

UNIVERZITET UNION
RAČUNARSKI FAKULTET

Jovana Božić, diplomirani inženjer elektrotehnike

**Predikcija vremenskih nizova pomoću talasića i
neuralnih mreža sa primenom za predikciju
valutnih parova**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Beograd, 2017.

UNIVERSITY UNION
SCHOOL OF COMPUTING

Jovana Božić, M.Sc.E.E.

**Time Series prediction using wavelets and neural
networks with application on exchange rate
forecasting**

DOCTORAL DISSERTATION

Belgrade, 2017.

Zahvalnica

Ova doktorska disertacija je urađena na Računarskom fakultetu Univerziteta Union.

Doktorska disertacija je rađena pod mentorstvom profesora Đorđa Babića, vanrednog profesora Računarskog Fakulteta u Beogradu. Ovom prilikom se srdačno zahvaljujem profesoru Babiću na usmeravanju tokom studija, pomoći oko izbora teme, razumevanju, savetima i nesebičnoj podršci prilikom istraživanja i pisanja disertacije.

Zahvalnost dugujem kolegama i koleginicama iz Telekoma Srbija, gde sam zaposlena, na dugogodišnjoj podršci.

Posebnu zahvalnost želim da izrazim svojim roditeljima, Miletu i Dragici Božić, kao i sestri Bojani Cvijan, na neizrecivoj ljubavi i stalnoj podršci. Njima u čast je od srca posvećena ova doktorska disertacija.

Autor

Rezime

Poslednjih nekoliko decenija svedoci smo ekspanzije računara, računarskih programa i alata koji se koriste u različite svrhe. Postepeno uvođenje modernih tehnologija u sve oblasti ljudskih delatnosti je dovelo do stalnog razvoja i usavršavanja rešenja za različite problematike i neodgovorena pitanja, kao i do povećanja ljudskih “apetita” za kvalitetnijim rezultatima generisanim od strane brzih i jednostavnih programa.

Predikcija vremenskih nizova kao posebna vrsta analize istih predstavlja jednu od disciplina koja se poslednjih nekoliko decenija najdinamičnije razvija i menja. Do ovakvog scenarija je došlo zbog isprepletenosti sa mnogim drugim disciplinama, kao što je na primer statistika, korišćena na poseban načini u ovoj disertaciji. Vremenski nizovi su skupovi podataka prisutni svuda oko nas, u različitim sferama ljudskog života, koji prikazuju vrednost neke fizičke veličine ili pojave u vremenu. Neki primeri iz različitih oblasti su brzina vetra, vodostaj reke, aktivnost Zemljine kore, stope nataliteta, EKG podaci, prinosi žitarica, vrednosti deonica itd. U ovoj disertaciji je predmet analize jedan od trenutno najčešće analiziranih vremenskih nizova – finansijski niz, odnosno valutni par. Razlog istraživačkog fokusa na baš ovaj tip podataka jeste popularnost posedovanja znanja o njegovom kretanju u budućnosti – što kod akademskih istraživača čiji je osnovni motiv odgonetanje njegove kompleksnosti, što kod poslovnih analitičara zbog njegove važnosti za funkcionisanje države, ali i svetskih tržišta. Kako su odnosi na svetskim tržištima sve kompleksniji, tako je i problematika predikcije valutnih parova sve teža a alati koji bi poslužili u ove svrhe sve sofisticiraniji i složeniji. Zato danas proces predikcije valutnih parova predstavlja značajan, složen ali i veoma kreativan posao koji iziskuje pre svega pouzdane i relevantne ulazne podatke ali i temeljnu analizu i diferencijaciju parametara arhitekture predikcionih modela koji najviše utiču na konačan ishod.

Istraživačima su za zadatke predikcije dostupne mnoge tehnologije, a jedna od najzanimljivijih su veštačke neuralne mreže, moćni alati veštačke inteligencije zasnovani na principima rada ljudskog mozga. U ovoj disertaciji je napravljena analiza neuralanih mreža, date su osnovne definicije i pojmovi, izvršena je njihova klasifikacija a sve u cilju isticanja njihovih prednosti u odnosu na neke druge alate koji se koriste u slične svrhe. Poseban akcenat je stavljen

na vrstu neuralnih mreže sa propagacijom unapred, koje se koriste u modelu koji je dizajniran u svrhe predikcije i koje su postigle vrlo dobre performanse za valutne parove kojim se bavi ova disertacija. Pored osnove modela koju čine skupovi neuralnih mreža, u disertaciji je analizirana i posebna vrsta alata, poznatih kao talasići ili vejevleti, koji služe za obradu i što bolju pripremu vremenskih nizova za ulazak u mehanizme neuralnih mreža. Predstavljena je istorija ovih alata, njihovo proizlaženje iz ranije dominantne Furijeove transformacije kao i osnovne definicije. Posebna pažnja je posvećena dvema vrstama transformacija koje su korišćene u istraživanju kao i procesu uklanjanja šuma koji su kao sastavni deo modela pomogli u postizanju boljih performansi.

U disertaciji je predložen nov hibridni model za predikciju valutnih parova sastavljen od talasića, neuralnih mreža i osnovnih statističkih parametara. Rešenje je testirano sa realnim podacima tri različita valutna para. Glavni fokus je bio na predikciji vrednosti srpskog dinara u odnosu na evro, ali testirani su i kursevi mađarske forinte kao i britanske funte u odnosu na evro. Na osnovu dizajna modela, kreiran je softverski alat za predikciju u MATLAB-u koji je jednostavan za korisnike i sa dobrim osobinama u pogledu brzine rada i tačnosti predikcije. Osnovni princip rada modela se zasniva na razlaganju odgovarajućeg finansijskog niza u vejevlet reprezentacije koristeći različite nivoe rezolucije. Za svaki od testiranih vremenskih nizova, neuralne mreže su se kreirale, trenirale i kasnije koristile za predikciju. Kako bi se kreirala ukupna predikcija, individualne predikcije su se kombinovale sa statističkim osobinama koje su dobijene od originalnog ulaza. Prilikom testiranja, analizirano je nekoliko različitih scenarija koji su obuhvatali odgovarajuće različite arhitekture i odabir parametara.

Svrha procene performansi modela je bila da se na osnovu dobijenih rezultata oceni funkcionisanje hibridnog prediktora kao i da se ukaže na odgovarajuće parametre arhitekture čijim menjanjem može da se utiče na konačan rezultat. Za procene učinka bilo je neophodno izvršavanje velikog broja simulacija, pažljiva posmatranja modela prilikom menjanja određenih parametara arhitekture kao i precizna selekcija ulaznih podataka. Odabiranje, količina kao i normalizacija podataka na prvom mestu a onda i parametri arhitekture neuralnih mreža kao što su broj slojeva, skrivenih neurona, segmentacija i vrsta aktivacionih funkcija na drugom mestu su se pokazali kao faktori implementacije čijim setovanjem model može da se manipuliše i kalibriše. Dodatno, ukazano je na osnovne probleme predikcije kao što je nestabilnost rešenja usled određenih slabosti neuralnih mreža ali su i predložena rešenja i smernice u kom bi otklanjanje istih moglo da ide u

budućnosti.

Osnovni zaključak je da model predstavlja obećavajući adaptivni finansijski prediktor. Naime, sve predstavljene verzije modela kao i rezultati ukazuju na uspeh ovako dizajniranog rešenja ali i otvaraju nove smerove dodatnih istraživanja neophodnih za njegovo dalje usavršavanje u rešavanju problema predikcije. Predložni hibridni prediktor može da posluži kao čvrsta osnova za dalje analize predikcionih modela ovakve prirode kao i pomoćno sredstvo za razvoj novih algoritama koji u okviru sebe sadrže neuralne mreže i talasiće. Dodatno, hibridni model je pokazao veliku prilagodljivost tako da se njegova moć ogleda i u mogućoj primeni na rešavanje problema predikcije i drugih tipova vremenskih nizova, što je tema nekih budućih istraživanja. Na kraju, potrebno je naglasiti i važan informatički doprinos disertacije koji je rezultirao u *user-friendly* programskom kodu, skalabilnom i adaptivnom na veliki broj primena. Ako se gleda budućnost, ovom disertacijom su iznikle mnoge teme na koje se nestrpljivo čeka ulaganje novih istraživačkih snaga radi generisanje još boljih rezultata.

Ključne reči: talasići, neuralne mreže, predikcija, vremenski niz, valutni par

Naučna oblast: Obrada signala

Abstract

In the past several decades, we have witnessed an expansion in the use of computers, computer programs and tools, for various purposes. The gradual introduction of modern technologies into all areas of human activity has resulted in a constant development and improvement of solutions for various issues and unsolved questions, as well as an increase in human “needs” for higher quality results generated by fast and simple-to-use programs.

Prediction of time series as a special way of analyzing them is one of the disciplines that has seen the most dynamic changes and growth in the past several decades. The current status is due to the interconnection of this discipline with numerous other disciplines, such as statistics, which is used in a specific manner in this dissertation. Time series are series of data which are present all around us, in different aspects of human life, which demonstrate the value of a physical quantity or an occurrence in time. Some examples from different disciplines are wind speed, the water level of a river, the activity in the Earth’s crust, birth rates, ECG data, grain production, stock value, etc. The subject of analysis of this dissertation is one of the most frequently analyzed time series at present - a financial series, i.e. exchange rate. The reason for research focusing specifically on this type of data is the importance of predicting its future movements - this holds true both for academic researchers whose primary motivation is to understand its complexity, and for business analysts, owing to its importance to the functioning of the state, as well as world markets. As the relationships in the world markets continue to grow more complicated, so the issues of predicting exchange rates become more difficult, and the tools used for these purposes become increasingly sophisticated and complex. Therefore, the process of predicting exchange rates today is significant, complex, but also very creative work which requires primarily reliable and relevant input data, but also a thorough analysis and differentiation of the parameters of prediction model architecture which most affect the end result.

Researchers have numerous technological tools available for prediction tasks, and one of the most interesting are artificial neural networks, powerful tools of artificial intelligence based on the principles of operation of the human brain. This dissertation analyzes neural networks, provides the basic definitions and terms, and classifies them with the aim of indicating their advantages in

relation to other tools which are used for similar purposes. A special emphasis is placed on the feed-forward neural networks used in the model designed for prediction purposes, and which have achieved very good results for exchange rates which are the subject of this dissertation. Besides the basis of the model which is composed of groups of neural networks, this dissertation also analyzes a specific type of tool, known as wavelets, which are used for processing and the optimal preparation of time series for input into neural network mechanisms. The history of these tools is presented, their development from the previously dominant Fourier transform, as well as the basic definitions. Special attention is given to two types of transforms which were used in the research as well as in the process of removal of noise, and which as an integral part of the model enabled it to achieve better performance.

This dissertation proposes a new hybrid model for prediction of exchange rates composed of wavelets, neural networks and basic statistical parameters. The model was tested using actual data from three different exchange rates. The main focus was on predicting the value of the Serbian Dinar in relation to the Euro, but the exchange rates of the Hungarian Forint as well the British Pound were tested in relation to the Euro. Based on the model design, a software tool for prediction was created in Matlab, which is simple to use and has good features in terms of speed and precision of prediction. The basic work principle of the model is based on decomposing an applicable financial series into wavelet representations using different levels of resolution. For each tested time series, neural networks were created, trained, and later used for prediction. In order to create the final prediction, individual predictions were combined with statistical features calculated from the original input. During testing, several different scenarios were analyzed which encompassed different applicable architectures and parameter selections.

The purpose of assessing the performance of the model was to evaluate, based on the received results, the power of the hybrid predictor as well as to indicate the applicable parameters of architecture, which, if changed, would affect the final result. For performance assessments, it was necessary to perform a large number of simulations, careful observations of the model while certain parameters of architecture were changed, as well as a precise selection of input data. The model can be manipulated and calibrated by setting various factors, primarily the selection, quantity, and the normalization of input data, as well as the parameters of architecture of neural networks such as the number of layers, hidden neurons, segmentation and the type of activation functions. Additionally,

basic problems in prediction were indicated, such as the instability of solutions due to certain weaknesses in neural networks, while also proposing solutions and possible future steps which could be taken to avoid them.

The principal conclusion is that the model represents a promising adaptive financial predictor. Namely, all the presented versions of the model, as well as its results indicate the success of the designed solution, but also open new directions for additional research needed for its further development in solving the problem of prediction. The proposed hybrid predictor can serve as a solid basis for further analyses of prediction models of a similar type, as well as an aid in developing new algorithms which comprise neural networks and wavelets. In addition, the hybrid model has shown great adaptability, therefore its strength also lies in a possible application in solving the prediction problems of other types of time series, which may be the subject of future research. Finally, the significant contribution of this dissertation to informatics technology needs to be emphasized, which resulted in a user-friendly programming code, scalable and adaptable to a large number of uses. In terms of the future, this dissertation opens numerous subjects which await new research endeavors in order to generate even more valuable results.

Keywords: wavelets, neural networks, prediction, time series, exchange rates

Research area: Signal processing

Sadržaj

1. Uvod.....	1
1.1 Vremenski niz	2
1.2 Valutni parovi	3
1.3 Faktori kretanja valutnih parova	4
1.4 Finansijsko modelovanje (predikcija finansijskih nizova)	8
1.5 Cilj istraživanja	9
1.6 Pristup istraživanju.....	11
1.7 Izazovi u implementaciji modela za predikciju	15
1.8 Predikcija pomoću talasića	17
1.9 Predikcija pomoću neuralnih mreža.....	19
1.10 Drugi pristupi procesu predikcije.....	21
1.11 Doprinis teze	23
1.12 Organizacija teze.....	24
2. Analiza vremenskih nizova uz pomoć talasića	26
2.1 Uvod u talasiće.....	27
2.2 Istorijski pregled	30
2.2.1 Furijeova transformacija	30
2.2.2 Teorija o talasićima.....	33
2.3 Vejvlet transformacija vremenskog niza	36
2.4 Vrste vejvlet transformacija.....	41
2.4.1 Kontinualna vejvlet transformacija.....	42
2.4.2 Diskretna vejvlet transformacija	44

2.4.3	Stacionarna vejevlet transformacija.....	49
2.4.4	Paketska vejevlet transformacija	51
2.5	Vrste talasića i familija	53
2.5.1	Harov talasić	54
2.5.2	Doubiši porodica talasića.....	55
2.5.3	Morleov talasić.....	56
2.5.4	Meksički šešir talasić	57
2.5.5	Mejerov talasić.....	58
2.6	Uklanjanje šuma pomoću talasića.....	59
2.7	Talasići u oblasti finansija i predikciji valutnih parova	62
2.7.1	Talasići – multidisciplinarni matematički alat.....	62
2.7.2	Talasići u procesu predikcije	63
2.7.3	Talasići u svetu finansija.....	65
2.8	Softverski alati za primenu talasića	67
3.	Veštačke neuralne mreže	70
3.1	Istorija i razvoj veštačkih neuralnih mreža	70
3.2	Pojam neuralne mreže.....	74
3.2.1	Analogija sa biološkim neuronom	74
3.2.2	Koncept neuralne mreže	77
3.2.3	Arhitektura i organizacija neuralne mreže.....	82
3.2.4	Aktivaciona funkcija.....	85
3.2.5	Učenje i generalizacija.....	87
3.2.6	Topologija neuralnih mreža (vrste neuralnih mreža).....	96
3.3	Neuralne mreže kao alati za obradu signala	101
3.3.1	Neuralne mreže u predikciji vremenskih nizova	103

3.3.2	Neuralne mreže u finansijama	105
3.3.3	Praktični primeri primene iz literature	108
3.4	Softverski paketi za korišćenje neuralnih mreža	111
4.	Statistički parametri	113
4.1	Uvod.....	113
4.2	Statistički parametri	114
4.2.1	Srednja vrednost.....	115
4.2.2	Srednja apsolutna devijacija	116
4.2.3	Varijansa	116
4.2.4	Simetričnost	117
4.2.5	Ispupčenost	118
4.2.6	Tačke preokreta (prekretnice).....	119
4.2.7	Šenonova entropija.....	120
5.	Hibridni model za predikciju	122
5.1	Ideja hibridizacije modela za predikciju valutnih parova	122
5.2	Evolucija hibridnog modela talasića i neuralnih mreža.....	126
5.3	Opis hibridnog prediktora.....	128
5.4	Arhitektura hibridnog modela.....	131
5.4.6	Upotreba vejevlet transformacije.....	138
5.4.7	Arhitektura neuralnih mreža	144
5.5	Mere performansi.....	155
5.6	Zaključni parametri arhitekture hibridnog modela za predikciju	156
6.	Rezultati	158
6.1	Rezultati za EUR/RSD vremenski niz	159
6.2	Rezultati za EUR/HUF vremenski niz.....	169

6.3	Rezultati za EUR/GBP vremenski niz	178
6.4	Diskusija i značaj rezultata	186
6.4.1	Tumačenje rezultata	188
6.4.2	Analiza osetljivosti.....	189
7.	Zaključna razmatranja.....	195
7.1	Rezultatski osvrt.....	197
7.2	Doprinos istraživanja	199
7.3	Buduća istraživanja.....	200
8.	Bibliografija	203

Skraćenice

SVM – mašine sa vektorima podrške (eng. Support Vector Machines)

BDP – bruto domaći proizvod (eng. Gross Domestic Product GDP)

ANN (NN) - veštačke neuralne mreže (eng. Artificial Neural Networks)

ARMA – model autoregresivnog pokretnog proseka (eng. Autoregressive Moving Average)

ARIMA – model autoregresivnog integrisanog pokretnog proseka (eng. Autoregressive Integrated Moving Average)

GA – genetički algoritam (eng. Genetic Algorithm)

IGR – brzina rasta dohotka (eng. Income Growth Rate)

STFT – kratkotrajna Furijeova transformacija (eng. Short Term Fourier Transform)

WT – vejljet transformacija (eng. Wavelet Transform)

DFT – diskretna Furijeova transformacija (eng. Discrete Fourier Transform)

MRA – multirezoluciona analiza (eng. Multiresolution Analysis)

FWT – brza Furijeova transformacija (eng. Fast Wavelet Transform)

CWT – kontinualna vejljet transformacija (eng. Continuous Wavelet Transformation)

DWT – diskretna vejljet transformacija (eng. Discrete Wavelet Transformation)

SWT – stacionarna vejljet transformacija (eng. Stationary Wavelet Transformation)

WPT – paketska vejljet transformacija (eng. Wavelet Packet Transformation)

DT – dekompoziciono stablo (eng. decomposition tree)

SURE – Štajnova tehnika za određivanje praga (eng. Stein's Unbiased Risk Estimate)

SOM – samo-organizujuće mape (eng. Self-Organizing Map)

DARPA – agencija američkog ministarstva odbrane (eng. Defense Advanced Research Projects Agency)

LMS – Delta pravilo za učenje (eng. Learning Mean Square)

BP – algoritam sa propagacijom unazad (eng. Backpropagation Algorithm)

FFNN – neuralne mreže sa propagacijom unapred (eng. Feedforward Neural Networks)

RNN – neuralne mreže sa propagacijom unazad (eng. Backward Neural Networks)

RBF – neuralne mreže sa radijalno zasnovanim funkcijama (eng. Radial Basis Function Neural Networks)

OLAM - optimalna linearna asocijativna memorija (eng. Optimal Linear Associative Memory)

PDP – softverski alat za neuralne mreže (eng. Parallel Distributed Processing)

TP – tačka preokreta ili prekretnica (eng. Turning Point)

RWM – model nasumičnog hoda (eng. Random Walk Model)

SCG – skalirani konjugovani algoritam (eng. Scaled Conjugate Gradient)

MSE – srednja kvadratna greška (eng. Mean Square Error)

MAE – srednja apsolutna greška (eng. Mean Absolute Error)

MAPE – srednja apsolutna procentualna greška (eng. Mean Absolute Percentage Error)

RMSE – realna srednja kvadratna greška (eng. Real Mean Squared Error)

Spisak slika

Slika 1.1 Uticaj različitih ekonomskih faktora na valutni par.

Slika 1.2 Tri faze pristupa istraživanju.

Slika 1.3 Podfaze sprovedenog istraživanja.

Slika 1.4 Osnovni koraci u primeni sistemske tehnike.

Slika 2.1. Vremensko – frekvencijska ravan za Furijeovu i vejvlet transformaciju.

Slika 2.2 Primer talasića.

Slika 2.3 Analiza signala transliranjem talasića.

Slika 2.4 Analiza signala skaliranjem talasića.

Slika 2.5 (a) Kosinusni talas specifične frekvencije; (b) talasić specifične centralne frekvencije.

Slika 2.6 (a) Translacija, (b) Skaliranje, (c) Preklapanje talasića i signala, (d) Kontinualna vejvlet transformacija [106].

Slika 2.7 Banka filtara diskretne vejvlet transformacije.

Slika 2.8 Vejvlet dekompoziciono stablo.

Slika 2.9 Proces vejvlet dekompozicije.

Slika 2.10 Način numerisanja skala i vremena.

Slika 2.11 Banka filtara za implementaciju SWT.

Slika 2.12 Banka filtara paketske vejvlet transformacije (deo za dekompoziciju).

Slika 2.13 Paketsko vejvlet stablo.

Slika 2.14 Harov talasić.

Slika 2.15 Vejvlet funkcije nekih talasića iz Doubiši porodice.

Slika 2.16 Morleov talasić.

Slika 2.17 Meksički šešir talasić.

Slika 2.18 Mejerov talasić.

Slika 2.19 Koncept modelovanja vremenskog niza sa talasićima.

Slika 3.1 Biološki neuron.

Slika 3.2 Matematički model neurona.

Slika 3.3 MCP neuron [162].

Slika 3.4 Perceptron [162].

Slika 3.5 Model veštačkog neurona.

Slika 3.6 Prikaz slojevite arhitekture neuralne mreže.

Slika 3.7 Aktivacione funkcije.

Slika 3.8 Kompleksnost modela – problemi prevelike i nedovoljne istreniranosti.

Slika 3.9 Vidrov-Hofov algoritam.

Slika 3.10 Veštački neuron sa BP učenjem.

Slika 3.11 FFNN sa jednim izlaznim slojem (a) i FFNN sa jednim skrivenim slojem i jednim izlaznim slojem (b).

Slika 3.12. Rekurentna mreža sa skrivenim neuronima (d – operator kašnjenja koji služi za modelovanje dinamičkog sistema).

Slika 3.13 Presek prednosti i nedostataka neuralnih mreža kao alata za predikciju vremenskih nizova.

Slika 3.14 Ekonometrijski model sa neuralnom mrežom.

Slika 4.1 Vrste simetričnosti.

Slika 4.2 Vrste ispupčenosti.

Slika 5.1 Prediktor u vidu neuralne mreže.

Slika 5.2 Hibridni predior.

Slika 5.3 Predloženi hibridni prediktor.

Slika 5.4 EUR/RSD valutni par u posmatranom periodu.

Slika 5.5 EUR/HUF valutni par u posmatranom periodu.

Slika 5.6 EUR/GBP valutni par u posmatranom periodu.

Slika 5.7 Koeficijenti aproksimacije (a) i detalja (b,c,d) za stacionarnu vejevlet transformaciju, rezolucije 3 za valutni par EUR/RSD (Harov talasić).

Slika 5.8 Koeficijenti aprokcimacije (a) i detalja (b,c,d) za paketsku vejevlet transformaciju, rezolucije 2 za valutni par EUR/RSD (Db40 talasić).

Slika 5.9 Hibridni prediktor sa stacionarnom vejevlet transformacijom i drugim nivoom rezolucije.

Slika 5.10 Hibridni prediktor sa stacionarnom vejevlet transformacijom i trećim nivoom rezolucije.

Slika 5.11 Hibridni prediktor sa paketskom vejevlet transformacijom i drugim nivoom rezolucije.

Slika 5.12 Hibridni prediktor sa paketskom vejevlet transformacijom i trećim nivoom rezolucije.

Slika 5.13 Procedura dizajna arhitekture neuralnih mreža.

Slika 5.14 Kretanje kliznog prozora prilikom procesa predikcije.

Slika 5.15 Primer višeslojne neuralne mreže iz druge faze hibridnog prediktora.

Slika 5.16 Performanse poslednje neuralne mreže (najbolje performanse treniranja su 0.00068177 na 1000 epoha).

Slika 6.1 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejevlet transformacije drugog nivoa rezolucije (a) – aproksimacija signala, (b) i (c) - detalji prvog, odnosno drugog nivoa respektivno.

Slika 6.2 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Slika 6.3 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejevlet transformacije drugog nivoa rezolucije (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog odnosno drugog nivoa respektivno.

Slika 6.4 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije (a) - aproksimacija signala, od (b) do (h) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Slika 6.5 Poređenje stvarnog i simuliranog signala u slučaju predikcije EUR/RSD vremenskog niza (a) stacionarna vejevlet transformacija, nivo rezolucije 2; (b) stacionarna vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3; (c) paketska vejevlet transformacija, nivo rezolucije 2; (d) paketska vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3.

Slika 6.6 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju stacionarne vejevlet transformacije, nivo rezolucije 2.

Slika 6.7 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju stacionarne vejevlet transformacije, nivo rezolucije 3.

Slika 6.8 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju paketske vejevlet transformacije, nivo rezolucije 2.

Slika 6.9 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju paketske vejevlet transformacije, nivo rezolucije 3.

Slika 6.10 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejevlet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) – aproksimacija signala, (b) i (c) - detalji prvog, odnosno drugog nivoa respektivno.

Slika 6.11 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Slika 6.12 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejevlet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog odnosno drugog nivoa respektivno.

Slika 6.13 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) - aproksimacija signala, od (b) do (h) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Slika 6.14 Poređenje stvarnog i simuliranog signala u slučaju predikcije EUR/HUF vremenskog niza (a) stacionarna vejevlet transformacija, nivo rezolucije 2; (b) stacionarna vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3; (c) paketska vejevlet transformacija, nivo rezolucije 2; (d) paketska vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3.

Slika 6.15 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/HUF.

Slika 6.16 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/HUF.

Slika 6.17 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/HUF.

Slika 6.18 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/HUF.

Slika 6.19 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejevlet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) – aproksimacija signala, (b) i (c) - detalji prvog, odnosno drugog nivoa respektivno.

Slika 6.20 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Slika 6.21 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejevlet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog odnosno drugog nivoa respektivno.

Slika 6.22 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) - aproksimacija signala, od (b) do (h) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Slika 6.23 Poređenje stvarnog i simuliranog signala u slučaju predikcije EUR/GBP vremenskog niza (a) stacionarna vejevlet transformacija, nivo rezolucije 2; (b) stacionarna vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3; (c) paketska vejevlet transformacija, nivo rezolucije 2; (d) paketska vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3.

Slika 6.24 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/GBP.

Slika 6.25 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/GBP.

Slika 6.26 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/GBP.

Slika 6.27 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/GBP.

Spisak tabela

Tabela 3.1 Matematičke definicije aktivacionih funkcija.

Tabela 4.1. Statistički indikatori i njihove definicije.

Tabela 5.1 Statistički pokazatelji analizirana tri valutna para.

Tabela 5.2 Detalji arhitekture neuralne mreže iz poslednje faze.

Tabela 6.1 Performanse neuralnih mreža – scenario SWT, Harov talasić, 2 nivo rezolucije.

Tabela 6.2 Performanse neuralnih mreža – scenario SWT, Harov talasić, 3 nivo rezolucije.

Tabela 6.3 Performanse neuralnih mreža – scenario WPDN, talasić Db40, 2 nivo rezolucije.

Tabela 6.4 Performanse neuralnih mreža – scenario WPDN, talasić Db40, 3 nivo rezolucije.

Tabela 6.5 Statistička metrika za predikciju EUR/RSD valutnog para u zavisnosti od parametara korišćenih u modelu.

Tabela 6.6 Vrednosti statističkih parametara za paketsku vežvlet transformaciju, sa i bez procesa uklanjanja šuma.

Tabela 6.7 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario SWT, Harov talasić, 2 nivo rezolucije.

Tabela 6.8 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario SWT, Harov talasić, 3 nivo rezolucije.

Tabela 6.9 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario WPDN, talasić Db40, 2 nivo rezolucije.

Tabela 6.10 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario WPDN, talasić Db40, 3 nivo rezolucije.

Tabela 6.11 Statistička metrika za predikciju EUR/HUF valutnog para u zavisnosti od parametara korišćenih u modelu.

Tabela 6.12 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario SWT, Harov talasić, 2 nivo rezolucije.

Tabela 6.13 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario SWT, Harov talasić, 3 nivo rezolucije.

Tabela 6.14 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario WPDN, talasić Db40, 2 nivo rezolucije.

Tabela 6.15 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario WPDN, talasić Db40, 3 nivo rezolucije.

Tabela 6.16 Statistička metrika za predikciju EUR/GBP valutnog para u zavisnosti od parametara korišćenih u modelu.

Tabela 6.17 Performanse modela sa primenjenim transformacija četvrtog nivoa rezolucije u slučaju EUR/RSD valutnog para.

Tabela 6.18 Rezultati u slučaju predikcije EUR/RSD valutnog para, u slučaju 60:40 segmentacije.

Tabela 6.19 Rezultati u slučaju predikcije EUR/RSD valutnog para, u slučaju 70:30 segmentacije.

Tabela 6.20 Rezultati u slučaju predikcije EUR/RSD valutnog para, u slučaju 90:10 segmentacije.

Tabela 6.21 Rezultati predikcije za različite vrednosti praga uklanjanja šuma (EUR/RSD valutni par).

Tabela 6.22 Uporedni prikaz transformacija za različite strukture skrivenog sloja.

1. Uvod

Proces predikcije vremenskih nizova je težak i zahtevan zadatak, koji je potrebno dobro koncipirati i definisati očekivanja od modela koji će ga vršiti. Danas, u istraživanjima predikcije učestvuje veliki broj naučnika i mogućnost za kreiranje modela za prediktovanje vremenskih nizova, u koje spadaju valutni parovi, zavisi pored kompetenci, i od dostupnosti i kvaliteta podataka i mnogih drugih faktora koji se vrlo često otkrivaju tek pri kasnijem razvoju modela. Značaj predikcije određenog događaja/vrednosti nekog niza je što predstavlja važan korak u prevenciji različitih nepoželjnih događaja sa ciljem njihovog uspešnog izbegavanja ili ublažavanja njihovog efekta [1]. Dodatno, predikcija finansijskih nizova, pre svega valutnih parova, daje veliki doprinos što u vidu inovativnih akademskih rezultata što u vidu teorijske konkretizacije mnogih odluka u ekonomskom svetu [2]. Svakako, najčešće pominjani značaj finansijskih predikcionih modela je u potencijalnoj zaradi koju bi oni mogli da donesu ukoliko se uspešno implementiraju. Naravno, pre daljeg izlaganja, potrebno je ograditi se od onoga što se može nazvati “svetskim gličevima” koji mogu da utiču na sam proces, kao što su povremene ekonomske katastrofe i slomovi u kojim situacijama, valutni parovi se sigurno neće ponašati onako kako bi model prediktovala. Takođe, ono što ostaje van ovog istraživanja i što nije bilo uključeno u model jeste faktor ljudske intuicije, ili emocionalni faktor, koji na žalost ima veliku moć u različitim ekonomskih krahovima koji pogađaju svet poslednjih godina.

Motiv za vrstu istraživanja predstavljenu u ovoj disertaciji je ideja kombinacije različitih modelirajućih sistema iz kojih je izvučena sinergijska snaga za rešavanja problema predikcije. Želja je bila, i pored jasnog izazova visoke preciznosti procesa, da se iskombinuju postojeće

metode i da se kreira jedan robusni, skalabilni, unapređeni model koji će steći primenu u praksi. Naime, danas u svetu postoji mnoštvo metoda i tehnika koje se koriste u svrhe predikcije. Među najpopularnije spadaju genetički algoritmi, *fuzzy* logika, regresiona analiza, samo-organizujuće mape (eng. *self-organizing maps* SOM), mašine sa vektorima podrške (eng. *support vector machines* SVM) itd. [3]. Pored ovih, veliki preokret su napravile i veštačke neuralne mreže, alati koji su široko rasprostranjeni na polju predikcije ali i u mnogim drugim oblastima poslovanja, nauke i industrije [4], [5]. Sve prethodno nabrojane metode predstavljaju modele „računarske inteligencije“ koji su se pokazali prilično uspešnim u mnogim oblastima, a naročito u oblasti finansijske predikcije [6], [7]. Sve ove metode kroz veliku moć generalizacije „hvataju“ šeme i šablone iz prethodno naučenih ulaza, što ih čini odličnim klasifikatorima i regresionim modelima [3], [7]. Tako je i sam početak zadatka bio, od svih ovih moćnih alata, a prema istraživačkim afinitetima, izabrati i ukomponovati one koje bi mogle da naprave uspešan predikcioni model.

Na kraju, trebalo bi napomenuti da iako se prediktor predstavljen u disertaciji koristi za finansijske nizove, sprovedeno istraživanje se svodi pod isključivo računarske nauke (sa primesama, opet, nezaobilazne matematike). Valutni parovi se posmatraju isključivo kao vremenski nizovi specifičnih osobina koje je potrebno obraditi, a koji su izabrani zbog svoje atraktivnosti i afiniteta istraživača. Štaviše, trebalo bi ohrabriti druge istraživače da slične modele koriste za predikciju drugih tipova vremenskih nizova, sa preporukom visoke garancije uspeha, naročito sa dodatnim analizama i budućim koracima koji će se preporučiti nadalje u radu.

1.1 Vremenski niz

Vremenski niz je hronološki niz podataka koji predstavlja indikator ponašanja raznih pojava tokom uzastopnih i jednakih vremenskih intervala, tj. uređen niz vrednosti slučajnih promenljivih u odnosu na vreme. Ova vrsta podataka se može analizirati u vremenskom i frekvencijskom domenu. Analiza u vremenskom domenu podrazumeva analizu vremenskih nizova u funkciji vremena, dok se analizom u frekvencijskom domenu vremenski niz posmatra kao kompozicija različitih frekvencija u različitim trenucima vremena, pri čemu svaka od frekvencija nosi određenu informaciju. U istraživanju u okviru ove teze se vrši analiza vremenskih nizova i u

vremenskom i u frekvencijskom domenu, jer se pokazalo da ovaj način posmatranja vremenskog niza daje najpotpunije podatke i ima najširu primenu u praksi. Cilj je bio sprovesti predikciju, odnosno predložiti model koji bi prognozirao određeni vremenski niz sa što manjom greškom. S tim u vezi, veliku ulogu u ovom procesu igra razumevanje dve komponente vremenskog niza – trenda (aproksimacije) i šuma (detalja). Većina istraživača veruje da na ponašanje vremenskog niza utiče veliki broj faktora koji forsira vremenski niz da ide jednim smerom (trend), dok drugi faktori uzrokuju povremena odstupanja od tog osnovnog pravca (šum). Aproksimacija, odnosno trend, predstavlja rastuću ili opadajuću komponentu vremenskog niza koja je konstantna u određenom vremenskom periodu. Ona opisuje osnovno ponašanje vremenskog niza, pa ujedno predstavlja i najznačajniju informaciju za proces predikcije. Trend vremenskog niza može biti deterministički ili stohastički. Ukoliko je trend deterministički, postoji matematička funkcija vremena kojom on može da se opiše i u zavisnosti od funkcije postoje različiti modeli trenda vremenskog niza (linearni, eksponencijalni itd.). Ukoliko je trend vremenskog niza stohastički tada se on menja pod uticajem slučajnih faktora i vrlo ga je teško prediktovati. Ovakva vrsta trenda odlikuje upravo finansijske nizove. Detalji, odnosno šum, predstavljaju određene oscilacije oko postojećeg i unapred utvrđenog trenda. Ove oscilacije karakterišu nejednake dužine trajanja i nejednaki intenziteti. Među njima se mogu razlikovati oni koji se javljaju sa dugim periodom ponavljanja, kao i oni koje se ispoljavaju samo periodično u toku vremena (sezonski šumovi).

Analiza vremenskih nizova je disciplina koja je našla primenu u mnogim oblastima ekonomije, finansija, prirodnih i društvenih nauka i drugo, i koja poslednjih decenija beleži brz i dinamičan razvoj. Imajući to u vidu, jedni od najčešće analiziranih vremenskih nizova su finansijski nizovi u koje spadaju valutni parovi, kamatne stope, godišnji prihodi, vrednosti deonica itd. Finansijski nizovi su oduvek izazivali pažnju što kod akademskih istraživača što u industriji zbog svoje važnosti sa jedne strane ali i svoje kompleksnosti sa druge strane.

1.2 Valutni parovi

Valutni parovi, termin poznatiji kao kursne razlike, su nestacionarni, šumoviti i haotični vremenski nizovi [8] koji spadaju među najispitivanije i najmanipulisanije finansijske nizove. Predstavljaju kombinaciju dugotrajnih i kratkotrajnih memorijskih procesa u okviru jednog

kompleksnog signala, što predstavlja razlog što je njihova predikcija pravi izazov [8], posebno imajući u vidu da usled svoje kongenitalne kompleksnosti, tradicionalne statističke metode u ovoj oblasti nisu pogodni alati. Faktički, valutni parovi izražavaju odnos dve valute, pri čemu se opservacije uglavnom uzimaju po pravilnim frekvencijama (danima, mesecima, godinama). Spadaju u grupu najbitnijih finansijskih nizova, jer njihove fluktuacije mogu povoljno ili nepovoljno da utiču na stanje jedne države čija sposobnost direktno zavisi od toga koliko je ona u stanju da se efektivno izbori sa rizikom njihove nestabilnosti. Poznati su i kao jedni od najznačajnijih pokazatelja „ekonomskog zdravlja“ države (uz vremenske nizove kamatnih stopa i inflaciju). Za “manje” države, oni imaju veliki uticaj na strane investicije, jedan od glavnih pokretača razvoja privrede i industrije, ali i na nacionalne kompanije. Njihovo kretanje zavisi od globalne ekonomske situacije koja nikad nije jasno definisana, različitih ekonomskih mehanizama, koji su opet vrlo često prekomplikovani za bilo kakvo modelovanje ali i ljudske intuicije, koju je nemoguće definisati. Iz svih ovih razloga, može se zaključiti da ne postoje egzaktne i kompletne informacije iz kojih bi moglo da se zaključi kako bi išlo njihovo kretanje u budućnosti.

Sa druge strane, prognoziranje ove vrste vremenskih nizova ima višestruki značaj što se tiče ekonomskog stanja države, ali i što se tiče investicija, generalnog poslovanja i rada nacionalnih i internacionalnih fondova u zemlji. Danas, predikcija valutnih parova predstavlja veoma važan zadatak ne samo za poslovne analitičare već i za akademske istraživače, te je stoga postala jedna od najpopularnijih tema u svetu. Do sada su predloženi različiti predikcioni modeli [6], [7], [9], [10], ali na žalost, empirijski rezultati za sada nisu ispunili teorijska očekivanja.

1.3 Faktori kretanja valutnih parova

Današnje tržište valutnih parova je jedno od najvećih i najturbulentnijih finansijskih tržišta, sa procenom od 1\$ triliona razmene svakog dana [9]. Kao takvo, ono je veoma osetljivo, tako da čak i mali poremećaji dovode do velikih iskanjanja, koja se manifestuju njihovim pomeranjem. To govori da je tržišna ravnoteža vrlo osetljiva, kao i da je psihološki faktor dosta izražen.

Da bi se približila težina predikcije ovih nizova, nađeno je za shodno da se pomenu određeni faktori koji utiču na njihovo kretanje a koji nisu uzeti kao ulazni parametri u model

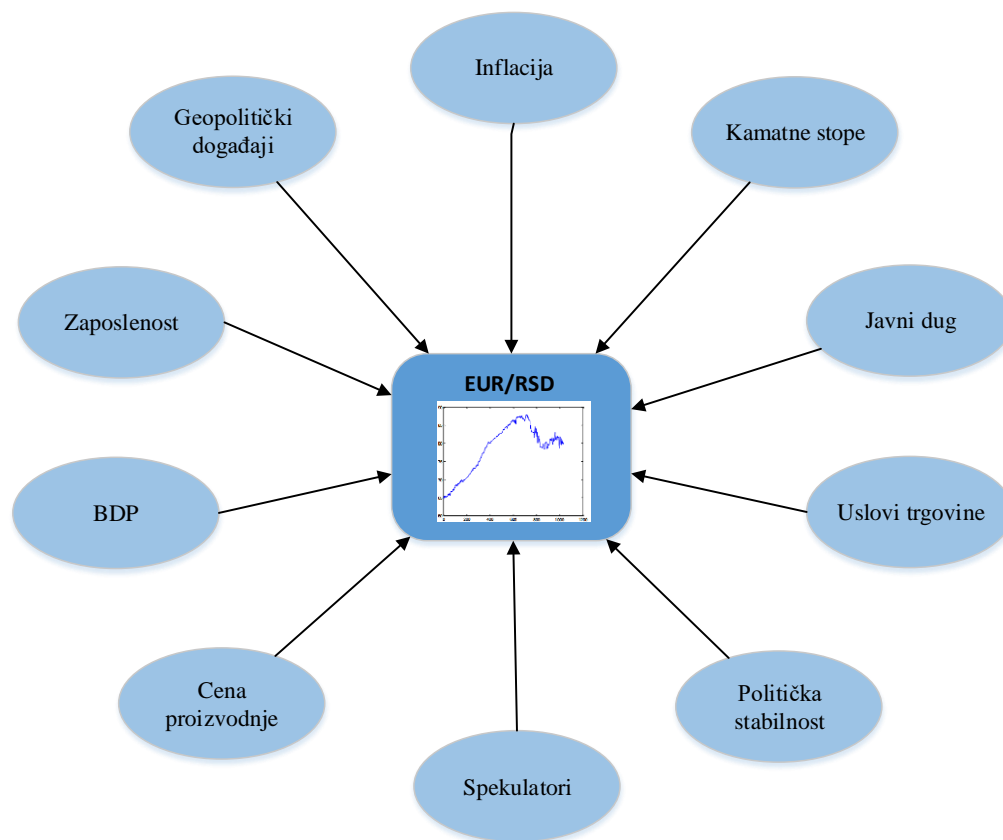
predstavljen u disertaciji. U istraživačkom smislu, problemu predikcije se prišlo sa informatičke tj. tehničke strane, bez uključivanja ekonomskih indikatora. Oni su navedeni kako bi se podvukla nestabilnost samih valuta ali i komplikovan zadatak prognoziranja. Neki od njih su “prostorno lokalizovani” te zavise od zemlje do zemlje, a neki “vremensko lokalizovani” te zavise od perioda kada se valutni par posmatrao. Osvrt na ove faktore je plod subjektivnog istraživanja i važno je napomenuti da u ekonomskim krugovima mnogi istraživači daju prednost drugim faktorima koji utiču na valutna kretanja. Svakako, valutni parovi su pod uticajem velikog broja kompleksnih faktora koji čak i najiskusnije ekonomiste ostavljaju zbunjene. Oni koji su navedeni u nastavku su ilustrovani na Slici 1.1 a u narednim rečenicama biće ukratko objašnjeni [11], [12]:

- Inflacija – faktor čijim rastom valuta slabi. Što je viša inflacija u zemlji, valuta je sve slabija kao i kupovna moć građana. Npr. posledica visoke inflacije jedne države jeste da cene proizvoda u njoj rastu brže nego u drugim zemljama (pod pretpostavkom da u njima nije visoka inflacija). Samim tim, proizvodi te države su manje privlačni i konkurentni što smanjuje potrebu za izvozom i potražnju za domaćom valutom. Sa druge strane, građanima je povoljnije da određene proizvode uvoze što znači da se troši domaća valuta kako bi se kupila inostrana, što opet smanjuje njenu vrednost.
- Kamatne stope – manipulisanjem i menjanjem kamatnih stopa, centralne banke direktno utiču na valutne parove. Visoke kamatne stope nude kreditorima visoke povraćaje, tako da privlače strani kapital i uzrokuju rast valutnih parova i obrnuto. Ujedno one smanjuju kupovnu moć potrošača jer ljudi sa kreditima imaju manje preostalog novca za potrošnju.
- Javni dug – posledica angažovanja države u finansiranju projekata javnog sektora ili vladinih fondacija. Dok ovakve aktivnosti stimulišu domaću ekonomiju, stvara se javni dug koji pospešuje inflaciju. Vrlo često dug nije u mogućnosti da se “otplati” kroz domaće kanale (prodajom domaćih obveznica), tako da ostaje opcija ponude robe na stranom tržištu. Zemlje sa visokim javnim dugom nisu privlačne investitorima jer ukazuju na stanje veće inflacije i povećanja duga kako bi se ona kontrolisala.

- Politička stabilnost države –države stabilnih ekonomskih performansi i sa manjim političkim previranjima su poželjnije za priliv stranih investicija, jer ulivaju poverenje u kretanje domaće valute. Što je država stabilnija, valutu odlikuje stabilan rast. Takođe, države sa stabilnim vladama (što podrazumeva donošenje teških odluka, garancije za završetak različitih projekata itd.) su najvažniji način za sticanje investitorskog poverenja što predstavlja važan faktor za ekonomski rast i stabilnost valutnog para.
- Spekulatori – osobe koje rizikuju i prave investicije kojima direktno utiču na kretanje valutnih parova. Na primer, ukoliko spekulatori veruju (na osnovu različitih faktora) da će neka valuta da raste u bliskoj budućnosti, oni mogu da krenu da je potražuju u sadašnjosti kako bi ostvarili profit u budućnosti. Ova akcija uzrokuje da ta valuta raste a to kretanje nema „ekonomsko objašnjenje“, tj. nastaje samo usled pozitivnih „osećaja“ spekulatora.
- Uslovi trgovine – ukoliko cene od izvoza rastu većom brzinom od cena od uvoza, povećavaju se prihodi od izvoza i samom potražnjom za valutom što dovodi do njenog rasta. Obrnuto, ako postoje uvećani prihodi od uvoza, vrednost valute se smanjuje.
- Cena proizvodnje – ukoliko jedna država može da proizvodi neku vrstu robe po većoj brzini i ekonomičnije, dolazi u stanje da je proda po atraktivnoj ceni. Kao efekat ovoga, raste izvoz što uzrokuje rast valute.
- Bruto domaći proizvod BDP (eng. *Gross Domestic Product* GDP) - mera svih proizvoda i usluga koje jedna država generiše tokom određenog perioda [13]. Rast BDPa ukazuje na ekonomski rast, što privlači strane investitore koji ulažu kapital i čime dolazi do rasta valute.
- Zaposlenost – mera prosperiteta ekonomije. Što je stopa zaposlenosti u državi veća, njihni zaposleni dobijaju više šansi da rade posao koji žele i za koji su školovani. Smanjenje broja nezaposlenih dovodi do rasta potrošnje i uvećanja vrednosti valute. Ponekad visoka zaposlenost može da uveća kupovnu moć građana toliko da dovede do inflacije u zemlji, što može imati za posledicu smanjenje vrednosti valute. Ovo je karakteristično za privrede u

razvoju i tada centralne banke povećavaju kamatne stope kako bi “obuzdali” kupovnu moć i smanjili inflaciju.

- Makroekonomski i geopolitički događaji – događaji u vidu izbora, ratova, promena monetarne politike, finansijskih kriza imaju velikog uticaja na valutu jedne države. Primer može biti rat u regionu koji iscrpljuje ekonomiju država učesnica i uvećava volatilnost njihovih valuta.



Slika 1.1 Uticaj različitih ekonomskih faktora na valutni par.

1.4 Finansijsko modelovanje (predikcija finansijskih nizova)

Osnovna činjenica koja zbunjuje istraživački svet jeste kako uspešno prediktovati kretanje jednog valutnog para kada ono generalno zavisi od ljudske intuicije kao i od ekonomske situacije koja nikad nije jasno definisana jer je prate ekonomski mehanizmi koji su previše komplikovani da bi se modelovali. Iako ovo zvuči obeshrabrujuće, vršene analize literature, kao i vršeni samostalni eksperimenti su pokazali da je predikcija ipak moguća [8]-[10]. Sve ovo naravno prati pravljenje predikcionog modela koji uključuje manipulisanje različitim parametara i dovoljno računarske snage da generiše odgovarajući rezultat.

Finansijsko modelovanje predstavlja disciplinu koja beleži najbrži i najdinamičniji razvoj poslednjih decenija i za koju je, kao prvi korak, vrlo bitno jasno kvantifikovati faktore koji utiču na kretanje vremenskog niza kao i interakcije koje postoje između njih. Ono što ide u prilog ovakvoj analizi jeste da u svetu postoji velika količina sirovih informacija o finansijskim tržištima i svetskoj ekonomiji koje su dostupne za analizu i obradu. Naravno, čim je situacija ovakva a još nema precizno definisanih modela za predikciju, dolazi se do zaključka da generalno postoji deficit i nedostatak ideja u kreiranju odgovarajućih modela koji zaista i funkcionišu. Naime, danas je veoma primetan nedostatak odgovarajućih modela za predikciju vremenskih nizova kako u teoriji tako i u praksi i ovo često predstavlja problem i za akademska istraživanja i za oblast poslovne analitike gde bi rezultati ovih procesa predstavljali zaokretan faktor u svetskim dešavanjima. Tokom godina, iskristalila se opšta i često korišćena pretpostavka koja se nameće prilikom predikcije finansijskih nizova a to je da se sve važne osobine za proces predikcije nalaze u prošlosti i da se njihovom analizom može prognozirati budućnost. Takođe, većina istraživača se slaže da koristan korak prilikom predikcije predstavlja razlaganje vremenskog niza na aproksimaciju i detalje. Imajući ovo u vidu, cilj istraživanja jeste pronalaženje metoda za predikciju kojom će se “uhvatiti” određene zakonitosti u ponašanju posmatranog niza (aproksimacija) i obezbediti uspešna predikcija na osnovu poznatih aspekata iz prošlosti.

Iz svega prethodno rečenog, jedan od najbitnijih zadataka pri finansijskom modelovanju odnosno predikciji finansijskih vremenskih nizova jeste pronalaženje odgovarajuće funkcionalne veze između određenih ulaznih i izlaznih informacija. Imajući u vidu kompleksnu prirodu

finansijskih nizova, ovo je i više nego izazov i zahteva dosta resursa i odvojenog vremena, a opet retko kad dovodi do uspešnih i iskoristivih rezultata.

1.5 Cilj istraživanja

Danas je primetno da postoji nedostatak odgovarajućih modela za predikciju kako u teoriji, tako i u praksi, pa ovo predstavlja nedovoljno istraženu oblast i u akademskim istraživanjima ali i u oblasti poslovne analitike. Dodatno, razni prediktori koji danas služe za prognoziranje valutnih parova nemaju izraženu upotrebnu vrednost [6], [7], [9]. Upravo to je bio jedan od motiva za kreiranje modela prikazanog kao glavni rezultat ovog rada koji bi postigao komercijalnu primenu ili barem pospešio dalji razvoj ovakvih struktura u te svrhe. Cilj je kreiranje konzistentnog modela, koji uvažava relevantne parametre arhitekture ali i ograničenja i koji može dati veoma korisne rezultate i usmeriti aktivnosti vezane za dalji razvoj predikcionih sistema. Zadatak predloženog modela je da kroz seriju proračuna simulira predikciju valutnih parova, a u obim istraživanja spada izbor metodologije, procena performansi modela i ocena rezultata kao i kreiranje smernica za dalji razvoj i primenu hibridnog prediktora. Predstavljeni hibridni prediktor relativno lako integriše različite tehnike i može da posluži čak i u svrhu kvantifikovanja uticaja različitih parametara arhitekture na inače komplikovan proces predikcije.

Anticipacija mogućih kretanja finansijskih nizova predstavlja široku oblast u pogledu toga da danas postoji veliki broj definicija predikcije, mnogo vrsta predikcionih modela i mnogo varijacija kod analiziranih nizova - valutnih parova [9], [10], [14]-[17]. Fokus istraživanja je stoga bio na uzak skup rešenja u vidu nekoliko realizovanih scenarija, o čemu će dalje biti više reči. U ovom razvoju, trebalo bi napomenuti da je cilj disertacije razvoj predikcionog modela koji je upotrebljiv, ali čija profitabilnost nije analizirana i u krajnju ruku nije neophodna. Prema literaturi, na sporo-pokretnim tržištima, precizni predikcioni modeli mogu biti profitabilni, ali u okruženju sa visokofrekvencijskim podacima, kao što je tržište valutnih parova, imati precizan predikcioni model ne mora da znači da je postignut profitabilan rezultat [7], [18], [19]. Primena hibridnog prediktora predstavljenog u disertaciji se vidi tamo gde od značaja može biti merenje predikcionih grešaka a ne merenje dobitka od profita usled predikcije. Idealni scenario kome se težilo jeste da

u ovom slučaju zainteresovane strane mogu vući određene poteze u skladu sa predikcijama i potencijalno manipulirati specifičnim valutama na osnovu rezultata modela tj. Rezultata da li će valuta padati/rasti/ostati nepromenjena.

U sprovedenom istraživanju predstavlja se hibridni model sa dve različite tehnike – talasićima (eng. *wavelets*) i neuralnim mrežama (eng. *neural networks*), gde se talasići koriste kao sredstvo za razlaganje signala, utvrđivanje trenda i potencijalno otklanjanje šuma, dok se neuralne mreže sa posebnim fazama treniranja i obučavanja koriste kao sredstva za predikciju budućih vrednosti određenog ulaznog niza. Centralno i početno mesto analize predstavlja sam vremenski niz, a osnovni cilj jeste da se na osnovu odbiraka iz prošlosti prognozira njegova buduća vrednost. Za proveru prethodno izloženog koncepta, dizajnirane su razne vrste modela koje su primenjene na valutne parove, posebne vrste vremenskih nizova. Analizirane su različite vrste scenarija u cilju dobijanja što preciznijeg rezultata predikcije i u tu svrhu su korišćeni različiti kriterijumi greške, talasića i drugih parametara arhitekture. Testiranja su rađena sa menjanjem više desetina parametara po jednom ciklusu treniranja, sa ciljem da se nađe optimalno rešenje. Implementacija svih kodova je urađena u programskom paketu Matlab, pri čemu su kreirani pogodni *user-friendly* programi. Rezultati istraživanja su pokazali da hibridni model predstavlja dobar prediktor vremenskih nizova, čemu svedoče numerički rezultati i vrlo dobra preklapanja originalnih i prognoziranih odbiraka. Naravno, buduća ambicija je da se ovaj inovativni koncept dalje razvija i da mu se dodatno posveti pažnja radi dobijanja još preciznijeg rešenja. Osnovne hipoteze na kojima će se istraživanje zasnivati su:

- U praksi, rešenja i modeli koji su predloženi su još uvek daleko od teorijskih očekivanja, mada ni u samoj teorijskoj analizi (razmatranjima) nije se došlo do sistematskog pristupa i pravljenja pravila za dizajn predikcionih modela.
- Uočeno je da se sve više u predikciji vremenskih nizova koriste hibridni modeli, odnosno kombinacija više predikcionih tehnika.
- Analizom prošlosti vremenskih nizova može se zaključiti dosta o njihovim budućim kretanjima.
- Bez obzira na sva ograničenja delova sistema, model je moguće koristiti kao efikasno i relativno pouzdano predikciono sredstvo.

- Navedeno rešenje daje dosta prostora za dalje istraživanje i razvoj sistema za predikciju, odnosno moguće ga je proširiti i dati nove upotrebne vrednosti.
- Programski kod je dizajniran tako da korisniku daje mogućnost podešavanja velikog broja parametara unutrašnje arhitekture.

1.6 Pristup istraživanju

Pristup predikciji valutnih parova može da se razvija iz dva pravca. Prvi pravac je korišćenje modela vremenskog niza, koji je čisto tehničke prirode i nije zasnovan na korišćenju faktora ekonomskih teorija. Ova vrsta analize je poznata pod nazivom tehnička analiza ili univarijantni pristup. Tehničke ulazne vrednosti mogu biti zakasneli odbirci vremenskog niza, pokretni prosek (eng. *Moving Average*), indeks relativne snage (eng. *Relative Strength index RSI*), pokretni prosek konvergentne divergencije (eng. *Moving Average Convergence Divergence MACD*) itd. U literaturi je jedan od najpopularnijih pristupa ove vrste autoregresivni pokretni prosek (eng. *Autoregressive Moving Average ARMA*) [16]. Generalno je ideja da se prošlo ponašanje vremenskog niza može koristiti za predikciju njegovih budućih vrednosti. Ukoliko se u slučaju ovog pristupa koriste isključivo podaci dobijen iz samog niza (npr. zakasneli odbirci), tada se svaki ciklus treniranja praktično svodi na kretanje određenog prozora fiksne dužine duž vremenskog niza. Vidno je da je kod ovog pristupa vrlo bitno izabrati koliko ulaznih odbiraka uključiti u predikciju, a neko generalno pravilo ne postoji, tako da većina istraživača preporučuje metod probe ili intuitivno utvrđivanje ovog faktora [10], [20]. Naravno, idealno je koristiti što manje zakasnelih vrednosti koje mogu da „uhvate“ nelinearnosti sadržane u podacima. Ukoliko ima previše promenljivih, to će uticati na vreme treniranja mreže i može se desiti da algoritam upadne u neko lokalno optimalno rešenje. S druge strane, ukoliko je broj ulaznih vrednosti previše mali, moć predikcije će biti ugrožena jer će se npr. uhvatiti nelinearnosti samo jednog dela niza. Znači, premalo ili previše ulaznih vrednosti će imati uticaj ili na učenje ili na predikcione sposobnosti mreže.

Drugi pristup procesu predikcije je korišćenje ekonometrijskog modela u okviru kog se uključuje skupljanje faktora za koje se veruje da utiču na njihova kretanja. Ovakva vrsta analize

se naziva fundamentalna analiza ili multivarijantni pristup. U ovom slučaju ulazne promenljive su makro i mikroekonomski faktori kao što su kamatne stope, BDP, indeksi potrošačkih cena, brzine zapošljavanja itd. [21], [22]. Za razliku od univarijantnog, gde se ulazi baziraju na tehničkoj analizi niza, kod multivarijantnog pristupa se za ulazne podatke koristi ne samo niz već i podaci van njega. Ovi ulazni podaci se zasnivaju na ekonomskoj ili finansijskoj analizi i utvrđuju se tako što se prvo iz oblasti ekonomija i finansija nađe što više mogućih promenljivih, a zatim se iz tog skupljenog skupa odstrane sve one koje doprinose šumu i koje smanjuju moć generalizacije mreže (u tu svrhu se koriste različiti statistički algoritmi) [23]. Cilj je da ukoliko dve promenljive imaju visoku korelaciju, jedna od njih se može odstraniti, bez da se utiče na sveukupne performanse neuralne mreže. Jedan od primera radova sa multivarijantnim ulazima je [5] gde su korišćene fundamentalne ulazne vrednosti dobijene pomoću principa jednakosti kamatnih stopa (tzv. *Interest Rate Parity*), dok su npr. u [24] autori koristili, između ostalog, standardnu devijaciju i razne druge indikatore (*Average Directional Movement index ADX*, *Trend Movement index TMI*, *Rate of Change ROC*, *Ehlers Leading indicator ELI*).

Izbor ulaznih podataka je veoma važan deo procesa modelovanja, a koju vrstu promenljivih izabrali zavisi od istraživača i cilja predikcije. Univerzalna preporuka ne postoji, literatura je prepuna nekonzistentnih zaključaka i što se ovog zadatka tiče ne postoji nikakav sistematski pristup za njegovo rešavanje. Univarijantne promenljive zahtevaju manje podataka, ali mogu da oslabe moć predikcije jer im fali ekonomski uticaj. S druge strane multivarijantne ulazne vrednosti imaju prednost u dugoročnoj (*long-term*) predikciji, ali zahtevaju više vremena i podataka, što su uslovi koje je nekad teško ispuniti. Za model predstavljen u nastavku disertacije je primenjen model vremenskog niza tj. univarijantni pristup. Za ulazne podatke su korišćeni odbirci iz prošlosti niza, potpomognuti statističkim parametrima izvedenim iz njih. Motivacija iza ovog izbora je što je tehnička analiza najčešće korišćena metoda za predikciju od strane analitičara kursnih razlika i što se ona češće primenjuje od fundamentalne analize u slučajevima kada su istraživači zainteresovani za kratkotrajna kretanja valuta [7], [25].

Dalje, istraživanju predstavljenom u disertaciji se prišlo kroz nekoliko faza (Slika 1.2):

- Faza analize i konceptualizacije – zasnovana na pregledu literature tj. knjigama i radovima iz eminentnih časopisa na temu predikcije nizova

- Faza dizajna i eksperimenata – koja se delimično oslanja na pregled literature ali je većinski zasnovana na sprovedenim eksperimentima
- Faza zaključka – koja obuhvata empirijske rezultate donešene na osnovu proba i eksperimenata na osnovu kojih se donosi zaključak u pogledu preciznosti predloženog prediktora.

U okviru faze analize i konceptualizacije razmatraju se neke od najpopularnijih predikcionih tehnika u okviru polja računarske inteligencije [26]-[28]. Fokus je uglavnom na tržište valuta i tehnikama tehničke analize. Trebalo bi napomenuti da je van oblasti istraživanja obezbeđivanje pregleda svih tehnika računarske inteligencije u finansijskoj predikciji. Istražene su glavne tehnike kao što su talasići i neuralne mreže. Opisana je osnovna teorija koja stoji iza njih kako bi se ove metode efektivno primenile kao deo modela u procesu finansijske predikcije. Dodatno, napravljen je osvrt na primene ovih modela u finansijskoj predikciji u prethodnim istraživanjima.

U okviru faze dizajna i eksperimenata koja obuhvata dodatni pregled literature i veliki broj proba i eksperimenata, sumirano je znanje iz prethodne faze koje je neophodno kako bi se formirao dizajn hibridnog prediktora. Faza dizajna počinje od izbora ulaznih parametara i obrade tj. njihove pripreme kako bi bili pogodni ulazi za model koji se predstavlja.

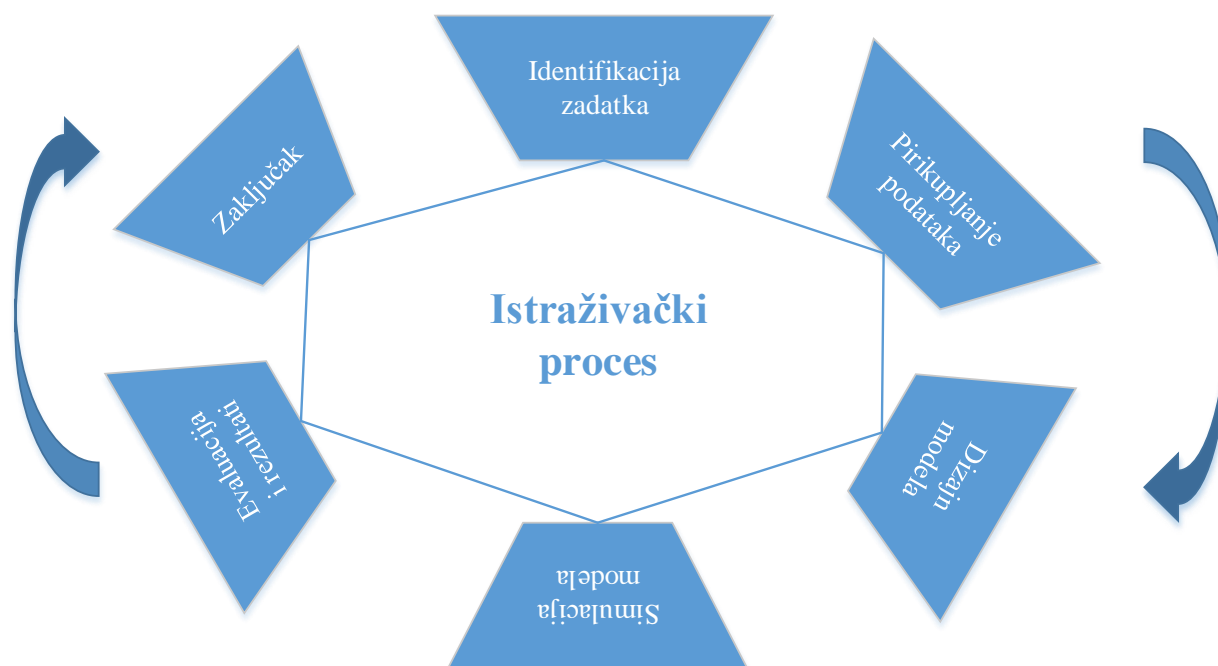
U okviru faze zaključka sumiraju se empirijski rezultati sprovedenih eksperimenata, vrši se upoređivanje performansi i donose zaključci o preciznosti prediktora kao i o mogućim najuticajnim faktorima na njegove performanse.

Ako bi se pak želelo detaljnije analizirati prethodne faze, istraživanje bi moglo da se raspodeli na podfaze date na Slici 1.3. Svaka od navedenih podfaza predstavlja manju istraživačku podcelinu sa jasnim delovanjem te se smatra da nije potrebno ulaziti u njihova objašnjenja.



Slika 1.2 Tri faze pristupa istraživanju.

Dodatno, iako nije osnovni predmet ove disertacije, smatra se da bi trebalo napomenuti da se prilikom istraživanja osvrto napravio i na analizu osetljivosti nekih parametara modela. Analiza osetljivosti je tehnika koja pokazuje koliko će se performanse sistema promeniti usled promene nekog parametra arhitekture sistema, pri čemu ostali parametri modela koji se analiziraju ostaju nepromenjeni. Ova tehnika ponekad može da posluži i za preispitivanje odluka kako bi se utvrdilo u kojoj meri se mogu tolerisati netačnost pretpostavki sa kojima se ušlo u modelovanje. Ona može poslužiti i u testiranju do koje vrednosti određeni parametar arhitekture može da ide, a da hibridni prediktor bude efikasan i prihvatljiv za upotrebu. Analizu osetljivosti odlikuju i nedostaci u vidu složenih i zamornih računarskih procesa koji prate testiranja. Prilikom procenjivanja svakog parametra arhitekture utvrđivali su se koji podaci moraju biti tačno definisani a koji podaci su prihvatljivi sa svojim *default* vrednostima ili zahtevaju samo minimalne dodatne korekcije. Sve ovo je rezultovalo u velikom broju kompleksnih i dugotrajnih eksperimenata.



Slika 1.3 Podfaze sprovedenog istraživanja.

1.7 Izazovi u implementaciji modela za predikciju

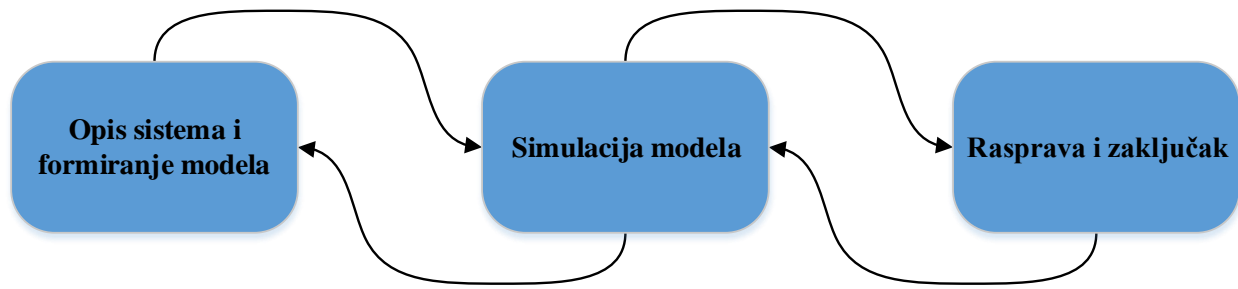
Prilikom dizajna i testiranja modela za predikciju vremenskih nizova, potrebno je obratiti pažnju na potencijalne prepreke i teškoće koje mogu sprečiti uspešnu realizaciju. Prvi potencijalni kamen spoticanja može biti dostupnost podataka, što u našem istraživanju nije bio slučaj. Naime, podaci analiziranih valutnih parova su uz malo temeljniju pretragu na Internetu, pronađeni bez većih problema. Generalno, sa razvojem moćnih računara i *online* baza podataka, možemo da zaključimo da je ovaj problem skoro pa i u potpunosti otklonjen. Prepreka preciznoj predikciji može biti nestacionarnost niza ili šum u podacima, što su svakako odlike analiziranih finansijskih nizova. Šum može biti skoro neprimetan ali može biti i toliko očigledan da u potpunosti utiče na oblik niza. Istraživački izazov je predstavljala obrada podataka tako da model daje rezultate koji nisu besmisleni, kao što se u prvim krugovim testiranja dobijalo. Zato je u kasnijem razvoju modela primenjen proces uklanjanja šuma, a sve u cilju provere performansi prediktora kad se on odstrani. Teškoća prilikom dizajna je bila izabrati i ukomponovati predikcione metode tako da se međusobno „ojačaju“ i daju najbolji mogući rezultat. U moru velikog broja tehnika koji su dostupni istraživačima, trebalo je izabrati odgovarajuće i dodatno koncipirati predikciju tj. izabrati najjednostavniji princip gde se predikcija vrši na osnovu odbiraka iz prošlosti. Izazov je bio pronaći odgovarajuću vejevlet transformaciju a možda još veći napraviti pravi izbor parametara arhitekture neuralne mreže koji su sami po sebi dovoljno kompleksni i mnogobrojni. Na sve ovo dilema je bila kako „bustovati“ model i sa kojim parametrima usavršiti rezultat koji u određenim fazama eksperimenata još nije bio zadovoljavajući.

Sam proces testiranja je obuhvatio veliki broj eksperimenata, procedure kalibracije i analize parametara arhitekture modela kao i verifikacije različitih scenarija modela. Dva glavna razloga koja unose komplikaciju u već dovoljno izazovnu predikciju valutnih parova su da ne postoje zakoni koji jasno opisuju kretanje ovih nizova i dodatno, da je sama parametrizacija modela otežana zbog izražene kompleksnosti i varijabilnosti koja odlikuje valutne parove. Veoma veliki deo vremena je bio posvećen procedurama kalibracije tokom kojih su se menjale vrednosti različitih parametara arhitekture u cilju pokušaja da se rezultati modela poklope sa stvarnim vrednostima niza, a sve u okviru prihvatljivih kriterijuma očuvanja predložene strukture modela. Naime, predstavljeni hibridni prediktor je isprobavan sa velikim brojem parametara vejevlet

transformacije, arhitekture neuralnih mreža i statističkih parametara kako bi se rezultati simulacije što više približili onim realnim. Sve ovo jeste posledica korišćenja kombinacije različitih tehnika za analizu nizova. Iako je već pomenuto, nije loše još jednom podvući da se tehnike za predikciju vremenskih nizova vrlo retko koriste izolovano, već najčešće u sprezi sa nekim drugim metodama i tehnikama predikcije. Tako se i ovom problemu pristupa iz aspekta spregnutog korišćenja različitih metoda čime se dobija sinergijski efekat, a samim tim i precizniji rezultati.

U svemu ovome, došlo se do zaključka kako bi ceo proces bio mnogo potpomognut i olakšan da postoji sistemski pristup procesu predikcije, što se smatra značajnom teškoćom prilikom realizacije. Tačnije, sistemski pristupi u procesima predikcije i kreiranju odgovarajućih modela bili bi od velike koristi za kreiranje optimalnog prediktora, tj. za razumevanje kretanja valuta a samim tim i lakše koncipiranje modela prediktora. Analizom literature se zaključilo da nedostaje upravo to celovito sagledavanje, pri čemu svakako svemu nije pomogla i nestabilna priroda analiziranih nizova koji se prediktuju. Sistemski pristupi se već dugi niz godina koriste u svetu kod izučavanja drugih problema slične prirode i stoga se u nastavku daje nekoliko napomena o mogućnostima njihove primene na konkretna pitanja razmatrana u ovoj disertaciji.

Generalno govoreći, dizajn finansijskih prediktora zahteva više stručnih analiza i tehničko-ekonomskih proračuna nego što je sadašnja praksa. Ovo podrazumeva da stručnjaci i istraživači moraju primenjivati sveobuhvatne pristupe multidisciplinarnog sagledavanja svih aspekata razvoja i funkcionisanja predikcionih modela. Kod sistemske analize parametarsko modelovanje omogućava da se menjanjem odgovarajućih indikatora ahitekture modela dobijaju različite alternative i najbolje rešenje a sve ovo kroz napredne računarske programe koji su danas i više nego dostupni istraživačkoj javnosti. Na Slici 1.4 je dat šematski prikaz koraka sistemske tehnike.



