



УНИВЕРЗИТЕТ ОДБРАНЕ

ВОЈНА АКАДЕМИЈА



БЕОГРАД

**ПРОЦЕНА И ИЗДВАЈАЊЕ ПАРАМЕТАРА ЦИЉЕВА
ПРИМЕНОМ ПАРТИКАЛ ФИЛТЕРА
У СИСТЕМИМА ЗА ПРАЋЕЊЕ**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Ментор

пк ванр. проф.

др Миленко Андрић, дипл. инж.

Кандидат

потпуковник

мр Даворин Миклуц, дипл. инж.

Београд, 2016.

ЗАХВАЛНИЦА

Желим да се захвалим ментору проф. др Миленку Андрићу на свесрдној подршци и изузетној стрпљивости током израде дисертације, која представља само још један бисер у нашој више деценијској сарадњи.

Велику захвалност дугујем колегама с катедре Војноелектронског инжењерства Војне академије на сарадњи и ведром духу који ће још дуго живети у нашем колективу.

Неизоставна драга породична лица која су била све време уз мене и мој рад и чинила сваки проблем лакшим а сву срећу већом. Ово је само мали покушај огромне захвалности коју дугујем сину Марку, ћерки Софији и супрузи Валентини.

САДРЖАЈ

РЕЗИМЕ	i
ABSTRACT	iii
1. Увод	1
1.1. Дефинисање проблема и предмета истраживања.....	2
1.2. Претходна истраживања.....	3
1.2.1. Естимација и модели процеса.....	3
1.2.2. Процена и издвајање обележја циља на основу радарског сигнала.....	4
1.2.3. Процена и издвајање обележја циља са слике.....	5
1.3. Циљ истраживања, хипотезе и методологија истраживања.....	7
1.4. Структура дисертације.....	8
2. Основе сензора и система за праћење	10
2.1. Појам и основне карактеристике сензора.....	10
2.3. Модели шума мерених компоненти формираних сензором.....	16
2.4. Системи за праћење.....	18
2.4.1. Опште решење за детекцију и праћење појединачног циља.....	20
2.5. Решење за детекцију и праћење једног циља на основу познатих мерења.....	24
2.5.1. Опсервације и динамички модели.....	24
2.6. Решење детекције и праћења више циљева података мерења.....	31
3. Естимација процеса	35
3.1. Парадигме естимације.....	35
3.2. Бајесова естимација.....	38
3.3. Увод у основне филтере.....	40
3.3.1. Калманов филтер.....	41
3.3.2. Проширени Калманов филтер.....	42
3.4. Вишеструки модел.....	43
3.4.1. Интерактивни вишеструки модел.....	44
3.5. Cramer-Rao доња граница.....	47
3.5.1. CRLB за статички систем.....	47
3.5.2. CRLB за динамички систем.....	48
3.6. Партикал филтер.....	49
3.6.1. Метод SIR.....	50
3.6.2. Метода SIS.....	55
3.6.3. Помоћни партикал филтер.....	57
3.6.4. Маргинализовани партикал филтер.....	59
4. Симулациони примери примене партикал филтера	63
4.1. Поређење партикал филтера с Калмановим филтером у естимацији нелинеарног процеса.....	63
4.2. Праћење више циљева партикал филтером.....	67
4.3. Поређење естимације тренутних фреквенција партикал филтером са стандарним естиматорима на једнокомпонентном сложеном сигналу.....	71
4.3.1. Партикал филтер.....	71
4.3.2. IMM алгоритам.....	73
4.3.3. Калманов филтер са Сингеровим моделом.....	74
4.4. Примена партикал филтера у естимацији тренутних фреквенција вишекомпонентног сигнала.....	80
4.4.1. Опис партикал филтер у естимацији вишекомпонентног сигнала.....	80

5. Партикал филтер у процени и издвајању обележја радарских сигнала.....	85
5.1. Опис модела естимације	87
5.2. Примена партикал филтера на генерисаном сигналу	90
5.3. Одабир временско-фреквенцијске расподеле	93
5.4. Естимација TFD параметара	98
5.4.1. Моделовани радарски сигнал пешака који хода	98
5.4.2. Радарски сигнал: возило у покрету.....	99
5.4.3. Радарски сигнал: пешак у покрету	100
5.4.4. Сложени радарски сигнал с два циља	101
6. Процена и издвајање обележја циља партикал филтером у одређивању даљине до циља применом сензора слике.....	104
6.1 Опис методе	104
6.2. Псеудосинтетичка секвенца	109
6.3. Процена даљине на реалној ИР видео секвенцама	113
6.3.1 Видео секвенца 1	115
6.3.2 Видео секвенца 2	117
6.3.3 Видео секвенца 3	120
7. Закључак.....	123
7.1 Резултати	124
7.2 Будући правци истраживања	124
Литература	125
Списак слика.....	134
Списак табела	136
Списак скраћеница	137
Списак ознака	138

РЕЗИМЕ

Квалитет рада система за праћење циљева се оцењује кроз ефикасност, поузданост и прецизност. Применом нових теоријских знања с једне стране и технолошких достигнућа с друге стране је могуће унапредити рад ових система. Формиране процене су од пресудног значаја за квалитетан рад других целина. Мултидисциплинарност система за праћење се огледа кроз истраживање различитих проблема која доприносе унапређењу рада оваквих система, а нека од њих подразумевају сложене и нелинеарне процесе. Допринос ове дисертације је у развијању нових метода, којима су побољшани досадашњи резултати система за праћење циљева у области, који користе радар или један сензор слике. Филтрирање и процена стања процеса зависе од избора сензора. Утицај квалитета сензора на процес се види кроз формирана мерења. Активни сензори углавном формирају прецизнија мерења о циљу. Међутим, како такви сензори емитују зрачење могу се лако детектовати чиме се открива њихова локација. Локацију пасивних сензора је теже детектовати, али њихов процес формирања мерења може бити нелинеаран или садржи негаусовске шумове. У овој дисертацији су обрађена два система који садрже по један пасивни сензор (сензор слике) и један активни (радар). Изведена су и приказана побољшања у примени оба система, чија је основа примена нових алгоритама у филтрацији сигнала партикал филтером.

У дисертацији је дат детаљан преглед естиматора и процеса естимације с посебном пажњом на партикал филтеру. Приказани су различити примери стандардних естиматора и партикал филтера у процени стања нелинеарних процеса. Разматрани су добијени резултати са становишта грешке естимације, а затим је анализирана примена партикал филтера у односу на друге стандардне естиматоре.

У овој дисертацији су разматрана два проблема. Први проблем је издвајање и процена обележја радарског сигнала применом временско-фреквенцијске расподеле. Анализирана је употреба модификоване В расподеле у односу на стандардне расподеле на моделованом и реалном радарском сигналу. Показана је оправданост њене примене кроз критеријум средње квадратне грешке по фреквенцији. Развијен је метод за издвајање и процену обележја радарског сигнала партикал филтером на основу временско-фреквенцијске расподеле. Други обрађени проблем је процена даљине до циља једним сензором слике. У овом делу дисертације је применом сензора слике и предложеног алгорита за процену површине циља на слици, процењена даљина до циља. Партикал филтер је употребљен у филтрирању пиксела од значаја, како би се прецизније формирала површина циља. У филтрацији је издвојено још неколико обележја циља, као што су интензитет, праг детекције, димензије и претпостављен број пиксела од циља. Добијени резултати су значајно бољи у односу на резултате добијене

постојећим методама. Нелинеарни проблем процене даљине је успешно линеаризован, а затим и додатно поправљен применом Калмановог филтера, што је показано кроз критеријум релативне грешке по даљине.

Кључне речи: естимација, процена и издвајање обележја циља, праћене појединачног циља, праћење више циљева, Калманов филтер, партикал филтер, радар, радарски сигнал, модификована В расподела, временско-фреквенцијска расподела, процена тренутне фреквенције, сензор слике, филтрација пиксела, процена површине, процена даљине до циља.

ABSTRACT

The quality of target tracking systems is evaluated by their efficiency, reliability and precision. Application of new theoretical knowledge on the one hand, and technological achievements on the other hand, make the advancement of these systems possible. The formed estimations are of crucial importance for the quality of performance of other parts. Multidisciplinarity of tracking systems is demonstrated by the exploration of various problems, which contributes to the advancement of these systems, and some of them are complex and nonlinear processes. The contribution of this dissertation is development of new methods which improve current results of target tracking systems using radar or one image sensor. Filtering and estimation of process state depend on the sensor selection. The influence of sensor quality on the process is visible in the formed measurements. Active sensors normally form more precise target measurements. However, as these sensors emit radiation, they can be easily detected and consequently reveal their location. The location of passive sensors is more difficult to detect, but their process of measurement formation can be nonlinear or contain non-Gaussian noise. This dissertation deals with two systems, each containing one passive sensor (image sensor) and an active one (radar). Improvements in application of both systems have been performed and presented, and their basis is application of new algorithms in signal filtration by particle filter. The dissertation lays out a detailed overview of estimators and estimation processes with special attention to particle filter. Various examples of standard estimators and particle filters used in the assessment of nonlinear process states are presented. The obtained results were considered from the aspect of estimation error, and the application of particle filter was consequently compared to other standard estimators.

Two problems were considered in the dissertation. The first one is extraction and estimation of radar signal features using time-frequency distribution. The application of modified B distribution has been analyzed in comparison to standard distributions in modeled and real radar signals. The criterion of frequency mean square error justifies its application. The particle filter extraction and estimation method based on time-frequency distribution was developed for radar signal features. The second problem analyzed is the target distance estimation by one image sensor. In this part of the dissertation, target distance was estimated using image sensor and the suggested algorithm for estimating target area in the image. Particle filter was used in filtering crucial pixels in order to form the target area more precisely. A few more features were extracted in the filtration, such as intensity, detection threshold, dimensions and the assumed

number of pixels to the target. The obtained results are significantly better than those obtained by existent methods. Nonlinear problem of distance estimation has been successfully linearized, and then additionally improved by Kalman filter, which was demonstrated by the criterion of distance relative error.

Keywords: estimation, estimation and extraction of target features, single target tracking, multiple target tracking, Kalman filter, particle filter, radar, radar signal, modified B distribution, time-frequency distribution, instantaneous frequency estimation, image sensor, pixel filtration, area estimation, target distance estimation.

1. Увод

Основни задатак система за праћење циљева је детекција, позиционирање и процена параметара циља. Циљ може бити описан с више параметара који се често називају његовим обележјима. Информације о циљевима се добијају на основу формираних мерења добијених употребом одговарајућих сензора. Основна подела система за праћење је на системе с пасивним или активним сензорима и могу бити коришћени за праћење једног или више циљева. Поред блока за формирање мерења, систем за праћење циљева садржи и следеће блокове: за одржавање, брисање и иницијализацију трагова; за филтрирање и предикцију; за придруживање трагова.

У последње време су актуелна истраживања о мултисензорским системима у којима значајно место заузима подсистем за праћење циљева. Ова истраживања су мотивисана захтевом за потпуним укидањем слепе зоне детекције циљева, а истовремено постизање што је могуће већег домета детекције у различитим климатским условима.

Ова теза обрађује пројектовање два система за праћење циљева. У првом је реч о сензору слике као пасивном сензору, а у другом је радар у улози активног сензора. Формирана мерења помоћу ових сензора су филтрирана, а затим су процењена и издвојена различита обележја циљева. Примена партикуларног филтера у блоку за филтрирање је узрокована чињеницом да су реални процеси углавном нелинеарни и негаусовски. Представљени су нови алгоритми и модели за процену обележја циља, као што су површина, даљина, позиција, брзина, енергија сигнала итд. Потребне симулације су рађене у програмском пакету MATLAB. Сва предложена решења су тестирана и на симулираним, али и на реалним мерењима.

1.1. Дефинисање проблема и предмета истраживања

Системи за праћење циљева су сложени системи који имају велики утицај како на безбедност у миру тако и на оптимизацију ресурса у борбеним дејствима. Ови системи су не ретко самостални системи, али могу бити повезани с центрима за осматрање, ракетним јединицама, радарским системима и слично. Мултидисциплинарност је једна од основних особина оваквих система, због чега је веома важан одабир компонената система са становишта квалитета и цене.

Сензор је само једна од компонената система којом се формирају мерења потребна за процену параметара циља, а затим и за његово праћење. Понекад није довољна само једна информација о циљу да би се проценила локација и одредили параметри циља. Системи за праћење чији се модели заснивају на гаусовским линеарним процесима су оптимални у процени кинематичких стања циља, чак и ако циљеви врше оштре маневре. Међутим, сензори који формирају прецизнија мерења о циљу су углавном активни, али се такви сензори могу лако детектовати чиме се открива њихова локација. С друге стране, пасивни сензори су бољи у скривању локације, али је често њихов процес мерења нелинеаран или садрже негаусовске шумове.

Један од проблема рада система за праћење циљева је повезивање формираних мерења с претходним проценама. Познато је да се с више информација о циљу лакше може проценити врста циља као и процена његових параметара. Проблем настаје у издвајању више параметара циља на основу оскудних мерења. Тада се дефинишу додатне методе и алгоритми којим би се издвојила и проценила обележја циљева.

У складу с дефинисаним проблемима, предмет истраживања је пројектовање два различита система за праћење циљева који садрже партикал филтер у блоку за филтрацију и предикцију. Први систем је намењен за решавање проблема процене даљине до циља применом једног сензора слике, док други представља решење у издвајању и процени обележја циљева радарских сигнала. У оквиру предмета истраживања дефинисане су нове методе за примену партикал филтера на мерењима. Истраживање у овој тези се односи на смањење грешке процене обележја циљева, што за последицу има квалитетнију процену даљине до циља као и његових кинематичких параметара.

1.2 Претходна истраживања

1.2.1. Естимација и модели процеса

Стандардни приступ естимације је рекурзиван алгоритам о информацијама циља током времена преко ажурирања Бајесове вероватноће и Марковљевих ланаца. Општи Бајесов-Марковљев филтер је представљен у [1] и он је изван сваке сумње исправан и пожељан приступ за филтрирање. Модел опсервације улазних података за Бајесове условне функције густине вероватноће (*probability density function* - PDF) и модел динамике циља у PDF Марковљевих ланаца су потребни у ажурирању PDF комплетног процеса праћења.

Калманов филтер [2,3] представља посебан случај за више општих и сложених проблема. Решење за праћење појединачног циља је представљен у два нивоа специфичности. Први ниво је решење за детекцију и праћење једног општег циља, као посебан случај општег Бајес-Марковљевог филтера. Ово решење се реализује као два истовремена независна решења за детекцију и праћење, [4]. Последњи ниво специфичности укључује модел опсервација стандардне несигурности порекла и стандардни модел динамике циља, где су оба модела с претпостављеном Гаусовом расподелом. Ово решење је оптимално по томе што идентично постиже решење с исправном постериорном PDF које садржи све информације о детекцији и праћењу, а потребно је и довољно да се оптимизује прорачун било ког жељеног излаза за детекцију и праћење.

Технике процена су често категорисане као Фишеријан или Бајесијан, [5]. Метод ML (*maximum likelihood, eng.*) је први пут уведен [6, 7]. У [8] је дат детаљан историјски преглед. Бајесова парадигма, заснива се на Бајесовој теореме, [9, 10, 11]. У оквиру Бајесовог истраживања се све непознато сматра као случајне променљиве, а почетна или претпостављена расподела би требала да буде позната, док за Фишеријанов приступ, параметри се сматрају фиксним, али непознатим. У посебним случајевима, ML и MAP (*maximum a posteriori, eng.*) прорачуни могу произвести исте естимације, чак и ако су приступи концептуално различити.

Проблем процене параметара или стања нелинеарног стохастичког система користећи зашумљена мерења као опсервације је био активан простор истраживања много година. Нелинеарни и линеарни проблеми су разматрани у [10]. У посебном случају,

линеарни систем с адитивним Гаусовим шумом, Калманов филтер, [12, 13, 14], даје коначно димензионално рекурзивно решење.

Користећи опсервације, процена може касније да се коригује на основу израчунате густине вероватноће. Општа теорија за нелинеарно филтрирање с могућим расподелама с не-Гаусовим шумом је детаљно описан у [10, 15, 16].

1.2.2. Процена и издвајање обележја циља на основу радарског сигнала

У циљу побољшања естимације различитих процеса, анализирају се различити параметри сигнала. Преглед истраживања је дат у [17] и обухвата различите области. Тренутна фреквенција (*instantaneous frequency* - IF) је један од најзначајнијих параметара сигнала. Рад радарских система је у директној вези с квалитетом процене IF. Тренутне фреквенције се најчешће процењују на основу максимума временско-фреквенцијске расподеле (*time-frequency distribution* - TFD) енергије сигнала. Процена тренутне фреквенције на основу извода фазе аналитичког сигнала и првог момента опште временско-фреквенцијске расподеле дат је у [18]. Анализа употребе квадратне TFD као естиматора IF су дате у [19], док је у [20] предложен нови метод за естимацију компонената сигнала у ниском односу сигнала и шума. Један од адаптивних приступа је описан у [21]. Бајесова техника, помоћу које се може проценити секвенцијално високо нелинеарна временски променљива фреквенција сигнала као део по део линеарна функција, је примењена у методу за естимацију IF [22]. Адаптивни естиматор IF је развијен у [23] где је анализиран утицај временски променљивог прозора, различите дужине прозора и расподела. Пример да може естиматор IF да буде нелинеаран и високог квалитета је представљен у [24], где је дефинисана расподела која сама по себи процењује вредност IF у последњој тачки временског прозора.

Процена тренутне фреквенције се може применити и на основу TFD, која зависи од врсте анализираног сигнала. WVD (*Wigner – Ville distribution* - WVD) је једна од основних TFD, која се примењује на линеарним чирповима или сигнаlima с константном фреквенцијом, [18], јер се при примени на вишекомпонентним сигнаlima или сигнаlima са сложенијим законитостима промена фреквенција појављују кроскомпоненте у временско-фреквенцијској равни. То је разлог због чега су разне модификације WVD развијене с идејом оптимизације резолуције и смањења расподеле енергије на кроскомпонентама, [18, 25]. Једна од предложених WVD модификација је модификована В расподела (*modified B distribution* - MBD), [18].

Континуитет сигнала може бити прекинут услед различитих фактора, утицај буке, величине временско-фреквенцијске резолуције, укрштања компоненти, итд. У таквим случајевима употреба естиматора би била оправдана и неки од примера су: алгоритми за обраду слике [26], проширеног Калмановог филтера [27], и партикал филтер, [28-31].

Једноставан нелинеаран и негаусовски стохастички модел простора стања је предложен да се смање случајности у носиоцу и временском скакању фреквенције, [28]. У [29], је описана динамичка стратегија модела средње вредности, којом се комбинује низ модела простора стања с моделом Марковљевих ланаца како би се добио исправан модел. Истраживање [30] разматра проблем праћења временски променљивих параметара хармоничног или чирп сигнала користећи партикал филтер, док референца [31] уводи нову основу којом се омогућава рутинска употребу Бајесовог резултата за процену спектралне густине локално стационарног Гаусовог процеса у реалном времену засновану на локалној Whittle апроксимацији. Истраживања која обухватају процене неколико TFD параметара је дат у [31, 32].

1.2.3. Процена и издвајање обележја циља са слике

Мерења формирана применом пасивних сензора су често доста утопљена у шум, због чега је потребна примена оптималних филтера. Концепт система за праћење с пасивним сензором је један од система, чији квалитет се унапређује математичким алгоритмима или филтерима. Систем за праћење с пасивним сензором на бази циља може да се користи у различитим апликацијама, као што су видео надзор и безбедност, контрола брзине, контрола ваздушног саобраћаја, смернице пројектила, провере наоружања, контроле пожара, детекцију препрека, роботике. Овакав систем се може користити и за одређивање даљине до циља и изазов је да перформансе таквог система при примени само једног сензора буду задовољавајуће [33, 34]. Одређивање даљине до циља се може одредити различитим сензорима и методама.

Неки од система за праћење циља сензором слике су представљени у [35,36], где се применом партикал филтера процењује даљина до циља, користећи вредности површине циља на фрејму, [37, 38]. Површину циља представљају издвојени пиксели од интереса засновано на интензитету, за који је показано да није Гаусов процес, [38]. Други приступи за прорачун вредности површине су употреба стандардних метода естимације површине и подразумева претбројавање пиксела који задовољавају предефинисани праг детекције или интегралне површине унутар ивица циља које су одређене интензитетом, збир пиксела

чији интензитет задовољава праг итд. Пиксели циља се могу издвајати и на основу филтрирања партикала употребом њихових тежинских коефицијената. У реалним ситуацијама тачна површина циља на фрејму није позната, па се естимирана површина користи у прорачуну даљине до циља. Иако се процењује вредност површине, усваја се критеријум за анализу квалитета као средња релативна грешка по даљини, јер је једина позната вредност даљине до циља и тиме представља референтну вредност, [39].

У случају засићења сензора или већих осцилација у позадини, приступи на основу Beer-Lambert закона и модела атмосферског простирања не генеришу поуздане резултате [40]. Тачност процене даљине до циља у приступу који се заснива на промени интензитета зависи од метода обраде слике који се примењује приликом одређивања површине циља. Једна од традиционалних техника за обраду слике и издвајању обележја је техника хистограма засноване на одређивању прага сегментације, [41, 42]. Друга често примењена техника је метода за издвајање обележја циља која користи градијент нивоа сивог, која је поуздана када се вредност интензитета циља значајно разликује од интензитета позадине, што није случај у инфрацрвеним црвеним сликама, [43].

1.3. Циљ истраживања, хипотезе и методологија истраживања

Општи циљ истраживања у овој дисертацији је да се на основу формираних мерења са сензора пројектује систем за филтрацију и естимацију обележја помоћу којих би се пратио један или више циљева. У том смислу, циљ истраживања је да се при праћењу циљева с једним сензором издвоје више њихових обележја којим би се боље описао циљ што би за последицу имало једноставније праћење више циљева, као и јаснију одлуку о различитим карактеристика циља, али и да се применом нових алгоритама побољшају појединачне перформансе сензора, као и перформансе система за праћење циља у целини. У складу с наведеним, дефинисани су следећи појединачни циљеви истраживања: формирање новог алгорита за процену површине, њене брзине промене и позиције циља на слици применом партикал филтера, побољшање процене даљине до циља једним сензором слике, затим процена и издвајање обележја циљева, као што су амплитуда, ширина расипања енергије, брзина кретања на основу радарских сигнала такође применом партикал филтера.

Полазећи од опште хипотезе да се може пронаћи решење за издвајање карактеристичних параметара циља применом партикал филтера, чиме се креирају модели праћења и њихова примена у различитим условима постављене су следеће хипотезе:

- партикал филтер значајно смањује грешку процене параметара чији су процеси нелинеарни и негаусовски у поређењу с традиционалним филтерима,
- предложени модели система за праћење на реалним сигнаlima показује напредак у односу на досадашње употребљене методе,
- предложене рачунарске моделе је могуће искористити у интеграцији с реалним хардверским окружењем за праћење циљева применом различитих доступних сензора.

Истраживање се може поделити у три независне целине. У првој целини је обрађена упоредна анализа процена различитих параметара добијених партикал филтером и другим традиционалним филтерима, друга се односи на примену партикал филтера у процени даљине до циља на систему с једним сензором слике, а у трећој се разматра примена партикал филтера у издвајању више параметара циља издвојених из радарског сигнала. Преглед релевантне литературе за сваки сегмент разматране проблематике дат је у одговарајућим поглављима, а литература је одабрана тако да омогући систематичан увид у постојећа теоријска и технолошка достигнућа.

Анализом теоријске поставке детекције, издвајања и естимације обележја циљева формиран су математички модели система за праћење циљева у виду математичких

израза за различите сигнале. Симулациони модели су конструисани у програмском пакету MATLAB на основу ових израза. Ефикасност примењених система је анализирана на основу резултата грешке процене у односу на одговарајуће референтне вредности.

На основу симулационих модела и структурног дијаграма система за праћење циљева формиран су модели процеса у простору стања, којим би се естимирала издвојена обележја циља. Формирани модели су примењени на генерисаним сигналима и анализирани су предности и недостаци примене партикал филтера у односу на стандардне филтере. Симулациони сценарији су дефинисани с различитим процесима и шумовима. Коментарисани су резултати процена, као и избор модела естимације.

Партикал филтер у примени за издвајање и процену обележја на радарском сигналу је најпре дефинисан кроз математички опис, а затим и као симулациони модел. Формирани су синтетички радарски сигнали, а затим је анализиран одабир расподеле енергије. Усвојена модификована В расподела је примењена у прорачуну временско-фреквенцијске расподеле енергије радарског сигнала, на основу које су издвојени и процењени различита обележја циљева. Дефинисан је нови метод у прорачун тежинских коефицијената партикала као и метод за процену временског бина у временско-фреквенцијској равни.

Трећа целина се заснива на дефинисаном структурном блок дијаграму и симулационом моделу. Сензор слике формира мерење у виду матричног записа инензитета сивог. Употребом математичког апарата креиран је модел за праћење циља заснованог на процени његове површине на слици. Метода је адаптивна, што је показано на псеудосеквенци, а затим и на реалним снимљеним видеосеквенцама. Квалитет рада моделованог система се огледа у грешци у односу на референтну вредност, а то је даљина до циља.

Већина резултата истраживања су објављени у међународним научним часописима, домаћим и на међународним конференцијама из области системи за праћење циљева, док су неки у тренутку писања дисертације на рецензији.

1.4. Структура дисертације

Структура докторске дисертације се састоји од седам поглавља. **Прво**, уједно уводно поглавље садржи дефинисан проблем и предмет истраживања, затим је дат преглед досадашњих истраживања из разматраних области, и на крају циљеви, хипотезе и методологија истраживања као и структура дисертације.

У **другом поглављу** су дате основе сензора и система за праћење. Сензори су описани кроз карактеристике сензора, а затим су дате основне класификације. Представљен је модел шума мерења и модел шума обележја циља. Други део поглавља представља темељно опште решење система за праћење једног и више циљева.

Детаљан опис традиционалних и најчешће коришћених естиматора је дат у **трећем поглављу**. Постављен је концепт естимације. Наведени су основни Бајесови естиматори. Дат је детаљан математички запис свих естиматора. Партикал филтер заједно с граничним случајевима естимације је обрађен на крају поглавља.

Основни симулациони модели у којима су упоређени резултати добијени стандардним естиматорима и партикал филтером су дати у **четвртном поглављу**. На различитим примерима су анализирани предности и недостаци употребљених естиматора и то: у првом примеру је анализирана естимација нелинеарног процеса, у другом је естимирана трајекторија више циљева, а затим су у наредна два примера естимиране фреквенције једнокомпонентног и вишекомпонентног сигнала на основу спектрограма.

Пето поглавље обухвата дефинисање симулационог модела у издвајању и естимацији различитих параметара циља на основу радарског сигнала. Дефинисан је нови метод за прорачун тежинских коефицијената партикала који је применљив на временску-фреквенцијску расподелу енергије сигнала. Примена модификоване В расподеле је анализирана у односу на стандардне расподеле, а затим је и примењена на реалан радарски сигнал. Издвојена обележја радарског сигнала су фреквенција, брзина промене фреквенције, максимум и ширина расипања енергије. На основу дефинисаног модела и издвојених обележја праћено је више циљева. У **шестом поглављу** се анализира проблем процене површине циља на слици применом партикал филтера. Дефинисан је модел процене површине и алгоритам за процену даљине, који је примењен на псеудосинтетичкој и снимљеним секвенцама. Издвојена и процењена обележја циља су: површина циља, локација на слици, интензитет нивоа сивога, праг детекције. На основу естимираних обележја процењивана је даљина до циља. Закључци и предлози за даљи рад су сумирани у последњем, **седмом поглављу**.

На крају дисертације дати су списак литературе, списак слика, списак табела, списак скраћеница као и списак коришћених ознака.

2. Основе сензора и система за праћење

Сензор има кључну улогу у пројектовању савремених система за праћење. Задатак сензора је да прикупља различите информације о процесима, било да су процеси у току или су с временским кашњењем. Сензори детектују величине које се мере и претварају их у прихватљиву форму, најчешће у електричне сигнале, па се из тог разлога још називају и претвараачима. Претвараач је уређај који претвара сигнал једне физичке величине у одговарајући сигнал друге физичке величине. Разлика између сензора и претвараача је у томе што претвараач претвара један вид енергије у други, док сензор подразумева детектор и претвараач. На пример, микрофон је и сензор и претвараач, а звучник је само претвараач или другим речима актуатор.

Коначни избор сензора или претвараача зависи од величине која се мери, потребне прецизности, осетљивости, цене, величине и начина употребе. Максимална тачност целог система зависи од тачности појединих сензора и интерно генерисаног шума самог сензора.

2.1 Појам и основне карактеристике сензора

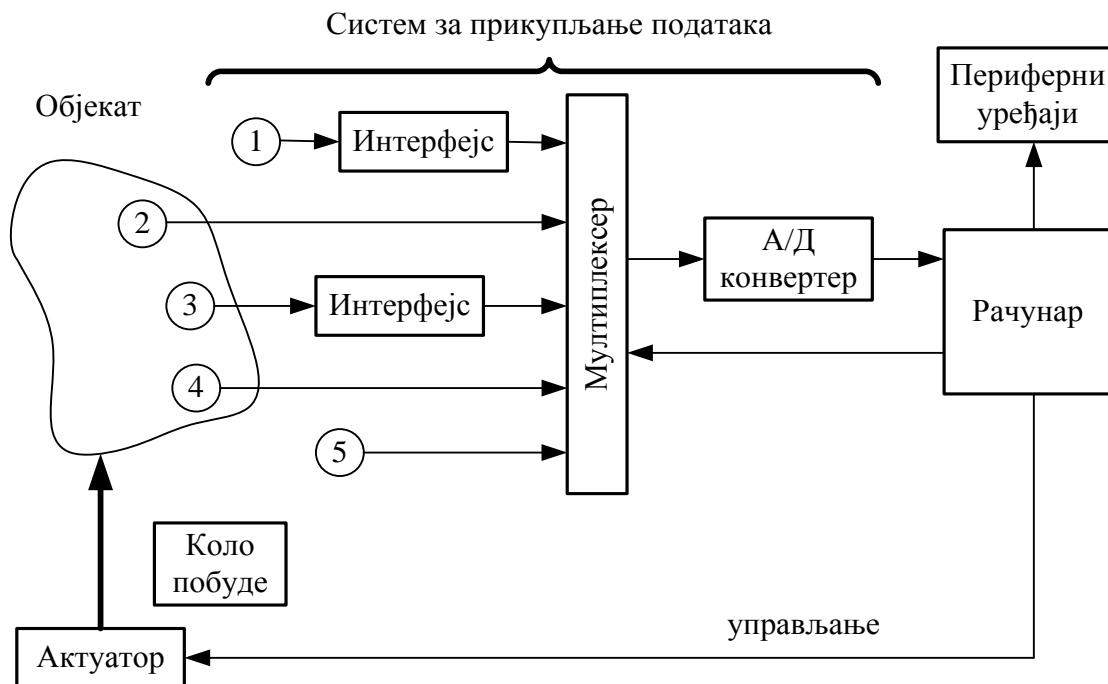
Контрола индустријских процеса и аутоматизованих система била би веома сложена и неизвесна без прецизних сензора. У применама система где није потребан висок ниво тачности није економично користити скупе и прецизне сензоре. Сваки систем који се заснива на мерном систему мора укључити и одређену меру несигурности, која може бити изазвана нетачношћу сензора, случајним променама мерених величина и стањем околине у којој се врши мерење. Комплексност система који се састоје од великог броја подсистема и компоненти чине да тачност појединачних компоненти имају велики кумулативни ефекат на квалитет рада система.

Принципи рада сензора се временом нису значајно променили. Сензори углавном не функционишу индивидуално већ су део неког мерно-контролног система. Пример опште структурне шеме система управљања с целокупним циклусом је дат на слици 2.1.



Слика 2.1 Општа блок шема система за мерење и управљање процесом

Нешто детаљнији пример је приказан на слици 2.2.



Слика 2.2 Општа шема за прикупљање података

На слици 2.2 ознаке 1, 2, 3 и 5 представљају пасивне сензоре, док ознака 4 има улогу активног сензора. Неке од најчешћих улога сензора у систему су:

- аутоматска контрола одређеног процеса,
- аутоматски рад роботских система,
- провера тачности других мерила,
- прикупљање, обрада и складиштење мерења за потребе упознавања процеса.

2.2 Поделе сензора

Генерално се може рећи да се сваки сензор састоји из више основних елемената или модула:

- модул за детектовање: прима сигнал из мерене средине (као што су притисак, температура, зрачење, магнетно поље итд.) и на основу њих генерише излазни сигнал који зависи од измерене вредности.
- модул за конверзију: претвара сигнал који се добија с излаза модула за детекцију у одговарајући сигнал другог облика. Овај модул се често назива и претварачки модул. Често се претварање улазног сигнала одвија у више етапа.
- модул за обраду: добијени сигнали су углавном мале снаге па их је потребно додатно уобличити и појачати.
- модул за пренос података: преноси сигнал од места на коме се врши мерење до места где ће резултати мерења бити приказани.
- модул за приказ података: даје информацију о мереним величинама у форми која ће бити препозната од стране корисника. Овај модул може бити једноставна казаљка која скреће у зависности од измерене величине или неки сложенији уређај који ће садржати одговарајући дисплеј или рачунар.

Класификација сензора се може извршити на основу излазног сигнала, напајања, оперативног мода и величина које се мере.

Према облику сигнала који дају на свом излазу, сензори се деле на:

- аналогне: на свом излазу дају временски континуалне вредности сигнала, које су пропорционалне величини која се мери и представљају амплитуду излазног сигнала. Излаз ових сензора се обично преко А/Д конвертора повезује на рачунар или микроконтролер.
- дигиталне: на своме излазу дају низ дискретних вредности, која се називају дигиталним сигналом уколико потичу из унапред дефинисаног скупа вредности. Дигиталне сензоре карактерише задовољавајућа тачност и једноставно повезивање с рачунаром, микроконтролер или развојном плочом.

Према извору напајања сензори се деле на:

- активне: захтевају спољашње напајање за генерисање излазног сигнала
- пасивне: код пасивних сензора излазни електрични сигнал се формира на основу спољашњих утицаја на сензор. Примери пасивних сензора су пиезоелектрични, радиоактивни, инфрацрвени итд.

На основу оперативног мода сензори се класификују на:

- скретне: користе се у физичким склоповима где је излазна величина пропорционална мереној вредности која се приказује и
- сензоре нултог типа: код оваквих сензора свака промена мерене величине је балансирана против силом тако да се детектује сваки дебаланс.

Свакако најважнија класификација сензора извршена је на основу величина које се мере. Према овом критеријуму сензори се деле на: електричне, механичке, акустичне, хемијске, магнетне, оптичке, термичке итд.

Основне карактеристике које утичу на квалитет сензора су:

- осетљивост: дефинише се као однос промене излазне и улазне величине.
- резолуција: дефинише се као најмања промена мерене величине која може бити детектована. Такође је позната као степен финоће којом се могу извршити мерења.
- тачност: мера разлике између измерене и тачне вредности.
- прецизност: способност сензора да даје одређени број читавања унутар дате тачности. Прецизност мерења зависи од поузданости самог сензора.
- празан ход: дефинише се као максимално одстојање или угао за који било који део механичког система може бити померен а да се при томе причвршћени део не помери. Ово је нежељена појава и веома је важно отклонити је или смањити у пројектовању уређаја са зупчаницима.
- поновљивост: способност сензора да даје исте излазне вредности када су на улазу при истим условима исте улазне вредности.
- линеарност: тежи се да излазни сигнал буде линеарна функција од улазног сигнала. Линеарност се тешко постиже и одступање од идеалног случаја се назива линеарна толеранција. Нелинеарност настаје због употребе нелинеарних елемената, хистерезиса, појачавача итд.

Посматрајући слике 2.1 и 2.2 квалитет рада система се може повећати унапређењем сваке од компонената, па тако и сензора. Побољшања сензора се могу остварити у:

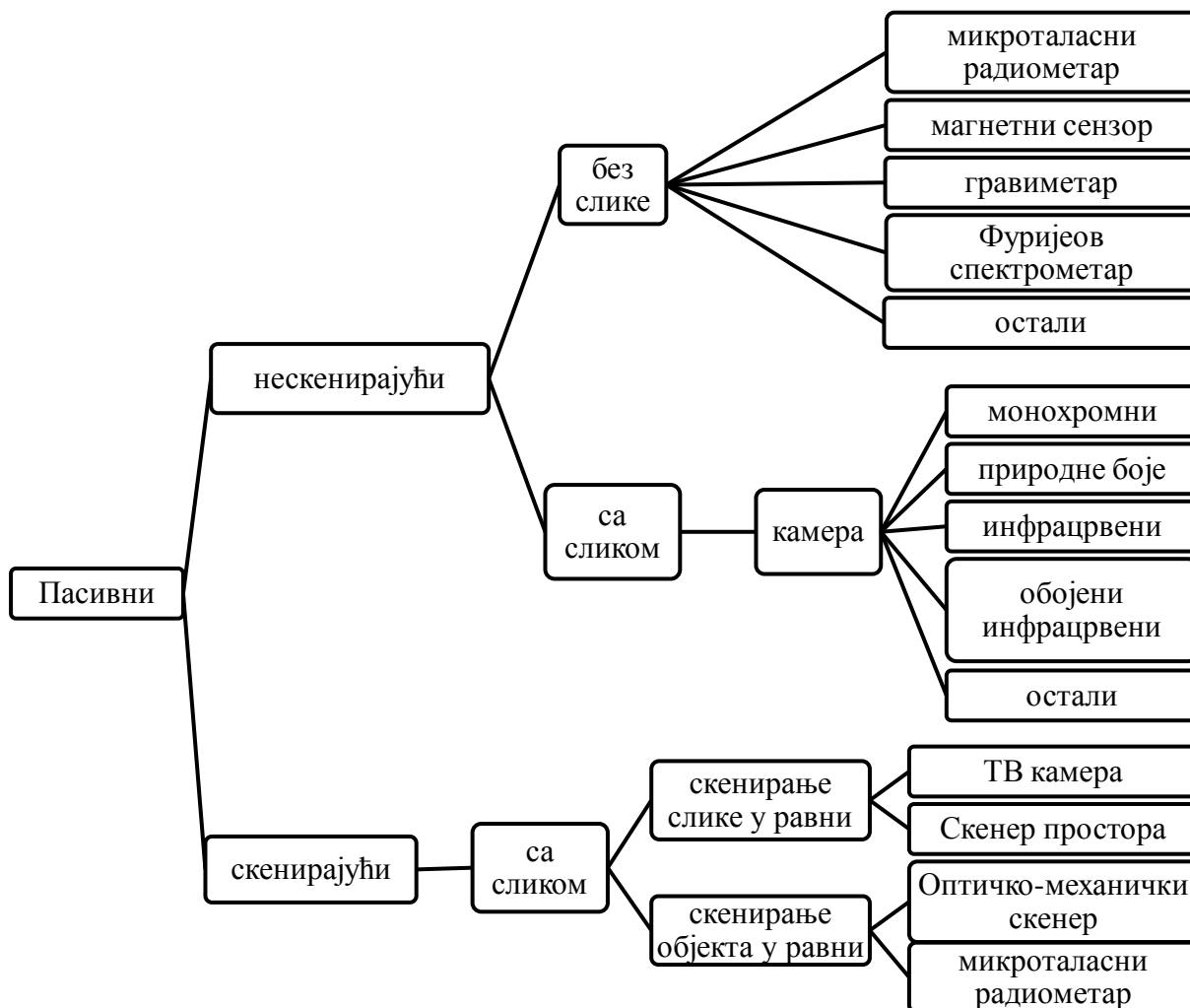
- повећању осетљивости,
- смањивању димензија ради лакше имплементације,
- смањење цене итд.

Сензори се могу поделити и према мерним величина које детектују и најчешћи су:

- акустични, звучни, сензори вибрација,
- хемијски,
- сензори електричне струје, електричног потенцијала, магнетни и радио сензори,
- сензори спољашњих услова, временских прилика, влажности ваздуха,
- сензори протока, брзине протока флуида,
- сензори јонизујуће радијације, субатомских делића,
- навигацијски,
- сензори позиције, угла, помераја, раздаљине, брзине, убрзања,
- оптички сензори, светлосни, фотонски, сензори слике,
- сензори притиска,
- сензори силе, густине, нивоа,
- термички сензори,
- сензори присуства, приближавања,
- технолошки сензори и

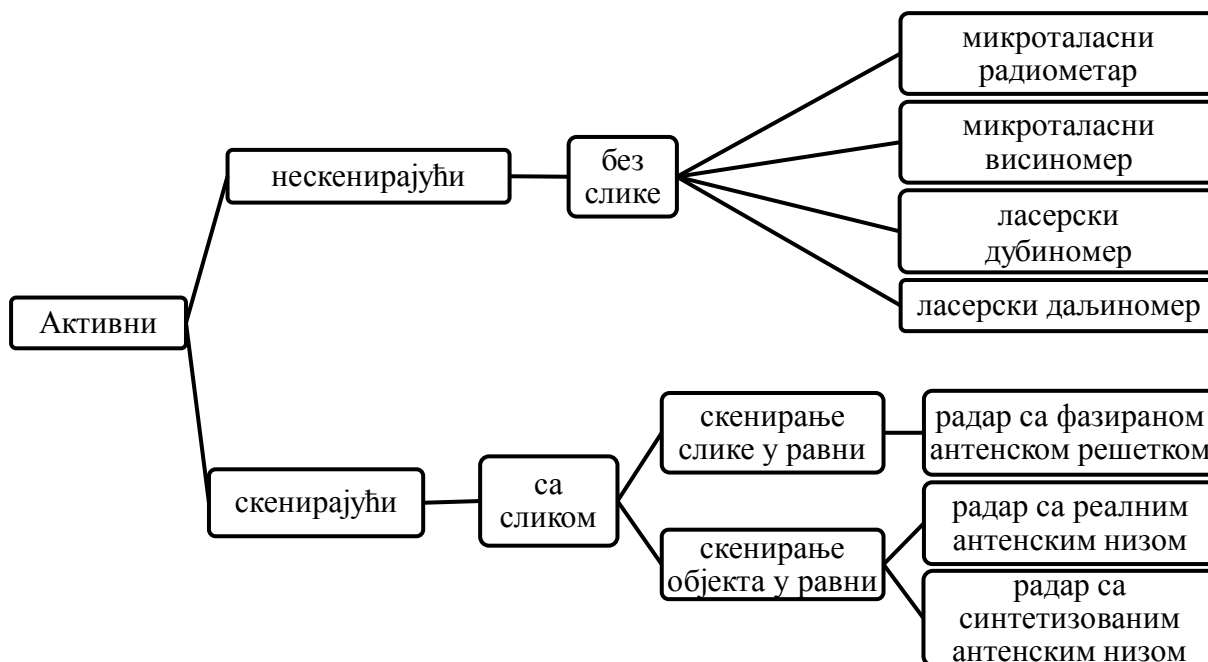
Подела сензора се може извршити и на пасивне и активне са својим групама и подгрупама, слика 2.3. и слика 2.4. Пасивни сензори садрже мерене величине које настају од природних зрачења. Другим речима, пасивни сензори за разлику од активних не емитују, већ само “слушају”, односно детектују зрачења.

