

UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Aleksandar S. Daničić

OPTIMIZACIJA KVANTNIH KASKADNIH
LASERA U SREDNJOJ INFRACRVENOJ I
TERAHERCNOJ OBLASTI SPEKTRA U
JAKOM MAGNETNOM POLJU

Doktorska Disertacija

Beograd 2013

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Aleksandar S. Daničić

OPTIMIZATION OF MID-INFRARED AND
TERAHERTZ QUANTUM CASCADE
LASERS IN STRONG MAGNETIC FIELD

Doctoral Dissertation

Belgrade 2013

Mentor:

Vanredni profesor, dr Jelena Radovanović, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Članovi komisije za javnu odbranu:

1. Vanredni profesor, dr Jelena Radovanović, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
2. Profesor emeritus, dr Vitomir Milanović, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
3. Redovni profesor, dr Milan Tadić, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
4. Viši naučni saradnik, dr Jovana Petrović, Institut za nuklearne nauke Vinča, Univerzitet u Beogradu

Ovom prilikom želim da se zahvalim svojim mentorima prof. Jeleni Radovanović i prof. Vitomiru Milanoviću, bez čije nesebične pomoći, podrške, ideja, mnogobrojnih sugestija, ispravki i pažljivih recenzija, izrada ove disertacije ne bi bila moguća.

Profesorki Radovanović dugujem veliku zahvalnost na ukazanom razumevanju i strpljenju za sva moja bitna i nebitna, pametna i ne tako pametna pitanja, na stalozhenosti u trenucima kada je to bilo potrebno, kao i na veri u pozitivan ishod mog istraživanja.

Želeo bih da se zahvalim dr Jovani Petrović i dr Ljupču Hadžievskom (INN Vinča) na savetima i podršci koju su mi pružili tokom izrade disertacije. Pored toga, bili su mi primer za izgradnju i održavanje dobre poslovne etike i optimizma u problematičnim situacijama.

Veliku zahvalnost dugujem svojim kolegama i dragim prijateljima Mariji Petrović, Ani Radosavljević, dr Petri Beličev, dr Goranu Gligoriću, dr Igoru Iliću (INN Vinča) i Sabini Ramović (ETF) koji su uložili velike napore da očuvaju moj (a i svoj) razum u stresnim prilikama. Takođe bih se zahvalio i dr Aleksandri Maluckov i dr Milutinu Stepiću (INN Vinča), koji su doprineli prijateljskoj atmosferi u laboratoriji i kvalitetnoj saradnji.

Kako doktorske studije predstavljaju višegodišnje istraživanje i iziskuju poneki „izlet“ u neku sličnu oblast, ovom prilikom želeo bih da izrazim svoju iskrenu zahvalnost prof. Stojanu Radiću, dr Nikoli Aliću, dr Andreasu Wibergu, dr Sanji Zlatanović i dr Slavenu Moru (UCSD, Photonics Systems group) na strpljivom, detaljnom i veoma efikasnom uvodjenju u eksperimentalni svet nelinearne fiberoptike.

Velikim prijateljima, sa kojima sam zajedno započeo ovu interesantnu naučnu pustolovinu još pre 5 godina, (budućim dr) Neveni Raičević i Marku Krstiću, koji su mi bili velika podrška tokom studija, nisu mi dozvolili da posustanem i uvek su bili tu da istaknu lepu stranu svakog izazova, čak i kada ja nisam bio u stanju da je prepoznam, veliko hvala. Vaš optimizam je zarazan!

Najzad, veoma sam zahvalan svojim roditeljima na predanoj podršci tokom mog celokupnog obrazovanja, a posebno na tome što su me naučili da ne odustajem od ostvarenja svojih ciljeva, ma kako nedostižnim se oni ponekad činili.

Aleksandar Daničić

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera u srednjoj infracrvenoj i terahercnoj oblasti spektra u jakom magnetnom polju

Rezime

Napredna oblast nano- i opto-elektronike se zasniva na razumevanju i kontroli unutarzonskih prelaza u sistemima nanometarskih dimenzija. Kvantno kaskadne strukture predstavljaju generalni koncept optoelektronskih uređaja baziranih na radijativnim prelazima između kvantizovanih energetske nivoa u strukturama koje sačinjavaju višestruke kvantne jame. Danas, kvantni kaskadni laseri imaju mogućnost rada na frekvencijama srednjeg infracrvenog i terahercnog dela spektra, predstavljaju reprezentativne primere inženjeringa unutarzonskih prelaza, i obezbeđuju moderni model struktura koji se koristi za proučavanje osnovnih osobina poluprovodničkih sistema.

Ova disertacija se bavi formulisanjem detaljnog modela i odgovarajućim numeričkim simulacijama za proračun brzina rasejanja elektrona (usled rasejanja na neravninama površina, rasejanja elektrona sa longitudinalnim optičkim i akustičnim fononima), kao i optičkog pojačanja izračunatog za četiri različite strukture kvantnih kaskadnih lasera baziranih na GaAs, koje rade kako u srednjem infracrvenom, tako i u terahercnom opsegu, a sve pod dejstvom jakog spoljašnjeg magnetnog polja. Kada je magnetno polje primenjeno u pravcu paralelnom na ravan slojeva, svaka energetska podzona se cepa na serije diskretnih Landauovih nivoa, kojima se može manipulirati podešavanjem magnetnog polja, pa se na taj način može kontrolisati promena stepena inverzne populacije, a samim tim i optičko pojačanje.

Simulacije su sprovedene uzimajući u obzir dizajn kvantnih kaskadnih lasera koje čine dve ili tri jame, i koji emituju svetlost na 4.6THz i 3.9THz, respektivno, a obe strukture su implementirane u GaAs/Al_{0.15}Ga_{0.85}As,

dok primeri koji se tiču srednjeg infracrvenog opsega emituju na $7.3\mu\text{m}$ i $10.3\mu\text{m}$, i implementirani su na $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.38}\text{Ga}_{0.62}\text{As}$ platformi. Predstavljeni su numerički rezultati za vrednosti spoljašnjeg polja od 1.5T do 20T u slučaju terahercnih struktura (20T do 60T u slučaju struktura srednje infracrvene oblasti), a zonska neparaboličnost je uzeta u obzir. Pokazano je koji su mehanizmi rasejanja nosilaca dominantni u kom tipu struktura (u zavisnosti od dela elektromagnetnog spektra za koji su namenjene). Takođe je istaknuto kako se magnetno polje može koristiti kao moćna spektroskopska alatka, jer se menjanjem jačine polja može uticati na položaje energetskih nivoa, time omogućujući rad lasera na određenoj talasnoj dužini, pogodnoj za detekciju štetnih gasova u vazduhu.

Ključne reči: Kvantni kaskadni laseri, brzine rasejanja nosilaca, optičko pojačanje, magnetno polje, optimizacija

Naučna oblast: Elektrotehnika

Uža naučna oblast: Kvantne poluprovodničke nanostrukture

UDK broj: 621.3

Optimization of mid-infrared and terahertz quantum cascade lasers in strong magnetic field

Abstract

The rapidly emerging field of nano-optoelectronics is based on the understanding and control of intersubband transitions in nano-dimensional systems. A quantum cascade (QC) structure is a general concept of an optoelectronic device based on a cascade of radiative transitions between size-quantized energy levels in a multi-quantum-well structure. Today, Quantum Cascade Lasers (QCL), being able to operate from the mid-infrared (MIR) to the THz range of frequencies, represent one of the most striking outcomes of intersubband structure engineering, and provide a state-of-the-art model structure to study the basic properties of semiconductor systems.

This dissertation concerns the formulation of a comprehensive model and corresponding numerical simulations for calculating the electron relaxation rates (due to interface roughness, electron – longitudinal optical phonon and electron-acoustic phonon scattering), as well as the optical gain of four different GaAs quantum cascade structures that operate in both MIR and THz spectral range placed in a strong external magnetic field. When the magnetic field is applied in the direction perpendicular to the plane of the layers, each energy subband is split into series of discrete Landau levels, which are magnetically tunable and it is therefore possible to control the modulation of the population inversion, and consequently the optical gain.

The simulations are performed on two- and three-well designs of quantum cascade lasers that operate at 4.6 THz and 3.9 THz, respectively, both implemented in GaAs/Al_{0.15}Ga_{0.85}As, while the structures concerning the MIR spectral range operate at 7.3 μm and 10.3 μm, and are

implemented in GaAs/Al_{0.38}Ga_{0.62}As. Numerical results are presented for magnetic field values from 1.5T up to 20T for structures emitting in the THz range (20T up to 60T in the case of MIR structures), while the band nonparabolicity is taken into account. It has been shown which scattering mechanism can be considered dominant in different types of structures (according to the part of the electromagnetic spectrum they are designed for). It has also been pointed out that external magnetic field can be used as powerful spectroscopic tool, because by changing the field value one can influence the positions of the split energy levels, therefore enabling the laser emission at specific wavelengths, suitable for detection of pollutant gases in the ambient air.

Keywords: Quantum cascade lasers, electron scattering rates, optical gain, magnetic field, optimization

Scientific field: Electrical Engineering

Specific topic: Quantum semiconductor nanostructures

UDK number: 621.3

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Principi rada kvantnih kaskadnih lasera	4
2.1	Vrste prelaza.....	7
2.2	Gubici.....	9
3	Optimizacija pojačanja kvantnih kaskadnih lasera.....	11
3.1	Određivanje inverzne populacije.....	12
3.2	Apsorpcija i pojačanje.....	13
4	Unutarzonski prelazi u aktivnoj oblasti u prisustvu magnetnog polja	17
4.1	Elektronska struktura.....	17
4.2	Pojačanje i Apsorpcija.....	19
4.3	Brzinske jednačine.....	23
5	Teorija rasejanja elektrona	26
5.1	Rasejanje nosilaca na longitudinalnim optičkim fononima u odsustvu magnetnog polja	26
5.2	Rasejanje na longitudinalnim optičkim fononima u prisustvu magnetnog polja ..	36
5.3	Rasejanje na akustičnim fononima u prisustvu magnetnog polja.....	38
5.4	Rasejanje na neravninama površina u prisustvu magnetnog polja	42
6	Kvantni kaskadni laseri za srednju infracrvenu oblast	50
6.1	Genetski algoritam	50
6.2	Numerički rezultati za kvantne kaskadne lasere u srednjoj infracrvenoj oblasti... 54	
6.2.1	Numeričke metode	54
6.2.2	Korišćeni parametri i rezultati.....	59
7	Terahercni kvantni kaskadni laseri	69
7.1	Različiti primeri realizacije aktivne oblasti terahercnih kvantnih kaskadnih lasera	71
7.1.1	Čirpovane superrešetke	71

7.1.2	BTC prelazi.....	72
7.1.3	Struktura sa fononskom rezonancijom.....	73
7.1.4	Hibridni dizajn.....	73
7.1.5	Dizajn talasovoda.....	74
7.2	Numerički rezultati za terahercne kvantne kaskadne lasere.....	77
7.2.1	Brzinske jednačine i određivanje struje injekcije	85
7.2.2	Pojačanje.....	89
8	Zaključak	92
9	Literatura.....	95
	Radovi.....	106
	Biografija	107

1 Uvod

Bazirani na principu inženjeringa energetskog procepa, koji datira još od 1970-ih, kao i revolucionarne unutarzonske emisije zračenja, unipolarni koherentni izvori svetlosti - kvantni kaskadni laseri (KKL-i) predstavljaju složene poluprovodničke strukture, koje se sastoje od periodičnog niza tankih slojeva različitih materijala. Kod ovog tipa lasera moguće je postići veliko optičko pojačanje zahvaljujući kaskadnom relaksiranju elektrona sa nivoa na nivo u pomenutoj periodičnoj strukturi formiranoj od višestrukih kvantnih jama [1,2,3,4,5]. Položaj energetskih nivoa u ovakvim strukturama je određen debljinom slojeva, a ne samo izborom materijala, pa je projektovanjem debljina moguće ostvariti emisiju svetlosti u širokom opsegu talasnih dužina, pri tome ne menjajući materijal. Drugim rečima, za razliku od međuzonskih lasera, kod kojih je talasna dužina definisana energetskim procesom materijala, kod KKL-a talasna dužina zračenja zavisi od sastava i debljina slojeva koje čine aktivnu oblast. Prednosti koje takođe karakterišu unutarzonsku prirodu prelaza kod kvantnih kaskadnih lasera su veoma brzi transportni procesi, što ima veliki uticaj na performanse lasera, i kaskadni režim rada koji nastaje kada elektron, jednom podvrgnut unutarzonskim prelazima (pri čemu se emituje jedan foton u jednoj periodi strukture), može dalje preći u sledeću periodu strukture, gde opet može emitovati foton, i na taj način se može ostvariti velika izlazna snaga [6,7]. To je sve omogućeno postojanjem električnog polja koje, kada je primenjeno na željenu strukturu, daje energetskom dijagramu ovih uređaja izgled kaskade, tako da elektroni lako „padaju“ sa jednog nivoa na drugi kroz tu kaskadu, time stvarajući ogroman broj fotona.

Kvantni kaskadni laseri su predstavnici tehnologije koja ima potencijal da proizvede jeftine i snažne izvore svetlosti koji poseduju mogućnost rada na sobnim temperaturama u određenom opsegu frekvencija, a sveukupno pokrivaju srednji infracrveni (SIC), koji obuhvata opseg 3-30 μ m, i terahercni (THC) deo optičkog spektra, koji obuhvata opseg 0.5-6THz (60-500 μ m). Za postizanje frekvencija ispod 1.2 THz neophodna je primena magnetnog polja [8]. Kako je već postignuto funkcionisanje ovih naprava na sobnim temperaturama u SIC oblasti u kontinualnom režimu, sledeći cilj istraživanja jeste dalje širenje raspona frekvencija na kojima se takođe postižu ove performanse, kao i razvoj naprava sa širim opsegom talasnih dužina na kojima mogu funkcionisati. Međutim, sveobuhvatno gledano, performanse THC kvantnih kaskadnih lasera (u smislu radne

temperature i podešavanja talasne dužine) su i dalje daleko ispod performansi kvantnih kaskadnih lasera koji rade u SIC delu spektra.

Upravo zbog mogućnosti “krojenja” debljina slojeva, otvara se potencijal korišćenja velikog opsega talasnih dužina što KKL-e, naročito u SIC opsegu, čini pogodnim za brojne aplikacije koje uključuju komunikacije u slobodnom prostoru, medicinsku dijagnostiku, detekciju i praćenje prisustva hemijskih jedinjenja [3,4,5,9]. Upravo se u poslednjoj navedenoj kategoriji očekuju neprestana poboljšanja i usavršavanja, iz razloga što mnoga hemijska jedinjenja imaju veoma jasne karakteristične apsorpcione linije u infracrnom delu spektra, posebno u opsegu 3-250 μ m. Visoka osetljivost odziva pri detekciji raznih jedinjenja u atmosferi je od velike važnosti za praćenje hemijskih procesa vezanih za globalno otopljanje i osiromašenje ozonskog omotača, kao i za praćenje zagađenja i za bezbednosne aplikacije [10]. Već je poznato da u SIC delu spektra najbolje performanse postižu KKL-i na bazi GaInAs/AlInAs, posebno zbog razloga što je omogućen rad ne samo na sobnoj temperaturi [11,12], već i do maksimalne temperature od 400K. Performanse GaAs/AlGaAs KKL-a su lošije od onih baziranih na InP (GaInAs/AlInAs/InP), ali to kompenzuju drugim dobrim osobinama svojstvenim za GaAs tehnologije, kao npr. dobro poznate i usavršene tehnologije izrade; KKL-i bazirani na InP ne mogu pokriti ceo opseg od interesa [13]; a i u slučaju GaAs/Al_xGa_{1-x}As sistema slojevi Al_xGa_{1-x}As mehanički odgovaraju (u smislu usaglašenosti kristalnih rešetki) GaAs za bilo koji molski udeo aluminijuma, što olakšava proizvodni proces [14]. GaAs/AlGaAs KKL-i se već koriste u gasnoj spektroskopiji [15,16], kao i za detekciju eksploziva, jer se eksplozivi smatraju apsorberima širokog spektra, pa su podesivi KKL-i sa eksternim rezonatorom veoma pogodni za detekciju ovih supstanci [17]. Da bi se poboljšale performanse ovih naprava, predložena je upotreba jakog magnetnog polja kako bi se potisnuli neželjeni neradijativni unutarzonski prelazi sa jednog energetskog stanja na drugo. Jako magnetno polje menja dvodimenzionalne, približno parabolične, disperzione relacije za energije u okviru podzona, u strogo kvantizovana energetska stanja (Landauove nivoe), čije se vrednosti mogu izračunati. Kao posledica toga, vreme života nosilaca na gornjem laserskom nivou je modifikovano, i na njega se može uticati kontrolom jačine magnetnog polja. Na taj način mogu se favorizovati određeni mehanizmi rasejanja, uticati na veličinu pojačanja, i samim tim na talasnu dužinu koja se može emitovati ovim laserima.

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

Predmet ove disertacije je ispitivanje različitih procesa rasejanja nosilaca u kvantnim kaskadnim laserima kada su podvrgnuti delovanju spoljašnjeg magnetnog polja, kako u SIC, tako i u THC delu spektra, određivanje dominantnog mehanizma rasejanja u zavisnosti od profila aktivne oblasti lasera i njegovog uticaja na izlazne performanse cele strukture.

U drugom poglavlju dati su osnovni principi funkcionisanja KKL-a i pregled osnovnih tipova rasejanja nosilaca. Optimizacija pojačanja za slučaj kada se struktura ne nalazi u magnetnom polju opisana je u poglavlju 3, dok se četvrto poglavlje bavi teorijom unutarzonskih prelaza u aktivnoj oblasti kvantnih kaskadnih lasera u prisustvu magnetnog polja. Peto poglavlje posvećeno je tipovima rasejanja nosilaca u prisustvu jakog magnetnog polja, dok se šesta glava bavi kvantnim kaskadnim laserima čija talasna dužina zračenja pripada SIC oblasti spektra. U okviru ovog poglavlja prvo je objašnjeno cepanje energetskih stanja na serije Landauovih nivoa, nakon toga je pojašnjeno koji su dominantni procesi rasejanja karakteristični za ovaj deo spektra, kao i Genetski Algoritam korišćen za optimizaciju struktura radi maksimizacije pojačanja na određenim talasnim dužinama. Na kraju su navedeni i diskutovani odgovarajući numerički rezultati. Sedma glava tiče se THC kvantnih kaskadnih lasera, te su u njoj detaljnije objašnjene razlike u odnosu na KKL-e SIC dela spektra, opisan je dominantni tip rasejanja u ovoj oblasti spektra (rasejanje na neravninama spojeva), da bi u nastavku bili predstavljeni dobijeni numerički rezultati. Poslednje poglavlje sadrži zaključak, u kome je sumiran doprinos ove disertacije.

2 Principi rada kvantnih kaskadnih lasera

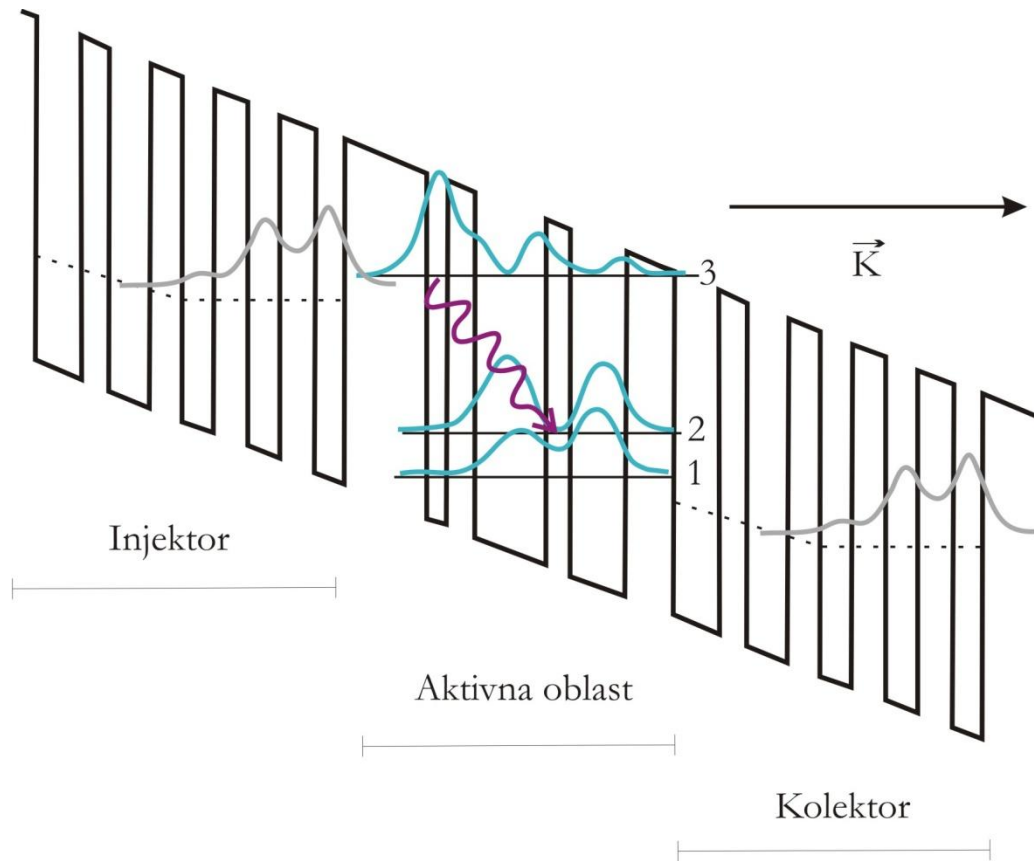
Kako se ekstenzija tehnologije bipolarnih naprava na THC i SIC deo spektra pokazala nepraktičnom usled nedostatka materijala sa odgovarajućim energetskim procepom, podstaknut je razvoj nove generacije lasera gde se radijativni prelazi događaju u potpunosti unutar iste zone, uglavnom provodne, između kvantizovanih stanja u poluprovodničkim heterostrukturama na bazi kvantnih jama (KJ). Energija fotona, koja je posledica unutarzonskog prelaza, može se birati pažljivim projektovanjem debljina kvantnih jama i barijera, što ove strukture čini idealnim za generisanje zračenja na velikim talasnim dužinama. Prvi laser baziran na unutarzonskim prelazima proizveden je 1994. godine procesom epitaksije molekularnim snopom, sa talasnom dužinom zračenja od 4.3 μm , i prvi put zvanično nazvan Kvantni Kaskadni Laser.

KKL-i su unipolarni poluprovodnički izvori koherentnog zračenja čiji se rad zasniva na unutarzonskim prelazima, što znači da do svetlosne emisije dolazi usled stimulisanih prelaza nosilaca u provodnoj zoni između diskretnih stanja ili između diskretnih stanja i kontinuuma. Unipolarnost ovih naprava implicira da je, za razliku od klasičnih poluprovodničkih izvora, čiji je princip funkcionisanja zasnovan na rekombinaciji elektrona i šupljina, za njihov rad potrebna samo jedna vrsta nosilaca, što su ovom slučaju elektroni. Talasne dužine ovih naprava se mogu menjati u širokom opsegu samo promenom dimenzija slojeva, dok se pritom koristi ista heterostruktura, a sama talasna dužina zračenja ne zavisi isključivo od diskontinuiteta provodne zone.

KKL-i su periodične strukture koje u okviru jedne periode obuhvataju segmente koji se mogu tretirati kao superrešetke (injektorsko/kolektorske oblasti, a nekad i sama aktivna oblast). Superrešetke predstavljaju strukture sačinjene od velikog broja naizmenično postavljenih slojeva različitih poluprovodnika čije su debljine nanometarskih dimenzija. Poluprovodnici koji imaju niže dno provodne zone se mogu smatrati jamama, a poluprovodnici sa višim dnom - barijerama (kompozicione superrešetke). Energetski spektar ovakvih struktura je skoro trakast, odnosno sastoji se iz naizmeničnih zabranjenih i dozvoljenih energetskih opsega. Kada se na gore opisanu strukturu primeni električno polje u pravcu normalnom na ravan slojeva, ona poprima kaskadnu (stepenastu) formu, kao što

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

je prikazano na slici 2-1. (na slici su prikazane 2 periode, aktivna oblast sa injektorom/kolektorom).



Slika 2-1. Šematski prikaz dna provodne zone kvantnog kaskadnog lasera gde je označen radijativni prelaz između trećeg i drugog stanja. Električno polje (K) primenjeno je u pravcu rasta strukture

Optički aktivan deo strukture u ovom primeru predstavljaju dve široke centralne jame, u kojima su smešteni radni nivoi lasera: gornje i donje lasersko stanje (stanje 3 i stanje 2, respektivno), kao i osnovni nivo (stanje 1), koji je energetski lociran ispod nivoa 2. U ovoj oblasti dolazi do radijativnih prelaza i stoga je nazivamo aktivnom oblašću.

Aktivna oblast je ograničena sa obe strane konačnim superrešetkama, koje u datom primenjenom polju imaju oblasti visoke, odnosno niske transmisije koje su energetski usklađene sa energetskim stanjima centralnog dela. Leva superrešetka predstavlja injektorsku oblast (injektor), i ima ulogu populacije gornjeg laserskog nivoa nosiocima. Injektorska oblast ima visoku transmisiju na energijama koje odgovaraju gornjem laserskom

nivou (energetsko stanje 3), dok na energijama koje odgovaraju stanjima 1 i 2 ima nisku transmisiju. Superrešetka koja je pozicionirana desno od aktivne oblasti ima suprotne osobine: na energijama koje odgovaraju energetskom stanju 3, superrešetka ima visoku reflektivnost, dok na energijama koje odgovaraju stanjima 1 i 2 ima nisku reflektivnost. Ova superrešetka se naziva kolektorska oblast (kolektor), i ima zadatak da obezbedi brzu ekstrakciju, tj. pražnjenje donjih laserskih nivoa. Treba naglasiti da su obe ove oblasti, i injektorska i kolektorska zapravo iste, s tim što injektor aktivne oblasti koja se nalazi iza njega ima ulogu kolektora za aktivnu oblast koja mu prethodi. Opisana struktura se ponavlja više puta, pri čemu su slojevi projektovani tako da su donji nivoi (stanja 1 i 2) jedne aktivne oblasti približno poravnati sa stanjem 3 sledeće aktivne oblasti.

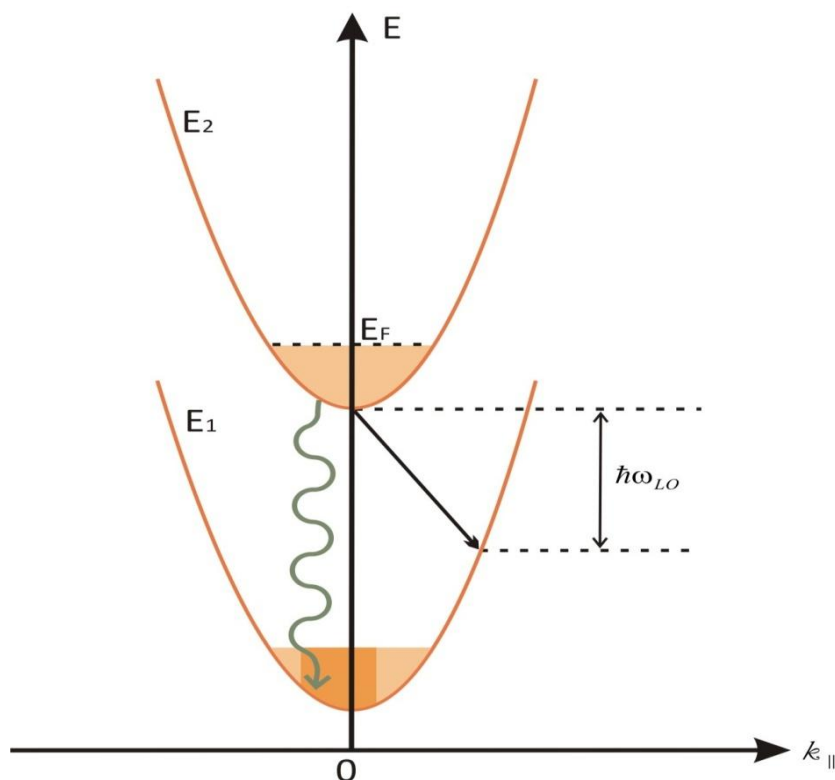
Princip funkcionisanja kvantno kaskadnih lasera zasniva se na nekoherentnim mehanizmima rasejanja i može se opisati na sledeći način: elektroni iz injektorske superrešetke prelaze na gornje lasersko stanje (energetski nivo 3) aktivne oblasti, odakle se mogu deeksitovati na stanje 2, koje je ispod stanja 3 na energetskoj osi, i to na dva načina, stimulisano ili spontanom emisijom. Za održavanje inverzne populacije neophodno je da se spreči akumulacija elektrona na donjem laserskom nivou, što se postiže što bržom depopulacijom energetskog nivoa 2 putem relaksacije na energetski nivo 1 [2]. Brza depopulacija donjeg laserskog nivoa se postiže iskorišćavanjem nekog odgovarajućeg rezonantnog mehanizma rasejanja. Donji laserski nivo se može projektovati tako da razlika energija ΔE_{21} bude približno jednaka energiji longitudinalnih optičkih fonona, čime se favorizuje taj tip rasejanja.

KKL-i pokrivaju veliki opseg talasnih dužina, od 3-250 μm , potpomognuti radom u magnetnom polju na nižim frekvencijama. Ovi laseri su do sada pretežno realizovani u provodnim zonama *n*-dopiranih InGaAs/InAlAs, GaAs/AlGaAs, InGaAs/AlAsSb i GaInAs/AlInAs/InP heterostruktura, gde sama činjenica fabrikacije KKL-a na svim pomenutim platformama materijala predstavlja raznovrsnost koncepta KKL-a. U poređenju sa konvencionalnim međuzonskim laserima (kao na primer laserskim diodama, svetlećim diodama, itd.), KKL-i imaju brojne prednosti: talasna dužina zračenja zavisi od debljina slojeva materijala (što znači da mogu biti projektovani da emituju zračenje na bilo kojoj talasnoj dužini iz širokog opsega, koristeći pritom istu kombinaciju materijala aktivnog regiona); dizajnirani su tako da se sastoje od kaskade identičnih perioda (oko 20 do 50), što omogućava jednom elektronu da generiše više fotona, doprinoseći time većoj

optičkoj snazi; i kako su osnovni prelazi unutarzonski, a njih karakteriše velika brzina prelaza, to dovodi do značajnog poboljšanja performansi lasera [18], u smislu povećanja optičke snage.

2.1 Vrste prelaza

Kako razumevanje osnovnih karakteristika i optičkih osobina poluprovodničkih lasera zahteva detaljan uvid u mehanizme relaksacije nosilaca, važno je proučiti dva osnovna tipa prelaza elektrona u poluprovodnicima: radijativne i neradijativne prelaze, koje karakteriše emitovanje fotona i fonona (gde su nam od posebnog značaja longitudinalni optički (LO) fononi), respektivno. Ovi tipovi prelaza su predstavljeni na slici 2-2. krivudavim i pravim strelicama, respektivno.



Slika 2-2. Energije prva dva podnivoa u zavisnosti od paralelnog talasnog vektora k_{\parallel} . Prava strelica odgovara neradijativnom prelazu potpomognutom emisijom optičkog fonona, dok krivudava strelica odgovara radijativnom prelazu uz emisiju fotona.

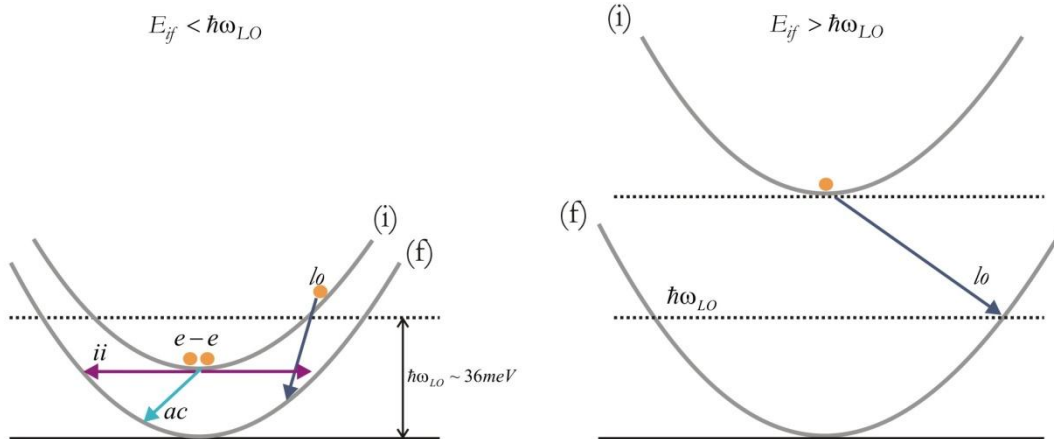
Rasejanja elektrona na nečistoćama, neravninama površina, akustičnim i optičkim fononima, kao i drugim elektronima spadaju u grupu neradijativnih mehanizama relaksacije. Rasejanje elektron-elektron, kao i rasejanje na neravninama površina spadaju u elastične tipove rasejanja gde u prvom slučaju jedan elektron (koji poseduje višu energiju) stupi u interakciju sa drugim elektronom (ili drugim elektronima) na nižem energetskom stanju, tako da ukupna energija elektrona ostaje konstantna pre i posle interakcije. Rasejanja na akustičnim fononima se tretiraju kao približno elastičan proces, dok su rasejanja na longitudinalnim optičkim fononima primer neelastičnog procesa. Jedini mehanizam relaksacije koji dozvoljava termalizaciju raspodele elektrona jeste rasejanje elektron-fonon, koje se može opisati sledećim Hamiltonijanom interakcije:

$$H_{e-ph} = \sum_q \left[\alpha(q) e^{(-iq\tau)} \hat{a}^+ + c.c. \right] \quad (2.1)$$

gde je \hat{a}^+ operator kreacije fonona u modu q . Kako će o ovom tipu interakcije biti detaljno reći u narednim poglavljima, ovde je dat samo kratak opis (bez detaljnih izvođenja).

(a) Terahercni opseg: $E_{ij} = 4 - 20 \text{ meV}$

(b) Srednji infracrveni opseg: $E_{ij} = 100 - 300 \text{ meV}$



Slika 2-3. Važni međuzonski mehanizmi rasejanja, (a) slučaj kada je razlika energija početnog i krajnjeg stanja manja od energije LO fonona, pa su rasejanje elektron-elektron (e-e), rasejanje na jonizovanim nečistoćama (ii), emisija akustičnih fonona (ac) i rasejanje na LO fononima (lo) dominantni procesi; (b) slučaj kada je razlika energija E_{ij} veća od energije LO fonona, što čini emisiju LO fonona (op) dominantnim

mehanizmom rasejanja [19]

Na slici 2-3. dat je šematski prikaz mehanizama rasejanja za primere uske i široke kvantne jame, gde je energija prelaza (E_{if}) veća ili manja od rezonantne energije optičkog fonona. Kada je razlika energija veća od rezonantne energije LO fonona ($E_{if} > \hbar\omega_{LO}$), mehanizam rasejanja elektron - LO fonon je najdominantniji proces, dok je za obrnuti slučaj, kada je razlika energija manja od energije LO fonona, karakteristično da su drugi tipovi rasejanja prisutniji, kao što su elektron – elektron rasejanje, rasejanje na jonizovanim primesama ili rasejanje elektrona na akustičnim fononima. Vreme rasejanja na LO fononima je reda 1ps, a može biti i $\sim 0.2-0.3$ ps za prelaze između podnivoa koji su razdvojeni za rezonantnu energiju $E_{fi} \approx E_{LO}$ [20], dok su rasejanja na jonizovanim nečistoćama i akustičnim fononima sporiji procesi, reda veličine od ~ 10 ps do 1 ns [21,22].

2.2 Gubici

Propagirajući mod unutar laserskog talasovoda podleže uticajima tri glavna tipa gubitaka. Prvi mehanizam gubitaka proizilazi iz nesavršenosti površi koje čine laserski rezonator. Ove površi su uglavnom nepresvučeni paralelni poluprovodnici koji obezbeđuju refleksivnost. Nesavršenost ovih ogledala je izvor gubitaka koji se izražava kao:

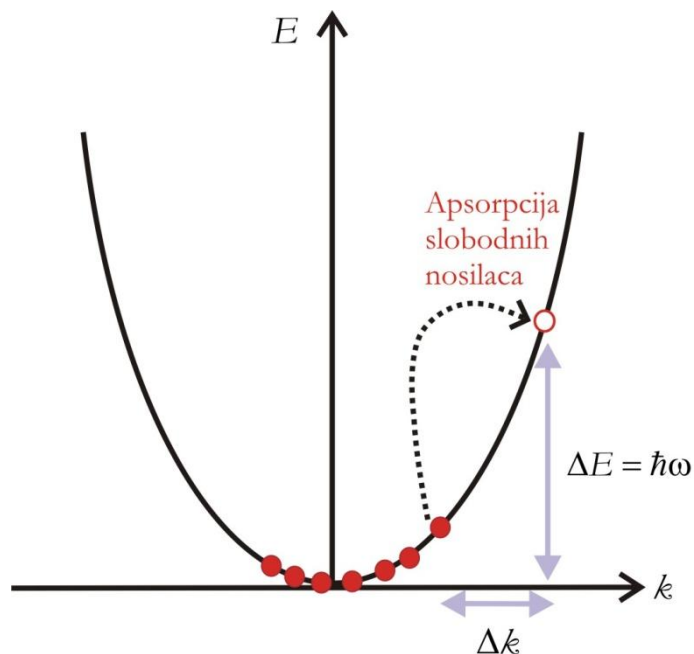
$$\alpha_m = -\frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2) \quad (2.2)$$

gde je L dužina rezonatora, a R_1 i R_2 su reflektivnosti ogledala [18].

