



UNIVERZITET U NOVOM SADU  
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U  
NOVOM SADU



Anka Starčev-Ćurčin

**OPTIMIZACIJA I ANALIZA  
ARMIRANOBETONSKIH RAVANSKIH  
NOSAČA PRIMENOM METODE  
PRITISNUTIH ŠTAPOVA I ZATEGA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor:  
Prof. dr Mirjana Malešev

Novi Sad, 2017.





КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, <b>РБР:</b>	
Идентификациони број, <b>ИБР:</b>	
Тип документације, <b>ТД:</b>	Монографска документација
Тип записа, <b>ТЗ:</b>	Текстуални штампани материјал
Врста рада, <b>ВР:</b>	Докторска дисертација
Аутор, <b>АУ:</b>	Анка Старчев-Ђурчин
Ментор, <b>МН:</b>	Проф. др Мирјана Малешев
Наслов рада, <b>НР:</b>	Оптимизација и анализа армиранобетонских раванских носача применом методе притиснутих штапова и затега
Језик публикације, <b>ЈП:</b>	Српски
Језик извода, <b>ЈИ:</b>	Српски/Енглески
Земља публиковања, <b>ЗП:</b>	Република Србија
Уже географско подручје, <b>УГП:</b>	Војводина
Година, <b>ГО:</b>	2017.
Издавач, <b>ИЗ:</b>	Ауторски репринт
Место и адреса, <b>МА:</b>	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, <b>ФО:</b> (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	8/256/227/77/309/-/4
Научна област, <b>НО:</b>	Грађевинско инжењерство
Научна дисциплина, <b>НД:</b>	Конструкције у грађевинарству
Предметна одредница/Кључне речи, <b>ПО:</b>	равански армиранобетонски носачи, оптимизација, метод притиснутих штапова и затега, „ST method“, експеримент, нумеричке анализе
<b>УДК</b>	
Чува се, <b>ЧУ:</b>	Библиотека ФТН
Важна напомена, <b>ВН:</b>	
Извод, <b>ИЗ:</b>	У дисертацији су анализирани армиранобетонски равански носачи применом методе притиснутих штапова и затега. Оптимизација носача урађена је дискретном тополошком оптимизацијом којом се пун носач замењује еквивалентним решеткастим. Дат је предлог алгоритамског добијања Strut-and-Tie модела који је имплементиран у програм сопствене израде под називом „ST method“. Провера поузданости предложеног алгоритма утврђена је примерима из референтне литературе, сопственим експерименталним испитивањем и нумеричком анализом у комерцијалним програмима. Резултати анализа су показали да се предложени алгоритам у програму „ST method“ може користити за добијање Strut-and-Tie модела и њихово димензионисање и да се при одабиру неких модела мора користити инжењерско искуство.
Датум прихватања теме, <b>ДП:</b>	
Датум одбране, <b>ДО:</b>	
Чланови комисије, <b>КО:</b>	Председник: др Ђорђе Лађиновић, ред. проф. Члан: др Снежана Маринковић, ред. проф. Члан: др Данијел Кукарас, ван. проф. Члан: др Зоран Брујић, доцент Члан: др Властимир Радоњанин, ред. проф. Члан, ментор: др Мирјана Малешев, ред. проф.
	Потпис ментора







## KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, <b>ANO</b> :	
Identification number, <b>INO</b> :	
Document type, <b>DT</b> :	Monographic publication
Type of record, <b>TR</b> :	Textual printed material
Contents code, <b>CC</b> :	Doctoral dissertation
Author, <b>AU</b> :	Anka Starčev-Ćurčin
Mentor, <b>MN</b> :	Prof. dr Mirjana Malešev
Title, <b>TI</b> :	Optimization and analysis of reinforced concrete plane members using Strut-and-Tie method
Language of text, <b>LT</b> :	Serbian
Language of abstract, <b>LA</b> :	Serbian/English
Country of publication, <b>CP</b> :	Republic of Serbia
Locality of publication, <b>LP</b> :	Vojvodina
Publication year, <b>PY</b> :	2017
Publisher, <b>PB</b> :	Author's reprint
Publication place, <b>PP</b> :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, <b>PD</b> : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	8/256/227/77/309/-/4
Scientific field, <b>SF</b> :	Civil Engineering
Scientific discipline, <b>SD</b> :	Civil Engineering Constructions
Subject/Key words, <b>S/KW</b> :	reinforced concrete plane members, optimisation, Strut-and-tie method, „ST method“, experiment, numerical analysis
<b>UC</b>	
Holding data, <b>HD</b> :	The Library of the Faculty of Technical Sciences
Note, <b>N</b> :	
Abstract, <b>AB</b> :	In dissertation thesis, reinforced concrete plane members have been analyzed by the Strut-and-Tie method. Optimizing of the members is made by discrete topological optimization which replaces full member with equivalent truss system. Algorithmic manner of Strut-and-Tie model obtaining has been suggested, which is implemented in the program of an own creation called "ST method". The reliability of the proposed algorithm is determined by the examples from reference literature, an own experimental test and numerical analysis in commercial programs. The results of the analysis showed that the proposed algorithm in the "ST method" can be used to obtain Strut-and-tie models and their dimensioning and that in certain models, the engineering experience must be used.
Accepted by the Scientific Board on, <b>ASB</b> :	
Defended on, <b>DE</b> :	
Defended Board, <b>DB</b> :	President: dr Đorđe Lađinović, full professor
	Member: dr Snežana Marinković, full professor
	Member: dr Danijel Kukaras, full professor
	Member: dr Zoran Brujić, assistant professor
	Member: dr Vlastimir Radonjanin, full professor
	Member, Mentor: dr Mirjana Malešev, full professor
	Menthor's sign



## REZIME

Jedan od načina prevazilaženja problema diskontinuiteta kod armiranobetonskih ravanskih nosača, u smislu diskontinuiteta usled iznenadnih promena statičkih veličina ili geometrije elemenata, je mogućnost topološke diskretne optimizacije nosača, koja podrazumeva zamenu stvarnog nosača sa ekvivalentnim rešetkastim sistemom, što je u osnovi metode pritisnutih štapova i zatega, tzv. Strut-and-Tie metode. Pritisnutim štapovima zamenjujućeg rešetkastog sistema predstavljen je betonski deo nosača, a zategnutim armatura. U rešetkastom modelu, raspored štapova, u načelu, koristi raspodelu napona prema trajektorijama glavnih napona po teoriji elastičnosti. Međutim, ponašanje armiranog betona ne može dovoljno tačno biti opisano teorijom elastičnosti s obzirom da je više određeno konfiguracijom opterećenja i rasporedom armature. Ovo proizvodi dodatne limitirajuće uslove pred ekvivalentni model armiranobetonske konstrukcije i otvara problem nejednoznačnosti pri modeliranju. U ovoj disertaciji je predložen način automatskog određivanja Strut-and-Tie modela za ravanske armiranobetonske elemente koji koristi diskretnu topološku optimizaciju. Za potrebe analize, razvijen je i prikazan računarski program „ST method“ koji je zasnovan na predloženom načinu optimizacije.

U disertaciji je proverena pouzdanost Strut-and-Tie modela dobijenih u programu „ST method“ u poređenju sa primerima iz referentne literature. Za potrebe analize, utvrđeno je, eksperimentalnim ispitivanjima i numeričkim analizama u komercijalnom programu Abaqus, ponašanje tri ravanska armiranobetonska nosača pod opterećenjem, koji su dimenzionisani u programu „ST method“. Urađeni su i sopstveni primeri kao predlog mogućih Strut-and-Tie modela koji se mogu primeniti pri dimenzionisanju pojedinih ravanskih armiranobetonskih nosača.

Na osnovu istraživanja u disertaciji može se zaključiti da predloženi način za automatsko određivanje Strut-and-Tie modela diskretnom topološkom optimizacijom, implementiran u program „ST method“, može da se primeni za dimenzionisanje ravanskih armiranobetonskih nosača prema graničnom stanju nosivosti. Pogodan je za primenu zato što se kroz automatizaciju omogućava pravilno određivanje Strut-and-Tie modela, čak i za inženjere sa relativno skromnim iskustvom u primeni ovog načina proračuna. Za isti armiranobetonski nosač primenom programa „ST method“ mogu se odrediti različiti konačni Strut-and-Tie modeli, u zavisnosti od inženjerske procene projektanta o načinu armiranja, pri čemu softver automatski sračunava odgovarajući Strut-and-Tie model i time pomaže projektantu da donese odluku o najoptimalnijem modelu.

**Ključne reči:** armiranobetonski nosač, optimizacija, Strut-and-Tie model, ST method, eksperimentalna ispitivanja, numeričke analize



## ABSTRACT

One possibility of overcoming the problem of discontinuity in reinforced concrete plane members, due to sudden changes of static values or the geometry of the elements is to perform discrete topology optimization of the member, which involves replacing the real member with the equivalent truss system what represents the essence of the Strut-and-Tie method. Simple compressed elements of the equivalent truss replace concrete parts of the member and tensioned simple elements replace the reinforcement. In the truss model, the layout of members utilizes, in principle, the distribution of stresses as principal stress trajectories corresponding to the results obtained from the theory of elasticity. However, the behaviour of reinforced concrete cannot be predicted with sufficient precision by applying the theory of elasticity only, since it is largely defined by the load configuration and the arrangement of reinforcement. This causes additional limiting conditions to the equivalent model of a reinforced concrete structure, and opens the problem of modelling ambiguity. This dissertation proposes a procedure for the automatic determination of the Strut-and-Tie model for reinforced concrete plane elements utilizing a discrete topology optimization. For the analysis purposes, a computer application "ST method", based on the proposed procedure of the optimization, has been developed and presented.

In this thesis reliability of Strut-and-Tie models obtained in the "ST method" program, was tested and compared with examples from the literature. For the analysis purposes, by means of experimental tests and numerical analysis in the commercial software Abaqus, the behavior was determined of the three planar reinforced concrete members under load, that were previously designed by the "ST method" software. Own numerical examples were made, as a proposal of possible Strut-and-Tie models that may be applied for structural design of plane reinforced concrete members.

Based on research conducted in the dissertation it can be concluded that the proposed method for automatic determination of Strut-and-Tie models by discrete topology optimization, implemented in the program "ST method", can be applied for structural design of plane reinforced concrete members according to ultimate limit state. It is suitable for the application because the automation enables the correct determination of Strut-and-Tie models, even for engineers with relatively limited experience in applying this design method. For one and the same reinforced concrete member, using the program "ST method", various final Strut-and-Tie models can be defined, depending on the engineering assessment about reinforcement layout manner, and software automatically calculates the corresponding Strut-and-Tie model and thus helps the designer to make the decision on the most optimal model.

**Key words:** reinforced concrete member, optimization, Strut-and-Tie model, ST method, experimental tests, numerical analysis



# OPTIMIZACIJA I ANALIZA ARMIRANOBETONSKIH RAVANSKIH NOSAČA PRIMENOM METODE PRITISNUTIH ŠTAPOVA I ZATEGA

## SADRŽAJ

1	Uvod .....	3
1.1	Predmet i hipoteze istraživanja .....	4
1.2	Potreba za istraživanjem .....	5
1.3	Cilj istraživanja .....	6
1.4	Pregled disertacije po poglavljima .....	7
2	Metoda pritisnutih štapova i zatega (Strut-and-Tie metoda) .....	11
2.1	Uvod (istorijat) .....	11
2.2	Metoda pritisnutih štapova i zatega .....	13
2.2.1	Modeliranje armiranobetonskih nosača .....	13
2.2.2	Klasičan proračun i dimenzionisanje .....	13
2.2.3	D - područja .....	15
2.2.4	Teorija plastičnosti i naponska polja .....	20
2.2.5	Usvajanje Strut-and-Tie modela .....	22
2.2.6	Strut-and-Tie modeli .....	24
2.3	Pregled postojeće literature .....	29
2.4	Elementi Strut-and-Tie modela .....	36
2.4.1	Pritisnuti štapovi .....	36
2.4.2	Čvorovi i čvorne zone .....	38
2.4.3	Zatege .....	41
3	Optimizacija konstrukcijskih sistema .....	45
3.1	Uvod .....	45
3.2	Topološka optimizacija .....	46
3.2.1	Diskretna topološka optimizacija .....	46
3.2.2	Kontinuum topološka optimizacija .....	47
3.3	Predlog načina optimizacije armiranobetonskih ravanskih nosača .....	50
3.3.1	Uvod .....	50
3.3.2	Pregled literature automatskih rešenja optimizacije .....	51
3.3.3	Predlog načina automatskog određivanja Strut-and-Tie modela .....	53
4	Provera pouzdanosti predloženog algoritma optimizacije .....	69
4.1	Provera pouzdanosti programa „ST method“ prema literaturi .....	69
4.2	Primeri AB zidnih nosača u programu „ST method“ .....	80
4.2.1	Zidni nosač Z1 .....	81
4.2.2	Zidni nosač Z2 .....	88
4.2.3	Zidni nosač Z3 .....	94
4.3	Eksperimentalno ispitivanje armiranobetonskih nosača Z1, Z2 i Z3 .....	97
4.3.1	Opis (priprema) modela .....	97
4.3.2	Oprema za eksperimentalno ispitivanje .....	103
4.3.3	Realizacija eksperimentalnog ispitivanja .....	110
4.4	Analiza nosača Z1, Z2 i Z3 u komercijalnom programu Abaqus .....	132
4.4.1	Opis primenjenih modela u komercijalnom programu Abaqus .....	132
4.4.2	Model zida Z1 u programu Abaqus .....	137

4.4.3	Model zida Z2 u programu Abaqus .....	139
4.4.4	Model zida Z3 u programu Abaqus .....	141
4.5	Poređenje Strut-and-Tie modela iz programa "ST method" sa rezultatima eksperimentalnog ispitivanja i komercijalnog programa Abaqus .....	143
4.5.1	Armiranobetonski nosač Z1.....	143
4.5.2	Armiranobetonski nosač Z2.....	147
4.5.3	Armiranobetonski nosač Z3.....	152
5	Numeričke analize u programu „ST method“ .....	159
5.1	Strut-and-Tie modeli dobijeni na osnovu gustine mreže konačnih elemenata .....	159
5.2	Strut-and-Tie modeli dobijeni na osnovu željenih pravaca postavljanja armature.....	162
5.3	Strut-and-Tie modeli dobijeni na osnovu minimalne količine armature .....	171
5.3.1	Armiranobetonski nosači .....	171
5.4	Dimenzionisanje elemenata Strut-and-Tie modela .....	176
5.4.1	Primer br. 1 .....	176
5.4.2	Primer br. 2 .....	184
6	Zaključna razmatranja i pravci daljih istraživanja .....	193
6.1	Zaključna razmatranja .....	193
6.2	Pravci daljih istraživanja .....	198
7	Literatura .....	203
8	Prilozi .....	215
8.1	Komponentni materijali .....	215
8.1.1	Sastav betonske mešavine .....	215
8.1.2	Ispitivanje čvrstoće pri pritisku i zatezanju betona.....	215
8.1.3	Ispitivanje čvrstoće betona pri pritisku ultrazvukom .....	216
8.1.4	Ispitivanje armature.....	217
8.2	Eksperimentalni rezultati.....	218
8.2.1	Uzorak Z1.....	218
8.2.2	Uzorak Z2.....	224
8.2.3	Uzorak Z3.....	229
8.3	Poređenje eksperimentalnih i rezultata komercijalnog programa Abaqus .	235
8.3.1	Vrednosti napona u armaturi - nosač Z1 .....	235
8.3.2	Vrednosti napona u armaturi - nosač Z2 .....	236
8.3.3	Vrednosti napona u armaturi - nosač Z3 .....	237
8.4	Strut-and-Tie modeli ravanskih armiranobetonskih nosača .....	239



## Spisak slika

Slika 2.1 - Rešetkasti model grede prema Ritter-u, a) unutrašnje sile u nosaču, b) rešetka sa štapovima ispune pod $45^\circ$ [140].....	11
Slika 2.2 - Nosač sa promenljivim nagibom pritisnutih štapova, a) opterećena armiranobetonska greda, b) složen model [140].....	12
Slika 2.3 - Raspodela napona i uslovi ravnoteže [178] .....	13
Slika 2.4 - Odnosi između presečnih sila i napona po teoriji savijanja u neisprskanom nosaču: a) ravnoteža ostvarena u preseku v-v, b) ravnoteža nije ostvarena u presecima h-h i v-v, c) ravnoteža ostvarena sa naponom $\sigma_y$ [178] .....	14
Slika 2.5 - Model rešetke u području važenja teorije savijanja [178] .....	14
Slika 2.6 - Geometrijski diskontinuitet [178] .....	15
Slika 2.7 - Statički diskontinuitet [178].....	15
Slika 2.8 - Trajektorije napona u području geometrijskog i statičkog diskontinuiteta [178].....	16
Slika 2.9 - Nosač podeljen na B-područja i D-područja [178] .....	16
Slika 2.10 - Mikro D-područja [178].....	17
Slika 2.11 - Zona naprezanja dvodimenzionalnog i trodimenzionalnog kontinuuma koju stvara uravnotežen sistem sila prema St.Venant-u [178].....	17
Slika 2.12 - Uravnotežen sistem sila na ivici grede [178].....	18
Slika 2.13 - Podela grede opterećene koncentrisanom silom na B-područja i D-područja [178].....	18
Slika 2.14 - Podela nosača sa statičkim diskontinuitetima [178].....	19
Slika 2.15 - Podela nosača sa geometrijskim diskontinuitetima [178] .....	20
Slika 2.16 - Polja napona predložena od strane Drucker-a [66] .....	21
Slika 2.17 - Tri različita dopuštena polja napona i odgovarajući rešetkasti modeli [66].....	21
Slika 2.18 - Trajektorije glavnih napona [178] .....	22
Slika 2.19 - Osnovni (a) i finiji Strut-and-Tie model (b) armiranobetonske visoke grede [178].....	23
Slika 2.20 - Odstupanja pritisnutih štapova u modelu za $\pm 15^\circ$ [178].....	23
Slika 2.21 - Dva različita Strut-and-Tie modela za isti element.....	24
Slika 2.22 - Strut-and-Tie model, a) uprošćen, b) sa čvornim zonama [140].....	24
Slika 2.23 - B i D područja u nosaču .....	25
Slika 2.24 - Oblici pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela, prema [28] .....	26
Slika 2.25 - Tipovi čvornih zona kod Strut-and-Tie modela, prema [28] .....	27
Slika 2.26 - Dijagram toka Strut-and-Tie metode, prema [132].....	28
Slika 2.27 - Primeri Strut-and-Tie modela: a) veza greda-stub, b) spojna greda u zidu, c) zid, d) oslonički deo grede redukovane visine, e) naglavica šipova, f) kraj prednapregnute grede, prema [202].....	29
Slika 2.28 - Armatura koja prolazi kroz štap.....	38
Slika 2.29 - Čvorovi: a) CCC, b) CCT i c) CTT, [77].....	39
Slika 2.30 - Stanje napona kod hidrostatičke i nehidrostatičke čvorne zone, prema [28].....	39
Slika 2.31 - Hidrostatički čvor, prema [5].....	40
Slika 2.32 - Produžena čvorna zona, prema [5].....	40
Slika 3.1 - Tipovi optimizacije, prema [34].....	45
Slika 3.2 - Vrste topološke optimizacije, diskretna (levo) i kontinuum (desno), prema [218].....	46
Slika 3.3 - Vrste topološke optimizacije: a) diskretna i b) kontinuum, [46] .....	46
Slika 3.4 - Diskretna topološka optimizacija (truss ground structure), [43] .....	47
Slika 3.5 - Komponente napona (levo) i Mohr-ov krug (desno) za ravno stanje napona .....	48
Slika 3.6 - ESO optimizacija grede za različite vrednosti ER [87].....	49
Slika 3.7 - a) Diskretizacija AB nosača; b) Optimalan oblik nosača.....	50
Slika 3.8 - Linijski konačni element i matrica krutosti štapa [183] .....	51
Slika 3.9 - Naponski diskontinuitet [74] .....	56
Slika 3.10 - Čvorna zona (levo) i dopušteno biaksijalno stanje napona u betonu (desno, [77]) .....	57
Slika 3.11 - Konačni element trougaonog oblika [227].....	57
Slika 3.12 - Algoritam predložene procedure optimizacije .....	58
Slika 3.13 - Korisnički interfejs za unos mreže konačnih elemenata, konturnih uslova i opterećenja ..	59
Slika 3.14 - Korisnički interfejs za podešavanje parametara analize .....	60
Slika 3.15 - Korisnički interfejs za podešavanje grafičkog prikaza modela.....	60
Slika 3.16 - Korisnički interfejs za tekstualni prikaz.....	61
Slika 3.17 - Korisnički interfejs za određivanje potrebne količine armature .....	61
Slika 3.18 - Korisnički interfejs za određivanje dimenzija elemenata Strut-and-Tie modela.....	62
Slika 3.19 - Radna površina programa "ST method" – FEM (96 čvorova i 1901 element).....	62

Slika 3.20 - Radna površina programa sa prikazanim karakterističnim iteracijama (96 čvorova i 1901 element) .....	63
Slika 3.21 - Radna površina sa prikazanim Strut-and-Tie modelom .....	63
Slika 3.22 - Prozor za određivanje potrebne armature u Strut-and-Tie modelu .....	64
Slika 3.23 - Kontrola lokalnog napona pritiska kod ležišne ploče, u prozoru "Design" .....	64
Slika 3.24 - Dimenzije štapova Strut-and-Tie modela u prozoru "Design" .....	65
Slika 3.25 - Prozor za proveru naponskog stanja čvornih zona .....	65
Slika 3.26 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata .....	66
Slika 4.1 - Visoka greda – trajektorije glavnih napona .....	70
Slika 4.2 - Visoka greda 1 i 2 – trajektorije glavnih napona .....	71
Slika 4.3 - Trajektorije glavnih napona - kratki element (levo), dvostruki kratki element (desno) .....	73
Slika 4.4 - Obrnuti "T" presek – trajektorije glavnih napona .....	74
Slika 4.5 - Visoka greda - deep beam – trajektorije glavnih napona .....	75
Slika 4.6 - Osnovne geometrijske veličine za slučajeve nosača Z1, Z2 i Z3 .....	80
Slika 4.7 - Karakteristike materijala u programu „ST method“ .....	80
Slika 4.8 - Vrednosti $\beta$ koeficijenata - nosač Z1 .....	81
Slika 4.9 - Strut-and-Tie model nosača Z1 iz programa "ST method" .....	81
Slika 4.10 - Dimenzije zategnutih štapova nosača Z1 .....	82
Slika 4.11 - Kontrola lokalnih napona, čvor 1/64 (levo) i čvor 28/49 (desno) - nosač Z1 .....	82
Slika 4.12 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z1 .....	83
Slika 4.13 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z1 - nastavak 1 .....	83
Slika 4.14 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z1 - nastavak 2 .....	84
Slika 4.15 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 2/65 - nosač Z1 .....	84
Slika 4.16 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 11/60 - nosač Z1 .....	85
Slika 4.17 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 22/43 - nosač Z1 .....	85
Slika 4.18 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 25/46 - nosač Z1 .....	86
Slika 4.19 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 28/49 - nosač Z1 .....	86
Slika 4.20 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata - nosač Z1 .....	87
Slika 4.21 - Vrednosti $\beta$ koeficijenata - nosač Z2 .....	88
Slika 4.22 - Strut-and-Tie model nosača Z2 iz programa "ST method" .....	88
Slika 4.23 - Dimenzije zategnutih štapova nosača Z2 .....	89
Slika 4.24 - Kontrola lokalnih napona, čvor 1/64 (levo) i čvor 28/49 (desno) - nosač Z2 .....	89
Slika 4.25 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z2 .....	90
Slika 4.26 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z2 - nastavak .....	90
Slika 4.27 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 2/65 - nosač Z2' .....	91
Slika 4.28 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 11/60 - nosač Z2 .....	91
Slika 4.29 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 28/49 - nosač Z2 .....	92
Slika 4.30 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata - nosač Z2 .....	92
Slika 4.31 - Vrednosti $\beta$ koeficijenata - nosač Z3 .....	94
Slika 4.32 - Strut-and-Tie model nosača Z3 iz programa "ST method" .....	94
Slika 4.33 - Kontrola lokalnih napona, čvor 1/64 (levo) i čvor 28/49 (desno) - nosač Z3 .....	95
Slika 4.34 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 28 i 49 - nosač Z3 .....	95
Slika 4.35 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata - nosač Z3 .....	96
Slika 4.36 - Plan armature nosača Z1 .....	97
Slika 4.37 - Uzorak Z1 - položaj mernih traka za armaturu i beton i ugibomeri .....	98
Slika 4.38 - Plan nanošenja opterećenja za nosače Z1, Z2 i Z3 .....	98
Slika 4.39 - Plan armature nosača Z2 .....	99
Slika 4.40 - Uzorak Z2 - položaj mernih traka za armaturu i beton i ugibomeri .....	99
Slika 4.41 - Plan armature nosača Z3 .....	100
Slika 4.42 - Uzorak Z3 - položaj mernih traka za armaturu i beton i ugibomeri .....	100
Slika 4.43 - Uzorak Z1 - postavljena armatura i merne trake na armaturi .....	101
Slika 4.44 - Uzorak Z2 - postavljena armatura i merne trake na armaturi .....	101
Slika 4.45 - Uzorak Z3 - postavljena armatura i merne trake na armaturi - pogled 1 .....	101
Slika 4.46 - Uzorak Z3 - postavljena armatura i merne trake na armaturi - pogled 2 .....	101
Slika 4.47 - Izbetonirani uzorci Z1, Z2 i Z3 .....	102
Slika 4.48 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku (levo) i na zatezanje cepanjem (desno) .....	103
Slika 4.49 - Metalni ram za postavljanje uzoraka .....	103
Slika 4.50 - Ram za postavljanje uzoraka - metalna konstrukcija .....	104
Slika 4.51 - Ultrazvuk uzoraka Z1 i Z2 .....	104
Slika 4.52 - Hidraulična presa sa dinamometrom "SDS CZL110D 20T" i ručna pumpa .....	105

Slika 4.53 - Akvizicioni sistem "Su-tech Caliper Acquisition System" (levo) i analogno-digitalni kontroler "SMY-LH8-IRR4C 5 Digit RS 485" za dinamometar (desno) .....	105
Slika 4.54 - Merne trake za armaturu .....	106
Slika 4.55 - Merne trake za beton .....	106
Slika 4.56 - Univerzalni akvizicioni uređaji "Uni Acq System 01-08" za beleženje dilatacija i pomeranja .....	106
Slika 4.57 - Merne trake na oslonačkim elementima rama za opterećivanje uzoraka .....	107
Slika 4.58 - Ugibomeri .....	107
Slika 4.59 - Lenjir za merenje širina prslina .....	108
Slika 4.60 - Mehanička kidalica - Laboratorija Mašinskog instituta, FTN - Novi Sad .....	108
Slika 4.61 - Digitalna kidalica 0-600 kN, Laboratorija za ispitivanje materijala, "Institut za građevinarstvo" d.o.o., Subotica .....	109
Slika 4.62 - Uzorak Z1 postavljen u konstrukciju metalnog rama .....	110
Slika 4.63 - Uzorak Z1 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (zadnja strana) .....	110
Slika 4.64 - Uzorak Z1 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (prednja strana) .....	111
Slika 4.65 - Nanošenje opterećenja u toku vremena - Z1 .....	111
Slika 4.66 - Prve prsline sa prednje strane površine uzorka Z1 .....	112
Slika 4.67 - Prve prsline sa zadnje strane površine uzorka Z1 .....	112
Slika 4.68 - Nove prsline pri 2x105 kN sa prednje strane površine uzorka Z1 .....	113
Slika 4.69 - Nove prsline pri 2x105 kN sa zadnje strane površine uzorka Z1 .....	113
Slika 4.70 - Konačna slika prslina uzorka Z1 - prednja strana površine zida .....	114
Slika 4.71 - Konačna slika prslina uzorka Z1 - zadnja strana površine zida .....	114
Slika 4.72 - Šema prslina uzorka Z1 - zadnja strana površine zida .....	115
Slika 4.73 - Dilatacije u betonu u toku nanošenja opterećenja, za merna mesta C2(C7) i C9 - Zid 1 .....	115
Slika 4.74 - Dilatacije u armaturi u toku nanošenja opterećenja, merna mesta S7/S8 i S3/S4 - Zid 1 .....	116
Slika 4.75 - Uzorak armature iz nosača Z1 (gore i sredina) i kontrolni uzorak (dole) .....	116
Slika 4.76 - Dijagram sila - deformacija za kontrolnu armaturu .....	117
Slika 4.77 - Dijagram sila - deformacija za armaturu - Z1 .....	117
Slika 4.78 - Ugib u sredini donje ivice nosača (D3) uzorka Z1 .....	118
Slika 4.79 - Uzorak Z2 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (prednja strana) .....	119
Slika 4.80 - Uzorak Z2 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (zadnja strana) .....	119
Slika 4.81 - Nanošenje opterećenja u toku vremena - Z2 .....	120
Slika 4.82 - Prve prsline po sredini sa prednje (levo) i zadnje strane (desno) površine uzorka Z2 ....	120
Slika 4.83 - Prsline: a) kod oslonca sa prednje strane pri 2x120 kN i b) kod oslonca i kod otvora pri 2x130 kN, sa zadnje strane površine uzorka Z2 .....	121
Slika 4.84 - Konačna slika prslina uzorka Z2 - prednja strana površine zida .....	121
Slika 4.85 - Konačna slika prslina uzorka Z2 - zadnja strana površine zida .....	122
Slika 4.86 - Šema prslina uzorka Z2 - zadnja strana površine zida .....	122
Slika 4.87 - Dilatacije u vremenu za merna mesta C5(C9) i C2(C7) - Zid 2 .....	123
Slika 4.88 - Dilatacije u armaturi u zavisnosti od nivoa opterećenja - merna mesta S3/S4 i S8/S9 - Z2 .....	123
Slika 4.89 - Uzorak armature iz nosača Z2 .....	124
Slika 4.90 - Naponsko - deformacijsko stanje armature iz nosača - Z2 .....	124
Slika 4.91 - Ugib na na sredini donje ivice nosača (D3) uzorka Z2 .....	125
Slika 4.92 - Uzorak Z3 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (prednja strana) .....	126
Slika 4.93 - Uzorak Z3 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (zadnja strana) .....	126
Slika 4.94 - Nanošenje opterećenja u toku vremena - Z3 .....	127
Slika 4.95 - Prve prsline sa prednje strane površine uzorka Z3, kod oslonca (levo) i po sredini (desno) .....	127
Slika 4.96 - Prsline pri 2x70 kN sa zadnje strane površine uzorka Z3: a) kod oslonca, b) kod otvora i c) po sredini .....	128
Slika 4.97 - Prsline pri 2x110 kN kod oslonca i ka sredini sa prednje strane površine uzorka Z3 .....	128
Slika 4.98 - Prsline pri 2x110 kN kod oslonca, ka sredini (levo) i kod otvora (desno) sa zadnje strane površine uzorka Z3 .....	128
Slika 4.99 - Konačna slika prslina uzorka Z3 - zadnja strana površine zida .....	129
Slika 4.100 - Šema prslina uzorka Z3 - zadnja strana površine zida .....	129
Slika 4.101 - Dilatacije u vremenu za merna mesta C5(C9) i C2(C7) - Zid 3 .....	130
Slika 4.102 - Dilatacije u armaturi u zavisnosti od nivoa opterećenja - za merna mesta S8 i S2 - Zid 3 .....	130
Slika 4.103 - Uzorak armature iz nosača Z3 .....	130

Slika 4.104 - Naponsko - deformacijsko stanje armature iz nosača - Z3 .....	131
Slika 4.105 - Ugib na na sredini donje ivice nosača (D3) uzorka Z3 .....	131
Slika 4.106 - Ponašanje betona pri jednoaksijalnom zatezanju (levo) i pritisku (desno), [1] .....	133
Slika 4.107 - Ponašanje betona pri jednoaksijalnom pritisku [64] (levo), Površ tečenja u devijatorskoj ravni [1] (sredina), Anvelopa nosivosti betona pri ravanskom stanju napona [1] (desno) .	134
Slika 4.108 - „Dilatancy angle” [147] (levo), Veza napon-dilatacija u betonu pri jednoaksijalnom zatezanju (desno) [215].....	134
Slika 4.109 - Veze napon-dilatacija za beton pri pritisku (levo) i zatezanju (sredina), napon-dilatacija za armaturu (desno).....	136
Slika 4.110 - Karakteristike modela AB zida i konstrukcije metalnog rama .....	136
Slika 4.111 - Karakteristike prvog (levo) i drugog (desno) modela Z1 - Abaqus .....	137
Slika 4.112 - Položaj distancera na uzorku Z1 sa zadnje (levo) i prednje strane zida (desno).....	137
Slika 4.113 - Prsline uzorka Z1 sa distancerima na 2x100 kN (levo) i 2x150 kN (desno) u Abaqus-u	138
Slika 4.114 - Dijagram pomeranja sredine (D3) uzorka Z1 na 2x150 kN u Abaqus-u .....	138
Slika 4.115 - Oštećenja uzorka Z1 bez distancera na 2x100 kN .....	138
Slika 4.116 - Karakteristike prvog (levo) i drugog (desno) modela Z2 - Abaqus.....	139
Slika 4.117 - Položaj distancera kod uzorka Z2 sa zadnje (levo) i prednje strane zida (desno).....	139
Slika 4.118 - Prsline uzorka Z2 sa distancerima na 2x100 kN (levo) i 2x140 kN (desno) u Abaqus-u	140
Slika 4.119 - Dijagram pomeranja sredine (D3) uzorka Z2 na 2x140 kN u Abaqus-u .....	140
Slika 4.120 - Oštećenja uzorka Z2 bez distancera na 2x100 kN .....	140
Slika 4.121 - Karakteristike prvog (levo) i drugog (desno) modela Z3 .....	141
Slika 4.122 - Položaj distancera uzorka Z3 sa zadnje (levo) i prednje strane zida (desno).....	141
Slika 4.123 - Prsline uzorka Z3 sa distancerima na 2x100 kN (levo) i 2x160 kN (desno) u Abaqus-u	142
Slika 4.124 - Dijagram pomeranja sredine (D3) uzorka Z3 na 2x160 kN u Abaqus-u .....	142
Slika 4.125 - Oštećenja uzorka Z3 bez distancera na 2x100 kN .....	142
Slika 4.126 - Uzorak Z1 sa konačnim dimenzijama elemenata Strut-and-Tie modela .....	143
Slika 4.127 - Uzorak Z1 u Abaqus-u sa distancerima i širinama Strut-and-Tie elemenata pri opterećenju od 2x160 kN .....	144
Slika 4.128 - Prsline uzorka Z1 bez distancera na 2x100kN u Abaqus-u .....	144
Slika 4.129 - Dijagram pomeranja uzorka Z1 na 2x150 kN.....	145
Slika 4.130 - Dilatacije C1-C2-C3 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z1 .....	146
Slika 4.131 - Dilatacije C4-C5-C6 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z1 .....	146
Slika 4.132 - Uzorak Z2 sa konačnim dimenzijama elemenata Strut-and-Tie modela .....	147
Slika 4.133 - Uzorak Z2 u Abaqus-u sa distancerima i širinama Strut-and-Tie elemenata pri opterećenju od 2x140 kN .....	147
Slika 4.134 - Prsline uzorka Z2 bez distancera na 2x100kN u Abaqus-u .....	148
Slika 4.135 - Dijagram pomeranja sredine (D3) kod uzorka Z2 - eksp. i Abaqus .....	148
Slika 4.136 - Dilatacije C1-C2-C3 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z2 .....	149
Slika 4.137 - Dilatacije C4-C5-C6 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z2 .....	149
Slika 4.138 - Osrednjene dilatacije na mernim trakama oslonačkog profila ramovske konstrukcije - Z2 .....	150
Slika 4.139 - Vrednosti N sile oslonačkog „U“ profila - Z2.....	151
Slika 4.140 - Vrednosti M (levo) i T sile (desno) oslonačkog „U“ profila - Z2 .....	151
Slika 4.141 - Uzorak Z3 sa konačnim dimenzijama elemenata Strut-and-Tie modela .....	152
Slika 4.142 - Uzorak Z2 u Abaqus-u sa distancerima i širinama Strut-and-Tie elemenata pri opterećenju od 2x160 kN .....	152
Slika 4.143 - Prsline uzorka Z3 bez distancera na 2x100kN u Abaqus-u .....	153
Slika 4.144 - Dijagram pomeranja sredine (D3) kod uzorka Z3 - eksp. i Abaqus .....	153
Slika 4.145 - Dilatacije C1-C2-C3 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z3 .....	154
Slika 4.146 - Dilatacije C4-C5-C6 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z3 .....	154
Slika 4.147 - Osrednjene dilatacije na mernim trakama oslonačkog profila ramovske konstrukcije - Z3 .....	155
Slika 4.148 - Vrednosti N sile oslonačkog „U“ profila - Z3.....	156
Slika 4.149 - Vrednosti M (levo) i T sile (desno) oslonačkog „U“ profila - Z3 .....	156

Slika 5.1 - Uticaj gustine mreže na konačan Strut-and-Tie model - varijanta 1 .....	160
Slika 5.2 - Uticaj gustine mreže na konačan Strut-and-Tie model - varijanta 2 .....	160
Slika 5.3 - Uticaj gustine mreže na konačan Strut-and-Tie model - varijanta 3 .....	161
Slika 5.4 - Kratki elementi.....	162
Slika 5.5 - Visoke grede .....	165
Slika 5.6 - Visoke grede sa različitim položajima otvora .....	167
Slika 5.7 - Visoka AB greda sa prepustom – mreža konačnih elemenata i Strut-and-Tie model .....	169
Slika 5.8 - Vrh AB stuba sa prepustima – mreža konačnih elemenata i Strut-and-Tie model .....	170
Slika 5.9 - Kontinualna visoka greda sa dva raspona – Strut-and-Tie model .....	170
Slika 5.10 - Visoka greda sa otvorom – Strut-and-Tie model dobijen programom "ST method" (levo) i komercijalnim programom (desno) .....	171
Slika 5.11 - Smičući zid – Strut-and-Tie model dobijen programom "ST method" (levo) i komercijalnim programom (desno) .....	172
Slika 5.12 - AB greda sa otvorima – Strut-and-Tie model dobijen programom „ST method“ .....	172
Slika 5.13 - AB greda sa otvorima – Strut-and-Tie model dobijen komercijalnim programom .....	173
Slika 5.14 - Visoka greda sa prepustom – Strut-and-Tie model dobijen programom „ST method“ (levo) i komercijalnim programom (desno) .....	173
Slika 5.15 - Prikaz modela prema količini armature – Visoka greda sa otvorom (levo) i Smičući zid (desno) .....	175
Slika 5.16 - Prikaz modela prema količini armature – Greda sa otvorima (levo) i Visoka greda sa prepustom (desno).....	175
Slika 5.17 - AB nosač (levo), mreža konačnih elemenata iz programa „ST method“ (desno).....	176
Slika 5.18 - Strut-and-Tie model sa silama u elementima rešetke (levo) i oznake elemenata Strut-and-Tie modela (desno) .....	176
Slika 5.19 - Čvor 4 – pune dimenzije elemenata.....	178
Slika 5.20 - Potrebna količina armature i minimalne dimenzije zatega - primer 1 .....	178
Slika 5.21 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 1 (levo) i čvor 25 (desno), slika 5.18 (levo).....	179
Slika 5.22 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 31 (levo) i čvor 45 (desno), slika 5.18 (levo).....	179
Slika 5.23 - Širine štapova Strut-and-Tie modela - primer 1 .....	180
Slika 5.24 - Širine štapova Strut-and-Tie modela - primer 1 - nastavak .....	180
Slika 5.25 - MnogougaoNIK čvora 2 (levo) i čvora 6 (desno).....	181
Slika 5.26 - MnogougaoNIK čvora 14 (levo) i čvora 18 (desno).....	181
Slika 5.27 - MnogougaoNIK čvora 25 (levo) i čvora 31 (desno).....	181
Slika 5.28 - MnogougaoNIK čvora 45 (levo) i iskorišćenost napona u betonu u svim čvornim zonama Strut-and-Tie modela (desno).....	182
Slika 5.29 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 1 .....	182
Slika 5.30 - AB visoka greda i opterećenje (desno) i mreža konačnih elemenata iz programa „ST method“ (desno).....	184
Slika 5.31 - Mreža konačnih elemenata (levo) i topološka optimizacija iz komercijalnog programa (desno) .....	184
Slika 5.32 - Strut-and-Tie model iz programa „ST method“ (levo) i oznake pojedinih elemenata kod „ručnog“ proračuna (desno) .....	184
Slika 5.33 - Čvorne zone: čvorovi 1 i 4 (levo), čvorovi 2 i 3 (desno), prema slici 5.32 desno.....	185
Slika 5.34 - Potrebna količina armature zatega - primer 2.....	186
Slika 5.35 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 1 (levo) i čvor 35 (desno), slika 5.32 levo .....	187
Slika 5.36 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 57 (levo) i čvor 91 (desno), slika 5.32 levo .....	187
Slika 5.37 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 2 .....	188
Slika 5.38 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 2 - nastavak.....	188
Slika 5.39 - MnogougaoNIK čvora 1 (levo) i čvora 35 (desno).....	189
Slika 5.40 - MnogougaoNIK čvora 57 (levo) i čvora 91 (desno).....	189
Slika 5.41 - Iskorišćenost napona u betonu u svim čvornim zonama Strut-and-Tie modela (desno) .	189
Slika 5.42 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 2 .....	190
Slika 8.1 - Dijagram napon - deformacija za armaturu Z1 .....	217
Slika 8.2 - Dijagram napon - deformacija za armaturu Z2 .....	217
Slika 8.3 - Dijagram napon - deformacija za armaturu Z3 .....	217
Slika 8.4 - Dilatacije u betonu mernih traka C1 i C2 – Zid 1 .....	218

Slika 8.5 - Dilatacije u betonu mernih traka C3 i C4 – Zid 1 .....	219
Slika 8.6 - Dilatacije u betonu mernih traka C6 i C7 – Zid 1 .....	219
Slika 8.7 - Dilatacije u betonu mernih traka C8 i C9 – Zid 1 .....	219
Slika 8.8 - Dilatacije u betonu mernih traka C10 i C11 – Zid 1 .....	220
Slika 8.9 - Dilatacije u betonu merne trake C12 – Zid 1 .....	220
Slika 8.10 - Dilatacije u armaturi mernih traka S1 i S2 – Zid 1 .....	220
Slika 8.11 - Dilatacije u armaturi mernih traka S3 i S4 – Zid 1 .....	221
Slika 8.12 - Dilatacije u armaturi mernih traka S5 i S6 – Zid 1 .....	221
Slika 8.13 - Dilatacije u armaturi mernih traka S7 i S8 – Zid 1 .....	221
Slika 8.14 - Dilatacije u armaturi mernih traka S9 i S10 – Zid 1 .....	222
Slika 8.15 - Dijagrami pomeranja na mestima D1 i D3 – Zid 1 .....	222
Slika 8.16 - Dijagrami pomeranja na mestu D3' i dijagram D3-neto – Zid 1 .....	222
Slika 8.17 - Dijagrami pomeranja na mestima D4 i D5 – Zid 1 .....	223
Slika 8.18 - Dijagrami pomeranja na mestima D8 i D13 – Zid 1 .....	223
Slika 8.19 - Dilatacije u betonu mernih traka C1 i C2 – Zid 2 .....	224
Slika 8.20 - Dilatacije u betonu mernih traka C3 i C4 – Zid 2 .....	224
Slika 8.21 - Dilatacije u betonu mernih traka C5 i C6 – Zid 2 .....	225
Slika 8.22 - Dilatacije u betonu mernih traka C7 i C8 – Zid 2 .....	225
Slika 8.23 - Dilatacije u betonu mernih traka C9 i C10 – Zid 2 .....	225
Slika 8.24 - Dilatacije u armaturi mernih traka S1 i S2 – Zid 2 .....	226
Slika 8.25 - Dilatacije u armaturi mernih traka S3 i S4 – Zid 2 .....	226
Slika 8.26 - Dilatacije u armaturi mernih traka S5 i S6 – Zid 2 .....	226
Slika 8.27 - Dilatacije u armaturi mernih traka S7 i S8 – Zid 2 .....	226
Slika 8.28 - Dilatacije u armaturi mernih traka S9 i S10 – Zid 2 .....	227
Slika 8.29 - Dijagram pomeranja na mestima D1 i D2 – Zid 2 .....	227
Slika 8.30 - Dijagram pomeranja na mestima D3 i D4 – Zid 2 .....	227
Slika 8.31 - Dijagram pomeranja na mestu D5 i dijagram D3-neto – Zid 2 .....	228
Slika 8.32 - Dilatacije na mernim trakama S11 i S12 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 2 .....	228
Slika 8.33 - Dilatacije na mernim trakama S13 i S14 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 2 .....	228
Slika 8.34 - Dilatacije u betonu mernih traka C1 i C2 – Zid 3 .....	229
Slika 8.35 - Dilatacije u betonu mernih traka C3 i C4 – Zid 3 .....	230
Slika 8.36 - Dilatacije u betonu mernih traka C5 i C6 – Zid 3 .....	230
Slika 8.37 - Dilatacije u betonu mernih traka C7 i C8 – Zid 3 .....	230
Slika 8.38 - Dilatacije u betonu mernih traka C9 i C10 – Zid 3 .....	230
Slika 8.39 - Dilatacije u armaturi mernih traka S1 i S2 – Zid 3 .....	231
Slika 8.40 - Dilatacije u armaturi mernih traka S3 i S4 – Zid 3 .....	231
Slika 8.41 - Dilatacije u armaturi mernih traka S5 i S6 – Zid 3 .....	231
Slika 8.42 - Dilatacije u armaturi mernih traka S7 i S8 – Zid 3 .....	232
Slika 8.43 - Dilatacije u armaturi mernih traka S9 i S10 – Zid 3 .....	232
Slika 8.44 - Dijagrami pomeranja na mestima D1 i D2 – Zid 3 .....	232
Slika 8.45 - Dijagrami pomeranja na mestima D3 i D3' – Zid 3 .....	233
Slika 8.46 - Dijagrami pomeranja na mestima D4 i D5 – Zid 3 .....	233
Slika 8.47 - Dijagram pomeranja D3 neto – Zid 3 .....	233
Slika 8.48 - Dilatacije na mernim trakama S11 i S12 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 3 .....	234
Slika 8.49 - Dilatacije na mernim trakama S13 i S14 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 3 .....	234
Slika 8.50 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S1(S2) i S3(S4) – Zid 1 .....	235
Slika 8.51 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S5 i S6 – Zid 1 .....	235
Slika 8.52 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S7(S8) i S9(S10) – Zid 1 .....	235
Slika 8.53 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S1(S2) i S3(S4) – Zid 2 .....	236
Slika 8.54 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S5 i S6(S7) – Zid 2 .....	236
Slika 8.55 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S8(S9) i S10 – Zid 2 .....	236
Slika 8.56 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S1 i S2 – Zid 3 .....	237
Slika 8.57 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S3 i S4 – Zid 3 .....	237
Slika 8.58 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S6 i S7 – Zid 3 .....	237
Slika 8.59 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S8 i S9 – Zid 3 .....	238
Slika 8.60 - Dijagram napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S10 – Zid 3 .....	238

## Spisak tabela

Tabela 2.1 - Efektivna čvrstoća pri pritisku za beton pritisnutog štapa $f_{cu}$ .....	37
Tabela 2.2 - Faktor redukcije pritisnutog štapa .....	37
Tabela 2.3 - Faktor redukcije čvorne zone .....	41
Tabela 4.1 - Visoka greda - Karakteristike nosača .....	69
Tabela 4.2 - Visoka greda – Strut-and-Tie model .....	69
Tabela 4.3 - Visoka greda 1 i 2 .....	70
Tabela 4.4 - Visoka greda 1 – Strut-and-Tie model .....	70
Tabela 4.5 - Visoka greda 2 – Strut-and-Tie model .....	71
Tabela 4.6 - Kratki element .....	71
Tabela 4.7 - Kratki element – Strut-and-Tie model .....	72
Tabela 4.8 - Dvostruki kratki element.....	72
Tabela 4.9 - Dvostruki kratki element - Strut-And-Tie model prema literaturi i programu "ST method" .....	73
Tabela 4.10 - Obrnuti "T" presek .....	74
Tabela 4.11 - Obrnuti "T" presek – Strut-And-Tie model.....	74
Tabela 4.12 - Visoka greda - deep beam.....	75
Tabela 4.13 - Visoka greda - deep beam – Strut-and-Tie model.....	75
Tabela 4.14 - Visoki zid sa otvorima – Strut-and-Tie model .....	76
Tabela 4.15 - Visoka greda sa otvorom – Strut-and-Tie model .....	76
Tabela 4.16 - Visoki zid – Strut-and-Tie model .....	76
Tabela 4.17 - Gredni nosač – Strut-and-Tie model.....	77
Tabela 4.18 - Ugao grede i stuba – Strut-and-Tie model.....	77
Tabela 4.19 - Visoka greda sa otvorima – Strut-and-Tie model .....	78
Tabela 4.20 - Visoka greda – Strut-and-Tie model .....	78
Tabela 4.21 - Kratki element – Strut-and-Tie model .....	79
Tabela 4.22 – Naponsko stanje pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z1 .....	87
Tabela 4.23 – Naponsko stanje zategnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z1 .....	87
Tabela 4.24 – Naponska stanja pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z2 .....	93
Tabela 4.25 – Dimenzije zategnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z2 .....	93
Tabela 4.26 – Naponska stanja pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z3 .....	96
Tabela 4.27 – Naponska stanja zategnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z3 .....	96
Tabela 4.28 - Karakteristike ispitnog kontrolnog uzorka armature - Subotica .....	116
Tabela 4.29 - Karakteristike ispitnog uzorka armature Z1 - Subotica .....	117
Tabela 4.30 - Karakteristike ispitnog uzorka armature Z2 - Subotica .....	124
Tabela 4.31 - Karakteristike ispitnog uzorka armature Z3 - Subotica .....	131
Tabela 4.32 - Parametri primenjenog CDP modela .....	135
Tabela 4.33 - Vrednosti napona u MPa u armaturi uzorka Z1 na 2x100kN.....	145
Tabela 4.34 - Vrednosti napona u MPa u armaturi uzorka Z2 na 2x100kN.....	149
Tabela 4.35 - Vrednosti napona u MPa u armaturi uzorka Z3 na 2x100kN.....	154
Tabela 5.1 - Strut-and Tie modeli za različite vrednosti $\beta$ koeficijenata.....	163
Tabela 5.2 - Strut-and-Tie modeli za nosač 1,5x1,2 m sa variranjem koeficijenata $\beta$ .....	165
Tabela 5.3 - Strut-and-Tie modeli za nosač 1,6x1,6 m sa variranjem koeficijenta $\beta$ .....	167
Tabela 5.4 - Visoka AB greda sa prepustom .....	169
Tabela 5.5 - Vrh AB stuba sa prepustima .....	169
Tabela 5.6 - Kontinualna visoka greda sa dva raspona .....	170
Tabela 5.7 - Armiranobetonska visoka greda sa otvorom .....	171
Tabela 5.8 - Smičući zid .....	172
Tabela 5.9 - AB greda sa otvorima.....	172
Tabela 5.10 - Visoka greda sa prepustom .....	173
Tabela 5.11 - Analizirani AB nosači – oblici Strut-and-Tie modela .....	174
Tabela 5.12 - Količina armature – Visoka greda sa otvorom i smičući zid .....	174
Tabela 5.13 - Količina armature – Greda sa otvorima i visoka greda sa prepustom .....	175
Tabela 5.14 - Zategnuti štapovi - primer 1 .....	177
Tabela 5.15 - Pritisnuti štapovi - primer 1 .....	177
Tabela 5.16 - Konačne dimenzije štapova - primer 1 .....	183
Tabela 5.17 - Konačne dimenzije ležišnih ploča - primer 1 .....	183
Tabela 5.18 - Konačne dimenzije štapova - primer 2 .....	190
Tabela 5.19 - Konačne dimenzije ležišnih ploča - primer 2 .....	190
Tabela 8.1 - Cement CEM II/A-S 42,5R (Nexe, sedište Našice, Hrvatska) .....	215
Tabela 8.2 - Agregat (rečni agregat, reka Drina, sedište Jalovik - Vladimirci, Srbija).....	215

Tabela 8.3 - Sastav betonske mešavine .....	215
Tabela 8.4 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku na kockama za uzorke Z1, Z2 i Z3.....	215
Tabela 8.5 - Ispitivanje čvrstoće pri zatezanju na kockama za uzorke Z1,Z2 i Z3.....	215
Tabela 8.6 - Čvrstoće pri pritisku na kockama 1, 2 i 3 za uzorke Z1, Z2 i Z3 .....	216
Tabela 8.7 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku ultrazvukom uzorka Z1 .....	216
Tabela 8.8 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku ultrazvukom uzorka Z2 .....	216
Tabela 8.9 - Vrednosti nanošenja sile u toku vremena – Z1 .....	218
Tabela 8.10 - Vrednosti nanošenja sile u toku vremena – Z2 .....	224
Tabela 8.11 - Vrednosti nanošenja sile u toku vremena – Z3 .....	229
Tabela 8.12 - Strut-and-Tie modeli za nosač 1,5x1,2m .....	239
Tabela 8.13 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,0m (d/l=0,5) .....	241
Tabela 8.14 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,2m (d/l=0,6) .....	243
Tabela 8.15 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,4m (d/l=0,7) .....	245
Tabela 8.16 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,6m (d/l=0,8) .....	247
Tabela 8.17 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,8m (d/l=0,9) .....	249
Tabela 8.18 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x2,0m (d/l=1,0) .....	251
Tabela 8.19 - Nosač složene geometrije 2,0x2,0m .....	253
Tabela 8.20 - Nosač sa jednim otvorom 2,0x1,6m .....	255



Uvod **1**



## 1 UVOD

Ispravno projektovana armiranobetonska konstrukcija podrazumeva ispunjenje zahteva njene nosivosti, upotrebljivosti i trajnosti. Za bilo koji slučaj delovanja opterećenja metodama teorije konstrukcija određuju se veličine naprezanja u delu ili celoj konstrukciji. Nakon nalaženja vrednosti unutrašnjih sila koje uspostavljaju ravnotežu sa spoljašnjim opterećenjem prelazi se na dimenzionisanje nosača, tj. konstrukcije.

Tehnička teorija savijanja pokriva dimenzionisanje armiranobetonskih nosača u slučajevima kada se sve statičke veličine duž ose elementa menjaju postupno. Kada se javi diskontinuitet ili poremećaj, usled naglih promena statičkih veličina, geometrije nosača ili mehaničkih karakteristika materijala, prestaje da važi uobičajen način dimenzionisanja, a problem se praktično rešava konstruktivnom obradom detalja na bazi inženjerskog iskustva i preporuka. Međutim nedostaje njihova egzaktna proračunska potvrda, a odsustvo takvog načina doprinosi loše isprojektovanim i izvedenim konstruktivnim detaljima koji utiču na kvalitet konstrukcije kao celine i dovode do njenog oštećenja i nedostataka.

U cilju smanjenja ovih posledica javila se potreba da se konstruktivno detaljisanje dovede na proračunski nivo čime bi, kao i klasično dimenzionisanje, postalo egzaktno, primenom jednostavnih i racionalnih modela, testiranih i eksperimentalno dokazanih. Težnja ka jednostavnijim modelima, pri proračunu celog ili dela nosača, i inženjerska praksa, kako bi se na lakši i prihvatljiviji način nalazila potrebna količina armature u nosaču, doveli su do razvoja više različitih modela proračuna.

Pri pojavi prslina u nosaču opterećenom aksijalno, na savijanje, smicanje, torziju ili njihovom kombinacijom, trajektorije glavnih napona pritiska liče na pravolinijske putanje koje se mogu zameniti pravim pritisnutim jednoaksijalno opterećenim štapovima, a njima se moraju dodati zategnuti štapovi kako bi ravnoteža sistema bila očuvana. Zajedno oni čine rešetkaste modele koji u zavisnosti od naprezanja mogu biti različitog oblika, usled preraspodele sila unutar elementa. Model koji će biti prikazan u ovom radu jeste model pritisnutih štapova i zatega (Strut-and-Tie model), koji se uspešno može primeniti u zonama složenog toka unutrašnjih sila. Sa stanovišta inženjerske prakse, zbog jednostavnosti primene i postupka proračuna, prihvatljivo je korišćenje ovog modela, što se može potvrditi njegovim uvođenjem u Propise mnogih zemalja poslednjih decenija.

Algoritamski pristup metode pritisnutih štapova i zatega daje mogućnost izrade softverskog rešenja u vidu programa kako bi primena Strut-and-Tie modela bila što više pojednostavljena, a samim tim više prihvatljiva inženjerima u praksi, što sve govori u prilog prednostima primene i korišćenja pomenute metode.

## 1.1 PREDMET I HIPOTEZE ISTRAŽIVANJA

U slučajevima kada se sve statičke veličine menjaju postupno, dimenzionisanje armiranobetonskih nosača se pokriva tehničkom teorijom savijanja. U slučajevima diskontinuiteta, usled naglih promena statičkih veličina ili geometrije nosača, prestaje da važi uobičajen način dimenzionisanja, a problem se praktično rešava konstruktivnom obradom detalja na bazi inženjerskog iskustva i preporuka, bez egzaktno proračunske potvrde. S obzirom da korektno projektovani konstruktivni detalji značajno utiču na kvalitet konstrukcije kao celine, potreba za njihovom proračunskom analizom, primenom jednostavnih i racionalnih modela, je nesporna.

U cilju postavke egzaktnog tretmana diskontinuiteta, decenijama je prisutna Strut-and-Tie metoda koja na relativno jednostavan i grub način daje uvid u realno ponašanje armiranobetonskog elementa i koja je predmet istraživanja u doktorskoj disertaciji. To je metoda pritisnutih i zategnutih štapova koja se, načelno, može uspešno primeniti kako pri proračunu zona nosača sa složenim tokom unutrašnjih sila, tako i pri proračunu celog nosača.

U osnovi modela pritisnutih štapova i zatega je rešetkasti nosač koga čine jednoaksijalno opterećeni štapovi konačnih dimenzija, pritisnuti ili zategnuti, i mesta njihovog ukrštanja, tzv. čvorne zone takođe definisanih dimenzija. Princip metode je takav da se pritisnutim štapovima zamenjuju betonski delovi (površine ili zapremine) armiranobetonskog elementa, dok se zategnutim štapovima predstavlja armatura ili armaturni snopovi. Lom armiranobetonskog nosača može nastati usled gubitka nosivosti pritisnutih štapova, čvornih zona ili usled prekoračenja napona tečenja u armaturi, tj. zategnutim štapovima.

Predmet istraživanja doktorske disertacije jeste dimenzionisanje i optimizacija različitih armiranobetonskih elemenata: zidova (deep beams – visoke grede) jednostavne ili složene geometrije i kratkih elemenata različitih dimenzija sa zadatim spoljašnjim opterećenjem. Nosači će na određeni način, metodom diskretne topološke optimizacije, na osnovu količine i rasporeda armature biti zamenjeni odgovarajućim rešetkastim Strut-and-Tie modelima. Za potrebe analize napravljen je softverski program „ST method“ koji automatski generiše modele, sračunava sile u elementima ekvivalentnog zamenjujućeg nosača, dimenzioniše i proverava naponska stanja u elementima Strut-and-Tie modela. Pojedini modeli dobijeni softverskim programom porediće se sa eksperimentalnim istraživanjem.

Eksperimentalno istraživanje obuhvata analizu tri armiranobetonska zidna nosača (deep beams). Nosači su istih geometrijskih karakteristika, opterećeni graničnim vrednostima spoljašnjih sila  $2 \times 100 \text{ kN}$ . Za izradu zidnih nosača koristi se beton kvaliteta C25/30 i armatura kvaliteta B500B. Nosači se razlikuju prema načinu postavljanja armature. Kod uzorka Z1 favorizovani su svi pravci raspoređivanja armature, kod uzorka Z2 samo horizontalan pravac, dok je kod uzorka Z3 favorizovan samo pravac pod uglom od  $45^\circ$ .

U okviru disertacije proveriće se hipoteza, koja može dati dva odgovora. Prvi, koji podrazumeva da se mogu dobiti jednoznačni Strut-and-Tie modeli za dimenzionisanje armiranobetonskih nosača pomoću predloženog algoritma ili drugi odgovor, da je pri odabiru Strut-and-Tie modela za proračun armiranobetonskih konstrukcija merodavno inženjersko iskustvo.

Predmet predloženog istraživanja je značajan u smislu daljeg razumevanja rešavanja problema proračuna armiranobetonskih konstrukcija, delova ili celih nosača, primenom modela sa pritisnutim štapovima i zategama.

Predmet istraživanja biće razmotren sa stanovišta efikasnosti, kompleksnosti, vrste rezultata koje obezbeđuje i jednostavnosti (mogućnosti) praktične primene, a rezultat će imati formu preporuka za primenu. U skladu sa istaknutom potrebom za egzaktnije definisanje proračunskih modela metode pritisnutih štapova i zatega, rezultat će biti i afirmacija funkcionalne primene Strut-and-Tie metode. Očekivani rezultati odgovaraju postavljenim ciljevima istraživanja teme doktorske disertacije optimizacije armiranobetonskih ravanskih nosača primenom metode pritisnutih štapova i zatega.

## 1.2 POTREBA ZA ISTRAŽIVANJEM

Američki istorijat Strut-and-Tie metode proistekao je iz rešavanja problema proračuna nosača usled smicanja i potvrđivan je brojnim eksperimentima koji se i dan danas obavljaju, dok se Evropski istorijat koncentrisao na rešavanje više konstruktivnih detalja u kojima ne važi teorija klasičnog dimenzionisanja, uz potvrdu većeg broja ispitivanja.

U Evropskim propisima za beton CEB-FIP [47] i EC2 [64] primena Strut-and-Tie metode je ograničena i može se koristiti za dimenzionisanje delova u nosaču u kojima se javlja diskontinuitet toka unutrašnjih sila i u slučajevima koji nisu pokriveni propisom, ali ne i kao metoda za dimenzionisanje ostalog dela nosača za koje važe pravila klasičnog dimenzionisanja, za razliku od Američkog propisa ACI koji ima širu primenu Strut-and-Tie modela na delove nosača, slučajeve koji nisu pokriveni propisom, kao i na kompletan nosač.

U ranijem periodu, posmatranjem ponašanja nosača pod opterećenjem pri eksperimentalnim istraživanjima potvrđivane su ispravnosti Strut-and-Tie modela sa manjim brojem elemenata rešetke, dok se u novije vreme (od 2002. god. do danas) potvrđuju eksperimentalno i složeniji modeli, sa većim brojem elemenata.

Ukoliko u postojećoj literaturi nema odgovarajućeg Strut-and-Tie modela, inženjer sam mora predvideti tok unutrašnjih sila u nosaču i isprojektovati zamenjujuću rešetku, tj. pretpostaviti model. Ovaj problem se naročito javlja kod složenijih nosača kako po geometriji tako i po opterećenju, te se noviji eksperimenti izvode u cilju potvrđivanja ispravnosti oblika i elemenata Strut-and-Tie modela.

Javljuju se neslaganja i diskusije među inženjerima-istraživačima o ispravnosti trenutnih faktora čvrstoće betona pritisnutih štapova i čvornih zona koji se nalaze u različitim propisima, pa se i u tom pogledu rade i nastavljaju eksperimentalna istraživanja Strut-and-Tie modela.

Strut-and-Tie modeli, pri raspoređivanju pritisnutih štapova i zatega u modelu rešetke, koriste raspodelu i trajektorije napona koji odgovaraju rezultatima teorije elastičnosti. Ponašanje armiranog betona ne može dovoljno tačno biti predstavljeno samo teorijom elastičnosti, nego je u velikoj meri opredeljeno i nizom drugih faktora, a posebno načinom armiranja, u smislu načina, rasporeda i količine čelika za amiranje, te konfiguracijom opterećenja. Ovim, pred Strut-and-Tie model armiranobetonskog nosača ili konstrukcije, moraju biti postavljeni i

dopunski uslovi kojima se uvažavaju specifičnosti materijala, u prvom redu uslovi koji se odnose na favorizovanje pojedinih pravaca pružanja armaturnih snopova.

Uobičajeni Strut-and-Tie modeli, pri raspoređivanju pritisnutih štapova i zatega u modelu rešetke, koriste raspodelu napona po teoriji elastičnosti. Da bi se sa iskustvenih inženjerskih slika trajektorije napona, koje su dovodile do puno pokušaja koji su često bili i pogrešni, došlo brže do rešenja, razvoj Strut-and-Tie modela je pratio i uvođenje kompjuterske grafike i optimizacije nosača po raznim osnovama: po obliku i geometriji koja podrazumeva diskretnu ili kontinuum optimizaciju, optimizaciju nosača po naponima, pomeranjima i krutosti [43]. Razne optimizacije bi trebalo da uz minimum utroška materijala zadovolje postavljene zahteve nosivosti, duktilnosti, upotrebljivosti i trajnosti nosača. Dalji razvoj Strut-and-Tie metode vodio je ka automatskom generisanju optimalnih modela za proračun i detaljisanje, kako armiranobetonskih, tako i prednapregnutih nosača.

Za potrebe numeričke analize u okviru doktorske disertacije, biće korišćen originalni sopstveni softverski program, "ST method", koji zamenjuje, optimizuje armiranobetonske ravanske nosače Strut-and-Tie modelima, određuje statičke uticaje, aksijalne sile, u elementima rešetkastog modela i daje uvid u naponsko-deformacijska stanja posmatranog nosača. Promenom određenog parametra program obezbeđuje se preraspodela sila, a time i položaj elemenata zamenjujućeg rešetkastog nosača, čime se dobijaju različiti Strut-and-Tie modeli, sa različitom količinom i orijentacijom potrebne armature za prihvatanje zadatog spoljašnjeg opterećenja. Količina potrebne armature ili njen raspored biće merodavni za dobijanje Strut-and-Tie modela na osnovu kojih dovode do zaključaka i preporuka o izboru odgovarajućeg rešetkastog zamenjujućeg modela.

Zbog potrebe provere odabranih numeričkih rešenja dobijenih sopstvenim softverskim programom urađeno je eksperimentalno istraživanje. Izrađena su tri eksperimentalna uzorka (Z1, Z2 i Z3) u formi armiranobetonskih zidnih nosača (deep beams). Sva tri uzorka imaju iste osnovne geometrijske karakteristike: raspon 2,0 m, visinu 1,3 m i debljinu 0,1 m. Na uzorcima ima po dva otvora dimenzija 0,3×0,3 m, simetrično postavljenih u odnosu na vertikalnu osu uzoraka. Armiranje pojedinih uzoraka je različito, u skladu sa numeričkim simulacijama, i to: kod uzorka Z1 pri proračunu su favorizovani svi pravci raspoređivanja armature, kod uzorka Z2 favorizovan je horizontalni pravac i kod uzorka Z3 favorizovan je ugao od 45°. Neposredno pre ispitivanja uzoraka Z1, Z2 i Z3, ispitane su i osnovne mehaničke karakteristike ugrađenih materijala (betona i armature) što je omogućilo preciznije numeričko modeliranje i poređenje rezultata proračuna i eksperimentalne analize.

Potreba za uvođenjem Strut-and-Tie metode, prvenstveno zbog svoje jednostavnosti primene, u svakodnevnom projektovanju omogućiće inženjerima u praksi lakše snalaženje pri proračunu dela ili celog nosača kao i konstruktivno detaljisanje istih.

### 1.3 CILJ ISTRAŽIVANJA

Kod primene Strut-and-Tie metode prisutan je problem nejednoznačnosti modeliranja koji često ostavlja veliku slobodu u izboru modela i zahteva prethodno iskustvo. Osnovni cilj istraživanja je doprinosi jednoznačnosti definisanja proračunskih modela metode pritisnutih štapova i zatega, u pravcu težnje ka postizanju egzaktno definicije. Kako, u cilju predupređenja mogućih grešaka, tehnička regulativa uvek pretenduje na određenost i

jednoznačnost, to su i dalja istraživanja i unapređenja metode pritisnutih štapova i zatega u pravcu egzaktnog definisanja domena i načina primene, te modeliranja nosača, neophodna. Osim toga, konkretan način primene metode pritisnutih štapova i zatega kao načina proračuna je u velikoj meri zavisao od konfiguracije opterećenja.

Proračun elementa podrazumeva simultano razmatranje dejstva različitih opterećenja, različite prirode, učestalosti delovanja ili intenziteta, a svaka njihova kombinacija rezultira novom konfiguracijom. Ovim, dalji razvoj metode pritisnutih štapova i zatega mora biti usmeren i u pravcu optimizacije u odnosu na ovaj problem. Takođe, razvoj i primena metode može omogućiti praktičnu proračunsku verifikaciju uobičajeno primenjivanih konstruktivnih mera prilikom projektovanja detalja armiranobetonskih elemenata. Istraživanje obuhvata kreiranje računarskog programa kao univerzalnog softverskog rešenja za analizu nosača i/ili delova nosača različitih dimenzija i oblika i različitih konfiguracija opterećenja što omogućava realizaciju cilja istraživanja u smislu jedostavnijeg rešavanja postavljenog problema. Analiza omogućava da se na osnovu programa kojim se grubo simulira prirodni tok formiranja rešetkastog modela, tj. pritisnutih štapova i zatega, dobije potvrda iskustvenih i eksperimentalnih modela opterećenih delova odnosno celih nosača.

Imajući na umu činjenicu uvođenja Strut-and-Tie metode u aktuelnu tehničku regulativu, s jedne strane, te srazmerno malu njenu zastupljenost u praktičnim primenama u inženjerskoj praksi, sa druge, nameće se i potreba afirmacije i popularizacije ovog proračunskog postupka. U tom smislu neophodno je akcentovati potencijalnu jednostavnost primene, te činjenicu da se uspešno može koristiti i u problemima kojima se određuju potrebe za armaturom elementa, tj. konstrukcije. Upravo ovo poslednje se javlja manom primene nekih kompleksnih postupaka, poput onih baziranih na primeni metode konačnih elemenata.

Cilj istraživanja je formiranje proračunskog modela i kreiranje sopstvenog softverskog programa za analizu armiranobetonskih ravanskih nosača Strut-and-Tie metodom, koji će omogućiti adekvatno simuliranje prirodnog toka formiranja rešetkastog modela, tj. pritisnutih štapova i zatega. Za proveru pouzdanosti softverskog programa koristiće se teorijski modeli i rezultati sopstvenog eksperimentalnog istraživanja. Daće se odgovor na postavljenu hipotezu disertacije, da li su dobijeni modeli jednoznačni ili će inženjersko iskustvo biti presudno pri odabiru Strut-and-Tie modela potrebnih za dalje dimenzionisanje armiranobetonskih nosača.

## 1.4 PREGLED DISERTACIJE PO POGLAVLJIMA

- Uvod

U okviru ovog poglavlja sažeto je opisan predmet i problem istraživanja, potreba za istraživanjem, cilj i očekivani rezultati doktorske disertacije.

- Metoda pritisnutih štapova i zatega (Strut-and-Tie metoda)

U ovom poglavlju prikazan je pregled nastanka i primene Strut-and-Tie metode, počev od istorijskog pregleda nastanka metode, uvođenja metode u svetske standarde i istraživanja do današnjih dana. Sažeto je predstavljena teorija plastičnosti i polja napona iz kojih je proistekao Strut-and-Tie model. Takođe se daje kratak pregled osnovnih postavki proračuna

Strut-and-Tie metode sa osvrtom na vodeće standarde, njihove sličnosti i razlike pri definisanju parametara koji se koriste u primeni metode.

- Optimizacija konstrukcijskih sistema

Prikazane su vrste optimizacije konstrukcijskih sistema, uz detaljan opis topološke optimizacije koja leži u osnovi Strut-and-Tie modela. Ovo poglavlje sadrži, pored algoritamskih rešenja optimizacije Strut-and-Tie modela iz literature novijeg datuma, i detaljno prikazan predlog, tj. algoritamski pristup, načina optimizacije armiranobetonskih ravanskih nosača koji je implementiran u softverski program „ST method“, za dobijanje Strut-and-Tie modela pomoću kojih se dimenzionišu nosači, od strane autora rada, kao i interfejs (radna površina) programa u okruženju Visual Studio 2010 (Visual C#).

- Provera pouzdanosti predloženog algoritma optimizacije

U ovom poglavlju proverena je pouzdanost Strut-and-Tie modela dobijenih softverskim programom na osnovu predloženog načina optimizacije, a time i provera programa „ST method“. Softverska rešenja upoređena su sa primerima iz literature i sa rezultatima sopstvenog eksperimentalnog istraživanja, kao i provera sa numerički simuliranim eksperimentom u komercijalnom programu Abaqus. U ovoj fazi prikazani su: plan, program, oprema za realizaciju, realizacija i rezultati sopstvenog eksperimentalnog istraživanja. Dodatni rezultati istraživanja prikazani su u poglavlju Prilozi.

- Numeričke analize u programu „ST method“

Ovo poglavlje sadrži numeričke primere armiranobetonskih ravanskih nosača, jednostavne i složene geometrije i konfiguracije opterećenja, urađenih primenom softverskog programa „ST method“. Strut-and-Tie modeli dobijeni su po raznim osnovama: promeni gustine mreže, favorizovanim pravcima postavljanja armature ili količini potrebne armature. Za određeni broj Strut-and-Tie modela urađeno je kompletno dimenzionisanje nosača. Variranjem različitih parametara dobijena su optimalna rešenja, ili tako što se rešenje samo nametalo ili je pri odabiru bilo presudno inženjersko iskustvo. U ovom poglavlju, za pojedine nosače, prikazani su reprezentativni primeri analize, dok su ostali rezultati prikazani u poglavlju Prilozi.

- Zaključna razmatranja i pravci daljih istraživanja

Sumirani svi zaključci, na osnovu dobijenih rezultata numeričkih i eksperimentalnih analiza, izneti u okviru doktorske disertacije sa preporukama i napomenama, kao i predlozima pravaca daljih istraživanja, prikazani su u ovom poglavlju.

- Literatura

U ovom poglavlju dat je širi spisak korišćene literature i referenci.

- Prilozi

Tabelarno ili u vidu dijagrama su prikazani rezultati eksperimentalnih i pojedinih numeričkih analiza zbog kompletnosti poglavlja Provera pouzdanosti predloženog algoritama optimizacije i Numeričke analize u programu „ST method“.

Rezultati istraživanja ukazuju na opravdanost i mogućnost proširenja domena primene Strut-and-Tie metode prilikom proračuna ab elemenata i doprinose dodatnom objašnjenju nedoumica koje se javljaju u aktuelnoj tehničkoj regulativi, na primer kod zidnih ab nosača.



Metoda pritisnutih štapova i zatega 2

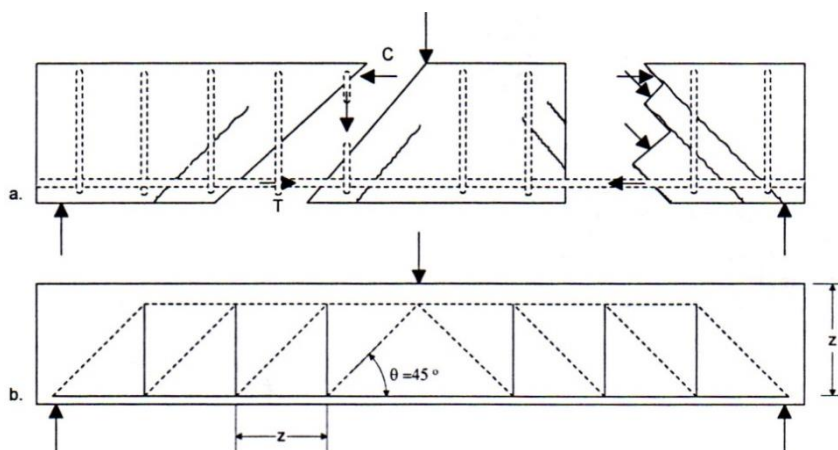


## 2 METODA PRITISNUTIH ŠTAPOVA I ZATEGA (STRUT-AND-TIE METODA)

### 2.1 UVOD (ISTORIJAT)

Rešetkasti nosač kao zamenu stvarnog nosača za praćenje toka sila u gredi, prvi je uveo francuski inženjer Hennebique krajem 19. veka (1882. godine), a na osnovu njega su već sledeće godine patentirane vertikalne uzengije u armiranobetonskim gredama.

Racionalno dimenzionisanje grede (linijskog elementa) zasnovano na štapnom nosaču koji objašnjava tok sila u armiranobetonskim gredama sa prslinama usled dijagonalnih napona zatezanja dao je švajcarski inženjer Ritter, 1899. godine, slika 2.1.



Slika 2.1 - Rešetkasti model grede prema Ritter-u, a) unutrašnje sile u nosaču, b) rešetka sa štapovima ispune pod  $45^\circ$  [140]

Nemac Mörsch je do 1920. godine gore pomenuti model razvio u klasičan model rešetke sa pritisnutim dijagonalama postavljenim pod uglom od  $45^\circ$  u odnosu na podužnu osu grede. Ispitivanja koja je Mörsch obavljao ukazivala su da se prsline u blizini oslonaca javljaju pod uglom manjim od  $45^\circ$ , ali u to vreme teorijski nije izmenio predloženi model proračuna.

Talbot 1909. godine potvrđuje da Ritter-ova rešetka daje konzervativne rezultate u poređenju sa eksperimentalnim dokazima i ukazuje na problem loma grede bez armature usled smicanja. Klasičan model rešetke, kod koga je u osnovi zanemarena čvrstoća betona na zatezanje, pokazao se kao nedovoljno tačan model naročito u armiranobetonskim gredama sa manjim procentom armiranja podužnom armaturom. Što se tiče eksperimenata u kojima su ispitivane grede bez armature u rebru, otpornost nosača je zavisila isključivo od kvaliteta i čvrstoće samog betona. Poluempirijski proračuni za prihvatanje transverzalnih sila, na osnovu klasičnog modela rešetke, dobijeni brojnim testovima, danas se i dalje koriste u SAD ali i šire.

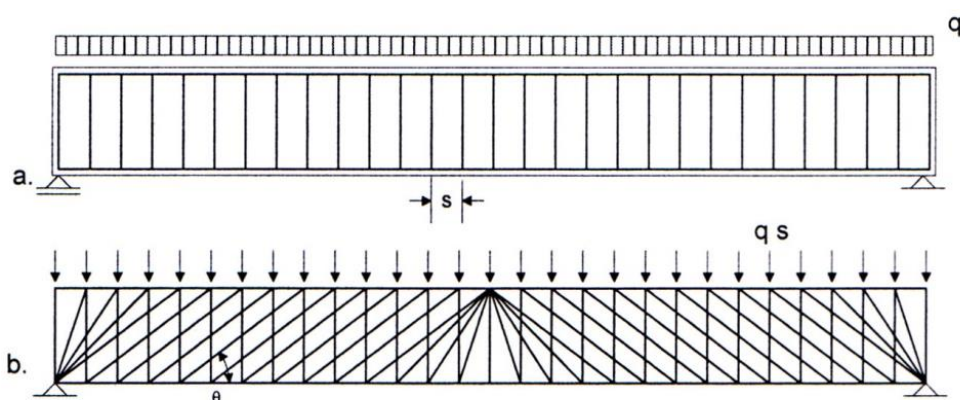
1961. godine prva naponska polja bazirana na teoriji plastičnosti koja su u osnovi Strut-and-Tie metode dao je Drucker, radeći na ponašanju konstruktivnog betona pri graničnom stanju.

Ritter-ov i Mörsch-ov rad bio je podsticaj sledeće tri decenije raznim istraživačima. Leonhardt i Walter 1961. godine izvršili su eksperimentalnu analizu greda sa smičućim lomom i razvili

proračunski model koji kombinuje gredne i lučne efekte i utvrdili da vitkost nosača utiče na njegovo ponašanje.

Na rešetkastim modelima za proračun smicanja i torzije sa različitim nagibima dijagonala radio je Kupfer (1964. godine) i dao rešenje za nagibe dijagonala sa linearno elastičnim ponašanjem elemenata rešetke, ignorišući zateznu čvrstoću betona.

Thurlimann (70-tih godina 20 veka) ispituje i analizira armirano betonske i prednapregnute grede opterećene na savijanje, smicanje i torziju i daje opštiji model rešetke sa promenljivim nagibima dijagonala, koji zavise od odnosa procenta podužne i poprečne armature. Polja pritiskutih napona su paralelna osim kod oslonca i u sredini grede zbog toga što se prate linije pružanja prslina od savijanja, a na mestu delovanja koncentrisane sile polja napona su lepezastog oblika, slika 2.2.



Slika 2.2 - Nosač sa promenljivim nagibom pritiskutih štapova, a) opterećena armiranobetonska greda, b) složen model [140]

Opisivanje ponašanja štapova rešetkastih modela, uz uvedena polja pritiska preko teorije plastičnosti kao i doprinos betona u nosivosti isprskane zone nosača, njihovu primenu i eksperimentalnu potvrdu su radili Nielsen i Braestrup (1975, 1978. godine), Collins, Vecchio, Mitchell, Marti ('80-tih godina prošlog veka), kao i mnogi drugi.

Treba istaći Schlaich-a (od '80-tih i '90-tih godina prošlog veka i dalje) i saradnike sa Univerziteta u Štutgartu (Schäfer, Jennewein, Reineck i dr.), Rogowsky-og, MacGregor-a, Kuchma-u, Wight-a iz SAD, Muttoni-a, Fernandez Ruiz-a i saradnike iz Švajcarske i dr. koji su dali znatan doprinos objašnjenju i primeni Strut-and-Tie metode. Oni su svojim radovima, kako teorijskim tako i eksperimentalnim utemeljili Strut-and-Tie metodu kao postupak koji ujedinjuje dimenzionisanje nosača kao celine bez obzira kakav je tok unutrašnjih sila u pojedinim njegovim delovima. Time je prevaziđeno dosadašnje klasično dimenzionisanje nosača koje se baziralo na proračunu pojedinačnih poprečnih preseka.

Strut-and-Tie modeli, kao nadogradnja rešetkastog modela koji potiče još od vremena Rittera i Mörsch-a, se uglavnom koriste za analizu, proračun i detaljisanje područja u kojima ne važi klasično dimenzionisanje. Strut-and-Tie metod je donja statička granica teorije plastičnosti jer ne postoji jedinstveno rešenje modela za određeni opterećeni nosač ili deo nosača. Sa teorije elastičnosti prelazi se na teoriju polja, čime teorija plastičnosti dobija prednost. Naponsko polje dobijeno po teoriji elastičnosti zadovoljava uslove ravnoteže i statičke konturne uslove i predstavlja samo jedno od mogućih statičkih polja napona. Pre pojave prslina u betonskom konstrukcijskom elementu postoji elastično naponsko polje i ono

se može odrediti korišćenjem elastične analize. Nastanak prslina narušava ovo naponsko polje izazivajući značajnu preraspodelu unutrašnjih sila koje se mogu modelirati Strut-and-Tie modelom.

## 2.2 METODA PRITISNUTIH ŠTAPOVA I ZATEGA

### 2.2.1 Modeliranje armiranobetonskih nosača

Model kojim se zamenjuje armiranobetonski nosač treba da je takav da opisuje čitav nosač, uključujući i konstrukcijska mesta, usled delovanja opterećenja.

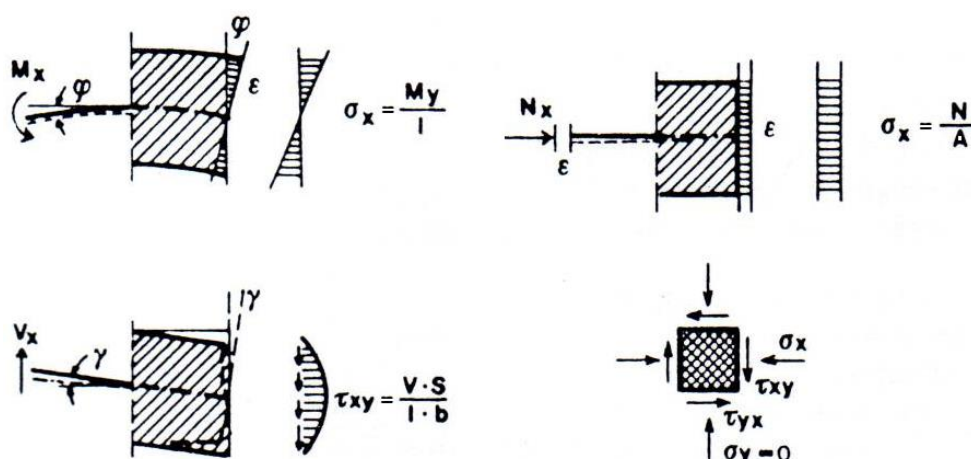
Ponašanje nosača pod opterećenjem i unutrašnji tok sila predstavljaju kombinaciju zategnutih i pritisnutih polja napona. Pukotine koje se javljaju pod opterećenjem u zategnutim poljima ukazuju da je prekoračena čvrstoća betona na zatezanje.

Suštna dimenzionisanja je da se uoče polja zatežućih napona, da im se izračuna ili proceni veličina i da se predvidi dovoljna količina armature potrebna za ravnotežu nosača.

Ako nije prearmiran sposobnost armiranog betona je takva da u sebi preraspodeljuje sile usled elasto-plastičnog odnosa opterećenja i deformacija, što omogućava širok izbor geometrije modela. Čak iako pravci postavljenih šipki armature odstupaju od pravaca glavnih napona zatezanja, zatežuće sile nalaze put do njih. Ipak, najbolji rezultati po pitanju upotrebljivosti nosača se postižu kada pravci postavljene armature ne odstupaju previše od trajektorija glavnih napona zatezanja.

### 2.2.2 Klasičan proračun i dimenzionisanje

Nakon svođenja stvarnog nosača na statički sistem i nalaženja presečnih sila metodama teorije konstrukcija, pristupa se dimenzionisanju koje podrazumeva proračun dimenzija betonskog preseka i količine armature potrebne prema propisima.

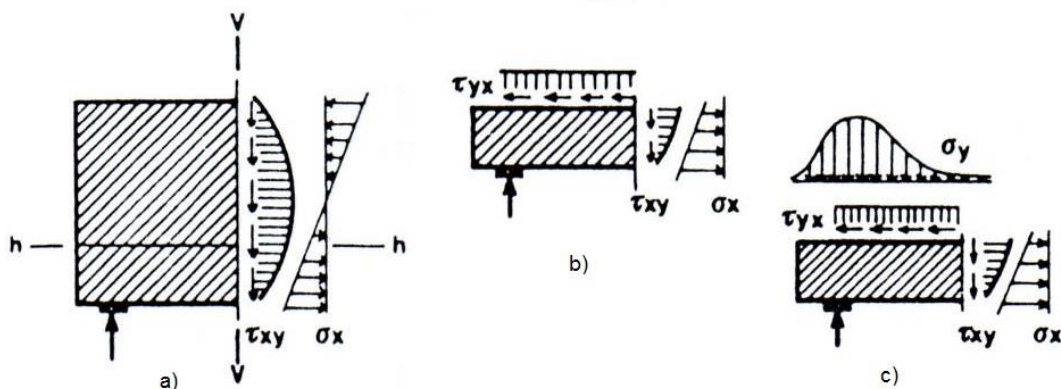


Slika 2.3 - Raspodela napona i uslovi ravnoteže [178]

Takođe, dimenzionisanje podrazumeva i konstrukcijsko oblikovanje detalja gde spadaju oslonачki delovi greda, krajevi redukovane visine, kratki elementi, uglovi okvira itd.

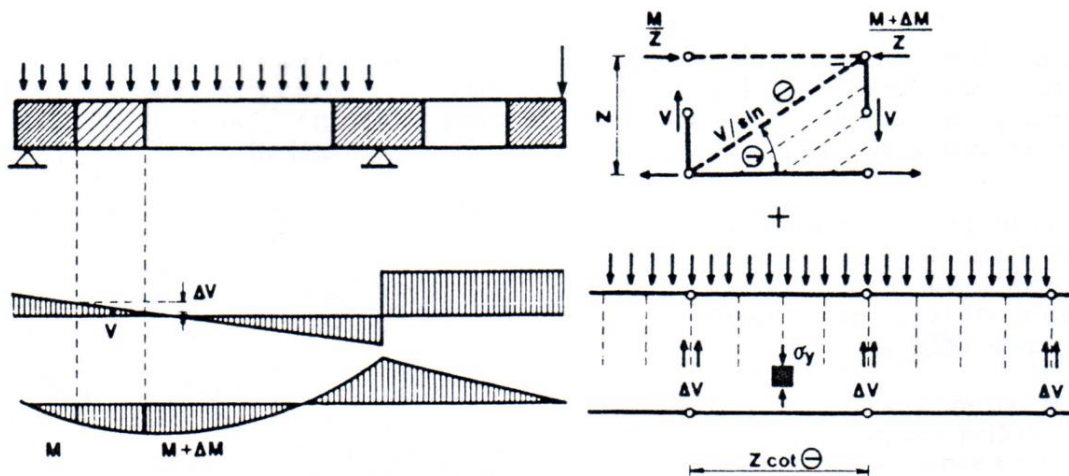
Pretpostavke tehničke teorije savijanja koje podrazumevaju da preseki pre i posle deformisanja ostaju ravni i upravni na sistemnu osu nosača (Bernoulli-eva hipoteza) i da se naponi upravni na sistemnu osu zanemaruju, važe samo ako su ose štapova nosača prave, poprečni preseki duž štapa nepromenljivi i ako su poprečne sile duž ose štapa zanemarene ili su konstantne, slika 2.3.

Po elastičnoj teoriji za armirani beton u neisprskanom stanju u područjima važenja tehničke teorije savijanja presečne sile i naponi su jednoznačno određeni, slika 2.4.



Slika 2.4 - Odnosi između presečnih sila i napona po teoriji savijanja u neisprskanom nosaču: a) ravnoteža ostvarena u preseku v-v, b) ravnoteža nije ostvarena u presecima h-h i v-v, c) ravnoteža ostvarena sa naponom  $\sigma_y$  [178]

Za nelinearnoelastično ponašanje armiranog betona u isprskanom stanju umesto tehničke teorije savijanja može se primeniti model rešetke sastavljene od zategnutog i pritisnutog pojasa i dijagonala pomoću koga se presečne sile jednoznačno pridružuju unutrašnjim silama, slika 2.5.



Slika 2.5 - Model rešetke u području važenja teorije savijanja [178]

Smer zategnutog pojasa rešetke zadat je smerom pojase armature, a pravac zategnutih dijagonala, pravcem armature rebra. Dobar rezultat daje ugao od  $45^\circ$  koje vertikalne uzengije u rebu zahvataju sa glavnim naponima zatezanja. Pravci pritisnutih dijagonalnih štapova ili

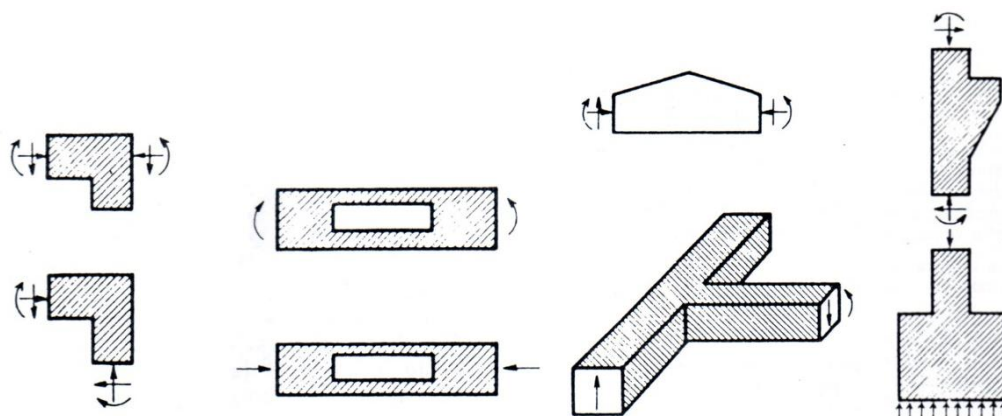


polja napona su nagnuti između  $30^\circ$  i  $60^\circ$  i odstupaju  $\pm 15^\circ$ , [181], od pravaca elastičnih glavnih napona pritiska.

Ovakav model ponašanja armiranobetonskog nosača se u oblastima primene teorije savijanja, koja se nazivaju B-područja prema engleskoj reči beam (greda) ili prema Bernoulliju (jer u ovim područjima važi hipoteza linearne raspodele dilatacija u preseku i tehnička teorija savijanja linijskih nosača), koristi samo zbog nalaženja sila i napona usled smicanja i torzije. Pomenuti model rešetke može se primeniti u područjima gde ne važi tehnička teorija savijanja, u tzv. D-područjima, prema engleskim rečima discontinuity, detailed i disturbed. Granice između B-područja i D-područja se određuju pomoću St.Venant-ovog pravila.

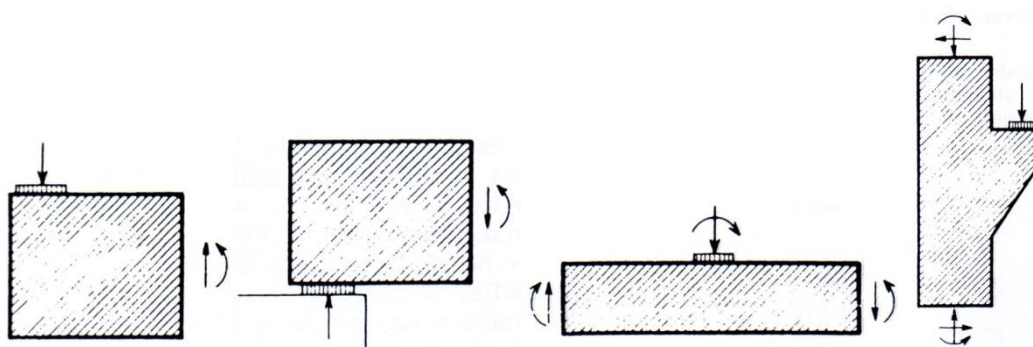
### 2.2.3 D - područja

Kada je nosač diskontinualno oblikovan kao što su krajevi redukovane visine, uglovi okvira, zakrivljena ili mesta pod uglom, otvori u nosaču itd. govori se o geometrijskom diskontinuitetu, slika 2.6.



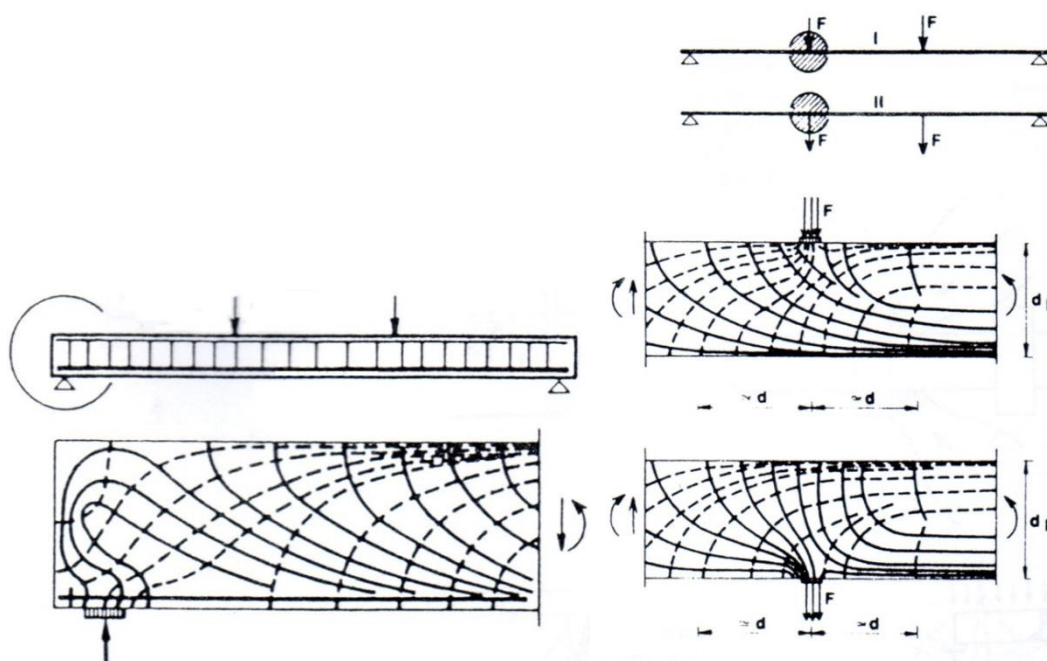
Slika 2.6 - Geometrijski diskontinuitet [178]

Kada je nosač diskontinualno opterećen uticajima kao što su koncentrisane sile i momenti koji se mogu javiti u nosaču, kao i na osloncima nosača, govori se o statičkom diskontinuitetu, slika 2.7.



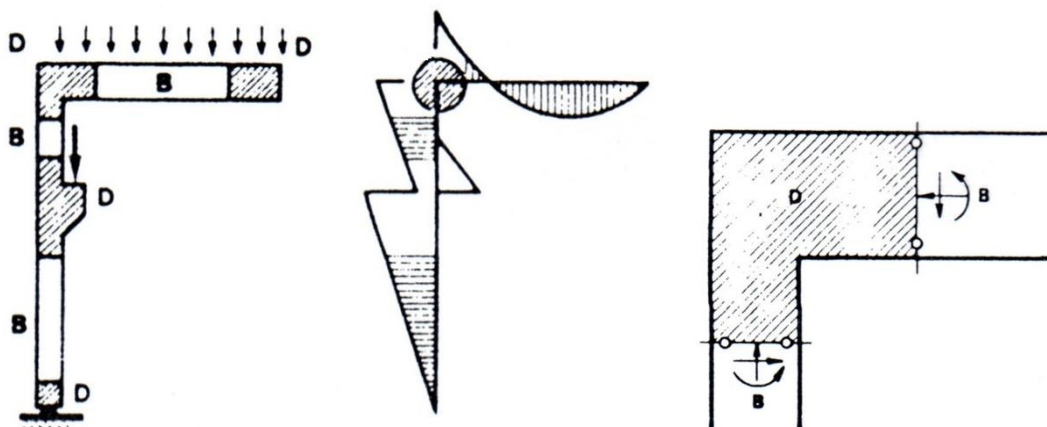
Slika 2.7 - Statički diskontinuitet [178]

D-područja se razlikuju od B-područja na osnovu slike trajektorija napona. Iz prikaza trajektorija napona, slika 2.8, vidi se tok sila u području diskontinuiteta.



Slika 2.8 - Trajektorije napona u području geometrijskog i statičkog diskontinuiteta [178]

Na osnovu raspodele napona moguće je podeliti nosač na B-područja i D-područja, slika 2.9.

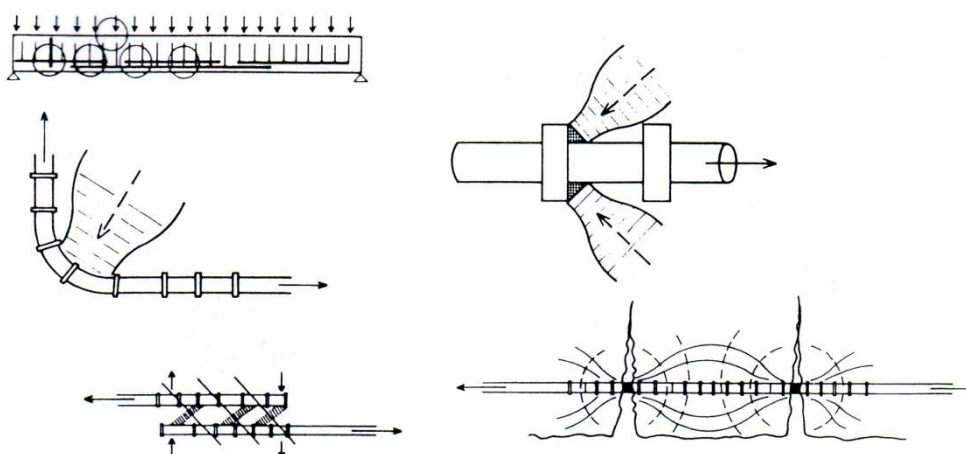


Slika 2.9 - Nosač podeljen na B-područja i D-područja [178]

Pošto se B-područja i D-područja međusobno dodiruju elementi modela rešetke za oba regiona moraju biti spojivi kako ne bi došlo do protivrečnosti pri proračunu, tj. dimenzionisanju celog nosača. Ceo nosač se u celini dematerijalizuje na sistemnu osu i rešava po pravilima teorije konstrukcija čime se dobijaju presečne sile. Presečne sile koje deluju po ivicama B-područja i D-područja su ulazni podaci za proračun napona u elementima, tj. sila u štapovima zamenjujućeg rešetkastog modela.

Pored makro D-područja koje obuhvata čitav poprečni presek i deo uzdužnog odsečka koji je po St.Venant-u najmanje dug koliko i najveća veličina poprečnog preseka, postoje i mikro D-područja. Oni slede iz diskontinuiteta armiranog betona kao materijala. To su oblasti B-područja i D-područja, u svim čvorovima štapnog sistema, na nastavcima, sidrenjima i rebrima armature, na pukotinama, između sastojaka samog betona i dr., slika 2.10.



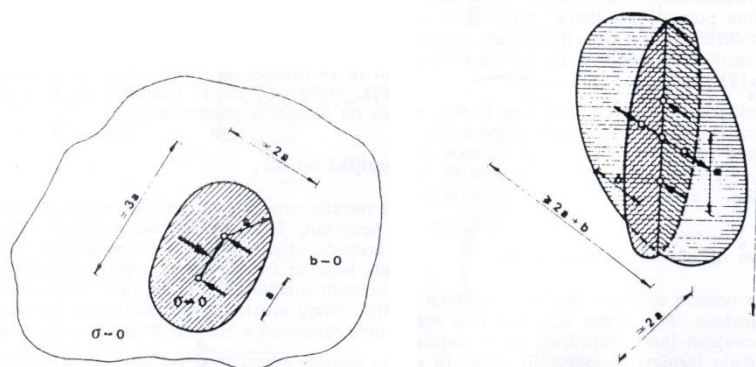


Slika 2.10 - Mikro D-područja [178]

Elementi makro i mikro D-područja se razlikuju samo po svojim apsolutnim dimenzijama. U svim nosačima i makro i mikro područja se mogu obuhvatiti sličnim štapnim modelima u zavisnosti šta se i koji deo nosača posmatra.

### 2.2.3.1 Podela nosača na B-područja i D-područja

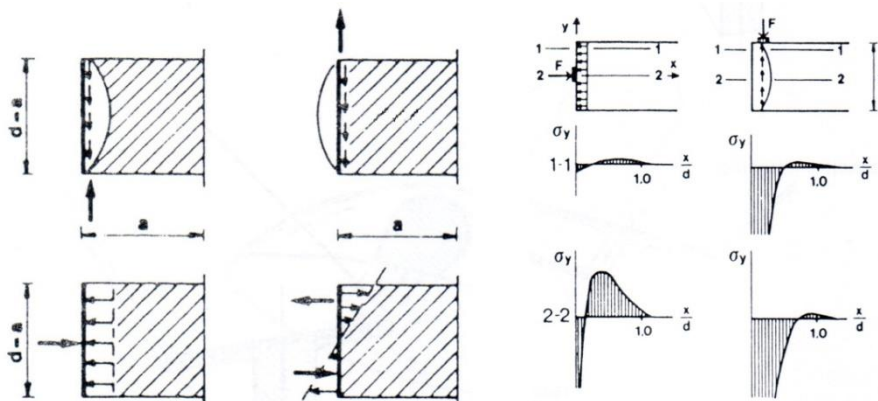
St.Venant-ovo pravilo se primenjuje pri podeli B-područja i D-područja nosača. Naprezanja koja izazivaju uravnotežen sistem sila brzo slabe od mesta nanošenja sile. Sile se najkraćim putem, od mesta nanošenja opterećenja, uz minimum deformacijske energije, žele uravnotežiti. Njihov približan tok je eliptičnog oblika gde se ivice pomenutog oblika rasprostiru od svoje krajnje sile najmanje za najveći razmak sistema sila, slika 2.11.



Slika 2.11 - Zona naprezanja dvodimenzionalnog i trodimenzionalnog kontinuuma koju stvara uravnotežen sistem sila prema St.Venant-u [178]

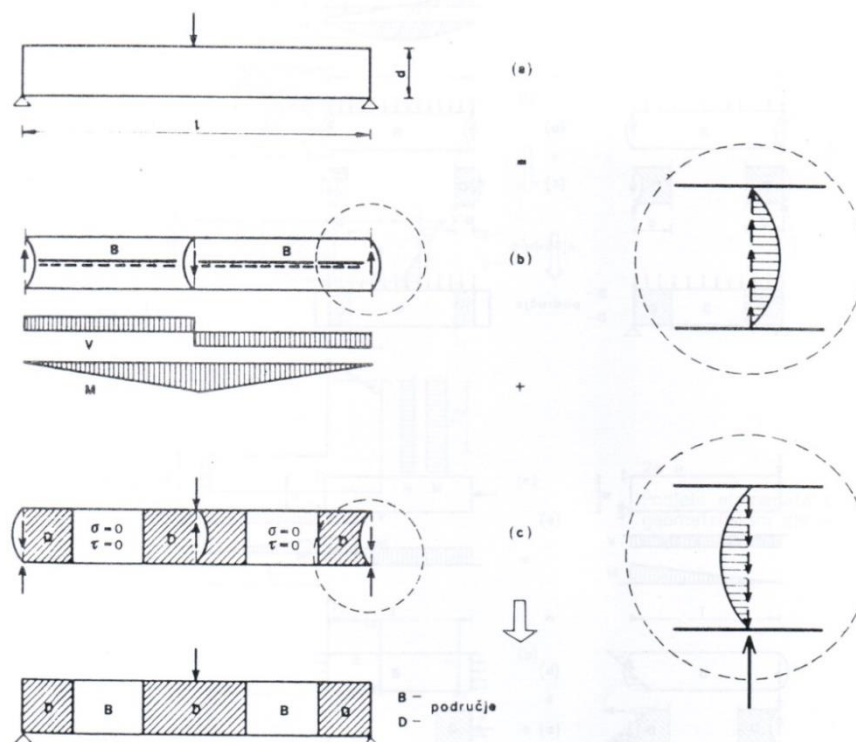
Zone naprezanja mogu biti i uže u zavisnosti od stvarnih dimenzija nosača u slučajevima kada sistem sila deluje na kraju, tj. po površini elementa, na primer na ivici grede, gde fizički postoji samo levi ili desni, tj. gornji ili donji, deo oblasti naprezanja, slika 2.12. Prikazani su sledeći slučajevi ravnotežnog sistema sila: zadata spoljašnja smičuća koncentrisana sila na donjoj ili gornjoj ivici grede i njoj odgovarajuće unutrašnje parabolično raspodeljene smičuće sile; zadata spoljašnja aksijalna koncentrisana sila i njoj odgovarajuće unutrašnje ravnomerno raspodeljene sile kao i zadate spoljašnje dve aksijalne koncentrisane sile suprotnog smera i njima odgovarajuće unutrašnje raspodeljene sile. Takođe su prikazani

dijagrami naprezanja nosača u preseku 1-1 (na krajnjoj ivici grede) i preseku 2-2 (na sredini visine grede), [178], sa kojih se jasno mogu videti razlike u naprezanjima koje izazivaju slučajevi zadatog opterećenja na gredi. Uočava se nagli skok u veličini naprezanja u preseku 2-2 usled zadate aksijalne koncentrisane sile, dok se u slučaju zadate koncentrisane smičuće sile javljaju veći približno jednaki intenziteti naprezanja u oba preseka. I u jednom i u drugom slučaju diskontinuitet naprezanja usled zadatog opterećenja se rasprostire na daljnji približno jednakoj visini grede kao kod St.Venant-ovog pravila.



Slika 2.12 - Uravnotežen sistem sila na ivici grede [178]

Prikazane oblasti u kojima se na maloj dužini javlja poremećaj slike naprezanja nazivaju se D-područja koji su posledica geometrijskog ili statičkog diskontinuiteta.



Slika 2.13 - Podela grede opterećene koncentrisanom silom na B-područja i D-područja [178]

Kod modeliranja armiranobetonских nosača na B-područja i D- područja koristi se St.Venant-ovo pravilo za procenu elastičnog stanja naprezanja, uz pretpostavku da se granice oblasti naprezanja D- područja povećavaju u stanju prslina u odnosu na elastično stanje.

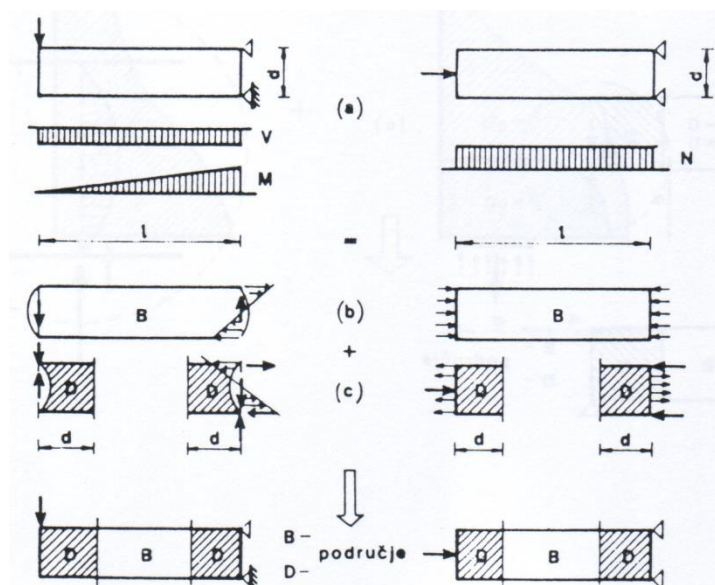
Kada se utvrde reakcije oslonca, zatim izračunaju presečne sile može se nosač podeliti na B- područja i D- područja, slika 2.13.

Stvarni nosač (a) zamenjuje se nosačem (b) koji zadovoljava uslove ravnoteže, statičke i geometrijske ivične uslove tehničke teorije savijanja, što se vidi i na slici 2.13 prikazivanjem spoljašnjih koncentrisanih sila kao parabolično raspoređenih unutrašnjih sila po visini nosača na mestima uvođenja koncentrisanih sila, čime se omogućava posmatranje celog nosača (b) kao B-područje.

Kako bi se uravnotežile stvarne spoljašnje sile sa unutrašnjim silama, nosaču (b) se dodaje nosač (c), koji sadrži koncentrisane sile i njima odgovarajuće unutrašnje parabolično raspodeljeno opterećenje. Prema St.Venant-ovom pravilu u nosaču (c) se zbog koncentrisanih sila u njihovoj bližoj okolini javljaju D-područja, dok se uticaj sila ne oseća u ostalim delovima nosača (c), i oni se mogu tretirati kao B-područja.

Na kraju se nosač (a) usled zadatog opterećenja može rešavati njegovim deljenjem na B-područja i D-područja, a takva podela daje jasniju sliku toka sila u nosaču usled opterećenja.

Primeri podele nosača sa statičkim i geometrijskim diskontinuitetima prikazani su na slikama 2.14 i 2.15.



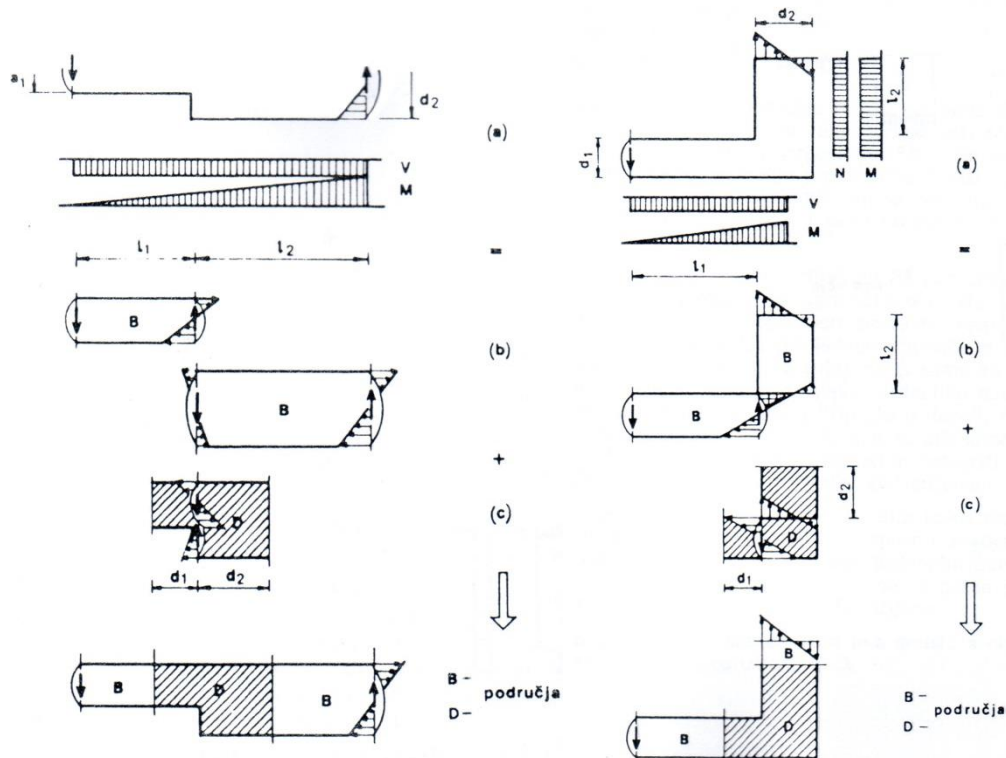
Slika 2.14 - Podela nosača sa statičkim diskontinuitetima [178]

Slika 2.14 prikazuje kako se dolazi do konačne slike podele stvarnog nosača na B- područja i D-područja. Prikazani nosači su konzolne grede opterećene, u prvom slučaju poprečnom silom na slobodnom kraju, a u drugom slučaju aksijalnom silom na svom slobodnom kraju.

Nakon dijagrama poprečnih sila i momenata u nosačima, sračunatih po teoriji konstrukcija, na slici 2.14 su dati nosači (b) i (c) čijom superpozicijom se dobijaju konačne slike podele stvarnih opterećenih nosača na B-područja i D-područja.

Poređenjem konzolnih greda uočava se razlika po presečnim silama, tj. stanju naprezanja u nosaču, kao i pojedinačnim B-područjima i D-područjima koji po silama veze moraju biti u ravnoteži. Kod konzolne grede oslonjene poprečnom silom na oslonjenom desnom kraju u D-području se javlja savijanje silama, dok se na slobodnom levom kraju u D-području javlja

samo smičuća sila. Konzolno aksijalno opterećena greda potpuno je pritisnuta samo što se pritisak na slobodnom levom kraju unosi preko jedne koncentrisane sile po sredini visine grede, dok se na oslonačkom desnom delu konzole unosi pritisak preko dve koncentrisane sile po ivici nosača.



Slika 2.15 - Podela nosača sa geometrijskim diskontinuitetima [178]

Kod promene geometrije u nosaču, slika 2.15., radi postizanja ravnoteže javljaju se diskontinuiteti u napreznjima koji raščlanjavanjem stvarnog nosača na (b) i (c) nosače daju jasniju sliku proračuna stvarnog nosača podelom na B-područja i D-područja. Sile veze na kontaktu B-područja i D-područja moraju biti u ravnoteži, a određuju se na osnovu ukupnog opterećenja u nosaču (a).