Конструкција система за детекцију, праћење и управљање процесом је условљена најпре избором сензора, затим физичким величинама који се одвијају у процесу, димензијама компонената, ценама итд. Активни сензори су често по својим карактеристикама бољи од пасивних сензора, због чега су кориснији за комерцијалне и индустријске сврхе. Међутим, негативна особина активних сензора је изражена у војним применама, у којима је основна жеља да позиција сензора остане неоткривена. У таквим ситуацијама се даје предност пасивним сензорима. Недостатак квалитета пасивних сензора у односу на активне је у последњим годинама истраживања битно смањења кроз унапређење технологије израде и развојем метода и алгоритама у обради формираних мерних величина. Сензори слике су далеко најраспрострањенији пасивни сензори. ТВ камере су толико технолошки развијене да се може рећи за већину таквих сензора да су интелигентни сензори, јер имају могућност обраде података, комуникацију с другим системима и могу бити програмабилни.



Слика 2.3 Подела пасивних сензора

Оптички сензор, као један од најчешће примењиваних пасивних сензора, се може описати с неколико основних појмова, које говоре о квалитету његовог рада. Основни параметри оптичких сензора су: ширина опсега електромагнетних таласа, централна таласна дужина, опсег осетљивости, разлика осетљивости између опсега, однос сигнала и шума, динамички опсег, осетљивост пиксела, линеаризација улазно-излазне карактеристике сензора, снага на излазу са шумом, поље осматрања, тренутно поље осматрања, оптичка дисторзија, функција преноса модулације сензора, угао стереоскопског осматрања, фреквенција слике итд.



Слика 2.4 Подела активних сензора

Области примене у којима се користе сензори су: пољопривреда, аутомобилска индустрија, медицина, електроенергетика, процесна техника и производња, научна истраживања, метеорологија, екологија, поморство, информатика, телекомуникације, војна индустрија, домаћинство и друге.

2.3 Модели шума мерених компоненти формираних сензором

Већина техника за процену и праћење су засноване на моделима и ослањају се експлицитно на два описа. Први опис се односи на модел понашања циља, обично у облику модела динамике, док се други односи на модел опсервација циља, тј. модел излазних података. На основу тога се може рећи да се сваки систем за праћење састоји од модела мерења и одговарајуће технике моделовања. Основе истраживања модела мерења се заснивају на претпоставци да је циљ тачкаст, а процена локације назива се траг. У истраживањима се могу разматрати и математички модели динамике циља као основа за праћење маневришућих циљева. Даље, истраживање може да обухвата неке аспекте процене и техника филтрирања које садрже нелинеарне моделе динамике циља, са стањима која могу бити зависна, при чему је веза између модела динамике циља и модела мерења непозната или сложена. У истраживањима [44, 45] су анализирани основни модели кретања циља са становишта различитих динамике циља и у различитим координатним системима, с намером да се покажу предности и мане тих модела.

Сензори који се користе за праћење циљева обезбеђују мерења параметара циља у природном координатном систему сензора. У многим случајевима (нпр, праћење с радаром), усвајају се координатни системи са сферним координатама у три димензије или с поларним у две димензије, при чему је позната даљина, азимут, елевација, брзина. Међутим, често нису доступне све ове компоненте мерења. На пример, неки активни сензори не могу да обезбеде опсег брзине (нпр. Dopler) или опсег угла, док пасивни сензори дају само углове. Генерално се сматра да се тродимензионални случај или одговарајући дводимензионални случај прати на директан начин, јер на пример у случају одређивању даљине до циља пасивним сензора подразумева нелинеарности у динамици процеса. Динамика процеса једног циља се може описати с једним али и с више стања. Свако од тих стања се називају обележја. Обележја добијена са сензора се могу описати као мерења, моделирана у следећем облику с додатим шумом:

$$r = r + \omega_r \quad (2.1)$$

$$\alpha = \alpha + \omega_\alpha \quad (2.2)$$

$$e = e + \omega_e \quad (2.3)$$

$$v = v + \omega_v \quad (2.4)$$

где су r , α , e и v даљина, азимут, елевација и брзина, редом, а ω_r , ω_α , ω_e и ω_v додати шумови.

Уколико је претпоставка да су шумови Гаусовски, тада се могу сви шумови описати аналогно изразу (2.5), где је дат пример за додат Гаусов шум по даљини с нултим математичким очекивањем и варијансом σ_r^2 :

$$\omega_r = \mathcal{N}(0, \sigma_r^2) \quad (2.5)$$

Генерално модел шума по свим компонентама се може изразити на следећи начин:

$$\omega = \mathcal{N}(0, R) \quad (2.6)$$

при чему је R матрични модел варијанси шума мерења:

$$R = \text{diag}(\sigma_r^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_e^2, \sigma_v^2). \quad (2.7)$$

При чему *diag* представља матрицу с елементима на главној дијагонали.

Дакле, праћење једног или више циљева може да садржи моделовање више обележја циљева, којима се додаје шум и то најчешће Гаусов.

2.4. Системи за праћење

Основна намена система за праћење је детекција, одређивање локација и класификација циљева од интереса. За постизање ових захтева, подаци из сензора су најчешће формиран на основу рефлектоване или емитоване енергије од стране циља, који се затим прикупљају и искоришћавају за праћење или одређивање локације циља. Стандардна структура система за детекцију и праћење може се сматрати да има функционалне блокове подељене у три нивоа: блок сензора, блок за обраду сигнала и блок за откривање и праћење. Први блок има функцију да прикупља податке о циљу током времена. Функција блока за обраду сигнала подразумева прихватање података са сензора као улаз, а затим се обрађују прикупљени подаци како би се утврдило присуство потенцијалних циљева и формирају се "мерења" на потенцијалним локацијама детектованог циља током времена као излаз.

Формирана мерења су улазни подаци последњег блока за откривање и праћење циљева, који обезбеђује резултате система као што су: број откривених циљева, врсту и вредност параметра сваког откривеног циља током времена. Главни проблем мерења је мерна несигурност, која је узрокована пореклом мерења, које може бити с грешком у случају да је порекло од погрешног циља, али и од случајне опсервације која се назива лажни аларм. Битно је рећи да чак и за потврђене опсервације, постоји неизвесност у пореклу када се прати више циљева од интереса. Осим тога, циљеви могу бити "пропуштени", или недетектовани. Параметар стања циља не може се одредити због ове несигурности и случајности у мереним улазним подацима. Чак иако су одређена и процењена обележја циља и даље постоји још једна несигурност услед промене понашања циља у времену. Претходна објашњења одговарају решавању проблема детекције циља.

Стандардни приступ се бави описом проблема улазних података и временски променљивог понашања циља с претпоставком мале мерне несигурности. Жељена информација о циљу је описана применом статистичких метода. Функција густине вероватноће жељене информације о циљу су условљене доступним улазним подацима,

како тренутним тако и прошлим, док здружена PDF о циљу садржи PDF о појединачним информацијама.

Стандардни приступ којим се постиже наведено, је рекурзивно проширење о информацијама циља током времена преко ажурирања Бајесове вероватноће и Марковљевих ланаца. Општи Бајесов-Марковљев филтер је представљен у [1, 40] и може се рећи да је он исправан и пожељан приступ за филтрирање. Извођење релација овог филтера подразумева укључивање модел мерења у условну Бајесову PDF и динамичког модела циља у PDF матрице прелаза Марковљевих ланаца. Затим се применом алгебре може извести решење за општи Бајес-Марковљев филтер.

Калманов филтер [2, 3, 14] је пример основног приступа и представља посебан случај за више општих и сложених проблема. У даљем тексту ће бити представљена основна решења за откривање и праћење у проблемима праћења појединачних али и за праћење више циљева. Решење за праћење појединачног циља је представљен у два нивоа специфичности. Први ниво је решење за детекцију и праћење једног општег циља, као посебан случај општег Бајес-Марковљевог филтера. Ово решење се реализује као истовремена независна решења за откривање и праћење, [4]. Последњи корак је укључење стандардног модела мерења и стандардног динамичког модела циља, при чему су оба модела линеарна и описана линеарном Гаусовом расподелом. Ово решење је оптимално по томе што је идентично решењу с одговарајућом PDF која садржи све информације о детекцији и праћењу, а потребно је и довољно да се оптимизује прорачун било ког жељеног излаза за детекцију и праћење.

Проширење проблема на вишеструке циљеве није генерално рачунски изводљиво. Процена за један циљ зависи само од својих исправно повезаних мерења. Она су идентификована као део решења и могу се ефикасно искључити из осталих појединачних процена циљева. Ово је уједно и општа основа за већину постојећих приступа. Оваква решења за један циљ су независна од сваког оптималног решења. Тада се може рећи да оптимална здружена PDF за више циљева је производ свих ових решења за појединачне циљеве. Решење за детекцију и праћење више циљева састоји се од интерактивних паралелних решења за појединачне циљеве, или детектор-трагача, при чему сваки трагач прати „свој“ циљ. Основа овог приступа је развијена у [11, 110].

2.4.1 Опште решење за детекцију и праћење појединачног циља

У овом делу је изложено оптимално решење за детекцију и праћење једног циља. Проблем процене појаве циља и стања његових параметара у зависности од његове појаве поставља се као извођење по вероватноћи. Применом статистичких модела у обради улазних података, као и применом кинематике циља, излаже се рекурзивни начин израчунавања ових вероватноћа на основу стварних примљених података.

Улазни подаци се примају у одвојеним интервалима обраде, односно скеновима. Нека $y(k)$ представља све улазне податке на скену k . $Y(k)$ су сви улазни подаци у скену k , тј. скуп свих садашњих и прошлих улазних података $y(k)$.

$$Y(k) = y(k) \cup y(k-1) \cup y(k-2) \cup \dots = y(k) \cup Y(k-1) \quad (2.8)$$

Нека је $X(k)$ временски променљиво опште стање свих обележја о циљу на скену k . У проблему детекције и праћења једног циља, видљиво опште стање циља $X(k)$ је здружено стање издвојеног стања детекције циља $h(k)$ и општег континуалног стања параметара циља $x(k)$. Стање детекције циља $h(k)$ има две могуће вредности: хипотезе одсутног $H_0(k)$ и присутног циља и $H_1(k)$. Стање параметара циља $x(k)$ није видљиво уколико је циљ одсутан, већ само уколико је присутан. Постериорна PDF општег стања циља $p(X(k)|Y(k))$ је:

$$p(X(k)|Y(k))|_{h(k)=H_0(k)} = p(h(k), x(k)|Y(k))|_{h(k)=H_0(k)} = p(H_0(k)|Y(k)) \quad (2.9)$$

$$p(X(k)|Y(k))|_{h(k)=H_1(k)} = p(h(k), x(k)|Y(k))|_{h(k)=H_1(k)} = p(H_1(k), x(k)|Y(k)) \quad (2.10)$$

док је условна PDF општег стања циља $p(y(k)|X(k))$ је:

$$p(z(k)|X(k))|_{h(k)=H_0(k)} = p(z(k)|h(k), x(k))|_{h(k)=H_0(k)} = p(z(k)|H_0(k)) \quad (2.11)$$

$$p(z(k)|X(k))|_{h(k)=H_1(k)} = p(z(k)|h(k), x(k))|_{h(k)=H_1(k)} = p(z(k)|H_1(k), x(k)) \quad (2.12)$$

Постериорна PDF општег стања циља $p(X(k)|Y(k))$ у (2.9) и (2.10) се састоји од дискретне и континуалне PDF. У (2.9), вероватноћа $p(H_0(k)|Y(k))$ је постериорна

вероватноћа одсутног циља. У (2.10), PDF $p(H_1(k)|Y(k),x(k))$ је континуално здружено постериорно стање присутног циља и стања параметара циља $x(k)$ и представља неадекватну PDF, јер укупна вредност интеграла износи јединичну вредност само у неким случајевима присуства циља. Здружена постериорна вероватноћа присутног циља и стања параметара циља $x(k)$ до које се долази у некој области је интеграл постериорне PDF стања параметара циља $p(H_1(k),x(k)|Y(k))$, из (2.10), на тој области. До информација о детекцији и праћењу улазних података $Y(k)$ могуће је доћи само кроз изразе (2.11) и (2.12), који се одређују моделима мерења.

Постериорна вероватноћа присутног циља $p(H_1(k)|Y(k))$, без обзира на вредност стања параметара циља $x(k)$, представља вероватноћу добијену интегралом постериорне PDF стања параметара циља $p(H_1(k),x(k)|Y(k))$, израз (2.10).

$$p(H_1(k),Y(k)) = \int p(H_1(k),x(k)|Y(k)) dx(k) \quad (2.13)$$

Заједно, хипотезе одсутног и присутног циља $H_0(k)$ и $H_1(k)$ имају постериорну PDF с одвојеном детекцијом два стања $p(H_0(k),Y(k))$, $p(H_1(k),Y(k))$. На основу израза (2.9), (2.10) и (2.13) следи:

$$\int p(X(k),Y(k))dX(k) = p(H_0(k)|Y(k)) + \int p(H_1(k),x(k)|Y(k))dx(k) = 1 \quad (2.14)$$

односно:

$$\int p(X(k),Y(k))dX(k) = p(H_0(k),Y(k)) + p(H_0(k),Y(k)) = 1 \quad (2.15)$$

Случај праћења је стање параметара циља $x(k)$ условљено претпоставком присутног циља $H_1(k)$. Постериорна PDF континуалног праћења $p(x(k)|H_1(k),Y(k))$ је нормализована верзија постериорне PDF стања параметара циља $p(H_1(k),x(k)|Y(k))$, (2.10), из разлога да вредност интеграла буде 1.

Постериорна PDF $p(H_0(k)|Y(k))$, $p(H_1(k)|Y(k))$ детекције и постериорна PDF трагача $p(x(k)|H_1(k),Y(k))$ садрже све податке о детекцији и праћењу. Оне су неопходне за излазне податке система. Осим тога, независни динамички модели се одређују на основу присуства циља и стања параметара циља условљеног присутним циљем. Из ових разлога,

постериорна PDF детекције $p(H_0(k)|Y(k))$, $p(H_1(k)|Y(k))$ и постериорна PDF трагача $p(x(k)|H_1(k),Y(k))$ се непрестано шире на скеновима. Ради појашњења, даје се преглед развоја овог процеса корак по корак.

Претпоставка је да постоје PDF претходне детекције $p(H_0(k)|Y(k-1))$, $p(H_1(k)|Y(k-1))$ и PDF трагача $p(x(k)|H_1(k),Y(k-1))$ на претходном скену k . Најпре треба добити PDF $p(H_1(k),x(k)|Y(k-1))$ којом се описује стање параметра претходног циља из израза (2.9). Ово и вероватноћа одсуства претходног циља $p(H_0(k)|Y(k-1))$ чине PDF $p(X(k)|Y(k-1))$ свих стања претходног циља у изразима (2.9) и (2.10).

Затим је потребно добити постериорну PDF $p(X(k)|Y(k))$ свих стања циља у изразима (2.9) и (2.10) путем Бајесове формуле али употребом ненормализованих PDF и односима вероватноћа (*likelihood ratio* – LR) како би се поједноставио развој и примена. Ненормализована укупна постериорна PDF $p'(X(k)|Y(k))$ за стања циља у (2.9) и (2.10) је:

$$p(H_0(k)|Y(k)) = p_{LR}(y(k)|H_0(k)|Y(k-1)) \quad (2.18)$$

$$p(H_1(k)|Y(k)) = p_{LR}(y(k)|H_1(k),x(k)|Y(k-1)) \quad (2.19)$$

Односи вероватноћа у (2.18) и (2.19) су нормализоване функције вероватноће $p(y(k)|H_0(k))$, $p(y(k)|H_1(k),x(k))$ из (2.21), (2.22).

$$p_{LR}(y(k)|H_0(k)) = \frac{p(y(k)|H_0(k))}{p(y(k)|H_0(k))} = 1 \quad (2.20)$$

$$p_{LR}(y(k)|H_1(k)) = \frac{p(y(k)|H_1(k),x(k))}{p(y(k)|H_0(k))} = 1 \quad (2.21)$$

Односи вероватноћа $p_{LR}(y(k)|H_1(k),x(k))$ у (2.21) су релативне вероватноће присуства циља за стање параметра циља $x(k)$ у односу на одсуство циља и садржи све улазне податке $y(k)$ детекције и праћења. Ненормализована постериорна вероватноћа одсуства циља $p'(H_0(k)|y(k))$ и постериорна PDF $p'(H_1(k),x(k)|Y(k))$ стања параметара циља у (2.18) и (2.19) су нормализоване, задовољавајући услов идентичности у (2.14), како би се дошло до постериорне PDF $p'(X(k)|Y(k))$ свих стања циља у (2.9) и (2.10).

$$p(H_0(k)|Y(k)) = \frac{p'(H_0(k)|Y(k))}{p'(H_0(k)|Y(k)) + \int p(H_1(k), x(k)|Y(k)) dx(k)} \quad (2.22)$$

$$p(H_1(k)|Y(k)) = \frac{p'(H_1(k)|Y(k))}{p'(H_0(k)|Y(k)) + \int p(H_1(k), x(k)|Y(k)) dx(k)} \quad (2.23)$$

Затим, постериорне PDF $p(H_0(k)|Y(k))$, $p(H_1(k)|Y(k))$ детекције, $p(x(k)|H_1(k), Y(k))$ и постериорна PDF $p'(x(k)|H_1(k), Y(k))$ трагача се добијају помоћу (2.13) и (2.16). Како би се циклус завршио до краја, претходне PDF детекције $p(H_0(k+1)|Y(k))$ и $p(H_1(k+1)|Y(k))$ и претходне PDF $p(x(k+1)|H_1(k+1), Y(k))$ трагача се за скен $k+1$ добијају из ових постериорних PDF заснованих на њиховом динамичком моделу. Ова методологија зависи од еквивалентне повратне трансформације из PDF детекције и праћења у здружену PDF стања циља у (2.9) и (2.10) без губитака информација, и обрнуто. Ажурирање ненормализоване постериорне Бајесове PDF детекције је:

$$p'(H_0(k)|Y(k)) = p_{LR}(y(k)|H_0(k))p(H_0(k)|Y(k-1)) \quad (2.24)$$

$$p'(H_1(k)|Y(k)) = p_{LR}(y(k)|H_1(k))p(H_1(k)|Y(k-1)) \quad (2.25)$$

Односи вероватноћа одсутног циља $p_{LR}(y(k)|H_0(k))$ у (2.24) јесте из (2.20), док је присутног циља $p_{LR}(y(k)|H_1(k))$ у (2.25) описано са:

$$\begin{aligned} p_{LR}(y(k)|H_1(k)) &= \int p_{LR}(y(k)|H_1(k), x(k))p(x(k)|H_1(k), Y(k-1)) dx(k) \\ &= \int p(x(k)|H_1(k), Y(k)) dx(k) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Однос вероватноће присутног циља $p_{LR}(y(k)|H_1(k))$ у (2.26) је средња вредност односа вероватноћа $p_{LR}(y(k)|H_1(k), x(k))$ у (2.21) процењена помоћу претходне PDF $p_{LR}(x(k)|H_1(k), Y(k-1))$ трагача у (2.33) и уједно представља укупан интеграл на ненормализованој постериорној PDF $p'(x(k)|H_1(k), Y(k))$ трагача у (2.31). У случају искључиво детекције, када је познато стање параметара циља $x(k)$, однос вероватноћа присутног циља $p_{LR}(y(k)|H_1(k))$ у (2.25) је $p_{LR}(y(k)|H_1(k), x(k))$ у (2.21). Израз (2.26) оптимално одражава несигурност у стању параметара циља $x(k)$. Ненормализована

постериорна PDF детекције циља $p'(H_0(k)|Y(k))$ и $p'(H_1(k)|Y(k))$ у (2.24) и (2.25), респективно, су нормализоване, испуњавајући идентичност из израза (2.15).

Коначно вероватноће детекција се могу дефинисати следећим изразима:

$$p(H_0(k)|Y(k)) = \frac{p'(H_0(k)|Y(k))}{p'(H_0(k)|Y(k)) + p'(H_1(k)|Y(k))} \quad (2.27)$$

$$p(H_1(k)|Y(k)) = \frac{p'(H_1(k)|Y(k))}{p'(H_0(k)|Y(k)) + p'(H_1(k)|Y(k))} \quad (2.28)$$

Након дефинисања односа вероватноћа детекције циља, може се формирати праћење. У наставку се разматрају два основна случаја општег решења праћења, а то су праћење једног циља и праћење више циљева.

2.5 Решење за детекцију и праћење једног циља на основу познатих мерења

Однос вероватноћа $p_{LR}(y(k)|H_1(k),x(k))$ у (2.21) је потребан у (2.26) и (2.31). Марковљев процес праћења PDF $p(x(k)|H_1(k),x(k-1))$ је неопходан у изразу (2.33). Оба су заснована на стандардном моделу мерења и моделима динамике циља. Решење у овом поглављу представља директну примену општих решења за детекцију и праћење једног циља.

2.5.1 Опсервације и динамички модели

Однос вероватноћа $p_{LR}(y(k)|H_1(k),x(k))$ у (2.21) се заснива на стандардном моделу мерења при непознатом пореклу [46-52]. Улазни подаци $y(k)$ садрже $M(k)$ статистички независних мерења:

$$y(k) = [y_1(k) \quad \dots \quad y_M(k)] \quad (2.34)$$

У случају присутног циља, циљ је или детектован у функцији обраде сигнала с вероватноћом P_d или није детектован с вероватноћом $1-P_d$. У случају присутног и детектованог циља, једнодимензионално мерење $y_M(k)$ у (2.34) се повезује с циљем. Локације се везују за претпостављено стање параметара циља $x(k)$ кроз стандардни

линеарни модел опсервација у изразу (2.35) са случајном Гаусовом расподелом за грешку опсервације $\omega(k)$, нултог очекивања и коваријационе матрице $C_{y,m}(k)$ добијајући резултат у виду Гаусове PDF у изразу (2.36) :

$$y_m(k) = H(k)x(k) + \omega(k) \quad (2.35)$$

$$p(y_m(k) | x(k), \text{придружено}) = \mathcal{N}(y_m(k), H(k)x(k), C_{y,m}(k)) \quad (2.36)$$

Претпоставка да нема података о придруживању. Према томе, за сва $M(k)$ мерења у (2.34) постоји подједнака вероватноћа да буду једина придружена мерењу $y_m(k)$ у (2.35) и (2.36). Остала $M(k)-1$ мерења у (2.34) су клатер. За присутан недетектован циљ или одсутан циљ, сва $M(k)$ мерења у (2.34) су клатер.

Затим, стандардни модел мерења при непознатом пореклу подразумева да се број мерења клатера насумично распоређује према Поасоновој расподели с параметром λ који представља математичко очекивање, те да су њихове локације случајне и увек идентичних расподела преко целокупног осматраног простора с константном вредношћу параметра ϖ . Свака PDF локације мерења клатера $y_m(k)$ је униформне расподеле $p_{unif}(y_m(k), \varpi)$, а здружена PDF локације клатера је њихов производ.

Здружена PDF мерења клатера $p_{clutter}(y, M, \varpi, \lambda)$ је :

$$\begin{aligned} p_{clutter}(\mathbf{y}, M, \varpi, \lambda) &= p_{unif}(\mathbf{y}, \varpi | M) p_{poisson}(M; \lambda) = \\ &= \left(\prod_{m=1}^M p_{unif}(y_m, \varpi) \right) p_{poisson}(M; \lambda) = \varpi^M p_{poisson}(M; \lambda) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Ове претпоставке указују на један сензор и циљ у виду тачке. Неколико сензора и распоређена решења циља предмет су неког будућег истраживања. Извођење односа вероватноће $p_{LR}(y(k) | H_1(k), x(k))$ у (2.21) преузето је из [53]. с овим стандардним моделом опсервација, PDF присутног циља $p(y(k) | H_1(k), x(k))$ у (2.21) је:

$$\begin{aligned} p(y(k) | H_1(k), x(k)) &= p(y(k) | H_1(k), x(k), \text{циљ детектован}) P_d + \\ &= p(y(k) | H_1(k), x(k), \text{циљ није детектован}) (1 - P_d) \end{aligned} \quad (2.38)$$

PDF присутног циља $p(y(k) | H_1(k), x(k), \text{циљ детектован})$ у (2.38) је здружена PDF преко свих $M(k)$ могућности повезивања циљева. PDF сваке могућности резултат је повезане локације мерења с PDF $p(y_m(k) | x(k), \text{придружено})$ у (2.36) и укупног мерења, здружене PDF клатера у (2.37) осталих $M(k)-1$ мерења.

$$\begin{aligned}
p(y(k) | H_1(k), x(k), \text{циљ детектован}) &= \sum_{m=1}^M p(y_m(k) | x(k), \text{придружено}) \cdot \\
p_{clutter}(y(k)^{(y_m(k) \neq y(k))}, M(k)-1; \varpi, \lambda) p(y_m(k) | x(k), \text{придружено}) &\cdot \\
p(y(k) | H_1(k), x(k), \text{циљ детектован}) &= \\
= \sum_{m=1}^M \mathcal{N}(y_m(k), H(k)x(k), C_{y,m}(k)) \cdot (\varpi^{M-1} p_{poisson}(M(k)-1; \lambda)) (M(k))^{-1} & \quad (2.39)
\end{aligned}$$

PDF присутног циља $p(y(k) | H_1(k), x(k), \text{циљ није детектован})$ у (2.38) и одсутног циља PDF $p(y(k) | H_0(k))$ у (2.21) представљају клатер у (2.37):

$$\begin{aligned}
p(y(k) | H_1(k), x(k), \text{циљ није детектован}) &= p(y(k) | H_0(k)) = \\
p_{clutter}(y(k), M(k); \varpi, \lambda) &= \varpi^{M(k)} p_{poisson}(M(k); \lambda) \quad (2.40)
\end{aligned}$$

Коначно, однос вероватноћа $p_{LR}(y(k) | H_1(k), x(k))$ у (2.21) је:

$$p_{LR}(y(k) | H_1(k), x(k)) = \sum_{m=1}^{M(k)} a_m(k) \mathcal{N}'(y_m(k), H(k)x(k), C_{y,m}(k)) + b(k) \quad (2.41)$$

$$\text{при чему су } a_m(k) = \frac{P_d}{(\varpi\lambda)(2\pi)^{\frac{J}{2}} \sqrt{|C_{y,m}(k)|}} = \frac{P_d}{\beta(2\pi)^{\frac{J}{2}} \sqrt{|C_{y,m}(k)|}} \text{ и } b_m(k) = 1 - P_d.$$

Функција $\mathcal{N}'(\cdot)$ у (2.41) је ненормализована Гаусова PDF. Однос вероватноће $p_{LR}(y(k) | H_1(k), x(k))$ у (2.41) има вишеструки утицај и одражава хеуристички принцип да се из скена, што се тиче резултата мерења, једино може видети да је вероватноћа присутности циља ($p_{LR}(y(k) | H_1(k), x(k)) > 1$), једнака на свим локацијама мерења, али да ширење зависи од грешке опсервације на локацији мерења и за њега не постоји велика вероватноћа и није немогуће да PDF $p_{LR}(y(k) | H_1(k), x(k))$, чија је вредност у интервалу $(0,1)$, буде далеко од било које локације мерења због могућег промашаја циља. Сви

скенови с подацима мерења се филтрирају помоћу Бајес-Марковљевог филтера. Однос вероватноћа $p_{LR}(y(k)|H_1(k),x(k))$ у (2.41) може да се изрази и помоћу познатијег параметра густине клатера β , где је $\beta = \varpi\lambda$. Уколико би подаци о било каквом повезивању или опису мерења били доступни, био би то предмет неког даљег истраживања. Види се у (2.41) да однос вероватноћа представља поједностављивање.

Гаусово праћење с PDF прелаза стања Марковљевих ланаца $p(x(k)|H_1(k),x(k-1))$ у (2.43) заснива се на стандардном моделу линеарне динамичке пројекције у (2.42). Случајан шум динамичког процеса циља $\omega(k)$, (2.42), је Гаусова расподела нулте средње вредности с коваријационом матрицом $Q(k-1)$.

$$x(k) = F(k-1)x(k-1) + \omega(k-1) \quad (2.42)$$

$$x(k) = \mathbf{N}(x(k), F(k-1)x(k-1), Q(k-1)) \quad (2.43)$$

$$\text{mean}(x(k)|Y(k)) = F(k-1)\text{mean}(x(k-1)|Y(k-1)), \text{ односно}$$

$$\hat{x}(k|k-1) = F(k-1)\hat{x}(k-1|k-1) \quad (2.44)$$

$$\text{cov}(x(k)|Y(k)) = F(k-1)\text{cov}(x(k-1)|Y(k-1))F^T(k-1) + Q(k-1), \text{ односно}$$

$$C_x(k|k-1) = F(k-1)C_x(k-1|k-1)F^T(k-1) + Q(k-1) \quad (2.45)$$

Пример: Нека је стандардни динамички модел с два стања циља, позиција $x(k)$ и брзина $\dot{x}(k)$ с дужином скена T , [51] у (2.46). Употребљена је брзина промене по скену $\Delta x(k) = T\dot{x}(k)$ и тада се може писати:

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \dot{x}(k) \end{bmatrix}, F(k) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ и } Q(k) = (q_{\text{trace}}(k)\Gamma) \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Са дефинисаним стандардним статистичким моделима на улазним подацима мерења, правилно понављајући PDF за Бајесов пример у (2.51) и Марковљев процес у (2.54) је Гаусова мешавина са сваком од PDF $\mathcal{N}(\cdot)$ која има облик Гаусове расподеле.

Ненормализовано постериорно праћење PDF $p'(x(k)|H_1(k),Y(k))$ у (2.47) се изводи из (2.31). Однос вероватноће $p_{LR}(y(k)|H_1(k),x(k))$, (2.31) произилази из (2.41). Претходно

праћење PDF $p(x(k) | H_1(k), Y(k-1))$ у (2.31) се добија ажурираним Марковљевом PDF у (2.54) или иницијализацијом:

$$p'(y(k) | H_1(k), Y(k)) = \left(\sum_{m=1}^{M(k)} a_m(k) \mathcal{N}'(y_m(k), H(k)x(k), C_{y,m}(k)) + b(k) \right) \times \left(\sum_{n=1}^{N(k|k-1)} p_n(k | k-1) \mathcal{N}(x(k), \hat{x}_n(k | k-1), C_{x,n}(k | k=1)) \right) \quad (2.41)$$

Проширивањем израза (2.47) следи:

$$p'(y(k) | H_1(k), Y(k)) = \sum_{n=1}^{N(k|k-1)} b(k) p_n(k | k-1) \mathcal{N}(x(k), \hat{x}_n(k | k-1), C_{x,n}(k | k=1)) + \sum_{m=1}^{M(k)} \sum_{n=1}^{N(k|k-1)} a_m(k) \mathcal{N}'(y_m(k), H(k)x(k), C_{y,m}(k)) \times \mathcal{N}(x(k), \hat{x}(k | k-1), C_{x,n}(k | k-1)) \quad (2.48)$$

Свака мера m и претходни Гаусов резултат n у (2.48) може се изразити као постериорни Гаусов облик с фактором Гаусовог резултата $\rho_{m,n}(k)$, који је од кључног значаја:

$$\mathcal{N}'(y_m(k), H(k)x(k), C_{y,m}(k)) \mathcal{N}(x(k), \hat{x}(k | k-1), C_{x,n}(k | k-1)) = \rho_{m,n}(k) \mathcal{N}(x(k), \hat{x}_{m,n}(k | k), C_{x,m,n}(k | k)) \quad (2.49)$$

Заменом Гаусовог производа $\mathcal{N}'(\cdot) \mathcal{N}(\cdot)$ из (2.49) у (2.48) у један збир преко свих постериорних Гаусових модела n' , сваки с јединачном тежином $p_n'(k | k)$ следи:

$$p'(x(k) | H_1(k), Y(k)) = \sum_{n=1}^{N(k|k)} p_n'(k | k) \mathcal{N}(x(k), \hat{x}_n'(k | k), C_{x,n}'(k | k)) \quad (2.50)$$

где је $N(k | k) = N(k | k-1) + M(k)N(k | k-1)$ и $p_n'(k | k) = (a_m(k) \rho_{m,n}(k)) (p_n(k | k-1))$ или $p_n'(k | k) = (b(k)) (p_n(k | k-1))$.

Ненормализована постериорна PDF праћења $p'(x(k) | H_1(k), Y(k))$ је нормализована према

изразу $p(x(k) | H_1(k), Y(k)) = \sum_{n=1}^{N(k|k)} p_n(k | k) \mathcal{N}(x(k), \hat{x}_n(k | k), C_{x,n}(k | k))$, где је:

$$p_n(k|k) = \frac{p_n'(k|k)}{\sum_{n=1}^{N(k|k)} p_n'(k|k)} \quad (2.51)$$

Постериорна PDF праћења $p(x(k)|H_1(k), Y(k))$ у (2.51) се редукује до нормализације тежина ненормализованог Гаусовог модела $p_n'(k|k)$, у (2.50). Претходна PDF праћења $p(x(k)|H_1(k), Y(k-1))$ у (2.52) изводи се помоћу (2.33). Постериорна PDF праћења $p(x(k-1)|H_1(k-1), Y(k-1))$ у (2.33) добија се ажурирањем Бајесове PDF у (2.51). Праћење с Марковљев процесом PDF $p(x(k)|H_1(k), x(k-1))$, (2.33), добија се на основу познатог израза (2.43):

$$p(x(k)|H_1(k), Y(k-1)) = \sum_{n=1}^{N(k-1|k-1)} p_n(k-1|k-1) \times \left\{ \int \mathcal{N}(x(k), F(k-1)x(k-1), Q(k-1)) \mathcal{N}(x(k-1), \hat{x}_n(k-1|k-1), C_{x,n}(k-1|k-1)) dx(k-1) \right\} \quad (2.52)$$

Ажурирање PDF стања процеса праћења Марковљевих ланаца, (2.52) редукује се на ажурирање Марковљевог процеса за сваки Гаусов модел n , у витичастим заградама, што је Гаусова PDF с очекивањем $\hat{x}_n(k|k-1)$ и матрицом коваријанси $C_{x,n}(k|k-1)$ из (2.44) и (2.45), [51]:

$$\left\{ \int \mathcal{N}(x(k), F(k-1)x(k-1), Q(k-1)) \mathcal{N}(x(k-1), \hat{x}_n(k-1|k-1), C_{x,n}(k-1|k-1)) dx(k-1) \right\} = \mathcal{N}(x(k), \hat{x}_n(k|k-1), C_{x,n}(k|k-1)) \quad (2.53)$$

Следи замена (2.53) у (2.52). Тежине Гаусовог модела $p_n(k-1|k-1)$ остају непромењене. Затим, претходна PDF праћења $p(x(k)|H_1(k), Y(k-1))$ из (2.52) је:

$$p(x(k)|H_1(k), Y(k-1)) = \sum_{n=1}^{N(k|k-1)} p_n(k|k-1) \mathcal{N}(x(k), \hat{x}_n(k|k-1), C_{x,n}(k|k-1)) \quad (2.54)$$

где су $N(k|k-1) = N(k-1|k-1)$ и $p_n(k|k-1) = p_n(k-1|k-1)$.

Присуство циља с односом веоватноће $p_{LR}(y(k)|H_1(k))$ у изразу (2.26) је неопходно у решењу детекције. Заменом ненормализоване постериорне PDF праћења $p'(x(k)|H_1(k),Y(k))$ из (2.50) у (2.23).

$$p_{LR}(y(k)|H_1(k)) = \sum_{n=1}^{N(k,k)} p_n'(k|k) \quad (2.55)$$

С присутним циљем познате $p_{LR}(y(k)|H_1(k))$ добијено из (2.55), изведене су PDF детекције ажуриране по Бајесовим изразима у (2.24), (2.25), (2.27) и (2.28), а затим су ажуриране Марковљеве PDF детекције у (2.29). Види се да је употреба ненормализованих PDF поједноставила добијање израза (2.55).

Ово решење је тачно на основу неопходне усаглашености с општим решењем за детекцију и праћење једног циља с $p_{LR}(y(k)|H_1(k),x(k))$ из (2.41) и праћењем с PDF Марковљевих ланаца $p_{LR}(x(k)|H_1(k),x(k-1))$ из (2.43), које су саме по себи исправна решења заснована на својим стандардним моделима.

Решења с Калмановим филтером и условној Бајесовој PDF су свака за себе специјални случајеви овог решења као и однос вероватноћа $p_{LR}(y(k)|H_1(k)|x(k))$ у изразу (2.41). Ови последњи изрази су екстензије додатних услова при несигурном пореклу. Разматра се само линеарне Гаусове опсервације и динамички модели. Нелинеарни негаусови модели су предмет неког будућег истраживања.

Гаусови модели су фундаментални објекти. Израчунавају се независно од било ког решења једног циља или детекције-праћење, затим су једине улазне информације неопходне за било које рекурзивно израчунавање детекције-праћења на скену, захтевају улаз као једино рекурзивно израчунавање на скену с мерењима.

Гаусов модел је решење за примену Калмановог филтера када се прати путања мерења једног циља преко скенова. Детектор-трагач има неодољиву тенденцију да тражи најснажнију путању циља на основу доступних улазних мерења интеграцијом PDF трагача ажуриране по Бајесовој формули. Односно, тежине Гаусовог модела имају јединствени максимум на исправном Гаусовом моделу, док се остали могу занемарити. Затим, решење зависи само од подкупа мера: оних које доприносе доминантним или врхунцима Гаусових модела, а које се могу посматрати као исправно повезана мерења.

2.6 Решење детекције и праћења више циљева података мерења

За M потенцијалне циљеве са здруженим укупним стањем више циљева $X^M(k)$, здружена постериорна PDF стања више циљева $p(X^M(k)|Y(k))$ је:

$$p(X^M(k)|Y(k)) = p(X^1(k), X^2(k), \dots, X^M(k)|Y(k)) \quad (2.56)$$

Свако укупно стање једног циља $X^{(m)}(k)$ у (2.56) представља опште стање једног циља $X(k)$. Свака здружена постериорна PDF стања једног циља $p(X^{(m)}(k)|Y(k))$ у (2.9) и (2.10) може се сматрати маргиналним PDF, (2.56). Директно проширивање решења постериорне PDF општег стања једног циља $p(X(k)|Y(k))$ како би се дошло до здружене постериорне PDF општег стања више циљева $p(X^M(k)|Y(k))$ у изразу (2.56) је у начелу рачунски неизводљиво.

Дакле, приступ с више циљева ослања се на карактеристике детекције-праћење. Уколико се доминантни Гаусови процеси сваког детектор-трагача могу искључити из осталих детектора-трагача, њихова решења су међусобно ортогонална и самим тим независна. Детектори-трагачи не „деле“ Гаусове процесе. Само једна тежина Гаусовог процеса може да буде „висока“ над свим детекторима-трагачима. Затим, здружена постериорна PDF $p(X^M(k)|Y(k))$ у (2.56) стања више циљева може да буде факторисано као производ свих постериорних PDF $p(X^{(m)}(k)|Y(k))$ општег стања једног циља:

$$p(X^M(k)|Y(k)) = \prod_{m=1}^M p(X^{(m)}(k)|Y(k)) \quad (2.57)$$

Приступ с више циљева је реализација израза (2.60). Узима се у разматрање облик решења детектора-трагача једног циља. Ненормализована постериорна PDF $p'(x(k)|H_1(k), Y(k))$ трагача у (2.50) је једина потребна улазна информација за преостала ажурирања Бајесових и Марковевих PDF детекције и праћења. Затим, ненормализоване постериорне PDF $p''(x^{(m)}(k)|H_1^{(m)}(k), Y(k))$ трагача испостављају се као маргиналне PDF здружене ненормализоване постериорне PDF трагача више циљева за примену у тим ажурирањима. У случају два циља, маргинално решење за ненормализовану постериорну PDF трагача 1 је:

$$p''(x^{(1)}(k) | H_1^{(1)}(k), Y(k)) = \alpha \int \left(\sum_{n_1=1}^{N(k|k)} p'_{n_1}{}^{(1)}(k|k) \mathcal{N}(x^{(1)}(k), \hat{x}_{n_1}^{(1)}(k), C_{x, n_1}(k|k)) \right) \times \\ \left(\sum_{n_2=1}^{N(k|k)} p'_{n_2}{}^{(2)}(k|k) \mathcal{N}(x^{(2)}(k), \hat{x}_{n_2}^{(2)}(k), C_{x, n_2}(k|k)) \right) f(n_1, n_2) dx^{(2)}(k) \quad (2.58)$$

где су $f(n_1, n_2) = 1 - \delta(n_1, n_2)$ и $\alpha = \left(\int p'(x^{(2)}(k) | H_1^{(2)}(k), Y(k)) dx^{(2)}(k) \right)^{-1} = \left(\sum_{n_2=1}^{N(k|k)} p'_{n_2}{}^{(2)}(k|k) \right)^{-1}$.

Сваки фактор у заградама у изразу (2.58) јесте ненормализована постериорна PDF трагача једног циља из (2.50). Њихов производ је здружена ненормализована постериорна PDF трагача 2 циља заснованог на претпоставци независности и пошто здружени податак није доступан. „Недељење“ Гаусових процеса није подразумевано својство као што је понашање најснажније путање тражења циља. За проширени израз (2.58), еквивалент је занемаривање појмова с истим Гаусовим процесима $n_1 = n_2$, односно, не могу да постоје оба детектора-трагача у истом Гаусовом моделу. Ово се намеће граничним условом $f(n_1, n_2) = 0$ за $n_1 = n_2$ и 1 у другачијем случају, што је додатни претходни податак.

Ненормализоване постериорне PDF трагача и самостално и заједно у својим здруженим PDF су неодговарајуће PDF, јер интеграл није једнак 1. Према томе, фактор скале α је неопходан у изразу (2.58). Образложење за фактор скале α је да ненормализована постериорна PDF $p''(x^{(1)}(k) | H_1^{(1)}(k), Y(k))$ трагача 1 мора да се сведе на случај једног циља као у (2.58) ради независне операције $f(n_1, n_2) = 1$, задржавањем исправне скале за детекцију.

Одређивање ненормализоване постериорне PDF $p''(x^{(1)}(k) | H_1^{(1)}(k), Y(k))$ трагача 1 у (2.58) одређује се општа форма ненормализоване постериорне PDF $p''(x^{(m)}(k) | H_1^{(m)}(k), Y(k))$, $m = 1, \dots, M$ трагача m за M случајева циља. Нека су:

$$p''(x^{(m)}(k) | H_1^{(m)}(k), Y(k)) = \sum_{n=1}^{N(k|k)} p''_n{}^{(m)}(k|k) \mathcal{N}(x^{(m)}(k), \hat{x}_n^{(m)}(k), C_{x, n}(k|k)) \quad (2.59)$$

$$p''_n{}^{(m)}(k|k) = p'_n{}^{(m)}(k|k) \prod_{\substack{m'=1 \\ m' \neq m}}^M q_n^{(m')}(k|k) \quad (2.60)$$

тада се може написати следећи израз:

$$q_n^{(m)}(k|k) = 1 - \frac{p_n'^{(m)}(k|k)}{\sum_{n=1}^{N(k|k)} p_n'^{(m)}(k|k)} \quad (2.61)$$

Гаусов процес $\mathcal{N}(x^{(m)}(k), \hat{x}_n^{(m)}(k), C_{x,n}(k|k))$ и његове тежине $p_n'^{(m)}(k|k)$ из (2.60) на основу (2.50). Користећи ненормализоване постериорне PDF трагача m у (2.59), постериорне PDF $p(H_0^{(m)}(k)|Y(k))$, $p(H_1^{(m)}(k)|Y(k))$ детектора и PDF трагача $p(x^{(m)}(k)|H_1^{(m)}(k), Y(k))$ за детектор-трагача m израчунавају се помоћу Бајесових и Марковљев ажурираних PDF преосталих детектора и трагача.

