

ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

-обавезна садржина- свака рубрика мора бити попуњена

(сви подаци уписују се у одговарајућу рубрику, а назив и место рубрике не могу се мењати или изоставити)

| I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ |
|--|
| <p>1. Датум и орган који је именовao комисију Декан Факултета техничких наука у Новом Саду на основу одлуке Наставно научног већа Факултета решењем број 012-199/35-2014 од 28.4.2016.</p> <p>2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ul style="list-style-type: none"> • др Мила Стојаковић, редовни професор, уже научна област Математика, датум избора у звање 27.12.1993, Факултет техничких наука, Нови Сад, Универзитет у Новом Саду, председник • др Владимир Костић, ванредни професор, уже научна област Математика, датум избора у звање 1.2.2016, Природно-математички факултет, Нови Сад, Универзитет у Новом Саду, члан • др Tomasz Szulc, редовни професор, уже научна област Математика, датум избора у звање јул 1996, Adam Mickiewicz University, Poznan, Poland, члан • др Ксенија Дорословачки, доцент, уже научна област Математика, датум избора у звање 8.7.2014, Факултет техничких наука, Нови Сад, Универзитет у Новом Саду, члан • др Љиљана Цветковић, редовни професор, уже научна област Математика, датум избора у звање 10.3.1997, Природно-математички факултет, Нови Сад, Универзитет у Новом Саду, ментор |
| II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ |
| <p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Маја, Владимир, Недовић</p> <p>2. Датум рођења, општина, држава: 17.8.1980, Нови Сад, Србија</p> <p>3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив Факултет техничких наука у Новом Саду, Математика у техници, Дипломирани инжењер примењене математике-мастер</p> <p>4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија 2009, Математика у техници</p> <p>5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране:</p> <p>6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука:</p> |

III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Шуров комплемент и теорија X-матрица

III PhD THESIS TITLE

The Schur complement and H-matrix theory

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Навести кратак садржај са знаком броја страна, поглавља, слика, шема, графикана и сл.

У овој докторској дисертацији проучаване су бројне поткласе X-матрица и њихове примене у локализацији карактеристичних корена, оцењивању норме инверзне матрице и, нарочито, у испитивању својстава Шуровог комплемента. Разматрана је затвореност појединих класа матрица на Шуров комплемент, тј. инваријантност појединих својстава матрица у односу на Шуров комплемент. Представљене су могућности локализације и сепарације карактеристичних корена Шуровог комплемента, на основу елемената почетне матрице, у форми вертикалних трака и у форми кругова Гершгориновог типа.

Дисертација садржи 161 страну, шест поглавља, једну табелу и 12 слика-графикана.

У првом поглављу дат је преглед најважнијих појмова, као и мотивација за истраживање.

Друго поглавље садржи познате резултате о M-матрицама и X-матрицама.

У трећем поглављу дат је преглед различитих поткласа X-матрица. У овом поглављу се налазе и оригинални резултати на тему конструкције скалирајуће матрице и нови услови за регуларност.

У четвртном поглављу дате су нове оцене максимум норме инверзне матрице, што је у потпуности оригиналан допринос.

У петом поглављу дати су резултати о Шуровом комплементу. Оригиналан допринос представљају резултати о затворености неких класа матрица на Шуров комплемент, као и резултати о локализацији карактеристичних корена Шуровог комплемента.

Шесто поглавље садржи закључне напомене.

IV PhD THESIS OVERVIEW:

In this doctoral dissertation, different subclasses of H-matrices are considered, together with their applications in eigenvalue localization, construction of bounds for the norm of the inverse matrix and, above all, in investigation of Schur complement properties. Closure properties of some matrix classes under Schur complement, i.e., results on invariance of some matrix properties under taking Schur complements are presented. Possibilities for eigenvalue localization and separation for the Schur complement, based on the entries of the original matrix, are presented in the form of vertical bands and in the form of Geršgorin-type circles.

Dissertation is written in 161 pages and consists of six chapters, one table and 12 figures.

In the first chapter, an overview of relevant ideas is given, with motivation for the research.