Apsorpcija slobodnih nosilaca je drugi mehanizam gubitaka i posebno se ne sme zanemariti u regionima dopiranih poluprovodnika i slojeva sa metalnim kontaktima (ovi gubici u talasovodima obeležava se oznakom α_w). Treći mogući mehanizam gubitaka odnosi se na apsorpciju nosilaca u injektorskom regionu usled velikih dipolnih matričnih elemenata koji karakterišu prelaze u okviru istih minizona. Uzimajući u obzir sve pomenute uzroke gubitaka, gustina struje praga se može izraziti u formi:

$$g\Gamma J_{th} = \alpha_m + \alpha_w \quad (2.3)$$

gde je J_{th} gustina struje praga, Γ faktor konfiniranja koji definiše koji se deo optičkog moda poklapa sa aktivnim regionom lasera, dok se parametar $g\Gamma$ naziva modalnim pojačanjem, a g je pojačanje koje će biti definisano u petom poglavlju.

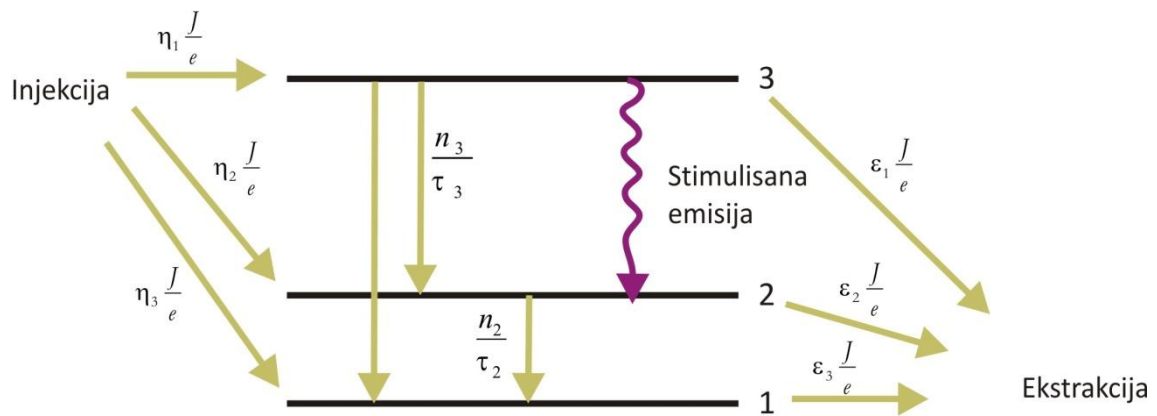


Slika 2-4. Ilustracija apsorpcije putem slobodnih nosilaca

Još jedna, mada ne tako česta, vrsta gubitaka u strukturama jeste apsorpcija putem slobodnih nosilaca (FCA – Free Carrier Absorption), prikazana na slici 2-4. Za razliku od slučajeva kada prilikom prelaza između laserskih nivoa uopšte ne dođe do nastajanja fotona, postoje i slučajevi (kao što je gore pomenuto) kada foton ipak nastane kao produkt prelaska nosioca sa jednog stanja na drugo i biva apsorbovan od strane sredine u kojoj se nalazi, odnosno od strane nosilaca na gornjem laserskom nivou koji poseduju veću energiju (primeri dopiranih talasovoda) [23]. U idealnim kristalima ne može doći do slučaja u kome elektron na gornjem laserskom nivou apsorbuje foton jer je u tom slučaju nemoguće zadovoljiti i zakon održanja energije i zakon održanja impulsa, ali ta situacija postaje realna ukoliko je prisutna neka nečistoća, kada se aktivira apsorpcija slobodnih nosilaca.

3 Optimizacija pojačanja kvantnih kaskadnih lasera

Jedan od razloga za korišćenje KKL-a je svakako njihova velika izlazna snaga, onda se može kao jedan od primarnih ciljeva optimizacije ovih naprava postaviti upravo adekvatno dizajniranje struktura pri kojima se dobijaju maksimalne vrednosti pojačanja. Samo pojačanje zavisi od raznih veličina koje su funkcija elektronske strukture, kao što su matrični elementi optičkih prelaza i brzina rasejanja nosilaca. Da bi se odredilo optičko pojačanje KKL-a, posmatraće se dinamika nosilaca u okviru aktivnog regiona preko pojednostavljenog modela sa tri nivoa, kao što je prikazano na slici 3-1.. Kako može doći do velikih prostornih preklapanja talasnih funkcija, a samim tim i do povećanja određenih dipolnih matričnih elemenata, što bi dovelo do redukcije inverzne populacije, odnosno do skraćivanja vremena života na gornjem laserskom nivou, neophodno je primeniti odgovarajuće optimizacione tehnike kako bi se dobila struktura koju odlikuju maksimalne vrednosti izlaznih karakteristika od interesa.



Slika 3-1. Posmatrani tronivovski model aktivnog regiona, gde se laserski prelaz odvija između nivoa 3 i 2

[19]

U posmatranom modelu, elektroni su injektovani na nivo $|3\rangle$ strujom gustine J sa injekcionom efikasnošću η , dok se laserski prelaz odigrava između nivoa $|3\rangle$ i $|2\rangle$. Elektroni injektovani na gornji laserski nivo se mogu relaksirati na nivoe $|2\rangle$ i $|1\rangle$ ili preći u sledeći injektorski region.

3.1 Određivanje inverzne populacije

Na slici 3-1 aktivna oblast sadrži tri glavna nivoa (nivo 3 predstavlja gornji laserski nivo, nivo 2 donji, a nivo 1 je osnovni nivo). Kretanje nosilaca iz injektora i u kolektor može predstaviti odgovarajućim koeficijentima injekcije i ekstrakcije η_i i ε_i respektivno, pri čemu mora važiti $\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = 1$ i $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 1$. Sistem brzinskih jednačina je:

$$\frac{dn_3}{dt} = \frac{1}{e} J \eta_3 - \frac{1}{e} J \varepsilon_3 + n_2 W_{2,3} + n_1 W_{1,3} - n_3 (W_{3,1} + W_{3,2}) \quad (3.1)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \frac{1}{e} J \eta_2 - \frac{1}{e} J \varepsilon_2 + n_3 W_{3,2} + n_1 W_{1,2} - n_2 (W_{2,1} + W_{2,3}) \quad (3.2)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{1}{e} J \eta_1 - \frac{1}{e} J \varepsilon_1 + n_3 W_{3,1} + n_2 W_{2,1} - n_1 (W_{1,2} + W_{1,3}) \quad (3.3)$$

gde su n_1, n_2, n_3 koncentracije nosilaca na svakom od nivoa, a $W_{i,f}$ ($W_{i,f} = 1/\tau_{i,f}$) brzine prelaza elektrona sa stanja i na stanje f , obrnuto srazmerne vremenima relaksacije koje odgovaraju istim indeksima prelaza. Jednostavnosti radi, pretpostavili smo slučaj jedinične injekcije, odnosno da se svi nosioci injektuju na gornji laserski nivo, kao i da se isti ekstrakuju sa donjeg laserskog nivoa ($\varepsilon_1 = 1$ i $\eta_1 = 1$). Ako zanemarimo brzine rasejanja sa nižih na više nivoe, što je opravdano jer je $W_{i,f} = W_{f,i} \cdot e^{-\frac{\hbar\omega_{LO}}{k_B T}}$ (s tim što je $f > i$, k_B je Boltzmanova konstanta, T temperatura, a $\omega_{LO} = E_{LO}/\hbar$, dok je E_{LO} energija LO fonona, a $e^{-\frac{\hbar\omega_{LO}}{k_B T}}$ ima veoma malu vrednost, pogotovo za niske temperature), pa brzinske jednačine u stanju ravnoteže ($dn_i/dt = 0$) dobijaju formu:

$$\frac{J}{e} - n_3 (W_{3,1} + W_{3,2}) = 0 \Rightarrow \frac{J}{e} = n_3 (W_{3,1} + W_{3,2}) \Rightarrow n_3 = \frac{\frac{J}{e}}{W_{3,1} + W_{3,2}} = \frac{J}{e} W_3 \quad (3.4)$$

$$n_3 W_{3,2} - n_2 W_{2,1} = 0 \Rightarrow n_3 W_{3,2} = n_2 W_{2,1} \Rightarrow n_3 = \frac{W_{2,1}}{W_{3,2}} n_2 = \frac{W_2}{W_{3,2}} n_2 \quad (3.5)$$

$$-\frac{J}{e} + n_3 W_{3,1} + n_2 W_{2,1} = 0 \quad (3.6)$$

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

pri čemu je uzeto da je $\eta_1, \eta_2, \varepsilon_2, \varepsilon_3, W_{2,3}, W_{1,3}, W_{1,2}, W_{1,3} = 0$, kao i da je $W_3 = W_{3,1} + W_{3,2}$; $W_2 = W_{2,1}$. Dalje se iz prethodnih jednačina dobija

$$\frac{J}{e} = n_3 W_{3,1} + n_2 W_{2,1} = \frac{W_{3,1}}{W_{3,2} \tau_2} n_2 + n_2 W_2 = n_2 W_2 \left(1 + \frac{W_{3,1}}{W_{3,2}} \right) \Rightarrow n_2 = \frac{J}{e} \frac{1}{W_2 \left(1 + \frac{W_{3,1}}{W_{3,2}} \right)} \quad (3.7)$$

Inverzna populacija se definiše kao razlika koncentracija nosilaca gornjeg i donjeg laserskog nivoa, i za dati primer iznosi:

$$n_3 - n_2 = \frac{J}{e} \left(\frac{1}{W_{3,1} + W_{3,2}} - \frac{1}{W_2 \left(1 + \frac{W_{3,1}}{W_{3,2}} \right)} \right) = \frac{J}{e} \left(\frac{1}{W_{3,1} + W_{3,2}} - \frac{W_{3,2}}{W_2 (W_{3,2} + W_{3,1})} \right) = \quad (3.8)$$

$$= \frac{J}{e} \left(\frac{1}{W_3} - \frac{W_{3,2}}{W_2 W_3} \right)$$

$$\Rightarrow n_3 - n_2 = \frac{J}{e} \frac{1}{W_3} \left(1 - \frac{W_{3,2}}{W_2} \right) \quad (3.9)$$

3.2 Apsorpcija i pojačanje

Verovatnoća prelaza iz inicijalnog u finalno kvantno stanje se određuje pomoću Fermijevoeg zlatnog pravila:

$$w_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mu_{i,f}|^2 \cdot \delta(E_f - E_i \pm \hbar\omega) \quad (3.10)$$

gde su E_i, E_f energije koje odgovaraju inicijalnom i finalnom stanju, a $\mu_{i,f}$ matrični element prelaza sa energetske stanja sa indeksom i na energetske stanje indeksa f , koji se definiše kao $\mu_{i,f} = \langle \psi_i | \hat{H}'(\vec{r}) | \psi_f \rangle$, gde je $\hat{H}'(\vec{r})$ Hamiltonijan perturbacije, a ψ_i i ψ_f ukupne talasne funkcije odgovarajućeg inicijalnog i finalnog stanja. Iako se u ovom slučaju

ne razmatra apsorpcija, kojoj odgovara znak „-“ u jednačini (3.10), ova jednačina može važiti za oba slučaja, dakle i kada je energija inicijalnog stanja manja, ali i veća, od energije finalnog stanja. Kako su elektroni fermionske čestice, jednačina (3.10) se mora pomnožiti verovatnoćom da je stanje i popunjeno a istovremeno stanje f prazno, da bi se dobila stvarna brzina prelaza $i \rightarrow f$. Analogno, da bi se izračunala stvarna brzina suprotnog procesa, tj. prelaza $f \rightarrow i$, gornja jednačina se mora pomnožiti verovatnoćom da je stanje f popunjeno, a stanje i prazno. Da bi se izračunala efektivna (neto) brzina prelaza $i \rightarrow f$, ta dva dobijena rezultata moramo oduzeti, što se svodi na množenje jednačine (3.10) veličinom $(f(E_i) - f(E_f))$, što označava razliku verovatnoća prelaza $i \rightarrow f$ i $f \rightarrow i$. Ovde $f(E)$ predstavlja verovatnoću popunjenosti stanja energije E , i pri ravnotežnim uslovima se može opisati Fermi-Diracovom raspodelom, tj. $f(E) = f_{FD} = 1/(1 + \exp((E - E_F)/kT))$. Označimo sa $W_{i,f}$ novodefinisanu efektivnu brzinu prelaza, tako da je $W_{i,f} = w_{i,f} \cdot (f(E_i) - f(E_f))$.

Ukoliko posmatramo samo jedno inicijalno i jedno finalno stanje u strukturi, tada izraz za koeficijent apsorpcije glasi [6]:

$$\alpha_{i,f}^{(1)} = \frac{W_{i,f} \cdot \hbar \omega}{V \cdot I_p} \quad (3.11)$$

gde je $I_p = 2\varepsilon_0 \bar{n} c \omega^2 A^2$, A je amplituda magnetskog vektor-potencijala, a V je zapremina strukture, $V = L_x L_y L_z$. Indeks „(1)“ u jednačini (3.11) oznaka je za stimulisanu emisiju samo sa jednog posmatranog kvantnog stanja. Kako je vrednost matičnog elementa

$\mu_{i,f} = (e/m_0) P_{i,f} A$, dalje se dobija:

$$\alpha_{i,f}^{(1)} = \frac{\pi e^2}{\bar{n} \varepsilon_0 \omega m_0^2 c L_x L_y L_z} \cdot F_{i,f} P_{i,f}^2 \delta(E_i - E_f - \hbar \omega) \quad (3.12)$$

dok je razlika naseljenosti inicijalnog i finalnog stanja izražena preko $F_{i,f} = f(E_i) - f(E_f)$, c je brzina svetlosti u vakuumu, ε_0 dielektrična permeabilnost vakuuma, \bar{n} srednja vrednost indeksa prelamanja, a $P_{i,f}$ matični element impulsa. Pošto je u pitanju poluprovodnik sa direktnim energetskeg procepom, vezana stanja u provodnoj

zoni su karakterisana jednim kvantnim brojem i dvema komponentama talasnog vektora ($\mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$), pa energiju i -te podzone možemo izraziti u formi (u modelu transverzalne efektivne mase):

$$E_i(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_i(0) + \frac{k_{\parallel}^2 \hbar^2}{2m_{\parallel i}} \quad (3.13)$$

gde je $m_{\parallel i}$ transverzalna masa koja odgovara i -toj podzoni, a $E_i(0)$ je energija minimuma i -te podzone (slučaj kada je $k_{\parallel} = 0$), i računa se u odnosu na proizvoljnu referentnu tačku, za koju se obično uzima energija dna provodne zone u jamskom materijalu.

Pošto u procesu apsorpcije pri prelazu iz inicijalnog u finalno stanje učestvuju prelazi elektrona iz svih stanja sa indeksom i (donja podzona) u sva finalna stanja sa indeksom f (gornja podzona), gde pritom ravanski talasni vektori (k_x, k_y) mogu imati bilo koju vrednost, mora se izvršiti sumiranje po svim vrednostima komponenti transverzalnog talasnog vektora kako bi se odredila ukupna apsorpcija:

$$\alpha_{i,f} = \frac{2\pi e^2}{\bar{n} \epsilon_0 \omega m_0^2 c L_x L_y L_z} \cdot \sum_{k_x, k_y} F_{i,f} P_{i,f}^2 \delta(E_i - E_f - \hbar\omega) \cdot \frac{\Delta k_x}{\Delta k_x} \frac{\Delta k_y}{\Delta k_y} \quad (3.14)$$

Pretvaranjem suma u integrale i prelaskom u cilindrični koordinatni sistem, vodeći računa o postojanju dve moguće vrednosti spina (dodatni faktor 2 u brojiocu), dalje se dobija:

$$\alpha_{i,f} = \frac{e^2}{2\bar{n} \epsilon_0 \omega m_0^2 c L_z} \cdot \int_0^{+\infty} F_{i,f} P_{i,f}^2 d(k_{\parallel}^2) \delta(E_i - E_f - \hbar\omega) \quad (3.15)$$

Iz prethodne jednačine se vidi da koeficijent apsorpcije zavisi od dimenzije strukture u z -pravcu, pa je uobičajeno da se posmatra veličina koja predstavlja proizvod koeficijenta apsorpcije i te dimenzije, a naziva se frakciona apsorpcija ($A_{i,f} = \alpha_{i,f} \cdot L_z$).

Usled postojanja raznih efekata u realnim strukturama koji mogu uticati na spektralni profil pojačanja (rasejanja na elektronima, nečistoćama, neravninama površina, longitudinalnim optičkim i akustičnim fononima), Dirac-ova δ -funkcija se zamenjuje Lorentzijanom širine $2\gamma_{i,f}$, definisanim na sledeći način:

$$L(\hbar\omega, \hbar\omega_0) = \frac{\gamma_{i,f}}{\pi} \frac{1}{(\hbar\omega - \hbar\omega_0)^2 + \gamma_{i,f}^2} \quad (3.16)$$

Dalje se iz jednačine (3.15) dobija:

$$A_{i,f} = \frac{e^2 \omega}{2\bar{n}c\epsilon_0} L(\hbar\omega, \hbar\omega_0) \int_0^{+\infty} F_{i,f} M_{i,f}^2 d(k_{\parallel}^2) \quad (3.17)$$

gde je $M_{i,f}$ dipolni matrični element, $M_{i,f} = \int \psi_i^*(z) \cdot z \cdot \psi_f(z) dz$.

Ako uzmemo da je površinska koncentracija elektrona definisana sa

$$n_j = \frac{1}{2\pi} \int f_{FD}(E_j, E_F) d(k_{\parallel}^2),$$

zamenjujući taj izraz u jednačinu (3.17), dobija se konačni izraz za koeficijent pojačanja:

$$A_{i,f} = \frac{\pi e^2 \omega}{\bar{n}c\epsilon_0} \cdot L(\hbar\omega, \hbar\omega_0) \cdot M_{i,f}^2 \cdot (n_i - n_f) \quad (3.18)$$

Pojačanje se definiše kao negativna apsorpcija ($G_{i,f} = -A_{i,f} \sim (n_f - n_i)$), i ono ima pozitivnu vrednost ukoliko je $n_f > n_i$, što je slučaj inverzne populacije. Ukoliko želimo da pri dizajniranju aktivne oblasti projektujemo debljine slojeva tako da nam je cilj maksimizacija pojačanja, za ciljnu funkciju moramo uzeti proizvod inverzne populacije i kvadrata matričnog elementa prelaza, jer je taj proizvod srazmeran koeficijentu pojačanja. Za analiziranu tronivovsku aproksimaciju, takva funkcija bi glasila:

$$F_{3,2} = M_{3,2}^2 \cdot \frac{1}{W_3} \cdot \left(1 - \frac{W_{3,2}}{W_{2,1}} \right) \quad (3.19)$$

Ovde W_3 predstavlja sumu brzina rasejanja sa gornjeg na donji laserski i osnovni nivo (odnosno, recipročnu vrednost vremena života gornjeg laserskog nivoa).

4 Unutarzonski prelazi u aktivnoj oblasti u prisustvu magnetnog polja

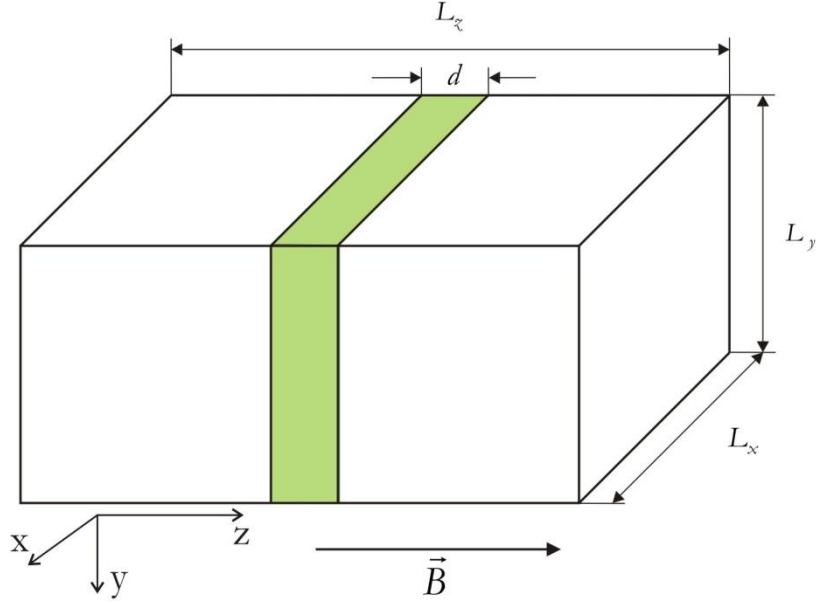
4.1 Elektronska struktura

U poluprovodničkim kvantnim jamama postoje dva tipa optičkih prelaza: unutarzonski i međuzonski, i oba tipa prelaza postaju veoma interesantna za ispitivanje kada je struktura pod uticajem spoljašnjeg magnetnog polja. Postoje tri tipa unutarzonskih prelaza (u zavisnosti od prirode inicijalnog i finalnog stanja elektrona): vezano-vezani, vezano-slobodni i slobodno-slobodni. Ovi prelazi su značajni za fotone sa energijama od par desetina ili stotina meV, što je opet za red veličine manje nego u slučaju međuzonskih prelaza. Magnetno polje, primenjeno na strukturu od interesa, dovodi do cepanja dvodimenzionalnih kontinualnih energetskih nivoa na serije diskretnih Landauovih nivoa, čime se efikasno kvantizuje ravansko kretanje nosilaca i redukuje fazni prostor za neradijativna rasejanja, što dalje vodi ka povećanom vremenu života nosilaca na gornjem laserskom nivou, čime je obezbeđena inverzna populacija. Pošto magnetno polje primenjeno normalno na pravac narastanja kvantne jame ima jako mali, gotovo zanemarljiv uticaj na apsorpciju i energetski spektar [24], posmatraćemo slučaj kada je magnetno polje primenjeno paralelno pravcu narastanja kvantne jame, jer u tom slučaju dolazi do značajnih promena u energetskom spektru. Kada se kvantna jama nađe u homogenom statičkom magnetnom polju, postavljenom normalno na ravan strukture ($\mathbf{B} \parallel \mathbf{e}_z$), kao što je prikazano na slici 4-1., Schrödingerova jednačina koja opisuje elektronska stanja u strukturi se može izraziti u sledećem obliku [25]:

$$\hat{H}\psi = \left[\frac{1}{2}(\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}_M) \frac{1}{m(z)} (\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}_M) + U(z) + sg^*(z)\mu_B B \right] \psi = E\psi \quad (4.1)$$

gde su \hat{H} , E i $\psi(\mathbf{r})$ Hamiltonijan, energija elektrona i anvelopna talasna funkcija, respektivno, dok su $U(z)$, $m(z)$, $g^*(z)$ prostorno zavistan potencijal, efektivna masa i Landéov g faktor. Spinski kvantni broj je s ($s = \pm 1/2$), dok je $\mu_B = e\hbar/2m_0$ Bohrov

magneton i \mathbf{A}_M je magnetski vektor potencijal. Pokazano je da se spinsko cepanje može zanemariti jer je veoma malo [26].



Slika 4-1. Šematski prikaz kvantne jame u magnetnom polju normalnom na pravac narastanja slojeva

Neka je vektor potencijal izražen preko kalibracije $\mathbf{A}_M = -By\mathbf{e}_x$. Tada se talasna funkcija može izraziti (pritom zadovoljavajući uslove normalizacije) u formi:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \Phi_{\mathbf{k}}(y - y_0) \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L_x}} \eta_{\mathbf{k}}(z) \quad (4.2)$$

$$\Phi_{\mathbf{k}}(y) = \sqrt{\frac{\beta}{2^k \sqrt{\pi} k!}} \cdot H_k(\beta y) e^{-\frac{y^2}{2}\beta^2} \quad (4.3)$$

gde je $\beta = (eB/\hbar)^{1/2}$, $y_0 = \hbar k_x / m \omega_c$, i $\omega_c = eB/m^*$ (ciklotronska frekvencija), k_x predstavlja x komponentu talasnog vektora, $\Phi_{\mathbf{k}}(y - y_0)$ je svojstvena funkcija harmonijskog oscilatora, dok je H_k Hermiteov polinom, koji se može izraziti kao:

$$H_n(x) = n! \sum_{m=0}^{[n/2]} \frac{(-1)^m}{m!(n-2m)!} (2x)^{n-2m} \quad (4.4)$$

$\eta_k(\xi)$ je rešenje sledeće jednačine:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{m(\xi)} \frac{d\eta_k(\xi)}{d\xi} \right) + \left(U(\xi) + \frac{eB\hbar}{m(\xi)} \left(l + \frac{1}{2} \right) \right) \eta_k(\xi) = E\eta_k(\xi), \quad (4.5)$$

gde je l je vrednost Landauovog indeksa.

U slučaju kada je efektivna masa konstantna duž cele strukture, tada talasna funkcija $\eta_k(\xi)$ ne zavisi od Landauovog indeksa, totalna energija se može predstaviti kao suma

$$E_i(B=0) \text{ i } E_l = eB\hbar \left(l + \frac{1}{2} \right) / m, \text{ a pošto u realnim slučajevima efektivna masa zavisi od}$$

koordinate, prethodna jednačina se mora rešavati za sve vrednosti l .

4.2 Pojačanje i Apsorpcija

Posmatrajmo monohromatski svetlosni talas, koji može biti opisan magnetskim vektor potencijalom incidentnim na kvantnu jamu, $\mathbf{A}_R = A_R \cdot \mathbf{a}_R$, pritom je $|\mathbf{a}_R|^2 = 1$. Elektromagnetno polje ulazne svetlosti predstavlja perturbaciju za posmatranu strukturu koja može izazvati apsorpciju svetlosti. Polarizacioni jedinični vektor \mathbf{a}_R ima tri komponente: $\cos\varphi \sin\theta$, $\sin\varphi \sin\theta$ i $\cos\theta$, gde je θ ugao između vektora \mathbf{A}_R i ξ ose, a φ predstavlja ugao između x ose i projekcije vektora \mathbf{A}_R na x - y ravan.

Ukoliko na kvantnu jamu deluju i statičko magnetsko polje i svetlosni talas, tada se \mathbf{A}_M u Schrödingerovoj jednačini može zameniti sa $\mathbf{A}_M + \mathbf{A}_R$. Hamiltonijan perturbacije sada ima oblik $\hat{H}' = \hat{H} - \hat{H}_0$. U slučaju kada je zadovoljeno $\text{div}\mathbf{A}_R = 0$, Hamiltonijan perturbacije tada ima sledeću formu:

$$\hat{H}' = e \cdot \mathbf{A}_R \left[\frac{1}{m} \hat{\mathbf{p}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{p}} \frac{1}{m} + \frac{e}{2m} (\mathbf{A}_R + 2\mathbf{A}_M) \right] \quad (4.6)$$

Operator brzine je:

$$\hat{\mathbf{v}}_0 = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_0, \hat{\mathbf{r}}] = \frac{i}{\hbar} (\hat{H}_0 \hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{r}} \hat{H}_0) = \frac{1}{m} \hat{\mathbf{p}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{p}} \frac{1}{m} + \frac{e \mathbf{A}_M}{m} \quad (4.7)$$

Zanemarujući član proporcionalan sa A_R^2 , Hamiltonijan postaje:

$$\hat{H}' = \hat{H} - \hat{H}_0 = e \mathbf{A}_R \left[\hat{\mathbf{v}}_0 + \frac{e}{2m} \mathbf{A}_R \right] \approx e \mathbf{A}_R \hat{\mathbf{v}}_0 \quad (4.8)$$

Relacija koja definiše matrični element prelaza je:

$$P_{if} = \int_{\Omega} \psi_i^* \hat{H}' \psi_f d^3 r = e A_R \int_{\Omega} \psi_i^* \mathbf{a}_r \hat{\mathbf{v}}_0 \psi_f d^3 r \quad (4.9)$$

Da bismo izračunali matrične elemente prelaza $P_{if} \equiv e \mathbf{A}_R \cdot \mathbf{M}_{if}$, koristimo talasnu funkciju iz jednačine (4.2). Kao komponente M_{if} , dobijaju se izrazi :

$$M_{ifx} = iM_{ify} = -\sqrt{eB\hbar} \left(\frac{l_i + 1}{2} \right)^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta_{i,l_i}^* \eta_{i_f,l_f}}{m(\zeta)} d\zeta, \quad (4.10)$$

za $l_f = l_i + 1$, $k_{ix} = k_{fx}$;

$$M_{ifx} = -iM_{ify} = -\sqrt{eB\hbar} \left(\frac{l_i}{2} \right)^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta_{i,l_i}^* \eta_{i_f,l_f}}{m(\zeta)} d\zeta, \quad (4.11)$$

za $l_f = l_i - 1$, $k_{ix} = k_{fx}$;

$$M_{ifx} = -i\hbar \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta_{i,l_i}^*}{m(\zeta)} \frac{d\eta_{i_f,l_f}}{d\zeta} d\zeta + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_{i,l_i}^* \eta_{i_f,l_f} \frac{d}{d\zeta} \frac{1}{m} d\zeta \right], \quad (4.12)$$

za $l_f = l_i$, $k_{ix} = k_{fx}$,

gde su l_i i l_f Landauovi indeksi inicijalnog i finalnog stanja, respektivno. Primetimo da su x i y komponente vektora M_{if} jednake nuli u slučaju kada efektivna masa ne zavisi od koordinate ζ . Takođe treba napomenuti da ove komponente imaju vrednost različitu od nule samo za slučajeve kada su u pitanju prelazi gde se Landauovi indeksi razlikuju za 1. Pritom se, naravno, x komponenta talasnog vektora mora očuvati. Stoga je:

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

$$|P_{ij}|^2 = \begin{cases} M_{ijx}^2 \sin^2 \theta e^2 A_R^2, l_f = l_i + 1 \vee l_f = l_i - 1 \\ M_{ijz}^2 \cos^2 \theta e^2 A_R^2, l_f = l_i \end{cases} \quad (4.13)$$

Za AlGaAs strukture su matricni elementi M_{ijx} i M_{ijy} veoma mali u poređenju sa M_{ijz} , pa se prelazi koji odgovaraju vrednostima Landauovih indeksa $l_f = l_i \pm 1$ mogu zanemariti u odnosu na prelaze $l_f = l_i$. Prvo ćemo posmatrati prelaze između dva stanja sa energijama E_i i E_f . U tom slučaju je koeficijent apsorpcije dat sa [27]:

$$\alpha = \frac{\pi}{V n \epsilon_0 c \omega} |P_{ij}|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar \omega) F_{ij} \quad (4.14)$$

pri čemu je F_{ij} je razlika Fermi-Diracovih funkcija inicijalnog i finalnog stanja, $V = L_x L_y L_z$ zapremina uzorka, dok je $\hbar \omega$ energija fotona. Ovaj izraz je validan za sve vrednosti talasnog vektora k_x .

Sada možemo definisati izraz za frakcionu apsorpciju:

$$A_{ij} = L_x \alpha \quad (4.15)$$

$$A_{ij} = \frac{\pi \beta e B}{n \omega} |P_{ij}^*|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar \omega) F_{ij} \quad (4.16)$$

$$\beta = \frac{1}{4\pi} \frac{e^2}{\hbar \epsilon_0 c} \approx \frac{1}{137}, P_{ij}^* = \frac{P_{ij}}{e A_R} \quad (4.17)$$

$$P_{ij} = -\frac{i\hbar}{m_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_i^* \frac{d\eta_f}{dz} dz = -i\hbar \omega m_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_i^* \zeta \eta_f dz = -i\hbar \omega m_0 d_{ij} \quad (4.18)$$

gde je m_0 masa slobodnog elektrona. Dozvoljeni su samo optički prelazi između stanja sa istim vrednostima Landauovih brojeva $l (l_i = l_f)$.

Posmatrajmo izraz za frakcionu apsorpciju pri prelazu između dva Landauova nivoa koja potiču od gornje i donje laserske podzone, za fiksnu vrednost l

$$A_{32l} = \frac{\pi\beta eB}{n\omega} |P_{32}^*|^2 \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) F_{32} \quad (4.19)$$

$$A_{32l} = \frac{\pi e^2}{c4\pi\hbar n\epsilon_0} \omega eB \cdot d_{32}^2 \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) F_{32} = \frac{2\pi\beta\omega eB}{n} \cdot d_{32}^2 \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) F_{32} \quad (4.20)$$

pri čemu je $\omega = c \frac{2\pi}{\lambda}$.

Dalje je

$$A_{32l} = \frac{e^2}{2c\hbar n\epsilon_0} 2\pi c \cdot eB \cdot \frac{d_{32}^2}{\lambda} \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) F_{32} \quad (4.21)$$

$$A_{32l} = \frac{\pi e^2}{\hbar n\epsilon_0} \cdot eB \cdot \frac{d_{32}^2}{\lambda} \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) F_{32} \quad (4.22)$$

Kako je površinska gustina naelektrisanja nosilaca koji imaju određenu energiju E_α jednaka

$$N_{S\alpha} = \frac{eB}{\pi\hbar} f_{FD}(E_\alpha), \text{ dalje možemo pisati:}$$

$$A_{32l} = \frac{2\pi e^2}{n\epsilon_0} \cdot \frac{d_{32}^2}{\lambda} \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) (N_{S2,l} - N_{S3,l}) \quad (4.23)$$

Da bismo izračunali ukupnu apsorpciju, moramo sumirati po svim vrednostima Landauovog indeksa l (do sada smo računali samo za određenu vrednost l), jer može postojati više podnivoa koji pripadaju gornjem energetsom stanju ($E_{3,l}$):

$$A_{32} = \sum_{l=0}^{+\infty} A_{32l} = \frac{2\pi e^2}{n\epsilon_0} \cdot \frac{d_{32}^2}{\lambda} \sum_{l=0}^{+\infty} \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) (N_{S2,l} - N_{S3,l}) \quad (4.24)$$

U aproksimaciji transverzalnim masama važi

$$E_{3,l} = E_3(B=0) + \left(l + \frac{1}{2}\right) \frac{\hbar e B}{m_{\parallel,3}} \quad (4.25)$$

$$E_{2,l} = E_2(B=0) + \left(l + \frac{1}{2}\right) \frac{\hbar e B}{m_{\parallel,2}} \quad (4.26)$$

$$E_3 - E_2 = E_3(B=0) - E_2(B=0) + \left(l + \frac{1}{2}\right) \hbar e B \left(\frac{1}{m_{\parallel,3}} - \frac{1}{m_{\parallel,2}} \right) \quad (4.27)$$

U slučaju kada je $m_{\parallel,3} = m_{\parallel,2}$ jednačina (4.27) ne zavisi od l , dalje se može pisati:

$$A_{32} = \frac{2\pi e^2}{n\epsilon_0} \cdot \frac{d_{32}^2}{\lambda} \delta(E_3 - E_2 - \hbar\omega) (N_{s2} - N_{s3}) \quad (4.28)$$

U slučaju kvantnog kaskadnog lasera interesuje nas pojačanje u aktivnoj oblasti, a pošto pojačanje ima suprotan znak u odnosu na apsorpciju, imamo:

$$\begin{aligned} g_{32} &= -A_{32}, \\ \Rightarrow g_{32} &= \frac{2\pi e^2}{n\epsilon_0} \cdot \frac{d_{32}^2}{\lambda} \delta(E_3 - E_2 - \hbar\omega) (N_{s3} - N_{s2}) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Kada je $m_{\parallel,3} \neq m_{\parallel,2}$, tada izraz (4.27) zavisi od l , pa jednačina (4.29) u tom slučaju nije validna.