Тежина ненормализоване постериорне PDF Гаусовог модела $p_n''^{(m)}(k|k)$ из (2.60) опада с одговарајућом ненормализованом тежином $p_n'^{(m)}(k|k)$ из (2.50) за сваку другу тежину $p_n'^{(m)}(k|k)$ је “виша” кроз мултипликацију њихових инверзних тежина $q_n^{(m)}(k|k)$, где је $0 < q_n^{(m)}(k|k) < 1$, која је “ниска”. У супротном, је мали ефекат, јер је тада $q_n^{(m)}(k|k) \approx 1$. Ова операција директно следи из граничног услова тежина $f(\cdot)$ израз (2.58), затим „делова“ Гаусових модела, али и од мерних података на детекторима-трагачима. То се може посматрати као индиректно повезивање мерних података на детекторима-трагачима и одговара експлицитно претпоставкама повезиваних мерења у придруживањима података на основу здружене вероватноће (*joint probability data association* – JPDA) и праћењу на основу вишеструких претпоставки (*multiple hypothesis tracking* – МНТ).

За стационарна стања, детектори-трагачи знатно достижу међусобну ортогоналност, (2.57), и суштински су оптимални. Маргинализација сузбија било какву склоност Гаусових модела ка мешању на детекторима-трагачима. За иницијализацију или аквизицију, решење за више циљева се доводи до свог идеалног стања. Само један детектор-трагач ће „победити“ на свакој путањи циљања.

Гаусови модели су уобичајено средство на свим детекторима-трагачима и намећу се као основна поставка за све постериорне PDF трагача који пружају једноставност и ефикасност у примени. Они играју истоветну улогу како у линеарним гаусовским процесима [1, 54, 55] тако и у не линеарним и негаусовским процесима којима се често описује партикал филтер [56-58].

Са ове тачке гледишта, решења за праћење су израчунавање тежина Гаусових модела, што се може посматрати као вероватноће сваког Гаусовог модела да чини исправно решење. На тај начин тежине представљају олакшан избор гаусовских модела у односу на сва решења Калмановог филтера у мерењу путање свих јединачних циљева.

Глобална конвергенција детектора-трагача у најснажнију путању циља омогућава пожељну глобалну претрагу и аквизицију циља детектора-трагача, али захтева селективно ограничавање података кроз инверзивне тежине како би се спречило непожељно повезивање детектора-трагача у случају више циљева.

3. Естимација процеса

Сваки процес се састоји од многих различитих стања. Нека од њих су мерљива, а нека не. Процес се може описати променама стања и тада се каже да је описан у простору стања. Естимација процеса је намењена процени стања на основу мерљивих стања, али и на основу естимираних стања. Естимација се користи у дискретној форми, јер се процене формирају у околини тачке, односно за један дискретни тренутак.

Дискретни временски опис простора стања неког система представља општи динамичан систем и описан је изразима:

$$x((k+1)T) = f(x(kT), \omega(kT)) \quad (3.1)$$

$$y(kT) = h(x(kT), e(kT)) \quad (3.2)$$

где је вектор стања $x(kT) \in R^n$ и представља непозната стања или параметре у дискретном временском тренутку с периодом одабирања T , а k представља редни број одбирка и у даљем тексту ће представљати дискретни временски тренутак kT . Опсервација $y(k)$ је често нелинеарна функција у зависности од тренутних процењених стања. Пропусти у моделу система и у филтрирању мерења су описани од стране стохастичких процеса $\omega(k)$ и $e(k)$. Под филтрирањем мерења се подразумева минимизација шума мерених величина. Опсервација система може бити описана с ограниченим подскупом простора стања. Основни циљ у овом поглављу је да се естимира стање $x(k)$, користећи скуп $Y(k) = \{y(1), y(2), \dots, y(k)\} = \{y(i)\}_{i=1}^k$ претходних опсервација, укључујући и тренутак k .

У поглављу 3.1, су разматране две различите парадигме естимација: Фишерјан максималне веродостојности ML метод и Бајесов приступ максималне вероватноће претпостављене расподеле, MAP метод. Бајесов приступ је детаљније описан у поглављу 3.2. У поглављу 3.3 је представљена теорија Калмановог филтрирања. Технике естимације везане за више модела су приказане у поглављу 3.4, док се у поглављу 3.5 расправља о основним ограничењима естимације назване доња Cramer-Rao граница (*Cramer Rao lower bound* - CRLB). Поглавље 3.6 садржи детаљан опис партикал филтера.

3.1. Парадигме естимације

Технике естимација су често категорисане као Фишеријан или Бајесова, [5]. Овде се ML и MAP методе се укратко наводе. Метод ML је први пут уведен [6, 7]. У [8] је дат детаљан историјски преглед. Бајесова парадигма, заснива се на Бајесовој теореми, [9, 10, 11, 47]. У оквиру Бајесовом истраживању се све непознато сматра као случајне променљиве, а за Фишеријанов приступ, параметри се сматрају фиксним, али непознатим. У посебним случајевима, ML и MAP прорачуни могу произвести исте естимације, чак и ако су приступи концептуално различити. Бајесова теорема за функцију густине вероватноће с две стохастичке променљиве x и y се описује општим изразом:

$$p(x|y) = \frac{p(y|x) \cdot p(x)}{p(y)}, \quad (3.3)$$

где је $p(x|y)$ вероватноћа случајне променљиве x под условом случајне променљиве y . Слично је и у случају скупа опсервација $Y(k)$:

$$p(x|Y(k)) = \frac{p(Y(k)|x) \cdot p(x)}{p(Y(k))} \propto p(Y(k)|x) \cdot p(x). \quad (3.4)$$

Естимација случајног параметра у једној тачки се може одредити минимизацијом очекиване вредности дате опсервацијом $Y(t)$:

$$\hat{x}(k)^{MMS} = \arg_x \min E((\hat{x} - x)^2 | Y(k)), \quad (3.5)$$

где (*minimum means square* – MMS) представља минимум средње квадратног одступања. Решење се може представити и условном вероватноћом:

$$\hat{x}(k)^{MMS} = E(x|Y(k)) = \int xp(x|Y(k))dx. \quad (3.6)$$

У [11,47], условна очекивана вредност је приказана уз претпоставку да је диференцијабилна, јер :

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}} E((\hat{x} - x)^2 | Y(k)) = 2(x - E(x|Y(k))) = 0 \Rightarrow \hat{x} = E(x|Y(k)). \quad (3.7)$$

Метод ML је статистичка метода, у којој се формира функција вероватноће, а естимација је изабрана на основу максимума критеријума веродостојности. Ако је вектор стања или вектор параметара дат с $x \in R^n$, формирање функције вероватноће је заснована на свим опсервацијама $Y(t)$ до тренутка t . Функција вероватноће је изграђена комбиновањем вероватноћа за различите тренутке под претпоставком да су независни:

$$p(x | Y(k)) = \prod_{i=1}^k p(y(i) | x) \quad (3.8)$$

Естимација вредности у једној тачки вектора параметара или вектора стања је дата аргументом максимизације функције вероватноће. Теорија се заснива на чињеници да естимација ML методом конвергира скоро до тачне вредности уз коректне опште услове, [59]. У [60] су коришћене следеће дефиниције за MAP и ML методе.

$$\hat{x}^{MAP} = \arg_x \max p(x | Y(k)) \quad \text{и} \quad (3.9)$$

$$\hat{x}^{ML} = \arg_x \max p(Y(k) | x) \quad (3.10)$$

Други интересантан поглед на естимације применом MMS и MAP методе се може разматрати у Гаусовским случајевима, где се може видети да $\hat{x}^{MMS} = \hat{x}^{MAP}$. Заједничка техника за естимацију стања је LS метод. Идеја је да се минимизује средња квадратна грешка (*mean square error* - MSE), која се може формулисати у случају нелинеарних функција са:

$$\hat{x}^{LS} = \arg_x \min \sum_{i=1}^k (y(i) - h(x))^2 \quad (3.11)$$

Преглед осталих различитих LS метода и рекурзивних LS метода се може видети у [12]. Друго важно питање је када се може извршити декомпозиција функције вероватноће:

$$p(x, Y(k)) = p(Y | x) = p_1(g(Y), x) \cdot p_2(Y) \quad (3.12)$$

Дакле, јасно је да ML естимација зависи само од функције $g(Y)$ али не и од комплетног скупа Y . Функција $g(Y)$ је довољан податак за x , [60], док у случају Гаусове PDF, довољан податак је дат математичким очекивањем и варијансом.

3.2. Бајесова естимација

Проблем естимације параметра или стања нелинеарног стохастичког система користећи зашумљена мерења као опсервације је био активан простор истраживања много година. Нелинеарни и линеарни проблеми су разматрани у [10, 110]. У посебном случају, линеарни систем с адитивним Гаусовим шумом, Калманов филтер, [12, 14, 61], даје коначно димензионално рекурзивно решење.

У Бајесовој теорији, све непознато се сматра стохастичком променљивом, а почетна или претпостављена расподела би требала да буде позната. Користећи опсервације, естимација може касније да се коригује на основу израчунате густине вероватноће. Општа теорија за нелинеарно филтрирање с могућим расподелама с не-Гаусовим шумом је детаљно описан у [10, 15, 16, 110].

Многи проблеми рекурзивне естимације у дискретном облику могу бити формулисани коришћењем система представљен у поглављу 3.1. Имајући у виду опсервације $Y(k)$ до тренутка k , естимације $\hat{x}(k | k) \in R^n$, се могу израчунати:

$$p(x(k+1) | Y(k)) = \int_{R^n} p(x(k+1) | x(k)) \cdot p(x(k) | Y(k)) dx(k), \quad (3.13)$$

$$p(x(k) | Y(k)) = \frac{p(y(k) | x(k)) \cdot p(x(k) | Y(k-1))}{p(y(k) | Y(k-1))}, \quad (3.14)$$

на пример, као у MMS естимацији. Бајесова формулација естимације се састоји од једначине за ажурирање стања (3.13) и једначине опсервација (3.14). Ове једначине се могу извести користећи особине Маркових процеса, Бајесове теореме и стандардних прорачуна из теорије вероватноће. Ажурирање једначине опсервација следи из:

$$\begin{aligned} p(x(k) | Y(k)) &= \frac{p(y(k) | x(k)) \cdot p(x(k))}{p(Y(k))} = \frac{p(y(k), Y(k-1) | x(k)) \cdot p(x(k))}{p(y(k), Y(k-1))} = \\ &= \frac{p(y(k) | x(k), Y(k-1)) \cdot p(Y(k-1) | x(k)) \cdot p(x(k))}{p(y(k) | Y(k-1)) \cdot p(Y(k-1))} = \frac{p(y(k) | x(k)) \cdot p(Y(k-1) | x(k)) \cdot p(x(k))}{p(y(k) | Y(k-1)) \cdot p(Y(k-1))} = \end{aligned}$$

$$= \frac{p(y(k)|x(k)) \cdot p(x(k)|Y(k-1))}{p(y(k)|Y(k-1))} \quad (3.15)$$

У првој једнакости, је употребљена Бајесова теорема, док је у другој употребљена Бајесова теорема у комбинацији с дефиницијом $Y(k) = \{Y(k-1), y(k)\}$. Коначно, особина Маркових процеса, односно, $p(y(k)|x(k), Y(k-1)) = p(y(k)|x(k))$, и Бајесова теорема дају резултат. Једначина ажурирања стања је добијена из следећих прорачуна:

$$\begin{aligned} p(x(k+1), x(k)|Y(k)) &= p(x(k+1), x(k)|Y(k)) \cdot p(x(k)|Y(k)) = \\ &= p(x(k+1)|x(k)) \cdot p(x(k)|Y(k)). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Интеграцијом обе стране једнакости по стању $x(k)$ следи:

$$p(x(k+1)|Y(k)) = \int_{\mathbb{R}^n} p(x(k+1)|x(k)) \cdot p(x(k)|Y(k)) dx(k) \quad (3.17)$$

Честа је претпоставка једноставнијег модела с додатим шумом:

$$x(k+1) = f(x(k)) + \omega(k), \quad (3.18)$$

$$y(k) = h(x(k)) + e(k), \quad (3.19)$$

где се могу написати следеће релације:

$$p(x(k+1)|x(k)) = p_{\omega(t)}(x(k+1) - f(x(k))), \quad (3.20)$$

$$p(y(k)|x(k)) = p_{e(t)}(y(k) - h(x(k))) \quad (3.21)$$

У случају када није претпостављен додатни шум, PDF се може израчунати на локалном нивоу као што је приказано у наставку. Анализа и имплементација нелинеарних филтера су у великој мери засновани на изразима који укључују градијент скаларних функција или векторске вредности функција. Градијент и Јакобијан матрице су дефинисане следећим изразима:

$$\nabla_x g(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial g}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad g: R^n \rightarrow R \quad (3.22)$$

$$\nabla_x g^T(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_1}{\partial x_n} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad g: R^n \rightarrow R^m \quad (3.23)$$

Такође, Лапласијан за скаларну функцију $g(x, y)$, при чему су $x \in R^n$ и $y \in R^m$, је дефинисан изразом:

$$\nabla_{x,y}^2 g(x, y) = \nabla_y (\nabla_x g(x, y))^T, \quad g: R^n \times R^m \rightarrow R \quad (3.24)$$

Коначно, на основу теорема и доказа у [10, 110], изрази (3.15а) и (3.15б) се могу написати у општем случају:

$$p(x(k+1) | x(k)) = p_{\omega(k+1)}(f^{-1}(x(k+1), x(k))) \cdot \left| \det(\nabla_{x(k+1)}(f^{-1})^T) \right|, \quad (3.25)$$

$$p(y(k) | x(k)) = p_{e(k)}(h^{-1}(y(k), x(k))) \cdot \left| \det(\nabla_{y(k)}(h^{-1})^T) \right|, \quad (3.26)$$

Коришћењем инверзности следи:

$$\omega(k) = f^{-1}(x(k), x(k+1)), \quad (3.27)$$

$$e(k) = h^{-1}(y(k), x(k)). \quad (3.28)$$

3.3. Увод у основне филтере

Уопштено, не постоји коначно димензионално решење за Бајесов проблем естимације из (3.10). Међутим, за случај линеарног система с Гаусовим шумом може бити формулисано рекурзивно применом Калмановог филтера (*Kalman filter* - KF). Ово је објашњено у поглављу 3.3.1. За нелинеарне проблеме, систем се може линеаризовати пре примене Калмановог филтера. Линеаризација се извршава око процењеног стања. Ово се назива проширени Калманов филтер (*extended Kalman filter* - EKF) описан у поглављу

3.3.2. Уместо да се прво линеаризује систем како би се применио Калманов филтер, проблем естимације се може апроксимирати и директно. Изрази (3.13) и (3.14) се могу решити нумерички, али применом детерминистичких и стохастичких метода. Решење добијено применом стохастичке интеграције доводи до формулисања партикал филтера, који ће бити детаљније дискутовано у поглављу 3.6.

3.3.1. Калманов филтер

Уколико је претпостављен линеарни систем с додатим Гаусовим шумом, тада постоји коначно димензионално решење за изразе (3.13) и (3.14), добијено Калманов филтером, [12, 14]. Дакле, једначина стања и опсервација остају гаусовске, ако је систем линеаран и гаусовски, а то се описује с прва два момента, математичким очекивањем и варијансом. Постоје многе књиге које описују различите аспекте Калмановог филтера. Велики део класичне теорије је описан у [12, 13, 61, 62, 114]. Нека је временски променљиви модел простора стања линеаран и Гаусовски:

$$x(k+1) = F(k)x(k) + G_u(k)u(k) + G_\omega(k)\omega(k), \quad (3.29)$$

$$y(k) = H(k)x(k) + e(k). \quad (3.30)$$

Улазни сигнал се означава $u(k)$, процес шума $\omega(k)$, док се шум мерења и других поремећаја означава с $e(k)$, при чему су коваријансе означавају с $\text{cov}(\omega(k)) = Q(k)$, $\text{cov}(e(k)) = R(k)$, а кросковаријанса $S(k)$. Сада се може дефинисати математичко очекивање у матричном облику:

$$E \left(\begin{pmatrix} \omega(k) \\ e(k) \\ x_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_s^T & e_s^T & x_o^T & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} Q(k)_s \delta(k)_s & S(k)_s \delta(k)_s & 0 & 0 \\ S(k)_s^T \delta(k)_s & R(k)_s \delta(k)_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Pi_o & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.31)$$

где је:

$$\delta(k)_s = \begin{cases} 1, & k = s \\ 0, & k \neq s \end{cases} \quad (3.32)$$

Нека су почетно стање x_0 , процес шума $\omega(k)$ и шум мерења $e(k)$ и гаусовске променљиве, тада се може дефинисати заједничкикуп опсервација $Y(k)$:

$$x(k+1)|Y(k) \sim \mathcal{N}(\hat{x}(k+1|k), P(k+1|k)), \quad (3.33)$$

$$x(k)|Y(k) \sim \mathcal{N}(\hat{x}(k|k), P(k|k)), \quad (3.34)$$

при чему је претпоставка да шум није корелисан $S(k)=0$. Изрази ажурирања стања и опсервација Калмановим филтером су дате следећим изразима:

- предикција

$$\hat{x}(k+1|t) = F(k)x(k|k) + G(k)u(k) \quad (3.35)$$

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F(k)^T + G(k)Q(k)G(k)^T \quad (3.36)$$

- естимација

$$x(k|k) = x(k|k-1) + K(k)(y(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1)) \quad (3.37)$$

$$P(k|k) = P(k|k-1) - K(k)H(k)P(k|k-1) \quad (3.38)$$

- Калманово појачање

$$K(k) = P(k|k-1)H(k)^T (H(k)P(k|k-1)H(k) + R(k))^{-1} \quad (3.39)$$

3.3.2. Проширени Калманов филтер

Многи естимирани системи су нелинеарни, али се модел шума претпоставља да је гаусовски. Основна идеја је да се линеаризује систем и примени Калман филтер. Овакав приступ се назива проширени Калманов филтер, [12, 13, 61, 62, 114], или Шмит проширени Калманов филтер. Разматра се следећи систем:

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(k)\omega(k), \quad (3.40)$$

$$y(k) = h(x(k)) + \omega(k) \quad (3.41)$$

где је претпостављено да су шумови процеса $\omega(k)$ и мерења $e(k)$ гаусовски с нултим математичким очекивањем, варијанси $Q(k)$ и $R(k)$, редом. а Π_o почетна коваријанса грешке предикције. Математичко очекивање система се може изразити на следећи начин:

$$E \left(\begin{pmatrix} \omega(k) \\ e(k) \\ x_o - \bar{x}_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_s^T & e_s^T & (x_o - \bar{x}_o)^T & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} Q(k)_s \delta(k)_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R(k)_s \delta(k)_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Pi_o & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

Систем може бити и временски променљив, а тада се могу користити следеће апроксимације:

$$f(x(k)) \approx f(\hat{x}(k|k)) + F(k)(x(k) - \hat{x}(k|k)), \quad (3.43)$$

$$h(x(k)) \approx h(\hat{x}(k|k-1)) + H(k)(x(k) - \hat{x}(k|k-1)), \quad (3.44)$$

$$g(x(k)) \approx g(\hat{x}(k|k)) \approx G(k), \quad (3.45)$$

где је

$$F(k)^T = \nabla_x f^T(x)|_{x=\hat{x}(k|k)}, \quad H(k)^T = \nabla_x h^T(x)|_{x=\hat{x}(k|k-1)}. \quad (3.46)$$

Повезујући релације које описују систем и апроксимације, следи:

$$\hat{x}(k+1|k) = F(k)x(k|k) + (f(\hat{x}(k)) - F(k)\hat{x}(k|k)) = f(\hat{x}(k|k)), \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} x(k|k) &= x(k|k-1) + K(k)(y(k) - (h(k)\hat{x}(k|k-1) - H(k)\hat{x}(k|k-1)) - H(k)\hat{x}(k|k-1)) = \\ &= x(k|k-1) + K(k)(y(k) - h(k)\hat{x}(k|k-1)). \end{aligned} \quad (3.48)$$

Изрази (3.35)-(3.39) употпуности остају у примени ЕКФ.

3.4. Вишеструки модел

Многи проблеми естимације укључују нагле промене у динамици система. На пример естимација у праћењу циљева на секвенцама у којима врше маневар. Да би се постигла прецизнија естимација, неколико модела се може користити, сваки је прилагођен да опише специфичност динамике. Једно од важнијих питања за примену вишеструких

модела или филтера, је како смањити број хипотеза. Ово се може урадити применом техника које подразумевају одстрањивање или спајање (комбиновање) хипотеза. Естимација се тада формира комбиновањем или пребацивањем између модела, [62, 63]. Укратко резимирајући приступ вишеструког модела користећи комбиноване технике је следећи. Претпостави се N различитих модела или филтера приближне густине $p(x)$ с математичким очекивањем $\hat{x}^{(i)}$ и коваријансом $P^{(i)}$ након чега следе изрази:

$$p(x) = \sum_{i=1}^N \gamma^{(i)} \mathcal{N}(x; \hat{x}^{(i)}, P^{(i)}) \approx \mathcal{N}(x; \hat{x}, P), \quad \sum_{i=1}^N \gamma^{(i)} = 1, \quad (3.49)$$

где су:

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^N \gamma^{(i)} \hat{x}^{(i)}, \quad (3.50)$$

$$P = \sum_{i=1}^N \gamma^{(i)} \left(P^{(i)} + (\hat{x}^{(i)} - \hat{x}) \cdot (\hat{x}^{(i)} - \hat{x})^T \right). \quad (3.51)$$

Израз $\sum_{i=1}^N \gamma^{(i)} (\hat{x}^{(i)} - \hat{x}) \cdot (\hat{x}^{(i)} - \hat{x})^T$ показује величину расипања математичког очекивања.

3.4.1. Интерактивни вишеструки модел

У [64] је дат алгоритам за филтрирање с линеарним дискретним филтерима с Марковљевим коефицијентима. Опис интерактивног вишеструког модела је заснован на [16, стр. 463-464] и познат је у широј литератури као IMM алгоритам, (*interactive multiple model* - IMM).

Претпоставка је да се користи N различитих модела у дискретном тренутку t , означених с $\mathcal{M}(k)^{(i)}$, где је вероватноћа p_v за сваки модел $\gamma^{(i)}(t) = p_v(\mathcal{M}(k)^{(i)} | Y(k))$. PDF на одбирку k је дата на основу теореме укупне вероватноће користећи N различитих модела следећим изразом:

$$p(x(k) | Y(k)) = \sum_{j=1}^N p(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k)) \cdot \gamma^{(j)}(k). \quad (3.52)$$

Применом Бајесове теореме на први члан у (3.52) користећи $Y(k) = \{y(k), Y(k-1)\}$ следи израз:

$$p(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k)) \propto p(y(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, x(k)) \cdot p(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k-1)). \quad (3.53)$$

Примена теореме укупне вероватноће на последњи члан израза (3.53) добија се:

$$\begin{aligned}
p(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k-1)) &= \sum_{i=1}^N p(x(k) | \mathcal{M}(k-1)^{(j)}, \mathcal{M}(k)^{(i-1)}, Y(k-1)) \cdot \gamma(k-1)^{(i,j)} \approx \\
&\approx \sum_{i=1}^N p(x(k) | \mathcal{M}(k-1)^{(j)}, \mathcal{M}(k)^{(i-1)}, \{\hat{x}(k-1)^{(i)}, P(k-1)^{(i)}\}_{l=1}^N) \cdot \gamma(k-1)^{(i,j)} = \\
&= \sum_{i=1}^N p(x(k) | \mathcal{M}(k-1)^{(j)}, \mathcal{M}(k)^{(i-1)}, \hat{x}(k-1)^{(i)}, P(k-1)^{(i)}) \cdot \gamma(k-1)^{(i,j)}. \quad (3.54)
\end{aligned}$$

Апроксимација у (3.54) је због чињенице да су модели сумирани историјски кроз естимације и коваријансе. Комбиноване вероватноће се изражене Бајесовом теоремом:

$$\begin{aligned}
\gamma(k-1)^{(i,j)} &= p_v(\mathcal{M}(k-1)^{(i)} | \mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k-1)) \propto \\
&\propto p_v(\mathcal{M}(k)^{(j)} | \mathcal{M}(k-1)^{(i)}, Y(k-1)) \cdot p_v(\mathcal{M}(k)^{(j)} | \mathcal{M}(k-1)^{(i)}, Y(k-1)) = \\
&= p(i, j) \cdot \gamma(k-1)^{(i)}. \quad (3.55)
\end{aligned}$$

где се $p(i, j)$ у пракси користи као пројектован параметар. Апроксимацијом Гаусове биномне расподеле у Гаусову расподелу с једном случајном променљивом, на основу израза (3.54), следи:

$$\begin{aligned}
p(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k-1)) &= \sum_{i=1}^N \mathcal{N}(x(k); E(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, \hat{x}(k-1 | k-1)^{(i)}), \text{cov}(\cdot)) \cdot \gamma(k-1 | k-1)^{(i,j)} \approx \\
&\approx \mathcal{N}\left(x(k), \sum_{i=1}^N E(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}, \hat{x}(k-1 | k-1)^{(i)}) \cdot \gamma(k-1 | k-1)^{(i,j)}, \text{cov}(\cdot)\right) = \\
&= \mathcal{N}\left(x(k), E(x(k) | \mathcal{M}(k)^{(j)}) \sum_{i=1}^N \gamma(k-1 | k-1)^{(i,j)}, \text{cov}(\cdot)\right), \quad (3.56)
\end{aligned}$$

где $\text{cov}(\cdot)$ (3.55) означава коваријансу за сваки израз. ИММ алгоритам се може сажети у неколико корака, где су дате експлицитно св коваријационе матрице.

1. Израчунавање комбинованих вероватноћа, користећи вероватноће свих модела тако да $\mathcal{M}^{(i)}$ утиче у тренутку $k-1$ чиме се добија $\mathcal{M}^{(j)}$ на одбирку k и условљено је претходним опсервацијама $Y(k-1)$.

$$\begin{aligned}
\gamma(k-1)^{(i,j)} &= p_v(\mathcal{M}(k-1)^{(i)}/\mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k-1))= \\
&= \frac{1}{\bar{c}^{(j)}} p_v(\mathcal{M}(k)^{(j)}/\mathcal{M}(k-1)^{(i)}, Y(k-1)) p_v(\mathcal{M}(k)^{(i)}/Y(k-1))= \\
&= \frac{1}{\bar{c}^{(j)}} p(i, j) \cdot \gamma(k-1)^{(i)},
\end{aligned} \tag{3.57}$$

за $i, j = 1, \dots, N$, при чему је $\bar{c}^{(j)} = \sum_{i=1}^N p(i, j) \cdot \gamma(k-1)^{(i)}$, $j = 1, \dots, N$.

2. Прорачун почетних вредности за филтере $j = 1, \dots, N$:

$$\hat{x}(k-1|k-1)^{(j),0} = \sum_{i=1}^N x(k-1|k-1)^{(i)} \gamma(k-1|k-1)^{(i,j)}, \tag{3.58}$$

$$D(k-1)^{(i,j)} = \hat{x}(k-1|k-1)^{(i)} - \hat{x}(k-1|k-1)^{(j),0}, \tag{3.59}$$

$$P(k-1|k-1)^{(j),0} = \sum_{i=1}^N \gamma(k-1|k-1)^{(i,j)} \left(P(k-1|k-1)^{(i)} + D(k-1)^{(i,j)} (D(k-1)^{(i,j)})^T \right). \tag{3.60}$$

3. Израчунавање $\hat{x}(k|k)^{(j)}$, $P(k|k)^{(j)}$ за $j = 1, \dots, N$ са функцијом расподеле:

$$\mu(k)^{(j)} = p(y(k)|\mathcal{M}(k)^{(j)}, \hat{x}(k-1|k-1)^{(j),0}, P(k-1|k-1)^{(j),0}). \tag{3.61}$$

4. Израчунавање вероватноћа за $j = 1, \dots, N$

$$\begin{aligned}
\gamma(k)^{(j)} &= p_v(\mathcal{M}(k)^{(j)}/Y(k)) = \frac{1}{c} p(y(k)|\mathcal{M}(k)^{(j)}, Y(k-1)) \cdot p(\mathcal{M}(k)^{(j)}|Y(k-1))= \\
&= \frac{1}{c} \mu(k)^{(j)} \sum_{i=1}^N p(i, j) \cdot \gamma(k-1)^{(i)} = \frac{1}{c} \mu(k)^{(j)} \bar{c}^{(j)},
\end{aligned} \tag{3.62}$$

при чему је $c = \sum_{j=1}^N \mu(k)^{(j)} \bar{c}^{(j)}$.

5. Естимација и коваријанса

$$\hat{x}(k|k) = \sum_{i=1}^N \gamma(k)^{(i)} \hat{x}(k|k)^{(i)}, \quad (3.63)$$

$$P(k|k) = \sum_{j=1}^N \gamma(k)^{(j)} \left(P(k|k)^{(j)} + \left(\hat{x}(k|k)^{(j)} - \hat{x}(k|k) \right) \cdot \left(\hat{x}(k|k)^{(j)} - \hat{x}(k|k) \right)^T \right). \quad (3.64)$$

3.5. Cramer-Rao доња граница

Често је важно знати теоријске карактеристике естиматора или филтера. Из тог разлога се користе особине граница израчунате Фишеровом информационом матрицом (*Fisher information matrix* - FIM), која даје границу као момент другог реда. Ова граница се често назива и *Cramer-Rao* доња граница. У овом одељку, CRLB је представљена за статичке и динамичке системе, [68, 116].

3.5.1 CRLB за статички систем

За естиматор без статичке грешке, $E(\hat{x}) = x$, CRLB, [59, 60, 65], је дата са:

$$\text{cov}(x - \hat{x}) = E\left((x - \hat{x})(x - \hat{x})^T\right) \succeq J^{-1}(x), \quad (3.65)$$

$$J(x) = E\left(-\Delta_x^x \log p(y|x)\right), \quad (3.66)$$

где $J(x)$ означава FIM за опсервацију y у односу на стохастички параметер x . Лапласијан оператор је дефинисан у (3.24). Еквивалентни приказ информације, [60]:

$$E\left(\nabla_x \log p(y|x) \nabla_x \log p(y|x)^T\right) = E\left(-\Delta_x^x \log p(y|x)\right). \quad (3.67)$$

Градијент и Јакобијан су дефинисани у изразима (3.22) и (3.23). Посебно, Гаусова вероватноћа $p(y|x)$ с коваријансом мерења R показује:

$$J(x) = H(x)^T R^{-1} H(x), \quad (3.68)$$

где је

$$H(x)^T = \nabla_x h(x)^T. \quad (3.69)$$

У случају више независних мерења $y^{(i)}$, $i = 1, \dots, M$, информација је дата као:

$$J(x) = \sum_{i=1}^M J(x)^{(i)} \quad (3.70)$$

где је $J(x)^{(i)}$ представља информацију за мерење i .

3.5.2 CRLB за динамички систем

У овом поглављу, представљена је CRLB у случајевима филтрирања динамичких система. Теоријска CRLB израчуната након естимације за динамичке системе је анализирана у [66-69, 115, 117], чији је модел следећи:

$$x(k+1) = f(x(k), \omega(k)), \quad (3.71)$$

$$y(k) = h(x(k)) + e(k). \quad (3.72)$$

На основу [66, 115], CRLB израчуната након процеса естимације је:

$$\text{cov}(x(k) - \hat{x}(k)) = E\left((x(k) - \hat{x}(k))(x(k) - \hat{x}(k))^T\right) \succeq P(k) \quad (3.73)$$

где је $P(k)$ преузето из рекурзије и гласи:

$$P(k+1)^{-1} = Q(k)^{-1} + J(k+1) - S(k)^T \left(P(k)^{-1} + V(k) \right)^{-1} S(k) \quad (3.74)$$

под претпоставком да је $Q(k)$ инверзибилно и где су:

$$V(k) = E\left(-\Delta_{x(k)}^{x(k)} \log p(x(k+1) | x(k))\right), \quad (3.75)$$

$$S(k) = E\left(-\Delta_{x(k)}^{x(k+1)} \log p(x(k+1) | x(k))\right), \quad (3.76)$$

$$Q(k)^{-1} = E\left(-\Delta_{x(k+1)}^{x(k+1)} \log p(x(k+1) | x(k))\right), \quad (3.77)$$

$$J(k) = E\left(-\Delta_{x(k)}^{x(k)} \log p(y(k) | x(k))\right). \quad (3.78)$$

За линеарне динамике с додатим Гаусовим шумом

$$x(k+1) = F(k)x(k) + \omega(k), \quad (3.79)$$

следи:

$$V(k) = F(k)Q(k)^{-1}F(k)^T, \quad (3.80)$$

$$S(k) = -F(k)Q(k)^{-1}. \quad (3.81)$$

где је $\text{cov}(\omega(k)) = Q(k)$. Ако $Q(k)$ није пуног ранга, уместо да се користи наведена форма, CRLB може да се изрази с рекурзијом Калмановог филтера за коваријациону матрицу.

Ако је модел прекомпликован, CRLB се може израчунати нумерички. Такође, квадратни корен трага CRLB матрице може се упоредити с кореном средње квадратне грешке (*relative mean square error* - RMSE):

$$RMSE(k) = \sqrt{\frac{1}{N_{MC}} \sum_{j=1}^{N_{MC}} \|x_T(k) - \hat{x}(k)^{(j)}\|^2}. \quad (3.82)$$

где $x_T(k)$ је тачно стање на одбирку k , а $\hat{x}(k)$ естимирано стање с изабраним естиматором у j -тој Monte Carlo симулацији.

3.6. Партикал филтер

У проблему естимације задатак је да се филтрира и естимира непозната величина у шумном окружењу, о којој су често расположива претходна сазнања. Из тог разлога је природно да се користи Бајесов приступ. Многи инжењерски проблеми су по природи рекурзивни и захтевају решења у реалном времену. За линеарне системе с претпоставком да су зашумљени Гаусовим шумом, могуће је извести коначно димензионо решење за естимацију. Овај рекурзивни израз је дат помоћу чувеног Калманог филтера, [12-14]. Скривени Марковљеви модели (*hidden Markov models* - НММ) могу да дају решење за поједине линеарне системе. Међутим, у многим практичним проблемима, линеарни модели или претпоставка Гаусовог шума, није оправдана. Према томе, постоји потреба за тачне рекурзивне технике естимација стања за нелинеарне и не-гаусовске проблеме. У последње време *Monte Carlo* технике налазе све веће примене у истраживањима због побољшане перформансе рачунара. Неки од првих радова је [70], који обележава почетак

поновног рађања алгоритама на основу узастопних *Monte Carlo* симулација као технике за решавање Бајесовских проблема естимације. Међутим, сличне идеје су разматране у [71, 72], где су израчунати условно математичко очекивање и коваријанса користећи одабирање на основу тежинских коефицијената за рекурзивну Бајесову естимацију.

Секвенцијалне *Monte Carlo* методе, или партикал филтери, [67, 70, 73], обезбеђују општа решења за многе проблеме, где су линеаризација и Гаусове апроксимације сложени или имало би превише низак учинак. Негаусовске претпоставке шума и уграђивање ограничења променљивих стања може се вршити на природан начин.

Постоје неколико верзија партикал филтера. У поглављу 3.6.1., је представљено оригинално одабирање с умножавањем партикала на основу тежинских коефицијената (*sampling importance resampling* - SIR), [70], партикал филтер је представљен и у поглављу 3.6.2., где је описана метода секвенцијалног одабирање партикала на основу тежина (*sequential importance sampling* – SIS). Помоћни партикал филтер, (*auxiliary particle filter* - APF), [27], представљен у поглављу 3.6.3., је кандидат за естимацију процеса са шумом чија расподела има “тежак реп” или врло информативна мерења. Уколико је присутна линеарна-Гаусовска подструктура, маргинализовани партикал филтер (*marginalized particle filter* - MPF) или Rao-Blackwell-изовани партикал филтер, (*Rao-Blackwellized particle filter* - RBPF), [74 - 80], се може користити, као што је објашњено у поглављу 3.6.4.

3.6.1. Метод SIR

Теорија партикал филтера, представљена у овом поглављу, је обрађена у [66, 73, 77, 81, 115]. Разматра се нелинеарни дискретни временски систем из (3.1). Нелинеарна функција густина вероватноће предикције $p(x(t)|Y(t))$ с Бајесовим закључцима, [10, 110], дати су у (3.10), али и сада поновљени ради лакшег даљег праћења текста.

$$p(x(k+1)|Y(k)) = \int_{R^n} p(x(k+1)|x(k)) \cdot p(x(k)|Y(k)) dx(k) \quad (3.83)$$

$$p(x(k)|Y(k)) = \frac{p(y(k)|x(k)) \cdot p(x(k)|Y(k-1))}{p(y(k)|Y(k-1))} \quad (3.84)$$

Партикал филтер обезбеђује апроксимативно решење за проблем дискретно-временске рекурзивне Бајесове естимације, тако што се ажурира апроксимативни опис густине расподеле након филтрирања. Партикал филтер апроксимира густине вероватноће

$p(x(k)|Y(k))$ с великим скупом од N партикала $\{x(k)^{(i)}\}_{i=1}^N$, где сваки партикал има додељену релативну тежину, $\gamma(k)^{(i)}$, при чему је сума свих релативних тежина једнака јединици. Место и тежина сваког партикла одражава вредност густине у том региону простора стања. Партикал филтер ажурира локације партикала и одговарајуће тежине рекурзивно са сваком новом опсервацијом.

Често је фактор нормализације $p(y(k)|Y(k-1))$ у (3.84) непознат. Међутим, у поступцима који су представљени овај фактор није неопходан, јер је довољно да се израчуна:

$$p(x(k)|Y(k)) \propto p(y(k)|x(k)) \cdot p(x(k)|Y(k-1)) \quad (3.85)$$

где се вероватноћа $p(y(k)|x(k))$ израчунава изразом (3.3) користећи познату расподелу мерног шума $p_{e(k)}$, као што је описано у поглављу 3.1.

Основна идеја партикал филтера је да се усагласи $p(x(k)|Y(k-1))$ с одбирцима расподеле:

$$p(x(k)|Y(k-1)) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x(k) - x(k)^{(i)}) \quad (3.86)$$

где је δ делта-Диракова функција. Убацивањем израза (3.86) у (3.85) формира се густина расподеле потребна за одабирање.

Детаљи су дати у поглављу 3.6.2. Ово је оригинална идеја за естимацију. Међутим, овај приступ доводи до дивергенције, где готово сви партикли имају нулту тежину. Увођењем методе SIR као што је предложено у [70] ово може да се превазиђе. Углавном због корака умножавања и повећања рачунарских операција, долази до повећаног истраживачког рада у области секвенцијалних Monte Carlo процеса. Идеја умножавања, [70], се често назива Бајесова *bootstrap* или SIR метода и описана је у Табели 3.1.

Треба имати на уму да је могуће, а понекад и боље да се генерише више партикала када се ажурирају стања (корак 4 у Табели 3.1), а затим умножавањем вратити број партикала на N .

Табела 3.1 Метод SIR

1. Усвојити $kT = 0$, генерисати N одбирака $\{x_0^{(i)}\}_{i=1}^N$ на основу претпостављене расподеле $p_{x_0}(x_0)$.
2. Израчунати тежине партикала $\tilde{\gamma}(k)^{(i)} = \frac{\gamma(k)^{(i)}}{\sum_{i=1}^N \gamma(k)^{(i)}}$, за $i = 1, \dots, N$.
3. Генерисати нови скуп стања $\{x(k)^{(i*)}\}_{i=1}^N$ који се умноже до броја N , од $\{x(k)^{(i)}\}_{i=1}^N$, где је $p_v(x(k)^{(i*)} = x(k)^{(j)}) = \tilde{\gamma}(k)^{(j)}$.
4. Формирати предикцију нових партикала, на основу модела процеса $x(k+1)^{(i)} = f(x(k)^{(i*)}, \omega(k)^{(i)})$, за $i = 1, \dots, N$, где су $\omega(k)^{(i)}$, вредности шума процеса с расподелом $p_{\omega(k)}(\omega(k))$.
5. Прелазак на следећи дискретни тренутак $k+1$ и повратак на корак 2.

Естимација у једној тачки и неодређеност области за партикал филтер може се израчунати изразима:

$$\hat{x}(k)^{MMS} = E(x(k) | Y(k)) = \int x(k) p(x(k) | Y(k)) dx(k) \approx \sum_{i=1}^N \gamma(k)^{(i)} x(k)^{(i)} \quad (3.87)$$

$$P(k) = \int (x(k) - \hat{x}(k)^{MMS}) \cdot (x(k) - \hat{x}(k)^{MMS})^T \cdot p(x(k) | Y(k)) dx(k) \approx \sum_{i=1}^N \gamma(k)^{(i)} \cdot (x(k)^{(i)} - \hat{x}(k)^{MMS}) \cdot (x(k)^{(i)} - \hat{x}(k)^{MMS})^T \quad (3.88)$$

Постоје алтернативе за MMS естимације у тачки. Једна таква алтернатива је употреба MAP естимације, где се естимација у тачки обрачунава употребом партикала с највећом тежином.

У многим практичним применама систем, изрази (3.1) и (3.2), може бити поједностављен. Заједнички модел користи додатне шуме с познатим PDF, $p_{\omega(k)}$ и $p_{e(k)}$ према следећим изразима:

$$x(k+1) = f(x(k)) + \omega(k), \quad (3.89)$$

$$y(k) = h(x(k)) + e(k). \quad (3.90)$$

Модел система, (3.89) и (3.90), се поједностављује употребом партикал филтера. Ажурирање једначине стања и обрачун тежине партикала су дате у (3.91) и (3.92) за сваки партикал $i = 1, \dots, N$.

$$x(k+1)^{(i)} = f(x(k)^{(i*)}) + \omega(k)^{(i)}, \quad (3.91)$$

$$\gamma(k)^{(i)} = p(y(k) | x(k)^{(i)}) = p_{e(k)}(y(k) - h(x(k)^{(i)})) \quad (3.92)$$

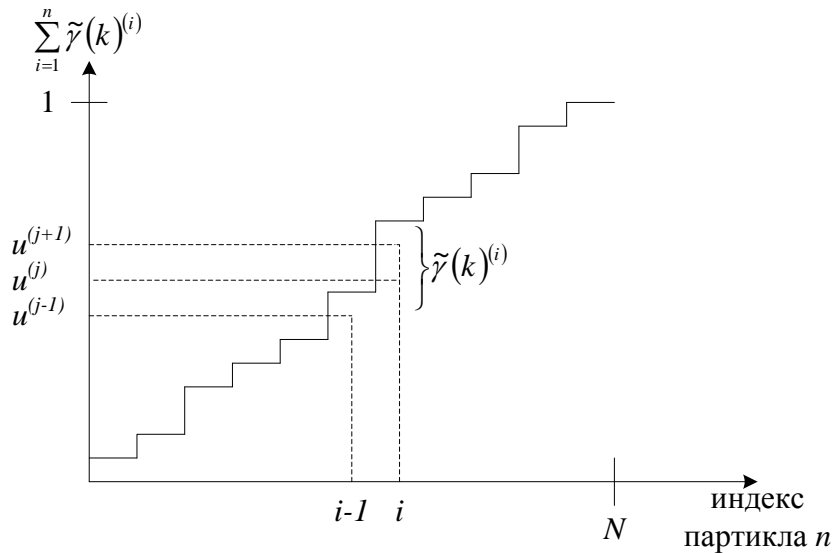
У (3.92) се види да су тежине партикала осетљиве на мерења. Уколико PDF, којом се израчунавају тежине расподеле имају “тежак реп”, тада постоји ризик да ће све тежине партикала тежити нули. Да би се то избегло, мерења која проузрокују овакав догађај се могу одбацити.