The second chapter contains well-known results on M- and H-matrices.

In Chapter 3, different subclasses of H-matrices are presented. Original results can be found in connection with construction of a scaling matrix and new nonsingularity conditions.

In Chapter 4, new bounds for maximum norm of the inverse are presented, which is entirely original contribution.

In Chapter 5, results on Schur complements are given. Original contribution is presented through new results on closure properties of some matrix classes under Schur complements and new results on localization of eigenvalues of the Schur complement.

Chapter 6 consists of concluding remarks.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Теорија X -матрица представља важан алат у бројним областима примењене линеарне алгебре. Проблеми локализације карактеристичних корена матрице, који су у тесној вези са анализом стабилности динамичких система, као и проблеми оцене норме инверзне матрице и испитивања конвергенције итеративних поступака за решавање система линеарних једначина великих димензија, често захтевају употребу резултата развијених у оквирима теорије X -матрица. Са друге стране, Шуров комплемент, који се јавља у блок-Гаусовој елиминацији, представља матрицу мањег формата у односу на почетну матрицу, са којом је у специфичној вези. Природно, поставља се питање која матрична својства Шуров комплемент наслеђује од почетне матрице и под којим условима. Испитивање својстава Шуровог комплемента, како у смислу затворености појединих класа матрица на Шуров комплемент тако и у смислу одређивања прелиминарних локализација карактеристичних корена ове матрице, представља основни правац истраживања у дисертацији, уз нове услове за регуларност матрица и нове резултате у области оцене норме инверзне матрице за неке конкретне поткласе класе X -матрица.

У првом, уводном поглављу, дат је историјски преглед основних идеја разматраних у дисертацији. Објашњена је мотивација за овакву врсту истраживања кроз преглед примена теорије X -матрица у проблемима нумеричке линеарне алгебре.

Друго поглавље садржи познате резултате о M - и X -матрицама. У првом одељку дате су класичне дефиниције и твђења о M -матрицама. Најважнија карактеризација X -матрица, за разматрања дата у овој тези, јесте она која даје везу X -матрица и појма строге дијагоналне доминације (СДД) и ова карактеризација је наведена у другом одељку. Трећи одељак садржи општије дефиниције M - и X -матрица, које су присутне у литератури.

У трећем поглављу набројане су разне поткласе класе X -матрица, груписане у пет категорија, на основу пет различитих идеја генерализације СДД својства. За неке од наведених класа, уз класичне дефиниције представљене су и скалирајуће карактеризације. У трећем поглављу, аутор наводи и неке оригиналне резултате. Предложена конструкција скалирајуће матрице за ПМ- и ПХ-матрице је оригиналан допринос и приказана је у дисертацији први пут. Конструкција скалирајуће матрице за Некрасов и Σ -Некрасов матрице је оригиналан допринос аутора и ови резултати су објављени у раду који је наведен под редним бројем 6 у листи радова у наредном делу овог извештаја. Сви резултати о П1П2-Некрасов матрицама су оригиналан допринос аутора и објављени су у раду под редним бројем 5, где је ова поткласа класе X -матрица по први пут уведена. Нови услов за регуларност представљен кроз резултате о П1П2-семи-Некрасов матрицама је оригиналан допринос аутора и у тези је представљен први пут.

Четврто поглавље садржи две важне примене поткласа наведених у трећем поглављу. Први одељак је у потпуности оригиналан и у њему су дате нове оцене максимум норме (норме бесконачно) инверзне матрице. Аутор представља две нове независне горње оцене максимум норме инверзне матрице и показује кроз примере да ови резултати представљају значајан допринос резултатима овог типа који већ постоје у литератури. Нове оцене дате у дисертацији могу се применити и на матрице на које већ познате оцене не могу бити примењене. И више од тога, за матрице за које већ постоје неке познате оцене у литератури, ове нове оцене могу дати боље резултате, тј., вредности ближе тачној вредности норме инверза. Нове оцене норме, представљене у првом одељку четвртог поглавља, објављене су у раду под бројем 5. У другом одељку истог поглавља, аутор наводи познате теореме Гершгориновог типа и разматра однос неких локализационих скупова за карактеристичне корене произвољних квадратних матрица.