Slika 1.4 Osnovni koraci u primeni systemske tehnike.

Koraci modelovanja su:

- 1) Prvi korak – opis sistema i formiranje modela - podrazumeva opis i koncipiranje hibridnog predikcionog modela, uvode se pretpostavke na osnovu kojih se vrši predikcija i definišu se komponente tehnika koje čine model. Istražuju se rezultati simulacije kako bi se utvrdila najbolja verzija modela. Vrš se podešavanja i model se prilagođava poređenjem simulacionih i pravih podataka.
- 2) Drugi korak – simulacija modela - model se „pušta” u rad, pokreću se mnogobrojne simulacije, prepoznaju se parametri koje je potrebno podesiti za precizniji rad.
- 3) Treći korak – diskusija i zaključak - razmatra se rad modela i na osnovu performansi se donosi njegova ocena. U toku ovog koraka, ponekad se stiče uvid u dodatne probleme koji nisu bili prepoznati u prethodnim koracima. U ovom koraku se ponekad uočavaju ograničenja sistema i osetljivost modela na promenu pojedinih parametara arhitekture.

1.8 Predikcija pomoću talasića

Vejvlet transformacija (eng. *wavelet transform* WT) predstavlja dekompozicionu tehniku vremenskog niza pomoću talasića, iz ugla vremena i iz ugla frekvencije, koja pruža efikasno dijagnostifikovanje glavnih frekvencijskih komponenti i izvlačenje apstraktnih lokalnih informacija iz samog vremenskog niza. Pri svemu ovome, čitav proces razlaganja nije ograničen pretpostavkama linearnosti [29], što je značajna prednost ovog alata. U ovim vrstama proučavanja vremenskih nizova i razumevanju njihove dinamike važnu ulogu igraju talasići (eng. *waves*) o

kojima će biti više reči u drugom poglavlju. Primeri primene vejevlet transformacije u oblasti finansija su mnogobrojni od kojih se posebno ističu reference [30], [31].

Vejevlet transformacija nije ništa drugo do drugačije predstavljanje vremenskog niza, tako da se sadržaj informacija prisutan u signalu ne menja ni na jedan način. Može se smatrati da se ona koristi i za utvrđivanje dugoročnog trenda vremenskog niza. Fluktuacije, nestabilnost ili šumovi mogu i ne moraju biti odstranjeni što je na istraživaču da utvrdi. Nivo dekompozicije, tj. u koliko koraka se primenjuje vejevlet transformacija je opcionalna, zavisi od cilja istraživanja, vrste i veličine skupa podataka itd. Pri svakom novom koraku primenjene transformacije dobijaju se dve kategorije koeficijenata: koeficijenti aproksimacije i koeficijenti detalja.

Glavna ideja kod modela predikcije u kom se koriste talasići jeste dekompozicija signala u određeni opseg frekvencija a zatim primena predikcija na individualne komponente dobijene ovim putem. Vrlo često ova procedura se obavlja u nekoliko koraka koji se sastoje od preprocesiranja vremenskog niza i korišćenja određene vrste vejevlet transformacije za dekompoziciju signala pri čemu svaka novo-dobijena komponenta predstavlja frekvencijske podatke koji su lakši za predikciju nego originalan vremenski niz. Nakon ovih koraka, na istraživaču je koju opciju dalje primenjuje kao deo svog modela. Najpopularnija opcija je korišćenje nekog drugog alata sa ciljem predikcije odbiraka određene frekvencijske komponente.

Generalno najpopularnije vejevlet transformacije su zasnovane na diskretnoj vejevlet transformaciji i izvedene su iz nje kao zaobilaženje nekih njenih nedostataka [32]. O ovome će više biti reči u narednom poglavlju. Što se tiče odabira talasića, postoji široka lepeza istih koji su veoma popularni među istraživačima kao što su Doubiši, Harov, Simletov, Mejerov itd. Odabir talasića kojim će se vršiti analiza niza zavisi od karakteristika podataka kao i od samog istraživača. Generalno, vejevlet transformacije koje koriste Doubiši talasiće su najčešće korišćene transformacije u literaturi i ova familija talasića se pokazala kao dobar izbor za vremensko lokalizovanje informacija. U ovoj tezi je korišćen talasić iz ove familije kao i Harov talasić koji se pokazao kao dobar alat za lokalizovanje brzih promena. Neki istraživači [33] predlažu i korišćenje dva talasića umesto jednog – jedan za dekompoziciju, drugi za rekonstrukciju signala ali ovaj koncept nije primenjen u predstavljenom istraživanju te neće biti predmet analize.

1.9 Predikcija pomoću neuralnih mreža

Neuralne mreže predstavljaju samo jedan mali deo informacione revolucije i iako su teorijski prisutne decenijama unazad, tek su sa razvojem računarskih sistema, poslednjih decenija, doživele ekspanziju. Predstavljaju vrlo pogodne alate za sredine koje karakterišu kompleksne, šumovite, irelevantne i nepotpune informacije. Zasnivaju se na ljudskom mozgu, i kao takve, one detektuju unutrašnje procese i veze koje postoje u nizu podataka a zatim obavljaju zadatke kao što su prepoznavanje šablona, klasifikacija, evaluacija, modelovanje, predikciju itd. [34]-[36]. Naime, oduvek je postojala namera da se ljudski um i njegova inteligencija predstave u vidu alata, što su prepoznali pojedini naučnici sredinom prošlog veka predstavivši matematički model rada neurona, o čemu će više reći biti u trećem poglavlju. Ovo je bio vrlo težak zadatak koji je sa sobom nosio koncept rada neurona, način na koji su povezane jedinice u njemu i kako zaista funkcioniše tok informacija i proces učenja. Primena neuralnih mreža u mnogim oblastima je krenula silovito sa velikim brojem pratećih istraživanja ali i sa velikim brojem osporavanja njihovih korisnosti te je u nekim trenucima nailazila na prepreke u vidu kompletnog prestanka daljih istraživanja [37]. Tek od sedamdesetih godina prošlog veka preovladava mišljenje da istraživanje sa neuralnim mrežama daje bolje rezultate od drugih sličnih alata. Interesantno je pomenuti da su ove tehnike veštačke inteligencije ubrzo postale popularne u oblasti finansija [9], [38], [39] i da danas svetske finansijske organizacije predstavljaju drugi najveći sponzor njihovih istraživanja i praktičnih primena [34].

Što se tiče oblasti finansijske predikcije, imajući u vidu da su neuralne mreže dobri aproksimatori funkcija, ideja korišćenja ovih alata na ovom polju se sama nametnula. U narednim rečenicama izdvojiće se nekoliko referenci koje se smatraju važnim jer im je predmet analize upravo ova tema. Jedan od najznačajnijih radova koji se bavi neuralnim mrežama u predikciji vremenskih nizova je [40]. U [41] autori su analizirali predikciju kursne razlike nemačke marke u odnosu na američki dolar pomoću neuralnih mreža i pokazali su da su rezultati dobijeni ovim alatom bolji od onih dobijenih pomoću metode slučajnog hoda. Autori iz [42] su razvili konstruktivni algoritam za učenje neuralnih mreža u cilju prediktovanja USD/DEM kursne razlike, dok je grupa autora u [43] dizajnirala višeslojnu mrežu za predikciju USD/DEM i ispitivala njenu konvergenciju u zavisnosti od parametara arhitekture mreže. U [44] je kao metoda za poređenje

uzeta regresiona analiza, a predmet je bilo prediktovanje USD/DEM kursne razlike. Rad [45] se fokusirao na neuralne mreže koje prediktuju CHF/USD kursnu razliku, dok se [46] bavio poređenjem brzo propagirajućih rekurentnih neuralnih mreža u predikciji odnosa valuta GBP, CAD, DEM, JPY, CHF u odnosu na USD. Autori u radu [47] su poredili performanse neuralne mreže sa ARIMA (eng. *Auto Regressive Integrated Moving Average*) modelom u predikciji Taiwan/USD kursne razlike. U [14] su se poredile neuralne mreže sa linearnim modelima u predikciji USD/DEM valutnog para. Autori u [24] su predložili korišćenje rekurentnih neuralnih mreža u prognoziranju kursnih razlika. Takođe, primenu neuralnih mreža u ovoj oblasti su zagovarali i autori iz [48]-[50]. Vredi izdvojiti i dve dobre studije koje se bave ovom tematikom [9], [15], kao i rad [51] koji je dao sažet pregled osnovnih faktora od važnosti u predikciji kursnih razlika pomoću neuralnih mreža.

Trebalo bi napomenuti da pored navedene literature koja uglavnom potvrđuje uspeh primene neuralnih mreža u predikciji valutnih parova, postoje i radovi koji su došli do suprotnih zaključaka – da neuralne mreže daju lošije rezultate kad se porede sa drugim metodama [52], [53]. Ta razlika u zaključcima najverovatnije leži u činjenici da u zavisnosti od parametara koji se menjaju prilikom dizajna mreže, one mogu dati bolje/lošije rezultate. Prethodni zaključak potvrđuje i određen broj radova u okviru kojih su potvrđeni ovakvi kontradiktorni rezultati [54]-[57]. Generalno, iako su u međuvremenu mnoge organizacije izrazile nameru i težnju za istraživanja i veću primenu neuralnih mreža, malo je onih koji su ih zaista uspešno primenili [58]. Čak i oni koji su to uspeli, utrošili su veliki broj svojih resursa u njihovim testiranjima i podešavanjima parametara. Naime, neuralne mreže se dosta kritikuju zbog svojih osobina i rešenja koja nude (ponašaju se poput „crne kutije“), predugih perioda treniranja, poteškoćama u dobijanju i kasnije ponavljanju stabilnih rešenja, opasnosti od „pretreniranja“ i velikih broja parametara koji se moraju eksperimentalno utvrditi da bi se napravio dobar rezultat [20].

Iz svega navedenog može se zaključiti da, iako daleko od savršeno dizajniranih alata, pažnja koju su dobile neuralne mreže kao alat za predikciju valutnih parova postaje sve veća kako zbog praktičnih primena, tako i zbog revolucije koju bi njihova pravilna implementacija mogla da napravi na polju globalnih finansija.

1.10 Drugi pristupi procesu predikcije

Već je rečeno da je predikcija vremenskih nizova, a pre svega valutnih parova kao jedne od najčešće analiziranih vrsta, kompleksan zadatak koji je predmet istraživanja mnogih svetskih kompanija i investitora koji pre svega žele da razumeju faktore koji utiču na njihovo kretanje. U tezi je predstavljen poseban model koji kombinuje transformaciju pomoću talasića i neuralnih mreža kao novu vrstu metode za modelovanje visokofrekvencijskih finansijskih podataka. Sa ovom sinergijom, cilj je bio sjediniti prednosti obe metode – višefrekvencijsku analizu sa strane teorije talasića i moćno učenje sa strane neuralnih mreža. Među mnogobrojnim studijama koje istražuju ovaj koncept “miksovanja” talasića i neuralnih mreža, navode se reference [59]-[61].

Uopšteno govoreći, problemu predikcije vremenskih nizova se može pristupiti iz ugla klasičnih statističkih metoda (npr. regresivna analiza), preko pristupa vremenskim nizovima ili preko alata veštačke inteligencije, kao što su neuralne mreže, *fuzzy* logika i vektori podrške [26]-[28]. Tako na primer, predikcija putem pristupa vremenskih nizova se razvijala poslednjih nekoliko decenija i primer radova sa dobrim rezultatima su [16], [62], [63]. Ako se posmatraju istraživanja nestacionarnih vremenskih nizova, najpoznatiji je rad naučnika Boks (Box) i Dzenkinsa (Jenkins) iz 1970. godine, gde su predstavljeni alati poput autoregresivnog integrisanog pokretnog proseka ARIMA [16]. Osnovna pretpostavka kod metoda ARIMA je da su vremenski nizovi linearni i da prate određenu statističku distribuciju. Iz ugla praktičnih primena, ovo se pokazalo i kao veliki nedostatak metode jer je neprimenljivo i neadekvatno za mnoge nizove koje ne odlikuje ova osobina. Iz ARIMA metode su izvedeni i drugi poznati alati kao što je model autoregresivnog pokretnog proseka ARMA i mnoge druge varijacije [16], [17].

Posebno je interesantan pristup predikciji nizova putem mašina sa vektorima podrške SVM [64], [65]. Oni su relativno novi vidovi veštačke inteligencije primenjivani u različitim oblastima [66]. Ovi neuralni modeli su razvijeni od strane istraživača Vapnika (Vapnik) i kolega u AT&T Belovim laboratorijama 1995. godine [64], [67]. Mašine sa vektorima podrške, takođe zvane klasifikatori sa maksimalnim marginama, su algoritmi koji mogu da klasifikuju vremenske nizove pomoću razdvajajuće hiper-ravni koja se smešta između grupe podataka koje pripadaju različitim klasama. Ovi alati manipulišu sa podskupom podataka različitih klasa koje su međusobno najbliže (upravo ove tačke se nazivaju vektori podrške). Vrlo korisna karakteristika SVM-a je što generiše

rezultate koji su jedinstveni i optimalni, za razliku od drugih metoda, kao i da se kvalitet i kompleksnost rešenja može kontrolisati nezavisno od veličine ulaza [64], [68], [69]. Radovi koji se bave predikcijom valutnih parova pomoću mašina sa vektorima podrške su [7], [70].

Najinovativniji pristup današnjice je definitivno kreacija hibridnih algoritama gde se istraživači vode činjenicom da se slabosti jedne metode mogu kompenzovati prednostima druge, čime se formira jedna komplementarna tehnika koja ima bolje rezultate nego dve odvojeno. Primer ovoga je kombinacija neuralnih mreža sa genetičkim algoritmima i *fuzzy* logikom [71]. Genetički algoritam (eng. *Genetic Algorithm* GA) je adaptivni heuristički algoritam zasnovan na analogiji sa biološkom evolucijom. Ova metoda se često koristi u kombinaciji sa neuralnim mrežama zbog svoje pogodnosti za optimizaciju parametara i robustnosti – drugim rečima, algoritam je fleksibilan i lako se proširuje, ukoliko se za to javi potreba. U ovoj hibridnoj kombinaciji, genetički algoritmi doprinose sprečavanju da se neuralne mreže zaustave u lokalnim optimalnim vrednostima. Kada se neuralna mreža istrenira, genetički algoritmi se primene u svrhu optimizacije njenih performansi. Uopšteno govoreći, GA jedinice predstavljaju trenutne aproksimacije rešenja problema, dok svaku jedinicu prati tzv. fitnes funkcija (eng. *fitness function*) čije vrednosti daju uvid u to koliko je ta jedinica “sposobna”. Kroz procese selekcije, hibridizacije i mutacije, svaka fitnes funkcija se poredi pri čemu se najniže jedinice eliminišu. Posledično tome, svaka nova generacija je boljeg kvaliteta dok se ne formira najoptimalniji rezultat. Radovi koji se bave kombinacijom neuralnih mreža i genetičkih algoritama u predikciji valutnih parova su [72], [73]. *Fuzzy* logika je koncept kod kog se pripadnost jednog elementa grupi ne definiše precizno. Umesto toga, pripadnost se meri nekom vrednošću između 0 i 1. Hibridni inteligentni model ove dve tehnike u stvari koristi ljudsku percepciju *fuzzy* sistema i sposobnost učenja neuralnih mreža i njihovu moć generalizacije. Prednost je relativno jednostavno korišćenje *fuzzy* logike i fleksibilnost čitavog algoritma a istraživanje koje je pokazalo uspešnost predikcije valutnih parova uz pomoć ovog tipa hibridnih modela (neuralne mreže sa *fuzzy* sistemima) je [74].

Kod procesa predikcije, vrlo bitna stvar je i sam pristup proceduri sa biranjem ulaznih parametara kojim će se model “hraniti”. Često korišćeni pristup jeste tehnička analiza. U ovakvim pristupima se uglavnom koriste tehnički parametri, bez da se zalazi u finansijske/ekonomske promenljive. Pored ovog, istraživači primenjuju i druge pristupe kojom prilikom se kreiraju razni ekonometrijski modeli koji su zasnovani na teorijama iz oblasti ekonomije. Prilikom primene

ovakvih metoda utvrđuje se veliki broj ekonomskih faktora koji utiče na kretanje jednog finansijskog niza a zatim se analizira njihov uticaj na sam niz prilikom pravljenja odgovarajućeg modela. Tako na primer, analizirajući literaturu, postoji veliki broj primera gde se kao ulazi u modele koriste razlika u kamatnim stopama, razlika u bruto domaćem dohotku, brzina rasta dohotka (eng. *Income Growth Rate* IGR) itd. Na osnovu ovoga se pravi odgovarajući model, odnosno formira matematička formula koja uključuje jedan ili više ekonomskih faktora kretanja finansijskog niza u cilju generisanja predikcionog rezultata. Generalno gledano, metode koje koriste ovakve pristupe su dosta kompleksne i zahtevaju dosta uloženog vremena. S druge strane, ukoliko se napravi odgovarajući model, ekonomski podaci značajno mogu doprineti preciznosti predikcije.

1.11 Doprinos teze

Glavni naučni doprinos disertacije se ogleda u predloženom hibridnom prediktoru vremenskih nizova koji kombinuje talasiće i veštačke neuralne mreže. Ovaj prediktor predstavlja značajan doprinos u oblasti novih predikcionih modela vremenskih nizova, kao i osnovu za bolje razumevanje postojećih problema u oblasti predikcije i pronalaženje efikasnih smernica za dalji razvoj. Dizajnirani prediktor će se iskoristiti da bi se proces predikcije celovito sagledao i da bi se pristupilo rešavanju problema sa uključenim velikim brojem aspekata koji mogu imati veze sa kretanjem vremenskog niza. Drugi, važan informatički doprinos ovog rada, je u vidu pogodnog *user-friendly* programa za predikciju vremenskih nizova sa velikim brojem primena. Naime, ovde bi trebalo podvući adaptabilnost dizajniranog prediktora u vidu njegove primene i na druge tipove vremenskih nizova sem valutnih parova. Rezultati istraživanja su do sada publikovani na različitim konferencijama međunarodnog značaja kategorije M33 [75]-[77] kao i časopisima međunarodnog značaja kategorije M23 [78], [79], a upravo u [78] predložen je hibridni prediktor koji se smatra glavnim doprinosom ove teze.

1.12 Organizacija teze

Disertacija je organizovana u sedam poglavlja:

U uvodnom poglavlju izložena je inicijalna motivacija za izradu disertacije kao i pregled osnovnih pojmova i aspekata kojima se pristupalo prilikom istraživanja. Detaljno je razmotren cilj istraživanja kao i osnovni alati i smernice koji su tom prilikom korišćeni. Napravljen je istorijski osvrt na različite predikcione alate, kratak pregled njihovih osnovnih karakteristika i literature koja ih prati. Naredna tri poglavlja su data sa ciljem lakšeg razumevanja kompletnog kompleksnog predstavljenog modela za predikciju finansijskih nizova.

U drugom poglavlju predstavljeni su talasići, to jest vejevleti, posebni alati za analizu signala. Napravljen je istorijski pregled izvođenja ovih alata i objašnjene su vrste transformacija koje ih koriste. Dat je osvrt na proces uklanjanja šuma pomoću ovih alata a na kraju je posebna pažnja posvećena softverskim paketima koji talasiće uspešno primenjuju u praksi.

U trećem poglavlju su predstavljene neuralne mreže. Dat je istorijski pregled njihovog razvoja, razmotrena je njihova arhitektura kao i osnovni parametri. Objašnjena su pravila za učenja i vrste treniranja, a poseban osvrt je napravljen na mreže sa propagacijom signala unapred, koje su najčešće korišćena vrsta ovog alata u literaturi. Na kraju su navedeni njihovi primeri korišćenja u finansijama i najčešće korišćeni softverski paketi u računarskim primenama.

U četvrtom poglavlju napravljen je pregled osnovnih statističkih parametara koji se koriste u predloženom hibridnom modelu za predikciju.

U petom poglavlju predstavljen je novi hibridni model za predikciju valutnih parova, sa detaljnim opisom funkcionalnih delova celina. Prvo je predstavljena ideja hibridizacije kao i evolucija hibridnog modela. Nakon toga je detaljno opisan hibridni prediktor. Akcentat je stavljen na opisu arhitekture, obradi podataka i podešavanju određenih parametara sistema. Na kraju su predstavljene mere performansi na osnovu kojih će model biti ocenjen.

U šestom poglavlju dat je pregled rezultata testiranja predloženog hibridnog modela za predikciju tri vrste valutnih parova. Pored rezultata testiranja dobijenih za domaću valutu (EUR/RSD), predstavljeni su i rezultati testiranja druga dva valutna para (EUR/GBP, EUR/HUF) u svrhu pokazivanja uspešnosti rada modela. Na kraju poglavlja data je diskusija rezultata testiranja. Istumačeni su rezultati i data je analiza osetljivosti.

U sedmom poglavlju dat je pregled izvedenih zaključaka i naveden je naučni doprinos teze. Pored ovoga, predstavljene su smernice i preporuke koje bi bile od značaja za budućnost ove oblasti u cilju daljeg razvoja algoritama i modela za predikciju valutnih parova.

2. Analiza vremenskih nizova uz pomoć talasića

Pod analizom vremenskih nizova podrazumeva se obrada, transformacija i manipulacija signala kako bi se se proizveli zaključci koji se kasnije tumače kao samostalan rezultat ili koriste u svrhe daljeg istraživanja. Obradom i transformacijama signal se predstavlja na različite načine tj. različite predstave koje su pogodne za dalje praktične analize. S obzirom da su određeni signali pogodni za posmatranje u vremenskom domenu, dok su drugi lakši za analizu kad se predstave u frekvencijskom domenu, veoma važan istraživački korak jeste izabrati pravu transformaciju. Kod analize signala u frekvencijskom domenu, vrlo čest pojam koji se sreće ovom prilikom je višefrekvencijska karakteristika signala. Višefrekvencijska karakteristika signala predstavlja prirodan koncept analize vremenskih nizova gde je suština u tome da posmatrani niz sadrži nekoliko komponenti koje se pojavljuju na različitim frekvencijama. Upravo ova karakteristika signala nosi srž njegove informacije i predstavlja okosnicu modernih proučavanja i testiranja.

Iako se tradicionalne transformacije (poput npr. Furijeove) koriste sa puno uspeha u primenjenoj matematici, sve njih odlikuje nedostatak vremenske lokalnosti. Iz tog razloga se u poslednje vreme veliki istraživački fokus stavio na vremensko-frekvencijske metode, tj. tehnike sa kojima se signal analizira i u vremenskom i u frekvencijskom domenu. Moć ovih tehnika je izražena upravo kod onih signala gde se karakteristike menjaju i u vremenu i u frekvenciji te je stoga neophodno uhvatiti sadržaj signala u obe ove „dimenzije“ [80], [81].

Istorijski gledano, prva i veoma značajna transformacija je bila tehnika Žozefa Furijsa (Joseph Fourier) nazvana Furijska transformacija. Francuski istraživač Furijs je 1807. godine objavio zanimljiv rad u kome je predstavio kontinualne signale preko niza koeficijenata. I danas ova transformacija predstavlja osnovnu ideju iz koje su proistekle mnoge druge metode kao npr. kratkotrajna Furijska transformacija (eng. *Short Term Fourier Transform - STFT*) ali i transformacija pomoću talasića tj. vejvleta WT koja će, između ostalog, biti predmet ove disertacije. Bitno je napomenuti da se bez ovih transformacija danas skoro ne mogu zamisliti ozbiljni naučni radovi. Detaljnija istorijska analiza i sled događaja razvoja ovih transformacija je urađena u poglavlju 2.2.

2.1 Uvod u talasiće

Talasići tj. vejvleti (eng. *wavelets*) su alati koji pružaju istraživačima uvid u frekvencijski sadržaj vremenskog niza uz zadržavanje vremenskog parametra, tj. pružaju kompletnu vremensko-frekvencijsku analizu signala. Jedinstveni su u oblasti analize vremenskih nizova jer predstavljaju „istraživačku lupu“ sa kojom se mogu zumirati detalji obe dimenzije – i frekvencijske i vremenske [82]. Naime, većina vremenskih nizova koji su predmet istraživanja jeste nestacionarna, tako da je izbor talasića kao metode za analizu i potencijalnu predikciju prirodan i logičan. Iako talasiće karakteriše spor razvoj (teorijske osnove talasića su razvijane do skora tj. praktično do osamdesetih godina prošlog veka a prvi koraci su napravljeni početkom dvadesetog veka) oni su zbog svojih moćnih osobina ipak trenutno na ivici da postanu „mejnstrim“ alat u oblasti finansija i ekonomije [83]. Takođe, neraskidivo su povezani sa drugim oblastima kao što su primenjena matematika, računarske nauke, inženjerstvo, fizika, medicina itd. [84]. U literaturi postoje veoma detaljne analize teorije talasića koje su rezultat istraživačkih napora za koje je potrebno izdvojiti velike količine vremena i dodatnih ekspertiza, tako da je u nastavku predstavljen samo presek subjektivno sprovedenog istraživačkog pristupa.

U ovoj tezi predmet analize predloženog modela jeste finansijski niz u vidu valutnog para. Tradicionalno, finansijska analiza je gotovo uvek koristila vremenski domen u ekonometrijskom modelovanju. Iako se analiza sa talasićima brzo širila u većini disciplina, njihovo korišćenje u

ekonomskim i finansijskim analizama je dugo vremena bilo potcenjeno i odlikuje ga dug period blage stagnacije. Neki prvi radovi su još davno bili inicirani, ali čak ni oni nisu bili citirani i u velikoj meri su bili ignorisani. Suština ovakve situacije je bila u povezanosti vejlveta sa Furijeovom transformacijom, koja je umanjila zanimanje za vejlvet analizu pre svega jer je dala vrlo loše rezultate u ekonomskim zadacima. Zato su istraživači toga doba „udarili o zid“ ne shvatajući da je razlog za ovo to što je u Furijeovoj analizi izgubljena svaka informacija o vremenu analiziranog signala. Dodatne poteškoće je predstavljala i sama priroda signala koja se kosila sa pretpostavkama stacionarnosti koje važe za Furijeovu analizu. Finansijske nizove upravo odlikuje varijacija u frekvencijama i stoga je bilo neophodno ustanoviti metodu koja će razdvojiti dinamiku po različitim frekvencijskim ali i vremenskim horizontima.

Poslednjih godina, zanimanje za vejlvet metode kao alate u analizi vremenskih nizova u ekonomiji i finansijama je znatno poraslo. Naučnici su shvatili svu primenljivu snagu ovih tehnika: razlaganje niza na procese različitih frekvencija, ali istovremeno očuvanje informacije o vremenskoj lokalizaciji. Sa ovim je napravljen značajan most između dva istraživačka sveta odnosno kompromis između vremenske i frekvencijske analize. Vejlveti su doneli određenu svežinu u razmišljanjima a razlažući finansijski niz na različite frekvencije, naučnici su dobili bolje razumevanje mehanizama dinamičkog tržišta na kome se ovi nizovi kreću. Efikasna diskretizacija vremensko-frekvencijskog prostora je priuštila izolaciju mnogih zanimljivih struktura i karakteristika koje ne bi bile vidljive sa Furijeovom analizom. Jednostavno govoreći, kada se finansijski niz razloži na svoje vejlvet komponente, on se praktično razloži na svoje prirodne blokove što pruža bezbroj mogućnosti njegove temeljne analize.

Pored očiglednih prednosti vejlvet analize, trebalo bi objasniti još nekoliko uglova iz kojih se posmatrao zadatak izložen u disertaciji i zašto je odlučeno da se baš vejlvet analiza primeni na predikciju analiziranih kurseva. U razumevanju ovoga dosta je pomogla analiza literature iz ove oblasti i neki, po subjektivnoj oceni, veoma važni radovi koji su poslužili kao smernice. Naime, za veći deo akademske i poslovne javnosti, predikcija finansijskih nizova, odnosno valutnih parova u velikoj meri se ranije svodila na neku vrstu pogađanja. Vremenom, došlo se do optimističnijeg aspekta predikcije tj. saznanja da se informacije iz prošlosti niza mogu iskoristiti kako bi se procenila buduća kretanja, što je upravo ono što rade parametarski modeli: pretpostavka je da je

dati vremenski niz u stvari realizacija odgovarajućih komponenti koje se mogu tačno definisati. Tako su se vremenom iskristalisali različiti modeli koji su se bavili ovom tematikom: ARMA, njena izvedena verzija ARIMA itd. [85]. U međuvremenu, naučnici su došli i do mnogih drugih metoda koje je bilo moguće primeniti na vremenski niz – Furijeova transformacija, Kalmanov filter itd. ali je bilo sve jasnije da ove tehnike nisu bile dovoljno kvalitetne za primenu na one nizove koji su imali periode/odbirke koji su se menjali što vremenski što frekvencijski. Tako je istraživač Vong (Wong) upotrebio vejlvet transformaciju sa ciljem identifikacije dinamike niza i njegovog modelovanja [86]. Njegova pretpostavka je bila da se sa vejlvet transformacijom vremenski niz može razložiti u linearnu kombinaciju različitih frekvencija što u znatnoj meri može da poboljša proces predikcije. Vong je svoj algoritam primenio na nestacionarne vremenske nizove kao što su dnevne vrednosti valutnih parova pri čemu je pretpostavio da se ulazni niz može predstaviti kao suma tri niza: trend, harmonijski deo niza i iregularna komponenta. Ovaj istraživač je primenio predikciju na sva tri niza odvojeno pri čemu je sveukupnu predikciju predstavio kao sumu tri individualne. Pored ove, sličan je rad naučnika Koneho (Conejo) et al., koji su isto iskoristili talasiće kako bi razložili vremenski niz na komponente različitih frekvencija i primenili predikciju na individualne vremenske nizove kako bi na kraju sabrali sve vrednosti i dobili sveukupnu predikciju [87]. I oni kao i Vong su se držali premise da različite frekvencije sadrže različite komponente unutar sebe i da je neophodno odvojeno ih tretirati kako bi se dobila uspešna predikcija. Upravo iz ovih i sličnih radova, iscrpljena je inspiracija za primenu talasića i kod predloženog modela u disertaciji.

Iako su naučnici u poslednjoj polovini 20og veka dali veliki zamajac teoriji talasića i iako se ona pokazala prilično revolucionarnim alatom, trebalo bi napomenuti i nedostatke koji dolaze uz prethodno izložene pogodnosti. Koristeći talasiće kompleksnost modela se znatno uvećava, javlja se sve veći broj parametara za evaluaciju a i sam izbor vejlvet funkcije može biti težak i zahtevan [88]. Sa uvođenjem vejlveta, arhitekture modela su dobile mnogo više koraka i faza, što je automatski dovelo i do izvora više grešaka i stvaranja prepreka koji mnogi istraživači nisu bili u stanju da prevaziđu prilikom svojih analiza. Ipak, uprkos ovim ograničenjima, talasići se smatraju moćnim matematičkim alatima koji su napravili revoluciju u analizama vremenskih nizova i koji sa svakim danom dobijaju sve više primena u različitim disciplinama.

2.2 Istorijski pregled

U ovom poglavlju će biti predstavljena istorija nastanka Furijeove transformacije kao i teorije talasića odnosno vejljet transformacije. Ovakvo predstavljanje je urađeno jer je Furijeova transformacija alternativa ali i konkurentna metoda vejljet transformaciji, pa njihovo poređenje predstavlja prirodan korak.

2.2.1 Furijeova transformacija

Furijeova transformacija je u literaturi najrasprostranjeniji alat za obradu signala i zato je nađeno shodno da joj se posveti poseban teorijski deo, naročito imajući u vidu da je iz nje proistekla vejljet transformacija. Koreni Furijeove teorije datiraju od druge polovine 18og veka kada je istraživač Dalember (d’Alembert) počeo sa istraživanjem oscilacija violinske žice [89]. Tako se može smatrati da je preteča Furijeove teorije upravo u pokušajima da se matematički opišu vibrirajuće žice [82]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

gde $u = u(t, x)$ predstavlja pomeraj žice, kao funkciju vremena t i mesta x . Rešenje gore navedene diferencijalne jednačine je:

$$u(t, x) = \frac{1}{2} f(x+t) + \frac{1}{2} f(x-t) \quad (2.2)$$

Skoro paralelno sa Dalemberom, švajcarski matematičari Danijel Bernuli (Daniel Bernoulli) i Leonard Ojler (Leonhard Euler) su počeli sa istraživanjima iste teme [82]. U detalje njihovih radova i zaključke se neće ulaziti, ali napomenućemo da su ovo doba karakterisale kontroverze i česti sporovi među istraživačima na temu predstavljanja ovih funkcija. Fokus ovog poglavlja će biti na suštini Furijeove transformacije, tj. na predstavljanju funkcije $f(x)$ preko trigonometrijskih funkcija, a problem “vibrirajuće žice” je pomenut jer se može smatrati da je on doveo do razvoja moderne matematike.

Poreklo Furijeove teorije se pripisuje Džozefu Furijeu koji je 1807. godine Pariškoj akademiji predstavio rad u kome je izveden zaključak da se bilo koja periodična funkcija može predstaviti kao skup sinusnih i kosinusnih funkcija [81]:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \quad (2.3)$$

Neki od njegovih savremenika, kao što je Lagranž (Lagrange), su se dosta usprotivili ovim tvrdnjama, tako da njegov rad nije u potpunosti bio prihvaćen od strane istraživačke javnosti [90]. Tek nakon 15 godina Furije je napisavši svoju knjigu ”*The Analytical Theory of Heat*” uspeo da podeli svoja saznanja i učini ih prihvatljivim i od strane drugih istraživača [91]. U svojoj knjizi, Furije je ne samo predstavio periodične signale na gore opisani način već je uveo i pojam aperiodičnih signala, predstavljajući ih kao integral sinusnih i kosinusnih funkcija. U svom radu, Furije je tvrdio da se svaka na “delove glatka” (eng. *piecewise smooth*) funkcija f može predstaviti trigonometrijskom sumom. Iako su tokom 19og veka najveći matematičari toga doba poput Poasona (Poisson), Dirihlea (Dirichlet) i Rimana (Riemann) [81] dovodili u pitanje validnost ove teorije, ona je ipak pronašla i utabala svoj put ka opštem prihvatanju.

Furijeova transformacija signala $x(t)$ se može predstaviti u vidu sledećih izraza:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-2\pi ft} dt \quad (2.4)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)e^{i2\pi ft} df \quad (2.5)$$

pri čemu druga formulacija predstavlja inverznu Furijevu transformaciju. Prethodna dva izraza važe uz uslov konačne energije:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (2.6)$$

Dimenzije vremena i prostora su međusobno isključive što je poznato pod nazivom fundamentalna vremensko-frekvencijska dihotomija (eng. *Time-Frequency Dichotomy*) Furijeove

transformacije. Suštinski, vremenski i frekvencijski domen su komplementarne veličine, tj. dopunjuju se sa informacijama koje nose. Pa tako ukoliko neko poznaje vremenski sadržaj signala $x(t)$, ne može mnogo zaključiti o signalu koliko kad zna i frekvencijski sadržaj i obrnuto.

Ukoliko se imaju u vidu savremene praktične primene Furijeove transformacije, za ove svrhe se uglavnom koristi diskretna Furijeova transformacija (eng. *Discrete Fourier Transform DFT*). Kod nje, signal se odabira diskretnim vremenskim intervalima ΔT i označava se sa x_k .

On se transformiše u frekvencijski domen preko izraza:

$$DFT(f_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-2\pi i f_n k \Delta T} \quad (2.7)$$

gde je $N = \frac{T}{\Delta T}$ broj odbiraka, a $f_n = \frac{n}{T}$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ diskretne frekvencijske komponente.

Imajući to u vidu, inverzna DFT se može izraziti kao:

$$x_k = \frac{1}{\Delta T} \sum_{f_n=0}^{\frac{N-1}{T}} DFT(f_n) e^{i2\pi f_n k \Delta T} \quad (2.8)$$

Jednačine (2.4) i (2.7) pokazuju da je Furijeova transformacija u suštini konvolucija vremenskog niza $x(t)$ ili x_k i niza sinusnih i kosinusnih funkcija, odnosno služi kao mera sličnosti ovih signala.

Furijeova transformacija je most između vremenskog i frekvencijskog domena koji je na mala vrata uveo pojam frekvencije koja je dosta olakšala predstavljanje signala u mnogim naukama. Ona je značajna jer uprošćava predstavljanje komplikovanih signala, tj. aproksimira ih sa samo nekoliko parametara u frekvencijskom domenu. Samim tim, njen značaj je u mnogim oblastima postao nemerljiv, a dvadeseti vek se pokazao kao veoma plodno doba za njenu primenu u različitim aplikacijama. Iako ona nije predmet prezentovanog modela, smatramo je osnovnim konceptom analize vremenskih nizova i jednim od najkorišćenijih alata u obradi signala danas.

Srećom, i pored dominacije Furijeove transformacije kao alata za analizu signala, istraživači su nastavili da istražuju nove matematičke metode koje bi lokalizovale funkcije i u vremenskom i u frekvencijskom domenu. Svi ovi napori su doveli do konstrukcije lokalnih osnovnih funkcija koji se mogu pomerati u vremenu i skalirati po frekvenciji kako bi što više ličile

analiziranom signalu i time dale informacije o njegovoj prirodi. Ovo je dovelo do početka posebne teorije o specijalnim talasićima koji su se pokazali još nadmoćnijim sredstvom u raznim istraživanjima.

2.2.2 Teorija o talasićima

Početak teorije o talasićima se vezuje za početak dvadesetog veka i mađarskog matematičara Alfreda Hara (Alfred Haar). On je svoja prva razmišljanja na ovu temu izneo u doktorskoj disertaciji “*On the theory of the orthogonal function systems*” gde je predstavio ortogonalne funkcije iz kojih će kasnije biti izvedene funkcije njegove (Harove) familije vejevleta. Ova familija predstavlja najjednostavniju do danas razvijenu vejevlet familiju koja je opisana sa:

$$\begin{aligned}
 h(x) &= 1 \text{ za } x \in \left[0, \frac{1}{2}\right), \\
 h(x) &= -1 \text{ za } x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right), \\
 h(x) &= 0 \text{ za } x \notin [0, 1)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Pri čemu je:

$$h_n(x) = 2^{j/2} h(2^j x - k), \tag{2.10}$$

gde je $n = 2^j + k \geq 1, j \geq 0$ i $0 \leq k < 2^j$.

Potencijalni problem kod primene Harove funkcije jeste da, ukoliko se analizira kontinualna funkcija, njena aproksimacija se radi diskontinualnim funkcijama. Samim tim, veliki broj analiziranih signala ne može da se proceni ovim funkcijama [82].

Sa druge strane, kasnije se pokazalo da je Harov rad poslužio kao inspiracija francuskom matematičaru Polu Leviju (Paul Levy) koji je tridesetih godina prošlog veka iskoristio Harove funkcije kako bi izanalizirao Braunovsko kretanje (eng. *Brownian motion*). Sposobnost Harovih osnovnih funkcija da opišu sitne, suptilne i kompleksne detalje ovog kretanja je dalo mnogo bolje rezultate od Furijeovih funkcija [80].

Naučnici Faber (Faber) i Šoder (Schauder) su 1914. godine nastavili razvoj ovog učenja time što su poboljšali osnovu uvođenjem kontinualnih poligonalnih linija, takozvanih trouglova (eng. *triangles*) [82]:

$$\begin{aligned}\Delta_0(x) &= x \\ \Delta_{-1}(x) &= 1 \\ \Delta_n(x) &= \Delta(2^j x - k), n = 2^j + k, j \geq 0, 0 \leq k \leq 2^j,\end{aligned}\tag{2.11}$$

gde je:

$$\Delta(x) = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2(1-x), \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 0, x \notin [0,1] \end{cases}\tag{2.12}$$

Ova osnova je kasnije dobila naziv Šoderova osnova i predstavila je daleko bolji alat za proučavanje karakteristika signala. Imajući u vidu nju, svaka kontinualna funkcija se može predstaviti kao [82]:

$$f(x) = a + bx + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \Delta_n(x),\tag{2.13}$$

Kao što je do sada nekoliko puta napomenuto, sa Furijeovom transformacijom je dosta teško bilo lokalizovati energiju funkcije, što je 1937. godine motivisalo engleske matematičare Litlvuda (Littlewood) i Pejlija (Paley) da detaljnije porade na pronalasku načina kako da se ova energija “otkrije”. Njihov doprinos se ogleda u dijadičkim blokovima na kojima su pokušavali da primene Furijeovu transformaciju [82]. Nezavisno od njihovih napora, i poljski matematičar Antoni Zigmund (Antoni Zygmund) je sa svojim kolegama sa Univerziteta Čikago (University of Chicago) takođe radio na rešavanju ovog zadatka koristeći odgovarajuće sekvence operatora koji su sačinjavali banke filtara [92].

Od značajnih radova u narednom periodu trebalo bi istaći istraživanje američkih matematičara Gvido Vajsa (Guido Weiss) i Ronalda Koifmana (Ronald Coifman) koji su težili

uspostavljanju pravila da se svaka funkcija može opisati odgovarajućim elementima, koji su oni nazvali “atomi”. Iako su mnogi naučnici poput Dzon Litlvuda (John Littlewood), Ričarda Pejlija (Richard Paley) [93] i Normana Rikera (Norman H. Ricker) [94], svojim istraživanjima doprineli teoriji talasića u periodu od tridesetih do sedamdesetih godina prošlog veka, najveći napredak u ovoj oblasti se pripisuje Žanu Morleu (Jean Morlet) koji je razvio koncept skaliranja i pomeranja prozorskih funkcija u analiziranju signala. Morle je u stvari prvi istraživač koji je iskoristio termin vejevlet kako bi opisao funkcije talasića. Preciznije, on je iskoristio termin “vejevleti konstantnog nagiba” (eng. *wavelets of constant slope*). Morle je bio francuski geofizičar koji je sredinom sedamdesetih bio zaposlen u naftnoj kompaniji gde se bavio istraživanjem nafte ispod zemljine kore tj. identifikacijom njene gustine (informacije o gustini je dobio slanjem impulse ka tlu i analizom njihovih odjeka). On je u ove svrhe prvo pokušao da iskoristi Furijeovu transformaciju (tj. STFT) ali bez uspeha, čime je došao do ideje da oblik prozorske funkcije ne menja ali da je postepeno širi i skuplja u vremenskom domenu [95]. Teoretsku dopunu Morle je dobio kada se udružio sa matematičarem Aleksom Grosmanom (Alex Grossmann) i kada je dobijena i prva zvanična definicija vejevleta [96].

Novu pokretačku snagu razvoju teorije o vejevletima je dao rad francuskog istraživača Stefana Malata (Stephane Mallat). Tokom osamdesetih i devedesetih godina prošlog veka njegova istraživanja zajedno sa savremenikom Ivsom Mejerom (Yves Meyer) su dovela do značajnog napretka na polju multirezolucione analize (eng. *Multiresolution Analysis - MRA*) koja je dovela do praktičnih implementacije vejevleta u različitim oblastima primena [97]-[101]. Po nekim izvorima, zanimljiva činjenica je da je Mejer bio taj koji je, čekajući u redu za fotokopiranje, čuo o radu Grosmana i Morlea [84]. Kako ga je ovo zainteresovalo, krenuo je sa izučavanjem njihovog rada i došao do zaključka da je njihova analiza upravo ono što je argentinski naučnik Alberto Kalderon (Alberto Calderon) zaključio i predstavio kao svoju harmonijsku analizu još šezdesetih godina prošlog veka u svom radu „*Harmonic analysis*” [84]. I kod Kalderonovog učenja koristile su se različite skale, slično kao kod dvojice naučnika.

Malat je istraživao vezu između kvadraturnih simetričnih filtara (tj. parom visokopropusnika i niskopropusnika) i ortonormalnih vejevlet osnova i ovo istraživanje je poslužilo kao kamen temeljac brze vejevlet transformacije (eng. *Fast Wavelet Transform FWT*). Koncept

istraživanja je detaljno izložen u Mejerovom radu “*Orthonormal wavelets*” [100] sa kojim su vejevleti polako počeli da postaju „menjstrim“ oruđe za analizu signala. Multirezoluciona analiza je veoma značajan korak u teoriji vejevleta jer je pružila priliku drugim istraživačima da konstruišu svoje sopstvene familije vejevleta što ovaj istorijski pregled dovodi do naučnice Doubiši i njenog rada na ovom polju.

Rad belgijske matematičarke i fizičarke Ingrid Doubiši (Ingrid Daubechies) predstavlja (trenutno) poslednji veoma važan korak u teoriji vejevleta. Ona je 1988. godine konstruisala familiju vejevleta koja se odmah pokazala dobro prihvaćenom od mnogih istraživača i koja je stekla veliki potencijal u praktičnim primenama. Ovi talasići su izvedeni iz Harovog vejevleta korišćenjem kompleksnijih operacija i predstavljaju moćne alate jer imaju određeni stepen glatkoće i iz tog razloga daju mnogo bolje rezultate nego Harov vejevlet koji ipak predstavlja funkciju sa jakim diskontinuitetima. Doubiši vejevlete karakteriše parametar koji određuje broj nestajućih momenata (eng. *vanishing moments*) koje je nemoguće matematički formulisati. Ovi talasići se označavaju sa “dbX” pri čemu X predstavlja broj koeficijenata N . Naime, svaki vejevlet poseduje nestajuće momente koji su jednaki polovini broja koeficijenata. Stoga, D2 Doubiši vejevlet (ako se pažljivo pogleda u pitanju je Har vejevlet) ima jedan momenat odnosno 2 koeficijenta, D4 2 momenta tj. 4 koeficijenta itd.

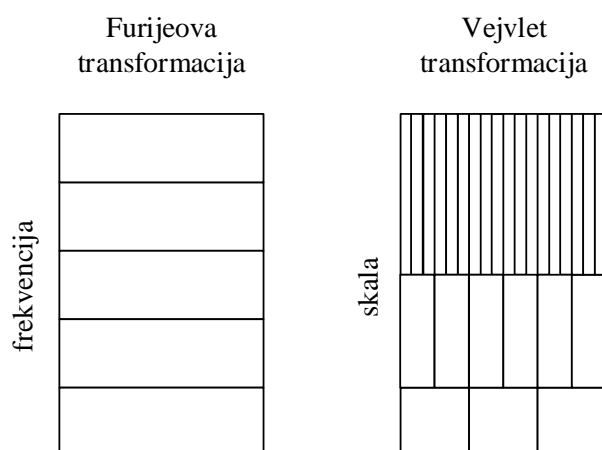
Imajući u vidu sumiranu istoriju talasića, tj. činjenicu da je početak ove teorije bio dosta rano, primena talasića u ekonomiji i finansijama je ipak došla mnogo kasnije nego u drugim inženjerskim naukama. Prava snaga vejevletima je data tek krajem 20-og veka, tako da su oni danas “na vratima” da postanu glavni ekonometrijski alat [83].

2.3 Vejevlet transformacija vremenskog niza

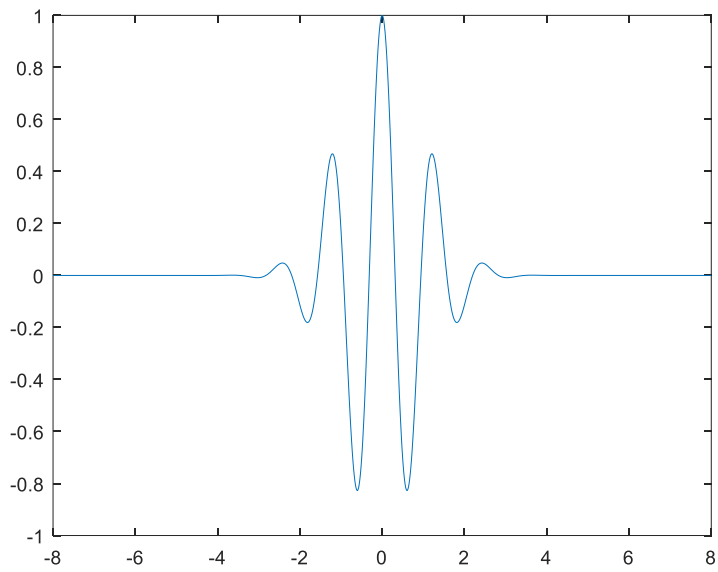
Analiza sa talasićima tj. vejevlet transformacija svoje korene vuče iz Furijeove transformacije, iako između njih postoje jasne razlike. Furijeova transformacija koristi sinusne i kosinusne funkcije, koje su periodične. Takođe, ona za analizirani signal uzima pretpostavku stacionarnosti. Sa druge strane, talasići su definisani na konačnom domenu i za razliku od Furijeove transformacije lokalizovani su i što se tiče vremena i što se tiče skale. Kod talasića se

ređe koristi termin frekvencija, za razliku od termina skale, koji je obrnut pojmu frekvencije, visoke skale odgovaraju niskom frekvencijama i obrnuto, kao što je prikazano na Slici 2.1 [83]. Predstavljaju veoma efikasan način za predstavljanje kompleksnih signala, te zato nije čudna njihova česta primena u praktičnim istraživanjima.

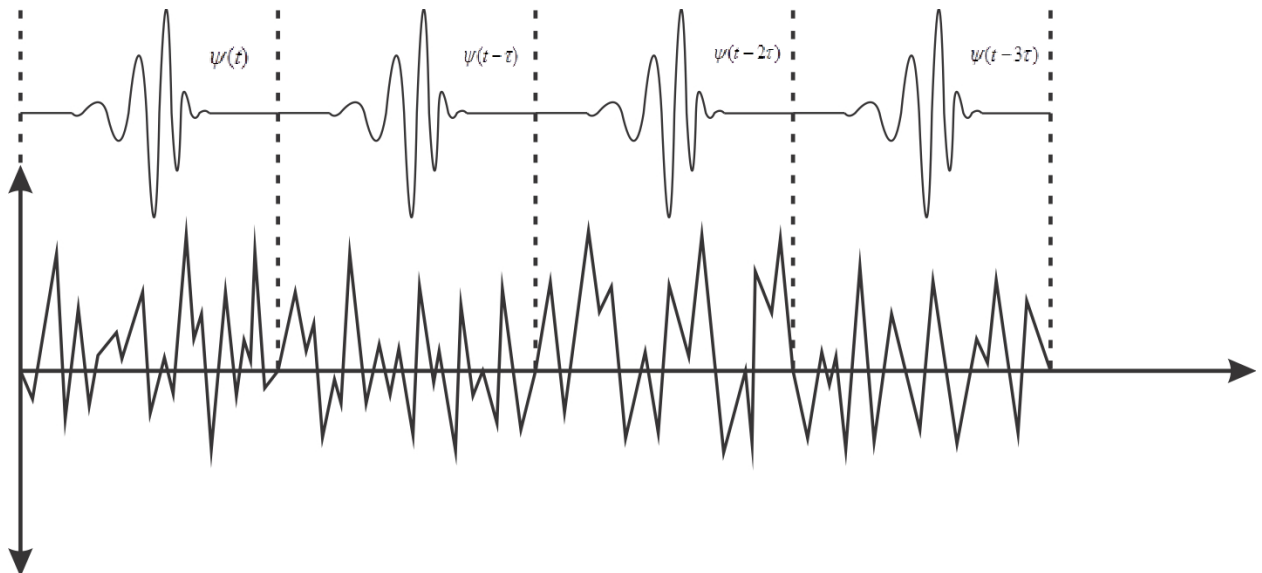
Talasić je funkcija koja teži nuli ka svojim granicama, dok između njih ima izgled talasa Slika 2.2. Reč *vevjlet* (eng. *wavelet*) potiče od kombinacije reči talas (eng. *wave* = talas) i francuske reči “*ondelette*” što u prevodu znači mali talas. Koncept analize signala sa talasićem se može opisati putem preslikavanja tj. pomeranjem i upoređivanjem talasića duž njega. Tačnije, tamo gde se signal poklapa sa talasićem u velikoj meri, rezultujuća funkcija će imati visoku vrednost, dok će u suprotnom imati malu vrednost. Ovim poređenjem i pomeranjem talasića (pri čemu se on modifikuje ne samo pomeranjem već i menjanjem skale) dolazi se do zaključka o frekvencijskom sadržaju signala, primer je dat na Slikama 2.3 i 2.4 [102]. Sposobnost talasića da se adaptiraju i frekvencijskim i vremenskim odrednicama pokazuje da oni uspevaju da zaobiđu Hajzenbergov (Heisenberg) princip neodređenosti, tj. u stanju su da simultano i precizno opišu signal u oba domena [83]. Danas postoji veliki broj talasića sa različitim oblicima i karakteristikama i ukoliko se ima ovo u vidu kao i prethodni koncept transliranja, vidi se razlog zašto su talasići mnogo širi alat za analizu od Furijeove transformacije gde je signal bio ograničen poređenjem sa sinusnim i kosinusnim funkcijama.



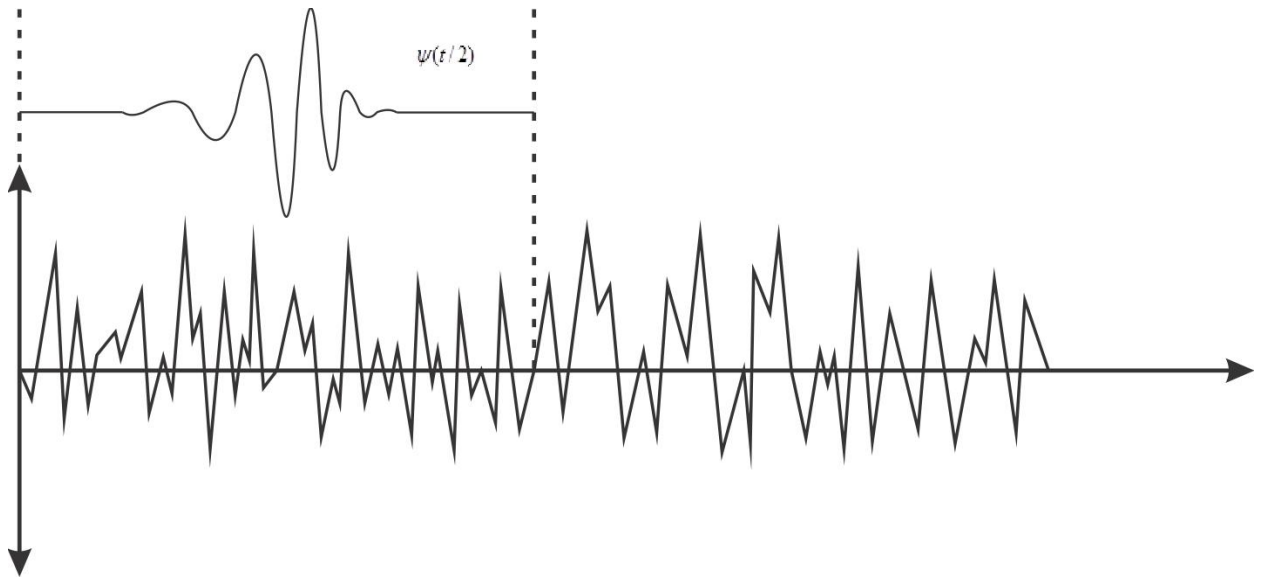
Slika 2.1. Vremensko – frekvencijska ravan za Furijeovu i vevjlet transformaciju.



Slika 2.2 Primer talasića.

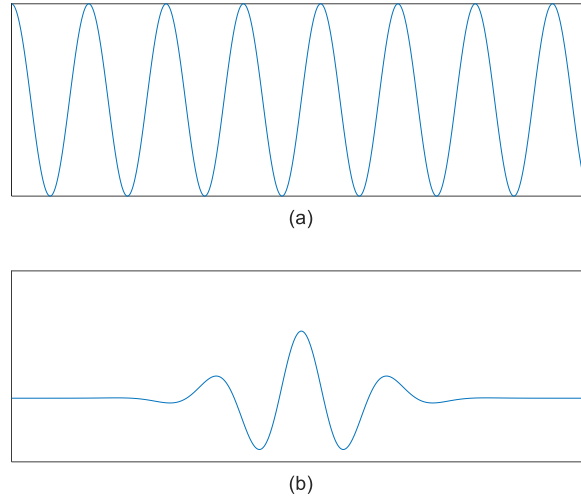


Slika 2.3 Analiza signala transliranjem talasića.



Slika 2.4 Analiza signala skaliranjem talasića.

Fundamentalan korak u većini tehnika analize nizova predstavlja dekompozicija vremenskog niza u njegove podkomponente. Tačnije, istraživački cilj je predstaviti vremenski niz kao kombinaciju drugih komponenti, pri čemu one često predstavljaju pomerene i/ili proširene funkcije odgovarajuće osnovne funkcije koja se nalazi u signalu. Pored ove moćne osobne detekcije podkomponenti, pokretačku snagu primene vejtlet transformacije su dala i ograničenja Furijeove transformacije. Furijeova transformacija se pokazala nedovoljno dobrim alatom za analizu nizova koji nisu stacionarni čime je ukazano na neophodnost tehnike koja u sebi sadrži odgovarajući alat koji će se kretati duž niza i biti u stanju da analizira frekvencijski sadržaj na različitim mestima i da detektuje nagle promene u spektralnim karakteristikama signala (Slika 2.5).



Slika 2.5 (a) Kosinusni talas specifične frekvencije; (b) talasić specifične centralne frekvencije.

Vejvlet $\psi(t)$ je mali talas koji osciluje unutar odgovarajućih granica:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2.14)$$

a čije su osnovne karakteristike:

- Konačna energija $E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty$ (2.15)

- Uslov prihvatljivosti $\int_0^{\infty} \frac{|\psi(f)|^2}{|f|} df < \infty$ (2.16)

Analizirajući prozori su različite grupe vejvleta koje se dobijaju modifikovanjem pomoću parametara skale i parametara pomeraja iz osnovne funkcije vejvleta tj. majčinskog vejvleta. U literaturi su poznati i kao dečiji vejvleti (eng. *baby wavelets*):

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (2.17)$$

Ranije je napomenuto da s predstavlja skalirajući parametar koji služi za modifikaciju osnovnog vejevleta $\psi(t)$. Simbol τ je parametar pomeraja (translacioni, dilatacioni parametar) kojim se vejevlet translira duž vremenske ose. Oba parametra se mogu menjati diskretno ili kontinualno u zavisnosti od vrste transformacije koja se primenjuje. Takođe, u praksi, talasići se biraju u izvornom obliku, izvođenjem iz osnovnog oblika ili se mogu namenski posebno konstruisati za odgovarajuću primenu.

2.4 Vrste vejevlet transformacija

U narednim poglavljima će biti izanalizirane vrste vejevlet transformacija, kako bi se stekla validna slika o mogućnostima izbora određene transformacije za odgovarajući istraživački problem. Vrste transformacija koje će biti predmet analize su:

- Kontinualna vejevlet transformacija (eng. *Continuous Wavelet Transformation CWT*)
- Diskretna vejevlet transformacija (eng. *Discrete Wavelet Transformation DWT*)
- Stacionarna vejevlet transformacija (eng. *Stationary Wavelet Transformation SWT*)
- Paketska vejevlet transformacije (eng. *Wavelet Packet Transformation WPT*)

Ukoliko neko želi detaljnije da razume vejevlete i transformacije, postoji veliki broj dostupnih knjiga i radova u literaturi, a većina njih je matematički kompleksna predstava ovih alata, te stoga zahteva i visok nivo znanja koji je neophodan da bi se materija korektno ispratila. Analizom literature, preporuka je da se obrati pažnja na neke značajnije reference kao što su [103], u kojoj je dat veoma dobar opis talasića i njihove karakteristike ali i [99], [104].

Pre nego što se krene ka drugim poglavljima, važno je napomenuti razliku između dve izvorno najvažnije transformacije – kontinualne i diskretne (SWT i WPT su praktično izvedeni oblici prve

dve) koje su opisane u velikom broju knjiga i radova. CWT je koncept koji je lako razumljiv, i skoro uvek u literaturi je dat njegov opis kao uvod u malo komplikovaniju ali korišćeniju DWT, koja je ipak predmet novijih radova [105]. Za CWT se preporučuju reference [106], [107] dok za DWT nije loše pogledati [108], [109]. Na kraju, neka smernica izvučena kao zaključak analize literature bi bila sledeća: ukoliko je istraživački cilj analiza nekog signala, njegova modifikacija ili rekonstrukcija pogodnije je koristiti diskretnu vevjlet transformaciju koja je brza i efikasna za ovu vrstu problema. S druge strane, ukoliko kod analize signala vreme rada nije od važnosti preporučuje se kontinualna vevjlet transformacija [105].

2.4.1 Kontinualna vevjlet transformacija

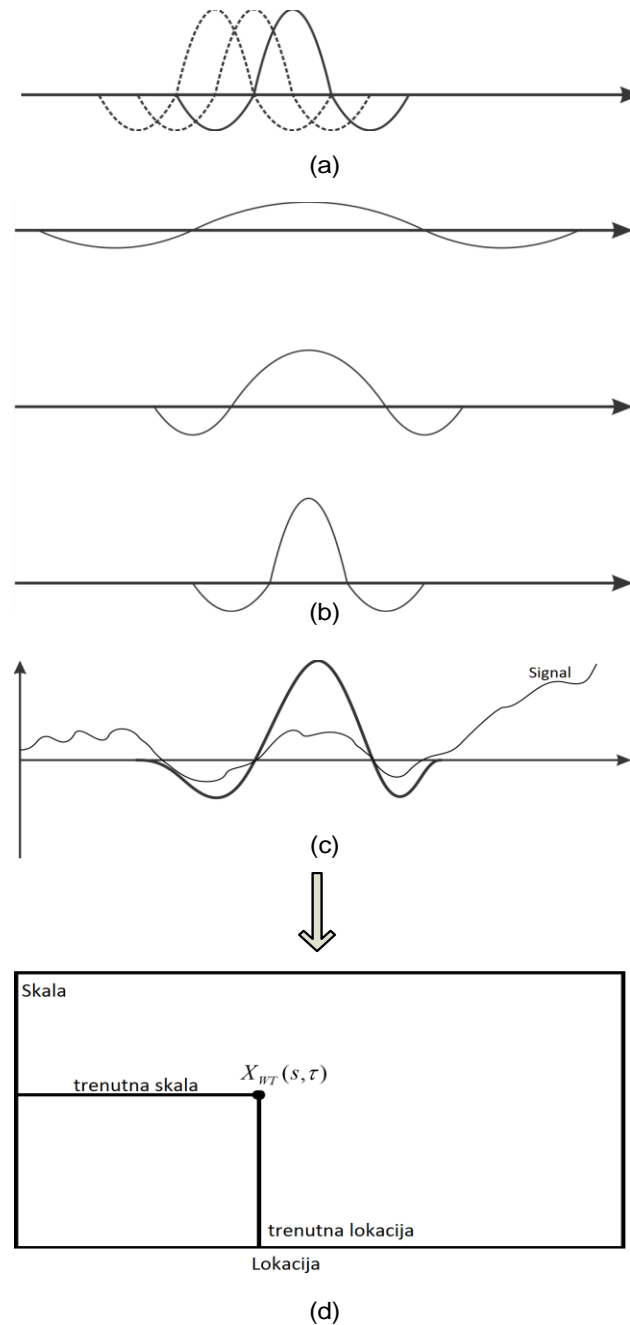
Istorijski gledano, kontinualna vevjlet transformacija je istraživački prva utvrđena. Ova vrsta transformacije, iako popularna među određenim istraživačima (npr. fizičarima), nije pogodna za numeričku analizu ili obradu diskretnih signala i slike gde primat ipak drži diskretna vevjlet transformacija.

Cilj analize signala vevjletom jeste poređenje vremenskog niza sa talasićem i računanje stepena njihovog poklapanja. Talasić se translira i poredi sa signalom čime se pravi lokacijska razlika, dok se širenjem po frekvenciji vrši poređenje po skali i formira frekvencijska razlika. Analiza vremenskog niza na različitim skalama i lokacijama se matematički gledano može izraziti konvolucijom signala sa talasićem. Stoga, kontinualna vevjlet transformacija se definiše kao:

$$WT(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (2.18)$$

Izraz ψ^* predstavlja kompleksnu konjugaciju talasića $\psi(t)$. Razmatrajući prethodni izraz, vidi se da se menjanjem parametara s i τ vrši proces vevjlet transformacije odgovarajućeg signala tj. vremenskog niza $x(t)$ koji pruža priliku ekstrakcije i analize njegovih sastavnih delova. Uglavnom se niske skale koriste za dekompoziciju visokofrekvencijskih a visoke skale za dekompoziciju niskofrekvencijskih komponenti.

Iz svega prethodnog se može zaključiti da je rezultat vejtlet transformacije jednodimenzionalnog niza dvodimenzionalna funkcija parametara τ i s . Na Slici 2.6 je prikazan osnovni princip kontinualne vejtlet transformacije [106].



Slika 2.6 (a) Translacija, (b) Skaliranje, (c) Preklapanje talasića i signala, (d) Kontinualna vejtlet transformacija [106].

Imajući u vidu prethodno, inverzna vejjlet transformacija se definiše kao:

$$x(t) = \frac{1}{C_{\tilde{\psi}}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_{WT}(\tau, s) \frac{1}{s^2} \tilde{\psi}\left(\frac{t-\tau}{s}\right) d\tau ds \quad (2.19)$$

Inverzna vejjlet transformacija se retko kad računa, jer dobijeni rekonstruisani signal može numerički biti kompleksan i neupotrebljiv [105].

CWT se kao alat za analizu signala retko koristi, a i kada se to desi, prethodi joj neka vrsta diskretizacije. CWT se smatra redundantnom transformacijom i u istraživačkim vodama postoje mnogo efikasnije metode, pre svega DWT. Ona je ne samo efikasnija, brža, lakša za razumevanje nego se i obilato koristi u slučajevima rekonstrukcije signala.

2.4.2 Diskretna vejjlet transformacija

Kao što je ranije napomenuto, mana kontinualne vejjlet transformacije jeste njena izrazita računarska kompleksnost kao i vezanost za kontinualne vremenske signale. Kod kontinualne vejjlet transformacije ulazni podaci su uglavnom diskretno odabrani odnosno imaju “diadičku” vezu te stoga ova transformacija nije praktična i adekvatna za većinu primena. Ovo je nateralo naučnike da krenu putem razmišljanja lakšeg računanja i mogućnostima primene vejjlet transformacije u računarima, koji su postajali sve dominantniji. Diskretna vejjlet transformacija, za razliku od kontinualne, razlaže vremenski niz u odgovarajući skup vejjleta. Ona je definisana preko sledećih izraza, pri čemu se polazi od analizirajućeg diskretizovanog talasića [10]:

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}} \psi\left(\frac{t - k\tau_0 s_0^j}{s_0^j}\right) \quad (2.20)$$

gde su j, k celobrojni indeksi, s_0 fiksni dilatacioni faktor (parametar koji određuje širenje vejjleta), τ_0 fiksni translacioni faktor (parametar koji određuje pomeranje vejjleta).

Ovde će se napraviti osvrt na dve funkcije koje čine okosnicu ovog načina analize signala. Očinski vejjlet (eng. *father wavelet*) služi za definisanje trenda vremenskog niza dok majčinski vejjlet (eng. *mother wavelet*) svojim širenjem i pomeranjem duž signala služi za detekciju detalja

vremenskog niza. Očinski vejtlet je poznat i kao skalirajuća funkcija, dok je majčinski vejtlet poznat kao vejtlet funkcija. Svi talasići se mogu izvesti iz majčinskog vejtleta postupcima skaliranja i translacije, pa tako i u slučaju diskretne vejtlet transformacije definišemo sledeće funkcije:

$$\varphi(2^j t) = \sum_{i=1}^k h_{j+1}(k) \varphi(2^{j+1} t - k) \quad (2.21)$$

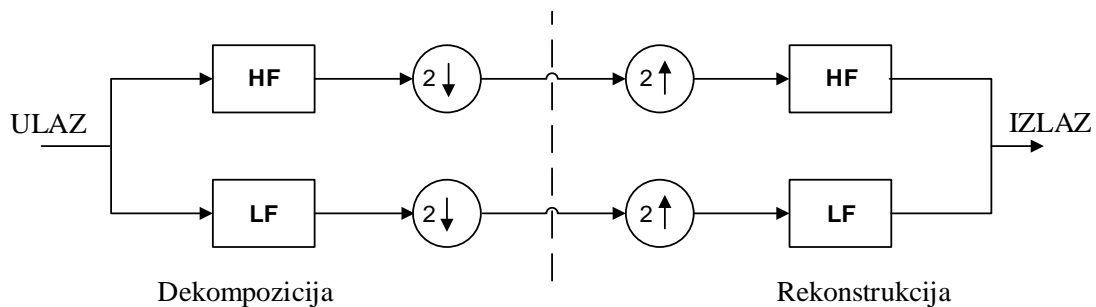
$$\psi(2^j t) = \sum_{i=1}^k g_{j+1}(k) \varphi(2^{j+1} t - k) \quad (2.22)$$

Imajući prethodne izraze u vidu, dolazi se do prezentacije signala $f(t)$ kao [10]:

$$f(t) = \sum_{i=1}^k \lambda_{j-1}(k) \varphi(2^{j-1} t - k) + \sum_{i=1}^k \gamma_{j-1}(k) \psi(2^{j-1} t - k) \quad (2.23)$$

Vidi se da kod diskretne vejtlet transformacije, vejtleti nisu predefinisane funkcije već se konstruišu iz skalirajuće funkcije. Kontradiktorno onome što se da zaključiti iz kontinualne vejtlet transformacije, kod diskretne se prvo kreira skalirajuća funkcija, a onda i odgovarajuća vejtlet funkcija. Skalirajuća funkcija je komplementarna vejtlet funkciji i kada su određene karakteristike skalirajuće funkcije poznate, može se prognozirati kakve će biti i karakteristike vejtleta.

U praksi, DWT se skoro uvek primenjuje u formi banke filtera poput one prikazane na Slici 2.7. [10], [97].



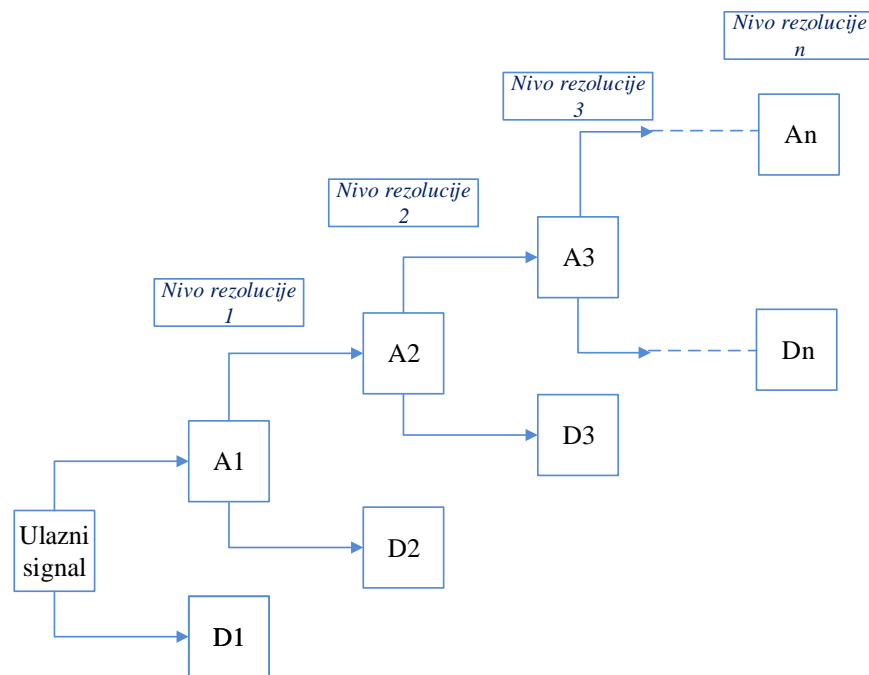
Slika 2.7 Banka filtera diskretne vejtlet transformacije.