Број рачунских операција зависи од броја партикала и од корака умножавања, што веома оптерећује процесоре, које раде у паралелном режиму. Срећом, корак умножавања може бити ефикасно спроведен применом класичног алгоритам за одабирање N независно генерисаних променљивих исте расподеле (*independent identically distributed - i.i.d.*), [66, 77, 82]. Метод одабирања униформном расподелом, $\mathcal{U}(0,1)$, је дат у Табели 3.2, [82, стр. 96].

Табела 3.2 Генерисање одабирака униформном расподелом

Узорак $\bar{u}^{(i)} \sim \mathcal{U}(0,1)$ за $i = 1, \dots, N$.
2: Поставити $u^{(N)} = \sqrt[N]{\bar{u}^{(N)}}$
3: Израчунати $u^{(i)} = u^{(i+1)} \sqrt[i]{\bar{u}^{(i)}}$, за $i = N-1, \dots, 1$.

У [66, стр. 128], је дата веома компактна MATLAB имплементација Табеле 3.2. Основна идеја корака умножавања је да се партикли с малим тежинама одбаце а партикли с већим тежинама да се копирају, где број копија зависи од вероватноће партикла. Ово се може постићи итеративним путем упоређивањем кумулативног износа тежина с генерисаним тежинама на основу униформне расподеле $u^{(j)}$, $j = 1, \dots, N$ до тренутног индекса партикла, слика 3.1. На пример, у слици 3.1 партикал $x^{(i)}$ је дуплиран.



Слика 3.1 Графички приказ умножавања партикала

Други приступ је да се користи детерминистичко умножавање, на пример, израчуна се број партикала који се копира помоћу $N^{(i)} = N\bar{\gamma}(k)^{(i)}$, чиме би се убрзао рачунски процес. Такође, уместо употребе алгоритма 3.2 ефикасну улогу би могла да има и функцију сортирања. У [83] су представљена четири различита шеме за умножавање, које су мођусобно упоређене у погледу њихове сложености израчунавања и перформанси.

Основна идеја партикал филтрирања изгледа врло једноставна. Међутим, један од разлога зашто је била успешна је да се PDF емпиријски опише, изграђена од одбирака, и при томе да конвергира ка правој PDF ако је број партикала довољно велик. Чињеница да је грешка независна од димензије стања чини партикал филтер повољним за различите проблеме, за разлику од метода које подразумевају детерминистичку интеграцију, код којих грешка зависи од броја димензија стања. Даље дискусије су дате у [77, 84], где су разматрани резултати конвергенције. Горња граница варијансе грешке естимације је $c \cdot O(N^{-1})$, где је c константа. Мора се имати на уму да ова константа зависи од димензије стања. У [73] је извршена даља анализа на основу [85], где је показано да је зависност од димензије стање у основи линеарна. Друга важна тема за разматрање је колико одбирака је потребно у партикал филтеру. Циљ у [86] је да се израчунају границе броја одбирака потребних у естимацији партикал филтером.

У многим апликацијама које користе партикал филтер, јавља се проблем квалитета естимације услед смањеног броја партикала (*depletion*). То значи да скуп партикала неће одразити праву PDF, јер ће само неколико партикала допринети апроксимацији непознате PDF. Неколико различитих метода је предложено у литератури како би се превазишао овај

проблем. Увођење додатног шума партиклима смањује поменути *depletion* проблем. Ова техника се зове *jittering*, [87], док је сличан приступ уведен у [70] под именом *roughening*. У [78], *depletion* проблем се решава увођењем додатних Марковљевих ланаца *Monte Carlo* (*Marco chain Monte Carlo* - МСМС) корака како би се раздвојили одбирци.

3.6.2. Метода SIS

Партикал филтер представљен у поглављу 3.6.1 је заснован на методи SIR. У овом делу текста изведена рекурзивно ажурирање. То доводи до партикал филтера који се често назива секвенцијални одабирање на основу тежина, [77].

Разматра се следећа ознака $X(k)$, која представља скуп вектора стања за различита времена укључујући и k , то јест $X(k) = \{x(0), x(1), \dots, x(k)\}$. Узимајући у обзир IS метод из поглавља 3.6.1, следи да ако скуп одбирака $X(k)^{(i)}$ представља предложену расподелу $q(X(k)|Y(k))$, тада се могу израчунати тежински коефицијенти изразом:

$$\gamma(k)^{(i)} \approx \frac{p(X(k)^{(i)}|Y(k))}{q(X(k)^{(i)}|Y(k))}. \quad (3.93).$$

Расподела добијена након прорачуна може бити описана помоћу Бајесове теореме, на основу дефиниције условне вероватноће, и особина Марковљевих ланаца која је својствена опису модела у простора стања.

$$\begin{aligned} p(X(k)|Y(k)) &= \frac{p(y(k)|X(k)) \cdot p(X(k)|Y(k-1))}{p(y(k)|Y(k-1))} = \\ &= \frac{p(y(k)|x(k)) \cdot p(x(k)|X(k-1), Y(k-1)) \cdot p(X(k-1)|Y(k-1))}{p(y(k)|Y(k-1))} = \\ &= \frac{p(y(k)|x(k)) \cdot p(x(k)|x(k-1)) \cdot p(X(k-1)|Y(k-1))}{p(y(k)|Y(k-1))}. \end{aligned} \quad (3.94).$$

Занемаривајући члан нормализације:

$$p(X(k)|Y(k)) \propto p(y(k)|x(k)) \cdot p(x(k)|x(k-1)) \cdot p(X(k-1)|Y(k-1)). \quad (3.95)$$

Претпостави се да је предложена расподела следећа:

$$q(X(k)|Y(k)) = q(x(k)|X(k-1), Y(k)) \cdot q(X(k-1)|Y(k-1)). \quad (3.96)$$

Убацивањем израза (3.95) и (3.96) у (3.93), тежине се рекурзивно ажурирају:

$$\begin{aligned} \gamma(k)^{(i)} &\propto \frac{p(y(k)|x(k)^{(i)}) \cdot p(x(k)^{(i)}|x(k-1)^{(i)}) \cdot p(X(k-1)^{(i)}|Y(k-1))}{q(x(k)^{(i)}|X(k-1)^{(i)}, Y(k)) \cdot q(x(k)^{(i)}|X(k-1)^{(i)}, Y(k-1))} = \\ &= \frac{p(y(k)|x(k)^{(i)}) \cdot p(x(k)^{(i)}|x(k-1)^{(i)})}{q(x(k)^{(i)}|X(k-1)^{(i)}, Y(k))} \cdot \gamma(k-1)^{(i)}. \end{aligned} \quad (3.97)$$

Посебно, ако се изабере $q(x(k)^{(i)}|X(k-1)^{(i)}, Y(k)) = p(x(k)^{(i)}|x(k-1)^{(i)})$, тада је следи:

$$\gamma(k)^{(i)} \propto p(y(k)|x(k)^{(i)}) \cdot \gamma(k-1)^{(i)}. \quad (3.98)$$

Различите методе партикал филтера користе одабирање или корак умножавања како би се избегло разилажења партикала. Као што је истакнуто у [77] варијанса тежине партикала може се само повећати током времена. Дакле, ако се ништа не уради у циљу поправке генерисања скупа партикала, тада је немогуће избећи разилажења и тада емпиријска PDF не одражава праву PDF. Избор умножавања се често врши помоћу унапред дефинисаних критеријума. Често је предложен метод који проучава ефективну величину узорка, N_{eff} , [66, 77, 88, 89]. Поступак се ослања на израчунавање броја узорака, у скупу партикала, који заиста доприносе квалитетној апроксимацији густине вероватноће. Немогуће је проценити аналитичким путем вредност за N_{eff} , али могућа је апроксимација и дата је следећим изразом:

$$N_{eff} \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\gamma(k)^{(i)})^2}. \quad (3.99)$$

Ако је ефективан број узорака мањи од претходно одређеног прага, односно, $N_{eff} < N_{th}$, тада је потребно применити корак умножавања. Такође, требати имати на уму да, $1 < N_{eff} < N$, где се горња граница постиже када сви партикли имају исту тежину и доње границе када се сва вероватноћа налази у једном партиклу. Понекад корак је

умножавања изостављен и користи се само када је потребно да се избегне дивергенција филтера. Метод SIS се може описати Табелом 3.3. Сличан метод је првобитно развијен у [90]. Важно је знати да метод SIR може да се тумачи као метод SIS, где се корак умножавања увек обавља. У том случају се усваја да сви партикли имају тежине једнаке вредности.

Табела 3.3 Метод SIS

1: У почетном тренутку $kT = 0$ се генерише N партикала $\{x(0)^{(i)}\}_{i=1}^N$ расподелом $p(x(0))$ с тежинама $\bar{\gamma}(-1)^{(i)} = 1/N$ за $i = 1, \dots, N$.
2: Израчунати $\gamma(k)^{(i)} = p(y(k) x(k)^{(i)}) \tilde{\gamma}(k-1)^{(i)}$ и нормирати $\tilde{\gamma}(k)^{(i)} = \gamma(k)^{(i)} / \sum_{j=1}^N \gamma(k)^{(j)}$
3: Уколико се примењује умножавање, дефинисати нови скуп $\{x(k)^{(i*)}\}_{i=1}^N$ с умножавањем и заменом скупа $\{x(k)^{(i)}\}_{i=1}^N$ на основу вероватноће $p_v(x(k)^{(i*)} = x(k)^{(i)}) = \tilde{\gamma}(k)^{(i)}$, а затим усвојити $\gamma(k)^{(i)} = 1/N$, иначе оставити $\{x(k)^{(i*)}\} = \{x(k)^{(i)}\}$ за $i = 1, \dots, N$.
4: Формирати предикцију стања нових партикала $x(k+1)^{(i)} = f(x(k)^{(i*)}, \omega(k)^{(i)})$, $i = 1, \dots, N$, где је $\omega(k)^{(i)}$ шум процеса с расподелом PDF $p_{\omega(k)}(\omega(k))$
5: Прелазак на следећи дискретни временски тренутак $k+1$ и повратак на корак 2.

3.6.3. Помоћни партикал филтер

У [81] је предложен помоћни партикал филтер, као алтернативни метод за партикал филтрирање. Идеја је да се повећа утицај партикала с великом вероватноћом, под претпоставком да естимација није потребна до следећег мерења. То се ради помоћу додатног индекса за сваки партикал, тако да се може се пратити порекло партикала, док се вероватноћа процењује на следећем временском кораку. Ефекат је да су ти партикли који су били успешни могу поново генерисати и зато се вероватноћа, да се скуп партикала креће у жељеном правцу, повећава.

АРФ проширује вектор стања $x(k)$ с предикцијом стања условљеном партиклом n . У тренутку k , скуп партикала $\{x(k)^{(i)}\}_{i=1}^N$ и одговарајућа тежина $\gamma(k)^{(i)}$ дефинишу следећу апроксимацију предикције и вероватноћу филтрирања:

$$p(x(k+1)|Y(k)) = \sum_{i=1}^N p(x(k+1)|x(k)^{(i)}) \cdot p(x(k)^{(i)}|Y(k)), \quad (3.100)$$

$$p(x(k+1)|Y(k+1)) \propto p(y(k+1)|x(k+1)) \cdot \sum_{i=1}^N p(x(k+1)|x(k)^{(i)}) \cdot p(x(k)^{(i)}|Y(k)) \quad (3.101)$$

где је $Y(k)$ скуп мерења укључујући временски одбирок k . Дефинисањем вероватноће партикала, за $n=1, \dots, N$:

$$p(x(k+1, n)|Y(k+1)) \propto p(y(k+1)|x(k+1)) \cdot \sum_{i=1}^N p(x(k+1)|x(k)^{(n)}) \cdot p(n|Y(k)) \quad (3.102)$$

може се описати здружена густина вероватноће а затим одбацити индекс, да би се генерисао партикал на основу емпиријске густине вероватноће добијене филтрирањем. Индекс n се назива помоћно променљива. Разматрајући здружену PDF партикла n у тренутку k и стања у тренутку $k+1$, на основу Бајесове теореме следи:

$$\begin{aligned} p(x(k+1, n)|Y(k+1)) &\propto p(y(k+1)|x(k+1)) \cdot p(x(k+1, n)|Y(k)) = \\ &= p(y(k+1)|x(k+1)) \cdot p(x(k+1)|n, Y(k)) = \\ &= p(y(k+1)|x(k+1)) \cdot p(x(k+1)|x(k)^{(n)}) \cdot p(n|Y(k)). \end{aligned} \quad (3.103)$$

Апроксимирајући израз (3.103) и заменом $x(k+1)$ с математичким очекивањем:

$$\mu(k+1)^{(n)} = E(x(k+1)|x(k)^{(n)}), \quad (3.104)$$

први члан сада гласи:

$$p(x(k+1, n)|Y(k+1)) \propto p(y(k+1)|\mu(k+1)^{(n)}) \cdot p(x(k+1)|x(k)^{(n)}) \cdot p(n|Y(k)). \quad (3.105)$$

Маргинализацијом здружене PDF по $x(k+1)$ добија се:

$$p(n|Y(k+1)) \propto p(y(k+1)|\mu(k+1)^{(n)}) \cdot p(n|Y(k)). \quad (3.106)$$

Генесирањем одбирака расподелом у (3.104) сада се може извести корак умножавања са заменом у скупу $\{x(k)^{(i)}\}_{i=1}^N$, где је индекс изабран пропорционално изразу (3.106). Умножени партикли су предиковани коришћењем модел система. APF алгоритам је дат у Табели 3.4. APF може бити адекватно употребљен при естимацији трајекторије циља с маневром.

Табела 3.4 Помоћни партикал филтер

1: За почетни тренутак $kT = 0$ се генерише N партикала $\{x(k)^{(i)}\}_{i=1}^N$ са стањем $p(x(0))$ и усвоји се скуп $\mu(k)^{(n)} = x(k)^{(n)}$ и $\bar{\gamma}(0)^{(j)} = 1/N$ за $j = 1, \dots, N$.
2: Израчунати $\mu(k+1)^{(n)} = E(x(k+1) x(k)^{(n)})$
3: Генерисати нове индексе $n^{(j)}$ са одабирање N пута, на основу расподеле:
$p(n Y(k+1)) \propto p(y(k+1) \mu(k+1)^{(n)}) \cdot \bar{\gamma}(k)^{(n)}$, а затим формирати предикције партикала, $x(k+1)^{(j)} = f(x(k)^{(n^{(j)})}, \omega(k)^{(j)})$, за $j = 1, \dots, N$ различитих реализација.
4: Израчунати вероватноћу тежине $\gamma(k)^{(i)} = \frac{p(y(k+1) x(k+1)^{(j)})}{p(y(k+1) \mu(k+1)^{(n^{(j)})})} \cdot \gamma(k-1)^{(i)}$ за $j = 1, \dots, N$, а затим извршити нормирање с $\bar{\gamma}(k)^{(i)} = \gamma(k)^{(i)} / \sum_{j=1}^N \gamma(k)^{(j)}$.
5: Извршити оптимално умножавање скупа $\{x(k+1)^{(i)}\}_{i=1}^N$, употребом вредности тежина. Након умножавања партикала усвојити $\bar{\gamma}(k)^{(j)} = 1/N$, за $j = 1, \dots, N$.
6: Прелазак на следећи дискретни временски тренутак $k+1$ и повратак на корак 2.

3.6.4. Маргинализовани партикал филтер

У поглављу 3.6.1, PDF $p(x(k), Y(k))$ је усаглашена користећи рекурзију партикал филтера за цео вектор стања $x(k)$. Међутим, уколико систем има линеарну-Гаусову подструктуру, то може да се искористи да се добије ефикасан естиматор. У пракси се то ради маргинализовањем линеарне променљиве у расподели $p(x(k), Y(k))$. Нека су означена линеарна стања с $x(k)^q$ а нелинеарна стања с $x(k)^p$, односно скупове $X(k)^p = \{x(i)^p\}_{i=0}^k$ $X(k) = \{x(k)^q, X(k)^p\}$, тада се може написати следећи израз:

$$p(X(k) | Y(k)) = p(X(k)^p, x(k)^q | Y(k)) = p(x(k)^q | X(k)^p, Y(k)) \cdot p(X(k)^p | Y(k)), \quad (3.107)$$

где је $p(x(k)^q | X(k)^p, Y(k))$ добијено Калмановим филтером, а $p(X(k)^p, Y(k))$ партикал филтером. Овакав филтер се назива маргинализовани партикал филтер, док се идеја маргинализације понекад се назива и Rao-Blackwell-изација (*Rao-Blackwellization*), [67, 74, 76, 77, 79, 80, 91, 92].

Неколико различитих структурних модела може се анализирати употребом маргинализације, [80], где је разматран однос линеарне динамике и нелинеарних мерења. Коришћење обележја $x(k)^p$ за стање које се естимира партикал филтером и обележја $x(k)^q$ за стање естимирано Калмановим филтером, модел се може описати следећим изразима:

$$x(k+1)^p = A(k)^p x(k)^p + A(k)^q x(k)^q + \omega(k)^p, \quad (3.108)$$

$$x(k+1)^q = F(k)^p x(k)^p + F(k)^q x(k)^q + \omega(k)^q, \quad (3.109)$$

$$y(k) = h(x(k)^p) + e(k), \quad (3.110)$$

где су:

$$\omega(k)^p \sim \mathcal{N}(0, Q(k)^p), \quad (3.111)$$

$$\omega(k)^q \sim \mathcal{N}(0, Q(k)^q), \quad (3.112)$$

$$e(k) \sim \mathcal{N}(0, R(k)). \quad (3.113)$$

Сви сигнали шума се сматрају белим и независним. У Алгоритму 3.5, MPF је укратко описан за модел који је дат у (3.108)-(3.113). Детаљнија извођења овог алгоритма се могу наћи у [92].

Ако, на пример, шум процеса није корелисан, што је уобичајено у многим применама за позиционирање и праћење циља, алгоритам се мора модификовати. Уколико се претпостави да је $\bar{\omega}(k) = G\omega(k)$, следи:

$$\bar{Q}(k) = E(\omega(k)\omega(k)^T) = GQ(k)G^T = \begin{pmatrix} Q(k)^p & S(k) \\ S(k)^T & Q(k)^q \end{pmatrix}. \quad (3.114)$$

Да би се прилагодио алгоритам у случају корелисаног шума процеса, потребно је дефинисати скаларни производ две стохастичке променљиве као $\langle u, v \rangle = E(uv^T)$ и норма $\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle}$. Према [12], шум се може декорелисати са:

$$\bar{\omega}(k)^q = \omega(k)^q - \langle \bar{\omega}(k)^q, \bar{\omega}(k)^p \rangle \left\| \bar{\omega}(k)^p \right\|^{-2} \bar{\omega}(k)^p = \bar{\omega}(k)^q - S(k) \left(Q(k)^p \right)^{-1} \bar{\omega}(k)^p, \quad (3.115)$$

где је $S(k) = \langle \bar{\omega}(k)^p, \bar{\omega}(k)^q \rangle$. Када се једанпут изврши корак 4 у Табели 3.5, $\bar{\omega}(k)^p$ постаје је позната и сада је једноставно израчунати $\bar{\omega}(k)^q$, чиме је декорелација шума завршена.

Важно је напоменути да је могуће неколико пермутација приликом избора дела вектора стања, јер партикал филтер може да обухвати само део $x(k)^q$ стања. Два одговарајућа разматрања у вези с наведеним проблемом су: како утицати на смањење број рачунских операција и како утицати на квалитет естимације. MPF се користи у естимацији трајекторије циља, али само по углу.

Овиме се завршавају разматрања најчешће примењиваних естиматора. Посебно је истакнуто поглавље које садржи детаљан математичких опис партикал филтера. У наставку дисертације биће коментарисани предности и недостаци наведених естиматора кроз различите симулационе моделе и процесе.

Табела 3.5 Маргинализованог партикал филтер

1: Иницијализација: $x(0)^{p(i)} \sim p_{x(0)}(x(0)^p), \{x(0)^{q(i)}, P(0)^{(i)}\} = \{x(0)^q, \bar{P}(0)\}$, за $i = 1, \dots, N$ и $t = 0$.
2: За $i = 1, \dots, N$, се израчунају тежински коефицијенти $\gamma(k)^{(i)} = p(y(k) X(k)^{p(i)}, Y(k-1))$ у складу с расподелом: $p(y(k) X(k)^p, Y(k-1)) = \mathcal{N}(h(x(k)^p), R(k))$ (3.116)
нормира се $\bar{\gamma}(k)^{(i)} = \gamma(k)^{(i)} / \sum_{j=1}^N \gamma(k)^{(j)}$ (3.117)
3: PF ажурирање мерења: Умножавање до N партикала са заменом према: $p_v(x(k k)^{p(i)} = x(k k-1)^{p(i)}) = \bar{\gamma}(k)^{(i)}$
4: PF ажурирање једначине стања и једначине Калмановог филтера
(а): ажурирање једначине мерења у Калмановом филтеру,
$\hat{x}(k k)^{q(i)} = \hat{x}(k k-1)^{q(i)}$, (3.118)
$P(k k) = P(k k-1)$. (3.119)
(б): PF ажурирање једначине стања за $i = 1, \dots, N$,
$\hat{x}(k+1 k)^{p(i)} \sim p(x(k+1 k)^p X(k)^{p(i)}, Y(k))$, (3.120)
где је: $p(x(k+1)^{p(i)} X(k)^{p(i)}, Y(k)) =$ $\mathcal{N}(A(k)x(k)^{p(i)} + A(k)^q \hat{x}(k k)^{q(i)}, A(k)^q P(k k)(A(k)^q)^T + Q(k)^p)$ (3.121)
(в): ажурирање једначине стања Калмановог филтера,
$\hat{x}(k+1 k)^{q(i)} = F(k)^q \hat{x}(k k)^{q(i)} + F(k)^p \hat{x}(k k)^{p(i)} +$ $+ L(k)(\hat{x}(k+1 k)^{p(i)} - A(k)^p x(k k)^{p(i)} - A(k)^q x(k k)^{q(i)})$ (3.122)
$P(k+1 k) = F(k)^q P(k k)(F(k)^q)^T + Q(k)^q + L(k)M(k)(L(k))^T$ (3.123)
$M(k) = A(k)^q P(k k)(A(k)^q)^T + Q(k)^p$ (3.124)
$L(k) = F(k)^q P(k k)(F(k)^q)^T (M(k))^{-1}$ (3.125)
5: Повећати дискретни временски тренутак и вратити се на корака 2.

4. Симулациони примери примене партикал филтера

Примена партикала је оправдана у естимацији стања нелинеарних, нестационарних процеса, као и у процесима с не-Гаусовим шумом. Оправданост примене партикал филтера ће се анализирати у овом поглављу кроз различите примере процеса, док ће резултати естимација бити упоређени с добијеним естимацијама применом стандардних естиматора. Оцена квалитета естимације ће се вредновати критеријум корена средње квадратне грешке. Овим ће бити постављена основа за примену партикал филтера у издвајању и естимацији обележја у различитим процесима и системима.

У поглављу 4.1 је анализиран нелинеарни процес с Гаусовим шумом. Упоређени су резултати процене стања применом ЕКФ и партикал филтером. Употребљена су два описа модела динамике стања у партикал филтеру. Праћење више променљивог број циљева партикал филтером је показано у поглављу 4.2. Поголавље 4.3 представља анализу примене партикал филтера у естимацији једнокомпонентног сложеног сигнала на основу спектрограма, при чему је анализирана грешка естимације у зависности од SNR , а у поређењу с класичним естиматорима. У поглављу 4.4 су издвојене и естимирани тренутне фреквенције вишекомпонентног сигнала с представом спектралне ентропије сваке од компонената.

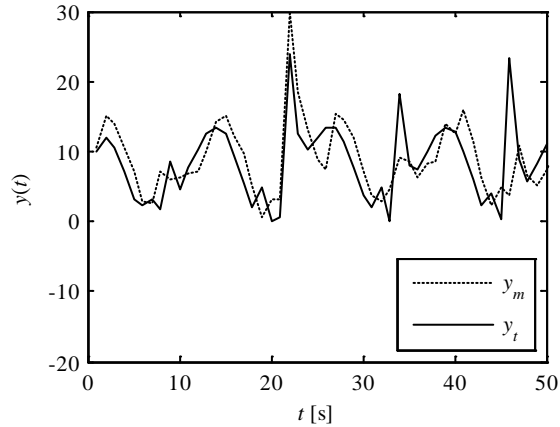
4.1. Поређење партикал филтера с Калмановим филтером у естимацији нелинеарног процеса

Стања нелинеарних процеса се могу естимирати проширеним Калмановим филтером с одређеним квалитетом. Претпоставка је да партикал филтер може да смањи грешку естимације у односу на ЕКФ. У том смислу анализиран је једнодимензионални нелинеарни процес с Гаусовим шумом кроз поређење грешке естимације. Модел процеса и опсервација су дати следећим изразима:

$$x(k+1) = \frac{x(k)}{2} + 25 \frac{x(k)(x(k)+2)}{1+x(k)^3} + 8 \cos(0.5k) + \omega(k) \quad (4.1)$$

$$y_m(k) = \frac{x(k) \arctg(x(k))}{2} + e(k) \quad (4.2)$$

при чему је дужина трајања секвенце 50 одбирака, с периодом дискретизације од $T = 1$ s. На слици 4.1 су приказани процес без додатог шума $y_t(k)$ и генерисана мерења $y_m(k)$ која укључују шум процеса $\omega(k)$ и мерења $e(k)$.



Слика 4.1 Мерење с додатим шумом и тачна вредност мерења

Описи једначина стања и мерења ЕКФ и партикал филтера у општој форми су дати детаљно у поглављу 3.3. Када је реч о партикал филтеру, познато је да на квалитет естимације не утиче претходно дефинисана расподела, тако да се опис простора стања може дефинисати на неколико начина. У раду су предложена два карактеристична начина описивања. Први опис стања процеса партикал филтером подразумева исти модел као и ЕКФ, док други опис модела процеса подразумева редуковани простор стања.

Најпре се дефинишу једначине модела простора стања и мерења, које су нелинеарне и дате следећим изразима:

$$F(k) = \frac{1}{2} + 25 \frac{2(x(k)+1) \cdot (x(k)^3 + 1) - 3x(k)^3(x(k)+2)}{(1+x(k)^3)^2} \quad (4.3)$$

$$H(k) = \frac{\arctg(x(k))}{2} + \frac{x(k)}{2(1+x(k)^2)} \quad (4.4)$$

Остали стандардни изрази који важе за ЕКФ су:

- предикција

$$\hat{x}(k+1|k) = F(k)x(k|k) \quad (4.5)$$

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F(k)^T + Q(k) \quad (4.6)$$

- естимација

$$x(t|t) = x(t|t-1) + K(t)(y(t) - H(t)\hat{x}(t|t-1)) \quad (4.7)$$

$$P(t|t) = P(t|t-1) - K(t)H(t)P(t|t-1) \quad (4.8)$$

- Калманово појачање

$$K(t) = P(t|t-1)H(t)^T (H(t)P(t|t-1)H(t) + R(t))^{-1} \quad (4.9)$$

при чему су модели шума процеса $Q(t) = \mathcal{N}(0, \sigma_{\omega}^2)$ и шума мерења $R(t) = \mathcal{N}(0, \sigma_e^2)$.

У првом моделу процеса, партикал филтер је описан изразима за i -ти партикал, аналогно изразима ЕКФ:

$$x(k+1)^{(i)} = \frac{x(k)^{(i)}}{2} + 25 \frac{x(k)^{(i)}(x(k)^{(i)} + 2)}{1 + x(k)^3} + 8 \cos(0.5k) + Q(k) \quad (4.10)$$

$$y_{PF_1}(k)^{(i)} = \frac{x(k)^{(i)} \arctg(x(k)^{(i)})}{2} \quad (4.11)$$

У случају другог модела креће се од претпоставке да претходно дефинисана расподела не мора да буде одлучујућа у процени расподеле процеса, па је дефинисан модел процеса, који је значајно једноставнији и гласи:

$$x_{PF_2}(k+1)^{(i)} = x_{PF_2}(k)^{(i)} + \mathcal{N}(0, \sigma_{\omega_2}^2) \quad (4.12)$$

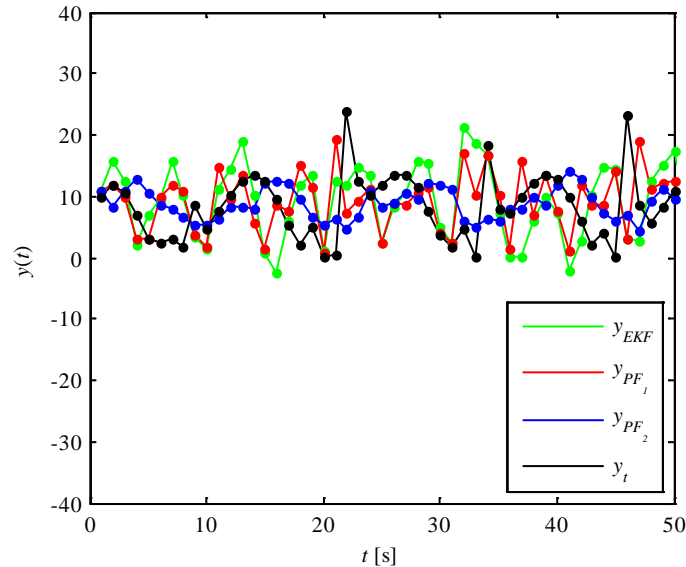
$$y_{PF_2}(k)^{(i)} = \frac{x_{PF_2}(k)^{(i)} \arctg(x_{PF_2}(k)^{(i)})}{2} \quad (4.13)$$

при чему варијанса шума процеса $\sigma_{\omega_2}^2$ из (4.12) мора бити већа од варијансе σ_{ω}^2 у (4.10), да би се надокнадио недостатак модела. Сада се може дефинисати расподела за прорачун тежине партикала која се користи у оба модела процеса естимације партикал филтером. Тежине партикала се израчунавају претпостављеном Гаусовом расподелом:

$$\gamma(k)^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_e} e^{-\frac{(y(k)^{(i)} - y_m(k))^2}{2\sigma_e^2}} \quad (4.14)$$

где i означава редни број од укупног броја N партикала. SIR метод је усвојен за одабирање и умножавање партикала.

Иницијална вредност у естимацији је $x(0) = 0.1$, варијансе шума процеса су са следећим вредностима $\sigma_{\omega_1}^2 = 1$ и $\sigma_{\omega_2}^2 = 5$, а варијанса шума мерења је $\sigma_e^2 = 10$. Број партикала којима се естимира процес је $N = 1000$. На слици 4.2 су приказане естимације свих естиматора као и тачно стање процеса.



Слика 4.2. Тачна вредност стања и естимације

Приметно је да други модел процеса има најмање грешке естимације, а то је потврђено кроз критеријум $RMSE$. Симулација је извршена 20 пута, након чега су грешке естимације усредњене и износе $RMSE_{EKF} = 4.84$, $RMSE_{PF_1} = 3.48$ и $RMSE_{PF_2} = 2.00$.

Партикал филтер је оправдао предност у примени естимације нелинеарних процеса и показано је да је његовом применом смањења грешка естимације, у односу на грешку при употреби проширеног Калмановог филтера. Показано је и да модел процеса при примени партикал филтера не мора бити познат, што је обавезна информација у примени стандардних естиматора, што значајно доприноси у естимацији процеса с непознатим или сложеним расподелама.

4.2. Праћење више циљева партикал филтером

У пракси је веома чест проблем естимације процеса с више обележја. Област која детаљно описује наведени проблем је праћење више циљева. Систем за праћење више циљева подразумева блок за естимацију и филтрацију, блок за одржавање, иницијализацију и брисање, али и блок за придруживање података. На следећем примеру је дат опис с резултатима примене партикал филтера у естимацији више једнодимензионих стања. Обележја могу представљати различите параметре као што су површина објекта, даљина до објекта, кинематички параметри, фреквенцијске компоненте итд. Блок за придруживање података у таквим системима има кључну улогу у процесу додељивања правилног мерења претходној естимацији, док блок за естимацију и филтрацију утиче на квалитет естимације након правилне одлуке. Естиматори у системима за праћење више циљева су се у претходним деценијама заснивали на стандардним Бајесовим естимацијама, при чему се у случају сложенијих процеса примењују сложенији ИММ алгоритми. Следи анализа употребе партикал филтера у систему за естимацију више мерења, која се могу описати Гаусовским процесом, при чему је број мерења променљив с временом. Опис партикал филтера примењен у овој симулацији је описан моделом процеса за j -ту опсервацију изразима:

$$\begin{bmatrix} x(k+1)^{(j)} \\ \dot{x}(k+1)^{(j)} \end{bmatrix} = F(k) \cdot \begin{bmatrix} x(k)^{(j)} \\ \dot{x}(k)^{(j)} \end{bmatrix} + Q(k) \quad (4.15)$$

$$y(k) = H(k) \cdot \begin{bmatrix} x(k)^{(j)} \\ \dot{x}(k)^{(j)} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

при чему је процес дискретизован периодом одабирања T , док су $F(k) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$H(k) = [1 \ 0]$ и шум процеса $Q(k) = \begin{bmatrix} T \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)$.

Сваки партикал садржи информацију о j -том стању, односно опсервацији, због чега се вектор стања i -тог партикла може дефинисати следећим изразом:

$$X(k)^{(i)} = \begin{bmatrix} x(k)^{(1)} & \dots & x(k)^{(j)} & \dots & x(k)^{(M)} \\ \dot{x}(k)^{(1)} & \dots & \dot{x}(k)^{(j)} & \dots & \dot{x}(k)^{(M)} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

У складу с изразима (4.16) и (4.17) формира се следећи вектор мерења:

$$Y(k)^{(i)} = [y(k)^{(1)} \quad \dots \quad y(k)^{(j)} \quad \dots \quad y(k)^{(M)}], \quad (4.18)$$

при чему је M број мерења у тренутку k . Претпостављена расподела партикала је Гаусова на основу које се израчунавају тежине партикала са сваку опсервацију појединачно изразом:

$$\gamma(k)^{(i),(j)} = e^{-\frac{(y(k)^{(i),(j)} - y_m(k)^{(j)})^2}{2\sigma_e^2}} \cdot (\sqrt{2\pi\sigma_e^2})^{-1}, \quad (4.19)$$

при чему је шум мерења дефинисан с $R(k) = \mathcal{N}(0, \sigma_e^2)$. Следећи корак је нормирање и сабирање тежина $\gamma(k)^{(i),(j)}$ по опсервацијама, како би се израчунала укупна тежина i -тог партикла:

$$\gamma(k)^{(i),(j)} = \frac{\gamma(k)^{(i),(j)}}{\sum_{l=1}^M \gamma(k)^{(i),(l)}}, \quad \gamma(k)^{(i)} = \sum_{j=1}^M \gamma(k)^{(i),(j)} \quad (4.20)$$

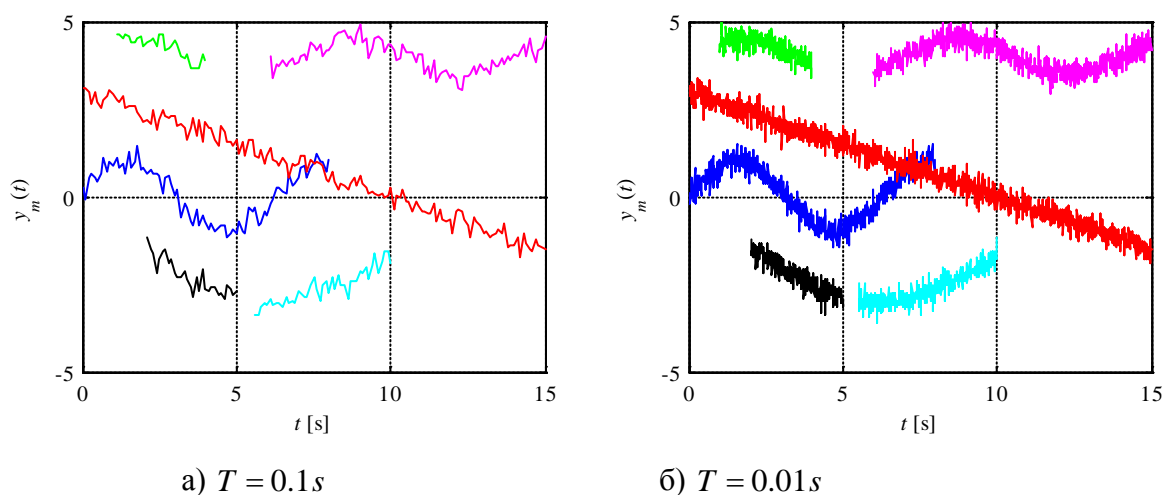
Прорачун j -те естимације се заснива на израчунатим тежинским коефицијентима партикала и гласи:

$$y_e(k)^{(j)} = \sum_{i=1}^N \gamma(k)^{(i),(j)} \cdot y(k)^{(j)}. \quad (4.21)$$

Претходни опис естимације подразумева да је број опсервација и мерења једнак и константан током целог тока процеса, што је реткост у реалним процесима. Након придруживања “1-1” мерења естимацијама, уведе се два параметра. Први параметар је P_r , и он представља вероватноћу рођења нове естимације, а то се дешава када је повећан број мерења у односу на број мерења у претходном тренутку $k-1$. У том случају се формира нова естимација која преузима вредност мерења с тежином $\gamma(k)^{(i),(j)} = P_r$ по свим партиклима. Други параметар представља време до брисања естимације t_s и служи за случај да није детектовано мерење. Ово значи да ће након блока за придруживање бар једна естимација остати без придруженог мерења. Тада естимација преузима вредност предикције и генерише се овај параметар. Вредност t_s опада након сваке итерације када

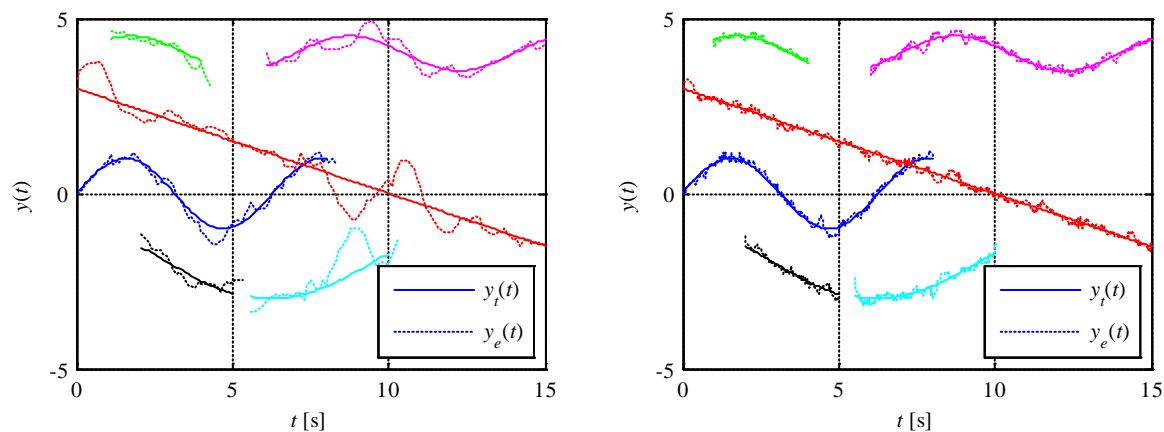
естимацији није додељено мерење. У случају $t_s \leq 0$, естимација се брише, док у случају да се додели мерење брише се параметар t_s . Параметар t_s се дефинише Гама расподелом $t_s = \Gamma(\alpha, \beta)$.

Сценарио садржи до 4 мерења, од којих понека нису детектована, што ствара проблем у иницијализацији и брисању естимација, [113]. Вредност параметра потребног за иницијализацију је $P_r = 0.01$, док су вредности параметара $\alpha = 2$ и $\beta = 0.01$ потребни за прорачун времена за брисање естимације. Сценарио је анализирати за две различите периоде одабирања, $T = 0.1s$ и $T = 0.01s$. На слици 4.3.а и 4.3.б су дата генерисана мерења с варијансама шума процеса $\sigma_w^2 = 0.1^2$ и шума мерења $\sigma_e^2 = 0.2^2$ за поменуте периоде дискретизације редом.



Слика 4.3 Генерисана мерења

Генерисана мерења се сада естимирају партикулар филтером. Изабран је метод глобално најближег суседа (*Global Nearest Neighbour* - GNN) у блоку за придруживање података. Резултати ових естимација су приказани на слици 4.4.



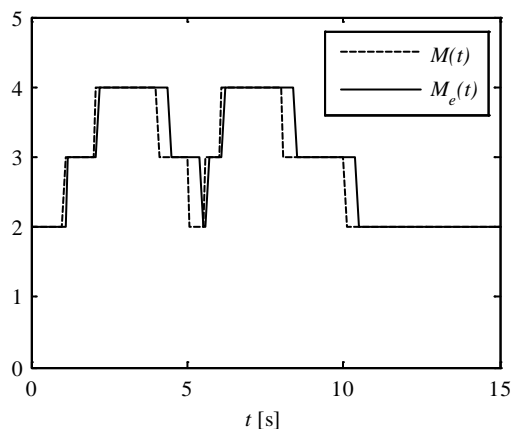
а) $T = 0.1s$

б) $T = 0.01s$

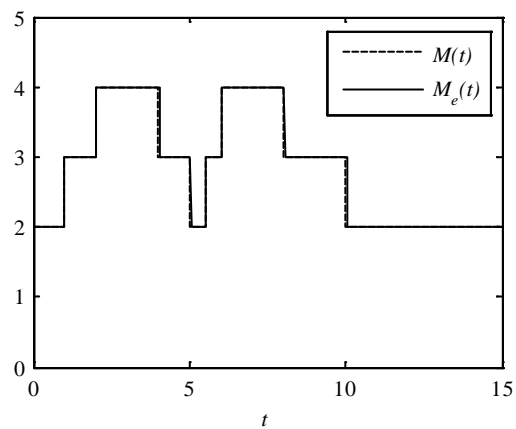
Слика 4.4 Тачна стања $y_t(k)$ и естимације $y_e(k)$

На основу приказаних естимација на слици 4.4 може се рећи да се партикал филтер може применити у систему за естимацију и филтрирање више мерења. Међутим, како је у овом сценарио генерисан линеаран и гаусовски процес, види се мањи квалитет естимација, нарочито у случају када је периода дискретизације $T = 0.1s$. Применом KF, IMM алгоритма или филтера који је оптималан за линеарне процесе се може смањити грешка естимације у анализираном сценарију.

Иницијализација и брисање естимације су одређени параметрима P_r и t_s . Њихов утицај на број естимација $M_e(t)$ је приказан на слици 4.5.



