



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ
НАУКА



Марица Поповић

**Фотоакустички одзив трансмисионе
фотоакустичке конфигурације и
анализа резонантних феномена за
двослојне узорке са топлотном
меморијом**

Докторска дисертација

Нови Сад, 2016.



КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	Монографска документација
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација
Аутор, АУ:	Марица Поповић
Ментор, МН:	Проф. др Милош Живанов, др Слободанка Галовић
Наслов рада, НР:	Фотоакустички одзив трансмисионе фотоакустичке конфигурације и анализа резонантних феномена за двослојне узорке са топлотном меморијом
Језик публикације, ЈП:	Српски
Језик извода, ЈИ:	Српски/енглески
Земља публикавања, ЗП:	Србија
Уже географско подручје, УГП:	
Година, ГО:	2016
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт
Место и адреса, МА:	
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страница/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	
Научна област, НО:	Електротехничко и рачунарско инжењерство
Научна дисциплина, НД:	Оптоелектроника
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Фотоакустика, трансмисиона конфигурација, температурске варијације, модел топлотног клипа, термоеластично савијање, Хелмхолцов резонатор
УДК	Монографска документација
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука, Универзитет у Новом Саду
Важна напомена, ВН:	
Извод, ИЗ:	У докторској дисертацији изведени су модели за фотоакустички одзив рефлексивне и трансмисионе конфигурације за оптички провидне двослојне узорке са топлотном меморијом, који представља генерализацију до сада коришћених модела и то у три правца: урачунат је утицај коначне брзине простирања топлоте кроз оба слоја, генерализован је модел тако да узме у обзир постојање запреминске апсорпције кроз оба слоја и урачунат је утицај хелије минималне запремине која се понаша као Хелмхолцов резонатор. Применом овог модела на експериментална мерења показано је да се може проширити фреквентни опсег користан за карактеризацију и осликавање (имиџинг) различитих узорака чиме се повећава тачност одређивања термоеластичних и оптичких особина материјала, а посебно структура са ниским степеном уређења.
Датум прихватања теме, ДП:	
Датум одбране, ДО:	
Чланови комисије, КО:	Председник: др Ласло Нађ, редовни професор
	Члан: др Миљко Сатарић, редовни професор
	Члан: др Мира Терзић, редовни професор
	Члан: др Драган Маркушев, научни саветник
	Члан, ментор: Др Милош Живанов, редовни професор
	Члан, ментор: др Слободанка Галовић, научни саветник
	Потпис



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monograph documentation
Type of record, TR :	Textual printed material
Contents code, CC :	PhD thesis
Author, AU :	Mr Marica Popović
Mentor, MN :	Prof. dr Miloš Živanov, dr Slobodanka Galović
Title, TI :	Photoacoustic response of an transmission photoacoustic configuration and analysis of resonant phenomena for two-layersamples with thermal memory
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian/English
Country of publication, CP :	Serbia
Locality of publication, LP :	
Publication year, PY :	2016
Publisher, PB :	Author reprint
Publication place, PP :	
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	
Scientific field, SF :	Electronics and computing engineering
Scientific discipline, SD :	Optoelectronics
Subject/Key words, S/KW :	sensors, signal processing, analog IC design, CMOS tehnology
UC	
Holding data, HD :	Library of the Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad
Note, N :	
Abstract, AB :	In this dissertation, the models of photoacoustic (PA) response are derived for both reflection and transmission PA setup configurations of two-layered optically transparent samples with thermal memory. These models are considered a generalization of the models used so far, in three directions: first, the impact of finite heat propagation velocity through both layers is included, second, the existence of volume absorption in both layers is taken into account, and third, the effect of the minimum volume cell acting as a Helmholtz resonator is examined. The application this model on the experimental measurements has shown the possibility of the extending the frequency range useful for characterization and imaging of different samples, thus increasing the accuracy of the determination of thermoelastic and optical properties of various
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	
President:	Laslo Nađ, Ph.D. full professor
Member:	Miljko Satarić, Ph.D. full professor
Member:	Mira Terzić, Ph.D. full professor
Member:	Dragan Markushev, Ph.D. research professor
Member, Mentor:	Miloš Živanov, Ph.D. full professor Slobodanka Galović, Ph.D. research professor

Mentor's

Ова докторска дисертација урађена је у Лабораторији за атомску физику, ИИН „Винча”, Универзитета у Београду. Експериментални део ове дисертације обављен је у Институту за физику, Универзитета у Београду.

Желела бих да се захвалим свима који су ми помогли у изради ове дисертације.

Посебно бих истакла велику захвалност коју осећам према др Слободанки Галовић, научном саветнику ИИН „Винча”, за сталну подршку, корисним саветима и указаном поверењу које ми је пружала током мог целокупног истраживачког рада.

Др Милошу Живанову, редовном професору Факултета техничких наука, Универзитета у Новом Саду и др Драгану Маркушеву, научном саветнику Института за физику, Универзитета у Београду најискреније се захваљујем на помоћи, сарадњи, подршци и разумевању које су ми пружили приликом израде ове дисертације.

За помоћ у току обављања експерименталних мерења велику захвалност дугујем др Михаилу Рабасовићу.

Драгим колегама и сарадницима др Снежани Ђирић-Костић, др Златану Шошкићу, др Небојши Богојевићу, др Дејану Миличевићу и др Едину Суљоврујићу захваљујем се за синтезу потребних узорака.

Супругу, сестри, сину и пријатељу, Браниславу Поповићу, Мирјани Ђурчић, Филипу Поповићу и Миољубу Нешићу срдечно се захваљујемна помоћи коју су ми пружили при техничкој обради овог рада.

За подршку која је у критичним тренуцима била од великог значаја желим да се захвалим др Дејану Раковићу, редовном професору Електротехничког факултета, Универзитета у Београду, као и др Наташи Бибић и др Златку Ракочевићу, научним саветницима ИИН „Винча”, Универзитета у Београду.

На корисним саветима и подстреку захваљујем се др Мири Терзић, др Хосе Ордонез Миранди и др Душку Борки

Бескрајну захвалност дугујем својим родитељима, Николи и Тиосавци Ковачевић, свом супругу Браниславу Поповићу и својој деци Филипу, Софији и Милошу, за љубав, пажњу, пожртвованост и разумевање које су ми пружали и пружају.

Марица Поповић.

САДРЖАЈ

Списак скраћеница	i
1. Увод	1
1.1. Литература.....	5
2. Кратак преглед основних принципа и метода фототермалне науке	9
2.1. Основни принципи фототермалне карактеризације	12
2.1.1. Кратак преглед ФТ метода	14
2.1.2. Основни принципи фотоакустичке спектроскопије	17
2.2. Генерализована једначина провођења топлоте	20
2.3. Литература	24
3. Простирање топлотних таласа у двослојним запреминским апсорберима са топлотном меморијом	33
3.1. Теоријски модел	36
3.2. Површинске температурске варијације	44
3.2.1. Специјални случајеви	46
3.3. Литература	50
4. Фотоакустички одзив двослојних структура за случај трансмисионе конфигурације са хелијом минималне запремине – теорија и експеримент	53
4.1. Фотоакустички одзив за рефлексивну конфигурацију.....	59
4.2. Фотоакустички одзив за трансмисиону конфигурацију хелије минималне запремине	63
4.2.1. Термопроводна компонента фотоакустичког одзива за двослојне структуре у случају хелије минималне запремине	65
4.2.2. Термоеластична компонента фотоакустичког одзива за двослојне структуре када се разматра трансмисиона конфигурација са хелијом минималне запремине.....	67
4.2.3. Хелија минималне запремине као Хелмхолцов резонатор	71
4.3. Експеримент.....	74
4.3.1. Експериментални резултати.....	77
4.4. Литература	80
5. Дискусија.....	85

5.1. Испитивање утицаја апсорпционог и антирефлексионог слоја и утицаја односа оптичке и топлотне апсорпције на фототермални одзив	86
5.1.1. Апсорпциони и антирефлексионни слојеви	86
5.1.2. Утицај односа оптичких и топлотних апсорпција појединачних слојева.....	89
5.2. Утицај дебљине првог слоја на површинске температурске варијације и однос термопроводне и термоеластичне компоненте	94
5.3. Поређење експериментално добијених фотоакустичких одзива са генерализованим моделом за двослојне узорке и анализа резонантних феномена	102
5.4. Литература	107
6. Закључак.....	108
Додаци	a
Додатак 1: Програм за одређивање површинских температурских варијација двослојних запреминских апсорбера са топлотном меморијом, површинских температурских варијација када се први слој понаша као површински апсорбер, температурске варијације на међуповршини, термопроводну компоненту притиска и за рефлексиону и трансмисиону конфигурацију и када се двослојни узорак посматра као запремински и као површински апсорбер, термоеластичну компоненту притиска као и укупан сигнал и за запремински и површински апсорбер.....	a
Додатак 2: Програм за рачунање фотоакустичког одзива двослојних запреминских апсорбера са топлотном меморијом мереног на апаратури са фотоакустичком ћелијом минималне запремине – поређење теорије и експеримента	g

Списак скраћеница

ФА	Фотоакустика
ФТ	Фототермална
РГ	Розенцвајг-Гершо
ИЦ	Инфра црвено
ФФТ	Брза Фуријеова трансформација (<i>Fast Fourier Transform</i>)
ХТММ	<i>Heat Transfer in Media with Thermal Memory</i>
АФМ	<i>Atomic Force Microscopy</i>
UV-VIS	Ултравioletну-видљива спектрофотометрија
IR	инфра црвена(<i>infra red</i>) спектроскопија
РА12	полиамид 12
HDPE	полиетилен велике густине (<i>High Density Polyethylene</i>)

1. Увод

Фотоакустика (ФА) и друге фототермалне (ФТ) методе интензивно се развијају у последње четири деценије и налазе све ширу примену у различитим областима науке, технике и медицине: у физици, хемији, биологији, науци о материјалима, фотоници, наноелектроници, недеструктивној медицинској дијагностици и сликавању крвних судова, па чак и у неким медицинским терапијама. Оно што карактерише ове методе јесте, пре свега, недеструктивна природа, затим захтевају релативно једноставну или никакву припрему узорка за мерење, већина од њих су бесконтактне, а заузврат могу да дају информације о саставу (композициона анализа), о физичким својствима (карактеризација), као и слику површине и исподповршинске структуре (имицинг) разноврсних материјала [1,2,3,4,5].

Фотоакустика је прва развијена и објашњена метода и до данас, у употреби, најшире распрострањена [2,3,6]. Од њених почетака па све до данас постоје два главна правца развоја ове експерименталне технике. Први се односи на развој саме експерименталне поставке укључивањем савремених извора електромагнетног зрачења, савремених микрофона као детектора, развојем пратеће електронике и дизајном нових фотоакустичних ћелија које повећавају тачност мерења и/или повећавају могућности фотоакустичке карактеризације [2,3,7,8,9,10]. Други правац повезан је са развојем теоријских модела који описују везу између познате електромагнетне побуде и снимљеног акустичког одзива са једне стране и физичких процеса и карактеристика разноврсних узорка са друге стране [10]. Наиме, постојећи теоријски модели одговарајући су за једнослојне узорке полупроводника и метала [11], али је експериментално показано да су недовољни за наноструктуре, материјале са ниским степеном уређења (као што су макромолекуларни материјали) и вишеслојне узорке [12,13]. Ови модели представљају полазну основу за одређивање карактеристика испитиваног узорка и одређивање параметара појединих динамичких процеса у узорку, односно за развој инверзних фотоакустичких процедура и за развој алгоритама за фотоакустичку томографију и имицинг [10,14].

Први који је објаснио фотоакустички ефекат на основу фототермалног ефекта био је Ален Розенцвајг. Он је поставио основе фотоакустичке спектроскопије, историјски прве и данас најшире распрострањене фототермалне методе. Розенцвајг и Гершо дали су и први

теоријски модел, који је по њима и назван Розенцвајг-Гершоовим (РГ) моделом. Један правац развоја РГ модела био је даље проучавање физичких процеса који доводе до фотоакустичког ефекта. Овај модел се заснива на претпоставци да је главни удео који доводи до фотоакустичког ефекта проток топлоте са озраченог узорка у околни гас. Укључивање других утицаја на фотоакустички одзив, као што су топлотно-механичке вибрације површине узорка и коначних димензија гасног стуба у фотоакустичкој ћелији дали су Бенет и Форман [21], Ветсел и Мекдоналд [22], Амот са сарадницима [23], Мекдоналд и Ветсел [24], Мекдоналд [8], Русе са сарадницима [7], као и други истраживачи [2,20]. Експериментално је потврђено да РГ модел довољно добро описује ФА одзив у скоро свим експерименталним условима код стандардне рефлексивне конфигурације ФА ћелије и гас-микрофонске детекције [10].

Други правац развоја РГ модела представља развој разних генерализација овог модела у циљу описивања утицаја који су специфични за одређене категорије узорака. Ово је случај са оптички генерисаним плазма таласима у полупроводницима [11,25,26], дифузијом гаса у порозним узорцима [27,28], континуално хетерогеним структурама озрачених узорака [29-31], вишеслојним узорцима [32-42], и другима. Свака од генерализација РГ модела обезбеђивала је проширење могућности примена фотоакустичког ефекта у карактеризацији материјала мерењем електронских особина, порозности, профила нехомогености материјала, и сличних физичких особина [10].

Разноврсност поменутих модела омогућила је примену ФА метода у разним областима науке и технике, међутим, скоро сви модели који описују ФА и ФТ феномене, са неким изузецима [14-19], заснивају се на Фуријеовој класичној теорији провођења топлоте. Добро је познато да ова теорија у себи садржи чињеницу да је брзина провођења топлоте бесконачна, што није прихватљиво са фундаментално теоријске тачке гледишта.

Постоји неколико генерализованих теоријских модела провођења топлоте који се заснивају на различитим теоријским основама, од микроскопског приступа до проширене ирверзибилне термодинамике и усклађивања теорије провођења топлоте са општим релацијама механике континуума. Заједнички резултат свих ових теорија и приступа јесте да се у линеарној апроксимацији процеси провођења топлоте описују хиперболичком диференцијалном једначином [43]. Поред топлотне проводности и топлотне

дифузивности, које представљају топлотне параметре материје у класичној теорији, хиперболичка диференцијална једначина садржи и коначну брзину простирања топлоте, а самим тим и топлотно време релаксације различито од нуле као нераздвојиву особину материје која указује на временску зависност процеса топлотне проводности[43].

До недавно се сматрало да су сви резонантни ефекти у ФА одзиву последица утицаја мерног ланца. Ту се, пре свега, мисли на електронске резонанце микрофона, ултразвучног сензора, функцијског генератора који управља амплитудском модулацијом ласерске побуде или *lock-in* појачавача и тежило се дефинисању и коришћењу само оног дела ФА одзива у коме се резонанце не појављују. Ово је значајно сужавало могућности ФА метода у одређивању оних динамичких својстава у узорку који долазе до изражаја на малој временској скали (веома брзи процеси), односно при високим учестаностима модулације побудног оптичког сигнала. Недавни развој генерализованог модела за простирање оптички произведеног термодинамичког поремећаја у узорку ФА одзива узима у обзир коначну брзину простирања топлоте, предвиђајући постојање топлотних и акустичких резонанци у ФА одзиву чији положај и величина зависе од физичких својстава узорка. То значи да је неопходно детаљно истражити резонантне ефекте у ФА одзиву како би се јасно раздвојиле топлотне и акустичне резонанце, зависне од својстава испитиваног материјала, од осталих резонанци у ФА одзиву узорка.

Циљ истраживања ове докторске дисертације јесте развој теоријског модела за трансмисиони фотоакустички одзив двослојних узорака са топлотном меморијом, као и испитивање појава резонанци у фотоакустичким мерењима.

Рад је подељен у седам поглавља. После ових уводних напомена које чине прво поглавље, у наредном су укратко објашњени фототермални феномени, дат је кратак опис генерализоване теорије провођења топлоте, као и кратак преглед најраспрострањенијих фототермалних метода, са нагласком на фотоакустику. Указано је на чврсту везу која постоји између просторно временске расподеле температуре у испитиваној структури и њеном окружењу и фототермалних сигнала.

У трећем поглављу формиран су модели фототермалног одзива који описују простирање температуре кроз двослојне структуре које су наслоњене на полубесконачну позадину и површинске температурске варијације на предњој и задњој површини. Испитани су посебни случајеви и дати теоријски модели за површинске температурске варијације када је двослојни

узорак окружен ваздухом, затим када је са једне стране ослоњен на идеално топлотно проводну позадину и када се и са једне и друге стране налази идеални топлотни проводник. За моделовање фототермалног одзива коришћен је Бер-Ламберов закон апсорпције и генерализована теорија провођења топлоте која узима у обзир топлотну меморију супстанцијалних средина.

Ослањајући се на моделе добијене у трећем поглављу, у четвртом поглављу развијени су математички модели који описују фотоакустички одзив за рефлексивну и трансмисиону конфигурацију. Добијени теоријски модел за рефлексивну конфигурацију представља генерализацију Розенцвајг-Гершоовог модела за двослојне запреминске апсорбере када је укључен утицај топлотно меморијских својстава испитиваних средина. Приликом одређивања фотоакустичког одзива за трансмисиону конфигурацију посебно су развијени модели за термопроводну и термоеластичну компоненту, као и модел који описује понашање хелије минималне запремине као Хелмхолцов резонатор. На крају четвртог поглавља описана је нискобуџетна, лако преносива експериментална поставка на којој су извршена фотоакустичка мерења. На основу извршених мерења приказани су резултати за различите материјале (полиамид, полиетилен и алуминијум).

Пето поглавље се бави анализом и дискусијом резултата. Извршена је анализа утицаја апсорпционих и антирефлексивних слојева, који се наносе ради заштите микрофона у трансмисионој ФА конфигурацији и смањења рефлексивне оптичке побуде у рефлексивној фотоакустичкој конфигурацији, који је у досадашњој литератури занемариван, због претпоставке о великој разлици у дебљини ових помоћних слојева и узорака. Међутим, савремени материјали и направе су све мањих димензија, тако да је неопходно испитати могуће утицаје помоћних слојева. Поред тога извршена је анализа зависности површинских температурских варијација и фотоакустичких одзива на предњој и задњој површини узорка у зависности од дебљине првог слоја. Приказани су добијени експериментални подаци за полиетилен, полиамид и алуминијум и спроведена је дискусија поређењем експерименталних резултата са добијеним теоријским моделима. При дискусији је наглашено који резултати су већ публиковани.

У поглављу шест изнети су најважнији закључци.

1.1. Литература

1. S. E. Bialkowski, *Photothermal Spectroscopy Methods for Chemical Analysis*, John Wiley&Sons, Inc., New York (1996)
2. A.C. Tam, *Applications of photoacoustic sensing techniques*, Rev. Mod. Phys. 58 pp.381–431 (1986)
3. H.K. Park, C.P. Grigoropoulos, A.C. Tam, *Optical measurements of thermal diffusivity of a material*, Int. J. Thermophys. 16 pp.973–995 (1995)
4. H. Vargas and L.C.M. Miranda, *Photoacoustic and related photothermal techniques*, Phys. Rep., vol. 161(2), pp.45-101 (1988)
5. M. Terasina, N. Hirota, S. E. Braslavsky, A. Mandelis, S. E. Bialkowski, G. J. Diebold, R. S. D. Miller, D. Fournier, R. A. Palmer, and A. Tam, *Quantities, terminology, and symbols in photothermal and related spectroscopies*, Pure Appl. Chem.76, 1083 (2004)
6. A. Rosencwaig and A. Gersho, *Theory of the photoacoustic effect with solids*, J. Appl. Phys., vol. 47 (1), pp. 64-69 (1976)
7. G. Rousset, F. Lepoutre, L. Bertrand, *Influence of thermoelastic bending on photoacoustic experiments related to measurements of thermal diffusivity of metals*, J. Appl. Phys. 54 pp.2383–2391 (1983)
8. F. A. McDonald, *Practical quantitative theory of photoacoustic pulse generation*, Appl. Phys. Lett. 54, 1504 (1989)
9. L.F. Perondi, L.C.M. Miranda, *Minimal-volume photoacoustic cell measurement of thermal diffusivity: Effect of the thermoelastic sample bending*, J. Appl. Phys. 62 pp.2955–2959 (1987)
10. S. Galović, Z.Šoškić, M. Popović, D. Čevizović and Z. Stojanović, *Theory of photoacoustic in the media with thermal memory*, J. Appl. Phys., vol 116, no. 024901 (2014)
11. D.M. Todorovic, P.M. Nikolic, *Carrier Transport Contribution to Thermoelastic and Electronic Deformation in Semiconductor in Progress in Photothermal and Photoacoustic Science and Technology- Semiconductors and Electronic Materials*, ed. A. Mandelis and P.Hess, SPIE Press, Bellingham, Washington USA, (2000)

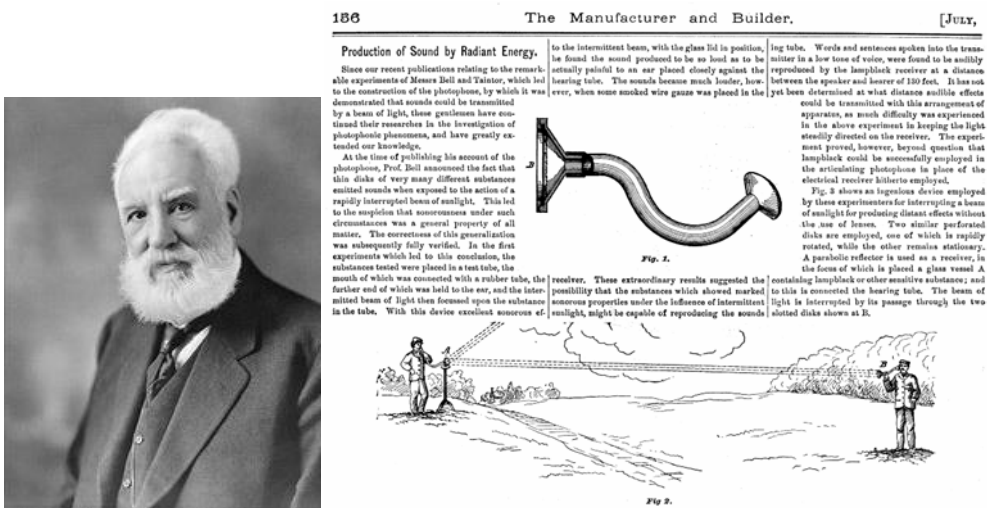
12. D. D. Markushev, M. D. Rabasović, D. M. Todorović, S. Galović and S. E. Bialkowski, *Photoacoustic signal and noise analysis for Si thin plate: Signal correction in frequency domain*, Rev. Sci. Instrum. 86, 035110 (2015)
13. D.D. Markushev, J. Ordonez-Miranda, M.D. Rabasovic, S. Galovic, D.M. Todorovic, S.E. Bialkowski, *Effect of the absorption coefficient of aluminium plates on their thermoelastic bending in photoacoustic experiments*, J. Appl. Phys. 117, 245309 (2015)
14. S. Galović, D. Kostoski, *Photothermal wave propagation in media with thermal memory*, J. Appl. Phys. 93pp.3063–3071 (2003)
15. D.D. Joseph, L. Preziosi, *Heat waves*, Rev. Mod. Phys. 61, 41–73 (1988)
16. D.D. Joseph, L. Preziosi, *Addendum to heat waves*, Rev. Mod. Phys. 62 375–390 (1990)
17. I.A. Novikov, *Harmonic thermal waves in materials with thermal memory*, J. Appl. Phys. 81 1067–1072 (1997)
18. J. Ordonez-Miranda, J.J. Alvorado-Gil, *Thermal wave oscillations and thermal relaxation time determination in a hyperbolic heat transport model*, International Journal of Thermal Sciences,48, 2053–2062 (2009)
19. J. Ordonez-Miranda, J.J. Alvorado-Gil, *Effective Thermal Properties of Multilayered Systems with Interface Thermal Resistance in a Heat Transfer Model*, International Journal of Thermal Sciences,31(4), 900-925 (2010)
20. N. Astrath, F. Astrath, B. G. Francine, J. Shen, C. Lei, J. Zhou, Z.S. Liu, T. Navessin, M. Baesso, A. Bento, *An open-photoacoustic-cell method for thermal characterization of a two-layer system*, Journal of Applied Physics, 107, 4, pp. 043514-1-043514-5, (2010)
21. H. Bennett, R. Forman, *Absorption coefficients of highly transparent solids*, Applied Optics, Vol 15, Issue 5, pp.1313 (1976)
22. G. C. Wetsel Jr., and F. A. McDonald, *Photoacoustic determination of absolute optical absorption coefficient*, Appl. Phys. Lett. 30, 252 (1977)
23. L. C. Aamodt, J. C. Murphy, and J. G. Parker, *Size considerations in the design of cells for photoacoustic spectroscopy*, J. Appl. Phys. 48, 927 (1977)

24. F. McDonald and G. Wetsel, *Generalized theory of the photoacoustic effect*, J. Appl. Phys. 49, 2313 (1978)
25. Y. Song, B. Cretin, D. M. Todorovic, and P. Vairac, *Study of photothermal vibrations of semiconductor cantilevers near the resonant frequency*, J. Phys. D: Appl. Phys. 41, 155106 (2008)
26. D. M. Todorovic, B. Cretin, Y. Q. Song, and P. Vairac, *Electronic and thermal generation of vibrations of optically excited cantilevers*, J. Appl. Phys. 107, 023516 (2010)
27. P. Ganguly and T. Somasundaram, *A novel technique for enhancing photoacoustic signals from solids*, Appl. Phys. Lett. 43, 160 (1983)
28. J.-P. Monchalin, L. Bertrand, G. Rousset, and F. Lepoutre, *Photoacoustic spectroscopy of thick powdered or porous samples at low frequency*, J. Appl. Phys. 56, 190 (1984)
29. J. Fivez and J. Thoen, *Thermal waves in materials with linearly inhomogeneous thermal-conductivity*, J. Appl. Phys. 75, 7696 (1994)
30. P. Xiao, Y. Cui, and R. E. Imhof, *Mathematical modelling for opto-thermal measurements on optical and thermal gradient materials*, Nondestr. Test. Eval. 21, 141 (2006)
31. S. Galovic and M. D. Dramicanin, *Numerical simulation of photothermal effects in solids with inhomogeneous thermal properties*, J. Phys. D: Appl. Phys. 32, 1511 (1999)
32. H. Hu, X. Wang, and X. Xu, *Generalized theory of the photoacoustic effect in a multilayer material*, J. Appl. Phys. 86, 3953 (1999)
33. S. Galovic, Z. Soskic, and M. Popovic, *Analysis Of Photothermal Response Of Thin Solid Films By Analogy With Passive Linear Electric Networks*, Therm. Sci. 13, 129 (2009)
34. М. Поповић, *Моделовање и анализа фототермалног одзива нехомогених структура са топлотном меморијом*, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду, магистарски рад (2009).
35. M. D. Dramicanin, Z. D. Ristovski, V. Djokovic, and S. Galovic, *Conduction of heat in inhomogeneous solids*, Appl. Phys. Lett. 73, 321 (1998)

36. J. A. Baldares-Lopez, A. Mandelis, J. A. Garcia, *Normalized photoacoustic techniques for thermal diffusivity measurements of buried layers in multilayered systems*, J. Appl. Phys. 92 pp.3047–3056 (2002)
37. J. J. Alvarado-Gil, O. Zelaya-Angel, H. Vargas, and J. L. Lucio M., *Photoacoustic characterization of the thermal properties of a semiconductor-glass two-layer system*, Phys. Rev. B 50, 14627 (1994)
38. G. G. de la Cruz and G. Gurevich Yu, *Thermal diffusion of a two-layer system*, Phys. Rev. B 51, 2188 (1995)
39. J. L. Pichardo, E. Marin, J. J. Alvarado-Gil, J. G. Mendoza-Alvarez, A. Cruz-Orea, I. Delgadilo, G. Torres-Delgado, and H. Vargas, *Photoacoustic measurements of the thermal properties of AlyGa1-yAs alloys in the region $0 \leq y \leq 0.5$* , Appl. Phys.A: Mater. Sci. Process. 65, 69 (1997)
40. J. L. Pichardo-Molina, J. J. Alvarado-Gil, *Heat diffusion and thermolastic vibration influence on the signal of an open photoacoustic cell for two layer systems*, J. Appl. Phys. Vol 95, Issue 11 (2004)
41. A.M. Monsanares, H. Vargas, F. Gelembek, J. Buijs and D. Bicanic, *Photoacoustic characterization of a two-layer system*, J. Appl. Phys., 70, pp.7046-7050 (1991)
42. J. A. Balderas-Lopez and A. Mandelis, *Thermal diffusivity measurements in the photoacoustic open-cell configuration using simple signal normalization techniques*, J. Appl. Phys. 90, 2273 (2001)
43. С. Галовић, *Моделовање и анализа фототерминалних сигнала средине са оплотном меморијом*, Универзитет у Београду, Електротехнички факултет, Докторска дисертација (2003)

2. Кратак преглед основних принципа и метода фототермалне науке

Александар Г. Бел (A. G. Bell) је далеке 1880. године слушном трубом (слика 2.1) детектовао звук који је произвела метална мембрана осветљена снопом сунчевог зрачења, модулисано по интензитету. Тек је Ален Розенцвајг (A. Rosenzweig) 1973. године дао теоријско тумачење фотоакустичног (ФА) феномена у чврстим телима као последицу **фототермалног (ФТ) ефекта**. Он је поставио основе фотоакустичне спектроскопије, историјски прве и данас најшире распрострањене **фототермалне методе**. Од тада ФТ ефекат и феномени засновани на њему доживљавају ренесансу, тако да се у последњих тридесетак година ФТ наука интензивно развија.



Слика 2.1 Александар Бел и слушна туба којом је детектовао звук

Када се било која супстанца изложи утицају електромагнетног зрачења из најширег спектра таласних дужина или дејству снопа честица (електрона, протона, неутрона, јона), део побудне енергије се апсорбује. После апсорпције у озраченој супстанци настају многи процеси којима се део апсорбоване енергије претвара у топлоту. Ефекат стварања топлоте услед интеракције супстанце са побудним зрачењем или побудним снопом честица назива се *фототермалним (ФТ) ефектом*. Најчешће се користи ласерско зрачење хармонијски модулисано по интензитету или ласерски импулси, дакле електромагнетно зрачење из видљивог дела спектра, па отуда потиче и префикс *фото* у називу.

Фототермалне технике, засноване на фототермалном ефекту, су разноврсне и недеструктивне и могу да се употребе под различитим експерименталним условима. Користе се за одређивање топлотних, оптичких и других са њима повезаних физичких својстава чврстих тела, сложених вишеслојних структура, биолошких материјала, електронских направа, али и у карактеризацији процесних параметара, на пример, у процесу производње интегрисаних кола [1-20]. Један од праваца њиховог развоја требало би да омогући формирање ФТ микроскопије, дефектоскопије и томографије које би се користиле за одређивање макроскопских несавршености у испитиваним структурама или као допунске дијагностичке методе у медицини [20-24].

Фототермалне методе су група метода велике осетљивости које су засноване на снимању различитих ефеката, тзв. фототермалних ефеката, узрокованих истим физичким процесима: апсорпцијом побудне енергије, њеном конверзијом у топлоту као и процесима простирања топлотних и звучних таласа кроз узорак и кроз његово окружење [1-8], што је шематски приказано на слици 2.2.



Слика 2.2. Процеси који се налазе у основи ФТ метода.

Фототермалне методе се заснивају на директном или индиректном снимању површинских температурских варијација које се јављају као последица настанка и простирања топлоте кроз испитивану структуру услед апсорпције побудног ласерског зрачења. Разноврсне методе које данас постоје, развијене осмишљавањем различитих начина детекције

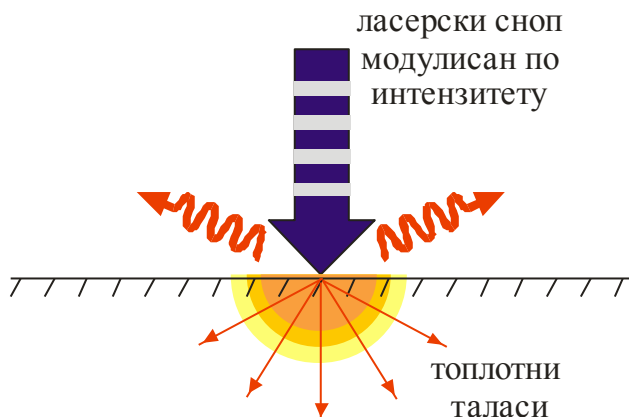
термичког поремећаја, могу према типу побудног снопа да се класификују у три велике групе: спектроскопске, модулационе спектроскопске и импулсне мерне технике.

Ове методе се користе за одређивање оптичког коефицијента апсорпције, топлотних карактеристика и других својстава испитиваних структура које утичу на расподелу температуре, као што су на пример постојање хетеромеђуповршина, макроскопских несавршености или дефеката унутар узорка [6,9,11-13,25-27]. Фототермалне методе су првобитно развијене за одређивање оптичких својстава материјала, као допуна класичним оптичким трансмисионим методама [10], али је јединствени концепт, на коме су засноване, омогућио њихов даљи развој и примену у истраживању великог броја феномена који су присутни у материјалу изложеном дејству електромагнетне побуде или некој другој врсти зрачења, па чак и снопу електрона или неутрона. Фототермалним методама је могуће мерити брзину нерадијативних прелаза и процеса присутних код луминисцентних и фотохемијски активних чврстих тела [3,10,28]. Оне, такође, нуде широк спектар специфичних могућности у карактеризацији полупроводничких материјала и електронских направа [9,6,14,15,29-34].

Предности фототермалних техника у односу на остале методе сличне намене су вишеструке, а пре свега то су: неструктивна природа ФТ метода, релативно једноставне експерименталне поставке, променљиве дубине, од неколико микрометара до пар милиметара испод површине, до којих ове методе могу да допру као и велики опсег димензија које могу да се сниме ФТ методама, од структурних елемената до дефеката различитих димензија. Не би требало занемарити ни чињеницу да већина ФТ метода дозвољава бесконтактна мерења.

Фототермалне методе су модел зависне методе, што значи да се директно или индиректно мере површинске температурске варијације а састав, својства и структуру одређујемо на основу теоријског и математичког модела који повезује побуду, мерени одзив и различите особине испитиване структуре.

2.1. Основни принципи фототермалне карактеризације



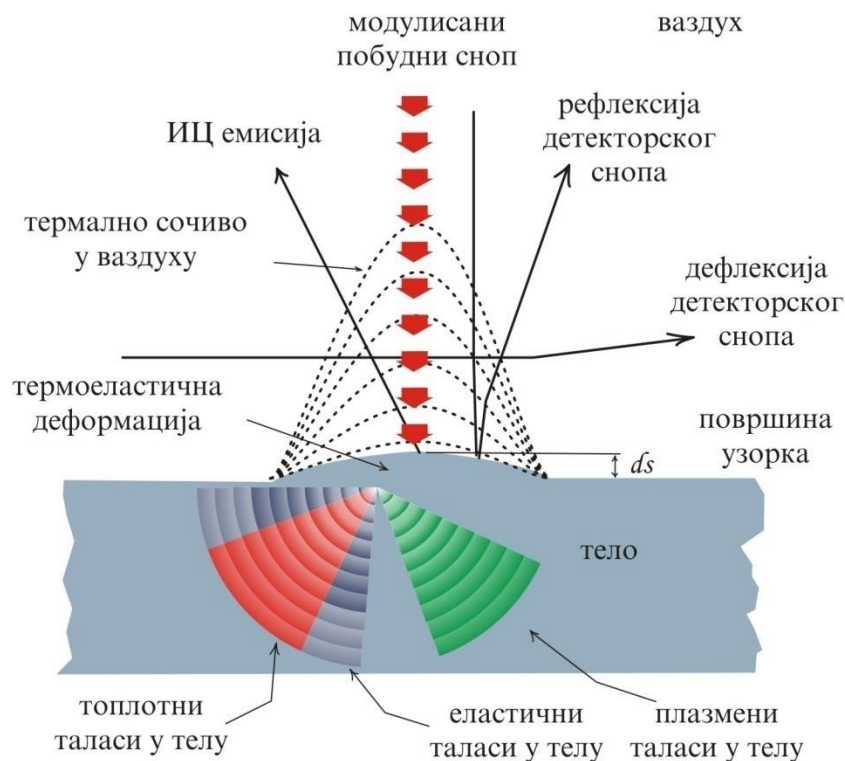
Слика 2.3. Шематски приказ принципа ФТ карактеризације.

У фототермалним експериментима узорак се побуђује модулисаним снопом енергије, најчешће ласерским зрачењем (слика 2.3). Постоје два важна разлога због којих се најчешће користи ласерска побуђивања. Први разлог је висок степен монохроматичности који може да се постигне ласерским изворима. Због тога је читаву снагу ласерског зрачења концентрисано у врло уској зони таласних дужина, чиме се појачава корисни ФТ сигнал (однос сигнал-шум). Други разлог јесте својство просторне кохеренције ласерских извора, што значи да побудни сноп може да се фокусира на малу, дифракционо ограничену запремину. Мале побудне запремине појачавају снимани сигнал, дозвољавају да се фототермалне методе користе у анализи узорка малих димензија и дозвољавају развој фототермалних метода за снимање унутрашњости узорка.

Део побудне енергије се апсорбује унутар узорка, а део апсорбоване енергије се, због различитих деексцитационо-релаксационих процеса, претвара у топлоту, повећавајући тако унутрашњу енергију узорка. Генерисана топлота доводи до загревања узорка (слика 2.3), чиме се индукује поремећај температурног поља у узорку. Овај поремећај се простира кроз узорак и кроз његово окружење узрокујући читав низ различитих фототермалних ефеката (слика 2.3) [3,4,8,10,25,28,35,36]:

- промена температуре на површинама узорка (услед простирање топлоте),

- промена притиска у узорку и његовом ближем окружењу (фотоакустични ефекат),
- појава градијента оптичког индекса преламања у узорку и његовом ближем окружењу (ефекат термалног сочива услед промене густине),
- вибрације површине узорка (услед промене запремине и простирања акустичних таласа)



Слика 2.3. Феномени које производи ФТ ефекат

Осмишљавањем различитих детекторских система и снимањем неког од набројаних ефеката успоставља се конкретна ФТ метода. Систематизован приказ различитих метода и ФТ ефеката на којима су засноване дат је у табели 2.1.