4.3 Brzinske jednačine

Da bismo odredili pojačanje kvantnog kaskadnog lasera, moramo prvo odrediti inverznu populaciju. Distribucija nosilaca injektovanih u aktivni region se može odrediti rešavanjem sistema brzinskih jednačina, koje opisuju promenu populacije kao razliku između brzine kojom se nosioci injektuju i brzine pri kojoj napuštaju aktivni region [28]. Pretpostavljeni su sledeći uslovi: elektroni se injektuju na gornji laserski nivo aktivnog regiona, konstantnom strujom čija je površinska gustina J , i ubacuju se samo u ograničeni broj Landauovih nivoa gornjeg laserskog stanja (nivoi $3,0; 3,1; \dots; 3, l_{\max}$), gde je l_{\max} određen tako da se svi nivoi iznad $(3, l_{\max})$ mogu smatrati neokupiranim. Pri nižim

temperaturama se može zanemariti proces apsorpcije fonona [29], pa sistem brzinskih jednačina u stacionarnom stanju glasi:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_{3,l_{\max 3}}}{\partial t} &= \frac{J_{3,l_{\max 3}}}{e} - N_{3,l_{\max 3}} \left[\sum_{p=0}^{l_{\max 3}-1} \frac{\bar{f}(E_{3,p})}{\tau_{3,l_{\max 3};3,p}} + \sum_{i=0}^{l_{\max 2}} \frac{\bar{f}(E_{2,i})}{\tau_{3,l_{\max 3};2,i}} + \sum_{j=0}^{l_{\max 1}} \frac{\bar{f}(E_{1,j})}{\tau_{3,l_{\max 3};1,j}} \right] = 0, \\
 &\vdots \\
 \frac{\partial N_{3,\kappa}}{\partial t} &= \frac{J_{3,\kappa}}{e} + \bar{f}(E_{3,\kappa}) \left[\sum_{p=\kappa+1}^{l_{\max 3}} \frac{N_{3,p}}{\tau_{3,p;3,\kappa}} + \sum_{i=i_{\min(3,\kappa)}}^{l_{\max 2}} \frac{N_{2,i}}{\tau_{2,i;3,\kappa}} + \sum_{j=j_{\min(3,\kappa)}}^{l_{\max 1}} \frac{N_{1,j}}{\tau_{1,j;3,\kappa}} \right] \\
 &\quad - N_{3,\kappa} \left[\sum_{p=0}^{\kappa-1} \frac{\bar{f}(E_{3,p})}{\tau_{3,\kappa;3,p}} + \sum_{i=0}^{i_{\min(3,\kappa)}-1} \frac{\bar{f}(E_{2,i})}{\tau_{3,\kappa;2,i}} + \sum_{j=0}^{j_{\min(3,\kappa)}-1} \frac{\bar{f}(E_{1,j})}{\tau_{3,\kappa;1,j}} \right] = 0, \\
 &\vdots \\
 \frac{\partial N_{2,l_{\max 2}}}{\partial t} &= \bar{f}(E_{3,l_{\max 2}}) \left[\sum_{p=p_{\min(l_{\max 2})}}^{l_{\max 3}} \frac{N_{3,p}}{\tau_{3,p;3,l_{\max 2}}} + \sum_{j=j_{\min(2,l_{\max 2})}}^{l_{\max 1}} \frac{N_{1,j}}{\tau_{1,j;2,l_{\max 2}}} \right] \\
 &\quad - N_{2,l_{\max 2}} \left[\sum_{p=0}^{p_{\min(l_{\max 2})}-1} \frac{\bar{f}(E_{3,p})}{\tau_{2,l_{\max 2};3,p}} + \sum_{i=0}^{l_{\max 2}-1} \frac{\bar{f}(E_{2,i})}{\tau_{2,l_{\max 2};2,i}} + \sum_{j=0}^{j_{\min(l_{\max 2})}-1} \frac{\bar{f}(E_{1,j})}{\tau_{2,l_{\max 2};1,j}} \right] = 0, \\
 &\vdots \\
 \frac{\partial N_{2,0}}{\partial t} &= \bar{f}(E_{2,0}) \left[\sum_{p=0}^{l_{\max 3}} \frac{N_{3,p}}{\tau_{3,p;2,0}} + \sum_{i=0}^{l_{\max 2}} \frac{N_{2,i}}{\tau_{2,i;2,0}} + \sum_{j=j_{\min(2,l_{\max 2})}}^{l_{\max 1}} \frac{N_{1,j}}{\tau_{1,j;2,0}} \right] - N_{2,0} \sum_{j=0}^{j_{\min(2,0)}} \frac{\bar{f}(E_{1,j})}{\tau_{2,0;1,j}} = 0, \\
 &\vdots \\
 \frac{\partial N_{1,\kappa}}{\partial t} &= -\frac{J_{1,\kappa}}{e} + \bar{f}(E_{1,\kappa}) \left[\sum_{p=p_{\min(1,\kappa)}}^{l_{\max 3}} \frac{N_{3,p}}{\tau_{3,p;1,\kappa}} + \sum_{i=i_{\min(3,\kappa)}}^{l_{\max 2}} \frac{N_{2,i}}{\tau_{2,i;1,\kappa}} + \sum_{j=\kappa+1}^{l_{\max 1}} \frac{N_{1,j}}{\tau_{1,j;1,\kappa}} \right] \\
 &\quad - N_{1,\kappa} \left[\sum_{p=0}^{p_{\min(1,\kappa)}-1} \frac{\bar{f}(E_{3,p})}{\tau_{1,\kappa;3,p}} + \sum_{i=0}^{i_{\min(1,\kappa)}-1} \frac{\bar{f}(E_{2,i})}{\tau_{1,\kappa;2,i}} + \sum_{j=0}^{\kappa-1} \frac{\bar{f}(E_{1,j})}{\tau_{1,\kappa;1,j}} \right] = 0,
 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{1,1}}{\partial t} = & -\frac{J_{1,1}}{e} + \bar{f}(E_{1,1}) \left[\sum_{p=\rho_{\min(1,1)}}^{l_{\max 3}} \frac{N_{3,p}}{\tau_{3,p;1,1}} + \sum_{i=i_{\min(3,1)}}^{l_{\max 2}} \frac{N_{2,i}}{\tau_{2,i;1,1}} + \sum_{j=k+1}^{l_{\max 1}} \frac{N_{1,j}}{\tau_{1,j;1,1}} \right] \\ & - N_{1,1} \left[\sum_{p=0}^{\rho_{\min(1,1)}-1} \frac{\bar{f}(E_{3,p})}{\tau_{1,1;3,p}} + \sum_{i=0}^{i_{\min(1,1)}-1} \frac{\bar{f}(E_{2,i})}{\tau_{1,1;2,i}} + \frac{\bar{f}(E_{1,0})}{\tau_{1,1;1,0}} \right] = 0. \end{aligned} \quad (4.30)$$

U prethodnim jednačinama izraz $1/\tau_{n,l_1;n,l_2}$ odgovara brzini relaksacije elektrona pri neradijativnim prelazima iz početnog stanja n_1, l_1 u stanje n_2, l_2 , usled emisije longitudinalnih optičkih fonona, dok je $\bar{f}(E_{n,l}) = 1 - f_{\text{FD}}(E_{n,l})$. Ulazna i izlazna struja se računaju prema sledećim formulama:

$$J_{3,k} = J \cdot \exp(-E_{3,k} / k_B T) / \sum_{p=0}^{l_{\max 3}} \exp(-E_{3,p} / k_B T) \quad (4.31)$$

$$J_{1,k} = J \cdot \exp(-E_{1,k} / k_B T) / \sum_{p=0}^{l_{\max 1}} \exp(-E_{1,p} / k_B T) \quad (4.32)$$

Napomenimo da veličine $l_{\max 1}$ i $l_{\max 2}$ predstavljaju maksimalne vrednosti Landauovih indeksa nivoa koji potiču od dve niže podzone, za koje moraju važiti sledeće nejednakosti:

$$E_{3,0} - E_{1,l_{\max 1}} > 0 \quad (4.33)$$

$$E_{3,0} - E_{2,l_{\max 2}} > 0 \quad (4.34)$$

Nakon rešavanja sistema od $l_{\max 1} + l_{\max 2} + l_{\max 3} + 2$ nelinearne jednačine, imajući u vidu zakon održanja ukupnog naelektrisanja čestica ($N_S = \sum_{n,l} N_{n,l}$, gde je N_S ukupna površinska gustina elektrona), može se odrediti optičko pojačanje u aktivnoj oblasti kvantnih kaskadnih lasera.

5 Teorija rasejanja elektrona

5.1 Rasejanje nosilaca na longitudinalnim optičkim fononima u odsustvu magnetnog polja

Usled rasejanja na longitudinalnim optičkim fononima dolazi do prelaza koji su veoma značajni za unutarzonske lasere čije talasne dužine zračenja pripadaju SIC i THC oblasti spektra. S obzirom da se kod ovakvih struktura (gde širine slojeva nisu veće od 50Å) rastojanje između pojedinih diskretnih stanja približava energiji LO fonona, dominantan mehanizam relaksacije predstavljaju unutarzonski prelazi izazvani međusobnim dejstvom elektrona i fonona [30].

Na slici 5-1. su predstavljeni prelazi do kojih dolazi usled interakcije između elektrona i optičkih fonona. Kada je u pitanju emisija, elektron iz gornje podzone emituje fonon i pritom se deeksituje u neko od slobodnih stanja (ta stanja su predstavljena ekvienergetskim krugom u donjoj podzoni). U slučaju apsorpcije, elektron iz donje podzone prelazi u neko od stanja na ekvienergetskom krugu u gornjoj podzoni, pritom apsorbujući fonon.

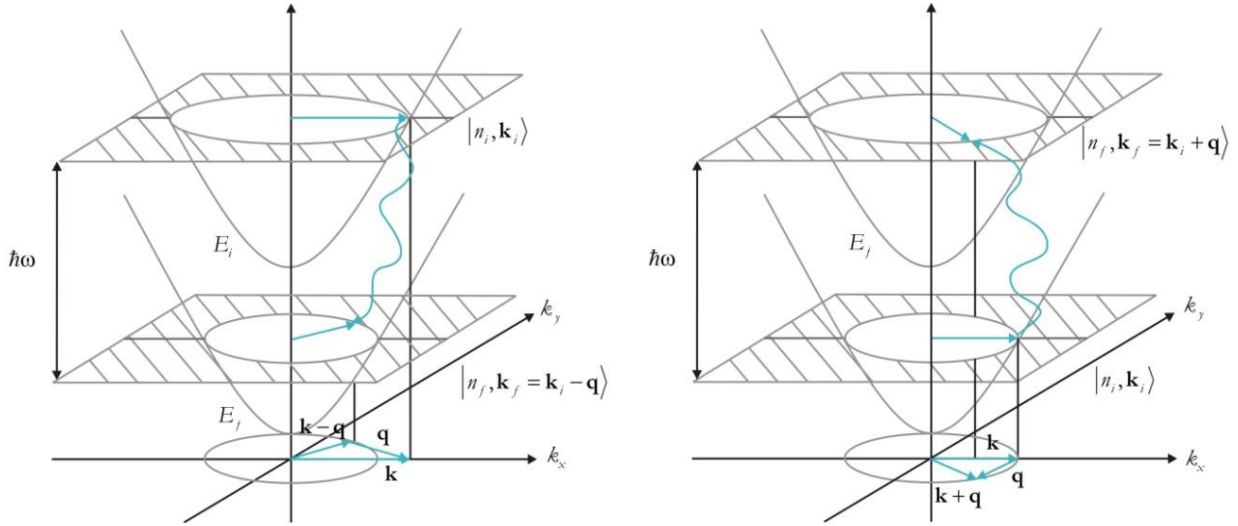
Treba napomenuti da LO fononi posmatraju u homogenoj strukturi (balk), dok se za elektrone uzimaju u obzir različiti parametri slojeva.

Fermijevim zlatnim pravilom je opisana verovatnoća prelaza u jedinici vremena (brzina prelaza) iz inicijalnog kvantnog stanja $|n_i, \mathbf{k}_i\rangle$ u finalno stanje $|n_f, \mathbf{k}_f\rangle$:

$$\begin{aligned}
 W_{i,f}^{e,a}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f) &= \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle n_f, \mathbf{k}_f, N_{q+1} | \hat{H}_{e-ph} | n_i, \mathbf{k}_i, N_q \rangle \right|^2 \cdot \delta(E_f - E_i \pm \hbar\omega) \\
 &\equiv \frac{2\pi}{\hbar} |\mu_{i,f}|^2 \cdot \delta(E_f - E_i \pm \hbar\omega)
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

gde su \mathbf{k}_i i \mathbf{k}_f transverzalni talasni vektori elektrona koji odgovaraju inicijalnom i finalnom stanju ($\mathbf{k}_i = \mathbf{k}_{\parallel i}$ i $\mathbf{k}_f = \mathbf{k}_{\parallel f}$), respektivno, E_i i E_f su odgovarajuće energije, koje se mogu predstaviti kao sume energija minimuma odgovarajućih podzona i kinetičkih energija

unutar podzona. U slučaju kada možemo smatrati da su efektivne tranverzalne mase u jami i barijeri jednake i iznose m^* , imamo:



Slika 5-1. Šematski prikaz emisije i apsorpcije fonona pri prelascima elektrona između odgovarajućih inicijalnih i finalnih stanja.

$$E_i = E_{i0} + \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m^*} \quad (5.2)$$

$$E_f = E_{f0} + \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m^*} \quad (5.3)$$

U jednačini (5.1) N_q predstavlja populaciju fonona definisanu Bose-Einsteinovom raspodelom ($N_q = 1/(\exp(\hbar\omega_{LO}/(k_B T)) - 1)$). Pritom se može smatrati da ω_{LO} vrlo slabo zavisi od talasnog vektora fonona \mathbf{q} , odnosno $\omega_{LO} \neq \omega_{LO}(\mathbf{q})$ [30].

Znak “+” se u jednačini (5.1) odnosi na procese emisije, dok se znak “-“ odnosi na procese apsorpcije. Može se pokazati da iz jednačine (5.1) sledi:

$$W_{i,f}^e(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f) / W_{i,f}^a(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f) = (N_{q+1}) / N_q = \exp(\hbar\omega_{LO} / k_B T) \quad (5.4)$$

što znači da je moguće definisati odnos brzina apsorpcije i emisije. Posmatraćemo samo jedan od ovih procesa, emisiju. Hamiltonijan interakcije elektrona sa fononom za proces emisije se može napisati u obliku:

$$\hat{H}_{e-ph} = -e \cdot \varphi(\mathbf{r}) \cdot \hat{a}^+ \quad (5.5)$$

gde je \hat{a}^+ operator kreacije fonona, a $\varphi(\mathbf{r})$ njegov skalar-potencijal. Oblik ovog skalar-potencijala se može dobiti polazeći od osnovnih jednačina koje opisuju elektrostatičko polje u aproksimaciji dielektričnog kontinuuma:

$$\nabla \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho_0(\mathbf{r}) \quad (5.6)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{P}(\mathbf{r}) \quad (5.7)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla \phi(\mathbf{r}) \quad (5.8)$$

gde su $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{D}(\mathbf{r})$, $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ vektori električnog polja, dielektričnog pomeraja i polarizacije, ε_0 i ε dielektrične konstante vakuuma i materijala, a $\rho_0(\mathbf{r})$ predstavlja gustinu slobodnog naelektrisanja. Posmatrajući slobodne oscilacije, koje imaju gustinu slobodnog naelektrisanja $\rho_0(\mathbf{r}) = 0$, gore opisani sistem jednačina sada glasi:

$$\varepsilon \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = 0 \quad (5.9)$$

što je ispunjeno u dva slučaja: ukoliko je $\varepsilon = 0$ ili $\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = 0$.

Polazeći od jednačine $\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = 0$, dobija se oblik potencijala:

$$\phi(\mathbf{r}) = C \cdot \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \quad (5.10)$$

gde je sa $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$ označen talasni vektor fonona, kao što je prethodno navedeno.

Amplituda potencijala se može odrediti tako što se izjednači energija koju ima fononski mod učestanosti ω (posmatraju se učestanosti $\omega \approx \omega_{LO}$) sa energijom izračunatom integraljenjem gustine energije električnog polja po zapremini sloja :

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

$$\hbar\omega = \int \frac{d(\varepsilon\omega)}{d\omega} |\nabla(\mathbf{r})|^2 dV = \int \left(\varepsilon + \omega \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_{LO}} |\nabla(\mathbf{r})|^2 dV \quad (5.11)$$

Kako je $\varepsilon(\omega_{LO}) = 0$, dalje se dobija

$$\begin{aligned} \hbar &= \frac{d\varepsilon}{d\omega} \cdot \varepsilon_0 \int |\nabla\varphi(\mathbf{r})|^2 dV \\ &= \frac{d\varepsilon}{d\omega} \cdot \varepsilon_0 \int \left| -\left(\frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{i}_x + \frac{\partial}{\partial x_j} \mathbf{i}_y + \frac{\partial}{\partial x_k} \mathbf{i}_z \right) (C \cdot \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})) \right|^2 dV \\ &= \frac{d\varepsilon}{d\omega} \cdot \varepsilon_0 \int | -C \cdot \mathbf{q} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) |^2 dV \\ \Rightarrow \hbar &= \frac{d\varepsilon}{d\omega} \varepsilon_0 C^2 q^2 L^3 \end{aligned} \quad (5.12)$$

Gde L označava dimenziju strukture, odnosno jednu stranicu ($L \rightarrow +\infty$) ukoliko su sve dimenzije identične. Iz poslednje jednačine se dobija:

$$C^2 = \frac{\hbar}{\frac{d\varepsilon}{d\omega} \varepsilon_0 q^2 L^3} \quad (5.13)$$

Sada je još potrebno odrediti član $\frac{d\varepsilon}{d\omega}$, pri čemu se ovaj izvod računa u tački koja odgovara učestanosti moda. Legitimno je smatrati da postoji samo jedna učestanost LO fonona i da je ona karakteristična za svaki materijal, pa ćemo je obeležiti sa ω_{LO} . Dielektrična permitivnost polarnih materijala može se aproksimirati izrazom:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \frac{(\omega^2 - \omega_{LO}^2)}{(\omega^2 - \omega_{TO}^2)} \quad (5.14)$$

Računajući izvod dobija se da je:

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \varepsilon_\infty \frac{2\omega(\omega^2 - \omega_{TO}^2) - 2\omega(\omega^2 - \omega_{LO}^2)}{(\omega^2 - \omega_{TO}^2)^2} = \varepsilon_\infty \frac{2\omega(\omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2)}{(\omega^2 - \omega_{TO}^2)^2} \quad (5.15)$$

Pošto su, kao što smo već napomenuli, energije približno jednake energijama longitudinalnih optičkih fonona ($\hbar\omega \approx \hbar\omega_{LO} \Rightarrow \omega^2 - \omega_{TO}^2 \approx \omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2$) onda se prethodni izraz može napisati u formi:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\omega} &= \varepsilon_\infty \frac{2\omega}{\omega^2 - \omega_{TO}^2} \\ \Rightarrow \frac{\omega}{2} \frac{d\varepsilon}{d\omega} &= \varepsilon_\infty \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2} \approx \varepsilon_\infty \frac{\omega_{LO}^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Uvedimo novu promenljivu $1/\varepsilon_p$, koja predstavlja razliku recipročnih vrednosti visoko i niskofrekventne dielektrične permitivnosti $\frac{1}{\varepsilon_p} \equiv \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon(0)}$. Imajući u vidu da je

$\varepsilon(0) = \varepsilon_\infty \frac{\omega_L^2}{\omega_T^2}$, za $\omega = \omega_{LO}$, dobija se:

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \frac{2}{\omega_{LO}} \cdot \varepsilon_p \quad (5.17)$$

Sada se može definisati konačan oblik amplitude fononskog potencijala:

$$C^2 = \frac{\hbar\omega_{LO}}{2\varepsilon_0\varepsilon_p q^2 L^3} \quad (5.18)$$

Uvođenjem smene $\sigma = \hbar\omega_{LO}/(2q^2\varepsilon_0\varepsilon_p)$, jednačina (5.10) postaje:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{L^3}} \cdot \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \quad (5.19)$$

Anvelopne talasnih funkcija elektrona se mogu predstaviti kao proizvod ravanskog talasa i dela funkcije u pravcu ose rasta heterostrukture:

$$\begin{aligned} \psi_i(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \boldsymbol{\rho}) \cdot \eta_i(z) \\ \psi_f(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i\mathbf{k}_f \cdot \boldsymbol{\rho}) \cdot \eta_f(z) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

gde su $\mathbf{k}_{i,f} = k_{x(i,f)}\mathbf{i}_x + k_{y(i,f)}\mathbf{i}_y$ transverzalni talasni vektori elektrona odgovarajućeg inicijalnog i finalnog stanja, $\rho = x\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y$, dok je površina strukture u x - y ravni data sa $A = L^2$.

Matrični element $\mu_{i,f}$ u izrazu (5.1) se definiše kao:

$$\mu_{i,f} = \left\langle n_f, \mathbf{k}_f, N_{q+1} \left| \hat{H}_{e-ph} \right| n_i, \mathbf{k}_i, N_q \right\rangle = \left\langle n_f, \mathbf{k}_f, N_{q+1} \left| \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{L^3}} \cdot \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \right| n_i, \mathbf{k}_i, N_q \right\rangle \quad (5.21)$$

Razdvajanjem eksponencijalnog dela fononskog potencijala na deo duž z -ose i na ravanski deo, dobija se:

$$\begin{aligned} \mu_{i,f} = -e \int_V \frac{1}{\sqrt{A}} \exp(-i\mathbf{k}_f \rho) \cdot \eta_f^*(z) \cdot \exp(-\mathbf{q}_{\parallel} \rho) \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{L}} \varphi_i(z) \cdot \\ \cdot \exp(-iq_z z) \frac{1}{\sqrt{A}} \exp(i\mathbf{k}_i \rho) \eta_i(z) dV \left\langle N_{q+1} \left| \hat{a}_q^+ \right| N_q \right\rangle \end{aligned} \quad (5.22)$$

Imajući u vidu da je $\left\langle N_{q+1} \left| \hat{a}_q^+ \right| N_q \right\rangle = \sqrt{N_q + 1}$, možemo pisati:

$$\mu_{i,f} = -e \sqrt{N_q + 1} \int_A \exp(i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f - \mathbf{q}_{\parallel}) \rho) \cdot dA \cdot \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{L}\sqrt{A}} \int_z \eta_f^*(z) \exp(-q_z z) \eta_i(z) dz \quad (5.23)$$

Kako se površinski integral u prethodnoj jednačini može svesti na $\delta_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f + \mathbf{q}_{\parallel}}$

($\frac{1}{A} \int_A e^{i\Delta\mathbf{k} \cdot \rho} dA = \delta_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f}$, gde je $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$), dobijamo:

$$\mu_{i,f} = -e \sqrt{N_q + 1} \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{A}\sqrt{L}} G_{i,f}(q_z) \quad (5.24)$$

Iz $\delta_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f + \mathbf{q}_{\parallel}}$ sledi da je $\mathbf{k}_i = \mathbf{k}_f + \mathbf{q}_{\parallel}$, pri čemu je $G_{i,f}(q_z) = \int_z \eta_f^*(z) \exp(-q_z z) \eta_i(z) dz$.

Vratimo se na početnu jednačinu koja definiše brzinu prelaza u procesu emisije fonona.

$$W_{i,f}(\mathbf{k}_i, \mathbf{q}) = \frac{2\pi e^2}{\hbar} (N_q + 1) \left| G_{i,f}(q_z) \right|^2 \frac{\sigma}{AL} \delta(E_f - E_i + \hbar\omega_{LO}) \quad (5.25)$$

Kako bi se dobio izraz koji opisuje brzinu prelaska elektrona iz inicijalnog stanja i u finalno stanje f , mora se sumirati po svim dozvoljenim fononskim stanjima.

$$W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = \sum_{\mathbf{q}} W_{i,f}(\mathbf{k}_i, \mathbf{q}) = \sum_{q_z} \sum_{\mathbf{q}_{\parallel}} W_{i,f}(\mathbf{k}_i, \mathbf{q}_{\parallel}, q_z) \frac{\Delta q_z}{\Delta q_z} \quad (5.26)$$

Da bismo vršili prebrojavanje inkremenata sume po q_z koristićemo Born-von Karmanove

granične uslove ($\Delta q_z = \frac{2\pi}{L}$), pri čemu treba voditi računa da prelazak sa sumiranja na

integraciju uvodi novi faktor $\frac{L}{2\pi}$:

$$\frac{1}{L} \sum_{q_z} f(q_z) \rightarrow \frac{1}{2\pi} \int f(q_z) dq_z \quad (5.27)$$

$$W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = \sum_{\mathbf{q}_{\parallel}} \frac{e^2}{A\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma |G_{i,f}(q_z)|^2 dq_z \cdot \delta(E_f - E_i + \hbar\omega_{LO})(N_q + 1) \quad (5.28)$$

$$\Rightarrow W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = \frac{e^2 \omega_{LO}}{2\varepsilon_0 \varepsilon_p} \frac{1}{A} \sum_{\mathbf{q}_{\parallel}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|G_{i,f}(q_z)|^2}{q_z^2 + q_{\parallel}^2} dq_z \cdot \delta(E_f - E_i + \hbar\omega_{LO})(N_q + 1) \quad (5.29)$$

$$\Rightarrow W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = R \frac{1}{A} \sum_{\mathbf{q}_{\parallel}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|G_{i,f}(q_z)|^2}{q_z^2 + q_{\parallel}^2} dq_z \cdot \delta(E_f - E_i + \hbar\omega_{LO}) \quad (5.30)$$

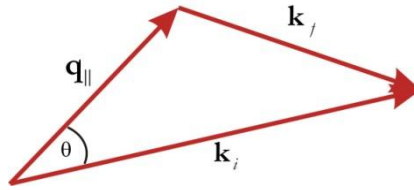
Uvedena je nova konstanta $R = \frac{e^2 \omega_{LO}}{2\varepsilon_0 \varepsilon_p} (N_q + 1)$. Pomoću jednačina (5.2) i (5.3) može se

definisati argument δ funkcije kao:

$$\delta(E_f - E_i + \hbar\omega_{LO}) = \delta\left(\Delta + \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m^*}\right) = \delta(\Omega) \quad (5.31)$$

gde je $\Delta = E_{f0} - E_{i0} + \hbar\omega_{LO}$.

Označimo sa θ ugao između transverzalnog talasnog vektora koji opisuje inicijalno stanje elektrona i transverzalne komponente talasnog vektora fonona ($\mathbf{k}_i = \mathbf{k}_f + \mathbf{q}_\parallel$), kao što je prikazano na slici 5-2. Prema kosinusnoj teoremi je $k_f^2 = k_i^2 + q_\parallel^2 - 2k_i q_\parallel \cos \theta$.



Slika 5-2. Vektorski prikaz položaja transverzalne komponente talasnog vektora inicijalnog stanja elektrona i transverzalne komponente talasnog vektora fonona. Zakon održanja momenta mora biti ispunjen.

Kombinacijom poslednje dve jednačine dobija se:

$$\delta(\Omega) = \delta\left(\Delta + \frac{\hbar^2}{2m^*} q_\parallel^2 - \frac{\hbar^2}{m^*} k_i q_\parallel \cos \theta\right) \Rightarrow \Omega = \frac{\hbar^2}{2m^*} (q_\parallel - q_1)(q_\parallel - q_2) \quad (5.32)$$

gde su q_1, q_2 dva rešenja za transverzalnu komponentu talasnog vektora fonona:

$$q_{1,2} = k_i \cos \theta \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2m^* \Delta}{\hbar^2 k_i^2 \cos^2 \theta}} \right) = k_i \cos \theta \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\Delta}{E_\parallel(k_i) \cos^2 \theta}} \right) \quad (5.33)$$

Umesto sumiranja prelazimo na integraciju po \mathbf{q}_\parallel , pritom uvodeći faktor $\frac{A}{(2\pi)^2}$, pri čemu

integral $\int d\mathbf{q}_\parallel$ prelazi u integral $\iint_{q_\parallel, \theta} q_\parallel dq_\parallel d\theta$. Sada jednačina (5.30) postaje:

$$W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = R \frac{1}{A} \iint_{q_\parallel, \theta} \int_{q_z} \frac{|G_{i,f}(q_z)|^2}{q_z^2 + q_\parallel^2} q_\parallel dq_\parallel d\theta \cdot \delta\left(\frac{\hbar^2}{2m^*} (q_\parallel - q_1)(q_\parallel - q_2)\right) \frac{A}{(2\pi)^2} dq_z \quad (5.34)$$

$$\Rightarrow W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = R_1 \iint_{q_{\parallel}, \theta} |G_{i,f}(q_{\parallel})|^2 dq_{\parallel} \frac{q_{\parallel} dq_{\parallel}}{q_{\parallel}^2 + q_{\perp}^2} \cdot \delta((q_{\parallel} - q_1)(q_{\parallel} - q_2)) d\theta \quad (5.35)$$

U poslednjoj jednačini smo uveli novu konstantu $R_1 = \frac{R}{4\pi^2} \frac{2m}{\hbar^2}$.

U zavisnosti od toga da li Δ ima pozitivnu ili negativnu vrednost, dalje se mogu raščlaniti dva slučaja:

- 1) $\Delta > 0$: $E_{f0} - E_{i0} + \hbar\omega_{LO} > 0 \Rightarrow E_{i0} - E_{f0} < \hbar\omega_{LO}$, a ukoliko još važi i da je $\Delta/E_{\parallel}(k_i) > 1$, onda sledi da je $E_{i0} + E_{\parallel}(k_i) - E_{f0} < \hbar\omega_{LO}$, pa su rešenja q_1 i q_2 konjugovano kompleksna i $W_{i,f}(k_i) = 0$, što odgovara slučaju kada je razlika energija inicijalne i finalne podzone manja od energije fonona, pa elektron ne poseduje dovoljnu inicijalnu kinetičku energiju da izvrši prelaz, te je proces zabranjen. Međutim, u obrnutom slučaju $\Delta/E_{\parallel}(k_i) < 1$ važi

$E_{i0} + E_{\parallel}(k_i) - E_{f0} > \hbar\omega_{LO}$ i prelazi su mogući. Da bi rešenja imala pozitivne vrednosti, s obzirom da je $\sqrt{1 - \frac{\Delta}{E_{\parallel}(k_i)\cos^2\theta}} < 1$, za $\cos\theta$ mora važiti $\cos\theta > 0$ i

$\cos\theta \in (1, \cos\theta_{\min})$, pri čemu se θ_{\min} može odrediti iz relacije:

$$1 - \frac{\Delta}{E_{\parallel}(k_i)\cos^2\theta_{\min}} = 0 \Rightarrow \cos^2\theta_{\min} = \frac{\Delta}{E_{\parallel}(k_i)}. \quad (5.36)$$

Podintegralna funkcija je u ovom slučaju parna, pa je

$\int_{-\theta_{\min}}^{\theta_{\min}} f(\cos\theta) d\theta = 2 \cdot \int_0^{\theta_{\min}} f(\cos\theta) d\theta$. Tako se jednačina (5.35) dalje svodi na:

$$W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = 2R_1 \int_0^{\theta_{\min}} \int_{q_{\perp}} \left\{ \frac{q_1 |G_{i,f}(q_{\perp})|^2}{|q_1 - q_2|(q_1^2 + q_{\perp}^2)} + \frac{q_2 |G_{i,f}(q_{\perp})|^2}{|q_1 - q_2|(q_2^2 + q_{\perp}^2)} \right\} d\theta dq_{\perp} \quad (5.37)$$

2) $\Delta < 0$: rešenja se mogu napisati u obliku:

$$q_{1,2} = k_i \cos \theta \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{\parallel}(k_i) \cos^2 \theta}} \right) \quad (5.38)$$

pri čemu oba rešenja moraju biti realna i pozitivna. Da bi ovaj uslov bio ispunjen za

prvo rešenje $q_1 = k_i \cos \theta \left(1 + \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{\parallel}(k_i) \cos^2 \theta}} \right)$, vrednost $\cos \theta$ mora biti

pozitivna, odnosno ugao θ mora pripadati intervalu $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$. Drugo rešenje

$q_2 = k_i \cos \theta \left(1 - \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{\parallel}(k_i) \cos^2 \theta}} \right)$ imaće pozitivnu vredno ako je ispunjen

uslov $\cos \theta \left(1 - \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{\parallel}(k_i) \cos^2 \theta}} \right) > 0$, i tad možemo razlikovati dva slučaja:

a) $\cos \theta > 0$, u kom slučaju treba da važi $1 - \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{\parallel}(k_i) \cos^2 \theta}} > 0$, što ne može biti ispunjeno ni za jednu vrednost ugla θ .

b) $\cos \theta < 0$, kada mora biti ispunjeno $1 - \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{\parallel}(k_i) \cos^2 \theta}} < 0$, odnosno

$\sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{\parallel}(k_i) \cos^2 \theta}} > 1$, što važi za bilo koju vrednost θ , odnosno svodi se na

uslov $\cos \theta < 0$, pa $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$.

Jednačina (5.35) sada postaje:

$$W_{i,f}(\mathbf{k}_i) = 2R_1 \int_0^{\pi/2} \int_{q_{\times}} \frac{q_1 |G_{if}(q_{\times})|^2}{|q_1 - q_2| (q_1^2 + q_{\times}^2)} d\theta dq_{\times} + R_1 \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \int_{q_{\times}} \frac{q_2 |G_{if}(q_{\times})|^2}{|q_1 - q_2| (q_2^2 + q_{\times}^2)} d\theta dq_{\times} \quad (5.39)$$

gde su

$$q_1^2 = k_i^2 \cos^2 \theta + 2k_i \cos \theta \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{11}(k_i) \cos^2 \theta}} + k_i^2 \cos^2 \theta + \frac{|\Delta|}{E_{11}(k_i)} \quad (5.40)$$

$$q_1^2 = k_i^2 \cos^2 \theta - 2k_i \cos \theta \sqrt{1 + \frac{|\Delta|}{E_{11}(k_i) \cos^2 \theta}} + k_i^2 \cos^2 \theta + \frac{|\Delta|}{E_{11}(k_i)} \quad (5.41)$$

Drugi integral u jednačini (5.39) se svodi na $2R_1 \int_{\pi/2}^{\pi} \int f(\cos \theta)$, a kako se vrednost $\cos \theta$ u njemu kreće od -1 do 0, on je isti kao i prvi integral, što izraz (5.39) svodi na krajnji oblik:

$$W_{i,f}(k_i) = 4R_1 \int_0^{\pi/2} \int_{q_z} \frac{q_1 |G_{ij}(q_z)|^2}{|q_1 - q_2| (q_1^2 + q_2^2)} d\theta dq_z \quad (5.42)$$

pri čemu je R_1 već definisana konstanta.

5.2 Rasejanje na longitudinalnim optičkim fononima u prisustvu magnetnog polja

Zbog osobine da poseduju antifazni karakter (kako bi centar mase elementarne ćelije ostao nepokretan), longitudinalni optički modovi dovode do obrazovanja potencijala u polarnim poluprovodnicima, odnosno do stvaranja električnog polja koje se prostire kristalom. Nadalje će biti razmatran granični slučaj ($\mathbf{q} \rightarrow 0$), koji podrazumeva da se mikroskopske fluktuacije kristala (dimenzije kristalne rešetke) mogu zanemariti, kao i da se problem posmatra u aproksimaciji dielektričnog kontinuuma [31]. Potencijal prouzrokovan LO fononima definisan je jednačinom (5.10), Hamiltonijan interakcije je isti, nezavisno od prisutnosti magnetnog polja, ali talasne funkcije imaju oblik kao u jednačini (4.2):

Kada se struktura nalazi u magnetnom polju, dolazi do cepanja energetskih stanja na diskretne Landauove nivoe:

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

$$E_{n,l} = E_n(k_{\parallel} = 0) + (l + 1/2)\hbar\omega_c \quad (5.43)$$

gde je l indeks Landauovog nivoa n -te podzone. Primenom Fermijevog zlatnog pravila, dalje se dobija:

$$W_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| -e \cdot \iiint_V \Phi_f^*(y - y_0) \frac{e^{ik_{x_i}x}}{\sqrt{L_x}} \eta_f^*(z) \cdot C e^{i(q_x x + q_y y + q_z z)} \cdot \Phi_i(y - y_0) \frac{e^{ik_{x_f}x}}{\sqrt{L_x}} \eta_i(z) dV \right|^2 \cdot \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_{LO}) \quad (5.44)$$

$$W_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \left| C \cdot e \int \Phi_f^*(y - y_0) e^{iq_x x} \cdot \Phi_i(y - y_0) dx \int \frac{1}{L_x} e^{i(k_{x_i} - k_{x_f} + q_y)} dy \cdot \int \eta_f^*(z) e^{iq_z z} \eta_i(z) dz \right|^2 \cdot \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_{LO}) \quad (5.45)$$

Imajući u vidu da je $\left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) \sin(q_z z) dz \right|^2 = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) e^{iq_z z} dz \right|^2$ i uvodeći novu konstantu

$C_1 = C/2$, dalje imamo:

$$W_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} C_1^2 e^2 \left| F(q_{\parallel}, l_i, l_f) \cdot \delta(k_{x_i} - k_{x_f} + q_y) \cdot P(q_z) \right|^2 \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_{LO}) \cdot [n(\hbar\omega_{LO}) + 1] \quad (5.46)$$

gde su l_i i l_f Landauovi indeksi početnog i krajnjeg stanja, a $P(q_z) = \int \eta_f^*(z) \sin(q_z z) \eta_i(z) dz$. Kako je nama od interesa ukupna brzina rasejanja, poslednju jednačinu treba sumirati (odnosno integraliti) po svim fononskim modovima:

$$W_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} e^2 \frac{\hbar\omega_{LO}}{\varepsilon_p AL} \frac{1}{\Delta q_x} \frac{1}{\Delta q_y} \frac{1}{\Delta q_z} \cdot \int_{q_{\parallel}, \theta} q_{\parallel} \frac{F^2(\mathbf{q}_{\parallel}, l_i, l_f)}{q_{\parallel}^2 + q_z^2} dq_{\parallel} d\theta \cdot \int_{q_z} P^2(q_z) dq_z \cdot \delta(E_i - E_f - \omega_{LO}) \cdot [n(\hbar\omega_{LO}) + 1] \quad (5.47)$$

Pošto je $1/\Delta q_x = 1/\Delta q_y = L/2\pi$ i $1/\Delta q_z = d/2\pi$, integracijom po uglu θ dobija se [32]:

$$W_{i,f} = e^2 \frac{\omega_{LO}}{2\pi \epsilon_p} \cdot \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_{LO}) \cdot \int_0^\infty q_{\parallel} \frac{F^2(\mathbf{q}_{\parallel}, l_i, l_f)}{q_{\parallel}^2 + q_{\perp}^2} dq_{\parallel} \cdot \int_0^\infty P^2(q_{\perp}) dq_{\perp} \cdot [n(\hbar\omega_{LO}) + 1] \quad (5.48)$$

Lateralni integral preklapanja $F(q_{\parallel}, l_i, l_f)$ može se analitički definisati za slučaj kada je $l_f \geq l_i$ [31]:

$$\left| F(q_{\parallel}, l_i, l_f) \right|^2 = \exp\left(-\frac{q_{\parallel}^2}{2\beta^2}\right) \left(\frac{l_i!}{l_f!}\right) \left(-\frac{q_{\parallel}^2}{2\beta^2}\right)^{l_f-l_i} \left[L_{l_i}^{l_f-l_i} \left(\frac{q_{\parallel}^2}{2\beta^2}\right) \right]^2 \quad (5.49)$$

pri čemu je $L_n^\alpha(x)$ pridruženi Laguerreov polinom koji ima formu:

$$L_n^\alpha(x) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \binom{n+\alpha}{n-i} \frac{x^i}{i!} \quad (5.50)$$

dok za obrnuti slučaj ($l_f < l_i$) samo treba zameniti mesta ovih indeksa u prethodnoj jednačini.

5.3 Rasejanje na akustičnim fononima u prisustvu magnetnog polja

Iako rasejanje na akustičnim fononima ima značajno manji uticaj na elektronske transportne procese u odnosu na prethodno opisani proces rasejanja na LO fononima, ono se ipak ne može u potpunosti zanemariti, pogotovo u slučajevima kada je rasejanje na LO fononima onemogućeno.

