

UNIVERZITET U BEOGRADU

Elektrotehnički fakultet

Ana B. Radosavljević

**Prostiranje svetlosti u kompleksnim
sistemima spregnutih talasovoda**

doktorska disertacija

Beograd, 2015

UNIVERSITY OF BELGRADE
School of Electrical Engineering

Ana B. Radosavljević

**Light propagation in complex systems
of coupled waveguides**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015

Mentor:

Naučni savetnik dr Ljupčo Hadžievski, Univerzitet u Beogradu, Institut za nuklearne nauke „Vinča“

Članovi komisije za javnu odbranu:

1. dr Ljupčo Hadžievski, naučni savetnik, Institut za nuklearne nauke Vinča, Univerzitet u Beogradu
2. dr Jelena Radovanović, vanredni profesor, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
3. dr Vitomir Milanović, profesor emeritus, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
4. dr Goran Gligorić, naučni saradnik, Institut za nuklearne nauke Vinča, Univerzitet u Beogradu
5. dr Peđa Mihailović, vanredni profesor, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Datum odbrane:

Ovom prilikom želela bih da se zahvalim dr Goranu Gligoriću na uspešnoj saradnji i mnogobrojnim korisnim idejama i sugestijama koje su doprinele mom naučnom i istraživačkom usavršavanju i izradi doktorske disertacije.

Zahvaljujem se dr Aleksandri Maluckov, dr Ljupču Hadžievskom i dr Milutinu Stepiću na izdvojenom vremenu za konsultacije i brojnim korisnim savetima tokom mojih doktorskih studija i naučnog rada u Insitutu za nuklearne nauke „Vinča“. Prof. Jeleni Radovanović i prof. Vitomiru Milanoviću, uz čiju pomoć sam počela da se bavim naukom, zahvaljujem na podršci i usmeravanju koje su mi pružali još od prvih predavanja koje sam slušala kod njih.

Kolegama i prijateljima iz P grupe, Petri Beličev Šutulović, Neveni Ilić Raičević, Aleksandru Daničiću, Mariji Ivanović, Jovani Petrović i Marjanu Miletiću, hvala na nesebičnoj podršci i pomoći koje su mi pružali kad god je bilo potrebno, razmeni iskustava i šalama i smehu u pauzama za kafu.*

Posebnu zahvalnost dugujem Sanji i Miri na svakodnevnoj podršci i isticanju pozitivnih strana svake situacije. Na kraju, želela bih da se zahvalim babi i dedi na redovnom snabdevanju slatkisima koji su mi pomogli da nađem rešenje za svaki problem na koji sam naišla u dosadašnjem učenju i radu.

Prostiranje svetlosti u kompleksnim sistemima spregnutih talasovoda

Rezime

Sistemi slabo spregnutih talasovoda, odnosno fotonske rešetke (FR), predstavljaju poznate optičke sisteme za manipulisanje i kontrolu prostiranja svetlosti. Usled periodične modulacije indeksa prelamanja u jednoj, dve ili tri dimenzije i diskretne translacione simetrije, kod njih se mogu definisati odgovarajući frekvencijski zonski spektri sa procepima, slično elektronima u poluprovodnicima, koji diktiraju prostiranje svetlosti.

Pored njihove uloge u upravljanju prostiranjem svetlosti, FR su tokom poslednje decenije često korišćene kao pogodan poligon za direktnu eksperimentalnu realizaciju i fundamentalna ispitivanja raznih kompleksnih fenomena poznatih iz fizike kondenzovane materije, kao što su Anderson-ova lokalizacija (AL) i Bloch-ove oscilacije (BO).

Ova disertacija se bavi definisanjem pogodnih modela i sprovođenjem odgovarajućih numeričkih simulacija u cilju ispitivanja prostiranja svetlosti u tri različita tipa neperiodičnih, tj kompleksnih jednodimenzionalnih (1D) FR: neuređenim, kvaziperiodičnim FR i FR sa gradijentom transverznog profila indeksa prelamanja. Pri prostiranju svetlosti kroz neuređene i kvaziperiodične FR dolazi do AL svetlosti, dok u FR sa gradijentom transverznog indeksa prelamanja dolazi do BO svetlosti. Ovde su proučavane kompleksne FR na bazi fotorefraktivnih materijala, kao što je litijum niobat. Ovi materijali, okarakterisani saturacionim nelinearnim odzivom na svetlost velikog intenziteta, imaju veliki značaj u integrisanoj i nelinearnoj optici i optičkim komunikacijama. Uticaj prisustva saturacione nelinearnosti na AL i BO u kompleksnim FR je takođe

razmotren. Pokazano je koji parametri imaju dominantan uticaj na prostiranje svetlosti u svakom od proučavanih tipova kompleksnih FR, linearnih kao i nelinearnih. Na osnovu ovih rezultata, predložen je koncept kontrolisanja prostiranja svetlosti na bazi kompozitnih rešetki dobijenih nadovezivanjem FR različitih stepena i tipova neuređenosti ili različitih vrednosti gradijenta indeksa prelamanja, sa ili bez dodatnog prisustva saturacione nelinearnosti, u pravcu prostiranja svetlosti.

Numerički rezultati su dobijeni za realne eksperimentalne vrednosti strukturnih parametara FR koji se mogu postići u fotorefraktivnim sredinama, kao što su širine talasovoda, modulacija indeksa prelamanja i dužine FR. Dinamičke simulacije prostiranja svetlosti u kompozitnim FR ukazuju na mogućnost kontrole prostiranja optičkog snopa kroz ove FR odgovarajućim dizajniranjem njihovih strukturnih parametara. Razmotrene su kompozitne strukture koje pokazuju sposobnost da vrše prostorno multipleksiranje, preusmeravanje ili deljenje ulaznog optičkog snopa što bi moglo biti upotrebljeno za bržu obradu optičkih signala. Istraživanje dato u ovoj disertaciji predstavlja doprinos novom polju razvoja primena neperiodičnih optičkih sistema.

Ključne reči: Fotonske rešetke, Anderson-ova lokalizacija, Bloch-ove oscilacije, saturaciona nelinearnost, kontrola prostiranja svetlosti

Naučna oblast: Elektrotehničko inženjerstvo

Uža naučna oblast: Fotonika

UDK broj: 621.3

Light propagation in complex systems of coupled waveguides

Abstract

Systems of weakly coupled waveguide arrays, i.e. photonic lattices (PLs), are well known optical systems for manipulation and control of light propagation. Due to periodic modulation of refractive index in one, two or three dimensions and discrete translational symmetry, it is possible to define appropriate band-gap frequency spectra, similarly to electrons in semiconductors, which dictate the propagation of light.

Besides their role in light propagation management, PLs have also been extensively used, over the past decade, as suitable benchmark for direct experimental realization and fundamental studies of various complex phenomena known from condensed matter physics, such as Anderson localization (AL) and Bloch oscillations (BO).

This dissertation concerns defining the appropriate models and conducting corresponding numerical simulations in order to investigate light propagation in three different types of nonperiodic, i.e. complex one dimensional (1D) PLs: disordered, quasi-periodic PLs and PLs with gradient of transverse refractive index profile. Light propagation in disordered and quasi-periodic leads to AL of light, while BO of light occur in PLs with gradient of transverse refractive index. Here, complex PLs based on photorefractive materials, such as lithium niobate, are investigated. These materials, characterized by saturable nonlinear response to high intensity light, are of great importance in nonlinear and integrated optics and optical communications. The influence of saturable nonlinear response of

photorefractive materials on AL and BO in complex PLs is investigated as well. It has been shown which parameters have dominant effect on light propagation in different types of complex PLs, both linear and nonlinear. Using these findings, the concept of light propagation control is proposed based on composite lattice systems comprising PLs, stacked in light propagation direction, with different degrees and types of disorder or different values of refractive index gradient, with or without additional presence of saturable nonlinearity.

Numerical results are obtained for experimentally feasible values of structural PL parameters that can be achieved in photorefractive media, such as waveguide widths, refractive index modulation and PLs lengths. Dynamical simulations of light propagation in composite PLs indicate the possibility of controlling optical beam propagation through these lattices by properly designing their parameters. Structures that display ability to perform spatial multiplexing, switching or splitting of input optical beam, which might be employed in faster optical signal processing are considered. The research given in this dissertation represents a contribution to new field of developing applications of nonperiodic optical systems.

Key words: Photonic lattices, Anderson localization, Bloch oscillations, saturable nonlinearity, light propagation control

Scientific field: Electrical Engineering

Scientific topic: Photonics

UDK number: 621.3

Sadržaj

| | |
|--|-----------|
| 1 Uvod | 1 |
| 1.1 Sistemi spregnutih talasovoda - fotonske rešetke..... | 1 |
| 1.1.1 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne linearne periodične fotonske rešetke..... | 2 |
| 1.2 Kompleksne fotonske rešetke..... | 7 |
| 1.3 Predmet i cilj istraživanja | 9 |
| 1.3.1 Struktura disertacije..... | 11 |
| 2 Neuređene fotonske rešetke | 13 |
| 2.1 Neuređenost i Anderson-ova lokalizacija..... | 13 |
| 2.2 Neuređene fotonske rešetke i koncept transverzalne lokalizacije svetlosti..... | 16 |
| 2.2.1 Realizacije i zonski spektar jednodimenzionalnih neuređenih fotonskih rešetki | 19 |
| 2.2.2 Karakterizacija prostiranja svetlosti kroz fotonske rešetke | 24 |
| 2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata..... | 27 |
| 2.3.1 Anderson-ova lokalizacija u jednodimenzionalnim neuređenim fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata | 27 |
| 2.3.2 Promena realizacije neuređenosti duž pravca prostiranja svetlosti | 31 |
| 2.3.3 Uticaj nelinearnosti na prostiranje svetlosti kroz neuređene fotonske rešetke | 34 |
| 3 Kvaziperiodične fotonske rešetke | 40 |
| 3.1 Kvaziperiodičnost: Aubry–André-ov model | 40 |
| 3.2 Realizacije i zonski spektar jednodimenzionalnih kvaziperiodičnih fotonskih rešetki | 43 |

| | |
|--|------------|
| 3.3 Kvaziperiodične fotonske rešetke na bazi litijum niobata..... | 45 |
| 3.3.1 Nelinearne kvaziperiodične fotonske rešetke | 50 |
| 4 Fotonske rešetke sa gradijentom transverznog profila indeksa prelamanja | 55 |
| 4.1 Bloch-ove oscilacije | 55 |
| 4.2 Bloch-ove oscilacije u fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata | 57 |
| 4.2.1 Uticaj nelinearnosti i neuređenosti na Bloch-ove oscilacije u fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata | 59 |
| 5 Kontrolisanje prostiranja svetlosti kroz kompleksne fotonske rešetke..... | 63 |
| 5.1 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću neuređenosti..... | 64 |
| 5.2 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću kvaziperiodičnosti..... | 69 |
| 5.3 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću gradijenta transverznog profila indeksa prelamanja | 73 |
| 6 Zaključak..... | 77 |
| Prilog A..... | 81 |
| Saturacioni nelinearni odziv fotorefraktivnih materijala..... | 81 |
| Prilog B..... | 85 |
| Spektralni metod razdvojenih koraka | 85 |
| Literatura | 92 |
| Radovi..... | 103 |
| Biografija..... | 106 |

1

Uvod

1.1 Sistemi spregnutih talasovoda - fotonske rešetke

Na periodično strukturno uređenje se često može naići u različitim oblastima fizike. Jedan od glavnih primera su kristalne rešetke metala i poluprovodnika sa regularnim rasporedom atoma. U optici je koncept periodičnosti uveden po analogiji sa prirodnim kristalnim strukturama i odnosi se na naizmeničnu promenu indeksa prelamanja u jednoj ili više prostornih dimenzija kod veštačkih fotonskih struktura, kao što su spregnuti nizovi talasovoda (u nastavku će kraće biti označeni kao fotonske rešetke - FR) [1], fotonski kristali [2,3], optička vlakna na bazi fotonskih kristala [4] i slično, kao i kod prirodnih fotonskih struktura. U ovakvim strukturama se svetlost, prilikom prostiranja, ponaša veoma slično elektronima u poluprovodničkim strukturama. Stoga fotonske strukture imaju veliki potencijal za realizaciju optičkih integrisanih kola za obavljanje različitih funkcija u budućim sveoptičkim mrežama.

Poslednjih decenija, posebna pažnja je posvećena FR [5,6]. FR su sačinjene od sistema paralelnih optičkih talasovoda koji se nalaze na takvom rastojanju da je omogućeno slabo linearno sprezanje susednih talasovoda preko evanescentnih polja (slika 1.1 (a)). Periodični spregnuti nizovi talasovoda, odnosno periodične FR, predstavljaju poseban tip fotonskih kristala. Generalno, kod fotonskih kristala se, usled periodične promene indeksa prelamanja analogne periodičnom potencijalu kod poluprovodnika, mogu definisati odgovarajući frekvencijski zonski spektri (u nastavku će biti označeni kao zonski spektri), sa zabranjenim i dozvoljenim zonama, koje određuju kojih se frekvencija svetlost može prostirati kroz fotonske kristale. Kod dvodimenzionalnih (2D) FR postoji periodična promena indeksa prelamanja u oba transverzalna pravca, dok je u longitudinalnom pravcu, tj pravcu prostiranja svetlosti, indeks prelamanja sredine

nepromenljiv. Jednodimenzionalne (1D) FR su okarakterisane periodičnom promenom indeksa prelamanja samo u jednom transverzalnom pravcu. FR se odlikuju diskretnom translacionom simetrijom koja se odnosi na činjenicu da se translacijom u pravcu promene indeksa prelamanja osobine njihove strukture ponavljaju samo transliranjem za rastojanje koje predstavlja celobrojni umnožak perioda promene indeksa prelamanja. Dominantni efekti koji se ispoljavaju i rukovode prostiranjem svetlosti kroz FR, su Bragg-ova refleksija i efekti interferencije, te već u linearnom režimu prostiranje svetlosti u ovim sistemima može biti fundamentalno drugačije od prostiranja svetlosti u homogenim sredinama, okarakterisanim kontinualnom translacionom simetrijom. Pri prostiranju kroz FR, svetlost može ostati skoncentrisana u pobuđenim talasovodima u slabo vođenom režimu ili može tunelovati između talasovoda zahvaljujući njihovoj međusobnoj sprezi. Predmet ove disertacije biće 1D FR pa će u nastavku biti ukratko objašnjene osobine prostiranja svetlosti u periodičnim rešetkama, mogućnosti koje periodične rešetke pružaju za upravljanje prostiranjem svetlosti, kao i različiti efekti koji se mogu javiti usled neperiodičnih promena strukture 1D FR.

1.1.1 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne linearne periodične fotonske rešetke

Periodične 1D FR su najjednostavniji predstavnici fotonskih periodičnih struktura. Prostiranje svetlosti u ovakvim sistemima može se opisati Helmholtz-ovom talasnom jednačinom u paraksijalnoj aproksimaciji [7]

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + k_0 n_0 n(x) E = 0, \quad (1.1.1)$$

gde E predstavlja amplitudu električnog polja, $k_0 = 2\pi n_0 / \lambda_0$ moduo talasnog vektora u vakuumu, tj talasni broj, n_0 i λ_0 indeks prelamanja supstrata na kome su upisani talasovodi višeg indeksa prelamanja i talasna dužina svetlosti u vakuumu. Paraksijalna aproksimacija se može primeniti pod pretpostavkom da se amplituda električnog polja sporo menja u z pravcu FR, tj $|\partial^2 E / \partial z^2| \ll 2k_0 n_0 |\partial E / \partial z|$. Modulacija ukupnog indeksa prelamanja rešetke $n(x)$ je periodična funkcija za koju važi $n(x) = n(x+a)$, gde je a period rešetke, zahvaljujući čemu se FR mogu opisati primenom Bloch-ove teoreme,

analogno Kronig-Penney-vom modelu za poluprovodničke kristale. Pošto promena indeksa prelamanja postoji samo u x pravcu, električno polje se razdvajanjem promenljivih može potražiti u obliku proizvoda:

$$E(x, z) = A(x)e^{i\beta z}, \quad (1.1.2)$$

gde je β komponenta talasnog vektora u z pravcu, tj pravcu prostiranja (konstanta prostiranja), a $A(x)$ profil električnog polja u x pravcu koji se može pretpostaviti u obliku Bloch-ovog talasa

$$A(x) = u(x)e^{ik_x x}. \quad (1.1.3)$$

U prethodnom izrazu, k_x je komponenta talasnog vektora u x pravcu, tj pravcu periodične promene indeksa prelamanja. Ubacivanjem izraza (1.1.2) i (1.1.3) u izraz (1.1.1) i rešavanjem dobijenog svojstvenog problema mogu se odrediti svojstvene vrednosti i svojstveni modovi. Kod FR ulogu potencijala kristalne rešetke igra promena indeksa prelamanja, dok elektronskim svojstvenim energijama i funkcijama odgovaraju vrednosti konstanti prostiranja i svojstveni Bloch-ovi modovi električnog polja svetlosti. Dobijene vrednosti konstanti prostiranja formiraju dozvoljene zone zonskog spektra, razdvojene oblastima koje se nazivaju zabranjenim zonama.

Rešavanjem jednačine (1.1.1) se, pored određivanja kompletnog zonskog dijagrama $\beta(k_x)$ 1D FR i izgleda osnovnog i viših modova rešetke, kao u [1], može dobiti realna slika o prostiranju svetlosnog snopa proizvoljnog profila kroz rešetku. U linearnom slučaju se, svetlost koja se prostire kroz rešetku, može predstaviti preko linearne superpozicije svojstvenih modova FR.

U mnogobrojnim slučajevima nije moguće naći analitičko rešenje jednačine (1.1.1) pa se koriste različiti numerički metodi (Prilog B). Pored toga, u praksi se često pribegava njenom aproksimativnom rešavanju primenom teorije spregnutih modova (*Coupled Mode Theory* – CMT) [8,9]. Ova teorija polazi od pojedinačnih talasovoda za koje se pretpostavlja da podržavaju prostiranje samo osnovnog moda, s raspodelom elektromagnetskog (EM) polja skoncentrisanog u oblasti višeg indeksa prelamanja i eksponencijalno opadajućeg van te oblasti. Pošto se talasovodi nalaze na takvom rastojanju da postoji sprezanje suseda preko evanescentnih polja, periodična promena

1.1 Sistemi spregnutih talasovoda - fotonske rešetke

indeksa prelamanja se posmatra kao perturbacija, pri čemu se pretpostavlja da na prostiranje svetlosti u pojedinom talasovodu značajno utiču samo najbliži susedi, što se naziva i aproksimacijom jake veze (*Tight Binding Aproximation* – TBA) [10]. Rezultujući model predstavlja sistem međusobno spregnutih linearnih diferencijalnih jednačina [5,6]

$$i \frac{dE_n}{dz} + \beta_0 E_n + C(\lambda)[E_{n+1} + E_{n-1}] = 0, \quad (1.1.4)$$

gde E_n predstavlja amplitudu električnog polja u n -tom talasovodu, β_0 je propagaciona konstanta pojedinačnih talasovoda, a C konstanta sprezanja koja zavisi od integrala preklapanja evanescentnih polja susednih talasovoda, odnosno talasne dužine upadne svetlosti. Da bi se pobudio osnovni mod u svakom talasovodu, pretpostavlja se da je FR pobuđena ravanskim talasom, u odgovarajućoj diskretnoj formi

$$E_n = E_0 \exp[i(nk_x a + \beta z)] . \quad (1.1.5)$$

Na ovaj način, može se odrediti samo disperziona relacija prve zone zonskog spektra 1D FR, zbog uvedene pretpostavke da se talasovodima prostiru samo osnovni modovi. Disperziona relacija data je u sledećem obliku:

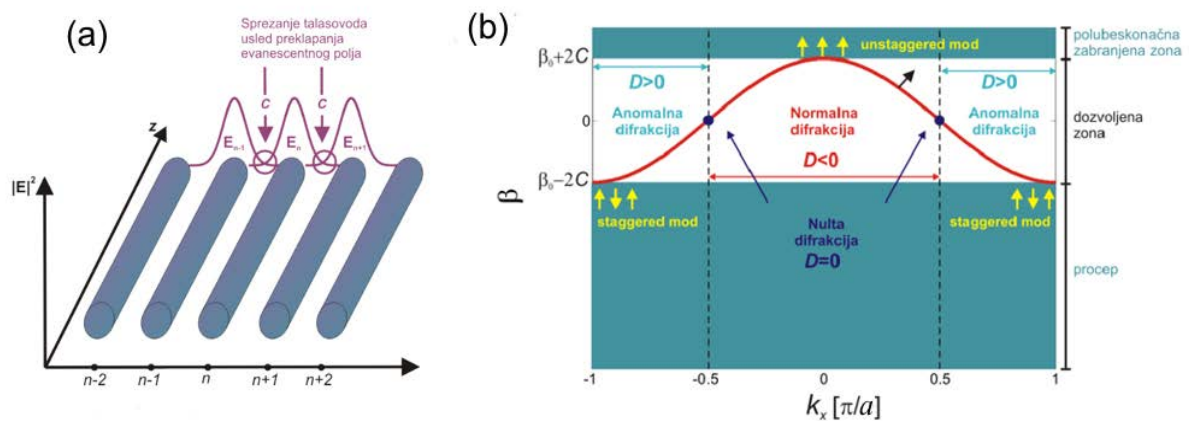
$$\beta = \beta_0 + 2C \cos(k_x a) . \quad (1.1.6)$$

Izgled dobijene prve zone je predstavljen na slici 1.1 (b). Iako se ne može dobiti kompletan zonski spektar, primena teorije spregnutih modova daje jasniji uvid u prirodu prostiranja svetlosti kroz FR, koja se zbog tunelovanja svetlosti od talasovoda do talasovoda, može značajno razlikovati od prostiranja svetlosti kroz homogenu sredinu, kao što je pomenuto u prethodnom odeljku.