Табела 2.1 Уобичајене мерне технике које се користе за снимање ФТ ефеката

Променљиви термодинамички параметар	Мерено својство	Мерна техника
Температура	Температура Емисија електромагнетног зрачења у ИЦ области	ФТ калориметрија ФТ радиометрија
Притисак	Акустички талас	Фотоакустичке методе
Густина	Индекс преламања	Методе ФТ сочива ФТ интерферометрија ФТ преламање оптичког снопа ФТ оптичка дифракција
Запремина	Деформација површине	ФТ рефлексија ФТ еластично савијање

2.1.1. Кратак преглед ФТ метода

Директне калориметријске или термометријске методе користе различите сензоре температуре, најчешће пироелектричне, за мерење температуре на површини испитиваног узорка или у некој тачки флуида који окружује узорак [10,37-39]. Снимање акустичких таласа у узорку или у флуиду који је топлотно спрегнут са побуђеним узорком врши се помоћу пиезоелектричних сензора или микрофона [1,2,5,11,14,15,31,35,40-42]. Промене оптичког индекса преламања било узорка било његовог окружења, које се јављају као последица температурских варијација узрокованих побудним загревањем узорка, снимају се ФТ оптичким методама [7,16,43-47]. У овим методама се користе додатни детекторски оптички сноп и оптички или позициони оптички сензори за снимање промена у интензитету или правцу простирања детекторског снопа. Детекторски оптички сноп и оптички детектори се, такође, користе при снимању површинске деформације изазване

оптичким загревањем узорка [48,49]. Промене у инфрацрвеној емисији узорка снимају се сензорима инфрацрвеног зрачења [50-54].

ФТ сигнал се са детекторског система води на фазно-фреквентни (*lock-in*) појачавач уколико је у конкретној методи коришћена хармонијски модулисана побуда, односно на ФФТ анализатор, у зависности од мерног захтева, уколико је као побуда коришћен импулсни ласер [10,55]. На основу тога се разликују два основна типа ФТ карактеризације: ФТ спектроскопија, хармонијска или импулсна, и ФТ карактеризација у временском домену, што је приказано у табели 2.2.

Табела 2.2 *Облици модулационих и детектованих сигнала и ФТ методе*

Модулишући сигнал	Детектовани сигнал	Метода
Хармонијска функција	Простопериодични сигнал са амплитудом и фазом које зависе од учестаности модулације	ФТ спектроскопија
Периодична поворка импулса	Временски зависан изобличени низ импулса	ФТ спектроскопија ФТ карактеризација у временском домену
Апериодични импулс	Временски зависан изобличени импулс	ФТ спектроскопија ФТ карактеризација у временском домену

Код ФТ карактеризације у временском домену снима се и анализира временска зависност снимљеног сигнала, док се као резултат спектроскопских метода појављује зависност амплитуде и фазе мерених сигнала од учестаности модулације, односно амплитудски и фазни спектри. Постоје такође ФТ спектроскопске методе које су засноване на снимању амплитуде и фазе ФТ сигнала у зависности од таласне дужине побудног зрачења [5,9] али је у савременом развоју нагласак на модулисаним ФТ техникама, код којих се као побуда користи монохроматски сноп модулисан по интензитету.

Хармонијски модулисана по интензитету (или чопована) оптичка побуда производи простопериодичне сигнале који се процесирају помоћу фазно-фреквентног (*lock-in*)

анализатора појачавача. Амплитуде осцилација зависе од оптичке апсорбанце узорка, учестаности модулације и топлотних својстава узорка. Поред амплитудских спектра, фазно осетљиви (*lock-in*)анализатор омогућује информације о фазном померају снимљеног ФТ сигнала у односу на побуду. Информације из фазних ФТ спектра су суштински еквивалентне са онима које се добијају са импулсном побудом при ФТ карактеризацији у временском домену [56].

Импулсна побуда производи временски зависне сигнале који достижу максимални пораст непосредно после побуђивања а затим, како се стање узорка приближава равнотежи, пораст сигнала се смањује услед простирања топлотних таласа. У зависности од динамичких топлотних својстава испитиваног узорка и његове топлотне проводности, снимљени ФТ сигнали могу да касне за побудним од неколико микросекунди у гасовима до неколико милисекунди у чврстим телима [10,67].

Поред поменутих типова фототермалних техника за одређивање физичких својстава чврстих тела, постоје још и ФТ методе за снимање унутрашње структуре или дефеката, ФТ микроскопија, дефектоскопија и томографија [58-68]. Код ових метода се фокусираном и хармонијски модулисаном побудом скенира површина узорка, а сигнали, који се снимају на одређеној учестаности модулације, приказују се у функцији просторних координата, чиме се формира ФТ слика унутрашњости испитиване структуре, или више слика на различитим учестаностима модулације.

Код свих ФТ метода могуће је пројектовати топлотно рефлексиону и топлотно трансмисиону експерименталну конфигурацију. Ако се детекторским системом снимају ФТ ефекти на побудној страни узорка онда се ради о рефлексионој конфигурацији, а ако се снимају ФТ ефекти са оптички непобуђене стране онда се ради о трансмисионој конфигурацији. У литератури се могу наћи подаци и о различитим типовима диференцијалних експерименталних конфигурација.

На основу овог кратког описа основних принципа ФТ метода може да се закључи да све ФТ методе мере директно или индиректно температурске флукуације на површинама испитиване структуре. Ове флукуације су узроковане поремећајем унутрашње енергије који производи онај део апсорбоване побудне енергије који се претвара у топлоту. То значи да је квантитативни опис фототермалних сигнала заснован на решењима нехомогене

једначине провођења топлоте, где се нехомогени део додатно описује изучавањем интеракције побудне електромагнетне енергије са чврстим телима. Када се моделује сигнал у конкретной ФТ методи, неопходно је да се додатно математички опише и конкретан ФТ ефекат на коме је метода заснована. Међутим, у генерализованом разматрању може се сматрати да све посебне карактеристике неке методе, укључујући ту и карактеристике детекторских инструмената, представљају само константу скалирања мереног сигнала.

Интеракција побудног зрачења са материјалом, све док побудне таласне дужине и учестаност промене побудног снопа енергије не захтевају примену нелинеарне елактродинамике или чак нелинеарне квантне електродинамике, што данас није случај, може се сматрати добро описаним процесом. Додатно моделовање, које се увек односи на неку одређену класу материјала, не предвиђа нове ефекте, већ може само да побољша инверзионе процедуре тако да се из снимљених сигнала читају додатне информације о карактеристичним параметрима посебних подсистема који постоје у датом материјалу [69,70].

За разлику од утицаја који нехомогени или побудни члан има на ФТ сигнал, облик фототермалног сигнала суштински зависи од механизма провођења топлоте, или математички говорећи од облика парцијалне диференцијалне једначине која описује провођење топлоте. Сви досадашњи модели ФТ сигнала провођење топлоте описују као чисто дифузиони процес. Међутим, снимљени сигнали у појединим случајевима не могу да буду објашњени у овим оквирима. Како је математички модел провођења топлоте од суштинског значаја за разумевање и тумачење ФТ сигнала и за даљи развој метода, већи део овог рада посвећен је истрживањима закона провођења топлоте и његовим решењима [69,71].

2.1.2. Основни принципи фотоакустичке спектроскопије

Разноврсност примене фотоакустичке методе условио је и развој различитих фотоакустичких мерних уређаја. Основни део сваког таквог уређаја је фотоакустичка ћелија. Поред ње, постоји и низ других делова, али се може узети да су основни делови сваког фотоакустичког мерног уређаја: извор зрачења (енергетски снап), модулатор, систем за сканирање, фотоакустичка ћелија и систем за обраду сигнала.

Извор зрачења обезбеђује побуду, односно енергију која ће изазвати фотоакустички ефекат у материјалу. Сви извори зрачења, према својој расподели интензитета у времену, могу се поделити на континуалне и импулсне изворе. Тип извора зрачења одређује и остале делове мерног уређаја. На пример, код импулсног извора зрачења, модулатор је интегрални део самог извора и не појављује се као засебна јединица, затим, акустички детектор има посебну конструкцију, а и систем за обраду сигнала је принципијелно другачији при импулсној детекцији.

Модулатор обезбеђује модулацију побуде, што је суштински услов за генерацију фотоакустичког сигнала. Најчешће се врши амплитудска модулација, односно модулација интензитета побудног зрака. Тада се користе различити механички и акусто-оптички модулатори. Поред тога може се вршити фреквентна модулација или модулација неке друге карактеристике побуде.

Систем за сканирање подразумева врло различите склопове који, према захтевима примене, могу мењати неку од карактеристика побуде или узорка (таласну дужину, односно енергију упадног зрачења, положај зрака на површини узорка, температуру узорка итд.). Фотоакустички сигнал се онда снима у функцији од промене ове карактеристике.

Систем за обраду сигнала подразумева један сложени електронски део фотоакустичког мерног уређаја који врши издвајање, појачавање, мерење и даљу обраду добијеног електричног сигнала из фотоакустичке ћелије [42,92].

Фотоакустичка спектроскопија је развијена још почетком седамдесетих година и погодна је за испитивање гасова, течности и чврстих материјала. Поред мерења фотоакустичког сигнала у зависности од таласне дужине (енергије) побудног зрака, при константној учестаности модулације, може се мерити и фотоакустички сигнал у функцији од учестаности. Специфичност и предност овакве фотоакустичне спектроскопије је што може да се мери и амплитуда и фаза фотоакустичког сигнала и то при различитим учестаностима модулације оптичког побудног снопа. Ово је посебно значајно због чињенице да сигнал за различите учестаности потиче са различитих дубина материјала, што даје могућност испитивања нехомогених и хетерогених карактеристика узорка [92].

Код фотоакустичке фреквентне мерне технике обично се користи ласер као извор оптичке побуде који се модулише механичким чопером или акусто-оптичким модулатором. Модулисани ласерски зрак усмерава се на фотоакустичку ћелију са узорком. Фотоакустички сигнал из ћелије води се у електронски мерно-контролни систем који се састоји од фазно-фреквентног детектора (lock-in amplifier) и рачунара. Типови ласера, фотоакустичке ћелије, као и модулациона фреквенција зависе од узорка. Тако је, на пример, фотоакустичка ћелија за гасове акустички резонатор, док фотоакустичка ћелија за карактеризацију чврстих узорака може да буде електрет микрофон на чији улаз је директно постављен узорак чија се својства мере (ћелија минималне запремине). Иако једноставне у суштини, поставке фотоакустичне спектроскопије могу бити још више поједностављене за неке специфичне примене. Та поједностављења могу учинити фотоакустику заиста јефтиним методом, која може бити прилагођена свакодневној употреби и примени у индустрији. У данашње време експериментални уређаји често морају да буду преносиви и прилагођени теренским мерењима, као на пример, мерење концентрације трагова гаса често морају да буду вршена *in situ*, или мерења на биљкама и живим организмима треба да буду урађена *in vivo* [93].

Мерења извршена за потребе овог рада урађена су фотоакустичком спектроскопијом на једном нискобуџетном лако преносивом мерном уређају који поседује трансмисиону конфигурацију фотоакустичке ћелије са минималном запремином.

2.2. Генерализована једначина провођења топлоте

Сви досадашњи модели ФТ сигнала засновани су на претпоставци о дифузионој природи простирања топлоте и на решењима, аналитичким или нумеричким, линеарне параболичке парцијалне диференцијалне једначине [6,9,72]. По оваквом приступу проблему транспорта топлоте, моделовање ФТ ефеката није усамљена област. Узрок овоме лежи у чињеници да се из разних разлога, а највише због доброг слагања са експерименталним резултатима, класични закон провођења топлоте усталио у стандардној уџбеничкој, научној и техничкој литератури, као општи природни закон који управља просторно-временском расподелом температурног поља у свим супстанцијалним срединама [69].

Први значајан импулс истраживањима која се баве генерализацијом класичног закона, а у циљу изражавања таласне природе простирања топлоте, дали су експериментални резултати Пешкова четрдесетих година XX века. Седамдесетих година, а нарочито у последње две деценије XX века, појављује се све већи број експерименталних истраживања која траже и потврђују таласне ефекте [73-79]. Паралелно са тиме се један број научника бави уопштавањем закона провођења топлоте са различитих теоријских становишта [80-87]. Пошто истраживања у овој области још увек нису завршена, она у последње време, више него у претходних неколико деценија, представљају интересантну и изазовну област теоријске, експерименталне и примењене физике.

Конкретан облик конститутивних релација зависи од облика релаксационих функција. У литератури се могу наћи неколико различитих облика којима су описани различити релаксациони процеси [88,89]. Најчешће се, међутим, ови процеси описују експоненцијално опадајућим функцијама са временским константама које зависе од процеса на које се односе (својство бледеће меморије), њиховом суперпозицијом уколико се ради о материјалу сложене структуре код кога се услед просторно-временске расподеле температуре истовремено дешава више доминантних релаксационих процеса, или константном функцијом (својство дуге меморије) [81,90,91].

У овом раду полази се од генерализованог закона провођења топлоте. Конститутивна релација у локалном облику, од које се полази, је:

$$\bar{q} + \tau \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -k \nabla T \quad (2.1)$$

Горња конститутивна релација задовољава други закон термодинамике [69].

Генерализовани закон провођења топлоте има следећу форму [69]:

$$\nabla(k \nabla T(\bar{r}, t)) - C_p \left[\frac{\partial T(\bar{r}, t)}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T(\bar{r}, t)}{\partial t^2} \right] = - \left[S(\bar{r}, t) + \tau \frac{\partial S(\bar{r}, t)}{\partial t} \right] \quad (2.2)$$

$$\nabla^2 \bar{q}(\bar{r}, t) - \frac{1}{D_T} \frac{\partial \bar{q}(\bar{r}, t)}{\partial t} - \frac{\tau}{D_T} \frac{\partial^2 \bar{q}(\bar{r}, t)}{\partial t^2} = \nabla S(\bar{r}, t) \quad (2.3)$$

где су: k – топлотна проводност [W/mK], C_p – запремински специфични топлотни капацитет [J/m³K], повезан са топлотним капацитетом релацијом $C_p(\vec{r}) = c(\vec{r})\rho(\vec{r})$, D_T – топлотна дифузивност [m²/s], S – запреминска брзина генерисања топлотних извора [W/m³], q – вектор топлотног флукса [W/m²], τ је топлотно време релаксације и представља ону карактеристику материјала којом се описује његова топлотна меморија, а са ϑ је означена динамичка температура ($T = T_{amb} + \vartheta$). Однос између топлотних параметара, D_T , C_p и k дат је изразом $D_T(\vec{r}, t) = k(\vec{r}, t) / C_p(\vec{r}, t)$.

Решења горњих једначина уз одговарајуће граничне услове (2.4), услове на хетеромеђуповршинама (2.5) и почетне услове (2.6) описују провођење топлоте у срединама са топлотном меморијом:

$$\lim_{|\bar{r}| \rightarrow \pm\infty} T(\bar{r}, t) = T_{amb} \quad (2.4)$$

$$T(\bar{r}, t)|_{\bar{r}=\bar{R}^-} = T(\bar{r}, t)|_{\bar{r}=\bar{R}^+}; \quad \bar{q}(\bar{r}, t)|_{\bar{r}=\bar{R}^-} = \bar{q}(\bar{r}, t)|_{\bar{r}=\bar{R}^+}; \quad \varphi(\bar{R}) = 0 \quad (2.5)$$

$$T(\bar{r}, 0) = T_{amb}; \quad \left. \frac{\partial T(\bar{r}, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (2.6)$$

Са $\varphi(\bar{R}) = 0$ у изразу (2.5) означена је једначина раздвојне површи за две различите средине.

Релације (2.2) и (2.3) су у математичком смислу хиперболичке парцијалне диференцијалне једначине другог реда по простору и по времену, или у физичком смислу једначине

пригушених таласа [69]. Оне указују на таласну природу простирања топлоте, са максималном брзином простирања [69]:

$$c = \sqrt{\frac{D_T}{\tau}} \quad (2.4)$$

У граничном случају, за $\tau = 0$, релације (2.1) се свде на познати класични закон провођења топлоте, док се у другом граничном случају, $\tau \rightarrow \infty$ и c коначно, свде на класичну таласну једначину непригушених таласа, какву је Ландау користио за објашњење феномена уочених у течном хелијуму и која је у литератури позната као једначина другог звука.

Требало би напоменути да се до релација (2.2 и 2.3) може доћи различитим физичким разматрањима, укључујући ту и микроскопски приступ. Добар преглед различитих радова који се баве проблемом генерализације закона провођења топлоте може да се пронађе у литератури [73-77].

Као што се из релација (2.2 и 2.3) види, супстанцијалне средине су у оквиру ХТММ (скраћеница од Heat Transfer in Media with Thermal Memory) теорије описане не само уобичајеним термофизичким својствима (топлотном проводношћу, топлотним капацитетом и топлотном дифузивношћу), већ и додатним динамичким параметрима: топлотним временом релаксације и брзином простирања топлоте. Величине ових додатних параметара зависе од механизма провођења топлоте и диктирају временску скалу на којој ће се топлотна меморија материјала испољити [38]. Теоријске процене за термално време релаксације се крећу у опсегу од 10^{-14} - 10^{-6} s за кристална чврста тела и 10^{-3} - 10^2 s за порозне, аморфне, полимерне и поликристалне материјале, и за биолошка ткива, видети табелу 3.1.

Требало би на крају још напоменути да се анализом стабилности решења класичног закона провођења топлоте показује да је ово лоше постављен проблем математичке физике, пошто његова решења нису стабилна ни за гранични проблем ни за проблем са почетним вредностима. Овај недостатак је отклоњен у оквиру теорије провођења топлоте са топлотном меморијом [69].

Табела 3.1Процењене вредности меморијског параметра τ [69]

Материјал	τ (у секундама) као функција температуре окружења		
	ниске (течни азот)	Собне	Високе
метали (електронско τ)	$10^{-11} - 10^{-6}$	$10^{-14} - 10^{-8}$	$< 10^{-14}$
Суперпроводници (фононско τ)	$10^{-8} - 10^{-10}$	10^{-12}	
полупроводници* (фононско τ)	$10^{-10} - 10^{-7}$	$10^{-13} - 10^{-10}$	$< 10^{-13}$
полимери**	0.01–100	0.001–10	
биолошка ткива	10 –1000	1 –100	
порозни материјали***		~ 10, 20	

*Подаци се односе на *GaAs*.

**Ово су грубе процене сачињене на основу резултата мерења температурске зависности топлотне дифузивности од температуре за различите полимерне материјале.

***Подаци се односе на стакла различитог процента порозности.

2.3. Литература

1. A. Rosencwaig and A. Gersho, *Theory of the photoacoustic Effect with Solids*, J. Appl. Phys., vol. 47 (1), pp. 64–69 (1976)
2. F. A. McDonald, *Photoacoustic Effect and the Physics of Waves*, Am. J. Phys., vol. 48 (1), pp. 41–47 (1980)
3. L.C. Aamodt and J.C. Murphy, *Thermal Effects in Photothermal Spectroscopy and Photothermal Imaging*, J. Appl. Phys., vol. 54 (2), pp. 581–591 (1983)
4. H. Vargas and L.C.M. Miranda, *Photoacoustic and Related Photothermal Techniques*, Phys. Rep., vol. 161(2), pp.45–101 (1988)
5. V.A. Sabiakov and V.B. Sandomirski, *The Photoacoustic Effect in Semiconductors*, Phys. Stat. Sol.(b), vol. 120, pp. 471–480 (1983)
6. Mandelis, *Progress in Photothermal and Photoacoustic Science and Technology*, Elsevier, New York (1992)
7. J.C. Murphy and L.C. Aamodt, *Photothermal Spectroscopy using Optical Beam Probing: Mirage Effect*, J. Appl. Phys., vol. 51 (9), pp. 4580–4588 (1980)
8. W.B. Jackson, N.M. Amer, A. C. Boccara and D. Fournier, *Photothermal Deflection Spectroscopy and Detection*, Applied Optics, vol. 20 (8), pp. 1333–1343 (1981)
9. T. Sawada, *Ultrafast Photothermal and Photoacoustic Phenomena and Their Applications*, Trends Anal. Chem., vol.14, pp. 504–515 (1995)
10. F. Scudieri and M. Bertolotti, *Photoacoustic and Photothermal Phenomena: 10th International Conference, AIP Conference Proceedings*, Elsevier, New York (1999)
11. S. E. Bialkowski, *Photothermal Spectroscopy Methods for Chemical Analysis*, John Wiley&Sons, Inc., New York (1996)
12. V. A. Fishman and J.A. Bard, *Open-Ended Photoacoustic Spectroscopy Cell for Thin-Layer Chromatography and Other Applications*, Anal. Chem., vol. 53, pp. 102–105 (1981)

13. G. Guitonny, G. C. Pandey, A.C. Boccara and D. Fournier, *Thermal Diffusivity Measurements using Infra-Red Microscopy, Applications to Polymeric Materials*, J. de Physique, vol. 4C7, pp. 307–312 (1994)
14. G. C. Pandey, A. C. Boccara and D. Fournier, *Nondestructive Evaluation of Materials by Photothermal Based Techniques: An Overview*, Trends in NDE Science&Technology, vol.3, pp. 1511–1516 (1996)
15. T.S. Silva, A.S. Alves, I. Pepe, H. Tsuzuki, O. Nakamura and M.M.F. d'Aguiar Neto, *Thermal Diffusivity of Lead Diode*, J. Appl. Phys., vol. 83 (11), pp. 9193–6195 (1998)
16. E. Marin, H. Vargas, P. Diaz and I. Riech, *On the Photoacoustic Characterization of Semiconductors: Influence of Carrier Recombination on the Thermodiffusion, Thermoelastic and Electronic Strain Signal Generation Mechanisms*, Phys. Stat. Sol. (a), vol. 179, pp. 387–402 (2000)
17. J.C. Cheng, F.H. Li, L. Guo and S.Y. Zhang, *Theoretical Study of Thermal Diffusivity of Superlattices in Measurements using "Mirage" Technique*, Phys. A, vol. 61, pp. 441–466 (1995)
18. A. Mandelis, *Laser Infrared Photothermal Radiometry of Semiconductors: Principles and Applications to Solid State Electronics*, Solid-State Electronics, vol. 42 (1), pp. 1–15 (1998)
19. A. Salnick, C. Jean and A. Mandelis, *Noncontacting Photothermal Radiometry of SiO₂/Si MOS Capacitor Structures*, Solid-State Electronics, vol. 41 (4), pp. 591–597 (1997)
20. P. C. Beard, *Photoacoustic Imaging of Blood Vessel Equivalent Phantoms*, Proc. SPIE, vol. 4618, pp. 54–62 (2002)
21. U. Seidel, K. Haupt, H. G. Walther, J. Burt and M. Munidasa, *An Attempt towards Quantitative Photothermal Microscopy*, J. Appl. Phys., vol. 78, pp. 2050–2058 (1993)
22. A.M. Mansanares, T. Velinov, Z. Bozoki, D. Fournier and A.C. Boccara, *Photothermal Microscopy: Thermal Contrast at Grain Interface in Sintered Metallic Materials*, J. Appl. Phys., vol. 75 (7), pp. 3344–3350 (1994)

23. L. Nicolaides, M. Munidasa and A. Mandelis, *Thermal-Wave Infrared Radiometric Slice Diffraction Tomography with Back-Scattering and Transmission Reconstructions: Experimental*, Inverse Problems, vol. 13, pp. 1413–1425 (1997)
24. A. Hammiche, H. M. Pollock, M. Reading, M. Claybourn, P. Turner and K. Jewkes, *Photothermal FTIR Spectroscopy: A Step towards FTIR Microscopy at a Resolution Better than the Diffraction Limit*, Appl. Spectroscopy, vol. 53, pp. 810–815 (1999)
25. D. S. Burgi and N. J. Dovichi, *Submicrometer Resolution Images of Absorbance and Thermal Diffusivity with the Photothermal Microscope*, Applied Optics, vol. 26, pp. 4665–4669 (1987)
26. M. Pirou, *Optimization of the Photothermal Camera for Crack Detection*, International Congress on Advanced Nuclear Power Plants (2003), *to be published*.
27. K. R. McDonald, J. R. Dryden, A. Majumdar and F. W. Zok, *A Photothermal Technique for Determination of the Thermal Conductance of Interfaces and Cracks*, J. Heat Transfer, Trans. ASME, vol. 122, pp. 10–14 (2000)
28. N. J. Dovichi, *Attogram Detection Limits using Laser-Induced Fluorescence*, Trends in Analytical Chemistry, vol. 3, pp. 55–57 (1987)
29. W. Gao, V. Gusev, C. Glorieux, J. Thoen and G. Borghs, *Supersonic Radiative Transport of Electron-Hole Plasma in Semiconductors at Room Temperature Studied by Laser Ultrasonics*, Optics Communications, vol. 143, pp. 19–24 (1997)
30. G. González de la Cruz and Yu. G. Gurevich, *Electron and Phonon Thermal Waves in Semiconductors: An Application to Photothermal Effects*, J. Appl. Phys., vol. 80 (3), pp. 1728–1730 (1996)
31. D.M. Todorović, P.M. Nikolić, A.I. Bojičić and K.T. Radulović, *Thermoelastic and Electronic Strain Contributions to the Frequency Transmission Photoacoustic Effect in Semiconductors*, Phys. Rev. B., vol. 55 (23), pp. 15631–15642(1997)
32. V. Grivickas, *An Accurate Method for Determining Intrinsic Optical Absorption in Indirect Band Gap Semiconductors*, Solid State Communications, vol. 108 (8), pp. 561–566(1998)

33. M.E. Rodriguez, A. Mandelis, G. Pan, J.A. Garcia and Y. Riopel, *Microelectronic Circuit Characterization via Photothermal Radiometry of Scribeline Recombination Lifetime*, Sol. State Electron., vol. 44, pp. 703–711(2000)
34. A. Ferreira da Silva, T. Souza da Silva, O. Nakamura, M.M.F. d'Aguiar Neto, I. Pepe, L.S. Roman and E. Veje, *Thermal and Optical Properties of Porous Silicon*, Material Research, vol. 4, pp. 23–26(2001)
35. A. C. Tam, *Signal Enhancement and Noise Suppression Consideration in Photothermal Spectroscopy*, in *Photoacoustic and Photothermal Phenomena III*, ed. D. Bicanic, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1992)
36. M. Cerdonio, L. Conti, A. Heidmann and M. Pinar, *Thermoelastic Effects at Low Temperatures and Quantum Limits in Displacement Measurement*, arXiv: gr-qc/0009104v2(2001)
37. A. Minamide, M. Shimaguchi and Y. Tokunaga, *Study on Photopyroelectric Signal of Optically Opaque Material Measured by Polyvinylidene Difluoride Film Sensor*, Jpn. J.Appl. Phys., vol. 37, pp. 3144–3147(1998)
38. A. Mandelis and M. Zver, *Theory of Photopyroelectric Spectroscopy of Solids*, J. Appl. Phys., vol. 57(9), pp. 4421–4430(1985)
39. J. Antoniow, M. Chirtocaud and M. Egee, *A Photopyroelectric Method with Air as the Thermal Coupling Fluid*, J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 30, pp. 1934–1944(1997)
40. A. Calderón, R.A. Muñoz Hernández, A. Tomás. A. Cruz-Orea and F. Sánchez Sinencio, *Method for Measurement of the Thermal Diffusivity in Solids: Application to Metals, Semiconductors and Thin Materials*, J. Appl. Phys., vol. 84 (11), pp. 6327–6329(1998)
41. P.M. Nikolić, M.D. Dramićanin, D. G. Vasiljević and Z.D. Ristovski, *Photoacoustic Frequency Heat-Transmission Technique: Thermal and Carrier Parameters Measurements in Silicon*, J.Appl. Phys., vol. 78 (9), pp. 5750–5755(1995)
42. P. M. Nikolic i D. M. Todorovic, *Fotoakustička spektroskopija i njena primena*, Naučno-tehnički pregled, vol. XXXII (2), str. 49–57(1982)

43. A. Salazar, A. Sánchez-Lavega and J. Fernáandez, *Photothermal Detection and Characterization of a Horizontal Buried Slab by the Mirage Technique*, J. Appl. Phys., vol. 70 (6), pp. 3031–3037(1991)
44. A. Sánchez-Lavega, Ph. Forge, A. Salazar and A. Ocáriz, *Photothermal Mirage Characterization of Vertical Interfaces Separating Two Different Media*, J. Appl. Phys., vol. 79 (2), pp. 599–608(1996)
45. A. Salazar, A. Sánchez-Lavega, A. Ocáriz, J. Guitonny, G.C. Pandey, D. Fournier and A.C. Boccara, *Thermal Diffusivity of Anisotropic Materials by Photothermal Methods*, J. Appl. Phys., vol. 79 (8), pp. 3984–3993 (1996)
46. A. Salazar, A. Sánchez-Lavega, A. Ocáriz, J. Guitonny, G.C. Pandey, D. Fournier and A.C. Boccara, *Novel Results on Thermal Diffusivity Measurements on Anisotropic Materials using Photothermal Methods*, Appl. Phys. Lett., vol. 67 (5), pp. 626–628(1995)
47. A. Sánchez-Lavega and A. Salazar, *Thermal Diffusivity Measurements in Opaque Solids by the Mirage Technique in the Temperature Range from 300 to 1000K*, J. Appl. Phys., vol. 76 (3), pp. 1462–1468(1994)
48. X. Wang, Xi. Wang, F. Quian, F. Qian, G. Chen, Gao. Chen and Z. Fang, *Photothermal Modulation of Laser Diode Wavelength: Application to Sinusoidal Phase-Modulated Interferometer for Displacement Measurement*, Optics&Laser Technology, vol. 31, pp. 559–564(1999)
49. M. Bertolotti, G. L. Liakhou, R. Li Voti, S. Paoloni and C. Sibilìa, *Analysis of Photothermal Deflection Technique in the Surface Reflection Scheme: Theory and Experiment*, J. Appl. Phys., vol. 83, pp. 966–982(1998)
50. A. Mandelis, M. Munidasa and L. Nicolaides, *Laser Infrared Photothermal Radiometric Depth Profilometry of Steels and Its Potential in Rail Track Evaluation*, NTD&E International, vol. 32, pp. 437–443(1999)
51. B. Zhang and R. E. Imhof, *Theoretical Analysis of the Surface Thermal Wave Technique for Measuring the Thermal Diffusivity of Thin Slabs*, Appl. Phys. A, vol. 62, pp. 323–334(1996)

52. A. Mandelis, A. Othonos, C. Christofides and J. Boussey-Said, *Non-Contacting Measurements of Photocarrier Lifetimes in Bulk-And Polycrystalline Thin-Film Si Photoconductive Devices by Photothermal Radiometry*, J. Appl. Phys., vol. 89 (9), pp. 5332–5341(1996)
53. A. Mandelis, *Laser Infrared Photothermal Radiometry of Semiconductors: Principles and Applications to Solid State Electronics*, Solid-State Electronics, vol. 42 (1), pp. 1–15(1998)
54. A. Salnick, C. Jean and A. Mandelis, *Noncontacting Photothermal Radiometry of SiO₂ / Si MOS Capacitor Structures*, Solid-State Electronics, vol. 41 (4), pp. 591–597(1997)
55. M. Munidasa and A. Mandelis, *Buried Thermoplastic Layer Diagnostics by the use of Combined Frequency-Domain and Impulse Response Photo-Thermo-Mechanical Radiometry*, Rev. Sci. Instruments, vol. 69 (2), pp. 507–511(1998)
56. М. Стојић, *Континуални системи аутоматског управљања*, Научна књига Београд, Београд(1990)
57. Z. Chen and A. Mandelis, *Thermal-Diffusivity Measurements of Ultrahigh Thermal Conductors with use of Scanning Photothermal Rate-Window Spectrometry: Chemical-Vapor-Deposition Diamonds*, Phys. Rev. B, vol. 46(20), pp. 13526–13538(1992)
58. K.R. Grice, L.J. Inglehart, L.D. Favro, P.K. Kuo and R.L. Thomas, *Thermal Wave Imaging of Closed Cracks in Opaque Solids*, J.Appl. Phys., vol. 54 (11), pp. 6245–6255(1983)
59. R. L. Thomas and D. Favro, *From Photoacoustic Microscopy to Thermal-Wave Imaging*, MRS Bulletin, pp. 47–52(1996)
60. S. Gomes, F. Depasse and P. Grossel, *3D Thermal Wave Scattering on Buried Inhomogeneities in ac Thermal Microscopy*, J. Phys. D:Appl. Phys., vol. 31, pp. 2377–2387(1998)
61. M. Vaez Iravani and M. Nikoonahad, *Photothermal Waves in Anisotropic Media*, J. Appl. Phys., vol. 62 (10), pp. 4065–4071(1987)
62. A.M. Mansanares, T. Velinov, Z. Bozoki, D. Fournier and A.C. Boccara, *Photothermal Microscopy: Thermal Contrast at Grain Interface in Sintered Metallic Materials*, J.Appl. Phys., vol. 75 (7), pp. 3344–3350(1994)

63. L. Nicolaides and A. Mandelis, *Image-Enhanced Thermal-Wave Slice Diffraction Tomography with Numerically Simulated Reconstructions*, Inverse Problems, vol. 13, pp. 1393–1412(1997)
64. L. Nicolaides, M. Munidasa and A. Mandelis, *Thermal-Wave Infrared Radiometric Slice Diffraction Tomography with Back-Scattering and Transmission Reconstructions: Experimental*, Inverse Problems, vol. 13, pp. 1413–1425(1997)
65. A. Mandelis, *Theory of Photothermal Wave Diffraction Tomography via Spatial Laplace Spectral Decomposition*, J. Phys. A: Math. Gen., vol. 24, pp. 2485–2497(1991)
66. O. Pade and A. Mandelis, *Computational Thermal-Wave Slice Tomography with Backpropagation and Transmission Reconstruction*, Rev. Sci. Instrum., vol. 64, pp. 3548–3555(1993)
67. U. Seidel, K. Haupt, H. G. Walther, J. Burt and M. Munidasa, *An Attempt Towards Quantitative Photothermal Microscopy*, J. Appl. Phys., vol. 78, pp. 2050–2058(1993)
68. G. Busse and K. F. Renk, *Stereoscopic Depth Analysis by Thermal Wave Transmission for Non-Destructive Evaluation*, Appl. Phys. Lett., vol. 42, pp. 366–370(1983)
69. С. Галовић, *Моделовање и анализа фототерминалних сигнала засрединесатоплотном меморијом*, Универзитет у Београду, Електротехнички факултет, Докторска дисертација (2003)
70. S. Galović, D. Kostoski, *Photothermal Wave Propagation in Media with Thermal Memory*, J. Appl. Phys. 93, pp.3063–3071 (2003)
71. М. Поповић, *Моделовање и анализа фототерминалног одзива нехомогених структура са топлотном меморијом*, Универзитет у Београду, Електротехнички факултет, Магистарски рад (2009)
72. A. Mandelis, *Theory of Photothermal-Wave Diffraction and Interference in Condensed Media*, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 6(2), pp. 298–308(1989)
73. B. M. Teubrock, M. S. L. Lee, W. Redman-White, R. S. T. Bunyan and M. J. Uren, *Self-Heating Effects in SOI MOSFET's and Their Measurement by Small Signal Conductance Techniques*, IEEE Trans. Electron. Dev., vol. 43, pp. 2240–2248(1996); J. Bielefeld, G.

- Pelz, H. B. Abel and G. Zimmer, *Dynamic SPICE-Simulation of the Electrothermal Behavior of SOI MOSFET's*, IEEE Trans. Electron Dev., vol. 42, pp. 1968–1974(1995)
74. H.E. Jackson and C.T. Walker, *Thermal Conductivity, Second Sound, and Phonon-Phonon Interactions in NaF*, Phys. Rev. B., vol 3 (4), pp. 1428–1439(1971)
75. J.G. Fujimoto, J.M. Lin and E.P. Ippen, *Femtosecond Laser Interaction with Metallic Tungsten and Nonequilibrium Electron and Lattice Temperatures*, Phys. Rev. Lett., vol. 53 (19), pp. 1837–1840(1984)
76. A. C. Anderson and R. B. Rauch, *Low-Temperature Thermal Conductivity of a Suspension of Copper Particles*, J. Appl. Phys., vol. 41, pp. 3648–3651(1970)
77. Y. Kraftmakher, *Observation of Relaxation Phenomena in Thermophysical Properties of Metals*, International Journal of Thermophysics, vol. 17 (5), pp. 1137–1149(1996)
78. W. Scheibner and M. Jäckel, *Thermal Conductivity and Specific Heat of an Epoxy Resin/Epoxy Resin Composite Material at Low Temperatures*, Phys. Stat. Sol., vol. 87 (a), pp. 543–547(1985)
79. S. J. Rogers, *Transport of Heat and Approach to Second Sound in Some Isotopically Pure Alkali-Halide Crystals*, Phys. Rev. B., pp. 1440–1457(1971)
80. S. Sieniutycz, *The Variational Principles of Classical Type for Non-Coupled Non-Stationary Irreversible Transport Processes with Convective Motion and Relaxation*, Int. J. Heat Mass Transfer., vol. 20, pp. 1221–1231(1977)
81. S. Sieniutycz, *The Wave Equations for Simultaneous Heat and Mass Transfer in Moving Media-Structure Testing, Time-Space Transformations and Variational Approach*, Int. J. Heat Mass Transfer., vol. 22, pp. 585–599(1979)
82. M. Chester, *Second Sound in Solids*, Phys.Rev., vol.31 (5), pp.2013–2015(1963)
83. A. B. Shvartsburg, *Single-Cycle Waveforms and Non-Periodic Waves in Dispersive Media (Exactly Solvable Models)*, Physics-Uspekhi, vol. 41 (1), pp. 77–94(1998)
84. D. Jou, J. Casas-Vázquez and G. Lebon, *Extended Irreversible Thermodynamics*, Rep. Prog. Phys., vol. 51, pp. 1105–1179(1988)
85. D. D. Joseph and L. Preziosi, *Heat Waves*, Rev. Mod. Phys., vol. 61, pp. 41–70(1989)

86. D. D. Joseph and L. Preziosi, *Addendum to the Paper Heat Waves*, Rev. Mod. Phys., vol. 62, pp. 375–391(1990)
87. M. N. Ozisik and D.Y. Tzou, *On the Wave Theory in Heat Conduction*, ASME J. Heat Transfer., vol.116, pp. 526–535, Augst (1994)
88. Y. Taitel, *On the Parabolic, Hyperbolic and Discrete Formulation of the Heat Conduction Equation*, Int. J. Heat Mass Transfer., vol. 15, pp. 369–371(1972)
89. N.G. Van Kampen, *A Model for Relativistic Heat Transport*, Physica, vol.46, pp. 315–332(1970)
90. H.D. Weymann, *Finite Speed of Propagation in Heat Conducticu, Diffusion and Viscous Shear Motion*, Am.J.Phys., vol.35, pp. 488–496(1967)
91. D. C. Kelly, *Diffusion: A Relativistic Appriasal*, Am.J.Phys., vol 36 (7), pp.585–591(1968)
92. П.Николић, Д. Тодоровић, *Проучавање полупроводничких материјала фотоакустичном методом*, Српска академија наука и уметности, посебно издање књига DCXLVIII, Одељење техничких наука, Књига 40, Београд (2001)
93. M.Rabasovic, M.Nikolic, M.Dramicanin, M.Franko and D. Markushev, *Low-Cost, Portable Photoacoustic Setup for Solid Samples*, Meas. Sci. Technol.20, 095902 (2009)

3. Простирање топлотних таласа у двослојним запреминским апсорберима са топлотном меморијом

Последњих тридесетак година вишеслојни системи добијају све већу пажњу због свог појављивања и у природним и у вештачким структурама. У полупроводничким хетероструктурама, на пример, веома је важно познавати топлотне карактеристике саставних слојева у циљу предвиђања понашања разних типова микроелектронских и оптоелектронских уређаја при загревању, те самим тим и због одређивања њихових времена живота [1]. Осим тога, нека мерења захтевају наношење електрично проводног, антирефлексионог или оптички апсорпционог слоја тако да се при карактеризацији узорака овим методама или њиховом осликавању појављује потреба за развојем модела експериментално снимљеног сигнала посматрајући узорак као двослојну структуру. Један од актуелних проблема јесте развој теоријског модела фотоакустичког одзива за двослојне структуре, с обзиром на то да већина фотоакустичких мерења захтева припрему узорака тако да микрофон буде заштићен од побудног електромагнетног снопа (наношење танког апсорпционог слоја) или умањивање рефлексије побудног снопа са циљем повећања мерног сигнала и односа сигнал-шум. Познавање ових теоријских модела није значајно само за фотоакустичке методе, већ и за теоријско описивање других метода код којих је за карактеризацију материјала потребно додати још један слој који служи било као површински апсорбер или као антирефлексионни слој, од АФМ-а (*Atomic Force Microscopy*), трансмисионе електронске микроскопије, укључујући и трансмисиону фотоакустику, фототермалне методе и неке друге оптичке трансмисионе методе, ултравиолетну-видљиву спектрофотометрију (UV-VIS), инфрацрвену спектроскопију (IR) итд. И на крају, проучавање двослојних структура веома је важно за одређивање физичких особина површински модификованих материјала, модификованих било јонском имплантацијом, било плазма техникама, као и за одређивање биокомпатибилности површина медицинских импланата.