У петом поглављу аутор даје резултате у вези са Шуровим комплементом матрица које припадају посматраним поткласама X -матрица. У првом одељку дати су основни познати

резултати о Шуровом комплементу, док се у другом одељку разматра затвореност појединих класа матрица на Шуров комплемент. Основно питање у овом делу јесте која су матрична својства инваријантна у односу на Шуров комплемент. Резултати о затворености класа заснованих на партицији су оригиналан допринос аутора. При томе, резултати о затворености класа ДЗ-матрица и Σ -СДД матрица су објављени у раду под редним бројем 1, док су резултати о затворености класа ПМ- и ПХ-матрица потпуно нови и представљени у тези први пут. Ови резултати су општији од постојећих сродних резултата у литератури, а докази су изведени другачијом техником, заснованом на скалирајућим карактеризацијама из трећег поглавља. Резултати о затворености класе Σ -Некрасов матрица на Шуров комплемент су оригинални и објављени у раду који је наведен под бројем 2. Сви резултати о затворености класа матрица на дијагонални Шуров комплемент су оригинални. Ови резултати су објављени у раду под бројем 2, при чему су резултати о затворености ПМ- и ПХ-матрица на дијагонални Шуров комплемент потпуно нови и наведени у тези први пут, као и резултати о Пероновом комплементу ПХ-матрица.

Одељак 3 истог поглавља састоји се у целини од нових резултата о локализацији и сепарацији карактеристичних корена матрице Шуровог комплемента, помоћу елемената почетне матрице. Аутор представља два типа локализације корена Шуровог комплемента – вертикалне траке и кругове Гершгориновог типа. Сви резултати о коренима Шуровог комплемента су оригиналан допринос аутора и објављени су у радовима наведеним под редним бројевима 3,4 и 6.

На самом крају дисертације, дате су закључне напомене у шестом поглављу и листа референци.

V EVALUATION OF PARTS OF PhD THESIS:

H-matrix theory represents an important tool in different research areas in applied linear algebra. Eigenvalue localization problems, closely related to analysis of stability of dynamical systems, problems of determining norm bounds for the inverse and analysis of convergence of iterative methods for solving large systems of linear equations, often demand the use of results developed inside H-matrix theory. On the other hand, the Schur complement, that appears in block-Gaussian elimination, represents a matrix of a smaller format than the original matrix and it is in a specific way related to the original matrix. Therefore, the natural question is which matrix properties of the original matrix are inherited by Schur complements and under what conditions. Investigation of Schur complement properties, on one hand closure properties of some matrix classes under Schur complement and on the other hand determining preliminary eigenvalue localization for the Schur complement, represents the main direction of research in this dissertation, together with new nonsingularity conditions and new results on norm bounds for the inverse, for some special subclasses of H-matrices.

In the first, introductory chapter, historical development of basic concepts considered in the dissertation is recalled. Motivation for this type of research is explained through an overview of applications of H-matrix theory in problems that arise in applied and numerical linear algebra.

The second chapter consists of well-known results on M-matrices and H-matrices. Classical definitions and statements on M-matrices can be found in the first section. The most important characterization of H-matrices, for the research done in this dissertation, is the one that gives a relation of H-matrices to strict diagonal dominance (SDD) and it is recalled in the second section of the second chapter. The third section recalls a more general definition of M- and H-matrices that can be found in the literature.

Chapter 3 deals with numerous subclasses of H-matrices, grouped by five different ideas for generalization of SDD property. For some of these subclasses, together with classical definitions, different, scaling characterizations are presented. In the third chapter, the author gives some

original contributions. Proposed construction of a scaling matrix for PM- and PH-matrices is an original contribution given in the dissertation for the first time. Construction of a scaling matrix for Nekrasov and Σ -Nekrasov matrices is original contribution, published in the paper given by number 6 in the list of papers in the following part of this report. All the results on PIP2-Nekrasov matrices are original contribution of the author and are published in the paper given by number 5, where this subclass of H-matrices is introduced for the first time. A new nonsingularity condition presented through results on PIP2-semi-Nekrasov matrices is introduced in the dissertation for the first time.