а) $T = 0.1s$



б) $T = 0.01s$

Слика 4.5 Број мерења $M(t)$ и број естимација $M_e(t)$

На основу слике 4.5 се може рећи да је иницијализација и брисање су краћи процеси у случају мање периоде дискретизације. Међутим, закључак не треба генерализовати да је лоше уколико се одређена естимација задржи без придруженог мерења, што је случај када је периода већа, јер у системима за праћење циљева мора се водити рачуна да ли је у питању клатер, лажни одраз или циљ. Одлука о томе се доноси на основу детекције, искуства или прорачуна вероватноћа и то се разматра као посебна област истраживања. У овом поглављу је детаљно објашњено и кроз симулацију показано како се партикал филтер може користити у филтрирању и праћењу трајекторије више циљева. Такође је представљен један од начина како се може решити проблем када мерења нису доступна или се формирају додатна мерења. Сложенији сценарији или процеси у овој дисертацији

ће у основи имати опис претходних поглавља 4.1 и 4.2. које служе да би се боље схватио концепт партикал филтера, као и предности и недостаци његове примене.

4.3. Поређење естимације тренутних фреквенција партикал филтером са стандарним естиматорима на једнокомпонентном сложеном сигналу

Примена партикал филтера у издвајању и естимацији обележја вишекомпонентних сигнала на основу спектрограма је анализирана у [93, 94]. Процена тренутне фреквенције сигнала је веома значајна у многим реалним апликацијама. У досадашњим истраживањима су предложене различите методе за процену тренутне фреквенције [95-97]. Најчешће је у употреби дискретна Фуријеова трансформација (*discrete Fourier transform* - DFT), којом се израчуна расподела енергије сигнала. На основу максималне вредности енергије сигнала процењује се тренутна фреквенција сигнала. У овом поглављу је показана упоредна анализа у естимацији тренутних фреквенција применом стандардних филтера и партикал филтера. Један од стандардних естиматора је Калманов филтер, који је оптималан за Гаусовске и линеарне процесе. Међутим, употреба Калмановог филтера значајно зависи и од формираног мерења, а она могу бити прилично зашумљена када је сигнал дубоко у шумном окружењу. С друге стране, мерења могу да бити с веома малим шумом и тада естимација највише зависи од модела процеса. Идеја је да се упореде естимације добијене партикал филтером, ИММ алгоритмом и Калмановим филтером са Сингеровим моделом процеса, како би се анализирали предности и недостаци квалитета естимације у зависности од односа сигнала и шума.

4.3.1. Партикал филтер

Партикал филтер се састоји од N партикала, где сваки од њих појединачно садржи естимацију фреквенције $f(k)$ и брзину промене фреквенције $\dot{f}(k)$. Опис стања естимације дводимензионалног вектора $f_e(k)$ је следећи:

$$f_e(k) = \begin{bmatrix} f(k) & \dot{f}(k) \end{bmatrix}^T, \quad (4.22)$$

Поступак естимације фреквенције компонената се анализира кроз временске прозоре сигнала, на којима се израчунава DFT. Модели процеса и опсервација i -тог партикала филтера су дати изразом:

$$f_p(k)^{(i)} = Ff_e(k-1)^{(i)} + Q(k), \quad (4.23)$$

$$f_o(k)^{(i)} = Hf_p(k)^{(i)} + R(k), \quad (4.24)$$

где је $f_p(k)^{(i)}$ предикција вектора стања естимације, а $f_o(k)^{(i)}$ опсервација стања у тренутку t i -тог партикла. Матрица трансформације предикције је $H = [1 \ 0]$, док су матрица шума процеса $Q(k)$ и матрица прелаза стања F дате следећим изразима:

$$Q(k) = \mathcal{N}(0, \sigma_f^2), \quad (4.25)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

где је T периода дискретизације, σ_f стандардна девијација шума процеса брзине фреквенције и $\mathcal{N}(0,1)$ представља стандардну Нормалну расподелу, нултом математичког очекивања и јединичне варијансе. Шум мерења је описан с $R(k) = \mathcal{N}(0, \sigma_e^2)$. Нека $P(f_{i=1, \dots, N_{DFT}}, k)$ представља вредности коефицијента у N_{DFT} тачака у којима је израчуната DFT за k -ти прозор. Алгоритам за одређивање k -тог мерења $f_m(k)$, на основу енергије сигнала у фреквенцијама у којима су генерисани партикли, представља фреквенцију у којој је максимална енергија и описан је на следећи начин:

$$P(f_m(k), k) = \max(P(f_o(k)^{(i=1, \dots, N)}, k)). \quad (4.27)$$

Матрица P представља спектралну густину средње снаге. Сада се могу израчунавати тежински коефицијенти, $\gamma(k)^{(i)}$, на основу функције вероватноће Нормалне расподеле:

$$\gamma(k)^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e}} e^{-\frac{(f_o(k)^{(i)} - f_m(k))^2}{2\sigma_e^2}} \quad (4.28)$$

Добијени тежински коефицијенти се нормирају изразом:

$$\gamma(k)^{(i)} = \gamma(k)^{(i)} \cdot \left(\sum_{l=1}^N \gamma(k)^{(l)} \right)^{-1} \quad (4.29)$$

Следи процена стања у складу с изразом:

$$f_e(k) = \sum_{i=1}^N \gamma(k)^{(i)} \cdot f_o(k)^{(i)} \quad (4.30)$$

и коваријанса естимације:

$$\sigma_e^2(k) = \sum_{i=1}^N \gamma(k)^{(i)} \cdot \left(f_o(k)^{(i)} - f_e(k) \right)^2 \quad (4.31)$$

Употребљена је метода SIR за умножавање партикала, [98].

4.3.2. IMM алгоритам

IMM алгоритам се састоји од два модела кретања, [99]. Први модел је модел кретања с констатном брзином (*constant velocity* - CV). Матрица модела процеса G_{CV} је дата изразом:

$$G_{CV} = [T \quad 1]^T, \quad (4.32)$$

са варијансом шума процеса по брзини q_{cv} . Вектор стања CV модела подразумева два стања. Следи да је матрица модела прелаза стања F_{CV} :

$$F_{CV} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Други модел описује кретање с константним убрзањем (*constant acceleration* - CA), чија матрица модела процеса G_{CA} дата изразом :

$$G_{CA} = \begin{bmatrix} T^2/2 & T & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (4.34)$$

са варијансом шумом процеса по убрзању q_{CA} . Вектор стања СА модела подразумева три стања, фреквенцију, брзину и убрзање фреквенције. Матрица прелаза F_{CA} стања је:

$$F_{CA} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Матрице вероватноћа за прелазак с једног на други модел у IMM алгоритму и почетне вредности тежинских коефицијената по моделима су ускладу с димензијама модела.

4.3.3. Калманов филтер са Сингеровим моделом

Сингеров модел кретања је описан у [100]. Неки од основних израза помоћу којих се израчунавају параметар α и варијанса процеса q_{Sng} су:

$$\alpha = 1/\tau, \quad (4.36)$$

$$q_{Sng} = a_{\max}^2 (1 + 4P_{\max} - P_0)/3. \quad (4.37)$$

Матрица модела процеса је дата изразом:

$$Q_{Sng} = 2\alpha q_{Sng} \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

Сингеров модел кретања садржи тродимензионални вектор стања, следи да је матрица прелаза стања:

$$F_{Sng} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

На основу [97] је дефинисан сигнал с фреквенцијом дискретизације од $F_s = 1\text{Hz}$, односно периода дискретизације је $T = 1\text{s}$. Трајање сигнала је 1024 одбирка. Сигнал се састоји од три целине, подељене на основу законитости по којој се мења фаза сигнала. Опис фазе сигнала је следећи:

$$\phi(n) = \begin{cases} 2\pi \frac{0.05}{-0.0017} \log(1-0.0017k), & n = 1, \dots, 400, \\ \phi(400) + 2\pi 0.16(n-400), & n = 401, \dots, 624 \\ \phi(624) + 2\pi \left(0.16 + \frac{0.00035}{2}(n-624) \right) (n-624), & n = 625, \dots, 1024, \end{cases} \quad (4.40)$$

Тачна фреквенција генерисаног сигнала се означава с $f_t(k)$, а израчунава се изразом:

$$f_t(n) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi(n)}{\partial n} \quad (4.41)$$

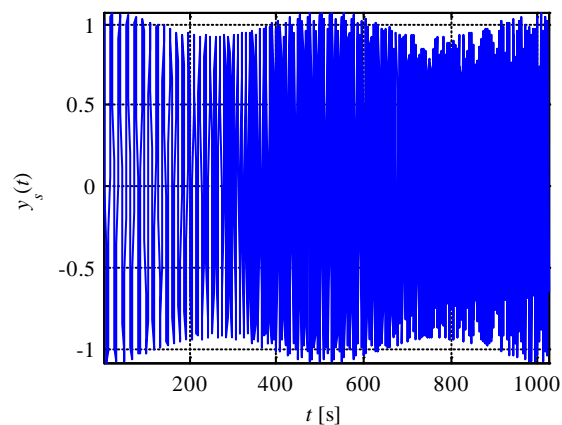
Временски променљива амплитуда сигнала је одређена изразом:

$$a(n) = 1 + 0.075 \cos(2\pi 0.00195n), \quad n = 1, \dots, N_y \quad (4.42)$$

Сада се може дефинисати реални сигнал изразом:

$$y_s(n) = a(n) \cos(\phi(n)), \quad n = 1, \dots, N_y \quad (4.43)$$

који је приказан на слици 3.6.

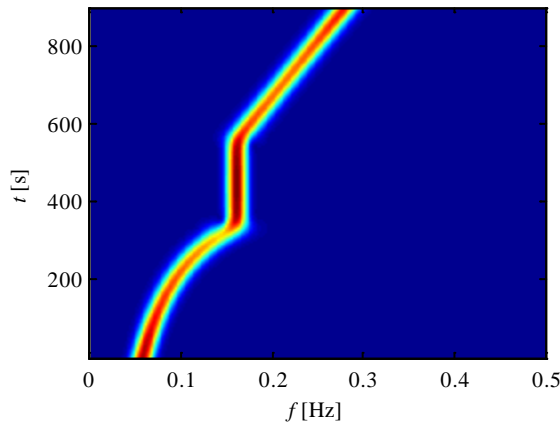


Слика 4.6. Приказ сигнала у временском домену

Процена тренутне фреквенције се заснива на спектрограму, израчунатом на сигналу дужине $N_y = 1024$ с прозором дужине $W = 128$ одбирака и преклапањем од $O = 127$ одбирака, при чему је коришћен Кајзеров прозор с параметром $\beta = 3\pi$. Број прозора N_w се израчунава према следећем изразу:

$$N_w = \text{fix}\left(\frac{N_y - O}{W - O}\right) \quad (4.44)$$

где fix представља оператор заокруживања на мањи цео број. На слици. 4.7 је дат спектрограм сигнала у одсуству шума.



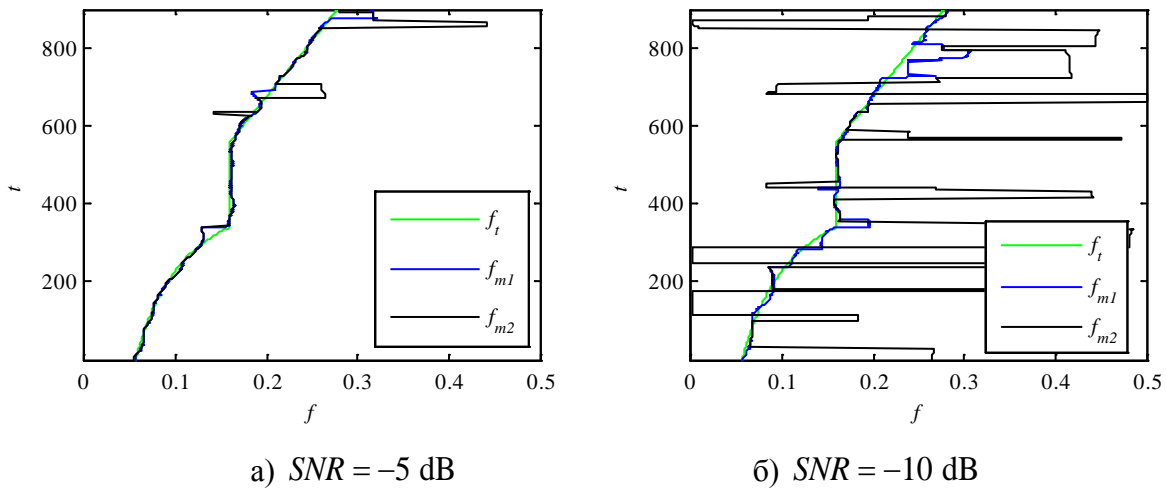
Слика 4.7 Временско-фреквенцијска расподела незашумљеног сигнала

Шум $y_\omega(n)$ је дефинисан као гаусовски процес и додат сигналу према изразу:

$$y(n) = y_s(n) + y_\omega(n) \quad (4.45)$$

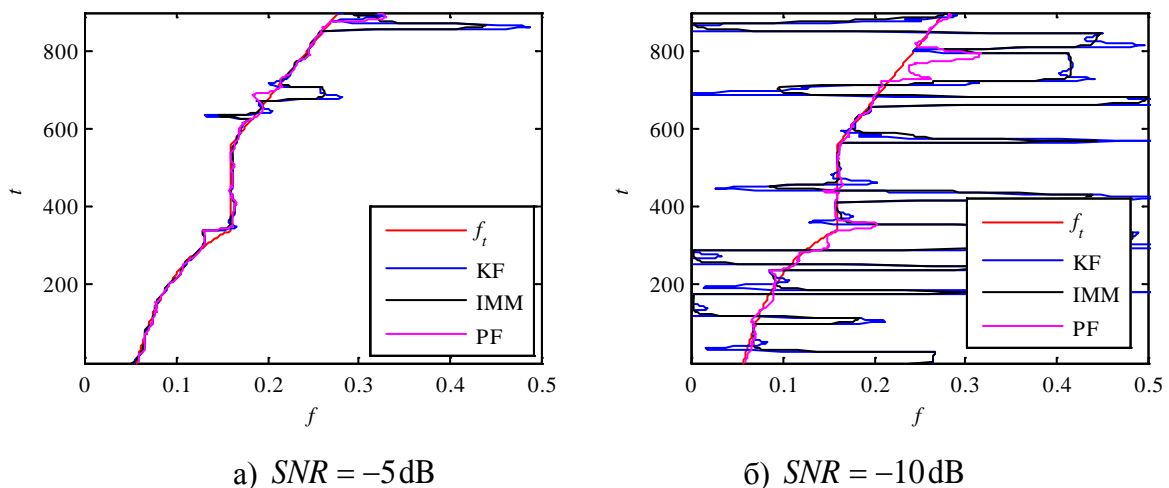
Примена партикал филтера се разликује од примене ИММ алгоритма и Калмановог филтера са Сингеровим моделом у формираним мерењима, из разлога да се покуша надоместити недостатак квалитета естимације партикал филтером, јер је процес Гаусовски и линеаран. Мерења која се филтрирају с ИММ алгоритмом и Калмановим филтером са Сингеровим моделом представљају максимум расподеле енергије по временским прозорима и означена су с $f_{m1}(k)$. У примени партикал филтера је претпоставка да би мерење требало да буде обухваћено неким од генерисаних партикала, на основу чега се формира мерење $f_{m2}(k)$ за филтрацију на основу максимума енергије, али само у оним

фреквенцијама које представљају генерисани партикли. Позитивне вредности нема значајнијан утицај на разлике у формираним мерењима $f_{m1}(k)$ и $f_{m2}(k)$, због чега су приказана формирана мерења за $SNR = -5\text{ dB}$ и $SNR = -10\text{ dB}$.



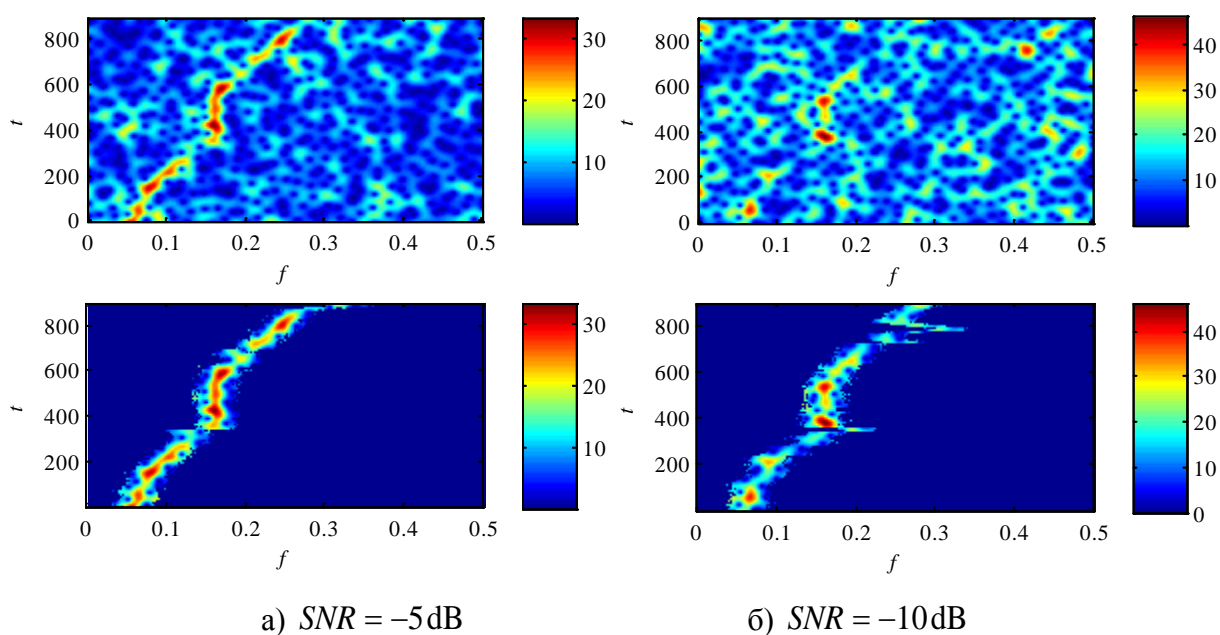
Слика 4.8 Формирана мерења

Приметно је да предложени метод за формирање мерења уједно филтрира мерења, што није могуће урадити када је у употреби IMM алгоритам или Калманов филтер. Сада се могу применити описани естиматори на формирана мерења. Предложене су следеће вредности у естимацији партикал филтером: $N = 1000$, $\sigma_f = 0.5\text{ Hz/s}$ и $\sigma_\omega = 20\text{ Hz}$. У IMM алгоритму су усвојене вредности: $q_{CV} = (0.5)^2\text{ Hz}^2/\text{s}^2$ и $q_{CA} = (0.05)^2\text{ Hz}^2/\text{s}^4$, док су вредности које описују варијансу шума процеса убрзања Сингеровим моделом: $P_0 = 0.9$, $P_{\max} = 0.1$, $a_{\max} = 0.1$ и $\tau = 0.1$. На слици 4.9 је дат приказ естимација тренутних фреквенција.



Слика 4.9. Процена тренутних фреквенција

Приметно је да су естимације партикал филтером квалитетније од примене IMM алгоритма или Калмановог филтера, када је негативна вредност SNR . Примена партикал филтера има још једну предност, а то је што се може филтрирати спектрограм, односно може се издвојити расподела енергија од знапчаја. Филтрирајући партикле SIR методом добија се информација о фреквенцијама које учествују у естимацији. Када се конструише спектрограм који садржи расподелу енергије на филтрираним фреквенцијама добија се филтрана временско-фреквенцијска представа сигнала. На слици 4.10. су приказани израчунати и филтрирани спектрограми за раније наведене вредности SNR .

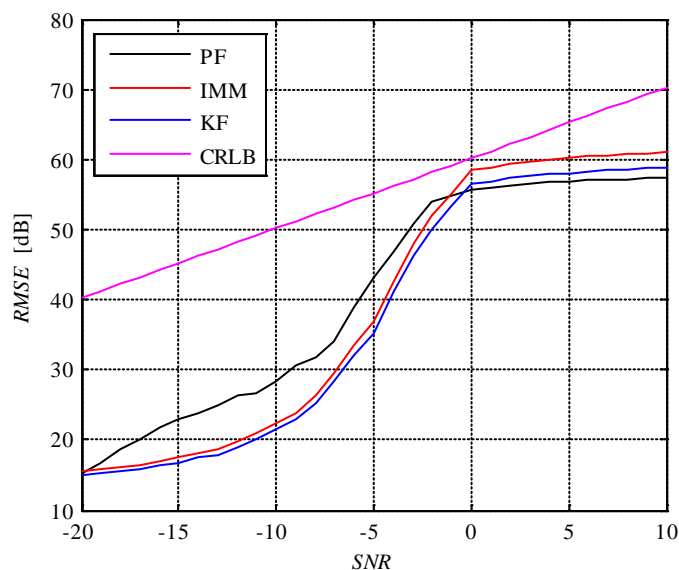


Слика 4.10 Спектрограм израчунатог и филтрираног сигнала

Упоредна анализа је спроведена на основу критеријума $RMSE$, која се израчунава према следећем изразу:

$$RMSE = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{N_w} (f_e(k) - f_t(k))^2 \right) / N_w} \quad (4.46)$$

Квалитет естимације је приказан графиком зависности $RMSE$ од SNR на слици 4.11.



Слика 4.11. Зависност $RMSE$ од SNR

Квалитет естимације зависи од одабира естиматора. На основу резултата приказаних на слици 4.11 може се потврдити да је IMM алгоритам оптималан у естимацији тренутне фреквенције, али само за позитивне вредности SNR , јер је тада процес линеаран и гаусовски. Калманов филтер је за нијансу лошији, јер садржи само Сингеров модел за разлику од IMM алгоритам који садржи два модела. Такође је и потврђено да партикал филтер боље естимира стања нелинеарних процеса и негаусовских шума, а такав шум мерења је у условима негативних вредности SNR .

У овом поглављу је извршена упоредна анализа примене IMM алгоритма, Калмановог филтера са Сингеровим моделом кретања и партикал филтера у естимацији тренутне фреквенције једнокомпонентног сигнала, заснованој на расподели енергије. Предложен је нови метод за формирање мерења, који се може применити у естимацији партикал филтером. Квалитет естимације се може поправити партикал филтером када је сигнал с негативним вредностима SNR , док за позитивне вредности IMM алгоритам естимира боље тренутну фреквенцију. Овиме је потврђено да су стандардни естиматори IMM алгоритам и Калманов филтар бољи у условима Гаусовог шума и линеарних система, док партикал филтер има већи примену у нелинеарном процесу или негаусовском, а управо је такав шум по фреквенцији за негативне вредности SNR . Број партикал утиче на квалитет естимације, што је потврђено у раније објављеним радовима, али и значајно увећава број рачунских операција. У наредном поглављу ће се наставити анализа примене партикал филтера на вишекомпонентном сигналу.

4.4. Примена партикал филтера у естимацији тренутних фреквенција вишекомпонентног сигнала

У претходном поглављу је урађена анализа примене партикал филтера и стандардних естиматора на једнокомпонентном сигналу. Добијени резултати намећу идеју о анализи примене партикал филтера на вишекомпонентном сигналу. У пракси си чести сигнали који садрже више компонената, као што су на пример радарски сигнали, сигнали у медицини, телекомуникацијски итд. Важно обележје у сваком сигналу је тренутна фреквенција, јер она може да носи информацију о кретању циља, даљини до циља, броју и величини објеката и слично. У овом поглављу се естимирају тренутне фреквенције вишекомпонентног сигнала применом партикал филтера на основу расподеле енергије израчунате спектрограмом. Партикал филтер се састоји од N партикала и употребљен је аналогно примени у праћењу више циљева, поглавље 4.2, с тим да је број мерења константан, односно садржи M естимација. Опис вектора стања, као и модел процеса и мерења је преузет из поглавља 4.3.

4.4.1. Опис партикал филтер у естимацији вишекомпонентног сигнала

Нека је вектор стања j -те опсервације у временском тренутку t дводимензиони вектор $f_{e,j}(k)$, који садржи фреквенцију f и брзину промене фреквенције \dot{f} .

$$f_e(k)^{(j)} = [f(k) \quad \dot{f}(k)]^T, j = 1, \dots, M, \quad (4.47)$$

Сваки од N партикала садржи естимацију M мерења што се може представити следећим изразом:

$$f_e^{(i)}(k) = [f_e(k)^{(i),(1)} \quad \dots \quad f_e(k)^{(i),(j)} \quad \dots \quad f_e(k)^{(i),(M)}], i = 1, \dots, N, \quad (4.48)$$

где i означава редни број партикла. Модели процеса и опсервација партикал филтера се проширују и дати су изразима:

$$f_p(k)^{(i),(j)} = Ff_e(k-1)^{(i),(j)} + Q(k), \quad (4.49)$$

$$f_o(k)^{(i),(j)} = Hf_p(k)^{(i),(j)}. \quad (4.50)$$

при чему су: $f_p(k)^{(i),(j)}$ предикција стања i -тог партикла, j -та опсервација, $f_o(k)^{(i),(j)}$ и T периода дискретизације. Шум процеса $Q(k)$ је моделован Гаусовим белим шумом $\mathcal{N}(0, \sigma_f^2)$ по брзини промене фреквенције. Матрица трансформације предикције је $H = [1 \ 0]$, док је матрица прелаза стања $F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Шум мерења је означен с $R(k) = \mathcal{N}(0, \sigma_e^2)$.

Мерења се формирају истом методом, предложеном у поглављу 4.4.2. Овај метод се може применити у случају да су компоненте сигнала довољно раздвојене односно када се не јавља проблем укрштања. Нека су генерисане опсервације стања N партикала за сваку од j компоненти. Израз за формирање j -тог мерења $f_m(t)^{(j)}$, које представља фреквенцију у којој је максимална енергија сигнала је описан изразом:

$$P(f_m(t)^{(j)}, t) = \max(P(f_o(t)^{(j)}, t)) \quad (4.51).$$

при чему $P(f, k)$ представља спектрограм, тј. временско-фреквенцијску расподелу енергије сигнала. Тежински коефицијенти $w(t)^{(i),(j)}$ i -тог партикла за j -ту опсервацију се рачуна према изразу:

$$w(t)^{(i),(j)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_e} e^{-\frac{(f_o(t)^{(i),(j)} - f_m(t)^{(j)})^2}{\sigma_e^2}} \quad (4.52)$$

Добијени тежински коефицијенти се нормирају најпре по j -тој колони, како би сваки партикал имао информацију о вероватноћи процене j -те опсервације :

$$\gamma(t)^{(i),(j)} = w(t)^{(i),(j)} / \sum_{n=1}^N w(t)^{(i),(k)}(t), \quad (4.53)$$

а затим се формирају суме тежинских коефицијената по свим опсервација, чиме сума представља тежину партикла $\gamma(t)^{(i)}$, која се поново нормира:

$$q(t)^{(i)} = \sum_{j=1}^M \gamma(t)^{(i),(j)} \quad (4.54)$$

$$\gamma(t)^{(i)} = q(t)^{(i)} / \sum_{n=1}^N q(t)^{(n)} \quad (4.55)$$

Следи прорачун естимације и стандардна девијација естимације изразима:

$$f_e(t)^{(j)} = \sum_{i=1}^N \gamma(t)^{(i)} \cdot f_o(t)^{(i),(j)} \quad (4.56)$$

$$\sigma(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \gamma(t)^{(i)} \cdot (f_o(t)^{(i),(j)} - f_e(t)^{(j)}) \cdot (f_o(t)^{(i),(j)} - f_e(t)^{(j)})^T} \quad (4.57)$$

Филтрирање и умножавање партикала се извршава употребом SIR методе.

Генерисан је трокомпонентни зашумљени аудио сигнал трајања $T_f = 5s$ с фреквенцијом одабирања $f_s = 8 kHz$. Број одбирака аудио сигнала је N_y . Сигнал садржи три компоненте, које се налазе на довољном одстојању у фреквенцијском домену, како не се би разматрао проблем укрштања компоненти. Законитост промене фреквенција појединачних компоненти сигнала су дати у изразима:

- линеарни чирп

$$f_1(t) = \frac{(0.7 - 0.95) F_s}{10} t + 0.95 \frac{F_s}{2}, \quad (4.58)$$

- синусоидална промена фреквенције,

$$f_2(t) = \frac{F_s}{4} - \frac{1}{2\pi} \frac{500}{0.4} \sin(2\pi \cdot 0.4t), \quad (4.59)$$

- линеарни чирп,

$$f_3(t) = \frac{(0.3 - 0.1) F_s}{10} t + 0.1 \frac{F_s}{2}. \quad (4.60)$$

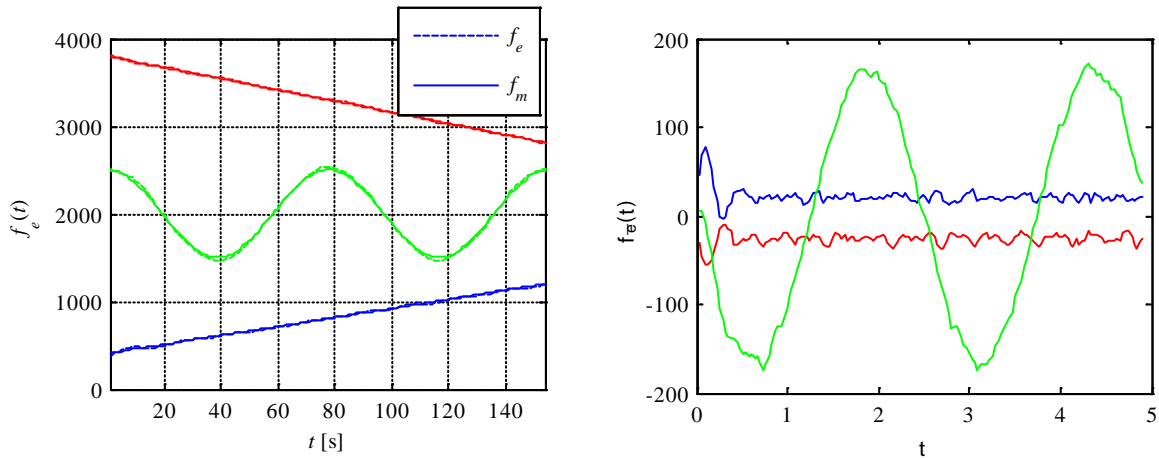
Израз којим је генерисан сигнал $y_s(t)$ је следећи:

$$y_s(t) = 0.2 \sin(2\pi(f_1(t) + f_2(t) + f_3(t))t). \quad (4.61)$$

Сигналу с додатим белим Гаусовим шумом $y_w(t)$, варијансе од $0.06 V^2$ је дат изразом:

$$y(t) = y_s(t) + y_o(t) \quad (4.62)$$

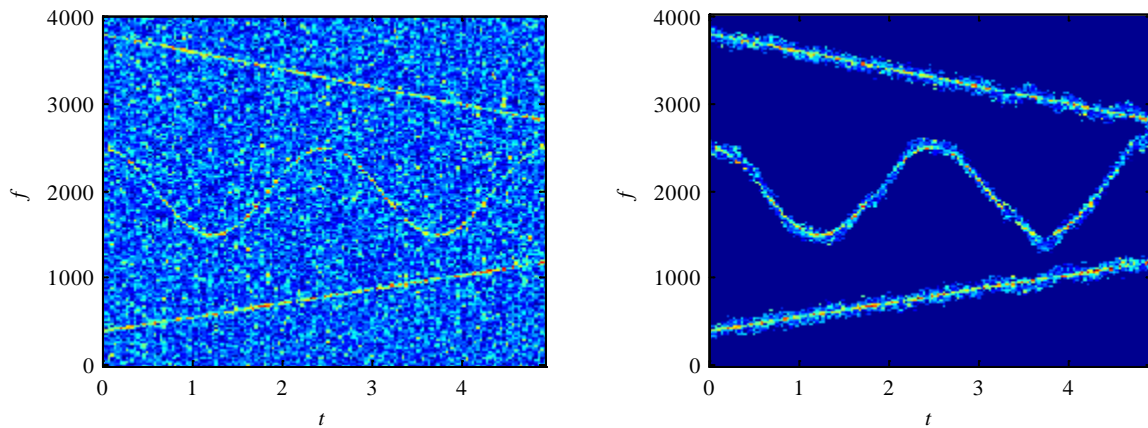
Спектрограм је израчунат у $N_{DFT} = 1024$ тачке, с Кајзер прозорском функцијом дужине $W = 512$ и параметром облика $\beta = 3\pi$, док је преклапање између суседних прозора $O = 255$ одбирака. Процес је дискретизован с периодом дискретизације од $T = (W_L - O)/f_s$. Партикал филтер је дефинисан с варијансама шума процеса $\sigma_f^2 = 4/T^2 (Hz/s)^2$ и шума мерења $\sigma_o^2 = 25 Hz^2$. Естимација тренутних фреквенција и брзине промене фреквенција свих компоненти је приказана на слици 4.12.



а) естимације $f_e(t)^{(j)}$ и мерења $f_m(t)^{(j)}$ б) брзина промене фреквенције $\dot{f}_e(t)^{(j)}$

Слика 4.12 Естимирана стања

На слици 4.13 су приказани спектрограми оригиналног и филтрираног сигнала.



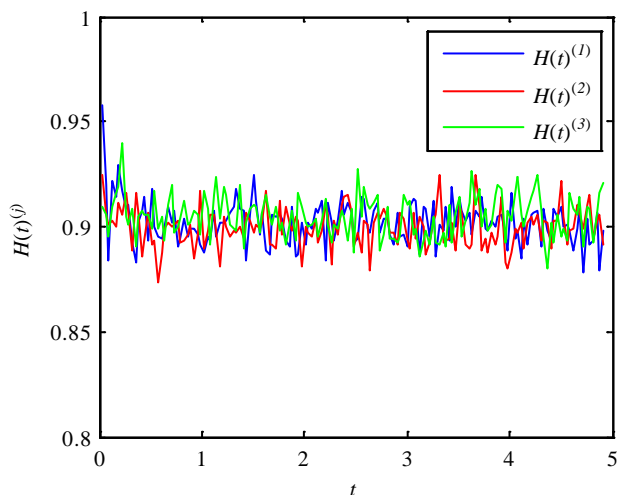
а) оригинални спектрограм

б) филтрирани спектрограм

Слика 4.13 Спектрограми оригиналног и филтрираног сигнала

Спектрална ентропија филтрираног сигнала на основу спектралне снаге у естимираним тренутним фреквенцијама, [101, 102], се може прорачунати следећим изразом:

$$H(t)^{(j)} = P(t, f_e(t)^{(j)}) \cdot \ln\left(P(t, f_e(t)^{(j)})\right) \quad (4.63)$$



Слика 4.14 Спектрална ентропија фреквенцијских компонената

На основу вредности спектралне ентропије се види да су компоненте сигнала уређене, јер су вредности спектралне ентропије готово константне и врло блиске вредности један. Партикал филтер је примењен у естимацији тренутних фреквенција вишекомпонентног сигнала. Формирана су мерења која представљају оне фреквенције у којима су генерисани партикли а при томе је енергија сигнала максимална. Партикал филтер у форми описаној у овом поглављу се може употпуности применити у естимацији више компоненти сигнала, уколико се налазе на довољном одстојању за позитивне вредности SNR . У случају негативних вредности или уколико се укрштају фреквентне компоненте, потребно је применити додатни блок за придруживање података или сложенији алгоритам који ће моћи да правилно формира мерења, а то ће се анализирати у наредним истраживањима.

5. Партикал филтер у процени и издвајању обележја радарских сигнала

У циљу побољшања естимације различитих процеса, смањење грешке рада елемената у аутоматизованим системима или повећање квалитета процене параметара, анализирају се различити параметри сигнала. Преглед истраживања дат у [17], обухвата области телекомуникација, биомедицине и радарских система. Један од најважнијих параметара сигнала је тренутна фреквенција (*instantaneous frequency* - IF). У радарским системима квалитет процене IF је веома важан, јер често утиче на перформансе својих других блиско повезаних делова. Тренутне фреквенције се најчешће процењује на основу максимума дистрибуиране енергије сигнала, која се представља временско-фреквенцијском расподелом (*time-frequency distribution* - TFD). Процена тренутне фреквенције на основу извода фазе аналитичког сигнала и првог момента опште временско-фреквенцијске репрезентација (*time-frequency representation* - TFR) дат је у [18]. Анализа употребе квадратне TFD као естиматора IF су дате у [19], док су аутори у [20] предложили нови метод за естимацију компонената сигнала у ниском односу сигнала и шума. Истраживања у [21] представљају адаптивни приступ естимације IF у нестационарним моно и вишекомпонентним FM сигнаlima с адитивним Гаусовим шумом, где је показано да су офсет и варијанса естимације IF у функцији у дужине временског прозора. Референца [22] показује метод естимације IF која користи Бајесову технику, у којој се комбинује партикал филтер и MCMC метода, помоћу које се може проценити секвенцијално високо нелинеарна временски променљива фреквенције сигнала као део по део линеарна функција. У [23] је анализиран утицај временски променљивог прозора, различите дужине прозора и расподела, и развијен је адаптивни IF естиматор с оптималном дужином прозора и расподеле која зависи од варијансе шума и непознате расподеле IF. У [24], је представљена расподела која сама по себи процењује вредност IF у последњој тачки временског прозора, при чему је IF естиматор нелинеаран.

Избор TFD зависи од врсте анализираног сигнала. WVD (*Wigner – Ville distribution* - WVD) је једна од основних TFD, која се примењује на линеарним чирповима или сигнаlima с константном фреквенцијом, [18], јер се при примени на вишекомпонентним сигнаlima или сигнаlima са сложенијим законитостима промена фреквенција појављују кроскомпоненте у временско-фреквенцијској равни. Реални сигнал често садржи сложеније промене фреквенције, што доводи до уједначеније расподеле енергије у временско-фреквенцијској равни, чиме је захтевнија естимација IF на основу максималне енергије. Један од начина анализе у временско-фреквенцијској равни је примена

спектрограма. За разлику од WVD, спектрограм је једноставнији начин обрачуна, при чему су смањене појаве кроскомпоненти, али се и резолуција истовремено смањује, што је негативна карактеристика. Разне модификације WVD су развијене с идејом оптимизације резолуције и смањења расподеле енергије на кроскомпонентама, [18, 25]. Једна од предложених WVD модификација је модификована В расподела (*modified B distribution - MBD*), [18].

Континуитет сигнала може бити прекинут услед различитих фактора, као што су утицај буке, величине временско-фреквенцијске резолуције, укрштања компоненти, итд. У таквим случајевима употреба естиматора би била оправдана. Неки од примера примене естиматора или алгоритама у естимацији IF су: алгоритми за обраду слике [26], EKF [27], и партикал филтер, [28-31].

У [103], се разматра форма вишезначности заснована на четвртом реду комплексно-временске расподеле. Овај приступ садржи високо концентрисану процену тренутне фреквенције употребом расипања енергије у временско- фреквенцијској равни. Осим тога, овај на притисак читавање приступ у комбинацији с L-статистиком пружа робусне временско-фрекуенцијске представе. Проширење Viterbi алгоритма за процену тренутних фреквенција избором локалних максимума и издвајање централног доплера је предложен у [104]. Преглед неких од најважнијих техника у вези с концептом IF је дат у [105]. Постоји неколико различитих решења у процени тренутне фреквенције у случају вишекомпонентних сигнала али и даље је то проблем који се интензивно истражује.

Једноставан нелинеаран и не-Гаусовски стохастички модел простора стања је предложен да се смање случајности у носиоцу и временском скакању фреквенције, [28]. У [29], је описана динамичка стратегија модела средње вредности, којом се комбинује низ модела простора стања с моделом Марковљевих ланаца како би се добио исправан модел. Истраживање [30] разматра проблем праћења временски променљивих параметара хармоничног или чирп сигнала користећи партикал филтер. Референца [31] уводи нову основу којом се омогућава рутинска употребу Бајесовог резултата за процену спектралне густине локално стационарног Гаусовог процеса у реалном времену засновану на локалној Whittle апроксимацији. Естиматор може да процени неколико TFD параметара [31, 32], а не само тренутне фреквенције. Резултати представљени на основу модела, [31], се могу побољшати модификацијом модела или употребом другачијег алгоритма у естимацији параметара расподеле енергије.

Основни допринос примене партикал филтера у естимацији параметара TFD радарских сигнала је побољшање квалитета применом новог адаптивног критеријума за

прорачун тежинских коефицијената, који зависи од интегралног квадрат грешке модела и израчунате TFD, као и од процењеног максимума TFD у претходном временском бину. Резултати добијени у анализи симулираних и стварних радарских сигнала потврђују висок квалитет примене новог адаптивног метода. Предложена метода за естимацију IF има мању грешку у односу на грешку која се добија применом естимације IF на основу максимума расподељене енергије по временским биновима, нарочито с аспекта када се укрштају компоненте и када настаје прекид у континуитету максимума енергије.

Глава 5 се састоји од неколико поглавља. У поглављу 5.1 је описан партикал филтер с моделом естимације. Затим је примена модел естимације анализирана на генерисаном сигналу у поглављу 5.2, док је одабир и опис TFD дат у поглављу 5.3. Резултати у различитим симулацијама и на радарским сигнаlima су приказани у поглављу 5.4, док је закључак дат у поглављу 5.5.

5.1. Опис модела естимације

TFD сигнала у временско-фреквенцијској равни се састоји од више временских бина, прорачунатих над временским прозором, при чему резолуција фреквенције зависи од броја тачака N_f у којима се израчунава MBD. Сваки од израчунатих временских бина се може апроксимирати експоненцијалном функцијом. Управо је таква идеја представљена у естимацији параметара временског бина у [31] и преузета за естимацију обележја временско-фреквенцијске расподеле енергије радарских сигнала. Предност употребе овог приступа у односу на класичне методе је решавање проблема процена тренутних фреквенција када максимум спектралне густине средње снаге није континуалан, што је случај када се укрштају фреквентне компоненте сигнала или када доминантна компонента није јасно изражена. Партикал филтер се најчешће употребљава у естимацији нелинеарних и нестационарних процеса, [106, 118], а радарски сигнали су управо нестационарни процеси. Модел естимације временског бина с параметрима спектралне густине средње снаге је дат следећим изразом:

$$P_e(t, \omega) = b(t)^{(t)} \cdot e^{-\frac{(\omega_o^{(t)}(t) - \omega)^2}{s(t)^{(t)2}}} \quad (5.1)$$

где је ω низ дискретних тачака које представљају кружне учестаности унутар опсега $[0 - \pi]$ rad/s у којима се израчунавају коефицијенти TFD у дискретном временском

тренутку t над временским прозором, док је i редни број партикла. Параметар $b(t)$ је максимум, а $s(t)$ стандардна девијација кружне фреквенције, која утиче на ширину расипања енергије. Параметар тренутне кружне фреквенције је означен с $\omega_o(t)$.