## 2.2.4 Teorija plastičnosti i naponska polja

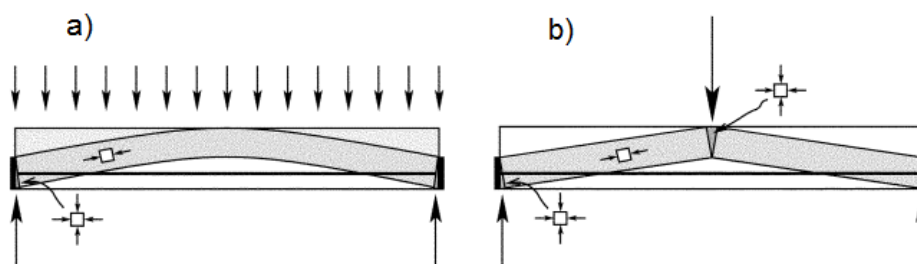
U područjima gde, zbog nelinearne raspodele napona, klasičan način dimenzionisanja ne može da se upotrebi pri proračunu, moguće je primeniti teoriju plastičnosti.

Na osnovu radova Gvozdev-a (1936), Drucker (1952. god) definiše osnovne stavove granične analize po teoriji plastičnosti, tzv. granične teoreme teorije plastičnosti: statičku i kinematičku, [62] i [131].

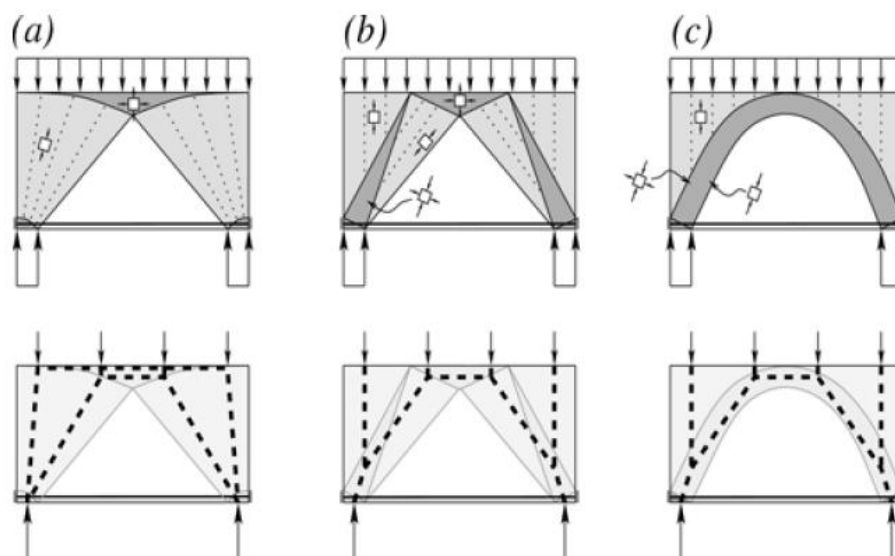
Statička teorema podrazumeva da svako opterećenje  $Q_L$ , izvedeno iz statički dozvoljenog stanja napona (naponskog polja) koje svuda zadovoljava uslov plastičnosti, tj. nigde ne narušava stanje tečenja, predstavlja donju granicu opterećenja pri lomu  $Q_R$ . Zasnovane na teoremi donje granice, statičkoj teoremi ( $Q_L \leq Q_R$ ), polja napona i Strut-and-Tie metoda su posebno pogodne i efektivne u obezbeđenju sigurnosti postojeće konstrukcije [62].

Kinematička teorema podrazumeva da svako opterećenje  $Q_U$ , koje je u ravnoteži sa kinematički dozvoljenim pomeranjem koje stvara mehanizam, predstavlja gornju granicu opterećenja pri lomu  $Q_R$ . Teorema gornje granice, kinematička teorema ( $Q_U \geq Q_R$ ) nameće granicu otpornosti i uvid dozvoljenog mehanizma loma [62].

Polja napona su proistekla iz teorije plastičnosti direktnim praćenjem napona i u betonu i u armaturi. Predlog polja napona dao je Drucker (1961. god) [66], koji je razvio dva polja napona za prosto oslonjenu gredu opterećenu ravnomerno raspoređenim opterećenjem ili koncentrisanom silom, slika 2.16. Zatim je usledio razvoj polja napona, kojim su se bavili istraživači Thürliman, Marti, Nielson, Muttoni i ostali, koji su pronalazili optimalne mehanizme otpornosti konstrukcije, [16], [25], [58], [62], [67], [75], [97], [98], [136] i [176].



Slika 2.16 - Polja napona predložena od strane Drucker-a [66]



Slika 2.17 - Tri različita dopuštena polja napona i odgovarajući rešetkasti modeli [66]

Na slici 2.17 prikazana su različita polja napona istog nosača: a) lepezast oblik, b) klinast oblik i c) lučni oblik polja napona. Takođe su prikazani zamenjujući rešetkasti, Strut-and-Tie modeli. Sva tri slučaja zahtevaju istu količinu armature i potrebna je inženjerska procena koji od modela je pogodan za dimenzionisanje realnog nosača.

Polja napona su direktan prikaz teorije plastičnosti, dok je Strut-and-Tie model poseban prikaz statički ekvivalentnog polja napona. Polja napona su nastala iz realnog, punog nosača usled kombinovanog dejstva opterećenja koje izaziva savijanje, smicanje i/ili torziju, dok je Strut-and-Tie model u obliku pravih linija, pritisnutih ili zategnutih, koje su rezultante polja



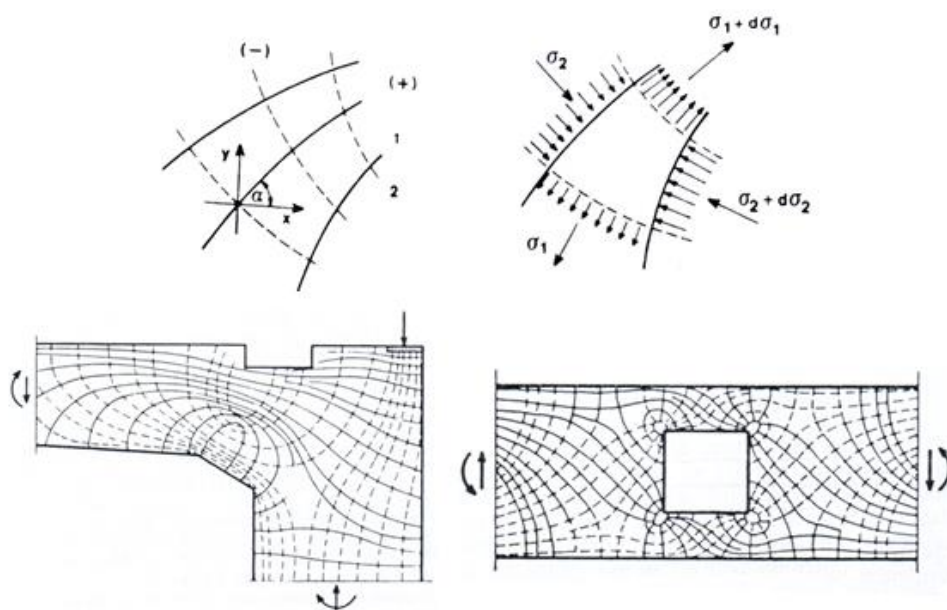
napona i koje na mestima promene pravca stvaraju čvorove, tzv. čvorne zone, koji u zavisnosti od naprezanja može biti različitog oblika, usled preraspodele sila unutar nosača.

Metoda pritisnutih štapova i zatega je način proračuna zasnovan na donjoj granici teorije plastičnosti i može se upotrebiti za proračun armiranobetonskih elemenata, tj. omogućava da se dobije slika ponašanja armiranobetonskih nosača pri delovanju opterećenja koristeći uslove ravnoteže sila, kompatibilnost dilatacija i veze napon-dilatacija za materijale.

Pri izboru modela mora biti zadovoljena ravnoteža sa zadatim opterećenjem i stalnim opterećenjem. U izabranoj ekvivalentnoj rešetki izračunavanje reakcija oslonaca i sila u štapovima rešetke izvodi se po pravilima teorije konstrukcija, čime se dobija statički dopušteno polje napona.

## 2.2.5 Usvajanje Strut-and-Tie modela

Pritisnuti i zategnuti štapovi Strut-and-Tie modela moraju što vernije da prikažu tok sila u opterećenom nosaču kako bi se mogla dokazati njegova nosivost. Geometrija zamenjujućeg modela bazira na slici trajektorija glavnih napona, linija koje spajaju tangente pravaca glavnih napona po teoriji elastičnosti, slika 2.18. Sile u štapovima se nalaze iz uslova ravnoteže sistema, koji predstavlja donju granicu teorije plastičnosti i na kraju se dimenzionišu elementi sistema.



Slika 2.18 - Trajektorije glavnih napona [178]

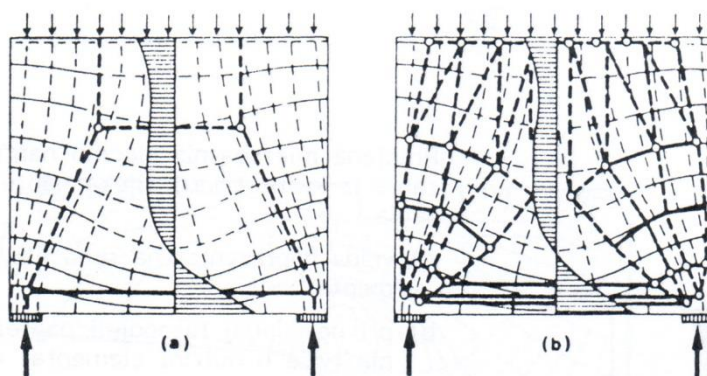
Ne usvajaju se različiti Strut-and-Tie modeli nosača za stanje upotrebljivosti i stanje loma, što se opravdava činjenicom da se prva pojava pukotina armiranobetonskog nosača javlja po teoriji elastičnosti i da se pravci nastajanja pukotina ne menjaju znatno pri porastu opterećenja ukoliko su pravci postavljanja armature u pravcima glavnih napona. Naravno, moguće je da se u pojedinim slučajevima pri modeliranju Strut-and-Tie model prilagodi promeni krutosti nosača sa porastom opterećenja.

Sam proračun i dimenzionisanje armiranobetonskog nosača se obavlja na Strut-and-Tie modelu, a slika trajektorija napona nam pomaže tako što najveći naponi zatezanja daju sliku prvih pukotina u nosaču, a glavni naponi pritiska daju koliko je naprezanje u betonu.

Štapovi su oni koji predstavljaju neisprskani betonski deo (struts) okružen poljima napona pritiska i zatezanja u armiranobetonskom nosaču ili zamenjuju šipke armature (ties) u isprskanoj zoni elementa.

Ose štapova odgovaraju osama polja napona ili osama šipki armature. Sile u štapovima odgovaraju silama u armaturnim šipkama ili silama dobijenim iz napona po pripadajućoj širini polja napona.

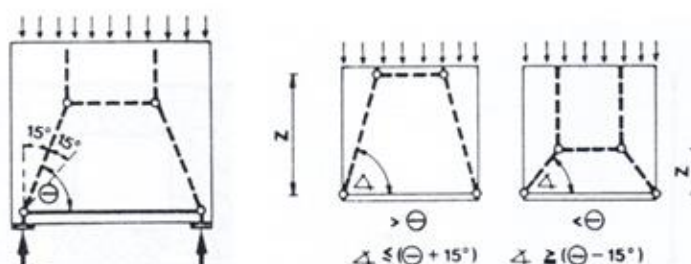
Strut-and-Tie model prati svojim štapovima, elementima, zakrivljenu sliku trajektorija napona dobijenih po teoriji elastičnosti, dok se čvorovi u Strut-and-Tie modelu uvode ako odstupanje pravaca od zakrivljenosti trajektorije napona postane veliko, slika 2.19.



Slika 2.19 - Osnovni (a) i finiji Strut-and-Tie model (b) armiranobetonske visoke grede [178]

Svi štapovi u modelu su aksijalno napregnuti na pritisak ili zatezanje, a poprečno delovanje pritiska ili zatezanja utiče samo na određivanje nosivosti štapova.

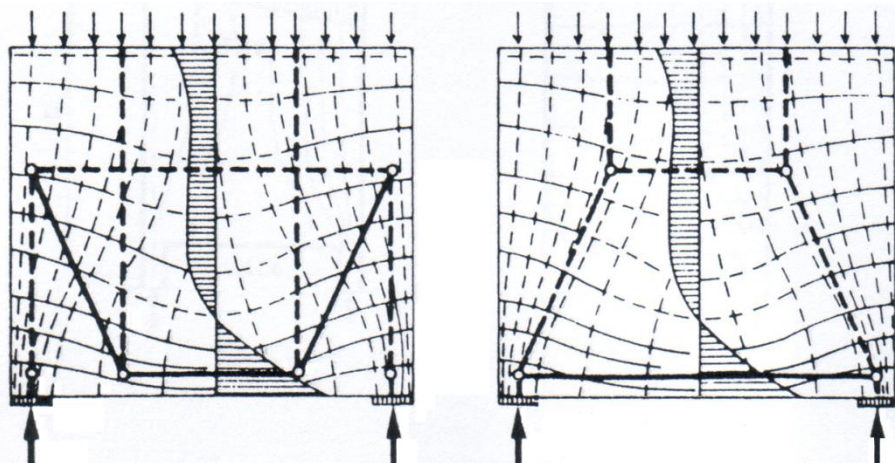
U zategnutim štapovima zavisno od toga da li je element u neisprskanom ili isprskanom stanju, za određivanje dimenzije štapa u modelu koristi se čvrstoća betona ili granica razvlačenja usvojene armature.



Slika 2.20 - Odstupanja pritisnutih štapova u modelu za  $\pm 15^\circ$  [178].

Da bi pritisnuti i zategnuti štapovi Strut-and-Tie modela mogli jasno da opisuju naponsko stanje elementa po teoriji elastičnosti, dozvoljava se odstupanje njihovih pravaca za određeni ugao, [181], kako bi se povećavao ili smanjivao krak unutrašnjih sila, slika 2.20. U tim granicama se rotacija pritisnutih štapova ne mora proveravati.

Na pitanje koji je Strut-and-Tie model najpovoljniji nije uvek lako odgovoriti. Na izbor oblika modela može da utiče zahtev o jednostavnom vođenju armature, što utiče na raspored zategnutih štapova u modelu, dok se različito postavljene pritisnuti štapovi u modelu usaglašavaju sa slikom trajektorija napona kako bi se očuvala ravnoteža sistema, slika 2.21.

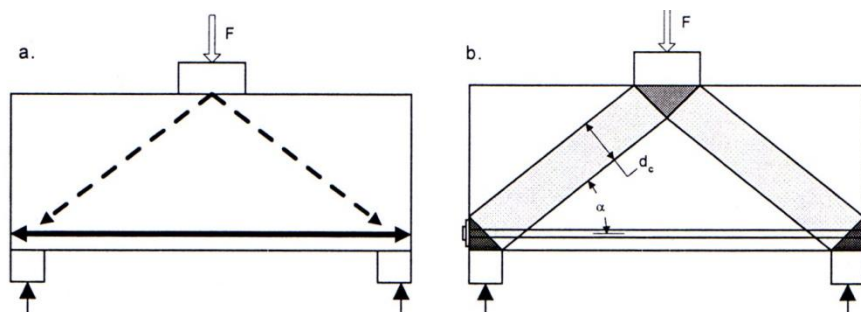


Slika 2.21 - Dva različita Strut-and-Tie modela za isti element

Dobar model može biti onaj kod koga je zbir dužina  $l_i$  svih armiranih zategnutih štapova najmanji, a ako su sile  $T_i$  u tim štapovima veoma različite onda je merodavan model onaj kod koga je  $\sum T_i \cdot l_i = \min$ , [178], [181].

## 2.2.6 Strut-and-Tie modeli

U osnovi modela pritisnutih štapova i zatega je rešetkasti nosač koga čine jednoaksijalno opterećeni štapovi konačnih dimenzija, pritisnuti ili zategnuti, i mesta njihovog ukrštanja koja se nazivaju čvorne zone takođe definisanih dimenzija. Princip metode pritisnutih štapova i zatega je takav da se pritisnutim štapovima zamenjuju betonski delovi (površine ili zapremine) armiranobetonskog elementa, dok se zategnutim štapovima predstavlja armatura ili armaturni sklopovi. Lom armiranobetonskog nosača može nastati usled gubljenja nosivosti pritisnutih štapova, čvornih zona ili usled prekoračenja napona tečenja u armaturi, tj. zategnutim štapovima, slika 2.22.



Slika 2.22 - Strut-and-Tie model, a) uprošćen, b) sa čvornim zonama [140]

Pri pojavi prslina u nosaču opterećenom aksijalno, na savijanje, smicanje, torziju ili njihovom kombinacijom, trajektorije glavnih napona pritiska liče na pravolinijske putanje koje se mogu zameniti pravim pritisnutim jednoaksijalno opterećenim štapovima, a njima se moraju dodati

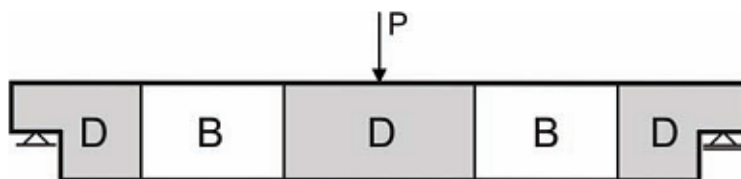


zategnuti štapovi kako bi ravnoteža sistema bila očuvana. Zajedno oni čine rešetkaste modele koji u zavisnosti od naprezanja mogu biti različitog oblika, usled preraspodele sila unutar elementa, a odgovarajuća tačnost proračuna se postiže usitnjavanjem, povećanjem broja štapova rešetke.

Pri projektovanju svake konstrukcije treba izbeći krti, nenajavljeni lom i omogućiti konstrukciji veliki kapacitet deformacije bez gubitka čvrstoće, što omogućava i zahteva uvođenje drugih naponskih polja teorije plastičnosti koja se mogu primeniti za dimenzionisanje konstrukcija. Neophodno je naći ono statičko polje koje pri dimenzionisanju obezbeđuje i nosivost i upotrebljivost elementa.

Projektovanje delova u konstrukciji koji su napregnuti na složena naponska stanja omogućava Strut-and-Tie metoda.

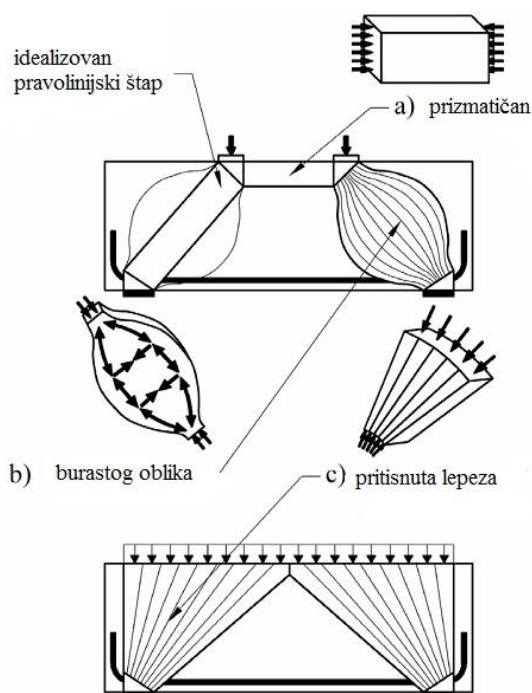
Elementi konstrukcije (grede, stubovi dr.) se mogu podeliti na B-regione, nazvane prema engleskoj reči beam jer u njima važi teorija grede ili tehnička teorija savijanja linijskih nosača ili prema Bernoulli-ju koji je postavio hipotezu linearne raspodele dilatacija u preseku, i na D-regione, nazvane prema engleskim rečima discontinuity, detail ili disturbed, u kojima se javljaju diskontinuiteti i poremećaji kako na geometrijskoj tako i na statičkoj osnovi i u kojima se ne može primeniti teorija grede, slika 2.23.



Slika 2.23 - B i D područja u nosaču

Po Saint Venant-ovom principu i elastičnoj naponskoj analizi lokalni uticaj koncentrisane sile ili geometrijskog diskontinuiteta se oseća približno od mesta gde deluje sila do udaljenosti koja je približno jednaka većoj dimenziji poprečnog preseka. Iz ovog principa proizilazi i pretpostavka da se D-regioni proširuju do udaljenosti od jedne visine elementa na koji deluje sila, tj. gde se javlja diskontinuitet. Strut-and-Tie modeli dobro aproksimiraju D-regione u kojima unutrašnje sile nose značajan deo opterećenja. Elementi zamenjujuće rešetke, Strut-and-Tie modela, su betonski pritisnuti štapovi (struts), čelični zategnuti štapovi (ties) i čvorovi, tj. čvorne zone (nodes).

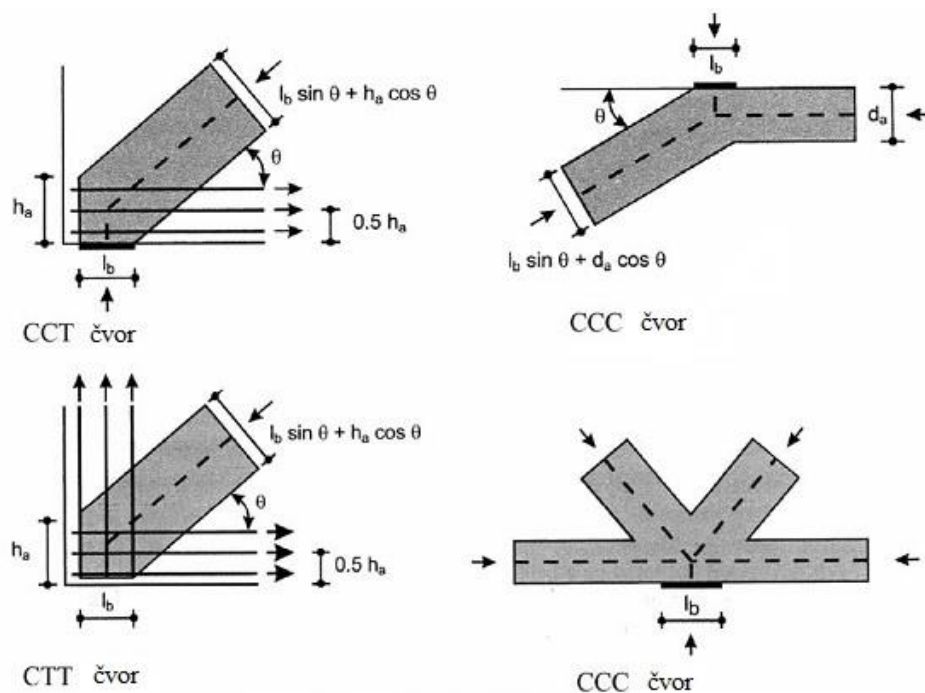
U modelu rešetke pritisnuti štapovi (struts) mogu biti pojasni koji se odupiru momentu i dijagonalni koji prenose smicanje do oslonaca i čiji se pravac pružanja podudara sa očekivanim osama prslina. Na veličinu pritisnutog štapa utiče mesto nalaženja, raspored armature i njeno sidrenje, kao i veličina i mesto ležišnih ploča preko kojih se uvodi spoljašnje opterećenje. Oblik pritisnutih štapova može biti prizmatičan (prismatic shape) kada im je konstantna širina ili mogu biti burastog oblika (bottle shape) kada se pritisnuti štap širi ili sužava po svojoj dužini, a širina štapa se izabira tako da je napon koji izaziva sila u štapu po pripadajućoj površini bar jednak odgovarajućoj efektivnoj betonskoj čvrstoći koja je propisana. Pritisnuta lepeza je oblik koji čine niz pritisnutih štapova koji se radialno rasprostire od koncentrisane zadate sile, slika 2.24. Ugao nagiba pritisnutih štapova  $\theta$  u modelu rešetke je u granicama od  $25^\circ$  do  $65^\circ$  [181].



Slika 2.24 - Oblici pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela, prema [28]

Čelični zategnuti štapovi (ties) u Strut-and-Tie modelu su zategnuti elementi rešetke i zapravo predstavljaju podužnu armaturu, uzengije i bilo koju konstruktivnu armaturu. Širina štapa se može naći iz uslova da je napon koji izaziva sila u štapu po površini, koja obuhvata i pripadajući betonski deo oko armature, najmanje jednak odgovarajućoj efektivnoj betonskoj čvrstoći. Minimalna širina zatege odgovara prečniku usvojene armature. Glavni problem kod proračuna zatega je sidrenje zatege u čvornoj zoni jer uračunata betonska prizma oko zatege ne može da prihvati ni deo zatežuće sile, a dobro isprojektovan Strut-and-Tie model zavisi od adekvatnog sidrenja armature.

Čvorne zone (nodes) su mesta konačnih dimenzija u kojima se susište pritisnuti štapovi i zatege, a sile koje su u njima moraju biti u ravnoteži. Strut-and-Tie model se može dimenzionisati tako da naponi unutar čvorova budu ,na primer, hidrostatički, što znači da napon na svakoj strani, čelu, čvora treba da bude isti. U čvornim zonama može da vlada dvoosno ili troosno stanje napona, a dozvoljava se, naročito zbog sidrenja armature, i upotreba tzv. produženih čvornih zona, gde po čelima čvora ne moraju biti jednaki naponi ali ravnoteža mora biti zadovoljena. Upravo iz tih napona se nalaze dimenzije čvornih zona, preko širine pritisnutih štapova, zatega i ležišnih površina. Postoje različiti tipovi čvorne zone u zavisnosti koje se sile susište u njoj, ali je zbog dostizanja ravnoteže neophodno da se u toj čvornoj zoni susište najmanje tri štapa, slika 2.25.

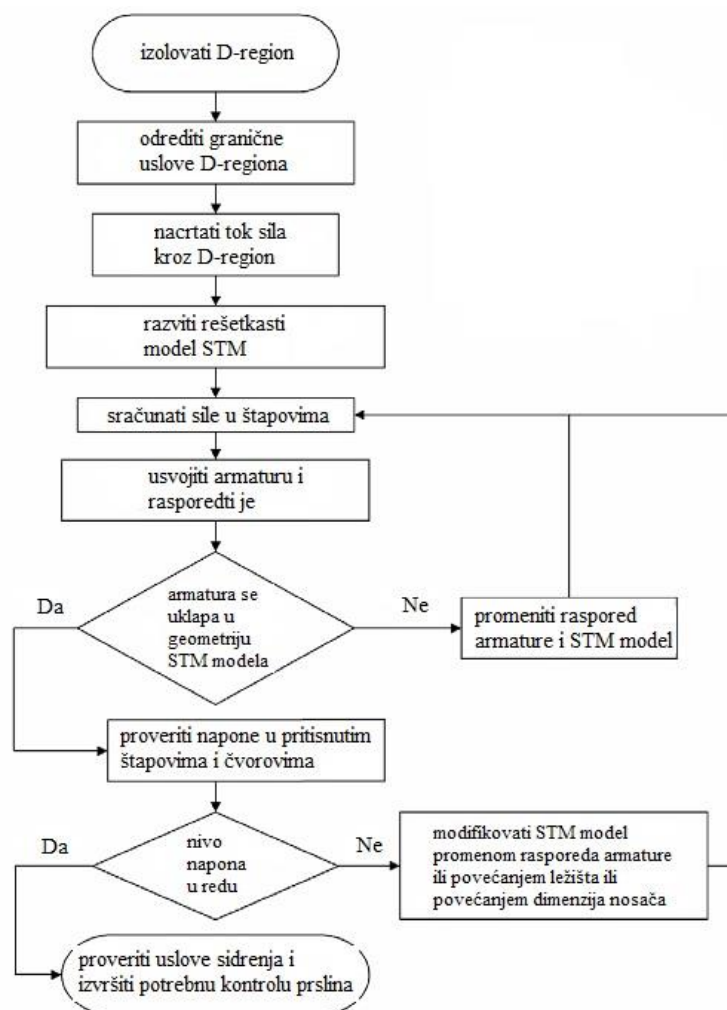


Slika 2.25 - Tipovi čvornih zona kod Strut-and-Tie modela, prema [28]

Sam postupak, prikazan Dijagramom toka, slika 2.26, primene Strut-and-Tie metode za dimenzionisanje D-područja sastoji se od sledećih koraka, koji često mogu biti i iterativni:

- izolovati D-područje,
- dati skicu modela rešetke koja prati tok unutrašnjih sila u D-području,
- utvrditi spoljašnje granično opterećenje,
- naći sile u štapovima modela rešetke,
- dimenzionisati pritisnute štapove rešetke i čvornih zona tako da su njihove čvrstoće dovoljne da ponesu sile u štapovima,
- predvideti dovoljno armature zbog potrebne čvrstoće zatega i voditi računa da je armatura propisno usidrena kako bi bila zadovoljena naponska ograničenja čvornih zona,
- rasporediti armaturu tako da se obezbedi duktilno ponašanje D-područja.

Strut-and-Tie model je dobro isprojektovan ako su čvrstoće svakog pritisnutog štapa i zatege rešetkastog nosača kao i čvrstoća čvorova, tj. čvornih zona, u kojima se štapovi susreću, veće od proračunski potrebne. Sigurnost Strut-and-Tie pristupa zavisi od toga da li su ili nisu ograničenja napona u elementima Strut-and-Tie modela po propisima i moraju se Strut-and-Tie modeli proveravati kako u graničnom stanju nosivosti nosača, tako i u graničnom stanju upotrebljivosti.



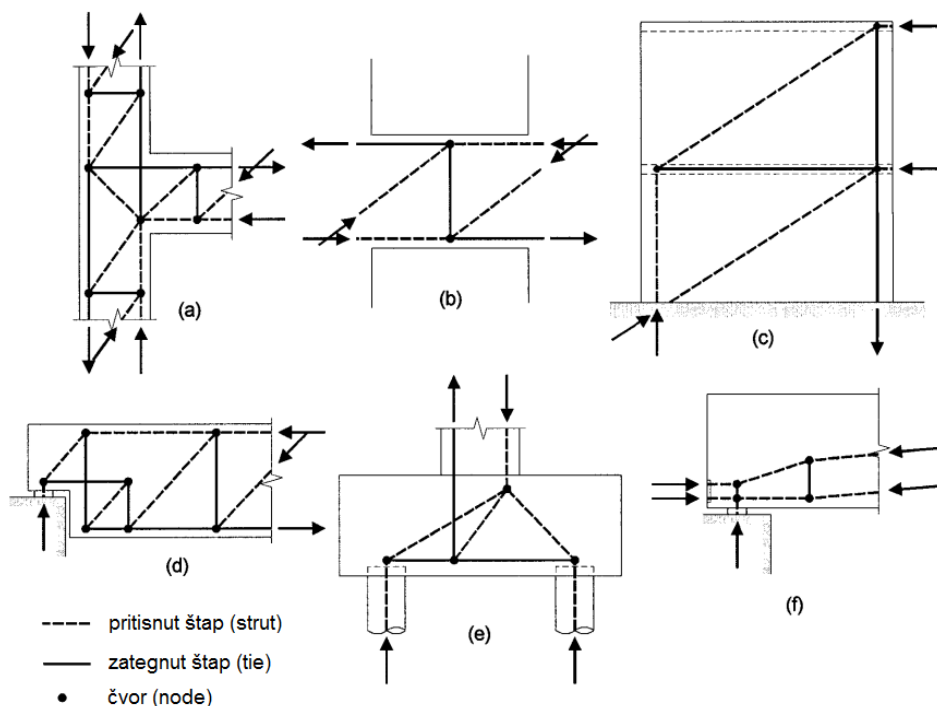
Slika 2.26 - Dijagram toka Strut-and-Tie metode, prema [132]

Geometrija Strut-and-Tie modela zavisi od opterećenja koje deluje na nosač, a raspored elemenata prati trajektorije napona pritiska i zatezanja. Usvojeni modeli pri razmatranju i rešavanju određenog problema kako dela tako i celog nosača moraju biti u saglasnosti sa eksperimentalnim testovima i istraživanjima, kojima se prati lom konstrukcije pod opterećenjem. Ako to nije slučaj verodostojnost a time i upotreba Strut-and-Tie modela dolazi u pitanje.

Primenom Strut-and-Tie modela način dimenzionisanja postaje jedinstven i za područja gde važi tehnička teorija savijanja kao i za područja gde ona ne važi, sa težnjom da se obezbedi dovoljna duktilnost elementa tj. konstrukcije usled zadatog opterećenja.

Slika stanja napona i dilatacija u nosaču za bilo koji slučaj opterećenja od momenta nanošenja pa do granične vrednosti opterećenja koja dovodi do loma konstrukcije ili nekog njenog dela se može dati primenom nelinearne analize koja se bazira na metodi konačnih elemenata. Ali pomenuta metoda predstavlja složen računski postupak koji se upotrebljava za neke posebne studije, u specijalnim situacijama, a izbegava se u svakodnevnim proračunima nosača, kada se za proračun može koristiti jednostavnija metoda Strut-and-Tie modela. Strut-and-Tie modeli mogu biti statički određeni ili neodređeni samo što se u rešavanju neodređenih rešetki štapovima mora unapred zadati odgovarajuća krutost.

Proračunska metoda pritisnutih štapova i zatega, Strut-and-Tie metoda, je alternativna metoda proračuna dela ili celog nosača i kao inženjerska metoda se na jednostavan način primenjuje i služi za proračun nosača posebno onih delova u kojima se javlja poremećaj ili diskontinuitet naprezanja usled spoljašnjeg opterećenja nosača. Tu spadaju delovi nosača blizu koncentrisanih spoljašnjih opterećenja, gde pripadaju i mesta uvođenja sile prednaprezanja u nosač, oslonački delovi greda, visoke grede, krajevi redukovane visine, kratki elementi, uglovi okvira, delovi nosača sa naglim promenama u poprečnom preseku, delovi nosača oko otvora i ostali diskontinuiteti. Strut-and-Tie modeli mogu aproksimirati i trodimenzionalne elemente poput naglavica šipova, nosača sandučastog preseka i dr.



Slika 2.27 - Primeri Strut-and-Tie modela: a) veza greda-stub, b) spojna greda u zidu, c) zid, d) oslonački deo grede redukovane visine, e) naglavica šipova, f) kraj prednapregnute grede, prema [202]

Strut-and-Tie pristup predviđa da područja diskontinuiteta, slika 2.27, zamenjena elementima Strut-and-Tie modela kao rešetke koja se suprotstavlja opterećenju, mogu prenositi opterećenja putanjama koje su pretpostavljene i sa čvrstoćom najmanje jednako proračunskoj čvrstoći rešetkastog modela.

## 2.3 PREGLED POSTOJEĆE LITERATURE

Na američkom kontinentu razvoj metode pritisnutih štapova i zatega proistekao je iz rešavanja problema proračuna usled smicanja i potvrđivan je brojnim eksperimentima. Osim u pojedinim specifičnim oblastima proračuna, uvođenje Strut-and-Tie metode proračuna armiranobetonkih elemenata u tehničku regulativu je novijeg datuma. Tako je 1994. godine metoda uvedena u propise Canadian Standards Associations CSA i AASHTO LRDF Bridge Design Specifications [20] upravo u cilju rešavanja problema smicanja. Razmatranje problema smicanja i torzije u nosačima primenom Strut-and-Tie metode, prikazano u izveštaju State-of-the-Art Report komiteta Joint ACI-ASCE Committee 445, Shear and

Torsion iz 1999. godine [26], dovelo je do zvaničnog uvođenja metode pritisnutih štapova i zatega u američke propise ACI 318-02 (kao Appendix A) iz 2002. godine [5].

Za razliku od američkog pristupa, evropski istorijat razvoja Strut-and-Tie modela je koncentrisan na rešavanje konstruktivnih detalja u kojima ne važi teorija klasičnog dimenzionisanja, dajući principe i pravila za rešavanje, naravno uz potvrdu većeg broja ispitivanja. Na evropskom kontinentu Strut-and-Tie metoda uvedena je kroz CEB-FIP Model Code od 1990. godine [47], kao i kasnije datim preporukama CEB-FIP Recommendations iz 1999. godine [48] i kroz propis EC2 iz 1992. godine [64].

Nakon 2000. godine Strut-and-Tie pristup pri projektovanju uveden je i u australijskom i novozelandskom propisu za konstrukcijski beton, sa tendencijom uvođenja u propise zemalja širom sveta. U propisima su sadržana pravila pri dimenzionisanju i ograničenju napona za pritisnute štapove, zatega i čvrne zone kao elemente rešetkastog Strut-and-Tie modela.

Uobičajeni Strut-and-Tie modeli pri raspoređivanju pritisnutih štapova i zatega u modelu rešetke koriste raspodelu i trajektorije napona koje odgovaraju rezultatima teorije elastičnosti. Ponašanje armiranog betona ne može dovoljno tačno biti predstavljeno samo teorijom elastičnosti, nego je u velikoj meri opredeljeno i nizom drugih faktora, a posebno od načina armiranja, u smislu načina, rasporeda i količine čelika za armiranje, te od konfiguracije opterećenja. Ovim, pred Strut-and-Tie model armiranobetonskog nosača ili konstrukcije moraju biti postavljeni i dopunski uslovi kojima se uvažavaju specifičnosti materijala, u prvom redu uslovi koji se odnose na favorizovanje pojedinih pravaca pružanja armaturnih snopova.

Primena Strut-and-Tie modela i rezultati koje ona obezbeđuje zavise od izbora modela i dopuštaju relativno veliku slobodu prilikom projektovanja. Kako bi se sa iskustvenih inženjerskih slika trajektorije napona, koje su različite u Strut-and-Tie modelima zavisno od konfiguracije opterećenja, a koje mogu rezultovati i značajnim greškama, došlo do rešenja brže i na opštiji način, razvoj Strut-and-Tie modela u novije vreme prati i uvođenje kompjuterske numerike, grafike i optimizacije po raznim osnovama, po obliku i geometriji nosača koja podrazumeva diskretnu ili kontinualnu optimizaciju, na osnovu napona, pomeranja, krutosti ili dr., a sve u cilju da se zadovolje postavljeni zahtevi nosivosti, duktilnosti i upotrebljivosti nosača [31], [34] [43].

Strut-and-Tie model je zamenjujući rešetkasti sistem realnog armiranobetonskog nosača koji prenosi opterećenje od mesta delovanja opterećenja do oslonaca. Izbor Strut-and-Tie modela, nalaženje vrednosti sila u pritisnutim štapovima i zategama, kao i proračun armature u zategama, razmatraju se kroz istraživanja raznih autora koja su prihvaćena i uvedena u propise mnogih zemalja. Neka od poznatijih istraživanja, novijeg datuma, iz oblasti proračuna armiranobetonskih nosača Strut-and-Tie metodom jesu: „Plastizitätstheorie im Stahlbetonbau” (Thürlimann B. (1985) [200]), „Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design” (Marti P. (1985) [126]), „The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear” (Vecchio, F. J., Collins M. P. (1986) [211]), „Toward a Consistent Design of Structural Concrete” (Schlaich, Schafer and Jennewein (1987) [181]), „Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models” (Schlaich J., Schafer K. (1991) [180]), „Reinforced Concrete: Mechanics and Design” (MacGregor (1997) [122]), „Design of concrete structures with stress fields” (Muttoni A., Schwartz J., Thürlimann B. (1997) [136]), „Experimental Evaluation of Strut-and-Tie Model Applied to Deep Beam with Opening” (Maxwell B.S., Breen J.E. (2000) [129]), " Evaluation of Strut-and-Tie Modeling

Applied to Dapped Beam with Opening" (Chien B.S., Hagenberger M.J., Breen J.E. (2002) [56]), „Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models" (Reineck K.H. (2002) [162]), „Reinforced concrete deep beams" (Kong F.K. (2002) [95]), „Strength of Struts in Deep Concrete Members Designed Using Strut-and-Tie Method" (Quintero-Febres C.G., Parra-Montesinos G., Wight J.K. (2006) [157]), On Development of Suitable Stress Fields for Structural Concrete (Fernández Ruiz M., Muttoni A. (2007) [66]), „Experimental Verification of Strut-and-Tie Model Design Method" (Tyler L.M., Riding K.A., Widiyanto, Bae S., Breen J.E. (2007) [110]), „Experimental Validation of the Strut-and-Tie Method for Complex Regions" (Kuchma D.A., Yindeesuk S., Nagle T., Hart J., Lee H.H. (2008) [101]), „Verification of details of existing structures with the elastic-plastic stress field method" (Argirova G., Muttoni A. (2012) [25]) itd.

Osnove teorije plastičnosti, date u radu [200], mogu poslužiti kao dobra podloga pri objašnjenju polja napona, čije rezultante predstavljaju elemente zamenjujućih rešetkastih modela koji se kao racionalni modeli mogu koristiti pri proračunu armiranobetonskih nosača ili njihovih delova.

U radu [126] autor proverava predložene racionalne modele iz literature koji sa dovoljnom tačnošću služe pri proračunu realnih nosača. Modeli dobijeni prema graničnom stanju nosivosti pripadaju donjoj statičkoj granici teorije plastičnosti. U koracima se objašnjava kako doći do racionalnih modela. Prvo inženjer, na osnovu iskustva, odabira početne dimenzije betonskog elementa koje bi zadovoljile kako granično stanje nosivosti, tako i granično stanje upotrebljivosti. Sledeći korak podrazumeva da se na osnovu uslova ravnoteže graničnog stanja nosivosti, za isprskalo stanje, na osnovu zamenjujućeg rešetkastog modela, utvrde dimenzije preseka, kao i potrebna količina i raspored armature. U trećem koraku, ako je potrebno, radi se dodatno kinematičko razmatranje problema kako bi se proverilo ponašanje modela, od stanja eksploatacije do preraspodele unutrašnjih sila kad se približava lom. Rešetkasti modeli koji se primenjuju sastoje se iz pritisnutih prizmatičnih, lepezastih i lučnih elemenata konačnih dimezija, i od zategnutih štapova. Mesta njihovog povezivanja odgovaraju biaksijalno opterećenim čvornim zonama, jer rad govori o ravanski opterećenim nosačima. Detaljno su opisani kako pojedinačni, tako i načini kombinovanja različitih oblika pritisnutih elemenata, prizmatičnih i lepezastih, kao i lučnih i lepezastih. Na osnovu tri primera, spojne grede smičućeg zida, olonačkog dela grede skokovito promenljive visine i mostovskog grednog nosača složenog poprečnog preseka, provereno je kombinovanje elemenata, preko slika prslina koje se poklapaju sa trajektorijama glavnih napona predloženih u radu. Zaključak rada je da se prikazan način proračuna zamenjujućim rešetkastim modelima može koristiti pri proračunu, tj dimenzionisanju nosača.

Analitičko rešenje membranskog elementa, opterećenog u svojoj ravni, prikazano je u radu [211]. Rešenje je pogodno za modeliranje jače armiranih konstrukcija spajanjem više pojedinačnih predloženih membranskih elemenata. Modifikovana je, do tada poznata u literaturi, teorija pritisnutih polja napona. Isprskani deo betona se posmatra kao novi materijal, čime se uzimaju u obzir, do tada zanemareni u literaturi, naponi zatezanja u betonu između prslina, a na osnovu urađenog eksperimenta uvode se odnosi prosečnih vrednosti napon-dilatacija. Membranski element ima jediničnu debljinu i relativno je male veličine sa ortogonalnom armaturnom mrežom, opterećen tako da se javljaju aksijalno raspodeljeni normalni naponi i smičući naponi. Po pretpostavci, element ima takve deformacije da ivice elementa ostaju ravne i paralelne. Postoje tri deformacijske veličine, dve normalne i jedna



smičuća, a od naponskih veličina u ravni postoje dve normalne i jedna smičuća. Cilj rada je da pronađe vezu naponskih i deformacijskih veličina, a radi kompletnosti rešenja, urađen je eksperiment sa 30 armiranobetonskih (membranskih) elemenata istih dimenzija različito opterećenih. Pokazano je da predloženi membranski element sa predloženim vezama napon-deformacija, uz eksperimentalnu potvrdu problema, može da se koristi pri analizi armiranobetonskih elemenata izloženih smicanju i normalnim naponima u ravni.

Radovi, [181] iz 1987. godine i [180] iz 1991. godine, opisuju metodu pritisnutih štapova i zatega, Strut-and-Tie metodu. Detaljno je objašnjena podela armiranobetonskog nosača na B i D-područja, šta se naponski dešava u svakom području pojedinačno, kakva je povezanost područja i načine njihovog rešavanja. Brojnim primerima, iz literature i sopstvenim, potvrđena je teorijska osnova objašnjenja Strut-and-Tie metode. Ukazano je i na eventualne nedostatke i probleme metode, kao i na činjenicu da je inženjersko iskustvo često merodavno za izbor zamenjujućeg rešetkastog modela kojim se modelira realan nosač. U radu [180] kratko je opisan istorijski razvoj metode pritisnutih štapova i zatega, date su osnove Strut-and-Tie načina dimenzionisanja, dobijanje modela i dimenzionisanje elemenata rešetkastog modela, pritisnutih, zategnutih štapova i čvornih zona. Primena metode prikazana je na detaljno urađenim primerima armiranobetonskog duplog kratkog elementa i visoke grede, a proračunska metoda potvrđena je eksperimentalnim podacima iz literature. U radovima je pokazano da se Strut-and-Tie metoda može koristiti kod delova ili celih elemenata gde je tok unutrašnjih sila, za prenos spoljašnjeg opterećenja kroz element, složen.

Rad [122] iz 2009. godine predstavlja prošireno izdanje iz 1997. godine, gde je pored osnova armiranog betona kao materijala, kao jedan od načina proračuna armiranobetonskih elemenata, prikazana i metoda pritisnutih štapova i zatega, Strut-and-Tie metoda. Metoda se spominje kao primer donje granične teoreme teorije plastičnosti i predstavlja sigurnost od loma dovoljnim kapacitetom nosivosti armiranog betona. U radu se pominje da je metoda prikazana i u američkom pravilniku ACI u prilogu Appendix A. U okviru oblasti smicanja, spominje se zamenjujući rešetkasti model kojim se aproksimira preraspodela unutrašnjih sila pri pojavi prslina u nosaču i na osnovu njega rešava problem smicanja. Posebno poglavlje detaljno objašnjava zone diskontinuiteta u kojima se primenjuje Strut-and-Tie metoda proračuna, elemente rešetkastog modela. Radi lakšeg razumevanja metode proračuna, urađeni su primeri zidnog nosača, visoke prosto oslonjene i kontinualne grede, kratkog elementa, oslonačkog kraja grede promenljive visine, ramovskog čvora greda-stub i grede "T" oblika preseka.

Upoznavanje sa osnovama teorije plastičnosti prikazano je u uvodu rada [136]. Objasnjeno je ponašanje materijala, kao i teoreme, donja (statička) i gornja (kinematička), teorije plastičnosti. Metoda pritisnutih štapova i zatega se bazira na donjoj statičkoj teoremi. Prikazano je detaljno dobijanje statičkih polja napona za jednostavnije konstrukcije. Analizirana je greda pravougaonog i "T" oblika poprečnog preseka opterećena koncentrisanim opterećenjem, jednom ili više sila, raspodeljenim opterećenjem, koje izaziva savijanje i smicanje grednog elementa. Određena su statički dozvoljena naponska polja elemenata opterećenih torzionim momentima ili spoljašnjim silama koje istovremeno izazivaju savijanje i smicanje, kratkih elemenata, spojnih greda zidova sa otvorima, čvorova okvira, greda sa promenljivom visinom preseka, zidova, naglavice šipova i zona ankerovanja prednapregnutih elemenata.



Elementi kod kojih postoji geometrijski diskontinuitet mogu se proračunavati Strut-and-Tie metodom. U radu [129], kombinacije dva različita Strut-and-Tie modela korišćene su za proračun četiri visoke grede, skaliranih veličina, prosto oslonjene, sa velikim otvorom kao geometrijskim diskontinuitetom, opterećene koncentrisanom graničnom silom. Cilj istraživanja je potvrda osnovnih principa Strut-and-Tie modelovanja eksperimentalnim ispitivanjem serije visokih greda sa velikim otvorom, u blizini levog oslonca, dimenzionisanjem Strut-and-Tie pristupom. Kombinovanjem dva osnovna Strut-and-Tie modela, preuzetih iz postojeće literature, dobijena su četiri različita načina rasporeda armaturnih šipki. Svi modeli ispitivani su nanošenjem opterećenja, istom koncentrisanom silom, do loma. Praćeno je ponašanje modela postepenim povećavanjem opterećenja. Svaki model imao je svoju sliku prslina, kapacitet nosivosti, ugibe i oblik loma. Svi uzorci su izdržali silu veću od proračunske na osnovu koje su dimenzionisani elementi modela. Ovim je potvrđeno da je izbor proračunskog modela prema Strut-and-Tie metodi na strani sigurnosti. Eksperimentalnim ispitivanjem pokazana je pouzdanost i predvidljivost tehnike modeliranja Strut-and-Tie metodom.

U radu [56] prikazani su eksperimentalni rezultati skalirane slobodno oslonjene visoke grede, skokovito promenljive visine, sa otvorom. Četiri uzorka istih dimenzija i opterećenja, u vidu koncentrisane sile, ispitana su i kod svakog je različita slika prslina dobijena. Dostignuta sila loma veća je, za sve modele, od proračunske sile na osnovu koje su modeli dimenzionisani, čime je potvrđena konzervativna priroda i upotreba Strut-and-Tie metode pri proračunu armiranobetonskih nosača, naročito složene geometrije. Takođe je potvrđeno da se sa više različitih modela može modelirati realan nosač, ali na izbor jednog rešenja može, na primer, da utiče način raspoređivanja armature, koji podrazumeva ortogonalno postavljanje armaturnih šipki, zbog jednostavnijeg izvođenja armiranobetonskog elementa.

Veliki broj urađenih primera, prema Strut-and-Tie metodi, nalazi se u radu [162]. U prvom delu date su teorijske osnove i principi proračuna armiranobetonskih elemenata prema pravilniku ACI 2002, kao i poređenja sa drugim propisima CSA1994, AASHTO2002 i FIP Recommendations1999. Date su eksperimentalne potvrde Strut-and-Tie modela raznih autora za armiranobetonske nosače kao što su dupli kratki element, visoka greda opterećena vertikalnom koncentrisanom silom postavljenom na gornjoj ivici nosača, visoka greda opterećena jednako rapodeljenim opterećenjem po gornjoj ivici, visoka greda opterećena jednako raspodeljenim opterećenjem postavljenim na donjoj ivici, visoka greda sa poprečnom armaturom i greda sa redukovanom visinom u oslonačkom delu. Detaljan proračun, koji podrazumeva, izbor Strut-and-Tie modela, statičku analizu modela i dimenzionisanje elemenata, pritisnutih i zategnutih štapova, kao i čvornih zona, prikazan je u radu za visoku armiranobetonsku gredu, oslonački deo promenljive visine grede T preseka koja se oslanja na gredu obrnutog T preseka, kratki element stuba, dupli kratki element, visoku gredu sa otvorom, gredu indirektno oslonjenu, prednapregnutu gredu, gornji deo oporca kablovskog mosta, visoki zid sa dva otvora i temeljni jastuk za šipove.

Analiza visokih greda koja podrazumeva njihovu nosivost, na savijanje i smicanje, i ponašanje dobijeno na osnovu eksperimentalnih rezultata, kao i teorijske osnove proračuna visokih greda, prikazani su u radu [95]. Visoka greda sa otvorima, kontinualne visoke grede, spojne visoke grede, visoke grede sa opterećenjem na gornjoj ivici ili na donjoj ivici, izvijanje i stabilnost vitkih visokih greda razmatrani su u radu na osnovu istraživanja raznih autora.

Kao jedna od metoda kojom se proračunavaju pomenuti nosači prikazana je metoda koja predstavlja donju granicu teorije plastičnosti, metoda pritisnutih štapova i zatega.

Na osnovu eksperimentalnih rezultata u radu [157] korigovana je ili potvrđena tačnost redukcionih faktora čvrstoće pritisnutih štapova iz pravilnika ACI 2002 kod Strut-and-Tie modela. Ispitano je 12 visokih greda do loma, opterećenih koncentrisanom silom bliže jednom od oslonaca čime je omogućeno stvaranje osnovnog, jednog jedinog u toj zoni, pritisnutog štapa. Parametri koji su varirani među uzorcima su odnos smičućeg raspona i visine grede, nagibi, plitki ili strmi, pritisnutih štapova, čvrstoća betona, normalne ili visoke vrednosti, i količina armature, nulte ili minimalne vrednosti, koja prolazi kroz osnovni pritisnuti štap koji se u modelu formira. Na osnovu slike prslina, deformacijskih veličina i načina dostizanja loma potvrđene su ili korigovane vrednosti redukcionih faktora čvrstoće pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela.

Kako se na osnovu Strut-and-Tie modela i naponskih polja mogu proračunavati celi ili delovi armiranobetonskih nosača, ili proveravati ponašanje već postojećih elemenata, u radu [66] prikazan je način automatskog razvoja naponskih polja prema nelinearnoj analizi konačnih elemenata, tj. posmatrajući nelinearno ponašanje betona i armature. Na osnovu naponskih polja, kao njihove rezultante, mogu se dobiti elementi Strut-and-Tie modela. Prikazanim načinom prevaziđene su poteškoće dobijanja naponskih polja zasnovane na elastičnoj analizi neisprskanih modela. Pretpostavke u radu podrazumevaju da se dilatacijsko polje betona dobija iz usvojenog polja pomeranja kao kontinuuma, zbog čega je upotrebljen trougaoni konačni element, da pravci glavnih napona odgovaraju pravcima glavnih dilatacija i da se izračunavaju preko njih, beton se posmatra kao elastičan-idealno plastičan materijal pri pritisku, dok je zatezanje zanemareno, ponašanje armature predstavljeno je bilinearnim elasto-plastičnim zakonom, a usvojen je prost štap kao konačan element koji zamenjuje armaturnu šipku. Upotreba konačnih elemenata je direktna kada se proverava ponašanje postojećih armiranobetonskih nosača, dok je za projektovanje novog elementa predložena procedura u kojoj se prvo pretpostavi raspored armature na osnovu iskustva ili se usvoji ortogonalan raspored prema minimalnoj količini armature iz kontrole prslina. Proverava se da li takav nosač može da razvije dopuštena polja napona, uz korigovanje količine armature veće ili jednake minimalno potrebnoj. U radu su urađena dva primera, jedan sa proverom dva postojeća konstrukcijska elementa, dok je u drugom primeru urađen novi element prema predloženoj proceduri. Oba primera poređena su sa eksperimentalnim rezultatima iz postojeće literature. Širi pregled literature automatskih načina dobijanja Strut-and-Tie modela prikazan je u poglavlju 3.3.2.

U radu [110] prikazani su eksperimentalni rezultati ispitivanja nosača složene geometrije, prosto oslonjene grede redukovane visine sa otvorom. Kako se u ovom slučaju može dimenzionisanje nosača uraditi primenom Strut-and-Tie metode, iskorišćeni su propisi metode dati u pravilniku ACI 318-05. Radi poređenja ispitivan je i nearmiran nosač. Ispitivanje je urađeno u dve faze. U prvoj fazi testirano je 6 uzoraka sa manjom vrednošću skaliranja. Pet uzoraka imaju iste geometrije ali različit raspored armature, u zavisnosti od usvojenog Strut-and-Tie modela. Kako bi se ispunio uslov obezbeđenja sigurnosti dimenzionisanja Strut-and-Tie metodom, tražena je najveća vrednost odnosa opterećenja pri lomu i količine armature, ali i da se zadovolji ograničenje dozvoljenog ugiba. Poslednji, šesti, uzorak ispitivan je bez armature kako bi se utvrdila nosivost elementa i dobila šema prslina oslanjajući se samo na čvrstoću betona pri zatezanju. U drugoj fazi testirana su dva uzorka

sa istom šemom prenosa opterećenja kao u fazi 1, ali su uzorci sa većom vrednošću skalirani, sa datim izrazom u radu koji povezuje vrednosti skaliranja prve i druge faze. Jedan uzorak je armiran, a drugi nearmiran. U poređenju sa odgovarajućim uzorkom iz prve faze, na osnovu koje je, prateći vrednost skaliranja, usvojena i raspoređena armatura, slika prslina armiranog uzorka druge faze je skoro identična. Takođe, predložen odnos vrednosti skaliranja uzoraka prve i druge faze su se poklopile i po pitanju vrednosti opterećenja pri lomu. Što se tiče nearmiranih uzoraka prve i druge faze, vrednosti skaliranja po pitanju vrednosti opterećenja pri lomu nisu očekivane, kao i slika prslina, tj. način dostizanja loma, čime je pokazana nepouzdanost ponašanja nearmiranog betonskog elementa. Potrebno je armaturi dozvoliti da ponese zatezanje u oblasti pritisnutog štapa, tako što se postavlja u pravcu upravnom na pravac pritisnutog štapa, čime se smanjuje betonski udeo nošenja opterećenja. Rezultati su pokazali da različiti Strut-and-Tie modeli mogu obezbediti nosivost i sigurnost armiranobetonskog nosača, ali je ponašanje elementa bitno različito, što ukazuje na nepredvidljivost metode. Svi armirani uzorci nose opterećenje veće od graničnog po kojem su dimenzionisani. Utvrđeno je, na osnovu analize, da skalirani rezultati ne zavise od veličine elemenata i opterećenja ako su elementi armirani, što nije slučaj kod nearmiranih elemenata.

Eksperimentalnim rezultatima ispitivanih uzoraka, u radu [101], prikazani su armiranobetonski nosači složene geometrije kako bi se dokazala validnost pravila i za takve nosače datih u propisima ACI 2002. Tri serije uzoraka su ispitane. Prva serija ima četiri uzorka, druga serija tri uzorka i treća serija četiri uzorka, svaki od uzoraka sa različitim rasporedom armature. Na osnovu rezultata utvrđeno je da je kod prve serije uticaj rasporeda armature mali, a kod druge i treće serije je značajan na krutost uzoraka u domenu upotrebljivosti. Pri poređenju proračunskih nosivosti i izmerenih vrednosti čvrstoće svih uzoraka pojedini modeli nisu dali zadovoljavajuće rezultate, ponašanje modela na osnovu slike prslina i načina dostizanja loma je promenljivo za različite modele, što govori da treba biti obazriv pri izboru Strut-and-Tie modela. Najbolje je, za složene nosače, imati eksperimentalnu sliku izabranog Strut-and-Tie modela, ali to nije uvek moguće, tako da inženjersko iskustvo ima odlučujuću ulogu.

U radu [25] prikazana je potvrda kritičnih područja velikog broja ispitivanih elemenata iz literature metodama elasto-plastičnih polja napona i kruto-plastičnih polja napona, tj. Strut-and-Tie metodom koja iz njih proizilazi. Kod metode elasto-plastičnog polja napona opornost betona se uračunava kao funkcija deformacija i daje dobru procenu otpornosti armiranobetonskih elemenata. Ispitivana je primenljivost metoda polja napona za procenu određenih komplikovanih detalja specifičnih za betonske mostove. Od primera, za analizu, izabrane su zone uvođenja koncentrisanih sila, konzole sa krajem redukovane visine, dijafragme i ekstremni krajevi greda, sa slabo usidrenom armaturom, koji mogu da simuliraju ponašanje prefabrikovanih greda. Rezultati analize su iskorišćeni pri razvoju smernica za izbor koeficijenta koji utiče na redukciju čvrstoće betona pri pritisku usled poprečnih dilatacija i ugla nagiba pritisnutih štapova.

## 2.4 ELEMENTI STRUT-AND-TIE MODELA

Pri razvoju proračunskog Strut-and-Tie modela potrebno je definisati karakteristike: geometrijski raspored elemenata Strut-and-Tie modela, efektivnu čvrstoću betona, oblik i čvrstoću pritisnutih štapova, raspored, čvrstoću i sidrenje zatega, uređenost i čvrstoću čvornih zona. Pomenute karakteristike variraju u različitim propisima i drugim pravilnicima.

Čvrstoća pritisnutih štapova, zatega i čvornih zona mora biti jednaka ili veća od dobijenih sila u modelu kako bi konstrukcija imala dovoljnu otpornost na delovanje spoljašnjeg opterećenja.

Neophodno je razmatrati širinu pritisnutih štapova, zatega, čvornih zona i oslonačkih delova jer moraju biti u granicama dimenzija realnog armiranobetonskog nosača.

Pritisnuti štapovi ne smeju preći jedni druge ili se poklapati, a širina štapova se izabira tako da se može prihvatiti sila u štapu koristeći efektivnu betonsku čvrstoću pri pritisku. Ako se štapovi preklapaju, u preklopljenim zonama su naponi prekoračeni. Zatege mogu da pređu preko pritisnutih štapova ili druge zatege.

Proračun koji je statički prihvatljiv i siguran zadovoljava donje granično rešenje po teoriji plastičnosti, što podrazumeva da opterećenje pri lomu koje se sračunava preko Strut-and-Tie modela je ispod stvarne vrednosti opterećenja pri lomu, čime je proračun na strani sigurnosti.

Kada se u izabranom inicijalnom Strut-and-Tie modelu odrede reakcije oslonaca, analizom rešetkastog sistema nalaze se sile  $F_u$  u pritisnutim štapovima, zategama i čvornim zonama, uz zadovoljenje uslova:

$$\Phi \cdot F_n \geq F_u \quad (1)$$

gde je  $F_n$  nominalna otpornost pritisnutog štapa ( $F_{ns}$ ), zatege ( $F_{nt}$ ) i čvorne zone ( $F_{nn}$ ), a  $\Phi$  je faktor redukcije.

U FIP Recommendations (1999) [48], EN1992-1-1 (2004) [64] i CEB/FIP Model Code (2010) [51], faktori redukcije materijalne otpornosti  $\Phi_c$ ,  $\Phi_s$  ili  $\gamma_c$  i  $\gamma_s$  koriste se kod otpornosti betona i čelika, dok ACI Code (2011) za  $f'_c$  i  $f_y$  upotrebljava različite faktore redukcije čvrstoće za svaki tip konstrukcijske otpornosti,  $\Phi_f = 0,9$  za savijanje i  $\Phi_v = \Phi_{STM} = 0,75$  za smicanje i proračun Strut-and-Tie modela kod greda, kratkih elemenata i visokih greda.

### 2.4.1 Pritisnuti štapovi

Pritisnuti štapovi se razlikuju po obliku. U Strut-and-Tie modelu, generalno se razlikuju prizmatični, burastog oblika (bottle shaped) štapovi ili lepezasti, kao što je prikazano na slici 2.24.

Opornost pritisnutog štapa određuje se na osnovu izraza

$$F_{ns} = f_{cu} \cdot A_c \quad (2)$$

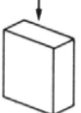
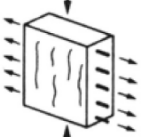

gde je  $f_{cu}$  efektivna čvrstoća pri pritisku u betonu pritisnutog štapa, koja se u zavisnosti od propisa izračunava prema tabeli 2.1,  $A_c$  je površina poprečnog preseka na kraju štapa na koju deluje  $f_{cu}$ .

Tabela 2.1 - Efektivna čvrstoća pri pritisku za beton pritisnutog štapa  $f_{cu}$ 

$f_{cu}$		
ACI (2011) [6]	CEB/FIB Model Code (2010) [51]	EN1992-1-1 (2004) [64]
$\nu \cdot f'_c = \alpha_1 \cdot \beta_s \cdot f'_c$ gde je:  $f'_c$ - specifičan napon pri pritisku $\alpha_1 = 0,85$ $\beta_s$ - efektivni faktor za pritisnuti štap	$k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ gde je:  $f_{ck}$ - karakteristična čvrstoća betona pri pritisku uzorka u obliku cilindra $\alpha_{cc} = (0,8 \div 1,0)$ $\gamma_c = 1,5$ za stalne i prolazne situacije $k_c = k_\epsilon \cdot \eta_{fc}$ - faktor redukcije čvrstoće pritisnutog štapa $\eta_{fc} = \left( \frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1,0$	$k_1 \cdot \nu \cdot f_{cd}$ gde je:  $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $\alpha_{cc} = 1,0$ preporuka $\gamma_c = 1,5$ za stalne i prolazne situacije $\nu = 1 - \frac{250}{f_{ck}}$ - smanjenje čvrstoće zbog prslina od smicanja $k_1$ - faktor redukcije pritisnutog štapa

Faktori redukcije pritisnutog štapa u zavisnosti od propisa prikazani su u tabeli 2.2.

Tabela 2.2 - Faktor redukcije pritisnutog štapa

Stanje napona	Faktor redukcije pritisnutog štapa		
	ACI (2002) [6]	CEB/FIB Model Code (2010) [51]	EN1992-1-1 (2004) [64]
	$\beta_s$	$k_\epsilon$	$k_1$
	1,0	1,0	1,0
	0,75 (bez armature) 0,60 (sa armaturom)	0,75	0,6
	0,60	0,55	0,6
u zategnutim delovima	0,40	0,4	0,4

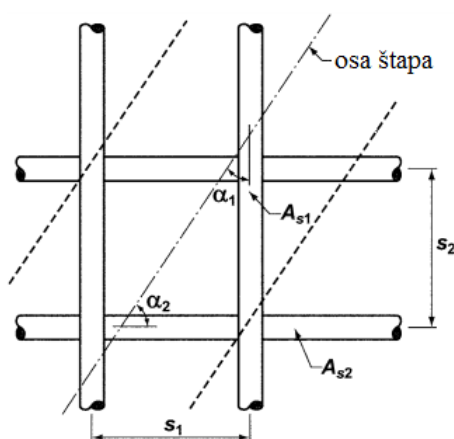
Kako se u ovom radu koriste prizmatični štapovi, njihova širina određuje se na osnovu sile izrazom

$$w_s = (F_u / \Phi) / (f_{cu} \cdot b_w) \quad (3)$$

ili geometrije čvorne zone, dovodeći u vezu širine pritisnutih štapova, zatega i ležišnih površina. Ako se, na primer, pretpostavi da su naponi jednaki kod sva tri štapa koja se susstiču u CCT čvornoj zoni, širina pritisnutog štapa, koji nije ležišni, određuje se na osnovu izraza:

$$w_s = w_t \cdot \cos\theta + l_b \cdot \sin\theta \quad (4)$$

gde je  $w_s$  širina štapa,  $w_t$  je efektivna širina zatege,  $l_b$  je dužina ležišne ploče i  $\theta$  je ugao između osa pritisnutog štapa i horizontale. Ova veza je korisna za podešavanje veličine čvorne zone u Strut-and-Tie modelu. Širina štapa se može podesiti menjanjem veličina  $w_t$  ili  $l_b$ .



Slika 2.28 - Armatura koja prolazi kroz štap

Armatura koja prolazi kroz isprskani štap, slika 2.28, mora zadovoljiti uslov

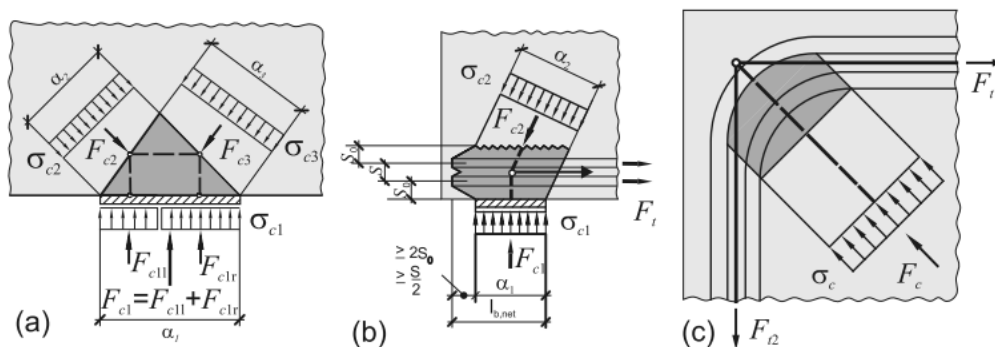
$$\sum \frac{A_{si}}{b_s s_i} \sin\alpha_i \geq 0.003 \quad (5)$$

gde je  $A_{si}$  ukupna površina armature na rastojanju  $s_i$  u  $i$ -tom nivou sa uglom  $\alpha_i$  koji zaklapaju pravci armaturnih šipki i isprskanog štapa.

## 2.4.2 Čvorovi i čvorne zone

Čvorovi su tačke gde se seku aksijalne sile štapova i zatega zamenjujućeg rešetkastog Strut-and-Tie modela, dok su čvorne zone područja oko pripadajućih površina čvora u kojima su štapovi spojeni. Za vertikalnu i horizontalnu ravnotežu čvora, moraju biti minimalno tri sile koje deluju u čvoru u ravanskoj konstrukciji kao što je, na primer, visoka greda.

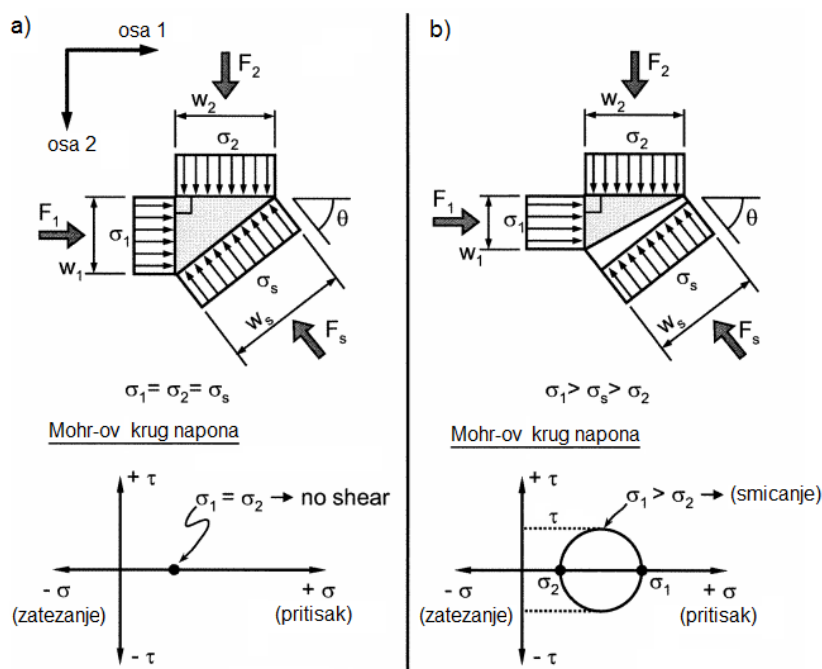
Čvorovi su podeljeni prema vrsti sila koje se susstiču u čvoru. CCC čvor sadrži tri pritisnuta štapa, CCT čvor sadrži dva pritisnuta štapa i jedan zategnut, a CTT čvor sadrži jedan pritisnuti štap i dve zatege, slike 2.25 i 2.29. Kod čvorne zone koja je opterećena na pritisak pretpostavlja se da su širine ivica čvorne zone jednake sa širinama krajeva štapa koji se susstiču.



Slika 2.29 - Čvorovi: a) CCC, b) CCT i c) CTT, [77]

Čvorne zone kod Strut-and-Tie modela mogu biti:

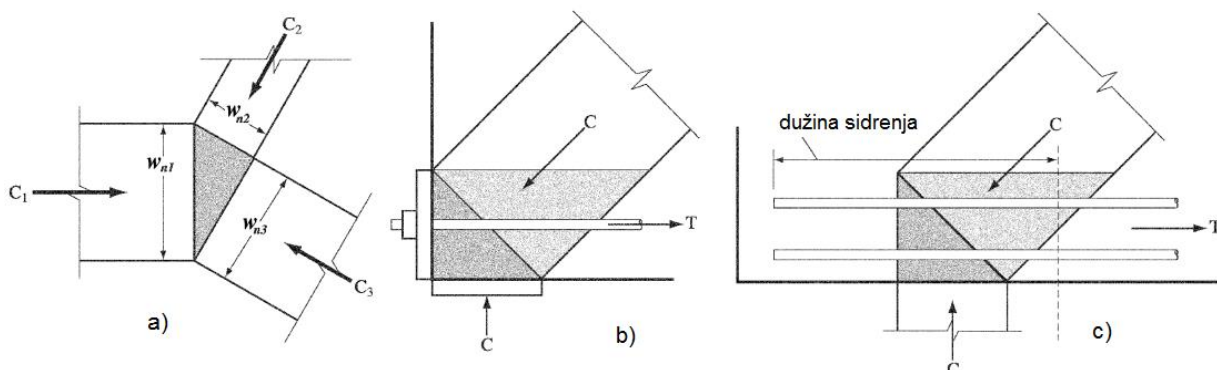
**Hidrostatske čvorne zone.** Čvorne zone se pretpostavljaju tako da jednaki naponi deluju na sve njihove strane. Kako se Mohr-ovi krugovi napona u tom slučaju svode na tačku ova varijanta čvora je nazvana hidrostatska čvorna zona, slika 2.30 a). Ako su naponi jednaki na svim stranama čvorne zone, širine strana  $w_{n1}:w_{n2}:w_{n3}$  su u istoj proporciji kao i sile  $C_1:C_2:C_3$  koje deluju po stranama, slika 2.31 a). Hidrostatske čvorne zone su proširene na CCT, slika 2.31 b), ili CTT, slika 2.31 c), čvorove pod pretpostavkom da se zatege nastavljaju duž čvorne zone da bi se usidrile na suprotnoj strani kukama ili povijanjem izvan čvorne zone.



Slika 2.30 - Stanje napona kod hidrostatske i nehidrostatske čvorne zone, prema [28]

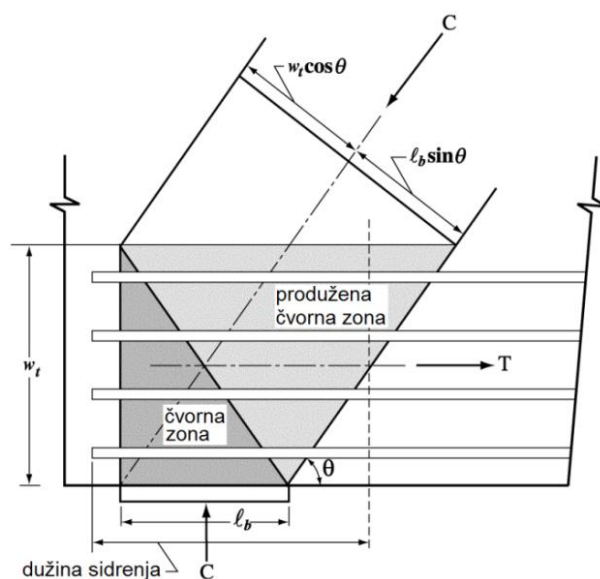
Površina zamenjujuće, zamišljene, ankerne ploče je izabrana tako da je pritisak te ploče jednak naponima koji deluju sa druge strane čvorne zone, od strane zatege. Efektivna površina zatege je sila u zatezi podeljena sa dozvoljenim naponom ležišta za pritisnute štapove koji se susstiču u čvoru. Potreba za jednakim naponima po svim stranama hidrostatske čvorne zone komplikuje upotrebu ovakve vrste čvornih zona, jer se dobijaju

pritisnuti štapovi većih širina, koji često izlaze i van gabarita realnog nosača, što nije dozvoljeno.



Slika 2.31 - Hidrostatički čvor, prema [5]

Na slikama 2.31 i 2.32 tamnijom šrafurom prikazana je površina hidrostatičke čvorne zone, a svetlijom šrafurom zona produžene čvorne zone. Produžena čvorna zona nalazi se između površine delovanja napona pritiska usled reakcija i pritisnutih štapova. Naponi pritiska učestvuju u prenosu sila sa štapa na štap, ili sa štapa na zategu.



Slika 2.32 - Produžena čvorna zona, prema [5]

**Nehidrostatičke čvorne zone.** Kod ovakvih čvornih zona naponi koji deluju iz štapova koji se susstiču u čvoru nisu jednaki, tj. nisu upravni na strane čvorne zone i javljaju se smičući naponi, slika 2.30 b), što daje prednost hidrostatičkim čvornim zonama kod kojih se smičući naponi ne pojavljuju. Za razliku od hidrostatičkih, prednost nehidrostatičkih čvornih zona se ogleda u činjenici da širine pritisnutih štapova nisu velike i ne zahtevaju često ponavljanje izbora dimenzija Strut-and-Tie modela kako bi se gabarit realnog nosača poštovao.

Opornost čvorne zone, slično kao i kod pritisnutih štapova, mora da zadovolji izraz (1). Efektivna čvrstoća pri pritisku  $f_{cu}$  u betonu čvorne zone u zavisnosti od propisa izračunava se prema tabeli 2.1, dok su faktori redukcije u zavisnosti od tipa čvora prikazani u tabeli 2.3.



Tabela 2.3 - Faktor redukcije čvorne zone

Tip čvora	Faktor redukcije pritisnutog štapa		
	ACI (2002)	CEB/FIB Model Code (2010)	EN1992-1-1 (2004)
	$\beta_n$	$k_\varepsilon$	$k_1$
CCC	1,0	1,0	1,0
CCT	0,8	0,75	0,6
CTT	0,6	0,55	0,6

Čvorne zone ležišnih ploča, na mestima nanošenja opterećenja i na oslonačkim mestima, takođe treba proveriti da li ispunjavaju uslove dozvoljenih napona pritiska, koji se proračunavaju u skladu sa pravilima pritisnutih štapova, poglavlje 2.4.1, i tipa čvornih zona.

### 2.4.3 Zatege

Kod Strut-and-Tie modela zasnovanih na hidrostatičkim čvornim zonama, zategnuta armatura se prostire na visini koja se sračunava kao

$$w_t = (F_u / \Phi) / (f_{cu} \cdot b_w) \quad (6)$$

Pretpostavlja se da se zatega sastoji od armature i betonske prizme centrisane oko ose zatežuće sile. Zato zategnuta armatura treba da se raspoređuje približno ravnomerno po širini zatege,  $w_t$ . To može da zahteva raspoređivanje armature u nekoliko redova kao što je prikazano na slici 2.32, pre nego što bi se koncentrisala blizu zategnute ivice kao što je prikazano na slici 2.31 b), kada je najmanja debljina na kojoj se postavlja armatura u jednom redu jednaka prečniku šipke armature plus dvostruki zaštitni sloj.

Zategnuti štapovi, kao i pritisnuti štapovi i čvorne zone, moraju ispunjavati uslov izraz (1). Pretpostavlja se da zatega, ako nije prednapregnuta, dostiže svoj kapacitet kada sila u njoj ima vrednost

$$T_n = A_s \cdot f_y \quad (7)$$

Glavni problem kod proračuna zatega je sidrenje zatege u čvornoj zoni. Betonska prizma oko zatege ne može da prihvati deo zatežuće sile, armaturna šipka je u potpunosti preuzima. Sidrenje zatege se postiže u potpunosti kada geometrijsko težište šipke zatege napusti produženu čvornu zonu, slike 2.31 c) i 2.32. Za redukciju dužine sidrenja mogu se koristiti kuke i mehanički ankeri za sidrenje zatega, slika 2.31 b), može se dodatno utezati armatura koja se sidri ili vezati je, tj. spojiti sa manjim šipkama postavljenim u nekoliko nivoa, [5] i [6]. Pravilnici [51] i [64] takođe zahtevaju da armatura u čvornoj zoni mora biti propisno usidrena.



Optimizacija konstrukcijskih sistema 3



### 3 OPTIMIZACIJA KONSTRUKCIJSKIH SISTEMA

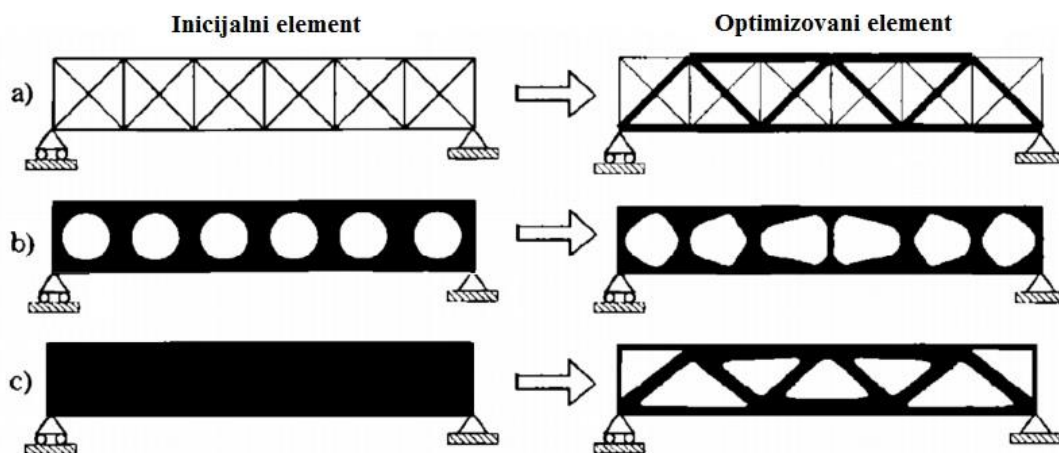
#### 3.1 UVOD

Konstruktivna optimizacija ima za cilj povećanje konstrukcijskih karakteristika. Potrebno je znati koje proračunske promenljive najbolje opisuju karakteristike elementa. Njihovim menjanjem, po određenim kriterijumima, dobijaju se, tj. izdvajaju iz velikog broja, najbolja rešenja [146].

Izbor odgovarajućeg rešenja optimizacije ima odlučujuću ulogu u daljem proračunu, tj. dimenzionisanju konstrukcijskog elementa koji je optimizovan.

Proračunske promenljive mogu biti dimenzije elementa, geometrijske karakteristike elementa, mehaničke ili fizičke karakteristike materijala, cena, razna fizička i statička ograničenja u domenu primene konstrukcijskog elementa i dr.

Prilikom projektovanja konstrukcijskog elementa poželjno je znati što približniji put prenosa spoljašnjeg opterećenja, kroz element, od mesta nanošenja opterećenja do osloničkih delova u elementu. Time se javljaju neopterećene zone koje se mogu eliminisati i element izmodelirati, tj. optimizovati i kao takav koristiti prilikom proračuna.



Slika 3.1 - Tipovi optimizacije, prema [34]

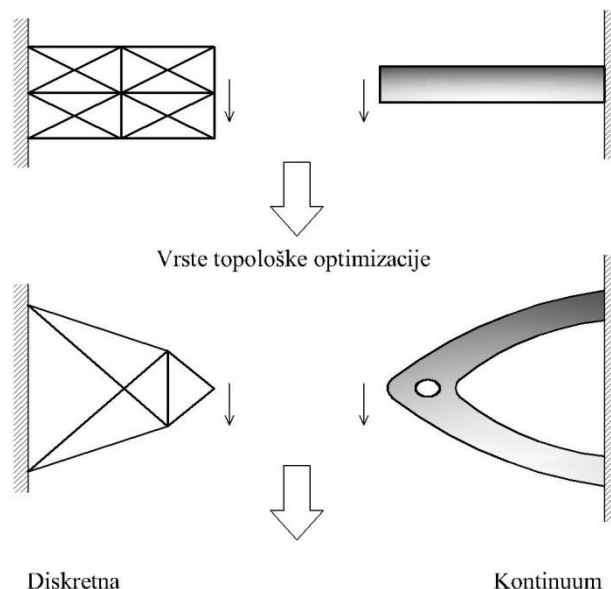
Vrste optimizacije konstrukcijskog sistema su:

1. optimizacija prema veličini (sizing optimization) koja podrazumeva promenu u veličini npr. debljine elementa, površine poprečnog preseka elementa ili raspodele debljine nekog dela elementa, slika 3.1 a),
2. optimizacija prema obliku (shape optimization) kod koje se menja oblik konture nekog dela elementa, slika 3.1 b),
3. topološka optimizacija (topology optimization) koja obuhvata preraspodelu materijala konstrukcijskog sistema sa promenom veze elemenata unutar sistema, slika 3.1 c).

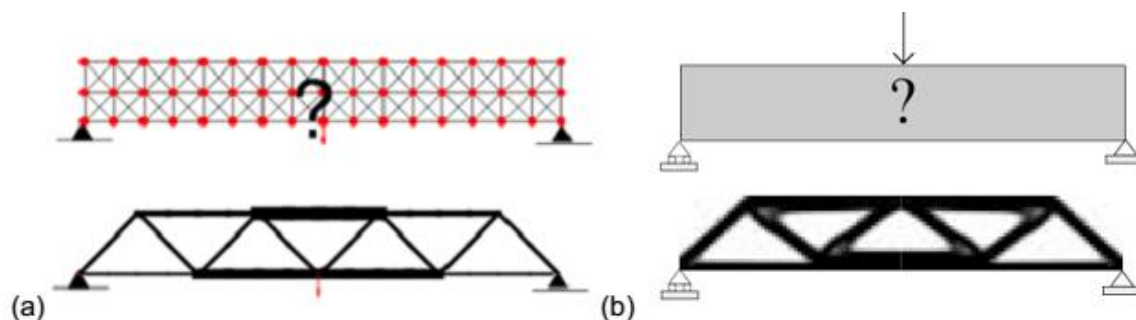
## 3.2 TOPOLOŠKA OPTIMIZACIJA

Topološka optimizacija rešetki i okvira podrazumeva specijalnu uređenost konstrukcijskih elemenata i njihovih veza (čvorova). U najranijoj fazi projektovanja određuje se topologija, prostorni raspored materijala koji je najopterećeniji u samom elementu [32], [33], [34], [43], [46], [57], [60], [73], [114], [120]. Postoje dve vrste topološke optimizacije:

- 1) diskretna optimizacija konstrukcijskog sistema, slika 3.2 (levo) i slika 3.3 a);
- 2) kontinuum optimizacija konstrukcijskog sistema, slika 3.2 (desno) i slika 3.3 b).



Slika 3.2 - Vrste topološke optimizacije, diskretna (levo) i kontinuum (desno), prema [218]

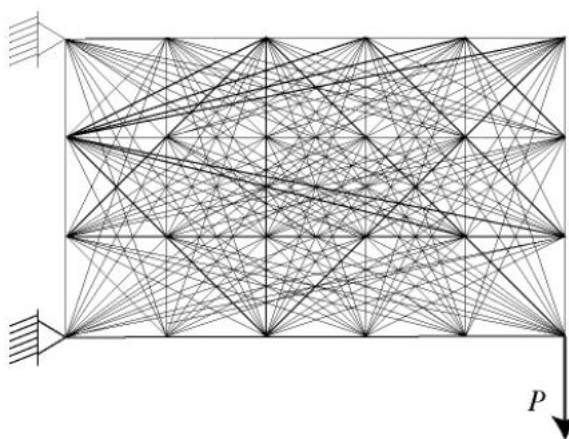


Slika 3.3 - Vrste topološke optimizacije: a) diskretna i b) kontinuum, [46]

### 3.2.1 Diskretna topološka optimizacija

Kod diskretne metode, konstrukcija je generalno modelirana kao diskretni rešetkasti sistem sa linijskim elementima. Začetnicima diskretne topološke optimizacije smatraju se Michell (1904) and Maxwell (1894) sa teorijske tačke gledišta [43]. Njihovi radovi su bili podloga za ograničene vrste diskretnih konstrukcijskih sistema na kojima je radio Hemp kasnije 1973. godine. '60-tih i '70-tih godina 20. veka, razvojem računara, probudilo se interesovanje za daljim razvojem konstrukcijske optimizacije. Mnogi važni teorijski rezultati optimizacije kao i njihova numerička upotreba u tom periodu su dobijeni (odrađeni). Period '80-tih i '90-tih

godina karakteriše izuzetno brz razvoj računarske tehnologije. Dok je, s jedne strane, nastavljen rad na teorijskom istraživanju konstrukcijske optimizacije, s druge strane rastao je i razvoj numeričke primene optimizacije realnih konstrukcija. Naravno, razvijene su i druge vrste optimizacije bazirane na posmatranju nosača kao kontinuuma, što odgovara još tačnijoj optimizaciji početnog konstrukcijskog elementa. Diskretna topološka optimizacija, koja podrazumeva svodjenje početnog sistema na rešetkaste i okvirne, obazire se na odabir položaja čvorova kao mesta sučeljavanja elemenata zamenjujućeg, optimizovanog, sistema i na proračunu mesta povezivanja elemenata optimizovanog sistema, slika 3.4. Numeričke metode razvoja diskretne optimizacije bazirane na rešetkastim sistemima razvijali su Rozvany (1976, 1989, 1997), Bendsoe and Kikuchi (1988), Kirsch (1989), Topping (1992), Bendsoe et al. (1994) i drugi [31], [32], [34], [43],[97], [98], [206], [207].



Slika 3.4 - Diskretna topološka optimizacija (truss ground structure), [43]

Diskretna topološka optimizacija omogućava razmatranje unapred zadatih pravaca rasprostiranja armature kod armiranobetonkih nosača, zato što čvorovi i elementi rešetkastog sistema mogu biti raspoređeni prema željenim pravcima postavljanja armature, [66].

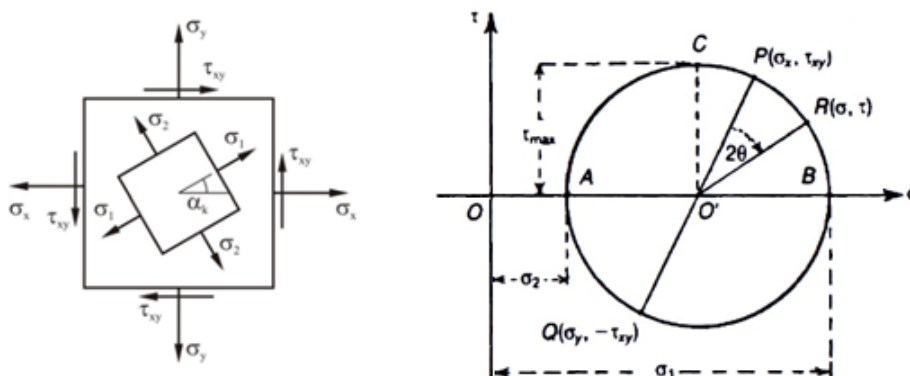
### 3.2.2 Kontinuum topološka optimizacija

Za razliku od diskretne optimizacije nosača koja ima konačan broj elemenata, metoda optimizacije kontinuuma radi sa specijalno uređenim materijalom koji se teško može prikazati sa konačnim geometrijskim karakteristikama. Razvoj ove vrste optimizacije naročito je ubrzan pojavom metode konačnih elemenata i razvojem računara. Raspodela materijala je bitan faktor ovakve optimizacije, a predložene su razne formulacije ovog problema, [17], [43], [57], [93], [87], [112], [113], [115], [116], [118], [168], [169], [170], [171], [172] i [218]. Jedan od parametara uklanjanja viška materijala je intenzitet napona u konačnim elementima, a topološke kontinuum optimizacije koje ga koriste su:

- Evolutionary Structural Optimization-ESO (Xie i Steven (1993) i Steven et al. (2002)), koja koristi za uklanjanje viška materijala naponski kriterijum tako što se nakon svake FEM analize uklanjaju naponski manje opterećeni delovi materijala od kojih je realan nosač napravljen.

- Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization-BESO (Querin et al. (2000)) kod koje je dozvoljeno elementima da budu dodati ili ukinuti. Na početku se, u određenom procentualnom iznosu, dodaju elementi početnom modelu, a zatim se elementi istovremeno ukidaju ili dodaju dok se ne ispune zadata ograničenja procesa optimizacije.
- Performance-based optimisation-PBO (Liang (2001)) koja kombinuje toplošku i optimizaciju veličine za dobijanje dvodimenzionalnih linearno elastičnih kontinuum struktura. Ova optimizacija koristi ESO optimizaciju za praćenje i završni kriterijum procesa optimizacije.

Naponski uslov koji često predstavlja kriterijum na osnovu koga se vrši uklanjanje neopterećenih delova materijala je Von Mises-ov kriterijum koji svoju primenu nalazi u optimizaciji konstrukcijskih elemenata od kojih se dobijaju proračunski modeli za dimenzionisanje među kojima je i Strut-and-Tie model.



Slika 3.5 - Komponente napona (levo) i Mohr-ov krug (desno) za ravno stanje napona

Preko komponenta napona u pravcima x, y osa koordinatnog sistema, slika 3.5 (levo), Von Mises-ov kriterijum za ravno stanje napona, slika 3.5 (desno), može se zapisati izrazom

$$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \leq \sigma_y \quad (8)$$

gde su  $\sigma_x$ , i  $\sigma_y$  normalni naponi, kod kojih indeks govori u pravcu koje koordinatne ose leže;  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$  su  $\tau_{zx}$  smičući naponi (jednakost smičućih napona sledi iz uslova konjugovanosti), kod kojih je prvi indeks isti kao i indeks odgovarajućeg normalnog napona, a drugi se odnosi na osu u pravcu koje smičući napon deluje.

Stanje napona svakog konačnog elementa je određeno poređenjem Von Mises-ovih napona u konačnom elementu sa maksimalnim Von Mises-ovim naponom cele konstrukcije.

Na kraju svake iteracije pri analizi stanja napona konačnog elementa, svi elementi koji zadovoljavaju izraz (8) brišu se iz modela.

$$\sqrt{\sigma_{vM}^e} \leq RR_i \cdot \sigma_{vM,max} \quad (9)$$

gde su:

$\sigma_{vM}^e$  - Von Mises-ov napon u konačnom elementu,

$RR_i$  - tekući stepen uklanjanja elemenata (rejection ratio)



$\sigma_{vM, \max}$  - maksimalni Von Mises-ov napon cele konstrukcije.

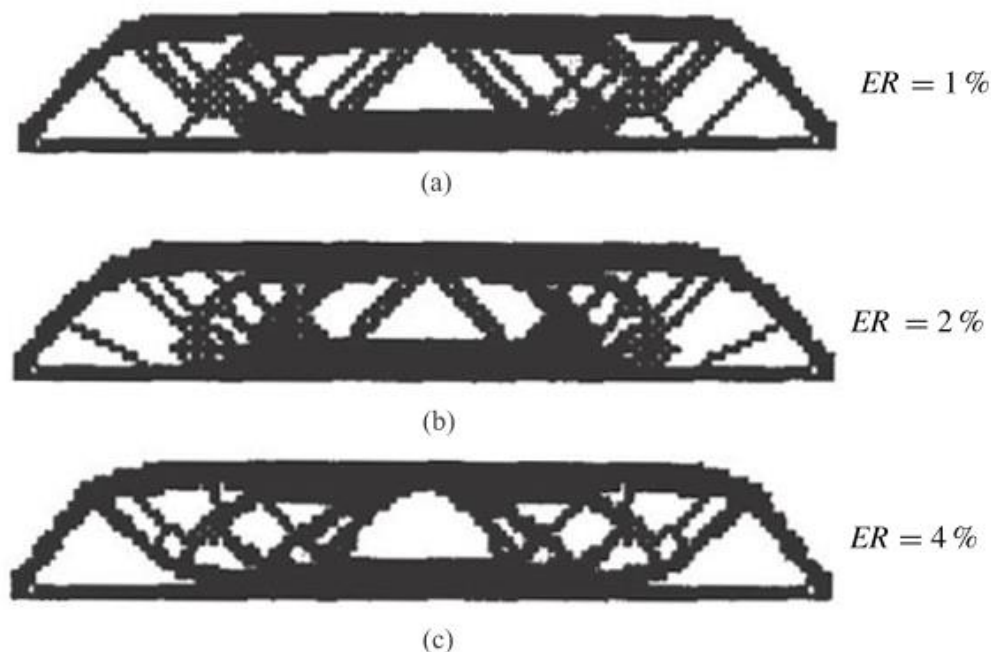
Analiza stanja napona i uklanjanje konačnih elemenata se ponavlja korišćenjem iste vrednosti  $RR_i$  u svakoj iteraciji sve dok se ne postigne stabilno stanje (steady state), koje podrazumeva da u tekućoj iteraciji nema više elemenata koje treba ukloniti. Zatim se postupak optimizacije nastavlja dodavanjem stepena razvoja  $ER$  (evolutionary rate), slika 3.6, i [87], tekućem stepenu uklanjanja  $RR_i$  :

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad (10)$$

Vrednosti stepena uklanjanja elemenata i stepena razvoja se inicijalizuju, na primer 1%, ali se njihove vrednosti moraju smanjivati ukoliko se u jednoj ili manjem broju iteracija suviše konačnih elemenata ukloni iz konstrukcije.

Sa povećanjem stepena uklanjanja ponavlja se analiza stanja napona i novo uklanjanje konačnih elemenata u više iteracija sve dok se ponovo ne postigne stabilno stanje.

Postupak optimizacije po naponima se nastavlja sve do dostizanja željenog optimuma, koji može na primer za cilj da ima dobijanje određenog oblika i rasporeda konačnih elemenata kako bi se naslutio proračunski model kod Strut-and-Tie metode pri dimenzionisanju dela ili cele konstrukcije. Idealno bi bilo dobiti potpuno naponski iskorišćen model, ali to je moguće u manjem broju slučajeva.



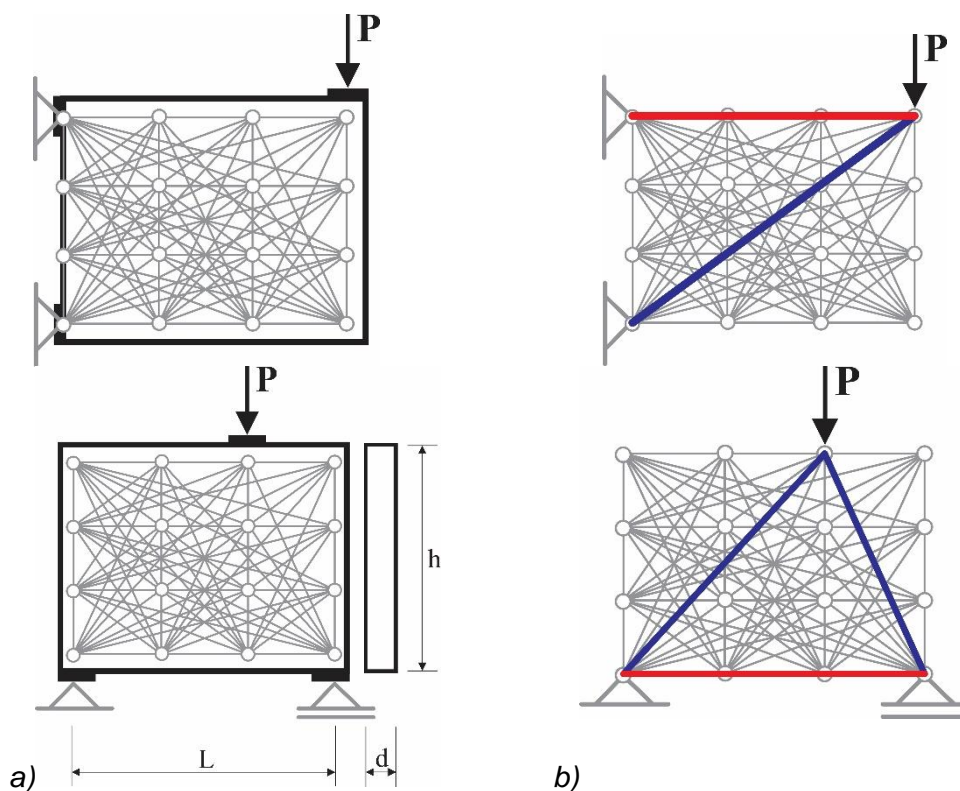
Slika 3.6 - ESO optimizacija grede za različite vrednosti  $ER$  [87]

### 3.3 PREDLOG NAČINA OPTIMIZACIJE ARMIRANOBETONSKIH RAVANSKIH NOSAČA

#### 3.3.1 Uvod

U radu se koristi topološka optimizacija u cilju formiranja zamenjujućeg rešetkastog sistema koji se može koristiti za analizu ponašanja armiranobetonskog nosača, [34] i [43]. U najranijoj fazi projektovanja određuje se topologija, tj. najopterećenije oblasti u samom elementu, nakon čega se pristupa dimenzionisanju.

Strut-and-Tie model može da se predstavi kao vrsta diskretne topološke optimizacije armiranobetonskog elementa. Diskretnom optimizacijom se može jednostavnije i brže sagledati naponsko-deformacijsko stanje konstrukcije ili njenih delova. Nosač se diskretizuje tako što se svodi na rešetkasti sistem koji se dobija povezivanjem svih tačaka nosača linijskim prostim elementima [43]. Primer diskretne optimizacije AB nosača prikazan je na slici 3.7 a).

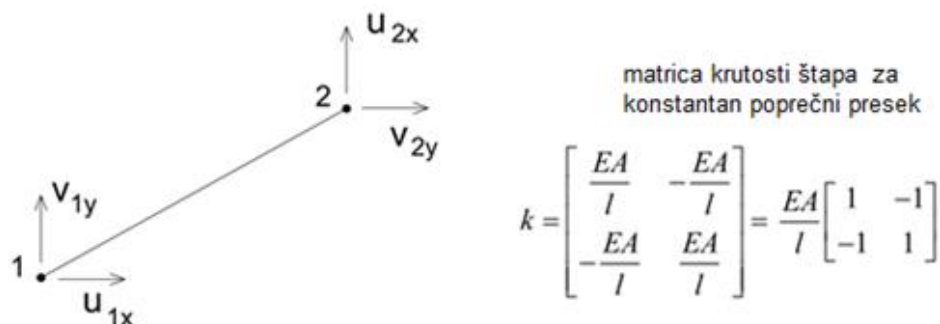


Slika 3.7 - a) Diskretizacija AB nosača; b) Optimalan oblik nosača

Određivanje optimalnog, konačnog, oblika konstrukcije iz početne konfiguracije sistema sastoji se od sukcesivnog uklanjanja manje opterećenih elemenata tj. prostih štapova, slika 3.7 b).

Prosti štapovi, tj. štapni konačni elementi, koji se koriste za određivanje Strut-and-Tie rešetkastih modela su geometrijski posmatrano jednodimenzionalni elementi, jedna dimenzija tj. dužina im je izraženija u odnosu na ostale dve, širinu i visinu poprečnog preseka, slika 3.8. Matematička jednostavnost se bazira na činjenici da su razmatranja ovih elemenata isključivo vezana za podužnu geometrijsku osu elementa koja je najčešće težišna

ili slobodno izabrana. Linijski elementi se mogu diskretizovati većim brojem konačnih elemenata kako bi se što vernije modelirale geometrijske karakteristike, odnosno u slučaju promenljivog poprečnog preseka duž elementa i/ili po širini, ili u slučaju promenljive siluete podužne ose gde se krivolinijska osa većim brojem linijskih (štapnih) konačnih elemenata poligonalno aproksimira.



Slika 3.8 - Linijski konačni element i matrica krutosti štapa [183]

U radu se, za određivanje Strut-and-Tie rešetkastih modela, primenjuju linijski konačni elementi u ravni, sa po dva translatorska pomeranja u čvorovima konačnog elementa, tj. ukupan broj stepeni slobode pomeranja je četiri, i sa homogenim stanjem napona po visini i širini poprečnog preseka, tj. aksijalnim naprezanjem. Na slici 3.8 šematski je prikazan linijski konačni element matrica krutosti konačnog elementa, gde je  $E$  - modul elastičnosti štapa,  $A$  - površina poprečnog preseka štapa i  $L$  - dužina štapa.

Kriterijumi za uklanjanje elemenata iz sistema mogu se obezbediti na osnovu različitih parametara kao što su naponi, pomeranja, krutosti, energija deformacije sistema i dr., [43]. S obzirom na to da se pri projektovanju teži najmanjoj količini armature potrebne za obezbeđivanje nosivosti, ovaj uslov se najčešće koristi kao osnovni kriterijum za određivanje optimalnog oblika armiranobetonskog elementa. Pored ovoga, kao bitan kriterijum usvaja se i jednostavnost šeme armiranja. Kriterijum za uklanjanje pojedinih elemenata iz sistema je najčešće krutost, a u radu se ona određuje na osnovu izraza, [97] i [98]:

$$K_{i,j} = \beta_i \cdot (E_d \cdot N_{i,j-1}) / (L_i \cdot f_d) \quad (11)$$

gde je  $N_{i,j-1}$  sila u  $i$ -tom prostom štapa iz  $j-1$  iteracije,  $E_d$  je modul elastičnosti (pritiskak – beton; zatezanje – čelik),  $f_d$  je računaska čvrstoća (pritiskak – beton; zatezanje – čelik),  $L_i$  je dužina prostog štapa i  $\beta$  je koeficijent redukcije krutosti prostog štapa u modelu. Varijacijom vrednosti  $\beta$  koeficijenata između 0 i 1 utiče se na pravac i položaj potrebne armature u nosaču. Usvajanjem većih vrednosti  $\beta$  koeficijenata, pri analizi se favorizuju određeni pravci u prenosu sila zatezanja. Na ovaj način može da se utiče na krajnji oblik Strut-and-Tie modela, potrebnih za dimenzionisanje armiranobetonskih nosača.

### 3.3.2 Pregled literature automatskih rešenja optimizacije

Strut-and-Tie modeli, kao zamenjujući rešetkasti modeli realnih armiranobetonskih nosača ili njihovih delova kod kojih dolazi do narušavanja kontinuiteta u preraspodeli napona usled delovanja spoljašnjeg opterećenja, olakšavaju proces dimenzionisanja nosača. Automatski pristup rešavanja problema daje najbrži način određivanja modela, samo se različiti načini, algoritmi, optimizacije ekvivalentnih rešetkastih modela primenjuju.

Predlog automatskog dobijanja Strut-and-Tie modela ukidanjem elemenata zamenjujućeg rešetkastog sistema na osnovu njihove krutosti dat je u radu [97]. Od dobijenog Strut-and-Tie modela određuju se polja napona sa prizmatičnim pritisnutim i zategnutim štapovima. Za čvorove je razvijen dodatni deo algoritma koji menja geometriju štapova tako da čvorovi uvek budu u pseudo-hidrostatičkom stanju, koje podrazumeva da su naponi na svim ivicama čvora jednaki, tj. da su sile, koje iz štapova deluju na ivice čvora, uvek upravne na ivice čvora. Na ovaj način se automatski transformišu naponska polja i iterativno se dolazi do konačnog Strut-and-Tie modela potrebnog za dalje dimenzionisanje nosača i raspoređivanje armature.

Softverski program pod nazivom CAST koji služi za dimenzionisanje armiranobetonskih nosača prema pravilima Strut-and-Tie metode razvijen je za potrebe analize u radu [204]. Korišćenje programa zahteva prethodan unos Strut-and-Tie modela od strane korisnika. Kako modeli, određeni na osnovu iskustva korisnika ili preuzeti iz literature mogu biti jednostavniji ili složeniji, javlja se problem kod onih koji su kinematički labilni. Takvi modeli moraju dodatnim elementima, tzv. stabilizatorima, biti prevedeni u stabilne kako bi se sračunale sile u štapovima rešetke. Nakon unošenja modela u program i obezbeđenja njegove statičke stabilnosti, izračunavaju se sile u štapovima, a na osnovu njih pristupa se dimenzionisanju elemenata modela, pritisnutih i zategnutih štapova kao i čvornih zona za koje je prikazan detaljan način provere naponskih stanja. Na osnovu analiziranog rada dolazi se do zaključka da se Strut-and-Tie metoda kroz CAST program može uspešno primeniti pri dimenzionisanju nosača, ali se programski ne daju Strut-and-Tie modeli, već ih sam korisnik prema iskustvu ili iz literature unosi u program, što u slučaju složenih labilnih modela zahteva uvođenje dodatnih elemenata, tzv. stabilizatora, što nije uvek jednostavan posao.

U radu [221] predložen je način proračuna armiranobetonskog nosača, koji razmatra sve moguće kombinacije opterećenja koristeći jednostavan tip mreže Strut-and-Tie modela. Mreža Strut-and-Tie modela, koja dozvoljava prenos opterećenja u svim pravcima, se bira bez obzira na trajektorije napona i inženjerske subjektivnosti o prenosu opterećenja kroz nosač. To je moguće zbog izabranog osnovnog oblika mrežnog Strut-and-Tie modela, koji se sastoji iz sistema štapova i koji se usvaja na osnovu geometrijskih uslova i opterećenja betonskog nosača. Osnovni mrežni element se sastoji iz dva, horizontalna, dva vertikalna i dva kosa štapa. Odnos vertikalne i horizontalne dužine mreže se preporučuje kako bi se omogućio pravilan prenos opterećenja kosih elemenata mreže. Ako zadati odnos nije zadovoljen, maksimalna širina kosog štapa se smanjuje do 90% širine horizontalnog ili vertikalnog elementa kako nepravilan prenos opterećenja kosog štapa ne bi narušio princip jednake nosivosti elemenata mreže. Veličina mreže se određuje tako da ne dođe do loma štapa koji je povezan sa ležišnom pločom opterećenja ili oslonaca. Na osnovu mreže Strut-and-Tie modela dobijaju se statički neodređeni nosači odgovarajuće krutosti i za njih određuju sile u štapovima linearnom statičkom analizom konačnih elemenata. Sile se koriste za dalje dimenzionisanje nosača, tj. usvajanje dimenzija pritisnutih i zategnutih štapova i čvornih zona, kao i za proveru njihovih naponskih stanja. U slučaju ovakvog načina zamene nosača sa mrežnim rešetkastim sistemom, ključnu ulogu igra gustina mreže za dobijanje konačnih Strut-and-Tie modela.

Automatsko određivanje Strut-and-Tie modela, dimenzionisanje i raspoređivanje armature unutar betonskog nosača, prikazano u radu [185], koristi ekvivalentni zamenjujući rešetkasti sistem, koji optimizuje realan nosač, topološkom optimizacijom na osnovu različite krutosti elemenata (prostih štapova) čime se uvodi nehomogenost armiranog betona kao materijala.

Poboljšanje modela zbog uvođenja različitih krutosti betona i armature posebno se uočava kod statički neodređenih rešetkastih sistema, tj. određivanja sila u rešetkastim elementima. Predložen način optimizacije podrazumeva iterativni postupak koji u početnoj fazi polazi od međusobnog povezivanja čvorova mreže konačnih elemenata prostim štapovima, a u svakoj sledećoj iteraciji vrši ukidanje zategnutih štapova iz konfiguracije (rešetkastog sistema) koji imaju malu površinu poprečnog preseka, približno jednaku nuli i čiju vrednost određuju autori rada. Ukidanje zategnutih štapova, u čvornim zonama krajeva ukinutog štapa može da dovede do nestabilnosti sistema, zbog koje je nemoguće proračunati sile u prostim štapovima potrebne za dalje dimenzionisanje nosača. Problem stabilnosti sistema je rešen ukidanjem odgovarajućih pritisnutih štapova kada je to potrebno (ukoliko se zategnuti štap ne može ukinuti) i to je jedini razlog njihovog uklanjanja. Betonski delovi predstavljeni kao pritisnuti elementi rešetkastog sistema se ne uklanjaju, osim u prethodno opisanom slučaju, jer opravdavaju novonastalo naponsko stanje u pritisnutim delovima nosača.

U radu [137] istovremeno se koriste naponska polja i Strut-and-Tie modeli, čiji su elementi rezultante polja napona, kako za proračun armiranobetonskih nosača tako i za procenu stanja postojećeg nosača. Predlažu se dva načina dobijanja modela za proračun armiranobetonskih nosača. Prvi, koji podrazumeva izbor Strut-and-Tie modela iz sopstvenog iskustva ili iz literature i njegovu proveru softverskim programom razvijenim od strane autora rada zasnovan na elasto-plastičnim poljima napona. Drugi predlog, podrazumeva da se odmah na početku usvoji armatura u nosaču, i količina i raspored. Zatim se za zadato spoljašnje opterećenje proveravaju naponi u nosaču. Tamo gde su veći naponi povećava se prečnik armature, a gde su manji naponi smanjuje se armatura do minimalno potrebne količine, čime proces postaje iterativan. Kod procene stanja postojećeg nosača prikazana su dva predloga. Prvi, ručni kod kojeg se usvajaju različiti mehanizmi loma, na osnovu postojeće armature u nosaču, i rešava jednačina ravnoteže sistema. Ceo sistem se deli na podsisteme, tj. delove nosača za koje se dobijaju sile, a kako već postoji armatura u tim delovima, dobijaju se Strut-and-Tie modeli koji moraju biti u okviru dimenzija nosača. U suprotnom, odbacuje se predloženi mehanizam loma jer se on neće ostvariti. Proces se nastavlja usvajanjem novog, po iskustvu, mehanizma loma čime se ponavlja cela procedura. Drugi način procene stanja nosača je automatski, iterativan i podrazumeva promenu geometrije rasporeda čvornih tačaka u nosaču, koje se pomeraju, dok se ne dobije ravnoteža svakog čvora, što daje sliku stvarnog mehanizma loma. Ovim radom pokazano je da Strut-and-Tie metoda, pored projektovanja pronalazi primenu i u proceni stanja armiranobetonskih nosača.

### 3.3.3 Predlog načina automatskog određivanja Strut-and-Tie modela

Generalni koncept određivanja optimalnog oblika konstrukcije iz početne konfiguracije sistema sastoji se u isključivanju pojedinih delova nosača iz prenosa opterećenja na osnovu unapred utvrđenih parametara (napon, pomeranje, krutost i sl.) primenom diskretne topološke optimizacije.

Pri projektovanju armiranobetonskih nosača najmanja količina potrebne armature je jedan od najčešćih uslova optimizacije. Na osnovu ove činjenice krutost pojedinih elemenata modela tj. prostih štapova se određuje na osnovu izraza (11).

U ovom radu je predložen diskretni postupak optimizacije koji koristi korekciju aksijalne krutosti poprečnog preseka prostih štapova ( $EA$ ) u zavisnosti od karaktera i intenziteta naprežanja. Površina poprečnog preseka pojedinih elemenata, tj. prostih štapova rešetkastog sistema, određuje se na osnovu izraza, [98] i [197]:

$$A_{i,j} = \beta_i \cdot N_{i,j-1} / f_d \quad (12)$$

gde je  $N_{i,j-1}$  sila u  $i$ -tom prostom štapu iz  $j-1$  iteracije,  $f_d$  je računaska čvrstoća armature na zatezanje ili betona na pritisak u zavisnosti od karaktera aksijalne sile u prostom štapu (pritisak ili zatezanje). Koeficijentima  $\beta_i$  (vrednosti se kreću od 0 do 1) utiče se na raspodelu naprežanja unutar nosača. Elementi rešetkastog sistema kojima su pridružene veće vrednosti  $\beta_i$  koeficijenata predstavljaju favorizovane ("željene") pravce prenosa opterećenja. Na ovaj način se direktno utiče na oblik konačnog Strut-and Tie modela. Svi štapovi koji su pritisnuti uvek imaju  $\beta_i$  koeficijent jednak 1. Zategnutim štapovima pridružuju se vrednosti  $\beta_i$  koeficijenata između 0 i 1 u zavisnosti, od favorizovanih ("željenih") pravaca raspoređivanja armature. Najčešće u praksi se za favorizovane pravce usvajaju pravci pod uglom od  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $90^\circ$  u odnosu na spoljašnje konture armiranobetonskog elementa i njima se pridružuju jedinične vrednosti  $\beta_i$  koeficijenata, a ostalim pravcima zadaju se vrednosti  $\beta_i$  koeficijenata jednake nuli. U najvećem broju slučajeva ovakav pristup ima za posledicu dobijanje najmanje količine potrebne armature kao i najjednostavnijih šema armiranja.

