

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ

Марко С. Ђогатовић

**АЛГОРИТМИ ЕСТИМАЦИЈЕ  
СТАЊА СИГНАЛА ГЛОБАЛНИХ  
НАВИГАЦИОНИХ САТЕЛИТСКИХ СИСТЕМА**

докторска дисертација

Београд, 2016

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF TRANSPORT AND TRAFFIC ENGINEERING

Marko S. Đogatović

**STATE ESTIMATION  
ALGORITHMS FOR SIGNALS OF GLOBAL  
NAVIGATION SATELLITE SYSTEMS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2016

**Ментор:**

Др Мирјана Стојановић, ванредни професор,  
Универзитет у Београду, Саобраћајни факултет

**Чланови комисије:** Др Милорад Станојевић, редовни професор у пензији,  
Универзитет у Београду, Саобраћајни факултет

Др Срђан Станковић, професор емеритус,  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

Др Ненад Младеновић, научни саветник,  
Математички институт Српске академије наука и уметности

Др Божидар Раденковић, редовни професор,  
Универзитет у Београду, Факултет организационих наука

**Датум одбране:**

\_\_\_\_\_ 2016. год.

# Резиме

GNSS (*Global Navigation Satellite System*) пријемник, након филтрирања и одабирања примљеног сигнала, врши његову обраду кроз две секвенцијалне фазе: синхронизацију и одређивање положаја. У фази синхронизације се прате параметри сигнала тренутно видљивих сателита (временско кашњење сигнала проширеног спектра, фаза носиоца и Доплерова фреквенција). Ови параметри се користе за добијање информације о растојању између пријемника и сателита. Обезбеђивањем растојања до најмање четири сателита могуће је одредити положај пријемника.

Синхронизација се врши за сигнал са сваког видљивог сателита коришћењем идентичних канала. Канал се састоји од корелатора, дискриминатора, петље кашњења и фазне петље. Корелатор врши интеграцију сигнала на пријему код кога је уклоњен носилац и који је модулисан локалном репликом сигнала проширеног спектра. Вредности из корелатора се даље спроводе у дискриминатор фазе и кашњења. Дискриминатор фазе је уређај који одређује фазу носиоца, док дискриминатор кашњења одређује кашњење сигнала проширеног спектра. Вредности из дискриминатора представљају улазе за петљу кашњења и фазну петљу у којима се израчунава фреквенција псеудослучајног сигнала и носиоца, респективно.

Један од најзначајнијих проблема који се јављају приликом развоја GNSS пријемника је робустност алгоритма синхронизације у односу на простирање сигнала по више путања (*multipath*). Овај ефекат уводи грешку при одређивању параметара синхронизације што се манифестује лошијом оценом положаја пријемника. Простирање сигнала по више путања је готово неизбежно када је у питању сателитска навигација, пошто се сигнал приликом пропагације рефлектује са различитих објеката на путањи.

У тези је описан нови алгоритам PFME (*Peak Fitting Multipath Estimation*) који има функцију дискриминатора и који користи методу фитовања врхова корелационе криве да прецизније оцени кашњење сигнала на пријему и да ублажи утицај простирања сигнала по више путања.

Такође, у тези је приказан алгоритам праћења кашњења и фазе директне и рефлектованих компоненти сигнала проширеног спектра заснована на честичном филтру код кога се тежина честице израчунава применом модификованог MEDLL (*Multipath Estimating DLL*) алгоритма. Овај алгоритам је назван Particle filter-Multipath Delay Lock Loop (*PF-MEDLL*) и он користи априори информације о кашњењу и фазама компоненти сигнала који се прати.

У дисертацији је представљен и реализован нови филтер који је заснован на честичном филтру (*Particle Filter*, PF) и који уместо поновног одабирања (*resampling*) користи редуковану методу променљивих околина (*Variable*



*Neighbourhood Search*, VNS). Овај филтар је назван *VNS честичним филтром (VNSPF)*.

Перформансе ублажавања простирања по више путања за нове и неке постојеће технике су анализиране за два различита GNSS сигнала: GPS L1 C/A сигнал и Galileo E1 сигнал. Међутим, ово не ограничава примену ових техника и на друге сигнале (GPS L1C сигнал, Galileo E5 сигнал, итд.) све док су прилагођене њиховим аутокорелационим својствима.

За потребе истраживања је реализована библиотека за симулацију и обраду навигационих сигнала (*libGNSS*) која представља програмску платформу за анализу и тестирање нових и постојећих техника ублажавања простирања по више путања.

**Кључне речи:** сателитски навигациони системи, сигнали проширеног спектра, простирање по више путања, праћење, аквизиција, естимација стања, естимација параметара, оптимизација, симулационо моделирање

**Научна област:** Саобраћајно инжењерство

**Ужа научна област:** Управљање и симулација

**УДК број:** 004:654 (043.3)

# Abstract

After filtering and sampling of the received signal, a GNSS (*Global Navigation Satellite System*) receiver performs processing in two sequential phases: synchronization and position determination. In the phase of synchronization parameters of signals from currently visible satellites are tracked (time delay of pseudo-random signal, carrier phase and Doppler frequency). These parameters are used to obtain information about the distance between the receiver and the satellite. By providing the distance to at least four satellites it is possible to determine the position of the receiver.

Synchronization is carried out for the signal from each of the visible satellites using the identical channels. The channel consists of correlators, discriminators, a delay lock loop and a carrier lock loop. The correlator performs integration of the received signal in which the carrier has been removed and which is modulated with the local replica of the pseudo-random signal. The outputs from the correlators are further used in the carrier and the delay discriminator. The carrier discriminator is a device that determines the phase or the frequency of the carrier, while the delay discriminator determines the delay of the pseudo-random signal. The outputs from the discriminator represent inputs for the carrier and the delay lock loop in which the frequency of the carrier and pseudo-random signal are calculated, respectively.

One of the major problems that occur during the development of the GNSS receiver is robustness of synchronization algorithm in relation to the multipath signal propagation. This effect introduces an error while determining the synchronization parameters which is reflected through a worse estimation of the receiver position. Multipath signal propagation is almost inevitable in case of satellite navigation, since the signal during propagation reflects from the different objects on its path.

In this thesis a new algorithm PFME (*Peak Fitting Multipath Estimation*) is presented. This algorithm uses a correlation function peaks curve fitting in order to estimate delay of the received signal and to mitigate the impact of the multipath signal propagation.

Also, in the thesis is presented an algorithm for delay and phase tracking of direct and reflected components of the received signal. Algorithm is based on particle filter where in a resampling phase the weights of the particles are calculated using a modified MEDLL (*Multipath Estimating DLL*) algorithm. This algorithm is named Particle filter-Multipath Delay Lock Loop (*PF-MEDLL*) and it uses a priori information about delays and phases in order to track the signal components.

In this thesis a new filter based on the particle filter (*Particle Filter*, PF) is presented. This filter instead of the resampling uses the reduced variable neighbourhood search (*Variable Neighbourhood Search*, VNS) and it is called *VNS particle*

*filter (VNSPF).*

Performances of multipath propagation mitigation for new and some existing techniques are analyzed for two different GNSS signals: GPS L1 C/A signal and Galileo E1 signal. However, this does not limit the application of these techniques to other signals, such as: GPS L1C signal and Galileo E5 signal as long as they are adjusted considering the autocorrelation properties of the signal.

For the purpose of this thesis a library for simulation and processing of navigational signals (*libGNSS*) was developed. It represents the software platform for analysis and testing of new and existing multipath propagation mitigation techniques.

**Keywords:** satellite navigation systems, spread spectrum signals, multipath, tracking, acquisition, state estimation, parameter estimation, optimization, simulation modeling

**Scientific field:** Traffic engineering

**Specific scientific field:** Control and simulation

**UDC code:** 004:654 (043.3)

*Мом оцу*

---

# Садржај

<b>1</b>	<b>Увод</b>	<b>1</b>
1.1	Релевантни библиографски извори	3
1.2	Структура тезе	5
<b>2</b>	<b>Глобални навигациони сателитски системи</b>	<b>8</b>
2.1	Основни принцип савремене сателитске навигације	8
2.1.1	Фреквенције навигационих сигнала	10
2.2	Преглед постојећих GNSS система	11
2.2.1	GPS	12
2.2.2	ГЛОНАСС	14
2.2.3	Galileo	15
2.2.4	BeiDou	17
2.3	Примена глобалних навигационих сателитских система	18
<b>3</b>	<b>Модел навигационих сигнала</b>	<b>20</b>
3.1	Емитовани сигнал	20
3.2	Сигнал на пријему	22
3.3	Шум	24
3.4	Корелација	25
3.4.1	Кохерентна и некохерентна корелација	28
<b>4</b>	<b>Архитектура GNSS пријемника</b>	<b>30</b>
4.1	Пријем GNSS сигнала	30
4.2	Аквизиција сигнала	31
4.2.1	Модел сигнала на пријему	32
4.2.2	Фаза претраге сигнала	33
4.2.3	Технике претраге	34
4.2.4	Детекција сигнала	41
4.3	Праћење сигнала	43
4.3.1	Праћење фазе носиоца	44
4.3.2	Праћење кашњења сигнала проширеног спектра	46
4.3.3	Филтер петље	48
<b>5</b>	<b>Нелинеарна естимација</b>	<b>52</b>
5.1	Бајесовско филтрирање	52
5.1.1	Проширени Калманов филтар	54
5.1.2	„Unscented” Калманов филтар	55
5.1.3	Честични филтар	58

---

5.2 Честични филтар заснован на методи променљивих околина . . .	62
5.2.1 Алгоритам VNS . . . . .	63
5.2.2 Предложени алгоритам . . . . .	66
<b>6 Ублажавање простирања по више путања . . . . .</b>	<b>72</b>
6.1 Простирање по више путања . . . . .	72
6.2 Ублажавање простирања по више путања применом корелаторских техника . . . . .	74
6.2.1 EML дискриминатор . . . . .	74
6.2.2 $\Delta\Delta$ дискриминатор . . . . .	75
6.2.3 ELS дискриминатор . . . . .	80
6.2.4 MEDLL алгоритам . . . . .	81
6.2.5 PFME алгоритам . . . . .	84
6.2.6 PF-MEDLL алгоритам . . . . .	89
<b>7 Библиотека за симулацију и обраду навигационих сигнала . . .</b>	<b>93</b>
<b>8 Експериментални резултати . . . . .</b>	<b>105</b>
8.1 Експериментални резултати - PFME . . . . .	105
8.2 Експериментални резултати - PF-MEDLL . . . . .	106
8.3 Експериментални резултати - VNSPF . . . . .	110
8.3.1 Модел кретања и опсервације правца кретања . . . . .	110
8.3.2 Компаративна анализа . . . . .	113
<b>9 Закључак . . . . .</b>	<b>124</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>128</b>
<b>Прилози . . . . .</b>	<b>144</b>
П1 Перформансе ублажавања простирања по више путања . . . . .	144
П1.1 Анвелопа грешке простирања по више путања . . . . .	144
П1.2 Покретна средина анвелопе грешке ублажавања по више путања . . . . .	146
<b>Биографија аутора . . . . .</b>	<b>148</b>

# Списак слика

2.1	Тродимензионална трилатерација GNSS-а. Полупречник сфера одговара растојању сателита до пријемника и у пресеку сфера се налази GNSS пријемник. . . . .	9
2.2	Фреквенцијски опсежи GPS-а, ГЛОНАСС-а и Galileo-а [54] . . . . .	11
3.1	Сигнал проширеног спектра, $q(t)$ , а) GPS/CA сигнала (BPSK модулација) и б) Galileo E1B сигнала (CBOC модулација) . . . . .	22
3.2	Део филтрираног сигнала проширеног спектра ( $BW = 8.184$ MHz), $\tilde{q}(t)$ , а) GPS/CA сигнала (BPSK модулација) и б) Galileo E1B сигнала (CBOC модулација) . . . . .	24
3.3	Спектрална густина снаге BPSK модулисаног GPS/CA сигнала и CBOC модулисаног Galileo E1B сигнала . . . . .	25
3.4	Аутокорелациона функција, $R_0[k]$ , ( $BW = 8,184$ MHz) а) GPS C/A и б) Galileo E1B сигнала . . . . .	27
3.5	Нормализована снага узајамне корелације, $ \bar{R}_i[k, \hat{\tau}, \hat{\phi}] ^2$ , ( $BW = 8,184$ MHz, $C/N_0 = 45$ dB-Hz, $L = 2$ , $a_0 = 1,0$ , $\tau_0 = 0,0$ чипа, $\varphi_0 = 0^\circ$ , $a_1 = 0,5$ , $\tau_1 = 0,2$ чипа, $\varphi_1 = 0^\circ$ ) а) GPS/CA и б) Galileo E1B сигнала . . . . .	28
4.1	Блок дијаграм конвенционалног GNSS пријемника . . . . .	31
4.2	Блок шема кохерентне секвенцијалне аквизиције у једном каналу . . . . .	35
4.3	Вредности корелације из секвенцијалне аквизиције у ситуацији када је сигнал: а) присутан и б) није присутан . . . . .	36
4.4	Блок шема кохерентне паралелне аквизиције простора Доплерове фреквенције у једном каналу . . . . .	37
4.5	Вредности корелације из паралелне аквизиције претраге простора кашњења сигнала проширеног спектра у ситуацији када је сигнал: а) присутан и б) није присутан . . . . .	37
4.6	Блок шема кохерентне паралелне аквизиције простора кашњења сигнала проширеног спектра . . . . .	39
4.7	Вредности корелације из паралелне аквизиције простора кашњења сигнала проширеног спектра у ситуацији када је сигнал: а) присутан и б) није присутан . . . . .	39
4.8	Излаз из паралелне аквизиције претраге простора кашњења сигнала проширеног спектра израчунавањем вредности циркуларне корелације . . . . .	40
4.9	Блок шема некохерентне секвенцијалне аквизиције у једном каналу . . . . .	41
4.10	Блок шема петље праћења . . . . .	45

4.11	Излази из уобичајених Костасових фазних дискриминатора . . .	47
4.12	Блок шема некохерентног праћења кашњења са више корелатора у једном каналу . . . . .	47
4.13	Аналогни филтар петље: а) првог, б) другог и в) трећег реда [54]	49
4.14	Билинеарна трансформација интегратора . . . . .	50
4.15	Блок дијаграм фазног филтра трећег реда потпомогнутог фреквенцијским филтром другог реда [54] . . . . .	50
5.1	Један циклус SISR и SIR честичног филтра . . . . .	61
5.2	Тродимензионална илустрација методе променљивих околина	65
5.3	Померање честица ка подручјима апостериори расподеле вероватноћа са већим вероватноћама . . . . .	67
5.4	Графички приказ VNS фазе . . . . .	70
6.1	Пример простирања сигнала по више путања . . . . .	72
6.2	Основни концепт nEML дискриминатора . . . . .	75
6.3	S-крива за nEML дискриминатор ( $d = 0.1$ чип) без шума и кашњења рефлектоване компоненте и са шумом и кашњењем рефлектоване компоненте ( $C/N_0 = 45$ dB-Hz и $\tau_2 = 0.2$ чип) за GPS/CA (а) и Galileo E1B сигнал (б) . . . . .	77
6.4	Анвелопа грешке простирања по више путања за nEML ( $d = 0.1$ чип) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал) . . . . .	77
6.5	Вредности одбирака корелације на излазу из корелатора и размак између одбирака $\Delta\Delta$ дискриминатора . . . . .	78
6.6	S-крива за $\Delta\Delta$ дискриминатор ( $d_1 = 0.1$ чип, $d_2 = 0.2$ чип) без шума и кашњења рефлектоване компоненте и са шумом и кашњењем рефлектоване компоненте ( $C/N_0 = 45$ dB-Hz и $\tau_2 = 0.2$ чип) за GPS/CA (а) и Galileo E1B сигнал (б) . . . . .	79
6.7	Анвелопа грешке простирања по више путања за $\Delta\Delta$ ( $d_1 = 0.1$ чип, $d_2 = 0.2$ чип) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал)	80
6.8	Одређивање кашњења применом ELS ( $d = 0.1$ чип, $2d = 0.2$ чип) дискриминатора . . . . .	81
6.9	S-крива за ELS дискриминатор ( $d = 0.1$ чип, $2d = 0.2$ чип) без шума и кашњења рефлектоване компоненте и са шумом и кашњењем рефлектоване компоненте ( $C/N_0 = 45$ dB-Hz и $\tau_2 = 0.2$ чип) за GPS/CA (а) и Galileo E1B сигнал (б) . . . . .	82
6.10	Анвелопа грешке простирања по више путања за ELS ( $d = 0.1$ чип, $2d = 0.2$ чип) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал)	82
6.11	Вредности одбирака корелације на излазу из корелатора и размак између одбирака MEDLL дискриминатора . . . . .	83
6.12	Анвелопа грешке простирања по више путања за MEDLL (151 корелатор) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал) . . . . .	85
6.13	Вредност функције циља PFME алгоритма за GPS/CA сигнал при чему је рефлектована компонента у фази са директном компонентом . . . . .	87



6.14	Вредност функције циља PFME алгоритма за Galileo E1B сигнал при чему је рефлектована компонента у фази са директном компонентом . . . . .	87
6.15	Анвелопа грешке простирања по више путања за PFME (151 корелатор) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал) . . . . .	88
6.16	Покретна средина анвелопе грешке ублажавања по више путања GPS/CA сигнала . . . . .	89
6.17	Покретна средина анвелопе грешке ублажавања по више путања Galileo E1B сигнала . . . . .	90
7.1	Дијаграм класа и пакета простора имена libgnss. . . . .	96
7.2	Дијаграм класа и пакета простора имена dsp. . . . .	98
7.3	Дијаграм класа и пакета простора имена gps::ca, galileo::e1, environment::multipath. . . . .	100
7.4	Дијаграм класа и пакета простора имена acquisition и tracking. . . . .	102
7.5	Дијаграм класа и пакета простора имена discriminator. . . . .	103
7.6	Дијаграм класа и пакета простора имена locked_loop. . . . .	104
8.1	Оцена кашњења а) директне, б) прве и в) друге рефлектоване компоненте GPS/CA сигнала применом MEDLL и PFME алгоритма	107
8.2	Оцена кашњења директне компоненте Galileo E1B сигнала применом MEDLL и PFME алгоритма . . . . .	108
8.3	Средња квадратна грешка оцене кашњења директне компоненте применом PF-MEDLL и MEDLL у односу на кашњење рефлектоване компоненте (GPS/CA сигнал) . . . . .	108
8.4	RMSE кашњења директног сигнала у зависности од $S/N$ - нема рефлектованих компоненти . . . . .	109
8.5	RMSE кашњења директног сигнала у зависности од $S/N$ - једна рефлектована компонента . . . . .	110
8.6	Перформансе VNSPF-500 (100) у поређењу са SIR-500, EKF и UKF. а) оцене праћења, б) RMSE оцене позиције, в) RMSE $X$ координате позиције, г) RMSE $Y$ координате позиције, д) RMSE $\dot{X}$ координате брзине и њ) RMSE $\dot{Y}$ координате брзине. . . . .	114
8.7	Перформансе VNSPF-50 (100) у поређењу са SIR-50, EKF и UKF. а) оцене праћења, б) RMSE позиција . . . . .	115
8.8	Перформансе VNSPF-200 (100) у поређењу са SIR-200, EKF и UKF. а) оцене праћења позиције, б) RMSE оцене позиције . . . . .	115
8.9	RTAMS позиције за VNSPF- $P$ (100) у поређењу са EKF, UKF и SIR- $P$ ( $P = 50, 200$ и $500$ честица) . . . . .	116
8.10	Перформанса VNSPF-50 са различитим бројем итерација ( $L$ ) у поређењу са SIR-5000. а) RMSE позиције, б) RTAMS позиције . . . . .	117
8.11	Перформансе VNSPF-500 (100) у поређењу са MMPF-2000, IMM-EKF и IMMUKF. а) оцене праћења позиције, б) RMSE оцене позиције, в) RMSE $X$ координате позиције, г) RMSE $Y$ координате позиције, д) RMSE $\dot{X}$ координате брзине и њ) RMSE $\dot{Y}$ координате брзина . . . . .	119

8.12	Перформанса IMMVNSPF-500 (50) у поређењу са MMPF-2000, IMMEKF и IMMUKF. а) оцена праћења позиције, б) RMSE оцене позиције, в) RMSE X координате позиције, г) RMSE Y координате позиције, д) RMSE $\dot{X}$ -координате брзине и њ) RMSE $\dot{Y}$ координате брзине . . . . .	121
8.13	RTAMS за VNSPF-500 (50) и IMMVNSPF-500 (50) у поређењу са IMMEKF, IMMUKF и MMPF-2000 . . . . .	122

# Списак табела

3.1	Вредности параметара GPS/CA сигнала и Galileo E1B сигнала. . .	22
4.1	Дискриминатори фазне, Костасове и фреквенцијске петље [54] .	46
4.2	Карактеристике филтра петље [54] . . . . .	49
4.3	Типичне вредности фазног филтра трећег реда потпомогнутог фреквенцијским филтром другог реда . . . . .	51
6.1	nEML дискриминатори петље кашњења [54] . . . . .	76
6.2	Вредности коефицијената $A$ и $B$ за HRC и Strobe дискриминатор.[70, 89] . . . . .	78
7.1	Заглавља библиотеке <code>libgnss</code> . . . . .	93
7.2	Именски простори и хијерархијска припадност именских простора . . . . .	94
8.1	Поставке симулираних сигнала . . . . .	105
8.2	Корен из средње квадратне грешке оцене кашњења компоненти сигнала . . . . .	106
8.3	Поставке симулираних сигнала . . . . .	106
8.4	RTAMS $X$ координате позиције, $Y$ координате позиције, $\dot{X}$ координате брзине и $\dot{Y}$ координате брзине за EKF, UKF, SIR и VNSPF . . . . .	116
8.5	RTAMS $X$ координате позиције, $Y$ координате позиције, $\dot{X}$ координате брзине и $\dot{Y}$ координате брзине за IMMUKF, IMMUKF, MMPF-2000, VNSPF-500 (50) и IMMVNSPF-500 (50) . . . . .	122

## Списак скраћеница

<b>A/D</b>	Аналого-дигитална конверзија
<b>AGC</b>	Automatic Gain Control
<b>APME</b>	A-Posteriori Multipath Estimation
<b>ARNS</b>	Aviation Radio Navigation Service
<b>AWGN</b>	Additive-White-Gaussian Noise
<b>BDS</b>	BeiDou Navigation Satellite System
<b>BOC</b>	Binary Offset Carrier
<b>BPSK</b>	Binary Phase Shift Keying
<b>CBOC</b>	Composite Binary Offset Carrier
<b>CCA</b>	Canonical Correlation Analysis
<b>CDMA</b>	Code Division Multiple Access
<b>CGVNS</b>	Continuous Global Variable Neighborhood Search
<b>CS</b>	Commercial Service
$\Delta\Delta$	Double Delta
<b>DLL</b>	Delay Lock Loop
<b>DS-SS</b>	Direct Sequence-Spread Spectrum
<b>E1/E2</b>	Early1/Early2
<b>EGNOS</b>	European Geostationary Navigation Overlay Service
<b>EKF</b>	Extended Kalman Filter
<b>ELS</b>	Early Late Slope
<b>EML</b>	Early-Minus-Late
<b>FAA</b>	Federal Aviation Administration

<b>FDMA</b>	Frequency Division Multiple Acces
<b>FFT</b>	Fast Fourier Transformation
<b>FIMLA</b>	Fast Iterative Maximum Likelihood-Algorithm Algorithm
<b>FIR</b>	Finite Impulse Response
<b>FLL</b>	Frequency Lock Loop
<b>GAGAN</b>	GPS And Geo-Augmented Navigation system
<b>GBAS</b>	Ground-Based Augmentation System
<b>GEO</b>	Geosynchronous Equatorial Orbit
<b>ГЛОНАСС</b>	Глобальная навигационная спутниковая система
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>C/A</b>	Coarse/Acquisition
<b>P</b>	Precise
<b>HRC</b>	High-Resolution Correlator
<b>IMM</b>	Interactive Multiple Model
<b>IMMEKF</b>	Interactive Multiple Model Extended Kalman Filter
<b>IMMUKF</b>	Interactive Multiple Model Unscented Kalman Filter
<b>IMMVNSPF</b>	Interactive Multiple Model Variable Neighbourhood Search Particle Filter
<b>IOC</b>	Initial Operational Capability
<b>IOV</b>	In-Orbit Validation
<b>IRNSS</b>	Indian Regional Navigational Satellite System
<b>ISO</b>	International Organization for Standardization
<b>ITU</b>	International Telecommunication Union
<b>КОСПАС-SARSAT</b>	Космическая Система Поиска Аварийных Судов - Search and Rescue Satellite-Aided Tracking

<b>MAP</b>	Maximum A Posteriori
<b>MCMC</b>	Markov Chain Monte Carlo
<b>MEDLL</b>	Multipath Estimating DLL
<b>MEE</b>	Multipath Error Envelope
<b>MEO</b>	Medium Earth Orbit
<b>MET</b>	Multipath Elimination Technique
<b>MGD</b>	Multiple Gate Delay
<b>ML2</b>	Maximum Likelihood 2
<b>MM</b>	Multiple Model
<b>MMPF</b>	Multiple Model Particle Filter
<b>MMSE</b>	Minimum Mean-Squared Error
<b>MMT</b>	Multipath Mitigation Technique
<b>MSAS</b>	Multifunctional Space-based Augmentation System
<b>NCO</b>	Numerically Controlled Oscillator
<b>nEML</b>	narrow Early-Minus-Late
<b>OS</b>	Open Service
<b>PAC</b>	Multipath Gate Delay
<b>PCA</b>	Principal Component Analysis
<b>PF</b>	Particle Filter
<b>PFME</b>	Peak Fitting Multipath Estimation
<b>PF-MEDLL</b>	Particle filter-Multipath Delay Lock Loop
<b>PLL</b>	Phase Lock Loop
<b>PPS</b>	Precise Positioning Service
<b>PRN</b>	Pseudorandom number
<b>PRS</b>	Public Regulated Service

<b>QZSS</b>	Quasi-Zenith Satellite System
<b>RAE</b>	Running Average Error
<b>RHCP</b>	Right Hand Circular Polarized
<b>RML</b>	Robust Maximum Likelihood
<b>RMSE</b>	Root Mean Square Error
<b>RNSS</b>	Radio Navigation Satellite Service
<b>ROC</b>	Receiver Operating Characteristic
<b>RSSML</b>	Reduced Search Space Maximum Likelihood
<b>RTAMS</b>	Root Time Averaged Mean Square Error
<b>SAGE</b>	Space-Alternating Generalized Expectation-Maximization Algorithm
<b>SAR</b>	Search and Rescue Service
<b>SBAS</b>	Satellite-Based Augmentation System
<b>SBME</b>	Slope-based Multipath Estimator
<b>SIR</b>	Sequential Importance Resampling
<b>SIS</b>	Sequential Importance Sampling
<b>SISR</b>	SIS with Resampling
<b>SMR</b>	Signal to Multipath Ratio
<b>SoL</b>	Safety of Life
<b>SPS</b>	Standard Positioning Service
<b>STL</b>	Standard Template Library
<b>SVD</b>	Singular Value Decomposition
<b>TOA</b>	Time of Arrival
<b>UKF</b>	Unscented Kalman Filter
<b>UML</b>	Unified Modeling Language
<b>VNS</b>	Variable Neighbourhood Search

<b>VNSPF</b>	Variable Neighbourhood Search Particle Filter
<b>WAAS</b>	Wide Area Augmentation System



## Списак коришћених ознака

$R_0[k]$	Аутокорелација
$w(t)$	Адитивни бели Гаусов шум
$C/N_0$	Однос носилац-густина шума
$\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}$	Коваријанса вектора стања
$\text{diag}(\cdot)$	Дијагонална матрица
$\delta(t)$	Дираков импулс
$f_D$	Доплерова фреквенција
$s(t)$	Сигнал емитован са сателита
$\tilde{w}[n]$	Филтрирани и одабрани адитивни бели Гаусов шум
$f_0$	Фреквенција носиоца емитованог сигнала
$\pi(\mathbf{x}_0^n   \mathbf{x}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$	Расподела значаја
$\mathbf{K}[n]$	Калманово појачање
$R_{coh}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$	Кохерентна корелација
$(\cdot)^*$	Коњуговање комплексног броја
$*$	Континуална конволуција $f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau$ Дискретна конволуција $f[n] * g[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f[k]g[n - k]$
$\star$	Континуална корелација $f(t) \star g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(\tau)g(t + \tau)d\tau$ Дискретна корелација $f[n] \star g[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f^*[k]g[k + n]$
$\delta_{ij}$	Кронекерова делта функција $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$
$R^{\hat{q}, \hat{q}}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$	Узајамна корелација сигнала на пријему без шума и локалне реплике сигнала проширеног спектра
$R^{w, \hat{q}}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$	Узајамна корелација шума и локалне реплике сигнала

	проширеног спектра
$R_{\text{ncoh}} [k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$	Некохерентна корелација
$L$	Број компоненти сигнала по више путања или број итерација VNSPF филтра
$P$	Број честица
$\mathbf{R}[n]$	Коваријанса шума опсервације
$\mathbf{z}[n]$	Вектор опсервације
$\mathbf{h}[n]$	Векторска функција опсервације
$\mathbf{w}[n]$	Вектор шума опсервације
$a_l[n], \tau_l[n], \varphi_l[n]$	Параметри сигнала (амплитуда, кашњење и фаза)
$\mathbf{f}[n]$	Векторска функција процеса(стања)
$\mathbf{v}[n]$	Вектор шума процеса
$\mathbf{Q}[n]$	Коваријанса шума процеса
$r[n]$	Сигнал на пријему
$T_s$	Период одабирања
$\text{sinc}(\cdot)$	Нормализовани кардинални синус, $\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$
$E_r$	Енергија по симболу сигнала на пријему
$E_t$	Енергија по симболу емитованог сигнала
$S/N$	Однос сигнал-шум
$q(t)$	Сигнал проширеног спектра
$q_{\text{ref}}[n, \hat{\tau}]$	Закашњена локална реплика сигнала проширеног спектра
$\mathbf{x}[n]$	Вектор стања
$(\cdot)^T$	Транспоновање вектора или матрице
$\tilde{w}_i[n]$	Релативна тежина честице

# 1. Увод

Од појаве првих глобалних навигационих сателитских система (*Global Navigation Satellite System*, GNSS), током седамдесетих и осамдесетих година прошлог века па све до данас, дошло је до њиховог значајног развоја. Нови системи попут европског Galileo-а и кинеског BeiDou-а, као и унапређивање традиционалних система GPS-а (*Global Navigation Satellite System*) и ГЛОНАСС-а (*Глобáльная навигациóнная спúтниковая систéма*) допринели су већем интересовању истраживача за ову област. Иако досадашња литература из ове области покрива готово сваки аспект сателитске навигације многи проблеми и данас остају нерешени, превасходно у контексту модернизације и практичне примене.

GNSS пријемник, након конверзије сигнала на нижу фреквенцију, филтрирања и одабирања, врши обраду сигнала кроз две секвенцијалне фазе: синхронизацију и одређивање положаја. У фази синхронизације се прате параметри сигнала тренутно видљивих сателита (временско кашњење, фаза носиоца и Доплеров померај). Синхронизација је независна за сигнал сваког појединачог сателита и извршава се коришћењем више идентичних канала (састоје се од корелатора, дискриминатора, петље кашњења и фазне петље). Ови параметри обезбеђују информацију о растојању између пријемника и одговарајућег сателита, која се даље користи за одређивање положаја пријемника. Може се закључити да је фаза синхронизације од суштинског значаја за одређивање положаја GNSS пријемника. Један од најзначајнијих изазова који се јављају приликом развоја GNSS пријемника је робустност алгорита синхронизације у односу на *простирање сигнала по више путања (multipath)*. Овај ефекат уводи грешку при одређивању параметара синхронизације што се манифестује лошијом оценом положаја пријемника.

Простирање сигнала по више путања је готово неизбежно када су у питању радио комуникација и радио навигација, пошто се приликом пропага-

ције сигнала на његовој путањи могу појавити различити предмети који га рефлектују. У новијој литератури се све више разматра ублажавање утицаја рефлектованих компоненти навигационог сигнала унутар објеката. Статистички модели који се користе за описивање сигнала у радио комуникацијама могу се поделити у две групе: модели са једним стањем (Рајс, Релеј, Накагами, Сузуки, Лу, итд.) и модели са два стања (Луц, Фонтан, итд.). Појединачне моделе или комбинације ових модела могуће је применити за описивање сигнала GNSS-а на пријему унутар различитих објеката. Обзиром да је ниво снаге навигационих сигнала на површини Земље веома мали, на пријему у објектима сигнал је додатно ослабљен тако да га конвенционални пријемници не могу детектовати или демодулисати. Због геометрије и структуре објекта у коме се прима сигнал, поред директне компоненте сигнала јављају се и додатно ослабљене и закашњене компоненте са променом фазом, при чему се амплитуде, кашњења и фазе компоненти брзо мењају у времену (*multipath fading*). Ово доводи до тога да због суперпозиције рефлектованих сигнала и шума није могуће тачно одредити параметре синхронизације директне компоненте сигнала, а самим тим ни положај пријемника. Захтев који се поставља пред „свеприсутно позиционирање” (*ubiquitous positioning*) је одређивање положаја пријемника унутар објеката и један од могућих начина његовог решавања је и оспособљавање GNSS пријемника да испуне тај захтев.

*Предмет истраживања* докторске дисертације је разматрање побољшања оцене положаја GNSS пријемника унапређењем алгоритама естимације стања навигационих сигнала, које се огледа кроз прецизније праћење кашњења сигнала проширеног спектра и фазе носиоца. У оквиру предложене дисертације најпре ће бити анализирани постојећи алгоритми праћења параметара навигационих сигнала. Такође, биће предложени нови алгоритми и методе за праћење параметара сигнала глобалних навигационих система.

*Циљ истраживања* је да се предложи нове методе за побољшање оцене параметара синхронизације сигнала GNSS-а у ситуацијама када је *multipath fading* веома изражен, што се огледа кроз брзе промене амплитуде, кашњења и фазе сигнала на пријему у току кратког временског интервала.

При изради дисертације пошло се од следећих хипотеза:

- Свеобухватна употреба GNSS пријемника неће бити остварена све док се не обезбеди њихова примена у ситуацијама када није могуће при-  
мити директан сигнал са сателита, већ ослабљени и рефлектовани.
- Класични алгоритми за обраду сателитских навигационих сигнала нај-  
чешће нису у стању да одреде положај GNSS пријемника унутар обје-  
ката, када услед multipath fading-а не могу да демодулишу сигнал на  
пријему.
- Синтезом нових алгоритама естимације стања сигнала GNSS-а биће  
омогућена оцена положаја пријемника унутар објеката.
- Развојем симулационих модела навигационих сигнала биће омогуће-  
на анализа различитих алгоритама естимације у условима различитих  
multipath окружења.

При изради докторске дисертације поред општих метода научног истра-  
живања коришћене су следеће методе:

- Математичко и симулационо моделирање,
- Алгоритми дигиталне обраде сигнала,
- Алгоритми оптимизације и естимације.

### 1.1. Релевантни библиографски извори

У доступној литератури коришћено је више приступа у циљу ублажава-  
ња утицаја простирања по више путања: специјалне антене, технике пост-  
процесорске обраде, изглађивање носиоца, као и алгоритми праћења који  
користе корелацију сигнала [7]. Алгоритми праћења сигнала засновани на  
корелацији су највише у употреби и имплементирани су у готово свим GNSS  
пријемницима [1, 14, 36, 43, 54, 71, 78, 79]. Ови алгоритми се састоје од ести-  
матора кашњења у повратној спрези која се назива петља кашњења (*Delay*  
*Lock Loop*, DLL) [1, 7, 14, 36, 43, 54, 71, 78, 79]. Класични, корелаторски ести-  
матори (тзв. дискриминатори) дају средњу оцену кашњења директне ком-  
поненте сигнала и у извесној мери су у стању да умање утицај рефлектова-  
них компоненти сигнала [1, 7, 14, 36, 43, 54, 71, 75, 78, 79]. Познати су следе-  
ћи дискриминатори: Early-Mean-Late (EML) [1, 7, 14, 24, 36, 43, 54, 71, 78, 79],

$\Delta\Delta$  (*High-Resolution Correlator*, HRC [89]; *Strobe* [95]; *Multipath Gate Delay*, PAC [50]), *Early-Late-Slope* (ELS) [93], *A-Posteriori Multipath Estimation* (APME) [91], *Slope-based Multipath Estimator* (SBME) [10], E1/E2 [85] и *Multiple Gate Delay* (MGD) [45]. Поред дискриминатора могуће је користити сложеније алгоритме који су засновани на оцени параметара синхронизације коришћењем максималне веродостојности. Алгоритми који користе максималну веродостојност су: *Multipath Estimating DLL* (MEDLL) [23, 74–76, 94], *Multipath Mitigation Technique* (MMT) [96], *Reduced Search Space Maximum Likelihood* (RSSML) [7], *Maximum Likelihood 2* (ML2) [90], *Robust Maximum Likelihood* (RML) [84], *Space-Alternating Generalized Expectation-Maximization Algorithm* (SAGE) [2, 82], *Fast Iterative Maximum Likelihood-Algorithm* (FIMLA) [83]. За оцену параметара максималном веродостојношћу користе се и алгоритми засновани на Њутновој (Newton) методи са редукцијом комплексности улазних података (*Canonical Correlation Analysis*, CCA и *Principal Component Analysis*, PCA) [34, 86, 87]. У литератури постоје и методе које није могуће сврстати ни у једну од претходне две категорије. Ти алгоритми су углавном засновани на другом изводу корелационе функције [65] и Тигер-Кајзеровом (Teager-Kaiser) оператору [9, 40, 41].

Најчешће коришћени нелинеарни естиматор за праћење параметара сигнала GNSS-а је честични филтар (*Particle Filter*, PF) [3, 15, 17–22, 28, 31, 39, 58, 88]. Такође се користе и други алгоритми нелинеарне естимације попут: проширеног Калмановог филтра (*Extended Kalman Filter*, EKF) [5, 33, 46, 47, 53, 55, 56, 102] и „unscented” Калмановог филтра (*Unscented Kalman Filter*, UKF) [52, 100]. Алгоритми нелинеарне естимације за оцену стања користе апроксимацију апостериори густине расподеле и састоје се од три фазе: предикције, ажурирања и естимације. Постојање наведене три фазе је разлог зашто су ови алгоритми рачунски захтевнији од других метода, што нарочито важи за PF. Побољшање рачунске ефикасности PF-а могуће је извршити маргинализацијом апостериори густине расподеле за делове математичког модела који су линеарни (*Rao-Blackwellized PF* [19], *Two-Fold Marginalized Bayesian filter* [60]) или редукцијом опсервација декомпозицијом (CCA, PCA) [59, 66].

### 1.2. Структура тезе

Докторска дисертација је структурирана у девет глава.

У *првом поглављу* образложени су мотиви за избор теме докторске дисертације, проблем истраживања, предмет и циљ истраживања и коришћене научне методе. У оквиру систематизованог прегледа литературе, дат је приказ радова из области алгоритама естимације стања сигнала глобалних навигационих система (алгоритама ублажавања утицаја простирања по више путања).

У *другом поглављу* је објашњен основни принцип функционисања савремене сателитске навигације, дат је преглед постојећих GNSS (Global Navigation Satellite Systems) система и дата је практична примена глобалних навигационих сателитских система. У прегледу постојећих навигационих система дат је кратак приказ њиховог развоја, операционих и тренутних сазвежђа, сервиса и њима додељених сигнала.

У *трећем поглављу* је дат модел емитованог сигнала GPS C/A и Galileo E1 сигнала при чему су приказани и изведени њихови таласни облици модулишућих сигнала. У овом поглављу је, такође, изведен и модел сигнала на пријему након филтрирања и одабирања. Сматра се да на сигнал на пријему поред осталих извора грешака утиче и простирање сигнала по више путања. Даље, у поглављу је дата корелациона функција сигнала на пријему уклоњеног носиоца са локалном репликом сигнала проширеног спектра. Такође, у поглављу је наглашена разлика између кохерентне и некохерентне интеграције и њима одговарајућих корелационих функција.

У *четвртном поглављу* је приказана архитектура GNSS пријемника са нагласком на фазу аквизиције и фазу праћења сигнала. У поглављу је дат приказ алгорита серијске и паралелне аквизиције (претрагом простора Доплерове фреквенције и претрагом кашњења сигнала проширеног спектра) сигнала на пријему у циљу детекције присуства сигнала и добијања оцене кашњења сигнала проширеног спектра и Доплерове фреквенције. Ово поглавље садржи и теоријске поставке праћења фазе, фреквенције и кашњења сигнала проширеног спектра у циљу демодулације сигнала и што прецизнијег одређивања растојања од пријемника до сателита.

У петом поглављу су приказани алгоритми нелинеарне естимације. У поглављу је описан теоретски Бајесов естиматор који представља основу за све остале практичне естиматоре, нелинеарни проширени Калманов филтар и његова модификација која не захтева линеаризацију, „unscented” Калманов филтар, као и честични филтар (*Particle Filter*, PF) код кога се за одабирање честица користи функција значаја. Такође, у поглављу је приказана метода променљивих околина (*Variable Neighbourhood Search*, VNS), која се користи у фази поновног одабирања (*resampling*) предложене модификације честичног филтра (*Variable Neighbourhood Search Particle Filter*, VNSPF). Алгоритам VNSPF представља један од доприноса дисертације и детаљно је објашњен у овом поглављу.

У шестом поглављу је објашњен проблем простирања сигнала по више путања и приказане су постојеће и нове мултикорелаторске технике реализације дискриминатора петље кашњења. Од постојећих детаљно су објашњени следећи дискриминатори: EML (*Early-Minus-Late*),  $\Delta\Delta$  (*Double Delta*), ELS (*Early Late Slope*), MEDLL (*Multipath Estimating DLL*). Такође, у овом поглављу су описана два нова дискриминатора од којих један користи фитовање врхова корелационе функције сигнала на пријему и уз примену неке од метода директне претраге налази оцену параметара сигнала, док је други заснован на честичном филтру при чему за оцену тежина честица користи предложена модификација MEDLL алгоритма.

У седмом поглављу детаљно је приказана структура C++ библиотеке за симулацију и обраду навигационих сигнала. Приказана су заглавља, класе и функције библиотеке и објашњен начин њихове реализације и употребе.

У осмом поглављу је извршена анализа предложених алгоритама. У поглављу је за променљиво окружење извршена компаративна анализа алгоритма за праћење кашњења компоненти GNSS сигнала заснованог на методи фитовања врхова корелационе функције сигнала на пријему у односу на MEDLL алгоритам и утврђена је његова ефикасност у погледу оцене кашњења компоненти навигационог сигнала. Даље, извршено је поређење честичног филтра који за оцену тежина честица користи предлог модификације MEDLL алгоритма са изворним MEDLL алгоритмом у погледу оцене кашње-



ња директне компоненте сигнала у зависности од шума и кашњења рефлектоване компоненте. Такође, у овом поглављу су приказани резултати праћења правца покретног објекта применом VNSPF честичног филтра. Симулационим експериментом извршена је компаративна анализа перформанси овог естиматора у односу на неколико стандардних алгоритама естимације.

*Последње поглавље садржи закључна разматрања као и правце за даљи рад који би се темељили на резултатима приказаним у овој докторској дисертацији.*

## 2. Глобални навигациони сателитски системи

Глобални навигациони сателитски систем (GNSS) се састоји од сазвежђа сателита који крећу на орбитама чија је висина приближно износи 20000 километара. Сателити непрекидно емитују сигнале обезбеђујући глобалну покривеност, што омогућава корисницима да у сваком тренутку утврде свој положај у простору.

### 2.1. Основни принцип савремене сателитске навигације

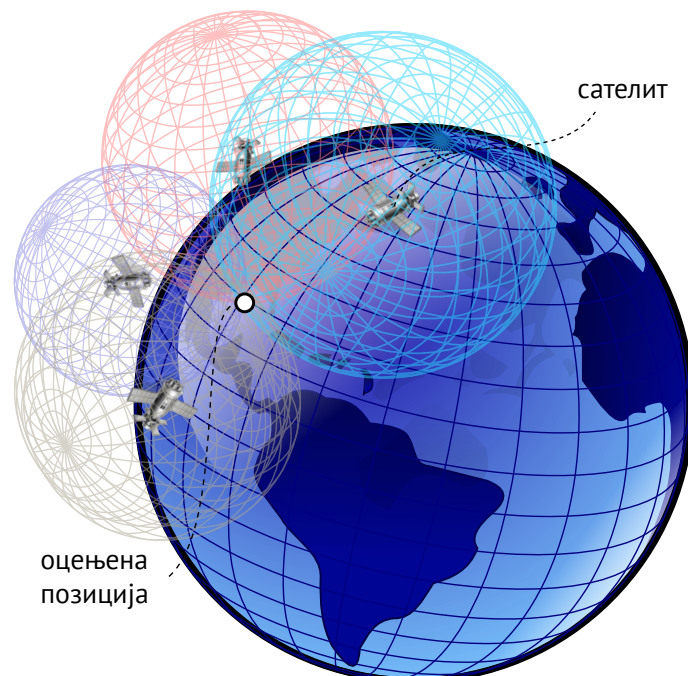
Сателитска навигација користи трилатерацију као методу радионавигације за одређивање положаја пријемника. Код трилатерације се мери време пропагације сигнала на основу чега се одређују растојања од емитера до пријемника. Знајући растојања од пријемника до емитера и тачне положаје емитера могуће је одредити и положај пријемника. Да би било могуће одредити положај пријемника на Земљи коришћењем сателитске навигације неопходно је имати:

1. Сателите (свемирске платформе) чији је положај могуће одредити у сваком временском тренутку,
2. Сигнале који својом структуром омогућавају одређивање времена пропагације и раздвајање сигнала емитованих са различитих сателита,
3. Референтно време на страни сателита (и пријемника).

Значи, сателити се крећу по стабилним и предвидљивим трајекторијама (орбитама) тако да је увек могуће одредити положај сателита на небу. У циљу синхронизованог емитовања сигнала сателити користе прецизне атомске часовнике. Иако су сигнали које сателити емитују различити, битно је да сви сателити емитују исту фазу сигнала у истом тренутку да би пријемник могао на основу примљеног сигнала да одреди када је сигнал емитован,

а самим тим да одреди време пропагације сигнала и положај сателита у тренутку емитовања. Мала грешка приликом одређивања времена пропагације (*Time of Arrival*, TOA) доводи до велике грешке приликом одређивања положаја пријемника (грешци пропагације од 1  $\mu\text{m}$  одговара грешка растојања од 300 m).

За одређивање положаја пријемника на Земљи применом трилатерације у три димензије потребно је измерити растојање до најмање 4 сателита, а такође је неоподно знати и положај сателита у тренутку емитовања сигнала (слика 2.1). Мерења са три сателита се користе за одређивање положаја пријемника у картезијанском систему, док се четврто мерење користи за синхронизацију часовника пријемника са часовником на сателиту, односно за уклањање грешке која постоји између времена сателита и времена пријемника. Пријемник користи кварцни часовник, који није прецизан као атомски часовник те га је стога неопходно синхронизовати након сваког одређивања положаја (цезијумски часовник губи 1 секунду након неколико десетина хиљада, па и сто хиљада година, док прецизнији кварцни часовник губи 1 секунду након 2 дана).



Слика 2.1: Тродимензионална трилатерација GNSS-а. Полупречник сфери одговара растојању сателита до пријемника и у пресеку сфера се налази GNSS пријемник.

Из свега реченог може се рећи да је за развој сателитске навигације био неопходан развој следећих технологија:

- Стабилне свермирске платформе на предвидљивим орбитама
- Ултра стабилни часовници (рубидијумски, цезијумски и водонични масери)
- Сигнали проширеног спектра
- Интегрисана кола

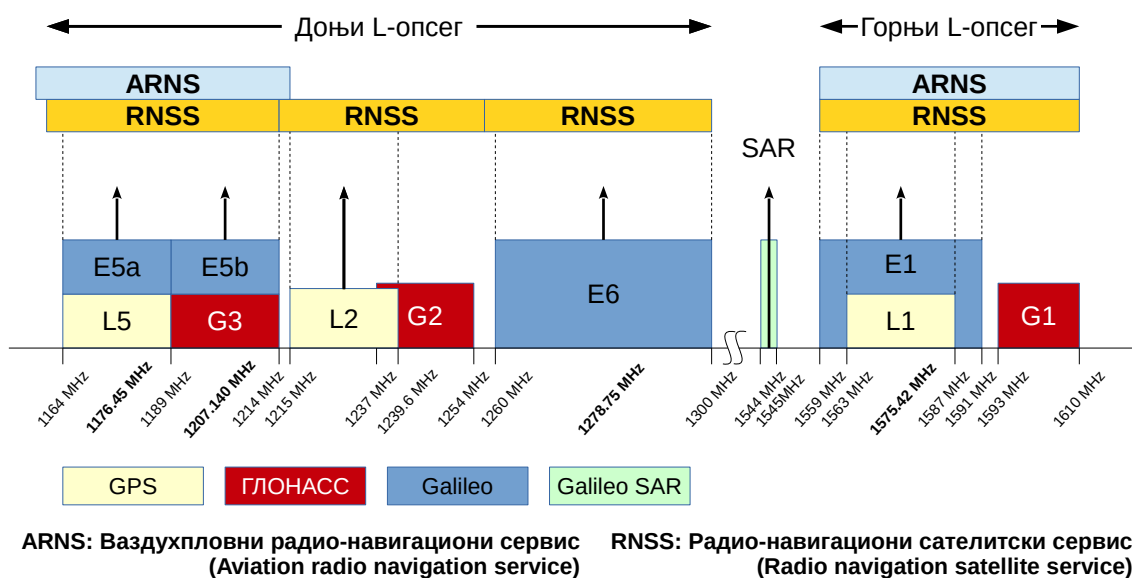
Више о принципима функционисања сателитских навигационих система могуће је наћи у [36, 43, 54, 71, 79].