Наведени параметри се генеришу за сваки партикал на основу Нормалне расподеле с нултим математичким очекивањем и одређеним варијансама. Усвојена је претпоставка да је промена брзине фреквенције константна. Изрази за генерисање параметара модела временског бина су следећи:

$$b(t)^{(i)} = b(t-1)^{(i)} + \mathcal{N}(0, \sigma_b^2) \quad (5.2)$$

$$s(t)^{(i)} = s(t-1)^{(i)} + \mathcal{N}(0, \sigma_s^2) \quad (5.3)$$

док је генерисање параметра $\omega_o(t)^{(i)}$ описано изразом:

$$\omega_o(t)^{(i)} = F(t)X(t)^{(i)} + Q(t) \quad (5.4)$$

где је $X(t)^{(i)}$ вектор стања с два елемента, $F(t)$ матрица прелаза стања, а $Q(t)$ матрица шума процеса:

$$X(t)^{(i)} = \begin{bmatrix} \omega_o(t)^{(i)} \\ \dot{\omega}_o(t)^{(i)} \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3} & \frac{T^2}{2} \\ \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix} \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2) \quad (5.7)$$

Периода дискретизације процеса је означена с T и може се израчунати као:

$$T = \frac{(W - O)}{f_s} \quad (5.8)$$

где су: фреквенција одабирања сигнала f_s , дужина правоугаоног временског прозора W и број одбирака временског сигнала O , који се преклапају у два сукцесивна прозора, при израчунавању коефицијената расподеле.

Сваки партикал је потребно тежиновати. Најчешће се усваја Гаусова расподела за израчунавање тежинских коефицијената партикала:

$$p(t)^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_I(t)} e^{-\frac{(I(t)^{(i)})^2}{2\sigma_I^2(t)}} \quad (5.9)$$

где су σ_I^2 варијанса и $I(t)^{(i)}$ укупна разлика енергије на једном временском бину између модела i -тог партикла и израчунате расподеле енергије. Параметар $I(t)^{(i)}$ се израчунава следећим изразом:

$$I(t)^{(i)} = \sum_{d=1}^{N_f/2} \left(P_e(t, \omega(t))^{(i)} - P_c(t, \omega(t)) \right)^2 \quad (5.10)$$

где је $P_c(t, \omega(t))$ израчунати временски бин на једном временском прозору. Најчешће је параметар $\sigma_I(t)$ константан и представља вредност варијансе шум мерења, али у овом начину тежиновања партикала мора се предложити другачији модел. Претпоставка је да је вредност параметра $I(t)^{(i)}$ пропорционална максимуму TFD. Ово је управдано ако се узме у обзир случај да је модел временског бина потпуно погрешан у односу на прорачунати временски бин, тада ће вредност $I(t)^{(i)}$ бити апроксимативна суми $b(t)^{(i)} + b_c(t)$, где је $b_c(t)$ вредност максимума енергије у временском бину. Уколико су $b(t)^{(i)}$ и $b_c(t)$ приближних вредности, може се коначно закључити да вредност варијансе $\sigma_I(t)$ разлике расипања енергије у моделу треба да буде приближна $b_c(t)$, а то ће се постићи проценом и у овом раду се предлаже адаптивна вредност параметра $\sigma_I(t)$ за једнокомпонентни сигнал:

$$\sigma_I(t) = b_c(t-1) \quad (5.11)$$

где је $b_c(t-1)$ естимирана вредност максимума енергије у претходном дискретном тренутку. Уколико се разматра вишекомпонентни сигнал, тада је модел естимације:

$$P_e(t, \omega(t))^{(i)} = \sum_{m=1}^M b_m(t)^{(i)} \cdot e^{-\frac{(\omega_{o,m}(t)^{(i)} - \omega(t))^2}{(s_m(t)^{(i)})^2}}, \quad (5.12)$$

следи модификација израза (5.11):

$$\sigma_t(t) = \sum_{m=1}^M b_{e,m}(t-1) \quad (5.13)$$

где је $b_{e,m}(t-1)$ претходно естимирана вредност максимума енергије m -те компоненте сигнала. Тежински коефицијенти партикала израчунати у (5.9) сада након нормирања се преводе у вероватноћу:

$$\gamma^{(i)}(t) = p^{(i)}(t) \left(\sum_{l=1}^N p^{(l)}(t) \right)^{-1} \quad (5.14)$$

Следи естимација тренутне фреквенције $f_{e,m}(t)$, брзина промене кружне фреквенције $\dot{\omega}_{e,m}(t)$, максимум $b_{e,m}(t)$ и стандардна девијација $s_{e,m}(t)$ TFD у тренутку t за m -ту компоненту у складу са следећим изразима:

$$f_{e,m}(t) = (2\pi)^{-1} \sum_{i=1}^N \gamma(t)^{(i)} \cdot \omega_{o,m}(t)^{(i)} \quad (5.15)$$

$$\dot{\omega}_{e,m}(t) = \sum_{i=1}^N \gamma(t)^{(i)} \cdot \dot{\omega}_{o,m}(t)^{(i)} \quad (5.16)$$

$$b_{e,m}(t) = \sum_{i=1}^N \gamma(t)^{(i)} \cdot b_m(t)^{(i)} \quad (5.17)$$

$$s_{e,m}(t) = \sum_{i=1}^N \gamma(t) \cdot s_m(t)^{(i)} \quad (5.18)$$

Последњи корак је филтрирање и умножавање партикала на основу тежинских коефицијената применом SIR методе, [106, 118].

5.2. Примена партикал филтера на генерисаном сигналу

Први корак верификације предложеног метода би се односио на упоредну анализу с резултатима из [31], при чему се обе методе примењене на истом генерисаном сигналу. TFD је израчуната спектрограмом на основу кога су естимирани параметри. Генерисан је

двокомпонентни сигнал у одсуству шума, чије су фазе сигнала описане следећим изразима:

$$\phi_1(n) = 2\pi \left(\left(\frac{300}{N_f} - \frac{200}{N_f} \right) \frac{2n}{N_s} + \frac{200}{N_f} \right) n, \quad (5.19)$$

$$\phi_2(n) = 2\pi \left(\frac{2.75 \cdot 10^{-4}}{2N_f} \left(n - \frac{N_s}{2} \right)^2 + \frac{100}{N_f} \right) \left(n - \frac{N_s}{2} \right), \quad \text{за } n = 1, 2, \dots, N_s. \quad (5.20)$$

где су: $N_f = 1024$ број тачака у којима се рачуна DFT и $N_s = 2000$ је број одбирака сигнала. Дискретна форма којом се одређују тренутне фреквенције генерисаног сигналу је:

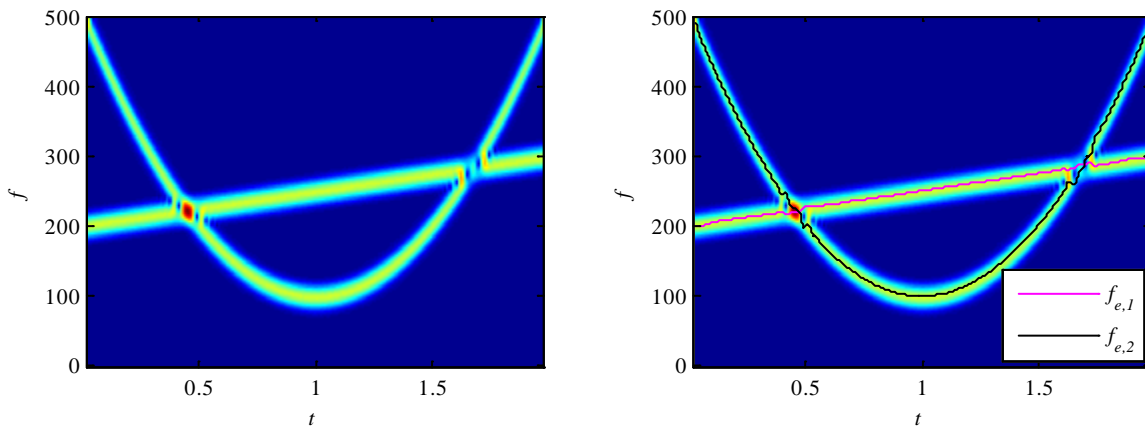
$$f_m(n) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_m(n)}{dn}. \quad (5.21)$$

Фреквенција одабирања сигнала је $f_s = 1 \text{ kHz}$. Сада се може дефинисати реалан дискретан сигнал изразом:

$$y(n) = \cos(2\pi(\phi_1(n) + \phi_2(n))) \quad (5.22)$$

Почетне вредности параметара партикал филтра за $N = 1000$, на основу израза (5.12), су следећи: $b_1(0) = b_2(0) = 16$, $\omega_{o,1}(0) = 200/(f_s/2) \cdot \pi$, $\omega_{o,2}(0) = 490/(f_s/2) \cdot \pi$, $\dot{\omega}_{o,1}(0) = \dot{\omega}_{o,2}(0) = 0$, $s_1(0) = s_2(0) = 10^{-3/2}$, са стандардним девијацијама $\sigma_{b,1}(0) = \sigma_{b,2}(0) = 0.7$, $\sigma_{\dot{\omega},1}(0) = 0.05$, $\sigma_{\dot{\omega},2}(0) = 1.5$, $\sigma_{s,1}(0) = \sigma_{s,2}(0) = 10^{-2}$.

На слици 5.1а је приказан спектрограм генерисаног сигнала, где је приметан проблем дисконтинуитета TFD, када се преклапају фреквенцијске компоненте у виду прекида максимума енергије. Параметри спектрограма су правоугаони прозор дужине 64 с преклапањем 63 одбирка. Резултати су добијени након 20 Monte Carlo симулација и приказани су на слици 5.1б.

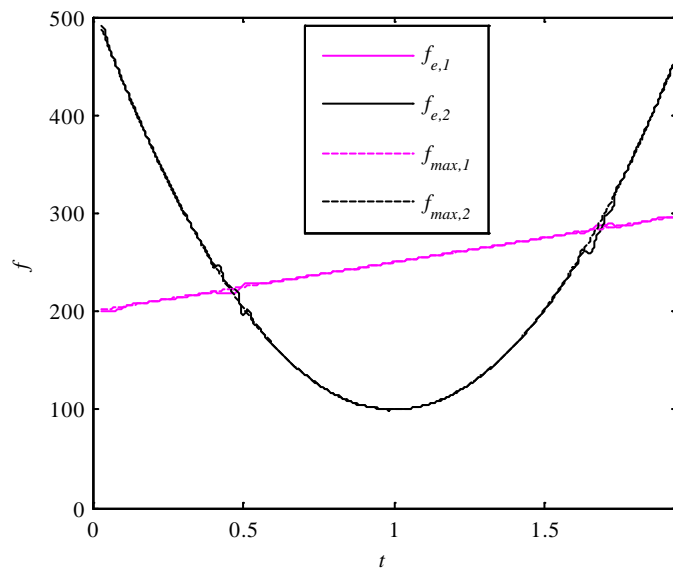


а) спектрограм $P_C(t, \omega(t))$

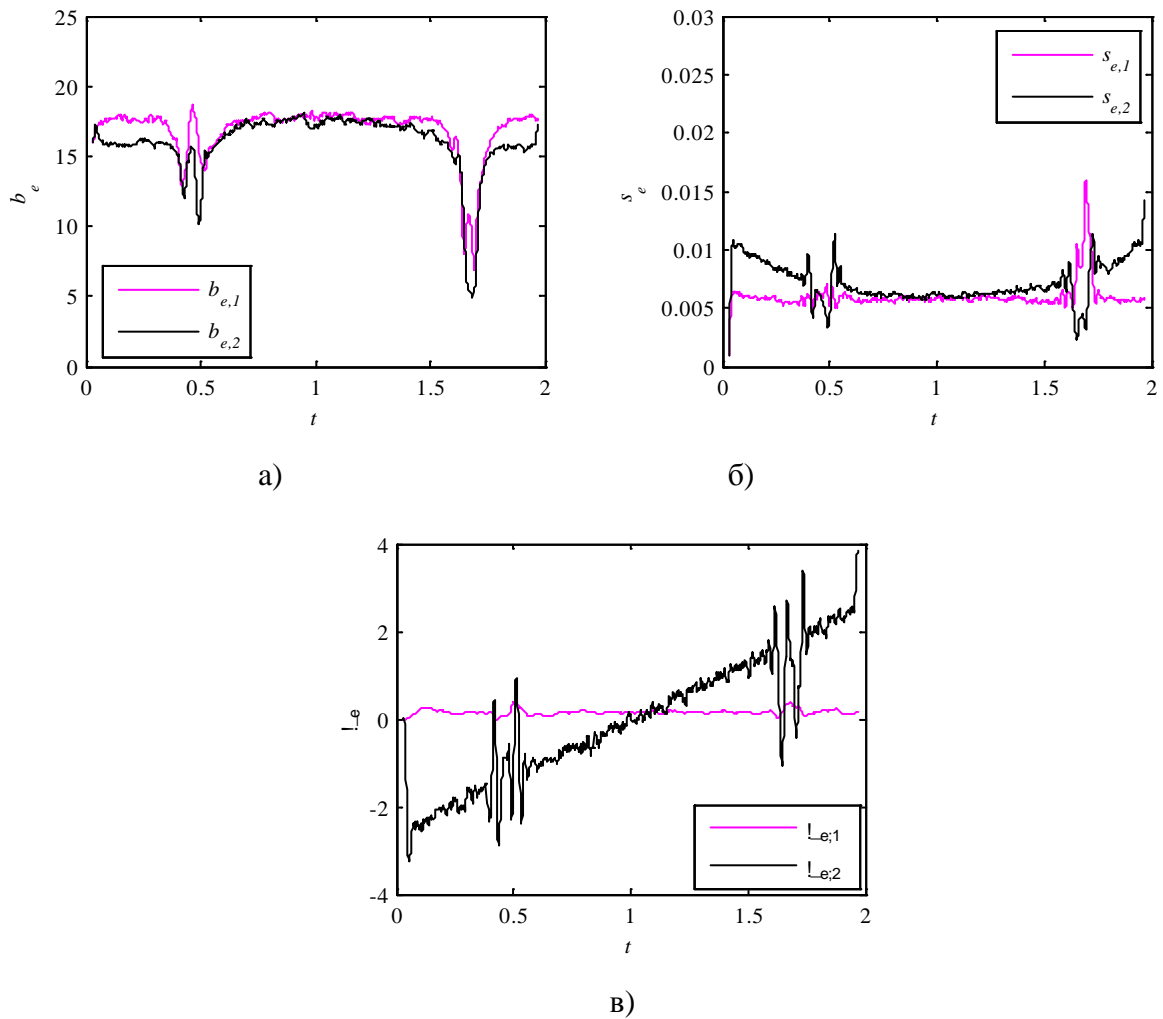
б) $P_C(t, \omega(t))$ с $f_{e,1}(t)$ и $f_{e,2}(t)$

Слика 5.1 Спектрограм генерисаног сигнала

Издвојене естимиране и генерисане тренутне фреквенције сигнала са слике 5.1б, су представљене на слици 5.2. На основу слике 5.2 се може видети да је грешка процене тренутне фреквенције мања од оне у [31]. Усвојеним моделом естимације се могу проценити и остали параметри временско-фреквенцијске расподеле енергије, што је и приказано на сликама 5.3а, 5.3б сам 5.3в.



Слика 5.2 Генерисане $f_1(t)$, $f_2(t)$ и естимиране $f_{e,1}(t)$ и $f_{e,2}(t)$ фреквенције



Слика 5.3. Приказ естимираних параметара

а) параметар $b_{e,1}$ и $b_{e,2}$, б) параметар $s_{e,1}$ и $s_{e,2}$, с) параметар $\dot{\omega}_{e,1}$ и $\dot{\omega}_{e,2}$

На слици 5.3а су приказани естимирани максимуми расподељене енергије по компонентама, где је потврђена уједначеност по амплитуди, или приметан је очекивао подлога енергије у временским прозорима када се укрштају фреквентне компоненте. На слици 5.3б су приказане естимиране стандардне девијације расипања енергије по компонентама, док је на слици 5.3в приказана естимација брзине промене актуелне фреквенције. Проблем услед укрштања компоненти је приметан, али и врло ефикасно решен.

5.3. Одабир временско-фреквенцијске расподеле

Фуријеова трансформација омогућава утврђивање доминантне фреквенције једноставног периодичног сигнала у спектру. Ако се фреквенција синусоидалног сигнала не мења с

временом, без обзира на дужину и функцију прозора, обележја сигнала ће бити иста од почетка до краја функције прозора. Модел синусоидалног сигнала одликује амплитуда, фреквенција и фаза, која може да се мења с временом. Основна дискретна Фуријеова трансформација није довољна, ако се жели описати такви сигнали, већ се у тим случајевима мора употребити краткотрајна Фуријеова трансформација. Примена MBD се предлаже за TFD којом би се одредила доминантна фреквенција радарског сигнала у овом истраживању. Општа дефиниција аналитичког једнокомпонентног сигнала је:

$$z(t) = a(t)e^{j\phi(t)}, \quad (5.23)$$

где су $a(t)$ амплитуда сигнала и $\phi(t)$ тренутна фаза анализираниг сигнала. Уколико је сигнал вишекомпоненти израз (5.23) се проширује и гласи:

$$z(t) = \sum_{m=1}^M a_m(t)e^{j\phi_m(t)} \quad (5.24)$$

где су $a_m(t)$ и $\phi_m(t)$ амплитуда и фаза m -те компоненте.

TFD сигнала у временско-фреквенцијској равни садржи неколико временских бинава који се израчунавају у функцију временског прозора, док резолуција зависи од броја тачака у којима се рачуна фреквенција. Основни опис спектрограма, WVD и њихових релација с другим популарним TFD су дати у [96]. TFD се може израчунати помоћу спектрограм према следећем изразу:

$$S(n, k) = \left| \sum_{l=-N_w/2}^{N_w/2} w(l)z(n+l)e^{-j\frac{2\pi}{N_w}lk} \right|^2, \quad (5.25)$$

где је $z(t)$ дискретна форма сигнала, j је имагинарна јединица и N_w је број тачака у којима се израчунава дискретна Фуријеова трансформација. WVD се дефинише изразом:

$$WVD(n, k) = \sum_{l=-N_w/2}^{N_w/2} w(l)w^*(-l)z(n+l)z^*(n-l)e^{-j\frac{4\pi}{N_w}lk}. \quad (5.26)$$

Временско-фреквенцијска представа може бити добро израчуната и коришћењем В расподеле. В расподела, прозорована WVD и MBD имају језгра, која су "одвојива", док је

језгро MBD и временски независно. Из тог разлога, може се обезбедити бољи резултати ако је β параметар оптималан. Најбољи резултати из BD се могу доследно добити за мале позитивне вредности β , за које је језгро временске зависности скоро константно. Осим тога, било који жељено временски зависно језгро се може да се уведе прозоровањем Фуријеове трансформације, као што се често ради због оптимизације рачунских операција или због побољшања резолуције времена. Аналогно томе, BD је модификована у [5] чинећи језгро временски независним односно константим. На овај начин је дефинисана MBD. Неки примери употребе MBD су приказани у [18].

Језгро с временским кашњењем MBD је дефинисано изразом:

$$G(n, k) = \frac{\cosh^{-2\beta} n}{\sum_n \cosh^{-2\beta} n}, \quad (5.27)$$

где parameter β има реалне и позитивне вредности. Расподела енергије применом MBD је описана следећим изразом:

$$MBD(t, k) = \sum_{l=-N_w/2}^{N_w/2} \frac{\cosh^{-2\beta}(t-l)}{\sum_n \cosh^{-2\beta} n} z(n+l)z^*(n-l)e^{-j\frac{4\pi}{N_w}lk} \quad (5.28)$$

За већину сигнала, не постоји јединствени израз MBD, па се мора често користити нумерички прорачуни с дискретним променљивима. Приступ одвојених језгара омогућава потпуно разумевање и вредновање својстава и понашање модификоване В расподеле.

5.3.1. Временско-фреквенцијска представа анализираних TFD

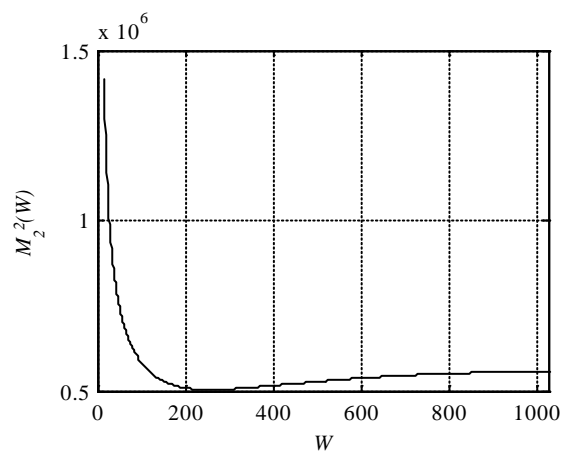
На следећем примеру је разматрана концентрација енергије описаних расподела. Временско-фреквенцијска расподела је анализирана применом спектрограма, WVD и MBD, како би се боље уочиле разлике у временско-фреквенцијској равни. Моделован радарски сигнала је трајања 2 s, с фреквенцијом одабирања $f_s = 2$ kHz представља ходање човека на основу Tallman-овог модела, [107], при чему је удаљеност радара 450 метара, док радар ради у Ku опсегу. Средња брзина кретања човека је 1,5 m/s.

Анализа концентрација енергије је заснована на релацији између дужине правоугаоног прозора и концентрације енергије, где је број тачака у којима се рачуна DFT

$N_w = 1024$ с преклапањем $O = W - 1$. Најпре се дефинише оптимална дужина прозора за прорачун спектрограма на основу критеријума M_2^2 , [108, 109]. Израз којим се рачуна вредност критеријума је следећи:

$$M_2^2 = \left(\sum_n \sum_k |TFD(n, k)|^{1/2} \right)^2, \quad (5.29)$$

где $TFD(n, k)$ представља временско-фреквенцијску расподелу анализираног сигнала. На слици 5.4 је представљена функција зависности концентрације енергије од дужине прозора.

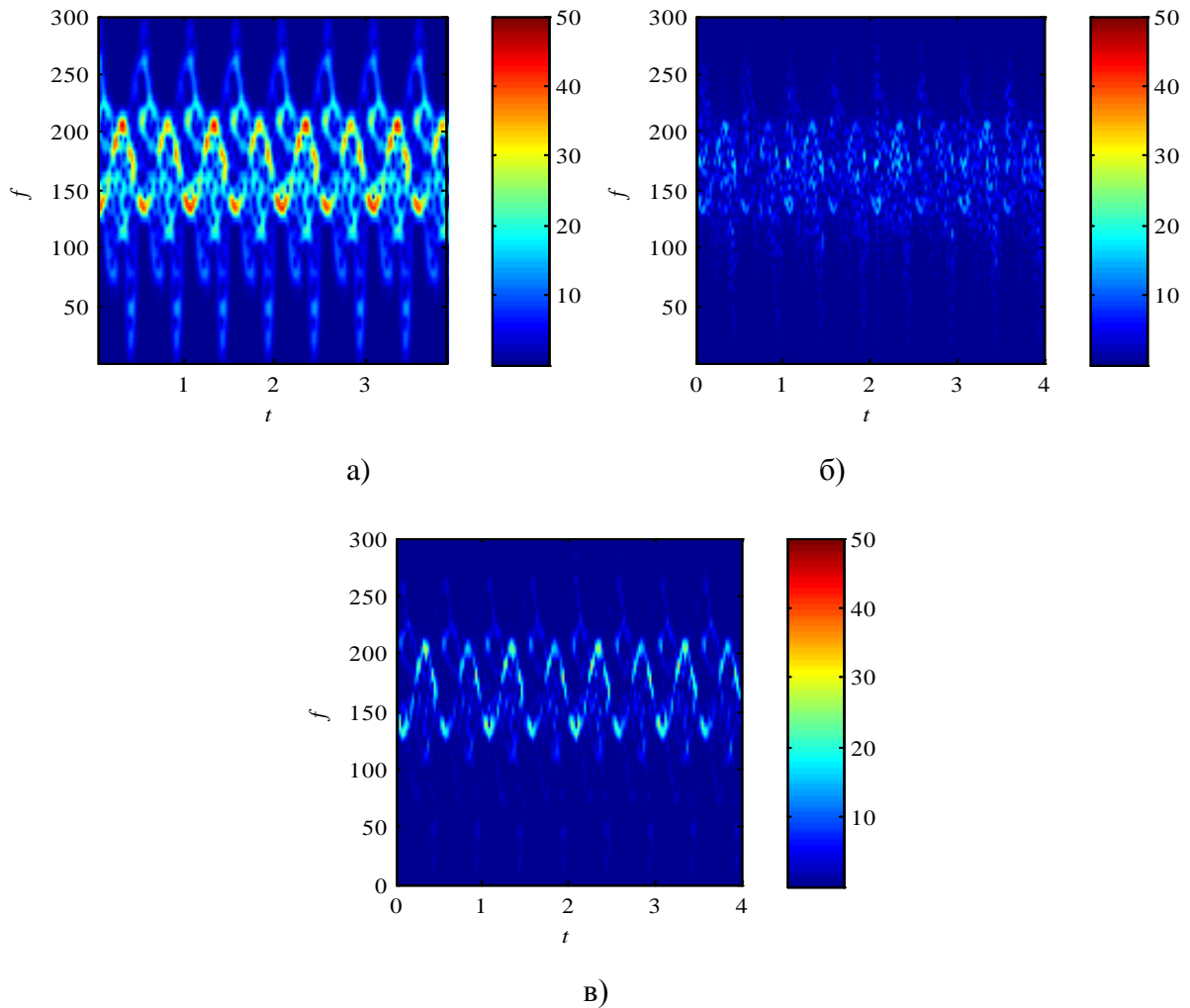


Слика 5.4. Зависности M_2^2 од дужине прозора за моделовани радарски сигнал

Минимум критеријум је искоришћен за одређивање оптималне дужине прозора. На основу слике 5.4 је усвојено $W = 256$ за све расподеле с преклапањем $O = 255$. Предност примене MBD у односу на спектрограм и WVD се види кроз вредност критеријума M_2^2 за усвојене вредности за дужину прозора. Вредности критеријума за одговарајуће расподеле су: $M_2^2(256)^{\text{(spectrogram)}} = 5.0294 \cdot 10^5$, $M_2^2(256)^{\text{(WVD)}} = 9.3945 \cdot 10^5$ and $M_2^2(256)^{\text{(MBD)}} = 4.1482 \cdot 10^5$. На сликама 5.5а, 5.5б и 5.5в су приказане TFD моделованог радарског сигнала.

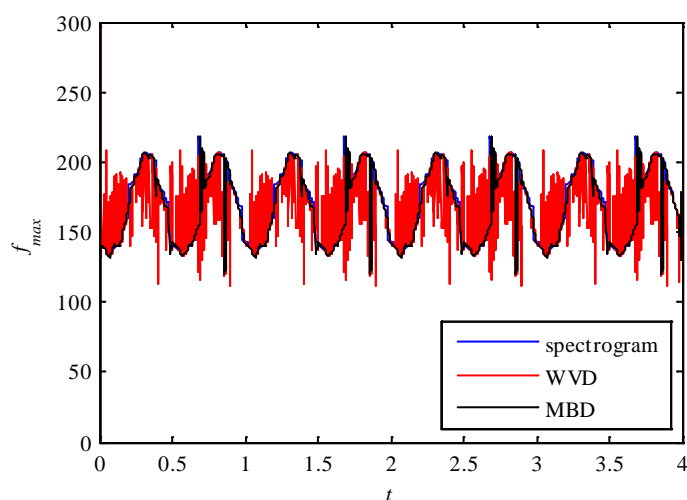
TFD сигнала применом спектрограма, слика 5.5а, показује да енергија није довољно концентрисана, око основне компоненте сигнала. Расподела енергије применом WVD је приказана на слици 5.5б. Анализом ове слике уочава се повећана концентрација енергије, око доминантне компоненте уз истовремену појаву кроскомпонената. На слици 5.5в приказана је расподела енергије моделованог сигнала, који потиче од кретања човека применом MBD. Поређењем са спектрограмом концентрација енергије је већа, око

доминантне компоненте, док у поређењу с WVD нема појаве кроскомпонената, што даје предност употребе MBD у односу спектрограма и WVD.



Слика 5.5. TFD моделованог радарског сигнала пешака
 а) спектрограм, б) WVD, в) MBD

Најједноставнији метод за процену тренутне фреквенције се заснива на максималној концентрацији енергије, [18]. Примењујући такав метод на резултате показаних на сликама 5.5а, 5.5б и 5.5в, долази се до процењених IF. Слика 5.6 приказује процењене вредности тренутних фреквенција.



Слика 5.6 Естимација тренутних фреквенција на основу максимума TFD

Применом спектрограма може да настане грешка у процени тренутне фреквенције доминантне компоненте услед њене смањене концентрације енергије. Велике промене процене тренутне фреквенције у sukcesивним временским биновима карактеришу примену WVD и то је разлог за њеном модификацијом. Употребом MBD, се превазилазе негативни ефекти примене спектрограма и WVD.

5.4. Естимација TFD параметара

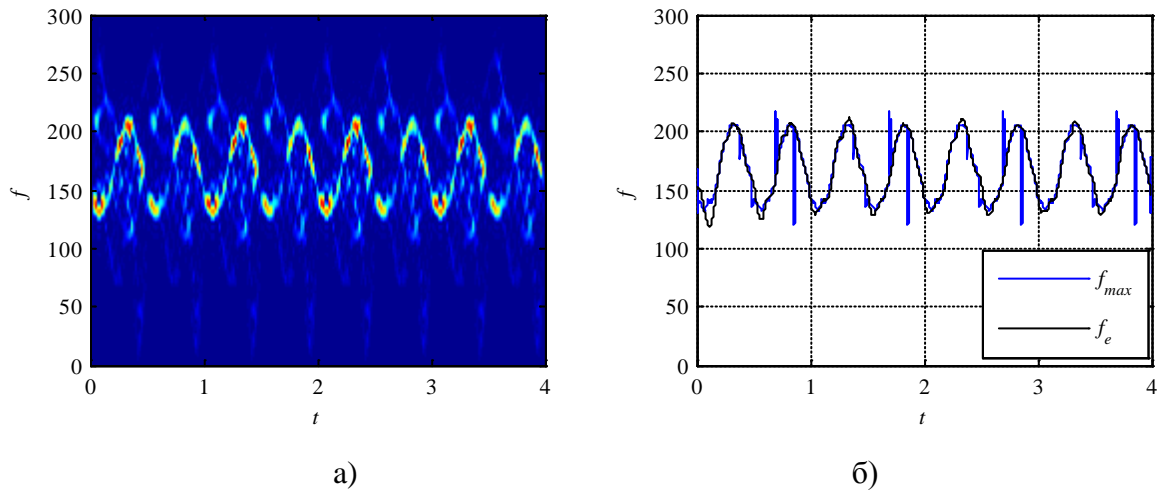
У експерименту је коришћен сензор за аквизицију података у реалном времену, а то је кохерентни пулсни Doppler радар за осматрање земаљских циљева на кратком домету, који ради у Ku опсегу, [108]. Параметри радара су: носећа фреквенција – 16.8GHz, средња снага – 5mW, ширина импулса – 14.63 μ s, фреквенција понављања импулса – 34.18 kHz, средња резолуција по даљини – 150m.

У овом поглављу су приказани резултати предложене метода естимације параметара TFD моделованог и реалних радарских сигнала. Разматрани су радарски сигнали који представљају возило, пешака и више циљева. Естимација тренутне фреквенције су израчунате партикал филтером и упоређене с проценама на основу максимума енергије временских бинова TFD, [18].

5.4.1. Моделовани радарски сигнал пешака који хода

Расподела енергије моделованог радарског сигнала израчунате применом модификоване В расподеле је приказан на слици 5.7а. Почетне вредности за естимацију

параметара TFD моделованог сигнала на основу израза (1) су: $b(0)=10$, $\omega_o(0)=155/(f_s/2)\cdot\pi$, $\dot{\omega}(0)=0$, $s(0)=10^{-2}$, са стандардним девијацијама $\sigma_b(0)=0.5$, $\sigma_{\omega}(0)=0.04$, $\sigma_s(0)=10^{-3}$, $N=500$. Резултати естимације тренутних фреквенција су приказани на слици 5.6б.



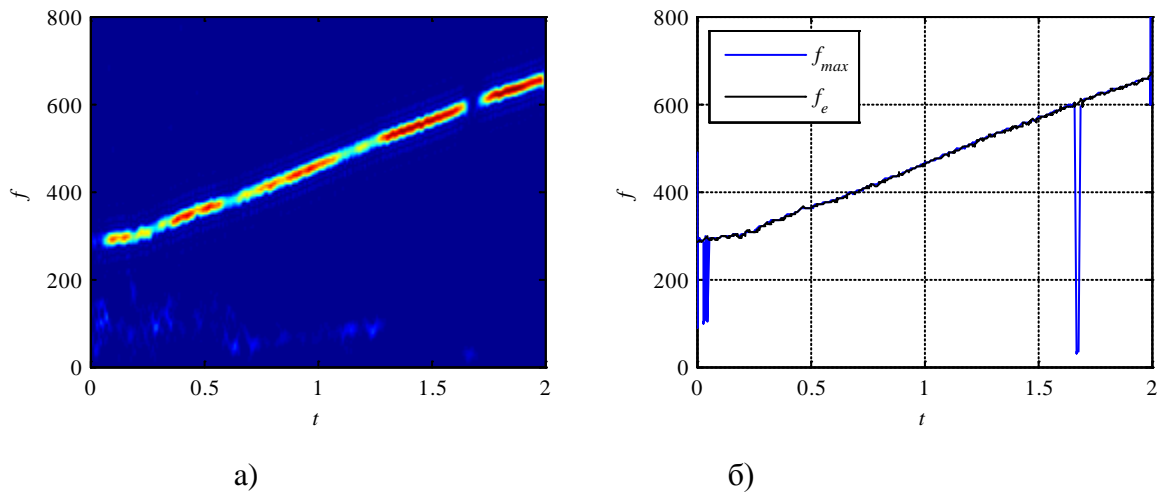
Слика 5.7 Моделовани радарски сигнал пешака

- а) Временско-фреквенцијски приказ моделованог радарског сигнала, пешак у покрету,
 б) естимације тренутних фреквенција на основу максимума TFD и естиматором

Партикал филтер с модификацијом у израчунавању тежинских коефицијената је примењен на израчунат TFD. Анализом слике 5.7б се може закључити да процена тренутних фреквенција f_e нема великих промена у сукцесивним временским биновима. Оваква процена је значајно побољшана у односу на процену f_{max} .

5.4.2. Радарски сигнал: возило у покрету

Пример једнокомпонентног реалног радарског сигнала је онај који потиче од кретање возила. С обзиром да возило као циљ компактна целина, ехо сигнал садржи само једну компоненту. Усвојене су почетне вредности параметара партикал филтра: $b(0)=30$, $\omega_o(0)=150/(f_s/2)\cdot\pi$, $\dot{\omega}(0)=0$, $s(0)=10^{-5/2}$, са стандардним девијацијама $\sigma_a(0)=1.7$, $\sigma_{\omega}(0)=0.25$, $\sigma_s(0)=10^{-6}$. Временско-фреквенцијска представа радарског сигнала возила у покрету је приказан на слици 5.8а, док су естимације тренутне фреквенције дате на слици 5.8б.



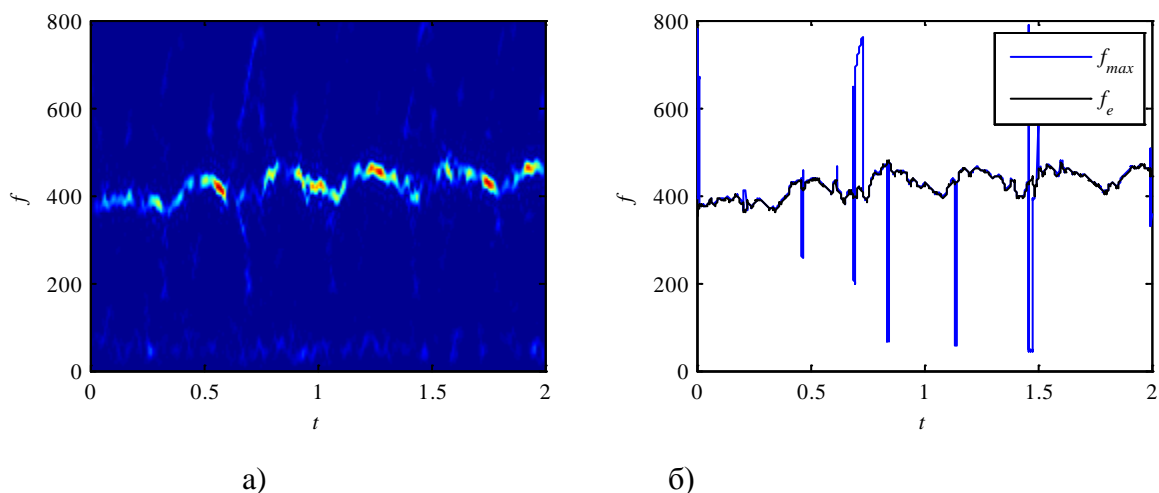
Слика 5.8 Радарски сигнал возила

- а) Временско-фреквенцијски приказ радарског сигнала возила у покрету,
 б) Естимације тренутних фреквенција f_{max} и партикал филтером f_e

Израчунату TFD над таквим сигналом карактерише уска концентрација енергије око централне Доплерове учестаности. На слици 5.8а се уочава и присуство клатера, који постаје доминантан у периодима губитка циља. Овај ефекат је уочљив у 1.65 секунди анализираног сигнала, што је последица краткотрајног губитком циља. Применом предложеног модела за естимацију параметара је неутралисана скоковита промена тренутне фреквенције, која се јавља као последица у естимацији f_{max} .

5.4.3. Радарски сигнал: пешак у покрету

Анализиран је реални радарски сигнал који потиче од пешака који хода, чија је MBD приказана на слици 5.9а. Естимација параметара TFD је извршена с 200 партикала иницијалних вредности: $b(0)=0.5$, $\omega_o(0)=190/(f_s/2)\cdot\pi$, $\dot{\omega}(0)=0$, $s(0)=10^{-2}$, са стандардним девијацијама $\sigma_a(0)=0.1$, $\sigma_{\dot{\omega}}(0)=2$, $\sigma_s(0)=10^{-5}$. Естимиране тренутне фреквенције су дате 5.9б.



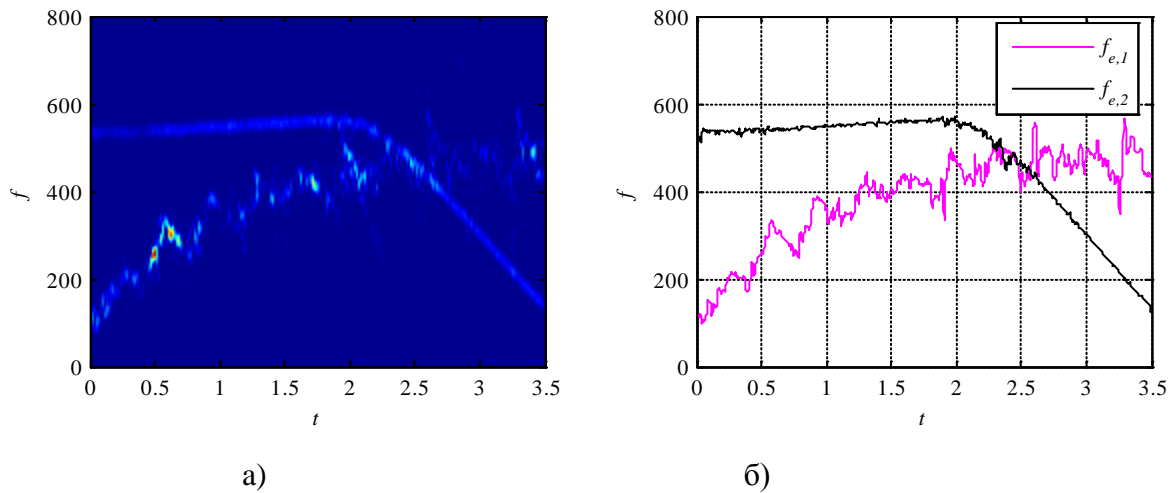
Слика 5.9 Радарски сигнал пешака

- а) Временско-фреквенцијски приказ радарског сигнала пешака у покрету,
 б) Естимације тренутне фреквенције на основу максимума TFD и партикал филтером

Као и у случају моделованог радарског сигнала, пешака који хода, предложени метод је издвојио доминатну компоненту. Процена тренутних фреквенција f_{\max} има скоковите промене у сукцесивним временским биновима, што се не може уочити у естимацији f_e предложеним методом. Компаративном анализом слика 5.7б и 5.9б се може закључити да су промене у естимацији f_{\max} веће у случају реалног радарског сигнала, што оправдава примену предложене методе на реалним радарским сигнаlima.

5.4.4. Сложени радарски сигнал с два циља

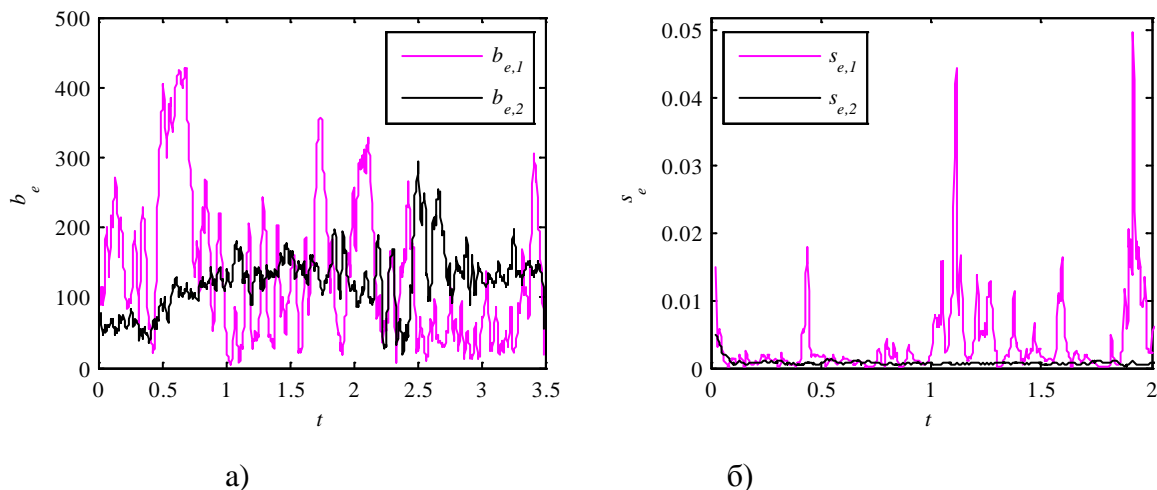
У зони радарскога осматрања је честа ситуација присуства више радарских циљева у покрету. У овом случају ће се анализирати радарски сигнал, трајања 3.5 секунде, који садржи 2 циља. Први циљ је пешак, који је отпочео своје кретање и достиже константу брзину. Други циљ представља возило, које се креће константном брзином до друге секунде, а затим нагло успорава. TFD сигнала је дат на слици 5.10а. На овој слици се може приметити прекид континуитета максимума TFD и укрштање доминантних компоненти. На старту естимације усвојене су следеће вредности параметара: $N = 500$, $b_1(0) = b_2(0) = 100$, $\omega_{o,1}(0) = 52/(f_s/2) \cdot \pi$, $\omega_{o,2}(0) = 270/(f_s/2) \cdot \pi$, $\dot{\omega}_1(0) = \dot{\omega}_2(0) = 0$, $s_1(0) = 0.1\sqrt{5}$, $s_2(0) = \sqrt{5} \cdot 10^{-3/2}$, са стандардним девијацијама $\sigma_{b,1}(0) = \sigma_{b,2}(0) = 10$, $\sigma_{\dot{\omega},1}(0) = 2.5$, $\sigma_{\dot{\omega},2}(0) = 1.3$, $\sigma_{s,1}(0) = 3 \cdot 10^{-2}$, $\sigma_{s,2}(0) = 3 \cdot 10^{-3}$.