Модулисане фототермалне технике су корисне за добијање топлотних особина индивидуалних слојева вишеслојних структура без уништавања слојевите структуре. Један од заједничких истраживачких циљева био је тај да се понашање вишеслојне структуре

описе на основу индивидуалних слојева. Показано је да се, у зависности од продирања топлотних таласа унутар материјала, могу одредити ефективне вредности топлотних параметара, на које утиче модулациона фреквенција извора зрачења. Ови модели су развијени на основу класичне теорије провођења топлоте. Показало се да су ефективни модели веома корисно оруђе у разумевању и практичном одређивању физичких особина хетерогених материјала [1-8]. Теоријски модели који описују ефективне вредности топлотних параметара посматрају вишеслојну структуру као једнослојну са ефективним термофизичким параметрима који зависе од термофизичких параметара саставних слојева. Поменути ефективни параметри се одређују применом фототермалних инверзних процедура развијених за узорке који се састоје од само једног слоја. Затим се топлотне особине сваког слоја одређују помоћу аналитичких израза који описују односе између ефективних топлотних параметара и топлотних параметара појединачних слојева. Генерализација оваквог приступа за двослојне системе помоћу хиперболичке једначине преноса топлоте приказана је у радовима који су дали Ордонез-Миранда и Алворадо-Гил [9, 10]. Исти аутори су одредили ефективну вредност топлотног времена релаксације за двослојне материјале који је додатни топлотно-меморијски параметар добијен из генерализоване теорије провођења топлоте [10]. Са становишта генерализоване теорије провођења топлоте проучавана је и унутрашња топлотна отпорност као мера несавршености топлотних контаката између слојева [11,12]. Ефективна вредност оптичке апсорпције двослојног узорка разматрана је у раду [13] на основу неслагања експерименталних података и стандардног модела за фотоакустички одзив.

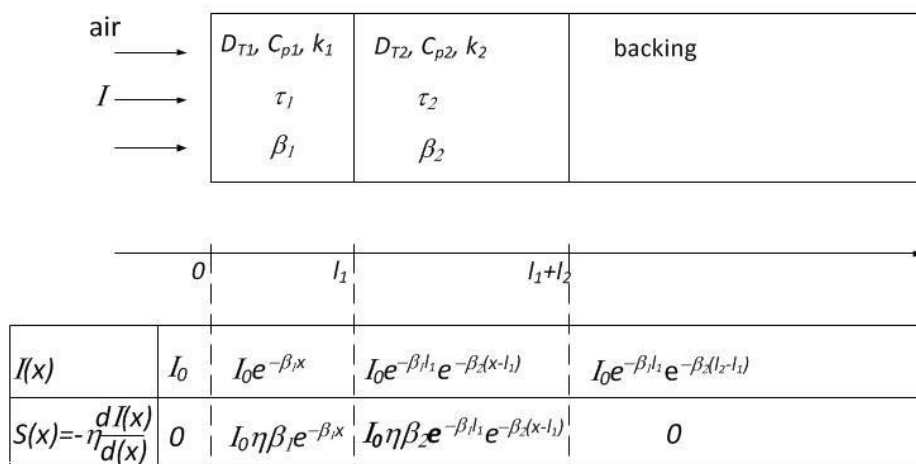
У радовима [14-17] дат је модел трансфер матрица за описивање преноса топлоте вишеслојних структура. Показано је да вишеслојне структуре у општем случају није могуће свести на ефективни модел, осим када се вишеслојна структура састоји од слојева са истом карактеристичном топлотном импедансом. Овај услов задовољен је у случају слојева који су од исте врсте материјала и приближно је задовољен код полупроводничких хетероструктура типа $GaAs/AlGaAs$ или $GaN/AlGaN$. На основу матричног модела простирања топлотних таласа у једном хомогеном слоју уочена је аналогија са простирањем електромагнетних таласа кроз електрични вод. Користећи успостављену аналогију показано је да се површинске температурске варијације, пропорционалне

мерном фототермалном одзиву, могу моделовати помоћу мрежа са концентрисаним параметрима.

Пикардо-Молина и Алворадо-Гил извели су моделе за простирање температуре и фотоакустички одзив оптички непровидних двослојних узорака заснованих на класичном моделу простирања топлоте [18], док је Оленка са сарадницима дао модел за површинске температурске варијације на предњој површини за оптички провидне узорке, такође заснован на класичној теорији провођења топлоте [19].

У овом раду, полазећи од генерализоване теорије провођења топлоте, изведен је модел за описивање преноса топлоте фототермално индукованих двослојних структура које имају запреминску апсорпцију упадног зрачења. Дати су изрази за површинске температурске варијације и на предњој и на задњој површини, као и на међуповршини и дискутовани специјални случајеви који се најчешће јављају у реалним системима. Ови модели представљају генерализацију до сада коришћених модела и то у два правца: урачунат је утицај коначне брзине простирања топлоте кроз оба слоја и узето је у обзир постојање запреминске апсорпције кроз оба слоја.

3.1. Теоријски модел



Слика 3.1 Геометрија проблема

Оптички и топлотни процеси који се дешавају у узорку побуђеном неком оптичком побудом разматрани су у једнодимензионалној апроксимацији. Велика класа фототермалних експеримената може да се опише једнодимензионалном једначином, зато што велики (дефокусирани) побудни сноп на узорку доводи до скоро раванског топлотног таласа у узорку, чији је таласни фронт паралелан са површином. Ако се детектује површинска температура у области значајно мањој од осветљене, проблем може да се третира као једнодимензионалан [14,20,21]. Посматра се двослојна структура у чијем окружењу се налази ваздух и која је наслоњена на веома дебелу позадину (сматра се да је полубесконачна), што је приказано на слици 1. Дебљина првог слоја је l_1 , а другог l_2 . Први слој је изложен оптичком зрачењу модулисаним по интензитету на површини $x=0$, $I(x,t) = I_0 f(t)$, I_0 је интензитет упадног светлосног снопа на површину узорка, $[W/m^2]$, а $f(t)$ је модулишући сигнал, на пример $f(t) = 1 + \cos \omega t$. Разматра се систем у коме оба слоја запремински апсорбују упадно оптичко зрачење. Интензитет апсорбованог дела упадног снопа добијен је на основу Бер-Ламберовог закона апсорпције:

$$I_{abs}(x) = I_0 e^{-\beta x} \tag{3.1}$$

где је β коефицијент оптичке апсорпције. Топлотни извори настају у узорку под дејством апсорбованог ласерског зрачења услед различитих деекситационо-релаксационих механизма којима се апсорбована електромагнетна енергија трансформише у топлоту. Ови механизми зависе од таласне дужине побудног зрачења и од његовог интензитета, али и од структурних и оптичких својстава саме средине која апсорбује зрачење. За фототермалне проблеме је битно нагласити да су временске промене модулишуће функције побудног снопа знатно дуже од временских интервала у којима се дешавају деекситационо-релаксациони процеси на таласним дужинама коришћених ласера. Због тога може да се претпостави тренутна конверзија побудне енергије у топлоту [14]. Интензитет топлотних извора који се генеришу услед различитих деекситационо-релаксационих процеса једнак је просторном изводу интензитета апсорбованог снопа у правцу простирања његовог таласног фронта:

$$S(x) = -\eta \frac{dI_{abs}(x)}{dx} \quad (3.2)$$

$$S(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ S_0 \beta_1 e^{-\beta_1 x}, & 0 \leq x \leq l_1, & S_0 = I_0 \eta \\ S_1 \beta_2 e^{-\beta_2 (x-l_1)}, & l_1 \leq x \leq l_2, & S_1 = I_0 \eta e^{-\beta_1 l_1} \\ 0, & x \geq l_2 \end{cases} \quad (3.3)$$

где су: η квантно-механички коефицијент конверзије електромагнетне енергије у топлоту који зависи од конкретног механизма генерисања топлоте, а β_1 и β_2 коефицијенти оптичке апсорпције првог и другог слоја респективно, [m^{-1}].

Простирање топлоте се, под горе наведеним условима, описује системом линеарних хиперболичких диференцијалних једначина, које узимају у обзир топлотну меморију система (оба слоја, позадине и окружења), као што је дато у [9,20-24]:

$$k_i \frac{\partial^2 \mathcal{G}(x,t)}{\partial x^2} - C_{pi} \left(\frac{\partial \mathcal{G}(x,t)}{\partial t} + \tau_i \frac{\partial^2 \mathcal{G}(x,t)}{\partial t^2} \right) = - \left[S(x,t) + \tau_i \frac{\partial S(x,t)}{\partial t} \right], \quad i = g, 1, 2, b \quad (3.4)$$

$$q(x,t) - \tau_i \frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = -k_i \frac{\partial \mathcal{G}(x,t)}{\partial x}, \quad i = g, 1, 2, b \quad (3.5)$$

са нултим граничним условима:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \mathcal{G}(x, t) = 0, \quad (3.6)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \mathcal{G}(x, t) = 0 \quad (3.7)$$

условима континуитета на хетеромеђуповршинама:

$$\mathcal{G}(0^-, t) = \mathcal{G}(0^+, t) \quad (3.8)$$

$$\mathcal{G}(l_1^-, t) = \mathcal{G}(l_1^+, t) \quad (3.9)$$

$$\mathcal{G}((l_1 + l_2)^-, t) = \mathcal{G}((l_1 + l_2)^+, t) \quad (3.10)$$

$$q(0^-, t) = q(0^+, t) \quad (3.11)$$

$$q(l_1^-, t) = q(l_1^+, t) \quad (3.12)$$

$$q((l_1 + l_2)^-, t) = q((l_1 + l_2)^+, t) \quad (3.13)$$

и нултим почетним условима:

$$\mathcal{G}(x, t = 0) = 0 \quad (3.14)$$

Температура је дата изразом $T(x, t) = T_{amb} + \mathcal{G}(x, t)$, [K], где је $\mathcal{G}(x, t)$ варијација температурске расподеле, [K], T_{amb} представља температуру амбијента односно околине, [K], $q(x, t)$ представља топлотни флуks у срединама, [W/m²], k_i је топлотна проводност, [Wm⁻¹K⁻¹], C_{P_i} запремински топлотни капацитет, D_{Ti} представља топлотну дифузивност, [m²s⁻¹] и τ_i је топлотно време релаксације датих средина ($i=g, 1, 2, b$ што одговара ваздуху, слоју 1, слоју 2 и позадини респективно), ω је кружна фреквенција ($\omega = 2\pi f$), [s⁻¹].

Фуријеовом трансформацијом добија се систем линеарних диференцијалних једначина у комплексном домену:

$$\frac{d^2 \tilde{\mathcal{G}}(x)}{dx^2} - \tilde{\sigma}_g^2 \mathcal{G}(x) = 0, \quad x \leq 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\mathcal{G}}(x)}{dx^2} - \tilde{\sigma}_1^2 \tilde{\mathcal{G}}(x) = -\tilde{\sigma}_1 \tilde{z}_{c1} S_0 \beta_1 e^{-\beta_1 x}, \quad 0 \leq x \leq l_1 \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\mathcal{G}}(x)}{dx^2} - \tilde{\sigma}_2^2 \mathcal{G}(x) = -\tilde{\sigma}_2 \tilde{z}_{c2} S_1 \beta_2 e^{-\beta_2(x-l_1)}, \quad l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \quad (3.17)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\mathcal{G}}(x)}{dx^2} - \tilde{\sigma}_b^2 \mathcal{G}(x) = 0, \quad x \geq l_1 + l_2 \quad (3.18)$$

$$\tilde{q}(x) = -\frac{1}{\tilde{\sigma}_i \tilde{z}_{ci}} \cdot \frac{d\tilde{\mathcal{G}}(x)}{dx}, \quad i = g, 1, 2, b \quad (3.19)$$

Тилда означава комплексне вредности.

$$\mathcal{G}(x, w) = \text{Re}\{\tilde{\mathcal{G}}(x, t)\}, \quad q(x, w) = \text{Re}\{\tilde{q}(x, t)\} \quad (3.20)$$

Параметри $\tilde{\sigma}_i$ and \tilde{z}_{ci} су комплексни коефицијенти топлотног простирања, и комплексна топлотна импеданса одговарајућих средина, $[\text{K/m}^2]$, $i=g, 1, 2, b$. $\tilde{\sigma}_i$ и \tilde{z}_{ci} су дефинисани следећим изразима:

$$\tilde{\sigma}_i = \sqrt{\frac{j\omega(1+j\omega)}{D_{Ti}}} \quad (3.21)$$

$$\tilde{z}_{ci} = \frac{\tilde{\mathcal{G}}_i}{\tilde{q}_i} = \frac{\sqrt{D_{Ti}}}{k_i} \cdot \sqrt{\frac{1+j\omega\tau_i}{j\omega}} \quad (3.22)$$

Гранични и услови на међуповршинама за комплексне температурске варијације и комплексни топлотни флуks су:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{\mathcal{G}}(x) = 0, \quad (3.23)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \tilde{\mathcal{G}}(x) = 0 \quad (3.24)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}(0^-) = \tilde{\mathcal{G}}(0^+) \quad (3.25)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}(l_1^-) = \tilde{\mathcal{G}}(l_1^+), \quad (3.26)$$

$$\tilde{\vartheta}((l_1 + l_2)^-) = \tilde{\vartheta}((l_1 + l_2)^+) \quad (3.27)$$

$$\tilde{q}(0^-) = \tilde{q}(0^+) \quad (3.29)$$

$$\tilde{q}(l_1^-) = \tilde{q}(l_1^+) \quad (3.30)$$

$$\tilde{q}((l_1 + l_2)^-) = \tilde{q}((l_1 + l_2)^+) \quad (3.31)$$

Решавањем система нехомогених диференцијалних једначина методом варијације константи [25,26] добијају се изрази за просторну расподелу температурских варијација и топлотног флукса:

$$\tilde{\vartheta}(x) = \tilde{A}_1 e^{\tilde{\sigma}_g x}, \quad x \leq 0 \quad (3.32)$$

$$\tilde{\vartheta}(x) = \tilde{A}_2 e^{\tilde{\sigma}_1 x} + \tilde{A}_3 e^{-\tilde{\sigma}_1 x} + \frac{\tilde{z}_{c1} \tilde{\sigma}_1 S_0 \beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} e^{-\beta_1 x}, \quad 0 \leq x \leq l_1 \quad (3.33)$$

$$\tilde{\vartheta}(x) = \tilde{A}_4 e^{\tilde{\sigma}_2(x-l_1)} + \tilde{A}_5 e^{-\tilde{\sigma}_2(x-l_1)} + \frac{\tilde{z}_{c2} \tilde{\sigma}_2 S_1 \beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_2(x-l_1)}, \quad l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \quad (3.34)$$

$$\tilde{\vartheta}(x) = \tilde{A}_6 e^{-\tilde{\sigma}_b(x-(l_1+l_2))}, \quad x \geq l_1 + l_2 \quad (3.35)$$

$$\tilde{q}(x) = -\frac{\tilde{A}_1}{\tilde{z}_{cg}} e^{\tilde{\sigma}_g x}, \quad x \leq 0 \quad (3.36)$$

$$\tilde{q}(x) = -\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{z}_{c1}} e^{\tilde{\sigma}_1 x} + \frac{\tilde{A}_3}{\tilde{z}_{c1}} e^{-\tilde{\sigma}_1 x} + \frac{S_0 \beta_1^2}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} e^{-\beta_1 x}, \quad 0 \leq x \leq l_1 \quad (3.37)$$

$$\tilde{q}(x) = -\frac{\tilde{A}_4}{\tilde{z}_{c2}} e^{\tilde{\sigma}_2(x-l_1)} + \frac{\tilde{A}_5}{\tilde{z}_{c2}} e^{-\tilde{\sigma}_2(x-l_1)} + \frac{S_1 \beta_1 \beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_2(x-l_1)}, \quad l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \quad (3.38)$$

$$\tilde{q}(x) = \frac{\tilde{A}_6}{\tilde{z}_{cb}} e^{-\tilde{\sigma}_b(x-(l_1+l_2))}, \quad x \geq l_1 + l_2 \quad (3.39)$$

$\tilde{A}_j, j = g, 1, 2, b$ су температурске комплексне константе, [K], и одређују се из услова континуитета на хетеромеђуповршинама, решавањем система од шест једначина са шест непознатих који у матричном облику изгледа на следећи начин:

$$\frac{1}{\tilde{z}_{c1}\tilde{z}_{c2}} \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\tilde{a}} & e^{-\tilde{a}} & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\tilde{b}} & e^{-\tilde{b}} & -1 \\ -\tilde{r}_g & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\tilde{r}e^{\tilde{a}} & \tilde{r}e^{-\tilde{a}} & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\tilde{b}} & e^{-\tilde{b}} & \tilde{r}_b \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tilde{A}_1 \\ \tilde{A}_2 \\ \tilde{A}_3 \\ \tilde{A}_4 \\ \tilde{A}_5 \\ \tilde{A}_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_2 \\ \tilde{U}_3 \\ \tilde{U}_4 \\ \tilde{U}_5 \\ \tilde{U}_6 \end{vmatrix} \quad (3.40)$$

$$\tilde{U}_1 = \frac{\tilde{z}_{c1}\tilde{\sigma}_1 S_0 \beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \quad (3.41)$$

$$\tilde{U}_2 = -\frac{\tilde{z}_{c1}\tilde{\sigma}_1 S_0 \beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} e^{-\beta_1 l_1} + \frac{\tilde{z}_{c2}\tilde{\sigma}_2 S_1 \beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} \quad (3.42)$$

$$\tilde{U}_3 = -\frac{\tilde{z}_{c2}\tilde{\sigma}_2 S_1 \beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_2 l_2} \quad (3.43)$$

$$\tilde{U}_4 = \frac{S_0 \beta_1^2}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \quad (3.44)$$

$$\tilde{U}_5 = -\frac{S_0 \beta_1^2}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} e^{-\beta_1 l_1} + \frac{S_1 \beta_2^2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} \quad (3.45)$$

$$\tilde{U}_6 = -\frac{S_1 \beta_2^2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_2 l_2} \quad (3.46)$$

$$\tilde{a} = \tilde{\sigma}_1 l_1 \quad (3.47)$$

$$\tilde{b} = \tilde{\sigma}_2 l_2 \quad (3.48)$$

$$\tilde{r} = \frac{\tilde{z}_{c2}}{\tilde{z}_{c1}} \quad (3.49)$$

$$\tilde{r}_g = \frac{\tilde{z}_{c1}}{\tilde{z}_{cg}} \quad (3.50)$$

$$\tilde{r}_b = \frac{\tilde{z}_{c2}}{\tilde{z}_{cb}} \quad (3.51)$$

Утицај окружења на фототермални одзив огледа се у комплексним коефицијентима \tilde{r}_g и \tilde{r}_b који представљају односе комплексних топлотних импеданси ближег слоја и одговарајућег окружења (\tilde{r}_g представља однос топлотних импеданси првог слоја и ваздуха, док \tilde{r}_b представља однос топлотних импеданси другог слоја и позадине). Добијена решења за комплексне температурске константе су:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 = & 2 \frac{\tilde{r} \sinh \tilde{a} (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b}) + \cosh \tilde{a} (\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} \tilde{U}_1 + \\ & + 2 \frac{\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b}}{\tilde{D}} \tilde{U}_2 + 2 \frac{\tilde{r}_b}{\tilde{D}} \tilde{U}_3 - \\ & - 2 \frac{\sinh \tilde{a} (\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b}) + \tilde{r} \cosh \tilde{a} (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 - \\ & - 2 \frac{(\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b}) \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 - \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6}{\tilde{D}} \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_2 = & \frac{\tilde{r}_g ((1 - \tilde{r} \tilde{r}_b) \sinh \tilde{b} + (\tilde{r}_b - \tilde{r}) \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} e^{-\tilde{a}} \tilde{U}_1 + \frac{(1 + \tilde{r}_g) (\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} \tilde{U}_2 + \\ & + \frac{(1 + \tilde{r}_g) \tilde{r}_b}{\tilde{D}} \tilde{U}_3 + \frac{(1 - \tilde{r} \tilde{r}_b) \sinh \tilde{b} + (\tilde{r}_b - \tilde{r}) \cosh \tilde{b}}{\tilde{D}} e^{-\tilde{a}} \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 - \\ & - \frac{(1 + \tilde{r}_g) (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 - \frac{1 + \tilde{r}_g}{\tilde{D}} \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6 \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_3 = & - \frac{\tilde{r}_g ((1 + \tilde{r} \tilde{r}_b) \sinh \tilde{b} + (\tilde{r}_b + \tilde{r}) \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} e^{\tilde{a}} \tilde{U}_1 + \frac{(1 - \tilde{r}_g) (\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} \tilde{U}_2 + \\ & + \frac{(1 - \tilde{r}_g) \tilde{r}_b}{\tilde{D}} \tilde{U}_3 - \frac{(1 + \tilde{r} \tilde{r}_b) \sinh \tilde{b} + (\tilde{r}_b + \tilde{r}) \cosh \tilde{b}}{\tilde{D}} e^{\tilde{a}} \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 - \\ & - \frac{(1 - \tilde{r}_g) (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b})}{\tilde{D}} \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 - \frac{1 - \tilde{r}_g}{\tilde{D}} \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6 \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_4 = & -\frac{\tilde{r}\tilde{r}_g(1-\tilde{r}_b)}{\tilde{D}}e^{-\tilde{b}}\tilde{U}_1 - \frac{\tilde{r}(1-\tilde{r}_b)(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}e^{-\tilde{b}}\tilde{U}_2 + \\
 & + \frac{\tilde{r}_b((\tilde{r}_g + \tilde{r})\sinh \tilde{a} + (1+r\tilde{r}_g)\cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}\tilde{U}_3 - \frac{\tilde{r}(1-\tilde{r}_b)}{\tilde{D}}e^{-\tilde{b}}\tilde{z}_{c1}\tilde{U}_4 - \\
 & - \frac{(1-\tilde{r}_b)(\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}e^{-\tilde{b}}\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5 - \frac{(\tilde{r}_g + \tilde{r})\sinh \tilde{a} + (1+r\tilde{r}_g)\cosh \tilde{a}}{\tilde{D}}\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_5 = & -\frac{\tilde{r}\tilde{r}_g(1+\tilde{r}_b)}{\tilde{D}}e^{\tilde{b}}\tilde{U}_1 - \frac{\tilde{r}(1+\tilde{r}_b)(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}e^{\tilde{b}}\tilde{U}_2 + \\
 & + \frac{\tilde{r}_b((\tilde{r}_g - \tilde{r})\sinh \tilde{a} + (1-r\tilde{r}_g)\cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}\tilde{U}_3 - \frac{\tilde{r}(1+\tilde{r}_b)}{\tilde{D}}e^{\tilde{b}}\tilde{z}_{c1}\tilde{U}_4 - \\
 & - \frac{(1+\tilde{r}_b)(\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}e^{\tilde{b}}\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5 - \frac{(\tilde{r}_g - \tilde{r})\sinh \tilde{a} + (1-r\tilde{r}_g)\cosh \tilde{a}}{\tilde{D}}\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_6 = & -2\frac{\tilde{r}\tilde{r}_g}{\tilde{D}}\tilde{U}_1 - 2\frac{\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a}}{\tilde{D}}\tilde{U}_2 - 2\frac{\tilde{r}}{\tilde{D}}\tilde{z}_{c1}\tilde{U}_4 - 2\frac{\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a}}{\tilde{D}}\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5 \\
 & - 2\frac{\sinh \tilde{b}(\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a}) + \tilde{r} \cosh \tilde{b}(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}\tilde{U}_3 - \\
 & - 2\frac{\tilde{r} \sinh \tilde{b}(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a}) + \cosh \tilde{b}(\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}}\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6
 \end{aligned} \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{D} = & 2\tilde{r}(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})(\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b}) + \\
 & + (\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a})(\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b})
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Овим је изведен математички модел који описује просторну расподелу температурских варијација и топлотног флукса у систему ваздух→слој 1→слој 2→ позадина, примењујући генерализовану теорију провођења топлоте, при чему је сматрано да су слојеви запремински апсорбери, а да се апсорпција упадног зрачења у ваздуху и позадини може занемарити (изрази (3.32)-(3.39) и (3.41)-(3.58)). На основу ових израза могу да се одреде површинске температурске варијације, што је и учињено у наредном одељку.

3.2. Површинске температурске варијације

Многе фототермалне методе имају одзив директно сразмеран површинским температурским варијацијама. Највише распрострањена, а уједно и прва постављена фототермална метода је фотоакустика заснована на Розенцвајг-Гершоовом моделу који описује притисак као последицу топлотне дифузије, који директно зависи од површинских температурских варијација [27,28]. За рефлексивне методе, код којих се извор зрачења и детектор фотоакустичког одзива налазе са исте стране узорка, потребно је познавати температурске варијације на предњој површини ($x=0$), док се код трансмисионих метода, извор зрачења и детектор налазе са различитих страна узорка, па је потребно познавати температурске варијације на задњој површини ($x=l_s$, где је l_s дебљина узорка).

На основу модела изведеног у одељку 3.1 дати су изрази за површинске температурске варијације и на предњој ($x=0$), и на задњој површини ($x=l_1+l_2=l_s$), у три облика ради лакшег упоређивања са литературом:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_1(0) = & \frac{\tilde{r} \sinh \tilde{a} (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b}) + \cosh \tilde{a} (\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b})}{D_1} \tilde{U}_1 + \\ & + \frac{(\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b}) \tilde{U}_2 + \tilde{r}_b \tilde{U}_3 - (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b}) \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 - \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6}{D_1} - \\ & - \frac{\sinh \tilde{a} (\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b}) + \tilde{r} \cosh \tilde{a} (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b})}{D_1} \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} \tilde{q}_2(0) = & \frac{(1 + \tilde{r})(\sinh(\tilde{a} + \tilde{b}) + r_b \cosh(a + b)) - (1 - \tilde{r})(\sinh(\tilde{a} - \tilde{b}) - r_b \cosh(a - b))}{\tilde{D}_2} \tilde{U}_1 \\ & + 2 \frac{(\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b}) \tilde{U}_2 + \tilde{r}_b \tilde{U}_3 - (\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b}) \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 - \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6}{\tilde{D}_2} - \\ & - \frac{(1 + \tilde{r})(r_b \sinh(\tilde{a} + \tilde{b}) + \cosh(\tilde{a} + \tilde{b})) + (1 - \tilde{r})(r_b \sinh(\tilde{a} - \tilde{b}) - \cosh(\tilde{a} - \tilde{b}))}{\tilde{D}_2} \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 - \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}_3(0) = & \frac{(1+\tilde{r})(1+\tilde{r}_b)e^{\tilde{a}+\tilde{b}} - (1+\tilde{r})(1-\tilde{r}_b)e^{-(\tilde{a}+\tilde{b})} - (1-\tilde{r})(1-\tilde{r}_b)e^{\tilde{a}-\tilde{b}} - (1-\tilde{r})(1+\tilde{r}_b)e^{-(\tilde{a}-\tilde{b})}}{\tilde{D}_3} \tilde{U}_1 \\
 & + \frac{2\left[(1+\tilde{r}_b)e^{\tilde{b}} - (1-\tilde{r}_b)e^{-\tilde{b}}\right] \cdot \tilde{U}_2 + 4\tilde{r}_b\tilde{U}_3 - 2\left[(1+\tilde{r}_b)e^{\tilde{b}} + (1-\tilde{r}_b)e^{-\tilde{b}}\right] \cdot \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5 - 4\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6}{\tilde{D}_3} \\
 & - \frac{(1+\tilde{r})(1+\tilde{r}_b)e^{\tilde{a}+\tilde{b}} + (1+\tilde{r})(1-\tilde{r}_b)e^{-(\tilde{a}+\tilde{b})} - (1-\tilde{r})(1-\tilde{r}_b)e^{\tilde{a}-\tilde{b}} - (1-\tilde{r})(1+\tilde{r}_b)e^{-(\tilde{a}-\tilde{b})}}{\tilde{D}_3} \tilde{z}_{c1}\tilde{U}_4 -
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}_1(l_s) = & -\frac{\tilde{r}\tilde{r}_g\tilde{U}_1 + (\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})\tilde{U}_2 + \tilde{r}\tilde{z}_{c1}\tilde{U}_4 + (\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a})\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5}{\tilde{D}_1} - \\
 & -\frac{\sinh \tilde{b}(\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a}) + \tilde{r} \cosh \tilde{b}(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}_1} \tilde{U}_3 - \\
 & -\frac{\tilde{r} \sinh \tilde{b}(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a}) + \cosh \tilde{b}(\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a})}{\tilde{D}_1} \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}_2(l_s) = & -2\frac{\tilde{r}\tilde{r}_g\tilde{U}_1 + \tilde{r}(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})\tilde{U}_2 + \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_4 + (\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a}) \cdot \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5}{\tilde{D}_2} - \\
 & -\frac{(1+\tilde{r})(\sinh(\tilde{a}+\tilde{b}) + \tilde{r}_g \cosh(\tilde{a}+\tilde{b})) - (1-\tilde{r})(\sinh(\tilde{a}-\tilde{b}) + \tilde{r}_g \cosh(\tilde{a}-\tilde{b}))}{\tilde{D}_2} \tilde{U}_3 - \\
 & -\frac{(1+\tilde{r})(\tilde{r}_g \sinh(\tilde{a}+\tilde{b}) + \cosh(\tilde{a}+\tilde{b})) - (1-\tilde{r})(\tilde{r}_g \sinh(\tilde{a}-\tilde{b}) - \cosh(\tilde{a}-\tilde{b}))}{\tilde{D}_2} \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6
 \end{aligned} \tag{3.63}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}_3(l_s) = & -2\frac{2\tilde{r}\tilde{r}_g\tilde{U}_1 + \tilde{r}((1+\tilde{r}_g)e^{\tilde{a}} - (1-\tilde{r}_g)e^{-\tilde{a}})\tilde{U}_2 + 2\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_4 + ((1+\tilde{r}_g)e^{\tilde{a}} + (1-\tilde{r}_g)e^{-\tilde{a}}) \cdot \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5}{\tilde{D}_3} - \\
 & -\frac{(1+\tilde{r})(1+\tilde{r}_g)e^{\tilde{a}+\tilde{b}} - (1+\tilde{r})(1-\tilde{r}_g)e^{-(\tilde{a}+\tilde{b})} - (1-\tilde{r})(1+\tilde{r}_g)e^{\tilde{a}-\tilde{b}} + (1-\tilde{r})(1-\tilde{r}_g)e^{-(\tilde{a}-\tilde{b})}}{\tilde{D}_3} \tilde{U}_3 - \\
 & -\frac{(1+\tilde{r})(1+\tilde{r}_g)e^{\tilde{a}+\tilde{b}} + (1+\tilde{r})(1-\tilde{r}_g)e^{-(\tilde{a}+\tilde{b})} + (1-\tilde{r})(1+\tilde{r}_g)e^{\tilde{a}-\tilde{b}} + (1-\tilde{r})(1-\tilde{r}_g)e^{-(\tilde{a}-\tilde{b})}}{\tilde{D}_3} \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{D}_1 = & \tilde{r}(\sinh \tilde{a} + \tilde{r}_g \cosh \tilde{a})(\tilde{r}_b \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b}) + \\
 & + (\tilde{r}_g \sinh \tilde{a} + \cosh \tilde{a})(\sinh \tilde{b} + \tilde{r}_b \cosh \tilde{b})
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_2 = (1 + \tilde{r}) & \left[(1 + \tilde{r}_g \tilde{r}_b) \sinh(\tilde{a} + \tilde{b}) + (\tilde{r}_g + \tilde{r}_b) \cosh(\tilde{a} + \tilde{b}) \right] - \\ & - (1 - \tilde{r}) \left[(1 - \tilde{r}_g \tilde{r}_b) \sinh(\tilde{a} - \tilde{b}) + (\tilde{r}_g - \tilde{r}_b) \cosh(\tilde{a} - \tilde{b}) \right] \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_3 = (1 + \tilde{r})(1 + \tilde{r}_g)(1 + \tilde{r}_b) e^{\tilde{a} + \tilde{b}} - (1 + \tilde{r})(1 - \tilde{r}_g)(1 - \tilde{r}_b) e^{-(\tilde{a} + \tilde{b})} - \\ - (1 - \tilde{r})(1 + \tilde{r}_g)(1 - \tilde{r}_b) e^{\tilde{a} - \tilde{b}} + (1 - \tilde{r})(1 - \tilde{r}_g)(1 + \tilde{r}_b) e^{-(\tilde{a} - \tilde{b})} \end{aligned} \quad (3.67)$$

Значи, $\tilde{\mathcal{G}}_1(0) = \tilde{\mathcal{G}}_2(0) = \tilde{\mathcal{G}}_3(0)$ и $\tilde{\mathcal{G}}_1(l_s) = \tilde{\mathcal{G}}_2(l_s) = \tilde{\mathcal{G}}_3(l_s)$, само су облици записа различити.

Л. Оленка са сарадницима [19] дао је модел за површинске температурске варијације на предњој површини двослојног узорка који је изведен на основу класичног закона провођења топлоте за исти систем који је и у овом раду дат (гас→слој 1→слој 2→позадина), сматрајући слојеве 1 и 2 запреминским апсорберима. Када се стави да је $\tau_g = \tau_1 = \tau_2 = \tau_b = 0$, израз (3.61) своди се на израз (16) из поменутог рада.

Са друге стране, понекад је потребно знати шта се дешава на међуповршини ова два слоја у узорку, у тачки $x=l_1$. Флукуација температурских варијација у датој тачки описана је следећом једначином:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{G}}(l_1) = & \frac{-\tilde{r}\tilde{r}_g\tilde{r}_b\sinh\tilde{b}\tilde{U}_1 + (\tilde{r}_g\sinh\tilde{a} + \cosh\tilde{a})(\tilde{r}_b\tilde{U}_3 - \tilde{z}_{c2}\tilde{U}_6) - (\tilde{r}_b\sinh\tilde{b} + \cosh\tilde{b})\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_4}{\tilde{D}_1} + \\ & + \frac{(\sinh\tilde{b} + \tilde{r}_b\cosh\tilde{b})(\tilde{r}_g\sinh\tilde{a} + \cosh\tilde{a})}{\tilde{D}_1}\tilde{U}_2 - \\ & - \frac{(\tilde{r}_g\sinh\tilde{a} + \cosh\tilde{a})(\tilde{r}_b\sinh\tilde{b} + \cosh\tilde{b})}{\tilde{D}_1}\tilde{z}_{c2}\tilde{U}_5 \end{aligned} \quad (3.68)$$

3.2.1. Специјални случајеви

Анализом израза за површинске температурске варијације показује се да на фототермални одзив утичу топлотне особине узорка (који је састављен из два слоја), окружења, и позадине (k_i , D_{Ti} , τ_i , $i=a,1,2,b$), као и оптичке особине слојева (β_{1i} β_2). Значи, измерени спектар садржи информацију о свим овим параметрима. То је укупно 14 параметара које је потребно извући из добијеног сигнала. Теоријски модел показује да одзив нелинеарно зависи од поменутих својстава, што значи да треба урадити нелинеарно фитовање на 14

параметара. Због тога је потребно увести одређене претпоставке како би се смањио број непознатих параметара, а у исто време посматрани системи треба да одговарају реалним системима. У наставку су размотрена три најчешћа случаја.

