.B., Yu Q.: *Finite element modelling of concrete-filled steel stub columns under axial compression*, Journal of Constructional Steel Research 89, 2013, str. 122-131.
15. Sakino K., Nakahara H., Morino S., Nishiyama I.: *Behavior of Centrally Loaded Concrete-Filled Steel-Tube Short Columns*, Journal of structural engineering, 2004, str. 180-188.
16. Huang C.S., Yeh Y.K., Liu G.Y., Hu H.T., Tsai K.C., Weng Y.T., Wang S.H., Wu M.H.: *Axial Load Behavior of Stiffened Concrete-Filled Steel Columns*, Journal of structural engineering, 2002, str. 1222-1230.
17. Hu H.T., Huang C.S., Chen Z.L.: *Finite element analysis of CFT columns subjected to an axial compressive force and bending moment in combination*, Journal of Constructional Steel Research 61, 2005, str. 1692–1712.
18. Andrade de Oliveira W.L., Silvana De Nardin, H. de Cresce El Debsa A.L., Khalil El Debs M.: *Influence of concrete strength and length/diameter on the axial capacity of CFT columns*, Journal of Constructional Steel Research 65, 2009, str. 2103-2110.
19. Liang Q.Q.: *High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam–columns, Part II: Fundamental behavior*, Journal of Constructional Steel Research 67, 2011, str. 172–180.
20. Dundu M.: *Compressive strength of circular concrete filled steel tube columns*, Thin-Walled Structures 56, 2012, str. 62–70.
21. Chacón R., Mirambell E., Real E.: *Strength and ductility of concrete-filled tubular piers of integral bridges*, Engineering Structures 46, 2013, str. 234-246.
22. Ellobody E., Youngb B., Lam D.: *Behaviour of normal and high strength concrete-filled compact steel tube circular stub columns*, Journal of Constructional Steel Research 62, 2006, str. 706–715.
23. Hu H.T., Asce M., Huang C.S., Wu M.H., Wu Y.M.: *Nonlinear Analysis of Axially Loaded Concrete-Filled Tube Columns With Confinement Effect*, Journal of structural engineering, 2003, str. 1322-1329.

24. Liang Q.Q.: *High strength circular concrete-filled steel tubular slender beam-columns, Part I: Numerical analysis*, Journal of Constructional Steel Research 67, 2011, str. 164–171.
25. Liang Q.Q., Fragomeni S.: *Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tubular short columns under axial loading*, Journal of Constructional Steel Research 65, 2009, str. 2186-2196.
26. Saenz L.P.: *Discussion of Equation for the stress–strain curve of concrete by P. Desayi, and S. Krishnan*, Journal of the American Concrete Institute 1964; 61, str. 1229–1235.
27. Lee S.H., Uy B., Kim S.H., Choi Y.H., Choi S.M.: *Behavior of high-strength circular concrete-filled steel tubular (CFST) column under eccentric loading*, Journal of Constructional Steel Research 67, 2011, str. 1-13.
28. Tang J., Hino S., Kuroda I., Ohta T.: *Modeling of stress strain relationships for steel and concrete in concrete filled circular steel tubular columns*, Steel Construction Engineering, JSSC 1996, 3(11), str. 35-46.
29. Gourley B.C., Tork C., Denavit M.D., Schiller P.H., Hajjar J. F.: *A Synopsis of Studies of the Monotonic and Cyclic Behavior of Concrete-Filled Steel Tube Members, Connections, and Frames*, Department of Civil and Environmental Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign, 2008.
30. Virdi K. S., Dowling P. J.: *Bond Strength In Concrete Filled Steel Tubes*, IABSE Periodical, 1980, str. 125-139.
31. Andrade de Oliveira W.L., Silvana De Nardin, H. de Cresce El Debs A.L., Khalil El Debs M.: *Evaluation of passive confinement in CFT columns*, Journal of Constructional Steel Research 66, 2010, str. 487-495.
32. Ho J.C.M.: *Improved behaviour of concrete-filled-Steel-tube columns with external confinement*; Australian Earthquake Engineering Society 2011 Conference, Nov. 18-20, Barossa Valley, South Australia.
33. Yu Q., Tao Z., Liu W., Chen Z.B.: *Analysis and calculations of steel tube confined concrete (STCC) stub columns*; Journal of Constructional Steel Research 66, 2010, str. 53-64.