Tunelovanje svetlosti između talasovoda, tj širenje svetlosti u x pravcu do kog dolazi pri prostiranju svetlosti u z pravcu, može se karakterisati konstantom difrakcije, definisanom na sledeći način [11]:

$$D = \frac{\partial^2 \beta}{\partial k_x^2} = -2Ca^2 \cos(k_x a) . \quad (1.1.7)$$

Na osnovu prethodne dve relacije, može se zaključiti da zonski spektar i difrakcija u FR zavise od parametara FR, kao što su period rešetke i konstante sprezanja. Zavisno od toga koji se deo zone posmatra, koeficijent difrakcije može biti negativan, pozitivan ili jednak nuli, što se vezuje za normalnu difrakciju, anomalnu difrakciju ili odsustvo difrakcije (slika 1.1 (b)). Priroda difrakcije se može objasniti poređenjem faza koje pojedinačni modovi pobuđeni ubačenim svetlosnim snopom „nagomilavaju“ pri prostiranju. Kod konveksnog dela difrakcione krive centralni mod ima veću fazu u odnosu na susedne modove pa je talasni front snopa konveksan, što je odlika normalne difrakcije, dok je situacija kod konkavnog dela krive obrnuta. Eksperimentalno se kontrolisanjem ugla pod koji se svetlosni snop ubacuje u rešetku, koji određuje transversalni moment optičkog snopa k_x , može kontrolisati difrakcija, odnosno prostiranje snopa kroz linearnu 1D FR (slika 1.2 (d) – (f)) [5].

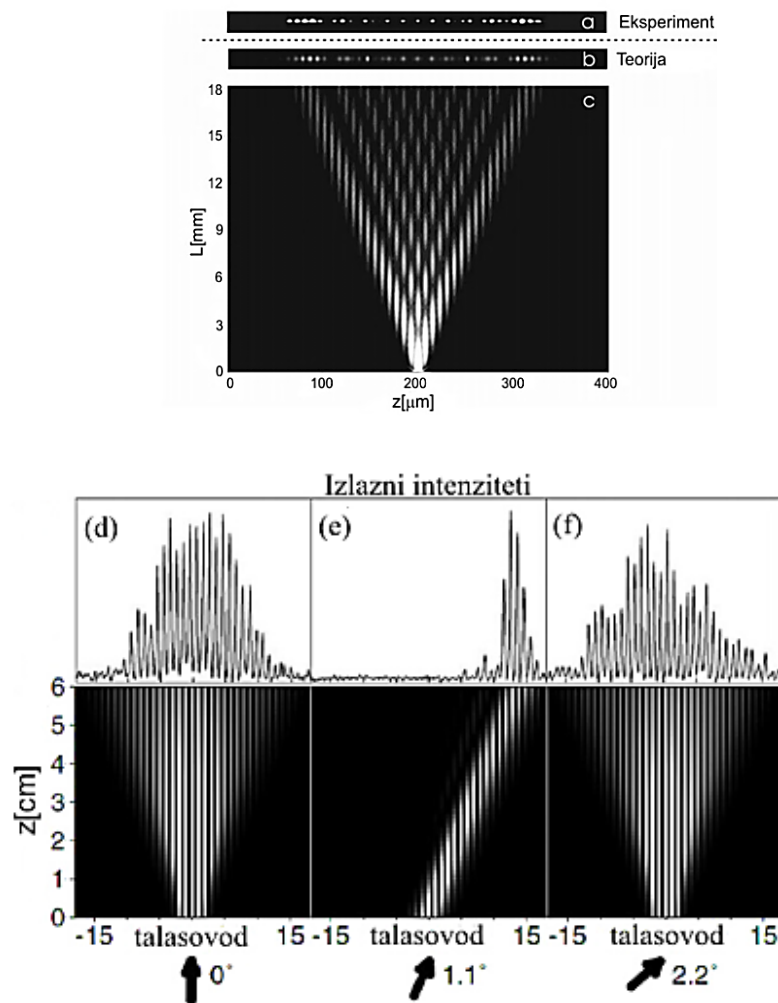


Slika 1.1: (a) Šematski prikaz sistema spregnutih talasovoda, gde je sprezanje posledica preklapanja evanescentnih električnih polja, što je u matematičkom modelu opisano konstantom sprezanja C i (b) izgled difrakcione krive periodične FR. Žute strelice šematski prikazuju promenu faze Bloch-ovih modova od talasovoda do talasovoda FR. Modovi u sredini zone imaju nepromenjenu fazu (unstaggered modes), dok se faza modova blizu ivica zone menja za π od talasovoda do talasovoda (staggered modes) [12].

Drugi način za manipulaciju prostiranjem snopa je izbor njegove širine u odnosu na dimenzije pojedinačnih talasovoda. Širok Gauss-ov optički snop, kojim se istovremeno može pobuditi veći broj talasovoda, lansiran pod normalnim uglom u odnosu na

1.1 Sistemi spregnutih talasovoda - fotonske rešetke

transverzalni pravac FR, prostiraće se skoro bez širenja kroz rešetku, pri čemu će periodična promena indeksa prelamanja FR uticati samo na modulaciju profila njegovog intenziteta. Ukoliko se u FR ubaci uski optički snop, širine srazmerne širini jednog talasovoda, svetlost će tunelovati kroz sistem udaljavajući se od početno pobuđenog talasovoda i ostajući skoncentrisana duž bokova, što je suprotno situaciji koja se javlja u homogenim sredinama kada je najveći deo svetlosti skoncentrisan upravo oko centra snopa. Ovaj efekat je poznat kao *diskretna difrakcija* i svojstven je za FR (slika 1.2 (a) – (c)).



Slika 1.2: Diskretna difrakcija u periodičnim FR: (a) eksperimentalno i (b) teorijski dobijeni izlazni profili intenziteta svetlosti, (c) odgovarajući 2D profil intenziteta svetlosti [13]. Manipulacija difrakcijom podešavanjem ugla upadnog svetlosnog snopa tako da odgovara (d) sredini difrakcione krive – normalna difrakcija, (e) prevojnoj tački difrakcione krive – snop se prostire bez difrakcije i (f) ivici difrakcione krive – anomalna difrakcija [5].

Različita dinamika prostiranja svetlosti u zavisnosti od širine pobude može se objasniti na sledeći način. Prostorno širokom Gauss-ovom optičkom snopu odgovara uzak Fourier-ov spektar, dok je kod prostorno uskog optičkog snopa situacija obrnuta. Stoga pobuđivanjem FR širokom pobudom, mali broj modova FR učestvuje u prostiranju svetlosti kroz FR čineći da se širina ubačenog svetlosnog snopa ne menja značajno pri prostiranju. S druge strane, ubacivanjem uske pobude, pobuđuju se svi modovi FR dovodeći do diskretne difrakcije.

Takođe, zavisnost sprezanja talasovoda od talasne dužine upadne svetlosti, može se iskoristiti za prostorno razdvajanje spektralnih komponenti upadne svetlosti [14].

1.2 Kompleksne ftonske rešetke

Zahvaljujući diskretnoj translacionoj simetriji, 1D FR već u linearnom režimu imaju specifičan uticaj na prostiranje svetlosti, koji se pre svega ogleda u pojavi diskretne difrakcije. Pored toga, nehomogenosti u geometriji, odnosno strukturi FR, poput, neuređenosti, kvaziperiodičnosti ili gradijenta transverzalnog indeksa prelamanja FR, kao i eventualno prisustvo nelinearnosti u ovakvim sredinama mogu dodatno uticati na zonski spektar rešetke i omogućiti formiranje različitih prostorno lokalizovanih struktura. Usložnjavanje strukture rešetke narušavanjem periodičnosti ili izazivanjem njenog nelinearnog odziva pobuđivanjem svetlošću velikog intenziteta dovodi do kompleksnijeg ponašanja rešetki u odnosu na periodične, zbog čega se ovakve rešetke mogu smatrati kompleksnim FR, tj kompleksnim nizovima spregnutih talasovoda.

Svetlost velikog intenziteta menja sredinu kroz koju se prostire dovodeći do njenog nelinearnog odziva koji se ogleda u promeni indeksa prelamanja sredine. U slučaju uskog optičkog snopa, svetlost unosi lokalnu nelinearnu promenu indeksa prelamanja, kreirajući na taj način defekt u strukturi FR. Indukovanjem defekta dolazi do samozarobljavanja svetlosnog snopa i formiranja lokalizovanog moda – diskretnog solitona. Diskretni solitoni se, kao posledica balansa diskretne difrakcije i nelinearnih efekata, prostiru nepromenjeni kroz FR. Za razliku od Bloch-ovih modova linearne periodične FR, konstante prostiranja lokalizovanih modova se nalaze izvan dozvoljenih

1.2 Kompleksne fotonske rešetke

zona, tj u procepima zonskog spektra.

Poznato je da se, zavisno od toga da li je lokalna promena indeksa prelamanja usled nelinearnog odziva pozitivna ili negativna, može govoriti o fokusirajućoj ili defokusirajućoj nelinearnosti. Slično kao kod homogenih nelinearnih sredina, mogu se razlikovati svetli i tamni prostorni solitoni, kao primeri lokalizovanih struktura u nelinearnim FR. Razlika je u tome što kod homogenih sredina postoji samo normalna difrakcija (koeficijent difrakcije $D > 0$), pa samo od znaka promene indeksa prelamanja usled nelinearnosti zavisi da li će solitoni biti svetli ili tamni, tj da li će doći do samofokusiranja ili samodefokusiranja svetlosti, dok kod talasovodnih rešetki postoji i normalna i anomalna difrakcija, pa tip formiranog solitona određuju dva parametra-znak koeficijenta difrakcije i znak nelinearne promene indeksa prelamanja. Uslov za pojavu svetlog solitona je $\gamma D < 0$, dok se tamni solitoni javljaju ako je ispunjeno $\gamma D > 0$, pri čemu je γ parametar nelinearnosti koji u sebi nosi informaciju o znaku promene indeksa prelamanja.

Pored defekta u vidu lokalne promene indeksa prelamanja, pojava lokalnog defekta može biti izazvana npr odstupanjem širine nekog talasovoda ili rastojanja između dva talasovoda od ostalih talasovoda rešetke, ili na spoju dve rešetke različitih perioda. Međutim, narušavanje periodičnosti ne mora biti vezano za određeni deo rešetke. Slučajnim odstupanjima strukturnih, odnosno geometrijskih parametara FR od zadatih vrednosti, periodična rešetka postaje neuređena, što ima specifičan uticaj na prostiranje svetlosti kroz rešetku. Naime, u neuređenim FR dolazi do Anderson-ove lokalizacije, koja predstavlja mehanizam eksponencijalne lokalizacije svetlosti u neuređenim sistemima, a potiče od interferencije rasejane svetlosti na slučajnim defektima, tj odstupanjima od periodičnosti strukture. Širina lokalizovanog snopa koji se prostire kroz neuređenu rešetku zavisi od stepena neuređenosti rešetke.

Specijalan tip neuređenih sistema predstavljaju kvaziperiodične rešetke. Budući da se transverzalni profil ovakvih rešetki može predstaviti analitički kao suma dva periodična potencijala, one se u literaturi često smatraju prelaznim sistemom između periodičnih i potpuno slučajno neuređenih rešetki [15]. Karakteristično za ovakav tip neuređenosti je da svetlost postaje lokalizovana nakon postignute vrednosti praga stepena neuređenosti sistema.

Odstupanje od periodične promene indeksa prelamanja FR može pratiti neku zavisnost. Kod takvih tipova rešetki se takođe mogu uočiti interesantni fenomeni koji nisu svojstveni periodičnim FR. Npr, kod rešetki kod kojih indeksi prelamanja rastu linearno u transverzalnom pravcu, svetlost osciluje prilikom prostiranja, pri čemu period i amplituda ovih oscilacija zavise od gradijenta promene indeksa prelamanja. Ove oscilacije su u literaturi poznate pod nazivom Bloch-ove oscilacije.

Budući da će tema ove disertacije biti ispitivanje pomenutih efekata, Anderson-ove lokalizacije i Bloch-ovih oscilacija, u kompleksnim 1D FR, oni će biti detaljnije objašnjeni u narednim poglavljima.

1.3 Predmet i cilj istraživanja

Fotonski kristali, samim tim i FR kao njihovi predstavnici, su veštačke periodične strukture kreirane s ciljem manipulacije svetlošću. Primena FR se zasnivala na iskorišćavanju svojstava koja ove strukture imaju kada su savršeno periodične. Međutim, usled nesavršenosti tehnoloških procesa proizvodnje, u reštkama su često postojali i defekti, lokalizovani na nekom mestu ili prisutni u celoj rešetki. Analogno primesnim nivoima kod poluprovodničkih struktura, defekti, ukoliko im je „koncentracija“ dovoljno mala, uzrokuju pojavu lokalizovanih nivoa unutar zabranjenih zona spektra rešetke, dok neuređenost, koja se vezuje za visoku „koncentraciju“ defekata, utiče na obustavljanje širenja svetlosti pri prostiranju, slično obustavljanju transporta elektrona, tj toplotne i električne provodljivosti materijala pri visokoj koncentraciji defekata.

Zahvaljujući analogiji između elektronskih i fotonskih sistema, FR su tokom poslednjih decenija postale atraktivan sistem za ispitivanje efekata koji su od ranije poznati u elektronskim strukturama (Anderson-ova lokalizacija, Bloch-ove oscilacije itd). Za razliku od ostalih oblasti fizike gde su za ispitivanje pomenutih efekata neophodni ekstremni uslovi, poput niskih temperatura, pritiska ili izolacija od drugih efekata koji mogu maskirati posledice efekta koji se ispituje, u fotonskim sistemima se uz manje zahtevne uslove direktno mogu eksperimentalno realizovati i proučavati posledice

1.3 Predmet i cilj istraživanja

narušavanja periodičnosti struktura, što govori o njihovom velikom značaju u fundamentalnom ispitivanju različitih efekata zajedničkih za različite periodične strukture.

Neuređenosti i narušena periodičnost u materijalima za primene u optici i fotonici postaju veoma aktuelna oblast istraživanja. Nedavno su objavljene razne publikacije na temu interesantnih svojstava neuređenih sistema koji se ne mogu zapaziti u periodičnim sistemima. Posebno mesto danas zauzima pitanje kontrolisanog narušavanja periodičnosti fotonskih struktura u cilju manipulisanja prostiranjem svetlosti. O ovom interesovanju govore i nedavno održani skupovi poput „50 Years of Anderson Localization Simpozium“ 2008. godine u Parizu, „Light in disordered media“ 2013. godine u Bad Honefu i simpozijum u San Francisku 2015. godine pod nazivom „Tailored Disorder - Novel Materials for Advanced Optics and Photonics“, čiji je cilj bio okupljanje vodećih naučnika koji se bave razvijanjem primena kompleksnih fotonskih sistema radi razmene ideja i ubrzanja napretka ovog mladog pravca istraživanja. Stoga, pored fundamentalnog značaja u ispitivanju efekata koji se javljaju narušavanjem periodičnosti, kompleksne fotonske strukture imaju sve veći praktični značaj.

S praktične strane, FR su posebno značajne zbog mogućnosti njihove integracije na optičkim čipovima. Dizajniranje FR koja na određeni način manipuliše svetlošću može se iskoristiti kod različitih sveoptičkih komponenti koje bi mogle zameniti odgovarajuće optoelektronske komponente u optičkim mrežama, što predstavlja aktuelnu temu u rešavanju problema brže obrade optičkih signala i proširenja propusnog opsega u optičkim komunikacijama.

Predmet istraživanja predstavljenog u ovoj disertaciji je ispitivanje različitih efekata koji se javljaju pri prostiranju svetlosti kroz kompleksne 1D FR, uključujući neuređene, kvaziperiodične i FR sa gradijentom transverznog profila indeksa prelamanja u linearnom i nelinearnom režimu. Ovi efekti su teorijski i numerički ispitani u realnim rešetkama koje se mogu proizvesti na fotorefraktivnim supstratima. Fotorefraktivni materijali, okarakterisani saturacionim nelinearnim odzivom na svetlost velikog intenziteta, imaju poseban značaj u optici (više o fotorefraktivnim kristalima i saturacionom nelinearnom odzivu može se naći u Prilogu A). Među njima se ističe

litijum niobat kao jedan od osnovnih materijala za integrisanu optiku koji se, između ostalog upotrebljava za brzu elektrooptičku modulaciju u mrežama optičkih vlakana, holografiju i parametarske procese [16,17,18]. Pored fundamentalnog proučavanja efekata u realno ostvarivim kompleksnim FR, cilj istraživanja predstavljenog u ovoj disertaciji je ispitivanje novog načina kontrolisanog odstupanja od periodičnosti, tj uvođenja neuređenosti, duž rešetki sa namerom da se predloži novi koncept manipulacije prostiranjem svetlosti. Zahvaljujući razvoju tehnika proizvodnje FR, poput optičke indukcije [19], optičke litografije i direktnog upisivanja talasovoda primenom femtosekundnih lasera [20], danas je moguće veoma precizno kontrolisati karakteristike FR, što se može iskoristiti i za kontrolisano narušavanje periodičnosti. Zbog svega navedenog je proučavanje primena pomenutih efekata (Anderson-ova lokalizacija i Bloch-ove oscilacije) u kontrolisanju prostiranja svetlosti kroz FR koje bi se u skoroj budućnosti mogle i proizvesti predstavlja značajan doprinos aktuelnim istraživanjima na polju primene FR u integrisanoj optici i budućim sveoptičkim mrežama.

1.3.1 Struktura disertacije

Predstavljanje rezultata istraživanja u ovoj disertaciji biće organizovano u pet poglavlja, pored uvodnog.

Tema naredna tri poglavlja će ponaosob biti neuređene, kvaziperiodične i rešetke sa gradijentom transverznog profila indeksa prelamanja. U svakom poglavlju biće dat pregled dosadašnjih rezultata vezanih za tip neperiodičnosti koji se obrađuje u datom poglavlju, kao i pregled dobijenih rezultata vezanih za prostiranje svetlosti u linearnim i nelinearnim rešetkama sa datim tipom neperiodičnosti koje se mogu realizovati na supstratima od fotorefraktivnih kristala.

U petom poglavlju biće uveden koncept kontrolisanja prostiranja svetlosti u kompleksnim rešetkama. Biće uveden pojam kompozitnih rešetki, dobijenih nadovezivanjem rešetki okarakterisanih različitim stepenom neuređenosti ili gradijentom indeksa prelamanja. Biće predstavljeni ključni rezultati detaljnih kvalitativnih analiza i numeričkih studija prostiranja svetlosti u ovakvim rešetkama, bez i sa prisustvom saturacione nelinearnosti, u cilju provere polaznih hipoteza da se u

1.3 Predmet i cilj istraživanja

ovakvim rešetkama može kontrolisati prostiranje snopa. Polazne hipoteze su postavljene na osnovu rezultata numeričkog ispitivanja prostiranja svetlosti u različitim kompleksnim rešetkama na bazi litijum niobata predstavjenih u prethodnim poglavljima.

U finalnom, šestom poglavlju će biti izvedeni opšti zaključci istraživanja predstavljenog u ovoj disertaciji i predloženi mogući dalji pravci istraživanja u ovoj oblasti.

Svi teorijski i numerički proračuni i analize predstavljeni u ovom radu urađeni su u Institutu za nuklearne nauke „Vinča“ u okviru mojih trogodišnjih doktorskih studija iz oblasti nanoelektronike i fotonike pri Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Beogradu.

2

Neuređene fotonske rešetke

U ovom poglavlju biće izneto više detalja o neuređenim sistemima. Pored osvrta na početak proučavanja neuređenosti u elektronskim sistemima, biće opisan put do prvih demonstracija posledica neuređenosti u optičkim sistemima. Posle toga biće objašnjen značaj FR za teorijsko i eksperimentalno ispitivanje efekata usled neperiodičnosti struktura. Biće uveden pojam transverzalne lokalizacije kao i odgovarajuće veličine kojima se karakteriše priroda prostiranja svetlosti. Nakon definisanja tipova neuređenosti, biće predstavljen uticaj neuređenosti na prostiranje svetlosti kroz FR na bazi litijum niobata, koje su u centru istraživanja predstavljenog u ovoj disertaciji. Detaljno ispitivanje efekata usled neuređenosti u FR od litijum niobata, kao i eventualno prisustvo nelinearnosti, biće kasnije iskorišćeno u svrhe kontrolisanja neuređenosti u ovim rešetkama s ciljem da se upravlja prostiranjem svetlosti.

2.1 Neuređenost i Anderson-ova lokalizacija

Jedan od najinteresantnijih fenomena, originalno uočenih u fizici čvrstog stanja, predstavlja Anderson-ova lokalizacija (AL). AL, poznata i kao jaka lokalizacija, odnosi se na odsustvo difuzionog kretanja elektrona u neuređenim kristalnim rešetkama. Efekat je nazvan po američkom fizičaru, Philip-u Anderson-u, koji je prvi ukazao na to da elektroni, tj njihove odgovarajuće kvantnomehaničke talasne funkcije postaju lokalizovane kada je neuređenost potencijala kristalne rešetke u kome se nalaze dovoljno velika [21]. Fluktuacije u potencijalu mogu biti posledica prisustva defekata u

2.1 Neuređenost i Anderson-ova lokalizacija

kristalnoj rešetki ili nečistoća, odnosno primesa kod poluprovodnika. Talasni paketi pridruženi elektronima postaju prostorno lokalizovani usled interferencije pri višestrukim rasejanjima na slučajnim defektima. Kao rezultat provodni materijal postaje izolator jer elektroni, postajući lokalizovani, ne mogu učestvovati u transportnim procesima.