Na Slici 2.7, filtri H i H' su filtri visoko propusnici, dok su L i L' filtri nisko propusnici. Analizirajući banku filtara, vidi se da filtar niskopropusnik uklanja visoke frekvencijske komponente signala, dok filtar visokopropusnik “kupi” preostale delove. Nakon operacije decimacije i uklanjanja redundantnih informacija dobijaju se koeficijenti aproksimacija i koeficijenti detalja, termini koji će nadalje u disertaciji biti često korišćeni. Sam proces rekonstrukcije je obrnut dekompoziciji i u slučaju savršene banke filtara, dobija se $x=x'$ [10]. Banke filtara su veoma efikasne u računanju koeficijenata diskretne vejevlet transformacije pogotovo u slučajevima kada je potrebna i rekonstrukcija signala.

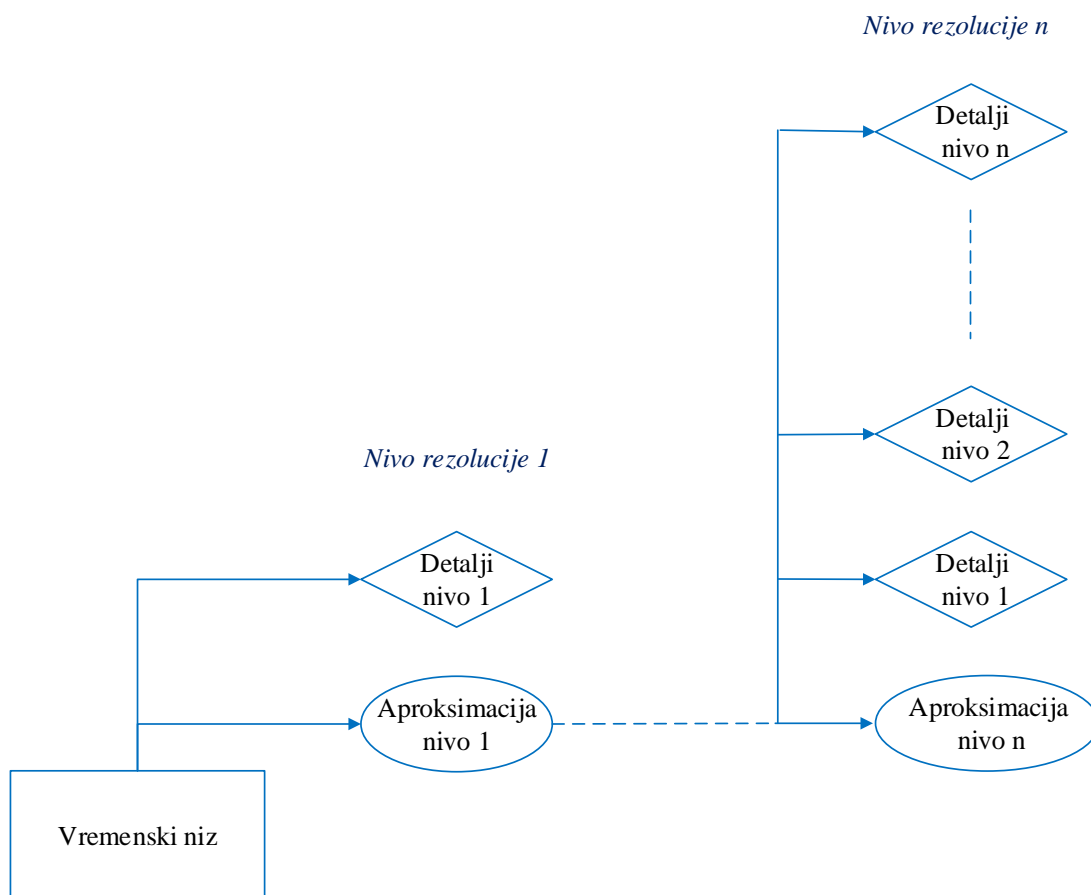
Ukoliko se dalje primeni kaskadni algoritam, dobija se dekompoziciono stablo (eng. *decomposition tree* DT) predstavljeno u vidu izraza [10]:

$$x(t) = A_1(t) + D_1(t) = A_2(t) + D_2(t) + D_1(t) = A_n(t) + D_n(t) + D_{n-1}(t) + \dots + D_1(t) \quad (2.24)$$

gde su $A_n(t)$ i $D_n(t)$ koeficijenti aproksimacije i koeficijenti detalja na dekompozicionom nivou (nivou rezolucije) n . Na Slici 2.8 se nalazi odgovarajuće dekompoziciono stablo, dok je na Slici 2.9 prikazan princip vejevlet dekompozicije [10].



Slika 2.8 Vejevlet dekompoziciono stablo.



Slika 2.9 Proces vejtlet dekompozicije.

Problem diskretne vejtlet transformacije, koja je detaljno opisana u literaturi [32], [103], [110], jeste što ona nije translatorno-invarijantna transformacija. Naime, glavna prednost procesa decimacije jeste što se uvek zadržava dovoljno informacija kako bi se na kraju uradila precizna rekonstrukcija signala [103], [111], [112]. Sa druge strane, glavni nedostatak je što se informacija u određenom vremenskom trenutku ne može (bilo vizuelno bilo grafički) povezati sa informacijom na različitim frekvencijama (skalama) [32]. Ovo znači da ukoliko se eliminiše prvih nekoliko odbiraka ulaznog vremenskog niza, izlazni podatak (obrađen, tj. decimiran) neće biti isti, tj. u zavisnosti od kog odbirka počnemo da primenjujemo DWT, rezultat neće uvek biti isti [113]. Tačnije, dolazimo do scenarija gde mali pomeraji u obrađivanom vremenskom nizu mogu da

izazovu velike promene u vejevlet koeficijentima što dosta utiče na performanse DWT kao alata za analizu vremenskih nizova i umanjuje njenu popularnost. Sve ovo je navelo istraživače ka smišljanju transformacije koja je translatorno (*shift*) invarijantna i koja bi zaobišla ovaj problem što se pokazalo moguće sa redundantnom tj. stacionarnom vejevlet transformacijom o kojoj će biti reči u narednom poglavlju.

Ovde je potrebno istaći i ranije pomenutu multirezolucionu analizu MRA, tj. koncept zasnovan na Malatovom algoritmu [114], što odgovara računanju diskretne vejevlet transformacije koristeći kaskadni algoritam. MRA je jedinstveni alat za konstruktivni opis različitih vejevlet osnova, koji je smanjio broj ukupnih računskih operacija sa n na $n \log(n)$. Zvanične definicije i korisni opisi se mogu naći u [108], [109]. Nedostatak Malatovog algoritma jeste smanjenje dužine niza koeficijenta sa povećanjem iteracionog indeksa usled korišćenja decimatora. Kasnije će biti reči i o Šensa (Shensa) algoritmu [114] koji odgovara stacionarnoj vejevlet transformaciji a koji takođe predstavlja način implementacije MRA bez upotrebe decimatora.

Prilikom opisa MRA, prvo bi trebalo imati u vidu da se obe prethodno opisane transformacije (CWT i DWT) primenjuju na obe dimenzije – skalu (frekvenciju) i vreme i da odavde dolazi termin “multirezolucija”. Što se tiče DWT, vremenski niz se može razložiti na funkcije i koeficijente, s tim što su ovde dva pravca, tj. razlaganje ide i duž skale m i duž translacije n . U ovom slučaju, vremenski niz, tj. signal se može predstaviti kao [105]:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} d_m(n) \psi(2^m t - n) = \sum_{m,n} d_{m,n} \psi_{m,n}(t) \quad (2.25)$$

gde su: $d(m,n)$ vejevlet koeficijenti, ψ odgovarajući vejevlet i $x(t)$ vremenski niz. Koeficijenti vremenskog lociranja zavise od parametra n , dok su skale zavisne od parametra m preko diadičke matrice 2^m (Slika 2.10) [105].

m=0, n=0			
m=1, n=0		m=1, n=1	
m=2, n=0	m=2, n=1	m=2, n=2	m=2, n=3

Vreme

Slika 2.10 Način numerisanja skala i vremena.

Posmatrajući prethodni izraz, vidi se nepraktičnost ideje jer se ceo signal razlaže od najmanje skale do najviše skale u kontinualnim vremenskim trenucima. Umesto toga, analizira se ograničen broj nizova a ostatak se predstavlja preko druge funkcije koju smo pomenuli pre kao skalirajuću funkciju. Koeficijenti koji pripadaju ϕ se nazivaju koeficijenti ekspanzije $a_{m,n}$ ($a_m(n)$) i zajedno sa vejevlet koeficijentima $d_{m,n}$ ($d_m(n)$) definišu dekompoziciju takvu da je:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_0(n)\phi(t-n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} d_m(n)\varphi(2^m t - n) \quad (2.26)$$

Iz ovoga sledi da je korišćenjem skalirajuće funkcije φ u diskretnom okruženju moguće razložiti diskretni signal sa ograničenim brojem koeficijenata ekspanzije i vejevlet koeficijenata [105].

2.4.3 Stacionarna vejevlet transformacija

Prethodno izloženo poglavlje je ukazalo na problem translatorne-invarijantnosti čime je istraživački zamajac ponovo pokrenut i čime se došlo do formiranja stacionarne vejevlet transformacije (u literaturi poznate i kao *à trous* ili redundantna vejevlet transformacija). Logičan

korak koji je napravljen jeste izbacivanje decimatora, što upravo predstavlja glavnu razliku između DWT i ove vejtlet transformacije koja će biti opisana u nastavku [115], [116].

Ukoliko se posmatra vremenski niz dužine N , stacionarna vejtlet transformacija će pri svakom rezolucionom nivou koji se razmatra imati istu dužinu – N , što predstavlja jednostavan način da se upešno poveže informacija o skali sa informacijom o vremenu, a što je upravo predstavljalo glavni nedostatak diskretne vejtlet transformacije.

Stacionarna vejtlet transformacija se može predstaviti kroz uzastopne konvolucije sa diskretnim filtrima niskopropusnicima h :

$$c_{i+1}(k) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)c_i(k + 2^i l) \quad (2.27)$$

gde je nulta skala u stvari originalni ulazni signal $c_0(t) = x(t)$. $2^i l$ predstavlja rastojanje između odbiraka i odatle naziv *à trous*, što na francuskom znači “sa rupama”. Vejtlet koeficijenti se dobijaju tako što se uzima razlika između sukcesivnih izgladenih (*smoothed*) verzija signala:

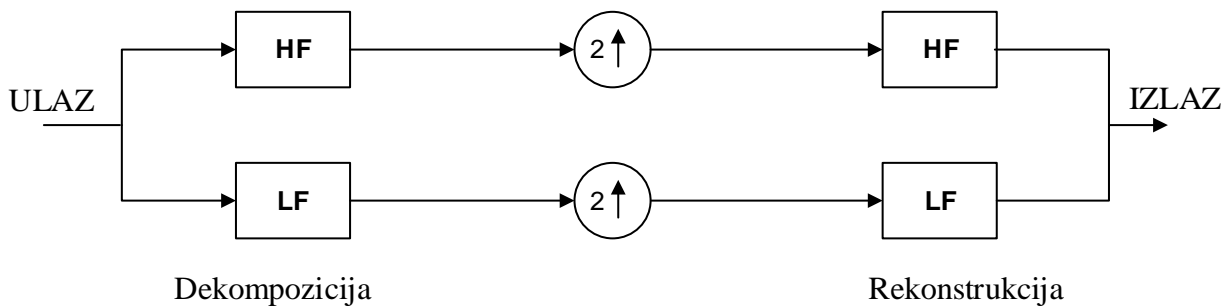
$$w_i(k) = c_{i-1}(k) - c_i(k) \quad (2.28)$$

Imajući u vidu sve prethodno navedeno, originalni signal se može predstaviti kao:

$$x(t) = c_p(t) + \sum_{i=1}^p w_i(t) \quad (2.29)$$

gde je c_p glatka verzija originalnog signala [78].

Vizuelno, SWT se može predstaviti preko banke filtara koja je slična onoj prikazanoj kod DWT s razlikom što je eliminisan korak decimacije, tj. izostavljeni su decimatori, čime se na svakom dekompozicionom nivou zadržava ista dužina koeficijenata (Slika 2.11) [10].



Slika 2.11 Banka filtera za implementaciju SWT.

Dakle, prednosti stacionarne vejevlet transformacije su sledeće:

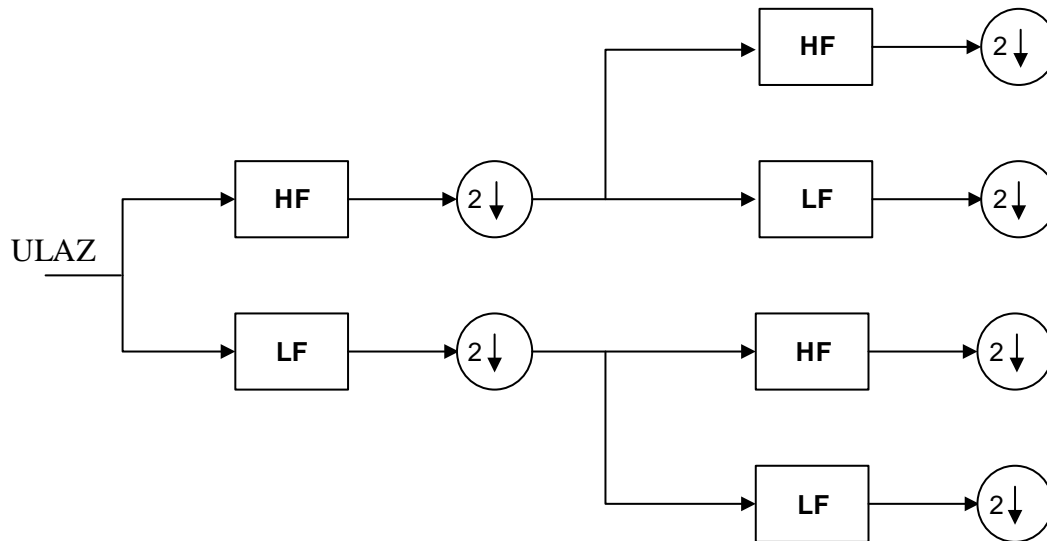
- nezavisnost od pomeraja, tj. posedovanje svojstva translatorne-invarijantnosti
- računarska kompleksnost je $O(N \log N)$
- broj koeficijenata je jednak na svim skalama, tj. jednak je dužini ulaznog signala.

Sva ova svojstva stacionarne vejevlet transformacije dosta olakšavaju analizu vremenskih nizova čineći je pogodnim i često primenjivanim istraživačkim alatom (npr. u procesu uklanjanja šuma [117]). Ona je alat koji daje kompletnu predstavu ulaznih podataka sa podnošljivo komplikovanom računarskom složenosti kao cenom za to i odatle dolazi njena sve veća popularnost.

2.4.4 Paketska vejevlet transformacija

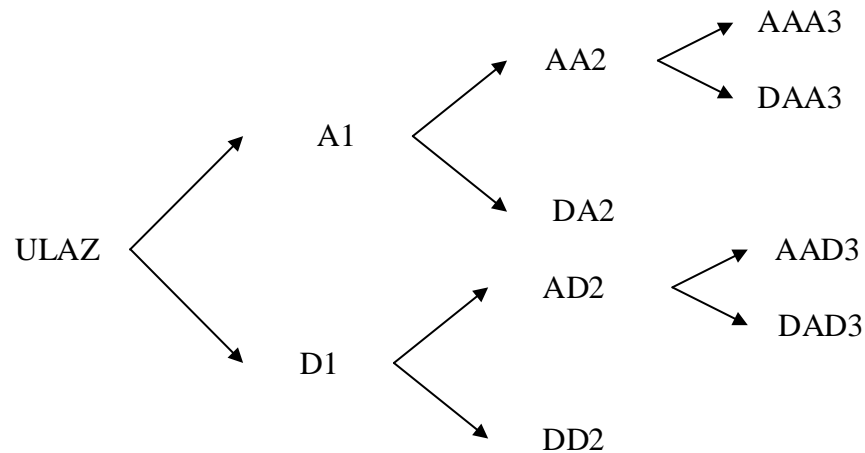
Algoritam paketske vejevlet transformacije je veoma sličan algoritmu diskretne vejevlet transformacije. Razliku predstavlja način razlaganja signala – kod diskretne vejevlet transformacije se razlažu samo koeficijenti aproksimacije, dok se kod paketske vejevlet transformacije razlažu i koeficijenti aproksimacije i koeficijenti detalja. Samim tim, ova vrsta transformacije daje jednu

kompleksnu i fleksibilnu analizu i nudi najkompletniji prikaz signala. Analogno diskretnoj vevjlet transformaciji, banka filtera za WPT je data na Slici 2.12.



Slika 2.12 Banka filtera paketske vevjlet transformacije (deo za dekompoziciju).

Kako bi se dodatno uporedile diskretna i paketska vevjlet transformacija, poslužiće i dekompoziciono stablo, prikaz paketske transformacije koji se često koristi u literaturi. Na Slici 2.13 je dato paketsko dekompoziciono stablo nivoa 3, na osnovu koga se vidi da paketska vevjlet dekompozicija n -tog nivoa daje 2^n različitih skupova koeficijenata za razliku od $n+1$ skupova kod diskretne vevjlet transformacije [10].



Slika 2.13 Paketsko vejevlet stablo.

2.5 Vrste talasića i familija

Koncizan i sveobuhvatan pregled svih talasića koji bi mogli da posluže u istraživačke svrhe je teško napraviti. Naime, različita istraživanja stavljaju fokus na različite vrste i porodice talasića. Pre svega, izbor talasića za analizu vremenskih nizova zavisi od karakteristika podataka. Danas, većina istraživača je okrenuta ka Harovom vejevletu i porodici vejevleta Doubiši. Har talasić (koji je u stvari najjednostavniji Doubiši vejevlet) je dobar talasić ako se želi preciznija detekcija vremena. Pored dole navedenih talasića, istraživači koriste i Simletove (Symmlet) koji predstavljaju veoma asimetrične vejevlete i Koifletove (Coiflet) koji su takođe dizajnirani od strane naučnice Doubiši na zahtev istraživača Koifmana (Coifman) sa ciljem povećanja simetričnosti u odnosu na druge vejevlete iz ove porodice. Ovde je napravljen subjektivan presek i kategorizacija vejevleta pri čemu je akcenat stavljen na danas najkorišćenije talasiće.

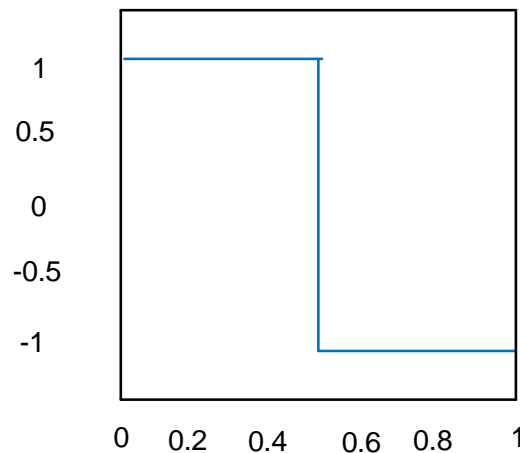
2.5.1 Harov talasić

Har vevlet se smatra “prvim” (osnovnim) vevletom i ujedno predstavlja danas najjednostavniji talasić za analizu. Do njega je došao mađarski istraživač Alfred Har 1909. godine, pokušavajući da da primer ortonormalnog sistema za prostor kvadratno integrabilnih funkcija na jediničnom intervalu $[0, 1]$. Ovaj talasić je diskontinualan i liči na odskočnu jediničnu funkciju sa vrednostima od 1 do -1 na intervalima $\left[0; \frac{1}{2}\right)$ i $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$, respektivno (Slika 2.14). U literaturi je poznat i pod imenom Doubiši db1 vevlet. Harov majčinski vevlet $\psi(t)$ se može opisati kao:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < \frac{1}{2}, \\ -1, & \frac{1}{2} \leq t < 1, \\ 0, & \text{inačn} \end{cases} \quad (2.30)$$

Dok je izraz za njegovu skalirajuću funkciju $\phi(t)$ dat sa:

$$\phi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1, \\ 0, & \text{inačn} \end{cases} \quad (2.31)$$



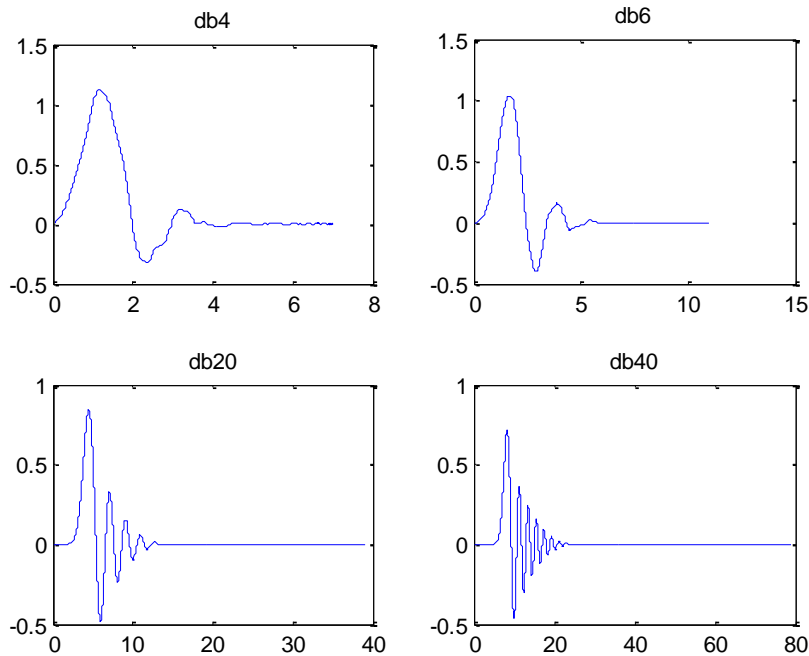
Slika 2.14 Harov talasić.

Mana ovog jednostavnog talasića je nekontinualnost, samim tim on nije diferencijabilan što u neku ruku ograničava njegovu primenu. Zbog ovoga, on se uglavnom koristi za analizu signala sa naglim prelazima (tranzicijama), za detekcije ivica ili lokalizaciju skokova, tako da je svoju primenu našao i u predikciji finansijskih nizova odnosno valutnih parova.

2.5.2 Doubiši porodica talasića

Doubiši porodica talasića je rezultat rada naučnice Doubiši čijim otkrićem je napravljena prava revolucija na polju vejevlet analize. Ova porodica je danas najpopularniji skup vejevleta koji se koriste za analizu nizova isignala različitih priroda. Za razliku od Harovog vejevleta ovi talasići su dosta kompleksniji i generalno iziskuju više računanja, ali su mnogo bolji za aproksimiranje glatkih (kontinualnih) funkcija. Imena talasića iz Doubiši porodice nose oznake dbN gde je N red talasića, a osnovna karakteristika jeste da imaju maksimalan broj “nestajućih” momenata za datu dužinu (broj koeficijenata filtra). Nestajući momenti se odnose na to koliko dobro korisne informacije iz signala mogu da se slože u manji broj vrednosti. Više ovih momenata implicira bolju kompresiju dok njihova manja dužina znači manje računanja, pri čemu je istraživački najvažnije napraviti dobar kompromis između ova dva parametra.

Na Slici 2.15 su prikazani neki od primera iz Doubiši porodice vejevleta:



Slika 2.15 Vejvlet funkcije nekih talasića iz Doubiši porodice.

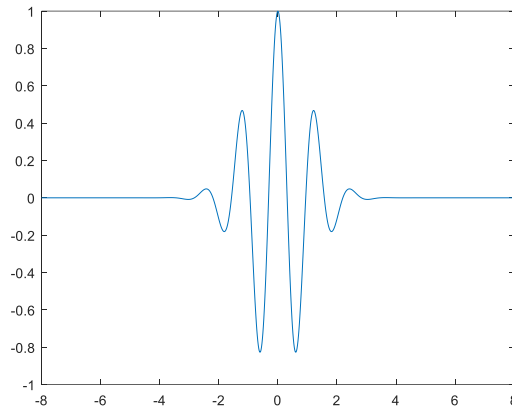
2.5.3 Morleov talasić

Morleov talasić, poznat i kao Gaborov talasić po fizičaru Denisu Gaboru (Dennis Gabor), je talasić koji ima eksponencijalnu osnovu pomnoženu sa Gausovskim prozorom. On se može okarakterisati sledećim izrazom:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} e^{j2\pi f_0 t} \quad (2.32)$$

gde vrednost f_0 nije fiksna, ali vrednost koja se najčešće koristi u literaturi je: $f_0 = \sqrt{\frac{1}{2 \ln 2}} \approx 0.849$

. Na slici 2.16 je dat prikaz Morleovog talasića.



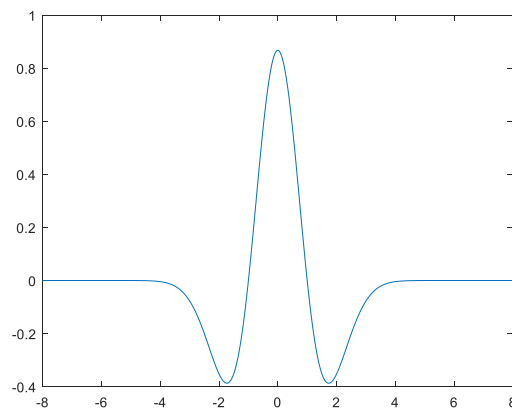
Slika 2.16 Morleov talasić.

2.5.4 Meksički šešir talasić

Talasić koji nosi naziv meksički šešir (eng. *mexican hat*) je dobio ovakav naziv jer podseća na takozvani sombrero – meksički šešir. Vrlo često se koristi kod detekcije ivica i ima primenu u obradi raznih vrsta signala. Izveden je iz funkcije koja je proporcionalna drugom izvodu funkcije Gausovske gustine verovatnoće. Okarakterisan je sledećim izrazom:

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} (1-t^2) e^{-t^2/2} \quad (2.33)$$

Na Slici 2.17 je dat izgled talasića meksički šešir.



Slika 2.17 Meksički šešir talasić.

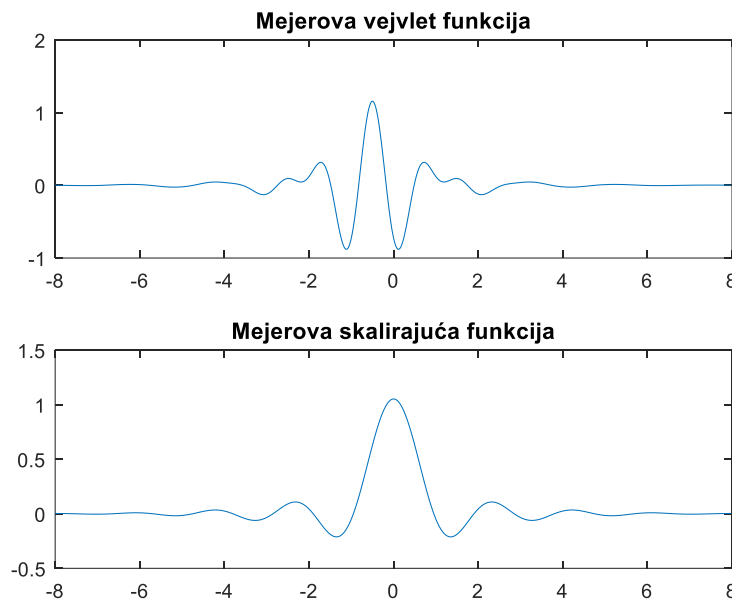
2.5.5 Mejerov talasić

Mejerov talasić (dostignuće naučnika Iva Mejera) predstavlja jedan od najkompleksnijih vejvleta koga pre sve svega odlikuje brza konvergencija u frekvencijskom domenu, lokalizacija u vremenskom domenu i beskonačna diferencijacija. Ovi talasići se mogu opisati sledećim izrazima:

$$\psi(f) = \begin{cases} e^{j\pi f} \sin\left(\frac{\pi}{2} \nu(3|f|-1)\right), & \frac{1}{3} \leq |f| \leq \frac{2}{3} \\ e^{j\pi f} \sin\left(\frac{\pi}{2} \nu\left(\frac{3}{2}|f|-1\right)\right), & \frac{2}{3} \leq |f| \leq \frac{4}{3} \\ 0, & \text{inačn} \end{cases} \quad (2.34)$$

gde je $\nu(f) = f^4(35 - 84f + 70f^2 - 20f^3)$, $f \in [0,1]$ (2.35)

Na slici 2.18 je dat prikaz Mejerovog talasića.



Slika 2.18 Mejerov talasić.

2.6 Uklanjanje šuma pomoću talasića

Talasići se u praksi primenjuju u mnogim oblastima nauke kao što je kompresija signala, detekcija ivica, šema, predikcija nizova itd. Kod poslednje primene, vrlo je česta njihova upotreba i kao alata za uklanjanje šuma u vremenskim nizovima. Jedan od značajnijih radova iz ove oblasti jeste istraživanje naučnika Donohoa (Donoho) i Džonstona (Johnstone) koji su primenili vejljet transformaciju kako bi uklonili šum iz odgovarajućeg vremenskog niza [118]. U našem modelu, u jednom od testnih slučajeva, primenjen je proces uklanjanja šuma, a sve u svrhu provere njegovih performansi i postizanja veće preciznosti. S tim u vezi, smatra se shodnim da se posebno poglavlje posveti ovom procesu i primeni vejljeta u te svrhe.

Uklanjanje šuma (eng. *denoising*) je proces rekonstrukcije originalnog signala iz kog je eliminisan šumoviti deo pri čemu se teži što većem očuvanju korisne informacije vremenskog niza. Signal sa šumom ima sledeću formu:

$$f(x) = s(x) + e(x) \quad (2.36)$$

gde su: $f(x)$ – signal koji se analizira, $s(x)$ – originalni signal, i $e(x)$ – šum signala.

U najjednostavnijem modelu, šum je Gausovski beli šum $N(0,1)$. Cilj uklanjanja šuma je dobijanje originalnog signala iz početnog vremenskog niza. Osnovna ideja primene talasića u ove svrhe je sledeća: kako se šum u signalu uglavnom nalazi u vejljet koeficijentima detalja, tj. visokofrekvencijskim delovima signala [119], cilj je podesiti ove niske koeficijente što bliže nuli i time eliminisati što više šuma. Kao negativna posledica ovog procesa, često se dešava da se ovom prilikom uklone i neki korisni delovi niza [10]. Iz ovoga sledi da je krucijalan deo zadatka utvrditi koji vejljet koeficijenti predstavljaju šumovit deo signala. Sve ovo u mnogome zavisi od dobro izabranog talasića i vejljet transformacije, što je opet zavisno od prirode tj. karakteristika signala. Ovo znači da bi istraživač trebalo da teži primeni vejljeta koji “ličići” analiziranom signal tako da oni koeficijenti koji su različiti od nule budu upadljivi i predstavljaju jasan indikator dela signala za odstranjivanje. U ovakvim scenarijima, njih je lako ukloniti i nakon toga rekonstruisati očišćeni signal. Ovaj koncept uklanjanja šuma funkcioniše efikasno ukoliko nam je signal poznat pa znamo i njegove karakteristike, ali većina istraživačkih situacija je takva da je stvarna priroda

signala nepoznanica što predstavlja veliku prepreku u uspešnom procesu uklanjanja šuma. Svakako, svako poznavanje signala, barem okvirno, doprinosi boljoj preciznosti ovog procesa.

Proces uklanjanja šuma pomoću talasića se radi u tri koraka:

1. Dekompozicija vremenskog niza - bira se odgovarajući talasić i primenjuje se odgovarajuća vejevetska dekompozicija na šumoviti signal (dobijaju se koeficijenti aproksimacija i koeficijenti detalja) do nivoa n
2. Modifikacija koeficijenata detalja - za svaki nivo od 1 do n , bira se vrednost praga koja se primenjuje na koeficijente detalja
3. Rekonstrukcija vremenskog niza - izvodi se vejevetska rekonstrukcija (originalnih koeficijenata aproksimacije i modifikovanih koeficijenata detalja) kako bi se dobio očišćeni signal.

U literaturi postoje različite tehnike primene i izbor praga za uklanjanja šuma. Najviše se koristi tehnika uklanjanja šuma pomoću praga (eng. *thresholding denoising*), gde se koeficijenti razloženog niza uklanjaju ukoliko su ispod određene vrednosti praga λ . Ovo predstavlja veliki benefit u odnosu na tradicionalno uklanjanje šuma sa filtrima niskopropusnicima gde se sve visokofrekventne informacije uklanjaju. Umesto ovog nepoželjnog scenarija, kod uklanjanja šuma korišćenjem praga, zadržava se i deo podataka koji se nalazi u visokim frekvencijama iznad praga šuma, koji može predstavljati koristan deo signala. Prilikom procesa uklanjanja šuma pomoću praga veoma je važno pravilno setovati ovu vrednost, jer njome direktno utičemo na modifikaciju koeficijenata detalja a kasnije i uspešnu rekonstrukciju. Najčešće korišćene metode modifikacije odgovarajućih odbiraka sa pragom jesu sledeće:

- Metod tvrdog praga:

$$TP(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq \lambda \\ x, & \text{inače} \end{cases} \quad (2.37)$$

- Metod mekog praga:

$$MP(x) = \begin{cases} x - \lambda, & x > \lambda \\ 0, & |x| \leq \lambda \\ x + \lambda, & x < -\lambda \end{cases} \quad (2.38)$$

gde su: x – odbirak koji se modifikuje, i λ - vrednost praga.

Na osnovu prethodnih izraza vidi se da je razlika između dve metode što kod tvrdog praga vrednosti iznad ostaju nepromenjene, dok se kod druge metode koeficijenti menjaju u zavisnosti od vrednosti praga. Prilikom procesa uklanjanja šuma pomoću praga, veoma često se dešava da se određeni koeficijenti šuma “provuku” i ostanu u signalu, naročito u slučajevima nižih frekvencija usled lošeg odnosa signal/šum. Kod tvrdog praga, postoje određeni vrhovi (eng. *noise peaks*) koji ostaju u rekonstruisanom signalu kao neka lokalna usamljena komponenta šuma (jer je deo oko njih odstranjen) i često mogu postati i veći nego što su originalno bili. Ovo se objašnjava time da su šumovite komponente sastavljene od različitih vejevlet koeficijenata koji se međusobno “suprotstavljaju” jedne drugima [105]. Uklanjanjem jednih a zadržavanjem drugih može doći do toga da šumovite komponente lokalno postanu veće nego što su bile originalno. Zato većina istraživača i preporučuje metodu mekog praga, jer se kod nje modifikuju svi koeficijenti, tako da se i sam signal menja, postajući više gladak [105]. Odabir vrste praga generalno je izbor istraživača, a analizom je zabeležena veća efikasnost primene mekog nad tvrdim pragom [120], [121].

Veoma važan korak celog procesa jeste izbor vrednosti praga λ koji se bira tako da rizik zadržavanja koeficijenata šuma bude sveden na minimum ili potpuno eliminisan. Diskutovanje procene vrednosti praga u detalje je van predmeta ove teze, tako da će na dalje biti reči samo o najvažnijim izborima praga.

Najpoznatiji metod utvrđivanja praga jeste da njegova vrednost bude fiksna i ovakva vrsta praga se zove univerzalni prag [122]. Zasluge za ovo se prepisuje gore pomenutom američkom profesoru Dejvidu Donohu (David Donoho) i ovaj metod predstavlja jednostavan i brz način postavljanja praga. Univerzalni prag, čija je vrednost veća kako postoji više odbiraka, se definiše kao:

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log_e N} \quad (2.39)$$

gde su sledeći parametri: σ - standardna devijacija šuma, i N – broj odbiraka.

Pored univerzalnog praga, postoje i drugi popularni metodi izbora ove vrednosti, kao što je preko SURE (eng. *Stein's Unbiased Risk Estimate*) tehnike [123] gde se prag bira kao [10]:

$$\lambda = \sqrt{2 \log_e (N \log_2(N))} \quad (2.40)$$

Ova vrednost praga daje bolje rezultate u sredinama gde je šum relativno mali u poređenju sa signalom. Na žalost, pragovi šuma dobijeni preko SURE metode ostavljaju određenu količinu šuma iza sebe jer generalno njihova vrednost praga je niska [105]. Sa druge strane, univerzalni prag daje bolje rezultate tamo gde je šum veći [105]. Njega takođe odlikuje manja kompleksnost računanja u odnosu na SURE metodu, te se i iz tog razloga fiksni prag smatra tradicionalnijom i više korišćenijom metodom. Pored ova dva, trebalo bi pomenuti još jedan popularan metod - minimax kriterijum, gde se prag šuma utvrđuje kao minimum maksimalne kvadratne greške [124].

2.7 Talasići u oblasti finansija i predikciji valutnih parova

2.7.1 Talasići – multidisciplinarni matematički alat

Talasići su matematički alati multidisciplinarne prirode koji svoju primenu ostvaruju pre svega u prirodnim naukama kao što su različite vrste inženjerstva [82], [125], [126]. Iako se sa njihovim izučavanjem počelo veoma rano (poglavlje 2.2), prve prave primene talasića u ekonomiji i finansijama su se pojavile tek pre dvadesetak godina. Ovo se s punim pravom u ovoj oblasti može smatrati zakasnelom reakcijom na njihovu moć jer su ovi alati pogodni baš za ove istraživačke grane. Talasići se najviše koriste za:

- kompresiju signala
- uklanjanje šuma
- detekcije ivica signala
- prepoznavanje šema i šablona.

Razlozi zašto istraživači smatraju vejevlete korisnim alatom su već dotaknuti u prethodnim teorijskim poglavljima a sažeto gledano njihov istraživački potencijal predstavlja pre svega moć lokalizacije tj. mogućnost zumiranja i sagledavanja detalja vremenskog niza. Druga prednost je svakako njihova kompletnost u pružanju neophodnih informacija istraživaču – nude vremenske i frekvencijske podatke, za razliku od mnogih svojih konkurenata koji nude samo jednu od ovih karakteristika. Ovo je bitno naročito jer kod mnogih analiziranih signala imamo slučajeve pojavljivanja pa nestajanja frekvencijskih komponenti što otežava primenu tradicionalnih alata [127] i praktično onemogućava bilo kakvu dalju analizu.

Kratak prikaz mogućih primena talasića kao matematičkih alata je raznovrsan, a ovde su izdvojeni samo neki od njih:

- Finansije i ekonometrija – predikcija valutnih parova, kamatnih stopa, akcija i drugih finansijskih nizova.
- Medicina i biologija – analiza fizioloških signala dobijenih različitim medicinskim metodama kao što su EKG ili EEG; analiza slika (npr. detekcija mikrokalcifikacije u mamogramima); multirezolucione analize funkcionalnih slika mozga (tomografija, MRI) itd.
- Meteorologija - analiza i predikcija nivoa i temperature vode; temperature i vlažnosti vazduha.
- Geofizika – analiza fraktalnih i multifraktalnih procesa, kompresija signala u proučavanju vremensko-prostornog taloženja, hidroloških flukseva, topografije površine Zemlje; predikcija zemljotresa na osnovu nivoa vode u obližnjim bunarima itd.
- Matematika – kao numeričke metode za rešavanje diferencijalnih jednačina.
- Mehanika fluida – modelovanje i simulacija turbulentnih i industrijski važnih tokova.

2.7.2 Talasići u procesu predikcije

Zadatak koji je obuhvatio mnoge od prethodnih primena vejevleta jeste upravo proces predikcije tj. prognoziranja odbiraka vremenskog niza. Veza između teorije o talasićima i modelovanja vremenskih nizova, tj. predikcije je veoma interesantan problem koji i dan danas

predstavlja pravi izazov. Iako je ovo privuklo pažnju mnogih istraživača, ističu se neki zanimljivi radovi koji su obradili ovu temu kao što su [128]-[130].

Predikcija valutnih parova kao posebne vrste vremenskih nizova se dugo smatrala čistim pogađanjem. Vremenom su istraživači došli do premise da se korišćenjem istorijskih podataka vremenskih nizova mogu proceniti njihova kretanja u budućnosti, što danas rade mnogi osmišljeni parametarski modeli. Pretpostavka od koje se polazi jeste da vremenski niz predstavlja kombinaciju različitih unutrašnjih procesa, koji su specifični po nekim svojim karakteristikama i unutrašnjim vezama. Cilj predikcije je detektovanje ovih “core” procesa i eventualno odstranjivanje nasumičnih elemenata kao što su npr. šumovi.

Jasnija slika prethodnog koncepta se može dobiti ukoliko se pomene [59] gde je naučnik Majani (Majani) pretpostavio da se vremenski niz sastoji od determinističkih komponenti, tj. trenda i sezonskih oscilacija. Načini kako se ove zasebne komponente procenjuju su mnogobrojni, ali se prilikom njihovog odabira mora biti pažljiv jer veoma često npr. sezonske komponente imaju nestabilne periode i neravnomerne intenzitete. Istovremeno, istraživač Vong sa saradnicima je proučavao vremenske nizove koristeći vejevlet transformaciju tvrdeći da je ona dovoljna da se prepozna dinamika niza, tj. modeluje trend i sezonalnost [86]. Ovo se sa pravom smatra jednim od prekretničkih radova u teoriji vejevleta u akademskoj javnosti i već je pomenut ranije u disertaciji. Vong je prepoznao moć vejevleta ne samo u tome da razloži niz na kombinaciju komponenti koje se preciznije mogu analizirati kasnije već i potencijalno da se odredi uticaj šuma [88]. Druga značajna referenca vredna pomena jeste rad [87] gde su naučnici pošli od premise da se komponente u okviru vremenskog niza moraju zasebno prediktovati i da zbir njihovih predikcija predstavlja ciljanu konačnu predikciju. Tako su oni koristili vejevlete za razlaganje ulaznog niza na individualne nizove različitih frekvencija koje su kasnije zasebno prediktovane a njihovi rezultati sabrani kako bi se dobila konačna prognoza.

U predloženom modelu u disertaciji, određene vejevlet transformacije sa pogodno izabranim talasićima su primenjene na različite valutne parove, a cilj je bila predikcija jedan odbirak (dan) unapred. U jednom testnom slučaju primenjeni su talasići i u svrhu uklanjanja šuma. Pokušano je da se pokaže da li je moguće obaviti uspešnu predikciju ako se za razlaganje niza koriste baš ove

metode. Tehnika predikcije je slična onoj iz Vongovog rada, zbir zasebnih predikcija formira krajnju konačnu. Koncept modelovanja prikazan je na Slici 2.19:



Slika 2.19 Koncept modelovanja vremenskog niza sa talasićima.

Zadatak predikcije je mnogo kompleksniji nego što se to istraživačima čini na prvi pogled. Istraživački aspekt procesa predikcije nije samo prepoznavanje ovih komponenti već paralelno sa tim dodatni istraživački bonus u vidu spoznaje skrivenih mehanizama koje čine predikciju uspešnom. Kompletan uspeh kojem se težilo jeste model koji bi pronašao sve dinamičke strukture u kompleksnim nizovima a zatim bio u stanju da ih uspešno prediktuje.

U celom ovom poduhvatu, mora se biti obazriv na činjenične nedostatke vejvlet alata. Ukoliko se koriste oni, bilo samostalno, bilo kao deo nekog parametarskog modela, povećana je kompleksnost u vidu većeg broja parametara koji bi trebalo setovati [88]. Na primer, pravilan izbor vejvlet funkcije i transformacije može da predstavlja nekad i nepremostivu prepreku, naročito u slučajevima nepoznanice niza koji se proučava (neimanje informacija o postojanju dugotrajnih trendova niza). Jednostavno, broj koraka aproksimacije se povećava i samim tim javlja se više izvora mogućih grešaka.

2.7.3 Talasići u svetu finansija

Pregledom literature došlo se do mnoštva radova koji su primenjivali talasiće u analizi finansijskih nizova na različite načine. Radi ukazivanja na važnost talasića kao matematičkog alata primenjenog u ove svrhe navešće se neke od referenci.

Rad koji je spojio proces predikcije i oblast finansija jeste od naučnika Dzejmsa Remzija (James Ramsey) i Jun Zanga (Jun Zhang) [131]. Oni su primenili talasiće u analizi valutnih parova kreirajući metodu zasnovanu na algoritmu uvedenom od strane Malata i Zanga [132]. Njihovi rezultati su pokazali da su talasići efikasan alat kad se barata sa nestacionarnim podacima. S obzirom da u ovu kategoriju spadaju brojni finansijski i ekonomski nizovi, ovaj rad se može smatrati jednim od najznačajnijih u primeni talasića na polju finansija.

Kanadski naučnik Ramazan Genkej (Ramazan Gençay) je veliki deo svog istraživanja fokusirao upravo na primenu talasića u istraživanju valutnih parova [133]. Mnoga druga njegova istraživanja [134]-[136] su takođe značajna jer su ukazala na prednost vejevlet metoda kao jednostavnih i efikasnih alata za analizu finansijskih nizova. Tako npr. u radu [134] predložena je višefrekvencijska metoda sa talasićima za izolovanje periodičnosti u podacima visokih frekvencija koje izazivaju distorzije a samim tim teškoće u interpretiranju ovakve vrste podataka.

U radu [60], naučnici su primenili talasiće u svrhu predikcije, odnosno razložili su vremenski niz i prediktovali frekvencije odvojeno. Njihovi rezultati su pokazali da ovakvi multirezolucioni pristupi daju bolje rezultate od tradicionalnih metoda predikcija. Slična ideja je obrađena u radu [30] čiji su rezultati takođe pokazali uspešnost metode kombinovane predikcije individualnih nizova. U radu [137] pokazano je kako talasići uspešno mogu da pruže uvid u strukturu i ponašanje finansijskih nizova kao što su deonice i novčani povraćaji.

Duo istraživača Patrika Kraulija (Patrick Crowley) i Dzima Lija (Jim Lee) je istraživao frekvencijske komponente evropskih poslovnih ciklusa pomoću talasića i multirezolucije. Alate su primenili na bruto domaći proizvod BDP kao finansijski niz i ovim putem ustanovili značajne razlike na ovom polju u zemljama Evro zone.

Italijanski naučnik Enriko Kapobianko (Enrico Capobianco) je u svom radu iz 2004. godine primenio talasiće kao alat za razlaganje na vremenskom nizu Nikkei podataka indeksnih akcija [138]. Italijanski naučnik je zauzeo stav da su talasići odličan alat za multirezolucionu analizu finansijskih podataka što je i pokazao primenjujući talasiće u uspešnom otkrivanju periodičnih komponenti finansijskog niza.

Naučnica Viviana Fernandez (Viviana Fernandez) [139] je koristila talasiće kako bi proučavala takozvana povratna preliivanja (eng. *return spillovers*) na tržištima između G7 zemalja i ostatka sveta (interesantan zaključak je bio da G7 države značajno utiču na svetska tržišta ali da obrnuto ima značajno slabiji efekat). Na ovu temu ima još studija, kao što je korejskog naučnika Hana Šika Lija (Hahn Shik Lee) koji je analizirao volatilnost efekta povratnih preliivanja na razvijena i manje razvijena tržišta koristeći diskretnu vevjlet transformaciju [140].

Mnoge naredne reference su se takođe bavile talasićima kao dekompozicionim alatom u finansijama, sa ciljem istraživanja međuzavisnosti različitih promenljivih od interesa [141], [142]. Predmet istraživanja ovih naučnika su uglavnom bile promenljive kao što su deonice, obveznice, kretanja inflacija, kamatne stope itd.

Zaključak je da su talasići alati koji su dobro prilagođeni „ćudljivoj“ prirodi finansijskih nizova [127]. Za sada je na polju predikcije finansijskih nizova samo zagrebano po površini a nagovešteno je da bi u budućnosti moglo doći do uzbudljivih rezultata na ovom polju. Potencijalni benefiti talasića u predikciji finansijskih nizova su nemeerljivi, a na istraživaćima i sve moćnijim računarskim programima je to i da dokažu.

2.8 Softverski alati za primenu talasića

Analizom literature na temu talasića ustanovljena je dostupnost mnogih softverskih paketa koji omogućavaju različite vevjlet operacije. Ovde će biti reći o nekoliko najkorišćenijih:

- Softverski paket “*wavelet toolbox*” u Matlabu je razvijen od strane Karla Tasvela (Carl Taswell). Obuhvata algoritme za manipulisanje različitih vevjlet transformacija, kreiranje slika i analizu podataka. Pogodan je za analizu frekvencijskog sadržaja signala i otkrivanja vremenskih šema u signalima. Može se koristiti i za kompesiju podataka i za procese uklanjanja šuma. Dostupan je online, ukoliko se sam programski paket Matlab prethodno registruje. Predstavlja najčešće korišćen alat za vevjlet analizu (<https://www.mathworks.com/products/wavelet.html>).

- Softverski paket “*wavelab*” je kreiran od strane istraživača okupljenih oko naučnika Dejvida Donoha (David Donoho) na Univerzitetu Stanford (University of Stanford). Wavelab je skup Matlab funkcija koji u okviru sebe ima implementiran veliki broj algoritama za analize signala sa talasićima. Inicijalno je kreiran za potrebe podučavanja na Stanford i Berkli (Berkeley) Univerzitetu, ima preko 1200 fajlova, a poseduje i skripte kao pomoć u savladavanju vejevlet analize. Softver je besplatan i može da se skine online, a postoje verzije za Windows, Macintosh i UNIX mašine (<http://statweb.stanford.edu/~wavelab/>).
- Softverski paket “*wavethresh*” je kreiran od strane istraživača Nelsona (G.P.Nelson) i Silvermana (B.W.Silverman). Predstavlja komercijalni paket koji radi u “S” jeziku i služi za računanje jednodimenzionalnih i dvodimenzionalnih vejevlet transformacija sa velikim izborom talasića. Omogućeni su grafički prikazi u vidu slika kao i procesi uklanjanja šuma. Paketski kod je pisan u C programskom jeziku i lak je za korišćenje. Softver je besplatan, sa urađenim uputstvom i dostupan je online (<https://cran.r-project.org/web/packages/wavethresh/index.html>).
- XWPL je C programski paketi grafički alat razvijen od strane Fazala Majida (Fazal Majid). Služi za analizu jednodimenzionalnih signala preko vejevleta i vejevlet paketa. Razvijen je više u edukativne i istraživačke svrhe a manje kao numerički analitički program. Koncept rada je da se svaki vejevlet predstavi kao skup “muzičkih nota” sa odgovarajućim trajanjem i jačinom. Po ovoj muzičkoj analogiji, XWPL daje “muzički rezultat” pri čemu je sastavni deo vejevleta jedna nota koja se predstavlja pravougaonikom u vremensko-frekvencijskoj ravni. Paket je veoma lak za korišćenje, naročito za početnike (<http://users.math.yale.edu/pub/wavelets/software/xwpl/html/manual/node4.html>).
- Softverski paket Imager Wavelet Library (WVLT) je softver razvijen od strane Boba Luisa (Bob Lewis). Sadrži veliki broj funkcija koji dozvoljavaju korisniku da analizira i koristi vejevlete. Pisan je u C programskom jeziku, a sadrži i demoe i dokumentaciju. Korisnicima je dostupan besplatno i može se preuzeti sa Interneta (<http://www.cs.ubc.ca/nest/imager/contributions/bobl/wvlt/top.html>).
- Softverski paket *MegaWave* je skup C komandnih linija u Unix operativnom sistemu za obradu signala pomoću talasića a namenjen je pre svega za obradu zvuka i slike [143].

Njegova verzija MegaWave 2 se sastoji od mnoštva modula realizovanih u vidu C funkcija i poznat je alat za obradu i analizu slika [144].

3. Veštačke neuralne mreže

Veštačke neuralne mreže (eng. *Artificial Neural Networks - ANNs*) su klasa nelinearnih modela koji mogu da „izvuku“ važne parametre ponašanja kompleksnih multidimenzionalnih vremenskih nizova i time aproksimiraju bilo koju nelinearnu funkciju sa visokim stepenom tačnosti [145]-[147]. Neuralne mreže su sposobne da otkriju osnovne veze i auto-korelacionu strukturu u vremenskom nizu čak i kada je osnovni zakon ponašanja niza nepoznat ili ga je veoma teško utvrditi, što ih čini moćnim alatom za analizu signala u mnogim različitim oblastima, a samim tim i u predikciji. Uprkos činjenici da su neuralne mreže uspešno implementirane u procesima predikcije u mnogim oblastima, dizajn i osmišljavanje prediktora sa neuralnim mrežama za specifični vremenski niz predstavlja netrivialan zadatak i proceduru punu izazova. U poređenju sa Boks Dženkins (Box Jenkins) ARIMA modelima i drugim regresivnim modelima koji su pomenuti u uvodu, kod neuralnih mreža neuporedivo veći skup faktora ima ulogu u dizajnu i zato je njihova uspešna primena retka i naučno gledano sve dragocenija za eksploataciju. U narednim poglavljima biće više reči o svakom aspektu koji može zanimati istraživače koji se upuštaju u analizu vremenskih nizova sa ovim moćnim alatima za predikciju.

3.1 Istorija i razvoj veštačkih neuralnih mreža

Istorijski gledano razvoj neuralnih mreža je počeo početkom prošlog veka i karakteriše ga burno, opširno i sadržajno istraživanje. Prilikom izučavanja istorije razvoja neuralnih mreža

primetne su bile faze [148] sa usponima i padovima opisane u nastavku. Cilj ovog poglavlja je pregled važnijih prekretnica istraživanja neuralnih mreža a za temeljnu i sveobuhvatnu analizu preporučujemo referencu [145].

Prve ideje u vezi neuralnih mreža su se javile u disciplinama kao što su fizika, psihologija i neuro-prihologija još pre 1940. godine [149]. Ipak, istraživači ovog doba su se uglavnom fokusirali na generalne teorije učenja, tako da se u to vreme još nije došlo ni do jednog konkretnog modela neuralne mreže.

Četrdesete godine prošlog veka predstavljaju početak moderne ere neuralnih mreža. Kamen temeljac teorije o neuralnim mrežama predstavlja rad istraživača Vorena Mekuloka (Warren McCulloch) i Voltera Pitsa (Walter Pitts) objavljen 1943. godine [150]. Mekulok, po profesiji fizijatar, i Pits, po profesiji matematičar, su pokušali da razumeju i opišu moždane funkcije koristeći načela matematike, odnosno pre svega da modeluju osnovne logičke funkcije “ili” i “i” [148], [150]. U svom istraživanju, težili su da razumeju na koji način mozak (koristeći svoje međusobno povezane ćelije - neurone) može da proizvede kompleksne izlaze. Svoj rad su zasnovali na principima neurologije i njihove mreže su bazirane na jednostavnim neuronima koje su oni smatrali binarnim uređajima sa fiksnim pragovima. Oni su predstavili pojednostavljen model neurona koji je u literaturi poznat kao MCP neuron (po inicijalima istraživača) i koji je u velikoj meri doprineo kasnijem razvoju savremenih neuralnih mreža [149]. Detaljnije o ovom neuronu će biti reči u poglavlju 3.2.2. Iako iz sadašnjeg ugla gledano, originalni MCP neuroni jesu imali znatna ograničenja, ispostavilo se da je njihovo otkriće tada predstavljalo početnu tačku i pokretački zamah za sve što je kasnije usledilo [149]), odnosno da je upravo ovo istraživanje postavilo čvrstu osnovu za razvijanje impresivnih veštačkih neuralnih programa koji se danas primenjuju u mnogim oblastima.

Sledeći veliki korak je napravljen 1949. godine kada je naučnik Donald Heb (Donald Hebb) objavio svoju knjigu “The Organization of Behavior” [151]. Njegov čuveni postulat je bio da se sinaptičke veze unutar mozga konstantno menjaju kako jedna osoba stiče iskustvo. Heb je tvrdio da sve veze unutar mozga imaju različite vrste i stepene intenziteta pobude u zavisnosti od frekventnosti i jačine kojom se preko njih prenose značajne informacije. Drugim rečima, želeo je da istakne da se sinapse ili jačaju ili slabe u zavisnosti da li se neuroni simultano aktiviraju i da

upravo ove promene imaju glavnu ulogu u skladištenju informacija. Ovo je kasnije i potvrđeno u [145]. Ovo pravilo, poznato i kao Hebovsko pravilo (eng. Hebb rule), predstavlja prvi zakon učenja neuralnih mreža i osnovno pravilo za učenje neuralnih mreža u svim knjigama današnjice. Iako je Hebov rad stekao veliki broj sledbenika u tom periodu, pokazalo se da istraživači tog doba i nisu bili posebno zainteresovani da dalje razvijaju ovaj koncept.

Pedesete i šezdesete godine prošlog veka se opravdano smatraju uzlaznim dobom neuralnih mreža. Tokom ovog perioda pristupi za dizajn neuralnih mreža su počeli ubrzano da se razvijaju a prvi veliki pomak je koncept perceptrona koji je uveden od strane naučnika Frenka Rozenblata (Frank Rosenblatt) 1950. godine [152]. U osnovi, Rozenblatov perceptron je sofisticiraniji model neurona koji je razvijen od strane Mekuoka i Pitsa i isprva je trebalo da bude alat za detekciju ponašanja odnosno klasifikator šema. Suštinski, perceptron je MCP neuron gde se ulazi prvo preprocesiraju kroz određene asocijativne jedinice koje detektuju prisustvo njihovih specifičnih karakteristika. Tačnije, prema Rozenblatu, perceptron predstavlja mrežu sa tri sloja gde srednji sloj poseduje asocijativne jedinice i vrši obradu ulaznog signala [148]. Nedugo zatim, pokazane su i osnovne mane ovog koncepta, među kojima je i nemogućnost razlikovanja klasa koje nisu linearno različite na šta su ukazali naučnici Marvin Minski (Marvin Minsky) i Sejmur Papert (Seymour Papert) u svom radu objavljenom 1969. godine [153]. Tako je pokazano da na primer problem realizacije XOR funkcija nije mogao da se implementira na ovaj način [146]. Frenk Rozenblat je ipak nastavio sa svojim radom i zajedno sa istraživačem Čarlsom Vajtmanom (Charles Wightman) 1958. godine uspeo da unapredi ovaj koncept kreiranjem prvog pravog neuroračunara. Paralelno sa njma, naučnik Bernard Vidrov (Bernard Widrow) sa svojim studentom Tedom Hofom (Ted Hoff) je 1960. godine na Univerzitetu Stanford razvio novi tip poznat kao ADALINE (*Adaptive Linear Neuron* a kasnije *Adaptive Linear Element*) koji predstavlja jednoslojnu neuralnu mrežu koja je slična MCP neuronu sa naprednijim načinom učenja [145].

Tokom sedamdesetih godina prošlog veka, uprkos uspesima i entuzijazmu u prošloj deceniji, dolazi do perioda stagnacije u razvoju neuralnih mreža. Primetan pad interesovanja je bio posledica nedostatka (dostupnosti) moćne eksperimentalne opreme (snažnih računara) kao i obeshrabrenost da postojeći modeli neuralnih mreža (tj. jednoslojne mreže) i njihova pravila za učenje nisu mogla da reše kompleksne računarske probleme. Sami istraživači nikako nisu mogli

da pronađu način da prevaziđu ove slabosti i sedamdesete godine se smatraju „tihim“ što se tiče razvoja neuralnih mreža. Iako su mnogi od njih čak napuštali ova istraživanja [145], na sreću određen broj naučnika je i dalje radio na poboljšanju performansi i rešavanju problema koji se paralelno procesiraju pomoću računara. U ovom talasu istraživača trebalo bi istaći Grosberga (Grossberg), Kohonena (Kohonen), Parkera (Parker), Verbosa (Werbos), Amarija (Amari) i druge. Značajno je pomenuti 1982. godinu i istraživača Kohonena koji je uveo pojam samo-organizujuće mape [154]. Ove mape koriste takozvano nenadgledano obučavanje (eng. *Unsupervised training*) za primenu u pretrazi podataka, obradi slika itd. U ovom periodu, pokrenut je i veliki novi program sa tehnologijom neuralnih mreža koju je finansirala američka vojna agencija DARPA (eng. *Defense Advanced Research Projects Agency*) [155]. Ovaj program se bavio obradom kompleksnih informacija u realnom vremenu sa ciljem kreiranja tehnologije koja bi predstavljala moćan alat za širok spektar vojnih ali i komercijalnih aplikacija.

Osamdesete godine prošlog veka se smatraju periodom revitalizacije razvoja neuralnih mreža. Kao što je napomenuto, stagnacija istraživanja u prošloj deceniji je bila posledica slabosti neuralnih mreža da reše određene funkcije kao i nedostupnost moćnih računara. Tokom osamdesetih godina, ove prepreke su prevaziđene a za veliki iskorak su se pobrinuli Džon Hopfield (John Hopfield) koji je povezoao neuralne mreže sa fizičkim sistemima (tzv. Hopfieldova mreža koja se sastoji od simetričnih sinaptičkih veza i višestrukih povratnih petlji) i Bart Kosko (Bart Kosko) koji je započeo primenu ove logike u računarskim sistemima [156]. Značajno je napomenuti i rad istraživača Rumelharta (Rummelhart), Hintona (Hinton) i Viliijamsa (Williams) iz 1986. godine u kojem je predstavljeno otkriće algoritma sa propagacijom unazad (eng. *backpropagation algorithm* BP) [157]. Ovo se pokazalo kao ključno za oživljavanje privremeno zaboravljenih neuralnih mreža. Iako su pomenuti istraživači dobili priznanje za ovaj rad, pokazalo se da je još 1974. godine naučnik Vebos uveo termin “*error backpropagation*” u svojoj doktorskoj tezi [158]. Upravo ovaj algoritam je do danas ostao najuticajniji algoritam za učenje prilikom treniranja višeslojnih perceptrona i o njemu će kasnije biti više reči. Trebalo bi napomenuti da su ovaj tehnologiji put prokrčili i vodeći američki univerziteti koji su u nastavu uveli istraživanje neuralnih mreža i time omasovili njihovu primenu i motivisali mnoge mlade naučnike za dalji razvoj.

Devedesetih godina prošlog veka došlo je do prave eksplozije zainteresovanosti za neuralne mreže. Sve više i više istraživača različitih disciplina počelo je da se interesuje za ove alate, a samim tim počeo je da raste broj konferencija, časopisa i knjiga vezanih za njihova istraživanja.

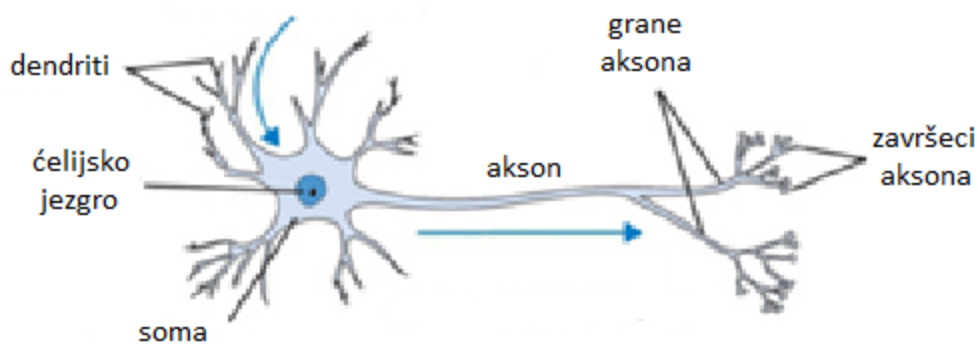
Danas, razvoj veštačke inteligencije i neuralnih mreža sagledavamo kroz međusobnu interdisciplinarnost matematike, fizike, neurologije, anatomije, teorije obrade signala i sličnih naučnih disciplina. Skoro da više nema oblasti gde se veštačka inteligencija i neuralne mreže ne mogu uspešno primeniti [145], [159]. Shodno tome, iako su se prva istraživanja ovih alata davno pojavila, može se reći da je ovo ipak mlada disciplina i da postoji još neistraženih mogućnosti njene primene koja čeka sve motivisane istraživače.

3.2 Pojam neuralne mreže

3.2.1 Analogija sa biološkim neuronom

Veštački neuron se najbolje može ilustrovati analogijom sa biološkim neuronom i funkcionisanjem ljudskog mozga. Kako bismo izdvojili neke interesantne podatke, navešćemo da se ljudski mozak sastoji od 10^{10} neurona, od kojih svaki radi brzinom od 100Hz. Na ovaj način, mozak predstavlja gusto povezanu električnu prekidačku mrežu sa mnogobrojnim biohemijskim procesima koji služe kao okidači. Imajući ovo u vidu, moćne sposobnosti ljudskog mozga kao što su pamćenje, prisećanje, povezivanje, interpretacija i razumevanje (rezonovanje) su od davnina bili kandidati za modelovanje i simulaciju. Jednu od najzanimljivih definicija koja opisuje ovu analogiju dao je naučnik Sajmon Hejkin (Simon Haykin) (1994) „*Neuralna mreža je masivni paralelno distribuirani procesor koji ima prirodnu sklonost za skladištenje iskustvenog znanja i njegovu dostupnost za korišćenje. Ona liči na mozak na dva načina: mreža stiče znanje kroz proces učenja a interneuronske veze poznate još kao sinaptičke težine se koriste za skladištenje tog znanja.*“ [145].

Neuralna mreža je zasnovana na biološkom neuronu koji se sastoji od tri komponente koje su od posebnog značaja za razumevanje njenog ponašanja: dendrita, some i aksona (eng. *dendrites, soma, axon*). Svi neuroni imaju istu strukturu, nezavisnu od njihove veličine. Osnovni biološki neuron adaptiran od strane naučnika Bele (Belae) i Džeksona (Jakson) (1990) je prikazan na Slici 3.1 [160]. Ako se ima u vidu ova ilustracija, nije teško naslutiti funkcije neuronskih delova. Dendriti su delovi koji primaju signale od susednih neurona pri čemu su signali električni impulsi koji se prenose preko sinaptičke veze, a sve preko različitih hemijskih procesa. Sinapsa je veza između neurona gde se njihove membrane blago dodiruju i prenose signal od jednog ka drugom neuronu preko hemijskih neurotransmitera. Soma ili ćelijsko telo prikuplja sve signale, obrađuje ih i transmituje preko svojih aksona ka drugim ćelijama. Akson je dugo vlakno preko kojeg biološki neuron prenosi svoje izlazne signale ka drugim neuronima. Ova analogija neuralne mreže sa biološkim neuronom je posebno obrađena kako bi se istakla činjenica da su neuralne mreže računarski algoritmi koji prate obradu informacija na isti način kao što rade biološki neuroni u nervnom sistemu. Naime, oni uče iz prošlosti kako bi prognozirali budućnost i mogu da ponude rešenje za probleme gde su eksplicitni algoritmi i modeli nesposobni ili previše glomazni za dobijanje rešenja.



Slika 3.1 Biološki neuron.

Ako se ima u vidu prethodno predstavljena analogija, može se smatrati da veštački neuron funkcioniše u tri koraka:

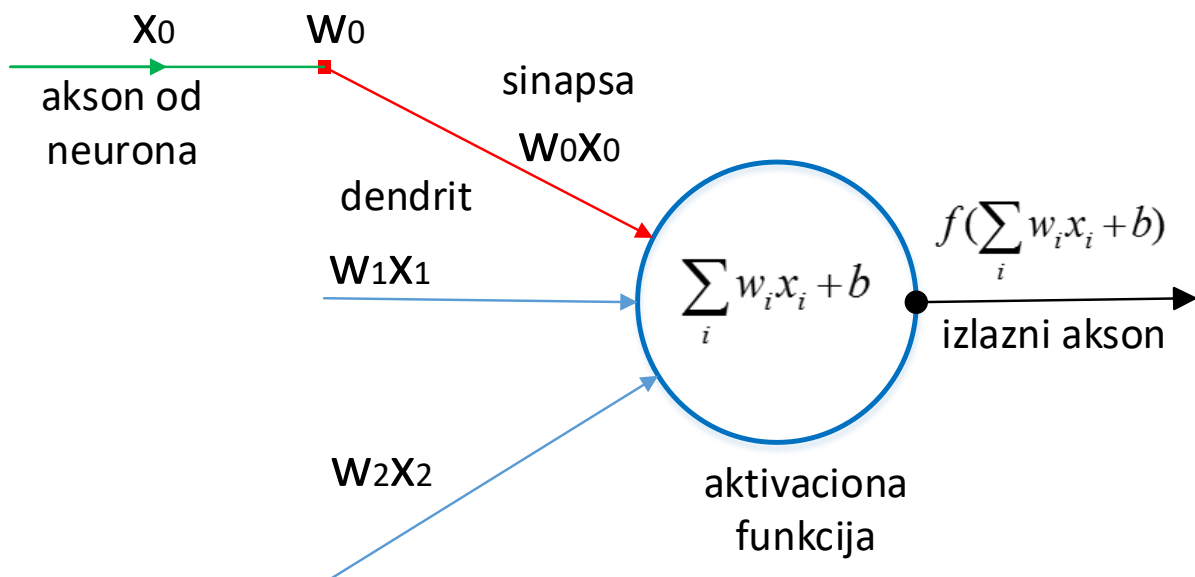
- korak integracije tokom kojeg se svi ulazi u njega množe određenim težinskim faktorom,
- obrada signala koja podrazumeva transformisanje ovih proizvoda u nelinearnu funkciju (u zavisnosti od tipa izlaza koji mreža treba da generiše),
- propagacioni korak koji podrazumeva propagiranje izlaza ka narednim neuronima.

Stoga, izlaz jednog neurona se matematički definiše sledećim izrazom:

$$y = f\left(\sum_i w_i x_i + b\right) \quad (3.1)$$

gde su x_i ulazi, $f(x)$ aktivaciona funkcija, w_i težinski parametri a b odstupanje (eng. *bias*).

Matematički model neurona je prikazan na Slici 3.2 [160].



Slika 3.2 Matematički model neurona.

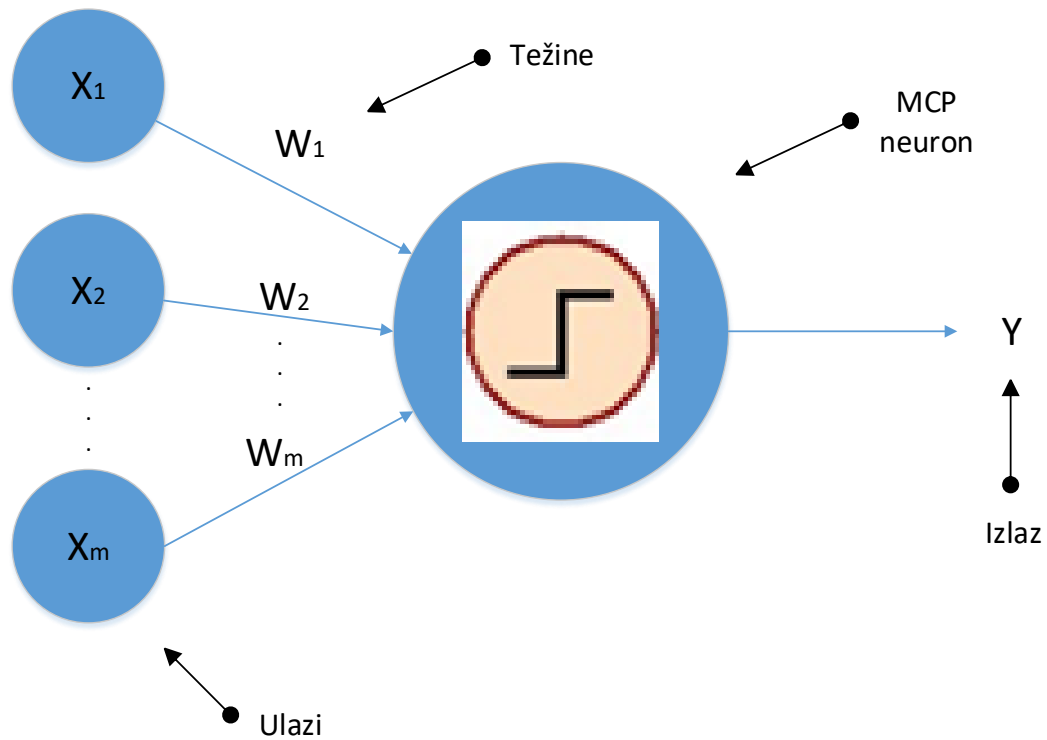
Prateći paralelu između neuralnih mreža i ljudskih neurona, dolazi se do zaključka da neuralne mreže kopiraju ljudski nervni sistem formirajući složen sistem odlučivanja na osnovu iskustva i logike koju steknu iz faze učenja kojoj su podvrgnuti [145]-[147]. Konkretno, veštački neuron teži da prilikom procesa učenja memoriše podatke od interesa i da primeni u nekoj konkretnoj situaciji i na osnovu stečenog znanja donese konačnu odluku [161]. Stoga, može se reći da su neuralne mreže u jednu ruku “naslednici” bioloških sistema jer mogu da se “recikliraju” tj. da se primene na različite vrste ulaznih podataka i iskoriste u različitim oblastima primene a ne samo u konkretnim zadacima nakon kojih se odbacuju [145], [146], [148].