Pri izvođenju Hamiltonijana interakcije smatraćemo da male amplitude oscilacija akustičnih modova unose perturbaciju u periodični potencijal kristalne rešetke. Posmatrajući samo emisione procese, polazimo od izraza za matrični element prelaza kada nije prisutno magnetno polje [33]:

$$\left| \langle f | H_{\text{ep}} | i \rangle \right|^2 = \frac{D_A^2 \hbar q^2}{2 \rho \Omega \omega_s(q)} n(\omega_s) |M_{if}|^2 \quad (5.51)$$

gde je D_A potencijal deformacije, q je moduo talasnog vektora akustičnih fonona, a ρ je gustina materijala, Ω zapremina fononskog moda, $\omega_s = v_s \cdot q$, dok je v_s brzina prostiranja akustičnih fonona, a $M = \int \psi_i^*(\mathbf{r}) e^{i(q_y y + q_x x + q_z z)} \psi_f(\mathbf{r}) dV$, gde su talasne funkcije definisane na sledeći način:

$$\psi_i(\mathbf{r}) = \eta_i(z) \Phi_i(y) \frac{e^{ik_{xi}x}}{\sqrt{L_x}} \quad (5.52)$$

$$\psi_f(\mathbf{r}) = \eta_f(z) \Phi_f(y) \frac{e^{ik_{xf}x}}{\sqrt{L_x}} \quad (5.53)$$

pa se dalje dobija

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_i(z) e^{iq_z z} \eta_f(z) dz \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_i(y) e^{iq_y y} \Phi_f(y) dy \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iq_x x} e^{i(-k_{xi} + k_{xf})x} dx \quad (5.54)$$

Definišimo form faktor: $G_{if}(q_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_i(z) e^{iq_z z} \eta_f(z) dz$, kao i

$F_{if} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_i(y) e^{iq_y y} \Phi_f(y) dy$ i obeležimo $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{iq_x x} e^{i(-k_{xi} + k_{xf})x} dx = \delta_{k_{xi}, k_{xf} + q_x}$ (Kronekerova

delta funkcija) [34], te onda jednačinu (5.54) možemo napisati (definišući $\omega_s = qv_s$)

$$\left| \langle f | H_{\text{ep}} | i \rangle \right|^2 = \frac{D_A^2 \hbar q}{2 \rho \Omega v_s} n(Qv_s) \delta_{k_{yi}, k_{yf} + q_y} \left| G_{if}(q_z) \right|^2 \left| F_{if} \right|^2 \quad (5.55)$$

Kada se stavi da je $k_{yi} = k_{yf} + q_y$ tada je lateralni integral preklapanja (dat u jednačini

(5.55)) $\left| F_{if} \right|^2 = \left| F_{if}(q_{\parallel}) \right|^2$, gde je $q_{\parallel} = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$. Prema Fermijevom zlatnom pravilu dobija

se:

$$W_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} \int_{(\mathbf{q})} |\langle f | H_{\phi} | i \rangle|^2 \Omega \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_s) \frac{q_{\parallel} dq_{\parallel} dq_{\perp} d\theta}{8\pi^3} \quad (5.56)$$

$$\Rightarrow W_{i,f} = \frac{\pi D_A^2}{\rho v_s} \iiint q \cdot n(qv_s) |G_{if}(q_{\perp})|^2 |F_{if}|^2 \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_s) dq_{\parallel} dq_{\perp} d\theta \quad (5.57)$$

Da bi svi fononski modovi bili uzeti u obzir, sumiramo po punom uglu θ

$$(\Omega = \frac{1}{\Delta q_x \Delta q_y \Delta q_z} = \frac{1}{q_{\parallel} dq_{\parallel} dq_{\perp} d\theta}):$$

$$W_{i,f} = C_0 \int_{-\infty}^{+\infty} |G_{if}(q_{\perp})|^2 dq_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} q \cdot n(qv_s) |F_{if}(q_{\parallel})|^2 \delta(E_i - E_f - \hbar\omega_s) dq_{\parallel} \quad (5.58)$$

gde je konstanta $C_0 = \frac{D_A^2}{4\pi\rho v_s}$.

Posmatrajmo samo emisiju fotona, u tom slučaju smatramo da je $E_i - E_f - \hbar\omega_s = 0$,

odnosno da je $E_i - E_f - \hbar v_s q = E_i - E_f - \hbar v_s \sqrt{q_{\perp}^2 + q_{\parallel}^2} = 0$, odakle se dobija

$$q_{\parallel} = \sqrt{\left(\frac{E_i - E_f}{\hbar v_s}\right)^2 - q_{\perp}^2}. \text{ Delta funkcija u poslednjoj jednačini se može svesti na oblik}$$

$$\begin{aligned} \delta\left(E_i - E_f - \hbar v_s \sqrt{q_{\perp}^2 + q_{\parallel}^2}\right) &= \delta(q_{\parallel} - q_{\parallel 0}) \frac{1}{\left| -\hbar v_s \frac{2q_{\parallel}}{2\sqrt{q_{\perp}^2 + q_{\parallel}^2}} \right|_{q_{\parallel}=q_{\parallel 0}}} = \\ &= \delta(q_{\parallel} - q_{\parallel 0}) \frac{1}{\hbar v_s} = \delta(q_{\parallel} - q_{\parallel 0}) \frac{E_i - E_f}{q_{\parallel 0} (\hbar v_s)^2} \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E_i - E_f}{\hbar v_s}\right)^2}} \end{aligned}$$

$$(5.59)$$

Pošto je podintegralna funkcija u jednačini (5.57) parna po $q_{\tilde{\kappa}}$, onda možemo pisati

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |G_{if}(q_{\tilde{\kappa}})|^2 dq_{\tilde{\kappa}} = 2 \int_0^{+\infty} |G_{if}(q_{\tilde{\kappa}})|^2 dq_{\tilde{\kappa}}, \quad \text{a} \quad \text{kako} \quad \text{je}$$

$$\int_0^{+\infty} g(q_{\tilde{\kappa}}) dq_{\tilde{\kappa}} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tilde{\kappa}) \sin(q_{\tilde{\kappa}} \tilde{\kappa}) d\tilde{\kappa} \right|^2 = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} g(q_{\tilde{\kappa}}) dq_{\tilde{\kappa}} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tilde{\kappa}) e^{iq_{\tilde{\kappa}} \tilde{\kappa}} d\tilde{\kappa} \right|^2 \quad \text{i}$$

$P(q_{\tilde{\kappa}}) = \int \eta_f^*(\tilde{\kappa}) \sin(q_{\tilde{\kappa}} \tilde{\kappa}) \eta_i(\tilde{\kappa}) d\tilde{\kappa}$, dalje možemo pisati:

$$W_{i,f} = 4C_0 \int_0^{+\infty} P^2(q_{\tilde{\kappa}}) \frac{E_i - E_f}{\hbar v_s} q_{\parallel} n\left(\sqrt{q_{\tilde{\kappa}}^2 + q_{\parallel}^2} \hbar v_s\right) |F_{if}(q_{\parallel}^2)|^2 \frac{E_i - E_f}{(\hbar v_s)^2 q_{\parallel}} dq_{\tilde{\kappa}} \quad (5.60)$$

$$\Rightarrow W_{i,f} = 4C_0 \frac{(E_i - E_f)^2}{(\hbar v_s)^3} \int_0^{+\infty} P^2(q_{\tilde{\kappa}}) n\left(\frac{E_i - E_f}{kT} \hbar v_s\right) |F_{if}(q_{\parallel}^2)|^2 dq_{\tilde{\kappa}} \quad (5.61)$$

$$\Rightarrow W_{i,f} = 4C_0 \frac{(E_i - E_f)^2}{(\hbar v_s)^3} \frac{e^{-\frac{E_i - E_f}{kT}}}{e^{-\frac{E_i - E_f}{kT}} - 1} \int_0^{+\infty} P^2(q_{\tilde{\kappa}}) |F_{if}(q_{\parallel}^2)|^2 dq_{\tilde{\kappa}} \quad (5.62)$$

$$W_{i,f} = \frac{D_A^2 (E_i - E_f)^2}{2\pi\rho \hbar^3 v_s^4} \frac{e^{-\frac{E_i - E_f}{kT}}}{e^{-\frac{E_i - E_f}{kT}} - 1} \int_0^{+\infty} P^2(q_{\tilde{\kappa}}) |F_{if}(q_{\parallel}^2)|^2 dq_{\tilde{\kappa}} \quad (5.63)$$

$$\Rightarrow W_{i,f} = \frac{D_A^2 (E_i - E_f)^2}{2\pi\rho \hbar^3 v_s^4} \frac{e^{-\frac{E_i - E_f}{kT}}}{e^{-\frac{E_i - E_f}{kT}} - 1} \int_0^{q_{\tilde{\kappa}\max}} |P(q_{\tilde{\kappa}})|^2 |F_{if}(q_{\parallel}^2)|^2 dq_{\tilde{\kappa}} \quad (5.64)$$

Na osnovu ovog izraza možemo zaključiti da postoje ograničenja za vrednosti koje može uzimati $q_{\tilde{\kappa}}$, pa je zato korišćena oznaka $q_{\tilde{\kappa}\max}$ (uzimajući za granični slučaj

$E_i - E_f - \hbar v_s \sqrt{q_{\tilde{\kappa}}^2 + q_{\parallel}^2} = 0$ i činjenicu da je vrednost $\tilde{\kappa}$ -komponente talasnog vektora

fonona najveća kada je q_{\parallel} najmanja, dobija se $q_{\tilde{\kappa}\max}^2 = \left(\frac{E_i - E_f}{\hbar v_s}\right)^2$).

Ovde je posmatrana samo emisija fonona (za slučaj $E_i > E_f$), dok je u slučaju kada je energija inicijalnog stanja manja od energije finalnog stanja, brzina rasejanja jednaka nuli ($E_i < E_f \Rightarrow W_{i,f}^E = 0$).

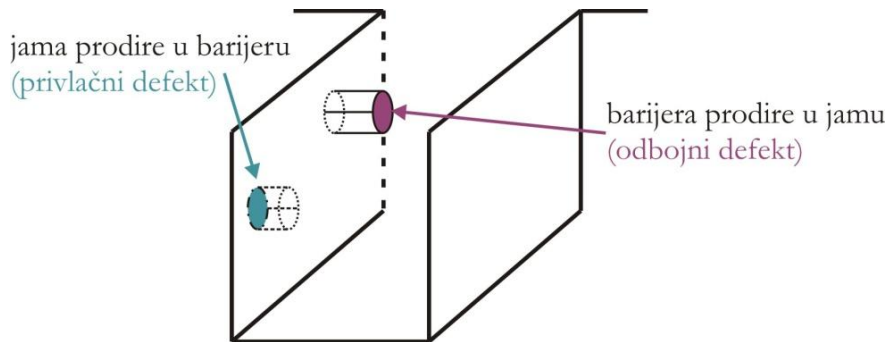
5.4 Rasejanje na neravninama površina u prisustvu magnetnog polja

Kada su u pitanju THC KKL-i koji se nađu u magnetnom polju, mora se prilikom računanja ukupne brzine rasejanja nosilaca uzeti u obzir i rasejanje na neravninama površina, pa će ono biti detaljnije objašnjeno u ovom poglavlju. U GaAs/AlGaAs kvantnim jamama fluktuacije debljina slojeva formiraju se na graničnim površinama GaAs i AlGaAs (sloj GaAs nalazi se preko sloja AlGaAs). Pretpostavimo da visina neravnine $\Delta(\mathbf{r})$ (sa $\mathbf{r}=(x, y)$ je označena pozicija neravnine u ravni) ima korelacionu funkciju definisanu kao u [35,36,37,38]:

$$\langle \Delta(\mathbf{r})\Delta(\mathbf{r}') \rangle = \Delta^2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{\Lambda^2}\right) \quad (5.65)$$

gde je Δ srednja vrednost visine neravnine, a Λ je korelaciona dužina.

U zavisnosti od toga da li je u pitanju slučaj kada materijal jame prodire u barijeru ili obrnuto, postoje dva tipa površinskih neravnina, koji se nazivaju privlačni ili odbojni defekti, respektivno [23,39]. Oba tipa defekata su prikazana na slici 5-3.



Slika 5-3. Privlačni i odbojni defekt kao ilustracija neravnina površina.

Definišimo prvo Hamiltonijan perturbacije:

$$\hat{H}'_{IRS} = U_0 \cdot \delta(\tilde{z} - \tilde{z}_i) \cdot \Delta(x, y), \quad (5.66)$$

gde je \tilde{z}_i pozicija i -te međupovršine.

Naravno, pretpostavlja se da indeksi nivoa i podnivoa (n_1, l_1) odgovaraju inicijalnom stanju, dok (n_2, l_2) odgovaraju finalnom stanju. Pritom je $E_1 = E_{n_1, l_1}(\tilde{z}_i)$ i $E_2 = E_{n_2, l_2}(\tilde{z}_i)$, dok je $\Pi(\tilde{z}_i)$ gustina verovatnoće data u formi Gaussove funkcije.

Dalje je

$$E_{n_1, l_1}(\tilde{z}_i) - E_{n_2, l_2}(\tilde{z}_i) = E_{n_1, 0}(\tilde{z}_i) - E_{n_1, 0}(\tilde{z}_i) + (l_1 - l_2)\hbar\omega_c \quad (5.67)$$

gde se pritom pretpostavlja: $E_{n_1, 0}(\tilde{z}_i) - E_{n_1, 0}(\tilde{z}_{i0}) \approx [E_{n_1, 0}(\tilde{z}_{i0}) - E_{n_1, 0}(\tilde{z}_{i0})] - \gamma(\tilde{z}_i - \tilde{z}_{i0})$, a koeficijent γ zavisi od n_1 i n_2 .

Zamenom $E_{n_1, 0}(\tilde{z}_{i0}) - E_{n_1, 0}(\tilde{z}_{i0}) = \Delta_{n_1, n_2}$, i označavajući integral sa J , dalje se dobija

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(\tilde{z}_i) \cdot \delta(\Delta_{n_1, n_2} - \gamma(\tilde{z}_i - \tilde{z}_{i0}) + (l_1 - l_2)\hbar\omega_c) d\tilde{z}_i \quad (5.68)$$

Poznata je relacija:

$$\int f(x) \delta[ax + b] dx = \frac{f(x_0)}{|a|} \quad (5.69)$$

koja važi ako domen interakcije obuhvata tačku $x = -\frac{b}{a}$ (u suprotnom slučaju vrednost integrala je jednaka nuli), pri čemu je $ax_0 + b = 0$. Argument delta funkcije ima nultu vrednost kada je $\Delta_{n_1, n_2} - \gamma(\tilde{z}_i - \tilde{z}_{i0}) + (l_1 - l_2)\hbar\omega_c = 0$, odnosno

$$(\tilde{z}_i - \tilde{z}_{i0})_0 = \frac{1}{\gamma} [\Delta_{n_1, n_2} + (l_1 - l_2)\hbar\omega_c].$$

Na osnovu toga se dalje dobija

$$J = \frac{1}{\gamma\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\Delta_{n_1, n_2} + (l_1 - l_2)\hbar\omega_c]^2}{2(\gamma\sigma)^2}} \quad (5.70)$$

Nazovimo Υ ($\Upsilon = \gamma\sigma$) širinom Gaussove raspodele razlike energija Δ_{n_1, n_2} , pa dalje imamo

$$J = \frac{1}{\Upsilon\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\Delta_{n_1, n_2} + (l_1 - l_2)\hbar\omega_c]^2}{2\Upsilon^2}} \quad (5.71)$$

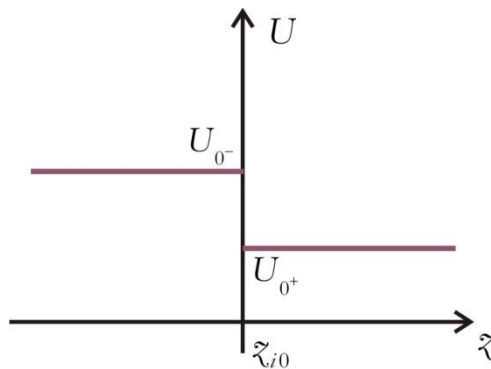
Brzina rasejanja se opisuje jednačinom:

$$\left\langle \frac{1}{\tau_{n_1, l_1; n_2, l_2}} \right\rangle = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k_{x_1}, k_{x_2}} \left| \left\langle n_1, l_1, k_{x_1} \left| \hat{H}' \right| n_2, l_2, k_{x_2} \right\rangle \right|^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(\tilde{x}_i) \delta(E_1 - E_2) d\tilde{x}_i. \quad (5.72)$$

$$\Rightarrow \left\langle \frac{1}{\tau_{n_1, l_1; n_2, l_2}} \right\rangle = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{1}{\Upsilon\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\Delta_{n_1, n_2} + (l_1 - l_2)\hbar\omega_c]^2}{2\delta^2}} \sum_{k_{x_1}, k_{x_2}} \left| \left\langle n_1, l_1, k_{x_1} \left| \hat{H}' \right| n_2, l_2, k_{x_2} \right\rangle \right|^2 \quad (5.73)$$

Ako pretpostavimo da se na graničnoj površini između dva sloja potencijal ta dva sloja razlikuje i izgleda kao na slici 5-4, onda se on može predstaviti u formi:

$$U(\tilde{x}) = U_{0^-} + (U_{0^+} - U_{0^-}) \cdot b(\tilde{x} - \tilde{x}_{i_0}) \quad (5.74)$$



Slika 5-4. Razlika potencijala na razdvojnoj površini dva različita sloja u strukturi.

gde je sa h označena Heavysideova funkcija.

$$\left(\frac{dU}{dz}\right)_{z=z_0} = U_0 \cdot \delta(z - z_0), \quad (5.75)$$

a $U_0 = U_{0^+} - U_{0^-}$ diskontinuitet provodne zone u tački $z = z_0$.

Ako posmatramo neravninu na granici dva sloja kao perturbaciju u potencijalu, tada se z_0 zamenjuje sa $z_0 + \Delta(x, y)$ (nova pozicija z zavisi od x i y koordinata):

$$U(z_0 + \Delta(x, y)) = U(z_0) + \left(\frac{dU}{dz}\right)_{z=z_0} \cdot \Delta(x, y). \quad (5.76)$$

Hamiltonijan perturbacije je zapravo $\hat{H}' = \left(\frac{dU}{dz}\right)_{z=z_0} \cdot \Delta(x, y) = U_0 \cdot \Delta(x, y) \delta(z - z_0)$.

Uzmimo da su talasne funkcije definisane kao u prethodnim poglavljima:

$$\Psi_{n,l,k_x}(x, y, z) = \eta_n(z) \Phi_l(y, k_x) \exp(ik_x x) / \sqrt{L_x} \quad (5.77)$$

uz uvođenje koeficijenta $\alpha_k = \sqrt{\frac{\beta}{2^k k! \sqrt{\pi}}}$ u definiciji Hermiteove funkcije k -tog reda

$$\Phi_k(y) = \alpha_k \cdot H_k(\beta y) e^{-\frac{y^2}{2} \beta^2}. \quad (5.78)$$

Sada možemo definisati matrični element prelaza:

$$M_{12} = \langle n_1, l_1, k_{x1} | U_0 \cdot \Delta(x, y) \delta(z - z_0) | n_2, l_2, k_{x2} \rangle \quad (5.79)$$

$$M_{12} = \frac{1}{L} \iiint e^{i(k_{x1} - k_{x2})x} \Phi_{l_1}(y, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y, k_{x2}) \eta_{n_1}^*(z) \eta_{n_2}(z) U_0 \Delta(x, y) \delta(z - z_0) dx dy dz$$

$$\Rightarrow M_{12} = \frac{1}{L} F_{12} \iiint e^{i(k_{x1} - k_{x2})(x_1 - x_2)} \Phi_{l_1}(y, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y, k_{x2}) \Delta(x, y) \delta(z - z_i) dx dy \quad (5.80)$$

Pritom smo definisali $F_{12} = \int U_0 \eta_{n_1}^*(z) \eta_{n_2}(z) dz$.

$$|M_{12}|^2 = \frac{|F_{12}|^2}{L^2} \iiint \int e^{i(k_{x1} - k_{x2})(x_1 - x_2)} \Phi_{l_1}(y_1, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_1, k_{x2}) \cdot \Phi_{l_1}(y_2, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_2, k_{x2}) \Delta(x_1, y_1) \Delta(x_2, y_2) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (5.81)$$

Prelazimo na usrednjavanje:

$$\langle |M_{12}|^2 \rangle = \frac{|F_{12}|^2}{L^2} \iiint \int e^{i(k_{x1} - k_{x2})(x_1 - x_2)} \Phi_{l_1}(y_1, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_1, k_{x2}) \cdot \Phi_{l_1}(y_2, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_2, k_{x2}) \langle \Delta(x_1, y_1) \Delta(x_2, y_2) \rangle dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (5.82)$$

$$\langle \Delta(x_1, y_1) \Delta(x_2, y_2) \rangle = \Delta^2 e^{-\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{\Lambda^2}} \quad (5.83)$$

Ubacivanjem jednačine (5.83) u jednačinu (5.82), dalje se dobija:

$$\langle |M_{12}|^2 \rangle = \frac{|F_{12}|^2}{L^2} \Delta^2 \iiint \int e^{-\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{\Lambda^2}} e^{i(k_{x1} - k_{x2})(x_1 - x_2)} \Phi_{l_1}(y_1, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_1, k_{x2}) \cdot \Phi_{l_1}(y_2, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_2, k_{x2}) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (5.84)$$

Uvodimo smenu promenljivih tako što prelazimo sa koordinata x_1, y_1, x_2 i y_2 na koordinate $x_1, \xi_x = x_2 - x_1, \xi_y = y_2 - y_1$ i y_2 . Sada je:

$$\langle |M_{12}|^2 \rangle = \frac{|F_{12}|^2}{L^2} \Delta^2 \int dx_1 \int e^{i(k_{x1} - k_{x2})\xi_x} d\xi_x \cdot \iint e^{\left(\frac{\xi_y^2}{\Lambda^2}\right)} \Phi_{l_1}(y_1, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_1, k_{x2}) \Phi_{l_1}(y_1 - \xi_y, k_{x1}) \Phi_{l_2}(y_1 - \xi_y, k_{x2}) dy_1 d\xi_y \quad (5.85)$$

Kako je $\int dx_1 = L$, $\int e^{i(k_{x1} - k_{x2})\xi_x} d\xi_x = \sqrt{\pi} \Lambda e^{-\Lambda^2(k_{x1} - k_{x2})^2/4}$, a ako sa I označimo dvostruki integral u prethodnoj jednačini sa:

$$I = \iint e^{\left(-\frac{\xi^2}{\Lambda^2}\right)} \Phi_{l_1}(\mathcal{Y}_1, k_{x_1}) \Phi_{l_2}(\mathcal{Y}_1, k_{x_2}) \Phi_{l_1}(\mathcal{Y}_1 - \xi, k_{x_1}) \Phi_{l_2}(\mathcal{Y}_1 - \xi, k_{x_2}) dy_1 d\xi \quad (5.86)$$

onda jednačina (5.82) glasi

$$\langle |M_{12}|^2 \rangle = \frac{|F_{12}|^2 \Delta^2 \sqrt{\pi} \Lambda}{L} \cdot e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2 \Lambda^2}{4}} \cdot I \quad (5.87)$$

Podsetivši se jednačina (5.77) i (5.77) i usvajajući da je $\xi = \xi_y$ dalje se jednačina (5.86) može pisati

$$I = (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 \iint e^{-\frac{\beta^2}{2}(y-y_{01})^2} H_{l_1}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{01})] e^{-\frac{\beta^2}{2}(y-y_{02})^2} H_{l_2}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{02})] e^{-\frac{\xi^2}{\Lambda^2}} \cdot e^{-\frac{\beta^2}{2}(y-\xi-y_{01})^2} H_{l_1}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \xi - \mathcal{Y}_{01})] e^{-\frac{\beta^2}{2}(y-\xi-y_{02})^2} H_{l_2}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \xi - \mathcal{Y}_{02})] dy_1 d\xi \quad (5.88)$$

$$(\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{01})^2 + (\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{02})^2 = 2 \left[\left(\mathcal{Y}_1 - \frac{\mathcal{Y}_{01} + \mathcal{Y}_{02}}{2} \right)^2 + \frac{(\mathcal{Y}_{01} - \mathcal{Y}_{02})^2}{4} \right] \quad (5.89)$$

$$\Rightarrow (\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{01} - \xi)^2 + (\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{02} + \xi)^2 = 2 \left[\left(\mathcal{Y}_1 - \xi - \frac{\mathcal{Y}_{01} + \mathcal{Y}_{02}}{2} \right)^2 + \frac{(\mathcal{Y}_{01} - \mathcal{Y}_{02})^2}{4} \right] \quad (5.90)$$

$$I = (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 e^{-\frac{\beta^2}{2}(\mathcal{Y}_{01} - \mathcal{Y}_{02})^2} \iint e^{-\beta^2 \left(\mathcal{Y}_1 - \frac{\mathcal{Y}_{01} + \mathcal{Y}_{02}}{2} \right)^2} \cdot e^{-\frac{\xi^2}{\Lambda^2}} H_{l_1}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{01})] H_{l_2}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{02})] \cdot e^{-\beta^2 \left(\mathcal{Y}_1 - \xi - \frac{\mathcal{Y}_{01} + \mathcal{Y}_{02}}{2} \right)^2} H_{l_1}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \xi - \mathcal{Y}_{01})] H_{l_2}[\beta(\mathcal{Y}_1 - \xi - \mathcal{Y}_{02})] dy_1 d\xi \quad (5.91)$$

Uvedimo sledeće smene:

$$t = \mathcal{Y}_1 - \frac{\mathcal{Y}_{01} + \mathcal{Y}_{02}}{2} \quad (5.92)$$

$$\Rightarrow \mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{01} = \frac{\mathcal{Y}_{02} - \mathcal{Y}_{01}}{2} + t \quad (5.93)$$

$$\Rightarrow \mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_{02} = \frac{\mathcal{Y}_{01} - \mathcal{Y}_{02}}{2} + t \quad (5.94)$$

Vraćamo se na integral I :

$$I = (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2}{2\beta^2}} \iint e^{-\beta^2 t^2} \cdot e^{-\frac{\xi^2}{\Lambda^2}} e^{-\beta^2 (t-\xi)^2} H_{l_1} \left[\beta t - \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] H_{l_2} \left[\beta t + \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] \cdot H_{l_1} \left[\beta(t-\xi) - \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] H_{l_2} \left[\beta(t-\xi) + \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] dt d\xi \quad (5.95)$$

Ako sa G označimo:

$$G(k_{x_1} - k_{x_2}) = \iint e^{-\beta^2 t^2} \cdot e^{-\frac{\xi^2}{\Lambda^2}} e^{-\beta^2 (t-\xi)^2} H_{l_1} \left[\beta t - \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] H_{l_2} \left[\beta t + \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] \cdot H_{l_1} \left[\beta(t-\xi) - \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] H_{l_2} \left[\beta(t-\xi) + \frac{k_{x_1} - k_{x_2}}{2\beta} \right] dt d\xi \quad (5.96)$$

i onda se vratimo na jednačinu (5.85) i sa S , odnosno S_0 označimo sledeće veličine:

$$S_0 = \left| \left\langle n_1, l_1, k_{x_1} \left| \hat{H} \right| n_2, l_2, k_{x_2} \right\rangle \right|^2 \quad (5.97)$$

$$S = \sum_{k_{x_1}, k_{x_2}} S_0 \quad (5.98)$$

$$S_0 = \frac{|F_{12}|^2 \Delta^2 \sqrt{\pi} \Lambda}{L} (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 \cdot e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2 \Lambda^2}{4}} \cdot e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2}{2\beta^2}} \cdot G(k_{x_1} - k_{x_2}) \quad (5.99)$$

$$S = \sum_{k_{x_1}, k_{x_2}} \frac{|F_{12}|^2 \Delta^2 \sqrt{\pi} \Lambda}{L} (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 \cdot e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2 \Lambda^2}{4}} \cdot e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2}{2\beta^2}} \cdot G(k_{x_1} - k_{x_2}) \quad (5.100)$$

$$\left\langle \frac{1}{\tau_{n_1, l_1; n_2, l_2}} \right\rangle = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{1}{\delta \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\Delta_{n_1, n_2} + (l_1 - l_2) \hbar \omega_c]^2}{2\delta^2}} \sum_{k_{x_1}, k_{x_2}} \frac{|F_{12}|^2 \Delta^2 \sqrt{\pi} \Lambda}{L} (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 \cdot e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2 \Lambda^2}{4}} e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2}{2\beta^2}} G(k_{x_1} - k_{x_2}) \quad (5.101)$$

Konačno dobijamo:

$$\left\langle \frac{1}{\tau_{n_1, l_1; n_2, l_2}} \right\rangle = \frac{\pi \sqrt{2} |F_{12}|^2 \Delta^2 \Lambda}{L \hbar \delta} (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 e^{-\frac{[\Delta_{n_1, n_2} + (l_1 - l_2) \hbar \omega_c]^2}{2\delta^2}} \sum_{k_{x_1}, k_{x_2}} e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2 \Lambda^2}{4}} e^{-\frac{(k_{x_1} - k_{x_2})^2}{2\beta^2}} G(k_{x_1} - k_{x_2}) \quad (5.102)$$

Iz poslednje jednačine je lako preći na izraz koji je u integralnoj formi, jer je

$$\sum_{k_{x1}, k_{x2}} f(k_{x1} - k_{x2}) \rightarrow \frac{1}{\Delta k_x} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta k_x) d(\Delta k_x)$$

(5.103)

pa onda jednačina (5.102) glasi:

$$\left\langle \frac{1}{\tau_{n_1, l_1; n_2, l_2}} \right\rangle = \frac{\pi \sqrt{2} |F_{12}|^2 \Delta^2 \Lambda}{L \hbar \delta} (\alpha_{l_1} \alpha_{l_2})^2 e^{-\frac{[\Delta_{n_1, n_2} + (l_1 - l_2) \hbar \omega_c]^2}{2\delta^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(k_{x1} - k_{x2})^2 \Lambda^2}{4}} e^{-\frac{(k_{x1} - k_{x2})^2}{2\beta^2}} \cdot G(k_{x1} - k_{x2}) d(\Delta k_x)$$

(5.104)

Na osnovu jednačine (5.104) može se sračunati brzina rasejanja elektrona na površinskim neravninama sa inicijalnog stanja (n_1, l_1) na finalno stanje (n_2, l_2) . Polazeći od početne jednačine dobijen je izraz jednostavniji za implementaciju, gde se integraljenje vrši po svim vrednostima razlike talasnog vektora inicijalnog i finalnog stanja, uzimajući tako u obzir sve moguće položaje talasnih vektora.

6 Kvantni kaskadni laseri za srednju infracrvenu oblast

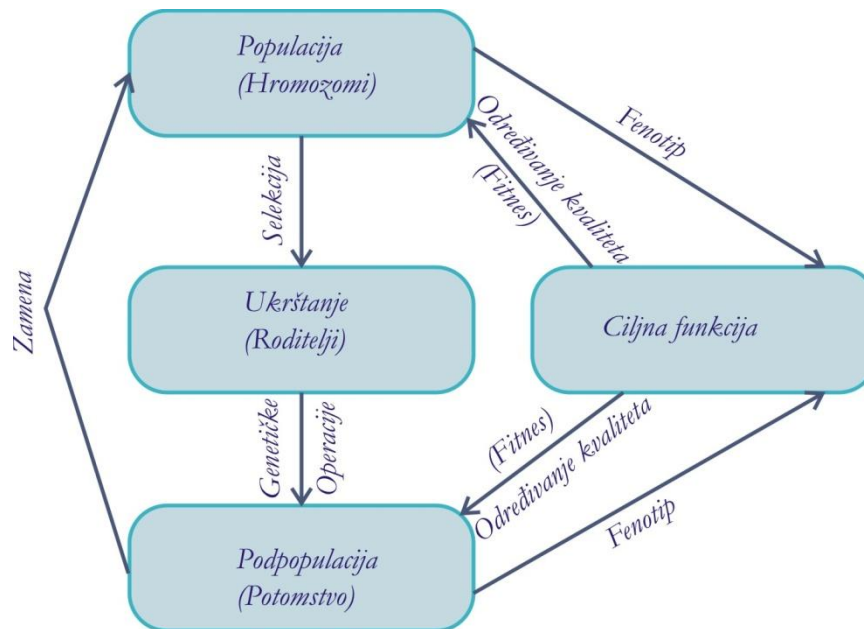
6.1 Genetski algoritam

Genetski algoritam predstavlja računski model koji traži potencijalno rešenje specifičnog matematičkog problema posmatrajući jednostavnu "hromozomsku strukturu" i primenjujući rekombinacione operatore na ove strukture u cilju održanja kritične informacije. Genetski algoritam se koristi za rešavanje problema u kojima figurišu funkcije koje nisu kontinualne ili diferencijabilne, a često je smatran alatom za optimizaciju funkcija, iako je opseg problema na koje se genetski algoritam može primeniti dosta širi [40,41].

Genetski algoritam predstavlja deo tzv. evolucionog računarstva (važna grana u razvoju veštačke inteligencije) i inspirisan je biološkom evolucijom (nasleđem, mutacijama, selekcijom i rekombinacijom). Ovaj tip algoritma funkcioniše tako što se problemi rešavaju kroz proces odabiranja "najспособnijeg" rešenja kome je dozvoljeno da opstane. Verovatnoća opstanka neke jedinke određena je njenom sposobnošću da iskoristi svoje osobine u datom okruženju. Te osobine se izražavaju kroz hromozome. Prirodna selekcija omogućava „kvalitetnim“ hromozomima mnogo veću verovatnoću da se reprodukuju nego onima koji to nisu. Tokom samog procesa reprodukcije postoje dva dodatna mehanizma koja se nadovezuju na proces prirodne selekcije, to su mutacija, koja dozvoljava potomcima da se znatno razlikuju od svojih roditelja, i rekombinacija, koja omogućava da se potomci razlikuju od svojih roditelja kombinovanjem genetskog materijala oba roditelja.

Kao i u prirodi, genetski algoritmi nalaze najkvalitetniji hromozom manipulišući genetskim materijalom, ne uzimajući preterano u obzir prirodu optimizacionog problema koji se rešava. **Individuama** se nazivaju trenutne aproksimacije rešenja, a njihove kodirane predstave nazivaju se **hromozomima (stringovima)**. Svakom **genotipu** (još jedan naziv za stringove) odgovara jedinstven **fenotip**, odnosno individua. Svaki hromozom se sastoji iz više **gena**, dok se genom smatra kodirana promenljiva konkretnog problema koji se

rešava. Svaki string je zapravo niz karaktera nekog alfabeta, koji može biti prirodni, realni, mada se najčešće koristi binarni alfabet.



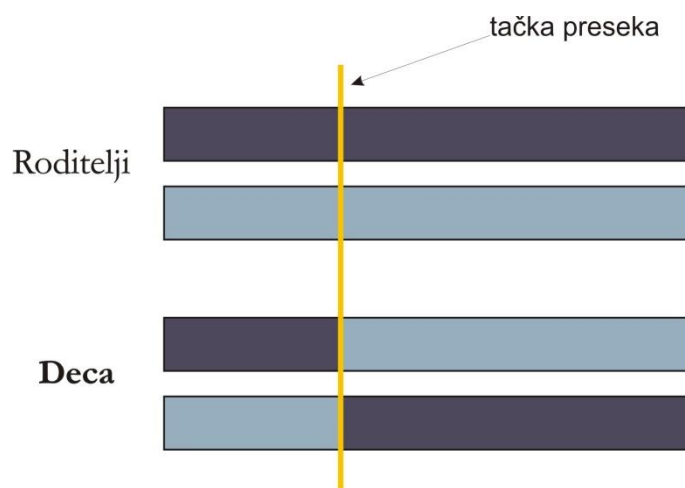
Slika 6-1. Šema Genetskog Algoritma

Termin **populacija** se odnosi na skup hromozoma, a ne individua. Iako se sve operacije genetskog algoritma sprovode nad hromozomima, procena njihovog kvaliteta (**Fitnessa**) se obavlja nad dekodiranim genotipom. Fitness se dobija pogodnom transformacijom rezultata evaluacije. Na slici 6-1 je prikazana šema tipičnog genetskog algoritma.

Svaki niz predstavlja jednu tačku u skupu svih mogućih rešenja koji se pretražuje. Tokom primena različitih operatora genetskog algoritma, ukupni broj hromozoma se ne menja, ali se menja njihov sastav. Osnovni operatori genetskog algoritma su **Reprodukcija**, **Ukrštanje** i **Mutacija**.

Reprodukcija označava proces u kome se odigrava kopiranje hromozoma po pravilima kriterijumske funkcije. Tom prilikom se svakoj jedinci u populaciji pridružuje kriterijumska funkcija (ciljna ili fitness funkcija), tako da što veća vrednost ove funkcije označava bolji kvalitet jedinke. Tehnika reprodukcije se realizuje kroz takozvani postupak ruleta, okretanjem ruleta se određuje koji roditelj će se reprodukovati.

Ukrštanje je proces koji se dešava nakon reprodukcije i podrazumeva stvaranje još boljih jedinki iz grupe trenutno stvorenih, za razliku od reprodukcije (gde se vodi računa o najboljim jedinkama neke populacije, ali se ne generišu novi kvaliteti u smislu novih hromozoma). U prirodi potomci imaju dva roditelja i nasleđuju gene oba. Operacija ukrštanja se bavi odabirom genetskog materijala tih roditelja i vrši se sa određenom verovatnoćom. Prvo se iz skupa jedinki biraju dva roditelja na slučajan način i onda se, takođe na slučajan način, bira mesto preseka jedinki, ukoliko se te jedinke odrede za ukrštanje, kao što je prikazano na slici 6-2.



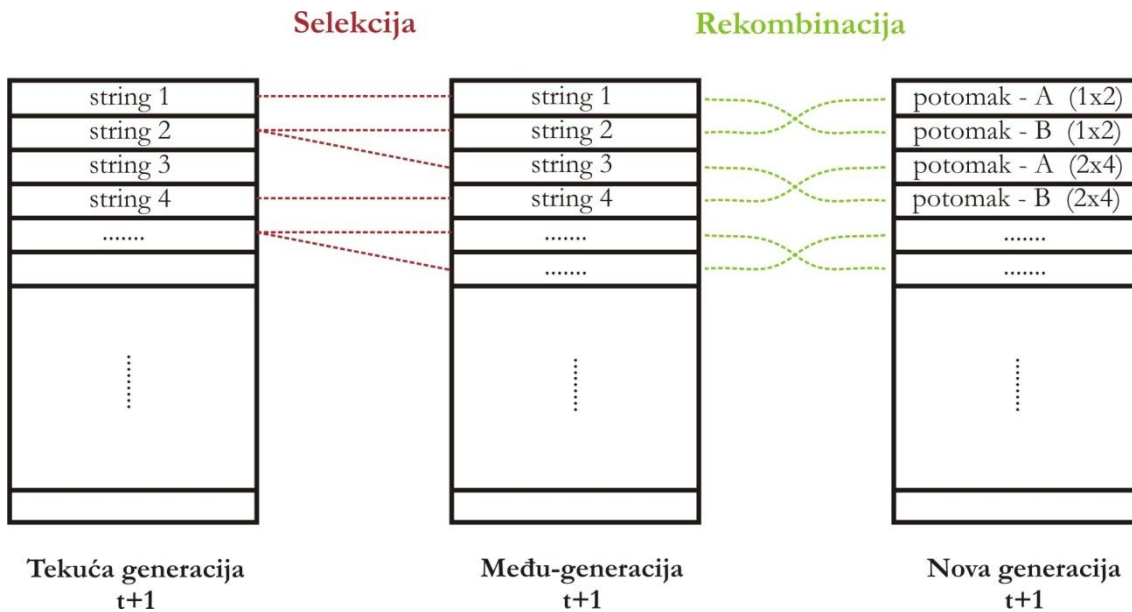
Slika 6-2. Šematski prikaz procesa ukrštanja

Na ovaj način se dobijaju dva hromozoma koji imaju kao roditelje početne hromozome. Reprodukcija i ukrštanje su osnovni mehanizmi kojima genetski algoritmi usmeravaju pretragu ka najboljim delovima prostora pretrage, a sve na osnovu postojećih informacija.