Pre Anderson-ovog rada, defekti u periodičnoj strukturi kristalne rešetke posmatrani su kao centri nekoherentnog rasejanja elektrona, pri čemu su elektroni tretirani kao klasične čestice. Rezultat je difuzioni transport elektrona, koji se nalazi u osnovi Ohm-ovog zakona o provodljivosti materijala. Anderson je proučavao veoma neuređene kristalne rešetke i pokazao da se klasična difuziona teorija ne može primeniti u ovom slučaju jer difuzija elektrona može biti potpuno obustavljena ukoliko je neuređenost potencijala dovoljno velika. Polazeći od kvantnomehaničkog modela u aproksimaciji jake veze (TBA) za elektron u potencijalu kristalne rešetke, koji uzima u obzir mogućnost tunelovanja elektrona samo ka najbližim susedima, Anderson je pretpostavio da su neuređenost, odnosno slučajne fluktuacije potencijala rešetke, superponirani na periodični potencijal kristala. Neuređenost je matematički opisao tretirajući energije elektrona u čvorovima rešetke kao stohastičke veličine.

Iako Anderson-ov rad datira još iz 1958. godine, do danas je bilo otežano eksperimentalno potvrditi jaku lokalizaciju u atomskim kristalima jer je u takvim sistemima teško ostvariti preduslov Anderson-ovog modela za lokalizovanje elektrona: do lokalizacije dolazi samo ako su potencijal rešetke i fluktuacije superponirane na njega stacionarne, tj vremenski nepromenljive. Još jedna bitna činjenica je da je model postavljen za jednu česticu, odnosno ansambl neinteragujućih čestica. U realnosti, atomske rešetke uvek odstupaju od Anderson-ovog modela, prvenstveno zbog termalnih ekscitacija fonona i elektrona, kao i zbog međusobnih interakcija elektrona usled Coulomb-ove sile, što sve narušava koherenciju rasejanih talasa, odnosno njihovu interferenciju.

Međutim, sa uočavanjem da je AL čisto talasni fenomen, sugerisano je da se primena ovog koncepta može proširiti na EM talase, prvenstveno optičke talase [22,23]. Optički sistemi su veoma pogodni za izučavanje efekata lokalizacije jer se koherencija nakon rasejanja održava a fotoni međusobno ne interaguju direktno. Moguća je indirektna

interakcija ukoliko je intenzitet upadne svetlosti dovoljno veliki da može da promeni indeks prelamanja sredine, odnosno uslove sredine pri kojima se prostire.

Ipak, put do eksperimentalne potvrde AL u optici nije bio ni kratak ni direktan. Pre AL je teorijski predviđena i eksperimentalno demonstrirana tzv slaba lokalizacija [24,25,26], odnosno koherentno rasejanje svetlosti unazad (*coherent backscattering of light*) koja se u literaturi smatra prethodnikom jake AL. Razlog za to leži u činjenici što je ovaj efekat rezultat konstruktivne interferencije između upadne svetlosti i svetlosti koja se tokom višestrukih rasejanja vraća nazad, efektivno dovodeći do smanjenja intenziteta transmitovane svetlosti. Ovaj efekat smatra se jednim od najrobusnijih efekata u optici jer se zasniva na vremenskom reciprocitetu Maxwell-ovih jednačina. Slaba lokalizacija svetlosti se može detektovati jer pri ovom efektu dolazi do povećanja intenziteta svetlosti reflektovane na neuređenom uzorku. Intenzitet reflektovane svetlosti opada eksponencijalno s uglom pod kojim se reflektuje [27]. Budući da snop reflektovane svetlosti ima oblik koji podseća na kupu, u literaturi se često naziva kupom koherentnog rasejanja unazad (*coherent backscattering cone*) a sadrži informacije o jačini, tj sposobnosti materijala da raseje upadni svetlosni snop.

Nedavno, napravljeni su prvi eksperimenti u cilju potvrde AL svetlosti, i to u suspenzijama visokorasejavajućih dielektričnih praškova [28,29]. U ovim eksperimentima merena je transmisija svetlosti kroz neuređeni uzorak i uočeno je njeno opadanje po eksponencijalnom zakonu s povećanjem dužine uzorka, što je karakteristika AL. Međutim, kasnije se pokazalo da se ovi rezultati moraju uzeti s rezervom zbog pojave pojačane apsorpcije i nelinearnih efekata fluorescencije u ovim suspenzijama koji takođe dovode do eksponencijalnog opadanja transmisije s dužinom uzorka, te se ne može sa sigurnošću tvrditi da je uzrok tome neuređenost. Za sada, eksperimentalna potvrda AL svetlosti u trodimenzionalnim (3D) neuređenim sistemima ostaje otvoreno pitanje.

Od prvih pokušaja da se demonstrira AL, dosta napora je uloženo i u razvijanje primena neuređenih fotonskih sistema. Danas se radi na razvoju različitih sofisticiranih optičkih sistema koji su u osnovi neuređeni, poput lasera na bazi optičkih vlakana sa slučajno distribuiranom povratnom spregom (*random fiber lasers*) [30], spektrometara [31], slojeva za povećanje apsorpcione efikasnosti solarnih ćelija na bazi tankih filmova [32],

2.2 Neuređene fotonske rešetke i koncept transverzalne lokalizacije svetlosti

itd. Međutim, ovi sistemi, kao i suspenzije dielektričnih praškova korišćene u prvim eksperimentalnim proučavanjima AL, predstavljaju potpuno neuređene sisteme. S druge strane, Anderson-ov model pretpostavlja postojanje periodičnog potencijala na koji su superponirane slučajne fluktuacije, pri čemu su i periodični potencijal i fluktuacije nepromenljivi u vremenu (*quenched disorder*).

Zahvaljujući razvoju novih materijala poput fotonskih kristala, plazmonske strukture, metamaterijala, optičkih rešetki sa Bose-Einstein-ovim kondenzatima i grafena, javilo se pojačano interesovanje za ispitivanje AL u neuređenim optičkim i kvantnim sistemima. Ovi materijali, razvijeni iz potrebe za različitim visokotehnološkim rešenjima, poseduju periodično strukturno uređenje. Međutim, čak i mala odstupanja od zadatih parametara koja su neizbežna usled nesavršenosti tehnoloških procesa proizvodnje mogu dovesti do značajnih promena svojstava realnih uzoraka. Stoga je s praktične strane za primene veoma značajno ispitivanje uticaja ovakvih odstupanja. Iako su variranja strukturnih parametara u početku bila nepoželjna, došlo se na ideju da se nove strukture mogu iskoristiti za fundamentalna izučavanja veoma neuređenih sistema i eksperimentalnu implementaciju originalnog Anderson-ovog modela neuređenosti, kao u [33,34,35].

2.2 Neuređene fotonske rešetke i koncept transverzalne lokalizacije svetlosti

Za razliku od suspenzija dielektričnih praškova i različitih neuređenih fotonskih i kvantnih sistema pomenutih u prethodnom odeljku, FR predstavljaju veoma pogodan sistem za ostvarivanje pretpostavki Anderson-ovog modela, iz nekoliko razloga. Kod FR postoji periodična promena potencijala, odnosno indeksa prelamanja, u jednom ili dva transverzalna pravca, zavisno od dimenzionalnosti rešetke, dok je potencijal nepromenljiv u longitudinalnom pravcu, tj pravcu prostiranja svetlosti. S druge strane, na nepromenljivi periodični potencijal FR, je eksperimentalno izvodljivo, na kontrolisan način uz ispunjavanje uslova nepromenljivosti u pravcu prostiranja svetlosti kroz FR, superponirati slučajnu promenu potencijala (kasnije će biti objašnjeno na koje se sve

načine može uvesti neuređenost kod FR). Ovakav način lokalizovanja svetlosti usled neuređenosti u jednom ili oba transverzalna pravca, dok se u longitudinalnom pravcu posmatra uticaj neuređenosti na prostiranje svetlosti, naziva se transverzalnom lokalizacijom svetlosti, prvi put predloženom još 1989. godine u [36]. Pod pojmom neuređenost će se u ostatku ove disertacije smatrati neuređenost koja se ne menja u pravcu prostiranja svetlosti kroz FR.

U [36] je ukazano na analogiju između paraksijalne Helmholtz-ove jednačine kojom se opisuje prostiranje svetlosti duž z ose u FR i vremenski zavisne Schrödinger-e jednačine. Paraksijalna Helmholtz-ova jednačina se može predstaviti u formi analognoj vremenski zavisnoj Schrödinger-oj jednačini:

$$2ik_0n_0 \frac{dE}{dz} = \hat{H}E . \quad (2.2.1)$$

iz koje se može videti da pravac prostiranja svetlosti z preuzima ulogu vremena, dok u Hamiltonijanu \hat{H} , definisanom na sledeći način:

$$\hat{H} = \begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 [n^2(x) - n_0^2], & 1D \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 [n^2(x, y) - n_0^2], & 2D \end{cases}, \quad (2.2.2)$$

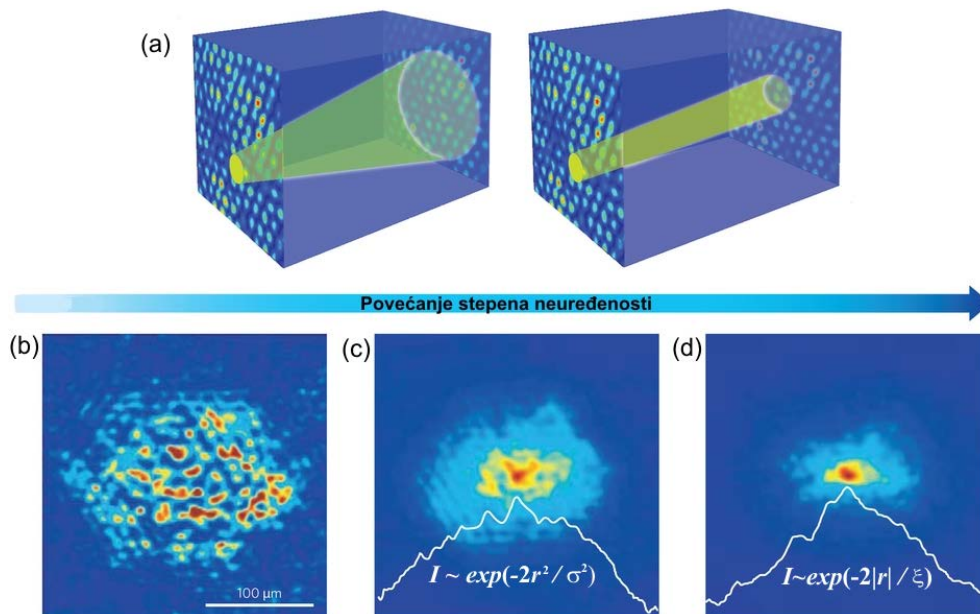
figurišu, $n(x)$, odnosno $n(x, y)$ koji predstavljaju neuređene transverzalne profile indeksa prelamanja, koji se sastoje od periodičnih promena indeksa prelamanja na koje su dodate fluktuacije, analogno neuređenom potencijalu kristalne rešetke. U prethodnom izrazu, sa n_0 je označena efektivna vrednost indeksa prelamanja u transverzalnom pravcu kod 1D FR definisana kao $n_0^2 = L^{-1} \int_L n^2(x) dx$, odnosno transverzalnoj ravni kod

2D FR definisana kao $n_0^2 = S^{-1} \int_S n^2(x, y) dx dy$.

Efektivno, transverzalna lokalizacija smanjuje dimenzionalnost sistema jer se jedna dimenzija, u kojoj se ne uvodi neuređenost, koristi za ispitivanje uticaja neuređenosti na prostiranje svetlosti. Stoga se koncept transverzalne lokalizacije svetlosti ne može iskoristiti za ispitivanje lokalizacije svetlosti u 3D neuređenim sistemima, koji su

2.2 Neuređene fotonske rešetke i koncept transverzalne lokalizacije svetlosti

potpuno analogni neuređenim poluprovodničkim kristalnim rešetkama. Karakteristike lokalizacije svetlosti u 3D neuređenim sistemima, poput određivanja kritične vrednosti stepena neuređenosti nakon koje dolazi do lokalizacije (analogno prelazu metal-izolator kod elektronskih sistema) mogu se ispitivati u 3D fotonskim strukturama sa 3D stacionarnom promenom indeksa prelamanja na koju su superponirane stacionarne fluktuacije, kao u [37]. Međutim, transverzalna lokalizacija pruža mogućnost direktnog eksperimentalnog proučavanja i vizualizacije procesa lokalizacije, posmatranjem raspodele intenziteta svetlosti na izlazu iz FR, kao i njegovo bolje razumevanje u 1D i 2D sistemima.



Slika 2.1. (a) Ponašanje svetlosnog snopa ubačenog u periodičnu i neuređenu 2D fotonsku rešetku. Raspodela intenziteta svetlosti na izlazu FR koja je (b) periodična i (c), (d) neuređena, pri čemu je stepen neuređenosti različit kod FR pod (c) i (d): kod FR pod (c) manjeg stepena neuređenosti dolazi do difuzije dok kod FR pod (d) većeg stepena neuređenosti dolazi do AL svetlosti o čemu govore i profili izlaznog intenziteta svetlosti I (r je rastojanje od centra svetlosnog snopa a σ i ξ paramteri fitovanja) [38].

Iako su u međuvremenu FR intenzivno korišćene u drugom kontekstu, u eksperimentima sa prostornim diskretnim solitonima [6,39], tek nedavno je ideja

transverzalne lokalizacije realizovana u 2D neuređenim FR [34], što predstavlja prvu direktnu eksperimentalnu realizaciju Anderson-ovog modela. Kontrolisanom promenom indeksa prelamanja pojedinačnih talasovoda, pokazano je da pri niskim stepenima neuređenosti, lokalizaciji uskog optičkog snopa prethodi difuziono širenje. Povećanjem stepena neuređenosti, AL nastupa brže, tj optički snop može da difunduje na kraćoj dužini u pravcu prostiranja. Pri visokim stepenima neuređenosti, do AL, okarakterisane eksponencijalnim opadanjem intenziteta snopa s udaljavanjem od njegovog centra na izlazu iz FR, dolazi direktno, bez difuzionog međuprelaza. Neki od rezultata iz [34] su prikazani na slici 2.1.

Ubrzo je usledila prva eksperimentalna potvrda AL u 1D neuređenim FR [35]. Ovi eksperimenti su, pre svega potvrdili predviđanja teorije skaliranja [40,41], uvedene za elektrone, da u 2D i 1D sistemima, za razliku od 3D sistema, do lokalizacije dolazi uvek kada je periodičnost narušena, čak i pri niskim stepenima neuređenosti. Pored toga, ovim eksperimentima su pokazane i ostale interesantne odlike lokalizacije u niskodimenzionalnim sistemima. Nakon prve eksperimentalne studije neuređenosti u 1D FR, usledili su brojni eksperimenti koji su se detaljnije bavili odlikama AL u zavisnosti od realizacije neuređenosti.

2.2.1 Realizacije i zonski spektar jednodimenzionalnih neuređenih fotonских rešetki

U ovom odeljku će biti objašnjeno na koji se sve način može uvesti neuređenost u 1D FR i kakve se promene time unose u zonski spektar periodičnih rešetki. Budući da se velika pažnja danas poklanja mogućnostima za primene neuređenosti u optici, bolje poznavanje uticaja neuređenosti na prostiranje svetlosti kroz rešetke može uveliko doprineti ovom cilju.

Kod 1D rešetki se neuređenost može realizovati slučajnim promenama širina talasovoda, rastojanja među njima ili indeksa prelamanja talasovoda odnosno supstrata, pri čemu se svaka od ovih veličina menja u nekom opsegu oko odgovarajuće srednje vrednosti. Da bi se na jednostavniji način objasnile posledice načina uvođenja neuređenosti kod 1D rešetki sa konačnim brojem talasovoda, može se umesto

2.2 Neuređene fotonske rešetke i koncept transverzalne lokalizacije svetlosti

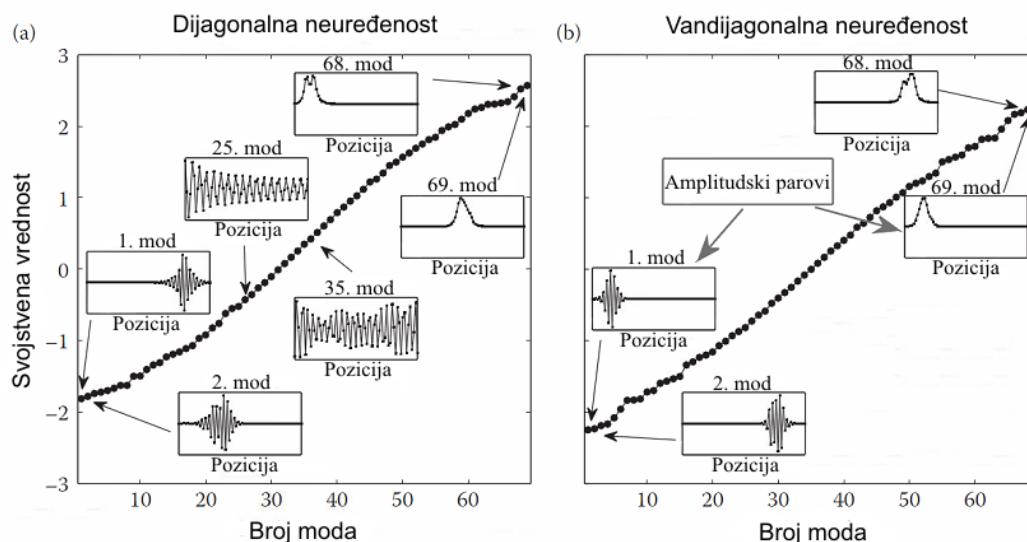
kontinualne paraksijalne Helmholtz-ove jednačine posmatrati diskretni sistem međusobno spregnutih diferencijalnih jednačina u aproksimaciji jake veze (TBA) [5,35]

$$i \frac{dE_n}{dz} = \beta_n E_n + C_{n,n\pm 1} [E_{n+1} + E_{n-1}]. \quad (2.2.3)$$

O ovom sistemu je bilo reči u uvodu o periodičnim rešetkama (izraz (1.1.4)). Razlika u odnosu na periodične FR je u tome što se kod neuređenih FR konstante prostiranja β_n i sprezanja $C_{n,n\pm 1}$ mogu razlikovati od talasovoda do talasovoda u zavisnosti od realizacije neuređenosti. Vrednosti konstanti prostiranja svetlosti u FR sa konačnim brojem talasovoda N se lako mogu odrediti dijagonalizacijom svojstvene matrice $N \times N$ odgovarajućeg sistema jednačina (2.2.3) (svojstveni problem).

Ukoliko se menjaju širine talasovoda, pri čemu su rastojanja među njima fiksirana, konstante prostiranja vezane za pojedinačne talasovode će se menjati u opsegu $\beta_0 \pm \delta\beta$, gde β_0 odgovara konstanti prostiranja periodične rešetke. Širina opsega zavisi od toga u koliko odstupaju širine talasovoda od date centralne vrednosti w_0 , koja odgovara širini talasovoda u odgovarajućoj periodičnoj FR [35]. Pošto se vrednosti konstanti prostiranja nalaze na dijagonali svojstvene matrice $N \times N$ sistema (2.2.3), ovakav tip neuređenosti se naziva *dijagonalnom neuređenošću*, koja odgovara originalnom Anderson-ovom modelu neuređenosti [21]. S druge strane, poznato je da konstante sprezanja između talasovoda imaju jednostavnu eksponencijalnu zavisnost od rastojanja između talasovoda [42]. Stoga promena rastojanja između talasovoda identičnih širina, dovodi do promena konstanti sprezanja $C_{n,n\pm 1}$ u nekom opsegu oko centralne vrednosti koja odgovara konstanti sprezanja kod periodične rešetke $C_0 \pm \delta C$ [43], odnosno vandijagonalnih elemenata matrice svojstvenog problema, te se ovakvo narušavanje periodičnosti označava kao *vandijagonalna neuređenost*. Slično, promene indeksa prelamanja talasovoda predstavljaju dijagonalnu [34], a promene indeksa prelamanja oblasti između talasovoda vandijagonalnu neuređenost, dok se istovremenim promenama odlika i talasovoda i sredine među njima može dobiti kombinacija dva tipa neuređenosti [44,45]. Poput dijagonalne neuređenosti, i vandijagonalna je prvi put proučavana u fizici čvrstog stanja u [46] gde je uzeto da su integrali preklapanja talasnih funkcija elektrona na susednim atomima stohastičke veličine.

Poznato je da su kod beskonačnih neuređenih 1D rešetki svi modovi lokalizovani čak i pri niskim nivoima neuređenosti. Međutim, kod FR konačnih dimenzija, observacija lokalizacije modova zavisi od stepena neuređenosti i dimenzija FR. Primeri zonskih spektara i lokalizacije modova kod konačnih rešetki sa slabom dijagonalnom, odnosno vandijagonalnom neuređenošću su dati na slici 2.2 [47].



Slika 2.2. Primeri zonskih spektara i lokalizacije modova kod konačnih rešetki sa slabom (a) dijagonalnom, odnosno (b) vandijagonalnom neuređenošću za rešetku konačnih dimenzija sa šezdeset devet talasovoda, preuzeti iz [47].