Слика 5.10 Радарски сигнал с два циља

- а) Временско-фреквенцијски приказ радарског сигнала с два циља,
 б) Естимација тренутних фреквенција

Процена тренутних фреквенција на основу максимума TFD се не може директно применити, већ би подразумевала примену метода за одредјивање локалних максимума, као и употребу алгоритама за придруживање података. На квалитет естимације применом партикуларног филтера није утицало укрштање фреквенцијских компоненти нити прекид максималне спектралне густине средње снаге у сукцесивним временским прозорима. На слици 5.11 су приказане естимације параметара $b_{e,1}$, $b_{e,2}$, $s_{e,1}$ и $s_{e,2}$ у складу с изразима (5.12, 5.17, 5.18).



Слика 5.11 Естимирани параметри двокомпонентног реалног радарског сигнала

- а) параметри $b_{e,1}$ и $b_{e,2}$, б) параметри $s_{e,1}$ и $s_{e,2}$

Вредности параметара процене максимума TFD, b_e , се разликују у величини промена у сукцесивним временским биновима, што се види на слици 11.a. Вредност $b_{e,2}$ има већу флукуацију од вредности параметра $b_{e,1}$. Стандардна девијација кружне учестаности се значајно разликује (слика 11.b). Вредност параметра $s_{e,2}$ је већи од $s_{e,1}$, што значи да је теже одредити доминантну компоненту другог циља. Проблем укрштања доминантних компоненти би узроковало погрешно праћење циљева, уколико би се пратили на основу само једног од поменутих параметара TFD. Овом методом је превазиђен проблем скоковитих промена тренутних фреквенција доминантних компоненти, али и укрштање истих.

У овој глави дисертације је предложена и анализирана примена адаптивног критеријума за прорачун тежинских коефицијената партикал филтера у естимацији параметара TFD вишекомпонентних радарских сигнала. Модификована В расподела се може успешно примењивати у временско-фреквенцијској анализи радарских сигнала у циљу издвајања доминантних компоненти. Резултати су показали да је мања грешка у естимацији тренутних фреквенција у односу на до сада предложене методе. Употреба квалитетних естимација осталих параметара TFD се може анализирати у даљим истраживањима, као што је класификација циљева.

6. Процена и издвајање обележја циља партикал филтером у одређивању даљине до циља применом сензора слике

Системи с активним сензором емитују енергију у правцу циља, а затим се на основу рефлектоване енергије детектује присуство циља и процењују његова различита обележја. Недостатак оваквих система у војним применама се огледа у лако откривању положаја сензора. Коришћењем пасивних сензора се може надоместити поменути недостатак. Систем за праћење с пасивним сензором може да се користи у различитим апликацијама, као што су видео надзор и безбедност, контрола брзине, контрола ваздушног саобраћаја, смернице пројектила, провере наоружања, контроле пожара, детекцију препрека, роботике. Овакав систем се може користити и за одређивање даљине до циља и изазов је да перформансе таквог система при примени само једног сензора буду задовољавајуће [33, 34]. Одређивање даљине до циља се може одредити различитим сензорима и методама.

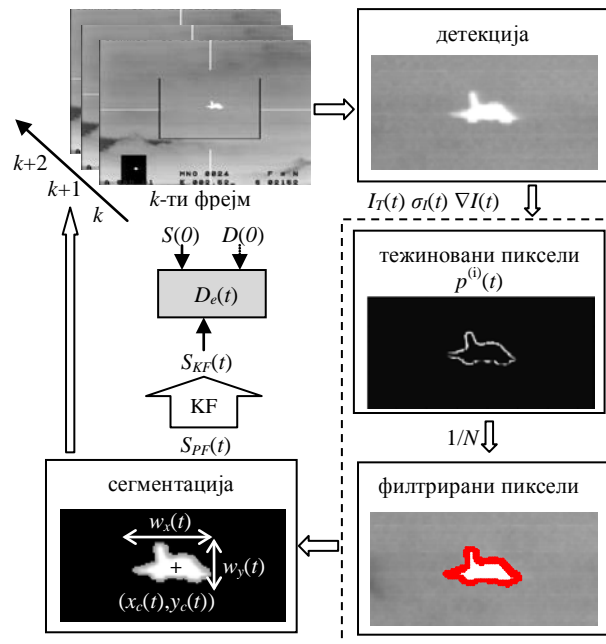
У овом поглављу се обрађује систем за праћење циља сензором слике [35, 36] с применом партикал филтера заснованог на процени даљине до циља, користећи вредности површине циља на фрејму, [37, 38]. Површину циља представљају издвојени пиксели од интереса засновано на интензитету, за који је показано да није Гаусов процес, [38]. Други приступи за прорачун вредности површине су употреба стандардних метода естимације површине подразумева пребројавање пиксела који задовољавају предефинисани праг детекције или интегралњем површине унутар ивица циља које су одређене интензитетом, збир пиксела чији интензитет задовољава праг итд. У овом истраживању се пиксели циља издвајају на основу филтрирања партикала употребом њихових тежинских коефицијената. У реалним ситуацијама тачна површина циља на фрејму није позната, па се естимирана површина користи у прорачуну даљине до циља, док је средња релативна грешка по даљини усвојена за критеријум у анализи квалитета процене, [39].

6.1 Опис методе

У случају засићења сензора или већих осцилација у позадини, приступи на основу Beer-Lambert закона и модела атмосферског простирања не генеришу поуздане резултате [39]. Тачност процене даљине до циља у приступу који се заснива на промени интензитета зависи од метода обраде слике који се примењује приликом одређивања површине циља. Једна од традиционалних техника за обраду слике и издвајању обележја је техника хистограма засноване на одређивању прага сегментације, [41, 42]. Друга често примењена

техника је метода за издвајање обележја циља која користи градијент нивоа сивог, која је поуздана када се вредност интензитета циља значајно разликује од интензитета позадине, што није случај у инфрацрвених црвеним сликама, [43]. У овој глави је предложена комбинација два поменути метода, која ће се применити на инфрацрвеној слици и на тај начин се дефинише нови приступ одређивања површине циља. Предложени приступ омогућава поузданију процену површине циља, што директно утиче на смањење грешке у процени даљине до циља.

Ток процеса естимације даљине до циља је приказан на слици 6.1. Најпре се формира прозор око естимираног центра издвојеног циља. Прозор се формира у сваком фрејму, унутар ког је дефинисан праг сегментације пиксела I_T на основу Отсу алгоритма, [41]. Вредност прага I_T се користи у поступку филтрације пиксела.



Слика 6.1 Рекурзивни ток процеса естимације даљине до циља

На инфрацрвеној слици, неопходно је да се издвоје пиксели чија вредност интензитета је близу прага, јер они представљају контуру циља, која се иначе не може стриктно дефинисати. Променљива t представља континуално време. Рекурзивни метод, слика 6.1, је дискретизован и примењен на секвенце, при чему је дискретни временски тренутак означен с kT , где је k број фрејма, а T периода обрнуто пропорционална темпу, тј. брзини фрејмова у секунди. У даљем тексту све променљиве су описане у зависности од k -тог фрејма у секвенци.

Расподела интензитета пиксела није гаусовска, што је довољан разлог за употребу партикал филтера, [111], али се често претпоставља Гаусова расподела за расподелу

генерисања партикала. Из тог разлога први део прорачуна тежинских коефицијената, који се односи на расподелу интензитета и описан је изразом:

$$p_I(k)^{(i)} = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{I(k)^{(i)} - I_T(k)}{\sigma_I(k)} \right)^2} \quad (6.1)$$

при чему је $p_I(k)^{(i)}$ вероватноћа пиксела на коме се налази i -ти партикал заснована на интензитету $I(k)^{(i)}$, $I_T(k)$ је праг интензитета на фрејму, док је $\sigma_I^2(k)$ варијанса интензитета. Праг и варијанса интензитета се израчунавају следећим изразима:

$$I_T(k) = N_f^{-1} \sum_{i=1}^{N_f} I(k-1)^{(i)}, \quad (6.2)$$

$$\sigma_I^2(k) = (N_f - 1)^{-1} \sum_{i=1}^{N_f} \left(I(k-1)^{(i)} - I_T(k-1) \right)^2, \quad (6.3)$$

где је N_f број пиксела који чине циљ у претходном фрејму.

Претпоставља се да је промена интензитета највећа на ивицама објекта, због чега се примењује Robert-сов оператор и дефинише се вероватноћа заснована на градијенту интензитета изразом:

$$p_G(k)^{(i)} = e^{-\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\|\nabla I(k)^{(i)}\|} \right)^2 \right)} \quad (6.4)$$

где је $\nabla I(k)^{(i)}$ градијент пиксела а параметар λ је максимални градијент пиксела у прозору. Тежински коефицијенти из израза (6.1) и (6.4) треба најпре да се нормирају, а затим да се израчуна здружени тежински коефицијент за сваки пиксел и дефинише се на следећи начин:

$$p(k)^{(i)} = \frac{p_I(k)^{(i)}}{\sum_{j=1}^N p_I(k)^{(j)}} \cdot \frac{p_G(k)^{(i)}}{\sum_{j=1}^N p_G(k)^{(j)}} \quad (6.4)$$

где је N број пиксела у прозору. Здружена тежина $p(k)^{(i)}$ партикла се такође нормира, чиме се долази до коначног тежинског коефицијента изразом:

$$\gamma(k)^{(i)} = \frac{p(k)^{(i)}}{\sum_{j=1}^N p(k)^{(j)}} \quad (6.5)$$

На слици 6.1 су представљени пиксели с тежинама $\gamma(k)^{(i)}$, при чему је већа вредност тежинског коефицијента представљена светлијом нијансом сиве. Филтрирање пиксела врши се на основу тежина и прага филтрације, који износи N^{-1} . Овај праг вредности се обично користи у партикал филтрима у SIS методи, [112]. Филтрирани пиксели су представљени црвеном бојом на слици 6.1. Сада се може рећи да циљ представљају филтрирани пиксели коју формирају контуру циља и пиксели унутар контуре, а тај збир представља процењену површину циља, $S_e(k)$.

Следећи корак је употреба Калман филтера, чији је задатак да филтрира нагле промене у процени површине циља. Овај корак је детаљније описан у поглављу 6.3. Процес филтрације површине циља је приказана као стрелице с KF на слици 6.1 и излаз овог блок је означен са $S_{KF}(k)$. Сада се може проценити даљина до циља на основу естимиране површине циља, [37], изразом:

$$D_e(t) = D(0) \sqrt{\frac{S(0)}{S_{KF}(k)}} \quad (6.8)$$

где су $D(0)$ и $S(0)$ почетне вредности даљине до циља и површине, редом. Припрема за наредни дискретни тренутак $k + 1$ подразумева прорачун одређених параметара потребних за генерисање нових партикала, а они су: процењени центар површине циља с координатама $(x_c(k), y_c(k))$ и димензија површине по координатама $w_x(k)$ и $w_y(k)$. Параметри $w_x(k)$ и $w_y(k)$ се користе за адаптацију и обрачун новог прозора на слици, при чему се усваја да вредност димензија простора у коме се генеришу партикли буду три пута веће од димензија површине циља. Рекурзија ове методе даје још једну предност, јер се нови прозор поставља у процењеном центру површине циља $(x_c(k), y_c(k))$ чиме је обезбеђен оптимални праг интензитета.

Процес генерисања N партикала је на основу мешавине Гаусове расподеле с две независне случајне променљиве. Опис претходне густине функције вероватноће је дат следећим изразима:

$$x(k)^{(i)} \sim \mathcal{N}(x_c(k), \sigma_{m_x}^2) \quad (6.9)$$

$$y(k)^{(i)} \sim \mathcal{N}(y_c(k), \sigma_{m_y}^2) \quad (6.10)$$

Параметри $x_c(k)$ и $y_c(k)$, која представљају тежиште површине циља и израчунавају се након филтрирања партикала, када преостане N_f партикала употребом следећег изрази:

$$\begin{bmatrix} x_c(k) \\ y_c(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_f} \gamma(k)^{(i)} x(k)^{(i)} \\ \sum_{i=1}^{N_f} \gamma(k)^{(i)} y(k)^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

Варијансе по координатама $\sigma_{w_x}^2(k)$ и $\sigma_{w_y}^2(k)$ описују шум процеса по координатама, а њихова вредност се израчунава $\sigma_{w_x}^2(k) = (3 \cdot w_x(k))^2$ и $\sigma_{w_y}^2(k) = (3 \cdot w_y(k))^2$. Ове релације су усвојене на основу познавања Гаусове расподеле, у којој је интеграл функције густине вероватноће над области од три стандардне девијације износи приближно 1. Овиме се обезбеђује да генерисани партикли обухвате све потенцијалне пикселе који припадају циљу. На овај начин је комплетиран опис процеса приказаног на слици 6.1.

Истраживање у овом делу дисертације се састоји од четири анализе примене описаног алгоритма. У поглављу 6.2 је анализирана процена површине на псеудореалној инфрацрвеној секвенци, док је алгоритам за естимацију даљине до циља у поглављима 6.3-6.5 примењен на реалним инфрацрвеним секвенцама. Квалитет естимације даљине до циља је вреднован релативном грешком по даљини. У изразу (6.8) се види да процена даљине зависи од естимиране површине циља, па ће се најпре у поглављу 6.3 анализирати процене површине циља на пседосеквенци, у којој је позната тачна површина циља, $S_T(k)$. Усваја се релативна грешка процене површине изражена у процентима, која се описује изразом:

$$E_{rrs}(k) = \frac{|S_e(k) - S_T(k)|}{S_T(k)} \cdot 100 \quad (6.15)$$

У поглављима 6.3-6.5 су процењене даљине до циља на реалним секвенцама и у тим сценаријима приказана је релативна грешка процене по даљини и рачуна се према изразу:

$$E_{rrD}(k) = \frac{D_{KF}(k) - D_T(k)}{D_T(k)} \cdot 100 \quad (6.16)$$

где је $D_T(k)$ тачна даљина до циља. Убацавањем израза (6.8) у (6.16) следи:

$$E_{rrD}(k) = \frac{D_e(k) - D_T(k)}{D_T(k)} = \frac{D_e(0) \sqrt{\frac{S_e(0)}{S_e(k)}} - D_e(0) \sqrt{\frac{S_e(0)}{S_T(k)}}}{D_e(0) \sqrt{\frac{S_e(0)}{S_T(k)}}} = \frac{\sqrt{S_T(k)} - \sqrt{S_e(k)}}{\sqrt{S_e(k)}} \quad (6.17)$$

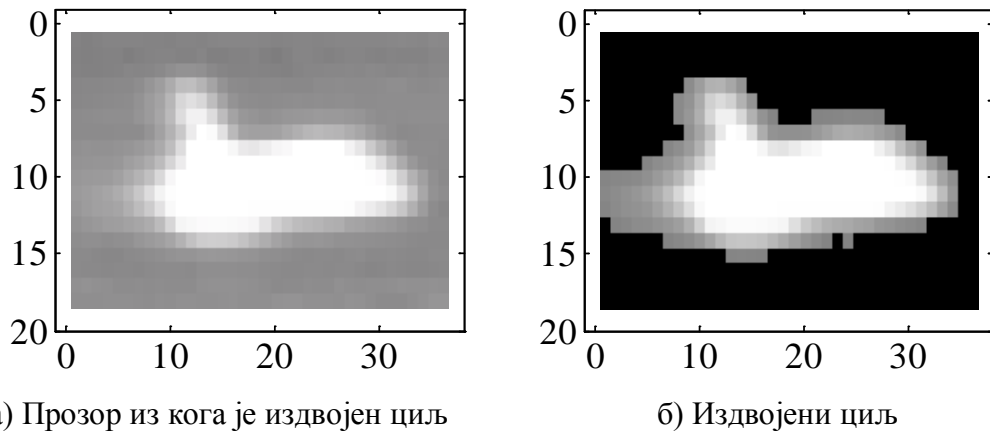
У изразу (6.17) је потврђено да процена даљине, односно грешка процене даљине до циља зависи од квалитетне процене површине циља. Коначан закључак о квалитету процене даљине до циља на реалним секвенцама ће се донети на основу средње релативне грешке \bar{E}_{rrD} , за цео сценарио се рачуна према:

$$\bar{E}_{rrD} = \frac{\sum_{k=1}^{N_T} E_{rrD}(k)}{N_T} \quad (6.18)$$

при чему је N_T број фрејмова у секвенци.

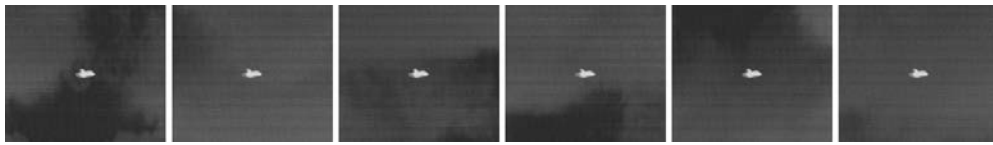
6.2. Псеудосинтетичка секвенца

Формирана је псеудосинтетичка секвенца у трајању од 350 фрејмова, при брзини од 30 фрејмова у секунди, спајањем променљиве позадине издвојене из једне реалне видео секвенце и издвојеног циља из друге реалне видео секвенце. Циљ представља авион чија је површина $S_T(k) = 259$ пиксела и она је константне вредности, јер је претпоставка да авион не мења став, нити врши маневар и налази се током целе симулације на истој даљини. Циљ је издвојен на основу фиксног прага који износи 110 вредности нивоа сивог, чиме је обезбеђено да сви пиксели који представљају циљ имају вредност нивоа сивог изнад 110, слика 6.2.



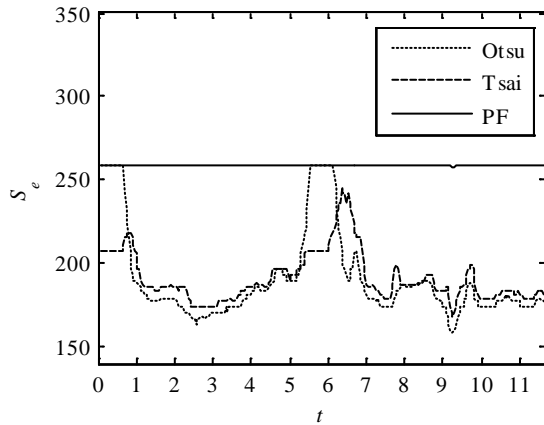
Слика 6.2 Издвајање циља

У овом сценарију је анализиран утицај промене позадине на естимацију површине објекта. На слици 6.3 су приказани 10ти, 100ти, 150ти, 200ти, 250ти и 300ти фрејм из псеудосинтетичке секвенце.

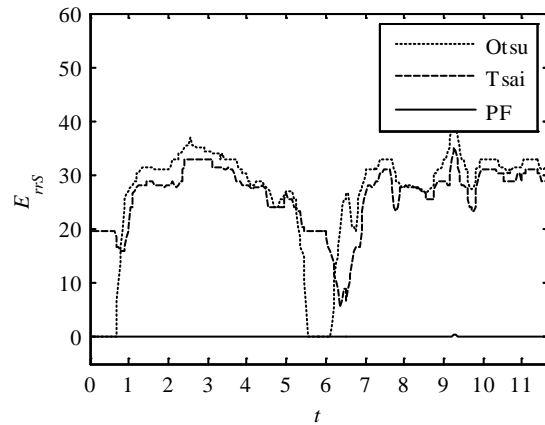


Слика 6.3. Одабрани фрејмови псеудосинтетичке секвенце

Анализирани су утицаји прага за издвајање циља за различити минимални ниво сивог циља. Минимална вредност нивоа сивог циља на ивицама је у првом случају је доста виша од вредности сивог позадине, па се може рећи да нема проблема у издвајању ивица циља, а тиме и објекта. У друга два случаја је комплетан ниво сивог циља смањен за 10, односно 20 вредности сивог, редом, како се циљ не би могао јасно издвојити из позадине. Процењене површине циља с релативним грешкама су приказане на сликама 6.4, 6.6 и 6.8, док су параметри прорачунати праг интензитета и процењене димензије циља дате на сликама 6.5, 6.7 и 6.9.



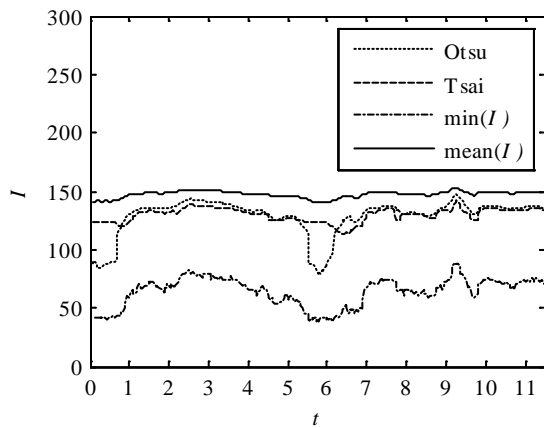
а) Процењена површина



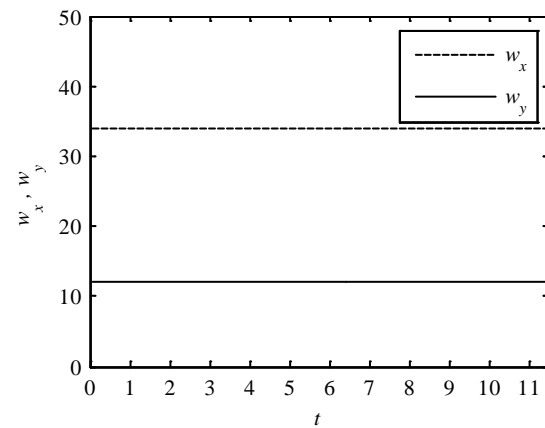
б) Грешка процењене површине

Слика 6.4 Процењене параметара, минимални интензитет циља 110

На основу слика 6.4а, 6.6а и 6.8а се може закључити да је значајно боља процена површине циља применом партикал филтера, што је показано и кроз грешку $E_{rrs}(k)$, слике 6.4б, 6.6б и 6.8б. Приметан је и проблем када је ниво сивог позадине блиска вредностима нивоа сивог пиксела на ивицама циља. Описани метод даје бољу процену и у тим условима у односу на стандардне методе за издвајање циља на основу прага детекције, Otsu и Tsai.

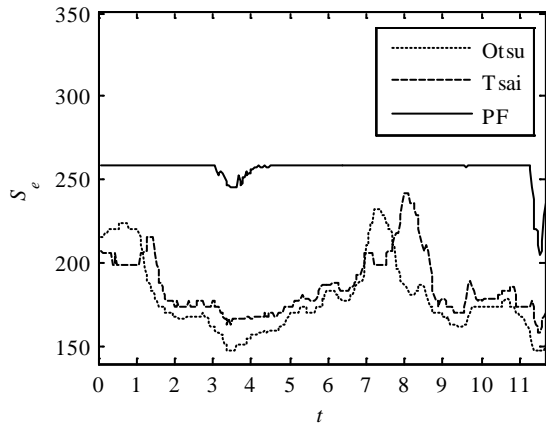


а) Интензитети

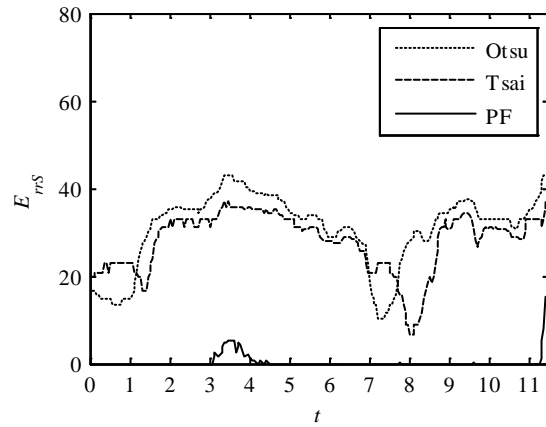


б) Израчунате димензије површине циља

Слика 6.5 Процењени интензитети и прагови, минимални интензитет циља 110

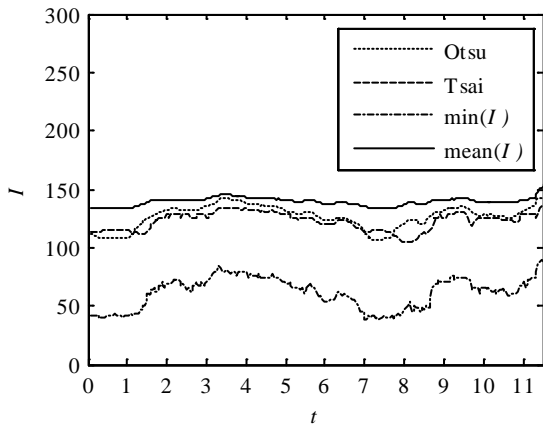


а) Процењена површина

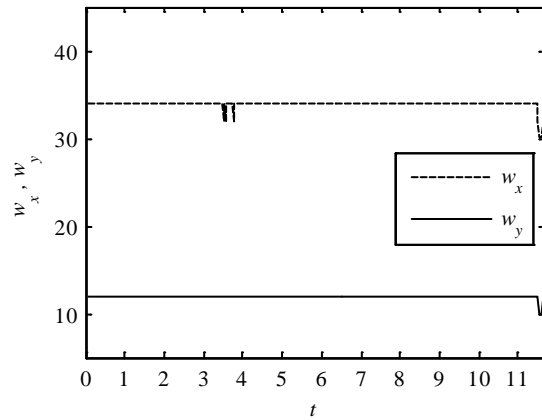


б) Грешка процењене површине

Слика 6.6 Процене површине циља, минимални интензитет циља 100

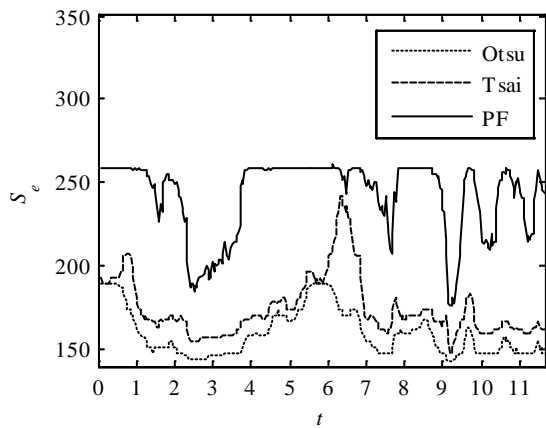


а) Интензитети

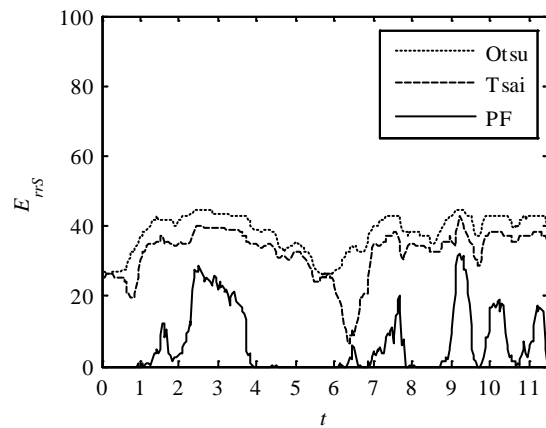


б) Израчунате димензије површине циља

Слика 6.7 Процењени интензитети и прагови, минимални интензитет циља 100

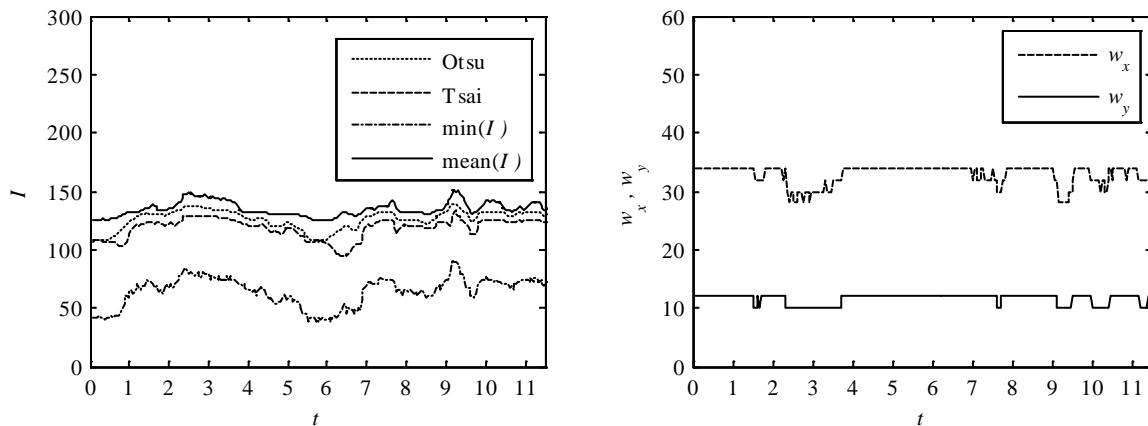


а) Процењена површина



б) Грешка процењене површине

Слика 6.8 Процене параметара, минимални интензитет циља 90



а) Интензитети

б) Израчунате димензије површине циља

Слика 6.9 Процењени интензитети и прагови, минимални интензитет циља 90

На сликама 6.5а, 6.7а и 6.9а су приказани прагови детекције, као и прорачуната средња и минамална вредност интензитета циља. Примена партикал филтера има бољу процену површине, јер процена површине циља не зависи директно од прага детекције за разлику од принципа стандардних метода за издвајање циља на фрејму. Друга предност је у томе да се описани метод примењује у циљу издвајања контуре циља, а затим се преброје пиксели на и унутар ње, док се стандардним методама само преброје пиксели у прозору који задовољавају праг детекције, а тада услед лошег формираног мерења односно лошег квалитета сензора, могу се догодити лоше детекције. Резултати приказани на сликама 6.5б, 6.7б и 6.9б показују да су параметри $w_x(k)$ и $w_y(k)$ без већих промена уколико је интензитет циља довољно изнад интензитета позадине, чиме се обезбеђује оптималан број ново генерисаних партикала. Промена површине је директно сразмерна с параметрима $w_x(k)$ и $w_y(k)$, због чега се расподела за генерисање партикала шири, односно скупља у складу с променом процењене површине циља, чиме је алгоритам унапређен па је осим рекурзивности метод и адаптиван. Следи примена алгоритма на снимљеним реалним видео секвенцама у којима је циљ процена даљине на основу површине.

6.3. Процена даљине на реалној ИР видео секвенцама

Метод за процену даљине до циља ће се применити на три реалне инфрацрвене видео секвенце у овом поглављу, које су снимљене с ИЦ камером (3–5 μm). Секвенце су генерисане употребом система DOPRS (*Dual observer passive ranging system*), који је

пројектован за праћење ваздухопловних циљева, [39]. Систем се састоји од две термалне камере и процењује даљину до циља методом триангулације. Секвенце на којима је примењен метод с партикал филтером су преузете са само једне од камера, док је дистанца, која је прорачуната триангулацијом, употребљена као референтна, како би се коментарисала грешка процене даљине до циља. У све три видео секвенце циљ се креће ка сензору, али је на различитим даљинама и у различитим карактеристикама позадине.

Присуство шума и чињеница да контура циља није јасно одређена на ИЦ видео секвенцама, утичу на велике промене процењене површине циља. Уколико се претпостави да се промена вредности површине циља може описати као гаусов шум, при томе се зна да је процес линеаран, врло је јасно да се може употребити одређени филтер у у оваквим случајевима је оптималан Калманов филтер. С обзиром да је процес површине сразмеран квадратној функцији од времена, предложен је модел процеса с константним убрзањем, СА модел. Релације примењеног Калмановог филтера су дате у изразима (6.19 – 6.30).

$$\text{вектор мерења} \quad x(k) = \begin{bmatrix} A(k) & \dot{A}(k) & \ddot{A}(k) \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

$$\text{предикција} \quad \hat{x}(k) = Fx(k) \quad (6.20)$$

$$\text{варијанса грешке предикције} \quad \hat{P}(k) = FP(k-1)F^T + GQG^T \quad (6.21)$$

$$\text{Калманово појачање} \quad W(k) = \hat{P}(k)H^T (H\hat{P}(k)H^T + R)^{-1} \quad (6.22)$$

$$\text{естимација} \quad x(k) = \hat{x}(k) + W(k)(A_{pf}(k) - H\hat{x}(k)) \quad (6.23)$$

$$\text{филтрирана површина} \quad A_{KF}(k) = Hx(k) \quad (6.24)$$

$$\text{предикција грешке} \quad P(k+1) = (I - W(k)H)\hat{P}(k) \quad (6.25)$$

$$\text{вектор утицаја шума процеса} \quad G = \begin{bmatrix} T^2/2 & T & 1 \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

$$\text{модел шум процеса} \quad Q = \sigma_e^2 \quad (6.27)$$

$$\text{модел шума мерења} \quad R = \sigma_w^2 \quad (6.28)$$

$$\text{матрица прелаза стања} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

$$\text{вектор једначине излаза} \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Варијансе шума процеса и шума мерења су усвојене с вредностима $\sigma_w^2 = 1 \text{ px}^2 / s^4$ и $\sigma_e^2 = 100 \text{ px}^2$ у естимацији површине циља у видео секвенцама 1 и 2, док су вредности

$\sigma_w^2 = 0.1 \text{px}^2 / \text{s}^2$ и $\sigma_e^2 = 400 \text{px}^2$ у видео секвенци 3. Вредности варијанси шума процеса и шума мерења се разликују, јер је су даљине до циља у видео секвенци 3 значајно мање у односу на даљине у видео секвенцама 1 и 2, аналогно су и површине веће, због чега се мора претпоставити већа варијанса шума мерења.

Анализа квалитета процене даљине до циља је извршена критеријумом релативне грешке по даљини. Естимације даљине до циља су обележене на следећи начин у свим сценаријима и представљају употребљене методе: $S_p(k)$ естимација површине циља применом методе из [39], $S_{Ts}(k)$ примена методе Tsai, $S_{PF}(k)$ примена предложеног метода с партикал филтером и $S_{KF}(k)$ примена методе за $S_{PF}(k)$ уз додатно филтрирање с Калмановим филтером. Естимације даљине до циља и релативна грешка по даљини су означени индексима аналогно примењеним методама.

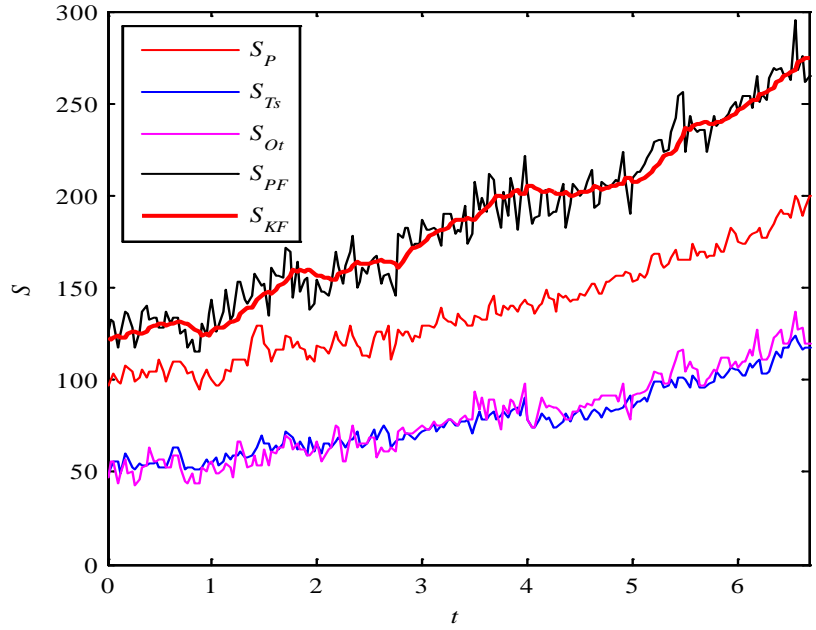
6.3.1 Видео секвенца 1

Позадина је константне вредности нивоа сивог у видео секвенци 1. Циљ се креће ка сензору од даљине 4750 метара. Секвенца траје 200 фрејмова с темпом од 30 фрејмова у секунди. На слици 6.10 је приказано неколико фрејмова из видео секвенце 1.



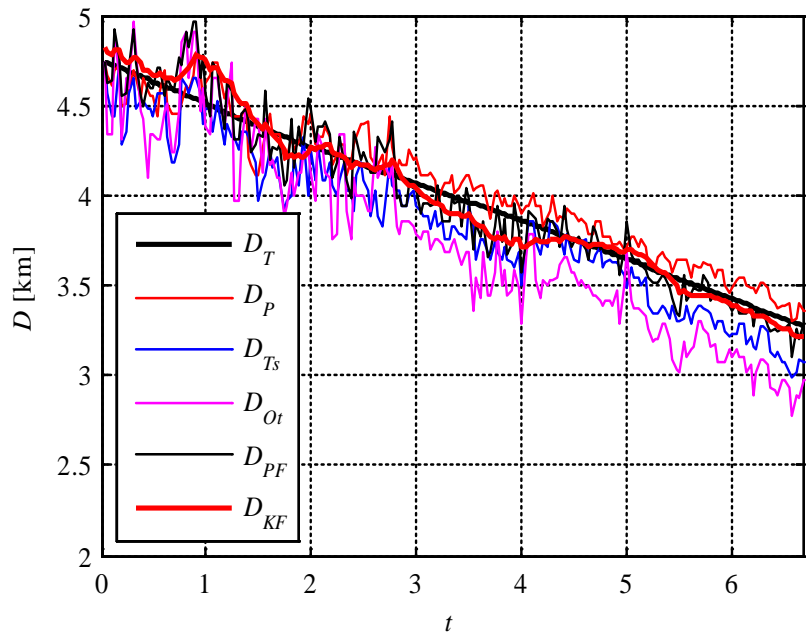
Слика 6.10 Примери фрејмова из видео секвенце 1

Након примене наведених метода представљени су резултати естимиране површине циља на слици 6.11.



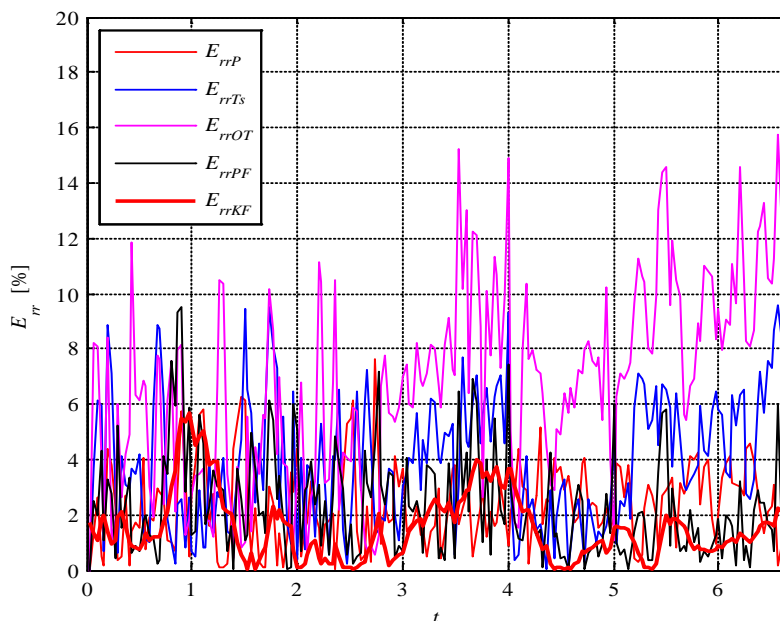
Слика 6.11 Естимација површине циља у видео секвенци 1

Применом партикулар филтера у естимацији површине циља се добијају веће вредности у односу на досадашње методе. С обзиром да се процена даљине до циља зависи од односа почетне и тренутне површине циља, израз (6.8), може се закључити да је промена вредности даљине мања од промене применом других метода, јер су површине веће. Овиме је обезбеђена квалитетнија естимација даљине до циља приказана на слици 6.12.



Слика 6.12 Естимација даљине до циља за видео секвенцу 1

Релативна грешка естимације по даљини је представљена на слици 6.13.



Слика 6.13 Релативна грешка по даљини за видео секвенцу 1

Сада се може коментарисати утицај филтрирања површине циља са слике 6.11, где се види оправданост употребе Калмановог филтера у естимацији површине циља, чиме су значајно смањене промене вредности површине, а тиме и побољшана естимација даљине до циља. Квалитет естимације даљине ће бити представљен и бројним вредностима у табели 6.1. Видео секвенца 1 не садржи промену позадине, због чега су очекивано позитивни резултати применом партикулар филтера, што је показано у поглављу 6.3. У наредној видео секвенци, вредности даљина до циља су приближне даљинама у видео секвенци 1, али је позадина сложенија.

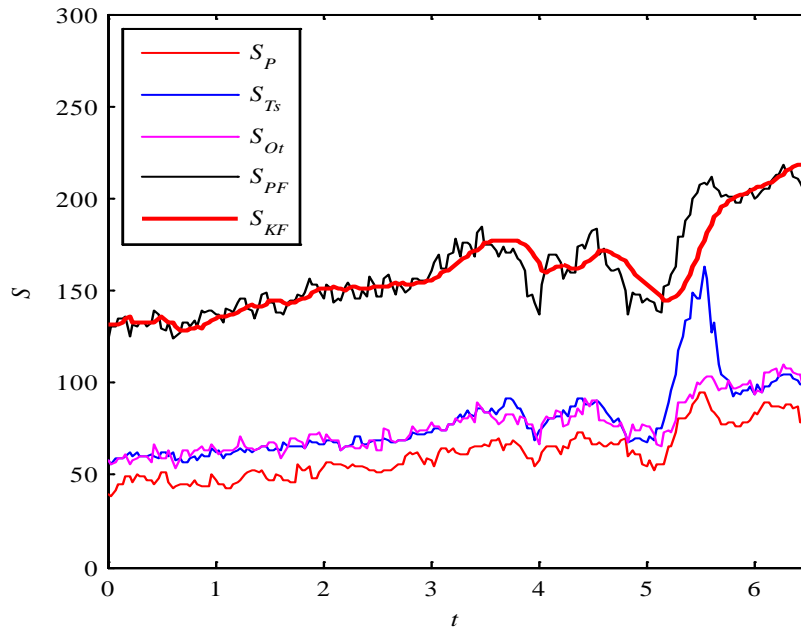
6.3.2 Видео секвенца 2

У овом поглављу се анализира видео секвенца 2 у којој се циљ креће ка сензору при чему је позадина променљива. На слици 6.12 је приказано неколико карактеристичних фрејмова, где се види променљив интензит позадине.