Mutacija dolazi nakon reprodukcije i ukrštanja i jedini je proces koji donosi nov kvalitet ili informaciju postojećim stringovima. Jedan od primera posledica mutacije jeste inverzija slučajno izabranog bita. Kopirajući događaje u prirodi, i ovde mutacija može dovesti do degenerativnih jedinki (koje će brzo biti eliminisane procesima reprodukcije i selekcije) ili potpuno novih kvaliteta. Stepent mutacije treba pažljivo birati jer je to operator slučajne pretrage.

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

Parametri koji definišu jedan genetski algoritam su N - veličina populacije, p_c - verovatnoća ukrštanja, p_m - verovatnoća mutacije, G – generacijski jaz (koji određuje koji deo populacije će činiti nove jedinke u narednoj populaciji) i Fitnes funkcija (Evaluaciona funkcija, koja ima istu ulogu kao i okruženje jedinke u prirodnoj evoluciji).



Slika 6-3. Elementi funkcionisanja genetskog algoritma koji obuhvataju selekciju i rekombinaciju

Projektovanje genetskih algoritama se sastoji iz više faza, gde se podrazumeva poznavanje fitnes funkcije, i odvija se na sledeći način: prvo se inicijalizuje određena početna populacija hromozoma, i pritom se evaluira svaki hromozom u toj populaciji. Nakon toga se primenom mehanizama rekombinacije i mutacije od roditelja (za koje se uzimaju već postojeći hromozomi) formiraju novi hromozomi. Neki od postojećih hromozoma se moraju ukloniti kako bi se napravio prostor za nove potomke. Potomci se nakon toga evaluiraju i pridruže postojećoj populaciji. Ukoliko je kriterijum za zaustavljanje zadovoljen algoritam se prekida, u suprotnom se ponavlja ista procedura od koraka gde se formiraju novi hromozomi putem mutacije i rekombinacije.

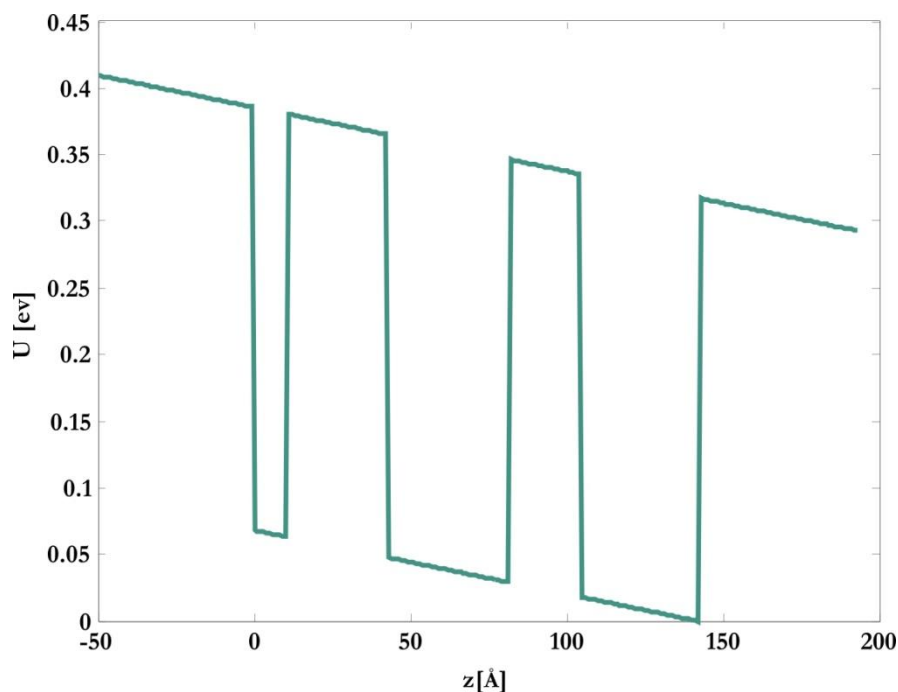
Postoji više kriterijuma koji određuju terminaciju genetskog algoritma, a to su npr.: ograničenje broja generisanih populacija, ograničenje vremena trajanja algoritma, postizanje

optimalnog rešenja u odnosu na unapred zadatu vrednost fitnes funkcije uz defisanu toleranciju, itd.

6.2 Numerički rezultati za kvantne kaskadne lasere u srednjoj infracrvenoj oblasti

6.2.1 Numeričke metode

U inicijalnim razmatranjima izračunate su energije i talasne funkcije u strukturi bez uračunavanja efekata zonske neparaboličnosti, korišćenjem metode konačnih razlika. To je standardni metod za numeričko rešavanje Schrödingerove jednačine i podrazumeva da je jednačina napisana u takvoj formi da su izvodi aproksimirani konačnim razlikama. Metod konačnih razlika primenjen je na strukturu sa slike 6-4.



Slika 6-4. Profil aktivne oblasti kvantnog kaskadnog lasera u slučaju primenjenog magnetnog polja od 48kV/cm. Širine slojeva strukture sa slike su (počevši od leve jame) 11/32/39/23/38Å

Ako podelimo z -osu na jednake delove, tako da je $z_i = z_0 + i \cdot \Delta z$ (gde je $i = 0, 1, 2, \dots, n$), Schrödingerovu jednačinu:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{m(z)} \frac{d\psi}{dz} \right) + U(z)\psi(z) = E\psi(z) \quad (6.1)$$

možemo diskretizovati tako što ćemo prvi i drugi izvod talasne funkcije predstaviti u formi:

$$\frac{d\psi_i}{dz} = \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta z} \quad (6.2)$$

$$\frac{d^2\psi_i}{dz^2} = \frac{\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}}{(\Delta z)^2} \quad (6.3)$$

z -osa je podeljena na konačan broj identičnih segmenata, te je ovde posmatrana samo i -ta tačka. Pritom se i masa mora diferencirati na isti način:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{m_i(z)} \right) = \frac{\frac{1}{m_{i+1}(z)} - \frac{1}{m_i(z)}}{\Delta z} \quad (6.4)$$

pa se Schrödingerova jednačina svodi na oblik:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{m(z)} \frac{d\psi(z)}{dz} \right) + (U - E)\psi(z) = 0 \quad (6.5)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{m(z)} \right) \frac{d\psi(z)}{dz} + \frac{1}{m(z)} \frac{d^2\psi(z)}{dz^2} \right] + (U - E)\psi(z) = 0 \quad (6.6)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{\frac{1}{m_{i+1}} - \frac{1}{m_i}}{\Delta z} \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta z} + \frac{1}{m_i} \frac{\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}}{(\Delta z)^2} \right] + (U - E)\psi(z) = 0 \quad (6.7)$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{\hbar^2}{2(\Delta z)^2 m_{i+1}} \right) \psi_{i+1} + \left(\frac{\hbar^2}{2(\Delta z)^2} \left(\frac{1}{m_{i+1}} + \frac{1}{m_i} \right) \right) \psi_i + \left(-\frac{\hbar^2}{2(\Delta z)^2 m_i} \right) \psi_{i-1} + (U - E) \psi_i = 0 \quad (6.8)$$

Na osnovu prethodne jednačine određujemo elemente matrice pomoću koje dobijamo svojstvene vrednosti, odnosno svojstvene funkcije posmatranog sistema.

$$D(i, i+1) \psi_{i+1} + D(i, i) \psi_i + D(i, i-1) \psi_{i-1} = 0 \quad (6.9)$$

gde su koeficijenti određeni kao

$$D(i, i+1) = -\frac{\hbar^2}{2(\Delta z)^2 m_{i+1}} \quad (6.10)$$

$$D(i, i) = \frac{\hbar^2}{2(\Delta z)^2} \left(\frac{1}{m_{i+1}} + \frac{1}{m_i} \right) + U \quad (6.11)$$

$$D(i, i-1) = -\frac{\hbar^2}{2(\Delta z)^2 m_i} \quad (6.12)$$

Ovaj sistem jednačina se može u matricnoj formi može zapisati na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} D_{1,1} & D_{1,2} & 0 & \dots & 0 \\ D_{2,1} & D_{2,2} & D_{2,3} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & D_{n-1,n-2} & D_{n-1,n-1} & D_{n-1,n} \\ 0 & \dots & \dots & D_{n,n-1} & D_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Dijagonalizacijom matrice $\|D\|$, određuju se svojstvene energije E_i .

Prednost metode konačnih razlika je u tome što relativno brzo možemo izračunati energije diskretnih stanja i odgovarajuće normirane talasne funkcije.

Mana ovog modela je to što nisu uračunati efekti neparaboličnosti, koji se u realnim strukturama ne mogu zanemariti, te ovako dobijene svojstvene vrednosti i energije možemo koristiti samo orijentaciono, odnosno kao početne vrednosti u čijoj okolini zahtevnijim numeričkim metodama tražimo preciznija rešenja. Za to je korišćena metoda

pogađanja (engl., shooting method), nakon što su u obzir uzeti efekti nerapaboličnosti kroz aproksimaciju efektivnih masa neparaboličnim modelom.

Standardni problem graničnih uslova u dve tačke ima sledeću formu: traže se rešenja sistema od ukupno N spregnutih diferencijalnih jednačina prvog reda koja zadovoljavaju n_1 granični uslov u početnoj tački x_1 , i preostali skup od $n_2 = N - n_1$ granična uslova u krajnjoj tački x_2 [42]. Diferencijalne jednačine se mogu napisati u obliku:

$$\frac{dy_i(x)}{dx} = g_i(x, y_0, y_1, \dots, y_{N-1}), \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6.14)$$

U tački x_1 rešenja moraju zadovoljavati uslove

$$B_{1j}(x, y_0, y_1, \dots, y_{N-1}) = 0, \quad j = 0, 1, \dots, n_1 - 1 \quad (6.15)$$

Dok u krajnjoj tački x_2 treba zadovoljiti uslove

$$B_{2k}(x, y_0, y_1, \dots, y_{N-1}) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, n_2 - 1 \quad (6.16)$$

Prilikom korišćenja metode pogađanja, biraju se vrednosti svih zavisnih promenljivih u početnoj tački tako da su zadovoljeni početni granični uslovi. Nakon toga se diferencijalna jednačina integriraju po celom prostoru (po celom skupu promenljivih, od jedne do druge granice). Menjanjem vrednosti početnih parametara dobijaju se različita rešenja u drugoj krajnjoj tački, te se praćenjem odstupanja tih rešenja od željenog može doći do početnog seta parametara za koje se to željeno rešenje dobija.

U našem slučaju Schrödingerova jednačina se rešava numerički nekom od standardnih metoda (uglavnom je u pitanju Runge-Kutta metoda). Pri rešavanju treba definisati početne uslove. U našem slučaju je uzeto da su vrednost funkcije i njenog prvog izvoda jednaki nuli na početku strukture ($y(-z_{\max}) = 0$, $y'(-z_{\max}) = 10^{-6} (\approx 0)$). Zapravo, pošto su granice integracionog domena dovoljno daleko od strukture, za vrednost prvog izvoda nije moguće uzeti baš vrednost nula, već neki mali broj, npr. 10^{-6} da se prilikom numeričkog postupka ne bi generisalo trivijalno rešenje.

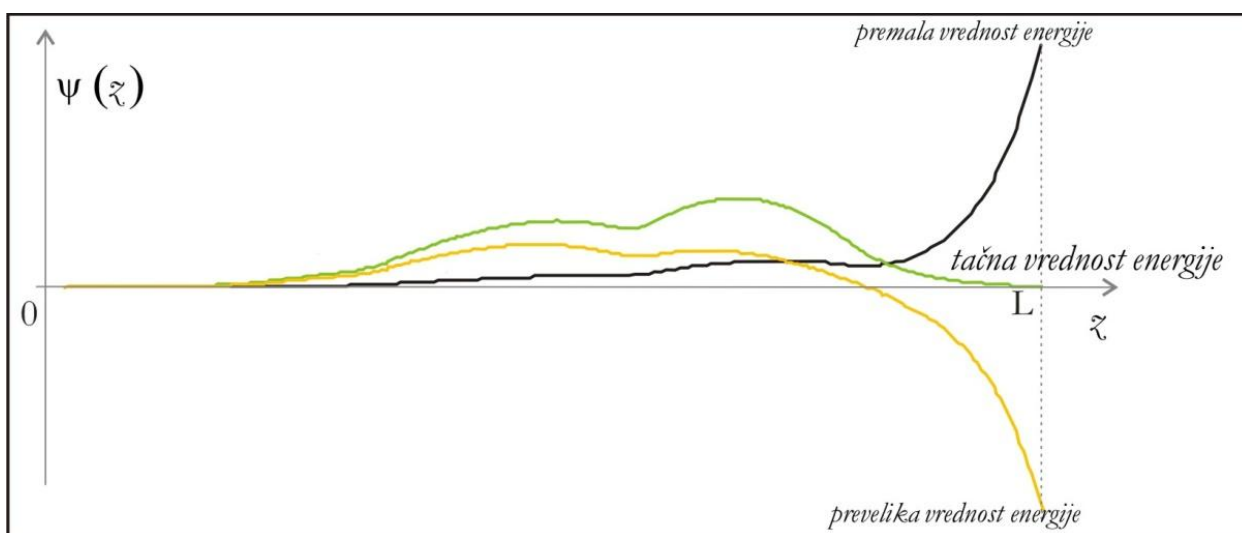
Metoda pogađanja se primenjuje tako što se odredi opseg mogućih energija diskretnih stanja ($[E_{\min}, E_{\max}]$) i definiše korak pretrage (ΔE). Onda se u pomenutom opsegu energija, počevši od najmanje, imajući u vidu početne uslove koji moraju biti ispunjeni, integriše Schrödingerova jednačina i na dovoljno velikoj udaljenosti od posmatrane strukture ispituje vrednost talasne funkcije. U slučaju $\vec{B} = 0$, Schrödingerova jednačina ima oblik (pri $k_x = k_y = 0$):

$$\alpha_0 \frac{d^4 \eta(z)}{dz^4} - \frac{\hbar^2}{2m_0^*} \frac{d^2 \eta(z)}{dz^2} + U(z) \eta(z) = E \eta(z) \quad (6.17)$$

gde je α_0 parametar neparaboličnosti ($\alpha_0 < 0$), a m_0^* efektivna masa na dnu provodne zone. Transverzalna efektivna masa i -te podzone dobija se iz jednačine:

$$\frac{\hbar^2}{2m_{||,i}} = \int_{-\infty}^{\infty} \eta_i^* \left[\frac{\hbar^2}{2m_0^*(z)} - \frac{d}{dz} (2\alpha_0 + \beta_0) \frac{d}{dz} \right] \eta_i dz \quad (6.18)$$

pri čemu su α_0 i β_0 parametri neparaboličnosti, i imaju vrednosti $\alpha_0 = -2107 \text{ eVÅ}^4$ i $\beta_0 = -2288 \text{ eVÅ}^4$ za GaAs [43].



Slika 6-5. Primer konvergiranja talasnih funkcija za različite vrednosti energija

Ukoliko je dobijena vrednost talasne funkcije jednaka nuli, dobili smo energiju koja predstavlja energiju diskretnog stanja, a u suprotnom slučaju će talasna funkcija divergirati i tada se nastavlja pretraga sa pomenutim korakom dok se ne pronađe talasna funkcija čija vrednost jeste jednaka nuli. Primeri dobijenih talasnih funkcija u zavisnosti od početnih vrednosti energija su prikazani na slici 6-5.

6.2.2 Korišćeni parametri i rezultati

Prva analizirana struktura je aktivna oblast kvantnog kaskadnog lasera bazirana na kombinaciji materijala GaAs/Al_xGa_{1-x}As, čiji su parametri optimizovani korišćenjem genetskog algoritma. Struktura je posmatrana u dva slučaja: u standardnom režimu rada i u prisustvu jakog magnetnog polja, a od značaja su njene izlazne karakteristike.

Za proračun su korišćene sledeći parametri:

$$\begin{aligned}
 m_{GaAs} &= 0.0665m_0 \\
 m_{AlAs} &= 0.15m_0 \\
 E_{g(GaAs)} &= 1.42 eV \\
 E_{g(AlAs)} &= 2.67 eV
 \end{aligned}
 \tag{6.19}$$

gde je m_0 masa slobodnog elektrona, a $E_{g(GaAs)}$ i $E_{g(AlAs)}$ vrednosti energetske procepa koji odgovaraju pomenutim materijalima.

Ukoliko sa x označimo molski udeo Al u sloju, energetske procepe u barijeri i jami određen je prema formuli:

$$\begin{aligned}
 E_{gb} &= E_{g(AlAs)}x + E_{g(GaAs)}(1-x) \\
 E_{gw} &= E_{g(GaAs)}
 \end{aligned}
 \tag{6.20}$$

Prvo je posmatran slučaj kada nije u obzir uzeta neparaboličnost provodne zone, za primene kod metode konačnih razlika. Tada se mase u jami i barijeri mogu izračunati na sledeći način (linearna interpolacija):

$$\begin{aligned}
 m_b &= m_{AlAs}x + m_{GaAs}(1-x) \\
 m_w &= m_{GaAs}
 \end{aligned}
 \tag{6.21}$$

Tipičan profil analizirane aktivne oblasti sa 3 kvantne jame, pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja K , prikazan je na slici 6-4.

U ovom slučaju parametre strukture, odnosno aktivne oblasti, treba optimizovati tako da laser emituje zračenje na tačno određenoj talasnoj dužini u infracrvenoj oblasti spektra, koja odgovara nekoj od karakterističnih linija u spektru odgovarajućeg jedinjenja koje predstavlja atomosferski zagađivač, i čije prisustvo bi na ovaj način moglo biti detektovano. Odnosno, cilj je da dobijena struktura emituje zračenje na zadatoj talasnoj dužini, ali i da pri tome ima maksimalno optičko pojačanje. Ovde je odabran primer optimizacije kvantnog kaskadnog lasera za zračenje na talasnoj dužini koja odgovara SO_2 . U tom slučaju je odabrana karakteristična linija sumpor dioksida (SO_2) $\lambda = 7.3\mu m$, odnosno energija prelaza (i zračenja lasera)

$$E_{SO_2} = \frac{hc}{\lambda} \approx 170 \text{ meV} \quad [10,44].$$

Pomoću genetskog algoritma je određena struktura koja se može smatrati najpogodnijom za primene u željene svrhe detekcije toksičnih jedinjenja u atmosferi. Pomenuti problem optimizacije strukture je kompleksan, s obzirom na veliki broj slobodnih parametara strukture (dimenzije 5 unutrašnjih slojeva i visina potencijalnih barijera), pa samim tim zahteva primenu ovako efikasnog algoritma za globalnu optimizaciju. Ključna stavka prilikom pozivanja GA jeste pravi odabir ciljne funkcije, koja bi trebalo da bude definisana tako da ispunjava sve željene zahteve optimizacije. Za problem koji je razmatran u ovom radu pokazalo se da najbolje rezultate daje sledeća forma fitnes funkcije:

$$F = \frac{G(B=0)}{\left\{ \left(E_3 - E_2 - E_{SO_2} \right)^2 + \Theta^2 \right\} \cdot \left\{ \left(E_2 - E_1 - \omega_{LO} \right)^2 + \Theta^2 \right\}} \quad (6.22)$$

gde je $G(B=0)$ pojačanje aktivne oblasti lasera bez prisustva spoljašnjeg magnetnog polja, definisano jednačinom (3.18), a Θ je konstanta koja sprečava da fitnes funkcija divergira u slučaju kada su rezonanti uslovi u gornjem izrazu tačno ispunjeni. Optimalno rešenje ne zavisi od izbora ove konstante i u našem slučaju uzeta je vrednost od 1 meV. Sada tražimo maksimum funkcije (6.22) čime se favorizuju strukture za željenim energetske spektrom i maksimalnim optičkim pojačanjem. U genetskom algoritmu korišćeni su sledeći parametri: uzeto je da populacija ima 20 članova, početna populacija je prazna, prilikom reprodukcije je korišćena vrednost faktora ukrštanja od 0.8, sa brojem elitnih potomaka 2 (broj

potomaka koji učestvuju u sledećoj rekombinaciji), smatralo se da migracija ide samo u jednom smeru, a za kriterijum zaustavljanja pretrage korišćeno je ograničenje broja generisanih generacija na 100.

Parametri čija se vrednost varira tokom izvršavanja algoritma u potrazi za optimalnom strukturom su širine slojeva, odnosno širine jama i barijera aktivne oblasti, kao i visina barijera U_b . Vrednost spoljašnjeg električnog polja fiksirana je na $K = 48$ kV/cm.

Pomoću genetskog algoritma dobijene su sledeće optimalne vrednosti (date dimenzije odgovaraju debljinama slojeva sleva na desno, počevši od leve jame):

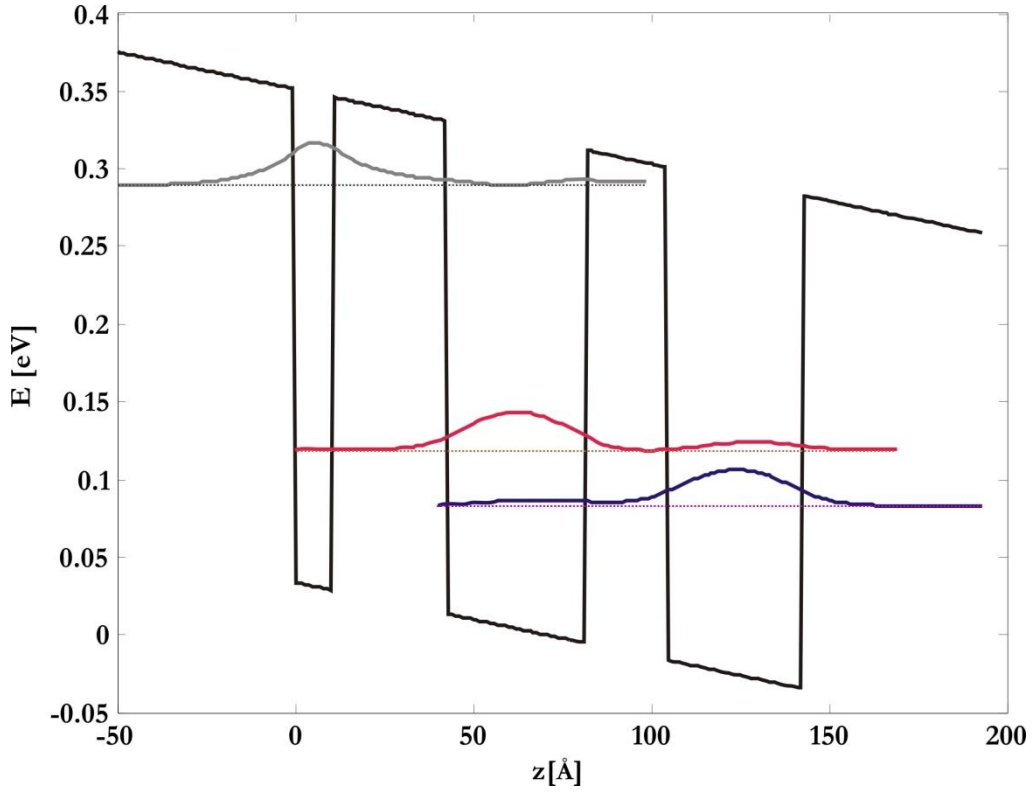
$$cw_1 = 11 \text{ \AA}, cb_1 = 32 \text{ \AA}, cw_2 = 39 \text{ \AA}, cb_2 = 23 \text{ \AA}, cw_3 = 38 \text{ \AA}.$$

Visina barijere je $U_b = 317.5$ meV, što odgovara molskom udelu Al u barijerama od $x = 0.38$, jer je $U_b(x) = \Delta E_t \cdot x$, gde je diskontinuitet između provodne zone GaAs i AlAs $\Delta E_t = 0.8355$ eV. Vrednosti energija diskretnih stanja su: $E_1 = 82.8$ meV, $E_2 = 118.8$ meV, $E_3 = 289.6$ meV. Optičko pojačanje po jedinici gustine struje se definiše kao $g = G/J$. U stacionarnom stanju važi da su površinske gustine naelektrisanja $N_{i,f}$ srazmerne jačini struje J , pa je $G \sim J$, što znači da možemo odrediti vrednost pojačanja po jedinici gustine struje, i ona u ovom slučaju iznosi $g = 0.00127 \frac{cm^2}{kA}$.

Dobijene vrednosti energija diskretnih stanja i odgovarajuće talasne funkcije za date parametre su prikazani na slici 6-6. Svi prethodni proračuni su rađeni za slučaj kada nije prisutno magnetno polje.

Kada se na aktivnu oblast kvantno kaskadnog lasera primeni magnetno polje u pravcu z -ose, dolazi do cepanja energetskih nivoa na Landauove nivoe, odnosno svaki nivo (podzona) se cepa na seriju diskretnih Landauovih nivoa, čije se energije mogu opisati sledećom jednačinom [43]:

$$E_{n,l} = E_{n_0} + (l + 1/2) \hbar e B / m_{ll,n}(E_{n_0}) - 1/8 \left[(8l^2 + 8l + 5) \langle \alpha_1' \rangle + (l^2 + l + 1) \langle \beta_1' \rangle \right] (\hbar e B / m^*)^2 \quad (6.23)$$



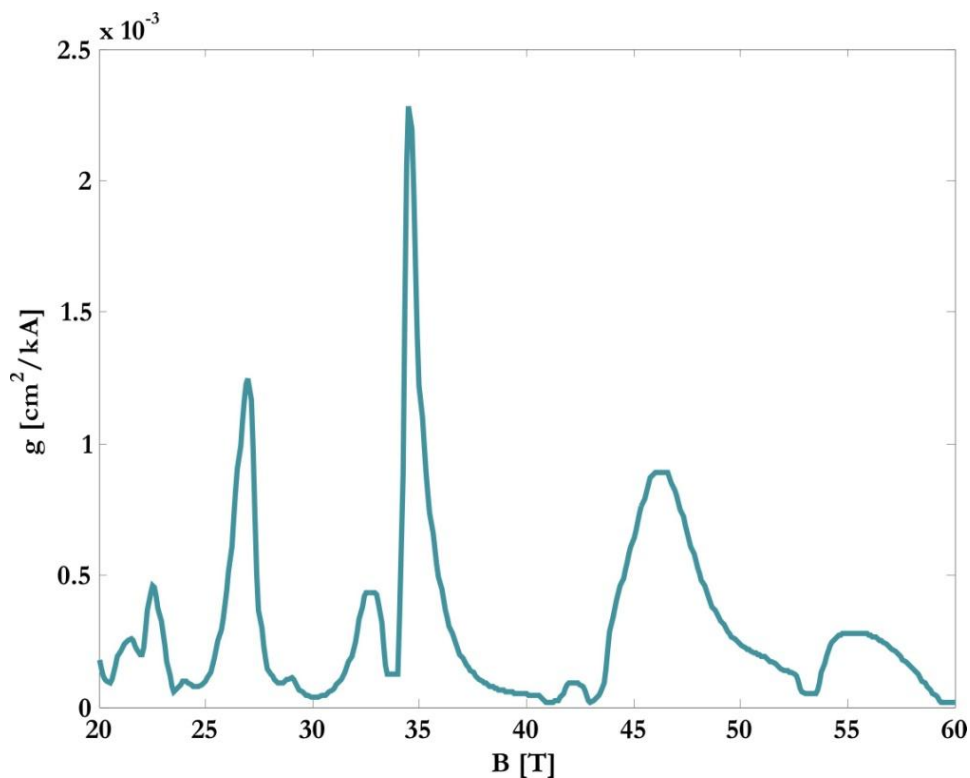
Slika 6-6. Dijagram dna provodne zone aktivne oblasti kvantnog kaskadnog lasera, optimizovanog za $\lambda = 7.3 \mu\text{m}$, sa diskretnim energetskim stanjima i odgovarajućim talasnim funkcijama. Dimenzije slojeva su, počevši od leve jame, 11/32/39/23/38Å, dok je jačina električnog polja 48kV/cm.

pri čemu je $m_{\parallel,n}$ tranverzalna efektivna masa n -te podzone, $\langle \alpha_1' \rangle$ i $\langle \beta_1' \rangle$ su usrednjenje vrednosti parametara neparaboličnosti $\alpha_1'(z)$ i $\beta_1'(z)$ (zbog lokalizacije talasnih funkcija u jamama se može smatrati da je $\langle \alpha_1' \rangle = \alpha_1'_{\text{GaAs}} = 0.642 \text{ V}^{-1}$ i $\langle \beta_1' \rangle = \beta_1'_{\text{GaAs}} = 0.679 \text{ V}^{-1}$) [45], $E_{n0} = E_n(k_{\parallel} = 0)$ su vrednosti energija diskretnih stanja koje su izračunate pre primene magnetnog polja a $m^* = 0.0665m_0$. Diracova funkcija u jednačini (4.20) izražava očuvanje energije prilikom prelaza između diskretnih stanja (n_i, l_i) i (n_f, l_f) , ali se u numeričkim proračunima mora uzeti u obzir da su sva stanja proširena, gde raspodela energija ima Gaussovu zavisnost [46]. Širine ovih Gausijana zavise od jačine magnetnog polja na sledeći način: (1) $\sigma(B) = \sigma_0 \sqrt{B}$, gde je $\sigma_0 = 1 \text{ meV} / \sqrt{T}$, za sve prelaze u okviru iste podzone ($n_i = n_f$); (2) $\sigma(B) = \sqrt{\pi/2} \Gamma_G$, za $n_i \neq n_f$ ali $l_i = l_f$; i (3) $\sigma_{\text{eff}} = [0.5\sigma_0^2 B + (\pi/2)\Gamma_G^2]^{1/2}$

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

[meV] za slučaj kada je $n_i \neq n_f$ i $l_i \neq l_f$. Slično je Diracova funkcija u formuli za optičko pojačanje zamenjena Lorencijanom sa parametrom širine linije Γ_G ($\Gamma_G = 4.250$ meV).

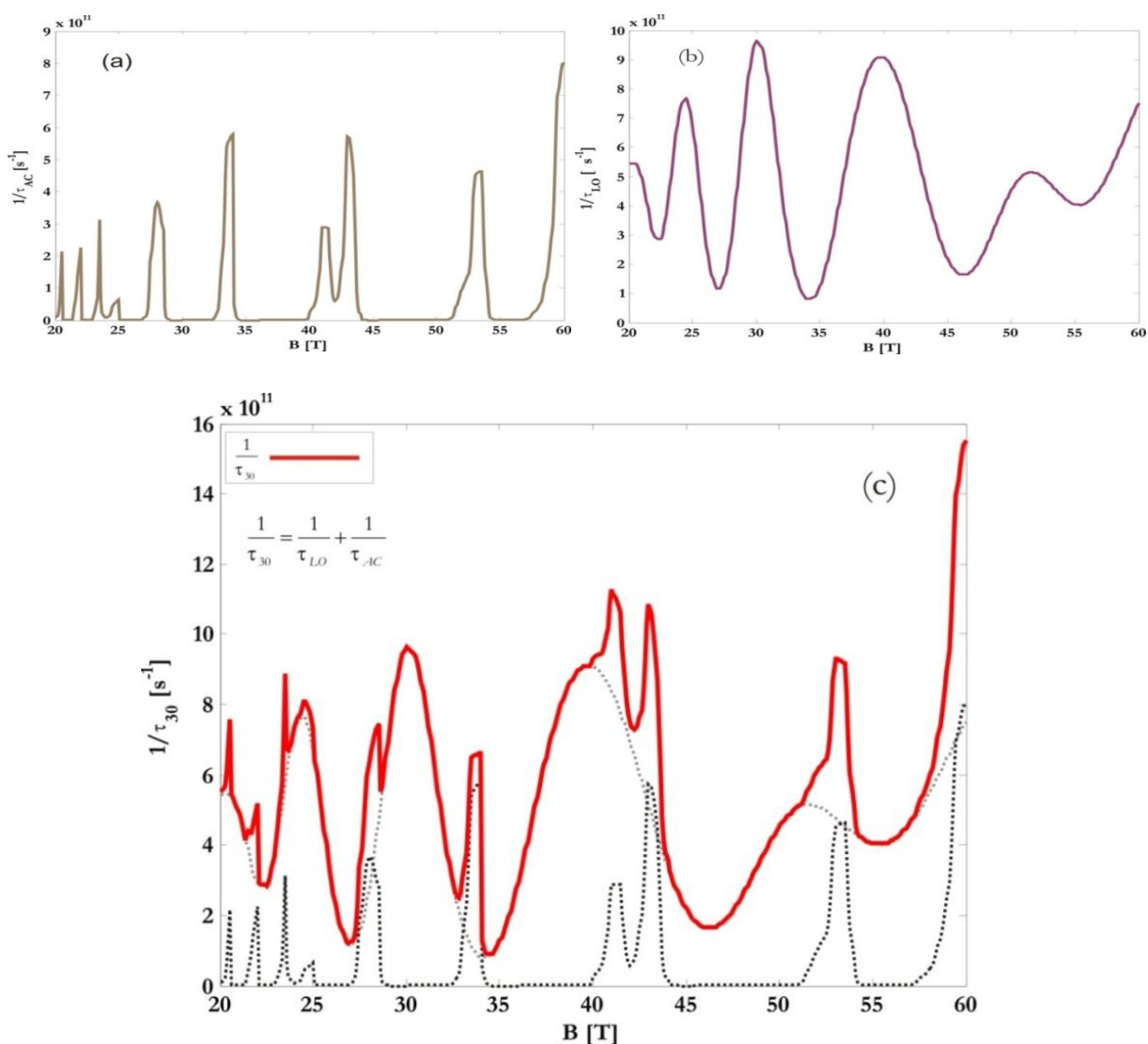
Efekte neparaboličnosti su uzeti u obzir u izrazu za energije Landauovih nivoa i vidi se da zbog ovih realnih efekata rastojanje između nivoa u strukturi koji odgovaraju laserskom prelazu sada zavisi i od jačine spoljašnjeg polja. Ideja ove analize je da se promenom vrednosti magnetnog polja utiče na pomeranje položaja laserskih nivoa a samim tim i na talasnu dužinu zračenja, što bi omogućilo primenu posmatrane strukture za detekciju i nekih drugih jedinjenja u atmosferi sa odgovarajućim karakterističnim linijama u spektru. U ovoj analizi smo pretpostavili da procesi relaksacije u injektoru, tj. kolektoru, nisu osetljivi na magnetno polje, pošto se ove oblasti već sastoje od mnoštva stanja na malim energetske rastojanjima [47].



Slika 6-7. Zavisnost optičkog pojačanja (računatog po jedinici injektovane struje) od primenjenog magnetnog polja, za optimalnu strukturu sa slike 6-6.

Vrednosti magnetnog polja su menjane u opsegu od 20T do 60T, sa korakom od 0.1T. Pomoću jednačine (4.29) je izračunato pojačanje aktivne oblasti kvantnog kaskadnog lasera prethodno određenih optimalnih parametara i data zavisnost tog pojačanja od jačine magnetnog polja, kao što je prikazano na slici 6-7.

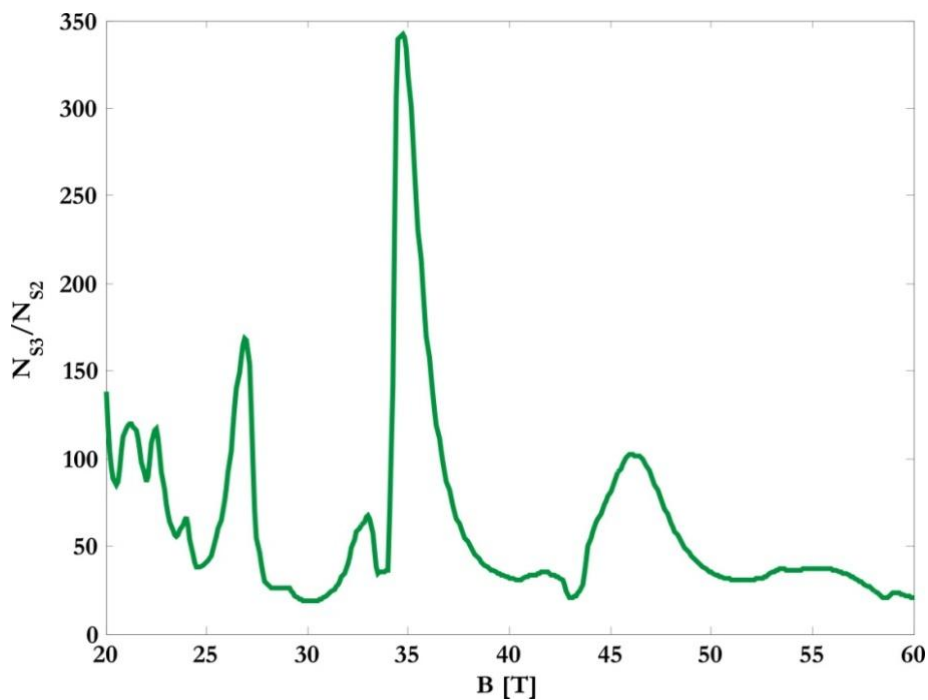
Izračunata je totalna brzina relaksacije elektrona sa najnižeg Landauovog nivoa gornjeg laserskog stanja na dve serije Landauovih nivoa koji potiču od dve niže podzone, slika 6-8.