Ukoliko je stepen neuređenosti nizak, nezavisno od toga koji je tip neuređenosti u pitanju, neće biti znatnih odstupanja od kosinusnog oblika prve dozvoljene zone koji je svojstven za periodične FR (slika 1.1 (b)). Međutim, kod rešetki konačnih dimenzija, slaba neuređenost dijagonalnog ili vandijagonalnog tipa će dovesti do lokalizacije modova čije su svojstvene vrednosti blizu ivica zone, dok će modovi iz srednjeg dela zone biti prividno nelokalizovani [35,47] (slika 2.2). Ova činjenica je bitna u praksi jer su dimenzije proizvedenih rešetki konačne pa je neophodno napraviti dobar izbor za transversalne dimenzije rešetki kako bi se mogla videti i izučavati lokalizacija svih pobuđenih svojstvenih modova.

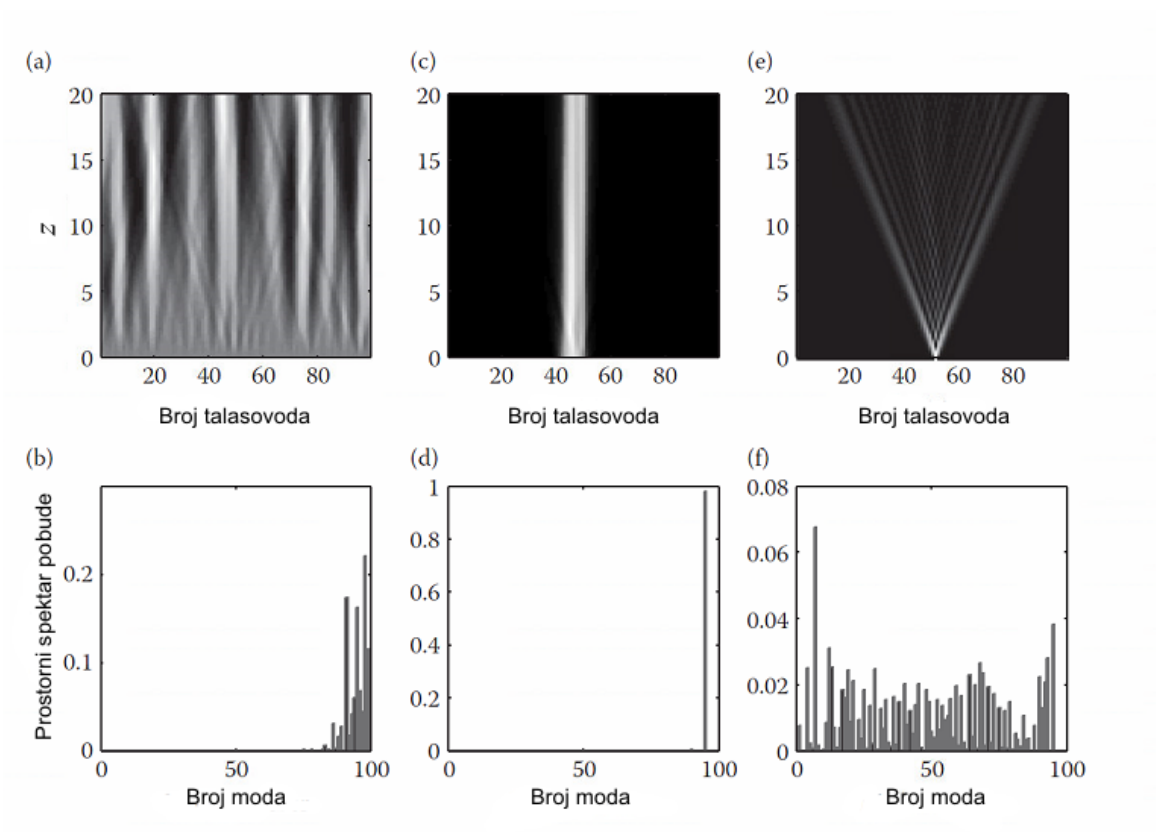
2.2 Neuređene fotonske rešetke i koncept transverzalne lokalizacije svetlosti

Iako su kod oba tipa neuređenih FR pri niskim stepenima neuređenosti prividno lokalizovani samo modovi čije su svojstvene vrednosti bliže ivicama zone, uočeno je da postoje izvesne razlike u lokalizaciji modova kod dijagonalno i vandijagonalno neuređenih FR. Ukoliko je FR dijagonalno neuređena, lokalizovani modovi čije svojstvene vrednosti odgovaraju suprotnim ivicama zone razlikuju se po promenama faze od talasovoda do talasovoda, i to tako da modovi svojstvenih vrednosti bližih višoj ivici imaju nepromenljivu fazu (*unstaggered modes*), dok se kod modova svojstvenih vrednosti bližih nižoj ivici faza obrće za π između susednih talasovoda (*staggered modes*). Interesantno je napomenuti da su različiti modovi svojstvenih vrednosti sa iste ivice zone lokalizovani u različitom delu prostora kod FR sa dijagonalnom neuređenošću.

S druge strane, kod FR sa vandijagonalnom neuređenošću je uočeno da svaki lokalizovani mod svojstvene vrednosti bliže nekoj ivici ima odgovarajućeg para na drugoj ivici zone koji mu je identičan po apsolutnom amplitudskom profilu a suprotan po promeni faze. Kao i kod FR sa dijagonalnom neuređenošću, mod svojstvene vrednosti bliže višoj ivici zone ne menja fazu, dok njegov amplitudski par svojstvene vrednosti bliže nižoj ivici zone menja fazu za π između susednih talasovoda. Amplitudski parovi su lokalizovani na istom mestu u rešetki pa je nemoguće pobuditi proizvoljni mod bez pobuđivanja njegovog odgovarajućeg para.

Promenom početnih uslova pobuđivaja rešetke, može se u izvesnoj meri manipulirati prostiranjem svetlosti kroz slabo neuređene FR konačnih dimenzija, slično manipulaciji difraktovanjem snopa kod periodičnih FR. U [47] i [48] je pokazano da se kod dijagonalno neuređenih rešetki, sa malim stepenom neuređenosti, podešavanjem širine ubačenog snopa mogu pobuđivati različiti modovi, tj lokalizovani, čije konstante prostiranja odgovaraju ivicama zone, ili prividno nelokalizovani, čije konstante prostiranja pripadaju srednjem delu zone. Ukoliko se rešetka pobudi širokim svetlosnim snopom ravnog faznog profila, širine srazmerne transverzalnoj dimenziji rešetke, biće pobuđeni uglavnom lokalizovani modovi ravnog faznog profila. Pošto se ovi modovi u prisustvu neuređenosti lokalizuju na različitim mestima u rešetki, rešetkom će se prostirati razdvojene lokalizovane strukture (slika 2.3 (a)). S druge strane, podešavanjem širine i pozicije svetlosnog snopa tako da se poklapa sa mestom u FR na

kome dolazi do lokalizacije nekog od modova čija se konstanta prostiranja nalazi bliže ivici zone, rešetkom će se prostirati samo taj mod (slika 2.3 (b)). Smanjivanjem širine svetlosnog snopa tako da budu pobuđeno samo nekoliko talasovoda, veliki broj modova će biti ekscitovan, uključujući i slabo lokalizovane modove iz sredine zone. Prostiranje svetlosti će biti veoma slično diskretnoj difrakciji kod periodičnih rešetki (slika 2.3 (c)).



Slika 2.3. Pobuđivanje neuređenih FR sa dijagonalnom neuređenošću svetlosnim snopom različite širine:

(a) pobuđivanje svih talasovoda, (c) pobuđivanje određenog lokalizovanog moda, (e) pobuđivanje centralnog talasovoda. (b), (d), (f) – Pobuđeni modovi u zavisnosti od odabrane pobude pod (a), (c) i (e)

[47].

Kao što je već istaknuto, nemogućnost observacije lokalizacije modova svojstvenih vrednosti iz srednjeg dela zone, posledica je toga što je transverzalna dimenzija FR manja od dimenzija na kojima bi takvi modovi bili lokalizovani pri niskim stepenima neuređenosti. Povećanjem stepena neuređenosti, sve veći broj modova postaje lokalizovan, dok svi modovi ne postanu lokalizovani. Iako oba tipa neuređenosti s

povećanjem stepena neuređenosti dovode do AL, generalno je potreban veći stepen neuređenosti kod FR sa vandijagonalnom neuređenošću da bi se svetlost lokalizovala u istom broju talasovoda FR, odnosno da bi širina lokalizovanog optičkog snopa bila ista kao kod FR sa dijagonalnom neuređenošću. Takođe, ukoliko je rešetka napravljena tako da su zastupljena oba tipa neuređenosti, potreban je manji stepen neuređenosti da bi širina lokalizovanog optičkog snopa bila ista kao kad u FR postoji samo jedan od tipova neuređenosti.

2.2.2 Karakterizacija prostiranja svetlosti kroz fotonske rešetke

Poznato je da kod periodičnih rešetki dolazi do širenja uskog optičkog snopa ubačenog u mali broj talasovoda kroz mehanizam diskretne difrakcije, za koju je svojstveno da je intenzitet snopa maksimalan pri ivicama difraktovanog snopa. S druge strane, uvođenjem neuređenosti u FR se obustavlja širenje optičkog snopa, koji nakon izvesne dužine prostiranja postaje lokalizovan u određenom broju talasovoda. S povećanjem stepena neuređenosti, smanjuje se lokalizaciona širina optičkog snopa. Stoga se širina lokalizovane svetlosti može smatrati jednom od mera za kvantifikaciju neuređenosti i karakterizaciju prostiranja svetlosti kroz neuređene FR.

Kao što je pomenuto, intenzitet lokalizovanog optičkog snopa u neuređenim FR eksponencijalno opada s udaljavanjem od centra snopa, što se može predstaviti sledećom relacijom:

$$I \sim E^2(x) \sim \exp(-|x - x_n|/l_{loc}), \quad (2.2.4)$$

gde je I intenzitet svetlosti, E sporopromenljiva amplituda anvelope električnog polja, x_n centar snopa u transverzalnom x pravcu, a l_{loc} lokalizaciona dužina, koja se odnosi na brzinu eksponencijalnog opadanja intenziteta lokalizovane svetlosti. Lokalizaciona dužina se smanjuje s povećanjem stepena neuređenosti, dovodeći do bržeg eksponencijalnog opadanja intenziteta svetlosti, pa takođe predstavlja meru kojom se kvantifikuje AL. Kod 1D FR lokalizaciona dužina je srazmerna srednjoj dužini slobodnog puta između rasejanja na dva slučajna defekta l^* u neuređenoj rešetki, dok kod 2D FR važi relacija $l_{loc} = l^* \exp(\pi k_{\perp} l^* / 2)$, gde je k_{\perp} moduo projekcije talasnog

vektora na transversalnu ravan (transverzalni talasni broj). Budući da se lokalizaciona dužina definiše preko statističke veličine l^* sledi da je i ona statistička veličina. Izrazi za lokalizacione dužine su dobijeni iz teorije skaliranja za AL elektrona u neuređenim sistemima različite dimenzionalnosti. U praksi rešetke imaju konačne dimenzije pa izlazni profil intenziteta optičkog snopa i njegova širina variraju od realizacije do realizacije neuređenosti u FR. Stoga jedna realizacija rešetke nije dovoljna za donošenje validnih zaključaka i procenu mera lokalizacije već je neophodno napraviti veći broj uzoraka, svaki sa drugačijom slučajnom fluktuacijom potencijala, i usrednjiti dobijene rezultate po realizacijama. Za rešetke sa manjim stepenom neuređenosti potrebno je vršiti usrednjavanje po većem broju realizacija, nego u slučaju onih sa većim stepenom neuređenosti.

Svetlosni talasni paket se širi kroz rešetke tunelovanjem od talasovoda do talasovoda. U neuređenim FR se uslovi za tunelovanje nasumično menjaju od talasovoda do talasovoda, što se odražava na finalan broj pobuđenih talasovoda kao i na raspodelu intenziteta u talasovodima, tj poprečni profil snopa. Efektivna širina lokalizovanog svetlosnog snopa se može proceniti preko drugog momenata profila snopa. U literaturi se koriste participacioni broj P ili njegova inverzna vrednost P^{-1} koja se definiše kao [34,44,45]:

$$P^{-1}(z) = \frac{\int I^2(x, z) dx}{\left[\int I(x, z) dx \right]^2}, \quad (2.2.5)$$

što predstavlja normalizovani drugi moment profila intenziteta svetlosnog snopa. Drugi moment funkcije raspodele, poznat i kao varijansa govori o kvadratu širine funkcije raspodele oko njene srednje vrednosti, tj kvadratu standardne devijacije. Stoga koren inverznog participacionog broja sadrži informaciju o efektivnoj širini profila snopa jedne moguće realizacije neuređene fotonske rešetke $\omega_{eff} = P^{-1/2}$. Za dobijanje srednje vrednosti efektivne širine optičkog snopa u neuređenim FR datog stepena neuređenosti, neophodno je napraviti dovoljno veliki broj različitih realizacija neuređenog profila indeksa prelamanja FR istog stepena neuređenosti, za svaku realizaciju odrediti efektivnu širinu snopa računajući participacioni broj i usrednjiti ga po svim realizacijama. Usrednjene vrednosti participacionog broja i intenziteta svetlosti se

2.2 Neuređene fotonske rešetke i koncept transverzalne lokalizacije svetlosti

dobijaju kao: $\langle P(z) \rangle = \frac{1}{N} \sum_N P(z)$ i $\langle I(x, z) \rangle = \frac{1}{N} \sum_N I(x, z)$, gde je N broj različitih realizacija FR. U literaturi se smatra da je potrebno imati bar $N = 100$ različitih realizacija neuređenih FR kako bi se mogli doneti validni zaključci.

Različiti režimi prostiranja svetlosti kroz rešetku u z pravcu, difrakcija, lokalizacija svetlosti ili difuziono širenje svetlosnog snopa koje prethodi lokalizaciji kod 2D neuređenih FR, mogu se identifikovati preko eksponenta stepene zavisnosti po kojoj se menja širina snopa pri prostiranju kroz rešetku:

$$\omega_{eff} \sim z^\nu, \quad \nu = \begin{cases} 1 \\ 1/2 \\ (0, 1/2) \end{cases}. \quad (2.2.6)$$

Linearni porast širine svetlosnog snopa pri prostiranju kroz FR ($\nu = 1$) ukazuje na balističko širenje, dok je vrednost eksponenta $\nu = 1/2$ karakteristična za difuziono širenje koje je sporije od balističkog. Ukoliko je vrednost eksponenta manja od $1/2$, širina svetlosnog snopa se neznatno menja pri prostiranju pa se može zaključiti da je došlo do lokalizacije svetlosti. Drugim rečima, širina svetlosnog snopa, odnosno P ili P^{-1} , saturiraju na konačnu vrednost pri prostiranju svetlosti kroz FR, čime se može identifikovati lokalizacija svetlosti. Predstavljanjem zavisnosti $\omega_{eff} \sim z^\nu$ u dvostrukoj logaritamskoj skali, jednostavnije se mogu odrediti i identifikovati režimi prostiranja svetlosti jer tada nagib dobijene prave predstavlja vrednost ν .

Režimi prostiranja svetlosti kroz FR se među sobom mogu razlikovati po obliku usrednjenog profila svetlosnog snopa na izlazu iz rešetke $\langle I(x, z=L) \rangle$. Nakon diskretne difrakcije, maksimumi profila intenziteta svetlosnog snopa se nalaze na ivicama snopa (slika 1.2 (a) – (c)), u slučaju difuzionog širenja se može uočiti da intenzitet snopa opada ka ivicama po Gauss-ovom zakonu (slika 2.1 (c)), dok kod AL eksponencijalno opada s udaljavanjem od centra snopa (slika 2.1 (d)). Lokalizaciona dužina, tj brzina eksponencijalnog opadanja intenziteta lokalizovanog snopa s udaljavanjem od centra snopa se može proceniti fitovanjem usrednjenog profila intenziteta snopa na izlazu iz rešetke kao na slici 2.1 (d) (lokalizaciona dužina je označena sa ξ).

2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata

Litijum niobat je jedan od najatraktivnijih materijala u optici. Poslednjih decenija, postao je veoma popularan kao materijal za supstrat u integrisanoj optici, primarno zbog svojih elektrooptičkih, akustooptičkih i nelinearnih osobina. Posebno, zbog visoke vrednosti elektrooptičkog koeficijenta i visoke transparentnosti u odnosu na EM talase talasnih dužina iz bliskog infracrvenog dela spektra, litijum niobat je veoma pogodan za primene u optičkim komunikacijama. Zbog visoke Curie-eve temperature je pogodan za proizvodnju talasovoda sa malim gubicima, difuzijom metala u litijum niobat. Litijum niobat je, takođe, termalno, hemijski i mehanički stabilan materijal i kompatibilan sa standardnim tehnologijama proizvodnje integrisanih kola.

U ovoj disertaciji je proučavano prostiranje svetlosti kroz neuređene 1D FR na bazi litijum niobata [49]. Nakon demonstracije uticaja promene stepena neuređenosti u neuređenim 1D FR koje ispunjavaju preduslove Anderson-ovog modela u pogledu fiksiranosti realizacije neuređenosti u pravcu prostiranja svetlosti i odsustva nelinearnih interakcija, na primeru FR na bazi litijum niobata će biti prikazano prostiranje optičkog snopa i u slučajevima kada ovi preduslovi nisu zadovoljeni.

2.3.1 Anderson-ova lokalizacija u jednodimenzionalnim neuređenim fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata

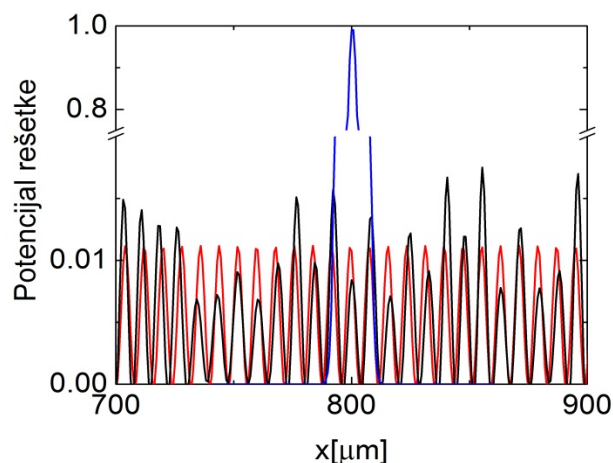
Prostiranje svetlosti kroz 1D FR je modelovano paraksijalnom Helmholtz-ovom jednačinom (jednačina (1.1.1)). Alternativni diskretni model koji se često koristi za opis prostiranja svetlosti u 1D FR omogućava zadovoljavajući uvid u svojstvene Bloch-ove modove i vrednosti konstanti prostiranja svetlosti koje podržava posmatrana rešetka, nezavisno od toga da li je periodična ili neperiodična. Međutim, u diskretnoj aproksimaciji se ne uzimaju u obzir konačne dimenzije talasovoda ili mogući apsorpcioni gubici na ivicama FR i slično. Da bi se dobila realnija slika o prostiranju svetlosti kroz FR, neophodno je koristiti kontinualan model – paraksijalnu Helmholtz-ovu jednačinu.

2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata

Rešetke, koje su proučavane u ovoj disertaciji, mogu se proizvesti eksperimentalnim postupcima detaljno opisanim u [13,50]. Zavisno od metode kojom se proizvode talasovodi, njihovi profili manje ili više odstupaju od idealnog pravougaonog oblika, pa se realnije mogu opisati Gauss-ovom funkcijom ili kvadratom kosinusne funkcije [13,50]. Ovde je, pod pretpostavkom da se profil pojedinačnog talasovoda može opisati Gauss-ovom funkcijom, transverzalni profil indeksa prelamanja rešetke dat sledećim izrazom

$$n(x) = \Delta n G(x) = \Delta n \sum_{m=1}^M \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi \omega_g^2}} e^{-\frac{1}{4 \ln 2} \left(\frac{x-x_m}{\omega_g} \right)^2}, \quad (2.3.1)$$

gde je Δn srednja vrednost razlike indeksa prelamanja talasovoda i supstrata na kojem je rešetka upisana, ω_g širina talasovoda, x_m centar pojedinačnog talasovoda opisanog Gaussian-om, a M broj talasovoda rešetke. Širinom pojedinačnog talasovoda se smatra širina Gaussian-a na polovini njegovog maksimuma (*Full Width at Half Maximum* – FWHM).



Slika 2.4. Transverzalni profil indeksa prelamanja periodične (crvena linija) i neuređene (crna linija) rešetke. Plavom linijom je prikazan izgled pobude.