### 2.1.1. Фреквенције навигационих сигнала

Међународна телекомуникациона унија (*International Telecommunication Union*, ITU) је агенција Организације уједињених нација и њен циљ је да постигне међународни концензус о алокацији радио фреквенција између различитих група корисника у циљу спречавања интерференције. Радио сервис који учествују у алокацији фреквенцијског опсега су: навигација, телефон, телеграф, радар, TV, радио, мобилне комуникације, различити аспекти сателитске комуникације итд. ITU је учествовао у алокацији радио фреквенцијских опсега радио навигационог сателитског сервиса (*Radio Navigation Satellite Service*, RNSS) коме GNSS припада [36, 71].

Слика 2.2 приказује фреквенцијске опсеге радио навигационих сателитских сервиса. На слици се могу видети два опсега (горњи и доњи) у областима додељеним аеронаутичком радио навигационом сервису (*Aviation Radio Navigation Service*, ARNS). Ови опсези су нарочито погодни за апликације које се тичу сигурности људског живота (*Safety-of-Life*) због чега другим корисницима није дозвољен приступ овим сигнаlima. У горњем L опсегу (1,559 - 1,610 GHz) налазе се GPS L1, Galileo E1 и ГЛОНАСС G1 сигнали, док се на дну доњег L опсега (1,151 - 1,214 GHz) налазе GPS L5 и Galileo E5 сигнали, са E5a and L5 сигнаlima који се налазе на истим фреквенцијама. Преостали GPS L2, ГЛОНАСС G2 and Galileo E6 сигнали се налазе у опсезима на интервалу 1,2156 - 1,350 GHz. Ови опсези су поред RNSS додељени и радио локацијским сервисима (земаљски радари) и због тога сигнали у овом опсегу су подложнији

интерференцији него претходно наведени сигнали [44, 54].



Слика 2.2: Фреквенцијски опсежи GPS-а, ГЛОНАСС-а и Galileo-а [54]

### 2.2. Преглед постојећих GNSS система

У овом тренутку постоје два оперативна глобална сателитска навигацио-на система (GNSS) и два у фази развоја или имплементације:

- GPS (*Global Positioning System*), развијен од стране САД,
- ГЛОНАСС (*Глобáльная навигациóнная спúтниковая систéма*), развијен од стране Русије,
- BeiDou/COMPASS (у фази имплементације), развијен од стране Кине (планира се да започне са радом 2020.),
- Galileo (у фази развоја), развијен од стране Европске уније.

У регионалне сателитске навигационе системе спадају:

- BeiDou, кинески регионални сателитски навигациони систем који обухвата Азијско-Пацифички регион (започео са радом 2012).
- IRNSS (*Indian Regional Navigational Satellite System*) је аутономни регионални сателитски навигациони систем који покрива област Индијског подконтинента.
- QZSS (*Quasi-Zenith Satellite System*) је предложени регионални тросателитни систем за пренос времена који ће бити коришћен на територији Јапана.

Наведени системи могу бити допуњени сателитским или земаљским системима за побољшање (*Satellite-Based Augmentation System*, SBAS; *Ground-Based Augmentation System*, GBAS). Примери SBAS система су:

- WAAS (*Wide Area Augmentation System*) је земаљски систем (GBAS) намењен за побољшање ваздухопловне навигације развијен од стране FAA (*Federal Aviation Administration*),
- EGNOS (*European Geostationary Navigation Overlay Service*) је први паневропски сателитски навигациони систем који побољшавајући GPS обезбеђује примену GPS-а у безбедносно критичним апликацијама,
- MSAS (*Multifunctional Space-based Augmentation System*) је Јапански SBAS сателитски навигациони систем који подржава диференцијални GPS,
- GAGAN (*GPS And Geo-Augmented Navigation system*) је Индијски, регионални SBAS систем,
- QZSS је, такође, и SBAS систем који ће бити коришћен на подручју Јапана.

Ови системи побољшавају перформансе постојећих GNSS система допуњујући (увећавајући, *augment*) постојећа сазвежђа сателита тих система геостационарним или геосинхроним сателитима (*Geosynchronous Equatorial Orbit*, GEO).

### 2.2.1. GPS

Са развојем NAVSTAR GPS-а Министарство одбране Сједињених Америчких Држава (САД) започело је почетком 70 година прошлог века. GPS је постао потпуно оперативан у априлу 1995. године када се у сазвежђу налазило 24 сателита. На дан 29.01.2015. у сазвежђу GPS-а налази се 31 сателит, при чему се један сателит налази на одржавању. И GPS и ГЛОНАСС емитују сигнале унутар L1 и L2 фреквенцијског опсега [48].

#### Сазвежђе

Операционо сазвежђе GPS-а састоји се од 24 сателита смештених у 6 орбиталних равни са по четири сателита. Номинални орбитални период GPS сателита износи пола сидеричког дана или 11 часова и 58 минута. Орбите су готово кружне и једнако распоређене дуж Екватора за 60° са номиналним

инклинацијама (угао између орбиталне и Екваторијалне равни Земље) од 55°. Орбитални радијус (растојање од центра масе Земље до сателита) приближно износи 26600 км. Операциона констелација обезбеђује целодневну глобалну покривеност Земље. Без обзира на то што операциона констелација обезбеђује глобалну покривеност, у сазвежђу је број сателита углавном већи. У тренутку писања рада у GPS сазвежђу се налазио 31 сателит. На тај начин се обезбеђује већа видљивост сателита (у сваком тренутку је видљиво између четири и дванаест сателита), док се са друге стране већим бројем сателита обезбеђује активна резерва у случају отказа. Распоред сателита по орбитама је следећи: у орбити А се налази 6 сателита, док се у осталим налази по 5 [48] [104].

### **Сигнали**

Сигнали GPS-а користе технику проширеног спектра (*Direct Sequence-Spread Spectrum*, DS-SS), кодно су мултиплексирани (*Code Division Multiple Access*, CDMA) и емитују се на фреквенцијама 1575,42 MHz (L1) и 1227,60 MHz (L2). У основи сигнал који носи навигационе податке и који је у основном опсегу се сабира по модулу-2 са сигналом проширеног спектра. То се ради да би се избегла интерференција и да би на пријему било могуће детектовати сигнал. Након сабирања навигационог сигнала и сигнала проширеног спектра резултујући сигнал се модулише носиоцем. Оваква модулација се назива бинарном-фазном модулацијом (*Binary Phase Shift Keying*, BPSK). Традиционално, GPS поседује две врсте сигнала проширеног спектра. Један се назива грубим сигналом или сигналом аквизиције (*Coarse/Acquisition*, C/A), док се други назива прецизним сигналом (*Precise*, P). Први сигнал се искључиво користи за стандардну услугу позиционирања (*Standard Positioning Service*, SPS) на L1 фреквенцији, док се други користи за прецизну услугу позиционирања (*Precise Positioning Service*, PPS) на L1 и L2 фреквенцији [48] [104].

### **Модернизација**

Модернизација GPS-а се спроводи од 2005. године лансирањем нових, побољшаних сателита који замењују постојеће. Новим сателитима се уводе и нови, модернизовани сигнали.

### 2.2.2. ГЛОНАСС

ГЛОНАСС је сателитски навигациони систем са чијим се развојем започело 1976. године у бившем Совјетском Савезу, а којим данас управља Русија. ГЛОНАСС је постао потпуно оперативан 1995. године, међутим због финансијских проблема је запуштен и у наредних шест година број сателита је са 24 пао на само 8. Од 2002. године Русија је уложила велика средства у обнову постојећег система и повећање броја сателита тако да су од 2012-те године успели да обезбеде глобалну покривеност. На дан 29.01.2015. укупни број сателита у ГЛОНАСС констелацији је био 28 (Информационо-аналитички центар, Королев, Русија). Од тих 28 сателита 24 сателита су оперативни, 1 је резервни, 2 су у фази тестирања лета, док је 1 на провери од стране конструкторског бироа [107].

#### Сазвежђе

Операционо сазвежђе ГЛОНАСС-а се састоји од 24 сателита у три орбиталне равни, од којих су три резервна (у свакој орбиталној равни по један). Орбиталне равни су међусобно раздвојене за  $120^\circ$  при чему свака равна садржи 8 сателита равномерно распоређених дуж орбите. Орбите су готово кружне, као код GPS-а, са инклинацијом од  $64,8^\circ$  и радијусом од од 19100 km. Аргументи перигеја су међусобно померени за по  $15^\circ$  географске ширине што доводи до тога да се у неком тренутку само један сателит налази у равни екватора уместо три. На тај начин се постиже да у пуној констелацији из било које тачке на Земљи увек буде видљиво најмање 5 сателита. Орбитални период износи 11 часова и 15 минута. Оваквим сазвежђем ГЛОНАСС обезбеђује бољу покривеност већих географских ширина (на северу или југу), за разлику од GPS-а. Од 28 сателита у сазвежђу један сателит се налази на редовном одржавању и не користи се. Сателити су распоређени тако да се у првој орбити налази осам сателита, у другој девет, а у последњој једанаест сателита [103, 104].

#### Сигнали

Сигнали ГЛОНАСС система су фреквенцијски мултиплексирани у 14 канала (*Frequency Division Multiple Acces*, FDMA) и емитују се на фреквенцијама



$1602 + n \cdot 0,5625$  MHz (L1) i  $1246 + n \cdot 0,4375$  MHz (L2), при чему  $n$  има вредности  $-7, -6, \dots, -1, 0, 1, \dots, 6$ . ГЛОНАСС и GPS разликују стандардно и прецизно позиционирање, при чему је стандардно свима доступно, док се прецизно користи за војне потребе и потребе државних органа [103] [104].

### Модернизација

Интензивна модернизација ГЛОНАСС система започета је 2007. године и од тада број сателита у констелацији непрестано расте. Такође, у том периоду је измерена грешка позиционирања пала са 35 m на 2,8 m. Поред броја сателита модернизација се врши увођењем нових, трајнијих сателита са бољим карактеристикама. Новим L3 сигналом који користи кодно мултиплексирање постигнута је већа тачност, отпорност на простирање по више путања и интероперабилност са GPS-ом и будућим Galileo системом.

#### 2.2.3. Galileo

Galileo је Европски глобални сателитски навигациони систем, чији је циљ да обезбеђује веома прецизан и загарантован глобални навигациони сервис под цивилном контролом. Пројектован је тако да буде интероперабилан са GPS-ом и ГЛОНАСС-ом [32].

Обезбеђујући две фреквенције као стандард, Galileo би требало да омогући позиционирање у реалном времену са тачношћу од једног метра. Гарантоваће расположивост услуге под свим па и најекстремнијим условима и тренутачно ће информисати кориснике о отказу неког сателита, чинећи га погодним за безбедносно-критичне апликације попут вођења аутомобила, возова или авиона при слетању.

21. октобра 2011. године лансирана су прва два од четири оперативна сателита чији је циљ да се потврди навигациони концепт Galileo система у свемиру и на Земљи. Потом су 12. октобра 2012. године лансирана још два сателита. Након фазе валидације у орбити (*In-Orbit Validation*, IOV) лансирањем нових сателита би требало постићи почетну оперативну способност (*Initial Operational Capability*, IOC). Иако је било предвиђено да Galileo нађе у IOC фази 2014-2015 године то још увек није остварено. Дана 23.9.2015. у орбити се налазило 8 сателита. Од тих 8 сателита 3 су расположива, четири се

налази у фази увођења у рад, док један није расположив [35].

### Сазвежђе

Galileo систем треба да се састоји од 30 сателита (27 оперативних + 3 активне резерве), постављене у три кружне МЕО орбиталне равни са просечном номиналном величином велике полуосе од 29601,297 km и инклинацијом орбиталних равни од 56° у односу на екваторијалну раван. По десет сателита ће бити равномерно распоређено дуж сваке орбиталне равни, при чему ће орбитални период сателита бити 14 часова. Такође, у свакој орбиталној равни ће се налазити по један сателит активне резерве.

### Сигнали

Три независна CDMA сигнала, названи E5 (1191,795 MHz), E6 (1278,75 MHz) и E1 (1575,42 MHz), стално емитују сви Galileo сателити. E5 сигнал се даље дели у два сигнала који су означени као E5a и E5b. Galileo сервиси су [32]:

- *Open Service* (OS) представља комбинацију јавно доступних сигнала бесплатних за употребу и обезбеђује позицију и тачно време упоредиво са другим GNSS системима.
- *Safety of Life* (SoL) побољшава перформансе OS кроз правовремено упозоравање корисника када се деси да пријем не задовољава одређену границу тачности (интегритет). Предвиђено је да ће гаранција сервиса бити обезбеђена за овај сервис. Овај сервис је предвиђен за безбедносно-критичне апликације попут возова у покрету, вођених аутомобила, навигацију и ваздухопловство.
- *Commercial Service* (CS) обезбеђује пријем два додатна сигнала, чиме се остварује већи проток података и побољшава тачност при одређивању положаја. Сигнали су криптовани. Предвиђено је да ће гаранција сервиса бити обезбеђена за овај сервис. CS дозвољава развој апликација за професионалну и комерцијалну употребу захваљујући побољшаним перформансама и већом вредношћу података добијених кроз OS.
- *Public Regulated Service* (PRS) обезбеђује позицију и време за одређене кориснике који захтевају велики континуитет сервиса са контролиса-

ним приступом том сервису. За PRS два навигациона сигнала са криптованим кодовима и подацима ће бити расположива. PRS је ограничен на државне органе због осетљивих апликација које захтевају велики континуитет сервиса. Овај сервис је намењен стратешкој и безбедносној инфраструктури (енергија, телекомуникације и финансије).

- *Search and Rescue Service (SAR)* представља допринос ЕУ удруженом, међународном КОСПАС-SARSAT сателитском систему за претрагу и спасавање који детектује алармантне ситуације (авионске, поморске несреће и друге по живот опасне догађаје) и дистрибуира информације о појави таквих ситуација. Од настанка КОСПАС-SARSAT система па до јуна 2005. године овим системом је спасено више од 20000 људи [97].

### 2.2.4. BeiDou

BeiDou сателитски навигациони систем (*BeiDou Navigation Satellite System, BDS*), такође познат и као BeiDou-2 је кинески сателитски навигациони систем друге генерације који ће бити способан да обезбеђује континуалну услугу позиционирања, навигације и одређивања времена свим корисницима на Земљи. Тренутно је BeiDou регионални навигациони систем [6].

Иако је развој регионалног навигационог система ка глобалном решењу започео 1997. године, формално одобрење владе за развој и увођење BDS система је извршено 2006. године и очекује се да оствари глобалну покривеност до 2020. године на сличан начин на који је то урађено са GPS-ом и ГЛОНАСС-ом.

Од децембра 2011. године, BeiDou систем обезбеђује почетни оперативни сервис (*Initial Operational Capability, ИОС*) обезбеђујући почетну пасивну навигацију и одређивање времена за целокупни Азијско-Пацифички регион са сазвежђем од 10 сателита (5 геостационарних сателита и 5 геосинхроних сателита). Током 2012. године, 5 додатних сателита је лансирано повећавајући број сателита у констелацији на 15. До 2020. године биће лансирани преостали сателити и систем ће од регионалног постати глобални сателитски навигациони систем [6].

### 2.3. Примена глобалних навигационих сателитских система

До сада су GPS и ГЛОНАСС били преовлађујући сателитски навигациони системи. Историјски гледано, њихова примена је углавном била војне и делимично цивилне природе. Међутим, корисници данас имају неколико нових сателитских навигационих система на располагању (нпр. Galileo и BeiDou). Већина сигнала ових GNSS система се користи у напредним апликацијама, попут:

- **Персонална навигација** помаже људима да се снађу у простору. Најпознатији облик персоналне навигације је навигација у возилима која помаже људима да возилом пређу пут од једне до друге локације интегрисујући GNSS са унапред познатом мапом града или државе. Поред навигације у возилима, персонална навигација се користи и у бициклизму, планинарству и алпинизму. Данас су GNSS пријемници интегрисани у мобилне (паметне, smart) телефоне и таблет рачунаре, тако да их користе и пешаци за сналажење у градовима, па чак и у затвореним просторима попут великих тржних центара [80].
- У **ваздухопловству**, примена сателитских навигационих система захтева високи ниво перформанси у погледу тачности и робустности навигације на рути, као и при прецизном приступу или слетању. Највише, се корист у системима за избегавање судара (collision-avoidance) и у системима који се користе да побољшају приступ аеродромским полетно-слетним стазама [79].
- У **поморском саобраћају** GNSS се користи да одреди позицију брода када се налази на отвореном мору и за маневрисање у загушеним лукама. Такође, GNSS се користи и за подморско надгледање, лоцирање бова (плутача), лоцирање области које представљају навигациони hazard, багеровање и мапирање. GNSS се користи и за аутоматско позиционирање контејнера у великим лукама [79].
- **Примена у геодезији и мерењу**: У геодезији GNSS смањује количину опреме и радника неопходних да одреде позиције тачака на површини Земље у поређењу са претходним геодетским методама. Такође,

интегрисањем GNSS пријемника у камере омогућује се примена GNSS за авионска и сателитска снимања, чиме се јасно одређује позиција ваздухоплова и његова оријентација у простору [79].

- **Рударство, пољопривреда и истраживање природних ресурса [79]:**
  - У рударству се навигација највише користи на површинским коповима за мапирање копова и за вођење и одређивање позиције машина које се користе при вађењу руде.
  - У пољопривреди GNSS се користи као подршка планирању фарми, мапирању поља, узорковању земљишта и за процену усева. Такође се користи за аутоматско вођење пољопривредних машина.
  - При истраживању природних ресурса GNSS се комбинује са географским информационим системима (GIS) за формирање прецизних регионалних мапа за праћење и управљање ресурсима.
- **Прецизно одређивање времена:** Већ је речено да прецизно време неопходно за одређивање позиције пријемника. Због тога су GNSS сателити опремљени атомским часовницима чија је прецизност реда величине 1 ns. Као део поступка одређивања положаја, локални GNSS пријемници бивају синхронизовани са веома прецизним сателитским временом. Овако прецизно време може да се користи у комуникационим, електричним и финансијским мрежама [79].

## 3. Модел навигационих сигнала

### 3.1. Емитовани сигнал

Сигнал  $s(t)$  емитован са сателита може бити написан као:

$$s(t) = \text{Re} \left\{ \sqrt{E_t} \cdot q(t) \cdot e^{j2\pi f_0 t} \right\}. \quad (3.1)$$

при чему је  $E_t$  енергија по симболу емитованог сигнала,  $q(t)$  је сигнал проширеног спектра који укључује и бите навигационе поруке, док је  $f_0$  фреквенција носиоца емитованог сигнала ( $f_{L1}$ ,  $f_{L2}$  или  $f_{E1}$ ). Сигнал  $q(t)$  гласи:

$$q(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} d_i \sum_{k=0}^{N_{sym}-1} c_{k,i} g(t - iT_{sym} - kT_c) = \quad (3.2)$$
$$g(t) * \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N_{sym}-1} d_i c_{k,i} \delta(t - iT_{sym} - kT_c),$$

где је  $d_i$  вредност симбола (бита) навигационе поруке ( $d_i \in \{+1, -1\}$ , у случају пилот канала вредност симбола је једнака 1),  $c_{k,i}$  је  $k$ -та вредност псеудослучајне (*Pseudorandom number*, PN) кодне секвенце за  $i$ -ти симбол ( $c_{k,i} \in \{+1, -1\}$ ),  $T_{sym}$  време трајања једног симбола,  $g(t)$  таласни облик модулишућег сигнала, док је  $\delta(t)$  Дираков импулс. Један симбол се састоји од  $N_{sym}$  чипова трајања  $T_c$ .

Таласни облик модулишућег сигнала  $g(t)$  за BPSK и ВОС( $m, n$ ) и СВОС( $m, n, \rho, \pm'$ ) модулисане сигнале може бити написан као:

$$g(t) = p_{\frac{T_c}{2}}(t) * \sqrt{1 - \rho} \sum_{i=0}^1 (-1)^i \delta(t - i \frac{T_c}{2}) \pm \quad (3.3)$$
$$p_{T_{sw}}(t) * \sqrt{\rho} \sum_{i=0}^{N_{sw}-1} (-1)^i \delta(t - iT_{sw}),$$

### 3. МОДЕЛ НАВИГАЦИОНИХ СИГНАЛА

---

при чему је  $N_{sw}$  ред модулације (број импулса унутар једног чипа), а  $T_{sw} = T_c/N_{sw}$  је време трајања импулса. За BPSK модулацију важи да је  $N_{sw} = 1$ ,  $\rho = 1$  и знак је '+' ( $g_{BPSK}(t) = p_{T_c}(t)$ ), док је за BOC( $m,n$ ) модулацију  $N_{sw} = 2m/n = 2f_{sc}/f_c$ ,  $\rho = 1$  и знак је, такође, '+'. Са  $f_c = 1/T_c$  је означена фреквенција чипова (фреквенција PN сигнала), док је са  $f_{sc}$  означена фреквенција другог импулсног сигнала којим се PN сигнал модулише и који се назива *подносиоц* (*subcarrier*). На основу свега реченог јасно је да таласни облик BOC модулишећег сигнала гласи:

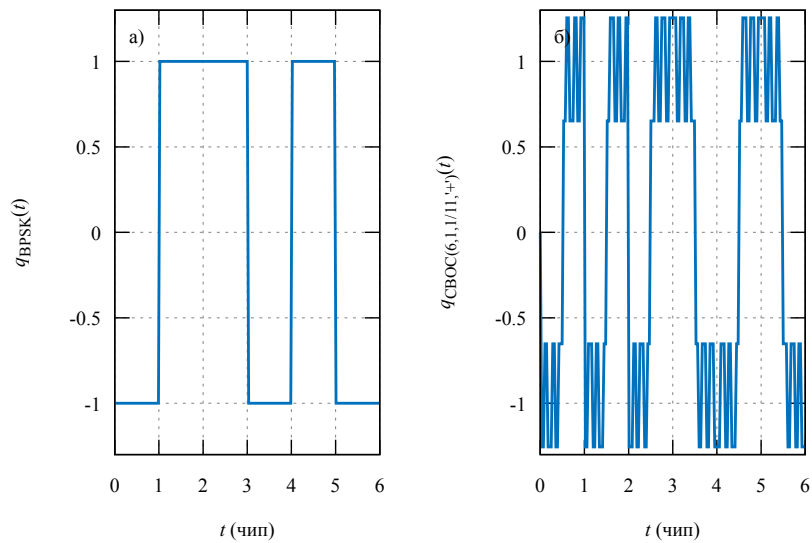
$$g_{BOC}(t) = p_{T_{sw}}(t) * \sum_{i=0}^{N_{sw}-1} (-1)^i \delta(t - iT_{sw}).$$

CBOC (*Composite Binary Offset Carrier*) модулација се дефинише као збир или разлика између BOC(1,1) сигнала и BOC( $m,n$ ) сигнала на следећи начин [68]:

$$g_{CBOC}(t) = \sqrt{1 - \rho} g_{BOC(1,1)}(t) \pm \sqrt{\rho} g_{BOC(m,n)}(t), \quad (3.4)$$

при чему је  $\rho$  снага BOC( $m,n$ ) сигнала у CBOC( $m,n,\rho,\pm'$ ) сигналу пре филтрирања сигнала. Таласни облик импулса је означен са  $p_T(t)$  ( $T$  је време трајања сигнала) и за емитоване сигнале је правоугаоног таласног облика. На слици 3.1 је приказан сигнал проширеног спектра,  $q(t)$ , за BPSK модулисани GPS/CA сигнал и CBOC(6,1,1/11,'+') модулисани Galileo E1B сигнал.

У табели 3.1 су приказане вредности параметара за BPSK модулисани GPS/CA сигнал и CBOC(6,1,1/11,'+') модулисани Galileo E1B сигнал.



Слика 3.1: Сигнал проширеног спектра,  $q(t)$ , а) GPS/CA сигнала (BPSK модулација) и б) Galileo E1B сигнала (CBOC модулација)

Табела 3.1: Вредности параметара GPS/CA сигнала и Galileo E1B сигнала.

Параметар сигнала	GPS/CA	Galileo E1B
$f_c$	1,023 MHz	1,023 MHz
$T_c$	$\approx 0,9775$ ms	$\approx 0,9775$ ms
$T_{sym}$	1 ms	4 ms
$N_{sym}$	1023	4096
$N_{sw}$	1	12
$T_{sw}$	$\approx 0,9775$ ms	$\approx 0,08146$ ms

### 3.2. Сигнал на пријему

На емитовани сигнал са сателита, поред осталих извора грешака, превасходно утиче ефекат простирања по више путања (*multipath*). Канал по коме се простире више рефлектованих компоненти емитованог сигнала може бити статички или фединг, док остале изворе грешака који се јављају у каналу могуће је сместити у адитивни бели шум означен са  $w(t)$ . Сигнал на пријему,



$r[n]$ , ће гласити:

$$r[n] = \sqrt{E_r} \sum_{l=0}^{L-1} a_l[n] e^{j\varphi_l[n]} \tilde{q}[n - \tau_l[n]] e^{j2\pi(f_0 + f_D)nT_s} + \tilde{w}[n] =$$

$$\sqrt{E_r} \cdot \tilde{q}[n] * \sum_{l=0}^{L-1} a_l[n] e^{j\varphi_l[n]} \delta_{n, \tau_l[n]} e^{j2\pi(f_0 + f_D)nT_s} + \tilde{w}[n]. \quad (3.5)$$

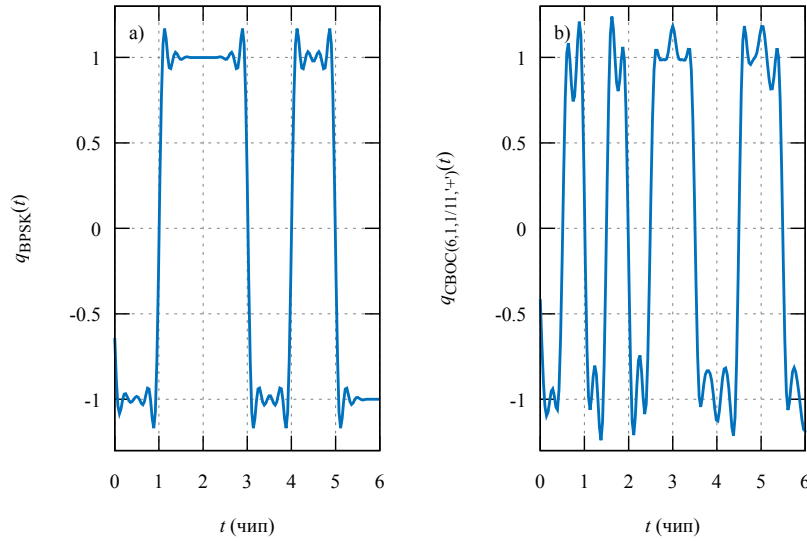
при чему је  $E_r$  енергија симбола сигнала на пријему,  $L$  број рефлектованих компоненти навигационог сигнала (укључујући и директну компоненту),  $a_l[n]$ ,  $\tau_l[n]$ ,  $\varphi_l[n]$  су амплитуда, кашњење и фаза сигнала  $l$ -те компоненте, респективно (тзв. *параметри сигнала*). Са  $a_0[n]$ ,  $\tau_0[n]$ ,  $\varphi_0[n]$  су означени параметри *директне* компоненте сигнала. Са  $f_D$  је означена Доплерова фреквенција сигнала, а са  $\tilde{q}[n]$  филтрирани и дискретизовани сигнал проширеног спектра. Кронекерова делта је означена са  $\delta_{ij}$ . Са  $\tilde{w}[n]$  је означен шум након филтрирања и одабирања. Период одабирања је означен са  $T_s$  ( $t = nT_s$ ). Било да се ради о филтру пропуснику опсега или нископропусном филтру у докторату је коришћен FIR филтар реда 50, са Blackman-овим прозором и пропусним опсегом од  $BW = 8.184$  MHz. На слици 3.2 приказан је филтрирани сигнал проширеног спектра, за BPSK модулисани GPS/CA сигнал и CBOC(6,1,1/11,'+') модулисани Galileo E1B сигнал.

Пре започињања праћења сигнала врши се његова аквизиција. Аквизицијом се утврђује присуство сигнала у каналу (сигнал се детектује) и налази се почетна оцена кашњења сигнала ( $\hat{\tau}$ ) и Доплере фреквенције ( $\hat{f}_D$ ). Оцена Доплере фреквенције се користи за уклањање носиоца, тако што се примљени сигнал модулише репликом носиоца. Сигнал на пријему након уклањања носиоца гласи:

$$r[n, \hat{f}_D] = r[n] e^{-j2\pi(f_0 + \hat{f}_D)nT_s}$$

$$= \sqrt{E_r} \sum_{l=0}^{L-1} a_l[n] e^{j\varphi_l[n]} \tilde{q}[n - \tau_l[n]] e^{j2\pi\Delta f_D nT_s} + \tilde{w}[n] e^{-j2\pi(f_0 + \hat{f}_D)nT_s} \quad (3.6)$$

Остатак Доплере фреквенције након уклањања носиоца, означава се са  $\Delta f_D = f_D - \hat{f}_D$ .



Слика 3.2: Део филтрираног сигнала проширеног спектра ( $BW = 8.184$  MHz),  $\tilde{q}(t)$ , а) GPS/CA сигнала (BPSK модулација) и б) Galileo E1B сигнала (CBOC модулација)

### 3.3. Шум

Уколико усвојимо да је  $N_s$  број одбирака једног симбола PRN сигнала, тада спектрална густина снаге шума  $w(t)$  може бити написана као  $N_0/N_s$ , при чему је  $N_0$  спектрална густина снаге шума у пропусном опсегу од  $T_c^{-1}$  Hz изражена у dBW. За GPS C/A сигнал тај пропусни опсег износи 1 kHz, док за Galileo E1B сигнал износи 250 Hz.

Спектрална густина снаге,  $\tilde{N}_0$ , филтрираног шума,  $\tilde{w}(t)$ , зависи од спектралне густине снаге модулишућег сигнала на следећи начин

$$\tilde{N}_0 = N_0 G_{BPSK/CBOC}(f) |H_f(f)|^2 \quad (3.7)$$

при чему је  $H_f(f)$  функција преноса филтра. Спектрална густина снаге модулишућег сигнала  $g(t)$  за BPSK и CBOC( $m, n, \rho, \pm'$ ) је дата следећим изразима

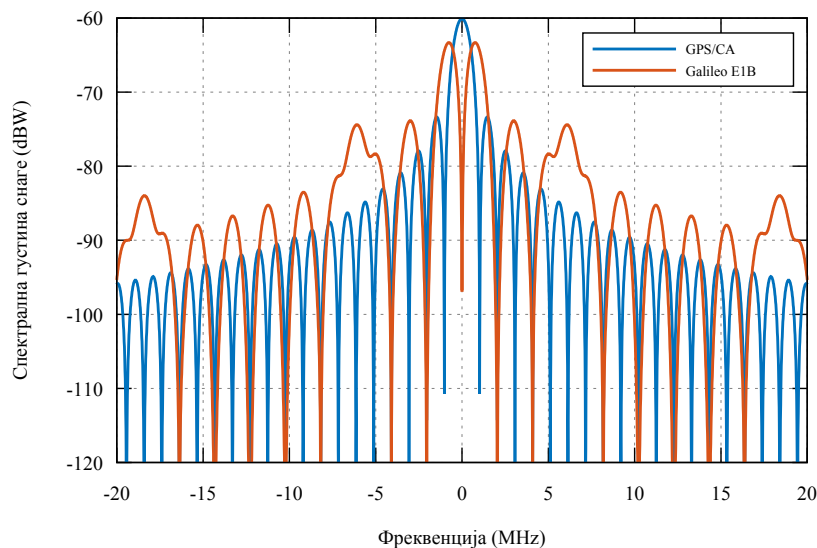
$$G_{BPSK}(f) = T_c \operatorname{sinc}^2(\pi f T_c), \quad (3.8)$$

$$G_{CBOC}(f) = T_c \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi f T_c \left( (1 - \rho) \tan^2 \frac{\pi f T_c}{2} \pm \rho \tan^2 \frac{\pi f T_c}{N_{sw}} \right) \right], \quad (3.9)$$

респективно [68].

### 3. МОДЕЛ НАВИГАЦИОНИХ СИГНАЛА

На слици 3.3 приказана је спектрална густина снаге BPSK модулисаног GPS/CA сигнала и CBOC(6,1,1/11,'+') модулисаног Galileo E1B сигнала. На слици је могуће уочити да је спектар CBOC модулисаног сигнала подељен на два дела. Због тога се овакве модулације називају модулацијама подељеног спектра (*split-spectrum modulation*). Ово се ради да би се смањила интерференција са BPSK модулисаним сигналом чији спектар има облик  $\text{sinc}(\cdot)$  функције.



Слика 3.3: Спектрална густина снаге BPSK модулисаног GPS/CA сигнала и CBOC модулисаног Galileo E1B сигнала

Однос носилац-густина шума ( $C/N_0$ ) је дефинисан као однос снаге носиоца примљеног сигнала и спектралне густине снаге шума изражен у dB-Hz. Однос сигнал-шум ( $S/N$ ) је дефинисан као однос снаге сигнала и шума на пријему изражен у dB. Између

$$\frac{S}{N} = \frac{C}{N_0} - 10 \cdot \log_{10} BW, \quad (3.10)$$

при чему је  $BW$  пропусни опсег у зависности од дужине кодне епохе.

#### 3.4. Корелација

Даље, израчунава се корелација примљеног сигнала уклоњеног носиоца,  $r[n, \hat{f}_D]$  са локалном репликом,  $q_{ref}[n, \hat{\tau}]$  која би одговарала сигналу прошире-

ног спектра примљеног сигнала. Корелациона функција може бити написана као:

$$\begin{aligned} R_i[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] &= \mathbf{E} \left( r^*[n, \hat{f}_D] q_{ref}[n+k, \hat{\tau}] \right) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=iN}^{(i+1)N-1-k} r^*[n, \hat{f}_D] q_{ref}[n+k, \hat{\tau}], \end{aligned} \quad (3.11)$$

при чему се корелација израчунава за период који одговара времену трајања једног симбола  $T_{sym}$  ( $N$  је број одбирака у периоду), док је  $i$  индекс периода сигнала проширеног спектра трајања  $T_{sym}$ . Са  $\mathbf{E}(\cdot)$  је означено математичко очекивање у односу на случајни сигнал проширеног спектра и ефекте канала (попут шума, простирања по више путања, итд.). Корелацију између два дискретна сигнала је могуће означити и са  $\star$ . Локална реплика сигнала проширеног спектра,  $q_{ref}[n, \hat{\tau}]$ , се добија коришћењем следећег израза:

$$q_{ref}[n, \hat{\tau}] = q[n - \hat{\tau}] = q[n] * \delta_{n, \hat{\tau}}, \quad (3.12)$$

при чему је  $\hat{\tau}$  задато (оцењено) кашњење локалне реплике сигнала проширеног спектра.

Узевши у обзир израз (3.6), корелацију (3.11) је могуће написати као суму две узајамне корелационе функције (*кроскорелације*) као:

$$R_i[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] = R_i^{q,q}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] + R_i^{w,q}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]. \quad (3.13)$$

Са  $R^{w,q}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$  је означена узајамна корелација шума и локалне реплике која одговара сигналу проширеног спектра примљеног сигнала. Корелација се израчунава за период једног симбола и могуће ју је написати као:

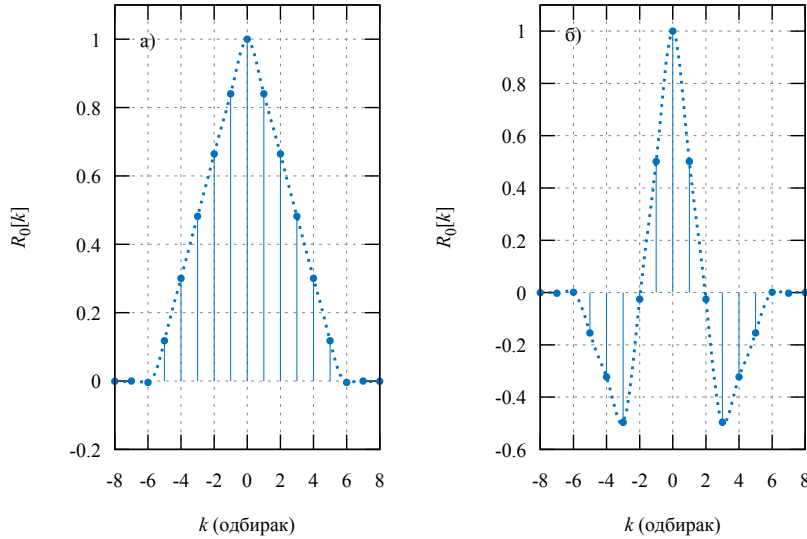
$$R_i^{q,w}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] = \frac{1}{N} \sum_{n=iN}^{(i+1)N-1-k} \bar{w}^*[n] e^{j2\pi(f_0 + f_D)nT_s} q_{ref}[n+k, \hat{\tau}].$$

Узајамна корелација примљеног сигнала са локалном репликом која одговара сигналу проширеног спектра примљеног сигнала,  $R^{\hat{q},q}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$ , за период

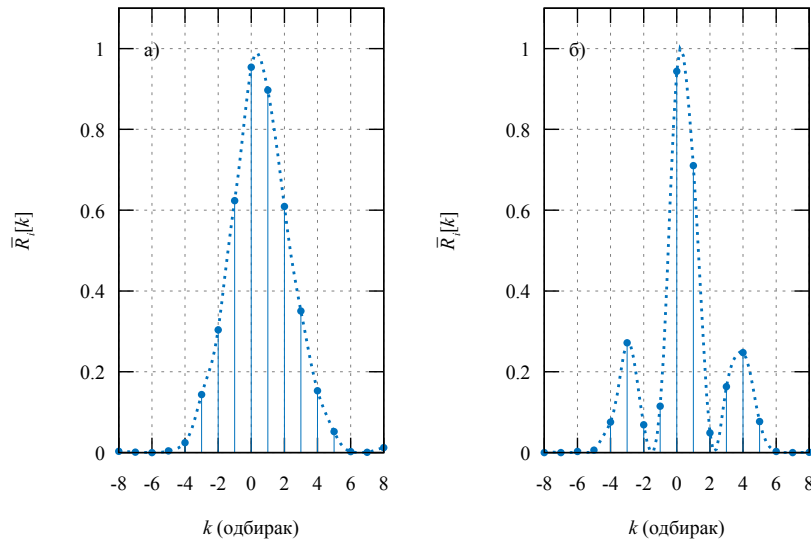
једног симбола може се написати као:

$$R_i^{q,q} [k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] = \sqrt{E_r} \sum_{l=0}^{L-1} a_{l,i} e^{j\varphi_{l,i}} R_0 [k - \tau_{l,i} + \hat{\tau}] \mathcal{F} (\Delta f_D), \quad (3.14)$$

при чему је  $R_0[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=iN}^{(i+1)N-1-k} \tilde{q}^*[k]q[n+k]$  аутокорелација локалне реплике, док је  $\mathcal{F} (\Delta f_D) \approx \text{sinc}(\pi\Delta f_D N T_s) e^{j\pi\Delta f_D(N-1)T_s}$  губитак услед неслагања фреквенције сигнала на пријему и реплике носиоца. Овај губитак се израчунава тако што се претпостави да је  $L = 1$  и да је оцењено кашњење  $\hat{\tau} = \tau_{0,i}$ . На тај начин се уклања сигнал проширеног спектра у примљеном сигналу и губитак услед неслагања фреквенција се израчунава као сума  $N$  чланова геометријског низа:  $\mathcal{F} (\Delta f_D) = \sum_{n=iN}^{(i+1)N-1} e^{j2\pi\Delta f_D n T_s}$ . Такође, претпоставља се да су параметри сигнала ( $a_{l,i}, \tau_{l,i}, \varphi_{l,i}$ ) за период  $T_{sym}$  константни. На слици 3.4 приказане аутокорелације локалних реплика, док су на слици 3.5 су приказане нормализоване снаге узајамне корелације примљеног GPS/CA и Galileo E1B сигнала са локалним репликама сигнала проширеног спектра. Корелација се нормализује дељењем сваког одбирка корелације са квадратним кореном максималне снаге корелације, у ознаци  $\bar{R}$ .



Слика 3.4: Аутокорелациона функција,  $R_0[k]$ , ( $BW = 8, 184 \text{ MHz}$ ) а) GPS C/A и б) Galileo E1B сигнала



Слика 3.5: Нормализована снага узајамне корелације,  $|\bar{R}_i[k, \hat{\tau}, \hat{\phi}]|^2$ , ( $BW = 8,184$  MHz,  $C/N_0 = 45$  dB-Hz,  $L = 2$ ,  $a_0 = 1,0$ ,  $\tau_0 = 0,0$  чипа,  $\varphi_0 = 0^\circ$ ,  $a_1 = 0,5$ ,  $\tau_1 = 0,2$  чипа,  $\varphi_1 = 0^\circ$ ) а) GPS/CA и б) Galileo E1B сигнала

### 3.4.1. Кохерентна и некохерентна корелација

Продужавањем периода интеграције могуће је извршити аквизицију и праћење јако ослабљених сигнала. На тај начин се појачава користан сигнал док се истовремено усредњава шум и радио фреквенцијска интерференција. Дуги периоди интеграције могу бити остварени било кохерентном или некохерентном обрадом сигнала. Кохерентна интеграција обезбеђује боље перформансе у погледу уклањања шума, али по цену рањивости на фреквенцијске грешке и транзиције симбола у навигационој поруци. Некохерентна обрада се састоји у примени нелинеарних трансформација на улазни сигнал, уклањајући ефекат транзиције симбола и смањујући утицај фреквенцијских грешака. Нелинеарне трансформације појачавају утицај шума због појаве губитка услед квадрирања (*squaring loss*).

Корелациона функција за кохерентну интеграцију  $R_{coh}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$  гласи:

$$R_{coh}[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] = \frac{1}{N_{coh}} \sum_{i=0}^{N_{coh}-1} R_i[k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] \quad (3.15)$$

за  $N_{coh}$  период кохерентне интеграције изражен у броју симбола GPS или Ga-

ileo сигнала или милисекундама. Такође, корелациона функција за некохерентну интеграцију  $R_{ncoh} [k, \hat{\tau}, \hat{f}_D]$  гласи

$$R_{ncoh} [k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] = \frac{1}{N_{ncoh}} \sum_{N_{ncoh}} R_{coh} [k, \hat{\tau}, \hat{f}_D] R_{coh}^* [k, \hat{\tau}, \hat{f}_D], \quad (3.16)$$

при чему је  $N_{ncoh}$  време некохерентне интеграције изражено у блоковима дужине  $T_{sym}$  милисекунди. Са  $(\cdot)^*$  је означено коњуговање комплексне вредности.

## 4. Архитектура GNSS пријемника

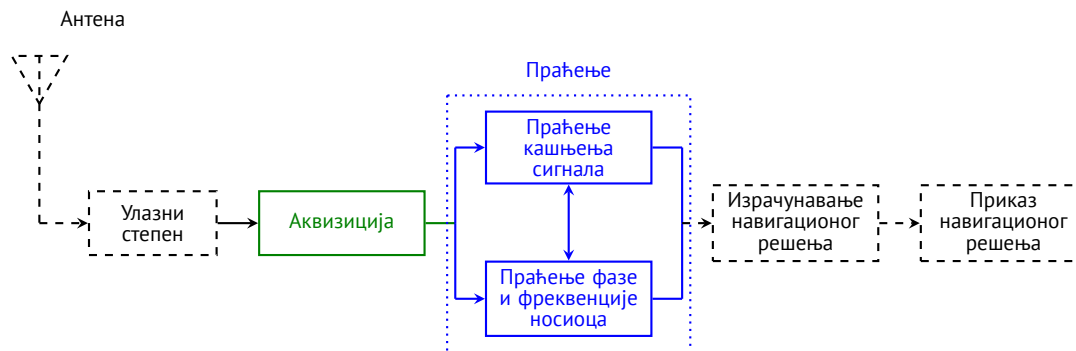
Типични GNSS пријемник је одговоран за неколико различитих функција, почевши од успешног пријема GNSS сигнала до одређивања позиције пријемника. У овом поглављу, главне функционалности GNSS пријемника су објашњене са нагласком на аквизицију и праћење сигнала.

### 4.1. Пријем GNSS сигнала

Основни проблем приликом пријема GNSS сигнала је да сателитски сигнали након простирања кроз атмосферу стижу на површину Земље где су толико ослабљени да су у потпуности сакривени у шуму. Због тога, основна функционалност конвенционалног GNSS пријемника је способност да оцени кашњење PRN секвенце сигнала проширеног спектра и фреквенције носиоца сигнала са одређеног сателита сакривеног у шуму. Конвенционални GNSS пријемник, након неопходне обраде сигнала на улазном степену врши демодулацију сигнала у две фазе: фазу аквизиције (*acquisition*) и фазу праћења (*tracking*). Блок дијаграм конвенционалног GNSS пријемника је приказан са слици 4.1. Као што је приказано на слици 4.1 прва компонента пријемника је GNSS антена. Већина GNSS антена је подешена тако да јој пропусни опсег износи неколико MHz око централне фреквенције [54] и прилагођена је за радио таласе који су кружно поларизовани на десно (*Right Hand Circular Polarized*, RHCP). Дијаграм зрачења ових антена је најчешће хемисферичан. По пријему сателитског сигнала, сигнал се пропушта кроз улазни степен, при чему је главна функција улазног степена да прилагоди сигнал даљој обради у пријемнику (слика 4.1). Обрада сигнала на улазном степену укључује неколико операција: појачање, филтрирање, транслирање сигнала на нижу фреквенцију, аутоматско управљање појачањем (*Automatic Gain Control*, AGC), аналогно-дигитална (A/D) конверзија, итд. Функционални опис сваке ове операције улазног степена је добро документован у литератури [54, 71,



79] и у дисертацији неће бити даље разматран.



Слика 4.1: Блок дијаграм конвенционалног GNSS пријемника

При започињању рада пријемника и у случају престанка праћења сигнала врши се *аквизиција* сигнала. Аквизицијом се установљава пријем сигнала са одређеног сателита и врши оцена фреквенције носиоца и кашњења сигнала проширеног спектра. *Праћење* је кључна фаза којом се врши демодулација сигнала и прецизније оцењује кашњење сигнала. Праћење сигнала се врши само за сигнале са сателита за које је претходно аквизицијом установљен пријем.

### 4.2. Аквизиција сигнала

Циљ аквизиције сигнала је да утврди који су сателити видљиви и да грубо оцени фреквенцију носиоца и кашњење кодне секвенце сигнала проширеног спектра. Као и сви други CDMA (CDMA) пријемници, GNSS пријемник остварује аквизицију кроз две фазе: *фазу претраге* и *фазу детекције*. У поглављу 3.2 приказан је модел сигнала на пријему само са једног сателита. Међутим, код аквизиције је неопходно утврдити присуство сигнала са тачно одређеног сателита, када су у резултујућем сигналу на пријему присутни сигнали са више видљивих сателита, и приближно одредити Доплерову фреквенцију и кашњење сигнала проширеног спектра.

#### 4.2.1. Модел сигнала на пријему

Позивајући се на ознаке у поглављу 3 сигнал на пријему, који укључује сигнале са свих видљивих сателита, дат је следећим изразом:

$$r[n] = \sqrt{E_r^v} \sum_{v=1}^V a_0^v[n] e^{j\varphi_0^v[n]} \tilde{q}_v[n - \tau_0^v[n]] e^{j2\pi(f_0 + f_D^v)nT_s} + \tilde{w}[n] =$$

$$\sqrt{E_r^v} \cdot \tilde{q}_v[n] * \sum_{v=1}^V a_0^v[n] e^{j\varphi_0^v[n]} \delta_{n, \tau_0^v[n]} e^{j2\pi(f_0 + f_D^v)nT_s} + \tilde{w}[n]. \quad (4.1)$$

Овај модел сигнала је сличан моделу датом у (3.5) с тим да укључује пријем сигнала са више сателита, а да истовремено, због једноставности, не узима у обзир простирање сигнала по више путања. Са  $V$  је означен број видљивих сателита, односно број сателита чији је сигнал укључен у сигнал на пријему  $r[n]$ .

Сигнал након уклањања носиоца гласи:

$$r_v[n, \hat{f}_D^v] = r[n] e^{-j2\pi(f_0 + \hat{f}_D^v)nT_s}$$

$$= \sqrt{E_r^v} \sum_{v=1}^V a_0^v[n] e^{j\varphi_0^v[n]} \tilde{q}_v[n - \tau_0^v[n]] e^{j2\pi\Delta f_D^v nT_s} + \tilde{w}[n] e^{-j2\pi(f_0 + \hat{f}_D^v)nT_s}, \quad (4.2)$$

при чему је  $\hat{f}_D^v$  претпостављена фреквенција носиоца током аквизиције, док је  $\Delta f_D$  неслагање између претпостављене и стварне фреквенције носиоца сигнала на пријему.

Корелација сигнала на пријему (делимично уклоњеног носиоца) са закашњеном локалном репликом сигнала проширеног спектра се остварује акумулацијом сигнала који се добија множењем  $r_v[n, \hat{f}_D^v]$  са  $q_{ref}^v[n, \hat{\tau}]$ . Локална реплика сигнала проширеног спектра је закашњена за  $\hat{\tau}_v$ . Вредност корелације на излазу из корелатора гласи:

$$R_i^v[0, \hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v] = \frac{1}{N} \sum_{n=iN}^{(i+1)N-1} r_v[n, \hat{f}_D^v] q_{ref}^v[n, \hat{\tau}], \quad (4.3)$$

са  $N$  је означен број одбирака у периоду  $T_{sym}$ . Кохерентну корелацију  $R_{coh}^v[0, \hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v]$  у аквизицији израчунавамо применом израза (3.15). Некохе-

рентна корелација  $R_{\text{ncoh}}^v [0, \hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v]$  се израчунава применом израза (3.16).