А) Случај када је двослојни узорак окружен ваздухом - $\tilde{r}_g = \tilde{r}_b = 0$

Мерење двослојног узорка окруженог ваздухом у реалности је веома чест случај, посебно у фотоакустичким ћелијама. Ваздух је, наиме, веома слаб проводник топлоте. Сматра се идеалним топлотним изолатором и његов утицај се може занемарити ($\tilde{r}_g = \tilde{r}_b = 0$). Изрази за површинске температурске варијације добијају следећи облик:

$$\tilde{g}(0) = \tilde{U}_1 + \frac{\sinh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_2 - \cosh \tilde{b} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 - \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} - \frac{\sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 \quad (3.69)$$

$$\tilde{g}(l_s) = -\tilde{U}_3 - \frac{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cdot \tilde{U}_2 + \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_4 + \cosh \tilde{a} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} - \frac{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6 \quad (3.70)$$

а израз на међуповршини:

$$\tilde{g}(l_1) = \frac{\cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_2 - \cosh \tilde{b} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_4 - \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b} \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 - \cosh \tilde{a} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} + \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} \tilde{\sigma}_1 \beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} e^{-\beta_1 l_1} \quad (3.71)$$

Замењивањем комплексних променљивих $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \tilde{U}_3, \tilde{U}_4, \tilde{U}_5, \tilde{U}_6$, изразима (3.41-3.46), изрази (3.69-3.71) добијају облик:

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \sinh \tilde{b} \right] \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 - \left[(\sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \cosh \tilde{b} \right] \beta_1 \tilde{B}_1 + \tilde{r} \sinh \tilde{b} \tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 - \tilde{r} \left[\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2} \right] \beta_2 \tilde{B}_2 \right] \quad (3.72)$$

$$\tilde{g}(l_s) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{-\beta_2 l_2} - \tilde{r} \sinh \tilde{a} \right] \tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 + \left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{-\beta_2 l_2} - \cosh \tilde{a} \right] \beta_2 \tilde{B}_2 + \sinh \tilde{a} \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 + \left[\cosh \tilde{a} - e^{\beta_1 l_1} \right] \beta_1 \tilde{B}_1 \right] \quad (3.73)$$

$$\tilde{g}(l_1) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \left[\sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b} \tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 + \right. \\ \left. + \cosh \tilde{b} (\cosh \tilde{a} - e^{\beta_1 l_1}) \beta_1 B_1 - \cosh \tilde{a} (\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2}) \beta_2 B_2 \right] \quad (3.74)$$

$$B_1 = \frac{\beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \quad (3.75)$$

$$B_2 = \frac{\beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} \quad (3.76)$$

Б) Случај двослојног узорка са идеалним топлотним проводником у позадини око ког се налази ваздух- $\tilde{r}_g = 0$, $\tilde{r}_b \rightarrow \infty$

Са једне стране двослојног узорка налази се ваздух као идеални топлотни изолатор ($\tilde{r}_g = 0$), а са друге много боље топлотно проводна позадина, која у апроксимацији може да се сматра идеалним топлотним проводником ($\tilde{r}_b \rightarrow \infty$), или се други слој узорака може сматрати много лошијим топлотним проводником од ваздуха, па се ваздух у овом случају посматра као идеалним топлотним проводником. Динамичке површинске температуре у овом случају изгледају на следећи начин:

$$\tilde{g}(0) = \tilde{U}_1 + \frac{\cosh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_2 + \tilde{U}_3 - \sinh \tilde{b} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} - \frac{\sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 \quad (3.77)$$

$$\tilde{g}(l_s) = 0 \quad (3.78)$$

а динамичка температура на међуповршини:

$$\tilde{g}(l_1) = \frac{\cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_2 + \cosh \tilde{a} \cdot \tilde{U}_3 - \sinh \tilde{b} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_4 - \sinh \tilde{b} \cosh \tilde{a} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} + \\ + S_0 \tilde{z}_{c1} \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 e^{-\beta_1 l_1} \quad (3.79)$$

Када се у претходним изразима комплексне величине $\tilde{U}_2, \tilde{U}_3, \tilde{U}_4, \tilde{U}_5$, замене одговарајућим изразима (3.42-3.45) добијају се следеће једнакости:

$$\begin{aligned} \tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} & \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \cosh \tilde{b} \right] \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 \right. \\ & + \left[(\sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \sinh \tilde{b} \right] \beta_2 \tilde{B}_2 \\ & \left. + \tilde{r} \sinh \tilde{b} \beta_1 \tilde{B}_1 + \tilde{r} \left[\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2} \right] \tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 \right] \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} \tilde{g}(l_1) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} & \left[\sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 + \cosh \tilde{a} (\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2}) \tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 + \right. \\ & \left. + (\sinh \tilde{b} \cosh \tilde{a} - e^{\beta_1 l_1}) \beta_1 \tilde{B}_1 - \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b} \beta_2 \tilde{B}_2 \right] \end{aligned} \quad (3.81)$$

В) Случај када је двослојни узорак окружен идеалним топлотним проводником

$$-\tilde{r}_g = \tilde{r}_b \rightarrow \infty$$

Ово је случај када окружење узорка има много бољу топлотну проводност у односу на топлотну проводност слојева, па се може сматрати идеалним топлотним проводником ($\tilde{r}_g = \tilde{r}_b \rightarrow \infty$). Изрази за површинске температурске варијације и на предњој и на задњој страни у овом случају постају једнаки нули:

$$\tilde{g}(0) = 0, \quad \tilde{g}(l_s) = 0 \quad (3.79)$$

док је температурска флукуација на међуповршини различита од нуле:

$$\begin{aligned} \tilde{g}(l_1) = \frac{1}{\tilde{r} \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} & \left[-\tilde{r} \sinh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_1 + \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_2 + \sinh \tilde{a} \cdot \tilde{U}_3 - \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 \right] \\ & + S_0 \tilde{z}_{c1} \sigma_1 B_1 e^{-\beta_1 l_1} \end{aligned} \quad (3.80)$$

Претходним разматрањима смањен је број параметара за фитовање за 6. Међутим, и даље остаје велики број параметара (8) које је потребно извући помоћу нелинеарних инверзних процедура. Овај број је могуће редуковати увођењем нових претпоставки и анализом разних односа између оптичких коефицијената апсорпције слојева, затим дебљина слојева и топлотних дифузивности и оптичких коефицијената апсорпција, о чему ће бити речи у глави 5.

3.3. Литература

1. J. Medina, Yu. G. Gurevich, G. N. Logvinov, P. Rodriguez and G. Gonzalez de la Cruz, *Photoacoustic investigation of the effective diffusivity of two-layer semiconductors*, Molecular Physics, vol.100, no.19, 3133-3138(2002)
2. A. M. Mansanares, A. C. Bento, H. Vargas, N. F. Leite, and L. C. M. Miranda, *Photoacoustic measurement of the thermal properties of two-layer systems*, Phys. Rev. B 42, 4477 (1990)
3. A.M. Mansanares, H. Vargas, F. Galembeck, J. Buijs, D. Bicanic, *Photoacoustic characterization of a two-layer system*, J. Appl. Phys. vol.70, no.11, 7046-7050 (1991)
4. A. Salazar, A. Sanchez-Lavega and J. M. Terron, *Effective thermal diffusivity of layered materials measured by modulated photothermal techniques*, Journal of applied physics, vol. 84, no. 6 (1998)
5. H. Hu, X. Wang and X. Xu, *Generalized theory of the photoacoustic effect in a multilayer materia.*, J. Appl. Phys., vol. 86, pp.3953-3958 (1999)
6. J.A. Baldares-Lopez, A. Mandelis, J. A. Garcia, *Normalized photoacoustic techniques for thermal diffusivity measurements of buried layers in multilayered systems*, J. Appl. Phys. vol. 92 pp.3047–3056 (2002)
7. Y. G. Gurevich, G. N. Logvinov, G. G. de la Cruz, G. E. López, *Physics of thermal waves in homogeneous and inhomogeneous (two-layer) samples*, International Journal of Thermal Sciences, vol. 42, 63–69(2003)
8. N.G.C. Astrath, F. B.G. Astrath, J. Shen, C. Lei, J. Zhou, Z. S. Liu, T. Nevessin, M.L. Beasso and A.C. Bento, *An open-photoacoustic-cell method for thermal characterization of a two-layer system*, Journal of applied physics, vol. 107, 043514 (2010)
9. J. Ordonez-Miranda, J.J. Alvarado-Gil, *Effective thermal properties of multilayered systems with interface thermal resistance in a hyperbolic heat transfer model*, Int. J. Thermophys. **31** (4-5), pp.900-925(2010)
10. J. Ordonez-Miranda, J.J. Alvarado-Gil, *Frequency-modulated hyperbolic heat transport and effective thermal properties in layered systems*, Int. J. Therm. Sci. **49**, 209-217 (2010)
11. W.B. Lor, H.S. Chu, *Effect of interface thermal resistance on heat transfer in a composite medium using the thermal wave model*, Int. J. Heat Mass Tranf. 43, 653 (2000)

12. A. F. Khadrawi, M. A. Al-Nimr, and M. Hammad, *Thermal behavior of perfect and imperfect contact composite slabs under the effect of the hyperbolic heat conduction model*, International Journal of Thermophysics, vol. 23, Issue 2(2001)
13. D.D. Markushev, J. Ordonez-Miranda, M.D. Rabasovic, S. Galovic, D.M. Todorovic, S.E. Bialkowski, *Effect of the absorption coefficient of aluminium plates on their thermoelastic bending in photoacoustic experiments*, J. Appl. Phys. 117, 245309 (2015)
14. С.Галовић, *Моделовање и анализа фототерминалних сигнала засрединесатоплотном меморијом*, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду, Докторска дисертација (2003).
15. М. Поповић, *Моделовање и анализа фототерминалног одзива нехомогених структура са топлотном меморијом*, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду, Магистарски рад (2009)
16. Z. Šoškić, S. Galović, M. Popović, *Analysis of photothermal response of thin solid films by analogy with passive linear electric networks*, Thermal Science, 13, 129-142 (2009)
17. A. Popović, Z. Šoškić, Z. Stojanović, D. Čevizović and S. Galović, *On the applicability of the effective medium approximation to the photoacoustic response of multilayered structures*, Phys. Scripta, T149, 014066 (2012)
18. J.L. Pichardo-Molina, J.J. Alvarado-Gil, *Heat diffusion and thermoelastic vibration influence on the signal of an open photoacoustic cell for two layer systems*, J. Appl. Phys. 95 pp. 6450–6456 (2004)
19. L. Olenka, A.N. Medina, M. L. Baesso, A.C. Bento, *Monitoring the depth penetration of dyes in poly (ethylene terephthalate) films using a two layer based photoacoustic model*, Brazilian Journal of Physics, vol. 32, no. 2B (2002)
20. S. Galović, D. Kostoski, *Photothermal Wave Propagation in Media with Thermal Memory*, J. Appl. Phys. 93, pp.3063–3071 (2003)
21. S. Galović, Z.Šoškić, M. Popović, D. Čevizović and Z. Stojanović, *Theory of Photoacoustic in the Media with Thermal Memory*, J. Appl. Phys. vol 116, no. 024901(2014)
22. M. Nestic, S. Galovic, Z. Soskic, M. Popovic, D. M. Todorovic, *Photothermal Thermoelastic Bending for Media with Thermal Memory*, Int J Thermophys 33, pp.2203–2209 (2012)
23. D. D. Markushev, M. D. Rabasovic, M. Nestic, M. Popovic, S. Galovic, *Influence of Thermal Memory on Thermal Piston Model of Photoacoustic Response*, Int J Thermophys 33, pp.2210–2216 (2012)

24. J. Ordonez-Miranda, J.J. Alvarado-Gil, *Frequency-Modulated Hyperbolic Heat Transport and Effective Thermal Properties in Layer Systems*, International Journal of Thermal Sciences 49, 209–217 (2010)
25. D. Tošić, *Matematika III*, Akademska misao, Beograd (2006)
26. D.S. Mitrinović, J.D. Kečkić, *Matematika II*, Nauka, Beograd(1994)
27. A. Rosencwaig, A. Gersho, *Theory of the Photoacoustic Effect with Solids*, J. Appl. Phys. 47, 64 (1976)
28. A. Rosencwaig, *Photo-Acoustic Spectroscopy*, Rev. Sci. Instrum., vol. 48, no. 9 (1977)

4. Фотоакустички одзив двослојних структура за случај трансмисионе конфигурације са хелијом минималне запремине – теорија и експеримент

Звучни ефекат добијен загревањем чврстог тела наизменичним светлосним зрацима први је уочио Бел у деветнаестом веку. Овај феномен је објашњен, скоро сто година касније, као последица фототермалног ефекта, што је представљало основу за дефинисање фотоакустичког ефекта и развој читавог низа фототермалних метода. Највећи број фототермалних техника развио се из првостављене фотоакустичке спектроскопије. Разлике у методама односе се на одабир детекционог механизма [1]. Детекциони механизми могу да буду: микрофони, пиезоелектрици, пироелектрици, фотодиоде и други [2,3,4,5]. Последњих деценија фотоакустичке технике добијају посебну пажњу и постају веома важно аналитичко и истраживачко средство које се све више користи у различитим аспектима науке и технологије. Оне постају једне од најкориснијих и најпоузданијих фототермалних техника за одређивање физичких, оптичких и других са њима повезаних физичких особина чврстих материјала и течности. Користе се за карактеризацију танких филмова, снимање исподповршинских структура, дубинску профилометрију, у микро и наноелектроници, за испитивање биолошких ткива, у медицини, у дијагностичке и терапеутске сврхе. Велика предност ових техника је што су недеструктивне, неинвазивне, захтевају малу или никакву припрему узорака и прилагодљиве су разним експерименталним условима.

Фотоакустички (ФА) ефекат је појава генерације акустичких таласа у материјалу услед апсорпције модулисаног енергетског снопа (електромагнетско зрачење, снап честица електрона, протона, неутрона, јона). Наиме, фотоакустички ефекат је сложени процес апсорпције модулисаног енергетског зрака у материјалу и генерације акустичког одзива услед нерадијативних деекситационих и релаксационих процеса. Генерисани акустички сигнал, односно фотоакустички сигнал, последица је различитих топлотних, еластичних и електронских транспортних процеса у материјалу [6].

Модулација побудног зрачења може да буде периодична и импулсна. Периодична побуда је у облику поворке импулса и пауза приближно истог трајања, док је за импулсну карактеристична врло кратка и снажна побуда са великом паузом до наредног импулса. У

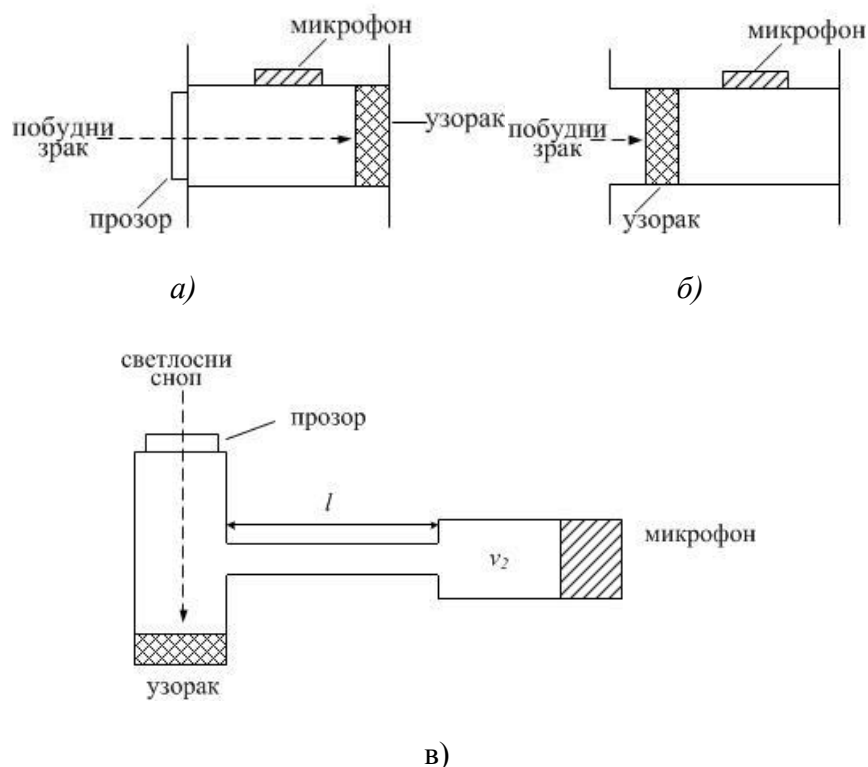
односу на ова два типа побуде постоје и два типа фотоакустичке генерације: периодична и импулсна фотоакустичка генерација. Даље, на основу места детекције постоје директна и индиректна фотоакустичка генерација. Код директне генерације директно се детектују акустички таласи који се јављају у самом узорку који је апсорбовао побудни зрак. Дакле, и детекција је у самом узорку. Код индиректне фотоакустичке генерације, акустички таласи се генеришу у медијуму (најчешће гасу) који је у контакту са узорком и служи као посредник акустичких таласа до детектора[6].

Генерисани акустички одзив, као последица фотоакустичког ефекта, може се детектовати на различите начине. На детектору се региструје фотоакустички сигнал, односно амплитуда и фаза сигнала. То је аналогни електрични сигнал исте учестаности као што је учестаност модулације побудног електромагнетског зрака. Детекција може да буде у функцији од таласне дужине побудног зрака (ФА спектроскопија), положаја побудног зрака на површини узорка (ФА микроскопија), као и у функцији од различитих других параметара, као што су температура узорка, притисак, у функцији од учестаности модулације (ФА фреквентна метода) или поларизације побудног зрака. Са становишта места детекције разликују се три основне детекционе методе:

1. чврст узорак – флуид – претварач
2. флуидни узорак (гас или течност) – претварач
3. чврст узорак – претварач

Друга и трећа врста детекционих метода спадају у методе са директном генерацијом фотоакустичког сигнала, док је прва везана за индиректну. На основу овако описаних детекционих конфигурација развијен је читав низ детекционих техника (гас-микрофонска, хидрофонска, пиезоелектрична, итд.). За мерење чврстих узорака најважнија је гас-микрофонска детекциона конфигурација. Она подразумева да се узорак налази у затвореној комори (фотоакустичкој ћелији) испуњеној гасом (ваздухом). Модулисано зрачење кроз прозор фотоакустичке ћелије доспева до узорка, који се услед апсорпције локално периодично побуђује, односно генеришу се топлотни и еластични таласи. Ови таласи изазивају акустичке таласе у гасу фотоакустичке ћелије, који се детектују микрофоном. Без обзира на разноликост типова и конструкција фотоакустичке ћелије, све оне имају тело ћелије и акустички детектор. Тело ћелије обједињује различите делове

ћелије и обезбеђује одговарајућу затворену акустичку запремину, која може да буде нерезонантна или резонантна. Акустичку запремину могу чинити две или више међусобно спојених комора. Ово је типично за резонантну фотоакустичку ћелију чија је акустичка запремина у виду Хелмхолцовог резонатора (слика 4.1) [7–12]. Детекција сигнала може да буде са исте стране узорка са које је и побуда, рефлексиона конфигурација, или са супротне стране узорка у односу на побуду, трансмисиона конфигурација (слика 4.1). Један од главних недостатака конвенционалних гас-микрофонских ћелија јесте тај што имају велику запремину, а познато је да се са смањењем запремине повећава величина фотоакустичког сигнала. Због тога се тежи конструкцији ћелија са што мањом запремином. Једна од таквих конструкција јесте да се сама микрофонска шупљина користи као акустичка комора у којој се генерише фотоакустички сигнал. Конструисана је тзв. ћелија минималне запремине код које је узорак директно наслоњен на електрет микрофон или, како се још назива, фотоакустичка експериментална поставка са отвореном ћелијом.



Слика 4.1 Примери ФА ћелије: а) ћелија са рефлексионом конфигурацијом, б) ћелија са трансмисионом конфигурацијом, в) резонантна ћелија

Последње три деценије развијено је више фотоакустичких метода за одређивање топлотних транспортних особина које се заснивају на индиректној фотоакустичкој генерацији [13,14,15]. Измерени акустички сигнал, који настаје као последица простирања и расејања топлотних таласа насталих услед побуде импулсног зрачења модулисаног по интензитету, носи информацију о геометријским, оптичким и динамичким топлотним особинама материјала узорка. Да би се одредиле ове особине узорка, први корак је да се реши такозвани директан проблем, да се одреди зависност фотоакустичког одзива од његових геометријских, оптичких и топлотних особина, као и од интензитета и модулационе фреквенције упадног оптичког зрачења. Директан модел је одређен за једнослојне узорке са једноставним геометријама: равним, цилиндричним или сферним [16–19] и за неке двослојне [20–24] и вишеслојне структуре [25–27]. Следећи корак захтева развој инверзних процедура за одређивање физичких особина узорака из измереног фотоакустичког одзива када су интензитет и модулациона фреквенција упадног оптичког зрачења познати. Математички гледано, то је лоше постављен проблем, због тога што мале промене улазних података (које могу настати као последица експерименталног шума) могу да проузрокују велике промене излазних. Што је већи број непознатих параметара, већи је и број услова у постављеном проблему, а самим тим јачи је утицај експерименталног шума на сигурност мерења, односно одређивања физичких параметара из тих мерења. Неке инверзне фотоакустичке процедуре користе нормализацију података да би се са једне стране избегли електронски одзиви инструмента, а са друге пропорционалне константе које су термофизички суштински небитне, све у циљу смањења броја непознатих променљивих величина, па самим тим и смањење утицаја експерименталног шума [27–30]. У случају једнослојних структура, овакве методологије чине одређивање топлотно-физичких својстава узорака изводљивим, једноставним и поузданим. За вишеслојне структуре, а посебно за двослојне, многи аутори користе апроксимације ефективних средина, посматрајући вишеслојне структуре као један слој са ефективним параметрима. Користећи инверзне процедуре које већ постоје за једнослојне структуре одређују се ефективни параметри, а затим се на основу математичких израза који описују односе између ефективних параметара и топлотних параметара сваког слоја добијају топлотно-физичке особине појединачних слојева [31].

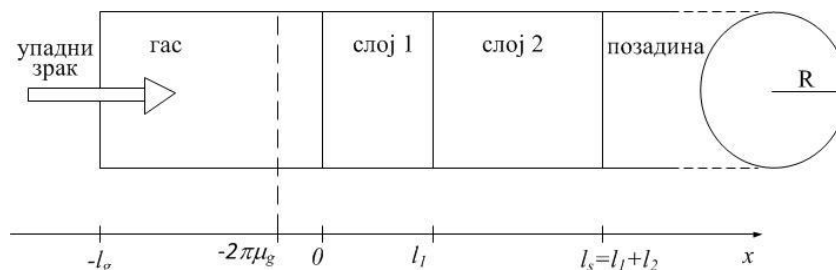
Први теоријски опис фотоакустичког ефекта у чврстим телима дали су Розенцвајг и Гершо (1976) [2]. Они су за случај рефлексивне гас-микрофонске детекционе конфигурације, развили модел „топлотног клипа”, заснован на објашњењу топлотних појава на основу једнодимензионалних топлотних дифузионих једначина. Након апсорпције модулисаног зрака у материјалу, генеришу се топлотни таласи. Топлотни таласи се простиру до површине узорка, где изазивају периодично загревање површинског слоја гаса, који је у контакту са узорком. Овај слој гаса се периодично шири и скупља и понаша као клип у односу на остатак гаса, изазивајући варијације притиска, односно појаву акустичких таласа – звук. Розенцвајг и Гершо су претпоставили да је овај топлотни клип подвргнут адијабатском гасном закону. Мекдоналд и Ветсел (1978) [32] су проширили теоријски опис фотоакустичког одзивајући тзв. модел „композитног клипа”. Они су показали да на генерисани акустички сигнал имају утицаја и механичке вибрације површине узорка („механички клип”), које су последица термоеластичних појава у узорку. „Топлотни клип” и „механички клип” се суперпонирају чинећи тзв. „композитни клип”. Затим, Русе и сарадници (1983) [33] дају проширење модела и објашњавају улогу ефекта „бубња”, односно утицај термоеластичног савијања на фотоакустичне експерименте. Фернелијус (1980) [8] проширује разматрање на вишеслојне узорке са различитим топлотним и оптичким особинама. Ово је врло значајно код узорака са површинским слојевима (оксиди, превлаке итд.).

Код микрофона који се користи за детекцију фотоакустичког сигнала у трансмисионој конфигурацији са ћелијом минималне запремине (односно када имамо конфигурацију са отвореном ћелијом), микрофонска шупљина представља фотоакустичку ћелију [33,38]. За овакву конфигурацију класична теорија предвиђа монотоне амплитудске и фазне фреквентне карактеристике, као и много већи утицај термоеластичне компоненте на вишим фреквенцијама (за већину материјала те фреквенције су око 1 kHz, док за узорке дебљине око 80 μm и тање, теорија предвиђа доминацију термоеластичне компоненте чак и на нижим модулативним фреквенцијама) [39–42]. Постоје бројни радови који приказују измерене вредности у високофреквентном мерном опсегу, 3–5 kHz, па чак и преко 10kHz [33]. Резонантни пикови, који се појављују у овом фреквентном опсегу нису много дискутовани у литератури и углавном су приписивани утицају мерног ланца. Међутим, ове фреквенције се јављају на учестаностима нижим од оних који су последица утицаја мерног

ланца (ту се мисли на карактеристике микрофона и појачавача у мерном ланцу). Са друге стране, генерализована теорија фотоакустичког одзива предвиђа резонантно понашање проузроковано коначном брзином простирања топлоте на приближно сличном фреквентном опсегу за неуређене материјале [35], и то је разлог због ког је потребно да се ове резонанце испитају.

У овомпоглављу развијени су модели који описују фотоакустички одзив рефлексионе(одељак 4.1) и трансмисионе конфигурацијегас-микрофонске ћелије(одељак 4.2). Посебан нагласак је на трансмисионој конфигурацији ћелије минималне запремине, која чини основу експерименталне поставке на којој су рађена мерења. Модели су развијени на основу претпоставке да се топлота простире коначном брзином, односно укључени су утицаји топлотно меморијских својстава узорака, односно оба слоја узорка, као и окруженог ваздуха. За добијање модела пошло се од израза који описују површинске температурске варијације и простирање температуре кроз двослојни узорак, добијених у глави 3. Код трансмисионе конфигурацијефотоакустички одзив добијен је као збир термопроводне и термоеластичне компоненте [33], али је узет у обзир и утицај конструкције ћелије минималне запремине. Примећено је да се понашање микрофона испољава у облику који личи на акустички филтар (Хелмхолцов резонатор) [54,55], због тога што микрофонска шупљина има облик акустичке коморе, отворене са једне стране.Функцијапреносаћелије,која се посматра као акустички филтар, изведена је употребом електро-акустичне аналогije. Међутим, зид микрофонске шупљине, на супротној страни у односу на отвор, је нелинеарна дијафрагма која вибрира. Ова нелинеарност је линеаризована, у првој апроксимацији, као конволуција два крајња случаја, када је померај дијафрагме највећи у једну и у другу страну. На овај начин, преносна функција ћелије, у фреквентном домену, добијена је као производ ова два случаја. Генерализовани фотоакустички одзив за експерименталну поставку са ћелијом минималне запремине добијен је као производ теоријског модела и преносне карактеристике фотоакустичке ћелије. Ови резултати објављени су у нашем раду под називом: „*Helmholtz Resonances in Photoacoustic Experiment with Laser-Sintered Polyamide Including Thermal Memory of Samples*”[54].

4.1. Фотоакустички одзив за рефлексиону конфигурацију



Слика 4.2 Геометрија проблема

У овом одељку приказано је проширење Розенцвајг-Гершоове (РГ) теорије за двослојне узорке у срединама са топлотном меморијом. Приказани модел разматра стандардну фотоакустичку рефлексиону експерименталну поставку, као што је случај и код РГ модела топлотног клипа. Чврст двослојни узорак, укупне дебљине $l_s = l_1 + l_2$, постављен је између слоја ваздуха дебљине l_g и позадине чија је дебљина довољно велика да може да се сматра полубесконачном. На узорак делује упадни светлосни сноп, као што је описано у Глави 3. Апсорбована светлост у узорку се преводи, делом или у потпуности, у топлоту путем нерадијативних, деекситационих и релаксационих процеса. Посматра се цилиндрична ћелија чији је геометријски приказ дат на слици 4.1. Ћелија је пречника D и дужине L . Претпоставља се да је дужина ћелије мала у поређењу са таласном дужином акустичког сигнала и микрофона (који није приказан на слици). Микрофон ће детектовати средњу вредност притиска насталог у ћелији. Даље се претпоставља да се узорак побуђује хармонијски модулисаним зрачењем које има знатно већу ширину снопа него што су попречне димензије узорка и да може да се користи једнодимензионална апроксимација.

Главни извор акустичког сигнала јесу периодичне топлотне варијације које потичу од узорка и шире се према гасу који га окружује. Дакле, апсорбована светлост ствара променљиви топлотни извор унутар узорка, што изазива провођење топлоте кроз узорак и пренос топлоте у окружење. Временски променљиве температурске варијације изазивају и појаву еластичних таласа у чврстим узорцима, што за последицу има стварање нових температурских варијација. Уопштена теоријска анализа фотоакустичког ефекта подразумева симултано решење и топлотних и еластичних транспортних једначина са

одговарајућим граничним и почетним условима. У чврстим узорцима могуће је занемарити топлоту која настаје као последица простирања еластичних таласа, што значи да је у највећем броју практичних случајева, појединачни третман температурских варијација, насталих директно услед апсорбоване светлости, довољан [33,35,43].

Временски зависна компонента температуре у гасу експоненцијално пада са порастом растојања од површине узорка(израз 4.3). На растојању од само $2\pi\mu_g$, где је $\mu_g[m]$ топлотна дифузиона дужина гаса (дефинисана изразима 4.1 и 4.2) периодичне температурске варијације у гасу су практично безначајне.

$$\tilde{\sigma}_g = \sqrt{\frac{j\omega(1+j\omega)}{D_{Tg}}} = \frac{1}{\mu_g(\omega)} + j \frac{2\pi}{\lambda_g(\omega)} \quad (4.1)$$

$$\mu_g = \sqrt{\frac{2D_{Tg}}{\omega\sqrt{1+\omega^2\tau_g^2} - \omega^2\tau_g}} \quad (4.2)$$

$$\lambda_g = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2D_{Tg}}{\omega\sqrt{1+\omega^2\tau_g^2} + \omega^2\tau_g}} \quad (4.3)$$

$\lambda_g [m]$ је таласна дужина топлотних таласа у датој средини (у овом случају у гасу). Дакле, може се дефинисати гранични слој дебљине $2\pi\mu_g$ у коме може да се сматра да је гас у могућности да одговори променом температуре у складу са променама на површини узорка [2]. Према томе, дебљина слоја гаса у фотоакустичкој ћелији треба да буде већа од овог граничног слоја, да би могао да се развије модел топлотног клипа. Топлотна дифузивност ваздуха је $D_{Tg} = 1.9 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$ [35], па је топлотно дифузиона дужина гаса мања од милиметар, чак и за веома ниске модуларационе фреквенције, реда величине 10 Hz [35]. Значи, дебљина слоја гаса треба да је много већа од топлотне дифузионе дужине топлотних таласа у гасу, да би могли да кажемо да танак слој ваздуха који се налази испред узорка може да апсорбује сву топлотну енергију коју емитује узорак.

Средња температура у гасу је:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2\pi\mu_g} \int_0^{-2\pi\mu_g} \tilde{\theta}(x)(-dx) \quad (4.4)$$

$\tilde{\mathcal{Q}}(x)$ представља динамичку провођену топлоту у ћелији, која је настала као последица апсорбовања енергије. Израз који описује провођење топлоте у гасу ћелије са предње стране узорка за двослојни узорак је (3.32), у коме је константа \tilde{A}_1 дата изразом (3.52). Знак минус потиче из чињенице да се топлотни таласи шире од узорка према гасу, значи у супротном смеру од осе x .

Решавањем овог интеграла добија се израз за средњу температуру у гасу:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2\pi\mu_g} \frac{1}{\tilde{\sigma}_g} \tilde{\mathcal{Q}}(0) \quad (4.5)$$

$\tilde{\sigma}_g$ је комплексни коефицијент топлотног простирања у гасу и дат је изразом (3.21). $\tilde{\mathcal{Q}}(0)$ је површинска динамичка температура на предњој површини двослојног узорка дата изразом (3.59), а у случају када је двослојни узорак окружен гасом ($\tilde{r}_g = \tilde{r}_b = 0$), изразом (3.72). С обзиром да се овај слој гаса периодично греје и хлади, то се он шири и скупља, па се може сматрати гасним клипом који производи акустичке сигнале. Померање овог гасног клипа може се разматрати преко закона за идеални гас:

$$\delta x = 2\pi\mu_g \frac{\bar{\theta}}{T_0} \quad (4.6)$$

где је T_0 средња температура граничне површине узорак-гас. Ако се претпостави да клип врши адијабатски процес $PV^\gamma = const$, при чему су P притисак и V запремина гаса у ћелији, а γ однос специфичних топлота, промене притиска у гасу су :

$$\delta P = \frac{\gamma P_0}{V_0} \delta V = \frac{\gamma P_0}{l_g} \delta x \quad (4.7)$$

Варијације притиска у ћелији представљају термопроводну компоненту фотоакустичког одзива, односно, у случају рефлексивне конфигурације представљају фотоакустички одзив:

$$\tilde{p}_{th} = \delta P = \frac{\gamma P_0}{l_g T_0} \frac{1}{\tilde{\sigma}_g} \tilde{\mathcal{Q}}(0) \quad (4.8)$$

Према томе, теоријски модел за топлотни клипу случају двослојног узорка који је наслоњен на полубесконачну позадину у фотоакустичкој експерименталној поставци са рефлексионом конфигурацијом је:

$$\tilde{P}_{th} = \frac{\gamma P_0 S_0 \sqrt{D_{Tg} D_{T1}}}{l_g T_0 k_1} \frac{1}{j\omega} \frac{\sqrt{1+j\omega\tau_1}}{\sqrt{1+j\omega\tau_g}} \frac{e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{D}} \tilde{Q} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = & \left[\tilde{r} \sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 (\tilde{r}_{g2} \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) + \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 (\sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \tilde{r}_{g2} \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) \right] e^{\beta_1 l_1} \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 + \\ & + \left[(\sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \tilde{r}_{g2} \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) (\tilde{r} \tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 - \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1) - \tilde{r} (\tilde{r}_{g2} \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) (\tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 - \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1) \right] - \\ & - \left[(\tilde{r}_{g2} \tilde{\sigma}_2 - \beta_2) \tilde{r} \tilde{B}_2 \right] e^{-\beta_2 l_2} - \\ & - \left[\sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 (\sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \tilde{r}_{g2} \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) + \tilde{r} \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 (\tilde{r}_{g2} \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) \right] e^{\beta_1 l_1} \beta_1 \tilde{B}_1 \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\tilde{B}_1 = \frac{\beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2}, \quad \tilde{B}_2 = \frac{\beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D} = & \tilde{r} (\sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 + \tilde{r}_{g1} \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1) (\tilde{r}_{g2} \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) + \\ & + (\tilde{r}_{g1} \sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 + \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1) (\sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \tilde{r}_{g2} \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) \end{aligned} \quad (4.12)$$

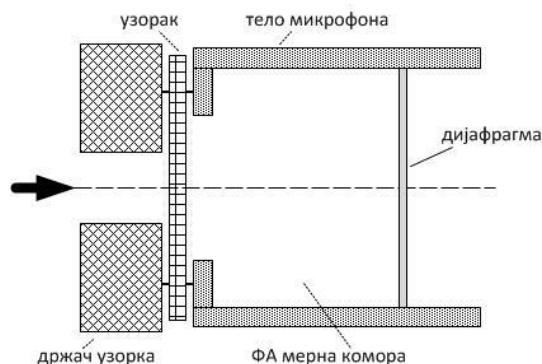
Када имамо случај да је двослојни узорак окружен гасом и са предње и са задње стране, \tilde{Q} и \tilde{D} постају:

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = & \left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \sinh \tilde{b} \right] \tilde{\sigma}_1 \tilde{B}_1 \\ & - \left[(\sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \cosh \tilde{b} \right] \beta_1 \tilde{B}_1 \\ & + \tilde{r} \sinh \tilde{b} \tilde{\sigma}_2 \tilde{B}_2 - \tilde{r} \left[\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2} \right] \beta_2 \tilde{B}_2 \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\tilde{D} = \tilde{r} \sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 \quad (4.14)$$

4.2. Фотоакустички одзив за трансмисиону конфигурацију ћелије минималне запремине

Конструкција фотоакустичке ћелије са трансмисионом детекционом конфигурацијом и ћелијом минималне запремине посебно је интересантна за примену (слика 4.3). Узорак се монтира директно на предњу површину микрофона, која има кружни отвор кроз који звук допире до микрофонске мембране. Предност овакве ћелије није само у минималној могућој акустичкој запремини, већ и у бољој фреквентној карактеристици која је у овом случају искључиво зависна од карактеристике самог микрофона. Затим, за овакву ћелију није неопходан оптички прозор, али се он обично користи ради акустичке заштите. Конструкција ових фотоакустичких ћелија је тако оптимизирана да омогућава максималну заштиту од утицаја околине, добар однос сигнал-шум и равну фреквентну карактеристику у опсегу између 60Hz и 6000 Hz. На овај начин постигнути фотоакустички сигнал је веома доброг квалитета [6].

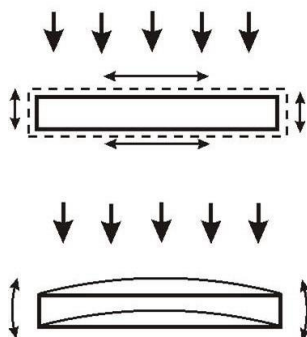


Слика 4.3 Ћелија минималне запремине

Посматра се цилиндрична фотоакустичка ћелија полупречника R и дебљине L . Претпоставља се да је дебљина ћелије мала у поређењу са таласном дужином акустичког сигнала, па ће микрофон детектовати средњу вредност притиска насталог у ћелији. Узорак који се посматра је двослојна структура облика диска полупречника R и укупне дебљине $l_s (l_s = l_1 + l_2)$. Постављен је тако да је са обе стране окружен гасом (у овом случају ваздухом) унутар ћелије. Микрофон се налази на задњем зиду ћелије, дакле иза узорка (слика 4.3). Сматра се да су испуњени услови за важење свих претпоставки из Главе 3. Значи, топлотни процеси који се дешавају у узорку побуђени су хармонијски модулисаним ласерским

зрачењем које има знатно већу ширину снопа него што су попречне димензије узорка. Због тога се може сматрати да је узорак изложен раванском упадном снопу чији је таласни фронт паралелан побудној површини узорка, те је могуће користити једнодимензионалну апроксимацију. Интензитет топлотних извора који се генеришу услед различитих деекситационо-релаксационих процеса дат је изразом (3.3).

Топлота, генерисана у узорку услед апсорпције побудног електромагнетног снопа, изазива топлотно ширење кристалне решетке и на тај начин постаје извор простирања еластичних таласа производећи два типа еластичног помераја: еластично ширење и еластично савијање (слика 4.4). Са друге стране, еластични таласи се појављују као додатни извор поремећаја температурског поља у узорку [32,37,44,45]. Да би се објаснио утицај поменутих физичких процеса на фотоакустички сигнал, неопходно је развити теоријски модел заснован на решењима спрегнутог система диференцијалних једначина: једначина простирања еластичних таласа и једначина простирања топлоте кроз чврста тела, за дату експерименталну конфигурацију [32,37,45].