Kod periodičnih rešetki su širine talasovoda, kao i rastojanja medju njima jednaka. Takođe, svi talasovodi imaju jednake indekse prelamanja pa je razlika indeksa prelamanja bilo kog talasovoda i supstrata Δn . Profil indeksa prelamanja $n(x)$ (potencijal

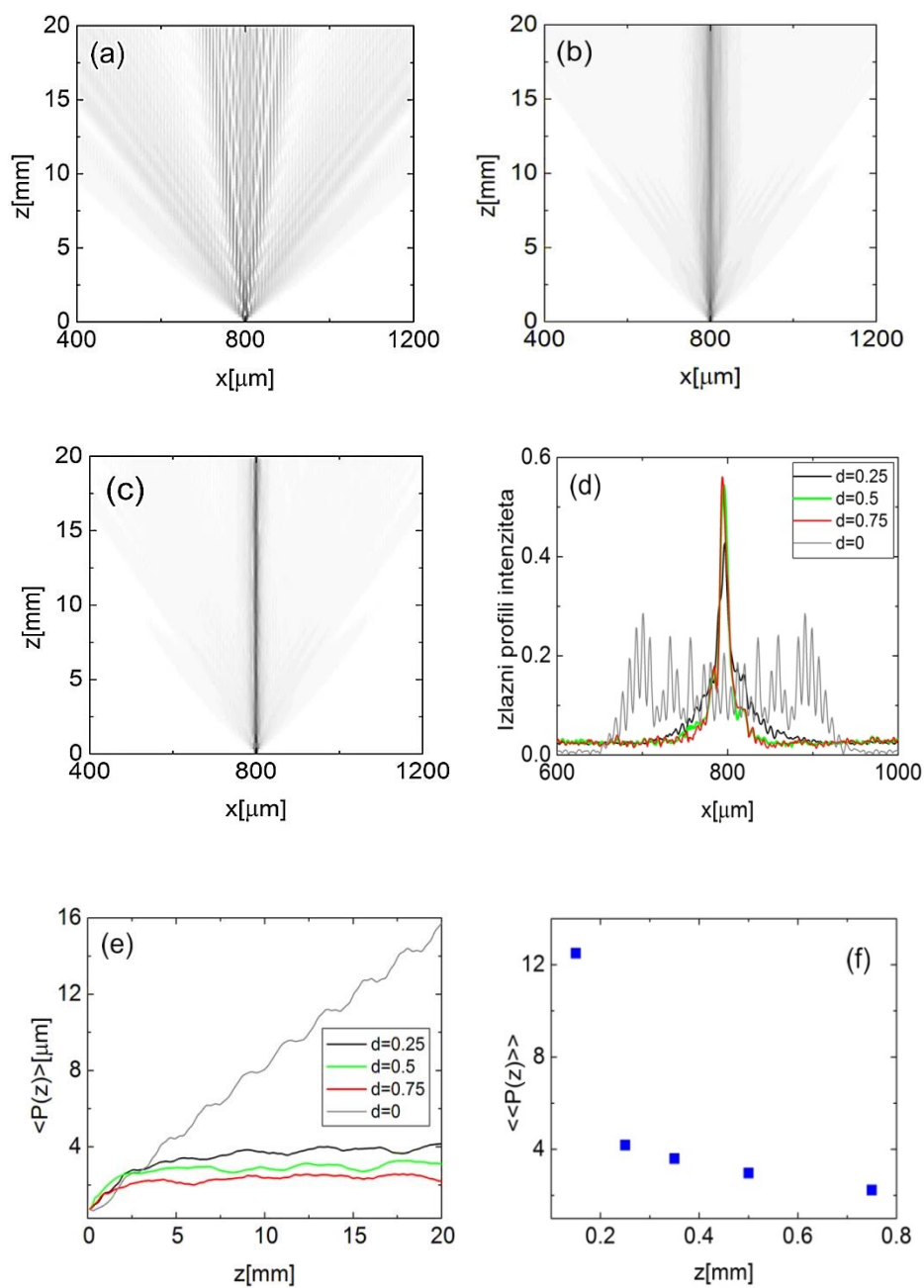
rešetke) neuređenih rešetki je modelovan sumom Gaussian-a slučajnih širina $\omega_g = \omega_{g0}(1+Rd)$, gde su R i d , slučajan broj iz opsega $[-0.5,0.5]$ i jačina, odnosno stepen neuređenosti, respektivno, dok je sa ω_{g0} označena širina talasovoda u odgovarajućoj periodičnoj rešetki. Primeri periodičnog i neuređenog potencijala dati su na slici 2.4. Površine ispod Gaussian-a su fiksirane, tj iste za svaki Gaussian te se promenom širina menjaju maksimumi pojedinačnih Gaussian-a. Ovakav model neuređenosti uključuje slučajne promene indeksa prelamanja talasovoda, kao i širina talasovoda pa u skladu sa odeljkom 2.2.1, u ovde proučavanim rešetkama postoji dijagonalna neuređenost koja je posledica oba moguća načina realizovanja dijagonalne neuređenosti, promenama i širina i indeksa prelamanja talasovoda.

Uzeto je da se FR pobuđuje monohromatskim optičkim snopom talasne dužine 514.5nm Gauss-ovog profila. FWHM optičkog snopa Gauss-ovog profila je izabrana tako da odgovara širini talasovoda ω_{g0} . Uski snop je odabran s namerom da se obezbedi diskretna difrakcija u periodičnoj rešetki. Paraksijalna Helmholtz-ova jednačina je rešavana primenom numeričkog metoda pod nazivom Spektralni metod razdvojenih koraka, detaljnije opisanom u prilogu B.

Vrednosti parametara koje su korišćene u numeričkim simulacijama su: $\omega_{g0} = 4\mu\text{m}$, $s_{g0} = 4\mu\text{m}$ (fiksna rastojanja između talasovoda), $M = 201$, $\Delta n = 0.011$ i $n_0 = 2.242$ (indeks prelamanja supstrata – litijum niobat). Dužine rešetki su $L = 20\text{mm}$. Odabrani parametri, broj talasovoda i dužina rešetke, obezbeđuju da se pri difrakciji izbegne da svetlost dostigne ivice rešetke, što bi rezultovalo neželjenim gubicima i refleksijom. Date vrednosti parametara odgovaraju realnim eksperimentalnim uslovima [13,50].

Kontrolisanjem parametra d postepeno je povećavan stepen neuređenosti u cilju ispitivanja lokalizacije svetlosnog snopa u ovakvim rešetkama. Na slici 2.5 je prikazano prostiranje snopa u periodičnoj rešetki, kao i u neuređenim rešetkama različitih stepena neuređenosti. Upoređivanjem slika 2.5 (a) i (b) može se uočiti da optički snop postaje lokalizovan kada se uvede neuređenost, tj difrakcija uskog optičkog snopa karakteristična za periodične FR biva obustavljena. Povećanjem stepena neuređenosti, optički snop postaje lokalizovaniji na manjoj širini u x pravcu (slika 2.5 (c)).

2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata



Slika 2.5. Usrednjeni 2D profili intenziteta snopa pri prostiranju kroz rešetke na bazi litijum niobata: (a) periodična rešetka – diskretna difrakcija, (b) neuređena rešetka sa $d = 0.25$ i (c) neuređena rešetka sa $d = 0.5$. (d) Usrednjeni profili intenziteta svetlosti na izlazu FR različitih stepena neuređenosti. (e) Usrednjeni participacioni brojevi FR različitih stepena neuređenosti. (f) Smanjenje saturacione vrednosti usrednjenog participacionog broja s povećanjem stepena neuređenosti.

Na slici 2.5 (d) prikazani su izlazni profili intenziteta svetlosti u periodičnoj i neuređenim FR. Profil intenziteta svetlosti na izlazu iz periodične rešetke ($d = 0$) ima najveću vrednosti pri ivicama, što je karakteristika diskretne difrakcije, dok profil intenziteta svetlosti na izlazu iz neuređenih rešetki ima brzo opadajući karakter s udaljavanjem od centra svetlosnog snopa ukazujući na AL. S povećanjem stepena neuređenosti, smanjuje se širina lokalizovanog optičkog snopa, pri čemu se nakon stepena neuređenosti $d = 0.5$ ne mogu uočiti značajnije promene u širini za odabrani skup vrednosti strukturnih parametara FR. Ponašanje snopa pri prostiranju kroz rešetku se može pratiti i preko vrednosti participacionog broja duž rešetke. Ukoliko snop difraktuje, participacioni broj linearno raste duž rešetke, dok u slučaju lokalizacije saturira na neku vrednost. Do saturacije dolazi nakon kratkog perioda u kome se uski snop širi dok ne ispuni odgovarajući deo prostora – lokalizacionu dužinu koja zavisi od stepena neuređenosti. Što je neuređenost rešetke veća, snop se lokalizuje na manjoj dužini pa je i saturaciona vrednost usrednjenog participacionog broja manja. Za svaku vrednost stepena neuređenosti je vršeno usrednjavanje intenziteta optičkog snopa, kao i participacionog broja duž rešetke po više realizacija neuređenog potencijala rešetki.

2.3.2 Promena realizacije neuređenosti duž pravca prostiranja svetlosti

Poznato je da je neophodno da se potencijal i njegove slučajne fluktuacije ne menjaju u vremenu da bi došlo do lokalizovanja talasne funkcije elektrona. Ukoliko se potencijal menja, doći će do delokalizacije i ponovnog uspostavljanja transporta elektrona. Međutim, pitanje prirode transporta u slučaju nestacionarne neuređenosti proučeno je tek nekoliko decenija nakon Anderson-ovog rada, u [51]. U ovoj teorijskoj studiji uočeno je, posmatranjem srednje kvadratne vrednosti odstupanja elektrona od njegove pozicije u slučaju kada je nastupila AL u stacionarnom neuređenom potencijalu, da je transport elektrona u nestacionarnom potencijalu brži od difuzionog i balističkog. Kasnije se za opis kretanja čestica u vremenski promenljivom neuređenom potencijalu uvode termini hiper-transport, odnosno superdifuzija [52].

Nedavno, u prvoj eksperimentalnoj studiji neuređenih 2D FR sa neuređenošću čija se realizacija menja duž pravca prostiranja, pored očekivanog prostornog širenja ubačenog

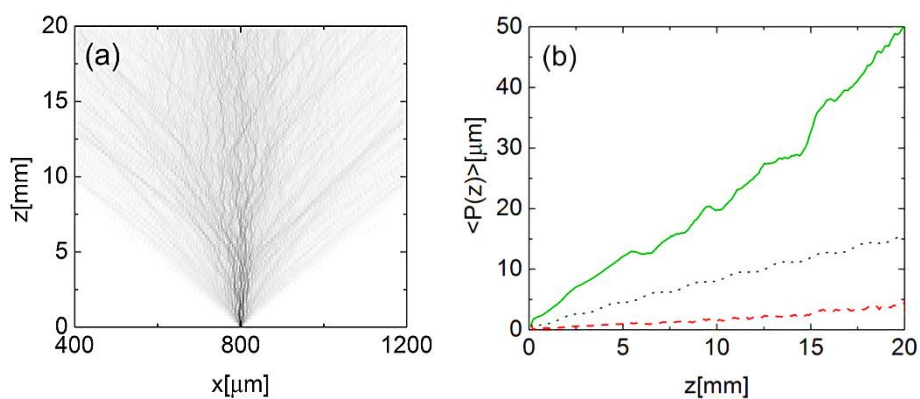
2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata

uskog svetlosnog snopa koje je brže od balističkog pri difrakciji kroz periodičnu FR (hiper-balističko širenje) uočene su i promene u Fourier-ovom spektru (u nastavku će biti označen samo sa spektar) optičkog snopa pri prostiranju kroz neuređene FR bilo da se neuređenost menja ili je „zaleđena“ u pravcu prostiranja [53]. U periodičnim FR se uski optički snop širi u prostoru pri čemu mu je spektar nepromenljiv u odnosu na početni. Ukoliko se u FR uvede neuređenost fiksirana u pravcu prostiranja, širenje spektra optičkog snopa prati prelazni difuzioni režim kod neuređenih 2D FR. Nakon lokalizacije optičkog snopa u prostoru, obustavlja se i njegovo spektralno širenje. U slučaju kada se neuređenost menja duž pravca prostiranja, pored brzog širenja snopa u fizičkom prostoru evidentno je i značajno širenje spektra u poređenju sa spektrom lansiranog snopa u FR. Takođe, poređenjem rešetki sa različitim brzinama promene realizacije neuređenosti u pravcu prostiranja, uočeno je da brzina širenja snopa raste sa brzinom promene neuređenosti. Nakon prostiranja svetlosti kroz FR kod kojih se realizacija neuređenosti menja u pravcu prostiranja svetlosti, profil intenziteta svetlosti znatno odstupa od eksponencijalno opadajućeg profila karakterističnog za svetlost koja se prostire kroz FR sa fiksiranom neuređenošću.

Radi boljeg razumevanja procesa u različitim neuređenim rešetkama na bazi litijum niobata i upoređenja sa dosadašnjim eksperimentalnim rezultatima za neuređene rešetke kod kojih se realizacija neuređenosti menja u pravcu prostiranja svetlosti, u ovoj disertaciji je testirano ponašanje snopa u rešetkama na bazi litijum niobata kod kojih je realizacija neuređenosti menjana u pravcu prostiranja z . Promenljiva neuređenost je modelovana menjanjem realizacije neuređenosti iste jačine d nakon svakog intervala jednakog celobrojnom umnošku koraka Δz u z pravcu. Realizacija neuređenosti je menjana promenom slučajno generisanih brojeva R tako da se na svakih Δz menjala slučajna raspodela širina Gaussian-a koji opisuju profile talasovoda.

U prethodnom odeljku za pobudu FR kod kojih se neuređenost ne menja u z pravcu odabran je uzak Gauss-ov optički snop (FWHM snopa je jednaka širini centralnog talasovoda) kako bi se uočio prelaz između difrakcije i lokalizacije svetlosti kada se naruši periodičnost rešetke. Pošto je odabrani snop jako uzak, neznatno će se proširiti dok ne ispuni odgovarajuću lokalizacionu dužinu koja zavisi od stepena neuređenosti rešetke. Slično, i ovde je odabran uski Gauss-ov snop za pobuđivanje rešetki. Interval

Δz nakon čijeg celobrojnog umnoška se menja realizacija neuređenosti odabran je tako da ne dođe do lokalizacije ni za jednu vrednost stepena neuređenosti jer je dužina Δz kraća od dužine u pravcu prostiranja na kojoj bi se snop širio pre lokalizovanja kod FR sa neuređenošću fiksirane realizacije u pravcu prostiranja. Stoga promena realizacije neuređenosti duž pravca prostiranja svetlosti dovodi do potpunog „defaziranja“ optičkog snopa onemogućavajući interferenciju rasejane svetlosti na slučajnim defektima koja dovodi do lokalizacije svetlosti, evidentne kod neuređenih rešetki sa fiksiranim realizacijama neuređenosti.

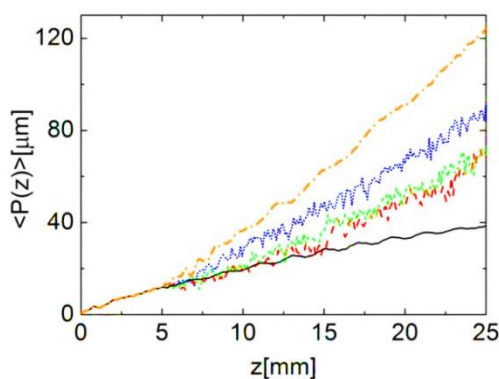


Slika 2.6. (a) 2D usrednjeni profil intenziteta snopa pri prostiranju kroz neuređenu 1D FR na bazi litijum niobata kod koje se realizacije neuređenosti menja u pravcu prostiranja. (b) Participacioni brojevi periodične rešetke (tačkasta crna linija), neuređene rešetke sa fiksiranom neuređenošću (isprekidana crvena linija) i neuređenošću koja se menja u pravcu prostiranja (puna zelena linija).

Primer prostiranja optičkog snopa u rešetki sa neuređenošću koja se menja u pravcu prostiranja svetlosti na svakih $\Delta z = 0.5\text{mm}$, dat je na slici 2.6 (a). Evidentno je da optički snop nije lokalizovan u ovom slučaju. Na slici 2.6 (b) dat je uporedni prikaz $\langle P(z) \rangle$ periodične FR i neuređenih FR istog stepena neuređenosti $d = 0.5$, pri čemu se kod jedne FR ne menja realizacija neuređenosti u pravcu prostiranja svetlosti, dok se kod druge menja. Brži porast usrednjenog participacionog broja duž rešetke kod koje se menja realizacija neuređenosti u z pravcu u poređenju sa porastom participacionog broja duž periodične FR ukazuje na širenje optičkog snopa koje je brže od balističkog.

2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata

Na slici 2.7 prikazani su usrednjeni participacioni brojevi FR kod kojih se realizacija neuređenosti menja u z pravcu za različite vrednosti Δz . Što je interval Δz kraći, optički snop se brže širi pri prostiranju što je kvalitativno u skladu sa studijama hipertransporta.



Slika 2.7. Usrednjeni participacioni broj za periodičnu FR (puna crna linija) i neuređene rešetke kod kojih se realizacija neuređenosti menja na svakih: $\Delta z = 0.5\text{mm}$ (isprekidana crvena linija), $\Delta z = 0.2\text{mm}$ (isprekidana zelena linija), $\Delta z = 0.125\text{mm}$ (tačkasta plava linija) i $\Delta z = 0.2\mu\text{m}$ (tačka-crta narandžasta linija).

2.3.3 Uticaj nelinearnosti na prostiranje svetlosti kroz neuređene fotonske rešetke

Interakcije između elektrona su jedan od razloga zbog kojih je bilo otežano uočiti AL u elektronskim materijalima. S druge strane, odsustvo interakcija među fotonima omogućilo je da AL bude uspešno demonstrirana u različitim optičkim sistemima. Međutim, kada je intenzitet svetlosti dovoljno veliki, dolazi do nelinearnog odziva sredine na primenjeno EM polje [54]. S obzirom da su u rešetkama tokom poslednjih decenija intenzivno proučavani nelinearni efekti, prirodno se nakon demonstracije AL u FR javila ideja za proučavanje uzajamnog dejstva nelinearnosti i neuređenosti, posebno zato što se prisustvo nelinearnosti u sredini kroz koju se svetlost prostire može kontrolisati na jednostavan način - podešavanjem intenziteta snopa ubačenog u neuređenu FR [34,35]. Prve eksperimentalne studije AL u FR su se ujedno bavile i uticajem nelinearnosti na lokalizaciju svetlosti usled neuređenosti.

Povećanjem intenziteta svetlosti koja se ubacuje u neuređenu FR, usled nelinearnih efekata unosi se dodatna promena indeksa prelamanja na postojeće slučajne promene svojstava materijala rešetke, odnosno njene geometrije. Budući da samozarobljavanje, odnosno samooslobađanje svetlosti usled nelinearnosti, zavisi od znaka nelinearne promene indeksa prelamanja i znaka koeficijenta difrakcije (videti uvod), očekivalo se da će se svetlost ponašati drugačije u različitim režimima kada postoji kombinovano dejstvo nelinearnosti i neuređenosti. Prva ispitivanja uzajamnog dejstva neuređenosti i samofokusirajuće Kerr-ove nelinearnosti pokazala su da se usled ovakvog tipa nelinearnosti pospešuje lokalizacija već lokalizovanog snopa. Uočeno je ne samo da je širina lokalizovanog snopa manja, već i da je brzina eksponencijalnog opadanja snopa veća [34,35].

Međutim, nakon mnogobrojnih teorijskih studija došlo se do zaključka da nelinearnost generalno sprečava AL, slično kao kod elektronskih sistema. Detaljnim numeričkim studijama je pokazano da je brzina delokalizacije snopa manja nego u slučaju difuzije ili balističkog širenja snopa pri diskretnoj difrakciji u periodičnim rešetkama. Zbog toga je uveden termin subdifuzije za opis dinamike talasnog paketa u nelinearnim neuređenim sistemima. Produžavanjem vremena simulacija procenjeno je da je eksponent širenja drugog momenta talasnog paketa 1/3 [55]. Zahvaljujući analogiji između vremena kod evolucije talasnih paketa i pravca prostiranja svetlosti kroz FR, ovi rezultati se mogu primeniti i na nelinearne neuređene FR. Međutim, zbog konačnih dimenzija realnih FR nije moguće precizno odrediti karakteristike delokalizacije snopa. Moguće je samo prepoznati težnju snopa da se pri prostiranju ponaša na određeni način.

Poznato je da je litijum niobat fotorefraktivni materijal okarakterisan saturacionim nelinearnim odzivom na primenjenu svetlost velikog intenziteta (Prilog A). Stoga je prostiranje svetlosti u rešetkama na bazi litijum niobata proučavanim u ovoj disertaciji modelovano polazeći od jednačine (1.1.1), pri čemu je pri ispitivanju uticaja nelinearnosti na prostiranje svetlosti u neuređenim FR u opisu indeksa prelamanja rešetke uzet u obzir doprinos saturacione nelinearnosti

$$n_0 n(x) = n_l(x) + n_{nl}(x) = n_0 \Delta n G(x) - \frac{1}{2} n_0^3 r E_{pv} \Delta n \frac{|E|^2}{I_d + |E|^2}. \quad (2.3.2)$$

2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata

Ovde su r , E_{pv} i I_d elektrooptički koeficijent, fotorefraktivno polje i tamna iradijansa, parametar materijala srazmeran broju termalno generisanih fotona u neosvetljenom materijalu (Prilog A). Uvođenjem bezdimenzionalnih veličina $\xi = k_0 x$, $\eta = k_0 z$ i $\psi = E / \sqrt{I_d}$, jednačina (1.1.1) se može predstaviti u sledećem obliku:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \frac{1}{2n_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + n_0 \Delta n G(\xi) \psi - \gamma \frac{|\psi|^2}{1 + |\psi|^2} \psi = 0. \quad (2.3.3)$$

Sa $\gamma = 0.5n_0^3 r E_{pv}$ je označena relativna jačina nelinearnosti.