Chapter 4 deals with two important applications of subclasses presented in Chapter 3. The first section is completely original and deals with determining upper bounds for the maximum (infinity) norm of the inverse matrix. Two independent upper bounds are obtained and the author shows clearly through examples that new bounds present an important contribution to results of this type that already exist in the literature. These new bounds presented in the dissertation work for some matrices for which already known bounds cannot be applied. Even more, for those matrices for which there are already some well-known bounds in the literature, new bounds can work better, meaning that they give, in some cases, a value closer to the exact value of the norm. Norm bounds presented in the first section of Chapter 4 are published in the paper given by number 5. In the second section of Chapter 4, the author recalled well-known Geršgorin-type theorems and considered the relation of some eigenvalue inclusion sets.

In Chapter 5, the author presents results related to the Schur complement (SC) of matrices that belong to some subclasses of H-matrices. The first section recalls well-known and basic results on SC, while the second section deals with closure properties of different matrix classes under taking Schur complements. The main question in these considerations is which matrix properties are invariant under SC. All the results on SC-closure of partition-based classes are original contribution of the author. Results on SC-closure of Dashnic-Zusmanovich matrices and Σ -SDD matrices are published in the paper given by number 1, while the results on SC-closure of PM- and PH-matrices are completely new and presented in the dissertation for the first time. These results are more general than existing related results in the literature and, moreover, they are obtained through a different proving technique, based on full scaling characterizations from Chapter 3. Results on SC-closure of Σ -Nekrasov matrices are original contribution, published in paper 2. Also, all results on diagonal-SC-closure are original contribution of the author and they are published in the paper given by number 2. Results on diagonal-SC-closure of PM- and PH-matrices are given here for the first time, as well as results on Perron complements of PH-matrices.

Section 3 of Chapter 5 consists entirely of original results on eigenvalue localization and separation for the Schur complement matrix based on entries of the original matrix. The author considers two different ways of localization – vertical bands and Geršgorin-type circles. All the results on eigenvalues of SC are the original contribution of the author and they are published in papers given by numbers 3,4 and 6.

The dissertation ends with concluding remarks of Chapter 6 and the list of references.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

1. Cvetković, Lj., Kostić, V., Kovačević, M., Szulc, T.: *Further results on H-matrices and their Schur complements*. Appl. Math. Comput. **198** (2008), 506-510. (M22)
2. Cvetković, Lj., Nedović, M.: *Special H-matrices and their Schur and diagonal-Schur complements*. Appl. Math. Comput. **208** (2009), 225-230. (M21)
3. Cvetković, Lj., Nedović, M.: *Eigenvalue localization refinements for the Schur complement*. Appl. Math. Comput. **218** (17) (2012), 8341-8346. (M21)
4. Cvetković, Lj., Nedović, M.: *Diagonal scaling in eigenvalue localization for the Schur complement*. PAMM · Proc. Appl. Math. Mech. **13**, 411 – 412 (2013) / DOI 10.1002/pamm.201310201 (M34)
5. Cvetković, Lj., Kostić, V., Nedović, M.: *Generalizations of Nekrasov matrices and applications*. OpenMath (former CEJM) **13** (2015), 1-10. (M23)
6. Szulc, T., Cvetković, Lj., Nedović, M.: *Scaling technique for Partition- Nekrasov matrices*. Appl. Math. Comput. **271 C** (2015), 201-208. (M21)

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У дисертацији су анализиране поткласе класе Х-матрица и њихова примена у проблемима нумеричке линеарне алгебре, првенствено у вези са проучавањем својстава Шуровог комплемента. Оригинални резултати објављени су у радовима неведеним у претходном одељку, а дисертација садржи и резултате који до сада нису објављени. Оригинална је и сама техника доказивања која се заснива на скалирајућим карактеризацијама поткласа класе Х-матрица. Новом техником добијени су елегантнији докази и за нека позната тврђења. Главни резултати у дисертацији су