34. Bradford M.A., Pi Y.L., Qu W.L.: *Time-dependent in-plane behaviour and buckling of concrete-filled steel tubular arches*, Eng. Struct. 2011; 33, str. 1781-1795.
35. Ichinose L.H., Watanabe E., Nakai H.: *An experimental study on creep of concrete filled steel pipes*, Journal of Constructional Steel Research 2001; 57, str. 53–66.
36. Naguib W., Mirmiran A.: *Creep modelling for concrete-filled steel tubes*, Journal of Constructional Steel Research 2003; 59, str. 1327-1344.
37. *ABAQUS standard user's manual* version 6.12, 2012.
38. Lazovic M., Deretić-Stojanović B., Radovanovic J.: *Stability of double elastically wedged CFT columns*, 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics, Arandjelovac, Serbia, June 2015. ISBN 978-86-7892-715-7.
39. Lazović M., Lazović M., Radovanović J.: *Analiza nosivosti privremenih stubova kod "top down" metoda gradnje*, Međunarodni naučno-stručni skup, Novi Sad, Društvo građevinskih konstruktera Srbije, Beograd, septembar 2014., str. 407-422. ISBN 978-86-85073-19-9.
40. Khodair Y.; Abdel-Mohti, A.: *Numerical Analysis of Pile–Soil Interaction under Axial and Lateral Loads*, International Journal of Concrete Structures and Materials. 8,(3) 2014, str. 239–249.
41. Kumar P.S., Karuppaiah P.B., Parameswaran, P.: *Buckling Behavior of Partially Embedded Reinforced Concrete Piles in Sand*, ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2, (4) 2007, str. 22-26.
42. Allen H.G., Bulson P.S.: *Background to buckling*, Mc Graw Hill, 1980, U.K.
43. Timoshenko S.P., Gere J.M.: *Theory of Elastic Stability*, Mc Graw Hill, 1960, New York.
44. Iyenger N.G.R.: *Structural stability of columns and plates*, Ellis Horwood Limited, 1988, England.
45. Evrokod 2: EN 1992-1-1:2004 *Proračun betonskih konstrukcija*, deo 1-1: opšta pravila i pravila za zgrade, Beograd, februar 2006.
46. Richart F.E., Brandtzaeg A., Brown R.L.: *A study of the failure of concrete under combined compressive stresses*, Bull. 185, University of Illionis, Champaign, Engineering experimental station, 1928.

47. *PLAXIS 3D Foundation Tutorial Manual version 1.5*, Delft University of Tehnology & Plaxis bv, 2006, The Netherlands.
48. Von Soos P.: *Properties of Soil and Rock*, Grundbautaschenbuch Part 4, Edition 4, Ernst & Sohn, Berlin, 1990.
49. Jaky J.: *The coefficient of earth pressure et rest*, Magyar Mernok es Epitez Egylet Kozlonye, 1944.
50. Novi Kosovoprojekt-Geotehnika d.o.o. Beograd: *Geotehnički elaborat o mogućnosti nadogradnje poslovnog objekta G. P. Napred u Bulevaru Mihaila Pupina 115 na Novom Beogradu*, 2007, Beograd.
51. Poulos H. G., Davis, E.: *Pile Foundation Analysis and Design*, Wiley and Sons, 1960, New York.
52. Randolph M., Wroth C.: *Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles*, JGED, ASCE 104(GT12), 1978, str. 1465-1488.
53. Đurić M.: *Stabilnost i dinamika konstrukcija*, Građevinski fakultet, 1977, Beograd.
54. Taucer F., Spaconf E., Filippou F. C.: *A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures*, Earthquake engineering research center, 1991, University of California at Berkeley.
55. Spacone E., Filippou F. C., Taucer F. F.: *Fiber beam-column model for non-linear analiysis of R/C frames: part Iformulation*, Earthquake engineering and structural dynamics, Vol. 25, 1996, str. 711-725.
56. Spacone E, Filippou F. C., Taucer F. F.: *Fiber beam-column model for non-linear analiysis of R/C frames: part II applications*, Earthquake engineering and structural dynamics, Vol. 25, 1996, str. 727-742.
57. Kostic S. M., Filippou R.C, Asce M.: *Section Discretization of Fiber beam-column elements for Cyclic Inelastic Response*, Journal of Structural Engineering, doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000501.
58. Evrokod 3: EN 1993-1-1:2005 *Proračun čeličnih konstrukcija*, deo 1-1: opšta pravila i pravila za zgrade, Beograd, februar 2006.
59. Bergmann R., Matsui C., Meinsma C., Dutta D.: *Design guide for concrete filled hollow section columns under static and seismic loading*, Verlag TÜV Rheinland, 1995.