3.2.2 Koncept neuralne mreže

Imajući u vidu prethodno poglavlje, jasno je da su algoritmi neuralnih mreža nastali iz pokušaja oponašanja rada ljudskog mozga, odnosno načina na koji on uči, klasifikuje i spoznaje. Ovde ne treba zaboraviti da imajući u vidu velike količine podataka koje mozak svakodnevno obrađuje, oponašanje mozga predstavlja veoma zahtevan proces. Zato i ne čudi da je tek relativno skoro napredak tehnologije omogućio intenzivno korišćenje neuralnih mreža kao alata za analizu signala jer je prethodno bilo neophodno napraviti „okolinu“ koja će podržati zahtevne operacije koje su neuralne mreže u stanju da obave.

3.2.2.1 MCP neuron

Kako bi se stekao uvid u detaljan koncept neuralne mreže, počeo se od naučnika Mekuloka i Pitsa koji su 1943. godine objavili jedan od prvih radova na ovu temu. U svom radu, oni su opisali neuron praga (eng. *threshold neuron*) kao model kojim bi se moglo objasniti kako ljudski mozak skladišti i obrađuje informacije (Slika 3.3) [162].



Slika 3.3 MCP neuron [162].

Svi ulazi u MCP neuron se kombinuju u jedinstveni broj Z , koristeći težinsku sumu:

$$Z = \sum_{i=1}^m w_i x_i - \mu \quad (3.2)$$

gde je w_i težina povezana sa i -tim ulazom x (atribut ulaza), simbol μ bias (u literaturi poznat i kao *intercept*). Težine i bias se procenjuju tokom treniranja mreže. Po Mekulokovom i Pitsovom opisu, neuron ne daje odgovor na svoj ulaze osim ako Z nije veće od nule odakle je i potekao sam naziv neuron praga. Ukoliko je Z veće od nule onda je izlaz iz neurona jednak 1, u suprotnom je 0:

$$Y = \begin{cases} 0, & Z \leq 0 \\ 1, & Z > 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

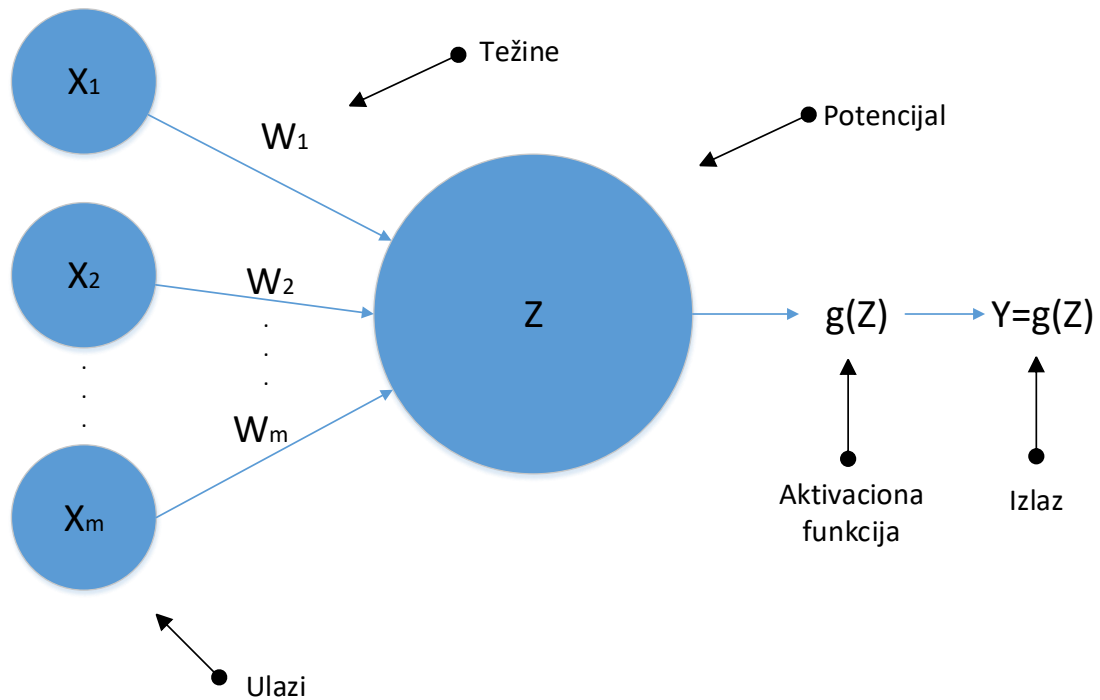
gde je Y izlaz iz MCP neurona. Iz ovoga se vidi da MCP neuron naglo menja izlaz u zavisnosti da li je veličina Z prešla prag, te se zato ovo MCPovo ponašanje mapiranja često poistovećuje sa jediničnom funkcijom koja mapira neuronski potencijal Z u neuronski izlaz Y [162].

U periodu posle 1943. godine, odnosno neposredno nakon otkrića MCP neurona, zanimanje za Mekulokovu i Pitsovu neuralnu mrežu je uglavnom bilo ograničeno na teoretske diskusije, kao što su npr. one od Heba (1949. godina) o učenju, memoriji i strukturi mozga koje su trajale sve do otkrića Rozenblatovog perceptrona 15 godina kasnije [162].

3.2.2.2 Perceptron

Naučnik Frenk Rozenblat je 1958. godine proširio Mekulokov i Pitsov neuron praga menjajući jediničnu funkciju sa kontinualnom funkcijom koja mapira Z u Y . Ovaj neuron je dobio naziv *perceptron* i za razliku od MCP neurona bio je diferencijabilan, sa pojednostavljenim algoritmom treniranja i proizvodio je analogni izlaz (za razliku od MCP binarnog izlaza). Kao i kod neurona praga, Rozenblatov perceptron počinje tako što računa težinsku sumu ulaza

$Z = \sum_{i=1}^m w_i x_i - \mu$ odnosno potencijal perceptrona na osnovu kog se računa analogni izlaz. Ovde je prvi put uveden pojam aktivacione funkcije, odnosno funkcije koja se koristi za računanje potencijala i dobijanje krajnjeg izlaza. Rozenblatov perceptron je prikazan na Slici 3.4 [162].



Slika 3.4 Perceptron [162].

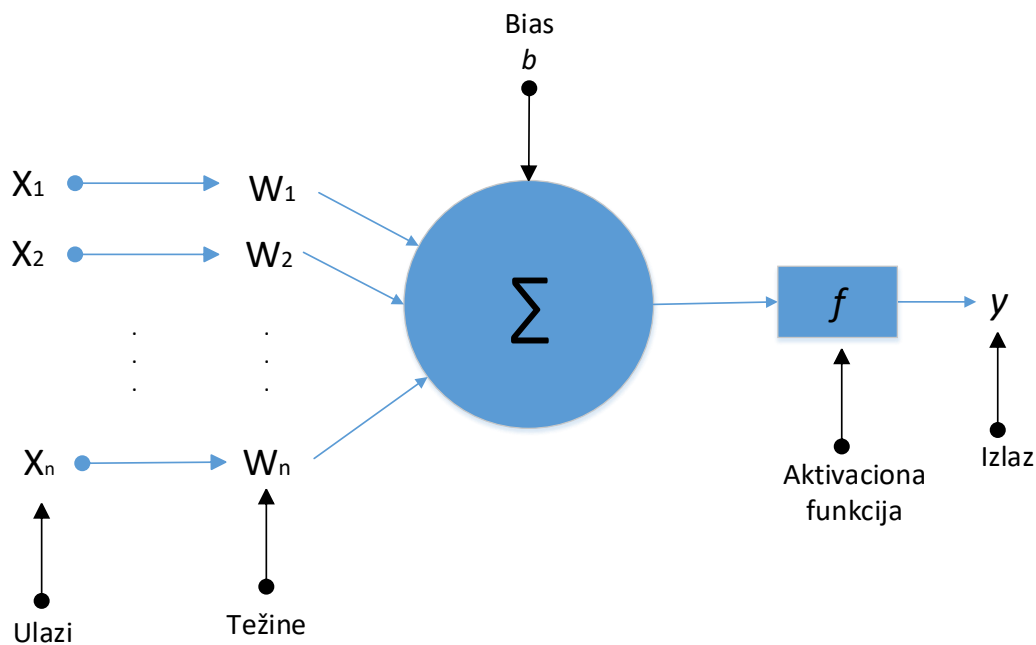
Kao što je prikazano na Slici 3.4, Rozenblatov perceptron se sastoji od sledećih komponenti [162]:

- ulaza X_i koji mogu biti sirovi (neobrađeni) podaci ili izlazi iz drugog perceptrona,
- ulaznih težina w_i čije se vrednosti setuju prilikom procesa treniranja,
- potencijala $Z = \sum_{i=1}^m w_i x_i - \mu$ gde je μ bias,
- aktivacione funkcije $g(Z)$ koja mapira potencijal na izlaz perceptrona, i
- izlaza $Y=g(Z)$.

3.2.2.3 Veštački neuron

Današnji veštački neuroni predstavljaju osnovne jedinice građe neuralnih mreža i fundamentalni su za njeno funkcionisanje. Veštački neuroni se ponašaju kao mali procesori;

primaju, obrađuju i šalju podatke između sebe formirajući splet međusobno povezanih veza koje oponašaju rad mozga. Na Slici 3.5 je prikazan veštački neuron kao sastavna jedinica građe neuralne mreže [10], [145], [163]. Primetan je visok stepen sličnosti između veštačkog neurona i Rozenblatovog perceptrona.



Slika 3.5 Model veštačkog neurona.

Slično kao kod biološkog neurona, model veštačkog neurona je predstavljen sledećom ulazno-izlaznom jednačinom:

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n x_i w_i + b\right) \text{ odnosno} \quad (3.4)$$

$$y = b + w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n \quad (3.5)$$

gde je y izlaz, b bias, f aktivaciona funkcija, $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ težinski faktori, dok su $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ulazi.

Imajući u vidu ranije predstavljenu matematičku definiciju biološkog neurona, nije teško razumeti veštački neuron u okviru neuralnih mreža. Ulaz je predstavljen kao vektor $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ulaznih vrednosti iz spoljašnjeg sveta, vezu između ulaza i neurona karakterišu odgovarajući težinski faktori dok aktivaciona funkcija kontroliše amplitudu (jačinu) izlaza neurona.

Neuron karakterišu tri glavne komponente:

- **Težinski faktori:** faktori koji imaju sličnu funkciju kao sinaptičke veze kod biološkog neurona. Najbolje se mogu shvatiti ako se pođe od neurona koji primaju ulazne vrednosti iz spoljašnjeg sveta i ako se ima u vidu da svaka ulazna vrednost ima svoj težinski faktor koji karakteriše intenzitet te veze odnosno predstavlja uticaj ulaza na funkciju sabiranja/sumacije (eng. *summation function*). Matematički gledano, skup težinskih faktora predstavlja matricu koja memoriše znanje iz skupa podataka (iako se ovi faktori u npr. ekonometrijskim modelima predstavljaju koeficijentima).
- **Funkcija sumacije:** ova funkcija se bavi unutrašnjim proizvodom ulaznog vektora i težinskih faktora a kao rezultat daje jednu vrednost (skalar). Matematički gledano, ovom funkcijom se meri “sličnost” ulaznih vrednosti i težina.
- **Aktivaciona funkcija:** ova funkcija predstavlja suštinski deo neuralne mreže a u literaturi je poznata i kao funkcija prenosa. Služi za transformisanje rezultata funkcije sumacije, a sve u zavisnosti od potreba izlaza. S obzirom da predstavljaju važan aspekt neuralne mreže, aktivacionim funkcijama će biti posvećeno posebno poglavlje (3.2.4).

3.2.3 Arhitektura i organizacija neuralne mreže

Koncept građe i unutrašnje komunikacije u neuralnoj mreži je sledeći [148]: Osnovna jedinica građe neuralne mreže jesu neuroni u okviru kojih se obrađuju informacije i koji se nalaze

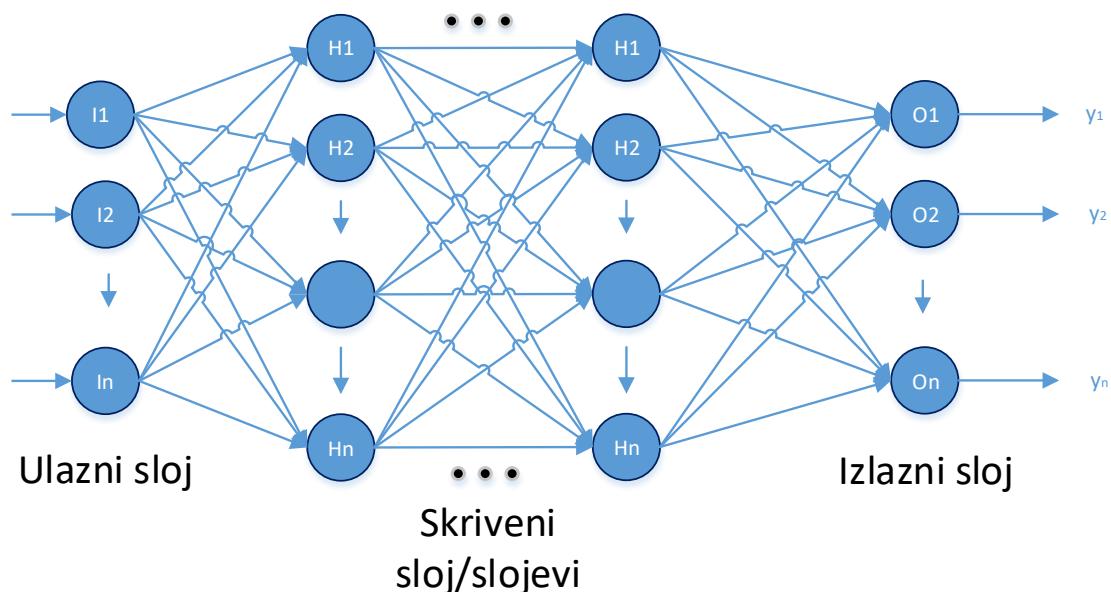
grupisani u posebnim grupama koji se nazivaju slojevi. Neuroni u okviru slojeva su paralelni i ne postoji komunikacija između neurona istog sloja. Signal (informacija) se prosleđuje između neurona susednih slojeva preko posebnih veza pri čemu svaka veza ima određenu težinu kojom se množe signali koji se njome prenose. Naravno, u samom neuronu postoji aktivaciona funkcija koja utvrđuje vrednost signala koji se prenosi. Stoga, neuralnu mrežu karakteriše sledeće:

- Šema veza između neurona koje povezuju specifične ulaze sa izlazima (arhitektura neuralne mreže);
- Procedura podešavanja težina tj. algoritam za treniranje/učenje;
- Aktivaciona funkcija.

Arhitektura neuralne mreže podrazumeva način grupisanja neurona odnosno realizaciju posebnih načina njihovog povezivanja u okviru mreže. Kao što je rečeno, neuroni su grupisani u slojeve [164], pri čemu svaki sloj ima određenu funkciju, pa se tako razlikuju ulazni, izlazni i skriveni slojevi [146], [162]. Ulazni sloj je sloj koji uvodi ulazne podatke u neuralnu mrežu; skriveni sloj je sloj koji obrađuje podatke na određeni način i realizuje zadatu funkciju dok je izlazni sloj onaj koji daje rezultat odnosno izlaz. Generalna pravila koliko koji sloj treba da sadrži neurona ne postoje, već zavise od istraživača i samog zadatka ispred njega. Ovde će se istaći ona pravila koja su prisutna kod većine istraživača i koja, po nama, daju najbolje rezultate. Tako na primer, skoro svi naučnici podržavaju stav da ulazni sloj treba da sadrži onoliko neurona koliko i ulaza, u zavisnosti od modela ulaznih podataka [165]. Za izlazni sloj važi isto pravilo (onoliko neurona koliko izlaza). U zadatku u disertaciji to je broj odbiraka niza koji se prediktuje. Najveća nedoumica kod arhitekture neuralne mreže jeste upravo broj skrivenih slojeva i količina neurona u njima. Naime, pokazano je da npr. mreža sa tri sloja, tj. mreža sa jednim skrivenim slojem može da reši skoro svaki nelinearni problem [166], a ovo je takođe podupreto stavom istraživača da se neuralne mreže trebaju dizajnirati što je jednostavnije moguće [166]. Što je manje neurona, manje je algebarskih operacija i kraća su vremena za treniranje. Na osnovu ovoga, a imajući u vidu i testove sprovedene u okviru ove teze koji su pokazali da dodavanje više od jednog skrivenog sloja

nije dovelo do poboljšanja performansi, mi smo takođe zaključili da je ova konstatacija ispravna i da je većina problem rešiva sa mrežom od jednog skrivenog sloja. Što se tiče broja neurona u okviru skrivenog sloja, on sadrži proizvoljan broj i uglavnom je predmet testiranja, odnosno određuje ga sam istraživač po svom nahođenju. Često primenjivano pravilo za broj skrivenih neurona jeste Okamov princip oštice tj. njihovo setovanja na polovinu ukupnog broja ulaznih i izlaznih neurona. Neki istraživači takođe tvrde da povećanje broja skrivenih čvorova ili dodavanje skrivenih slojeva ne dovodi do povećanja mrežnih performansi [10]. Treba napomenuti da ukoliko su ulazni podaci linearni, skriveni sloj nije potreban. Sa druge strane, za nelinearne probleme ne samo da je skriveni sloj neophodan nego i njegov dizajn postaje najvažniji deo konstrukcije neuralne mreže.

Za arhitekturu neuralnih mreža se uglavnom koriste notacije uvedene u [9] gde se broj neurona u slojevima označava po prvim slovima engleskih reči I-H-O (*input – hidden – output*, primer: 6-3-1: 6 ulaznih čvorova, 3 skrivena čvora, 1 izlazni čvor). Ovih notacija će se pridržavati i u nastavku disertacije. Ilustracija slojevite arhitekture neuralne mreže je data na Slici 3.6



Slika 3.6 Prikaz slojevite arhitekture neuralne mreže.

3.2.4 Aktivaciona funkcija

Kao što je pomenuto u prethodnim poglavljima, aktivacione funkcije su funkcije prenosa neurona koje oslikavaju njihovo ponašanje na informaciju koju obrađuju. Iako ima veliki broj funkcija koje mogu imati ulogu u neuronima neuralne mreže, ne postoje pravila niti bilo kakav sistemski pristup kod njihovog odabira. Analizom literature zaključuje se da se one uglavnom biraju tako da limitiraju opseg izlaza neurona na intervale $[0,1]$ ili $[-1,1]$, a koja funkcija će biti izabrana zavisi od samog istraživača, problema analize i samog signala koji se procesira. Na primer, neka preporuka dobijena analizom radova je da većina istraživača preporučuje korišćenje tan-sigmoidalne funkcije za neurone skrivenog sloja, dok se za neurone izlaznog sloja uglavnom koristi linearna funkcija prenosa [20]. Nabrojaćemo neke od najčešće korišćenih aktivacionih funkcija:

- **Linearna aktivaciona funkcija** (funkcija identiteta): na izlazu daje isti broj koji je i uveden u neuralnu mrežu (kao da aktivacione funkcije nema).
- **Odskočna Hevisajdova funkcija**: tvrda ograničavajuća funkcija (eng. *hard limit*) odnosno funkcija praga koja konvertuje ulaze u vrednost 0 ukoliko je sumirani ulaz manji od 0 i 1 ukoliko je sumirani ulaz veći ili jednak 0. Ova promena sa 0 na 1 se smatra trenutnom i kao takva ne može se u potpunosti realizovati realnim sistemima. Ova funkcija je uvedena još 1943. godine u MCP neuronu (poglavljje 3.2.2) i simbolično je označavala aktivno odnosno neaktivno stanje neurona. Iako deluje poprilično jednostavno, ona predstavlja efikasno rešenje za mnoge probleme gde pojednostavljenje modela predstavlja ključnu tačku.
- **Simetrična zasićena funkcija**: slična odskočnoj funkciji, često korišćena funkcija koja predstavlja aproksimaciju nelinearnog pojačavača.
- **Log-sigmoidalna funkcija**: pripada grupi sigmoidalnih funkcija koje su veoma popularne aktivacione funkcije pre svega jer promenom jednog parametra utiču na nagib krive a time i direktno na izlazni signal. Log-sigmoidalna funkcija je kontinualna,

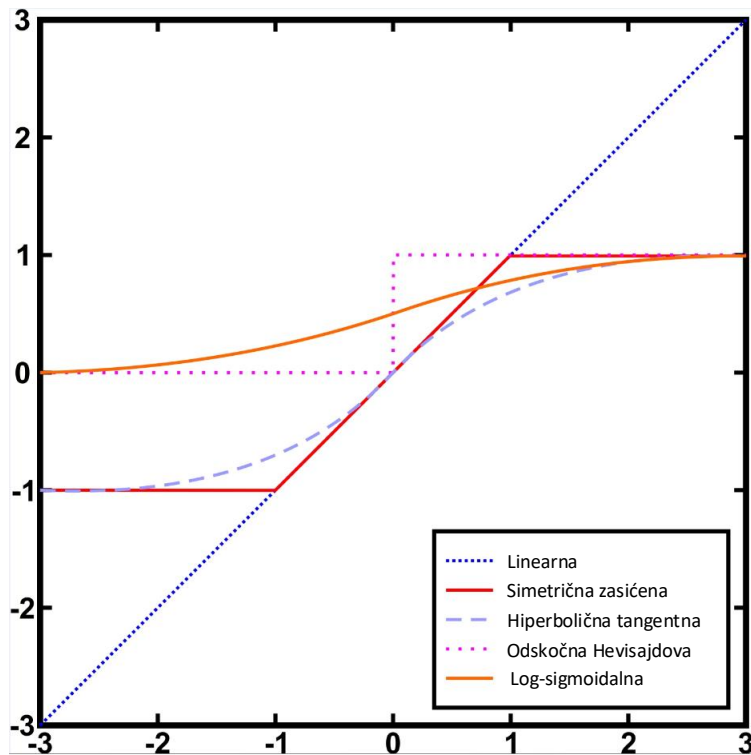
nelinearna, diferencijabilna, ulazi u zasićenje kako ide prema minimalnim odnosno maksimalnim vrednostima i zato predstavlja veoma moćnu funkciju.

- **Hiperbolična tangentna sigmoidalna aktivaciona funkcija:** funkcija poznata pod nazivom bipolarna sigmoidalna funkcija, veoma slična log-sigmoidalnoj funkciji ali sa generisanjem izlaza između -1 i 1. Za razliku od prethodne funkcije, izlaz je skocentrisan oko nule (eng. *zero-centered*) tako da je njena nelinearnost pogodniji izbor u odnosu na nelinearnost sigmoidalne funkcije.

Na Slici 3.7 su prikazane nabrojane aktivacione funkcije a njihove matematičke definicije su date u Tabeli 3.1 [10].

Tabela 3.1 Matematičke definicije aktivacionih funkcija.

Funkcija	Definicija	Opseg
Linearna funkcija	$f(x) = x$	$(-\infty, +\infty)$
Odskočna funkcija	$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$[0, +1]$
Simetrična zasićena funkcija	$f(x) = \begin{cases} +1, & x > +1 \\ x, & -1 \leq x \leq +1 \\ -1, & x < -1 \end{cases}$	$[-1, +1]$
Log-sigmoidalna funkcija	$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	$(0, +1)$
Hiperbolična tangentna funkcija	$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	$(-1, +1)$



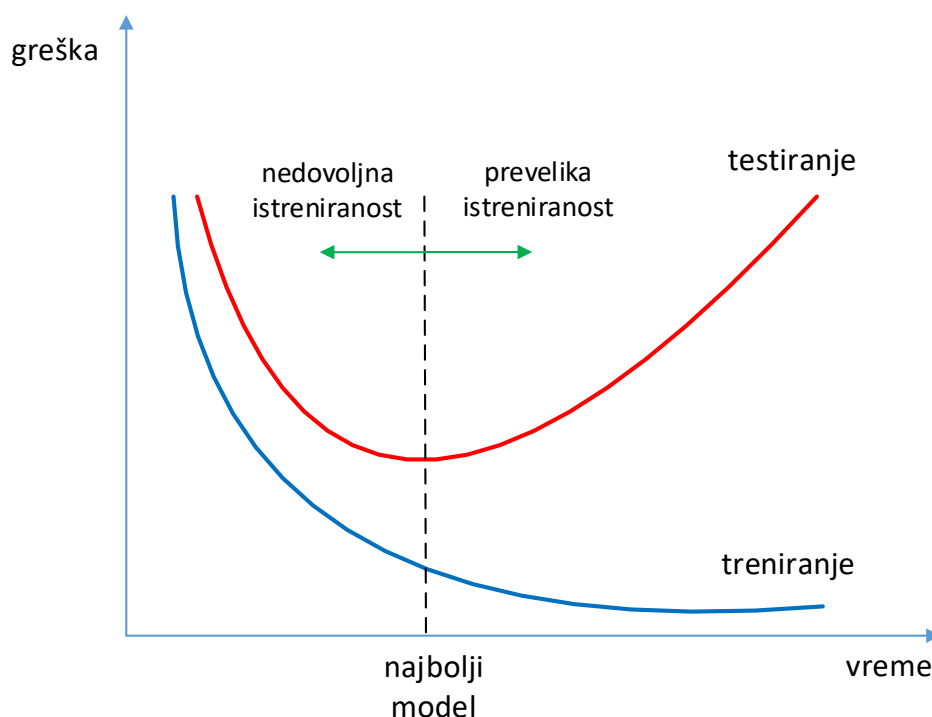
Slika 3.7 Aktivacione funkcije.

3.2.5 Učenje i generalizacija

Jednom kad se izabere broj slojeva i neurona, sledeći korak dizajna arhitekture neuralne mreže jeste pronalaženje optimalnih težinskih koeficijenata. Ova procedura procenjivanja vrednosti težina veza u neuralnoj mreži je poznata pod nazivom “učenje”, “obučavanje” ili još “treniranje”. Sposobnost učenja je posebna karakteristika neuralnih mreža koja ih razlikuje i izdiže u odnosu na druge tradicionalne pristupe [167] a obuhvata poređenje stvarnih i željenih izlaza u svrhu iterativnog podešavanja i uzastopnih korekcija težinskih koeficijenata sa ciljem minimizacije greške [161].

Treniranje mreže se vrši skupom ulaznih podataka koji se naziva skup za treniranje i zavisi od problema koji je dat mreži na rešavanje [168]. Ovaj skup bi trebalo da bude dovoljno velik da obuhvati sve reprezentativne i validne odbirke ulaznih podataka ali ne i prevelik kako mreža ne bi

podatke „naučila napamet“ i produkovala neprecizan rezultat. Prilikom treniranja, česti problemi sa kojima se susreću istraživači jesu problem prevelike istreniranosti (eng. *overfitting*) ili nedovoljne istreniranosti (eng. *underfitting*). Nije teško zaključiti da je prilikom ove faze, ključno biti pažljiv sa treniranjem ali i napraviti dobar balans i ne „zaći“ ni u jednu od ove dve faze. **Nedovoljna istreniranost** znači da neuralna mreža nije uspela da uhvati osnovne šablone i šeme u podacima iz treniranja i da stoga slabo radi na novim odbircima ulaznih podataka. U ovim situacijama, mreža nije u stanju da odreaguje kako treba na ulazni signal odnosno ne može da „razume“ šta se od nje zapravo traži. Ovo se donekle može izbeći dodavanjem skrivenih čvorova i ponovim treniranjem ali i to uz rizik naknadnog pretreniranja [10]. Sa druge strane, **prevelika istreniranost** znači da je neuralna mreža previše istrenirana na šum iz podataka za treniranja i sa sobom nosi rizik loših performansi kada određene podatke „vidi“ po prvi put. Ovaj problem može se izbeći ograničavanjem broja skrivenih čvorova i ranim zaustavljanjem procesa treniranja, ali opet bez čvrstih garancija za uspeh [10]. Na Slici 3.8 je prikazan problem prevelike i nedovoljne istreniranosti gde je jasno ilustrovan disbalans između povećanja greške prilikom treniranja i paralelnog smanjenja greške prilikom testiranja [10]. Generalni zaključak jeste da sem neke istraživačke intuicije konkretna rešenja za ove probleme ne postoje.



Slika 3.8 Kompleksnost modela – problemi prevelike i nedovoljne istreniranosti.

Pored pravilnog načina treniranja, važan korak u ovoj fazi je biranje validnog skupa za treniranje, odnosno skupa koji sadrži dovoljnu i reprezentativnu količinu podataka koju mreža može da prihvati i da se na osnovu nje istrenira. Imajući sve prethodno rečeno u vidu, zaključak je da je proces treniranja složen problem sa velikim uticajem na performanse mreže i zato se ova faza smatra najosetljivijom u dizajnu neuralne mreže [148].

3.2.5.1 Vrste treniranja neuralne mreže

Neuralne mreže se treniraju prema odgovarajućoj vrsti učenja. Proces učenja se javlja kada mreža menja odnosno modifikuje težine veza svojih čvorova (komponenta) a sve kako bi ih, u zavisnosti od zadatka, približila željenom izlazu ili rešenju problema. U literaturi su poznati

mnogobrojni načini treniranja neuralnih mreža, a mi ćemo navesti podelu koja se pojavljuje kao zajednička kod većine autora:

- **Nadgledano ili nadzirano (eng. *supervised*) učenje:** kod ove vrste učenja, neuralnoj mreži su „poznati“ i ulazni podaci i željeni izlazi. Na osnovu svih ovih podataka, neuralna mreža uči i donosi zaključke o vezama između njih pri čemu se koristi greška formirana na osnovu odnosa željene vrednosti (eng. *target*) i izlaza na osnovu koje se vrši podešavanje težina tokom treniranja [149]. Predstavnik ovakvog učenja je algoritam sa propagacijom unazad.
- **Nenadgledano ili nenadzirano (eng. *unsupervised*) učenje:** kod ove vrste učenja, neuralna mreža je „upoznata“ samo sa ulaznim podacima na osnovu kojih pokušava da nauči i razume veze i da reši zadati problem. Ova vrsta učenja koristi samo ulazne informacije kako bi kategorizovala ulazne šeme pri čemu ne postavlja nikakve željene vrednosti (koje nisu čak ni dostupne) [149]. Ovo učenje je zastupljeno u Kohonenovoj samoorganizujućoj mapi.
- **Pojačano (eng. *reinforcement*) ili delimično nadgledano učenje:** ovo učenje predstavlja kombinaciju prethodna dva učenja, odnosno samostalno učenje sa povremenom povratnom spregom sa ocenom prethodnog rada. Ulazi u neuralnu mrežu se dobijaju od sredine, pri čemu neuralna mreža generiše izlaz koji se prosleđuje spolja. Sredina na to daje određeni odgovor na osnovu kog mreža opet podešava svoje parametre i ovo se radi sve dok se ne postigne stanje ravnoteže [156].

Pored gore navedenih, neki istraživači se drže i drugačije podele metoda treniranja neuralnih mreža, a u koje uglavnom spadaju hibridne varijante prethodno navedenih treniranja [145], [146].

3.2.5.2 Pravila za učenje

Pravila za učenje su matematički algoritmi koji diktiraju kako se težinski koeficijenti neuralne mreže menjaju tokom procesa učenja. U literaturi postoji veliki broj pravila za učenje a ovde će se izanalizirati neka najvažnija [169]:

- a) **Hebovo pravilo:** Ovo pravilo se smatra prvim pravilom za učenje u istoriji neuralnih mreža. Do njega je došao istraživač Donald Heb koji ga je i opisao u svojoj knjizi “*The Organization of Behavior*” 1949. godine [151]. Hebovo pravilo za učenje je zasnovano na biološkoj vezi dva neurona u mozgu: neuroni mogu biti u dva stanja – aktivnom ili neaktivnom. Ukoliko su oba neurona aktivna (matematički gledano imaju isti znak) u isto vreme, onda sinapsa (veza) između njih postaje jača. Ukoliko neuroni nisu aktivni u isto vreme, onda sinapsa slabi. Posmatrano iz drugog ugla, kad se preko neuronske veze prosleđuje značajna suma informacija, težinski koeficijent te veze ima veću vrednost i obrnuto, kad se nekom vezom retko prosleđuju informacije, ona polako “nestaje” i njen uticaj kod donošenja konačne odluke je sve manji [151]. Ova razlika u vezi između neurona je rezultat njihove eksitacije ili inhibicije (pobuđivanja ili potišnjavanja) i predstavlja stepen razlike u „bitnosti“ informacije i ovim neuron uči sa koje veze prima informacije i koju vezu treba da forsira. Praktično, Hebovo pravilo se može definisati kao nenadgledano pravilo za učenje gde se ne zahteva nikakvo predznanje o željenoj vrednosti izlaza.
- b) **Hopfieldov zakon:** Ovaj koncept je veoma sličan Hebovom sa akcentom na odnos jačanja i slabljenja veza. Princip se svodi na sledeće: ukoliko su željeni izlaz i ulaz aktivni ili oboje neaktivni istovremeno, veza se povećava za brzinu učenja, u suprotnom smanjuje se istim faktorom [170]. Brzina učenja je pozitivan broj sa vrednošću između 0 i 1.
- c) **Delta (Vidrov-Hofovo WH) pravilo za učenje:** Ovo pravilo je varijacija Hebovog pravila i poznato je i pod nazivom LMS (eng. *Learning Mean Square*) pravilo za učenje. Jedno je od najčešće korišćenih pravila i predstavlja prethodnika BP algoritma za višeslojne mreže (zbog važnosti biće mu posvećeno posebno poglavlje). Delta pravilo je zasnovano na ideji

modifikovanja jačine ulaznih veza kako bi se smanjila razlika (delta) između željene i stvarne izlazne vrednosti. Matematička osnova je treniranje kroz metod opadanja gradijenta kojim se pronalazi minimum funkcije srednjeg kvadratnog odstupanja i vrši modifikacija težinskih koeficijenata. Princip rada je sledeći: delta greška u izlaznom sloju se transformiše preko funkcije prenosa a zatim koristi u prethodnom neuralnom sloju kako bi se podesile težine. Drugim rečima, greška se propagira u prethodne slojeve sloj po sloj i ovaj proces se nastavlja sve dok se ne dođe do prvog sloja. WH pravilo se često koristi i pored očigledne mane spore konvergencije ka stabilnom stanju. Ovde je jako važno istaći dobro izabrane ulazne podatke za treniranje jer dobro koncipirani podaci vode konvergenciju mreže ka željenoj tačnosti što je osnovni cilj. Istraživač Meade (Meade) [171] je bio taj koji je posebno istakao ovu činjenicu pokazavši da su algoritmi za učenje onoliko dobri koliko su dobri podaci sa kojima oni barataju.

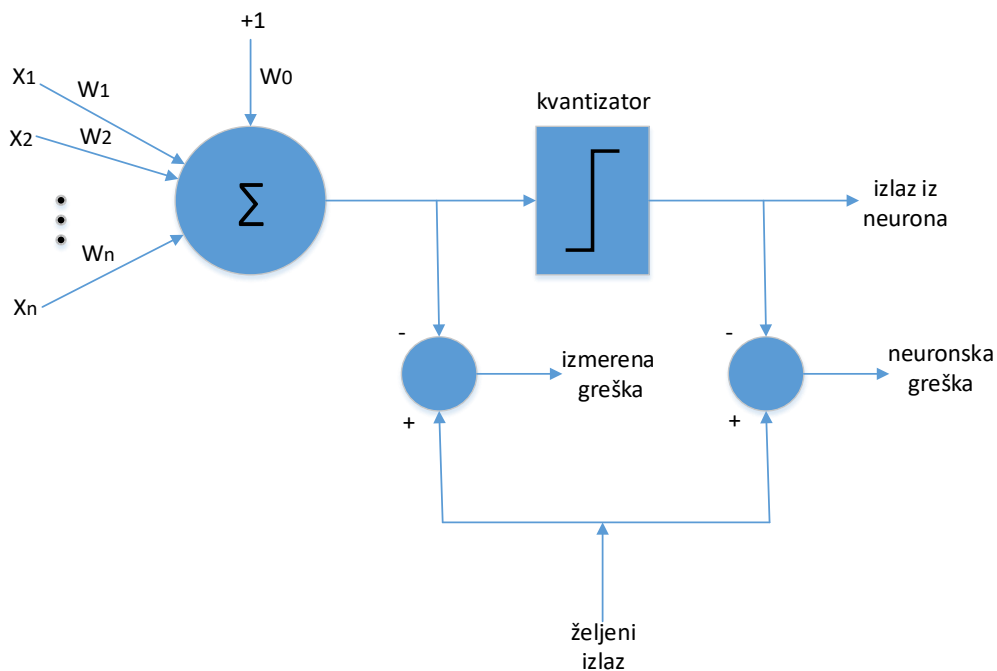
- d) **Kohonenovo pravilo za učenje:** Finski akademik Teuvo Kohonen (Teuvo Kohonen) je jedan od najpoznatijih istraživača neuro-računarstva, sa velikim doprinosom u ovoj oblasti koji se meri u vidu nekoliko novih mreža koje je izumeo [172]. Ukratko, princip učenja koje je on primenio i koje nosi njegovo ime je sledeći: elementi za obradu se takmiče za pravo da odgovore na dati skup ulaza tako da je u datom trenutku samo jedan neuron (ili samo jedan neuron po grupi) aktivan (odnosno “ON”). Taj element (element sa najvećim izlazom) se smatra “pobednikom” i dobija mogućnost inhibicije svojih “rivala” odnosno eksitacije svojih suseda.

3.2.5.3 Algoritam sa propagacijom unazad

S obzirom da će se u hibridnom modelu prezentovanim u okviru ove disertacije koristiti BP algoritam, smatrano je shodnim da se on posebno predstavi i izanalizira. Ova vrsta algoritma za učenje je kreirana na osnovu Vidrov-Hofovog algoritma i danas predstavlja najčešće korišćeni i najpopularniji algoritam za učenje neuralnih mreža [157].

Čuveni dvojac naučnika Vidrov i Hof su 1960. godine formulisali algoritam (kasnije poznat i pod nazivom „delta pravilo“) koji je služio za treniranje i upravljanje jednog neurona. Ovaj vid

treniranja je bio pogodan za rešavanje klasifikacionih problema koje nije bilo moguće linearno odvojiti. Na Slici 3.9 je predstavljen dijagram Vidrov-Hof-ovog algoritma.

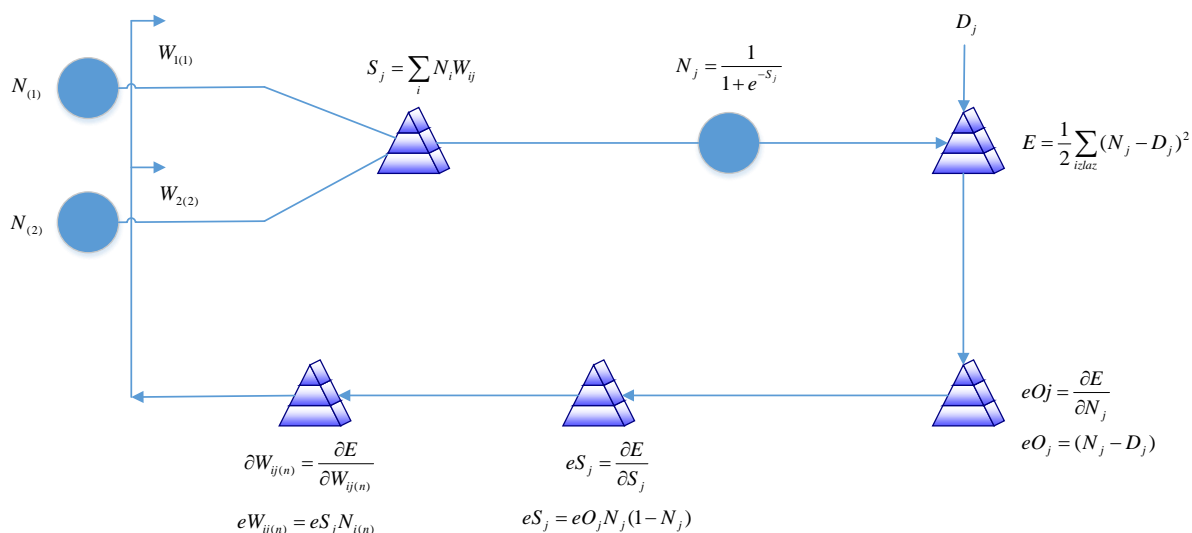


Slika 3.9 Vidrov-Hofov algoritam.

Uopšteno govoreći, princip rada BP algoritma se zasniva na sledećem konceptu: za svaki primer iz skupa za treniranje, koristeći predefinisano funkciju greške, algoritam računa razliku između stvarnih i željenih izlaza, tj. grešku. Greška se zatim prenosi unazad preko skrivenih čvorova pri čemu se vrši modifikacija težinskih koeficijenata ulaza (mreža se „adaptira“). Ovaj korak se ponavlja onoliko broj iteracija dok neuralna mreža ne iskonvergira ka minimalnoj grešci. Iako ovo učenje odlikuju nedostaci kao što su spora konvergencija, veliki broj iteracija i lako padanje u lokalni minimum, on i dalje uživa veliku popularnost kod većine istraživača. Kao alternativa, postoje i druge vrste unapređenih algoritama ali one neće biti dalje analizirane (npr. *Levenberg-Marquardt* (LM) algoritam [173]).

Detaljan princip BP algoritma je opisan putem matematičkih izraza, odnosno izvođenja koja su preuzeta iz rada Dara (Dhar) i Štajna (Stein) 1996 [174] a koja su temeljno izanalizirana u

[175] od strane istraživača Džejsona Kutsurelisa (Jason Kutsurelis). Svi izrazi se odnose na Sliku 3.10 koja oslikava jedan neuron, koji uči putem BP algoritma [175].



Slika 3.10 Veštački neuron sa BP učenjem.

Jednačina 3.6 opisuje ažuriranje težina W_{ij} od čvora N_i ka čvoru N_j gde t predstavlja broj puta koliko se mreža ažurira, λ takozvani parametar za učenje odnosno brzinu učenja (parametar koji kontroliše brzinu menjanja težina dok je mreža u procesu učenja):

$$W_{ij,(t+1)} = W_{ij,t} + \lambda(eW_{ij})(N_i) \quad (3.6)$$

Ukupni ulaz u čvor je opisan izrazom:

$$S_j = \sum_i N_i W_{ij} \quad (3.7)$$

gde je S_j suma svih ulaza u čvor, N_i je izlaz prethodnog čvora, a W_{ij} je težinska veza između i -tog čvora prethodnog sloja.

Ukoliko se kao aktivaciona funkcija koristi logistička funkcija (poglavlje 3.2.4), dobija se ukupni izlaz čvora:

$$N_j = \frac{1}{1 + e^{-S_j}} \quad (3.8)$$

Ukupna greška je predstavljena sledećim izrazom (D_j željeni izlaz izlaznog čvora j):

$$E = \frac{1}{2} \sum_{izlaz} (N_j - D_j)^2 \quad (3.9)$$

Princip rada dalje jeste da se izračunata ukupna greška prosleđuje unazad kako bi se minimizovala. Pojednostavljene diferencijalne jednačine korišćene za menjanje težina su navedene dole (izrazi u originalu se mogu naći na Slici 3.10).

Prvi korak je računanje greške za svaki izlazni čvor O_j . Ključna stavka ovih koraka je praćenje i identifikacija koliko se greška menja u odnosu na promene u svakom izlaznom čvoru:

$$eO_j = (N_j - D_j) \quad (3.10)$$

Drugi korak je računanje greške koja se modifikuje kako ulaz varira ka izlazu:

$$eS_j = eO_j N_j (1 - N_j) \quad (3.11)$$

Treći korak predstavlja podešavanje težina W_{ij} (iz N_i ka trenutnom čvoru N_j):

$$eW_{ij} = eS_j N_i \quad (3.12)$$

Računanje se prenosi na čvorove u nižim slojevima, pri čemu čvorovi nižih slojeva imaju ulogu izlaznih čvorova. Greške od svih ulaza ka skrivenom sloju se sabiraju. Dodatno, greška u skrivenom čvoru se računa tako što se ispituje koliko se greška skrivenih čvorova iznad skrivenog čvora menja u odnosu na promene u skrivenom čvoru. Izraz koji ovo opisuje je dat sledećim izrazom gde j predstavlja čvorove sloja iznad skrivenog sloja:

$$eH_i = \sum_j eS_j W_{ij} \quad (3.13)$$

Prethodni izrazi jasno uobličavaju koncept BP algoritma i njegova dva paralelna koraka: propagacija greške unazad rekurzivno kroz mrežu i podešavanje težina radi minimizovanje ukupne greške [174].

3.2.6 Topologija neuralnih mreža (vrste neuralnih mreža)

Dizajn neuralnih mreža zavisi od velikog broja parametara njene arhitekture, te stoga u literaturi postoje mnogobrojni kriterijumi klasifikacije neuralnih mreža [145], [147], [161]. U ovom poglavlju će biti navedeni neki od parametara na osnovu kojih se vrši podela neuralnih mreža, a na kraju će biti urađen detaljniji prikaz jedne od važnijih klasifikacija.

Neki od parametara za tipizaciju neuralnih mreža i odgovarajuće podele su:

- Broj slojeva:
 - Jednoslojne – veoma retko primenjivana vrsta neuralnih mreža, sastoje se od jednog ulaznog i izlaznog sloja. Usled svoje jednostavnosti, ne mogu da rešavaju nelinearne logičke probleme [153].
 - Višeslojne – često se primenjuju za većinu problema, pored ulaznog i izlaznog sloja sadrže i srednje odnosno skrivene slojeve [157]. Svaki neuron je povezan sa neuronom u sledećem sloju, tako da svaki od njih prima svoje ulaze direktno iz prethodnog sloja (sem u slučaju ulaznih čvorova).

- Vrsta obučavanja neuralnih mreža (detaljnije opisano u poglavlju 3.2.5):
 - Nadgledano učenje
 - Nenadgledano učenje
 - Pojačano ili delimično nadgledano učenje

- Vrsta podataka koje neuralna mreža obrađuje:
 - Analogne
 - Diskretne – skoro sve neuralne mreže su diskretne.

Iako će neko smatrati da je poslednja podela pomalo trivijalna i da su analogni signali stvar prošlosti, trebalo bi napomenuti da neuroni u mozgu zapravo rade više kao analogni nego kao digitalni i iz tih razloga smatramo da i ovu podelu treba istaći ovom prilikom.

Najinteresantnija i najkompleksnija podela neuralnih mreža jeste prema načinu propagacije signala unutar mreže i tu se razlikuju:

- Neuralne mreže sa propagacijom unapred (eng. *feedforward neural networks* FFNN)

FFNN su jedne od prvih razvijenih i danas najrasprostranjenijih tipova neuralnih mreža koje imaju veliku primenu u različitim disciplinama. Kod ovih mreža, signal se prostire od nižih ka višim slojevima bez ponovnog vraćanja u njih tj. bez postojanja petlji i ciklusa. FFNN se još nazivaju nerekurentne i kod njih se zbog načina propagacije signala tačno zna koji sloj predaje signal kom sloju. Osnovne prednosti su:

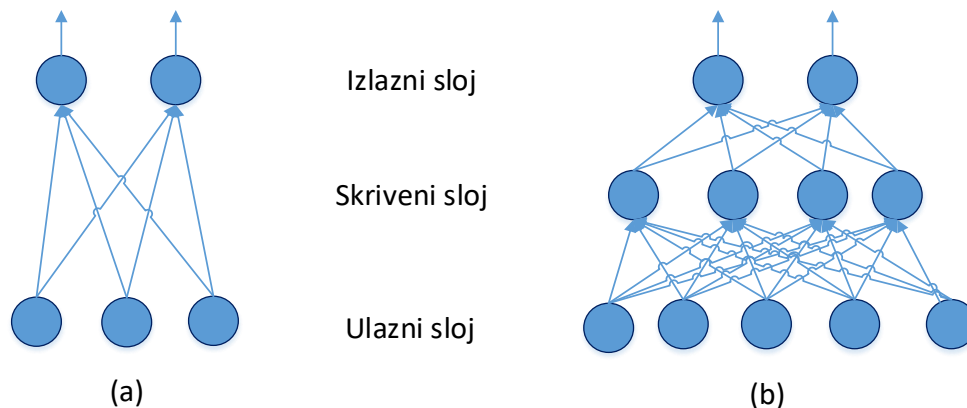
- i. jednostavnost arhitekture,
- ii. stabilnost,

- iii. sposobnost generalizacije odnosno svojstvo da nakon što se mreža dobro istrenira, sposobna je da prediktuje bilo koji novi ulaz, i
- iv. svojstvo da su FFNN odlično rešenje za situacije gde je broj izlaza manji kao i za ne tako velike skupove za treniranje.

FFNN ima i neka ograničenja koja u nekim primenama mogu da limitiraju njihovu primenu:

- i. ponekad rezultati mogu da budu neprecizni iz razloga lokalnog minimuma u koji mreža upada prilikom optimizacije,
- ii. odlikuju ih dugi procesi treniranja i potencijalni problem sa memorijom (naročito u slučaju skrivenih slojeva sa većim brojem neurona).

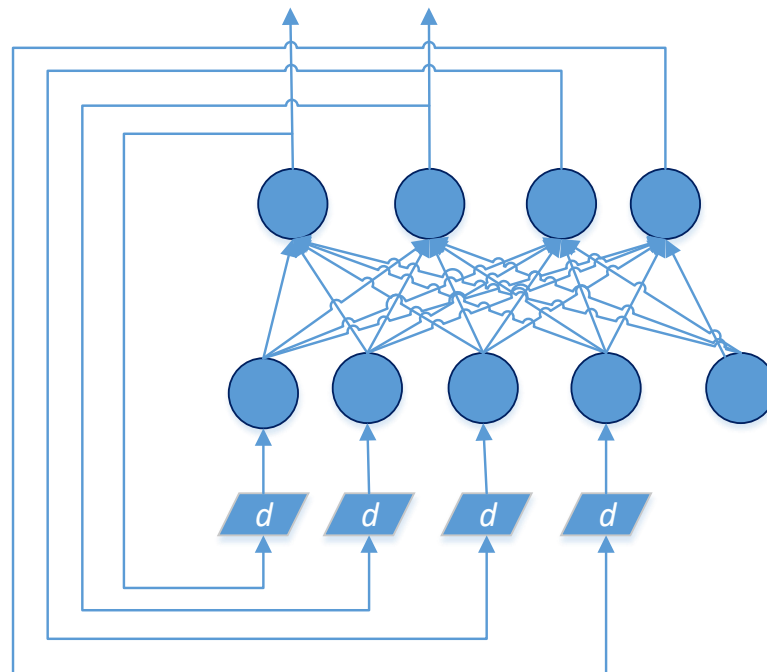
Više informacija o ovim mrežama, njihovoj arhitekturi i funkcionalnostima su date u [176]. Ilustracija dve vrste FFNNa je data na slici 3.11 [177].



Slika 3.11 FFNN sa jednim izlaznim slojem (a) i FFNN sa jednim skrivenim slojem i jednim izlaznim slojem (b).

- Neuralne mreže sa propagacijom unazad (eng. *recurrent neural networks* RNN)

Za neuralne mreže sa propagacijom unazad, signal se prostire od nižih ka višim slojevima koji ga vraćaju unazad formirajući povratne petlje. Ove mreže (poznate i kao rekurentne), zbog postojanja povratnih petlji, odlikuju naizmenična smenjivanja stabilnih i nestabilnih stanja. S druge strane, ovi tipovi mreža su veoma efikasni jer iteracijama same sebe dovode do stanja koje daje precizno rešenje [145], [147]. Na Slici 3.12 je data ilustracija ove vrste neuralnih mreža [177].



Slika 3.12. Rekurentna mreža sa skrivenim neuronima (d – operator kašnjenja koji služi za modelovanje dinamičkog sistema).

Od rekurentnih mreža biće navedene neke najrasprostranjenije (iako postoje i mnoge druge kao što su Bolcmanova mašina, dvosmerne RNN itd.) [178]:

- Jednostavne rekurentne mreže su neuralne mreže implementirane od strane Džefa Elmana (Jeff Elman) i Majkla Džordana (Michael I. Jordan). U pitanju su mreže od tri sloja, uz dodatak skupa kontekstnih jedinica u ulaznom sloju. Karakterišu ih veze

od skrivenog sloja ili od sloja izlaza ka kontekstnim jedinicama sa fiksnim težinama čija je vrednost jedan. Zasnovane su na principu propagacije ulaza na standardan način (prosleđivanjem unapred) kao i na propagaciji unazad.

- ii. Potpuno rekurentna mreža (eng. *fully recurrent network*) je neuralna mreža razvijena osamdesetih godina prošlog veka kod koje se koriste takozvana konkurentna ažuriranja i propagacija greške. U ovoj mreži sve grupe istovremeno ažuriraju svoje ulaze i nakon toga svoje izlaze i time propagiraju informaciju kroz samo jedan skup veza po koraku.
- iii. Hopfildova mreža je neuralna mreža razvijena od strane naučnika Džona Hopfilda 1982. godine. Ova mreža nije klasična rekurentna neuralna mreža, jer zahteva stacionarne ulaze i odlikuju je simetrične veze. Veoma je robustna i otporna na menjanje veza.
- iv. Dvosmerne rekurentne neuralne mreže su mreže razvijene od strane naučnika Šustera (Shuster) i Palivala (Paliwal) 1997. godine. U njima se podaci obrađuju s leva na desno a zatim s desna na levo (preduslov je da se dodaju izlazi dve RNN mreže), pri čemu kombinovani izlazi predstavljaju predviđanja ciljnih signala.

Bitno je naglasiti da pored podele na FFNN i RNN, mnogi istraživači navode ovu tipizaciju kao pod-podelu u okviru jedne šire klasifikacije. U ovom slučaju, pored FFNN i RNN se navode i druge vrste mreža kao što su mreže sa radijalno zasnovanim funkcijama, samo-organizujuće mape, modularne neuralne mreže itd. Iz sprovedene analize literature, smatra se da je podela na dve vrste mreža najvalidnija i zato je ona navedena kao osnova, a druge vrste neuralnih mreža, iako istorijski značajne, će se razmotriti bez ulaska u detalje (takođe, one neće biti predmet istraživanja ove disertacije). Tako na primer, poznate su mreže sa radijalno zasnovanim funkcijama (eng. *Radial basis function*) tj. RBF mreže. Ove mreže, za razliku od višeslojnih perceptrona koji koriste sigmoidalnu, kao aktivacionu funkciju koriste radijalne funkcije.

Prednost RBF mreža je što ne pate od upadanja u lokalni minimum (kao što je slučaj kod višeslojnih perceptrona) iz razloga što su jedini parametri koji se menjaju u procesu učenja linearna

preslikavanja od skrivenog sloja ka izlaznom sloju. Mana im je što je potrebna dosta dobra pokrivenost ulaza od strane radijalnih funkcija. Više o ovim funkcija se može naći u [179].

Značajno je pomenuti i takozvanu samo-organizujuću mapu tj. vrstu neuralne mreže razvijenu od strane ranije pomenutog finskog profesora Teuva Kohonenana osamdesetih godina prošlog veka. Kohonen je koncipirao svoj model imajući u vidu rane biološke modele neurona iz sedamdesetih godina prošlog veka, tj. izvorno je bio inspirisan načinom prenosa vizuelnih i audio podataka iz spoljašnjeg sveta ka cerebralnom korteksu ljudskog mozga. Pored navedenih, veoma popularne mreže su i neuro-fazi (eng. *neuro-fuzzy*) mreže, kaskadne i dinamičke neuralne mreže, spajking neuralne mreže itd.

3.3 Neuralne mreže kao alati za obradu signala

Do skora, istraživanje neuralnih mreža kao alata za obradu signala je bilo ograničeno na univerzitete, istraživačke organizacije ili velike investicione kompanije. Sa razvojem računara i moćnih procesora, postepeno je došlo do ekspanzije različitih softvera neuralnih mreža koji su postajali sve više dostupni i individualnim istraživačima, što je dovelo do dodatne pokretačke snage razvoja ove oblasti. Neko bi smatrao da je ovo praktično oblast budućnosti, nešto ka čemu bi trebalo uložiti maksimalne istraživačke adute i resurse jer predstavlja poseban, „svež“ vid veštačke inteligencije. Na osnovu sprovedenih analiza trebalo bi biti obazriv u zauzimanju čvrstih stavova u vezi ovoga smatrajući da sa jedne strane ovo mogu biti alati koji potencijalno mogu preokrenuti smerove mnogih istraživanja, ali i imajući u vidu da pri reklami ovih alata, ne bi smelo da se izostavi količina veština i truda koju jedan istraživač treba da uloži u kreiranje i generisanje softvera za njihov uspešan rad na polju obrade signala.

Najveća prednost neuralnih mreža jeste sposobnost aproksimacije funkcija prethodno naučene na osnovu podataka kroz proces treniranja. Korišćenje neuralnih mreža je veoma kompleksno i u njega se može upustiti samo neko ko je prethodno dobro savladao teoriju iza njih.

Jedan od najvećih izazova u primeni neuralnih mreža jeste formiranje modela i postavljanje parametara arhitekture. S tim u vezi, naučnici moraju da balansiraju sa velikim brojem eksperimentisanja, menjanja parametra i ponovim treniranjima kao i prihvatanjem činjenice da neće uvek moći da reprodukuju dovoljno precizan rezultat i pored bezbroj “štimovanja”. Problemi koje neuralne mreže mogu veoma uspešno da rešavaju su:

- predikcija vremenskih nizova,
- klasifikacija i prepoznavanje šablona (target su uglavnom binarne vrednosti),
- aproksimacija funkcija: modelovanje procesa, kontrola procesa, modelovanje podataka, različite vrste dijagnostika, i
- pretraga i manipulacija podataka: *clustering*, vizualizacija podataka, ekstrakcija podataka, kompresija, filtriranje itd.

Razlog zašto istraživači smatraju neuralne mreže atraktivnim alatom za primenu jeste njihova sama priroda odnosno izostanak restriktivnih pravila kao što je linearnost koja je često neophodna kako bi model funkcionisao i bio “poslušan” [180]. Iako su neuralne mreže same po sebi veoma korisni alati, njihovo pravo značenje i funkcija zavisi od oblasti primene. Drugim rečima, ne tretiraju ih svi na isti način. Na primer, statističari ih koriste kao klasifikacione, ne-parametarske modele ili kao pomoćne alate njihovim tradicionalnim alatima [177]; inženjeri računarskih nauka ih posmatraju kao poddomen veštačke inteligencije [181]; neuro-naučnici ih smatraju dobrim modelom za objašnjavanje neuro signala; neki istraživači ih koriste u aplikacijama koje zahtevaju nelinearno procesiranje kontinualnih podataka ili simulaciju određene funkcije [182] ili kao mehanizam za učenje i sistem za donošenje odluka [183]. Ukratko, istraživači i iz akademskih i industrijskih krugova smatraju neuralne mreže zgodnim alatom i primenjuju ih u svom radu ali je priroda tih primena različita od slučaja do slučaja. U cilju sažetijeg pregleda, u narednim tačkama sumirane su osnovne oblasti primena neuralnih mreža:

- Finansije: predikcija kursnih razlika, kredita, bankrota, stanja na berzi i drugih ekonomskih indikatora; kreditni rejting; otkrivanje prevara.

- Medicina: dijagnostika, otkrivanje medicinskih fenomena, predikcija cene lečenja, dužine hospitalizacije i drugih medicinskih indikatora.
- Poljoprivreda: predikcija troškova održavanja poljoprivrednih gazdinstava; predikcija prinosa pšenice, kukuruza i drugih poljoprivrednih dobara; poljoprivredna ekonometrija i statistika.
- Biologija: prepoznavanje šablona i modelovanje bioloških sistema; prepoznavanje i klasifikacija gena; analiza bioloških sistema.
- Energetika: predikcija energetske opterećenosti, potražnje, opterećenosti energetskih sistema, odnosa cena uglja/nafte/gasa i drugih energetskih indikatora; nadzor rada hidroelektrana.
- Ljudski resursi: profilisanje zaposlenih; biranje kandidata za odgovarajuće pozicije.
- Sport: klađenje; predikcija sportskih rezultata (www.prosoccer.gr).
- Prodaja i marketing: predikcija korišćenja usluge; predikcija prodaje.
- Istraživanje podataka (u svim oblastima): analiza vremenskih nizova; procesi predikcije; klasifikacija i modelovanje.

Trebalo bi napomenuti da u određenoj oblasti neuralna mreža može dati dobre rezultate kao samostalan alat dok u drugima ona daje bolje rezultate kad se kombinuje sa drugim alatima i stoga se njen doprinos ogleda u pravljenju uspešnih hibridnih modela.

S obzirom da će predmet ove disertacije biti predikcija vremenskih nizova, druge primene neće biti detaljnije razmatrane.

3.3.1 Neuralne mreže u predikciji vremenskih nizova

Kod tradicionalnih alata za analizu vremenskih nizova, dinamika analize i pravila su definisana matematičkim formulama. Pre se za ove zadatke uglavnom birala ARMA model pomenut u uvodu disertacije. Suprotno konvencionalnim alatima za analizu vremenskih nizova, neuralne mreže su se izdvojile jer se ne ponašaju prema unapred postavljenim pravilima. Princip

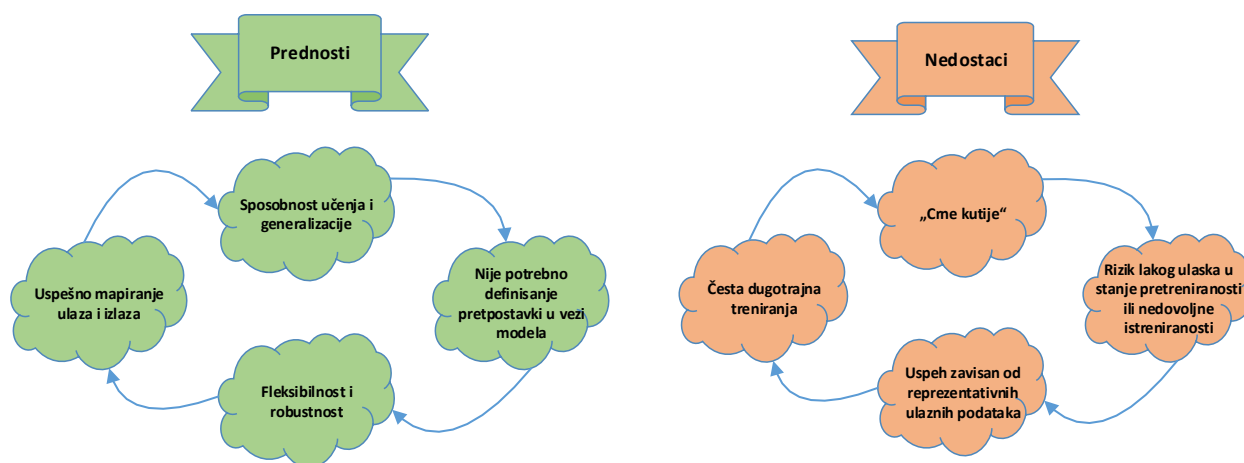
njihovog rada je opisan u prethodnim poglavljima gde smo ukazali da kada se mreža trenira sa pravilno izabranim podacima, ona stiže znanje odnosno uči iz regularnosti vremenskog niza i sama uspostavlja svoja pravila. Kod neuralnih mreža, podaci ne moraju biti eksplicitno opisani matematičkim izrazima. U tom smislu, one predstavljaju jedinstven i originalan alat za analizu vremenskih nizova.

Neuralne mreže imaju značajne prednosti u odnosu na druge alate u predikciji vremenskih nizova. Najvažnija njihova karakteristika jeste sposobnost da uče iz unetih podataka i generalizuju, tj. da proizvedu prihvatljiv izlaz za nepoznate ulazne podatke. Ovo svojstvo ih odlikuje čak i u uslovima kada su ulazni podaci lošeg kvaliteta ili kada fale. Druga važna karakteristika koju treba istaći jeste nelinearna priroda neuralne mreže usled koje se može rešiti velika količina problema današnjice iz različitih oblasti. Treće, za rad neuralnih mreža nije neophodan nikakav ekspertski sistem (super-računar ili programer) što ih čini fleksibilnim alatom za potencijalne modifikacije.

Naravno, ovako kompleksne alate neosporno karakterišu i određeni nedostaci kao alata za predikciju. Jedan od osnovnih jeste njihova karakteristika „crne kutije“, odnosno veoma teško povezivanje izlaza sa internom odlukom mreže koja je dovela do njega. Dalje, šumoviti podaci koji se unesu u mrežu pogoršavaju učenje, uspostavljaju pogrešne kauzalnosti i potencijalno dovode to nedovoljne istreniranosti ili prevelike istreniranosti (pomenute u odeljku 3.2.5). Sve ovo se mora imati u vidu jer u velikoj meri može da naškodi generalizaciji i uspešnom konačnom rezultatu predikcije. Presek osnovnih prednosti i mana neuralnih mreža je dat na Slici 3.13.

Princip predikcije vremenskih nizova pomoću neuralnih mreža se zasniva, kako je više puta podvlačeno, na dobrim ulaznim podacima i pravilno dizajniranoj arhitekturi neuralne mreže. S tim u vezi, možda najvažniji zadatak jeste odabir ulaznih podataka koji će predstavljati polaznu osnovu za sve dalje korake. Načini korišćenja ulaznih podataka zavise pre svega od istraživača a najčešći pristup jeste korišćenje podataka prilikom svake observacije ili korišćenje podataka izvučenih na osnovu nekoliko uzastopnih observacija. Samo preuzimanje podataka se radi preko „pokretnog prozora“ (eng. *sliding window*) koji se kreće duž ulaznih podataka i na taj način ih obrađuje tj. detektuje ulazne šeme [184], [185]. Drugi korak koji predstavlja konstrukciju prediktora se zasniva na eksperimentisanju sa velikim brojem parametara arhitekture neuralne mreže, pri čemu samo

utvrđivanje optimalne arhitekture može uključivati veliki broj koraka i iteracija treniranja radi dobijanja optimalnog dizajna.



Slika 3.13 Presek prednosti i nedostataka neuralnih mreža kao alata za predikciju vremenskih nizova.

3.3.2 Neuralne mreže u finansijama

Neuralne mreže kao alati za predikciju vremenskih nizova se poslednjih decenija veoma često koriste u finansijskom svetu. Ovo u velikoj meri ima veze sa činjenicom da su sponzori razvoja i forsiranja njihovih praktičnih primena uglavnom veliki finansijski „igrači“ odnosno investicione kompanije i fondovi [34]. Može se reći da postoji veoma opširna literatura na temu primene neuralnih mreža u oblasti finansija [34], [186], [187]. Neuralne mreže se koriste za predikciju ne samo valutnih parova, već i deonica, bankrota i drugih finansijskih indikatora, a više konkretnih primera će biti navedeno u narednom poglavlju. Cilj ovog dela jeste objašnjenje pristupa predikciji finansijskih nizova pomoću neuralnih mreža, pri čemu će fokus više biti na postavci i modelovanju zadatka, a ne kritičkoj analizi.

Suštinski, razlog zašto se neuralne mreže danas često koriste u predikciji valutnih parova, kao posebnih finansijskih nizova, jeste što sa sobom nose vrlo malo ograničavajućih pretpostavki i što se prilagođavaju podacima kojima se tretiraju. Ove jedinstvene osobine ih kandiduju za kompleksne zadatke predikcije valuta, kod kojih nije problem pronaći podatke ali jeste mehanizme

koji se nalaze u pozadini [188], [189]. Još 1987. godine naučnici Lapedes (Lapedes) i Farber (Farber) [190] su predložili neuralne mreže u svrhe predikcije nelinearnih nizova, a otad su se samo razvijala mnoga istraživanja koja su išla u prilog njihovoj primeni u ovoj oblasti [189], [191]. Ipak, i pored ovoga, teško je doneti zaključak da su u predikciji valutnih parova neuralne mreže nenadmašivi alati. Iako postoje mnogobrojni radovi koji potvrđuju njihovu uspešnost na ovom polju, postoje i oni koje ih osporavaju i doprinose stvaranju konfliktnih stavova među istraživačima.

Glavna motivacija za korišćenje neuralnih mreža u predikciji finansijskih nizova leži u dva razloga:

- I. Finansijski podaci su veoma kompleksni i teški za modelovanje, te je stoga nelinearni model jedino primenljivo rešenje.
- II. Često je za predikciju specifičnog finansijskog niza potreban širok skup različitih interaktivnih ulaznih nizova što odgovara kombinaciji ulaza u arhitekturu neuralnih mreža.

Problem predikcije finansijskih nizova pomoću neuralnih mreža je jedinstven izazov koji predstavlja atraktivnu kombinaciju ekonomije i matematičke teorije koja stoji iza neuralnih mreža. Pristup ovom problemu je interesantno objasnio istraživač iz [192] koji tvrdi da svaki neuron u okviru neuralne mreže predstavlja proces odlučivanja jednog učesnika na finansijskom tržištu. Iz tog razloga neuralna mreža je zgodan alat – ona predstavlja interaktivne odluke svih učesnika finansijskog tržišta i time ga u stvari može potpuno objasniti.

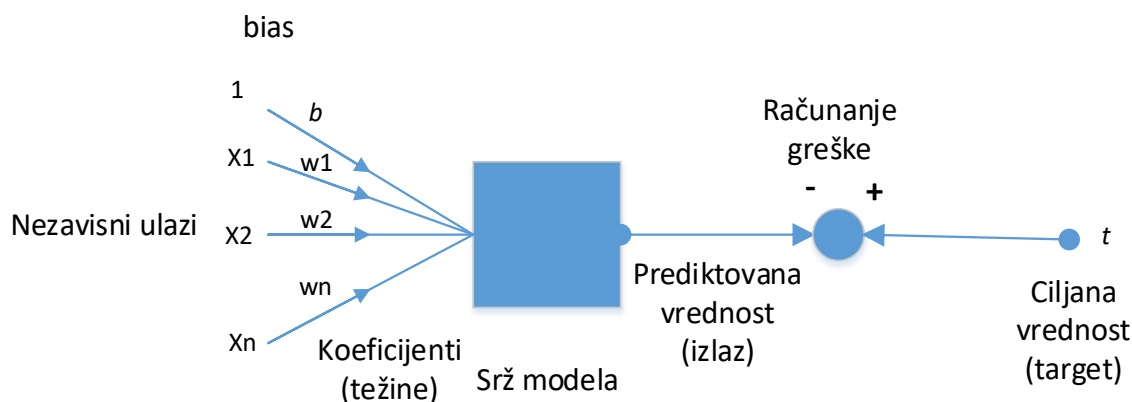
Ako se krene od početka odnosno razmatranja ulaznih podataka (za ovaj korak smo već rekli da je možda i najbitniji u čitavom zadatku) trebalo bi imati u vidu da oni u većini slučajeva imaju kompleksnu prirodu i da za potrebe predikcije pomoću neuralnih mreža moraju pre modelovanja da se transformišu. Skoro uvek, koriste se realni podaci, gde je česta situacija da su lošeg kvaliteta ili da su prosto loše dokumentovani. Iz ovih razloga, kod predikcije finansijskih nizova, istraživači veoma često moraju da se bave i tačkama u podacima koje nedostaju ili da sređuju i analiziraju diskontinualne nizove, samim tim gubeći dosta vremena pre nego što uopšte

dođu do same predikcije. Jedan od načina pristupa ovom problemu jeste da se mreža pusti da prihvati i istretira podatke takvi kakvi su. Ne tako retko, značajan deo dinamike vremenskog niza se nauči, uprkos ovim nedostacima. Ranijih decenija jedan od problema je predstavljala i dostupnost finansijskih podataka, što je u tadašnjim istraživanjima ograničavalo treniranje i testiranje mreža i uticalo na efektivnost mreže. Danas, sa velikom bazom podataka na Internetu i njenoj lakoj dostupnosti ovaj problem je jedan od retkih koji je skoro kompletno iskorenjen.