##### 4.2.2. Фаза претраге сигнала

Аквизиција GNSS сигнала је тродимензионални процес претраге који утврђује идентитет (PRN број (Pseudo-Random Number, PRN) примљеног сигнала), кашњење сигнала проширеног спектра и Доплерову фреквенцију. Процес претраге захтева да је, за одређени PRN број, реплика сигнала проширеног спектра и носиоца синхронизована са сигналом проширеног спектра и носиоцем примљеног сигнала. Синхронизација се остварује мерењем излазне снаге након корелације. Другим речима, када се кашњење сигнала проширеног спектра и Доплеров померај носиоца поклапају са кашњењем и померајем примљеног сигнала, примљени сигнал се демодулише чиме се добија навигациони сигнал, односно бити навигационе поруке. Резултат претраге кашњења сигнала проширеног спектра и Доплеровог помераја носиоца је оцена кашњења сигнала проширеног спектра са грешком не већом од пола чипа и Доплерове фреквенције са грешком мањом од половине корака претраге простора Доплерове фреквенције [43, 54, 71].

Као и код GPS пријемника код Galileo E1 пријемника аквизиција може бити спроведена коришћењем носиоца сигнала и кохерентно или некохерентно комбинованих реплика E1B и E1C сигнала [13].

##### Простор претраге

Простор претраге треба да покрије све могуће вредности кашњења сигнала проширеног спектра и домен Доплерове фреквенције [94]. Простор претраге је најчешће једнак дужини кода PRN сигнала (у случају GPS L1 C/A сигнала износи 1023 чипа (1 ms), док за Galileo E1B сигнал износи 4092 чипова (4 ms)). У случају сигнала који имају екстремно дуг период (нпр. GPS P сигнал који има период у трајању једне GPS недеље) простор претраге тада не одговара дужини сигнала већ се ограничава (за GPS P сигнал простор претраге најчешће износи 1 секунду) [77]. Корак кашњења PRN сигнала,  $\Delta\tau$ , је најчешће величине дела чипа (у случају GPS L1 C/A сигнала мањи је од пола чипа). Простор претраге Доплерове фреквенције зависи о динамике GNSS пријемника и сателита, као и од стабилности осцилатора пријемника. За зе-

мањске системе, горња граница простора претраге Доплерове фреквенције се налази у опсегу од 5 до 10 kHz (доња граница је у опсегу од од -10 до -5 kHz). Корак фреквенције,  $\Delta f$ , се добија применом периода кохерентне интеграције,  $T_{coh}$ , на следећи начин  $\Delta f = \frac{2}{3T_{coh}}$ .  $\Delta f$  је изражен у Hz, док је  $T_{coh}$  изражено у секундама.

#### Прозор претраге

Простор претраге кашњења PRN сигнала и Доплерове фреквенције су подељени на интервале (чије ширине одговарају кораку кашњења и кораку фреквенције, респективно). Ова два интервала заједно сачињавају прозор претраге (*search window*). Простор претраге кашњења и фреквенције може бити подељен на више различитих прозора претраге у зависности од изабране технике претраге.

#### 4.2.3. Технике претраге

Употреба дужих PRN кодних секвенци за формирање сигнала проширеног спектра доводи до повећања простора претраге, а самим тим је и процес претраге дужи. У литератури је предложено неколико техника претраге у циљу брже и ефикасније аквизиције сигнала [54, 71, 79]. Ове технике претраге могу бити класификоване у три главне категорије:

- серијска претрага,
- паралелна претрага која се може раздвојити на:
  - паралелну претрагу простора Доплерове фреквенције
  - паралелну претрагу простора кашњења сигнала проширеног спектра
- комбинована паралелно-серијска претрага (тзв. хибридна претрага).

#### Серијска претрага

Поступак *серијске претраге* може бити описан Алгоритмом 1. Обзиром да се техником серијске претраге истовремено тестира само један прозор претраге, средње време аквизиције је превише дуго да би задовољило захтеве данашњих корисника, нарочито код GNSS сигнала са дугим кодним секвенцама. Распоживост рачунских ресурса у данашњим пријемницима и прилагођавање дужих кодова новим GNSS сигналима је довело до тога да

је техника серијске претраге све мање користи [63].

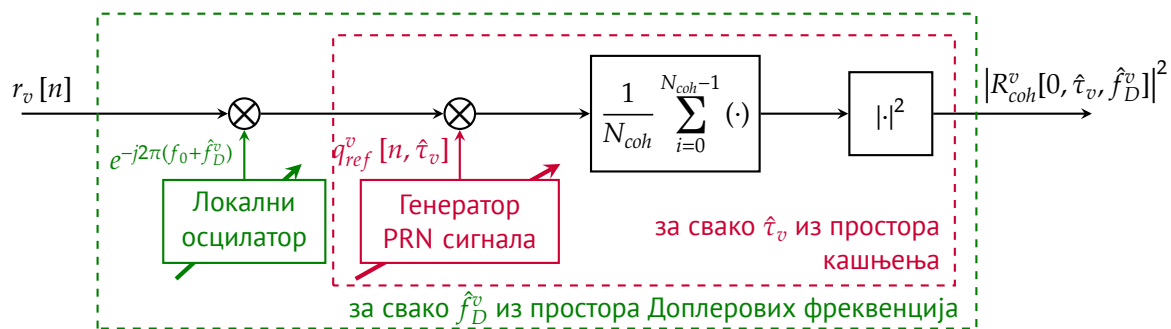
### Алгоритам 1 Серијска претрага

**Улаз:**  $r_v[k]$

**Излаз:**  $\hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v$

- 1:  $\hat{\tau}_v \leftarrow 0$
- 2:  $\hat{f}_D^v \leftarrow f_D^{min}$
- 3: **while**  $\hat{f}_D^v \leq f_D^{max}$  **do**
- 4:     уклањамо носилац из сигнала на пријему  $r_v[n, \hat{f}_D^v] = r_v[n]e^{-2j\pi(f_0+\hat{f}_D^v)t}$ .
- 5:     **while**  $\hat{\tau}_v \leq \tau^{max}$  **do**
- 6:         израчунавамо корелацију између сигнала на пријему уклоњеног носивоца и локалне репликае са кашњењем  $\hat{\tau}_v, R_{coh}^v[0, \hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v]$ .
- 7:         у случају детекције сигнала у прозору излазимо из петљи
- 8:          $\hat{\tau}_v \leftarrow \hat{\tau}_v + \Delta\tau$
- 9:     **end while**
- 10:      $\hat{f}_D^v \leftarrow \hat{f}_D^v + \Delta f$
- 11: **end while**

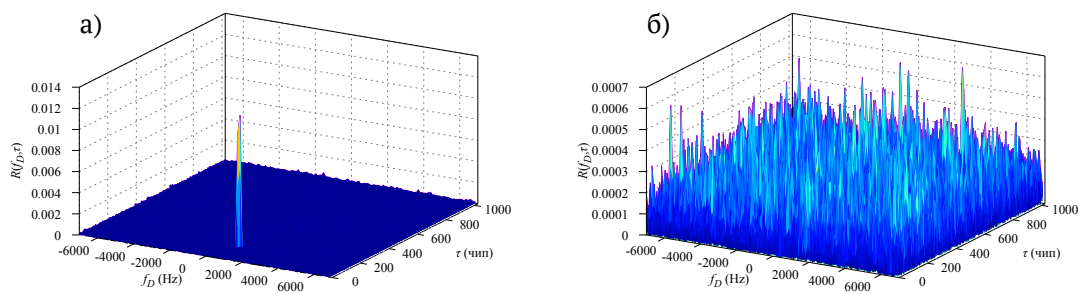
На слици 4.2 приказана блок шема кохерентне серијске аквизиције сигнала за задато кашњење и Доплерову фреквенцију у једном каналу. Слика 4.3 приказује вредности корелације из серијске аквизиције у ситуацији када је сигнал у каналу детектован (4.3 а))и није детектован (4.3 б))



Слика 4.2: Блок шема кохерентне секвенцијалне аквизиције у једном каналу

### Паралелна претрага

Обзиром да се техником серијске претраге истовремено тестира само један прозор претраге, средње време аквизиције је превише дуго да би задовољило захтеве данашњих корисника, нарочито код GNSS сигнала са дугим кодним секвенцама. Распоживост рачунских ресурса у данашњим пријемницима и прилагођавање дужих кодова новим GNSS сигнаlima је довело до тога да је техника серијске претраге застарела у већини случајева [63].



Слика 4.3: Вредности корелације из секвенцијалне аквизиције у ситуацији када је сигнал: а) присутан и б) није присутан

Паралелном претрагом простора Доплерове фреквенције се пролази кроз целокупни простор кашњења сигнала проширеног спектра, чиме се уклања сигнал проширеног спектра, да би се након тога над преосталим сигналом (потенцијално носиоцем) применила брза Фуријеова трансформација (*Fast Fourier Transformation*, FFT). Алгоритмом 2 и блок дијаграмом датим на слици 4.4 описан је поступак паралелне претраге простора кашњења сигнала проширеног спектра.

Када су сигнал проширеног спектра сигнала на пријему и референтни сигнал међусобно поравњани амплитуда сигнала добијеног Фуријеовом трансформацијом њиховог производа ће за одговарајућу фреквенцију имати изражен врх. Сигнал добијен Фуријеовом трансформацијом гласи:

$$Y_v(f_D) = \text{FFT} \{r_v[n]q_{ref}^v[n, \hat{\tau}_v]\}. \quad (4.4)$$

Слика 4.5 приказује вредности корелације из паралелне аквизиције претраге простора Доплерове фреквенције у ситуацији када је сигнал у каналу детектован (4.5 а)) и није детектован (4.5 б)). Тачност фреквенције зависи од дужине FFT и њу је могуће дефинисати као  $\Delta f = \frac{f_s}{N}$ , при чему је  $N$  дужина Фуријеове трансформације. Оно што је значајно код ове методе је да тачност оцене Доплерове фреквенције може бити побољшана повећавањем дужине FFT.

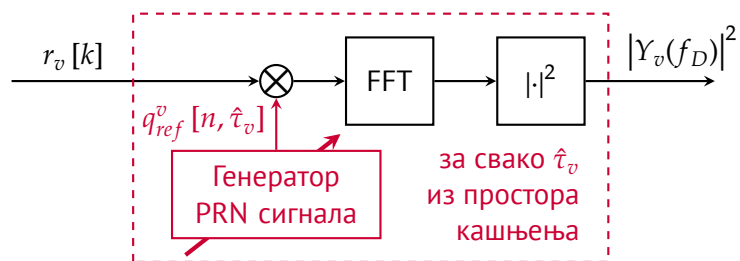
Онда када је могуће проналажење Доплерове фреквенције или кашњења сигнала проширеног спектра реализовати у паралели, перформансе аквизи-

**Алгоритам 2** Паралелна претрага простора Доплерове фреквенције

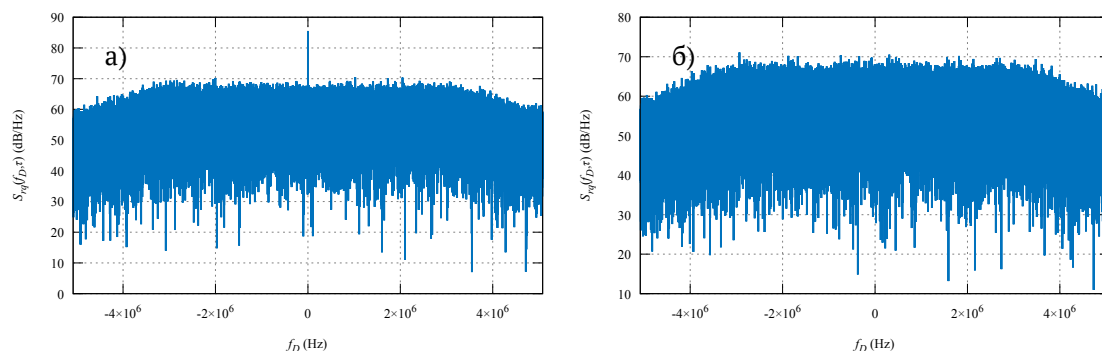
**Улаз:**  $r_v[k], \tau_{max}, \Delta\tau$

**Излаз:**  $\hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v$

- 1:  $\hat{\tau}_v = 0$
- 2: **while**  $\hat{\tau}_v \leq \tau_{max}$  **do**
- 3:   израчунавамо  $Y_v(f_D) = \text{FFT} \{r_v[n, \hat{f}_D^v] q_{ref}^v[n]\}$ .
- 4:   вршимо претрагу  $Y_v(f_D)$  по  $f_D$  и у случају детекције сигнала постављамо  $\hat{f}_D^v$  и излазимо из петље.
- 5:    $\hat{\tau}_v \leftarrow \hat{\tau}_v + \Delta\tau$ .
- 6: **end while**



Слика 4.4: Блок шема кохерентне паралелне аквизиције простора Доплерове фреквенције у једном каналу



Слика 4.5: Вредности корелације из паралелне аквизиције претраге простора кашњења сигнала проширеног спектра у ситуацији када је сигнал: а) присутан и б) није присутан

ције се значајно побољшавају. Број корака претраге кашњења сигнала проширеног спектра је обично знатно већи него број корака претраге простора Доплерове фреквенције. То значи да када је претрага кашњења сигнала проширеног спектра паралелно реализована, неопходан је мањи број корака. Налажење корелације у фреквенцијском домену, тзв. циркуларна корелација, коришћењем брзе Фуријеове трансформације може бити написана на следећи начин:

$$R_{coh}^v [k, \hat{f}_D^v] = \left| \frac{1}{N_{coh} N_{sym}} \text{IFFT} \left\{ \text{FFT} \{r_v [n, \hat{f}_D^v]\} \text{FFT} \{q_{ref}^v [n]\}^H \right\} \right|^2, \quad (4.5)$$

при чему је  $(\cdot)^H$  коњуговано транспоновање комплексног вектора. Са IFFT је означена операција инверзна брзој Фуријеовој трансформацији. Из овога се види да једанпут када се добије корелација у фреквенцијском домену лако је ту корелацију пребацити у временски домен. Након тога Доплерову фреквенцију и кашњење сигнала проширеног спектра могуће је добити детекцијом врха снаге корелације. Алгоритмом 3 и блок дијаграмом датим на слици 4.6 описан је поступак паралелне претрага простора кашњења сигнала проширеног спектра. Такође, на слици 4.7 приказане вредности корелације из паралелне аквизиције претрага простора кашњења у ситуацији када је сигнал у каналу: присутан и није присутан.

---

**Алгоритам 3** Паралелна претрага простора кашњења сигнала проширеног спектра

---

**Улаз:**  $r_v [n], f_D^{min}, f_D^{max}, \Delta f$

**Излаз:**  $\hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v$

1:  $\hat{f}_D^v \leftarrow f_D^{min}$

2: **while**  $\hat{f}_D^v \leq f_D^{max}$  **do**

3:     израчунавамо циркуларну корелацију,  $R_{coh}^v [k, \hat{f}_D^v]$  коришћењем (4.5)

4:     вршимо претрагу  $R_{coh}^v [k, \hat{f}_D^v]$  по  $k$  и у случају детекције сигнала постављамо  $\hat{\tau}_v = kT_s$  и излазимо из петље

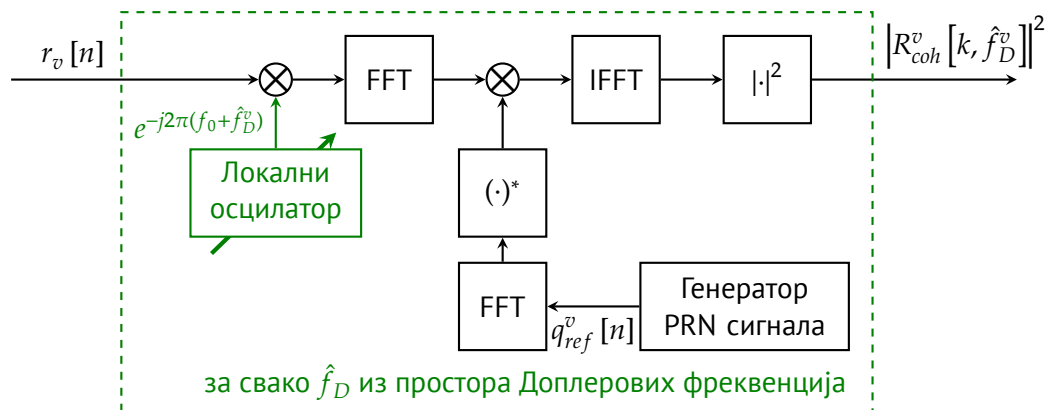
5:      $\hat{f}_D^v \leftarrow \hat{f}_D^v + \Delta f$

6: **end while**

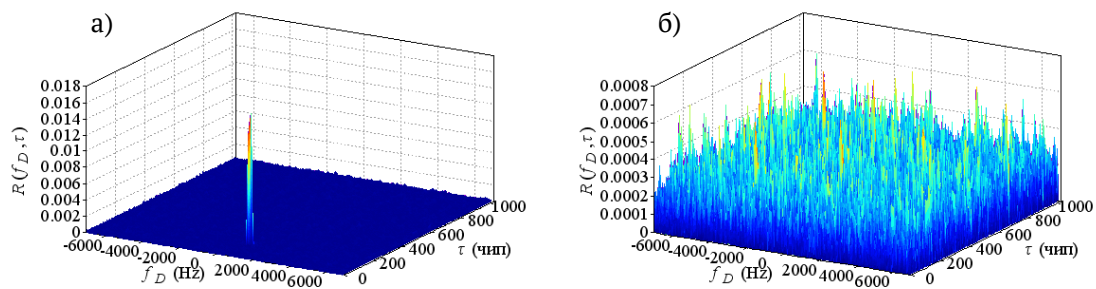
---

У случају аквизиције када се интеграција врши над више симбола паралелна аквизиција простора кашњења сигнала проширеног спектра не мора



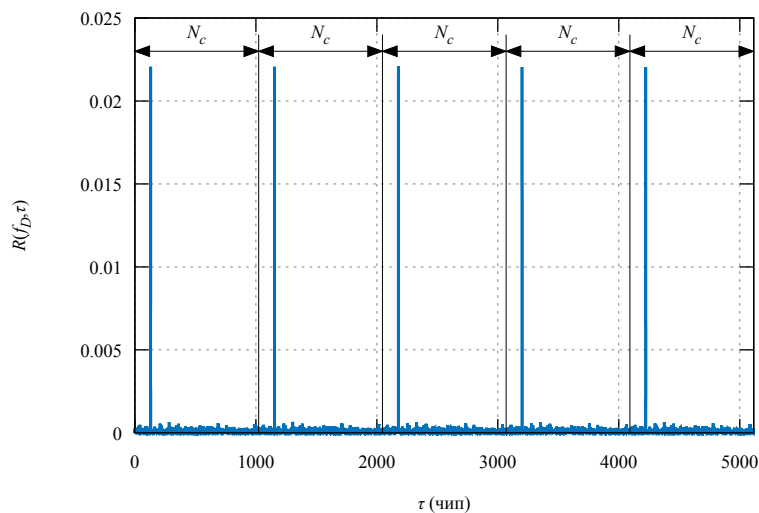


Слика 4.6: Блок шема кохерентне паралелне аквизиције простора кашњења сигнала проширеног спектра



Слика 4.7: Вредности корелације из паралелне аквизиције простора кашњења сигнала проширеног спектра у ситуацији када је сигнал: а) присутан и б) није присутан

да буде најефикаснија. Тада се јављају два проблема: један се односи на реализацију брзе Фуријеове трансформације у ситуацији постојања великог броја одбирака у случају дугог периода интеграције, док се други настаје услед периодичности локалне реплике сигнала проширеног спектра што доводи до појаве више идентичних врхова (слика 4.8).



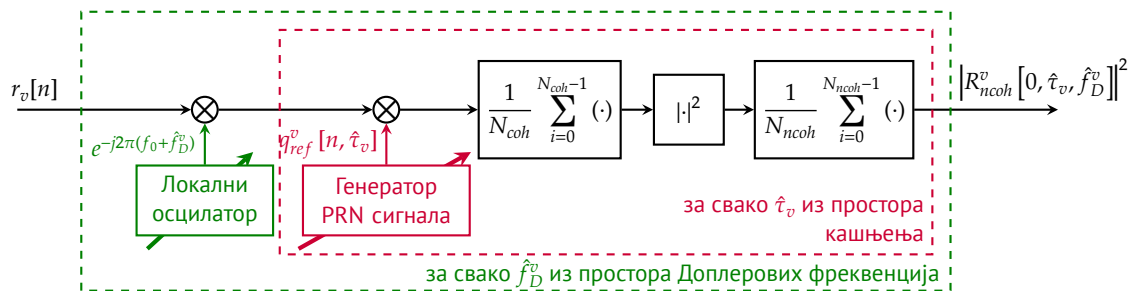
Слика 4.8: Излаз из паралелне аквизиције претраге простора кашњења сигнала проширеног спектра израчунавањем вредности циркуларне корелације

### Некохерентна аквизиција

У претходним поглављима, разматрана је аквизиција применом кохерентне интеграције. Као што је већ речено, да би се смањио утицај шума и да би било могуће детектовати сигнал мале снаге потребно је повећати период кохерентне интеграције. Међутим, дужи период интеграције доводи до повећања губитака услед неслагања фреквенције и такође утиче на корак фреквенције ( $\Delta f$ ). Уколико се дуплира период кохерентне интеграције то ће довести до смањења корака фреквенције на пола. Тиме се повећава време обраде сигнала четири пута, обзиром да два пута више одбирака треба обрадити и два пута више корака фреквенције које треба тестирати.

Решење овог проблема лежи у коришћењу *некохерентне интеграције* код које се израчуната снага након кохерентне интеграције акумулира  $N_{ncoh}$  пута. Овај начин има предност у томе што не утиче на ширину  $\text{sinc}(\cdot)$  функције, док се корак фреквенције не мења. Мана је да је перформанса у погледу од-

носа сигнал-шум ( $S/N$ ) на излазу мања него у случају кохерентне интеграције. То би значило да је у погледу  $S/N$  боље извршити кохерентну интеграцију од 10 ms него некохерентну интеграцију од 10 кохерентних интеграција трајања 1 ms. На слици 4.9 је приказана блок шема некохерентне секвенцијалне аквизиције у једном каналу.



Слика 4.9: Блок шема некохерентне секвенцијалне аквизиције у једном каналу

Други начин решавања овог проблема је применом диференцијалне интеграције чије су перформансе сличне перформансама некохерентне интеграције.

#### 4.2.4. Детекција сигнала

Уобичајено је да се присуство сигнала са одређеног сателита одређује поређењем вредности корелације,  $R_v[0, \hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v]$ , за фиксне вредности  $\hat{\tau}_v$  и  $\hat{f}_D^v$  у односу на праг  $\beta$ . Уколико је праг превазиђен и уколико је сигнал правилно поравњан долази до *детекције*. У супротном, уколико сигнал није присутан или уколико није правилно поравњан тада прелазак прага резултира *лажним алармом*. Та два услова су нулта и алтернативна хипотеза:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{Сигнал је присутан и правилно поравњан са локал-} \\ \text{ном репликом,} \\ H_1 : \text{Сигнал није присутан или није правилно поравњан са} \\ \text{локалном репликом.} \end{array} \right. \quad (4.6)$$

Користећи хипотезе (4.6) вероватноће лажног аларма и детекције се де-

финишу као:

$$\begin{aligned} P_{fa}(\beta) &= P(R_v[0, \hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v] > \beta | H_1) \\ P_d(\beta) &= P(R_v[0, \hat{\tau}_v, \hat{f}_D^v] > \beta | H_0) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ове вероватноће омогућавају потпуну квантификацију перформанси аквизиције, обзиром да не зависе само од статистичких својстава корелације већ и од *стратегије претраге* која се користи за детекцију сигнала. Дијаграм вероватноће детекције насупрот вероватноће лажног аларма се назива карактеристиком функционисања пријемника (*Receiver Operating Characteristic*, ROC) и користи се као величина за квантификовање перформанси алгоритама аквизиције и за компаративну анализу [43, 54, 71].

#### Стратегије претраге

У процесу аквизиције различите стратегије могу бити примењене да би се брже или спорије истражио простор претраге са већом или мањом тачношћу. Овде ће бити размотрене три стратегије [12]:

1. *Стратегија претраге максималне вредности* - Корелација се израчунава на целом простору претраге за сваку вредност Доплере фреквенције и кашњења сигнала проширеног спектра. Одлука се доноси само за максимум корелационе функције. Уколико је вредност максимума већа од утврђеног прага  $\beta$ , сигнал са сателита се сматра присутним и за оцењену Доплерову фреквенцију и кашњење сигнала проширеног спектра се узимају вредности које одговарају максималној корелацији.
2. *Стратегија редне претраге* - Ова стратегија се састоји у редном израчунавању корелационе функције за Доплере фреквенције и кашњења сигнала проширеног спектра из простора претраге. Једанпут када се вредност корелације израчуна она се истог тренутка пореди са прагом и поступак аквизиције се прекида онда када је вредност корелације већа од вредности прага. За оцене Доплере фреквенције и кашњењења сигнала проширеног спектра се узимају вредности текуће Доплере фреквенције и кашњења PRN сигнала. На овај начин се у просеку израчунавају вредности корелације само за половину простора претраге.

3. *Хибридна стратегија претраге* - Корелациона функција се израчунава ред по ред (или колона по колона), коришћењем алгоритама заснованих на брзој Фуријеовој трансформацији и одлука се доноси у максимуму сваког реда (или колоне). Процес аквизиције се завршава оног тренутка када максимум у текућем реду или колони пређе вредност одређеног прага.

### 4.3. Праћење сигнала

У фази аквизиције се детектује присуство сигнала са одређеног сателита и обезбеђује груба оцена кашњења сигнала проширеног спектра и фазе носиоца. Након аквизиције се спроводи фина фаза синхронизације, која се назива *праћењем сигнала*. Праћење сигнала се користи за естимацију кашњења сигнала проширеног спектра и Доплерове фреквенције, праћење промена параметара сигнала и демодулацију навигационих података са одређеног сателита. Праћење сигнала се састоји из две повратне спреге које су у међусобној вези, *петља кашњења (Delay Lock Loop, DLL)* и *петља носиоца*. Петља кашњења се користи за оцену кашњења сигнала проширеног спектра, док се петља носиоца користи за праћење фазе или фреквенције носиоца. Фаза носиоца се прати путем фазне петље (*Phase Lock Loop, PLL*), док се фреквенција носиоца прати путем фреквенцијске петље (*Frequency Lock Loop, FLL*). Петља кашњења и петља носиоца су у међусобној вези, тако да петља кашњења захтева прецизну оцену фреквенције носиоца примљеног сигнала, док са друге стране петља носиоца захтева оцену кашњења сигнала проширеног спектра.

Дигитални сигнал на пријему се модулише са локалном репликом носиоца, чиме се носилац уклања из сигнала. На тај начин се добијају комплексни одбирци сигнала. Реални делови комплексних одбирака сигнала дају сигнал у фази  $I$ , док имагинарни делови одбирака сигнала дају сигнал у квадратурној фази,  $Q$ . Након тога се комплексни сигнал корелише са локалним репликама сигнала проширеног спектра. Реплике се стварају у генератору PRN сигнала коме се из нумерички контролисаног осцилатора (*Numerically Controlled Oscillator, NCO*) прослеђује фреквенција сигнала проширеног

спектра ( $f_c$ ). Локалне реплике,  $q_{ref}(\cdot)$ , се добијају задржавањем сигнала из генератора. Задржавање, означено са  $\bar{\tau}_i$ , је целобројни умножак ширине одбирка ( $T_s$ ) и може бити позитивно или негативно. Негативни индекси кашњења ће представљати превремене (*early*,  $E$ ) локалне реплике, позитивни закашњене (*late*,  $L$ ) реплике, док ће нултим индексом бити означена право-времена реплика сигнала проширеног спектра. Број закашњених локалних реплика сигнала проширеног спектра је означен са  $N_{corr}$ . Резултујући сигнали се спроводе у интеграторе са растеређењем чији период интеграције представља кохерентни период интеграције. На излазу из интегратора добијамо одбирке корелационе функције, који су означени са  $R(\bar{\tau}_i)$ .

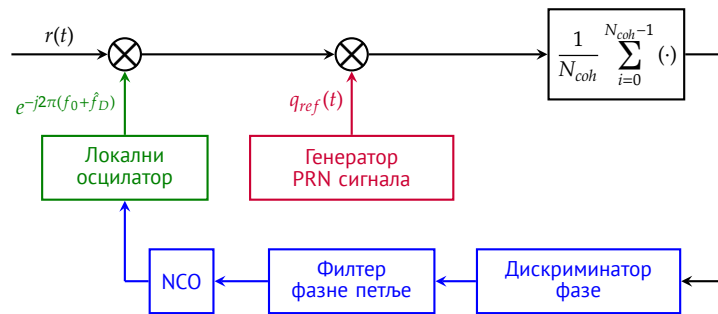
Приликом праћења кашњења сигнала проширеног спектра, уколико алгоритам исправно прати кашњење сигнала, право-времена реплика сигнала је поравњана са примљеним сигналом тако да ће њихова узајамна корелација бити највећа. Уколико право-времени сигнал није поравњан са примљеним сигналом долази до промене у амплитудама превремених и закашњених одбирака корелације. Ова разлика може помоћи петљи кашњења сигнала проширеног спектра да детектује промену и да на одговарајући начин поравна право-времену локалну реплику са примљеним сигналом [43, 54, 71].

##### 4.3.1. Праћење фазе носиоца

Да би издвојили навигационе сигнале из GNSS сигнала, петљама праћења треба да буду обезбеђене тачне оцене кашњења сигнала проширеног спектра, фазе и фреквенције носиоца. Због тога ће се ово поглавље бити посвећено перформансама и начинима реализације петљи носиоца. Петље носиоца могу бити: фазна петља (PLL), фреквенцијска петља (FLL) или фазна петља потпомогнута фреквенцијском петљом (PLL-assisted-FLL).

Слика 4.10 приказује општи изглед петље носиоца. Дискриминатор, филтар петље и нумерички контролисани осцилатор су њене основне компоненте. Ове три функције регулишу две најзначајније карактеристике перформанси петље носиоца пријемника: термалну грешку фазе носиоца и максимални праг динамичког стреса директне компоненте сигнала.

Нелинеарни дискриминатор је одговоран за оцену функције грешке ве-



Слика 4.10: Блок шема петље праћења

личине која се прати. Повратна спрега покушава да грешку оцењену од стране дискриминатора врати на нулу. Дискриминатором петље носиоца се одређује врста петље: фазна, Костасова фазна или фреквенцијска петља. За фазну и фреквенцијску петљу већ смо рекли да прате фазу и фреквенцију носиоца, респективно, док Костасова фазна петља слично фазној прати фазу носиоца, с тим да игнорише промене фазе које настају услед увођења навигационих података у сигнал проширеног спектра. Циљ фазне петље је да минимизује фазну разлику између сигнала на пријему и локално генерисане реплике. Фазна и Костасова фазна петља су најтачније али су знатно осетљивије на динамички стрес од фреквенцијске петље. На излазу из дискриминатора фазне и Костасове петље се налази оцена фазне грешке, с тим што је Костасова петља неосетљива на промене бита навигационих података. На излазу из дискриминатора фреквенцијске петље се налази оцена фреквенцијске грешке. Табела 4.1 илуструје уобичајене типове фазних, Костасових и фреквенцијских дискриминатора при чему је  $\varphi$  фазна грешка, а  $I_P = \text{Re}\{R(\tau_0)\}$ ,  $Q_P = \text{Im}\{R(\tau_0)\}$  су правовремени одбирци корелационе функције.  $I_{P1}$ ,  $Q_{P1}$  су правовремени одбирци узети у тренутку  $t_1$ , док су  $I_{P2}$ ,  $Q_{P2}$  одбирци узети у тренутку  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ) [43, 54, 71, 92].

Табела 4.1: Дискриминатори фазне, Костасове и фреквенцијске петље [54]

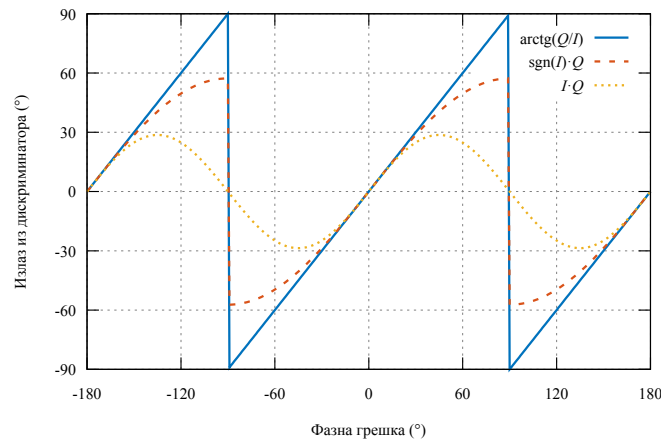
Врста петље носиоца	Дискриминатор	Излаз	Карактеристике	
Дискриминатори фазе	Фазна петља	$\arctan2(Q_P, I_P)$	$\varphi$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• враћа угао у сва четири квадранта</li> <li>• враћа оптималне вредности и за велики и за мали <math>S/N</math></li> </ul>
	Костасова петља	$\arctan(\frac{Q_P}{I_P})$	$\varphi$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• враћа угао у два квадранта</li> <li>• враћа оптималне вредности и за велики и за мали <math>S/N</math></li> </ul>
		$\text{sign}(I_P) \times Q_P$	$\sin(\varphi)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• скоро оптималан за велики <math>S/N</math></li> </ul>
Дискриминатор фреквенције		$I_P \times Q_P$	$\sin(2\varphi)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• скоро оптималан за мали <math>S/N</math></li> </ul>
		$\frac{\arctan 2(\text{dot}, \text{cross})}{t_2 - t_1}$		<ul style="list-style-type: none"> <li>• враћа угао у сва четири квадранта</li> </ul>
		при чему је: $\text{dot} = I_{P1} \cdot I_{P2} + Q_{P1} \cdot Q_{P2}$ $\text{cross} = I_{P1} \cdot Q_{P2} - I_{P2} \cdot Q_{P1}$	$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• враћа оптималне вредности и за велики и за мали <math>S/N</math></li> </ul>

Слика 4.11 приказује одговоре различитих дискриминатора Костасове петље у зависности од фазе носиоца. Овај дијаграм се назива S-кривом и одређује успешност праћења петље. Као што је приказано на слици 4.11, дискриминатор враћа нулу онда када је фазна грешка  $0^\circ$  или  $\pm 180^\circ$  и  $\arctg$  Костасов дискриминатор је једини Костасов дискриминатор фазе који је линеаран на половини улазног опсега  $\pm 180^\circ$ , док су сви други дискриминатори линеарни само у околини  $0^\circ$  [43, 54, 71].

#### 4.3.2. Праћење кашњења сигнала проширеног спектра

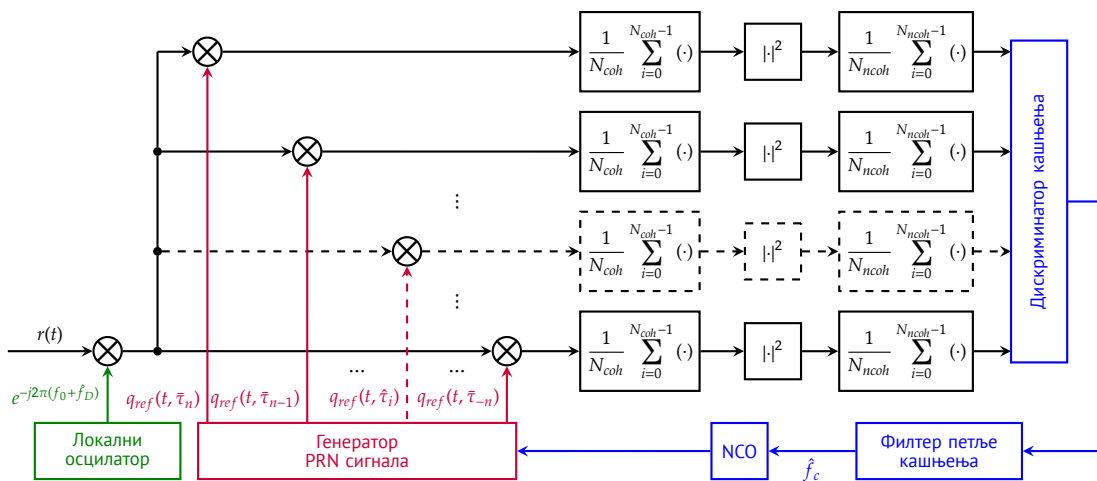
Циљ петље кашњења је да генерише локалну реплику сигнала проширеног спектра која је савршено синхронизована са сигналом проширеног спектра сигнала на пријему. Вредности из интегратора са растеређењем се прослеђују дискриминатору који оцењује грешку синхронизације између локалне реплике и сигнала на пријему. Ова грешка се потом филтрира и тиме се добија фреквенција сигнала проширеног спектра ( $f_c$ ). Фреквенција сигнала проширеног спектра представља улаз за нумерички контролисани





Слика 4.11: Излази из уобичајених Костасових фазних дискриминатора

осцилатор који одређује такт генератору локалне реплике. Померачким регистрима је могуће закаснити сигнал, чиме се добијају и закашњене локалне реплике. На слици је приказан блок дијаграм петље кашњења GNSS пријемника.



Слика 4.12: Блок шема некохерентног праћења кашњења са више корелатора у једном каналу

Постоје две врсте петљи кашњења:

- кохерентна петља кашњења,
- некохерентна петља кашњења,

Кохерентна петља кашњења захтева прецизно познавање фазе носиоца и неопходно је да навигациони подаци буду уклоњени из сигнала. С друге стране некохерентна петља кашњења има могућност да прати сигнал и када

фазна петља не прати савршено носилац, при чему су присутни навигациони подаци присутни у сигналу [43, 54, 71].

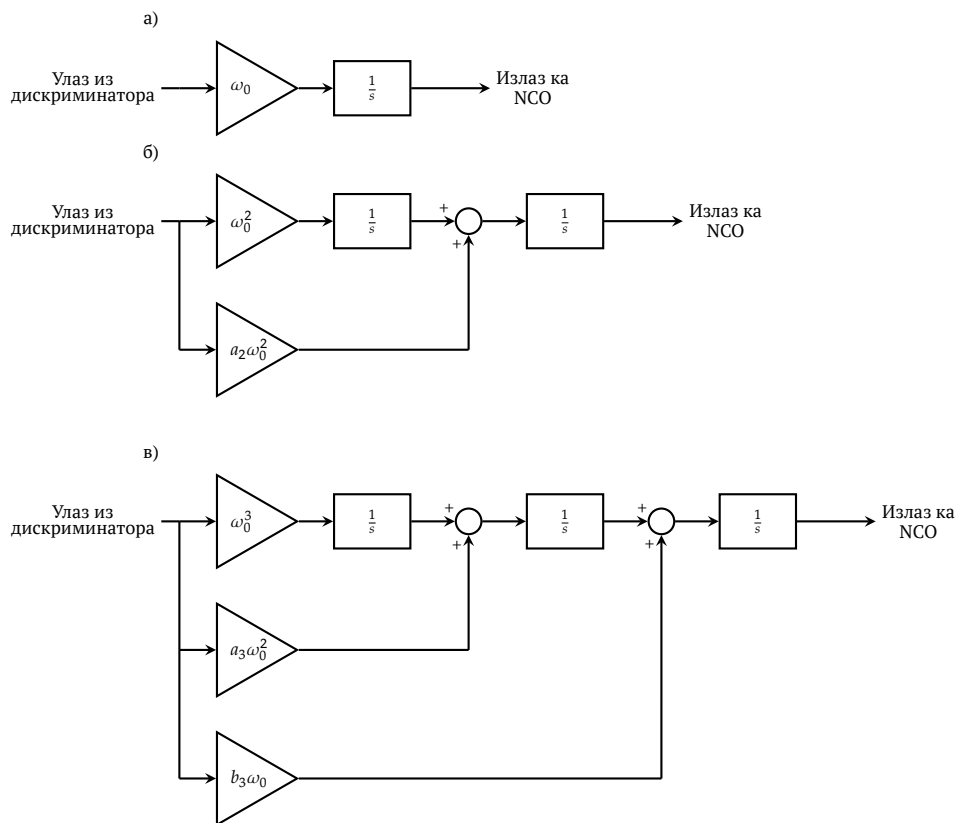
##### 4.3.3. Филтер петље

Циљ филтра петље је да уклони шум оцене неког од параметара (кашњење, фаза или фреквенција) примљеног сигнала. Ред филтера петље и пропусни опсег шума одређују одговор филтра петље на динамику сигнала. Као што је приказано на дијаграмима петље носиоца и петље кашњења, излаз из филтра се ефективно одузима од оригиналног сигнала да би произвео сигнал грешке, који се враћа као улаз у филтар чиме се петља затвара. Постоји више приступа пројектовању дигиталних филтара. Овде ћемо објаснити приступ који се заснива на постојећем знању о аналогним филтрима петље након чега се ти филтри прилагођавају и дигитално имплементирају. Слика 4.13 приказује блок дијаграме аналогних филтра првог, другог и трећег реда. Улазни сигнал се појачава да би након тога сигнал био обрађен на начин приказан на слици 4.13. Та појачања и број интегратора у потпуности одређују карактеристике филтра петље. У табели 4.2 су сумиране ове карактеристике филтара обезбеђујући све неопходне информације потребне за израчунавање коефицијената филтара првог, другог или трећег реда. Филтер је у потпуности одређен само са редом филтра и пропусним опсегом шума [54, 92].

Овако приказани филтри су аналогни и захтевају на улазу континуални сигнал, међутим сигнали у петљама кашњења и носиоца су дискретни па је стога потребно интеграторе у петљи приказати у дискретном облику. У ту сврху се користи билинеарна  $z$ -трансформација. На слици 4.14 је приказан дискретни интегратор добијен применом билинеарне трансформације. Временски интервал између два одбирка  $T$  представља јединично кашњење  $z^{-1}$  дискретног интегратора.

Слика 4.15 приказује фазни филтар трећег реда потпомогнутог фреквенцијским филтром другог реда. Уколико је грешка на улазу фазног филтра једнака нули, филтар постаје филтар фреквенцијске петље. На сличан начин, уколико је грешка на улазу фреквенцијског филтра једнака нули филтар

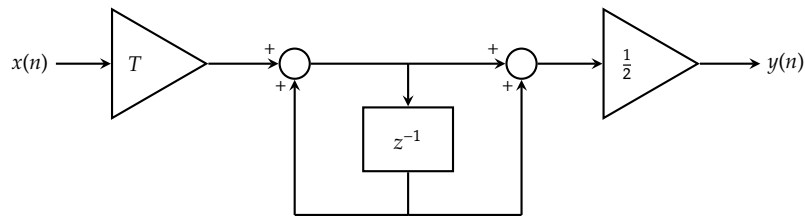
#### 4. АРХИТЕКТУРА GNSS ПРИЈЕМНИКА



Слика 4.13: Аналогни филтар петље: а) првог, б) другог и в) трећег реда [54]

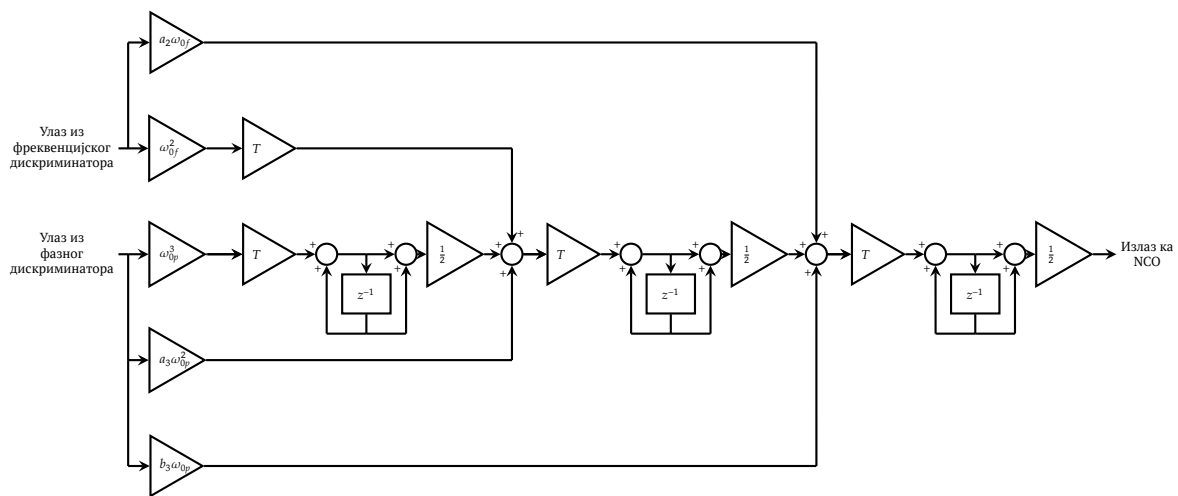
Табела 4.2: Карактеристике филтра петље [54]

Ред петље	Пропусни опсег шума $B_n$ (Hz)	Типичне вредности филтра	Грешка у устаљеном режиму рада	Карактеристике
Први	$\frac{\omega_0}{4}$	$\omega_0$ $B_n = 0.25\omega_0$	$\frac{dD/dt}{\omega_0}$	Осетљив на стрес услед брзине. Користи се за потпомогнуте петље кашњења и понекад се користи за потпомогнуте петље носиоца. Безусловно стабилан за све пропусне опсеге шума.
Други	$\frac{\omega_0(1+a_2^2)}{4a_2}$	$\omega_0^2$ $a_2\omega_0 = 1.414$ $B_n = 0.53\omega_0$	$\frac{dD^2/dt^2}{\omega_0^2}$	Осетљив на стрес услед убрзања. Користи се за потпомогнуте и непотпомогнуте петље носиоца. Безусловно стабилан за све пропусне опсеге шума.
Трећи	$\frac{\omega_0(a_3b_3^2+a_3^3-b_3)}{4(a_3b_3-1)}$	$\omega_0^3$ $a_3\omega_0^2 = 1.1\omega_0^2$ $b_3\omega_0 = 2.4\omega_0$ $B_n = 0.53\omega_0$	$\frac{dD^3/dt^3}{\omega_0^3}$	Осетљив на стрес услед трзаја. Користи се за непотпомогнуте петље носиоца. Стабилан за пропусне опсеге шума $B_n \leq 18$ Hz.



Слика 4.14: Билинеарна трансформација интегратора

постаје филтар фазне петље. Фазни филтар потпомогнут фреквенцијским филтром започиње као фреквенцијски филтар да би убрзао конвергенцију петље праћења и да би избегао утицај динамичког стреса.



Слика 4.15: Блок дијаграм фазног филтра трећег реда потпомогнутог фреквенцијским филтром другог реда [54]

Након извесног времена грешке из дискриминатора се упућују на оба улаза и филтар тако функционише све док петља не почне да прати фазу. На крају, филтар се понаша као фазни филтар да би се добијале што прецизније оцене фазе док петља не престане да прати фазу носиоца. Међутим, уколико се пропусни опсези шума изаберу на одговарајући начин губитак у погледу праћења носиоца је веома мали када се грешке из оба дискриминатора истовремено проследе филтру.

Узевши у обзир процедуре за израчунавање коефицијената дате у табели 4.2, уобичајене вредности тих коефицијената, за филтар приказан на слици 4.15, су дате у табели 4.3. Природне учестаности фазног и фреквенцијског филтра су означене са  $\omega_{0p}$  и  $\omega_{0f}$ , респективно.

#### 4. АРХИТЕКТУРА GNSS ПРИЈЕМНИКА

---

Табела 4.3: Типичне вредности фазног филтра трећег реда потпомогнутог фреквенцијским филтром другог реда

---

<b>Параметар</b>	$\omega_{0f}$	$a_2\omega_{0f}$	$\omega_{0p}$	$a_3\omega_{0p}^2$	$b_3\omega_{0p}$
<b>Вредност</b>	$\frac{B_{nf}}{0.53}$	$1.414\omega_{0f}$	$\frac{B_{np}}{0.7845}$	$1.1\omega_{0p}^2$	$2.4\omega_{0p}$

---

## 5. Нелинеарна естимација

### 5.1. Бајесовско филтрирање

Нелинеарно филтрирање (*естимација*) представља процес проналажења оцене стања нелинеарног система, коришћењем зашумљених опсервација. Нелинеарни дискретни динамички систем описан је следећим системом диференцијалних једначина:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{f}[n](\mathbf{x}[n-1], \mathbf{v}[n]) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{z}[n] = \mathbf{h}[n](\mathbf{x}[n], \mathbf{w}[n]), \quad (5.2)$$

где је  $\mathbf{x}[n] \in \mathbb{R}^{d_x}$  вектор стања,  $\mathbf{z}[n] \in \mathbb{R}^{d_z}$  је опсервација у временском тренутку  $t = nT_s$ ,  $n = 1, \dots, \infty$ ,  $\mathbf{f}[n]: \mathbb{R}^{d_x} \times \mathbb{R}^{d_v} \rightarrow \mathbb{R}^{d_x}$  и  $\mathbf{h}[n]: \mathbb{R}^{d_x} \times \mathbb{R}^{d_w} \rightarrow \mathbb{R}^{d_z}$  су познате нелинеарне дискретне функције и  $\mathbf{v}[n] \in \mathbb{R}^{d_v}$  и  $\mathbf{w}[n] \in \mathbb{R}^{d_w}$  су случајни вектори шума са познатих расподела. Период одабирања или интервал одабирања је означен са  $T_s$ , док су  $d_x$ ,  $d_z$ ,  $d_v$  и  $d_w$  димензије вектора  $\mathbf{x}[n]$ ,  $\mathbf{z}[n]$ ,  $\mathbf{v}[n]$  и  $\mathbf{w}[n]$ , респективно. Једначина (5.1) је позната као *процес* којим је представљен систем и његово динамичко понашање, док се једначина (5.2) назива *опсервацијом* и представља мерење [15, 17, 28, 58]. Вектори шума  $\mathbf{v}[n]$  и  $\mathbf{w}[n]$  се називају шум процеса и опсервације, респективно. Циљ је пронаћи оцену  $\mathbf{x}[n]$  коришћењем скупа доступних опсервација.