Slika 6-8. Brzina relaksacije nosilaca usled emisije a) AC fonona i b) LO fonona, kao i (c) ukupne brzine relaksacije od primenjenog magnetnog polja sa najnižeg podnivoa gornjeg laserskog stanja na setove Landauovih podnivoa donjih zona. Vrednosti magnetnog polja su varirane od 20T do 60T, za vrednost temperature $T=300\text{K}$.

Uračunavanje uticaja akustičnih fonona na ukupnu brzinu relaksacije je neophodno u magnetnom polju, pa su oni uključeni u model, dok ih je u odsustvu magnetnog polja moguće zanemariti zbog beznačajnih efekata [46]. Takođe možemo zaključiti da je uticaj akustičnih fonona generalno manji nego longitudinalnih optičkih (obično za jedan red veličine), ali mogu postati značajni u slučajevima kada je rasejanje na LO fononima vrlo malo, tj. u slučajevima kada su Landauovi nivoi pozicionirani tako da ne postoji nijedan nivo na razdaljini približno jednakoj energiji $\hbar\omega_{LO}$ ispod stanja (3,0). To je na slici 6-8. pogotovo izraženo za vrednosti magnetnog polja $B=27.5T$ i $B=34.5T$.

Smatrajući da je struja injekcije konstantna, promena vremena života nosilaca rezultuje u povećanju ili smanjenju inverzne populacije između stanja (3,0) i (2,0), kao što je prikazano na slici 6-9, a samim tim i na optičko pojačanje.



Slika 6-9. Zavisnost odnosa ukupnih površinskih gustina elektrona (usled rasejanja na LO i AC fononima) gornjeg i donjeg laserskog nivoa od primenjenog magnetnog polja, na temperaturi od $T=77$ K

Sa slike 6-9 se može zaključiti da je pojačanje najveće za $B=34.5T$, jer je u tom slučaju vrlo mala relaksacija elektrona sa nivoa (3,0) putem emisije LO fonona, usled nepostojanja

nivoa sa energijom $E_{3,0} - \hbar\omega_{LO}$. Ovom piku pojačanja odgovaraju energije $E_{1,0} = 106.8$ meV, $E_{2,0} = 141.4$ meV, $E_{3,0} = 307$ meV, što odgovara talasnoj dužini od $\lambda_1 = 7.52$ μm , odnosno karakterističnoj liniji u spektru HNO_3 na $k = 1330$ cm^{-1} . Takođe, maksimumu pojačanja na $B=46\text{T}$ odgovara energija prelaza $E_{3,0} - E_{2,0} = 163.8$ meV, što se poklapa sa linijom na $k = 1320$ cm^{-1} u spektru metana (CH_4). Manji pik koji se javlja na $B=55\text{T}$ odgovara energijama relevantnih stanja, $E_{2,0} = 153$ meV, $E_{3,0} = 315$ meV, što daje talasnu dužinu zračenja od $\lambda = 7.66$ μm koja je pogodna za apsorpciju na liniji za $k = 1306$ cm^{-1} u spektru NO_2 .

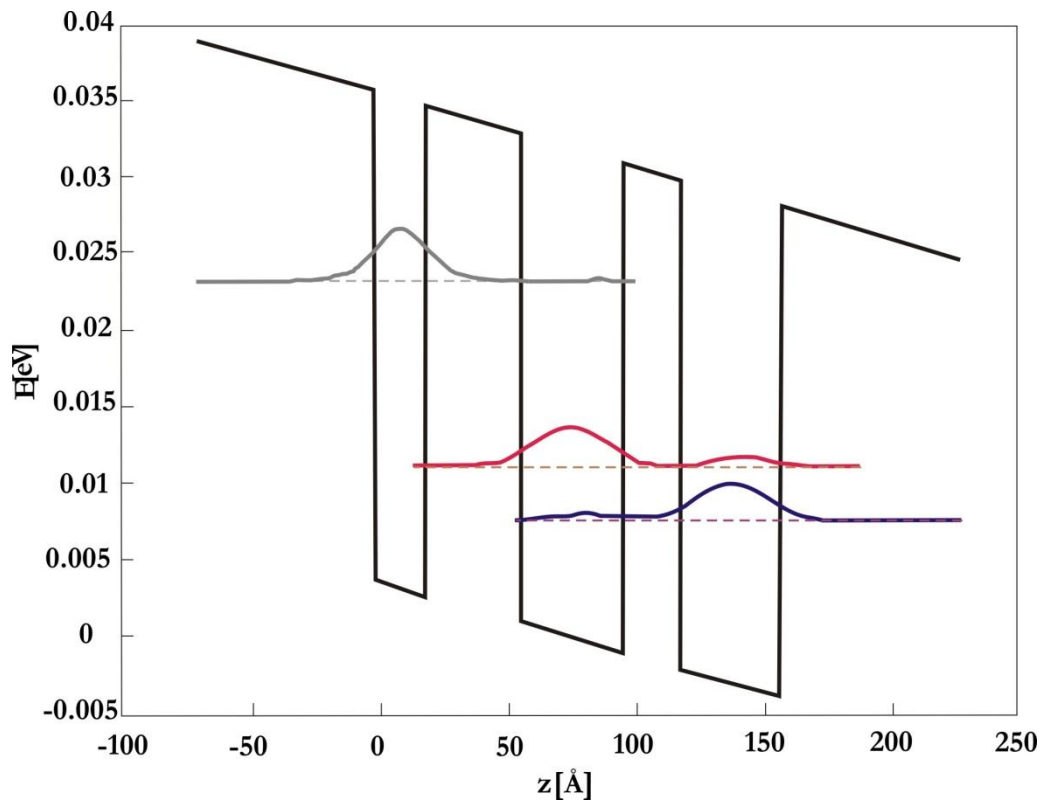
Dakle, promena energetskih rastojanja nivoa između kojih se odvija laserski prelaz je značajna sa povećanjem jačine spoljašnjeg magnetnog polja, zahvaljujući izraženim efektima neparaboličnosti provodne zone na ovim energijama Landauovih nivoa. Ovu promenu moguće je iskoristiti za variranje talasne dužine laserskog zračenja što omogućava korišćenje jedne iste strukture (aktivne oblasti) za detekciju prisustva nekoliko štetnih materija. Naravno, numerički postupak je moguće ponoviti za različite ciljne kombinacije talasnih dužina koje su grupisane u nekom drugom segmentu infracrvene oblasti spektra [48].

Primeru radi, druga analizirana struktura emituje na $\lambda \approx 10.3$ μm , što odgovara maksimumu u apsorpcionom spektru amonijaka (NH_3). Opet je korišćen genetski algoritam kako bi se odredile debljine slojeva tako da se postigne maksimum pojačanja. Dobijene su sledeće vrednosti, počevši od leve jame:

$$cw_1 = 19 \text{ \AA}, cb_1 = 37 \text{ \AA}, cw_2 = 40 \text{ \AA}, cb_2 = 23 \text{ \AA}, cw_3 = 39 \text{ \AA}$$

sa visinom barijere $U_b = 0.3175$ eV, kojoj odgovara molski udeo aluminijuma od 38%, tako da je realizovana struktura $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.38}\text{Ga}_{0.62}\text{As}$. Primenjeno električno polje iznosi $K = 48$ kV/cm, dok se za minimume energetskih podzona dobija $E_1(k_{\parallel} = 0) = 0.0767$ eV,

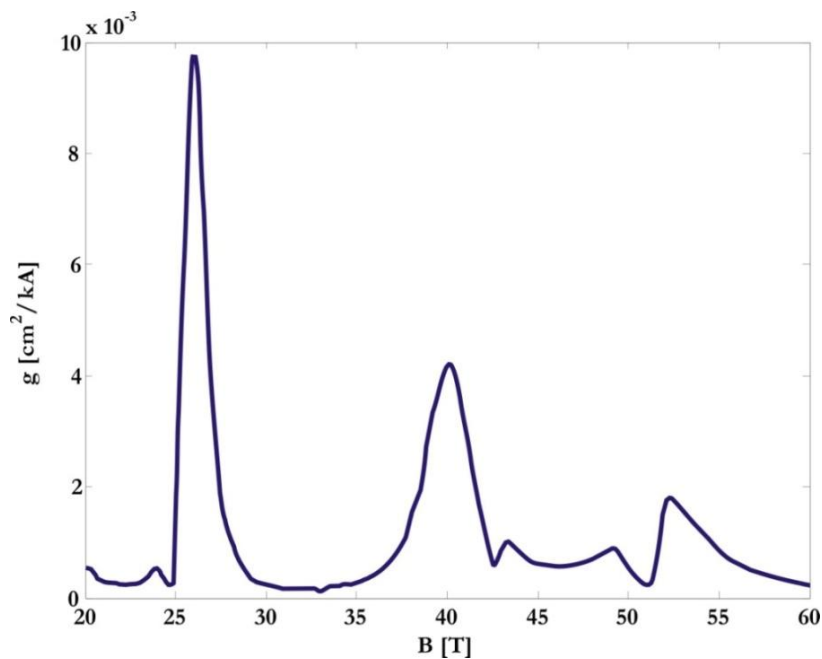
$E_2(k_{\parallel}=0) = 0.1125 \text{ eV}$ i $E_3(k_{\parallel}=0) = 0.2325 \text{ eV}$, kao što je (uz odgovarajuće talasne funkcije) predstavljeno na slici 6-10.



Slika 6-10. Dijagram dna provodne zone aktivne oblasti strukture koja emituje na $10.3 \mu\text{m}$, sa diskretnim energetskim stanjima i odgovarajućim kvadratima talasnih funkcija. Počevši od leve jame, dimenzije slojeva su $19/37/40/23/39\text{Å}$

Izračunato optičko pojačanje po jedinici gustine struje injekcije za ovu strukturu ($g = G/J$) iznosi: $g = 4.32 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{kA}$. Temperatura je, kao i za prvu strukturu, fiksirana na 300 K.

Rešavajući sistem nelinearnih brzinskih jednačina, a prethodno izračunavajući brzinu rasejanja na longitudinalnim optičkim i akustičnim fononima, kao i u prethodnom slučaju, izračunata je zavisnost optičkog pojačanja od primenjenog magnetnog polja. Nažalost, visoke vrednosti magnetnog polja ponovo su neophodne za postizanje adekvatnih promena u izlaznim karakteristikama.



Slika 6-11. Zavisnost optičkog pojačanja (računatog po jedinici gustine injektovane struje) od primenjenog magnetnog polja

Pomenuta zavisnost prikazana je na slici 6-11. Maksimalna vrednost pojačanja po jedinici gustine injekcione struje se dobija za $B = 26.5 T$ kada je talasna dužina zračenja pomerena na $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$, što u spektru odgovara apsorpcionoj liniji etilena (C_2H_4), dok se drugi pik (na $B = 40.5 T$), iako slabiji, može koristiti za detekciju sumpor-heksafluorida (SF_6), $\lambda = 10.75 \mu\text{m}$ [49].

7 Terahercni kvantni kaskadni laseri

Terahercne frekvencije (1-10 THz) su relativno malo proučavani deo elektromagnetnog spektra, iako su potencijalne aplikacije prilično bitne, posebno u razvoju biohemijjskih senzora, astrofizike i daljinskog praćenja promena u atmosferi, kao i za širokopojasne komunikacije i vojne primene. Ova nerazvijenost uslovljena je uglavnom nepostojanjem kvalitetnih THC izvora, iako se aktivno radi na prevazilaženju tog problema [50]. Takozvani "terahercni procep" pokriva deo frekvencija između bliskog infracrvenog i mikrotalasnog dela spektra, u kojima su konvencionalni poluprovodnički uređaji već razvijeni. Poluprovodnički elektronski uređaji (kao na primer tranzistori) su ograničeni na oko 1 THz zbog tranzitnih vremena i RC vremenskih konstanti. Sa druge strane, poluprovodnički fotonski uređaji bazirani na principu međuzonskih prelaza (kao što su bipolarne laserske diode) su ograničeni na frekvencije koje su veće od onih koje odgovaraju energetsom procepu poluprovodnika (>10 THz), tako da opseg frekvencija od 1 do 10 THz ostaje nedostupan za konvencionalne poluprovodničke uređaje [51,52,53].

Nakon pronalaska THC kvantnih kaskadnih lasera [54], nekoliko glavnih izazova se pojavilo kao prepreka ovim napravama da postanu uspešni THC izvori, kao što su postizanje efikasne inverzne populacije pri malim energijama prelaza povezanim sa THC frekvencijama i dizajniranje talasovoda sa niskim gubicima pri relativno dobrom konfiniraju optičkog moda.

Kako su kod THC KKL-a energije prelaza manje od energije LO-fonona, to je verovatnoća emisije polarnih optičkih fonona znatno smanjena, što kasnije rezultuje povećanjem vremena života nosilaca na gornjem laserskom nivou. Ovo stanje je poželjno zbog postizanja efikasne inverzne populacije, međutim, drugi neradijativni mehanizmi rasejanja (kao što su elektron-elektron rasejanje, rasejanje elektrona i nečistoća, rasejanje elektrona na akustičnim fononima) mogu ograničiti performanse uređaja. Takođe je moguće dodatno potisnuti emisiju polarnih optičkih fonona smanjenjem temperature rada, ali to nije primenjivo u slučaju elektron-elektron rasejanja jer ovi procesi zavise od drugih parametara. Kompletna fizika unutarzonskih prelaza za slučajeve tako malih energetskih

razlika gde je emisija optičkih fonona zabranjena na niskim temperaturama je i dalje predmet aktivnog istraživanja [55].

Rad kvantnih kaskadnih lasera u SIC i THC delu spektra baziran je na istom principu unutarzonskih prelaza. Međutim, usled različitih udaljenosti podnivoa, što odgovara većoj vrednosti od energije LO fonona za SIC KKL-e, odnosno manjoj vrednosti od energije LO fonona za THC KKL-e, dinamika transporta nosilaca se kvalitativno razlikuje za ova dva tipa lasera. U slučaju SIC KKL-a, transportom elektrona dominira proces rasejanja na LO fononima, što je slučaj i kod THC KKL-a s tim što je prisutna veća temperaturna osetljivost pri transportu elektrona. Stoga je modelovanje transportnih mehanizama neophodno kako bi se obezbedio rad THC KKL-a na višim temperaturama u širem opsegu talasnih dužina [18].

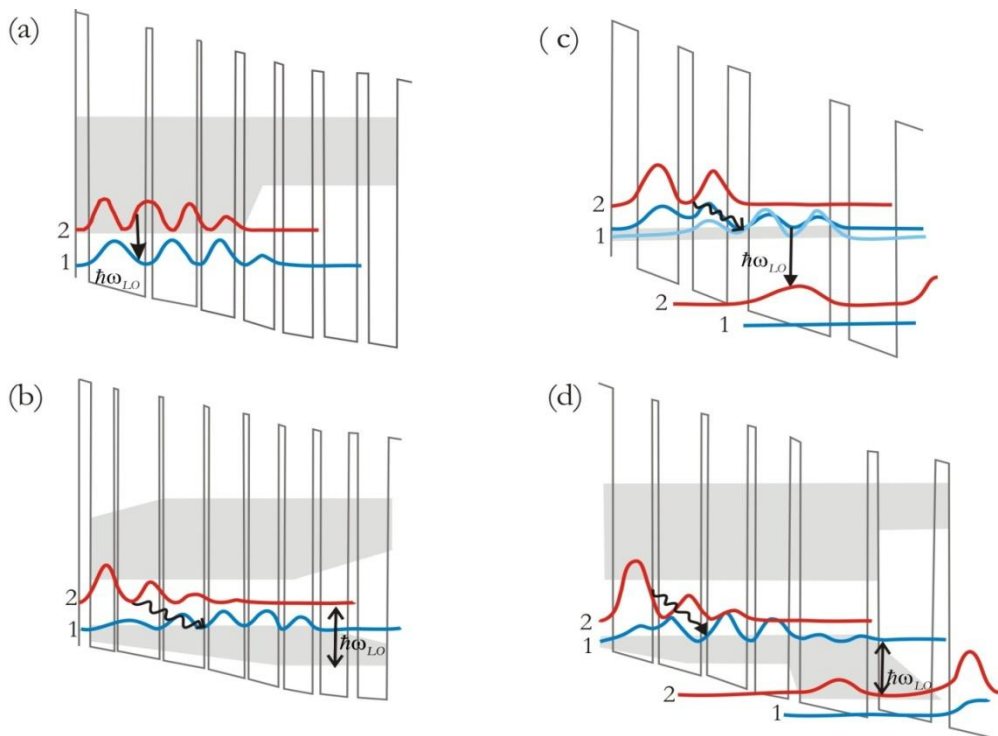
Danas THC KKL-i predstavljaju efikasne svetlosne izvore koji se prostiru od dalekog infracrvenog do sub-THC dela elektromagnetnog spektra, uključujući naprave koje funkcionišu uz „pomoć“ magnetnog polja, a retki su THC izvori zračenja na bazi čvrstog tela koji mogu obezbediti izlaznu optičku snagu mnogo veću od 1mW (čak do 4W u pulsnom režimu rada), što je potrebno za aplikacije monitoringa, rad u kontinualnom režimu potreban za frekvencijsku stabilnost koja je poželjna u spektroskopiji visoke rezolucije [56,57,58,59,60,61]. Nakon svoje prve demonstracije 2002. godine, razvoju THC KKL-a je posvećeno dosta pažnje [62,63]. Maksimalna temperatura rada ovih naprava u impulsnom režimu rada je od 50K (kao što je bio slučaj u prvobitnim istraživanjima [62]), pa do trenutnog rekorda od 225K. Iako su ograničeni temperaturom rada, koja je i dalje van domašaja mogućnosti hlađenja Peltierovim elementima, razvoj ovih uređaja doveo je do mogućnosti fabrikacije veoma jednostavnog dizajna aktivnih regiona [64]. Broj jama po jednoj periodi je smanjen, ako se osvrnemo na prvu prijavljenu strukturu koja je imala 7 jama [54], do današnjeg rekorda od samo dve jame po periodi, gde je prisutan dijagonalni dizajn [10,64].

Usled zahteva za specifičnom energijom prelaza u aktivnom regionu kod THC KKL-a, predloženi su različiti dizajni aktivne oblasti ovih lasera [65].

7.1 Različiti primeri realizacije aktivne oblasti terahercnih kvantnih kaskadnih lasera

7.1.1 Čirpovane superrešetke

Kvantni kaskadni laseri bazirani na čirpovanim superrešetkama (gde se pod čirpovanim superrešetkama podrazumevaju strukture oblika superrešetke kod kojih se prostorna periodičnost postepeno menja) predstavljaju jedno od perspektivnih rešenja za rad na većim talasnim dužinama, gde se laserski prelazi dešavaju između dve minizone umesto između podzona aktivne jame. Menjanjem debljina slojeva barijera i jama u ovom tipu aktivnih oblasti moguće je kontrolisati širine minizona i miniprocepa, respektivno [54] [66,67]. Za THC KKL-e kod kojih je širina minizone manja od energije LO fonona, elektroni se ekstrahuju sa najnižeg nivoa minizone procesom rasejanja na nečistoćama, elektron-elektron rasejanja ili rasejanja na neravninama površina, i injektuju se na više nivoe minizone sledeće periode.



Slika 7-1. Šematski prikaz četiri osnovna dizajna aktivnog regiona KKL-a: (a) čirpovana superrešetka; (b) BTC dizajn; (c) struktura sa fononskom rezonancijom; (d) hibridni dizajn.

Ovakav dizajn smanjuje verovatnoću neradijativnih rasejanja sa gornjeg laserskog nivoa na donji laserski nivo. Takođe, usled velikog prostornog preklapanja talasnih funkcija, očekivane su velike vrednosti pojačanja kod ovakvog dizajna [68]. Šematski prikaz superrešetke KKL-a je prikazan na slici 7-1(a), gde je radijativni prelaz dizajniran tako da se odvija između najnižeg laserskog stanja gornje minizone („2^e“) i najvišeg stanja donje minizone („1^e“).

Impulsni i kontinualni sistem rada na 3.5THz sa niskim gustinama struja praga su demonstrirani kao najefikasniji primeri ovakvog rešenja aktivne oblasti [69]. Uprkos velikoj vrednosti matičnog elementa prelaza čirpovanih kvantnih jama i barijera, termalno popunjavanje donje minizone i konstantno nedovoljna inverzna populacija dovode do ograničenja u maksimalnoj radnoj temperaturi koja se može postići.

7.1.2 BTC prelazi

Alternativni pristup realizaciji aktivne oblasti KKL-a u formi čirpovane superrešetke jesu THC prelazi bazirani na vezano-slobodnim (engl. Bound-to-Continuum - BTC) prelazima [70,71,72]. Emisioni proces se odigrava između izolovanih stanja u okviru miniprocepa uzrokovanih prisustvom tanke jame pored injekcione barijere i donje minizone. Kako je laserski prelaz sa gornjeg stanja na donju minizonu u stvari dijagonalan u prostoru, snaga oscilatora prelaza malo opada sa sve manjim preklapanjem stanja minizone, ali se vreme života nosilaca na gornjem nivou povećava pošto je neradijativno rasejanje redukovano, a injekciona efikasnost povećana pošto se injektorska stanja snažnije sprežu sa gornjim laserskim stanjima nego sa stanjima donje minizone. U stvari, ovakav tip aktivne oblasti kombinuje dugo vreme života nosilaca i dobru injekcionu efikasnost gornjeg stanja sa visokom efikasnošću ekstrakcije nosilaca iz donje minizone, dok su obe ove karakteristike bitne za postizanje inverzne populacije u THC KKL-ima. Kombinacija ovih osobina pozitivno utiče na performanse lasera, u smislu poboljšanja radne temperature i izlazne snage, u poređenju sa standardnim dizajnom čirpovane superrešetke. Terahercni laseri u impulsnom režimu rada do temperature od 100K na 3.5THz i kontinualnom

režimu rada do 50mW na 10K, koji su bazirani na ovakvom dizajnu aktivnog regiona, su već demonstrirani [72].

7.1.3 Struktura sa fononskom rezonancijom

Treći tip aktivnih oblasti koji se koriste za realizaciju THC KKL-a podrazumeva kombinaciju rezonantnog tunelovanja i procesa rasejanja putem emisije LO fonona za depopulaciju donjeg laserskog nivoa, umesto ranije pomenutih superrešetki [73,74,75]. Depopulacija nosilaca putem emisije LO fonona je brz i efikasan proces koji nije previše temperaturno zavistan, naročito kada je energija između donjeg laserskog i injektorskog nivoa usaglašena sa energijom LO fonona (i zapravo je $\geq E_{LO} \approx 36meV$), što ograničava proces termalnog popunjavanja donjeg laserskog nivoa.

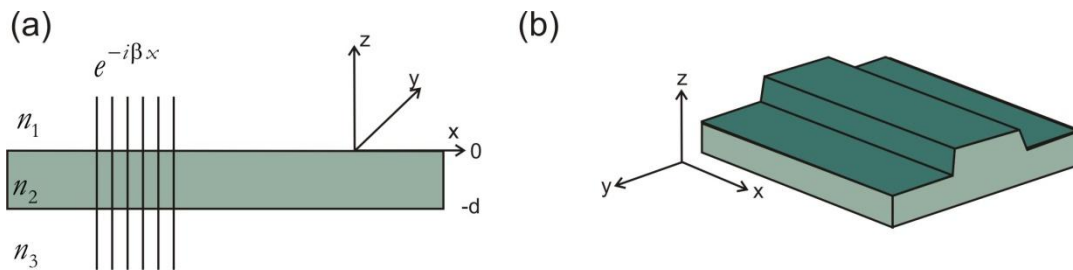
Takođe, moguće je koristiti dobre strane dva tipa dizajna (BTC i depopulaciju metodom fononske rezonane) za postizanje boljih performansi. Postignuti su i objavljeni rezultati koji pokazuju primenu ovog pristupa kod THC KKL-a, gde je maksimalna postignuta radna temperatura 116K, 186K, i čak 225K (mada je u poslednjem navedenom slučaju prisutno magnetno polje) [76,63,77].

7.1.4 Hibridni dizajn

Kod hibridnog dizajna, depopulacija potpomognuta fononima u aktivnim oblastima se odigrava u kombinaciji sa BTC prelazom, kao što je ilustrovano na slici 7-1.d. Ove strukture se takođe nazivaju i „isprepletanim“ strukturama jer se procesi emisije fonona i fotona smenjuju. Ovakav tip dizajna aktivne oblasti je od posebnog značaja kada je potrebno postići rad na velikim talasnim dužinama.

7.1.5 Dizajn talasovoda

Glavni zahtevi pri dizajniranju THC KKL-a su rezonator talasovoda sa malim gubicima i velika vrednost faktora konfiniranja. Uobicajena rezonatorska struktura je grebenasti talasovod, gde svetlost propagira duž regiona grebena i reflektuje se od ogledala koja se nalaze sa obe strane strukture [18]. Šematski prikaz ovog talasovoda je dat na slici 7-2 gde je pritom mod konfiniran u z -pravcu. Ovde će ukratko biti dat opšti prikaz talasovodnih struktura za KKL-e SIC dela spektra, a tema se dalje može generalizovati ka velikim talasnim dužinama.



Slika 7-2. (a) Tipični talasovod sa slojem jezgra indeksa prelamanja n_2 i dva sloja omotača indeksa prelamanja n_1 i n_3 , optički mod je konfiniran u jezgru ukoliko je $n_2 > n_1, n_3$; i (b) Šematski prikaz strukture grebenastog talasovoda [19]

Dielektrični talasovodi se koriste da obezbede optičko konfiniranje u pravcu rasta strukture (što je obično z -pravac), tako da je indeks prelamanja aktivnog regiona veći od regiona omotača, kao što je ilustrovano na slici Slika 7-2. Ovi talasovodi se mogu posmatrati kao strukture koje imaju beskonačne dimenzije u x - i y -pravcu i konačne dimenzije u z -pravcu. Talasna jednačina za takvu strukturu glasi:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 n^2(\mathbf{r}) \mathbf{E} = 0 \quad (7.1)$$

gde je \mathbf{E} optičko električno polje, $n(\mathbf{r})$ je indeks prelamanja ($\mathbf{r} = (x, y, z)$), i $k = \omega/c$. Rešenje talasne jednačine predstavlja optički mod koji putuje u x -pravcu sa konstantom propagacije β , i ima sledeću formu:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E(y, z) e^{i(\omega t - \beta x)} \quad (7.2)$$

Zamenom ovog rešenja u talasnu jednačinu dobija se:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{E}(y, z) + [k^2 n^2(\mathbf{r}) - \beta^2] \mathbf{E}(y, z) = 0 \quad (7.3)$$

ako smatramo da nema varijacija u y -pravcu ($\partial/\partial y = 0$), prethodna jednačina se dalje redukuje na:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(y, z) + [k^2 n_j^2(\mathbf{r}) - \beta^2] E(y, z) = 0 \quad (7.4)$$

gde je $j = 1, 2, 3$ oznaka za različite regione talasovoda ($j = 1$, za $x > 0$, $j = 2$, za $-d < x < 0$ i $j = 3$, za $x < -d$).

Materijali bazirani na **InP** su najčešći materijali korišćeni za fabrikaciju talasovoda za SIC deo spektra pošto njih karakteriše značajna razlika indeksa prelamanja između InP ($n_{\text{InP}} \cong 3.10$) i AlInAs ($n_{\text{AlInAs}} \cong 3.20$) slojeva omotača i InGaAs/AlInAs sloja jezgra ($n_{\text{InGaAs}} \cong 3.49$). Za određivanje efektivnog indeksa prelamanja aktivnog regiona koji obično čine dva ili više različitih tipova slojeva, u zavisnosti od njihove procentualne zapremine, obično se koristi metod linearne interpolacije. Iako proces dizajniranja KKL-a deluje kao jednostavan zadatak, treba uzeti u obzir uticaj dopiranih slojeva talasovoda u ovim laserima zbog specifičnog transporta nosilaca. Apsorpcija slobodnih nosilaca je izvor gubitaka koji je posebno izražen u dopiranim slojevima i povećava ukupne gubitke talasovoda. Takođe, sprezanje moda sa metalnim kontaktima je još jedna od prisutnih vrsta gubitaka i može se otkloniti dodavanjem tankog sloja visoko dopiranog InGaAs između kontakta i poluprovodnika.

Druga alternativa veoma prisutna u izradi talasovoda za KKL-e jeste korišćenje **GaAs/AlGaAs** materijala. Međutim, ova podloga se ne može koristiti kao sloj omotača usled velikog indeksa prelamanja GaAs. Sa druge strane, korišćenje GaAs/AlGaAs kao jezgra i AlGaAs kao sloja omotača zahteva korišćenje materijala sa visokim molskim udelom AlAs, a visoko dopiranje ovih materijala je težak zadatak. istraživanja na

plazmوني poboljšanim dielektričnim talasovodima sa visoko dopiranim GaAs u oba omotača pokazuju obećavajuće rezultate u smeru rešenja ovog problema [78,79].

Fabrikacija talasovoda na većim talasnim dužinama ima dva najveća izazova: debljina slojeva omotača (reda veličine najmanje $\lambda/2$) postaje nekompatibilna sa tehnologijom epitaksije molekularnim snopom (Molecular Beam Epitaxy - MBE) i usled dugog vremena narastanja, broj defekata u strukturi se povećava. Takođe, za frekvencije iznad frekvencije plazme, apsorpcija slobodnih nosilaca raste sa λ^2 . Rešenje ovih izazova predstavljaju talasovodi sa površinskim plazmonima, gde modovi propagiraju na razdvojnoj površini metala i poluprovodnika (dve sredine sa negativnom i pozitivnom dielektričnom konstantom), i nisu potrebni dodatni slojevi za konfiniranje pošto optički mod eksponencijalno opada sa porastom rastojanja od razdvojne površine (posmatrano u pravcu normalnom na razdvojnu površinu poluprovodnika i metala) [80,81,82].

Iako talasovodi na bazi površinskih plazmona postižu odlične rezultate u opsegu talasnih dužina od $\lambda = 17 - 24 \mu m$, situacija je potpuno drugačija za daleki infracrveni opseg ($\lambda > 50 \mu m$). Posebno na THC frekvencijama uobičajeno je da talasovodi budu bazirani na platformi metal-poluprovodnik-metal. Usled problema pri fabricaciji, donji sloj metala je uglavnom zamenjen visoko dopiranim $n++$ poluprovodničkim slojem debljine $\sim 1 - 2 \mu m$. Alternativno rešenje je bazirano na polu-izolovanim supstratima gde su modovi vezani za gornji metalni kontakt i tanki, veoma dopirani, sloj kontakta koji je narastan direktno ispod aktivnog regiona a iznad polu-izolovanog GaAs supstrata [54,83]. Mod prodire u supstrat jer je dopirani sloj tanak i apsorpcija slobodnih nosilaca se smanjuje usled slabog preklapanja moda i dopiranog kontaktnog sloja. Podesan nivo dopiranja donjeg kontaktnog sloja omogućava stvaranje površinskih plazmona između kontaktnog sloja i polu-izolovanog supstrata (gde je dielektrična konstanta negativna za donji kontaktni sloj).

Do sada pomenuti talasovodi za KKL-e su bazirani na Fabry-Perot (FP) šupljinama koje karakteriše multimodni rad na širokom pojasu talasnih dužina, koji je pogodan za specifičnu vrstu spektroskopskih aplikacija za detekciju određenih tečnosti i čvrstih stanja. Međutim, primene koje uključuju detektovanje specifičnih gasova, daljinsku detekciju hemikalija i praćenje zagađenosti zahtevaju izvore sa podesivim talasnim dužinama i uskim spektralnim linijama. Za postizanje režima rada gde se koristi samo jedan mod KKL-a, kvantno kaskadne strukture sa distribuiranom povratnom spregom (Distributed FeedBack -

DFB) se koriste posebno u SIC delu spektra, gde je postignut režim rada na jednoj talasnoj dužini koja se može podešavati [84,85,86]. Pošto se gornji omotač KKL-a sastoji od nekoliko slojeva sa različitim nivoima dopiranja, moguće je postići odabir određene talasne dužine kroz modulaciju rešetke. Upotrebom rešetke u talasovodu redukuju se gubici sprezanja za određenu talasnu dužinu, i to utiče na smanjenje praga pojačanja.

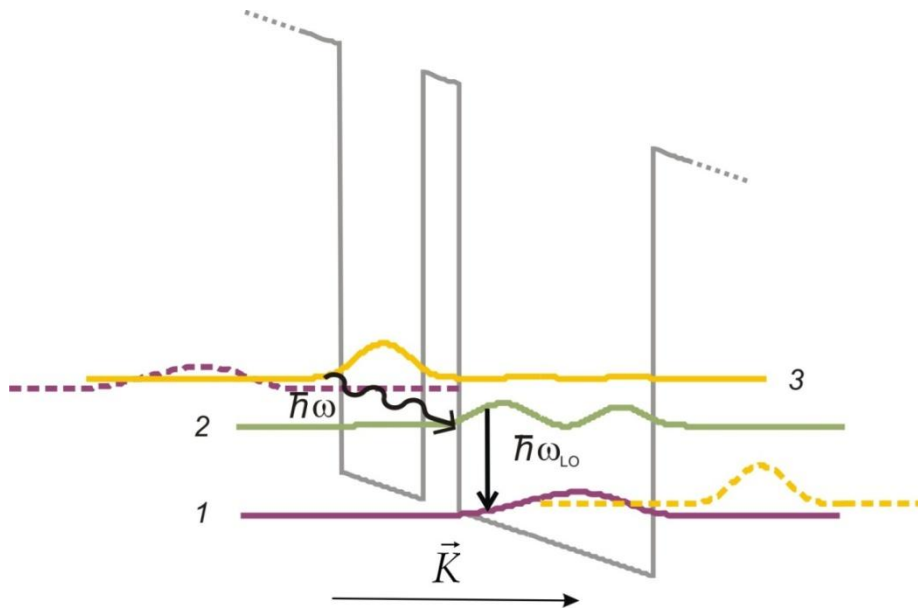
7.2 Numerički rezultati za terahercne kvantne kaskadne lasere

U ovom radu analizirane su dve THC kvantne kaskadne strukture, i ispitivani su uticaji različitih mehanizama rasejanja u prisustvu jakog magnetnog polja. Za razliku od SIC struktura, u THC slučaju glavni mehanizmi rasejanja su rasejanje na LO fononima i rasejanje na neravninama površina. Najbolje performanse THC KKL-a se postižu kada su obezbeđene velike brzine rasejanja na LO fononima između odabranih nivoa u slučaju strukture sa fononskom rezonancijom (odnosno kada se struktura pažljivo projektuje tako da se favorizuje ovaj tip rasejanja), jer se na taj način postiže inverzna populacija koja vodi velikom pojačanju [56]. Kao što je ranije pomenuto, prisustvo jakog magnetnog polja dovodi do dodatne kvantizacije kretanja elektrona u x - y ravni na taj način što dovodi do cepanja dvodimenzionalnih podzona na serije diskretnih Landauovih nivoa sa energijama koje zavise od jačine polja [87,88]. Na ovaj način se može uticati na brzine neradijativnih prelaza, te kontrolisati optičko pojačanje menjanjem jačine primenjenog magnetnog polja.

Kada su u pitanju THC KKL-i, često su u literaturi do sada navođeni primeri u kojima se koristi rezonantno tunelovanje (RT) kao glavni način injekcije nosilaca na gornji laserski nivo [89]. Poželjno je koristiti dizajne koji omogućavaju depopulaciju donjeg laserskog nivoa putem rasejanja na LO fononima. Najprostiji do sada prijavljeni THC dizajn sa RT injekcijom i depopulacijom donjeg nivoa putem LO fonona je prikazan na slici 7-3 [90].

U ovom slučaju, relaksacija elektrona na osnovni nivo se odigrava u okviru iste jame, čime se obezbeđuje kratko vreme života nosilaca na donjem laserskom nivou. Međutim, ovu strukturu karakteriše i mala vrednost matričnog elementa prelaza, koji obezbeđuje

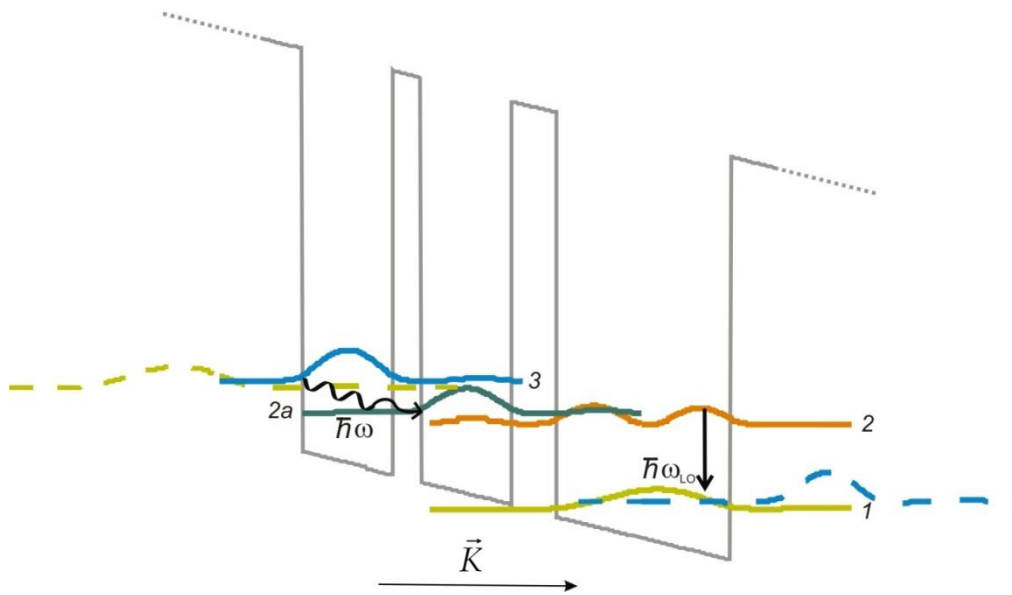
dijagonalni prelaz $3 \rightarrow 2$ [56]. Kako nosioci putuju kroz strukturu, verovatnoća prelaska u narednu periodu povećava se podešavanjem vrednosti električnog polja tako da se relevantne energetske podzone koje odgovaraju različitim jamama dovedu skoro u istu ravan. Kao što se može videti sa slike 7-3, gornji laserski nivo je u ravni sa osnovnim nivoom susedne periode.