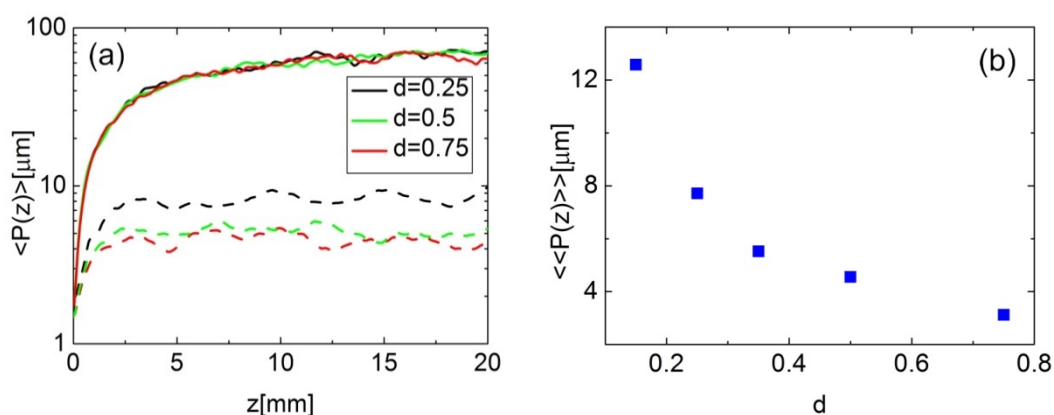
Na osnovu uvedenih bezdimenzionalnih veličina, participacioni broj se može odrediti na sledeći način:

$$P(z) = \frac{1}{k_0} \frac{\left(\int d\xi |\psi(\xi, \eta)|^2 \right)^2}{\int d\xi |\psi(\xi, \eta)|^4} [\mu m]. \quad (2.3.4)$$

Radi boljeg razumevanja uzajamnog delovanja nelinearnosti i neuređenosti, posmatrani su različiti nivoi nelinearnosti, pri čemu je za svaki nivo nelinearnosti postepeno povećavana neuređenost. Na ovaj način je moguće ispitati koji od efekata, zavisno od odnosa njihovih „jačina“ dominantno rukovodi prostiranjem snopa. Nelinearni odziv FR se može eksperimentalno kontrolisati, npr dopiranjem [56] i promenom intenziteta svetlosti [54]. Ispitivanjem participacionog broja duž rešetki u različitim režimima praćeno je ponašanje optičkog snopa.

Ukoliko je koeficijent nelinearnosti $\gamma = 0.001$, što nije dovoljno da dovede do samozarobljavanja snopa u periodičnoj rešetki, može se uočiti da, uvođenjem neuređenosti različitih jačina, vrednost participacionog broja saturira, pri čemu se njegova saturaciona vrednost smanjuje sa povećanjem stepena neuređenosti što je odlika AL (slika 2.8). To ukazuje da je u ovom slučaju neuređenost odgovorna za lokalizaciju svetlosti. S druge strane, ukoliko se jačina nelinearnosti drastično poveća na $\gamma = 0.01$, povećanje stepena neuređenosti ne menja značajno vrednost na koju saturira participacioni broj, što dovodi do zaključka da nelinearnost rukovodi lokalizacijom snopa u ovom slučaju (slika 2.8). Međutim, participacioni broj u neuređenoj rešetki sa

jakom nelinearnošću saturira na veću vrednost nego u odgovarajućoj periodičnoj rešetki (uporediti $\langle P(z) \rangle$ na slici 2.8 (a) za neuređene rešetke kada je $\gamma = 0.01$ i slici 2.9 (d) za periodičnu rešetku kada je $\gamma = 0.01$). Usrednjeni participacioni brojevi duž neuređenih nelinearnih rešetki za dve vrednosti nelinearnosti, $\gamma = 0.001$ i $\gamma = 0.01$ i nekoliko vrednosti stepena neuređenosti rešetki prikazani su na slici 2.8 radi jasnijeg uvida u to koji od efekata, neuređenost ili nelinearnost dominantno utiče na prostiranje svetlosti.

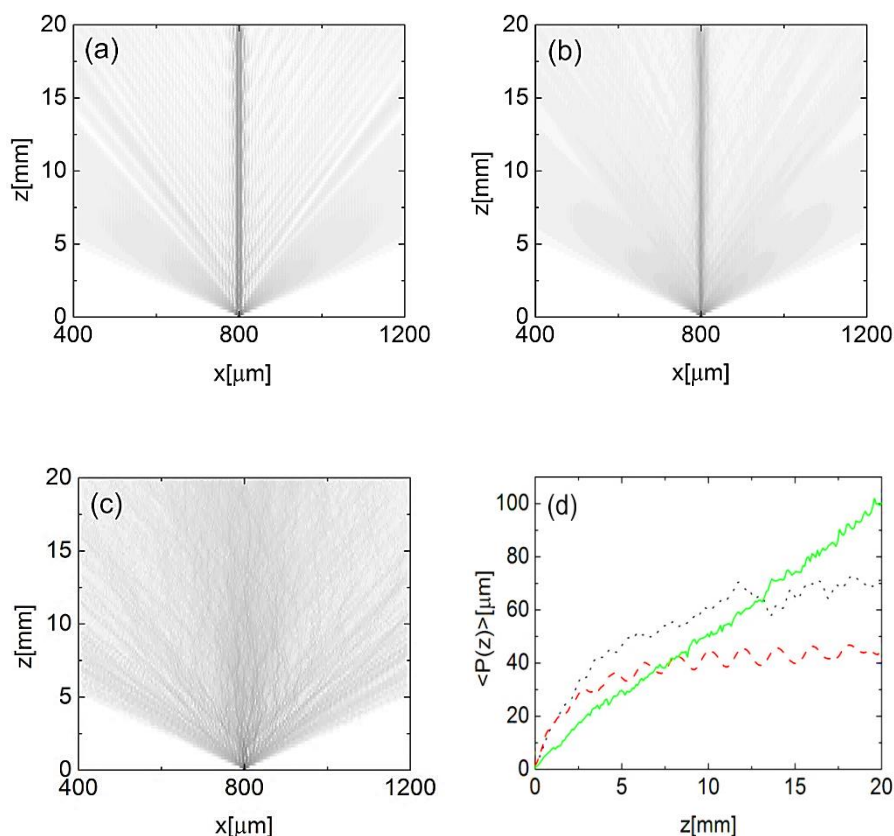


Slika 2.8. (a) Usrednjeni participacioni brojevi duž neuređenih nelinearnih rešetki za dve vrednosti nelinearnosti: $\gamma = 0.001$ (isprekidane linije) i $\gamma = 0.01$ (pune linije). (b) Saturacione vrednosti usrednjenog participacionog broja kada je jačina nelinearnosti $\gamma = 0.001$.

Na slikama 2.9 (a) i (b) su prikazani 2D grafici usrednjenog intenziteta optičkog snopa u visoko nelinearnoj periodičnoj i neuređenoj rešetki, dok su odgovarajući usrednjeni participacioni brojevi duž rešetki dati na slici 2.9 (d).

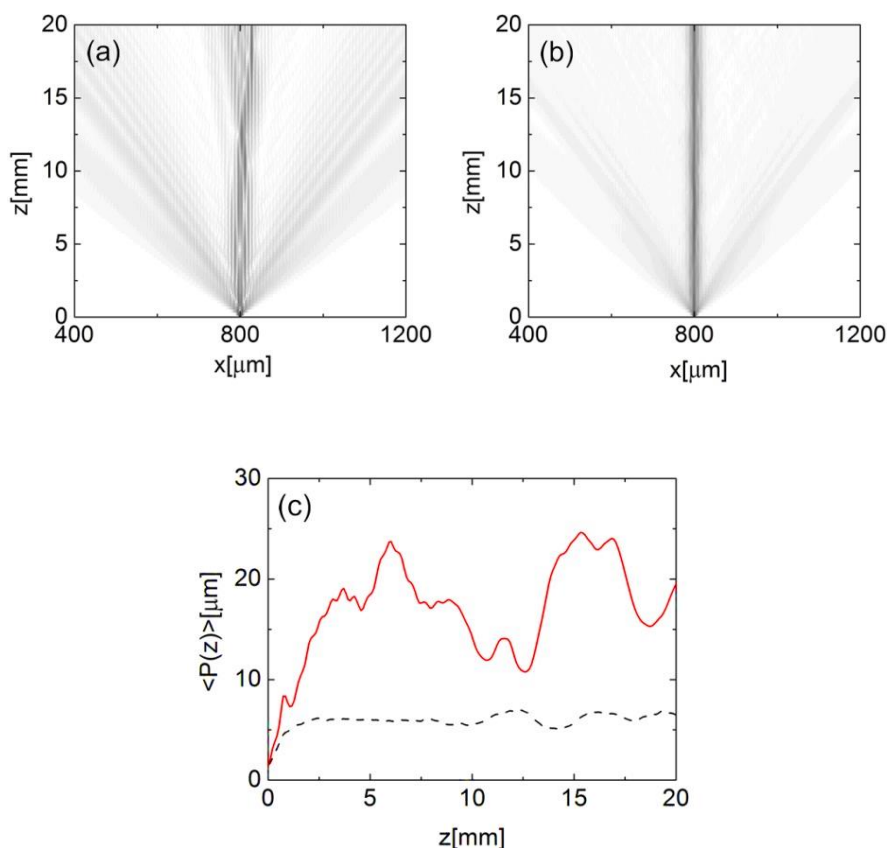
Ukoliko je jačina nelinearnosti između dve ekstremne vrednosti, tada su vidljiva dejstva oba efekta, nelinearnosti i neuređenosti, na prostiranje optičkog snopa, koja se manifestuju kroz blagu delokalizaciju optičkog snopa u poređenju sa odgovarajućim linearnim neuređenim rešetkama. Na slici 2.10 su prikazane nelinearna periodična i nelinearna neuređena rešetka kada je nelinearnost postavljena na srednju vrednost $\gamma = 0.005$ između dve prethodno pomenute ekstremne vrednosti.

2.3 Prostiranje svetlosti kroz jednodimenzionalne neuređene fotonske rešetke na bazi litijum niobata



Slika 2.9. 2D usrednjeni profili intenziteta snopa pri prostiranju kroz nelinearne ($\gamma = 0.01$) (a) periodične FR, (b) neuređene FR sa fiksiranom realizacijom neuređenosti ($d = 0.5$), (c) neuređene FR sa promenljivom realizacijom neuređenosti ($d = 0.5$ i $\Delta z = 0.5$ mm) na bazi litijum niobata. (d) Participacioni brojevi opisanih rešetki pod (a) – tačkasta crna linija, (b) – isprekidana crvena linija i (c) – puna zelena linija.

Činjenica da se kod kombinovanog dejstva nelinearnosti i neuređenosti, za sve ispitivane vrednosti nelinearnosti i neuređenosti osim u slučaju kada je uticaj nelinearnosti zanemarljiv za $\gamma = 0.001$, svetlost lokalizuje na većoj lokalizacionoj dužini u poređenju sa lokalizacionom dužinom kada deluje samo neki od ova dva efekta je u skladu sa nalazima u [55] gde je u dugim simulacijama ovaj fenomen identifikovan kao proces subdifuzije. Rezultati prezentovani u ovoj disertaciji ukazuju na ponašanje snopa u realno ostvarivim rešetkama konačnih dimenzija.



Slika 2.10. 2D usrednjeni profili intenziteta snopa pri prostiranju kroz nelinearne ($\gamma = 0.005$)

(a) periodične, (b) neuređene 1D FR na bazi litijum niobata stepena neuređenosti $d = 0.5$.

(c) Usrednjeni participacioni brojevi rešetki pod (a) – puna crvena linija i (b) – isprekidana crna linija.

U ovoj disertaciji, razmotreno je i da li jaka nelinearnost može obustaviti hiper-transport u neuređenim rešetkama na bazi litijum niobata kod kojih se realizacija neuređenosti menja u pravcu prostiranja svetlosti. Upoređivanjem prostiranja optičkog snopa u jako nelinearnim periodičnim i neuređenim rešetkama sa fiksiranom i promenljivom realizacijom neuređenosti u pravcu prostiranja, može se zaključiti da se u poslednjem slučaju snop širi i pored nelinearnosti, dok u prethodna dva slučaja postaje lokalizovan (slika 2.9 (a) – (c)). Povećanje participacionog broja bez tendencije ka saturiranju u poslednjem slučaju dodatno ukazuje na ovakvo ponašanje (slika 2.9 (d)).

3

Kvaziperiodične fotonske rešetke

Tema ovog poglavlja biće lokalizacija svetlosti u posebnom tipu 1D neuređenih rešetki - 1D kvaziperiodičnim rešetkama. Nakon pregleda dosadašnjih rezultata na polju kvaziperiodičnosti u atomskim i fotonskim strukturama, akcenat će i u ovom poglavlju biti na linearnim i nelinearnim rešetkama na bazi litijum niobata. Za karakterizaciju prirode prostiranja optičkog snopa kroz ove FR biće korišćene mere uvedene u prethodnom poglavlju.

3.1 Kvaziperiodičnost: Aubry-André-ov model

Kvaziperiodičnost predstavlja prelazni oblik uređenja između idealno periodičnog i slučajno neuređenog. Matematičari su počeli da proučavaju ovakav tip uređenja još 1960. godine, međutim tek dve decenije kasnije je ono našlo primenu kod opisa rasporeda atoma u novim tipovima kristala - kvazikristalima. Njihovo otkriće je publikovano 1984. godine u [57], dok je pojam kvazikristal prvi put upotrebljen u teorijskoj studiji [58] koja je ubrzo usledila. Kvazikristali su izazvali revoluciju u fizici čvrstog stanja menjajući dotadašnje uverenje da se određena svojstva mogu uočiti samo u idealno periodičnim kristalima.

Usled nepostojanja translacione simetrije, kod kvazikristala se ne može definisati jedinična kristalna ćelija. Međutim, zahvaljujući dugodometnoj strukturalnoj uređenosti kod njih se mogu uočiti fenomeni karakteristični za periodične kristale poput Bragg-ove

difrakcije. Zbog dugodometne uređenosti, za ove strukture se može reći da poseduju prostorno korelisanu neuređenost, za razliku od prostorno nekorelisane neuređenosti kod kristala sa slučajno raspoređenim defektima.

Vremenom, razvijene su razne šeme ređanja različitih kristalnih ćelija u cilju formiranja kvazikristala (Fibonacci, Thue-Morse, Cantor nizovi itd). Otkriće kvazikristala u fizici čvrstog stanja uticalo je i na definisanje novog pravca istraživanja u fotonici. Prvi fotonski kvazikristal, sastavljen od 1D niza dielektričnih slojeva koji formiraju Fibonacci-evu sekvencu, prvi put je predložen u [59]. Nakon toga su usledile brojne realizacije fotonskih kristala i u više dimenzija, bazirane ne samo na dielektričnim slojevima već i neperiodičnom ređanju dielektričnih štapića, nanosfera ili korišćenju polimernih materijala. Više detalja o mogućim realizacijama fotonskih kvazikristala i njihovoj primeni u optičkim napravama može se naći u preglednim radovima [60,61].

Kvaziperiodični potencijali kod kvazikristala ne mogu se opisati primenom Bloch-ovog formalizma usled nepostojanja translacione simetrije. Takođe, poznati rezultati o potpuno neuređenim sistemima, posebno o lokalizaciji usled neuređenosti nisu primenljivi u ovom slučaju, zbog čega je bilo potrebno sprovesti posebnu teorijsku studiju kvaziperiodičnih potencijala. Poseban tip 1D kvaziperiodičnih potencijala dobio je odgovarajući kvantnomehanički tretman u radu Aubry-a i André-a [62], gde je određena elektronska struktura u ovakvim potencijalima i pokazano da i u ovakvom tipu potencijala može doći do eksponencijalne lokalizacije talasnih paketa pridruženih elektronima ukoliko su ispunjeni određeni uslovi. Polazeći od Schrödinger-ove jednačine za slučaj 1D kvaziperiodičnog potencijala predstavljenog sumom periodičnih potencijala međusobno nesamerljivih perioda, Aubry i André su došli do pojednostavljenog modela, kasnije nazvanog po njima Aubry–André (AA) model, datog sledećim izrazom

$$i \frac{d\psi_n}{dt} + [\beta_0 + \zeta \cos(2\pi an)]\psi_n + C(\psi_{n+1} + \psi_{n-1}) = 0, \quad (3.1.1)$$

gde su β_0 i C energija elektrona na mestu n u rešetki i konstanta sprezanja koja opisuje interakciju elektrona sa njegovim najbližim susedima, respektivno. U prethodnom modelu ψ_n predstavlja talasnu funkciju n -tog elektrona, tj elektrona u n -tom čvoru

3.1 Kvaziperiodičnost: Aubry–André-ov model

kristalne rešetke, čiji je potencijal modulisan potencijalom druge rešetke predstavljenim kosinusnim članom u izrazu (3.1.1). Ukoliko je α racionalan broj, rezultujući potencijal će biti periodičan jer se dobija superponiranjem dva periodična potencijala. Uslov da potencijal bude kvaziperiodičan je da osnovni i modulišući potencijal budu nesamerljivi, do čega će doći ako je α iracionalan broj [63]. Parametar ζ kontroliše dubinu modulacije, odnosno potencijala druge, nesamerljive rešetke, slično stepenu neuređenosti kod slučajno neuređenih rešetki. Za $\zeta = 0$, dobija se sistem kojim se opisuje periodična kristalna rešetka (uporediti sa jednačinom (1.1.4)).

Pretpostavljajući rešenje jednačine (3.1.1) u formi Fourier-ovog niza $\psi_n = \sum_k e^{2\pi i \alpha k n} \phi_k$, jednačina (3.1.1) se iz fizičkog konvertuje u momentni prostor:

$$i \frac{d\phi_k}{dt} + [\beta_0 + 2 \cos(2\pi \alpha k)] \phi_k + \frac{\zeta}{2} (\phi_{k+1} + \phi_{k-1}). \quad (3.1.2)$$

Proučavajući ovaj tip potencijala, Aubry i André su pokazali da za iracionalno α dolazi do nagle lokalizacije svih talasnih paketa kada je ispunjen uslov $\zeta = 2C$. Ovaj uslov predstavlja kritičnu tačku u kojoj je AA model identičan u fizičkom i momentnom, tj Fourier-ovom prostoru i predstavlja tačku faznog prelaza. Nakon ove kritične vrednosti talasne funkcije svih elektrona postaju naglo lokalizovane u fizičkom prostoru, pri čemu je lokalizaciona zapremina svih talasnih funkcija jednaka i iznosi $l_{loc} = 1/\ln(\zeta/2C)$. Lokalizacija u fizičkom prostoru je praćena delokalizacijom u momentnom prostoru, i obrnuto.

Do sada su efekti koji se javljaju usled kvaziperiodičnosti proučavani u različitim kvantnim i klasičnim fizičkim kvaziperiodičnim sistemima, među kojima su kondenzovana materija, Bose-Einstein-ovi kondenzati u optičkim rešetkama [15,64] i svetlost u FR [65].

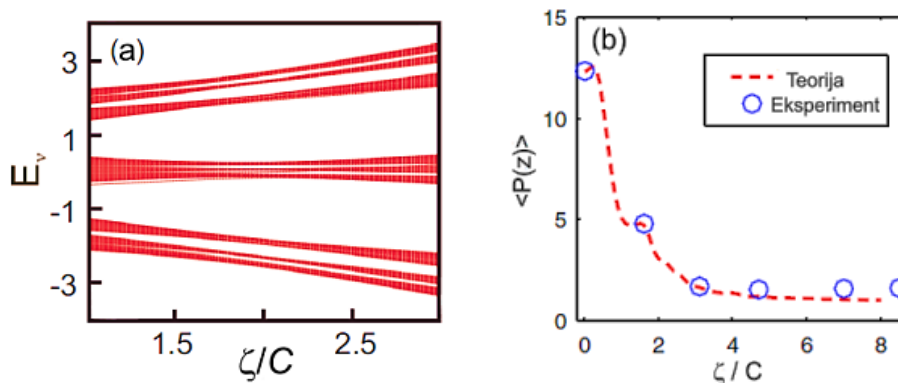
3.2 Realizacije i zonski spektar jednodimenzionalnih kvaziperiodičnih fotonskih rešetki

Zahvaljujući analogiji između pravca prostiranja svetlosti kod FR i vremena kod evolucije talasnih paketa pridruženih elektronima koja sledi iz analogije paraksijalne Helmholtz-ove jednačine i vremenski zavisne Schrödinger-ove jednačine, FR se mogu iskoristiti za ispitivanje efekata koji nastaju usled kvaziperiodičnosti. Slično kao kod neuređenih FR, uvođenjem kvaziperiodičnosti u transverzalnom pravcu 1D FR u kome se menja indeks prelamanja i posmatranjem prostiranja svetlosti i raspodele intenziteta na izlazu iz FR (koncept transverzalne lokalizacije svetlosti), može se proučiti uticaj kvaziperiodičnosti na prostiranje svetlosti i uslovi pri kojima nastupa lokalizacija svetlosti.