Густина вероватноће  $p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1])$  описује динамику променљиве стања  $\mathbf{x}[n]$  и назива се *априори расподела вероватноћа преласка из стања у стање*. Такође, густина  $p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n])$  која одговара једначини опсервације (5.2) назива се *веродостојношћу*. Позната је почетна функција густине вероватноће вектора стања која се означава као  $p(\mathbf{x}[0])$  [15, 58].

Са бајесовског становишта, све релевантне информације о стањима садржане су у заједничкој апостериори расподели вероватноћа  $p(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{Z}_1^n)$ , где

је  $\mathbf{X}_0^n = \{\mathbf{x}[0], \mathbf{x}[1], \dots, \mathbf{x}[n]\}$  скуп стања и  $\mathbf{Z}_1^n = \{\mathbf{z}[1], \mathbf{z}[2], \dots, \mathbf{z}[n]\}$  је скуп опсервација до временског тренутка  $t$  ( $t = nT$ ). Бајесова теорема за заједничку апостериори расподелу вероватноћа гласи:

$$p(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{Z}_1^n) = \frac{p(\mathbf{Z}_1^n | \mathbf{X}_0^n) p(\mathbf{X}_0^n)}{p(\mathbf{Z}_1^n)}, \quad (5.3)$$

где су  $p(\mathbf{X}_0^n)$ ,  $p(\mathbf{Z}_1^n | \mathbf{X}_0^n)$  и  $p(\mathbf{Z}_1^n)$  заједничка априори расподела вероватноћа, веродостојност и доказ, респективно [15, 17, 28, 58]. Претпостављајући да је модел Марковски процес првог реда и да су опсервације међусобно независне, заједничку априори расподелу вероватноћа, веродостојност и доказ је могуће написати на следећи начин [15, 17, 38]:

$$p(\mathbf{X}_0^n) = p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1]) p(\mathbf{X}_0^{n-1}) \quad (5.4)$$

$$p(\mathbf{Z}_1^n | \mathbf{X}_0^n) = p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n]) p(\mathbf{Z}_1^{n-1} | \mathbf{X}_0^{n-1}) \quad (5.5)$$

$$p(\mathbf{Z}_1^n) = p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{Z}_1^{n-1}) p(\mathbf{Z}_1^{n-1}) \quad (5.6)$$

Заменом (5.4), (5.5) и (5.6) у (5.3) могуће је добити рекурзивну форму Бајесове теореме [15, 17, 38]:

$$p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^{n-1}) = \int p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{X}_0^{n-1}) p(\mathbf{x}[n-1] | \mathbf{Z}_1^{n-1}) d\mathbf{x}[n-1] \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^n) &= \frac{p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n]) p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^{n-1})}{\int p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n]) p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^{n-1}) d\mathbf{x}[n]} \\ &= \frac{p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n]) p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^{n-1})}{p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{Z}_1^{n-1})}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Једначине (5.7) и (5.8) се називају једначинама *предикције* и *корекције* и користе се за добијање оптималног решења. Обзиром да је интеграција основна операција у овим једначинама, аналитичка решења су једино могућа у неколико случајева (линеарни модели у простору стања са адитивним белим шумом и скривени ланци маркова са коначним простором стања) [30]. Нелинеарно филтрирање се примењује коришћењем аналитичких апроксимација (проширени Калманов филтар (*Extended Kalman Filter*, EKF), филтар

суме Гаусових расподела (*Gaussian Sum Filter*) и „unscented“ Калманов филтар (*Unscented Kalman Filter, UKF*) или коришћењем нумеричке интеграције [15, 30].

Оцена променљиве стања чија је средња квадратна грешка минимална је дата у виду условне средње вредности:

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = E[\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^n]. \quad (5.9)$$

### 5.1.1. Проширени Калманов филтар

Уколико претпоставимо да су све густине вероватноће нормално расподеле, тада бајесовска рекурзија може бити упрошћена [5, 33, 46, 47, 53, 55, 56, 102]. Тада је потребно само утврдити средњу вредност ( $\hat{\mathbf{x}}[n]$ ) и коваријансу ( $\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}$ ):

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \hat{\mathbf{x}}^-[n] + \mathbf{K}[n] (\mathbf{z}[n] - \hat{\mathbf{z}}^-[n])$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]} = \mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}^- - \mathbf{K}[n] \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}[n]}^-$$

при чему предикција стања  $\mathbf{x}[n]$  гласи  $\hat{\mathbf{x}}^-[n]$  и одговара очекиваној вредности нелинеарне функције за случајне променљиве  $\mathbf{x}[n-1]$  и  $\mathbf{v}[n]$ . На сличан начин се интерпретира предикција опсервације  $\hat{\mathbf{z}}^-[n]$ . Појачање  $\mathbf{K}[n]$  се добија коришћењем апостериори матрица коваријанси, при чему важи да је  $\tilde{\mathbf{z}}[n] = \mathbf{z}[n] - \hat{\mathbf{z}}^-[n]$ . Коваријанса се израчунава као математичко очекивање нелинеарних функција за априори променљиве стања.  $\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}^-$  је предикција коваријансе вектора стања  $\mathbf{x}[n]$ , док је  $\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}[n]}^-$  предикција вектора  $\tilde{\mathbf{z}}[n]$ .

Иако је рекурзија линеарна сама линеарност модела се не подразумева. Чланови ове рекурзије се израчунавају на следећи начин:

$$\hat{\mathbf{x}}^-[n] = E[\mathbf{f}[n](\mathbf{x}[n-1], \mathbf{v}[n])]$$

$$\mathbf{K}[n] = \mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]\mathbf{z}[n]} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}[n]\tilde{\mathbf{z}}[n]}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{z}}^-[n] = E[\mathbf{h}[n](\mathbf{x}^-[n], \mathbf{w}[n])].$$

EKF (*Extended Kalman Filter*) филтар апроксимира ове вредности на следе-



ћи начин:

$$\hat{\mathbf{x}}^-[n] \approx \mathbf{f}[n](\mathbf{x}[n-1], \mathbf{0})$$

$$\mathbf{K}[n] \approx \mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]|\mathbf{z}[n]} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}[n]|\mathbf{z}[n]}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{z}}^-[n] \approx \mathbf{h}[n](\mathbf{x}^-[n], \mathbf{0})$$

предикције се апроксимирају као вредности нелинеарне динамичке функције за претходну оцену и средњу вредност шума процеса. Коваријансе се израчунавају линеаризацијом једначине процеса и опсервације на следећи начин:

$$\hat{\mathbf{x}}^-[n] \approx \mathbf{F}[n]\mathbf{x}[n-1] + \mathbf{V}[n]\mathbf{v}[n]$$

$$\hat{\mathbf{z}}^-[n] \approx \mathbf{H}[n]\mathbf{x}[n] + \mathbf{W}[n]\mathbf{w}[n]$$

и аналитичким одређивањем апостериори коваријанси матрица за линеарни систем. Може се рећи да су расподеле стања апроксимирани нормално расподељеним случајним променљивама, које се аналитички прослеђују апроксимираним функцијама нелинеарног система. Као такав ЕКФ филтар може бити сматран апроксимацијом оптималног Бајесовог филтра. Апроксимације могу довести до увођења великих грешака у апостериори оцене и коваријансе трансформисаних случајних променљивих што у крајњој линији може довести до дивергенције филтра од стварног решења. Алгоритам 4 приказује процедуру за реализацију нелинеарног ЕКФ филтра првог реда. У алгоритму 4 са  $(\cdot)^T$  је означено транспоновање вектора или матрице.

### 5.1.2. „Unscented” Калманов филтар

„Unscented” Калманов филтар (*Unscented Kalman Filter*, UKF) је заснован на претпоставци да је једноставније апроксимирати расподелу вероватноће од произвољне нелинеарне функције [52, 100]. Сигма тачке се изабирају тако да њихова средња вредност и коваријанса буду  $\mathbf{x}^a[n-1]$  и  $\mathbf{P}^a[n-1]$ , респективно. Прослеђивањем сваке сигма тачке нелинеарној функцији се добија скуп трансформисаних тачака. На основу њихових статистика се израчунавају нова средња вредност и коваријанса. „Unscented” трансформација је

---

**Алгоритам 4** Проширени Калманов филтар првог реда

---

**Улаз:**  $f[n](\cdot)$ ,  $h[n](\cdot)$ ,  $\mathbf{Q}[n]$ ,  $\mathbf{R}[n]$ ,  $\hat{\mathbf{x}}[0]$ ,  $\mathbf{P}_{\mathbf{x}[0]}$

**Излаз:**  $\hat{\mathbf{x}}[n]$ ,  $\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}$

*/\* Иницијализација \*/*

1:  $n \leftarrow 1$

2: **while true do**

*/\* Предикција \*/*

3:  $\mathbf{F}[n] \leftarrow \left. \frac{\partial f[n]}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}[n-1]}$ ,  $\mathbf{V}[n] \leftarrow \left. \frac{\partial f[n]}{\partial \mathbf{v}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}[n-1]}$

4:  $\hat{\mathbf{x}}^- [n] \leftarrow f[n](\hat{\mathbf{x}}[n-1], \mathbf{0})$

5:  $\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}^- \leftarrow \mathbf{F}[n]\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n-1]}\mathbf{F}^T[n] + \mathbf{V}[n]\mathbf{Q}[n]\mathbf{V}^T[n]$

*/\* Корекција \*/*

6:  $\mathbf{H}[n] \leftarrow \left. \frac{\partial h[n]}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}[n]}$ ,  $\mathbf{W}[n] \leftarrow \left. \frac{\partial h[n]}{\partial \mathbf{w}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}[n]}$

7:  $\mathbf{K}[n] \leftarrow \mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}^- \mathbf{H}[n] (\mathbf{H}[n]\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}^- \mathbf{H}^T[n] + \mathbf{W}[n]\mathbf{R}[n]\mathbf{W}^T[n])^{-1}$

8:  $\hat{\mathbf{x}}[n] \leftarrow \hat{\mathbf{x}}^- [n] - \mathbf{K}[n] (\mathbf{z}[n] - h[n](\hat{\mathbf{x}}^- [n], \mathbf{0}))$

9:  $\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]} \leftarrow (\mathbf{I} - \mathbf{K}[n]\mathbf{H}[n]) \mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}^-$

*/\* Наредни временски тренутак \*/*

10:  $n \leftarrow n + 1$

11: **end while**

---

метода за израчунавање статистика нелинеарно трансформисаних случајних променљивих. Алгоритам 5 детаљно објашњава процедуру за имплементацију UKF филтра.

Са  $\mathbf{x}^a[n] = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T[n] & \mathbf{w}^T[n] & \mathbf{v}^T[n] \end{bmatrix}^T$  означен је проширени вектор стања који поред вектора стања укључује и шумове процеса и опсервације. Да би било могуће израчунати статистике вектора опсервације  $\mathbf{z}$  потребно је формирати матрицу  $\mathbf{X}^a[n-1]$  од  $2d_x + 1$  сигма вектора  $X_i^a[n-1]$ , при чему изрази за сигма векторе гласе:

$$\begin{aligned} X_0^a[n-1] &= \hat{\mathbf{x}}[n-1] \\ X_i^a[n-1] &= \hat{\mathbf{x}}[n-1] \pm \sqrt{(d_x + \lambda)\mathbf{P}^a[n-1]}, \quad i = 1, \dots, d_x \\ X_i^a[n-1] &= \hat{\mathbf{x}}[n-1] \pm \sqrt{(d_x + \lambda)\mathbf{P}^a[n-1]}, \quad i = d_x + 1, \dots, 2d_x \end{aligned} \quad (5.10)$$

при чему је  $\lambda = \alpha^2(d_x + \kappa) - d_x$  параметар скалирања. Константа  $\alpha$  одређује распоред сигма тачака око  $\hat{\mathbf{x}}[n-1]$  и обично се ради о малој позитивној вредности ( $0 \leq \alpha \leq 10^{-4}$ ). Константа  $\kappa$  је други параметар скалирања који се обично поставља на 0 или  $3 - d_x$ , док се  $\beta$  користи да укључи априори знање о расподели  $\mathbf{x}^a[n-1]$  (за нормалну расподелу  $\beta = 2$  је оптимално).

---

**Алгоритам 5 „Unscented“ Калманов филтар**

---

**Улаз:**  $f[n](\cdot)$ ,  $h[n](\cdot)$ ,  $Q[n]$ ,  $R[n]$ ,  $\hat{x}[0]$ ,  $P_{x[0]}$

**Израз:**  $\hat{x}[n]$ ,  $P[n]$

*/\* Иницијализација \*/*

1:  $n \leftarrow 1$

2: **while true do**

*/\* Израчунавање сигма тачака \*/*

3:  $X^a[n-1] \leftarrow \left[ \hat{x}^a[n-1] \quad \hat{x}^a[n-1] \pm \sqrt{(d_x + \lambda)P^a[n-1]} \right]$

*/\* Предикција \*/*

4:  $X^x[n|n-1] \leftarrow f[n](X^x[n-1], X^v[n-1])$

5:  $\hat{x}^-[n] \leftarrow \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(m)} X_i^x[n|n-1]$

6:  $P_{x[n]}^- \leftarrow \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(c)} [X_i^x[n|n-1] - \hat{x}^-[n]] [X_i^x[n|n-1] - \hat{x}^-[n]]^T$

7:  $Y[n|n-1] \leftarrow h[n](X^x[n|n-1], X^w[n-1])$

8:  $z^-[n] \leftarrow \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(m)} Y_i[n|n-1]$

*/\* Корекција \*/*

9:  $P_{z[n]|z[n]} \leftarrow \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(c)} [Y_i[n|n-1] - \hat{z}^-[n]] [Y_i[n|n-1] - \hat{z}^-[n]]^T$

10:  $P_{\bar{x}[n]|z[n]} \leftarrow \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(c)} [X_i^x[n|n-1] - \hat{x}^-[n]] [Y_i[n|n-1] - \hat{z}^-[n]]^T$

11:  $K \leftarrow P_{\bar{x}[n]|z[n]} P_{z[n]|z[n]}^{-1}$

12:  $\hat{x}[n] \leftarrow \hat{x}^-[n] + K(z[n] - z^-[n])$

13:  $P_{x[n]} \leftarrow P_{x[n]}^- - KP_{z[n]|z[n]}K^T$

*/\* Наредни временски тренутак \*/*

14:  $n \leftarrow n + 1$

15: **end while**

---

$\sqrt{(d_x + \lambda)P^a[n-1]}$  је  $i$ -та колона квадратног корена матрице (добија се нпр. Чолески факторизацијом). Ови сигма вектори се пропуштају кроз нелинеарне функције:

$$X^x[n|n-1] = f[n](X^x[n-1], X^v[n-1]) \quad (5.11)$$

$$Y[n|n-1] = h[n](X^x[n|n-1], X^w[n-1])$$

при чему се средње вредности и коваријансе апроксимирају коришћењем

отежане средње вредности и коваријансе апостериори сигма тачака:

$$\hat{\mathbf{x}}^{-}[n] = \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(m)} X_i^x[n|n-1] \quad (5.12)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]}^{-} = \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(c)} [X_i^x[n|n-1] - \hat{\mathbf{x}}^{-}[n]] [X_i^x[n|n-1] - \hat{\mathbf{x}}^{-}[n]]^T \quad (5.13)$$

$$\mathbf{z}^{-}[n] = \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(m)} Y_i[n|n-1] \quad (5.14)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{z}[n]|\mathbf{z}[n]} = \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(c)} [Y_i[n|n-1] - \hat{\mathbf{z}}^{-}[n]] [Y_i[n|n-1] - \hat{\mathbf{z}}^{-}[n]]^T \quad (5.15)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}[n]|\mathbf{z}[n]} = \sum_{i=0}^{2d_x} W_i^{(c)} [X_i^x[n|n-1] - \hat{\mathbf{x}}^{-}[n]] [Y_i[n|n-1] - \hat{\mathbf{z}}^{-}[n]]^T \quad (5.16)$$

са тежинама  $W_i$  датим на следећи начин:

$$\begin{aligned} W_0^{(m)} &= \lambda / (d_x + \lambda) \\ W_0^{(c)} &= \lambda / (d_x + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ W_i^{(m)} &= W_i^{(c)} = 1 / [2 (d_x + \lambda)], \quad i = 1, \dots, 2d_x \end{aligned} \quad (5.17)$$

### 5.1.3. Честични филтар

Честични филтар (*Particle Filter*, PF) апроксимира апостериори функцију густине вероватноће и даје оцену коришћењем случајне мере која се састоји од честица  $\mathbf{x}_i[n]$  и њима додељених позитивних релативних тежина  $\tilde{w}_i[n]$  ( $\sum_{i=1}^P \tilde{w}_i[n] = 1$ ,  $P$  је број честица). Емпиријска апостериори расподела вероватноћа гласи:

$$p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^n) \approx \sum_{i=1}^P \tilde{w}_i[n] \delta(\mathbf{x}[n] - \mathbf{x}_i[n]), \quad (5.18)$$

при чему је  $\delta(t)$  Диракова делта функција. [3, 11, 15, 17, 28, 30, 38, 58].

У идеалном случају, честице треба одабирати директно из апостериори расподеле вероватноћа али у већини случајева то није изводљиво обзиром да није позната. Када се примењује одабирање коришћењем функције значаја, честице се генеришу из предложене расподеле вероватноћа  $\pi(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$ ,

познате као *расподела значаја*. С обзиром да  $\pi(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$  није исто што и апостериори функција густине вероватноће, неке честице ће боље а неке лошије описивати захтевану расподелу вероватноћа. Узимајући у обзир ову чињеницу, уводе се тежине као однос између заједничке апостериори расподеле вероватноћа и расподеле значаја. Израчунавају се на следећи начин:

$$w^*[n] = \frac{p(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{Z}_1^n)}{\pi(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)}. \quad (5.19)$$

Заменом једначине ажурирања (5.3) у једначини (5.19), тежине постају:

$$w^*[n] = \frac{p(\mathbf{Z}_0^n | \mathbf{X}_0^n) p(\mathbf{X}_0^n)}{p(\mathbf{Z}_1^n) \pi(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)}. \quad (5.20)$$

Тежине у овом облику је тешко израчунати обзиром да је заједнички доказ  $p(\mathbf{Z}_1^n)$  непознат. Због тога, дефинишу се нове тежине пропорционалне са  $w^*[n]$  као:

$$w[n] = \frac{p(\mathbf{Z}_1^n | \mathbf{X}_0^n) p(\mathbf{X}_0^n)}{\pi(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)}. \quad (5.21)$$

Узевши у обзир да је модел Марковски првог реда, одабрана функција значаја је следећег облика:

$$\pi(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{Z}_1^n) = \pi(\mathbf{x}[0]) \prod_{j=1}^n \pi(\mathbf{x}[j] | \mathbf{X}_0^{j-1}, \mathbf{Z}_1^j) \quad (5.22)$$

Функцију значаја (5.22) могуће је написати у следећем рекурзивном облику:

$$\pi(\mathbf{X}_0^n | \mathbf{Z}_1^n) = \pi(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1], \mathbf{z}[n]) \pi(\mathbf{x}[n-1] | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n), \quad (5.23)$$

омогућавајући израчунавање функције значаја у времену са сваком наредном расположивом опсервацијом.

Коришћењем Бајесове теореме (5.3), и чињенице да се модел сматра Марковским првог реда, тежине  $w[n]$  се могу одредити као:

$$w[n] = w[n-1] \frac{p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n]) p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1])}{\pi(\mathbf{x}[n] | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)}. \quad (5.24)$$

Коришћењем овог резултата могуће је формулисати *Sequential Importance Sampling* (SIS) алгоритам. [3, 11, 15, 17, 30, 38, 58]:

---

**Алгоритам 6** Алгоритам SIS

---

**Улаз:**  $P$ ,  
 $p(\mathbf{x}[0])$ ,  $\pi(\mathbf{x}_0)$ ,  $\pi(\mathbf{x}[n] | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$ ,  $p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n])$ ,  $p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1])$

**Израз:**  $\hat{\mathbf{x}}[n]$   
*/\* Иницијализација честица \*/*

- 1:  $i \leftarrow 1$
- 2: **while**  $i \leq P$  **do**
- 3:     Одабери почетну честицу,  $\mathbf{x}_i[0] \sim \pi(\mathbf{x}[0])$
- 4:     Одреди почетну тежину,  $w_i[0] \leftarrow p(\mathbf{z}[0] | \mathbf{x}_i[0]) p(\mathbf{x}_i[0]) / \pi(\mathbf{x}_i[0])$
- 5:     Постави  $i \leftarrow i + 1$
- 6: **end while**
- 7: Нормализација тежина,  $\tilde{w}_i[0] \leftarrow w_i[0] / \sum_{j=1}^P w_j[0]$ ,  $i = 1, \dots, P$   
*/\* Петља естимације \*/*
- 8:  $n \leftarrow 1$
- 9: **while true do**
- 10:      $i \leftarrow 1$
- 11:     **while**  $i \leq P$  **do**
- 12:         Одабери честицу,  $\mathbf{x}_i[n] \sim \pi(\mathbf{x}_i[n] | \mathbf{X}_{0,i}^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$
- 13:         Одреди тежину,  $w_i[n] \leftarrow w_i[n-1] \frac{p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}_i[n]) p(\mathbf{x}_i[n] | \mathbf{x}_i[n-1])}{\pi(\mathbf{x}_i[n] | \mathbf{X}_{0,i}^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)}$
- 14:          $i \leftarrow i + 1$  ▷ Наредна честица
- 15:     **end while**
- 16:     Нормализација тежина,  $\tilde{w}_i[n] \leftarrow w_i[n] / \sum_{j=1}^P w_j[n]$ ,  $i = 1, \dots, P$
- 17:     Израчунај MMSE или MAP оцелу  
 $\hat{\mathbf{x}}^{MMSE}[n] \leftarrow \sum_{i=1}^P \tilde{w}_i[n] \mathbf{x}_i[n]$  или  $\hat{\mathbf{x}}^{MAP}[n] \leftarrow \arg \max_{\mathbf{x}_i[n]} \tilde{w}_i[n]$ ,  $i = 1, \dots, P$
- 18:      $n \leftarrow n + 1$  ▷ Наредни временски тренутак
- 19: **end while**
- 20: **stop.**

---

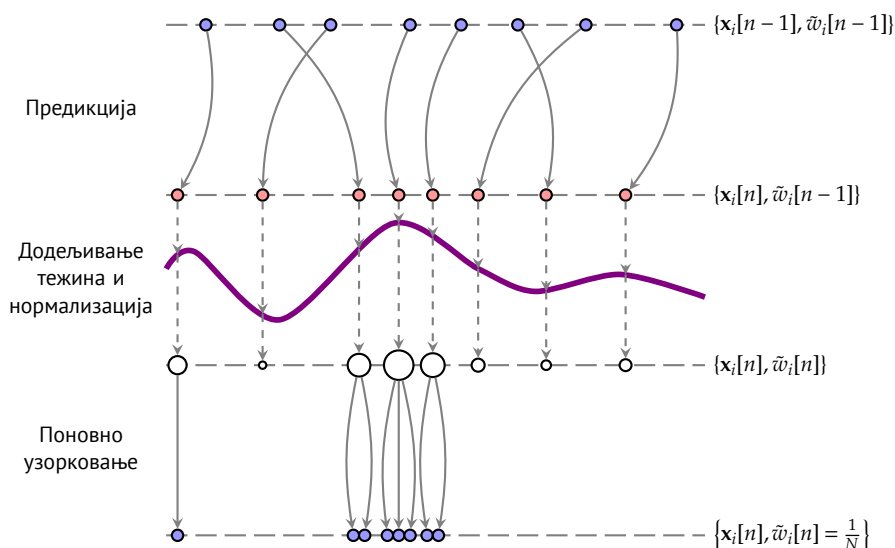
Недостатак SIS PF састоји се у томе да се варијанса тежина добијених коришћењем расподеле значаја повећава током времена. Као резултат овога, након неколико итерација, применом алгоритма само једна тежина добија позитивну вредност док су остале тежине једнаке нули (појава дегенерисања честица). Да би се ово избегло, неопходно је изабрати одговарајућу расподелу значаја која минимизује варијансу тежина (у зависности од стања  $\mathbf{X}_{0,i}^{n-1}$  и мерења  $\mathbf{Z}_1^n$ ). Као предлог расподеле вероватноћа се може користити оптимална (са најмањом варијансом) расподела значаја  $p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1], \mathbf{z}[n])$  или априори расподела вероватноћа преласка из стања у стање  $p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1])$ .

У оба случаја, након извођења једначина (5.24) постаје [15, 30]:

$$w[n] = w[n - 1]p(z[n]|x[n]). \quad (5.25)$$

Као што је већ поменуто, да би се умањио ефекат потпуног дегенерисања честица, неопходно је поново извршити одабирање. На тај начин се случајно генерише нови скуп честица коришћењем нормализованих тежина. Треба напоменути да одговарајући избор методе одабирања утиче на перформансе алгоритма (више о одабирању је могуће прочитати у [11, 15]). Након овог корака, свим честицама се додељују једнаке тежине ( $\tilde{w}_i[n] = 1/P$ ). Алгоритам SIS са априори транзицијом (*transition prior*) као предложеном расподелом вероватноћа и са понављањем одабирања у сваком кораку итерације назива се секвенцијално значајно поновно одабирање (*Sequential Importance Resampling, SIR*) [15, 30].

Када се поступак поновног одабирања уведе у алгоритам SIS у зависности од мере дегенерисања, чији је назив ефективни број одбирка (*effective sample size*), алгоритам мења име у SIS са поновним одабирањем (*SIS with Resampling, SISR*). На слици 5.1 приказан је један циклус SISR и SIR честичног филтра.



Слика 5.1: Један циклус SISR и SIR честичног филтра

Након поступка поновног одабирања, израчунава се статистика да би

се обезбедила оцена стања. Процена минималне средње квадратне грешке (*Minimum Mean-Squared Error*, MMSE) се једноставно одређује усредњавањем тежина додељених честицама  $\mathbf{x}_i[n]$ :

$$\hat{\mathbf{x}}^{\text{MMSE}}[n] = \sum_{i=1}^P \tilde{w}_i[n] \mathbf{x}_i[n]. \quad (5.26)$$

Такође, MAP (*Maximum A Posteriori*) оцена се може одредити проналажењем честице која одговара максималној тежини свих честица:

$$\hat{\mathbf{x}}^{\text{MAP}}[n] \leftarrow \arg \max_{\mathbf{x}_i[n]} \tilde{w}_i[n], \quad i = 1, \dots, P. \quad (5.27)$$

## 5.2. Честични филтар заснован на методи променљивих околина

У овом поглављу биће представљен нови филтар који прати основни концепт честичног филтра (*Particle Filter*, PF) и користи редуковану методу променљивих околина (*Variable Neighbourhood Search*, VNS) као алтернативу за поновно одабирање (*resampling*) [27, 29]. Такав филтар је назван *VNS честичним филтром* (VNSPF). VNS је оптимизациона метода заснована на идеји итеративних промена околина са циљем проналажења бољег локалног минимума (или максимума). VNS избегава тренутни локални минимум започињањем нових локалних претрага са случајним почетним тачкама док се не добије боље решење [37, 42, 73].

Почетне тачке се одабирају из околина локалног минимума и цела процедура се понавља док се не испуни неки унапред утврђени критеријум. Оригиналном, алгоритам VNS је коришћен за налажење апроксимативног решења комбинаторних оптимизационих проблема и има велику примену у многим научним областима: теорији локације, кластер анализи, распоређивању, рутирању возила, пројектовању мрежа, вештачкој интелигенцији, инжињерству итд. [42]. VNSPF примењује алгоритам VNS у оквиру PF тако што се врши узастопно „размрдавање” честица да би се помериле у делове простора претраге где је већа апостериори густина вероватноће. На овај начин



се честице са већим тежинама концентришу и смањује се могућност појаве дегенерације. Осим тога, примена методе VNS доводи до тога да филтар постаје робуснији у ситуацијама када постоје неслагања између претпостављеног модела и мерења. Због такве употребе, може се рећи да VNSPF уводи методу VNS у област естимације.

У циљу побољшања фазе поновног одабирања PF-а и други алгоритми користе метахеуристике. Неки користе генетске алгоритме [61], други користе оптимизацију ројем честица [49, 57, 101], традиционалну оптимизацију колонијом мрава [98] или MIN-MAX системом мрава [99]. Нови алгоритам има неке сличности са честичним филтром заснованим на Монте Карло Марковљевом ланцу (*Markov Chain Monte Carlo*, MCMC). MCMC PF користи алгоритам Метрополис-Хејстингс (*Metropolis-Hastings*) или Гибсово (*Gibbs*) одабирање као део процеса поновног одабирања. У овом алгоритму, одбирок се помера у нови положај, израчунава му се тежина и коришћењем тежине одбирок се случајно прихвата или одбија. На овај начин, (*Markov Chain Monte Carlo*, MCMC) побољшава разноврсност честица померањем прихваћених честица ка оном делу простора стања где је вероватноћа највећа [69].

### 5.2.1. Алгоритам VNS

Метода променљивих околина (*Variable Neighbourhood Search*, VNS) је осмишљена за решавање комбинаторних проблема оптимизације. Заснива се на идеји систематичне промене околина у циљу налажења локалног минимума и бекства из области у којој се локални минимум налази. Насупрот других метода које су засноване на методи локалне претраге, VNS не прати функцију циља већ истражује околине, које се са сваком итерацијом удаљавају од текућег, усвојеног решења и прелази са текућег решења на ново само онда када је дошло до побољшања. Штавише, методом локалне претраге из предложеног решења унутар околине тражи локални оптимум. Због тога је неопходно увођење неколико околина променом метрика или повећањем величине одговарајуће околине [37, 42, 73].

ОкоLINE су означена као  $N_k(s), k = 1, \dots, k_{max}$  при чему је  $s \in S$  дозвољиво решење, а  $k_{max}$  је број околина. Функција циља је означена са  $g(s)$ . Основни

VNS алгоритам је описан Алгоритмом 7.

---

**Алгоритам 7** Основни VNS алгоритам

---

**Улаз:** Скуп околина,  $N_k$ ,  $k = 1, \dots, k_{max}$

Произвољно почетно решење,  $s \in S$

**Излаз:** Апроксимативно решење проблема,  $s^*$

*/\* Иницијализација \*/*

1:  $s^* \leftarrow s, g^* \leftarrow g(s^*)$

*/\* Главна петља \*/*

2: **repeat** следеће кораке **until** критеријум заустављања није задовољен

3:  $k \leftarrow 1$

4: **repeat** следеће кораке **until**  $k > k_{max}$

5: *Размрдавање решења:* Генериши у случајној тачки  $r \in N_k(s^*)$

6: *Поправљање решења:* Примена неке методе локалне претраге за добијање локалног минимума  $r'$

*/\* Померај \*/*

7: **if**  $g(r') < g^*$  **then**

8:  $s^* \leftarrow r', g^* \leftarrow g(r')$  и **goto** линију 03

9: **end**

10:  $k \leftarrow k + 1$

11: **end**

12: **end**

13: **stop.**

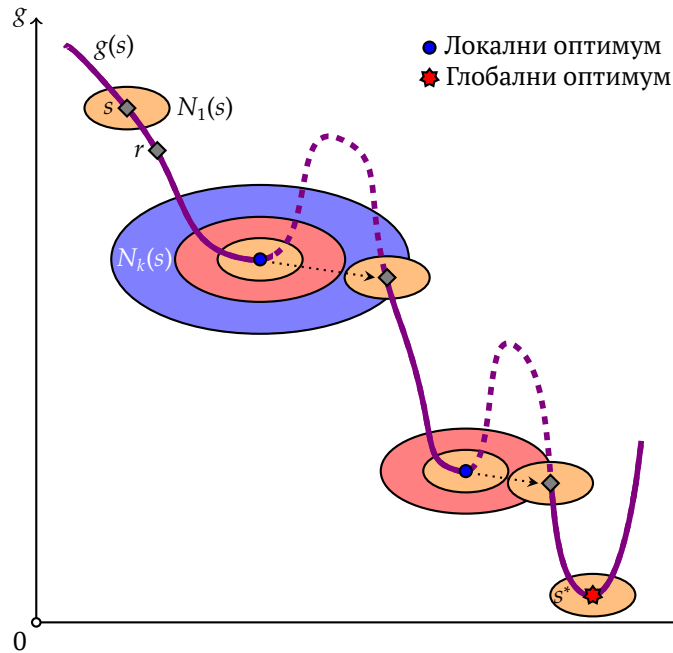
---

На слици 5.2 је приказана тродимензионална илустрација одређивања глобалног минимума применом методе променљивих околина.

Општи облик континуалног нелинеарног програмирања без ограничења гласи:

$$\text{global min}_{s \in \mathbb{R}^{d_s}} g(\mathbf{s}), \quad (5.28)$$

при чему је  $g : \mathbb{R}^{d_s} \rightarrow \mathbb{R}$  континуална функција и  $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{d_s}$ , ( $d_s = \dim \mathbf{s}$ ). Одређивање глобалног оптимума за реалне апликације није једноставан задатак због великог броја локалних оптимума, посебно у случају вишедимензионих проблема. У ту сврху, тј. за решавање континуалних глобалних оптимизационих проблема без ограничења и ограничења типа неједнакости са леве и десне стране (*box constraints*), развијен је софтверски пакет GLOB, који се заснива на методологији VNS [67]. У [72] је уведена континуална глобална метода променљивих околина (*Continuous Global Variable Neighborhood Search*, CGVNS), која представља проширење алгоритма GLOB. Њом се про-



Слика 5.2: Тродимензионална илустрација методе променљивих околина

ширује област алгоритма GLOB од проблема без ограничења и ограничења типа неједнакости са леве и десне стране на опште проблеме нелинеарног програмирања са ограничењима. Ова метода користи неколико геометријских структура и случајну расподелу у фази размрдавања, што је ефикасније од алтернативних метода са непроменљивом геометријом и расподелом [16].

Иако је помоћу алгоритма GLOB могуће решити проблеме без ограничења, карактеристике околине га чине погоднијим за решавање проблема са ограничењима. Променом околина, могуће је на природан начин увести VNS у област решавања континуалних проблема без ограничења. То се постиже избором неограничених расподела уместо ограничених подручја. Алгоритам Gauss-VNS [16] одабира тачку у фази размрдавања решења коришћењем вишедимензионе нормалне расподеле са  $k_{max}$  различитим коваријансама,  $\mathcal{P}_k(\mathbf{r}), k = 1, \dots, k_{max}$ . То значи да се почетна тачка  $\mathbf{r}$  генерише из  $d_s$ -димензионална нормалне расподеле са средњом вредношћу  $\mathbf{s}^*$  и матрицом коваријансе  $\mathbf{S}_k$ . Вишедимензиона нормална расподела вероватноће се

дефинише као:

$$p_k(\mathbf{r}) = \mathcal{N}(\mathbf{r} - \mathbf{s}^*, \mathbf{S}_k) = (2\pi)^{-d_s/2} |\mathbf{S}_k|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{s}^*)^T \mathbf{S}_k^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{s}^*)\right). \quad (5.29)$$

Алгоритам Gauss-VNS је представљен у алгоритму 8.

---

**Алгоритам 8** Алгоритам Gauss-VNS

---

**Улаз:** Скуп матрица коваријанси,  $\mathbf{S}_k$ ,  $k = 1, \dots, k_{max}$ ,

Произвољна почетна тачка,  $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{d_s}$

**Израз:** Апроксимативно решење проблема,  $\mathbf{s}^*$

*/\* Иницијализација \*/*

1:  $\mathbf{s}^* \leftarrow \mathbf{s}$ ,  $g^* \leftarrow g(\mathbf{s}^*)$

2: **repeat** следеће кораке **until** критеријум заустављања није задовољен

*/\* Главна петља \*/*

3:  $k \leftarrow 1$

4: **repeat** следеће кораке **until**  $k > k_{max}$

5: *Размрдавање решења:* Генериши  $\mathbf{r}$  из нормалне расподеле са средњом вредношћу  $\mathbf{s}^*$  и матрицом коваријансе  $\mathbf{S}_k$

6: *Проправљање решења:* Примена неке методе локалне претраге за добијање локалног минимума  $\mathbf{r}'$

*/\* Померај \*/*

7: **if**  $g(\mathbf{r}') < g^*$  **then**

8:  $\mathbf{s}^* \leftarrow \mathbf{r}'$ ,  $g^* \leftarrow g(\mathbf{r}')$  и **goto** линију 3

9: **end**

10:  $k \leftarrow k + 1$

11: **end**

12: **end**

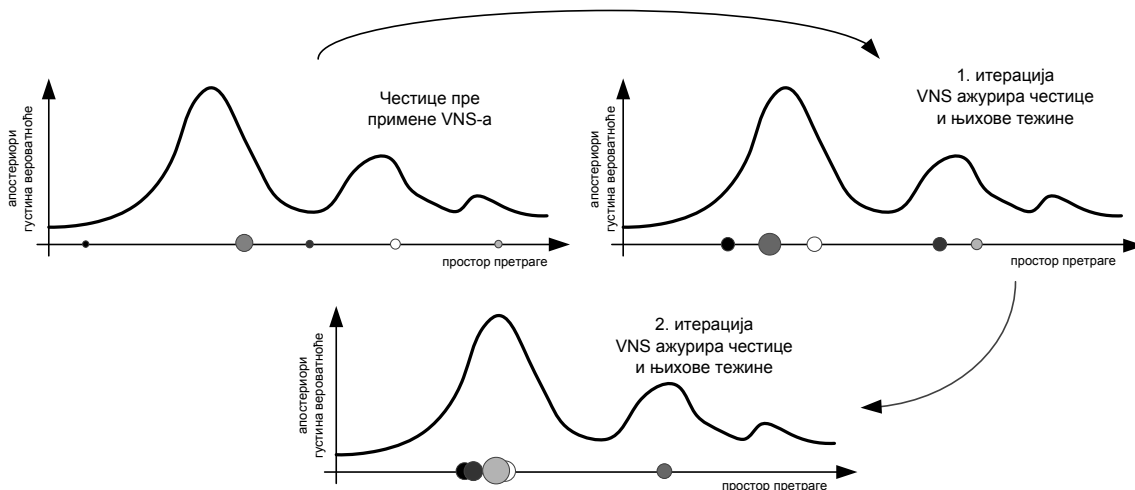
13: **stop.**

---

### 5.2.2. Предложени алгоритам

Као и у случају PF, VNSPF (*Variable Neighbourhood Search Particle Filter*) има честице са додељеним тежинама. Овде се алгоритам VNS користи за померање честица из постојећих позиција у подручја апостериори расподеле вероватноћа са већим вероватноћама. Слика 5.3 објашава идеју на којој се заснива VNSPF филтар. Након фазе предикције и одређивања тежина, честице се расподељују дуж простора претраге коришћењем априори функције преласка из стања у стање. У следећој фази VNS-а, честице се ажурирају тако да се њихове позиције преносе у подручја у којима је вероватноћа већа.

У алгоритму VNSPF су искоришћене две чињенице карактеристичне за



Слика 5.3: Померање честица ка подручјима апостериори расподеле вероватноћа са већим вероватноћама

VNS и PF. *Прва чињеница* подразумева да је алгоритам VNS оспособљен за проналажење глобалног минимума функције која не мора да буде конвексна или глатка и може се добити као решење нумеричке методе [16, 67, 72], или неке технике одабирања. *Друга чињеница* је да се помоћу одабирања по значају може конструисати апроксимација апостериори расподеле вероватноћа. Захваљујући овим двама чињеницама, користи се способност алгоритма VNS да ефикасно претражује простор у потрази за глобалним минимумом, истовремено обезбеђујући функцију циља преко одабирања по значају.

Алгоритам VNСПF је подељен на три фазе. *Прва фаза* одговара предикцији и додељивању тежина као у SIS алгоритму (алгоритам 6). *Друга фаза* филтра (фаза VNS) ажурира позиције појединачних честица у потрази за вишим подручјем апостериори расподеле вероватноћа (редуковани Gauss-VNS). У *трећој фази*, изводи се оцена тренутног стања. У алгоритму 9 је представљена процедура филтрирања применом VNСПF.

Након иницијализације, честице се одабирају коришћењем априори расподеле вероватноћа преласка из стања у стање (једначина стања) и оцењују према (5.25). Ово се понавља у сваком временском тренутку  $t = nT$ . Затим, расподела вероватноћа предикције  $p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{Z}_1^{n-1})$  се апроксимира нормалном расподелом  $\mathcal{N}(\mathbf{x}[n] - \hat{\boldsymbol{\mu}}[n], \hat{\boldsymbol{\Sigma}}[n])$ , при чему се средња вредност и коваријанса

---

**Алгоритам 9** Алгоритам VNSPF

---

**Улаз:**  $P, T, L$

$\mathbf{Q}, \mathbf{S}_k, k = 1, \dots, k_{max}$

$p(\mathbf{x}[0]), \pi(\mathbf{x}[0]), \pi(\mathbf{x}[n] | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n), p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}[n]), p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}[n-1])$

**Израз:**  $\hat{\mathbf{x}}[n]$

*/\* Иницијализација честица \*/*

1: Set  $i \leftarrow 1$

2: **while**  $i \leq P$  **do**

3:     Одабери честицу на почетку,  $\mathbf{x}_i[0] \sim \pi(\mathbf{x}[0])$

4:     Постави почетну тежину,  $w_i[0] \leftarrow 1/P$

5:      $i \leftarrow i + 1$

6: **end while**

*/\* Петља филтрирања \*/*

7:  $n \leftarrow 1$

8: **while true do**

*/\* SIS фаза \*/*

9:      $i \leftarrow 1$

10:    **while**  $i \leq P$  **do**

11:       Одабери честицу,  $\mathbf{x}_i[n] \sim p(\mathbf{x}[n] | \mathbf{x}_i[n-1])$

12:       Израчунај тежину,  $w_i[n] \leftarrow w_i[n-1]p(\mathbf{z}[n] | \mathbf{x}_i[n])$

13:        $i \leftarrow i + 1$

▷ Следећа честица

14:    **end while**

15:    Оцени средњу вредност и предикцију коваријансе расподеле вероватноћа

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}[n] \leftarrow \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \mathbf{x}_i[n], \bar{\boldsymbol{\Sigma}}[n] \leftarrow \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (\bar{\boldsymbol{\mu}}[n] - \mathbf{x}_i[n]) (\bar{\boldsymbol{\mu}}[n] - \mathbf{x}_i[n])^T$$

*/\* VNS фаза \*/*

16:      $i \leftarrow 1$

17:     **while**  $i \leq P$  **do**

18:        $l \leftarrow 1, \boldsymbol{\Sigma} \leftarrow \mathbf{Q}$

19:       **while**  $l \leq L$  **do**

20:           $k \leftarrow 1$

21:          **while**  $k \leq k_{max}$  **do**

22:             *Размрдавање решења:* Генериши  $\xi$  из нормалне расподеле са средњом вредношћу  $\mathbf{x}_i[n]$  и матрицом коваријансе  $\mathbf{S}_k$

23:             Оцени тежину,  $w_\xi \leftarrow w_i[n-1] \frac{p(\mathbf{z}[n] | \xi) \mathcal{N}(\xi - \bar{\boldsymbol{\mu}}[n], \bar{\boldsymbol{\Sigma}}[n])}{\mathcal{N}(\xi - \mathbf{f}[n](\mathbf{x}_i[n-1], \mathbf{0}), \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{S}_k)}$

24:             **if**  $w_\xi > w_n^i$  **then**

25:               Постави  $\mathbf{x}_i[n] \leftarrow \xi, w_i[n] \leftarrow w_\xi, \boldsymbol{\Sigma} \leftarrow \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{S}_k$  и **goto** линију 20

26:             **end**

27:              $k \leftarrow k + 1$

28:             **end while**

29:              $l \leftarrow l + 1$

30:             **end while**

31:              $i \leftarrow i + 1$

32:     **end while**

---

33: Нормализација тежина,  $\tilde{w}_i[n] \leftarrow w_i[n] / \sum_{j=1}^P w_j[n]$ ,  $i = 1, \dots, P$   
 34: Израчунавање оцене у виду средње вредности,  $\hat{\mathbf{x}}^{mean}[n] \leftarrow \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \mathbf{x}_i[n]$   
 35:  $n \leftarrow n + 1$  ▷ Наредни временски тренутак  
 36: **end while**  
 37: **stop.**

---

израчунавају као:

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\mu}}[n] &= \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \mathbf{x}_i[n] \\ \bar{\boldsymbol{\Sigma}}[n] &= \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (\bar{\boldsymbol{\mu}}[n] - \mathbf{x}_i[n]) (\bar{\boldsymbol{\mu}}[n] - \mathbf{x}_i[n])^T. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Ова расподела се касније користи у VNS фази алгоритма.

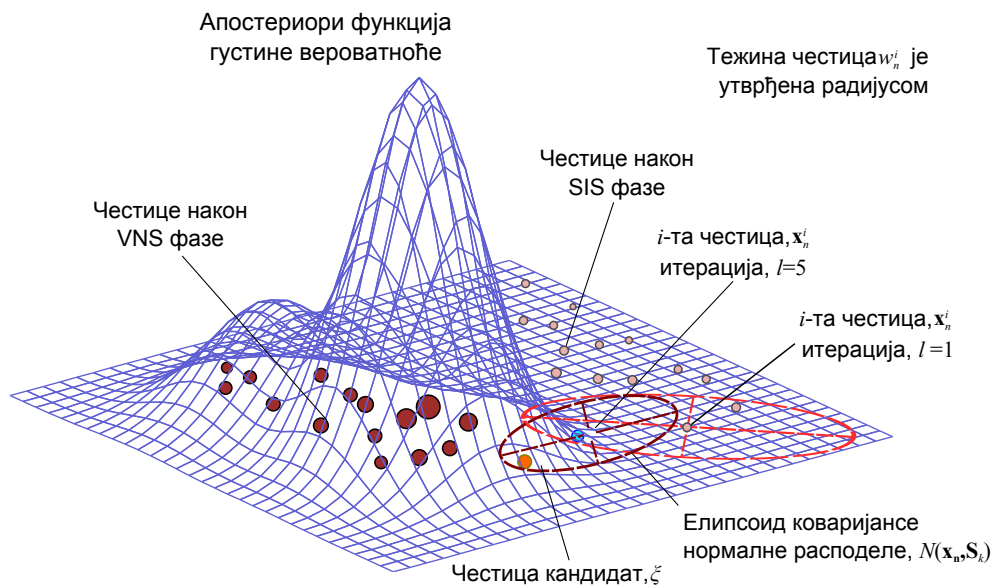
Коришћењем алгоритма SIS, добијају се почетне позиције честица и њихове тежине. Применом алгоритма 8 на сваку честицу, честице се преносе у области простора стања где ће имати веће тежине. Овде се користи Gauss-VNS без методе локалне претраге (редуковани Gauss-VNS) јер циљ није одређивање прецизног максимума апостериори расподеле вероватноћа већ поновно одређивање тежине честица кроз итеративни поступак и смањење могућности појаве дегенерације.

На слици 5.4 је графички представљена VNS фаза предложеног алгоритма.

VNS фаза почиње са честицом  $\{\mathbf{x}_i[n], w_i[n]\}$ ,  $i = 1, \dots, P$  (слика 5.4). Коришћењем нормалне расподеле са коваријансом  $\mathbf{S}_k$ ,  $k = 1, \dots, k_{\max}$ , честица се размрдава из почетне позиције на нову позицију,  $\xi$ . На тај начин се добија *честица кандидат*. Тежина честице кандидата се израчунава коришћењем (5.24) на следећи начин:

$$w_\xi = w_i[n-1] \frac{p(\mathbf{z}[n] | \xi) \mathcal{N}(\xi - \bar{\boldsymbol{\mu}}[n], \bar{\boldsymbol{\Sigma}}[n])}{\mathcal{N}(\xi - \mathbf{f}[n](\mathbf{x}_i[n-1], \mathbf{0}), \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{S}_k)} \quad (5.31)$$

где је  $\mathcal{N}(\xi - \mathbf{f}[n](\mathbf{x}_i[n-1], \mathbf{0}), \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{S}_k)$  нормална расподела која је добијена као сума вектора нове позиције и вектора претходно прихваћеног нормално расподељеног кандидата.  $\boldsymbol{\Sigma}$  представља суму коваријансе шума процеса  $\mathbf{Q}$



Слика 5.4: Графички приказ VNS фазе

и коваријансе прихваћеног предложеног вектора. Предвиђена позиција честице без шума означава се са  $f[n](x_i[n-1], 0)$ .

Честица кандидат се прихвата ако је њена тежина већа од тежине већ распоређене честице ( $w_\xi > w_i[n]$ ). Након тога, честица се помера на прихваћену позицију ( $x_i[n] \leftarrow \xi, w_i[n] \leftarrow w_\xi$ ), и вредност коваријансе  $\Sigma$  се увећава са вредношћу коваријансе  $S_k$  ( $\Sigma \leftarrow \Sigma + S_k$ ). Уколико се позиција кандидата не прихвати, генерише се нови кандидат коришћењем нормалне расподеле са коваријансом  $S_{k+1}$ . За сваку честицу се понавља иста процедура  $L$  пута. Према томе,  $L$  је број итерација VNS фазе у алгоритму.

Као што ће резултати показати, побољшање перформансе праћења се не осигурава једноставним повећањем броја итерација VNSPF-а. Да би се честице преместиле у жељене области неопходно је извршити одређен број итерација; међутим, даље повећање броја итерација довело би до груписања већине честица око максимума апостериори расподеле вероватноћа, што би повећало варијансу оцене.