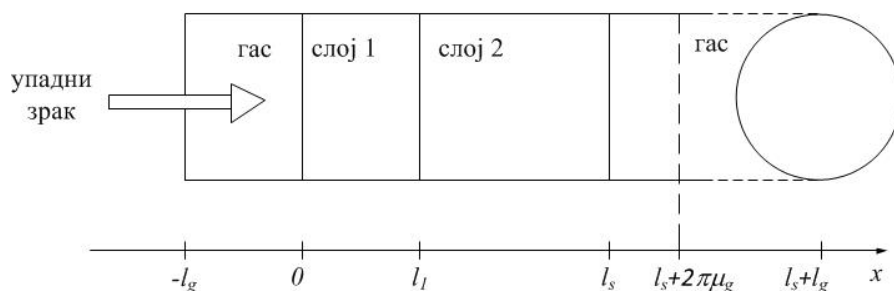
Слика 4.4 Приказ термоеластичног истезања и савијања

На основу претходних модела показано је да се утицај еластичних таласа на расподелу температурског поља може занемарити ако је задовољена следећа неједнакост [21,33,37,44]:

$$\frac{(3\alpha_T)^2 T_0}{(\rho \xi c_i)^2 C_e} \ll 1$$

где је α_T коефицијент линеарног термичког ширења, T_0 температура амбијента (околине узорка), ξ модул изотермне компресије, ρ густина тела, c_i брзина изотермних лонгитудиналних еластичних таласа и C_e специфична топлота при константној еластичној деформацији. Горњи услов је код чврстих тела увек испуњен [21,33,37,44]. Ово значи да термоеластичне деформације узорка не утичу на укупни температурски профил који се описује једначином провођења топлоте. Показује се, такође, да је могуће занемарити топлоту узроковану напрезањем решетке коју производи деформација електрона повезана са интеракцијама између носилаца наелектрисања и фотона [44]. Узимајући у обзир ово разматрање, проблем моделовања те деформације и фотоакустичког одзивасводи се на решавање распрегнутог система диференцијалних једначина, у коме се расподела температурског поља појављује као извор еластичне деформације [21,33,37,44]. Дакле, термопроводна и термоеластична компонента се одређују независно једна од друге.

4.2.1. Термопроводна компонента фотоакустичког одзива за двослојне структуре у случају хелије минималне запремине



Слика 4.5 Геометрија проблема

Као што је описано у претходном одељку (4.1), дефинише се гранични слој дебљине $2\pi\mu_g$, до ког се сматра да се у гасу јављају температурске варијације као последица промене температуре у узорку услед апсорбовања упадног зрачења (слика 4.3). Да би могао да се развије модел топлотног клипа потребно је да буде задовољен услов да је $l_g > 2\pi\mu_g$. μ_g се одређује на основу једначине (4.2) и зависи од модуларационе фреквенције, топлотне дифузивности и топлотног времена релаксације гаса. Слично као и у претходном одељку, за овај слој гаса одређује се средња температура [2,35,36]:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2\pi\mu_g} \int_{l_s}^{l_s+2\pi\mu_g} \tilde{\mathcal{G}}(x) dx \quad (4.15)$$

где су $\tilde{\mathcal{G}}(x)$ температурске варијације у гасу. Решавањем овог интеграла добија се следећи израз за средњу температуру:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2\pi\mu_g} \frac{1}{\tilde{\sigma}_g} \tilde{\mathcal{G}}(l_s) \quad (4.16)$$

Простирање топлоте у гасу између узорка и микрофона дато је изразом (3.35), а површинске температурске варијације на задњој површини изразом (3.62).

Овај слој ваздуха понаша се као гасни клип који производи акустичке таласе и разматра се преко закона за идеалан гас. Израз (4.16) убацује се у једначину (4.6) и претпостављајући да клип врши адијабатски процес (4.7), добија се израз за промену притиска у ћелији:

$$\tilde{p}_{th} = \delta P = \frac{\gamma P_0}{l_g T_0} \frac{1}{\tilde{\sigma}_g} \tilde{\mathcal{G}}(l_s) \quad (4.17)$$

Коначан израз за термопроводну компоненту фотоакустичког одзива за двослојне структуре када се узимају у обзир меморијска својства слојева узорка и окружног ваздуха је:

$$\tilde{p}_{th} = \frac{\gamma P_0 S_0 \sqrt{D_{Tg} D_{T2}}}{l_g T_0 k_2} \cdot \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1+j\omega\tau_2}{1+j\omega\tau_g} \cdot \frac{e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2} \cdot \tilde{Q} \quad (4.18)$$

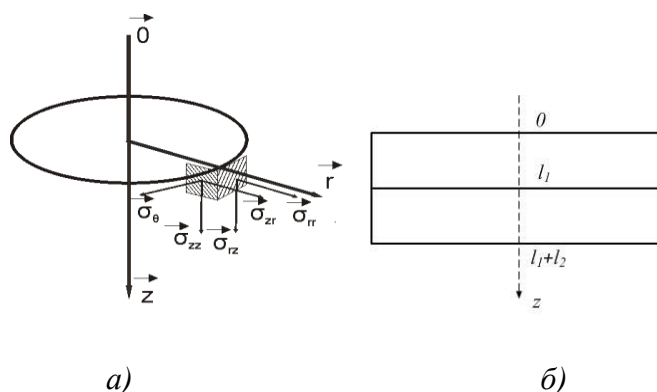
$$\begin{aligned} \tilde{Q} = & \left[(\tilde{r} \sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2) e^{-\beta_2 l_2} - \tilde{r} \sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 \right] \tilde{\sigma}_2 + \\ & \left[(\tilde{r} \sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 \sinh \tilde{\sigma}_2 l_2 + \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 \cosh \tilde{\sigma}_2 l_2) e^{-\beta_2 l_2} - \cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 \right] \beta_2 \cdot \frac{\beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} + \\ & \left. + \left[\sinh \tilde{\sigma}_1 l_1 \cdot \tilde{\sigma}_1 + (\cosh \tilde{\sigma}_1 l_1 - e^{\beta_1 l_1}) \beta_1 \right] \frac{\beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Пикардо-Молина и Алворадо-Гил [21] дали су изразе за двослојну структуру, код које су појединачни слојеви оптички непровидни ($\beta_1 \rightarrow \infty, \beta_2 \rightarrow \infty$), а простирање температуре описано класичном једначином провођења топлоте ($\tau_1 = \tau_2 = \tau_g = 0$). Када се ове претпоставке уведу у претходно разматрање, израз (4.19) се своди на израз (27) из поменуте референце[21]. Узимајући у обзир разматрање површинског апсорбера(

$\beta_1 \rightarrow \infty, l_1 \rightarrow 0$), израз (4.19) се своди на израз (5) из нашег рада [36] у коме је описан модел термопроводне компоненте трансмисионог фотоакустичког одзива, када су урачуната топлотна меморијска својства узорка и његовог окружења.

4.2.2. Термоеластична компонента фотоакустичког одзива за двослојне структуре када се разматра трансмисиона конфигурација са хелијом минималне запремине

Овај модел се заснива на проширењу математичких модела добијених за притисак који се ствара као последица термоеластичног савијања у фотоакустичким експериментима. Првобитни модел дали су Русе, Лепутр и Бертран [33]. Проширење модела са једне стране на двослојне оптички непровидне узорке дали су Пикардо-Молина и Алворадо-Гил [21], а са друге урачунавањем утицаја топлотних меморијских својстава, дато је у нашим радовима [37,46]. Геометрија проблема приказана је на слици (4.5).



Слика 4.5 Геометрија проблема: а) цилиндрична геометрија једноставно ослоњене плоче у једној тачки, б) дуж z осе

Термоеластичне једначине, за посматрани случај, дате су изразима [21,33,44]:

$$\sigma_{ii}^{(n)} = \frac{E_n}{1+\nu_n} \left(u_{ii}^{(n)} + \frac{\nu_n}{1-2\nu_n} e_n - \frac{1+\nu_n}{1-2\nu_n} \alpha_{nT} T_n \right) \quad (4.20)$$

$$\sigma_{rz}^{(n)} = \frac{E_n}{1+\nu_n} u_{rz}^{(n)} \quad (4.21)$$

$\sigma_{ii}^{(n)}$ и $\sigma_{rz}^{(n)}$ представљају нормалан напон и напон смицања појединачних слојева, $u_{ii}^{(n)}$ и $u_{rz}^{(n)}$ су померај и истезање слојева, респективно. E_n је Јунгов модул и ν_n Пуасонов однос. $e_n = u_{rr}^{(n)} + u_{\theta\theta}^{(n)} + u_{zz}^{(n)}$ и α_{nT} су коефицијенти топлотног ширења слојева, $n = 1, 2$ односи се на

број слоја, док су $i = k = r, z, \theta$ цилиндричне координате. Модел за векторско поље еластичног помераја, у цилиндричном координатном систему (слика 4.5a), где је азимутни померај једнак нули због симетрије проблема, а сви напони и напрезања су независни од цилиндричне координате θ [33,47], своди се на решавање следећег система једначина:

$$u_{rr}^{(n)} = \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r}, \quad (4.22)$$

$$u_{\theta\theta}^{(n)} = \frac{u_r^{(n)}}{r}, \quad (4.23)$$

$$u_{zz}^{(n)} = \frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial z} \quad (4.24)$$

$$u_{rz}^{(n)} = \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial r} \quad (4.25)$$

$$\nabla^2 u_r^{(n)} - \frac{u_r^{(n)}}{r^2} + \frac{1}{1-2\nu_n} \frac{\partial e_n}{\partial r} - \frac{2(1-\nu_n)}{1-2\nu_n} \alpha_n \frac{\partial T_n}{\partial r} = 0 \quad (4.26)$$

$$\nabla^2 u_z^{(n)} + \frac{1}{1-2\nu_n} \frac{\partial e_n}{\partial r} - \frac{2(1+\nu_n)}{1-2\nu_n} \alpha_n \frac{\partial T_n}{\partial r} = 0 \quad (4.27)$$

Термоеластичне варијације настају услед градијента температуре дуж z осе, сагласно једнодимензионалном моделу. Температура се мења једино по дебљини, па је $T_n = \mathcal{G}_n(z) = f(z)$. На основу овог услова је $\sigma_{zz}^{(n)} = \sigma_{rz}^{(n)} = 0$.

Гранични услови су:

- 1) Узорак представља једноставно ослоњену плочу у једној тачки:

$$u_z^{(2)}(r=R, z=l_1+l_2) = 0 \quad (4.28)$$

- 2) Услов континуитета на међуповршини слојева је испуњен дуж z осе:

$$u_z^{(1)}(r, z=l_1) = u_z^{(2)}(r, z=l_1) \quad (4.29)$$

- 3) Услов континуитета првог извода помераја на међуповршини:

$$\frac{\partial u_z^{(1)}(r, z=l_1)}{\partial z} = \frac{\partial u_z^{(2)}(r, z=l_1)}{\partial z} \quad (4.30)$$

- 4) Силе и моменти су једнаки нули на слободној ивици кружне плоче:

$$\int_0^{l_1} \sigma_{rr}^{(1)} dz + \int_{l_1}^{l_2} \sigma_{rr}^{(2)} dz = 0 \quad (4.31)$$

$$\int_0^{l_1} z \sigma_{rr}^{(1)} dz + \int_{l_1}^{l_s} z \sigma_{rr}^{(2)} dz = 0 \quad (4.32)$$

Решење термоеластичних једначина са горе поменутих граничних условима је [21]:

$$u_z^{(2)}(r, z = l_s = l_1 + l_2) \approx -\frac{6(R^2 - r^2)}{l_s^3} \times \\ \times \left[\alpha_{T1} \int \left(z - \frac{l_1 + l_2}{2} \right) T_1 dz + \alpha_{T2} \int \left(z - \frac{l_1 + l_2}{2} \right) T_2 dz \right] \quad (4.33)$$

при чему су $T_1 = \tilde{\mathcal{G}}(z)$, $0 \leq z \leq l_1$ и $T_2 = \tilde{\mathcal{G}}(z)$, $l_1 \leq z \leq l_1 + l_2$, дати изразима (3.33) и (3.34), респективно, где се узима да је $\tilde{r}_{g1} = \tilde{r}_{g2} = 0$ јер је узорак окружен ваздухом. Израчунавањем интеграла, еластични померај за двослојни узорак, када се сматра да су слојеви запремински апсорбери и када је урачуната топлотна меморија слојева и ваздуха, је:

$$u_z^{(2)}(r, z = l_s = l_1 + l_2) = -\frac{6(R^2 - r^2)}{(l_1 + l_2)^3} \frac{1}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \\ \times \left\{ -\frac{2\alpha_{T1}}{\tilde{\sigma}_1^2} \left[\left[\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 - l_2)}{2} \sinh \tilde{a} - \cosh \tilde{a} + 1 \right] \cdot \left[-\sinh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_2 + \cosh \tilde{b} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 + \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6 \right] - \right. \\ \left. - \left[\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 - l_2)}{2} + \frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 + l_2)}{2} \cosh \tilde{a} - \sinh \tilde{a} \right] \sinh \tilde{b} + \right. \\ \left. + \left[\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 + l_2)}{2} \sinh \tilde{a} - \cosh \tilde{a} + 1 \right] \cdot \tilde{r} \cosh \tilde{b} \right] \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 \left. \right] - \\ - \frac{2\alpha_{T2}}{\tilde{\sigma}_2^2} \left[\left[\frac{\tilde{\sigma}_2(l_1 - l_2)}{2} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b} - 1 \right] \cdot \left[\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cdot \tilde{U}_2 + \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_4 + \cosh \tilde{a} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 \right] + \right. \\ \left. + \left[\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 + l_2)}{2} \cosh \tilde{b} - \frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 - l_2)}{2} - \sinh \tilde{b} \right] \tilde{r} \sinh \tilde{a} + \right. \\ \left. + \left[\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 + l_2)}{2} \sinh \tilde{b} - \cosh \tilde{b} + 1 \right] \cosh \tilde{a} \right] \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6 \left. \right] - \\ - \frac{S_0 \alpha_{T1} \tilde{z}_{c1} \tilde{\sigma}_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} \left[\frac{l_1 - l_2}{2} e^{-\beta_1 l_1} - \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{1}{\beta_1} e^{-\beta_1 l_1} + \frac{1}{\beta_1} \right] - \\ - \frac{S_0 \alpha_{T2} \tilde{z}_{c2} \tilde{\sigma}_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_1 l_1} \left[\frac{l_1 - l_2}{2} e^{-\beta_2 l_2} - \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{1}{\beta_2} e^{-\beta_2 l_2} + \frac{1}{\beta_2} \right] \left. \right\} \quad (4.34)$$

Термоеластична компонента притиска добија се на основу следеће једначине [21,33,44]:

$$\tilde{p}_{ac} = \frac{\gamma P_0}{V_0} \int_0^R 2\pi r u_z(r, l_s) dr \quad (4.35)$$

Решавањем интеграла имамо:

$$\begin{aligned}
 \tilde{p}_{ac} = & \frac{3\gamma P_0 R^4}{R_c^2 l_g (l_1 + l_2)^3} \\
 & \times \left\{ \frac{\alpha_{1T}}{\tilde{\sigma}_1^2} \left[\left[\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 - l_2)}{2} \sinh \tilde{a} - \cosh \tilde{a} + 1 \right] \cdot \left[-\sinh \tilde{b} \cdot \tilde{U}_2 + \cosh \tilde{b} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 + \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6 \right] - \right. \\
 & \quad \left. - \left[\sinh \tilde{b} \left[-\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 - l_2)}{2} + \frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 + l_2)}{2} \cosh \tilde{a} - \sinh \tilde{a} \right] + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + r \cosh \tilde{b} \left[\frac{\tilde{\sigma}_1(l_1 + l_2)}{2} \sinh \tilde{a} - \cosh \tilde{a} + 1 \right] \right] \tilde{z}_{c1} \tilde{U}_4 \right] / (\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) \\
 & + \frac{\alpha_{2T}}{\tilde{\sigma}_2^2} \left[\left[\frac{\tilde{\sigma}_2(l_1 - l_2)}{2} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b} - 1 \right] \cdot \left[\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cdot \tilde{U}_2 + \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_4 + \cosh \tilde{a} \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_5 \right] + \right. \\
 & \quad \left. + \left[\tilde{r} \sinh \tilde{a} \left[\frac{\tilde{\sigma}_2(l_1 + l_2)}{2} \cosh \tilde{b} - \frac{\tilde{\sigma}_2(l_1 - l_2)}{2} - \sinh \tilde{b} \right] - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \cosh \tilde{a} \left[-\frac{\tilde{\sigma}_2(l_1 + l_2)}{2} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{b} - 1 \right] \right] \cdot \tilde{z}_{c2} \tilde{U}_6 \right] / (\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) + \\
 & + \frac{S_0 \alpha_{1T} \tilde{z}_{c1} \tilde{\sigma}_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} \left[\frac{l_1 - l_2}{2} e^{-\beta_1 l_1} + \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{1}{\beta_1} e^{-\beta_1 l_1} - \frac{1}{\beta_1} \right] + \\
 & \left. + \frac{S_0 \alpha_{2T} \tilde{z}_{c2} \tilde{\sigma}_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_1 l_1} \left[\frac{l_1 - l_2}{2} e^{-\beta_2 l_2} - \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{1}{\beta_2} e^{-\beta_2 l_2} - \frac{1}{\beta_2} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

$$\tilde{U}_1 = \frac{\tilde{z}_{c1} \tilde{\sigma}_1 S_0 \beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \tag{4.37}$$

$$\tilde{U}_2 = -\frac{\tilde{z}_{c1} \tilde{\sigma}_1 S_0 \beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} e^{-\beta_1 l_1} + \frac{\tilde{z}_{c2} \tilde{\sigma}_2 S_1 \beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} \tag{4.38}$$

$$\tilde{U}_3 = -\frac{\tilde{z}_{c2} \tilde{\sigma}_2 S_1 \beta_2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_2 l_2} \tag{4.39}$$

$$\tilde{U}_4 = \frac{S_0 \beta_1^2}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \tag{4.40}$$

$$\tilde{U}_5 = -\frac{S_0 \beta_1^2}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} e^{-\beta_1 l_1} + \frac{S_1 \beta_2^2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} \tag{4.41}$$

$$\tilde{U}_6 = -\frac{S_1 \beta_2^2}{\tilde{\sigma}_2^2 - \beta_2^2} e^{-\beta_2 l_2} \tag{4.42}$$

$$\tilde{a} = \tilde{\sigma}_1 l_1, \quad \tilde{b} = \tilde{\sigma}_2 l_2, \quad \tilde{r} = \frac{\tilde{z}_{c2}}{\tilde{z}_{c1}} \tag{4.43}$$

Израз (4.36), заједно са (4.37) и (4.43), представља математички модел за термоеластични притисак за двослојне запреминске апсорбере са урачунатим топлотно-меморијским својствима слојева узорка и ваздуха. Стављајући да је $\tau_1=\tau_2=0$ генерализована теорија провођења топлоте своди се на класичну теорију. Када $\beta_1 \rightarrow \infty$ и $\beta_2 \rightarrow \infty$ имамо случај двослојног узорка са оптички непровидним слојевима, те израз (4.36) за класични случај двослојних оптички непровидних узорака постаје једнак изразу (28) из [21]. Када се у израз (4.36) убаци услов за површински апсорбер ($\beta_1 \rightarrow \infty, l_1 \rightarrow 0$), онда се своди на израз (19) из [46].

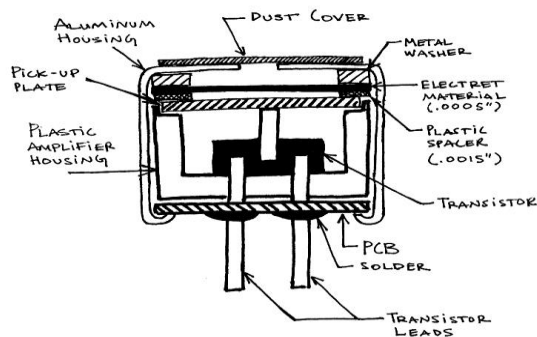
4.2.3. Ћелија минималне запремине као Хелмхолцов резонатор

Нека експериментална ФА мерења приказана у литератури и нека наша мерења указују на постојање резонантних ефеката у ФА одзиву у чујном акустичком опсегу. На основу разматрања у литератури, резонантни ефекти су до сада сматрани последицом утицаја електронских компоненти мерног система. Детаљнијим прорачунима могућих електронских резонантних ефеката показано је да се они налазе на учестаностима које су стотинак пута веће од оних на којима су уочени пикови. Експериментално измерени резонантни пикови се не могу приписати утицају мерног ланца. Њихова појава може бити последица мале брзине простирања топлоте кроз мерене узорке или ове резонанце могу да буду последица понашања ФА ћелије као Хелмхолцовог резонатора. Ниједна од ових претпоставки није обухваћена стандардним моделима ФА одзива. Циљ овог истраживања јесте допуна генерализованог модела ФА одзива тако да може да објасни и квалитативно и квантитативно појаву акустичких резонантних пикова и развој новог метода за решавање инверзног ФА проблема, како би се снимљени резонантни пикови искористили за одређивање физичких својстава разноврсних узорака.

У овом одељку развијен је модел за анализу и интерпретацију експерименталних података добијених на фотоакустичкој трансмисионој конфигурацији са ћелијом минималне запремине. Добијени експериментални резултати се на вишим фреквенцијама не поклапају са претходно развијеним теоријским моделом, ни у амплитудској ни у фазној карактеристици. На амплитудској карактеристици јављају се резонантни пикови, а на фазној пад фазе, што теоријски модел не предвиђа. Пошто су резонантни пикови на нижим учестаностима од оних који се очекују услед утицаја мерног ланца, разматран је утицај мале брзине провођења топлоте код материјала са ниским степеном уређености, на пример

код полимера. Међутим, теорија је показала да се и ове резонанце, добијене на основу процењених вредности топлотних времена релаксације (односно процењених вредности брзина простирања топлоте), налазе на вишим учестаностима. Даље је примећено да се ове резонанце појављују на приближно сличним учестаностима код мерења на различитим материјалима. Затим је уочено да се микрофон може понашати као акустички (Хелмхолцов) филтар, јер има облик акустичке коморе отворене на једној страни (слика 4.6).

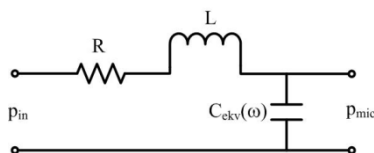
Фотоакустичка експериментална поставка са трансмисионом конфигурацијом и хелијом минималне запремине јесте концепт који подразумева постављање узорка директно на детекциони систем (у овом случају је то електрет микрофон) који се састоји од коморе, електрет дијафрагме и металне плоче са задње стране. Метална плоча је одвојена од дијафрагме ваздушним простором (слика 4.6). Звук улази кроз кружни отвор, који се налази на предњој страни микрофона, у ваздушну комору, која је са супротне стране затворена дијафрагмом и која има улогу фотоакустичке хелије. Са слике се види да микрофонска комора има облик Хелмхолцовог резонатора.



Слика 4.6 Електрет микрофон

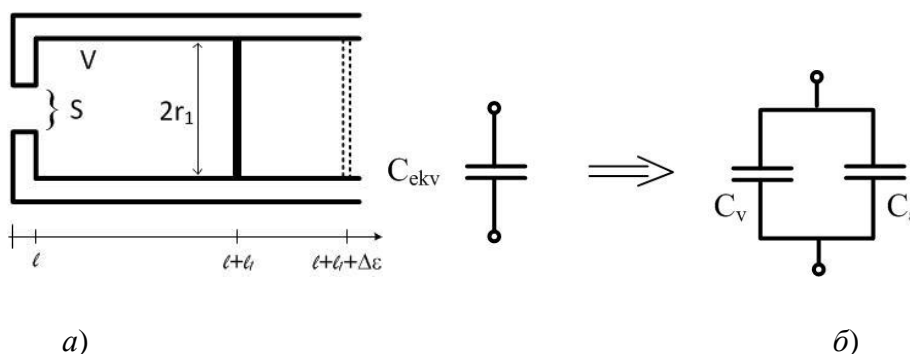
Ослањајући се на радове [9-12,48-52] и Молтонове лекције [53], направљена је акустичко-електрична аналогија фотоакустичког сигнала (слика 4.7). Принцип аналогија који се уводи између акустичких и електричних појава заснива се на формалној подударности математичких модела акустичких израза и одговарајућих електричних кола. Отпорник и калем симулирају акустичка својства цеви, односно отвора на предњој страни микрофона,

а кондензатор симулира микрофонску шупљину. У литератури постоји шест различитих модела који описују акустичко електричне параметре [12-48].



Слика 4.7 Електрична шема Хелмхолцовог резонатора

Међутим, зид коморе није чврст, већ је на задњој страни коморе дијафрагма која показује нелинеарна својства. Нелинеарно понашање дијафрагме се, у првој апроксимацији, линеаризује тако што се микрофон модулише кроз своја два екстремна случаја: када је запремина коморе минимална и када је максимална (слика 4.8 а).



Слика 4.8 Микрофонска шупљина: а) геометријски приказ дијафрагме када има максималан померај у једну или другу страну, б) еквивалентна електрична шема

Модел капацитивности овакве једне коморе може да се добије као коло које се састоји од два кондензатора везаних паралелно са капацитивностима (слика 4.8 б):

$$C_i = \frac{V_i}{\rho v^2} i = V, \varepsilon \quad (4.44)$$

$$V_v = r_1^2 \pi l_m \quad (4.45)$$

$$V_\varepsilon = r_1^2 \pi (l_m + \Delta \varepsilon) \quad (4.46)$$

Индуктивност отвора, односно цеви дата је изразом:

$$L = \frac{\rho l}{S} S = r^2 \pi \quad (4.47)$$

где је v брзина звука у ваздуху, ρ је густина ваздуха, l је ширина отвора микрофона, S је површина попречног пресека отвора, r је полупречник отвора, r_m и l_m су полупречник и дужина микрофонске коморе, $\Delta \varepsilon$ је максималан померај дијафрагме, V_i је минимална ($i=V$) и максимална ($i=\varepsilon$) запремина микрофонске коморе. Сигнал добијен са микрофона је:

$$\tilde{P}_{mic}(j\omega) = \frac{1}{s^2 LC_{ekv}(\omega) + sRC_{ekv}(\omega) + 1} \tilde{P}_{in}, \quad (4.48)$$

На основу електричних аналогја добијена су два серијски везана нискофреквентна филтра. Основни параметри који описују резонанце у ћелији су резонантна фреквенција (f_{rezi}) и фактор доброте (Q_i). Преносне карактеристике функција другог реда су исте у оба случаја, али су резонантне фреквенције система различите.

$$\tilde{H}_i(j\omega) = \frac{\omega_i^2}{\omega_i^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\omega_i}{Q_i}}, \quad \left[\begin{array}{l} i = V, \varepsilon \\ \omega = 2\pi f \\ \omega_i = 2\pi f_i \end{array} \right] \quad (4.49)$$

$$\omega_i = v \sqrt{\frac{S}{lV_i}} \quad (4.50)$$

Убацавањем преносних функција (израз 4.49) у претходно изведени теоријски модел добија се теоријски модел за укупан фотоакустички одзив трансмисионе конфигурације са ћелијом минималне запремине:

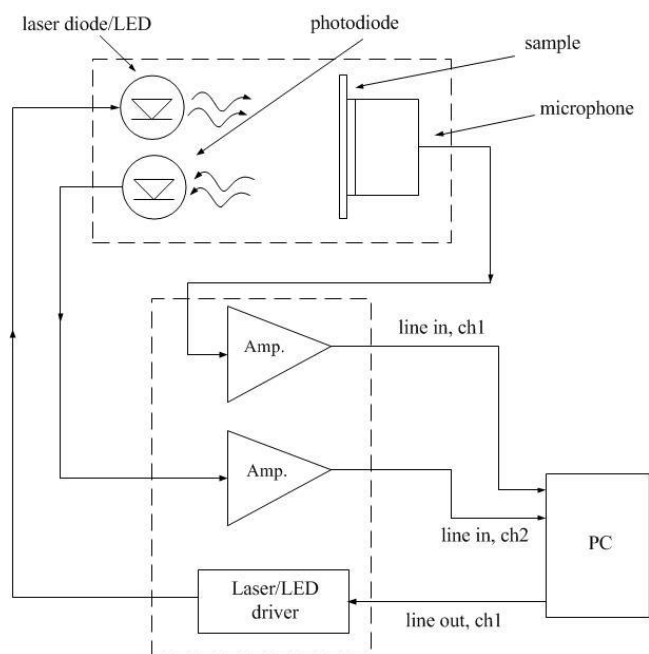
$$\tilde{p}_u(j\omega) = \tilde{p}(j\omega) \cdot \tilde{H}_V(j\omega) \cdot \tilde{H}_\varepsilon(j\omega) \quad (4.51)$$

Теоријски модел описан у овом одељку приказан је у нашем раду [54]: „*Helmholtz Resonances in Photoacoustic Experiment with Laser-Sintered Polyamide Including Thermal Memory of Samples*”, М. Поповић, М. Нешић, С. Ђирић-Костић, М. Живанов, Д. Маркушев, М. Рабасовић и С. Галовић.

4.3. Експеримент

Експерименти који су вршени за потребе овог рада, извршени су на нискобуџетној, лако преносивој фотоакустичкој поставци чија је шема дата на слици 4.9 [56]. Апаратура се

састоји од детекционе јединице, јединице за обраду сигнала и напајање и рачунара. Детекциона јединица садржи фотоакустичку ћелију, са уграђеном ласерском или светлосном диодом, фотодиоду и електретски микрофон. Типични светлосни извори за фотоакустику чврстих тела су аргонски и He-Ne ласери или ксенонске лампе, али они нису погодни за преносиве уређаје. Ласерске и светлосне диоде су далеко zgodније и прикладније за овакву употребу. Оне су веома компактне, ефикасне и отпорне на удар. Значајна предност ових диода јесте могућност модулације светлости једноставном струјном модулацијом у широком фреквентном опсегу.



Слика 4.9 Шематски приказ експерименталне поставке

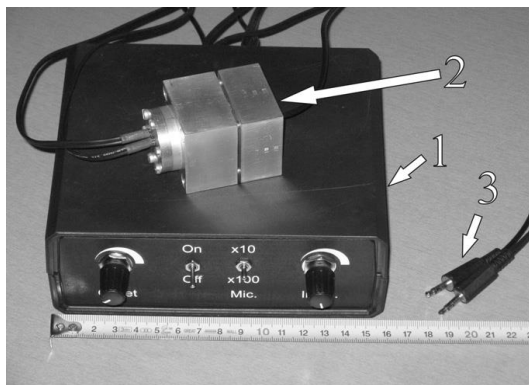
Рачунар са одговарајућим софтвером је суштински део апаратуре. Маса апаратуре, без компјутера, износи 1,70 kg. Димензије кутије са електроником су $160 \times 140 \times 60 \text{ mm}^3$. Димензије фотоакустичке ћелије су $60 \times 40 \times 40 \text{ mm}^3$. Маса целокупне апаратуре зависи од масе рачунара. Електроника је направљена у домаћој производњи. Драјвер контролише операције ласерске, односно светлосне диоде. Модулациони сигнал, као улаз у драјвер потиче из рачунара и обезбеђен је кроз излазни конектор звучне картице (стандардни стерео конектор од 3.5 mm). Наизменична компонента струје контролише се софтвером.

Једносмерна компонента и укупна струја контролишу се помоћу дугмета на предњој страни кутије са електроником.

Сигнал са микрофона се појачава десет или сто пута високобрзинским операционим појачавачима ОР37. Појачање се контролише прекидачем који се, такође, налази на предњој страни кутије са електроником. Појачавач показује раван амплитудски одзив у фреквентном опсегу од 10 Hz–20 kHz. Такође, не мења ни фазу у овом фреквентном опсегу. Сигнал из фотодиоде је појачан десет пута. Ови сигнали се доводе на звучну картицу на два канала линијског стерео конектора. Неопходно је користити звучну картицу са стерео улазом управо због ове чињенице. Постоји велики број лаптопова који немају стерео улаз. Ово се мора имати у виду када се прави овакав преносиви уређај.

Електронска кутија има две батерије. Фотоакустичка ћелија направљена је од дуралуминујума. Микрофон, ласерска диода/LED и фотодиода су уграђене у фотоакустичку ћелију. Пречник електретског микрофона је 9,8 mm. Његова осетљивост је око 2,5 mV/Pa, у зависности од произвођача. Светлосни извор може лако да се замени.

За добар рад апарата неопходан је одговарајући софтвер, који је направљен и написан у Microsoft Visual C++ 6.0. Програм има једноставан и разумљив интерфејс. Генерише сигнал за модулацију ласерске/LED диоде и врши прикупљање података. Користећи овај програм, могуће је променити фреквенцију и интензитет модулације, као и учестаност одабирања. Такође, програм симулира фазно-фреквентни (lock-in) појачавач користећи сигнал са фотодиоде као референтни. Програм, такође, приказује сигнале и са микрофона и са фотодиоде и омогућава контролу профила и интензитета модулације. Захваљујући томе, ми смо користили сигнал са фотодиоде, не модулациони сигнал, као референтни. Звучна картица са рачунара контролише рад целокупне апаратуре. Нема никаквих других спољашњих уређаја. Захваљујући томе, аутоматизација је једноставна. Уређај се веома лако користи. Фотографија ове експерименталне апаратуре без рачунара дата је на слици 4.10 [56]. Детаљан опис апаратуре дат је у раду [56].



Слика 4.10 Фотографија апаратуре: 1) Кутија која садржи електронику и батерије, 2) фотоакустичка ћелија са уграђеним микрофоном, ласерском или светлосном диодом и фотодиодом, 3) стандардни стерео конектори од 3.5mm

4.3.1. Експериментални резултати

Експерименти су извршени у Институту за физику, Универзитета у Београду, на претходно поменутој експерименталној фотоакустичкој поставци. Извор зрачења у извршеним експерименталним мерењима био је пет белих светлосних диода (LED), а детекција фотоакустичког одзива је рађена електрет микрофоном ECM 30B. На сваком узорку, мерења су извршена три до пет пута, у зависности од узорка и добијених сигнала (висине добијеног сигнала и шума који га изобличава). Резултат мерења је векторски усредњена вредност измерених података покретањем програма за усредњавање вектора. Кохерентна компонента шума се мери под истим експерименталним условима, само се између извора зрачења и узорка поставља препрека. Шум се, такође, мери три до пет пута, и резултат мерења шума се на исти начин добија усредњавањем измерених вектора. Експериментални подаци добијени на једном узорку представљају разлику усредњене вредности измереног сигнала и усредњене вредности измереног кохерентног шума.

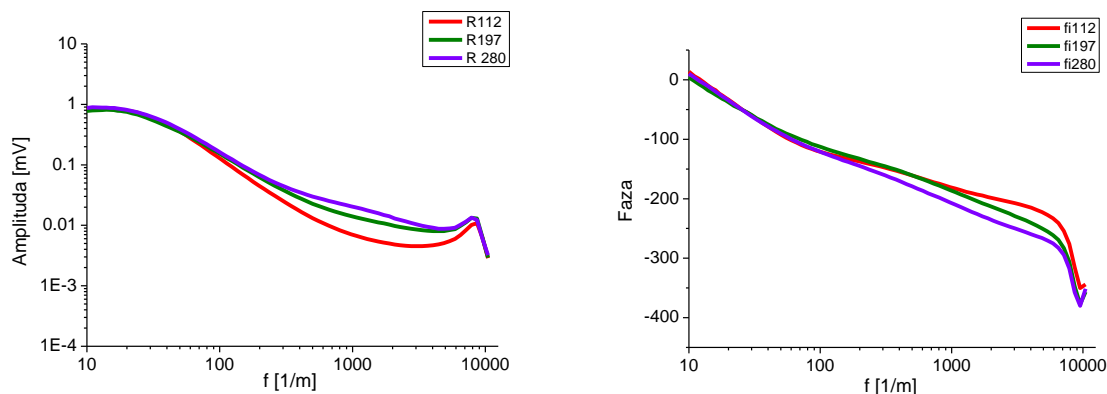
Мерени узорци су алуминијум, полиамид PA12 и полиетилен велике густине (HDPE). Полиамид PA12 добијен је ласерским синтеровањем из праха. Коришћена је мешавина чистог праха PA12 и праха који је ласерски загреван у односу 50:50. Узорци су синтеровани на Факултету за машинство и грађевинарство Краљево, Универзитета у Крагујевцу. У дисертацији је испитиван полиетилен велике густине HDPE Hiplax ННМ 5502 ($\rho = 0.955 \text{ g/cm}^3$, $M_w = 300\,000$). Изотропни узорци, различитих дебљина (200, 400 и 600 μm) су припремљени у току 20 минута у Carver лабораторијској преси, на 160°C и са

постепеним повећавањем притиска до 3.28 МПа. Након тога, тако добијени узорци су споро хлађени до собне температуре ради постизања високог степена кристаличности. Структурна карактеризација ових узорака урађена је коришћењем Диференцијалне скенирајуће калориметрије (DSC) и Дифракције X зрака широког енергетског спектра (WAXD-*Wide angle X-ray Diffraction*). Синтеза ових узорака, као и њихова структурна карактеризација, урађена је у Институту за нуклеарне науке „Винча”. Алуминијум који је коришћен у експерименталним мерењима је комерцијални алуминијум који се користи у Институту за лабораторијске сврхе.

Резултати фотоакустичких мерења на описаним узорцима приказани су на сликама које следе.

Резултати мерења извршених за алуминијум – Al

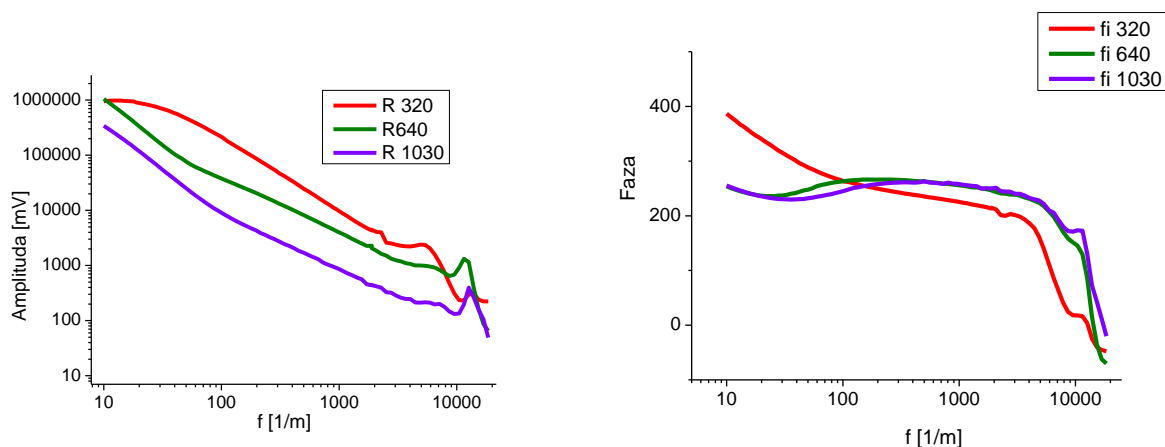
На слици 4.11 приказане су амплитудске и фазне карактеристике добијене експерименталним мерењима када је испитивани узорак алуминијум различитих дебљина. Црвеном линијом приказана је крива добијена на основу података измереним на алуминијуму дебљине 112 μm , зеленом је приказана крива добијена за алуминијум дебљине 197 μm , а љубичастом, подаци за алуминијум дебљине 280 μm .



