UNIVERZITET U BEOGRADU

FAKULTET ORGANIZACIONIH NAUKA

Petar S. Pavlović

ODREĐIVANJE SKUPA KOMPONENATA NAJZNAČAJNIJIH ZA POUZDANOST SISTEMA

doktorska disertacija

Beograd, 2017

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF ORGANIZATIONAL SCIENCES

Petar S. Pavlović

DETERMINING THE SET OF THE MOST IMPORTANT COMPONENTS FOR SYSTEM RELIABILITY

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017

KOMISIJA

MENTOR:

dr Dragana Makajić-Nikolić, vanredni profesor,
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

ČLANOVI KOMISIJE:

dr Mirko Vujošević, redovni profesor,
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

dr Milan Stanojević, redovni profesor,
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

dr Mirjana Čangalović, redovni profesor u penziji,
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

dr Vladimir Popović, vanredni profesor,
Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

ODREĐIVANJE SKUPA KOMPONENATA NAJZNAČAJNIJIH ZA POUZDANOST SISTEMA

Mere značajnosti (*Importance measures*) predstavljaju načine merenja, tj. brojčanog iskazivanja značajnosti pojedinih komponenata u sistemu sa aspekta ukupne pouzdanosti sistema. Merama značajnosti je moguće odrediti (izdvojiti) komponente najznačajnije za pouzdanost sistema. Od šezdesetih godina, kada je koncept mera značajnosti prvi put uveden, do danas postoji neprekidno interesovanje za ovu oblast, tako da se, pored primene tradicionalnih mera značajnosti, neprestano uvode i definišu nove mere radi njihove primene na specifične sisteme. Opšti nedostatak mera značajnosti, nezavisno od kategorije kojoj pripadaju, je taj što se one utvrđuju za svaku pojedinačnu komponentu, a tek nakon toga se može izdvojiti skup najznačajnijih komponenata zadate kardinalnosti.

Disertacijom se predlaže novi pristup određivanju skupa komponenata najznačajnijih za pouzdanost sistema u kome se najznačajnije komponente određuju istovremeno i to uzimajući u obzir njihove međuzavisnosti. Predloženi pristup polazi od koncepta stabla neispravnosti i pomenuti problem svodi na problem pokrivanja skupa. Koristeći se analogijama uočenih problema istovremenog izdvajanja skupa najznačajnijih komponenata sa varijantama problema pokrivanja skupa, posebne sekcije disertacije razrađuju, tj. modeliraju i rešavaju, posebne postavke posmatranog početnog problema.

Najpre se, nakon objašnjavanja koncepta stabla neispravnosti, određivanje najznačajnijih komponenata formuliše kao optimizacioni problem, polazeći od pretpostavke da su svi minipreseci datog stabla neispravnosti već određeni.

Nad grupom test primera – uzornih stabala nespravnosti (*Benchmark Fault Trees*) je izvršeno određivanje skupa najkritičnijih komponenata. Rezultati eksperimenata su upoređeni sa rezultatima dobijenim uz pomoć nekoliko, u praksi najčešće korišćenih, tradicionalnih mera značajnosti. Pokazano je da novi pristup, koji se u ovoj disertaciji predlaže, u najvećem broju slučajeva daje rezultate bolje od rezultata tradicionalnih mera značajnosti.

U nastavku disertacije se razmatrao problem stabla neispravnosti velikih dimenzija, tj. sistema za čija stabla neispravnosti nije moguće u razumnom vremenu ispitati međuzavisnosti svih komponenenata i izdvojiti one koje su od najvećeg značaja za ukupnu pouzdanost sistema. Za takva stabla neispravnosti velikih dimenzija razvijene su specijalne heuristike. Novi eksperimenti su izvršeni nad istim skupom test primera i dobijeni rezultati su upoređeni sa optimalnim rešenjima, čime se u potpunosti verifikuju predloženi algoritmi.

Ključne reči: mere značajnosti; stablo neispravnosti; minimalni preseci; pokrivanje skupova; optimizacija; heuristika

NAUČNA OBLAST: OPERACIONA ISTRAŽIVANJA

UŽA NAUČNA OBLAST: POUZDANOST

DETERMINING THE SET OF THE MOST IMPORTANT COMPONENTS FOR SYSTEM RELIABILITY

Importance measures are numerical representations of the importance of each system's component considering total system reliability. Using importance measures, the most important components for system reliability can be determined. Since the sixties, when the concept of importance measures was first introduced, there is a constant interest in this area, so that, in addition to the traditional importance measures, new measures for specific systems observed are continually introduced and defined. The general weak point of importance measures, irrespective of the category they belong to, is that they are determined for each individual component, and only afterwards a certain number of most important components can be set aside.

The dissertation proposes a new approach to determining a set of the most important components for system reliability, in which the most important components are determined simultaneously, and taking into the account the interdependence of the isolated components. The proposed approach uses coverage problems as the starting point. Using the analogy of the problem of simultaneous determination of a set of the most important components with the variations of the coverage problem, special sections of the thesis elaborate, i.e. model and solve special settings of the initial observed problem.

Firstly, after explaining the concept of fault tree, determining the most important components is formulated as an optimization problem, starting from the assumption that all minicutsets of a specific fault tree are already given.

Experiments were conducted over a group of test examples (*Benchmark Fault Trees*) and the results were compared with the ones obtained by some traditional importance measures. It has been shown that the new approach, which is proposed in this dissertation, gives results equivalent to or better than the results obtained by traditional importance measures.

In the following, the problem of the large dimensions fault trees is considered, i.e. it is considered the theoretical possibility of existance of such a system whose fault tree can not be analysed within a reasonable period of time, in order to examine the interdependance of all of its components and identify the ones which are most important for the overall system reliability. Special heuristics are developed for such fault trees of large dimensions. The new experiments were carried out and the obtained results fully verify the proposed algorithms.

Keywords: importance measures; fault tree; minimal cut sets; coverage problems; optimization; heuristic

SADRŽAJ

SPISAK TABELA

SPISAK SLIKA

1. UVOD

Identifikovanje najznačajnijih komponenata za pouzdanost sistema ima značajnu ulogu u različitim aspektima razvoja i funkcionisanja složenih sistema [116]: dizajnu, alokaciji redundanse, unapređenju i održavanju sistema.

Prilikom dizajna složenih sistema, jedna od glavnih karakteristika kvaliteta koja se mora obezbediti je njihova pouzdanost. Koncept pod nazivom *Design for reliability* (*DfR*) je razvijen još šezdesetih godina prošlog veka [73] i primenjuje se u početnoj, idejnoj fazi razvoja sistema [25]. Osnovna postavka ovog koncepta je da pouzdanost sistema primarno zavisi od pouzdanosti njegovih kritičnih komponenata i da u fazi dizajna treba najviše pažnje usmeriti na njih [76]. Pored povećanja pouzdanosti kritičnih komponenata, pouzdanost sistema se može povećati i uvođenjem njihovih redundansi [77].

U održavanju složenih sistema tokom godina je razvijano više generacija pristupa. Nakon prve generacije pristupa – korektivnog održavanja, koji su korišćeni do II svetskog rata i druge generacije pristupa – preventivnog održavanja, koji su bili dominantni do osamdesetih godina, nastupila je treća generacija pristupa koji se u procesu održavanja baziraju na pouzdanosti raspoloživosti sistema [74]. Široko primenjeni pristup treće generacije – održavanje zasnovano na pouzdanosti (*Reliability Centered Maintenance* - RCM) se u svojoj primeni oslanja na mere značajnosti u cilju određivanja najznačajnijih komponenti sistema ka kojima treba usmeriti aktivnosti održavanja [117]. Poslednjih godina je sve zastupljeniji pristup upravljanju imovinom zasnovanom na pouzdanosti (*Reliability Centered Asset Management* - RCAM) koji takođe kao ključnu aktivnost podrazumeva određivanje kritičnih komponenata sistema [29] [97].

Identifikacija najznačajnijih komponenti sistema se u literaturi i praksi vrši pomoću mera značajnosti. Merama značajnosti se za svaku pojedinačnu komponentu sistema izračunava numerička vrednost koja označava njenu važnost i uticaj u sistemu. Na osnovu izračunatih vrednosti se vrši rangiranje komponenata prema značajnosti. Ukoliko se, na primer, želi izdvajanje određenog broja *k* najznačajnijih komponenata, po pravilu se uvek izdvakja *k* prvorangiranih komponenata, bez obzira o kojoj konkretnoj meri značajnosti se radi. Zbog opisanog načina na koji mere značajnosti funkcionišu, one i pored svoje dokazane i primenjene upotrebljivosti i dalje sadrže izvesne nedostatke, i u literaturi se navodi nekoliko otvorenih pitanja koja se još uvek nastoje prevazići. Kao jedan od osnovnih nedostataka postojećih mera značajnosti navodi se činjenica da mere značajnosti ne uzimaju u dovoljnoj meri u obzir međuzavisnosti komponenata sistema. U složenim sistemima sa velikim brojem međusobno zavisnih komponenata navedeni nedostatak je izraženiji. Složenim sistemom se može smatrati sistem sa višestrukim interakcijama između većeg broja različitih komponenata, i gde se ponašanje sistema ne može jednostavno izvesti na osnovu ponašanja komponenata [13] [58]. U kontekstu pouzdanosti, glavne karakteristike složenog sistema su: veliki broj komponenata, skupova preseka, skupova puteva ili zavisnosti stanja komponenata [30].

1.1. **Predmet, problem, cilj i hipoteze doktorske disertacije**

Predmet istraživanja doktorske disertacije je pouzdanost složenih sistema koji se sastoje od velikog broja međusobno povezanih komponenata. Uži predmet istraživanja je uticaj komponenata na pouzdanost složenih sistema, koji se u teoriji pouzdanosti utvrđuje pomoću mera značajnosti na osnovu kojih se određuju najkritičnije komponente u sistemu, odnosno komponente koje su najznačajnije za pouzdanost sistema. Mere značajnosti mogu biti: strukturne, ako mere relativnu značajnost različitih komponenata u odnosu na njihovu poziciju u sistemu; zasnovane na pouzdanosti, ako zavise i od structure sistema i od pouzdanosti komponenata i vremenske mere značajnosti, ako zavise od pozicije komponente u sistemu, njene pouzdanosti i veka trajanja. U disertaciji će se posebno razmatrati strukturne i mere značajnosti zasnovane na pouzdanosti i to one koje se određuju na osnovu minimalnih preseka dobijenih analizom stabla neispravnosti.

Centralni problem koji će se razmatrati u disertaciji je formulisanje i validacija novih mera značajnosti kojima se, za razliku od postojećih pristupa, uzima u obzir međusobni uticaj komponenata i istovremeno izdvaja skup najznačajnijih komponenata sistema. Nove mere su formulisane kao optimizacioni problemi koji se svode na različite varijante problema pokrivanja skupova. Formiranjem matematičkih modela za četiri slučaja utvrđivanja najznačajnijih komponenata postavljaju se četiri optimizaciona zadatka čijim rešavanjem se dobija skup najznačajnijih komponenata sistema. Novim pristupom, koji će biti prezentovan u ovoj disertaciji, najznačajnije komponente sistema se identifikuju istovremeno, pri čemu se u punoj meri uzimaju u obzir povezanost komponenata unutar sistema i njihove međusobne zavisnosti. Potreba za dobijanjem dobrih mera značajnosti za sisteme velikih dimenzija zahteva razvoj heuristika kojima bi se takvi problem rešavali.

Naučni cilj istraživanja je povećanje naučnog fonda u oblasti mera značajnosti u teoriji pouzdanosti novim pristupom kojim se istovremeno određuju komponente najznačajnije za pouzdanost sistema. Zadatak koji je postavljen je i validacija pristupa upoređivanjem eksperimentalnih rezultata sa rezultatima dobijenim tradicionalnim pristupima nad grupom test primera.

Opšti cilj istraživanja je da se primenom formulisanih modela i razvijanjem heuristika za njihovo rešavanje omogući određivanje najznačajnijih komponenata u sistemima velikih dimenzija.

Na osnovu analize dostupne literature i postavljenog predmeta i cilja istraživanja, postavljena je opšta hipoteza, kao i posebne hipoteze doktorske disertacije, koje su u radu testirane. Opšta polazna hipoteza istraživanja glasi:

H0: Zadaci određivanja komponenata najznačajnijih za pouzdanost sistema mogu da se formulišu kao optimizacioni problemi kojima se razmatra međusobna veza komponenata i istovremeno određuje ceo skup najznačajnijih komponenata.

Posebne hipoteze istraživanja su:

H1: Postojeće mere značajnosti ne uzimaju u dovoljnoj meri u obzir međusobni uticaj komponenata u sistemu što može dovesti do pogrešnih zaključaka o najznačajnijim komponentama sistema.

H2: Ako se, prilikom definisanja mere značajnosti, pored strukture sistema i pouzdanosti komponenata, razmatra i međusobni uticaj komponenata, obezbediće se veća pouzdanost sistema kada su resursi namenjeni za povećanje pouzdanosti komponenata ograničeni.

H3: Rešenja problema određivanja minimalnog broja primarnih događaja kojima se eliminišu svi minimalni preseci i problema određivanja *k* primarnih događaja kojima se eliminiše maksimalan broj minimalnih preseka predstavljaju strukturne mere značajnosti čija primena obezbeđuje veću pouzdanost sistema od postojećih mera značajnosti.

H4: Rešenja problema određivanja *k* primarnih događaja kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci i problema raspodele resursa na primarne događaje kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci predstavljaju pojednostavljene mere značajnosti zasnovane na pouzdanosti čija primena obezbeđuje veću pouzdanost sistema od postojećih mera značajnosti.

H5: Za rešavanje postavljenih optimizacionih problema je moguće razviti heuristike koje će omogućiti određivanje najznačajnijih komponenata u sistemima velikih dimenzija.

1.2. Struktura doktorske disertacije

Rad se sastoji iz devet celina. Nakon uvoda, u drugom delu će biti opisane u praksi najčešće korišćene mere značajnosti i način na koji se pomoću njih identifikuju najkritičnije komponente u sistemu. Biće objašnjene slabosti ovih mera kao i problemi do kojih dolazi prilikom njihove primene. Nakon kratkog osvrta na tradicionalne mere značajnosti [7], biće prikazane neke od novijih mera značajnosti koje su formulisane i uvedene sa ciljem delimičnog prevazilaženja prethodno objašnjenih nedostataka.

U trećem delu će biti predstavljen i predložen novi pristup problemu određivanja kritičnih komponenata i to zasnovan na analizi stabala neispravnosti i matematičkoj formulaciji odgovarajućeg optimizacionog zadatka. Kvalitativna analiza stabala neispravnosti obuhvata utvrđivanje minimalnih preseka kao i različite načine njihovih rangiranja. Minimalni preseci predstavljju minimalne kombinacije otkaza komponenti sistema koje izazivaju otkaz celog sistema. Predupređivanjem otkaza bar jedne od komponenata koje ulaze u sastav minipreseka postiže se eliminacija celog minipreseka, i smanjuje se ukupna verovatnoća otkaza celog sistema.

Četvrto poglavlje u svakoj sekciji najpre daje opis jedne od varijnti poznatog problema pokrivanja skupa čije će se matematičke formulacije koristiti u formiranju novog pristupa koji se predlaže u ovom radu. Nakon toga izvođenjem analogija sledi formulisanje matematičkih modela pojedinih optimizacionih problema čiji će izlazi davati najznačajnije komponente sistema.

Eksperimenti nad grupom test primera – uzornim stablima neispravnosti tzv. *Benchmark Fault Trees*, kao i prezentovanje i analiza dobijenih rezultata, tema su petog poglavlja. Eksperimenti će biti izvršeni nad četiri prethodno formulisana matematička modela koji reprezentuju neke od najzastupljenijih varijacija osnovnog problema, a kao simulacioni alat će se koristiti besplatan numerički optimizacioni softver *GLPK (Gnu Linear Programming Kit)*. Dobijeni rezultati će se uporediti sa rezultatima koje daju neke od najčešće korišćenih tradicionalnih mera značajnosti.

Šesto poglavlje se bavi mogućnostima primene novog predloženog pristupa za određivanje skupa najznačajnijih komponenata sistema u slučajevima kada sistemi imaju veliki broj međusobno zavisnih komponenata i toliko su kompleksni da postavljeni optimizacioni problem nije moguće rešiti u razumnom vremenu. Za takvu, za sada još uvek samo teorijsku mogućnost (jer autor do sada nije upoznat sa realnim sistemom dovoljno velike složenosti), biće predstavljen specijalno formiran heuristički algoritam.

U sedmom poglavlju će biti dat opis eksperimenata nad grupom test primera izvršenih pomoću algoritma predstavljenog u prethodnom poglavlju. Rezultati eksperimenata će biti upoređeni sa rezultatima dobijenim egzaktnim rešavanjem pomoću GLPK solvera.

U osmom delu će biti izneta zaključna razmatranja i pravci daljeg istraživanja.

2. ANALIZA POUZDANOSTI I MERE ZNAČAJNOSTI

U analizi pouzdanosti mera značajnosti procenjuje značajnost pojedinačne komponente ili grupe komponenata u sistemu. Koncept mera značajnosti komponenata u pouzdanosti sistema je predložen 60-tih godina prošlog veka. Nakon toga, mnogi tipovi mera značajnosti su predloženi uz razmatranje specifičnih performansi sistema. Različite mere značajnosti su predložene kako bi ocenile relativni značaj komponente u sistemu poštujući različite kriterijume. Nijedan tip mera značajnosti nije univerzalan jer različiti pristupi istom sistemu mogu dovesti do različitog mišljenja o tome koji faktori čine neku komponentu važnijom od druge.

Pouzdanost sistema/komponente predstavlja sposobnost sistema/komponente da pod određenim uslovima funkcioniše određeni vremenski period [50]. U svakodnevnom govoru, termin pouzdanost se obično odnosi na svojstvo nekog proizvoda ili sistema da izvršava određeni zadatak ili funkciju. Ocena pouzdanosti nekog proizvoda ili sistema može se izreći i samo na osnovu iskustva ili utiska, bez analiza ili proračuna. Za preciznije određivanje koliko je neki sistem pouzdan koriste se metode i tehnike teorije pouzdanosti. Značaj pouzdanosti se ogleda u procesu projektovanja kada se nastoji obezbediti što je moguće viša pouzdanost sistema, kao i u procesima eksploatacije i održavanja kada se teži ostvarivanju što veće raspoloživosti. Ako se na pouzdanost posmatra sa ekonomskog aspekta, pri čemu se otkazi komponente/sistema sagledavaju kroz visoke troškove koji iz otkaza proističu, precizno utvrđivanje parametara pouzdanosti dodatno dobija na važnosti.

2.1. Stablo neispravnosti. Minimalni preseci.

Pristup koji se predlaže u ovoj disertaciji se bazira na minimalnim presecima stabla neispravnosti. Stablo neispravnosti (SN) je model koji grafički i logički predstavlja kombinacije događaja koji mogu dovesti do neispravnosti sistema [103] [92]. Pri konstruisanju SN polazi se od neispravnosti sistema kao tzv. „vršnog događaja“ i odozgo naniže se vrši dekompozicija početnog neželjenog stanja sve do neposrednih uzroka, tzv. „primarnih događaja“. Polazna pretpostavka za konstrukciju SN je da su događaji binarni, statistički nezavisni i da je veze između njih moguđe predstaviti logičkim operacijama. Pretpostavka da su događaji binarni znači da se posmatraju samo dva moguća stanja komponenata i sistema: ispravno i neispravno. U ovom radu se ne razmatraju sistemi i komponente koji mogu da se nađu u međustanjima (*multi-state*) delimične ispravnosti [12].

SN sadrži tri vrste simbola: simbole događaja, simbole transfera (tabela 2.1) i simbole logičkih kola (tabela 2.2). Pored navedenih standardnih simbola, postoje različite vrste specijalnih simbola, kao što su simboli za: negacije, kašnjenje, zadatu kombinaciju ulaza u logičko kolo, događaj koji menja status u zavisnosti od faze analize, funkcionalne zavisnosti, itd.

Tabela 2.1. Simboli događaja SN [66]

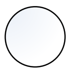
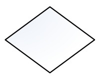
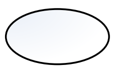
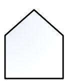
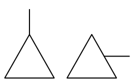
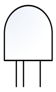
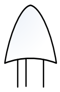
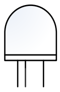
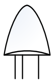
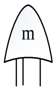
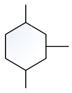
Simbol	Značenje simbola	
	Primarni događaj – primarna inicirajuća neispravnost koja ne zahteva dalje razvijanje	Primarni događaji
	Nerazvijeni događaj - događaj koji nije dalje razvijen ili zato što to ne bi imalo naročit značaj ili zato što ne postoji raspoloživa informacija	
	Specifični uslovi ili restrikcije koje se mogu primeniti na bilo koje logičko kolo (prvenstveno prioritetno I i inhibitorsko kolo)	
	Spoljašnji događaj (triger) - događaj za koji se očekuje da će se desiti zbog prirode projekta i uslova rada	
	Posredni događaj	
	Simboli za transfer	

Tabela 2.2. Simboli logičkih kola SN [66]

Naziv kola	Simbol kola	Značenje simbola
I		Neispravnost na izlazu će se desiti ako se dese sve ulazne neispravnosti.
ILI		Neispravnost na izlazu će se desiti ako se desi bar jedna ulazna neispravnost.
Prioritetno I		Neispravnost na izlazu će se desiti ako se sve ulazne neispravnosti dese u specificiranoj sekvenci.
Ekskluzivno ILI		Neispravnost na izlazu će se desiti ako se desi tačno jedna ulazna neispravnost.
m od *n*		Neispravnost na izlazu će se desiti ako se desi *m* od *n* ulaznih neispravnosti.
Inhibitorsko kolo		Neispravnost na izlazu će se desiti samo ako se desi ulazna neispravnost i uslovni događaj.

Kada je konstruisano SN, njegova analiza uključuje kvalitativnu i kvantitativnu ocenu [96]. Ukoliko se SN analizira sa algebarskog aspekta, analiza se naziva kvalitativna ili logička analiza i podrazumeva određivanje strukturne funkcije SN u odnosu na vršni događaj [63].

Neka se SN sastoji iz l primarnih događaja i neka je x_i, i=1,…,l binarna promenljiva koja predstavlja indikator i-tog primarnog događaja:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{ako se desi } i-\text{ti primarni događaj} \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases} \tag{1}$$

Strukturna funkcija SN u odnosu na vršni događaj je [59]:

$$\varphi(x) = \varphi(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & \text{ako se desi } i - \text{ti primarni događaj} \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases} \tag{2}$$

Kada je strukturna funkcija SN izražena u disjunktivnoj normalnoj formi (DNF), svaka konjunkcija DNF strukturne funkcije SN je jedan presek [95]. Presek (*Cut set*) je skup primarnih događaja čije istovremeno odigravanje dovodi do vršnog događaja. Sistem je u stanju otkaza kada su sve komponenete bar jednog od njegovih preseka u stanju otkaza [15] [81]. Minimalni presek (*Minimum cut set*), u nastavku minipresek, je presek koji ne sadrži neki drugi presek. Ukoliko u SN ne postoje višestruki događaji, svi preseci su minimalni [66] [69].

Definicija 2.1 [34]**:** Minipresek je presek koji se ne može redukovati bez gubljenja statusa preseka. Ukoliko se bilo koji od događaja, iz minimalnog preseka, ne dogodi, tada se neće desiti vršni događaj.

U širem smislu, kvalitativna analiza SN obuhvata određivanje minimalnih preseka i puteva kao i različite načine njihovog rangiranja i analiza.

Problem određivanja minipreseka je NP-težak problem. Minipreseci dobijeni analizom stabla neispravnosti (ASN) predstavljaju skupove komponenata čiji će otkaz izazvati otkaz sistema. Oni su u opštem slučaju zavisni jer je moguće da imaju neke zajedničke komponente. Otkaz jedne od komponenti ne mora uzrokovati otkaz celog sistema, ali realizacija bilo kog od minipreseka mora dovesti do otkaza sistema.

Pored određivanja minipreseka, kvalitativna anliza obuhvata i njihovo rangiranje po značaju kao i rangiranje primarnih događaja. Minipreseci se rangiraju na osnovu broja primarnih događaja od kojih se sastoje. Ukoliko je broj primarnih događaja u minipreseku jednak l, za minipresek se kaže da je reda l. S obzirom da su primarni događaji nezavisni, verovatnoća da će se desiti istovremeno, jednaka je proizvodu njihovih verovatnoća. Zbog toga su, ako su verovatnoće primarnih događaja istog reda veličine, minipreseci manjeg reda od većeg značaja (višeg su ranga).

U kvalitativnoj ASN, značaj primarnih događaja se utvrđuje na osnovu broja njihovog pojavljivanja u različitim minipresecima. Međutim, podaci koje daje kvalitativna analiza nisu dovoljni za precizno rangiranje primarnih događaja. Konkretne verovatnoće primarnih događaja mogu biti tako različite da se minipreseci sa malim brojem događaja koji imaju male verovatnoće odigravanja ne mogu smatrati značajnijim od nešto dužih minipreseka koji sadrže primarne događaje sa većim verovatnoćama. Primera radi, minipresek koji sadrži samo jedan događaj bi se u kvalitativnoj analizi smatrao značajnijim od minipreseka sa dva događaja čak i ako bi verovatnoća drugog, dužeg minipreseka (proizvod verovatnoća dva njegova primarna događaja) bila veća od verovatnoće događaja koji samostalno čini prvi posmatrani minipresek (a samim tim i njegovu ukupnu verovatnoću).

Kvantitativna ASN se sastoji u određivanju ili proceni verovatnoće odigravanja neželjenog događaja i merenju značajnosti primarnih događaja [111]. Kada SN ne sadrži višestruke događaje, verovatnoća vršnog događaja se može odrediti direktno kroz SN, bez određivanja minipreseka. Na osnovu verovatnoća primarnih događaja i logičkih kola se, idući uz SN, određuju se verovatnoće posrednih događaja, sve dok se ne stigne do vršnog događaja. Ukoliko SN sadrži višestruke događaje, verovatnoća vršnog događaja se, upravo zbog višestrukih događaja, ne može odrediti direktno iz SN. Jedan od načina za njeno određivanje je na osnovu minipreseka. Verovatnoća jednog minipreseka jednaka je proizvodu verovatnoća njegovih primarnih događaja. Međutim, verovatnoća vršnog događaja je manja od sume verovatnoća minipreseka, zato što se isti primarni događaj može javiti u više minipreseka.

Novi pristup koji se predlaže u ovoj disertaciji polazi od pretpostavke da su svi minipreseci posmatranog stabla neispravnosti već prethodno određeni. Sedamdesetih godina prošlog veka razvijene su mnoge tzv. klasične metode generisanja minipreseka datog stabla neispravnosti, kao što su: MOCUS [36], FATRAM [86] i MICSUP [106]. Do kraja 1980.-ih razvijeno je još nekoliko metoda zasnovanih na predstavljanju stabla neispravnosti pomoću Petrijevih mreža [49] [65] [17] [109] [67] [68]. U današnje vreme dominantan pristup generisanja minipreseka se oslanja na korišćenje binarnog dijagrama odlučivanja datog stabla neispravnosti [88] [105] [24].

Kada su poznati minipreseci, otkaz sistema kao vršni događaj se može predstaviti kao unija minipreseka [52], tj. može se prikazati paralelno vezom svih minipreseka u kojima su svi primarni događaji povezani serijski [44]. U tom slučaju, vršni događaj će se desiti, ako se desi bar jedan od minipreseka, odnosno, verovatnoća vršnog događaja je jednaka verovatnoći unije minipreseka [114]:

$$P\{T\} = P\left\{\bigcup_{j=1}^{m} C_j\right\} \tag{3}$$

gde je sa T označen vršni događaj (*top event*) tj. otkaz sistema, a sa C_j minipreseci. Verovatnoća unije događaja se računa principom uključenja i isključenja (*inclusion-exclusion principle*), poznatom računskom tehnikom kombinatorne matematike [99]. Na osnovu Bulove nejednakosti za granicu unije, koja se koristi u teoriji verovatnoće, i koja tvrdi da verovatnoća da se dogodi bar jedan od događaja ne može biti veća od sume verovatnoća pojedinačnih događaja, dobija se gornja granica verovatnoće vršnog događaja [45]:

$$P\{T\} \le \sum_{j=1}^{m} P\left(C_j\right) \tag{4}$$

Kod SN velikih dimenzija, ako su verovatnoće primarnih događaja male, verovatnoća vršnog događaja (3) se može aproksimirati gornjom granicom verovatnoće vršnog događaja (4) [98].

2.2. **Kategorije mera značajnosti**

Na osnovu [56] mere značajnosti se mogu podeliti u tri grupe. Prvu grupu predstavljaju *strukturne mere značajnosti,* koje mere relativnu značajnost različitih komponenata u odnosu na njihovu poziciju u sistemu. Strukturne mere značajnosti su zasnovane na osnovu poznavanja strukture sistema i ne uzimaju u obzir pouzdanost komponenata. Prema tome, ove mere značajnosti komponenata pokazuju važnost pozicije u sistemu koju ona zauzima.

Drugu grupu predstavljaju *mere značajnosti zasnovane na pouzdanosti* koje podrazumevaju da je vreme rada sistema dato implicitno i da je fiksno. Prema tome, komponente se procenjuju na osnovu njihove pouzdanosti u određenom trenutku vremena. Ove mere značajnosti zavise i od strukture sistema i od pouzdanosti komponenti, i da bi se izračunala ova mera značajnosti, neophodno je da unapred postoje informacije o vremenu rada sistema i pouzdanosti njegovih komponenata.

Treću grupu predstavljaju *vremenske mere značajnosti* koje su zasnovane na životnom veku komponenti sistema. Ova mera podrazumeva da sistem i komponente sistema imaju dugoročnu ili beskonačnu ulogu u sistemu. Vremenske mere značajnosti zavise i od pozicije komponente u sistemu i od njenog trajanja. One se mogu svrstati u dve podgrupe: *Time-dependent lifetime* (*TDL*) i *Time-independent lifetime* (*TIL*) mere u zavisnosti od toga da li su, ili nisu u funkciji vremena [56]. TDL mera značajnosti meri značajnost komponente u bilo kom trenutku tako da se rangiranje komponenata može razlikovati tokom vremena. U fazi razvoja sistema, TIL mera značajnosti, uzima u obzir životni vek komponente na duži period i time daje opštiju sliku značajnosti komponente.

Može se zaključiti da mera značajnosti koja uzima u obzir više informacija pruža i bolju procenu značajnosti komponente za ceo sistem. Međutim, s obzirom na činjenicu da prikupljanje bilo kakvih dodatnih informacija o otkazima komponenata u kompleksnim sistemima iziskuje obimnu analizu, najčešće se koriste strukturne mere značajnosti, koje mogu dati veoma dobru sliku značajnosti komponenata upoređujući njihovu relativnu značajnost u okviru sistema.

Pored navedene Birnbaumove kategorizacije, u posebnu kategoriju se mogu svrstati i mere značajnosti koje mogu biti definisane preko (mini) preseka i/ili (mini) puteva (mere značajnosti *s*-tipa i mere značajnosti *r*-tipa) [56]. Pouzdanost koherentnog sistema ili njegova donja i gornja granica se može dobiti na osnovu znanja o pouzdanosti miniskupova i minipreseka. Otkaz pojedinačne komponente, ne mora da uzrokuje i otkaz čitavog sistema, ali ako se desi neki od minipreseka doći će i do otkaza sistema. Zbog toga je potrebno pažljivo pristupiti problemu određivanja koji je minipresek važniji od ostalih, poštujući pri tome performanse sistema.

Poslednjih godina se razvija grupa mera značajnosti koje se odnose na komponente i sisteme sa međustanjima (*multi state*) [64]. Komponente koje se mogu naći u različitim stanjima funkcionalnosti, koja se nalaze između savršenog funkcionisanja i potpunog otkaza se nazivaju komponente sa međustanjima (*multi state components*). Međustanja komponenti koja predstavljaju njihovo degradirano funkcionisanje mogu izazvati degradirano ali ipak operativno stanje sistema [110]. Takvi sistemi se nazivaju sistemi sa međustanjima (*multi state systems*) i oni mogu da funkcionišu sa različitim nivoima efikasnosti, koji se uobičajeno definišu kao nivoi performansi sistema. Prema tome, sistem i komponente sa binarnim stanjima (ispravan-neispravan) se mogu posmatrati kao specijalan slučaj *multi state* sistema i komponenti.

Prema Yingkui i Jingu [113], analiza kritičnosti i značajnosti *multi-state* komponenti je jedna od otvorenih pitanja u oblasti *multi state* sistema. Iako je razmatranje ovakvih sistema počelo sedamdesetih godina prošlog veka [12], interesovanje za mere značajnosti komponenti ovakvih sistema se javilo tek krajem XX veka [115]. Levitin i Lisnianski [60] su prvi primenili tradicionalne mere značajnosti na sisteme sa *multi-state* komponentama. Kasnije se javljaju radovi u kojima se analizira uticaj stanja komponenti na pouzdanost sistema bez razmatranja troškova [85] i sa razmatranjem troškova dovođenja komponenti u određeno stanje [84]. Zaitseva [115] i Kvassay, Zaitseva i Levashenko [57] su uveli specifične mere značajnosti komponenti multi-state sistema zasnovane na diferncijalnom računu.

2.3. **Pregled klasičnih mera značajnosti**

Klasičnim merama značajnosti smatraju se Birnbaumova mera značajnosti, mera značajnosti Fasl-Veseli i mera značajnosti Barlov-Prošen.

2.3.1. Birnbaumova mera značajnosti

Birnbaumova mera značajnosti, koja se u literaturi naziva još i B-strukturna značajnost, je prva mera značajnosti uvedena 1969. godine za analizu kritičnosti komponenti koherentnih sistema [14]. Vremenom je ova mera značajnosti na različite načine proširivana i prilagođavana različitim karakteristikama posmatranih sistema: uvođenjem troškova u analizu značajnosti komponenti [37] [108], proširivanjem na nekoherentne sisteme [4], uvođenjem neizvesnosti [9] [39], primenom na sisteme sa međustanjima [83] [31] itd.