Modul elastičnosti pojedinačnog elementa rešetkastog nosača se usvaja u zavisnosti od karaktera aksijalne sile (pritisak – beton ili zatezanje – čelik). Analiza se sprovodi iterativno. U nultoj iteraciji se formira mreža linijskih konačnih elemenata, sa konturnim uslovima (oslonci u čvorovima sistema) i spoljašnjim opterećenjem (koncentrisane sile u čvorovima sistema), kojom se modelira razmatrani domen. Svi štapovi modela imaju iste mehaničke i geometrijske karakteristike poprečnih preseka. Na ovako formiranom modelu određuju se aksijalne sile u štapovima. Na osnovu karaktera aksijalnih sila (pritisak ili zatezanje) se određuju površine poprečnih preseka svih štapova prema izrazu (12) i zadaje se odgovarajući modul elastičnosti svakom štapu pojedinačno (pritisak – beton ili zatezanje – čelik). Na ovaj način formira se nov model za narednu iteraciju. Za svaku narednu iteraciju koristi se model koji je dobijen na osnovu korekcije aksijalne krutosti poprečnih preseka prostih štapova primenom izraza (12). Konvergencija proračuna se u numeričkom smislu određuje na osnovu promene procenjene krutosti sistema između dve susedne iteracije proračuna. Procena krutosti modela na kraju jedne iteracije određuje se kao proizvod vrednosti na glavnoj dijagonali matrice krutosti sistema štapova. Promena procenjene krutosti modela između dve uzastopne iteracije se određuje na osnovu izraza:

$$\Delta K = \frac{K(K_{ss})_j}{K(K_{ss})_{j-1}} \quad (13)$$

gde su  $K(K_{ss})_{j-1}$  i  $K(K_{ss})_j$  procenjene krutosti sistema u  $j-1$  i  $j$  iteraciji respektivno. Vrednost  $\Delta K$  se menja od nule prema jedinici, tj. kroz iteracije teži "sa donje strane" 1.0. Analiza se zaustavlja u trenutku ispunjenja uslova definisanog sledećom nejednačinom:

$$\Delta K \geq 1 - \varepsilon \quad (14)$$

gde je  $\varepsilon$  vrednost kojom se unapred definiše razlika ispod koje se smatra da je sistem ostao nepromenljiv između dve susedne iteracije, odnosno formirao se konačan Strut-and-Tie model. Preporučena vrednost parametra  $\varepsilon$  iznosi 1%.

Program „ST method“ je napisan pomoću razvojnog okruženja Visual Studio 2010 u jeziku C# i sadrži sve elemente standardne windows aplikacije. Program obezbeđuje automatsko određivanje Strut-and-Tie modela ravanskih armiranobetonskih nosača i njihovo dimenzionisanje.

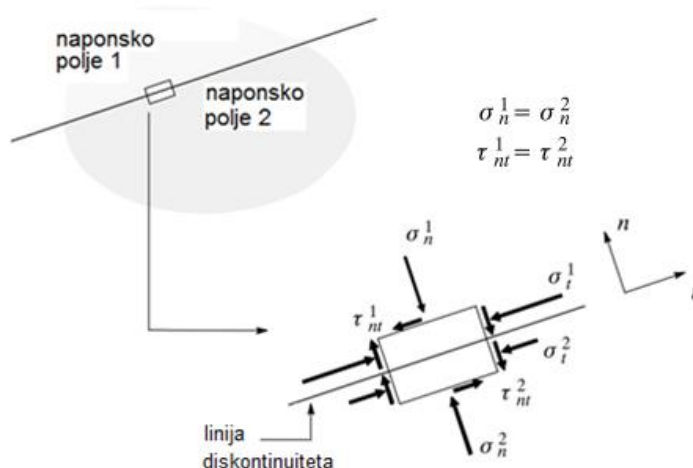
Tokom razvoja programa pokušalo se sa pojedinačnim uklanjanjem štapova sa najmanjom krutošću iz sistema radi određivanja Strut-and-Tie modela, na osnovu preporuka datih u [97] i [98]. Pokazalo se da ovakav pristup može da ima za posledicu moguću pojavu „labilnog“ Strut-and-Tie modela, odnosno sistema prostih štapova. Da bi se rešio ovaj problem pokušalo se sa kontrolom stabilnosti sistema i korekcijom delova nosača sa kritičnom konfiguracijom ili nepravilnim rasporedom elemenata, kako bi se numerička analiza mogla dalje nesmetano nastaviti. Primenom ovakvog načina za određivanje Strut-and-Tie modela nisu dobijena zadovoljavajuća rešenja.

Kako bi se rešio prethodno opisan problem primenjen je predloženi postupak korekcije krutosti poprečnih preseka prema izrazu (12), ali bez potpunog uklanjanja pojedinih prostih štapova iz sistema. Na osnovu većeg broja analiza, prikazanih u Poglavlju 5, za uobičajene armiranobetonske nosače došlo se do zaključka da je optimalno ograničenje minimalne vrednosti krutosti, poprečnog preseka pojedinog elementa u sistemu, 0,01% od vrednosti krutosti poprečnog preseka pojedinog elementa iz nulte iteracije u analizi, gde svi prosti štapovi imaju istu krutost poprečnog preseka, tj. svi štapovi imaju istu vrednost modula elastičnosti i istu površinu poprečnog preseka. Strut-and-Tie model, koji je određen na ovakav način, kinematički je stabilan, a delovi nosača koji manje učestvuju u prenosu opterećenja „postaju jako meki“, tj. ne utiču bitno na veličinu aksijalnih sila u štapovima Strut-and-Tie modela, a sa druge strane obezbeđuju nesingularnost sistema.

### 3.3.3.1 Predlog načina analize čvorne zone Strut-and-Tie modela

Jedan od načina rešavanja čvornih zona prikazan je u radu [74]. U čvornim zonama Strut-and-Tie metode, u kojima važi ravno stanje napona, i koje se formiraju na mestima sučeljavanja prostih štapova konačnih dimenzija javljaju se diskontinualna polja napona, slika 3.9, [74]. Linija diskontinuiteta razdvaja dva kontinualna naponska polja. Pored osnovnih jednačina ravnoteže sistema, postavljaju se i dodatne jednačine na mestu diskontinuiteta, zbog zadovoljenja kontinuiteta napona na granici svakog pojedinačnog domena, slika 3.9.

Za razliku od pomenutog načina rešavanja čvorne zone, u ovom radu za rešavanje problema primenjen je metod konačnih elemenata. Analiza čvorne zone je urađena uz pretpostavku o ravnom stanju napona. Čvorna zona je predstavljena mnogougonaonikom koji se diskretizuje konačnim elementima.



Slika 3.9 - Naponski diskontinuitet [74]

Rešenje problema teorije elastičnosti uz pretpostavku o ravanskom stanju napona može da se odredi na taj način što se uslovi ravnoteže i granični uslovi po silama izraze preko pomeranja (tzv. Lamé-ove jednačine) [184]. Uslovi ravnoteže i prirodni granični uslovi prikazani preko komponentenata pomeranja su:

$$-q = D_e \cdot D \cdot D_k \cdot u \quad (15)$$

$$q_b = R_q \cdot D \cdot D_k \cdot u \quad (16)$$

gde su  $q$  i  $q_b$  vektori spoljašnjeg opterećenja, respektivno,  $u$  vektor pomeranja,  $R_q$  operator opterećenja,  $D_e$  diferencijalni operator uslova kompatibilnosti:

$$D_e = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & \partial_y \\ 0 & \partial_y & \partial_x \end{bmatrix} \quad (17)$$

Matrica elastičnosti  $D$  za ravno stanje napona je:

$$D = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

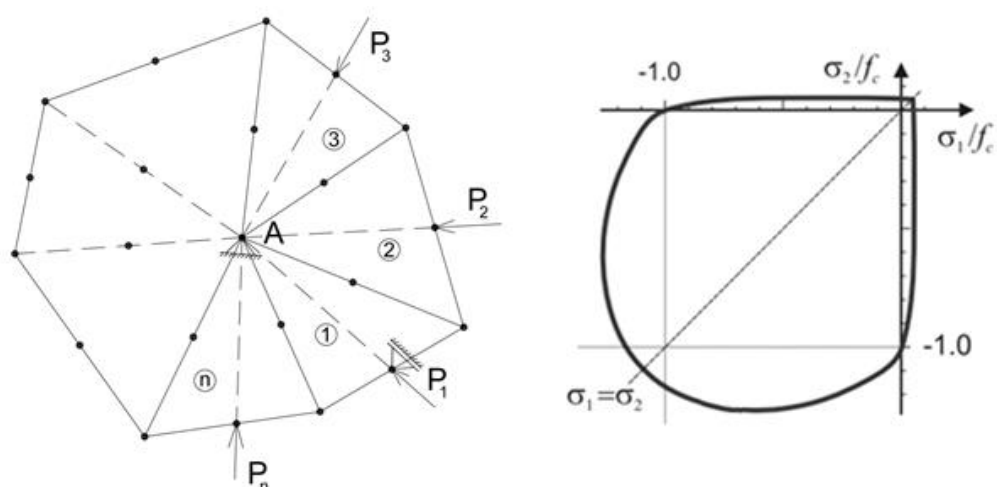
Kinematički diferencijalni operator  $D_k$  za ravno stanje napona je:

$$D_k = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 \\ 0 & \partial_y \\ \partial_y & \partial_x \end{bmatrix} \quad (19)$$

MnogougaoNIK, slika 3.10 (levo), tj. čvorna zona, modeliran je sa više trougaonih konačnih elemenata, koji imaju zajedničko teme, čvor A, u koji se susište sve težišne ose pripadajućih štapova Strut-and-Tie modela. Na slici 3.11 prikazan je element trougaonog oblika, sa 12 stepeni slobode pomeranja, po dva u svakom čvoru, a čvorovi su raspoređeni u temenima i u sredinama stranica. Opterećenje čvorne zone predstavljaju aksijalne sile, pritiska ili zatezanja, koje potiču iz štapova koji se sučeljavaju u čvoru A, i deluju po sredinama stranica mnogougaonika, slika 3.11. Kako bi se rešilo naponsko stanje čvora, u tačku A postavljen je jedan oslonac, a drugi oslonac je postavljen u sredinu jedne od stranica mnogougaonika,

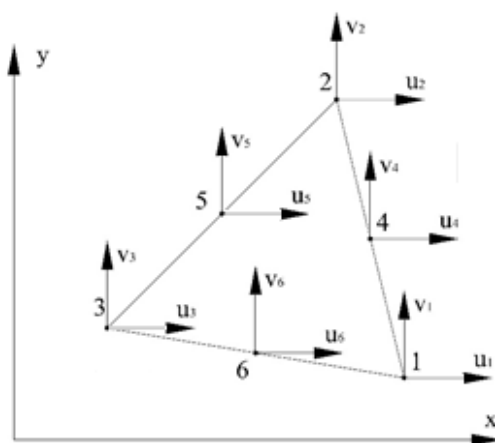


slika 3.10 (levo). Na ovaj način se eliminišu pomeranja ugaonika kao krutog tela, a ovakvo ponašanje približno odgovara ponašanju izdvojenog čvora iz betonske mase nosača.



Slika 3.10 - Čvorna zona (levo) i dopušteno biaksijalno stanje napona u betonu (desno, [77])

Karakteristike primenjenog trougaonog konačnog elementa sa kvadratnom interpolacionom funkcijom, slika 3.11, za diskretizaciju mnogougaonika, date su u [183] i [227].



Slika 3.11 - Konačni element trougaonog oblika [227]

Primenom metode konačnih elemenata dolazi se do približnog rešenja problema. Raspodelu pomeranja u elementu može da se prikaže izrazom:

$$u = N \cdot v \quad (20)$$

gde je  $N$  matrica funkcija oblika kojima se opisuje raspodela pomeranja, a  $v$  su stepeni slobode pomeranja konačnog elementa. Na osnovu kinematičkih izraza nalazi se veza između deformacije u elementu i pomeranja u čvorovima:

$$\varepsilon = D_k \cdot u = B \cdot v \quad (21)$$

gde je  $B = D_k \cdot N$  matrica međusobne zavisnosti deformacije u elementu i pomeranja u čvorovima. Na osnovu veze napon-deformacija određuje se komponentalne vrednosti napona:

$$\sigma = D \cdot \varepsilon \quad (22)$$

U izrazu (21)  $E$  predstavlja modul elastičnosti,  $\nu$  je Poisson-ov koeficijent.

Na osnovu komponentalnih vrednosti napona  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  i  $\tau_{xy}$  izračunavaju se vrednosti glavnih napona, pritiska ili zatezanja, na osnovu izraza:

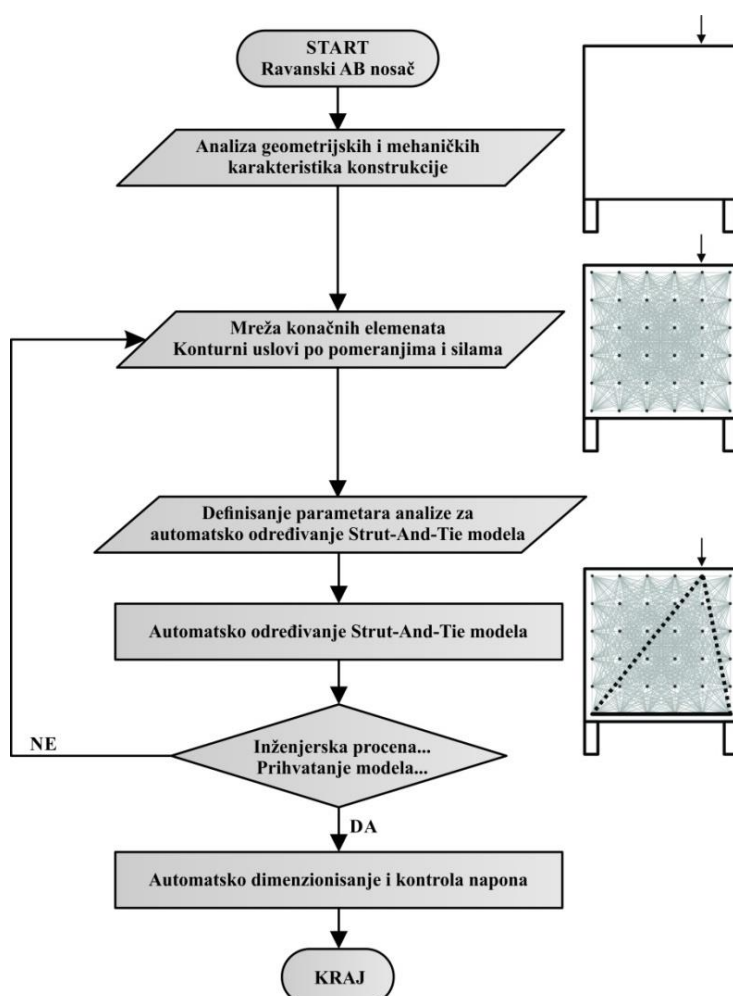
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (23)$$

Dobijeni glavni naponi (22) služe za kontrolu loma prema anvelopi loma za ravno stanje napona, tj. Kupfer-ovom kriterijumu, slika 3.10 (desno), [77] i [105].

### 3.3.3.2 Koncept programa "ST method"

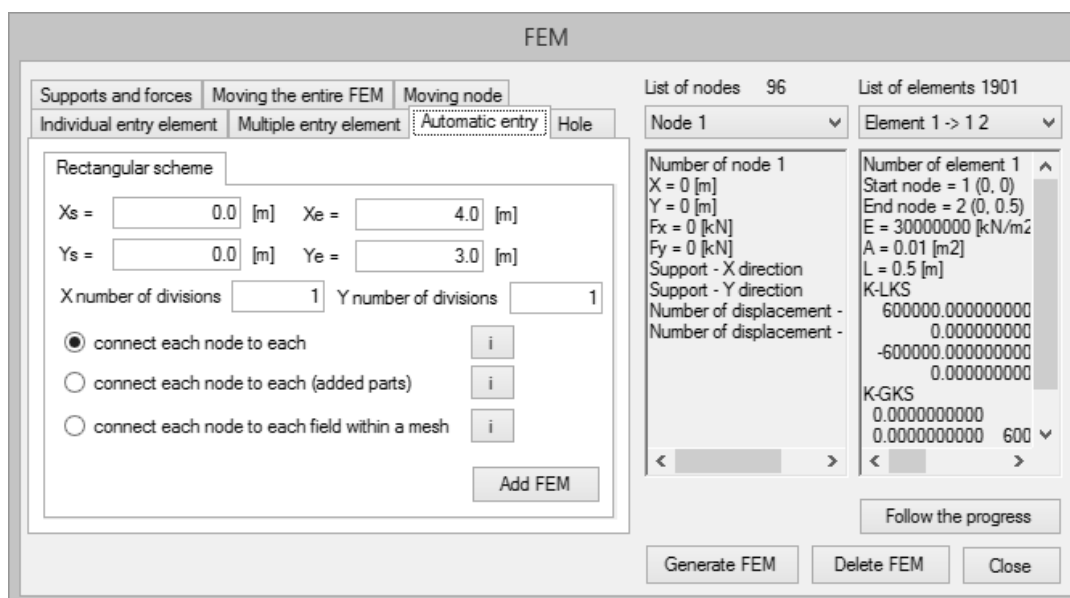
Na osnovu prethodno opisanog predloga za diskretnu toplološku optimizaciju razvijen je program „ST method“ koji ima mogućnost analize ravanskih nosača.

Algoritam, dijagram toka (flowchart), predloženog načina optimizacije ravanskih armiranobetonskih nosača, imlementiran u program „ST method“, prikazan je na slici 3.12.



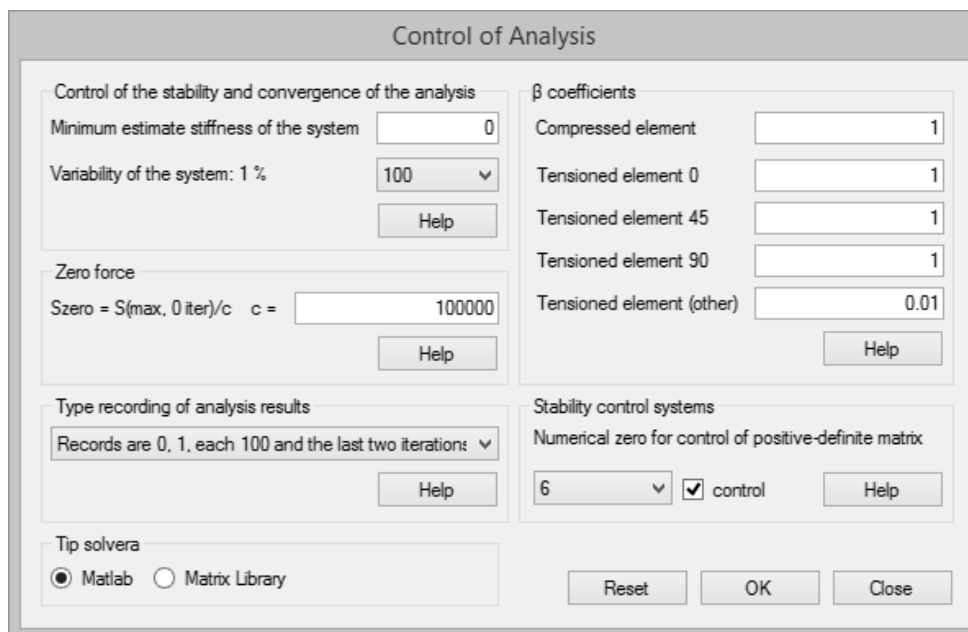
Slika 3.12 - Algoritam predložene procedure optimizacije

Program „ST method“ je baziran na grafičkom korisničkom interfejsu (GUI). Prozor “FEM” preko koga se definiše mreža konačnih elemenata, konturni uslovi i spoljašnje opterećenje prikazana je na slici 3.13. Na raspolaganju je više različitih mogućnosti za automatsko generisanje mreže konačnih elemenata složenih kontura sa ili bez otvora. Opcija za automatsko generisanje čvorova i štapova (Tab “Automatic entry”) predstavlja znatnu uštedu u vremenu potrebnom za generisanje mreže konačnih elemenata s obzirom da i kod modela sa manjim brojem čvorova možemo imati značajan broj štapova zbog uslova međusobnog spajanja svih čvorova u modelu. Mreža može da se formira iz pojedinih delova ili kao cela na kojoj se zatim definišu otvori.



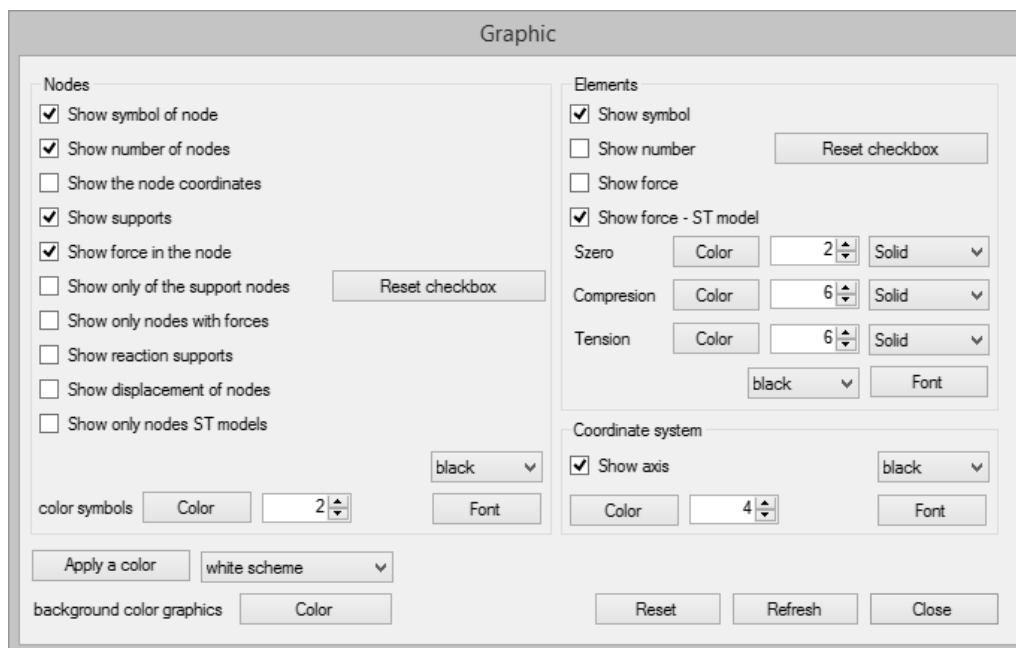
Slika 3.13 - Korisnički interfejs za unos mreže konačnih elemenata, konturnih uslova i opterećenja

Parametri analize se definišu u prozoru “Control of Analysis”, slika 3.14. U okviru ovog prozora se nalaze polja za unos  $\beta$  koeficijenata čijom kombinacijom vrednosti se može unapred uticati na oblik Strut-and-Tie modela. Postoji mogućnost za unos pet različitih  $\beta$  koeficijenata za favorizovanje pravaca prenosa opterećenja. Posebno se definišu vrednosti za pritisnute štapove i za zategnute štapove pod uglom  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  i ostale uglove. Takođe, od značajnih parametara na ovoj formi se definišu vrednosti za konvergenciju proračuna (“Variability of the system”) i ograničenja minimalne površine poprečnog preseka prostog štapa (“Zero force”).



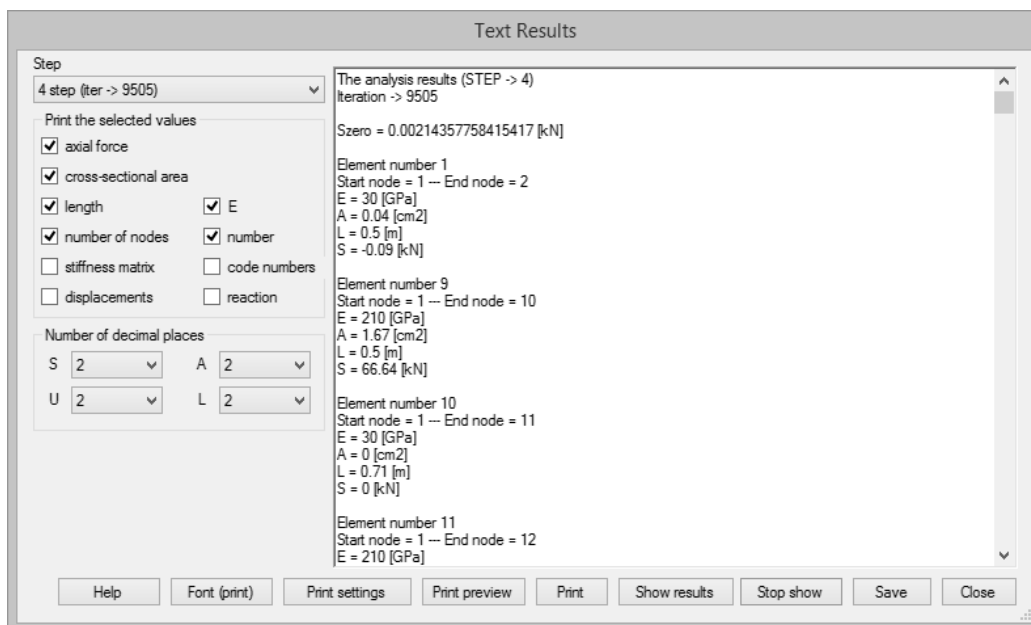
Slika 3.14 - Korisnički interfejs za podešavanje parametara analize

Grafički prikaz ulaznih podataka modela i rezultata analize može se kontrolisati u prozoru "Graphic", slika 3.15. Postoji mogućnost kontrole prikaza modela, konturnih uslova, opterećenja, vizuelnih i tekstualnih podataka čvorova, štapova i sl.



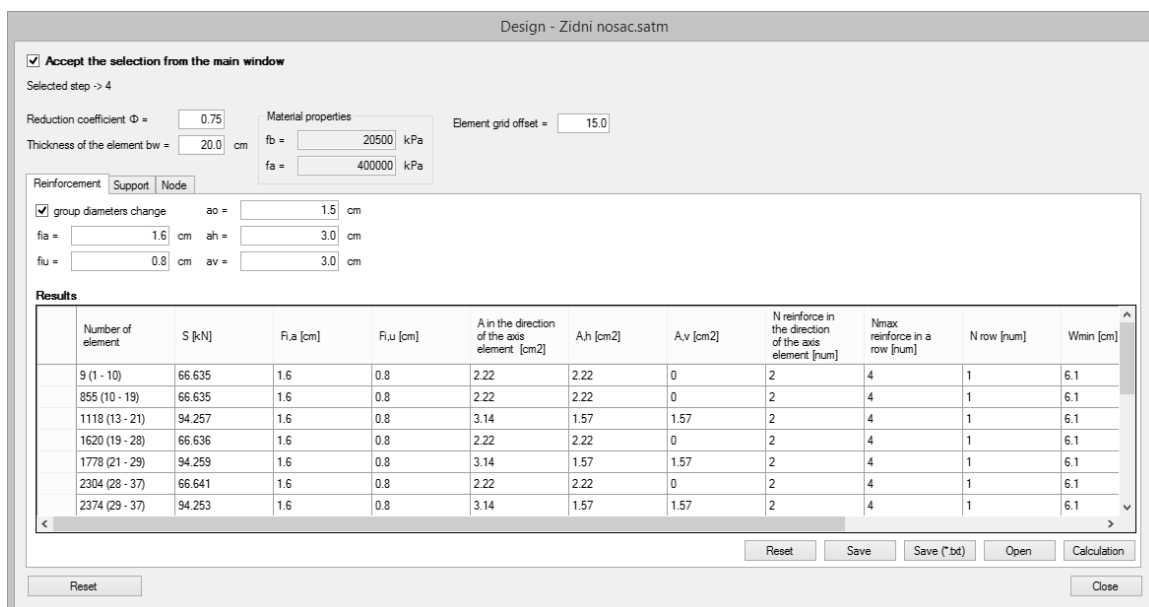
Slika 3.15 - Korisnički interfejs za podešavanje grafičkog prikaza modela

Program ima mogućnost tekstualnog prikaza ulaznih podataka modela i rezultata analize u prozoru "Text Results", slika 3.16. Ulazni i izlazni podaci se mogu posebno prikazati za svaku pojedinačnu snimljenu iteraciju proračuna uz mogućnost izbora vrste podataka (npr. aksijalna sila u štapu, reakcije oslonaca, pomeranja čvorova, matrice krutosti štapova i sl.).

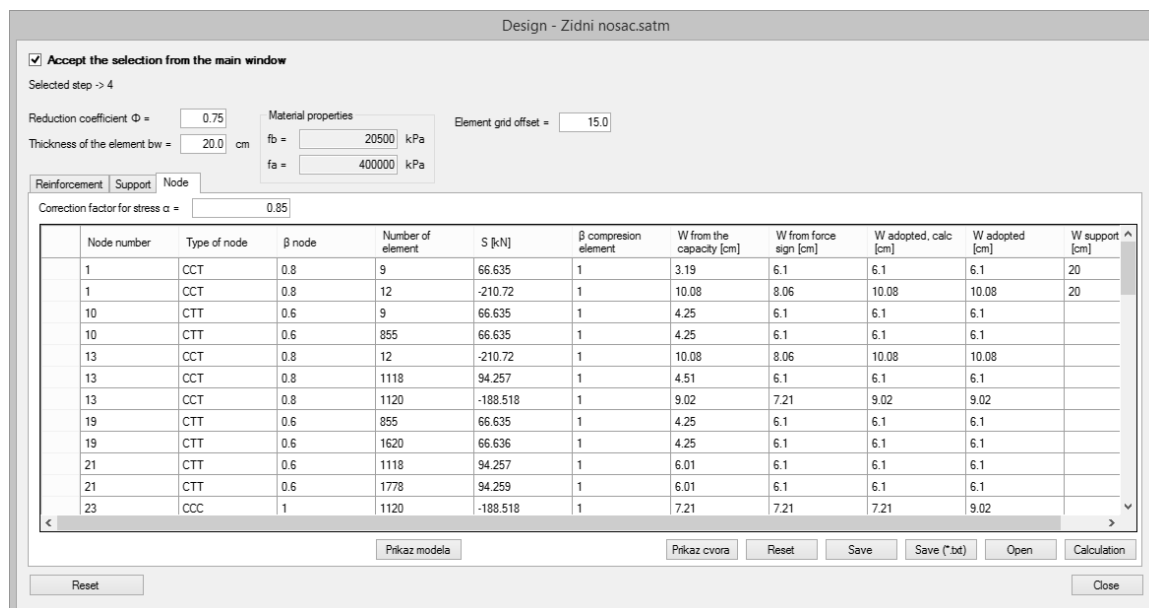


Slika 3.16 - Korisnički interfejs za tekstualni prikaz

U prozoru "Design" (Tab "Reinforcement") nudi se mogućnost određivanja potrebne armature na nivou celog nosača, slika 3.17. Na osnovu usvojenih ulaznih karakteristika materijala i automatski određenog Strut-and-Tie modela izračunava se armatura u pravcu zategnutih štapova kao i njoj ekvivalentna armatura u horizontalnom i vertikalnom pravcu. Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela mogu se videti u prozoru "Design" (Tab "Node"), slika 3.18. Analiza naponskog stanja u čvornim zonama Strut-and-Tie modela u programu „ST method“ prikazana je u poglavlju 3.3.3.3.



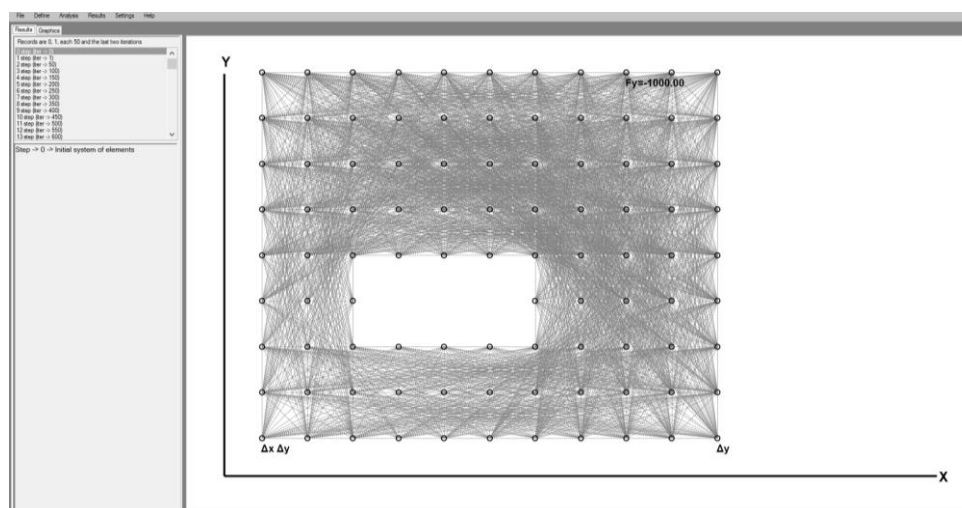
Slika 3.17 - Korisnički interfejs za određivanje potrebne količine armature



Slika 3.18 - Korisnički interfejs za određivanje dimenzija elemenata Strut-and-Tie modela

### 3.3.3.3 Opis primene programa „ST method“

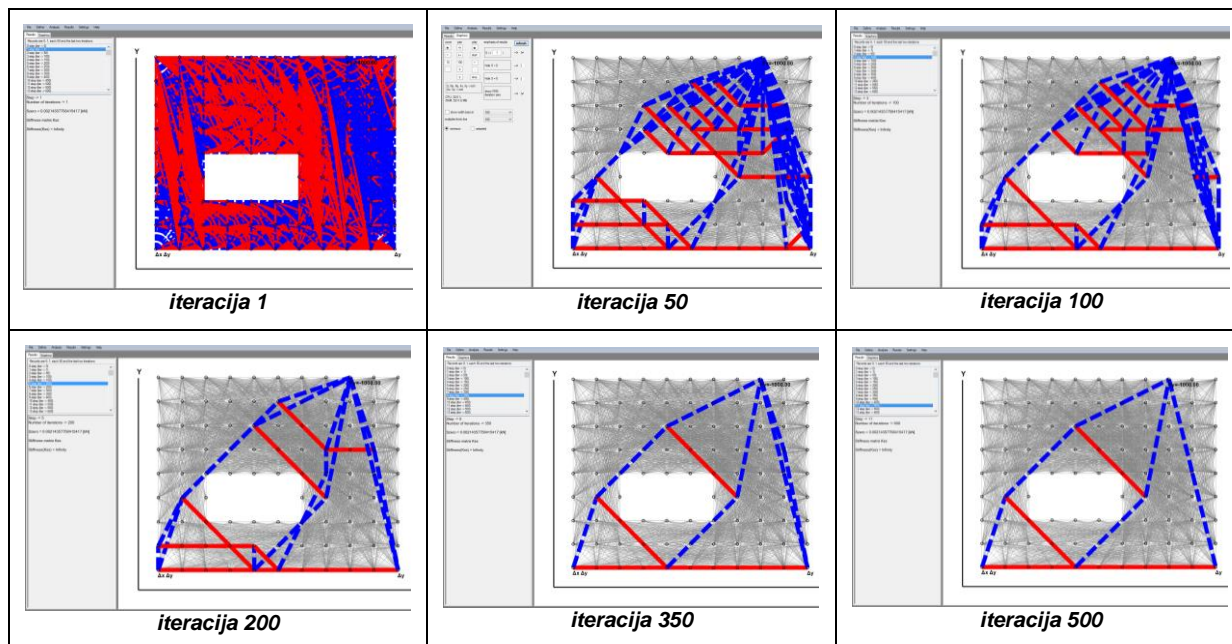
Rad sa programom „ST method“ može da se podeli u nekoliko glavnih faza: unos karakteristika materijala, formiranje mreže konačnih elemenata, proračun, prikaz rezultata i dimenzionisanje. Formiranje mreže konačnih elemenata se obavlja pomoću „alata“ na formi „FEM“, slika 3.13. Uporedo sa postupnim formiranjem modela postoji mogućnost i njegovog vizuelnog prikaza, a to olakšava unos i kontrolu parametara mreže. Slika 3.19 prikazuje primer formiranog modela za analizu na radnoj površini programa.



Slika 3.19 - Radna površina programa „ST method“ – FEM (96 čvorova i 1901 element)

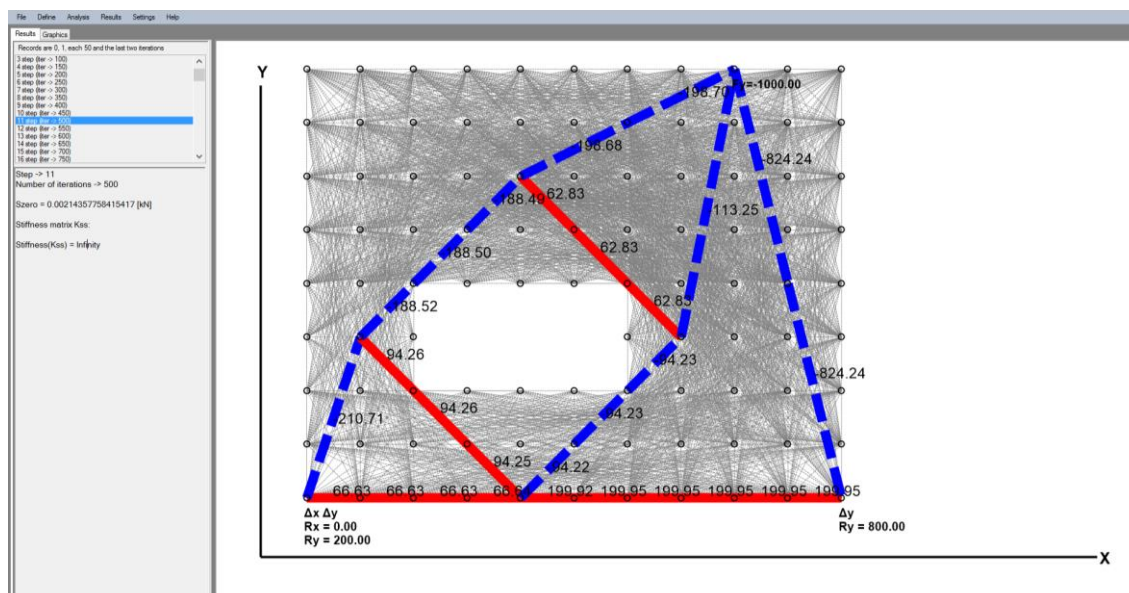
U narednoj fazi, koja se odnosi na određivanje Strut-and-Tie modela, definišu se parametri kontrole toka proračuna na formi „Control of Analysis“, slika 3.14. Proračun je iterativan, kod koga se u svakoj iteraciji određuju nove karakteristike prostih štapova na osnovu izraza (12), a to ima za posledicu formiranje nove matrice krutosti sistema za svaku iteraciju posebno. Ovakva analiza, koja je linearna, zbog karakterističnih faza proračuna u svakoj iteraciji

„podseća“ na nelinearne analize. Rezultati se mogu tekstualno i grafički prikazati posebno za svaku snimljenu iteraciju proračuna, slika 3.20.



Slika 3.20 - Radna površina programa sa prikazanim karakterističnim iteracijama (96 čvorova i 1901 element)

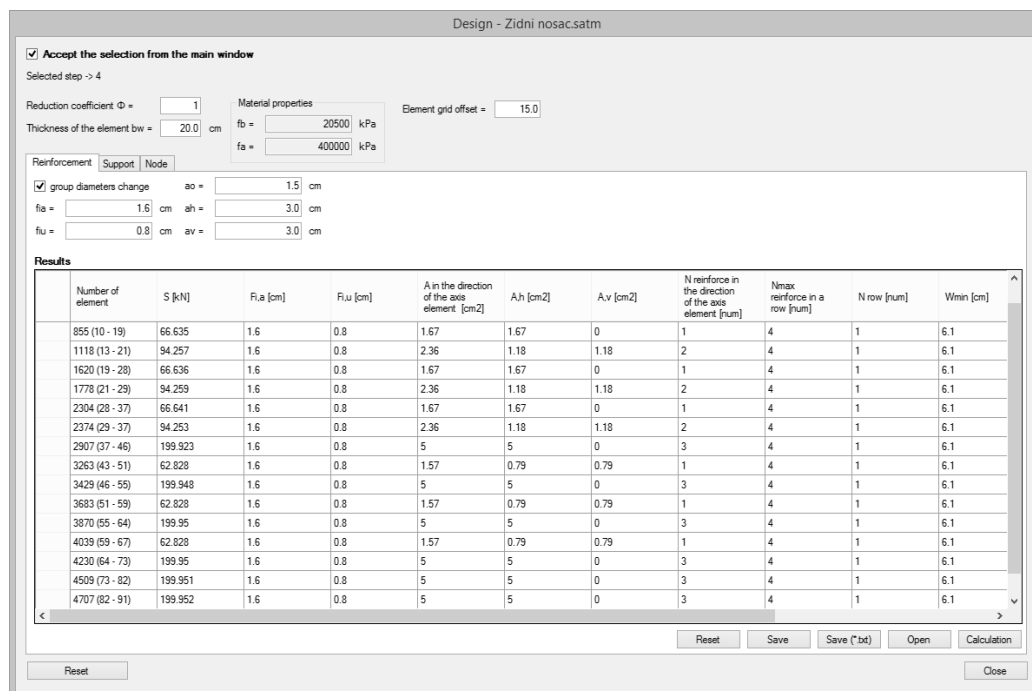
Slika 3.21 grafički prikazuje oblik automatski određenog Strut-and-Tie modela sa silama u prostim štapovima i reakcijama oslonaca. Grafički prikaz ulaznih podataka modela i rezultata analize se može kontrolisati u prozoru "Graphic", slika 3.15.



Slika 3.21 - Radna površina sa prikazanim Strut-and-Tie modelom

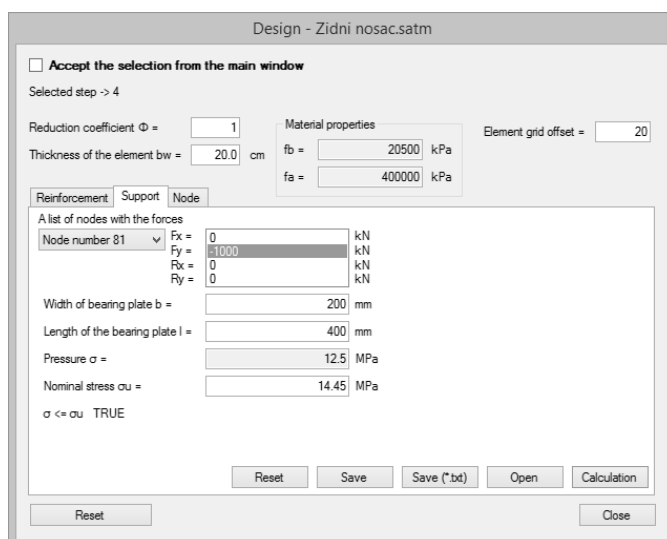
Strut-and-Tie model, slika 3.21, može dalje da se koristi za dimenzionisanje upotrebom „alata“ definisanih u prozoru "Design", slika 3.22, koji omogućava određivanje potrebne armature u pravcu zategnutih prostih štapova kao i njoj ekvivalentne, horizontalna i vertikalna

armatura u elementu. Za usvojeni prečnik armaturne šipke, u programu „ST method“ određuju se dimenzije zategnutih štapova, u skladu sa pravilima datim u poglavlju 2.4.3



Slika 3.22 - Prozor za određivanje potrebne armature u Strut-and-Tie modelu

Prozor “Design” ima mogućnost provjere lokalnih napona pritiska kod ležišnih ploča preko kojih se nanosi spoljašnje opterećenje ili se nosač oslanja, slika 3.23. Dozvoljene vrednosti napona pritiska za čvorove ležišnih ploča izračunavaju se prema poglavlju 2.4.2. U prozoru “Design” se mogu očitati minimalne dimenzije pritisnutih i zategnutih štapova Strut-and-Tie modela koje se izračunavaju u skladu sa pravilima datim u poglavljima 2.4.1, 2.4.2 i 2.4.3. One se eventualno mogu korigovati na osnovu inženjerske procene u skladu sa geometrijom čvornih zona i konturama nosača, slika 3.24.



Slika 3.23 - Kontrola lokalnog napona pritiska kod ležišne ploče, u prozoru “Design”



Design - Zidni nosacsatm

Accept the selection from the main window

Selected step -> 4

Reduction coefficient  $\Phi =$   Material properties  
 Thickness of the element  $t_w =$   cm  $f_b =$   kPa  $f_a =$   kPa Element grid offset =

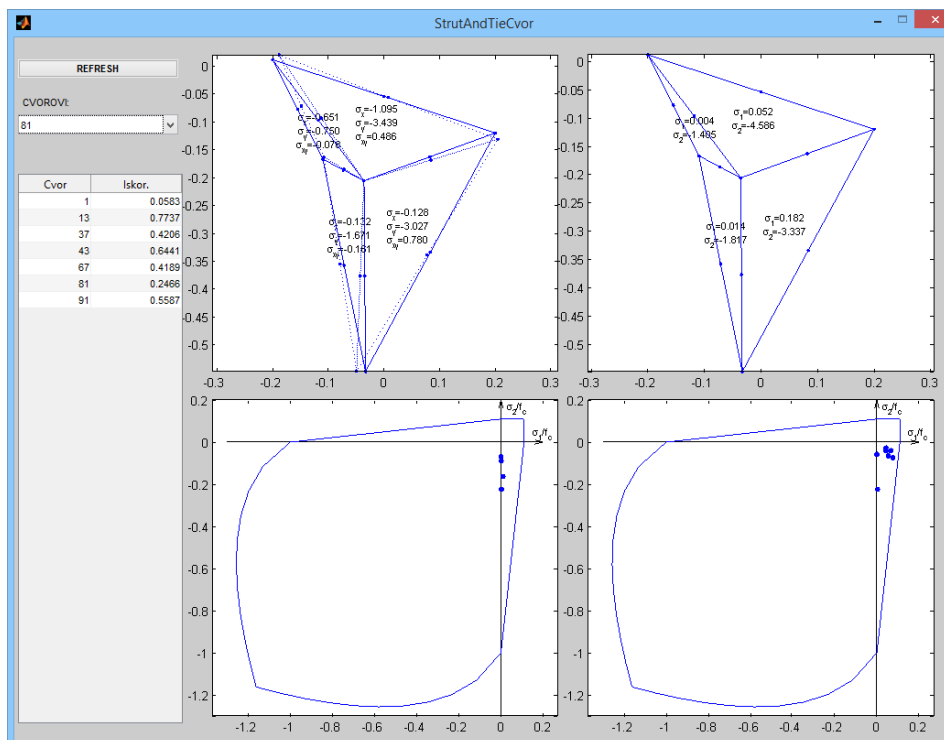
Reinforcement Support Node  
 Correction factor for stress  $\alpha =$

Node number	Type of node	$\beta$ node	Number of element	S [kN]	$\beta$ compression element	W from the capacity [cm]	W from force sign [cm]	W adopted, calc [cm]	W adopted [cm]	W suppo [cm]
64	CTT	0.6	3870	199.95	1	9.56	6.1	9.56	9.56	
64	CTT	0.6	4230	199.95	1	9.56	6.1	9.56	9.56	
67	CCT	0.8	3958	-94.235	1	3.38	2.7	3.38	10	
67	CCT	0.8	4039	62.828	1	2.25	6.1	6.1	6.1	
67	CCT	0.8	4337	-113.253	1	4.06	3.25	4.06	15	
73	CTT	0.6	4230	199.95	1	9.56	6.1	9.56	9.56	
73	CTT	0.6	4509	199.951	1	9.56	6.1	9.56	9.56	
81	CCC	1	4167	-198.699	1	5.7	5.7	5.7	20	40
81	CCC	1	4337	-113.253	1	3.25	3.25	3.25	15	40
81	CCC	1	4685	-824.255	1	23.65	23.65	23.65	33	40
82	CTT	0.6	4509	199.951	1	9.56	6.1	9.56	9.56	
82	CTT	0.6	4707	199.952	1	9.56	6.1	9.56	10	
86	CCC	1	4685	-824.255	1	23.65	23.65	23.65	33	
86	CCC	1	4765	-824.255	1	23.65	23.65	23.65	33	
91	CCT	0.8	4707	199.952	1	7.17	6.1	7.17	10	30
91	CCT	0.8	4765	-824.255	1	29.56	23.65	29.56	33	30

Buttons: Prikaz modela, Prikaz cvora, Reset, Save, Save (\*.txt), Open, Calculation, Close

Slika 3.24 - Dimenzije štapova Strut-and-Tie modela u prozoru "Design"

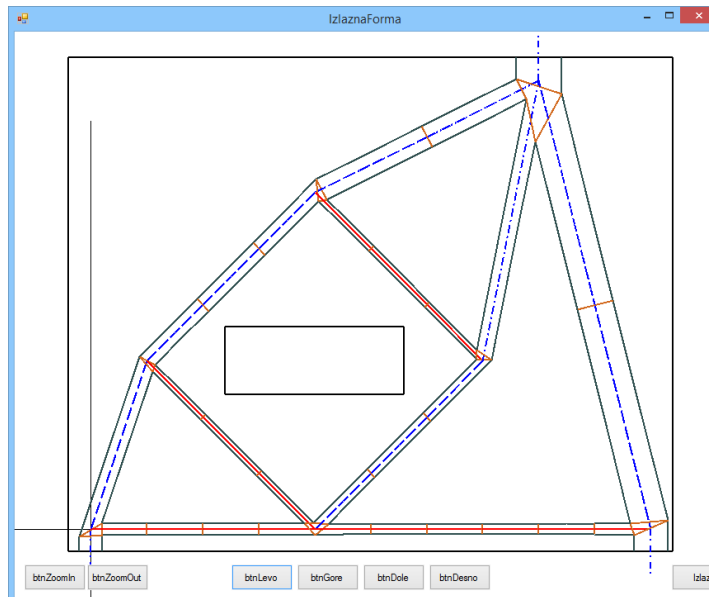
Na osnovu predloženog načina kontrole čvorne zone Strut-and-Tie modela prikazanog u poglavlju 3.3.3.1, na slici 3.25, prikazan je prozor "StrutAndTieCvor", napisan u programskom jeziku MATLAB, kao dodatni modul programa "ST method", gde se mogu sprovesti naponske kontrole u čvorovima. Od četiri slike, prva pokazuje pomeranje čvorova trougaonih konačnih elemenata zamenjujućeg mnogougona, kao i komponentalne vrednosti napona,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  i  $\sigma_{xy}$ , u čvornoj zoni.



Slika 3.25 - Prozor za proveru naponskog stanja čvornih zona

Druga slika u prozoru "StrutAndTieCvor" prikazuje vrednosti glavnih napona,  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , u trougaonim konačnim elementima. Treća slika prikazuje gde se nalaze vrednosti glavnih

napona svakog trougaonog konačnog elementa iz mnogougona, u odnosu na biaksijalno naponsko stanje, prema Kupfer-ovom kriterijumu. Četvrta slika daje uvid u naponsko stanje svih čvornih zona Strut-and-Tie modela, tako što se prikazuju naponski najiskorišćeniji trougaoni konačni elementi u svakoj čvornoj zoni. Grafički prikaz konačnog Strut-and-Tie modela dat je na slici 3.26.



Slika 3.26 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata

Provera pouzdanosti predloženog  
algoritma optimizacije 4



## 4 PROVERA POUZDANOSTI PREDLOŽENOG ALGORITMA OPTIMIZACIJE

### 4.1 PROVERA POUZDANOSTI PROGRAMA „ST METHOD“ PREMA LITERATURI

U cilju potvrde pouzdanosti predloženog algoritma koji je implementiran u program „ST method“ urađena je analiza za više različitih armiranobetonskih ravanskih nosača. Pouzdanost predloženog algoritma je procenjena na osnovu poređenja vrednosti sila u štapovima i oblika Strut-and-Tie modela između rešenja dobijenih programom „ST method“ i pojedinih rešenja datih u referentnoj literaturi koja su eksperimentalno potvrđena [42], [114], [177], [181], [216]. Takođe, prikazana je i kontrola oblika Strut-and-Tie modela poređenjem rasporeda glavnih napona određenih primenom komercijalnog programa Ansys sa rešenjima dobijenim primenom programa „ST method“.

Nosač statičkog sistema proste grede, tzv. visoka greda, opterećen koncentrisanom silom koja deluje u sredini raspona, sa geometrijskim i mehaničkim karakteristikama, prikazan je u tabeli 4.1.

Tabela 4.1 - Visoka greda - Karakteristike nosača

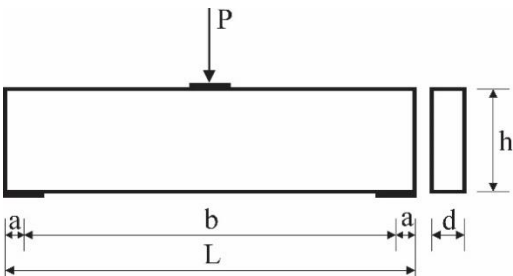
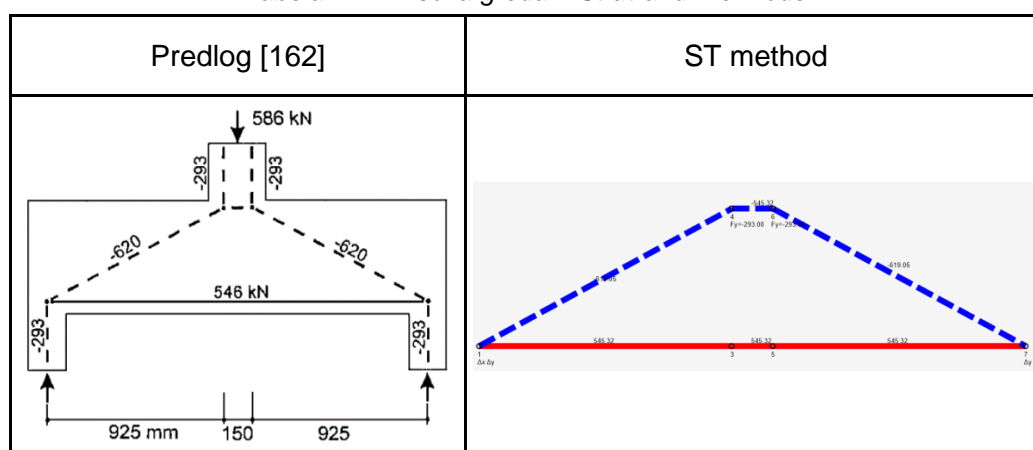
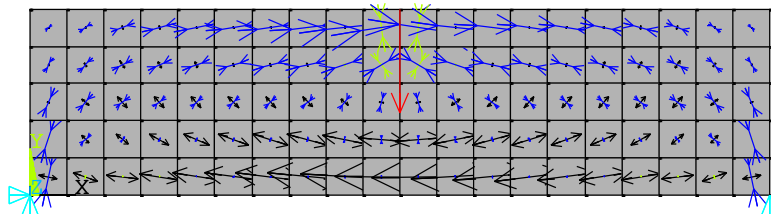
Nosač	Karakteristike	Aksijalne sile u štapovima [kN]	
		Predlog [162]	ST method
	L = 220 cm a = 10 cm b = 200 cm h = 60 cm d = 20 cm P = 586 kN E = 31,5GPa	- 620	- 619,05
		+ 546	+ 545,32

Tabela 4.2 - Visoka greda – Strut-and-Tie model



Predložen Strut-and-Tie model, prema [162], kao i rezultati analize dobijeni primenom programa „ST method“ dati su u tabelama 4.1 i 4.2. Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da se model dobijen primenom programa „ST method“ i predloženi model [162] podudaraju po obliku i vrednostima aksijalnih sila u prostim štapovima. Na osnovu prikazanih trajektorija glavnih napona visoke grede, slika 4.1, može se zaključiti da predloženi Strut-and-Tie model prati pravce prostiranja glavnih napona.



Slika 4.1 - Visoka greda – trajektorije glavnih napona

Nosač statičkog sistema proste grede koji je simetrično opterećen sa dve koncentrisane sile u trećinama raspona, sa geometrijskim i mehaničkim karakteristikama sistema, prikazan je u tabeli 4.3. Predložen Strut-and-Tie model, prema [162] i rezultati analize dobijeni primenom programa „ST method“ dati su u tabelama 4.4 i 4.3. Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da se model dobijen primenom programa „ST method“ i predloženi model [162] podudaraju po obliku i vrednostima aksijalnih sila u štapovima. Na osnovu prikazanih trajektorija glavnih napona visoke grede, slika 4.20, može se zaključiti da predloženi Strut-and-Tie model prema programu „ST method“ prati pravce prostiranja glavnih napona.

Tabela 4.3 - Visoka greda 1 i 2

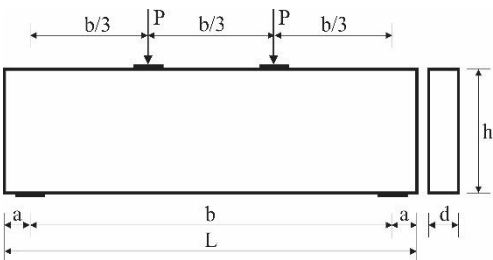
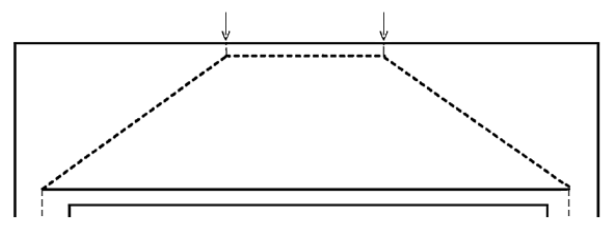
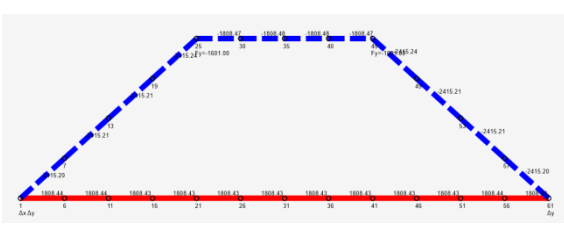
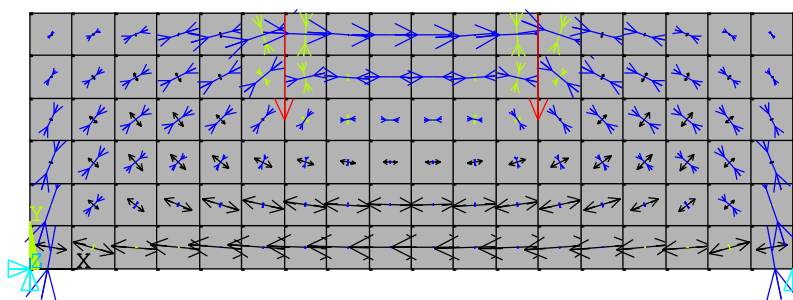
Nosач	Karakteristike	Aksijalne sile u štapovima [kN]			
		Predlog [162]		ST method	
		V.g.1	V.g.2	V.g.1	V.g.2
	L = 690,8 cm a = 40,6 cm b = 609,6 cm h = 203,2 cm d = 50,8 cm P = 1601 kN E = 31,5GPa	+ 1806	+ 1806	+ 1808	+ 1808
			- 2411		- 2415
		- 2411	- 1806	- 2415	- 1808
			1601		1601

Tabela 4.4 - Visoka greda 1 – Strut-and-Tie model

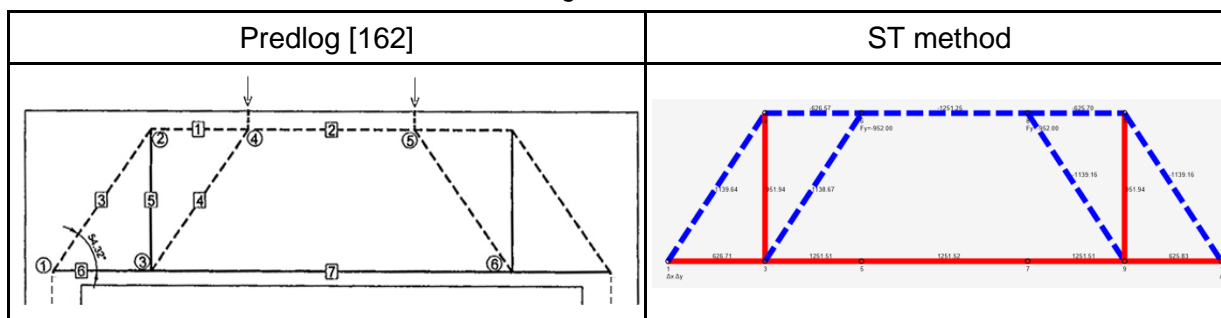
Predlog [162]	ST method
	



Slika 4.2 - Visoka greda 1 i 2 – trajektorije glavnih napona

Za nosač karakteristika datih u tabeli 4.3, predložen oblik Strut-and-Tie modela iz literature [162] i rezultati analize dobijeni primenom programa „ST method“ dati su u tabelama 4.5 i 4.3. Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da se modeli odgovaraju po obliku i vrednostima aksijalnih sila u štapovima. Prema slici 4.2, zaključuje se da predloženi Strut-and-Tie model prati pravce prostiranja glavnih napona.

Tabela 4.5 - Visoka greda 2 – Strut-and-Tie model

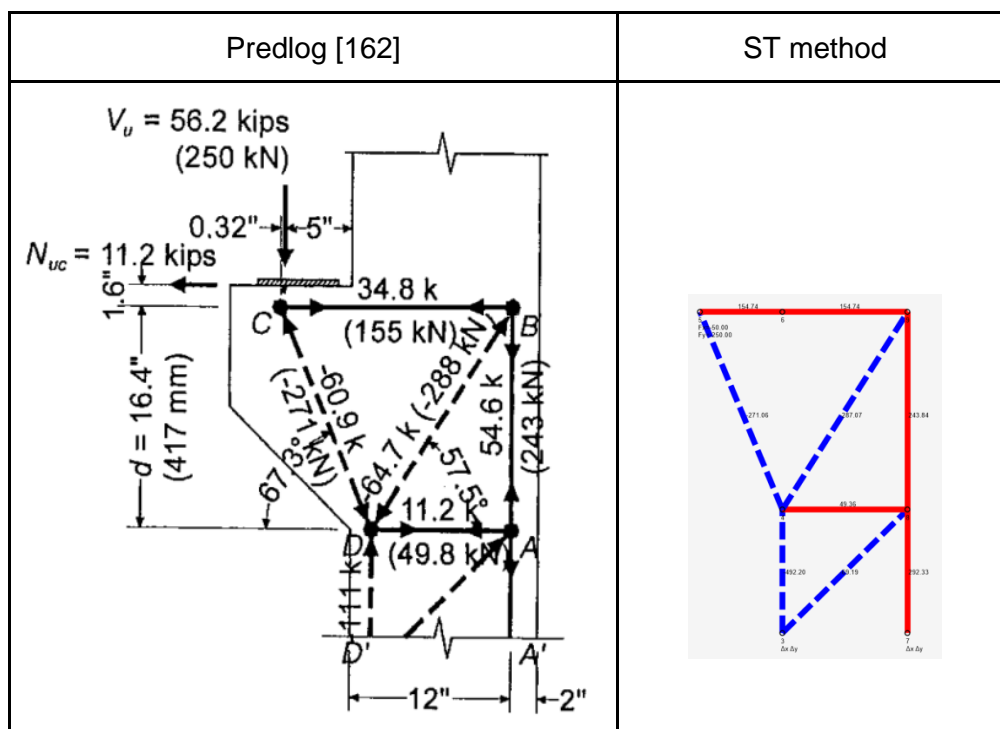


Kratki element koji je opterećen sa dve koncentrisane sile, horizontalnom i vertikalnom, kao i geometrijske i mehaničke karakteristike sistema, prikazani su u tabeli 4.6. Predložen Strut-and-Tie model [162] i rezultati analize dobijeni primenom programa „ST method“ dati su u tabelama 4.7 i 4.6. Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da se model dobijen primenom programa „ST method“ i predloženi model [162] podudaraju po obliku i vrednostima aksijalnih sila u štapovima.

Tabela 4.6 - Kratki element

Nosač	Karakteristike	Aksijalne sile u štapovima [kN]	
		Predlog [162]	ST method
	B = 56 cm b <sub>1</sub> = 35,6 cm h <sub>1</sub> = 22,86 cm h <sub>2</sub> = 22,86 cm H = 45,72 cm P <sub>1</sub> = 250 kN P <sub>2</sub> = 50 kN E = 31.5GPa	49,80	49,36
		155,00	154,74
		243,00	243,84
		-271,00	-271,06
		-288,00	-287,07
		-493,77	-492,20

Tabela 4.7 - Kratki element – Strut-and-Tie model



Na osnovu prikazanih trajektorija glavnih napona kratkog elementa, slika 4.3 (levo), može se zaključiti da predloženi Strut-and-Tie model prati pravce prostiranja glavnih napona.

Dvostruki kratki element opterećen sa po dve koncentrisane sile na oba prepusta, sa geometrijskim i mehaničkim karakteristikama nosača, prikazan je u tabeli 4.8. Predloženi Strut-and-Tie model iz literature [162] i rezultati određeni programom „ST method“ prikazani su u tabelama 4.9 i 4.8. Dobijeni model i predložen iz literature se poklapaju po obliku i po silama, sa razlikom manjom od 0.4 %.

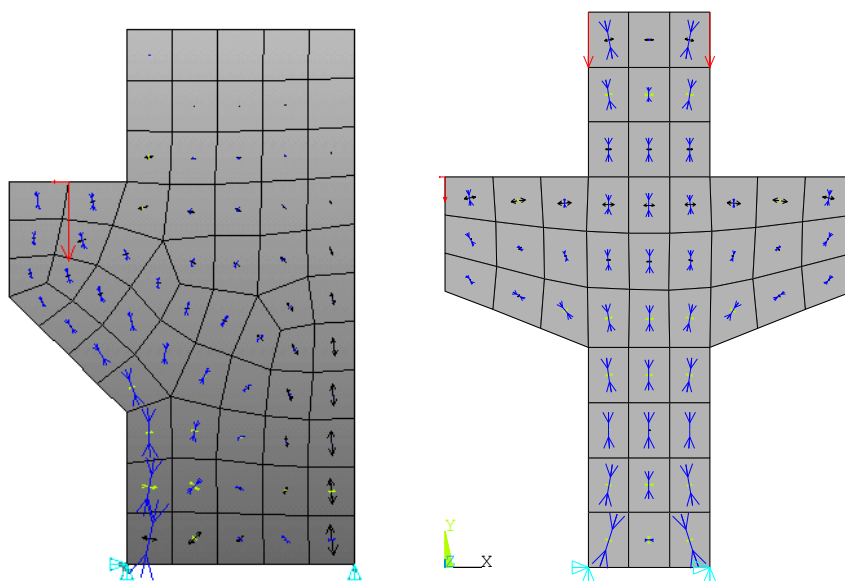
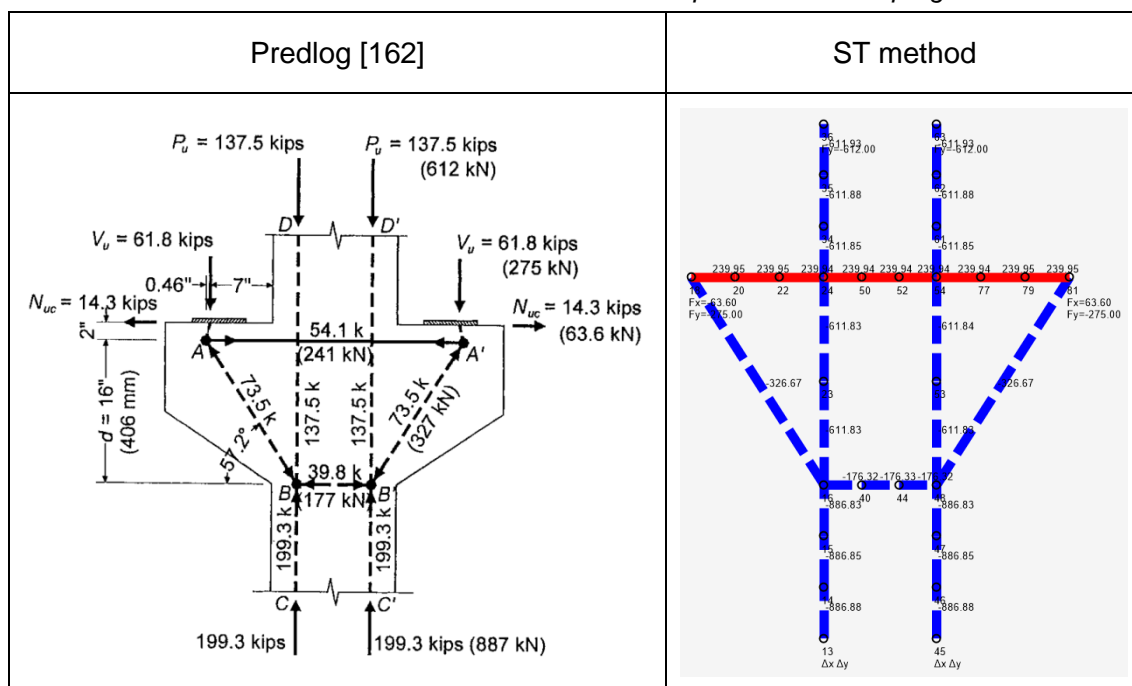
Na osnovu trajektorija glavnih napona, slika 4.3 (desno), može se zaključiti da predloženi Strut-and-Tie model iz programa „ST method“ odgovara predlogu iz literature, tabela 4.90, prema pravcima trajektorije glavnih napona.

Tabela 4.8 - Dvostruki kratki element

Nosač	Karakteristike	Aksijalne sile u štapovima [kN]	
		Predlog [162]	ST method
	B = 96,6 cm	-612	-611,83
	b <sub>1</sub> = 35,6 cm	+241	+239,94
	h <sub>1</sub> = 20,3 cm	327	-326,67
	h <sub>2</sub> = 25,4 cm	-612	-611,88
	H = 45,7 cm	-887	-886,88
	P <sub>1</sub> = 275 kN		
	P <sub>2</sub> = 63.6 kN		
	P <sub>3</sub> = 612 kN		
	E = 31.5GPa		



Tabela 4.9 - Dvostruki kratki element - Strut-And-Tie model prema literaturi i programu "ST method"



Slika 4.3 - Trajektorije glavnih napona - kratki element (levo), dvostruki kratki element (desno)

Obrnuti „T” poprečni presek koji je simetrično opterećen sa po dve koncentrisane sile i geometrijske i mehaničke karakteristike sistema prikazane su u tabeli 4.10. Predložen Strut-and-Tie model [162] i rezultati analize dobijeni primenom programa „ST method“ dati su u tabelama 4.11 i 4.10. Na osnovu prikazanih rezultata može da se zaključi da se Strut-and-Tie model dobijen primenom programa „ST method“ i predloženi model [162] podudaraju po obliku. Aksijalne sile u štapovima ova dva modela razlikuju se za ne više od približno 0,5 %, tabela 4.10.

Tabela 4.10 - Obrnuti "T" presek

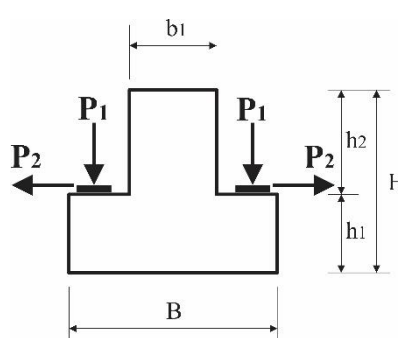
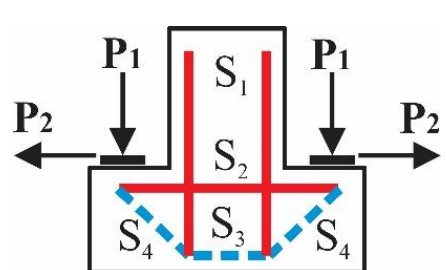
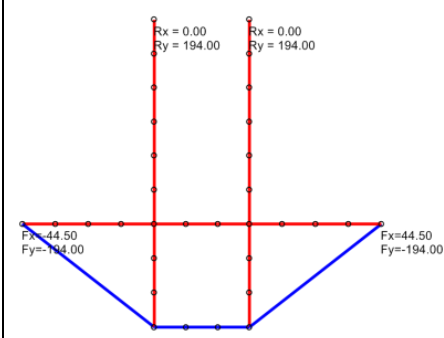
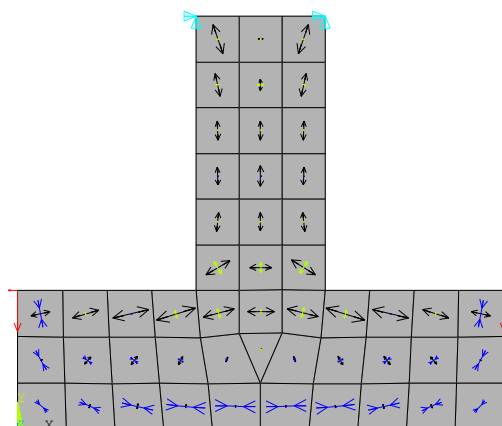
Noslač	Karakteristike	Aksijalne sile u štapovima [kN]	
		Predlog [162]	ST method
	B = 609 mm b1 = 255 mm h1 = 181 mm h2 = 254 mm H = 435 mm P1 = 194 kN P2 = 44.5 kN E = 31,5GPa	+194	+194
		+296	+295.21
		-252	-250.71
		-318	-317

Tabela 4.11 - Obrnuti "T" presek – Strut-And-Tie model

Predlog [162]	ST method
	

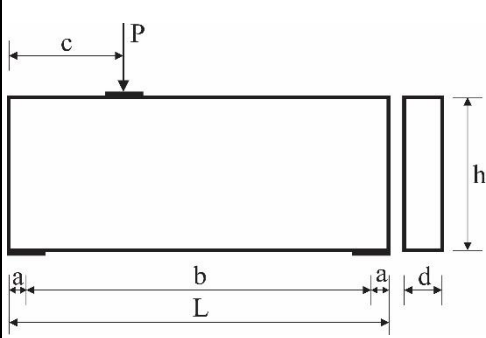
Na osnovu prikazanih trajektorija glavnih napona, slika 4.4, može se zaključiti da predloženi Strut-and-Tie model, tabela 4.11, prati pravce prostiranja glavnih napona.



Slika 4.4 - Obrnuti "T" presek – trajektorije glavnih napona

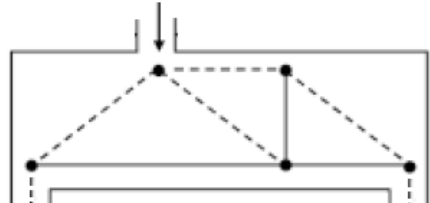
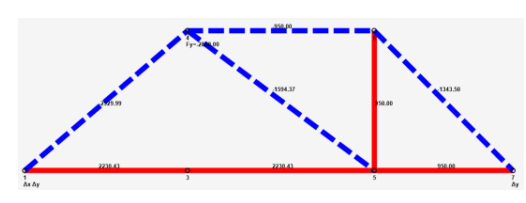
Visoka greda - deep beam, statičkog sistema proste grede koja je nesimetrično opterećena sa jednom koncentrisanom silom i geometrijske i mehaničke karakteristike nosača prikazane su u tabeli 4.12.

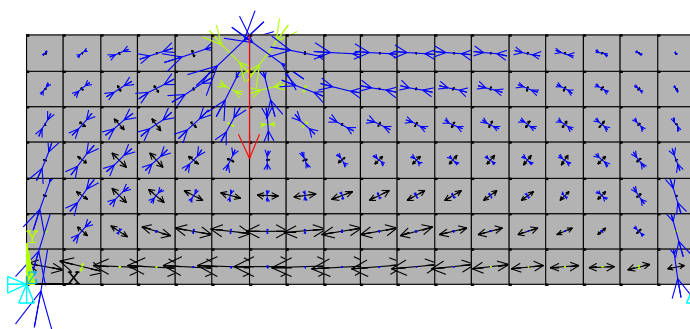
Tabela 4.12 - Visoka greda - deep beam

Nosач	Karakteristike	Aksijalne sile u štapovima [kN]	
		Predlog [216]	ST method
	L = 447 cm a = 20,3 cm b = 406,4 cm c = 134,6 cm h = 152,4 cm d = 50,8 cm P = 2848 kN E = 31,5GPa	+ 1931	+ 2067
		+ 966	+ 1033
		+ 943	+ 949
		- 2710	- 2806
		- 1353	- 1403
		- 966	- 1033
		1904	1899
		943	949

Predložen Strut-and-Tie model [216] i rezultati analize dobijeni primenom programa „ST method“ dati su u tabelama 4.13 i 4.12.

Tabela 4.13 - Visoka greda - deep beam – Strut-and-Tie model

Predlog [216]	ST method
	



Slika 4.5 - Visoka greda - deep beam – trajektorije glavnih napona

Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da se Strut-and-Tie model dobijen primenom programa „ST method“ i predloženi model [216] podudaraju po obliku, tabela 4.13. Aksijalne sile u štapovima ova dva modela razlikuju se za ne više od približno 7 %, tabela 4.12. Na osnovu prikazanih trajektorija glavnih napona visoke grede - deep beam, slika 4.5, može se zaključiti da predloženi Strut-and-Tie model, prati pravce prostiranja glavnih napona.

Primeri nosača i njihovi predloženi Strut-and-Tie modeli u literaturi kao i dobijeni oblici Strut-and-Tie modela korišćenjem programa „ST method“ prikazani su u tabelama, od 4.14 do 4.21.

Tabela 4.14 - Visoki zid sa otvorima – Strut-and-Tie model

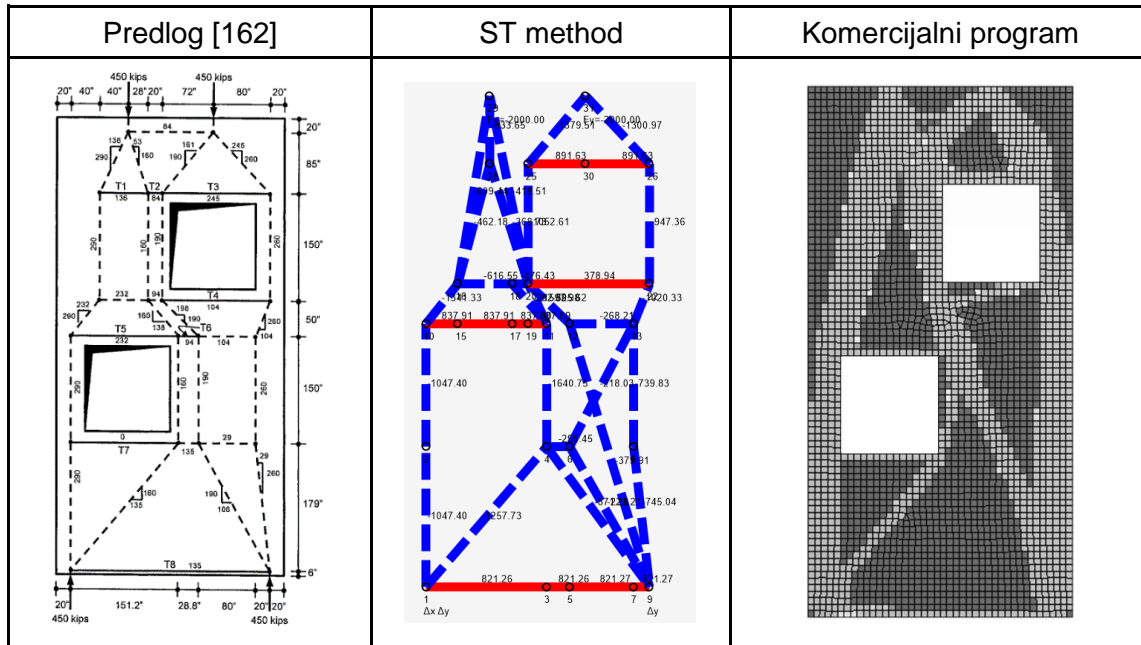


Tabela 4.15 - Visoka greda sa otvorom – Strut-and-Tie model

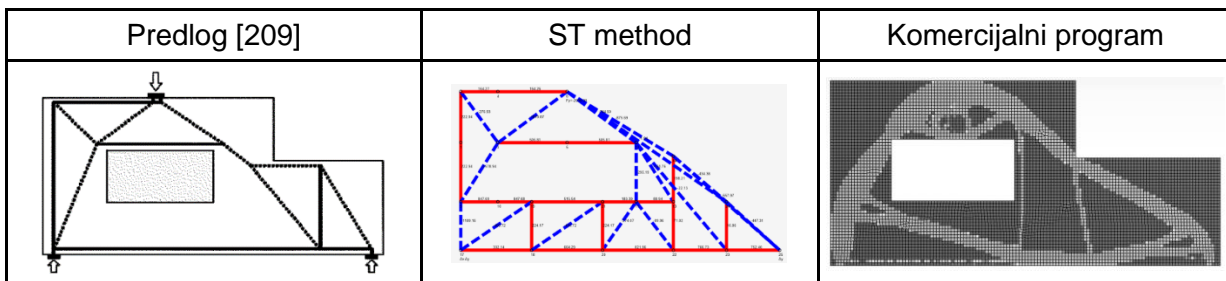


Tabela 4.16 - Visoki zid – Strut-and-Tie model

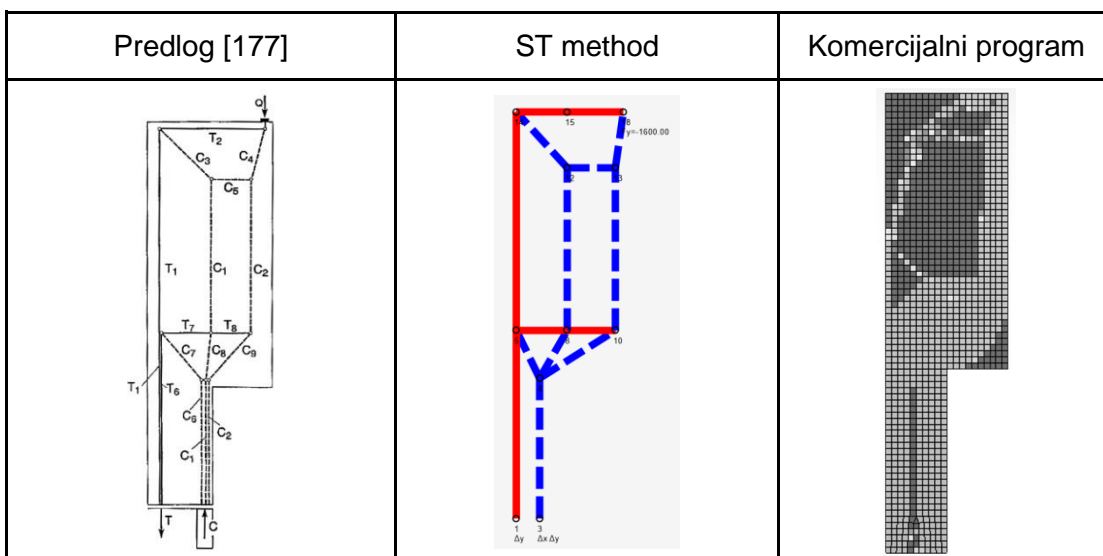


Tabela 4.17 - Gredni nosač – Strut-and-Tie model

Predlog [177]	
ST method	Komercialni program

Tabela 4.18 - Ugao grede i stuba – Strut-and-Tie model

Predlog [177]	ST method	Komercialni program
Predlog [181]	ST method	Komercialni program

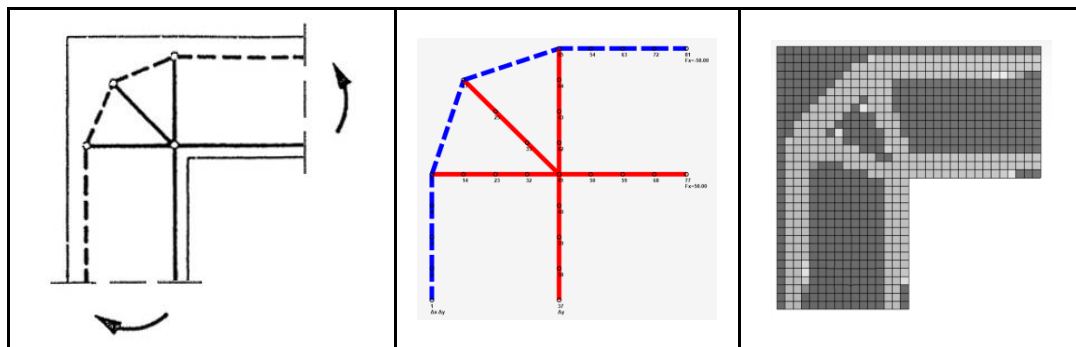


Tabela 4.19 - Visoka greda sa otvorima – Strut-and-Tie model

Predlog [42] i [114]	ST method	Komerrijalni program

Tabela 4.20 - Visoka greda – Strut-and-Tie model

Predlog [181]	ST method	Komerrijalni program

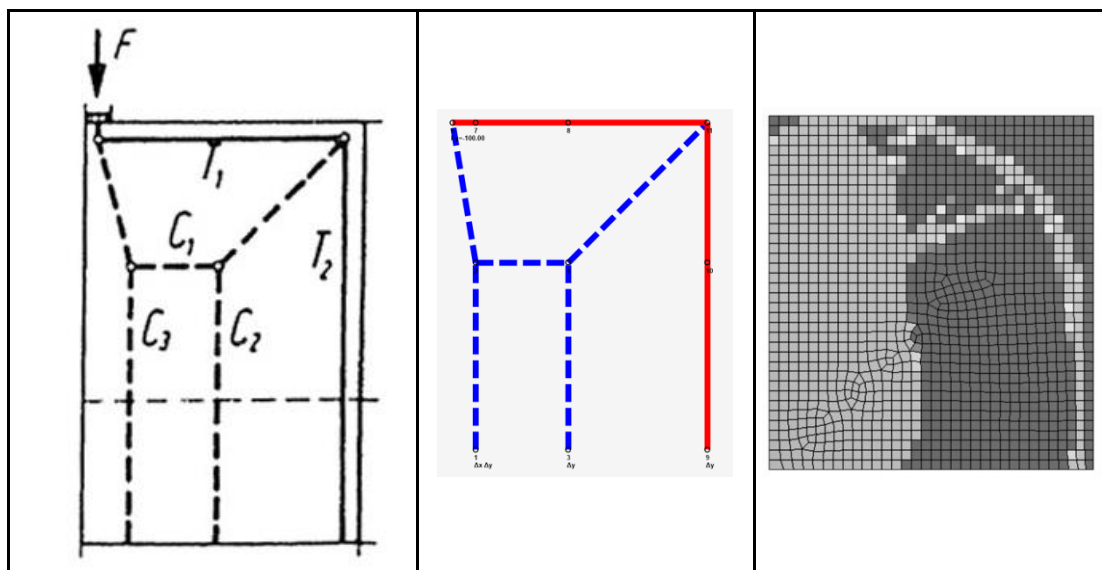


Tabela 4.21 - Kratki element – Strut-and-Tie model

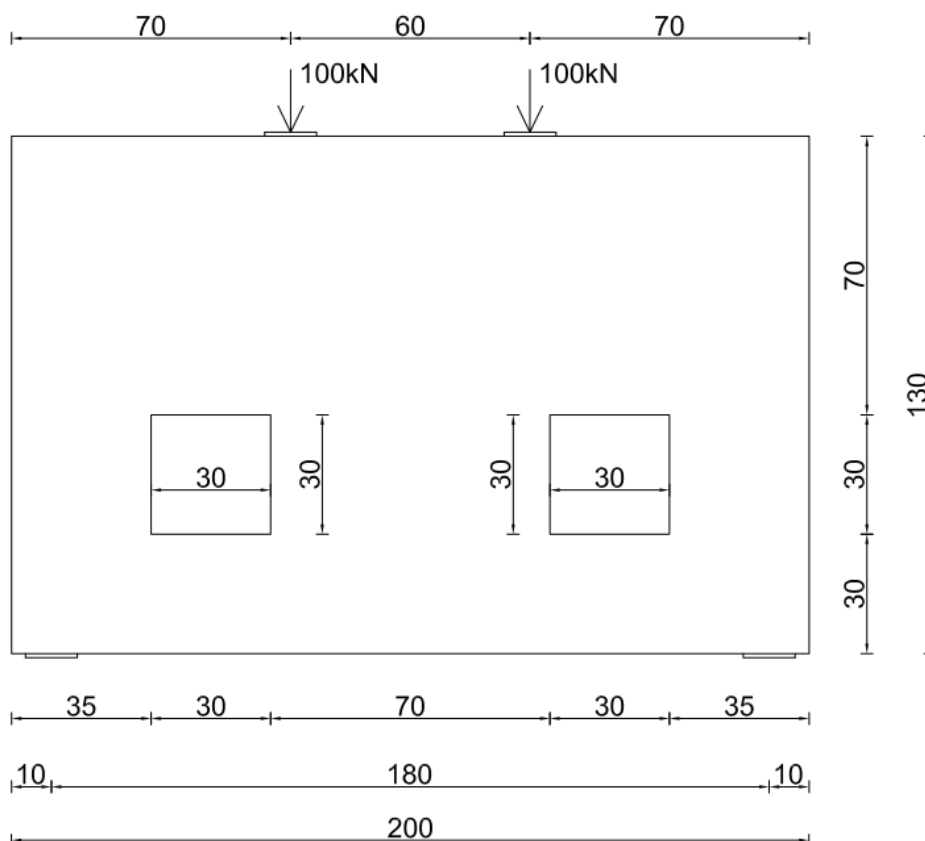
Predlog [181]	ST method	Komercijalni program

Na osnovu prikazanih rezultata u tabelama od 4.14 do 4.21 može se zaključiti da se Strut-and-Tie modeli dobijeni primenom programa „ST method“ i predloženi modeli iz literature podudaraju po obliku.

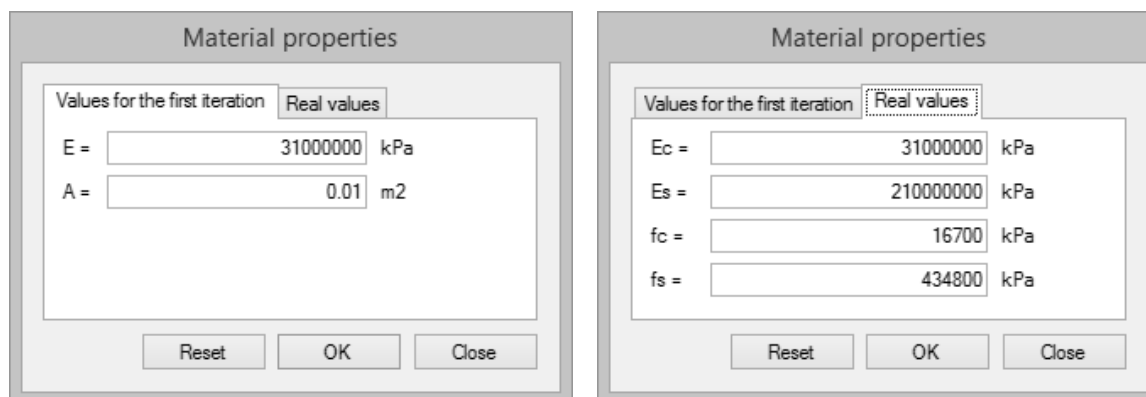


## 4.2 PRIMERI AB ZIDNIH NOSAČA U PROGRAMU „ST METHOD“

Armiranobetonski zidni nosači Z1, Z2 i Z3, debljine 10 cm i geometrijskih karakteristika prema slici 4.6, proračunati su u programu „ST method“. Za potrebe analize korišćeni su beton klase C25/30, sa redukovanom karakteristikom materijala, proračunskom čvrstoćom pri pritisku  $f_{cd} = 16,7$  MPa i armatura kvaliteta čelika B500B, sa proračunskom granicom razvlačenja  $f_{yd} = 434,8$  MPa, slika 4.7. Nosač je opterećen sa dve koncentrisane sile čije vrednosti iznose  $2 \times 100$  kN, slika 4.6.



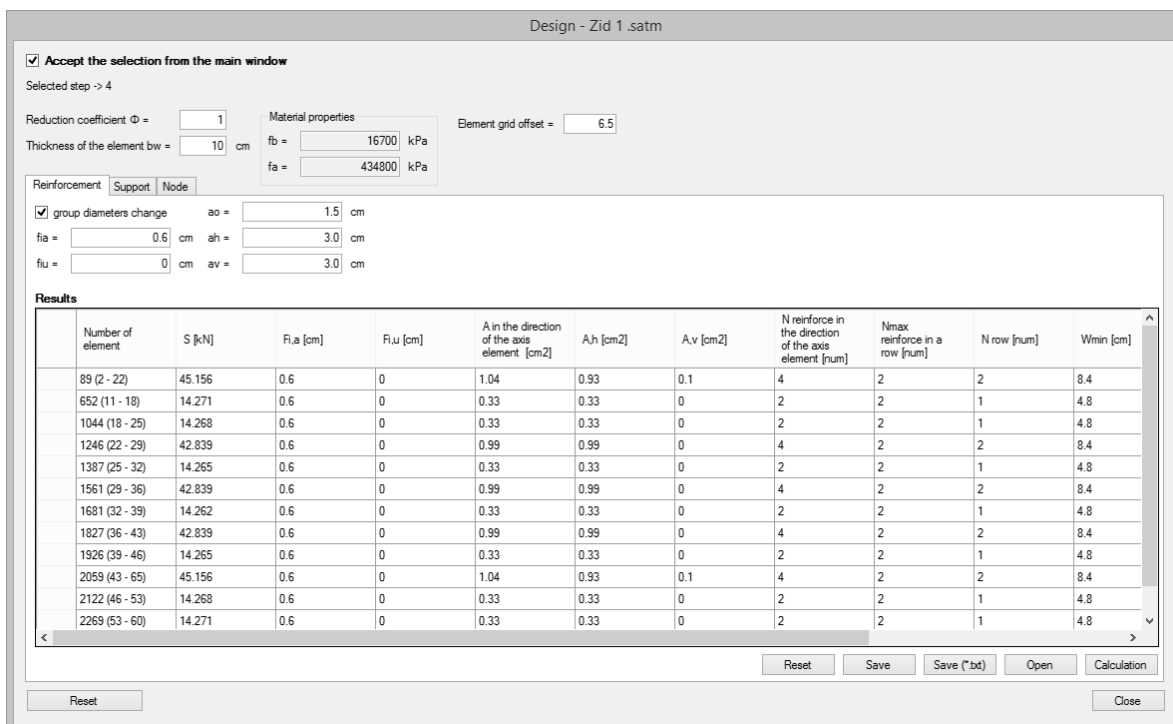
Slika 4.6 - Osnovne geometrijske veličine za slučajeve nosača Z1, Z2 i Z3



Slika 4.7 - Karakteristike materijala u programu „ST method“

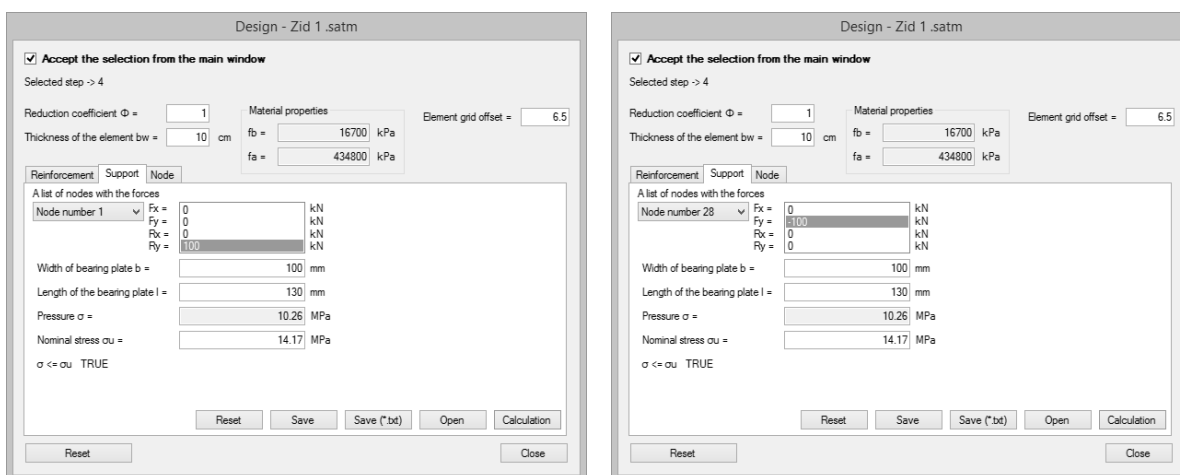






Slika 4.10 - Dimenzije zategnutih štapova nosača Z1

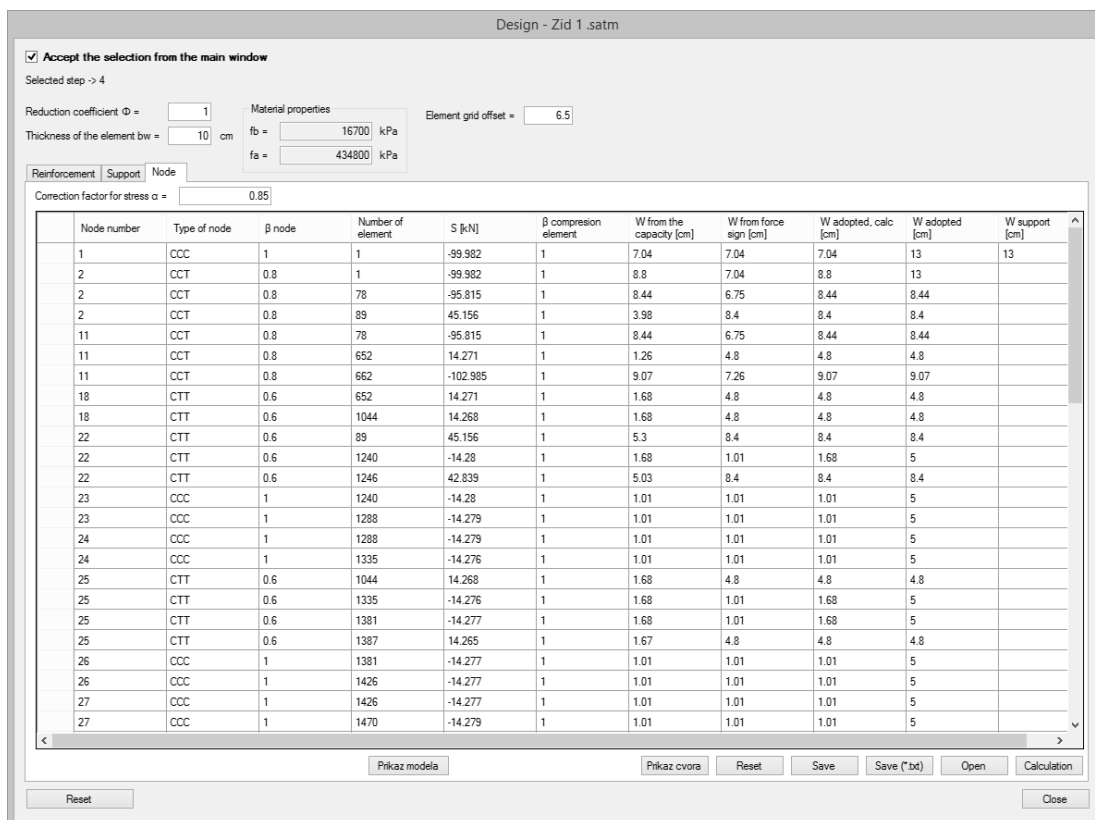
Lokalni naponi pritiska provereni su u zonama ležišnih ploča, na oslončkim mestima, čvorovi 1 i 64, i na mestima nanošenja opterećenja, čvorovi 28 i 49, slika 4.11. Oznake čvorova date su na slici 4.9. Dozvoljena vrednost napona pritiska za sve čvorove ležišnih ploča iznosi 14,17 MPa.



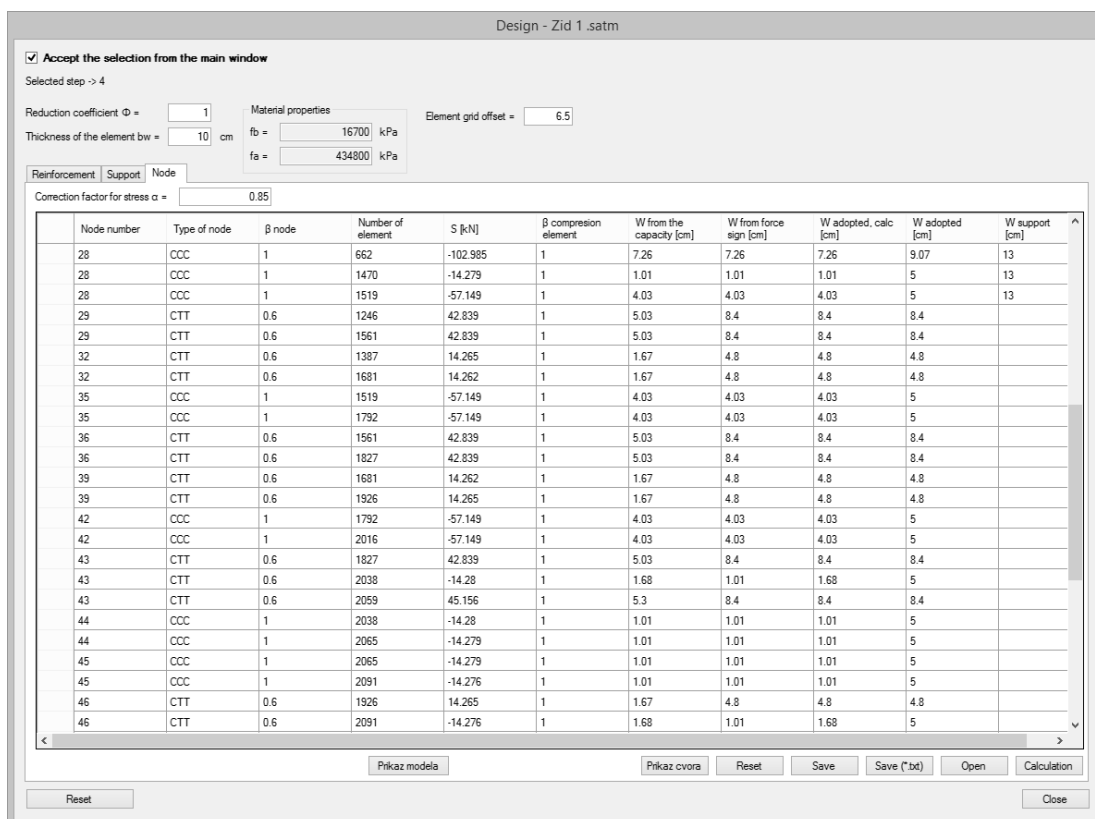
Slika 4.11 - Kontrola lokalnih napona, čvor 1/64 (levo) i čvor 28/49 (desno) - nosač Z1

Na slikama 4.12 do 4.14 prikazane su dimenzije štapova Strut-and-Tie modela. Naponske kontrole u čvorovima 2/65, 11/60, 22/43, 25/46 i 28/49, respektivno, prikazane su na slikama 4.15 do 4.19. Oznake čvorova date su na slici 4.9.

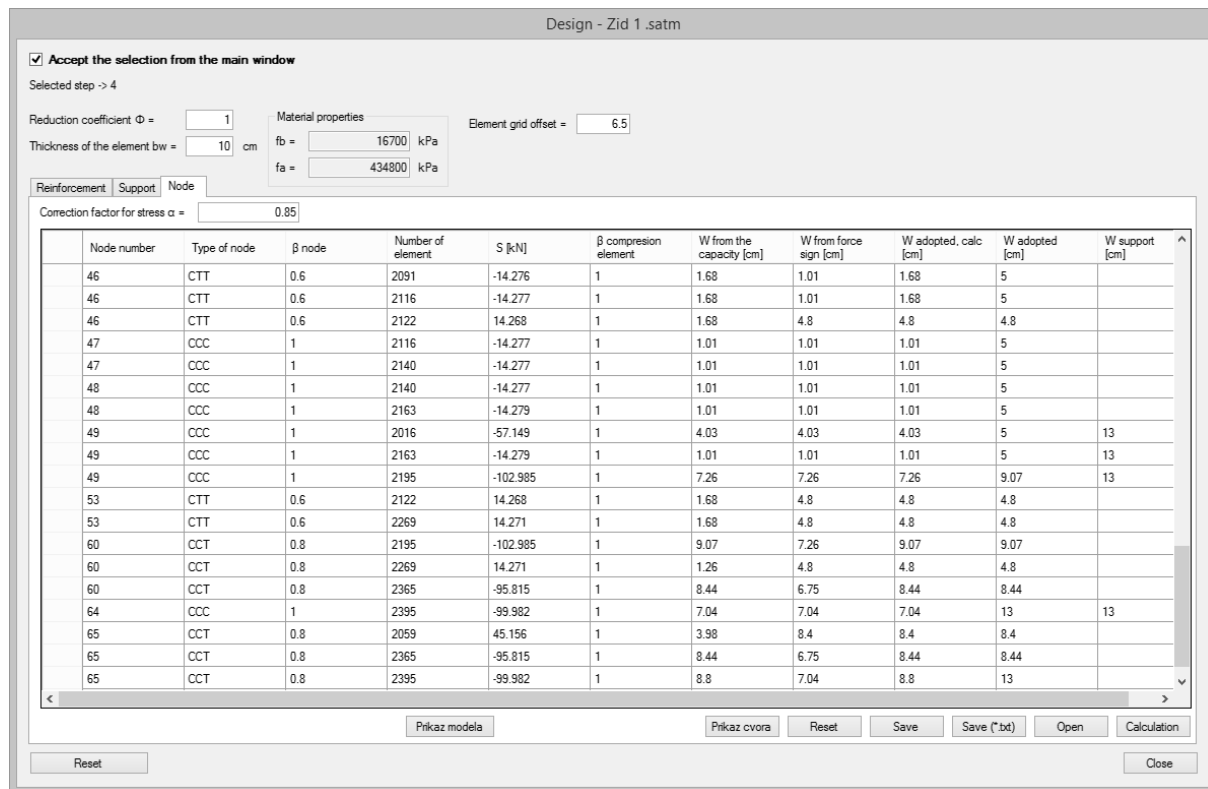
Strut-and-Tie model, sa konačnim dimenzijama elemenata, dobijen u programu „ST method“, prikazan je na slici 4.20.



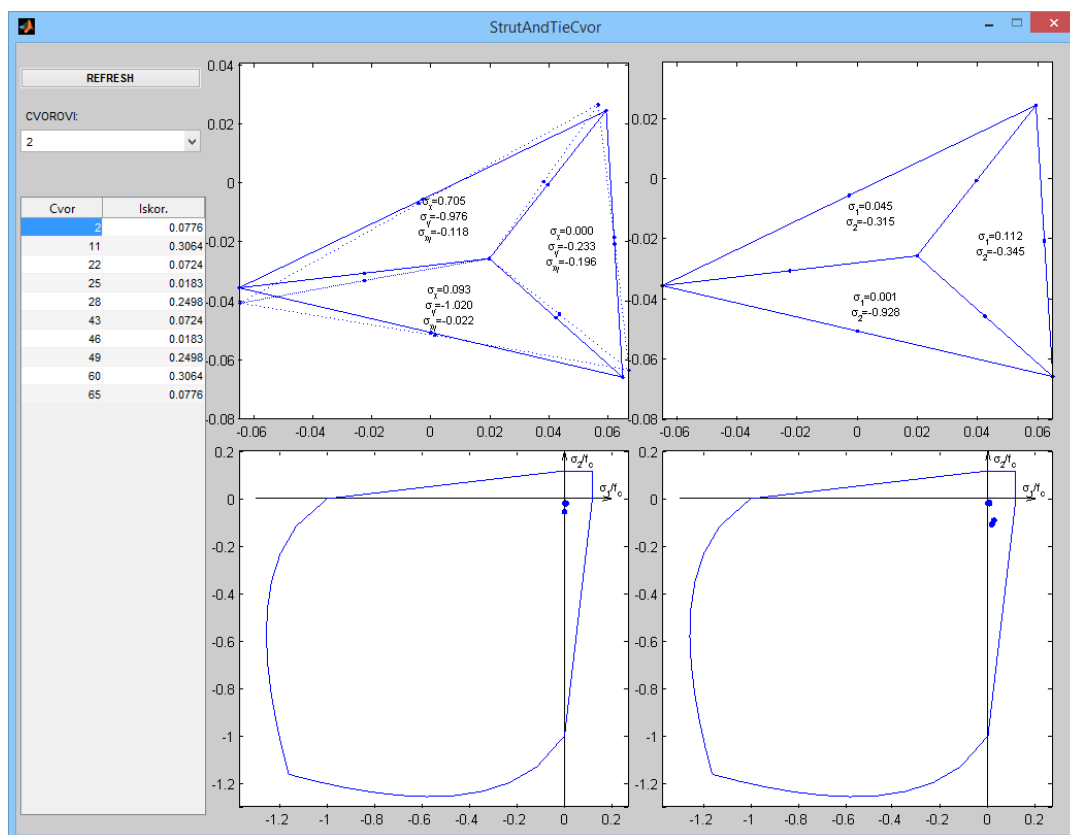
Slika 4.12 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z1



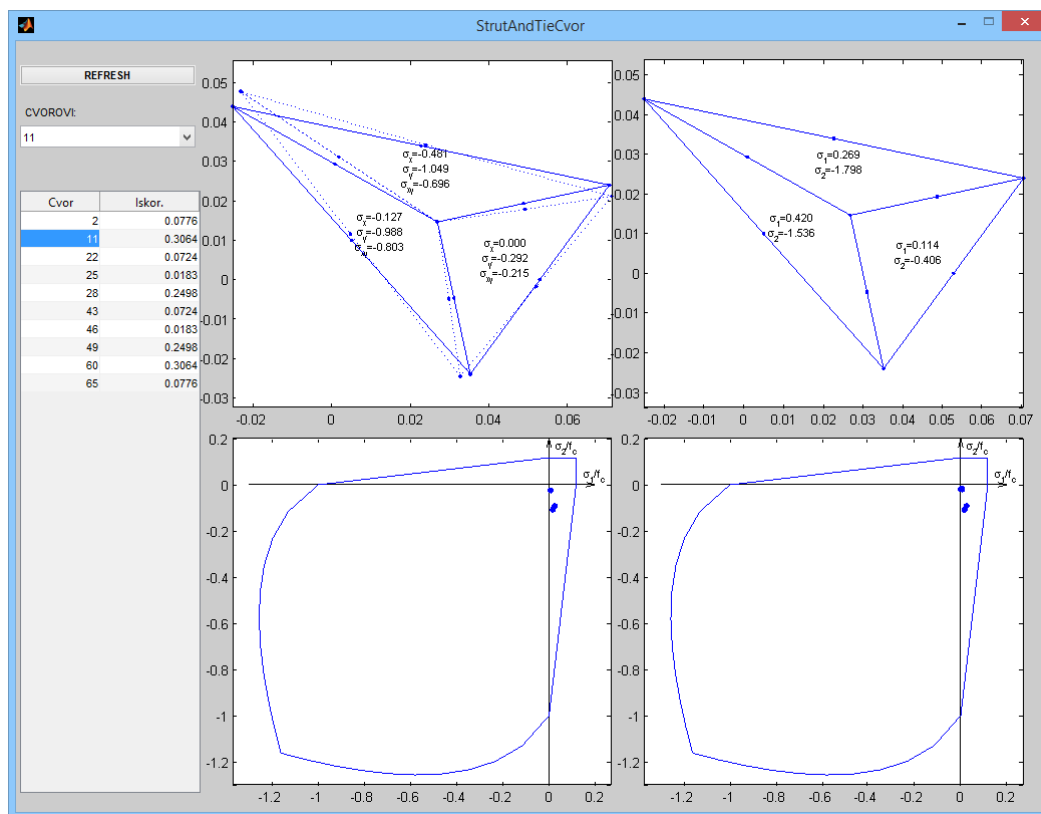
Slika 4.13 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z1 - nastavak 1



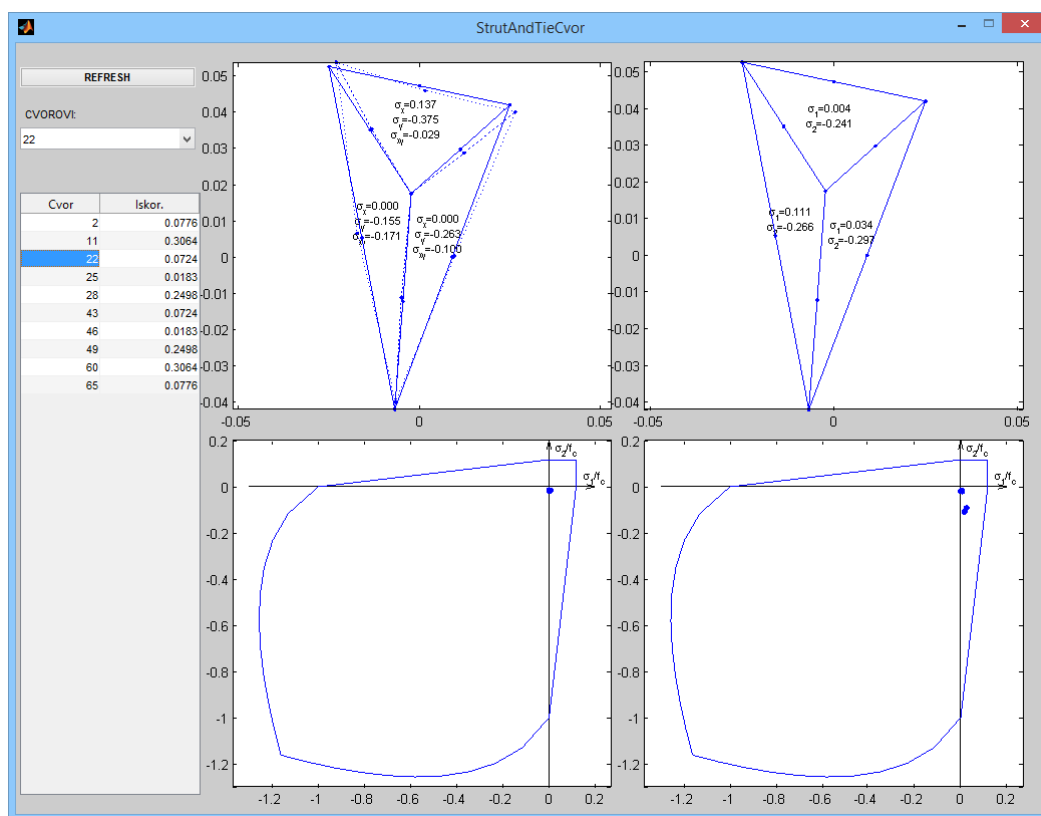
Slika 4.14 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z1 - nastavak 2



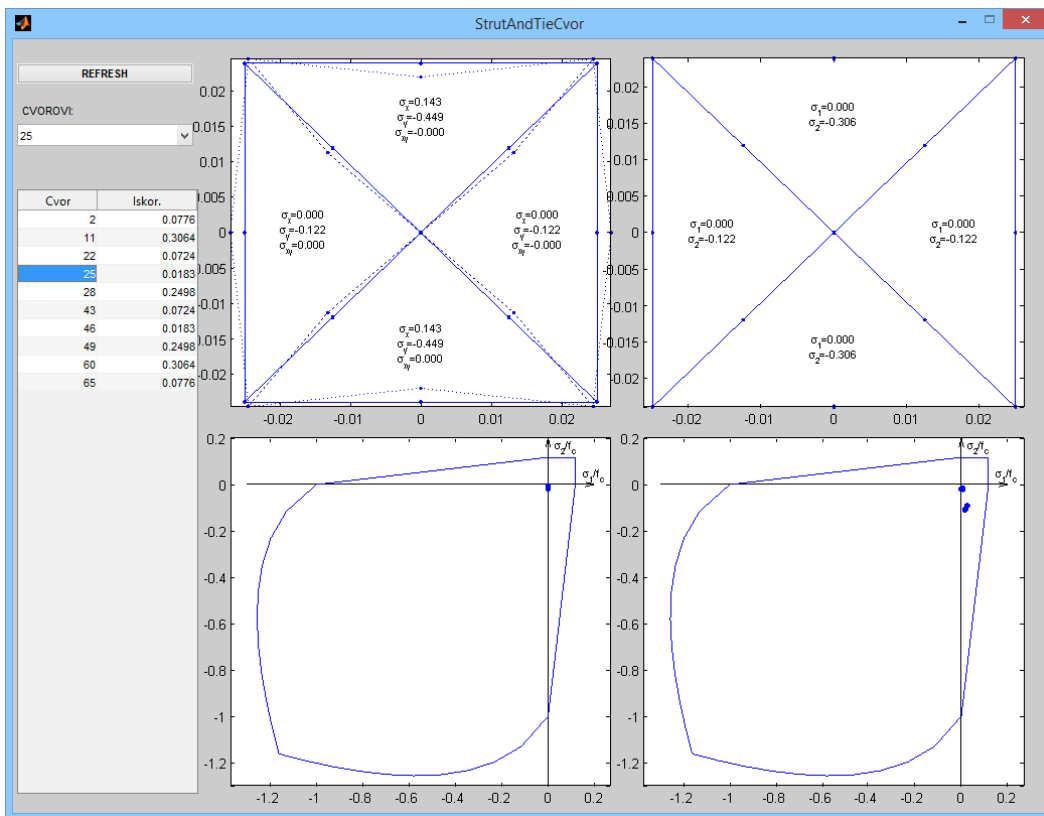
Slika 4.15 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 2/65 - nosač Z1



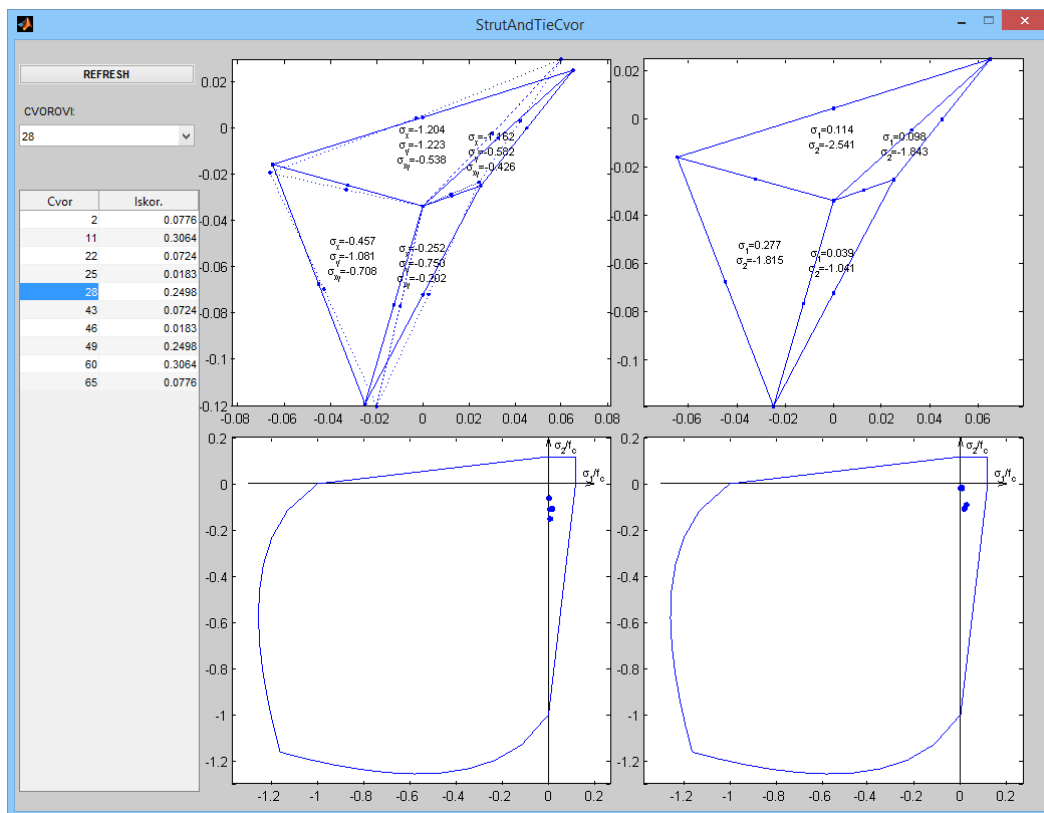
Slika 4.16 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 11/60 - nosač Z1



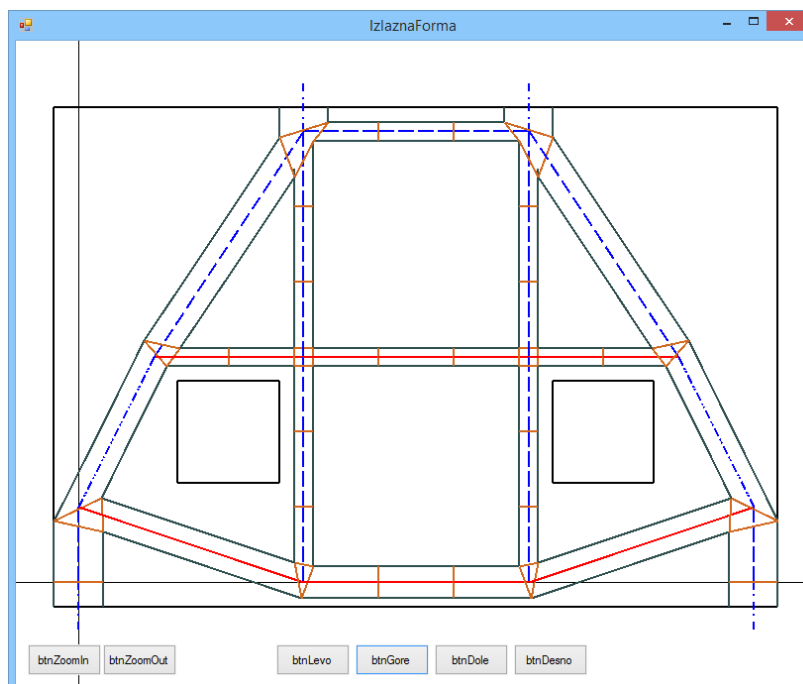
Slika 4.17 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 22/43 - nosač Z1



Slika 4.18 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 25/46 - nosač Z1



Slika 4.19 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 28/49 - nosač Z1



Slika 4.20 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata - nosač Z1

Vrednosti sila, napona i dimenzija pritisnutih i zategnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z1, prikazane su u tabelama 4.22 i 4.23. Oznake čvorova štapova date su na slici 4.9.