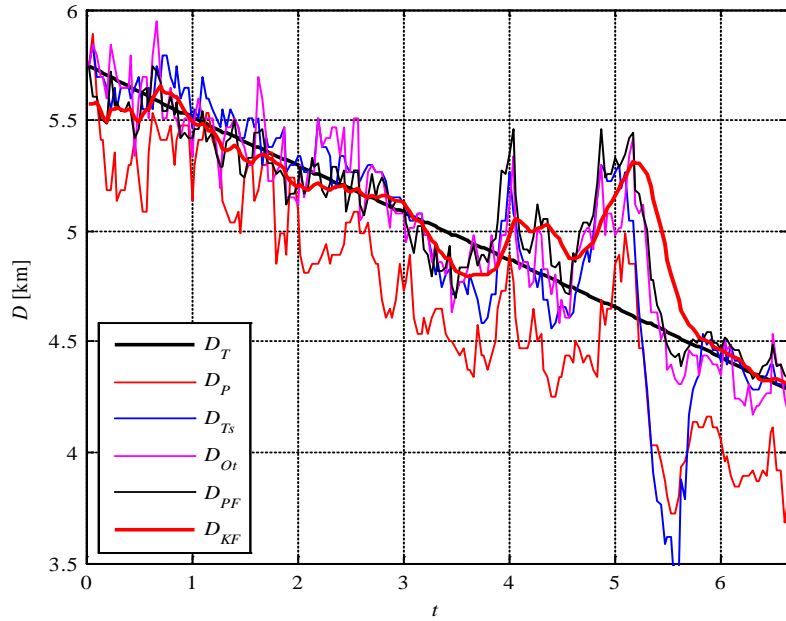
Слика 6.14 Примери фрејмова из видео секвенце 2

Вредности естимиране површине су приказане на слици 6.15, применом метода наведених у претходној анализи.

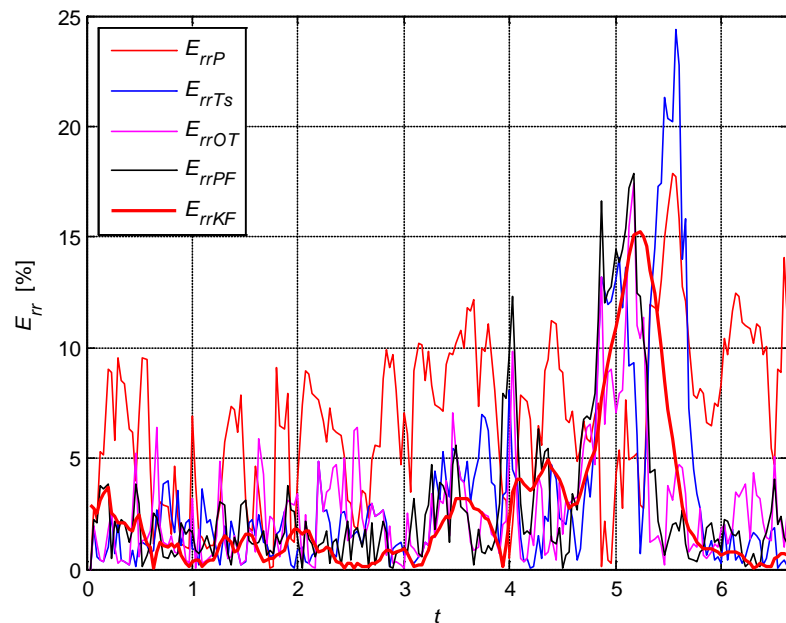


Слика 6.15 Естимација површине циља за видео секвенцу 2

Вредности естимације површине циља су приближно једнаких вредности, што говори да се циљ налази на приближно једнаким даљинама као у видео секвенци 1. Одступања која се појављују у 4. и 5. секунди су последица већем промене интензитета позадине, чиме се мења прорачун прага интензитета, а тиме и број пиксела који чине површину. На сликама 6.16 и 6.17 су приказане естимација даљине до циља и релативна грешка по даљини.



Слика 6.16 Процена даљине до циља за видео секвенцу 2

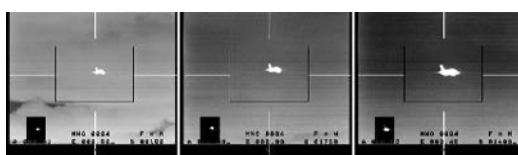


Слика 6.17 Релативна грешка по даљини за видео секвенцу 2

Поново је квалитет естимације даљине већи применом партикал филтера уз Калманов филтер. Иако поменути метод није имун на промену интензитета површине, ипак је мањег одступања у односу на резултате добијене применом других метода. Метод с партикал филтером уз Калманов филтер за филтрирање површиње циља се може употребити и у краткотрајним већим променама интензитета позадине, чиме је обезбеђена естимација даљине до циља с мањим одступањима.

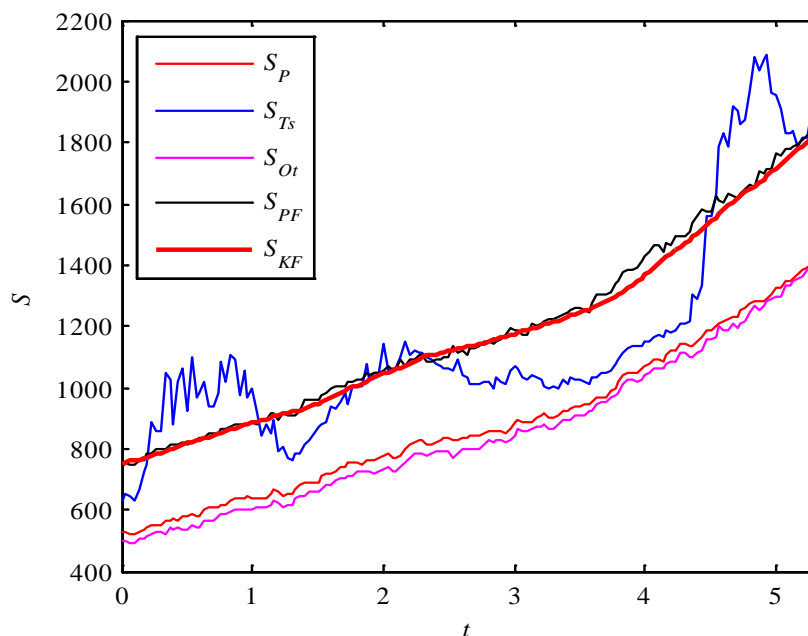
6.3.3 Видео секвенца 3

Видео секвенца 3 представља реалну инфрацрвену секвенцу у којој је циљ близак сензору и наставља с приласком, што се види на слици 6.14. Секвенца је трајања 160 фрејмова. У овој видео секвенци се анализира не само утицај позадине, већ случај великих промена вредности површине, који се јављају јер, циљ који прилази сензору слике повећава свој одраз на фрејму у виду броја пиксела. Други проблем који се јавља је засићење интензитета циља.



Слика 6.18 Примери фрејмова из видео секвенце 3

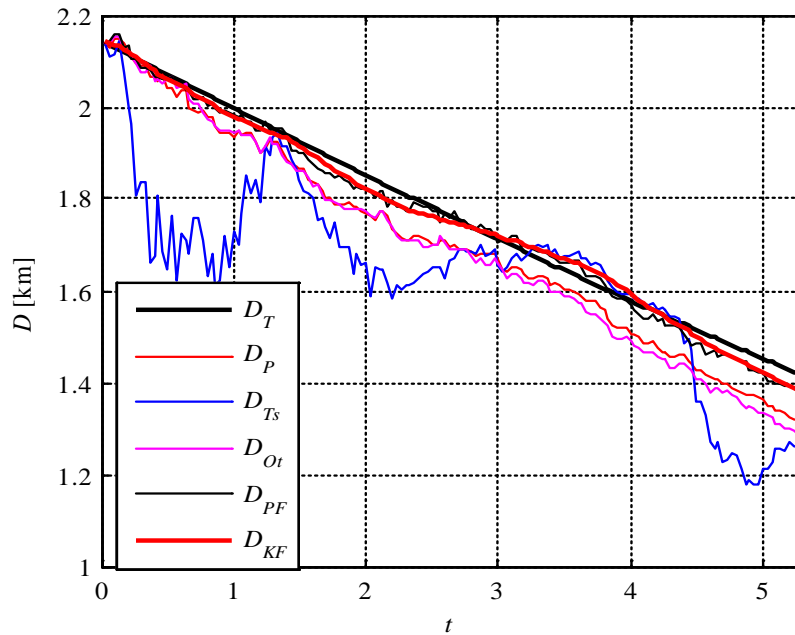
Резултати естимације површине циља на основу фрејмова из видео секвенце 3 су приказани на слици 6.19.



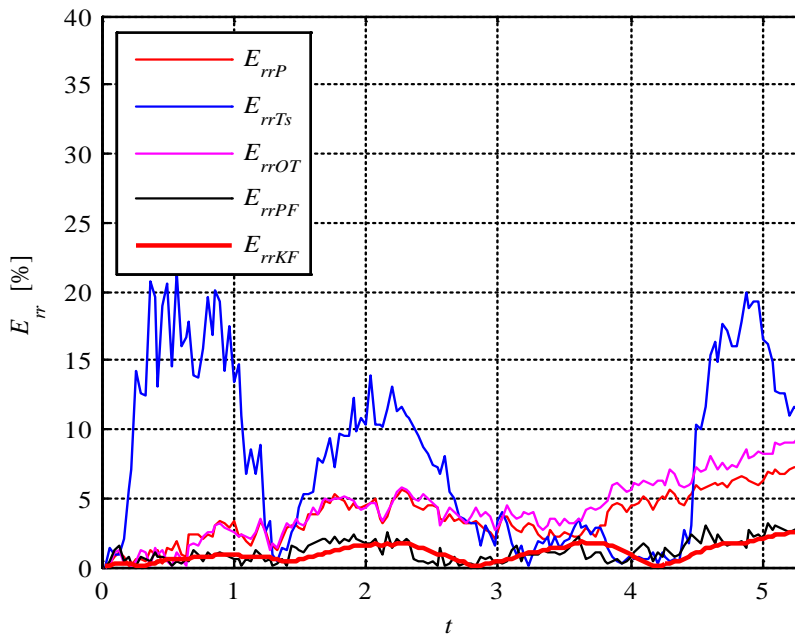
Слика 6.19 Естимација површине циља за видео секвенцу 3

Видео секвенца 3 је одабрана да би се анализирала особина адаптивности описаног метода у условима када се површина циља повећава, што проузрокује повећање броја генерисаних партикала. Естимација површине циља на слици 6.19 има наглу промену

након 3.5 секунде, што говори да је циљ променио став, односно извршио маневар. Предност методе описане у овом поглављу ће се видети још боље кроз резултате приказане на сликама 6.20 и 6.21.



Слика 6.20 Процена даљине до циља за видео секвенцу 3



Слика 6.21 Релативна грешка по даљини за видео секвенцу 3

Метод је знатно бољи у сложеним условима, када се циљ приближава сензору. Релативна грешка естимације по даљини је значајно мања иако је интензитет циља у засићењу и циљ мења став.

Коначан закључак о квалитету описаног метода за естимацију даљине до циља се може донети уколико се разматрају све анализиране видео секвенце. Усвојен критеријум је средња релативна грешка по даљини, израз (6.18). Вредности критеријума су дате табели 6.1 за сваку видео секвенцу.

Табела 6.1 Средња релативна грешка по даљини

Метод	Секвенца 1	Секвенца 2	Секвенца 3
Метод из [39]	2.38	6.74	3.63
Tsai	3.88	3.42	7.95
Otsu	6.74	2.79	4.26
PF без KF	2.31	2.90	1.16
PF са KF	1.55	2.65	1.02

Анализиране су видео секвенце с константном позадином, затим с променљивом позадином, али је такође разматран и проблем засићења интензитета. На свим видео секвенцама је не сумњиво оптималан предложен метод у односу на друге методе с којима је упоређен у овом раду. Партикал филтер је имао кључну улогу у естимацији површине циља, а уједно и у естимацији даљине до циља, док је Калманов филтер искоштен као помоћни филтер како би се додатно побољшали резултати.

7. Закључак

Проблем процене и издвајања обележја циљева применом партикал филтера је разматран у овој дисертацији. Представљен је нов алгоритам за процену параметара радарског сигнала и унапређен је метод за процену даљине до циља. Процена обележја циљева је квалитетнија, а употреба описаних метода је показана у раду система за праћење циљева. Истраживање је спроведено кроз неколико целина. У првој целини су систематизована знања о партикал филтеру чија примена представља основу овог истраживања. Друга целина садржи компаративну анализу резултата естимације параметара применом партикал филтера и стандардних естиматора на симулираним сигналима. Квалитет процене обележја је повећан у систему за праћење циљева на основу радарских сигнала и то је детаљно обрађено у трећој целини, где је дефинисан нов модел у процени обележја циљева. Последња целина представља нов метод за процену обележја циља на слици и побољшање процене даљине до циља. Истраживањем је показано да се може унапредити квалитет рада система за праћење употребом партикал филтера у проблему издвајања и процене обележја циљева.

У овој дисертацији су обрађена детаљније два система за праћење циљева. Први систем садржи радар у блоку за формирање мерења. Формирани радарски сигнали су обрађени како би се израчунала временско-фреквенцијска расподела енергије, која је основа за процену обележја. Дефинисан је нови модел у естимацији, који представља временски бин расподеле енергије, а описом модела је обухваћена естимација више обележја која се могу односити на један или више циљева. Детаљно је описан алгоритам рада система за праћење који се заснива на примени партикал филтера у блоку за филтрацију и предикцију обележја радарских сигнала. Оправданост примене метода је показана у процени обележја једног и више циљева радарских сигнала.

Други систем се примењује у процени даљине до циља с једним сензором слике. Описан је нови метод за издвајање површине циља на слици применом партикал филтера. Након филтрације су издвојена и процењена додатна обележја циља, као што су: димензије циља, интензитет, праг детекције и очекиван број пиксела од циља. Основни задатак овог система је квалитетна процена површине циља на слици чија се вредност користи у процени даљине до циља. Показано је да је грешка процене даљине до циља мања у односу на методе које користе интензитет или контраст.

7.1 Резултати

За већину обележја циља чије референтне вредности нису познате, квалитет процене је оцењен индиректним критеријумима. Корен средње квадратне грешке је усвојен за оцену квалитета процене за она обележја чије су познате референтне вредности. У анализи издвајања и процене обележја циљева радарских сигнала је филтрирање партикал филтером заснивано на разлици моделоване и израчунате енергије временског бина, док је квалитет процене анализиран према критеријуму средње квадратне грешке по фреквенцији. На симулираним радарским сигнаlima је показан висок квалитет естимације, а да је примена партикал филтера оправдана у односу на стандардне естиматоре, нарочито за ниже вредности односа сигнала и шума.

Када је реч о систему за процену даљине до циља, усвојени критеријум је грешка по даљини. Анализирани резултати су добијени за различите услове у којима се циљ налази и при различитим динамикама циља. У свим обрађеним случајевима примена партикал филтера се показала као оправдана. На основу представљених резултата у овом делу истраживања се може рећи да је предложени метод бољи за неколико процената грешке по даљини од досадашњих.

7.2 Будући правци истраживања

Спроведена истраживања и добијени резултати представљају добру основу за будуће радове, који ће се односити на побољшања рада постојећих система за праћење циљева. Осим тога могуће је анализирати и пројектовати нове системе са сензорима, који су једноставнији за употребу, али лошијих карактеристика, као и мултисензорских система за праћење којима би се смањио број сензора, а недостатак надоместио одговарајућим новим математичким алгоритмима за праћење. Нека од даљих истраживања би била усмерена ка побољшању рада система с пасивним сензорима који садрже партикал филтер као естиматор процеса. Квалитет рада пројектованих системи би се оцењивао у реалним условима, што је посебно значајно у војним применама.

Литература

- [1.] Stone, Lawrence D., Thomas L. Corwin, and Carl A. Barlow. "Bayesian Multiple Target Tracking, Artech House." *Inc., Norwood, MA* (1999).
- [2.] Kalman, Rudolph Emil. "A new approach to linear filtering and prediction problems." *Journal of basic Engineering* 82.1 (1960): 35-45.
- [3.] Kalman, Rudolph E., and Richard S. Bucy. "New results in linear filtering and prediction theory." *Journal of basic engineering* 83.1 (1961): 95-108.
- [4.] Bethel, Roy E., and Robert G. Rahikka. "Optimum time delay detection and tracking." *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on* 26.5 (1990): 700-712.
- [5.] Robert, Christian P. "The Bayesian choice: From decision theoretic foundations to computational implementation (springer texts in statistics) by." (2001).
- [6.] Fisher, Ronald Aylmer. "On an absolute criterion for fitting frequency curves." *Messenger of Mathematics*, 41:155{160, 1912.
- [7.] Fisher, Ronald Aylmer. "On the mathematical foundations of theoretical statistics." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* 222 (1922): 309-368.
- [8.] Aldrich, John. "RA Fisher and the making of maximum likelihood 1912-1922." *Statistical Science* 12.3 (1997): 162-176.
- [9.] Mr. Bayes and Mr Price. "An essay towards solving a problem in the doctrine of chances by the late rev. mr. bayes, FRS communicated by mr. price, in a letter to john canton, amfrs." *Philosophical Transactions (1683-1775)* (1763): 370-418.
- [10.] Andrew, H. JAZWINSKI. "Stochastic Processes and Filtering Theory." (1970).
- [11.] Y. Bar-Shalom and T. Fortmann. *Tracking and Data Association*, volume 179 of *Mathematics in Science and Engineering*. Academic Press, 1988.
- [12.] T. Kailath, A.H. Sayed, and B. Hassibi. *Linear Estimation. Information and System Sciences*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2000.
- [13.] Anderson, B. D. "O. & MooRE, JB (1979). *Optimal Filtering*." (1979).
- [14.] Grewal, Mohinder S. *Kalman filtering*. Springer Berlin Heidelberg, 2011. (uz Kalman filter)
- [15.] Alspach, Daniel L., and Harold W. Sorenson. "Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximations." *Automatic Control, IEEE Transactions on* 17.4 (1972): 439-448.

- [16.] Sorenson, Harold W., and Daniel L. Alspach. "Recursive Bayesian estimation using Gaussian sums." *Automatica* 7.4 (1971): 465-479.
- [17.] Sejdić, Ervin, Igor Djurović, and Jin Jiang. "Time--frequency feature representation using energy concentration: An overview of recent advances." *Digital Signal Processing* 19.1 (2009): 153-183.
- [18.] Boashash, Boualem. *Time-frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference*. Academic Press, 2015.
- [19.] Ivanović, Veselin N., Miloš Daković, and Ljubiša Stanković. "Performance of quadratic time-frequency distributions as instantaneous frequency estimators." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 51.1 (2003): 77-89.
- [20.] Lerga, Jonatan, Victor Sucic, and Boualem Boashash. "An efficient algorithm for instantaneous frequency estimation of nonstationary multicomponent signals in low SNR." *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2011.1 (2011): 1-16.
- [21.] Hussain, Zahir M., and Boualem Boashash. "Adaptive instantaneous frequency estimation of multi-component FM signals." *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2000. ICASSP'00. Proceedings. 2000 IEEE International Conference on*. Vol. 2. IEEE, 2000.
- [22.] Li, Ying, Antonia Papandreou-Suppappola, and Darryl Morrell. "Instantaneous frequency estimation using sequential Bayesian techniques." *Signals, Systems and Computers, 2006. ACSSC'06. Fortieth Asilomar Conference on*. IEEE, 2006.
- [23.] Stanković, Ljubiša, and Vladimir Katkovnik. "Instantaneous frequency estimation using higher order L-Wigner distributions with data-driven order and window length." *Information Theory, IEEE Transactions on* 46.1 (2000): 302-311.
- [24.] Stanković, Ljubiša, Miloš Daković, and Thayanathan Thayaparan. "A real-time time-frequency based instantaneous frequency estimator." *Signal processing* 93.5 (2013): 1392-1397.
- [25.] Katkovnik, Vladimir, and Ljubiša Stanković. "Instantaneous frequency estimation using the Wigner distribution with varying and data-driven window length." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 46.9 (1998): 2315-2325.
- [26.] Rankine, Luke, Mostefa Mesbah, and Boualem Boashash. "IF estimation for multicomponent signals using image processing techniques in the time--frequency domain." *Signal Processing* 87.6 (2007): 1234-1250.
- [27.] La Scala, Barbara F., and Robert R. Bitmead. "Design of an extended Kalman filter frequency tracker." *icassp*. IEEE, 1994.

- [28.] Valyrakis, A., Tsakonas, E. E., Sidiropoulos, N. D., & Swami, A. (2009). Stochastic modeling and particle filtering algorithms for tracking a frequency-hopped signal. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 57(8), 3108-3118.
- [29.] Liu, Bin. "Instantaneous frequency tracking under model uncertainty via dynamic model averaging and particle filtering." *Wireless Communications, IEEE Transactions on* 10.6 (2011): 1810-1819.
- [30.] Tsakonas, Efthimios E., Nicholas D. Sidiropoulos, and Ananthram Swami. "Optimal particle filters for tracking a time-varying harmonic or chirp signal." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 56.10 (2008): 4598-4610.
- [31.] Everitt, Richard Geoffrey, Cindie Andrieu, and Matthieu Davy. "Online Bayesian inference in some time-frequency representations of non-stationary processes." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 61.22 (2013): 5755-5766.
- [32.] Hussain, Zahir M., and Boualem Boashash. "Design of time-frequency distributions for amplitude and IF estimation of multicomponent signals." *Signal Processing and its Applications, Sixth International, Symposium on. 2001*. Vol. 1. IEEE, 2001.
- [33.] Anderson, J. R., Hawks, M. R., Gross, K. C., & Perram, G. P. (2011, May). Flight test of an imaging O2 (Xb) monocular passive ranging instrument. In *SPIE Defense, Security, and Sensing* (pp. 802005-802005). International Society for Optics and Photonics.
- [34.] Diao, W. H., Mao, X., Chang, L. Y., & Jiang, L. (2009). Operating distance evaluation method for infrared imaging system under complicated backgrounds. *Electronics letters*, 45(25), 1309-1310.
- [35.] Pérez, P., Hue, C., Vermaak, J., & Gangnet, M. (2002). Color-based probabilistic tracking. In *Computer vision—ECCV 2002* (pp. 661-675). Springer Berlin Heidelberg.
- [36.] Pan, Pan, and Dan Schonfeld. "Dynamic proposal variance and optimal particle allocation in particle filtering for video tracking." *Circuits and Systems for Video Technology, IEEE Transactions on* 18.9 (2008): 1268-1279.
- [37.] Barbaric, Zarko P., Boban P. Bondzulic, and Srdjan T. Mitrovic. "Passive ranging using image intensity and contrast measurements." *Electronics Letters* 48.18 (2012): 1122-1123.
- [38.] Mitrović, S. T., Bondžulić, B. P., Andrić, M. S., & Barbarić, Ž. P. (2014). The Statistical Approach for Overcoming the Sensor Saturation Effect in Passive Ranging. *Elektronika ir Elektrotechnika*, 20(2), 52-57.

- [39.] Bondžulić, B. P., Mitrović, S. T., Barbarić, Ž. P., & Andrić, M. S. (2013). A comparative analysis of three monocular passive ranging methods on real infrared sequences. *Journal of Electrical Engineering*, 64(5), 305-310.
- [40.] Stone, Lawrence D., et al. *Bayesian multiple target tracking*. Artech House, 2013.
- [41.] Otsu, Nobuyuki. "A threshold selection method from gray-level histograms." *Automatica* 11.285-296 (1975): 23-27. W. Tsai, 'Moment-preserving thresholding: A new approach', *Comput. Vision Graphics Image Process.* 29, 1985, 377-393.
- [42.] Tsai, Wen-Hsiang. "Moment-preserving thresholding: A new approach." *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 29.3 (1985): 377-393.
- [43.] Yilmaz, Alper, Khurram Shafique, and Mubarak Shah. "Target tracking in airborne forward looking infrared imagery." *Image and Vision Computing* 21.7 (2003): 623-635.
- [44.] Li, X. Rong, and Vesselin P. Jilkov. "Survey of maneuvering target tracking: dynamic models." *AeroSense 2000*. International Society for Optics and Photonics, 2000.
- [45.] Li, X. Rong, and Vesselin P. Jilkov. "Survey of maneuvering target tracking: II. Ballistic target models." *International Symposium on Optical Science and Technology*. International Society for Optics and Photonics, 2001.
- [46.] Blackman, Samuel S. "Multiple-target tracking with radar applications." *Dedham, MA, Artech House, Inc., 1986, 463 p.* 1 (1986).
- [47.] Bar-Shalom, Yaakov, Peter K. Willett, and Xin Tian. "Tracking and data fusion." *A Handbook of Algorithms*. Yaakov Bar-Shalom (2011).
- [48.] Bar-Shalom, Yaakov. "Multitarget-multisensor tracking: advanced applications." *Norwood, MA, Artech House, 1990, 391 p.* 1 (1990).
- [49.] Yaakov, Bar-Shalom. *Multitarget-multisensor tracking: Applications and advances*. Boston; London: Artech House, 1992.
- [50.] Bar-Shalom, Yaakov, and Xiao-Rong Li. "Multitarget-multisensor tracking: principles and techniques." *Storrs, CT: University of Connecticut, 1995.* (1995).
- [51.] Bar-Shalom, Yaakov, and Xiao-Rong Li. "Estimation and tracking- Principles, techniques, and software." *Norwood, MA: Artech House, Inc, 1993.* (1993).
- [52.] Blackman, Samuel, and Artech House. "Design and analysis of modern tracking systems." *Artech House: Boston, MA, USA* (1999): 1-24.
- [53.] Stone, Lawrence D., and Bryan R. Osborn. "Effect of environmental prediction uncertainty on target detection and tracking." *Defense and Security*. International Society for Optics and Photonics, 2004.

- [54.] Bethel, Roy E., and J. A. Gauss. "A Bayesian approach to frequency line tracking." *EASCON'81; Electronics and Aerospace Systems Conventions*. Vol. 1. 1981.
- [55.] Kastella, K. (1996). Discrimination gain for sensor management in multitarget detection and tracking. In *CESA'96 IMACS Multiconference: computational engineering in systems applications* (pp. 167-172).
- [56.] M. Orton, W. Fitzgerald, A Bayesian approach to tracking multiple targets using sensor arrays and particle filters, *IEEE Transactions on Signal Processing* 50 (2) (February 2002) 216–223.
- [57.] Kreucher, Chris, Keith Kastella, and Alfred O. Hero III. "Multitarget tracking using the joint multitarget probability density." *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on* 41.4 (2005): 1396-1414.
- [58.] Morelande, Mark R., Christopher M. Kreucher, and Keith Kastella. "A Bayesian approach to multiple target detection and tracking." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 55.5 (2007): 1589-1604.
- [59.] Lehmann, Erich Leo, George Casella, and George Casella. *Theory of point estimation*. Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books & Software, 1991.
- [60.] Kay, Steven M. "Fundamentals of statistical signal processing, volume I: estimation theory." (1993).
- [61.] Kay, Steven M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Practical Algorithm Development*. Vol. 3. Pearson Education, 2013.
- [62.] Anderson, Brian DO, and John B. Moore. *Optimal filtering*. Courier Corporation, 2012.
- [63.] Gustafsson, Fredrik, and Fredrik Gustafsson. *Adaptive filtering and change detection*. Vol. 1. New York: Wiley, 2000.
- [64.] Blom, H. P. "An efficient filter for abruptly changing systems." *The 23rd IEEE Conference on Decision and Control*. No. 23. 1984.
- [65.] Cramér, Harald. *Mathematical methods of statistics*. Vol. 9. Princeton university press, 1945.
- [66.] Bergman, Niclas. "Recursive Bayesian Estimation." *Department of Electrical Engineering, Linköping University, Linköping Studies in Science and Technology. Doctoral dissertation* 579 (1999).
- [67.] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, editors. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. Springer Verlag, 2001.

- [68.] P. Tichavsky, P. Muravchik, and A. Nehorai. Posterior Cramer-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(5):1386-1396, 1998.
- [69.] Harry L. Van Trees. *Detection, estimation, and modulation theory: Detection, estimation, and linear modulation theory*. J. Wiley and sons, 1968.
- [70.] Gordon, Neil J., David J. Salmond, and Adrian FM Smith. "Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation." *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*. Vol. 140. No. 2. IET, 1993.
- [71.] Handschin, J. E. "Monte Carlo techniques for prediction and filtering of non-linear stochastic processes." *Automatica* 6.4 (1970): 555-563.
- [72.] Handschin, J. E., and David Q. Mayne. "Monte carlo techniques to estimate the conditional expectation in multi-stage non-linear filtering[†]." *International journal of control* 9.5 (1969): 547-559.
- [73.] Ristic, Branko, Sanjeev Arulampalam, and Neil Gordon. "Beyond the Kalman filter." *IEEE AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS MAGAZINE* 19.7 (2004): 37-38.
- [74.] Andrieu, Christophe, and Arnaud Doucet. "Particle filtering for partially observed Gaussian state space models." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)* 64.4 (2002): 827-836.
- [75.] Casella, George, and Christian P. Robert. "Rao-Blackwellisation of sampling schemes." *Biometrika* 83.1 (1996): 81-94.
- [76.] Chen, Rong, and Jun S. Liu. "Mixture kalman filters." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)* 62.3 (2000): 493-508.
- [77.] Doucet, Arnaud, Simon Godsill, and Christophe Andrieu. "On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering." *Statistics and computing* 10.3 (2000): 197-208.
- [78.] Doucet, Arnaud, Neil J. Gordon, and Vikram Krishnamurthy. "Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 49.3 (2001): 613-624.
- [79.] Nordlund, Per-Johan. *Sequential Monte Carlo filters and integrated navigation*. Division of Automatic Control, Department of Electrical Engineering, Linköpings universitet, 2002.
- [80.] Schön, Thomas. "On computational methods for nonlinear estimation." (2003). Linköping Studies in Science and Technology. Licentiate Thesis No. 1047, Linköping University, Linköping, Sweden, October 2003.

- [81.] Pitt, Michael K., and Neil Shephard. "Filtering via simulation: Auxiliary particle filters." *Journal of the American statistical association* 94.446 (1999): 590-599.
- [82.] Ripley, Brian D. *Stochastic simulation*. Vol. 316. John Wiley & Sons, 2009.
- [83.] J. Hol. Resampling in particle filters. Master's Thesis LiTH-ISY-EX-ET-0283-2004, Department of Electrical Engineering. Linköping University, Linköping, Sweden, 2004.
- [84.] Crisan, Dan, and Arnaud Doucet. "A survey of convergence results on particle filtering methods for practitioners." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 50.3 (2002): 736-746.
- [85.] Daum, Fred, and Jim Huang. "Curse of dimensionality and particle filters." *Aerospace Conference, 2003. Proceedings. 2003 IEEE*. Vol. 4. IEEE, 2003.
- [86.] Boers, Y. "On the number of samples to be drawn in particle filtering." *Target Tracking: Algorithms and Applications (Ref. No. 1999/090, 1999/215), IEE Colloquium on*. IET, 1999.
- [87.] Fearnhead, Paul. *Sequential Monte Carlo methods in filter theory*. Diss. University of Oxford, 1998.
- [88.] Kong, Augustine, Jun S. Liu, and Wing Hung Wong. "Sequential imputations and Bayesian missing data problems." *Journal of the American statistical association* 89.425 (1994): 278-288.
- [89.] Liu, Jun S. "Metropolized independent sampling with comparisons to rejection sampling and importance sampling." *Statistics and Computing* 6.2 (1996): 113-119.
- [90.] Liu, Jun S., and Rong Chen. "Blind deconvolution via sequential imputations." *Journal of the American statistical association* 90.430 (1995): 567-576.
- [91.] Andrieu, C., and S. J. Godsill. "A particle filter for model based audio source separation." *Proceedings of the International Workshop on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation (ICA 2000)*. 2000.
- [92.] Schön, Thomas, Fredrik Gustafsson, and Per-Johan Nordlund. "Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state-space models." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 53.7 (2005): 2279-2289.
- [93.] Davorin Mikluc; Milenko Andrić; Boban Bondžulić; Srđan Mitrović; „Analiza primene Rao-Blackwell-izovanog partikal filtera u estimaciji frekvencija višekomponentnog audio signala“, INFOTEH-JAHORINA, BiH, Vol. 13, March 2014., pp. 466-470.
- [94.] Davorin Mikluc, Srđan T. Mitrović, Milenko Andrić, “Uporedna analiza estimacije trenutnih frekvencija višekomponentnog signala partikal filterom i IMM algoritmom”, ETRAN 2014, Vrnjačka banja

- [95.] Boashash, Boualem. "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals." *Proceedings of the IEEE* 80.4 (1992): 520-538.
- [96.] Boashash, Boualem, Time frequency signal analysis and processing, Gulf Professional Publishing, 2003.
- [97.] Rankine, Luke, Mostefa Mesbah, and Boualem Boashash. "IF estimation for multicomponent signals using image processing techniques in the time–frequency domain." *Signal Processing* 87.6 (2007): 1234-1250.
- [98.] Doucet, Arnaud, and Adam M. Johansen. "A tutorial on particle filtering and smoothing: Fifteen years later." *Handbook of Nonlinear Filtering* 12.656-704 (2009): 3.
- [99.] Blom, Henk AP, and Yaakov Bar-Shalom. "The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients." *Automatic Control, IEEE Transactions on* 33.8 (1988): 780-783.
- [100.] Singer, Robert A. "Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets." *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on* 4 (1970): 473-483.
- [101.] Milenko Andrić, Stojadin Manojlović, "Analiza radarskih signala pomoću spektralne entropije“, YUINFO 2009, 08. - 11. mart 2009.
- [102.] Nemanja Majstorović, Milenko Andrić, Davorin Mikluc , „Entropy-based algorithm for speech recognition in noisy enviroment” , TELFOR 2011, Beograd, 22. - 24. novembar 2011.
- [103.] Orovic, Irena, Andjela Draganic, and Srdjan Stankovic. "Sparse time–frequency representation for signals with fast varying instantaneous frequency." *Radar, Sonar & Navigation, IET* 9.9 (2015): 1260-1267.
- [104.] Li, Lingxiao, Zhixing Huang, and Wei Zhang. "Instantaneous Frequency Estimation Methods of Micro-Doppler Signal." *Progress In Electromagnetics Research C* 58 (2015): 125-134.
- [105.] Stanković, L., Djurović, I., Stanković, S., Simeunović, M., Djukanović, S., & Daković, M. (2014). Instantaneous frequency in time–frequency analysis: Enhanced concepts and performance of estimation algorithms. *Digital Signal Processing*, 35, 1-13.
- [106.] Arulampalam, M. Sanjeev, et al. "A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 50.2 (2002): 174-188.
- [107.] Chen, Victor C. *The micro-Doppler effect in radar*. Artech House, 2011.

- [108.] Dimitrije Bujaković, Milenko Andrić, Boban Bondžulić, Srdjan T. Mitrović and Slobodan Simić, Time-Frequency Distributions of Ku-band Radar Doppler Echo Signals: Analyses and Optimization, *Frequenz*, vol. 69, Issue 3-4, pp. 119–128, 2015.
- [109.] LJubiša Stanković, *Measuring Time-Frequency Distributions Concentration*, Time-Frequency Analysis and Processing (Boualem Boashash, ed.), Elsevier, 2003, pp. 1820–1825.
- [110.] Jazwinski, Andrew H. *Stochastic processes and filtering theory*. Courier Corporation, 2007.
- [111.] Lu, ChengEn, Longin Jan Latecki, and Guangxi Zhu. "Contour extraction using particle filters." *Advances in Visual Computing*. Springer Berlin Heidelberg, 2008. 192-201.
- [112.] .Liu, Jun S., Rong Chen, and Tanya Logvinenko. "A theoretical framework for sequential importance sampling with resampling." *Sequential Monte Carlo methods in practice*. Springer New York, 2001. 225-246.
- [113.] Särkkä, Simo, Aki Vehtari, and Jouko Lampinen. "Rao-Blackwellized particle filter for multiple target tracking." *Information Fusion* 8.1 (2007): 2-15.
- [114.] Anderson, Brian DO, and John B. Moore. *Optimal filtering*. Courier Corporation, 2012.
- [115.] Smith, Adrian. *Sequential Monte Carlo methods in practice*. Eds. Arnaud Doucet, Nando de Freitas, and Neil Gordon. Springer Science & Business Media, 2013.
- [116.] Doerschuk, Peter C. "Cramer-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering problems." *Automatic Control, IEEE Transactions on* 40.8 (1995): 1465-1469.
- [117.] Van Trees, Harry L. *Detection, estimation, and modulation theory*. John Wiley & Sons, 2004.
- [118.] Maskell, Simon, and Neil Gordon. "A tutorial on particle filters for on-line nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking." *Target tracking: algorithms and applications (Ref. No. 2001/174)*, IEE. IET, 2001.

Списак слика

Слика 2.1 Општа блок шема система за мерење и управљање процесом.....	11
Слика 2.2 Општа шема за прикупљање података	11
Слика 2.3 Подела пасивних сензора	15
Слика 2.4 Подела активних сензора	16
Слика 3.1 Графички приказ умножавања партикала	54
Слика 4.1 Мерење с додатим шумом и тачна вредност мерења.....	64
Слика 4.2. Тачна вредност стања и естимације	66
Слика 4.3 Генерисана мерења	69
Слика 4.4 Тачна стања $y_t(k)$ и естимације $y_e(k)$	70
Слика 4.5 Број мерења $M(t)$ и број естимација $M_e(t)$	70
Слика 4.6. Приказ сигнала у временском домену	75
Слика 4.7 Временско-фреквенцијска расподела незашумљеног сигнала	76
Слика 4.8 Формирана мерења	77
Слика 4.9. Процена тренутних фреквенција	77
Слика 4.10 Спектрограм израчунатог и филтрираног сигнала.....	78
Слика 4.11. Зависност $RMSE$ од SNR	79
Слика 4.12 Естимирана стања.....	83
Слика 4.13 Спектрограми оригиналног и филтрираног сигнала.....	83
Слика 4.14 Спектрална ентропија фреквенцијских компонената	84
Слика 5.1 Спектрограм генерисаног сигнала.....	92
Слика 5.2 Генерисане $f_1(t)$, $f_2(t)$ и естимирани $f_{e,1}(t)$ и $f_{e,2}(t)$ фреквенције.....	92
Слика 5.3. Приказ естимираних параметара	93
Слика 5.4. Зависности M_2^2 од дужине прозора за моделовани радарски сигнал.....	96
Слика 5.5. TFD моделованог радарског сигнала пешака.....	97
Слика 5.6 Естимација тренутних фреквенција на основу максимума TFD	98
Слика 5.7 Моделовани радарски сигнал пешака.....	99
Слика 5.8 Радарски сигнал возила	100
Слика 5.9 Радарски сигнал пешака	101
Слика 5.10 Радарски сигнал с два циља	102
Слика 5.11 Естимирани параметри двокомпонентног реалног радарског сигнала	102
Слика 6.1 Рекурзивни ток процеса естимације даљине до циља.....	105

Слика 6.2 Издвајање циља	110
Слика 6.3. Одабрани фрејмови псеудосинтетичке секвенце	110
Слика 6.4 Процене параметара, минимални интензитет циља 110	111
Слика 6.5 Процењени интензитети и прагови, минимални интензитет циља 110.....	111
Слика 6.6 Процене површине циља, минимални интензитет циља 100.....	112
Слика 6.7 Процењени интензитети и прагови, минимални интензитет циља 100.....	112
Слика 6.8 Процене параметара, минимални интензитет циља 90	112
Слика 6.9 Процењени интензитети и прагови, минимални интензитет циља 90	113
Слика 6.10 Примери фрејмова из видео секвенце 1	115
Слика 6.11 Естимација површине циља у видео секвенци 1	116
Слика 6.12 Естимација даљине до циља за видео секвенцу 1	116
Слика 6.13 Релативна грешка по даљини за видео секвенцу 1	117
Слика 6.14 Примери фрејмова из видео секвенце 2.....	118
Слика 6.15 Естимација површине циља за видео секвенцу 2	118
Слика 6.16 Процена даљине до циља за видео секвенцу 2	119
Слика 6.17 Релативна грешка по даљини за видео секвенцу 2.....	119
Слика 6.18 Примери фрејмова из видео секвенце 3.....	120
Слика 6.19 Естимација површине циља за видео секвенцу 3	120
Слика 6.20 Процена даљине до циља за видео секвенцу 3	121
Слика 6.21 Релативна грешка по даљини за видео секвенцу 3.....	121

Списак табела

Табела 3.1	Метод SIR.....	52
Табела 3.2	Генерисање одабирака униформном расподелом	53
Табела 3.3	Метод SIS.....	57
Табела 3.4	Помоћни партикал филтер	59
Табела 3.5	Маргинализованог партикал филтер.....	62
Табела 6.1	Средња релативна грешка по даљини.....	122

Списак скраћеница

PDF	–	Probability Density Function
MAP	–	<i>Maximum A Posteriori</i>
ML	–	<i>Maximum Likelihood</i>
IF	–	<i>Instantaneous Frequency</i>
TFD	–	<i>Time-Frequency Distribution</i>
WVD	–	<i>Wigner – Ville Distribution</i>
MBD	–	<i>Modified B Distribution</i>
SNR	–	<i>Signal Noise Ratio</i>
LR	–	<i>Likelihood Ratio</i>
JPDA	–	<i>Joint Probability Data Association</i>
MHT	–	<i>Multiple Hypothesis Tracking</i>
CRLB	–	<i>Cramer Rao Lower Bound</i>
MMS	–	<i>Minimum Means Square</i>
MSE	–	<i>Mean Square Error</i>
KF	–	<i>Kalman Filter</i>
EKF	–	<i>Extended Kalman Filter</i>
IMM	–	<i>Interactive Multiple Model</i>
FIM	–	<i>Fisher Information Matrix</i>
RMSE	–	<i>Relative Mean Square Error</i>
HMM	–	<i>Hidden Markov models</i>
SIR	–	<i>Sampling Importance Resampling</i>
SIS	–	<i>Sequential Importance Sampling</i>
APF	–	<i>Auxiliary Particle Filter</i>
MPF	–	<i>Marginalized Particle Filter</i>
RBPF	–	<i>Rao-Blackwellized Particle Filter</i>
i.i.d.	–	<i>Independent Identically Distributed</i>
GNN	–	<i>Global Nearest Neighbor</i>
DFT	–	<i>Discrete Fourier Transformation</i>
CV	–	<i>Constant Velocity</i>
CA	–	<i>Constant Acceleration</i>
ИЦ	–	<i>Инфра црвени</i>
MCMC	–	<i>Markov Chain Monte Carlo</i>

Списак ознака

ω	-	шум процеса
e	-	шум мерења
y	-	опсервација
Y	-	скуп мерења
k	-	редни број одбирка
x	-	стање процеса
X	-	вектор стања
$p(\cdot)$	-	вероватноћа
H_0, H_1	-	хипотезе присуства циља
N	-	број партикала
M	-	број независних мерења
P_d	-	вероватноћа детекције
C_y, C_x	-	матрице коваријанси
$E(\cdot)$	-	математичко очекивање
$\text{cov}(\cdot)$	-	прорачун коваријансе
$\mathcal{N}(\cdot)$	-	Гаусова расподела
$\mathcal{U}(\cdot)$	-	Униформна расподела
β	-	густина клатера
f_s	-	фреквенција одабирања
T	-	периода одабирања
\hat{x}	-	предикција стања
W	-	дужина временског прозора
O	-	број одбирака у преклапању прозора
∇	-	градијент
F	-	матрица прелаза стања
H	-	Јакобијан матрица излаза
P	-	матрица грешке предикције стања
G	-	вектор прелаза шума процеса
Q	-	матрица варијансе шума процеса
R	-	модел шума мерења
\mathcal{M}	-	дискретан модел процеса
γ	-	тежински коефицијент партикла
S_e	-	процењена површина објекта на слици
D_e	-	процењена даљина до циља