Birmbaumova mera značajnosti predstavlja verovatnoću da je komponenta sistema i u trenutku t kritična za sistem. Neka je $p_i(t)$ verovatnoća da će komponenta i u trenutku t funkcionisati, a $p(t)$ vektor vrednosti pouzdanosti svih n komponenata $p(t)=(p_1(t),...,p_n(t))$ trenutku t, i neka je $h(p(t))$ verovatnoća da će sistem funkcionisati, tj. funkcija pouzdanosti sistema. Tada se Birnbaumova mera značajnosti dobija parcijalnim diferenciranjem pouzdanosti sistema po pouzdanosti pojedinačne komponente [14]:

$$I^B(i \mid t) = \frac{\partial h(p(t))}{\partial p_i(t)}$$

Ako je vrednost $I^B(i \mid t)$ velika, tada mala promena u pouzdanosti komponente i dovodi do velike promene ukupne pouzdanosti sistema u trenutku t.

S obzirom da na osnovu teoreme dekompozicije važi [55]:

$$h(p(t)) = p_i(t) \cdot h(1_i, p(t)) + \left(1 - p_i(t)\right) \cdot h(0_i, p(t)) = p_i(t) \cdot \left[h(1_i, p(t)) - h(0_i, p(t))\right] - h(0, p(t))$$

Birnmbaumova mera značajnosti se može zapisati i kao [48]:

$$I^B(i \mid t) = h(1_i, p(t)) - h(0_i, p(t))$$

Birnbaumova mera značajnosti $I^B(i \mid t)$ komponente i je strukturna mera, tj. zavisi samo od strukture sistema i pouzdanosti ostalih komponenata. Vrednost $I^B(i \mid t)$ ne zavisi od stvarne pouzdanosti $p_i(t)$ posmatrane komponente i, što se može smatrati nedostatkom Birnbaumove mere značajnosti.

Ako bi se razmatrao sistem u kome komponenta i ima pouzdanost $p_i(t)$, koja je opet funkcija zavisna od parametra Θ_i (parametar Θ_i može predstavljati stopu otkaza ili frekventnost porpavki komponente *i*), radi poboljšanja pouzdanosti sistema potrebno je poboljšati parametar Θ_i (npr. kupovinom kvalitetnije komponente ili promenom strategije održavanja). Pod pretpostavkom da se troškovi tog poboljšanja c_i mogu odrediti kao funkcija od Θ_i, kao i pod pretpostavkom da je $c_i=c(\Theta_i)$ strogo rastuća ili strogo opadajuća funkcija tako da je moguće odrediti njoj inverznu funkciju, efekat dodatne investicije koja se odnosi na komponentu *i* može se izmeriti kao:

$$\frac{\partial h(p(t))}{\partial c_i}=\frac{\partial h(p(t))}{\partial \theta_i}\cdot\frac{\partial \theta_i}{\partial c_i}=I^B(i\,|\,t)\cdot\frac{\partial p_i(t)}{\partial \theta_i}\cdot\frac{\partial \theta_i}{\partial c_i}$$

U praktičnoj studiji pozdanosti nekog kompleksnog sistema jedan od zadataka koji odnosi najviše vremena je utvrđivanje adekvatnih ocena ulaznih parametara (stope otkaza, stope popravki itd.). U nekim slučajevima može se poći od grubih procena, izračunati Birnbaumova mera za različite komponente, a potom utrošiti dosta vremena za utvrđivanje kvalitetnih podataka za najznačajnije komponente. Komponente sa niskom vrednošću Birnbaumove mere značajnosti će imati zanemarljiv uticaj na ukupnu pouzdanost sistema pa se dodatni napori za utvrđivanje kvalitetnih podataka za takve komponente mogu smatrati gubitkom vremena.

Najpoznatije mere značajnosti koje su izvedene iz Birnbaumove mere značajnosti su VOR, tj. vrednost odigravanja rizika (*Risk Achievement Worth*, *RAW*) i VRR, tj. vrednost redukcije rizika (*Risk Reduction Worth*, *RRW*) [22], koje se u literaturi još nazivaju i faktorima povećanja i smanjenja rizika, respektivno [33].

VOR mera značajnosti komponente sistema *i* u trenutku *t* se izražava kao količnik (uslovne) nepouzdanosti sistema ako komponenta *i* nije prisutna (ili ako je u stanju permanentnog otkaza) i stvarne nepouzdanosti sistema:

$$I^{RAW}(i\,|\,t)=\frac{1-h(0_i,p(t))}{1-h(p(t))}$$

VOR predstavlja meru vrednosti komponente *i* u postizanju trenutne pouzdanosti sistema i oslikava značajnost održavanja trenutnog nivoa pouzdanosti ove komponente.

VRR mera značajnosti komponente sistema *i* u trenutku *t* se izražava kao količnik stvarne nepouzdanosti sistema i (uslovne) nepouzdanosti sistema ako bi se komponenta *i* zamenila savršenom komponentom pouzdanosti $p_i(t)=1$.

$$I^{RRW}(i \mid t) = \frac{1 - h(p(t)}{1 - h(1_i, p(t))}$$

Pored VOR i VRR mera značajnosti definisanih sa aspekta rizika, iz Birnbaumove mere značajnosti je moguće izvesti i njima komplementarne mere definisane sa aspekta pouzdanosti. Tako definisane mere značajnosti nose nazive VPP, tj. vrednost postizanja pouzdanosti (*Reliability Achievement Worth, RAW*) i VRP, tj. vrednost redukcije pouzdanosti (*Reliability Reduction Worth, RRW*), i izražavaju se kao [35]:

$$I^{RAW}(i \mid t) = \frac{h(1_i, p(t))}{h(p(t))}$$

i

$$I^{RRW}(i \mid t) = \frac{h(p(t)}{h(0_i, p(t))}$$

2.3.2. Fasl-Veseli mera značajnosti

Mera značajnosti Fasl-Veseli pripada kategoriji mera značajnosti koje se definišu preko (mini) preseka i/ili (mini) puteva [56]. Ova mera predstavlja verovatnoću da se namanje jedan minipresek koji sadrži komponentu *i* desi u trenutku *t*, znajući da je sistem u stanju otkaza u tom trenutku. Da bi minipresek bio u stanju otkaza, sve komponente tog minipreseka treba da otkažu u trenutku *t*. Fasl-Veseli mera značajnosti uzima u obzir činjenicu da komponenta može doprineti otkazu sistema i ako ona nije kritična. Komponenta doprinosi otkazu sistema onda kada se minipresek koji sadrži tu komponentu realizuje [102].

Fasl-Veseli mera značajnosti se može aproksimirati kao:

$$I^{FV}(i|t) \approx \frac{1-\prod_{j=1}^{m_i}(1-\breve{Q}_i^j(t))}{Q(t)} \approx \frac{\sum_{j=1}^{m_i}\breve{Q}_i^j(t)}{Q(t)}$$

gde $\breve{Q}_i^j(t)$ označava verovatnoću da se minipresek *j* među minipresecima koji sadrže komponentu *i* desi u trenutku *t*. Drugim rečima, ova mera predstavlja odnos sume verovatnoća minipreseka koji sadrže komponentu *i* i verovatnoće vršnog događaja, odnosno otkaza sistema. S obzirom da verovatnoća otkaza sistema ne igra nikakvu ulogu za rangiranje komponenata na osnovu Fasl-Veseli mere značajnosti, komponente se mogu rangirati na osnovu verovatnoća minipreseka u kojima se komponenta nalazi.

2.3.3. Barlov-Prošen mera značajnosti

Barlov-Prošen mera značajnosti pripada kategoriji vremenskih mera značajnosti, i to podgrupi TIL (*Time-independent lifetime*) mera značajnosti, kod kojih se uzima u obzir životni vek komponente na duži period i time daje opštija slika značajnosti komponente [56]. Ova mera predstavlja verovatnoću da je komponenta *i* kritična za sistem (sistem funkcioniše ako komponenta *i* funkcioniše, i sistem otkazuje ako komponenta *i* otkazuje), nad beskonačno dugim vremenom rada sistema $t \to \infty$ [10] [11]:

$$I^{BP}(i|t) = \int_0^\infty \Big(h\big(1_i, p(t)\big) - h\big(0_i, p(t)\big)\Big)\, dp_i(t)$$

U svom radu Barlov i Prošen su izrazili i strukturnu značajnost komponente *i* u trenutku *t* koju određuju na sledeći način:

$$I^{BP}(i|t) = \int_0^1 \Big(h\big(1_i, p(t)\big) - h\big(0_i, p(t)\big)\Big)\, dp = \int_0^1 I^B(i|t)\, dp$$

gde je $\big(1_i, p(t)\big)$ vektor koji ima vrednost 1 na *i*-toj poziciji i $p(t)$ na svim ostalim pozicijama, a $\big(0_i, p(t)\big)$ vektor koji ima vrednost 0 na *i*-toj poziciji i $p(t)$ na svim ostalim pozicijama. Ovaj slučaj podrazumeva odsustvo informacija o pouzdanosti komponenti (npr. sistem je u ranoj fazi razvoja) i vrednost $p(t)$ je u ovom slučaju takva da je $p_1 = p_2 = \ldots = p_n$, odnosno pretpostavlja se da su pouzdanosti svih komponenata jednake. Za razliku od mere značajnosti Barlov i Prošena, Birnbaumova mera značajnosti u navedenom slučaju odsustva informacija o pouzdanosti komponenata se računa za neko fiksno $p(t)$, i najčešće se uzima da je $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{2}$.

2.4. **Pregled novih mera značajnosti**

Pregledom novije literature i radova koji se bave pouzdanošću mogu se uočiti brojni predlozi novih mera značajnosti. Najčešće se oslanjajući na klasične mere značajnosti, autori uvode sopstvene mere značajnosti koje uzimaju u obzir specifične okolnosti konkretnih sistema koju razmatraju. U ovom poglavlju se daje kratak pregled nekoliko odabranih novijih mera značajnosti.

2.4.1. Mere najvećeg uticaja i retkih događaja

Mere najvećeg uticaja (*First-term*) [94] i retkih događaja (*Rare-event*) [21] su mere značajnosti koje rangiraju primarne događaje prema broju njihovih pojavljivanja u minipresecima i miniputevima. Ove mere su strukturne jer ne uzimaju u obzir pouzdanost komponenti. Pretpostavka od koje se polazi je da su verovatnoće otkaza komponenata jednake i da, posledično, verovatnoće minipreseka i miniputeva zavise samo od broja primarnih događaja koji im pripadaju. Kao značajniji se izdvajaju događaji koji se nalaze u minipresecima/miniputevima sa najmanje primarnih događaja.

Kao što je ranije pomenuto, za minipresek se kaže da je reda l ako je broj primarnih događaja u minipreseku jednak l. Za neki broj e koji predstavlja red minipreseka sa najmanjim brojem primarnih događaja, mera najvećeg uticaja se računa kao broj minipreseka reda e koji sadrže komponentu i:

$$I^{FT}(i \mid t) = \left| \overline{C_i}(e) \right|$$

gde je $\overline{C_i}(e)$ skup svih minipreseka reda *e*.

Ukoliko se posmatraju miniputevi i ukoliko broj *e* označava red miniputa sa najmanjim brojem primarnih događaja, mera retkih događaja se računa kao broj miniputeva reda *e* koji sadrže komponentu i:

$$I^{RE}(i\,|\,t) = |\overline{P_i}(e)|$$

gde je $\overline{P_i}(e)$ skup svih miniputeva reda *e*.

2.4.2. Mere značajnosti razvijene za potrebe industrije električne energije

Sistemi za prenos električne energije (ETS-*Electricity Transmission Systems*) su složeni sistemi sastavljeni od velikog broja raznovrsnih komponenata i zbog svoje specifičnosti na njih nije pogodno direktno primeniti klasične mere značajnosti. Međutim, klasične mere značajnosti je moguće transformisati i tako adaptiranim merama iskazati značajnost komponenata ovog sistema.

Transformisana Birnbaumova mera značajnosti prilagođena potrebama ETS ima oblik [35]:

$$I^{ETS-B} = U_s\left(\lambda_s, r_s | \lambda_s^i = u_s^i\right) - U_s\left(\lambda_s, r_s | \lambda_s^i = l_s^i\right)$$

gde $U(\lambda_s, r_s)$ označava nedostupnost sistema, l_s^i i u_s^i označavaju donju i gornju granicu zadržavanja u sistemu zastarele komponente i. Uz iste oznake je na sličan način izvedena i tzv. transformisana Fasl-Veseli mera značajnosti:

$$I^{ETS-FV} = \frac{U_s\left(\lambda_s, r_s | \lambda_s^i = u_s^i\right) - U_s\left(\lambda_s, r_s\right)}{U_s\left(\lambda_s, r_s\right)}$$

Uz transformisanu Birnbaumovu i transformisanu Fasl-Veseli meru značajnosti, takođe su izvedene i transformacije VOR i VRR mera značajnosti, i sve mere su eksperimentalno testirane na nekoliko najčešćih mrežnih konfiguracija sistema za prenos električne energije.

2.4.3. *Cost-effective* mera značajnosti

Cost-effective mera značajnosti (CEIM) je mera predložena za analizu pouzdanosti različitih komponenata proizvodnog pogona [43]. Ova mera značajnosti pored performansi komponenata i strukture sistema uzima u obzir i ekonomske aspekte.

Autori kombinuju koncept mera značajnosti sa ukupnim troškovima otkaza i CEIM definišu kao:

$$I_i^{CEIM}(t) = \frac{I_i^{GI}(t)}{C_{f,i}}$$

gde je $I_i^{GI}(t)$ opšta značajnost komponente *i* u trenutku *t*, dok $C_{f,i}$ predstavlja faktor troškova komponente *i*. Opšta značajnost se izračunava kao količnik promene verovatnoće otkaza sistema zbog promene verovatnoće komponente i osnovne verovatnoće otkaza sistema:

$$I_i^{GI}(t) = \frac{\Delta g_i(Q(t))}{g(Q(t))}$$

Faktor troškova komponente/događaja *i* izračunava se kao količnik sume svih očekivanih troškova otkaza svih komponenata i očekivanih troškova otkaza komponente *i*:

$$C_{f,i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} E(C_i)}{E(C_i)}$$

gde $E(C_i)$ predstavlja očekivane troškove otkaza komponente *i*.

Komponenta koja daje maksimalnu korist uz minimum investiranja dobiće najveći rang prema *cost-effective* meri značajnosti, odnosno smatraće se najefektivnijom sa aspekta troškova i dobiće najveći prioritet.

Koncept CEIM je demonstriran na studiji slučaja sistema pojasnih transportera u rudniku kompanije „*Singareni Coal Compani Ltd.*“, ali se može primeniti i u drugim oblastima. Autori tvrde da CEIM koncept predstavlja koristan alat za aktivnosti poput zakazivanja inspekcija, održavanje i dijagnostikovanja grešaka, i da se navedene aktivnosti mogu vršiti prema dobijenim rangovima komponenata.

2.4.4. *Cost-based* mera značajnosti

Cost-based mera značajnosti (CBCI) je novija troškovna mera uvedena kao proširenje Birnbaumove značajnosti [108]. CBCI mera značajnosti komponente *i* definiše se kao:

$$I_i^{CBCI}(t) = -\frac{\partial C_i(t)}{\partial R_i}$$

gde $\partial C_i(t)$ i ∂R_i predstavljaju porast ukupnih troškova i porast pouzdanosti sistema prouzrokovane odgovarajućim poboljšanjem pouzdanosti *i*-te komponente. CBCI se može interpretirati na sledeći način: kada je $I_i^{CBCI}(t)$ veliko, mala promena u pouzdanosti komponente *i* rezultiraće značajno većom odgovarajućom promenom ukupnih troškova održavanja sistema tokom vremenskog intervala $(0,t)$.

2.4.5. *JRI* mera značajnosti

Koncept JRI mere značajnosti su uveli Hong i Li 1993. Godine [47], a potom se na njih svojim radom nadovezao Armstrong 1995. Godine [5]. Vrednost koja se skraćeno označava sa JRI (*Joint Reliability Importance*), i označava zajedničku značajnost dve komponente sistema, izračunava se kao [107]:

$$JRI(i,l) = \frac{\partial^2 h(\mathbf{p})}{\partial p_i \partial p_l}$$

gde je $h(\mathbf{p})$ funkcija pouzdanosti sistema, a p_i i p_l pouzdanost komponenata i i l, respektivno. U slučaju kada su komponente u sistemu statistički nezavisne, JRI ima oblik:

$$JRI(i,l) = h(1_i, 1_l, \mathbf{p}_{il}) + h(0_i, 0_l, \mathbf{p}_{il}) - h(1_i, 0_l, \mathbf{p}_{il}) - h(0_i, 1_l, \mathbf{p}_{il})$$

gde je $\mathbf{p}_{il} = (p_1, \ldots, p_{i-1}, \cdot, p_{i+1}, p_{l-1}, \ldots, \cdot, p_{l+1}, \ldots, p_n)$. JRI istovremeno razmatra dve komponente i ukazuje na značajnost jedne komponente u slučaju kada druga komponenta funkcioniše. JRI se može interpretirati i kao promena Birnbaumove značajnosti komponente i uzrokovana pogoršanjem komponente l čija pouzdanost pada od 1 ka 0.

2.4.6. Mere značajnosti *DIM* i *DIM*^{II}

Mere značajnosti DIM i DIM^{II} su nove mere nastale kao izraz nastojanja da se mere značajnosti primene na grupe komponenata. DIM (*Differential Importance Measure*) se uvodi kao količnik ukupne promene pouzdanosti uzrokovane promenom parametra (komponente) x_i [18] [19]:

$$DIM(x_i) = \frac{dR_{x_i}}{dR} = \frac{\frac{\partial R}{\partial x_i} dx_i}{\sum_j \frac{\partial R}{\partial x_j} dx_j}$$

Mera je osmišljena radi primene u okviru PSA (*probability risk assesment*) metodologije, tj. procene verovatnoće rizika, tako da R označava tzv. meru rizika (*risk metric*). Primenjena na grupu komponenata DIM je aditivna mera koja se izračunava kao suma pojedinačnih mera značajnosti [19]:

$$DIM(x_i, x_j ..., x_k) = DIM(x_i) + DIM(x_j) + ... + DIM(x_k)$$

Mera značajnosti DIM^{II} predstavlja pokušaj kombinovanja mera JRI i DIM. Opširna kalkulacija za izvođenje ove mere dostupna je u [119]. Za razliku od DIM, mera značajnosti DIM^{II} gubi svojstvo aditivnosti, tako da je:

$$DIM^{II}(i,h;k,l) \neq DIM^{II}(i,h) + DIM(k,l).$$

Sve prikazane mere značajnosti, kako klasične tako i nove, u osnovi mere značajnost pojedinačnih komponenata sistema. Tek nakon određivanja numeričkih vrednosti značajnosti za svaku komponentu pojedinačno, moguće je izdvojiti određen broj komponenata koje se mogu smatrati najznačajnijim za pouzdanost sistema. Pristup koji se predlaže u ovoj disertaciji omogućava da se odjednom tj. istovremeno izdvoji celokupan skup kritičnih komponenata prethodno zadate kardinalnosti.

2.5. **Problem izdvajanja skupa kritičnih komponenata**

Mere značajnosti, i pored toga što su široko prihvaćene i korišćene, još uvek nisu prevazišle nekoliko problema koji su i dalje otvoreni [118]:

1. Rang primarnih događaja, koji se dobija merama značajnosti, se odnosi samo na rizik u ekstremnim slučajevima potpune ispravnosti i potpune neispravnosti komponenata (1,0), a ne uzimaju se u obzir realno moguće promene pojedinačnih verovatnoća primarnih događaja (verovanoće bliske vrednostima 0 ili 1).

2. Mere značajnosti rangiraju samo pojedinačne komponente i nisu direktno primenljive na kombinacije ili na grupe komponenata ili primarnih događaja.U

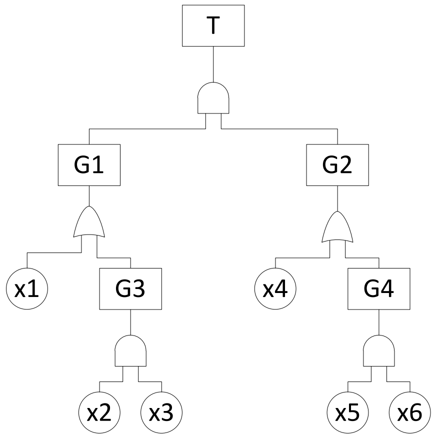
praksi, različiti primarni događaji mogu predstavljati različite načine otkaza ili nepouzdanosti neke pojedinačne komponente, i da bi se utvrdila značajnost takve komponente, potrebno je grupno razmotriti sve primarne događaje.

3. Mere značajnosti obično ne uzimaju u obzir kredibilan opseg nepouzdanosti komponenata ili verovatnoća odigravanja primarnih događaja, tako da se javlja sumnja u robustnost zaključaka proisteklih iz takve analize značajnosti.

4. Mere značajnosti se primenjuju pretežno na sistemima sastavljenim od binarnih komponenata, tj. u kojima se komponente mogu nalaziti u jednom od dva stanja: ispravnost ili neispravnost. Iako ovakvi sistemi imaju brojne praktične primene, stanja komponenata sistema, koja su na ovakav način previše pojednostavljeno predstavljena nisu dovoljna da na pravi način opišu funkcionisanje mnogih sistema čije se performanse mogu nalaziti na različitim nivoima (npr. različiti procenti iskorišćenosti nominalnih kapaciteta). Nivo performanse takvog sistema zavisi od trenutnih stanja njegovih komponenata, a koje se mogu nalaziti u više operativnih stanja.

Iako je prevazilaženje drugog otvorenog problema – nemogućnosti direktne primene mera značajnosti na kombinacije ili grupe komponenata – delimično pokušano pomoću prethodno predstavljene JRI mere značajnosti, kao i pomoću novijih mera DIM i $\mathrm{DIM}^{\mathrm{II}}$, mere značajnosti se još uvek teško primenjuju na složene sisteme sa velikim brojem međuzavisnih komponenata. Osnovni nedostatak mera značajnosti je taj što one rangiraju samo pojedinačne komponente u skladu sa njihovim pojedinačnim uticajem na sistem. U slučaju kada je potrebno istovremeno izdvojiti određeni broj kritičnih komponenata, koje su međusobno nezavisne jedne od drugih, izdvajanje željenog broja prvorangiranih komponenata i sprečavanje njihovog otkaza najverovatnije neće obezbediti maksimalno moguće poboljšanje ukupne pouzdanosti sistema.

Za ilustraciju navedenog problema može poslužiti stablo neispravnosti predstavljeno na slici 2.1, čijom analizom se dolazi do sledećeg skupa minipreseka: $x1x4$, $x1x5x6$, $x2x3x4$ i $x2x3x5x6$.



Slika 2.1 Stablo neispravnosti – primer 1

Pod pretpostavkom da su sve verovatnoće odigravanja primarnih događaja jednake, najčešće korišćene tradicionalne mere značajnosti (Birnbaumova mera, VOR, VRR, mera Fasl-Veseli) daju identičan rang primarnih događaja: *x*1, *x*4, *x*2, *x*3, *x*5 i *x*6. Ukoliko bi, na primer, trebalo izdvojiti i predupprediti od otkaza dva najkritičnija događaja (komponente), primenom rangiranja dobijenog tradicionalnim merama značajnosti odabrana bi bila dva prvorangirana događaja - *x*1 i *x*4. Izdvajanjem ova dva događaja bi se eliminisala tri minipreseka: *x*1*x*4, *x*1*x*5*x*6 i *x*2*x*3*x*4. Za eliminaciju svih minipreseka je, prema tradicionalnim merama značajnosti u ovom primeru, potrebno izdvojiti i predupprediti tri prvorangirana primarna događaja, tj. tri komponente. Međutim, moguće je uočiti da dva prvorangirana izdvojena događaja dele isti minipresek. Eliminacija svih minipreseka je moguća izdvajanjem dva primarna događaja - *x*1 i *x*2. Tradicionalne mere značajnosti, nemaju mogućnost da razmatraju međuzavisnosti primarnih događaja (kritičnih komponenata sistema), zbog čega su u ovom primeru dale lošiji rezultat od očiglednog. Navedeni nedostatak mera značajnosti je mnogo izraženiji u slučajevima kompleksnih sistema sa velikim brojem međuzavisnih komponenata. Nastojanje da se opisani nedostatak prevaziđe čini osnovno polazište i okosnicu ove disertacije, i u konačnici je dovelo do formulisanja novog pristupa za određivanje najznačajnijih komponenata sistema.

3. ODREĐIVANJE NAJZNAČAJNIJIH KOMPONENATA SISTEMA KAO OPTIMIZACIONI PROBLEM

Određivanje najkritičnijih komponenata sistema na osnovu prethodno navedenih pristupa podrazumeva prvo izbor odgovarajuće mere značajnosti, zatim njihovo računanje za svaku komponentu i, na kraju, rangiranje komponenata na osnovu izabrane mere značajnosti. Na osnovu dobijenog ranga, formira se skup najznačajnijih komponenata za pouzdanost sistema. Veličina tog skupa može zavisiti od različitih faktora: veličine sistema, raspoloživog budžeta za poboljšanje najkritičnijih komponenata, preferencija donosioca odluke itd.

U ovom poglavlju će biti prikazan novi pristup kojim se istovremeno određuje ceo skup najznačajnijih komponenata. Pristup je zasnovan na optimizaciji, a pretpostavka je da su svi minipreseci datog SN već određeni. U formulaciji optimizacionih problema polazi se od definicije minipreseka 2.1. iz poglavlja 2.2. Drugi deo definicije se može posmatrati na sledeći način: ukoliko se bilo koji primarni događaj iz nekog minipreseka ne dogodi, taj minipresek prestaje da bude potencijalni uzrok odigravanja vršnog događaja i može se smatrati eliminisanim. Koncept neodigravanja primarnog događaja je višestruko korišćen u klasičnim i novim merama značajnosti i podrazumeva da je odgovarajuća komponenta optimizovana ili se pretpostavlja da je savršeno pouzdana [100]. Dalje, ukoliko je moguće osigurati da se neki primarni događaj ne desi, svi minipreseci koji sadrže taj događaj automatski bivaju eliminisani.

U nastavku će biti prikazana četiri optimizaciona problema koji se odnose na određivanje najznačajnijih komponenata sistema. Prva dva se mogu smatrati strukturnim merama značajnosti zato što se u njima ne uzimaju u obzir verovatnoće primarnih događaja. U druga dva problema se razmatraju i verovatnoće primarnih događaja ali se pretpostavlja da su one istog reda veličine.

3.1. **Određivanje minimalnog broja događaja kojima se eliminišu svi minipreseci**

Ako je moguće osigurati neodigravanje nekog primarnog događaja, svi minipreseci koji sadrže taj događaj biće eliminisani. Najbolji mogući ishod predstavlja elmininacija svih minipreseka, čime se osigurava da se otkaz sistema neće dogoditi. Pronalaženje minimalnog broja primarnih događaja čijim izdvajanjem se eliminišu svi minipreseci predstavlja optimizacioni problem čije rešenje vodi do toga da izabrani primarni događaji predstavljaju najznačajnije komponente sistema.

Posmatrajmo SN sa n primarnih događaja i skupom svih minipreseka D. Neka su primarni događaji datog SN označeni celim brojevima 1,...,n i neka je x_i, i=1,…,n binarna promenljiva koja predstavlja indikator i-tog primarnog događaja definisana sa (1):

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{ako se desi } i-\text{ti primarni događaj} \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}$$

i neka su $C_j \in D$ minipreseci datog SN.

Ako je strukturna funkcija (2) datog SN zapisana u disjunktivnoj normalnoj formi (DNF) tada svakom minipreseku C_j odgovara jedan element DNF strukturne funkcije SN koji predstavlja konjunkciju indikatora ispravnosti njegovih primarnih događaja: $MCS_j = x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge x_i$. Tada se strukturna funkcija SN može zapisati u obliku:

$$\varphi(x) = \vee_{C_j \in D} MCS_j \,.$$

Ako se svaka konjunkcija koja odgovara minipreseku $C_j \in D$ zapiše u obliku $MCS_j = x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_i$, odnosno $MCS_j = \prod_{i \in C_j} x_i$, onda se strukturnoj funkciji $\varphi(x)$ može pridružiti funkcija $\phi(x) = \sum_{C_j \in D} MCS_j$, odnosno

$$\phi(x) = \sum_{C_j \in D} \prod_{i \in C_j} x_i \tag{5}$$

Kada su vrednosti svih promenljivih x_i jednake jedinici, odnosno kada se dese svi primarni događaji, vrednost izraza (5) predstavlja ukupan broj minipreseka, odnosno $|D|$. Ukoliko se obezbedi neodigravanje nekog primarnog događaja, tj. za neko $x_r = 0$, svi minipreseci koji sadrže taj primarni događaj su eliminisani, odnosno proizvod $\prod_{i \in C_j : r \in C_j} x_i$ dobija vrednost 0. U tom slučaju izraz (5) predstavlja ukupan broj minipreseka koji nisu eliminisani. Ako je potrebno eliminisati sve minipreseke, potrebno je da vrednost izraza (5) bude jednaka 0.

Problem određivanja minimalnog broja primarnih događaja čijim neodigravanjem se eliminišu svi minipreseci se sada može formulisati na sledeći način:

$$\max f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{6}$$

p.o.

$$\sum_{C_j \in D} \prod_{i \in C_j} x_i = 0 \tag{7}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \ i = 1, \ldots, n$$

Najkritičnije komponente sistema su one čije promenljive (indikatori ispravnosti) imaju vrednost 0 u optimalnom rešenju x^* formulisanog modela. Vrednost funkcije cilja (6) predstavlja ukupan broj komponenata koje nisu kritične čime se indirektno minimizira broj komponenata kojima se eliminišu svi minipreseci. Ograničenjem (7) se obezbeđuje da svi minipreseci budu eliminisani čime se, uslovno rečeno, obezbeđuje rad sistema bez otkaza.

Napomena: Funkcija cilja bi mogla da bude i oblika:

$$\min f_1^{'}(x) = n - \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{6'}$$

čime se direktno minimizira broj komponenata kojima se eliminišu svi minipreseci.

3.2. Određivanje *k* događaja kojima se eliminišu svi minipreseci

Često nije moguće obezbediti neodigravanje proizvoljnog broja već samo unapred zadatog broja primarnih događaja. U tom slučaju se može formulisati novi optimizacioni problem: odrediti *k* primarnih događaja tako da ukupan broj eliminisanih minipreseka bude maksimalan. Matematički model tako formulisanog problema ima sledeći oblik:

$$\min f_2(x) = \sum_{C_j \in D} \prod_{i \in C_j} x_i \tag{8}$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = n - k \tag{9}$$

$$x_i \in \{0,1\},\ i = 1,...,n$$

Kao i u prethodnom modelu, najkritičnije komponente sistema su one čije promenljive imaju vrednost 0 u optimalnom rešenju x^*. Vrednost funkcije cilja (8) predstavlja ukupan broj minipreseka koji nisu eliminisani čime se indirektno maksimizira broj eliminisanih minipreseka. Ograničenjem (9) se, takođe indirektno, obezbeđuje da *k* promenljivih (indikatora ispravnosti) ima vrednost 0, odnosno neodigravanje *k* primarnih događaja.

Napomena: Funkcija cilja bi mogla da bude i oblika:

$$\max f_2^{'}(x) = |D| - \sum_{C_j \in D} \prod_{i \in C_j} x_i \qquad (8^{'})$$

čime se direktno maksimizira broj eliminisanih minipreseka.

3.3. Određivanje *k* događaja kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci

Ukoliko bi svi minipreseci bili istog reda, odnosno sadržali jednak broj primarnih događaja, i svi primarni iste verovatnoće, optimalno rešenje prethodnog problema bi istovremeno obezbeđivalo i minimiziranje verovatnoće vršnog događaja, odnosno otkaza sistema. Međutim, češći je slučaj da su minipreseci različitog reda. Ako su verovatnoće primarnih događaja jednake, onda je, s obzirom da je verovatnoća minipreseka jednaka proizvodu verovatnoća njegovih primarnih događaja, potrebno dati veći značaj minipresecima manjeg reda (sa manje primarnih događaja). Ovde se može uočiti analogija sa merama najvećeg uticaja (*First-term*) s tom razlikom što se u pomenutoj meri značaj daje samo minipresecima sa najmanjim brojem primarnih događaja, a ovde se njima daje najveći značaj, ali se iz razmatranja ne isključuju ostali minipreseci.

Neka je l red minipreseka sa najvećim brojem primarnih događaja. Skup svih minipreseka D stabla neispravnosti se može podeliti u l disjunktnih podskupova: $D_1, D_2, \ldots, D_l$ skupova preseka koji sadrže 1, 2,...,l primarnih događaja, respektivno (naravno, za neko $r = 1, \ldots, l$ može važiti da je $D_r = \emptyset$). Ako je verovatnoća svih primarnih događaja jednaka 10^{-s}, verovatnoća minipreseka koji pripadaju podskupovima $D_1, D_2, \ldots, D_l$ je jednaka $10^{-s}, 10^{-2s}, \ldots, 10^{-ls}$ respektivno.

Ukoliko se svakom minipreseku dodeli težina koja odgovara redu veličine njegove verovatnoće, moguće je formulisati sledeći problem: odrediti k primarnih događaja tako da ukupna težina eliminisanih minipreseka bude maksimalna.