Рачунарска ефикасност предложеног алгоритма у великој мери зависи од броја извршених итерација,  $L$ , и броја коваријанси,  $k_{max}$ . Јасно је да са



повећањем  $L$  и  $k_{max}$  расте и време извршавања филтра VNSPF.

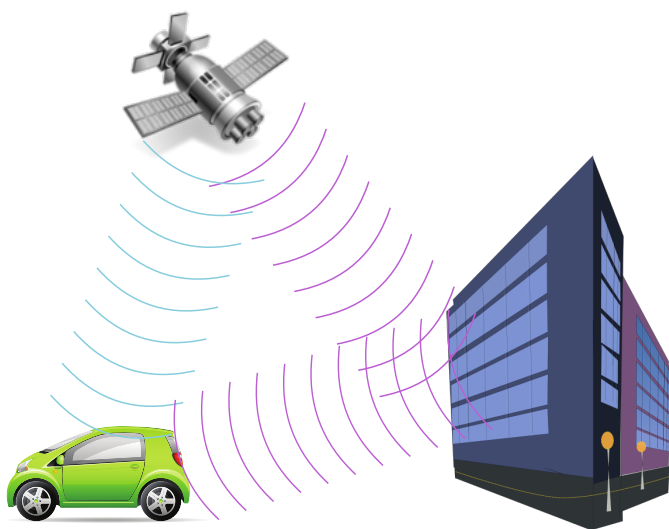
Оцена се одређује као средња вредност честица коришћењем следеће једначине:

$$\hat{\mathbf{x}}^{mean}[n] = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \mathbf{x}_i[n]. \quad (5.32)$$

## 6. Ублажавање простирања по више путања

### 6.1. Простирање по више путања

Грешка услед простирања по више путања настаје када пријемник поред директне компоненте сигнала прима и рефлектоване реплике директног сигнала (слика 6.1). Пошто је путања приликом рефлексије увек дужа него директна путања, рефлектовани сигнали су увек закашњени у односу на директан сигнал. Када је кашњење услед простирања по више путања велико (веће од два чипа кодне секвенце) пријемник је у стању лако да ублажи утицај закашњене компоненте [43, 54, 71, 79].



Слика 6.1: Пример простирања сигнала по више путања

Међутим, рефлектовани сигнали са оближњих објеката или рефлектовани сигнали са далеких објеката чија се путања разликује од директне, могу пристићи са веома малим закашњењем у односу на директни сигнал (десети или стоти део наносекунде). Такве грешке нарушавају облик корелационе функције примљеног сигнала. Исто тако, мењају и фазу примљеног

сигнала уводећи грешке у опсервације псевдорастојања и фазе носиоца које су различите између сигнала различитих сателита и зато увећавају грешку оцене позиције, брзине и времена.

Грешка која настаје услед простирања по више путања зависи од кашњења рефлектованих компоненти, али и од њихове снаге и релативне фазе. Компоненте сигнала чија је снага знатно мања од снаге директног сигнала мање утичу на корелацију и самим тим су извор мањих грешака. Фазе носиоца рефлектованих компоненти примљеног сигнала у односу на директну компоненту, такође, имају директан утицај на корелациону функцију.

Када се разматра утицај простирања по више путања на GNSS сигнал, највише се посматра његов ефекат на тачност праћења фазе и праћења кашњења компоненти сигнала проширеног спектра, пошто су ове функције пријемника знатно осетљивије на деградацију корелационе функције у односу на аквизицију. У највећем броју случајева она грешка простирања по више путања која изазива деградацију корелационе функције приликом аквизиције сигнала, уводи и грешку приликом одређивања псевдорастојања [43, 54, 71, 79].

Више техника је развијено за ублажавање утицаја грешке простирања по више путања. Оне се могу поделити у неколико група [8]:

1. антене које ограничавају пријем рефлектованих компоненти (choke-ring, multi-beam антене),
2. методе накнадне обраде у циљу смањења простирања носиоца по више путања,
3. изглађивање носиоца у циљу смањења простирања по више путања псевдослучајног сигнала,
4. методе праћења псевдослучајног сигнала углавном засноване на корелаторским техникама.

Методе засноване на корелаторским техникама су најзначајније и највише се користе за ублажавање простирања по више путања. У овом поглављу ћемо приказати најчешће коришћене, постојеће алгоритме и два нова алгоритма који су засновани на корелаторским техникама.

## 6.2. Ублажавање простирања по више путања применом корелаторских техника

У циљу објашњења техника ублажавања простирања по више путања ознаке дате у поглављу 3 биће прилагођене. Излаз из једног корелатора може да се добије преко функције корелације (3.11) за  $k = 0$ , уз претпоставку да је Доплерова фреквенција једнака нули. Тада ће корелациона функција зависити само од кашњења реплике сигнала проширеног спектра, у ознаци  $R(\tau)$ . Узевши то у обзир комплексни излаз из корелатора ћемо једноставније означавати са  $R(\bar{\tau}_i)$  при чему је  $\bar{\tau}_i$  кашњење локалне реплике сигнала проширеног спектра. Уколико је индекс  $i$  позитиван онда се ради о корелатору код кога је локална реплика закашњена, док уколико је индекс  $i$  негативан онда је локална реплика одговарајућег корелатора превремена. Са нултим индексом означавамо локалну реплику правременог корелатора.

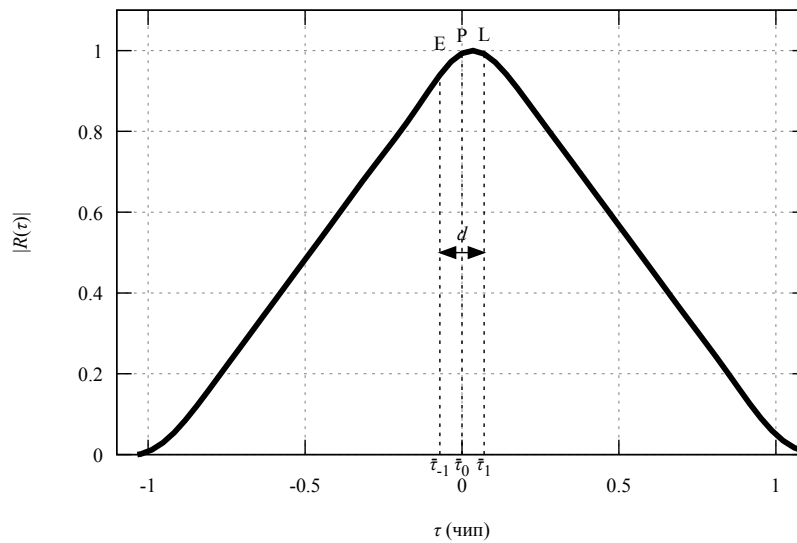
### 6.2.1. EML дискриминатор

EML (рани минус касни, *Early-Minus-Late*) је прва метода коришћена за ублажавање простирања по више путања. У овом дискриминатору се користе два корелатора на међусобном растојању од једног чипа за формирање функције дискриминатора чија нула одређује кашњење сигнала на пријему [1, 7, 14, 24, 36, 43, 54, 71, 78, 79]. Ова функција се често назива и S-кривом. Њу је могуће дефинисати на следећи начин:

$$D_{EML} = |R(\bar{\tau}_{-1})| - |R(\bar{\tau}_1)|, \quad (6.1)$$

при је чему су  $R(\bar{\tau}_{-1})$  и  $R(\bar{\tau}_1)$  вредности раног и касног корелатора, респективно. Обзиром да овако формиран дискриминатор није био у стању да у довољној мери ублажи простирање по више путања приступило се његовом унапређењу. Утврђено је да се смањивањем размака између корелатора (0,05-0,2 чипа) побољшавају карактеристике дискриминатора у погледу ублажавања простирања сигнала по више путања.

Овакав дискриминатор је назван nEML (сужени EML, *narrow EML*). Слика 6.2 приказује основни концепт nEML дискриминатора. Са слике се види да су вредности раног и касног корелатора,  $R(\bar{\tau}_{-1})$  и  $R(\bar{\tau}_1)$ , вредности одбирака



Слика 6.2: Основни концепт nEML дискриминатора

функције корелације узете у тренуцима  $\bar{\tau}_{-1}$  и  $\bar{\tau}_1$ , респективно. Размак између ова два одбирка износи  $d = \bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_{-1}$ .

Вредност дискриминатора добијена коришћењем израза (6.1) се користи у случају некохерентне петље кашњења. Постоје и други начини за добијање вредности дискриминатора и они су дати у табели 6.1 [54].

На слици 6.3 су приказане S-криве GPS/CA и Galileo E1B сигнала за сценарио када нема рефлектованог сигнала и шума и за сценарио када је присутна рефлектована компонента ( $\tau_1 = 0.2$  чип) и адитивни бели шум ( $C/N_0 = 45$  dB-Hz). Такође, на слици 6.4 су приказане анvelope грешке простирања по више путања nEML ( $d = 0.1$  чип) дискриминатора за GPS/CA и Galileo E1B сигнал.

### 6.2.2. $\Delta\Delta$ дискриминатор

Ознака  $\Delta\Delta$  (двоструко делта, *Double Delta*) се користи за једну врсту дискриминатора који се формира са два пара корелатора уместо једног пара као што је то код EML корелатора [70, 89].

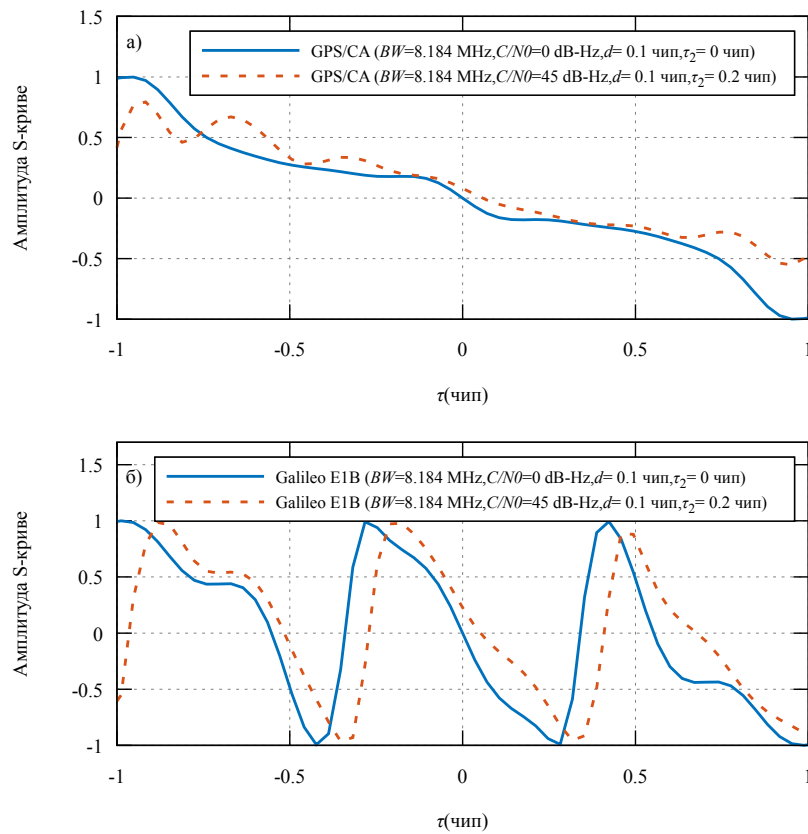
Наведени концепт се користи за добијање две врсте дискриминатора са сличним перформансама: HRC (*High-Resolution Correlator*) и Strobe<sup>TM</sup> (развијен од стране Ashtech Inc.) [70, 89].

У принципу  $\Delta\Delta$  дискриминатор се добија линеарном комбинацијом два

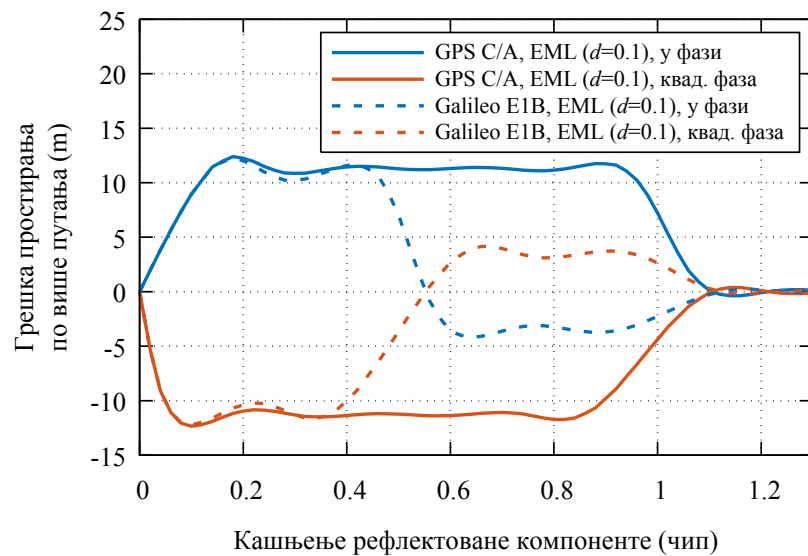
Табела 6.1: nEML дискриминатори петље кашњења [54]

Алгоритам дискриминатора	Карактеристике
$\frac{1}{2} \frac{ R(\bar{\tau}_{-1})  -  R(\bar{\tau}_1) }{ R(\bar{\tau}_{-1})  +  R(\bar{\tau}_1) }$	<p>Нормализована nEML анвелопа у циљу смањења осетљивости амплитуде.</p> <p>Сложен за израчунавање.</p> <p>Уколико је размак између корелатора 1 чип враћа праву грешку кашњења унутар опсега од <math>\pm 0.5</math> чипа улазне грешке (у одсуству шума).</p> <p>Постаје нестабилан за улазну грешка од <math>\pm 1.5</math> чипа</p>
$\frac{1}{2} ( R(\bar{\tau}_{-1}) ^2 -  R(\bar{\tau}_1) ^2)$	<p>nEML изражен корићењем снаге одбирака корелационе функције.</p> <p>Умерене рачунске сложености.</p> <p>За размак корелатора од 1 чипа има исте перформансе у погледу грешке као и <math>0.5 ( R(\bar{\tau}_{-1})  -  R(\bar{\tau}_1) )</math> унутар опсега од <math>\pm 0.5</math> чипа улазне грешке (у одсуству шума).</p> <p>Може бити нормализован са <math> R(\bar{\tau}_{-1}) ^2 +  R(\bar{\tau}_1) ^2</math>.</p>
$\frac{1}{2} [(\text{Re}\{R(\bar{\tau}_{-1})\} - \text{Re}\{R(\bar{\tau}_1)\})\text{Re}\{R(\bar{\tau}_0)\} + (\text{Im}\{R(\bar{\tau}_{-1})\} - \text{Im}\{R(\bar{\tau}_1)\})\text{Im}\{R(\bar{\tau}_0)\}]$	<p>Снага квази кохерентног скаларног производа.</p> <p>Користи сва три корелатора.</p> <p>Једноставан за израчунавање.</p>
$\frac{1}{4} [(\text{Re}\{R(\bar{\tau}_{-1})\} - \text{Re}\{R(\bar{\tau}_1)\})/\text{Re}\{R(\bar{\tau}_0)\} + (\text{Im}\{R(\bar{\tau}_{-1})\} - \text{Im}\{R(\bar{\tau}_1)\})/\text{Im}\{R(\bar{\tau}_0)\}]$	<p>Уколико је размак између корелатора 1 чип враћа праву грешку кашњења унутар опсега од <math>\pm 0.5</math> чипа улазне грешке (у одсуству шума).</p> <p>Нормализована верзија је приказана другим изразом.</p> <p>Кохерентни скаларни производ.</p> <p>Користи се само онда када је петља носиоца у фази.</p>
$\frac{1}{2} (\text{Re}\{R(\bar{\tau}_{-1})\} - \text{Re}\{R(\bar{\tau}_1)\})\text{Re}\{R(\bar{\tau}_0)\}$	<p>Једноставан за израчунавање.</p>
$\frac{1}{4} (\text{Re}\{R(\bar{\tau}_{-1})\} - \text{Re}\{R(\bar{\tau}_1)\})/\text{Re}\{R(\bar{\tau}_0)\}$	<p>Враћа тачно кашњење сигнала проширеног спектра.</p> <p>Нормализована верзија је приказана другим изразом.</p>

## 6. УБЛАЖАВАЊЕ ПРОСТИРАЊА ПО ВИШЕ ПУТАЊА

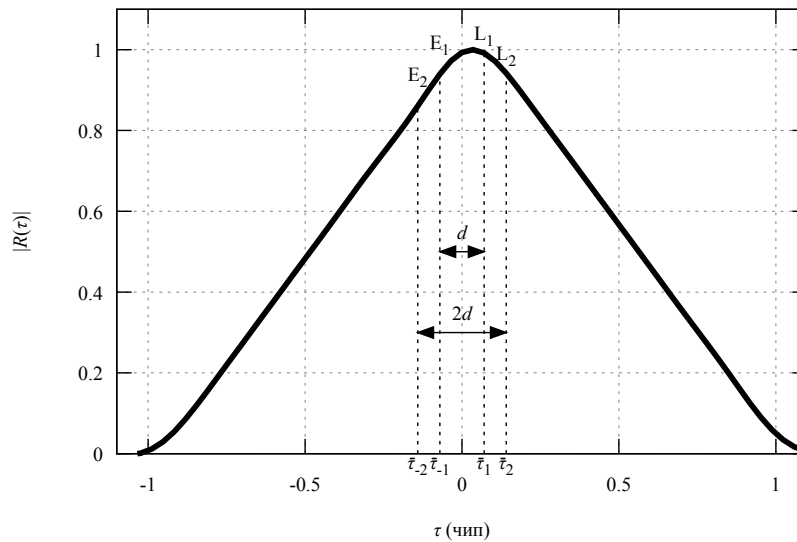


Слика 6.3: S-крива за pEML дискриминатор ( $d = 0.1$  чип) без шума и кашњења рефлектоване компоненте и са шумом и кашњењем рефлектоване компоненте ( $C/N_0 = 45$  dB-Hz и  $\tau_2 = 0.2$  чип) за GPS/CA (а) и Galileo E1B сигнал (б)



Слика 6.4: Анвелопа грешке простирања по више путања за pEML ( $d = 0.1$  чип) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал)

рана и два касна корелатора. Основни концепт је приказан на слици 6.5, при чему се корелација  $R(\tau)$  користи да прикаже позицију два рана корелатора (означена са  $E1 = |R(\bar{\tau}_{-1})|$  и  $E2 = |R(\bar{\tau}_{-2})|$ ) и два касна корелатора ( $L1 = |R(\bar{\tau}_1)|$  и  $L2 = |R(\bar{\tau}_2)|$ ). Размак између  $E1$  и  $L1$  је означен са  $d = \bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_{-1}$ , док се за размак између  $E2$  и  $L2$  подразумева да је  $2d = \bar{\tau}_2 - \bar{\tau}_{-2}$ .



Слика 6.5: Вредности одбирака корелације на излазу из корелатора и размак између одбирака  $\Delta\Delta$  дискриминатора

Вредност  $\Delta\Delta$  дискриминатора се добија као линеарна комбинација вредности два EML дискриминатора, односно, као линеарна комбинација разлика раних и касних корелатора  $E1-L1 = |R(\bar{\tau}_{-1})| - |R(\bar{\tau}_1)|$  и  $E2-L2 = |R(\bar{\tau}_{-2})| - |R(\bar{\tau}_2)|$  на следећи начин:

$$D_{\Delta\Delta} = A \cdot D_{EML_1} - B \cdot D_{EML_2} \quad (6.2)$$

$$= A \cdot (|R(\bar{\tau}_{-1})| - |R(\bar{\tau}_1)|) - B \cdot (|R(\bar{\tau}_{-2})| - |R(\bar{\tau}_2)|).$$

У табели 6.2 су приказане вредности коефицијената за HRC и Strobe дискриминатор.

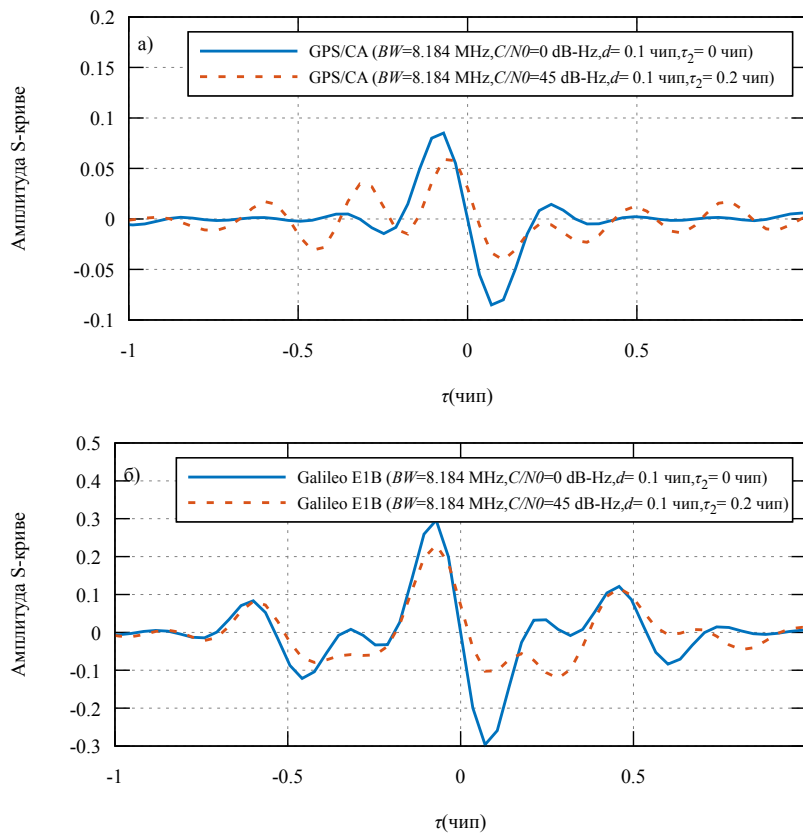
Табела 6.2: Вредности коефицијената  $A$  и  $B$  за HRC и Strobe дискриминатор.[70, 89]

Дискр.	A	B
HRC	1	$\frac{1}{2}$
Strobe	2	1

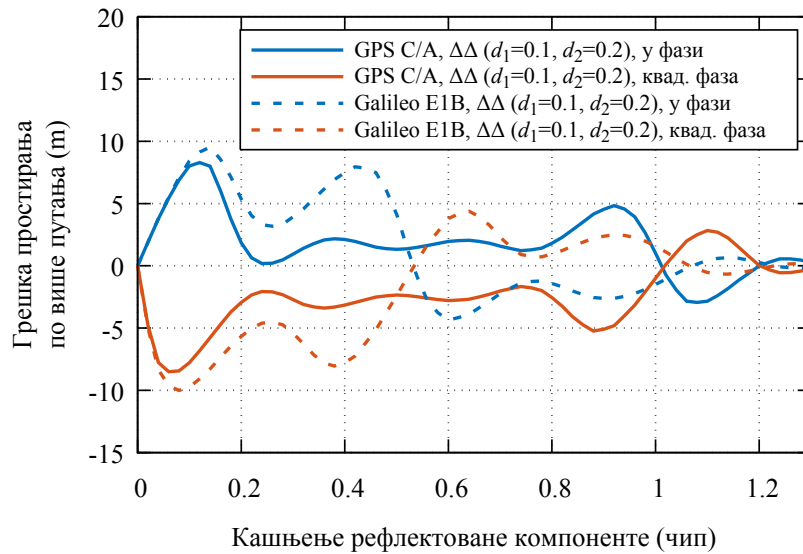


На основу приказаних коефицијената  $A$  и  $B$  и једначине (6.2) јасно је да ће вредност Strobe дискриминатора бити два пута већа од вредности HRC дискриминатора.

Обзиром да перформансе дискриминатора у погледу уклањања простирања по више путања зависе само од облика  $S$ -криве, али не и од амплитуде то значи да ће оба дискриминатора резултирати са истоветним анвелопама грешке простирања по више путања. На слици 6.6 су приказане  $S$ -криве GPS/CA и Galileo E1B сигнала за сценарио када нема рефлектованог сигнала и шума и за сценарио када је присутна рефлектована компонента ( $\tau_2 = 0.2$  чип) и адитивни бели шум ( $C/N_0 = 45$  dB-Hz). Такође, на слици 6.7 су приказане анвелопе грешке простирања по више путања  $\Delta\Delta$  ( $d_1 = 0.1$  чип,  $d_2 = 0.2$  чип) дискриминатора за GPS/CA и Galileo E1B сигнал.



Слика 6.6:  $S$ -крива за  $\Delta\Delta$  дискриминатор ( $d_1 = 0.1$  чип,  $d_2 = 0.2$  чип) без шума и кашњења рефлектоване компоненте и са шумом и кашњењем рефлектоване компоненте ( $C/N_0 = 45$  dB-Hz и  $\tau_2 = 0.2$  чип) за GPS/CA (а) и Galileo E1B сигнал (б)



Слика 6.7: Анвелопа грешке простирања по више путања за  $\Delta\Delta$  ( $d_1 = 0.1$  чип,  $d_2 = 0.2$  чип) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал)

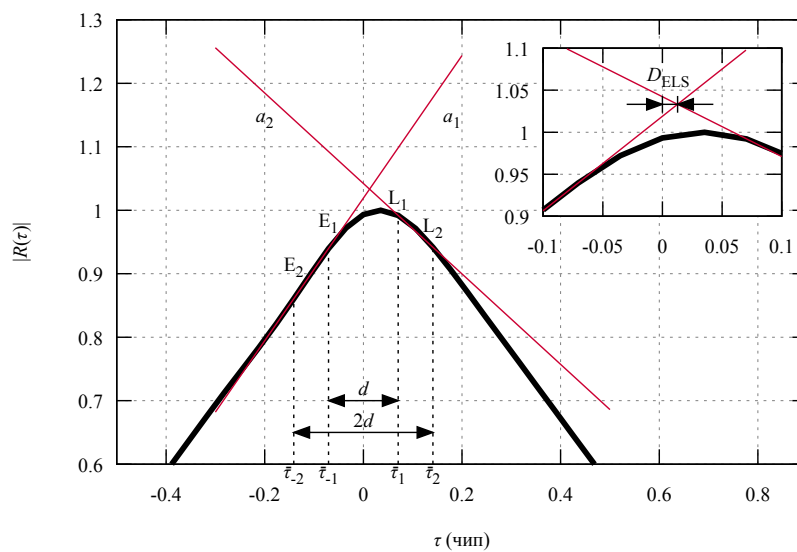
### 6.2.3. ELS дискриминатор

ELS (рани касни нагиб, *Early Late Slope*) је техника ублажавања простирања по више путања која може бити објашњена посматрањем аутокорелационе функције сигнала. Идеја је да се утврди нагиб са обе стране централног врха аутокорелационе функције. Када се утврде нагиби, могуће их је искористити за израчунавање корекције псевдорастојања која затим може бити примењена на измерено псевдорастојање. Ова техника је коришћена у неколико NovAtel-ових GPS пријемника и њен комерцијални назив гласи MET (*Multipath Elimination Technique*) [93].

Принцип одређивања корекције псевдорастојања је приказана на слици 6.8.  $R(\tau)$ , приказана на слици, може бити кохерентна,  $R_{coh}(\cdot)$ , (3.15) или некохерентна,  $R_{ncoh}(\cdot)$ , (3.16) корелациона функција. Могуће је приметити да је врх аутокорелационе функције поремећен услед утицаја простирања по више путања. Нагиб на раној страни врха је означен са  $a_1$ , док је нагиб на касној страни врха означен са  $a_2$ . Размак између раног и касног корелатора износи  $d$ . Коришћењем информација о нагибу могуће је извести следећи израз за грешку праћења,  $D_{ELS}$ :

$$D_{ELS} = \frac{2(|R(\bar{\tau}_{-1})| - |R(\bar{\tau}_1)|) + d(a_1 + a_2)}{2(a_1 - a_2)}, \quad (6.3)$$

за коју корелатори треба да буду померени да би се врх налазио у центру између корелатора. Нагиби  $a_1$  и  $a_2$  се израчунавају коришћењем следећих израза:  $a_1 = \frac{|R(\bar{\tau}_2)| - |R(\bar{\tau}_1)|}{\bar{\tau}_2 - \bar{\tau}_1}$ ,  $a_2 = \frac{|R(\bar{\tau}_1)| - |R(\bar{\tau}_2)|}{\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_2}$ . Грешка праћења је апциса тачке пресека две праве линије (нагиба  $a_1$  и  $a_2$ ). Када су два корелатора на једнаком растојању од врха, вредност  $D_{ELS}$  дискриминатора је једнака нули. Када вредност  $D_{ELS}$  дискриминатора није једнака нули онда може да се искористи као улаз у петљу кашњења која ће одржавати врх корелационе функције на средини између раног и касног корелатора [93].

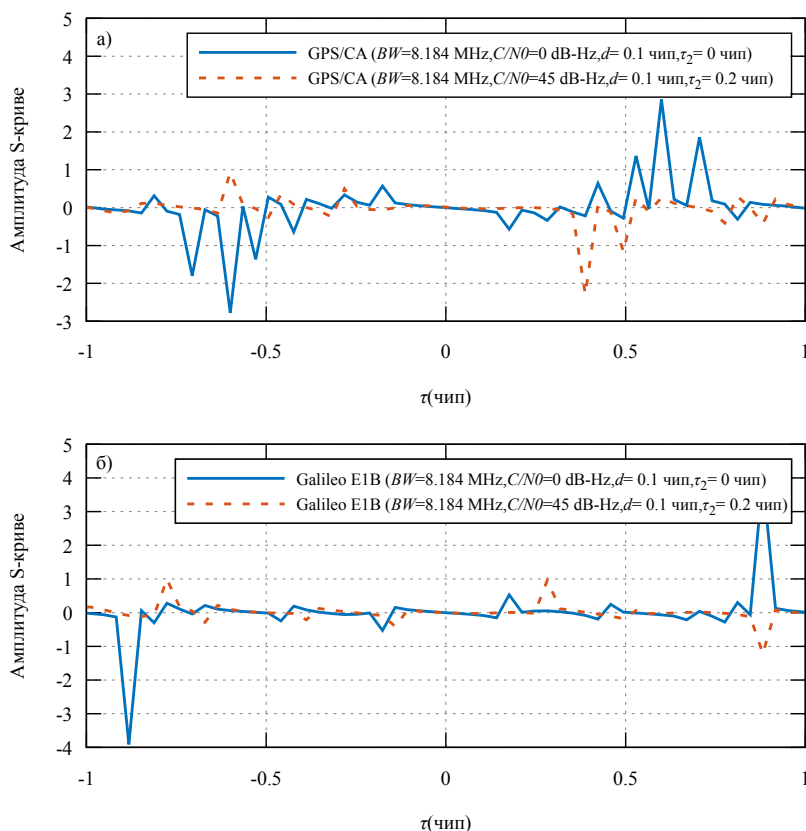


Слика 6.8: Одређивање кашњења применом ELS ( $d = 0.1$  чип,  $2d = 0.2$  чип) дискриминатора

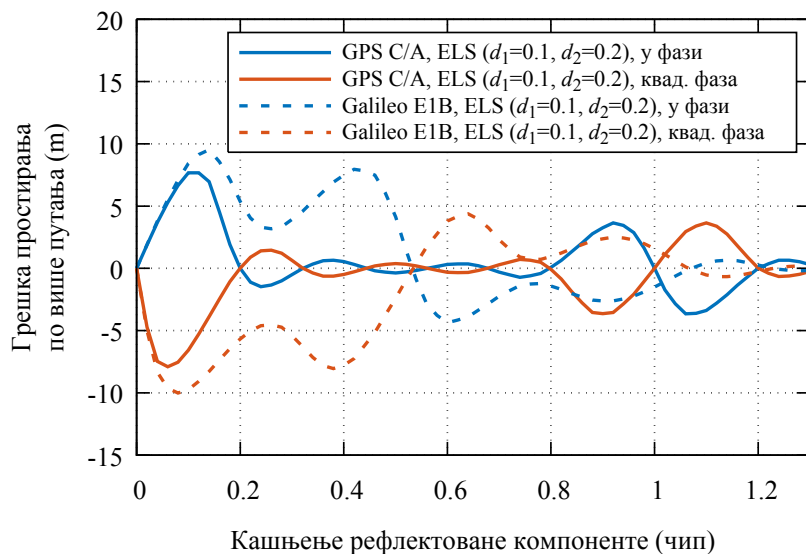
На слици 6.9 су приказане S-криве GPS C/A и Galileo E1B сигнала за сценарио када нема рефлектованог сигнала и шума и за сценарио када је присутна рефлектована компонента ( $\tau_2 = 0.2$  чип) и адитивни бели шум ( $C/N_0 = 45$  dB-Hz). Такође, на слици 6.10 су приказане анvelope грешке простирања по више путања ELS ( $d_1 = 0.1$  чип,  $d_2 = 0.2$  чип) дискриминатора за GPS/CA и Galileo E1B сигнал.

#### 6.2.4. MEDLL алгоритам

Петља оцене кашњења простирања по више путања (*Multipath Estimating DLL*, MEDLL) је углавном намењена смањењу утицаја грешке простирања по више путања путем оцене параметара сигнала (амплитуда, кашења псеудо-



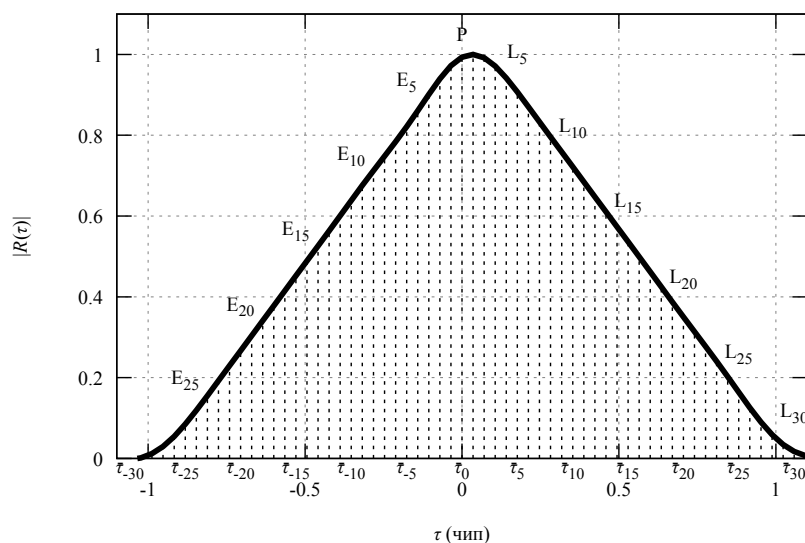
Слика 6.9: S-крива за ELS дискриминатор ( $d = 0.1$  чип,  $2d = 0.2$  чип) без шума и кашњења рефлектоване компоненте и са шумом и кашњењем рефлектоване компоненте ( $C/N_0 = 45$  dB-Hz и  $\tau_2 = 0.2$  чип) за GPS/CA (а) и Galileo E1B сигнал (б)



Слика 6.10: Анвелопа грешке простирања по више путања за ELS ( $d = 0.1$  чип,  $2d = 0.2$  чип) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал)

случајног сигнала и фазе носиоца). MEDLL захтева већи број корелатора по каналу (10 или више) [23, 94] да би био у стању да прецизно одреди облик корелационе функције чији је облик промењен због постојања рефлектованих компоненти сигнала. Вредности сигнала на излазу из корелатора означимо са  $R(\bar{\tau}_i)$ . Кашњење локалне реплике који се комбинује са примљеним сигналом у сваком од корелатора ћемо означити са  $\bar{\tau}_i, i = -\frac{N_{corr}}{2}, \dots, \frac{N_{corr}}{2}$  (слика 6.5). Иначе,  $R(\tau)$ , приказана на слици, мора да буде искључиво кохерентна,  $R_{coh}(\cdot)$ .

Применом унапред одређене, *референтне* корелационе функције тражи се она комбинација параметара сигнала којима ће се најбоље опонашати облик корелационе функције улазног сигнала. Прецизна референтна корелациона функција је веома значајна за исправно функционисање MEDLL алгоритма и мери се у одсуству шума и простирања по више путања коришћењем симулатора сигнала [23].



Слика 6.11: Вредности одбирака корелације на излазу из корелатора и размак између одбирака MEDLL дискриминатора

MEDLL алгоритам користи декомпозицију корелационе функције на корелационе функције појединачних сигнала (било да се ради о директном или рефлектованим сигнаlima). MEDLL оцењује амплитуду ( $a_l$ ), кашњење ( $\tau_l$ ) и фазу ( $\varphi_l$ ) сваке компоненте коришћењем критеријума максималне ве-

родостојности на следећи начин:

$$F(a_l, \tau_l, \varphi_l) = \int_{t-T}^t \|r(t) - s(t)\|^2 dt. \quad (6.4)$$

Свака оцењена компонента се одузима од измерене корелационе функције. По завршетку овог процеса, остаје само оцена корелационе функције директне компоненте над којом се примењује EML дискриминатор чиме се добија оцена грешке кашњења директне компоненте.

Минимум функције веродостојности (6.4) је могуће наћи решавањем следећег система једначина:

$$\frac{\partial F}{\partial a_l} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \tau_l} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \varphi_l} = 0.$$

У општем случају  $L$  различитих сигнала, једначине за оцену параметара  $l$ -тог сигнала ( $0 \leq l \leq L - 1$ ) гласе:

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_l &= \max_{\tau} \operatorname{Re} \left\{ \left( R(\tau) - \sum_{m=0, m \neq l}^{L-1} \hat{a}_m R_0(\tau - \hat{\tau}_m) e^{j\hat{\varphi}_m} \right) e^{-j\hat{\varphi}_l} \right\} \\ \hat{a}_l &= \operatorname{Re} \left\{ \left( R(\hat{\tau}_l) - \sum_{m=0, m \neq l}^{L-1} \hat{a}_m R_0(\tau - \hat{\tau}_m) e^{j\hat{\varphi}_m} \right) e^{-j\hat{\varphi}_l} \right\} \\ \hat{\varphi}_l &= \operatorname{arg} \left( R(\hat{\tau}_l) - \sum_{m=0, m \neq l}^{L-1} \hat{a}_m R_0(\tau - \hat{\tau}_m) e^{j\hat{\varphi}_m} \right) \end{aligned} \quad (6.5)$$

Одбирци корелације се усредњују за  $N_{coh}$  период кохеренте интеграције након чега се једначине MEDLL-а решавају. Систем једначина (6.5) се решава коришћењем технике предложене у [74–76, 94] и чији кораци могу бити сумаризовани алгоритмом 10.

На слици 6.12 су приказане анvelope грешке простирања по више путања MEDLL (151 корелатор) дискриминатора за GPS/CA и Galileo E1B сигнал.

### 6.2.5. PFME алгоритам

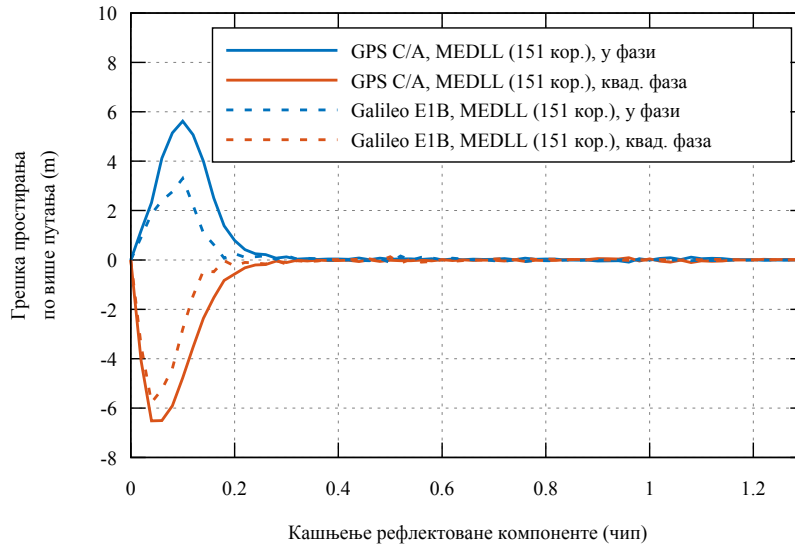
PFME (*Peak Fitting Multipath Estimation*) алгоритам, као и MEDLL алгоритам, користи корелациону функцију која се добија када се закашњене локал-

**Алгоритам 10** MEDLL алгоритам

**Улаз:**  $R(\bar{\tau}_i), L$

**Излаз:**  $\hat{a}_i, \hat{\tau}_i, \hat{\phi}_i$

- 1: Постављамо  $R^0(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i)$
- 2:  $\hat{a}_0, \hat{\tau}_0, \hat{\phi}_0$  се израчунавају коришћењем вредности врха  $R^0(\tau)$
- 3: **repeat** следеће кораке **until** испуњења одговарајућег критеријума
- 4:     Израчунавамо  $R^1(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i) - a_0 R_0(\bar{\tau}_i - \tau_0) e^{j\phi_0}$
- 5:      $\hat{a}_1, \hat{\tau}_1, \hat{\phi}_1$  се израчунавају коришћењем вредности врха  $R^1(\tau)$
- 6:     Израчунавамо  $R^0(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i) - a_1 R_0(\bar{\tau}_i - \tau_1) e^{j\phi_1}$
- 7:      $\hat{a}_0, \hat{\tau}_0, \hat{\phi}_0$  се израчунавају коришћењем вредности врха  $R^0(\tau)$
- 8: **end**
- 9:  $k \leftarrow 2$
- 10: **repeat** следеће кораке **until**  $k < L$
- 11:     Израчунавамо  $R^k(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i) - \sum_{l=0}^{k-1} a_l R_0(\bar{\tau}_i - \tau_l) e^{j\phi_l}$
- 12:      $\hat{a}_k, \hat{\tau}_k, \hat{\phi}_k$  се израчунавају коришћењем вредности врха  $R^k(\tau)$
- 13:     **repeat** следеће кораке **until** испуњења одговарајућег критеријума
- 14:          $m \leftarrow 0$
- 15:         **repeat** следеће кораке **until**  $m \leq k$
- 16:             Израчунавамо  $R^m(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i) - \sum_{l=0, l \neq m}^k a_l R_0(\bar{\tau}_i - \tau_l) e^{j\phi_l}$
- 17:              $\hat{a}_m, \hat{\tau}_m, \hat{\phi}_m$  се израчунавају коришћењем вредности врха  $R^m(\tau)$
- 18:              $m \leftarrow m + 1$
- 19:         **end**
- 20:     **end**
- 21:      $k \leftarrow k + 1$
- 22: **end**
- 23: **stop.**



Слика 6.12: Анвелопа грешке простирања по више путања за MEDLL (151 корелатор) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал)

не реплике комбинују са примљеним сигналом уклоњеног носиоца. Препоставка је да ће пријемник у једном каналу имати  $N_{corr}$  расположивих корелатора. Кашњење локалне реплике који се комбинује са примљеним сигналом у сваком од корелатора ћемо означити са  $\bar{\tau}_i$ ,  $i = -\frac{N_{corr}}{2}, \dots, \frac{N_{corr}}{2}$  (слика 6.5) [105]. Као и код MEDLL алгоритма,  $R(\tau)$ , мора да буде кохерентна корелациона функција. Алгоритам PFME користи фитовање врхова корелационе функције,  $R(\bar{\tau}_i)$ , сигнала на пријему где применом неке од метода директне претраге (Хук-Џивсов (Hooke-Jeeves) алгоритам, алгоритам претраге компасом, Нелдер-Мидов (Nelder-Mead) алгоритам, алгоритам вишедимензионе претраге, итд.) налази криву чија је средња квадратна грешка у односу на корелациону функцију најмања. Облик криве одређују параметрима  $\hat{a}_l$ ,  $\hat{\tau}_l$  и  $\hat{\varphi}_l$  који истовремено представљају оцењене вредности параметара сигнала. У складу са теоријом максималне веродостојности добијене вредности минимизују следећу функцију циља:

$$F(a_l, \tau_l, \varphi_l) = \sum_{i=-\frac{N_{corr}}{2}}^{\frac{N_{corr}}{2}} \left| R(\bar{\tau}_i) - \sum_{l=0}^{L-1} a_l R_0(\bar{\tau}_i - \tau_l) e^{j\varphi_l} \right|, \quad (6.6)$$

при чему је са  $R_0(\tau)$  означена аутокорелациона функција која може бити задата табеларно или аналитички. Алгоритмом 11 је приказана функција циља PFME методе [105].

---

#### Алгоритам 11 Функција циља

---

**Улаз:**  $R(\bar{\tau}_i)$ ,  $L$ ,  $\tau_l$

**Израз:**  $F$ ,  $a_l$ ,  $\varphi_l$

1:  $\mathbf{A} \leftarrow [R_0(\bar{\tau}_i - \tau_l) + jR_0(\bar{\tau}_i - \tau_l)]_{N_{corr} \times L}$

2:  $\mathbf{r} \leftarrow [R(\bar{\tau}_i)]^T$

3:  $\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{A}^\dagger \mathbf{r}$ ,  $a_l = |\mathbf{p}|$ ,  $\varphi_l = \arg \mathbf{p}$

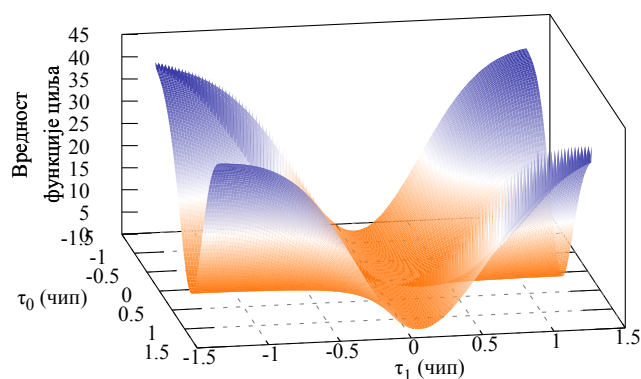
4: **stop.**

---

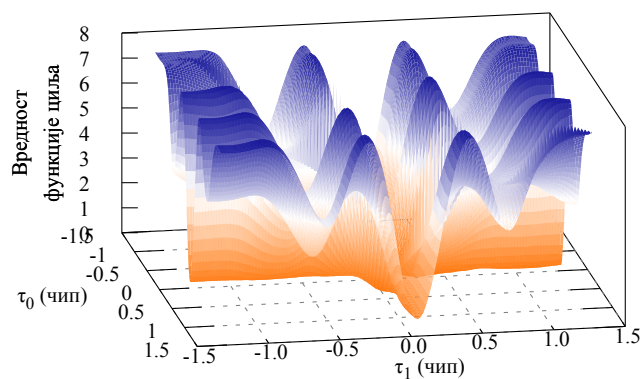
Са  $A^\dagger$  је означена псеудо-инверзна матрица матрице  $A$  која може да се израчуна на следећи начин  $A^\dagger = (A^H A)^{-1} A^H$ . Са  $A^H$  је означен хермитиан (коњуговано-транспоноване) матрице. Такође, за израчунавање псеудоинверзне матрице могуће је користити и QR декомпозицију или декомпозицију сингуларних вредности (*Singular Value Decomposition*, SVD). На сликама 6.13 и 6.14 су приказане вредности функције циља за GPS/CA и Galileo E1B



сигнале за  $L = 2$ , када је рефлектована компонента у фази са директном компонентом. Са слике 6.13 се види да функција циља има два минимума у зависности од тога да ли је кашњење директне компоненте означено са  $\tau_0$  или  $\tau_1$ . За разлику од GPS/CA сигнала вредност функције циља Galileo E1B сигнала има више локалних минимума (слика 6.14). Због тога је неопходно иницијализовати параметре и што је могуће више приближити их решењу [105].



Слика 6.13: Вредност функције циља PFME алгоритма за GPS/CA сигнал при чему је рефлектована компонента у фази са директном компонентом



Слика 6.14: Вредност функције циља PFME алгоритма за Galileo E1B сигнал при чему је рефлектована компонента у фази са директном компонентом

## 6. УБЛАЖАВАЊЕ ПРОСТИРАЊА ПО ВИШЕ ПУТАЊА

Алгоритам 12 описује нови алгоритам оцене параметара сигнала (PFME) применом фитовања врхова.

### Алгоритам 12 Алгоритам PFME

**Улаз:**  $R(\bar{\tau}_i), L$

**Израз:**  $\hat{a}_l, \hat{\tau}_l, \hat{\phi}_l$

*/\* Иницијализација параметара \*/*

1:  $R^0(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i)$

2:  $\hat{\tau}_0 \leftarrow \underset{\bar{\tau}_i}{\operatorname{argmin}} |R^0(\bar{\tau}_i)|, \hat{a}_0 \leftarrow |R^0(\hat{\tau}_0)|, \hat{\phi}_0 \leftarrow \operatorname{arg} R^0(\hat{\tau}_0)$

3:  $l \leftarrow 1$

4: **repeat** следеће кораке **until**  $l > L - 1$

5:  $R^l(\bar{\tau}_i) \leftarrow R^{l-1}(\bar{\tau}_i) - \hat{a}_{l-1} R_0(\bar{\tau}_i - \hat{\tau}_{l-1}) e^{j\hat{\phi}_{l-1}}, i = -\frac{N_{corr}}{2}, \dots, \frac{N_{corr}}{2}$

6:  $\hat{\tau}_l \leftarrow \underset{\bar{\tau}_i}{\operatorname{argmin}} |R^l(\bar{\tau}_i)|, \hat{a}_l \leftarrow |R^l(\hat{\tau}_l)|, \hat{\phi}_l \leftarrow \operatorname{arg} R^l(\hat{\tau}_l)$

7:  $l \leftarrow l + 1$

8: **end**

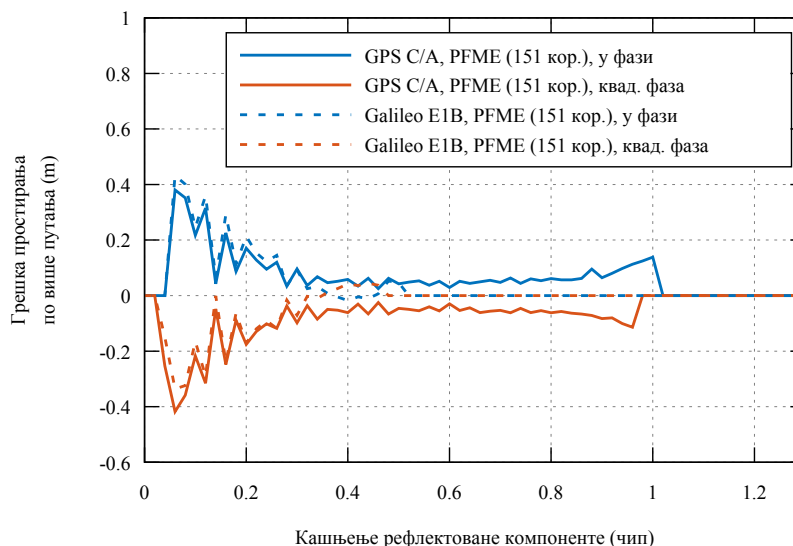
*/\* Оцена параметара фитовањем врхова \*/*

9: Применом неке методе директне претраге над функцијом циља  $F$  са почетним оценама кашњења  $\hat{\tau}_l$  и одбирцима корелације  $R(\bar{\tau}_i)$  налазимо локални минимум  $(\hat{a}_l, \hat{\tau}_l, \hat{\phi}_l)$

10: Сортирамо  $(\hat{a}_l, \hat{\tau}_l, \hat{\phi}_l)$  по  $\hat{\tau}_l$  у растућем редоследу.