60. Landović A.: *Analiza ponašanja aksijalno pritisnutih spregnutih štapova pri eksploatacijom i graničnom opterećenju*, doktorska disertacija, Subotica, 2016.

BIOGRAFIJA

Opšti podaci

Marija Lazović rođena je 23. 01.1987. godine u Beogradu. Živi u Beogradu, udata je i nema dece.

Obrazovanje i usavršavanje

Marija Lazović je u Beogradu završila osnovnu školu „Josif Pančić“ i gimnaziju „Crnjanski“ kao nosilac diplome "Vuk Karadžić" za učenike osnovnih i srednjih škola. Osnovne akademske studije na Građevinskom fakultetu u Beogradu upisala je školske 2006/07. godine, a diplomirala je 2010. godine na Modulu Konstrukcije, sa prosečnom ocenom 9.38. Sintezni projekat pod naslovom "Analiza metoda proračuna konzolnih zidova uklještenih u tlo" odbranila je na Katedri za građevinsku geotehniku sa ocenom 10 (deset) i time stekla zvanje diplomiranog inženjera građevinarstva. Diplomске akademske (master) studije na Građevinskom fakultetu u Beogradu upisala je školske 2010/2011. godine, a diplomirala je 14.07.2011. godine na Modulu Konstrukcije, sa prosečnom ocenom 9.57. Master rad pod naslovom "Projekat višetažne podzemne garaže" odbranila je na Katedri za građevinsku geotehniku sa ocenom 10 (deset) i time stekla zvanje master inženjera građevinarstva.

Tokom redovnih studija ostvarila je visoku prosečnu ocenu na Modulu Konstrukcije i više puta je pohvaljivana od strane Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu za izuzetan uspeh tokom redovnih studija, naročito na predmetima Katedre za tehničku mehaniku i teoriju konstrukcija.

Doktorske akademske studije na Građevinskom fakultetu u Beogradu upisala je školske 2011/2012. godine. U roku od dve godine, zaključno sa novembrom 2013. položila je sve ispite predviđene nastavnim planom sa prosečnom ocenom 10 (deset). Započela je izradu doktorske disertacije pod mentorstvom V. prof. dr Biljane Deretić-Stojanović, iz oblasti nosivosti i stabilnosti spregnutih stubova. Odlukom Veća naučnih oblasti građevinsko-urbanističkih nauka br. 61206-3757/2-17 od 28.09.2017. godine odobrena joj je tema doktorske disertacije pod nazivom *Nosivost spregnutih stubova od kružnih šupljih čeličnih profila ispunjenih betonom.*

Koristi programske pakete MS Office, Auto Cad, programske jezike MATLAB, kao i programe iz oblasti građevinarstva (Tower, SAP2000, Abaqus, Diana, ArmCAD, Plaxis). Govori i piše engleski jezik i služi se francuskim jezikom.

Položila je stručni ispit za građevinsku struku- oblast građevinske konstrukcije.

Rad u nastavi

Tokom Osnovnih akademskih studija na Građevinskom fakultetu Marija Lazović je bila angažovana kao student-demonstrator na predmetima Otpornost materijala 1 i Primena računara u projektovanju konstrukcija. Od decembra 2011.godine zaposlena je na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu u zvanju asistenta - studenta doktorskih studija za užu naučnu oblast Tehnička mehanika i teorija konstrukcija. Od izbora u zvanje asistenta – studenta doktorskih studija održava vežbe iz predmeta Otpornost materijala 1, Otpornost materijala 2 i Osnove spregnutih konstrukcija, na modulu Konstrukcije.

Aktivnost Marije Lazović na ovom planu ocenjena je visokim ocenama u studentskoj anketi vrednovanja pedagoške aktivnosti nastavnika i saradnika Građevinskog fakulteta u Beogradu.

Naučno-istraživački rad

Polje naučnog rada Marije Lazović vezano je za numeričko modeliranje nosivosti i stabilnosti kružnih CFT stubova, primenom metode konačnih elemenata. Marija Lazović je autor jednog rada u časopisu referisanom u Thomson Reuters Web of Science SCI expanded citatnom indeksu. Takođe je autor i koautor više radova koji su objavljeni u časopisima od nacionalnog značaja ili zbornicima radova sa međunarodnih i nacionalnih konferencija. Radovi su iz oblasti spregnutih konstrukcija i fundiranja. Spisak objavljenih radova je dat u Bibliografiji u Prilogu.