Matematički model formulisanog problema ima sledeći oblik:

$$\min f_3(x) = \sum_{r=1}^{l} 10^{-rs} \sum_{C_j \in D_r} \prod_{i \in C_j} x_i \tag{10}$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = n - k \tag{11}$$

$x_i \in \{0,1\},\ i = 1,\dots,n$

Najkritičnije komponente sistema i ovde su one čije promenljive imaju vrednost 0 u optimalnom rešenju x^*. Vrednost funkcije cilja (10) predstavlja red veličine minipreseka koji nisu eliminisani. Ograničenjem (11) se obezbeđuje da k promenljivih indikatora ispravnosti ima vrednost 0.

Napomena: Ako je verovatnoća svih primarnih događaja jednaka 10^{-s}, funkcija cilja (10) predstavlja gornju granicu verovatnoće vršnog događaja (4) za koju je u poglavlju 2.2. navedeno da kod SN velikih dimenzija predstavlja aproksimaciju verovatnoće vršnog događaja. Odatle sledi da se minimiziranjem gornje granice verovatnoće indirektno minimizira i tačna vrednost verovatnoće odigravanja neželjenog događaja (otkaza sistema).

3.4. **Raspodela resursa na događaje kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci**

Realni sistemi su često ograničeni raspoloživim budžetom koji treba uložiti u povećanje pouzdanosti komponenata sistema. U prethodnim modelima ova činjenica je bila zanemarena.

Ako je na raspolaganju određeni budžet B i ako su poznati troškovi obezbeđivanja neodigravanja primarnih događaja b_i, prethodni problem se može proširiti na sledeći način: raspodeliti raspoloživi budžet na obezbeđivanje neodigravanja primarnih događaja tako da ukupna težina eliminisanih minipreseka bude maksimalna.

Matematički model formulisanog problema ima sledeći oblik:

$$\min f_4(x) = \sum_{r=1}^{l} 10^{-rs} \sum_{C_j \in D_r} \prod_{i \in C_j} x_i \tag{12}$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^{n} b_i \cdot (1 - x_i) \leq B \tag{13}$$

$$x_i \in \{0,1\},\ i = 1,...,n$$

Kao i u svim prethodnim modelima, najkritičnije komponente sistema su one čije promenljive imaju vrednost 0 u optimalnom rešenju x^*. Funkcije cilja (12) ima isto značenje kao funkcija cilja (10). Ograničenje (13) se odnosi na raspoloživi budžet koji će se utrošiti na najkritičnije komponente.

Svi modeli, koji su prikazani u ovom poglavlju, su nelinearni što otežava njihovo rešavanje čak i za SN malih dimenzija. Iako je pojedine modele moguće linearizovati, nelinearni zapis, pored toga što omogućava bolje razumevanje suštine problema, pokazuje veliku sličnost sa poznatim matematičkim problemom pokrivanja skupa. U nastavku će biti predstavljene varijacije problema pokrivanja skupa i biće analogija sa modelima datim u ovom poglavlju.

Napomena: Predloženi pristup se može primeniti i na sisteme i komponente sa međustanjima (*multi state*). Osnovna ideja je svesti *multi state* na binarni problem. Ta ideja je već korišćena u [61] gde se uvodi prag performansi (*performance treshold*) za stanje sistema u kome se sistem smatra ispravnim. Stanje *r* se naziva pragom komponente ako se komponenta smatra u stanju otkaza ukoliko je u stanju nižem od stanja *r* [104]. Drugim rečima, komponenta je u operativnom stanju ukoliko je u stanju *r* ili višem. Time se stanja sistema dele u dva disjunktna skupa: skup stanja iznad i skup stanja ispod definisanog praga. Posledica toga je da se problem određivanja najznačajnijih komponenata sistema sa međustanjima svodi na binarni problem.

4. SVOĐENJE PROBLEMA ODREĐIVANJA NAJZNAČAJNIJIH KOMPONENATA SISTEMA NA PROBLEME POKRIVANJA SKUPA

Optimizacioni problemi koji su prikazani u trećem poglavlju, i čiji su matematički modeli nelinearni, se mogu svesti na probleme pokrivanja skupova. U nastavku će u okviru svakog podnaslova biti najpre opisana jedna od varijanti problema pokrivanja skupa, a zatim će biti opisana transformacija ovih problema u odgovarajuće optimizacione probleme. Svaki od prikazanih matematičkih modela biće ilustrovan na primeru SN malih dimenzija.

4.1. Problem određivanja minimalnog broja događaja kojima se eliminišu svi minipreseci kao problem pokrivanja skupa – MM1

Problem pokrivanja skupa je NP-kompletan problem [51], koji se sastoji u sledećem: za dati skup elemenata $\{1,...,m\}$ nazvan univerzum, i za dati skup S sastavljen od n skupova čija unija je ekvivalentna univerzumu, potrebno je naći podskup najmanje kardinalnosti skupa S čija unija je ekvivalentna univerzumu. Ukoliko se, na primer, razmatra univerzum $U = \{1,2,3,4,5\}$ i skup skupova $S = \{\{1,2,3\},\{2,4\},\{3,4\},\{4,5\}\}$ očigledno je da unija elemenata S odgovara univerzumu U. Međutim, univerzum se može „pokriti“ i sa svega dva elementa S: $\{\{1,2,3\},\{4,5\}\}$. Formalno, za dati univerzum U i skup S sastavljen od podskupova U, pokrivač (*cover*) C predstavlja najmanji podskup od S, tj. $C \subseteq S$, takav da je unija njegovih elemenata jednaka univerzumu U. Problem pokrivanja skupa ima složenost m^n gde je m veličina univerzuma, a n broj elemenata skupa S (broj podskupova skupa U unutar kolekcije S).

Problem pokrivanja skupa se matematički može formulisati kao sledeći problem celobrojnog linearnog programiranja:

$$\min \sum_{S_j \in S} x_i \tag{14}$$

p.o.

$$\sum_{S_j \in S: j \in S_i} x_i \geq 1, \quad j = 1,...,m \tag{15}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \ S_i \in S$$

gde x_i predstavlja promenljivu koja ima vrednost 1 ako podskup *i* pripada pokrivaču *C* i 0 u suprotnom. Funkcijom cilja se minimizira broj elemenata u pokrivaču *C*. Ograničenje (15) obezbeđuje pokrivanje svih elemenata skupa (univerzuma) *U*.

Neka je dato SN sa *n* primarnih događaja i skupom svih minipreseka *D* i neka je ukupan broj minipreseka jednak *m*. Označimo sve minipreseke celim brojevima 1,...,*m* i pridružimo svakom primarnom događaju *i* skup čiji su elementi oznake minipreseka koji sadrže taj događaj. U tom slučaju se skup svih minipreseka može smatrati univerzumom *U*, a skup svih primarnih događaja skupom *S*.

Kao što je već pomenuto, izdvajanjem (obezbeđivanjem neodigravanja) nekog primarnog događaja, svi minipreseci koji sadrže taj događaj su eliminisani (prestaju da budu potencijalni uzrok odigravanja vršnog događaja). U terminologiji problema pokrivanja skupova, izdvajanje *i*-tog primarnog događaja odgovara ubacivanju podskupa *Si* skupa *S* u pokrivač *C*, a eliminisanje minipreseka predstavlja pokrivanje elementa univerzuma *U*.

Da bi se opisani problemi formulisali kao problemi pokrivanja skupova, potrebno je uvesti nove promenljive. Neka je *S* skup svih primarnih događaja S_i, *i*=1,...,*n* i neka je svakom primarnom događaju *i*, *i*=1,...,*n* pridružena binarna promenljiva $z_i = 1 - x_i$, koja predstavlja indikator izdvajanja (obezbeđivanja neodigravanja *i*-tog primarnog događaja):

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{ako je } i-\text{ti primarni događaj onemogućen} \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}, \ i=1,\dots,n$$

Ako u nekom minipreseku C_j postoji primarni događaj *i* za koji je $z_i = 1$, onda se kaže da je taj minipresek eliminisan. Neka je y_j binarna promenljiva koja predstavlja indikator minipreseka C_j:

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{ako je minipresek } \mathrm{C}_j \text{ eliminisan} \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}$$

Nakon uvođenja navedenih binarnih promenljivih, problem određivanja minimalnog broja primarnih događaja čijim se izdvajanjem eliminišu svi minipreseci može se formulisati kao sledeći problem pokrivanja:

<u>MM1</u>

$$\min f_1 = \sum_{i \in S} z_i \tag{16}$$

p.o.

$$\sum_{S_i \in S : j \in S_i} z_i \geq y_j, \; j = 1, \ldots, m \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_j = m \tag{18}$$

$$z_i \in \{0,1\}, \; i \in S$$

$$y_j \in \{0,1\}, \; j = 1, ..., m$$

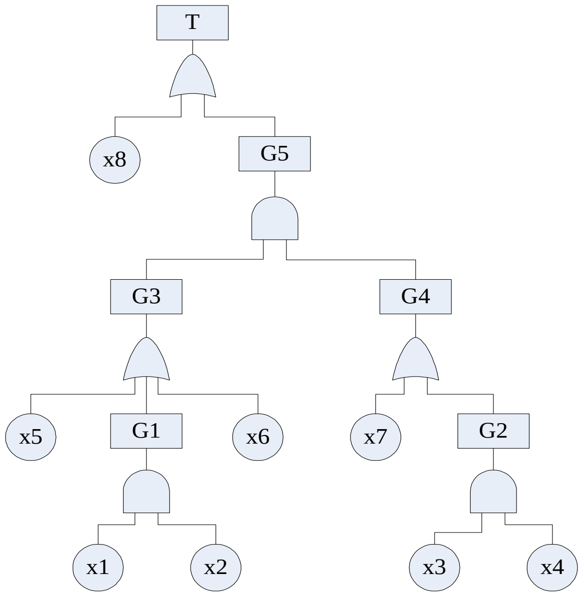
Vrednost funkcije cilja predstavlja ukupan broj primarnih događaja koje treba izdvojiti. Ograničenjem (17) su povezane dve grupe promenljivih, a ograničenjem (18) se obezbeđuje da se eliminiše svih *m* minipreseka.

Napomena 1: Uslov binarnosti promenljive y_j se može zameniti uslovom $0 \leq y_j \leq 1, \; j = 1, ..., m$ jer će, s obzirom na minimizaciju funkcije cilja i ograničenje (17), vrednost promenljive uvek biti jednaka 0 ili 1.

Napomena 2: Analogno prikazanom opštem matematičkom modelu pokrivanja skupa, promenljiva y_j se može izostaviti iz formulacije. U tom slučaju se ograničenje (18) izostavlja, a ograničenje (17) je oblika:

$$\sum_{i \in S: j \in S_i} z_i \geq 1, \; j = 1, \ldots, m \tag{19}$$

Opisani model se može ilustrovati na primeru stabla neispravnosti datom na slici 4.1.



Slika 4.1: Stablo neispravnosti – primer 2

SN sa slike 4.1. se sastoji iz osam primarnih događaja i sedam minipreseka: x_8,x_5x_7,x_6x_7,$x_3x_4x_5$, $x_1x_2x_7$, $x_3x_4x_6$ i $x_1x_2x_3x_4$.

Optimalno rešenje formulisanog modela je dobijeno pomoću GLPK softverskog paketa [42] i dato u tabeli 4.1. Promenljive koje su zadebljane: x_4, x_7 i x_8 imaju vrednost 1 i predstavljaju primarne događaje kojima se eliminišu svi minipreseci.

Tabela 4.1 Rešenje formulisanog matematičkog modela MM1 za SN sa slike 4.1

	Minipreseci
1	$\boldsymbol{x_8}$
2	$x_5\boldsymbol{x_7}$
3	$x_6\boldsymbol{x_7}$
4	$x_3\boldsymbol{x_4}x_5$
5	$x_1x_2\boldsymbol{x_7}$
6	$x_3\boldsymbol{x_4}x_6$
7	$x_1x_2x_3\boldsymbol{x_4}$

Napomena: Optimalno rešenje je višestruko. Pored rešenja prikazanog u tabeli 4.1, svi minimalni preseci se eliminišu i onemogućavanjem događaja x_3, x_7 i x_8.

Za stablo neispravnosti sa slike 4.1 je izvršeno rangiranje primarnih događaja pomoću tri tradicionalne mere značajnosti: Birnbaumove, Fasl-Veseli i mere najvećeg uticaja. Pod pretpostavkom da je verovatnoća primarnih događaja istog reda veličine, na osnovu svih navedenih mera značajnosti dobijeno je isto rangiranje primarnih događaja: x_8, x_7, x_5, x_6, x_3, x_4, x_1 i x_2. Međutim, onemogućavanje prvorangiranog događaja x_8 eliminiše samo jedan minimalni presek (x_8); onemogućavanje dva prvorangirana događaja x_8 i x_7 eliminišu četiri minimalna preseka (x_8, x_5x_7, x_6x_7 i $x_1x_2x_7$), i tako dalje. Da bi se eliminisali svi minimalni preseci, pet prvorangiranih primarnih događaja treba da bude onemogućeno (x_8, x_7, x_5, x_6 i x_3), što je za dva događaja više od rešenja dobijenog optimizacijom.Ovakav ishod je posledica činjenice da tradicionalne mere značajnosti ne uzimaju u dovoljnoj meri međuzavisnost primarnih događaja.

4.2. **Problem određivanja k događaja kojima se eliminiše maksimalan broj minipreseka kao problem maksimalnog pokrivanja skupa – MM2**

Problem pokrivanja skupa se u literaturi može pronaći u različitim varijacijama i proširenjima u odnosu na osnovni problem formulisan u prethodnom poglavlju. Tri najčešće varijacije su: problem maksimalnog pokrivanja skupa (*Maximum coverage*), problem težinskog maksimalnog pokrivanja skupa (*Weighted maximum coverage*) i problem budžetskog pokrivanja skupa (*Budgeted maximum coverage problem*). Sve tri varijacije osnovnog problema su takođe NP-teški problemi [2] [32].

Za razliku od izvornog problema pokrivanja skupa, u kojem je za date skupove $U = \{1,2,3,4,5\}$ i $S = \{S_1, \dots, S_n\}$ potrebno pronaći najmanji podskup od S koji pokriva U, kod problema maksimalnog pokrivanja dat je još jedan parametar, ceo broj k, takav da je $k \leq m$. Cilj je izabrati k podskupova iz skupa S, tako da unija izabranih podskupova maksimalno moguće pokrije univerzum U [93].

Problem maksimalnog pokrivanja skupa se matematički formuliše kao:

$$\max \sum_{j=1}^{m} y_j \tag{20}$$

p.o.

$$\sum_{i \in S} x_i = k \tag{21}$$

$$\sum_{i \in S: j \in S_i} x_i \geq y_j, \quad j = 1, \dots, m \tag{22}$$

$$y_j \in \{0,1\}, \; j = 1, \dots, m$$

$$x_i \in \{0,1\}, \; i \in S$$

Funkcija cilja, koju je potrebno maksimizirati, predstavlja broj pokrivenih elemenata univerzuma. Prvim ograničenjem se postiže da se pokrivanje vrši sa k izabranih podskupova iz *S*. Drugim ograničenjem obezbeđuje se da, ukoliko je neki podskup S_i u omotaču *C* ($x_i = 1$), svi njegovi elementi budu pokriveni ($y_i = 1$).

Napomena: Uslov celobrojnosti promenljive y_i se, zbog maksimizacije funkcije cilja i ograničenja (22), može relaksirati ograničenjem:

$$0 \leq y_j \leq 1,\ j = 1, \ldots, m$$

U nastavku će se ovaj uslov uvek koristiti u relaksiranom obliku.

Problem određivanja *k* događaja čijim izdvajanjem se elimiše maksimalan broj minipreseka se može svesti na problem maksimalnog pokrivanja skupa (*maximum coverage*), i odgovarajući matematički model se može formulisati na sledeći način:

<u>MM2</u>

$$\max f_2 = \sum_{j=1}^{m} y_j \tag{23}$$

p.o.

$$\sum_{i:j \in S_i} z_i \geq y_j,\ j = 1, \ldots, m$$

$$\sum_{i \in S} z_i = k \tag{24}$$

$$z_i \in \{0,1\},\ \ i \in S$$

$$0 \leq y_j \leq 1,\ \ j = 1, ..., m$$

Ovaj model je sličan prethodnom modelu iz poglavlja 4.1. Razliku čini samo drugo ograničenje (24) kojim se obezbeđuje da ukupan broj primarnih događaja koji se izdvajaju, tj. za koje je $z_i = 1$, jednak *k*. Kada su vrednosti svih promenljivih z_i jednake jedinici, vrednost funkcije f_2 predstavlja ukupan broj minipreseka, odnosno *m*.

Na primeru stabla neispravnosti predstavljenom na slici 4.1., rešenje navedenog problema za zadato $k = 2$ dato je u tabeli 4.2. Iz tabele se može videti da promenljive x_4 i x_7 imaju vrednost 1 i da su obezbeđivanjem neodigravanja događaja 4 i 7 eliminisani svi minipreseci osim prvog. Optimalna vrednost funkcije cilja je 6.

Tabela 4.2 Rešenje formulisanog matematičkog modela MM2 za SN sa slike 4.1

	Minipreseci
1	x_8
2	$x_5\boldsymbol{x_7}$
3	$x_6\boldsymbol{x_7}$
4	$x_3\boldsymbol{x_4}x_5$
5	$x_1x_2\boldsymbol{x_7}$
6	$x_3\boldsymbol{x_4}x_6$
7	$x_1x_2x_3\boldsymbol{x_4}$

Tradicionalnim merama značajnosti (Birnbaum, Fasl-Veseli i mera najvećeg uticaja) se, kao što je pomenuto u prethodnom poglavlju, onemogućavanjem dva prvorangirana događaja x_8 i x_7 eliminišu četiri minimalna preseka (x_8, x_5x_7, x_6x_7 i $x_1x_2x_7$).

4.3. **Problem određivanja *k* događaja kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci kao problem težinskog maksimalnog pokrivanja skupa – MM3**

Problem težinskog maksimalnog pokrivanja skupa (*Weighted maximum coverage*) predstavlja proširenje problema maksimalnog pokrivanja skupa. Problem maksimalnog pokrivanja skupa se proširuje uvođenjem težinskih koeficijenata za svaki od elemenata univerzuma U. Cilj je odrediti pokrivač C tako da ukupna težina pokrivenih elemenata bude maksimalna [32].

Problem težinskog maksimalnog pokrivanja skupa se u literaturi može pronaći još i pod nazivom maksimalno-*k*-pokrivanje (*Maximum-k-coverage*) [46], sa primenom na grafovima [6], lokacijskim problemima [89], problemima pokrivanja bežičnim senzorima [1] i bazama podataka [38]. Ovaj problem se matematički formuliše kao:

$$\max \sum_{j=1}^{m} w_j y_j \tag{25}$$

p.o.

$$\sum_{i \in S} x_i = k \tag{26}$$

$$\sum_{i \in S: j \in S_i} x_i \geq y_j, \quad j = 1, \ldots, m \tag{27}$$

$$0 \leq y_j \leq 1, \quad j = 1, \ldots, m$$

$$x_i \in \{0,1\}, \quad i \in S$$

gde w_j označava težine elemenata j, $j = 1, \ldots, m$.

Iz ove formulacije se može zaključiti da problem maksimalnog pokrivanja skupa predstavlja specijalan slučaj problema težinskog maksimalnog pokrivanja skupa kada su sve težine w_j jednake 1.

Problem određivanja k događaja kojima se elimišu najverovatniji minipreseci moguće je svesti na problem težinskog maksimalnog pokrivanja skupa (*weighted maximum coverage*). Težine će, kao i u poglavlju 3.3. predstavljati red veličine verovatnoće minipreseka. Odgovarajući matematički model ima sledeći oblik:

MM3

$$\max\ f_3 = \sum_{j=1}^{m} w_j y_j \tag{28}$$

p.o.

$$\sum_{i \in S:\, j \in S_i} z_i \geq y_j,\ j = 1, \ldots, m$$

$$\sum_{i \in S} z_i = k$$

$$z_i \in \{0,1\},\ i \in S$$

$$0 \leq y_j \leq 1,\ \ j = 1, \ldots, m$$

Kada se model primeni na primeru stabla neospravnosti sa slike 4.1, za zadato $k = 2$ i ako se pretpostavi da je red verovatnoće primarnih događaja 0,01, dobija se rešenje u kojem funkcija cilja ima vrednost f_3=0.010201. Iz tabele 4.3 se može videti da su onemogućavanjem primarnih događaja x_7 i x_8 eliminisana 4 minipreseka: x_8, x_5x_7, x_6x_7, $x_1x_2x_7$.

Tabela 4.3. Rešenje formulisanog matematičkog modela MM3 za SN sa slike 4.1

	Minipreseci
1	$\boldsymbol{x_8}$
2	$x_5\boldsymbol{x_7}$
3	$x_6\boldsymbol{x_7}$
4	$x_3x_4x_5$
5	$x_1x_2\boldsymbol{x_7}$
6	$x_3x_4x_6$
7	$x_1x_2x_3x_4$

U ovom slučaju je dobijeno isto rešenje kao primenom tradicionalnih mera značajnosti.

4.4. Problem raspodele resursa na događaje kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci kao problem budžetskog pokrivanja skupa - MM4

U verziji problema pokrivanja skupa koja se naziva budžetskim pokrivanjem skupa, a u literaturi se može naći pod nazivom *Budgeted maximum coverage problem* [54] ali i kao *Maximum coverage with knapsack constraints* [32], pored postojanja težina dodeljenih svakom elementu univerzuma U postoje i troškovi c_i dodeljeni svakom od podskupova skupa S. Raspoloživi budžet B predstavlja ograničavajući parametar za izbor podskupova skupa S kojim će se pokriti elementi univerzuma U.

Problem budžetskog pokrivanja skupa, koji se uspešno primenjuje na grafovima [20] [101], lokacijskim problemima [89] i monitoringu mreža zdravstvenih usluga [26], matematički se formuliše slično kao i problem težinskog maksimalnog pokrivanja:

$$\max \sum_{j=1}^{m} w_j y_j \tag{29}$$

p.o.

$$\sum_{i \in S} c_i x_i \le B \tag{30}$$

$$\sum_{i: j \in S_i} x_i \ge y_j, \quad j = 1, \ldots, m \tag{31}$$

$$0 \le y_j \le 1, \quad j = 1, \ldots, m$$

$$x_i \in \{0,1\}, \quad i \in S$$

Ovaj model se razlikuje od matematičkog modela iz prethodnog poglavlja u tome što se umesto ograničenja koje se odnosi na broj izabranih podskupova (parametar k) uvodi ograničenje koje se odnosi na ukupni raspoloživi budžet koji se ne sme premašiti (parametar B).

Problem raspodele resursa na događaje kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci moguće je svesti na problem budžetskog pokrivanja skupa. Kao u poglavlju 3.4. na raspolaganju je određeni budžet V i poznati su b_i troškovi obezbeđivanja neodigravanja primarnih događaja. Odgovarajući matematički model ima sledeći oblik [80]:

MM4

$$\max f_4 = \sum_{j=1}^{m} w_j y_j \tag{32}$$

p.o.

$$\sum_{i \in S:\, j \in S_i} z_i \geq y_j,\; j = 1, \ldots, m$$

$$\sum_{i \in S} b_i z_i \leq B \tag{33}$$

$$z_i \in \{0,1\},\; i \in S$$

$$0 \leq y_j \leq 1,\;\; j = 1, \ldots, m$$

Za praktičnu ilustraciju predstavljenog modela, umesto primera SN sa slike 4.1 u ovom slučaju je pogodnije SN ranije dato na slici 2.1. Za ovo SN već je rečeno da su minipreseci: x_1x_4, $x_1x_5x_6$, $x_2x_3x_4$ i $x_2x_3x_5x_6$.

Neka se raspolaže ograničenim budžetom, npr. B=15 n.j. i neka su cene primarnih događaja: b_1=5, b_2=6, b_3=7, b_4=8 i b_5=7. Uz pretpostavku da je verovatnoća primarnih događaja jednaka 0,01, primenom postavljenog matematičkog modela dobija se rešenje prikazano u tabeli 4.4.

Tabela 4.4 Rešenje formulisanog matematičkog modela za SN sa slike 2.1

	Minipreseci
1	$\mathbf{x_1}x_4$
2	$\mathbf{x_1}x_5x_6$
3	$\mathbf{x_2}x_3x_4$
4	$\mathbf{x_2}x_3x_5x_6$

Na osnovu optimalnog rešenja, izdvajanjem događaja x_1 i x_2 eliminišu se svi minimalni preseci uz potrošenih 11 n.j. od raspoloživog budžeta i postiže se poboljšanje raspoloživosti od 100%. Ovo povećanje je dobijeno poređenjem početne pouzdanosti sistema sa pouzdanošću sistema u kome su izdvojeni primarni događaji onemogućeni.

Primenom troškovnih CBCI i CEIM mera značajnosti opisanih u poglavljima 2.4.3 I 2.4.4, dobija se rangiranje primarnih događaja prikazano u tabeli 4.5.

Tabela 4.5 Rangiranje primarnih događaja na osnovu CBCI i CEIM mera značajnosti za SN sa slike 2.1

rang	Rang po CBCI	CBCI vrednost	Rang po CEIM	CEIM vrednost
1.	x_1	40.58	x_4	0.19
2.	x_4	64.94	x_1	0.12
3.	x_6	175.93	x_3	0.02
4.	x_2	175.93	x_5	0.02
5.	x_3	205.28	x_2	0.01
6.	x_5	205.28	x_6	0.01

S obzirom na raspoloživi budžet, na osnovu obe troškovne mere značajnosti se kao najkritičniji događaji izdvajaju x_1 i x_4. Njihov ukupan trošak je 13 n.j., a povećanje pouzdanosti sistema koje se postiže njihovim onemogućavanjem iznosi 99.17%.

5. EKSPERIMENTI NAD PREDLOŽENIM MODELIMA I POREĐENJE SA KLASIČNIM MERAMA ZNAČAJNOSTI

U ovom poglavlju su prikazani rezultati eksperimenata izvršenih nad grupom test primera, u cilju ilustracije predloženog pristupa opisanog u prethodnom poglavlju. Svaki od opisanih optimizacionih problema je najpre rešen egzaktno pomoću *GLPK* solvera, potom su za iste primere dobijeni rezultati izračunavanjem tradicionalnih mera značajnosti, programski implementiranih u jeziku C [90], i na kraju je izvršeno upoređivanje dobijenih rezultata.

5.1. **Opis eksperimenata**

Test primeri koji se koriste kao ulazi za eksperimente su tzv. uzorna stabla neispravnosti (*benchmark fault trees*) preuzeta iz [87] [23]. Osnovne karakteristike uzornih SN date su u tabeli 5.1. Detaljan opis strukture korišćenih SN je dat u Prilogu.

Kolona E predstavlja ukupan broj događaja u uzornom stablu neispravnosti (primarnih i posrednih), dok kolona BE predstavlja broj različitih primarnih događaja. Sva stabla sadrže višestruke primarne događaje, te je prema tome ukupan broj primarnih događaja u stablu daleko veći od vrednosti koje su date u tabeli. Kolona MCS sadrži broj minipreseka. U koloni R je prikazan raspon ranga minipreseka tj. minimalan i maksimalan broj primarnih događaja u minipresecima odgovarajućeg stabla.

Tabela 5.1 Uzorna stabla neispravnosti

No	BFT	E	BE	MCS	R
1	chineese	61	25	392	2-6
2	isp9606	130	89	1776	1-5
3	baobab2	72	32	4805	2-6
4	das9208	248	103	8060	2-6
5	isp9605	72	32	5630	3-7
6	das9201	204	122	14217	2-7
7	baobab1	144	61	46188	2-11
8	edf9205	307	165	21308	1-8
9	jbd9601	847	532	14007	1-7
10	isp9603	186	91	3434	2-8
11	baobab3	187	80	24386	2-11
12	das9202	85	49	27778	1-11
13	ftr10	246	152	305	1-3

U poglavljima 5.1. – 5.4 su formulisani matematički modeli MM1 - MM4 koje je za ulaze date u tabeli 5.1. moguće rešiti egzaktno pomoću GLPK solvera [42]. Kao izlaz se dobijaju događaji čijim se izdvajanjem može dalje izračunati koliko je minipreseka eliminisano, tj. dobijaju se događaji čijim predupređivanjem od otkaza se može izračunati za koliko je povećana pouzdanost posmatranog sistema. To je određeno tako što je za svaku pojedinačnu vrednost *k* dodeljena verovatnoća otkaza jednaka nuli događajima koje treba onemogućiti. Zatim je izračunata nova pouzdanost sistema kao i odgovarajući procenat poboljšanja pouzdanosti (redovi u tabelama 5.3.1, 5.3.2 i tabelama 5.4.1-5.4.4 označeni sa *EXC*).

Tradicionalnim pristupima opisanim u poglavlju 2.4. kao rezultat se dobija rangiranje svih događaja (komponenata), tako da je nakon toga moguće izračunati pouzdanosti sistema i ustanoviti poboljšanja ostvarena izdvajanjem svake naredne rangirane komponente.

Za iste date vrednosti *k*, procenti poboljšanja su dobijeni na sledeći način:

korak 1: Za svaki primarni događaj izračunata je vrednost izabrane mere značajnosti. Zatim je izvršeno rangiranje primarnih događaja na osnovu dobijenih vrednosti mera značajnosti.

korak 2: Za svaku pojedinačnu vrednost *k*, prvorangiranom *k* broju događaja dodeljena je verovatnoća otkaza jednaka nuli, i za svaki od slučajeva je ponovo izračunata ukupna pouzdanost sistema.

korak 3: Na osnovu rezultata dobijenih u koraku 2, izračunati su procenti poboljšanja pouzdanosti sistema (redovi BB, RAW, RRW, FV i FT u tabelama 5.3.1, 5.3.2 i tabelama 5.4.1-5.4.4).

Na kraju, dve grupe rezultata dobijene opisanim metodama je moguće međusobno uporediti i zaključiti koji pristup daje bolje rezultate sa aspekta povećanja pouzdanosti sistema.

5.2. Numerički rezultati eksperimenata nad modelom MM1

Rešavanjem matematičkog modela MM1 datog u poglavlju 4.1 za ulaze navedene u tabeli 5.1. kao izlaz se dobija minimalni broj događaja čijim se izdvajanjem eliminišu svi minipreseci. Ovi događaji predstavljaju otkaze kritičnih komponenata sistema. Predupređenjem otkaza ovih komponenata se ostvaruje poptuna pouzdanost posmatranog sistema.

Rangiranja događaja (komponenata) i procenti poboljšanja pouzdanosti do kojih se došlo tradicionalnim merama značajnosti obavljeno je primenom koraka 1-3 iz prethodnog poglavlja. Poređenje rezultata modela MM1 i tradicionalnih mera značajnosti u rešavanju problema određivanja minimalnog broja događaja (komponenata) čijim se izdavanjem eliminišu svi minipreseci (ostvaruje potpuna pouzdanost sistema) dati su u tabelama 5.2 i 5.3.

Tabela 5.2 Poređenje tačnog rešenja i rešenja dobijenog tradicionalnim merama značajnosti, s obziorom na broj izdvojenih primarnih događaja

BFT	MM1	tradicionalne mere značajnosti					
		broj pokrivenih minipreseka			rešenje [BE]		
		BB	FV	FT	BB	FV	FT
chineese	5	156	156	156	10	10	7; 172
isp9606	34	1053	1053	1357	73	73	51; 1596
baobab2	14	4503	4503	-	26	26	6; 3162
das9208	17	2583	2583	2733	25	25	31
isp9605	8	4760	4760	4760	19	19	9; 4808
das9201	9	12241	12241	2225	77	77	50; 13950
baobab1	11	26047	26047	-	39	39	2; 2156
edf9205	40	20667	20667	20298	41	41	70; 21293
jbd9601	268	12398	12398	13204	522	522	348; 13302
isp9603	17	2807	2807	-	52	52	13; 2708
baobab3	17	15280	15280	-	59	59	14; 10215
das9202	8	10306	10306	-	22	22	2; 337
ftr10	79	268	268	243	146	146	88; 243

Tabela 5.2 daje uporedni pregled optimalnih rešenja modela MM1 (broja izdvojenih događaja) i rešenja dobijenih izračunavanjem tri klasične mere značajnosti (Birnbaumove mere, mere Fasl-Veseli i mere najvećeg uticaja).

Kolona MM1 pokazuje koloki je minimalni broj događaja čijim izdvajanjem se eliminišu svi minipreseci na osnovu optimalnog rešenja modela MM1. U drugom delu tabele (prve tri kolone označene početnim slovima engleskih naziva mera značajnosti) pokazano je koliki broj pokrivenih (eliminisanih) minipreseka bi se postigao ako bi se iz rangiranja dobijenih tradicionalnim merama značajnosti (primenom Koraka 1) izdvojilo onoliko prvorangiranih događaja koliko je dobijeno optimizacijom modela MM1 (prikazano u koloni MM1). Poređenjem rezultata u tom delu tabele sa ukupnim brojevima minipreseka u tabeli 5.1., može se primetiti da ni za jedno stablo neispravnosti nije postignuta eliminacija svih minipreseka.

Ako bi se, na primer, posmatralo stablo pod nazivom „das9208” koje ukupno sadrži 8060 minipreseka, optimalno rešenje modela MM1 dato u tabeli 5.2. pokazuje da se eliminacija svih 8060 minipreseka, a samim tim i ostvarenje potpune pouzdanosti sistema, može postići izdvajanjem 17 događaja. Kada se izdvoji 17 prvorangiranih događaja dobijenih primenom Birnbaumove mere značajnosti i mere značajnosti Fasl-Veseli eliminiše se 2583 minipresek. Eliminisanjem 17 prvorangiranih događaja dobijenih merom najvećeg uticaja eliminiše se 2733 minipreseka.

Treći deo tabele 5.2. (kolone sa nazivom „rešenje [BE]“) pokazuje koliko prvorangiranih primarnih događaja dobijenih odgovarajućim merama značajnosti mora biti izdvojeno kako bi se eliminisali svi minipreseci. Na primeru stabla pod nazivom „das9208”, pokazuje da se potpuna pouzdanost i eliminacija svih minipreseka može ostvariti izdvajanjem 25 prvorangiranih događaja dobijenih Birnbaumovom merom značajnosti i merom značajnosti Fasl-Veseli i izdvajanjem 31 prvorangiranog događaja dobijenog merom najvećeg uticaja.