Tabela 4.22 – Naponsko stanje pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z1

Štap	Sila u štapu [kN]	Širina/debljina štapa [cm]	Napon/max napon [MPa]
1-2 (64-65)	-99,98	13/10	7,62/11,36
2-11 (60-65)	-95,82	8,44/10	11,35/11,36
11-28 (49-60)	-102,99	9,07/10	11,35/11,36
22-28 (43-49)	-14,28	5/10	2,86/8,52
28-49	-57,15	5/10	11,43/14,17

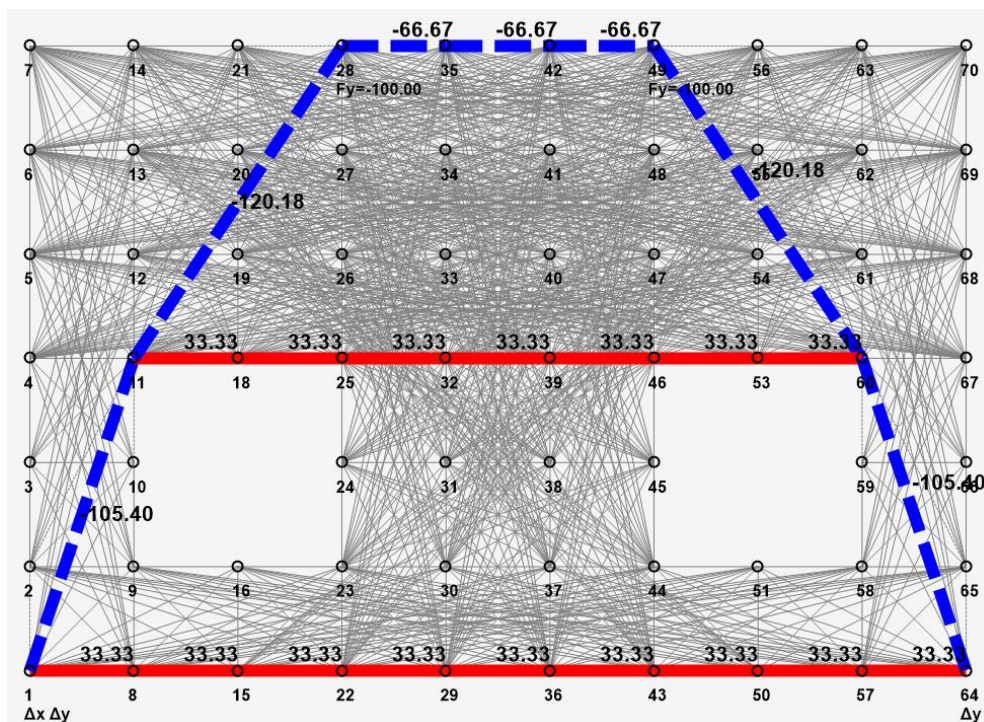
Tabela 4.23 – Naponsko stanje zategnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z1

Štap	Sila u štapu [kN]	Usvojena armatura	Napon/max napon [MPa]
2-22 22-43 43-65	45,16	4Ø6 (1,12cm <sup>2</sup> )	403,2/437,78
11-25 25-46 46-60	14,26	3Ø4 (0,375cm <sup>2</sup> )	382,5/434,78

## 4.2.2 Zidni nosač Z2

Za dobijanje Strut-and-Tie modela armiranobetonskog nosača Z2 u programu „ST method“, favorizovan je, na osnovu zadatih vrednosti  $\beta$  koeficijenata, slika 4.21, samo horizontalan pravac. Na slici 4.22 prikazan je Strut-and-Tie model sa usvojenom gustinom mreže konačnih elemenata i silama u pritisnutim i zategnutim štapovima.

Slika 4.21 - Vrednosti  $\beta$  koeficijenata - nosač Z2

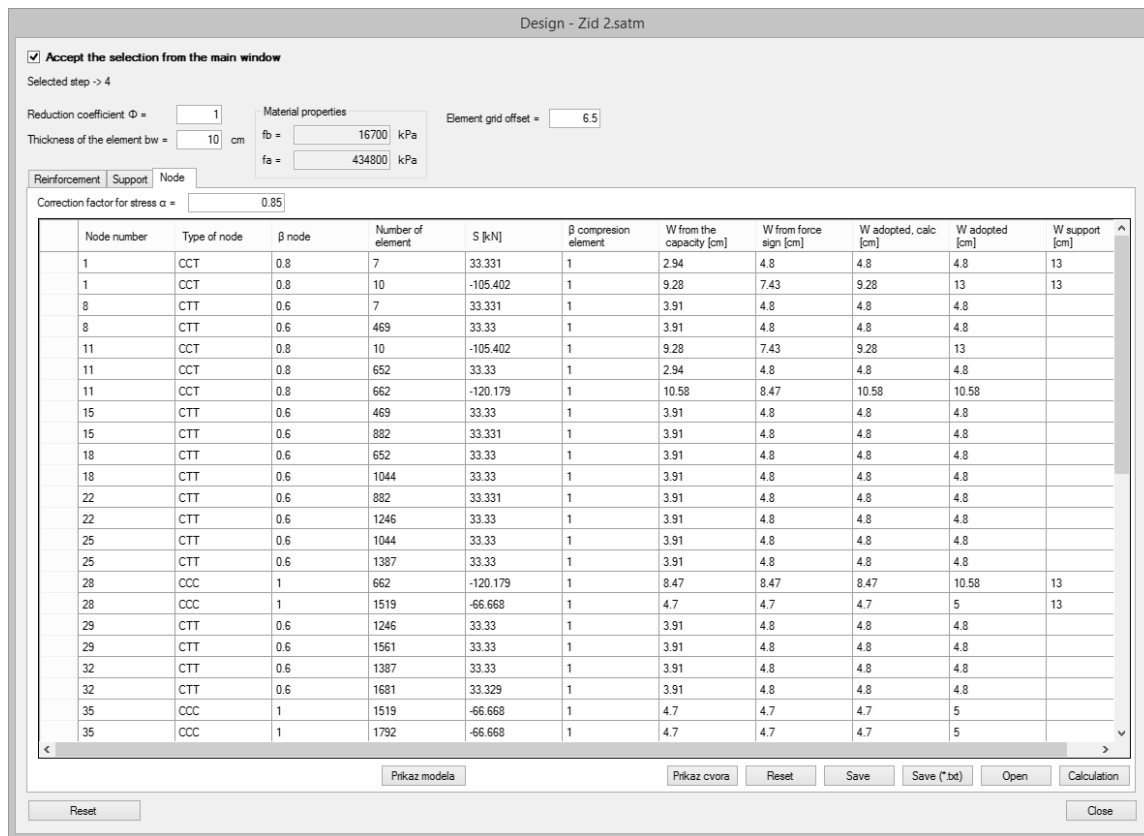


Slika 4.22 - Strut-and-Tie model nosača Z2 iz programa "ST method"

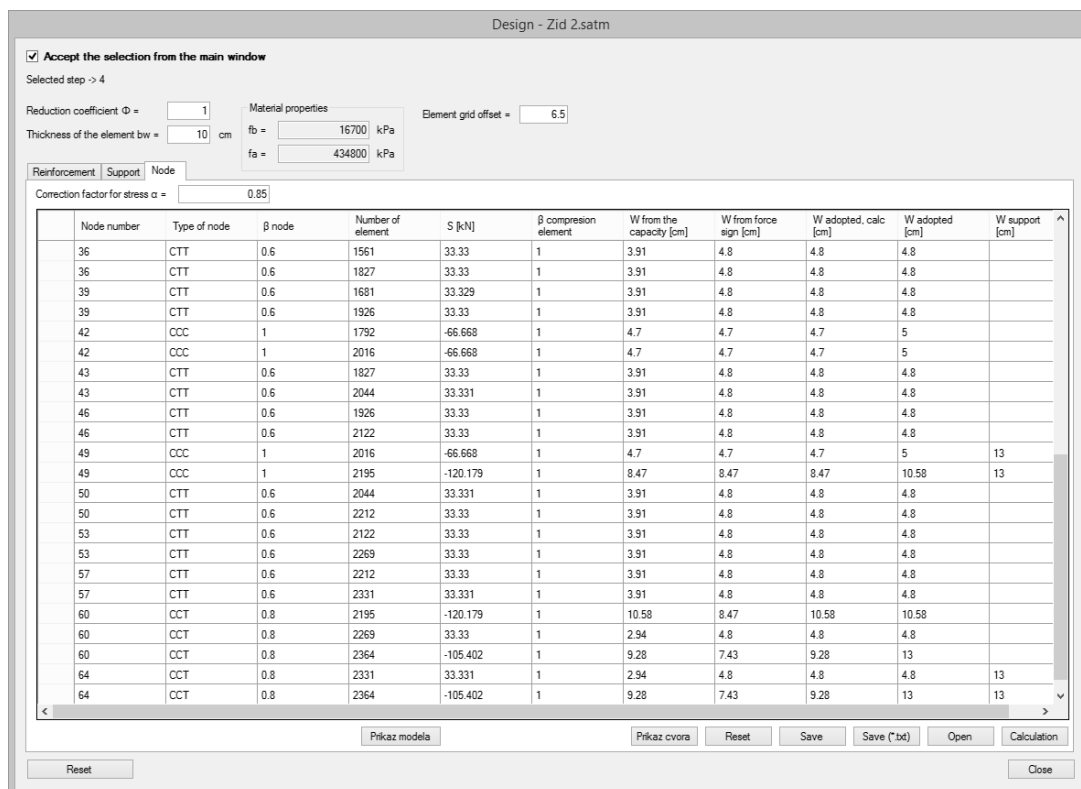
Sračunate dimenzije zategnutih štapova u programu „ST method“, za usvojeni prečnik armaturne šipke  $\varnothing 6$ , prikazane su na slici 4.23.





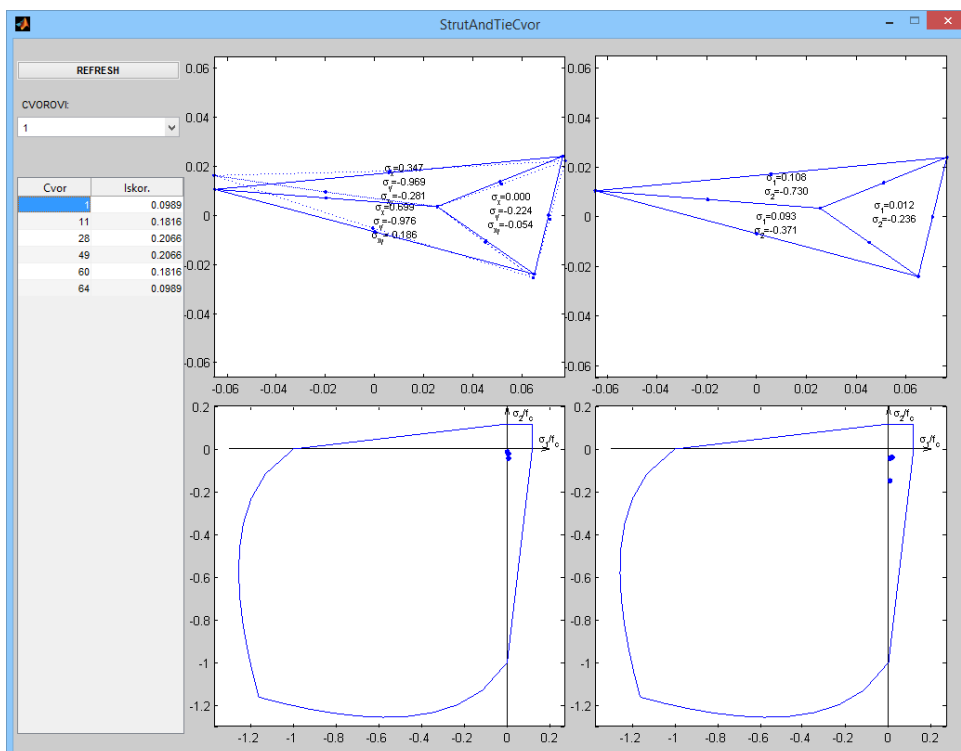


Slika 4.25 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z2

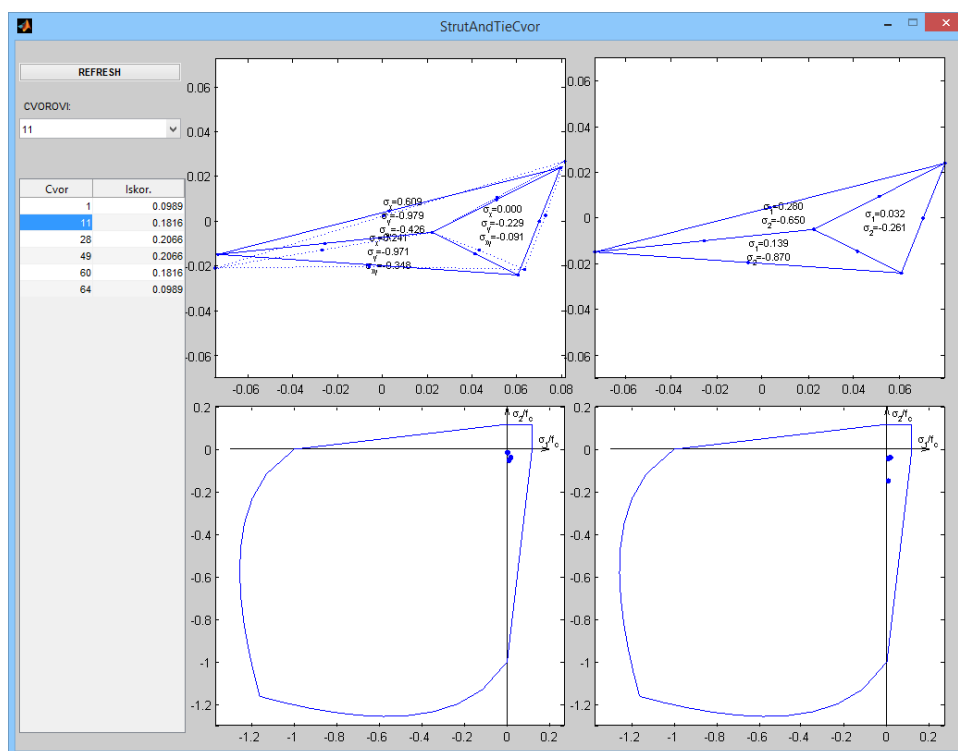


Slika 4.26 - Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - nosač Z2 - nastavak

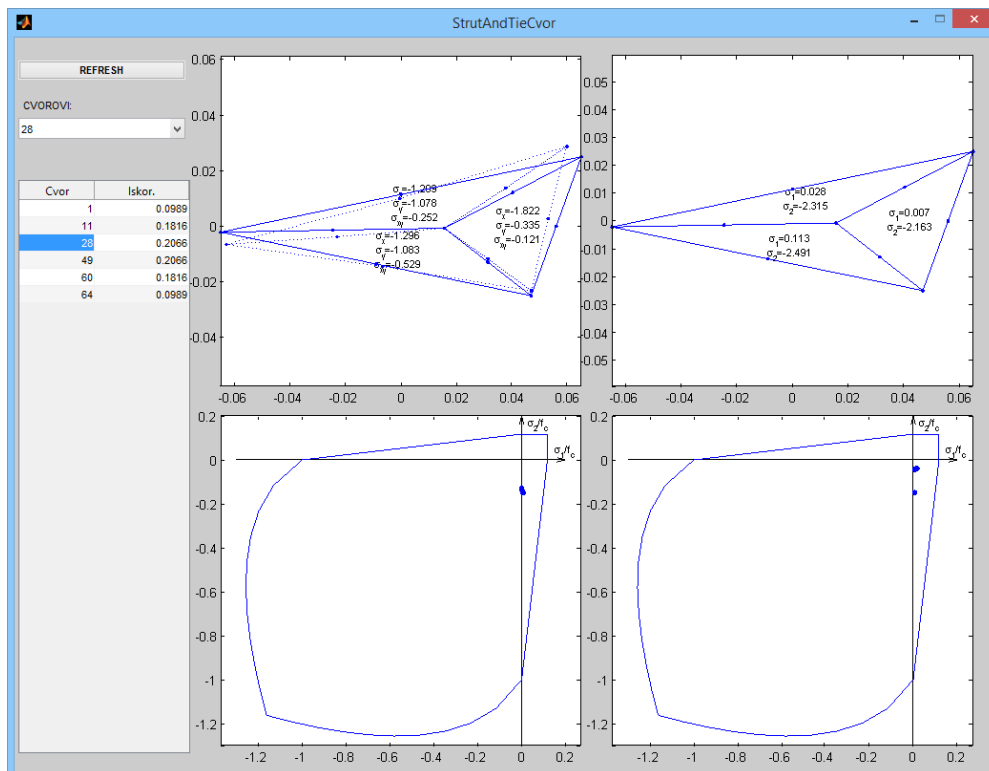
Na slikama 4.27 do 4.29 prikazane su kontrole napona u čvorovima 1/64, 11/60 i 28/49, respektivno. Oznake čvorova date su na slici 4.22.



Slika 4.27 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 2/65 - nosač Z2'

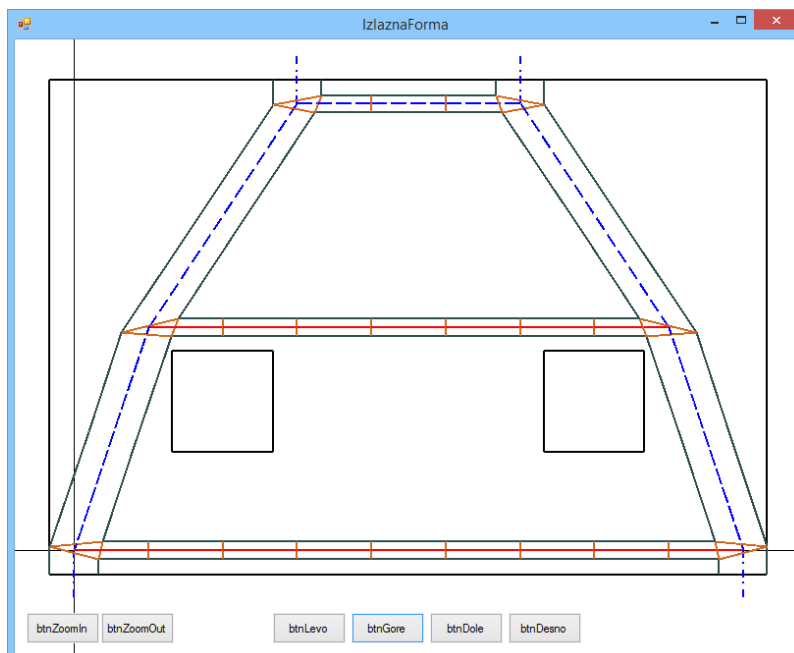


Slika 4.28 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 11/60 - nosač Z2



Slika 4.29 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 28/49 - nosač Z2

Na slici 4.30 prikazan je Strut-and-Tie model, sa konačnim dimenzijama elemenata, dobijen u programu „ST method“.



Slika 4.30 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata - nosač Z2

Za pritisnute i zategnute štapove Strut-and-Tie modela nosača Z2, vrednosti sila, napona i širina elemenata prikazane su tabelama 4.24 i 4.25. Oznake čvorova štapova date su na slici 4.22.

*Tabela 4.24 – Naponska stanja pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z2*

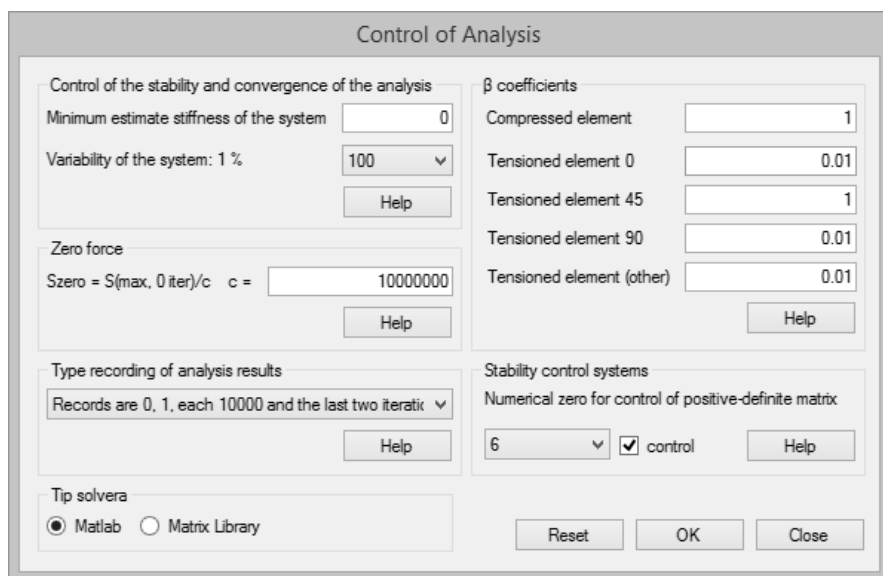
Štap	Sila u štapu [kN]	Širina/debljina štapa [cm]	Napon/max napon [MPa]
1-11 (60-64)	-105,40	13/10	8,11/11,36
11-28 (49-60)	-120,18	10,58/10	11,35/11,36
28-49	-66,67	5/10	13,33/14,17

*Tabela 4.25 – Dimenzije zategnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z2*

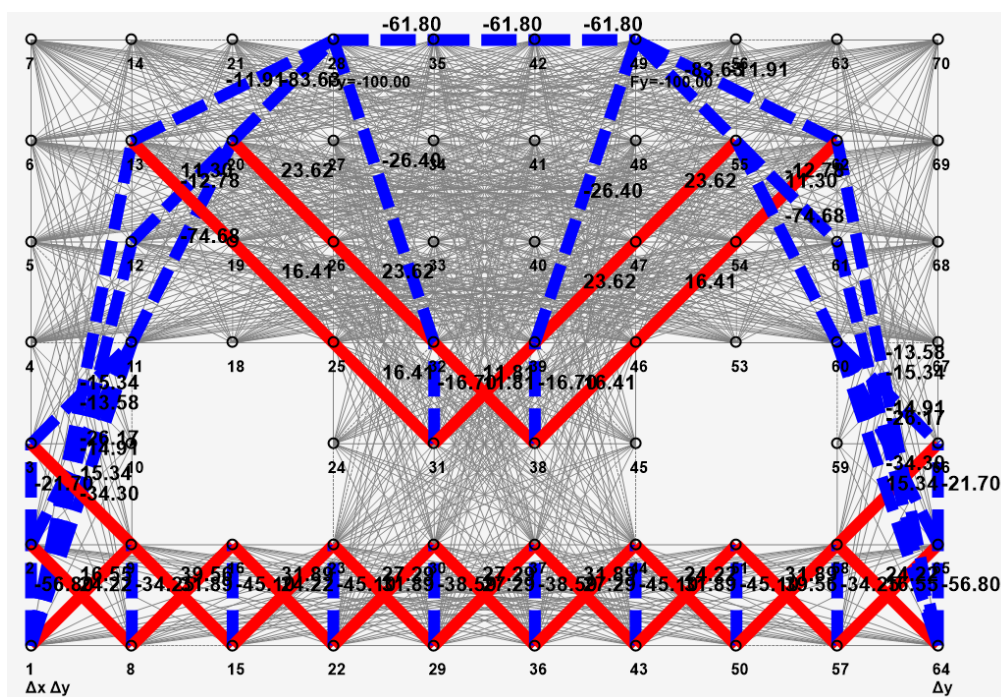
Štap	Sila u štapu [kN]	Usvojena armatura	Napon/max napon [MPa]
1-64	33,33	3Ø6 (0,84cm <sup>2</sup> )	396,79/437,78
11-60	33,33	3Ø6 (0,84cm <sup>2</sup> )	396,79/434,78

### 4.2.3 Zidni nosač Z3

Za dobijanje Strut-and-Tie modela kod armiranobetonskog nosača Z3, usvojen je favorizovan pravac postavljanja aramtura pod uglom od 45°, slika 4.31. Model sa usvojenom gustinom mreže konačnih elemenata i silama u pritisnutim i zategnutim štapovima prikazan je na slici 4.32.



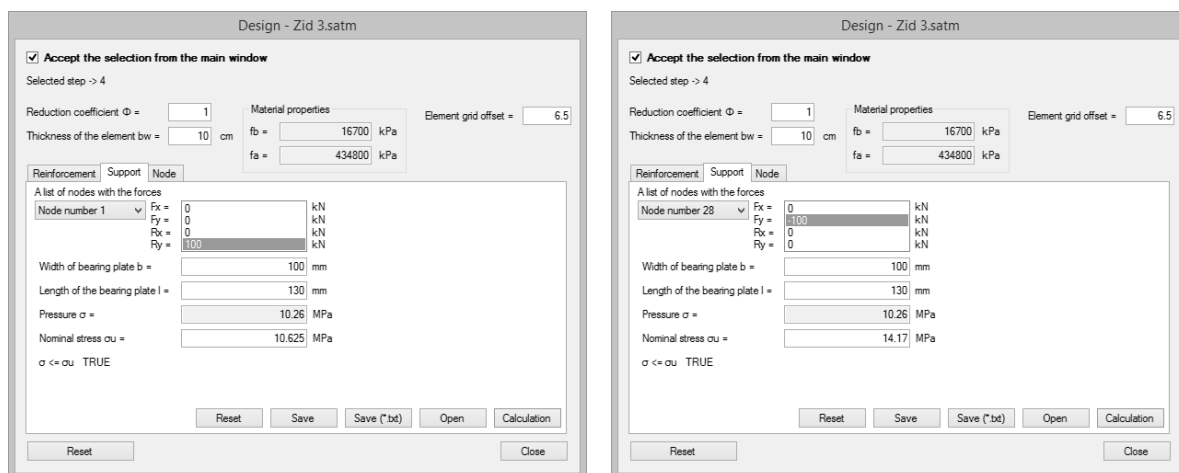
Slika 4.31 - Vrednosti  $\beta$  koeficijenata - nosač Z3



Slika 4.32 - Strut-and-Tie model nosača Z3 iz programa "ST method"

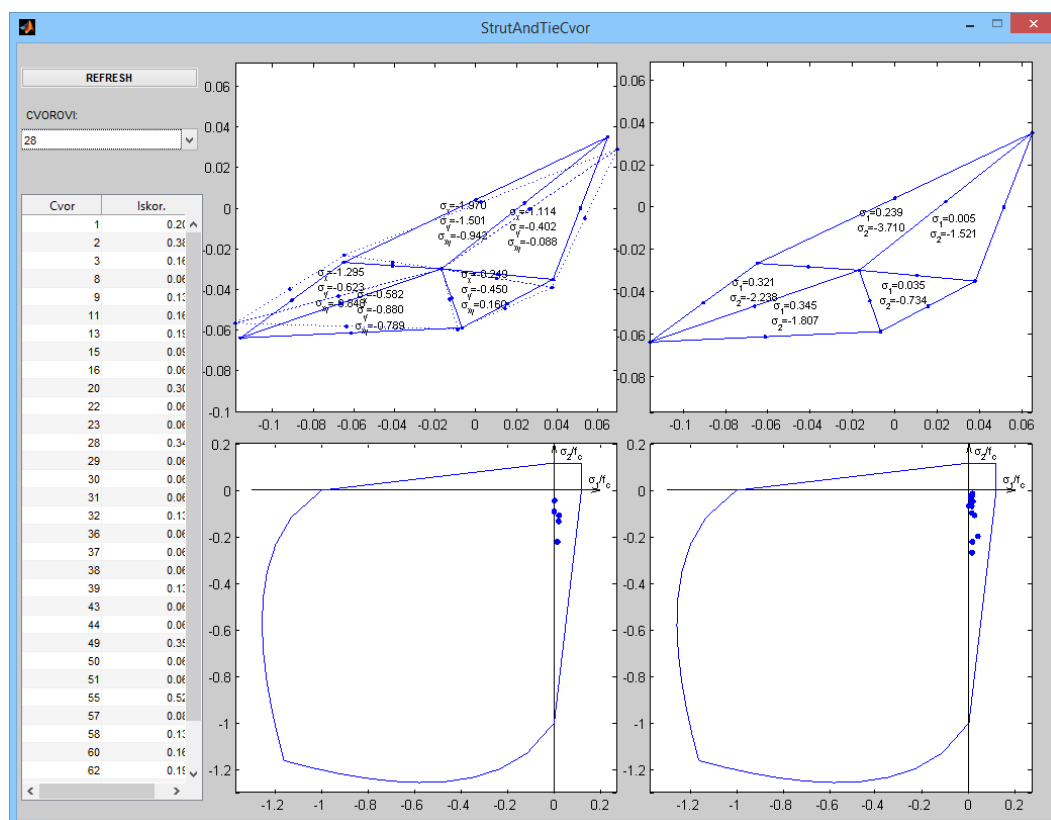
Kontrola lokalnih napona pritiska urađena je u zonama ležišnih ploča, na oslonačkim mestima, čvorovi 1 i 64, i na mestima nanošenja opterećenja, čvorovi 28 i 49, slika 4.33.

Oznake čvorova date su na slici 4.32. Za oslonačke čvorove CCT, 1 i 64, dozvoljena vrednost napona pritiska je 10,625 MPa, a za mesta nanošenja opterećenja, čvorovi CCC, čvorovi 28 i 49, iznosi 14,17 MPa.



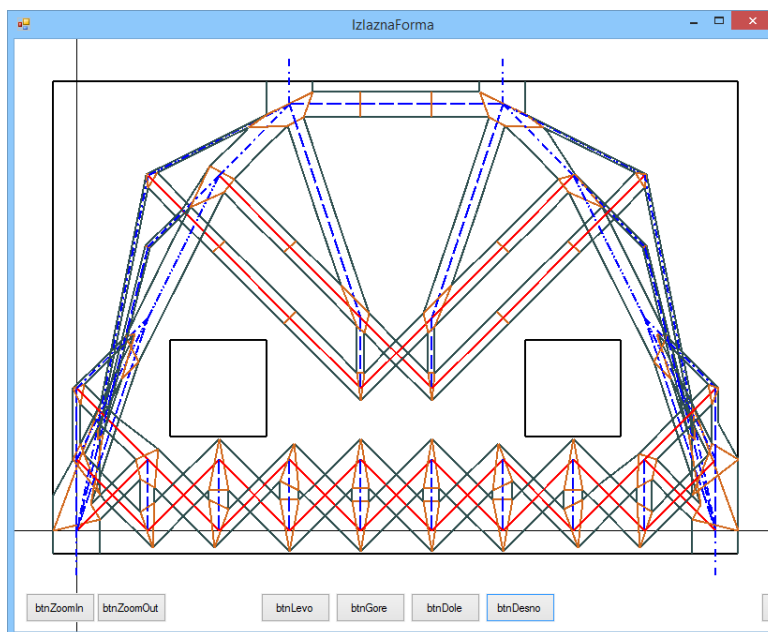
Slika 4.33 - Kontrola lokalnih napona, čvor 1/64 (levo) i čvor 28/49 (desno) - nosač Z3

Kontrola napona u čvorovima 28 i 49 prikazana je na slici 4.34. Oznake čvorova date su na slici 4.32. Izgled Strut-and-Tie modela sa konačnim dimenzijama prikazan je na slici 4.35.



Slika 4.34 - Kontrola napona u čvornoj zoni čvorova 28 i 49 - nosač Z3

U poglavlju 4.3.3.5 izgled dobijenog Strut-and-Tie modela promeniće se u skladu sa jednostavnijim rasporedom armature, slika 4.42.



Slika 4.35 - Strut-and-Tie model sa konačnim dimenzijama elemenata - nosač Z3

Za nosač Z3 vrednosti sila, napona i širina pritisnutih i zategnutih štapova Strut-and-Tie modela prikazane su u tabelama 4.26 i 4.27. Oznake čvorova štapova date su na slici 4.32.

Tabela 4.26 – Naponska stanja pritisnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z3

Štap	Sila u štapu [kN]	Širina/debljina štapa [cm]	Napon/max napon [MPa]
1-2 (64-65)	-56,82	13/10	4,37/11,36
2-11 (60-65)	-34,3	5/10	6,86/11,36
11-20 (55-60)	-74,68	6,58/10	11,35/11,36
20-28 (49-55)	-83,63	7,37/10	11,35/11,36
28-32 (39-49)	-26,40	3/10	8,8/11,36
28-49	-61,80	5/10	12,36/14,17

Tabela 4.27 – Naponska stanja zategnutih štapova Strut-and-Tie modela nosača Z3

Štap	Sila u štapu [kN]	Usvojena armatura	Napon/max napon [MPa]
1-64	44,44	4Ø6 (1,12cm <sup>2</sup> )	396,79/434,78
11-25 (38-62)	16,41	2Ø6 (0,56cm <sup>2</sup> )	293,04/434,78
20-32 (39-55)	23,62	2Ø6 (0,56cm <sup>2</sup> )	421,79



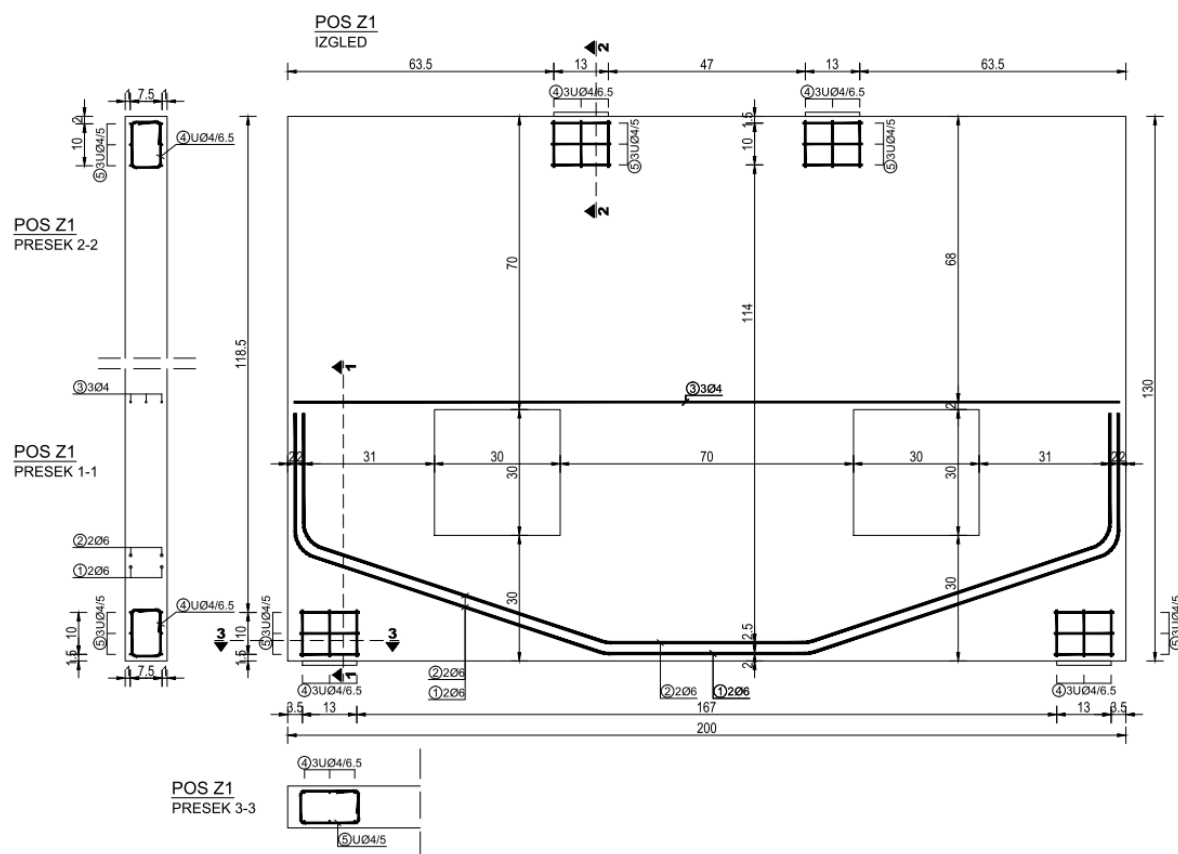
### 4.3 EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE ARMIRANOBETONSKIH NOSAČA Z1, Z2 I Z3

U cilju kontrole ponašanja armiranobetonskih zidnih nosača Z1, Z2 i Z3, dimenzionisanih Strut-and-Tie metodom, primenom programa „ST method“, urađeno je eksperimentalno istraživanje u Laboratoriji za ispitivanje materijala i konstrukcija pri Katedri za konstrukcije i materijale, Građevinskog fakulteta u Subotici, Univerziteta u Novom Sadu, u periodu od jula do decembra 2016. godine.

#### 4.3.1 Opis (priprema) modela

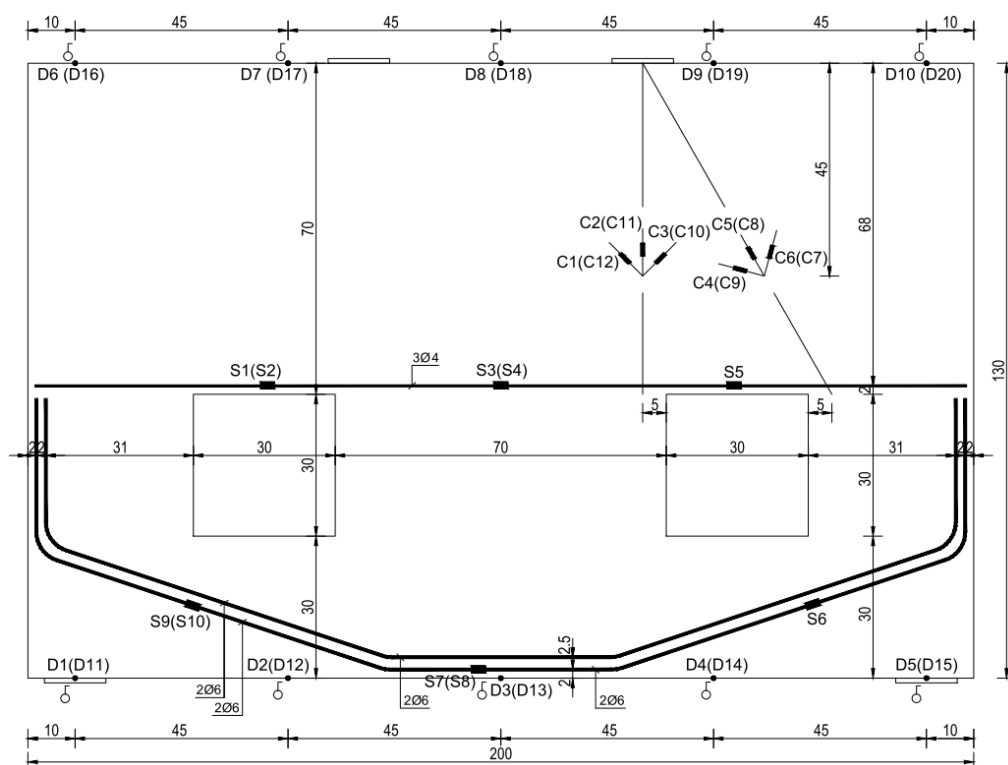
Za potrebe ove disertacije eksperimentalno su ispitana tri armiranobetonska nosača Z1, Z2 i Z3 koja su dimenzionisana primenom Strat-and-Tie metode, videti poglavlje 4.2.

Plan armature nosača za ispitivanje prikazan je, za uzorak Z1 na slici 4.36, za uzorak Z2 na slici 4.39 i za uzorak Z3 na slici 4.41.



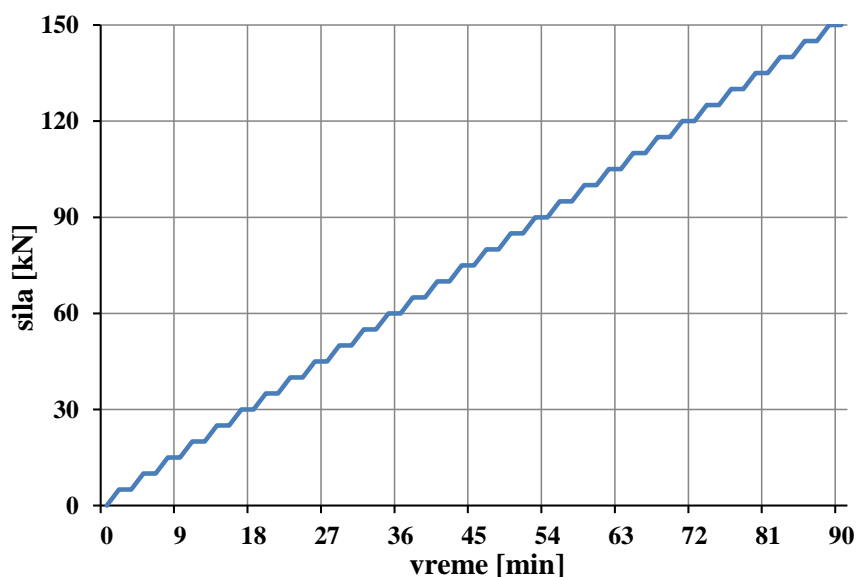
Slika 4.36 - Plan armature nosača Z1

Šematski prikaz položaja mernih traka za merenje dilatacija u armaturi (S) i betona (C), kao i ugibomera (D) na nosaču prikazan je na slici 4.37.

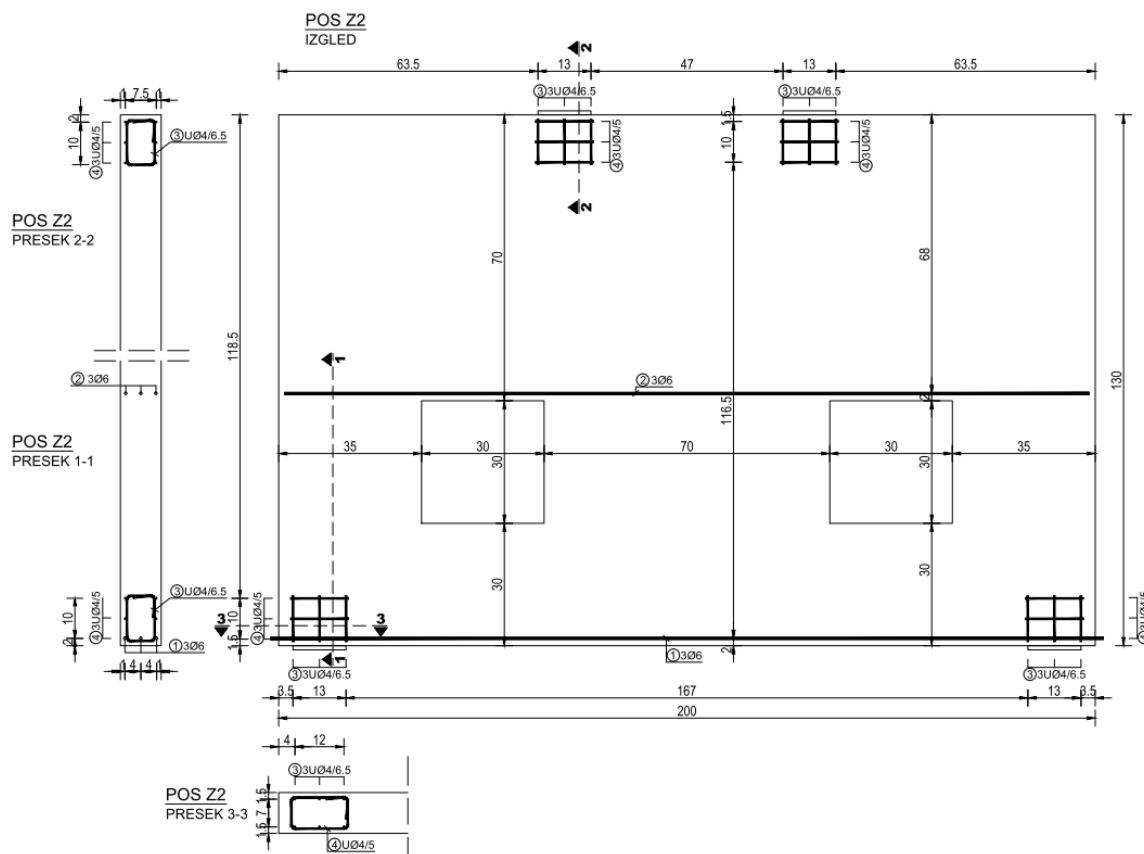


Slika 4.37 - Uzorak Z1 - položaj mernih traka za armaturu i beton i ugibomeri

Za eksperimentalno ispitivanje predviđeno je nanošenje opterećenja u koracima od 2x5 kN sa pauzom od 3 min između koraka. Šematski prikaz nanošenja opterećenja prikazan je na slici 4.38. Opterećenje za dimenzionisanje nosača primenom Strut-and-Tie modela iznosi 2x100kN, a pri eksperimentalnom ispitivanju, maksimalno predviđeno opterećenje za sva tri zida iznosi 2x150 kN.

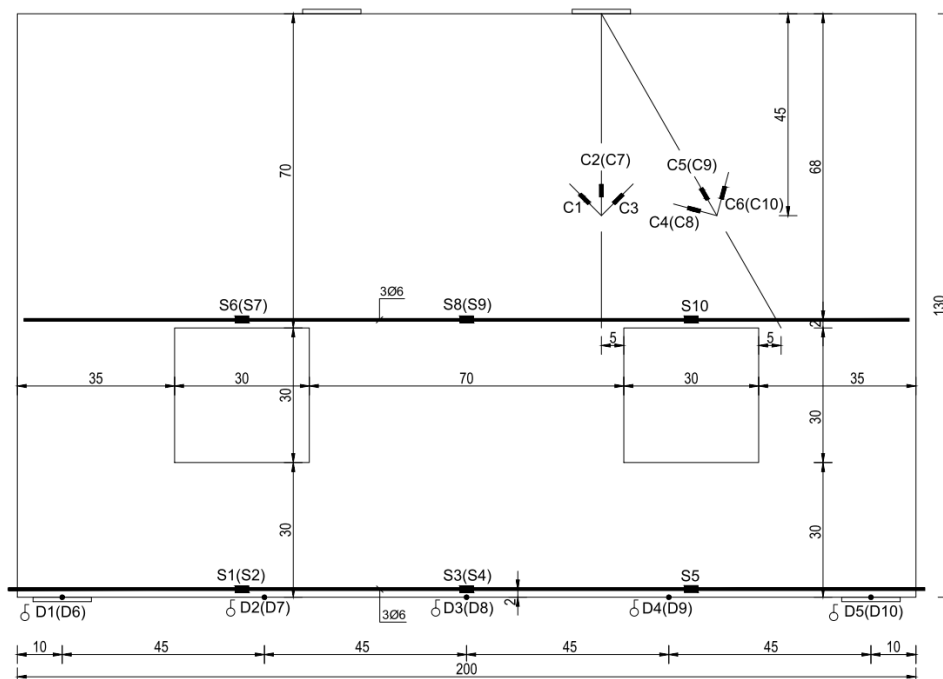


Slika 4.38 - Plan nanošenja opterećenja za nosače Z1, Z2 i Z3

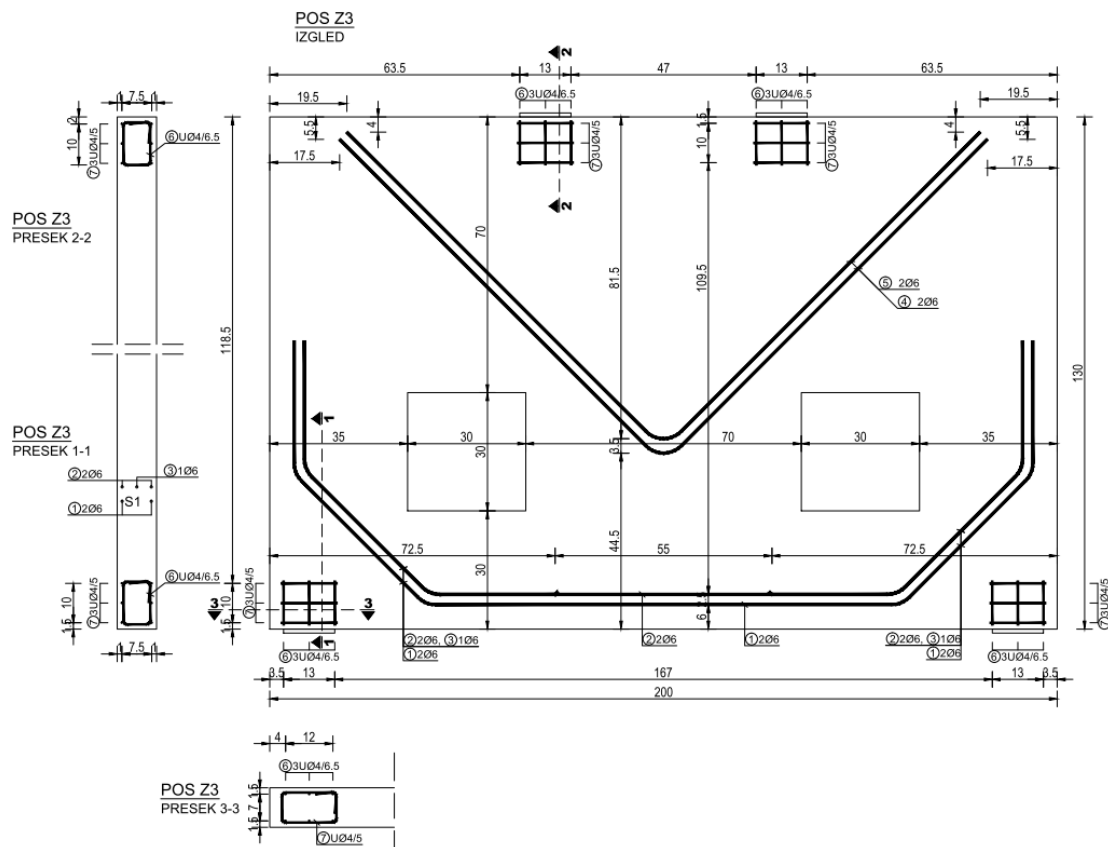


Slika 4.39 - Plan armature nosača Z2

Za nosač Z2 položaj mernih traka za merenje dilatacija u armaturi (S) i betona (C) i mesta postavljenih ugibomera (D) šematski je prikazan na slici 4.40.

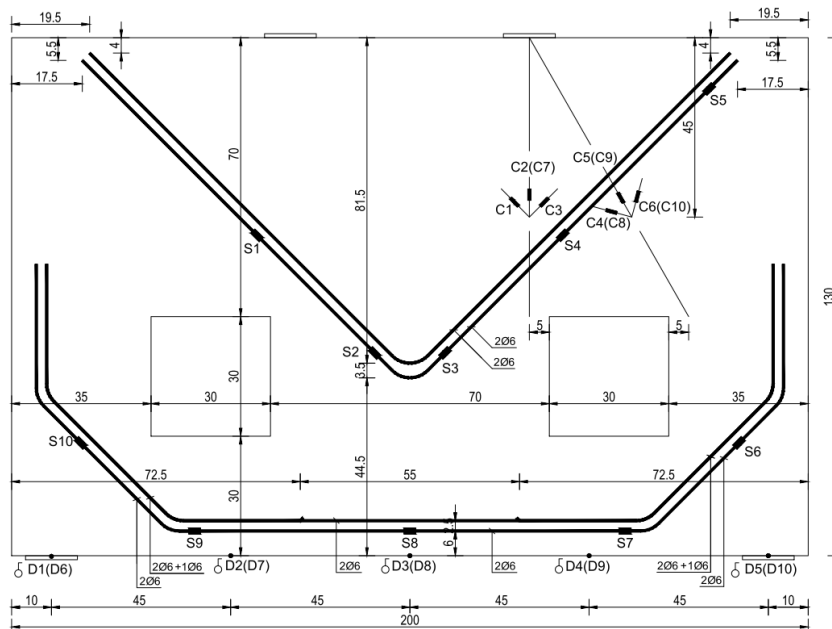


Slika 4.40 - Uzorak Z2 - položaj mernih traka za armaturu i beton i ugibomeri



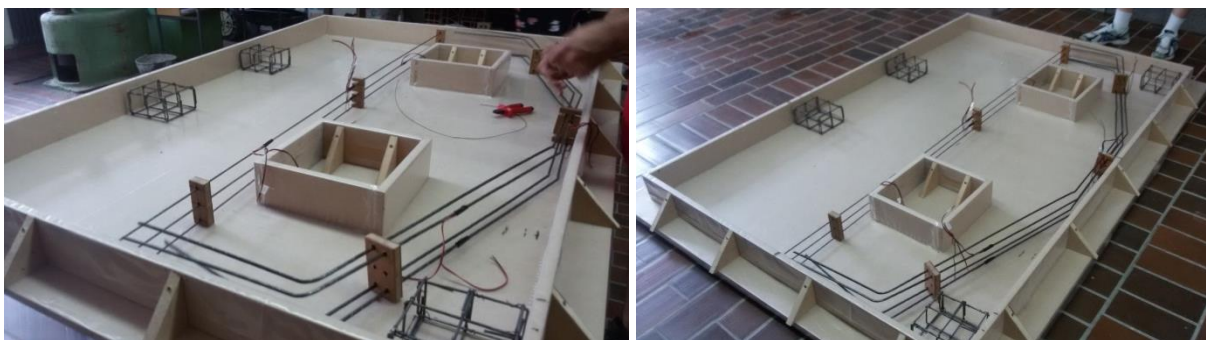
Slika 4.41 - Plan armature nosača Z3

Šematski prikaz položaja mernih traka za merenje dilatacija u armaturi (S), betona (C) i ugbomera (D) na nosaču prikazan je na slici 4.42.



Slika 4.42 - Uzorak Z3 - položaj mernih traka za armaturu i beton i ugbomeri

Postavljene armaturne šipke u oplati prikazane su, za uzorak Z1 na slici 4.43, za uzorak Z2 na slici 4.44 i za uzorak Z3 na slici 4.45.



Slika 4.43 - Uzorak Z1 - postavljena armatura i merne trake na armaturi



Slika 4.44 - Uzorak Z2 - postavljena armatura i merne trake na armaturi



Slika 4.45 - Uzorak Z3 - postavljena armatura i merne trake na armaturi - pogled 1



Slika 4.46 - Uzorak Z3 - postavljena armatura i merne trake na armaturi - pogled 2

Izgled izbetonirana sva tri uzorka Z1, Z2 i Z3 u laboratoriji Građevinskog fakulteta u Subotici prikazan je na slici 4.47.



Slika 4.47 - Izbetonirani uzorci Z1, Z2 i Z3



## 4.3.2 Oprema za eksperimentalno ispitivanje

### 4.3.2.1 Oprema za merenje čvrstoće pri pritisku i zatezanju betonskih kocki

Čvrstoće pri pritisku i zatezanju ispitane su na tri uzorka kocke dimenzija 15x15x15 cm, slika 4.48. Sila loma određena je hidrauličnom presom kapaciteta 2000 kN.

Dimenzije i masa kocki određene su neposredno pre ispitivanja, a rezultati merenja (sila loma i izračunate čvrstoće pri pritisku i zatezanju) prikazani su u poglavlju 8.1. Dobijene vrednosti čvrstoća odgovaraju vrednostima čvrstoće pri pritisku i zatezanju klase betona C25/30.



Slika 4.48 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku (levo) i na zatezanje cepanjem (desno)

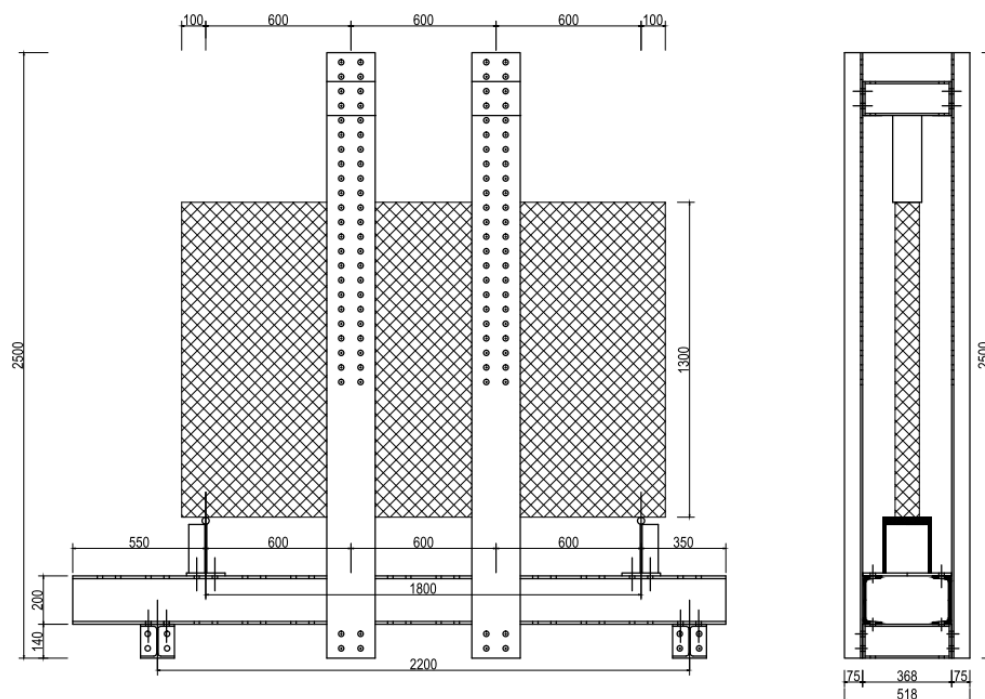
### 4.3.2.2 Oprema za postavljanje uzoraka

Armiranobetonski nosači za ispitivanje, uzorci Z1, Z2 i Z3, postavljaju se u konstrukciju metalnog rama za opterećivanje uzoraka, slika 4.49.



Slika 4.49 - Metalni ram za postavljanje uzoraka

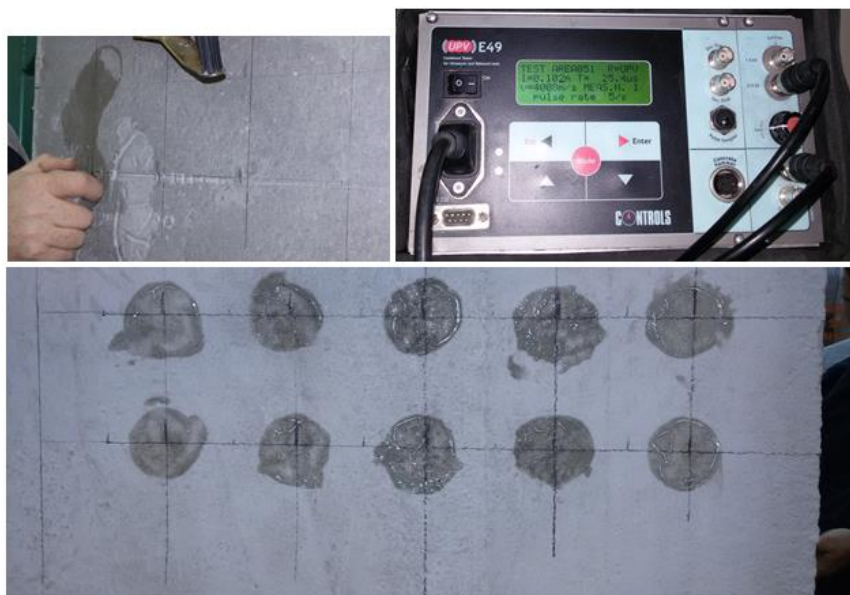
Šematski prikaz konstrukcije rama sa dimenzijama dat je na slici 4.50.



Slika 4.50 - Ram za postavljanje uzoraka - metalna konstrukcija

#### 4.3.2.3 Oprema za merenje čvrstoće pri pritisku u konstrukciji

Pre nanošenja opterećenja, u 10 tačaka uzoraka Z1 i Z2 izmerena je brzina prolaska ultrazvuka u cilju kontrole ujednačenosti kvaliteta ugrađenog betona, slika 4.51, a dobijeni rezultati prikazani su u Prilogu 8.1.3, gde se mogu videti i vrednosti čvrstoća izmerenih ultrazvukom na uzorcima kocki. Za merenje je upotrebljen ultrazvučni aparat proizvođača Controls (Italija), sa sondama frekvencije 54 kHz. Rezultati pokazuju da karakteristike materijala odgovaraju betonu kvaliteta C25/30.



Slika 4.51 - Ultrazvuk uzoraka Z1 i Z2



#### 4.3.2.4 Oprema za nanošenje opterećenja

Tokom ispitivanja uzoraka korišćena je hidraulična presa koja se pokreće ručnom pumpom, slika 4.52, a vrednosti nanosene sile kontrolisane su pomoću dinamometra "SDS CZL110D 20T", prikazanog na slici 4.53 (desno). Akvizicija podataka sa dinamometra, u intervalima  $1 \div 10$  Hz, urađena je akvizicionim sistemom "Su-tech Caliper Acquisition System", slika 4.53 (levo).



Slika 4.52 - Hidraulična presa sa dinamometrom "SDS CZL110D 20T" i ručna pumpa



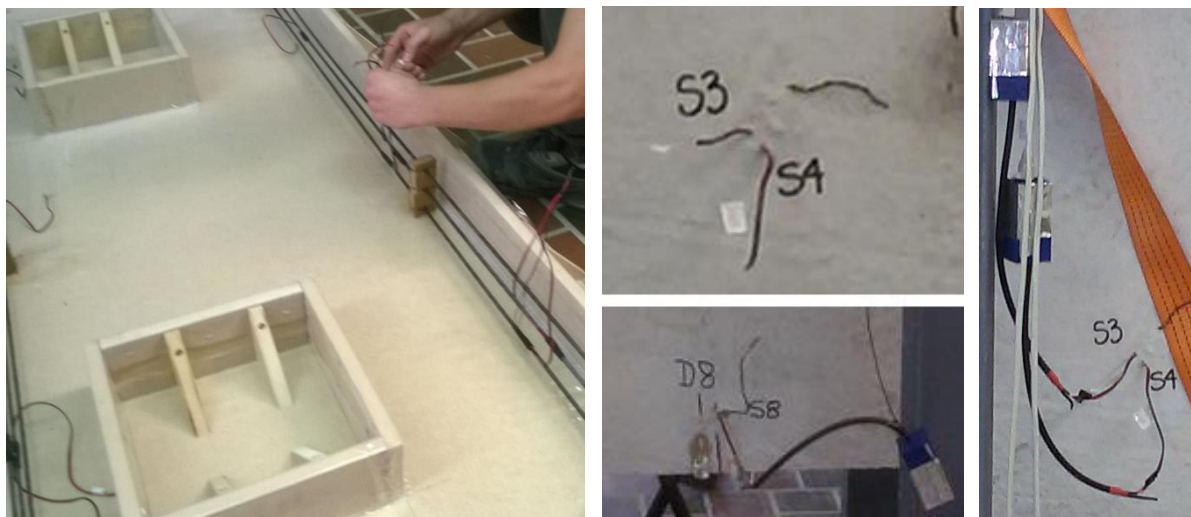
Slika 4.53 - Akvizicioni sistem "Su-tech Caliper Acquisition System" (levo) i analogno-digitalni kontroler "SMY-LH8-IRR4C 5 Digit RS 485" za dinamometar (desno)

#### 4.3.2.5 Oprema za merenje dilatacija u armaturi, betonu i metalnoj ramovskoj konstrukciji

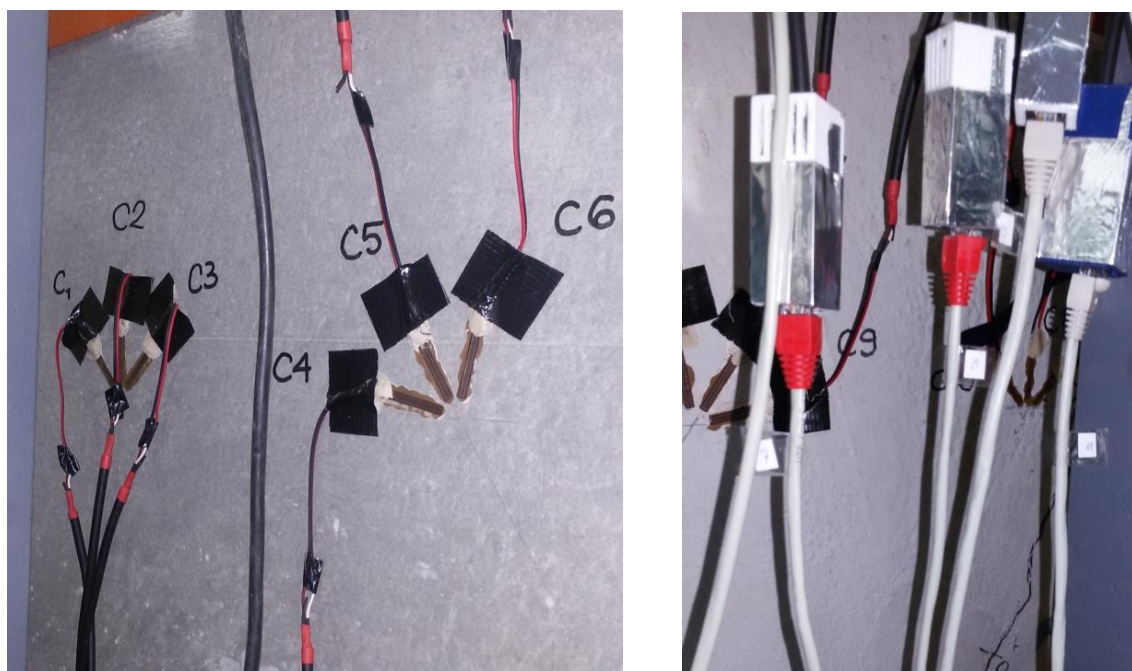
Za merenje dilatacija primenjene su merne trake japanskog proizvođača Kyowa. Merenje dilatacija na armaturi urađeno je pomoću mernih traka KFG-10-120-C1-11 sa mernom bazom od 10 mm, slika 4.54, dok je merenje dilatacija na betonu urađeno pomoću mernih traka KFG-30-120-C1-11 sa mernom bazom od 30 mm, slika 4.55. Akvizicija merenja sa mernih traka je vršena pomoću tri univerzalna akviziciona uređaja "Uni Acq System 01-08", slika 4.56. Svaki akvizicioni uređaj (čvor) poseduje sopstvenu memorijsku karticu, mogućnost spajanja do 8 senzora (u ovom slučaju mernih traka) i brzinu zapisivanja do 10 Hz.

Za postavljanje (lepljenje) mernih traka na površini armature, betona i oslonačkih elemenata rama, korišćen je dvokomponentni lepak Schnellklebstoff X-60 nemačkog proizvođača HBM (Hottinger Baldwin Messtechnik GMBH).

Nakon iskustava stečenih tokom ispitivanja uzorka Z1, u cilju preciznijeg određivanja naponskih stanja u uzorcima Z2 i Z3, postavljene su dodatne merne trake na oslonačkim elementima rama za opterećivanja, slika 4.57.



Slika 4.54 - Merne trake za armaturu

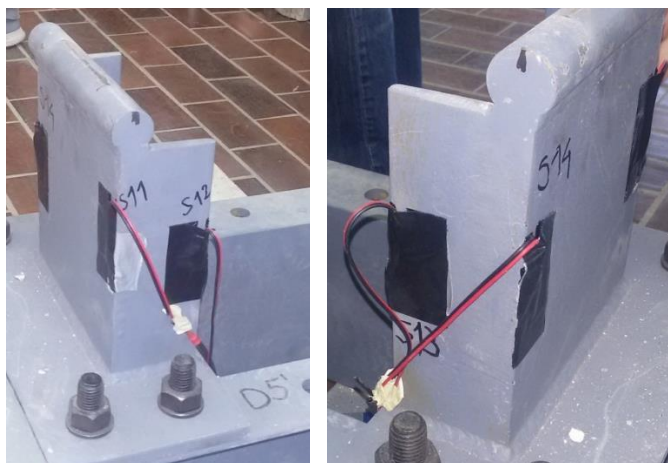


Slika 4.55 - Merne trake za beton



Slika 4.56 - Univerzalni akvizicioni uređaji "Uni Acq System 01-08" za beleženje dilatacija i pomeranja

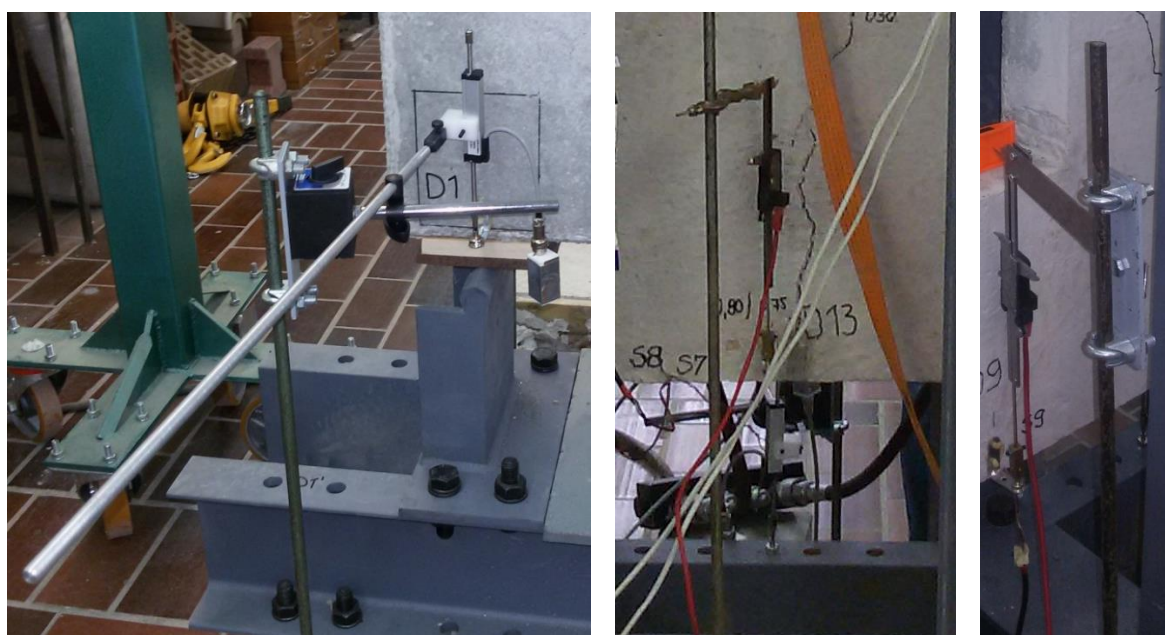




Slika 4.57 - Merne trake na oslonačkim elementima rama za opterećivanje uzoraka

#### 4.3.2.6 Oprema za merenje pomeranja

Za osnovno merenje deformacija primenjeno je 6 digitalnih ugibomera "KTR-50mm-RLP-Sensor" sa rezolucijom merenja od  $10^{-3}$  mm, slika 4.58 (levo). S obzirom da je priroda uzoraka bila takva da je bilo moguće očekivati krta lom i oštećivanje senzora, ugibi su iz predostrožnosti mereni sa dodatnim setom senzora. Dodatni set za merenje ugiba se sastojao od 6 digitalnih pomičnih merila tipa MIB, opsega 0-15 cm sa tačnošću merenja  $10^{-2}$  mm i mogućnošću povezivanja na akvizicioni sistem. Akvizicija podataka sa ovih senzora je urađena pomoću akvizicionog sistema "Su-tech Caliper Acquisition System", slika 4.53 (levo), zajedno sa beleženjem podataka sa dinamometra. Imajući u vidu da su svi uzorci ispitani tako da nije došlo do iznenadnog loma i da su podaci sa digitalnih ugibomera tačnosti  $10^{-3}$  mm bezbedno zabeleženi, podaci sa pomičnih merila nisu bili potrebni za dalju analizu.



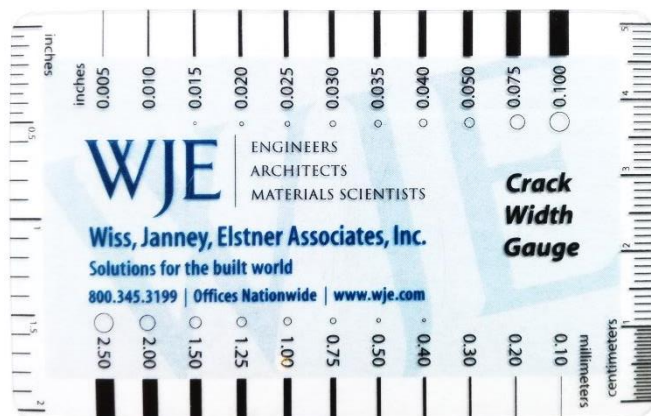
Slika 4.58 - Ugibomeri

Svi senzori za pomeranja su na vrhu bili opremljeni sa magnetima pomoću kojih je ostvarena pouzdana veza sa mernim mestima na uzorku. Ova merna mesta su bila formirana tako što

su brzovezujućim lepkom na uzorak bili zalepljeni metalni ugaonici dimenzija 30×30×2 mm, slika 4.58. Obradeni podaci dobijeni ispitivanjem uzoraka, tabelarno ili u vidu dijagrama, prikazani su u Prilogu 8.

#### 4.3.2.7 Merenje širina prslina

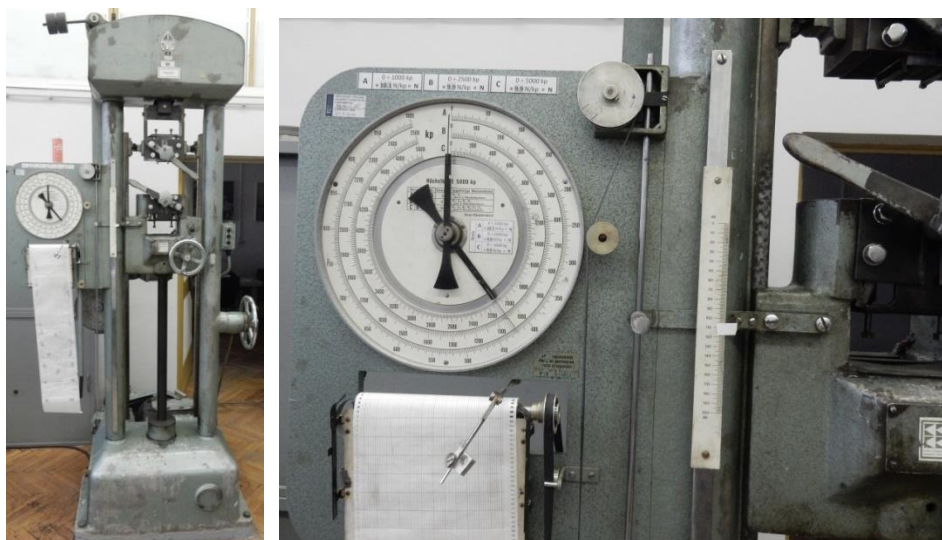
Merenje otvora prslina urađeno je lenjirom za merenje širina prslina, sa preciznošću od 0,1 mm.



Slika 4.59 - Lenjir za merenje širina prslina

#### 4.3.2.8 Ispitivanje zatezne čvrstoće ugrađene armature

Ispitivanje uzoraka armature, etalonskih i izvađenih iz sva tri uzorka nosača, sprovedeno je u laboratoriji Katedre za materijale, tehnologiju i spajanje na Mašinskom institutu, Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu. Uređaj za ispitivanje mehaničkih karakteristika materijala je mehanička kidalica tipa 2DM591 opsega do 50 kN, proizvođača WPMA, slika 4.60.



Slika 4.60 - Mehanička kidalica - Laboratorija Mašinskog instituta, FTN - Novi Sad

Kontrolno ispitivanje zatezne čvrstoće armature je sprovedeno u akreditovanoj laboratoriji "Instituta za građevinarstvo" d.o.o. iz Subotice, slika 4.61.



*Slika 4.61 - Digitalna kidalica 0-600 kN, Laboratorija za ispitivanje materijala, "Institut za građevinarstvo" d.o.o., Subotica*



### 4.3.3 Realizacija eksperimentalnog ispitivanja

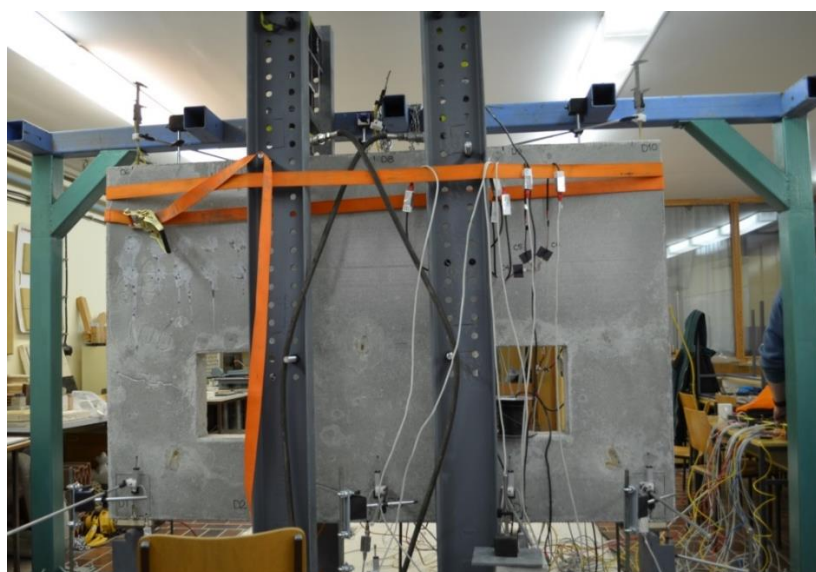
#### 4.3.3.1 Ispitivanje uzorka Z1

Postavljen uzorak Z1 u konstrukciju metalnog rama prikazan je na slici 4.62. Aparatura za merenje dilatacija u armaturi i betonu, kao i ugibomeri, za obe strane zida, prikazana je na slici 4.63, na zadnjoj strani zida, i na slici 4.64, na prednjoj strani zida.

Prednja strana zida je gornja strana nosača u horizontalnom položaju u oplati pri betoniranju, slika 4.47. Zadnja strana zida je donja strana nosača u oplati pri betoniranju.



Slika 4.62 - Uzorak Z1 postavljen u konstrukciju metalnog rama

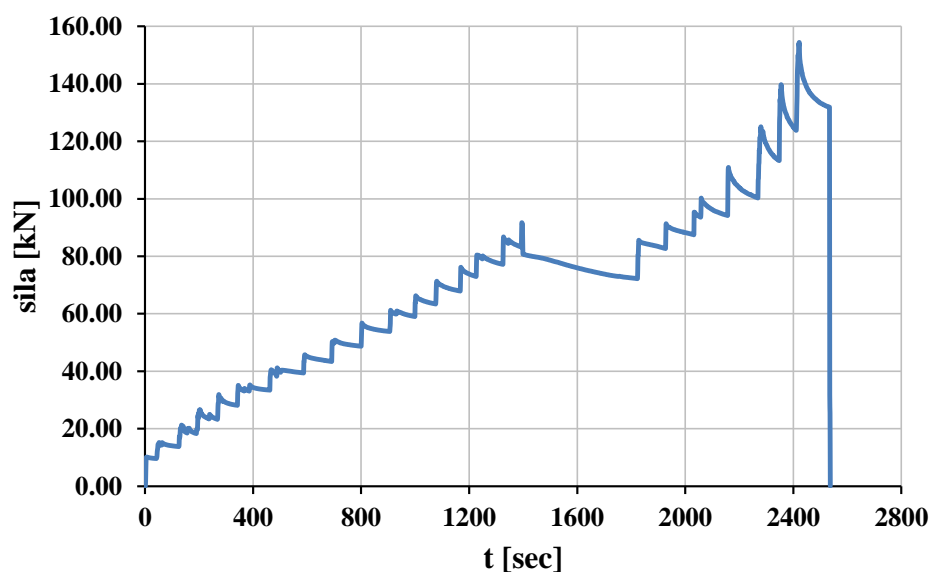


Slika 4.63 - Uzorak Z1 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (zadnja strana)



Slika 4.64 - Uzorak Z1 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (prednja strana)

Nanošenjem sile u koracima od 2x5 kN ispitan je uzorak Z1. Ostvareni dijagram nanošenja opterećenja u toku vremena prikazan je na slici 4.65. Primetna je duža pauza u nanošenju opterećenja nakon pojave prve prslina. Ova pauza je bila posledica potrebe da se sprovede detaljna analiza i obeležavanje nastalih prslina. Prva prslina se javila pri vrednosti sile od 2x90 kN kod desnog oslonca sa prednje strane površine zida i dijagonalno dalje od otvora, slika 4.66, tj. kod levog oslonca zadnje strane zida i dijagonalno dalje od otvora, slika 4.67. Pri istoj vrednosti spoljašnjih sila, 2x90 kN, pojavila se prslina, ali manje širine od one kod oslonca, na sredini nosača, slike 4.66 i 4.67. Pomenute prsline su se daljim rastom opterećenja samo proširivale. Vrednosti širina prslina po fazama nanošenja opterećenja prikazane su na slici 4.72.



Slika 4.65 - Nanošenje opterećenja u toku vremena - Z1



Slika 4.66 - Prve prsline sa prednje strane površine uzorka Z1



Slika 4.67 - Prve prsline sa zadnje strane površine uzorka Z1

Pri nanošenju opterećenja od  $2 \times 105$  kN pojavile su se prve prsline kod levog oslonca sa prednje strane površine zida i dijagonalno dalje od otvora, slika 4.68, tj. kod desnog oslonca



zadnje strane površine zida i dijagonalno dalje od otvora, slika 4.69. Daljim nanošenjem opterećenja došlo je do širenja i propagacije prslina.



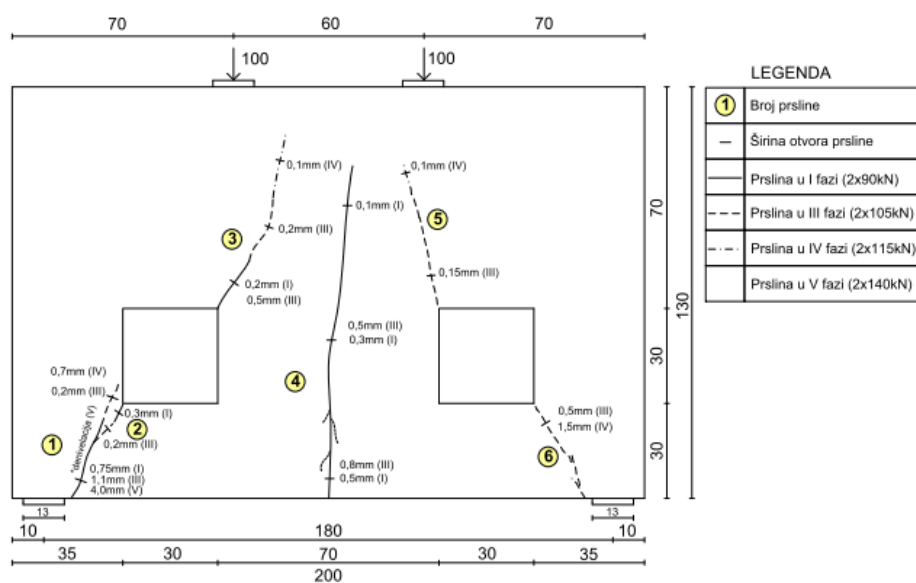
Slika 4.68 - Nove prsline pri 2x105 kN sa prednje strane površine uzorka Z1



Slika 4.69 - Nove prsline pri 2x105 kN sa zadnje strane površine uzorka Z1

Pri opterećenju od  $\sim 2 \times 140$  kN, maksimalna širina prslina iznosila je  $\sim 4$  mm. Maksimalno naneto opterećenje na nosač je iznosilo  $\sim 2 \times 155$  kN. Nosač, uzorak Z1, nakon završetka nanošenja opterećenja, prikazan je na slici 4.70 gde se može videti slika prslina sa prednje



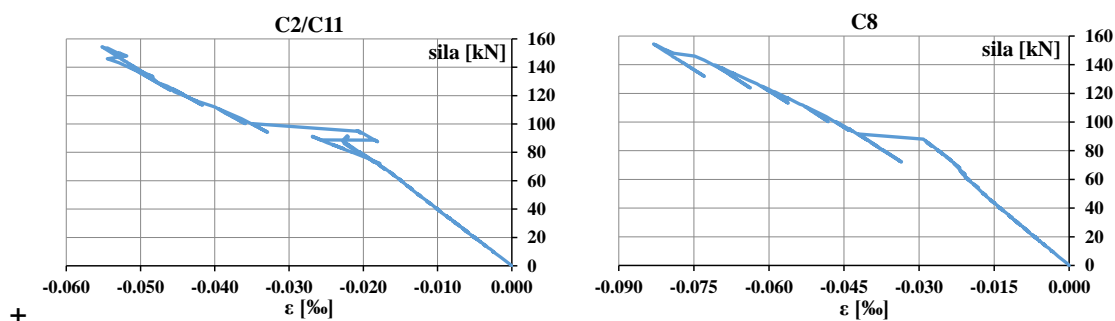


Slika 4.72 - Šema prslina uzorka Z1 - zadnja strana površine zida

Moment savijanja u sredini raspona izazvao je vertikalnu prslinu, dok je smicanje u oslonačkim zonama izazvalo kose prsline. Osim jasno uočenih prslina, javila se i denivelacija u području levog oslonca na zadnjoj strani površine nosača pri opterećenju od 2x140 kN. Bez obzira što je širina prslina veća od dopuštenih, ovaj kriterijum nije mogao biti uzet u obzir za definisanje loma nosača. Razlog za ovo leži u načinu armiranja zida koji je imao za cilj da se u najvećoj mogućoj meri reprodukuje oblik postignut u numeričkom Strut-and-Tie modelu zbog čega je postavljena samo osnovna armatura, bez konstruktivne armature uz ivice zida.

#### 4.3.3.2 Rezultati eksperimentalnog ispitivanja uzorka Z1

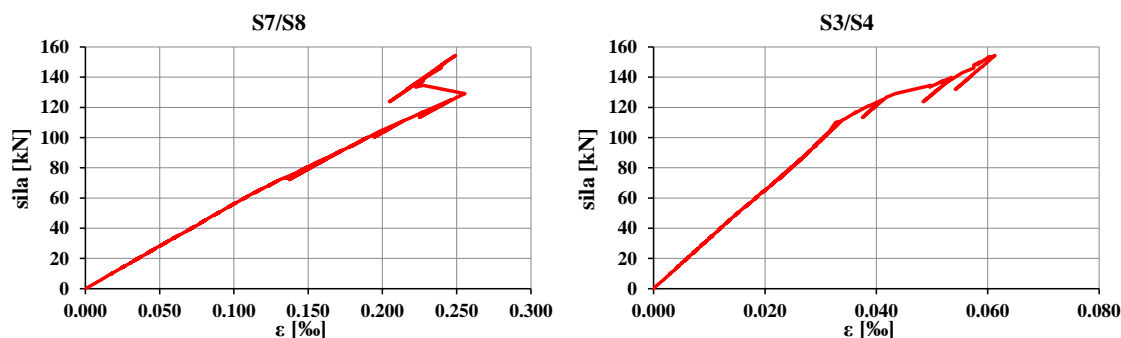
Vrednosti dilatacija u betonu, na mernim mestima, slika 4.37, prikazane su u Prilogu 8.2.1.2. Na slici 4.73 prikazane su karakteristične vrednosti dilatacija u zavisnosti od nivoa opterećenja. Uočava se nagla promena pri vrednosti spoljašnjeg opterećenja od 2x90kN, tj. pri pojavi prve prsline u nosaču. Sa dijagrama se vidi da u betonu, u pravcu mernih traka C2(C11) i C8, nisu dostignute granične dilatacije. Ovakva raspodela dilatacija odgovara pravcima pritisnutih štapova u Strut-and-Tie modelu, automatski određenom u programu „ST method“, slika 4.9.



Slika 4.73 - Dilatacije u betonu u toku nanošenja opterećenja, za merna mesta C2(C7) i C9 - Zid 1

Vrednosti dilatacija za armaturu sa mernih mesta, prikazanih na slici 4.37, date su u Prilogu 8.2.1.3. Na slici 4.74 prikazane su vrednosti dilatacija u armaturi, za merna mesta S7(S8) (u

donjoj zoni nosača, slika 4.37) i S3(S4) (u zoni između otvora u nosaču, slika 4.37). Ovaj položaj zategnutog štapa Strut-and-Tie modela u skladu je sa položajem prsline u sredini nosača, tj. pravac zategnutog štapa je upravan na pravac prsline. Iako se prva prsline u nosaču pojavila pri opterećenju od 2x90 kN, zbog položaja mernih mesta S7(S8), koja se nalaze u blizini prsline, nije uočena značajnija promena u vezi sila-dilatacija. Nagle promene se uočavaju pri većim nivoima opterećenja.



Slika 4.74 - Dilatacije u armaturi u toku nanošenja opterećenja, merna mesta S7/S8 i S3/S4 - Zid 1

Nakon završenog eksperimentalnog ispitivanja, ispitan je uzorak armature, slika 4.75. Rezultati ispitivanja uzorka sa Mašinskog instituta FTN iz Novog Sada, dati su u prilogu 8.1.4. Dijagram zavisnosti sila - deformacija kontrolnog uzorka, ispitanog u laboratoriji u Subotici, prikazan je na slici 4.76.

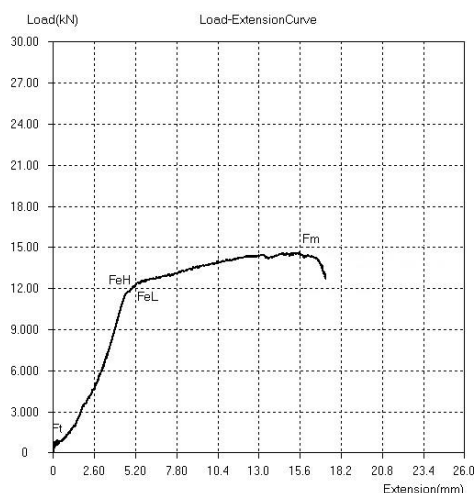


Slika 4.75 - Uzorak armature iz nosača Z1 (gore i sredina) i kontrolni uzorak (dole)

Tabela 4.28 - Karakteristike ispitanog kontrolnog uzorka armature - Subotica

Sample ID		TestDate	24/03/2017
Shape		Type	Circle
Customer	control	So(mm <sup>2</sup> )	28.27
Size(mm)	6	Lu(mm)	
Lo(mm)	350	Su(mm <sup>2</sup> )	/
A(%)	/	Fm(kN)	14.8
Z(%)	/	FeH(kN)	11.93
Rm(MPa)	523	FeL(kN)	11.86
ReH(MPa)	422	Fp(kN)	/
ReL(MPa)	419	Ft(kN)	/
Rp(MPa)	/	E(GPa)	/
Rt(MPa)	/		

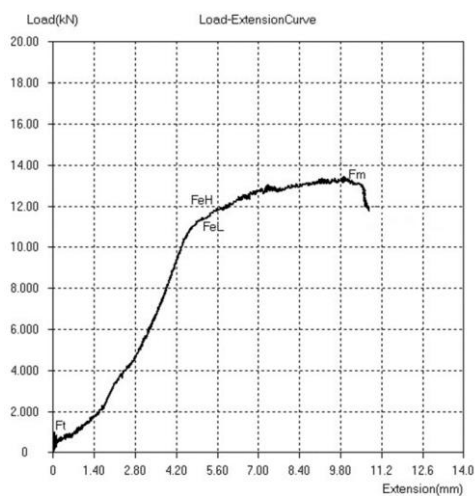
U tabeli 4.29 i na slici 4.77 prikazane su karakteristike armature Z1 ispitane u laboratoriji u Subotici. Dobijene vrednosti ispitane armature odgovaraju karakteristikama koje zahteva pravilnik SRPS EN10080.



Slika 4.76 - Dijagram sila - deformacija za kontrolnu armaturu

Tabela 4.29 - Karakteristike ispitnog uzorka armature Z1 - Subotica

Sample ID		TestDate	24/03/2017
Shape		Type	Circle
Customer	Z1	So(mm <sup>2</sup> )	28.27
Size(mm)	6	Lu(mm)	
Lo(mm)	350	Su(mm <sup>2</sup> )	/
A(%)	/	Fm(kN)	13.52
Z(%)	/	FeH(kN)	11.46
Rm(MPa)	478	FeL(kN)	11.34
ReH(MPa)	405	Fp(kN)	/
ReL(MPa)	401	Ft(kN)	/
Rp(MPa)	/	E(GPa)	/
Rt(MPa)	/		

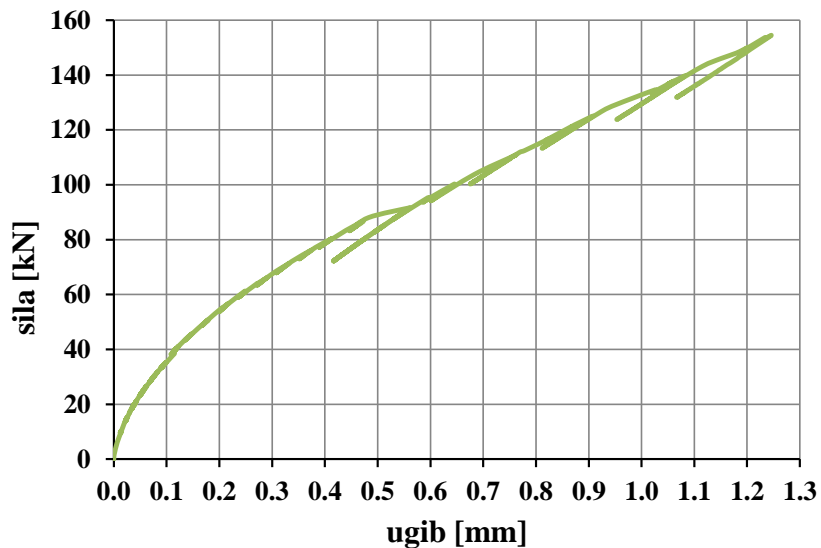


Slika 4.77 - Dijagram sila - deformacija za armaturu - Z1

Vrednosti ugiba na mestima ispitivanja, za sve faze nanošenja opterećenja, date su u Prilogu 8.2.1.4.



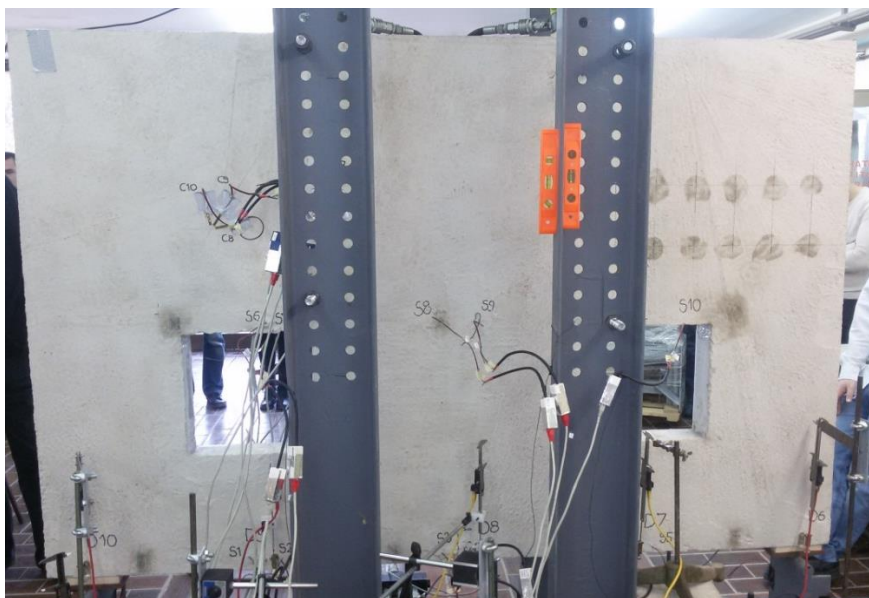
Neto vrednosti ugiba u sredini donje ivice nosača (merno mesto D3, slika 4.37), u zavisnosti od nivoa opterećenja, prikazane su na slici 4.78. Za karakterističnu vrednost opterećenja od 2x100 kN, veličina vertikalnog pomeranja iznosi 0,68 mm.



Slika 4.78 - Ugib u sredini donje ivice nosača (D3) uzorka Z1

### 4.3.3.3 Ispitivanje uzorka Z2

Konstrukcija metalnog rama sa postavljenim uzorkom Z2 i aparatura za merenje dilatacija i ugiba, prikazani su na slici 4.79, sa prednje strane površine zida, i na slici 4.80, sa zadnje strane površine zida.

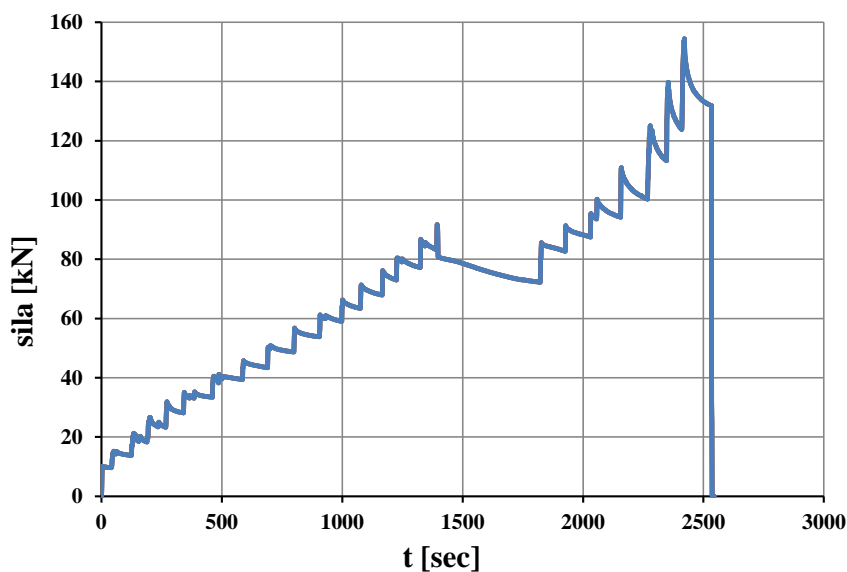


Slika 4.79 - Uzorak Z2 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (prednja strana)

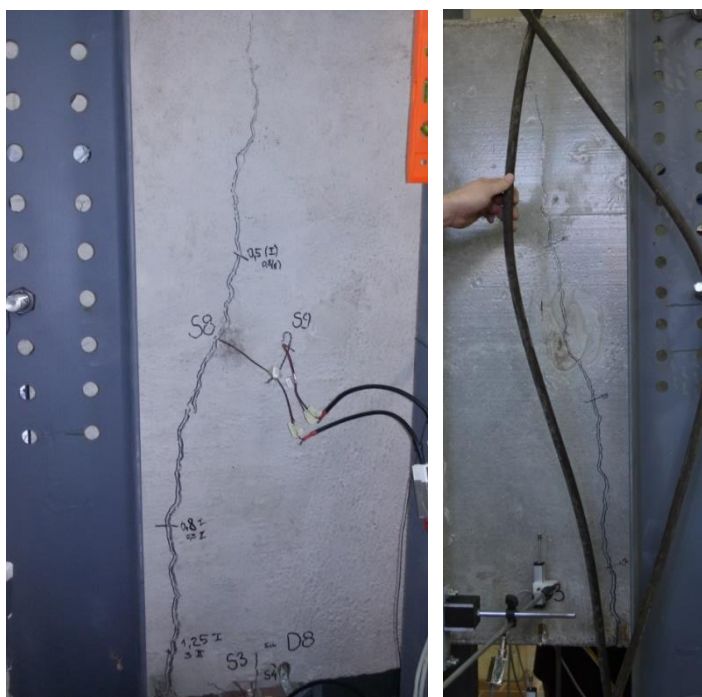


Slika 4.80 - Uzorak Z2 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (zadnja strana)

Nanošenjem sila u koracima od 2x10 kN ispitan je uzorak Z2, slika 4.81. Pri vrednosti sila od 2x90 kN pojavila se prva prslina na sredini nosača koja je na slici 4.82 (levo) prikazana sa prednje strane površine zida, a na slici 4.82 (desno) je prikazan izgled prsline sa zadnje strane površine zida. Prsline su se daljim rastom opterećenja samo proširivale.



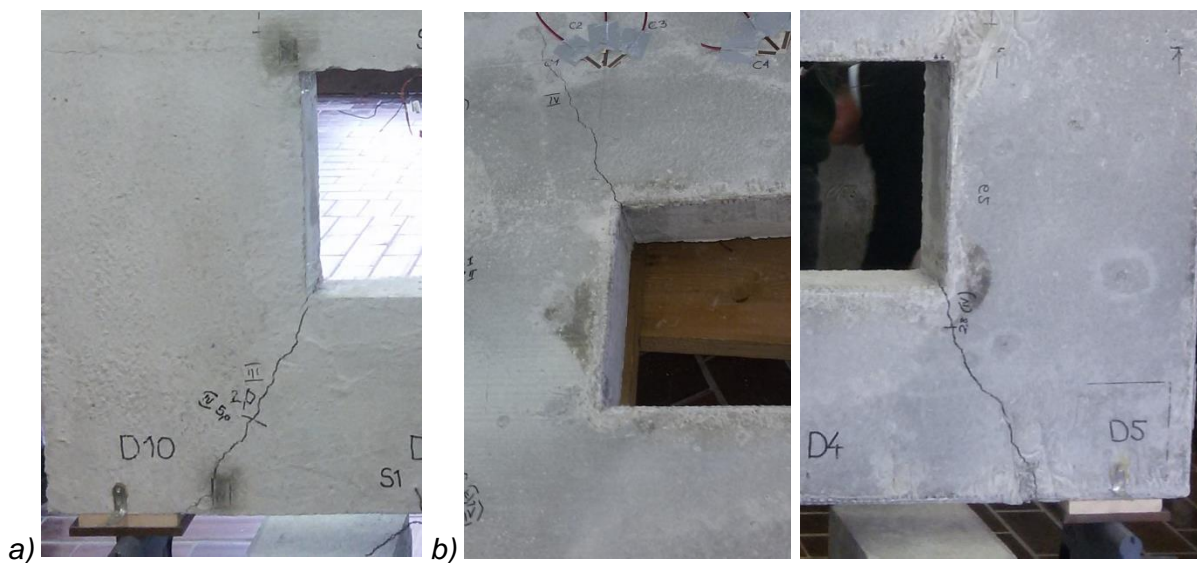
Slika 4.81 - Nanošenje opterećenja u toku vremena - Z2



Slika 4.82 - Prve prsline po sredini sa prednje (levo) i zadnje strane (desno) površine uzorka Z2

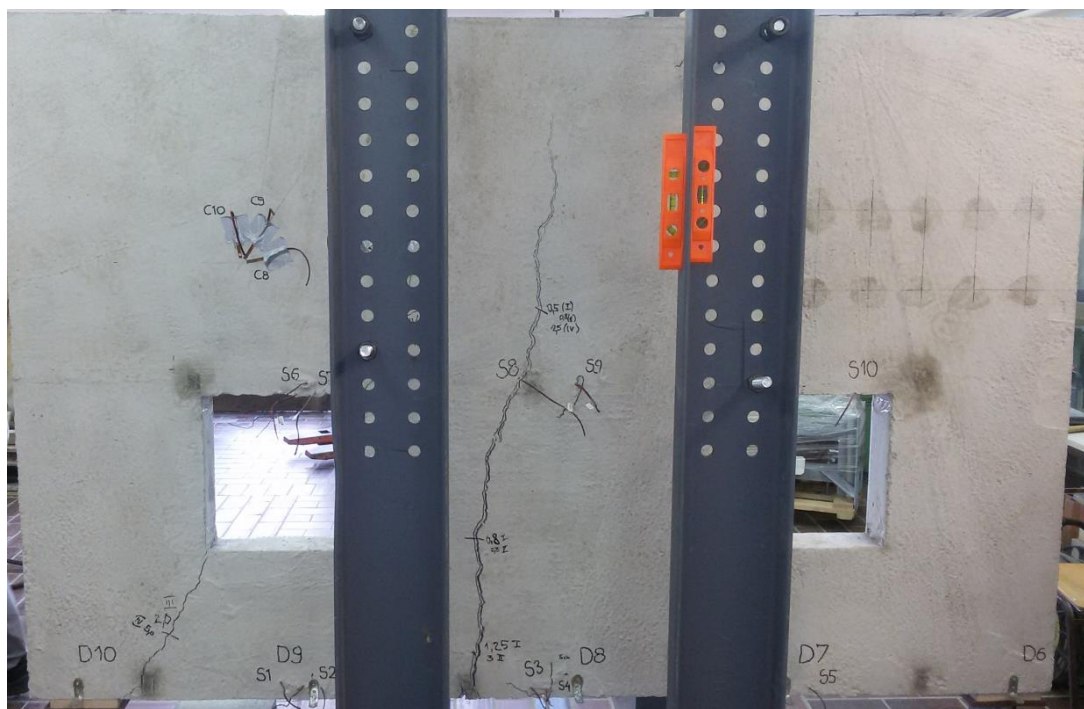
Nove prsline pojavile su se pri nanošenju opterećenja od  $2 \times 120$  kN kod levog oslonca sa prednje strane površine zida, slika 4.83 a), a pri silama  $2 \times 130$  kN kod oslonca i dijagonalno dalje od otvora kod desnog oslonca zadnje strane površine zida, slika 4.83 b), koje su propagirale i proširivale se, sa daljim rastom opterećenja.





Slika 4.83 - Prsline: a) kod oslonca sa prednje strane pri 2x120 kN i b) kod oslonca i kod otvora pri 2x130 kN, sa zadnje strane površine uzorka Z2

Maksimalno eksperimentalno opterećenje iznosilo je ~2x150 kN, Pri opterećenju od 2x140 kN izmerena širina prsline je 7 mm. Nakon završetka eksperimentalnog ispitivanja, stanje uzorka Z2 prikazano je na slici 4.84, gde se može videti slika prsline sa prednje strane površine zida, dok se na slici 4.85 može videti slika prsline sa zadnje strane površine zida.

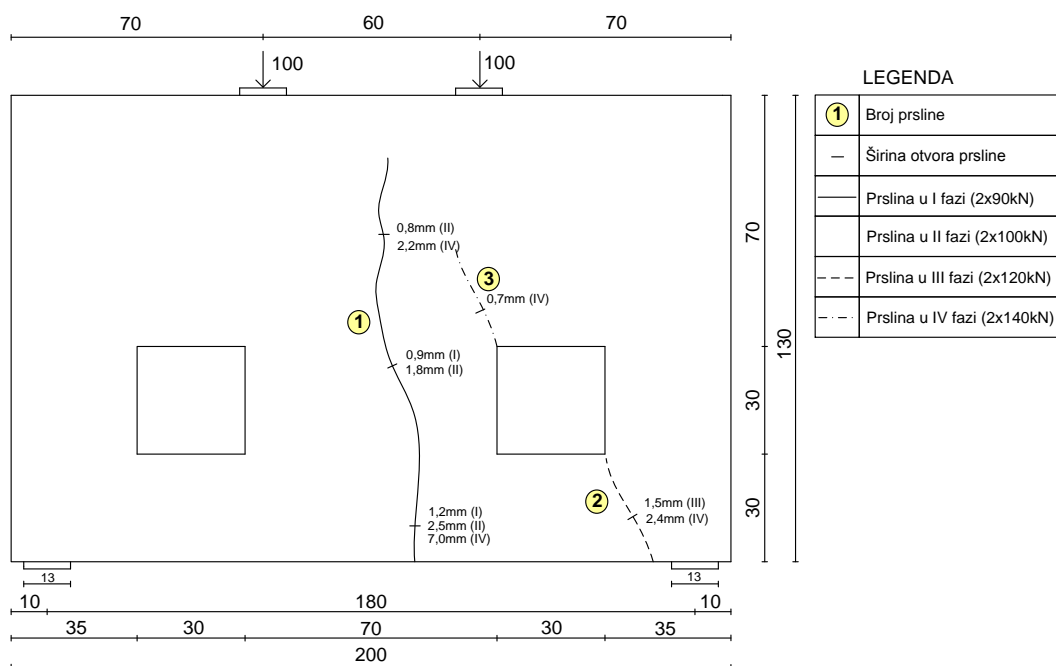


Slika 4.84 - Konačna slika prsline uzorka Z2 - prednja strana površine zida



Slika 4.85 - Konačna slika prslina uzorka Z2 - zadnja strana površine zida

Na osnovu konačne slike prslina, uočava se da kod desnog oslonca prednje strane zida, tj. kod levog oslonca zadnje strane zida, nije došlo do pojave, vidljivih prslina. Na osnovu slike prslina uočava se dominantna vertikalna prslina na sredini nosača.