U AA modelu datim izrazom (3.1.1), primenjenim na FR, figurišu amplitude električnog polja u talasovodima, tj elementima rešetki. Zonski spektar ovih rešetki se može odrediti procedurom predstavljenom u uvodu polazeći od AA modela primenjenog na FR. U poređenju sa periodičnim rešetkama, zonski spektar kvaziperiodičnih rešetki ima kompleksnu fraktalnu prirodu [66]. Za datu vrednost α spektar se sastoji od beskonačnog broja zona razdvojenih procepima. Generalno, zone razdvojene uskim procepima su skoncentrisane u tri oblasti razdvojene širim procepima. Stoga se često zone nazivaju minizonama, pri čemu se pomenute tri oblasti smatraju zonama. Na slici 3.1 (a) je prikazan primer spektra za $\alpha = (\sqrt{5} + 1)/2$ (zlatna sredina), u zavisnosti od dubine potencijala skalirane konstantnom sprezanja C . Zlatna sredina, koja se smatra „najiracionalnijim brojem“, je najčešći izbor za iracionalni broj u proučavanju kvaziperiodičnosti. U [65] pokazano je kako se participacioni broj, koji govori o efektivnoj širini optičkog snopa na izlazu iz FR (ukupna efektivna širina svojstvenih modova), menja s promenom skalirane vrednosti dubine potencijala ζ/C . Može se uočiti da do lokalizacije svetlosti dolazi oko vrednosti $\zeta/C = 2$, pri čemu se daljim porastom dubine potencijala lokalizaciona dužina lokalizovanog optičkog snopa ne menja značajno. Dobijeno slaganje numeričkih i eksperimentalnih rezultata pokazuje da do lokalizacije ne dolazi naglo za $\zeta/C = 2$, iako je teorijski predviđeno suprotno [62]. Razlog za to leži u činjenici što je u numeričkom rešavanju AA modela (izraz

3.2 Realizacije i zonski spektar jednodimenzionalnih kvaziperiodičnih fotonskih rešetki

(3.1.1)), kao i u eksperimentalnoj realizaciji kvaziperiodičnih rešetki teško postići da odnos perioda dva potencijala bude iracionalan broj. Iracionalni brojevi su u teoriji predstavljeni beskonačnim brojem decimala. Međutim, u numeričkim simulacijama koristi se računarska predstava brojeva konačnim brojem bitova. Budući da kod iracionalnih brojeva može doći do ponavljanja nekog niza decimalnih cifara, strogo govoreći, iracionalni brojevi u računarskoj predstavi postaju racionalni. Zbog toga se najčešće koristi zlatna sredina, izdvojena kao „najiracionalniji“ broj, jer je ustanovljeno da kod njega ne dolazi do ponavljanja ni jednog niza decimalnih cifara. S druge strane, kod eksperimentalnih realizacija FR nije moguće postići da odnos perioda periodičnih potencijala u sastavu kvaziperiodičnog bude iracionalan broj jer se pored tehnoloških ograničenja u pogledu dimenzija talasovoda u FR koje se mogu postići uvek javljaju manja ili veća odstupanja od zadatih strukturnih parametara što narušava nesamerljivost perioda periodičnih potencijala u sastavu kvaziperiodičnog i uočavanje naglog nastupanja AL.



Slika 3.1. (a) Zonski spektar kvaziperiodične rešetke za $\alpha = (\sqrt{5} + 1)/2$ [67], (b) Efektivna širina talasnog paketa u zavisnosti od dubine potencijala skalirane konstantom spreznja [65].

Kod oba tipa neuređenih 1D rešetki, slučajno neuređenih i kvaziperiodičnih, je pokazano da intenzitet snopa opada eksponencijalno s udaljavanjem od njegovog centra, što je odlika AL. Glavna razlika AL svetlosti u 1D neuređenim i 1D kvaziperiodičnim FR je što kod kvaziperiodičnih FR dolazi do lokalizacije svih modova rešetke bez obzira na konačnost transverzalne dimenzije rešetke (dimenzija u kojoj postoji promena

indeksa prelamanja). Do lokalizacije u kvaziperiodičnim 1D FR dolazi kada dubina potencijala, analogna stepenu neuređenosti, pređe vrednost praga, dok kod neuređenih 1D FR do lokalizacije dolazi za bilo koju vrednost stepena neuređenosti, s tim što kod konačnih FR lokalizacija postaje vidljiva samo kada je stepen neuređenosti iznad vrednosti pri kojima su lokalizacione dužine modova manje od transverzalne dimenzije rešetke. S obzirom da je AL kod 1D kvaziperiodičnih rešetki okarakterisana postojanjem vrednosti praga dubine modulacije nakon koga dolazi do lokalizacije, može se reći da AA model fenomenološki sličan 3D AL u neuređenim sistemima koja takođe predstavlja fazni prelaz.

U poglavlju o neuređenim rešetkama je objašnjeno kako se slučajnim menjanjem parametara rešetki može realizovati neuređenost. U cilju realizacije kvaziperiodičnih rešetki se kontrolisanjem širine talasovoda može postići da konstante prostiranja vezane za pojedinačne talasovode imaju vrednosti $\zeta \cos(2\pi an)$, dok se istovremenim podešavanjem rastojanja između talasovoda može postići da sprezanje susednih talasovoda ima konstantnu vrednost C [65]. Slično, može se manipulirati indeksima prelamanja i geometrijom FR u cilju realizacije kvaziperiodične FR.

3.3 Kvaziperiodične fotonske rešetke na bazi litijum niobata

Prostiranje svetlosti kroz kvaziperiodične 1D FR na bazi litijum niobata, modelovano je paraksijalnom Helmholtz-ovom jednačinom (jednačina (1.1.1)), iz istih razloga kao u prethodnom poglavlju, pri čemu se potencijal rešetke može uvesti u jednačinu u sledećoj formi

$$n_0 n(x) = \varepsilon G(x) = n_0 \Delta n \left[\cos^2(k_L x) + \cos^2(\alpha k_L x + \delta) \right], \quad (3.3.1)$$

gde je k_L prostorni period, tj talasni broj periodičnih rešetki, α iracionalan broj koji obezbeđuje da dve periodične rešetke – kvadrirani kosinusi imaju međusobno nesamerljive prostorne periode, a δ proizvoljna dodatna početna faza druge periodične rešetke. Uvođenjem bezdimenzionalnih veličina $\xi = k_0 x$, $\eta = k_0 z$ i $\psi = E / \sqrt{I_d}$ kao u

3.3 Kvaziperiodične fotonske rešetke na bazi litijum niobata

prethodnom poglavlju, paraksijalna Helmholtz-ova jednačina u kojoj figuriše profil indeksa prelamanja opisan izrazom (3.3.1) se može napisati u sledećem obliku

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \frac{1}{2n_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \varepsilon G(\xi) \psi = 0, \quad (3.3.2)$$

gde je $\bar{k}_L = k_L / k_0$ bezdimenzionalni talasni broj rešetke, a $\varepsilon = n_0 \Delta n$ dubina potencijala. Prethodna jednačina se može smatrati AA modelom u kontinualnom limitu. U prethodnoj jednačini je $G(\xi) = \cos^2(k_L \xi / k_0) + \cos^2(\alpha k_L \xi / k_0 + \delta)$. U diskretnom AA modelu je poznato za koje vrednosti parametara sistema će doći do lokalizacije svetlosti. Kako bi se procenilo za koje vrednosti parametra naših rešetki na bazi litijum niobata će doći do nagle lokalizacije, potrebno je kontinualni model uporediti sa diskretnim AA modelom, što se može uraditi nakon diskretizacije bezdimenzionalne paraksijalne Helmholtz-ove jednačine (3.3.2). Diskretizacija se može sprovesti pod pretpostavkom da je dubina potencijala dovoljno velika da se normalizovana amplituda električnog polja ψ može diskretizovati odabirajući vrednosti ψ_n u tačkama $\xi_n = n\pi / \bar{k}_L$ koje odgovaraju maksimumima potencijala prve od periodičnih komponenti kvaziperiodičnog potencijala. Odgovarajući model naših rešetki u diskretnoj aproksimaciji glasi:

$$i \frac{\partial \psi_n}{\partial \eta} + \frac{1}{2n_0} \frac{\psi_{n+1} + \psi_{n-1} - 2\psi_n}{(\pi / \bar{k}_L)^2} + \varepsilon \psi_n + \varepsilon \cos^2(n\pi\alpha) \psi_n = 0. \quad (3.3.3)$$

Za potrebe ovog izvođenja je usvojeno da je $\delta = 0$, bez gubitka u opštosti dobijenih rezultata. Množeći prethodnu jednačinu sa $2n_0(\pi / \bar{k}_L)^2$ i skalirajući je faktorom

$\bar{\eta} = \frac{\eta}{2n_0} \left(\frac{\bar{k}_L}{\pi} \right)^2$, dobija se sledeći izraz:

$$i \frac{\partial \psi_n}{\partial \bar{\eta}} + \psi_{n+1} + \psi_{n-1} + \left[3n_0 \varepsilon \left(\frac{\pi}{\bar{k}_L} \right)^2 - 2 + n_0 \varepsilon \left(\frac{\pi}{\bar{k}_L} \right)^2 \cos(2n\pi\alpha) \right] \psi_n = 0. \quad (3.3.4)$$

Uvodeći smene $\beta_0 = 3n_0 \varepsilon (\pi / \bar{k}_L)^2 - 2$ i $\zeta = n_0 \varepsilon (\pi / \bar{k}_L)^2$ poslednja jednačina se može ekvivalentirati AA modelom, pri čemu je u prethodnoj jednačini $C = 1$. Poznato je da se

specifičnost AA modela ogleda u sopstvenoj dualnosti, tj simultanom prelazu između lokalizacije i delokalizacije modova u fizičkom domenu, i prelazu između delokalizacije i lokalizacije modova u momentnom, tj frekvencijskom domenu. Do prelaza dolazi kada vrednosti parametara ispunjavaju sledeći uslov $Q_{th} = \zeta/C = 2$. Poredeći jednačine (3.3.4) i (3.1.1), može se dobiti sličan uslov za nastupanje lokalizacije u fizičkom prostoru

$$Q_{th} = n_0 \varepsilon \left(\frac{\pi}{k_L} \right)^2 = 2. \quad (3.3.5)$$

Po prethodnom izrazu, vrednost praga dubine potencijala ε_{th} , parametra iz početnog kontinualnog modela, nakon koje dolazi do lokalizacije je

$$\varepsilon_{th} = 2 \left(\frac{\bar{k}_L}{\pi} \right)^2 / n_0 \approx 0.000375. \quad (3.3.6)$$

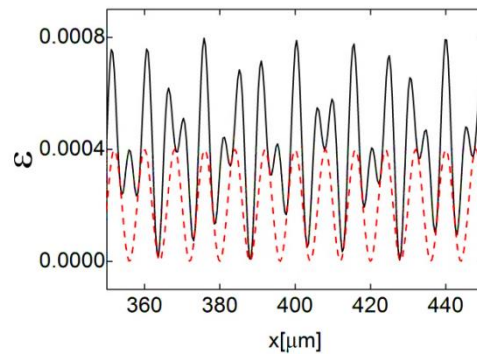
U prethodnom izrazu su korišćene vrednosti parametara koje odgovaraju realnim eksperimentalnim uslovima za realizaciju rešetki na bazi litijum niobata [13,50]. Očekuje se da su za $\varepsilon > \varepsilon_{th}$ stanja lokalizovana u fizičkom a delokalizovana u momentnom prostoru, dok je za $\varepsilon < \varepsilon_{th}$ situacija obrnuta, što će biti numerički verifikovano za rešetke na bazi litijum niobata. S matematičke strane je, da bi se uočila nagla lokalizacija pri $\varepsilon > \varepsilon_{th}$, dovoljno da parametar α bude bilo koji iracionalan broj. Međutim, iz razloga pomenutih u prethodnom odeljku, u numeričkom rešavanju jednačine (3.3.2) je odabrana zlatna sredina, tj $\alpha = (\sqrt{5} + 1)/2$ [15]. Na slici 3.2 je prikazan primer kvaziperiodičnog potencijala za odabrano α u rešetkama na bazi litijum niobata koje su ovde proučavane.

Kvalitativni prelaz između tunelovanja ubačenog optičkog snopa iz pobuđenog u susedne talasovode FR pri prostiranju kroz FR i njegove lokalizacije se može detektovati praćenjem ponašanja participacionog broja duž rešetki različitih vrednosti dubine potncijala. Ukoliko dođe do lokalizacije, participacioni broj će nakon neke dužine u pravcu prostiranja saturirati na vrednost koja se može smatrati efektivnom širinom lokalizovanog snopa, dok će u suprotnom participacioni broj rasti s porastom z . Budući da kvaziperiodične rešetke predstavljaju poseban tip neuređenih rešetki, i u ovom slučaju je potrebno vršiti usrednjavanje rezultata dobijenih za više realizacija

3.3 Kvaziperiodične fotonske rešetke na bazi litijum niobata

kvaziperiodičnog potencijala. U ovom slučaju se različite realizacije potencijala mogu dobiti slučajnim odabiranjem početne faze δ (izraz 3.3.1).

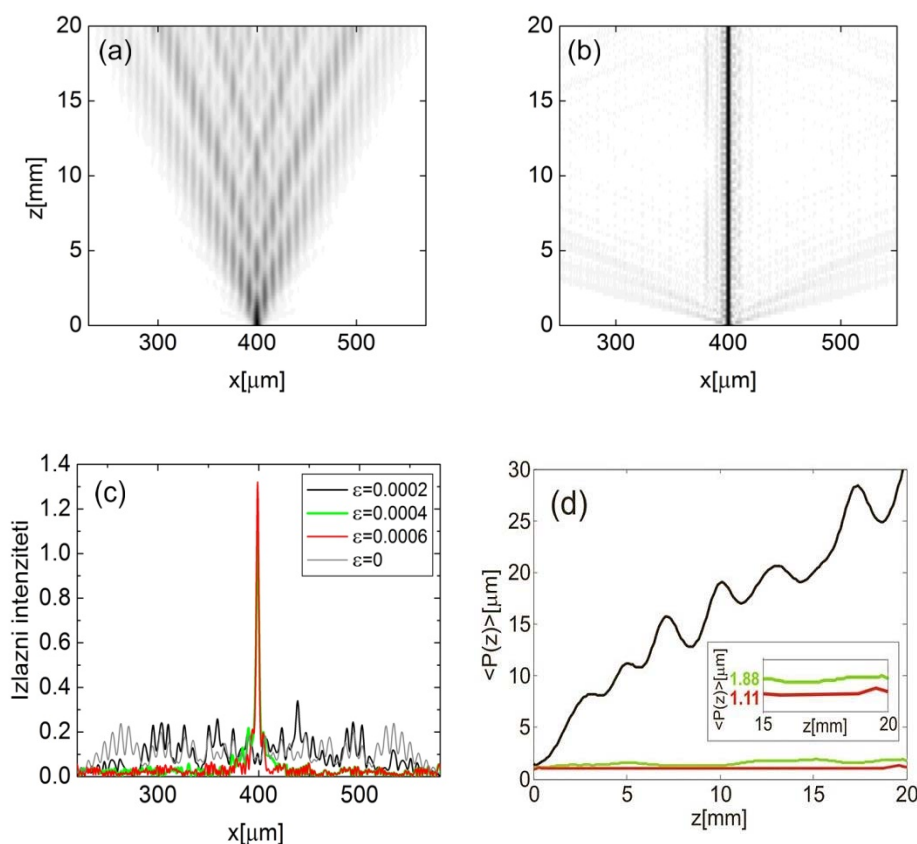
Za potrebe numeričke analize prostiranja svetlosti kroz kvaziperiodične rešetke, pored vrednosti materijalnih parametara za litijum niobat, odabrane su sledeće vrednosti strukturnih parametara rešetki: broj talasovoda $M = 101$, širine talasovoda $w_{g0} = 4\mu\text{m}$ i rastojanja između talasovoda $s_{g0} = 4\mu\text{m}$ odgovarajućih periodičnih rešetki koje formiraju kvaziperiodičnu rešetku. Efektivna širina talasovoda i rastojanja između talasovoda kvaziperiodične rešetke su manji od w_{g0} i s_{g0} jer konstitutivne periodične rešetke imaju iste amplitude transverznog potencijala. U simulacijama je uzeto da su rešetke pobuđivane uskim monohromatskim Gauss-ovim optičkim snopom (FWHM = w_{g0}) talasne dužine $\lambda = 514.5\text{nm}$ [68].



Slika 3.2. Profili indeksa prelamanja kvaziperiodične rešetke za $\varepsilon = 0.0004 \approx \varepsilon_{th}$ (puna crna linija) i periodične rešetke (isprekidana crvena linija).

Na slikama 3.3 (a) i (b) prikazani su primeri prostiranja svetlosti kroz kvaziperiodične rešetke dubine potencijala ispod i iznad vrednosti praga. U FR sa ε ispod vrednosti praga dolazi do prelaženja svetlosti u susedne talasovode, slično diskretnoj difrakciji kod periodičnih FR. Međutim, u ovom slučaju svetlost nije skoncentrisana na ivicama talasnog paketa, što je karakteristika diskretne difrakcije, već se maksimumi intenziteta snopa nalaze između ivica talasnog paketa. Stoga se prostiranje svetlosnog snopa može okarakterisati kao difuziono širenje koje je sporije od balističkog širenja kod periodičnih rešetki. S druge strane, u FR sa ε iznad vrednosti praga dolazi do lokalizacije svetlosti.

Postepenim menjanjem dubine potencijala oko analitički dobijene vrednosti praga, numerički je procenjena vrednosti praga dubine potencijala na $\varepsilon = 0.0004$ čime je dobijeno dobro salaganje sa analitičkim rezultatom. Iznad ove vrednosti participacioni broj rešetki saturira na konačnu vrednost, pri čemu daljim povećanjem ε nema značajnije promene u konačnoj saturacionoj vrednosti participacionog broja (slika 3.3 (d)). Razlog za to leži u činjenici što je rešetka pobuđena uskim snopom koji se ne može lokalizovati na manjoj širini od efektivne širine talasovoda u kvaziperiodičnim FR.



Slika 3.3. Usrednjeni 2D profili amplituda električnog polja u kvaziperiodičnim rešetkama sa (a) $\varepsilon = 0.002 < \varepsilon_{th}$ i (b) $\varepsilon = 0.006 > \varepsilon_{th}$. (c) Usrednjeni profili intenziteta svetlosti na izlazu iz periodične i kvaziperiodičnih FR sa različitim dubinama potencijala. (d) Participacioni brojevi duž kvaziperiodičnih FR sa različitim dubinama potencijala: $\varepsilon = 0.002$ – crna linija, $\varepsilon = 0.004$ – crvena linija, $\varepsilon = 0.006$ – zelena linija.

Posmatranjem izlaznih profila FR različitih dubina potencijala (slika 3.3 (c)) takođe se može zaključiti da je svetlosni snop lokalizovan kada je ε iznad vrednosti praga, pri čemu mu intenzitet brzo opada s udaljavanjem od centra slično kao kod neuređenih FR.

Na slici 3.3 (c) se mogu uočiti razlike između izlaznog profila intenziteta svetlosti karakterističnog za diskretnu difrakciju u periodičnim FR ($\varepsilon = 0$) i izlaznog profila intenziteta svetlosti nakon difuzionog širenja optičkog snopa kroz kvaziperiodične FR dubine potencijala ispod vrednosti praga ($\varepsilon = 0.0002$).

3.3.1 Nelinearne kvaziperiodične fotonske rešetke

Različiti aspekti uticaja prisustva nelinearnosti u kvaziperiodičnim potencijalima su ispitivani teorijski [69,70,71,72] i eksperimentalno [65,73]. Kvaziperiodične rešetke su posebno interesantne zbog toga što priroda modova u linearnim rešetkama može biti različita u zavisnosti od dubine potencijala rešetke. Stoga uticaj nelinearnosti može biti drugačiji u zavisnosti od potencijala rešetke.

Danas uglavnom postoji slaganje naučnika oko toga da nelinearnost sprečava AL talasnog paketa koji se kreće u neuređenom potencijalu, pri čemu talasni paket mogu biti elektronska kvantnomehanička talasna funkcija, optički snop u fotonskim rešetkama ili ultrahladni atomi u optičkim rešetkama. Glavno pitanje istovremenog dejstva nelinearnosti i neuređenosti, tj razmatrane kvaziperiodičnosti u ovom poglavlju, je dinamika delokalizacije, odnosno brzina širenja talasnog paketa u prisustvu nelinearnosti. U nedavnim numeričkim studijama evolucije talasnog paketa sprovedenih u dugim vremenskim intervalima identifikovan je režim slabog haosa u kome se drugi moment talasnog paketa u vremenu menja s koeficijentom $\nu = 1/3$ kao u nelinearnim slučajno neuređenim potencijalima. Druga sličnost između kvaziperiodičnih i neuređenih sistema je samozarobljavanje talasnog paketa ukoliko je nelinearnost dovoljno jaka da dominantno utiče na prirodu evolucije talasnog paketa. Međutim, zahvaljujući fraktalnoj prirodi spektra linearnih kvaziperiodičnih potencijala, kod njih je zapaženo samozarobljavanje talasnih paketa i pri manjim nelinearnostima.

Rezultati simulacija za duge vremenske intervale važe i za fotonske rešetke, zahvaljujući analogiji između vremena u evoluciji talasnog paketa i pravca prostiranja svetlosti kod FR. Međutim, treba istaći da su u praksi dužine rešetki u pravcu prostiranja nedovoljne da bi se eksperimentalno ili teorijski potvrdili rezultati vremenski dugih simulacija i jasno razdvojili svi režimi koji su tamo uočeni. Može se utvrditi

težnja optičkog snopa za ulaženje u neki od identifikovanih režima, praćenjem dinamike optičkog snopa pri prostiranju, tj načina i brzine lokalizovanja, odnosno delokalizovanja optičkog snopa.

U istraživanju predstavljenom u ovoj disertaciji, fokus je na ispitivanju karakteristika FR na bazi litijum niobata koje se mogu proizvesti aktuelnim tehnikama proizvodnje, stoga su korišćene vrednosti parametara koje odgovaraju realnim eksperimentalnim uslovima. Posebno je interesantan slučaj nelinearnih kvaziperiodičnih rešetki kod kojih je dubina potencijala iznad vrednosti praga za nastupanje lokalizacije. U ovakvim rešetkama postoje dva efekta koja nezavisno dovode do lokalizacije optičkog snopa – nelinearnost i kvaziperiodičnost. Cilj ovog dela istraživanja je ispitivanje koji od efekata dominantno utiče na ponašanje optičkog snopa pri prostiranju kroz ovakve FR u zavisnosti od njihove međusobne „jačine“, kao i upoređivanje rezultata dobijenih za neuređene nelinearne rešetke koji su predstavljeni u prethodnom poglavlju.