Primenom mere najvećeg uticaja, s obzirom na način na koji se izračunava, nije bilo moguće dostići potpuno pokrivanje ni za jedan od razmatranih ulaza, osim za stablo nespravnosti „das9208”. Sva nepotpuna pokrivanja sadržana u poslednjoj koloni tabele sastoje se od dve vrednosti – ukupnog broja događaja rangiranih pomoću mere najvećeg uticaja i od broja minipreseka koji se mogu eliminisati njihovim izdvajanjem. U slučajevima kada ukupan broj događaja rangiranih pomoću mere najvećeg uticaja ne dostiže broj događaja izdvojenih na osnovu optimalnog rešenja modela MM1, u prvom delu tabele 5.2 se na mestima nedostajućih vrednosti nalazi crta.

Tabela 5.2.1 daje pregled procenata ostvarenih poboljšanja pouzdanosti sistema koje se može postići klasičnim merama značajnosti nakon što se od otkaza predupredi onoliko prvorangiranih komponenata koliko se dobija na osnovu optimalnog rešenja modela MM1. Ove vrednosti su dobijene primenom Koraka 2 i 3. Procenat poboljšanja prikazan u tabeli pokazuje koliko je procentualno manja verovatnoća otkaza sistema u odnosu na početnu verovatnoću otkaza sistema, pre nego što su predupređeni otkazi izdvojenih komponenata. Procenat poboljšanja u slučaju optimalnog rešenja je uvek 100%.

Tabela 5.2.1 Poboljšanja pouzdanosti

BFT	MM1	poboljšanje za tačno rešenje [%]		
		BB	FV	FT
chineese	5	99.9889	99.9889	99.9889
isp9606	34	97.8134	97.8134	28.4736
baobab2	14	98.0917	98.0917	-
das9208	17	87.3420	87.3420	87.0093
isp9605	8	99.2716	99.2716	99.2716
das9201	9	98.7759	98.7759	55.2074
baobab1	11	99.9996	99.9996	-
edf9205	40	99.4487	99.4487	41.9597
jbd9601	268	96.4911	96.4911	25.6613
isp9603	17	98.8825	98.8825	-
baobab3	17	99.9132	99.9132	-
das9202	8	99.9999	99.9999	-
ftr10	79	99.4607	99.4607	4.0888

Kao i u prethodnoj tabeli, i ovde je u koloni sa vrednostima dobijenim za meru najvećeg uticaja stavljena crta u slučajevima kada nije bilo moguće izvršiti upoređivanje jer ova mera nije rangirala dovoljan broj događaja.

Iz tabele 5.2.1 se uočava da su tradicionalne mere značajnosti ostvarile izuzetno visok procenat poboljšanja pouzdanosti, ali koji je ipak u svim slučajevima lošiji od poboljšanja ostvarenog predloženim pristupom. Posmatrajući konkretan primer stabla „das9208”, vidi se da je i pored eliminacije tek oko trećine ukupnog broja minipreseka (2583 minipreseka za Birnbaumovu meru i 2733 minipreseka za meru Fasl-Veseli, od ukupno 8060 minipreseka) procenat poboljšanja znatno bolji od očekivanog. U slučaju stabla „chineese” je valjanost tradicionalnih mera još izraženija, jer se ostvaruje 99.9889% poboljšanja pouzdanosti pri eliminaciji samo 156 minipreseka od ukupno 390 minipreseka u stablu neispravnosti. Iako su tradicionalne mere značajnosti lošije od predloženog novog pristupa i evidentno pokrivaju (eliminišu) manji broj minipreseka, one ipak izdvajaju događaje koji su bitni tako da kvalitetom, tj. ostvarenim procentima poboljšanja pouzdanosti ne zaostaju u velikoj meri za predloženim pristupom.

Na osnovu dobijenih rezultata, može se zaključiti da je potvrđen prvi deo posebne hipoteze H3, kojim se pretpostavlja da rešenja problema određivanja minimalnog broja primarnih događaja kojima se eliminišu svi minimalni preseci predstavlja strukturnu meru značajnosti čija primena obezbeđuje veću pouzdanost sistema od postojećih mera značajnosti.

5.3. Numerički rezultati eksperimenata nad modelom MM2

U eksperimentima nad matematičkim modelom MM2, koji se odnosi na problem određivanja zadatog broja (*k*) događaja čijim se izdvajanjem eliminiše maksimalan broj minipreseka, rezultati optimizacije su poređeni sa rezultatima dobijenim pomoću Birnbaumove mere značajnosti i mere Fasl-Veseli. Zadati broj najkritičnijih komponenata je variran u intevalu od 2 do 5, a grupa test primera koji su rešavani se sastoji od osam uzornih stabala neispravnosti od ukupno trinaest navedenih u tabeli 5.1.

Matematičkim modelom predstavljenim u poglavlju 4.2 se za zadati broj događaja / komponenata maksimizira broj eliminisanih minipreseka ne uzimajući u obzir verovatnoće posmatranih događaja. Pri tome se zanemaruje činjenica da u realnim sistemima verovatnoće realizacije događaja variraju, što uzrokuje i račličite verovatnoće realizacija minipreseka koji te događaje sadrže.

Nakon eksperimenata dobijeni su rezultati navedeni u tabeli 5.3.1. U vrstama označenim sa EXC je prikazan broj pokrivenmih minipreseka na osnovu optimalnog rešenja modela MM2 (vrednost funkcije cilja). U vrstama označenim sa MZ nalaze se rešenja dobijena na osnovu mera značajnosti primenom Koraka 1 i izdvajanjem zadatog broja (k) prvorangiranih događaja. Zatim je za izdvojene događaje određeno koliko minipreseka pokrivaju. Rezultati mera značajnosti su prikazani zajedno jer su dobijena ista rešenja za obe izabrane mere.

Tabela 5.3.1 Broj pokrivenih minipreseka

	BFT	chinese	isp9605	das9201	baobab2	baobab3	das9208	edfpa15r	isp9603
k=2	EXC	308	3675	3918	3099	15006	6323	23430	1082
	MZ	80	1501	3870	1802	3086	129	8533	24
k=3	EXC	380	5403	5853	4539	18439	7085	24528	1338
	MZ	120	2629	5805	2702	5913	284	8883	268
k=4	EXC	384	5548	7788	4672	20373	7787	25031	1582
	MZ	138	3530	7740	2856	6262	439	9232	512
k=5	EXC	392	5620	9723	4700	22323	7914	25486	1818
	MZ	156	4205	9675	3009	6609	647	9580	756

Kao što je i očekivano, dobijeni rezultati prikazani u tabeli 5.3.1 pokazuju da se primenom mera značajnosti pokriva (eliminiše) daleko manji broj minipreseka od broja minipreseka koji se eliminišu na osnovu optimalnog rešenja modela MM2. Za unapred zadati broj događaja predloženi model je izdvojio upravo one koji se pojavljuju u najvećem broju minipreseka, tako da je po tom kriterijumu najčešće višestruko bolji od tradicionalnih mera značajnosti [78].

Međutim, sa aspekta suštinske svrhe, tj. poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema, posmatrani model ne može da ostvari željeni doprinos. Rezultati ostvarenih procenata poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema nakon izdvajanja zadatog broja događaja, prikazani u tabeli 5.3.2, pokazuju da su tradicionalne mere značajnosti ostvarile daleko bolje rezultate od predloženog modela. Vrednosti u tabeli predstavljaju procenat poboljšanja pouzdanosti sistema koji ukoliko se dodeli vrednost verovatnoće otkaza 0 za k komponenti koje su izdvojene kao kritične na osnovu optimalnog rešenja modela MM2 (vrste EXC u tabeli), odnosno za k prvorangiranih komponenti na osnovu mera značajnosti (vrste MZ).

Tabela 5.3.2 Procenti poboljšanja za eksperimente sa *k* zadatih događaja

	BFT	chinese	isp9605	das9201	baobab2	baobab3	das9208	edfpa15r	isp9603
k=2	EXC	0.001	0.866	10.776	1.359	0.518	8.122	12.681	0.053
	MZ	66.653	67.067	41.630	48.183	34.515	22.462	22.136	62.365
k=3	EXC	0.022	0.901	20.295	1.963	4.794	8.173	13.563	0.739
	MZ	99.979	75.135	51.149	51.549	46.973	30.383	31.547	65.673
k=4	EXC	33.348	27.521	29.814	3.376	4.887	8.221	17.940	5.237
	MZ	99.984	75.801	60.668	80.843	56.873	38.305	40.400	68.982
k=5	EXC	100.000	28.193	39.333	5.600	7.342	9.081	23.986	8.266
	MZ	99.989	76.245	70.186	96.320	64.243	44.162	48.694	72.290

Upoređivanjem rezultata u tabelama 5.3.1 i 5.3.2 uočava se veliko razmimoilaženje između ukupnog broja eliminisanih minipreseka i procenata poboljšanja pouzdanosti sistema.

Iako je u svim eksperimentima broj eliminisanih minipreseka na osnovu optimalnog rešenja modela MM2 daleko veći od broja minipreseka eliminisanih na osnovu tradicionalnih mera značajnosti, ukupni procenat poboljšanja pouzdanosti je za neke vrednosti *k* neuporedivo lošiji. Ako posmatramo, na primer, BFT pod nazivom „chineese”, za *k*=5 predloženi model eliminiše svih 392 minipreseka i dostiže potunih 100% poboljšanja pouzdanosti dok su tradicionalne mere sa samo 156 eliminisanih minipreseka, što je manje od polovine ukupnog broja, dostigle solidnih na 99.989%. Međutim, za isti test primer u slučaju *k*=2 posmatrani model je sa čak 308 eliminisanih minipreseka (78.6% ukupnog broja) ostvario beznačajno poboljšanje pouzdanosti od samo 0.001%. Tradicionalne mere su 66.653% poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema dostigle eliminšući 80 minipreseka, dakle oko jedne petine ukupnog broja. Ako se pogleda neki drugi primer, recimo eksperimenti nad BFT pod nazivom „das9208” u slučaju *k*=2, može se takođe videti da čak oko 50 puta veći broj eliminisanih minipreseka (6323 minipreseka eliminisana posmatranim modelom naspram 129 minipreseka eliminisana tradicionalnim merama značajnosti) nisu garancija ostvarivanja čak ni približno dobrog poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema – tradicionalne mere značajnosti daju oko 3 puta bolji rezultat (model ostvaruje 8.122%, tradicionalne mere značajnosti 22.462% poboljšanja pouzdanosti).

Iz svega iznetog je očigledno da matematički model MM2, iako dolazi do boljeg rešenja od mera značajnosti u eliminaciji što većeg broja minipreseka, nije praktično upotrebljiv sa aspekta osnovne svrhe – poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema. Model bi bio koristan u teorijskom slučaju kada bi svi minipreseci bili podjednako verovatni, međutim pod pretpostavkom jednake verovatnoće otkaza svake od komponenata sistema izgledniji za realizaciju su kraći minipreseci, tj. oni koji su sastavljeni od manjeg broja primarnih događaja. Stoga je logično da u slučaju kada je verovatnoća realizacije jednog od primarnih događaja npr. 10^{-1} i kada je minipresek sastavljen od dva takva događaja pet puta verovatniji od minipreseka sastavljenog od 10 takvih događaja, ukupan broj eliminisanih minipreseka može drastično da zaostaje za ostvarenim procentima ukupnog poboljšanja pouzdanosti sistema. Prema tome, u sistemu za koji bi rešenje matematičkom modela MM2 bilo bolje od mera značajnosti bi trebalo da sve komponente imaju istu verovatnoću otkaza I das vi minipreseci budu iste dužine. Zaključak je da se u slučaju kada se bira ograničen broj komponenata (za razliku od od modela opisanog u poglavlju 4.1, nad kojim se prethodno eksperimentisalo) moraju uzeti u obzir verovatnoće minimalnih preseka.

Na osnovu dobijenih rezultata, može se zaključiti da je opovrgnut drugi deo posebne hipoteze H3, kojim se pretpostavlja da rešenja problema određivanja *k* primarnih događaja kojima se eliminiše maksimalan broj minimalnih preseka predstavlja strukturnu meru značajnosti čija primena obezbeđuje veću pouzdanost sistema od postojećih mera značajnosti.

5.4. **Numerički rezultati eksperimenata nad modelom MM3**

U eksperimentima nad matematičkim modelom MM3, koji se odnosi na problem određivanja zadatog broja (*k*) digađaja čijim izdvajanjem se eliminišu najverovatniji minipreseci, rezultati optimizacije su poređeni sa rezultatima dobijenim pomoću sledećih pet mera značajnosti: Fasl-Veseli, Birnbaum, VOR, VRR, Vasl-Veseli i mera najvećeg uticaja. Grupa test primera koji su rešavani se sastoji od jedanaest BFT test primera od ukupno trinaest navedenih u tabeli 5.1.

Zbog različite strukture i složenosti pojedinačnih *Benchmark* stabla neispravnosti, pri izvođenju eksperimenata nije korišćena uvek ista vrednost zadatog broja događaja *k*. Ovakvo sprovođenje eksperimenata je izvršeno na osnovu analize rezultata modela MM3. Sva stabla neispravnosti osim stabala *isp9606* i *jbd9601* optimalna rešenja modela MM3 dostižu pri manjem broju izdvojenih događaja (vidljivo u tabeli 5.2), tako da se pri eksperimentima u kojima se *k* kreće od 2 do 5 mogu uočiti razlike u procentima poboljšanja ostvarenim predloženom metodom i tradicionalnim merama značajnosti. Za stablo *isp9606* optimalno rešenje modela MM3 se dostiže sa 34, a za stablo *jbd9601* čak sa 268 izdvojena primarna događaja, i u ta dva slučaja raspon vrednosti *k* od 2 do 5 je suviše mali i nedovoljan da bi se uočile ikakve razlike u procentima poboljšanja pouzdanosti (i predloženi model i tradicionalne mere značajnosti izdvajaju identičnih ili kvalitativno jednakih prvih 5 događaja). Zbog toga je za ova dva stabla neispravnosti raspon vrednosti *k* u eksperimentima povećan, i to tako da se za stablo *isp9606* vrednost *k* kreće od 16 do 20, a za stablo *jbd9601* od 160 do 200 izdvojenih primarnih događaja. Prilikom eksperimenata vrednost *k* je varirana u mnogo većem intervalu, ali su u tabelama 5.4.3 i 5.4.4, koje se odnose na navedena stabla neispravnosti, odabrani i prikazani intervali u kojima je razlika u ostvarenim procentima poboljšanja pouzdanosti između predložene metode i tradicionalnih mera značajnosti najizraženija.

Za stabla neispravnosti u kojima je *k* pri eksperimentima varirano u intervalu od 2 do 5, rezultati su, radi preglednosti, podeljeni u dve tabele. U tabeli 5.4.1 su prikazani rezultati kod kojih su, za sve vrednosti *k*, sve tradicionalne mere značajnosti ostvarile identične rezultate (procenti poboljšanja pouzdanosti dobijeni primenom Koraka 1-3), i ti rezultati su objedinjeni u jednu vrstu označenu sa *MZ*. Tabela 5.4.2 daje rezultate u kojima su za neke vrednosti *k* različitim tradicionalnim merama značajnosti ostvarena različita procentualna poboljšanja pouzdanosti sistema. Vrednosti u redovima označenim sa EXC predstavljaju procenat poboljšanja pouzdanosti na osnovu optimalnih rezultata matematičkog modela MM3.

Tabela 5.4.1 Uzorna stabla neispravnosti za koje rezultati eksperimenata nad modelom za izdvajanje najverovatnijih minipreseka pri pri *k*=2-5 tradicionalne MZ daju identične rezultate

	BFT	chinese	isp9605	das9208	isp9603
k=2	EXC	66.6525	69.7431	22.4615	62.3652
	MZ	66.6525	67.0669	22.4615	62.3652
k=3	EXC	99.9787	91.3175	30.3830	66.8634
	MZ	99.9787	75.1352	30.3830	65.6734
k=4	EXC	99.9991	98.5240	38.3045	70.6241
	MZ	99.9838	75.8009	38.3045	68.9816
k=5	EXC	100	99.0253	45.5487	74.3847
	MZ	99.9889	76.2447	44.1617	72.2897

Iz tabele 5.4.1 se može uočiti da za stabla *chinese*, *isp9605*, *das92018* i *isp9603*, pet testiranih tradicionalnih mera značajnosti (Birnbaum, VOR, VRR, Fasl-Veseli i mera najvećeg uticaja) daju često jednake, ali većinom veoma bliske vrednosti poboljšanja pouzdanosti poboljšanjima pouzdanosti dobijenim na osnovu optimalnog rešenja modela MM3. Tek u slučaju za *k*=5 niedna od MZ ne uspeva da dostigne optimalno rešenje, a najveći zaostatak za optimalnim rešenjem se ispoljava za stablo *isp9605*.

Tabela 5.4.2 Uzorna stabla neispravnosti za koje rezultati eksperimenata nad modelom za izdvajanje najverovatnijih minipreseka pri k=2-5 tradicionalne MZ daju međusobno različite rezultate

<table>
<tr><th></th><th>BFT</th><th>das9202</th><th>das9201</th><th>baobab2</th><th>baobab3</th><th>edfpa15r</th></tr>
<tr><td rowspan="6">k=2</td><td>EXC</td><td>88.429</td><td>41.630</td><td>61.399</td><td>34.514</td><td>22.136</td></tr>
<tr><td>BB</td><td rowspan="2">23.094</td><td rowspan="5">41.630</td><td rowspan="4">48.182</td><td rowspan="4">34.514</td><td rowspan="4">22.136</td></tr>
<tr><td>RAW</td></tr>
<tr><td>RRW</td><td rowspan="2">88.429</td></tr>
<tr><td>FV</td></tr>
<tr><td>FT</td><td>23.094</td><td>48.087</td><td>30.413</td><td>20.462</td></tr>
<tr><td rowspan="6">k=3</td><td>EXC</td><td>93.094</td><td>51.148</td><td>78.029</td><td>47.382</td><td>31.546</td></tr>
<tr><td>BB</td><td>92.710</td><td rowspan="4">51.148</td><td rowspan="4">51.548</td><td rowspan="4">46.973</td><td rowspan="4">31.546</td></tr>
<tr><td>RAW</td><td>25.698</td></tr>
<tr><td>RRW</td><td rowspan="2">92.710</td></tr>
<tr><td>FV</td></tr>
<tr><td>FT</td><td>-</td><td>45.002</td><td>77.981</td><td>42.223</td><td>29.705</td></tr>
<tr><td rowspan="6">k=4</td><td>EXC</td><td>97.760</td><td>60.667</td><td>94.059</td><td>59.178</td><td>40.399</td></tr>
<tr><td>BB</td><td>95.314</td><td rowspan="4">60.667</td><td rowspan="4">80.842</td><td rowspan="4">56.872</td><td rowspan="4">40.399</td></tr>
<tr><td>RAW</td><td>28.301</td></tr>
<tr><td>RRW</td><td rowspan="2">95.314</td></tr>
<tr><td>FV</td></tr>
<tr><td>FT</td><td>-</td><td>48.375</td><td>94.059</td><td>54.033</td><td>35.860</td></tr>
<tr><td rowspan="6">k=5</td><td>EXC</td><td>98.693</td><td>70.186</td><td>96.319</td><td>70.974</td><td>48.694</td></tr>
<tr><td>BB</td><td>97.917</td><td rowspan="4">70.186</td><td rowspan="5">96.319</td><td rowspan="4">64.243</td><td rowspan="4">48.694</td></tr>
<tr><td>RAW</td><td>29.141</td></tr>
<tr><td>RRW</td><td rowspan="2">97.917</td></tr>
<tr><td>FV</td></tr>
<tr><td>FT</td><td>-</td><td>49.741</td><td>55.976</td><td>43.987</td></tr>
</table>

Analizom rezultata iz tabele 5.4.2 se uočava da je mera najvećeg uticaja tradicionalna mera koja u najvećem broju eksperimenata nije uspela da ostvari poboljšanje pouzdanosti blisko poboljšanju pouzdanosti na osnovu optimalnog rešenja modela

MM3. Zbog načina na koji se izračunava, primenom ove mere za stablo *das9202* za tri posmatrana slučaja nije bilo moguće pronaći bilo kakvo rešenje. Takođe, u slučaju stabla *das9202* i VOR je mera kod koje je povećanje pouzdanosti najviše odstupalo od povećanja pouzdanosti dobijenog na osnovu optimalnog rešenja modela MM3. Ostale tradicionalne mere sa kojima se eksperimentisalo su ostvarile dobre rezultate, u velikom broju slučajeva potpuno dostižući poboljšanje pouzdanosti koje se dobija na osnovu optimalnog rešenja modela MM3. Najveći zaostatak za optimalnim rešenjem tradicionalne mere značajnosti su napravile u slučaju *k*=2 za stablo *baobab2* i u slučaju *k*=5 za stablo *baobab3*.

Tabela 5.4.3 Rezultati eksperimenata nad modelom za izdvajanje najverovatnijih minipreseka za uzorno stablo neispravnosti *isp9606* pri k=16-20

	BFT	isp9606
k=16	EXC	95.0405
	BB,RAW,RRW,FV	89.8036
	FT	24.8712
k=17	EXC	97.1361
	BB,RAW,RRW,FV	91.0264
	FT	26.0401
k=18	EXC	97.3667
	BB,RAW,RRW,FV	92.2493
	FT	27.2630
k=19	EXC	97.5972
	BB,RAW,RRW,FV	93.4722
	FT	27.2630
k=20	EXC	97.8278
	BB,RAW,RRW,FV	94.6951
	FT	27.2630

Tabela 5.4.4 Rezultati eksperimenata nad modelom za izdvajanje najverovatnijih minipreseka za uzorno stablo neispravnosti *jbd9601* pri k=160-200

	BFT	jbd9601
k=160	EXC	93.0711
	BB,RAW,RRW,FV	92.9083
	FT	22.8070
k=170	EXC	94.5536
	BB,RAW,RRW,FV	92.9113
	FT	23.4346
k=180	EXC	95.9579
	BB,RAW,RRW,FV	92.9114
	FT	24.1097
k=190	EXC	97.1261
	BB,RAW,RRW,FV	92.9115
	FT	24.7547
k=200	EXC	97.9375
	BB,RAW,RRW,FV	93.5787
	FT	25.0408

Iz tabela 5.4.3 i 5.4.4 se takođe može uočiti da mera najvećeg uticaja rezultatski najviše zaostaje za optimalnim rešenjem modela MM3, dok preostale tradicionalne mere ne pokazuju preveliki zaostatak i daju visok procenat poboljšanja pouzdanosti. U tabelama su dati rezultati eksperimenata na intervalima *k* na kojima postoje najveća odstupanja od egzaktnog rešenja predloženog modela, dok su za veliki broj različitih neprikazanih vrednosti *k* odstupanja veoma mala ili ih čak i nema.

Prilikom vršenja eksperimenata, primećena je osetljivost rezultatskih izlaza na red verovatnoće događaja. Pretpostavka svih eksperimenata čiji rezultati su prikazani u prethodnim tabelama, bila je da su verovatnoće svakog od događaja 10^{-2}, i predočeni rezultati su dobijeni za takvu početnu pretpostavku. U slučaju da je red verovatnoće svakog od događaja npr. 10^{-1} za neka uzorna stabla bi se dobili isti rezultati kao pri redu verovatnoće od 10^{-2}, dok bi za neka druga uzorna stabla izlazni rezultati eksperimenata bili znatno različiti.

Nakon konstatovanja da se primenom novog pristupa ostvaruju u najvećem broju slučajeva bolji, a u najlošijem slučaju jednaki rezultati poboljšanja pouzdanosti u odnosu na rezultate ostvarene tradicionalnim merama značajnosti, prednost pristupa predloženog u ovoj disertaciji se najbolje može razumeti upoređivanjem liste konkretnih događaja koji su izdvojeni pojedinačnim pristupima. Pošto su za složena stable liste događaja dugačke i često se razlikuju za svaku pojedinačnu tradicionalnu meru značajnosti, u narednoj tableli 5.4.5 se navode događaji koji se odnose na dva od četiri uzorna stabla neispravnosti čiji su procenti poboljšanja dati u tabeli 5.4.1. Tabela 5.4.5 daje spiskove događaja koji se za k=2-5 i za uzorna stabla *chinese* i *isp9605* izdvajaju tradicionalnim merama i događaja koji se dobijaju kao optimalna rešenja modela MM3. Ovaj izdvojeni segment, koji zbog malog broja događaja nije teško sagledati, sasvim je dovoljan primer za ilustraciju prednosti koje pruža novi predloženi pristup.

Međusobno jednake procente poboljšanja iz tabeli 5.4.1, tradicionalne mere značajnosti, u nekim slučajevima kada su rešenja višestruka, ostvaruju izdvajanjem različitih događaja. Zbog toga je u tabeli 5.4.5 polje MZ za stablo *isp9605* podeljeno tako da prikazuje dve liste događaja izdvojenih tradicionalnim merama značajnosti. Zbog lakšeg prikazivanja podataka, u tabeli nije precizirano koja konkretna tradicionalna mera daje koju od dve navedene kombinacije, a ta činjenica svakako nije od značaja za zaključak koji se nastoji ilustrovati tabelom.

Tabela 5.4.5 Liste izdvojenih događaja za uzorna stabla neispravnosti chinese i isp9605, pri vrednostima k=2-5

<table>
<tr><th></th><th>BFT</th><th>chinese</th><th>isp9605</th></tr>
<tr><td rowspan="3">k=2</td><td>EXC</td><td>1,19</td><td>6,28</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MZ</td><td rowspan="2">1,19</td><td>28,1</td></tr>
<tr><td>28,1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">k=3</td><td>EXC</td><td>1,19,20</td><td>28,1,13</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MZ</td><td rowspan="2">1,19,20</td><td>28,1,6</td></tr>
<tr><td>28,1,6</td></tr>
<tr><td rowspan="3">k=4</td><td>EXC</td><td>1,19,20,6</td><td>28,1,11,12</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MZ</td><td rowspan="2">1,19,20,12</td><td>28,1,6,11</td></tr>
<tr><td>28,1,6,5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">k=5</td><td>EXC</td><td>1,19,20,22,23</td><td>28,1,6,13,20</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MZ</td><td rowspan="2">1,19,20,12,13</td><td>28,1,6,11,12</td></tr>
<tr><td>28,1,6,5,19</td></tr>
</table>

Iz tabele se jasno vidi da je redosled događaja izdvojenih tradicionalnim merama uvek nepromenjen, i da je zbog rangiranja događaja npr. prvi izdvojeni događaj uvek isti u svakom od slučajeva različitih vrednosti *k*. Nasuprot tome, kod predloženog novog pristupa kompletan skup komponenata (događaja) se izdvaja istovremeno, tako da je kombinacija izdvojenih događaja često drugačija u svakom novom koraku, tj. za različite vrednosti *k* neki događaji se uključuju, a neki isključuju iz kombinacije izabranih događaja. Ova činjenica predstavlja jasan pokazatelj da se predloženim novim pristupom prilikom izdvajanja skupa najkritičnijih komponenata uzima u obzir međuzavisnosti komponenata.

Na osnovu dobijenih rezultata, može se zaključiti da je potvrđen prvi deo posebne hipoteze H4, kojim se pretpostavlja da rešenja problema određivanja *k* primarnih događaja kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci predstavlja pojednostavljenu meru značajnosti zasnovanu na pouzdanosti čija primena obezbeđuje veću pouzdanost sistema od postojećih mera značajnosti.

5.5. **Numerički rezultati eksperimenata nad modelom MM4**

U eksperimentima nad matematičkim modelom MM4, koji se odnosi na problem raspodele resursa na primarne događaje čijim izdvajanjem se eliminišu najverovatniji minipreseci, rezultati optimizacije su poređeni sa rezultatima dobijenim pomoću dve budžetske mere značajnosti (CBCI i CEIM). Grupa test primera koji su rešavani se sastoji od četiri odabrana uzorna stabla neispravnosti: *das9201*, *das9202*, *baobab2* i *baobab3*. Za svako uzorno stablo generisano je po 10 slučajnih instanci troškova poboljšanja komponenata (primarnih događaja). Za svaku instancu testirana su četiri raspoloživa budžeta, što ukupno čini 160 izvršenih eksperimenata. Prosečni rezultati eksperimenata (procenat poboljšanja pouzdanosti) dobijeni pomoću dve budžetske mere značajnosti (CBCI i CEIM) kao i rezultati dobijeni na osnovu optimalnog rešenja modela MM4, nalaze se u tabeli 5.5.

Notacija korišćena u tabeli 5.5 je sledeća:

ABS = prosečni potrošeni budžet (izražen u novčanim jedinicama)

ANC = prosečan broj izdvojenih komponenata (prosečna vrednost izlaza 10 instanci)

ARI = prosečno poboljšanje pouzdanosti (izraženo u procentima)

B = raspoloživi budžet (izražen u novčanim jedinicama)

Notacija ove, kao i svih drugih tabela data je u prilogu disertacije.

Tabela 5.5 Rezultati eksperimenata nad modelom problema raspodele resursa na događaje čijim izdvajanjem se eliminišu najverovatniji minipreseci

		CBCI			CEIM			MM4		
		ABS	ANC	ARI	ABS	ANC	ARI	ABS	ANC	ARI
das9201	B=26	23.4	4.4	18.79	23.9	1.1	14.33	24.8	2.9	30.73
	B=53	49.3	8.7	27.77	52.2	2.7	38.63	52.6	4.8	51.89
	B=106	102.8	16	44.89	104.5	6	75.72	104.7	7.4	82.41
	B=160	157.2	22.5	52.95	159.1	8.5	92.20	154.4	8.9	96.64
das9202	B=10	6.1	1.1	6.02	7.8	1	14.16	7.8	1	14.16
	B=21	18.1	3	9.65	20.5	1.7	44.14	20	2	46.09
	B=42	38.2	5.8	12.31	41.3	2.6	87.29	41.3	2.8	87.61
	B=64	59.7	8.2	16.69	62.6	3.6	92.84	62.8	4.1	96.15
baobab2	B=7	5.3	1	13.66	5.8	1	14.82	5.8	1	14.82
	B=14	12	2	28.07	12.4	1.1	22.01	12.5	1.9	29.09
	B=28	26.3	4.1	43.59	26.6	1.7	32.83	27	3.3	51.64
	B=42	38.8	5.6	56.45	40.7	2.3	45.70	40.9	4.2	65.86
baobab3	B=17	15.8	3	13.81	15.1	1.1	16.76	15.1	2	23.95
	B=35	31.7	5.4	25.68	34.7	2	25.83	34.3	3.6	40.62
	B=70	66.3	10.2	37.24	68.3	3.1	41.93	68.9	5.7	62.48
	B=105	101.4	14.3	46.07	103.3	4.4	55.32	103.6	6.9	79.09

Posmatranjem dobijenih rezultata može se uočiti da je procenat poboljšanja pouzdanosti (ARI) na osnovu optimalnog rešenja modela MM4 uglavnom veći od procenta poboljšanja dobijenog na osnovu mera značajnosti CBCI i CEIM (primenom Koraka 1-3), i da je u najlošijem slučaju procenat poboljšanja pouzdanosti jednak. Zbog načina na koji se budžetske mere značajnosti izračunavaju, CBCI teži odabiru većeg broja jeftinijih komponenata dok CEIM bira manji broj skupljih komponenta, ali nijedna od ove dve tradicionalne budžetske mere značajnosti niti u jednom od slučajeva nije uspela da ostvari bolji procenat poboljšanja pouzdanosti od onog ostvarenog optimizacijom modela MM4.

Značajno je napomenuti da su eksperimenti pokazali da je ponekad moguće dobiti i višetruko rešenje - ostvariti isto procentualno poboljšanje pouzdanosti sistema, pri istim utrošcima raspoloživog budžeta, ali izborom različitog broja kritičnih komponenata.

Iako su ovakva rešenja matematički jednako dobra, ipak se može smatrati da je razumnije odabrati ono rešenje koje je sastavljeno od manjeg broja izdvojenih kritičnih komponenata, jer se može očekivati da će njihovo predupređenje od otkaza zahtevati manje vremena.

Na osnovu dobijenih rezultata, može se zaključiti da je potvrđen drugi deo posebne hipoteze H4, kojim se pretpostavlja da rešenja problema problema raspodele resursa na primarne događaje kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci predstavlja pojednostavljenu meru značajnosti zasnovanu na pouzdanosti čija primena obezbeđuje veću pouzdanost sistema od postojećih mera značajnosti.

5.5.1. Primena novog pristupa na primeru slučaja saobraćajne nesreće na železnici

U ovom poglavllju će predloženi pristup za istovremeno određivanje komponenata najkritičnijih za pouzdanost sistema biti ilustrovan na slučaju saobraćajne nesreće na železnici (*train rear-end collision accident*), preuzetom iz [62]. Stablo neispravnosti ovog slučaja sastoji se od 35 primarnih i 17 posrednih događaja. Posmatrano stablo neispravnosti ima 24000 minipreseka, što znači da se neželjeni vršni događaj nazvan „sudar zadnjeg kraja voza" može odigrati na 24000 načina. Svaki od minipreseka je ranga devet ili osam, odnosno u 18000 minipreseka se nalazi devet, a u 6000 minipreseka se nalazi osam primarnih događaja.

Kako bi se primenio predloženi pristup, uvedene su sledeće pretpostavke:

- verovatnoća odigravanja svakog od primarnih događaja je 0,01
- raspoloživi budžet za poboljšanje pouzdanosti sistema je 60 novčanih jedinica, i
- troškovi prevencije pojedinačnih komponenata od otkaza se kreću između 5 i 30 novčanih jedinica.