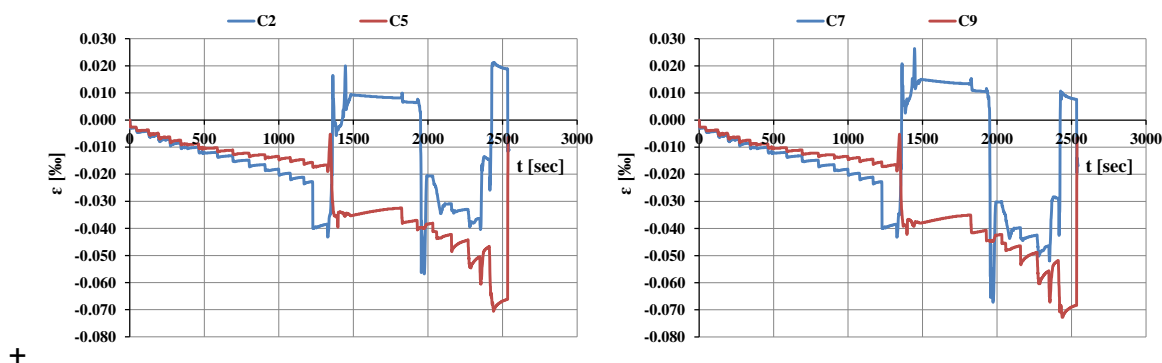


Slika 4.86 - Šema prslina uzorka Z2 - zadnja strana površine zida

Šematska slika prslina i redosled pojava prslina po fazama za uzorak Z2 na zadnjoj strani površine zida, sa vrednostima izmerenih širina prslina za različite nivoe opterećenja, prikazani su na slici 4.86. Moment savijanja u sredini raspona izazvao je vertikalnu prslinu, dok je smicanje u oslonjačkoj zoni izazvalo kosu prslinu. Osim jasno uočenih prslina, drugih vidljivih oštećenja nije bilo.

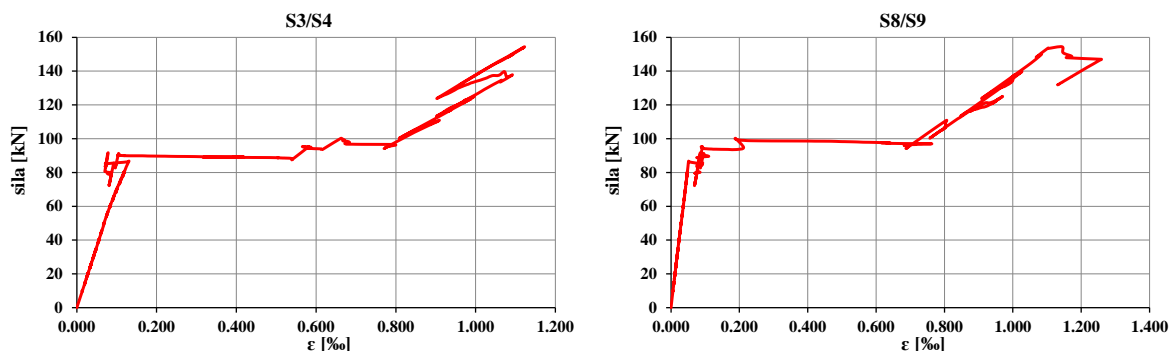
#### 4.3.3.4 Rezultati eksperimentalnog ispitivanja uzorka Z2

Vrednosti dilatacija u betonu, na mestima gde su postavljene merne trake, slika 4.40, prikazane su u obliku dijagrama u Prilogu 8.2.2.2. Na slici 4.87 prikazane su vrednosti dilatacija u vremenskom trenutku koji odgovara vrednosti spoljašnjeg opterećenja od 2x90 kN, tj. pri pojavi prve prsline u nosaču. Uočava se da je beton u pravcu merne trake C5(C9) izložen pritisku, a to odgovara pravcu pritisnutog štapa iz predloženog Strut-and-Tie modela određenog u programu „ST method“, slika 4.22. Bez obzira na ponašanje betona u pravcu merne trake C2(C7), gde se javlja i zatezanje u betonu pri određenim nivoima opterećenja, predloženi Strut-and-Tie model je korektan, jer svakako na tom pravcu u modelu ne postoji pritisnuti štap.



Slika 4.87 - Dilatacije u vremenu za merne mesta C5(C9) i C2(C7) - Zid 2

Vrednosti dilatacija za armaturu u toku vremena, sa mernih mesta prikazanih na slici 4.40, date su u Prilogu 8.2.2.3. Na slici 4.88 prikazane su vrednosti dilatacija u armaturi, za merne mesta S3/S4 (u donjoj zoni nosača, slika 4.37) i S8/S9 (u zoni između otvora u nosaču, slika 4.37), koja se nalaze na pravcu upravnom na pravac dominantne prsline na sredini zida. Za vrednosti spoljašnjeg opterećenja od 2x90 kN, na dijagramu se uočava naglo povećanje dilatacija, a to odgovara pojavi prve prsline u nosaču.



Slika 4.88 - Dilatacije u armaturi u zavisnosti od nivoa opterećenja - merne mesta S3/S4 i S8/S9 - Z2

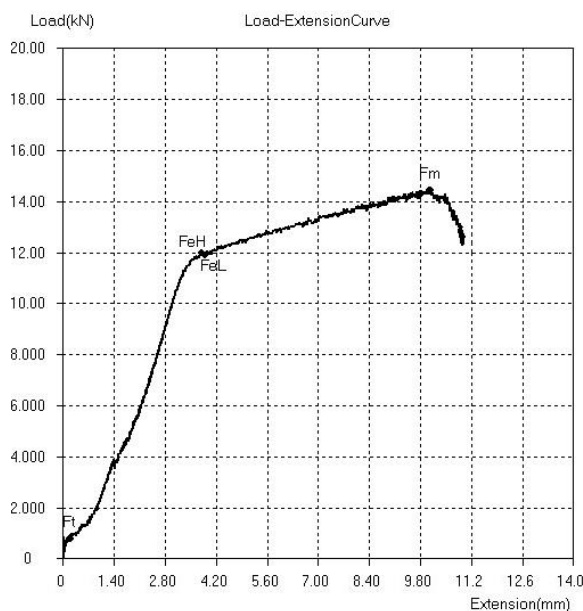
Slično kao i kod zida Z1 i za nosač Z2 ispitan je uzorak armature, slika 4.89. Karakteristike ispitanog uzorka armature Z2 prikazane su u tabeli 4.30 i na slici 4.90.



Slika 4.89 - Uzorak armature iz nosača Z2

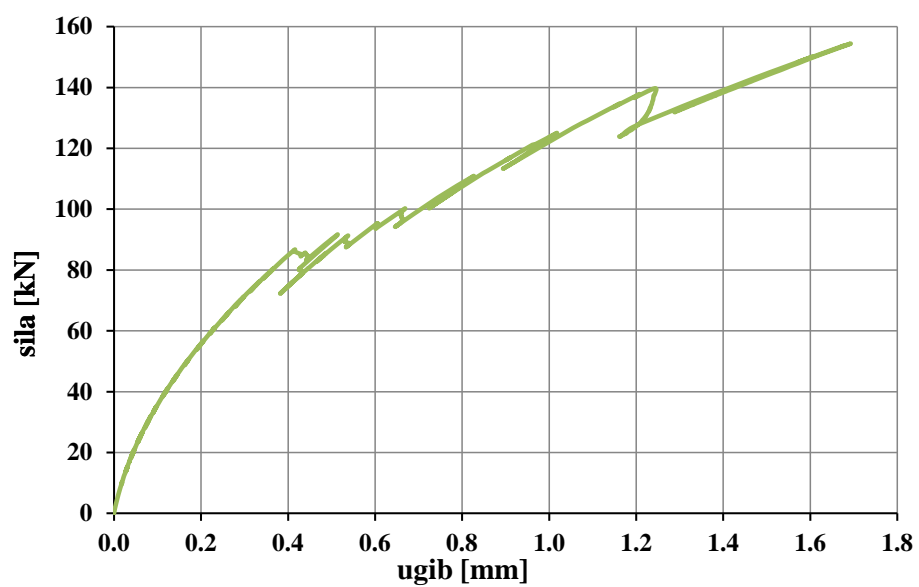
Tabela 4.30 - Karakteristike ispitnog uzorka armature Z2 - Subotica

Sample ID		TestDate	24/03/2017
Shape		Type	Circle
Customer	Z2	So(mm <sup>2</sup> )	28.27
Size(mm)	6	Lu(mm)	
Lo(mm)	350	Su(mm <sup>2</sup> )	/
A(%)	/	Fm(kN)	14.45
Z(%)	/	FeH(kN)	12
Rm(MPa)	511	FeL(kN)	11.9
ReH(MPa)	424	Fp(kN)	/
ReL(MPa)	421	Ft(kN)	/
Rp(MPa)	/	E(GPa)	/
Rt(MPa)	/		



Slika 4.90 - Naponsko - deformacijsko stanje armature iz nosača - Z2

Vrednosti pomeranja uzorka Z2 za merna mesta, označena prema slici 4.40, prikazane su u Prilogu 8.2.2.4. Neto vrednost ugiba, na sredini donje ivice nosača, u funkciji od intenziteta opterećenja, prikazana je na slici 4.91. Za vrednost opterećenja od po 2x100 kN, veličina vertikalnog pomeranja iznosi 0,74 mm.

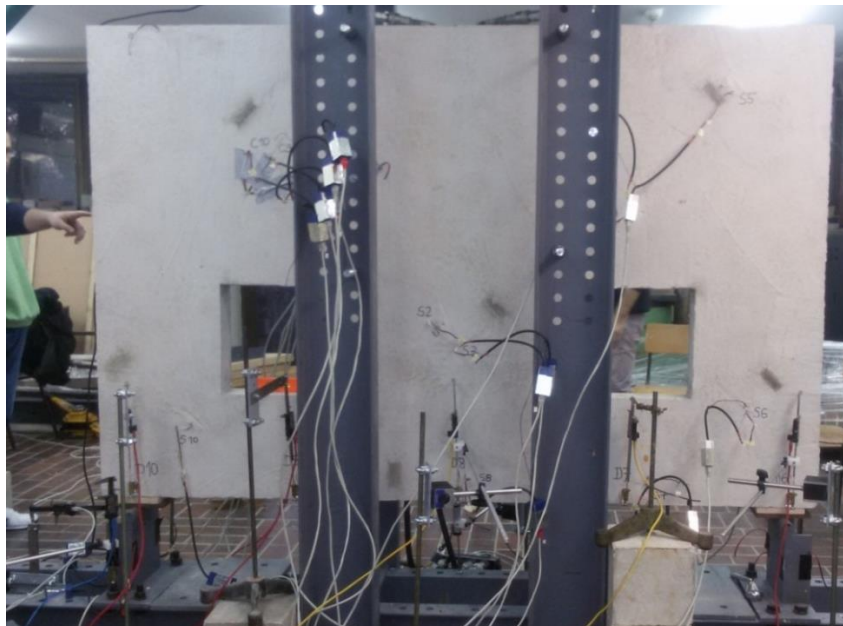


Slika 4.91 - Ugib na na sredini donje ivice nosača (D3) uzorka Z2



#### 4.3.3.5 Ispitivanje uzorka Z3

Uzorak Z3, postavljen u ram za ispitivanje, sa aparaturom za merenje dilatacija u betonu i armaturi i za merenje ugiba, prikazan je na slici 4.92, sa prednje strane površine zida, i na slici 4.93, sa zadnje strane površine zida.

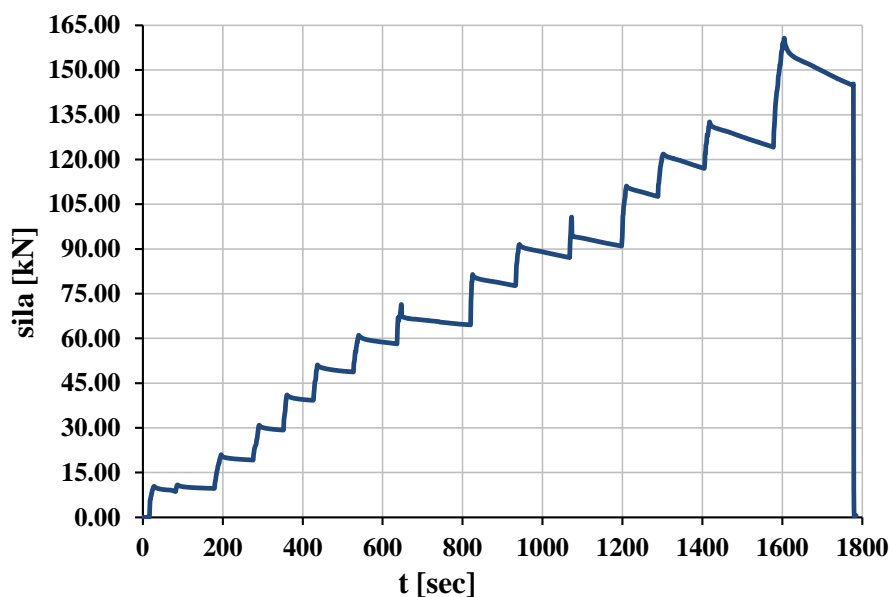


Slika 4.92 - Uzorak Z3 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (prednja strana)



Slika 4.93 - Uzorak Z3 - Aparatura za merenje dilatacija i ugibomeri (zadnja strana)

Nanošenjem sila u koracima od 2x10 kN ispitan je uzorak Z3. Na slici 4.94 prikazan je ostvareni dijagram nanošenja opterećenja u toku vremena.

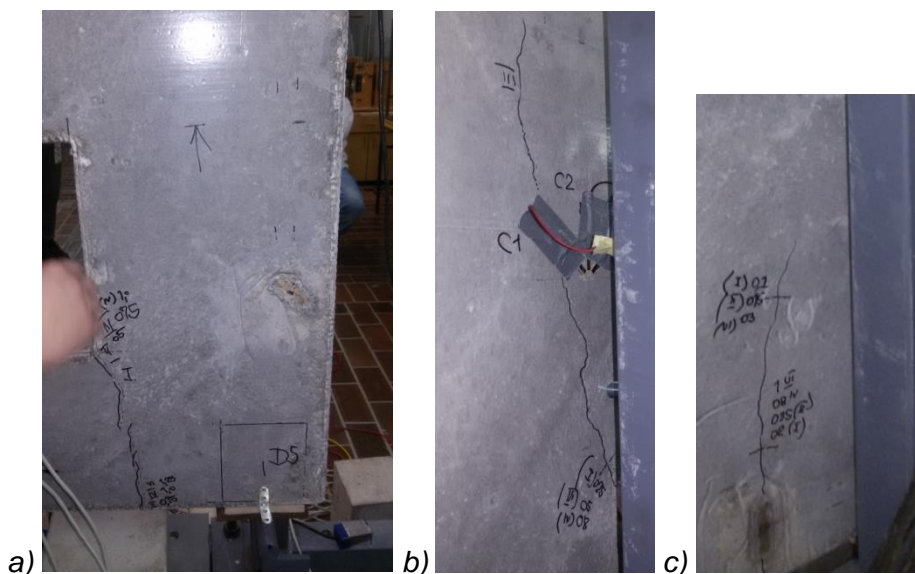


Slika 4.94 - Nanošenje opterećenja u toku vremena - Z3

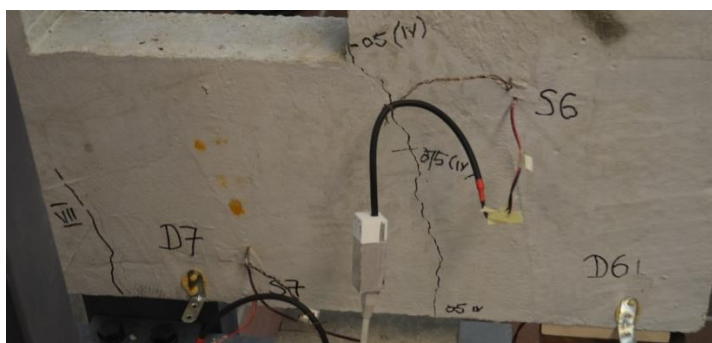
Pri vrednosti sila od  $2 \times 70$  kN nastalo je više prslina istovremeno. Kod levog oslonca sa prednje strane površine zida, na slici 4.95 (levo), a na sredini nosača, na slici 4.95 (desno). Prve prsline sa zadnje strane površine zida prikazane su kod oslonca na slici 4.96 a), kod otvora na slici 4.96 b), i na sredini nosača na slici 4.96 c). Više novih, vidljivih, prslina se pojavilo pri nivou opterećenja od  $2 \times 110$  kN. Sa prednje strane površine zida kod oslonca i ka sredini prikazane su na slici 4.97, dok su nove prsline sa zadnje strane površine zida kod oslonca i ka sredini prikazane na slici 4.98 (levo) i kod otvora na slici 4.98 (desno). Povećavanjem opterećenja došlo je do širenja i propagacije postojećih prslina.



Slika 4.95 - Prve prsline sa prednje strane površine uzorka Z3, kod oslonca (levo) i po sredini (desno)



Slika 4.96 - Prsline pri 2x70 kN sa zadnje strane površine uzorka Z3: a) kod oslonca, b) kod otvora i c) po sredini



Slika 4.97 - Prsline pri 2x110 kN kod oslonca i ka sredini sa prednje strane površine uzorka Z3



Slika 4.98 - Prsline pri 2x110 kN kod oslonca, ka sredini (levo) i kod otvora (desno) sa zadnje strane površine uzorka Z3

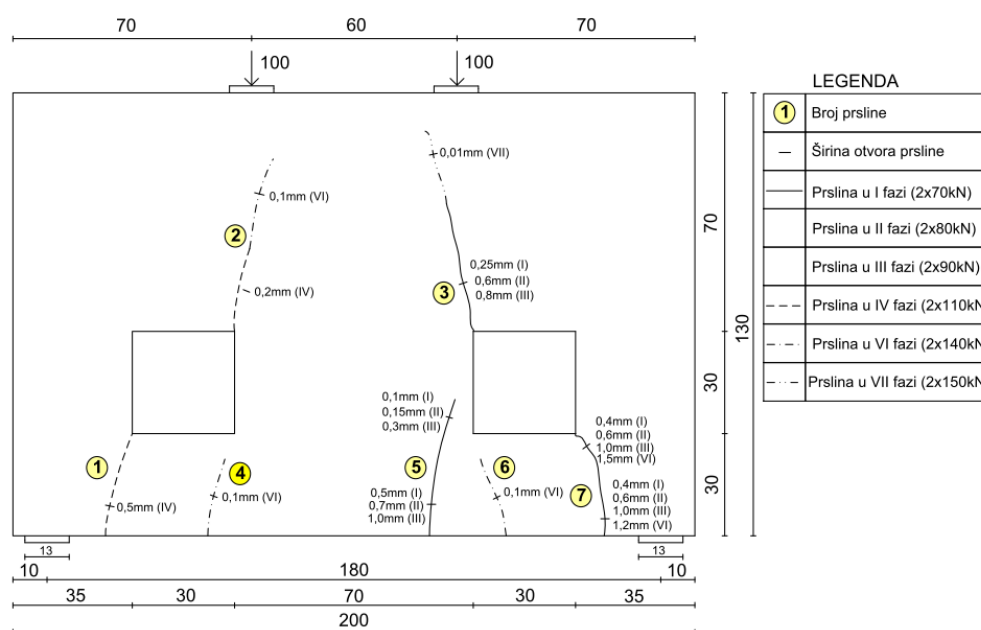
Konačna slika prslina i faze pojave prslina sa zadnje strane zida prikazani su na slici 4.99. Šematska slika prslina uzorka Z3 na zadnjoj strani površine zida, sa vrednostima izmerenih



širina prslina za različite nivoe opterećenja, data je na slici 4.100. Smicanje u oslonačkim zonama i kod otvora je izazvalo kose prsline, a moment savijanja u donjoj zoni sredine raspona izazvao je više manjih vertikalnih prslina. Dominantne su kose prsline od smicanja kod oslonaca. Osim jasno uočenih prslina, drugih vidljivih oštećenja nije bilo.



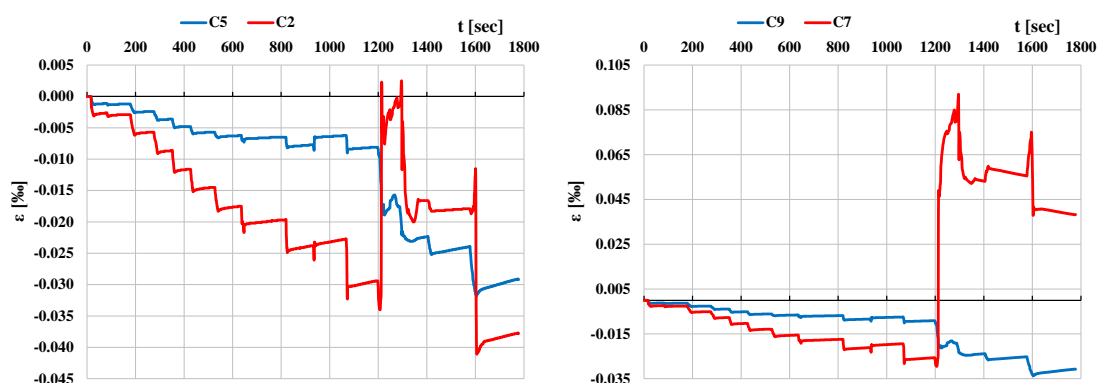
Slika 4.99 - Konačna slika prslina uzorka Z3 - zadnja strana površine zida



Slika 4.100 - Šema prslina uzorka Z3 - zadnja strana površine zida

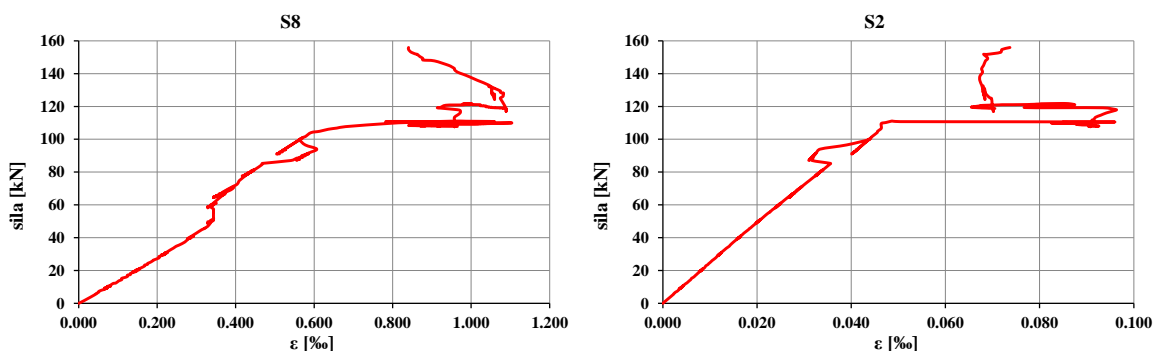
#### 4.3.3.6 Rezultati eksperimentalnog ispitivanja uzorka Z3

Vrednosti dilatacija u betonu, na mestima postavljenih mernih traka, slika 4.42, prikazane su u Prilogu 8.2.3.2. Na slici 4.101 prikazane su vrednosti dilatacija u vremenskom trenutku koji odgovara vrednosti spoljašnjeg opterećenja od 2x70 kN, tj. pojavi prve prslina u nosaču. Slično kao i kod uzorka Z2, uočava se da je beton u pravcu merne trake C5(C9) izložen pritisku. Ovakvo stanje odgovara pravcu pritisnutog štapa iz predloženog Strut-and-Tie modela određenog u programu „ST method“, slika 4.42. Predloženi Strut-and-Tie model je korektan bez obzira na ponašanje betona u pravcu merne trake C2(C7), jer u tom pravcu u modelu ne postoji pritisnuti štap.



Slika 4.101 - Dilatacije u vremenu za merna mesta C5(C9) i C2(C7) - Zid 3

Vrednosti dilatacija u armaturi u toku vremena, na mestima mernih traka prikazanih na slici 4.42, date su u Prilogu 8.2.3.3. Dilatacije u armaturi za merna mesta S8 i S2/S3 u zavisnosti od nivoa opterećenja prikazane su na slici 4.102. Uočava se da je pri nivou opterećenja od približno 2x110 kN došlo do naglog povećanja dilatacija. Pri opterećenju koje izaziva pojavu prve prsline u nosaču od 2x70 kN nije došlo do značajnije promene veze sila-dilatacija.



Slika 4.102 - Dilatacije u armaturi u zavisnosti od nivoa opterećenja - za merna mesta S8 i S2 - Zid 3

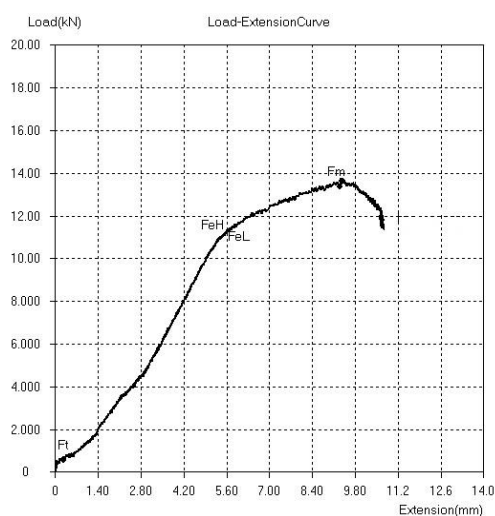
Za uzorak armature iz nosača Z3, slika 4.103, karakteristike materijala date su u tabeli 4.31, a dijagram sila - deformacija prikazan je na slici 4.104.



Slika 4.103 - Uzorak armature iz nosača Z3

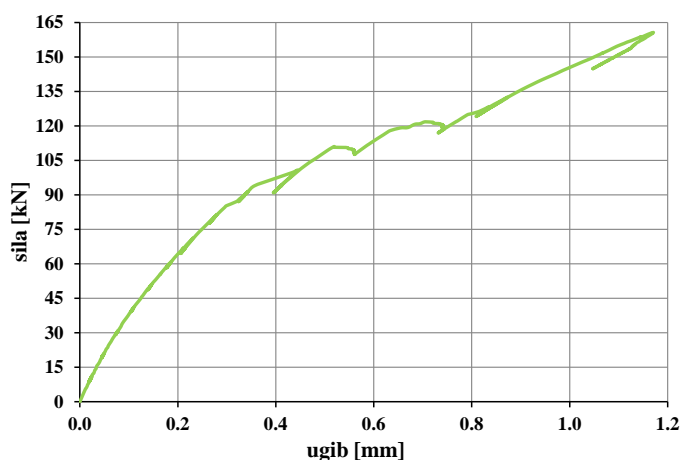
Tabela 4.31 - Karakteristike ispitanog uzorka armature Z3 - Subotica

Sample ID		TestDate	24/03/2017
Shape		Type	Circle
Customer	Z3 kos	So(mm <sup>2</sup> )	28.27
Size(mm)	6	Lu(mm)	
Lo(mm)	350	Su(mm <sup>2</sup> )	/
A(%)	/	Fm(kN)	13.71
Z(%)	/	FeH(kN)	11.38
Rm(MPa)	485	FeL(kN)	11.32
ReH(MPa)	403	Fp(kN)	/
ReL(MPa)	400	Ft(kN)	/
Rp(MPa)	/	E(GPa)	/
Rt(MPa)	/		



Slika 4.104 - Naponsko - deformacijsko stanje armature iz nosača - Z3

Vrednosti ugiba na mernim mestima, slika 4.42, date su u Prilogu 8.2.3.4. Neto vrednost ugiba sredine donje ivice nosača (D3), prikazana je na slici 4.105. Za vrednost opterećenja od 2x100 kN, veličina vertikalnog pomeranja iznosi 0,45 mm.



Slika 4.105 - Ugib na na sredini donje ivice nosača (D3) uzorka Z3

## 4.4 ANALIZA NOSAČA Z1, Z2 I Z3 U KOMERCIJALNOM PROGRAMU ABAQUS

### 4.4.1 Opis primenjenih modela u komercijalnom programu Abaqus

Za potrebe numeričkih analiza korišćen je komercijalni program Abaqus 2016 u kojem su sve analize urađene primenom metode konačnih elemenata uz pretpostavku o ravanskom stanju napona. Sama pretpostavka ravanskog stanja napona opravdana je karakteristikama metalnog rama i armiranobetonskog zida, kao i karakterom spoljašnjeg opterećenja. Takođe, razlog za pojednostavljenje problema u smislu prelaska sa 3D na 2D analizu je u tome da je 2D analiza znatno „računarski jeftinija”. Primenjena je analiza koja uključuje materijalnu nelinearnost (nelinearna veza između napona i deformacija), velika pomeranja i male deformacije.

Materijalna nelinearnost u betonu može da se obuhvati kroz različite modele, a danas se najčešće u praksi primenjuju modeli sa tzv. koncentrisanom i raspodeljenom plastičnošću. Modeli sa koncentrisanom plastičnošću podrazumevaju formiranje plastičnih zglobova u pojedinim presecima, a ponašanje plastičnog zgloba je definisano najčešće preko veze sila-pomeranje ili moment-rotacija (krivina). Kod modela sa raspodeljenom plastičnošću mogu da se koriste vlaknasti modeli poprečnog preseka koji simuliraju raspodeljenu plastičnost, po površini poprečnog preseka, i po dužini elementa u odgovarajućim integracionim tačkama. Modeli sa raspodeljenom plastičnošću mogu biti implementirani preko tzv. „displacement-based” formulacije (Hellesland, Scordelis 1981; Marí, Scordelis 1984.), ili primenom tzv. „force-based” formulacije (Spacone et al. 1996.; Neuenhofer, Filippou 1997.). Prethodno opisani pojednostavljeni modeli ponašanja armiranog betona imaju značajnu primenu u analizi građevinskih konstrukcija, a implementirani su u mnogobrojnim programima, kao na primer SAP2000, SeismoStruct, Midas itd.

Pored prethodno opisanih pojednostavljenih modela ponašanja armiranog betona mogu da se koriste napredni modeli, tzv. „Continuum mechanics-based models” čiji je osnovni koncept da simuliraju nelinearno ponašanje armiranog betona sa ciljem procene ponašanja armiranobetonske konstrukcije. Neophodno je da model može da obuhvati sve vidove nelinearnog ponašanja usled bilo koje vrste dejstva i pri bilo kom nivou oštećenja. Osnovna prednost ovakvih modela, u odnosu na pojednostavljene, je da mogu da obuhvate triaksijalno naponsko stanje u gotovo svim tipovima armiranobetonskih konstrukcija, zatim, u tome da se mogu obuhvatiti gotovo svi tipovi lomova (krti smičući lom, drobljenje betona i pojava prslina) kao i da mogu da uključe interakciju između različitih vidova oštećenja u armiranobetonskom elementu (npr. oštećenje betona i efekti izvijanja armature, interakcija između savijanja i aksijalnog naprežanja u elementu itd.) [69]. Kod ovakvih modela beton može da se diskretizuje trodimenzionalnim ili dvodimenzionalnim („solid”) konačnim elementima, a armatura se najčešće modelira sa štapnim ili grednim konačnim elementima.

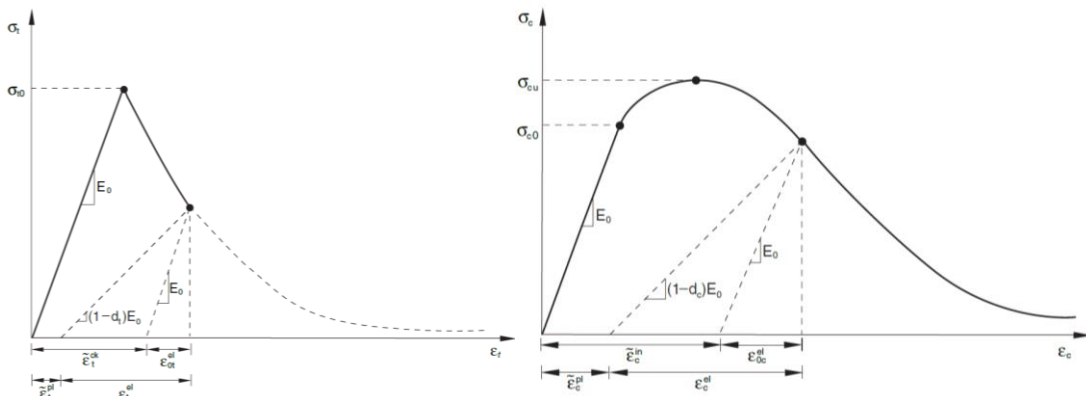
Konstitutivni model za beton koji je primenjen u svim analizama je tzv. „Concrete Damaged Plasticity” model (CDP model) [1], [3], koji je implementiran u program ABAQUS 2016 i spada u tzv. „Continuum mechanics-based models”, a formiran je kombinacijom teorije plastičnosti i mehanike oštećenja prema preporukama [107], [119]. Može da se koristi u analizama svih vrsta armiranobetonskih konstrukcija izloženih monotonim, cikličkim i dinamičkim dejstvima. Pored betona model može da se koristi i za druge kvazi-krt

materijale kao što su stena, malter, keramika i sl. Model predpostavlja da su dva osnovna vida loma u betonu: pojava prslina usled napona zatezanja i drobljenje betona usled napona pritiska. Razvoj površi tečenja (ili loma) kontrolisana je sa dve promenljive  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$  (ekvivalentna plastična deformacija pri zatezanju) i  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$  (ekvivalentna plastična deformacija pri pritisku) koje su vezane za mehanizam loma pri zatezanju i pritisku, respektivno. Ponašanje betona pri jednoosijalnom zatezanju i pritisku prikazano je na slici 4.106. Napon pri zatezanju i pritisku određuje se prema izrazima (24) i (25), [1]:

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (24)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (25)$$

gde je  $E_0$  početni modul elastičnosti (neoštećen beton),  $\varepsilon_t$  i  $\varepsilon_c$  – ukupna deformacija pri zatezanju i pritisku, respektivno,  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$  i  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$  – ekvivalentna plastična deformacija pri zatezanju i pritisku, respektivno i  $d_t$  i  $d_c$  – promenljive koje definišu degradaciju elastične krutosti pri zatezanju i pritisku, respektivno. Promenljive  $d_t$  i  $d_c$  imaju vrednosti u granicama od 0 (neoštećen beton) do 1 (totalan gubitak nosivosti u betonu).



Slika 4.106 - Ponašanje betona pri jednoosijalnom zatezanju (levo) i pritisku (desno), [1]

Deformacija pri isprskalom stanju u betonu usled zatezanja („Cracking Strain”) određuje se preko izraza (26), [1]:

$$\tilde{\varepsilon}_t^{cr} = \varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_{ot}^{el} \quad (26)$$

gde je  $\varepsilon_t$  – ukupna deformacija pri zatezanju i  $\tilde{\varepsilon}_{ot}^{el} = \sigma_t/E_0$  – elastična deformacija (neoštećen beton) pri zatezanju. Ekvivalentna plastična deformacija pri zatezanju  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$  određuje se izrazom (27), [1]:

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{cr} - \frac{d_t}{1 - d_t} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (27)$$

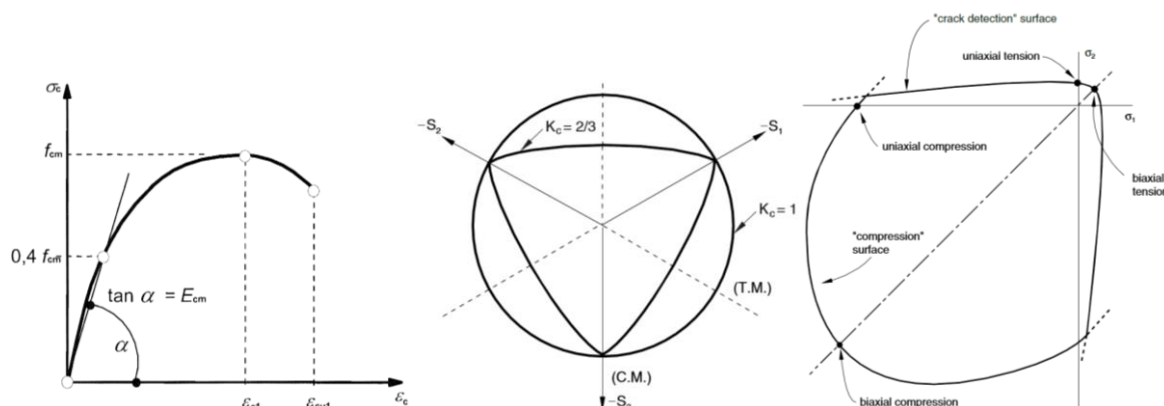
Neeleastična deformacija („inelastic strain”)  $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$  pri pritisku u betonu određuje se preko izraza (28), [1]:

$$\tilde{\varepsilon}_c^{in} = \varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_{oc}^{el} \quad (28)$$

gde je  $\varepsilon_c$  – ukupna deformacija pri pritisku i  $\tilde{\varepsilon}_{oc}^{el} = \sigma_c/E_0$  – elastična deformacija (neoštećen beton) pri pritisku. Ekvivalentna plastična deformacija pri zatezanju  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$  izračunava se izrazom (29), [1]:

$$\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{1 - d_c} \frac{\sigma_c}{E_0} \quad (29)$$

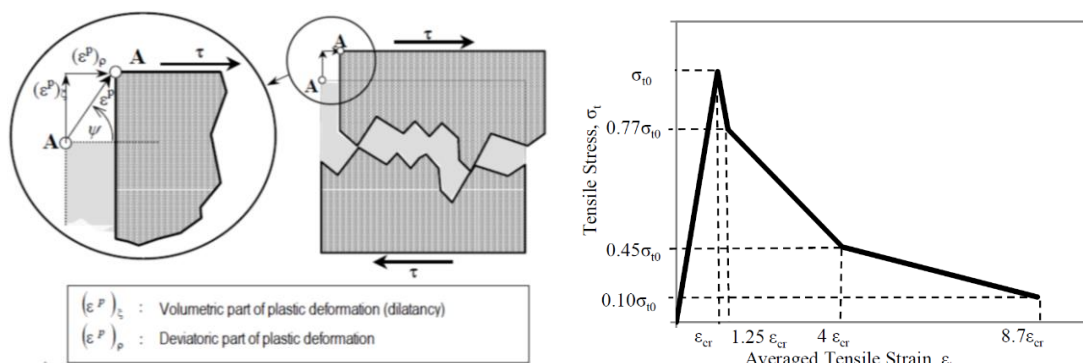
U svim nelinearnim analizama primenjena je veza između napona i deformacija u betonu pri jednoaksijalnom pritisku propisana u EN1992-1-1 (slika 4.107 (levo), [64]):



Slika 4.107 - Ponašanje betona pri jednoaksijalnom pritisku [64] (levo), Površ tečenja u devijatorskoj ravni [1] (sredina), Anvelopa nosivosti betona pri ravanskom stanju napona [1] (desno)

Funkcija tečenja koju koristi CDP model data je u [1]. Pored prethodno opisanih parametara CDP model ponašanja betona zavisi i od četiri konstitutivna parametra:  $K_c$ ,  $\psi$ ,  $\sigma_{bo}/\sigma_{co}$  i  $\epsilon$  čije je značenje u nastavku opisano [1]. Tipičan oblik funkcije tečenja u devijatorskoj ravni prikazan je na slici 4.107 (sredina) u funkciji parametra  $K_c$  koji definiše odnos između druge invarijante napona u meridijalnoj ravni pri zatezanju i pritisku. Vrednosti parametra  $K_c$  se nalaze u granicama između 0,5 i 1,0, a uobičajena vrednost za beton iznosi 2/3. Oblik anvelope nosivosti betona pri ravanskom stanju napona prikazan je na slici 4.107 (desno) [1].

Parametar CDP modela  $\psi$  („Dilatancy Angle”) uvodi u analizu promenu neelastične zapremine materijala usled pojave plastičnih deformacija (oštećenja) u betonu (fenomen koji se javlja kod granularnih materijala, slika 4.108 (levo)). Vrednosti parametra  $\psi$  kreću se između  $13^\circ$  i  $56^\circ$ .



Slika 4.108 - „Dilatancy angle” [147] (levo), Veza napon-dilatacija u betonu pri jednoaksijalnom zatezanju (desno) [215]

Odnos između biaksijalne čvrstoće na pritisak i jednoaksijalne čvrstoće na pritisak  $\sigma_{bo}/\sigma_{co}$  u betonu iznosi, uobičajeno, 1,16. Parametar CDP modela  $\epsilon$  je tzv. „Eccentricity of the Plastic Potential Surface” [1] sa uobičajenom vrednosti 0,1. S obzirom na to da CDP model obuhvata i mogućnost tzv. „omekšavanja” i degradaciju krutosti, ovo može da dovede do

teškoća pri postizanju konvergencije u iterativno-inkrementalnim procedurama za rešavanje problema pa je u okviru modela uveden parametar za tzv. „Viscoplastic regularization”  $\mu$  [1]. Uobičajena vrednost ovog parametra je 0 ili se koristi vrednost koja je mala u odnosu na karakteristični inkrement u analizi [1]. Za sve nelinearne analize u ovom radu vrednosti parametara  $d_t$  i  $d_c$  određene su prema preporukama datim u [69].

U svim nelinearnim analizama primenjena je bilinearna veza između napona i deformacija u armaturi pri jednoaksijalnom naprezanju. Parametri primenjenog CDP modela u svim nelinearnim analizama dati su u tabeli 4.32. Veza između napona i dilatacija kod betona pri zatezanju određena je prema preporukama datim u [215], slika 4.108 (desno).

Tabela 4.32 - Parametri primenjenog CDP modela

$K_c$	$\psi$	$\sigma_{bo}/\sigma_{co}$	$\epsilon$	$\mu$
2/3	56°	1,16	0,1	0

Primenjeni konačni elementi za modeliranje armiranobetonskog zida i metalnog rama u svim analizama su [1], [2] i [3]:

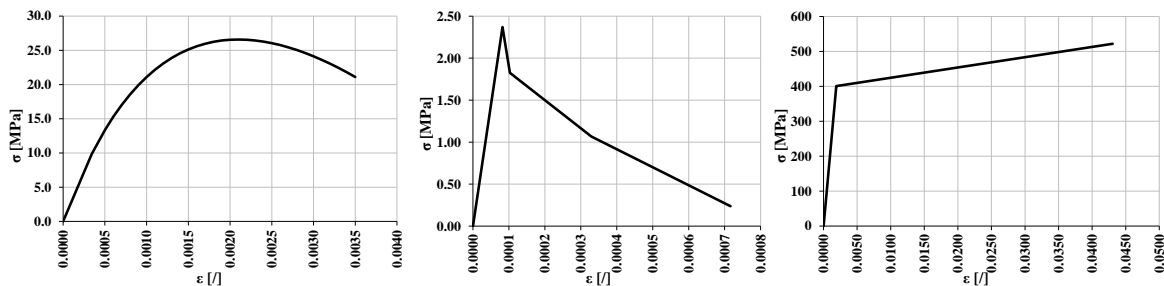
- za modeliranje čeličnog rama B21 („Timoshenko (shear flexible) beam; B – beam; 2 – beam in plane; 1 – linear interpolation”),
- za modeliranje armature T2D2 („Two-dimensional truss element; T – Truss, 2D – Two-dimensional; 2 – Number of nodes”) sa linearnom interpolacijom pomeranja u polju konačnog elementa i
- za modeliranje betona CPS4R („C – Continuum Stress/Displacement; PS – Plane Stress; 4 – 4-node, R - Reduced integration”).

Kontakt između oslonaca metalnog rama i betonske podloge modeliran je sa trenjem kao i sa mogućnošću razdvajanja elemenata u kontaktu. Koeficijent trenja u svim analizama ima vrednost 0,2. Primenjen je tzv. Metod Lagrange-ovih množilaca („Lagrange Multiplier Method”) [1].

Veza između konačnih elemenata kojima se modelira armatura i beton ostvarena je tzv. „Embedded Element” tehnikom [1]. Translatorni stepeni slobode čvorova konačnih elemenata koji reprezentuju armaturu (tzv. „Guest Elements”) eliminisani su i ti čvorovi postaju tzv. „ugrađeni” čvorovi („Embedded Nodes”) konačnih elemenata kojima se modelira betonski deo elementa (tzv. „Host Elements”). Translatorni stepeni slobode ugrađenih elemenata (armatura) su izjednačeni sa interpoliranim vrednostima odgovarajućih stepeni slobode elementa betonskog dela nosača. Ovakav pristup podrazumeva kompatibilnost pomeranja između betona i armature i primenu raspodeljenog modela za prsline u betonu. Mogućnosti ovog modela mogu da se prošire uvođenjem proklizavanja između armaturnih šipki i betona. U ovom radu sve analize urađene su bez mogućnosti proklizavanja između armature i betona.

Na slici 4.109 prikazane su veze između napona i dilatacija pri jednoaksijalnom naprezanju za beton i armaturu u formatu inženjerski napon – inženjerska dilatacija. Karakteristične vrednosti čvrstoće na pritisak i zatezanje određene su eksperimentalno.

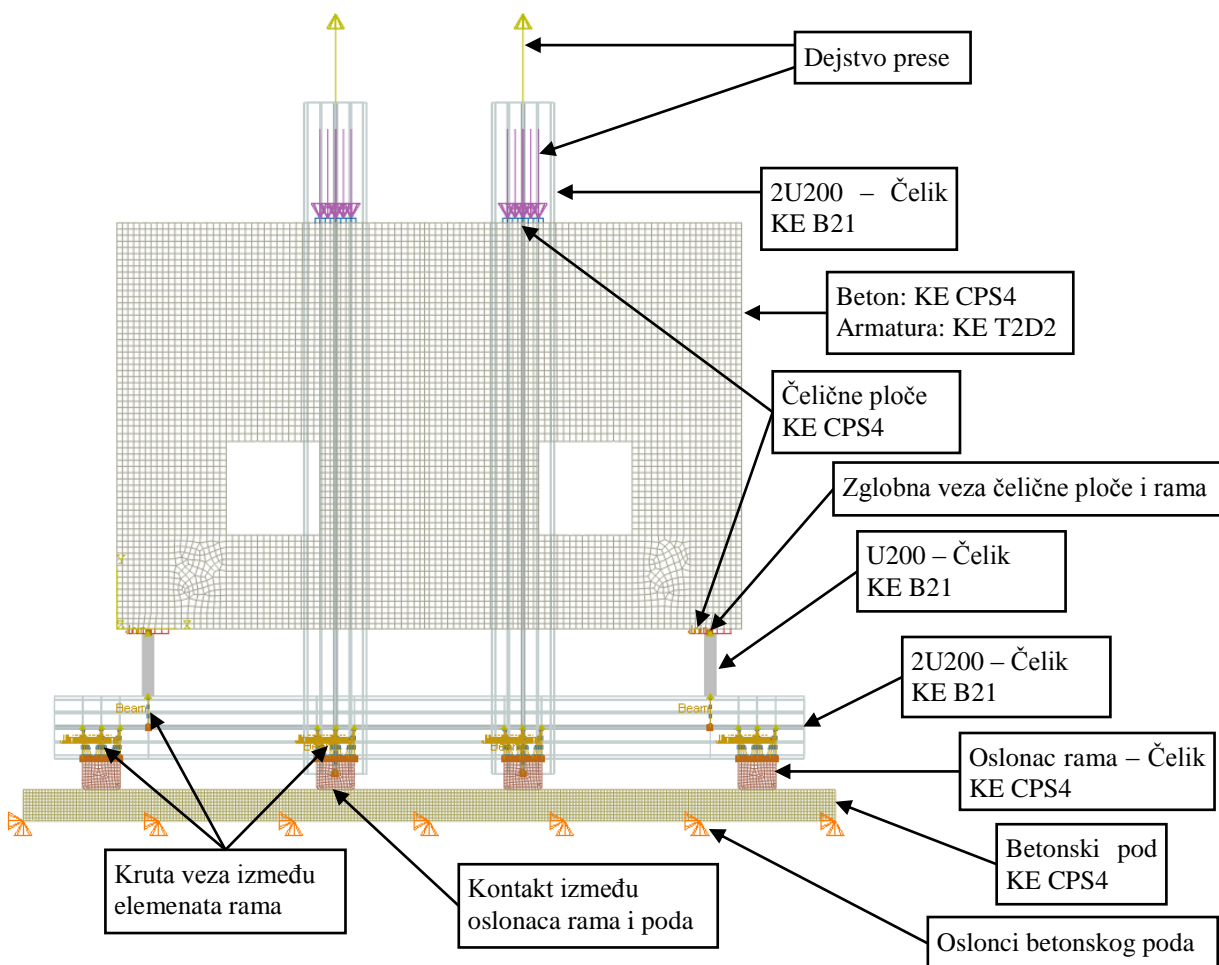




Slika 4.109 - Veze napon-dilatacija za beton pri pritisku (levo) i zatezanju (sredina), napon-dilatacija za armaturu (desno)

U svim analizama protokol opterećenja je bio takav da je prvo analizirano dejstvo sopstvene težine armiranobetonskog zida i metalnog rama, a to stanje je usvojeno kao početno za analizu dejstva prese.

Na slici 4.110 prikazane su zajedničke karakteristike modela armiranobetonskog zida i metalnog rama za sve analizirane slučajeve. Dimenzije konačnih elemenata za modeliranje betonskog dela nosača su  $\sim 20 \times 20$  mm, a za modeliranje armature su  $\sim 20$  mm.

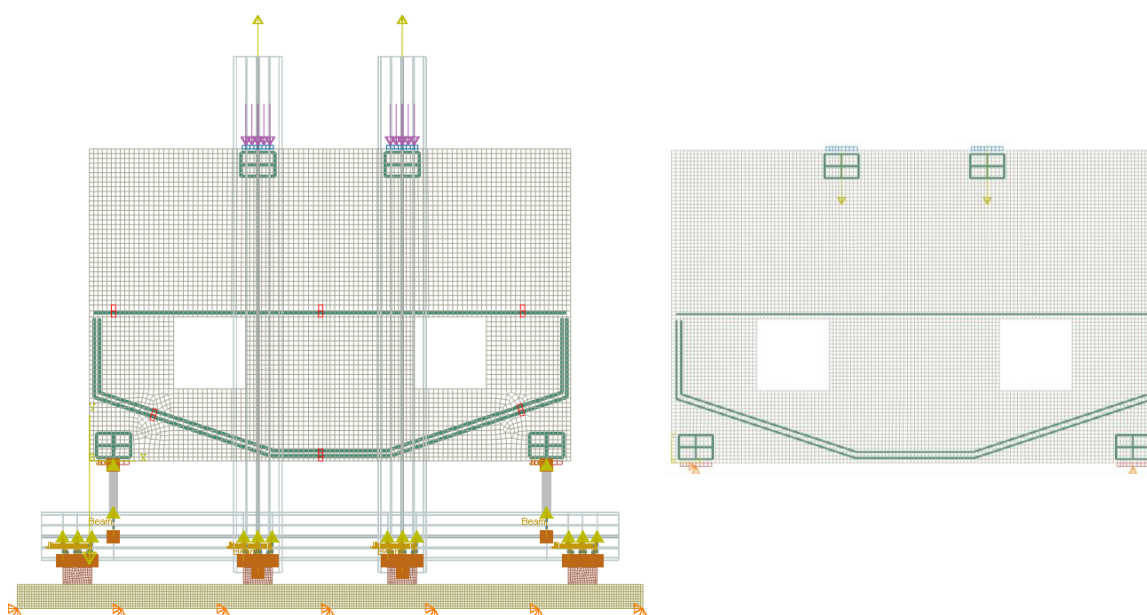


Slika 4.110 - Karakteristike modela AB zida i konstrukcije metalnog rama

#### 4.4.2 Model zida Z1 u programu Abaqus

Na slici 4.111 (levo) prikazane su karakteristike nosača Z1, sa distancerima i metalnim ramom, a na slici 4.111 (desno) karakteristike armiranobetonskog zida Z1 statičkog sistema proste grede bez distancera. Zid bez distancera je analiziran zbog toga da bi se dobilo ponašanje sistema bez uticaja metalnog rama i distancera.

Na ponašanje uzorka Z1 pri eksperimentalnom ispitivanju uticali su i distanceri za pravilno postavljanje armaturnih šipki, jer su formirali diskontinuitete u armiranobetonskom nosaču i inicirali pojavu prslina, možda i pre nego što bi se realno stvorile, što su pokazale i numeričke analize u komercijalnom programu. Položaj distancera se može uočiti na slici 4.112, kao i na mrežama konačnih elemenata na slikama 4.111 (levo) i 4.113.

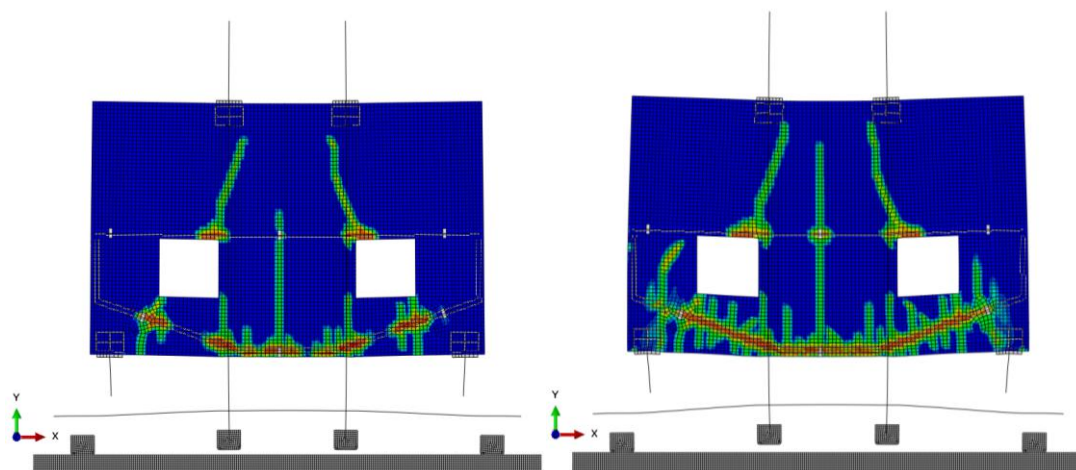


Slika 4.111 - Karakteristike prvog (levo) i drugog (desno) modela Z1 - Abaqus

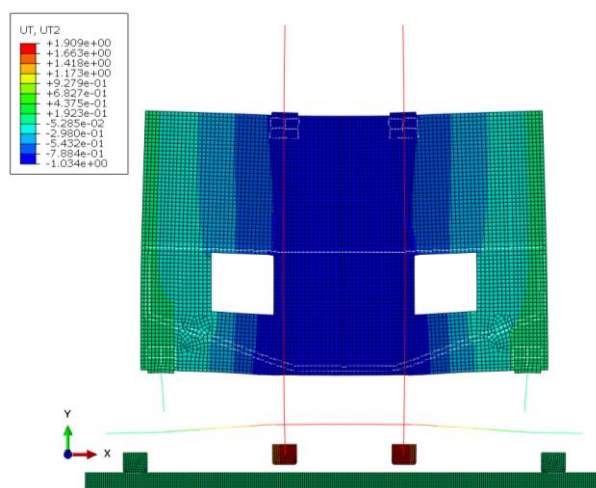


Slika 4.112 - Položaj distancera na uzorku Z1 sa zadnje (levo) i prednje strane zida (desno)

Na slici 4.113 prikazan je raspored oštećenja usled zatezanja u betonu pri opterećenju od 2x100 kN i pri maksimalnom opterećenju u eksperimentu od 2x150 kN. Deformisani oblik nosača Z1 pri maksimalnom opterećenju od 2x150 kN prikazan je na slici 4.114. Uočava se odvajanje srednjih oslonaca metalnog rama od podloge. Ovo je posledica odnosa krutosti na savijanje između rama i zida, tj. krutost zida značajno učestvuje u ukupnoj krutosti sistema.

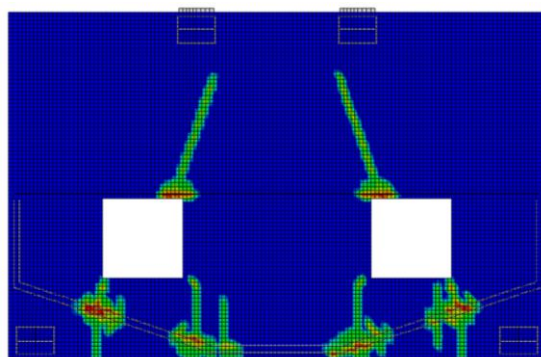


Slika 4.113 - Prslina uzorka Z1 sa distancerima na 2x100 kN (levo) i 2x150 kN (desno) u Abaqus-u



Slika 4.114 - Dijagram pomeranja sredine (D3) uzorka Z1 na 2x150 kN u Abaqus-u

Na slici 4.115 prikazana su oštećenja nosača Z1 bez distancera, na kojoj se uočava razlika u ponašanju nosača pod opterećenjem, npr. pri silama 2x100 kN. Izražene su prsline nastale usled smicanja u oslonačkim zonama i dijagonalno dalje od otvora. Prslina po sredini usled savijanja nije se pojavila, dok je dosta propagirala u slučaju nosača sa distancerima.

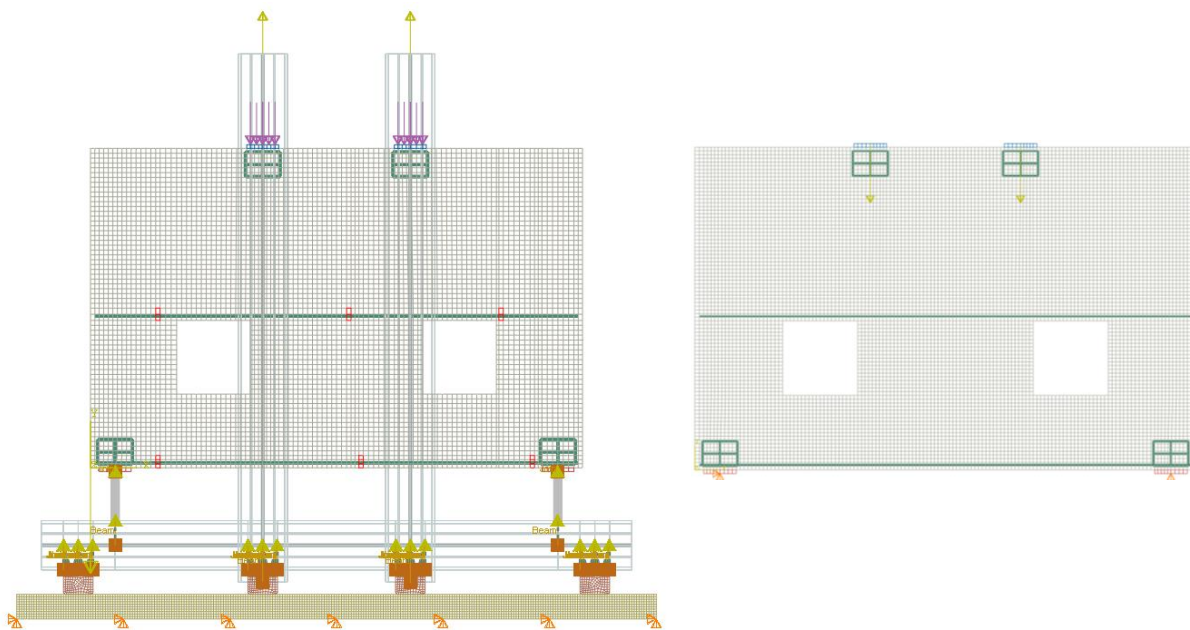


Slika 4.115 - Oštećenja uzorka Z1 bez distancera na 2x100 kN

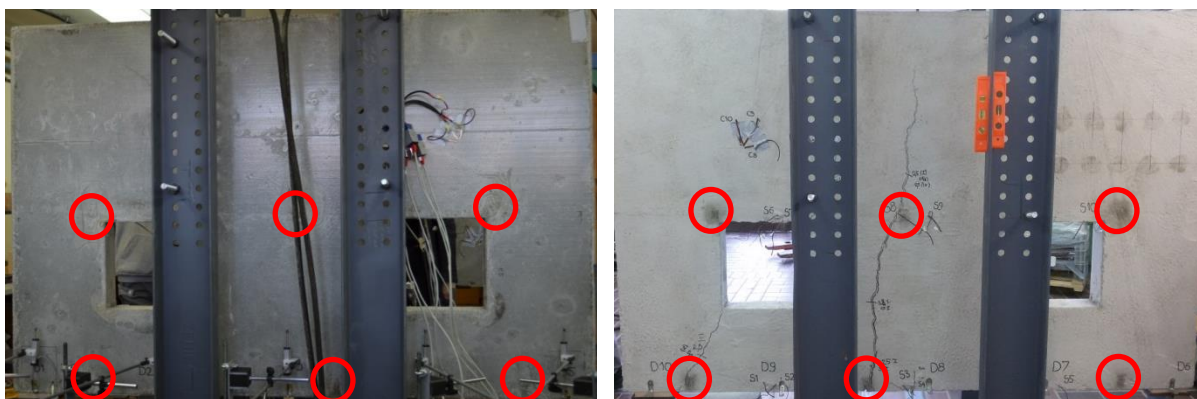


### 4.4.3 Model zida Z2 u programu Abaqus

U programu Abaqus karakteristike nosača Z2, sa distancerima i metalnim ramom, prikazane su na slici 4.116 (levo), a na slici 4.116 (desno) karakteristike armiranobetonskog zida Z2 statičkog sistema proste grede bez distancera. Položaj distancera se može uočiti na slici 4.117, kao i na mrežama konačnih elemenata na slikama 4.116 (levo) i 4.118.

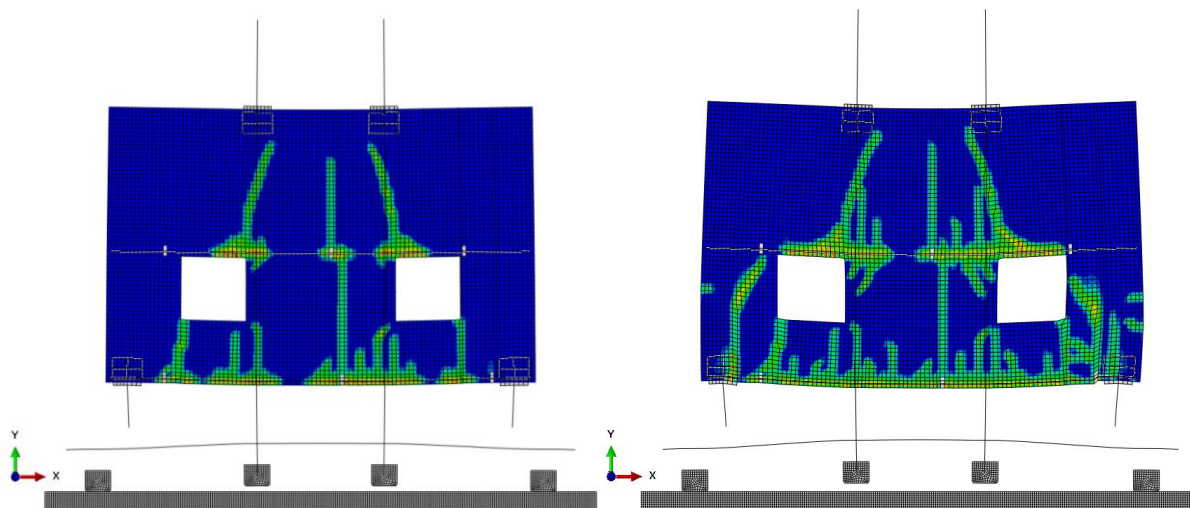


Slika 4.116 - Karakteristike prvog (levo) i drugog (desno) modela Z2 - Abaqus

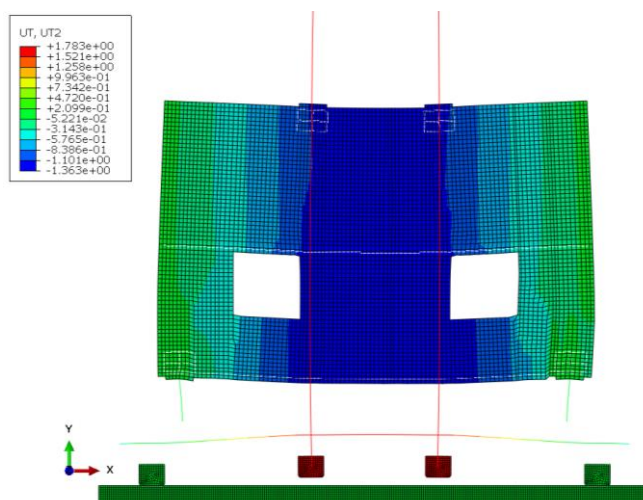


Slika 4.117 - Položaj distancera kod uzorka Z2 sa zadnje (levo) i prednje strane zida (desno)

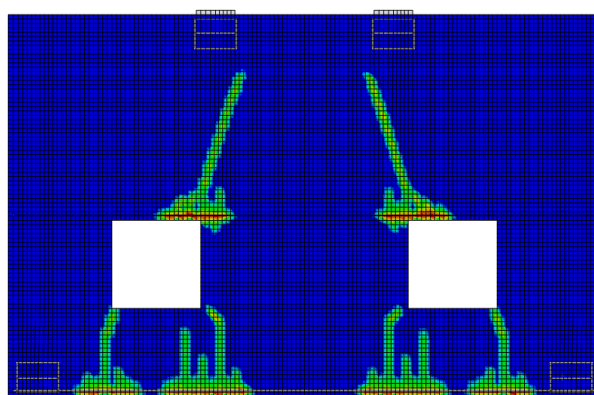
Na slici 4.118 prikazan je raspored oštećenja usled zatezanja u betonu pri opterećenju od 2x100 kN i pri maksimalnom opterećenju u eksperimentu od 2x140 kN, a deformisani oblik nosača pri maksimalnom opterećenju od 2x140 kN prikazan je na slici 4.119. Analogno ponašanju nosača Z1, uočava se odvajanje srednjih oslonaca metalnog rama od podloge (slika 4.119). Na slici 4.120 prikazana su oštećenja nosača Z2 bez distancera, pri opterećenju od 2x100 kN. Uočavaju se prsline nastale usled smicanja u osloničkim zonama i dijagonalno dalje od otvora. Za razliku od nosača sa distancerima, slika 4.118, kod modela bez distancera nema prsline u sredini raspona.



Slika 4.118 - Prsline uzorka Z2 sa distancerima na 2x100 kN (levo) i 2x140 kN (desno) u Abaqus-u



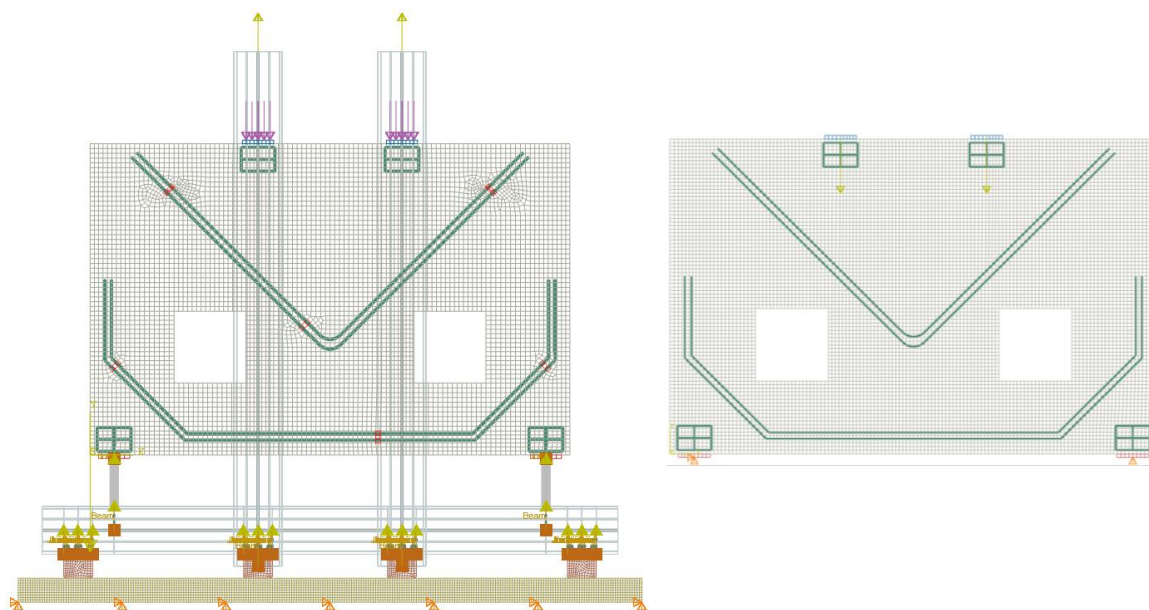
Slika 4.119 - Dijagram pomeranja sredine (D3) uzorka Z2 na 2x140 kN u Abaqus-u



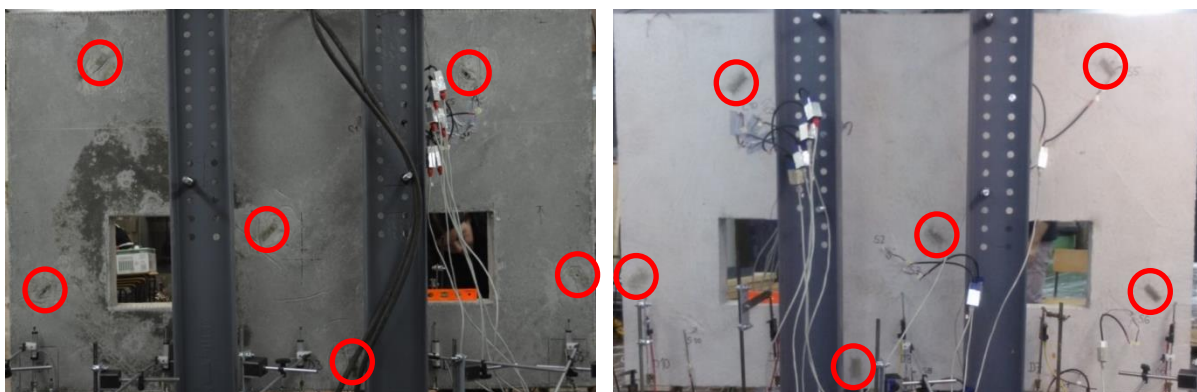
Slika 4.120 - Oštećenja uzorka Z2 bez distancera na 2x100 kN

#### 4.4.4 Model zida Z3 u programu Abaqus

Na slici 4.121 (levo) su prikazane karakteristike nosača Z3, sa distancerima i metalnim ramom, korišćene u programu Abaqus, a na slici 4.121 (desno) karakteristike armiranobetonskog zida Z3 statičkog sistema proste grede bez distancera. Položaj distancera se može uočiti na slici 4.122, kao i u mrežama konačnih elemenata na slikama 4.121 (levo) i 4.123.



Slika 4.121 - Karakteristike prvog (levo) i drugog (desno) modela Z3

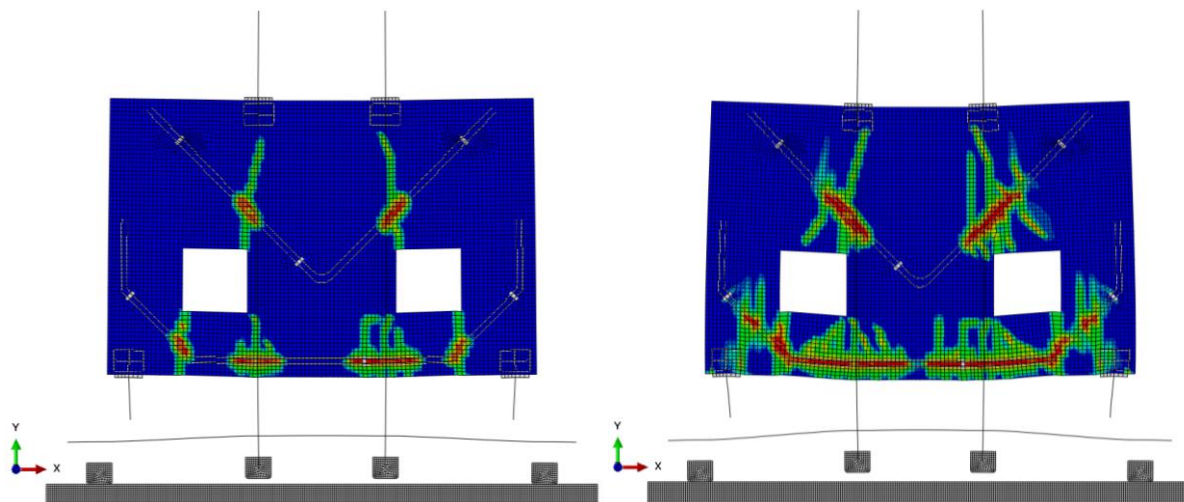


Slika 4.122 - Položaj distancera uzorka Z3 sa zadnje (levo) i prednje strane zida (desno)

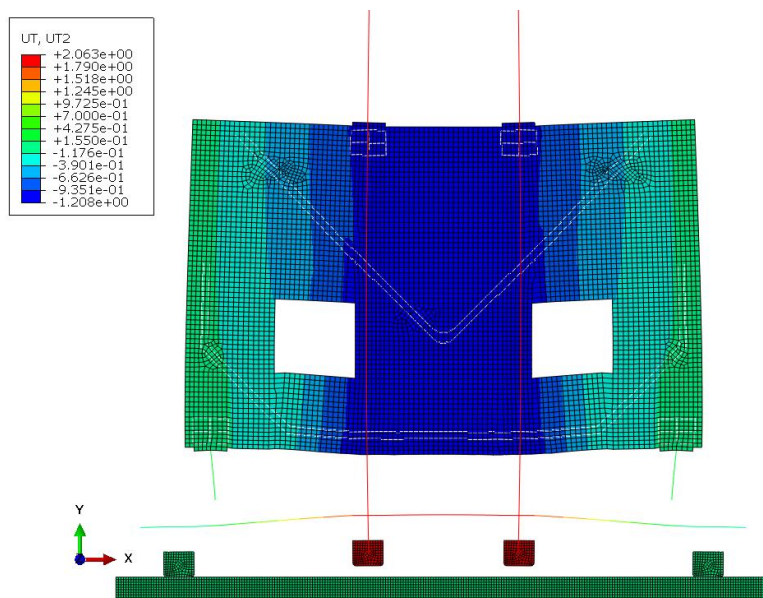
Raspored oštećenja pri opterećenju od  $2 \times 100$  kN i pri maksimalnom opterećenju u eksperimentu od  $2 \times 160$  kN prikazan je na slici 4.123. Deformisani oblik nosača pri maksimalnom opterećenju od  $2 \times 160$  kN prikazan je na slici 4.124. Analogno ponašanju nosača Z1 i Z2, uočava se odvajanje srednjih oslonaca metalnog rama od podloge.

Oštećenja nosača Z3 sa i bez distancera, slike 4.121 (levo) i 4.125, respektivno, ukazuju na sličnost u ponašanju nosača pri silama  $2 \times 100$  kN.

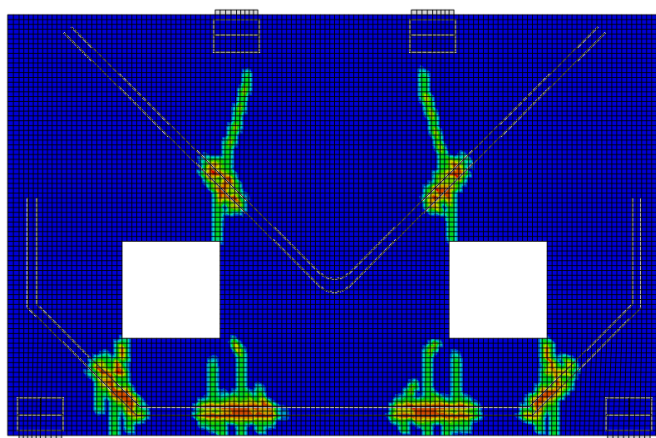




Slika 4.123 - Prsline uzorka Z3 sa distancerima na 2x100 kN (levo) i 2x160 kN (desno) u Abaqus-u



Slika 4.124 - Dijagram pomeranja sredine (D3) uzorka Z3 na 2x160 kN u Abaqus-u



Slika 4.125 - Oštećenja uzorka Z3 bez distancera na 2x100 kN

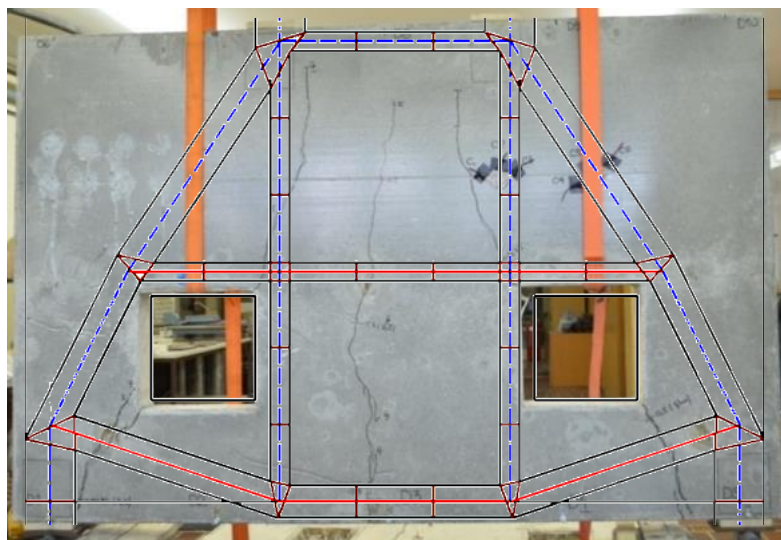


## 4.5 POREĐENJE STRUT-AND-TIE MODELA IZ PROGRAMA "ST METHOD" SA REZULTATIMA EKSPERIMENTALNOG ISPITIVANJA I KOMERCIJALNOG PROGRAMA ABAQUS

U prethodnim poglavljima prikazani su rezultati numeričkih analiza i eksperimentalnih ispitivanja nosača Z1, Z2 i Z3. U ovom poglavlju je data uporedna analiza dobijenih rezultata istraživanja za svaki nosač pojedinačno.

### 4.5.1 Armiranobetonski nosač Z1

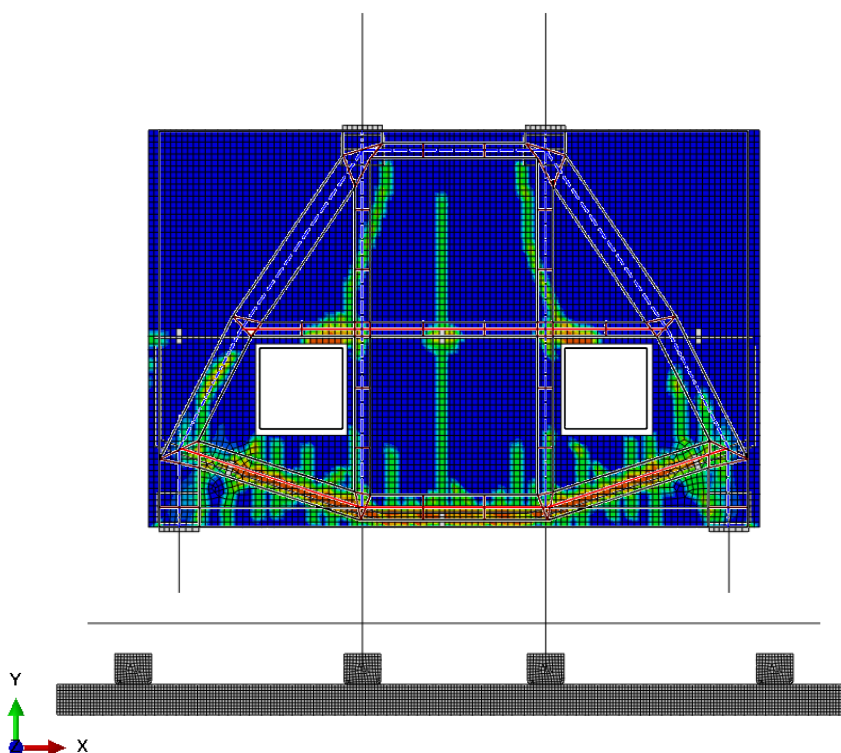
Poređenjem konačnog oblika Strut-and-Tie modela dobijenog u programu „ST method“ sa rezultatima eksperimentalnog ispitivanja, slika 4.126, i numeričke analize u komercijalnom programu Abaqus, slika 4.127, nosača Z1, uočava se da su pravci pritisnutih i zategnutih štapova u skladu sa rasporedom prslina u nosaču, čime se može potvrditi pouzdanost oblika Strut-and-Tie modela.



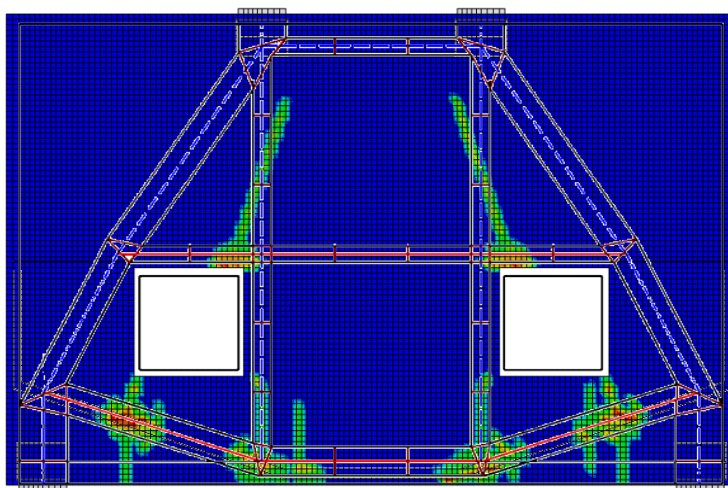
Slika 4.126 - Uzorak Z1 sa konačnim dimenzijama elemenata Strut-and-Tie modela

Bez obzira na to što je uočeno da prslina prolaze kroz dva vertikalna pritisnuta štapa, položaj prslina u odnosu na osu pritisnutog štapa je takav da se napon pritiska može preneti. Iako je u ovom radu, za potrebe analize ponašanja armiranobetonskog nosača pod opterećenjem, postavljena armatura samo u pravcima dobijenih zategnutih štapova Strut-and-Tie modela u programu „ST method“, eksperimentalnim ispitivanjem je utvrđeno da na mestu vertikalnih štapova treba postaviti dodatnu armaturu, što je u saglasnosti sa literaturom (tabela 2.2, poglavlje 2.4.1).

Poređenjem rezultata dobijenih u komercijalnom programu Abaqus za model bez distancera statičkog sistema proste grede i rezultata dobijenog u programu „ST method“ može da se potvrdi pouzdanost oblika konačnog Strut-and-Tie modela, slika 4.128.

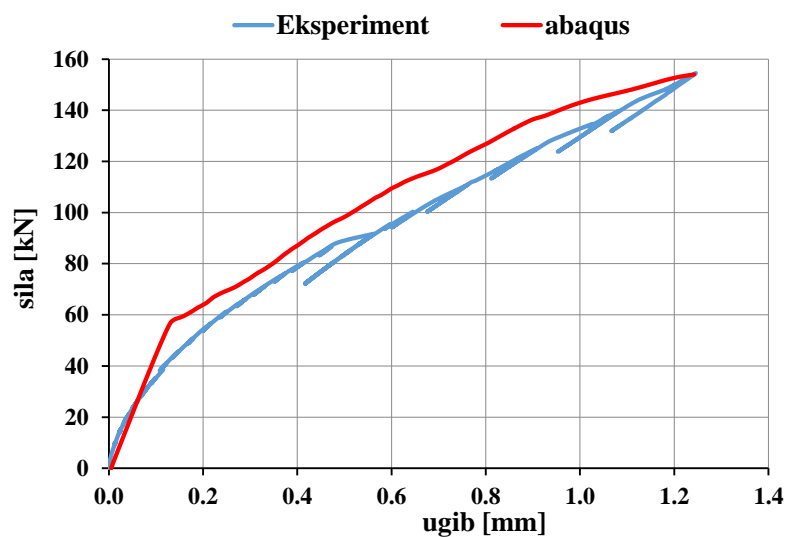


Slika 4.127 - Uzorak Z1 u Abaqus-u sa distancerima i širinama Strut-and-Tie elemenata pri opterećenju od  $2 \times 160 \text{ kN}$



Slika 4.128 - Prsline uzorka Z1 bez distancera na  $2 \times 100 \text{ kN}$  u Abaqus-u

Dijagram vertikalnih pomeranja sredine donje ivice nosača Z1 određen eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkom analizom prikazan je na slici 4.129. Može se uočiti da je trend promene ugiba sličan, a razlike u pomeranju se smanjuju sa povećanjem intenziteta opterećenja. Vrednosti dobijene numeričkom analizom su manje od onih dobijenih eksperimentalnim ispitivanjem. Pri opterećenju od  $2 \times 100 \text{ kN}$  razlika iznosi približno 24%.



Slika 4.129 - Dijagram pomeranja uzorka Z1 na 2x150 kN

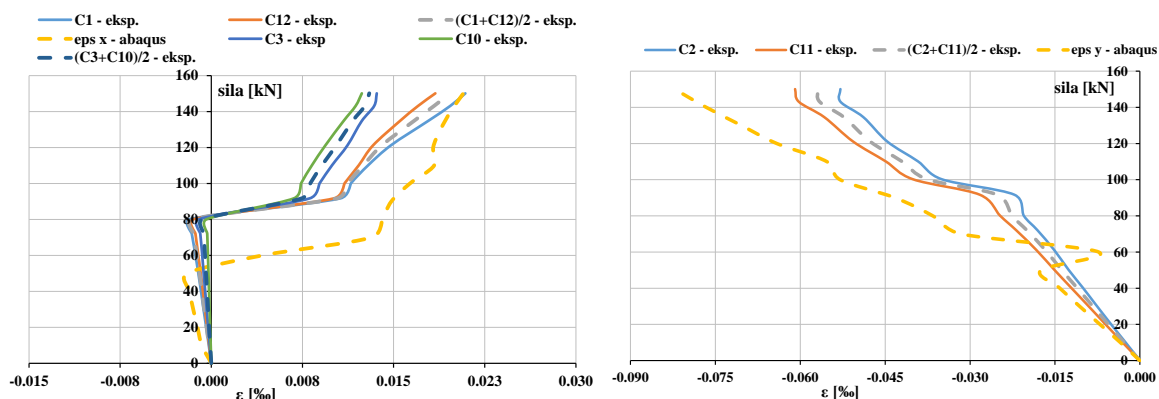
U tabeli 4.33 prikazane su karakteristične vrednosti napona u armaturi na mestima koja odgovaraju položaju mernih traka, slika 4.37, određene numeričkom analizom i eksperimentalnim ispitivanjem. Vrednosti napona u armaturi dobijene kod modela bez distancera statičkog sistema proste grede u programu Abaqus su maksimalne vrednosti duž posmatranog pravca armature. Uočava se da su naponi na osnovu kojih je dimenzionisan nosač u programu „ST method“ veći od izmerenih napona i napona dobijenih numeričkim analizama. Razlika između napona određenih u programu „ST method“ i napona određenih u programu Abaqus na modelu bez distancera statičkog sistema proste grede su približno od 5 % do 53 %. Razlike između eksperimentalno određenih napona u armaturi i numerički određenih napona u armaturi na modelu sa distancerima i metalnim ramom se nalaze u granicama od -7 % do 12 %.

Tabela 4.33 - Vrednosti napona u MPa u armaturi uzorka Z1 na 2x100kN

	„ST method“	<u>eksperiment</u>	<u>Abaqus*/Abaqus**</u>
S3	377,51	6,44	6,37/355,08
S7	382,5	41,63	36,62/179,69
S9	403,2	139,05	149,29/247,65
* model nosača sa distancerima i metalnim ramom			
** model nosača bez distancera statičkog sistema proste grede			

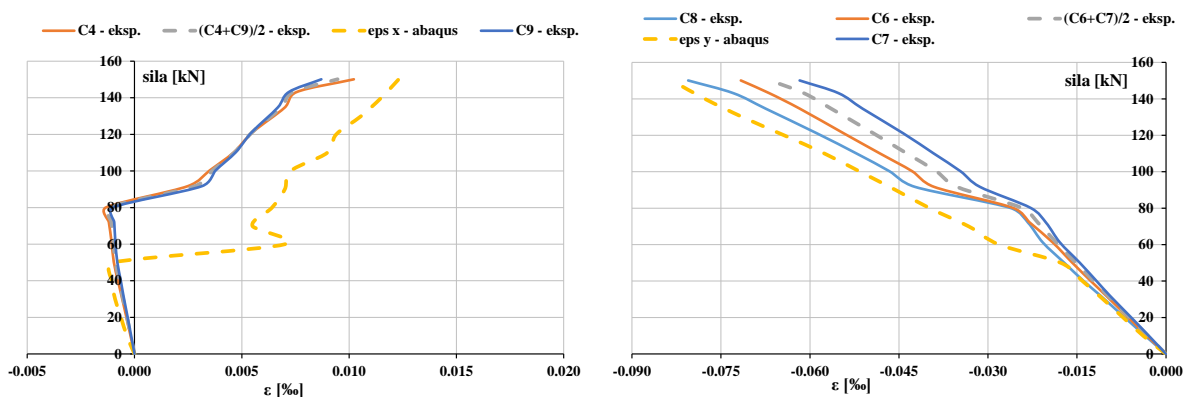
Na slikama 4.130 i 4.131, prikazane su vrednosti dilatacija u betonu C1-C2-C3 i C4-C5-C6 i njima odgovarajuća mesta sa druge strane površine zida, na mestima mernih traka prema slici 4.37, dobijenih eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkom analizom u programu Abaqus u modelu sa distancerima i metalnim ramom. U komercijalnom programu Abaqus su

vrednosti dilatacija date u horizontalnom i vertikalnom pravcu. Do pojave prslina vrednosti su bliske, zatim se uočava sličan trend promene.



Slika 4.130 - Dilatacije C1-C2-C3 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z1

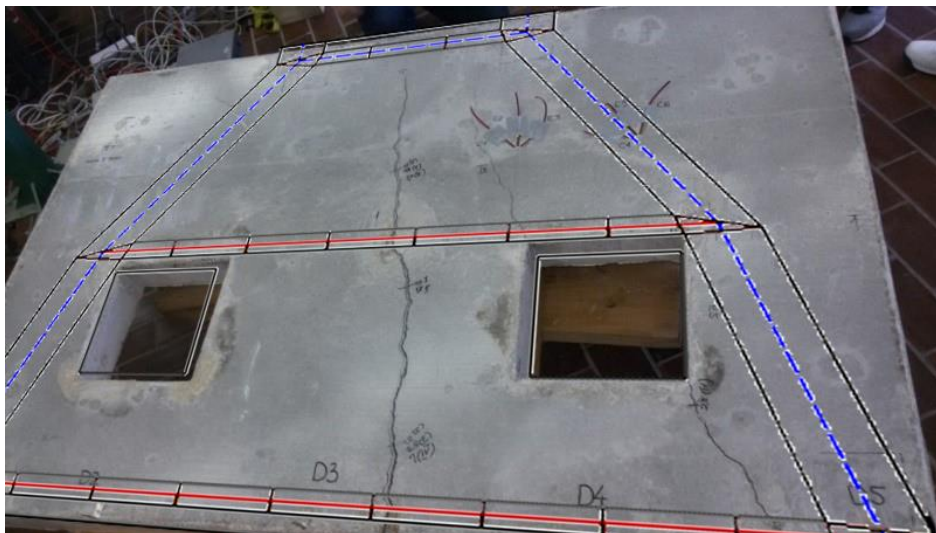
Dilatacije i naponi u armaturi i betonu nisu dostigli granične vrednosti, pri opterećenju od 2x100 kN, iz više razloga. Prvi razlog leži u činjenici da je ispitivani model pri eksperimentu praktično oslonjen na dva elastična oslonca (uticaj metalnog rama) i zbog toga su se u njemu javila manja naprezanja u odnosu na računski model koji je statičkog sistema proste grede. Zatim, računski Strut-and-Tie model je rešetkasti nosač sa štapovima konstantnih poprečnih preseka. Za razliku od njega, generisani Strut-and-Tie model u realnom nosaču ima štapove burastog oblika, sa poprečnim presecima koji su realno veći od računskih i samim tim sa manjim naprezanjima od računskih. U zategnutim štapovima Strut-and-Tie modela, zbog adhezije između betona i armature dolazi do smanjenja napona zatezanja u armaturi. Takođe, pri usvajanju armature uobičajena praksa je da ukoliko ne može da se usvoji tačna količina potrebne armature usvaja se nešto veća.



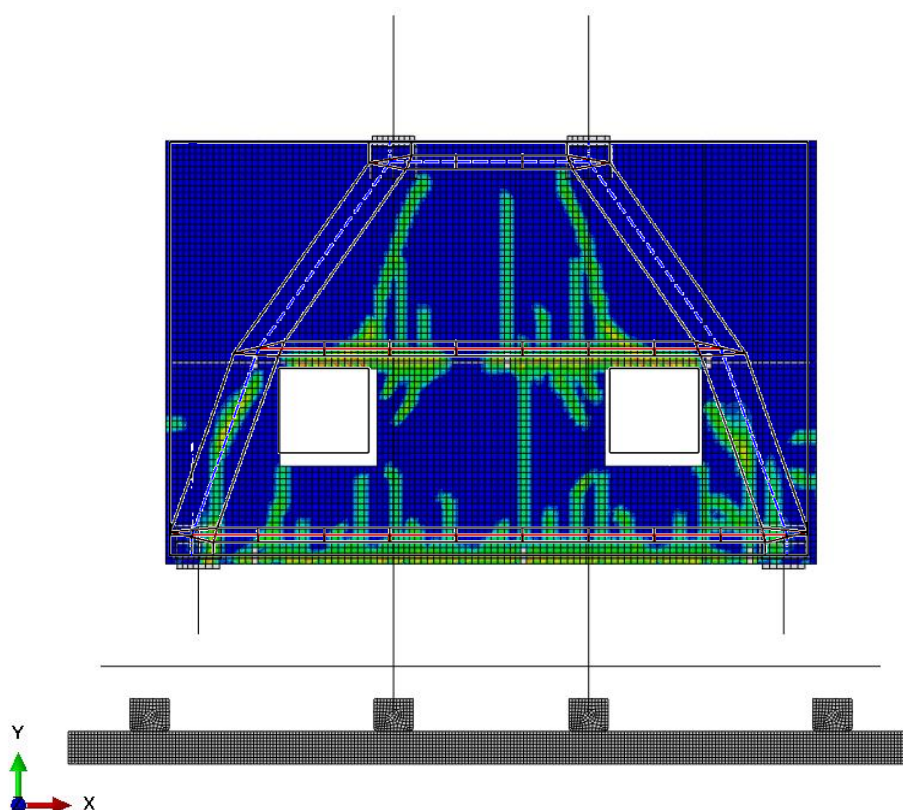
Slika 4.131 - Dilatacije C4-C5-C6 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z1

#### 4.5.2 Armiranobetonski nosač Z2

Na osnovu rezultata eksperimentalnog ispitivanja, slika 4.132, i numeričke analize u komercijalnom programu Abaqus, slika 4.133, nosača Z2, može se zaključiti da je konačni oblik Strut-and-Tie modela dobijen u programu „ST method“ u skladu sa rasporedom prslina u nosaču, čime se može potvrditi pouzdanost oblika računskog Strut-and-Tie modela.



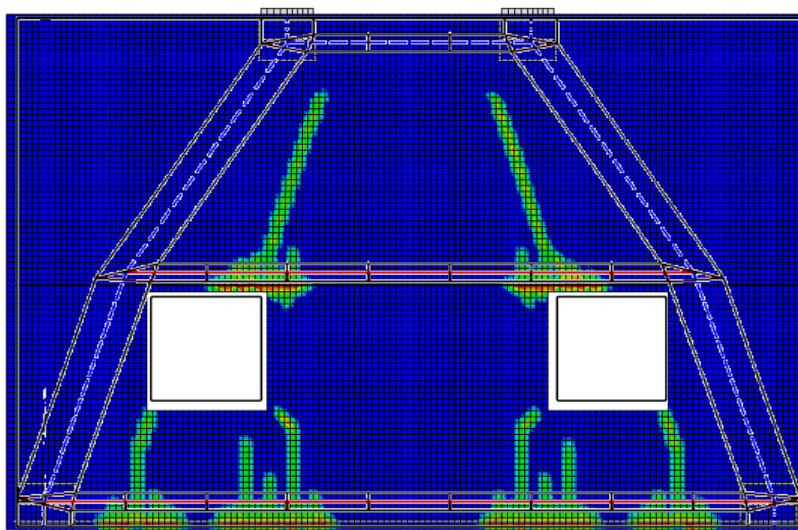
Slika 4.132 - Uzorak Z2 sa konačnim dimenzijama elemenata Strut-and-Tie modela



Slika 4.133 - Uzorak Z2 u Abaqus-u sa distancerima i širinama Strut-and-Tie elemenata pri opterećenju od  $2 \times 140$  kN

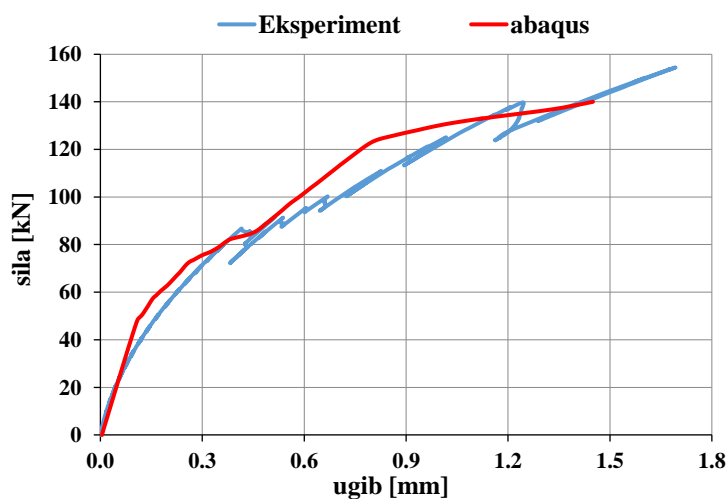


Poređenjem numerički određenih rezultata za model bez distancera statičkog sistema proste grede i rezultata dobijenog u programu „ST method“ može da se potvrdi pouzdanost oblika konačnog Strut-and-Tie modela, 4.134.



Slika 4.134 - Prsline uzorka Z2 bez distancera na 2x100kN u Abaqus-u

Na osnovu rezultata prikazanih na slici 4.133 može da se zaključi da su dijagrami vertikalnih pomeranja sredine donje ivice nosača Z2 određeni eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkom analizom, sličnog trenda. Vrednosti dobijene numeričkom analizom su manje od onih dobijenih eksperimentalnim ispitivanjem. Pri graničnom opterećenju od 2x100 kN razlika iznosi približno 21%.



Slika 4.135 - Dijagram pomeranja sredine (D3) kod uzorka Z2 - eksp. i Abaqus

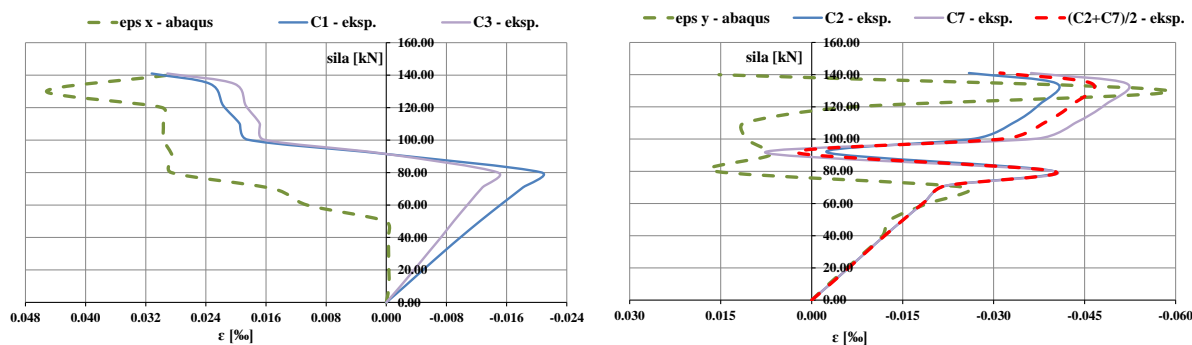
U tabeli 4.28 prikazane su karakteristične vrednosti napona u armaturi na mestima koja odgovaraju položaju mernih traka, slika 4.40, određene numeričkom analizom i eksperimentalnim ispitivanjem. Vrednosti napona u armaturi dobijene kod modela bez distancera statičkog sistema proste grede u programu Abaqus su maksimalne vrednosti duž posmatranog pravca armature. Uočava se da su naponi na osnovu kojih je dimenzionisan nosač u programu „ST method“ veći od izmerenih napona i napona dobijenih numeričkim analizama u programu Abaqus. Razlika između napona određenih u programu ST method i

napona određenih u programu Abaqus na modelu bez distancera statičkog sistema proste grede su približno od 31 % do 38 %. Razlike između eksperimentalno određenih napona u armaturi i numerički određenih napona u armaturi na modelu sa distancerima i metalnim ramom se nalaze u granicama od 0,1 % do 52 %.

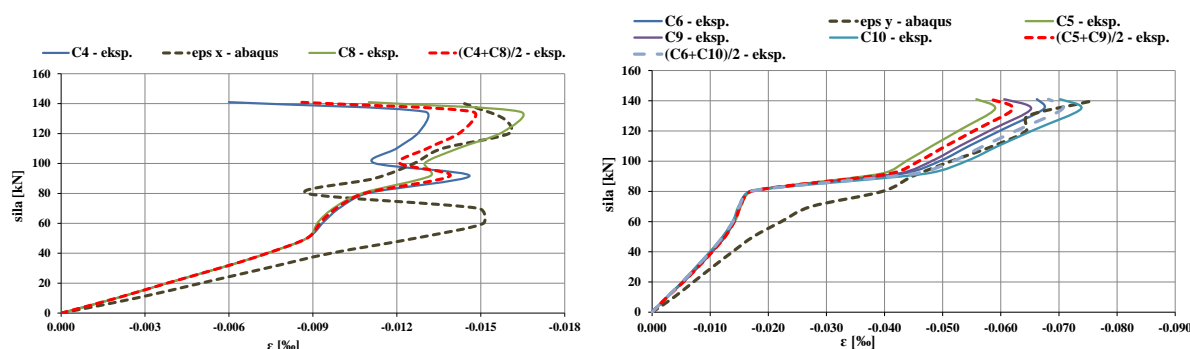
Tabela 4.34 - Vrednosti napona u MPa u armaturi uzorka Z2 na 2x100kN

	“ST method“	eksperiment	Abaqus*/ Abaqus**
S3	396,79	132,462	132,317/244,90
S8	396,79	37,674	57.632/272,04
* model nosača sa distancerima i metalnim ramom ** model nosača bez distancera statičkog sistema proste grede			

Na slikama 4.136 i 4.137, prikazane su vrednosti dilatacija u betonu dobijenih eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkom analizom u programu Abaqus u modelu sa distancerima i metalnim ramom, na mestima mernih traka C1-C2-C3 i C4-C5-C6 i njima odgovarajuće oznake sa druge strane površine zida, sa položajem traka prema slici 4.40. U komercijalnom programu Abaqus su vrednosti dilatacija date u horizontalnom i vertikalnom pravcu. Do pojave prslina vrednosti su bliske, zatim se uočava sličan trend promene. Takođe, kao i u slučaju nosača Z1, kod nosača Z2 granične vrednosti dilatacija i napona u armaturi nisu dostignuti pri opterećenju od 2x100 kN.



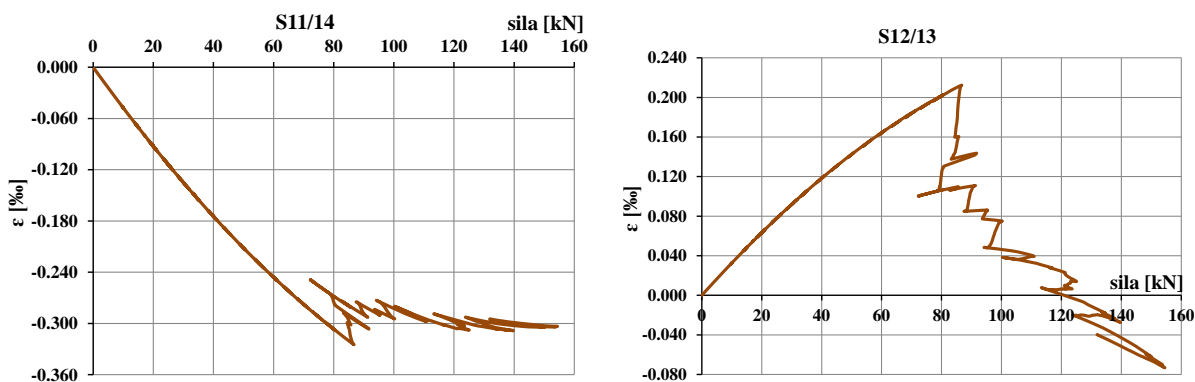
Slika 4.136 - Dilatacije C1-C2-C3 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z2



Slika 4.137 - Dilatacije C4-C5-C6 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z2



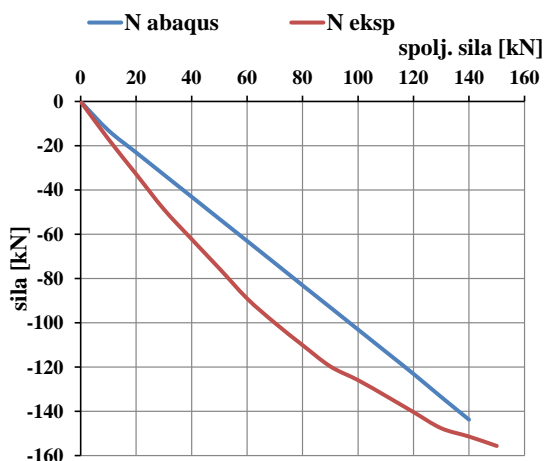
Na slici 4.138 prikazane su osrednjene vrednosti dilatacija na mernim trakama S11/S12 i S13/S14 oslonačkog „U“ profila konstrukcije metalnog rama, slika 4.57. Pojedinačne vrednosti dilatacija na mernim mestima S11, S12, S13 i S14 prikazane su u prilogu 8.2.2.5.



Slika 4.138 - Osrednjene dilatacije na mernim trakama oslonačkog profila ramovske konstrukcije - Z2

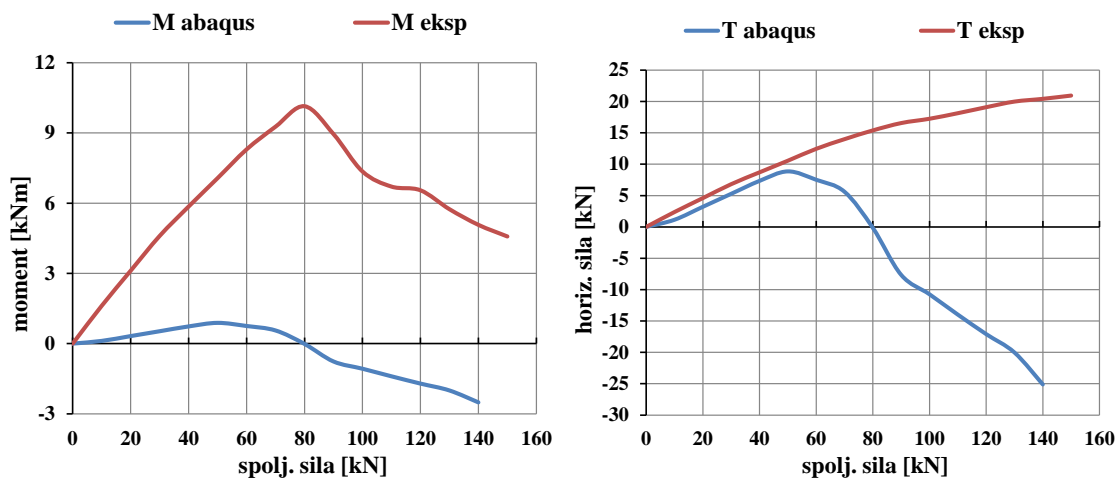
Rezultati eksperimentalnog ispitivanja i numeričke analize u programu Abaqus pokazuju da su naprezanja u zidnom nosaču Z2 manja od računskog naprezanja određenog programom „ST method“. Jedan od bitnih razloga za takvo ponašanje nosača su i konturni uslovi koje je zidu nametnuo metalni ram. Oni su takvi da „rasterećuju“ ispitivani nosač u odnosu na ponašanje u računskom modelu koji je korišćen pri dimenzionisanju (Strut-and-Tie model u programu „ST method“ je statičkog sistema proste grede).

„U“ profil kao deo metalnog rama, slika 4.57, delimično sprečava horizontalna pomeranja tačaka na mestu veze sa zidnim nosačem. Na osnovu eksperimentalno izmerenih dilatacija na polovini visine oslonačkog „U“ profila, određene su vrednosti normalne sile, momenta savijanja i transverzalne sile. Pri vrednosti opterećenja od 2x100 kN normalna sila, moment savijanja i transverzalna sila iznose -129,91 kN, 7,36 kNm i 17,24 kN, respektivno. Eksperimentalnim merenjem dilatacija u armaturi uz donju ivicu nosača (merno mesto S3/S4), izračunate su aksijalne sile u armaturi. Za vrednost opterećenja od 2x100 kN, aksijalna sila iznosi 11,77 kN. Aksijalna sila u zategnutom štapu, uz donju ivicu nosača, Strut-and-Tie modela, određenog u programu „ST method“, na osnovu koga je dimenzionisan nosač, iznosi 33 kN. Razlika između ove aksijalne sile i aksijalne sile izračunate na osnovu eksperimentalnih rezultata iznosi  $33 - 11,77 = 21,23$  kN. Jedan deo ove sile je preuzeo „U“ profil (transverzalna sila) u iznosu od 17,24 kN. Pretpostavlja se da je razliku od  $21,23 - 17,24 = 3,99$  kN preuzela efektivna zona betona zbog sadejstva sa armaturom.



Slika 4.139 - Vrednosti N sile oslonačkog „U“ profila - Z2

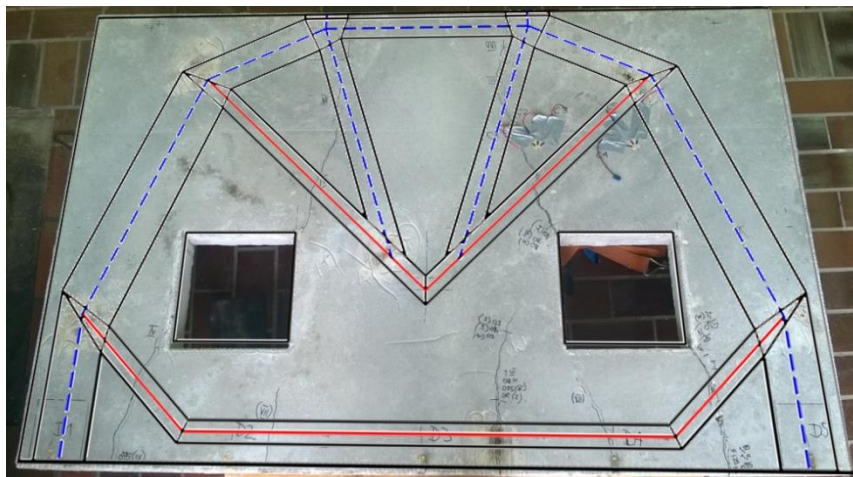
Poređenjem vrednosti normalne sile, momenta savijanja i transverzalne sile, određene u programu Abaqus na modelu sa distancerima i metalnim ramom, sa vrednostima izračunatim na osnovu eksperimentalnog ispitivanja, slike 4.139 i 4.140, može da se zaključi da je trend promene uticaja sličan.



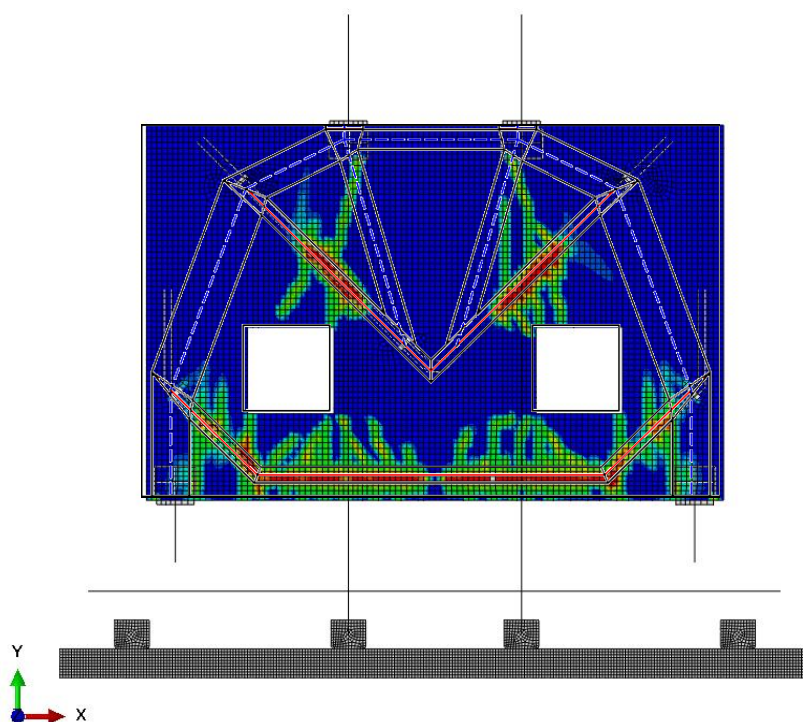
Slika 4.140 - Vrednosti M (levo) i T sile (desno) oslonačkog „U“ profila - Z2

### 4.5.3 Armiranobetonski nosač Z3

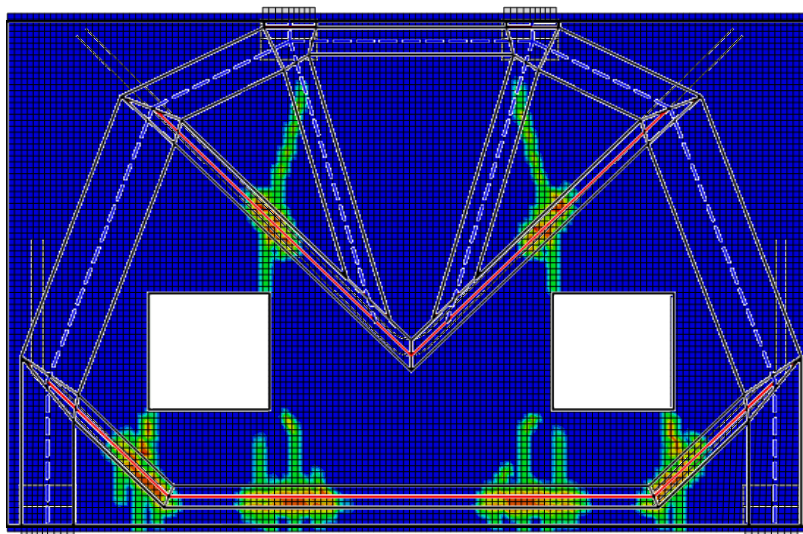
Eksperimentalno ispitivanje, slika 4.141, i numerička analiza u komercijalnom programu Abaqus, slika 4.142, nosača Z3, pokazuju da je konačni oblik Strut-and-Tie modela dobijen u programu „ST method“ u skladu sa rasporedom prslina u nosaču, čime se može potvrditi pouzdanost oblika računskog Strut-and-Tie modela. Takođe, poređenjem numeričkih rezultata za model bez distancera statičkog sistema proste grede i rezultata iz programa „ST method“ može da se potvrdi pouzdanost oblika konačnog Strut-and-Tie modela, 4.143.