Iz svega prethodnog sledi da su potencijalne kombinacije neuralnih mreža i finansijskih vremenskih nizova beskonačne, te da bi neko sproveo uspešno istraživanje trebalo bi pre svega da se naoruža dobrim podacima i pažljivo kreiranom arhitekturom neuralne mreže. Neki od osnovnih koraka koje bi se trebalo držati u predikciji finansijskih nizova pomoću neuralnih mreža su sledeći:

- pažljivo sprovesti analizu knjiga, časopisa i Internet literature na temu neuralnih mreža,
- identifikovati i izučiti osnovni princip rada neuralnih mreža kao alata za predikciju,
- identifikovati validne i reprezentativne finansijske podatke na osnovu kojih će se raditi predikcija,
- utvrditi šta bi trebalo prediktovati i tačku u budućnosti za predikciju (npr. 1 ili 10 dana unapred),
- utvrditi odgovarajuće ulaze u neuralnu mrežu (observacije vremenskog niza ili njegovi ekonomski parametri, parametri izračunati na osnovu ekonomskih teorija, ili oboje, itd.)
- pažljivo prikupiti i preprocesirati ulazne podatke na odgovarajući način, u samom softveru ili pre toga,
- istrenirati neuralnu mrežu korišćenjem istorijskih podataka,
- ukoliko je potrebno, ponovo izanalizirati ulaze u mrežu, ponovo istrenirati i ponovo proceniti rad mreže,
- izračunati greške predikcije i utvrditi verovatnoću za uspešnu predikciju.

Na Slici 3.14 je predstavljen osnovni ekonometrijski model sa neuralnom mrežom koji je primenljiv za analizu finansijskih vremenskih nizova [193].



Slika 3.14 Ekonometrijski model sa neuralnom mrežom.

Kao značajnu referencu navodimo knjigu naučnika Edvarda Gejtlija (Edward Gately) „Neuralne mreže u finansijskoj predikciji“ (*Neural Networks for Financial Forecasting*) [186] gde je opisana metodologija neophodna za razvoj neuralne mreže koja može precizno da prediktuje finansijska tržišta. Pored ovoga, Gejtli je uporedio rad neuralnih mreža sa tradicionalnim alatima (višestrukom regresionom analizom) i bavio se ispitivanjem verovatnoća tačnosti modela. Ovo delo se smatra značajnim za shvatanje logike finansijskih tržišta i koncipiranjem mreže koja može da analizira i uhvati suštinu ove vrste podataka.

3.3.3 Praktični primeri primene iz literature

Neuralne mreže se primenjuju kao alat za analizu u mnogim istraživačkim oblastima. One su ušle ne samo u mnoge naučne discipline nego je i sve više praktičnih proizvoda koji se zasnivaju na njihovoj implementaciji. S obzirom da će u nastavku disertacije neuralne mreže biti predstavljene iz vida predikcije kao primene i finansijskih nizova kao predmeta istraživanja, u

narednom delu će biti navedeni neki osnovni primeri primene neurlanih mreža iz drugih oblasti primene a koje smo zapazili analizom literature i smatramo interesantnim da se pomenu.

Njutnov pad za razmenu poruka (eng. *Newton Message Pad*) je uređaj u kom je implementirana veštačka neuralna mreža za prepoznavanje karaktera. Sastoji se od crnih i belih piksela koji predstavljaju ručno pisane karaktere i koji se transformišu u svoje odgovarajuće digitalne karaktere pomoću velikih višeslojnih perceptrona [145]. Ovaj izum je implementiran od strane kompanije Apple sredinom devedesetih i predstavljao je prvi svetski sistem za prepoznavanje ručnog pisanja.

Danas su u svetu sve popularnije mobilne aplikacije za prepoznavanje rukopisa gde se neuralna mreža koristi tako što „posmatra“ istaknute osobine oznaka kao i njihov redosled koje se prave prstima i tako određuje koje karaktere korisnik u stvari unosi. Ista logika se primenjuje kod softvera za prepoznavanje govora. U radu [194] se mogu naći mnogi praktični primeri primene prepoznavanja karaktera. Dodatne reference za primenu neuralnih mreža u obradi govora je [195], dok za prepoznavanje rukopisa izdvajamo [196].

U medicini, jedna od glavnih primena neuralnih mreža jeste u dijagnostici srčanih oboljenja. Kod ovih kompleksnih oboljenja, koristi se sposobnost neuralne mreže da detektuje multi-dimenzionalne veze u EKG podacima [197]. Pored ovoga, neuralne mreže imaju primenu i u dijagnozi kancerogenih bolesti. Tako na primer, koriste se za prepoznavanje kancera pluća [198], kancera prostate [199] i kolorektalnog kancera [200]. Sve ove metode su se pokazale uspešnijim nego trenutne kliničke metode, naravno nakon iscrpnog treniranja sa velikim brojem podataka pacijenata iz različitih nepovezanih ustanova.

Oblast telekomunikacija je pronađena kao još jedna zanimljiva oblast za primenu neuralnih mreža. Ovde su se neuralne mreže veoma rano koristile za smanjenje šuma na telefonskim linijama koristeći adaptivne filtre na kraju dugačke linije (eng. *long distance line*) [201].

Neuralne mreže se primenjuju i u oblasti fizike. Takozvana optimalna linearna asocijativna memorija (eng. *Optimal Linear Associative Memory - OLAM*) neuralna mreža se koristi za identifikaciju radioizotopa iz svog gamma spektra (eng. *gamma-ray spectra*) [202]. OLAM utvrđuje kompoziciju odbirka kada je nepoznati spektar linearna superpozicija poznatog spektra.

Karakteristika ove tehnike je da se umesto individualnih pikova ceo spektar koristi u identifikacionom procesu.

Sve veću primenu neuralne mreže imaju u poljoprivredi. Tako su npr. istraživač Kastens (Kastens) i naučnici okupljeni oko njega na državnom univerzitetu u Kansasu koristili neuralne mreže kako bi prediktovali farmerske rizike (1996) i kako bi modelovali korišćenje kombinovanih cena u mestu Great Plains (1995) [203], [204]. Grupa predvođena naučnikom Džordingom (Joerding) iz Vašingtona (1996) je koristila neuralnu mrežu sa propagacijom unapred kao bi procenila funkciju prenosa useva (1994) [205].

Veoma zanimljivu primenu neuralne mreže su ostvarile u avionima gde se neuralne mreže koriste kao vrsta autopilota. Mreža preuzima signale sa različitih instrumenata kokpita i daje izlaze koji modifikuju kontrole aviona kako bi se avion bezbedno kretao po predefinisanim kursu. Ovo je njihova primena gde se jasno vidi prepoznavanje šablona i donošenje odgovarajućih odluka u odnosu na njih [206].

Još jedna interesantna primena je u hemijskoj industriji pri pravljenju kozmetičkih proizvoda ili proizvoda kućne hemije, gde se finalni produkt procenjuje na različite načine (boja, gustina, pH vrednost itd.) na osnovu kojih mreža odlučuje da li će se on prihvatiti ili odbaciti.

Većina dnevnih aktivnosti čoveka sadrži u sebi proces prepoznavanja šablona zarad donošenja odluka tako da neuralne mreže tu imaju značajnu funkciju. Interesantne primena je i u bankovnom sektoru gde se neuralne mreže koriste kako bi se prepoznao potencijalni oblik zloupotreba kreditne kartice. One u ovom slučaju obrađuju ulazne podatke kao što su: da li se koristi ispravan PIN, kada je obavljena poslednja transakcija i u kojoj državi itd. i na taj način stiču znanje da li neka transakcija potencijalno može biti sumnjiva kako bi je prosledili banci na dalju analizu [207]. U bankarskom sektoru postoji još jedna primena neuralnih mreža gde se ona koristi u svrhu donošenja odluke na osnovu prepoznavanja šablona. U ovim slučajevima neuralna mreža se koristi u proceni odobravanja kredita gde ulazni podaci predstavljaju informacije o korisniku – istorija zaposlenja, istorija tekućih računa, trenutni prihodi, istorija kreditne kartice itd. Zanimljiv rad koji je prezentovao merenje kreditnog rizika pomoću neuralne mreže je [208].

Od finansijskih primena, dodatno su interesantni radovi koji su za tematiku istraživanja imali predikciju propasti banke pomoću neuralnih mreža [209], [210], predikcija performansi deonica na finansijskim tržištima pomoću NN [34], [184] kao i modelovanje i predikciju različitih ekonomskih problema [211], [212]. Radovi gde je navedeno još dosta primera primene neuralnih mreža u finansijama su [213]-[215].

Na kraju trebalo bi napomenuti da budućnost i dostignuća primena neuralnih mreža zavisi ne samo od samih istraživača nego i od razvoja računarske opreme. Brze i efikasne neuralne mreže zavise od hardvera koji su specijalno razvijeni i prilagođeni njihovim upotrebama. Zbog ograničenja procesora i njihove moći, neuralnim mrežama treba vremenski dosta kako bi se pravilno istrenirale. Zato se danas neumorno radi na razvoju različitih hardverskih rešenja koji bi u svakoj meri podržali efikasan rad ovih moćnih alata i dodatno prošili vidike i oblasti njihove primene.

3.4 Softverski paketi za korišćenje neuralnih mreža

Analizom literature na temu neuralnih mreža došlo se do mnogih softverskih paketa u okviru kojih ovi alati mogu da se razvijaju i simuliraju različite operacije. Nekoliko najkorišćenijih su nabrojani u narednim rečenicama:

- *NN toolbox* je jedan od najpopularnijih alata za korišćenje neuralnih mreža. Obuhvata algoritme i aplikacije za kreiranje, treniranje i simulaciju neuralnih mreža u okviru grafičkog korisničkog interfejsa u programskom paketu Matlab. Služi za rešavanje problema klasifikacije, regresije, predikcije, modeliranja itd. (<https://www.mathworks.com/products/neural-network.html>).
- Softver *NeuroSolutions Infinity* je neuralni softver koji predstavlja pouzdan i skalabilan alat u vidu klastera računara koji služi za kreiranje preciznih predikcionih modela za analizu podataka [216]. Posедуje jednostavan interfejs koji dozvoljava istraživačima da podese uslove za preprocesiranje i učenje neuralnih mreža. Najviše se koristi za predikciju prodaje, sportske predikcije, medicinske klasifikacije itd.

- NeuroSolutions je softver za neuralne mreže napisan za Windows operativni system i vrlo jednostavan za korišćenje [216]. Predstavlja jednostavan interfejs za dizajn neuralnih mreža u okviru kojih se nalaze intuitivni elementi dostupni istraživačima a kao i prethodni softver, koristi se za predikcije prodaje, sportske predikcije, medicinske klasifikacije itd.
- Simulatori neuralnih mreža su softverske aplikacije koje predstavljaju “stand-alone” jedinice sa vizualnim interfejsima koji istraživačima omogućavaju da prate procese treniranja. Postoje razvojni simulatori (eng. *research simulators*) koji služe za bolje razumevanje ponašanja i karakterika neuralnih mreža kao i simulatori za analizu podataka, koji se za razliku od prethodnih, bave praktičnim primenama neuralnih mreža. Ove vrste simulatora se vrlo lako koriste i namenjene su pre svega pretrazi podataka (eng. *data mining*) i procesima predikcije.
- PDP (eng. *Parallel Distributed Processing*) alat je jednostavan softver razvijen u MATLAB programskom okruženju na Univerzitetu Stanford u Sjedinjenim Američkim Državama. Iako kreiran još osamdesetih godina, danas predstavlja unapređen i moćan softver, optimizovan i sa velikim brzinama izvršavanja (danas poznat pod nazivom PDP++ odnosno Emergent platforma) (<https://web.stanford.edu/group/pdplab/resources.html>).
- tLearn je korisnički jednostavan simulator dizajniran pre svega za početnike u istraživanju oblasti neuralnih mreža. Obezbeđuje jednostavne funkcionalnosti neuralnih mreža i popularan je pre svega zbog lakog korišćenja (<https://crl.ucsd.edu/innate/tlearn.html>).
- *Neuro Laboratory* je softverska arhitektura kreirana za Windows i Linux platforme koji predstavlja jedan od najkompleksnijih i najperspektivnijih sofvera namenjenih veštačkoj inteligenciji. U ovom okruženju, naučnici mogu da dizajniraju i treniraju bilo kakav model neuralne mreže. U okviru softvera se nalazi Network elements Toolbox, specifičan alat odgovaran za kreiranje logike neuralnih mreža (<http://www.scientific-soft.com/?content/products/neurolab/main.htm>).
- *Peltarion Synapce* je razvojno okruženje za neuralne mreže koje podržava pretragu podataka, statističke analize, dizajn, treniranje i implementaciju neuralnih mreža. Softver je razvijen u Microsoft.NET okruženju (<http://peltarion.com/>).

4. Statistički parametri

4.1 Uvod

Kod analize vremenskih nizova, istraživači uglavnom imaju dva cilja: identifikaciju prirode niza predstavljenog u vidu sekvence observacija (odbiraka) i predikciju budućih vrednosti niza. Oba ova cilja podrazumevaju identifikaciju šema i pravila u vremenskim nizovima koji opisuju i definišu njihovu dinamiku i ponašanje. Jednom kada se ustanove pravila kretanja niza, ona mogu da se interpretiraju na određeni način i integrišu sa drugim podacima radi postizanja daljeg cilja, u ovom slučaju predikcije budućih vrednosti.

U analizi vremenskih nizova polazi se od početne pretpostavke da se podaci sastoje od dva dela:

- trenda – sistemska šema, tj. linearna, ili češće nelinearna komponenta koja se menja tokom vremena i koja se ne ponavlja (ili koja se ne ponavlja u okviru istog vremenskog opsega),
- sezonalnosti – komponenta koja se ne ponavlja u sistematičnim intervalima tokom vremena i koja se uglavnom tumači kao šum (greška) koja otežava identifikaciju šema tj. trenda u nizu.

Ove dve klase komponenata vremenskog niza koegzistiraju u podacima iz realnog života pa tako i u vremenskom niza valutnih parova koji su predmet analize predloženog modela. U fokusu predikcije vremenskog niza se nalazi proces identifikacije trenda koji se, iako za to ne postoji preporučena tehnika koja uvek daje precizne rezultate, generalno ne smatra teškim zadatkom. Takođe, većina tehnika koje se bave analizom vremenskih nizova u okviru sebe sadrži neku formu filtriranja šuma kako bi se istakao glavni trend, pa je važno napomenuti postojanje i tog koraka obrade niza koji će ujedno predstavljati jedan deo analize konkretnog modela predstavljenog u disertaciji.

Kao što će biti diskutovano kasnije u tezi, vremenski niz koji se analizira u ovoj disertaciji će biti pre svega predmet analize sa talasićima (eng. *wavelet analysis*) ali smo u cilju povećanja performansi modela, uključili i odgovarajuće dodatne statističke karakteristike koji predstavljaju indikatore osnovne dinamike analiziranih vremenskih nizova. Njihova svrha je prevashodno u “podršci” celokupnom modelu tj. “izvlačenju” osnovnih karakteristika kompleksnog niza valutnog para. Sa ovim korakom pruža se mogućnost isticanja nekih osnovnih osobina niza koje su inače sakrivene i pomalo zanemarene u procesu predikcije. Ako se iskoriste pogodni statistički parametri, one mogu da ukažu na trendove i repetitivne sekvence prisutne u prošlosti niza i time predstavljaju veoma koristan alat u predikciji budućih observacija.

4.2 Statistički parametri

Analizirajući veliki broj statističkih indikatora koji su uzeti u razmatranje kao ulazni podaci u model i koji mogu opisati određeni vremenski niz, a imajući u vidu kompleksnost arhitekture predloženog rešenja, u razmatranje je uzeto samo nekoliko statističkih indikatora za koje je eksperimentalno utvrđeno da su dovoljni za poboljšanje performansi modela i uspešnije izvršavanje predikcije. Kratak pregled ovih indikatora je dat u Tabeli 4.1 pri čemu trebati imati u vidu sledeća značenja: x - vremenski niz (signal); n - broj observacija vremenskog niza; σ - standardna devijacija; t - vremenski trenutak između 1 i n ; p_1 do p_n - verovatnoće signala.

Tabela 4.1. Statistički indikatori i njihove definicije.

Statistički indikator	Definicija
Srednja vrednost	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Srednja apsolutna vrednost	$MAD(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} $
Varijansa	$VAR(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
Simetričnost	$SKEW(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3$
Ispupčenost	$KURT(x_1, \dots, x_n) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^4 \right] - 3$
Tačke preokreta	$(x_{i+1} - x_i)(x_i - x_{i-1}) < 0$
Šenonova entropija	$H(x) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$

Neki od ovih indikatora, pre svega srednja vrednost, srednja apsolutna devijacija, varijansa, simetričnost i ispupčenost, predstavljaju osnovne statističke parametre koji se veoma često koriste u ekonomiji i finansijama. Primeri primene ovih mera se mogu naći u [10], [217]-[221].

4.2.1 Srednja vrednost

Srednja vrednost, u literaturi tradicionalno označena sa \bar{x} , predstavlja aritmetičku sredinu skupa odbiraka vremenskog niza. Računa se na osnovu sume odbiraka (observacija) podeljenih sa njihovim brojem:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.1)$$

gde je x_i vrednost odbirka i , a n broj observacija.

4.2.2 Srednja apsolutna devijacija

Srednja apsolutna devijacija je mera varijabilnosti. Ovaj parametar pre svega daje informaciju o tome koliko su vrednosti odbiraka niza udaljeni od srednje vrednosti niza. Za uzorak dužine n , srednja apsolutna devijacija se računa kao:

$$MAD(x_1 \dots x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (4.2)$$

gde je \bar{x} srednja vrednost distribucije.

4.2.3 Varijansa

Varijansa je široko rasprostranjena mera za disperziju vremenskog niza. Sa variјansom se procenjuje srednja kvadratna devijacija vrednosti x od srednje vrednosti \bar{x} :

$$VAR(x_1 \dots x_n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.3)$$

Variјansa zauzima centralno mesto u statistici i teoriji verovatnoće jer daje važnu informaciju o tome koliko je skup nasumično izabranih odbiraka vremenskog niza udaljen od njegove srednje vrednosti. Ona predstavlja meru varijabilnosti niza (volatilnosti) od srednje vrednosti i statističari je koriste kako bi utvrdili kako se individualni odbirci u okviru vremenskog niza odnose jedni u odnosu na druge. Mana variјanse kao statističkog indikatora je dodavanje određene “težine” odbircima koji su daleko od srednje vrednosti (operacija kvadriranja), što u nekim slučajevima može doprineti pogrešnom tumačenju podataka.

4.2.4 Simetričnost

Simetričnost (eng. *skewness*) je indikator koji predstavlja meru simetrije vremenskog niza, ili preciznije, ukazuje na nedostatak simetrije kod istog. Simetričnost kao statistički parametar govori o smeru varijacije skupa podataka, pri čemu se vremenski niz smatra simetričnim ukoliko izgleda isto posmatrano i sa leve i sa desne strane od centra, to jest srednje vrednosti. Definicija simetričnosti vremenskog niza x je:

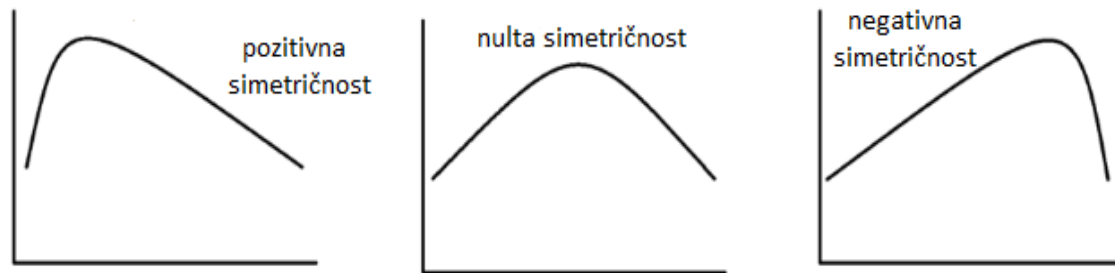
$$SKEW(x_1 \dots x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right]^3 \quad (4.4)$$

gde je $\sigma = \sigma(x_1, x_2 \dots x_n) = \sqrt{VAR(x_1, x_2 \dots x_n)}$ standardna devijacija distribucije.

Osnovne dva tumačenja simetričnosti su sledeća:

- Simetričnost niza sa normalnom distribucijom je jednaka nuli;
- Negativne vrednosti simetričnosti pokazuju da su podaci „pomereni“ ulevo dok pozitivne vrednosti pokazuju da su oni „pomereni“ udesno. Drugim rečima, pozitivna simetričnost ukazuje da se rep distribucije niza širi iznad njegove srednje vrednosti dok negativna vrednost simetričnosti pokazuje da se rep distribucije širi prema onoj strani koja je ispod srednje vrednosti (Slika 4.1) [222].

Još od istraživača Karla Pirsona (Karl Pearson) [223], statističari su proučavali značaj simetričnosti u statistici. Za pregled literature preporučuju se reference [224], [225]. Takođe, trebalo bi napomenuti da postoje i druge definicije simetričnosti kao što su Galtonova (Galton), Boulijeva (Bowley), Kelijeva (Kelly) itd. ali one neće biti korišćene u predstavljenom predikcionom modelu te stoga neće biti predmet analize ove disertacije.

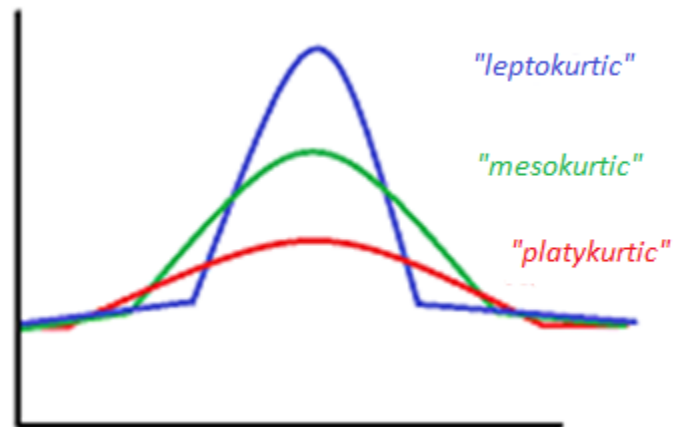


Slika 4.1 Vrste simetričnosti.

4.2.5 Ispupčenost

Ispupčenost (eng. *kurtosis*) je parametar koji pokazuje “isturenost” ili “ravnoću” vremenskog niza. Osnovna tri tumačenja ispupčenosti su (Slika 4.2) [222]:

- Pozitivna ispupčenost ukazuje da je distribucija više u obliku vrha (eng. *leptokurtic*) tj. odbirci u blizini srednje vrednosti su češći i sam niz ima “deblje” repove (ekstremne vrednosti su češće) u odnosu na normalnu distribuciju;
- Negativna ispupčenost ukazuje da je distribucija malo spljoštenija (eng. *platykurtic*) tj. nije u obliku vrha i ima manje frekventne ekstremne vrednosti (manje debele repove) u odnosu na normalnu distribuciju;
- Ispupčenost normalne distribucije se nalazi negde između ove dve (eng. *mesokurtic*) i numerički je jednaka nuli.



Slika 4.2 Vrste ispupčenosti.

Ispupčenost se definiše preko sledećeg izraza:

$$KURT(x_i - x_n) = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right]^4 \right\} - 3 \quad (4.5)$$

Ova definicija ispupčenosti je poznata i pod terminom “višak ispupčenosti” (eng. *excess kurtosis*) a većina izvora koristi upravo ovaj izraz kako bi standardna normalna distribucija imala nultu ispupčenost (jer je ispupčenost standardne normalne distribucije tri). Iz ovog razloga su u disertaciji ova dva pojma izjednačena. Imajući u vidu ovu definiciju, pozitivna ispupčenost je karakteristika tzv.teško-repne (eng. *heavy-tailed*) distribucije a podatke karakterišu odbirci “odmetnuti” od skupa (eng. *outliers*), dok je negativna ispupčenost karakteristika tzv. lako-repne (eng. *light-tailed*) distribucije i nema toliko “odmetnutih” odbiraka (eng. *lack of outliers*).

4.2.6 Tačke preokreta (prekretnice)

Tačka preokreta ili prekretnica (eng. *turning point TP*) se definiše kao lokalni maksimum ili minimum vremenskog niza. Slikovito se može predstaviti pomoću monotono opadajuće (rastuće) sekvence koja je praćena povećanjem (smanjenjem) sekvence tokom određenog vremenskog perioda. Sam pojam se odnosi na tačku u onom vremenskom trenutku kada niz koji

je do tada bio u konstantnom rastu krene da pada ili obrnuto. Matematički izraženo, vremenski niz x ima tačku prekretnicu u trenutku t , ukoliko:

$$(x_{t+1} - x_t)(x_t - x_{t-1}) < 0 \quad (4.6)$$

gde je $l < t < n$ ili se može predstaviti preko izraza [226]:

$$x_{t-k} > x_{t-k+1} > \dots > x_t, x_t < x_{t+1} < \dots x_{t+m} \quad (4.7)$$

čime je definisana prekretnica “*upturn*”, dok se prekretnica “*downturn*” definiše na sličan način (m, k proizvoljni celi brojevi). Iz date jednačine je evidentno da vremenski niz mora monotono da raste ili opada sa svake strane tačke prekretnice.

Za ekonomiste, tačke prekretnice su dugo bile predmet analize [227], ali tek u novijim istraživačkim radovima naučnici su počeli da ih smatraju veoma bitnim indikatorima za proučavanje dinamike vremenskog niza [228], [229]. Malo uopštenija analiza ovih indikatora iz ekonomskog ugla se može naći u [230]. Vredan akcentovanja jeste rad autora Hardinga [231] gde se sugerije da se broj i odnos tačaka prekretnica može direktno povezati sa procesom generisanja podataka i stoga obezbeđuje metodologiju za modelovanje ekonomskih dinamika [10] iz čega se upravo može zaključiti koliko su ovi parametri korisni za analizu vremenskih nizova. Njihovo pravovremeno i precizno definisanje može biti suštinski podatak kod predikcije vremenskih nizova i zato su one bile jedni od statističkih parametara koji su izabrani za ulazni podatak u predloženi model.

4.2.7 Šenonova entropija

Pod terminom entropija se podrazumeva uređenost vremenskog niza, drugim rečima, mera “nesigurnosti” i “nepouzdanosti” informacija. U literaturi postoje različiti tipovi entropije i do istraživača je koju će primeniti u svom istraživanju. U ovoj disertaciji u modelu će se koristiti Šenonova entropija koja je prvi put uvedena od strane Kloda Šenona (Claude E. Shannon) 1948. godine u njegovom radu “*A Mathematical Theory of Communication*” [232].

Šenonova entropija “utvrđuje” sadržaj informacija u vremenskom nizu [233]. Drugim rečima, ona je mera kompleksnosti, uređenosti, nepredvidivosti, nesigurnosti i nasumičnosti vremenskog niza, tj. kod zadataka predikcije meri prediktabilnost budućih vrednosti vremenskog niza koristeći distribuciju verovatnoće vrednosti koji se nalaze u podacima. Neki od radova gde se Šenonova entropija uspešno primenila u analizi vremenskih nizova jesu [234], [235].

Matematički gledano, entropija se definiše na sledeći način:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad (4.8)$$

pri čemu je x diskretna nasumična promenljiva koja može imati jednu od vrednosti x_1, x_2, \dots, x_n sa verovatnoćama p_1, p_2, \dots, p_n respektivno tako da je $p_i > 0, i = 1, 2, \dots, n, \sum_{i=1}^n p_i = 1$. Iz gornjeg izraza jasno se vidi da ukoliko se jedan događaj (odbirak) desi sa verovatnoćom $p=1$, nedostatak informacije o tom događaju je nula jer će se on sigurno desiti. Ukoliko se pak događaj desi sa verovatnoćom $p=0$, nedostatak informacije o tom događaju je beskonačan. Suštinski posmatrano, ako neki vremenski niz ima nisku vrednost entropije on je prilično prediktivan i obrnuto. Entropiju je možda najlakše razumeti kroz zanimljivo tumačenje kompresije signala: ukoliko se signal pomoću dekompresije može u potpunosti dobiti iz originalnog signala onda kompresovana poruka ima istu količinu informacija kao original. Tačnije, originalan signal, iako predstavljen sa manje karaktera, sadrži više informacija po karakteru, tj. poseduje veću entropiju po karakteru.

Izraz broj 4.8 definiše Šenonovu entropiju, dok je izraz suprotan njemu poznat pod nazivom Šenonova informacija. Napomenuće se da u nekim radovima u gornjem izrazu (kao koeficijent množenja ispred sume) figuriše konstantna c , koja nije utvrđena i po konvenciji se uzima da je jednaka 1.

Trebalo bi napomenuti da pored Šenonove, postoje i druge popularne entropije kao što su Renjijeva (Renyi) i Calisova (Tsallis) ali one neće biti razmatrane kao statistički parameter predloženog modela te je nađeno shodno samo da se pomenu kao mogući izbor drugih istraživača.

5. Hibridni model za predikciju

Sprovođenje procesa predikcije je zahtevno istraživanje u kome važne uloge igra veliki broj faktora. Predikcija valutnih parova, kao jedna od najpopularnijih istraživanja ove vrste, je veoma važna, što teorijski, što još više praktično, o čemu svedoči danas sve veći broj članaka iz komercijalnih, ne-akademskih krugova. Anticipacija kretanja valuta predstavlja široku, još ne sasvim istraženu naučnu oblast “izmešanu” velikim brojem pristupa predikciji, mnogobrojnim vrstama uključenih predikcionih tehnika i mnogim uglovima iz kojih se posmatraju sami analizirani nizovi. Dodatno, kada postoji jedan vremenski niz koji ima tako značajan uticaj na funkcionisanje tržišta, pojačava se motiv za razumevanje njegovog kretanja u budućnosti. Veliki doprinos kreiranja predikcionih modela se ogleda u potencijalnoj zaradi njihove komercijalne implementacije, ali vrlo važan smer koji se njihovom analizom otvara jeste svakako i bolje razumevanje nizova koji se analiziraju i alata koji se koriste prilikom njega.

5.1 Ideja hibridizacije modela za predikciju valutnih parova

Problem predikcije vremenskih nizova je počeo da se razvija sredinom prošlog veka kada je došlo do pojave različitih metoda za predikciju stacionarnih vremenskih nizova koji su postigli solidne rezultate u različitim oblastima [16], [62]. Sa ovim dostignućima, paralelno se radilo na predikcionim modelima za nestacionarne vremenske nizove, a neki od njih su predstavljeni takođe

u radu [16]. Za preporuku su reference [86], [236] sa dodatno predstavljenim zanimljivim studijama slučaja. U ovom periodu je predstavljena čuvena ARIMA koja je i danas vrlo popularna metoda kod mnogih statističara. Ova metoda je koristila tradicionalan pristup predikciji vremenskih nizova, koristeći pretpostavku da su vremenski nizovi koji se koriste za proces predikcije linearni i stacionarni [237]. Tako se naime, većina radova ove vrste bavila predikcijom nestacionarnih nizova tako što su oni prvo bili transformisani u stacionarne nizove a onda je rađena njihova predikcija. Naime, ovakvi tradicionalni pristupi su uskoro iscrpeli svoje izvore i bilo je jasno da je neophodno razmotriti neka alternativna rešenja [238].

Jedni od prvih naučnih radova koji su se bavili temom predikcije valutnih parova su reference [239], [240]. U ovim istraživanjima je ispitivano da li su valutni parovi prediktablni i da li postoje modeli koji bi prevazišli rezultate tada popularnog modela nasumičnog hoda (eng. *random walk model* RWM). Sa njihovom pojavom, pojavila se lavina novih istraživačkih rezultata i došlo je do jasnog definisanja pitanja koje je postalo veoma popularno u decenijama koje slede, a to je da li je uopšte moguće prediktovati valutne parove. Tako se u referencama [241], [242] može naći stav da je ove vremenske nizove moguće prediktovati a sa druge strane, istraživači radova [239], [240], [243] su ih smatrali neprediktabilnim nizovima. U svakom slučaju, ono što se izrodilo iz svih ovih radova (i početnog motiva istraživača koji se ogledao u nadmašivanju rada modela nasumičnog hoda) jeste kristalisanje koliko je važna predikcija valutnih parova, i teoretski i praktično, i formiranje velikog broja tehnika različite prirode (linearnih i nelinearnih) kako bi se oni što više izučili.

Osamdesetih godina prošlog veka, paralelno sa pojavljivanjem velikog broja sponzora istraživanja predikcije valutnih parova, pojavile su se neuralne mreže kao potencijalni alati za rešavanje zadatka predikcije različitih finansijskih nizova [9], [38]. Neuralne mreže su se pokazale kao multivarijantne statističke metode koje mogu da mapiraju bilo koju nelinearnu funkciju bez a priori pretpostavki o podacima, pri čemu se zadržava željena tačnost (prednosti su detaljno analizirane u poglavlju 3 ove disertacije) [9]. U ovom periodu, počeli su da se pojavljuju prvi radovi koji su „stidljivo“ počeli da predlažu ove alate u svrhe predikcije. Jedan od prvih radova koji je ovo inicirao jeste [190] sa predlogom korišćenja višeslojnih neuralnih mreža sa propagacijom unapred. Nakon ovoga, produkovanje mnogih radova je sve više počelo da

opravdava korišćenje neuralnih mreža u predikciji vremenskih nizova [39], [191], [244]. Ujedno, u ovom periodu začela se polemika koliko je ispravno koristiti neuralne mreže u predikciji nizova, koliko one zaista dobro rade, da li se svode na puka pogađanja, ima li zaista smisla koristiti ih za ove zadatke itd. Analizom literature je veoma teško izvesti konačne zaključke o ovome. Neki radovi pokazuju da neuralne mreže vrlo dobro prediktuju valutne parove, dok pojedini drugi donose suprotne zaključke. Ponekad, u istom radu se donose kontradiktorni zaključci [8]. Primer može biti i rad gde je pokazano da ako se koriste mesečni podaci neuralne mreže nisu bolje od drugih linearnih modela, ali ako se koriste nedeljni podaci, oni su mnogo bolji alati za iste valutne parove [8], [14]. Ovo je dalje dovelo do evolucije pitanja kao što su: odakle kontradiktorni zaključci u korišćenju ovih alata u predikciji valutnih parova, u kojim situacijama oni mogu biti dobri prediktori, a u kojima se ne smeju koristiti, koji su to faktori čijim menjanjem može da se utiče na performanse itd. Sva ova pitanja su dovela do pojave velikog broja radova u kojima su naučnici počeli da se bave primenom ovih alata u svrhe predikcije [51], [213].

Paralelno sa razvojem i primenom neuralnih mreža u svrhe predikcije valutnih parova, razvijala se teorija o talasićima, kao moćan alat matematičke analize u iste svrhe [29]. Transformacija pomoću talasića, tj. vejevlet transformacija daje mogućnost da se razume dinamika vremenskih nizova kao funkcija vremena i frekvencije i ne podrazumeva (do tada često korišćene) pretpostavke stacionarnosti [29]. Zanimljive ideje koje povezuju talasiće i modelovanje vremenskih nizova su izložene u [40], [41]. Brojne primene vejevleta na polju finansija su date u [30], [243]. Vejevlet transformacija se u velikom broju radova koristila kao korak obrade signala, pri čemu se prilikom ove transformacije signala informacijski sadržaj prisutan u njemu ne menja [114]. Značajni aduti talasića su detekcija i lokalizacija trendova koji se mogu dalje analizirati („zoom“ efekti), a dodatno vejevlet transformacija je u stanju da nekad modifikuje nestacionarnost vremenskog niza te da ga nakon transformacija transformiše u stacionarni [86], [245]. Konačno, vejevlet transformacija se pokazala mnogo lakšom za primenu u praksi pa je tako i postala superiorniji alat od njenih poznatih prethodnika kao što je brza Furijeova transformacija [86], [101]. Zato ne čudi što su vejevleti vrlo brzo postali pa skoro omiljeni alat za opisivanje vremenskih nizova [246], [247]. Tako na primer, u radu [248] je opisan specifični a jednostavan pristup predikciji vremenskih nizova korišćenjem talasića. Autori su vejevlet transformacijom vremenski niz prvo razložili na nizove različitih skala. Zatim, svaki individualni niz se podesio sa ARIMA

modelom a ukupna predikcija se dobila sumiranjem inividualnih predikcija. Ovakav pristup kao da je „upalio lampicu“ i otvorio vrata za eksploatisanje talasića koji omogućavaju da se dinamika vremenskih nizova modeluje kao suma nekoliko „kontribucija“ tj. faktora, od kojih je svaki u vezi sa različitom frekvencijom. Ovakvi modeli su se postepeno „odomaćili“ i počeli da se koriste u velikom broju [87], [249], [250]. Sam pristup se iskristalio u nekoliko koraka [251]:

- Razlaganje ulaznog vremenskog niza na nekoliko komponenti, prisutnih na različitim frekvencijama, uz pomoć odgovarajuće vejtlet transformacije;
- Odvojeno modelovanje dinamike svake komponente uz pomoć odgovarajuće tehnike;
- Sabiranje predikcija inividualnih komponenti i dobijanje konačnog rezultata predikcije.

Imajući u vidu pojavu koncepta hibridizacije, vrlo brzo naučnici su došli do ideje sprege talasića i neuralnih mreža i šansu za dobijanje nove vrste modela sa većim predikcionim sposobnostima naročito za atraktivne visokofrekvencijske finansijske podatke kao što su valutni parovi. Sa ovom sinergijom, izvučene su prednosti obe metode – multirezoluciona analiza omogućena kroz teoriju talasića i moćne sposobnosti učenja i treniranja neuralnih mreža. Među mnogim studijama koje istražuju koncept miksovanja talasića i neuralnih mreža, nekoliko se referencira u istraživanju u ovoj disertaciji [10], [59]-[61].

Iako nije predmet disertacije, trebalo bi napomenuti da je koncept hibridizacije uzeo maha i sa drugim tehnikama, te je važno uočiti da danas postoje i drugi inovativni hibridni algoritmi za učenje, kao što su kombinacije neuralnih mreža sa genetičkim algoritmima i *fuzzy* logikom [71]. Pri svakoj od ovih hibridizacija, jasno je da svaki metod ima svoje razloge za i protiv, te su istraživači bili motivisani da se slabosti jedne metode mogu kompenzovati prednostima druge, čime se kreira jedna komplementarna tehnika koja ima bolje rezultate nego dve metode kad se koriste odvojene. Genetički algoritam GA je adaptivni heuristički algoritam zasnovan na analogiji sa biološkom evolucijom. Kao što je ranije objašnjeno, ovaj metod se koristi u kombinaciji sa neuralnim mrežama usled svoje pogodnosti za optimizaciju parametara i robusnosti – drugim rečima, algoritam je fleksibilan i može da se proširi ukoliko je to potrebno. Takozvane GA jedinice

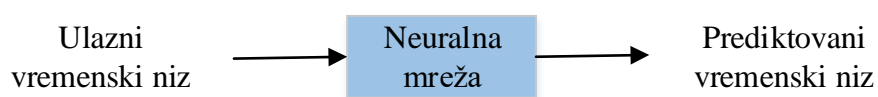
predstavljaju trenutne aproksimacije rešenja problema, pri čemu svaku jedinicu prati takozvana fitnes funkcija čije vrednosti daju uvid u njenu „sposobnost“. Prateći proces selekcije, hibridizacije i mutacije, fitnes funkcija svake jedinice se poredi pri čemu se najniže vrednosti eliminišu. Posledično tome, svaka nova generacija je boljeg kvaliteta dok se ne formira optimalan rezultat. Postoji veliki broj radova koji opisuju uspešnost GA metode kao optimizacionog alata u kombinaciji sa neuralnih mrežama u predikciji valutnih parova [72], [73]. *Fuzzy* logika je koncept koji ne definiše jasno pripadnost jednog elementa nekoj grupi. Naime, kao što je ranije pomenuto, pripadnost se meri vrednostima između 0 i 1. Ove vrste hibridnih inteligentnih modela kombinuju *fuzzy* sisteme i neuralne mreže, ili drugim rečima, osobine ljudskih opažanja (percepcije) se kombinuju sa osobinama učenja i generalizacije neuralnih mreža. Prednost ovih metoda je relativno jednostavno korišćenje *fuzzy* logike i fleksibilnost celog algoritma. Istraživanje koje pokazuje uspešnu predikciju valutnih parova uz pomoć ovih alata je [74].

Trebalo bi napomenuti da razvoj i uspeh koncepta hibridizacije ne bi bio moguć da nije bilo pojave i implementacija kompleksnih računarskih kodova koji su izneli suštinu modelovanja koje je bilo potrebno sprovesti. Prednost brzih i moćnih računarskih sistema je ohrabrio istraživače da analiziraju baš ovakav vid hibridnog modelovanja. Dalje, oni su dali mogućnost istraživačima da rade na velikim i kompleksnim skupovima podataka i da daju solidnu brzinu kod korišćenja algoritama čak i za one situacije u kojima su falili određeni podaci.

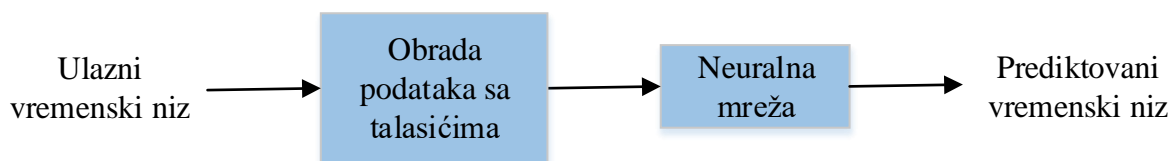
5.2 Evolucija hibridnog modela talasića i neuralnih mreža

Pravac razmišljanja o hibridnom prediktoru je počeo od najjednostavnijeg modela za predikciju vremenskih nizova. To je u ovom slučaju bila jedna neuralna mreža, koja je sa sobom donela mnoštvo parametara za podešavanje i otvorena vrata ka njenom finom podešavanju radi uspešne predikcije. Sa neuralnom mrežom je otvoren čitav jedan novi svet kombinacija a dalja analiza literature je istraživanje usmerila ka kombinaciji ovih alata sa vejevlet transformacijama, koje su, kao što je opisano u prethodnom poglavlju, postajale sve češće korišćeni alati u oblasti predikcije. Predikcioni model od jedne neuralne mreže je treniran sa sirovim podacima i bio je

veoma jednostavan za implementaciju. Ipak, slabost modela je bila vidna u nedostatku predprocesiranja, postojanju šuma itd. Kako bi se ovo prevazišlo, došlo se do ideje o dodavanju dela za procesiranje signala u vidu vejevlet transformacije i formiranju hibridnog modela. Na Slici 5.1 je prikazan najjednostavniji prediktor u vidu jedne neuralne mreže, dok je na Slici 5.2 prikazana šema neuralne mreže u kombinaciji sa vejevlet transformacijom [10]. Sve ovo je dalo jasnu i stabilnu ideju iz koje će se izroditi kompleksan hibridni prediktor kasnije predstavljen u disertaciji.



Slika 5.1 Prediktor u vidu neuralne mreže.



Slika 5.2 Hibridni prediktor.

Dalje istraživanje je dovelo do varijacija osnovne forme hibridnog prediktora sa dodavanjem i menjanjem broja neuralnih mreža i uključivanjem dodatnih parametara. Sve ovo će biti detaljno objašnjeno u narednom poglavlju. Za potrebe istraživanja, fokus je bio na dizajnu i kreiranju nekoliko različitih podvrsta (scenarija) modela. Scenariji se odnose pre svega na primenjeni isti koncept sa razlikom u korišćenju vrste vejevlet transformacije koji će detaljnije biti objašnjen u narednom poglavlju. Testiran je i proces uklanjanja šuma, koji je u literaturi vrlo često prisutan kao vezan korak kod primene vejevlet transformacije.

5.3 Opis hibridnog prediktora

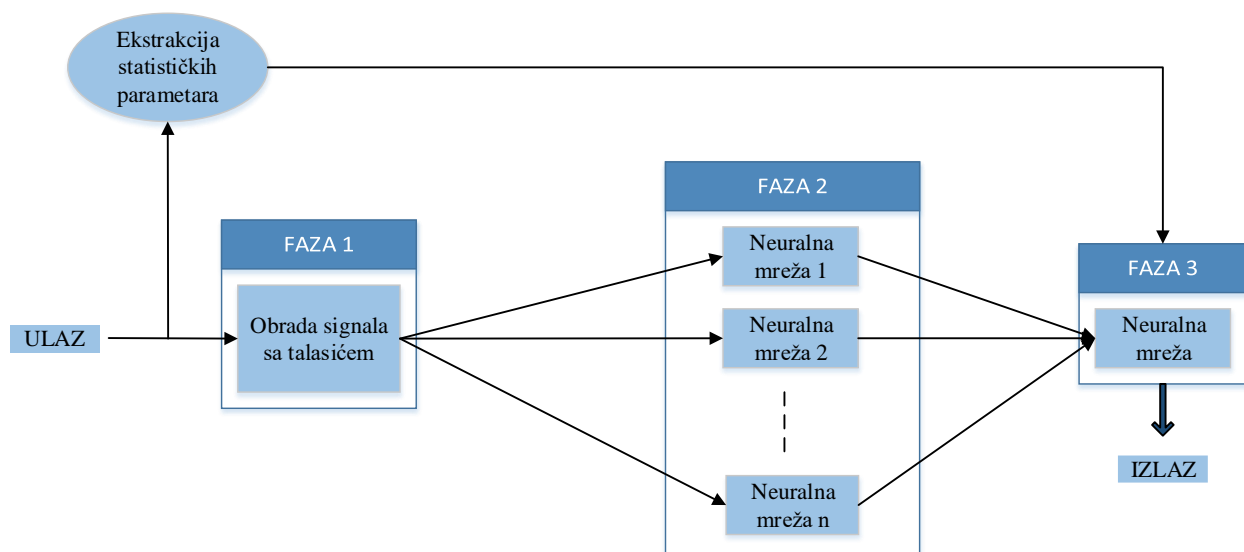
Kao što je nagovešteno do sada, glavni koncept koji stoji iza predikcionog modela predstavljenog u ovom radu je razlaganje analiziranih valutnih parova, korišćenjem vejevlet transformacija, u skup frekvencijskih skala a zatim provlačenje ovih individualnih komponenti kroz odvojene neuralne mreže, formirajući ukupnu prognozu u konačnoj neuralnoj mreži. Drugim rečima, u dizajnu hibridnog prediktora su uključene vejevlet transformacije, neuralne mreže i statistika. Takođe, trebalo bi napomenuti da realizacija ovog koncepta ne bi bila moguća bez kompleksnog ali skalabilnog koda kreiranog u programskom paketu Matlab. Predikcija se primenjuje na vremenski niz $f(x)$, $x = 1, 2, 3...n$, tj. vrši se na osnovu istorijskih podataka a cilj je predikcija jednog odbirka unapred. Pretpostavka je da istorijski podaci analiziranih vremenskih nizova integrišu sve važne karakteristike koje su neophodne za uspešnu predikciju. Prilikom svakog realizovanog scenarija, napravljeno je okruženje za testiranje (eng. *training setup*) koje odgovara varijacijama arhitekture koje će biti opisane u nastavku.

Prediktor radi tako što se vremenski niz talasićima tj. vejevlet transformacijom razlaže na nove vremenske nizove od kojih svaki predstavlja određeni nivo aproksimacije početnog niza. Prilikom ovog procesa se dobija odgovarajući skup visokofrekvencijskih i niskofrekvencijskih komponenti koje se unose u drugu fazu, tj. skup neuralnih mreža. Ove mreže se treniraju kako bi prediktovale sledeću vrednost za svaku skalu dekompozicije odvojeno, pri čemu se sam proces predikcije vrši pomeranjem vremenskog prozora određenog broja odbiraka duž ulaznog niza druge faze (veličina prozora nije izabrana proizvoljno i uloženi su testni napor variranja ove vrednosti kako bi se ona optimizovala). U poslednjoj fazi, individualne predikcije, zajedno sa 7 statističkih parametara (koji su za određeni odbirak računati na osnovu 10 prethodnih odbiraka) se kombinuju kako bi se formirala završna predikcija. Sve ove vrednosti služe kao ulazi u poslednju neuralnu mrežu, gde je konačan izlaz prediktovani odbirak jedan korak unapred. Prilikom ovoga, pamti se onaj model koji je dao najmanju grešku predikcije.

Ceo proces ovog algoritma uključuje niz koraka: ekstrakciju statističkih osobina signala, korak za predprocesiranje signala, analizu sa talasićima, treniranje i modelovane neuralnih mreža i konačnu predikciju. Problemu predikcije se prišlo tako što je model podeljen u tri posebne faze:

- Prva faza: valutni par je obrađen i podvrgnut veštjet razlaganju kako bi se utvrdili osnovni procesi (karakteristike) za dalju evaluaciju.
- Druga faza: sve individualne razložene komponente se unose u skup neuralnih mreža kako bi se uhvatile važne informacije u njima.
- Treća faza: izlazi iz neuralne mreže, odnosno prediktovane vrednosti svake komponente, zajedno sa skupom statičkih osobina (računatih na osnovu originalnog niza) ulaze u konačnu neuralnu mrežu nakon čega se vrši predikcija.

Na Slici 5.3 je šematski i konceptualno prikazan predloženi hibridni model za predikciju vremenskih nizova sa prethodno definisanim fazama [10].



Slika 5.3 Predloženi hibridni prediktor.

Prva faza modela uključuje normalizaciju valutnog para tj. njegovu pripremu za dalju obradu i odabir vejtlet transformacije. Proces normalizacije je urađen kako bi se izbegao uticaj preterano velikih vrednosti na model i kako bi se ubrzalo računanje. Nakon ove obrade, nad valutnim parom su primenjene različite vejtlet transformacije i odabrani su odgovarajući talasići. Prilikom ovog koraka, isprobavani su različiti nivoi dekompozicije sa ciljem zaključivanja kako ovaj faktor utiče na sveukupnu preciznost prediktora. Koncept korišćenja talasića u analizi vremenskog niza nudi prednost u vidu razdvajanja glatkog dela (niza aproksimacije) i regularnog i šumovitog (niza detalja) dela signala, gde su obe komponente stabilnije za dalju obradu i lakše za predikciju usled filtrirajućih efekta transformacija. Kao rezultat ove faze, dobija se novi skup subkomponenti koji se koriste kao ulazni signali u skup neuralnih mreža u sledećoj fazi. Naravno, u zavisnosti od primenjene vrste vejtlet transformacije i nivoa rezolucije, dobija se različiti broj nizova koeficijentata tj. subkomponenti. Ovo je bitno napomenuti, jer se sa ovom diferencijacijom dobijaju različite verzije hibridnog prediktora koje će biti razmatrane u disertaciji.

Druga faza modela se sastoji od skupa neuralnih mreža sa propagacijom unapred koje koriste zakašnjene koeficijente detalja i aproksimacije dobijene kao ulaz iz dekompozicije obavljene u prethodnoj fazi. Jedan od radova gde je predstavljena vrlo slična ideja je [30]. Različite neuralne mreže se formiraju za svaki nivo dekompozicije, a sve one se treniraju na određenom delu niza kako bi prediktovale jedan odbirak unapred svake od subkomponenti.

U trećoj fazi se nalazi jedna neuralna mreža koja kao ulaze dobija izlaze iz prethodne faze plus statističke parametre niza i koja nakon sprovedenog treniranja vrši konačnu predikciju. Trebalo bi napomenuti da su svi statistički parametri za određeni odbirak računati na osnovu 10 prethodnih odbiraka. Statistički parametri su uključeni u poslednju neuralnu mrežu kao način da se model pospeši i izvrši što precizniju predikciju. Generalno, postoji preporuka da određeni model za predikciju je uvek poželjno “pospešiti” sa nekim elementom, ali većina literature ne daje nikakve smernice kako to postići i sa kojim parametrima. Tako na primer, određeni parametri mogu da budu visoko korelisani sa valutnim parovima ali mogu da imaju “privremeni” karakter i da ne budu odgovarajući za korišćenje u modelu. Vođeni analizom literature i sopstvenom istraživačkom intuicijom, u ovoj disertaciji izbor je pao na statističke indikatore koji su zato uključeni u ovu fazu modela.

Trebalo bi napomenuti da je model u svom velikom delu kreiran od neuralnih mreža, alata koje u suštini ne interesuje priroda problema i koji se bave aproksimacijom i minimizacijom greške. Imajući ovo u vidu, neko može pomisliti da se deo dizajna svodi na pogađanje modela koji će dati dobre rezultate, ali ovo mora da se ospori u samom početku i da se podvuče da su sve faze kreiranja hibridnog prediktora predstavljale pažljiv i dugotrajan proces, sa mnogobrojnim eksperimentima u kome su varirani različiti parametri arhitekture.

Sa aspekta rezultata, korisnost modela se ogleda u njegovoj primeni ne samo za analizirane valutne parove, već i za mnogo širi skup drugih vremenskih nizova. Naime, doprinos modela je što se on može primeniti u realnim slučajevima, uz manje ili veće dorade. U okviru nekih drugih smerova istraživanja, on je istestiran i sa drugim vremenskim nizovima ali i skorijim vrednostima valutnih parova iz ovog istraživanja. Naravno, preduslov je da se usvim ovim slučajevima struktura istrenira podacima iz skorije prošlosti.

5.4 Arhitektura hibridnog modela

Prvi korak ka razvoju modela prediktora predstavljenog u disertaciji jeste kreiranje strukture koja će biti najefikasnija u predikciji valutnih parova koji se smatraju signalima složene prirode i koje kao i tržište, karakteriše sopstveno ponašanje. Prilikom razvoja i koncipiranja arhitekture prediktora, bilo je potrebno obratiti pažnju na nekoliko važnih stavki:

- Izbor podataka, njihovo predprocesiranje i podela na različite skupove (skupovi za treniranje, testiranje itd.);
- Biranje odgovarajuće transformacije i parametara arhitekture neuralnih mreža;
- Utvrđivanje kriterijuma za uspešnost predikcije.

Za svaku prethodno navedenu stavku ne postoje definisana pravila za njihovo utvrđivanje. Kompleksni eksperimenti i veliki broj testiranja sa različitim tipovima mrežnih arhitektura neuralnih mreža i različitim izborom vežvlet transformacija su obavljani kako bi se za obrađivane podatke kreirao precizan hibridni model.

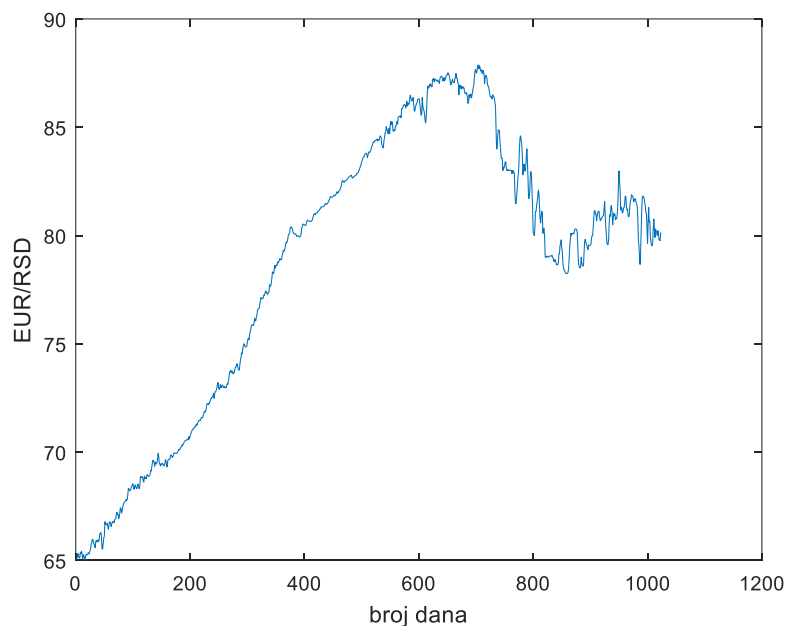
Za razvoj i testiranje hibridnog modela je korišćen Matlab softver u kome je implementiran predloženi model. U program se kao ulazni podatak unosi određeni vremenski niz a kao rezultat on daje prediktovani odbirak. Iako složen, program je *user-friendly* i pored toga što izvodi statističku analizu i računa performanse modela, on nudi i širok spektar finog podešavanja parametara (funkcija talasića, nivo dekompozicije, parametare arhitekture neuralnih mreža itd.) i predstavlja skalabilno i fleksibilno rešenje za buduća istraživanja.

5.4.1 Izbor podataka

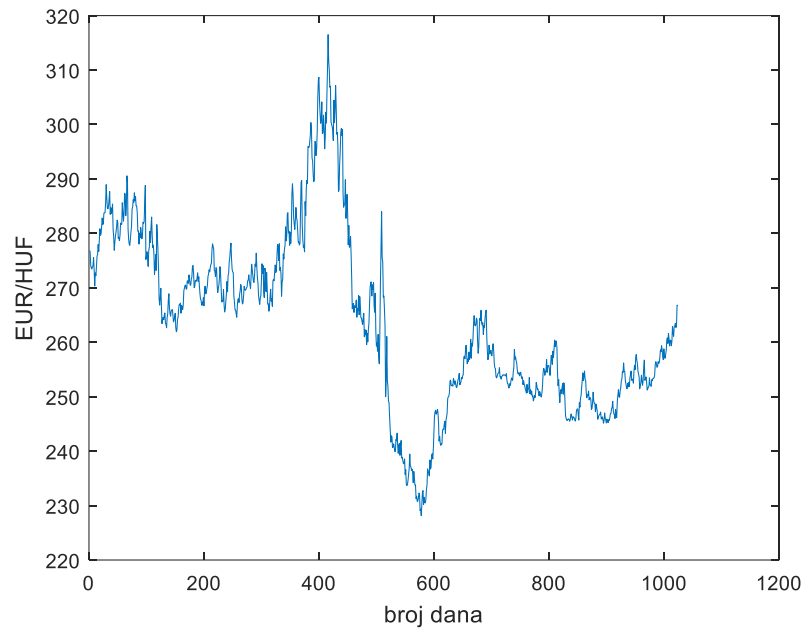
Hibridni prediktor predstavljen u disertaciji je isproban na finansijskim nizovima, tj. valutnim parovima. Za potrebe testiranja i validacije prediktora korišćena je tehnička analiza, tj. odbirci iz prošlosti tri valutna para. Valutni par EUR/RSD je bio predmet originalnog ispitivanja preciznosti prediktora i on je razmatran iz očiglednih razloga. Kako bi se testirala robusnost i primenljivost prediktora, odlučeno je da se on primeni i na dodatne valutne parove. Pri ovome, bilo je poželjno akcenat staviti na dve različite prirode vremenskih nizova. Vođeno time, prediktor je primenjen na valutni par EUR/HUF (mađarske forinte u odnosu na evro) koji ima slične karakteristike kao EUR/RSD. Imajući ovo u vidu, očekivanja su bila da prediktor pokaže sličnu preciznost predikcije. Pored ovoga, testiran je i valutni par EUR/GBP (britanska funta u odnosu na evro) koji ima različite karakteristike u odnosu na prethodna dva niza a gde se očekivalo da model hibridnog prediktora svojim rezultatima to i dokaže.

Eskperimentalna postavka simulacija je takva da su ulazni podaci uzeti iz perioda od jula 2003. godine do septembra 2007. godine. S obzirom da je predmet analize bio pre svega valutni par EUR/RSD, ovaj period od nekoliko godina je izabran jer je analizirani vremenski niz tada imao zanimljiv rast, pa stagnaciju a potom pad, uz šumolike oscilacije na vremenskoj skali veće

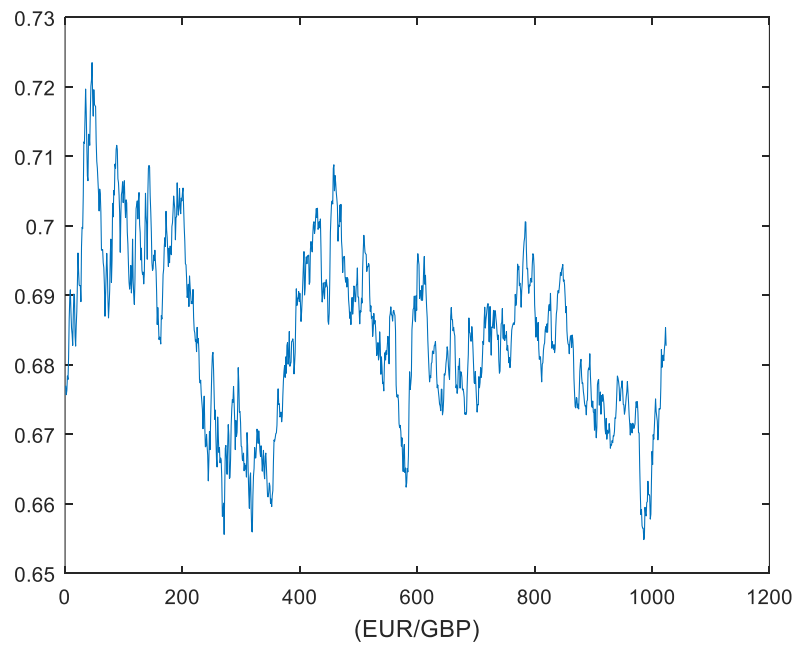
rezolucije. Smatrano je da je to najdinamičniji opseg vrednosti dinara i ujedno najteži za prediktovanje. Takođe, korišćeni su podaci iz ne tako bliske prošlosti da bi mogli da se uporede rezultati predikcije sa stvarnim koji su nam opet poznati iz tog perioda. Još jedan razlog zbog čega se radilo sa valutnim parom iz ovog perioda jeste želja istraživača da se ne ulazi u dnevno-političke spekulacije oko kursa dinara što je uvek aktuelna tema na našoj sceni. Valutni par iz ovog perioda je prikazan na Slici 5.4. Kako bi poređenje rezultata predikcije drugih valutnih parova bilo odgovarajuće, i druge dve analizirane valute su uzete iz istog perioda, pre svega jer se smatralo da na njih utiču slični dinamički efekti i ekonomski faktori. Njihovi prikazi su dati na Slikama 5.5 i 5.6. Vrednosti valutnih parova su skinuti sa sajta evropske banke (<https://www.ecb.europa.eu/stats/exchange/eurofxref/html/index.en.html>).



Slika 5.4 EUR/RSD valutni par u posmatranom periodu.



Slika 5.5 EUR/HUF valutni par u posmatranom periodu.



Slika 5.6 EUR/GBP valutni par u posmatranom periodu.

U Tabeli 5.1 su dati osnovni statistički pokazatelji tri analizirana valutna para u periodu od jula 2003. godine do septembra 2007. godine.

Tabela 5.1 Statistički pokazatelji analizirana tri valutna para.

Statistika nizova	EUR/RSD	EUR/HUF	EUR/GBP
Srednja vrednost	78,6133	263,7638	0,6841
Standardna devijacija	6,5398	16,2032	0,0126
Srednja apsolutna devijacija	5,4552	13,2685	0,0102
Varijansa	42,7687	262,5499	0,0002
Simetričnost	-0,5774	0,3967	0,1925
Ispupčenost	2,1544	2,8835	2,7444
Tačke preokreta	375	502	490
Šenonova entropija	4,7689	1,4898	-704,0000
Minimum	65,0241	228,1600	0,6549
Maksimum	87,8742	316,5000	0,7235
Opseg vrednosti niza	22,8501	88,3400	0,0686

5.4.2 Odabiranje i veličina ulaznog skupa

Kod odabiranja podataka važno je obratiti pažnju na dva parametra – frekvenciju odabiranja i veličinu ulaznog skupa podataka koji će se koristiti. Ako se posmatra frekvencija odabiranja, tj. brzina odabiranja podataka u vremenu, analizom literature je utvrđeno da istraživači u zadacima predikcije uglavnom uzimaju dnevne vrednosti. Najveći razlog za ovo leži u činjenici da se u nekim situacijama valutni parovi menjaju više puta čak u okviru iste sekunde, što bi značilo da ako se uzme ova frekvencija odabiranja, naučnici bi usled velikog broja podataka imali veoma duge procese za analizu. Tako da, i pored toga što valutni parovi u principu mogu da se odabiraju i po minutama čak i satima, većina istraživača preferira praktičnu dnevnu frekvenciju odabiranja [63]. Sa druge strane, brzine odabiranja više od nedelje nisu odgovarajuće jer dovode do premalog ulaznog skupa i nestabilnog procesa predikcije. Iz ovog razloga, predmet našeg istraživanja su bili dnevni podaci analiziranih valutnih parova.

Što se tiče veličine odabiranja, ulazni podaci bi trebalo da budu prilagođeni za korišćenje u predikcionom modelu i zato se moraju pažljivo isplanirati. Analizom radova i stručne literature nije se naišlo na postojanje pravila za utvrđivanje ove veličine a uopšteno govoreći broj odbiraka je potrebno izbalansirati tako da ne čine ni preveliki skup a ni da ih bude premalo. Generalno, tendencija je da se koriste veći skupovi podataka [50], [51]. Većina istraživača uglavnom varira ove podatke pa tako skupovi obuhvataju od jedne do 16 godina odbiraka [50], [252]. U našem istraživanju korišćen je skup od 1024 odbiraka ulaznog niza (veličina je izabrana intuitivno, a konkretna cifra od 1024 je izabrana zbog pogodnosti primene vejevlet transformacije).

5.4.3 Normalizacija podataka

Normalizacija je proces transformacije ulaznih odbiraka vremenskog niza u odgovarajuću formu koja je spremna za dalju obradu u hibridnom prediktoru. U modelima sa neuralnim mrežama, ona omogućava da ulazni parametri sa visokim vrednostima ne “nadjačaju” one sa nižim

vrednostima. Ona je takođe neophodna ukoliko su korišćene funkcije koje generišu izlaze u određenom opsegu (kao što su različite aktivacione funkcije kod neuralnih mreža).

Efekti normalizacije su bili predmet tek nekoliko radova u literaturi u kojima su istraživači zauzimali različite stavove na temu da li ju je potrebno izvršiti. Neki istraživači su mišljenja da normalizacija podataka doprinosi nižim greškama predikcije (prilikom korišćenja modela sa neuralnim mrežama) [253]. Nasuprot njima, autori rada [72] su tvrdili da normalizacija ulaznih odbiraka ne vodi po pravilu ka preciznijoj predikciji [7]. Uprkos postojanju i jednih i drugih mišljenja, generalno normalizacija ulaznih podataka se savetuje pre svega kako bi se olakšao i ubrzao proces učenja neuralnih mreža i kako bi se izbegli potencijalni računarski problemi [7], [254].

U predloženom modelu trudilo se da se podaci adekvatno obrade, te su stoga korišćene funkcije koje predprocesiraju ulazne podatke mapirajući ih u interval $[-1,1]$. Sa ovim korakom, ulazni podaci su imali „ravnomerne efekte“ u radu prediktora. Na kraju, prilikom generisanja rezultata predikcije, primenjen je inverzni proces denormalizacije.

5.4.4 Računanje statističkih parametara

Rezultati računanja statističkih parametara se koriste u trećoj fazi prediktora gde im je uloga ulaza u neuralnu mrežu dodeljena zarad pospešivanja predikcije. Eksperimentisanjem je utvrđeno da oni poboljšavaju performanse modela i doprinose preciznosti predikcije te je stoga posebno važno napomenuti ovaj korak. Svaki statistički parametar za specifičan odbirak se računa na osnovu 10 prethodnih. Usled kompleksnosti arhitekture predstavljenog hibridnog prediktora, korišćeni su sledeći statistički indikatori: srednja vrednost, srednja apsolutna vrednost, varijansa, simetričnost, ispupčenost, tačke preokreta i Šenonova entropija. Svi parametri su detaljno objašnjeni u poglavlju četiri.

5.4.5 Horizont predikcije

Predikcioni horizont, odnosno koliko koraka unapred se vrši predikcija, predstavlja jedan u nizu faktora kog treba odrediti u predikcionoj proceduri. U literaturi ne postoje pravila za ovaj parametar i nisu pronađeni radovi koji su se bavili analiziranjem njegovog uticaja tako da se istraživačima savetuje da ovu vrednost postave prema svojim željama. Posmatrajući proces predikcije sa ovog aspekta razlikuju se tri vrste (korak, u zavisnost od frekvencije uzimanja odbiraka, može biti dan, nedelja ili mesec):

- Kratkoročna (eng. *short-term*) predikcija: 1-3 koraka unapred
- Srednjoročna (eng. *medium-term*) predikcija: 4-8 koraka unapred
- Dugoročna (eng. *long-term*) predikcija: više od 8 koraka unapred.

Najveći broj istraživača koristi predikcioni horizont od jednog dana [73], [255], [256] iako postoje radovi gde je predikcioni horizont jedan mesec [257], [258] ili čak 6 meseci [259]. Ono što se za sada može zaključiti jeste da neuralne mreže za kratkoročne i srednjoročne predikcije daju dobre rezultate, ali za dugoročne one i dalje nisu najpogodniji alat [255]. S tim u vezi, sve mreže u okviru predstavljenog prediktora su se trenirale da prediktuju jedan odbirak unapred. Takođe, trebalo bi napomenuti da kad god se prediktuje jedan odbirak, koristi se prethodna stvarna vrednost vremenskog niza, a ne procenjena. Na ovaj način nema gomilanja grešaka prilikom procesa predikcije jedan korak unapred.

5.4.6 Upotreba vejevlet transformacije

Za potrebe istraživanja u disertaciji, fokus je bio na dizajnu i kreiranju nekoliko različitih podvrsta (scenarija) predikcionog modela. Scenariji se odnose pre svega na koncept objašnjen u poglavlju 5.7 sa razlikom u korišćenju vrste vejevlet transformacije. Tako je za potrebe dva modela korišćena stacionarna, dok je za druga dva korišćena paketska vejevlet transformacija. Primenjen je i proces uklanjanja šuma, koji je u literaturi vrlo često prisutan kao vezan korak kod primene

paketske vejevlet transformacije. Prilikom testiranja, eksperimentisalo se i sa različitim parametrima koji prate ovakav način obrade signala.

Koncept korišćenja talasića u analizi vremenskih nizova nudi prednosti u vidu razdvajanja glatkog dela (niza aproksimacije) i iregularnog i šumovitog (niza detalja) dela signala, gde su oba dela stabilnija za dalju obradu i lakša za predikciju usled filtrirajućih efekata transformacija. Ulazni podaci, u međuvremenu predprocesirani i spremni za dalju obradu, razlažu se na subkomponente tj. nove nizove koji se koriste kao ulazi u skup neuralnih mreža u sledećoj fazi. Glavna razmatranja ove faze su bila izbor transformacije signala, izbor odgovarajućeg talasića i nivo rezolucije do kog će se signal razlagati. Za testiranja su izabrane dve transformacije:

- Ulazni vremenski niz je diskretno odabiran tako da postoji dijadička veza između rezolucionijskih skala, što je dovelo do korišćenja diskretne vejevlet transformacije, odnosno njene varijacije u vidu paketske vejevlet transformacije
- Stacionarna vejevlet transformacija je iskorišćena zbog pogodnosti da se za svaki nivo rezolucije dobije rezoluciona skala dužine n .

Obe korišćene transformacije nude mogućnost “hvatanja” osnovnih procesa u okviru ograničenog broja koeficijenata, a njihov izbor je plod testiranja više različitih vejevlet transformacija, u čijoj konkurenciji su se upravo ove dve pokazale nadmoćnim.