Pored toga, pošto se događaji obeleženi brojevima 1 i 2 u originalnom primeru javljaju u svim minipresecima, oni se mogu odmah identifikovati kao najznačajniji, tako da je dalja analiza za potrebe ove ilustracije nastavljena sa preostala 33 događaja.

Matematički model MM4 predložen u poglavlju 4.4 je najpre rešen egzaktno pomoću GLPK solvera, a potom su izračunati procenti poboljšanja pouzdanosti izračunati u skladu sa optimalnim rešenjem. Nakon toga su procenti poboljšanja pouzdanosti izračunati uz pomoć troškovnih mera značajnosti CBCI i CEIM, i to na sledeći način:

korak 1: Izračunate su vrednosti mera značajnosti CBCI i CEIM za svaki od 33 primarna događaja, i izvršeno je rangiranje primarnih događaja prema izračunatim vrednostima mera značajnosti.

korak 2: Verovatnoća otkaza jednaka nuli dodeljena je prvorangiranim događajima čiji zajednički zbir troškova ne prelazi raspoloživi budžet.

korak 3: Za svaki od slučajeva je ponovo izračunata ukupna pouzdanost sistema.

korak 4: Na osnovu rezultata dobijenih u koraku 2, izračunati su procenti poboljšanja pouzdanosti sistema.

Generisano je deset slučajnih instanci troškova predupređenja pojedinačnih komponenata od otkaza. Za svaku od instanci je određeno optimalno rešenje modela MM4, kao i izračunavanje poboljšanja pouzdanosti na osnovu mera značajnosti pomoću prethodno navedenih Koraka 1-4.

Dobijeni rezultati su predstavljeni tabelom 5.5. Notacija korišćena u tabeli je sledeća: BS = utrošeni budžet (procenat), NC = broj komponenata, i RI = poboljšanje pouzdanosti (procenat).

Tabela 5.5.1 Rezultati dobijeni na 10 instanci vrednosti za stablo neispravnosti saobraćajne nesreće na železnici [79]

Instance	MM4			CEIM			CBCI		
	NC	RI	BS	NC	RI	BS	NC	RI	BS
1	3	100	78.33	3	60	98.33	8	85.60	100
2	4	100	90	2	46.67	100	7	74.54	95
3	4	100	100	3	73.33	100	8	90.40	95
4	4	100	95	3	66.67	100	8	82.28	100
5	4	100	100	3	75	100	7	82.28	90
6	3	100	98.33	3	100	98.33	7	84.41	98.33
7	8	98.95	100	3	60	100	8	85.60	86.67
8	4	100	98.33	2	40	93.33	7	88	100
9	5	84.85	98.33	2	50	100	6	76.62	100
10	4	100	98.33	3	73.33	98.33	7	83.04	88.33
Prosek	4.30	98.38	95.67	2.70	64.50	98.83	7.30	83.28	95.33

Rezultati iz tabele pokazuju da je predloženi pristup u svih deset instanci dao bolje rezulate od obe troškovne mere značajnosti. U osam instanci je dostignuto maksimalno poboljšanje pouzdanosti od 100% što znači da su izdvojeni događaji kojima se pokrivaju svi minipreseci. Budžetske mere značajnosti su ovakav rezultat dostigle samo u jednoj instanci, što je direktna posledica činjenice da troškovne mere izračunavaju samo pojedinačne doprinose svake od komponenata ukupnoj pouzdanosti sistema, a ne razmatraju uticaj grupa komponenata. S druge strane, skup najznačajnijih komponenata, formiran na osnovu pristupa predloženog u ovoj disertaciji, često u sebi sadrži komponente čiji pojedinačni uticaj nije među najbolje rangiranim. Na primer, u prvoj instanci se skup kritičnih komponenata sastoji od komponenata 7, 8 i 9, što je u skadu sa optimalnim rešenjem modela MM4. Događaj (komponenta) 8 je drugorangirani merom CEIM, događaj 9 je prema meri CBCI rangiran kao šesti, dok nijedna od budžetskih mera ne rangira događaj 7 kao bitan događaj koji bi se nalazio pri vrhu rang liste. Međutim, kombinacija ovih događaja nesumnjivo obezbeđuje najveće poboljšanje pouzdanosti sistema. Slična zapažanja se mogu primeniti i na sve ostale instance.

6. PROBLEM ODREĐIVANJA NAJZNAČAJNIJIH KOMPONENATA U SLOŽENIM SISTEMIMA

Pri određivanju komponenata najznačajnijih za pouzdanost složenih sistema sa velikim brojem komponenata nije moguće uvek odrediti optimalno rešenje primenom egzaktnih algoritama. Zbog toga su razvijene specijalne heuristike koje će biti predstavljene u ovom poglavlju.

6.1. Heuristike

Heuristike (starogrčki: *εὑρίσκω* – pronaći, otkriti) predstavljaju tehnike koja imaju za cilj pronalaženje dobrih (suboptimalnih) rešenja u razumnom vremenu (tj. imaju polinomijalnu računsku složenost), bez garancije da će nađena rešenja biti optimalna i bez znanja o bliskosti ovih rešenja optimalnom rešenju. Koncept heurističkih metoda je star i prvi put se pojavljuje u literaturi početkom četrdesetih godina prošlog veka u knjizi *Polya* [82] koji navodi da se prvi pokušaji primene heuristika mogu naći u radovima Dekarta i Lajbnica. Do kraja ranih šezdesetih, heuristički pristup je postao uobičajeni koncept u računarstvu koji je definisan u to vreme kao pristup koji ne teži nalaženju optimalnog rešenja već definisanju procedura za nalaženje optimalnog rešenja [91].

Razlozi za korišćenje heuristika su mnogi [71]: broj mogućih rešenja u dopustivoj oblasti je toliko veliki da zahteva iscrpnu pretragu za najboljim rešenjem koju nije moguće izvršiti u razumnom vremenu (NP teški problemi); problem je tako komplikovan da njegovo egzakno rešavanje zahteva takve pojednostavljene modele čiji je rezultat beskoristan; funkcija evaluacije koja opisuje kvalitet bilo kojeg predloženog rešenja je osetljiva na parametre problema, što zahteva ne samo jedno rešenje već i čitav niz rešenja. Pored toga, heuristike se koriste i za rešavanje slabo struktuiranih problema za koje se ne mogu formulisati matematički modeli, a time ni egzaktni algoritmi [55].

Jedna od najčešćih podela heuristika je podela na specijalne heuristike koje poštuju svojstva i specifičnosti posmatranog konkretnog problema, i opšte heuristike (metaheuristike). Metaheuristike predstavljaju opšte heurističke pristupe koji su počeli da se razvijaju osamdesetih godina prošlog veka [27]. Termin metaheuristike je prvi put uveden u [40] i proizilazi iz sastava dve grčke reči:već pomenute reči heuristika i sufiksa meta koji znači izvan, na višem nivou. Pre nego što je ovaj termin bio široko prihvaćen, metaheuristika se često nazivala modernim heuristikom. Jedna od definicija metaheurisike je da je to skup koncepata koji se koriste za definisanje heurističkih metoda koje se mogu primeniti na širok skup problema. Drugim rečima, to je opšti algoritamski okvir koji se može primeniti na različite optimizacione probleme sa relativno malo modifikacija da bi se prilagodio specifičnom problemu [16]. Metaheuristike su metode koje upravljaju interakcijom između procedura lokalnog pretraživanja i strategija višeg nivoa za kreiranje procesa za izlaženje iz lokalnog optimuma i omogućavanje robustnog pretraživanja dopustive oblasti [41]. Metaheuristike su metodologije koje se većinom zasnivaju na simulaciji spontanih optimizacionih procesa u fizičkim ili biološkim sistemima. Najpoznatije metaheurističke metode su simulirano kaljenje, tabu pretraživanje, genetski algoritmi, metoda promenljivih okolina, mravlji algoritmi i tako dalje.

Iako u opštem slučaju efikasnost metaheuristika nije teorijski dokazana, metaheuristike su sa velikim uspehom primenjene na skoro sve klasične metode nelinearnog programiranja i kombinatorne optimizacije, kao i na veliki broj realnih problema.

U literaturi se može naći manji broj radova u kojima su razvijane specijalne heuristike za određivanje kritičnih komponenata sistema. Ove heuristike su konstruisane na osnovu kriterijuma koji definišu kritičnost komponenata u specifičnim oblastima: železničke infrastrukture [53], složenim proizvodnim sistemima [72], nuklearnom postrojenju [75], energetskom sistemu [3], računarskim mrežama [28]. Pored toga, postoji nekoliko publikacija koje na različite načine uključuju heuristike i metaheuristike u određivanju mera značajnosti, i obrnuto. U [112] je konstruisana heurisika zasnovana na Birnbaumovoj meri značajnosti (*BI-based heuristics*) za rešavanje problema raspoređivanja komponenti (*Component Assignment Problem*) u cilju maksimizacije pouzdanosti sistema. Ayyoub i El-Sheikh [8] pomoću metaheuristike Metoda mravlje kolonije maksimiziraju pouzdanost sistema uz jaka ograničenja koja se odnose na kritičnost komponenata. Metaheuristika Optimizacija kolnijom pčela je korišćena u [70] za određivanje kritičnih komponenata u razvoju softvera. Zio i Podofillini [120] su koristili Genetske algoritme u rešavanju problema određivanja optimalnog dizajna sistema u kome će, pored zadovoljenja uslova troškova i pouzdanosti sistema, sistem biti tako izbalansiran da sve komponente imaju slične vrednosti izabrane mere značajnosti.

U ovoj disertaciji se za određivanje kritičnih komponenata složenih sistema koristi specijalno razvijena heuristika koja u osnovi sadrži pretraživanje pohlepnim algoritmom.

6.2. Razvoj heuristike za stabla velikih dimenzija

U ovom poglavlju će biti prikazane jedan od načina za rešavanje modela MM1, MM3 i MM4 velikih dimenzija. S obzirom da je u poglavlju 5.3 zaključeno da model MM2 ne može doprineti poboljšanju pouzdanosti sistema, razvoj heuristike za ovaj model nije ni razmatran. Pošto su problemi koji se razmatraju NP teški, za njihovo rešavanje su razvijene specijalne heuristike, uz napomenu da za model MM4 heuristika nije razvijena do kraja, već se daje prikaz osmišljenih poboljšanja pohlepnog algoritma.

6.2.1. Heuristički algoritam za rešavanje problema izdvajanja minimalnog broja događaja kojima se pokrivaju svi minipreseci

Za specijalnu heuristiku se najpre mogu definisati funkcija cilja, skup dopustivih rešenja i okolina. Neka je $S=\{1,2,...,n\}$ skup indeksa, gde je n ukupan broj primarnih događaja posmatranog SN i neka je $\mathbf{z}=\{z_1,z_2,...,z_n\}$ vektor binarnih promenljivih, gde promenljiva z_i ima vrednost 1 ukoliko je primarni događaj i izdvojen, a vrednost 0 u suprotnom. Neka je dat skup svih minipreseka i neka je $C=\{1,2,...,m\}$ i neka je svakom primarnom događaju i pridružen skup indeksa S_i čiji su elementi celi brojevi koji predstavljaju indekse $j \in \{1, 2, ..., m\}$ minipreseka koji sadrže taj primarni događaj i. Minipresek j se smatra eliminisanim ako bar jedno z_i , takvo da $j \in S_i$, ima vrednost 1, odnosno ako je izdvojen bar jedan od primarnih događaja koji je sadržan u tom minipreseku.

U slučaju modela MM1, skup dopustivih rešenja je definisan uslovom: $\sum_{i \in S: j \in S_i} z_i \geq 1, \ j = 1, \ldots, m$, koji odgovara zahtevu da svi minipreseci budu eliminisani. Funkcija cilja predstavlja ukupan broj izdvojenih primarnih događaja $\sum_{i \in S} z_i$ i nju je potrebno minimizirati. Okolina $N(\mathbf{z}')$ dopustivog rešenja $\mathbf{z}'$ dobija se kada se određenom broju promenljivih z_i, koje u rešenju $\mathbf{z}'$ imaju vrednost 1, dodeli vrednost 0, a vrednost 1 se dodeljuje izabranim promenljivama z_i, koje u rešenju $\mathbf{z}'$ imaju vrednost 0, dok se ne zadovolji uslov $\sum_{i \in S: j \in S_i} z_i \geq 1, \ j = 1, \ldots, m$. Dopustivo rešenje iz okoline $N(\mathbf{z}')$ rešenja $\mathbf{z}'$ se smatra boljim ukoliko se dobije manja vrednost funcije $\sum_{i \in S} z_i$.

Specijalna heuristika dizajnirana za rešavanje opisanog problema sastoji se iz dve faze. Pseudo kodovi osnovnih koraka heuristike su dati u nastavku.

Algoritam 1. Faza 1 – podalgoritam specijalne heuristike	
1	*greedy()*
2	**count** samostalna pokrivanja **and** formiranje nizova *SingleCover* i *Lmin*
3	*reduction()*
4	korigovanje indeksa nizova *SingleCover*

Algoritam 2. Faza 2 – opšti okvir specijalne heuristike

1	faza-1
2	**while** (niz *Lmin* nije prazan) **do**
3	*reconstruction()*
4	faza-1
5	**end**
6	**if** (rešenje je poboljšano) **then** resetovanje brojača i nizova **and** korak 2
7	formiranje novog niza *Lmin* na osnovu parametra *rnd_param*
8	**while** (niz *Lmin* nije prazan) **do**
9	*random_reconstruction()*
10	faza-1
11	**End**
12	**if** (rešenje je poboljšano) **then** resetovanje brojača i nizova **and** korak 2

U prvoj fazi (Algoritam 1) se primenom pohlepnog algoritma dobija početno rešenje, odnosno izdvajaju se događaji kojima se mogu eliminisati svi minipreseci. U slučaju MM1, redosled dodeljivanja vrednosti 1 promenljivama z_i određen je kardinalnošću skupova S_i, od najveće ka manjim dok se ne zadovolji uslov $\sum_{i\in S:\, j\in S_i} z_i \geq 1,\ j = 1,\ldots,m$. Na taj način se izdvajaju događaji sa najvećom učestološću pojavljivanja u svim minipresecima. U slučaju da veći broj događaja ima istu učestalost, prioritet se određuje na osnovu indeksa događaja, tj. biraju se događaji sa manjim indeksom.

Broj događaja izdvojenih pohlepnim algoritmom moguće je umanjiti odstranjivanjem događaja koji samostalno ne pokrivaju nijedan minipresek, ukoliko takvi događaji postoje. Brojanjem pojavljivanja izdvojenih događaja u minipresecima formira se niz samostalnih pojavljivanja, *SingleCover[]*, odnosno za svaki događaj izdvojen pohlepnim algoritmom se određuje koliko je minipreseka pokriveno samo tim događajem. Događaj, čija je odgovarajuća vrednost u nizu *SingleCover[]* jednaka nuli, biće procedurom *reduction()* odstranjen iz rešenja, tj. iz niza izdvojenih događaja.

Pre nego što se pristupi redukciji niza prvobitno izdvojenih događaja, prilikom formiranja niza *SingleCover[]* (niz samostalnih pojavljivanja) formiraće se istovremeno i niz *Lmin[]* sa *L* elemenata. Ovaj niz se formira na osnovu niza *SingleCover[]*, i koristiće se kasnije u fazi 2 heurističkog algoritma. Niz *Lmin[]* se formira eliminisanjem vrednosti 0 i redundantnih vrednosti iz niza *SingleCover[]*. Preostali elementi se potom sortiraju u neopadajući redosled, koji će u nastavku određivati redosled izbora promenljivih $z_i,\ i \in S$ kojima će biti dodeljena vrednost 1. Ovakav pristup u načinu izbora promenljivih je heuristički.

U nastavku slede pseudokodovi programskih procedura sadržanih u fazi 1, procedura *greedy()* i *reduction()*.

Procedura 1. greedy (MCS[m][l])

```
end_signal←0
repeat
    i←1
    repeat
        j←1
        repeat
            if MCS[i][l]=j then
                appearanceNo[j] ← appearanceNo[j] + 1
            if MCS[i][j]=0 then
                end_signal←1
            if appearanceNo[i]>max then
                max← appearanceNo[i]
                X[F] ←i
                F←F+1
                MCS[i][l] ←0
        until j=n
    until i=m
until end_signal=1
```

Programska procedura *greedy()* implementira pohlepni algoritam. Pohlepni algoritmi su pokazali dobre rezultate prilikom rešavanja problema pokrivanja, zbog čega su primenjeni i u ovoj heuristici. Ulaz u proceduru *greedy()* predstavlja skup svih minipreseka C (u pseudokodu procedure 1 označen sa *MCS[m][l]*) koji se u obliku celobrojnog dvodimenzionalnog niza učitava iz polazne datoteke. Ukupan broj elemenata ovog dvodimenzionalnog niza odgovara ukupnom broju minipreseka, i taj broj je označen sa m. Druga dimenzija niza se odnosi na primarne događaje, označene brojevima, koji čine svaki od minipreseka, pri čemu je sa l označen red minipreseka, tj. najveća vrednost broja primarnih događaja u nekom od minipreseka.

Pošto broj primarnih događaja nije isti u svim minipresecima, dvodimenzionalni niz je pre učitavanja dopisivanjem odgovarajućeg broja nula u svaki od minipreseka manjeg reda od l, kako bi bio dopunjen do matrice m x l. Brojačem i se prolazi kroz sve minipreseke kojih je ukupno m, a brojačem j kroz sve događaje kojih je ukupno n. U svakoj od l vrsta matrice (tj. u svakom od minipreseka dopunjenom nulama do reda l) se broje pojavljivanja svakog od primarnih događaja. Događaj za koji se ustanovi da se pojavljuje u najvećem broju minipreseka se izdvaja kao značajan jer se njegovim izdvajanjem eliminiše najveći broj minipreseka. Minipresek se programski eliminiše upisivanjem nula na mesto svih njegovih primarnih događaja, tako da, uzimajući u obzir prethodno objašnjenu dopunu do nivoa matrice, svaki eliminisani minipresek se sastoji od ukupno l elemenata sa vrednošću nula.

Ukupan broj izdvojenih događaja je u programu označen sa F, a odgovarajući skup izdvojenih događaja označen nizom *X[]* koji ukupno ima F elemenata. Pohlepni algoritam završava rad kada su svi minipreseci eliminisani, tj. kada su svi elementi ulazne matrice jednaki nuli.

U toku rada procedure *greedy()*, prilikom prvog izdvajanja događaja razmatraju se svi minpreseci. Međutim, prilikom svakog narednog izdvajanja novog događaja razmatraju se samo preostali, odnosno neeliminisani minipreseci. Procedura *greedy()* završava rad kada je zadovoljen uslov $\sum_{i \in S: j \in S_i} z_i \geq 1, j = 1, \ldots, m$, odnosno kada su eliminisani svi minipreseci.

Nakon završetka procedure *greedy()*, može se desiti da su grupom kasnije izdvojenih događaja pokriveni svi minipreseci u kojima je sadržan neki ranije izdvojen primarni događaj. U tom slučaju, ranije izdvojen događaj postaje suvišan i skup izdvojenih događaja je moguće redukovati. Redukcija skupa izdvojenih događaja vrši se Procedurom 2.

Procedura 2. reduction (X[], singleCover[])

```
Fred←0
i←1
repeat
        if singleCover[i]=0 then
                Fred←Fred+1
                X[i] ←Ø
until i= F
F←F-Fred
```

Programska procedura *reduction()* prolazi kroz sve elemente niza *X[]* i za svaki element skupa izdvojenih događaja proverava tzv. samostalna pokrivanja, koja su već prethodno prebojana u sklopu algoritma faze 1 (*SingleCover* koraka 2 Algoritma 1). Broj samostalnih pokrivanja predstavlja broj minipreseka koji svaki od izdvojenih događaja pokriva potpuno samostalno. To je broj minipreseka u kojima se nalazi posmatrani izdvojeni događaj, a u kojima se ne nalazi nijedan od ostalih izdvojenih događaja.

Vrednosti samostalnih pokrivanja svakog od izdvojenih događaja zabeležene su u nizu *singleCover[]*, dok indeksi niza *singleCover[]* odgovaraju indeksima niza *X[]*. Ukoliko je za neki element niza izdvojenih događaja odgovarajuća vrednost niza samostalnih pokrivanja jednaka nuli, odgovarajući element niza *X[]* se uklanja iz skupa izdvojenih događaja. Svakom pojedinačnom redukcijom, broj redukovanih (izbačenih) rešenja *Fred* se povećava za 1, a na kraju procedure se ukupan broj izdvojenih događaja *F* umanjuje za vrednost *Fred*. Prilikom uklanjanja događaja bez samostalnih pokrivanja iz niza *X[]*, način indeksiranja elemenata ovog niza se koriguje. Zbog toga je, nakon redukcije, potrebno korigovati i indekse niza *singleCover[]* kako bi odgovarali indeksima niza *X[]*. Rezultat faze 1 specijalne heuristike je početno dopustivo rešenje $\mathbf{z}'$.

U fazi 2 heurističkog algoritma se, pretraživanjem okoline $N(\mathbf{z}')$, postepeno pokušava poboljšati početno dopustivo rešenje $\mathbf{z}'$. Iz algoritamskog opisa faze 2 se može primetiti da se faza 1, pored toga što služi za pronalaženje početnog dopustivog rešenja, koristi u okviru lokalnog pretraživanja okoline $N(\mathbf{z}')$. Pretraživanje okoline se vrši najpre deterministički, kombinacijom procedure *reconstruction()* i poziva faze 1 koja sadrži pohlepni algoritam, a potom stohastički, procedurom *random_reconstruction()* nakon koje takođe sledi poziv na fazu 1. Kriterijumi zaustavljanja u oba slučaja su dostignuti zadati broj iteracija bez poboljšanja.

Pri determinističkom pretraživanju okoline, u svakoj iteraciji se deterministički formira okolina $N_k(\mathbf{z}')$ na osnovu elemenata niza *Lmin[]*. U prvoj iteraciji se posmatra prvi element niza *Lmin[]* i izdvajaju svi primarni događaji čiji je broj samostalnih pokrivanja jednak tom elementu. Odnosno, odgovarajuće promenljive z_i dobijaju vrednost 0. Zatim se vrednost 1 dodeljuje novim promenljivama z_i, koje u rešenju $\mathbf{z}'$ imaju vrednost 0, dok se ne zadovolji uslov $\sum_{i\in S:\, j\in S_i} z_i \geq 1,\ j=1,\ldots,m$. Nove promenljive z_i pronalaze se pohlepnim algoritmom, odnosno pozivom faze 1. Time se dobija novo dopustivo rešenje $\mathbf{z}''$, koje se smatra boljim ukoliko se dobije manja vrednost funcije $\sum_{i\in S} z_i$. Ukoliko se nakon determinističkog pretraživanja okoline $N_1(\mathbf{z}')$ ustanovi da je dostignuto rešenje $\mathbf{z}''$ bolje rešenje od trenutno najboljeg rešenja $\mathbf{z}'$, ono se beleži kao tekuće rešenje $\mathbf{z}'$, svi brojači iteracija se resetuju, nizovi *singleCover[]* i *Lmin[]* se prazne i pretraživanje počinje od početka, povratkom na korak 2 faze 2.

Ukoliko se ne dobije manja vrednost funcije $\sum_{i\in S} z_i$, prelazi se na proširenje okoline $N_1(\mathbf{z}')$ formiranjem nove okoline $N_2(\mathbf{z}')$ na osnovu prva dva elementa niza *Lmin[]*, i ponavlja se ceo postupak opisan u prethodnom pasusu. Svakim novim pokušajem poboljšanja rešenja, novi element niza *Lmin[]* se uključuje u formiranje nove okoline rešenja $\mathbf{z}'$. Svakom iteracijom povećava se broj promenljivih z_i kojima će na osnovu niza *Lmin[]* biti dodeljena vrednost 0, sve dok se ne dostigne zadati broj iteracija.

U fazu stohastičkog pretraživanja okoline se prelazi tek nakon što se završi deterministička faza. Pri stohastičkom pretraživanju okoline se u svakoj iteraciji na slučajan način formira okolina $N_\alpha(\mathbf{z}')$ na osnovu zadatog procentualnog parametra α (u Proceduri 4 označen sa *rnd_param*). Parametar α predstavlja procenat promenljivih promenljivih z_i, koje u rešenju $\mathbf{z}'$ imaju vrednost 1, a kojima će se na slučajan način dodeliti vrednost 0. Ukoliko se, na primer, procentualni parametar postavi na 20%, to znači da će se slučajno odabrati 20% primarnih događaja koji se neće više smatrati izdvojenim.

Kao što je već rečeno, i u slučaju determinističkog i u slučaju stohastičkog pretraživanja okoline, nove promenljive z_i dobijaju vrednost 1, čime se dobija novo rešenje $\mathbf{z}''$, pronalaze se pohlepnim algoritmom, odnosno pozivom faze 1. Ukoliko se nakon stohastičkog pretraživanja okoline $N_\alpha(\mathbf{z}')$ ustanovi da je dostignuto rešenje $\mathbf{z}''$ bolje rešenje od trenutno najboljeg rešenja $\mathbf{z}'$, ono se beleži najbolje dostignuto rešenje $\mathbf{z}'$, svi brojači iteracija se resetuju, nizovi *singleCover[]* i *Lmin[]* se prazne i pretraživanje počinje od početka, povratkom na korak 2 faze 2. Ukoliko se ne dobije manja vrednost funcije $\sum_{i \in S} z_i$, traži se nova okolina $N_\alpha(\mathbf{z}')$, i ceo opisani postupak se ponavlja zadati broj puta.

U nastavku slede pseudokodovi programskih procedura sadržanih u fazi 2, procedura *reconstruction()* i *random_reconstruction()*

Procedura 3. reconstruction (X[F], Lmin[L], singleCover[F], curr_iter)

```
Frec←0
i←1
repeat
    j←1
    repeat
        if singleCover[i]=Lmin[j] then
                load MCS[j][l] from input_file
                X[i] ←Ø
```

```
                    Frec←Frec+1
            until j= curr_iter
        until i= F
        F←F- Frec
```

Procedura 4. random_reconstruction (X[F], rnd_param)

```
        rnd_ev_num←int(F*rndparam/100)
        i←1
        repeat
            random j
            load MCS[j][l] from input_file
            X[i] ←Ø
        until j= rnd_ev_num
```

6.2.2. Heuristički algoritam za rešavanje problema određivanja k broja događaja čijim izdvajanjem se pokrivaju najverovatniji minipreseci

Za opis specijalne heuristike za rešavanje ovog problema koristiće se ista notacija uvedena u poglavlju 6.2.1. Opšti koraci heuristike su takođe već opisani Algoritmima 1 i 2 u istom poglavlju. Razlika u algoritmima uslovljena karakteristikama problema se odražava samo na fazu 1, tj. na programske procedure *greedy()* i *reduction()*.

U slučaju modela MM3, skup dopustivih rešenja je definisan uslovom: $\sum_{i \in S} z_i = k$, gde je k unapred zadati broj primarnih događaja koje treba izdvojiti. Funkcija cilja, koju treba maksimizirati, predstavlja ukupnu težinu eliminisanih minipreseka $\sum_{j=1}^{m} w_j y_j$, gde je $y_j, j = 1,...,m$ binarna promenljiva koja, na osnovu relacije $\sum_{i \in S: j \in S_i} z_i \geq y_j$ dobija vrednost 1 ako je minipresek eliminisan, a vrednost 0 u suprotnom. Parametar w_j predstavlja težinu *j*-tog minipreseka, $j = 1, ..., m$. Okolina $N(\mathbf{z}')$ dopustivog rešenja $\mathbf{z}'$ dobija se kada se zadatom broju promenljivih z_i, koje u rešenju $\mathbf{z}'$ imaju vrednost 1, dodeli vrednost 0 i jednakom broju promenljivih z_i, koje u rešenju $\mathbf{z}'$ imaju vrednost 0, dodeli vrednost 1, tj. tako da ostane zadovoljen uslov $\sum_{i \in S} z_i = k$. Dopustivo rešenje iz okoline $N(\mathbf{z}')$ rešenja $\mathbf{z}'$ se smatra boljim ukoliko se dobije veća vrednost funkcije $\sum_{j=1}^{m} w_j y_j$.

Heuristika razvijena za rešavanje opisanog problema sastoji se iz dve faze. U prvoj fazi se primenom pohlepnog algoritma dobija početno rešenje, odnosno izdvajaju se događaji kojima se mogu eliminisati najverovatniji minipreseci. Redosled dodeljivanja vrednosti 1 promenljivama z_i određen je vrednošću $\sum_{j \in S_i} w_j y_j$, od najveće ka manjim. Na taj način se izdvajaju događaji sa najvećom ukupnom težinom minipreseka u kojima su sadržani. U slučaju da veći broj događaja ima istu učestalost ili veću ukupnu težinu minipreseka, prioritet se određuje na osnovu indeksa događaja, tj. biraju se događaji sa manjim indeksom. Nizovi *SingleCover[]* i *Lmin[]* se formiraju na isti način kao u algoritmu opisanom u poglavlju 6.2.1.

Broj događaja koji se želi izdvojiti je unapred zadat u vidu celobrojne vrednosti *k*. Iz pseudokoda koji sledi, može se primetiti da vrednost *k* predstavlja jedan od kriterijuma zaustavljanja pohlepnog algoritma. Pošto se ne nameravaju pokriti svi, već najverovatniji minipreseci, kriterijum izbora događaja koji će se izdvojiti nije broj minipreseka u kome se posmatrani događaj pojavljuje, već odgovarajuća ukupna verovatnoća realizovanja svih minipreseka $\sum_{j \in S_i} w_j y_j$ u kojima se nalazi posmatrani događaj *i*.

Procedure 5. greedy (MCS[m][l], k)

```
end_signal←0
repeat
        i←1
```

```
            repeat
                  j←1
                  repeat
                        if MCS[i][l]=j then
                              W[i] ← W[j]+poss[j]
                        if MCS[i][j]=0 or k=0 then
                              end_signal←1
                        if W[i]>max then
                              max←W[i]
                              X[F] ←i
                              k←k-1
                              MCS[i][l] ←0
                  until j=n
            until i=m
      until end_signal=1
```

Svakim izdvajanjem novog primarnog događaja, prethodno zadati broj *k* se umanjuje za 1 dok ne dostigne vrednost 0, tj. dok se ne izdvoji tačno zadati broj događaja. Međutim, može se desiti da je zadati broj suviše veliki, i da se sa manjim brojem izdvojenih događaja već postiže potpuna pokrivenost, tj. za neko $F<k$ se eliminišu svi minipreseci. Zbog toga se na početku procedure *reduction()* vrednost programskog brojača izdvojenih događaja *k* najpre postavlja na nulu. Ukoliko procedurom redukcije broj izdvojenih događaja bude manji od vrednosti zadatog broja *k*, pozivanjem procedure *greedy()*, pri čijem pozivu se parametarski prosleđuje trenutna vrednost brojača *k*, dopuniće se broj izdvojenih događaja do zadatog broja *k*.

Procedura 6. reduction (X[], singleCover[])

```
      k←0
      i←1
      repeat
            if singleCover[i]=0 then
```

```
                k←k+1
                X[i] ←Ø
    until i= F
    greedy (MCS[m][l], k)
```

Algoritam za određivanje *k* broja događaja čijim se izdvajanjem eliminišu najverovatniji minipreseci se u fazi 2 sastoji od programskih procedura *reconstruction()* i *random_reconstruction()* koje se ne razlikuju od procedura 3 i 4 navedenih i objašnjenih u poglavlju 6.2.1.

6.2.3. Poboljšani pohlepni algoritam za rešavanje problema raspodele resursa na događaje čijim izdvajanjem se pokrivaju najverovatniji minipreseci

Problem raspodele resursa na događaje čijim se izdvajanjem pokrivaju najverovatniji minipreseci je najsloženiji od svih problema koji se u ovom radu razmatraju. Resursi koje je potrebno raspodeliti su limitirani, i uzimanjem u obzir ovog dodatnog ograničenja programiranje procedura heurističkog algoritma je znatno otežano. Za ovaj slučaj su programski implementirane samo procedure iz faze 1, dok je odgovarajući program za fazu 2 još uvek u fazi izrade i do ovog trenutka nije kompletno razvijen.

Ulazni parametri procedure pohlepnog algoritma se, pored parametara uvedenih u poglavlju 6.2.1, sastoje još od niza pojedinačnih troškova svakog od primarnih događaja označenog sa $c_i, i \in S$ (u pseudokodu označenog sa *c[i]*) i od ukupno raspoloživog budžeta *B*.

U slučaju modela MM4, skup dopustivih rešenja je definisan uslovom: $\sum_{i \in S} c_i \cdot z_i = B$. Funkcija cilja, koju treba maksimizirati, predstavlja kao i u modelu MM3 ukupnu težinu eliminisanih minipreseka $\sum_{j=1}^{m} w_j y_j$. Kriterijum izbora događaja koji će se izdvojiti je ukupna verovatnoća realizovanja svih minipreseka $\sum_{j \in S_i} w_j y_j$ u kojima se nalazi posmatrani događaj *i*.

Poboljšani pohlepni algoritam ima isti okvir kao i faza 1 (Algoritam 1) prethodna dva algoritma i sastoji se iz pohlepnog algoritma i procedure redukcije. U nastavku su prikazani pseudokodovi procedure *greedy()* i *reduction()*.

Procedure 7. greedy (MCS[m][l], c[i], B)

```
end_signal←0
repeat
        i←1
        repeat
                j←1
                repeat
                        if MCS[i][l]=j then
                                W[i] ← W[j]+poss[j]
                        if MCS[i][j]=0 or B=0 then
                                end_signal←1
                        if W[i]>max then
                                max←W[i]
                                X[F] ←i
                                B←B-c[i]
                                MCS[i][l] ←0
                until j=n
        until i=m
until end_signal=1
```

U toku rada procedure *greedy()*, prilikom prvog izdvajanja događaja razmatraju se svi minpreseci. Međutim, prilikom svakog narednog izdvajanja novog događaja razmatraju se samo preostali, odnosno neeliminisani minipreseci. Procedura *greedy()* završava rad kada je zadovoljen uslov $\sum_{i \in S} c_i \cdot z_i = B$ ili kada su eliminisani svi minipreseci.