Слика 4.11 Резултат експерименталних мерења на алуминијуму: а) Амплитуда добијеног сигнала за дебљине од 112, 197 и 280 μm , б) Фаза добијеног сигнала за дебљине 112, 197 и 280 μm

Мерења извршена на полиамиду PA12

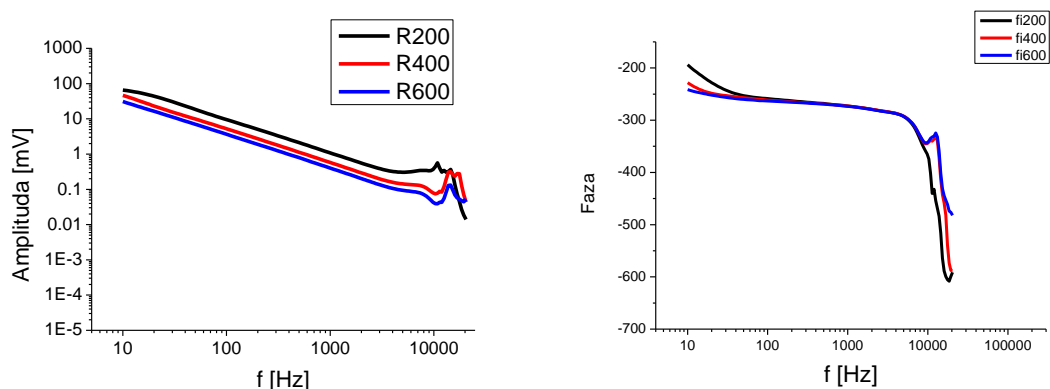
Резултати добијени фотоакустичким мерењима, када је мерени узорак ласерски синтерован полиамид PA12, приказани су на слици 4.12. Дебљине мерених узорка полиамида су 320 (црвена линија), 640 (зелена линија) и 1030 μm (љубичаста линија).



Слика 4.12 Резултат експерименталних мерења на полиамиду PA12: а) Амплитуда добијеног сигнала за полиамид различитих дебљина (320, 640 и 1030 μm), б) Фаза сигнала добијеног мерењем полиамида различитих дебљина (320, 640 и 1030 μm)

Резултати мерења на полиетилену велике густине и кристалиничности

На слици 4.13 приказани су резултати (амплитудске и фазне карактеристике) добијени мерењем узорка полиетилена HDPE различите дебљине (200 μm – црна линија, 400 μm – црвена и 600 μm плава линија).



Слика 4.12 Резултат експерименталних мерења када је испитивани узорак полиетилен HDPE: а) Амплитудска карактеристика мереног сигнала за HDPE различитих дебљина (200, 400 и 600 μm), б) Фазна карактеристика мереног сигнала за HDPE различитих дебљина (320, 640 и 1030 μm)

4.4. Литература

1. A. C. Bento, D. T. Dias, L. Olenka, A. N. Medina and M. L. Baesso, *On the Application of the Photoacoustic Methods for the Determination of Thermo-Optical Properties of Polymers*, Brazilian Journal of Physics, vol.32, no. 2B (2002)
2. A. Rosencwaig, A. Gersho, *Theory of the Photoacoustic Effect with Solids*, J. Appl. Phys. 47, 64 (1976)
3. A. C. Voccaro, D. Fournier and J. Badoz, *Thermo-Optical Spectroscopy: Detection by the „Mirage effect“*, Appl. Phys. Lett. 36, 130 (1980)
4. A. Mandelis, *Frequency-Domain Photopyroelectric Spectroscopy of Condensed Phases (PPES): A New, Simple and Powerful Spectroscopic Technique*, Chem. Phys. Lett. 108,4, 388–392 (1984)
5. M. D. da Silva, I. N. Bandeira, L.C.M. Miranda, *Open-Cell Photoacoustic Radiation Detector*, J. Phys. E: Sci. Instrum. 20, 1476 (1987)
6. П. Николић, Д. Тодоровић, *Проучавање полупроводничких материјала фотоакустичном методом*, Српска академија наука и уметности, посебно издање књига DCXLVIII, Одељење техничких наука, Књига 40, Београд (2001)
7. I. Pelz, K. Klein, O. Nordhaus, 2nd Topical PAS Meeting, Berkley (1981)
8. D. M. Todorović, P. M. Nikolić, *Investigation of Thermal and Optical Properties of Ga Se by a Photoacoustic Interferometric Method*, 13th Int. Congress on Acoustics Vol4, 349–352 (1989)
9. Nils C. Fernelius, *Helmholtz Resonance Effect in Photoacoustic Cells*, Applied Optics, 18, 11: 1784–1787 (1979)
10. T. Starecki, *Windowless Open Photoacoustic Helmholtz Cell*, Acta Physica Polonica A, vol. 114, no. 6A (2008)
11. L. B. Chrobak, M.A. Malinski, *Design and Optimisation of the Photoacoustic Cell for Non-Destructive Photoacoustic Spectroscopy*, Nondestructive Testing and Evaluation, vol. 28, no. 1, 17–27 (2012)
12. L. B. Chrobak, M.A. Malinski, *Comparison of the CRLC Models Describing the Helmholtz Type Cells for the Non-Destructive Photoacoustic Spectroscopy*, Metrol. Meas. Syst., vol. XXI, no. 3, 545–552 (2014)

13. A.C. Tam, *Applications of Photoacoustic Sensing Techniques*, Rev. Mod. Phys. 58, pp.381–431 (1986)
14. H.K. Park, C.P. Grigoropoulos, A.C. Tam, *Optical Measurements of Thermal Diffusivity of a Material*, Int. J. Thermophys. 16, pp.973–995 (1995)
15. A. M. Mansanares, A. C. Bento, H. Vargas, N. F. Leite and L. C. M. Miranda, *Photoacoustic Measurement of the Thermal Properties of Two-Layer Systems*, Phys. Rev. B 42, 4477 (1990)
16. S. Galović, D. Kostoski, *Photothermal Wave Propagation in Media with Thermal Memory*, J. Appl. Phys. 93, pp.3063–3071 (2003)
17. N. Madariaga, A. Salazar, *Propagation of Thermal Waves in Multilayered Spheres*, J. Appl. Phys. 101, 103534 (2007)
18. A. Salazar, R. Celorrio, *Propagation of Thermal Waves in Multilayered Cylinders using the Thermal Quadruple Method*, Eur. Phys. J. Vol. 153, Issue 1, pp.383–386 (2008)
19. R. Celorrio, M. Costa, A. Mendioroz, E. Apiñaniz, S.M. Shibli, A. Salazar, *Thermal Wave Scattering by Two Overlapping and Parallel Cylinders*, Appl. Phys. A 93, pp.429–437 (2008)
20. J. J. Alvarado-Gil, O. Zelaya-Angel, H. Vargas and J. L. Lucio M., *Photoacoustic Characterization of the Thermal Properties of a Semiconductor-Glass Two-Layer System*, Phys. Rev. B 50, 14627 (1994)
21. J.L. Pichardo-Molina, J.J. Alvarado-Gil, *Heat Diffusion and Thermolastic Vibration Influence on the Signal of an Open Photoacoustic Cell for Two Layer Systems*, J. Appl. Phys. 95, pp. 6450–6456 (2004)
22. C.A.S. Lima, L.C.M. Miranda, H. Vargas, *Photoacoustic of Two Layer Systems: Thermal Properties of Liquids and Thermal Wave Interference*, Instrum. Sci. Technol. 34, pp. 191–209 (2006)
23. J. Ordonez-Miranda, J.J. Alvarado-Gil, *Effective Thermal Properties of Multilayered Systems with Interface Thermal Resistance in a Hyperbolic Heat Transfer Model*, Int. J. Thermophys. 31 (4–5), pp.900–925(2010)
24. A. F. Khdrawi, M. A. Al-Nimr and M. Hammad, *Thermal Behavior of Perfect and Imperfect Contact Composite Slabs under the Effect of the Hyperbolic Heat Conduction Model*, International Journal of Thermophysics, Vol. 23, Issue 2 (2002)
25. H. Hu, X. Wang and X. Xu, *Generalized Theory of the Photoacoustic Effect in a Multilayer Material*, J. Appl. Phys., 86, pp.3953–3958 (1999)

26. A. Salazar and R. Celorrio, *Application of the Thermal Quadrupole Method to the Propagation of Thermal Waves in Multilayered Cylinders*, J. Appl. Phys., 100, 113535 (2006)
27. J.A. Baldares-Lopez, A. Mandelis, J.A. Garcia, *Normalized Photoacoustic Techniques for Thermal Diffusivity Measurements of Buried Layers in Multilayered Systems*, J. Appl. Phys. 92, pp.3047–3056 (2002)
28. A. Salazar and A. Sanchez-Lavega, *Thermal Diffusivity Measurements using Linear Relations from Photothermal Wave Experiments*, Rev. Sci. Instrum., 65, 2896–2900 (1994)
29. G. Glorieux, J. Fivez and J. Thoen, *Photoacoustic Investigation of the Thermal Properties of Layered Materials: Calculation of the Forward Signal and Numerical Inversion Procedure*, J. Appl. Phys., 73, pp.684–90 (1993)
30. A.M. Monsanares, H. Vargas, F. Gelembeck, J. Buijs and D. Bicanic, *Photoacoustic Characterization of a Two-Layer System*, J. Appl. Phys., 70, pp.7046–7050 (1991)
31. A. Popović, Z. Šoškić, Z. Stojanović, D. Čevizović and S. Galović, *On the Applicability of the Effective Medium Approximation to the Photoacoustic Response of Multilayered Structures*, Phys. Scripta, T149, 014066 (2012)
32. F. McDonald, G. Westel, *Generalized Theory of the Photoacoustic Effect*, J. Appl. Phys. 49, pp.2313–2322 (1978)
33. G. Rousset, F. Lepoutre, L. Bertrand, *Influence of Thermoelastic Bending on Photoacoustic Experiments Related to Measurements of Thermal Diffusivity of Metals*, J. Appl. Phys. 54, pp.2383–2391 (1983)
34. Nils C. Fernelius, *Extension of the Rosencwaig-Gersho Photoacoustic Spectroscopy Theory to Include Effects of a Sample Coating*, J. Appl. Phys. 51, 650 (1980)
35. S. Galović, Z.Šoškić, M. Popović, D. Čevizović and Z. Stojanović, *Theory of Photoacoustic in the Media with Thermal Memory*, J. Appl. Phys., vol. 116, no. 024901(2014)
36. D. D. Markushev, M. D. Rabasovic, M. Nestic, M. Popovic, S. Galovic, *Influence of Thermal Memory on Thermal Piston Model of Photoacoustic Response*, Int. J. Thermophys 33, pp.2210–2216 (2012)
37. M. Nestic, S. Galovic, Z. Soskic, M. Popovic, D. M. Todorovic, *Photothermal Thermoelastic Bending for Media with Thermal Memory*, Int. J. Thermophys 33, pp.2203–2209 (2012)

38. L.F. Perondi, L.C.M. Miranda, *Minimal-Volume Photoacoustic Cell Measurement of Thermal Diffusivity: Effect of the Thermoelastic Sample Bending*, J. Appl. Phys. 62, pp.2955–2959 (1987)
39. N.G.C. Astrath, F. B.G. Astrath, J. Shen, C. Lei, J. Zhou, Z. S. Liu, T. Nevessin, M.L. Beasso and A.C. Bento, *An Open-Photoacoustic-Cell Method for Thermal Characterization of a Two-Layer System*, Journal of Applied Physics 107, 043514 (2010)
40. C. Viapplanani and G. Rivera (1990), *Use of LEDs as light sources in photoacoustic CW spectroscopy*, Measurement Science and Technology 1 (11), 1257 (1990)
41. D.D. Markushev, J. Ordonez-Miranda, M.D. Rabasovic, S. Galovic, D.M. Todorovic, S.E. Bialkowski, *Effect of the Absorption Coefficient of Aluminium Plates on Their Thermoelastic Bending in Photoacoustic experiments*, J. Appl. Phys. 117, 245309 (2015)
42. D. D. Markushev, M. D. Rabasović, D. M. Todorović, S. Galović and S. E. Bialkowski, *Photoacoustic Signal and Noise Analysis for Si Thin Plate: Signal Correction in Frequency Domain*, Rev. Sci. Instrum. 86, 035110 (2015)
43. J. L. Pichardo-Molina, J. J. Alvarado-Gil, *Heat Diffusion and Thermoelastic Vibration Influence on the Signal of an Open Photoacoustic Cell for Two Layer Systems*, J. Appl. Phys. Vol. 95, Issue 11 (2004)
44. D.M. Todorovic, P.M. Nikolic, *Carrier Transport Contribution to Thermoelastic and Electronic Deformation in Semiconductor* in Progress in Photothermal and Photoacoustic Science and Technology – Semiconductors and Electronic Materials, ed. A. Mandelis and P.Hess, SPIE Press, Bellingham, Washington, USA (2000)
45. H. Bennett, R. Forman, *Absorption Coefficients of Highly Transparent Solids*, Applied Optics, Vol 15, Issue 5, pp.1313 (1976)
46. M. Nešić, M. Popović, Z. Stojanović, Z. Šoškić, S. Galović, *Fotoakustički odziv tankih filmova – Uticaj toplotne memorije*, Hem. Ind. 67 (1), pp.139–146 (2013)
47. W. Novacki, *Dynamics of Elastic System*, Wiley (1963)
48. R. Kastle, M. W. Sigrist, *Temperature-Dependent Photoacoustic Spectroscopy with a Helmholtz Resonator*, Appl. Phys. B 63 (4), pp.389–397 (1996)
49. T. Stareski, *Practical Improvements of Modeling of Photoacoustic Helmholtz Cells*, Proc. SPIE 61592M (2006)

50. T. Starecki, *Loss-Improved Electroacoustical Modeling of Small Helmholtz Resonators*, J. Acoust. Soc. Am. Vol. 122, Issue 4, pp.2118–2123 (2007)
51. T. Starecki, A. Geras, *Differential Open Photoacoustic Helmholtz Cell*, Int. J. Thermophys. Vol. 35, Issue 12, pp. 2259–2268 (2014)
52. S.M. Aleksić, D.K. Markushev, D.S. Pantić, M.D. Rabasović, D.D. Markushev, D.M. Todorović, *Electro-Acoustic Influence of the Measuring System on the Photoacoustic Signal Amplitude and Phase in Frequency Domain*, FACTA UNIVERSITATIS, Series: Physics, Chemistry and Technology, Vol. 8, No. 1, pp.1–2 (2010)
53. Dave L. Moulton, *Moulton Lecture*, Location: Thales Acoustics, <http://www.moultonworld.pwp.blueyonder.co.uk> (2002)
54. M. N. Popovic, M.V. Nestic, S. Ciric-Kostic, M. Zivanov, D.D. Markushev, M.D. Rabasovic, S.P.Galovic, *Helmholtz Resonances in Photoacoustic Experiment with Laser-Sintered Polyamide Including Thermal Memory of Samples*, Int J Thermophys, in press (2002)
55. S.M. Aleksić, D.K. Markushev, D.S. Pantić, M.D. Rabasović, D.D. Markushev, D.M. Todorović, *Electro-Acoustic Influence of the Measuring System on the Photo-Acoustic Signal Amplitude and Phase in Frequency Domain*, Facta Universitatis, Vol 8, No1, pp.1-1 (2010)
56. M. Rabasović, M. Nikolić, M. Dramićanin, M. Franko and D. Markushev, *Low-cost, portable photoacoustic setup for solid samples*, Measurement Science and Technology, 20, 095902 (2009)

5. Дискусија

Фотоакустички сигнали, као што се види из модела изведених у претходна два поглавља, зависе од оптичких, топлотних и геометријских својстава узорка али и од топлотних својстава његовог ближег окружења. То значи да су информације о свим овим величинама садржане у мерним сигналима. Како ова зависност није нимало једноставна, у овој глави ће бити извршена детаљна анализа добијених израза да би се омогућио развој инверзних процедура неопходних при одређивању физичких својстава испитиваних структура на основу мерених сигнала. Додатна анализа добијених израза такође је потребна због осмишљавања експерименталних конфигурација и одређивања параметара и облика побуде при којима мерени сигнал садржи највише корисних информација о својствима испитиване средине.

Код фототермалних модулационих техника најчешће се снима сигнал у функцији фреквенције, односно фототермални спектар, који се даље користи за одређивање топлотних, оптичких и других са њима повезаних својстава материјала.

У одељку 5.1 дата је теоријска анализа површинских апсорбера и антирефлексионих слојева, затим је испитан однос оптичког и топлотног коефицијента апсорпције и издвојени су доминантни утицаји на вишим и нижим учестаностима. Даље је у одељку 5.2 разматрано како дебљина првог слоја утиче на површинске температурске варијације на предњој и на задњој површини двослојног узорка узимајући да је комбинација слојева боја-алуминијум, боја-полиамид и алуминијум-полиамид и како дебљина првог слоја утиче на однос термопроводне и термоеластичне компоненте, као и на облик укупног сигнала. У последњем одељку овог поглавља приказани су експериментални резултати фотоакустичког одзива, дато је поређење ових резултата са резултатима добијених на основу теоријских модела изведених у глави четири. Фитовањем су добијени топлотни параметри за боју, као и параметри акустичког резонатора.

5.1. Испитивање утицаја апсорпционог и антирефлексионог слоја и утицаја односа оптичке и топлотне апсорпције на фототермални одзив

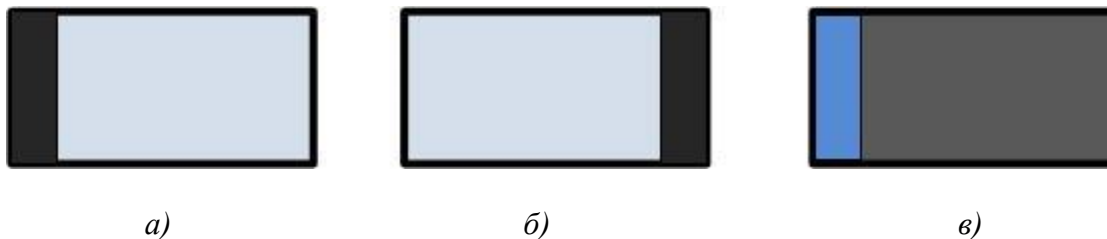
Фототермални сигнали су, у зависности од коришћене методе и експерименталне конфигурације, пропорционални: површинској температурској варијацији на предњој или задњој површини узорка, температури усредњеној на читавом узорку или односу температурских варијација код испитиваног и неког референтног узорка (најчешће позадине). Фактор пропорционалности зависи од ефекта који се мери и начина на који се дати ефекат мери.

У овом поглављу, у циљу припреме за фитовање, извршена је анализа и теоријски су одвојени доминантни ефекти ради смањења броја непознатих параметара [1]. У трећем поглављу, одељку 3.2.1. описан је утицај окружења и позадине у неким специфичним случајевима који се најчешће јављају у реалним системима. Међутим, број непознатих параметара је, и поред датих апроксимација, велики. Даље је дискусија усмерена на три случаја која се јављају у фотоакустичким мерењима: на апсорпционе слојеве (могу се поставити на предњу или на задњу површину узорка), антирефлексионе слојеве (постављају се са стране оптичке побуде) и двослојне узорке са различитим односима оптичке и топлотне апсорпције, изложени на међународној конференцији PHOTONICA 2015. у Београду. Ови резултати дати су у нашем раду *"Influence of a antireflective and absorption layer to optically induced surface temperature variations"*, М. Поповић, М. Нешић, М. Живанов, С. Галовић, који се налази у процесу рецензије у часопису *Journal of Material Science and Applications*.

5.1.1. Апсорпциони и антирефлексионни слојеви

Утицај апсорпционих и антирефлексионих слојева, који се наносе ради заштите микрофона у трансмисионој ФА конфигурацији, је у досадашњој литератури занемариван, јер се сматрало да је нанети слој много тањи од испитиваног узорка и да је једина његова улога да смањи рефлексију и повећа фотоакустички сигнал или да због великог коефицијента апсорпције постане површински топлотни извор. Поједини радови у којима се приказују експериментална мерења одступају од класичних модела који двослојни узорак свде на једнослојни са површинским топлотним апсорбером [2]. Због свега

наведеног неопходно је експериментално и теоријски испитати утицај ових слојева, посебно због све већа потребе за испитивањем веома танких узорка, код којих нанети помоћни слојеви могу да имају дебљине упоредиве са дебљинама танких филмова.



Слика 5.1 Најчешћи случајеви двослојних система: а) површински апсорбер са апсорпционим слојем на предњој страни двослојног узорка, б) површински апсорбер са апсорпционим слојем на задњој страни двослојног узорка, в) антирефлексионни слој

Апсорпциони слојеви

Апсорпциони слојеви се стављају на провидне и полупровидне узорке ради оптичке апсорпције побудног електромагнетног зрачења и заштите микрофона у фотоакустичким мерењима, а сличан поступак се користи и у другим мерним техникама. Могу да се поставе на предњу или на задњу површину узорка. Овакви слојеви имају велики коефицијент апсорпције, по правилу су веома танки и производ коефицијента апсорпције и дебљине слоја је доста већи од један. Фотоакустички одзив не би требало да зависи од овог слоја. Уводећи ове претпоставке у моделе изведене у одељку 3.2.1 добијају се резултати описани у наставку.

$$а) \tilde{r}_g = \tilde{r}_b = 0$$

Прво се разматра двослојни узорак окружен ваздухом и то у оба случаја, када је први слој апсорпциони (слика 5.1а) и када је други слој апсорпциони (слика 5.1 б).

1. Први слој је апсорпциони слој ($\beta_1 \rightarrow \infty$), веома танак ($l_1 \rightarrow 0$), и задовољен је услов да је $\beta_1 l_1 \gg 1$ (односно да $\beta_1 l_1 \rightarrow \infty$), а други слој је узорак који се испитује. Уводећи ове претпоставке у изразе (3.72) и (3.73), добија се:

$$\tilde{\mathcal{G}}(0) = S_0 \tilde{z}_{c2} \coth(\tilde{\sigma}_2 l_2) \tag{5.1}$$

$$\tilde{g}(1_s) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2}}{sh(\tilde{\sigma}_2 l_2)} \quad (5.2)$$

2. Први слој је испитивани узорак, а други апсорпциони слој ($\beta_2 \rightarrow \infty$, $l_2 \rightarrow 0$ и $\beta_2 l_2 \rightarrow \infty$), па изрази (3.71) и (3.72) постају:

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2}}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \left[\tilde{\sigma}_1 \beta_1 - \frac{1}{\sinh(\tilde{\sigma}_1 l_1)} (\beta_1^2 \cosh(\tilde{\sigma}_1 l_1) - \sigma_1^2 e^{-\beta_1 l_1}) \right] \quad (5.3)$$

$$\tilde{g}(1_s) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1}}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \left[\tilde{\sigma}_1 \beta_1 e^{-\beta_1 l_1} - \frac{1}{\sinh(\tilde{\sigma}_1 l_1)} (\beta_1^2 - \sigma_1^2 \cosh(\tilde{\sigma}_1 l_1) e^{-\beta_1 l_1}) \right] \quad (5.4)$$

б) $\tilde{r}_g = 0$ и $\tilde{r}_b \rightarrow \infty$

Са једне стране двослојног узорка налази се ваздух који је много лошији топлотни проводник од првог слоја узорка (идеални топлотни изолатор), док се други слој узорка може сматрати много лошијим топлотним проводником од ваздуха, па је ваздух у овом случају идеалан топлотни проводник. У одељку 3.2.1 је већ показано да су површинске температурске варијације на граничној површини са идеалним топлотним проводником једнаке нули (израз 3.78), па се разматрају само температурске варијације на предњој површини:

1. Када је апсорпциони слој постављен као први слој, израз (3.80) своди се на:

$$\tilde{g}(0) = S_0 \tilde{z}_{c2} \tanh(\tilde{\sigma}_2 l_2) \quad (5.5)$$

2. Када је први слој испитивани материјал, а други апсорпциони ($\beta_2 \rightarrow \infty$, $l_2 \rightarrow 0$ и $\beta_2 l_2 \rightarrow \infty$), добија се:

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} \beta_1}{\tilde{\sigma}_1^2 - \beta_1^2} \left[\tilde{\sigma}_1 - \frac{1}{\cosh(\tilde{\sigma}_1 l_1)} (\tilde{\sigma}_1 e^{-\beta_1 l_1} + \beta_1 \sinh(\tilde{\sigma}_1 l_1)) \right] \quad (5.6)$$

На основу добијених израза уочава се да када се апсорпциони слој постави на место првог слоја постоји заштита микрофона, али се губи информација о оптичким особинама испитиваног материјала. Међутим, када се апсорпциони слој постави на место другог слоја, информација о оптичким особинама испитиваног узорка није изгубљена, само је модел за фитовање поједностављен. Број непознатих параметара је смањен са осам на четири.

Антирефлексионни слој

Антирефлексионни слојеви се наносе да би се умањила рефлексија електромагнетног упадног зрачења и тиме повећала апсорпција и количина генерисања топлоте, те самим тим и експериментални мерни сигнал. У наставку су испитиване површинске температурске варијације када се на испитивани узорак постави антирефлексионни слој. Значи, први слој је антирефлексиона превлака мале дебљине ($l_1 \rightarrow 0$), а други је испитивани узорак који има велики коефицијент апсорпције ($\beta_2 \rightarrow \infty$). Уношењем ових услова у моделе за површинске температурске варијације добијене у поглављу три (изрази 3.72 и 3.73) добија се да се расподела температуре на предњој површини своди на израз (5.1), када је узорак окружен ваздухом као идеалним топлотним изолатором, и израз (5.5) када је двослојни узорак ослоњен на идеални топлотни проводник на задњој површини, а расподела температуре на задњој површини своди се на израз (5.2). Антирефлексионни слој не утиче на фотоакустички одзив зато што је сам узорак површински апсорбер.

На основу претходне анализе може да се закључи да апсорпциони слој постављен између оптичке побуде и узорка и антирефлексионни слој не утичу на фототермални одзив. Због тога је могуће применити постојеће процедуре за решавање инверзних проблема при фототермалном (односно фотоакустичком) одређивању топлотних особина узорака, засноване на моделу једнослојног површинског апсорбера.

Нов резултат јесу изрази (5.3 и 5.4), који показују да је могуће одредити оптичке особине оптички транспарентних узорака помоћу фотоакустичких мерних техника. У те сврхе, апсорпциони слој треба да буде постављен између узорка и микрофона, а не између оптичке побуде и узорка. То захтева коришћење модела добијених у овом раду и развој нових процедура за решавање инверзних фотоакустичких проблема, што ће бити предмет наших даљих истраживања.

5.1.2. Утицај односа оптичких и топлотних апсорпција појединачних слојева

Топлотна апсорпција материјала дефинише се као модуо комплексног коефицијента топлотног простирања (израз 3.21) и за дати материјал зависи од топлотне дифузивности материјала, његовог топлотног времена релаксације и од учестаности модулације побуде,

према нашем генерализованом моделу који је објављен у часопису *Journal of Applied Physics* [7]:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\omega}{D_{\pi}} \sqrt{1 + \omega^2 \tau_i^2}} \quad (5.7)$$

За различите материјале је различит однос оптичке и топлотне апсорпције који фигурише у изразима за површинске температурске варијације. Испитивањем овог односа, такође је могуће редуковати број параметара за фитовање. Оптички коефицијент апсорпције материјала је много већи од топлотног ($\frac{\beta_i}{|\sigma_i|} \gg 1$) у случају нижих учестаности, мањих од неке граничне вредности. Та гранична учестаност зависи од коефицијента топлотне дифузивности испитиваног материјала и има већу вредност за већи коефицијент топлотне дифузивности, односно када је испуњен услов:

$$\beta_i \gg \frac{\sqrt{\omega \sqrt{1 + \omega^2 \tau_i^2}}}{\sqrt{D_{\pi}}}, \quad (5.8)$$

и тада може да се узме да $\frac{\beta_i}{|\sigma_i|} \rightarrow \infty$.

Слично, оптички коефицијент апсорпције је много мањи од топлотног коефицијента апсорпције на високим учестаностима, чија гранична вредност зависи од вредности коефицијента топлотне дифузивности, и има мање вредности за материјале са мањим коефицијентом топлотне дифузије. Тада је испуњен услов:

$$\beta_i \ll \frac{\sqrt{\omega \sqrt{1 + \omega^2 \tau_i^2}}}{\sqrt{D_{\pi}}}, \quad (5.9)$$

и може да се каже да $\frac{\beta_i}{|\sigma_i|} \rightarrow 0$.

Разматрањем утицаја овог односа првог и другог слоја добијају се следећи резултати за површинске температурске варијације на предњој и задњој површини, када је двослојни узорак окружен ваздухом и када је наслоњен на идеалан топлотни проводник, а са предње стране се налази идеалан топлотни изолатор:

A) Двослојни узорак је окружен ваздухом који се понаша као идеалан топлотни изолатор

$$1) \frac{\beta_1}{|\sigma_1|} \rightarrow \infty:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \left[(\sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \cosh \tilde{b} + \left[\tilde{r} \sinh \tilde{b} \tilde{\sigma}_2 - \tilde{r} (\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2}) \beta_2 \right] \frac{\beta_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} \right] \quad (5.10)$$

$$\tilde{g}(l_s) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \left[e^{\beta_1 l_1} - \cosh a + \left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{-\beta_2 l_2} - \tilde{r} \sinh \tilde{a} \right] \tilde{\sigma}_2 + \left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{-\beta_2 l_2} - \cosh \tilde{a} \right] \beta_2 \right] \cdot \frac{\beta_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} \quad (5.11)$$

$$2) \frac{\beta_2}{|\sigma_2|} \rightarrow \infty:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \sinh \tilde{b} \right] \tilde{\sigma}_1 - \left[(\sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \cosh \tilde{b} \right] \beta_1 \right] \cdot \frac{\beta_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} + \tilde{r} (\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2}) \quad (5.12)$$

$$\tilde{g}(l_s) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \left[-(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{-\beta_2 l_2} + \left[\sinh \tilde{a} \cdot \tilde{\sigma}_1 + (\cosh a - e^{\beta_1 l_1}) \beta_1 \right] \frac{\beta_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} \right] \quad (5.13)$$

$$3) \frac{\beta_1}{|\sigma_1|} \rightarrow 0:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \cdot \frac{\beta_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} \cdot \left[\sinh \tilde{b} \cdot \tilde{\sigma}_2 + (\cosh \tilde{b} - e^{\beta_2 l_2}) \beta_2 \right] \quad (5.14)$$

$$\tilde{g}(l_s) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \cdot \frac{\beta_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} \cdot \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{-\beta_2 l_2} - \tilde{r} \sinh \tilde{a} \right] \tilde{\sigma}_2 + \left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{-\beta_2 l_2} - \cosh \tilde{a} \right] \beta_2 \right] \quad (5.15)$$

$$4) \frac{\beta_2}{|\sigma_2|} \rightarrow 0:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \frac{\beta_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \sinh \tilde{b} \right] \tilde{\sigma}_1 - \left[(\sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \cosh \tilde{b} \right] \beta_1 \cosh \tilde{b} \right] \quad (5.16)$$

$$\tilde{g}(l_s) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c2} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}} \cdot \frac{\beta_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} \cdot \left[\sinh \tilde{a} \cdot \tilde{\sigma}_1 + (\cosh \tilde{a} - e^{\beta_1 l_1}) \beta_1 \right] \quad (5.17)$$

Б) Са једне стране узорка је идеалан топлотни изолатор, а са друге позадина која се понаша као идеалан топлотни проводник

$$1) \frac{\beta_1}{|\sigma_1|} \rightarrow \infty:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} \left[\left[(\sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \sinh \tilde{b} \right] \frac{\beta_2^2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} + \tilde{r} (\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2}) \tilde{\sigma}_2 \frac{\beta_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} - \tilde{r} \sinh \tilde{b} \right] \quad (5.18)$$

$$2) \frac{\beta_2}{|\sigma_2|} \rightarrow \infty:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \cosh \tilde{b} \right] \tilde{\sigma}_1 + \tilde{r} \sinh \tilde{b} \cdot \beta_1 \right] \frac{\beta_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} - (\sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \sinh \tilde{b} \quad (5.19)$$

$$3) \frac{\beta_1}{|\sigma_1|} \rightarrow 0:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_{c1} e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} \frac{\beta_2}{\sigma_2^2 - \beta_2^2} \left[\left[(\sinh \tilde{a} \cosh \tilde{b} + \tilde{r} \cosh \tilde{a} \sinh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \tilde{r} \sinh \tilde{b} \right] \beta_2 + \tilde{r} (\cosh \tilde{b} - e^{-\beta_2 l_2}) \tilde{\sigma}_2 \right] \quad (5.20)$$

$$4) \frac{\beta_2}{|\sigma_2|} \rightarrow 0:$$

$$\tilde{g}(0) = \frac{S_0 \tilde{z}_c e^{-\beta_1 l_1}}{\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}} \frac{\beta_1}{\sigma_1^2 - \beta_1^2} \left[\left[(\tilde{r} \sinh \tilde{a} \sinh \tilde{b} + \cosh \tilde{a} \cosh \tilde{b}) e^{\beta_1 l_1} - \cosh \tilde{b} \right] \tilde{\sigma}_1 + \right. \\ \left. + \tilde{r} \sinh \tilde{b} \cdot \beta_1 \right] - \quad (5.21)$$

5.2. Утицај дебљине првог слоја на површинске температурске варијације и однос термопроводне и термоеластичне компоненте

У овом поглављу испитиван је утицај дебљине првог слоја на фотоакустички одзив. Ово је посебно важно када се први слој наноси ради заштите микрофона, или када се наноси ради биокомпатибилности са околином (код, на пример, медицинских апарата који се уграђују у људски организам), као и у многим другим применама.

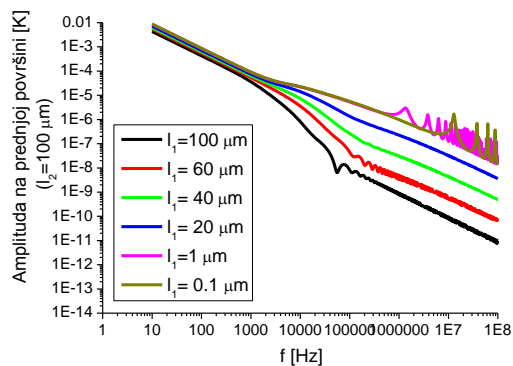
Приликом испитивања овог утицаја, узето је да је дебљина другог слоја константна и да износи $100 \mu\text{m}$. Разматрани су следећи двослојни узорци: боја-алуминијум (Al), затим, боја-полиамид (PA12) и алуминијум-полиамид. Када се каже боја, мисли се на црну боју. Анализа је извршена на основу модела за површинске температурске варијације на предњој и задњој површини, који су дати у глави 3 (изрази 3.72 и 3.73 респективно). Табеларне вредности топлотних параметара за алуминијум [2] и полиамид [3] дате су у табели 5.1, као и вредности топлотних параметара за црну боју које су добијене фотоакустичким мерењима двослојног узорка где је први слој боја, а други алуминијум, описаних у одељку 5.3. Процењене вредности меморијских параметара за ове материјале дате су у табели 2.1 [4,5,6]. Топлотна времена релаксације и оптичке апсорпције материјала такође су дати у табели 5.1. За дебљине првог слоја узетесу вредности: $100 \mu\text{m}$ (добијене амплитудске и фазне карактеристике приказане су црном линијом), $60 \mu\text{m}$ (црвене линије), $40 \mu\text{m}$ (зелене), $20 \mu\text{m}$ (плаве линије), $1 \mu\text{m}$ (розе) и $0.1 \mu\text{m}$ (маслинасто зелена). Резултати су приказани на графицима који следе.

Табела 5.1 *Топлотни, оптички и меморијски параметри испитиваних материјала*

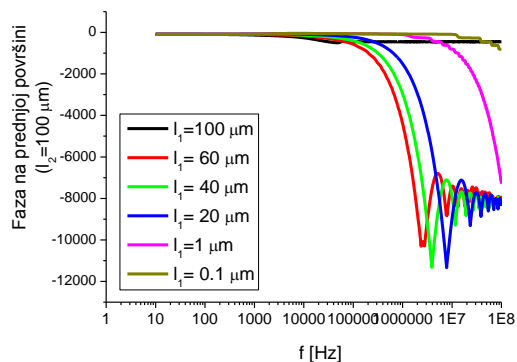
	Боја	Алуминијум	Полиамид PA12
Топлотна проводност узорка [W/(mK)]	70	210	0.23
Топлотна дифузивност узорка [m ²]	$2.5e^{-5}$	$8.6e^{-5}$	$1.85e^{-7}$
Топлотна временска релаксација узорка [s]	$1e^{-6}$	$1e^{-12}$	$1e^{-4}$
Коефицијент линеарног ширења [1/K]	$1.3e^{-4}$	$23.1e^{-5}$	$1.3e^{-4}$
Коефицијент апсорпције [1/m]	$0.1e^3$	$145e^3$	$1e^1$

А)Боја- Алуминијум

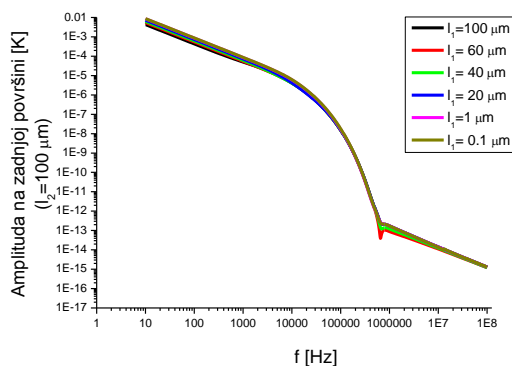
На слици 5.2 приказане су површинске температурске варијације на предњој (5.2 а и б) и задњој површини (5.2 в и г).