Slika 7-3. Šematski prikaz jedne periode THC KKL-a koji se sastoji od dve kvantne jame.

Svaka perioda strukture ima tri energetska stanja, a laserski prelaz se odigrava između nivoa obeleženih brojevima 3 i 2 (gornje i donje lasersko stanje). Aktivni region je okružen emitorskom i kolektorskom oblašću, što omogućava injeksiju nosilaca iz prethodnog, odnosno ekstrakciju nosilaca sa osnovnog nivoa u sledeći aktivni region. Za razliku od prethodno razmatranih struktura koje pripadaju SIC oblasti i klasičnih dizajna THC KKL, kod analizirane strukture emitorska i kolektorska oblast nisu superrešetke, već dve barijere.

Radijativni prelazi između nivoa $n=3$ i $n=2$ su dijagonalni, dok je glavni mehanizam rasejanja odgovoran za depopulaciju donjeg laserskog nivoa rasejanje elektrona na LO fononima, i taj prelaz se odigrava u okviru iste jame. Ova struktura je dizajnirana tako da je razlika između stanja E_2 i E_1 približno jednaka energiji LO fonona.



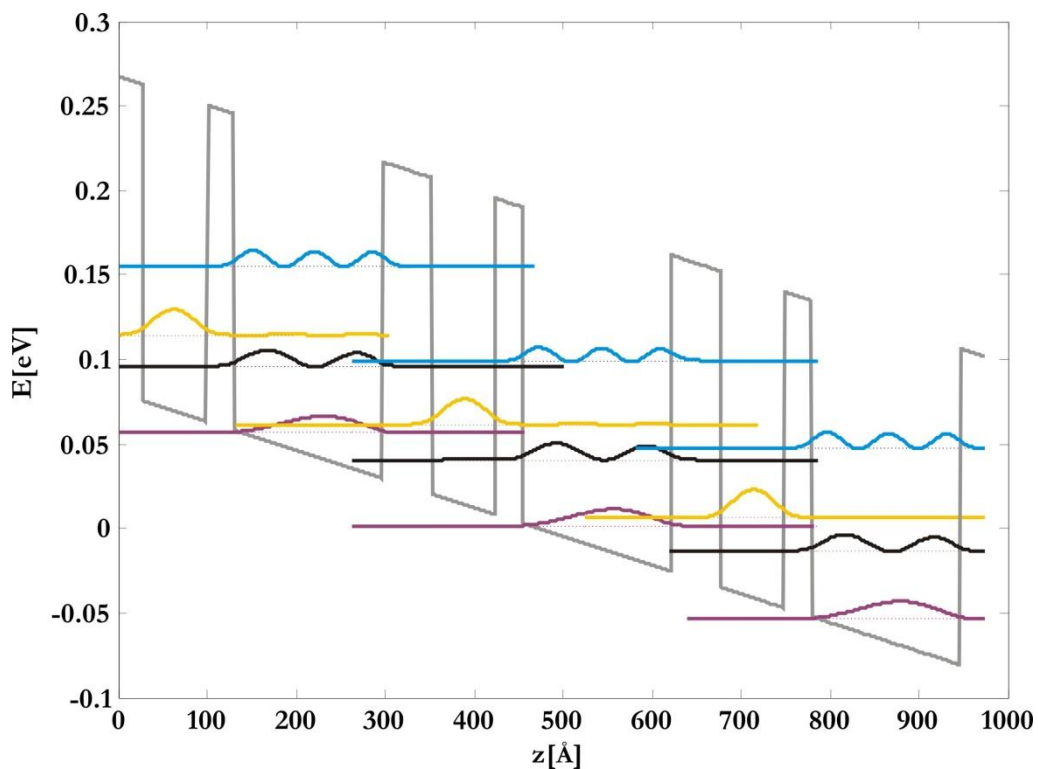
Slika 7-4. Šematski prikaz jedne periode THC KKL-a koji se sastoji od tri kvantne jame.

Druga razmatrana struktura (o kojoj će biti reči nešto kasnije, a prikazana je na slici 7-4) takođe predstavlja dijagonalni rezonantno-fononski dizajn THC KKL-a, ali se razlikuje od prethodno pomenute po tome što sadrži tri kvantne jame po periodi i dodatni nivo u aktivnoj oblasti, što omogućava postizanje, najboljih temperaturnih performansi do sada [56,89]. Još jedna razlika je pomoćni nivo $2a$. Laserski prelaz se odigrava između nivoa 3 i $2a$, dok se rasejanje na LO fononima karakteristično za prelaze $2 \rightarrow 1$.

Kao kod većine THC KKL-a, injeksiona barijera je dizajnirana tako da bude dovoljno velike debljine, jer su podzone veoma blizu jedna drugoj u energetskom smislu (sa slike 7-4 se to jasno vidi u slučaju jakog preklapanja talasne funkcije 3 sa talasnom funkcijom 1 prethodne periode). Ovaj dizajn sa dijagonalnim prelazima obezbeđuje dugo vreme života nosilaca na gornjem laserskom nivou (posebno pri visokim temperaturama, kada termalno aktivirano rasejanje na LO fononima nastoji da ugrozi inverznu populaciju), time održavajući inverznu populaciju, a pritom ne ugrožavajući jačinu injeksione struje na nivo 3 [65]. Vreme života na gornjem laserskom nivou opada sa porastom temperature preko relacije $\tau_{32} \propto \exp((\hbar\omega_{LO} - E_{32})/k_B T_e)$, gde je T_e temperatura 2D elektronskog gasa na gornjem podnivou [91,70,89,74,92]. Naime, ako se uporede slike 7-3 i 7-4, gornje lasersko

stanje je kod druge strukture prostorno radvojenije od injektorskog podnivoa, a selektivnost injekcije nosilaca sa nivoa $2a$ na nivo 2 omogućava željenu depopulaciju donjeg nivoa $2a$. Tako se postiže dugo vreme života nosilaca τ_3 . Kratko vreme života na donjem laserskom nivou se može postići projektovanjem tanke kolektorske barijere (barijera između druge i treće jame na slici 7-4, sleva na desno).

Prva analizirana struktura emituje na 4.6THz, i smatra se najjednostavnijom strukturom do sada. Počevši od barijere sa leve strane, parametri strukture su (sa w označene su jame, a sa b barijere): $cb_1 = 56 \text{ \AA}$, $cw_1 = 71 \text{ \AA}$, $cb_2 = 31 \text{ \AA}$, $cw_2 = 167 \text{ \AA}$



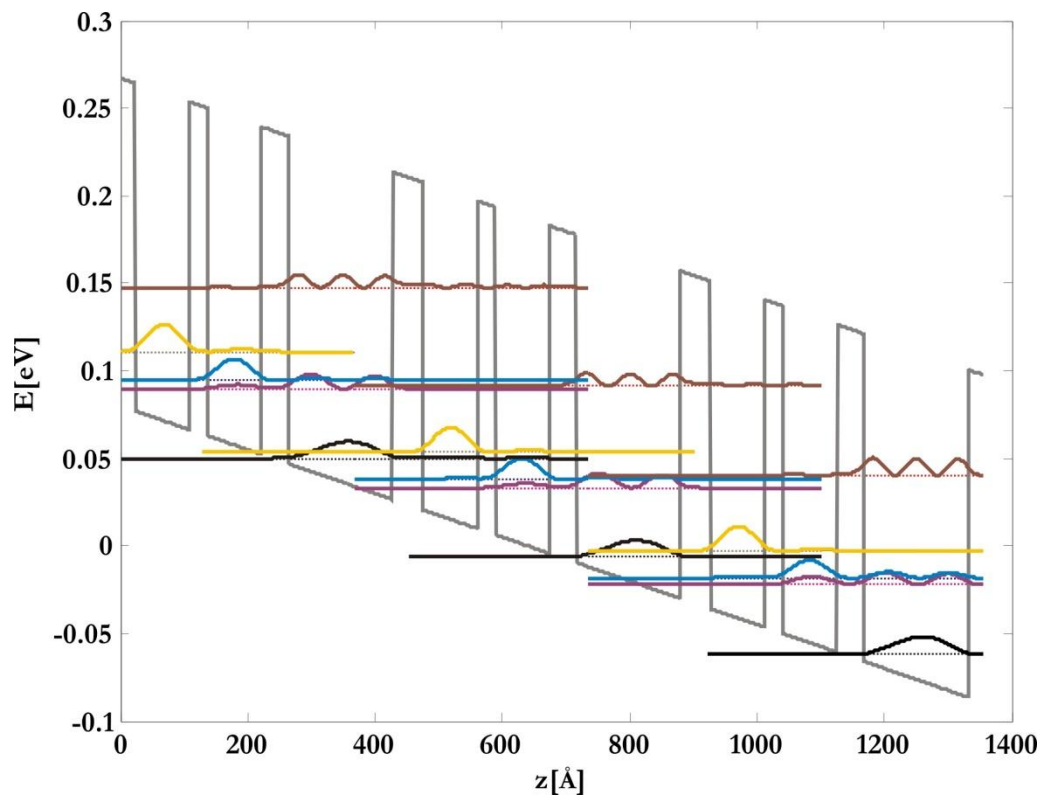
Slika 7-5. Dijagram dna provodne zone THC strukture čija se perioda sastoji od dve kvantne jame, struktura emituje na 4.6 THz. Debljine slojeva, počevši od leve (injektorske) barijere su 56/71/31/167Å

U oba slučaja je u pitanju struktura sa 15% udela Aluminijuma, $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{As}$. Primenjeno električno polje je u prvom slučaju 17 kV cm^{-1} . Izračunata razlika između nivoa 3 i 2 je 20.9 meV , a razlika između donjeg laserskog i osnovnog nivoa je $36 \text{ meV} \approx \hbar\omega_{LO}$. Na slici 7-5 su prikazane tri susedne periode, sa talasnim funkcijama i odgovarajućim

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

energijama. Sada se moraju uzimati u obzir i dve susedne periode u odnosu na posmatranu, zato što su energetske nivoe mnogo bliži nego što je to bio slučaj sa SIC KKL-ima, pa je preklapanje talasnih funkcija znatno izraženije. Zbog toga uticaji rasejanja sa nekog nivoa centralne periode na sve ostale nivoe susednih perioda nisu zanemarljivi, pa se ne mogu uzeti u obzir samo rasejanja u okviru jedne periode.

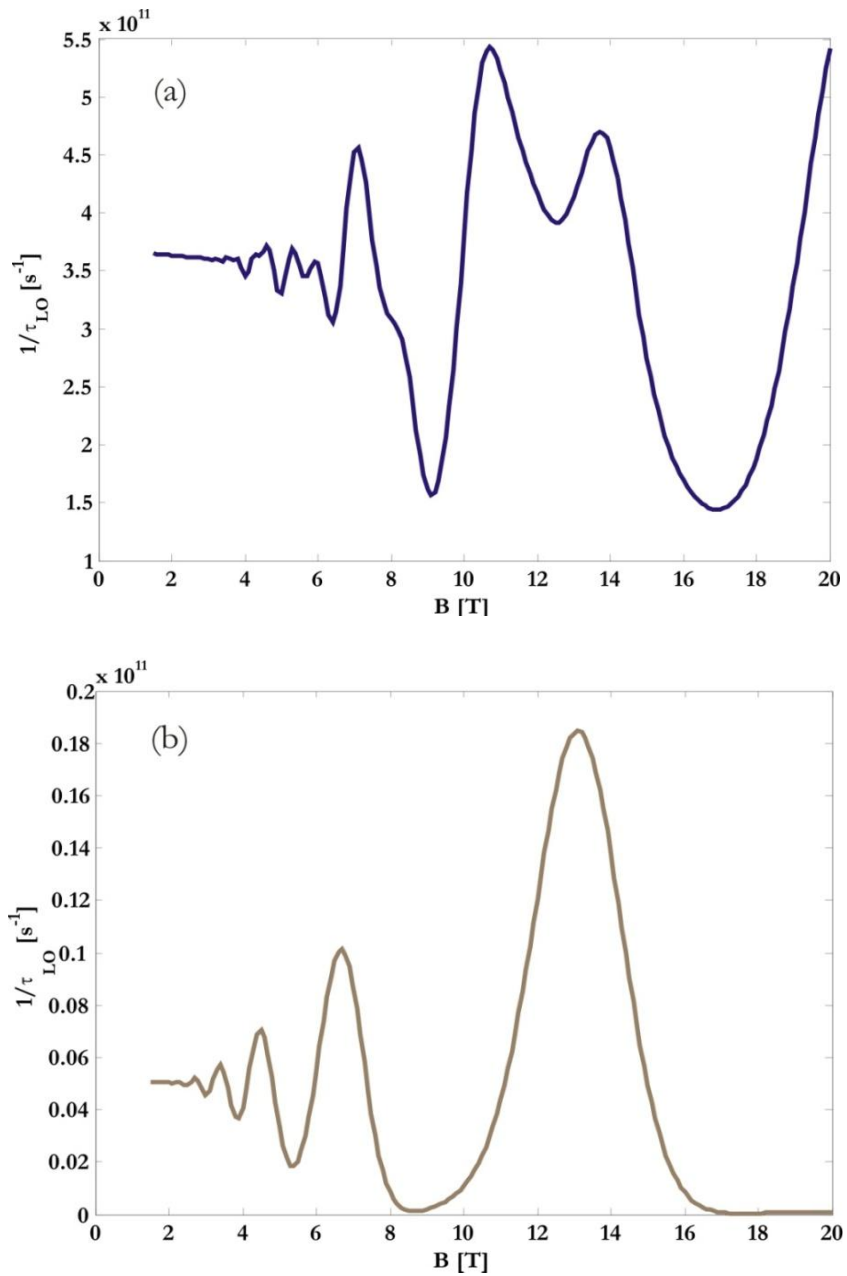
Proračun elektronske strukture je urađen na identičan način kao i za primere struktura SIC oblasti. Druga razmatrana struktura, koja emituje zračenje na 3.9 THz, malo složenija po pogledu dizajna, prikazana je na slici 7-6.



Slika 7-6. Dijagram dna provodne zone THC strukture čija se perioda sastoji od tri kvantne jame, struktura emituje na 3.9 THz. Debljine slojeva, počevši od leve (injekcione) barijere su 48/85/28/85/42/164Å

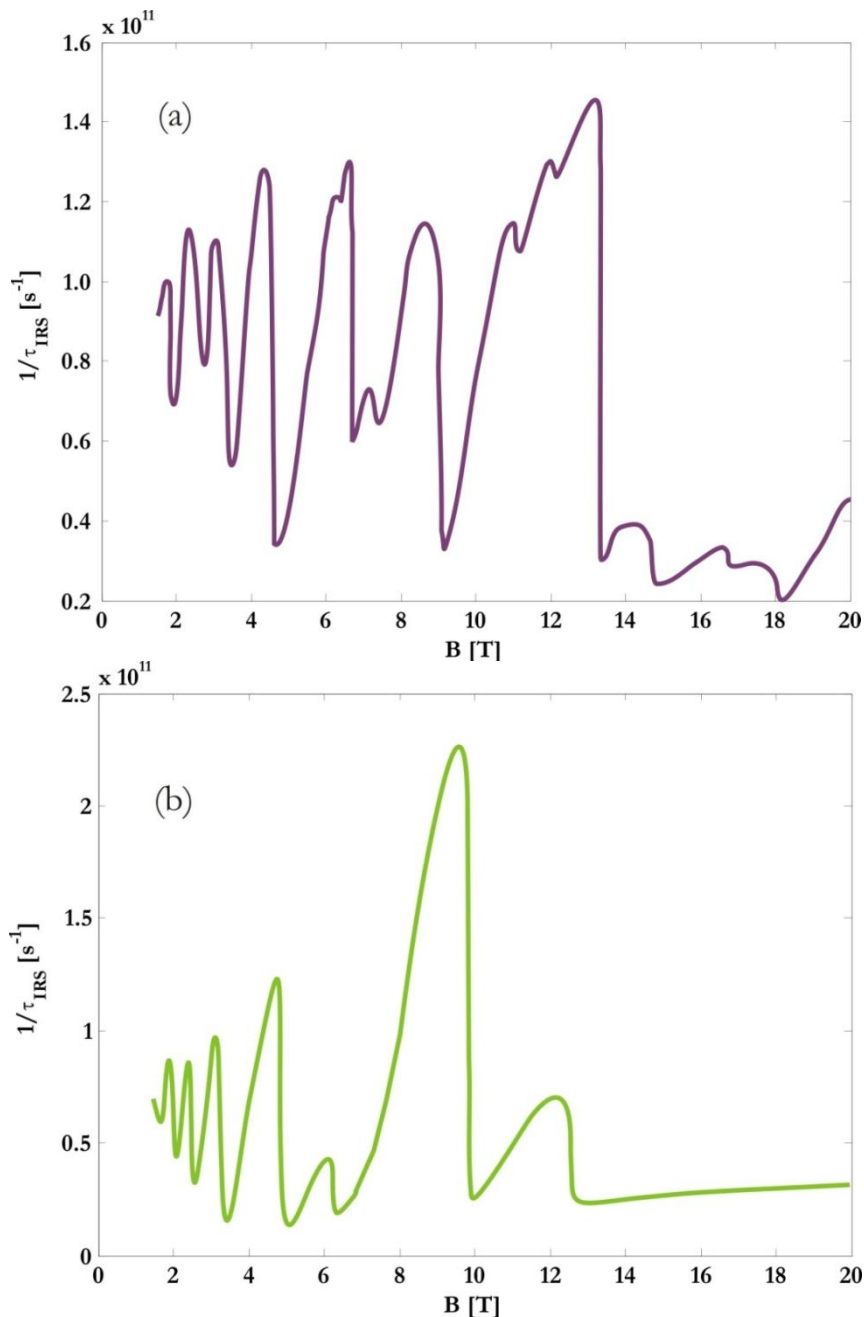
Jačina primenjenog električnog polja je 12.5 kV cm^{-1} , a razlika energija između nivoa 3 i $2a$ je 15.2 meV , dok razlika između nivoa 2 i osnovnog nivoa iznosi 39.6 meV . Debljine

slojeva su, počevši od barijere sa leve strane: $cb_1 = 48 \text{ \AA}$, $cw_1 = 85 \text{ \AA}$, $cb_2 = 28 \text{ \AA}$, $cw_2 = 85 \text{ \AA}$, $cb_3 = 42 \text{ \AA}$, $cw_3 = 164 \text{ \AA}$.



Slika 7-7. Brzina relaksacije nosilaca usled rasejanja emisije LO fonona sa najnižeg podnivoa gornjeg laserskog stanja na setove Landauovih podnivoa donjih zona, i to na primeru dizajna sa: a) dve kvantne jame, i b) tri kvantne jame. Vrednosti magnetnog polja su varirane od 1.5T do 20T, za vrednost temperature $T=77\text{K}$.

Kada se analizirane laserske strukture nađu u jakom magnetnom polju dolazi do cepanja energetskih stanja na serije diskretnih Landauovih nivoa čije se energije mogu odrediti na način koji je već primenjen kod SIC KKL (jednačina 6.24). Vrednosti magnetnog polja B koje doprinose povećanju brzine rasejanja na LO fononima sa gornjeg laserskog nivoa, a samim tim i ozbiljnom smanjenju pojačanja, dobijaju se na



Slika 7-8. Brzina relaksacije nosilaca usled rasejanja na neravninama površina sa najnižeg podnivoa gornjeg laserskog stanja na setove Landauovih podnivoa donjih zona, i to na primeru dizajna sa: a) dve kvantne jame, i b) tri kvantne jame. Vrednosti magnetnog polja su varirane od 1.5T do 20T, za vrednost temperature $T=77\text{K}$.

osnovu rešavanja jednačine $E_{3,0} - E_{n,l} = \hbar\omega_{LO}$ [37]. Brzina rasejanja na LO fononima je izračunata prema ranije predstavljenim modelima, a rezultati za obe strukture su prikazani na slici 7-7. Od jačine magnetnog polja zavisi raspored Landauovih podnivoa, pa samim tim se razlikuju njihova međusobna rastojanja. U zavisnosti od toga da li je razlika između dva energetska nivoa približna energiji LO fonona, omogućeno je rasejanje na lo fononima, time značajno utičući na ukupnu brzinu relaksacije za tu određenu vrednost magnetnog polja.

Rasejanje na AC fononima, koje je imalo u nekim slučajevima značajan uticaj na ukupnu brzinu rasejanja kod SIC struktura, sada se ne uzima u obzir jer ima jako mali doprinos. Međutim, još jedan neradijativni mehanizam se mora razmatrati kada su u pitanju THC strukture, reč je o rasejanju na neravninama površina (engl. Interface Roughness Scattering-IRS) (relevantna teorija data je u poglavlju 5.4). Na slici 7-8 su prikazani rezultati dobijeni na osnovu izloženog modela za IRS.

Za razliku od rasejanja na LO fononima pri niskim temperaturama (što je ovde slučaj, jer je proračun sproveden za $T = 77K$), kada se pri računanju brzine rasejanja ne uzimaju u obzir prelazi na gore (apsorpcija) jer nisu od velikog značaja, u slučaju IRS-a, oba tipa prelaza se moraju uračunati. Kod ovog tipa rasejanja, bez obzira da li je finalno stanje iznad ili ispod inicijalnog po energiji, brzine prelaza mogu biti značajne.

Ukupna brzina rasejanja se može definisati kao:

$$W_{E_i \rightarrow E_f} = W_{E_i \rightarrow E_f}^{LO} + \sum_{z_i} \langle W_{E_i \rightarrow E_f}^{IRS} \rangle \quad (7.5)$$

gde z_i označava razdvojne površine između slojeva.

Numerički parametri korišćeni u simulacijama primenjenim na obe strukture su: $\Delta = 1.5 \text{ \AA}$, $\Lambda = 60 \text{ \AA}$, a statička permitivnost i permitivnost visokih frekvencija iznose $\epsilon_s = 12.51$ i $\epsilon_\infty = 10.67$. Pritom je pretpostavljeno da se širenje svih stanja može opisati Gaussovom raspodelom energija (sa vrednošću standardne devijacije od 6meV) koje zavise od primenjenog magnetnog polja.

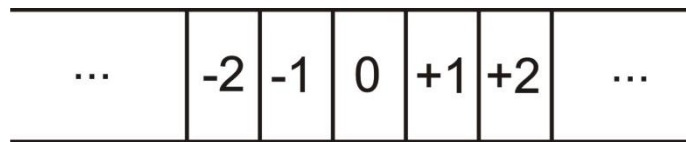
Uzeto je da je ukupna površinska gustina naelektrisanja $N_s = 2.2 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$.

7.2.1 Brzinske jednačine i određivanje struje injekcije

Kao što je već rečeno, da bismo odredili pojačanje strukture koju posmatramo, moramo rešiti potpun sistem brzinskih jednačina. Međutim, za THC strukture je slučaj malo komplikovaniji nego kod SIC primera, i to zbog činjenice da se jedna aktivna oblast ne može posmatrati izolovano, uz aproksimaciju jedinične injekcije, nego se mora uzeti u obzir uticaj susednih perioda. Stoga se i brzinske jednačine, na osnovu kojih se dobijaju koncentracije nosilaca na svim nivoima, razlikuju od prethodno rešavanih, i mogu se napisati na sledeći način:

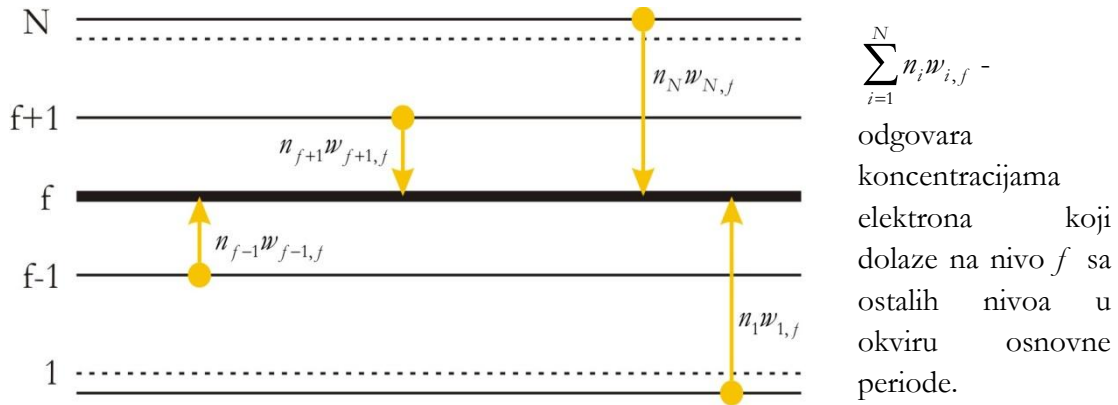
$$\begin{aligned}
 \frac{dn_f}{dt} = & \underbrace{\sum_{i=1}^N n_i w_{i,f} - n_f \sum_{i=1}^N w_{f,i}}_{\text{OSNOVNA PERIODA}} + \overbrace{\sum_{i=1}^N n_i (w_{i,f+N} + w_{i+N,f}) - n_f (w_{f,i+N} + w_{f+N,i})}^{\text{DVE SUSEDNE PERIODE}} + \\
 & + \dots + \underbrace{\sum_{i=1}^N n_i (w_{i,f+kN} + w_{i+kN,f}) - n_f (w_{f,i+kN} + w_{f+kN,i})}_{\text{K-TE PERIODE LEVO I DESNO OD OSNOVNE PERIODE}}
 \end{aligned}
 \tag{7.6}$$

gde je N ukupan broj nivoa u svakoj periodi, f je indeks ($f = 1, 2, 3, \dots, N$), a nivoi označeni sa kN predstavljaju N -te nivoe k -te periode levo ili desno od pormatrane (ukoliko je u indeksu $+kN$ u pitanju je k -ta perioda sa desne strane, a ukoliko je u indeksu $-kN$ onda je u pitanju k -ta perioda sa leve strane). Označavanje perioda prikazano je na slici 7-9.



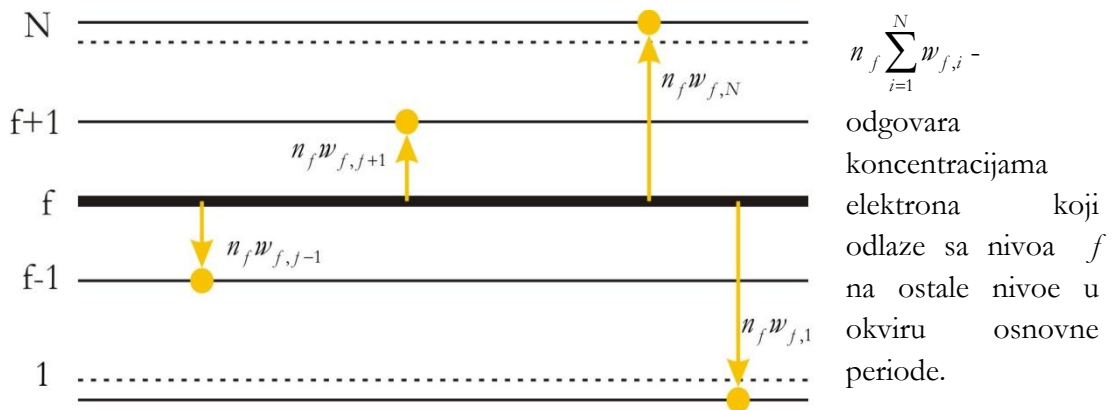
Slika 7-9. Raspored perioda u kvantno kaskadnoj strukturi

Radi detaljnijeg pojašnjenja, posmatraćemo svaki član gornje jednačine ponaosob. Prvi i drugi član opisuju promenu koncentracija na nivoima osnovne periode, a šematski prikazi prelaza elektrona su dati na slikama 7-10 i 7-11.



Slika 7-10. Šematski prikaz prelaska elektrona sa ostalih nivoa osnovne periode na nivo f

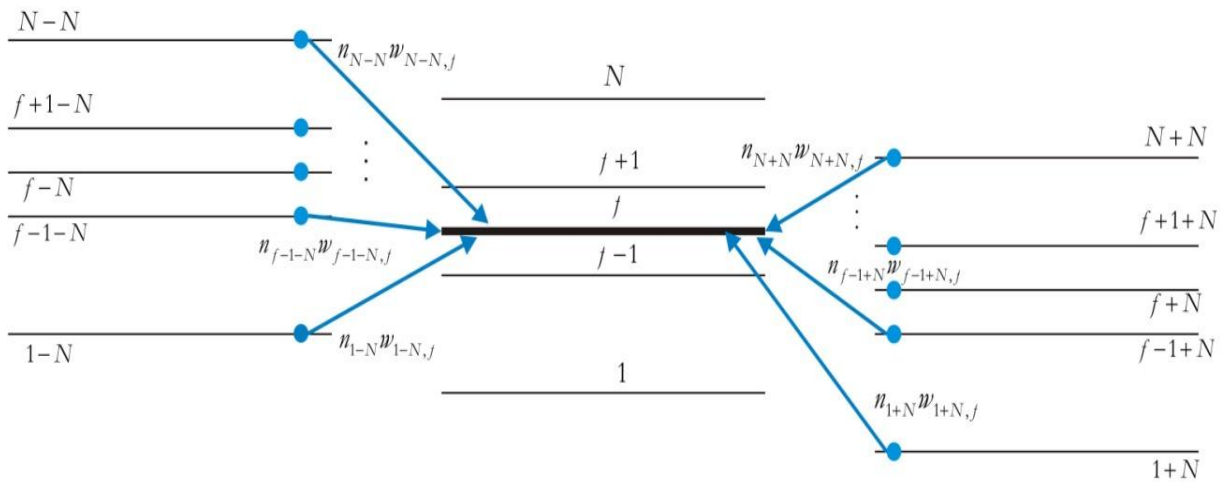
$$\sum_{i=1}^N n_i w_{i,f} = \sum_{i=1}^{f-1} n_i w_{i,f}^{(a)} + \sum_{i=f+1}^N n_i w_{i,f}^{(e)} \quad (7.7)$$



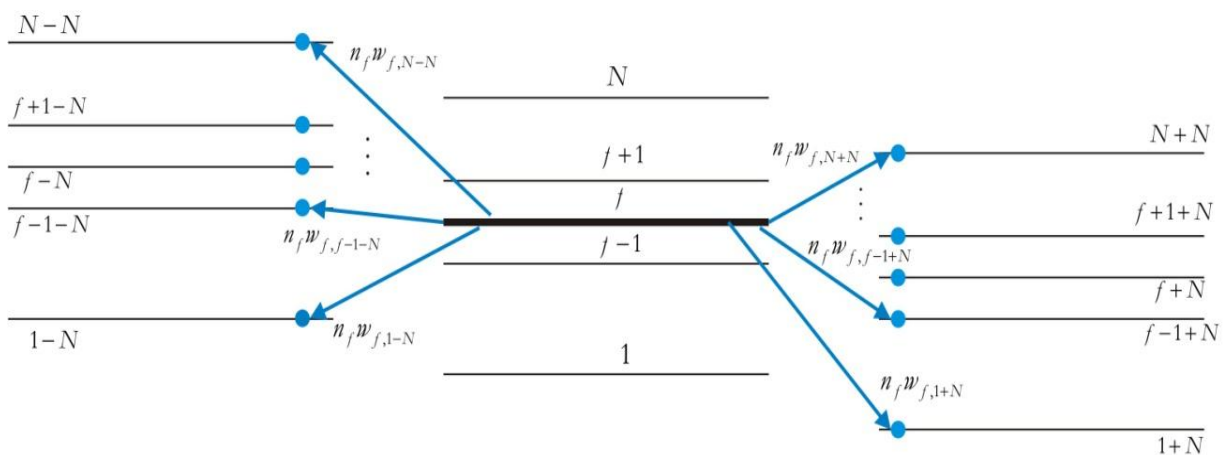
Slika 7-11. Šematski prikaz prelaska elektrona sa nivoa f na ostale nivoe osnovne periode

$$n_f \sum_{i=1}^N w_{f,i} = n_f \sum_{i=1}^{f-1} w_{f,i}^{(e)} + n_f \sum_{i=f+1}^N w_{f,i}^{(a)} \quad (7.8)$$

Treći član jednačine (7.6) (slika 7-12) odgovara promeni koncentracije elektrona na nivou f usled dolaska elektrona na nivo f osnovne periode sa svih nivoa prve leve i prve desne periode, dok četvrti član opisuje odlaske elektrona sa nivoa f na sve nivoe susedne dve periode (slika 7-13). Da bi se izbegle nedoumice, nivoi centralne periode su obeleženi indeksima $1, \dots, N$; dok su nivoi susednih perioda posmatrani u odnosu na nivo f .



Slika 7-12. Šematski prikaz prelaska elektrona na nivo f sa svih ostalih nivoa prve leve i prve desne susedne periode



Slika 7-13. Šematski prikaz prelaska elektrona sa nivoa f na sve ostale nivoe prve leve i prve desne susedne periode

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^N n_i (w_{i,f+N} + w_{i+N,f}) - n_f (w_{f,i+N} + w_{f+N,i}) &= \sum_{i=1}^{i_{kr_1}} n_i w_{i,f+N}^{(a)} + \sum_{i=i_{kr_1}+1}^N n_i w_{i,f+N}^{(e)} + \\
 &+ \sum_{i=1}^{i_{kr_2}} n_i w_{i+N,f}^{(a)} + \sum_{i=i_{kr_2}+1}^N n_i w_{i+N,f}^{(e)} \\
 &- n_f \sum_{i=1}^{i_{kr_3}} w_{f,i+N}^{(e)} - n_f \sum_{i=i_{kr_3}+1}^N w_{f,i+N}^{(a)} \\
 &- n_f \sum_{i=1}^{i_{kr_4}} w_{f+N,i}^{(e)} - n_f \sum_{i=i_{kr_4}+1}^N w_{f+N,i}^{(a)}
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

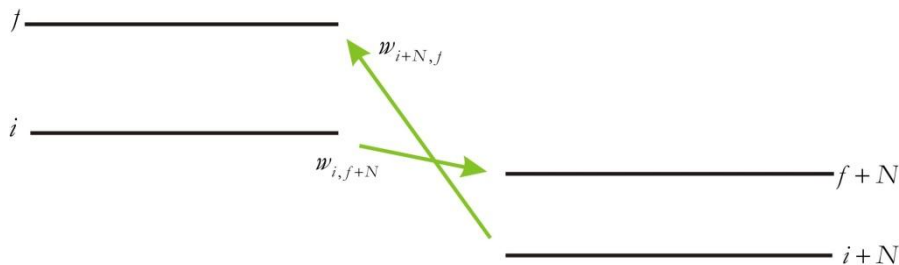
gde su indeksi $i_{kr_1}, i_{kr_2}, i_{kr_3}, i_{kr_4}$ definisani na sledeći način:

i_{kr_1}, i_{kr_3} : za sve $i < i_{kr_1}, i_{kr_3}$ za koje važi $E_i < E_{f+N}$,

i_{kr_2}, i_{kr_4} : za sve $i < i_{kr_2}, i_{kr_4}$ za koje važi $E_f > E_{i+N}$.

Za razliku od slučaja u SIC delu spektra, gde smo smatrali da je injeksiona struja konstantna, u slučaju THC KKL-a ne možemo uzeti konstantnu vrednost struje, nego se mora uzimati u obzir i uticaj susednih perioda. Ukoliko sa M označimo ukupan broj perioda, struju možemo definisati na sledeći način:

$$\frac{J}{e} = \sum_{k=1}^M k \sum_{i=1}^N \sum_{f=1}^N (w_{i,f+kN} - w_{i+kN,f}) \tag{7.10}$$



Slika 7-14. Prikaz nivoa i odgovarajućih prelaza između dve susedne periode

Razlika brzina prelaza $w_{i,f+kN} - w_{i+kN,f}$ kvantitativno opisuje razliku nosilaca koji dođu na određeni nivo i nosilaca koji ga napuste, i opisani su detaljno na početku ovog poglavlja. Za $k=1$ imamo da je

$$\frac{J}{e} = \sum_{i=1}^N \sum_{f=1}^N (w_{i,f+N} - w_{i+N,f}) \quad (7.11)$$

kao što je i prikazano na slici 7-14.