U rešenju dobijenom procedurom *greedy()*, kao i u prethodnim algoritmima, može se desiti da je skup izdvojenih primarnih događaja moguće redukovati. Redukcija skupa izdvojenih događaja vrši se Procedurom 8.

Nakon okončanja procedure *greedy()*, dobijeno rešenje se pokušava redukovati odstranjivanjem događaja koji samostalno ne pokrivaju nijedan minipresek. Nalik proceduri *reduction()* iz prethodnog poglavlja, u ovom slučaju se svakim uklanjanjem suvišnog događaja sredstva raspodeljena za njegovo izdvajanje sada vraćaju, povećavajući raspoloživi budžet. Na osnovu nove vrednosti *B* se pre završetka procedure *reduction()* ponovo poziva procedura *greedy()*, koja na račun odstranjenog događaja sada može izdvojiti neki novi događaj i time poboljšati rešenje.

Procedura 8. reduction (X[], singleCover[])

```
i←1
repeat
        if singleCover[i]=0 then
                B←B+c[i]
                X[i] ←Ø
until i= F
greedy (MCS[m][l], c[i], B)
```

Pored poboljšanja procedurom *reduction()*, u pohlepni algoritam je takođe ugrađeno i upoređivanje događaja po njihovim cenama, a neposredno pre izdvajanja konkretnog događaja. U slučaju da dva događaja *p* i *q* pokrivaju minipreseke jednakih ukupnih verovatnoća realizovanja, tj. *W[p]=W[q]*, tada se upoređuju njihovi troškovi *c[p]* i *c[q]*, nakon čega se odabira događaj sa manjom vrednošću jediničnih troškova. Iako nije prikazana u pseudokodu, niti je obuhvaćena matematičkim modelom, ova programska implementacija daje dodatni kvalitet pohlepnom algoritmu. U slučaju višestrukog rešenja, između više skupova događaja koji jednako doprinose poboljšanju pouzdanosti sistema, a čije se sume pojedinačnih troškova uklapaju u limitirani budžet, algoritam bira rešenje sa manjim utroškom raspoloživog budžeta.

7. EKSPERIMENTI SA HEURISTIČKIM ALGORITMOM

S obzirom da je ustanovljeno da se model problema eliminisanja maksimalnog broja minipreseka (MM2) ne može praktično primeniti za podizanje ukupne pouzdanosti sistema, izvršeni su eksperimenti nad tri (MM1, MM3 i MM4) od četiri razmatrana modela optimizacionih problema pomoću heurističkih algoritama prikazanih u prethodnom poglavlju. U ovom poglavlju će biti ukratko izloženi i prokomentarisani dobijeni numerički rezultati.

7.1. Rezultati eksperimenata nad modelom MM1

Rezultati eksperimenata nad formulisanim matematičkim modelom za određivanje minimalnog broja događaja kojima se eliminišu svi minipreseci, dobijeni primenom heurističkog algoritma, dati su u tabeli 7.1. Grupa uzornih stabala neispravnosti korišćena za vršenje eksperimenata je ista kao u poglavlju 5.2. Vrednosti u tabeli predstavljaju broj primarnih događaja kojima se eliminišu svi minipreseci datih stabala neispravnosti. U zaglavlju tabele koje se odnosi na fazu 2, oznaka α odgovara procentualnom parametru *rnd_param*, objašnjenom u poglavlju 6.2.1.

Tabela 7.1 Poređenje optimalnih rešenja i rezultata dobijenih pomoću heurističkog algoritma

Uzorno stablo	**Optimalno rešenje**	**Faza-1**	**Faza-2**			
			α=20%	**α=40%**	**α=80%**	**α=100%**
chineese	5	6	6	6	5	6
isp9606	34	34				
baobab2	14	14				
das9208	17	18	18	18	18	18
isp9605	8	8				
das9201	9	9				
baobab1	11	11				
edf9205	40	40				
jbd9601	268	278	276	277	277	277
isp9603	17	19	19	19	19	19
baobab3	17	20	20	18	18	20
das9202	8	8				
ftr10	79	83	83	83	83	83

Iz tabele 7.1 se uočava da je za sedam od trinaest stabala neispravnosti optimalno rešenje pronađeno već u prvoj fazi. U slučajevima stabala das9208 i isp6903, u fazi 2 se nije uspelo ostvariti poboljšanje rešenja do kojeg se došlo u fazi 1. Kod stabala neispravnosti *jbd9601* i *baobab3* rešenje nakon prve faze je u drugoj fazi poboljšano, ali optimalno rešenje nije dostignuto. Jedino je u slučaju stabla neispravnosti *chinese* rešenje do kojeg se došlo u prvoj fazi nakon druge faze poboljšano do optimuma.

Ovde je potrebno napomenuti da, iako se heuristikom ne dobijaju optimalna rešenja, dobijena rešenja su bolja od onih dobijenih pomoću mera značajnosti. Naime, ako se uporedi treći deo tabele 5.2, koji pokazuje koliko prvorangiranih primarnih događaja dobijenih odgovarajućim merama značajnosti mora biti izdvojeno kako bi se eliminisali svi minipreseci, sa rezultatima iz tabele 7.1, može se zaključiti da je primenom heuristike taj broj uvek manji.

7.2. **Rezultati eksperimenata nad modelom MM3**

Nad istim skupom uzornih stabala neispravnosti koja su korišćena u poglavlju 5.4, i za iste zadate vrednosti parametra *k*, izvršeni su eksperimenti uz pomoć heurističkog algoritma. Za razliku od rezultata iz prethodnog poglavlja 7.1, u ovom slučaju se ne prikazuju izlazi nakon prve faze algoritma, kao ni izlazi eksperimenata za različite vrednosti procentualnog parametra α. U tabelama 7.2.1 – 7.2.4 su dati samo konačni izlazi dobijeni nakon faze 2, i to najbolje ostvarene vrednosti postignute različitim vrednostima procentualnog parametra.

Tabela 7.2.1 Poređenje procenta poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema ostvarene na osnovu optimalnog rešenja i heuristike za *k*=2-5 (prvi deo)

	Uz. stablo	chinese	das9202	isp9605	das9201	baobab2
k=2	EXC	66.6525	88.4292	69.7431	41.6300	61.3992
	MM3	66.6525	88.4292	69.7431	41.6300	61.3992
k=3	EXC	99.9787	93.0949	91.3175	51.1487	78.0295
	MM3	99.9787	93.0949	91.3175	51.1487	78.0295
k=4	EXC	99.9991	97.7605	98.5240	60.6675	94.0591
	MM3	99.9991	97.7605	98.5240	60.6675	94.0591
k=5	EXC	100	98.6936	99.0253	70.1862	96.3197
	MM3	99.9996	98.6936	99.0253	70.1862	96.3197

Tabela 7.2.2 Poređenje procenta poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema ostvarene na osnovu optimalnog rešenja i heuristike za *k*=2-5 (drugi deo)

	Uzorno stablo	baobab3	das9208	edfpa15r	isp9603
k=2	EXC	34.5148	22.4615	22.1361	62.3652
	MM3	34.5148	22.4615	22.1361	62.3652
k=3	EXC	47.3829	30.3830	31.5469	66.8634
	MM3	47.3829	30.3830	31.5469	66.8634
k=4	EXC	59.1788	38.3045	40.3996	70.6241
	MM3	59.1788	38.3045	40.3996	70.6241
k=5	EXC	70.9748	45.5487	48.6944	74.3847
	MM3	70.9748	45.5487	48.6944	74.3847

Tabela 7.2.3 Poređenje procenta poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema ostvarene na osnovu optimalnog rešenja i heuristike. Rezultati za stablo isp9606 i za vrednosti parametra *k* od 16 do 20

	Uzorno stablo	isp9606
k=16	EXC	95.0405
	MM3	95.0405
k=17	EXC	97.1361
	MM3	97.1361
k=18	EXC	97.3667
	MM3	97.3667
k=19	EXC	97.5972
	MM3	97.5972
k=20	EXC	97.8278
	MM3	97.8278

Tabela 7.2.4 Poređenje procenta poboljšanja ukupne pouzdanosti sistema ostvarene na osnovu optimalnog rešenja i heuristike. Rezultati za stablo jbd9601 i za vrednosti parametra *k* od 160 do 200

	BFT No	jbd9601
k=160	EXC	93.0711
	MM3	93.0711
k=170	EXC	94.5536
	MM3	94.5536
k=180	EXC	95.9579
	MM3	95.9579
k=190	EXC	97.1261
	MM3	97.1261
k=200	EXC	97.9375
	MM3	97.9177

Posmatranjem dobijenih rezultata može se uočiti da predložena heuristika ostvaruje dobre rezultate, jer optimalno rešenje nije dostignuto samo u dva slučaja (stablo *chinese* za *k*=5 i stablo *jbd9601* za *k*=200). Međutim, imajući u vidu tabele od 5.4.1 do 5.4.4, lako se zaključuje da su i u ova dva slučaja, kao i za sva ostala uzorna stabla, rezultati ostvareni heuristikom daleko bolji od rezultata ostvarenih tradicionalnim merama značajnosti.

U narednim tabelama 7.2.5 - 7.2.8 predstavljeno je upoređivanje procesorskih vremena utrošenog da se dođe do rešenja (dato u sekundama) pri rešavanju pomoću GLPK solvera i pri rešavanju pomoću softvera na bazi predložene heuristike. Eksperimenti su sprovedeni na računaru sa procesorom AMD Athlon 5600+ sa frekvencijom rada na 2.8 GHz i koji ima 2 GB RAM.

Tabela 7.2.5 Poređenje CPU vremena potrebnih za dobijanje rešenja pomoću GLPK solvera i pomoću heurističkog algoritma. Eksperimentalni rezultati za vrednosti parametra *k* 1-5 (prvi deo)

	Uz. stablo	chinese	das9202	isp9605	das9201	baobab2
k=2	EXC	0.18	11.54	2.87	14.03	1.69
	MM3	0.04	5.88	0.64	1.97	0.47
k=3	EXC	0.21	11.78	3.09	14.09	1.97
	MM3	0.07	7.11	0.80	2.67	0.60
k=4	EXC	0.22	11.98	8.00	14.19	2.16
	MM3	0.13	9.07	0.90	3.36	0.71
k=5	EXC	0.20	20.97	16.94	14.27	2.97
	MM3	0.14	11.20	1.34	3.72	0.83

Tabela 7.2.6 Poređenje CPU vremena potrebnih za dobijanje rešenja pomoću GLPK solvera i pomoću heurističkog algoritma. Eksperimentalni rezultati za vrednosti parametra *k* 1-5 (drugi deo)

	Uz. stablo	baobab3	das9208	edfpa15r	isp9603
k=2	EXC	16.69	6.69	18.73	3.05
	MM3	5.00	0.96	5.76	0.46
k=3	EXC	16.80	6.72	19.52	3.45
	MM3	5.59	1.19	7.44	0.68
k=4	EXC	17.05	6.83	25.81	3.58
	MM3	7.76	1.58	9.43	0.95
k=5	EXC	17.65	6.91	29.89	3.65
	MM3	10.54	2.04	11.77	1.02

Tabela 7.2.7 Poređenje CPU vremena potrebnih za dobijanje rešenja pomoću GLPK solvera i pomoću heurističkog algoritma. Eksperimentalni rezultati za stablo isp9606 i za vrednosti parametra *k* 16-20

	Uz. stablo	isp9606
k=16	EXC	1.54
	MM3	0.98
k=17	EXC	1.61
	MM3	1.07
k=18	EXC	1.68
	MM3	1.08
k=19	EXC	1.72
	MM3	1.12
k=20	EXC	1.76
	MM3	1.20

Tabela 7.2.8 Poređenje CPU vremena potrebnih za dobijanje rešenja pomoću GLPK solvera i pomoću heurističkog algoritma. Eksperimentalni rezultati za stablo jbd9601 i za vrednosti parametra *k* 160-200

	Uz. stablo	jbd9601
k=160	EXC	84.18
	MM3	53.07
k=170	EXC	91.17
	MM3	55.44
k=180	EXC	92.08
	MM3	57.52
k=190	EXC	109.43
	MM3	59.28
k=200	EXC	120.00
	MM3	61.04

Kao što je očekivano, heuristički algoritam je brže došao do rešenja u svim testiranim slučajevima. Brzine iznalaženja rešenja se jedino za stable sa malim brojem minipreseka, kao što su stable chinese i isp9606 razlikuju na nivou milisekundi, nezavisno od vrednosti *k*. Najveće vremenske razlike se uočavaju kod uzornih stabala sa velikim brojem minipreseka, kao što su stabla das9202, das9201, baobab3 i edfpa15r. Može se zaključiti da bi razlike u brzini dolaženja do rešenja bile značajno veće u slučajevima ekstremno velikih stabala neispravnosti.

7.3. **Rezultati eksperimenata nad modelom MM4**

U poglavlju 6.3.3 je već navedeno da druga faza predloženog heurističkog algoritma još uvek nije do kraja programski implementirana. Pohlepni algoritam iz prve algoritamske faze, zajedno sa svojim pobljšanjima objašnjenim u podpoglavlju 6.3.3, objedinjen je u numerički softver pod nazivom *GreedyPlus*, pomoću kojeg su izvršeni eksperimenti nad modelom MM4.

Eksperimenti su izvršeni nad istim uzornim stablima, istim nivoima raspoloživih budžeta i istim generisanim instancama pojedinačnih troškova po komponentama kao i u eksperimentima iz poglavlja 5.5. Rezultati eksperimenata su sadržani u tabeli 7.3.

Takođe, u tabeli 7.3 biće korišćene iste oznake prosečnih vrednosti kao i u tabeli 5.5. Zbog istih instanci i identičnih oznaka, rezultati navedeni u ove dve tabele se mogu lako uporediti.

Tabela 7.3 Poređenje prosečnih rezultata eksperimenata dobijenih na osnovu optimalnog rešenja modela MM4 i GreedyPlus poboljšanog pohlepnog algoritma

		MM4			GreedyPlus		
		ABS	ANC	ARI	ABS	ANC	ARI
das9201	B=26	24.8	2.9	30.73	24.5	2.8	30.65
	B=53	52.6	4.8	51.89	51.5	4.6	51.69
	B=106	104.7	7.4	82.41	104.2	7.1	82.33
	B=160	154.4	8.9	96.64	146.1	8.6	96.64
das9202	B=10	7.8	1	14.16	7.6	1	14.16
	B=21	20	2	46.09	19.9	1.8	46.03
	B=42	41.3	2.8	87.61	41.3	2.7	87.60
	B=64	62.8	4.1	96.15	62.6	4	96.08
baobab2	B=7	5.8	1	14.82	5.5	1	14.82
	B=14	12.5	1.9	29.09	12.2	1.7	27.18
	B=28	27	3.3	51.64	26.7	2.8	50.75
	B=42	40.9	4.2	65.86	40.6	4.1	65.26
baobab3	B=17	15.1	2	23.95	15	1.5	20.85
	B=35	34.3	3.6	40.62	33.7	2.5	35.17
	B=70	68.9	5.7	62.48	68.7	4.3	57.67
	B=105	103.6	6.9	79.09	103.5	6.3	76.81

Analizom rezultata iz tabele 7.3 može se uočiti da je poboljšani pohlepni algoritam samo u tri slučaja (das9201 za B=160, das9202 za B=10 i baobab2 za B=7) uspeo da dostigne prosečnu vrednost svih eksperimentalnih poboljšanja ukupne pouzdanosti koja je kao egzaktna rešenja davao GLPK solver. U svim ostalim slučajevima, rezultati koje je dao GreedyPlus su veoma bliska optimalnim, ali su svakako bolja od bilo kog rešenja do kojeg bi se došlo troškovnim merama značajnosti CBCI i CEIM, što se lako može ustanoviti osvrtom na tabelu 5.5. Takođe, u navedena tri slučaja GreedyPlus je dao manje prosečne utroške raspoloživog budžeta. To je posledica činjenice da poboljšani pohlepni algoritam, kao što je ranije objašnjeno, u slučaju višestrukih rešenja uvek bira rešenje sa manjim utroškom raspoloživog budžeta.

8. ZAKLJUČAK

Na osnovu analize dostupne literature, postavljenog predmeta i ciljeva istraživanja, prikazanog pristupa za određivanje komponenata najznačajnijih za pouzdanost sistema, njihovog određivanja rešavanjem odgovarajućih optimizacionih problema, predloženih heuristika i rezultata eksperimenta, u nastavku rada dat je pregled istraživanja, naučni i stručni doprinosi, hipoteze i pravci budućih istraživanja.

8.1. Pregled istraživanja, hipoteze,naučni i stručni doprinosi

Aktuelnost problema određivanja komponenata najznačajnijih za pouzdanost sistema i interes za ovu oblast dokumentovan je u velikom broju radova objavljenih u poslednjoj deceniji ovog veka. Ova oblast je od interesa u različitim aspektima razvoja i funkcionisanja složenih sistema: projektovanju, alokaciji redundanse, unapređenju i održavanju sistema. Trenutno važeći koncepti u dizajnu i održavanju složenih sistema (*Design for reliability* (*DfR*), održavanje zasnovano na pouzdanosti – *RCM*, upravljanje imovinom zasnovano na pouzdanosti - *RCA*) su upravo zasnovani na pouzdanosti i kao ključni element sadrže fazu određivanja najznačajnijih komponenata sistema. Pored toga, s obzirom da je broj složenih sistema sve veći i da oni postaju sve složeniji, raste potreba za razvijanjem heuristika za nalaženje rešenja u razumnom vremenu.

Pristupi koji se najčešće koriste u određivanju komponenata najkritičnijih za pouzdanost sistema su zasnovani na merama značajnosti. Na osnovu istraživanja raspoložive litersrature, u disertaciji se došlo do zaključka da je glavni nedostatak, a ujedno i jedno od otvorenih pitanja, postojećih mera značajnosti u tome što ne obuhvataju u dovoljnoj meri uticaj grupe komponenata na pouzdanosti sistema. Ukoliko je potrebno izdvojiti veći broj kritičnih komponenata, primenom mera značajnosti se prvo za svaku od komponenti odredi vrednost izabrane mere značajnosti, a zatim se komponente rangiraju na osnovu dobijene vrednosti.

Glavni predmet istraživanja predstavljenog u ovoj disertaciji je određivanje najznačajnijih komponenata sistema. Predložen je pristup koji je suštinski različit od postojećih pristupa u određivanju najznačajnijih komponenata. Pristup omogućava istovremeno izdvajanje celog skupa najznačajnijih komponenata sistema. U raspoloživoj literaturi se može naći mali broj publikacija u kojima je posmatran zajednički uticaj komponenata na pouzdanost sistema ali je ta analiza bila ograničena samo na parove komponenata. Predloženim pristupom je moguće izdvojiti skup najznačajnijih komponenata bilo koje kardinalnosti.

Nove mere značajnosti su u ovoj disertaciji formulisane kao optimizacioni problemi koji se svode na različite varijante problema pokrivanja skupova. Formulisana su četiri optimizaciona zadatka čijim rešavanjem se dobija skup najznačajnijih komponenata sistema. Za određivanje komponenata najznačajnijih za pouzdanost složenih sistema, razvijene su heuristike koje obezbeđuju dobijanje rešenja kada zbog složenosti izračunavanja nije moguće efikasno primenjivati egzaktne algoritme optimizacije. Radi evaluacije predloženog pristupa definisana je metrika kojom se računa procenat poboljšanja pouzdanosti sistema koji se postiže ukoliko se obezbedi ispravno funkcionisanje najznačajnijih komponenata. U cilju provere efektivnosti pristupa, kao i efikasnosti razvijenih algoritama, razmatrana su stabla neispravnosti različitih dimenzija: broja primarnih i posrednih događaja, broja i reda minimalnih preseka.

Hipoteze koje su postavljene u doktorskoj disertaciji su testirane na osnovu pregleda relevantne literature i prikazanih eksperimenta. Opšta hipoteza H0 da zadaci određivanja komponenata najznačajnijih za pouzdanost sistema mogu da se formulišu kao optimizacioni problemi kojima se razmatra međusobna veza komponenata i istovremeno određuje ceo skup najznačajnijih komponenata je potvrđena. Posebne hipoteze H1, H2, H4 i H5 su u potpunosti potvrđene. Hipoteza H3 je delimično potvrđena. Pokazano je da rešenja problema određivanja minimalnog broja primarnih događaja kojima se eliminišu svi minimalni preseci obezbeđuju veću pouzdanost sistema od postojećih mera značajnosti. Međutim, drugi deo hipoteze, koji se odnosi na efektivnost zadatka određivanja *k* primarnih događaja kojima se eliminiše maksimalan broj minimalnih preseka, je opovrgnut.

Naučni doprinosi disertacije su:

- Sistematizacija postojećih naučnih saznanja iz oblasti određivanja kritičnih komponenata sitema, posebno saznanja iz oblasti mera značajnosti.

- Definisan je originalni pristup za istovremeno određivanje skupa najznačajnijih komponenata sistema kojim se pored strukture sistema i pouzdanosti komponenata, razmatra i međusobni uticaj komponenata. Definisanje nove mere značajnosti komponenata je fundamentalni teorijski doprinos disertacije i osnova na kojoj su razvijani originalni optimizacioni modeli i dalja istraživanja.

- Formulisani su problem određivanja minimalnog broja primarnih događaja kojima se eliminišu svi minimalni preseci i problem određivanja k primarnih događaja kojima se eliminiše maksimalan broj minimalnih preseka, koji predstavljaju strukturne mere značajnosti.

- Formulisani su problem određivanja k primarnih događaja kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci i problem raspodele resursa na primarne događaje kojima se eliminišu najverovatniji minipreseci, koji predstavljaju mere značajnosti zasnovane na pouzdanosti.

- Postavljeni optimizacioni problemi određivanja komponenata najznačajnijih za pouzdanost sistema su formulisani kao problemi pokrivanja skupova.

- Razvijene su heuristike koje omogućavaju određivanje najznačajnijih komponenata složenih sistema velikih dimenzija.

- Pokazano je da se istovremenim izdvajanjem skupa najkritičnijih komponenata postižu bolji rezultati, u smislu povećanja pouzdanosti sistema, nego postojećim merama značajnosti.

Stručni doprinosi disertacije su:

- Predloženi pristup za određivanje komponenata najkritičnijih za pouzdanost sistema ima direktnu primenu u praksi s obzirom na to da se u najvećem broju aktuelnih pristupa u projektovanju i održavanju složenih sistema najveća pažnja usmerava na kritične komponente sistema. Takođe, ovim pristupom je omogućena nadogradnja i proširenje na sisteme sa više stanja ispravnosti komponenata i samih sistema.

Na osnovu pregleda literature, implementacije razvijenog pristupa, sprovedenih eksperimenata i njihovih rezultata prikazanih u ovoj doktorskoj disertaciji, može se zaključiti da su postavljeni ciljevi, naučni i opšti, ostvareni:

- Kreiran je novi pristup za određivanje komponenata nazjnačajnijih za pouzdanost sistema koji razmatra zajednički uticaj grupe komponenata na pouzdanost i omogućava njihovo istovremeno izdvajanje. Izvršena je validacija pristupa upoređivanjem eksperimentalnih rezultata sa rezultatima dobijenih tradicionalnim pristupima nad grupom test primera.

- Razvijene su heuristike zaodređivanje najkritičnijih komponenata u složenim sistemima koje su evaluirane nad grupom test primera.

8.2. **Pravci budućih istraživanja**

Dalje istraživanje će biti najpre usmereno ka završetku programske implementacije heurističkog algoritma za rešavanje problema utvrđivanja *k* najkritičnijih komponenata na koje je potrebno raspodeliti ograničene resurse (MM4). Pored toga, moguća su poboljšanja postojećih heuristika, kao i primena drugih metaheuristika u rešavanju postavljenih zadataka.

Naredna istraživanja, proistekla iz istraživanja predstavljenog u radu, ići će u pravcu mogućih proširenja predloženih matematičkih modela tako da se mogu primeniti na sisteme u kojima se komponente mogu nalaziti u većem broju funkcionalnih stanja, tzv. *multi-state* sisteme. Definisanje mera značajnosti za ove vrste sistema je oblast u kojoj se očekuje ekspanzija istraživanja s obzirom na to da su sistemi sve složeniji i da je sve manje sistema koji iz stanja potpune ispravnosti mogu da pređu samo u stanje otkaza.

LITERATURA

[1] Z Abrams, A Goel, and S Plotkin, "Set k-cover algorithms for energy efficient monitoring in wireless sensor networks," in *Proceeding of the 3rd international symposium of Information processing in sensor networks*, 2004, pp. 424-432.

[2] AA Ageev and MI Sviridenko, "Approximation Algorithms for Maximum Coverage and Max Cut with Given Sizes of Parts," *Integer Programming and Combinatorial Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, pp. 17-30, 1999.

[3] A Akhavein and M F Firuzabad, "A heuristic-based approach for reliability importance assessment of energy producers," *Energy Policy*, vol. 39, no. 3, pp. 1562-1568, 2011.

[4] J D Andrews and S Beeson, "Birnbaum's measure of component importance for noncoherent systems," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 52, no. 2, pp. 213-219, 2003.

[5] MJ Armstrong, "Joint reliability importance of elements," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 44, no. 3, pp. 408-412, 1995.

[6] G Ausiello, N Boria, A Giannakos, G Lucarelli, and V T Paschos, "Online Maximum-k-coverage," in *Fundamentals of Computation Theory*. Heilderberg: Springer , 2011, pp. 181-192.

[7] T Aven and TE Nokland, "On the use of uncertainty importance measures in realibility and risk analysis," *Reliability Engineering and System Safety 95*, pp. 127-133, 2010.

[8] B Ayyoub and A El-Sheikh, "A Model for System Reliability Optimization Problems Based on Ant colony Using Index of Criticality Constrain," in *ICIT 2009*, Conference - Bioinformatics and Image, 2009.

[9] P Baraldi, M Compare, and E Zio, "Component ranking by Birnbaum importance in presence of epistemic uncertainty in failure event probabilities," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 62, no. 1, pp. 37-48, 2013.

[10] RE Barlow and F Proschan, *Classics in applied mathematics: Mathematical theory of reliability*. Philadelphia: Society for industrial and applied mathematics, 1996.

[11] RE Barlow and F Proschan, *Statistical Theory of Realibility and Life Testing Probability Models*.: Holt, Renihart & Winston, 1975.

[12] R E Barlow and A S Wu, "Coherent Systems with Multi-State Components," *Mathematics of Operations Research*, vol. 3, no. 4, pp. 275-281, 1978.

[13] Y Bar-Yam, *Dynamics of complex systems (Vol. 213)*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1997.

[14] ZW Birnbaum, "On the importance of different components in a multicomponent system," in *Multivariate Analysus-II*, PR Krishnaiah, Ed. New York: Academic Press, 1969.

[15] A Birolini, *Reliability Engineering: Theory and Practice*. Heidelberg: Springer, 2010.

[16] C Blum and A Roli, "Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison," *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 35, no. 3, pp. 268-308, 2003.

[17] A Bobbio, G Franceschenis, R Gaeta, and L Portinale, "Parametric Fault Tree for the Dependability Analisys of Redundant Systems and Its High-Level Petri Net Semantics," *IEEE Transactions on Software Engineering*, vol. 29, no. 3, pp. 270-287, 2003.

[18] E Borgonovo, "A new uncertainity importance measure," *Reliability Engineering and System Safety 92*, pp. 71-78, 2007.

[19] E Borgonovo and GE Apostolakis, "A new importance measure for risk-informed decision making," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 72, pp. 193-212, 2001.

[20] B Caskurlu, V Mkrtchyan, O Perekh, and K Subramani, "On Partial Vertex Cover And Budgeted Maximum Coverage Problems in Bipartite Graphs," in *Theoretical Computer Science: 8th IFIP TC 1/WG 2.2 International Conference*, Rome, Italy, 2014, pp. 13-25.

[21] HW Chang, RJ Chen, and FK Hwang, "The structural Birnbaum importance of consecutive-k systems," *Journal of Combinatorial Optimization*, pp. 183-197, 2002.

[22] MC Cheok, GW Parry, and RR Sherry, "Use of importance measures in risk-informed regulatory applications," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 60, pp. 213-226, 1998.

[23] CLib : Configuration Benchmarks Library. [Online]. https://www.itu.dk/research/cla/externals/clib/

[24] S Contini and V Matuzas, "New methods to determine the importance measures of initiating and enabling events in fault tree analysis," *Reliability Engineering and System Safety 96*, pp. 775-784, 2011.

[25] D Crowe and A Feinberg, Eds., *Design for Reliability*.: CRC press, 2001, vol. 11.

[26] Donald E. Curtis, Sriram V. Pemmaraju, and Philip Polgreen, "Budgeted Maximum Coverage with Overlapping Costs: Monitoring the Emerging Infections Network," in *2010 Proceedings of the Twelfth Workshop on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX)*, 2010.

[27] D Cvetković et al., *Kombinatorna optimizacija: Matematička teorija i algoritmi*. Beograd: Društvo operacionih istraživača Jugoslavije, 1996.

[28] Y S Dai and G Levitin, "Optimal resource allocation for maximizing performance and reliability in tree-structured grid services," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 56, no. 3, pp. 444-453, 2007.

[29] P Dehghanian, M Fotuhi-Firuzabad, S Bagheri-Shouraki, and A R Kazemi, "Critical component identification in reliability centered asset management of power distribution systems via fuzzy AHP," *IEEE Systems Journal*, vol. 6, no. 4, pp. 593-602, 2012.

[30] A Der Kiuerghian and J Song, "Multy-scale reliability analysis and updating of complex systems by use of linear programming," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 93, no. 2, pp. 288-297, 2008.

[31] H Dui, S Si, L Cui, Z Cai, and S Sun, "Component importance for multi-state system lifetimes with renewal functions," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 63, no. 1, pp. 105-117, 2014.

[32] D Du, K Ko, and X Hu, "Design and analysis of appromaxition algorithms," *Springer Optimization and Its Applications*, 2012.

[33] Y Dutuit and A Rauzy, "On the extension of importance measures to complex components," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 142, pp. 161-168, 2015.

[34] C A Ericson II, *Hazard Analysis technique for System Safety*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.

[35] JF Espitrity, DW Coit, and U Prakash, "Component criticalty importance measures for the power industry," *Electric Power Systems Research*, pp. 407-420, 2007.

[36] JB Fussell, EB Henry, and NH Marshall, "MOCUS - A computer program to obtain minimal sets from fault trees," Idaho Falls, 1974.

[37] X Gao, J Baranady, and T Markeset, "Criticality analysis of production facility using cost importance measures," *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, pp. 17-23, 2010.

[38] F Geerts, B Goethals, and T Mielikainen, "Tiling Databases," in *Disovery Science*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004, pp. 278-289.

[39] C Giuseppe, G G Maria, and C M La Fata, "A Dempster-Shafer Theory-Based Approach to Compute the Birnbaum Importance Measure under Epistemic Uncertainty," *International Journal of Applied Engineering Research*, vol. 11, no. 21, pp. 10564-10585, 2016.

[40] F Glover, "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence," *Computers & operations research*, vol. 13, no. 5, pp. 533-549, 1986.

[41] F W Glover and G A Kochenberger, Eds., *Handbook of metaheuristics*.: Springer Science & Business Media, 2006, vol. 57.

[42] GLPK (GNU Linear Programming Kit). [Online]. www.gnu.org/software/glpk

[43] S Gupta, J Bachttacharya, J Barabady, and U Kumar, "Cost-effective importance measure: A new approach for resource prioritization in a production plant," *International Journal of Quality & Realibility Management*, vol. 30, no. 4, pp. 379-386, 2013.

[44] YY Haimes, *Risk Modeling, Assessment and Management. 3rd Edition.* New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.

[45] CC Heyde and E Seneta, Eds., *Statisticians of the Centuries*.: Springer Science & Business Media, 2001.

[46] D S Hochbaum and A Pathria, "Analysis of the greedy approach in problems of maximum-k-coverage," *Naval Research Logistics*, vol. 45, no. 6, pp. 615-627, 1998.

[47] JS Hong and CH Lie, "Joint reliability importance of two edges in an undirected network," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 42, no. 1, pp. 17-23, 1993.

[48] A Hoyland and M Rausand, *System and Reliability Theory: Models and Statistical Methods*.: Whiley, 1994.

[49] G S Hura and J W Atwood, "The Use of Petri Nets to Analyze Coherent Fault-Trees," *IEEE Transaction on Reliability*, vol. 37, pp. 469-474, 1988.

[50] IEEE, *IEEE Standard Computer Dictionary: A Compilation of IEEE Standard Computer Glossaries*. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1990.

[51] R Karp, "Reducibility among Combinatorial Problems," in *Complexity of Computer Computations*, New York, 1972, pp. 85-103.

[52] D B Kececioglu, *Reliability Engineering Handbook*. Lancaster: DEStech Publications, Inc,

2002.

[53] A A Khaled, M Jin, D B Clarke, and M A Hoque, "Train design and routing optimization for evaluating criticality of freight railroad infrastructures," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 71, pp. 71-84, 2015.

[54] S Khuller, A Moss, and J Naor, "The budgeted maximum coverage problem," *Information Processing Letters*, vol. 70, no. 1, pp. 39-45, 1999.

[55] S Krčevinac, M Čangalović, V Kovačević-Vujčić, M Martić, and M Vujošević, *Operaciona istraživanja*. Beograd: FON, 2004.

[56] W Kuo and X Zhu, *Importance measures in reliability, risk and optimization*. Chichester: John Whiley & Sons, 2012.

[57] M Kvassay, E Zaitseva, and V Levashenko, "Minimal cut sets and direct partial logic derivatives in reliability analysis," in *Safety and Reliability: Methodology and Applications*, T Nowakowski, Ed. London: Taylor & Francis Group, 2015, ch. 33, pp. 241-248.

