

**Наставно-научном већу Математичког факултета  
Универзитета у Београду**

Одлуком Наставно-научног већа Математичког факултета именовани смо за чланове Комисије за писање реферата о докторској дисертацији мр Мирка Јовановића. У том својству подносимо следећи

**ИЗВЕШТАЈ**

Докторска дисертација

**Прилог теорији апстрактних метричких простора**

магистра **Мирка С. Јовановића** одштампана је на 128 страница, укључујући Сажетак на српском и енглеском, Садржај, Предговор и списак литературе од 63 наслова. Основни текст дисертације је подељен на 5 поглавља.

У првом поглављу, под насловом **Banach-ов принцип контракције**, доказана је најпре једна позната лема о Кошијевим низовима у метричким просторима, која се затим користи да би се доказале неке варијанте Банаховог принципа, али у случају тзв. орбиталних контракција у орбитално комплетним просторима. Примером је показано да се овај резултат разликује од познатих.

У другом поглављу, **Уопштења неких теорема о фиксним тачкама у комплетном метричком простору**, доказано је неколико уопштења Бојд-Вонгове теореме о фиксној тачки, као и заједничкој фиксној тачки двају пресликавања, тако што су коришћене слабије претпоставке за одговарајуће помоћне функције. Такође је једним примером илустровано да добијени резултат може да послужи за доказивање егистенције фиксне тачке, када неки од раније познатих не могу. Дате су и две потпуно нове теореме за четири пресликавања, које као специјалне случајеве имају познате Фишерове резултате (под слабијим условима него у једном скорашњем раду аутора Tiwari, Shrivastava, Pathak).

Добро је познато да у формулацији Банаховог принцип контракције, услов  $d(Tx, Ty) \leq qd(x, y)$ ,  $q \in [0, 1)$ , не може да се замени условом  $d(Tx, Ty) < d(x, y)$ . Немецки (1936) и Edelstein (1962) су доказали да је то ипак могуће ако је дати простор компактан. У трећем поглављу ове дисертације, **Уопштена контрактивна пресликавања на компактним метричким просторима**, аутор изводи неколико нових варијанти овог тврђења, где се на десној страни неједнакости, уместо  $d(x, y)$  налази израз  $M(x, y) = \max\{d(x, y), d(x, Tx), d(y, Ty), \frac{1}{2}[d(x, Ty) + d(y, Tx)]\}$ . У једном случају се поново примером показује да је добијени резултат јачи од познатих. Једно од доказаних тврђења се односи и на постојање заједничке фиксне тачке два слабо комутирајућа пресликавања. Такође, дата су и тврђења која се односе на итерације датог пресликавања.

Четврто поглавље ове дисертације односи се на проблем фиксне тачке за пресликавања у једној врсти уопштених метричких простора, познатој у литератури као  **$b$ -метрички простори**. У њима се неједнакост троугла замењује слабијом неједнакости  $d(x, z) \leq s(d(x, y) + d(y, z))$  за неко  $s > 1$ . Таква  $b$ -метрика губи нека својства стандардне метрике, специјално, не мора бити непрекидна. Пресликавања у оваквим просторима су доста разматрана јер имају велики број примена. Овде је изведено једно уопштење Замфирескуове теореме у  $b$ -просторима, као и један резултат о слабирим скоро контрактивним пресликавањима. Резултати су илустровани примерима примене на системе алгебарских једначина и Фредхолмове линеарне и нелинеарне интегралне једначине.

Идеја да се неки парцијално уређен скуп користи као кодомен за метрику уместо скупа реалних бројева јавља се још у радовима нашег математичара Ђ. Курепе тридесетих година

20. века. Та идеја је разрађена и масовно коришћена у тзв. **конусним метричким просторима** почетком овог века када су добијени нови резултати о фиксним тачкама пресликавања у таквим просторима. Додуше, касније је показано да се, у случају када је конус који се користи нормалан, такви резултати углавном могу свести на стандардне. Међутим, ако конус није такав, добијена тврђења су обично ипак нова.

У петом поглављу овог рада, аутор најпре детаљно изводи особине конуса у уређеним скуповима, затим конусних и  $b$ -конусних метричких простора. Након тога се изводи неколико резултата о фиксним тачкама у случају када конус који се користи није нормалан, укључујући једно уопштење Фишерове теореме.

У приложеној биографији, аутор је навео списак од 5 својих најзначајнијих објављених радова. Међу њима су два коауторска рада у часописима са SCI-листе (Fixed Point Theory and Applications, Mathematical Inequalities and Applications), као и два самостална рада у часопису Публикације Електротехничког факултета.

### Закључак

Сматрамо да наведени рад представља оригиналан и значајан научни допринос Нелинеарној анализи, посебно Теорији фиксне тачке, те да испуњава све услове да буде прихваћен као дисертација за стицање научног степена **доктора математичких наука**. Предлажемо Наставно-научном већу Математичког факултета, као и Већу природно-математичких наука Универзитета у Београду, да је као такву прихвате и тиме омогуће **мр Мирку С. Јовановићу** да њеном одбраном стекне наведено звање.

У Београду, 09.05.2016.

др Зоран Каделбург  
редовни професор Математичког факултета  
ментор

др Ненад Шакић  
редовни професор Електротехничког факултета

др Иван Аранђеловић  
редовни професор Машинског факултета