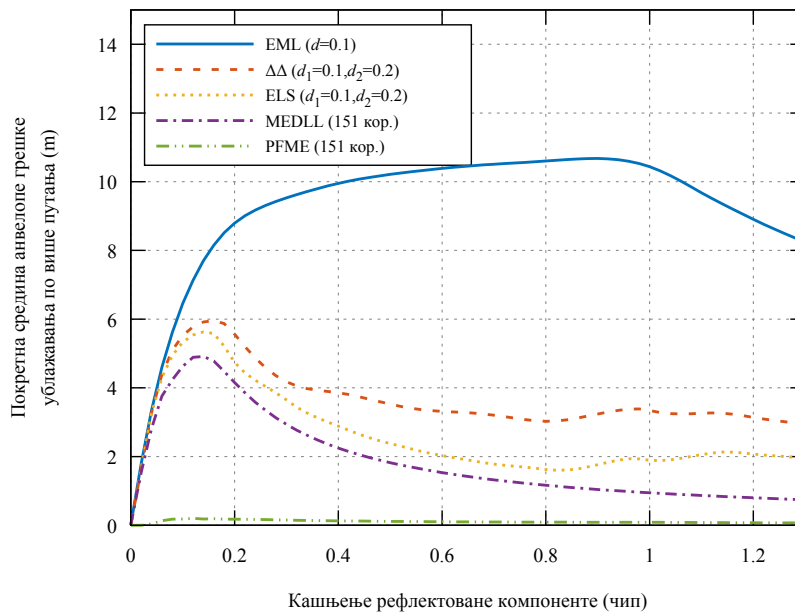
11: **stop.**

На слици 6.15 су приказане анvelope грешке простирања по више путања PFME (151 корелатор) дискриминатора за GPS/CA и Galileo E1B сигнал.



Слика 6.15: Анvelope грешке простирања по више путања за PFME (151 корелатор) дискриминатор (GPS/CA и Galileo E1B сигнал)

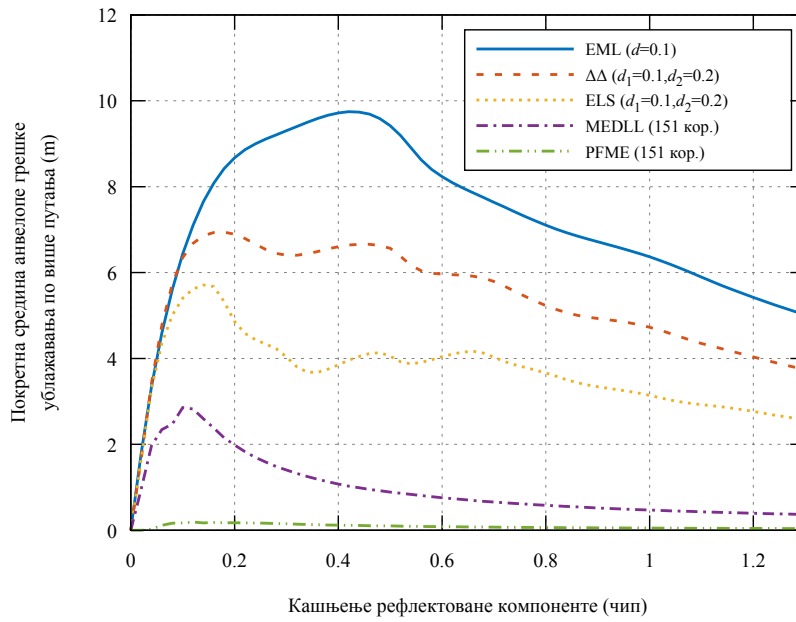
На сликама 6.16 и 6.17 дата је компарација покретних средина анвело-  
пе грешке ублажавања по више путања за GPS/CA и Galileo E1B сигнале. Са  
слике је очигледно да предложени алгоритам има знатно боље перформансе  
у погледу праћења кашњења директне компоненте у односу на остале, кла-  
сичне корелаторске технике.



Слика 6.16: Покретна средина анвело-пе грешке ублажавања по више путања GPS/CA сигнала

### 6.2.6. PF-MEDLL алгоритам

До сада је развијено неколико алгоритама за праћење параметара сигнала који се простире по више путања заснованих на честичном филтру [18–20, 22, 26, 64, 66]. Међутим, ти алгоритми су у приличној мери неефикасни обзиром да уместо вредности функције корелације за оцену стања користе одбирке сигнала на пријему. У овом поглављу ће бити приказан алгоритам за оцену стања, односно параметара сигнала, заснован на честичном филтру који за израчунавање тежина појединачних честица користи модификовани MEDLL алгоритам. Модификација се огледа у томе да за разлику од класичног MEDLL алгоритма који налази оцену за све параметаре сигнала који се простире по више путања, ова верзија алгоритма за прослеђена претпостављена кашњења компоненти сигнала налази оцене амплитуда и фаза тих



Слика 6.17: Покретна средина анвелопе грешке ублажавања по више путања Galileo E1B сигнала

компоненти. Коришћењем алгоритма 6 и 10 могуће је формулисати поступак за PF-MEDLL (*Particle filter-Multipath Delay Lock Loop*) естиматор (алгоритам 13) [25].

Вектор стања PF-MEDLL је одређен параметрима примљеног сигнала на следећи начин:

$$\mathbf{x}[n] = \left[ a_l \quad \tau_l \quad \varphi_l \right]^T, \quad l = 0, \dots, L - 1. \quad (6.7)$$

Предикција и ажурирање се врше само за оне елементе вектора стања који одговарају кашњењу компоненти сигнала. Амплитуда и фаза се налазе кроз поступак израчунавања тежина (алгоритам 14). Вектор опсервације  $\mathbf{z}[n]$  је одређен комплексним одбирцима корелационе функције. Функција значаја честица у почетном тренуку  $\pi(\mathbf{x}[0])$  је одређена униформном расподелом на следећи начин:

$$\tau_0^i[0] \sim U\left(-\frac{T_u}{2}, \frac{T_u}{2}\right) \quad (6.8)$$

$$\tau_l^i[0] \sim U\left(\tau_{l-1}^i[0], \tau_{l-1}^i[0] + \tau_{mp}\right), \quad l = 1, \dots, L - 1, \quad i = 1, \dots, P, \quad (6.9)$$

где је  $T_u$  интервал неодређености кашњења директне компоненте, а  $\tau_{mp}$  је ширина интервала на коме може да се наше рефлектовани сигнал. Функција

---

**Алгоритам 13** Алгоритам PF-MEDLL

---

**Улаз:**  $P$ ,

$$\pi(\mathbf{x}_0), \pi(\mathbf{x}[n] | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$$

**Излаз:**  $\hat{\mathbf{x}}[n]$

*/\* Иницијализација честица \*/*

1:  $i \leftarrow 1$

2: **while**  $i \leq P$  **do**

3:     Одабери почетну честицу,  $\mathbf{x}_i[0] \sim \pi(\mathbf{x}[0])$

4:     Одреди почетну тежину,  $w_i[0]$ , применом алгоритма 14

5:     Постави  $i \leftarrow i + 1$

6: **end while**

7: Нормализација тежина,  $\tilde{w}_i[0] \leftarrow w_i[0] / \sum_{j=1}^P w_j[0]$ ,  $i = 1, \dots, P$

*/\* Петља естимације \*/*

8:  $n \leftarrow 1$

9: **while** true **do**

10:      $i \leftarrow 1$

11:     **while**  $i \leq P$  **do**

12:         Одабери честицу,  $\mathbf{x}_i[n] \sim \pi(\mathbf{x}_i[n] | \mathbf{X}_{0,i}^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$

13:         Одреди тежину,  $w_i[n]$ , применом алгоритма 14

14:          $i \leftarrow i + 1$

▷ Наредна честица

15:     **end while**

16:     Нормализација тежина,  $\tilde{w}_i[n] \leftarrow w_i[n] / \sum_{j=1}^P w_j[n]$ ,  $i = 1, \dots, P$

17:     Израчунај MAP оцену

$$\hat{\mathbf{x}}^{MAP}[n] \leftarrow \arg \max_{\mathbf{x}_i[n]} \tilde{w}_i[n], \quad i = 1, \dots, P$$

18:      $n \leftarrow n + 1$

▷ Наредни временски тренутак

19: **end while**

20: **stop.**

---

значаја честица  $\pi(\mathbf{x}[n] | \mathbf{X}_0^{n-1}, \mathbf{Z}_1^n)$  се формира коришћењем нормалне расподеле и одсечене нормалне расподеле [18, 25] на следећи начин:

$$\tau_0^i[n] \sim N(\hat{\tau}_0^i[n], \sigma_0^2[n]) \quad (6.10)$$

$$\tau_l^i[n] \sim \hat{\tau}_{l-1}^i[n] + \left| N(\hat{\tau}_l^i[n] - \hat{\tau}_{l-1}^i[n], \sigma_l^2[n]) \right|, \quad l = 1, \dots, L-1, \quad i = 1, \dots, P, \quad (6.11)$$

при чему се  $\sigma_l^2[n]$  добија коришћењем следећег израза:

$$\sigma_l^2[n] \approx \sum_{i=0}^P w_i[n] (\tau_l^i[n] - \hat{\tau}_l[n])^2. \quad (6.12)$$

---

**Алгоритам 14** Модификовани MEDLL алгоритам за оцену тежина

---

**Улаз:**  $\tau_l, \mathbf{z}, L$

**Израз:**  $\hat{a}_l, \hat{\phi}_l, w$

- 1: Постављамо  $R(\bar{\tau}_i) \leftarrow \mathbf{z}, l \leftarrow 0$
  - 2: **while**  $l < L$  **do**
  - 3:      $\hat{a}_l, \hat{\phi}_l$  се израчунавају коришћењем вредности корелације  $R(\tau_l)$
  - 4:     Израчунавамо  $R(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i) - a_l R_0(\bar{\tau}_i - \tau_l) e^{j\phi_l}$
  - 5:      $l \leftarrow l + 1$
  - 6: **end while**
  - 7: **repeat** следеће кораке **until** испуњења одговарајућег критеријума
  - 8:     Постављамо  $R(\bar{\tau}_i) \leftarrow \mathbf{z}, l \leftarrow 0$
  - 9:     **while**  $l < L$  **do**
  - 10:          $\hat{a}_l, \hat{\phi}_l$  се израчунавају коришћењем вредности корелације  $R(\tau_l)$
  - 11:          $k \leftarrow l + 1$
  - 12:         **while**  $k < L$  **do**
  - 13:             Израчунавамо  $R(\tau_l) \leftarrow R(\tau_l) - a_k R_0(\tau_l - \tau_k) e^{j\phi_k}$
  - 14:              $k \leftarrow k + 1$
  - 15:         **end while**
  - 16:          $\hat{a}_l, \hat{\phi}_l$  се израчунавају коришћењем вредности корелације  $R(\tau_l)$
  - 17:         Израчунавамо  $R(\bar{\tau}_i) \leftarrow R(\bar{\tau}_i) - a_l R_0(\bar{\tau}_i - \tau_l) e^{j\phi_l}$
  - 18:          $l \leftarrow l + 1$
  - 19:     **end while**
  - 20: **end**
  - 21: Постављамо  $R(\bar{\tau}_i) \leftarrow \mathbf{z}, w \leftarrow 0, l \leftarrow 0$
  - 22: **while**  $l < L$  **do**
  - 23:      $w \leftarrow w - \left| R(\bar{\tau}_i) - a_l R_0(\bar{\tau}_i - \tau_l) e^{j\phi_l} \right|^2$
  - 24:      $l \leftarrow l + 1$
  - 25: **end while**
  - 26: **stop.**
-

## 7. Библиотека за симулацију и обраду навигационих сигнала

Библиотека за симулацију и обраду навигационих сигнала (*libGNSS*) је реализована у програмском језику C++ и подлеже ISO стандардима C++-а из 2011. и 2014. године [106]. У библиотеци се користи стандардна библиотека шаблона (*Standard Template Library, STL*) C++ језика и састоји се искључиво од заглавља што обезбеђује једноставно коришћење и независност од платформе<sup>1</sup>. У табели 7.1 је дат списак заглавља библиотеке са кратким објашњењем.

Табела 7.1: Заглавља библиотеке `libgnss`.

Назив заглавља	Кратки опис заглавља
<code>libgnss.h</code>	Основно заглавље
<code>timer.h</code>	Функције мерења времена
<code>vector.h</code>	Додатне операције на класом <code>std::vector</code>
<code>matrix.h</code>	Класа матрице
<code>csignal.h</code>	Класа комплексног сигнала
<code>dsp.h</code>	Класе за обраду сигнала
<code>galileo1.h</code>	Класа Galileo E1 генератора одбирака сигнала
<code>gpsca.h</code>	Класа GPS/CA генератора одбирака сигнала
<code>frontend.h</code>	Класа улазног степена пријемника
<code>environment.h</code>	Класе утицаја окружења на сигнал
<code>acquisition.h</code>	Класе аквизиције
<code>tracking.h</code>	Класа праћења сигнала
<code>discriminator.h</code>	Класе дискриминатора фазе и псеудослучајног сигнала
<code>loops.h</code>	Фазна петља и петља кашњења
<code>lock_detectors.h</code>	Класа детектора праћења сигнала
<code>optim.h</code>	Функције оптимизације
<code>estimation.h</code>	Класе естимације
<code>statistics.h</code>	Класе за прикупљање статистика

`libGNSS` интензивно користи именске просторе (*namespace*) у циљу логичког раздвајања библиотечких класа и функција. Основни именски простор у коме се налазе предефинисани типови, константе, класе и други именски

<sup>1</sup>Рачунарски систем са одговарајућим оперативним системом чини платформу.

## 7. БИБЛИОТЕКА ЗА СИМУЛАЦИЈУ И ОБРАДУ НАВИГАЦИОНИХ СИГНАЛА

простори носи назив целокупне библиотеке, `libgnss`. У табели 7.2 су приказани називи именских простора, као и њихова међусобна припадност.

Табела 7.2: Именски простори и хијерархијска припадност именских простора

Ниво именског простора				
0	1	2	3	4
	dsp			
	conversion			
	math			
	gps	ca		
		p		
	galileo	e1		
	environment	multipath		
libgnss		acquisition	detector	
	receiver	tracking	discriminator	code
			locked_loop	
	optimization			
	estimation			
	timer			
	statistics			

На слици 7.1 је приказан UML класни дијаграм који садржи именске просторе и неке класе заједно са припадношћу одређеном именском простору. Са исте слике се види да именском простору `libgnss` припадају структура `settings` и класа `csignal`. У структури `settings` се налазе три статичка члана и први се односи на фреквенцију одабирања сигнала (`SIG_Fs`), други на фреквенцију носиоца (`SIG_Fif`), док је трећи члан корак одабирања изражен у чиповима (`SIG_h`). Структура се налази у заглављу `libgnss.h` које је неопходно увести у изворни код програма, а статичке чланове структуре иницијализовати. У супротном, програм се неће превести.

`csignal` је изузетно значајна класа за библиотеку која садржи одбирке сигнала и спроводи неке операције над њима. Појединачни одбирци су приказани као комплексни бројеви са реалним и имагинарним



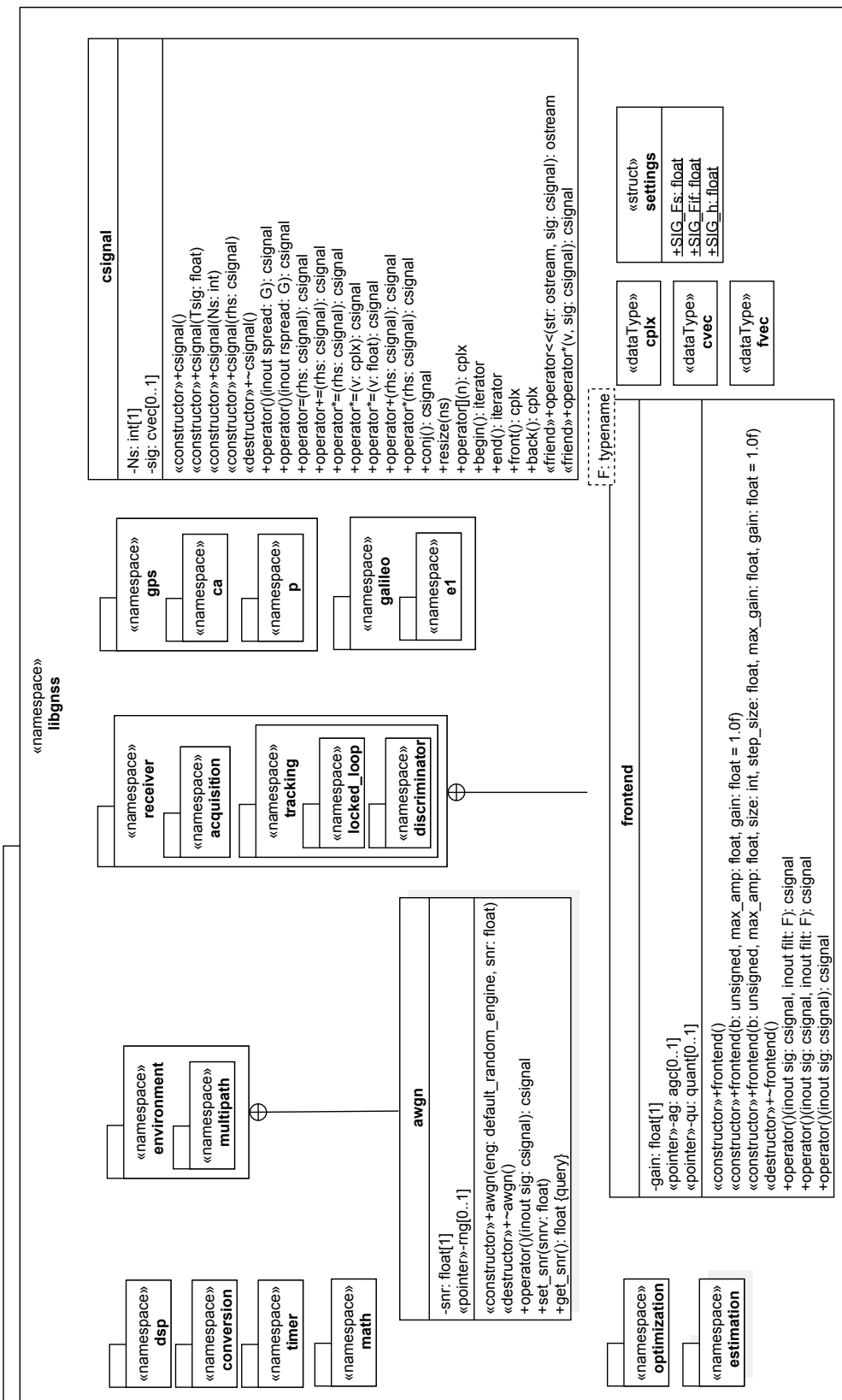
делом у виду вредности са покретном тачком једноструке прецизности (`std::complex<float>` тзв. `cplx`). Одбирци су смештени у вектор комплексних бројева (`std::vector<cplx>` тзв. `cvec`). Класа има четири конструктора од којих је један подразумевани конструктор, један конструктор копије, док су преостала два конструктори сигнала у зависности од броја одбирака или времена трајања сигнала.

По стварању објекта класе сви одбирци су једнаки 0. Вредности одбирака је могуће иницијализовати директним приступом одбирку путем итератора класе или оператора индекса (`operator[]`), али практичније је користити оператор функцијског позива (`operator()`) коме се прослеђује објекат . Тим оператором се објекту класе `csignal` прослеђује објекат генератора (`spread`) (путем референце или „`rvalue`” вредности који на аутоматски начин врши иницијализацију свих одбирака.

Над објектом класе `csignal` могуће је спроводити и друге операције. Наиме, могуће је сабирање или множење два објекта класе (у ту сврху се користе следећи оператори `operator+=`, `operator*=`, `operator+`, `operator*`). Тада се сваки одбирак једног објекта сабира (множи) са сваким одбирком другог објекта. Даље могуће је додељивање једног објекта другом објекту (одбирци из десног објекта се копирају у леви објекат, `operator=`), множење реалном или комплексном вредношћу и коњуговање обирака објекта.

На слици 7.1 су приказане још две класе које не припадају истом именском простору као и класа `csignal`. То су класе `awgn` и `frontend`. Класа `awgn` припада именском простору `libgnss::environment` и служи да uvede адитивни бели Гаусов шум у сигнал. Снага уведеног шума се одређује путем односа сигнал-шум ( $S/N$ ) који се прослеђује конструктору класе. Класа `frontend` извршава операције улазног степена пријемника. Сигнал се филтрира, појачава (аутоматским управљањем појачањем се добија сигнал одређене амплитуде) и врши се његова квантизација. Ова класа припада именском простору `libgnss::receiver`.

У заглављу `dsp.h` се поред класа и функција задужених за дигиталну обраду сигнала налазе и неке помоћне класе и функције (класа за линеарну, „`B-spline`” интерполацију, функције за налажење реалне нуле функције, итд.)



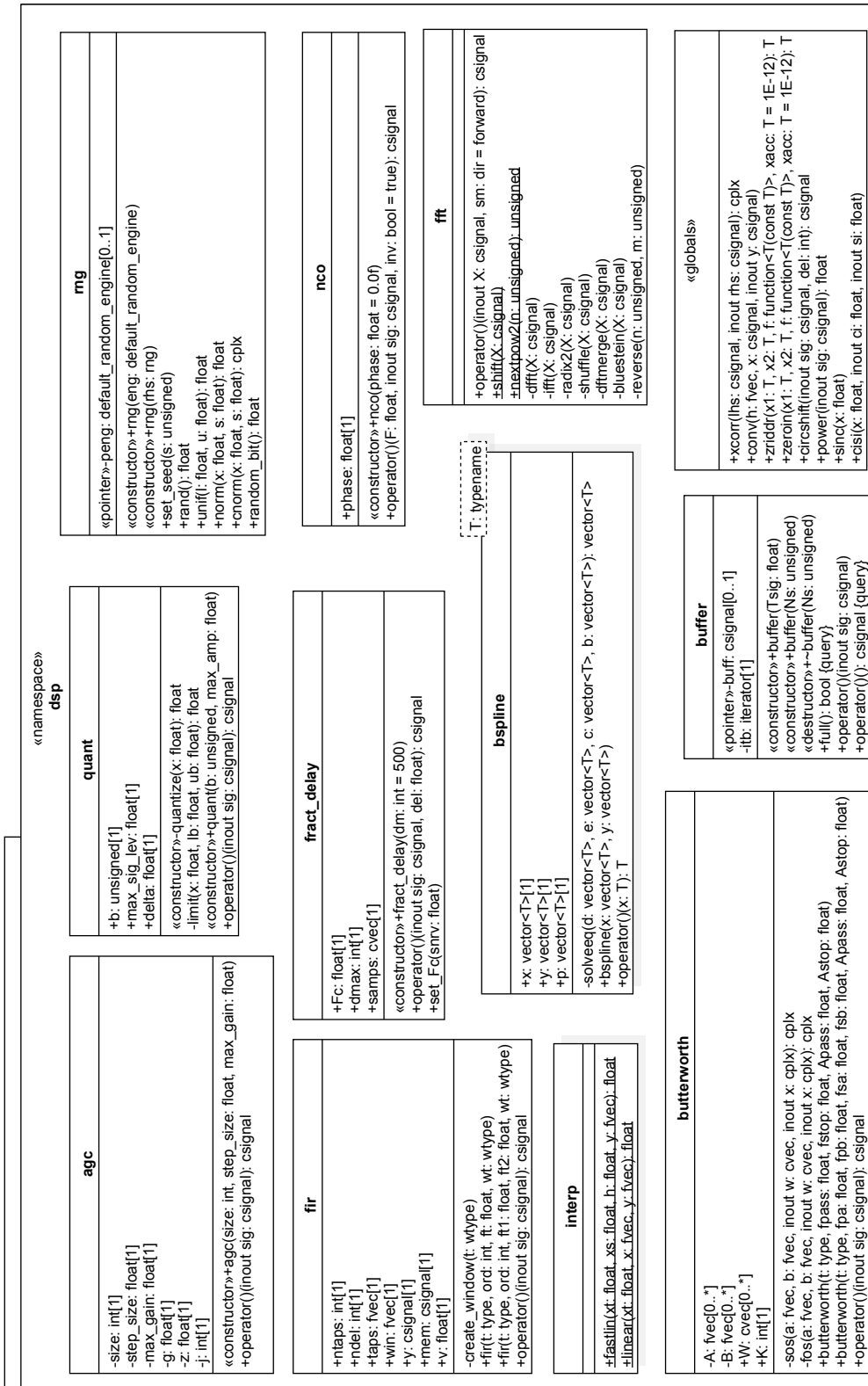
Слика 7.1: Дијаграм класа и пакета простора имена libgnss.

(слика 7.2). У класе за дигиталну обраду сигнала спадају:

1. `agc` – класа аутоматског управљања појачањем (*Automatic Gain Control*, AGC) која користи поступак логаритамско-експоненцијалног аутоматског управљања појачањем,
2. `quant` – класа квантизације сигнала,
3. `rand` – класа генератора случајних бројева заснована на Парк-Милеровој (Park-Miller) верзији Лехмеровог (Lehmer) генератора случајних бројева,
4. `buffer` – класа која прикупља одбирке сигнала док не прикупи одређени број одбирака, да би након тога вратила сигнал са свим прикупљеним одбирцима,
5. `buffer` – класа која прикупља одбирке сигнала док не прикупи одређени број одбирака, да би након тога вратила сигнал са свим прикупљеним одбирцима,
6. `psc` – класа нумерички контролисаног осцилатора која модулише сигнал носиоцем или уклања носиоц из комплексног сигнала,
7. `fract_delay` – класа филтра кашњења нецелобројног реда која користи линерану интерполацију вредности два суседна одбирка да би вратила вредност одбирка за нецелобројну вредност периода одабирања,
8. `fir` – класа филтра коначног импулсног одзива (*Finite Impulse Response*, FIR) (нископропусни, високопропусни, појаснопропусни, појаснонепропусни),
9. `butterworth` – класа Батервортовог (Butterworth) филтра бесконачног импулсног одзива (нископропусни, високопропусни, појаснопропусни, појаснонепропусни),
10. `fft` – класа брзе Фуријеове (Fourier) трансформације (*Fast Fourier Transformation*, FFT) (у зависности од броја одбирака користе се Radix-2 или Блустајнов (Bluestein) алгоритам).

Све ове класе се користе искључиво над објектима класе `signal`.

Од функција које припадају заглављу `dsp.h` битно је три поменути (слика 7.2): `xcorr`, која се користи за налажење узајамне корелације између два сигнала, `conv`, за израчунавање конволуције два сигнала и `circshift`, функ-



Слика 7.2: Дијаграм класа и пакета простора имена dsp.

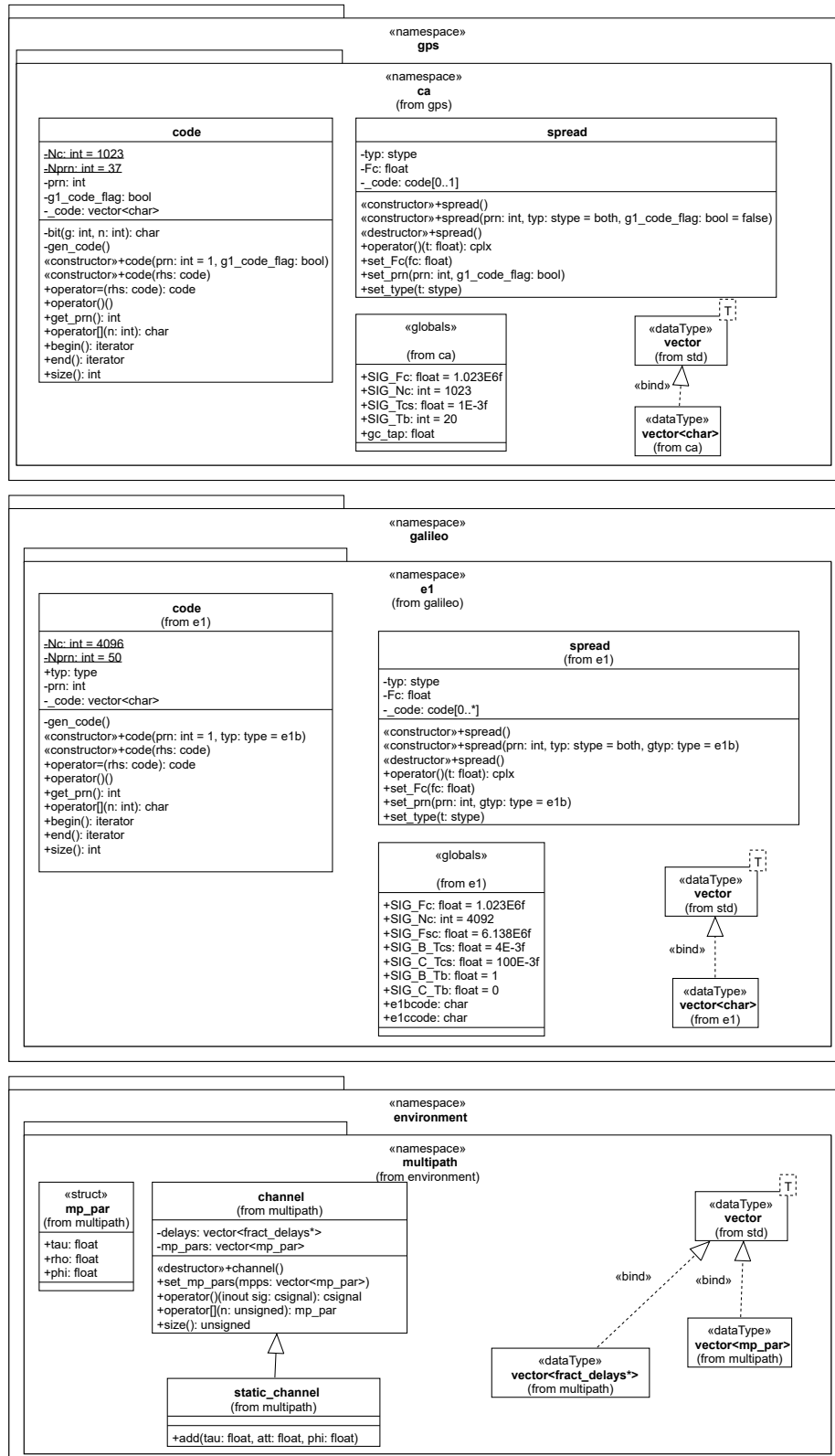
ција за ротацију одбирака сигнала чиме је могуће осварити целобројно кашњење сигнала.

Већ је речено да се прослеђивањем објекта класе `spread` оператору `operator()` класе `csignal` врши иницијализација одбирака вредностима одговарајућег сигнала проширеног спектра. Класа `spread` је задужена да вредности псеудослучајне кодне секвенце добијене из класе `code` распореди у одбирке сигнала (слика 7.3). Обе ове класе смештене су у два именска простора `gps::sa` и `galileo::e1`. Између класа `spread` у ова два именска простора једина је разлика што у случају Galileo E1 сигнала може се вршити избор да ли ће бити генерисан Galileo E1B или Galileo E1C сигнал. Једноставним увођењем именског простора у програм добија се жељени сигнал. У ова два именска простора се налазе и одговарајуће константе сигнала (фреквенција псеудослучајног сигнала, број чипова псеудослучајног сигнала, време трајања једне кодне секвенце, број кодних секвенци у једном биту навигационе поруке, итд.).

Поред класе `awgn` за коју је речено да се налази у именском простору `environment` у њему се налази и именски простор `multipath` са структуром `mp_par`, класама `channel` и `static_channel`. Класа `static_channel` јавно наслеђује класу `channel`. Ове класе се користе при симулацији окружења у коме се сигнал креће по пише путања, при чему структура `mp_par` носи информације о каналу (слабљењу, кашњењу и промени фазе сигнала у каналу), класа `channel` од прослеђеног сигнала формира сложени сигнал који се састоји од више компоненти различитих амплитуда, кашњења и фаза, док класа `static_channel` поједностављује коришћење класе `channel` (слика 7.3).

На слици 7.4 су приказани именски простори класа аквизиције и праћења (`acquisition` и `tracking`, респективно). Класа `bin` чува вредности корелације за одговарајући прозор претраге (Доплерова фреквенција, кашњење псеудослучајног сигнала). Класе `neuman_pearson` и `mean_value` служе да детектују присуство сигнала, док су класе `sequential`, `parallel_frequency` и `parallel_code` су класе које одговарају серијској претрази, паралелној претрази простора Доплере фреквенције и паралел-

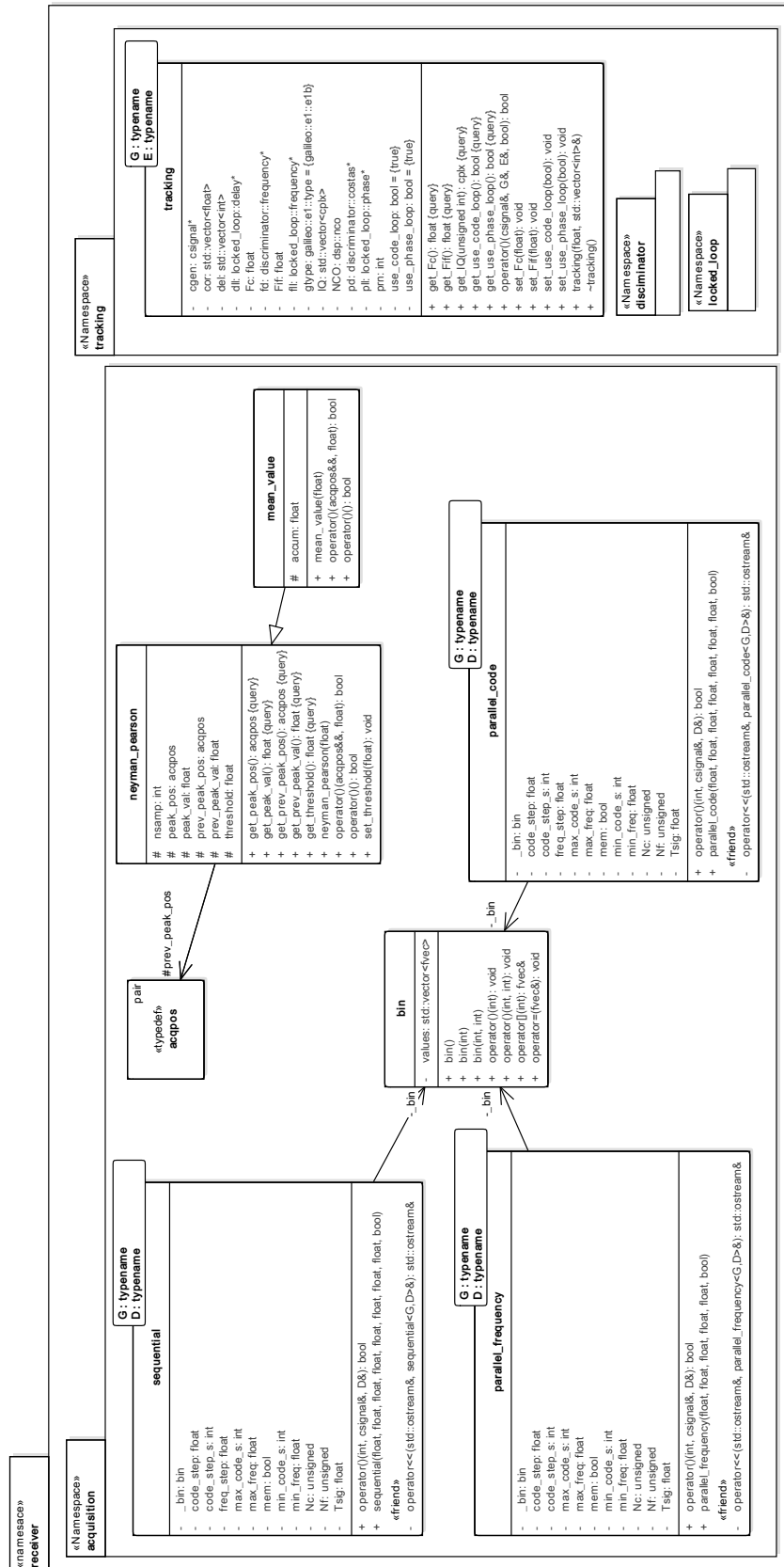
## 7. БИБЛИОТЕКА ЗА СИМУЛАЦИЈУ И ОБРАДУ НАВИГАЦИОНИХ СИГНАЛА



Слика 7.3: Дијаграм класа и пакета простора имена `gps::ca`, `galileo::e1`, `environment::multipath`.

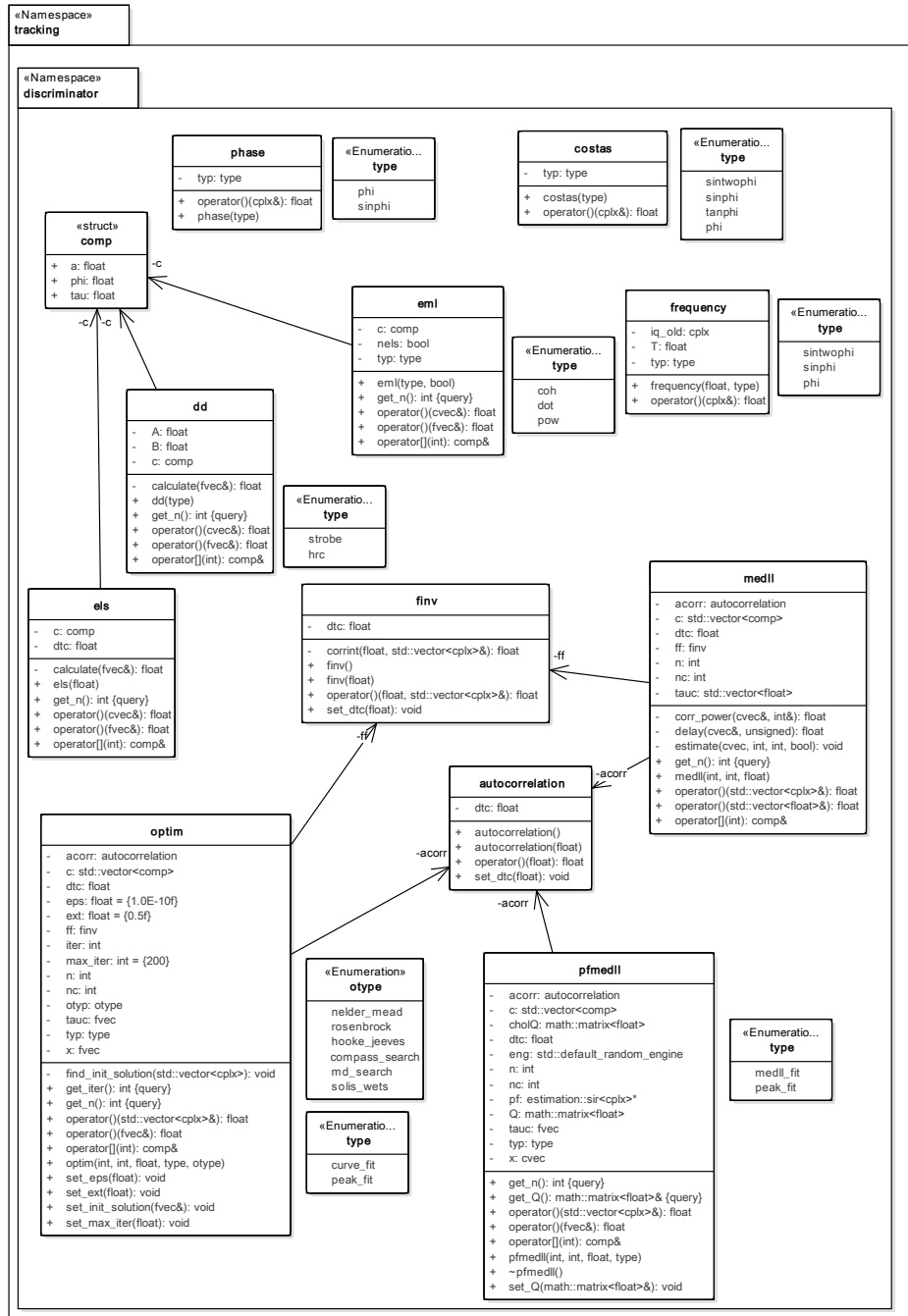
ну претрагу простора кашњења сигнала проширеног спектра, респективно. `sequential`, `parallel_frequency` и `parallel_code` су класе шаблони са два аргумента: класом генератора сигнала (`spread`) и детектором присуства сигнала. Поред класа аквизиције на слици 7.4 је приказана класа преаћења кашњења и фазе псеудослучајног сигнала `tracking`. Ова класа усклађује фреквенције носиоца и сигнала проширеног спектра применом петље носиоца и кашњења, при чему улаз у петље представљају вредности добијене одговарајућим дискриминатором. Као дискриминатор петље носиоца се користи Костасов дискриминатор, док се класа дискриминатора петље кашњења прослеђује као други аргумент шаблона класе. Први аргумент шаблона класе `tracking` је класа одговарајућег генератора сигнала.

Слика 7.5 представља дијаграм класа дискриминатора фазе, фреквенције и кашњења. У простору имена, дијаграма класа са слике, налазе се и класе аутокорелационе функције `autocorrelation` и инверзне S-криве `finv`. Дискриминатори кашњења смештени су у именском простору `code`. Слика 7.6 представља дијаграм класа петљи носиоца и петље кашњења. Петље носиоца су реализоване као: фазна, фреквенцијска и фазна петља потпомогнута фреквенцијском петљом. Све четири петље у основи користе класу `filter`. Класа `filter` се реализује коришћењем класе `integrator`.

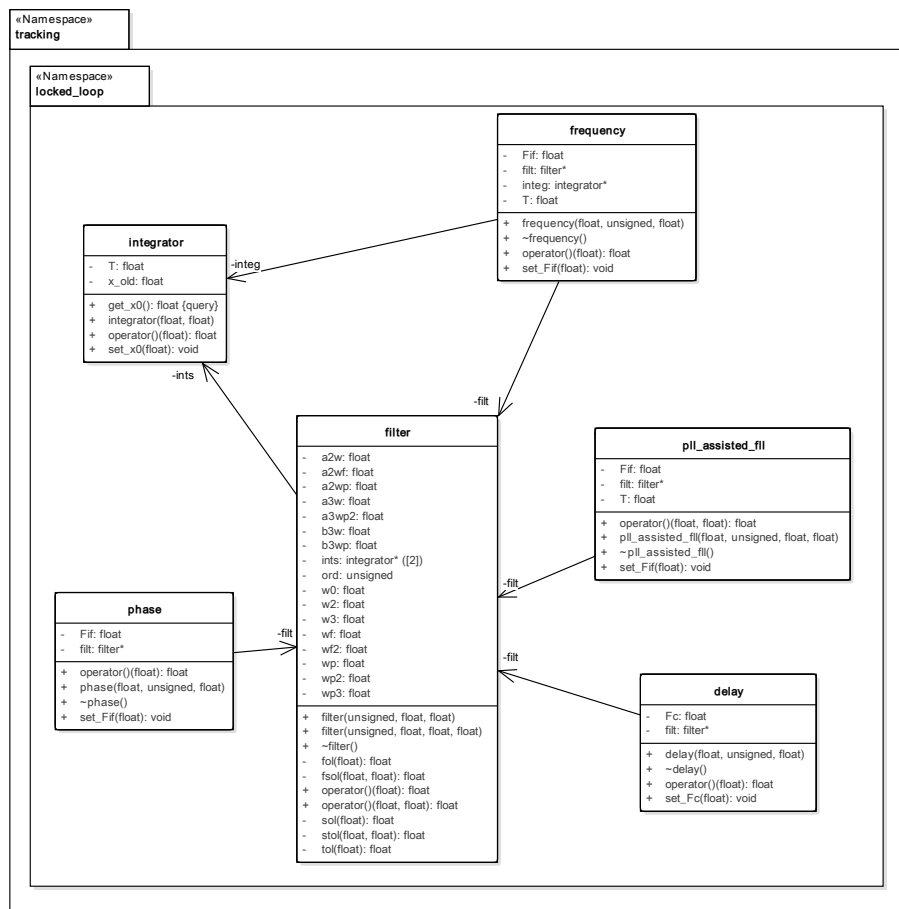


Слика 7.4: Дијаграм класа и пакета простора имена acquisition и tracking.





Слика 7.5: Дијаграм класа и пакета простора имена discriminator.



Слика 7.6: Дијаграм класа и пакета простора имена locked\_loop.

## 8. Експериментални резултати

### 8.1. Експериментални резултати - PFME

У табели 8.1 су дате неке вредности параметара симулираних сигнала.

Табела 8.1: Поставке симулираних сигнала

Параметар	Вредност
Пропусни опсег ( $BW$ )	8,184 MHz
Међуфреквенција ( $f_0$ )	9,42 MHz
Фреквенција одабирања ( $f_s$ )	29 MHz
Број корелатора ( $N_{corr}$ )	151

Анвелопа грешке кашњења простирања по више путања има два ограничења: сигнал на пријему није зашумљен и садржи само једну рефлектовану компоненту. Јасно је да ова два ограничења нису применљива у некој реалној ситуацији. Због тога ћемо као меру ефикасности ублажавања простирања по више путања узети корен из средње квадратне грешке (*Root Mean Square Error*, RMSE). У овом случају симулирани сигнал ће садржати две рефлектоване компоненте ( $L = 3$ ) и адитивни бели Гаусов шум (однос носилац-шум износи  $C/N_0 = 45$  dB-Hz). Кашњења директних и рефлектованих компоненти се мењају коришћењем следећег израза

$$\tau_i(k) = \tau_i(0) + hk + v, \quad i = 0, 1, 2, \quad (8.1)$$

при чему је  $k$  редни број периода интеграције,  $h$  је константа ( $h = 10^{-4}$ ), а  $v$  је нормално расподељена случајна променљива,  $v \sim N(0; 0, 1)$ . Амплитуде прве и друге рефлектоване компоненте су ослабљене у односу на директну компоненту за 6 dB и 10 dB, респективно, док су фазе свих компоненти униформно расподељене на интервалу  $[-\pi, \pi]$ . Период интеграције и у случају GPS/CA и Galileo E1B сигнала износи 100 ms. Метода директне претраге која ће бити коришћена у PFME алгоритму је претрага компасом (*compass search*).

На слици 8.1 је приказана оцена кашњења директне, прве и друге рефлектоване компоненте GPS/CA сигнала применом MEDLL и PFME алгорита у односу на стварно кашњење сигнала, док је на слици 8.2 дата оцена кашњења директне компоненте Galileo E1B сигнала применом PFME и MEDLL алгорита.

Са дијаграма се види да PFME алгорита углавном боље прати кашњење компоненти сигнала него MEDLL алгорита. Једино у случају директне компоненте GPS/CA сигнала MEDLL алгорита боље прати кашњење сигнала од PFME алгорита. Такав закључак је поткрепљен вредностима корена средње квадратне грешке оцено кашњења компоненти сигнала приказаних у табели 8.2.