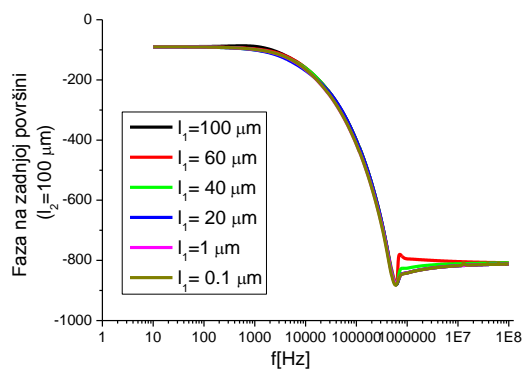
а)



б)



в)



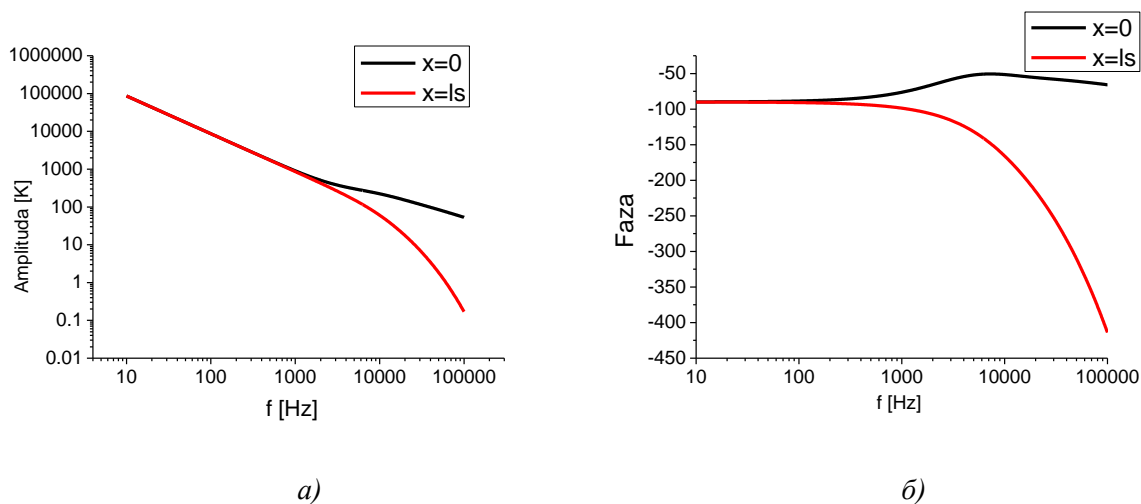
г)

Слика 5.2 Површинске температурске варијације за двослојни боја-А1 узорак за различите дебљине првог слоја: а) амплитуда на предњој површини, б) фаза на предњој површини, в) амплитуда на задњој површини, г) фаза на задњој површини

Са слике 5.2 може да се уочи да је утицај дебљине првог слоја много већи на предњој површини него на задњој. У амплитудском спектру, са порастом дебљине пада ниво површинских варијација. На предњој површини, разлике су мање на нижим фреквенцијама, док на фреквенцијама изнад 1 kHz разлике постају велике и на амплитудској и на фазној карактеристици. На задњој површини постоји мали пад нивоа амплитуде са порастом дебљине, који се смањује на вишим фреквенцијама. Разлике на

фазној карактеристици су мале. На предњој површини уочавају се топлотне резонанце, али не у чујном опсегу, те се не очекује њихово појављивање у мереном фотоакустичком одзиву са гас-микрофонском детекцијом.

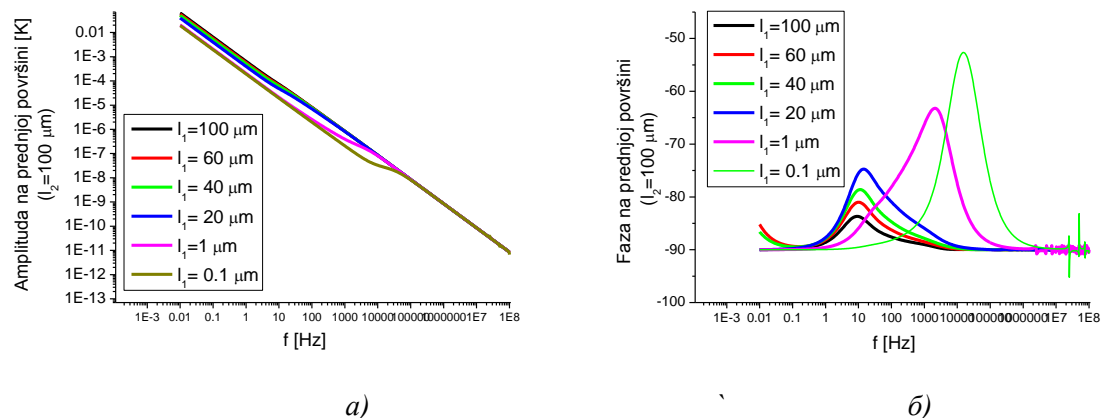
На слици 5.3 дати су упоредни графици амплитудске и фазне карактеристике температурских варијација на предњој (црне карактеристике) и на задњој површини (црвене карактеристике) за једну дебљину првог слоја ($l_1=1 \mu\text{m}$, а $l_2=100 \mu\text{m}$).

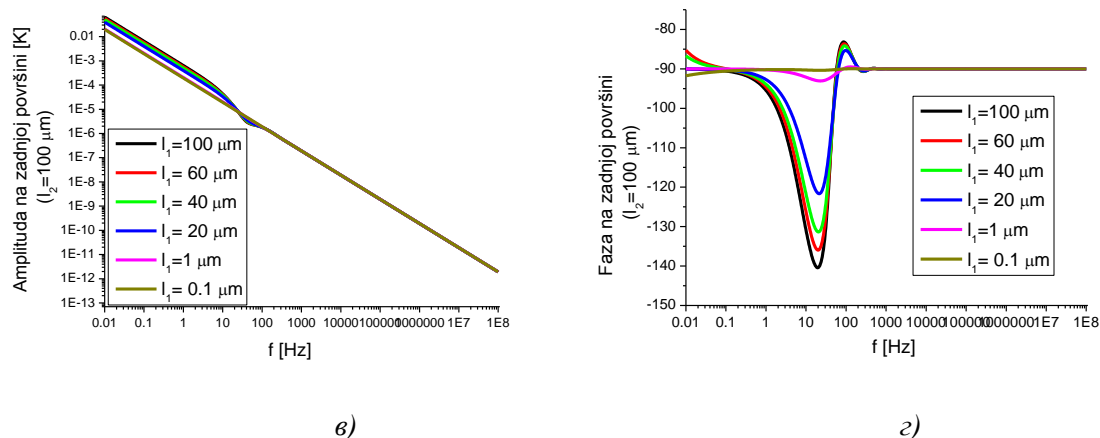


Слика 5.3 Упоредни графички приказ температурских варијација на предњој и задњој површини на једној дебљини ($l_1=1\mu\text{m}$): а) амплитудска карактеристика и б) фазна карактеристика

Б) Боја-полиамид

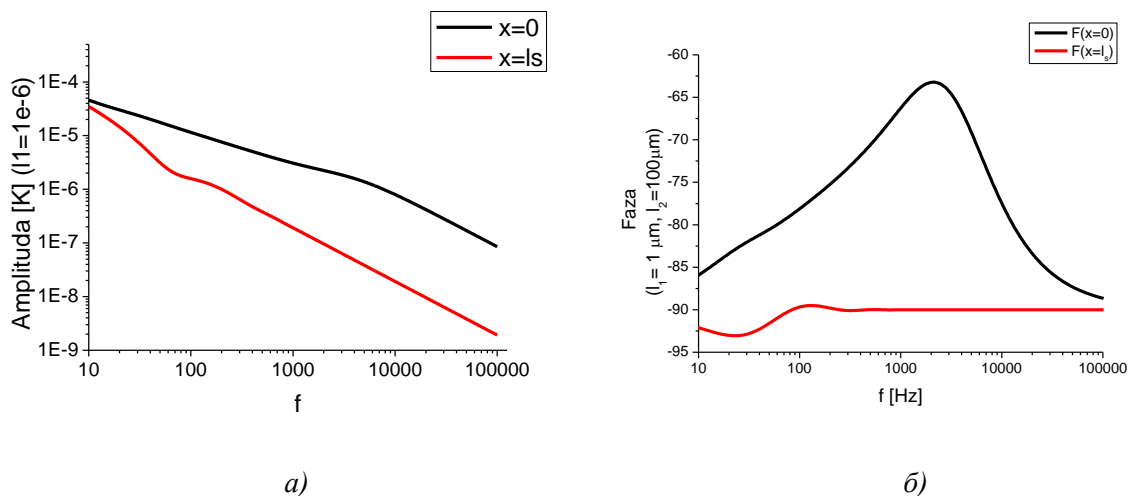
Графици приказани на слици 5.4 представљају амплитудске и фазне спектре динамичке температуре на предњој и на задњој површини (слика 5.4), када је први слој црна боја, а други полиамид PA12.





Слика 5.4 Температурске варијације за двослојни боја-РА12 узорак за различите дебљине првог слоја: а) амплитуда на предњој површини, б) фаза на предњој површини, в) амплитуда на задњој површини, г) фаза на задњој површини

Оно што може да се закључи са графика представљених на слици 5.4 јесте да је много већи утицај првог слоја на динамичку температуру на предњој површини, него на задњој, што је и логично. На површинске температурске варијације на задњој површини промена дебљине првог слоја нема никаквог утицаја на учестаностима изнад 500 Hz ни на амплитудској нина фазној карактеристици. На слици 5.5 приказани су амплитудски и фазни спектри на предњој (црна карактеристика) и задњој (црвена карактеристика) површини за једну дебљину првог слоја.

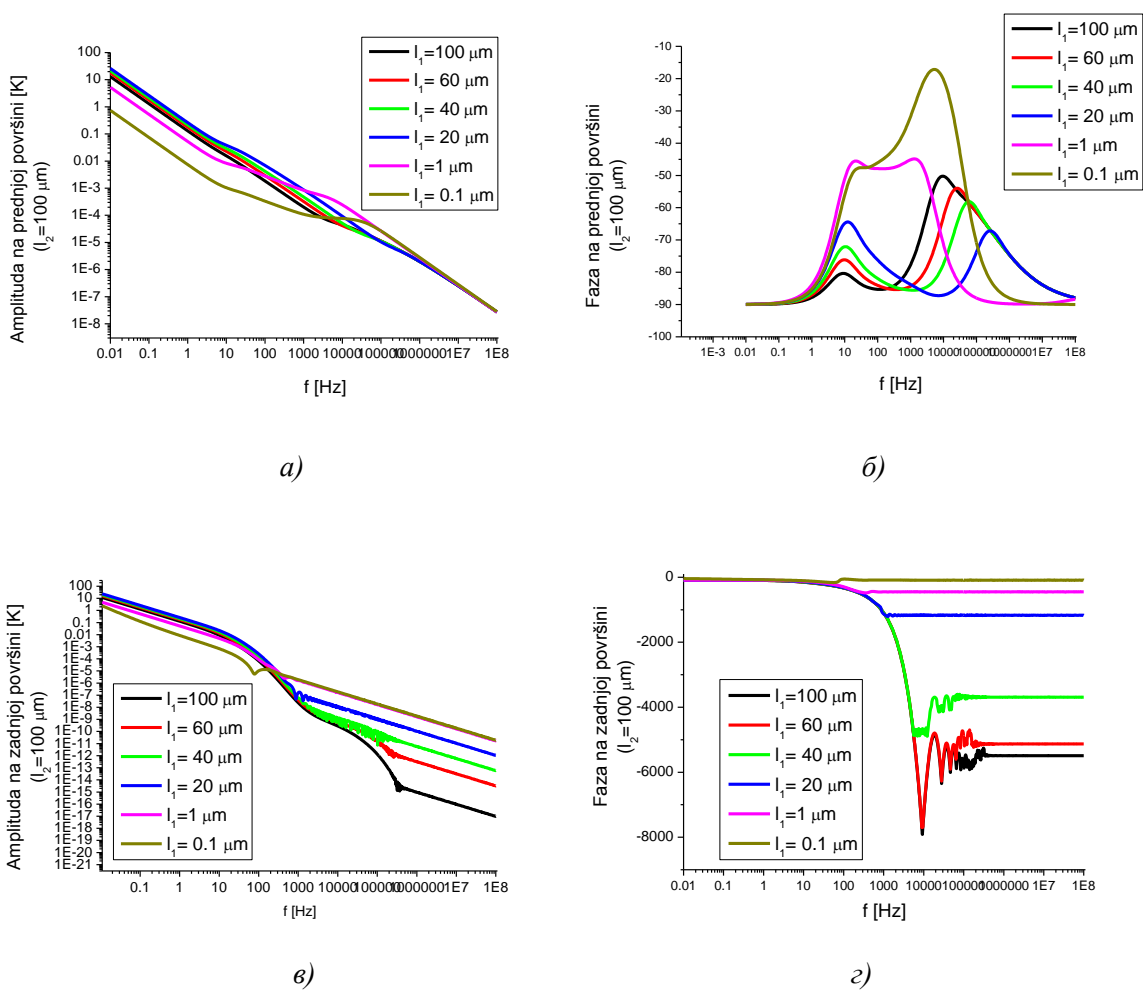


Слика 5.5 Површинске температурске варијације на предњој и задњој површини двослојног узорка, боја-РА12 : а) амплитудски спектар, б) фазни спектар

Као и у претходном случају, и код боја-полиамид двослојног узорка фототермални сигнал на предњој површини је јачи од сигнала на задњој.

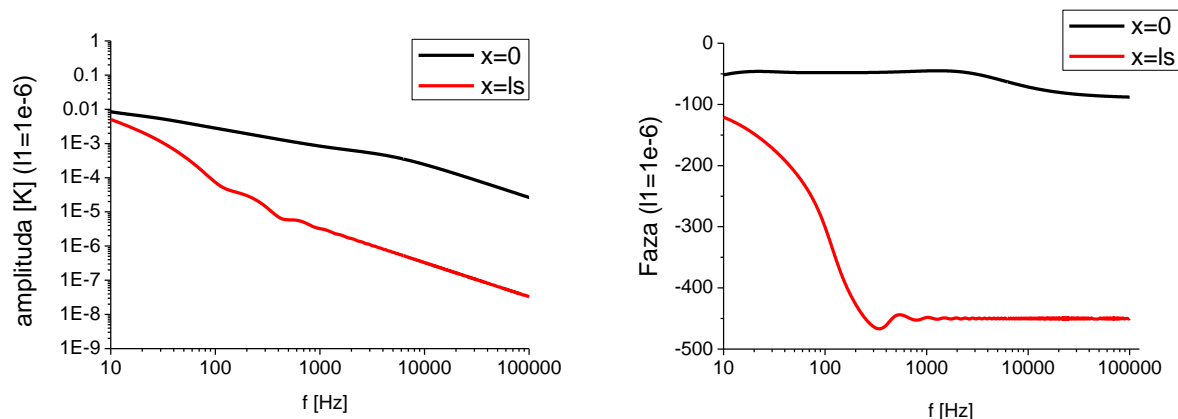
В) Алуминијум-полиамид

Последњи случај где је испитиван утицај дебљине првог слоја на фототермалан одзив јесте двослојни узорак код кога је први слој од алуминијума, а други је полимер (полиамид PA12)



Слика 5.6 Амплитудски и фазни спектри промене температуре на предњој и задњој површини Al-PA12 двослојног узорка: а) амплитудски спектар на предњој површини, б) фазни спектар на предњој површини, в) амплитудски спектар на задњој површини, г) фазни спектар на задњој површини

За разлику од претходна два случаја, у овој комбинацији слојева види се утицај првог слоја и на површинске температурске варијације на задњој површини, и у амплитудскоми у фазном спектру. Овде се могу очекивати топлотне резонанце у мереном опсегу.



Слика 5.7 Приказ амплитудске и фазне карактеристике температурских варијација на предњој и на задњој површини двослојног узорка Al-PA12 када је дебелина првог слоја иста за оба случаја: а) амплитудски спектар, б) фазни спектар

На слици 5.7 може лако да се види да је и у овом случају површинска температурска варијација на предњој површини има веће вредности.

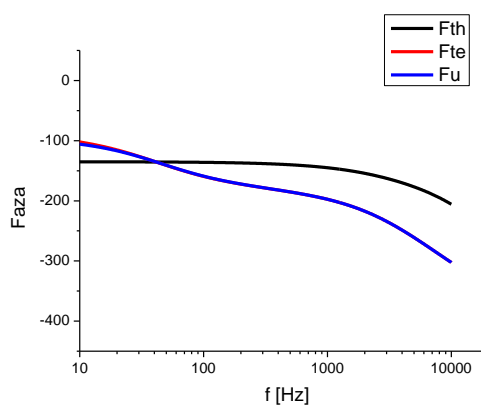
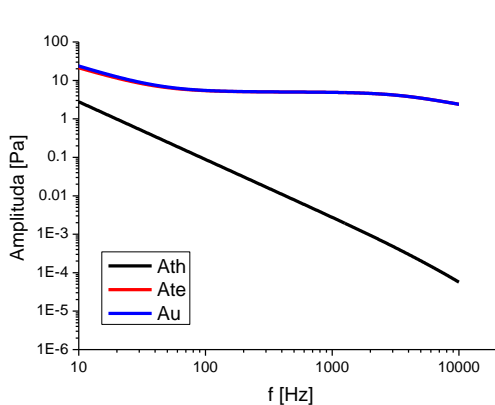
На основу извршене анализе могу да се изведу следећи закључци:

- Утицај дебелине првог слоја на фототермални одзив је много већи на предњој површини него на задњој. Према томе, уколико је потребно да се извуче информација о првом слоју пожељније је конструисати ћелију у рефлексионој конфигурацији или побољшати неким другим одабиром слојева, односно реконструисати ћелију у трансмисионој конфигурацији. Међутим, ако први слој служи као заштита микрофона, а други слој је испитивани материјал, тада је боље користити ћелију са трансмисионом конфигурацијом.
- Очекује се да измерени фототермални одзив има јачи сигнал у рефлексионој конфигурацији, него у трансмисионој.
- Уколико је потребно, на семитранспарентан узорак полиамида, поставити заштитни слој, тада је боље за превлаку употребити боју него алуминијум.

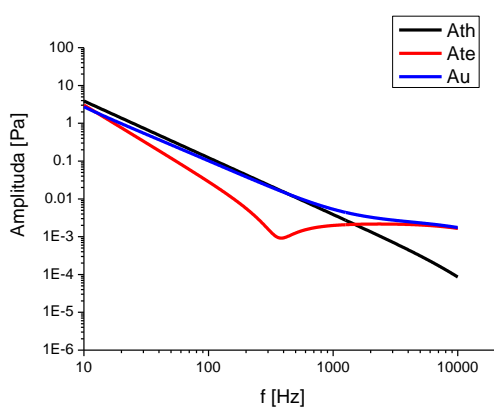
Даље је у овом одељку дат графички приказ добијених теоријских модела за фотоакустички одзив у поглављу 4. Посматран је двослојни узорак код кога је први слој

црна боја, а други алуминијум. Разматран је утицај дебљине првог слоја на однос термопроводне и термоеластичне компоненте, као и на облик укупног сигнала. Узето је да је други слој је дебљине $100\ \mu\text{m}$, док су дебљине првог слоја које су коришћене приликом анализе $0.1\ \mu\text{m}$, $1\ \mu\text{m}$ и $40\ \mu\text{m}$.

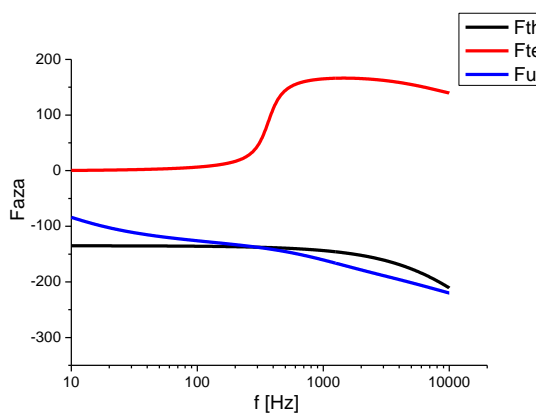
На графицима је црном бојом представљена термопроводна компонента фотоакустичког одзива, која је добијена на основу израза (4.18 и 4.19), црвеном бојом представљена је термоеластична компонента, добијена на основу израза (4.36), а плавом укупан одзив који представља збир ове две компоненте.



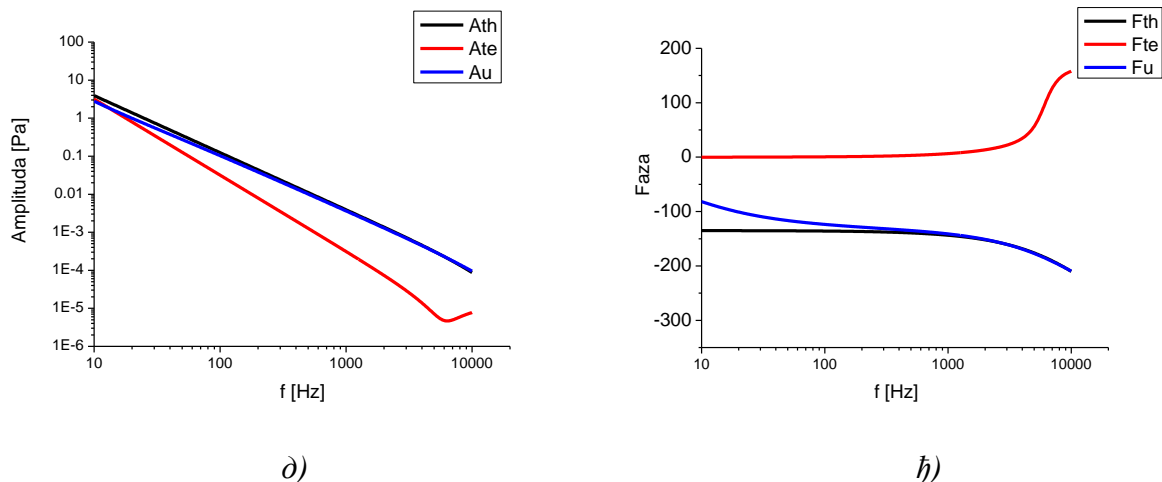
a) б)



в)



г)



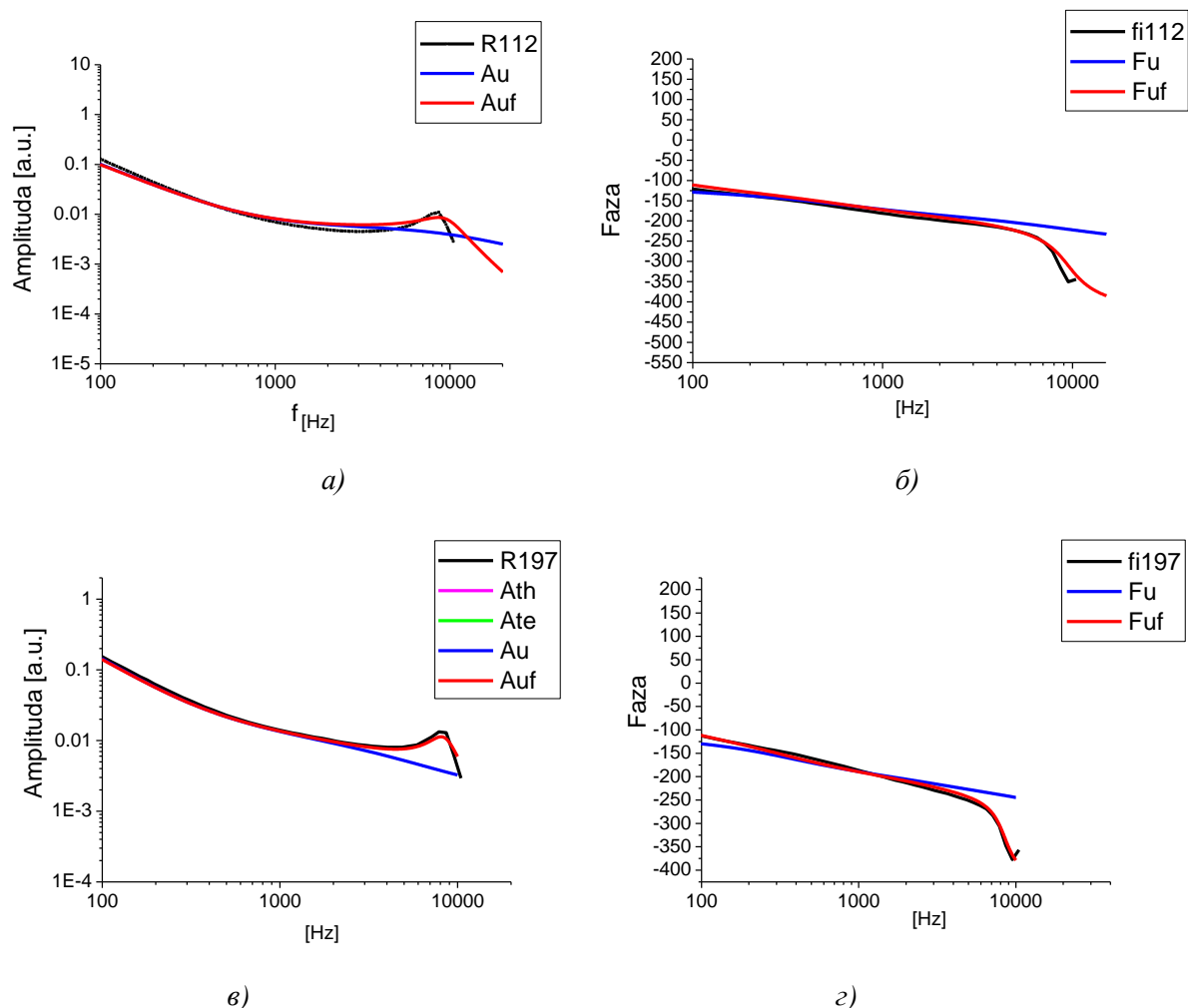
Слика 5.8 Амплитудске и фазне карактеристике термопроводне и термоеластичне компоненте као и укупног сигнала за различите дебљине првог слоја: а) амплитудски спектар када је $l_1 = 0.1 \mu\text{m}$, б) фазни спектар када је $l_1 = 0.1 \mu\text{m}$, в) амплитудски спектар за $l_1 = 1 \mu\text{m}$, г) фазни спектар када је $l_1 = 1 \mu\text{m}$, д) амплитудски спектар за $l_1 = 40 \mu\text{m}$, е) фазни спектар када је $l_1 = 40 \mu\text{m}$

На приказаним графицима (слика 5.8) уочавају се разлике у односима термоеластичне и термопроводне компоненте са порастом дебљине првог слоја. Када је дебљина првог слоја мала термоеластична компонента је доминантна и укупни сигнал се потпуно поклапа са њом. Са порастом дебљине, термопроводна компонента се мало мења, а ниво термоеластичне компоненте пада. Када дебљина првог слоја постане довољно велика, термопроводна компонента постаје доминантан удео фотоакустичког сигнала, па преузима улогу укупног сигнала.

5.3.Поређење експериментално добијених фотоакустичких одзиваса генерализованим моделом за двослојне узорке и анализа резонантних феномена

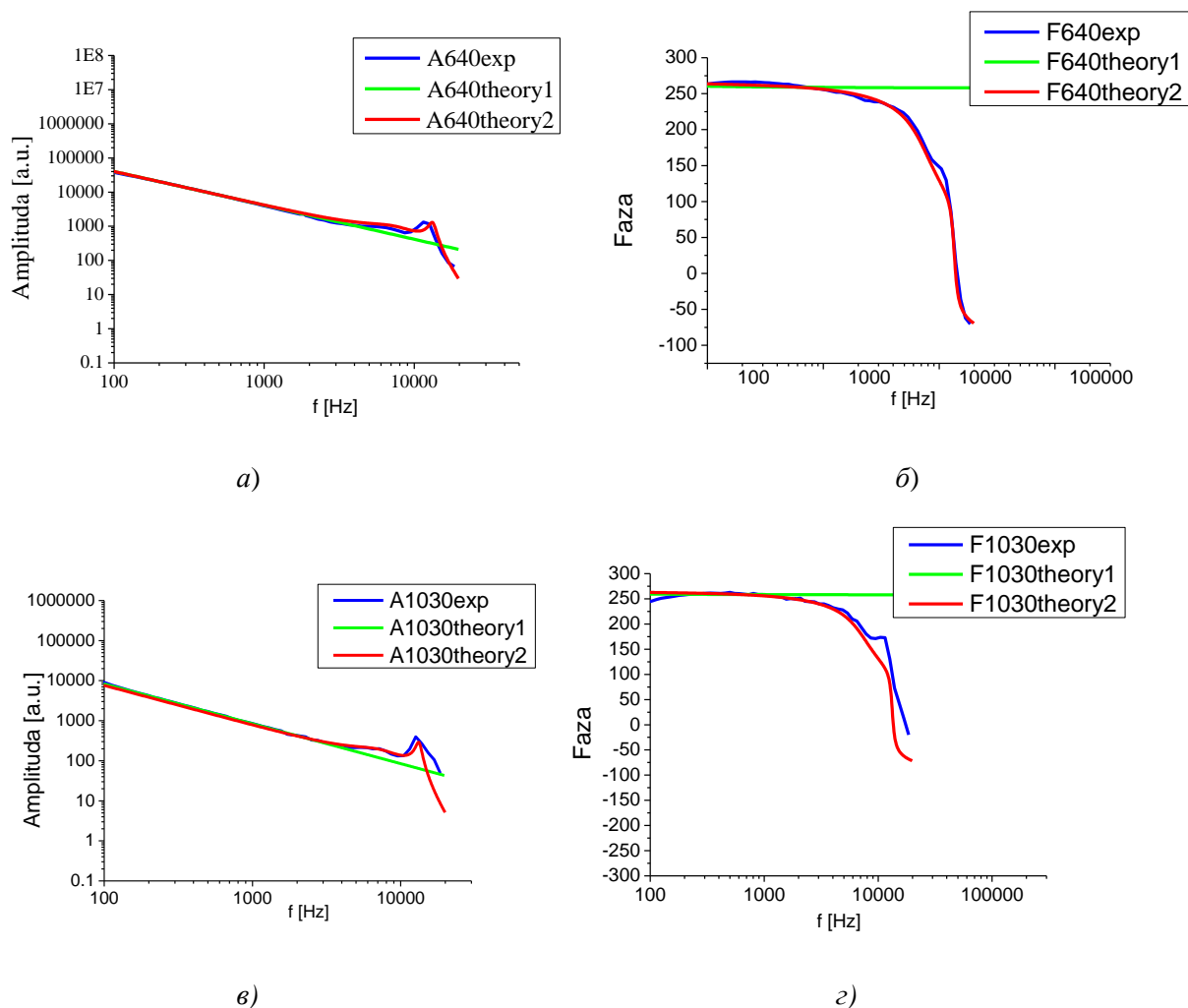
Амплитуде $A(f)$ и фазе $F(f)$ експериментално добијених фотоакустичких одзива за алуминијум и ласерски синтерован РА12 за две дебљине, на чије површине је нанета боја, у функцији од модулационе фреквенције f , приказане су на сликама 5.9 и 5.10. Табеларне вредности за топлотно меморијске параметре и коефицијент оптичке апсорпције дате су у табели 5.1. Димензије микрофонске шупљине су $r=1\text{mm}$, $l=200\mu\text{m}$, $r_l=5\text{mm}$ and $l_l=3\text{mm}$, а добијене вредности за параметре акустичког резонатора дате су у табели 5.2. Вредност резонантне фреквенције f_v добијена је из израза (4.49), а вредности резонантне фреквенције f_e и фактора добротe Q_v и Q_e фитовани су на основу експерименталних кривих. Део ових резултата је објављен у *International Journal of Thermophysics* [8].

На слици 5.9 приказане су амплитуде и фазе експериментално добијеног фотоакустичког одзива за алуминијум (црне карактеристике) на чију површину је нанет слој боје, укупан теоријски одзив када није урачунат утицај хелије као Хелмхолцов резонатор (плаве карактеристике) и укупан теоријски одзив када је овај утицај урачунат (црвене карактеристике). Поређење је урађено за две дебљине алуминијума (112 и 197 μm). Уочава се да теоријска крива без акустичког резонатора не показује постојање резонанци на амплитудској карактеристици, нити пад фазе на фазној, те се не очекује појављивање топлотних резонанци у мерном фреквентном опсегу. Доста добро поклапање теоријског модела и експеримента добија се када се урачуна утицај хелије на фотоакустички одзив. Из ових експерименталних података фитовањем су добијени топлотни параметри, коефицијент оптичке апсорпције за боју и дебљина слоја боје, који су касније коришћени у другим програмима и који су унети у табелу 5.1. За дебљину слоја боје добило се да је 2 μm , чиме је показано да развијени модел повећава могућности фотоакустичке карактеризације. Поређењем теоријског модела и експерименталних мерења на алуминијуму на који је нанет танак антирефлексионски слој показано је да су еластичне особине алуминијума такве да се хелија понаша као затворени Хелмхолцов резонатор који има само једну акустичку резонанцу на 8.5 kHz.



Слика 5.9 Амплитуде и фазе теоријски и експериментално добијених фотоакустичких одзива на две дебљине: а) амплитудски спектар за дебљину слоја алуминијума 112 μm , б) фазни спектар за дебљину 112 μm , в) амплитудски спектар за дебљину слоја алуминијума 197 μm и г) фазни спектар за дебљину слоја алуминијума 197 μm

На слици 5.10 приказани су упоредни резултати експериментално (плаве карактеристике) и теоријски добијених кривих (теорија 1 се односи на укупан фотоакустички одзив када није урачунат утицај ћелије, а теорија 2 се односи на укупан фотоакустички одзив са урачунатим утицајем ћелије као Хелмхолцов филтар) када је на полупровидан узорак полиамида (РА12) фломастером нанета црна боја. Поређење је урађено за две дебљине полиамида (640 и 1030 μm).



Слика 5.10 Амплитуде и фазе теоријски и експериментално добијених фотоакустичких одзива на две дебљине: а) амплитудски спектар за дебљину слоја полиамида 640 μm , б) фазни спектар за дебљину 640 μm , в) амплитудски спектар за дебљину слоја полиамида 1030 μm и г) фазни спектар за дебљину слоја полиамида 1030 μm

Са графика приказаних на сликама 5.9 и 5.10 јасно се види да је потребно укључити утицај фотоакустичке ћелије минималне запремине на фотоакустички одзив. Добијене вредности за акустички резонатор дати су у табели 5.2.

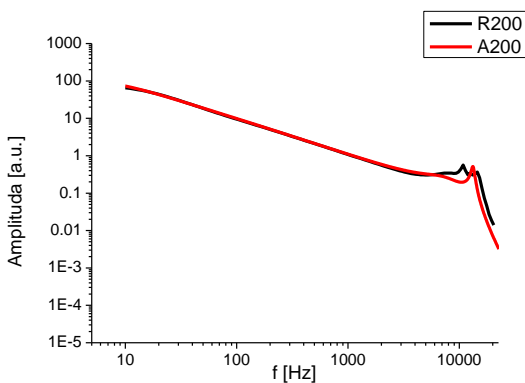
Табела 5.2 Параметри акустичког резонатора

РА12		
Дебљина, μm	640	1030
f_ε , Hz	7700	
Q_ε	1.2	1.2
F_V , Hz	13524	
Q_V	9	12

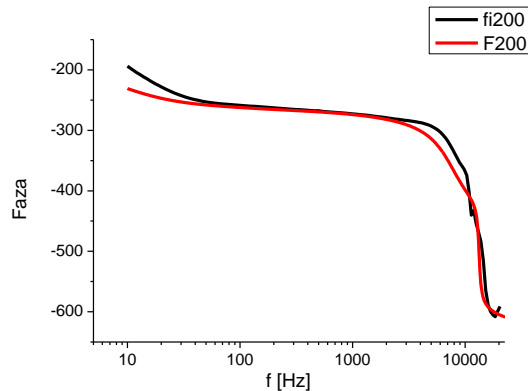
На слици 5.11 приказани су експериментални резултати на полиетилену велике масене густине (црна боја). На истој слици приказана је теоријска крива заснована на апроксимацији генерализованог модела за двослојни узорак претпостављајући да се нанета боја на полиетиленским узорцима понаша као површински извор топлоте [9,10]. У укупан теоријски одзив укључен је утицај хелије минималне запремине. Ови резултати саопштени су на Тринаестој конференцији младих истраживача.

Са слика се може уочити да је поклапање теоријског модела и експерименталних кривих изузетно добро. Топлотни параметри који су коришћени, дати су у табели 5.3.

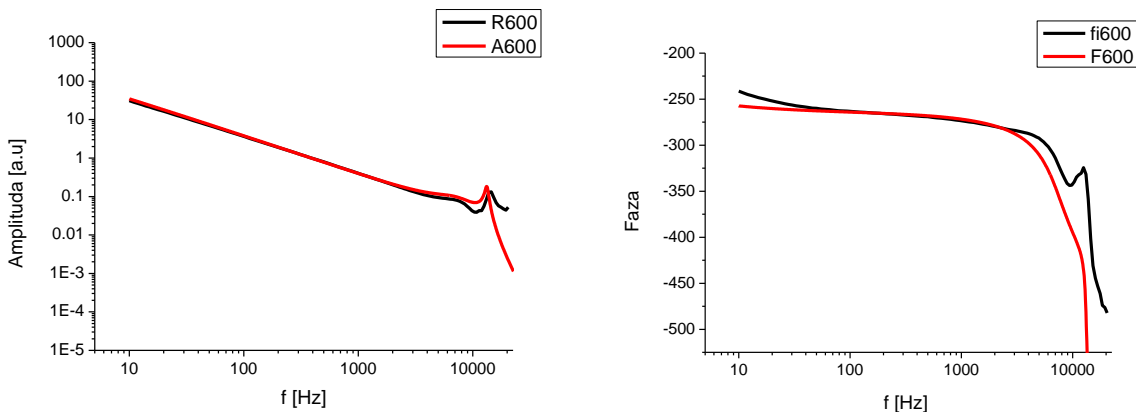
Параметри за Хелмхолцов резонатор који су коришћени исти су као и они за РА12, што је додатно потврда исправности модела обзиром на то да су експериментални резултати добијени коришћењем истог микрофона приликом мерења узорака ова два полимера.