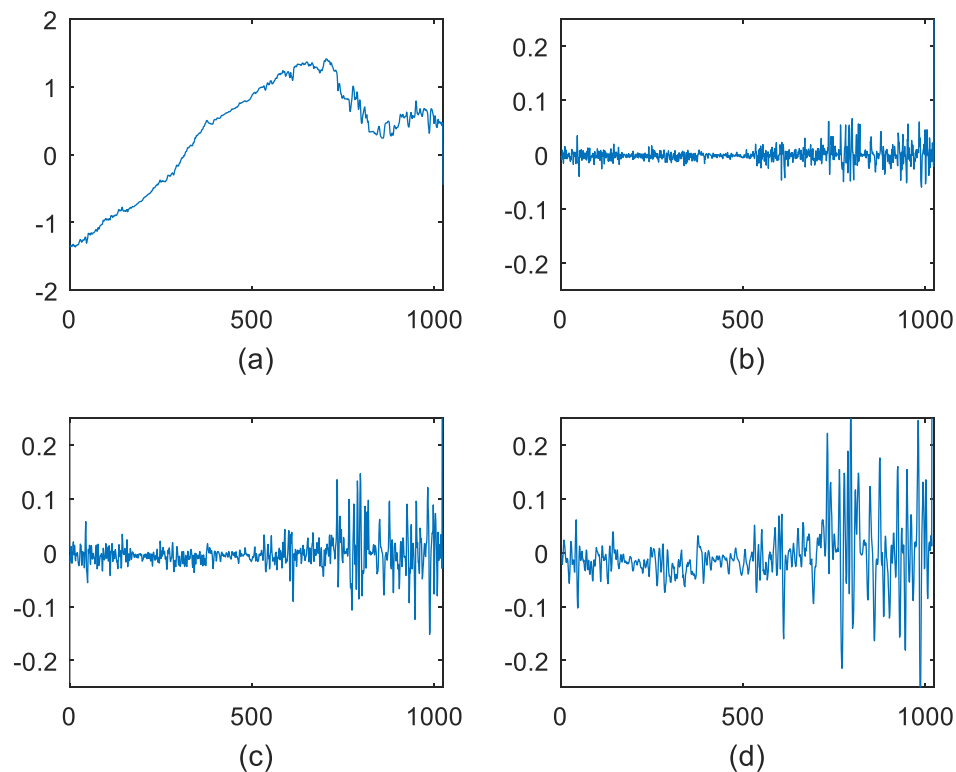
Što se tiče izbora talasića, model sa stacionarnom vejevlet transformacijom je dao najbolje rezultate kada se koristio Harov talasić, dok su kod paketske vejevlet transformacije, najbolji rezultati dobijeni kada se koristio Doubiši talasić broj 40 (Db40). Stoga, za istraživanje su korišćena ova dva talasića.

Izbor optimalnog nivoa dekompozicije, koji generalno zavisi od empirijskih podataka, prirode vremenskog niza i cilja istraživanja, je možda i najvažniji faktor performansi prve faze modela. Sposobnost ovog dela prediktora da “uhvati” dinamičko ponašanje niza varira sa nivoom rezolucije i sledeće balansiranje je potrebno imati u vidu pri njegovom određivanju. Prvo, što je

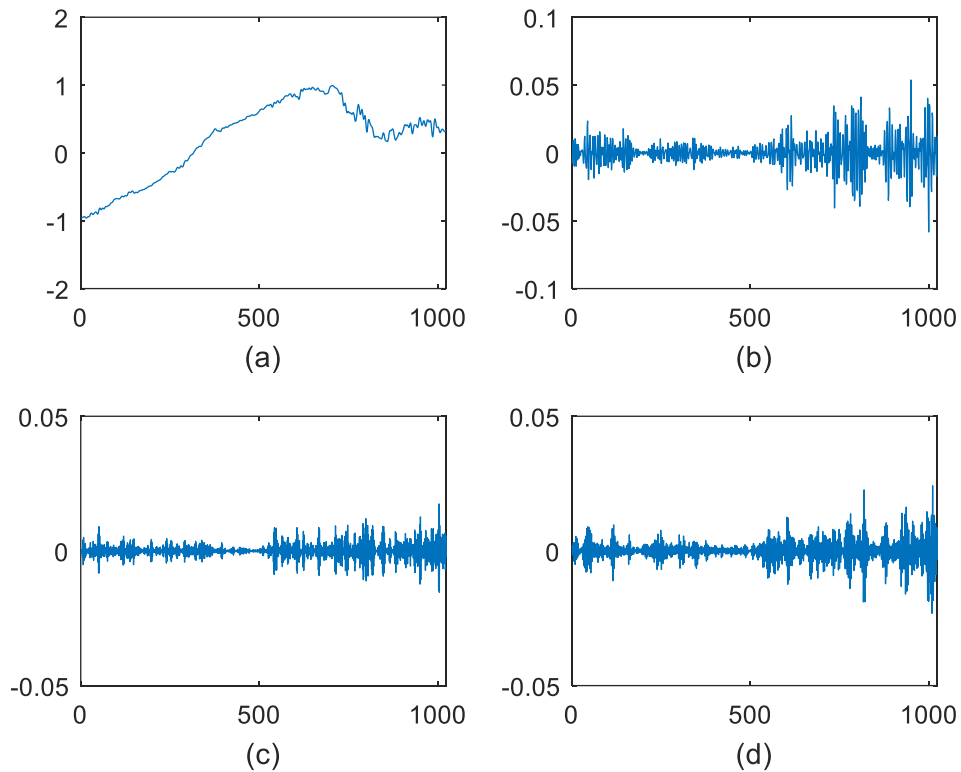
veći red rezolucione skale, niz je “glatkiji” i model za predikciju dobija manje informacija. Sa druge strane, što je nivo rezolucije niži, podaci su šumovitiji i predikcija je sve teža. Iz ovih razloga, razlaganje u prediktoru je zaustavljeno na nivou 3, odnosno za obe transformacije korišćena su dva nivoa – signali su razlagani do drugog i trećeg koraka. Ovo je urađeno jer su za nivo rezolucije veće od tri primećeni loši rezultati. Stoga, imajući u vidu izabrane transformacije, analizirani valutni parovi su se razlagali na sledeći način:

- Paketska vejtlet transformacija sa Db40 talasićem i nivoima dekompozicije 2 i 3
- Stacionarna vejtlet transformacija sa Harovim talasićem i nivoima dekompozicije 2 i 3.

Kako bi se ilustrovaio prethodni koncept, na Slikama 5.7 i 5.8 su dati koeficijenti za stacionarnu vejtlet transformaciju rezolucije 3 i paketsku vejtlet transformaciju rezolucije 2, respektivno (u pitanju je preprocesiran ulazni signal). Oba grafika se odnose na valutni par EUR/RSD.

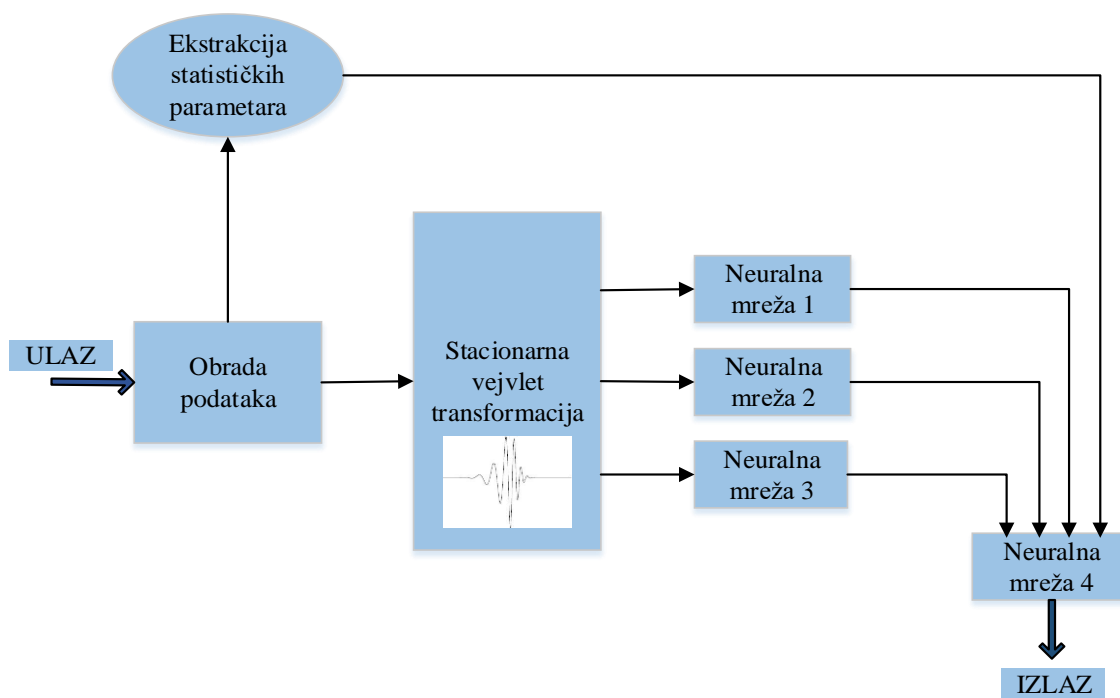


Slika 5.7 Koeficijenti aproksimacije (a) i detalja (b,c,d) za stacionarnu vejtlet transformaciju, rezolucije 3 za valutni par EUR/RSD (Harov talasić).

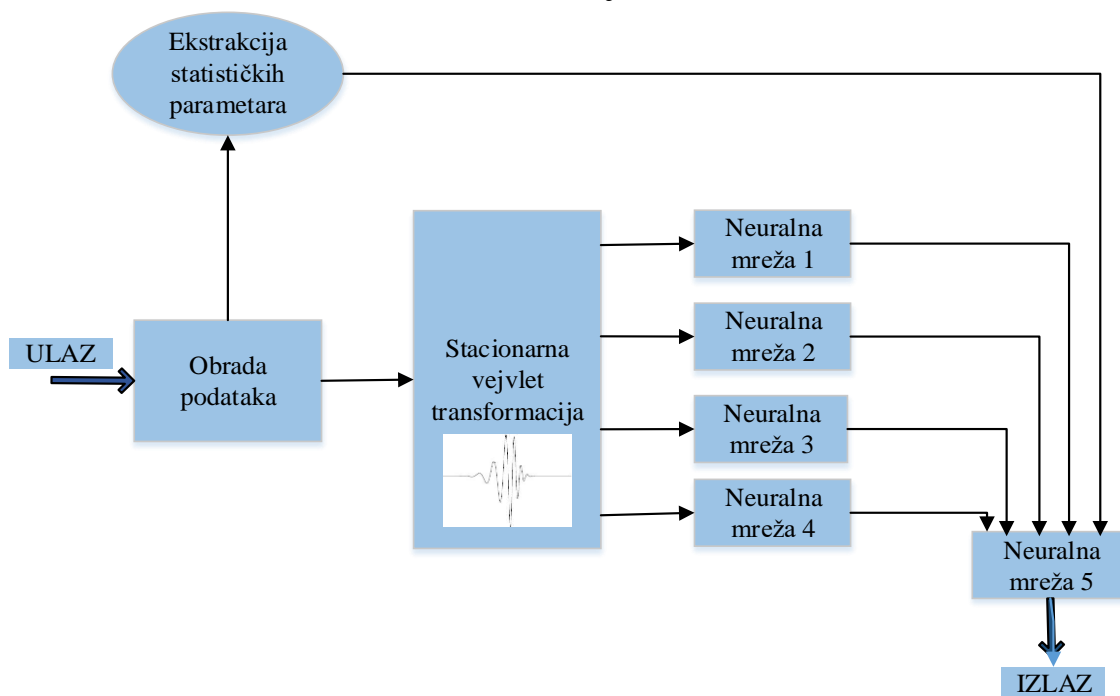


Slika 5.8 Koeficijenti aprokcimacije (a) i detalja (b,c,d) za paketsku vejjvlet transformaciju, rezolucije 2 za valutni par EUR/RSD (Db40 talasić).

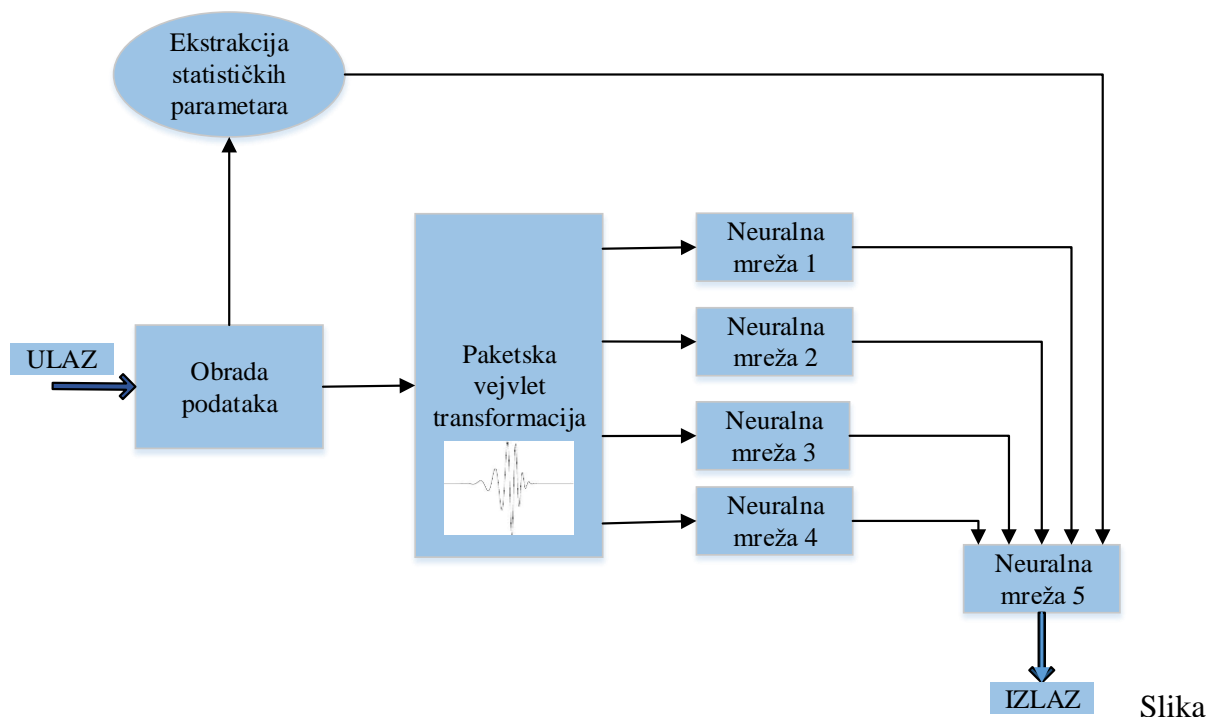
Ako se imaju u vidu prethodna razlaganja, rezultat paketske vejjvlet transformacije nivoa 2 su četiri skupa koeficijenata tj. četiri nova vremenska niza, dok su za stacionarnu vejjvlet dekompoziciju nivoa 2 rezultati tri skupa koeficijenata (jedan niz predstavlja aproksimaciju, tj. niskofrekvencijsku komponentu a dva niza detalje tj. visokofrekvencijske komponente). Analogno tome, rezultati paketske vejjvlet dekompozicije nivoa 3 su osam skupova koeficijenata, dok za stacionarnu vejjvlet transformaciju nivoa 3 imamo četiri skupa koeficijenata, tj. četiri niza (jedna niskofrekvencijska komponenta i tri visokofrekvencijske komponente). Na Slikama 5.9 – 5.12 su predstavljeni modeli prediktora, izdefinisani prema vrsti transformacije i nivou rezolucije.



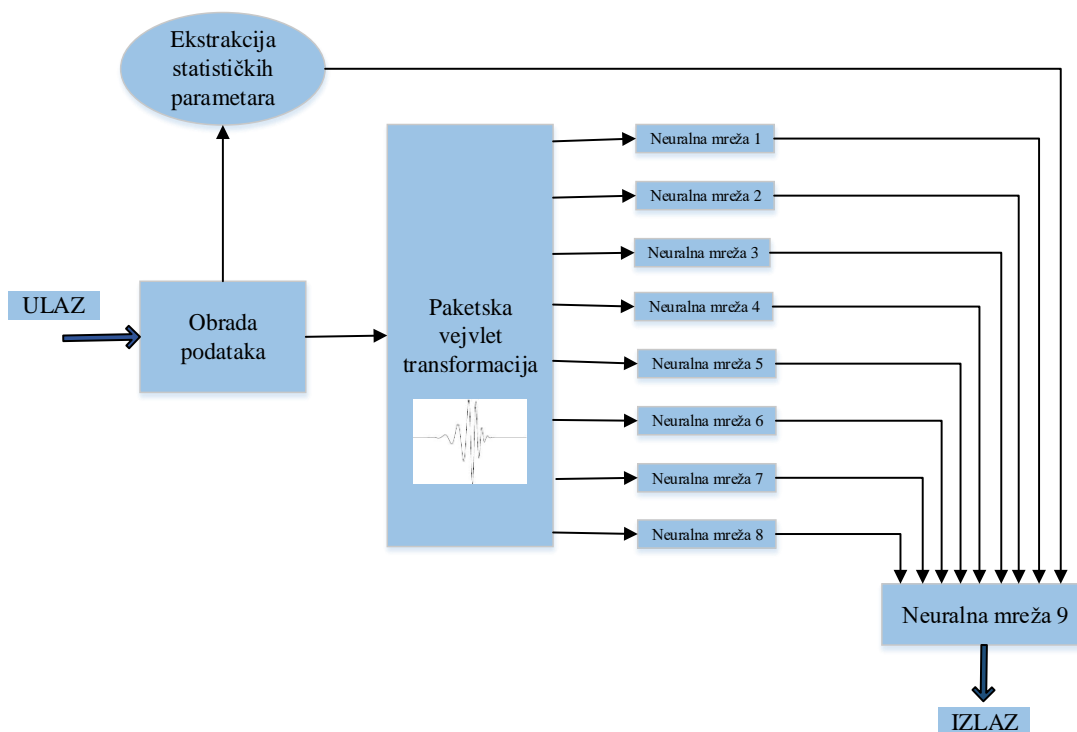
Slika 5.9 Hibridni prediktor sa stacionarnom vejevlet transformacijom i drugim nivoom rezolucije.



Slika 5.10 Hibridni prediktor sa stacionarnom vejevlet transformacijom i trećim nivoom rezolucije.



5.11 Hibridni prediktor sa paketskom vejvlet transformacijom i drugim nivoom rezolucije.



Slika 5.12 Hibridni prediktor sa paketskom vejvlet transformacijom i trećim nivoom rezolucije.

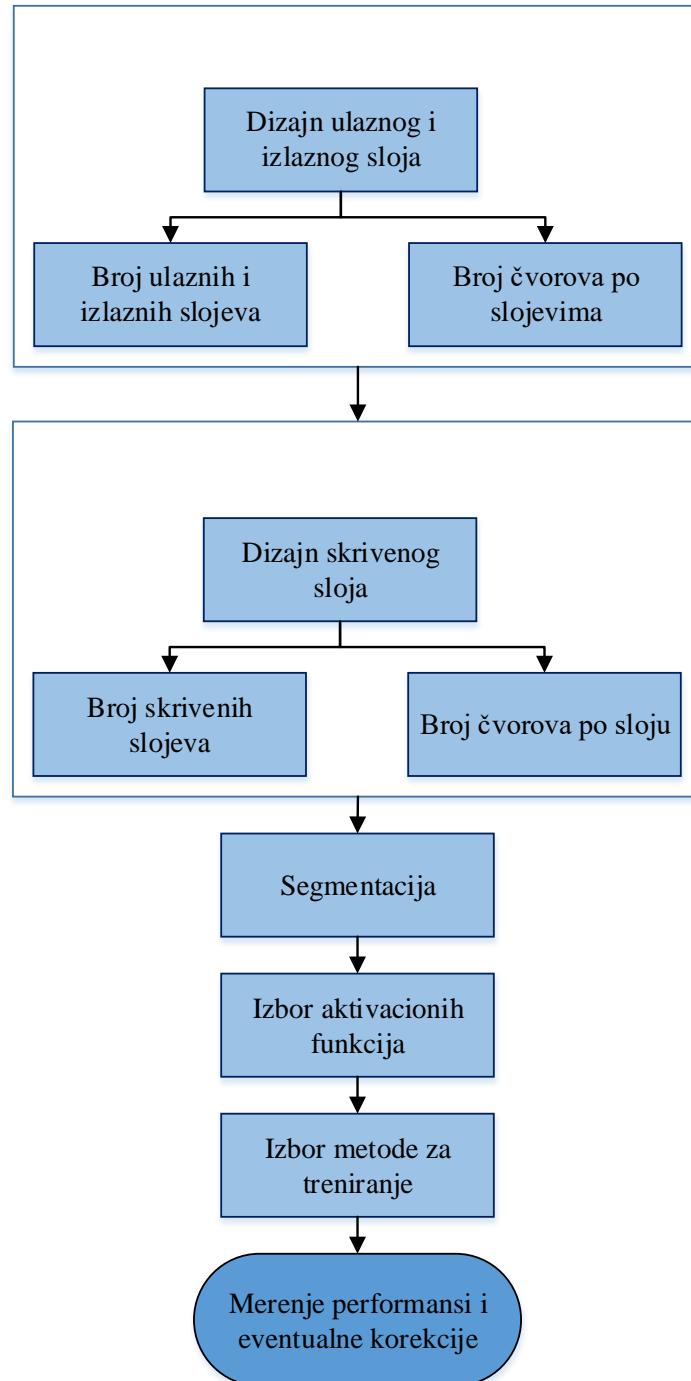
U ovoj fazi, jedan od ciljeva je bio i videti da li proces uklanjanja šuma doprinosi kvalitetu krajnje predikcije. U te svrhe, on je testiran u kombinaciji sa paketskom vejevlet transformacijom. Proces uklanjanja šuma je prilično kompleksan, a primećeno je da su performanse modela posebno osetljive na izbor njegovog praga i da je veoma važno da se utvrdi prava vrednost koja će se primeniti na koeficijente detalja [75], [76], [78]. Za vrednosti praga nisu korišćene formule niti se pridržavalo nekog preporučenog pravila za njegov izbor, već je model istestiran sa metodom mekog praga za nekoliko vrednosti od 0.01 do 0.06 sa korakom od 0.005, a najbolji rezultati su dobijeni za vrednost praga od 0.02. Nakon filtracije, urađena je paketska vejevlet rekonstrukcija kako bi se dobio očišćeni signal koji služi kao ulaz u drugu fazu. Pri ovome, primećeno je da se šum iz originalnog signala uklonio bez uticaja na iznenadne “gličeve” što znači da je veći deo originalnog signala očuvan. Ova karakteristika je ujedno i jedna od većih prednosti paketske vejevlet transformacije.

5.4.7 Arhitektura neuralnih mreža

U ovom poglavlju će biti predstavljene konkretne arhitekture primenjene u neuralnim mrežama modela, što kod grupe mreža u drugoj fazi, što kod jedne samostalne u trećoj. Pored opisa arhitekture, predstaviće se i odgovarajuća neurodinamika. Pojam neurodinamike se odnosi na sam neuron i njegove karakteristike kao što je npr. aktivaciona funkcija dok arhitektura mreže opisuje strukturu slojeva, tj. njihov broj kao i broj neurona u svakom sloju [7], [260]. Trebalo bi napomenuti da svaki scenario (u zavisnosti od izabrane transformacije i nivoa rezolucije) podrazumeva različit broj mreža, ali su principi kreiranja njihove neurodinamike isti za svaki.

Činjenica koja je primećena u razvoju ove faze modela jeste da se ovde ima mala moć kontrole kompleksnosti arhitekture. Jedan način za kontrolisanje ove složenosti bilo je testiranje mreža sa različitim dizajnima i poređenje njihovih performansi kako bi se odredila ona optimalna. Imajući ovo u vidu, pristup ovoj fazi se ogleda u variranju velikih broja faktora dizajna koji utiču na predikcioni rezultat. Pri svemu ovome, osnovno načelo kojeg se držalo jeste što jednostavnija arhitektura tj. minimalistički pristup konstrukciji mreža. Ne samo da je naše istraživanje potvrdilo da je ovo najbolji pristup, već su ovi zaključci podržani literaturom u kojoj se smatra da je najjednostavniji model mreže onaj koji ima najmanje šanse da bude previše ili nedovoljno

istreniran i onaj koji će najbolje da generalizuje nove podatke [166]. Na Slici 5.13 je data osnovna procedura kreiranja arhitekture mreža modela.



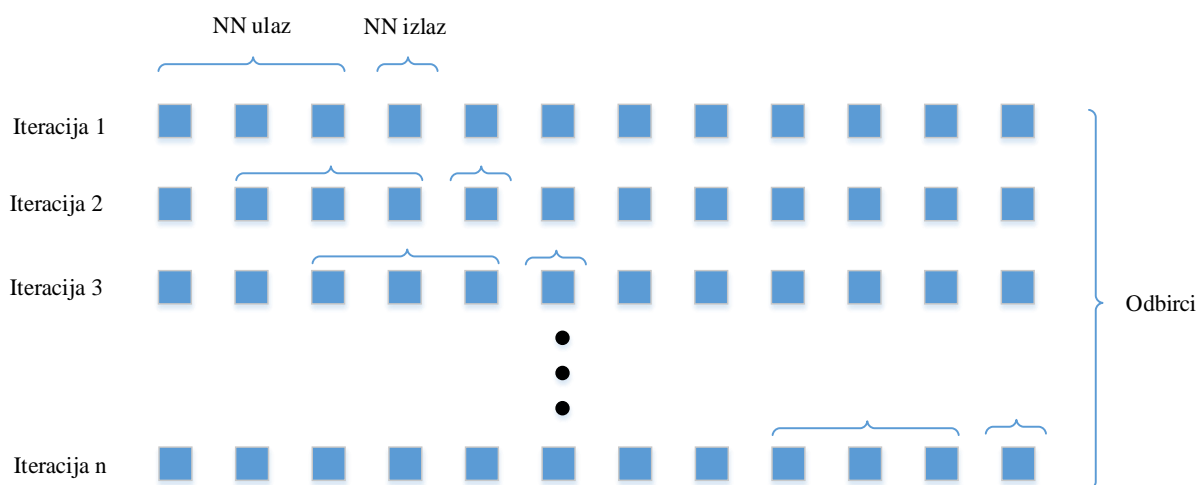
Slika 5.13 Procedura dizajna arhitekture neuralnih mreža.

5.4.7.1 Ulazni i izlazni sloj

Čvorovi ulaznog sloja neuralnih mreža druge faze su jedinice za obradu vejevlet koeficijentata valutnih parova dobijenih u prvoj fazi. Dinamika ove faze se ogleda u preuzimanju vejevlet subkomponentata određenih nivoa rezolucije i njihovom provlačenju kroz sistem neuralnih mreža, kao što je prikazano na Slikama 5.9-5.12. Kako bi se utvrdio optimalan broj ulaznih čvorova u neuralne mreže u fazi dva, testirani su modeli sa ulaznim slojem koji se sastoji od 1, 2, 3 ili 4 čvora. Oni čine deo takozvanog kliznog prozora (eng. *sliding window*) na osnovu kojih se prediktuje sledeća vrednost niza (Slika 5.14) [1]. Generalno, logično je da manje veličine prozora nisu dovoljne da uhvate osnovne mehanizme niza dok veće veličine prozora stvaraju previše složene strukture. U našem slučaju, rad svih mreža je testiran sa variranjem broja ulaza, a cilj je bio na osnovu realne srednje kvadratne greške odrediti optimalan broj ulaza:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (5.1)$$

gde su y_t prava vrednost, \hat{y}_t prediktovana vrednost a n dužina niza duž kog se kreće prozor. Tako na primer, ukoliko je statistički pokazatelj ukazao na optimalnu veličinu prozora od 3 odbirka, onda je izlaz \hat{y}_t rezultat predikcije tri uzastopna ulaza $y(t-1)$, $y(t-2)$ i $y(t-3)$. Ovakav pristup variranja veličine prozora je rezultat istraživačke intuicije i do njega se došlo spontano kroz mnogobrojna eksperimentisanja sa neuralnim mrežama i "igranja" sa njihovim ulazima.



Slika 5.14 Kretanje kliznog prozora prilikom procesa predikcije.

Velikim brojem sprovedenih eksperimenata, tokom kojih su menjane različite veličine ulaza od ovih, primećeno je da broj ulaznih čvorova veći od četiri generiše nestabilne izlaze i stoga je izbor varijacija pao na gore pomenute vrednosti. Glavnim razlogom za ovu nestabilnost se smatra prevelika istreniranost neuralnih mreža, kao jedan od potencijalno realnih rizika.

Što se tiče broja ulaza u poslednju neuralnu mrežu, on zavisi od vrste primenjenog scenarija. Fiksni deo ulaza predstavljaju statistički parametri izvedeni nad originalnim nizom kojih ima 7. Preostali broj ulaza zavisi od vrste transformacije i primenjenog nivoa rezolucije i varira od 3 (SWT, 2 nivo) do 8 (WPDN, 3 nivo).

Za izlazne slojeve, imajući u vidu da je cilj predikcije jedna vrednost niza unapred, koristi se jedan izlazni sloj sa jednim neuronom (za sve mreže modela) koji je označavao sledeću prediktovanu vrednost. U Tabeli 5.2 su sumirane arhitekture poslednje neuralne mreže modela, u zavisnosti od tipa vejevlet transformacije i nivoa rezolucije korišćenog prilikom razlaganja.

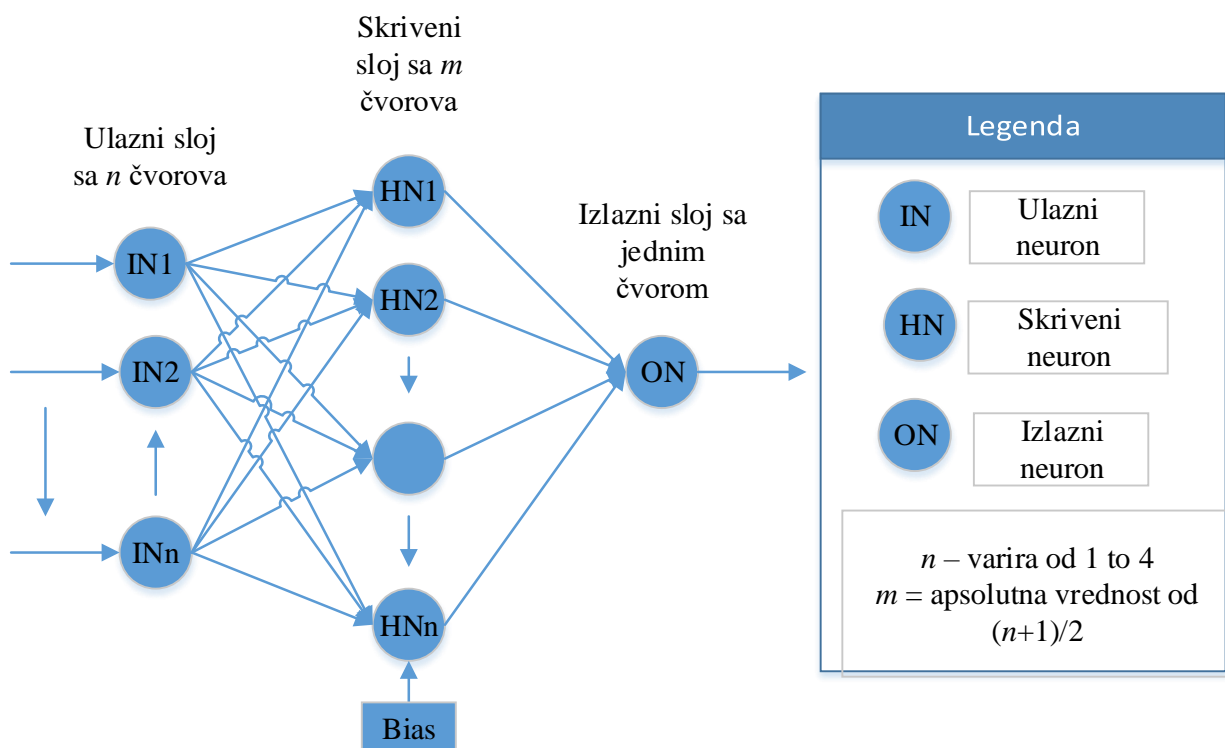
Tabela 5.2 Detalji arhitekture neuralne mreže iz poslednje faze.

Metod	Nivo rezolucije	Broj ulaza	Broj izlaza	NN arhitektura
SWT	2	10	1	10:5:1
SWT	3	11	1	11:6:1
WP	2	11	1	11:6:1
WP	3	15	1	15:8:1

5.4.7.2 Skriveni sloj

Da bi se mrežna arhitektura definisala u potpunosti, velika stavka je izbor broja skrivenih slojeva i skrivenih čvorova u njima, parametara koji definišu složenost modela neuralne mreže [261]. Po literaturi, ako se izabere dovoljan broj skrivenih neurona, standardni algoritam propagacijom unazad (koji će biti korišćen u radu modela, što će biti objašnjeno kasnije) a koji koristi proizvoljnu funkciju prenosa može prilično precizno da aproksimira bilo koju funkciju [7], [262]. U razmatranju broja skrivenih slojeva pošlo se od stava da mreže sa više od dva skrivena sloja karakteriše visoka složenost i da dodavanjem slojeva njih ne odlikuju poboljšane performanse [20]. Stoga se u sprovedenom istraživanju ovakve arhitekture nisu ni razmatrale. Daljim istraživanjem došlo se do zaključka da konkretno u oblasti finansijske predikcije postoji običaj da se koristi samo jedan sloj [20], [40]. Zbog ovakvih smernica gde neuralne mreže sa jednim skrivenim slojem mogu da aproksimiraju bilo koju funkciju sa solidnom preciznošću ali i zbog razloga što ulazni sloj ima relativno malo čvorova, neuralne mreže druge faze se dizajniraju sa jednim skrivenim slojem. U prilog ovoj odluci svakako ide i činjenica da neuralne mreže generišu jedan izlaz (umesto skupa odbiraka koji bi sa sobom povlačili veći broj skrivenih slojeva). Dodatno, povećanjem broja skrivenih slojeva u predloženom prediktoru nisu dobijeni precizniji već štaviše, nestabilniji rezultati, uz dugotrajnije vreme izvršavanja algoritama.

Jednom kad se izabere broj skrivenih slojeva, broj neurona u njima može biti ključan parametar dizajna. Nepotrebno je napomenuti da se i ovim podešavanjima mora prići veoma oprezno. Naime, ukoliko u skrivenom sloju ima premalo čvorova, sistem će vrlo verovatno dostići visoke greške prilikom treniranja. Nasuprot tome, ukoliko je broj skrivenih jedinica preveliki, model dobija na složenosti i dužem vremenu treniranja [263], [264]. U literaturi postoje mnogobrojne različite preporuke za određivanje ovog parametra (75% broja ulaznih neurona iz rada [265] ili $\frac{1}{2}$ do 3 puta broj ulaznih neurona iz rada [266]), ali za mali broj ulaznih neurona ovo daje prilično loše rezultate. Preporuka za način biranja broja skrivenih slojeva je iz [20] gde je rečeno da biranje optimalnog broja neurona skrivenog sloja može da se postigne na tri načina: fiksnim, konstruktivnim i destruktivnim pristupom. Fiksni pristup je treniranje mreža sa različitim brojem skrivenih neurona kako bi se pronašla optimalna mreža u zavisnosti od nekog kriterijuma. Ovaj kriterijum je primenjen i kod predloženog prediktora. Druga dva uključuju menjanje broja skrivenih neurona tokom samog treniranja njihovim dodavanjem ili oduzimanjem [7], [20]. U ovom istraživanju, neuroni skrivenog sloja su varirani dok se nije identifikovao onaj broj pri kom je složenost modela na neki način izbalansirana. Konkretnije, primenjen je princip koji se vrlo često koristi u literaturi pod nazivom Okamov princip oštrice (eng. *Okam's razor principle*). Njegovom primenom, za svaku neuralnu mrežu u sistemu, broj skrivenih neurona se setuje da bude jednak polovini broja ulaza i izlaza, što je preporučeno pravilo koje se između ostalog koristilo i u istraživanjima kao što su [267], [268]. Takođe, u ovoj fazi sprovedenih eksperimenata primećeno je da povećanje broja skrivenih čvorova (tj. dodavanje više slojeva) ne povećava uspešnost rada mreža. Na Slici 5.15 je prikazan primer višeslojne neuralne mreže korišćene u drugoj fazi modela. Kod poslednje neuralne mreže modela je, kao i za mreže druge faze, primenjen isti princip arhitekture sa jednim skrivenim slojem.



Slika 5.15 Primer višeslojne neuralne mreže iz druge faze hibridnog prediktora.

5.4.7.3 Segmentacija

Pojam segmentacije u sprovedenom istraživanju se odnosi na podelu podataka prilikom procedure treniranja neuralnih mreža u drugoj i trećoj fazi. U primeni neuralnih mreža u predikcionim modelima podela podataka je neophodna i može imati značajan uticaj na konačan rezultat [8], [269]. Podaci za treniranje neuralnih mreža se uglavnom dele na tri skupa podataka: skup za treniranje, testiranje i validaciju. Skup za treniranje služi da se mreža istrenira za rad, dok druga dva skupa služe kao mera sposobnosti za predikciju i moći generalizacije te istrenirane mreže. Sam skup za validaciju služi kako bi se utvrdila tačka zaustavljanja procesa treniranja i uglavnom se smatra delom skupa za testiranje [41] ali vrlo često se i ne koristi iz više razloga. Prvo, skoro uvek je istraživački jasna potreba što jednostavnijeg dizajna mreža pa se vođeni ovim motivom naučnici odlučuju za što prostiju podelu podataka. Drugo, kod zadatka sa realnim

podacima (nasuprot onih koji su veštački generisani) nekad je teško nizove podeliti u disjunktne skupove, a vrlo često oni su i ograničeni u svojoj dužini ili pre određene tačke u vremenu i nisu reprezentativni trenutnom trendu [1]. Samim tim, istraživači se u literaturi uglavnom oslanjaju na dva skupa – skup za treniranje i skup za testiranje. Poučeni ovim i prateći princip što jednostavnije implementacije i kod hibridnog prediktora u disertaciji su korišćena dva skupa podataka.

Pravilo za pristup segmentaciji podataka u odgovarajuće skupove ne postoji. Ona se izvodi proizvoljno i retko se proučavaju statističke karakteristike tih novih skupova podataka. Smatra se da je segmentacija izbor istraživača i da zavisi od tipa i dostupnosti podataka kao i karakteristika problema koji se analizira [40]. Većina istraživača koristi 80% podataka za skup za treniranje ili čak 90% ali bez obrazloženja svojih motiva za to [51]. Tako na primer, u [270] je predloženo da minimum 20% podataka bi trebalo da budu podaci za testiranje. Zanimljiv rad je referenca [271] gde je naučnik Valčak (Walczak) primetio da ako se uspostavi pravilna segmentacija i ukoliko je na raspolaganju dovoljna količina podataka u okviru skupa za treniranje, modeli mogu da prediktuju buduće odbirke valutnih parova sa 60% većom tačnošću od neuralnih mreža treniranih na manjim ili većim skupovima od te izabrane vrednosti. Sve ovo je predstavljalo motiv da se model istestira sa više segmentacija i da se utvrdi ona koja daje najbolji rezultat. Stoga su u sprovedenom istraživanju testirane različite segmentacije kao što su 60:40, 70:30, 80:20 i 90:10 u korist dela podataka za treniranje. U svakoj verziji modela, najuspešnijom a samim tim i najviše eksploatisanom se pokazala podela 80:20, tj. scenario gde se prvih 80% podataka koristilo za treniranje dok je preostalih 20% niza korišćeno za evaluaciju neuralne mreže. Ovakva podela podataka je odabrana jer je za druge testirane podele primećeno blago neregularno ponašanje modela koje se može objasniti slabijom generalizacijom u slučaju manjih skupova za treniranje i efekta pretreniranja u slučaju većih skupova za treniranje.

Prilikom setovanja segmentacije, ne treba smetnuti sa uma i njenu povezanost sa dužinom niza. Naime, u radu [271] eksperimentalni rezultati su pokazali da za finansijske vremenske nizove, dve godine podataka za treniranje je sasvim dovoljno za dobijanje dobre predikcione tačnosti. Ovaj stav je imao uticaj i na sprovedeno istraživanje s obzirom da primenjena segmentacija na analiziranu dužinu vremenskog niza od 1024 odbiraka takođe daje malo preko dve godine (~2.8), što je poslužilo kao istraživačko ohrabrenje da se ide u dobrom pravcu.

5.4.7.4 Aktivacione funkcije

Kao što je objašnjeno u trećem poglavlju, aktivaciona funkcija je matematička formula koja utvrđuje izlaz specifičnog neurona za obradu signala. Njen cilj je da spreči da izlazne vrednosti neurona dostignu visoke vrednosti koje mogu da inhibiraju proces treniranja [20]. Pravila oko njenog izbora ne postoje, ali će se ovde pomenuti nekoliko referenci u kojima su se naučnici pozabavili ovim parametrom. Tako npr. u radu [272] je izvršeno poređenje različitih tipova funkcija na podacima različitih priroda. Autori ovog rada su zaključili da nesigmoidalne funkcije daju najbolje rezultate kada su u pitanju nelinearni podaci bez šuma, dok su sigmoidalne funkcije najbolje kod blago nelinearnih ali šumovitih signala [8]. Generalno, sigmoidalne funkcije su jedne od najčešće korišćenih transfer funkcija u predikciji vremenskih nizova [40]. Iz čuvenog rada [20] imamo preporuku da je najbolje koristiti sigmoidalan tip funkcije u skrivenim slojevima a linearnu funkciju u izlaznom sloju [8]. Takođe, hiperbolična tangentna funkcija se preporučuje za problem predikcije i kod detekcija šema i mnogo je bolja od alternativnih rešenja, naročito kada se računaju devijacije od uobičajenog ponašanja [20], [273].

Imajući sve prethodne smernice u vidu, bilo je lakše krenuti u podešavanje aktivacionih funkcija čvorova mreža u predstavljenom prediktoru. Znajući da kursno tržište odlikuju visoki šumovi, volatilnost i kompleksnost, kao i da mreže koje koriste nelinearne transfer funkcije brže i bolje uče nelinearne veze iz ulaznih podataka, za ulazne i skrivene čvorove korišćena je hiperbolična tangentna sigmoidalna aktivaciona funkcija (u Matlab rečniku poznata i kao “*tansig*” funkcija), dok se za izlazni sloj koristila linearna funkcija (poznata kao “*purelin*”). Ove funkcije su najčešći izbori kod dizajna višeslojnih neuralnih mreža, tako da u njihovom razmatranju se nije odstupalo od preporuka iz literature. Ovoj odluci je doprinela i činjenica da je izvršeno skaliranje ulaznih podataka na opseg od -1 do 1, jer je ujedno i izlaz ove funkcije ograničen na isti opseg.

5.4.7.5 Treniranje neuralnih mreža

Kod procesa treniranja korišćen je metod pod imenom “klizni prozor” (eng. *sliding window*) gde se ulaz dužine n kreće kroz set za treniranje dok se jedna vrednost koristi kao target. Kako bi kasniji proces predikcije bio što uspešniji, jasno je da je neophodno da neuralne mreže budu što bolje istrenirane na odgovarajućem skupu podataka a izbor načina treniranja mreža tj. optimalnog algoritma je prilično otvorena tema i dan danas [23]. U svrhu treniranja svih neuralnih mreža iz modela koristilo se nadzirano učenje, tj. algoritam sa propagacijom unazad. Mreže su trenirane prema posebnoj, unapređenoj vrsti BP algoritma – skaliranim konjugovanim algoritmom (eng. *Scaled Conjugate Gradient SCG*), vrstom učenja koji pokazuje linearnu konvergenciju za većinu problema i omogućava vrlo brzo učenje [274]. Ovim algoritmom se utvrđuju težinski vektori, koji mapiraju mrežne ulaze u željene izlaze i koji su nasumično inicijalizovani a zatim adaptirani tokom procesa treniranja. Proces treniranja obuhvata tri koraka:

- Ulazni skup podataka (koeficijenta iz prethodne faze) se unosi u mrežu koja se “pokreće”: aktivacione funkcije počinju sekvencijalno da rade od početnog ka završnom sloju mreže;
- Razlika između željenog i stvarnog čvornog izlaza se računa i greška se propagira unazad od završnog ka početnom sloju;
- Za svaku vezu, težine se modifikuju u zavisnosti od veličine greške.

Kada se ova tri koraka izvrše za svaki skup podataka koji se “uhrani” u mrežu, smatra se da je jedna epoha (eng. *epoch*) završena. Treniranje obično traje nekoliko hiljada epoha, a pri treniranju prediktora je korišćena podrazumevana vrednost od 1000. Maksimalno vreme podešeno za treniranje je stavljeno da bude beskonačno, a za minimalni gradijent je takođe uzeta podrazumevana vrednost od 10^{-6} . Testiranja su sprovedena koristeći istu arhitekturu i mrežne parametre, ali drugačiji set ulaznih podataka za treniranje prilikom svake iteracije (svaki put u mreže druge faze ulaze obrađeni različiti delovi valutnih parova). Ovakve iteracije obezbeđuju

skup različitih težinskih vektora koji su nasumično inicijalizovani a koji se adaptiraju tokom procesa treniranja. Naime, sve težine se sinhronizovano menjaju prilikom “hranjenja” mreža skupom podataka što je poznato i kao “*online*” treniranje (pored ovoga postoji i “*batch*” treniranje prilikom kog se sve izmene akumuliraju i primenjuju tek nakon što je mreža videla sve skupove ulaznih podataka koji u nju ulaze [1]).

Po pravilu, funkcija za meru konvergencije mreže ka određenom opimalnom rešenju kod mreža sa propagacijom unapred je srednja kvadratna greška, definisana kao:

$$MSE = \frac{1}{2} \sum_{c=1}^C (D_c - O_c)^2 \quad (5.2)$$

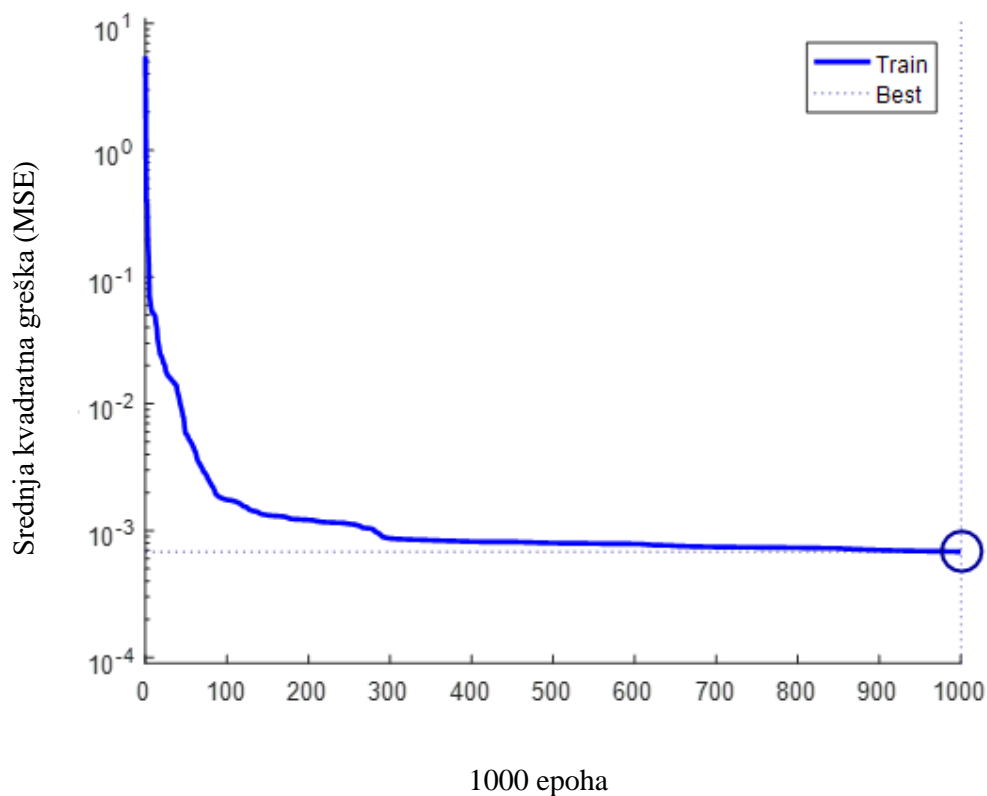
gde su:

C – broj jedinica u završnom izlaznom sloju,

D_c - željeni mrežni izlaz, i

O_c - stvarni mrežni izlaz.

Na Slici 5.16 dat je grafik zavisnosti greške u odnosu na broj epoha treniranja. Prikaz je dat za poslednju neuralnu mrežu u fazi 3.



Slika 5.16 Performanse poslednje neuralne mreže (najbolje performanse treniranja su 0.00068177 na 1000 epoha).

5.5 Mere performansi

Za procenu performansi predloženog hibridnog prediktora korišćena su četiri statistička parametra:

- MAE (eng. *Mean Absolute Error*) – srednja apsolutna greška
- MAPE (eng. *Mean Absolute Percentage Error*) – srednja apsolutna procentualna greška

- MSE (eng. *Mean Squared Error*) – srednja kvadratna greška
- RMSE (eng. *Real Mean Squared Error*) – realna srednja kvadratna greška

Ovi parametri su definisani preko sledećih izraza:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (5.3)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} * 100\% \quad (5.4)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 \quad (5.5)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (5.6)$$

gde je y_t prava vrednost, a \hat{y}_t prediktovana vrednost. Iako su gore navedeni izrazi, kao najčešće korišćene statističke mere za detekciju grešaka, poznate istraživačima, napomenuće se da MAE meri devijacije između pravih i prediktovanih vrednosti, MAPE je prosečna apsolutna procentualna greška, MSE je prosek kvadratnih grešaka između prediktovane i prave vrednosti dok je RMSE indikator koliko je dobra varijansa predikcije. Očigledno, što su ove vrednosti bliže nuli, predikcija je preciznija.

5.6 Zaključni parametri arhitekture hibridnog modela za predikciju

Na kraju diskusije o izboru parametara arhitekture hibridnih modela koji su u testnom okruženju postigli najbolje performanse, priloženo je kratko zaključno sumiranje:

- ✓ Ulazni podaci: u rasponu od nekoliko godina, korišćen je skup od 1024 odbiraka

- ✓ Frekvencija odabiranja ulaznih podataka: dnevna
- ✓ Normalizacija ulaznih podataka: izvršena na opseg [-1,1]
- ✓ Horizont predikcije: jedan odbirak unapred
- ✓ Izabrane vejevlet transformacije:
 - Paketska vejevlet transformacija sa Db40 talasićem i nivoima dekompozicije 2 i 3
 - Stacionarna vejevlet transformacija sa Harovim talasićem i nivoima dekompozicije 2 i 3.
- ✓ Arhitektura neuralnih mreža:
 - Broj ulaznih, izlaznih i skrivenih slojeva – 1 (sem kod vejevlet transformacije 3 nivoa rezolucije gde su korišćena 2 skrivena sloja)
 - Broj ulaznih čvorova variran od 1 do 4, broj izlaznih čvorova 1, broj skrivenih čvorova jednak polovini sume broja ulaznih i izlaznih čvorova
 - Segmentacija varirana, najbolji rezultati dobijeni za podelu od 80:20, tj. gde se prvih 80% podataka koristilo za treniranje dok je preostalih 20% niza korišćeno za evaluaciju neuralne mreže
 - Aktivaciona funkcija: za ulazne i skrivene čvorove korišćena hiperbolična tangentna sigmoidalna aktivaciona funkcija dok se za izlazni sloj koristila linearna funkcija
 - Treniranje neuralnih mreža: prema BP algoritmu, tj. skaliranom konjugovanom algoritmu.

U narednom poglavlju biće predstavljeni rezultati složenih eksperimenata i mnogobrojnih testnih slučajeva koji će potvrditi uspešnost mrežnih arhitektura sa gore izabranim parametrima.

6. Rezultati

U ovom poglavlju će biti predstavljeni rezultati rada predloženog hibridnog modela prilikom predikcije različitih valutnih parova. Analiza modela je vršena na osnovu rezultata predikcije jednog odbirka unapred određenog vremenskog niza. Performanse su se merile kako bi se pokazalo koliko dobro model „hvata“ trend kretanja ovih vremenskih nizova. Kao što je ranije napomenuto, glavni fokus istraživanja je bio na domaćoj valuti i njenom odnosu prema evru, tako da je najviše rezultata i diskusija u vezi istih predstavljeno baš za ovaj vremenski niz. Druge dve valute su uzete kako bi se proširila i dokazala raznovrsnost modela i kako bi se dodatno procenile njegove performanse.

Svi rezultati su dobijeni kroz jedinstveni Matlab programski kod koji implementira predstavljeni hibridni prediktor. Dizajnirani program se pohranjuje sa ulaznim vremenskim nizovima i kao izlaz prediktuje odbirke. Korisnički, on predstavlja privlačan i fleksibilan interfejs sa mogućnošću menjanja različitih parametara kao što su: funkcija talasića, nivo dekompozicije, parametri arhitekture neuralnih mreža itd. Program takođe izvodi statističku analizu rezultata i računa performanse modela. Preko njega, korisniku se nudi fino podešavanje parametara modela i predstavlja skalabilan i vrlo koristan alat za dalja istraživanja.

U narednim delovima biće razmatrani rezultati različitih verzija predstavljenog hibridnog prediktora za odgovarajuća tri valutna para.

6.1 Rezultati za EUR/RSD vremenski niz

Razmatranje rezultata će početi od osnovnog predmeta analize – domaće valute, to jest EUR/RSD kursne razlike. Pri ovom koraku, uzima se u obzir da je model već arhitekturno koncipiran i shvaćen, te će fokus biti na onim delovima njegove arhitekture čijim izborom se najviše uticalo na rezultate. Ako se izuzme odabir transformacije i nivoa rezolucije u prvoj fazi modela, važan deo za generisanje preciznih rezultata predstavljaju neuralne mreže druge faze. Sve ove mreže su posebno trenirane (sa odgovarajućim vejevlet koeficijentima) sa ciljem predikcije jednog odbirka unapred. Broj i treniranje neuralnih mreža zavisi od primenjene vejevlet transformacije. U dve verzije modela korišćena je stacionarna vejevlet transformacija, a primenjen je Harov talasić. U slučaju ove transformacije drugog nivoa, u drugoj fazi modela formiraju se 3 neuralne mreže. Performanse ove tri neuralne mreže, merene pomoću statističkog indikatora RMSE (srednja kvadratna greška), su date u Tabeli 6.1. U slučaju stacionarne transformacije trećeg nivoa, u drugoj fazi modela formiraju se 4 neuralne mreže, neophodne za obradu 4 niza iz prve faze. Njihove performanse su date u Tabeli 6.2. Analogno ovome, u Tabelama 6.3 i 6.4 su date vrednosti istog indikatora za paketsku vejevlet transformaciju drugog (4 neuralne mreže) i trećeg (8 neuralnih mreža) nivoa. Primetno je da su sve mreže solidno istrenirane i da daju zadovoljavajuće predikcione izlaze, koji će, opet, poslužiti kao ulazi u treću fazu modela. Primećuje se da su lošije istrenirane peta i osma neuralna mreža u slučaju paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa što se pripisuje faktoru nasumičnosti odnosno neprilagođenosti modela. Radi vizuelnog doživljaja, u nastavku su i grafici poređenja ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze (Slike 6.1-6.4). Primećuje se veliki stepen poklapanja nizova, sa neznatnim odstupanjima kod koeficijenata detalja u slučaju paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa. Ova sitna nepoklapanja se pripisuju visokom nivou rezolucije i nestabilnijim šumovima višeg nivoa koji su vrlo zahtevni kao predmet predikcije.

Tabela 6.1 Performanse neuralnih mreža – scenario SWT, Harov talasić, 2 nivo rezolucije.

	NN1	NN2	NN3
RMSE	0.0326	0.0497	0.0547

Tabela 6.2 Performanse neuralnih mreža – scenario SWT, Harov talasić, 3 nivo rezolucije.

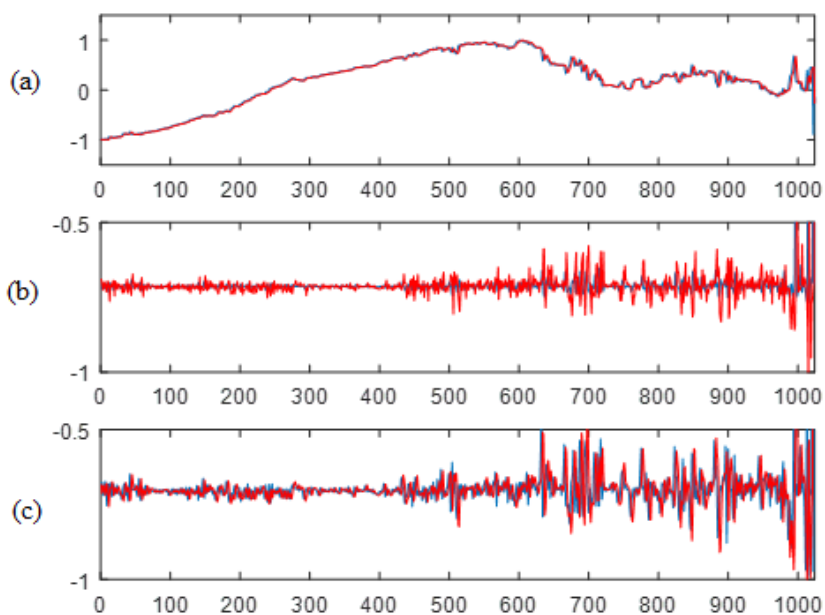
	NN1	NN2	NN3	NN4
RMSE	0.0274	0.0286	0.0395	0.0869

Tabela 6.3 Performanse neuralnih mreža – scenario WPDN, talasić Db40, 2 nivo rezolucije.

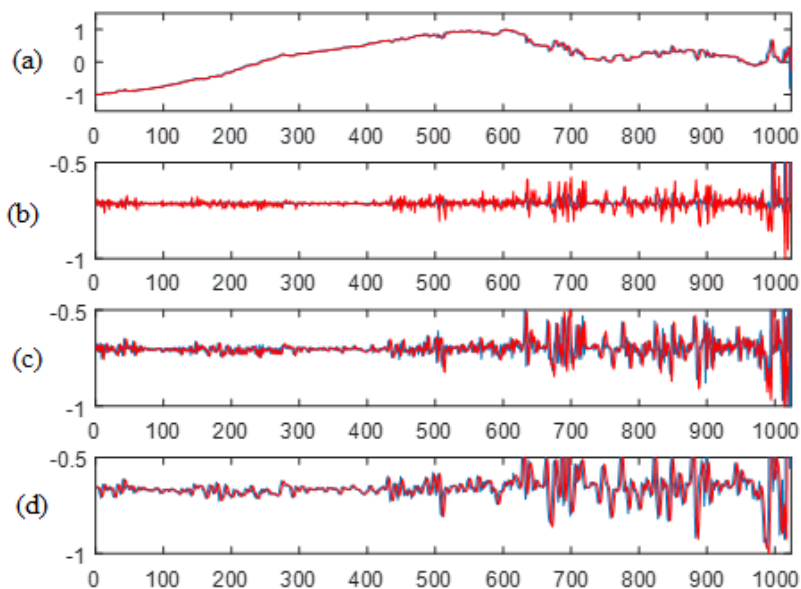
	NN1	NN2	NN3	NN4
RMSE	0.0025	0.0013	0.0021	0.0163

Tabela 6.4 Performanse neuralnih mreža – scenario WPDN, talasić Db40, 3 nivo rezolucije.

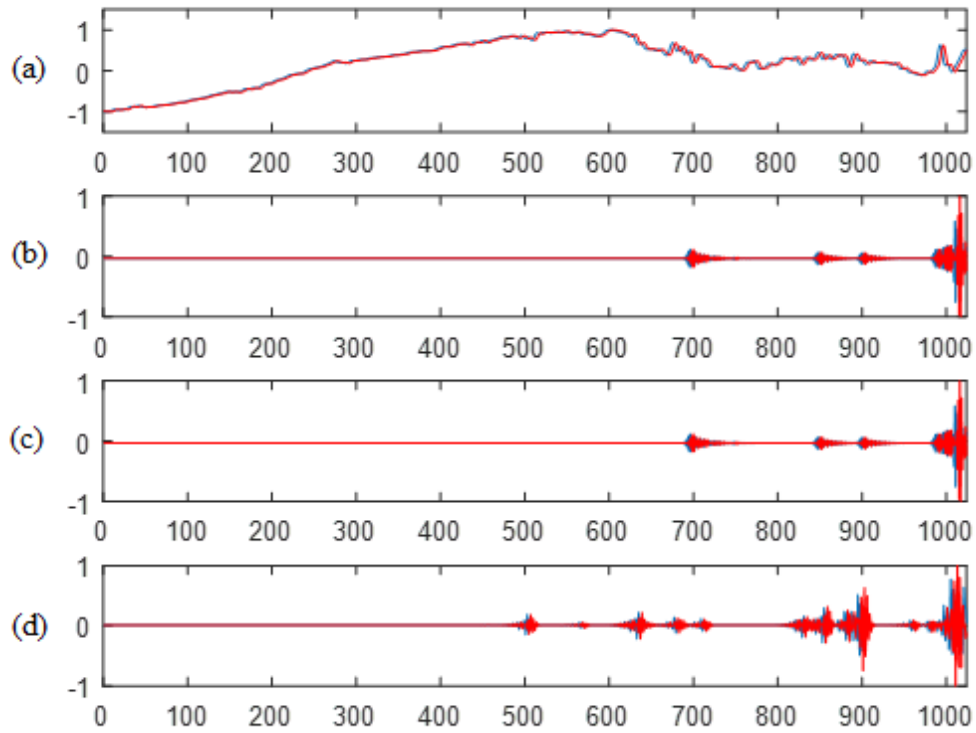
	NN1	NN2	NN3	NN4	NN5	NN6	NN7	NN8
RMSE	5.6564e-04	0.0066	0.0011	0.0160	5.7484	1.6940	0.7548	3.1542



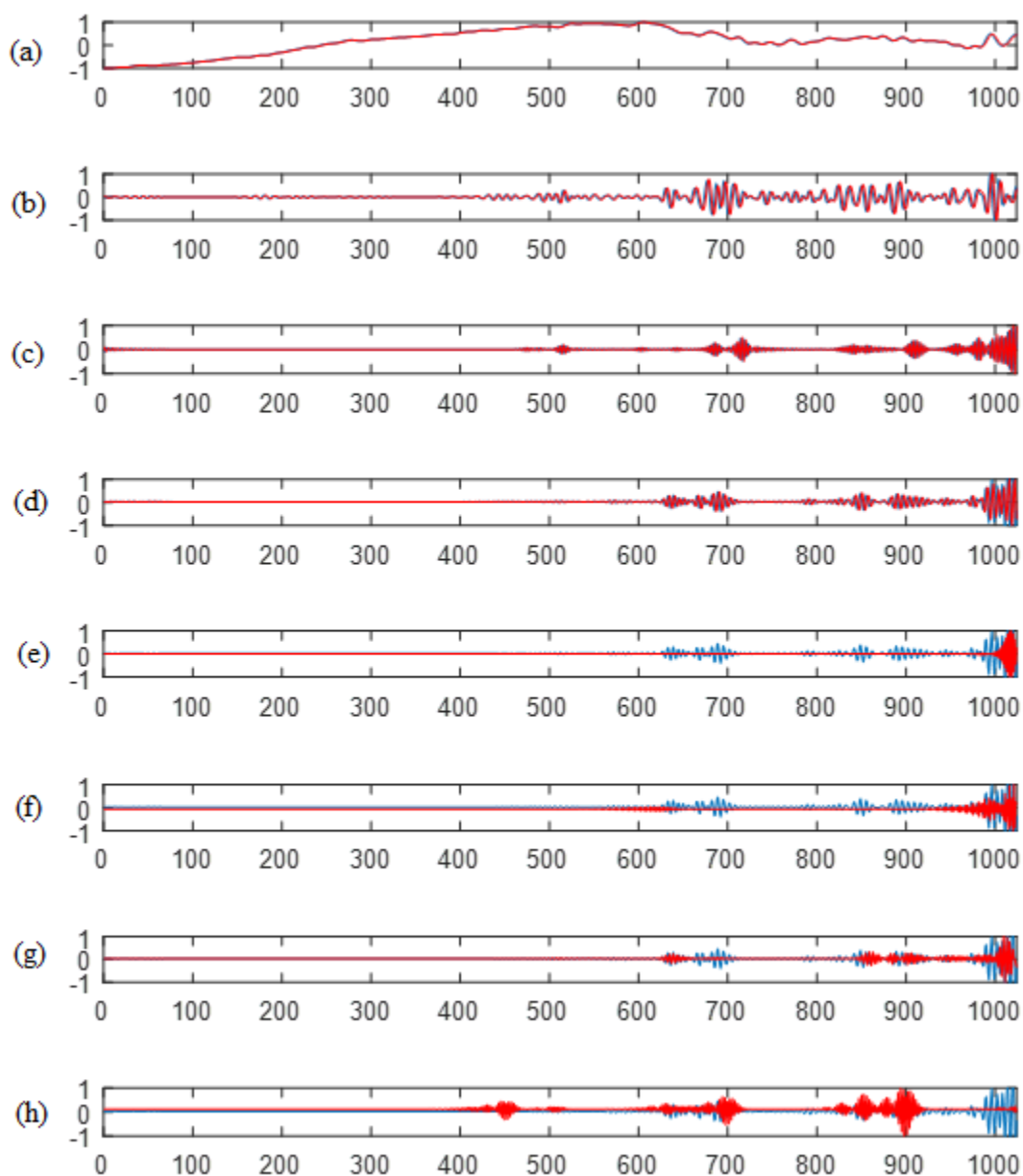
Slika 6.1 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejllet transformacije drugog nivoa rezolucije (a) – aproksimacija signala, (b) i (c) - detalji prvog, odnosno drugog nivoa respektivno.



Slika 6.2 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejllet transformacije trećeg nivoa rezolucije (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.



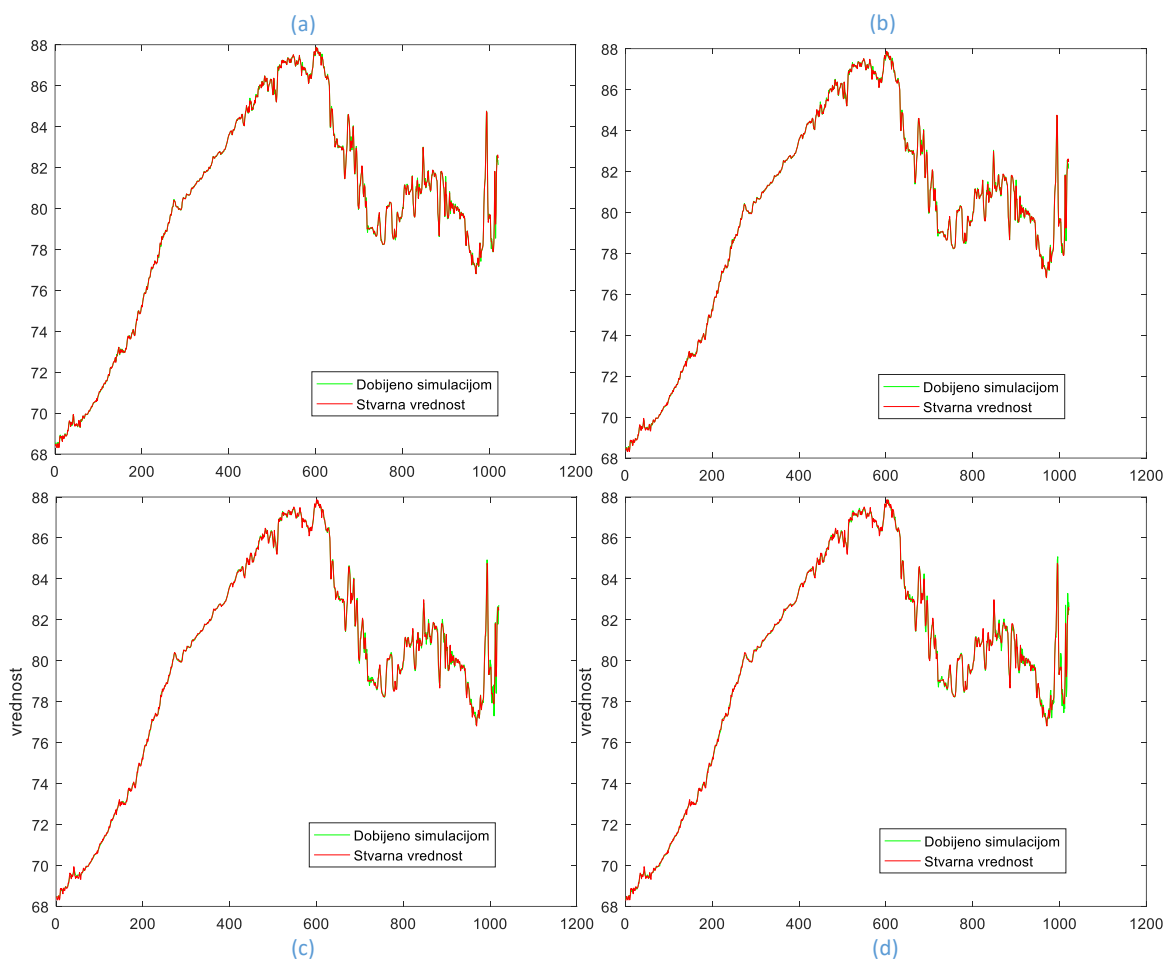
Slika 6.3 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejtlet transformacije drugog nivoa rezolucije (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog odnosno drugog nivoa respektivno.



Slika 6.4 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejtlet transformacije trećeg nivoa rezolucije (a) - aproksimacija signala, od (b) do (h) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Dalje, rezultati predikcije svake neuralne mreže se kombinuju sa statističkim parametrima, izračunatim na originalnim EUR/RSD vremenskim nizom, čime se formira skup ulaza za poslednju neuralnu mrežu. Na Slici 6.5 je dato poređenje stvarnog vremenskog niza i izlaza poslednje neuralne mreže (simuliranog vremenskog niza). Ovo vizuelno poređenje je dato za sve scenarije, tj. za sve kombinacije transformacija i nivoa rezolucije. Analizom grafika se zapaža veliki stepen poklapanja ulaznih i izlaznih vrednosti za svaki model i nivo rezolucije, bez većih odstupanja, što je dokaz vrlo dobre istreniranosti neuralne mreže treće faze modela.

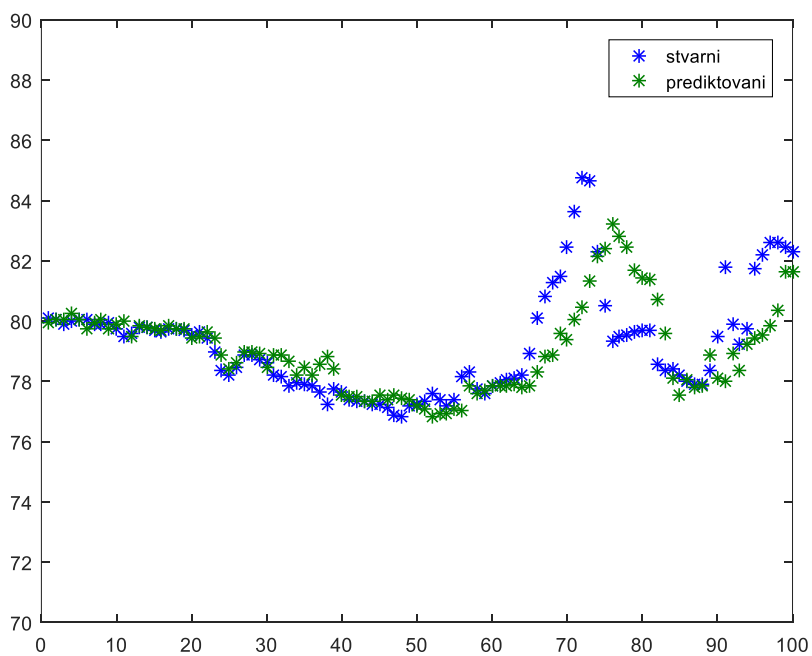
Kao što je napomenuto, analiza rezultata se vršila na osnovu izlaza tj. predikcije jednog odbirka unapred neuralne mreže treće faze. Rezultati merenja performansi su služili kao pokazatelj koliko dobro model „hvata“ trend kretanja EUR/RSD vremenskog niza i predstavljeni su preko statističkih parametara datim u Tabeli 6.5. Performanse iz iste tabele su ilustrovane na Slikama 6.6-6.9 gde je prikazana predikcija 100 odbiraka za svaki model i nivo rezolucije hibridnog prediktora za EUR/RSD valutni par.