Табела 8.2: Корен из средње квадратне грешке оцено кашњења компоненти сигнала

Сигнал	Компонента сигнала	Корен из средње квадратне грешке - RMSE (чип)	
		MEDLL	PFME
GPS/CA	директна	<b>0,041388</b>	0,075245
	прва	0,258734	<b>0,114621</b>
	друга	0,806417	<b>0,271812</b>
Galileo E1B	директна	0,681906	<b>0,177341</b>

## 8.2. Експериментални резултати - PF-MEDLL

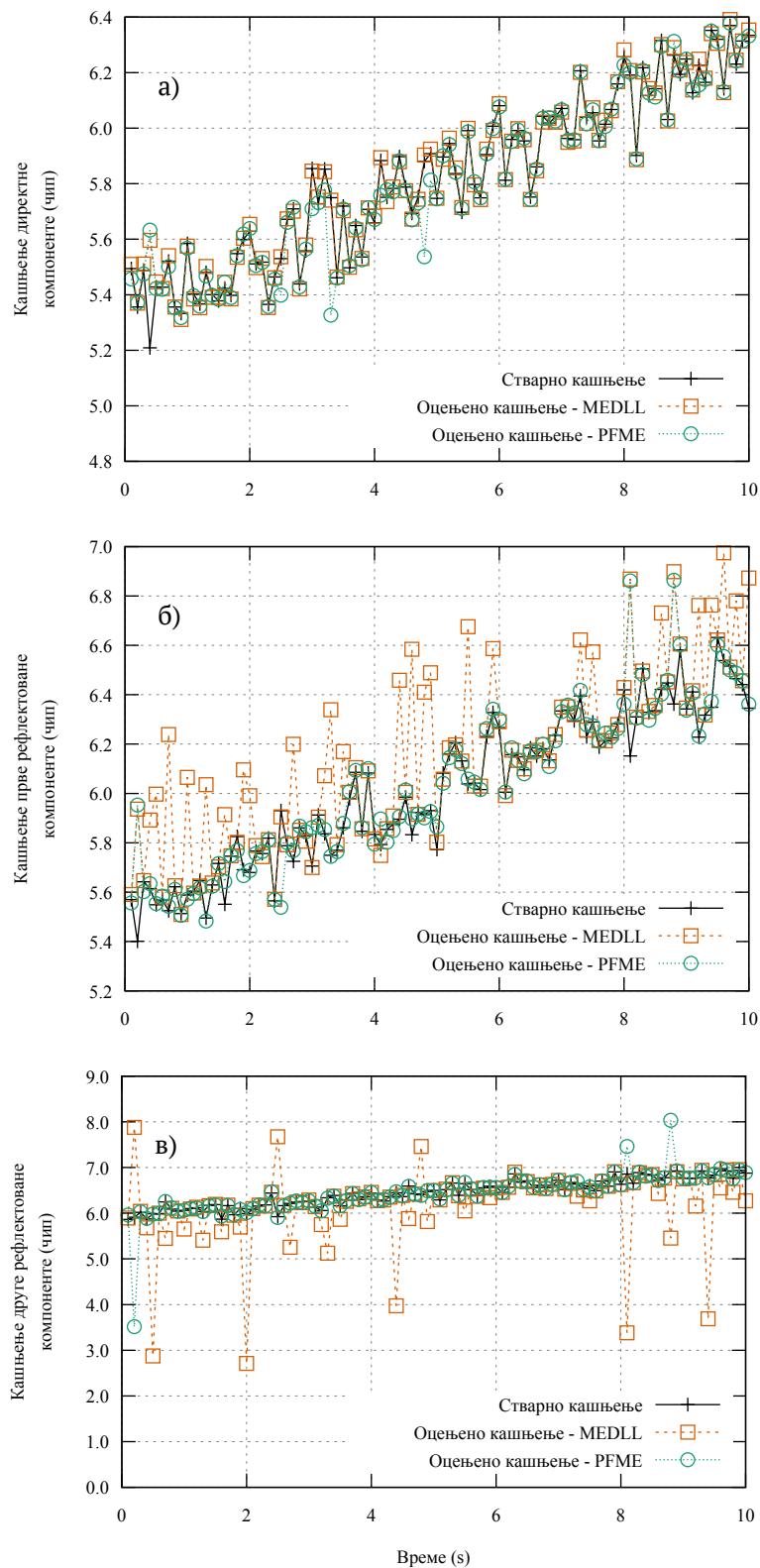
У табели 8.3 су дате вредности параметара симулираних сигнала.

Табела 8.3: Поставке симулираних сигнала

Параметар	Вредност
Пропусни опсег ( $BW$ )	6 MHz
Међуфреквенција ( $f_0$ )	3,42 MHz
Фреквенција одабирања ( $f_s$ )	12 MHz
Број корелатора ( $N_{corr}$ )	21

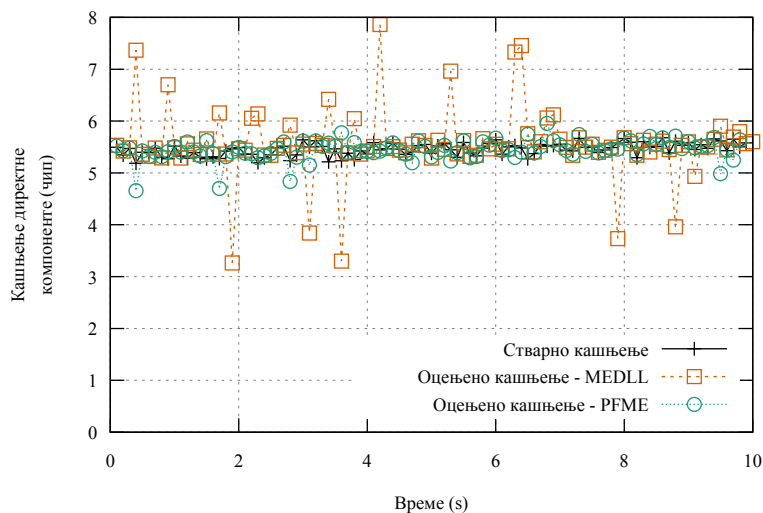
Добијене резултате ћемо поредити са MEDLL алгоритмом који служи за једног од најбољих алгорита за ублажавање утицаја простирања по више путања [74].

Слика 8.3 приказује средњу квадратну грешку предложеног PF-MEDLL филтра са  $P = 5$  честица и MEDLL алгорита са 21 корелатором у ситуацији



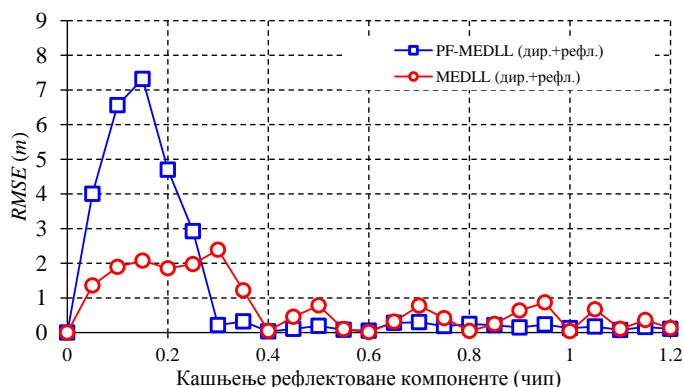
Слика 8.1: Оцена кашњења а) директне, б) прве и в) друге рефлектоване компоненте GPS/CA сигнала применом MEDLL и PFME алгоритма

## 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ



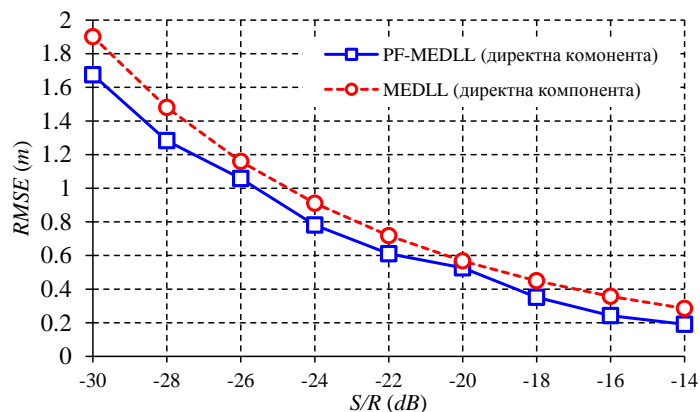
Слика 8.2: Оцена кашњења директне компоненте Galileo E1B сигнала при меном MEDLL и PFME алгоритма

када сигнал на пријему садржи две компоненте (директну и рефлектовану компоненту). Фазна разлика између директне и рефлектоване компоненте је  $0^\circ$  (конструктивна фаза) док је однос снага рефлектованог и директног сигнала изражен у децибелима и износи 6 dB. Са слике се види да PF-MEDLL успешно ублажава утицај рефлектоване компоненте за кашњења рефлектоване компоненте већа од 0,3 чипа. С друге стране, MEDLL успешно уклања утицај рефлектоване компоненте за кашњења рефлектоване компоненте већа од 0,4 чипа. За кашњења мања од 0,25 чипа средња квадратна грешка PF-MEDLL-а је већа од средње квадратне грешке MEDLL алгоритма.



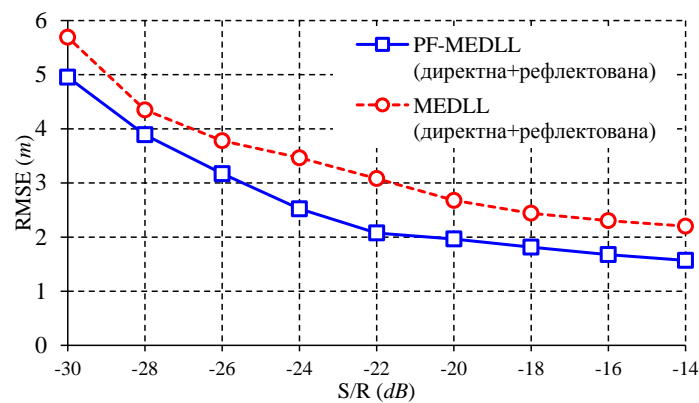
Слика 8.3: Средња квадратна грешка оцено кашњења директне компоненте при меном PF-MEDLL и MEDLL у односу на кашњење рефлектоване компоненте (GPS/CA сигнал)

Слике 8.4 и 8.5 пореде перформансе MEDLL и PF-MEDLL естиматора у присуству адитивног белог Гаусовог шума. Овај период интеграције одговара трајању 30 навигационих бита GPS/CA сигнала. Након израчунавања корелације за задати период интеграције иначе мали однос сигнал-шум се увећава тако да његова вредност постаје већа од 30 dB. Слике 8.4 и 8.5 приказују RMSE грешке оцене као функције односа сигнал-шум ( $S/N$ ). Вредности  $S/N$  се налазе на интервалу од -30 dB до -14 dB који је типичан за сателитске навигационе сигнале. На слици 8.4 је приказана зависност средње квадратне грешке за PF-MEDLL и MEDLL алгоритма у односу на  $S/N$  када примљени сигнал садржи само директну компоненту. Са слике види да је RMSE за PF-MEDLL мањи од RMSE за MEDLL за целокупни интервал вредности  $S/N$ -а.



Слика 8.4: RMSE кашњења директног сигнала у зависности од  $S/N$  - нема рефлектованих компоненти

На слици 8.5 су приказане средње квадратне грешке за PF-MEDLL филтар и MEDLL алгоритам у случају када поред директне компоненте у сигналу на пријему се налази и једна рефлектована компонента. Рефлектована компонента је закашњена у односу на директну компоненту за 0,25 чипа. Са слике се види да је RMSE PF-MEDLL филтра боља од RMSE MEDLL алгоритма за све вредности  $S/N$ .



Слика 8.5: RMSE кашњења директног сигнала у зависности од  $S/N$  - једна рефлектована компонента

### 8.3. Експериментални резултати - VNSPF

VNSPF је предложени нови естиматор који ће бити примењен за проблем праћења објекта коришћењем правца кретања (*heading*). Праћење коришћењем правца кретања има вишеструку примену, али се највише користи за ваздухопловне и поморске операције [4, 5, 62, 81]. У сврху поређења је идеализованом неколико класичних естиматора (EKF [5, 15], UKF [15, 51] и PF [3, 15, 17, 28, 30]), заједно са естиматорима који користе интерактивни вишеструки модел (*Interactive Multiple Model*, IMM) и вишеструки модел (MM) (IMMEKF [5, 62], IMMUKF [5, 62] и MMPF [4, 81]).

#### 8.3.1. Модел кретања и опсервације правца кретања

У циљу испитивања предложеног VNS честичног филтра у погледу перформанси праћења покретног објекта спроведен је експеримент са великим бројем Монте Карло симулација. Прво се испитују перформансе предложеног филтра за проблеме праћења не-маневришућег објекта, а затим се истраживање проширује на проблеме праћења маневришућег објекта. За поређење са предложеним алгоритмом коришћено је више различитих алгоритама естимације. У случају праћења не-маневришућег објекта, користе се стандардни EKF [5, 15], UKF [15, 51] и SIR PF [3, 15, 17, 28, 30], док се за праћење коришћењем правца кретања маневришућег објекта користе традиционални IMM-филтри (IMMEKF, IMMUKF) [5, 62] и PF филтри са више



модела (ММРФ) [4, 81].

Праћењем правца кретања се одређује позиција и брзина покретног објекта у сваком временском тренутку и у ту сврху се користе зашумљене опсервације правца кретања објекта [4, 62, 81].

Општи облик кретања маневришућег објекта може се написати као:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{f}[n](\mathbf{x}[n-1], \mathbf{w}[n]) = \mathbf{F}^{(r[n])}(\mathbf{x}[n-1]) \cdot \mathbf{x}[n-1] + \mathbf{w}[n]^{(r[n])}, \quad (8.2)$$

где је  $\mathbf{x}[n] = \begin{bmatrix} X[n] & \dot{X}[n] & Y[n] & \dot{Y}[n] \end{bmatrix}^T$  вектор стања. Са  $(X[n]; Y[n])$  је ознака позиција циља, док је са  $(\dot{X}[n]; \dot{Y}[n])$  означена брзина циља. Са  $\mathbf{F}^{(r[n])}(\cdot)$  је означена матрица стања која одговара режиму рада  $r[n]$ , док је  $\mathbf{w}^{(r[n])}[n]$  шум процеса који зависи од режима рада и за који се претпоставља да је нормално расподељен са нултом средњом вредношћу и матрицом коваријансе  $\mathbf{Q}^{(r[n])}$ .

Матрица стања континуалног модела брзине гласи:

$$\mathbf{F}^{(1)}(\mathbf{x}[n]) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8.3)$$

где је  $T_s$  период одабирања. Матрице стања које одговарају координисаним моделима скретања у смеру казаљке на сату и у смеру супротном од смера казаљке на сату представљене су:

$$\mathbf{F}^{(j)}(\mathbf{x}[n]) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\omega^{(j)}[n]T_s)/\omega^{(j)}[n] & 0 & -(1 - \cos(\omega^{(j)}[n]T_s))/\omega^{(j)}[n] \\ 0 & \cos(\omega^{(j)}[n]T_s) & 0 & -\sin(\omega^{(j)}[n]T_s) \\ 0 & (1 - \cos(\omega^{(j)}[n]T_s))/\omega^{(j)}[n] & 1 & \sin(\omega^{(j)}[n]T_s)/\omega^{(j)}[n] \\ 0 & \sin(\omega^{(j)}[n]T_s) & 0 & \cos(\omega^{(j)}[n]T_s) \end{bmatrix}, \quad j = 2, 3 \quad (8.4)$$

где  $\omega^{(j)}[n]$  означава угаону брзину скретања ( $\omega^{(2)}[n] < 0$  одговара скретању у смеру казаљке на сату, док  $\omega^{(3)}[n] > 0$  одговара смеру супротном од смера кретања казаљке на сату) [62].

За мерење угла између објекта и  $Y$  осе у сваком временском тренутку  $t$  ( $t = nT_s$ ,  $n = 1, \dots, N - 1$ ) користе се два опсервера. Једначина опсервације дата је следећим изразом:

$$\mathbf{z}[n] = \mathbf{h}[n](\mathbf{x}[n]) + \mathbf{v}[n], \quad (8.5)$$

где је  $\mathbf{v}[n]$  нормално расподељени шум опсервације са нултом средњом вредношћу и коваријансом  $\mathbf{R}$ , док је

$$\mathbf{h}[n](\mathbf{x}[n]) = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{X[n]-X_1^0}{Y[n]-Y_1^0}\right) \\ \arctan\left(\frac{X[n]-X_2^0}{Y[n]-Y_2^0}\right) \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

функција мерења. Са  $(X_i^0; Y_i^0)$ ,  $i = 1, 2$  су означене позиције стационарних опсервера.

Као што је већ наведено, разматрају се два случаја:

1. *Случај 1 (не-маневришући објекат)*: Објекат започиње ректилинеарно кретање са константном брзином (25 m/s; 0 m/s) из позиције (0; 118 m). Цео процес се извршава за 200 одбирака времена.
2. *Случај 2 (маневришући објекат)*: Најпре се објекат лоцира на позицију (0; 5,5 km). За првих 50 одбирака, објекат врши ректилинеарно кретање са константном брзином (25 m/s; -5 m/s). Након тог периода на објекту се примењује скретање у супротном смеру од кретања казаљке на сату и скретање у смеру казаљке на сату, сукцесивно за 50 одбирака. На крају, објекат се креће на униформан ректилинеарни начин за следећих 50 одбирака.

Два стационарна опсервера, која се користе за мерење угла правца кретања, лоцирани су на (0; 0) и (-2 km; 0), респективно. Остали параметри значајни за модел су:  $T_s = 0,5$  s,  $\mathbf{Q}^{(1)} = \text{diag}(4 \cdot 10^{-4}; 2 \cdot 10^{-4}; 4 \cdot 10^{-4}; 2 \cdot 10^{-4})$ ,  $\mathbf{Q}^{(2,3)} = \text{diag}(1 \cdot 10^{-3}; 4 \cdot 10^{-4}; 1 \cdot 10^{-3}; 2 \cdot 10^{-4})$ ,  $\mathbf{R} = \text{diag}(5 \cdot 10^{-4}; 5 \cdot 10^{-4})$ . У првом случају, почетна оцена коваријансе грешке износи  $\mathbf{P}_0 = \text{diag}(10; 1; 10; 1)$ , док је у другом случају  $\mathbf{P}_0 = \text{diag}(100; 1; 100; 1)$ . Са  $\text{diag}(\cdot)$  је означена дијагонална матрица.

### 8.3.2. Компаративна анализа

У симулационом експерименту, симулација је поновљена 50 пута да би се осигурало непристрасно поређење и током сваког извршења симулације сви естиматори обрађују исте податке. Корен средње квадратне грешке (*Root Mean Square Error*, RMSE) и корен временски усредњене средње квадратне грешке (*Root Time Averaged Mean Square Error*, RTAMS) користе се за вредновање перформанси естимације (за детаље о RMSE и RTAMS видети [62]). Обе мере обезбеђују јасне информације о тачности одређеног естиматора. Сви програми коришћени за извођење експеримента кодирани су у програмском језику C++.

У фази размрдавања VNSPF филтра коришћене су следеће коваријансе:

- у првом случају –  $\mathbf{S}_1 = \text{diag}(0,1; 0,01; 0,1; 0,01)$ ,  $\mathbf{S}_2 = \text{diag}(0,5; 0,05; 0,5; 0,05)$ ,  $\mathbf{S}_3 = \text{diag}(1,0; 0,1; 1,0; 0,1)$  и  $\mathbf{S}_4 = \text{diag}(5,0; 0,15; 5,0; 0,15)$ ,
- у другом случају –  $\mathbf{S}_1 = \text{diag}(50,0; 1,0; 50,0; 1,0)$ ,  $\mathbf{S}_2 = \text{diag}(20,0; 0,5; 20,0; 0,5)$ ,  $\mathbf{S}_3 = \text{diag}(10,0; 0,1; 10,0; 0,1)$ ,  $\mathbf{S}_4 = \text{diag}(5,0; 0,05; 5,0; 0,05)$ ,  $\mathbf{S}_5 = \text{diag}(1,0; 0,01; 1,0; 0,01)$ ,  $\mathbf{S}_6 = \text{diag}(0,1; 0,005; 0,1; 0,005)$  и  $\mathbf{S}_7 = \text{diag}(0,01; 0,001; 0,01; 0,001)$ .

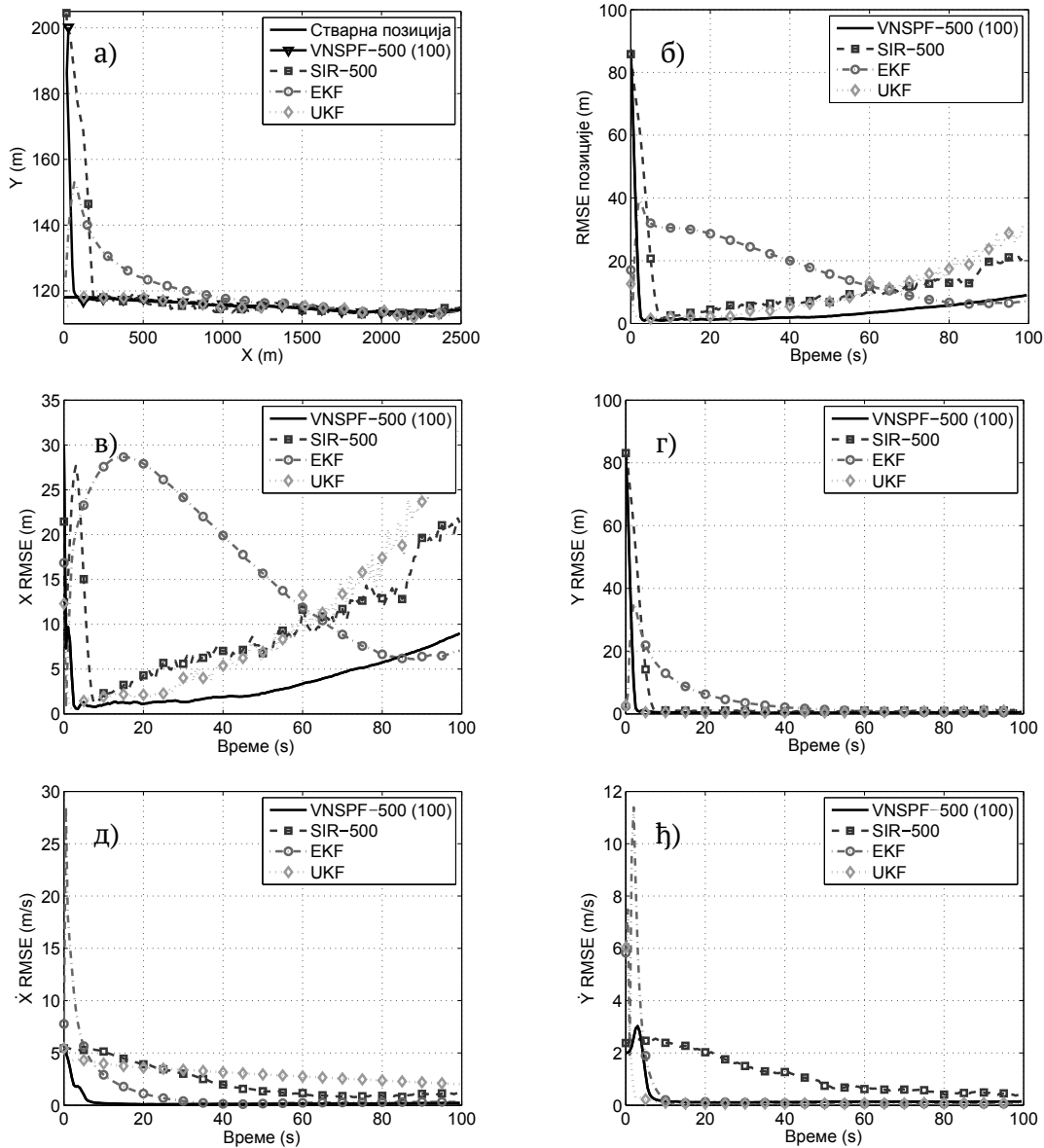
### Праћење не-маневришућег објекта

У наставку тезе, VNSPF и SIR PF означавају се као VNSPF- $P$  ( $L$ ) и SIR- $P$ , респективно.  $P$  је број честица и  $L$  је број итерација.

Слике 8.6 - 8.8 приказују оцене праћења позиције, RMSE оцене позиције, RMSE  $X$  координате позиције, RMSE  $Y$  координате позиције, RMSE  $\dot{X}$  координате брзине и RMSE  $\dot{Y}$  координате брзине VNSPF- $P$  (100) у поређењу са SIR- $P$ , EKF и UKF филтром у случају не-маневришућег објекта ( $P = 500, 50$  и  $200$  честица). На слици 8.6 је приказана компарација перформанси VNSPF-500 (100) са EKF, UKF и SIR-500 филтрима. Слика 8.6 а) јасно показује извршне способности праћења VNSPF-500 (100) филтра. Исто важи и за VNSPF-500 (100) филтар на слици 8.7 а), као и за VNSPF-200 (100) филтар на слици 8.8 а). Слике 8.6 б) - 8.6 е) приказују поређење перформанси VNSPF-500 (100) и остала три филтра. Слике приказују да је VNSPF-500 (100) супериоран у погледу оцене позиције и RMSE  $\dot{X}$  координате брзине. Штавише, предложени

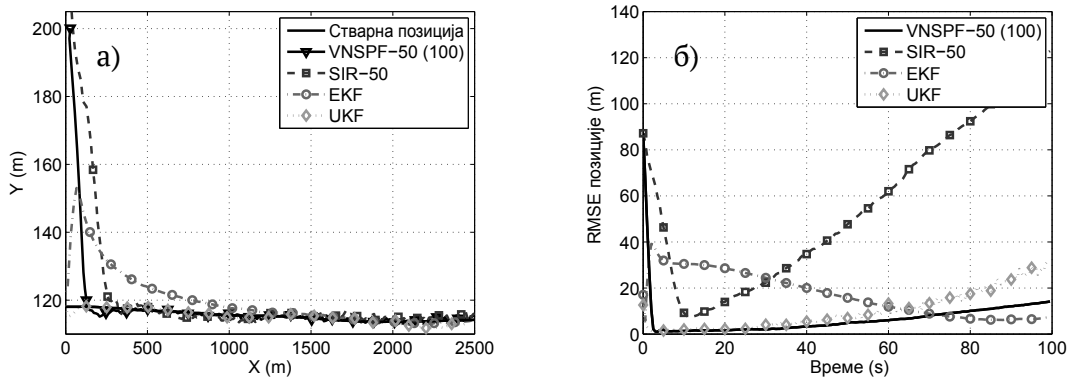
## 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

филтар значајно брже конвергира ка стварној вредности позиције и брзине од осталих филтара. Сlike 8.7 б) - 8.7 е) и 8.8 б) - 8.8 е) потврђују претходно изнету тврдњу о перформансама VNSPF-50 и VNSPF-200, респективно.

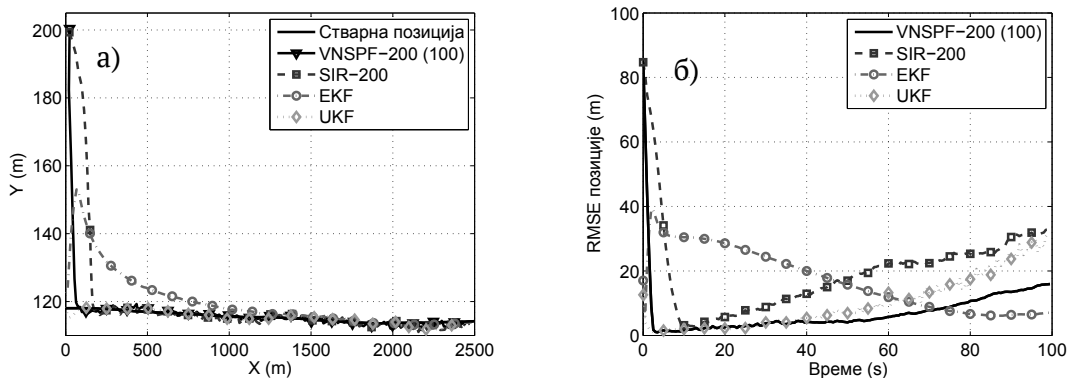


Слика 8.6: Перформансе VNSPF-500 (100) у поређењу са SIR-500, EKF и UKF. а) оцене праћења, б) RMSE оцене позиције, в) RMSE X координате позиције, г) RMSE Y координате позиције, д) RMSE X координате брзине и е) RMSE Y координате брзине.

## 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ



Слика 8.7: Перформансе VNSPF-50 (100) у поређењу са SIR-50, EKF и UKF. а) оцене праћења, б) RMSE позиција

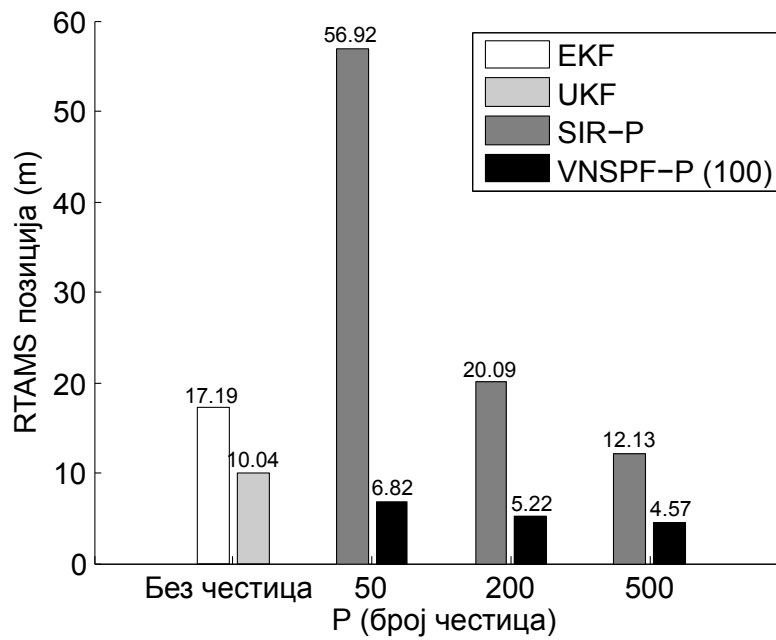


Слика 8.8: Перформансе VNSPF-200 (100) у поређењу са SIR-200, EKF и UKF. а) оцене праћења позиције, б) RMSE оцене позиције

Слика 8.9 показује RTAMS позиције за UKF и EKF филтар у поређењу са SIR- $P$  и VNSPF- $P$  (100) филтром ( $P = 50, 200$  и  $500$  честица). На основу слике је очигледно да су укупне перформансе VNSPF- $P$  (100) филтра боље од перформанси осталих филтара. Штавише, показано је да са повећањем броја честица, RTAMS опада и најбољи је за VNSPF-500 (100).

RTAMS за  $X$  координату и  $Y$  координату позиције и  $\dot{X}$  координату и  $\dot{Y}$  координату брзине приказане су у табели 8.4. Табела потврђује тврдњу о перформансама VNSPF.

## 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ



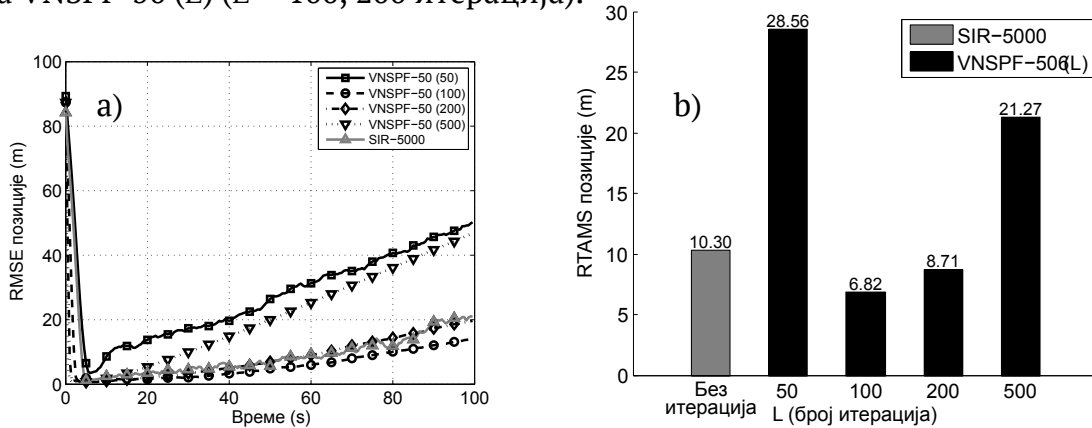
Слика 8.9: RTAMS позиције за VNSPF-P (100) у поређењу са EKF, UKF и SIR-P ( $P = 50, 200$  и  $500$  честица)

Табела 8.4: RTAMS  $X$  координате позиције,  $Y$  координате позиције,  $\dot{X}$  координате брзине и  $\dot{Y}$  координате брзине за EKF, UKF, SIR и VNSPF

Филтер	X-координата	Y-координата	$\dot{X}$ -координата	$\dot{Y}$ -координата
	позиције	позиције	брзине	брзине
	RTAMS (m)	RTAMS (m)	RTAMS (m/s)	RTAMS (m/s)
EKF	16,016	4,195	1,259	0,411
UKF	9,987	0,647	3,031	0,156
SIR-50	54,262	7,723	5,091	2,411
SIR-200	17,840	4,699	3,423	1,735
SIR-500	10,111	3,737	2,251	1,164
VNSPF-50 (100)	5,857	1,703	0,328	0,298
VNSPF-200 (100)	4,256	1,598	0,299	0,274
VNSPF-500 (100)	3,611	1,554	0,293	0,252

Слика 8.10 приказује перформансе SIR-5000 филтра у поређењу са VNSPF-50 са различитим бројем итерација,  $L$  ( $L = 50, 100, 200, 500$  итерација). Са слике се види да повећање  $L$  не гарантује да ће се побољшати RMSE позиције VNSPF-50 ( $L$ ) филтра. Повећање броја итерација са 50 на 100, до-

води до побољшања перформанси, али даљим повећањем броја итерација перформансе почињу да се погоршавају. Као што се може видети са слике 8.10 б) SIR филтра са 5000 честица је лошији у погледу перформанси у односу на VNSPF-50 ( $L$ ) ( $L = 100, 200$  итерација).



Слика 8.10: Перформанса VNSPF-50 са различитим бројем итерација ( $L$ ) у поређењу са SIR-5000. а) RMSE позиције, б) RTAMS позиције

### Праћење маневришућег објекта - VNSPF

У овом поглављу се уводи праћење маневришућег објекта од стране VNSPF филтра. EKF, UKF и UKF PF не могу да прате објекте који имају променљиве моделе маневрисања. Због тога је овим филтрима потребан неки додатни оквир да би пратили објекте са вишеструким моделима. За потребе поређења, примењена је IMM верзија EKF и UKF филтра и вишеструки модел PF. MMPF је означен као MMPF- $P$ , где је  $P$  број честица. Такође, VNSPF филтар може да се користи за праћење позиције и брзине објекта који мења модел кретања. У овом случају, једначине маневрисања нису укључене у VNSPF у фази предикције, тако да једначина (8.2) гласи:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{f}[n](\mathbf{x}[n-1], \mathbf{w}[n]) = \mathbf{x}[n-1] + \mathbf{w}^{(r[n])}[n]. \quad (8.7)$$

Ради симулације покретног објекта, користе се три модела кретања: ректилинеарног, кружног у смеру кретања казаљке на сату и кружног у супротном смеру од смера кретања казаљке на сату. Матрица вероватноћа преласка из стања у стање  $\mathbf{\Pi}$  дискретног марковског процеса који се захтева за

избор режима кретања гласи:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{bmatrix}. \quad (8.8)$$

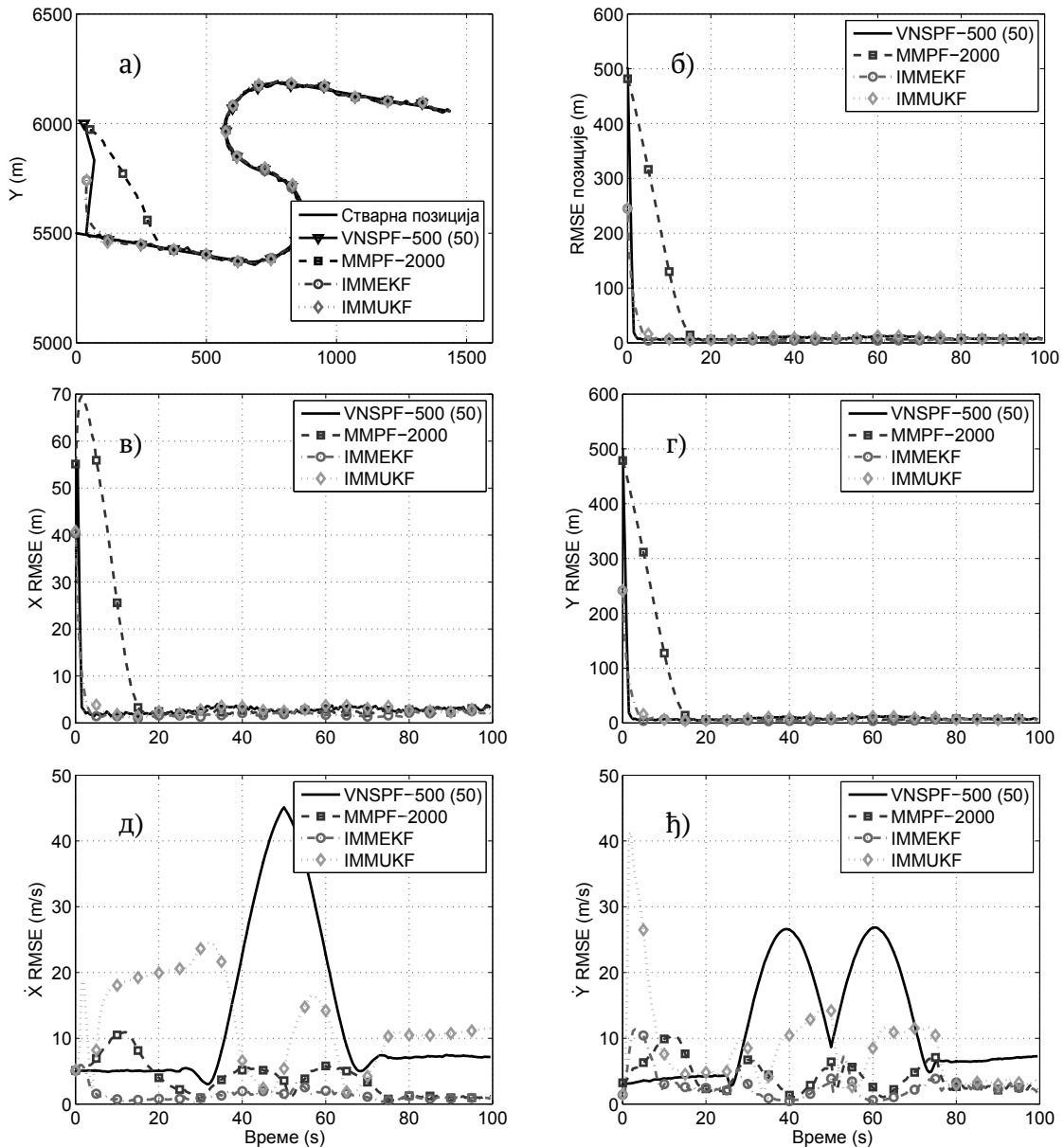
Усвојене вредности угаоних брзине су:  $\omega^{(2)}[n] = -0,1225 \text{ rad/s}$  и  $\omega^{(3)}[n] = 0,1225 \text{ rad/s}$ .

На слици 8.11 је приказана трајекторија објекта, једна реализација оце-не праћења положаја и RMSE за VNSPF-500 (50), IMMEKF, IMMUKF и MMPF-2000 у случају маневришућег објекта. Са слика се може уочити да VNSPF-500 (50) на почетку брже конвергира од остала три филтра. На сликама је такође приказано да VNSPF-500 (50), IMMUKF и MMPF-2000 прате позицију са сличним перформансама, док IMMEKF прати трајекторију објекта незнатно боље од осталих филтара. Сlike 8.11 е) и 8.11 ф) показују да VNSPF-500 (50) недовољно добро прати  $\dot{X}$  координату и  $\dot{Y}$  координату брзине. Разлог за то је чињеница да VNSPF не користи маневришуће моделе за праћење позиције и брзине. Измерени углови зависе само од позиције и с обзиром да се не користи једначина процеса, нема довољно информација за праћење брзине. То није проблем за објекат који се прати јер је значајније одредити позицију, док је одређивање брзине неопходно за једначину процеса.

Слична идеја је спроведена у радовима [98, 99]. Аутори ових радова су потврдили да естиматори засновани на оптимизацији колонијом мрва и MIN-MAX систему мрва су у стању да прате позицију покретног објекта са променљивом динамиком кретања без коришћења модела кретања. Иако поставке симулације нису у потпуности исте као у назначеним радовима, може се извести неколико закључака:

- VNSPF естиматор конвергира брже од естиматора заснованих на оптимизацији колонијом мрва,
- у погледу позиције, VNSPF естиматор незнатно боље оцењује позицију у односу на естиматоре засноване на оптимизацији колонијом мрва.





Слика 8.11: Перформансе VNSPF-500 (100) у поређењу са MMPF-2000, IMMEKF и IMMUKF. а) оцене праћења позиције, б) RMSE оцене позиције, в) RMSE X координате позиције, г) RMSE Y координате позиције, д) RMSE X координате брзине и ђ) RMSE Y координате брзина

### Праћење маневришућег објекта - IMMVNSPF

Надаље, IMMVNSPF се означава као IMMVNSPF- $P$  ( $L$ ) ( $P$  је број честица и  $L$  је број итерација).

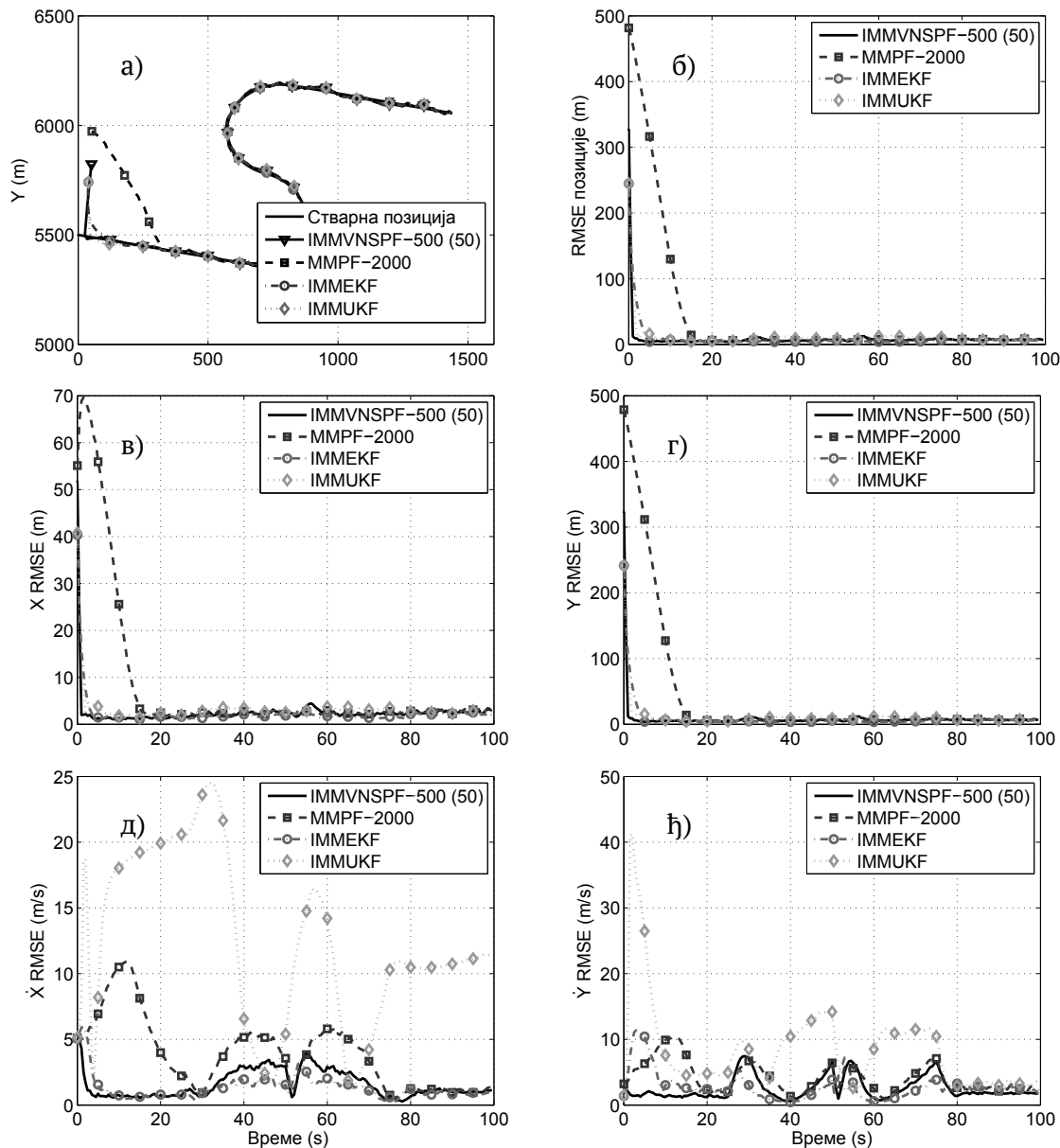
На слици 8.12 су приказане оцене праћења, RMSE позиције, RMSE X координате позиције, RMSE Y координате позиције, RMSE X координате брзине и RMSE Y координате брзине за IMMVNSPF-500 (50) у поређењу са MMPF-

## 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

---

2000, IMMUKF и IMMUNSPF филтром у случају маневришућег објекта. Са слике се може видети да IMMUNSPF-500 (50) конвергира брже од осталих филтара. Даље, слика показује да IMMUKF и MMPF-2000 прате позицију са сличним перформансама, док IMMUNSPF-500 (50) и IMMUKF прате положај објекта на трајекторији незнатно боље од друга два филтра. На сликама 8.12 е) - 8.12 ф) је приказана RMSE за брзину. Слика приказује да је перформанса праћења брзине за IMMUNSPF-500 (50) и IMMUKF боља од перформанси MMPF-2000 и IMMUKF филтра.

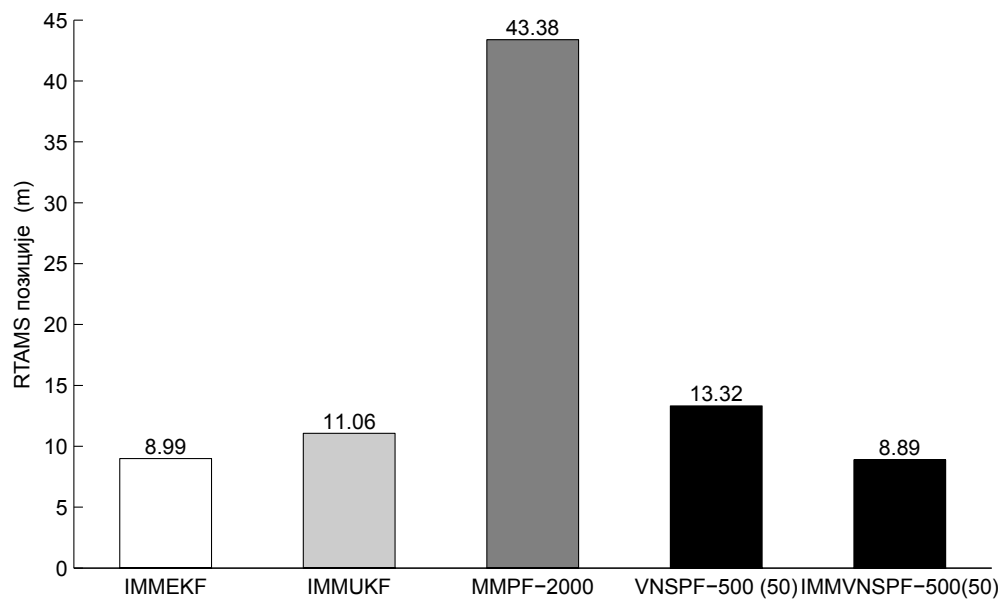
## 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ



Слика 8.12: Перформанса IMMVNSPF-500 (50) у поређењу са MMPF-2000, IMMEKF и IMMUKF. а) оцена праћења позиције, б) RMSE оцене позиције, в) RMSE X координате позиције, г) RMSE Y координате позиције, д) RMSE  $\dot{X}$ -координате брзине и ђ) RMSE  $\dot{Y}$  координате брзине

Слика 8.13 приказује RTAMS оцене позиције за VNSPF-500 (50) и IMMVNSPF-500 (50) филтре у поређењу са IMMEKF, IMMUKF и MMPF-2000. На слици је приказана укупна перформанса IMMVNSPF-500 (50) за кога се испоставља да је бољи од свих других филтара. Такође, VNSPF-500 (50) је незнатно лошији од IMMUKF, али је значајно бољи од MMPF-2000.

## 8. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ



Слика 8.13: RTAMS за VNSPF-500 (50) и IMMVNSPF-500 (50) у поређењу са IMMEKF, IMMUKF и MMPF-2000

RTAMS оцене позиције и брзине маневришућег објекта су дате у табели 8.5. На основу табеле 8.5 може се уочити да је IMMVNSPF-500 (50) најбољи за праћење позиције и брзине дуж  $Y$  осе, док се показао као други најбољи за праћење позиције и брзине дуж  $X$  осе. VNSPF-500 (50) филтар прати трајекторију објекта боље од MMPF-2000 филтра, али с друге стране његова перформанса је најлошија приликом праћења брзине.

Табела 8.5: RTAMS  $X$  координате позиције,  $Y$  координате позиције,  $\dot{X}$  координате брзине и  $\dot{Y}$  координате брзине за IMMEKF, IMMUKF, MMPF-2000, VNSPF-500 (50) и IMMVNSPF-500 (50)

Филтер	X-координата позиције	Y-координата позиције	$\dot{X}$ -координата брзине	$\dot{Y}$ -координата брзине
	RTAMS (m)	RTAMS (m)	RTAMS (m/s)	RTAMS (m/s)
IMMEKF	2,223	8,649	1,327	2,795
IMMUKF	3,164	10,562	12,422	8,208
MMPF-2000	8,120	40,637	3,843	4,132
VNSPF-500 (50)	3,271	12,812	12,860	11,627
IMMVNSPF-500 (50)	2,499	8,486	1,566	2,534

Из претходних резултата може се закључити да:

- VNSPF (за не-маневришући објекат) и IMMVNSPF филтар углавном превазилази остале филтре који су коришћени за поређење,
- VNSPF филтар прати позицију маневришућег објекта без коришћења било које додатне технике,
- VNSPF и IMMVNSPF филтри брзо конвергирају.