Slika 4.141 - Uzorak Z3 sa konačnim dimenzijama elemenata Strut-and-Tie modela

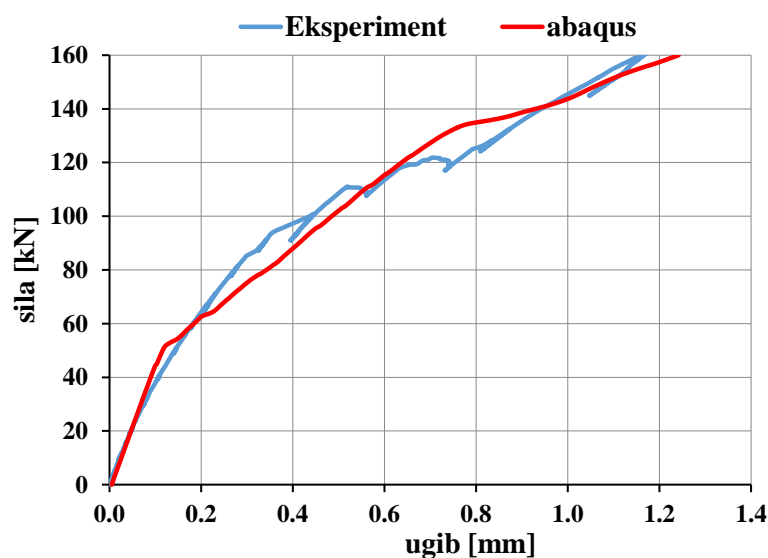


Slika 4.142 - Uzorak Z2 u Abaqus-u sa distancerima i širinama Strut-and-Tie elemenata pri opterećenju od 2x160 kN



Slika 4.143 - Prsline uzorka Z3 bez distancera na 2x100kN u Abaqus-u

Na osnovu rezultata prikazanih na slici 4.144 može da se zaključi da su dijagrami vertikalnih pomeranja sredine donje ivice nosača Z3 određeni eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkom analizom, sličnog trenda. Vrednosti dobijene numeričkom analizom u odnosu na one dobijene eksperimentalnom analizom se razlikuju približno od -10 do 10% u odnosu na eksperimentalno ispitivanje. Pri opterećenju od 2x100 kN razlika iznosi približno 8%.



Slika 4.144 - Dijagram pomeranja sredine (D3) kod uzorka Z3 - eksp. i Abaqus

U tabeli 4.35 prikazane su karakteristične vrednosti napona u armaturi na mestima koja odgovaraju položaju mernih traka, 4.42, određene numeričkom analizom i eksperimentalnim ispitivanjem. Vrednosti napona u armaturi dobijene kod modela bez distancera statičkog sistema proste grede u programu Abaqus su maksimalne vrednosti duž posmatranog pravca armature. Uočava se da su naponi na osnovu kojih je dimenzionisan nosač u programu „ST method“ veći od izmerenih napona i napona dobijenih numeričkim analizama u programu Abaqus. Razlika između napona određenih u programu „ST method“ i napona određenih u programu Abaqus na modelu bez distancera statičkog sistema proste grede su približno 35%. Razlike između eksperimentalno određenih napona u armaturi i numerički određenih

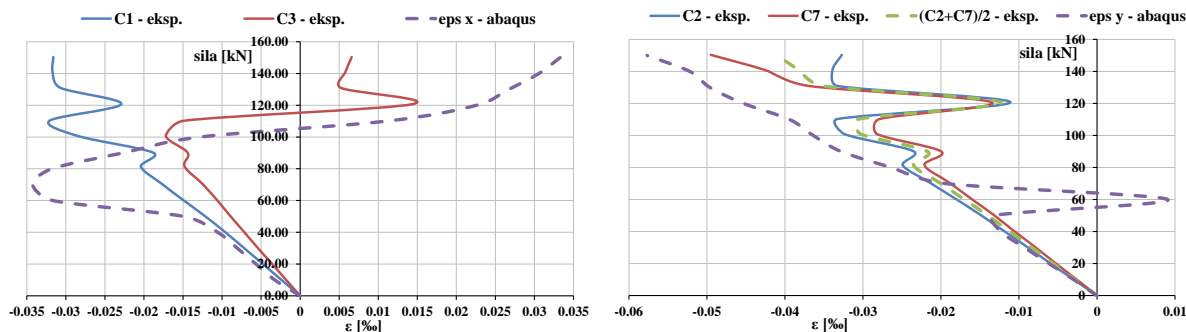
napona u armaturi na modelu sa distancerima i metalnim ramom se nalaze u granicama od - 12 % do 17 %. Kod nosača Z3, kao i kod nosača Z1 i Z2, granične vrednosti dilatacija u armaturi nisu dostignute pri opterećenju od 2x100 kN.

Tabela 4.35 - Vrednosti napona u MPa u armaturi uzorka Z3 na 2x100kN

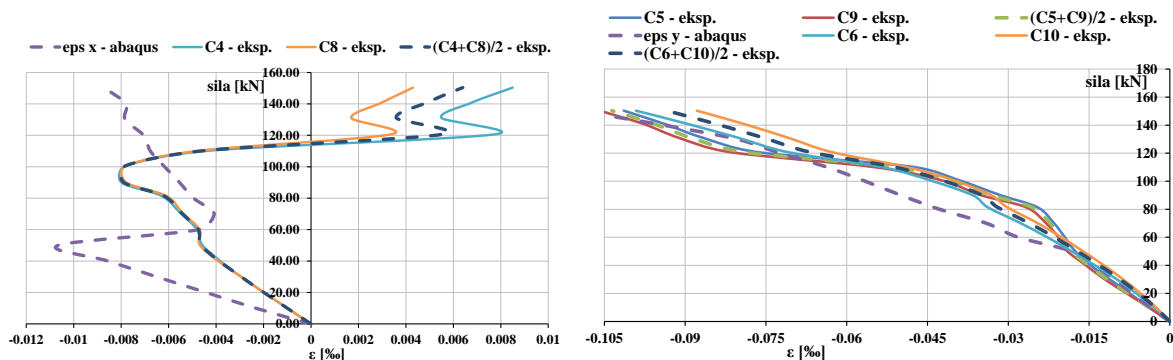
	"ST method"	<u>eksperiment</u>	<u>Abaqus*/Abaqus**</u>
S3	396,79	2,674	2,22/257,96
S8	396,79	114,028	128,22/252,61

\* model nosača sa distancerima i metalnim ramom  
\*\* model nosača bez distancera statičkog sistema proste grede

Na slikama 4.145 i 4.146, prikazane su vrednosti dilatacija u betonu dobijenih eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkom analizom, na mestima mernih traka C1-C2-C3 i C4-C5-C6 i njima odgovarajućim oznakama sa druge strane površine zida, sa položajem traka prema slici 4.42. Uočava se da su vrednosti dilatacija, izmerene i numerički sračunate, pri opterećenjima pre pojave prve prsline (približno 2x55 kN u programu Abaqus) bliske, a za ostale nivoe opterećenja se javljaju razilke, uz relativno sličan trend. Kod nosača Z3, kao i kod nosača Z1 i Z2, granične vrednosti dilatacija nisu dostignute pri opterećenju od 2x100 kN.

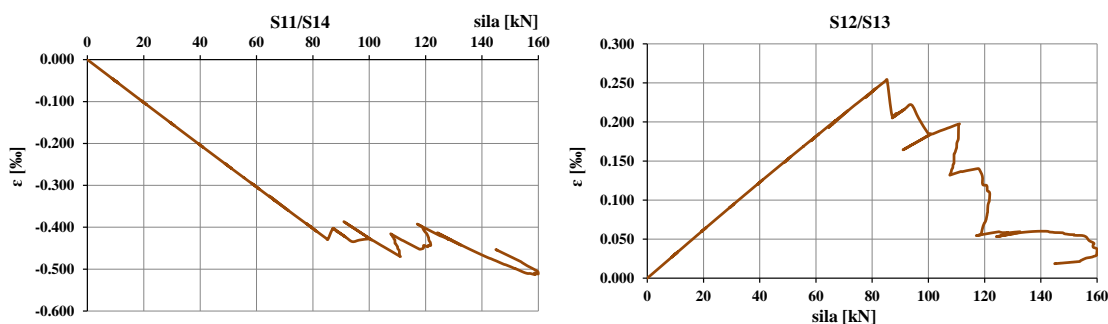


Slika 4.145 - Dilatacije C1-C2-C3 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z3



Slika 4.146 - Dilatacije C4-C5-C6 u betonu, eksperimentalne vrednosti i u programu Abaqus - zid Z3

Na slici 4.147 prikazane su osrednjene vrednosti dilatacija na mernim trakama S11/S12 i S13/S14 oslonačkog „U“ profila konstrukcije metalnog rama, slika 4.57. Pojedinačne vrednosti dilatacija na mernim mestima S11, S12, S13 i S14 prikazane su u prilogu 8.2.3.5.

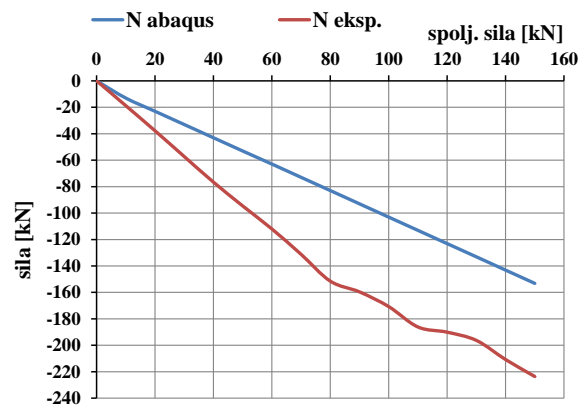


Slika 4.147 - Osrednjene dilatacije na mernim trakama oslonačkog profila ramovske konstrukcije - Z3

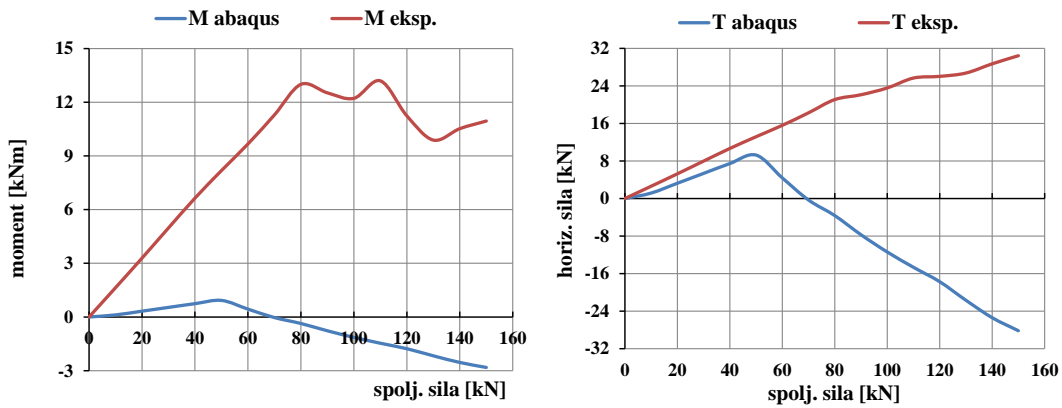
Eksperimentalno određena i numerički dobijena naprezanja u nosaču Z3 manja su u odnosu na računsko naprezanje određenog programom „ST method“. Slično kao i kod zida Z2 razlog leži u efektima uticaja metalnog rama na zid.

„U“ profil kao deo metalnog rama delimično sprečava horizontalna pomeranja tačaka na mestu veze sa zidnim nosačem. Na osnovu eksperimentalno izmerenih dilatacija na polovini visine oslonačkog „U“ profila, određene su vrednosti normalne sile, momenta savijanja i transverzalne sile. Pri vrednosti opterećenja od 2x100 kN normalna sila, moment savijanja i transverzalna sila iznose -170,75 kN, 12,22 kNm i 23,57 kN, respektivno. Eksperimentalnim merenjem dilatacija u armaturi uz donju ivicu nosača (merno mesto S3/S4), izračunate su aksijalne sile u armaturi. Za vrednost opterećenja od 2x100 kN, aksijalna sila iznosi 12,86 kN. Aksijalna sila u zategnutom štapu, uz donju ivicu nosača, Strut-and-Tie modela, određenog u programu „ST method“, na osnovu koga je dimenzionisan nosač, iznosi 33 kN. Razlika između ove aksijalne sile i aksijalne sile izračunate na osnovu eksperimentalnih rezultata iznosi  $40,20 - 12,86 = 27,34$  kN. Jedan deo ove sile je preuzeo „U“ profil (transverzalna sila) u iznosu od 23,57 kN. Razliku od  $27,34 - 23,57 = 3,77$  kN preuzela je efektivna zona betona zbog sadejstva sa armaturom.

Poređenjem vrednosti normalne sile, momenta savijanja i transverzalne sile, određene u programu Abaqus na modelu sa distancerima i metalnim ramom, sa vrednostima izračunatim na osnovu eksperimentalnog ispitivanja, slike 4.139 i 4.140, može da se zaključi da je trend promene uticaja sličan.



Slika 4.148 - Vrednosti N sile oslonačkog „U“ profila - Z3



Slika 4.149 - Vrednosti M (levo) i T sile (desno) oslonačkog „U“ profila - Z3



Numeričke analize u  
programu „ST method“ **5**



## 5 NUMERICKE ANALIZE U PROGRAMU „ST METHOD“

Upotrebom programa „ST method“ analizirani su ravanski armiranobetonski nosači jednostavne i složene geometrije, sa različitom konfiguracijom spoljašnjeg opterećenja. Strut-and-Tie modeli dobijeni su na osnovu promene gustine mreže konačnih elemenata, željenih pravaca raspoređivanja armature i količine armature. Za pojedine slučajeve nosača, nakon dobijanja Strut-and-Tie modela urađeno je kompletno dimenzionisanje, tj. provera elemenata zamenjujućeg rešetkastog nosača.

### 5.1 STRUT-AND-TIE MODELI DOBIJENI NA OSNOVU GUSTINE MREŽE KONAČNIH ELEMENATA

Kod armiranobetonskih nosača, jednostavne i složene geometrije, različitih dimenzija statičkog sistema proste grede i sa opterećenjem različite konfiguracije, u obliku jedne ili više koncentrisanih sila zadatih u čvorovima rešetkastog nosača, analizirani su efekti promene gustine mreže na oblik Strut-and-Tie modela.

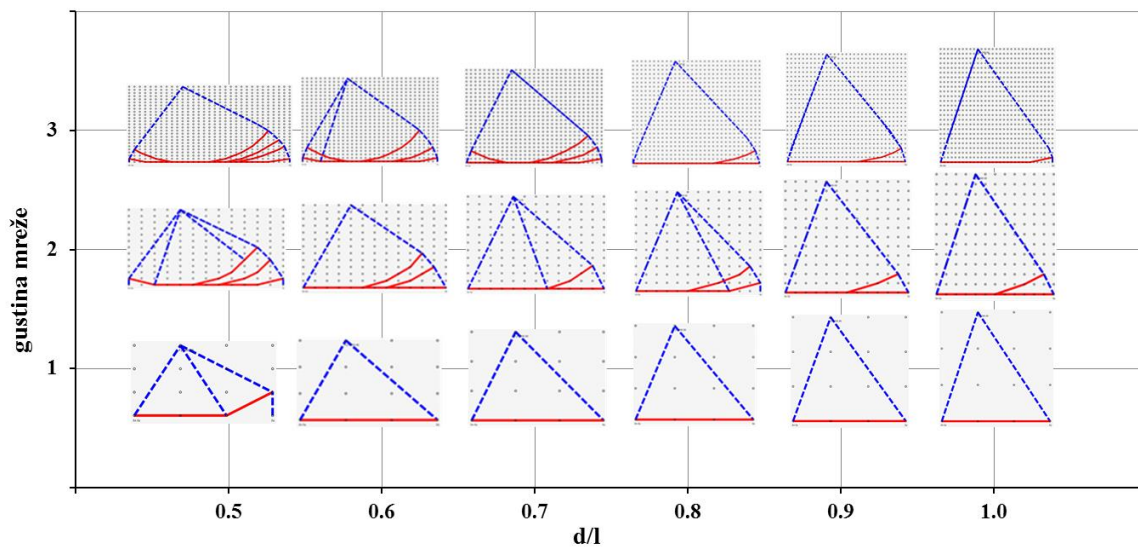
Za potrebe analize programom „ST method“, za nosač sistema proste grede dimenzija 1,5x1,2 m, sa promenom položaja delovanja spoljašnje koncentrisane sile  $P = 200$  kN i različitim gustinama mreže, dobijeni Strut-and-Tie modeli prikazani su tabelarno u prilogu 8.4.

Za nosače sistema proste grede dimenzija  $lx d$ , gde je raspon  $l=2,0$ m, a odnos visine  $d$  i raspona  $l$  je u koracima  $d/l = 0,5-1,0$ , sa promenom položaja delovanja spoljašnje koncentrisane sile  $P = 200$ kN i različitim gustinama mreže, Strut-and-Tie modeli prikazani su u tabelama 8.12 do 8.18 u poglavlju 8.4.

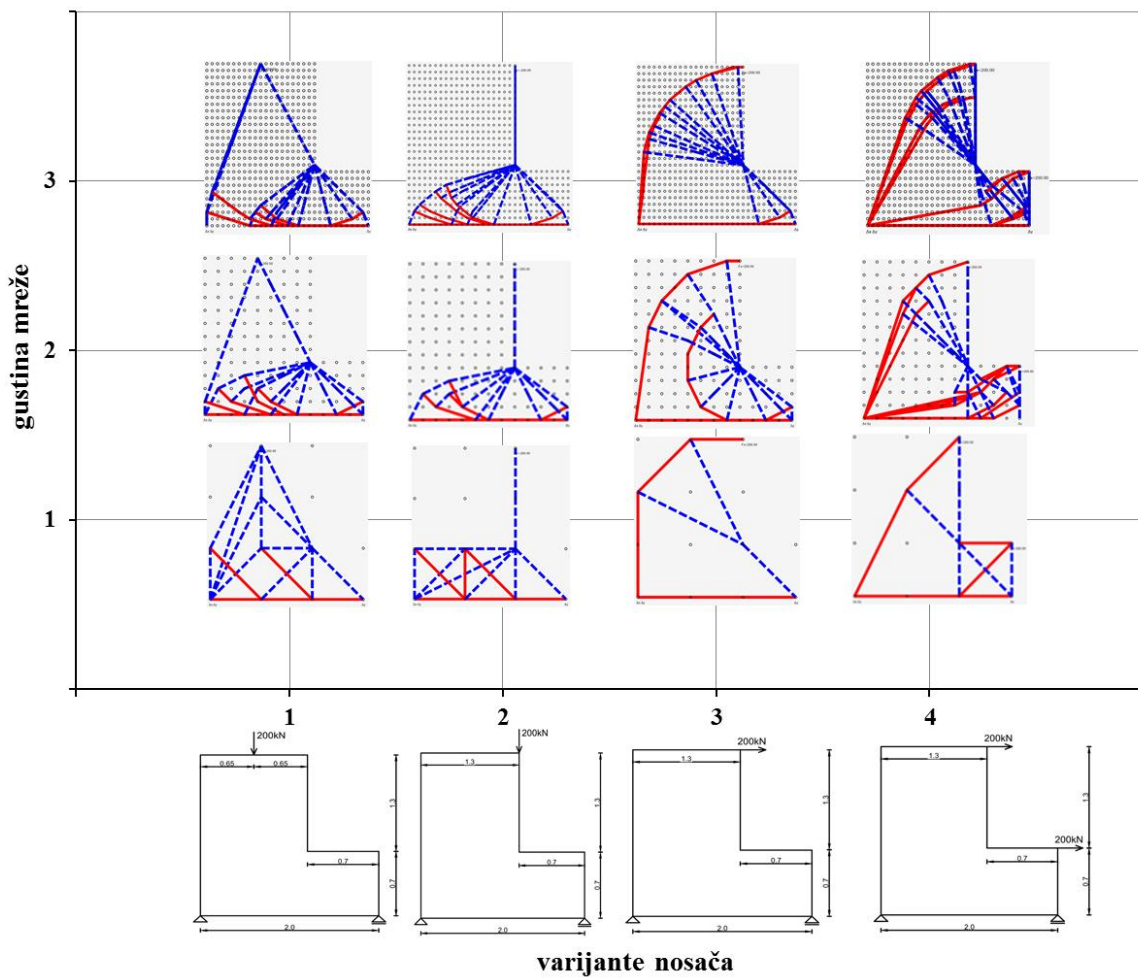
Na slici 5.1 prikazani su Strut-and-Tie modeli pojedinih gustina mreže konačnih elemenata (1→ 3x3, varijanta 2→ 12x12 i 3→ 30x24), za jednu konfiguracije opterećenja, tj. koncentrisanu silu koja deluje na trećini raspona.

Analizom nosača složene geometrije dimenzija 2,0x2,0 m, sa promenom položaja delovanja spoljašnje koncentrisane sile  $P = 200$  kN i različitim gustinama mreže, dobijeni su Strut-and-Tie modeli koji su prikazani u poglavlju 8.4 u tabeli 8.19 Strut-and-Tie modeli pojedinih gustina mreže konačnih elemenata (1→ 3x3, varijanta 2→ 12x12 i 3→ 30x24), za sve konfiguracije opterećenja, prikazani su na slici 5.2.

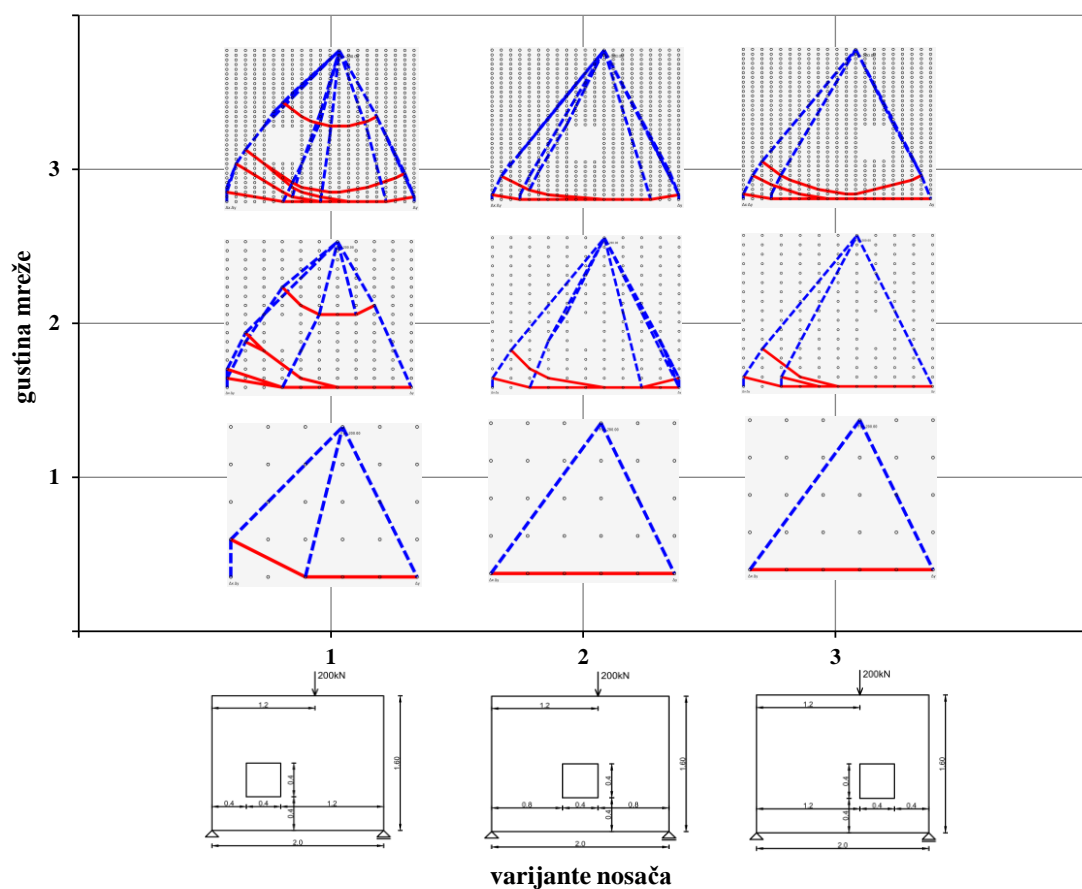
Modeli nosača sistema proste grede dimenzija 2,0x1,6 m, sa otvorom čiji se položaj menja i jednim položajem koncentrisane sile  $P = 200$  kN, sa različitim gustinama mreže, prikazani su u tabeli 8.20 poglavlja 8.4. Za tri varijante gustine mreže (1→ 5x4, varijanta 2→ 10x16 i 3→ 20x32), Strut-and-Tie modeli prikazani su na slici 5.3.



Slika 5.1 - Uticaj gustine mreže na konačan Strut-and-Tie model - varijanta 1



Slika 5.2 - Uticaj gustine mreže na konačan Strut-and-Tie model - varijanta 2



Slika 5.3 - Uticaj gustine mreže na konačan Strut-and-Tie model - varijanta 3

Na osnovu prethodnih analiza može se zaključiti da se bez obzira na gustinu mreže konačnih elemenata u svim varijantama nosača dobijaju zadovoljavajući oblici Strut-and-Tie modela. Zato je za preporuku primena “ređih” mreža za analizu. Ukoliko se zahteva pravac rasprostiranja armaturnih šipki pod uglom od  $45^\circ$ , treba koristiti mreže sa okcima kvadratnog rasporeda. Takođe, primena “ređih” mreža obezbeđuje značajne uštede u vremenu potrebnom za analizu nosača. U narednim poglavljima, pri analizi armiranobetonskih nosača korišćiće se mreže konačnih elemenata manje gustine.

## 5.2 STRUT-AND-TIE MODELI DOBIJENI NA OSNOVU ŽELJENIH PRAVACA POSTAVLJANJA ARMATURE

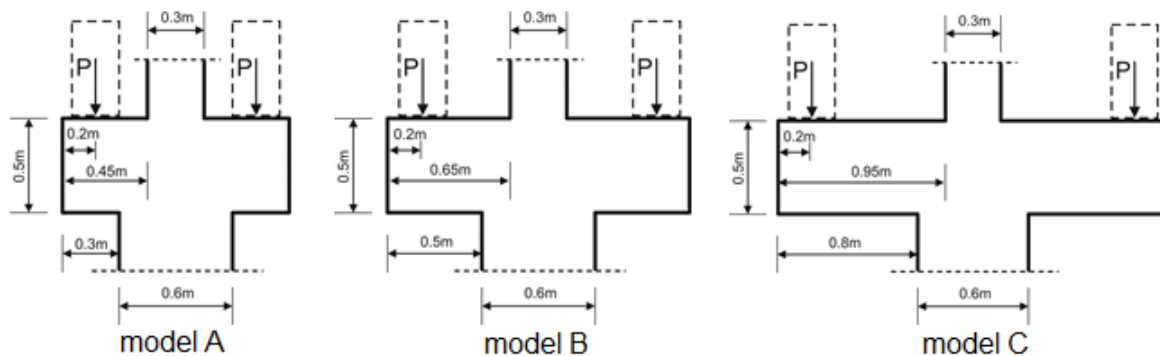
Pravac postavljanja armature unutar armiranobetonskog nosača bitno može da umanjuje vreme potrebno da se izvede element, a time i cela konstrukcija. Zadavanjem vrednosti  $\beta$  koeficijenta, koji predstavlja favorizovanje pravca položaja armature u nosaču, za vrednosti između 0 i 1 kod zategnutih štapova i sa  $\beta = 1$  kod pritisnutih štapova, kako se ne bi narušavao put prenosa opterećenja kroz beton od strane korisnika programa „ST method“, moguće je uticati na konačan oblik Strut-and-Tie modela potrebnog za dimenzionisanje nosača.

Strut-and-Tie modeli za različite vrednosti  $\beta$  koeficijenta za razne armiranobetonske ravanske nosače prikazani su u tabelama od 5.1 do 5.3.

Optimizacija nosača, urađena je prema rasporedu armature tako što je analiza sprovedena sa različitim kombinacijama vrednosti koeficijenta  $\beta$  iz izraza (12). Kombinacijom  $\beta$  koeficijenta, kojima se favorizuju zadati pravci armature u horizontalnom  $0^\circ$ , vertikalnom  $90^\circ$ , pod uglom od  $45^\circ$ , i ostalim pravcima (za uglove veće od  $0^\circ$  a manje od  $45^\circ$  i za uglove veće od  $45^\circ$  i manje od  $90^\circ$ ), dobijaju se različiti Strut-and-Tie modeli, tj. raspored armature. Unutar jedne kombinacije favorizovanje pojedinih pravaca nošenja, postavljanja armature, definiše se preko razlike između pojedinih vrednosti  $\beta_i$  koeficijenta tj. preko njihovog međusobnog odnosa.

Za svaki element sprovedena je analiza za 9 različitih kombinacija  $\beta_i$  koeficijenta koje su definisane u cilju određivanja optimalnih rešenja. Vrednost koeficijenta  $\beta_i$  može biti u granicama od 0 do 1. Za naglašen pravac usvaja se vrednost 1, a vrednost 0,01 se odnosi na pravac koji se želi isključiti iz prenošenja opterećenja. Kombinacije pod rednim brojevima 2, 3, 5 i 8 imaju jedan naglašen pravac postavljanja armature, kombinacije pod rednim brojevima 4, 6, 7 i 9 imaju po dva željena pravca armature i kombinacija pod rednim brojem 1 ima naglašena tri pravca postavljanja armature.

Predloženi diskretni postupak optimizacije armiranobetonskog nosača primenjen je na tri različita kratka elementa sa geometrijskim karakteristikama prikazanim na slici 5.4. Nosači su diskretizovani sistemom prostih štapova međusobno povezanih u čvorovima mreže gustine  $10 \times 10 \text{ cm}$ .



Slika 5.4 - Kratki elementi

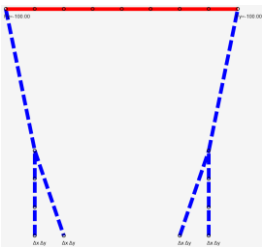
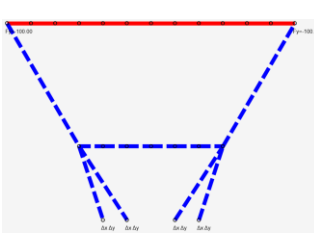
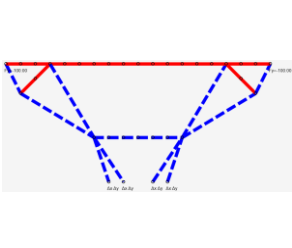
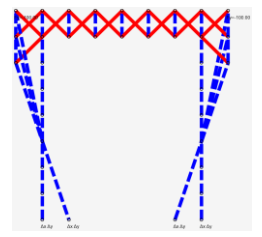
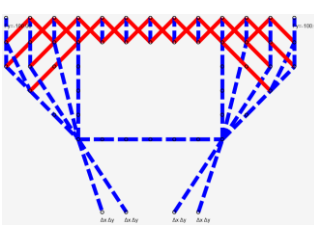
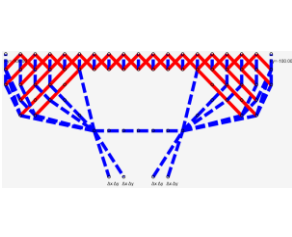
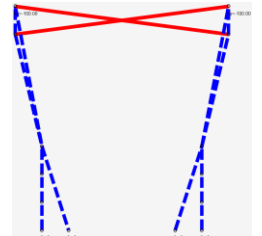
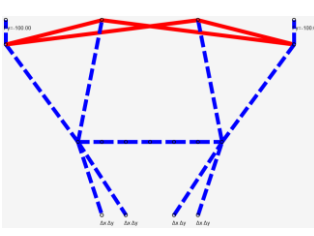
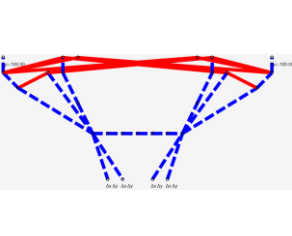
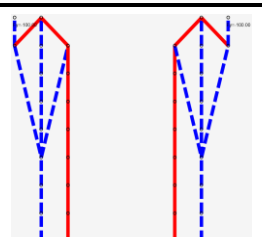
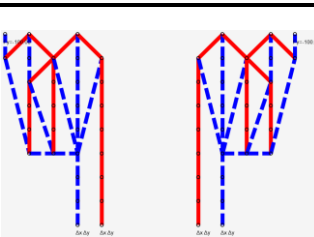
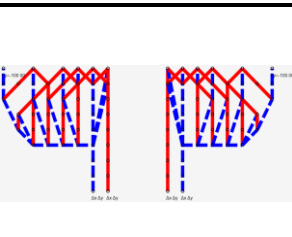
Dobijeni Strut-and-Tie modeli za različite kombinacije vrednosti  $\beta$  koeficijenta prikazani su u tabeli 5.1.

Na osnovu prikazanih rezultata u tabeli 5.1 može se zaključiti da Strut-and-Tie modeli pod rednim brojevima 1, 3, 4 i 6, koji imaju maksimalnu vrednost  $\beta_i$  koeficijenta za štapove u horizontalnom pravcu, a različite kombinacije vrednosti  $\beta_i$  koeficijenta za ostale pravce, imaju približno iste oblike. Ovako dobijeni Strut-and-Tie modeli odgovaraju uobičajenim načinima rasporeda armature kratkih elemenata. Modeli pod rednim brojevima 2 i 9, sa maksimalnim vrednostima  $\beta_i$  koeficijenta za štapove u vertikalnom pravcu i sa različitim kombinacijama vrednosti  $\beta_i$  koeficijenta za ostale pravce, imaju približno iste oblike bez obzira na različit udeo pružanja armature u pravcu pod  $45^\circ$  (model pod rednim brojem 2 ima  $\beta = 0,01$ , a model pod rednim brojem 9 ima  $\beta = 0,05$ ).

Tabela 5.1 - Strut-and Tie modeli za različite vrednosti  $\beta$  koeficijenta

Red. br.	Model A	Model B	Model C
(1)			
$\beta_{z,0} = 1.0$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 1.0$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(2)			
$\beta_{z,0} = 0.01$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 0.01$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(3)			
$\beta_{z,0} = 1.0$ $\beta_{z,90} = 0.01$ $\beta_{z,45} = 0.01$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(4)			
$\beta_{z,0} = 1.0$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 0.01$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(5)			
$\beta_{z,0} = 0.01$ $\beta_{z,90} = 0.01$ $\beta_{z,45} = 1.0$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			



Red. br.	Model A	Model B	Model C
(6)			
$\beta_{z,0} = 1.0$ $\beta_{z,90} = 0.01$ $\beta_{z,45} = 1.0$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(7)			
$\beta_{z,0} = 0.01$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 1.0$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(8)			
$\beta_{z,0} = 0.01$ $\beta_{z,90} = 0.01$ $\beta_{z,45} = 0.01$ $\beta_{z,ost} = 1.0$			
(9)			
$\beta_{z,0} = 0.01$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 0.05$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			

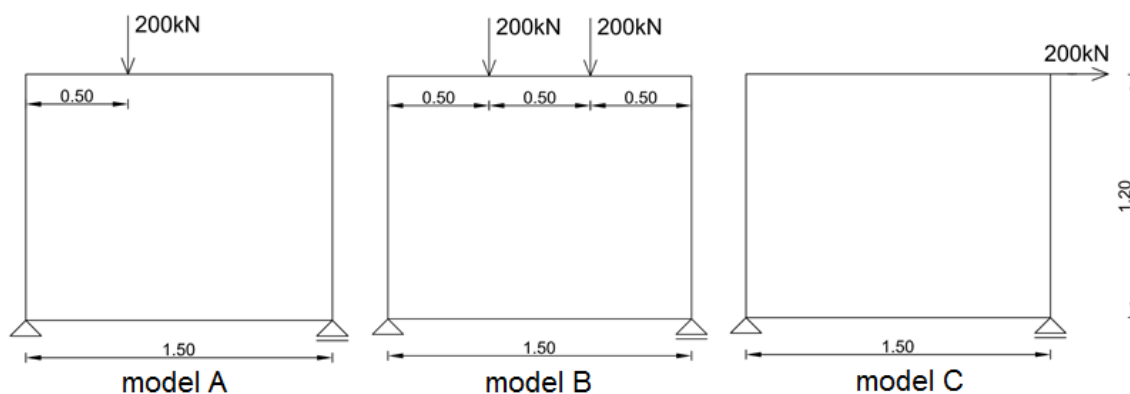
Sprovedena analiza pokazuje osetljivost dobijenih oblika modela na zadate vrednosti  $\beta$  koeficijenta, tj. zadatih pravaca pružanja armature. Postavljanje armature, na osnovu ovih Strut-and-Tie modela, ne predstavlja optimalno rešenje jer zahteva veću količinu armature u odnosu na modele sa rednim brojevima 1, 3, 4 i 6. Takođe, za razliku od uobičajenog načina postavljanja armature ne postoji horizontalna armatura koja kontinuirano levi i desni preput razmatranih kratkih elemenata.

Dobijeni Strut-and-Tie modeli pod rednim brojevima 5 i 7, koji imaju maksimalnu vrednost  $\beta$  koeficijenta za štapove pod uglom od  $45^\circ$ , a različite kombinacije vrednosti  $\beta$  koeficijenta za ostale pravce, imaju približno iste oblike. Ovi modeli odgovaraju uobičajenim načinima postavljanja armature u razmatranim kratkim elementima. Međutim, u poređenju sa modelima pod rednim brojevima 1, 3, 4 i 6, modeli 5 i 7 ne predstavljaju optimalno rešenje jer zahtevaju mnogo složeniji raspored armature.

Strut-and-Tie modeli pod rednim brojem 8, za sva tri razmatrana slučaja kratkih elemenata, imaju minimalne vrednosti  $\beta_i$  koeficijenta za horizontalni, vertikalni i pravac pod uglom od  $45^\circ$ , a maksimalnu vrednost  $\beta_i$  koeficijenta za štapove u ostalim pravcima, i imaju približno

iste oblike. Takođe ovi modeli su približno isti sa modelima pod rednim brojevima 1, 3, 4 i 6 i mogu se smatrati optimalnim rešenjima.

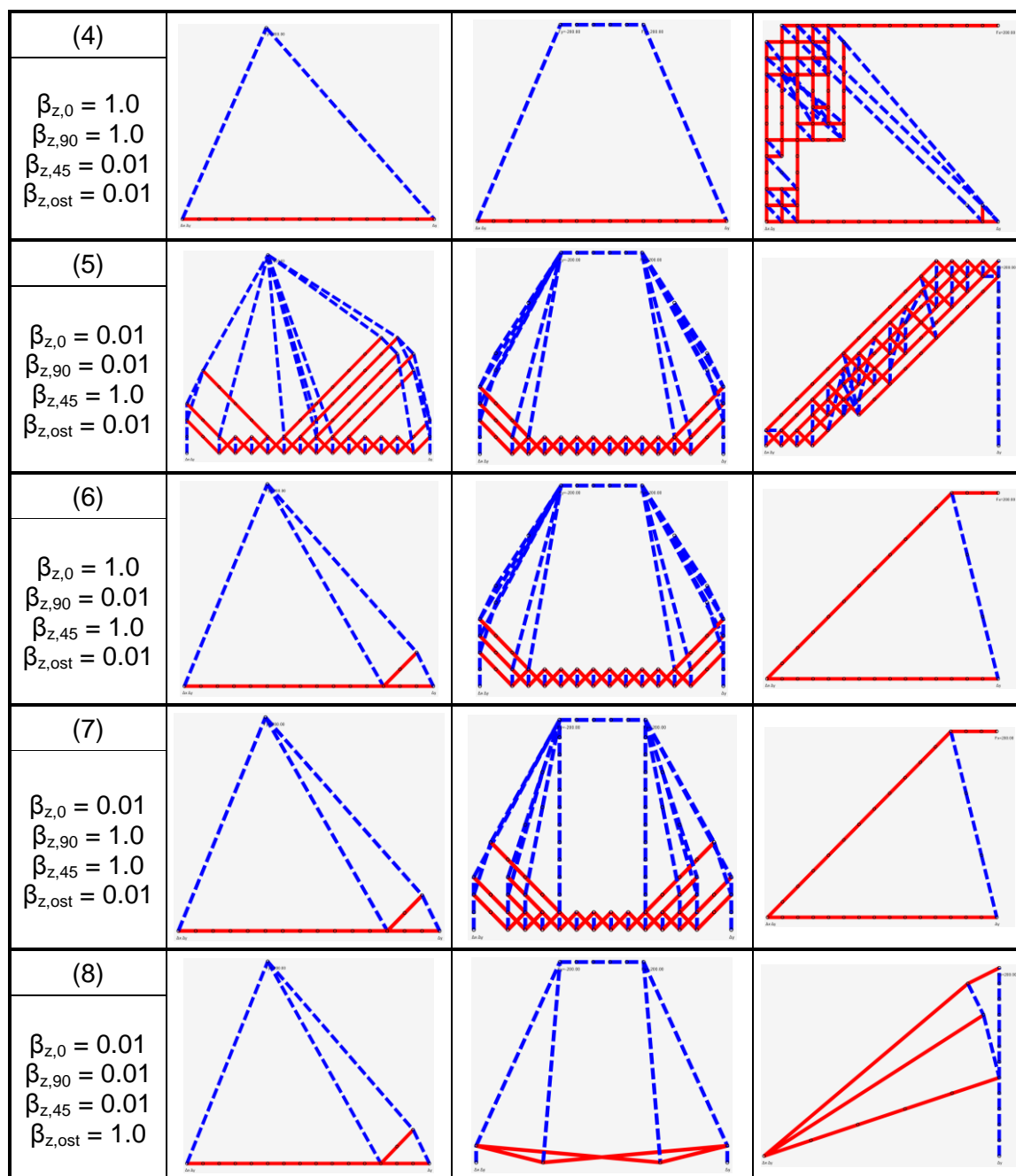
Strut-and-Tie modeli nosača  $1,5\text{m} \times 1,2\text{m}$ , slika 5.5, dovoljne gustine mreže konačnih elemenata  $15 \times 12$ , tj.  $10 \times 10\text{ cm}$ , sa različitom konfiguracijom opterećenja, silom na trećini raspona, sa dve koncentrisane sile na trećinama raspona i horizontalnom silom u gornjem desnom uglu, prikazani su u tabeli 5.2. u zavisnosti od željenog pravca raspoređivanja armature. Variran je koeficijent  $\beta$  u vrednosti od 0 do 1 za zategnute štapove zamenjujućeg rešetkastog nosača, dok je parametar  $\beta$  jednak 1 za sve pritisnute štapove.



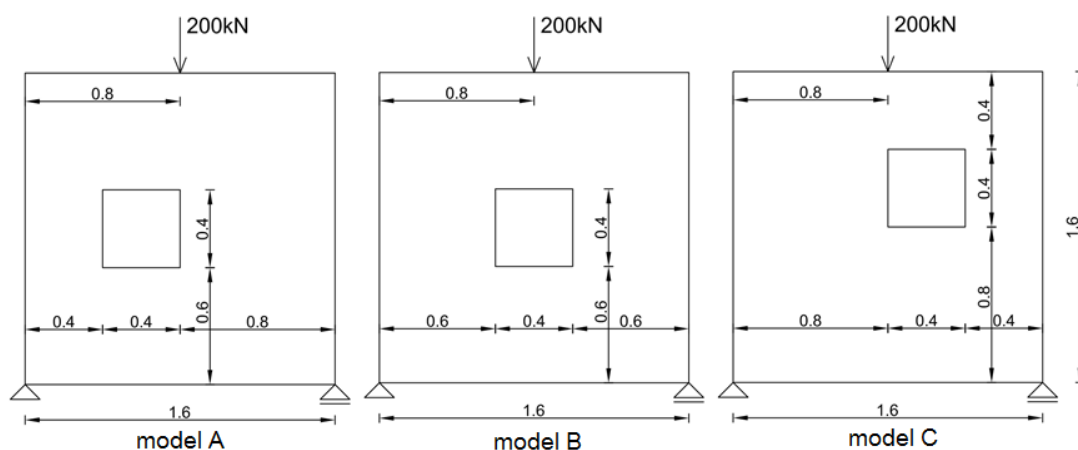
Slika 5.5 - Visoke grede

Tabela 5.2 - Strut-and-Tie modeli za nosač  $1,5 \times 1,2\text{ m}$  sa variranjem koeficijenta  $\beta$

Red. br.	Model A	Model B	Model C
(1)			
(2)			
(3)			



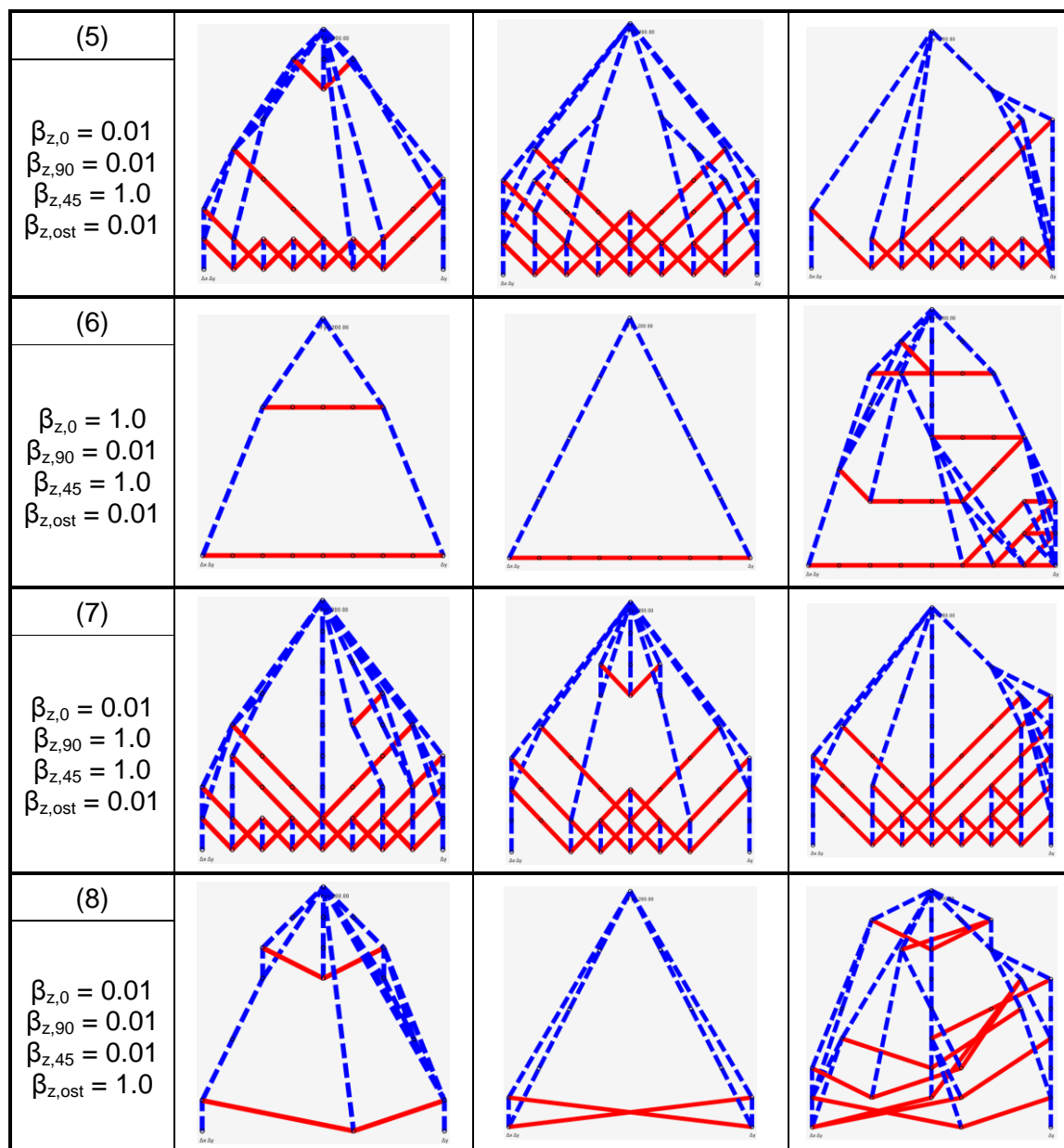
Strut-and-Tie modeli nosača 1,6mx1,6m, slika 5.6, dovoljne gustine mreže konačnih elemenata 8x8, tj. 20x20cm, sa različitim položajima otvora i istom konfiguracijom opterećenja, silom na sredini raspona, prikazani su u tabeli 5.3 u zavisnosti od željenog pravca raspoređivanja armature. Variran je koeficijent  $\beta$  u vrednosti od 0 do 1 za zategnute štapove zamenjujućeg rešetkastog nosača, dok je parametar  $\beta$  jednak 1 za sve pritisnute štapove.



Slika 5.6 - Visoke grede sa različitim položajima otvora

Tabela 5.3 - Strut-and-Tie modeli za nosač 1,6x1,6 m sa variranjem koeficijenta  $\beta$

Red. br.	Model A	Model B	Model C
(1)			
$\beta_{z,0} = 1.0$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 1.0$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(2)			
$\beta_{z,0} = 0.01$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 0.01$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(3)			
$\beta_{z,0} = 1.0$ $\beta_{z,90} = 0.01$ $\beta_{z,45} = 0.01$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			
(4)			
$\beta_{z,0} = 1.0$ $\beta_{z,90} = 1.0$ $\beta_{z,45} = 0.01$ $\beta_{z,ost} = 0.01$			

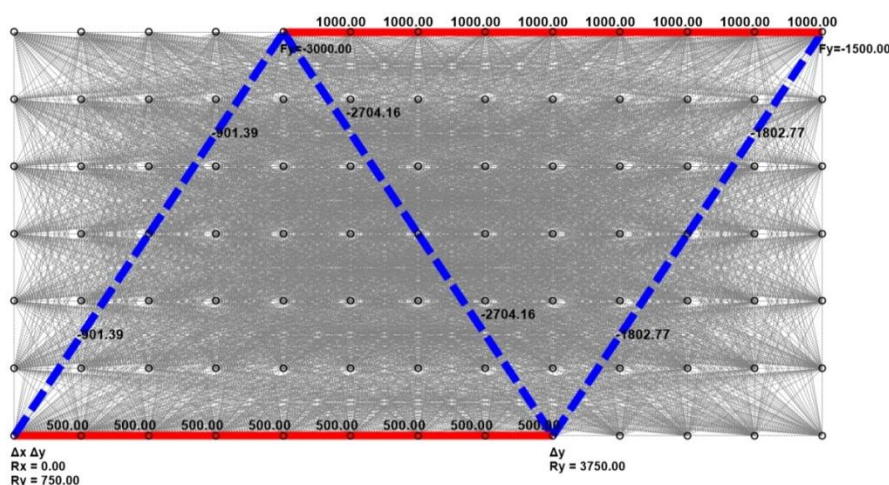


Uobičajeni pravci postavljanja armature, horizontalni, vertikalni i pod uglom od 45°, izabrani su pri analizi armiranobetonskih ravanskih nosača prikazanih u tabelama 5.4, 5.5 i 5.6. Favorizovani pravci definisani su preko  $\beta$  koeficijenata.

Visoka armiranobetonska greda sa prepustom čije su geometrijske i mehaničke karakteristike prikazane u tabeli 5.4, opterećena je sa dve vertikalne koncentrisane sile. Strut-and-Tie model sa silama u štapovima i reakcijama oslonaca prikazan je na slici 5.7.

Tabela 5.4 - Visoka AB greda sa prepustom

Nosač	Statički sistem	Parametri analize
		<p>Epritisak = 30GPa                      Ezatezanje = 200GPa                      Pritisnut štap: <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (<math>0^\circ</math>): <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (<math>45^\circ</math>): <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (<math>90^\circ</math>): <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (ostali): <math>\beta = 0.01</math></p>



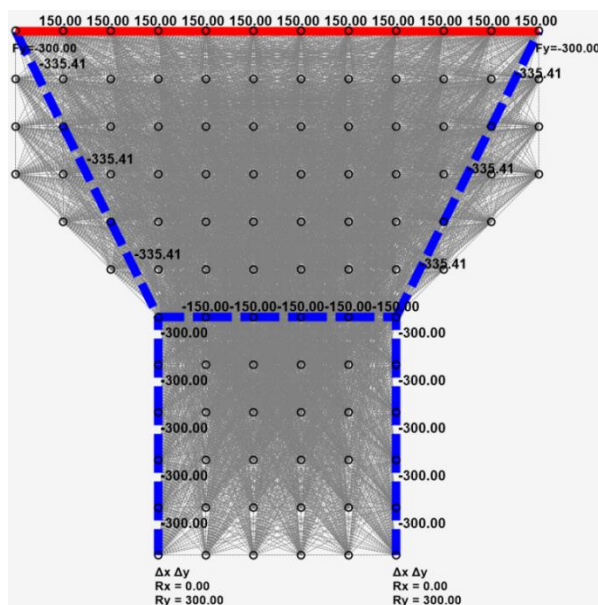
Slika 5.7 - Visoka AB greda sa prepustom – mreža konačnih elemenata i Strut-and-Tie model

Vrh stuba sa simetričnim prepustima čije su geometrijske i mehaničke karakteristike prikazane u tabeli 5.5, opterećen je sa dve vertikalne koncentrisane sile. Strut-and-Tie model sa silama u štapovima i reakcijama oslonaca prikazan je na slici 5.8.

Tabela 5.5 - Vrh AB stuba sa prepustima

Nosač	Statički sistem	Parametri analize
		<p>Epritisak = 30GPa                      Ezatezanje = 200GPa                      Pritisnut štap: <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (<math>0^\circ</math>): <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (<math>45^\circ</math>): <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (<math>90^\circ</math>): <math>\beta = 1</math>                      Zategnut štap (ostali): <math>\beta = 0.01</math></p>



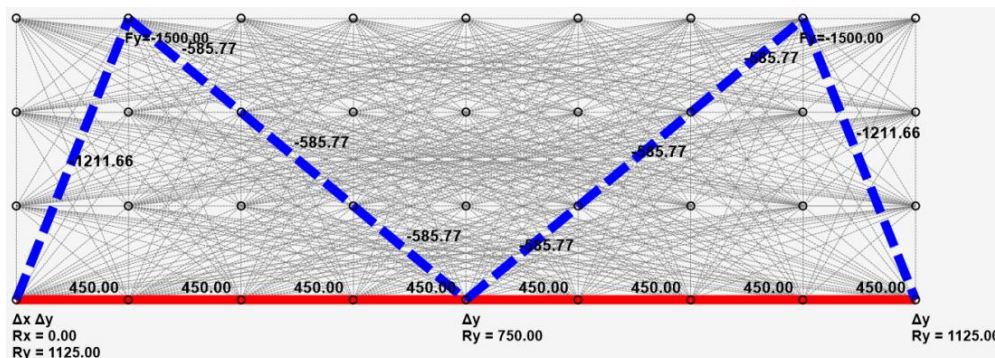


Slika 5.8 - Vrh AB stuba sa prepustima – mreža konačnih elemenata i Strut-and-Tie model

Armiranobetonska kontinualna visoka greda sa dva raspona čije su geometrijske i mehaničke karakteristike prikazane u tabeli 5.6, opterećena je sa dve vertikalne koncentrisane sile. Strut-And-Tie model sa silama u štapovima i reakcijama oslonaca prikazan je na slici 5.9.

Tabela 5.6 - Kontinualna visoka greda sa dva raspona

Nosač	Statički sistem	Parametri analize
		Epritisak = 30GPa Ezatezanje = 200GPa Pritisnut štap: $\beta = 1$ Zategnut štap ( $0^\circ$ ): $\beta = 1$ Zategnut štap ( $45^\circ$ ): $\beta = 1$ Zategnut štap ( $90^\circ$ ): $\beta = 1$ Zategnut štap (ostali): $\beta = 0.01$



Slika 5.9 - Kontinualna visoka greda sa dva raspona – Strut-and-Tie model



### 5.3 STRUT-AND-TIE MODELI DOBIJENI NA OSNOVU MINIMALNE KOLIČINE ARMATURE

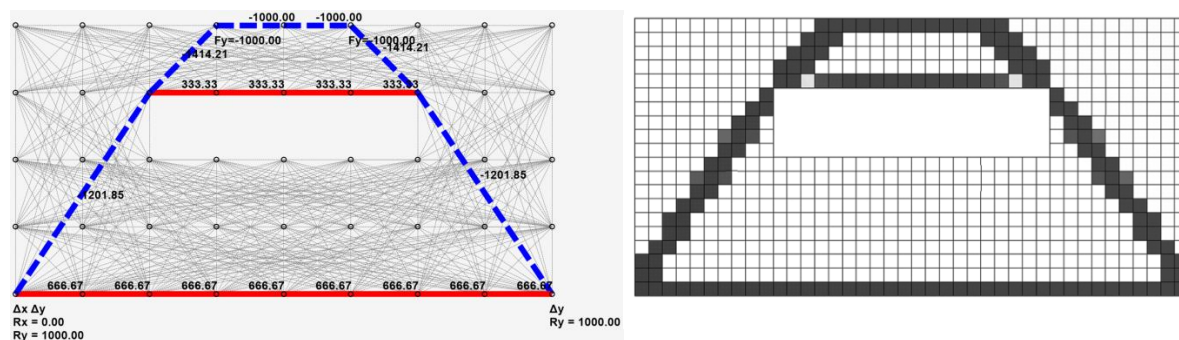
Analiziran su armiranobetonski nosači različite geometrije i konfiguracije opterećenja. Komparativna analiza za određivanje oblika Strut-and-Tie modela takođe je urađena u komercijalnom programu Ansys (finite element PLANE82). Princip komercijalnog programa je označavanje procentualnog maksimalnog uklanjanja stanja materijala u vezi sa inicijalnom zapreminom nosača. Na primer, oznaka 70 % podrazumeva da toliki % materijala treba da se ukloni na način koji maksimizuje krutost datog nosača od konfiguracije opterećenja [22]. Kod nosača analiziranih u komercijalnom programu maksimalno dozvoljeno uklanjanje zapremine inicijalnog nosača je 80%.

#### 5.3.1 Armiranobetonski nosači

Armiranobetonska visoka greda sa otvorom, kao i njene geometrijske i mehaničke karakteristike prikazane su u tabeli 5.7. Nosač je opterećen simetrično sa dve vertikalne koncentrisane sile. Strut-and-Tie model sa silama u elementima i reakcijama oslonaca prikazan je na slici 5.10.

Tabela 5.7 - Armiranobetonska visoka greda sa otvorom

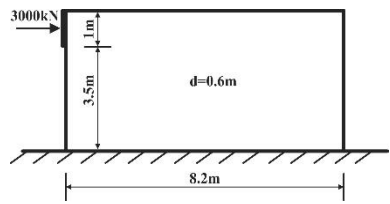
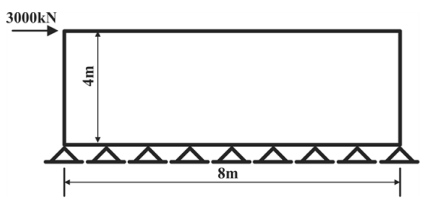
Nosač	Statički sistem	Parametri analize
		$E_c = 31 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap ( $0^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $45^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $90^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap (ostali uglovi) $\beta = 0.01$

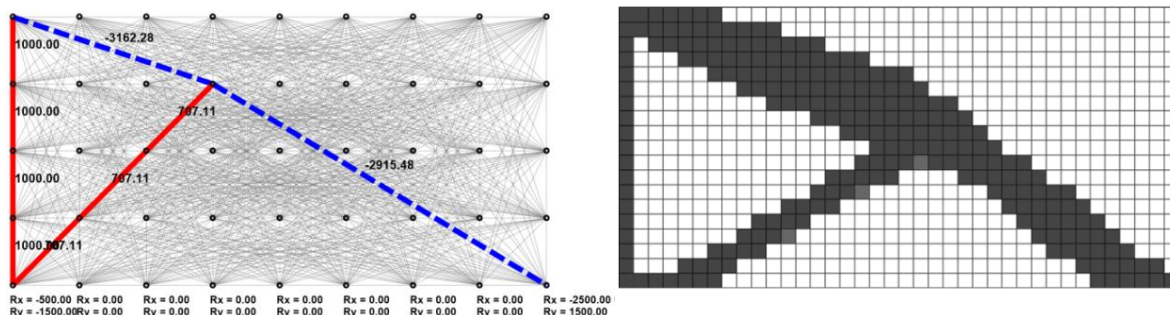


Slika 5.10 - Visoka greda sa otvorom – Strut-and-Tie model dobijen programom "ST method" (levo) i komercijalnim programom (desno)

Smičući zid sa geometrijskim i mehaničkim karakteristikama prikazan je u tabeli 5.8. Nosač je opterećen sa horizontalnom silom u nivou vrha zida. Strut-and-Tie model sa silama u elementima rešetke i reakcije oslonaca prikazani su na slici 5.11.

Tabela 5.8 - Smičući zid

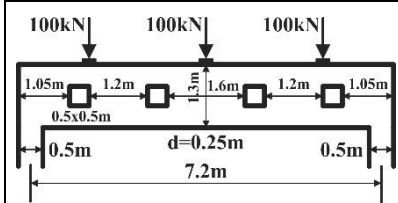
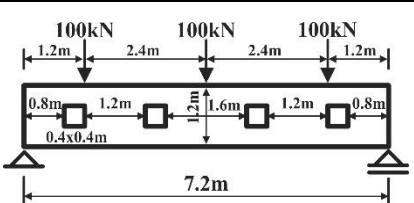
Nosač	Statički sistem	Parametri analize
		$E_c = 31 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap ( $0^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $45^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $90^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap (ostali uglovi) $\beta = 0.01$

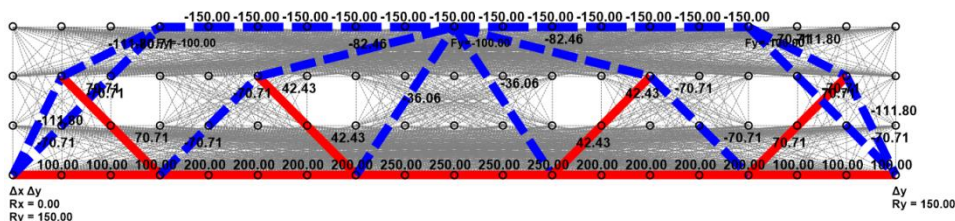


Slika 5.11 - Smičući zid – Strut-and-Tie model dobijen programom "ST method" (levo) i komercijalnim programom (desno)

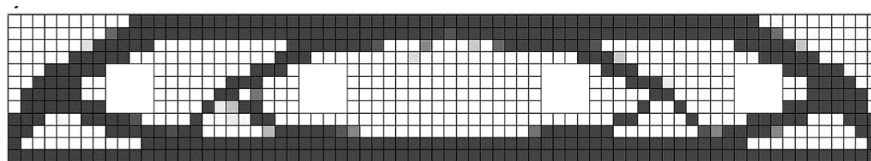
Armiranobetonska greda sa otvorima i njene geometrijske i mehaničke karakteristike prikazane su u tabeli 5.9. Greda je opterećena sa tri vertikalne koncentrisane sile. Strut-and-Tie model sa silama u štapovima i vrednostima reakcija oslonaca prikazan je na slici 5.12. Oblik Strut-and-Tie modela dobijen komercijalnim programom prikazan je na slici 5.13.

Tabela 5.9 - AB greda sa otvorima

Nosač	Statički sistem	Parametri analize
		$E_c = 30 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap ( $0^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $45^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $90^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap (ostali uglovi) $\beta = 0.01$



Slika 5.12 - AB greda sa otvorima – Strut-and-Tie model dobijen programom „ST method“

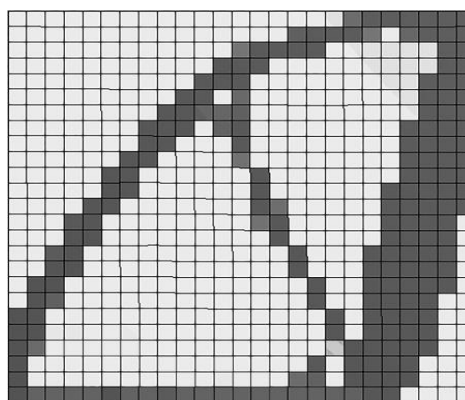
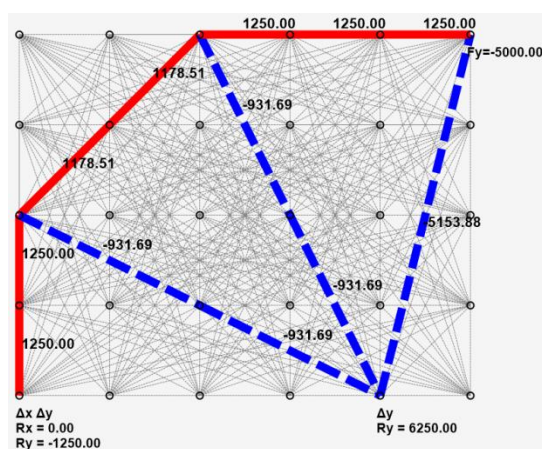


Slika 5.13 - AB greda sa otvorima – Strut-and-Tie model dobijen komercijalnim programom

Visoka greda sa prepustom i njene geometrijske i mehaničke karakteristike prikazane su u tabeli 5.10. Opterećena je sa vertikalnom silom od 5000 kN koja deluje na kraju prepusta nosača. Strut-and-Tie model sa silama u elementima zamenjujuće rešetke i reakcije oslonaca prikazane su na slici 5.14.

Tabela 5.10 - Visoka greda sa prepustom

Nosač	Statički sistem	Parametri analize
		$E_c = 30 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap ( $0^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $45^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap ( $90^\circ$ ) $\beta = 1$ Zategnut štap (ostali uglovi) $\beta = 0,01$



Slika 5.14 - Visoka greda sa prepustom – Strut-and-Tie model dobijen programom „ST method“ (levo) i komercijalnim programom (desno)

Slike (5.10, 5.11, 5.13 i 5.14) pokazuju da Strut-and-Tie modeli određeni programom „ST method“ odgovaraju oblicima koji su dobijeni komercijalnim programom.

Optimizacija prikazanih primera urađena je na osnovu potrebne količine armature. Korišćene kombinacije  $\beta$  koeficijenata i Strut-and-Tie oblici prikazani su u tabeli 5.11. Potrebna količina armature za sopstvenu težinu, za sve analizirane nosače, nezavisno od usvojenih kombinacija  $\beta$  koeficijenata, ista je za obe strane (obraz) nosača.

Rezultati analize prikazani su u tabelama od 5.11 do 5.13 i na slikama 5.15 i 5.16. Procentualna razlika je urađena prema količini armature nosača Varijante 1.

Tabela 5.11 - Analizirani AB nosači – oblici Strut-and-Tie modela

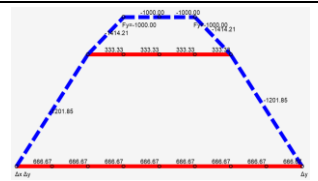
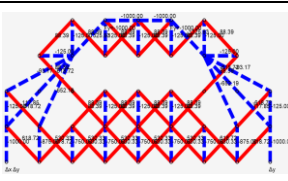
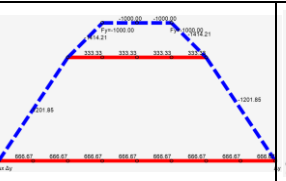
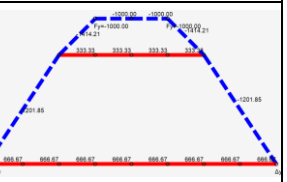
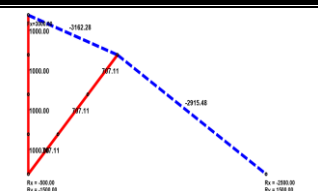
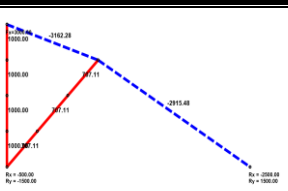
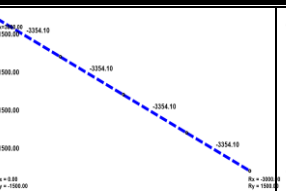
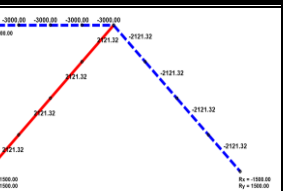
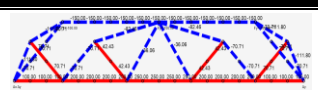
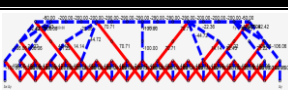
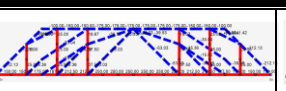
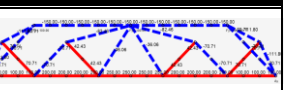
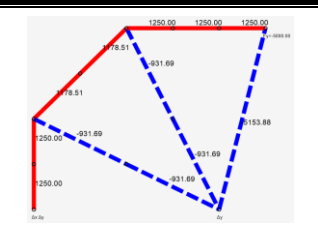
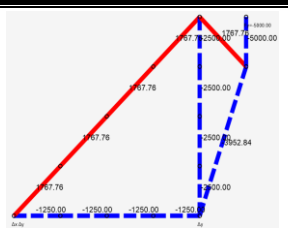
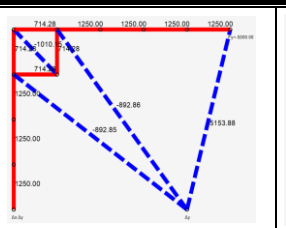
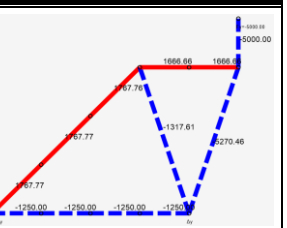
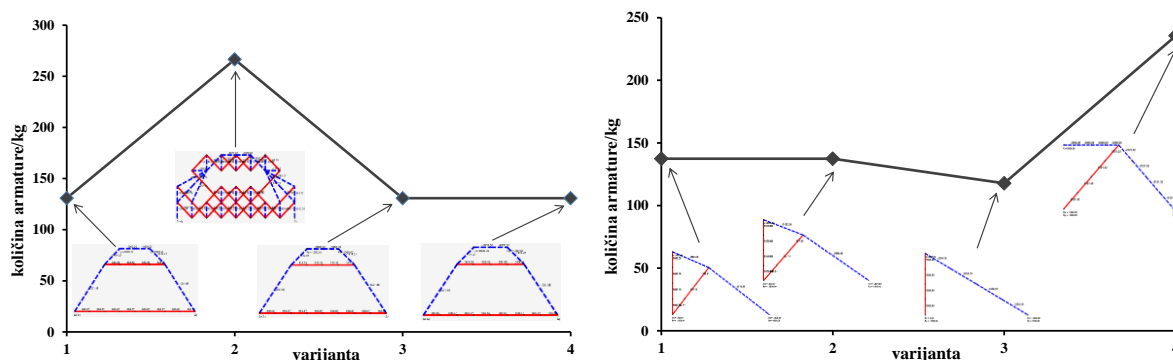
Noslač i parametri analize			
Varijanta 1	Varijanta 2	Varijanta 3	Varijanta 4
$E_c = 30 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap: ( $0^\circ$ ) $\beta = 1$ ( $45^\circ$ ) $\beta = 1$ ; ( $90^\circ$ ) $\beta = 1$ (ostali uglovi) $\beta = 0.01$	$E_c = 30 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap: ( $0^\circ$ ) $\beta = 0.01$ ( $45^\circ$ ) $\beta = 1$ ; ( $90^\circ$ ) $\beta = 1$ (ostali uglovi) $\beta = 0.01$	$E_c = 30 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap: ( $0^\circ$ ) $\beta = 1$ ( $45^\circ$ ) $\beta = 0.01$ ; ( $90^\circ$ ) $\beta = 1$ (ostali uglovi) $\beta = 0.01$	$E_c = 30 \text{ GPa}$ , $E_s = 200 \text{ GPa}$ Pritisnut štap $\beta = 1$ Zategnut štap: ( $0^\circ$ ) $\beta = 1$ ( $45^\circ$ ) $\beta = 1$ ; ( $90^\circ$ ) $\beta = 0.01$ ; (ostali uglovi) $\beta = 0.01$
Visoka greda sa otvorom			
			
Smičući zid			
			
Greda sa otvorima			
			
Visoka greda sa prepustom			
			

Tabela 5.12 - Količina armature – Visoka greda sa otvorom i smičući zid

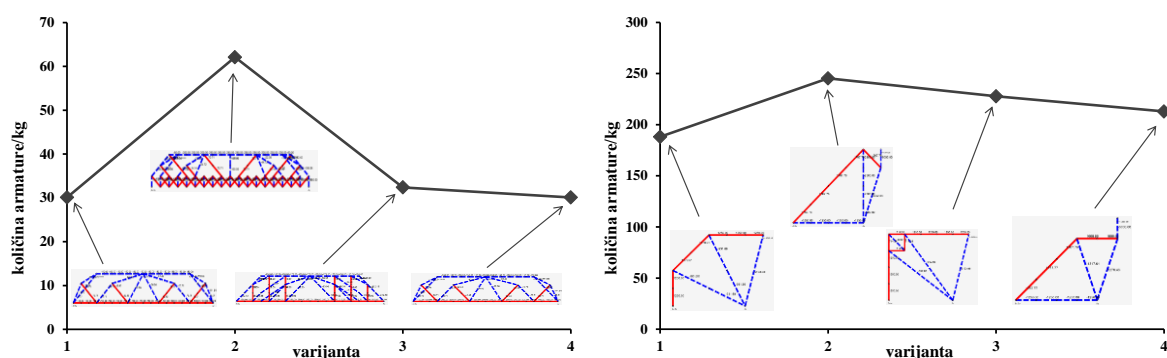
Varijanta	$A_{pot} / \text{kg}$ ( $\gamma_s=7850 \text{ kg/m}^3$ )	Procentualna razlika / %	$A_{pot} / \text{kg}$ ( $\gamma_s=7850 \text{ kg/m}^3$ )	Procentualna razlika / %
1	130,8	/	137,4	/
2	266,5	103,7 %	137,4	$\pm 0,0 \%$
3	130,8	$\pm 0,0 \%$	117,8	- 14,3 %
4	130,8	$\pm 0,0 \%$	235,5	+ 71,4 %

Tabela 5.13 - Količina armature – Greda sa otvorima i visoka greda sa prepustom

Varijanta	$A_{pot}$ / kg ( $\gamma_s=7850$ kg/m <sup>3</sup> )	Procentualna razlika / %	$A_{pot}$ / kg ( $\gamma_s=7850$ kg/m <sup>3</sup> )	Procentualna razlika / %
1	30,1	/	188,1	/
2	62,1	+ 106,3 %	245,3	+ 30,4
3	32,4	+ 7,6 %	227,8	+ 21,1
4	30,1	± 0,0 %	212,9	+ 13,2



Slika 5.15 - Prikaz modela prema količini armature – Visoka greda sa otvorom (levo) i Smičući zid (desno)



Slika 5.16 - Prikaz modela prema količini armature – Greda sa otvorima (levo) i Visoka greda sa prepustom (desno)

Na osnovu rezultata analize može se zaključiti da su, za visoku gredu sa otvorom, gredu sa otvorima i visoku gredu sa prepustom, optimalne vrednosti  $\beta$  koeficijenata kod Varijante 1 prema količini i rasporedu armature. Za slučaj smičućeg zida vrednosti  $\beta$  koeficijenata kod Varijante 3 daju optimalno rešenje.

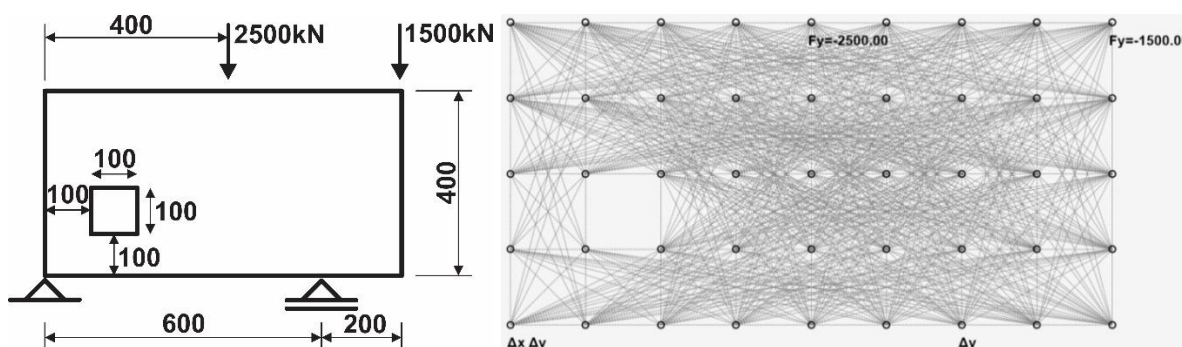


## 5.4 DIMENZIONISANJE ELEMENATA STRUT-AND-TIE MODELA

Dimenzionisanje dva armiranobetonska nosača urađeno je „ručnim“ proračunom i primenom programa „ST method“.

### 5.4.1 Primer br. 1

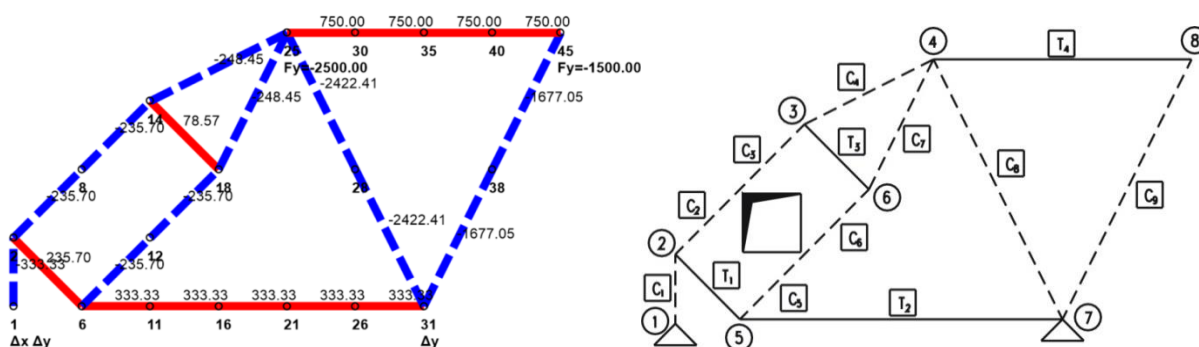
Armiranobetonski ravanski nosač debljine 30 cm sa prepustom i otvorom je analiziran. Statički sistem, geometrijske karakteristike nosača i opterećenje prikazani su na slici 5.17 (levo).



Slika 5.17 - AB nosač (levo), mreža konačnih elemenata iz programa „ST method“ (desno)

Mreža konačnih elemenata za dobijanje ekvivalentnog rešetkastog sistema u programu „ST method“ prikazana je na slici 5.17 (desno).

Sile u rešetkastim elementima Strut-and-Tie modela, dobijenog programom „ST method“ prikazane su na slici 5.18 (levo).



Slika 5.18 - Strut-and-Tie model sa silama u elementima rešetke (levo) i oznake elemenata Strut-and-Tie modela (desno)

Mehaničke karakteristike materijala za beton C30/37 su karakteristična čvrstoća cilindra pri pritisku  $f_{ck} = 30$  MPa i proračunska čvrstoća pri pritisku  $f_{cd} = 17$  MPa, dok je za armaturu karakteristična čvrstoća pri razvlačenju  $f_{yk} = 420$  MPa i proračunska granica razvlačenja  $f_{yd} = 365$  MPa. Oznake elemenata Strut-and-Tie modela potrebne za njihovo dimenzionisanje prikazane su na slici 5.18 (desno).

Sile u zategama, potrebne i usvojene količine armature i širine zatega (usvojene po 3 šipke u jednom redu) prikazane su u tabeli 5.14.

Effektivna dužina sidrenja pravih armaturnih šipki  $\varnothing 14$  je  $l_{b,eff}=29$  cm. Maksimalna sila prijanjanja šipke  $\varnothing 14$  sa pravim završetkom je 402kN i veća je od sile u zatezi  $T_2$  koja iznosi 333.33 kN, što znači da je dužina sidrenja dovoljna i da nije potrebna dodatna armatura.

Tabela 5.14 - Zategnuti štapovi - primer 1

	sile [kN]	$A_{pot}$ [cm <sup>2</sup> ]	šipke	$A_{usv}$ [cm <sup>2</sup> ]	w [cm]
$T_1$	235,7	6,46	5 $\varnothing$ 14	7,7	8
$T_2$	333,33	9,13	6 $\varnothing$ 14	9,24	10,8
$T_3$	78,57	2,15	3 $\varnothing$ 14	4,62	4,4
$T_4$	750	20,55	14 $\varnothing$ 14	21,56	22,7

Za potrebnu minimalnu armaturu od 6 cm<sup>2</sup>/m', na obe strane armiranobetonskog nosača usvojena je armaturna mreža  $\varnothing 8/15$  (6.67 cm<sup>2</sup>/m').

Efektivna čvrstoća pri pritisku u oslonačkom čvoru je  $f_{cd,eff} = 14.45$  MPa. Naponi oslonačkih ležišnih čvorova 4 i 8, 5.18 (desno), sa usvojenom dužinom od 105 cm i 50 cm, respektivno, su 7.94 MPa i 10 MPa, i manje su od efektivne čvrstoće, što znači da je kontrola pritiska u pomenutim ležišnim oslonačkim čvorovima zadovoljena.

Naponi u oslonačkim ležišnim čvorovima 1 i 7, sa usvojenom dužinom od 25 cm i 115 cm, respektivno, su 4.44 MPa i 10.63 MPa, i manji su od efektivne čvrstoće što podrazumeva da je kontrola pritiska u pomenutim ležišnim oslonačkim čvorovima takođe zadovoljena.

Čvrstoće pritisnutih štapova: za neisprskane štapove je 14.96 MPa i za isprskane kod kojih su pravci prsline paralelni sa pravcem štapova je 13.6 MPa.

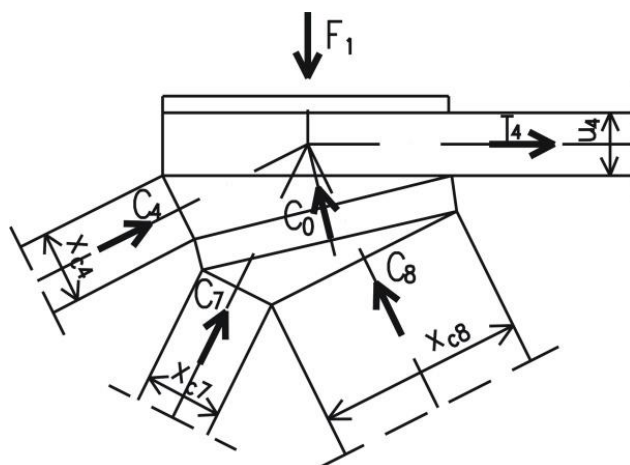
Sile u pritisnutim štapovima, potrebne širine pritisnutih štapova i usvojene širine prikazane su u tabeli 5.15.

Tabela 5.15 - Pritisnuti štapovi - primer 1

	sile [kN]	dozvoljeni napon [MPa]	$w_{pot}$ [cm]	$w_{usv}$ [cm]
$C_1$	333,33	14,96	7,43	25
$C_2$	235,7	13,6	5,78	28,77
$C_3$	235,7	13,6	5,78	28,77
$C_4$	245,55	13,6	6,02	27
$C_5$	235,7	13,6	5,78	28,77
$C_6$	235,7	13,6	5,78	28,77
$C_7$	248,45	13,6	6,09	28,62
$C_8$	2422,41	13,6	59,37	76,56
$C_9$	1677,05	13,6	41,10	55

U čvoru 4, slike 5.18 (desno) i 5.19, sila  $C_0 = 2545.19$  kN je rezultanta sila pritisnutih štapova  $C_7$  i  $C_8$ , zato što više od tri sile deluju u čvoru. Širina pritisnutog štapa  $C_0$  je  $x_{c0} = 96.48$  cm, a čvrstoća betona pri pritisku je 8.79 MPa, što je manje od vrednosti efektivne čvrstoće u oslonačkoj čvornoj zoni. Kontrola stanja napona, hidrostatičkog tipa čvora, pokazuje da su dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela u granicama ograničenja koja metoda proračuna zahteva.





Slika 5.19 - Čvor 4 – pune dimenzije elementa

Potrebne količine armature, određene u programu „ST method“, na osnovu dobijenih sila u zategnutim štapovima, slika 5.18 (levo), sa potrebnim brojem komada šipki i minimalno potrebnim dimenzijama zategnutih štapova, prikazane su na slici 5.20. Dimenzije se dodatno koriguju ako kontrola napona čvornih zona i geometrija nosača to zahtevaju.

Design - Armiranobetonski nosac - sa vecim struvovima.satm

Accept the selection from the main window  
Selected step -> 4

Reduction coefficient  $\Phi =$    
Thickness of the element  $b_w =$   cm

Material properties  
 $f_b =$   kPa  
 $f_a =$   kPa

Element grid offset =

Reinforcement | Support | Node

group diameters change  
 $a_o =$   cm  
 $f_{ia} =$   cm  $a_h =$   cm  
 $f_{iu} =$   cm  $a_v =$   cm

Results

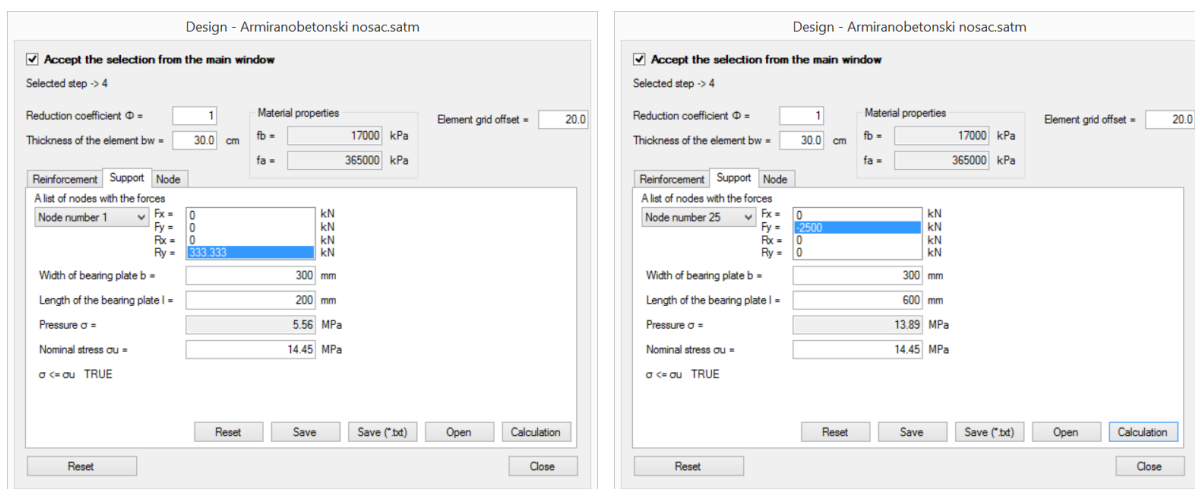
	Number of element	S [kN]	$F_{i,a}$ [cm]	$F_{i,u}$ [cm]	A in the direction of the axis element [cm <sup>2</sup> ]	$A_h$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_v$ [cm <sup>2</sup> ]	N reinforce in the direction of the axis element [num]	Nmax reinforce in a row [num]	N row [num]	Wmin [cm]
	48 (2 - 6)	235.701	1.4	0	6.46	3.23	3.23	5	6	1	5.2
	215 (6 - 11)	333.332	1.4	0	9.13	9.13	0	6	6	1	5.2
	400 (11 - 16)	333.332	1.4	0	9.13	9.13	0	6	6	1	5.2
	498 (14 - 18)	78.567	1.4	0	2.15	1.08	1.08	2	6	1	5.2
	560 (16 - 21)	333.332	1.4	0	9.13	9.13	0	6	6	1	5.2
	695 (21 - 26)	333.332	1.4	0	9.13	9.13	0	6	6	1	5.2
	785 (25 - 30)	749.999	1.4	0	20.55	20.55	0	14	6	3	14
	805 (26 - 31)	333.332	1.4	0	9.13	9.13	0	6	6	1	5.2
	875 (30 - 35)	749.999	1.4	0	20.55	20.55	0	14	6	3	14
	940 (35 - 40)	749.999	1.4	0	20.55	20.55	0	14	6	3	14
	980 (40 - 45)	749.999	1.4	0	20.55	20.55	0	14	6	3	14

Reset Save Save (\*.txt) Open Calculation

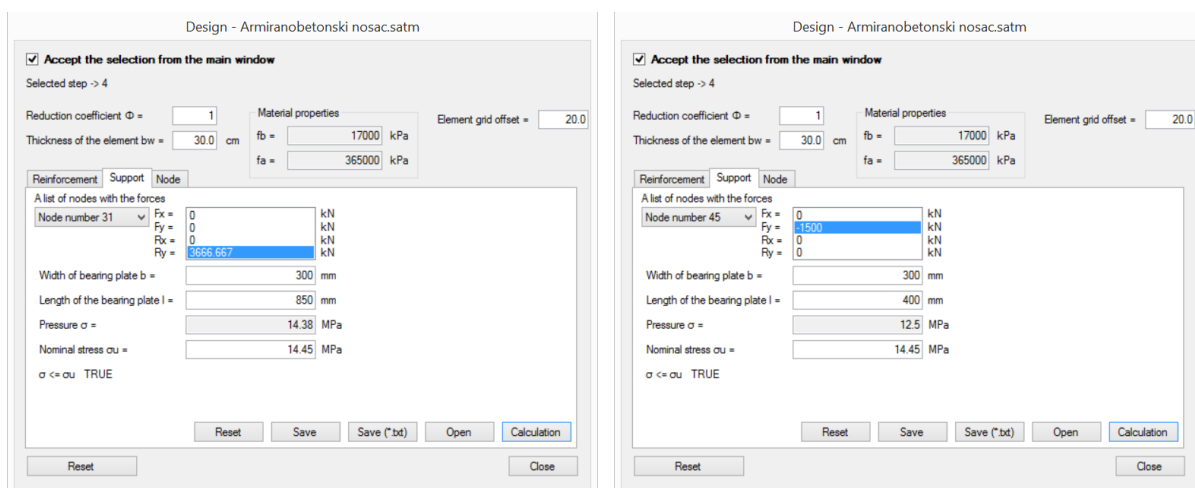
Reset Close

Slika 5.20 - Potrebna količina armature i minimalne dimenzije zatega - primer 1

Na slikama 5.21 i 5.22 prikazana je provera lokalnih napona u betonu na mestima ležišnih ploča (čvorovi 1, 25, 31 i 45, slika 5.18 (levo)).



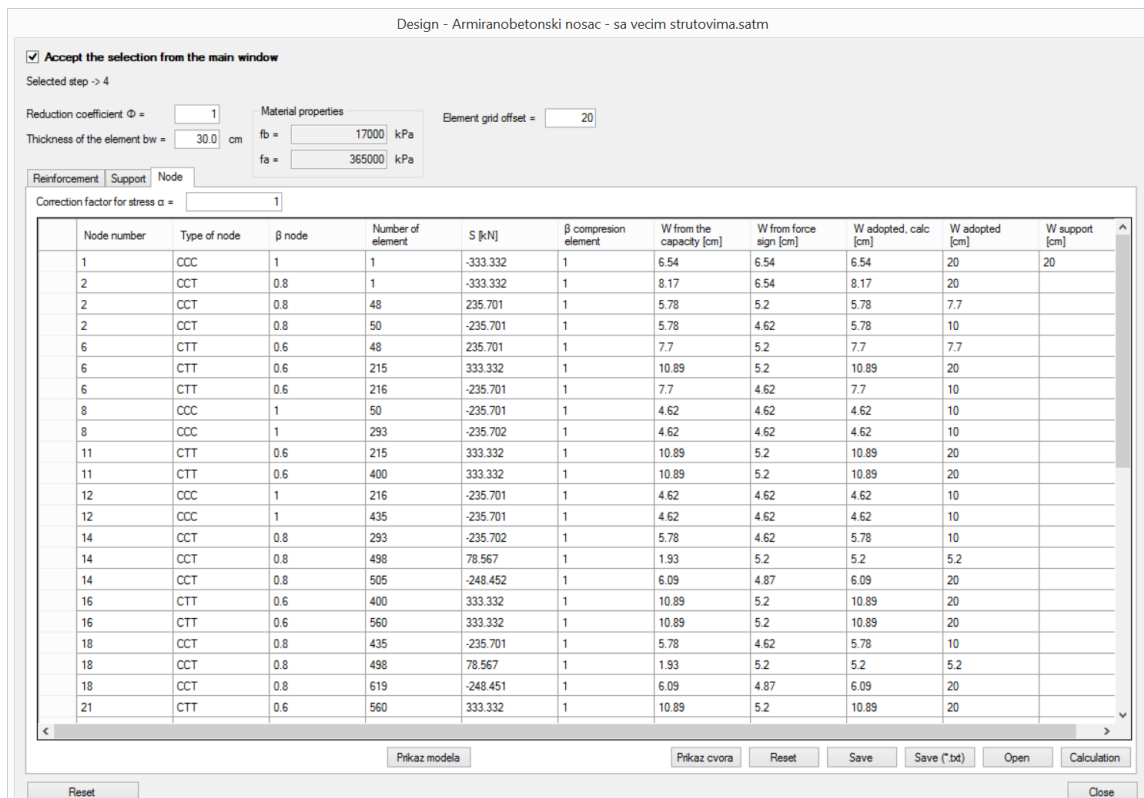
Slika 5.21 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 1 (levo) i čvor 25 (desno), slika 5.18 (levo)



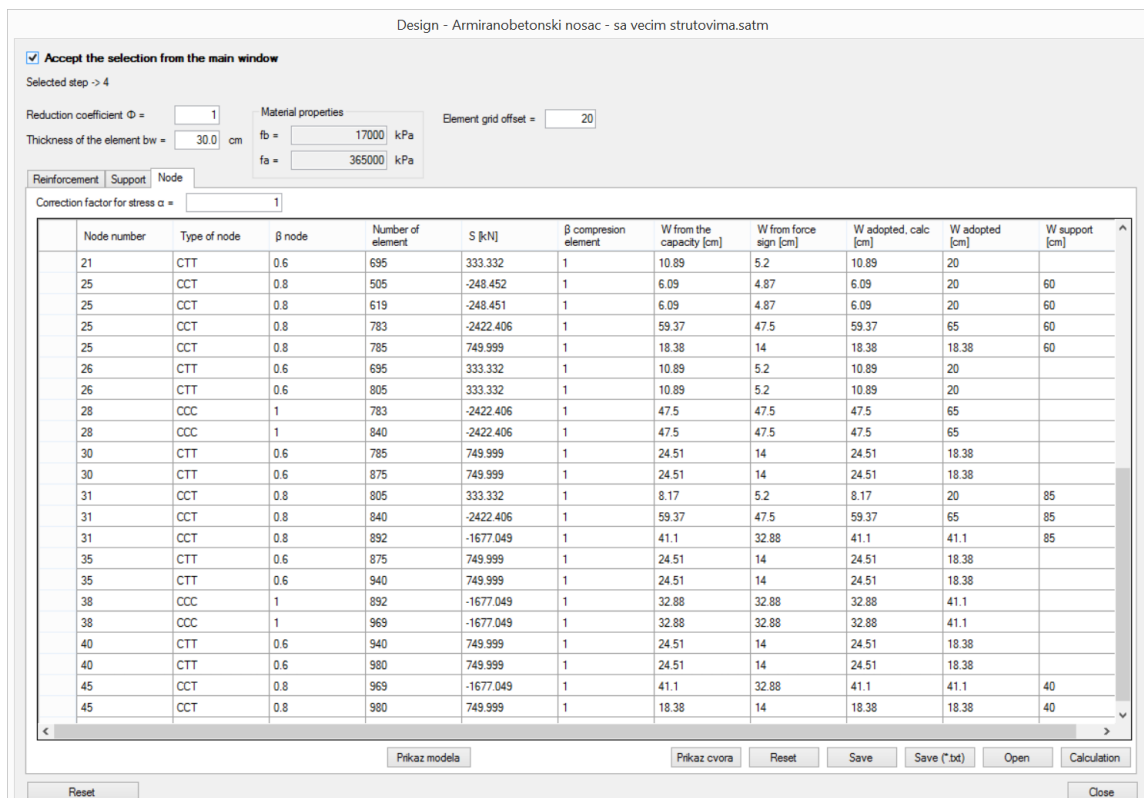
Slika 5.22 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 31 (levo) i čvor 45 (desno), slika 5.18 (levo)

Na slikama 5.23 i 5.24 prikazane su širine pritisnutih štapova, određene u programu „ST method“, iz uslova ispunjenosti naponskih ograničenja definisanih prema sili u štapu i tipu čvora.

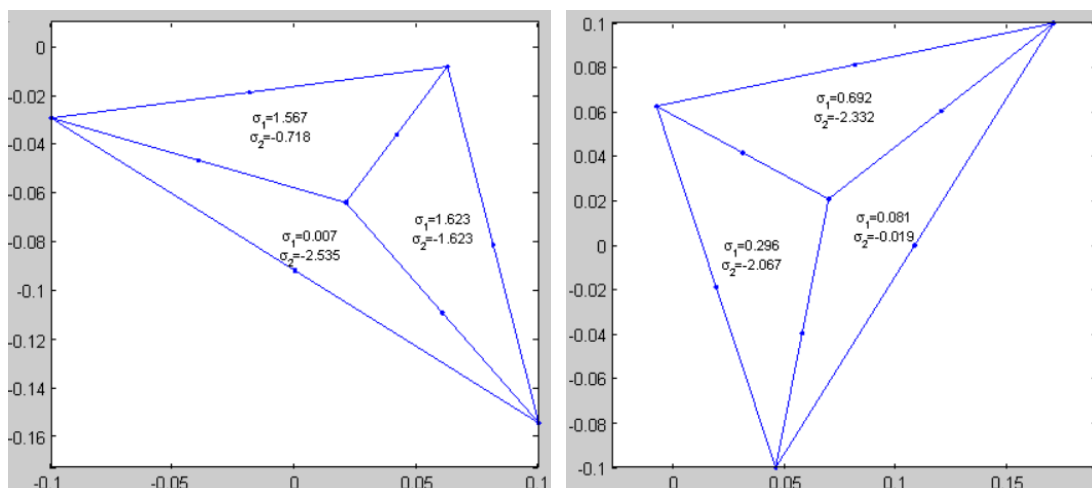
Na slikama 5.25 do 5.28 (levo) prikazane su čvorne zone, mnogougonaonici, Strut-and-Tie modela. Iskorišćenost napona u svakoj čvornoj zoni Strut-and Tie modela prikazana je na slici 5.28 (desno).



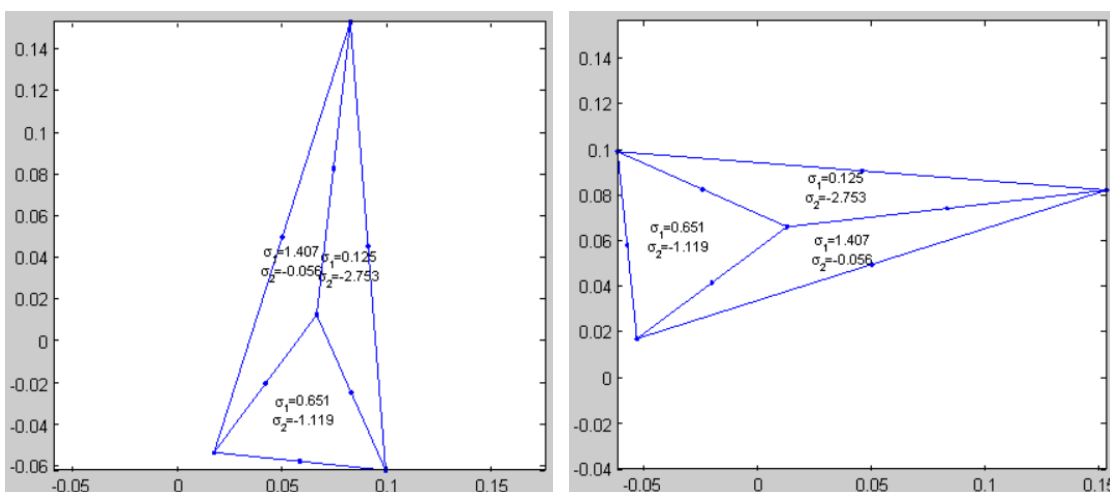
Slika 5.23 - Širine štapova Strut-and-Tie modela - primer 1



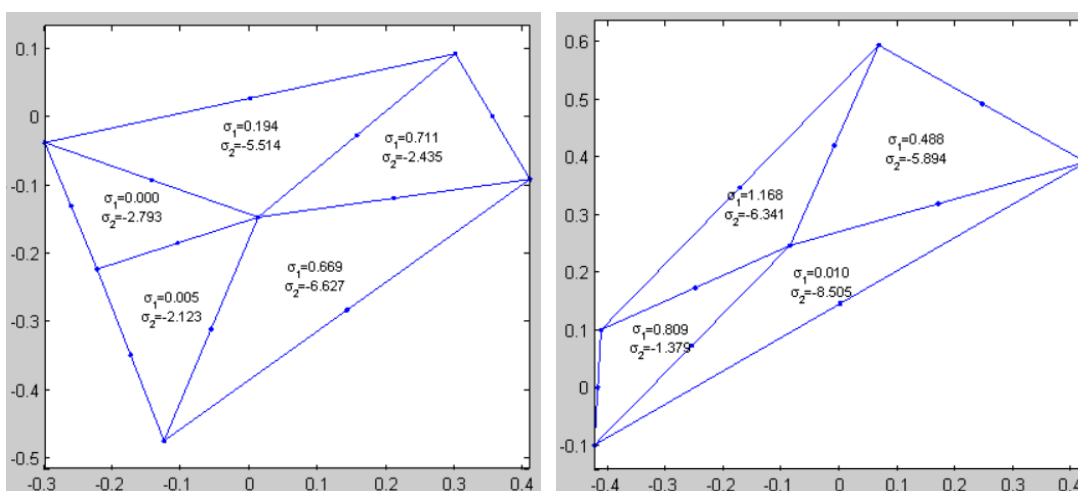
Slika 5.24 - Širine štapova Strut-and-Tie modela - primer 1 - nastavak



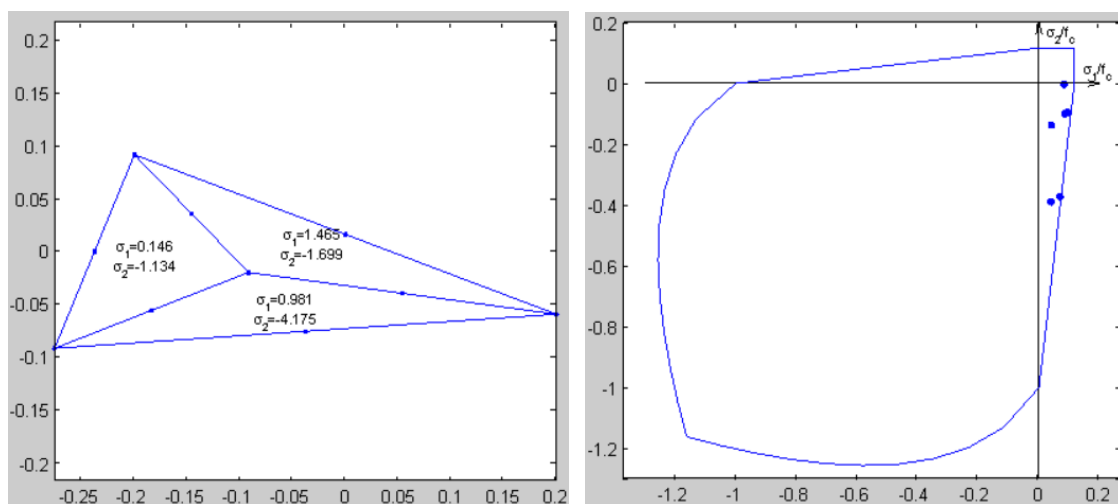
Slika 5.25 - MnogougaoNIK čvora 2 (levo) i čvora 6 (desno)



Slika 5.26 - MnogougaoNIK čvora 14 (levo) i čvora 18 (desno)

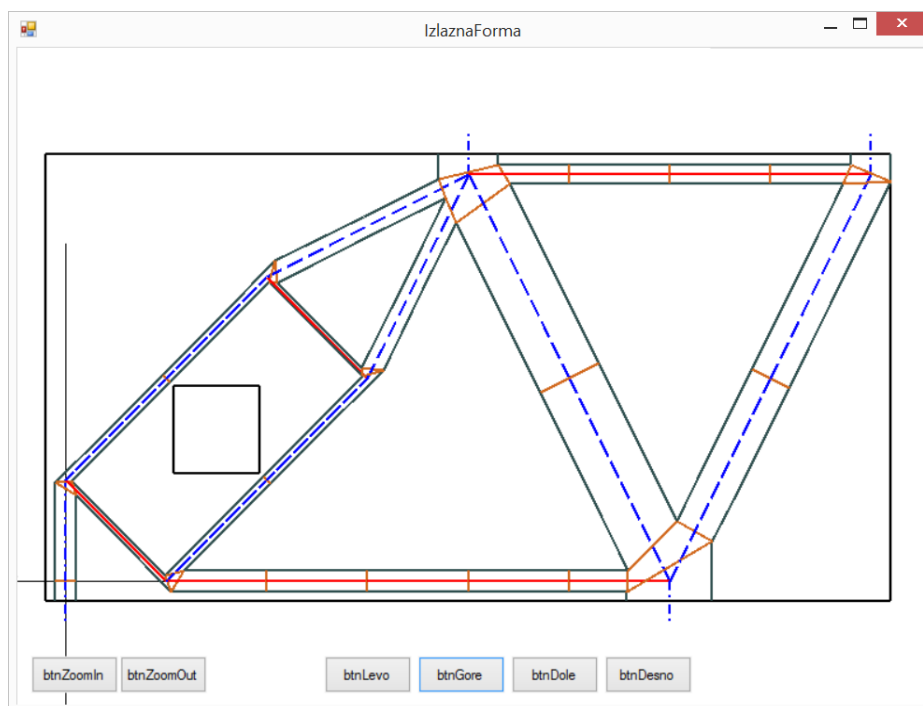


Slika 5.27 - MnogougaoNIK čvora 25 (levo) i čvora 31 (desno)



Slika 5.28 - MnogougaoNIK čvora 45 (levo) i iskorišćenost napona u betonu u svim čvornim zonama Strut-and-Tie modela (desno)

Na osnovu rezultata dobijenih primenom programa „ST method“ može se zaključiti da su dimenzije svih elemenata Strut-and-Tie modela takve da ispunjavaju zahtevane naponske kriterijume. Grafički prikaz konačnih dimenzija elemenata Strut-and-Tie modela dat je na slici 5.29.



Slika 5.29 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 1

Na osnovu uporedne analize rezultata ručnog proračuna (hidrostatički čvorovi) i rezultata proračuna dobijenih pomoću programa „ST method“ (nehidrostatički čvorovi), može se zaključiti da se dimenzije štapova i čvornih zona razlikuju.

U tabeli 5.16 date su procentualne razlike dimenzija štapova, a u tabeli 5.17 dimenzija ležišnih ploča, dobijenih u programu „ST method“ i ručnim proračunom. Razlike se kreću

približno od -188 do 46%, kod dimenzija štapova, a približno od -25 do -75% kod dimenzija ležišnih ploča.

Tabela 5.16 - Konačne dimenzije štapova - primer 1

element (početni čvor- krajnji čvor)	w [cm] ručni proračun (hidrostatički čvorovi)	w [cm] "ST method" (nehidrostatički čvorovi)	procentualna razlika (u odnosu na "ST method") [%]
2-6	8,0	7,7	-3,7
14-18	4,4	5,2	15,4
6-31	10,8	20,0	46,0
25-45	22,7	18,4	-23,47
1-2	25,0	20,0	-25,0
2-14	28,8	10,0	-188,0
6-18	28,8	10,0	-188,0
14-25	27,0	20,0	-35,0
18-25	28,6	20,0	-43,0
25-33	76,6	65,0	-17,8
33-45	55,0	41,1	-33,8

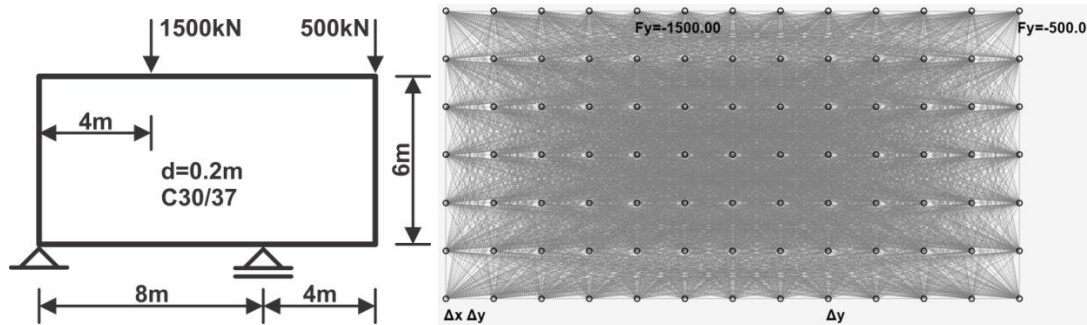
Tabela 5.17 - Konačne dimenzije ležišnih ploča - primer 1

čvor	l [cm] ručni proračun (hidrostatički čvorovi)	l [cm] "ST method" (nehidrostatički čvorovi)	procentualna razlika (u odnosu na "ST method") [%]
1	25	20	-25,0
25	105	60	-75,0
31	115	85	-35,3
45	50	40	-25,0

Uopšteno, dimenzije štapova i ležišnih ploča Strut-and-Tie modela određenog programom „ST method“ su manje u odnosu na rezultate ručnog proračuna. Najveća razlika u dimenziji ležišne ploče iznosi -75% i javlja se kod čvora 25, slike 5.19 i 5.27 (levo).

### 5.4.2 Primer br. 2

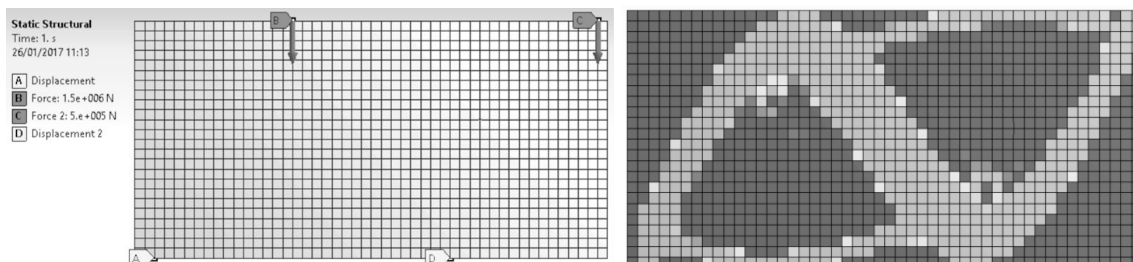
Statički sistem visoke armiranobetonske grede sa prepustom, geometrijske karakteristike nosača i opterećenje prikazani su na slici 5.30 (levo). Projektne mehaničke karakteristike materijala su: beton C30/37 i armatura B500B.



Slika 5.30 - AB visoka greda i opterećenje (desno) i mreža konačnih elemenata iz programa „ST method“ (desno)

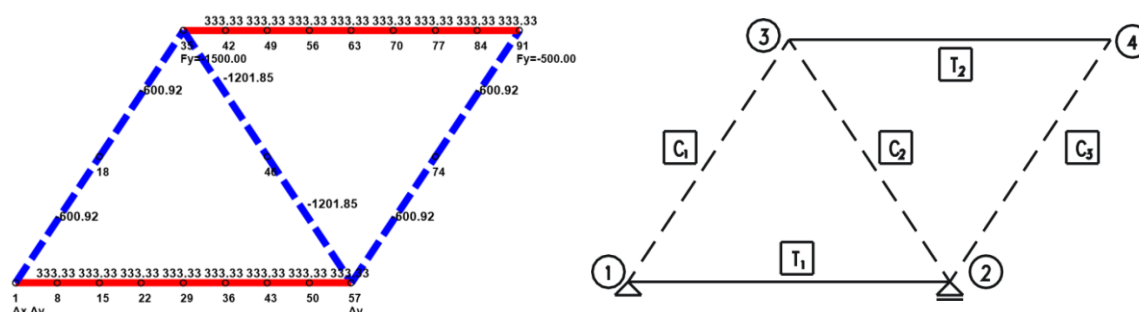
Mreža konačnih elemenata za proračun Strut-and-Tie modela u programu „ST method“ prikazana je na slici 5.30 (desno).

U cilju verifikacije programa „ST method“, uradjena je paralelna analiza modela metodom konačnih elemenata za proračun Strut-and-Tie modela i u komercijalnom programu. Na slici 5.31 (levo) prikazana je mreža konačnih elemenata nosača u komercijalnom programu.



Slika 5.31 - Mreža konačnih elemenata (levo) i topološka optimizacija iz komercijalnog programa (desno)

Topološka optimizacija armiranobetonskog nosača koja je određena komercijalnim programom prikazana je na slici 5.31 (desno).



Slika 5.32 - Strut-and-Tie model iz programa „ST method“ (levo) i oznake pojedinih elemenata kod „ručnog“ proračuna (desno)

Strut-and-Tie model, sa silama u štapovima, određen u programu „ST method“ prikazan je na slici 5.32 (levo).



Projektne mehaničke karakteristike materijala su beton C30/37 sa karakterističnom čvrstoćom na pritisak betonskog cilindra  $f_{ck} = 30$  MPa i jednoaksijalnom čvrstoćom na pritisak  $f_{cd} = 17$  MPa, i armatura B500B sa karakterističnom zateznom čvrstoćom čelika  $f_{yk} = 500$  MPa i računskom čvrstoćom čelika  $f_{yd} = 435$  MPa. Na slici 5.32 (desno) prikazane su oznake pojedinih elemenata Strut-and-Tie modela, koje se koriste pri dimenzionisanju nosača.

Minimalni koeficijent armiranja od 0.2% zahteva potrebnu površinu armature na obe strane visoke grede u iznosu od  $4 \text{ cm}^2/\text{m}'$ , što zadovoljava armaturna mreža  $\text{Ø}8/15$  na obe strane nosača ( $6.67 \text{ cm}^2/\text{m}'$ ).

Kako je potrebna površina rezultante armaturnih šipki za obe zatege,  $T_1$  i  $T_2$ , jednaka  $7.66 \text{ cm}^2$ , usvajaju se šipke  $10\text{Ø}10$  ( $7.9 \text{ cm}^2$ ) raspoređene po 5 komada šipki na obe strane nosača na visini od  $w_1 = w_2 = 25,5$  cm koja predstavlja istovremeno i širinu zatega u Strut-and-Tie modelu.

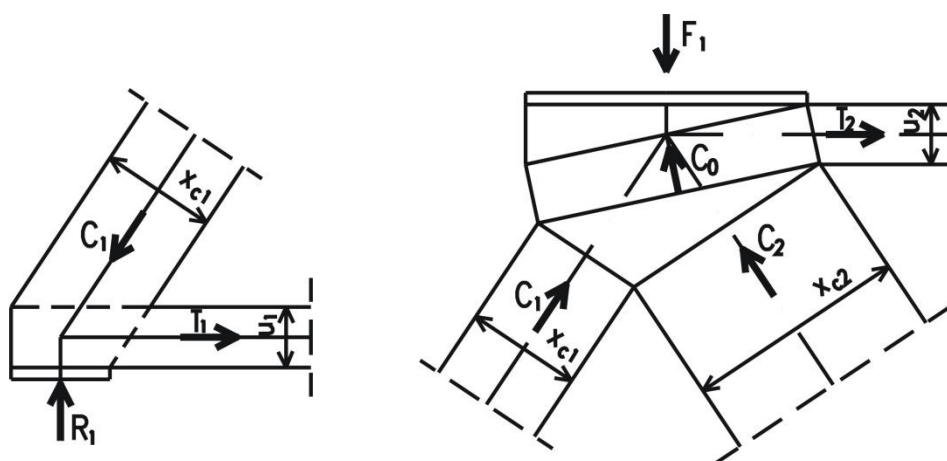
Efektivna dužina sidrenja armaturnih šipki  $\text{Ø}10$ , sa pravim završetkom, iznosi 25 cm. Maksimalna sila prijanjanja raspoređenih šipki  $\text{Ø}10$  je 353.43 kN i veća je od sile u zategama  $T_1$  i  $T_2$  od 333.3 kN čime je potvrđeno da je usvojena dužina sidrenja dovoljna i da nisu potrebne dodatne armaturne šipke.