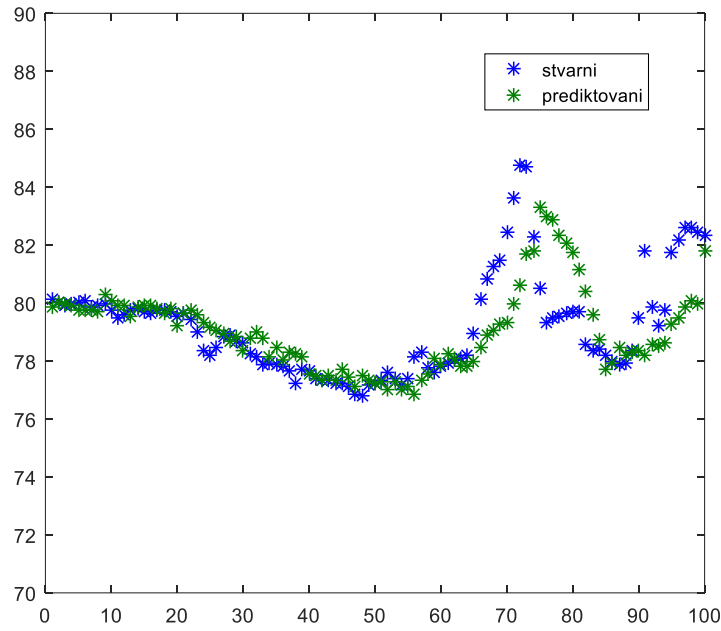
Slika 6.5 Poređenje stvarnog i simuliranog signala u slučaju predikcije EUR/RSD vremenskog niza (a) stacionarna vejljet transformacija, nivo rezolucije 2; (b) stacionarna vejljet transformacija, nivo rezolucije 3; (c) paketska vejljet transformacija, nivo rezolucije 2; (d) paketska vejljet transformacija, nivo rezolucije 3.

Tabela 6.5 Statistička metrika za predikciju EUR/RSD valutnog para u zavisnosti od parametara korišćenih u modelu.

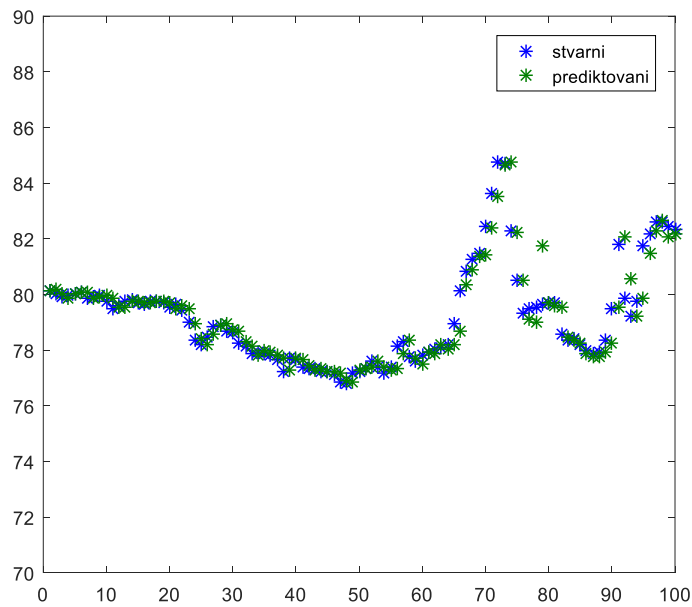
Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj ulaza u NN u trećoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
SWT	2	Har	3	10	100	0.01080	0.00013	0.02246	0.01690
SWT	3	Har	4	11	100	0.01094	0.00014	0.02307	0.01713
WPT	2	Db40	4	11	100	0.00486	0.00006	0.00450	0.00756
WPT	3	Db40	8	15	100	0.00597	0.00008	0.00746	0.00974



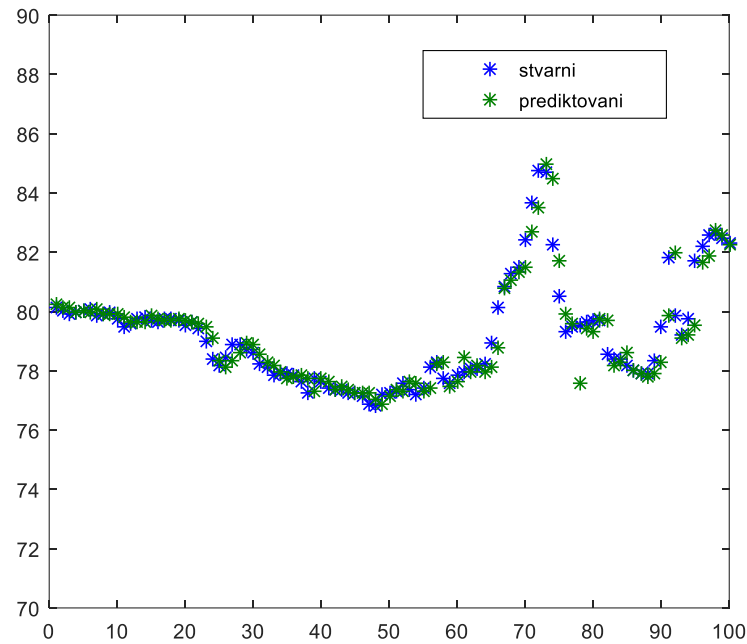
Slika 6.6 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju stacionarne vejvlet transformacije, nivo rezolucije 2.



Slika 6.7 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju stacionarne vejjvlet transformacije, nivo rezolucije 3.



Slika 6.8 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju paketske vejjvlet transformacije, nivo rezolucije 2.



Slika 6.9 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka u slučaju paketske vejvlet transformacije, nivo rezolucije 3.

Ukoliko se pogledaju ovi prikazi, vizuelno se ne može jasno zaključiti koji model i nivo rezolucije pokazuje najbolje performanse rada. Svi grafici prikazuju visok stepen poklapanja odbiraka što ukazuje na vrlo dobar rad prediktora. Sa druge strane, prema Tabeli 6.5 može se zaključiti da je model sa scenarijom paketske vejvlet transformacije superiorniji u odnosu na scenario gde se koristi stacionarna vejvlet transformacija. Suštinski, ovo znači da paketska vejvlet transformacija razlaže signal na precizniji način odnosno da algoritam za učenje primenjen na ovim koeficijentima bolje obrađuje postojeće strukture iz vremenskog niza nego model sa primenjenom stacionarnom vejvlet transformacijom.

Kada se radi o kombinaciji paketske vejvlet transformacije i procesa uklanjanja šuma, rezultati pokazuju da oba modela rade prilično dobro, sa tačnijim i stabilnijim rezultatima u slučajevima kada je šum uklonjen (Tabela 6.6). S tim u vezi, odlučeno je da se u scenariju sa paketskom vejvlet transformacijom uvek koristi i proces uklanjanja šuma kao vezani korak, a sve u svrhe dobijanja što boljih rezultata.

Tabela 6.6 Vrednosti statističkih parametara za paketsku vejevlet transformaciju, sa i bez procesa uklanjanja šuma.

Vejevlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj ulaza u NN u trećoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
WPT sa uklanjanjem šuma	2	Db40	4	11	100	0.00486	0.00006	0.00450	0.00756
WPT sa uklanjanjem šuma	3	Db40	8	15	100	0.00597	0.00008	0.00746	0.00974
WPT bez uklanjanja šuma	2	Db40	4	11	100	0.3717	0.0046	0.3749	0.6123
WPT bez uklanjanja šuma	3	Db40	8	15	100	0.3837	0.0048	0.4346	0.6593

Dodatno, analizirana je i sposobnost modela da „uhvati“ dinamičko ponašanje niza sa promenom nivoa rezolucije. Uprkos očekivanom, model je dao bolje rezultate za nivo rezolucije 2 umesto za nivo rezolucije 3. Povećanje nivoa rezolucije veće od tri je dalo loše rezultate i besmislen rezultat predikcije što je i pokazano prilikom analize osetljivosti u poglavlju 6.4.2.

6.2 Rezultati za EUR/HUF vremenski niz

Sledeći analizirani niz jeste kursna razlika mađarske forinte u odnosu na evro - EUR/HUF, tip vremenskog niza ekonomski sličnog domaćem valutnom paru EUR/RSD. Naime, oba valutna para odlikuju češće vremenske varijacije, s razlikom da se više ovih nestabilnosti ipak pronalazi u domaćoj valuti. I kod ovog vremenskog niza, set generisanih rezultata se počinje performansama postignutim od strane neuralnih mreža druge faze (Tabele 6.7-6.10). Kao i u prethodnom slučaju, vidna je dobra istreniranost mreža druge faze, koja će poslužiti kao osnova za generisanje ulaza u mrežu treće faze. U nastavku su dati grafici poređenja ulaznih i izlaznih signala ovih mreža (Slike 6.10-6.13). Primetno je poklapanja nizova, sem sitnog odstupanja kod detalja višeg nivoa paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije. Ove razlike, kao i kod prethodno analiziranog valutnog para, se pripisuju visokom nivou rezolucije i nestabilnijim šumovima višeg nivoa.

Tabela 6.7 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario SWT, Harov talasić, 2 nivo rezolucije.

	NN1	NN2	NN3
RMSE	0.0122	0.0579	0.0339

Tabela 6.8 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario SWT, Harov talasić, 3 nivo rezolucije.

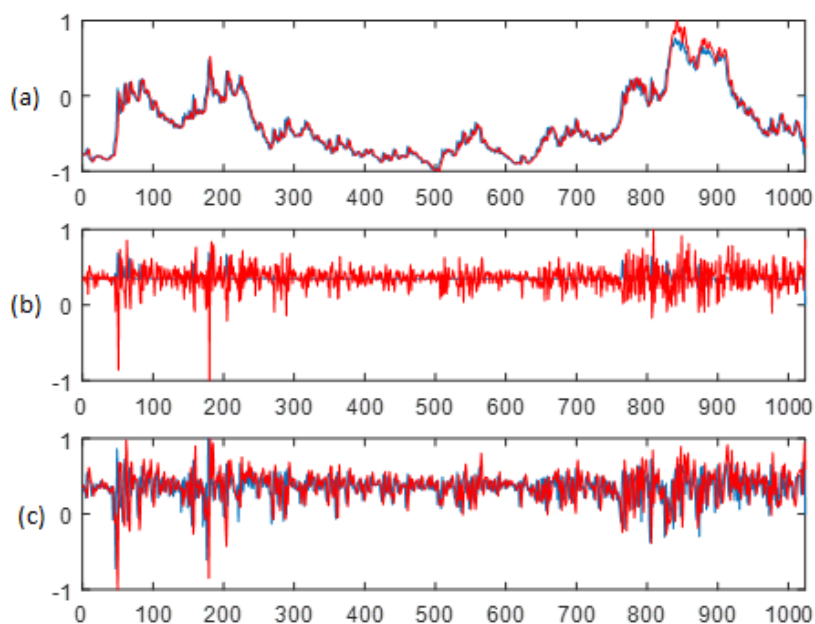
	NN1	NN2	NN3	NN4
RMSE	0.0130	0.0549	0.0283	0.1116

Tabela 6.9 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario WPDN, talasić Db40, 2 nivo rezolucije.

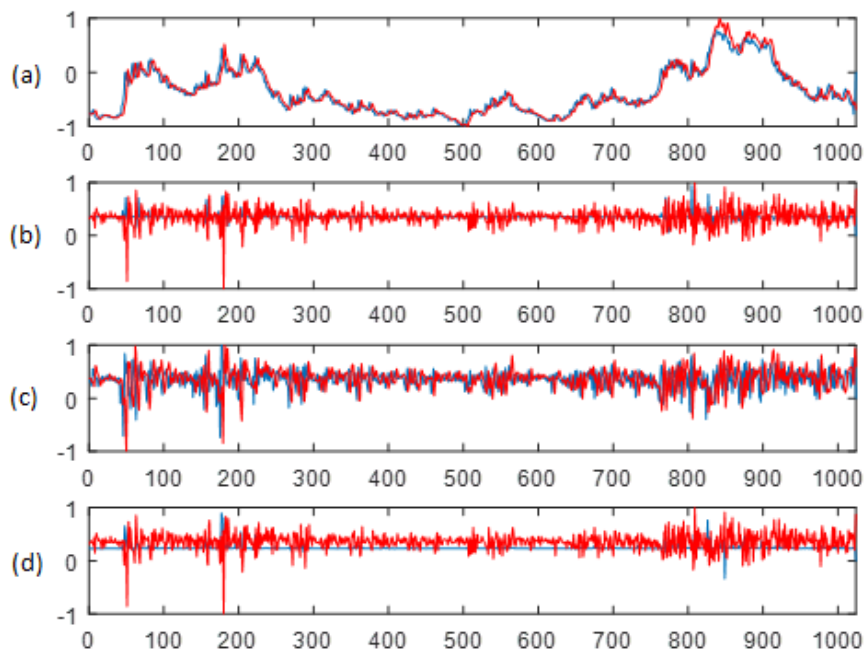
	NN1	NN2	NN3	NN4
RMSE	4.8322e-04	2.1141e-04	5.6292e-04	0.0011

Tabela 6.10 Performanse neuralnih mreža slučaj EUR/HUF – scenario WPDN, talasić Db40, 3 nivo rezolucije.

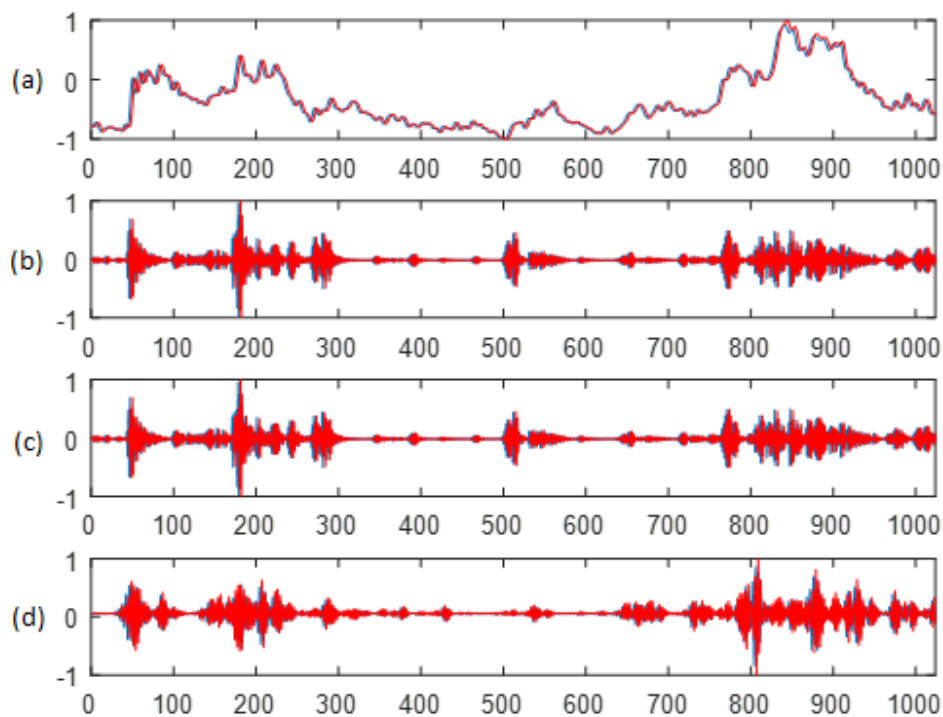
	NN1	NN2	NN3	NN4	NN5	NN6	NN7	NN8
RMSE	0.0022	5.3851e-04	8.5814e-05	9.7621e-04	11.8004	1.8477	1.8551	6.7140



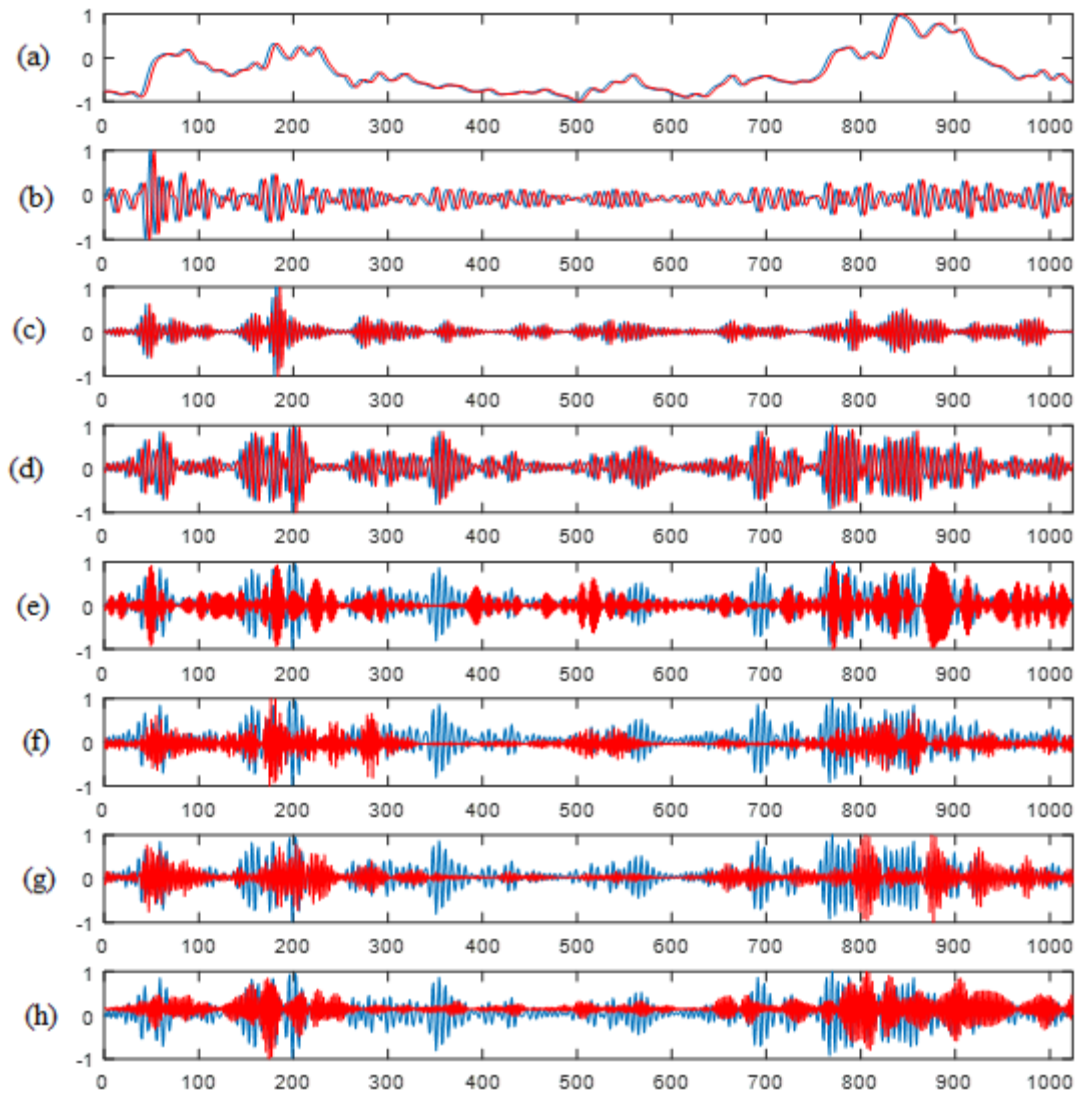
Slika 6.10 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejllet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) – aproksimacija signala, (b) i (c) - detalji prvog, odnosno drugog nivoa respektivno.



Slika 6.11 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejllet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.



Slika 6.12 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejtlet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog odnosno drugog nivoa respektivno.



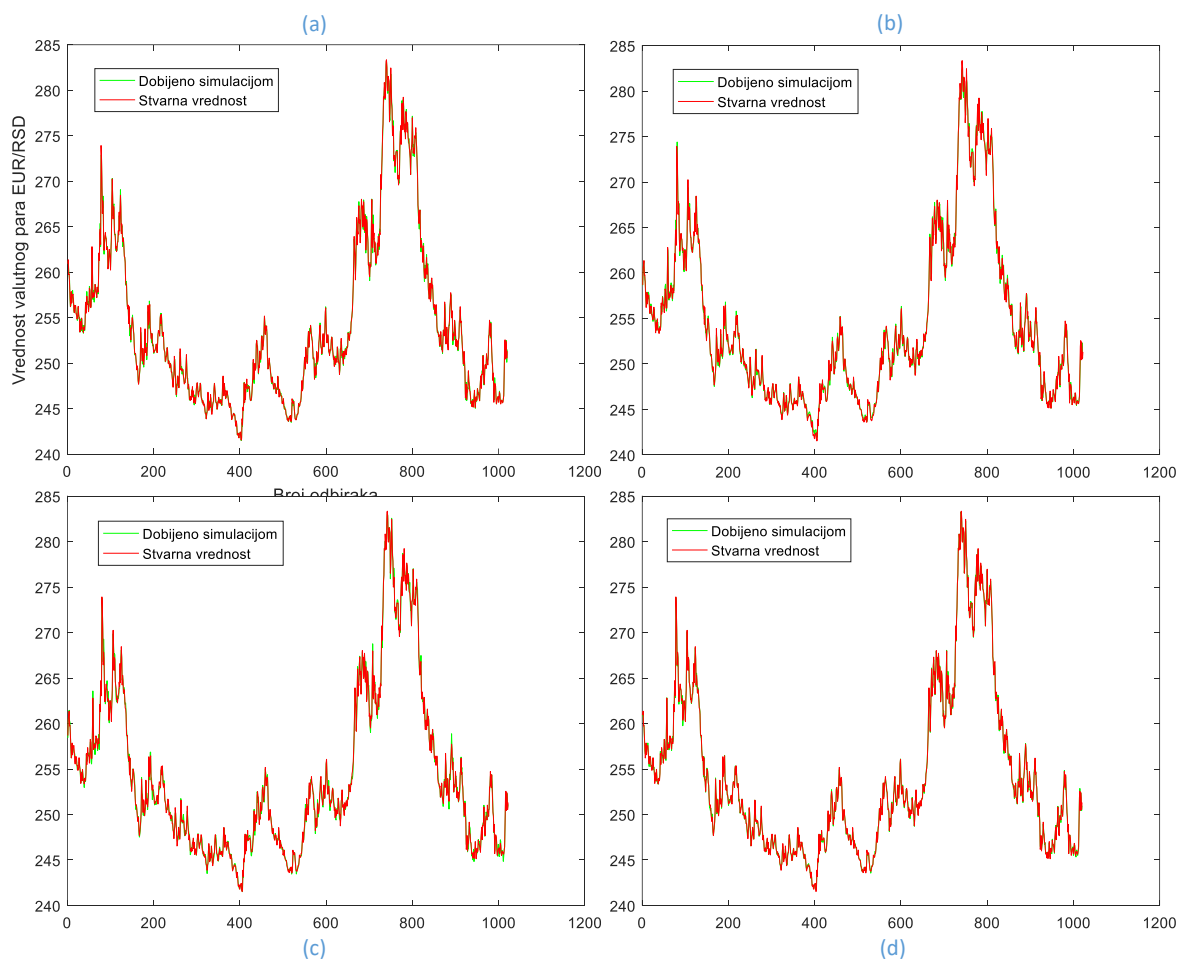
Slika 6.13 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejtlet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/HUF (a) - aproksimacija signala, od (b) do (h) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Na Slici 6.14 je dato poređenje stvarnog vremenskog niza i izlaza poslednje neuralne mreže (simuliranog vremenskog niza) ovaj put za slučaj EUR/HUF, za sve scenarije. Kao i kod

EUR/RSD vremenskog niza, zapaža se veliki stepen poklapanja ulaznih i izlaznih vrednosti za svaki model i nivo rezolucije, bez većih odstupanja.

Performanse modela su merene koristeći isti set statističkih parametara i one su predstavljene u Tabeli 6.11. Na osnovu izloženog, vidi se da je model sa scenarijem paketske vejevlet transformacije superiorniji u odnosu na model sa korišćenom stacionarnom vejevlet transformacijom. Ovaj rezultat je i očekivan, jer mađarska valuta ima slične karakteristike kao srpski dinar, pa su i svi drugi zaključci isti kao u slučaju EUR/RSD valutnog para. Dodatno, predloženi hibridni model postiže veću tačnost u slučaju EUR/HUF nego u slučaju EUR/RSD valutnog para (primetno kod svih verzija scenarija sem kod stacionarne vejevlet transformacije trećeg nivoa). Verujemo da je ovo posledica stabilnijeg valutnog para EUR/HUF. Naime, u odnosu na EUR/RSD, EUR/HUF vremenski niz svoju srednju vrednost održava iako su prisutne povremene varijacije u vremenu.

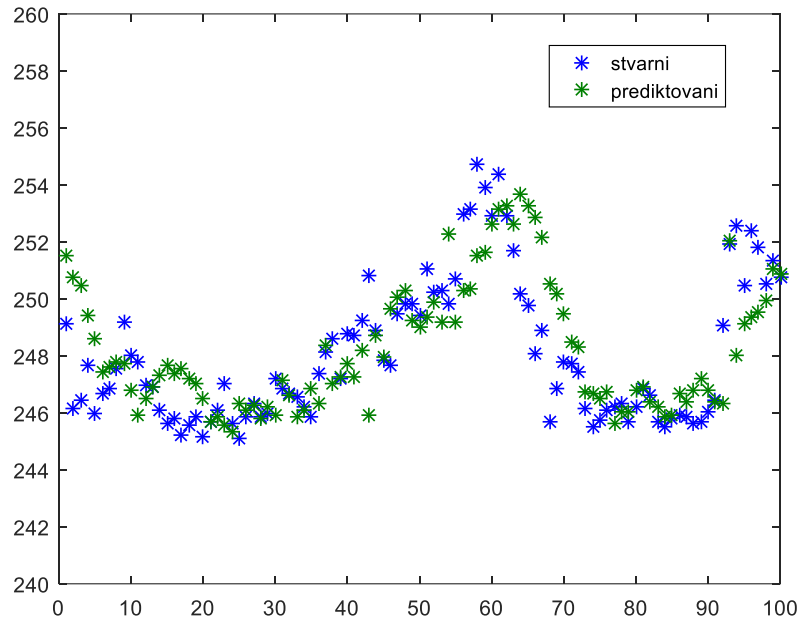
Na kraju, performanse iz gornje tabele su ilustrovane na Slikama 6.15-6.18 gde je prikazana predikcija 100 odbiraka za svaki scenario modela.



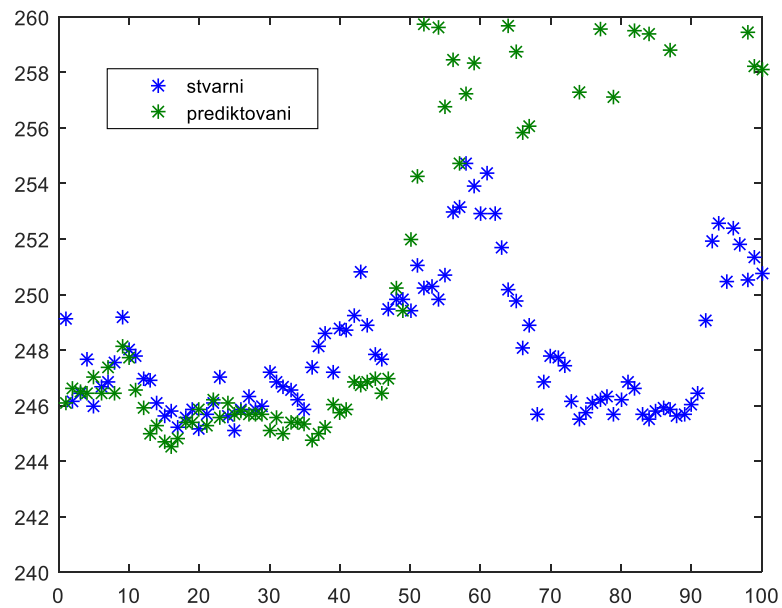
Slika 6.14 Poređenje stvarnog i simuliranog signala u slučaju predikcije EUR/HUF vremenskog niza (a) stacionarna vejtlet transformacija, nivo rezolucije 2; (b) stacionarna vejtlet transformacija, nivo rezolucije 3; (c) paketska vejtlet transformacija, nivo rezolucije 2; (d) paketska vejtlet transformacija, nivo rezolucije 3.

Tabela 6.11 Statistička metrika za predikciju EUR/HUF valutnog para u zavisnosti od parametara korišćenih u modelu.

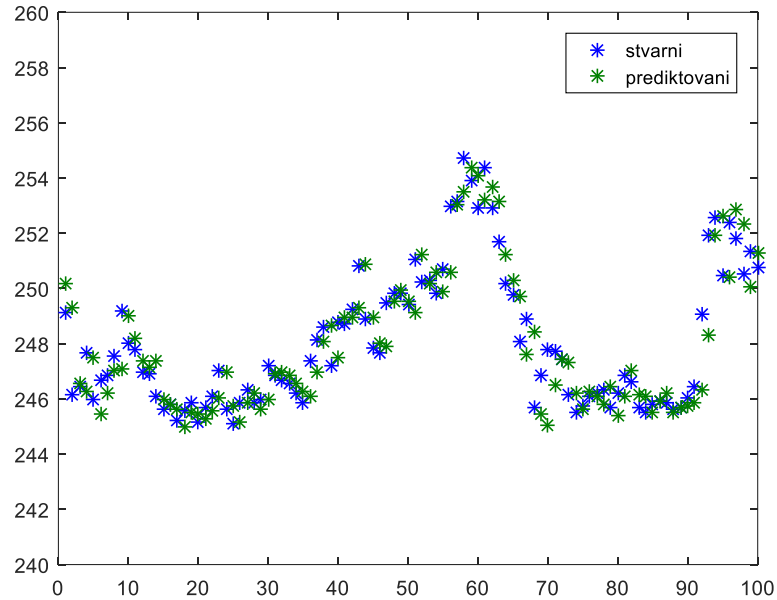
Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj ulaza u NN u trećoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
SWT	2	Har	3	10	100	0.00523	0.00021	0.01291	0.00721
SWT	3	Har	4	11	100	0.02692	0.00011	0.35416	0.03791
WPT	2	Db40	4	11	100	0.00358	0.00001	0.00537	0.00465
WPT	3	Db40	8	15	100	0.00585	0.00002	0.01691	0.00826



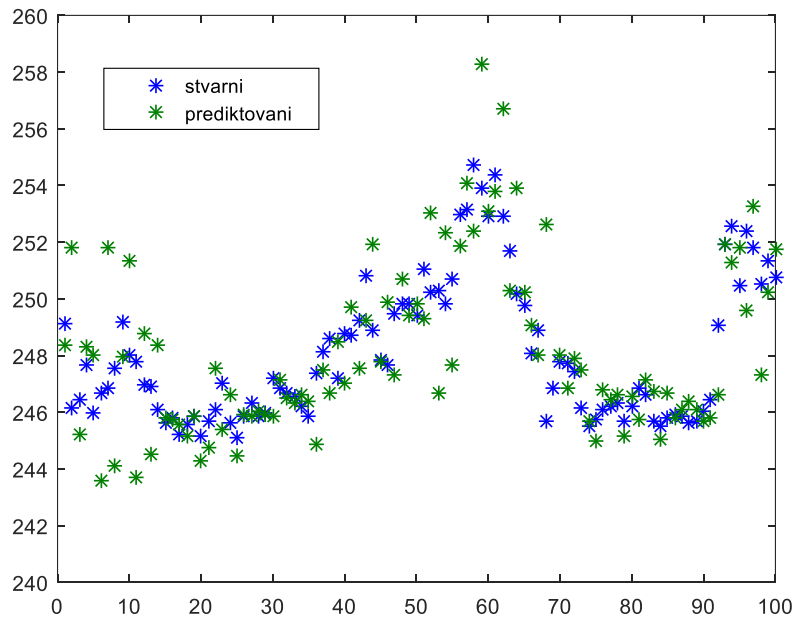
Slika 6.15 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vejtlet transformacija, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/HUF.



Slika 6.16 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vejtlet transformacija, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/HUF.



Slika 6.17 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vejevlet transformacija, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/HUF.



Slika 6.18 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vejevlet transformacija, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/HUF.

6.3 Rezultati za EUR/GBP vremenski niz

Konačno, u trećem testnom slučaju, predloženi hibridni model je testiran u slučaju valutnog para EUR/GBP koji je, u ekonomskom smislu, različit od oba prethodno analizirana. Naime, britanska valuta predstavlja stabilniji vremenski niz sa retkim vremenskim varijacijama. Naravno, odbirci su uzeti iz istog perioda kao i kod prethodna dva niza.

Predstavljanje rezultata počinje performansama postignutim od strane neuralnih mreža druge faze koje su predstavljene preko statističkog indikatora RMSE datim u Tabelama 6.12-6.15. Zapaža se solidna istreniranost mreža druge faze, koje će dati ulaze za treću fazu modela. U nastavku su dati grafici poređenja ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze, gde je, kao i kod prethodna dva valutna para, primetno većinsko poklapanje, sem sitnih odstupanja kod detalja višeg nivoa paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa rezolucije (Slike 6.19-6.22). Ovde se takođe sitne razlike pripisuju visokom nivou rezolucije i nestabilnijim šumovima višeg nivoa.

Tabela 6.12 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario SWT, Harov talasić, 2 nivo rezolucije.

	NN1	NN2	NN3
RMSE	0.0118	0.0927	0.0746

Tabela 6.13 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario SWT, Harov talasić, 3 nivo rezolucije.

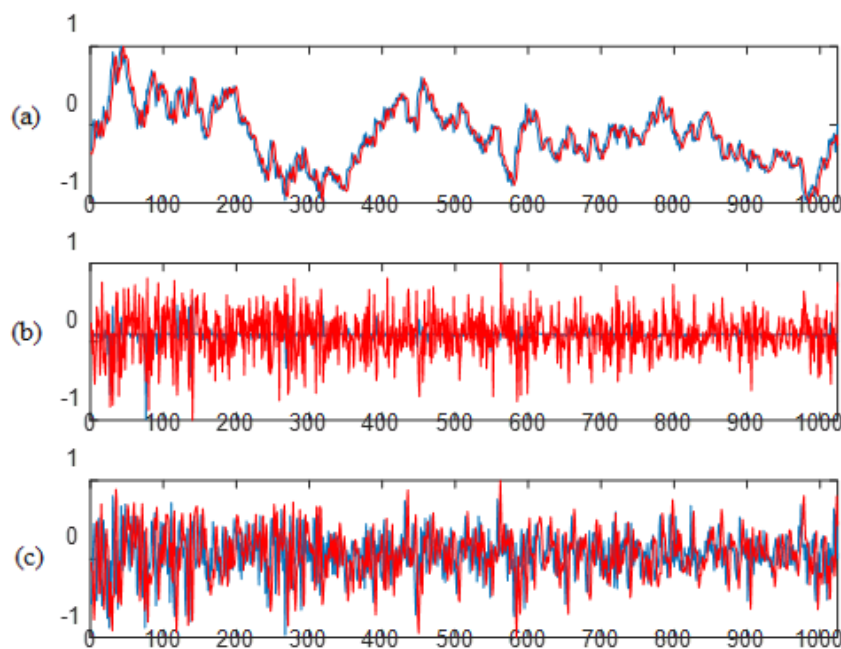
	NN1	NN2	NN3	NN4
RMSE	0.0054	0.0776	0.0560	0.2601

Tabela 6.14 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario WPDN, talasić Db40, 2 nivo rezolucije.

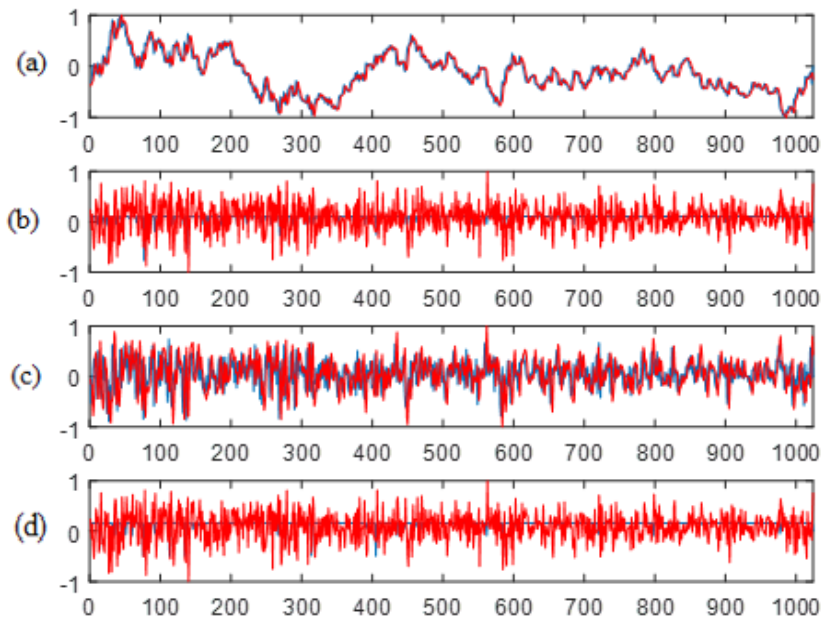
	NN1	NN2	NN3	NN4
RMSE	0.0029	2.3514e-005	0.0012	0.0013

Tabela 6.15 Performanse neuralnih mreža za slučaj EUR/GBP – scenario WPDN, talasić Db40, 3 nivo rezolucije.

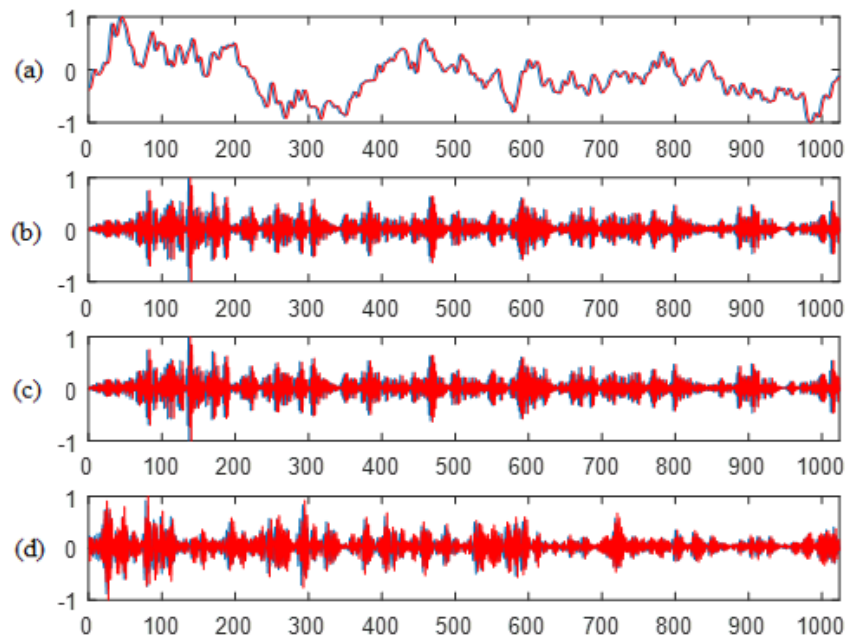
	NN1	NN2	NN3	NN4	NN5	NN6	NN7	NN8
RMSE	0.0014	5.1960e-004	6.0424e-004	9.7485e-004	0.2164	0.3432	1.5063	2.0591



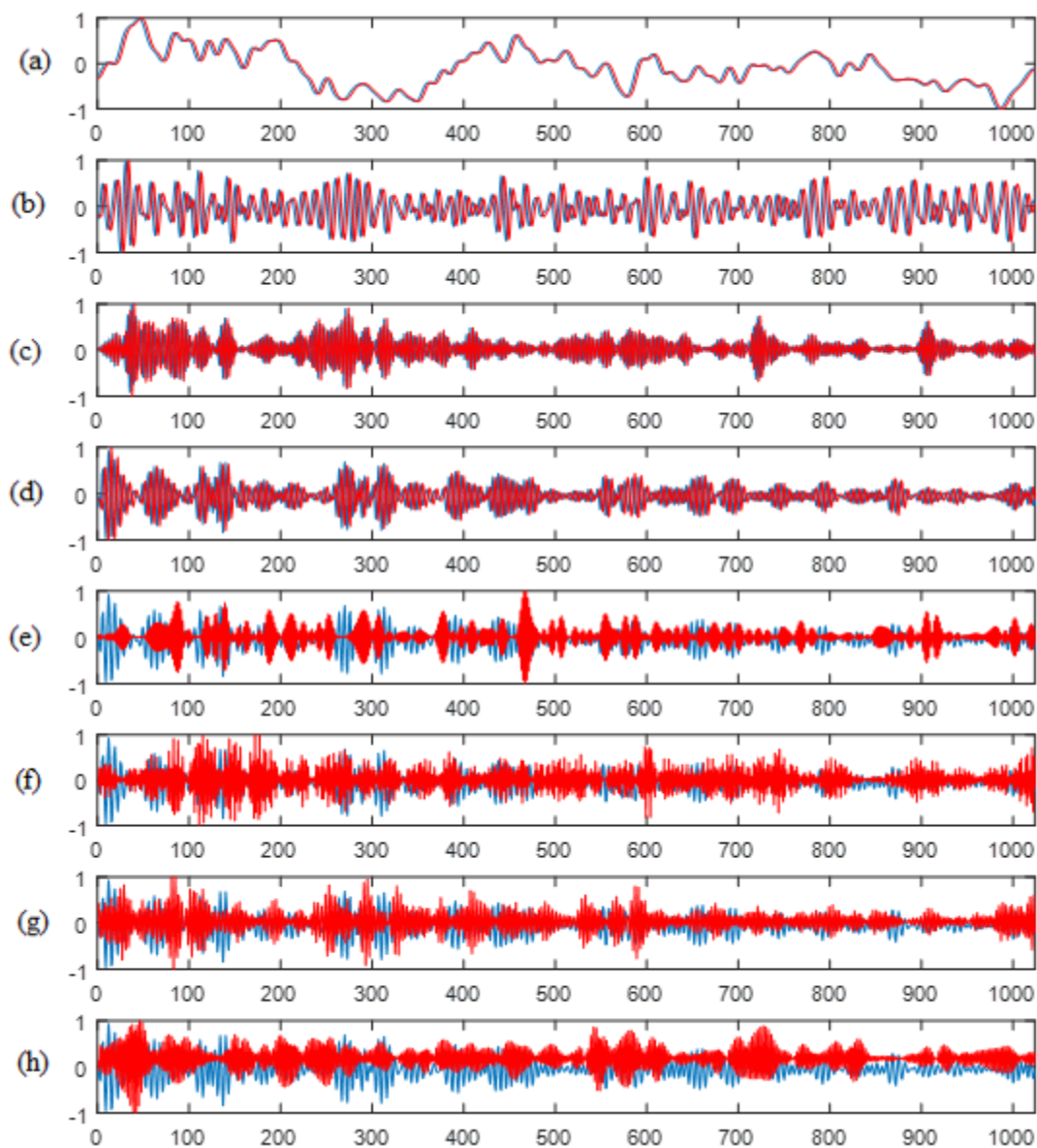
Slika 6.19 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejevlet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) – aproksimacija signala, (b) i (c) - detalji prvog, odnosno drugog nivoa respektivno.



Slika 6.20 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju stacionarne vejllet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.



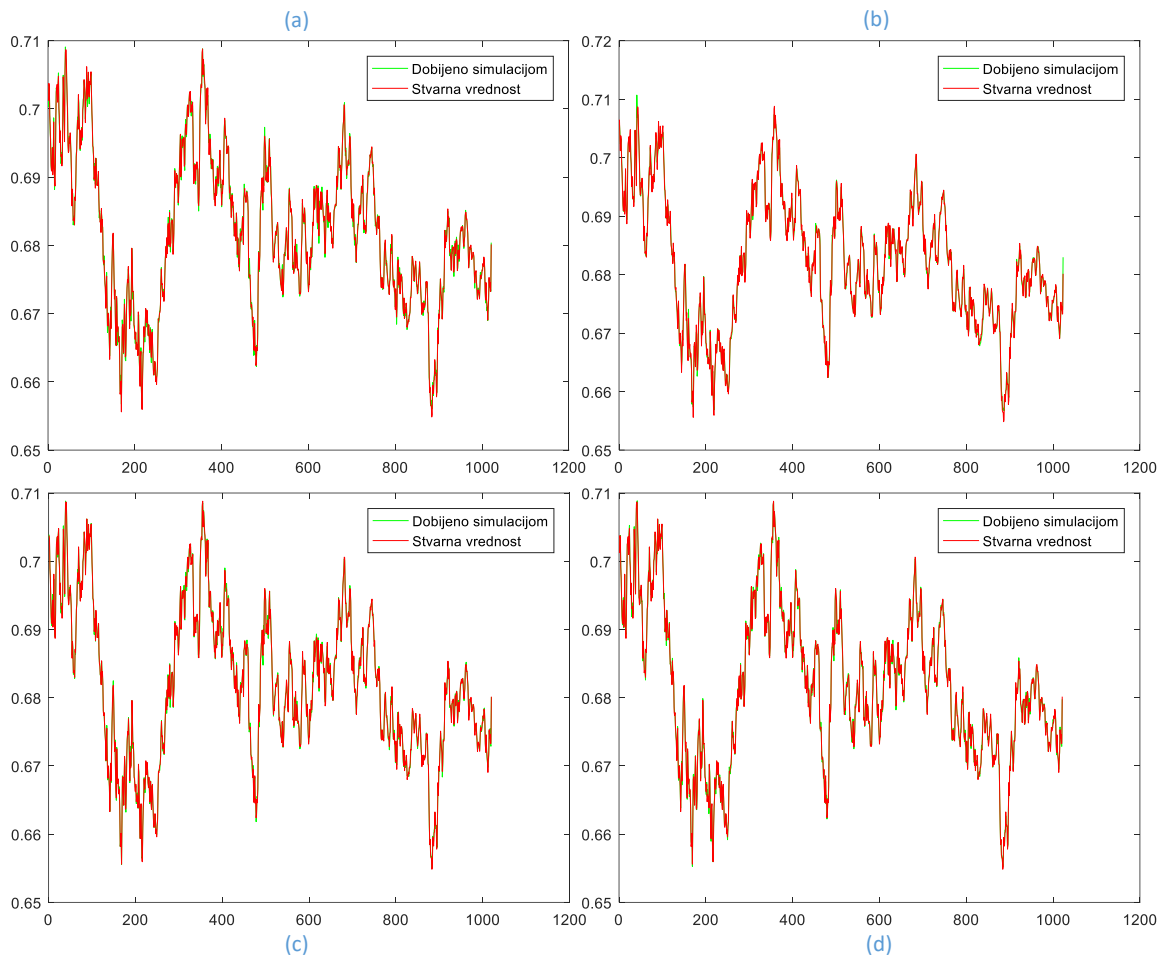
Slika 6.21 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejllet transformacije drugog nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) - aproksimacija signala, (b), (c) i (d) - detalji prvog odnosno drugog nivoa respektivno.



Slika 6.22 Poređenje ulaznog i izlaznog signala neuralnih mreža druge faze u slučaju paketske vejtlet transformacije trećeg nivoa rezolucije za slučaj EUR/GBP (a) - aproksimacija signala, od (b) do (h) - detalji prvog, drugog odnosno trećeg nivoa respektivno.

Na Slici 6.23 je predstavljeno poređenje stvarnog vremenskog niza i izlaza poslednje neuralne mreže za različite vejtlet transformacije i nivoe rezolucije za slučaj EUR/GBP. Kao i kod prethodna dva analizirana vremenska niza, i ovde se primećuju velika poklapanja, što pokazuje da je ova mreža vrlo dobro istrenirana. Cilj je bio merenje performansi predikcionog modela, odnosno istraživanje koliko dobro hibridni model prati kretanja EUR/GBP valutnog para. S tim u vezi, u Tabeli 6.16 je predstavljen skup statističkih parametara modela primenjenog na ovaj specifičan niz na osnovu kojih može zaključiti da je model sa paketskom transformacijom superiorniji u odnosu na model sa stacionarnom vejtlet transformacijom. Tačnije, sama stacionarna vejtlet transformacija se i ne može koristiti za obradu EUR/GBP valutnog para jer rezultati nisu precizni. Dalje, hibridni model sa paketskom vejtlet transformacijom daje superiorniju tačnost u predikciji EUR/GBP u odnosu na druge valutne parove. Prethodno prikazani rezultati pokazuju da predloženi hibridni model sa paketskom vejtlet transformacijom postiže skoro dva puta veću tačnost u slučaju EUR/GBP u odnosu na EUR/HUF valutni par. Veća tačnost je posledica stabilnije valute sa manjim vremenskim varijacijama.

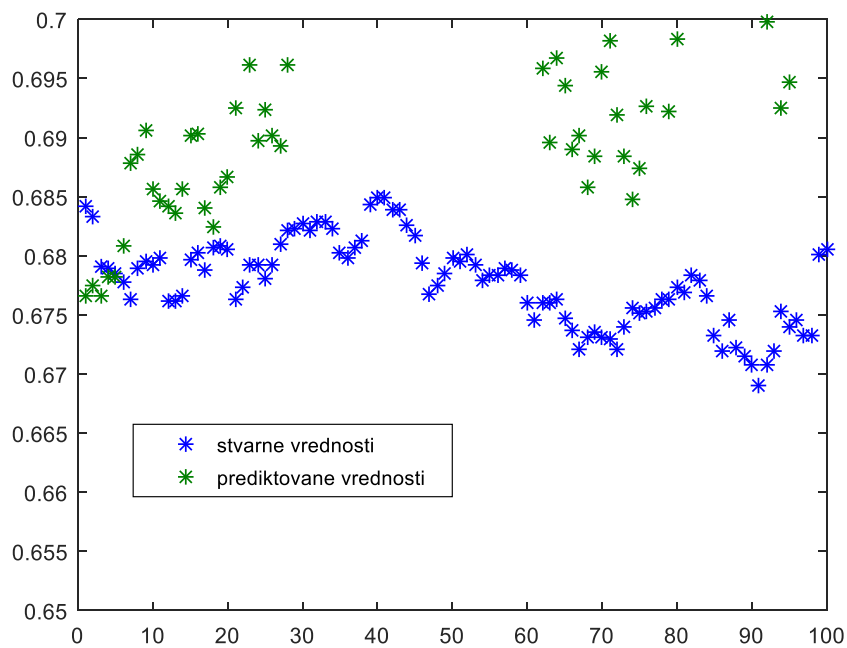
Performanse iz gornje tabele su ilustrovane na Slikama 6.24-6.27 gde je prikazana predikcija 100 odbiraka za svaki model i nivo rezolucije primenjen na EUR/GBP valutni par.



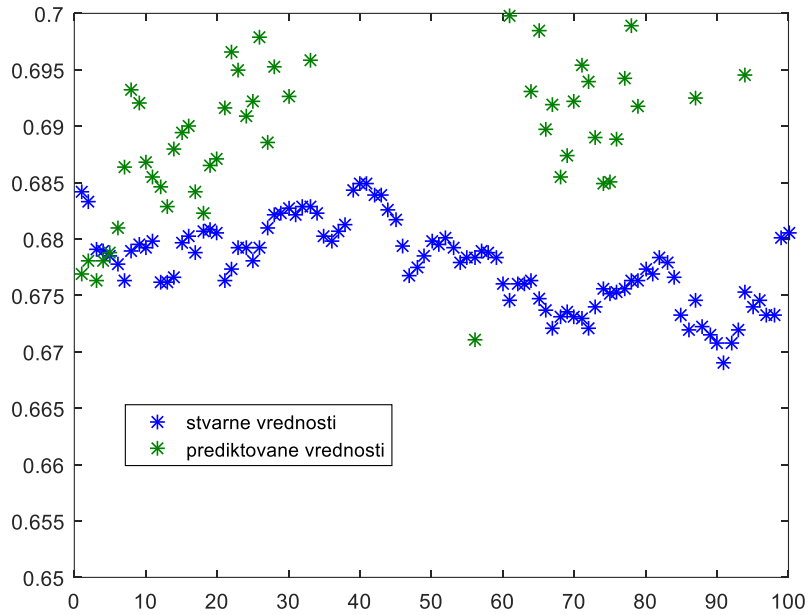
Slika 6.23 Poređenje stvarnog i simuliranog signala u slučaju predikcije EUR/GBP vremenskog niza (a) stacionarna vejvlet transformacija, nivo rezolucije 2; (b) stacionarna vejvlet transformacija, nivo rezolucije 3; (c) paketska vejvlet transformacija, nivo rezolucije 2; (d) paketska vejvlet transformacija, nivo rezolucije 3.

Tabela 6.16 Statistička metrika za predikciju EUR/GBP valutnog para u zavisnosti od parametara korišćenih u modelu.

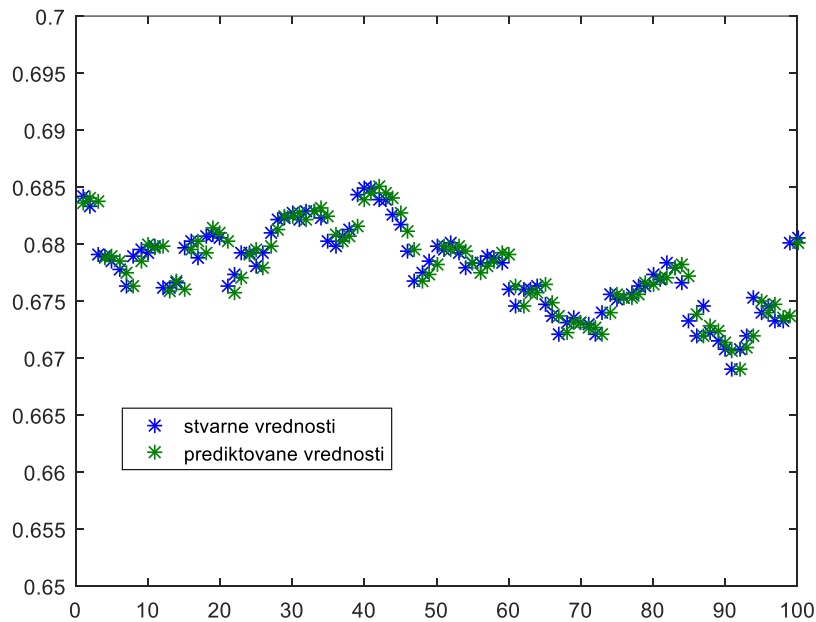
Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj ulaza u NN u trećoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
SWT	2	Har	3	10	100	0.03851	0.05695	0.00141	0.04574
SWT	3	Har	4	11	100	0.03821	0.05636	0.00137	0.04499
WPT	2	Db40	4	11	100	0.00177	0.0018	0.0000039	0.00236
WPT	3	Db40	8	15	100	0.00309	0.0021	0.000012	0.00428



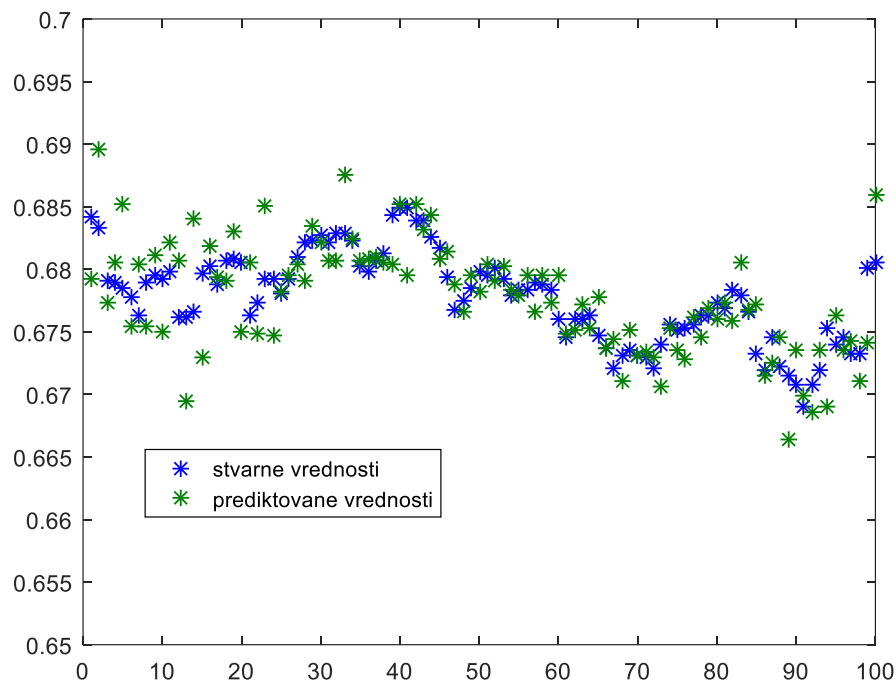
Slika 6.24 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vejvlet transformaciju, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/GBP.



Slika 6.25 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za stacionarnu vevjlet transformaciju, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/GBP.



Slika 6.26 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vevjlet transformaciju, nivo rezolucije 2 za slučaj EUR/GBP.



Slika 6.27 Uporedni prikaz 100 stvarnih i prediktovanih odbiraka za paketsku vejevlet transformaciju, nivo rezolucije 3 za slučaj EUR/GBP.

6.4 Diskusija i značaj rezultata

Nakon predstavljanja osnovnih rezultata rada hibridnog prediktora, napravljen je osvrt na njegov rad poređenjem svih prethodno opisanih različitih scenarija a na osnovu predikcije tri različita valutna para. Kod svake verzije modela dobijeni su odgovarajući rezultati, kao što je ilustrovano na prethodnim slikama i predstavljeno u tabelama. Glavni cilj je doneti zaključak da li je konkretni hibridni prediktor zaista sposoban za anticipaciju kretanja ove vrste vremenskih nizova.

Ovde bi trebalo napomenuti da prilikom testiranja i primene modela za predikciju vremenskih nizova, ma koliko oni bili „sophisticirani“ i „podešeni“, uvek postoji određeni stepen neizvesnosti u pogledu njihove sposobnosti da verno prikažu i prediktuju složenu dinamiku nizova

koji se u njih pohranjuju. Neizvesnosti izlaznih rezultata prediktora potiče pre svega od neodređenosti i volatilnosti ulaznih vrednosti ali i stabilnosti modela, koja uprkos napornim podešavanjima parametara unutrašnje arhitekture, često ne uspeva efikasno da simulira prirodu ovih nizova. Važan aspekt kreiranja modela na kome je zasnovan prediktor jeste postizanje stabilnosti u toku vremena, tj. izbeći dramatične skokove koji su često istraživačka bojazan za tipove alata kao što su neuralne mreže, koje se ponašaju kao crne kutije. U vezi sa ovim, težilo se da se sve verzije modela što više optimizuju i kod svake su se vršila fina podešavanja različitih parametara. Na kraju, rezultat je bio da zaista postoji veliki potencijal u korišćenju kombinacije baš ovih izabranih alata u svrhe predikcije, što će biti i prodiskutovano kasnije.

Ako se uzme u analizu EUR/RSD, primetno je da je u pitanju valutni par sa čestim, visokim skokovima i vrhovima, koji u velikoj meri utiču na proces predikcije. Hibridni prediktor je istestiran na EUR/RSD valutnom paru tokom specifičnog perioda vezanog za pre svega tadašnju volatilnu globalnu ekonomiju. Namera je bila testirati model za konkretno nestabilan deo valutnog para, jer to na neki način garantuje da bi onda proces svakako bio još uspešniji za bilo koji drugi period posmatranja. Takođe, u kasnijim fazama razvoja, verovalo se da bi model trebalo poboljšati u vidu uvođenja dodatnih ulaza u poslednju mrežu. Ovo je dalje i dokazano kroz ne tako sjajne rezultate u početnim fazama razvoja modela, kada su kao ulaz u poslednju fazu bili korišćeni samo izlazi neuralnih mreža iz druge faze. Tada se i nametnula ideja da se model pospeši statističkim parametrima kao ulazima u poslednjoj fazi.

Što se tiče izbora parametara arhitekture, u jednom od prethodnih poglavlja on je detaljno objašnjen. Kao što je izloženo, većina parametara je izabrana na početku razvoja modela (tip neuralne mreže, vrste transformacija, broj skrivenih slojeva, izbor talasića itd.), sa ciljem dizajna konkretnog prediktora koji bi dao precizne rezultate i konzistentne zaključke. Svakako, prilikom testiranja, modelom se manipuliralo tako što su se povremeno menjali i neki od ovih parametara, čisto da bi se istražio i definisao uticaj na performanse modela. Naime, neuralne mreže zahtevaju veliki broj kontrolisanih parametara (broj skrivenih slojeva i čvorova, aktivacione funkcije itd.) tako da je vrlo teško postići optimalnu kombinaciju parametara koji pokazuju najbolje performanse. Iz ovih razloga se većina parametara i iskristalisala kroz eksperimentalne rezultate,

a jasno je da što ima manje parametara za podešavanje, lakše je dobiti krajnju optimalnu kombinaciju.

6.4.1 Tumačenje rezultata

Ako se posmatra šira slika modela i njegove sveukupne performanse, hibridni prediktor daje vrlo zadovoljavajuće rezultate za predikciju sva tri valutna para. Za sva tri modela, scenario sa paketskom vejevlet transformacijom je generisao preciznije rezultate u odnosu na onaj sa stacionarnom vejevlet transformacijom. Ovo pokazuje da je paketska vejevlet transformacija sposobnija da uhvati valutnu dinamiku, tj. da nauči osnovne strukture iz podataka kojima se model pohranjuje. Suštinski, ona razlaže signal na precizniji način i tako bolje obrađuje postojeće strukture iz vremenskog niza. U slučaju ove transformacije, najbolji rezultat je postignut za predikciju EUR/GBP valutnog para i to u slučaju drugog nivoa rezolucije. Ovo ukazuje na to da je model izuzetno precizan kada se koristi baš ovaj vid obrade signala i kada se on pohranjuje sa poprilično stabilnim vremenskim nizom. Veća tačnost je upravo posledica korišćenja stabilnije valute sa manjim vremenskim varijacijama. Ovo se dodatno može dokazati i rezultatom modela sa paketskom vejevlet transformacijom primenjenim na niz sa najviše vremenskih varijacija (EUR/RSD) gde je generisan najlošiji rezultat.

Za razliku od paketske, stacionarna vejevlet transformacija je pokazala solidne (predikcija EUR/RSD valutnog para) ali i ne tako sjajne rezultate (predikcija EUR/GBP valutnog para). Izuzetak je slučaj EUR/HUF valutnog para, drugog nivoa rezolucije, kod kog je ova vrsta transformacije pokazala prilično precizan rezultat. Na žalost, ova situacija se smatra neprilagođenošću modela i iz nje ne može da se izvede nikakav konstruktivan zaključak. Sve ovo ukazuje na to da stacionarna vejevlet transformacija ispoljava svoju moć kod nestabilnijih nizova, dok kod stabilnijih nizova ona daje lošije rezultate.

Ovde bi trebalo napomenuti da je kod paketske vejevlet transformacije trećeg nivoa postojao rizik da usled računarske kompleksnosti algoritam ne pokaže dobre performanse ali se to nije desilo. Primetno je samo blago divergiranje tj. oscilovanje kako se niz približavao kraju

predikcionog perioda, što je pokazatelj da predikcija kreće naopako. Sve ovo govori da je model i za zahtevniji algoritam, figurativno rečeno, dobro „utegnut“ i kalibrisan. Ne samo ovo, već se slobodno može reći da je prediktor vrlo stabilan – ni pri ijednoj simulaciji nije došlo do iznenadnih i dramatičnih skokova u rezultatima, što je i pokazano numerički i vizuelno. U nekim slučajevima, na žalost jesmo svedoci loše predikcije ali i to pre svega jer su neuralne mreže zaista nepredvidivi alati kod kojih sitne promene u arhitekturi mogu da rezultuju u velikoj razlici u performansama.

6.4.2 Analiza osetljivosti

Od velikog broja parametara koji su se podešavali prilikom dizajna modela, izdvojiće se oni najznačajniji, za koje je primećen poseban uticaj na performanse prediktora:

- Nivo rezolucije: na početku istraživanja ono što se očekivalo jeste da za transformacije manjeg nivoa rezolucije, koje rezultuju u nizovima većeg šuma i iregularnim subkomponentama u odnosu na one viših nivoa rezolucije, model daje manje precizne rezultate. Ipak, pokazalo se da su bolji rezultati dobijeni sa korišćenjem transformacije nižeg nivoa rezolucije, tj. prilikom korišćenja „gladnih“ vremenskih nizova. Dakle, suprotno nekoj početnoj istraživačkoj logici, performanse modela se smanjuju sa povećanjem nivoa rezolucije, što se vidi i numerički, preko statističkih parametara iz gornjih tabela koje to opisuju. Razlog ovakvog ponašanja može ležati u činjenica da se sa višim nivoom rezolucije ekstraktuju koeficijenti detalja koji uglavnom predstavljaju šum. Ovaj deo nije stabilan a samim tim i nije pogodan kao ulaz u drugu fazu modela, što rezultuje u njegovim poremećenim performansama. Dakle, u svim scenarijima, optimalni nivo dekompozicije je dva, sem kod stacionarne vejevlet transformacije za EUR/GBP valutni par koja je pokazala za nijansu bolje rezultate prilikom korišćenja trećeg nivoa rezolucije. Ovo se pripisuje nekoj neprilagođenosti modela prilikom njegove primene na jedan prilično stabilan vremenski niz. Dodatno, povećanje nivoa rezolucije veće od tri je dalo loše rezultate i besmislen rezultat predikcije. Ovo je pokazano na primeru dinara u Tabeli 6.17 gde se testirao četvrti nivo rezolucije. Takođe, nezanemarljiva je i kompleksnost koda kao i duga

vremena izvršavanja ovakvih modela, naročito u slučaju paketske vejevlet transformacije četvrtog nivoa rezolucije, koja rezultuje u 16 neuralnih mreža u drugoj fazi. Sve ovo je korisnički neprihvatljivo i ne daje svrhu primeni modela, te se nivoi rezolucije viši od 3 nisu dalje razmatrali.

Tabela 6.17 Performanse modela sa primenjenim transformacija četvrtog nivoa rezolucije u slučaju EUR/RSD valutnog para.

Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj ulaza u NN u trećoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
SWT	4	Har	5	12	100	11.1330	0.1403	131.3670	11.4615
WPT	4	Db40	16	23	100	0.5401	0.0068	0.5273	0.7262

- Segmentacija – prilikom istraživanja jedan od ciljeva je bio ispitati uticaj segmentacije i utvrditi za koju podelu hibridni model daje najbolji rezultat. S tim u vezi, prediktor je testiran sa četiri različite segmentacije (60:40, 70:30, 80:20 i 90:10 u korist dela podataka za treniranje) na valutnom paru EUR/RSD, a rezultati nekih podela su dati u Tabelama 6.18 – 6.20. Za ove segmentacije primećeno je neregularno ponašanje prediktora koje se može objasniti vrlo slabom generalizacijom u slučaju manjih skupova za treniranje i efekta pretreniranja u slučaju većih skupova za treniranje. Drugim rečima, za ove segmentacije, prediktor je praktično neupotrebljiv. Kod svake verzije modela, najuspešniji a samim tim i krajnje usvojeni način segmentacije je 80:20, tj. scenario gde se prvih 80% podataka koristilo za treniranje dok je preostalih 20% niza korišćeno za evaluaciju neuralne mreže. Rezultati za ovaj vid segmentacije su dati u Tabeli 6.5.

Tabela 6.18 Rezultati u slučaju predikcije EUR/RSD valutnog para, u slučaju 60:40 segmentacije.

Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
SWT	2	Har	3	100	11.2519	0.1419	133.6889	11.5624
SWT	3	Har	4	100	11.4126	0.1439	140.2720	11.8436
WPT	2	Db40	4	100	0.4410	0.0055	0.5488	0.7408
WPT	3	Db40	8	100	1.4233	0.0181	5.6427	2.3754

Tabela 6.19 Rezultati u slučaju predikcije EUR/RSD valutnog para, u slučaju 70:30 segmentacije.

Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
SWT	2	Har	3	100	12.9502	0.1632	189.5934	13.7693
SWT	3	Har	4	100	13.3445	0.1682	197.7169	14.0612
WPT	2	Db40	4	100	0.4375	0.0055	0.4181	0.6466
WPT	3	Db40	8	100	1.2829	0.0162	3.2504	1.8029

Tabela 6.20 Rezultati u slučaju predikcije EUR/RSD valutnog para, u slučaju 90:10 segmentacije.

Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Broj NN u drugoj fazi	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
SWT	2	Har	3	100	11.0195	0.1389	132.0715	11.4922
SWT	3	Har	4	100	10.9975	0.1386	132.2299	11.4991
WPT	2	Db40	4	100	0.3843	0.0048	0.4227	0.6502
WPT	3	Db40	8	100	1.2471	0.0158	4.8866	2.2106

- Proces uklanjanja šuma: Generalno gledano, šumoviti podaci doprinose lošijem treniranju mreža, gde mreža uči ne samo unutrašnje procese, već i kompletnu dinamiku niza koja uključuje i šum, tako da je konačan rezultat njegove predikcije ne tako sjajan. Prilikom testiranja modela hibridnog prediktora, primetilo se da za slabo-volatilne delove vremenskih nizova, nije značajna razlika u performansama između obične i paketske vejvlet transformacije sa uklanjanjem šuma. Sa druge strane, kod intenzivnije volatilnih delova valutnih parova, paketska vejvlet transformacija sa uklanjanjem šuma je doprinela postizanju boljih rezultata,

što je pokazano u Tabeli 6.6 na primeru EUR/RSD valutnog para. Kod paketske vejevlet transformacije drugog nivoa, primenjeni proces uklanjanja šuma pokazuju do 76 puta bolje rezultate, dok kod iste transformacije trećeg nivoa ono iznosi 64 puta. U oba slučaja ovo je velika razlika i razlog zašto se kasnije ovaj proces provlačio kao vezani korak kod ovog scenarija modela. Dalje, sam proces uklanjanja šuma eliminiše šum iz niza bez ravnjanja vrhova i bez generisanja strmih padova niza. Kada se primeni sa paketskom vejevlet transformacijom, ovaj proces u potpunosti čuva originalan signal, što predstavlja jednu od njenih najznačajnijih prednosti kao alata za obradu signala. Ovaj proces je testiran sa različitim pragovima, inicijalno se počelo od 0.01 i 0.015, ali su postignuti loši rezultati, što je bila jedna od smernica u kom pravcu treba ići (Tabela 6.21). Eksperimentalno je pokazano da je najbolji rezultat dobijen za prag od 0.02 za sva tri valutna para.

Tabela 6.21 Rezultati predikcije za različite vrednosti praga uklanjanja šuma (EUR/RSD valutni par).

Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Prag šuma	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
WPT	2	Db40	0.01	100	0.3556	0.0044	0.3001	0.5478
WPT	2	Db40	0.015	100	0.3900	0.0049	0.3945	0.6281
WPT	3	Db40	0.01	100	0.4413	0.0055	0.5196	0.7209
WPT	3	Db40	0.015	100	0.5369	0.0067	0.7328	0.8560

- Broj skrivenih slojeva i čvorova: Vrlo važan kriterijum procene uspešnosti hibridnog prediktora jeste mrežna arhitektura koja precizno opisuje šeme u podacima vremenskog niza koji se koristi kao predmet analize. S tim u vezi, evidentno je da određene arhitekture imaju bolju tačnost predikcije u odnosu na neke druge. Prilikom razvoja i testiranja modela, osnovni princip kojim se vodilo kod određivanja ovih parametara jeste princip jednostavnosti. Iz tog razloga, za većinu scenarija kod poslednje neuralne mreže, ujedno i najkomplicovanije za dizajn, je uziman jedan skriveni sloj a broj skrivenih čvorova u njemu je podešavan prema Okamovom principu oštrice – jednak je polovini broja ulaznih i izlaznih čvorova. Ipak, trebalo bi napomenuti da je ovo neki krajnji scenario i da definitivno nije predstavljao početno stanje prilikom razvoja modela. Naime, na početku istraživanja pokušano je da se različitim brojem

skrivenih neurona utvrdi onaj optimalni. Kodovi su puštani za veliki broj scenarija i interesantne implikacije su izvedene. Posledica svega jeste da je model generisao različite predikcije svaki put kad je ovaj parametar menjan, ali ne po nekom očiglednom pravilu. Naime, sa nekoliko izuzetaka, u slučaju korišćenja vrlo malog broja skrivenih neurona, greške su uglavnom rastle. Dalje, kako broj neurona raste, greška je inicijalno opadala ali do određene vrednosti. Primećeno je da iznad određene vrednosti broja neurona, greške opet rastu, što je samo ukazalo da je potrebno postići neki balans u setovanju ovog parametra. Cena ovih ispitivanja su bili nezaobilazni računarski troškovi u vidu dugih vremena izvršavanja kodova. Koristeći preporuku iz literature, utvrdilo se da mreže najbolje simuliraju šeme iz podataka kad se izabere broj skrivenih čvorova da je jednak polovini broja ulaznih i izlaznih čvorova. Ovaj izbor je pokazao zavidne performanse dok je sa druge strane sačuvana računarska jednostavnost. Za predstavljeni model, to je značilo njegovo menjanje u zavisnosti od primenjene transformacije u prvoj fazi, pa je tako on iznosio 5 (SWT, 2 nivo rezolucije) i 6 (SWT, 3 nivo rezolucije i WPT 2 nivo rezolucije). Za svaku od ovih transformacija, uvećanje broja skrivenih čvorova je doprinelo rapidnom rastu konačnih grešaka modela. Ovi rezultati se tumače kao činjenica da je previše neurona štetno za predikciju i da dovodi do prevelike ili nedovoljne istreniranosti. Mreža sa previše neurona (veći broj od gore navedenih) u skrivenom sloju prosto memoriše informaciju koja se nalazi u uzorku i gubi smisao, tj. beskorisna je za dalju predikciju. Zaključak ovog dela testiranja modela jeste da model koji uči previše specifičnih detalja iz ulaznog niza na kraju vrlo slabo izvršava zadatak predikcije.

Dalje, iz želje za poboljšanjem rezultata probavani su i slučajevi sa dva skrivena sloja u kojima je broj skrivenih čvorova podešavan nasumično. Ovo je naročito bilo poželjno uraditi kod onih verzija modela gde je broj ulaznih nizova bio uvećan, kao što je prilikom korišćenja paketske vejvlet transformacije 3 nivoa rezolucije. Kod ovog scenarija, pokazano je da korišćenje dva skrivena sloja, tj. strukture za poslednju neuralnu mrežu od dva sloja sa 8 i 4 čvora (utvrđeno metodom probe) daje bolje rezultate od osnovnog pridržavanog pravila da to bude jedan skriveni sloj sa 8 čvorova (Tabela 6.22).

Tabela 6.22 Uporedni prikaz transformacija za različite strukture skrivenog sloja.

Vejvlet transformacija	Nivo rezolucije	Talasić	Struktura skrivenog sloja	Broj prediktovanih odbiraka	MAE	MAPE	MSE	RMSE
WPT	3	Db40	8 1	100	11.987	0.0151	37.440	19.349
WPT	3	Db40	8 4 1	100	0.00597	0.00008	0.00746	0.00974

6.4.2.1 Preporučeni parametri za uspešnu predikciju predloženim hibridnim modelom

Imajući u vidu sve prethodno rečeno, nakon analize osetljivosti se mogu sumirati situacije u kojima je predstavljeni hibridni prediktor uspešan u predikciji valutnih parova:

- ✓ kada je u pitanju kratkotrajni horizont, tj. kada se prediktuje jedan odbirak unapred
- ✓ kada su podaci podeljeni u barem dva skupa – skup za treniranje i skup za testiranje, ali pod uslovom da je segmentacija odrađena na odgovarajući način, tj. da je skup za treniranje veći (najbolji rezultati su dobijeni za podelu 80:20)
- ✓ mrežni tip je isključivo sa kretanjem signala unapred (korišćene su višeslojne FFNN)
- ✓ aktivacione funkcije skrivenog i izlaznog sloja su sigmoidalnog tipa i linearna funkcija respektivno
- ✓ korišćen je jedan skriveni sloj sa brojem čvorova jednakim polovini zbira ulaznih i izlaznih čvorova. Za paketsku vejvlet transformaciju trećeg nivoa su korišćena dva sloja
- ✓ minimalan skup podataka od dve do tri godine (najbolji rezultati su dobijeni za 1024 odbiraka).

Sve gore navedene stavke predstavljaju neophodne ali ne i dovoljne uslove za predikciju valutnih parova sa predstavljenim prediktorom. Takođe, trebalo bi napomenuti da postoje i drugi tipovi prediktora koji vrlo dobro prediktuju valutne parove a ne ispunjavaju gornje uslove ili čak ispunjavaju neke potpuno oprečne, ali oni nisu bili predmet ovog istraživanja.

7. Zaključna razmatranja

Danas smo svedoci digitalne revolucije i intenzivnog razvoja veštačke inteligencije koji sa sobom donose mnoštvo moćnih alata za analizu i predikciju podataka. Razumevanje hibridnih modela, tj. kombinovanja različitih alata i strategije koja stoji iza njih predstavlja važan korak ka formiranju originalnog koncepta predikcije, koji se, pored uvek zanimljive oblasti finansija, može primeniti i u drugim oblastima ljudske delatnosti. Upravo zahvaljujući velikim uspesima u primeni kombinacija predikcionih tehnika, danas se sve više napora ulaže u razumevanje i plasiranje ovakvih modela kao tehnologija budućnosti i rešenja za mnoge vrste predikcija. Sa druge strane, problemi predikcije finansijskih nizova su vrlo interesantni i sa sobom nose posebnu dozu kompleksnosti. U pitanju su nelinearni procesi kod kojih jednostavni mehanizmi „zašto-zato“ ne postoje, pa je i izbor alata za ove procese veoma osetljiv i komplikovan. Dodatno, neodređenost koju sa sobom nose valutni parovi, kao predmet analize, je karakteristika koja nije deterministička i koja je izvan rigidne kontrole. Kao što je napomenuto, na njihovo kretanje utiču mnogobrojni faktori i njihov odabir zavisi od istraživača, a u predstavljenom modelu je fokus bio isključivo na samom vremenskom nizu.

Cilj disertacije je da predstavi hibridni prediktor vremenskih nizova koji se sastoji od talasića i neuralnih mreža. Analizirane su četiri verzije modela, u zavisnosti od kombinacija dve osnovne korišćene tehnike vejevlet transformacije. Prediktivna sposobnost hibridnog modela je testirana na primeru tri realna vremenska niza. Kao ulazi u model korišćeni su istorijski odbirci različitih valutnih parova. Princip je zasnovan na dekompoziciji ulaznih vremenskih nizova u nekoliko različitih subkomponenti, zatim predikciji svake posebno i korišćenju individualnih predikcija radi

formiranja konačne predikcije. Algoritam modela je definisan kroz tri faze – prva koja obuhvata vejevlet transformaciju signala, druga koja nove nizove procesira kroz niz neuralnih mreža i treća koja koristi izlazne nizove iz prethodne faze i zajedno sa statističkim parametrima pohranjuje finalnu neuralnu mrežu koja služi za generisanje konačnog izlaza. Statistički parametri uvedeni u poslednjoj fazi modela služe radi pospešivanja preciznosti konačnog rezultata i obavljanja dodatne kontrole prediktora. Za tip neuralne mreže je izabrana istraživački najpopularnija opcija – višeslojni perceptron. Same neuralne mreže rade na principu paralelne arhitekture, imaju sposobnost učenja struktura i adaptiranja i veoma su eksploatisana rešenja za svrhe predikcije. Predstavljaju robusne alate i performanse im se ne degradiraju čak ni u slučaju otkaza jednog od čvorova. Najzad, iako nisu u stanju da potpuno prevaziđu neodređenost iz podataka, ako se dobro istreniraju, sposobne su da eliminišu značajan deo dvosmislenosti iz njih. Iz ovih razloga one su se nametnule kao osnovna i pokretačka snaga predstavljenog hibridnog prediktora i zahvaljujući njima, ceo sistem funkcioniše kroz jedan vid paralelne obrade aproksimacija i detalja originalnog niza.

Kako predstavljeni prediktor zahteva podešavanje velikog broja različitih parametara i uslova, vršen je veliki broj eksperimenata pri kojima su se fino podešavali i optimizovali različiti parametri a sve u cilju dobijanja preciznog i stabilnog rezultata. Dodatno, kao način poboljšanja celokupnog algoritma, analizirani su pojedini parametri arhitekture za koje se procenilo da imaju najviše uticaja na proces predikcije. Pojedina pravila za izbor parametara arhitekture su uključivala preporuke iz literature. Ovde treba napomenuti da su pojedina uspešna istraživanja, koja podrazumevaju primenu hibridnih modela, pod pokroviteljstvom sponzorskih kompanija koje, na neki način, ne žele da otkriju kompletne informacije. Stoga se kod mnogih parametara nisu pronalazile jasne smernice, što je u dosta testnih slučajeva nametnulo korišćenje metoda probe.

U radu je prvo objašnjena vejevlet transformacija kao i sam matematički pojam talasića, ukazano je na osnovne tipove ove vrste obrade signala a posebna pažnja je posvećena dvema koje su predmet sprovedenog istraživanja. Nakon toga, detaljno su obrađene neuralne mreže uz predstavljanje njihove taksonomije. Poseban akcenat je stavljen na arhitekturu mreža i parametre vredne podešavanja. Kroz dalje izlaganje u tezi, definisana je arhitektura modela a kroz rezultate je konstatovana njegova efikasnost i uspešnost obavljanja uloge prediktora. Predstavljena su sva

scenarija modela koja se ogledaju u četiri različite verzije, od kojih svaka generiše rešenje različitog kvaliteta. Nakon toga, urađena je kratka analiza osnovnih parametara arhitekture sa najvećim uticajem na konačan rezultat. Posebna pažnja je posvećena nivou rezolucije i pragu šuma kod jedne od transformacija, kao i broju skrivenih slojeva neuralne mreža poslednje faze.

Istraživanje u okviru doktorske disertacije se realizovalo primenom naučnih metoda i postupaka primerenih području i cilju rada. Za teorijsko-analički deo rada koristila se domaća, strana, naučna i stručna literatura, koja je navedena u poslednjem poglavlju disertacije. Većina korišćenih referenci predstavlja akademske članke, konferencijske radove i druge disertacije koje obrađuju slične teme. U radu su predstavljeni rezultati opsežnih analiza, uz odgovarajuće tabelarne i grafičke prikaze. Za analizu i osnovnu obradu podataka primenjene su metode matematičke statistike. Algoritam predstavljenog hibridnog prediktora je realizovan u široko rasprostranjenom programskom paketu Matlab. Kod je napisan programerski, adaptilan je i fleksibilan po potrebi. Za potrebe generisanja rezultata, simulacije su rađene na PC računarima veće memorije. Izvršena su programska podešavanja različitih faktora arhitekture, treniranja i simulacije neuralnih mreža a sve radi ocene učinka postojećeg rada modela kao i predlog mera efikasnijeg rada modela. Radi utvrđivanja u kojoj meri se može tolerisati netačnost parametara arhitekture, izvršena je analiza osetljivosti određenog broja parametara arhitekture. Osnovni cilj analize je sagledavanje uticaja različitih parametara na ukupnu procenu učinka predikcionog hibridnog modela.

7.1 Rezultatski osvrt

Na osnovu predstavljenih rezultata utvrđeno je da hibridni model predstavlja obećavajućeg kandidata za proces predikcije pri čemu su bolji rezultati dobijeni kod scenarija sa primenom paketske u odnosu na onaj sa primenom stacionarne vejevlet transformacije. Naime, vremenski niz razložen paketskom vejevlet transformacijom ima veći kapacitet da uhvati osnovno ponašanje i stoga nudi potpunije informacije koje se koriste u drugoj fazi u svrhu treniranja, modelovanja i predikcije. Konkretni zaključci su da scenario sa primenjenom paketskom vejevlet transformacijom pokazuje bolje performanse u slučaju stabilnijih valuta tj. onih vremenskih nizova koji održavaju

svoju srednju vrednostu, pa je tako najbolji rezultat generisan kod testiranog EUR/GBP valutnog para. Suprotno tome, scenario sa primenom stacionarne vejevlet transformacije je dao najbolje rezultate kod nestabilnijih vremenskih nizova, te je najbolji rezultat dobijen za EUR/RSD valutni par. U ovom slučaju, dobijeni rezultati su samo solidni i nisu uporedivi sa najbolje generisanim rezultatima kod paketske vejevlet transformacije, što govori da stacionarna vejevlet transformacija možda i nije najbolje rešenje za predikciju ove vrste valutnih parova.

Kod analize uticaja različitih parametara na moć generalizacije modela najvažniji zaključak je da povećanje nivoa rezolucije nije poboljšalo performanse sistema, što je indikator da predikcija nije neophodno tačnija ukoliko je nivo razlaganja veći. Kod paketske vejevlet transformacije, značajan je proces uklanjanja šuma i faktor nivoa praga, koji pravilnim podešavanjem doprinosi preciznijem rezultatu konačne predikcije. Iz ovih razloga se proces uklanjanja šuma koristi kao vezani korak pri ovoj transformaciji.

Završni rezultatski osvrt na skoro sve scenarije hibridnog prediktora se može sumirati na sledeći način: vidno je da svi rezultati ukazuju da je prediktor pre svega moćan u procesu predikcije valutnih parova, kao i da pokazuje visok stepen adaptivnosti prilikom ovog procesa. Prediktor može da radi za bilo koji vremenski period i može biti primenjen na različite vrste valutnih parova. Naravno, u svakom slučaju model se mora istrenirati sa različitim skupovima podataka, što je imajući u vidu *user friendly* stranu implementiranog softvera, lak zadatak. Pored toga što njegov rad ne zavisi od pohranjenog ulaznog vremenskog niza, prediktor je fleksibilan, skalabilan i vrlo lak za korišćenje, pri čemu sam korisnik može zadati mnoštvo različitih parametara i isprobati ga po želji za dodatne scenarije. Mreže modela su većinom brzo i korektno istrenirane i po statističkim greškama kojima je analiziran njihov rad, primetna je konzistentnost u tačnosti predikcije. Takođe, prilikom svake iteracije pravi se nova mreža za svaki prozor ulaznih odbiraka, koja se iznova trenira, dok se vremenski prozor pomera jedan dan unapred (odbirci su uzimani po dnevnoj frekvenciji). Ovaj pristup daje čitavoj metodi kontinualnost, što je pozitivna karakteristika u odnosu na klasičnu analizu vremenskih nizova. Sa druge strane, značajni nedostatak je potencijalna nestabilnost koja ponekad „isplivava“ usled ne malog broja neuralnih mreža, što je posebno izraženo kod scenarija sa paketskom vejevlet transformacijom, trećeg nivoa rezolucije. Ipak, koliko god da deluje da ne postoji problem ili izazov koji neuralne mreže ne mogu da reše,

njihova “digitalna moć” se ipak treba uzeti sa dozom rezerve jer vrlo često one ispoljavaju svoju prirodu “crne kutije” i unose nestabilnost i nepredvidivost u ceo proces. Dodatno, imajući u vidu da je prediktivna moć modela veoma osetljiva na veliki broj parametara, izvršen je veliki broj dugih i ponekad zamornih eksperimenata sa često korišćenim metodama probe uz setovanje različitih parametara. Izbor ovih parametara ulazi u više kreativni domen nego naučni, tačnije uključuje više metode probe nego apsolutni pristup. Sve ove procedure zato mogu ponekad biti obeshrabrujuće iz istraživačkog ugla. U potencijalnim komercijalnim primenama, ovo se može rešiti istraživanjem preostalih parametara dizajna mreža kojima nije posvećena pažnja prilikom ovog istraživanja a čijim se podešavanjem potencijalno mogu dobiti još bolji rezultati.

7.2 Doprinos istraživanja

Glavni rezultat istraživanja, koji se ogleda u predloženom hibridnom prediktoru koji se sastoji od talasića i neuralnih mreža, predstavlja jasan naučni doprinos u oblasti novih hibridnih predikcionih modela vremenskih nizova, kao i osnovu za bolje razumevanje postojećih problema u oblasti predikcije i pronalaženje efikasnih smernica za dalji razvoj. Prilikom sprovedene analize rezultata, vidno je da su rezultati predikcije modela prilično ohrabrujući. Rezultati su zasnovani na određenim nizovima i određenom periodu, pa testiranje modela na proizvoljnim vremenskim nizovima i nove slobode u dizajniranju modela svakako mogu predstavljati zadatak za budućnost. Imajući u vidu sve prethodno navedeno, zauzima se optimistički stav u pogledu predstavljene strategije i hibridnog modela, sa zaključkom o postojanju velikog broja smernica ka budućem radu u ovoj oblasti. Suštinski, posle velikog broja sprovedenih testiranja i simulacija, a na osnovu dobijenih rezultata učvrstilo se “poverenje” stečeno u prediktivne sposobnosti modela. Najvažniji doprinosi disertacije su:

- Razvijen je novi algoritam koji uključuje kombinaciju matematičke transformacije pomoću talasića i neuralnih mreža;
- Iz korisničkog ugla, razvijen je programski kod koji je privlačan i lak za korišćenje, sa jednostavnim menjanjem ulaznih vrednosti u svrhe optimizacije. Zahvaljujući ovome, uspešno

su modifikovani različiti parametri arhitekture (različite transformacije, nivoi rezolucije, pragovi šuma, broj skrivenih slojeva itd.) radi ispitivanja kako se njihovom manipulacijom može uticati na stabilnost modela;

- Predloženi hibridni prediktor predstavlja adaptivno i fleksibilno rešenje koje se može prilagoditi drugim vremenskim nizovima;
- Rezultati svih simulacija su analizirani i na osnovu statističkih kriterijuma, donete su odluke o načinu najpreciznije predikcije za odgovarajući valutni par, to jest o verziji modela najpogodnijoj za potencijalnu komercijalnu upotrebu;
- Zaključci iz ugla primenjene transformacije:
 - Kod sva tri valutna para, paketska vejevlet transformacija je dala bolje rezultate u odnosu na stacionarnu vejevlet transformaciju;
 - Paketska vejevlet transformacija je dala bolje rezultate za stabilne valutne parove;
 - Stacionarna vejevlet transformacija je dala bolje rezultate za nestabilnije valutne parove.
- Zaključci u pogledu nivoa rezolucije: Modeli sa nižim nivoima rezolucije generišu preciznije rezultate od modela sa višim nivoom rezolucije;
- Kod primenjene paketske vejevlet transformacije primećena su poboljšanja rezultata prilikom korišćena odgovarajućeg praga šuma.

7.3 Buduća istraživanja

Kao što je pomenuto ranije, sprovedeno istraživanje bi bilo znatno olakšano da postoji odgovarajući sistemski pristup procesu predikcije. Analizom sličnih radova na ovu temu se zaključilo da nedostaje taj celoviti ugao sagledavanja procesa predikcije, odnosno rad na formiranju univerzalnog pristupa koji bi pomogao u izučavanju ovog i zadataka slične prirode. Pored ovoga, kreiranje ove vrste prediktora zahteva mnogo više stručnih analiza i proračuna, više nego što je sadašnja praksa, što govori o potrebi za jednim multidisciplinarnim pristupom predikcionim modelima.

U oblasti predikcije vremenskih nizova prostora za napredak neosporno ima i različita istraživanja nude širok opseg novih smerova i opcija. Rezultati predstavljeni u tezi su dobijeni iz simulacija četiri verzije modela ali u slučaju kada su se parametri njihove arhitekture razmatrali i kreirali na isti način. Iz ugla predstavljene strategije u ovoj tezi, buduća istraživanja se mogu potencijalno baviti prediktivnom moći za dugotrajne predikcije istog modela ili korišćenjem drugih importovanih ekonomskih indikatora. Dalje, iako u praksi ovo može da dovede do restrikcije korisnosti modela, buduća istraživanja mogu da uključe šire periode testiranja kao i druge frekvencije odabiranja. Takođe, bilo bi zanimljivo utvrditi minimalnu sumu dana tj. podataka koja je neophodna da se postignu razumne aproksimacije. Zanimljivo bi bilo i videti ponašanje modela kod višednevnih predikcija. Širok prostor za istraživanje se može locirati i u primeni statistike u neuralnim mrežama, posebno u pogledu estimacionih kriterijuma i optimizacionih algoritama. Naravno, pri svemu ovom treba imati u vidu odnos računarskih troškova i utrošenih resursa u odnosu na planirana potencijalna unapređenja.

Suštinski, većina ideja na lestvici novih zadataka je proizašla iz nekih ispoljenih nestabilnosti tokom samog testiranja. Korišćenje različitih parametara je ukazalo na neke konkretne smerove budućih istraživanja:

- Dodatni izvori podataka – korišćenje makroekonomskih indikatora kao ulaza u prediktor, i pomeranje istraživanja ka fundamentalnoj analizi, tj. ka kombinaciji tehničke i fundamentalne analize. Na primer, bilo bi vrlo zanimljivo inkorporirati događaje iz sveta i zemlje kao ulaz u model (ratovi, rast/pad cene nafte, teoristički napadi, pad/formiranje novih vlada itd.). Svi ovi ulazi bi značajno promenili i prirodu modela i sam rezultat predikcije valutnih parova.
- Fokus na parametre arhitekture neuralnih mreža, kao što je brzina učenja. Različite vrednosti ovog parametra mogu da prouzrokuju mreže da zaustave treniranje u različitim tačkama takozvanog „težinskog prostora“ i bilo bi interesantno proceniti uticaj celokupnog modela na menjanje ovog faktora. Naime, ukoliko je brzina učenja prevelika, učenje se prebrzo odvija, a neuralne mreže su nestabilne. Ukoliko je brzina učenja premala, to opet

vodi ka dužem procesu učenja i sporoj konvergenciji ka konačnom rezultatu. Generalno, učenje zavisi od problema koji se analizira i zato bi bilo važno posebno se posvetiti ovom parametru.

- Druge vrste neuralnih mreža - zanimljivo bi bilo probati različite pristupe učenju, kao i drugačije arhitekture neuralnih mreža ili njihovo miksovanje. Mogući kandidati mogu biti rekurentne neuralne mreže. Ne bi bilo loše istestirati i pristupe optimizacije kao što je npr. ograničeno učenje (eng. *Constrained Learning*).
- Inkorporiranje drugih alata u hibridni model – kao što je ranije napomenuto, hibridne strategije uglavnom postižu bolje performanse nego individualni modeli, što implicira da su kombinacije različitih tehnika obećavajuća tema za postizanje boljih performansi predikcije. Primeri ovih alata mogu biti genetički algoritmi, ekspertske sistemi, *fuzzy* sistemi, samo-organizujuće mape, vektorke mašine (eng. *support vector machines*) itd. Kod svih ovih hibrida, bitno je istaći da teorijske osnove na čijim temeljima se oni grade moraju da postoje, jer će kreiranje sve kompleksnijih struktura vući sa sobom osnovne probleme kao što je izbor parametara arhitekture.
- Unapređenje softverskog računarskog koda – može ići u više pravaca, gde je jedan od mogućih dodavanje grafičkog interfejsa za korisnika koje bi mu omogućilo adekvatno i još lakše manipulisanje parametrima arhitekture hibridnog modela.

Dodatno, buduća istraživanja bi trebalo da uključe rad na formiranju metodologije za razvoj, treniranje i verifikaciju rada neuralnih mreža kao ključnih elemenata nepredvidivosti ovakvih hibridnih modela. Krajnji cilj bi trebalo postaviti, iz ove perspektive bar, visoko a on se tiče rada na tome da prediktori koji uključuju kao elemente neuralne mreže treba da budu uspešni bez obzira na dizajn i parametre arhitekture. Naravno, ukoliko neko ima na umu komercijalno plasiranje ovakvog tipa modela, vrlo je bitna garancija generisanja preciznog rezultata, koji bi u slučaju uspeha, svakako doneo veliki naučni i poslovni doprinos.

8. Bibliografija

- [1] E. Plummer, *Time series forecasting with feed-forward neural networks: Guidelines and limitations*. Available at <http://www.karlbranting.net/papers/plummer/Pres.ppt>, 2000.
- [2] C. Lento, N. Gradojevic, "The profitability of technical trading rules: a combined signal approach," *Journal of applied business research*, vol. 23, no 1, 2007.
- [3] V. Kecman, *Learning and soft computing*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England, 2001.
- [4] C. Bellgard, P. Goldschmidt, Forecasting Across Frequencies: Linearity and Non-Linearity, University of Western Australia Research Paper, *Proceedings of the International Conference on Advanced Technology*, Australia, 1999.
- [5] M. R. El-Shazly, H.E. El-Shazly, "Comparing the forecasting performance of neural networks and forward exchange rates," *Journal of Multinational Financial Management*, vol. 7, no. 4, pp. 345-356, 1997.
- [6] M. Kampouridis, "Computational Intelligence in Financial Forecasting and Agent-Based Modeling: Applications of Genetic Programming and Self-Organizing Maps", PhD Thesis, University of Essex, 2011.
- [7] M. Alamili, "Exchange Rate Prediction using Support Vector Machines - A comparison with Artificial Neural Networks", Master Thesis, 2011.
- [8] L. Yu, S. Wang, W. Huang, K. Keung Lai, "Are foreign exchange rates predictable?" *Scientific Inquiry: A Journal of International Institute for General Systems Studies, Inc*, vol. 8, no. 2, pp. 207-228, 2007.

- [9] J. Yao, C. L. Tan, "A case study on using neural networks to perform technical forecasting of forex", *Neurocomputing*, vol. 34, pp. 79-98, 2000.
- [10] T. Chong, "Financial time series forecasting using improved wavelet neural network", Master Thesis, Faculty of Science, University of Copenhagen, Copenhagen, 2009.
- [11] 6 Factors That Influence Exchange Rates, <http://www.investopedia.com/articles/basics/04/050704.asp>, Accessed: September, 2017.
- [12] Factors affecting: Currency Exchange Rate, Economical Formulas and Prediction Models, <http://www.ijaiem.org/volume3issue3/IJAIEM-2014-03-05-013.pdf> Accessed: September, 2017.
- [13] FOREX Tutorial: Economic Theories, Models, Feeds & Data Available, <http://www.investopedia.com/university/forexmarket/forex5.asp>., Accessed: Feb. 10, 2013.
- [14] T. H. Hann, E. Steurer, "Much ado about nothing? Exchange rate forecasting: Neural networks versus linear models using monthly and weekly data," *Neurocomputing*, vol. 10, pp. 323-339, 1996.
- [15] J. Kamruzzaman, R. Sarker, Forecasting of Currency Exchange Rates using ANN: A Case Study, Neural Networks and Signal Processing, *Proceedings of the 2003 International Conference on*, 2003.
- [16] G. E. P. Box, J.M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. San Francisco, Holden-Day, 1970.
- [17] J.H. Cochrane, *Time Series for Macroeconomics and Finance*, Graduate School of Business, University of Chicago, 1997.
- [18] E. Bodt, J. Rynkiewicz, M. Cottrell, "Some known facts about financial data," *European symposium on artificial neural networks*, pp. 223-236, April 2001.
- [19] L. Cao, F. Tay, "Financial forecasting using support vector machines," *Neural Comput. & Applic.*, vol. 10, pp. 184-192, May 2001.
- [20] I. Kaastr, M. Boyd, "Designing a neural network for forecasting financial and economic time series," *Neurocomputing*, vol. 10, no. 3, pp. 215-236, 1996.
- [21] B. LeBaron, "Practical comparisons of foreign exchange forecasts," *Neural Network World*, pp. 779-791, 1993.
- [22] S. J. Taylor, "Trading futures using a channel rule: A study of the predictive power of technical analysis with currency examples," *Journal of Futures Markets*, vol. 14, pp. 215-235, 1994.

- [23] S. Walczak, N. Cerpa, "Heuristic principles for the design of artificial neural networks," *Information and Software Technology*, vol. 41, pp. 107-117, 1999.
- [24] P. Tenti, "Forecasting foreign exchange rates using recurrent neural networks," *Applied Artificial Intelligence*, vol. 10, pp. 567-581, 1996.
- [25] M. P. Taylor, H. Allen, "The Use of Technical Analysis in the Foreign Exchange Market," *Journal of Money and Finance*, vol.11, pp.304–314, 1992.
- [26] L.X.Wang, J.M.Mendel, Generating fuzzy rules by learning from examples, *Proceedings of the 1991 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, 1991, pages 263–268.
- [27] A.S. Weigend, N.A. Gershenfeld, *Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past*. Addison Wesley Publishing Company, 1994.
- [28] J.A.K. Suykens, T. Van Gestel, J. De Brabanter, B. De Moor, J. Vandewalle, *Least Squares Support Vector Machines*. World Scientific Publishing Co., Pte, Ltd., Singapore, 2002.
- [29] M. Holschneider, *Wavelets: An Analysis Tool* (Oxford Mathematical Monographs). Oxford University Press, 1999.
- [30] O. Renaud, J. L. Stark, F. Murtagh, "Prediction based on a Multiscale Decomposition," *International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, vol. 1, no 2, pp. 217-232, 2003.
- [31] R. Gencay, F. Selcuk, B. Whitcher, *An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics*. San Diego: Academic Press Ltd., 2002.
- [32] L. S. O. Renaud, F. Murtagh, Wavelet-based forecasting of short and long memory time series, *Cahiers du Departement d'Econometrie*, 4, 2002.
- [33] C. Stojlojescu, "A Wavelets Based Approach for Time Series Mining," Ph.D. Thesis, Politehnica University of Timisoara and TELECOM Bretagne, Brest, 2011.
- [34] R.R. Trippi, E. Turban, *Neural Networks in Finance and Investing: Using Artificial Intelligence to Improve Real-World Performance*. Probus, Chicago, 1993.
- [35] R. P. Lippman, "An introduction to computing with neural nets," *IEEE ASSP Mag*, vol. 4, pp. 4-22, April 1987.
- [36] T. Masters, *Practical Neural Network Recipes in C++*. Academic Press, New York, 1993.
- [37] N. Kojić, "Primena neuralnih mreža u rešavanju transportnih problema," PhD Thesis, University of Belgrade, School of Electrical Engineering, 2012.

- [38] J. Yao, Y. Li, C. L. Tan, "Option price forecasting using neural networks," *OMEGA: International Journal of Management Science*, vol. 28, no. 4, pp. 455-466, 2000.
- [39] V. Pacelli, V. Bevilacqua, M. Azzollini, "An Artificial Neural Network Model to Forecast Exchange Rates," *Journal of Intelligent Learning Systems and Applications*, vol. 3, no. 2, pp. 57-69, 2011.
- [40] G. Zhang, B. E. Patuwo, M. Y. Hu, "Forecasting with artificial neural networks: The state of the art," *International Journal of Forecasting*, vol. 14, pp. 35-62, 1998.
- [41] A. S. Weigend, B. A. Huberman, D. E. Rumelhart, Predicting sunspots and exchange rates with connectionist networks, in *Nonlinear Modeling and Forecasting*, eds. M. Casdagli and S. Eubank, pp. 395–432, Redwood City, CA, 1992, Addison-Wesley.
- [42] A. N. Refenes, Constructive learning and its application to currency exchange rate forecasting, in *Neural Networks in Finance and Investing: Using Artificial Intelligence to Improve Real-World Performance*, eds. R. R. Trippi and E. Turban, Probus Publishing Company, Chicago, 1993, pp. 777–805.
- [43] A. N. Refenes, M. Azema-Barac, L. Chen, S. A. Karoussos, "Currency exchange rate prediction and neural network design strategies," *Neural Computing and Application*, vol. 1, pp. 46–58, 1993.
- [44] A. Podding, Short term forecasting of the USD/DEM exchange rate, in *Proceedings of First International Workshop on Neural Networks in Capital Market*, London, 1993.
- [45] X. Zhang, J. Hutchinson, Simple architectures on fast machines: Practical issues in nonlinear time series prediction, in *Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past*, eds. A. S. Weigend and N. A. Gershenfeld, Addison-Wesley, Reading, MA, 1994, pp 219-241.
- [46] C. M. Kuan, T. Liu, "Forecasting exchange rates using feedforward and recurrent neural networks," *Journal of Applied Econometrics*, vol. 10, pp. 347-364, 1995.
- [47] B. Wu, "Model-free forecasting for nonlinear time series (with application to exchange rates)," *Computational Statistics and Data Analysis*, vol. 19, pp. 433-459, 1995.
- [48] X. R. Zhang, "Non-linear predictive models for intra day foreign exchange trading," *International Journal of Intelligent System in Accounting, Finance and Management*, vol. 3, pp. 293-302, 1994.

- [49] J. T. Yao, H. L. Poh, T. Jasic, "Foreign exchange rates forecasting with neural networks, in *Proceedings of the International Conference on Neural Information Processing*, Hong Kong, 1996, pp. 754–759.
- [50] G. Zhang, M. Y. Hu, "Neural Network Forecasting of the British Pound/US Dollar Exchange Rate," *OMEGA: Int. Journal of Management Science*, vol. 26, pp. 495-506, 1998.
- [51] W. Huang, K. K. Lai, Y. Nakamori, S. Y. Wang, "Forecasting foreign exchange rates with artificial neural networks: a review," *International Journal of Information Technology and Decision Making*, vol. 3, no. 1, pp. 145-165, 2004.
- [52] M. Qi, Y. Wu, "Nonlinear prediction of exchange rates with monetary fundamentals," *Journal of Empirical Finance*, vol. 10, pp. 623-640, 2003.
- [53] R. Gencay, "Linear, non-linear and essential foreign exchange rate prediction with simple technical trading rules," *Journal of International Economics*, vol. 47, pp. 91-107, 1999.
- [54] W. Huang, K. K. Lai, Y. Nakamori, S. Y. Wang, "An empirical analysis of sampling interval for exchange rate forecasting with neural networks," *Journal of Systems Science and Complexity*, vol. 16, no. 2, pp. 165-176, 2003.
- [55] M. C. Medeiros, A. Veiga, C. E. Pedreira, "Modeling exchange rates: smooth transitions, neural networks, and linear models," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 12, no. 4, pp. 755-764, July 2001.
- [56] Y. M. Hong, T. H. Lee, "Inference on Predictability of Foreign Exchange Rates via Generalized Spectrum and Nonlinear Time Series Models," *Review of Economics and Statistics*, vol. 85, no. 4, pp. 1048-1062, 2003.
- [57] J. T. Davis, A. Episcopos, S. Wettimuny, "Predicting direction shifts on Canadian-US exchange rates with artificial neural networks," *International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, vol. 10, pp. 83-96, 2001.
- [58] J. Egan, "Artificially intelligent investing," *U.S. News&World Report*, vol. 56, pp. 73, 1993.
- [59] K. K. Minu, M. C. Lineesh, C. Jessy John, "Wavelet Neural Networks for Nonlinear Time Series Analysis," *Applied Mathematical Sciences*, vol. 4, no. 50, pp. 2485-2595, 2010.
- [60] F. Murtagh, J. L. Starck, O. Renaud, "On Neuro-wavelet Modeling," *Decision Support Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 475-484, 2004.

- [61] S. Fan, T. Ji, W. Gordon, B. Rickard, "Forecasting Baltic Dirty Tanker Index by Applying Wavelet Neural Networks," *Journal of Transportation Technologies*, vol.3, no.1, pp. 68-87, Jan. 2013.
- [62] S. Makridakis, S.C. Wheelwright, *Forecasting: Methods and Applications*. 2nd ed, Canada, Wiley, 1993.
- [63] U. Grenander, M. Rosenblatt, *Statistical Analysis of Stationary Time Series*. New York, Wiley, 1957.
- [64] L. J. Cao, F. E. H. Tay, Support Vector Machine with Adaptive Parameters in Financial Time Series Forecasting," *IEEE Transaction on Neural Networks*, vol. 14, no. 6, pp. 1506-1518, 2003.
- [65] T. Farooq, A. Guergachi, S. Krishnan, "Chaotic time series prediction using knowledge based Green's Kernel and least-squares support vector machines," *Systems, Man and Cybernetics*, 2007, ISIC. 7-10, pages: 373-378.
- [66] N. Sapankevych, R. Sankar, "Time Series Prediction Using Support Vector Machines: A Survey," *IEEE Computational Intelligence Magazine*, vol. 4, pp. 24-38, 2009.
- [67] S. Kumar, *Neural Networks, A Classroom Approach*. Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2004.
- [68] J. A. K. Suykens, J. Vandewalle, "Recurrent least squares support vector machines," *IEEE Trans. Circuits Systems-I*, vol. 47, no. 7, pp. 1109 – 1114, 2000.
- [69] R. Adhikari, R. K. Agrawal, *An Introductory Study on Time Series Modelling and Forecasting*. Germany, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.
- [70] D.Z. Cao, S.L. Pang, Y.H. Bai, "Forecasting exchange rate using support vector machines, Machine Learning and Cybernetics," *Proceedings of 2005 International Conference on*, 2005.
- [71] S. Rajasekaran, G.A. Vijayalakshmi Pai, *Neural networks, fuzzy logic and genetic algorithm: Synthesis and Applications*. PHI Learning Private Limited, New Delhi, 2011.
- [72] M. R. El Shazly, H. E. El Shazly, "Forecasting currency prices using a genetically evolved neural network architecture," *International Review of Financial Analysis*, vol.8, no.1, pp. 67–82, 1999.
- [73] A. K. Nag, A. Mitra, "Forecasting daily foreign exchange rates using genetically optimized neural networks," *Journal of Forecasting*, vol. 21, pp. 501-511, Nov. 2002.

- [74] V. S. Kodogiannis, A. Lolis, "Forecasting exchange rates using neural network and fuzzy system based techniques," *Neural Computing and Applications*, vol. 11, no. 2, pp. 90-102, 2002.
- [75] J. Božić, S. Vukotić, Đ. Babić, "Predikcija kursa dinara pomoću wavelet-a i neuralne mreže," *19. Telekomunikacioni forum TELFOR 2011*, Srbija, Beograd, Novembar 22.-24., 2011.
- [76] J. Bozic, D. Babic, "Predicting the EUR/RSD exchange rate using wavelets and neural network," In *Proceedings of International Conference on Applied Internet and Information Technologies*, Zrenjanin, Serbia, 2013, 108-112.
- [77] J. Božić, "Predikcija kursnih razlika pomoću neuralnih mreža," *YU INFO konferencija 2015 (5th International Conference on Information Society and Technology ICIST 2015)*, Srbija, Kopaonik, 08.-11. mart 2015., ISBN: 978-86-85525-15-5, str. 273-277.
- [78] J. Bozic, D. Babic, "EUR/RSD Exchange Rate Forecasting Using Hybrid Wavelet-Neural Model: A CASE STUDY," *Computer Science and Information Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 487-508, 2015.
- [79] J. Bozic, D. Babic, "Financial Time Series Forecasting Using Hybrid Wavelet-Neural Model," *The International Arab Journal of Information Technology IAJIT*, to be published.
- [80] R. X. Gao, R. Yan, *Wavelets: Theory and applications for manufacturing*. New York: Springer, 2011.
- [81] S. Jaffard, Y. Meyer, R. Ryan, *Wavelets: Tools for Science & Technology*. Society for Industrial Mathematics, 2001.
- [82] M. Ranta, "Wavelet Multiresolution Analysis of Financial Time Series," Ph.D. dissertation, University of Vaasa, Finland, 2010.
- [83] C. Schleicher, *An introduction to wavelets for economists*. Bank of Canada, 2002.
- [84] I. Daubechies, "Where do wavelets come from? A personal point of view," *Proceedings of the IEEE 84.4*, pp. 510-513, 1996.
- [85] A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, *Quantitative risk management: concepts, techniques, and tools*. Princeton University Press, Princeton, 2005.
- [86] H. Wong, W. C. Ip, Z. Xie, X. Lui, "Modelling and forecasting by wavelets, and the application to exchange rates," *Journal of Applied Statistics*, vol. 30, no. 5, pp. 537- 553, 2003.
- [87] A. J. Conejo, M. A. Plazas, R. Espinola, A. B. Molina, "Day-ahead electricity price forecasting using the wavelet transform and ARIMA models," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 1035-1042, May 2005.

-
- [88] S. Schlüter, D. Carola, “Using wavelets for time series forecasting: Does it pay off?,” FAU Discussion Papers in Economics, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2010.
- [89] H. Dym, H. P. McKean, *Fourier Series and Integrals*. Academic Press, New York, 1972.
- [90] J. Herivel, *Joseph Fourier. The man and the physicist*. Clarendon Press, Oxford, 1975.
- [91] J. Fourier, *Théorie analytique de la chaleur* [english translation: *The analytical theory of heat*]. Paris: Firmin Didot Père et Fils, 1822.
- [92] J. Altmann, *Surfing the Wavelets*. Monash University, 1996.
- [93] J. Paley, R. Littlewood, “Theorems on Fourier series and power series,” *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 42, pp. 52-89, Jan. 1937.
- [94] N. Ricker, “The form and laws of propagation of seismic wavelets,” *Geophysics*, vol. 18, pp. 10-40, Jan. 1953.
- [95] D. Mackenzie, *Wavelets: seeing the forest and the trees*. National Academy of Sciences, Washington, DC, 2001.
- [96] A. Grossmann, J. Morlet, “Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape,” *SIAM J Math Anal*, vol. 15, no. 4, pp. 723-736, 1984.
- [97] S. G. Mallat, “A theory of multiresolution signal decomposition: the wavelet representation,” *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, vol. 11, no. 7, pp. 674–693, July 1989.
- [98] S. G. Mallat, “Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L_2(\mathbb{R})$,” *Trans Am Math Soc*, vol. 315, pp. 69–87, Sep. 1989.
- [99] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing. The sparse way*, Academic Press, London, 3rd edition, 2009.
- [100] Y. Meyer, *Orthonormal wavelets*. In: Combers JM, Grossmann A, Tachamitchian P (eds) *Wavelets, time-frequency methods and phase space*, Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [101] Y. Meyer, *Wavelets, algorithms and applications*. SIAM, Philadelphia, PA, 1993.
- [102] Wavelet transformacija, <http://www.vcl.fer.hr/dtv/jpeg/wave.htm>, Accessed: September, 2017.

-
- [103] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*. Volume 61 CMBMS-NSF Series in Applied Mathematics, Siam publications, Philadelphia, 1992.
- [104] C.K. Chui, *An Introduction to Wavelets*. Academic press, San Diego, CA, 1992.
- [105] M. van Berkel, *Wavelets for Feature Detection; Theoretical background*. Literature study, Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering, Eindhoven, March 2010.
- [106] P.S. Addison, *The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance*. Institute of Physics, Bristol, 2002.
- [107] M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J. Poggi, *Wavelet Toolbox For Use with Matlab (User's Guide Version 3)*. The Math Works, Natick, MA, 2009.
- [108] C.S. Burrus, R.A. Gopinath, H. Guo, *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms, A primer*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 1998.
- [109] G. Strang, T. Nguyen, *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley-Cambridge Press, Wellesley MA USA, 1996.
- [110] A. P. Bradley, "Shift-invariance in the discrete wavelet transform," *Proceedings of the Seventh International Conference on Digital Image Computing: Techniques and Applications*, 1: pp. 29–38, 2003.
- [111] B. Vidakovic, *Statistical modeling by wavelets*. Vol. 503. John Wiley & Sons, 2009.
- [112] S. Mallat, F. Falzon, „Analysis of low bit rate image transform coding,“ *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 4, pp. 1027-1042, Apr. 1998.
- [113] C. K. Chui, *Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis*. Society for Industrial Mathematics, 1987.
- [114] C. Stolojescu et al., A wavelet based prediction method for time series, *Proceedings of Stochastic Modeling Techniques and Data Analysis (SMTDA2010) International Conference*, Chania, Greece, 2010.
- [115] M. Shensa, "The Discrete Wavelet Transform: Wedding the A Trous and Mallat Algorithms,“ *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, no. 10, pp. 2464—2482, Oct. 1992.
- [116] G.P. Nason, B.W. Silverman, „The stationary wavelet transform and some statistical applications,“ In: *Wavelets & Statistics: Lecture Notes in Statistics*, Vol. 103, 1995, p. 281 - 300.

- [117] Jiajun Gu, “Redundant Wavelet Transform and its Application in Denoising and Prediction,” PowerPoint presentation, May 2003.
- [118] D. Donoho, I. Johnstone, “Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage,” *Biometrika*, vol. 81, pp. 425-455, Dec. 1994.
- [119] F. Keinert, *Wavelets and multiwavelets, studies in advanced mathematics*. Chapman & Hall/CRC Press, 2004.
- [120] D. Gnanadurai, V. Sadasivam, “An efficient adaptive thresholding technique for wavelet based image denoising,” *International Journal of Signal Processing*, vol. 2, pp. 114–120, 2006.
- [121] K. H. Talukder, K. Harada, “Haar wavelet based approach for image compression and quality assessment of compressed image,” *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, vol. 36, pp. 1-8, 2007.
- [122] D. L. Donoho, “De-noising by soft-thresholding,” *IEEE transactions on information theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613-627, May 1995.
- [123] D. L. Donoho, I. M. Johnstone, “Adapting to Unknown Smoothness Via Wavelet Shrinkage,” *Journal of the american statistical association*, vol. 90, no. 432, pp. 1200-1224, 1995.
- [124] L. Guomin, D. Zhang, *Advances in Wavelet Theory and Their Applications in Engineering, Physics and Technology - Wavelet denoising (Chapter 4)*. INTECH Open Access Publisher, 2012.
- [125] D. Labat, “Recent advances in wavelet analyses: Part 1. A review of concepts,” *Journal of Hydrology*, vol. 314, no. 1-4, pp. 275-288, 2005.
- [126] D. Labat, J. Ronchail, J. Guyot, “Recent advances in wavelet analyses: Part 2—Amazon, Parana, Orinoco and Congo discharges time scale variability,” *Journal of Hydrology*, vol. 314, no. 1-4, pp. 289-311, 2005.
- [127] James B. Ramsey, *The contribution of wavelets to the analysis of economic and financial data, Wavelets: The Key to Intermittent Information*. New York: Oxford University Press, 2000, pp. 221-236.
- [128] R. W. Dijkerman, R. R. Mazumdar, “Wavelet representations of stochastic processes and multiresolution stochastic model,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 7, pp. 1640–1652, 1994.
- [129] R. Dahlhaus, M. H. Neumann, R. Von Sachs, „Nonlinear wavelet estimation of time- varying autoregressive process,” *Bernoulli*, 5, pp. 873–906, 1999.

- [130] Y. Li, Z. Xie, "The wavelet identification of thresholds and time delay of threshold autoregressive models," *Statistica Sinica*, vol. 9, pp. 153-166, 1999.
- [131] J. B. Ramsey, Z. Zhang, "The Analysis of Foreign Exchange Rates Using Waveform Dictionaries," *Journal of Empirical Finance*, vol. 4, pp. 341-372, 1997.
- [132] S. Mallat, Z. Zhang, „Matching Pursuits with Time-Frequency Dictionaries,“ *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, pp. 3397-3415, 1993.
- [133] R. Gencay, F. Selcuk, B. Whitcher, „Scaling properties of foreign exchange volatility,“ *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2001a, pp 249-266.
- [134] R. Gencay, F. Selcuk, B. Whitcher, „Differentiating intraday seasonalities through wavelet multi-scaling,“ *Physica A* 289, 2001b, pp. 543-556.
- [135] R. Gencay, F. Selcuk, B. Whitcher, „Multiscale systematic risk,“ *Journal of International Money and Finance*, 2005, 24, pp. 55-70.
- [136] R. Gencay, Y. Fan, „Unit root tests with wavelets,“ *Econometric Theory*, *Forthcoming*, 2009.
- [137] A. Antonios, C.E. Vorlow, „Recurrence quantification analysis of wavelet pre-filtered index returns,“ *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 344.1, 2004, pp. 257-262.
- [138] E. Capobianco, „Multiscale analysis of stock index return volatility,“ *Computational Economics* 23, 2004, pp. 219-237.
- [139] V. Fernandez, „Time-scale decompositions of price transmissions in international markets,“ *Emerging Markets Finance and Trade*, 2005, Vol. 41, pp. 57-90.
- [140] H.S. Lee, „International transmission of stock market movements: A wavelet analysis on MENA stock market,“ *Economic Research Forum, ERF Eighth Annual Conference*, Cairo, Egypt, 2002.
- [141] F. In, S. Kim, „A note on the relationship between Fama-French risk factors and innovations of ICAPM state variables,“ *Finance Research Letters*, 2007, 4, pp. 165-171.
- [142] F. In, S. Kim, V. Marisetty, R. Faff, „Analyzing the performance of managed funds using the wavelet multiscaling method,“ *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 2008, Vol. 31, Issue 1, pp. 55-70.
- [143] About WaveLab: <http://www-stat.stanford.edu/~wavelab>, Accessed: September, 2017.

-
- [144] J. Mirčevski, Ž. Tomić, M. Srećković, Lj. Vulićević, „Wavelet transformacija – pogodnost za programiranje,“ *INFOTEH-JAHORINA*, Vol. 5, Ref. E-III-3, March 2006, pp. 397-400.
- [145] S. Haykin, *Neural networks: a comprehensive foundation*. MacMillan collage Publishing Company, Inc., 1994.
- [146] R. Rojas, J. Feldman, *Neural Networks: A Systematic Introduction*. Springer, 1996.
- [147] I. Aleksander, H. Morton, *An Introduction to Neural Computing*. Intl Thomson Computer Pr, 1995.
- [148] L. Fausset, *Fundamentalas of neural networks: Architecture, algorithms, and applications*. Englewood Cliffs, NJ; Prentice-Hall, 1994.
- [149] M. T. Hagan., H. B. Demuth, M. H. Beale, *Neural Network Design*. Boston, MA: PWS Publishing, 1995.
- [150] W. S. McCulloch, W. Pitts, „A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity,“ *Bulletin of mathematical biophysics* 5, 1943, pp. 115-133.
- [151] D. Hebb, *The Organization of Behavior*. New York: Wiley & Sons, 1949.
- [152] A. Borst, M. Egelhaaf, H.S. Seung, „Two-dimensional motion perception in flies,“ *Neural Computation* 5, 1993, pp. 856-868.
- [153] M. L. Minsky, S. Papert, *Perceptrons*. MIT, Cambridge, 1969.
- [154] T. Kohonen, *Self-Organizing Maps*. Springer Science & Business, 2001.
- [155] DARPA (Defense Advanced Research Project Agency), “DARPA neural network study”, *AFCEA International Press*, Fairfax, VA, 1988.
- [156] B. Kosko, *Neural Networks and Fuzzy Systems*. Prentice Hall, NJ, 1992.
- [157] G. E. H. D. E. Rumelhart, R. J. Williams, „Learning internal representations by error propagation,“ *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition*, 1986, Volume 1, pages 318–362.
- [158] P. Werbos, „Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences,“ PhD thesis, Harvard University, 1974.
- [159] C. T. Lin., G. Lee, *Neural Fuzzy Systems: A Neural-Fuzzy Synergism to Intelligent Systems*. Prentice-Hall Inc., NJ, 1996.

- [160] Stanford CS class: Convolutional Neural Networks for Visual Recognition, <http://cs231n.github.io/>, Accessed: September, 2017.
- [161] R. Beale, T. Jackson, *Neural Computing – An Introduction*. Institute of Physics Publishing, 1990.
- [162] E.R. Jones, „An introduction to neural networks,“ A White Paper, Visual Numerics, Inc, December 2004.
- [163] S.V. Kartalopoulos, *Understanding Neural Networks and Fuzzy Logic: Basic Concepts and Applications*. Wiley-IEEE Press, 1997.
- [164] C. T. Leondes, *Algorithms and Architectures*. Academic Press, 1998.
- [165] A. I. Galushkin, *Neural Networks Theory*. Springer-Verlag, Berlin, 2007.
- [166] J. Kamruzzaman, R. Begg, R. Sarker, *Artificial Neural Networks in Finance and Manufacturing*. Idea Group Inc (IGI), 2006.
- [167] S. J. Russel, P. Norvig, *Artificial Intelligence – A Modern Approach*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
- [168] S. I. Gallant, *Neural Network Learning and Expert Systems*. MIT Press, 1993.
- [169] Artificial Neural Networks Technology, DACS, Inc. (2005), http://www.dacs.dtic.mil/techs/neural/neural_ToC.html, Accessed: 2015.
- [170] Artificial Neural Networks, <http://evolution.massey.ac.nz/assign2/BC/ANN.htm>, Clark B. (2005), Accessed: 2015.
- [171] N. Meade, „Neural Network: Time Series Forecasting of Financial Markets,“ *International Journal of Forecasting*, December 1995, vol. 11, no. 4, pp. 601-602.
- [172] W.S. Sarle, SOM FAQ, 2002.
- [173] R. Marschinski, L. Matassini, „Financial markets as a complex system: A short time scale perspective,“ *Deutsche Bank Research Notes in Economics & Statistics*, RN-01-4, November, 2001.
- [174] V. Dhar, R. Stein, *Intelligent Decision Support Methods: The Science of Knowledge Work*. Prentice Hall Business Publishing, Upper Saddle River, New Jersey, 1996.
- [175] J. Kutsurelis, „Forecasting financial markets using neural networks: An analysis of methods and accuracy,“ Matser Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California 1998.

- [176] C. Bishop, *Neural Networks for Pattern Recognition*. Clarendon Press; 1 edition January 18, 1996.
- [177] K. Nygren, „Stock Prediction - A Neural Network Approach,” Master Thesis, Royal Institute of Technology, KTH, Apr. 2004.
- [178] N. Mitić, „Veštačke neuronske mreže u istraživanju podataka: pregled i primena“, Master rad, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2012.
- [179] K.L Du, M. N. S. Swamy, *Neural Networks and Statistical Learning*. Springer-Verlag London, 2014.
- [180] S. Moshiri, “Neural Network vs. Econometric Models in Forecasting Inflation,” Work paper of Department of Economics, University of Manitoba, 1998.
- [181] M.S. Weiss, C. A. Kulikowski, *Computer Systems That Learn*. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1991.
- [182] K. I. Funahashi, “On the Approximate Realization of Continuous mappings by Neural network,” *Neural networks*, 1989, Vol. 2.
- [183] J.J. Bigus, *Data Mining with Neural Networks: Solving Business Problems — from Application Development to Decision Support*. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [184] T. Edwards, D. S. W. Tansley, N. Davey, R. J. Frank, “Traffic Trends Analysis using Neural Networks,” *Proceedings of the International Workshop on Applications of Neural Networks to Telecommunications* 3,1997, pp. 157-164.
- [185] S. Bengio, F. Fessant, D.A. Collobert, “Connectionist System for Medium-Term Horizon Time Series Prediction,” In *Proc. Intl. Workshop Application Neural Networks to Telecoms*, 1995, pp. 308-315.
- [186] E. Gately, *Neural Networks for Financial Forecasting*. John Wiley, New York, 1996.
- [187] A.P. Refenes, *Neural networks in the capital markets*, Wiley, Chichester, 1995.
- [188] M. Qi, G.P. Zhang, “An investigation of model selection criteria for neural network time series forecasting,” *European Journal of Operational Research*, 2001, 132, pp. 666-680.
- [189] L. Yu, S.Y. Wang, K.K. Lai, *Forecasting Foreign Exchange Rates via Artificial Neural Networks*. Springer, New York, forthcoming, 2006e.
- [190] A. Lapedes, R. Farber, “Nonlinear signal processing using neural network: prediction and system modeling,” Technical report LA-UR-87-2662, Los Alamos National Laboratory, 1987.

- [191] T. Shin, I. Han, "Optimal signal multi-resolution by genetic algorithms to support artificial neural networks for exchange rate forecasting," *Expert Systems with Applications*, 2000, 18, pp. 257-269.
- [192] R. Grothmann, "Multi-Agent Market Modeling Based On Neural Networks," Ph.D. thesis Faculty of Economics, University of Bremen, 2002.
- [193] J. Chen, "Neural network applications in agricultural economics," PhD Dissertations, University of Kentucky, 2005.
- [194] R. Palacios, A. Gupta, "Training Neural Networks for Reading Handwritten Amounts on Checks," Working paper 4365-02, MIT Sloan School of Management, Cambridge, Massachusetts, 2002.
- [195] B. P. Yuhas, M. H. Jr. Goldstein, T. J. Sejnowski, R. E. Jenkins, "Neural network models of sensory integration for improved vowel recognition," *Proc. IEEE*, vol. 78, pp. 1658-1668, 1990.
- [196] Y. LeCun, B. Boser, J.S. Denker, D. Henderson, R.E. Howard, W. Hubbard, L.D. Jackel, "Handwritten digit recognition with a back-propagation network," *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2, Morgan Kaufman, 1990, pp. 396-404.
- [197] F. Atienza et al., "Risk Stratification in Heart Failure Using Artificial Neural Networks," Research paper, Cardiology Department, University General Hospital, Valencia, 2000.
- [198] Z.H. Zhou, Y. Jiang, Y.B. Yang, S.F. Chen, "Lung cancer cell identification based on artificial neural network ensembles," *Artificial Intelligence in Medicine*, 2002, 24(1): pp. 25-36.
- [199] P.B. Snow, D.S. Smith, W.J. Catalona, "Artificial neural networks in the diagnosis and prognosis of prostate cancer: a pilot study," *The Journal of Urology*, 1994, vol.152, issue 5, pp. 1923-1926.
- [200] F.F. Ahmed, "Artificial neural networks for diagnosis and survival prediction in colon cancer," *BioMed Central*, 2005.
- [201] B. Widrow, R. Winter, "Neural Nets for Adaptive Filtering and Adaptive Pattern Recognition," *Computer*, 1988, vol. 21, no.3, pp. 25-39.
- [202] P. E. Keller, R. T. Kouzes, "Gamma spectral analysis via neural networks," Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, 1994 IEEE Conference Record, vol. 1, 1994.
- [203] L.T. Kastens, A.M. Featherstonem, A.W. Biere, "A Neural Networks Primer for Agricultural Economists," *Agricultural Finance Review*, 1995, Vol. 55: pp. 54-73.

- [204] L.T. Kastens, A.M. Featherstonem, "Feedforward Backpropagation Neural Networks in Prediction of Farmer Risk Preferences," *American Journal of Agricultural Economics*, 1996, Vol. 78: pp. 400-415.
- [205] H. W. Joerding, Y. Li, D. L. Young, "Feedforward Neural Network Estimation of a Crop Yield Response function," *Journal of Agricultural and Applied Economics*, 1994, Vol. 26: pp. 252-263.
- [206] G.C. Cottrill, "Neural network autopilot system for a mathematical model of the Boeing 747," Master Thesis, West Virginia University, 1998.
- [207] Raghavendra Patidar, Lokesh Sharma, "Credit Card Fraud Detection Using Neural Network," *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, ISSN: 2231-2307, 2011, vol.1, Issue-NCAI2011.
- [208] Mohsen Nazari, Mojtaba Alidadi, "Measuring Credit Risk of Bank Customers Using Artificial Neural Network," *Journal of Management Research*, 2013, Vol 5, No 2.
- [209] P. K. Coats, L. F. Fant, "Recognizing financial distress patterns using a neural network tool," *Financial Management*, 22, 1993, 3, pp. 142±155.
- [210] E.I. Altman, G. Marco, F. Varetto, "Corporate Distress Diagnosis: Comparisons Using Linear Discriminant Analysis and Neural Networks (the Italian Experience)," *Journal of Banking and Finance*, 1994, Vol. 18, pp. 505-529.
- [211] T. Teräsvirta, D. van Dijk, M.C. Medeiros, "Linear models, smooth transition autoregressions, and neural networks for forecasting macroeconomic time series: A re-examination," *International Journal of Forecasting* 21755-774, 2005.
- [212] J. V. Gavidia, V.K. Gupta, "A comparison of neural networks and econometric discrete dependent variable models in prediction of occupational attainment," *Journal of the Academy of Business and Economics*, 2004.
- [213] A. Fadlalla, C.H. Lin, "An analysis of the application of neural networks in finance," *Interfaces*, 2001, 31, pp. 112-122.
- [214] B.K. Wong, V.S. Lai, J. Lam, "A bibliography of neural network business applications research: 1994- 1998," *Computers & Operations Research*, 2000, vol. 27, pp. 1045-1076.

- [215] B.K. Wong, Y. Selvi, "Neural network applications in finance: a review and analysis of literature (1990-1996)," *Information & Management*, 1998, vol. 34, pp. 129-139.
- [216] The Premier Neural Network Software, <http://www.neurosolutions.com/>, Accessed: September, 2017.
- [217] A.M.K. Kerstens, I.V. de Woestyne, "Geometric representation of the mean-variance-skewness portfolio frontier based upon the shortage function," *Tenth European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement*, 2007.
- [218] M. Grigoletto, F. Lisi, "Looking for skewness in financial time series," *XLIII Riunione Scientifica della Societa Italiana di Statistica*, 2006.
- [219] H. Konno, T. Koshizuka, "Mean-absolute deviation model," *IIE Transactions*, 2005, vol. 37, pp. 893–900.
- [220] G. Serna, "On the information content of volatility, skewness and kurtosis implied in option prices," Documentos de Trabajo, Universidad de Castilla La Mancha, 1, 2001.
- [221] T. K. R. P. Jana, S. K. Majumdar, "Multi-objective mean-variance skewness model for portfolio optimization," *AMO - Advanced Modeling and Optimization*, 2007, vol. 9, pp. 181–193.
- [222] Descriptives Analysis: Distribution and Normality, https://erc.barnard.edu/spss/descriptives_normality, Accessed: September, 2017.
- [223] K. Pearson, "Contributions to the Mathematical Theory of Evolution, II. Skew Variation in Homogeneous Material," *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1895, vol. 186, pp. 343–414.
- [224] B. C. Arnold, R. A. Groeneveld, "Measuring Skewness with Respect to the Mode," *The American Statistician*, 1995, 49, pp. 34-38.
- [225] J. C. W. Rayner, D. J. Best, K.L. Matthews, "Interpreting the Skewness Coefficient," *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 1995, 24, pp. 593-600.
- [226] J. Knowles, P. Kenny, "An investigation of trend estimation methods," Office for National Statistics, Working Paper MQ 043, 1997.
- [227] V. Zarnowitz, "Forecasting Economic Conditions: The Record and the Prospect," in *Economic Research: Retrospect and Prospect, Volume 1, The Business Cycle Today*, 1972.
- [228] L. F. Jacques Anas, M. Billio, G. L. Mazzi, "A system for dating and detecting turning points in the euro area," *Manchester School*, Vol. 76, Issue 5, pp. 549–577, September 2008.

- [229] H. Yamada, “Do stock prices contain predictive information on business turning points? A wavelet analysis,” *Applied Financial Economics Letters*, 2005, 1: pp.19–23.
- [230] P. G. Allen, B. J. Morzuch, “Twenty-five years of progress, problems, and conflicting evidence in econometric forecasting. What about the next 25 years?” *International Journal of Forecasting*, 2006, vol. 22, pp. 475–492.
- [231] D. Harding, “Using turning point information to study economic dynamics,” *Econometric Society 2004 Australasian Meetings*, Econometric Society, 2004.
- [232] C.E. Shannon, “Mathematical Theory of Communication,” *The Bell System Technical Journal*, October 1948, Vol. 27, pp. 379–423, 623–656.
- [233] N. Scafetta, “An Entropic Approach to the Analysis of Time Series,” Ph.D. Thesis, University of North Texas, Denton, TX, USA, 2001.
- [234] U. Z. Miron Kaufman, P. S. Sung, “Entropy of electromyography time series,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, vol. 386, pp. 698–707.
- [235] N. Scafetta, B. J. West, “Multiresolution diffusion entropy analysis of time series: an application to births to teenagers in Texas,” *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, vol. 20, pp. 179–185.
- [236] Z. Xie, *Case Studies in Time Series Analysis*. Singapore, World Scientific, 1993.
- [237] G.E.P. Box, G. M. Jenkins, G.C. Reinsel, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. the 4th ed. John Wiley & Sons, 2008.
- [238] S. Makridakis, A. Andersen, R. Carbone, R. Fildes, M. Hibon, R. Lewandowski, J. Newton, E. Parzen, R. Winkler, “The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition,” *Journal of Forecasting*, 1, 1982, pp. 111–153.
- [239] R.A. Meese, K. Rogoff, “Empirical exchange rate models of the seventies: Do they fit out of sample?” *Journal of International Economics*, 1983a, vol. 14, pp. 3-24.
- [240] R.A. Meese, K. Rogoff, “The out-of-sample failure of empirical exchange rate models: Sampling error or misspecification,” In *Exchange rates and international macroeconomics*, ed. Jacob A. Frenkel, 67-105. Chicago: University of Chicago Press, 1983b.
- [241] B. LeBaron, “Technical trading rules profitability and foreign exchange intervention,” *Journal of International Economics*, 1999, 49(1), pp. 125-143.
- [242] A.S. Soofi, S.Y. Wang, Y.Q. Zhang, “Testing for long memory in the Asian foreign exchange rates,” *Journal of Systems Science and Complexity*, 2006, 19(2), pp. 182-190.

- [243] W.M. Fong, S.K. Koh, S. Ouliaris. "Joint variance ratio tests of the martingale hypothesis for exchange rates," *Journal of Business and Economic statistics*, 1997, 15, pp. 51-59.
- [244] J. Gomez-Gil, J. Ramirez-Cortes, S. Hernandez, V. Alarcon-Aquino, "A Neural Network Scheme for Long-Term Forecasting of Chaotic Time Series," *Neural Processing Letters*, 2011, Vol. 33, No. 3, pp. 215-233.
- [245] E. Masry, "The wavelet transform of stochastic processes with stationary increments and its application to fractional Brownian motion," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 39, pp. 260–264, 1993.
- [246] A. Grinsted, J. C. Moore, S. Jevrejeva, "Application of the Cross Wavelet Transform and Wavelet Coherence to Geophysical Time Series," *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2004, vol. 11, pp. 561–566.
- [247] C. R. Cornish, C. S. Bretherton, D.B. Percival, "Maximal Overlap Wavelet Statistical Analysis with Application to Atmospheric Turbulence," *Boundary-Layer Meteorology*, 2006, vol. 119, pp. 339–374.
- [248] M.A. Ariño, M. Pedro, B. Vidakovic, "Wavelet Scalograms and Their Application in Economic Time Series," Institute of Statistics and Decision Sciences, Duke University, Discussion Paper No. 94–13, 1995.
- [249] O. Renaud, J.L. Starck, F. Murtagh, "Wavelet-based combined signal filtering and prediction," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 35, pp. 1241-1251, 2005.
- [250] S. Yousefi, I. Weinreich, D. Reinartz, "Wavelet-based prediction of oil prices," *Chaos, Solitons & Fractals*, 2005, vol. 25, pp. 265–275.
- [251] M. Bašta, ["Additive Decomposition and Boundary Conditions in Wavelet-Based Forecasting Approaches,"](#) Faculty of Informatics and Statistics, University of Economics in Prague, 2014.
- [252] S. Walczak, A. Tahai, K. Karim, "Improved cash flows using neural network models for forecasting foreign exchange rates," *Applications of Fuzzy Sets and the Theory of Evidence to Accounting II*, eds. P. Siegel, K. Omer, A. deKorvin and A. Zebda JAI Press, Stamford, CN, pp. 293–310, 1998.
- [253] M. Shanker, M.Y. Hu, M.S. Hun, "Effect of data standardization on neural network training," *Omega, Int. J. Mgmt Sci.*, 1996, Vol. 24, No. 4, pp. 385-397.

- [254] D. Srinivasan, A.C. Liew, C.S. Chang, “A neural network short-term load forecaster,” *Electric Power Systems Research*, 1994, 28, pp. 227–234.
- [255] S.H. Chun, S.H. Kim, “Impact of momentum bias on forecasting through knowledge discovery techniques in the foreign exchange market,” *Expert Systems with Applications*, 2003, 24, pp. 115-122.
- [256] G.P. Zhang, V.L. Berardi, “Time series forecasting with neural network ensembles: an application for exchange rates prediction,” *Journal of the Operational Research Society*, 2001, 52, pp. 652-664.
- [257] A.S. Chen, M.T. Leung, “Regression neural network for error correction in foreign exchange forecasting and trading,” *Computers & Operations Research*, 2004, 31, pp. 1049-1068.
- [258] A. Kumar, D.P. Agrawal, S.D. Joshi, “Study of Canada/US dollar exchange rate movements using recurrent neural network model of FX-market,” *Lecture Notes in Computer Science*, 2003, 2810, pp. 409-417.
- [259] T. Poddig, H. Rehkugler, “A ‘world’ model of integrated financial markets using artificial neural networks,” *Neurocomputing*, 1996, 10, pp. 251-273.
- [260] M. Nelson, W.T. Illingworth, *A practical guide to neural nets*. Addison Wesley, Reading, MA, 1991.
- [261] E.B. Baum, D. Haussler, “What size net gives valid generalization?” *Neural Computational*, 1989, 6 pp. 151-160.
- [262] K. Hornik, M. Stinchcombe, H. White, “Multilayer feedforward networks are universal approximators,” *Neural Networks*, 1989, 2, pp. 359–366.
- [263] P. Domingos, “The role of occam’s razor in knowledge discovery,” *Data Mining and Knowledge Discovery*, 1999, vol. 3, pp. 409–425.
- [264] D.D. Jensen, P.R. Cohen, “Multiple comparisons in induction algorithms,” *Machine Learning*, 2000, 38(3): pp. 309–338.
- [265] D. Baily, D.M. Thompson, “Developing neural network applications,” *AI Expert*, 1990, 12, pp. 33-41.
- [266] J.O. Kartz, “Developing neural network forecasters for trading,” *Technical Analysis of Stocks and Commodities*, 1992, 8, pp. 58-70.
- [267] B.L. Zhang, R. Coggins, “Multiresolution forecasting for futures trading using wavelet decompositions,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, 12(4): pp. 765–775, 2001.

- [268] B.L. Zhang, Z.Y. Dong, “An adaptive neural-wavelet model for short term load forecasting,” *Electric Power Systems Research*, 2001, vol. 59, pp. 121–129.
- [269] C.W. Dawson, R. Wilby, “An artificial neural network approach to rainfall-runoff modeling,” *Hydrological Sciences Journal*, 1998, 43(1), pp. 47-66.
- [270] C.W.J. Granger, “Strategies for modelling nonlinear time series relationships,” *The Economic Record*, 1993, 69 (206), pp. 233–238.
- [271] S. Walczak, “An empirical analysis of data requirements for financial forecasting with neural networks,” *Journal of Management Information System*, 2001, 17(4), pp. 203–222.
- [272] J. Moody, N. Yarvin, “Network with learned unit response functions,” In: Moody, J., Hanson, S.J., Lippmann, R.P. (Eds.). *Advances in Neural Information Processing Systems*, 4, Morgan Kaufmann, San Mateo, CA, 1992.
- [273] C.C. Klimasauskas, “Applying Neural Networks,” In: R. R. Trippi and E. Turban, editors, “Neural Networks in Finance and Investing: Using Artificial Intelligence to Improve Real World Performance”, pp. 64-65. Probus, Chicago, 1993.
- [274] J.O. Garcia, C.A. Reyes Garcia, “Detecting pathologies from infant cry applying scaled conjugate gradient neural networks,” In *Proceedings of the European Symposium on Artificial Neural Networks*, Bruges (Belgium), 2003, pp. 349-354.