## 9. Закључак

Основна примена сателитских навигационих система је да што прецизније одреди положај, брзину и време корисника опремљеног одговарајућим пријемником на земљи, у ваздуху или свемиру. Да би пријемник био у стању да прецизно оцени сопствени положај неопходна су му мерења времена пропагације сигнала са сателита. Одређивање времена пропагације се остварује кроз структуру емитоване навигационе поруке, као и кроз сигнал који се користи за модулисање навигационе поруке и проширење основног спектра поруке (сигнал проширеног спектра). Фино одређивање кашњења се остварује кроз подешавање локалних реплика псеудослучајног сигнала са примљеним сигналом. Већину грешака које утичу на примљени сигнал могуће је у потпуности уклонити, осим простирања сигнала по више путања. Испоставља се да простирање сигнала по више путања деградира корелациону функцију сигнала на пријему, што доводи до лошије оцене времена пропагације сигнала између сателита и пријемника. За смањење утицаја простирања по више путања користи се више техника од којих су две значајне: оне које покушавају да ублаже њихов утицај и оне које покушавају да оцене ове грешке и да их уклоне из времена пропагације.

Стално повећавање интеграције електронских кола на чипу омогућава примену све сложенијих и рачунски захтевнијих алгоритама који су у стању да у готово свим ситуацијама ублаже, па и потпуно уклоне, утицај рефлектованих компоненти сигнала на оцену положаја пријемника. У дисертацији су предложене две мултикорелаторске технике чија је основна улога да оцене параметре сигнала и то искористе за ублажавање простирања сигнала по више путања. Поред тога, у докторској дисертацији је приказан алгоритам који користи методу променљивих околина за померање честица из постојећих позиција у подручја апостериори функције расподеле са већим вероватноћама. Применом редукованог Гаусовог VNS алгоритма, честице

се ажурирају тако да се њихове позиције преносе у подручја у којима је вероватноћа већа чиме се остварује поновно одабирање.

Научни допринос дисертације може се сумирати у следећем:

- Анализа традиционалних техника ублажавања простирања по више путања коришћењем симулираних модела.
- Развој програмске библиотеке за симулацију и обраду навигационих сигнала (GPS C/A и Galileo E1) која представља оквир за симулацију предложених модела у циљу анализе различитих метода ублажавања простирања по више путања.
- Развој и имплементација неколико нових корелационих техника за ублажавање простирања по више путања и поређење њихових перформанси са традиционалним техникама.
- Предлог новог алгоритма праћења кашњења и фазе директне и рефлектованих компоненти псеудослучајног сигнала заснована на честичном алгоритму код кога се тежине честица израчунавају применом модификованог MEDLL алгоритма. Овај алгоритам користи априори информације о кашњењу и фазама компоненти сигнала који се прате.
- Предлог новог алгоритма који има улогу дискриминатора и који користи методу фитовања врхова корелационе функције на пријему уз примену неке од метода директне претраге у циљу оцене кашњења сигнала на пријему и ублажавања утицаја простирања сигнала по више путања.
- Предлог естиматора који је заснован на честичном филтру и који уместо поновног одабирања користи редуковану Гаусову методу променљивих околина (VNS). Коришћењем честичног филтра добијају се почетне позиције честица и њихове тежине. Применом VNS алгоритма честице се преносе у области где ће имати веће тежине.

Потврда научног доприноса дисертације је остварена радовима објављеним у часописима [27] и [25]. Такође, потврда научног доприноса је остварена и кроз више радова објављених на међународним конференцијама и конференцијама националног значаја.

### **libGNSS библиотека за симулацију и обраду навигационих сигнала**

За потребе истраживања реализована је C++ библиотека за симулацију и обраду навигационих сигнала (*libGNSS*). Библиотека се користи као оквир за имплементацију предложених симулационих модела у циљу анализе различитих метода ублажавања простирања по више путања. Библиотека се састоји од 18 заглавља од којих су нека општег карактера попут заглавља за рад са матрицама и векторима, као и заглавља у којима су кроз више класа и функција реализовани алгоритми обраде сигнала. Такође, кроз више заглавља су реализоване класе које се користе за симулацију навигационих сигнала (GPS C/A и Galileo E1). У библиотеци се налазе и класе за симулацију окружења кроз који се сигнал простира, као и класе аквизиције и праћења (демодулације сигнала).

### **MEDLL честични филтер**

У овој тези је предложена бајесовска модификација MEDLL алгоритма да би се ублажио утицај простирања по више путања оценом кашњења директне компоненте сигнала. Предложени алгоритам узима у обзир простирање по више путања и оцењује кашњење директне компоненте сигнала и рефлектованих компоненти сигнала. Предложени алгоритам за оцену стања, односно параметара сигнала, заснован на честичном филтру који за израчунавање тежина појединачних честица користи модификовани MEDLL алгоритам. Стандардни MEDLL алгоритам налази оцену за све параметре сигнала, док предложена модификација MEDLL алгоритма за претпостављена кашњења компоненти сигнала налази оцене амплитуда и фаза тих компоненти. Алгоритам PF-MEDLL је рачунски ефикасан и даје прецизне оцене кашњења под различитим условима простирања по више путања што је потврђено експерименталним резултатима.

### **PFME филтер**

Приказан је нови алгоритам за праћење кашњења компоненти GNSS сигнала заснован на методи фитовања врхова корелационе функције сигнала на пријему уз примену неке од метода директне претраге. Алгоритам је детаљно описан и симулационом анализом је утврђена његова ефикасност у



погледу оцене кашњења компоненти навигационог сигнала. Добијена је анвелопа грешке кашњења новог алгоритма и упоређена је са анвелопом грешке кашњења референтног MEDLL алгоритма. Испоставља се да нови алгоритам даје значајно мању грешку у односу на MEDLL алгоритам. Затим је извршена компаративна анализа оцене кашњења компоненти сигнала за MEDLL и нови алгоритам у ситуацији када сигнал на пријему садржи шум и више од једне рефлектоване компоненте. Утврђено је да је и у овом случају нови алгоритам углавном даје боље резултате у односу на MEDLL алгоритам.

### **VNS честични филтер**

У овој дисертацији је представљена нова модификација честичног филтра која побољшава фазу поновног одабирања коришћењем метахеуристике VNS. VNS је уграђен у честични филтер да би пренео одбирке којима је додељена тежина у области где је апостериори расподела већа. Нова процедура је подељена у три фазе. У првој фази, врши се предикција честица и додељују им се тежине одабирањем по значају. Након тога се користи редукована верзија Гаусовог VNS алгоритма ради итеративног поновног одређивања тежина свих честица и ради прихватања честица са већим тежинама. У последњој фази се одређује коначна оцена стања. Коришћењем ове процедуре побољшава се стратегија поновног одабирања честичног филтра и честице се померају у подручје веће вероватноће, ближе правом стању, чиме се повећава робусност алгоритма и елиминише се могућност дегенерације честица. У овој тези се модификација честичног филтра назива VNS честични филтер (VNSPF).

Насупрот класичним естиматорима (проширени Калманов филтер - EKF, „unscented“ Калманов филтер - UKF и SIR честични филтер - SIR PF), предложена процедура филтрирања чини динамички модел „робуснијим” што омогућава праћење стања и у случају наглих и неочекиваних промена позиције посматраног објекта. Ово је демонстрирано у ситуацији где се VNSPF користи за праћење позиције маневришућег објекта без претходног познавања динамике процеса. Поред тога, овај алгоритам омогућава брзу, скоро тренутну, конвергенцију естимације.

У сврхе тестирања VNSPF филтра, искоришћен је проблем праћења правца кретања не-маневришућег и маневришућег објекта са променљивом динамиком. Установљено је да у случају не-маневришућег објекта, VNSPF у погледу оцене стања и брзине конвергенције бољи од осталих естиматора који се користе за поређење. Показана је могућност ефикасне примене VNSPF за праћење трајекторије маневришућег објекта без коришћења динамичких модела. Осим тога, IMM проширење је примењено на VNSPF, што омогућава даље побољшање перформанси предложеног филтра.

### **Могући правци даљег истраживања**

С једне стране, даље истраживање биће усмерено ка проширењу постојеће библиотеке у погледу увођења нових сигнала (GPS L1C сигнал, Galileo E5 сигнал, итд.), као и унапређења постојећих алгоритама обраде сигнала, док са друге стране ти нови сигнали биће искоришћени за тестирање класичних и предложених алгоритама ублажавања простирања по више путања. Када је VNSPF филтар у питању, будућа истраживања ће већим делом бити усмерена на проналажење одговарајућег броја итерација  $L$ , и на избор коваријанси околина  $\mathbf{S}_k, k = 1, \dots, k_{max}$ , да би се постигле најбоље могуће перформансе и што већа ефикасност алгорита.

## Литература

- [1] D. M. Akos, “A Software Radio Approach to Global Navigation Satellite System Receiver Design,” PhD thesis, Ohio University, Athens, OH, 1997, 139 pp. [Online]. Available: <http://waas.stanford.edu/papers/Thesis/DennisAkosThesis97.pdf> (visited on 01/09/2014).
- [2] F. Antreich and J. A. Nossek, “Maximum Likelihood Parameter Estimation in a GNSS Receiver,” in *Proceedings of the Conference on Wave Propagation in Communication*, Chemnitz, Germany, Jul. 2007, pp. 50–55.
- [3] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp, “A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/non-Gaussian Bayesian Tracking,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 2, pp. 174–188, Feb. 2002, ISSN: 1053-587X. DOI: 10.1109/78.978374. [Online]. Available: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.117.1144&rep=rep1&type=pdf> (visited on 01/16/2014).
- [4] M. S. Arulampalam, B. Ristic, N. Gordon, and T. Mansell, “Bearings-Only Tracking of Manoeuvring Targets Using Particle Filters,” *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2004, no. 15, pp. 2351–2365, 2004. [Online]. Available: <http://downloads.hindawi.com/journals/asp/2004/562960.pdf> (visited on 01/16/2014).
- [5] Y. Bar-Shalom, X. Li, and T. Kirubarajan, *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software*. Wiley, 2004, ISBN: 9780471465218. [Online]. Available: <https://books.google.rs/books?id=xz9nQ4wdXG4C>.
- [6] *BeiDou Navigation Satellite System Signal in Space Interface Control Document Open Service Signal B1I (version 2.0)*, Dec. 2013. [Online]. Available: [http://www2.unb.ca/gge/Resources/beidou\\_icd\\_english\\_ver2.0.pdf](http://www2.unb.ca/gge/Resources/beidou_icd_english_ver2.0.pdf) (visited on 02/27/2014).

- [7] M. Z. H. Bhuiyan and E. S. Lohan, "Advanced Multipath Mitigation Techniques for Satellite-Based Positioning Applications," *International Journal of Navigation and Observation*, vol. 2010, 2010. DOI: 10.1155/2010/412393.
- [8] —, "Multipath Mitigation Techniques for Satellite-Based Positioning Applications," in *Global Navigation Satellite Systems: Signal, Theory and Applications*, INTECHOPEN, Feb. 3, 2012. [Online]. Available: <http://www.intechopen.com/books/global-navigation-satellite-systems-signal-theory-and-applications>.
- [9] M. Z. H. Bhuiyan, E. S. Lohan, and M. Renfors, "Code Tracking Algorithms for Mitigating Multipath Effects in Fading Channels for Satellite-Based Positioning," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, DOI: 10.1155/2008/863629.
- [10] —, "A Slope-Based Multipath Estimation Technique for Mitigating Short-delay Multipath in GNSS Receivers," in *Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, Paris: IEEE, Jun. 2010, pp. 3573–3576, ISBN: 9781424453085. DOI: 10.1109/ISCAS.2010.5537801.
- [11] M. Bolić, "Architectures for Efficient Implementation of Particle Filters," PhD thesis, Stony Brook University, Stony Brook, New York, 2004, 95 pp. [Online]. Available: [http://www.site.uottawa.ca/~mbolic/Miodrag\\_Bolic\\_files/published/bolic\\_thesis.pdf](http://www.site.uottawa.ca/~mbolic/Miodrag_Bolic_files/published/bolic_thesis.pdf) (visited on 01/16/2014).
- [12] D. Borio, "A Statistical Theory for GNSS Signal Acquisition," PhD thesis, Politecnico di Torino, Torino, Italy, 2008, 291 pp. [Online]. Available: [http://www.ucalgary.ca/engo\\_webdocs/other/DBorio\\_Torino\\_Apr08.pdf](http://www.ucalgary.ca/engo_webdocs/other/DBorio_Torino_Apr08.pdf) (visited on 01/09/2014).
- [13] D. Borio and L. Lo Presti, "Data and Pilot Combining for Composite GNSS Signal Acquisition," *International Journal of Navigation and Observation*, vol. 2008, 738183, p. 12, 2008. DOI: 10.1155/2008/738183.

- [14] K. Borre, D. M. Akos, N. Bertelsen, P. Rinder, and S. H. Jensen, *A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach*. Boston: Birkhäuser, 2007, 176 pp., ISBN: 0817643907.
- [15] J. V. Candy, *Bayesian Signal Processing: Classical, Modern, and Particle Filtering Methods*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009, 445 pp., ISBN: 9780470180945.
- [16] E. Carrizosa, M. Dražić, Z. Dražić, and N. Mladenović, “Gaussian variable neighborhood search for continuous optimization,” *Computers & Operations Research*, vol. 39, no. 9, pp. 2206–2213, 2012, ISSN: 0305-0548. DOI: 10.1016/j.cor.2011.11.003. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054811003182>.
- [17] Z. Chen, “Bayesian filtering: From Kalman Filters to Particle Filters, and beyond,” Adaptive System Laboratory, McMaster University, Hamilton, ON, Canada, 2003. [Online]. Available: [http://www.damas.ift.ulaval.ca/\\_seminar/filesA11/10.1.1.107.7415.pdf](http://www.damas.ift.ulaval.ca/_seminar/filesA11/10.1.1.107.7415.pdf) (visited on 10/26/2013).
- [18] P. Closas, C. Fernández-Prades, and J. A. Fernández-Rubio, “Bayesian DLL for Multipath Mitigation in Navigation Systems Using Particle Filters,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2006)*, Toulouse, France, 2006, pp. IV–IV.
- [19] —, “A particle filtering tracking algorithm for GNSS synchronization using Laplace’s method,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2008)*, Las Vegas, NV, USA, Apr. 2008, pp. 3409–3412. DOI: 10.1109/ICASSP.2008.4518383.
- [20] —, “A Bayesian Approach to Multipath Mitigation in GNSS Receivers,” *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 3, no. 4, pp. 695–706, Aug. 2009, ISSN: 1932-4553. DOI: 10.1109/JSTSP.2009.2023831.

- [21] P. Closas, C. Fernández-Prades, J. A. Fernández-Rubio, and D. Bernal, "Particle Filtering Strategies for Efficient Multipath Mitigation," in *Proceedings of ION GNSS 2008*, Savannah, GA, USA, Sep. 2008, pp. 183–190.
- [22] P. Closas, C. Fernández-Prades, J. A. Fernández-Rubio, and A. Ramirez-González, "Multipath Mitigation Using Particle Filtering," in *Proceedings of ION GNSS 2006*, Fort Worth, TX, USA, Sep. 2006, pp. 1733–1740.
- [23] N. B. Delgado and F. D. Nunes, "Theoretical Performance of the MEDLL Algorithm for the New Navigation Signals," in *Proceedings of the 7th Conference on Telecommunications (ConfTele 2009)*, vol. 1, Santa Maria da Feira, Portugal, May 2009, pp. 1–4. [Online]. Available: <http://www.av.it.pt/conftele2009/Papers/119.pdf> (visited on 01/15/2014).
- [24] A. J. van Dierendonck, P. Fenton, and T. Ford, "Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS Receiver," *Navigation: Journal of the Institute of Navigation*, vol. 39, no. 3, pp. 265–283, 1992, ISSN: 0028-1522. [Online]. Available: <http://www.sokkia.com.tw/novatel/Documents/Papers/File2.pdf> (visited on 01/09/2014).
- [25] M. S. Djogatović and M. J. Stanojević, "Bayesian-based MEDLL for the GPS signal tracking," *Elektronika ir Elektrotehnika*, vol. 18, no. 9, pp. 63–66, 2012, ISSN: 1392-1215. DOI: 10.5755/j01.eee.18.9.2809.
- [26] M. S. Djogatović and M. J. Stanojević, "GNSS Signal Simulation and a Multipath Delay Estimation," in *Proceedings of the Small System Simulation Symposium 2012 (SSSS 2012)*, Nis, Serbia, 2012, pp. 77–84.
- [27] M. S. Djogatović, M. J. Stanojević, and N. Mladenović, "A variable neighborhood search particle filter for bearings-only target tracking," *Computers & Operations Research*, vol. 52, pp. 192–202, B 2014, ISSN: 0305-0548. DOI: 10.1016/j.cor.2013.11.013.
- [28] P. M. Djurić, J. H. Kotecha, J. Zhang, Y. Huang, T. Ghirmai, M. F. Bugallo, and J. Miguez, "Particle filtering," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 9, pp. 19–38, Sep. 2003, ISSN: 1053-5888. DOI: 10.1109/MSP.2003.1236770.

- [29] M. Đogatovic and M. Stanojević, “Particle filter – Improving resampling using a metaheuristic,” in *Proceedings of the XI Balkan Conference on Operational Research*, Zlatibor, Serbia, 2013, pp. 221–227.
- [30] A. Doucet, “On Sequential Simulation-Based Methods for Bayesian Filtering,” Cambridge University Department of Engineering, Cambridge, UK, Technical report CUED/F-INFENG/TR.310, 1998. [Online]. Available: [http://www.stats.ox.ac.uk/~doucet/doucet\\_sequentialsimulationbasedfiltering1998.pdf](http://www.stats.ox.ac.uk/~doucet/doucet_sequentialsimulationbasedfiltering1998.pdf) (visited on 01/16/2014).
- [31] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, Eds., *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, ser. Statistics for Engineering and Information Science, New York: Springer, 2001, 589 pp., ISBN: 9781441928870.
- [32] *European GNSS (Galileo) Open Service - Signal In Space Interface Control Document*, Sep. 2010. [Online]. Available: [http://www.eurosfair.eprd.fr/7pc/doc/1286801405\\_ko3209148enc\\_002.pdf](http://www.eurosfair.eprd.fr/7pc/doc/1286801405_ko3209148enc_002.pdf) (visited on 09/26/2015).
- [33] M. Fantino, F. Dovis, and J. Wang, “Quality Monitoring for Multipath Affected GPS Signals,” *Journal of Global Positioning Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 151–159, 2005. [Online]. Available: [http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/fantino\\_etal2004a.pdf](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/publications/fantino_etal2004a.pdf).
- [34] C. Fernández-Prades, J. A. Fernández-Rubio, and G. Seco, “Joint Maximum Likelihood Estimation of Time-Delays and Doppler Shifts,” in *Proceedings of the Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications, 2003*, vol. 2, Jul. 2003, pp. 523–526. DOI: 10.1109/ISSPA.2003.1224929.
- [35] (). Galileo Constellation Information, [Online]. Available: <http://www.gsc-europa.eu/system-status/Constellation-Information> (visited on 09/23/2015).
- [36] S. Gleason and D. Gebre-Egziabher, Eds., *GNSS Applications and Methods*, Boston: Artech House, 2009, 508 pp., ISBN: 9781596933293.

- [37] F. Glover and G. A. K., Eds., *Handbook of metaheuristics*, ser. International series in operations research & management science. Boston, Dordrecht, London: Kluwer Academic Publishers, 2003, ISBN: 1402072635. [Online]. Available: <http://opac.inria.fr/record=b1099522>.
- [38] P. C. Gómez, “Bayesian Signal Processing Techniques for GNSS Receivers: From multipath mitigation to positioning,” PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Jun. 2009, 221 pp. [Online]. Available: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6942/PCG.pdf;jsessionid=691A248072E3E081D7A5B59A9364D06E.tdx2?sequence=1> (visited on 01/08/2014).
- [39] N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A. F. M. Smith, “Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation,” *IEE Proceedings F Radar and Signal Processing*, vol. 140, no. 2, pp. 107–113, Apr. 1993, ISSN: 0956-375X.
- [40] R. Hamila, A. Lakhzouri, E. S. Lohan, and M. Renfors, “A Highly Efficient Generalized Teager-Kaiser-Based Technique for LOS Estimation in WCDMA Mobile Positioning,” *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2005, no. 5, pp. 698–708, 2005.
- [41] R. Hamila, E. S. Lohan, and M. Renfors, “Subchip multipath delay estimation for downlink WCDMA system based on Teager-Kaiser operator,” *IEEE Communications Letters*, vol. 7, no. 1, pp. 1–3, Jan. 2003, ISSN: 1089-7798. DOI: 10.1109/LCOMM.2002.807439.
- [42] P. Hansen and N. Mladenovic, “Variable neighborhood search: Principles and applications,” *European Journal of Operational Research*, vol. 130, no. 3, pp. 449–467, 2001. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/eor/eor130.html#HansenM01>.
- [43] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, and E. Wasle, *GNSS – Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. New York: Springer, 2008, 516 pp., ISBN: 3211730125.



- [44] H. Hurskainen, "Research Tools and Architectural Considerations for Future GNSS receivers," PhD thesis, Tampere University of Technology, Tampere, 2009, 266 pp. [Online]. Available: <http://dspace.cc.tut.fi/dpub/handle/123456789/6344> (visited on 09/09/2015).
- [45] H. Hurskainen, E. S. Lohan, X. Hu, J. Raasakka, and J. Nurmi, "Multiple Gate Delay Tracking Structures for GNSS Signals and Their Evaluation with Simulink, SystemC, and VHDL," *International Journal of Navigation and Observation*, vol. 2008, Feb. 2008. DOI: 10.1155/2008/785695.
- [46] R. A. Iltis, "Joint Estimation of PN Code Delay and Multipath Using the Extended Kalman Filter," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 10, pp. 1667–1685, Oct. 1990, ISSN: 0090-6778. DOI: 10.1109/26.61437.
- [47] —, "An EKF-Based Joint Estimator for Interference, Multipath, and Code Delay in a DS Spread-Spectrum Receiver," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, no. 234, pp. 1288–1299, 1994, ISSN: 0090-6778. DOI: 10.1109/TCOMM.1994.580238.
- [48] *IS-GPS-200: Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces*, Mar. 7, 2006. [Online]. Available: <http://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200D.pdf> (visited on 01/09/2014).
- [49] C. Ji, Y. Zhang, M. Tong, and S. Yang, "Particle Filter with Swarm Move for Optimization," in *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN X, 10th International Conference Dortmund, Germany, September 13-17, 2008, Proceedings*, 2008, pp. 909–918. DOI: 10.1007/978-3-540-87700-4\_90. [Online]. Available: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-87700-4\\_90](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-87700-4_90).
- [50] J. Jones, P. Fenton, and B. Smith, "Theory and Performance of the Pulse Aperture Correlator," NovAtel, Calgary, Alberta, Canada, Technical report, Sep. 2004. [Online]. Available: <http://www.novatel.com/assets/Documents/Papers/PAC.pdf> (visited on 01/09/2014).

- [51] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, “Unscented Filtering and Nonlinear Estimation,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, no. 3, pp. 401–422, Mar. 2004, ISSN: 0018-9219. DOI: 10.1109/JPROC.2003.823141.
- [52] —, “Unscented filtering and nonlinear estimation,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, no. 3, pp. 401–422, Mar. 2004, ISSN: 0018-9219. DOI: 10.1109/JPROC.2003.823141.
- [53] R. E. Kalman, “A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems,” *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, vol. 80, pp. 35–45, Series D 1960. [Online]. Available: <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/media/pdf/Kalman1960.pdf>.
- [54] E. D. Kaplan and C. J. Hegarty, Eds., *Understanding GPS: PRINCIPLES and Applications*, Second edition, London: Artech House, 2006, 703 pp., ISBN: 1580538940.
- [55] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, 3 vols., ser. Signal Processing Series. New Jersey: Prentice Hall, 1993, vol. 1, 625 pp., ISBN: 0133457117.
- [56] —, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory*, 3 vols., ser. Signal Processing Series. New Jersey: Prentice Hall, 1998, vol. 2, 577 pp., ISBN: 013504135X.
- [57] A. D. Klamargias, K. E. Parsopoulos, P. D. Alevizos, and M. N. Vrahatis, “Particle filtering with particle swarm optimization in systems with multiplicative noise,” in *GECCO*, C. Ryan and M. Keijzer, Eds., ACM, 2008, pp. 57–62, ISBN: 9781605581309. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/conf/gecco/gecco2008.html#KlamargiasPAV08>.
- [58] J. H. Kotecha and P. M. Djuric, “Gaussian Particle Filtering,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 10, pp. 2592–2601, Oct. 2003, ISSN: 1053-587X. DOI: 10.1109/TSP.2003.816758.

- [59] B. Krach, M. Lentmaier, and P. Robertson, "Joint Bayesian positioning and multipath mitigation in GNSS," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2008 (ICASSP 2008)*, Las Vegas, NV, USA, Apr. 2008, pp. 3437–3440, ISBN: 9781424414833.
- [60] B. Krach, P. Robertson, and R. Weigel, "An Efficient Two-Fold Marginalized Bayesian Filter for Multipath Estimation in Satellite Navigation Receivers," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2010, 2010. DOI: 10.1155/2010/287215.
- [61] N. M. Kwok, G. Fang, and W. Zhou, "Evolutionary particle filter: Resampling from the genetic algorithm perspective," in *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Alberta, Canada, 2005-08, pp. 2935–2940. DOI: 10.1109/IR0S.2005.1545119.
- [62] J.-P. Le Cadre and O. Trémois, "Bearings-only tracking for maneuvering sources," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, no. 1, pp. 179–193, 1998.
- [63] J. Leclere, "Resource-efficient parallel acquisition architectures for modernized GNSS signals," PhD thesis, École polytechnique fédérale de Lausanne, Lausanne, 2014, 208 pp. [Online]. Available: [https://infoscience.epfl.ch/record/199547/files/EPFL\\_TH6190.pdf](https://infoscience.epfl.ch/record/199547/files/EPFL_TH6190.pdf) (visited on 09/09/2015).
- [64] F. Lehmann, "Deterministic particle filtering for GPS navigation in the presence of multipath," *AEÜ - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 63, no. 11, pp. 939–949, Nov. 2009, ISSN: 1434-8411.
- [65] M. Lentmaier and B. Krach, "Maximum Likelihood Multipath Estimation Comparison with Conventional Delay Lock Loop," in *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Institute of Navigation Satellite Division (ION GNSS 2006)*, Fort Worth, TX, USA, Sep. 2006, pp. 1742–1751. [Online]. Available: [http://www.researchgate.net/publication/224997484\\_Maximum\\_Likelihood\\_Multipath\\_Estimation\\_in\\_Comparison\\_with\\_Conventional\\_Delay](http://www.researchgate.net/publication/224997484_Maximum_Likelihood_Multipath_Estimation_in_Comparison_with_Conventional_Delay)

- Lock \_ Loops / file / 9fcfd51150b94d647f . pdf (visited on 01/15/2014).
- [66] M. Lentmaier, B. Krach, and P. Robertson, “Bayesian Time Delay Estimation of GNSS Signals in Dynamic Multipath Environments,” *International Journal of Navigation and Observation*, vol. 2008, 2008. DOI: 10 . 1155 / 2008/372651.
- [67] L. Liberti and N. Maculan, *Global Optimization: From Theory to Implementation*, ser. Nonconvex Optimization and Its Applications. Springer US, 2006, ISBN: 9780387305288. [Online]. Available: <https://books.google.rs/books?id=CalPUNEa-jMC>.
- [68] E. S. Lohan, A. Lakhzouri, and M. Renfors, “Binary-Offset-Carrier modulation techniques with applications in satellite navigation systems,” *Wireless communications and mobile computing*, vol. 2007, no. 7, pp. 767–779, Jul. 7, 2006. DOI: 10 . 1002/wcm . 407.
- [69] D. J. C. Mackay, “Learning in graphical models,” in, M. I. Jordan, Ed. Dordrecht: Springer Netherlands, 1998, ch. Introduction to Monte Carlo Methods, pp. 175–204, ISBN: 9789401150149. DOI: 10 . 1007/978-94-011-5014-9\_7.
- [70] D. Margaria, “Galileo AltBOC Receivers,” PhD thesis, Politecnico di Torino, 2007. [Online]. Available: [http://porto.polito.it/2496124/1/Galileo\\_AltBOC\\_Receivers\\_MARGARIA\\_2007.pdf](http://porto.polito.it/2496124/1/Galileo_AltBOC_Receivers_MARGARIA_2007.pdf) (visited on 10/05/2016).
- [71] P. Misra and P. Enge, *Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance*, Second edition. New York: Ganga-Jamuna Press, 2006, 569 pp., ISBN: 0970954417.
- [72] N. Mladenović, M. Dražić, V. Kovačević-Vujčić, and M. Čangalović, “General variable neighborhood search for the continuous optimization,” *European Journal of Operational Research*, vol. 191, no. 3, pp. 753–770, 2008, ISSN: 0377-2217. DOI: 10 . 1016/j . ejor . 2006 . 12 . 064. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221707001294>.

- [73] N. Mladenović and P. Hansen, "Variable neighborhood search," *Computers & Operations Research*, vol. 24, no. 11, pp. 1097–1100, 1997, ISSN: 0305-0548. DOI: 10.1016/S0305-0548(97)00031-2. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897000312>.
- [74] R. D. J. van Nee, "The Multipath Estimating Delay Lock Loop," in *Proceedings of IEEE Second International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA'92)*, Yokohama, Japan: November 1992, pp. 39–42. DOI: 10.1109/ISSSTA.1992.665623.
- [75] —, "Multipath and Multitransmitter Interference in Spread-Spectrum Communication and Navigation Systems," PhD thesis, Technical University Delft, Delft, 1995, 208 pp. [Online]. Available: [http://repository.tudelft.nl/assets/uuid:53c5147a-3fb2-46ca-bfe4-1f2a0ac14deb/emc\\_nee\\_19950523.PDF](http://repository.tudelft.nl/assets/uuid:53c5147a-3fb2-46ca-bfe4-1f2a0ac14deb/emc_nee_19950523.PDF) (visited on 09/23/2015).
- [76] R. D. J. van Nee, J. Sierveld, P. C. Fenton, and B. R. Townsend, "The Multipath Estimating Delay Lock Loop: Approaching Theoretical Accuracy Limits," in *Proceedings of the IEEE Position Location and Navigation Symposium*, Las Vegas, NV, USA, Apr. 1994, pp. 246–251, ISBN: 0780314352.
- [77] J. Pang, "Direct Global Positioning System P-Code Acquisition Field Programmable Gate Array Prototyping," PhD thesis, Ohio University, Athens, OH, Aug. 2003, 157 pp. [Online]. Available: <http://www.ohio.edu/people/starzykj/network/Research/Thesis/Pang-Jing-dissertation.pdf> (visited on 01/09/2016).
- [78] T. Pany, *Navigation Signal Processing for GNSS Software Receivers*. Boston: Artech House, 2010, 352 pp., ISBN: 9781608070275.
- [79] B. W. Parkinson and J. J. Spilker, Eds., *Global Positioning System: Theory and Applications*, vol. 163, 2 vols., ser. Progress in Astronautics and Aeronautics, Washington DC: American Institute of Astronautics and Aeronautics, 1996, 781 pp., ISBN: 156347106X.
- [80] I. G. Petrovski, *GPS, GLONASS, Galileo, and BeiDou for Mobile Device*. New York: Cambridge University Press, 2014, ISBN: 9781107035843.

- [81] B. Ristic and M. S. Arulampalam, "Tracking a manoeuvring target using angle-only measurements: Algorithms and performance," *Signal Processing*, vol. 83, no. 6, pp. 1223–1238, 2003.
- [82] M. Sahmoudi and M. G. Amin, "A Maximum-Likelihood Synchronization Scheme for GPS Positioning in Multipath, Interference, and Weak Signal Environments," in *Proceedings of the IEEE 64th Vehicular Technology Conference (VTC-2006)*, Montreal, Quebec, Canada: IEEE, Sep. 2008, pp. 1–5, ISBN: 1424400627. DOI: 10.1109/VTCF.2006.387.
- [83] —, "Fast Iterative Maximum-Likelihood Algorithm (FIMLA) for Multipath Mitigation in the Next Generation of GNSS Receivers," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 11, pp. 4362–4374, Nov. 2008, ISSN: 1536-1276. DOI: 10.1109/T-WC.2008.070700.
- [84] —, "Robust tracking of weak GPS signals in multipath and jamming environments," *Signal Processing*, vol. 89, no. 7, pp. 1320–1333, Jul. 2009, ISSN: 0165-1684. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165168409000036> (visited on 01/15/2014).
- [85] A. Schmid, A. Neubauer, H. Ehm, R. Weigel, N. Lemke, G. Heinrichs, J. Winkel, J. A. Ávila-Rodríguez, R. Kaniuth, T. Pany, B. Eissfeller, G. Rohmer, and M. Overbeck, "Combined Galileo/GPS architecture for enhanced sensitivity reception," *International Journal of Electronics and Communications (AEÜ)*, vol. 59, no. 5, pp. 297–306, Jul. 15, 2005.
- [86] J. Selva, "Efficient Multipath Mitigation in Navigation Systems," PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Dec. 2003, 146 pp. [Online]. Available: [https://spcom.upc.edu/documents/Thesis\\_Selva.pdf](https://spcom.upc.edu/documents/Thesis_Selva.pdf) (visited on 09/26/2015).
- [87] —, "Complexity reduction in the parametric estimation of superimposed signal replicas," *Signal Processing*, vol. 84, no. 12, pp. 2325–2343, Dec. 2004.
- [88] D. Simon, *Optimal State Estimation: Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches*. New York: John Wiley & Sons, 2006, 526 pp., ISBN: 0471708585.

- [89] H. So, G. Kim, T. Lee, S. Jeon, and C. Kee, “Modified High-Resolution Correlator Technique for Short-Delayed Multipath Mitigation,” *Journal of Navigation*, vol. 32, no. 3, pp. 523–542, Jun. 2009, ISSN: 0373-4633. DOI: 10.1017/S037346330900530X.
- [90] J. Soubielle, I. Fijalkow, P. Duvaut, and A. Bibaut, “GPS Positioning in a Multipath Environment,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 1, pp. 141–150, Jan. 2002, ISSN: 1053-587X. DOI: 10.1109/78.972490.
- [91] N. Sunderhauf, M. Obst, G. Wanielik, and P. Protzel, “Multipath Mitigation in GNSS-based Localization using Robust Optimization,” in *Proceedings of IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, de Henares, A.: IEEE, Jun. 2012, pp. 784–789. DOI: 10.1109/IVS.2012.6232299.
- [92] M. Tamazin, “High Resolution Signal Processing Techniques for Enhancing GPS Receiver Performance,” PhD thesis, Queen’s University, Kingston, Ontario, Canada, 2015, 165 pp. [Online]. Available: [https://qspace.library.queensu.ca/dspace/bitstream/1974/12774/1/Tamazin\\_Mohamed\\_EHR\\_201503\\_PHD.pdf](https://qspace.library.queensu.ca/dspace/bitstream/1974/12774/1/Tamazin_Mohamed_EHR_201503_PHD.pdf) (visited on 09/09/2015).
- [93] B. R. Townsend and P. C. Fenton, “A Practical Approach to the Reduction of Pseudorange Multipath Errors in a L1 GPS Receiver,” in *Proceedings of the 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1994)*, Salt Lake City, UT, Sep. 1994, pp. 143–148. [Online]. Available: <http://www.meridware.com.tw/Documents/Papers/File24.pdf> (visited on 01/09/2014).
- [94] B. R. Townsend, D. J. R. van Nee, P. C. Fenton, and K. J. van Dierendonck, “Performance Evaluation of the Multipath Estimating Delay Lock Loop,” *NAVIGATION, Journal of the Institute of Navigation*, vol. 42, no. 3, pp. 503–514, [Online]. Available: <http://www.ion.org/publications/abstract.cfm?jp=j&articleID=95>.
- [95] V. A. Veitsel, A. Zhdanov, and M. I. Zhodzishsky, “The Mitigation of Multipath Errors by Strobe Correlators in GPS/GLONASS Receivers,” *GPS Solu-*

- tions, vol. 2, no. 2, pp. 38–45, Oct. 1998, ISSN: 1080-5370. DOI: 10.1007/PL00000035.
- [96] L. Weill, “Multipath mitigation using modernized GPS signals: How good can it get?” In *Proceedings of the 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS '02)*, Portland, OR, USA, Sep. 2002, pp. 493–505.
- [97] (). What Is COSPAS-SARSAT? A COSPAS-SARSAT System Overview, [Online]. Available: [http://www.equipped.org/cospas-sarsat\\_overview.htm](http://www.equipped.org/cospas-sarsat_overview.htm) (visited on 09/22/2015).
- [98] B. Xu, Q. Chen, X. Wang, and J. Zhu, “A novel estimator with moving ants,” *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 17, no. 10, pp. 1663–1677, 2009, ISSN: 1569-190X. DOI: 10.1016/j.simpat.2009.07.006. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1569190X09001087>.
- [99] B. Xu, Q. Chen, J. Zhu, and Z. Wang, “Ant estimator with application to target tracking,” *Signal Processing*, vol. 90, no. 5, pp. 1496–1509, 2010. DOI: 10.1016/j.sigpro.2009.10.020. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.10.020>.
- [100] G. Yuan, Y. Xie, Y. Song, and H. Liang, “Multipath parameters estimation of weak GPS signal based on new colored noise unscented Kalman filter,” in *Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*, Harbin, China, Jun. 2010, pp. 1852–1856, ISBN: 9781424457014. DOI: 10.1109/ICINFA.2010.5512240.
- [101] X. Zhang, W. Hu, S. J. Maybank, X. Li, and M. Zhu, “Sequential particle swarm optimization for visual tracking,” in *CVPR*, IEEE Computer Society, 2008, ISBN: 9781424422425. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/conf/cvpr/cvpr2008.html#ZhangHMLZ08>.
- [102] N. I. Ziedan, *GNSS Receivers for Weak Signals*. Boston: Artech House, 2006, 234 pp., ISBN: 1596930527.



- [103] ГЛОНАСС - ИНТЕРФЕЙСНЫЙ КОНТРОЛЬНЫЙ ДОКУМЕНТ - *Навигационный радиосигнал в диапазонах L1, L2 (редакция 5.1)*, 2008. [Online]. Available: <http://www.aggf.ru/gnss/glon/ikd51ru.pdf> (visited on 02/27/2014).
- [104] М. Богатовић and М. Станојевић, “Симулациона анализа тачности и расположивости GPS-а са редукованим бројем сателита,” in *Зборник радова Симпозијума о операционим истраживањима (SYM-OP-IS 2009)*, Ивањица, 2009, pp. 617–620.
- [105] М. Богатовић, М. Стојановић, and М. Станојевић, “Праћење кашњења GNSS сигнала применом методе фитовања,” presented at the *Симпозијум о операционим истраживањима (SYM-OP-IS 2016)*, (прихваћен за објављивање у виду реферата), Тара, 2016.
- [106] М. Богатовић and М. Станојевић, “Симулација L1 C/A GPS сигнала на међуфреквенцији,” in *Зборник радова Симпозијума о операционим истраживањима (SYM-OP-IS 2010)*, Тара, 2010, pp. 709–713.
- [107] (). Состав группировки КНС ГЛОНАСС, [Online]. Available: <https://www.glonass-iac.ru/GLONASS/> (visited on 01/29/2015).

# Прилози

## П1. Перформансе ублажавања простирања по више путања

Постоји више метода за оцењивање перформанси простирања по више путања: методе одређене комбинацијом сигнала, пријемника и окружења и методе за израчунавање реалних грешака простирања по више путања за дозвољени опсег грешке GNSS пријемника.

Из искуства је познато да су статистички модели канала најсложенији. Они омогућавају прорачун грешака простирања по више путања и симулацију простирања по више путања под реалним условима, али су веома комплексни и захтевају дуго време обраде са великом количином података. Други недостатак ових модела је чињеница да су резултујуће оцене грешака повезане са симулираним окружењем у коме се јавља простирање по више путања. Тада је тешко оценити опште перформансе пријемника обзиром да зависе од одабраних параметара модела.

Много једноставнији начини одређивања перформанси простирања по више путања су: *анвелопа грешке простирања по више путања (Multipath Error Envelope, МЕЕ)* и *покретна средина анвелопа грешке простирања по више путања (Running Average Error, RAE)*.

### П1.1. Анвелопа грешке простирања по више путања

Уобичајени начин оцене перформанси процедуре ублажавања простирања по више путања је коришћењем анвелопа грешке простирања по више путања (МЕЕ). Најчешће се сматра да су присутне само две компоненте сигнала: *директна компонента* и *рефлектоване компоненте* сигнала (могу бити у фази или у квадратурној фази). Вредности анвелопа грешке се израчунавају за кашњење рефлектоване компоненте од највише 1.3 чипа, обзиром да вредности анвелопа постају мале након тога. Горња анвелопа грешке убла-

жавања простирања по више путања се добија када су директна компонента и рефлектована компонента у фази, док се доња анvelope грешке добија када су компоненте ван фазе (најчешће у квадратурној фази од  $180^\circ$ ). У МЕЕ анализи се усваја неколико претпоставки [14, 70]:

- сигнал на пријему садржи само директну и рефлектовану компоненту,
- рефлектовани сигнал је ослабљен (најчешће је  $\alpha = 0.5$ , тј.  $SMR = 6$  dB; то значи да је амплитуда рефлектоване компоненте једнака половини амплитуде директне компоненте),
- окружење је статичко (Доплерова учестаност је нулта и нема промене амплитуде, кашњења и фазе у рефлектованом сигналу),
- уколико је укључен шум, он је адитивни бели Гаусов (AWGN).

Пријемник користи корелациону функцију сигнала на пријему за одређивање псевдорастојања између пријемника и емитујућег сателита. Пријемник може да користи више врста дискриминатора сигнала проширеног спектра, који на основу врха корелационе функције користе различите ране и касне вредности корелације да би добили S-криву. Тачна вредност кашњења сигнала, из којег се израчунава псевдорастојање, се одређује налажењем тачке пресека S-криве са апсцисом. Присуство рефлектованих сигнала доводи до промене облика S-криве и на тај начин помера тачку праћења. Сматра се да резултујући померај представља грешку растојања проузроковану присуством рефлектованих сигнала.

Уобичајено се анvelope грешке одређује два пута (у зависности од фазног помераја носиоца рефлектованог сигнала у односу на фазу носиоца директног сигнала) и то: за фазни померај од  $0^\circ$  и за фазни померај од  $180^\circ$ . На овај начин, анvelope грешке простирања по више путања представљају најгоре случајеве опсега грешке која се јавља на пријемнику који прима директан сигнал и једну рефлектовану компоненту при чему је однос између амплитуда рефлектоване и директне компоненте константан. Рефлектовани сигнал са фазним померајем носиоца који се налази између  $0^\circ$  и  $180^\circ$  доводи до појаве грешака чија се вредност се налази између вредности анvelope.

За анализу утицаја различитих амплитуда рефлектованог сигнала, довољно је склирати анvelope простирања по више путања (израчунате за

фиксну релативну амплитуду простирања по више путања  $\alpha$ ). На овај начин се анvelope простирања по више путања може користити за реалније анализе, израчунавајући је за типичну средњу вредност SMR дефинисаног окружења са више путања, чиме се добијају *пондерисане анvelope грешке простирања по више путања*.

Из изложеног је јасно да анvelope грешке простирања по више путања представљају користан критеријум за оцену перформанси простирања по више путања. То је пре свега зато што добијени графици јасно рефлектују карактеристике основних сигнала и перформанси пријемника. С друге стране, мана анvelope грешке простирања се огледа у томе да њена анализа дозвољава само опште и квалитативне тврдње о перформансама простирања по више путања, зато што оцењене грешке једино важе за поједностављени сценарио (један рефлектујући сигнал са константном релативном амплитудом), док су за анализу у реалном окружењу (нпр. са више рефлектованих сигнала) неопходне друге методе. Штавише, тешко је извући значајне типичне грешке простирања по више путања из тих анvelope, јер оне представљају само грешке у најгорем случају [14, 70].

### **П1.2. Покретна средина анvelope грешке ублажавања по више путања**

Да би се превазишла ограничења анvelope грешке простирања по више путања могуће ју је модификовати у циљу добијања поузданијег начина за оцену перформанси простирања по више путања, обезбеђивањем бољег начина за поређење перформанси простирања по више путања различитих сигнала или поставки пријемника који ће омогућити уобичајено и смислено изођење учешћа грешке простирања по више путања у укупној грешци.

Као могући критеријум за постизање ових циљева може се размотрити прорачун покретне средине анvelope грешке простирања по више путања, RAE. У ту сврху се узимају у обзир само апсолутне вредности анvelope и њиховим коришћењем се добија средња грешке растојања.

Покретна средина се израчунава из средње апсолутне вредности анvelope грешке простирања по више путања компоненти у фази и квадратурној фази, за сваку тачку анvelope, односно, за свако релативно кашњење,  $\tau$ , на

путањи. Добијена модификована анвелопа се тада користи за израчунавање покретне средине са растућим бројем чланова који се усредњавају [70].

Резултати се могу тумачити као средња грешка простирања по више путања: избором релативног кашњења на путањи  $\tau_0$  које је репрезентативно за одређено окружење (најчешће се ради о геометријском кашњењу), одговарајућа вредност покретне средине може се израчунати као средња грешка простирања по више путања сигнала чије је кашњење на путањи између  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_0$ . У овом случају се не узима у обзир веће кашњење на путањи.

Главна предност анализе дијаграма покретних средина састоји се у томе што се могу извести и квалитативни и квантитативни закључци. Очигледно, добре перформансе простирања по више путања карактеришу мале максималне средње вредности и брз пад ка нули, повећавајући кашњење на геометријској путањи. Осим тога, обзиром да се прорачун покретних средина заснива на анвелопама грешке простирања по више путања, нису неопходни сложени и обимни претходни прорачуни. Треба напоменути да се грешке простирања по више путања које се изводе из дијаграма покретних средина и даље заснивају на једној рефлексiji са одређеном релативном амплитудом. Међутим, различита окружења са више путања могу се посматрати и анализирати на основу познавања њихових основних карактеристика (SMR и кашњења на путањи), добијајући такозвану *пондерисану покретну средину анвелопе грешке простирања по више путања* [9, 70].

## Биографија аутора

Марко С. Ђогатовић је рођен 23.12.1976. године у Краљеву, где је завршио основну школу и гимназију. На Саобраћајни факултет у Београду уписао се 1995/96. године, где је дипломирао 09.07.2001. године, на Одсеку за поштански и телекомуникациони саобраћај, са просечном оценом 9,40 (девет и 40/100). Током студија био је корисник стипендија Краљевине Норвешке, Министарства просвете Републике Србије и фондације „Проф. Никола Ока“.

По завршетку студија проглашен је за најуспешнијег дипломираног студента у школској 2001/2002 години. Последипломске студије уписао је школске 2002/2003. године на Саобраћајном факултету Универзитета у Београду. Положио је испите предвиђене наставним планом и програмом са просечном оценом 10,00. Магистарску тезу под називом „Компаративна анализа алгоритама естимације GPS сигнала“ одбранио је 04.05.2011. године и тиме стекао звање магистра техничких наука.

У звање асистента-приправника за ужу научну област „Управљање и симулација“ на Саобраћајном факултету Универзитета у Београду, изабран је 01.09.2003. године, а у звање асистента за ужу научну област „Управљање и симулација“ на Саобраћајном факултету Универзитета у Београду, изабран је 01.02.2012. године.

Ангажован је на извођењу рачунских и лабораторијских вежби на Основним академским студијама из предмета: „Управљање системима“, „Рачунарска симулација“, „Програмски језици“, „Објектно оријентисана симулација“, „Вештачка интелигенција“, „Системи за позиционирање објеката“, „Методе заштите у електронском пословању“, као и на извођењу вежби на Мастер академским студијама из предмета: „Моделирање, симулација и

анимација“.

Аутор је и коаутор више радова објављених у међународним и домаћим часописима и научним скуповима. Учествовао је као сарадник на пројектима које финансира Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани            мр Марко С. Богатовић, дипл. инж.

број индекса            –           

### Изјављујем

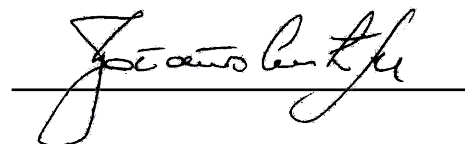
да је докторска дисертација под насловом

### **АЛГОРИТМИ ЕСТИМАЦИЈЕ СТАЊА СИГНАЛА ГЛОБАЛНИХ НАВИГАЦИОНИХ САТЕЛИТСКИХ СИСТЕМА**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

У Београду, 22.07.2016.

Потпис докторанда



\_\_\_\_\_



Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Марко Ђогатовић  
Број индекса –  
Студијски програм –  
Наслов рада АЛГОРИТМИ ЕСТИМАЦИЈЕ СТАЊА СИГНАЛА ГЛОБАЛНИХ  
НАВИГАЦИОНИХ САТЕЛИТСКИХ СИСТЕМА  
Ментор Проф. др Мирјана Стојановић, дипл. инж.

Потписани мр Марко С. Ђогатовић, дипл. инж.

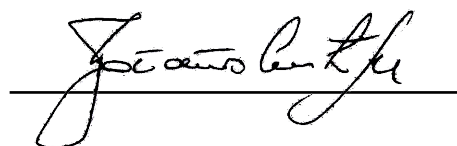
Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

У Београду, 22.07.2016.

Потпис докторанда



Handwritten signature of Marko Djogatic, written in black ink over a horizontal line.

Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

### **АЛГОРИТМИ ЕСТИМАЦИЈЕ СТАЊА СИГНАЛА ГЛОБАЛНИХ НАВИГАЦИОНИХ САТЕЛИТСКИХ СИСТЕМА**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство

**2. Ауторство - некомерцијално**

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

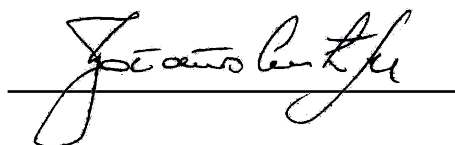
5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

У Београду, 22.07.2016.

Потпис докторанда



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.