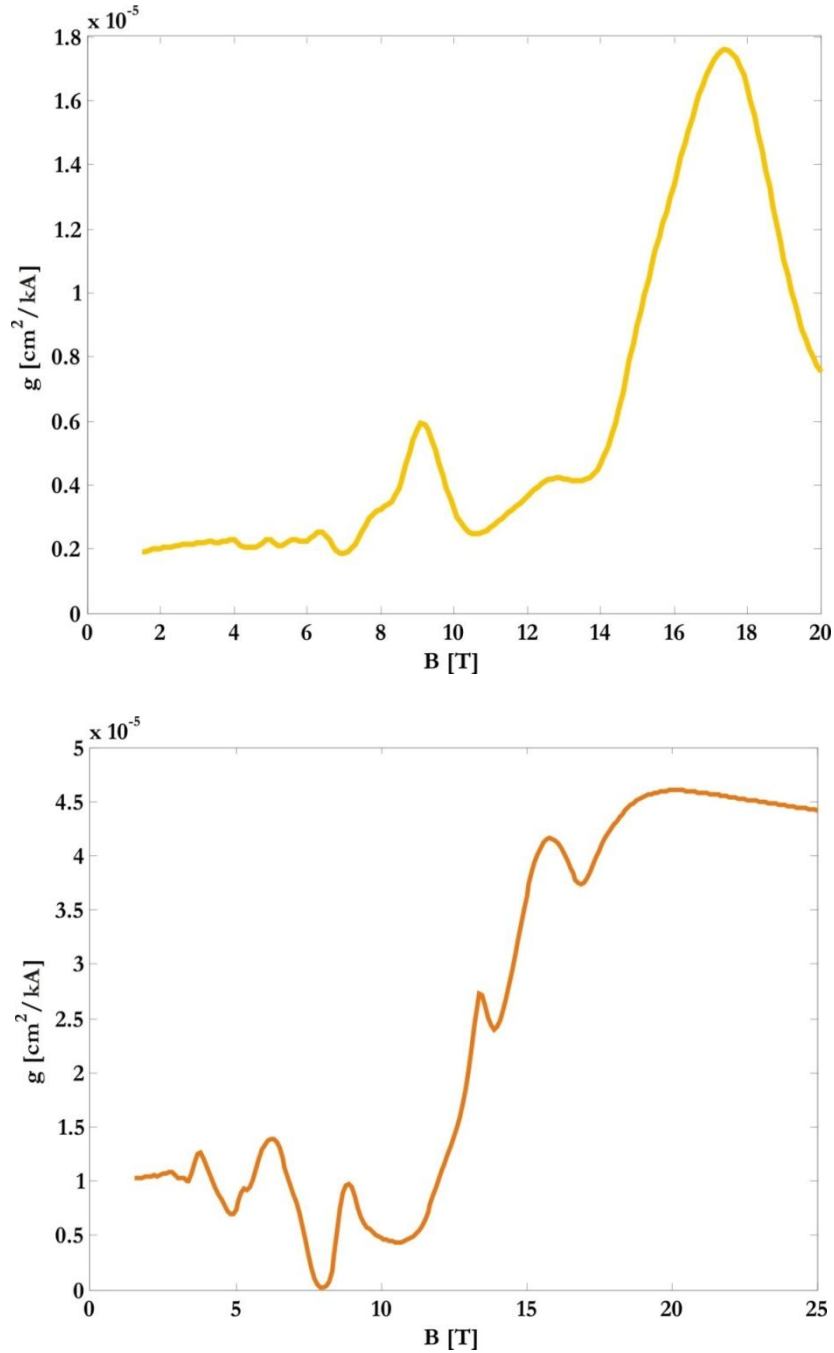
7.2.2 Pojačanje

Rešavanjem punog sistema brzinskih jednačina koje su prethodno opisane, dobija se raspodela koncentracija nosilaca po nivoima, na osnovu kojih se računa inverzna populacija [93]. Ukupna koncentracija na nekom nivou se dobija sabiranjem svih koncentracija na podnivoima tog nivoa. Za razliku od računanja koncentracija u slučaju KKL-a za SIC oblast, gde je sistem brzinskih jednačina računat podrazumevajući da je injecciona struja konstanta za svaku periodu, to nije slučaj kod THC KKL-a zbog velike blizine nivoa i preklapanja talasnih funkcija između stanja različitih perioda. Uračunavanje, uticaja susednih perioda značajno komplikuje rešavanje pomenutog sistema. Periodičnost dizajna KKL-a dozvoljava korišćenje periodičnih graničnih uslova, pretpostavljajući da su sve periode identične, odnosno da imaju potpuno isti set od ukupno N Landauovih nivoa po jednoj periodi. Kako ima ukupno N nivoa, te $N-1$ linearno zavisna jednačina, koristeći činjenicu da ukupna koncentracija po jednoj periodi mora biti konstanta, kao N -tu

jednačinu koristimo
$$\sum_{i=1}^N N_i = N_S.$$

Optičko pojačanje se računa uzimajući u obzir sve prelaze sa Landauovih nivoa koji pripadaju gornjem laserskom stanju na sve Landauove nivoe koji pripadaju donjem laserskom stanju [94]. Koristeći jednačinu (4.29), sumirajući po svim Landauovim indeksima, konačan izraz za pojačanje ima oblik:

$$g_{3 \rightarrow 2} = \frac{2\pi^2 e^2}{n\epsilon_0} \cdot \frac{d_{3 \rightarrow 2}^2}{\lambda} \sum_l \delta(E_{3,l} - E_{2,l} - \hbar\omega) (N_{S_{3,l}} - N_{S_{2,l}}) \quad (7.12)$$



Slika 7-15. Profil pojačanja strukture na primeru dizajna sa: a) dve kvantne jame, i b) tri kvantne jame

Kao što se vidi sa slike 7-15, gde su prikazani profili pojačanja za obe pomenute strukture, vrednosti magnetnog polja su varirane od 1.5T do 20T, sa korakom od 0.1T. Sistem brzinskih jednačina se može rešavati samo nakon uračunavanja uticaja oba tipa rasejanja, zbog približno istog uticaja na ukupnu brzinu rasejanja.

Uticaji IRS-a su od posebnog značaja kada je raspored Landauovih nivoa takav da ne postoji nivo pozicioniran na rastojanju približno jednakom energiji LO fonona ispod nivoa (3,i), pa je u tom slučaju rasejanje na LO fononima onemogućeno. Na slikama 7-7 i 7-8 je to posebno izraženo za vrednosti magnetnog polja od $B=12.7T$ za strukturu koja emituje na 4.6THz i $B=9.2T$ za strukturu koja emituje na 3.9THz. Što se samog rasejanja na neravninama površina tiče, u simulacijama su uzimani u obzir samo nivoi koji su udaljeni manje od 50 meV od nivoa sa kog se vrši prelaz. Posebno izraženi pikovi u profilima pojačanja su za vrednosti magnetnog polja od 9.1T i 17.4T za prvu strukturu, što odgovaraja vrednostima talasnih vektora 164.54cm^{-1} i 164.15cm^{-1} , dok se izraženi pikovi u slučaju pojačanja sračunatog za drugu strukturu mogu uočiti za vrednosti magnetnog polja od 6.2T, 13.4T i 15.9T, što odgovara vrednostima talasnih vektora 125.02cm^{-1} , 123.4cm^{-1} i 122.6cm^{-1} . Kod strukture sa tri kvantne jame je posebno zanimljiva činjenica da pojačanje ne opada značajno sa daljim porastom magnetnog polja preko 20T. To se objašnjava time što je pri većim vrednostima magnetnog polja onemogućeno ostvarivanje uslova za rezonantnu emisiju LO fonona, što se dešava na manjim vrednostima magnetnog polja nego u slučaju prve strukture pošto su energetski nivoi bliži jedni drugima u slučaju strukture sa tri jame.

8 Zaključak

U oblasti poluprovodničkih lasera primer koji možda najbolje ilustruje na koji način se promenom parametara strukture može uticati na karakteristike naprave jesu kvantno kaskadni laseri, složene poluprovodničke strukture, sastavljene od periodičnog niza tankih slojeva različitih materijala, kod kojih je moguće postići veliko optičko pojačanje zahvaljujući kaskadnom relaksiranju elektrona sa nivoa na nivo u pomenutoj periodičnoj strukturi formiranoj od višestrukih kvantnih jama. Položaj energetskih nivoa u ovakvim strukturama je određen debljinom slojeva, te je pažljivim projektovanjem moguće ostvariti emisiju svetlosti u širokom opsegu talasnih dužina, pri tome ne menjajući korišćeni materijal. Prednosti koje takođe karakterišu unutarzonsku prirodu prelaza kod kvantno kaskadnih lasera su veoma brzi transportni procesi, što ima veliki uticaj na performanse lasera, i kaskadni procesi koji nastaju kada elektron, jednom podvrgnut unutarzonskim prelazima (pri čemu emituje jedan foton u jednoj periodi strukture), može dalje tunelovati u sledeću periodu strukture, gde opet može emitovati foton, i na taj način se može ostvariti veća izlazna snaga.

U ovoj disertaciji dat je detaljan opis principa funkcionisanja kvantnih kaskadnih lasera, čija talasna dužina zračenja pripada kako SIC, tako i THC delu spektra. Kada se ove strukture nađu u jakom magnetnom polju, energetski nivoi se cepaju na serije diskretnih, unapred definisanih, Landauovih nivoa. Ispitivanjem zavisnosti promene jačine polja na raspored Landauovih nivoa, a samim tim i na favorizovanje određenog tipa rasejanja nosilaca, efikasno se može uticati na optičko pojanje KKL-a. Iako je rasejanje na LO fononima dominantan mehanizam rasejanja, pokazano je da uticaji rasejanja na akustičnim fononima (u slučaju SIC struktura) i rasejanja na neravninama površina (u slučaju THC struktura) ne smeju biti zanemareni.

Ukupno su posmatrane četiri strukture, dve pripadaju SIC oblasti spektra, dok su druge dve predstavnici THC KKL-a. U sva četiri slučaja se rešavanjem Schrödingerove jednačine, primenom metoda konačnih razlika, izračunavaju približne vrednosti energija i odgovarajuće talasne funkcije posmatranih aktivnih regiona. Zatim su, radi dobijanja preciznih rezultata, u okolini vrednosti energija dobijenih metodom konačnih razlika, primenom metode pogađanja, uz uračunavanje efekata zonske neparaboličnosti, nađene

tačne vrednosti energija osnovnog stanja, donjeg i gornjeg laserskog nivoa. Na dve strukture čija talasna dužina zračenja odgovara SIC delu spektra primenjen je genetski algoritam za dobijanje optimalnih debljina slojeva strukture pri kojima se dobija maksimalna vrednost pojačanja kada na strukture nije primenjeno magnetno polje. Kada na te strukture primenimo magnetno polje, izračunavajući samo brzine rasejanja koja imaju najveći uticaj na ukupnu brzinu rasejanja nosilaca između različitih nivoa u strukturi, što su u ovom slučaju rasejanje na longitudinalnim optičkim fononima i rasejanje na akustičnim fononima, dolazi se do ukupne brzine rasejanja nosilaca.

Rešavanjem potpunog sistema brzinskih jednačina dolazi se do raspodele koncentracije nosilaca po nivoima, na osnovu čega se računa optičko pojačanje strukture. Neki pikovi u profilu pojačanja odgovaraju već poznatim linijama nekih štetnih jedinjenja (uglavnom gasova) u apsorpcionom spektru, te je moguće koristiti ove strukture za detekciju otrovnih gasova u vazduhu.

Druge dve strukture su predstavnici KKL-a THC oblasti, čije se aktivne oblasti sastoje od dve i tri kvantne jame, pa se mogu smatrati najjednostavnijim strukturama sa stanovišta fabrikacije. Elektronska struktura je sračunata kao u prethodno opisanim slučajevima. Kako su rastojanja između laserskih podnivoa (kada je na strukturu primenjeno jako magnetno polje) mnogo manja nego u slučaju SIC KKL-a, tako da dolazi do veće interakcije između susednih jama i većih preklapanja talasnih funkcija na razdvojnim površinama, uticaj rasejanja nosilaca na neravninama površina se mora uzeti u obzir prilikom računanja ukupne brzine relaksacije nosilaca, ali je uticaj rasejanja na akustičnim fononima zanemarljiv.

Nakon izračunavanja ukupne brzine relaksacije nosilaca sa gornjeg laserskog nivoa, na već poznati način (rešavanjem sistema brzinskih jednačina) dolazi se do zavisnosti pojačanja strukture od jačine primenjenog magnetnog polja. Treba napomenuti da se prilikom rešavanja sistema jednačina smatra da svaka perioda ima identičan set Landauovih uslova sa identičnom raspodelom naelektrisanja, uz korišćenje periodičnih graničnih uslova.

Za obe strukture mogu biti veoma izražene varijacije optičkog pojačanja sa promenom jačine magnetnog polja, što zavisi od toga da li su stečeni uslovi za emisiju rezonantnog LO fonona. Efekti promene pojačanja su više izraženi u slučaju strukture sa

tri kvantne jame (koja emituje na 3.9THz) usled veoma male udaljenosti energetskih podnivoa aktivne oblasti.

Predstavljeni proračuni se mogu lako primeniti na neku drugu strukturu iz proizvoljne oblasti IR dela spektra. Analizirane strukture THC dela spektra su preuzete iz literature, jer su u pitanju već postojeće realne strukture koje su dovoljno poznate u smislu dizajna, ali ne i izlaznih karakteristika, pa je bilo korisno proučiti njihovo ponašanje u prisustvu jakog magnetnog polja. Kao i u slučaju SIC lasera, numerički proračuni i analiza se mogu vrlo jednostavno prilagoditi sprovođenjem optimizacionog postupka kojim bi se generisala struktura koja emituje na nekoj drugoj karakterističnoj talasnoj dužini, adekvatnoj za detekciju drugih toksičnih materija.

9
10 **Literatura**

- [1] C. Gmachl, F. Capasso, D. Sivco and A. Cho, "Recent progress in quantum cascade lasers and applications," *Rep. Prog. Phys.*, vol. 64, pp. 1533–601, 2001.
- [2] J. Faist, F. Capasso, D. Sivco, C. Sirtori, A. Hutchinson and A. Cho, "Quantum Cascade Laser," *Science*, vol. 264, pp. 553-556, 1994.
- [3] A. Kosterev and F. Tittel, "Chemical sensors based on quantum cascade lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 38, pp. 582-591, 2002.
- [4] G. Wysocki, R. Lewicki, R. Curl, F. Tittel, L. Diehl, F. Capasso, M. Troccoli, G. Hofler, D. Bour, S. Corzine, R. Maulini, M. Giovannini and J. Faist, "Widely tunable mode-hop free external cavity quantum cascade lasers for high resolution spectroscopy and chemical sensing," *Applied Physics B*, vol. 92, pp. 305-311, 2008.
- [5] J. McManus, J. Shorter, D. Nelson, M. Zahniser, D. Glenn and R. McGovern, "Pulsed quantum cascade laser instrument with compact design for rapid, high sensitivity measurements of trace gases in air," *Applied Physics B*, vol. 92, pp. 387-392, 2008.
- [6] Z. Ikonić, V. Milanović, *Poluprovodničke kvantne mikrostrukture*. Beograd: Univerzitet u Beogradu, 1997.
- [7] A. Mirčetić, "Dizajn elektronskih karakteristika kvantno kaskadnih lasera za rad u infracrvenoj oblasti spektra," Beograd, Doktorska disertacija 2005.
- [8] Jeff Hecht, "Quantum cascade lasers prepare to compete for terahertz applications," *Laser Focus World*, October 2010.
- [9] E. Normand, I. Howieson, M. McCulloch and P. Black, "Quantum cascade laser (QCL) based sensor for the detection of explosive compounds," *Proc. SPIE 6402, Optics and Photonics for Counterterrorism and Crime Fighting II*, vol. 6402, pp. 64020G- (1-

12), September 2006.

- [10] A. Daničić, J. Radovanović, V. Miilanović, D. Inđin and Z. Ikonić, "Optimization and magnetic-field tunability of quantum cascade laser for applications in trace gas detection and monitoring," *Journal of Physics D*, vol. 43, pp. 045101 (1-8), 2010.
- [11] A. Vasanelli, A. Leuliet, C. Sirtori, A. Wade, G. Fedorov, D. Smirnov, G. Bastard, B. Vinte4, M. Giovannini and J. Faist, "Role of elastic scattering mechanisms in GaInAs/AlInAs quantum cascade lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 89, pp. 172120 (1-3), 2006.
- [12] L. Diehl, D. Bour, S. Corzine, J. Zhu, G. Höfler, M. Lončar, M. Troccoli and F. Capasso, "High-power quantum cascade lasers grown by low-pressure metal organic vapor-phase epitaxy operating in continuous wave above 400 K," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 88, pp. 201115 (1-3), 2006.
- [13] F. Tittel, D. Richter and A. Fried, "Mid-Infrared Laser Applications in Spectroscopy," *Top. Appl. Phys.*, vol. 89, pp. 458-529, 2003.
- [14] C. Sirtori H. Page and C. Becker, "GaAs-based quantum cascade lasers," *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, vol. 359, pp. 505-522, 2001.
- [15] M. Garcia, E. Normand, C. Stanley, C. Ironside, C. Farmer, G. Duxbury and N. Langford, "An AlGaAs-GaAs quantum cascade laser operating with a thermoelectric cooler for spectroscopy of NH₃," *Optics Communications*, vol. 226, pp. 39-43, 2003.
- [16] L. Hvozdar, S. Gianordoli, G. Strasser, W. Schrenk, K. Unterrainer, E. Gornik, Ch. Murthy, M. Kraft, V. Pustogow and B. Mizaikoff, "GaAs/AlGaAs quantum cascade laser – a source for gas absorption spectroscopy," *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, vol. 7, pp. 37-39, 2000.
- [17] M. Mordmueller, U. Willer and W. Schade, "Detection of explosives in the MIR using quantum cascade lasers," in "*International Quantum Cascade Lasers School & Workshop*", *Book of Abstracts*, Baden, Austria, p. 110, 2012.

- [18] A. Rostami, H. Rasooli and H. Baghban, "Terahertz and Infrared Quantum Cascade Lasers," in *Technology Fundamentals and Applications, Lecture Notes in Electrical Engineering*, Technology Fundamentals and Applications, Lecture Notes in Electrical Engineering ed.: Springer, pp. 191-238, 2011.
- [19] L. Ajili, "Quantum cascade lasers at terahertz frequencies," Institut de physique Universite de Neuchatel, Doktorska disertacija 2007.
- [20] M. Helm, P. England, E. Colas, F. DeRosa and S. Allen, "Intersubband emission from semiconductor superlattices excited by sequential resonant tunneling," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 63, pp. 74-77, 1989.
- [21] R. Köhler, A. Tredicucci, F. Beltram, H. Beere, E. Linfield, A. Davies and D. Ritchie, "High-intensity interminiband terahertz emission from chirped superlattices," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 80, pp. 1867–1869, 2002.
- [22] S. Blaser, M. Rochat, M. Beck, J. Faist and U. Oesterle, "Far-infrared emission and starkcyclotron resonances in a quantum cascade structure based on photon-assisted tunneling transition," *Phys. Rev. B*, vol. 61, pp. 8369–8374, 2000.
- [23] G. Bastard, F. Carosella, F. R. Jasnot, C. Ndebeka-Bandou. L. A. de Vaultier, R. Ferreira, "Scattering in cascade structures: Modelling of non radiative transitions and Free Carrier Absorption," in *International Quantum Cascade Lasers School & Workshop*, Baden, Austria, p.16, 2012.
- [24] B. Mitrović, V. Milanović and Z. Ikonić, "Semiconductor quantum wells with in-plane magnetic field: the self-consistent treatment," *Semicon. Sci. Technol*, vol. 6, pp. 93-97, 1991.
- [25] S. Živanović, V. Milanović and Z. Ikonić, "Intraband absorption in semiconductor quantum wells in the presence of a perpendicular magnetic field," *Phys. Rev.*, vol. 52, pp. 8305-8311, 1995.
- [26] U. Bockelmann and G. Bastard, "Interband absorption in quantum wires. II. Nonzero-magnetic-field case," *Phys. Rev. B*, vol. 45, pp. 1700-1704, 1992.

- [27] E. De Salvo, R. Girlanda, and A. Quattropani, "Two-photon interband transitions in semiconductors in a static magnetic field. Nonlocal effects," *Nuovo Cimento D*, vol. 5, pp. 63-76, 1985.
- [28] J. Radovanović, V. Milanović, Z. Ikonić and D. Inđin, "Control of optical gain in the active region of quantum cascade laser by strong perpendicular magnetic field," *Material Science Forum*, vol. 494, pp. 31-36, 2005.
- [29] G. Sun and J. Khurgin, "Optically pumped four-level infrared laser based on intersubband transitions in multiple quantum wells: feasibility study," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, pp. 1104-1111, 1993.
- [30] H. Teng, J. Sun, G. Haddad, M. Stroscio, S. Yu and K. Kim, "Phonon assisted intersubband transitions in step quantum well structures," *J. Appl. Phys.*, vol. 84, pp. 2155-2164, 1998.
- [31] B. Novaković, "Uticaj elektron-elektron rasejanja na brzinu relaksacije u GaAs/AlGaAs kvantno kaskadnim laserima," Magistarska teza, 2007.
- [32] P. Turley, S. Teitsworth and B. Bose, "Theory of localized phonon modes and their effects on electron tunneling in double-barrier structures," *J. Appl. Phys.*, vol. 72, pp. 2356-2366, 1992.
- [33] B. Ridley, *Quantum Processes in Semiconductors*, 4th ed. Oxford: Clarendon Press, 1999.
- [34] G. Sun and J. Khurgin, "Optically Pumped Four-Level Infrared Laser Based on Intersubband Transitions in Multiple Quantum Wells: Feasibility Study," *IEEE J. Quantum Elec.*, vol. 29, pp. 1104-1111, 1993.
- [35] A. Daničić, J. Radovanović, D. Inđin and Z. Ikonić, "Modeling of electron relaxation processes and the optical gain in a magnetic field assisted THz quantum cascade laser," *Phys. Scr.*, vol. T249, pp. 014017 (1-5), 2012.
- [36] T. Unuma, M. Yoshita, T. Noda, H. Sakaki and H. Akiyama, "Intersubband absorption linewidth in GaAs quantum wells due to scattering by interface roughness, phonons,

- alloy disorder, and impurities," *J. Appl. Phys.*, vol. 93, pp. 1586-1597, 2003.
- [37] A. Leuliet, A. Vasanelli, A. Wade, G. Fedorov, D. Smirnov, G. Bastard and C. Sirtori, "Electron scattering spectroscopy by a high magnetic field in quantum cascade lasers," *Phys. Rev. B*, vol. 73, pp. 085311 (1-9), 2006.
- [38] E. Runge, "Excitons in semiconductor nanostructures," *Solid State Physics*, vol. 57, pp. 149-305, 2002.
- [39] F. Carosella, C. Ndebeka-Bandou, R. Ferreira, E. Dupont, K. Unterrainer, G. Strasser, A. Wacker and G. Bastard, "Free-carrier absorption in quantum cascade structures," *Phys. Rev. B*, vol. 85, pp. 085310 (1-9), 2012.
- [40] D. Whitley, "An overview of evolutionary algorithms: practical issues and common pitfalls," *Inf. Software Technol.*, vol. 43, pp. 817-831, 2001.
- [41] http://www.doc.ic.ac.uk/~nd/surprise_96/journal/vol4/tcw2/report.html.
- [42] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling and B. Flannery, *Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing*. New York: Cambridge University Press, 2007.
- [43] U. Ekenberg, "Nonparabolicity effects in a quantum well: Sublevel shift, parallel mass, and Landau levels," *Phys. Rev. B*, vol. 40, pp. 7714-7726, 1989.
- [44] A. Daničić, J. Radovanović, V. Milanović, D. Inđin and Z. Ikonić, "Quantum Cascade Laser Design for Tunable Output at Characteristic Wavelengths in the Mid-Infrared Spectral Range," *Acta Physica Polonica A*, vol. 117, pp. 772-776, 2010.
- [45] C. Becker, C. Sirtori, O. Drachenko, V. Rylkov and J. Leotin, "GaAs quantum box cascade lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 81, pp. 2941 (1-3), 2002.
- [46] J. Radovanović, V. Milanović, Z. Ikonić, D. Inđin and P. Harrison, "Electron-phonon relaxation rates and optical gain in a quantum cascade laser in a magnetic field," *Journal of applied physics*, vol. 97, p. 103109, 2005.
- [47] J. Radovanović, A. Mirčetić, V. Milanović, Z. Ikonić, D. Inđin, P. Harrison and R. W.

- Kelsall, "Influence of the active region design on output characteristics of GaAs/AlGaAs quantum cascade lasers in a strong magnetic field," *Semicon. Sci. Technol.*, vol. 21, pp. 215-220, 2006.
- [48] M. Weida, D. Arnone and T. Day, "Tunable QC laser opens up in mid-IR sensing applications," *Laser Focus World*, vol. 42, July 2006.
- [49] www.hitran.com.
- [50] K. Vijayraghavan, R. Adams, A. Vizbaras, M. Jang, C. Grasse, G. Boehm, M. Amann and M. Belkin, "Terahertz sources based on Čerenkov difference-frequency generation in quantum cascade lasers," *Appl. Phys. Letters*, vol. 100, pp. 251104 (1-4), 2012.
- [51] Q. Qin, B. Williams, S. Kumar, J. Reno and Q. Hu, "Tuning a Terahertz Wire Laser," *Nature Photonics*, vol. 3, pp. 732-737, 2009.
- [52] Q. Hu, "High-performance THz QCLs and applications," in *"International Quantum Cascade Lasers School & Workshop"*, *Book of Abstracts*, Baden, p. 10, 2012.
- [53] A. Lee, B. Williams, S. Kumar, Q. Hu and J. Reno, "Tunable Terahertz Quantum Cascade Lasers with External Gratings," *Opt. Lett.*, vol. 35, pp. 910-912, 2010.
- [54] R. Köhler, A. Tredicucci, F. Beltram, H. Beere, E. Linfield, A. Davies, D. Ritchie, R. Iotti and F. Rossi, "Terahertz semiconductor-heterostructure laser," *Nature*, vol. 417, pp. 156-159, 2002.
- [55] G. Scalari, C. Walther, M. Fischer, R. Terazzi, H. Beere, D. Ritchie and J. Faist, "THz and sub-THz quantum cascade lasers," *Laser & Photon. Rev.*, vol. 3, pp. 45-66, 2008.
- [56] S. Kumar, "Recent Progress in Terahertz Quantum Cascade Lasers," *J. of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 17, p. 38, 2011.
- [57] A. Lee, Q. Qin, S. Kumar, B. Williams, Q. Hu and J. Reno, "Real-time terahertz imaging over a standoff distance (>25meters)," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 89, pp. 14112 (1-3), 2006.

- [58] N. Rothbart, H. Richter, M. Wienold, L. Schrottke, M. Giehler, R. Hey, H. Grahn and H. Hubers, "Terahertz imaging using a fast scanning mirror and a quantum-cascade laser," in *International Quantum Cascade Lasers School & Workshop*, Baden, Austria, p. 116, 2012.
- [59] H. Richter, M. Greiner-Bär, S. Pavlov, A. Semenov, M. Wienold, L. Schrottke, M. Giehler, R. Hey, H. T. Grahn and H. Hubers, "A compact, continuous-wave terahertz source based on a quantum-cascade laser and a miniature cryocooler," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 10177-10187, 2010.
- [60] R. Eichholz, H. Richter, S. Pavlov, M. Wienold, L. Schrottke, M. Giehler, R. Hey, H. Grahn and H. Hubers, "Compact THz spectrometer based on a multimode terahertz quantum-cascade laser," in *International Quantum Cascade Lasers School & Workshop*, Baden, Austria, p. 114, 2012.
- [61] R. Eichholz, H. Richter, S. Pavlov, M. Wienold, L. Schrottke, R. Hey, H. Grahn and H. Hübbers, "Multi-channel terahertz grating spectrometer with quantum-cascade laser and microbolometer array," *Appl. Phys. Lett.* 99, vol. 99, pp. 141112 (1-3), 2011.
- [62] R. Adams, K. Vijayraghavan, Q. Wang, J. Fan, F. Capasso, S. Khanna, A. Davies, E. Linfield and M. Belkin, "GaAs/Al_{0.15}Ga_{0.85}As terahertz quantum cascade lasers with double-phonon resonant depopulation operating up to 172 K," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 97, pp. 131111 (1-2), 2010.
- [63] S. Kumar, Q. Hu and J. Reno, "186K operation of terahertz quantum cascade laser based on a diagonal design," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 94, pp. 131105 (1-3), 2009.
- [64] G. Scalari, M. Amanti, C. Walther, R. Terazzi, M. Beck and J. Faist, "Broadband THz lasing from a photon-phonon quantum cascade structure," *Optics Express*, vol. 18, pp. 8043–8052, 2010.
- [65] B. Williams, "Terahertz quantum-cascade lasers," *Nat. Photon.*, vol. 1, pp. 517-525, 2007.
- [66] M. Rochat, L. Ajili, H. Willenberg, J. Faist, H. Beere, G. Davies, E. Linfield and D.

- Ritchie, "Low-threshold terahertz quantum-cascade lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 81, pp. 1381-1383, 2002.
- [67] A. Tredicucci, F. Capasso, C. Gmachl, D. Sivco, A. Hutchinson, A. Cho, J. Faist and G. Scamarcio, "High-power inter-miniband lasing in intrinsic superlattices," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 72, pp. 2388-2390, 1998.
- [68] M. Helm, "Infrared spectroscopy and transport of electrons in semiconductor superlattices," *Semicond. Sci. Technol.*, vol. 10, pp. 557-575, 1995.
- [69] R. Köhler, A. Tredicucci, F. Beltram, H. Beere, E. Linfield, A. Davies and D. Ritchie, "Low-threshold quantum-cascade lasers at 3.5 THz," *Opt. Lett.*, vol. 28, pp. 810-812, 2003.
- [70] J. Faist, M. Beck, T. Aellen and E. Gini, "Quantum cascade lasers based on a bound-to-continuum transition," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 78, pp. 147-149, 2001.
- [71] G. Scalari, L. Ajili, J. Faist, H. Beere, E. Linfield, D. Ritchie and G. Davies, "Far-infrared bound-to-continuum quantum-cascade lasers operating up to 90 K," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 82, pp. 3165-3167, 2003.
- [72] L. Ajili, G. Scalari, J. Faist, H. Beere, E. Linfield, D. Ritchie and G. Davies, "High power quantum cascade lasers operating at $\sim 87\mu\text{m}$ and $130\mu\text{m}$," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 85, pp. 3986-3988, 2004.
- [73] B. Williams, H. Callebaut, S. Kumar, Q. Hu and J. Reno, "3.4-THz quantum cascade laser based on longitudinal-optical-phonon scattering for depopulation," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 82, pp. 1015-1017, 2003.
- [74] B. Williams, S. Kumar, Q. Hu and J. Reno, "Operation of terahertz quantum-cascade lasers at 164 K in pulsed mode and at 117 K in continuous-wave mode," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 3331-3339, 2005.
- [75] R. Kohler, A. Tredicucci, C. Mauro, F. Beltram, H. Beere, E. Linfield, A. Davies and D. Ritchie, "Terahertz quantum-cascade lasers based on an interlaced photon-phonon

cascade," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 84, pp. 1266-1268, 2004.

- [76] G. Scalari, N. Hoyler, M. Giovannini and J. Faist, "Terahertz bound-to-continuum quantum cascade lasers based on optical-phonon scattering extraction," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 86, pp. 181101 (1-3), 2005.
- [77] A. Wade, G. Fedorov, D. Smirnov, S. Kumar, B. Williams, Q. Hu and J. Reno, "Magnetic-field-assisted terahertz quantum cascade laser operating up to 225K," *Nature Photon.*, vol. 3, pp. 41 - 45 , 2009.
- [78] C. Sirtori, P. Kruck, S. Barbieri, H. Page, J. Nagle, M. Beck, J. Faist and U. Oesterle, "Low-loss al-free waveguides for unipolar semiconductor lasers.," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 75, pp. 3911-3913, 1999.
- [79] G. Strasser, S. Gianordoli, L. Hvozdar, W. Schrenk, K. Unterrainer and E. Gornik, "GaAs/AlGaAs superlattice quantum cascade lasers at $\lambda \approx 13 \mu\text{m}$," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 75, pp. 1345-1348, 1999.
- [80] R. Colombelli, F. Capasso, C. Gmachl, A. Hutchinson, D. Sivco, A. Tredicucci, M. Wanke, A. Sergent and A. Cho, "Far-infrared surface-plasmon quantum-cascade lasers at 21.5 μm and 24 μm wavelengths," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 78, pp. 2620-2622, 2001.
- [81] C. Sirtori, C. Gmachl, F. Capasso, J. Faist, D. Sivco, A. Hutchinson and Y. Cho, "Long-wavelength (8–11.5 μm) semiconductor lasers with waveguides based on surface plasmons," *Opt. Lett.*, vol. 23, pp. 1366-1368, 1998.
- [82] A. Tredicucci, C. Gmachl, M. Wanke, F. Capasso, A. Hutchinson, D. Sivco, S. Chu and A. Cho, "Surface plasmon quantum cascade lasers at 19 μm ," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 77, pp. 2286-2288, 2000.
- [83] J. Ulrich, R. Zobl, N. Finger, K. Unterrainer, G. Strasser and E. Gornik, "Terahertz-electroluminescence in a quantum cascade structure," *Physica B*, vol. 272, pp. 216-218, 1999.
- [84] D. Hofstetter, J. Faist, M. Beck and U. Oesterle, "Surface-emitting 10.1 μm quantum-cascade distributed feedback lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 75, no. 24, pp. 3769-3771,

1999.

- [85] D. Hofstetter, J. Faist, M. Beck, A. Muller and U. Oesterle, "Demonstration of highperformance 10.16 μm quantum cascade distributed feedback lasers fabricated without epitaxial regrowth," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 75, pp. 665-667, 1999.
- [86] W. Schrenk, N. Finger, S. Gianordoli, L. Hvozدارa, G. Strasser and E. Gornik, "GaAs/AlGaAs distributed feedback quantum cascade lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 76, pp. 253-255, 2000.
- [87] G. Scalari, C. Walther, L. Sirigu, M. Sadowski, H. Beere and D. Ritchie, "Strong confinement in terahertz intersubband lasers by intense magnetic fields," *Phys. Rev. B*, vol. 76, pp. 115305 (1-7), 2007.
- [88] A. Wade, "Quantum Cascade Lasers in High Magnetic Fields," The Florida State University, Doktorska disertacija 2008.
- [89] C. Sirtori, F. Capasso, J. Faist, A. Hutchinson, D. Sivco and A. Cho, "Resonant tunneling in quantum cascade lasers," *J. Quantum Electron.*, vol. 34, pp. 1722-1729, 1998.
- [90] S. Kumar, C. Chan, Q. Hu and J. Reno, "Two-well terahertz quantum-cascade laser with direct intrawell-phonon depopulation," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 95, pp. 141110 (1-3), 2009.
- [91] D. Woolard, E. Brown, M. Pepper and M. Kemp, "Terahertz frequency sensing and imaging: A time of reckoning future applications?," *Proc. IEEE*, vol. 93, pp. 1722-1743, 2005.
- [92] Q. Hu, B. Williams, S. Kumar, H. Callebaut, S. Kohen and J. Reno, "Resonant-phonon-assisted THz quantum-cascade lasers with metal-metal waveguides," *Semicond. Sci. Technol.*, vol. 20, pp. S228-S236, 2005.
- [93] I. Savić, N. Vukmirović, Z. Ikonić, D. Indjin, R. Kelsall, P. Harrison and V. Milanović, "Density matrix theory of transport and gain in quantum cascade lasers in a magnetic

Optimizacija kvantnih kaskadnih lasera srednje infracrvene i terahercne oblasti spektra u jakom magnetnom polju

field," *Phys. Rev. B*, vol. 76, pp. 165310 (1-15), 2007.

- [94] J. Radovanović, V. Milanović, Z. Ikonić, D. Inđin and P. Harrison, "Electron-phonon relaxation rates and optical gain in a quantum cascade laser in a magnetic field," *J. Appl. Phys.*, vol. 97, pp. 103109 (1-5), 2005.

Radovi

Objavljeni radovi u vezi sa rezultatima izloženim u tezi:

1. **Daničić A.**, Radovanović J., Milanović V., Ikonić D., Indjin Z.: Optimization and magnetic-field tunability of quantum cascade laser for applications in trace gas detection and monitoring, - *Journal of Physics D – Applied Physics*, vol. 43, no. 4, pp. 045101 (1-8), 2010.
2. **Daničić A.**, Radovanović J., Indjin D., Ikonić Z.: Modeling of electron relaxation processes and the optical gain in a magnetic-field assisted THz quantum cascade laser, - *Physica Scripta*, T149, pp. 014017 (1-5), 2012.
3. Radovanović J., Ramović S., **Daničić A.**, Milanović V.: Negative refraction in semiconductor metamaterials based on quantum cascade laser design for the mid-IR and THz spectral range, - *Applied Physics A*, vol. 109, pp. 763-768, 2012.
4. **Daničić A.**, Radovanović J., Milanović V., Ikonić D., Indjin Z.: Quantum Cascade Laser Design for Tunable Output at Characteristic Wavelengths in the Mid-Infrared Spectral Range, *Acta Physica Polonica A*, vol. 117, no. 5, pp. 772-776, 2010.
5. Radovanović, **A. Daničić**, V. Milanović, D. Ikonić and Z. Indjin, *Inter-Landau Level Scattering Processes in Magnetic Field Assisted THz Quantum Cascade Lasers*, *Acta Physica Polonica A*, vol. 120, no. 2, pp. 227-230, 2011.
6. **Daničić A.**, Radovanović J., Milanović V., Indjin D., Ikonić Z.: "Electron confinement engineering in THz Quantum Cascade Laser by external magnetic field", - *Book of abstracts, International Quantum Cascade Lasers School & Workshop*, Baden, Austria, 2012., p. 163.
7. **Daničić A.**, Radovanović J., Milanović V., Spagnolo V., Scamarcio G., "Optimizacija kvantnog kaskadnog lasera za primene u atmosferskom monitoringu u infracrvenoj oblasti spektra", - *zbornik radova, 53. konferencija ETRAN*, Vrnjačka Banja, 2009., rad MO2.5, pp. 53-54.

Biografija

Kandidat Aleksandar Daničić je rođen 07.04.1984. godine u Beogradu. Osnovnu i srednju školu završio je u Beogradu, nakon čega je upisao Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu 2003. godine, gde je diplomirao 2007. godine na Odseku za Fizičku elektroniku sa prosečnom ocenom 8,60 odbranom diplomskog rada sa temom “Napredni modulacioni formati za transportne optičke mreže visokih kapaciteta”. Iste godine upisao je diplomske akademske (master) studije na Grupi za nanoelektroniku, optoelektroniku i lasersku tehniku, koje je završio 2009. godine sa prosečnom ocenom 9,60 odbranom master rada sa temom “Optimizacija kvantnog kaskadnog lasera na karakterističnim talasnim dužinama u infracrvenoj oblasti spektra”. Od 2009. godine zaposlen je kao istraživač pripravnik u Institutu za nuklearne nauke “Vinča”, u Laboratoriji za atomsku fiziku, pri čemu je 2010. godine unapređen u zvanje istraživač saradnik. U toku svoje naučne karijere Aleksandar Daničić je do sada objavio četiri rada u vrhunskim međunarodnim časopisima sa SCI liste [M21], tri u vodećim međunarodnim časopisima [M22], tri u međunarodnim časopisima [M23] i tri u zbornicima apstrakata i radova sa međunarodnih konferencija [M33], a objavio je i tri rada na domaćim konferencijama [M63].

Izjava o autorstvu

Potpisani _____

broj upisa _____

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis doktoranda

U Beogradu, _____

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora _____

Broj upisa _____

Studijski program _____

Naslov rada _____

Mentor _____

Potpisani _____

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stanicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis doktoranda

U Beogradu, _____

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku "Svetozar Marković" da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne Zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo
2. Autorstvo – nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poledini lista).

Potpis doktoranda

U Beogradu, _____

1. Autorstvo – Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. Autorstvo – nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. Autorstvo – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.