[58] J Ladyman, J Lambert, and K Wiesner, "What is a complex system?," *Europian Journal for Philosophy of Science*, vol. 3, no. 1, pp. 33-67, 2013.

[59] W S Lee, D L Grosh, F A Tillman, and C H Lie, "Fault tree Analysis, Methods and Applications - A Review," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. R-34, no. 3, pp. 194-203, 1985.

[60] G Levitin and A Lisnianski, "Importance and sensitivity analysis of multi-state systems using the universal generating function method," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 65, pp. 271-282, 1999.

[61] G Levitin, L Podofillini, and E Zio, "Generalised importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 82, pp. 287-298, 2003.

[62] Y F Li, J Mi, H Z Huang, S P Zhu, and N Xiao, "Fault tree analysis of train rear-end collision accident considering common cause failure," *Eksploatacja i Niezawodnosc-Maintenance and Reliability*, vol. 15, no. 4, pp. 403-408, 2013.

[63] N Limnios, *Fault Tree*. Wiltshire: ISTE Ltd, 2007.

[64] A Lisnianski, I Frenkel, and Y Ding, *Multi-state system reliability analysis and optimization for engineers and industrial managers*.: Springer Science & Business Media, 2010.

[65] T S Liu and S B Chiou, "The application of Petri nets to failure analysis," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 57, pp. 129-142, 1997.

[66] D Makajić Nikolić, *Novi pristup analizi pouzdanosti sistema primenom inverznih Petrijevih mreža*. Beograd: FON, 2012.

[67] D Makajić-Nikolić and M Vujošević, "Minimal Cut Sets Generation Using Reverse Petri Nets," in *10th BALCOR*, Thessaloniki, 2011, pp. 362-369.

[68] D Makajic-Nikolic, M Vujosevic, and N Nikolic, "Minimal cut sets of a coherent fault tree generation using reverse Petri nets," *Optimization: A Journal of Matematical Programming and Operations Research*, vol. 62, no. 8, pp. 1069-1087, 2013.

[69] D Makajić-Nikolić, M Vujošević, and N Nikolić, "Određivanje skupa najkritičnijih komponenata," in *SYM-OP-IS*, Tara, 2012, pp. 647-650.

[70] D J Mala, S Balamurugan, and K S Nathan, "Criticality analyzer and tester: an effective approach for critical component identification & verification using ABC," *ACM SIGSOFT Software Engineering Notes*, vol. 38, no. 6, pp. 1-12, 2013.

[71] Zbigniew Michalewicz and David B Fogel, *How to Solve It: Modern Heuristics*.: Springer Science & Business Media, 2013.

[72] L Mönch and J Zimmermann, "Simulation-based assessment of machine criticality measures for shifting bottleneck scheduling approach in complex manufacturing

systems," *Computers in Industry*, vol. 58, no. 7, pp. 644-655, 2007.

[73] C T Morrow and L D Ely, "Design and Reliability, and Invited Addresses," in *Proceedings of the sixth Symposium on Balistic Missile and Aerospace Technology*, vol. 1, Los Angeles, California, 1961.

[74] J Moubray, *Reliability-centered maintenance*.: Press Inc., 1997.

[75] J P Nicot, "Methodology for bounding calculations of nuclear criticality of fissile material accumulations external to a waste container at Yucca Mountain, Nevada," *Applied Geochemistry*, vol. 23, no. 8, pp. 2065-2081, 2008.

[76] K B Öner, G P Kiesmüller, and G J van Houtum, "Optimization of component reliability in the design phase of capital goods," *European Journal od Operational Research*, vol. 205, no. 3, pp. 615-624, 2010.

[77] K B Öner, A Scheller-Wolf, and G J van Houtum, "Redundancy optimization for critical components in high-availability technical systems," *Operations Research*, vol. 61, no. 1, pp. 244-264, 2013.

[78] P Pavlović, D Makajić Nikolić, and M Vujošević, "Novi pristup određivanju K najznačajnijih komponenata sistema," in *SYM-OP-IS 2015: XLII Simpozijum o operacionim istraživanjima*, vol. V(1), Srebrno Jezero, 2015, pp. 634-637.

[79] Petar Pavlović, Dragana Makajić-Nikolić, and Mirko Vujošević, "A new approach for determining the most important system components and the budget-constrained system reliability improvement," *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability*, vol. 19, no. 3, pp. 413-419, 2017.

[80] Petar Pavlović, Dragana Makajić-Nikolić, Mirko Vujošević, and Danijel Čabarkapa, "Nova troškovna mera značajnosti," in *Zbornik radova 43. simpozijuma SymOpIs2016*, Tara, 20-23 Septembar 2016, pp. 435-438.

[81] R Petrović, M Vujošević, and D Petrović, *Optimizacija redundantnih sistema*. Beograd: Saobraćajni fakultet, 1993.

[82] George Polya, *How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton: Princeton University Press, 1945.

[83] J E Ramirez-Marquez and D W Coit, "Composite importance measures for multi-state systems with multi-state components," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 54, no. 3, pp. 517-529, 2005.

[84] J E Ramirez-Marquez and D W Coit, "Multi-state component criticality analysis for reliability improvement in multi-state systems," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 94, pp. 1608-1619, 2007.

[85] J E Ramirez-Marquez, C M Rocco, B A Gebre, D W Coit, and M Tortorella, "New insights on multi-state component criticality and importance," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 91, pp. 894-908, 2006.

[86] D M Rasmuson and N H Marshal, "FATRAM: A Core Efficient Cut-Set Algorithm," *IEEE Transaction on Reliability*, vol. R-27, no. 4, pp. 250-253, 1978.

[87] A Rauzy. (2010) A Benchmark of Boolean Formulae. [Online]. http://iml.univmrs.fr/~arauzy/aralia/ benchmark.html

[88] A Rauzy, "New algorithms for fault tree analysis," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 40, pp. 203-221, 1993.

[89] C. S., Eiselt, H. A., & Daskin, M. S. Revelle, "A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science," *European Journal of Operational Research*, vol. 184, no. 3, pp. 817-848, 2008.

[90] D Ritchie, B Kernighan, and M Lesk, *The C programming language*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1988.

[91] Franz Rothlauf, *Design of modern heuristics: principles and application*.: Springer Science & Business Media, 2011.

[92] E Ruijters and M Stoelinga, "Fault tree analysis: A survey of the state-of-the-art in modeling, analysis and tools," *Computer science review*, vol. 15, pp. 29-62, 2015.

[93] AH Samee, *Approximation algorithms: Lecture 3, CS598CSC*.: University of Illinois, 2009.

[94] M Santha and Y Znang, "Consecutive-2 systems on trees," *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, vol. 1, no. 4, pp. 441-456, 1987.

[95] W Schneeweiss, "Approximate fault-tree analysis with prescribed accuracy," *IEEE transactions on reliability*, vol. 36, no. 2, pp. 250-254, 1987.

[96] W Schneewiess, "Advanced hand calculations for fault tree analysis and synthesis," *Microelectronics reliability*, vol. 37, no. 3, pp. 403-415, 1997.

[97] E Shayesteh and P Hilber, "Reliability-centered asset management using component reliability importance," in *Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS), 2016 International Conference*, 2016, pp. 1-6.

[98] M Stamatelatos and W Vesely, *Fault Tree Handbook with Aerospace Applications*. Washington: NASA Headquarters, 2002.

[99] W Szpankowski, "Inclusion-Exclusion Principle," in *Analysis of Algorithms on Sequences*.: John Wiliey & Sons, 2001, pp. 49-72.

[100] M Van der Borst and H Schoonakker, "An overview of PSA importance measures," *Reliability Engineering and System Safety 72 (3)*, pp. 241-245, 2001.

[101] Irving van Heuven van Staereling, Bart de Keijzer, and Guide Schafer, "The Ground-Set-Cost Budgeted Maximum Coverage Problem," in *41st International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS 2016)*, 2016.

[102] W E Vesely and T C Davis, "Two measures of risk importance and their application," *Nuclear technology*, vol. 68, no. 2, pp. 226-234, 1985.

[103] M Vujošević, "Analiza stabla neispravnosti: pregled osnovnih pojmova i tehnika," *Tehnika*, vol. 38, no. 11, pp. 1546-1555, 1983.

[104] Mirko Vujošević, Dragana Makajić-Nikolić, and Petar Pavlović, "A new approach to determination of the most critical multi-state components in multi-state systems," in *Maintainenace forum*, Budva, Montenegro, May 2017.

[105] Y S Way and D Y Hsia, "A simple component-connection method for building decision diagrams encoding a fault tree," *Reliability and System Safety*, vol. 70, pp. 59-70, 2000.

[106] R R Willie, *Computer-aided Fault Tree Analysis*. Berkeley: OR Center, 1978.

[107] S Wu, "Joint importance of multistate system," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 49, pp. 63-67, 2005.

[108] Shaomin Wu and Frank Coolen, "A cost-based importance measure for system components: An extension of the Birnbaum importance," *European Journal of Operational Research*, pp. 189-195, 2013.

[109] Y Wu, L Xie, and Y Yue, "Study of Fault Analysis Technology by Means of Petri Nets," *International Journal of Performability Engineering*, vol. 6, no. 3, pp. 269-277, 2010.

[110] M Xie, Y Dai, and K Poh, *Computing system reliability: models and analysis*.: Springer Science & Business Media, 2004.

[111] L Xing and S V Amari, "Fault tree analysis," in *Handbook of performability engineering*., 2008, pp. 595-620.

[112] Q Yao, X Zhu, and W Kuo, "Heuristics for component assignment problems based on the Birnbaum importance," *IIE Transactions*, vol. 43, no. 9, pp. 633-646, 2011.

[113] G Yingkui and L Jing, "Multi-State System Reliability: A New and Systematic Review," *Procedia Engineering*, vol. 29, pp. 531-536, 2012.

[114] E P Zafiropoulos and N E Dialynas, "Methodology for the optimal component selection of electronic devices under reliability and cost constraints," *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 23, no. 8, pp. 885-897, 2007.

[115] E Zaitseva, "Importance Analysis of a Multi-State System Based on Multiple-Valued Logic Methods," in *Recent Advances in System Reliability, Springer Series in Reliability Engineering*, A Lisnianski and I Frenkel, Eds. London: Springer-Verlag, 2012, ch. 8, pp. 113-134.

[116] X Zhu and W Kuo, "Importance measures in reliability and mathematical programming," *Annals of Operations Research*, vol. 212, no. 1, pp. 241-267, 2014.

[117] E Zio, "Reliability engineering: Old problems and new challenges," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 94, no. 2, pp. 125-141, 2009.

[118] E Zio, "Risk importance measures," in *Safety importance measures and its applications*, H Pham, Ed. London: Springer, 2011, pp. 151-196.

[119] E Zio and L Podofilini, "Accouniting for components interactions in the differential importance measure," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 91, pp. 1163-1174, 2006.

[120] E Zio and L Podofillini, "Importance measures and genetic algorithms for designing a risk-informed optimally balanced system," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 92, no. 10, pp. 1435-1447, 2007.

PRILOG

Uzorna stabla neispravnosti

Legenda:

r - *root*, korenski čvor, vršni događaj

g –*gate*, posredni događaj

e – *event*, primarni događaj

| - logička "ili" veza

& - logička "i" veza

chinese

```
r1 /* root */ := g1 & g2);
g1 := (e1 | e2 | e3 | g3);
g2 := g4 & g5);
g3 := g6 & g7);
g4 := (e4 | e5 | e6 | e7 | g8);
g5 := (e8 | g9);
g6 := (e9 | e10 | e11 | g10);
g7 := (e12 | e13);
g8 := g11 & g12);
g9 := g13 & g14);
g10 := g15 & g16);
g11 := (e14 | e15 | e16 | g17);
g12 := g18 & g19);
g13 := (e1 | e2 | e3 | g20);
g14 := (e4 | e5 | e6 | e7 | g21);
g15 := (e17 | e18);
g16 := (e19 | e20 | e21);
g17 := g22 & g23);
g18 := (e22 | e23);
g19 := (e24 | e25);
g20 := g24 & g25);
g21 := g26 & g27);
g22 := (e17 | e18 | e21);
g23 := (e19 | e20);
g24 := (e14 | e15 | e16 | g28);
g25 := g29 & g30);
g26 := (e9 | e10 | e11 | g31);
g27 := (e12 | e13);
g28 := g32 & g33);
g29 := (e22 | e23);
g30 := (e24 | e25);
g31 := g34 & g35);
g32 := (e17 | e18 | e21);
g33 := (e19 | e20);
g34 := (e19 | e20 | e21);
g35 := (e17 | e18);
```

isp9606

```
r1 /* root */ := g1 | g2 | g3 | g4 |
g5);
g1 := g28 & g29);
g2 := g21 & g19);
g3 := g8 | g9 | g10 | g11 | g12 |
g13);
g4 := g39 | g40 | e84);
g5 := (e9 & e10 & e1 & e5 & e11);
g6 := (e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | g7);
g7 := (e6 | e7 | e8);
g8 := (e58 & e59);
g9 := (e48 & e49);
g10 := (e50 & e51);
g11 := (e52 & e53);
g12 := (e54 & e55);
g13 := (e56 & e57);
g14 := (e12 | g15 | e13 | e14 |
e15);
g15 := (e37 | e38 | e39 | e40 |
e41);
g16 := g17 & g18);
g17 := (e42 | g27 | e43 | e44);
g18 := g14 | e78 | e79 | e80);
g19 := (e16 | g20 | e17 | e18 |
e19);
g20 := (e30 | e31 | e32 | g26);
g21 := g22 | e24 | g25);
g22 := (e20 | e21 | e22 | g23 | e23
| g24);
g23 := (e28 | e29);
g24 := (e63 | e64 | e65 | e66 |
e67);
g25 := (e25 & e26 & e27);
g26 := (e72 | e73 | e74 | e75 |
e76);
g27 := (e33 | e34 | e35 | e36 | e7);
g28 := g16 | g30);
g29 := g6 | e87 | e88 | e11 | e89);
g30 := g31 | g32);
g31 := g33 & g34 & e45);
g32 := (e46 & e47);
g33 := g35 | e60);
g34 := g37 | e77);
g35 := (e61 | g36 | e62);
g36 := (e63 | e64 | e65 | e66 |
e67);
g37 := (e68 | e69 | g38 | e70 |
e71);
g38 := (e72 | e73 | e74 | e75 |
e76);
g39 := (e81 | e82 | e83);
g40 := (e85 & e86);
```

baobab2

```
r1 /* root */ := @(3,[g1, g2, g3,
g4, g5]);
g1 := g6 | e1);
g2 := g7 | e2);
g3 := g8 | e3);
g4 := g9 | e4);
```

```
g5 := g10 | e5);
g6 := g11 & g12);
g7 := g13 & g12);
g8 := g14 & g12);
g9 := g15 & g12);
g10 := g16 & g12);
g11 := g17 | e6);
g12 := g18 | e11);
g13 := g17 | e7);
g14 := g17 | e8);
g15 := g17 | e9);
g16 := g17 | e10);
g17 := @(2,[g19, g20, g21]);
g18 := @(2,[g22, g23, g24]);
g19 := g25 | e12);
g20 := g26 | e13);
g21 := g27 | e14);
g22 := g25 | e15);
g23 := g26 | e16);
g24 := g27 | e17);
g25 := g28 | e18);
g26 := g29 | e19);
g27 := g30 | e20);
g28 := @(2,[g31, g32, g33]);
g29 := @(2,[g34, g35, g36]);
g30 := @(2,[g37, g38, g39]);
g31 := (e21 | e22);
g32 := (e25 | e26);
g33 := (e29 | e30);
g34 := (e23 | e22);
g35 := (e27 | e26);
g36 := (e31 | e30);
g37 := (e24 | e22);
g38 := (e28 | e26);
g39 := (e32 | e30);
```

das9208

```
g1 := g2 | g3);
g2 := g4 | g5 | g6);
g3 := (e13 | e14);
g4 := (e72 | e73 | e74 | e81 | e83);
g5 := (e72 | e73 | e74 | e75 | e76);
g6 := (e73 | e74 | e75 | e77 | e78);
g7 := g8 | g9);
g8 := g5 | g14 | g6);
g9 := (e9 | e2 | e7);
g10 := g8 | g11);
g11 := (e6 | e2 | e7);
g12 := g8 | g13);
g13 := (e2 | e7 | e8);
g14 := (e72 | e73 | e74 | e81 |
e82);
g15 := (e1 | g16 | g8);
g16 := (e2 | e7 | e10);
g17 := (e2 | e3);
g18 := (e2 | e4 | e5);
g19 := (e11 | e2 | e4);
g20 := (e12 | e13 | e14 | e15 | e16
| e17 | e18);
g21 := g20 & e19);
g22 := (e20 | e21);
g23 := g24 | g25);
g24 := (e23 & g38);
g25 := (e24 & g39);
g26 := g27 | g28);
g27 := (e22 | g37);
g28 := g144 | g143 | g113 | e34);
g29 := g27 | g30);
g30 := g28 | g137 | g138 | g92);
g31 := g32 | g22 | g33 | g34);
g32 := (e31 | e32);
g33 := g35 | g36);
g34 := (e69 | g126);
g35 := (e23 & g53);
g36 := (e24 & g54);
g37 := (e30 | g72);
g38 := g131 | g17 | e66 | g136);
g39 := g131 | g17 | e66 | g134);
g40 := (e25 & e26);
g41 := g42 & e27);
g42 := (e94 | e95 | e25 | e96 | e97
| e98);
g43 := g44 & g45);
g44 := g126 | e69);
g45 := g15 | g123);
g46 := g47 & e26);
g47 := (e35 | e85 | e28 | e88 | e86
| e87 | e101 | e90 | e91 | e93);
g48 := g49 & e27);
g49 := (e94 | e95 | e96 | e97 | e99
| e100 | e101 | e102 | e103 | e98);
g50 := g51 & e26);
g51 := (e35 | g92);
g52 := (e28 & e27);
g53 := g26 | e70);
g54 := g132 | g128 | g29);
g55 := (e29 | g12);
g56 := (e24 & g39);
g57 := (e23 & g38);
g58 := (e24 & g59);
g59 := g61 | g62);
g60 := (e23 & g61);
g61 := g135 | g112 | g19);
g62 := (e34 | e36 | g84);
g63 := g64 | g65);
g64 := g114 & g130);
g65 := g124 & g23);
g66 := g67 & g68);
g67 := (e46 | g119);
g68 := g127 | g56 | g57);
g69 := g70 & g71);
g70 := g58 | g60);
g71 := (e45 | g116);
g72 := g73 | g74);
g73 := g129 & e55);
g74 := (e53 | e42);
g75 := g76 | g77 | g78);
g76 := g81 & g82 & e26);
g77 := (e34 | g43);
g78 := g79 & g80);
g79 := g84 | g85);
g80 := (e33 | g40 | g41);
g81 := (e35 | g83);
g82 := g84 | e36);
g83 := (e85 | e28 | e88 | e93);
g84 := g7 | e68);
```

```
g85 := (e37 | e36);
g86 := g87 | g88);
g87 := g93 & g90);
g88 := g91 & g95);
g89 := (e38 | g84);
g90 := g50 | g52);
g91 := g92 | e35);
g92 := (e85 | e28 | e88 | e89 | e91
| e86 | e92);
g93 := g84 | g94);
g94 := (e37 | e36);
g95 := g84 | e36);
g96 := (e37 | e36);
g97 := g98 & g99);
g98 := (e35 | e85 | e28 | e88 | e86
| e90);
g99 := g84 | e36);
g100 := g101 & g102);
g101 := (e35 | e85 | e28 | e88 | e86
| e87);
g102 := g84 | g96);
g103 := g89 & g104);
g104 := (e39 | g46 | g48);
g105 := g44 & g45);
g106 := g107 & g108);
g107 := (e40 | e41);
g108 := g84 | g110);
g109 := g78 | g76);
g110 := (e37 | e36);
g111 := (e42 | g73);
g112 := (e43 | e44);
g113 := g44 | g83);
g114 := (e19 | g115);
g115 := (e77 | e79);
g116 := g117 | g118);
g117 := g125 | e13 | e47);
g118 := g143 | g137 | g144 | g22 |
e34);
g119 := g31 | g120);
g120 := g121 | e13 | e47);
g121 := (e14 | e12 | e49);
g122 := (e48 | e49);
g123 := (e13 | e50);
g124 := (e51 | g21);
g125 := (e14 | e49);
g126 := (e52 & g1);
g127 := (e67 | g135 | g75 | g18);
g128 := (e54 & g84);
g129 := g10 | e71);
g130 := (e56 | e57 | e58 | e59 | e60
| g122);
g131 := (e61 | e62);
g132 := (e63 | e64);
g133 := (e64 | e65);
g134 := g128 | g133 | g139 | g140);
g135 := (e80 | e72 | e73);
g136 := (e84 | g141 | g142);
g137 := (e85 | e86 | e28 | e87 | e88
| e89);
g138 := (e85 | e86 | e28 | e88 | e90
| e89);
g139 := g100 | g103 | g86 | g97);
g140 := (e34 | g105);
g141 := g106 | g109);
g142 := g77 | g111);
g143 := (e35 & g55);
g144 := (e85 | e28 | e88 | e89 |
e91);
r1 /* root */ := g63 | g66 | g69);
```

isp9605

```
r1 /* root */ := @(3,[g1, g2, g3,
g4, g5]);
g1 := (e1 | g6);
g2 := (e2 | g7);
g3 := (e3 | g8);
g4 := (e4 | g9);
g5 := (e5 | g10);
g6 := g11 & g12);
g7 := g13 & g12);
g8 := g14 & g12);
g9 := g15 & g12);
g10 := g16 & g12);
g11 := (e6 | g17);
g12 := (e11 | g18);
g13 := (e7 | g17);
g14 := (e8 | g17);
g15 := (e9 | g17);
g16 := (e10 | g17);
g17 := @(2,[g19, g20, g21]);
g18 := @(2,[g22, g23, g24]);
g19 := (e12 | g25);
g20 := (e13 | g26);
g21 := g27 | e14);
g22 := (e15 | g25);
g23 := (e16 | g26);
g24 := (e17 | g27);
g25 := (e18 & g28);
g26 := (e19 & g29);
g27 := (e20 & g30);
g28 := @(2,[g31, g32, g33]);
g29 := @(2,[g34, g35, g36]);
g30 := @(2,[g37, g38, g39]);
g31 := (e21 | e22);
g32 := (e23 | e24);
g33 := (e25 | e26);
g34 := (e27 | e22);
g35 := (e28 | e24);
g36 := (e29 | e26);
g37 := (e32 | e26);
g38 := (e30 | e22);
g39 := (e31 | e24);
```

das9201

```
g1 := (e1 | e2);
g2 := (e3 | g3 | g4 | g5);
g3 := g44 | g45);
g4 := g47 | g48);
g5 := g50 & e44);
g6 := (e3 | g7 | g8 | g5);
g7 := g46 | g45);
g8 := g49 | g48);
g9 := (e3 | g3 | g4 | g5);
g10 := (e3 | g7 | g8 | g5);
g11 := g12 | e4);
```

```
g12 := (e53 & e54);
g13 := g14 | e5);
g14 := (e55 & e56);
g15 := (e6 & e7);
g16 := (e8 & e9);
g17 := (e10 & e11);
g18 := (e12 & e13);
g19 := (e14 | e15 | g20);
g20 := (e119 | g80);
g21 := (e16 | e17 | g22);
g22 := (e120 | g81);
g23 := (e18 | e19 | g2 | g24);
g24 := (e3 | e24 | g31 | g32 | g33 |
g34);
g25 := (e20 | e21 | g6 | g26);
g26 := (e3 | e25 | g35 | g36 | g37 |
g38);
g27 := (e18 | e22 | g9 | g28);
g28 := (e3 | e26 | g31 | g32 | g39 |
g34);
g29 := (e20 | e23 | g10 | g30);
g30 := (e3 | e27 | g35 | g36 | g40 |
g38);
g31 := g63 | g64);
g32 := g57 | g59);
g33 := (e89 | e99 | e100 | e101 |
e102);
g34 := g67 | g68);
g35 := g65 | g66);
g36 := g58 | g60);
g37 := (e94 | e103 | e104 | e105 |
e106);
g38 := g69 | g70);
g39 := (e89 | e90 | e91 | e92 |
e93);
g40 := (e94 | e95 | e96 | e97 |
e98);
g41 := g42 | e28 | e29);
g42 := g43 & e30);
g43 := g19 | e52);
g44 := (e31 & e32 & e33);
g45 := (e34 & e35);
g46 := (e36 & e32 & e37);
g47 := (e38 & e32 & e39);
g48 := (e40 & e41);
g49 := (e42 & e32 & e43);
g50 := (e117 | e118);
g51 := (e45 | e46 | e47 | e48);
g52 := (e49 | e50 | e47 | e51);
g53 := g51 | g23);
g54 := g52 | g25);
g55 := g51 | g27);
g56 := g52 | g29);
g57 := (e57 | e58);
g58 := (e59 | e60);
g59 := (e61 | e62 | e63);
g60 := (e64 | e65 | e66);
g61 := (e67 & e32);
g62 := (e68 & e32);
g63 := (e69 | g15 | e70);
g64 := (e73 | g17 | e74);
g65 := (e71 | g16 | e72);
g66 := (e75 | g18 | e76);
g67 := (e77 | e78 | e79 | g61);
g68 := (e83 | e84 | e85 | g62);
g69 := (e80 | e81 | e82 | g61);
g70 := (e86 | e87 | e88 | g62);
g71 := (e107 | e108);
g72 := g73 | g74);
g73 := g75 & g76);
g74 := g77 & g78);
g75 := (e107 | e109 | g19 | g53 |
e110);
g76 := (e111 | g21 | g54 | e112);
g77 := (e108 | e113 | g19 | g55 |
e110);
g78 := (e114 | g21 | g56 | e112);
g79 := g71 | g1 | e115 | e116 |
g41);
g80 := g11 | e121);
g81 := g13 | e122);
r1 /* root */ := g72 & g79);
```

baobab1

```
r1 /* root */ := g1 & g2 & g3);
g1 := g4 | g5 | g37 | e1);
g2 := g25 | g26 | g27);
g3 := g4 | g5 | g6 | e1);
g4 := @(3,[g60, g61, g62, g63]);
g5 := @(3,[g56, g57, g58, g59]);
g6 := g7 & g8 & g9 & g10);
g7 := g22 | g23 | g17 | g24 | e5);
g8 := g19 | g20 | g13 | g21 | e4);
g9 := g15 | g16 | g17 | g18 | e3);
g10 := g11 | g12 | g13 | g14 | e2);
g11 := (e53 & e58);
g12 := (e53 & e54);
g13 := g46 | e15);
g14 := g11 | g32 | e10);
g15 := (e53 & e59);
g16 := (e53 & e56);
g17 := g47 | e16);
g18 := g15 | g33 | e11);
g19 := (e53 & e60);
g20 := (e53 & e55);
g21 := g19 | g32 | e12);
g22 := (e53 & e61);
g23 := (e53 & e57);
g24 := g22 | g33 | e13);
g25 := @(3,[g80, g81, g82, g83]);
g26 := g44 | g45 | e14);
g27 := @(3,[g28, g29, g30, g31]);
g28 := g22 | g24 | e9);
g29 := g19 | g21 | e8);
g30 := g15 | g18 | e7);
g31 := g11 | g14 | e6);
g32 := g34 & g35);
g33 := g36 & g35);
g34 := g48 & g49);
g35 := g42 | g43);
g36 := g50 & g51);
g37 := @(2,[g38, g39, g40, g41]);
g38 := g23 | g17 | e5);
g39 := g16 | g17 | e3);
g40 := g20 | g13 | e4);
g41 := g12 | g13 | e2);
```

```
g42 := @(3,[g68, g69, g70, g71]);
g43 := @(3,[g64, g65, g66, g67]);
g44 := @(3,[g76, g77, g78, g79]);
g45 := @(3,[g72, g73, g74, g75]);
g46 := g52 & g53);
g47 := g54 & g55);
g48 := g20 | e19);
g49 := g12 | e17);
g50 := g23 | e20);
g51 := g16 | e18);
g52 := g20 | e31);
g53 := g12 | e29);
g54 := g23 | e32);
g55 := g16 | e30);
g56 := g23 | e24);
g57 := g20 | e23);
g58 := g16 | e22);
g59 := g12 | e21);
g60 := g23 | e28);
g61 := g20 | e27);
g62 := g16 | e26);
g63 := g12 | e25);
g64 := g22 | e36);
g65 := g19 | e35);
g66 := g15 | e34);
g67 := g11 | e33);
g68 := g22 | e40);
g69 := g19 | e39);
g70 := g15 | e38);
g71 := g11 | e37);
g72 := g22 | e44);
g73 := g19 | e43);
g74 := g15 | e42);
g75 := g11 | e41);
g76 := g22 | e48);
g77 := g19 | e47);
g78 := g15 | e46);
g79 := g11 | e45);
g80 := g22 | e52);
g81 := g19 | e51);
g82 := g15 | e50);
g83 := g11 | e49);
```

edf9205

```
r1 /* root */ := g1 | g2);
g1 := g3 | g4);
g2 := g6 & g7);
g3 := g5 & g6);
g4 := g5 & g7);
g5 := g65 | g63);
g6 := g12 | g13);
g7 := g8 | g9);
g8 := g59 | g57);
g9 := g10 & g11);
g10 := g58 | g57);
g11 := (e24 | e25 | e26 | e27 | e28
| e29 | e30 | e31);
g12 := g62 | g60);
g13 := g14 & g15);
g14 := g61 | g60);
g15 := (e16 | e17 | e18 | e19 | e20
| e21 | e22 | e23);
g16 := (e1 | e2 | e3);
g17 := (e1 | e2 | e4);
g18 := (e1 | e5 | e6);
g19 := g20 | e7);
g20 := g29 | g27);
g21 := g22 | e7);
g22 := g29 | g27);
g23 := g24 | e8);
g24 := g29 | g30);
g25 := g20 | e9);
g26 := g22 | e9);
g27 := g28 | e10);
g28 := (e93 | g89 | g55 | g35 |
g73);
g29 := (e162 | g66);
g30 := g31 | e11);
g31 := (e110 | g92 | g56 | g42 |
g74);
g32 := g33 | g34);
g33 := g101 | g102);
g34 := g79 | g71);
g35 := g36 | g32);
g36 := g37 & g38);
g37 := g51 | g52);
g38 := g49 | g50);
g39 := g40 | g41);
g40 := g108 | g109);
g41 := g84 | g72);
g42 := g43 | g39);
g43 := g53 | g54);
g44 := g29 | g45);
g45 := g95 | g75);
g46 := g29 | g45);
g47 := g29 | g48);
g48 := g98 | g76);
g49 := g116 & e148);
g50 := g139 | g67);
g51 := g124 & e154);
g52 := g140 | g68);
g53 := g132 & e160);
g54 := g141 | g69);
g55 := (e12 | e13);
g56 := (e14 | e15);
g57 := g15 | g16);
g58 := g44 | g19);
g59 := g46 & g21);
g60 := g11 | g17);
g61 := g25 | g44);
g62 := g26 & g46);
g63 := g64 | g18);
g64 := (e32 | e33 | e34 | e35 | e36
| e37 | e38 | e39);
g65 := g47 & g23);
g66 := (e40 | e41 | e42 | e43);
g67 := (e44 | e45 | e46);
g68 := (e47 | e48 | e49);
g69 := (e50 | e51 | e52);
g70 := (e53 | e54 | e55);
g71 := (e56 | e57 | e58);
g72 := (e59 | e60 | e61);
g73 := (e62 | e63 | e64 | e27 | e19
| e65);
g74 := (e66 | e67 | e68 | e69 | e35
| e70);
```

```
g75 := (e71 | e72 | e73 | e26 | e18
| e74);
g76 := (e75 | e76 | e77 | e78 | e34
| e79);
g77 := (e80 | e81);
g78 := (e82 | e83);
g79 := g80 | g81);
g80 := g82 | g83);
g81 := (e88 | e89);
g82 := (e84 | e85);
g83 := (e86 | e87);
g84 := g85 | g86);
g85 := g87 | g88);
g86 := (e92 | e89);
g87 := (e90 | e85);
g88 := (e91 | e87);
g89 := g90 | g91);
g90 := (e94 | e95 | e96 | e97 | e98
| e99 | e100 | e101);
g91 := (e102 | e103 | e104 | e105 |
e106 | e107 | e108 | e109);
g92 := g93 | g94);
g93 := (e111 | e95 | e97 | e112 |
e98 | e113 | e100 | e114);
g94 := (e115 | e103 | e105 | e116 |
e106 | e117 | e108 | e118);
g95 := g96 | e119 | g97);
g96 := (e120 | e121);
g97 := (e122 | e103 | e104 | e116 |
e106 | e117 | e109 | e123);
g98 := g99 | e124 | g100);
g99 := (e125 | e126);
g100 := (e127 | e103 | e104 | e105 |
e116 | e107 | e123 | e118);
g101 := g103 | e128);
g102 := g104 & g105);
g103 := (e129 | e130);
g104 := g106 & g107);
g105 := g78 & g77);
g106 := (e131 | e132);
g107 := (e133 | e134);
g108 := g110 | e135);
g109 := g111 & g112);
g110 := (e136 | e130);
g111 := g113 & g114);
g112 := g78 & g77);
g113 := (e137 | e138);
g114 := (e133 | e139);
g115 := (e140 | e141 | e142 | e143 |
e144 | e145 | e146 | e147);
g116 := g117 | g118);
g117 := g115 | e149);
g118 := g119 & g120);
g119 := g121 & g122);
g120 := g78 & g77);
g121 := (e131 | e132);
g122 := (e133 | e134);
g123 := (e150 | e141 | e143 | e151 |
e144 | e152 | e146 | e153);
g124 := g125 | g126);
g125 := g123 | e155);
g126 := g127 & g128);
g127 := g129 & g130);
g128 := g78 & g77);
g129 := (e131 | e156);
g130 := (e133 | e157);
g131 := (e158 | e141 | e142 | e151 |
e144 | e152 | e147 | e159);
g132 := g133 | g134);
g133 := g131 | e161);
g134 := g135 & g136);
g135 := g137 & g138);
g136 := g78 & g77);
g137 := (e137 | e138);
g138 := (e133 | e139);
g139 := g68 & e163);
g140 := g67 & e164);
g141 := g70 & e165);
```