- нови услови за регуларност, који истовремено дефинишу поткласе Х-матрица
- нове оцене максимум норме инверзне матрице
- резултати о затворености неких класа матрица на Шуров комплемент
- резултати о локализацији и сепарацији карактеристичних корена Шуровог комплемента на основу елемената полазне матрице, у форми вертикалних трака и у форми кругова Гершгориновог типа

VII CONCLUSIONS-RESULTS OF THE RESEARCH:

In this dissertation, subclasses of the class of H-matrices are considered and their application in problems of numerical linear algebra is investigated, especially in connection with Schur complement properties. Original contribution consists of results published in papers listed in part VI of this report. Dissertation also contains some original results that have not been published before. The technique of proofs is original and based on scaling characterizations for some subclasses of H-matrices. In this way, more elegant proofs are obtained for some already known statements, as well.

Main results of the dissertation are

- new nonsingularity conditions that define subclasses of H-matrices
- new maximum norm bounds for the inverse matrix
- results on closure properties of some matrix classes under Schur complement
- results on localization and separation of eigenvalues of the Schur complement based on entries of the original matrix, in the form of vertical bands and in the form of Geršgorin-type circles

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Експлицитно навести позитивну или негативну оцену начина приказа и тумачења резултата истраживања.

Дисертација је написана прегледно и систематично. Наведени су релевантни познати резултати у области истраживања уз одговарајући избор литературе. Оригинални резултати су јасно формулисани и илустровани нумеричким примерима, уз коментаре о могућностима примене.

VIII EVALUATION OF THE PRESENTATION AND INTERPRETATION OF THE RESEARCH RESULTS

Dissertation is written clearly and systematically. Relevant well-known results for this research area are given with the corresponding choice of literature. Original results are presented clearly and illustrated with numerical examples and remarks on possibilities for applications.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Експлицитно навести да ли дисертација јесте или није написана у складу са наведеним образложењем, као и да ли она садржи или не садржи све битне елементе. Дати јасне, прецизне и концизне одговоре на 3. и 4. питање:

IX FINAL EVALUATION OF THE DOCTORAL DISSERTATION:

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме?
Дисертација је написана у потпуности у складу са образложењем датим у пријави теме.

Is the dissertation written in accordance with the elaboration stated in the submission of the topic of the thesis?

The dissertation is written entirely in accordance with the reasoning given in the application.

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе?
Дисертација садржи све битне елементе.

Does the dissertation contain all of the relevant elements?

The dissertation contains all the relevant elements.

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци?

Оригиналан допринос науци у овој дисертацији представљају бројни нови резултати у области истраживања, као и нове технике доказа, оригиналан приказ теме и нове могућности примене.

In what way does the dissertation provide an original contribution to science?

Original scientific contribution in this dissertation is given through numerous new results in the research area, new proving technique, original presentation of the subject and new possibilities for applications.

4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања
Нема их.

The shortcomings of the dissertation and their influence on the results of the research

There are none.

X ПРЕДЛОГ:

На основу укупне оцене дисертације, Комисија предлаже:
да се докторска дисертација „Шуров комплемент и теорија Х-матрица“ прихвати, а кандидаткињи Маји Недовић одобри одбрана.

X SUGGESTION:

Based on the overall evaluation of the dissertation, the Committee suggests:
to accept the dissertation “The Schur complement and H-matrix theory” and to approve the defence by candidate Maja Nedović.

НАВЕСТИ ИМЕ И ЗВАЊЕ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ
ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Мила Стојаковић, редовни професор, председник

др Владимир Костић, ванредни професор, члан

др Tomasz Szulc, редовни професор, члан

др Ксенија Дорословачки, доцент, члан

др Љиљана Цветковић, редовни професор, ментор

НАПОМЕНА: Члан комисије који не жели да потпише извештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије, дужан је да унесе у извештај образложење односно разлоге због којих не жели да потпише извештај.