Trenutno, Marija Lazović je angažovana u okviru jednog projekta: Nacionalni projekat tehnološkog razvoja III 42012 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije pod naslovom „Poboljšanje energetske efikasnosti zgrada u Srbiji i unapređenje nacionalnih regulativnih kapaciteta za njihovu sertifikaciju“.

BIBLIOGRAFIJA – Marija Lazović

I) NAUČNI ČASOPISI MEĐUNARODNOG ZNAČAJA

Rad u međunarodnom naučnom časopisu (M23):

1. Lazović M., Radovanović J., Deretić-Stojanović B.: Bearing capacity and stability of elastically fixed CFT columns, Technical Gazette 24, 3(2017), portal of scientific journals Croatia Hrčak, Osijek, 2017. str. 967-973, ISSN 1330-3651.

II) NAUČNI ČASOPISI NACIONALNOG ZNAČAJA

Rad u nacionalnom naučnom časopisu (M51):

1. Lazović M., Deretić-Stojanović B., Kostić S., Stošić S.: Analiza nosivosti kružnih CFT stubova prema Evrokodu 4 , "Izgradnja", 11-12/2013., vol. 67, Savez građevinskih inženjera i tehničara Srbije, Beograd, 2013., str.359-366. ISSN 0350-5421.
2. Lazović M., Deretić-Stojanović B.: Aksijalna nosivost CFT stubova, "Izgradnja", 1-2/2015., vol. 69, Savez građevinskih inženjera i tehničara Srbije, Beograd, 2015., str. 29-41. ISSN 0350-5421.

III) ZBORNICI MEĐUNARODNIH NAUČNIH SKUPOVA

Saopštenje sa međunarodnog skupa štampano u celini (M31, M33, M34):

1. Kostić S., Lazović M., Deretić-Stojanović B., Stošić S.: Parametric study of circular CFT column capacity according to Eurocode 4, Međunarodna konferencija- Savremena dostignuća u građevinarstvu, Univerzitet u Novom Sadu Građevinski fakultet Subotica, april 2014., str. 77-82. ISSN 0352-6852. (M33)
2. Deretić-Stojanović B., Kostić S., Lazović M.: Nosivost na savijanje spregnutog preseka sa parcijalnim smičućim spojem prema EC4, Međunarodni naučno-stručni skup, Novi Sad, Društvo građevinskih konstruktera Srbije, Beograd, septembar 2014., str. 215-224. ISBN 978-86-85073-19-9. (M33)
3. Lazović M., Lazović M., Radovanović J.: Analiza nosivosti privremenih stubova kod "Top Down" metode gradnje, Međunarodni naučno-stručni skup, Novi Sad, Društvo

građevinskih konstruktera Srbije, Beograd, septembar 2014., str.407-422. ISBN 978-86-85073-19-9. (M33)

4. Lazovic M., Lazovic M., Radovanovic J.: Analysis of bearing capacity of temporary columns in top down construction methods, 1st International Scientific Conference of young scientists and students entitled The role of multidisciplinary approach in solution of actual problems of fundamental and applied sciences, Azerbaijan, Baku, October 15-16, 2014. (M34)
5. Lazovic M., Deretić-Stojanović B., Radovanovic J.: Stability of double elastically wedged CFT columns, 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics, Arandjelovac, Serbia, June 2015. ISBN 978-86-7892-715-7. (M34)
6. Lazovic M., Lazovic M., Radovanovic J.: Pit protection for deep excavations-modern methods of construction and design, 36th International Conference Civile Engineering, Association of structural engineering of Slovenia, Faculty of Civil Engineering Ljubljana, November 2014. pp. 1-17. ISBN 978-961-91691-9-3. (M31)
7. Lazovic M., Lazovic M., Radovanovic J.: Modern method of slope stabilization and foundation, 16th International Symposium of MASE, Ohrid, Macedonian Association of Structural Engineers, October 2015, pp.926-935. ISBN 608-4510-24-8. (M33)
8. Lazović M., Lazović M., Radovanović J.: Snimanje mosta i kontrolni statički proračun nosivosti mosta preko reke Morače u mestu Bioče, 6. Internacionalni naučno-stručni skup, Žabljak, Crna Gora, Građevinarstvo-nauka i praksa, 7-11.03.2016. pp.467-475. ISBN 978-86-82707-30-1. (M33)
9. Lazović M., Lazović M., Radovanović J.: Proračun zaštite kosine na trasi autoputa E-75 Tunel Predejane- Caričina dolina, Međunarodni naučno-stručni skup, Zlatibor, Društvo građevinskih konstruktera Srbije, Beograd, 15-17. septembar 2016., str.991-997. ISBN 978-86-7892-839-0. (M33)
10. Lazović M., Deretić-Stojanović B., Radovanović J.: Bearing capacity calculation for middle slender and slender CFT circular columns, Međunarodna konferencija-Savremena dostignuća u građevinarstvu, Univerzitet u Novom Sadu Građevinski fakultet Subotica, april 2017., str 339-346. ISBN 978-86-80297-68-2. (M33)