а)



б)



Слика 5.11 Амплитуде и фазе теоријски и експериментално добијених фотоакустичких одзива на две дебљине: а) амплитудски спектар за дебљину слоја полиетилена 200 μm , б) фазни спектар за дебљину 200 μm , в) амплитудски спектар за дебљину слоја полиамида 600 μm и г) фазни спектар за дебљину слоја полиамида 600 μm

Табела 5.3 Топлотни параметри за полиетилен

HDPE	
k – коефицијент топлотне проводности $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$	0.33-0.53
D_r- Коефицијент топлотне дифузивности $\left[\frac{m^2}{s}\right]$	(0.127 – 0.313) x 10 ⁻⁶

5.4. Литература

1. C. Fetigny, J P Roger, V. Rejata, and D. Fournier, *Independent determination of the thermal conductivity and diffusivity of a conductive layer deposited on an insulating substrate*, J. Appl. Phys. 102, 116 104 (2007)
2. D.D. Markushev, J. Ordonez-Miranda, M.D. Rabasovic, S. Galovic, D.M. Todorovic, S.E. Bialkowski, *Effect of the absorption coefficient of aluminium plates on their thermoelastic bending in photoacoustic experiments*, J. Appl. Phys. 117, 245309 (2015)
3. NETZSCH-Gerätebau GmbH, <https://www.netzsch-thermal-analysis.com/en/landing-pages/tpop-app/>
4. S. Galović, D. Kostoski, *Photothermal wave propagation in media with thermal memory*, J. Appl. Phys. 93pp.3063–3071 (2003)
5. S. Galović, Z.Šoškić, M. Popović, D. Čevizović and Z. Stojanović, *Theory of photoacoustic in the media with thermal memory*, J. Appl. Phys., vol 116, no. 024901(2014)
6. С. Галовић, *Моделовање и анализа фототерминалних сигнала за средине са топлотном меморијом*, Универзитет у Београду, Електротехнички факултет, Докторка дисертација (2003)
7. S. Galović, Z.Šoškić, M. Popović, D. Čevizović and Z. Stojanović, *Theory of Photoacoustic in the Media with Thermal Memory*, J. Appl. Phys., vol. 116, no. 024901(2014)
8. M. N. Popovic, M.V. Nestic, S. Ciric-Kostic, M. Zivanov, D.D. Markushev, M.D. Rabasovic, S.P.Galovic, *Helmholtz Resonances in Photoacoustic Experiment with Laser-Sintered Polyamide Including Thermal Memory of Samples*, Int J Thermophys, in press (2002)
9. D. D. Markushev, M. D. Rabasovic, M. Nestic, M. Popovic, S. Galovic, *Influence of Thermal Memory on Thermal Piston Model of Photoacoustic Response*, Int. J. Thermophys 33, pp.2210–2216 (2012)
10. M. Nestic, S. Galovic, Z. Soskic, M. Popovic, D. M. Todorovic, *Photothermal Thermoelastic Bending for Media Thermal Memory*, Int. J. Thermophys 33, pp.2203–2209 (2012)

6. Закључак

У овом раду у поглављима 3 и 4, изведени су модели за фотоакустички одзив рефлексione и трансмисионе конфигурације за оптички провидне двослојне узорке са топлотном меморијом, који представља генерализацију до сада коришћених модела и то у три правца: урачунат је утицај коначне брзине простирања топлоте кроз оба слоја, генерализован је модел тако да узме у обзир постојање запреминске апсорпције кроз оба слоја и урачунат је утицај ћелије минималне запремине која се понаша као Хелмхолцов резонатор. Генерализовани модел представља основу за објашњење неких експериментално уочених феномена које претходни модели нису могли да објасне, на пример, појаву резонанци у фотоакустичком одзиву.

Дискусијом теоријских модела и експерименталних резултата изложених у главама 3 и 4, у глави 5 је показано неколико важних могућности примене фотоакустичких метода. Показано је да само у специфичним случајевима апсорпциони или рефлексioni слој могу да се посматрају као површински апсорбери побудног електромагнетног зрачења, тако да занемаривање њиховог утицаја, карактеристично за досадашње приступе, може довести до грубих грешака у карактеризацији материјала. Изведени модел осим повећавања тачности мерења параметара узорка, омогућује да се одреде и оптичка својства помоћних слојева, отварајући на тај начин могућност испитивања разноврсних композитних материјала.

Анализом развијеног модела показано је да у зависности од односа оптичког коефицијента апсорпције и топлотног коефицијента апсорпције узорка и помоћног слоја може да се пројектује експеримент тако да са највећом тачношћу буду карактерисана својства узорка.

Генерализовани модел који трансмисиону ћелију разматра као Хелмхолцов резонатор објашњава експериментално уочене резонантне пикове у чујном опсегу као акустичке резонанце. Анализом теоријског модела показано је да осим објашњења овај модел омогућује коришћење појаве акустичких резонанци у додатној карактеризацији узорка, на пример за експериментално одређивање његове акустичке импедансе. Применом овог модела на врло танке узорке ласерски синтерованог полиамида и полиетилена различитих

степен кристаличности на који је нанет танак слој боје омогућена је карактеризација композита који боја направи са површинским слојем полимера, што до сада није рађено. И на крају, развијени модел омогућује да се експериментална мерења очисте од акустичких резонанци, што може да буде значајно за узорке ниског степена уређења код којих би се омогућило уочавање топлотних резонанци, што би довело до директног фотоакустичког одређивања брзине простирања топлоте кроз овакве узорке.

Испитивани су утицаји дебљине првог слоја на фотоакустички одзив и показано да када је дебљина првог слоја мала доминантна компонента је термоеластична компонента и укупни сигнал се потпуно поклапа са њом. Са порастом дебљине, термопроводна компонента се мало мења, а ниво термоеластичне компоненте пада. Када дебљина првог слоја постане довољно велика, термопроводна компонента постаје доминантан удео фотоакустичког сигнала, па преузима улогу укупног сигнала, што је нов закључак који омогућује коришћење ширег фреквентног опсега мерења за карактеризацију и осликавање фотоакустичким методама.

Значај истраживања огледа се у повећању могућности фотоакустичких мерних техника за неструктивну карактеризацију, осликавање и томографију, а пре свега, у отварању могућности за одређивање брзине простирања топлоте кроз разноврсне материјале ниског степена уређења, што до сада није урађено ни за један материјал нити структуру. Осим тога, отворена је могућност одређивања акустичке импедансе разноврсних врста микрофона применом неструктивне методе. Изведени модел омогућује још једну значајну карактеризацију, одређивање особина композита, који апсорпциони слој боје прави са полимерним узорцима, што, такође, до сада није експериментално одређивано. Ове нове могућности сугеришу примену фотоакустике у инжињерингу особина наноелектронских направа и направа у органској електроници, као и примену ових метода за медицинску дијагностику.

Додаци

Додатак 1: Програм за одређивање површинских температурских варијација двослојних запреминских апсорбера са топлотном меморијом, површинских температурских варијација када се први слој понаша као површински апсорбер, температурске варијације на међуповршини, термопроводну компоненту притиска и за рефлексиону и трансмисиону конфигурацију и када се двослојни узорак посматра као запремински и као површински апсорбер, термоеластичну компоненту притиска као и укупан сигнал и за запремински и површински апсорбер

```
clc, clear

pi=3.14159;
j=sqrt(-1);

%Parametri blizeg okruzenja (celije)

p0=1e5;% Pa, atmosferski pritisak
T0=300;% K, temperatura okruzenja
I0=300;% Pobudni fluks
s0=150;% s0=I0, toplotni fluks
gama=1.4;
lg=2e-3;% m, rastojanje od izvora do uzorka
Rc=3e-3;

%Parametri okruzenja (vazduh)

kg=0.0454;% W/(mK), toplotna provodnost vazduha
Dtg=1.9e-5;% m^2/s, toplotna difuzivnost vazduha
taug=2e-10;% s, toplotno vreme relaksacije vazduha

%Parametri uzorka

R=5e-3;% poluprecnik uzorka

%Parametri prvog sloja (boja)

k1=70;% W/(mK), toplotna provodnost boje
Dt1=2.5e-5;% m^2/s, toplotna difuzivnost boje
tau1=1e-6;% s, toplotno vreme relaksacije boje
at1=1.3e-4;% 1/K, koeficijent linearnog sirenja
beta1=0.1e3;% 1/m, koeficijent apsorpcije
l1=1e-4;% m, debljina uzorka
```

```

%Parametri drugog sloja (Al)

k2=210;% W/(mK), toplotna provodnost uzorka
Dt2=8.6e-5;% m^2/s, toplotna difuzivnost uzorka
tau2=1e-12;% s, toplotno vreme relaksacije uzorka
at2=23.1e-5;% 1/K, koeficijent linearnog sirenja
l2=100e-6;% m, debljina uzorka
beta2=145e3;% 1/m, koeficijent apsorpcije

%Konstante

K1=gama.*p0./T0;
K2=3.*gama.*p0.*R^4./(Rc^2.*lg);
K21=K2./(l1+l2);
K22=K2./l2;
K3=gama.*p0.*s0.*tau2.*sqrt(Dt2.*Dtg)./(T0.*k2.*lg);

e1=beta1.*l1;
e2=beta2.*l2;

tau001=l1./sqrt(Dt1.*tau1);
tau002=l2./sqrt(Dt2.*tau2);
tau00g=lg./sqrt(Dtg.*taug);

tau0011=(l1+l2)./sqrt(Dt1.*tau1);
tau0012=(l1-l2)./sqrt(Dt1.*tau1);
tau0021=(l1+l2)./sqrt(Dt2.*tau2);
tau0022=(l1-l2)./sqrt(Dt2.*tau2);

%filtri
f1=9500;
omegac1=2.*pi.*f1;
Qf1=2;
f2=17500;
omegac2=2.*pi.*f2;
Qf2=1;
omegac=90;
omegasc=110;

N = 1000;
f=logspace(1,5,1000);

%Рacunanje Povrsinskih temperaturskih varijacija kada je l2=const,
%a l1 se menja

for i=1:N
    omega(i)=2.*pi.*f(i);
    omega1(i)=omega(i).*tau1;
    omega2(i)=omega(i).*tau2;
    omegag(i)=omega(i).*taug;

```

```

g1(i)=1+j.*omega1(i);
g2(i)=1+j.*omega2(i);
gg(i)=1+j.*omegag(i);

a(i)=tau001.*sqrt(j.*omega1(i).*g1(i));
b(i)=tau002.*sqrt(j.*omega2(i).*g2(i));
c1(i)=tau0011.*sqrt(j.*omega1(i).*g1(i));
c2(i)=tau0012.*sqrt(j.*omega1(i).*g1(i));
d1(i)=tau0021.*sqrt(j.*omega2(i).*g2(i));
d2(i)=tau0022.*sqrt(j.*omega2(i).*g2(i));
g(i)=tau00g.*sqrt(j.*omegag(i).*gg(i));
zc1(i)=l1.*g1(i)./(k1.*a(i));
zc2(i)=l2.*g2(i)./(k2.*b(i));
r(i)=zc2(i)./zc1(i);

Br1(i)=sinh(a(i)).*sinh(b(i))+r(i).*cosh(a(i)).*cosh(b(i));
Br2(i)=r(i).*sinh(a(i)).*sinh(b(i))+cosh(a(i)).*cosh(b(i));
Im(i)=r(i).*sinh(a(i)).*cosh(b(i))+cosh(a(i)).*sinh(b(i));

B1(i)=e1./(a(i)^2-e1^2);
B2(i)=e2./(b(i)^2-e2^2);
B3(i)=1./(a(i)^2-e1^2);
B4(i)=1./(b(i)^2-e2^2);

AA1(i)=at2./((c1(i)^2).*Im(i));
AA2(i)=at2./((d1(i)^2).*Im(i));

A1(i)=a(i).*B1(i);
A2(i)=b(i).*B2(i);
A3(i)=e1.*B1(i);
A4(i)=e2.*B2(i);

U1(i)=s0.*zc1(i).*A1(i);
U2(i)=s0.*(zc2(i).*A2(i)-zc1(i).*A1(i)).*exp(-e1);
U3(i)=-s0.*zc2(i).*A2(i).*exp(-(e1+e2));
U4(i)=s0.*A3(i);
U5(i)=s0.*(A4(i)-A3(i)).*exp(-e1);
U6(i)=-s0.*A4(i).*exp(-(e1+e2));

P1(i)=(1-sinh(b(i)).*exp(-e1)./Im(i)).*a(i);
P2(i)=(r(i).*cosh(b(i)).*exp(-e1)-Br1(i)).*e1./Im(i);
P3(i)=P1(i)+P2(i);
P4(i)=r(i).*sinh(b(i)).*exp(-e1).*b(i)./Im(i);
P5(i)=r(i).*(exp(-e2)-cosh(b(i))).*exp(-e1).*e2./Im(i);
P6(i)=P4(i)+P5(i);

Teta20(i)=s0.*zc1(i).*(P3(i).*B1(i)+P6(i).*B2(i));
Teta10(i)=s0.*zc2(i).*cosh(b(i))./sinh(b(i));

T1(i)=s0.*zc2(i).*exp(-e1)./Im(i);
T2(i)=a(i).*B1(i).*sinh(a(i)).*cosh(b(i));
T3(i)=b(i).*B2(i).*cosh(a(i)).*sinh(b(i));
T4(i)=e1.*B1(i).*cosh(b(i)).*(cosh(a(i))-exp(-e1));
T5(i)=e2.*B2(i).*cosh(a(i)).*(cosh(b(i))-exp(-e2));

```

```

T(i)=T2(i)+T3(i)+T4(i)-T5(i);

Teta211(i)=T1(i).*T(i);

Q1(i)=sinh(a(i)).*exp(-e1).*a(i)./Im(i);
Q2(i)=(cosh(a(i)).*exp(-e1)-1).*e1./Im(i);
Q3(i)=Q1(i)+Q2(i);
Q4(i)=(exp(-e2)-r(i)).*sinh(a(i))./Im(i)).*b(i);
Q5(i)=(Br2(i).*exp(-e2)-cosh(a(i))).*e2./Im(i);
Q6(i)=Q4(i)+Q5(i);

Teta21s(i)=s0.*zc2(i).*Q3(i).*B1(i)+Q6(i).*exp(-e1).*B2(i);
Teta11s(i)=s0.*zc2(i)./sinh(b(i));

pth20(i)=K1.*Teta20(i)./g(i);
pth10(i)=K1.*Teta10(i)./g(i);
pth21s(i)=K1.*Teta21s(i)./g(i);
pth11s(i)=K1.*Teta11s(i)./g(i);

H1(i)=c2(i).*sinh(a(i))./2+1-cosh(a(i));
H2(i)=-sinh(b(i)).*U2(i)+cosh(b(i)).*zc2(i).*U5(i)+zc2(i).*U6(i);
H3(i)=H1(i).*H2(i);
H4(i)=sinh(b(i)).*((c2(i)+c1(i).*cosh(a(i)))./2-sinh(a(i)));
H5(i)=r(i).*cosh(b(i)).*(c1(i).*sinh(a(i))./2+1-cosh(a(i)));
H6(i)=(H4(i)+H5(i)).*zc1(i).*U4(i);
H(i)=AA1(i).(H3(i)-H6(i));

F1(i)=d2(i).*sinh(b(i))./2+cosh(b(i))-1;
F2(i)=r(i).*sinh(a(i)).*U2(i)+zc2(i).*U4(i)+cosh(a(i)).*zc2(i).*U5(i);
F3(i)=F1(i).*F2(i);
F4(i)=r(i).*sinh(a(i)).*((d1(i).*cosh(b(i))-d2(i))./2-sinh(b(i)));
F5(i)=cosh(a(i)).*(-d1(i).*sinh(b(i))./2+cosh(b(i))-1);
F6(i)=(F4(i)-F5(i)).*zc2(i).*U6(i);
F(i)=at2.*(F3(i)+F6(i))./((d1(i)^2).*Im(i));

W1(i)=(c2(i).*exp(-e1)+c1(i))./2+a(i).(exp(-e1)-1)./e1;
W2(i)=s0.*at1.*zc1(i).*l1^2.*W1(i).*B3(i);
W3(i)=(d1(i).*exp(-e2)-d2(i))./2+b(i).(exp(-e2)-1)./e2;
W4(i)=s0.*at2.*zc2(i).*l2^2.*exp(-e1).*W3(i).*B4(i);
W(i)=W2(i)+W4(i);

pte2(i)=K21.*(H(i)+F(i)+W(i));

T1(i)=s0.*zc2(i)./(b(i)^2.*sinh(b(i)));
T2(i)=cosh(b(i))-b(i).*sinh(b(i))./2-1;
ptel(i)=K22.*at2.*T1(i).*T2(i);

Im1(i)=(1+r(i)).*sinh(b(i)+a(i));
Im2(i)=(1-r(i)).*sinh(b(i)-a(i));
Imen(i)=Im1(i)+Im2(i);

V(i)=sqrt(1+j.*omega2(i))./(j.*omega2(i).*sqrt(1+j.*omegag(i)));

L1(i)=-2.*e1^2./(a(i)^2-e1^2);
L2(i)=e1.*(a(i).*sinh(a(i))+e1.*cosh(a(i)))./(a(i)^2-e1^2);

```



```
L3(i)=e2.*(r(i).*b(i).*sinh(a(i))+e2.*cosh(a(i)))./(b(i)^2-e2^2);
L4(i)=2.*exp(-e1).*(L2(i)-L3(i));
L5(i)=b(i).*Im(i);
L6(i)=e2.*((1+r(i)).*cosh(b(i)+a(i))+(1-r(i)).*cosh(b(i)-a(i)));
L7(i)=e2.*exp(-e1).*(L5(i)+L6(i))./(b(i)^2-e2^2);
L(i)=L1(i)+L4(i)+L7(i);
```

```
pth(i)=K3.*V(i).*L(i)./Imen(i);
```

end

```
Ateta20=abs(Teta20);%Temperatura dvoslojnog uzorka u x=0
Fteta20=unwrap(angle(Teta20)).*180./pi;
```

```
Ateta211=abs(Teta211);%Temperatura dvoslojnog uzorka u x=11
Fteta211=unwrap(angle(Teta211)).*180./pi;
```

```
Ateta21s=abs(Teta21s);%Temperatura dvoslojnog uzorka u x=1s(=11+12)
Fteta21s=unwrap(angle(Teta21s)).*180./pi;
```

```
Ateta10=abs(Teta10);%Temperatura jednoslojnog uzorka u x=0
Fteta10=unwrap(angle(Teta10)).*180./pi;
```

```
Ateta11s=abs(Teta11s);%Temperatura jednoslojnog uzorka u 1s(=12)
Fteta11s=unwrap(angle(Teta11s)).*180./pi;
```

```
Apth20=abs(pth20);%Termoprovodna komponenta dvoslojnog uzorka u x=0
Fpth20=unwrap(angle(pth20)).*180./pi;
```

```
Apth10=abs(pth10);%Termoprovodna komponenta jednoslojnog uzorka u x=0
Fpth10=unwrap(angle(pth10)).*180./pi;
```

```
Apth21s=abs(pth21s);%Termoprovodna komponenta dvoslojnog u 1s(=11+12)
Fpth21s=unwrap(angle(pth21s)).*180./pi;
```

```
Apth11s=abs(pth11s);%Termoprovodna komponenta jednoslojnog uzorka u 1s(=12)
Fpth11s=unwrap(angle(pth11s)).*180./pi;
```

```
Apth=abs(pth);%Termoprovodna komponenta dvoslojnog uzorka u x=0
Fpth=unwrap(angle(pth)).*180./pi;
```

```
Apte2=abs(pte2); %Termoelasti?na komponenta dvoslojnog uzorka
Fpte2=unwrap(angle(pte2)).*180./pi;
```

```
Apte1=abs(pte1);%Termoelasti?na komponenta jednoslojnog uzorka
Fpte1=unwrap(angle(pte1)).*180./pi;
```

```
Pu2=pth21s+pte2;
Au2=abs(Pu2);
Fu2=unwrap(angle(Pu2)).*180./pi;
```

```

Pu1=pth1ls+ptel;
Au1=abs(Pu1);
Fu1=unwrap(angle(Pu1)).*180./pi;

%figure(1)
%loglog(f,Ateta20,'r',f,Ateta10,'b',f,Ateta21l1,'g',f,Ateta2ls,'m',f,Ateta1ls,'
c')%, grid on

%figure(2)
%semilogx(f,Fteta20,'r',f,Fteta10,'b',f,Fteta21l1,'g',f,Fteta2ls,'m',f,Fteta1ls
,'c')%, grid on

figure(3)
loglog(f,Apth20,'r',f,Apth10,'b',f,Apth2ls,'m',f,Apth1ls,'g')%, grid on

figure(4)
semilogx(f,Fpth20,'r',f,Fpth10,'b',f,Fpth2ls,'m',f,Fpth1ls,'g')%, grid on

figure(5)
loglog(f,Apth2ls,'b',f,Apte2,'g',f,Au2,'r',f,Apth1ls,'c',f,Apte1,'m',f,Au1,'k'
)%, grid on

figure(6)
semilogx(f,Fpth2ls,'r',f,Fpth1ls,'b',f,Fpte2,'g',f,Fpte1,'m',f,Fu2,'c',f,Fu1,'
k')%, grid on

figure(7)
loglog(f,Apth1ls,'g',f,Apth2ls,'b',f,Apth,'r')%, grid on

figure(8)
semilogx(f,Fpth1ls,'g',f,Fpth2ls,'b',f,Fpth,'r')%, grid on

MatAteta=[f' Ateta20' Ateta10' Ateta21l1' Ateta2ls' Ateta1ls'];
MatFteta=[f' Fteta20' Fteta10' Fteta21l1' Fteta2ls' Fteta1ls'];

MatApth=[f' Apth20' Apth10' Apth2ls' Apth1ls'];
MatFpth=[f' Fpth20' Fpth10' Fpth2ls' Fpth1ls'];

MatApte=[f' Apte2' Apte1'];
MatFpte=[f' Fpte2' Fpte1'];

save d:\guster\Ateta.datMatAteta-ascii-tabs
save d:\guster\Fteta.datMatFteta-ascii-tabs

save d:\guster\Apth.datMatApth-ascii-tabs
save d:\guster\Fpth.datMatFpth-ascii-tabs

save d:\guster\Apte.datMatApte-ascii-tabs
save d:\guster\Fpte.datMatFpte-ascii-tabs

```

Додатак 2: Програм за рачунање фотоакустичког одзива двослојних запреминских апсорбера са топлотном меморијом мереног на апаратури са фотоакустичком ћелијом минималне запремине – поређење теорије и експеримента

```
clc, clear

pi=3.14159;
j=sqrt(-1);

%Parametri blizeg okruzenja (celije)

p0=1e5;% Pa, atmosverski pritisak
T0=300;% K, temperatura okruzenja
I0=300;% Pobudni fluks
s0=150;% s0=I0, toplotni fluks
gama=1.4;
lg=2e-3;% m, rastojanje od izvora do uzorka
Rc=3e-3;

%Parametri okruzenja (vazduh)

kg=0.0454;% W/(mK), toplotna provodnost vazduha
Dtg=1.9e-5;% m^2/s, toplotna difuzivnost vazduha
taug=2e-10;% s, toplotno vreme relaksacije vazduha

%Parametri uzorka

R=5e-3;% poluprecnik uzorka

%Parametri prvog sloja (boja)
```

```
k1=70;% W/(mK), toplotna provodnost boje
Dt1=2.5e-5;% m^2/s, toplotna difuzivnost boje
tau1=1e-6 ;% s, toplotno vreme relaksacije boje
at1=1.3e-4;% 1/K,koeficijent linearnog sirenja
l1=1e-8;% m,debljina uzorka
beta1=0.1e3;% 1/m,koeficijent apsorpcije

%Parametri drugog sloja (Al)

k2=210;% W/(mK), toplotna provodnost uzorka
Dt2=8.6e-5;% m^2/s, toplotna difuzivnost uzorka
tau2=1e-12 ;% s, toplotno vreme relaksacije uzorka
at2=23.1e-5;% 1/K, koeficijent linearnog sirenja
l2=112e-6;% m,debljina uzorka
beta2=145e3;% 1/m,koeficijent apsorpcije

%Konstante

K1=gama.*p0.*s0.*tau2.*sqrt(Dt2.*Dtg) ./ (T0.*k2.*lg);
K2=3.*gama.*p0.*at2.*(R.^4) / (Rc^2.*lg.*(l1+l2));
K3=gama.*p0.*s0.*sqrt(Dt2.*Dtg) ./ (T0.*k2.*lg);
K2=3.*gama.*p0.*at2.*(R.^4) .*I0./ (Rc^2.*lg.*k2);

e1=beta1.*l1;
e2=beta2.*l2;

tau001=l1./sqrt(Dt1.*tau1);
tau002=l2./sqrt(Dt2.*tau2);
tau0011=(l1+l2) ./sqrt(Dt1.*tau1);
tau0012=(l1-l2) ./sqrt(Dt1.*tau1);
```

```
tau0021=(l1+l2)./sqrt(Dt2.*tau2);
```

```
tau0022=(l2-l1)./sqrt(Dt2.*tau2);
```

```
%filtri
```

```
f1=9500;
```

```
omegac1=2.*pi.*f1;
```

```
Qf1=2;
```

```
f2=17500;
```

```
omegac2=2.*pi.*f2;
```

```
Qf2=1;
```

```
omegac=90;
```

```
omegasc=110;
```

```
N = 1000;
```

```
f=logspace(1,4,1000);
```

```
% RACUNANJE TERMOPROVODNE KOMPONENTE FA SIGNALA DVOSLOJNOG UZORKA
```

```
for i=1:N
```

```
    omega(i)=2.*pi.*f(i);
```

```
    omega1(i)=omega(i).*tau1;
```

```
    omega2(i)=omega(i).*tau2;
```

```
    omegag(i)=omega(i).*taug;
```

```
    g1(i)=1+j.*omega1(i);
```

```
    g2(i)=1+j.*omega2(i);
```

```
    gg(i)=1+j.*omegag(i);
```

```
    a(i)=tau001.*sqrt(j.*omega1(i).*g1(i));
```

```

b(i)=tau002.*sqrt(j.*omega2(i).*g2(i));
zc1(i)=l1.*a(i)./(j.*omega1(i).*k1.*tau001.^2);
zc2(i)=l2.*b(i)./(j.*omega2(i).*k2.*tau002.^2);
r(i)=zc2(i)./zc1(i);

A1(i)=s0.*e1.*zc1(i).*a(i).*exp(-e1)./(a(i).^2-e1.^2);
A2(i)=s0.*e2.*zc2(i).*b(i).*exp(-e1)./(b(i).^2-e2.^2);
A3(i)=s0.*e1^2./(a(i).^2-e1.^2);
A4(i)=s0.*e2^2.*exp(-e1)./(b(i).^2-e2.^2);
U2(i)=-A1(i)+A2(i);
U3(i)=-A2(i).*exp(-e2);
U4(i)=A3(i);
U5(i)=-A3(i).*exp(-e1)+A4(i);
U6(i)=-A4(i).*exp(-e2);

Im1(i)=(1+r(i)).*sinh(b(i)+a(i));
Im2(i)=(1-r(i)).*sinh(b(i)-a(i));
Im(i)=Im1(i)+Im2(i);

P(i)=sqrt(1+j.*omega2(i))./(j.*omega2(i).*sqrt(1+j.*omegag(i)));

Q1(i)=-2.*e1^2./(a(i)^2-e1^2);
Q2(i)=e1.*(-a(i).*sinh(a(i))+e1.*cosh(a(i)))./(a(i).^2-e1.^2);
Q3(i)=e2.*(r(i).*b(i).*sinh(a(i))+e2.*cosh(a(i)))./(b(i).^2-e2.^2);
Q4(i)=2.*exp(-e1).*(Q2(i)-Q3(i));
Q5(i)=b(i).*Im(i);
Q6(i)=e2.*((1+r(i)).*cosh(b(i)+a(i))+(1-r(i)).*cosh(b(i)-a(i)));
Q7(i)=e2.*exp(-(e1+e2)).*(Q5(i)+Q6(i))./(b(i).^2-e2.^2);
Q(i)=Q1(i)+Q4(i)+Q7(i);

```

```
tetals(i)=s0.*zc2(i).*Q(i);

pth(i)=K1.*P(i).*Q(i)./Im(i);

end

Atetals=abs(tetals);
Ftetals=unwrap(angle(tetals)).*180./pi;

Ath=abs(pth);
Fth=unwrap(angle(pth)).*180./pi;

Aq=abs(Q);
Fq=unwrap(angle(Q)).*180./pi;

% RACUNANJE TERMOELASTICNE KOMPONENTE FA SIGNALA DVOSLOJNOG UZORKA

for k=1:N

    omega(k)=2.*pi.*f(k);
    omega1(k)=omega(k).*tau1;
    omega2(k)=omega(k).*tau2;
    omegag(k)=omega(k).*taug;

    g1(k)=1+j.*omega1(k);
    g2(k)=1+j.*omega2(k);

    a(k)=tau001.*sqrt(j.*omega1(k).*g1(k));
    b(k)=tau002.*sqrt(j.*omega2(k).*g2(i));
    c1(k)=tau0011.*sqrt(j.*omega1(k).*g1(k));
    c2(k)=tau0012.*sqrt(j.*omega1(k).*g1(k));
```

$$d1(k) = \tau_{0021} \cdot \sqrt{j \cdot \omega_2(k) \cdot g_2(i)};$$

$$d2(k) = \tau_{0022} \cdot \sqrt{j \cdot \omega_2(k) \cdot g_2(i)};$$

$$zc1(k) = l1 \cdot \sqrt{g1(k)} / (k1 \cdot \tau_{001} \cdot \sqrt{j \cdot \omega_1(k)});$$

$$zc2(k) = l2 \cdot \sqrt{g2(k)} / (k2 \cdot \tau_{002} \cdot \sqrt{j \cdot \omega_2(k)});$$

$$r(k) = zc2(k) / zc1(k);$$

$$A1(k) = I0 \cdot e1 \cdot zc1(k) \cdot a(k) \cdot \exp(-e1) / (a(k)^2 - e1^2);$$

$$A2(k) = I0 \cdot e2 \cdot zc2(k) \cdot b(k) \cdot \exp(-e1) / (b(k)^2 - e2^2);$$

$$A3(k) = I0 \cdot e1^2 / (a(k)^2 - e1^2);$$

$$A4(k) = I0 \cdot e2 \cdot e2 \cdot \exp(-e1) / (b(k)^2 - e2^2);$$

$$U2(k) = -A1(k) + A2(k);$$

$$U3(k) = -A2(k) \cdot \exp(-e2);$$

$$U4(k) = A3(k);$$

$$U5(k) = -A3(k) \cdot \exp(-e1) + A4(k);$$

$$U6(k) = -A4(k) \cdot \exp(-e2);$$

$$Im1(k) = (\sinh(b(k)) + r(k) \cdot \cosh(b(k))) \cdot \exp(a(k));$$

$$Im2(i) = (\sinh(b(k)) - r(k) \cdot \cosh(b(k))) \cdot \exp(-a(k));$$

$$Im(k) = Im1(k) + Im2(k);$$

$$F1(k) = -c2(k) \cdot \sinh(a(k)) / 2 + \cosh(a(k)) - 1;$$

$$F2(k) = -\sinh(b(k)) \cdot U2(k) + \cosh(b(k)) \cdot zc2(k) \cdot U5(k) + zc2(k) \cdot U6(k);$$

$$F3(k) = c2(k) / 2 + c1(k) \cdot \cosh(a(k)) / 2 - \sinh(a(k));$$

$$F4(k) = \sinh(b(k)) \cdot zc1(k) \cdot U4(k);$$

$$F5(k) = -c1(k) \cdot \sinh(a(k)) / 2 + \cosh(a(k)) - 1;$$

$$F6(k) = \cosh(b(k)) \cdot zc2(k) \cdot U4(k);$$

$$F7(k) = F1(k) \cdot F2(k) + F3(k) \cdot F4(k) - F5(k) \cdot F6(k);$$

$$F8(k) = -2 \cdot F7(k) / (c1(k)^2 \cdot Im(k));$$


```
P1(k)=-d1(k).*sinh(b(k))./2+cosh(b(k))-1;
P2(k)=r(k).*sinh(a(k)).*U2(k)+cosh(a(k)).*zc2(k).*U5(k)+zc2(k).*U4(k);
P3(k)=d1(k)./2+d2(k).*cosh(b(k))./2-sinh(b(k));
P4(k)=r(k).*sinh(a(k)).*zc2(k).*U6(k);
P5(k)=-d2(k).*sinh(b(k))./2+cosh(b(k))-1;
P6(k)=cosh(a(k)).*zc2(k).*U6(k);
P7(k)=P1(k).*P2(k)+P3(k).*P4(k)-P5(k).*P6(k);
P8(k)=2.*P7(k)./(d1(k)^2.*Im(k));

H1(k)=(-c2(k).*exp(-e1)-c1(k))./(2.*beta1)-exp(-
e1)./(beta1^2)+a(k)./(e1.*beta1);
H2(k)=-l1.*I0.*e1.*zc1(k).*H1(k)./(a(k).^2-e1.^2);
H3(k)=(-d2(k).*exp(-e2)-d1(k))./(2.*beta2)-exp(-
e2)./(beta2^2)+b(k)./(e2.*beta2);
H4(k)=-l2.*I0.*e2.*zc2(k).*exp(-e1).*H3(k)./(b(k).^2-e2.^2);
H5(k)=H2(k)+H4(k);

pte(k)=K2.*(F8(k)+P8(k)+H5(k));

end

Ate=abs(pte).*1.75;
Fte=unwrap(angle(pte)).*180./pi;

% UKUPAN SIGNAL

Pu=pth+pte;
Au=abs(Pu).*1.75;
Fu=unwrap(angle(Pu)).*180./pi;

% NF FILTRI
```

```
for l=1:N
    omega(l)=2.*pi.*f(l);

    HF1(l)=1/(1-j.*omegac./omega(l));
    HF2(l)=1/(1-j.*omegasc./omega(l));
    HF3(l)=omegac1^2./(omegac1^2-omega(l)^2+j.*omega(l).*omegac1./Qf1);
    HF4(l)=omegac2^2./(omegac2^2-omega(l)^2+j.*omega(l).*omegac2./Qf2);
    HF(l)=HF1(l).*HF2(l).*HF3(l);
    PUH(l)=Pu(l)*HF(l);
end

Auf=abs(PUH).*1.75;
Fuf=unwrap(angle(PUH)).*180./pi;

% PROGRAM ZA JEDNOSLOJNI UZORAK

% Racunanje termoprovodne komponente FT signala pomocu kompleksnog izraza

for s=1:N

    omega(s)=2.*pi.*f(s);
    a(s)=j.*omega(s);
    b(s)=1+j.*omega(s).*tau2;
    c(s)=1+j.*omega(s).*taug;
    q(s)=sqrt(b(s)./c(s))./a(s);

    z(s)=l2.*sqrt(a(s).*b(s)./Dt2);
    r(s)=1./sinh(z(s));
    Pth1(s)=K3.*q(s).*r(s);
```

end

Ath1=abs(Pth1);

Fth1=unwrap(angle(Pth1)).*180./pi;

% RACUNANJE TERMOELASTICNE KOMPONENTE JEDNOSLOJNOG UZORKA (drugog sloja)

for l=1:N

omega(l)=2.*pi.*f(l);

a(l)=omega(l).*sqrt(1+tau2^2.*omega(l)^2);

b(l)=tau2.*omega(l)^2;

c(l)=sqrt((a(l)-b(l))./2);

d(l)=sqrt((a(l)+b(l))./2);

x(l)=12.*c(l)./sqrt(Dt2);

y(l)=12.*d(l)./sqrt(Dt2);

z(l)=x(l)+j.*y(l);

e(l)=1+j.*tau2.*omega(l);

g(l)=tanh(z(l)./2)-z(l)./2;

Pte1(l)=K2.*e(l).*g(l)./(z(l)^3);

end

Ate1=abs(Pte1).*1.75;

Fte1=unwrap(angle(Pte1)).*180./pi;

```
Pu1=Pth1+Pte1;  
Aul=abs(Pu1).*1.75;  
Fu1=unwrap(angle(Pu1)).*180./pi;
```

```
% EKSPERIMENT
```

```
EKSPERIMENT =[  
10  0.8074  13.683  
11  0.84024 6.23245  
12  0.8435  1.3546  
13  0.85737 -4.53344  
14  0.85002 -9.86043  
15  0.8538  -14.45032  
16  0.85511 -17.52093  
17  0.8298  -23.2285  
18  0.8206  -26.7183  
19  0.80163 -30.25592  
20  0.77496 -33.2657  
22  0.76429 -39.71665  
24  0.73174 -45.9457  
26  0.6874  -51.56323  
28  0.64757 -55.4803  
30  0.61049 -60.0682  
33  0.56279 -66.26313  
36  0.51431 -72.26313  
39  0.47375 -77.19888  
42  0.4373  -81.73235  
46  0.39334 -87.15002  
50  0.35579 -92.2484  
55  0.31491 -97.35013
```

60 0.27633 -101.47775
66 0.24173 -105.74875
72 0.2142 -109.83675
79 0.18382 -113.52625
86 0.16121 -116.05425
94 0.14155 -119.29275
103 0.12285 -121.75275
113 0.10565 -124.4845
124 0.09181 -126.774
136 0.07946 -128.6655
149 0.06942 -130.80475
163 0.06041 -133.03775
179 0.05236 -135.0695
196 0.04576 -136.8305
215 0.0402 -139.159
236 0.03507 -141.4085
259 0.0308 -143.39425
284 0.02719 -145.54025
312 0.02384 -147.7174
343 0.02101 -150.376
377 0.01863 -152.614
414 0.01656 -155.2664
455 0.0147 -158.1078
500 0.01315 -160.8976
550 0.01186 -163.652
605 0.01078 -166.3546
665 0.00981 -169.3316
731 0.00898 -172.2386
804 0.00827 -174.811
884 0.00764 -177.6162

972 0.00713 -180.4144
1069 0.0067 -182.8938
1175 0.00631 -185.605
1292 0.00594 -188.3856
1421 0.00566 -190.582
1563 0.00538 -192.8042
1719 0.00518 -194.6952
1890 0.00501 -197.1816
2076 0.00483 -199.31117
2282 0.00469 -201.41467
2510 0.00459 -203.22917
2760 0.00454 -205.38633
3036 0.00451 -207.39067
3338 0.00454 -209.81283
3670 0.00458 -212.3375
4036 0.00468 -215.18183
4438 0.00484 -218.74167
4880 0.00507 -222.4
5368 0.00547 -227.274
5904 0.00598 -232.96567
6494 0.00693 -240.89983
7142 0.00838 -254.24417
7856 0.01019 -275.8105
8640 0.01091 -315.41783
9504 0.00619 -350.20867
10454 0.00286 -343.99267

];

F = EKSPERIMENT(:,1);

R1 = EKSPERIMENT(:,2);

```
fil = EKSPERIMENT(:,3);
```

```
AMP = R1;
```

```
FAZA = fil;
```

```
size_F = size(F);
```

```
size_F = size_F(1);
```

```
W=2*pi*F;
```

```
%CRTANJE MODELA
```

```
%figure(1)
```

```
%loglog(f,Ath,'k',f,Ate,'g',f,Au,'r'), grid on
```

```
%figure(2)
```

```
%semilogx(f,Fth,'k',f,Fte,'g',f,Fu,'r'), grid on
```

```
%figure(3)
```

```
%loglog(f,Ath,'m',f,Ate,'g',f,Au,'k',f,Auf,'r',F,AMP,'b'), grid on
```

```
%figure(4)
```

```
%semilogx(f,Fth,'m',f,Fte,'g',f,Fu,'k',f,Fuf,'r',F,FAZA,'b'), grid on
```

```
figure(5)
```

```
loglog(f,Ath,'k',f,Ath1,'m')
```

figure(6)

```
semilogx(f,Fth,'k',f,Fth1,'m')
```

figure(7)

```
loglog(f,Ate,'g',f,Atel,'r');
```

figure(8)

```
semilogx(f,Fte,'g',f,Ftel,'r')
```

figure(9)

```
loglog(f,Atetals,'r',f,Aq,'b')
```

figure(10)

```
semilogx(f,Ftetals,'r',f,Fq,'b')
```

```
MatA=[f' Ath' Ate' Au' Auf'];
```

```
MatF=[f' Fth' Fte' Fu' Fuf'];
```

```
save d:\guster\bAlA.datMatA-ascii-tabs
```

```
save d:\guster\bAlF.datMatF-ascii-tabs
```