jbd9601

```
r1 /* root */ := g1 | g2 | g3 | g4 |
g5 | g6 | g7 | g8 | g9);
g1 := g10 | g11 | g12 | e1 | e2 |
g13 | g14 | g15 | g16 | g17 | g18);
g2 := (e47 | g31 | g32 | g33);
g3 := g64 | g65 | g66 | e99 | e100 |
g67 | g68 | g69 | g70 | g71 | g72);
g4 := g85 | g86);
g5 := g124 | g125 | g126 | g127);
g6 := g97 | g145 | g146 | e224);
g7 := g151 | g152 | g153 | g154);
g8 := g166 | g167 | g168);
g9 := g252 | g253);
g10 := g19 | e3 | e4 | e5 | e6);
g11 := (e13 | e14);
g12 := g20 | g21 | e15);
g13 := (e35 | e36);
g14 := (e37 | e38);
g15 := (e39 | e40);
g16 := (e41 | e42);
g17 := (e43 | e44);
g18 := (e45 | e46);
g19 := (e7 | e8 | e9 | e10 | e11 |
e12);
g20 := g22 & g23);
g21 := g25 & g26);
g22 := g24 | e16 | e17);
g23 := (e24 | e4);
g24 := (e18 | e19 | e20 | e21 | e22
| e23);
g25 := g24 | g27 | e16 | e25 | e26);
g26 := g29 | e28 | e31 | e32);
g27 := g28 & e27);
g28 := (e28 | e29 | e30);
g29 := g30 & e33);
g30 := g24 | e16 | e25 | e34);
g31 := g34 | g35 | e48);
g32 := g58 | e73 | e74 | e75 | g59 |
e76 | e77 | e78 | e79 | e80 | e81 |
g60);
g33 := (e94 | g62);
g34 := g36 | g37 | g38 | e49 | e50 |
e51);
g35 := g47 | g48 | g49 | e62 | e63 |
e64);
g36 := g39 & g40);
g37 := g43 & g44);
```

```
g38 := g45 & g46);
g39 := g41 | e52);
g40 := g42 | e55);
g41 := (e53 | e19 | e20 | e21 | e22
| e54);
g42 := (e56 | e8 | e9 | e10 | e11 |
e57);
g43 := g41 | e58);
g44 := g42 | e59);
g45 := g41 | e60);
g46 := g42 | e61);
g47 := g50 & g51);
g48 := g54 & g55);
g49 := g56 & g57);
g50 := g52 | e65);
g51 := g53 | e67);
g52 := (e53 | e19 | e20 | e21 | e22
| e66);
g53 := (e56 | e8 | e9 | e10 | e11 |
e68);
g54 := g52 | e69);
g55 := g53 | e70);
g56 := g52 | e71);
g57 := g53 | e72);
g58 := g61 | e82 | e83 | e84 | e85);
g59 := (e89 | e90 | e91);
g60 := (e92 | e93);
g61 := (e86 | e87 | e88);
g62 := (e95 | e96 | e97 | g63);
g63 := g61 | e98 | e53 | e85);
g64 := g73 | e101 | e102 | e103 |
e104);
g65 := (e106 | e107);
g66 := g74 | g75 | e108);
g67 := (e125 | e126);
g68 := (e127 | e128);
g69 := (e129 | e130);
g70 := (e131 | e132);
g71 := (e133 | e134);
g72 := (e135 | e136);
g73 := (e18 | e19 | e20 | e21 | e22
| e105);
g74 := g76 & g77);
g75 := g79 & g80);
g76 := g78 | e109 | e110);
g77 := (e113 | e102);
g78 := (e8 | e7 | e9 | e10 | e111 |
e112);
g79 := g81 | e114 | e115 | e116);
g80 := g78 | g83 | e118 | e121 |
e122);
g81 := g82 & e117);
g82 := g78 | e118 | e119 | e120);
g83 := g84 & e123);
g84 := (e114 | e115 | e124);
g85 := g87 & g88);
g86 := g107 | g108 | g109 | g110 |
g111 | g112);
g87 := (e137 | e138 | g89);
g88 := (e168 | e182 | g58);
g89 := (e139 | e140 | g90 | e141 |
e142);
g90 := g91 | e143 | e144 | e145);
g91 := g92 | g93 | g94);
g92 := (e146 | e147 | e148 | e149 |
e150);
g93 := (e151 | e152 | e153 | e154 |
e155);
g94 := g95 & g96);
g95 := g97 | g98 | g99);
g96 := g100 | e143 | e145);
g97 := (e156 | e157 | e158 | e159 |
e160);
g98 := g100 & g101);
g99 := g105 | g106);
g100 := (e137 | e161 | e162 | e163 |
e164 | e165 | e166 | g102);
g101 := (e167 | g103);
g102 := (e139 | e140 | e141 | e142 |
e152 | e153 | e154);
g103 := (e168 | e169 | e170 | e171 |
e172 | e173 | e174 | g104);
g104 := (e53 | e83 | e98 | e85 |
e175 | e176 | e177);
g105 := (e178 & e179);
g106 := (e180 & e181);
g107 := g113 & g114);
g108 := g113 & g119);
g109 := g113 & g121);
g110 := g114 & g119);
g111 := g114 & g121);
g112 := g119 & g121);
g113 := g115 | e183 | g116);
g114 := g117 | e186 | g118);
g115 := (e56 | e9 | e10);
g116 := (e184 | e185);
g117 := (e53 | e20 | e21);
g118 := (e187 | e188);
g119 := g60 | e189 | e190 | g120);
g120 := (e191 | e192);
g121 := g122 | e193 | e194 | g123);
g122 := (e195 | e196);
g123 := (e197 | e198);
g124 := g128 & g129);
g125 := g130 & g131);
g126 := g132 & g133);
g127 := g139 | g140 | g141 | g142 |
g143 | g144);
g128 := g58 | e168 | e199);
g129 := g89 | e137 | e138);
g130 := g117 | e200 | e201);
g131 := g115 | e202 | e203);
g132 := g134 | g135 | e204 | e205);
g133 := g136 | g137 | e210 | e211);
g134 := (e73 | e98 | e206 | e85 |
e204 | g61 | e53);
g135 := (e207 | e208 | e209);
g136 := (e140 | e152 | e141 | e212 |
e142 | e210 | g90 | e139);
g137 := g138 | e213 | e214 | e215);
g138 := (e216 | e217 | e218 | e219);
g139 := (e220 & e221);
g140 := (e220 & e222);
g141 := (e220 & e223);
g142 := (e221 & e222);
g143 := (e221 & e223);
g144 := (e222 & e223);
```

```
g145 := (e225 | e175 | e176 | e177 |
e226);
g146 := g147 & g148);
g147 := g92 | g149 | g99);
g148 := g103 | e224);
g149 := g103 & g150);
g150 := (e227 | g100);
g151 := g155 & g156);
g152 := g158 & g159);
g153 := g162 & g163);
g154 := g164 & g165);
g155 := g136 | g137 | e228);
g156 := g134 | g157 | e229);
g157 := (e207 | e208 | e209);
g158 := g136 | g137 | e230);
g159 := g160 | g161 | e231);
g160 := g61 | e53 | e98 | e85 | e73
| e74 | e75);
g161 := (e232 | e233 | e234);
g162 := g136 | g137 | e235);
g163 := g134 | g157 | e236);
g164 := g115 | e237 | e238);
g165 := g117 | e239 | e240);
g166 := g169 | g170);
g167 := g222 | g223 | g224);
g168 := (e428 & g251);
g169 := g171 | g172);
g170 := g216 | g217);
g171 := g173 & g174);
g172 := g196 & g197);
g173 := g58 | g175 | e73 | g176);
g174 := g177 | g178);
g175 := (e241 | e242 | e243);
g176 := (e242 | e244 | e245 | e246 |
e247 | e248 | e249 | e250);
g177 := g179 & g180);
g178 := g181 | g194 | g195);
g179 := g181 | e251 | e252 | e253);
g180 := g193 | e260 | e291 | e292);
g181 := g182 | e254 | e255 | e256 |
e257);
g182 := g183 | e258 | e255 | e259);
g183 := g184 | g185 | g186 | g187 |
g188 | g189);
g184 := g190 | e260 | e252 | e261 |
e262 | e263 | e264 | e265 | e266);
g185 := (e274 | e275 | e276 | e277 |
e278);
g186 := (e279 | e280);
g187 := (e281 | e282);
g188 := (e283 | e284 | e285 | e286 |
e287);
g189 := (e288 & g192);
g190 := (e267 | g191 | e268 | e269 |
e270);
g191 := (e271 | e272 | e273);
g192 := (e289 | e290);
g193 := (e293 | e294 | e267 | e255 |
e256 | e257);
g194 := (e295 | e296 | e297 | e298 |
e299);
g195 := (e300 | e301 | e302 | e303 |
e304 | e305 | e306);
g196 := (e307 | e308 | e309);
g197 := g198 | g199);
g198 := (e310 & e311);
g199 := g200 & g201 & g202);
g200 := g89 | e312 | e313);
g201 := g193 | e251 | e314);
g202 := g203 | g204);
g203 := g205 | g206 | e315 | g207);
g204 := g213 | e317 | e318 | e332 |
e333);
g205 := g208 | g209 | e316 | e317 |
e318);
g206 := (e327 | e328 | e329);
g207 := (e330 & e331);
g208 := g210 | e319 | e320 | e321);
g209 := g211 & g212);
g210 := (e322 | e323 | e324);
g211 := (e267 | e325);
g212 := (e92 | e326);
g213 := g208 | g214 | g215 | e316);
g214 := (e267 & e325);
g215 := (e92 & e334);
g216 := g218 | g219);
g217 := (e339 & e340 & e341);
g218 := g220 & e335 & g221 & e336);
g219 := (e311 & e310);
g220 := g177 | e337);
g221 := g203 | e338);
g222 := g225 & g226);
g223 := g235 & g236);
g224 := (e423 | g249 | g250);
g225 := g58 | g227);
g226 := g89 | g230 | g231 | g232);
g227 := (e342 | g228 | e343 | e344 |
e345 | e346 | e347 | e348 | e349);
g228 := g229 | g91 | e350 | e351 |
e352);
g229 := (e353 | e354);
g230 := (e355 | g233 | e356 | e357 |
e358 | e359 | e360 | e361 | e362);
g231 := g182 | e254 | e256 | e257);
g232 := (e368 | g191 | e369 | e370 |
e371 | e372 | e373 | e374 | e375);
g233 := g234 | e363 | e364 | e365);
g234 := (e366 | e367);
g235 := g237 | g238);
g236 := g241 | g242);
g237 := g58 | e168 | e96 | e376 |
g239);
g238 := g175 | e242 | e390 | e391 |
e392 | e393 | e394);
g239 := g175 | g240 | e242 | e377 |
e378 | e379 | e380 | e381 | e382 |
e383 | e384 | e385 | e386);
g240 := (e387 | e388 | e389);
g241 := g243 | g244 | e252 | g245);
g242 := g194 | e417 | e418 | e419 |
e420 | e421 | e422);
g243 := (e395 | e396 | e254 | e255 |
e256 | e397);
g244 := g246 | g247 | e398 | e399 |
e400);
g245 := g194 | g248 | e403 | e404 |
e405 | e406 | e407 | e408 | e409 |
e410 | e411 | e412);
```

```
g246 := (e401 | e402);
g247 := g188 | g187 | g184);
g248 := g183 | e413 | e414 | e415 |
e416);
g249 := (e424 & e425);
g250 := (e426 & e427);
g251 := g181 | g194 | e429 | e297 |
e430 | e431 | e432 | e433 | e434);
g252 := g254 & g255 & g256 & g257);
g253 := g265 | g266 | g267);
g254 := g181 | e435 | e436);
g255 := g58 | e168 | e169 | e437);
g256 := g258 | e438 | e439);
g257 := g262 | e444 | e445);
g258 := g259 | e440);
g259 := g260 & g261);
g260 := (e139 | e140 | e441);
g261 := (e195 | e442 | e443);
g262 := g263 & g264);
g263 := (e53 | e446 | e447);
g264 := (e448 | e449 | e450);
g265 := g268 & g269);
g266 := g272 | g273);
g267 := g283 | g284);
g268 := g270 | e451 | e452 | e453 |
e454 | e455);
g269 := g271 | e457 | e458 | e459 |
e460 | e461);
g270 := (e92 | e93 | e189 | e456);
g271 := (e195 | e196 | e193 | e462);
g272 := g274 & g275);
g273 := g281 & g282);
g274 := g89 | g276 | e137 | e161 |
e463);
g275 := g58 | g213 | e168 | e169 |
e471);
g276 := g277 | g278 | e142);
g277 := g91 | e464 | e465 | e466);
g278 := g279 & g280);
g279 := (e56 | e467 | e468);
g280 := (e195 | e469 | e470);
g281 := g58 | e168 | e169 | e472 |
e473);
g282 := g89 | e137 | e161 | e474 |
e475);
g283 := g285 & g286);
g284 := g313 & g314);
g285 := g287 | e476 | e477);
g286 := g300 | e502 | e503);
g287 := g288 | g289 | e478);
g288 := g290 | e479 | e480 | e481);
g289 := g298 & g299);
g290 := g291 | g292 | g293 | e482);
g291 := (e483 | e484 | e485 | e486 |
e487);
g292 := g294 | e488 | e489 | e490);
g293 := (e476 | e493 | e494 | e495 |
e496 | e497);
g294 := g295 | e440);
g295 := g296 & g297);
g296 := (e139 | e491 | e441);
g297 := (e195 | e442 | e492);
g298 := (e139 | e498 | e499);
g299 := (e254 | e500 | e501);
g300 := g301 | g302 | e504);
g301 := g303 | e505 | e506 | e507);
g302 := g311 & g312);
g303 := g304 | g305 | g306);
g304 := (e508 | e509 | e510 | e511 |
e512);
g305 := g307 | e513 | e514 | e515);
g306 := (e502 | e517 | e518 | e519 |
e520 | e521);
g307 := g308 | e516);
g308 := g309 & g310);
g309 := (e53 | e446 | e447);
g310 := (e448 | e449 | e450);
g311 := (e267 | e522 | e523);
g312 := (e448 | e524 | e525);
g313 := g276 | e526 | e527 | e528 |
e529);
g314 := g213 | e530 | e531 | e532 |
e533);
```

isp9603

```
r1 /* root */ := g1 | g2);
g1 := g3 | g4 | g5);
g2 := g50 | g51 | g52);
g3 := g6 & g7);
g4 := g8 & g9);
g5 := g10 & g11);
g6 := g15 | g16);
g7 := g17 | g18);
g8 := g13 | g14);
g9 := g22 & g23);
g10 := g32 | e30 | e31 | g46);
g11 := (e1 & e2 & g12);
g12 := (e60 | e61);
g13 := (e62 & e63);
g14 := g49 | e41 | e42);
g15 := (e3 | g13);
g16 := (e4 | e5 | e6 | e7 | g19 |
g20);
g17 := g42 | g43 | g44 | e29);
g18 := g64 & g65);
g19 := (e66 | e67);
g20 := g83 | e64 | e65);
g21 := (e8 & e9);
g22 := g28 | e39 | e40);
g23 := g24 | g25 | g26);
g24 := (e18 | e19 | e20 | e21 | g34
| g35);
g25 := g87 | e20 | e21 | e18 | e19);
g26 := (e10 & g27);
g27 := g36 | g37);
g28 := g29 & g30);
g29 := (e87 | e88 | g91);
g30 := g31 & e11);
g31 := (e12 | e13);
g32 := (e14 | e15);
g33 := (e16 | e17);
g34 := (e10 & g36);
g35 := (e22 & e23);
g36 := (e46 | e53 | e54 | e55 |
g73);
g37 := g74 | e54 | e55);
g38 := (e24 | g39);
```

```
g39 := g40 & g41);
g40 := (e25 | e26);
g41 := (e27 | e28);
g42 := g10 & g45);
g43 := g47 & g48);
g44 := g42 | g43);
g45 := (e32 | e33 | g33);
g46 := g61 | g60);
g47 := (e34 | g24);
g48 := (e35 | e36 | e37 | e38 | e39
| e40);
g49 := (e23 & e43);
g50 := g6 & g53);
g51 := g8 & g79);
g52 := g56 & g82);
g53 := g54 | g55 | e44);
g54 := g56 & g57);
g55 := g58 & g59);
g56 := (e30 | g32 | e34 | g60 | g61
| e45);
g57 := (e38 | e37 | g62);
g58 := (e31 | g36);
g59 := (e35 | e36 | g63);
g60 := (e81 | e82 | e83 | g86);
g61 := (e73 & e9);
g62 := (e46 | e47);
g63 := g45 | g18);
g64 := (e70 | e71);
g65 := g66 | g67 | e48);
g66 := g68 & g69);
g67 := g84 & g46);
g68 := (e49 | e50 | e51 | g72);
g69 := g70 | g71);
g70 := (e72 & e9);
g71 := (e77 | e78 | e79 | g85);
g72 := (e52 & e9);
g73 := (e23 & e56);
g74 := g75 & g76);
g75 := g77 | e56);
g76 := g78 | e23);
g77 := (e57 | g38);
g78 := (e85 | g38);
g79 := g22 & g80);
g80 := (e46 | e53 | g37 | g81);
g81 := (e10 & g25);
g82 := (e58 & e59 & g12);
g83 := (e68 | e69);
g84 := (e74 | e75 | e76 | g21);
g85 := (e80 & e9);
g86 := (e84 & e9);
g87 := g88 & g89);
g88 := g78 | e23);
g89 := (e22 | e23 | g90);
g90 := (e86 | g38);
g91 := g92 | g93);
g92 := (e89 & e43);
g93 := g38 | g94);
g94 := (e90 & e91);
```

das9202

```
g1 := g2 & g3);
g2 := g4 & g5 & g6);
g3 := g12 & g13 & g14);
g4 := g7 | e1 | e2 | g8);
g5 := g7 | e11 | e12 | g8);
g6 := g7 | e13 | e14 | g8);
g7 := (e3 | e4 | g9);
g8 := g10 & g11);
g9 := (e5 | e6);
g10 := (e7 | e8);
g11 := (e9 | e10);
g12 := g15 | e15 | e16 | g16);
g13 := g15 | e23 | e24 | g16);
g14 := g15 | e25 | e26 | g16);
g15 := (e17 | e18 | g9);
g16 := g17 & g18);
g17 := (e19 | e20);
g18 := (e21 | e22);
g19 := g20 & g21);
g20 := g22 & g23);
g21 := g29 & g30 & g31);
g22 := g24 | e27 | e28 | g25);
g23 := g24 | e36 | e37 | g25);
g24 := (e29 | e30 | g26);
g25 := g27 & g28);
g26 := (e31 | e6);
g27 := (e32 | e33);
g28 := (e34 | e35);
g29 := g32 | e38 | e39 | g33);
g30 := g32 | e46 | e47 | g33);
g31 := g32 | e48 | e49 | g33);
g32 := (e40 | e41 | g26);
g33 := g34 | g35);
g34 := (e42 | e43);
g35 := (e44 | e45);
r1 /* root */ := g1 & g19);
```

ftr10

```
r1 /* root */ := g1 | g2 | g3 | g4 |
g5 | g6 | g7 | g8 | g9 | g10 | g11 |
g12 | g13 | g14 | g15 | g16 | g17 |
g18 | g19 | g20 | g21 | g22 | g23 |
g24 | g25 | g26 | g27 | g28 | g29 |
g30 | g31 | g32 | g33 | g34 | g35);
g1 := (e1 | e2 | e3 | e4 | e5);
g2 := (e6 | e7 | e8 | e9 | e10 |
e11);
g3 := (e12 | e13 | e14);
g4 := g36 & g37);
g5 := g38 & g39);
g6 := g40 & g41);
g7 := g42 & g43);
g8 := g44 & g45);
g9 := g46 & g47);
g10 := g48 & g49);
g11 := g50 & g51);
g12 := g52 | e25 | e26);
g13 := g54 | g55);
g14 := (e67 | e68);
g15 := g58 & g59);
g16 := g60 & g61);
g17 := g62 | e81 | e73);
g18 := g64 & g65);
g19 := (e87 | g66);
g20 := (e92 | g69);
g21 := g71 | e98 | e99 | e100);
```

```
g22 := (e108 | e109 | e110 | e111 |
e112);
g23 := (e113 | e114 | e115);
g24 := (e116 | e117);
g25 := (e118 | e119);
g26 := (e120 | e121);
g27 := (e122 | e123);
g28 := g74 | g75 | g76);
g29 := g81 | g82 | g83);
g30 := g88 | g89);
g31 := (e164 | e165);
g32 := (e166 | e167 | e168 | e169);
g33 := (e170 | e171);
g34 := (e172 | e173);
g35 := (e174 | e175);
g36 := (e15 | e16 | e17);
g37 := (e12 | e13 | e18 | e19 | e20
| e21 | e22 | e23 | e24 | e25 |
e26);
g38 := (e27 | e28);
g39 := (e12 | e13 | e15 | e18 | e19
| e20 | e22 | e23 | e24 | e25 |
e26);
g40 := (e20 | e21);
g41 := (e29 | e30 | e31 | e32 | e33
| e34 | e35);
g42 := (e36 | e37 | e38);
g43 := (e39 | e40);
g44 := (e23 | e24);
g45 := (e12 | e13 | e15 | e18 | e19
| e22 | e25);
g46 := (e41 | e42 | e43);
g47 := (e12 | e13 | e22 | e23 | e24
| e25 | e26);
g48 := (e44 | e45 | e46 | e47 | e48
| e49);
g49 := (e12 | e13 | e22 | e23 | e24
| e25 | e26);
g50 := (e50 | e51);
g51 := (e12 | e13 | e22 | e23 | e24
| e25 | e26);
g52 := (e52 & g53);
g53 := (e12 | e13 | e22 | e22 | e24
| e25 | e26);
g54 := (e53 & e54 & g56);
g55 := (e60 & g57 & g10);
g56 := (e55 | e56 | e57 | e58 |
e59);
g57 := (e61 | e62 | e63 | e64 | e65
| e66);
g58 := (e69 | e70 | e71 | e72);
g59 := (e68 | e73);
g60 := (e74 | e75 | e76 | e77 | e78
| e79 | e80);
g61 := (e68 | e73);
g62 := g63 & e82);
g63 := (e68 | e73);
g64 := (e83 | e84 | e85 | e86);
g65 := (e68 | e73);
g66 := g67 & g68);
g67 := (e88 | e89 | e90 | e91);
g68 := (e88 | e89 | e90 | e91);
g69 := (e93 & g70);
g70 := (e94 | e95 | e96 | e97);
g71 := g72 & g73);
g72 := (e101 | e102);
g73 := (e103 | e104 | e105 | e106 |
e107);
g74 := g77 & g78);
g75 := g77 & g79);
g76 := g79 & g80);
g77 := (e124 | e125);
g78 := (e128 | e129 | e130 | e131 |
e132 | e133 | e134 | e135 | e136 |
e137);
g79 := (e126 | e127);
g80 := (e138 | e139 | e140 | e141 |
e142 | e143 | e144 | e145 | e146 |
e147 | e148);
g81 := g84 & g85);
g82 := g85 & g86);
g83 := g86 & g87);
g84 := (e128 | e129 | e130 | e131 |
e149 | e132 | e133 | e134 | e135 |
e136 | e137);
g85 := (e150 | e151 | e152);
g86 := (e153 | e154 | e155);
g87 := (e138 | e139 | e140 | e141 |
e142 | e143 | e144 | e145 | e146 |
e147 | e148);
g88 := g90 & g91);
g89 := g92 & g93);
g90 := (e156 | e157 | e158 | e159 |
e160 | e161);
g91 := (e162 | e163);
g92 := (e156 | e157 | e158 | e159 |
e160 | e161);
g93 := (e162 | e163);
```

baobab3

```
r1:=g1 | g2 | g3);
g1:=g10 & g11);
g2:=g22 & g23);
g3:=g4 & g5);
g4:=g6 | g7);
g5:=g8 | g9);
g6:=g47 & g48);
g7:=g60 & g61);
g8:=g45 & g46);
g9:=g62 & g63);
g10:=g12 | g13 | e1);
g11:=g14 | g15 | e2);
g12:=g16 & e3);
g13:=g66 | e37 | e38);
g14:=g16 & e4);
g15:=g67 | e39 | e40);
g16:=g17 & g18);
g17:=g19 | e5);
g18:=g20 | g21 | e6);
g19:=g68 | g78 | e49);
g20:=g33 & g36);
g21:=g87 & g88);
g22:=g24 | g25);
g23:=g26 | g27);
g24:=g28 & g29);
g25:=g37 | g6);
g26:=g30 & g31);
```

```
g27:=g38 | g8);
g28:=g19 | g32 | e7);
g29:=g20 | g21 | g33 | e8);
g30:=g34 | g35 | e9);
g31:=g20 | g21 | g36 | e10);
g32:=g92 | g93 | e62);
g33:=g94 | g93 | e63);
g34:=g68 | g79 | e50);
g35:=g98 | g99 | g100 | g101 | e69);
g36:=g102 | g103 | g104 | g101 |
e69);
g37:=g39 & g40);
g38:=g41 & g42);
g39:=g43 & e11);
g40:=g20 | g21 | e13 | e15);
g41:=g44 & e12);
g42:=g20 | g21 | e16 | e18);
g43:=g19 | e13 | e14);
g44:=g34 | e16 | e17);
g45:=g49 | g48);
g46:=g52 & g53);
g47:=g49 | g46);
g48:=g54 & g55);
g49:=g50 & g51);
g50:=g20 | g21 | e19);
g51:=g34 | e20);
g52:=g56 & e21);
g53:=g59 | e25 | e24);
g54:=g57 & e22);
g55:=g33 | e28 | e27);
g56:=g58 | e23 | e24);
g57:=g32 | e26 | e27);
   g58:=g35 | e65 | e66);
   g59:=g36 | e67 | e68);
   g60:=g64 & e29);
   g61:=g20 | g21 | e33 | e32);
   g62:=g65 & e30);
   g63:=g20 | g21 | e36 | e35);
   g64:=g19 | e31 | e32);
   g65:=g19 | e34 | e35);
   g66:=g68 | g69 | e41);
   g67:=g68 | g70 | e42);
   g68:=g32 & g35);
   g69:=g71 & g72);
   g70:=g73 & g74);
   g71:=g74 | e43);
   g72:=g76 | g32 | e45);
   g73:=g72 | e43);
   g74:=g75 | g35 | e44);
   g75:=g77 & e46);
   g76:=g77 & e47);
   g77:=g32 | g35 | e38 | e48 |
e40);
   g78:=g80 & g81);
   g79:=g82 & g83);
   g80:=g83 | e51);
   g81:=g85 | g32 | e53);
   g82:=g81 | e51);
   g83:=g84 | g35 | e52);
   g84:=g86 & e54);
   g85:=g86 & e55);
   g86:=g32 | g35 | e56);
   g87:=g89 | g36 | e57);
   g88:=g90 | g33 | e58);
g89:=g91 & e59);
g90:=g91 & e60);
g91:=g33 | g36 | e61);
g92:=g95 & g96);
g93:=g96 & e64);
g94:=g97 & e64);
g95:=(e75 | e76 | e74);
g96:=(e2 | e80 | e1);
g97:=(e72 | e73 | e74);
g98:=g105 & e70);
g99:=(e77 & e65);
g100:=(e78 & e65);
g101:=(e70 & e71);
g102:=(e78 & e67);
g103:=(e79 & e67);
g104:=g106 & e71);
g105:=(e79 | e67 | e78);
g106:=(e77 | e65 | e78);
```

BIOGRAFIJA

Petar Pavlović je rođen 19.07.1978. godine u Šapcu. Osnovnu školu i gimnaziju, opšti smer, je završio u Šapcu. Nakon završene gimnazije 1997. godine je upisao Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu, smer Informacioni sistemi. Diplomirao je 2005. godine, sa prosečnom ocenom 7,77 u toku studija. 2006. godine upisao je dodatnu godinu diplomskih akademskih studija (master) na Fakultetu organizacionih nauka, smer Informacioni sistemi. Master diplomu je stekao 2008. godine, sa prosečnom ocenom na dodatnoj godini master studija 9,86 i sa ukupnom prosečnom ocenom integrisanih studija od 8,06. Nakon master studija 2009. godine upisuje doktorske studije na Fakultetu organizacionih nauka, smer Informacioni sistemi i menadžment, modul Operaciona istraživanja. Položio je sve ispite predviđene planom i programom sa prosečnom ocenom 10.

Od novembra 2005. do februara 2006. radio je u Republičkom zavodu za statistiku, odeljenje u Šapcu, kao IT sistem administrator. Od februara 2006. do danas zaposlen je u Visokoj medicinskoj i poslovno-tehnološkoj školi strukovnih studija Šabac, na studijskom programu Informacione tehnologije. Radio je najpre u zvanjima stručnog saradnika, potom asistenta u nastavi i konačno u zvanju nastavnika praktičnih veština, pri čemu je obavljao brojne nastavne i tehničko administrativne poslove. Trenutno je angažovan na izvođenju računarskih vežbi na četiri nastavna predmeta, tehničkim poslovima kompletne implementacije i administracije školskog veb sajta, brojnim komisijama kao što su komisija za upis studenata na osnovnim i specijalističkim programima, komisija za nabavku tehničke opreme i dr. Radno iskustvo neprestano obogaćuje raznovrsnim honorarnim poslovima za pojedince i privatne firme.

Spisak objavljenih radova

1. **Pavlović P**, Makajić-Nikolić D, Vujošević M. (2017) A new approach for determining the most important system components and the budget-constrained system reliability improvement. *EksploatacjaiNiezawodnosc – Maintenance and Reliability*; 19 (3): 413–419, http://dx.doi.org/10.17531/ein.2017.3.12
2. Vujošević M., Makajić-Nikolić D, **Pavlović P** (2017) A New Approach to Determination of the Most Critical Multistate Components in Multi-State Systems, *Proceedings of 2nd Maintenance Forum 2017: Maintenance and Asset Management*, Montenegro, Bečići, 23-27th May 2017, 141-147, ISBN 978-86-84231-42-2; COBISS.SR-ID 234788620
3. **Pavlović P**, Makajić-Nikolić D, Vujošević M, Čabarkapa D. (2016) Nova troškovna mera značajnosti, *Zbornik radova XLIII Simpozijuma o operacionim istraživanjima, Sym-Op-Is 2016*, Tara, 20-23 Septembar, 435-438. ISBN: 978-86-335-0535-2
4. Čabarkapa D, **Pavlović P.** (2016) Design and Analysis of Realistic Vehicle Traces Model based on the Evolutionary Algorithms, *ICEST 2016 Proceeding of Papers, 51st International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies*, 28 - 30 June, Ohrid, Macedonia, pp. 153-158, ISBN 978-9989-786-78-5
5. Čabarkapa D, Grujić I, **Pavlović P**. (2015) Comparative Analysis of the Bluetooth Low-Energy Indoor Positioning Systems, *TELKSIS*, Niš, 76-79, doi: 10.1109/TELSKS.2015.7357741
6. **Pavlović P**, Makajić Nikolić D, Vujošević M. (2015) Novi pristup određivanju K najznačajnijih komponenata sistema, *Zbornik radova XLII Simpozijuma o operacionim istraživanjima, Sym-Op-Is 2015*, Srebrno Jezero, ISBN 978-86-80593-55-5, 634-637
7. **Pavlović P**, Makajić Nikolić D, Vujošević M (2014) Primena Petrijevih mreža u analizi i modeliranju lanaca snabdevanja. *Zbornik radova XLII Simpozijuma o operacionim istraživanjima, Sym-Op-Is 2014*, Divčibare, 299-304
8. Vujić S, Benović T, Miljanović I, Hudej M, Milutinović A, **Pavlović P** (2011) Fuzzy Linear Model for Production Optimization of Mining Systems With Multiple Entities. *International Journal of Minerals, Metallurgy and Materials,* 18(6) doi:10.1007/s12613-011-0488-8
9. **Pavlović P**, Makajić Nikolić D, Grujić I (2010) Simulacija rada signalisane raskrsnice primenom Petrijevih mreža. *Zbornik radova XXXVII Simpozijuma o operacionim istraživanjima, Sym-Op-Is 2010*, Tara, 681-684
10. Grujić I, **Pavlović P** (2010) Konvertor JAVA SWING APLIKACIJA U GWT aplikacije, *YU INFO 2010*, Kopaonik
11. Makajić Nikolić D, Andric B, Stanojević M, **Pavlović P** (2006) Simulacija rada semafora pomoću Petrijevih mreža *Zbornik radova XXXIII Simpozijuma o operacionim istraživanjima, Sym-Op-Is 2006*, Banja Koviljača, 433-436

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани __Петар Павловић___

број индекса ___6 / 2009____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

ОДРЕЂИВАЊЕ СКУПА КОМПОНЕНАТА

НАЈЗНАЧАЈНИЈИХ ЗА ПОУЗДАНОСТ СИСТЕМА

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, _________________

____

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора __Петар Павловић_____

Број индекса __6 / 2009__

Студијски програм ___Информациони системи и менаџмент__

Наслов рада __ОДРЕЂИВАЊЕ СКУПА КОМПОНЕНАТА НАЈЗНАЧАЈНИЈИХ ЗА ПОУЗДАНОСТ СИСТЕМА__

Ментор ______др Драгана Макајић-Николић___

Потписани _____Петар Павловић___

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, ________________________

____

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Одређивање скупа компонената најзначајнијих за поузданост система

____

____

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

Потпис докторанда

У Београду, ________________________

____