Sa slike 5.32 (desno) uočavaju se dve različite čvorne zone, jednaki čvorovi su 1 i 4, i čvorovi 2 i 3. Efektivna čvrstoća na pritisak u oslonačkim čvorovima iznosi  $f_{cd,eff} = 14.45$  MPa.

Napon u oslonačkom ležištu čvorova 1 i 4, 5.32 (desno), usvojene dužine od 40 cm, iznosi 6.25 MPa i manji je od efektivne čvrstoće što podrazumeva da je kontrola pritiska u oslonačkom ležištu pomenutih čvorova zadovoljena.

Napon u oslonačkom ležištu čvorova 2 i 3, 5.32 (desno), usvojene dužine od 120 cm, iznosi 6.25 MPa i manji je od efektivne čvrstoće, čime je i u ovim čvorovima kontrola pritiska u oslonačkom ležištu zadovoljena.

Na slici 5.33 (levo) prikazana je čvorna zona za čvorove 1 i 4, a na slici 5.33 (desno) za čvorove 2 i 3.



Slika 5.33 - Čvorne zone: čvorovi 1 i 4 (levo), čvorovi 2 i 3 (desno), prema slici 5.32 desno

Širina pritisnutih štapova  $C_1$  i  $C_3$  je ista i na osnovu slike 5.33 (levo) iznosi  $x_{c1} = x_{c3} = 49,12$  cm. Napon u pritisnutim štapovima  $C_1$  i  $C_3$  iznosi 12.23 MPa što je manje od  $f_{cd,eff}$  čime je kontrola u čvoru po naponima zadovoljena.

Širina pritisnutog štapa  $C_2$ , na osnovu slike 5.33 (desno), iznosi  $x_{c2} = 95.15$  cm. Na osnovu širine pritisnutog štapa napon iznosi 7.88 MPa, što je manje od  $f_{cd,eff}$  čime je kontrola u čvoru po naponima zadovoljena.

Zbog susticanja više od tri štapa u čvoru 2 i 3, 5.33 (desno), postoji prelazna zona sa silom  $C_0 = 1536.583$  kN, širinom  $x_{c0} = 122.73$  cm i naponom od 6.26 MPa koji je manji od efektivnog, čime je potvrđena kontrola čvorova.

Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela određene „ručnim“ proračunom, prema kontroli stanja napona, koju metoda proračuna zahteva, nalaze se u granicama ograničenja.

Na osnovu sila u zategnutim štapovima, slika 5.32 (levo), potrebne količine armature, sa potrebnim brojem komada šipki i minimalno potrebnim dimenzijama zategnutih štapova određene su u programu „ST method“ i prikazane na slici 5.34. Ukoliko kontrola napona čvornih zona i geometrija nosača to zahtevaju dimenzije se mogu dodatno korigovati.

Design - Armiranobetonska visoka greda.satm

Accept the selection from the main window

Selected step -> 4

Reduction coefficient  $\Phi =$        Material properties      Element grid offset =

Thickness of the element bw =  cm      fb =  kPa  
fa =  kPa

group diameters change      ao =  cm

fia =  cm      ah =  cm

fiu =  cm      av =  cm

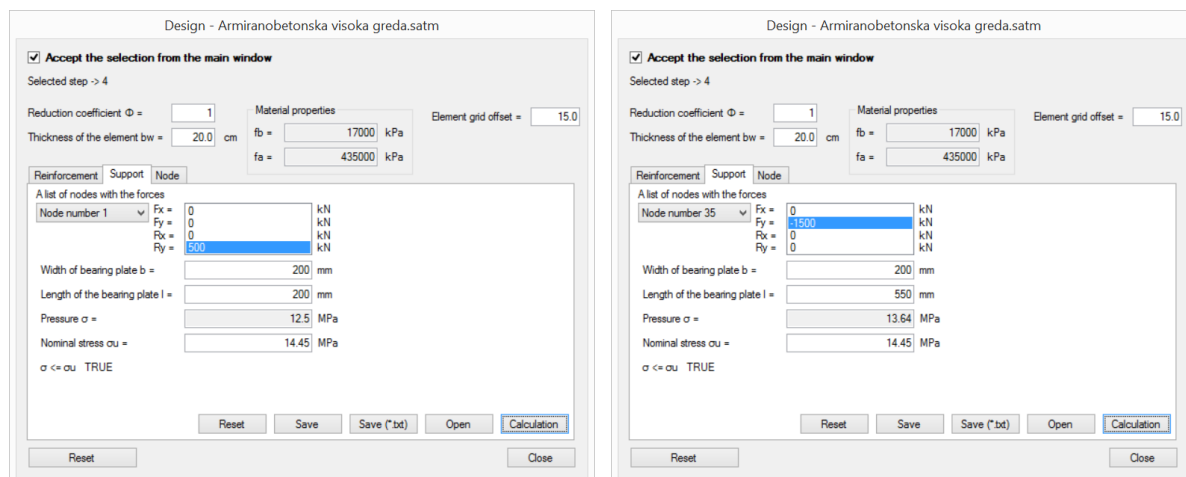
**Results**

	Number of element	S [kN]	Fi,a [cm]	Fi,u [cm]	A in the direction of the axis element [cm <sup>2</sup> ]	A,h [cm <sup>2</sup> ]	A,v [cm <sup>2</sup> ]	N reinforce in the direction of the axis element [num]	Nmax reinforce in a row [num]
▶	7 (1 - 8)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	616 (8 - 15)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	1176 (15 - 22)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	1687 (22 - 29)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	2149 (29 - 36)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	2506 (35 - 42)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	2562 (36 - 43)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	2877 (42 - 49)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	2926 (43 - 50)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	3199 (49 - 56)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	3241 (50 - 57)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	3472 (56 - 63)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	3696 (63 - 70)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	3871 (70 - 77)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4
	3997 (77 - 84)	333.333	1.4	0	7.66	7.66	0	5	4

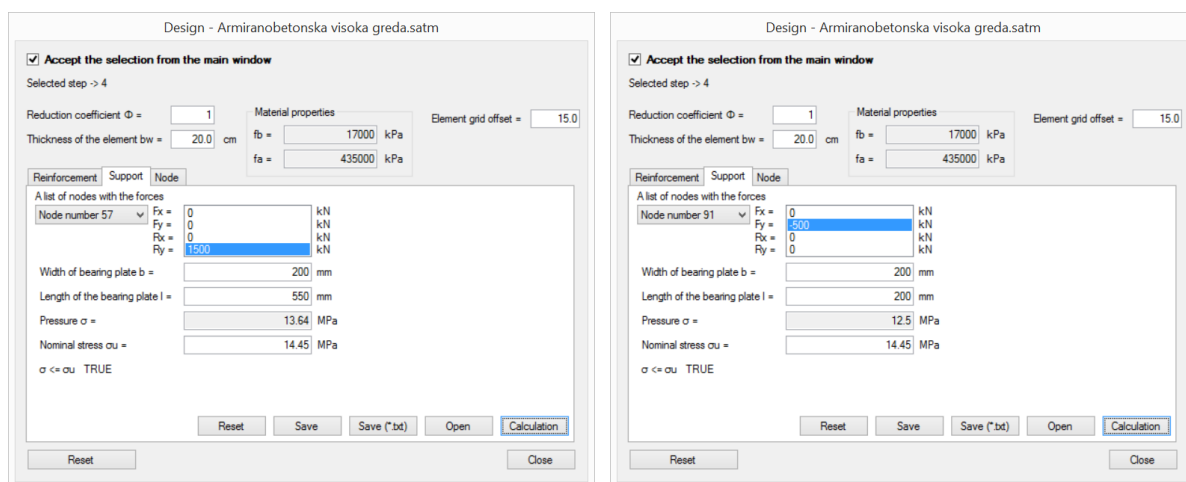
              

Slika 5.34 - Potrebna količina armature zatega - primer 2

Provera lokalnih napona u betonu na mestima ležišnih ploča (čvorovi 1, 35, 57 i 91, prema slici 5.32 levo), prikazana je na slikama 5.35 i 5.36.



Slika 5.35 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 1 (levo) i čvor 35 (desno), slika 5.32 levo



Slika 5.36 - Kontrola lokalnih napona u betonu na mestu ležišnih ploča: čvor 57 (levo) i čvor 91 (desno), slika 5.32 levo

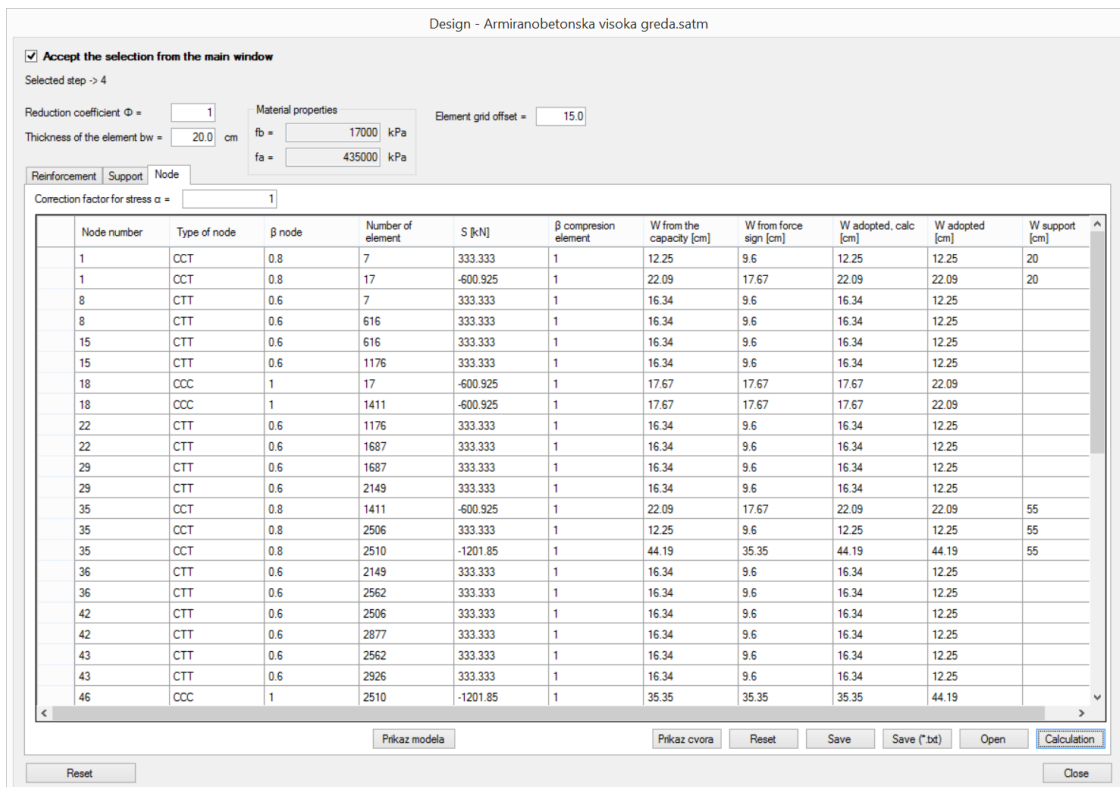
Na slikama 5.37 i 5.38 prikazane su širine pritisnutih štapova, određene u programu „ST method“, iz uslova ispunjenosti naponskih ograničenja definisanih prema sili u štapu i tipu čvora.

Na slikama 5.39 i 5.40 prikazane su čvorne zone, mnogougonaonici, Strut-and-Tie modela. Iskorišćenost napona u svakoj čvornoj zoni Strut-and Tie modela prikazana je na slici 5.41.

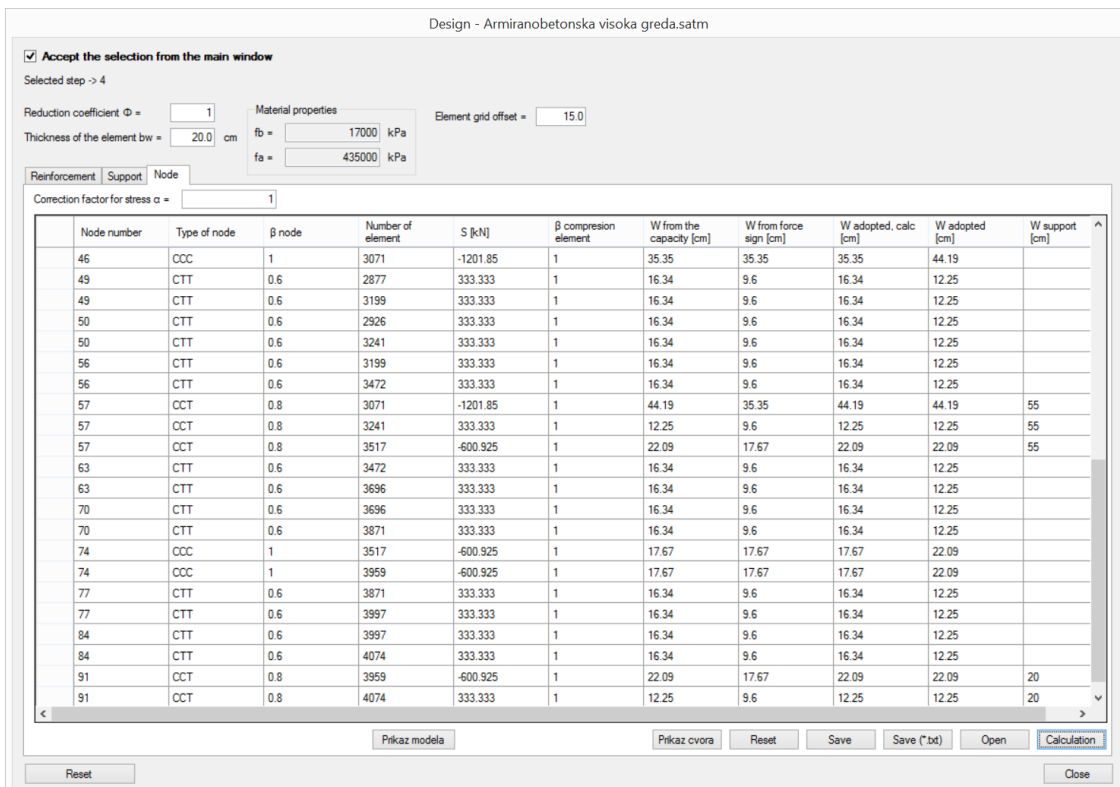
Grafički prikaz konačnih dimenzija elemenata Strut-and-Tie modela dat je na slici 5.42.

Dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela, na osnovu rezultata dobijenih primenom programa „ST method“, ispunjavaju zahtevane naponske kriterijume.

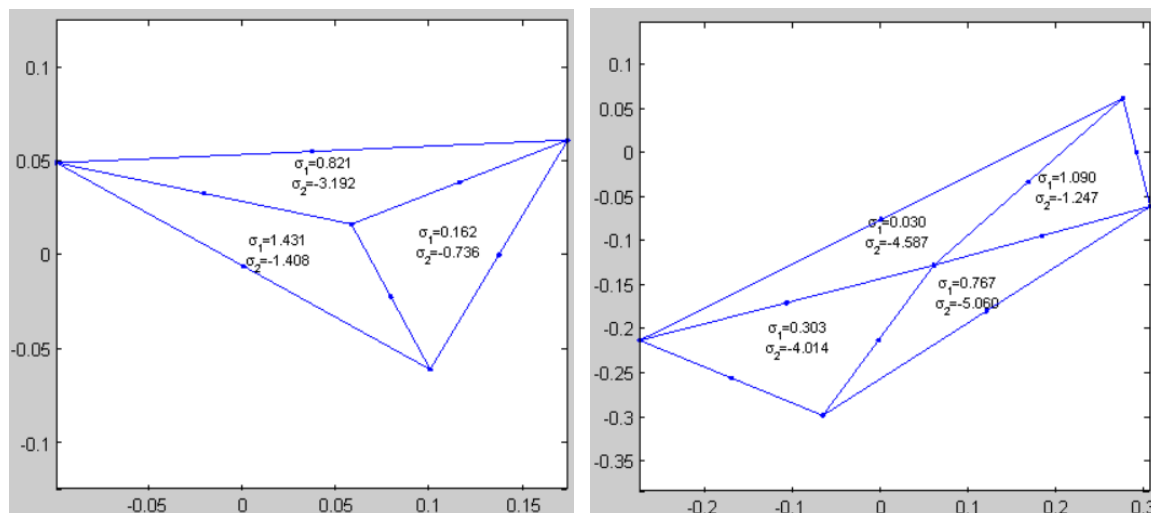
Na osnovu uporedne analize rezultata ručnog proračuna (hidrostatički čvorovi) i rezultata proračuna dobijenih pomoću programa „ST method“ (nehidrostatički čvorovi), može se zaključiti da se dimenzije štapova i čvornih zona razlikuju.



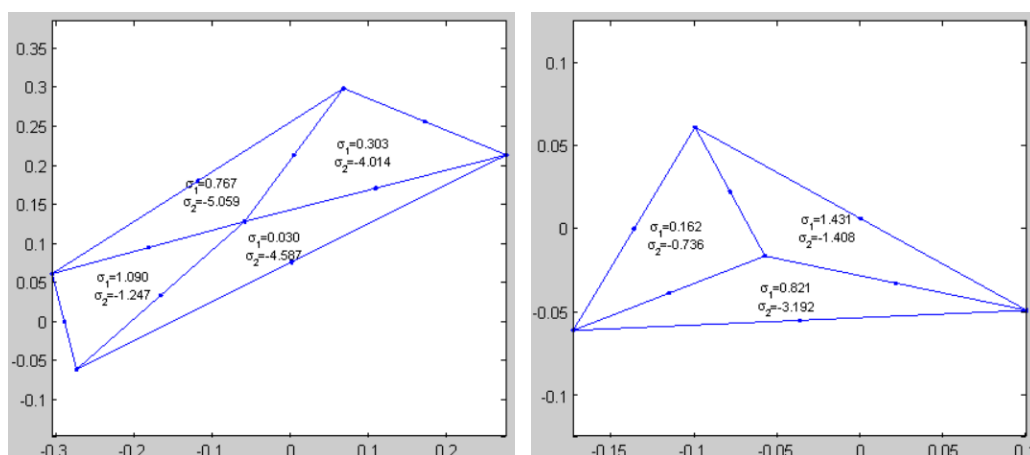
Slika 5.37 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 2



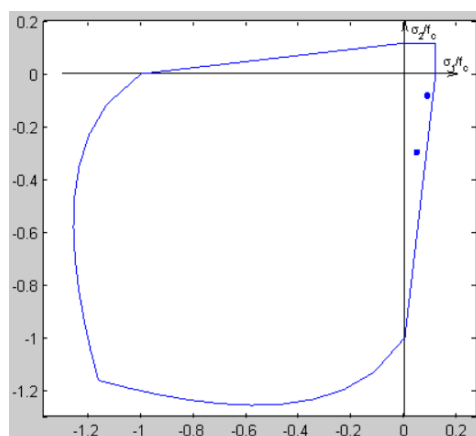
Slika 5.38 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 2 - nastavak



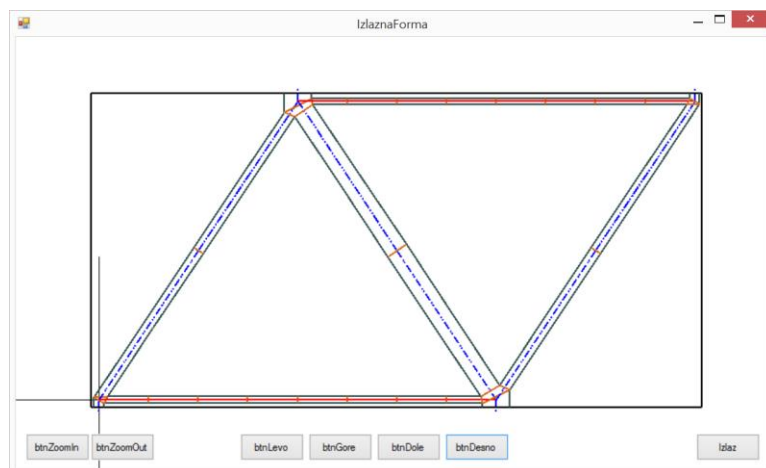
Slika 5.39 - MnogougaoNIK čvora 1 (levo) i čvora 35 (desno)



Slika 5.40 - MnogougaoNIK čvora 57 (levo) i čvora 91 (desno)



Slika 5.41 - Iskorišćenost napona u betonu u svim čvornim zonama Strut-and-Tie modela (desno)



Slika 5.42 - Konačne dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela - primer 2

U tabeli 5.18 date su procentualne razlike dimenzija štapova, a u tabeli 5.19 dimenzija ležišnih ploča, dobijenih u programu „ST method“ i ručnim proračunom. Razlike se kreću približno od -122% do -108%, kod dimenzija štapova, a približno od -118% do -100% kod dimenzija ležišnih ploča.

Tabela 5.18 - Konačne dimenzije štapova - primer 2

element (početni čvor- krajnji čvor)	w [cm] ručni proračun (hidrostatički čvorovi)	w [cm] "ST method" (nehidrostatički čvorovi)	procentualna razlika (u odnosu na "ST method") [%]
1-57	25,5	12,25	-108,2
1-35	49,12	22,09	-122,3
35-57	95,12	44,19	-115,2
35-91	25,5	12,25	-108,2
57-91	49,12	22,09	-122,3

Tabela 5.19 - Konačne dimenzije ležišnih ploča - primer 2

čvor	l [cm] ručni proračun (hidrostatički čvorovi)	l [cm] "ST method" (nehidrostatički čvorovi)	procentualna razlika (u odnosu na "ST method") [%]
1	40	20	-100
35	120	55	-118,2
57	40	55	-100
91	120	20	-118,2

Uopšteno, dimenzije štapova i ležišnih ploča Strut-and-Tie modela određenog programom „ST method“ su manje u odnosu na rezultate ručnog proračuna. Kako su, na osnovu analize rezultata iz primera 1 i primera 2, dimenzije elemenata Strut-and-Tie modela sa hidrostatičkim čvorovima veće, pitanje je da li se one uvek mogu uklopiti u geometrijska ograničenja dimenzija nosača. U tim slučajevima se, kao bolje rešenje, pokazuje proračun sa nehidrostatičkim čvorovima, odnosno u tome se ogleda prednost primene programa „ST method“.

Zaključna razmatranja i  
pravci daljih istraživanja **6**





## 6 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA I PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA

### 6.1 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Ideja o zameni stvarnog nosača rešetkastim sistemom datira još s kraja 19. veka, a začetnicima se smatraju Hennebique, Ritter i Mörsch. Tokom prošlog veka mnogi istraživači dopunjavali su i korigovali jedni druge u načinu shvatanja i domenu primene metode pritisnutih štapova i zatega, Strut-and-Tie metode, kao proračunske metode dela ili celog nosača. Kraj prošlog i početak novog veka obeležio je uvođenje metode u standarde američkog i evropskog kontinenta, a danas nalazi primenu gotovo u celom svetu.

Strut-and-Tie metoda, kao jedna od metoda koja daje uvid u realno ponašanje armiranobetonskog elementa, njegovog dela ili celine, koristi sistem pritisnutih i zategnutih prostih štapova koji čine rešetkasti nosač, kojim se aproksimira stvarni sistem. Generalni princip metode je da se pritisnutim štapovima zamenjuju betonski delovi (površine ili zapremine) armiranobetonskog elementa, a zategnutim štapovima zamenjuje se armatura.

Pri raspoređivanju štapova u modelu rešetke koristi se, načelno, distribucija napona i trajektorija glavnih napona koji odgovaraju rezultatima teorije elastičnosti sa idejom postizanja bliskog naponskog stanja u armiranobetonskom elementu. Međutim, ponašanje armiranog betona je u velikoj meri određeno i konfiguracijom opterećenja i načinom armiranja, u smislu rasporeda i pravaca pružanja čelika za armiranje.

U osnovi Strut-and-Tie metode je diskretna topološka optimizacija kojom se armiranobetonski element modelira mrežom čvorova koji su međusobno spojeni prostim linijskim elementima. Na taj način se stvarni nosač zamenjuje kompleksnim rešetkastim nosačem.

Poznata ideja iterativnog sukcesivnog uklanjanja najmanje opterećenih štapova i modifikacije krutosti preostalih na bazi naponskog stanja prethodne iteracije, [97] i [98], uz uvažavanje limitirajućih faktora koji se odnose na moguće pravce pružanja armaturnih snopova, do formiranja konačnog Strut-and-Tie modela je praćena potrebom numeričkog prevazilaženja problema „brzog“ formiranja kinematički labilnih sistema, što nije uvek moguće izbeći. U ovom radu, razvijen je koncept iterativnog približavanja konačnom modelu kojim se nastoji prevazići problem mogućeg formiranja kinematički labilnih sistema koji nastaju kao posledica sukcesivnog uklanjanja štapova iz sistema. Elementi početnog rešetkastog sistema se ne uklanjaju, nego im se na pogodan, numerički prihvatljiv, način koriguju aksijalne krutosti poprečnih preseka. Ovim je kinematička stabilnost modela obezbeđena kroz ceo iterativni proces. Primenjeni postupak optimizacije koristi korekciju aksijalne krutosti poprečnog preseka prostih štapova u zavisnosti od karaktera i intenziteta naprezanja. Predloženi način formiranja Strut-and-Tie modela (poglavlje 3.3.3) implementiran je u računarski program „ST method“, napravljen za potrebe analize ravanskih armiranobetonskih nosača u doktorskoj disertaciji. Za potrebe analize, utvrđeno je, eksperimentalnim ispitivanjima i numeričkim analizama u komercijalnom programu Abaqus, ponašanje tri ravanska armiranobetonska nosača pod opterećenjem, koji su dimenzionisani u programu „ST method“ (poglavlja 4.2 i 4.3). Takođe, u disertaciji je proverena pouzdanost Strut-and-Tie modela dobijenih u

programu „ST method“ u poređenju sa primerima iz referentne literature (poglavlje 4.1). Urađeni su i sopstveni primeri kao predlog mogućih Strut-and-Tie modela koji se mogu primeniti pri dimenzionisanju pojedinih ravanskih armiranobetonskih nosača (poglavlje 5).

Na osnovu svih urađenih analiza u doktorskoj disertaciji mogu se doneti sledeći zaključci:

- Procena pouzdanosti predloženog načina za optimizaciju armiranobetonskih ravanskih nosača Strut-and-Tie metodom, koji je implementiran u program „ST method“, je urađena na osnovu poređenja vrednosti sila u štapovima i oblika konačnih Strut-and-Tie modela između, s jedne strane, rešenja datih u referentnoj literaturi, od kojih su pojedina rešenja i eksperimentalno potvrđena, i sa druge strane, rezultata analiza određenih programom „ST method“. Rezultati svih analiza pokazali su da su ove razlike zanemarljive, pa se zaključuje da Strut-and-Tie modeli, određeni u programu „ST method“, poseduju odgovarajuću pouzdanost (poglavlje 4.1).
- Na osnovu poređenja između rasporeda glavnih napona određenih u komercijalnom programu Ansys i rasporeda štapova u konačnim Strut-and-Tie modelima određenim u programu „ST method“ zaključuje se da pravci štapova Strut-and-Tie modela „prate“ trajektorije glavnih napona. Ova činjenica potvrđuje da predloženi način za određivanje konačnog oblika Strut-and-Tie modela može da se primeni za proračun armiranobetonskih ravanskih nosača (poglavlje 4.1).
- Poređenjem konačnih oblika Strut-and-Tie modela nosača Z1, Z2 i Z3 određenih primenom programa „ST method“ sa rezultatima eksperimentalnih ispitivanja i numeričkih analiza u komercijalnom programu Abaqus, može se zaključiti da su pravci pritisnutih i zategnutih štapova u skladu sa rasporedom prslina u ispitivanim nosačima. Na ovaj način je pokazano da se primenom predloženog načina za određivanje konačnog oblika Strut-and-Tie modela mogu dobiti zadovoljavajući rezultati (poglavlja 4.3 i 4.5).
- Na osnovu poređenja dijagrama vertikalnih pomeranja sredine donje ivice nosača Z1, Z2 i Z3, određenih eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkim analizama u komercijalnom programu Abaqus, uočen je sličan trend promene ugiba u zavisnosti od nivoa spoljašnjeg opterećenja. Vrednosti dobijene numeričkom analizom su manje od onih koje su dobijene eksperimentalnim ispitivanjem kod nosača Z1 i Z2. Za karakteristični nivo opterećenja od 2x100 kN razlika za nosač Z1 iznosi približno 24 %, a za nosač Z2 iznosi približno 21 %. Kod nosača Z3 razlike između rezultata eksperimentalnog ispitivanja i numeričke analize iznose približno od - 10 do 10 %, a razlika pri opterećenju od 2x100 kN iznosi približno 8 %. Na osnovu ovoga može se zaključiti da se primenjeni numerički modeli u komercijalnom programu Abaqus mogu koristiti za simulaciju nelinearnog ponašanja armiranobetonskih ravanskih nosača pri proceni pomeranja (poglavlje 4.5). Ovako složene simulacije mogu u početnim fazama osmišljavanja naučnih istraživanja značajno doprineti smanjenju materijalnih troškova eksperimenata i uštedi istraživačkog vremena koji su u slučajevima ovakvih istraživanja veliki.
- Vrednosti napona u armaturi nosača Z1, Z2 i Z3, određene eksperimentalnim ispitivanjem u odnosu na napone određene numeričkom analizom u komercijalnom programu Abaqus na modelu sa distancerima i metalnim ramom se razlikuju, kod nosača Z1 su u granicama od -7 do 12 %, kod nosača Z2 od 0,1 do 52 % i kod

nosača Z3 od -12 do 17 % u odnosu na eksperimentalne rezultate (poglavlje 4.5). Ovakvi rezultati, koji pokazuju visok stepen usklađenih rezultata su očekivani s obzirom na složenost numeričkih modela kojima se postiže visok nivo sličnosti sa eksperimentom. Poneka odstupanja se mogu obrazložiti odabirom tačke u kojoj se poređenje vrši. Naime, u numeričkom modelu možemo veoma precizno odrediti u kojoj tački vršimo analizu, dok je kod eksperimenta to teže jer izmerene dilatacije praktično predstavljaju prosečnu dilataciju na dužini merne trake a ne dilataciju u jednoj diskretnoj tački.

- Vrednosti napona u armaturi nosača Z1, Z2 i Z3, određene numeričkom analizom u komercijalnom programu Abaqus na modelu bez distancera statičkog sistema proste grede, u odnosu na napone određene u programu „ST method“ se razlikuju. Ove razlike su očekivane i posledica su većeg stepena idealizacije ovog numeričkog modela. Za nosač Z1, pri opterećenju od 2x100 kN, razlike iznose od 5 do 53 %, u nosaču Z2 od 31 do 38 % i kod nosača Z3 oko 35 % u odnosu na rezultate u programu „ST method“ (poglavlje 4.5).
- Vrednosti napona u armaturi nosača Z1, Z2 i Z3, određene eksperimentalnim ispitivanjem u odnosu na napone određene u programu „ST method“, su manje. Do ove razlike dolazi zato što se u polaznim pretpostavkama za formiranje Strut-and-Tie modela koristi napon zatezanja koji bi se javio u armaturi bez sudejstva zategnutog betona. Tako, eksperimentalna i sofisticirana numerička (ali vremenski izuzetno zahtevna) analiza pokazuje da naponi u armaturi veoma zavise od udaljenosti susedne prsline. Tako je poklapanje dobijenih napona u istoj armaturi u jednom njenom delu lošije, dok je u drugom (na primer u zoni prsline) bolje. Na osnovu ovoga može da se zaključi da je "ST method" primenjiv u opštem slučaju jer se bazira na inženjerski primenjivom rešenju koje je na strani sigurnosti.
- Na osnovu eksperimentalnih ispitivanja i numeričkih analiza nosača Z1, Z2 i Z3 uočava se da su vrednosti izmerenih i numerički određenih dilatacija u betonu i armaturi primenom komercijalnog programa Abaqus, pri opterećenjima pre pojave prve prsline u numeričkoj analizi od približno 2x60 kN, 2x50 kN i 2x60 kN, za nosače Z1, Z2 i Z3, respektivno, bliske. Za ostale nivoe opterećenje razlike se povećavaju, dok je trend promene sličan (poglavlja 4.5, 8.2 i 8.3).
- Kod nosača Z2 i Z3, ram za opterećivanje delimično sprečava horizontalna pomeranja tačaka na mestu veze sa zidnim nosačem koji je oslonjen na oslončke elemente (oslonce). Na osnovu eksperimentalno izmerenih dilatacija, na polovini visine oslonaca, određene su vrednosti normalne sile, momenta savijanja i transversalne sile koje se u njima javljaju tokom ispitivanja. Pri nivou opterećenja od 2x100 kN, aksijalna sila u zategnutom štapu Strut-and-Tie modela koja je određena programom „ST method“, uz donju ivicu nosača Z2(Z3) je veća od aksijalne sile u armaturi izračunate na osnovu rezultata eksperimentalnog ispitivanja, za približno 64 % (21,23 kN) kod nosača Z2 i 68 % (27,34 kN) kod uzorka Z3. Od ukupne razlike između aksijalnih sila, približno 81 % (17,24 kN) kod Z2 i 86 % (23,57 kN) kod Z3, preuzima metalni ram, a ostatak od približno 19 % (3,99 kN) kod Z2 i 14 % (3,77 kN) kod Z3, preuzima efektivna zona betona zbog sudejstva sa armaturom (poglavlje 4.5). U svakom slučaju, zbirna horizontalna sila u donjoj zoni uzorka Z2 (Z3), u armaturi i u osloncima, u potpunosti odgovara ukupnoj horizontalnoj sili koja se može

javiti tokom ispitivanja. Time je dokazan uslov ravnoteže horizontalnih sila i potvrđena zadovoljavajuća tačnost merenja.

- Kod nosača Z1 nisu merene dilatacije na osloncima, ali ostale veličine koje su merene ukazuju na slično ponašanje kao kod nosača Z2 i Z3.
- Iako je opterećenje za dimenzionisanje nosača Strut-and-Tie metodom 2x100 kN, eksperimentalna ispitivanja i sve numeričke analize nosača Z1, Z2 i Z3 u komercijalnom programu Abaqus, pokazuju da dilatacije i naponi u armaturi i betonu nisu dostigli granične vrednosti, zbog toga što su:
  - efekti rama na ponašanje zidnih nosača pozitivni, u smislu da metalni ram „elastično pridržava“ zidni nosač, a to ima za posledicu smanjenje naprezanja u donjoj zoni zidnog nosača;
  - u zategnutim štapovima Strut-and-Tie modela koji se generišu u realnom nosaču, zbog adhezije između betona i armature, smanjeni naponi zatezanja u armaturi;
  - računski Strut-and-Tie modeli određeni u programu „ST method“ rešetkasti nosači sa štapovima konstantnih poprečnih preseka. Za razliku od njih, generisani Strut-and-Tie modeli u ispitivanim (realnim) nosačima imaju štapove „burastog“ oblika sa krutim vezama i sa poprečnim presecima koji su realno veći od računskih;
  - veličina prslina i globalno ponašanje uzoraka ipak ukazuje na činjenicu da su sva tri uzorka pri dostizanju sile od 2x100 kN bili u stanju bliskom lomu u smislu realne konstrukcije, kada bi ona bila podvrgnuta ovom nivou opterećenja tokom eksploatacije.
- Numeričke analize armiranobetonskih nosača u programu „ST method“ sa različitim gustinama mreže pokazuju da se zadovoljavajući Strut-and-Tie modeli mogu dobiti i sa „ređim“ mrežama, koje obezbeđuju značajne uštede u vremenu potrebnom za analizu nosača. Takođe, ukoliko se zahteva pravac rasprostiranja armaturnih šipki pod uglom od 45° u odnosu na spoljašnje ivice nosača, treba koristiti mreže sa kvadratnim rasporedom čvorova (poglavlje 5.1).
- Na osnovu istraživanja u disertaciji zaključuje se da predloženi način za automatsko određivanje Strut-and-Tie modela diskretnom topološkom optimizacijom, implementiran u program „ST method“, može da se primeni za dimenzionisanje ravanskih armiranobetonskih nosača prema graničnom stanju nosivosti. Pogodan je za primenu zato što se kroz automatizaciju omogućava pravilno određivanje Strut-and-Tie modela, čak i za inženjere sa relativno skromnim iskustvom u primeni ovog načina proračuna.
- Program „ST method“ koji je napisan za potrebe numeričkih analiza u ovom radu (poglavlje 3.3.3), ima sledeće glavne karakteristike:
  - Grafički korisnički interfejs koji omogućava jasnu i laku interakciju korisnika sa programom (definisane karakteristike materijala, formiranje mreže konačnih elemenata, kontrola parametara analize, grafički i tekstualni prikaz rezultata i dimenzionisanje).

- Predviđa mogućnost uticaja na oblik Strut-and-Tie modela preko kontrole vrednosti  $\beta$  koeficijenata, tj. njihove kombinacije vrednosti koja zavisi od načina zahtevanog ("željenog") vođenja armature u nosaču.
- Automatsko generisanje mreže konačnih elemenata složenih kontura sa ili bez otvora predstavlja znatnu uštedu u vremenu potrebnom za formiranje modela, s obzirom da se i kod mreže sa manjim brojem čvorova može imati značajan broj štapova zbog uslova međusobnog spajanja svih čvorova u sistemu prostim štapovima.
- Automatsko određivanje sila u prostim štapovima i reakcija oslonaca Strut-and-Tie modela.
- Automatsko dimenzionisanje Strut-and-Tie modela u pogledu potrebne količine armature u zategnutim prostim štapovima.
- Automatsku kontrolu napona u pritisnutim štapovima i u čvornim zonama Strut-and-Tie modela.
- Grafički prikaz Strut-and-Tie modela sa konačnim dimenzijama elemenata.
- Razni programi napravljeni su za rešavanje već gotovih Strut-and-Tie modela, koji su često labilni sistemi, pa se dodavanjem raznih stabilizatora oni učine stabilnim. To zahteva veliko iskustvo onih koji stabilizatore postavljaju. Prednost predloženog načina za automatsko određivanje Strut-and-Tie modela, implementiranog u programu „ST method“, se ogleda u tome što automatski, kroz proverene algoritme, daje oblike rešetkastih modela bez obzira na oblik i opterećenje nosača i rešava ih iako su labilni. To se postiže tako što se početni broj štapova ne menja od nulte do poslednje iteracije, a sile postoje samo u onim štapovima koji daju konačan oblik Strut-and-Tie modela.
- Razlike, koje su se javile poređenjem rezultata određenih u programu „ST method“ sa eksperimentalnim ispitivanjem i numeričkim analizama u programu Abaqus, su očekivane i posledica su pretpostavki metode pritisnutih štapova i zatega. Rezultati ukazuju na konzervativnost metode pritisnutih štapova i zatega koja je uočena i u literaturi, kao i činjenice da metoda predstavlja donju granicu teorije plastičnosti, čime je ona, u inženjerskom smislu, na strani sigurnosti.
- Lom nosača se može definisati za više različitih graničnih stanja. U doktorskoj disertaciji ispitivani nosači su dimenzionisani prema graničnom stanju nosivosti. Na osnovu svih numeričkih i eksperimentalnih rezultata zaključuje se da se primenom predloženog algoritma implementiranog u program „ST method“ mogu pouzdano odrediti oblici Strut-and-Tie modela. Na osnovu rezultata datih u poglavlju 4.1, zaključuje se da su i vrednosti sila, na osnovu kojih su dimenzionisani Strut-and-Tie modeli, veoma bliske vrednostima datim u referentnoj literaturi. Numeričke analize i eksperimentalno ispitivanje (izmerene dilatacije u betonu i armaturi) pokazuju da postoji dodatna rezerva nosivosti u odnosu na primenjeno granično stanje nosivosti pri dimenzionisanju nosača. Na osnovu ovoga može se smatrati da su nosači dimenzionisani na ovakav način sa dodatnom rezervom nosivosti u odnosu na granično stanje nosivosti. Vrsta i broj eksperimentalnih uzoraka korišćenih u ovoj

disertaciji nije dovoljan da bi se pouzdano odredila veličina rezerve nosivosti, odnosno rešenje ovog problema bi svakako bio jedan od pravaca daljih istraživanja.

- Na osnovu numeričkih analiza i eksperimentalnih ispitivanja, zaključuje se da se za isti armiranobetonski nosač primenom programa „ST method“ mogu odrediti različiti konačni Strut-and-Tie modeli. Eksperimentalna ispitivanja pokazuju da se od tri zidna nosača, eksperimentalno ispitanih, uzorak Z3 pri nanošenju opterećenja najbolje ponašao (ima više manjih prslina sa manjim širinama, ima manji ugib), ali ako se posmatra raspored (postavljena armatura je u horizontalnom pravcu) i potrebna količina armature najbolje rešenje je uzorak Z2. Ovo ima za posledicu da bez obzira što se predloženim načinom određivanja modela u programu „ST method“ može odrediti zadovoljavajući Strut-and-Tie model, ostaje kao inženjerska procena koji je od tih modela pogodan. Jedan od načina da se i inženjerska procena kvantifikuje može biti definisanje kriterijuma za procenu kvaliteta Strut-and-Tie modela (poglavlje 6.2). Za definisanje redosleda kriterijuma po važnosti potrebno je eksperimentalno i numerički analizirati veći broj uzoraka u odnosu na onaj koji je analiziran u ovoj disertaciji.

## 6.2 PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA

Za jedan armiranobetonski nosač mogu da se usvoje različiti konačni Strut-and-Tie modeli. S obzirom na to, definisanje kriterijuma za procenu kvaliteta Strut-and-Tie modela bi bio jedan od pravaca daljih istraživanja. U kriterijume bi mogli da se svrstaju: količina armature (modeli sa manjom količinom armature imaju prednost), „složenost“ šeme armiranja (u prednosti su modeli kod kojih se armatura postavlja samo u ortogonalnim pravcima koji su paralelni ivicama elementa), veličina i raspored prslina (prednost imaju modeli sa manjom širinom prslina), stepen iskorišćenosti napona u čvornim zonama (prednost imaju oni modeli kod kojih se ostvari veća iskorišćenost napona) i slično. U proceni kvaliteta Strut-and-Tie modela, pored samih kriterijuma, ključni faktor bio bi i redosled kriterijuma po važnosti. Za definisanje redosleda kriterijuma po važnosti potrebno je numerički analizirati veći broj uzoraka u odnosu na onaj koji je analiziran u ovoj disertaciji.

Eksperimentalna ispitivanja i numeričke analize su pokazale da u nosačima Z1, Z2 i Z3, pri opterećenju od 2x100 kN, nisu dostignute granične vrednosti dilatacija u betonu i armaturi. Na ovo utiče više različitih efekata: oprema za ispitivanje (prvenstveno krutost metalnog rama), efekti sadejstva betona i armature i karakteristike računskog Strut-and-Tie modela koje se razlikuju od karakteristika generisanog Strut and-Tie modela u realnom nosaču (dimenzije, oblik i veze između štapova Strut-and-Tie modela). Pravci daljih istraživanja bi bili prvenstveno u pogledu poboljšanja predloženog algoritma za određivanje Strut-and-Tie modela sa aspekta oblika i međusobnih veza elemenata u modelu. Takođe, u cilju dobijanja kvalitetnijih rezultata, bilo bi neophodno povećati broj eksperimentalnih uzoraka. Zatim, za dokazivanje primenljivosti predloženog algoritma bilo bi neophodno, da se pored zidova analiziraju, eksperimentalno i numerički, još različitih tipova nosača za koje se preporučuje primena Strut-and-Ti metode.



Kako je predloženi algoritam u ovoj disertaciji za određivanje Strut-and-Tie modela moguće primeniti samo za analizu graničnog stanja nosivosti kod nosača, pravci daljih istraživanja bi bili definisanje načina za proširenje primene predloženog algoritma na analizu procene graničnog stanja upotrebljivosti.

Predloženi algoritam za određivanje Strut-and-Tie modela može da se primeni, kako pri ravanskim, tako i pri trodimenzionalnim analizama. Program ST method koji je korišćen u ovom radu i u kome je impementiran predložen algoritam za određivanje Strut-and-Tie modela, ima mogućnost analiziranja samo ravanskih armiranobetonskih nosača. Pravci daljih istraživanja bi bili u proširenju mogućnosti programa za analizu trodimenzionalnih modela.



Literatura 7



## 7 LITERATURA

- [1] ABAQUS 2016 Analysis Users Guide, © Dassault Systèmes, 2015.
- [2] ABAQUS 2016 Getting Started with ABAQUS/CAE, © Dassault Systèmes, 2015.
- [3] ABAQUS 2016 Theory Guide, © Dassault Systèmes, 2015.
- [4] Achtziger W., Stolpe M. (2007): Truss topology optimization with discrete design variables—Guaranteed global optimality and benchmark examples, *Struct. Multidisc. Optim.*, 34:1–20, DOI 10.1007/s00158-006-0074-2.
- [5] ACI Code 318-02 (2002) – Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary & PCA Notes on 318-02, 445 pp.
- [6] ACI Code 318-11 (2011) – Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary & PCA Notes on 318-11.
- [7] Adebar P., Zhou Z. (1993): Bearing Strength of Compressive Struts Confined by Plain Concrete, *ACI Structural Journal*, Vol. 90, No. 5, September-October, pp. 534-541.
- [8] Aguilar G., Matamoros A.B., Parra-Montesinos G.J., Ramirez J.A., Wight J.K. (2002): Experimental Evaluation of Design Procedures for Shear Strength of Deep Reinforced Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, V.99, No.4, July-August, pp. 539-548.
- [9] Ahmad S., Shah A (2009): Evaluation of shear strength of high strength concrete corbels using strut and tie model (STM), *The Arabian Journal for Science and Engineering*, Volume 34, Number 1B, April, pp. 27-35.
- [10] Ahmad S., Shah A., Zaman N., Salimullah K. (2011): Design and evaluation of the shear strength of deep beams by strut and tie model (STM), *IJST, Transactions of Civil and Environmental Engineering*, Vol. 35, No. C1, pp 1-13, Printed in The Islamic Republic of Iran.
- [11] Ahmed A., Fayyadh M.M., Naganathan S., Nasharuddin K. (2012): Reinforced concrete beams with web openings: A state of the art review, *Materials and Design* 40, pp. 90–102.
- [12] Ahmed M., Yasser A., Mahmoud H., Ahmed A., Abdulla M.S., Nazar S. (2013): Load Transfer Mechanism Based Unified Strut-and-Tie Modeling for Design of Concrete Beams, *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil Science and Engineering* Vol:7 No:3, pp. 836-843.
- [13] Ahmed M., Khan M.K.D., Wamiq M. (2008): Application of Strut-and-tie Model to Analyse Complex Structural Members, *IE(I) Journal–CV*, Volume 89, November.
- [14] Ali M.A., White R.N. (2001): Consideration of compression stress bulging and strut degradation in truss modeling of ductile and brittle corbels, *Engineering Structures* 23, pp. 240–249.
- [15] Almási J. (1992): Cracks as important constituents of strut and tie models, *Periodica Polytechnica Ser. Civil Eng.* Vol.36, No. 3., pp. 251-270.
- [16] Almeida J.F., Lourenco M.S. (2005): Stress field models for structural concrete, *fib Symposium “Keep Concrete Attractive”, Budapest*.
- [17] Almeida V.S., Simonetti H.L., Oliveira Neto L. (2013): Comparative analysis of strut-and-tie models using Smooth Evolutionary Structural Optimization, *Engineering Structures* 56, pp. 1665–1675.
- [18] Almeida V.S., Simonetti H.L., Oliveira Neto L. (2013): The strut-and-tie models in reinforced concrete structures analysed by a numerical technique, *Ibracon Structures and Materials Journal*, Volume 6, Number 1, February, ISSN 1983-4195, pp. 139-157.
- [19] Alshegeir, A., Ramirez, J. (1992): Computer Graphics in Detailing Strut-Tie Models, *Journal of Computing in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 6, No. 2, April, pp. 220-232.
- [20] American Association of State Highway and Transportation Officials - AASHTO, (2007): Highway Subcommittee on Bridge and Structures: Verification and Implementation of Strut-and-Tie Model in LRFD Bridge Design Specifications, November.
- [21] Anderson R.B.: Behavior of CTT-nodes in Reinforced Concrete Strut-and-Tie Models (1988), MSc Thesis, The University of Texas at Austin, December, pp. 278.
- [22] ANSYS-V15 (2014): Help Documentation, SimTec Software & Services, [www.simtec.gr](http://www.simtec.gr).
- [23] Arabzadeh A., Aghayari R., Rahai A.R. (2011): Investigation of experimental and analytical shear strength of reinforced concrete deep beams, *International Journal of Civil Engineering* Vol.9, No.3, September, pp. 207-214.
- [24] Arabzadeh A., Aghayari R., Rahai A.R. (2012): A new model for predicting the effective strength in reinforced concrete bottle-shaped struts, *International Journal of Civil Engineering*, Vol. 10, No. 4, December.
- [25] Argirova G., Muttoni A. (2012): Verification of details of existing structures with the elastic-plastic stress field method, 9th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, July 22 to 25, Karlsruhe Institute of Technology (KIT), Germany, pp. 153-158.
- [26] ASCE-ACI Committe 445 (1999): Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete - Shear and Torsion.

- [27] Averbuch D. (1996): Approche du dimensionnement des structures en béton armé par le calcul à la rupture, Docteur thèse, L'école nationale des ponts et chaussées, Paris, Juillet, 187 pp.
- [28] Barney T.M., Sanders D.H. (2007): Verification and Implementation of Strut-and-Tie Model in LRFD Bridge Design Specifications, Requested by American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO), November.
- [29] Barton D. L., Anderson R. B., Bouadi A., Jirsa J. O., Breen J. E. (1991): Investigation of Strut-and-Tie Models for Dapped Beam Details, Research Report 1127-1, Center for Transportation Research, Bureau of Engineering Research, University of Texas at Austin, May, 187 pp.
- [30] Bažant Z.P. (1997): Fracturing Truss Model: Size Effect in Shear Failure of Reinforced Concrete, Journal of Engineering Mechanics, December, pp. 1276-1288.
- [31] Bendsoe M.P. (1995): Optimization of Structural Topology, Shape and Material, ISBN 3-540-59057-9 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, pp. 284.
- [32] Bendsoe M.P. (1999): Variable-Topology Optimization: Status and Challenges, European Conference on Computational Mechanics, München, Paper #137, Aug. 31-Sept. 3, pp. 309-315..
- [33] Bendsoe M.P., Kikuchi N. (1988): Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer methods in applied mechanics and engineering 71, North-Holland, pp. 197-224.
- [34] Bendsoe M.P., Sigmund O. (2004): Topology Optimization, Theory, Methods, and Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH.
- [35] Bergmeister K., Breen J.E., Jirsa J.O., Kreger M.E. (1993): Detailing in structural concrete, Research Report Number 1127-3F, Research Project 3-5-87/9-1127 "Reinforcement Detail Design in Structural Concrete", The University of Texas at Austin, May, pp.318.
- [36] Biondini F., Bontempi F., Malerba P.G. (2001): Stress path adapting Strut-and-Tie models in cracked and uncracked RC elements, Structural Engineering and Mechanics, Vol.12, No.6, pp. 685-698.
- [37] Birrcher D., Tuchscherer R., Huizinga M., Bayrak O., Wood S., Jirsa J. (2009): Strength and Serviceability Design of Reinforced Concrete Deep Beams, Report No. FHWA/TX-09/0-5253-1, Center for Transportation Research at The University of Texas at Austin, 376 pp.
- [38] Bouseelham A. (2005): Comportement des poutres en béton armé renforcées en cisaillement à l'aide de matériaux composites avancés, PhD thèse, École de technologie supérieure, Université du Québec, Montréal, le 11 Novembre, 404 pp.
- [39] Braestrup M.W. (1981): Structural concrete as a plastic material, Ein Dienst der ETH-Bibliothek ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz.
- [40] Brena S.F., Morrison M.C. (2007): Factors Affecting Strength of Elements Designed Using Strut-and-Tie Models, ACI Structural Journal, V.104, No.3, May-June, pp. 267-277.
- [41] Brown M.D., Sankovich C.L., Bayrak O., Jirsa J.O., Breen J.E., Wood S.L. (2005): Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models, Research Project 0-4371: Examination of the AASHTO LRFD Strut and Tie Specifications, July, Rev. January 2006, March 2006, April 2006.
- [42] Bruggi M. (2009): Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization, Computers and Structures 87, pp 1483-1495.
- [43] Burns S.A. (2002): Recent Advances in Optimal Structural Design, By the Technical Committee on Optimal Structural Design of the Technical Administrative Committee on Analysis and Computation of the Technical Activities Division of The Structural Engineering Institute of the American Society of Civil Engineers, May 3.
- [44] Campana S., Fernández Ruiz M., Muttoni A. (2013): Behaviour of nodal regions of reinforced concrete frames subjected to opening moments and proposals for their reinforcement, Engineering Structures 51, pp. 200–210.
- [45] Campione G., Minafo G. (2012): Behaviour of concrete deep beams with openings and low shear span-to-depth ratio, Engineering Structures 41, pp. 294–306.
- [46] Castro Silva F.E. (2015): Otimização dimensional, de forma e topológica de estruturas treliçadas utilizando um algoritmo híbrido, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 141 pp.
- [47] CEB-FIP - (fib) (1993): Model Code 1990, Design Code, 437 pp.
- [48] CEB-FIP - (fib) (1999): Practical design of structural concrete, Recommendations, September, 113 pp.
- [49] CEB-FIP - (fib) (2002): Recommendation, prevod: Praktično projektovanje sa konstrukcionim betonom, Građevinski fakultet u Sarajevu, Februar, 114 str., ISBN 9958-9641-5-5.
- [50] CEB-FIP - (fib) (2011): Design examples for strut-and-tie models, Technical report prepared by Working Party 1.1-3 in fib Task Group 1.1, Design Applications, ISBN 978-2-88394-101-4.
- [51] CEB-FIP - (fib) (2013): Model Code for Concrete Structures 2010: Published by the Ernst & Sohn, October.
- [52] CEB-FIP - (fib) (2002): Bulletin 16: Design Examples for the 1996 FIP recommendations Practical design of structural concrete, Technical report, 193 pp.
- [53] CEB-FIP - (fib) (2008): Bulletin 45: Practitioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures, State-of-art-report, June, 347 pp.
- [54] CEB-FIP - (fib) (2012): Bulletin 65: Model Code 2010, Final draft, Volume 1, March, 357 pp.
- [55] CEB-FIP - (fib) (2012): Bulletin 66: Model Code 2010, Final draft, Volume 2, March, 377 pp.

- [56] Chen B.S., Hagenberger M.J., Breen J.E. (2002): Evaluation of Strut-and-Tie Modeling Applied to Dapped Beam with Opening, *ACI Structural Journal*, V.99, No.4, July-August, pp. 445-450.
- [57] Chen T.Y., Chiou Y.H. (2013): Structural Topology Optimization Using Genetic Algorithms, *Proceedings of the World Congress on Engineering 2013 Vol III, WCE 2013*, July 3 - 5, London, U.K.
- [58] Chen W.F., Han D. (1988): *Plasticity for Structural Engineers*, Springer-Verlag New York, pp. 606.
- [59] Chetchotisak P., Teerawong J., Yindeesuk S., Song J. (2014): New Strut-and-Tie-Models for Shear Strength Prediction and Design of RC Deep Beams, *Computers and Concrete*, Vol. 13, No.7.
- [60] Christensen P., Klarbring A. (2009): *An Introduction to Structural Optimization*, ISBN 978-1-4020-8665-6, Springer, 214 pp.
- [61] Clyde D. (2007): Affinity properties of truss model nodes, *Morley Symposium on Concrete Plasticity and its Application*, University of Cambridge 23rd July, pp. 67-74.
- [62] Correia de Menezes Leal F.M. (2008): *Plane Stress Fields in Structural Concrete*, PhD thesis, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Outubro, 107 pp.
- [63] Cunningham L.S. (2000): *Automatic Design of Concrete Structures Using a Strut & Tie Approach*, PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Glasgow, June, 319 pp.
- [64] EN 1992-1-1;2004, Evrokod 2 (2006): *Proračun Betonskih Konstrukcija, Deo 1-1: Opšta Pravila i Pravila za zgrade*, Beograd, februar 2006.
- [65] Feenstra P.H. (1993): *Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete*, ISBN 90-6275-935-1/CIP, Delft University Press, The Netherlands, 151 pp.
- [66] Fernández Ruiz M., Muttoni A. (2007): On Development of Suitable Stress Fields for Structural Concrete, *ACI Structural Journal*, July-August, pp. 495-502.
- [67] Fernández Ruiz M., Muttoni A., Burdet O.L. (2007): Computer-aided development of stress fields for the analysis of structural concrete, *Symposium: Concrete Structures-Stimulators Of Development*, Dubrovnik, Croatia, 20-23 May, pp. 591-598.
- [68] Foster S.J. (1998): Design of Non-Flexural Members for Shear, *Cement and Concrete Composites* 20, pp. 465-475.
- [69] Francisco Lopez-Almansa, Bashar Alfarah, Sergio Oller: Numerical Simulation of RC Frame Testing With Damaged Plasticity Model Comparison With Simplified Models, *Second European Conference on Earthquake Engineering And Seismology*, Istanbul, Aug. 25-29, 2014.
- [70] Gilbert M., He L., Smith C.C., Le C.V. (2014): Automatic yield-line analysis of slabs using discontinuity optimization, *Proceedings of The Royal Society, R. Soc. A470: 20140071*, April.
- [71] Guan H. (2005): Effect of Sizes and Positions of Web Openings on Strut-and-Tie Models of Deep Beams, *School of Engineering, Griffith University Gold Coast Campus, PMB 50 Gold Coast Mail Centre, Queensland 9726, Australia*.
- [72] Guan H., Doh J.H. (2007): Development of Strut-and-Tie Models in Deep Beams with Web Openings, *Advances in Structural Engineering – An International Journal, Special Issue*, February.
- [73] Guest J.K. (2012): Lotfi R., Gaynor A.T., Jalalpour M.: Structural Topology Optimization: Moving Beyond Linear Elastic Design Objectives, *Department of Civil Engineering, The Johns Hopkins University, 3400 North Charles Street, Baltimore*, pp. 12.
- [74] Hajdin R. (1990): *Computerunterstützte Berechnung von Stahlbetonscheiben mit Spannungsfeldern*, Dissertation ETH Nr. 9167, Zürich, 115 pp.
- [75] Hajdin R. (1991): *Primena teorije plastičnosti u proračunu armiranih i prethodno napregnutih betonskih konstrukcija*, Građevinski Fakultet, Beograd.
- [76] Haris A., Fardis M.N. (1991): *Computer-aided automatic construction of strut-and-tie models*, ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz.
- [77] Häussler-Combe U. (2015): *Computational Methods for Reinforced Concrete Structures*, Ernst & Sohn, Technische Universität Dresden, Institut für Massivbau, Dresden, Germany, ISBN: 978-3-433-03054-7, 338 pp.
- [78] Hoang L.C., Nielsen M.P. (1998): Plasticity Approach to Shear Design, *Cement and Concrete Composites* 20, pp. 437-453.
- [79] Hofer A.A., McCabe S.L. (1998): Comparison of shear capacity of T-beams using Strut and Tie analysis, *Structural Engineering and Engineering Materials*, SM Report No.48, University of Kansas Center for Research, Inc, Lawrence, Kansas, January, 182 pp.
- [80] Hong S., Lee S. (2004): Strut-and-Tie models for deformation of reinforced concrete beam-column joints dependent on plastic hinge behavior of beams, *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper No.1026, Vancouver, B.C., Canada, August 1-6.
- [81] Hong S.G., Lee S.G. (2001): Strut-and-Tie models for ductility required RC members, *26th Conference on Our world in concrete & structures: 27 - 28 August*, Singapore, pp. 317-324.
- [82] Hoogenboom P.C.J. (1998): *Discrete Elements and Nonlinearity in Design of Structural Concrete Walls*, PhD thesis, ISBN 90-9011843-8, Delft University of Technology, 173 pp.
- [83] Hsu T.T.C., Mo Y.L. (2010): *Unified theory of concrete structures*, John Wiley and Sons, Ltd., ISBN 978-0-470-68874-8, 52 pp.
- [84] Htto N., Mingham J. (2000): *Cyclic Strut & Tie Modelling of Simple Reinforced Concrete Structures*, 12WCEE, 1249.
- [85] <http://dankuchma.com/stm/CAST/>, February 2011.



- [86] <http://sipil-uph.tripod.com/research.htm>, June 2013.
- [87] Huang X., Xie Y.M. (2010): Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures, Methods and Applications, John Wiley & Sons, United Kingdom, pp. 223.
- [88] Islam S.M.S. (2012): Automated Design of Reinforced Concrete Deep Beams, PhD thesis, The University of New South Wales, November, 248 pp.
- [89] Jirsa J. O., Breen J. E., Bergmeister K., Barton D., Anderson R., Bouadi H. (1991): Experimental Studies of Nodes in Strut-and-Tie Models, IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zürich, pp. 525-532.
- [90] Kale Shrikant M., Patil S.S., Niranjana B.R. (2012): Analysis of Deep Beam Using Cast Software and Compression of Analytical Strain with Experimental Strain Results, Global Journal of Researches in Engineering, General Engineering, Volume 12 Issue 4 Version 1.0, pp. 17-21.
- [91] Kassem W. (2015): Strength Prediction of Corbels Using Strut-and-Tie Model Analysis, International Journal of Concrete Structures and Materials, Vol.9, No.2, June, pp. 255-266.
- [92] Kaufmann W. (1998): Strength and Deformations of Structural Concrete Subjected to In-Plane Shear and Normal Forces, Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich, July, 147 pp.
- [93] Kim H., Baker G. (2002): Topology Optimization for Reinforced Concrete Design, Fifth World Congress on Computational Mechanics, Vienna, Austria, July 7-12.
- [94] Kim J.W., Hong S.G., Lee Y.H., Kim H., Kim D.J. (2014): Evaluation of Current Strut-and-Tie Design Provisions for Deep Beams by a Concrete Limit Analysis, Proc. of the Intl. Conf. on Advances in Civil, Structural and Mechanical Engineering - ACSME 2014, ISBN: 978-981-07-8859-9 doi: 10.3850/978-981-07-8859-9\_40.
- [95] Kong F.K. (2002): Reinforced concrete deep beams, Taylor & Francis Books, 299 pp.
- [96] Kore S.D., Patil S.S. (2013): Analysis and design of RC deep beams using code provisions of different countries and their comparison, International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT) ISSN: 2249 – 8958, Volume-2, Issue-3, February, pp. 166-169.
- [97] Kostić N. (2006): Computer-based development of stress fields, 6th International PhD Symposium in Civil Engineering, Zurich, August 23-26.
- [98] Kostić N. (2009): Topologie des champs de contraintes pour le dimensionnement des structures en béton armé, These N° 4414, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Suisse, Juin.
- [99] Kotsivos M.D. (2014): Compressive Force-Path Method, Unified Ultimate Limit-State Design of Concrete Structures, Engineering Materials, DOI 10.1007/978-3-319-00488-4, Springer International Publishing Switzerland, 221 pp.
- [100] Krowczynski M.M. (2014): Innovative analysis methods of reinforced concrete structures: The Strut and Tie method, Technical Transactions, Civil Engineering, 5-B, pp. 143-148.
- [101] Kuchma D.A., Yindeesuk S., Nagle T., Hart J., Lee H.H. (2008): Experimental Validation of the Strut-and-Tie Method for Complex Regions, ACI Structural Journal, Volume 105, Issue 5, January, pp. 578-589.
- [102] Kulkarni A. (2006): An Application of Strut-and-Tie Models to Deep Beams, MSc thesis, University of Cincinnati, June, 314 pp.
- [103] Kumar P. (1978): Optimal force transmission in reinforced concrete deep beams, Computers & Structures, Vol.8, pp. 223-229.
- [104] Kuo W.W. (2010): Cheng T.J., Hwang S.J.: Force transfer mechanism and shear strength of reinforced concrete beams, Engineering Structures 32, pp. 1537-1546.
- [105] Kupfer H.B., Gerstle K.H.: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses, Journal of the engineering mechanics division, August 1973, pp. 853-866.
- [106] Kwak H.G., Noh S.H. (2006): Determination of strut-and-tie models using evolutionary structural optimization, Vol. 28, No 10, pp. 1440-1449.
- [107] Lee, J., and G. L. Fenves: Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, J. Eng. Mechanics 124(8), pp. 892-900, 1998.
- [108] Leonhardt F. (1984): Vorlesungen über Massivbau, Teil 1, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau, DOI: 10.1007/978-3-642-61739-3, 364 pp.
- [109] Leonhardt F. (1986): Vorlesungen über Massivbau, Teil 2, Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau, DOI: 10.1007/978-3-642-61643-3, 146 pp.
- [110] Ley M.T., Riding K.A., Widiyanto, Bae S., Breen J.E. (2007): Experimental Verification of Strut-and-Tie Model Design Method, ACI Structural Journal, V.104, No.6, November-December, pp. 749-755.
- [111] Li B., Tran T.N. (2008): Reinforced concrete beam analysis supplementing concrete contribution in truss models, Engineering Structures 30, pp. 3285-3294.
- [112] Liang Q.Q. (2007): Automated performance-based optimal design of continuum structures under multiple load cases, 5th Australasian Congress on Applied Mechanics, ACAM 2007, Brisbane, Australia, 10-12 December.
- [113] Liang Q.Q., Asce B.U.M. (2002), Steven G.P.: Performance-Based Optimization for Strut-and-Tie Modeling of Structural Concrete, Journal of Structural Engineering, June, DOI:10.1061/~ASCE!0733-9445~2002!128:6~815, pp. 815-823.

- [114] Liang Q.Q., Xie Y.M., Steven G.P., Schmidt L.C. (1999): Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Non-Flexural Reinforced Concrete Members, International Conference on Mechanics of Structures, Materials and Systems, Wollongong, Australia, 17-19 February.
- [115] Liang Q.Q., Xie Y.M., Steven G.P. (2000): Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Reinforced Concrete Structures Using an Evolutionary Procedure, *ACI Structural Journal*, V. 97, No. 2, March-April, pp. 322-331.
- [116] Liu X., Yi W.J., Shen P.S.S. (2008): Genetic evolutionary structural optimization, *Journal of Constructional Steel Research* 64, pp. 305–311.
- [117] Lourenco P.B. (1992): Compared study of non-linear finite element analysis and the strut-and-tie model for concrete structures. A designer perspective, 4th conference on Education, Practice and Promotion of Computer Methods in Engineering using Small Computers, Dalian, P.R. China, pp. 660-667.
- [118] Lu B. (2014): Conceptual design using multilevel continuum structural topology optimization, MSc thesis, University of Iowa, 72 pp.
- [119] Lubliner, J., J. Oliver, S. Oller, and E. Onate, "A plastic-damage model for concrete," *Int.J.Solids Structures* 25(3), pp. 299-326, 1989.
- [120] Lundgren J., Palmqvist C. (2012): Structural Form Optimisation, Methods of numerical optimisation and applications on civil engineering structures, MSc thesis 2012:97, Chalmers University of technology, Göteborg, Sweden, 103 pp.
- [121] MacGregor J. (1991): Dimensioning and detailing, ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz.
- [122] MacGregor J.G., Wight J.K. (2012): Reinforced concrete mechanics and design, 6th edition, Pearson, ISBN-13: 978-0-13-217652-1, ISBN-10: 0-13-217652-1, 1157pp.
- [123] Mahmoud M.N. (2007): Design and Numerical Analysis of Reinforced Concrete Deep Beams, Master of Science in Engineering, Delft University of Technology, Nieuwegein, The Netherlands, October.
- [124] Malm R. (2006): Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses, TRITA-BKN, Bulletin 88, ISSN 1103-4270, November.
- [125] Marti P. (1979): Plastic analysis of reinforced concrete shear walls, ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz.
- [126] Marti P. (1985): Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design, *ACI Journal*, Title no. 82-4, January-February, pp. 46-56.
- [127] Marti P. (2013): Theory of Structures: Fundamentals, Framed Structures, Plates and Shells, Wilhelm Ernst & Sohn, ISBN 978-3-433-02991-6, 679 pp.
- [128] Maxwell B.S. (1996): An experimental study of a structural concrete deep beam with a large opening using the Stut-and-Tie model, MSc thesis, The University of Texas at Austin, December, 74 pp.
- [129] Maxwell B.S., Breen J.E. (2000): Experimental Evaluation of Strut-and-Tie Model Applied to Deep Beam with Opening, *ACI Structural Journal*, V.97, No.1, January-February, pp. 142-148.
- [130] Meyboom J. (2002): Limit Analysis of Reinforced Concrete Slabs, Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich, November, 116 pp.
- [131] Mišković Z. (2000): Primena naponskih polja zasnovanih na teoriji plastičnosti za određivanje granične nosivosti armiranobetonskih zidnih nosača, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Beograd, Jun, 131 pp.
- [132] Mokhart N.B. (2011): Shear strength analysis of concrete beams reinforced with GFRP bars using strut and tie model, MSc Thesis, Faculty of civil and environmental engineering, Universiti Tun Hussein Onn Malaysia, May.
- [133] Mohammed A. (2004): Literature review: design of structural concrete using strut-and-tie model and application to some special structures, MSc thesis, Addis Ababa University, September, 128 pp.
- [134] Müller P. (1978): Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und balken, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr.83, Juli, 167 pp.
- [135] Muttoni A., Fernández Ruiz M. (2008): Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width, *ACI Structural Journal*/March-April, pp. 163-172.
- [136] Muttoni A., Schwartz J., Thürlimann B. (1997): Design of concrete structures with stress fields, Basel, Boston and Berlin, Switzerland, Birkhäuser, 145p.
- [137] Muttoni A., Fernandez Ruiz M., Niketić F. (2015): Design versus Assessment of Concrete Structures Using Stress Fields and Strut-and-Tie Models, *ACI Structural Journal*, V. 112, No. 5, September-October 2015, pp. 605-615.
- [138] Nagarajan P., Jayadeep U.B., Madhavan Pillai T.M. (2009): Application of micro truss and strut and tie model for analysis and design of reinforced concrete structural elements, *Songklanakarin J. Sci. Technol.* 31 (6), Nov. - Dec., pp. 647-653.
- [139] Nagarajan P., Madhavan Pillai T.M. (2008): Development of strut and tie models for simply supported deep beams using topology optimization, *Songklanakarin J. Sci. Technol.*, 30 (5), Sep. - Oct., pp. 641-647.

- [140] Najdanović D. (2001): Modeli proračuna armiranobetonskih nosača u oblastima smicanja i diskontinuiteta, Građevinski Fakultet, Beograd, 2001.
- [141] NCHRP Report 549 (2005): Simplified Shear Design of Structural Concrete Members, Project 12-61, ISSN 0077-5614, ISBN 0-309-08844-5, Library of Congress Control Number 2005935299, Transportation Research Board.
- [142] Nielsen M.P., Hoang L.C. (2011): Limit Analysis and Concrete Plasticity, Taylor & Francis Group, ISBN 978-1-4398-0396-7, 788 pp.
- [143] Nilson A.H., Darwin D., Dolan C.W. (2004): Design of concrete structures, Thirteenth Edition, The McGraw-Hill Companies, 783 pp.
- [144] Niranjana B.R., Patil S.S. (2012): Analysis and Design of deep beam by using Strut and Tie Method, IOSR Journal of Technical and Civil Engineering, ISSN: 2278-1684 Volume 3, Issue 4, Sep-Oct., pp 14-21.
- [145] Noh S.Y., Lee C.Y., Lee K.M.: (2007) Deep Beam Design Using Strut-Tie Model.
- [146] Olason A., Tidman D. (2010): Methodology for Topology and Shape Optimization in the Design Process, MSc thesis 2010:11, Chalmers University of technology, Göteborg, Sweden, 64 pp.
- [147] Oller S.: Nonlinear Dynamics, International Center For Numerical Method in Engineering, Technical University of Catalonia, 2013.
- [148] Pantoja J.C., Pecin T.G., Vaz L.E., Martha L.F. (2010): Reliability analysis of concrete structures applied to strut-and-tie model, Advances and Trends in Structural Engineering, Mechanics and Computation – Zingoni, Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-0-415-58472-2, pp. 775-778.
- [149] Panjehpour M., Ali A.A.A., Voo Y.L., Aznieta F.N. (2012): Strut elaboration in Strut-and-Tie model, Constructii, Vol.13, No.2, pp. 45-53.
- [150] Pavlin N. (2012): Metoda vezi in razpor za projektiranje armiranobetonskih stenastih elementov, Diplomaska naloga št. 3264/KS, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana, 97 pp.
- [151] Peng T. (2009): Influence of detailing on response of dapped end beams, MSc thesis, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montréal, Canada, April, 103 pp.
- [152] Perkins S.M.J. (2011): Shear Behaviour of Deep Reinforced Concrete Members Subjected to Uniform Load, MSc thesis, Graduate Department of Civil Engineering, University of Toronto, 134 pp.
- [153] Pirih M. (2010): Projektiranje betonskih konstrukcij s pomočjo modela z vezmi in razporami, Diplomaska naloga št. 3120, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana, 223 pp.
- [154] Poulsen P.N., Damkilde L. (2000): Limit state analysis of reinforced concrete plates subjected to in-plane forces, International Journal of Solids and Structures 37, pp. 6011-6029.
- [155] Prager W. (1954): The Theory of Plasticity: A Survey of Recent Achievements, James Clayton Lecture, 31st December were read and approved as a correct record, Report of General Meeting.
- [156] Pullen T. (2013): Strut-and-Tie Modeling following AASHTO LRFD, MSc thesis, Iowa State University of Science and Technology, Ames IA, January.
- [157] Quintero-Febres C.G., Parra-Montesinos G., Wight J.K. (2006): Strength of Struts in Deep Concrete Members Designed Using Strut-and-Tie Method, ACI Structural Journal, V.103, No.4, July-August, pp. 577-586.
- [158] Raj J.L., Rao G.A. (2014): Shear strength of RC deep beam panels – a review, International Journal of Research in Engineering and Technology, eISSN: 2319-1163, pISSN: 2321-7308, Volume 03 Special Issue 16, ICPECDM-2014, Dec, pp. 89-103.
- [159] Ramirez J.A., Breen J.E. (1991): Evaluation of a Modified Truss-Model Approach for Beams in Shear, ACI Structural Journal, V.88, No.5, September-October, pp. 562-571.
- [160] Rasheed M.M. (2012): Modified Softened Strut and Tie Model for Concrete Deep Beams, Journal of Engineering and Development, ISSN 1813- 7822, Vol. 16, No.1, March, pp. 348-361.
- [161] Reineck K.H. (1991): Model for structural concrete members without transverse reinforcement, <http://dx.doi.org/10.5169/seals-47695>
- [162] Reineck K.H. (2002): Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models, American Concrete Institute.
- [163] Reineck K.H. (2003): Examples Theory of plasticity in structural concrete design, Predavanja na Gradjevinskem fakultetu u Sarajevu, Maj.
- [164] Rigotti M. (2002): Diagonal Cracking in Reinforced Concrete Deep Beams - An Experimental Investigation, PhD thesis, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada, November, 220 pp.
- [165] Ritter W. (1899): Die Bauweise Hennebique, Ein Dienst der ETH-Bibliothek ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)
- [166] Rogowsky D.M., MacGregor J.G. (1983): Shear strength of deep reinforced concrete continuous beams, Structural Engineering Report No.110, November, 193 pp.
- [167] Rogowsky D.M., MacGregor J.G., Ong S.Y. (1983): Tests of reinforced concrete deep beams, Structural Engineering, Report No. 109, Department of Civil Engineering, The University of Alberta, Alberta, Canada, September.

- [168] Rong J.H., Jiang J.S., Xie Y.M. (2007): Evolutionary Structural Topology Optimization for Continuum Structures with Structural Size and Topology Variables, *Advances in Structural Engineering* Vol.10 No.6, pp. 681-695.
- [169] Rozvany G., Lewinski T. (2014): Topology Optimization in Structural and Continuum Mechanics, *CISM Courses and Lectures Vol.549*, International Centre for Mechanical Sciences, DOI 10.1007/978-3-7091-1643-2, 471 pp.
- [170] Rozvany G.I.N. (1993): Optimization of Large Structural Systems, *NATO ASI Series, Series E: Applied Sciences*- Vol. 231-1, Springer-Science+Business Media, B.V., 1201 pp.
- [171] Rozvany G.I.N. (1997): Topology optimization in structural mechanics, *CISM courses and lectures No.374*, International Centre for Mechanical Sciences, Springer-Verlag Wien GmbH, DOI 10.1007/978-3-7091-2566-3, 322 pp.
- [172] Rozvany G.I.N., Olhoff N. (2000): Topology Optimization of Structures and Composite Continua, *Nato Advanced Research Workshop*, Budapest, Hungary, May 8-12, 392 pp.
- [173] Rückert, K.J. (1991): Design and Analysis with Strut-and-Tie Models – Computer-Aided Methods, *IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete*, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zürich, pp. 379-384.
- [174] Sahoo D.R., Flores C.A., Chao S.H. (2012): Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Deep Beams with Large Opening, *ACI Structural Journal*, V.109, No.2, March-April, pp. 193-203.
- [175] Salem H.M., Maekawa K. (2006): Computer-Aided Analysis of Reinforced Concrete Using a Refined Nonlinear Strut and Tie Model Approach, *Journal of Advanced Concrete Technology* Vol.4, No.2, June, pp. 325-336.
- [176] Sankovich C.L. (2003): An Explanation of the Behavior of Bottle-Shaped Struts Using Stress Fields, *MSc thesis*, The University of Texas at Austin, August, 193 pp.
- [177] Schafer K. (1996): Strut-and-Tie models for the Design of Structural Concrete, *WORKSHOP Tainan 1996*, Department of Civil Engineering, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, R.O.C., 300 pp.
- [178] Schlaich J., Weischede D. (1987): Praktičan postupak za metodičko dimenzioniranje i konstruiranje u armiranom betonu, *Društvo građevinskih konstruktora Hrvatske*, Zagreb.
- [179] Schlaich J. (1992): Strut-and-Tie model design of structural concrete, *Ein Dienst der ETH-Bibliothek ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz*.
- [180] Schlaich J., Schafer K. (1991): Designs and detailing of structural concrete using strut and tie models. *The Structural Engineer*; Vol 69, No 6, pp 113-125.
- [181] Schlaich J., Schafer K., Jennewein M. (1987): Toward a consistent design of structural concrete. *Journal of the Prestressed Concrete Institute, PCI*, Vol. 32, No. 3, May-June, pp 74-150.
- [182] Schlaich M., Anagnostou G. (1990): Stress fields for nodes of strut-and-tie models, *Journal of Structural Engineering*, Vol.116, No.1, January, pp. 13-23.
- [183] Sekulović M. (1984): Metod konačnih elemenata, *Građevinska knjiga*, Beograd, p. 592.
- [184] Sorić J. (2004): Metoda konačnih elemenata, *Golden marketing - Tehnička knjiga*, Zagreb, p. 442.
- [185] Semrad K., Štefan R. (2012): Optimizing method for automatic generation of the reinforcement layout of structural concrete, *BETON - Technologie-Konstrukce-Sanace*, Česka, 1/2012, pp. 60-65.
- [186] Shah A., Haq E., Khan S. (2011): Analysis and Design of Disturbed Regions in Concrete Structures, *Procedia Engineering* 14, pp. 3317–3324.
- [187] Sigmund O. (1994): Design of Material Structures Using Topology Optimization, *Report S 69*, Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark, December, 132 pp.
- [188] Sindić-Grebović R. (2014): Experimental analysis of shear strength of beams and application of STM, *International conference, Contemporary achievements in civil engineering 24-25 April*, Subotica, Srbija, *Zbornik radova Gradjevinskog fakulteta*, pp. 117-122.
- [189] Singh B., Kaushik S.K., Naveen K.F., Sharma S. (2006): Design of a continuous deep beam using the strut and tie method, *Asian journal of civil engineering (Building and housing)* Vol.7, No. 5, pp 461-477.
- [190] Singh B., Mohammadi Y., Kaushik S.K. (2005): Design of a double corbel using the strut-and-tie method, *Asian journal of civil engineering (building and housing)*, Vol.6, Nos.1-2, pp. 21-33.
- [191] Skibbe E. (2010): A comparison of design using strut-and-tie modeling and deep beam method for transfer girders in building structures, *MSc thesis*, Kansas State University, Manhattan, Kansas, 88 pp.
- [192] Starčev-Čurčin A., Rašeta A., Brujić Z. (2013): Automatic Generation Of Planar Strut-And-Tie Models, *Facta Universitatis, Series: Architecture and Civil Engineering* Vol. 11, No 1, 2013., pp. 1-12, DOI: 10.2298/FUACE1301001S, UDC 624.04:519.673:624.072.22=111.
- [193] Starčev-Čurčin A., Rašeta A., Brujić Z. (2011): Optimization of RC Plane Elements by Strut-and-Tie Models, *International Symposium about Research and Application of Modern Achievements in Civil Engineering in the Field of Materials and Structures*, Tara, October 19-21, 2011., *Društvo za ispitivanje i istraživanje materijala i konstrukcija Srbije*, Beograd, Kneza Miloša 9/l, *Zbornik radova*, str. 195-202, ISBN: 978-86-87615-02-1.

- [194] Starčev-Čurčin A., Rašeta A., Brujić Z. (2012): Strut-and-Tie models of reinforced concrete plane members, GNP-2010, 4th International conference, Civil engineering – Science and, Žabljak, Montenegro, 20-24 february 2012, pp. 329-338, ISBN: 978-86-82707-21-9.
- [195] Starčev-Čurčin A., Rašeta A., Lađinović Đ. (2011): Determination of Strut-And-Tie Models for Planar Reinforced Concrete Members, MASE, 14 INTERNACIONAL SYMPOSIUM, Struga, Macedonia, 28.09-01.10.2011., str. 133-138, ISBN 9989-9785-1-8 (kn. 1).
- [196] Starčev-Čurčin A., Rašeta A., Radujković A. (2011): A Proposal for Determining Strut-and-Tie models of Plane RC Members, PHIDAC, 21-23 september 2011., III INTERNACIONAL SYMPOSIUM for student of doctoral studies in the field of Civil Engineering, Architecture and Environmental Protection, University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences, str. 573-578, ISBN 978-86-7892-336-4.
- [197] Starčev-Čurčin A., Rašeta A., Brujić Z.(2016): The programST Method for determining the Strut-and-Tie models of RC plane members, Technical Gazette 23, 1(2016), pp 291-300, ISSN 1330-3651(Print), ISSN 1848-6339 (Online), DOI: 10.17559/TV-20140818132418.
- [198] Tan K.H. (2004): Design of Non-Prismatic RC Beams Using Strut-and-Tie Models, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol.2, No.2, June, pp. 249-256.
- [199] Thürlimann B. (1979): Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams, Ein Dienst der ETH-Bibliothek ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz.
- [200] Thürlimann B. (1985): Plastizitätstheorie im stahlbetonbau, Vorlesung des Instituts für Massivbau der Universität Stuttgart. Studiengang Bauingenieurwesen-Sommersemester.
- [201] Thürlimann B., Marti P., Pralong J., Ritz P., Zimmerli B. (1983): Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Zürich, März, p. 261.
- [202] Tjhin T.N. (2004): Analysis and design tools for structural concrete using Strut-and-Tie models, PhD thesis, UMI Number: 3153227 University of Illinois at Urbana-Champaign, 163 pp.
- [203] Tjhin T.N., Kuchma D.A. (2002): Computer-Based Tools for Design by Strut-and-Tie Method: Advances and Challenges, ACI Structural Journal, Vol.99, No.5, September-October, pp. 586-594.
- [204] Tjhin T.N., Kuchma D.A. (2007): Integrated Analysis and Design Tool for the Strut-and-Tie Method, Engineering Structures, Volume 29, Issue 11, November, Pages 3042–3052.
- [205] Tjhin T.N., Kuchma D.A. (2007): Limit State Assessment of Nodal Zone Capacity in Strut-and-Tie Models, Computers and Concrete, An International Journal, Volume. 4, No.4, pp. 259-272.
- [206] Torii A.J., Lopez R.H., Biondini F. (2011): An approach to reliability-based shape and topology optimization of truss structures, 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering, October 24-28, Natal, RN, Brazil.
- [207] Torii A.J., Lopez R.H., Luersen M.A. (2011): An approach for the global sizing and geometry truss optimization, 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering, October 24-28, Natal, RN, Brazil.
- [208] Tuchscherer R.G., Birrcher D.B., Bayrak O. (2011): Strut-and-tie model design provisions, PCI Journal, Winter, pp. 155-170.
- [209] Tyler Ley M., Riding K. A., Widiyanto, Bae S., Breen J. E. (2007): Experimental Verification of Strut-and-Tie Model Design Method, ACI Structural Journal, V.104, No. 6, November-December 2007, pp. 749-755.
- [210] Vecchio F.J. (2000): Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Formulation, Journal of Structural Engineering, September, pp. 1070-1077.
- [211] Vecchio F. J., Collins M. P. (1986): The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, American Concrete Institute Journal, V.83, March-April, pp. 219-231.
- [212] Victoria M., Marti P., Querin O.M. (2009): Topology design of two-dimensional continuum structures using isolines, Computers and Structures 87, pp. 101–109.
- [213] Victoria M., Querin O.M., Marti P. (2011): Generation of strut-and-tie models by topology design using different material properties in tension and compression, Struct Multidisc Optim 44:247–258, DOI 10.1007/s00158-011-0633-z.
- [214] Vollum R.L., Fang L. (2014): Shear enhancement in RC beams with multiple point loads, Engineering Structures 80, pp. 389–405.
- [215] Wahalathantri, B.L., Thambiratnam, D.P., Chan, T.H.T., & Fawzia, S. (2011) A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using ABAQUS., Queensland University of Technology, Brisbane, Qld, pp. 260-264.
- [216] Wight J. K., Parra-Montesinos G. J.: Strut-and-Tie Model for Deep Beam Design, Concrete international, May 2003.
- [217] Williams C., Deschenes D., Bayrak O. (2012): Strut-and-Tie Model Design Examples for Bridges: Final Report, Report No.FHWA/TX-12/5-5253-01-1 Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin, pp. 258.
- [218] [www.theconstructor.org/structural-engg/topology-optimization-of-structures/5721/](http://www.theconstructor.org/structural-engg/topology-optimization-of-structures/5721/), March 2015.
- [219] Yang X.Y., Xie Y.M., Steven G.P. (2005): Evolutionary methods for topology optimisation of continuous structures with design dependent loads, Computers and Structures 83, pp. 956–963.

- [220] Yiwen Z. (2005): Strut-and-Tie modeling of two-dimensional reinforced concrete structural elements, MSc thesis, School of Civil & Environmental Engineering, Nanyang Technological University, March, 281 pp.
- [221] Young Mook Yun, Byung Hun Kim (2008): Two-Dimensional Grid Strut-Tie Model Approach for Structural Concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, July 2008, pp. 1199-1214.
- [222] Zechmann R., Matamaros A. (2002): Use of strut-and-tie models to calculate the strength of deep beams with openings, *Structural Engineering and Engineering Materials*, SM Report No. 69, University of Kansas Center for Research, Inc, Lawrence, Kansas, July, pp. 79.
- [223] Zegard T., Paulino G.H. (2013): Truss layout optimization within a continuum, *Struct Multidisc Optim* 48:1–16, DOI 10.1007/s00158-013-0895-8.
- [224] Zhang J.P. (1994): Strength of cracked concrete, Technical University of Denmark, ISBN 87-7740-146-8, 107 pp.
- [225] Zhang N. (2009): Strut-and-Tie Modelling of Deep Beams, PhD thesis, Nanyang Technological University, pp. 184.
- [226] Zhang N., Tan K.H., Leong C.L. (2009): Single-Span Deep Beams Subjected to Unsymmetrical Loads, *Journal of structural engineering*, March, pp. 239-252.
- [227] Žarković D. (2015): Matlab računarski program za MKE numeričku analizu konstrukcija, Seminarski rad iz predmeta Odabrana poglavlja MKE, FTN - Novi Sad, Oktobar 2015





Prilozi 8



## 8 PRILOZI

### 8.1 KOMPONENTNI MATERIJALI

Tabela 8.1 - Cement CEM II/A-S 42,5R (Nexe, sedište Našice, Hrvatska)

Fizičko-mehaničke karakteristike	PC 20S 42,5R
početak vezivanja (min)	160
postojanost volumena (mm)	0,5
početne čvrstoće nakon 2 dana (MPa)	31
standardne čvrstoće nakon 28 dana (MPa)	55

Tabela 8.2 - Agregat (rečni agregat, reka Drina, sedište Jalovik - Vladimirci, Srbija)

	dno	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	11,2	16
0/4	0	2,2	12,1	46,21	64,55	79,46	95,23	100		
4/8	0	0	0	0	0	0	2,29	92,54	100	
8/16	0	0	0	0	0	0	0	0,79	47,34	100

#### 8.1.1 Sastav betonske mešavine

Tabela 8.3 - Sastav betonske mešavine

	voda [kg/m <sup>3</sup> ]	cement [kg/m <sup>3</sup> ]	agregat [kg/m <sup>3</sup> ]		
			0/4	4/8	8/16
količina	208	346	831	381	519

#### 8.1.2 Ispitivanje čvrstoće pri pritisku i zatezanju betona

Tabela 8.4 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku na kockama za uzorke Z1, Z2 i Z3

r.b.	ivica kocke [cm]	masa [kg]	sila pritiska [kN]	napon pritiska [MPa]
1	15,4	8,1	752	31,71
2	15,3	8,15	746	31,61
3	15,4	8,1	768	32,38
	15,37	8,12	755,33	31,9

Tabela 8.5 - Ispitivanje čvrstoće pri zatezanju na kockama za uzorke Z1, Z2 i Z3

r.b.	ivica kocke [cm]	masa [kg]	sila cepanja [kN]	napon zatezanja [MPa]
1	15,3	8,1	82	2,23
2	15,2	8,1	80	2,20
3	15,1	8,0	96	2,68
	15,2	8,06	86	2,37

### 8.1.3 Ispitivanje čvrstoće betona pri pritisku ultrazvukom

Tabela 8.6 - Čvrstoće pri pritisku na kockama 1, 2 i 3 za uzorke Z1, Z2 i Z3

	brzina [m/s]	srednja brzina [m/s]	čvrstoća pri pritisku [MPa]
1	4025	4123,8	31,71
	4082		
	4123		
	4188		
	4201		
2	4096	4181,0	31,61
	4155		
	4188		
	4256		
	4210		
3	4035	4069,8	32,38
	4056		
	4082		
	4094		
	4082		

Tabela 8.7 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku ultrazvukom uzorka Z1

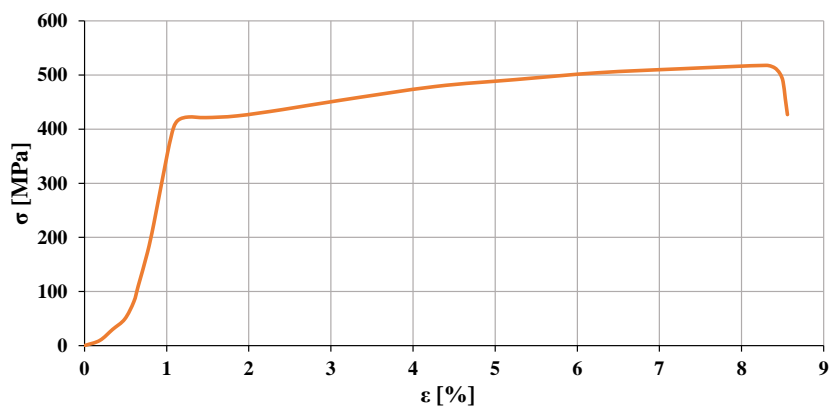
r.b.	brzina [m/s]	r.b.	brzina [m/s]
1	4008/4364,712	6	4021/4378,869
2	4088/4451,832	7	4116/4482,324
3	4088/4451,832	8	4144/4512,816
4	4008/4364,712	9	4075/4437,675
5	4088/4451,832	10	4116/4482,324
			4437,893
izračunata čvrstoća $f_{c,20}/f_{cy1,15}$ [MPa]			33,9/35,6
druga vrednost brzine promenjena zbog vlažnosti uzorka			

Tabela 8.8 - Ispitivanje čvrstoće pri pritisku ultrazvukom uzorka Z2

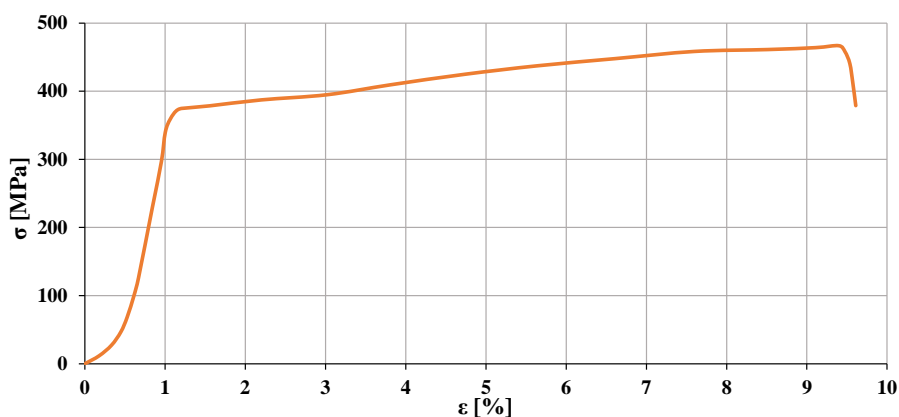
r.b.	brzina [m/s]	r.b.	brzina [m/s]
1	4277/4657,653	6	4103/4468,167
2	4217/4592,313	7	4159/4529,151
3	4159/4529,151	8	4117/4483,413
4	4202/4575,978	9	4117/4483,413
5	4277/4657,653	10	4262/4641,318
			4561,821
izračunata čvrstoća $f_{c,20}/f_{cy1,15}$ [MPa]			37,8/39,7

### 8.1.4 Ispitivanje armature

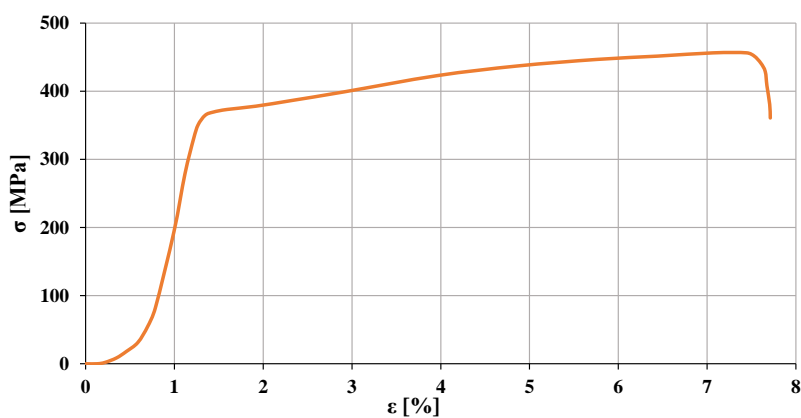
Na slikama od 8.1 do 8.3 prikazani su naponsko - deformacijski dijagrami ispitanih uzoraka armature, izvađenih iz nosača Z1, Z2 i Z3, u laboratoriji za ispitivanje materijala Mašinskog instituta Fakulteta tehničkih nauka iz Novog Sada.



Slika 8.1 - Dijagram napon - deformacija za armaturu Z1



Slika 8.2 - Dijagram napon - deformacija za armaturu Z2



Slika 8.3 - Dijagram napon - deformacija za armaturu Z3

## 8.2 EKSPERIMENTALNI REZULTATI

### 8.2.1 Uzorak Z1

#### 8.2.1.1 Faze nanošenja opterećenja – Z1

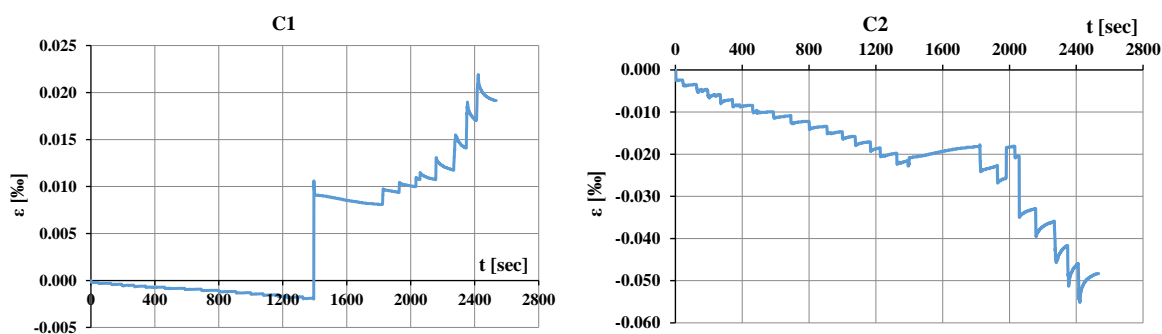
Vrednosti opterećenja, koje je nanošeno u toku vremena, za pojedine faze nanošenja opterećenja, od 0-150kN u koracima od 10kN, prikazane su u tabeli 8.9.

Tabela 8.9 - Vrednosti nanošenja sile u toku vremena – Z1

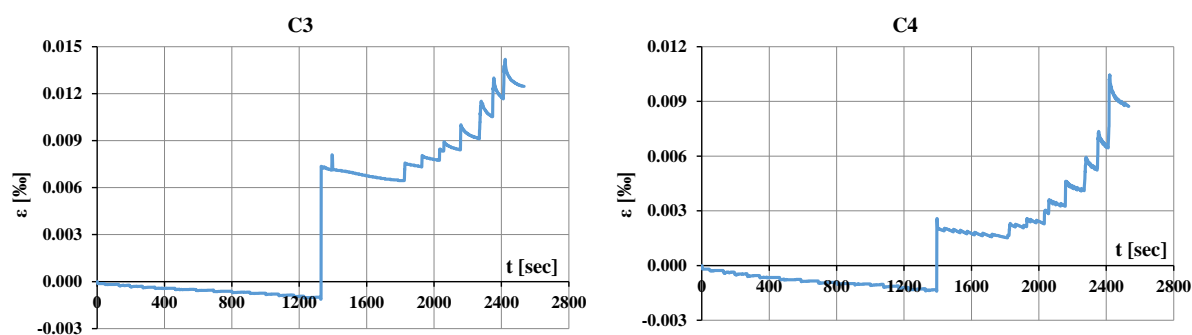
vreme [sec]	sila [kN]
5	10
131	20
273	30
466	40
693	50
909	60
1079	70
1228	80
1395	90
2059	100
2159	110
2276	120
2351	130
2415	140
2418	150

#### 8.2.1.2 Vrednosti dilatacija u betonu – Z1

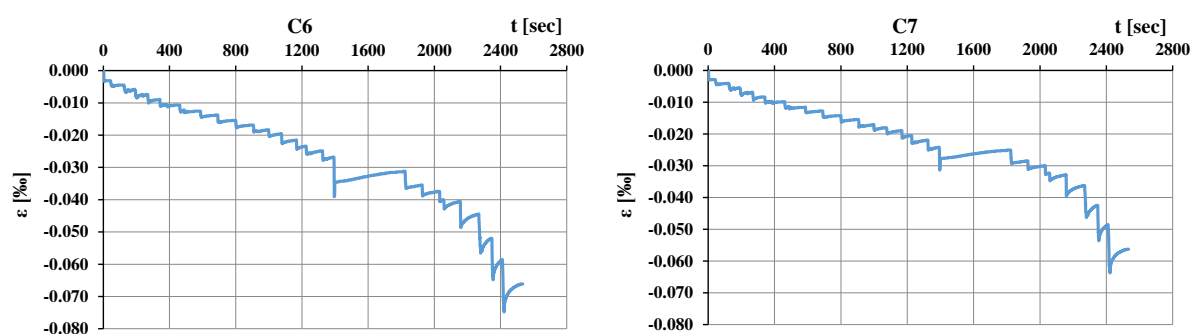
Na slikama 8.4 do 8.9 dat je grafički prikaz zavisnosti vrednosti dilatacija u betonu u vremenskom periodu opterećivanja uzorka Z1. Mesta postavljanja mernih traka prikazana su na slici 4.37.



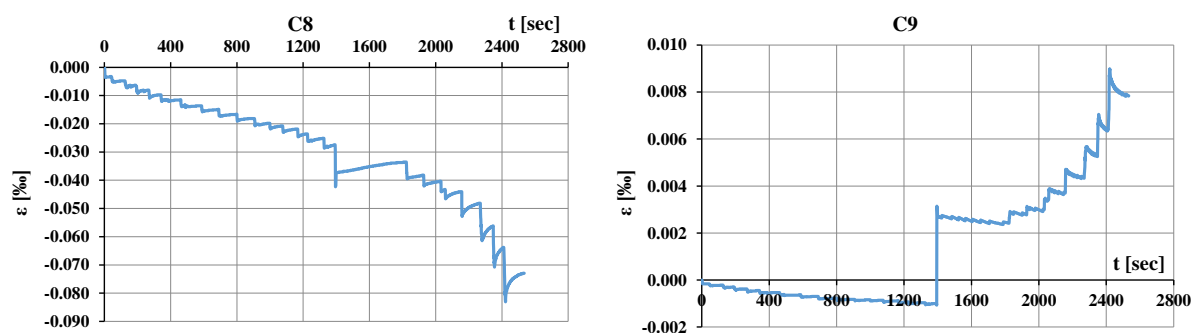
Slika 8.4 - Dilatacije u betonu mernih traka C1 i C2 – Zid 1



Slika 8.5 - Dilatacije u betonu mernih traka C3 i C4 – Zid 1

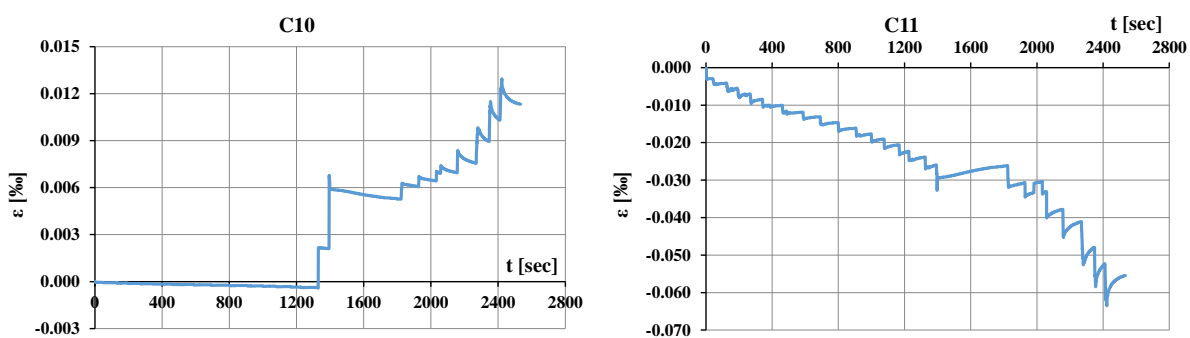


Slika 8.6 - Dilatacije u betonu mernih traka C6 i C7 – Zid 1

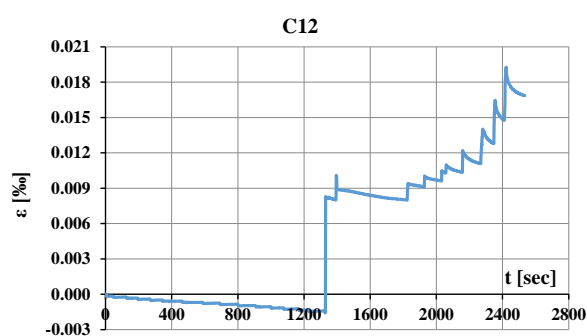


Slika 8.7 - Dilatacije u betonu mernih traka C8 i C9 – Zid 1





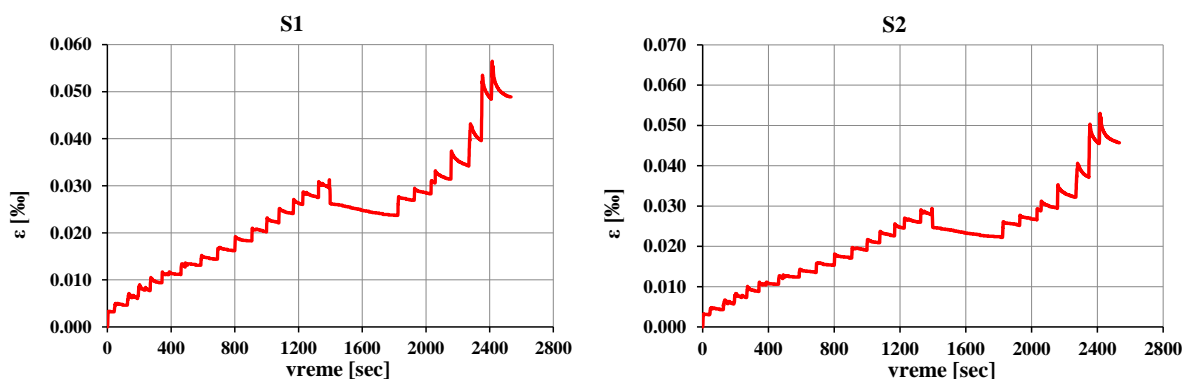
Slika 8.8 - Dilatacije u betonu mernih traka C10 i C11 – Zid 1



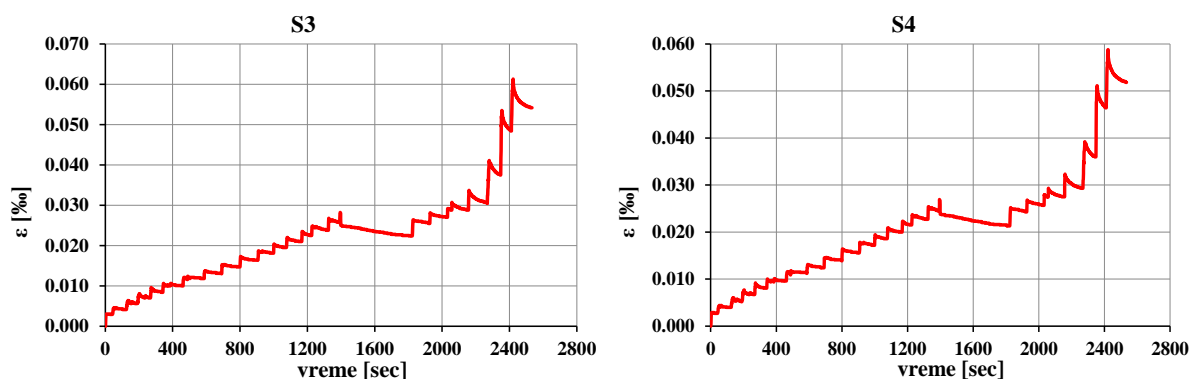
Slika 8.9 - Dilatacije u betonu merne trake C12 – Zid 1

### 8.2.1.3 Vrednosti dilatacija u armaturi – Z1

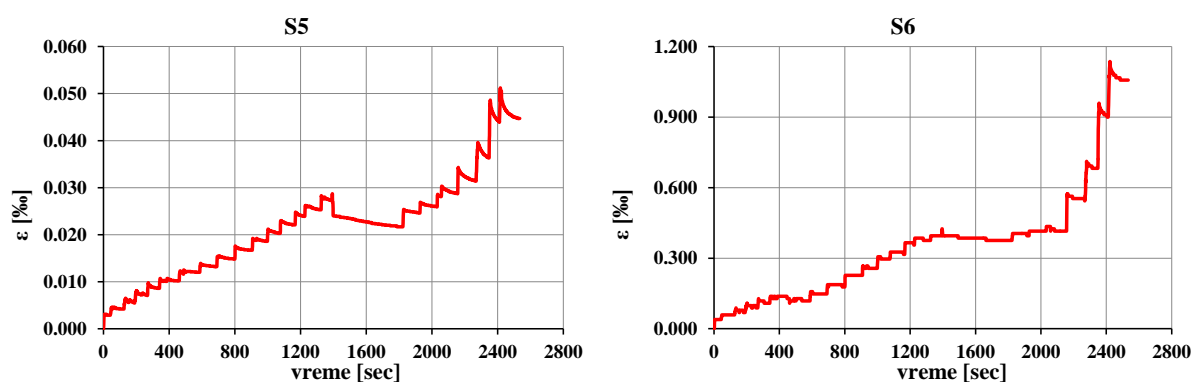
Vrednosti dilatacija u armaturi mernih traka koje su postavljene prema slici 4.37 prikazane su na slikama 8.10 do 8.14.



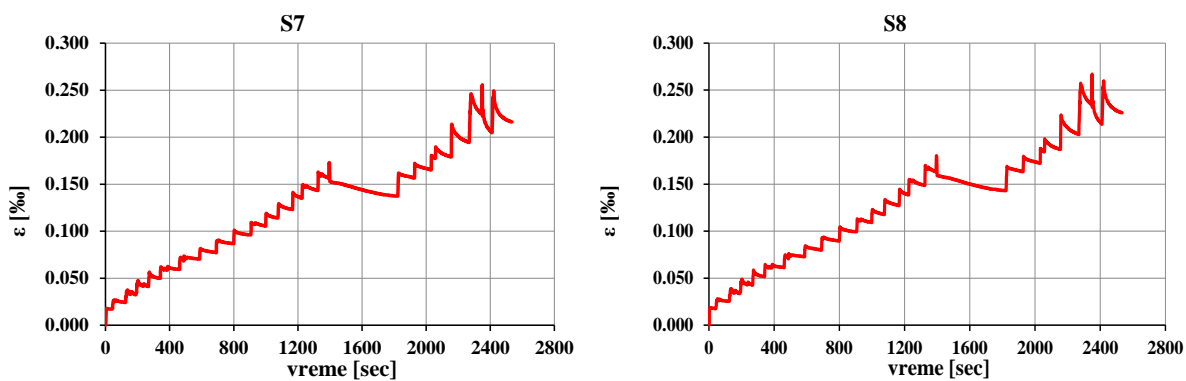
Slika 8.10 - Dilatacije u armaturi mernih traka S1 i S2 – Zid 1



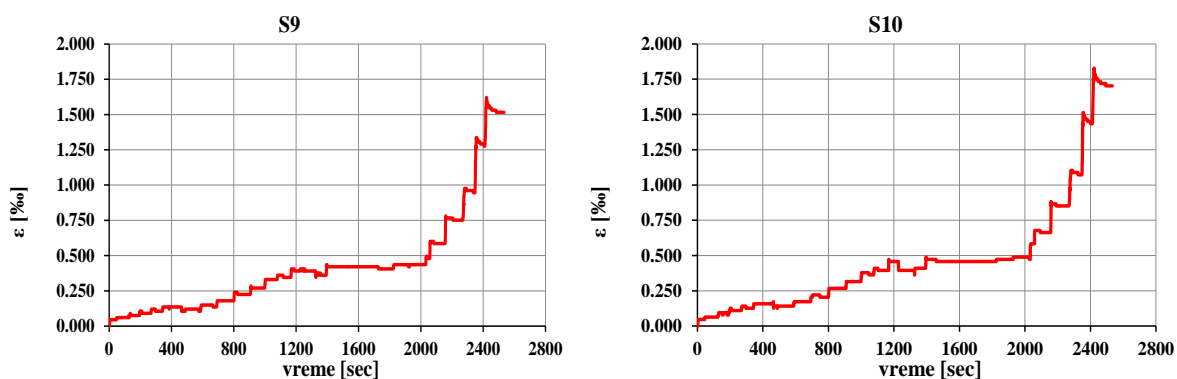
Slika 8.11 - Dilatacije u armaturi mernih traka S3 i S4 – Zid 1



Slika 8.12 - Dilatacije u armaturi mernih traka S5 i S6 – Zid 1



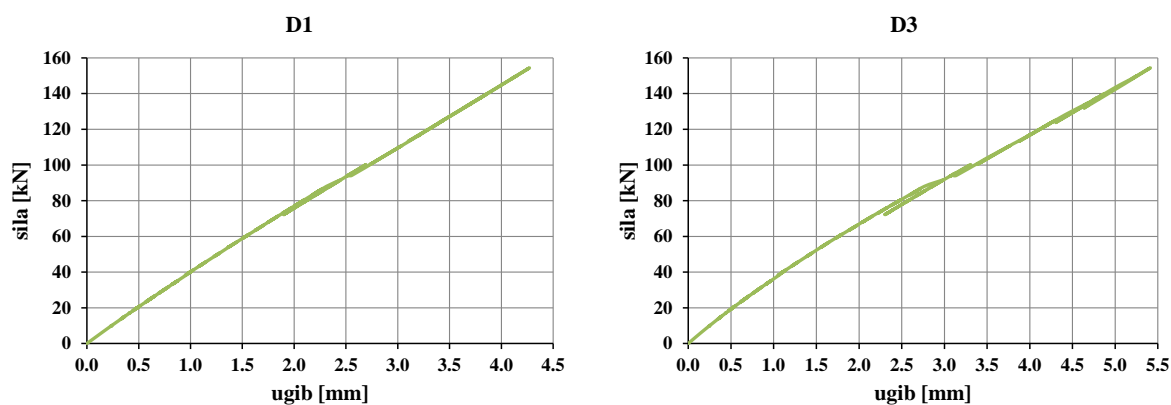
Slika 8.13 - Dilatacije u armaturi mernih traka S7 i S8 – Zid 1



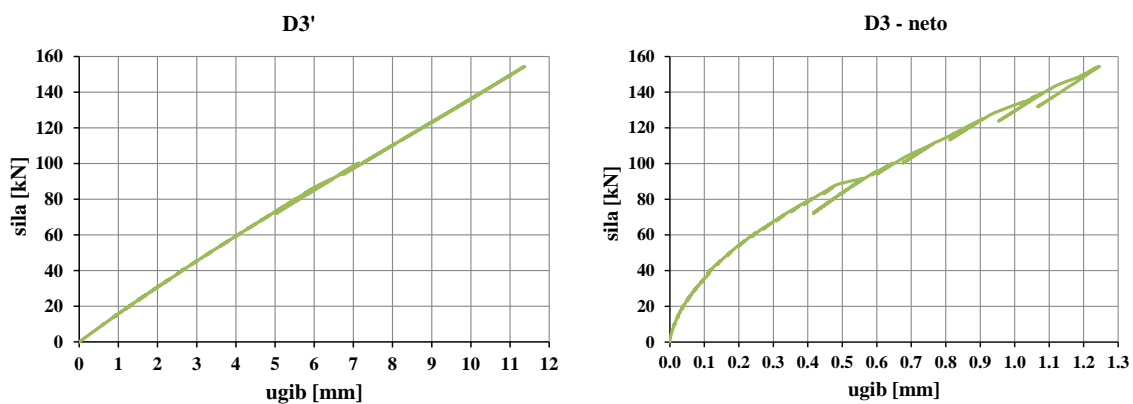
Slika 8.14 - Dilatacije u armaturi mernih traka S9 i S10 – Zid 1

### 8.2.1.4 Vrednosti pomeranja – Z1

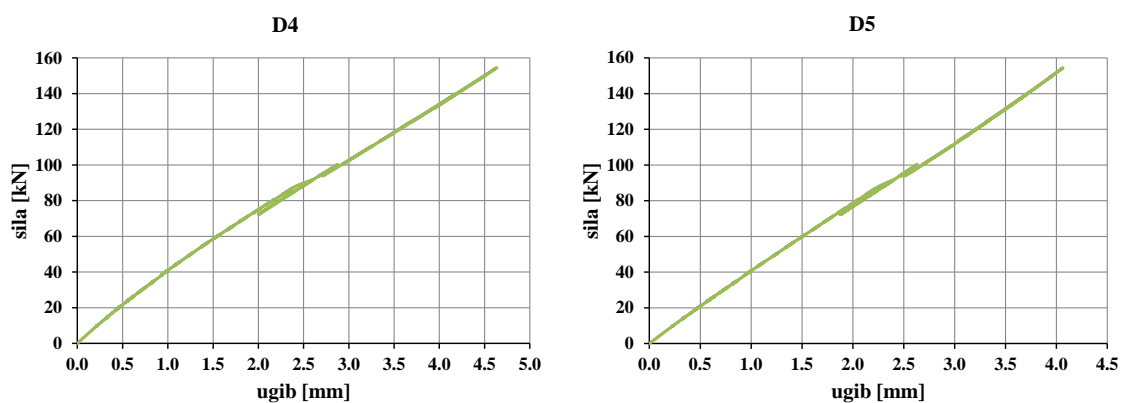
Vrednosti vertikalnih pomeranja, mernih mesta na nosaču prikazanih na slici 4.37, date su u vidu dijagrama na slikama od 8.15 do 8.18.