11. Radovanović J., Šumarec D., Lazović M.: Calculation of the limit load for the steel arc of the Bioce bridge, 6th International Congress of Serbian Society of Mechanics, Tara, Serbia, June 2017, pp. 1-10, ISBN 978-86-909973-6-7. (M33)

IV) ZBORNICI NACIONALNIH NAUČNIH SKUPOVA

Saopštenje sa nacionalnog skupa štampano u celini (M63):

1. Lazović M., Canić B., Lazović M., Radovanović J.: Izgradnja podzemnog dela konstrukcije poslovnog objekta u Podgorici, Simpozijum 2012. Vrnjačka Banja, Društvo građevinskih konstruktera Srbije, Beograd, septembar 2012., str.203-208. ISBN 978-86-85073-15-1.

OSTALE REFERENCE

STRUČNA DELATNOST

1. Glavni projekat fundiranja Vetroelektrane objekta "Čibuk 1" kod Vršca, 2011.god.
2. Glavni projekat fundiranja i zaštite temeljne jame za hotelsko-poslovni objekat "Stari Mlin" u Beogradu, 2012.god.
3. Idejni i Glavni projekat fundiranja objekta "Centar Za Promociju Nauke" u Beogradu blok 39, 2013.god.
4. Glavni projekat zaštite temeljne jame i fundiranja objekta "NOVI HOTEL" u Banja Luci, 2013.god.
5. Glavni projekat zaštite temeljne jame i padine za "CONDO" hotel u Budvi u Crnoj Gori, 2014.god.
6. Glavni projekat zaštite temeljne jame za apartmanski kompleks "Royal Gardens" u Budvi u Crnoj Gori, 2014.god.
7. Glavni projekat zaštite temeljne jame stambeno poslovnog objekta u Ulici Strahinjića Bana 17-19 u Beogradu, 2015.god.
8. Glavni projekat fundiranja stambeno poslovnog objekta u Ulici Strahinjića Bana 17-19 u Beogradu, 2015. god.
9. Projekat za izvođenje ojačanja temeljne konstrukcije i produbljenja poslovnog objekta NAPRED a.d. na Novnom Beogradu, 2015.god.
10. Idejno rešenje, Glavni projekat i Izvođački projekat zaštite temeljne jame i pripreminh radova za objekat „Kula Beograd na Vodi“, 2016.god.
11. Projekat za izvođenje zaštite kosina na deonici osnovne trase od km 882+200 do km 882+720 autoputa E75, LOT 2, tunel Predejane-Caričina dolina, 2016.god.
12. Projekat za građevinsku dozvolu i projekat za izvođenje obezbeđenja temeljne jame i susednih objekata tržnog centra "ADA MALL", 2017.god.

Prilog 1.

Izjava o autorstvu

Potpisana: Marija Lazović

broj indeksa: 907/11

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

Nosivost spregnutih stubova od kružnih šupljih čeličnih profila ispunjenih betonom

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis doktoranda

U Beogradu, _____

Prilog 2.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora: Marija Lazović

Broj indeksa: 907/11

Studijski program: građevinarstvo

Naslov rada: Nosivost spregnutih stubova od kružnih šupljih čeličnih profila ispunjenih betonom

Mentor: Dr Biljana Deretić-Stojanović, vanredni profesor

Potpisana: Marija Lazović

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis doktoranda

U Beogradu, _____

Prilog 3.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Nosivost spregnutih stubova od kružnih šupljih čeličnih profila ispunjenih betonom

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo - nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poleđini lista).

Potpis doktoranda

U Beogradu, _____

1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. Autorstvo – nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. Autorstvo - nekomercijalno – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. Autorstvo - nekomercijalno – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. Autorstvo – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.