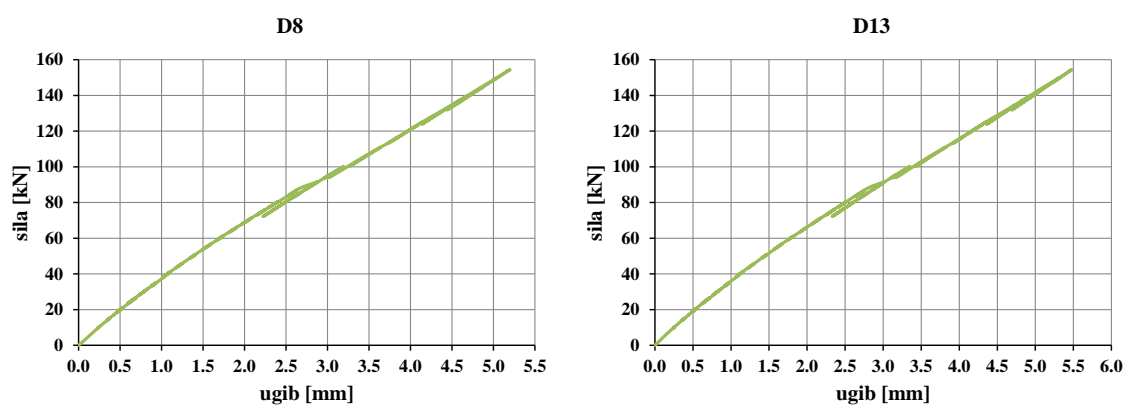
Slika 8.15 - Dijagrami pomeranja na mestima D1 i D3 – Zid 1



Slika 8.16 - Dijagrami pomeranja na mestu D3' i dijagram D3-neto – Zid 1



Slika 8.17 - Dijagrami pomeranja na mestima D4 i D5 – Zid 1



Slika 8.18 - Dijagrami pomeranja na mestima D8 i D13 – Zid 1

## 8.2.2 Uzorak Z2

### 8.2.2.1 Faze nanošenja opterećenja – Z2

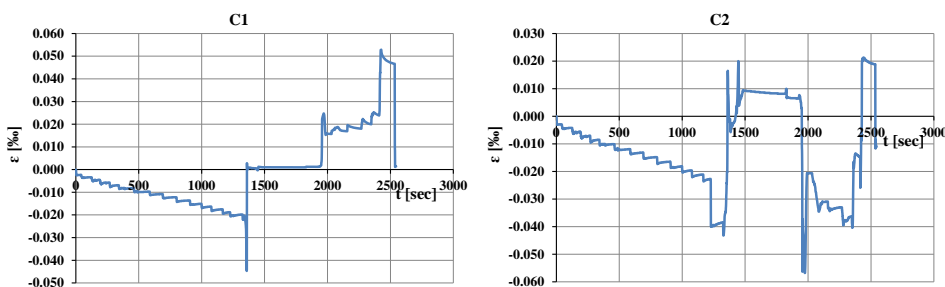
Vrednosti opterećenja, koje je nanošeno u toku vremena, prikazane su u tabeli 8.10 sa korakom nanošenja opterećenja od 10kN.

Tabela 8.10 - Vrednosti nanošenja sile u toku vremena – Z2

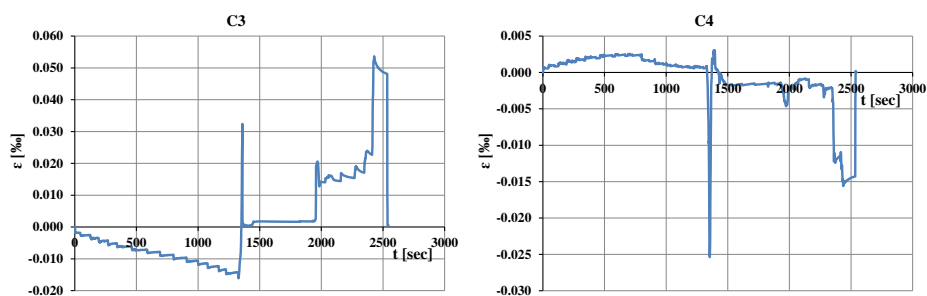
vreme [sec]	sila [kN]
10	10
130	20
272	30
465	40
700	50
908	60
1078	70
1233	80
1928	90
2157	100
2271	110
2275	120
2350	130
2414	140
2417	150

### 8.2.2.2 Vrednosti dilatacija u betonu – Z2

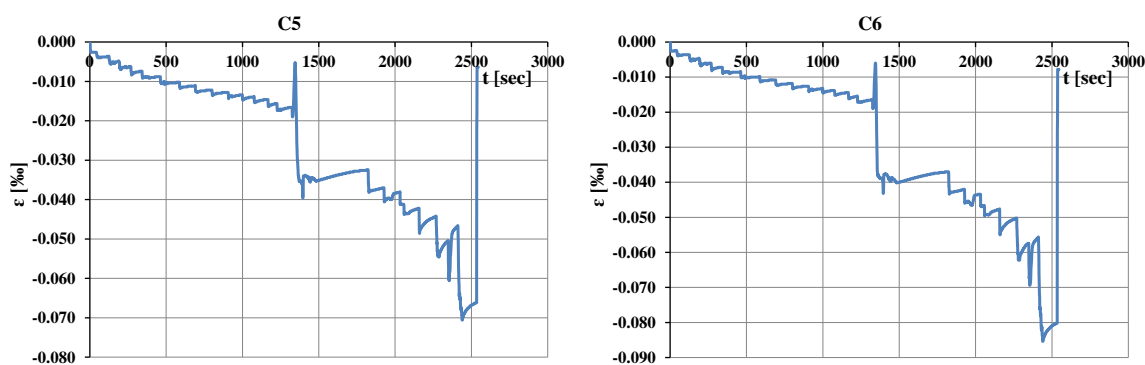
Vrednosti dilatacija na mernim mestima C1-C2-C3, C4-C5-C6, C7 i C8-C9-C10 u toku vremena prikazane su na slikama od 8.19 do 8.23. Položaj mernih traka dat je na slici 4.40.



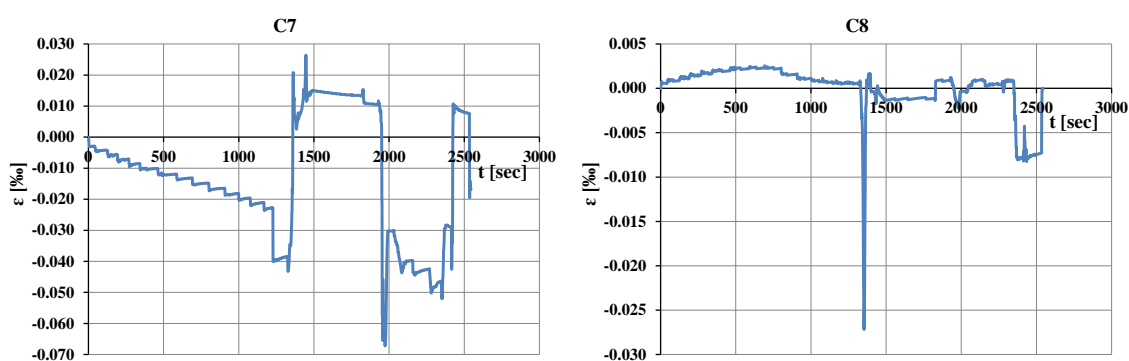
Slika 8.19 - Dilatacije u betonu mernih traka C1 i C2 – Zid 2



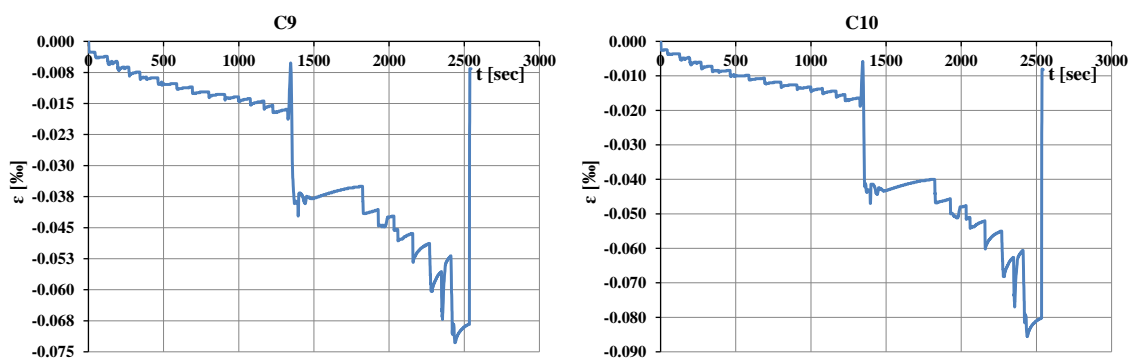
Slika 8.20 - Dilatacije u betonu mernih traka C3 i C4 – Zid 2



Slika 8.21 - Dilatacije u betonu mernih traka C5 i C6 – Zid 2



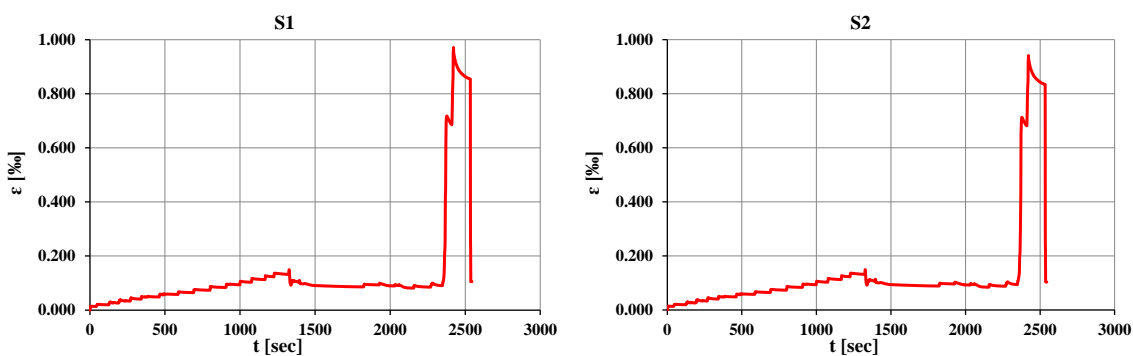
Slika 8.22 - Dilatacije u betonu mernih traka C7 i C8 – Zid 2



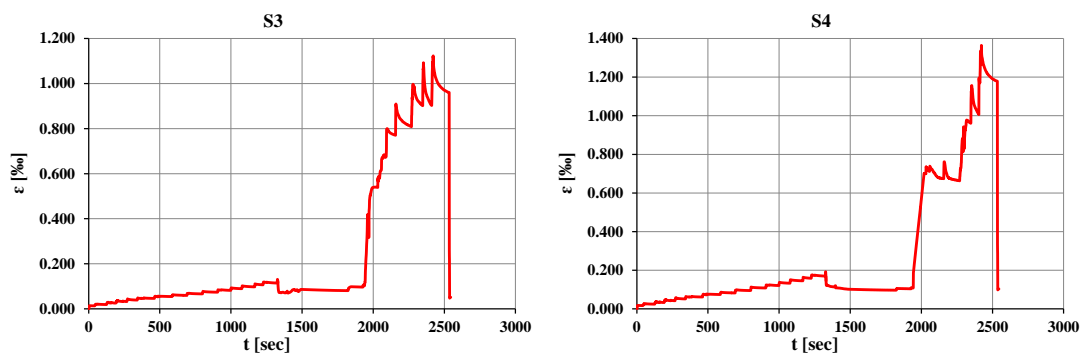
Slika 8.23 - Dilatacije u betonu mernih traka C9 i C10 – Zid 2

### 8.2.2.3 Vrednosti dilatacija u armaturi – Z2

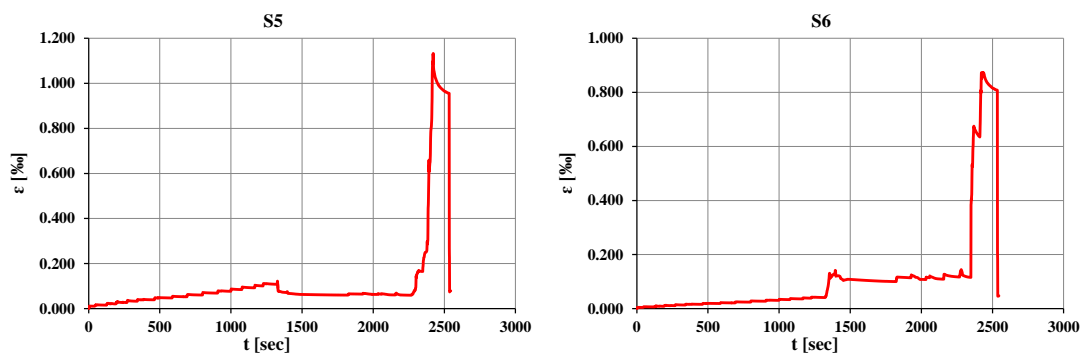
Na slikama od 8.24 do 8.28 prikazane su vrednosti dilatacija mernih traka za armaturu koje su postavljene prema slici 4.40.



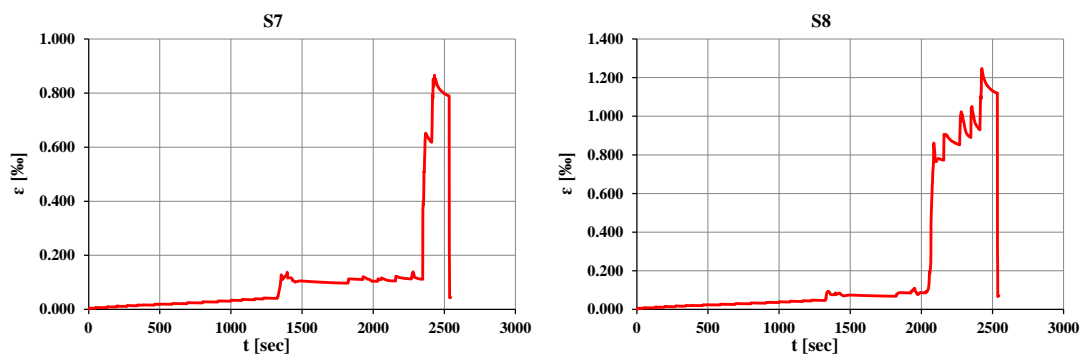
Slika 8.24 - Dilatacije u armaturi mernih traka S1 i S2 – Zid 2



Slika 8.25 - Dilatacije u armaturi mernih traka S3 i S4 – Zid 2

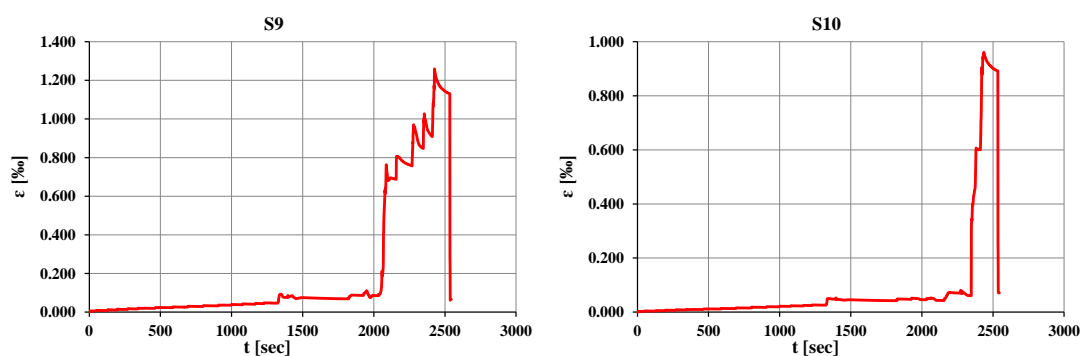


Slika 8.26 - Dilatacije u armaturi mernih traka S5 i S6 – Zid 2



Slika 8.27 - Dilatacije u armaturi mernih traka S7 i S8 – Zid 2

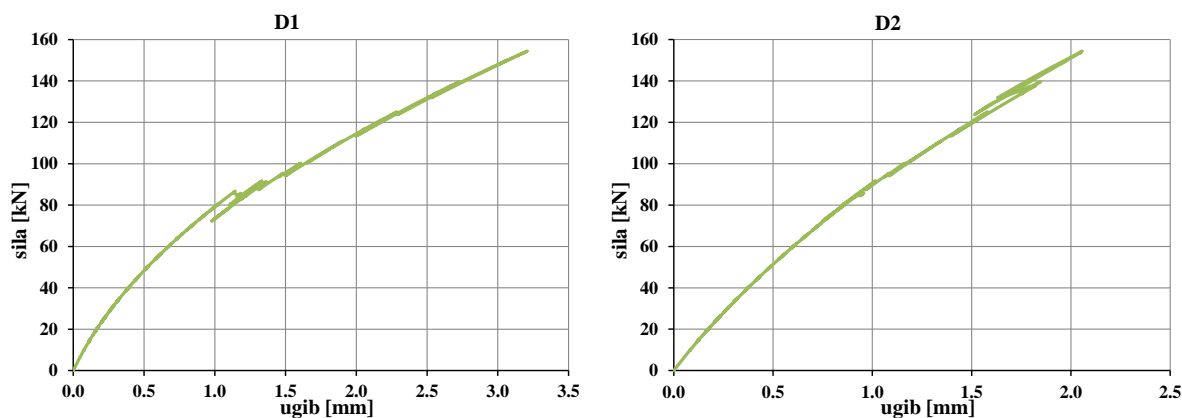




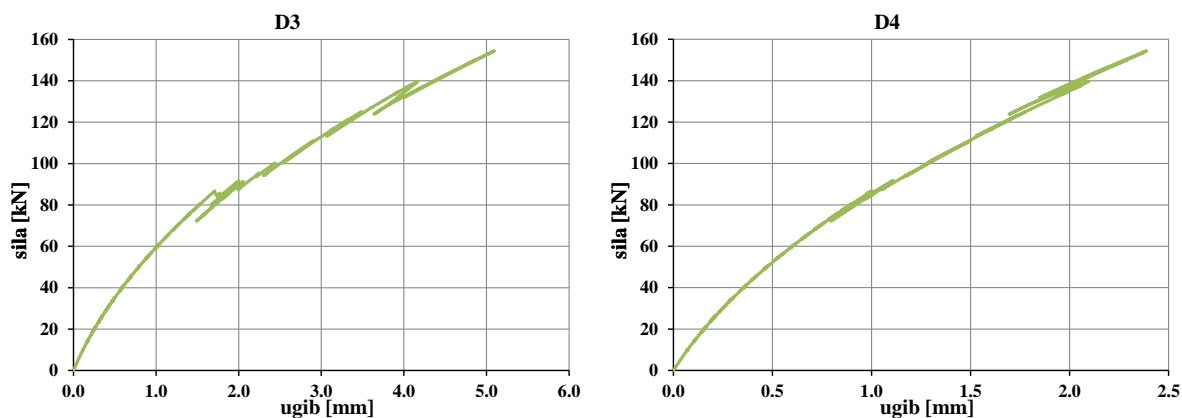
Slika 8.28 - Dilatacije u armaturi mernih traka S9 i S10 – Zid 2

### 8.2.2.4 Vrednosti pomeranja – Z2

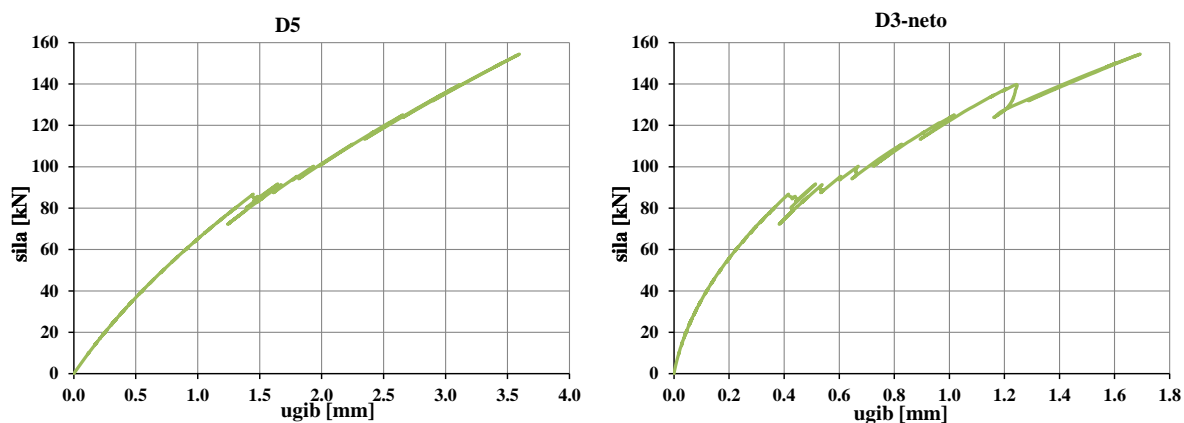
Vrednosti pomeranja, mernih mesta na nosaču prikazanih na slici 4.40, date su u obliku dijagrama na slikama od 8.29 do 8.31.



Slika 8.29 - Dijagram pomeranja na mestima D1 i D2 – Zid 2



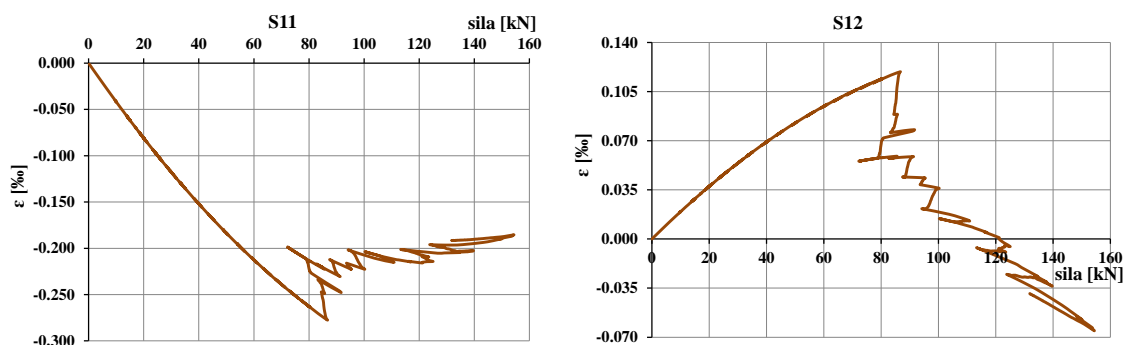
Slika 8.30 - Dijagram pomeranja na mestima D3 i D4 – Zid 2



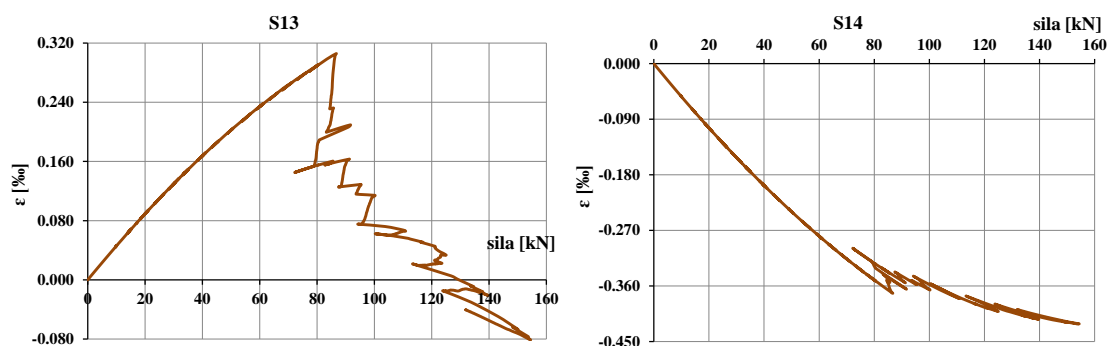
Slika 8.31 - Dijagram pomeranja na mestu D5 i dijagram D3-neto – Zid 2

### 8.2.2.5 3922Vrednosti dilatacija u oslonačkom U profilu metalne ramovske konstrukcije – Z2

Na slikama 8.32 i 8.33 prikazane su vrednosti dilatacija na mernim trakama S11, S12, S13 i S14 oslonačkog U profila metalne ramovske konstrukcije, slika 4.57.



Slika 8.32 - Dilatacije na mernim trakama S11 i S12 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 2



Slika 8.33 - Dilatacije na mernim trakama S13 i S14 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 2

## 8.2.3 Uzorak Z3

### 8.2.3.1 Faze nanošenja opterećenja – Z3

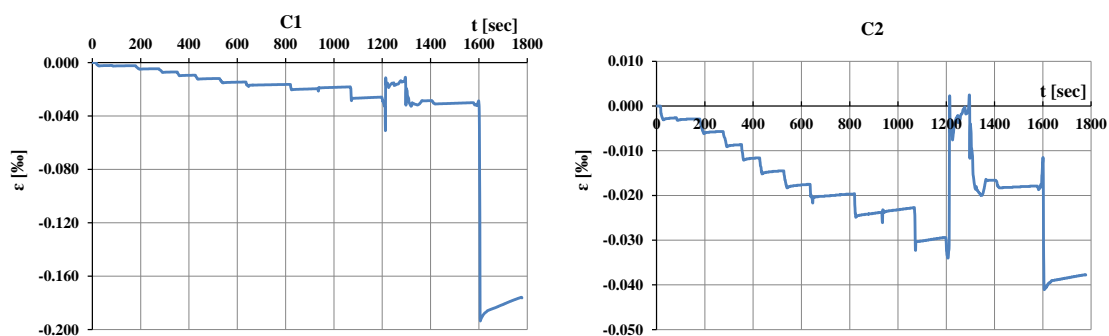
Vrednosti opterećenja, koje je nanošeno u toku vremena, prikazane su u tabeli 8.11.

Tabela 8.11 - Vrednosti nanošenja sile u toku vremena – Z3

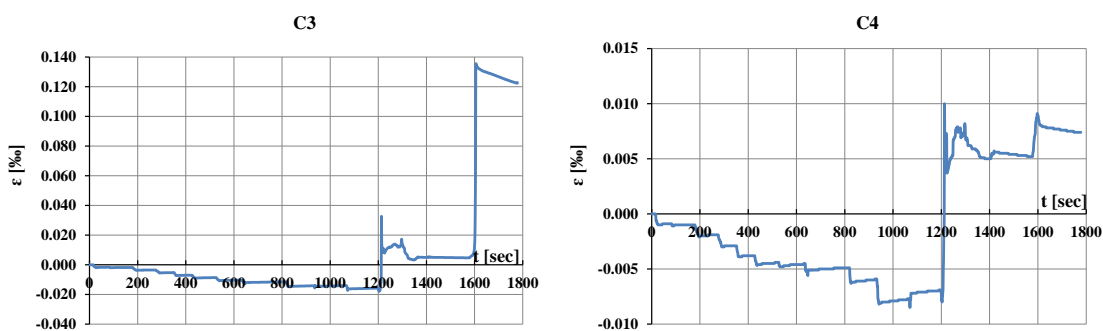
vreme [sec]	sila [kN]
26	10
194	20
290	30
360	40
436	50
538	60
821	70
827	80
940	90
1073	100
1209	110
1299	120
1416	130
1585	140
1593	150

### 8.2.3.2 Vrednosti dilatacija u betonu – Z3

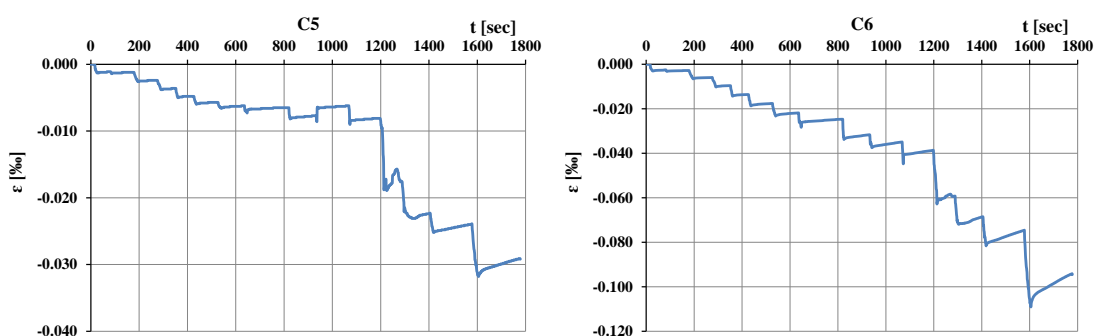
Na slikama 8.34 do 8.38 prikazani su dijagrami dilatacija u betonu mernih traka postavljenih prema šemi datoj na slici 4.42.



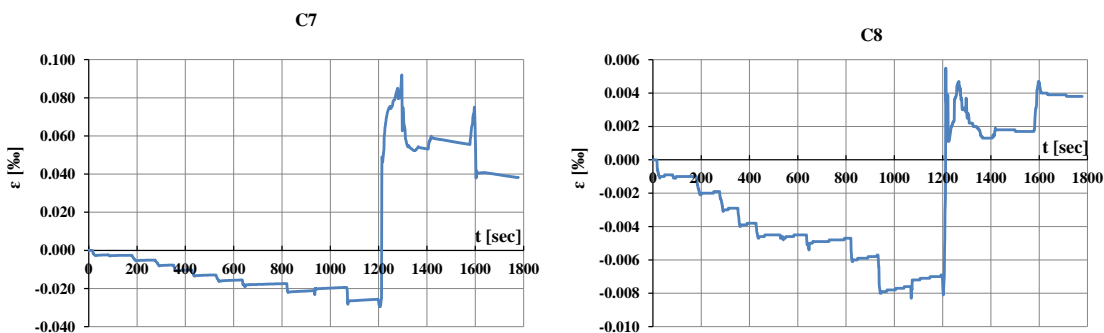
Slika 8.34 - Dilatacije u betonu mernih traka C1 i C2 – Zid 3



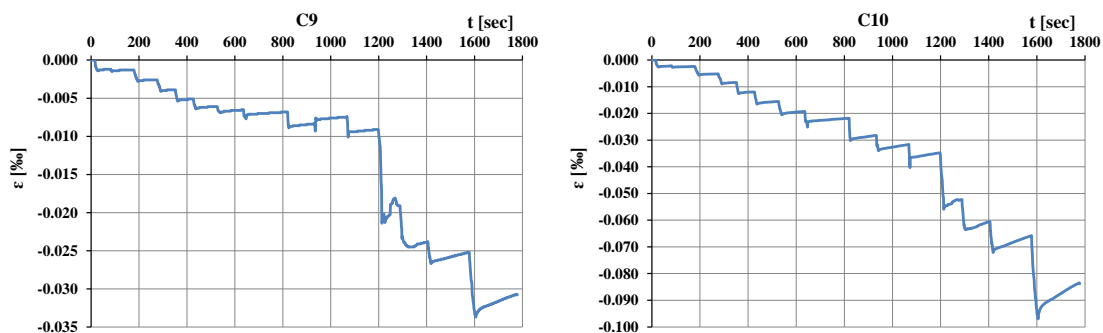
Slika 8.35 - Dilatacije u betonu mernih traka C3 i C4 – Zid 3



Slika 8.36 - Dilatacije u betonu mernih traka C5 i C6 – Zid 3



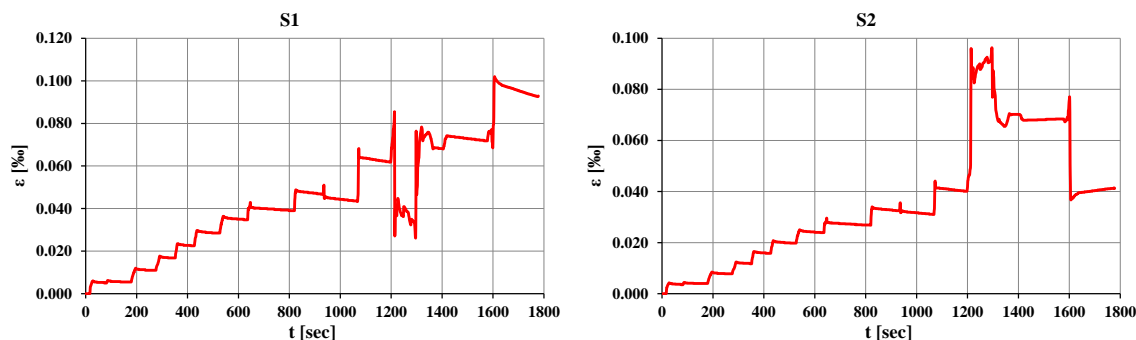
Slika 8.37 - Dilatacije u betonu mernih traka C7 i C8 – Zid 3



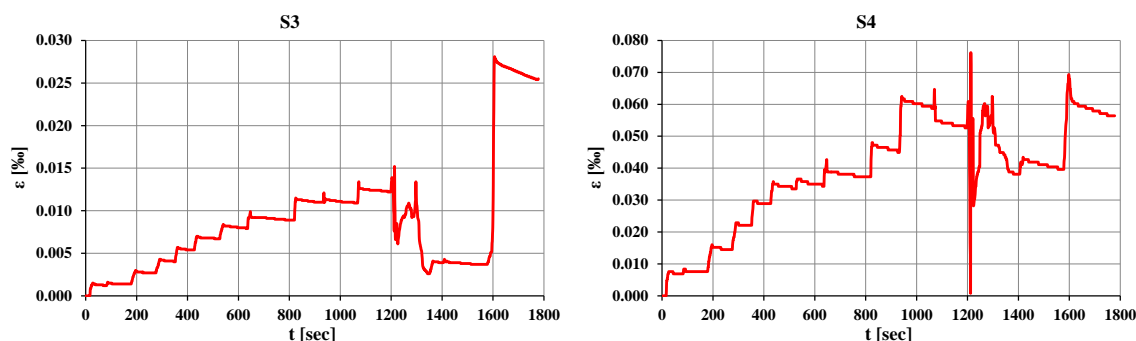
Slika 8.38 - Dilatacije u betonu mernih traka C9 i C10 – Zid 3

### 8.2.3.3 Vrednosti dilatacija i napona u armaturi – Z3

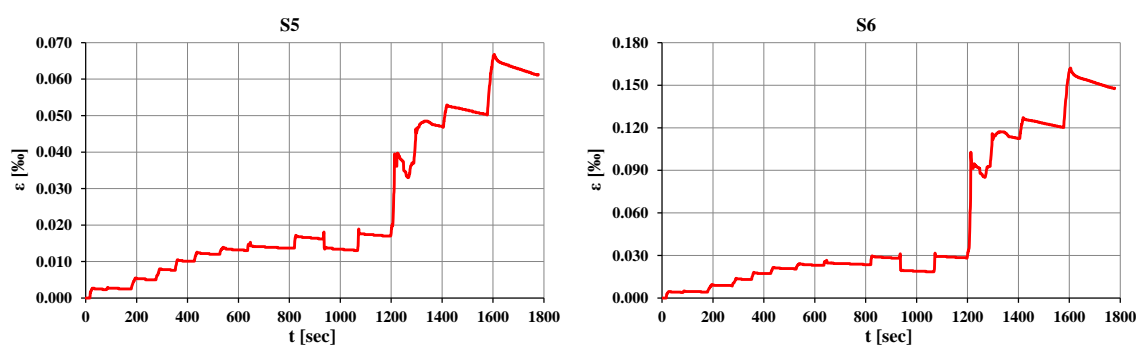
Na slikama 8.39 do 8.43 prikazane su vrednosti dilatacija u armaturi mernih traka koje su postavljene prema slici 4.42.



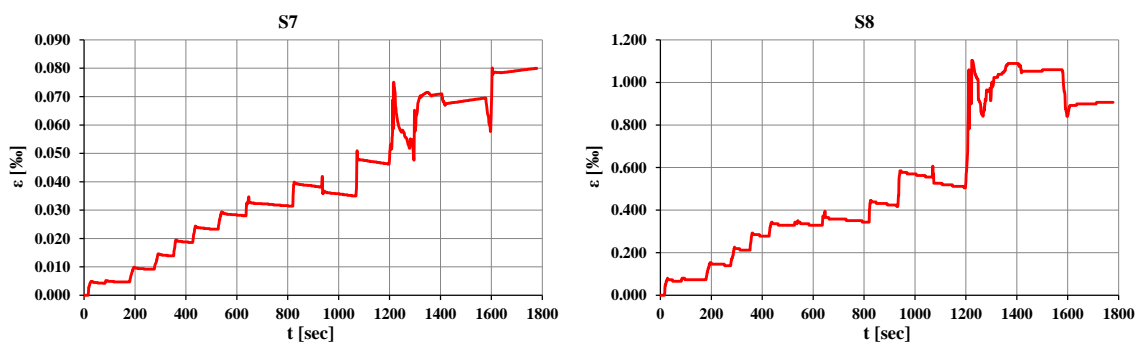
Slika 8.39 - Dilatacije u armaturi mernih traka S1 i S2 – Zid 3



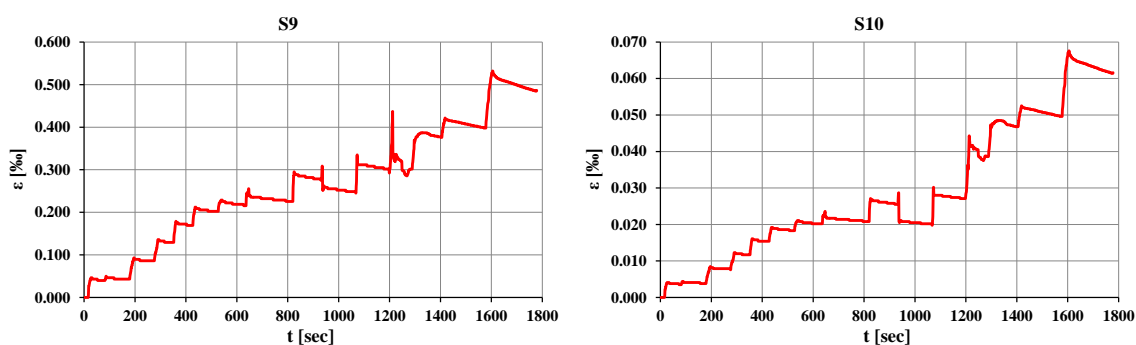
Slika 8.40 - Dilatacije u armaturi mernih traka S3 i S4 – Zid 3



Slika 8.41 - Dilatacije u armaturi mernih traka S5 i S6 – Zid 3



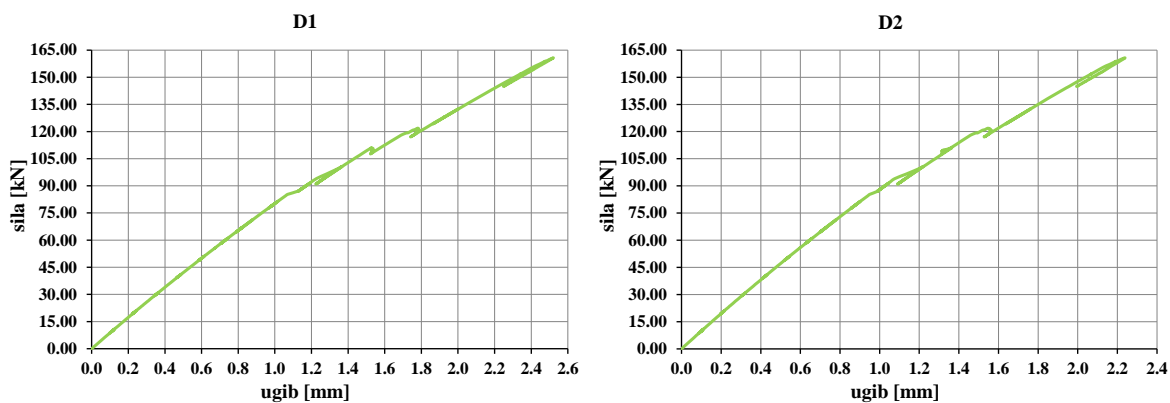
Slika 8.42 - Dilatacije u armaturi mernih traka S7 i S8 – Zid 3



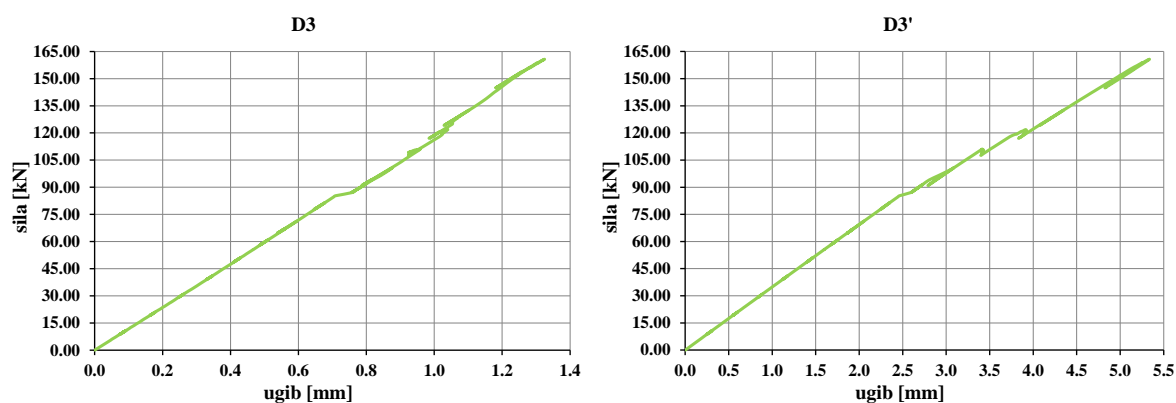
Slika 8.43 - Dilatacije u armaturi mernih traka S9 i S10 – Zid 3

### 8.2.3.4 Vrednosti pomeranja – Z3

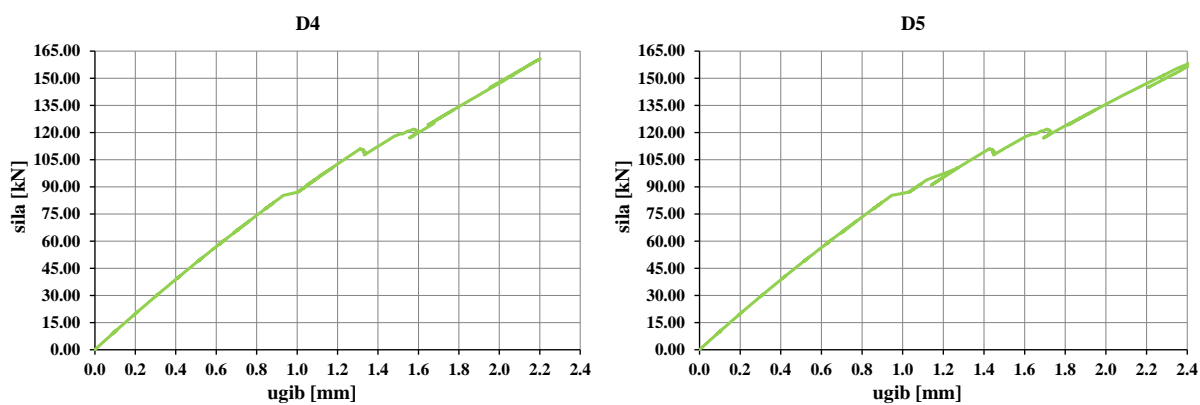
Vrednosti pomeranja, mernih mesta na nosaču prikazanih na slici 4.42, date su u vidu dijagrama na slikama od 8.44 do 8.47.



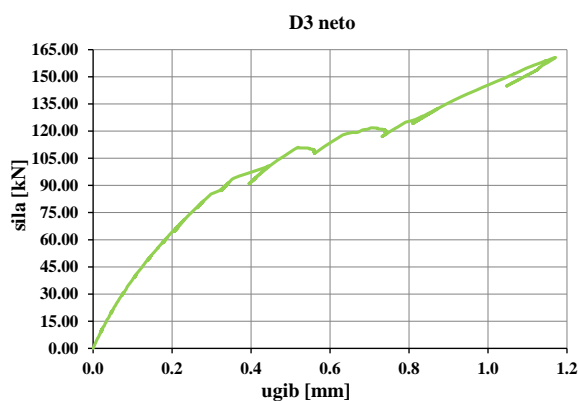
Slika 8.44 - Dijagrami pomeranja na mestima D1 i D2 – Zid 3



Slika 8.45 - Dijagrami pomeranja na mestima D3 i D3' – Zid 3



Slika 8.46 - Dijagrami pomeranja na mestima D4 i D5 – Zid 3

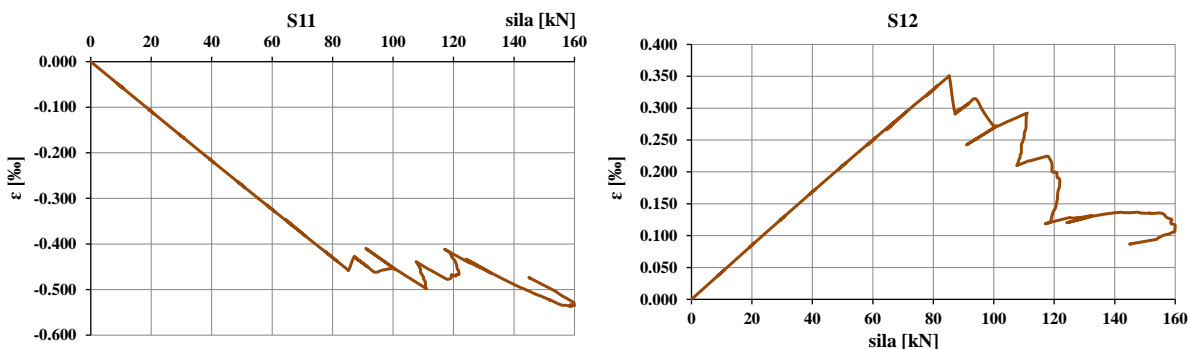


Slika 8.47 - Dijagram pomeranja D3 neto – Zid 3

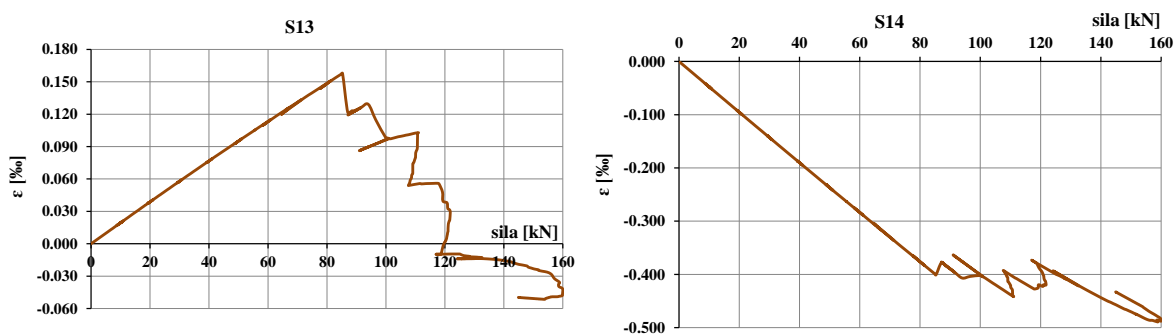


### 8.2.3.5 Vrednosti dilatacija u oslonačkom U profilu metalne ramovske konstrukcije – Z2

Na slikama 8.48 i 8.49 prikazane su vrednosti dilatacija na mernim trakama S11, S12, S13 i S14 oslonačkog U profila metalne ramovske konstrukcije, slika 4.57.



Slika 8.48 - Dilatacije na mernim trakama S11 i S12 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 3

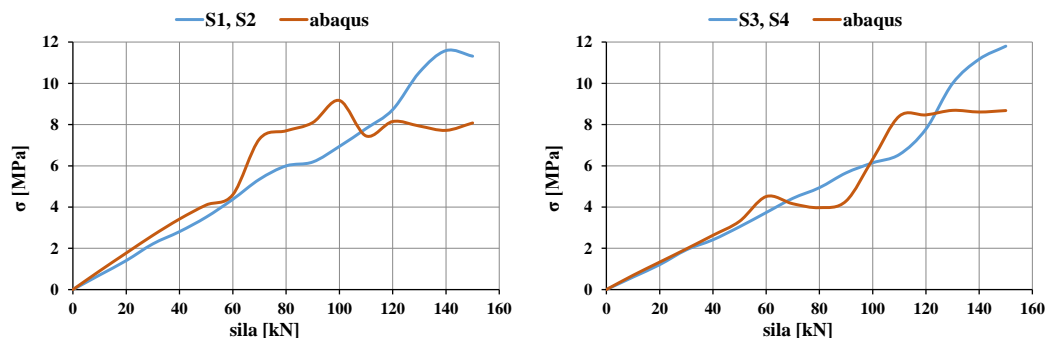


Slika 8.49 - Dilatacije na mernim trakama S13 i S14 oslonačkog profila ramovske konstrukcije – Zid 3

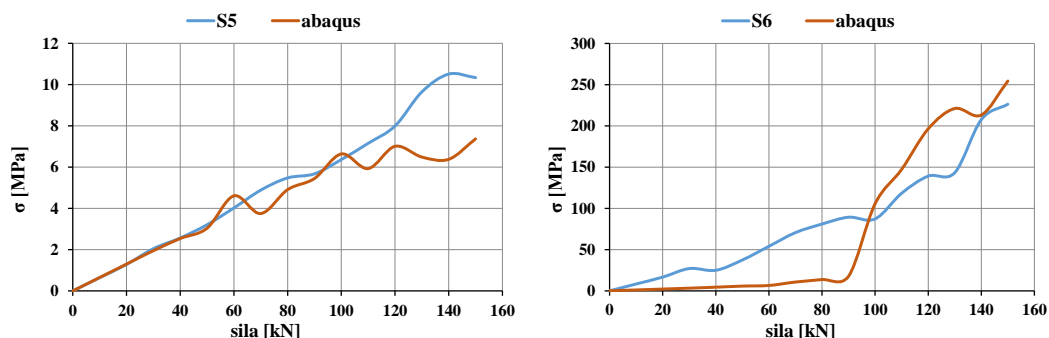
## 8.3 POREĐENJE EKSPERIMENTALNIH I REZULTATA KOMERCIJALNOG PROGRAMA ABAQUS

### 8.3.1 Vrednosti napona u armaturi - nosač Z1

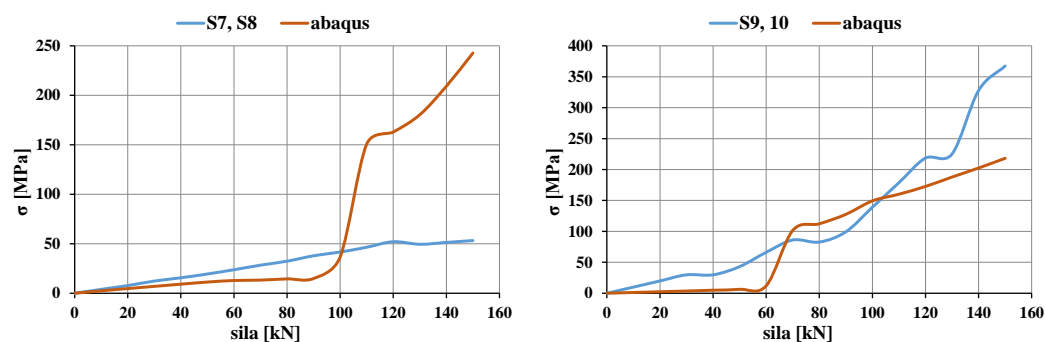
Poređenje eksperimentalnih vrednosti napona u armaturi mernih mesta prema slici 4.37 sa komercijalnim programom Abaqus prikazano je na slikama 8.50 do 8.52.



Slika 8.50 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S1(S2) i S3(S4) – Zid 1



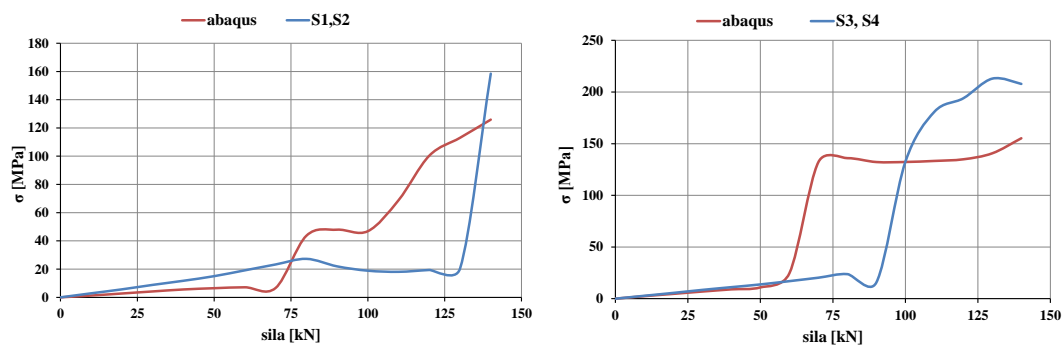
Slika 8.51 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S5 i S6 – Zid 1



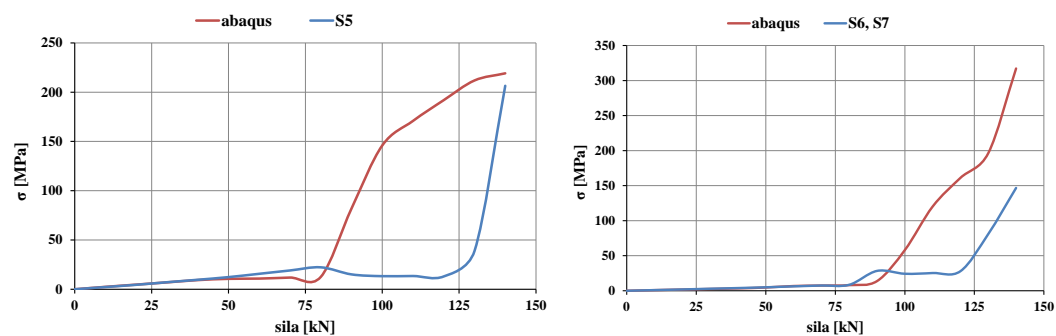
Slika 8.52 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S7(S8) i S9(S10) – Zid 1

### 8.3.2 Vrednosti napona u armaturi - nosač Z2

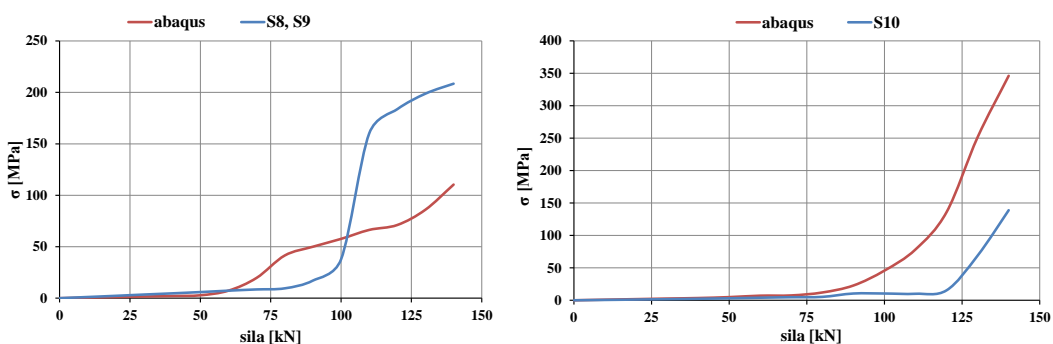
Grafički prikazi poređenja eksperimentalnih vrednosti napona u armaturi mernih mesta prema slici 4.40 sa komercijalnim programom Abaqus prikazani su na slikama 8.53 do 8.55.



Slika 8.53 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S1(S2) i S3(S4) – Zid 2



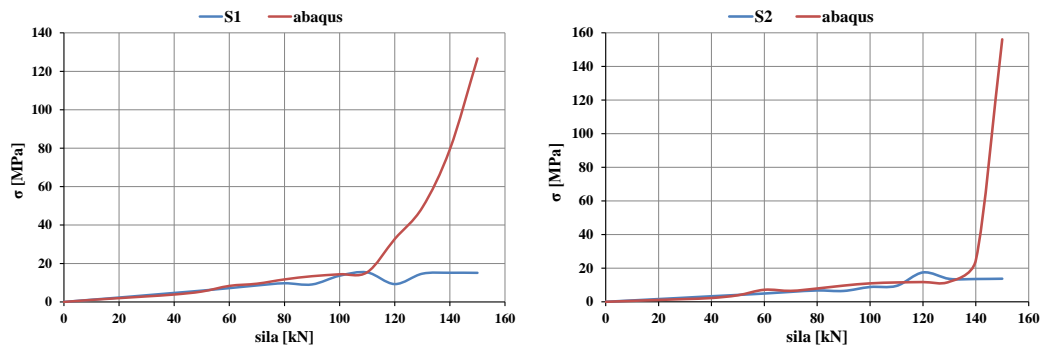
Slika 8.54 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S5 i S6(S7) – Zid 2



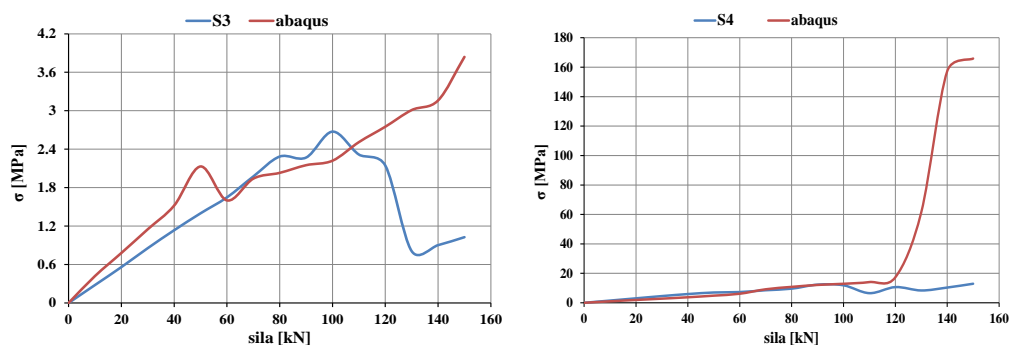
Slika 8.55 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S8(S9) i S10 – Zid 2

### 8.3.3 Vrednosti napona u armaturi - nosač Z3

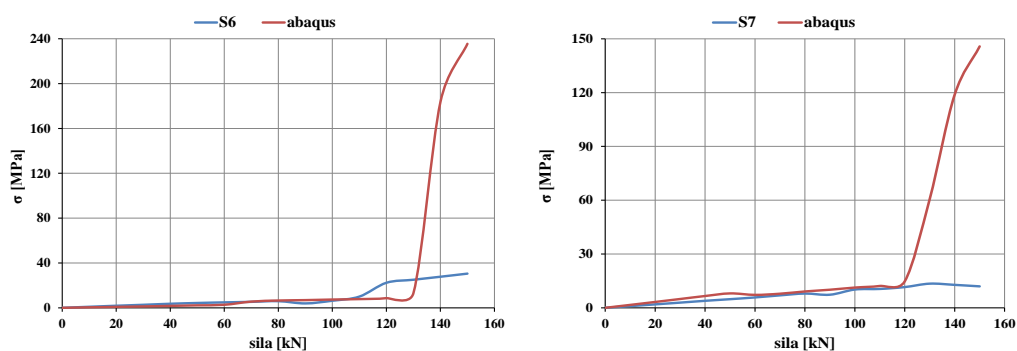
Eksperimentalne vrednosti napona u armaturi mernih mesta prema slici 4.42 sa vrednostima dobijenim u komercijalnom programu Abaqus grafički su prikazani na slikama 8.56 do 8.60.



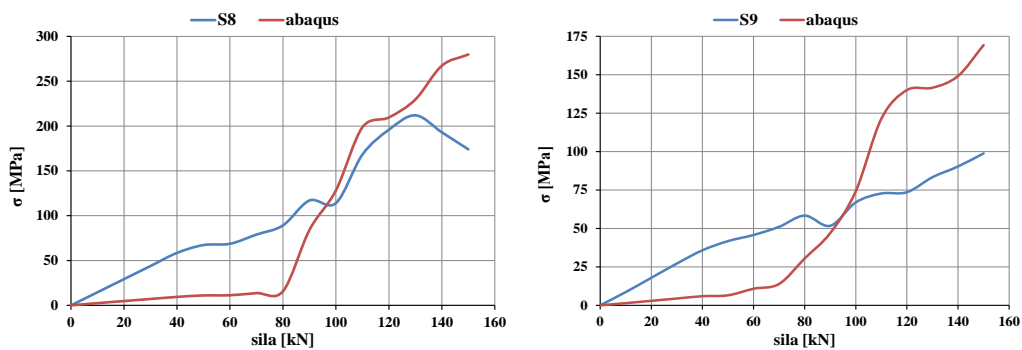
Slika 8.56 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S1 i S2 – Zid 3



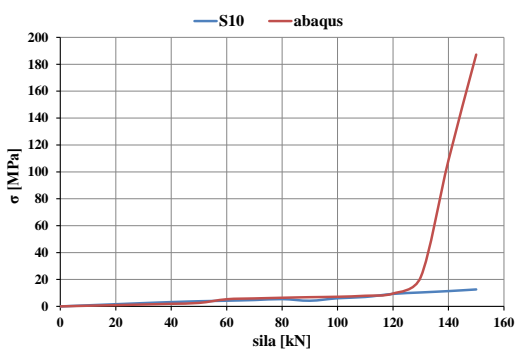
Slika 8.57 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S3 i S4 – Zid 3



Slika 8.58 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S6 i S7 – Zid 3



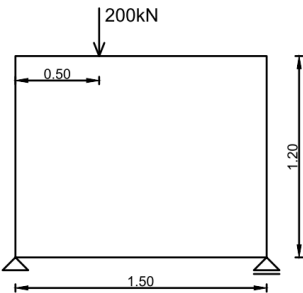
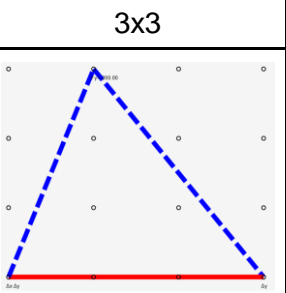
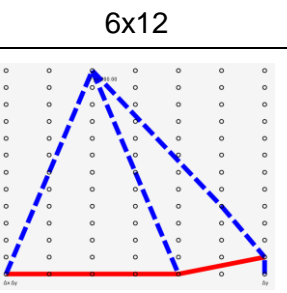
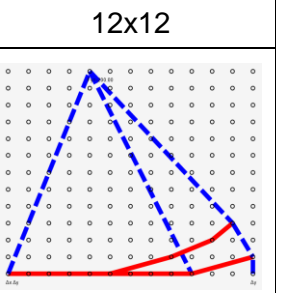
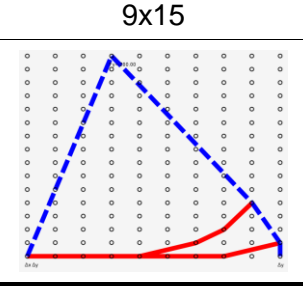
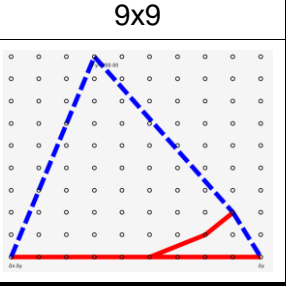
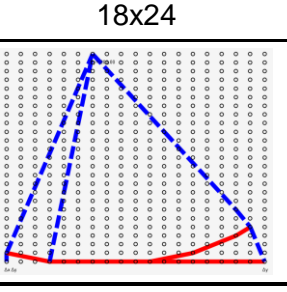
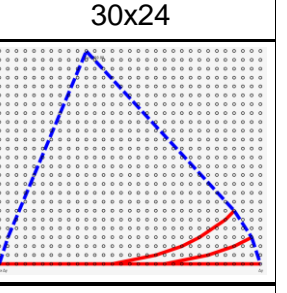
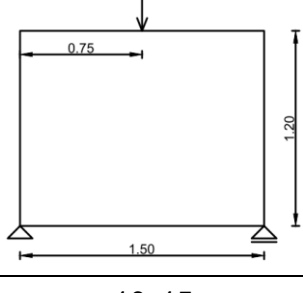
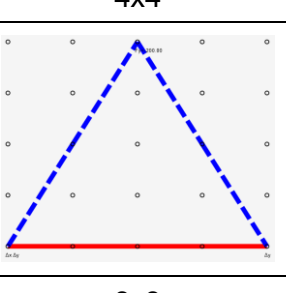
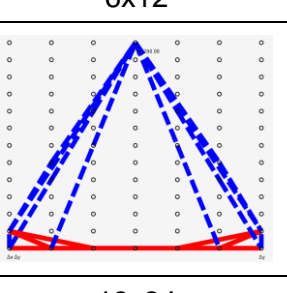
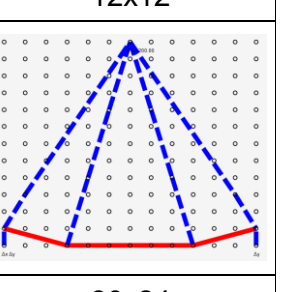
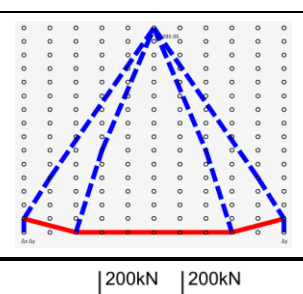
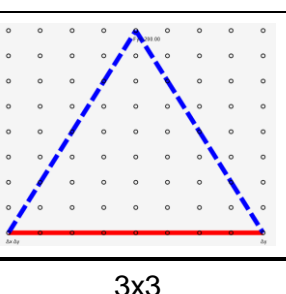
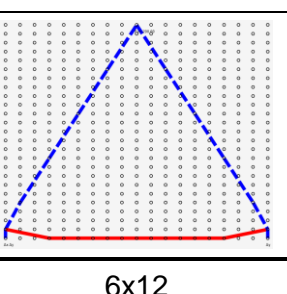
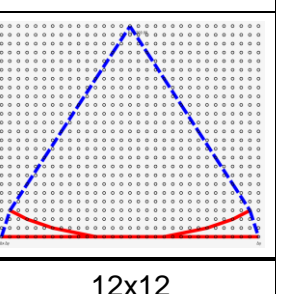
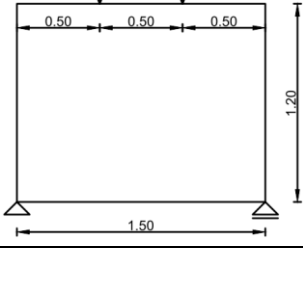
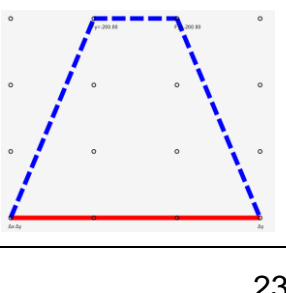
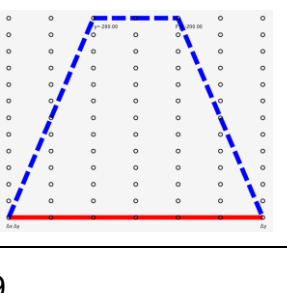
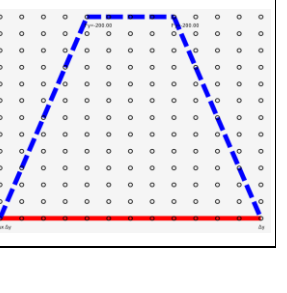
Slika 8.59 - Dijagrami napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S8 i S9 – Zid 3



Slika 8.60 - Dijagram napon-sila eksp. rezultata i programa Abaqus za S10 – Zid 3

## 8.4 STRUT-AND-TIE MODELI RAVANSKIH ARMIRANOBETONSKIH NOSAČA

Tabela 8.12 - Strut-and-Tie modeli za nosač 1,5x1,2m

Nosač 1,5x1,2m	Gustina mreže		
	3x3	6x12	12x12
			
			
			
			
			

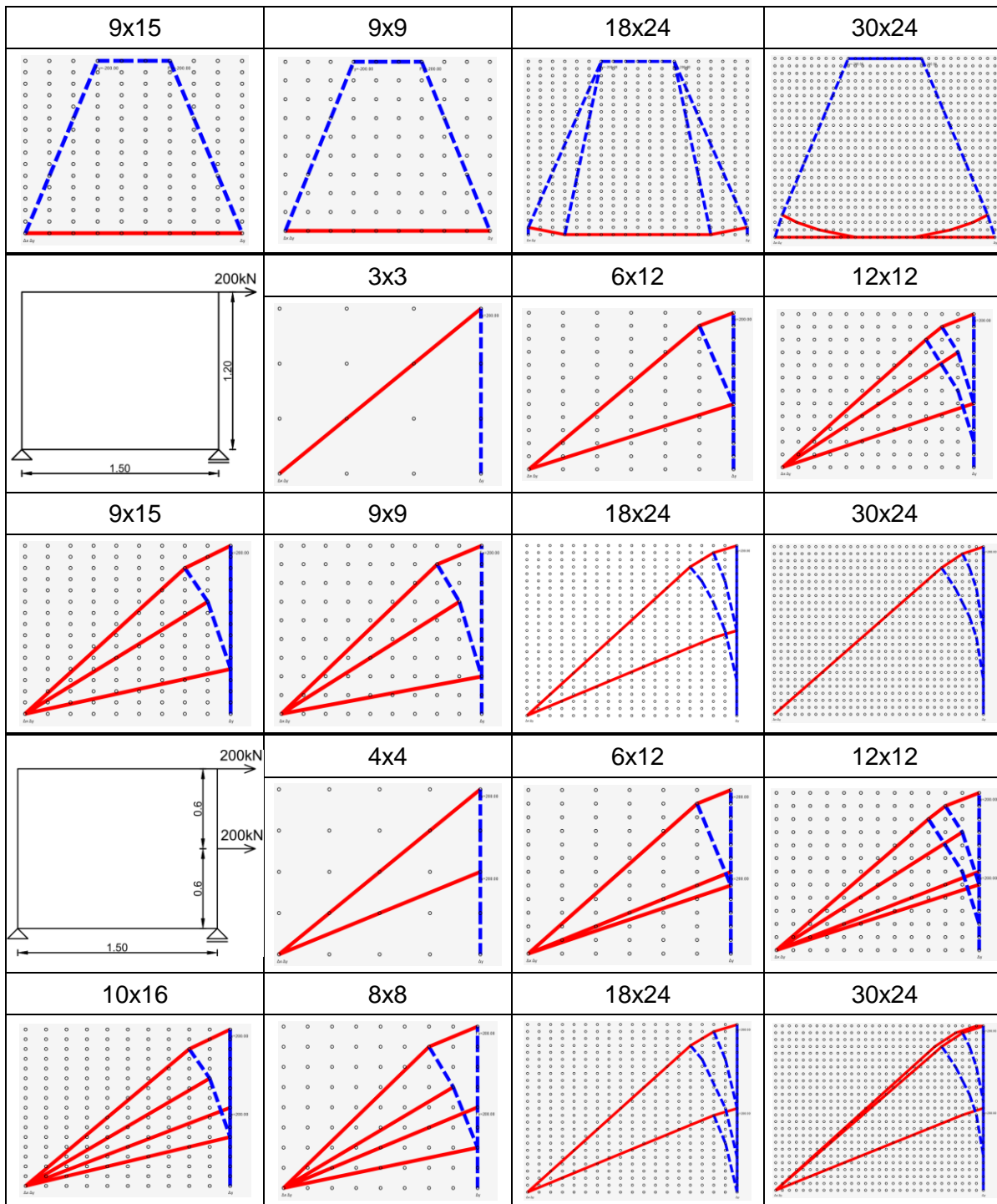
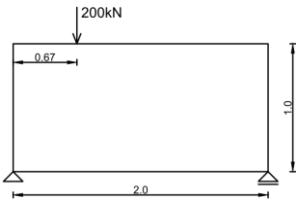
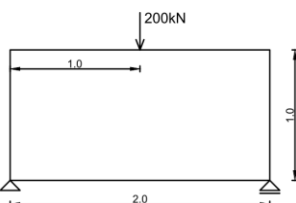
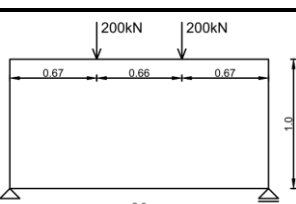


Tabela 8.13 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,0m ( $d/l=0,5$ )

Nosač 2,0x1,0m	Gustina mreže		
	3x3	6x12	12x12
9x15	9x9	18x24	30x24
	4x4	6x12	12x12
10x15	8x8	18x24	30x24
	3x3	6x12	12x12
9x15	9x9	18x24	30x24



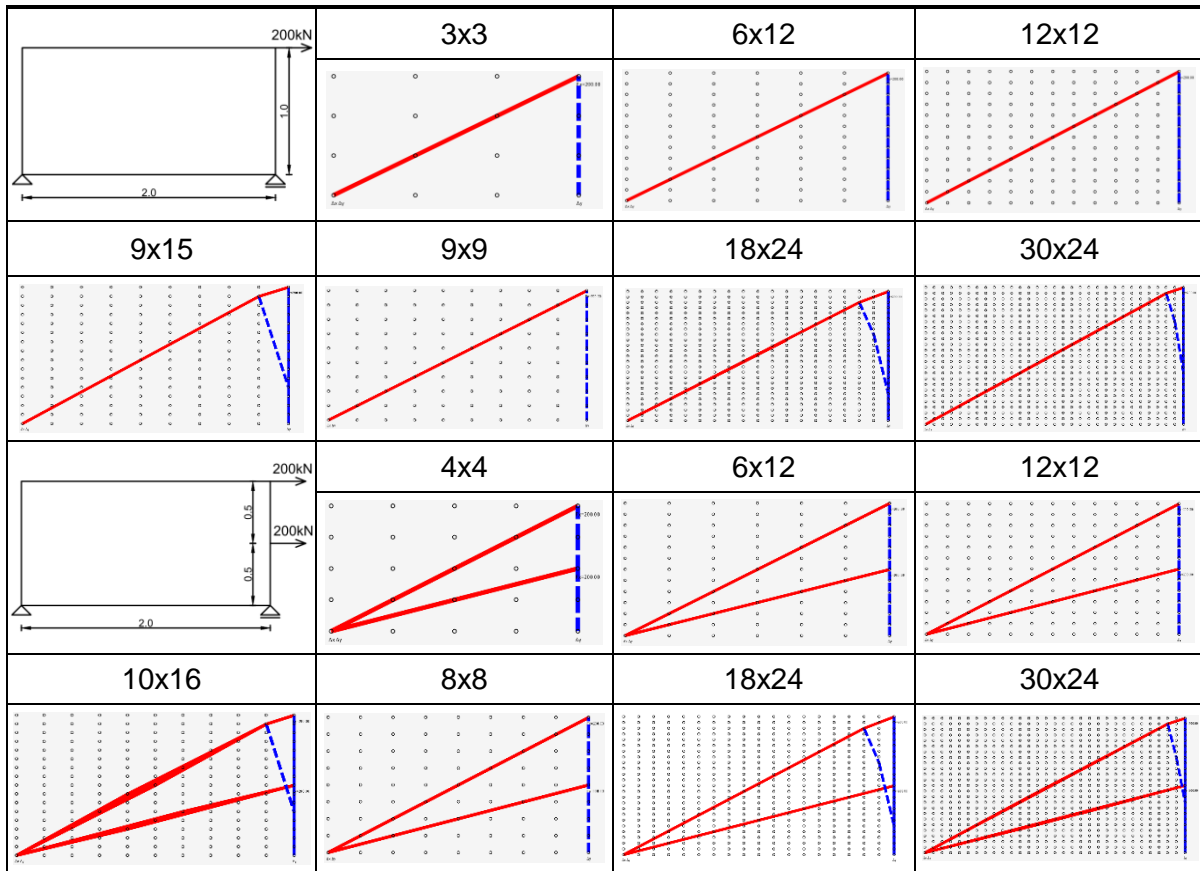


Tabela 8.14 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,2m ( $d/l=0,6$ )

Nosač 2,0x1,2m	Gustina mreže		
	3x3	6x12	12x12
9x15	9x9	18x24	30x24
	4x4	6x12	12x12
10x15	8x8	18x24	30x24
	3x3	6x12	12x12
9x15	9x9	18x24	30x24

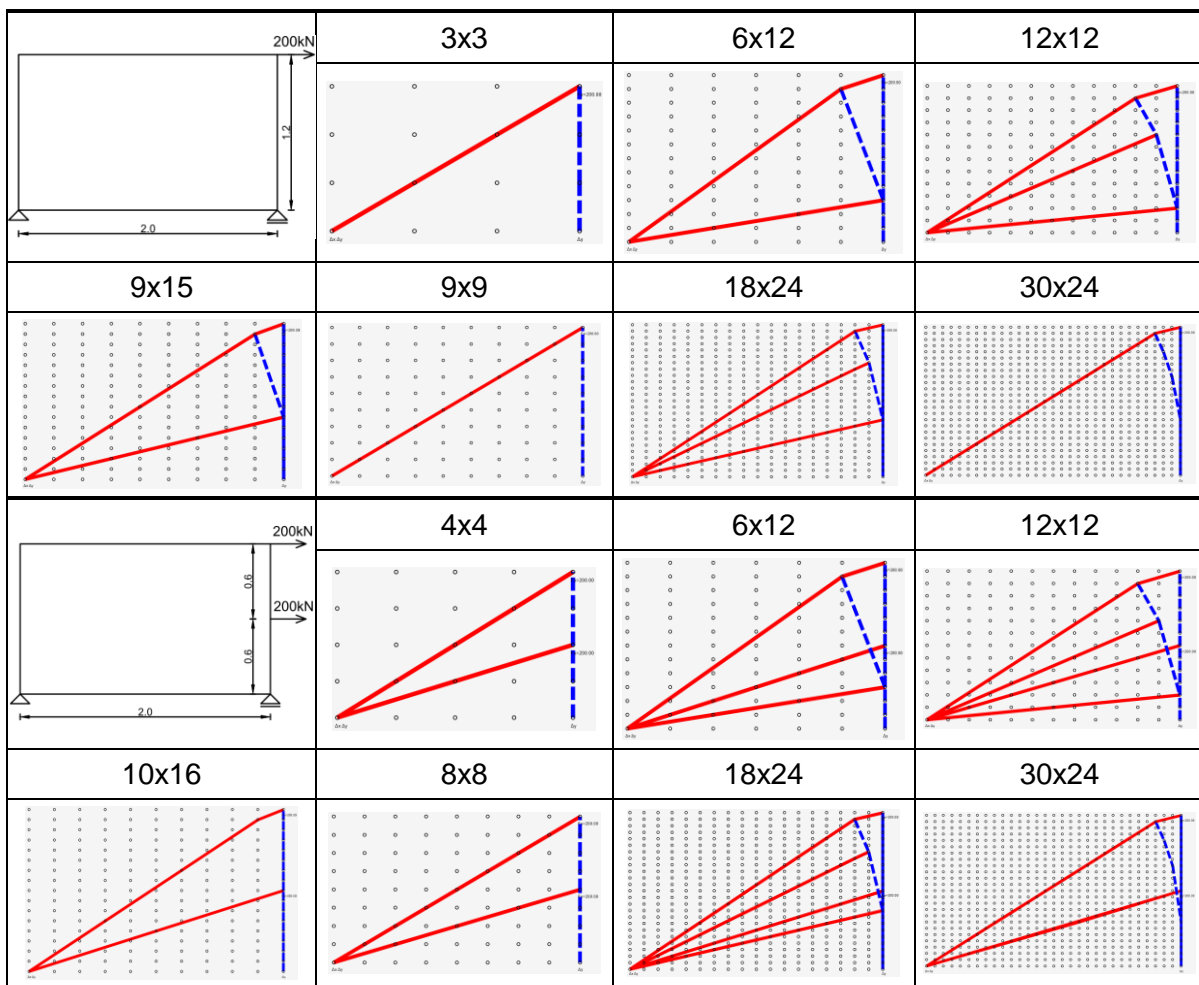
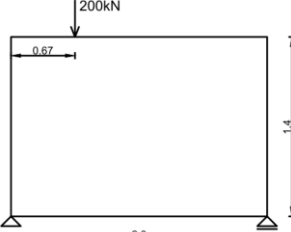
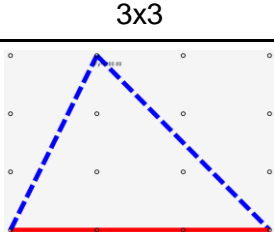
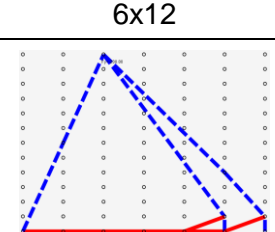
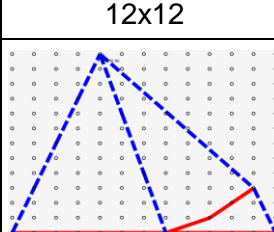
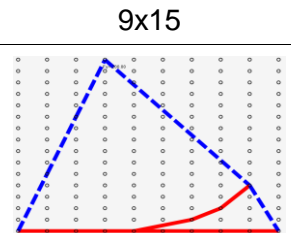
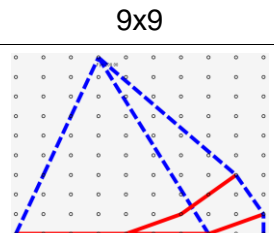
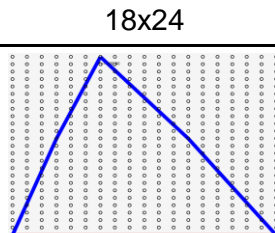
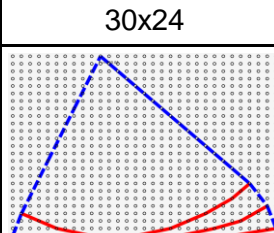
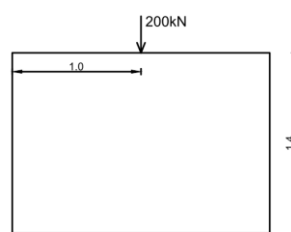
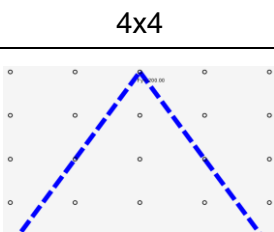
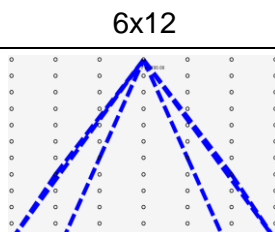
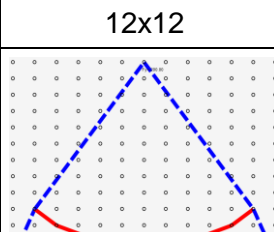
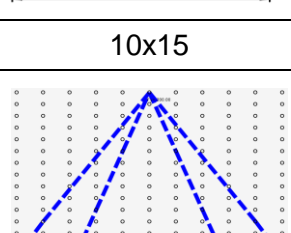
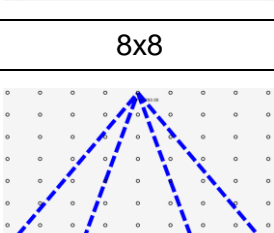
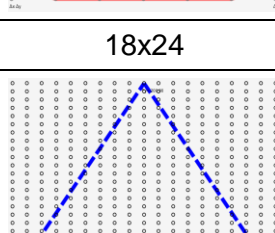
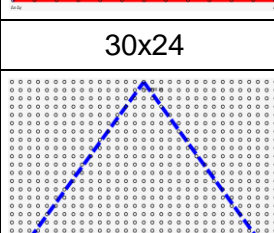
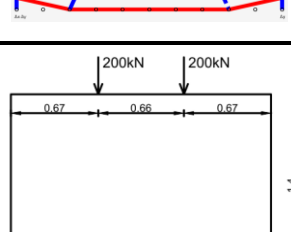
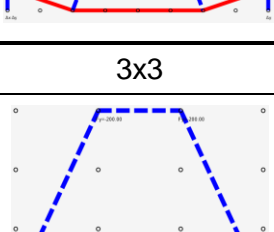
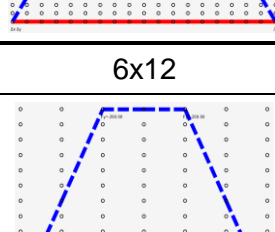
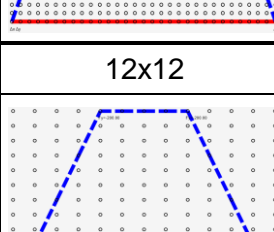
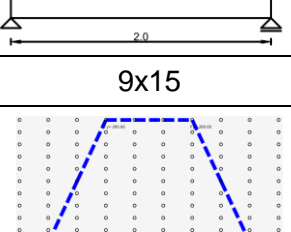
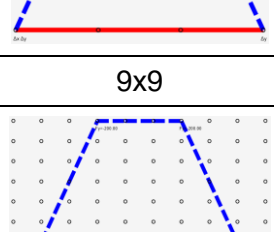
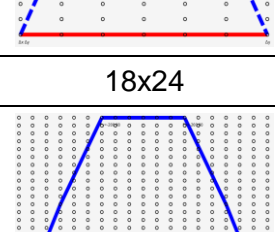
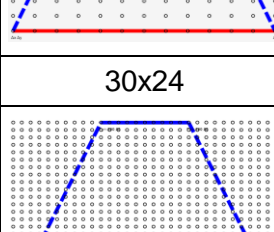


Tabela 8.15 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,4m ( $d/l=0,7$ )

Nosač 2,0x1,4m	Gustina mreže		
	<p>3x3</p> 	<p>6x12</p> 	<p>12x12</p> 
<p>9x15</p> 	<p>9x9</p> 	<p>18x24</p> 	<p>30x24</p> 
	<p>4x4</p> 	<p>6x12</p> 	<p>12x12</p> 
<p>10x15</p> 	<p>8x8</p> 	<p>18x24</p> 	<p>30x24</p> 
	<p>3x3</p> 	<p>6x12</p> 	<p>12x12</p> 
<p>9x15</p> 	<p>9x9</p> 	<p>18x24</p> 	<p>30x24</p> 

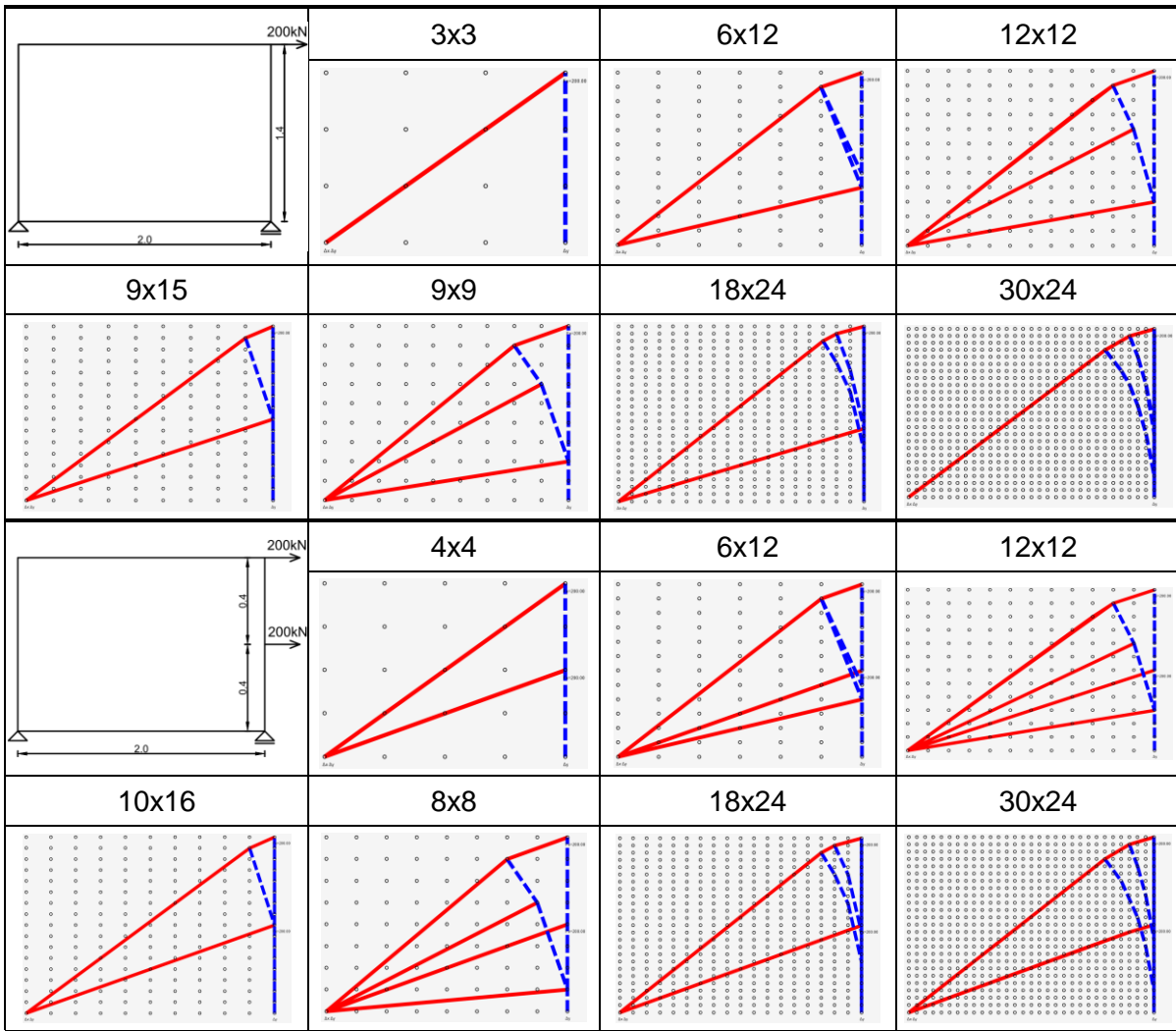
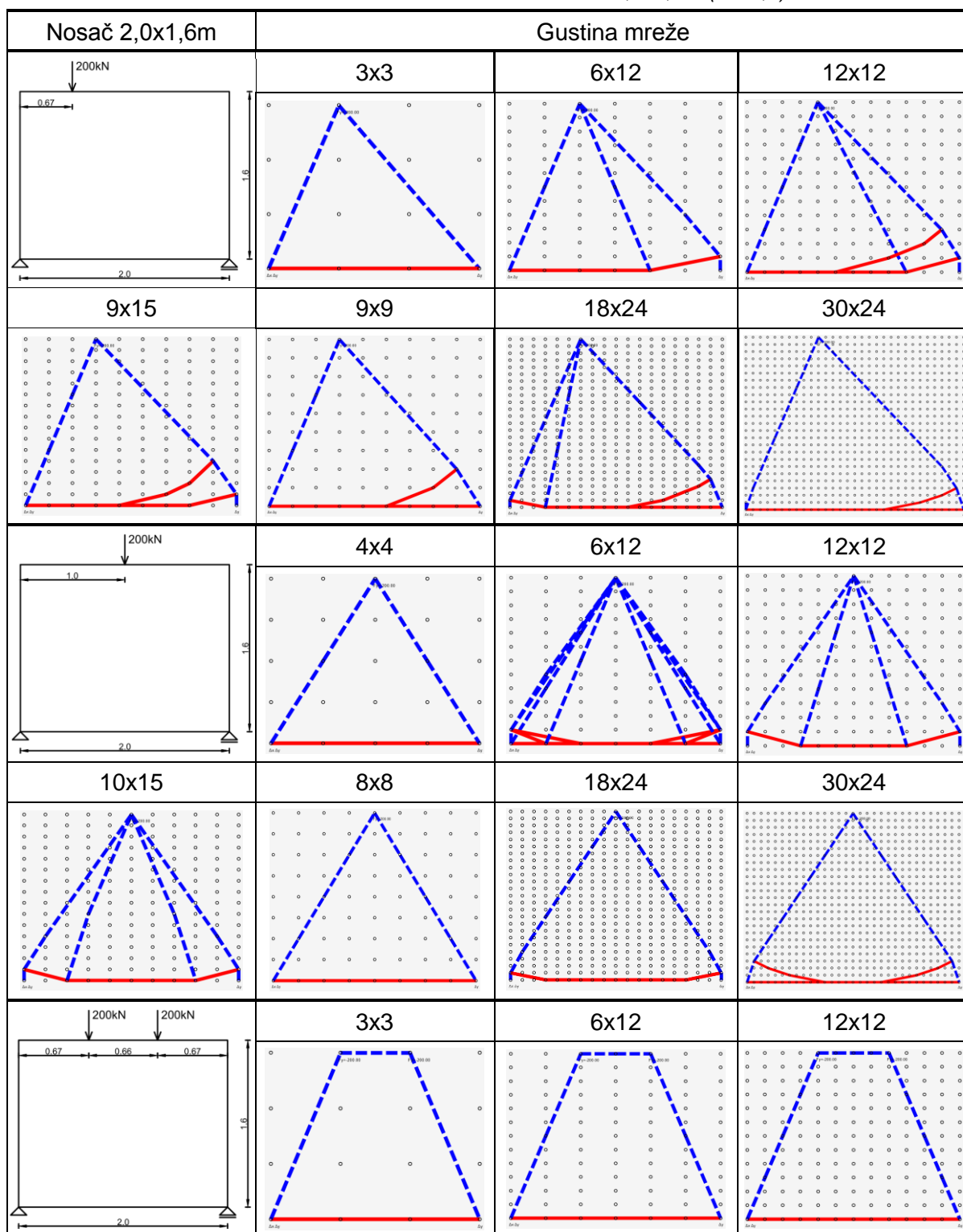


Tabela 8.16 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,6m ( $d/l=0,8$ )





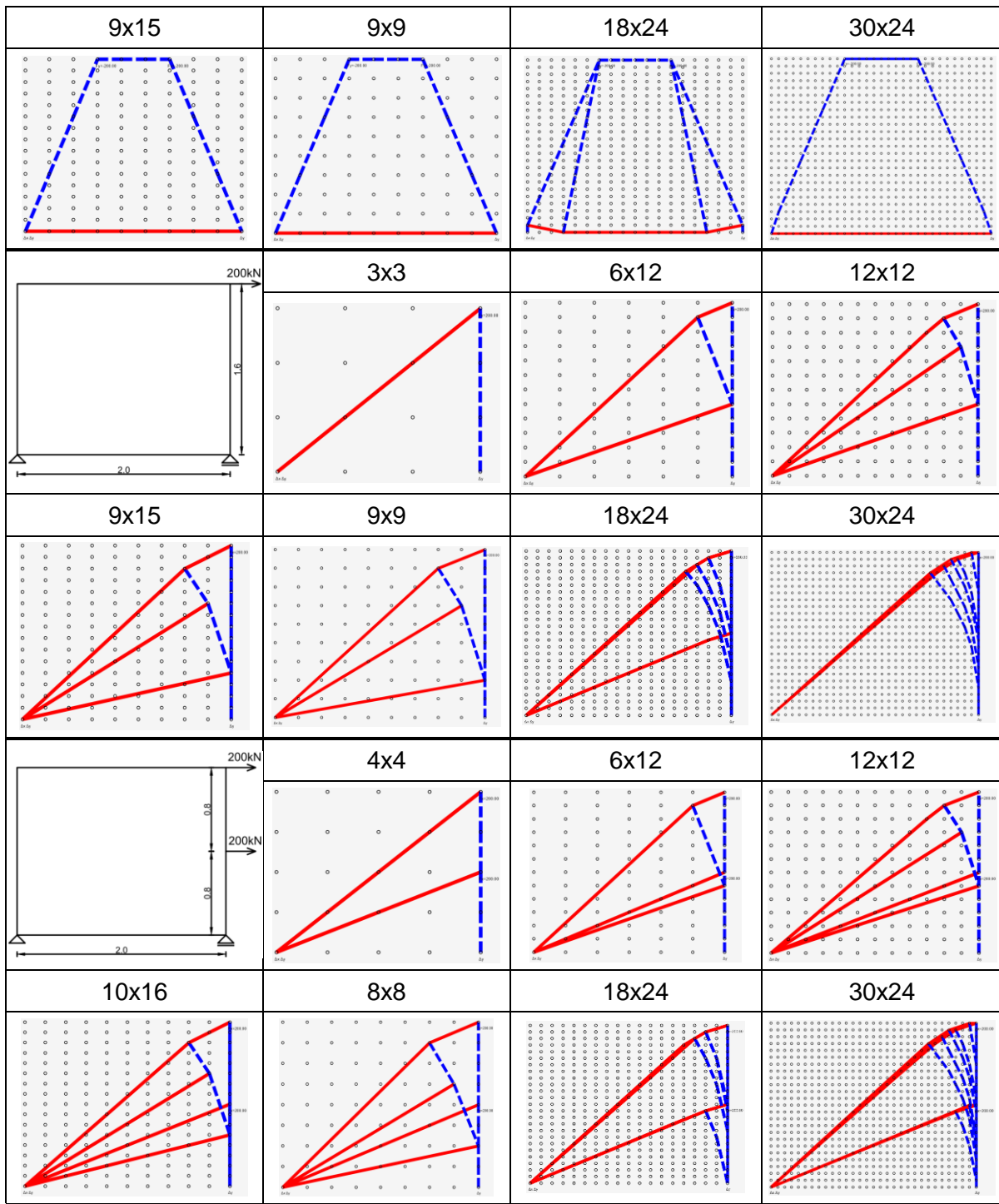
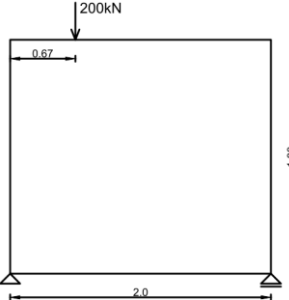
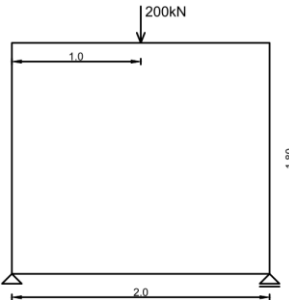
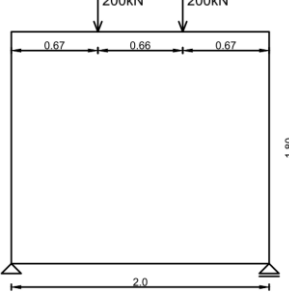


Tabela 8.17 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x1,8m ( $d/l=0,9$ )

Nosač 2,0x1,8m	Gustina mreže		
	3x3	6x12	12x12
9x15	9x9	18x24	30x24
	4x4	6x12	12x12
10x15	8x8	18x24	30x24
	3x3	6x12	12x12



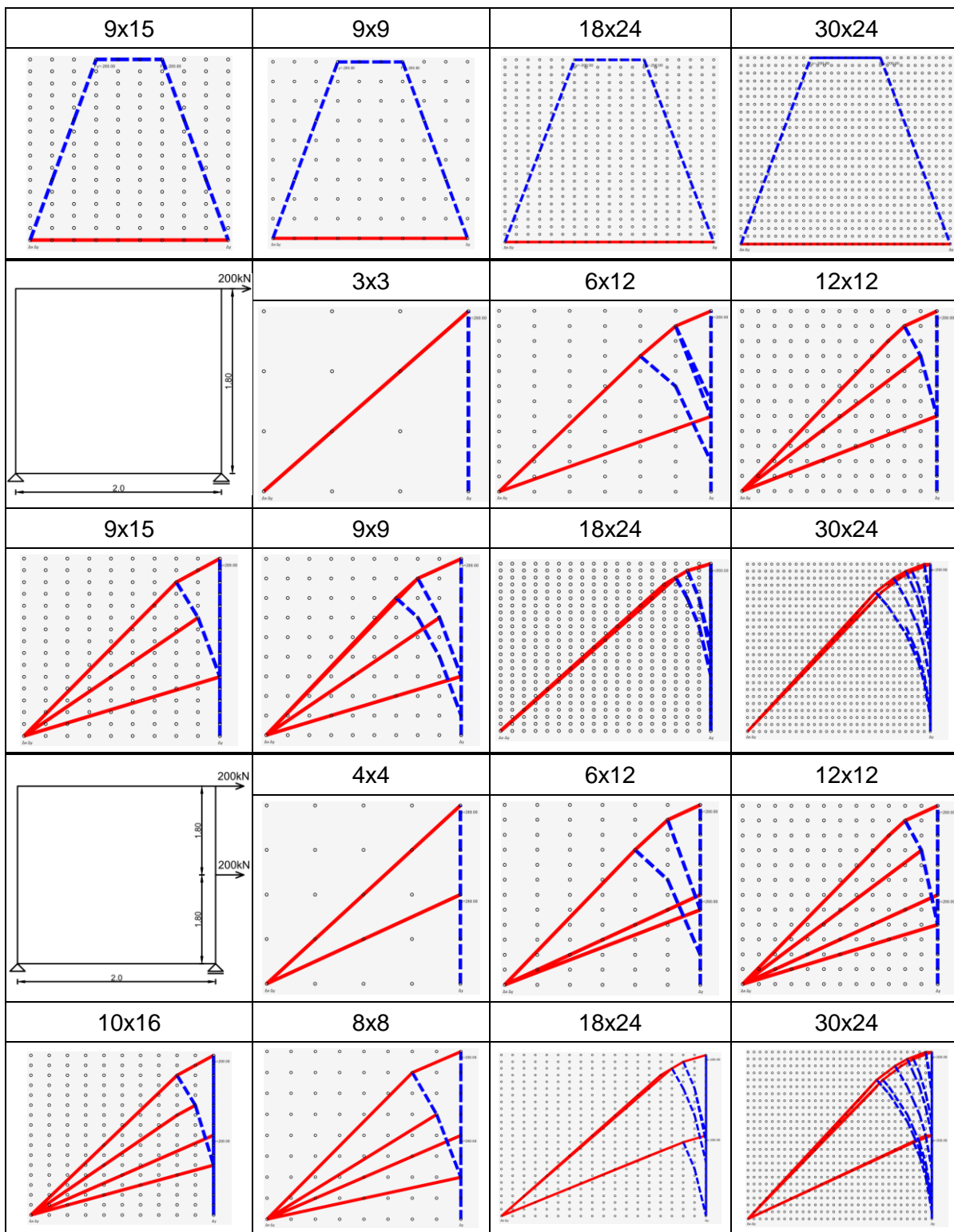
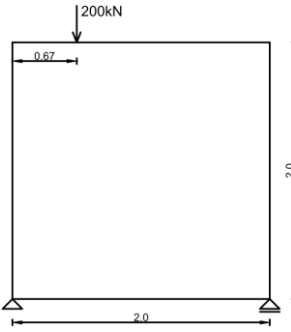
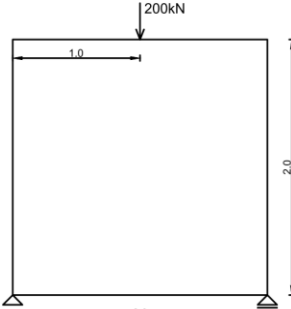
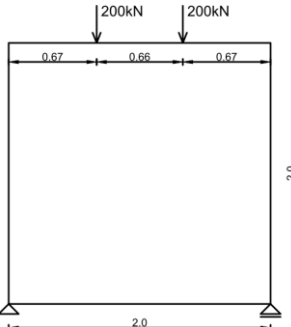


Tabela 8.18 - Strut-and-Tie modeli za nosač 2,0x2,0m ( $d/l=1,0$ )

Nosač 2,0x2,0m	Gustina mreže		
	3x3	6x12	12x12
9x15	9x9	18x24	30x24
	4x4	6x12	12x12
10x15	8x8	18x24	30x24
	3x3	6x12	12x12

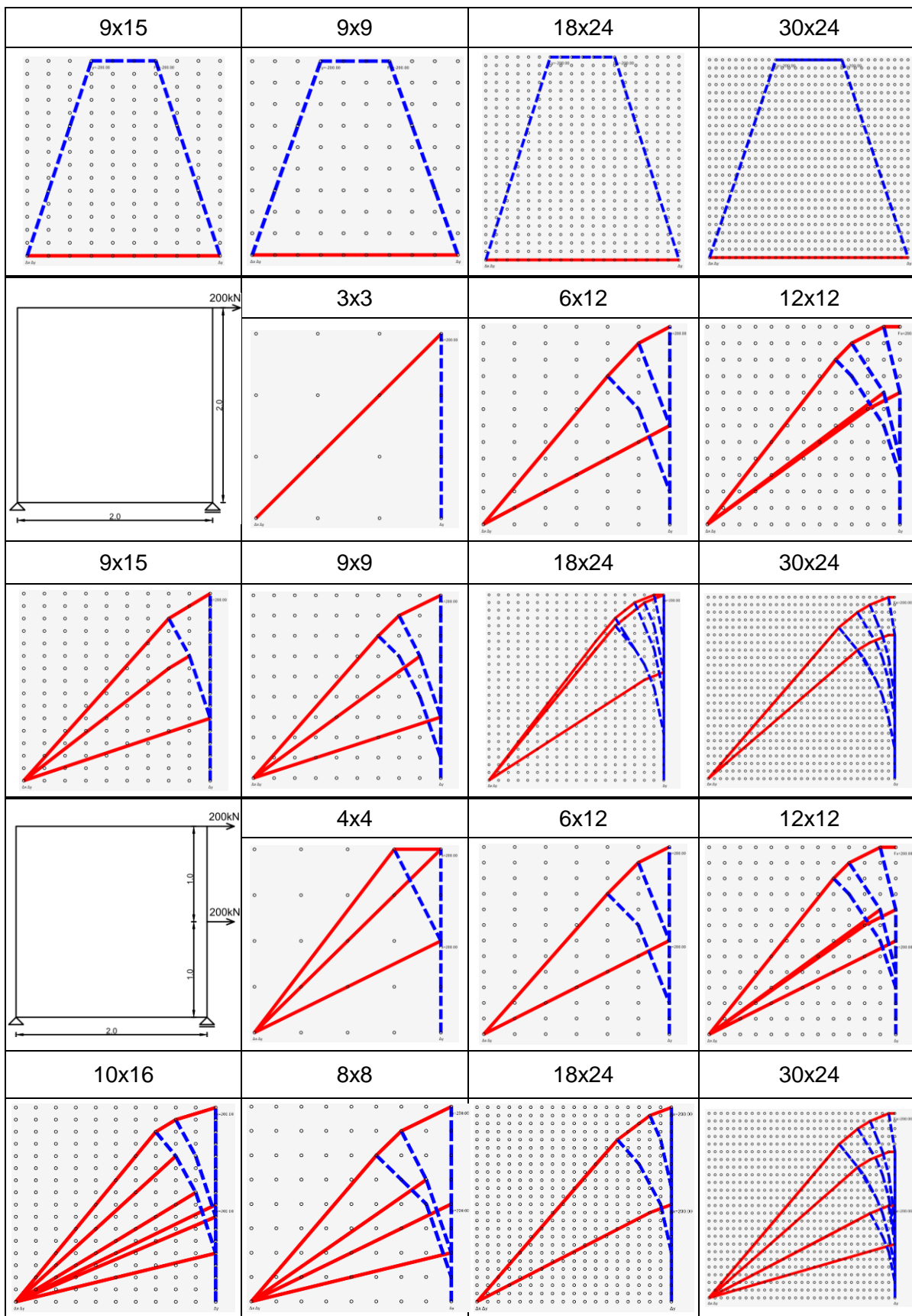
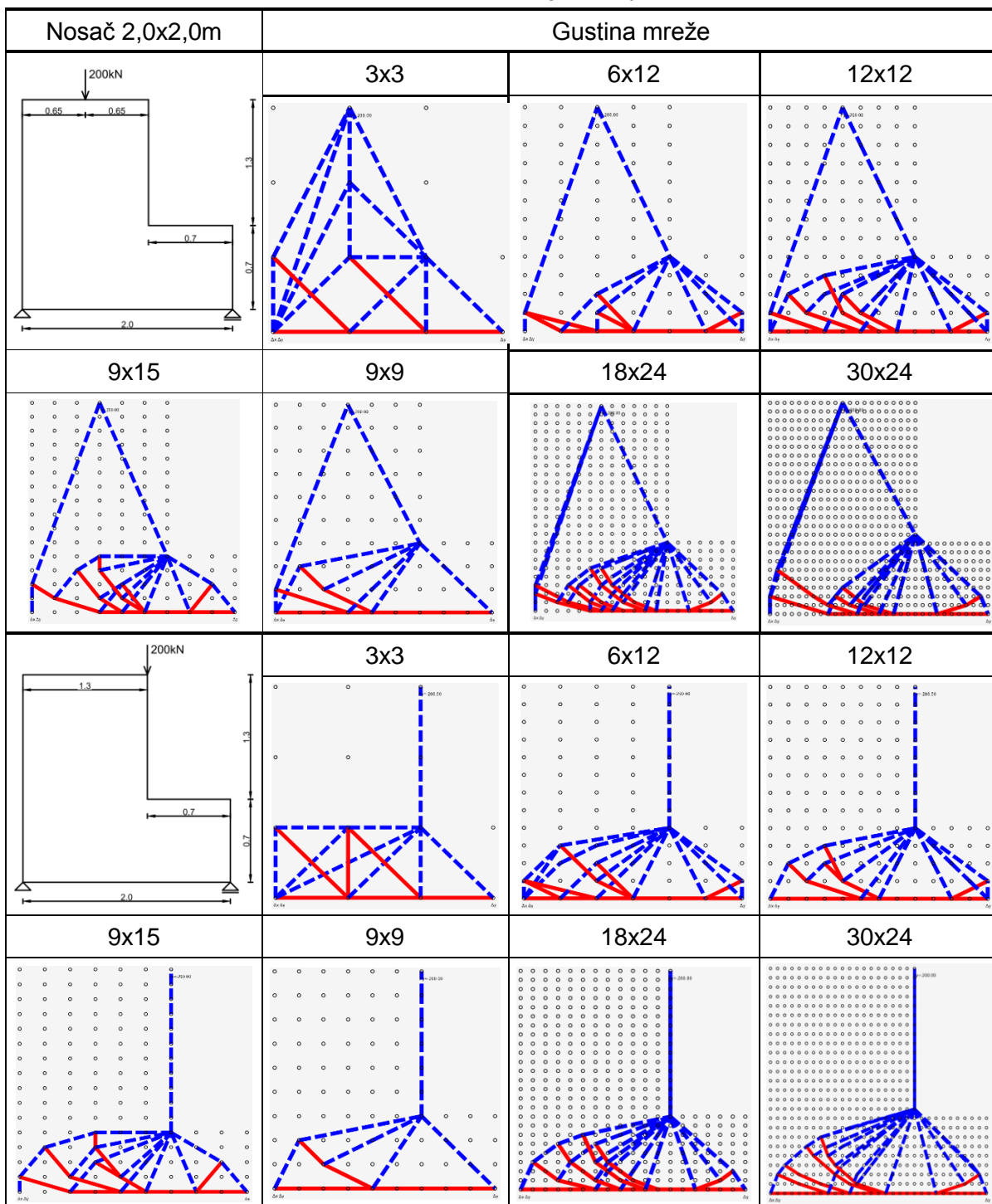


Tabela 8.19 - Nosač složene geometrije 2,0x2,0m



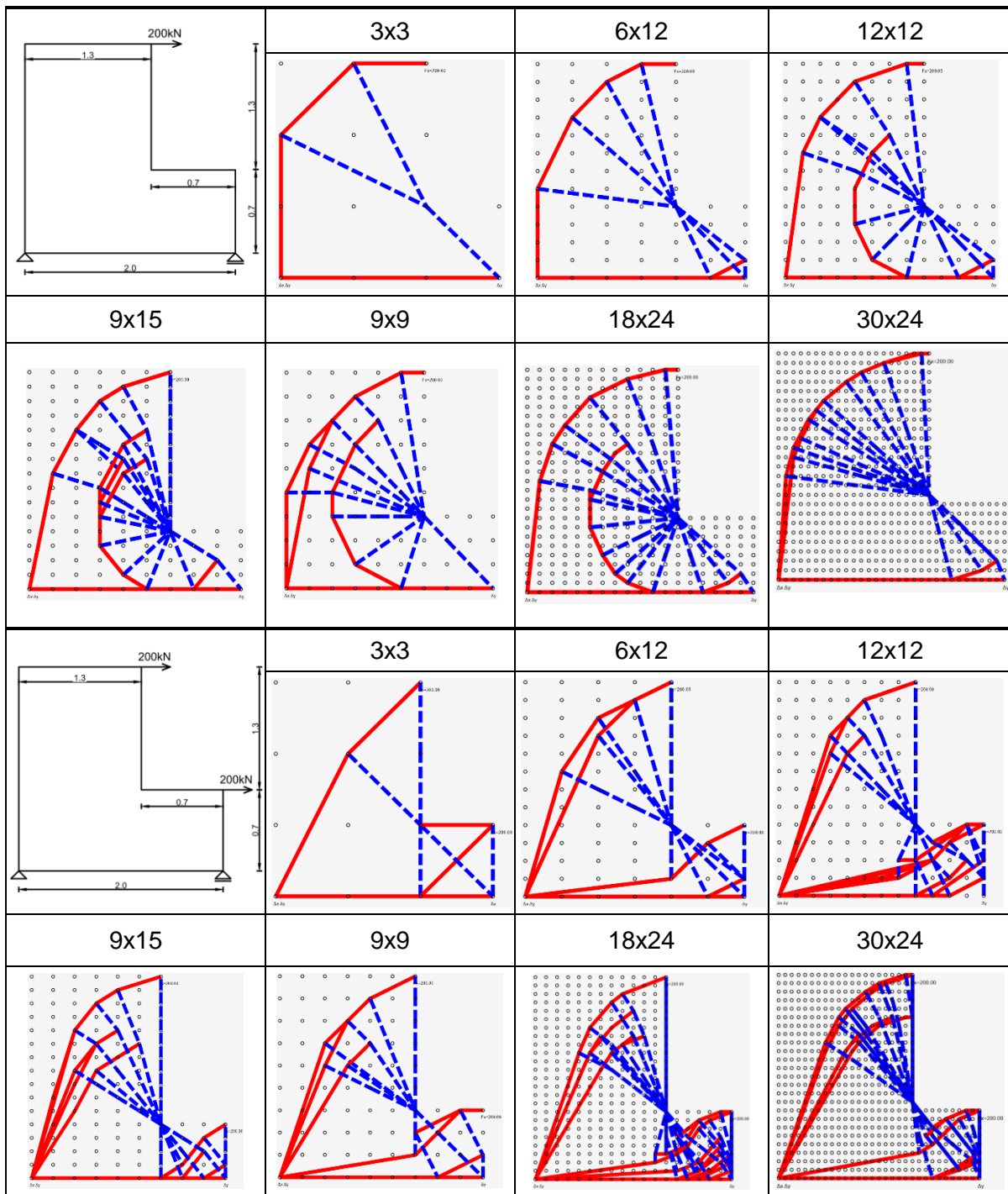




Tabela 8.20 - Nosač sa jednim otvorom 2,0x1,6m