Prostiranje uskog optičkog snopa kroz nelinearne kvaziperiodične rešetke na bazi litijum niobata modelovano je polazeći od paraksijalne Helmholtz-ove jednačine, pri čemu je u izraz za transverzalni profil indeksa prelamanja uključena promena indeksa prelamanja usled saturacionog nelinearnog odziva:

$$n_0 n(x) = \varepsilon G(x) + n_{nl}(x) = n_0 \Delta n G(x) - \frac{1}{2} n_0^3 r E_{pv} \Delta n \frac{|E|^2}{I_d + |E|^2}. \quad (3.3.7)$$

Svođenjem paraksijalne Helmholtz-ove jednačine na bezdimenzionalnu formu, kao u prethodnom odeljku, dobija se sledeća jednačina:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \frac{1}{2n_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \varepsilon G(\xi) \psi - \gamma \frac{|\psi|^2}{1 + |\psi|^2} \psi = 0. \quad (3.3.8)$$

Numeričkim rešavanjem jednačine (3.3.8) spektralnim metodom razdvojenih koraka (Prilog B) ispitivane su rešetke sa dubinom potencijala oko i iznad vrednosti praga dok je za svaku vrednost praga dubine potencijala povećavana relativna jačina nelinearnosti γ . Dinamika prostiranja optičkog snopa je praćena preko participacionog broja. Participacioni brojevi su, kao i u prethodnim slučajevima, usrednjavani za više realizacija kvaziperiodičnog profila indeksa prelamanja FR koje su dobijene menjanjem

3.3 Kvaziperiodične fotonske rešetke na bazi litijum niobata

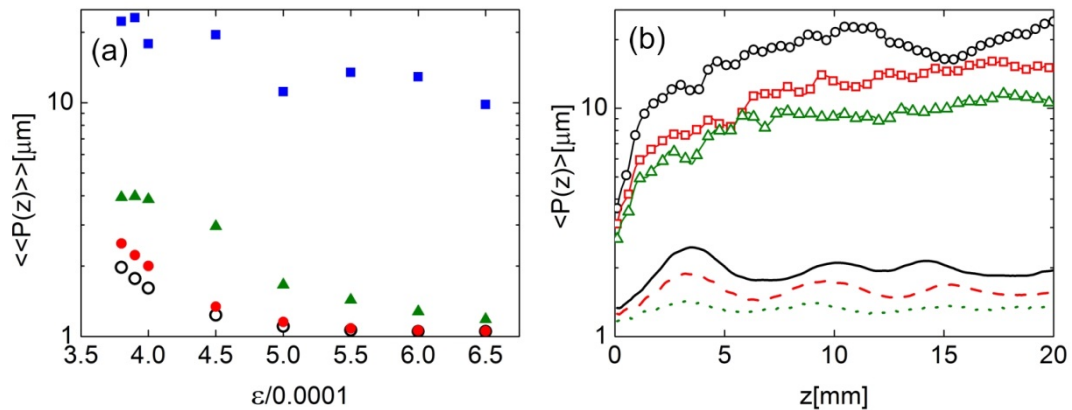
vrednosti parametra δ (izraz (3.3.1)). Na slici 3.4 su sumirani ključni rezultati, pri čemu su na slici 3.4 (a) predstavljane vrednosti usrednjenih participacionih brojeva na koje oni saturiraju nakon dužine prostiranja $L = 20\text{mm}$, dok su na slici 3.4 (b) predstavljeni usrednjeni participacioni brojevi duž rešetki za odabrane vrednosti dubine potencijala i jačine nelinearnosti. Rezultati su predstavljeni u logaritamskoj skali.

Izabrana početna vrednost za jačinu nelinearnosti je $\gamma = 0.0001$, koja nije dovoljno jaka da izazove lokalizaciju optičkog snopa u odgovarajućoj periodičnoj rešetki (periodičnoj FR čiji transverzalni profil indeksa prelamanja $n_p(x) = n_0 \Delta n \cos^2(k_L x)$ nije modulisan dodatnim transverzalnim profilom indeksa prelamanja nesamerljivog prostornog perioda αk_L). Ova nelinearnost ima zanemarljiv uticaj na prostiranje svetlosti kroz kvaziperiodične rešetke bez obzira na dubinu potencijala rešetke (slika 3.4 (a) – puni crveni kružići), što se može zaključiti kada se saturacione vrednosti usrednjenih participacionih brojeva uporede sa vrednostima u linearnim kvaziperiodičnim rešetkama (slika 3.4 (a) – prazni crni kružići). U oba slučaja ($\gamma = 0$ i $\gamma = 0.0001$) optički snop se difuziono širi ukoliko je dubina potencijala ispod vrednosti praga ε_{th} , a postaje lokalizovan za vrednosti dubine potencijala iznad ε_{th} . Prisustvo slabe nelinearnosti se manifestuje samo u neznatnom povećanju saturacionih vrednosti usrednjenih participacionih brojeva ispod praga dubine potencijala u odnosu na linearan slučaj. Pod saturacionim vrednostima participacionih brojeva za rešetke čija je dubina potencijala ispod praga, uzete su vrednosti usrednjenih participacionih brojeva na izlazu FR nakon dužine prostiranja $L = 20\text{mm}$, pošto u tom slučaju participacioni broj ne saturira jer snop nije lokalizovan. Neznatno veće vrednosti $\langle P(L) \rangle$ u prisustvu nelinearnosti jačine 0.0001 zapravo ukazuju na neznatno brže širenje snopa u poređenju sa širenjem u linearnim FR.

Ukoliko se jačina nelinearnosti poveća na $\gamma = 0.001$, može se uočiti da je ova nelinearnost dovoljna da izazove lokalizaciju optičkog snopa kod rešetki kod kojih je dubina potencijala $\varepsilon < \varepsilon_{th}$ (slika 3.4 (a) – puni zeleni trouglići). S druge strane, ukoliko je $\varepsilon > \varepsilon_{th}$, nelinearnost ublažava „nagli“ prelaz između širenja i lokalizacije snopa kada dubina potencijala pređe vrednost praga, koji se može zapaziti u linearnom slučaju. Takođe, u prisustvu ove nelinearnosti kod rešetki sa $\varepsilon > \varepsilon_{th}$ uočava se blaga

delokalizacija snopa lokalizovanog usled kvaziperiodičnosti. Ovaj rezultat je u saglasnosti sa rezultatima u [69], s tim što ovde proučavane rešetke nisu dovoljno dugačke da bi se precizno odredila zavisnost širenja optičkog snopa u pravcu prostiranja svetlosti i potvrdilo da je reč upravo o subdifuzionom širenju optičkog snopa.

Na kraju su ispitane posledice veoma jake nelinearnosti jačine $\gamma = 0.01$. U ovom slučaju se pokazalo da nelinearnost dominantno određuje prirodu prostiranja optičkog snopa kroz mehanizam samozarobljavanja jer saturaciona vrednost usrednjenog participacionog broja ne zavisi značajno od vrednosti dubine potencijala rešetki, što je u saglasnosti sa [69]. Saturacione vrednosti usrednjenih participacionih brojeva se neznatno razlikuju kada je dubina potencijala iznad ili ispod vrednosti praga. Štaviše, upoređivanjem saturacionih vrednosti u kvaziperiodičnim rešetkama različitih dubina potencijala i odgovarajućim periodičnim rešetkama (nemodulisanih potencijalom nesamerljive rešetke), pokazuje se da su istog reda veličine (desetine mikrona).



Slika 3.4. (a) Usrednjene vrednosti $\langle\langle P(z) \rangle\rangle$ u oblastima kada počinju da saturiraju za različite vrednosti ε i jačine nelinearnosti: $\gamma = 0$ (prazni crni kružići), $\gamma = 0.0001$ (puni crveni kružići), $\gamma = 0.001$ (puni zeleni trouglići) i $\gamma = 0.01$ (puni plavi kvadratići). (b) $\langle P(z) \rangle$ za $\gamma = 0.001$ i različite dubine potencijala: $\varepsilon = 0.00045$ (puna crna linija), $\varepsilon = 0.00055$ (isprekidana crvena linija), $\varepsilon = 0.00065$ (tačkasta zelena linija). Linije sa simbolima se odnose na $\gamma = 0.01$ i $\varepsilon = 0.00045$ (linija sa crnim kružićima), $\varepsilon = 0.00055$ (linija sa crvenim kvadratićima), $\varepsilon = 0.00065$ (linija sa zelenim trouglićima).

Dobijeni rezultati za nelinearne kvaziperiodične rešetke su upoređeni sa rezultatima za nelinearne neuređene rešetke [49] koji su predstavljeni u prethodnom poglavlju. Iako se

3.3 Kvaziperiodične fotonske rešetke na bazi litijum niobata

neuređene i kvaziperiodične rešetke razlikuju po tome što u neuređenim rešetkama, AL nije uslovljena postojanjem lokalizacionog praga neuređenosti kao kod kvaziperiodičnih rešetki, i kod jednih i kod drugih jaka nelinearnost rukovodi lokalizacijom optičkog snopa, dok se AL ne može identifikovati. Kad su u pitanju niže vrednosti nelinearnosti, u svakom od proučavanih slučajeva se pokazalo da su saturacione vrednosti usrednjenih participacionih brojeva, odnosno efektivne širine snopa približno dva puta veće kod neuređenih rešetki u poređenju sa kvaziperiodičnim rešetkama dubine potencijala iznad vrednosti praga (uporediti slike 2.8 (a) i 3.4 (b)). Kao što je već pomenuto, sa neuređenim rešetkama su upoređivane samo kvaziperiodične rešetke dubine potencijala iznad vrednosti praga jer kod njih u tom slučaju postoji lokalizacija zbog prostorne neperiodičnosti.

4

Fotonske rešetke sa gradijentom transverzalnog profila indeksa prelamanja

Poslednji tip neperiodičnih FR razmatranih u ovoj disertaciji predstavljaju rešetke sa gradijentom transverzalnog indeksa prelamanja, koje će u nastavku biti označene kao gradijentne rešetke. U ovom poglavlju će biti objašnjeno do kakvih efekata generalno dolazi u ovakvim reštkama. Nakon toga će biti reči o FR na bazi litijum niobata u kojima će dodatno biti provereni uticaji eventualnog prisustva nelinearnosti ili neuređenosti koji se mogu javiti u realnim uslovima.

4.1 Bloch-ove oscilacije

Bloch-ove oscilacije (BO) predstavljaju još jedan efekat zajednički za sve talase nezavisno od toga o kom fizičkom sistemu je reč. Prvi put su na njih ukazali Bloch i Zener koji su proučavajući električna svojstva kristala [74,75] došli do zaključka da je kretanje elektrona u savršeno periodičnim kristalima pod dejstvom konstantnog električnog polja oscilatorno, za razliku od translacionog kretanja u metalima ili slobodnom prostoru. Ovaj efekat je bilo teško uočiti u realnim kristalima usled rasejanja elektrona na defektima u kristalnoj rešetki kao i zbog toga što je period prirodnih kristalnih rešetki suviše mali da bi elektron „zaoscilovao“ pre nego što tunelovanjem pređe na drugo mesto u kristalu. BO su prvi put dobijene u eksperimentu sa

4.1 Bloch-ove oscilacije

poluprovodničkim superrešetkama [76]. Vremenom, došlo se do ideje da se BO demonstriraju i u optici, u optičkim rešetkama sa Boze-Einstein-ovim kondenzatima [77,78,79,80,81] i FR [82,83,84,85,86,87].

Kod FR, linearna promena indeksa prelamanja ima ulogu linearno promenljivog potencijala superponiranog na periodični potencijal kristalne rešetke usled primenjenog stacionarnog električnog polja. U [82] je pokazano da je usled linearne promene indeksa prelamanja talasovoda, razlika konstanti prostiranja susednih talasovoda uvek ista. Za razliku od periodičnih FR, kod kojih konstante prostiranja mogu imati vrednosti iz kontinualnog opsega (dozvoljene zone u zonskom spektru), spektar svojstvenih vrednosti (konstante prostiranja) gradijentnih FR je diskretan i neograničen (spektar poznat kao Wannier – Stark ladder [88]). Takođe, svojstveni modovi gradijentnih rešetki su lokalizovani, suprotno prirodi svojstvenih modova periodičnih FR. Primenom teorije spregnutih modova (CMT), prostiranje svetlosti u ovakvim rešetkama se može opisati sledećim sistemom spregnutih diferencijalnih jednačina [5,84]

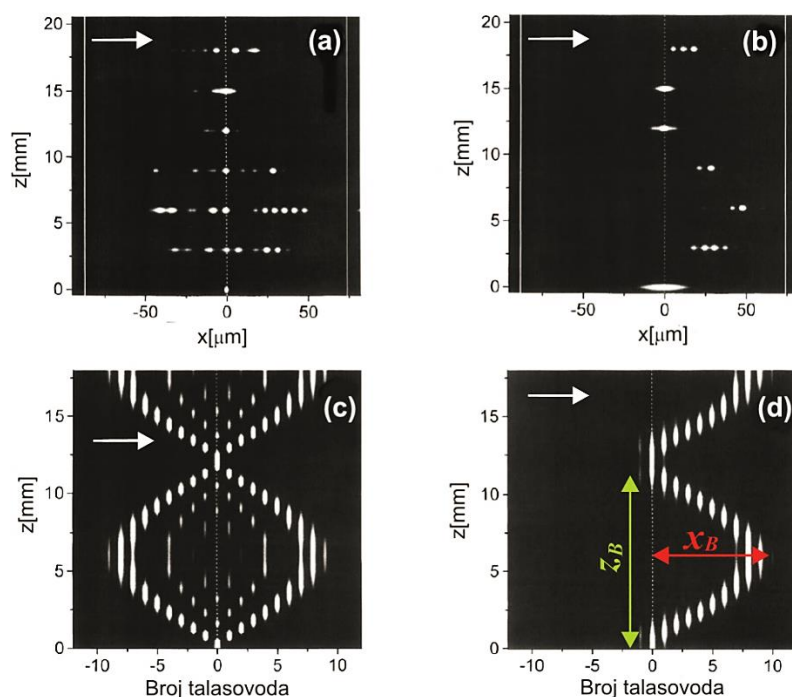
$$i \frac{dE_n}{dz} + C[E_{n+1} + E_{n-1}] + \alpha n E_n = 0, \quad (4.1.1)$$

gde je sa α označen linearni gradijent indeksa prelamanja. Rešavanjem ovog sistema mogu se dobiti svojstveni modovi gradijentnih FR kojima odgovaraju diskretne vrednosti konstanti prostiranja $\beta_n = n\alpha$.

Na slici 4.1 je prikazan primer BO u FR dobijenih numerički, rešavanjem sistema (4.1.1), i eksperimentalno u [84]. Pokazano je da se mogu razlikovati dva tipa BO u zavisnosti od širine optičkog snopa kojim se pobuđuje FR. Ukoliko je svetlosni snop uzak, u početku difrakuje ali nakon izvesne dužine u pravcu prostiranja počinje da se vraća u početni talasovod. S druge strane, široki snop, širine srazmerne širini nekoliko talasovoda, osciluje kroz rešetku ne menjajući svoju početnu širinu. U oba slučaja dolazi do potpunog povratka svetlosti u početno pobuđene talasovode, nakon izvesne dužine u pravcu prostiranja $z_B = 2\pi/\alpha$ koja se naziva periodom oscilacija. Budući da su oscilacije ograničene na delu prostora širine $2x_B$, gde je x_B , amplituda oscilacija, BO se mogu shvatiti kao jedan vid lokalizacije svetlosti. Budući da su period i amplituda BO

obrnuto srazmerni linearnom gradijentu α , za dovoljno veliko α oscilacije snopa će biti lokalizovanije, tj ograničene na užem prostoru u malom broju talasovoda.

Linearna promena indeksa prelamanja kod FR se može izazvati na više načina. Neki od načina uključuju promenu indeksa prelamanja preko elektrooptičkog i termooptičkog efekta ili savijanjem talasovoda [84,85,87,86,89].



Slika 4.1. Blohove oscilacije u FR kada rešetka pobuđena uskim ((a) i (c)) i širokim ((b) i (d)) svetlosnim snopom. Slike (a) i (b) odgovaraju eksperimentalnim, a slike (c) i (d) numeričkim rezultatima [83]. Strelicama je označen smer porasta indeksa prelamanja. Na slici (d) su označeni period i amplituda BO.

4.2 Bloch-ove oscilacije u fotonским rešetkama na bazi litijum niobata

U ovoj disertaciji, akcenat je na drugom tipu oscilacija koje nastaju kada se rešetke pobuđuju širim optičkim snopom. Već u [83] je ukazano na to da bi se svojstvo ovog tipa oscilacija da se ubačeni svetlosni snop kreće kroz rešetku skoro ne menjajući širinu

4.2 Bloch-ove oscilacije u fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata

moglo iskoristiti za postepeno pomeranje snopa iz pobuđenog u željeni talasovod. Zbog toga su u ovom odeljku detaljno proučene oscilacije širokog svetlosnog snopa u rešetkama na bazi litijum niobata kako bi se dobijena saznanja iskoristila za kontrolu prostiranja svetlosti u ovakvom okruženju. Prostiranje svetlosti kroz FR na bazi litijum niobata sa gradijentom transverzalnog profila indeksa prelamanja modelovano je paraksijalnom Helmholtz-ovom jednačinom. Profil indeksa prelamanja, koji uključuje eventualnu nelinearnu promenu indeksa prelamanja usled saturacionog nelinearnog odziva litijum niobata, može se opisati sledećim izrazom [90]:

$$n(x) = n_l(x) + n_{nl}(x) + \alpha x = \Delta n G(x) - \frac{1}{2} n_0^2 r E_{pv} \frac{|E|^2}{I_d + |E|^2} + \alpha x. \quad (4.2.1)$$

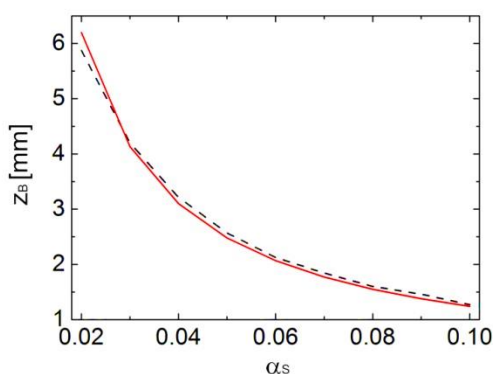
Sa α je, kao u diskretnom modelu (4.1.1) označen gradijent indeksa prelamanja koji opisuje linearnu promenu indeksa prelamanja dodatu na periodičnu promenu indeksa prelamanja $G(x)$. Pretpostavljeno je da se profili indeksa prelamanja talasovoda mogu predstaviti Gauss-ovim funkcijama pa $G(x)$ predstavlja periodičan niz Gaussian-a. Ostale veličine su definisane u prethodnim poglavljima. Uvodeći iste smene kao u prethodnim poglavljima, paraksijalna Helmholtz-ova jednačina sa uključenim nelinearnim saturacionim članom se može predstaviti u bezdimenzionalnoj formi:

$$i \frac{\partial \psi(\xi, \eta)}{\partial \eta} + \frac{1}{2n_0} \frac{\partial^2 \psi(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} + n_0 \Delta n(G(\xi) + \alpha_s \xi) \psi(\xi, \eta) - \gamma \frac{|\psi(\xi, \eta)|^2}{1 + |\psi(\xi, \eta)|^2} \psi(\xi, \eta) = 0 \quad (4.2.2)$$

gde je $\alpha_s = \alpha k_0^{-1}$ bezdimenzionalni gradijent indeksa prelamanja. U ovom odeljku će biti razmatrane FR u linearnom slučaju pa će za sada biti zanemaren nelinearni doprinos ukupnom indeksu prelamanja rešetke ($\gamma = 0$), dok će u sledećem odeljku biti ispitan uticaj nelinearnosti na BO u rešetkama sa linearnom promenom indeksa prelamanja. Materijalni parametri koji figurišu u jednačini (4.2.2) odgovaraju litijum niobatu [13,50], dok su vrednosti ostalih parametara koji se odnose na geometriju FR izabrani na sledeći način: broj talasovoda $M = 101$, periodična modulacija indeksa prelamanja $\Delta n = 0.00038$ i širine pojedinačnih talasovoda $w_{go} = 4\mu\text{m}$. U numeričkim simulacijama uzeto je da su rešetke pobuđivane širokim optičkim snopom Gauss-ovog profila širine

FWHM = 20 μ m, bez gubitka u opštosti. Parametar α_S je variran u okviru fizički realnog opsega vrednosti da bi se ispitaio njegov uticaj na prostiranje svetlosti u realnim FR na bazi litijum niobata.

Na slici 4.2 prikazana je zavisnost perioda oscilacija z_B od gradijenta indeksa prelamanja dobijena u numeričkim simulacijama. Radi poređenja, na slici je data i teorijski očekivana zavisnost data izrazom $z_B = 2(\lambda_0 / \Lambda k_0)w / \alpha_s \approx 0.124 / \alpha_s [mm]$, gde je w skalirana širina ubačenog svetlosnog snopa, a Λ period FR.



Slika 4.2. Zavisnost amplitude BO od α_s dobijena numerički – crna isprekidana linija i teorijski očekivana zavisnost – crvena puna linija.

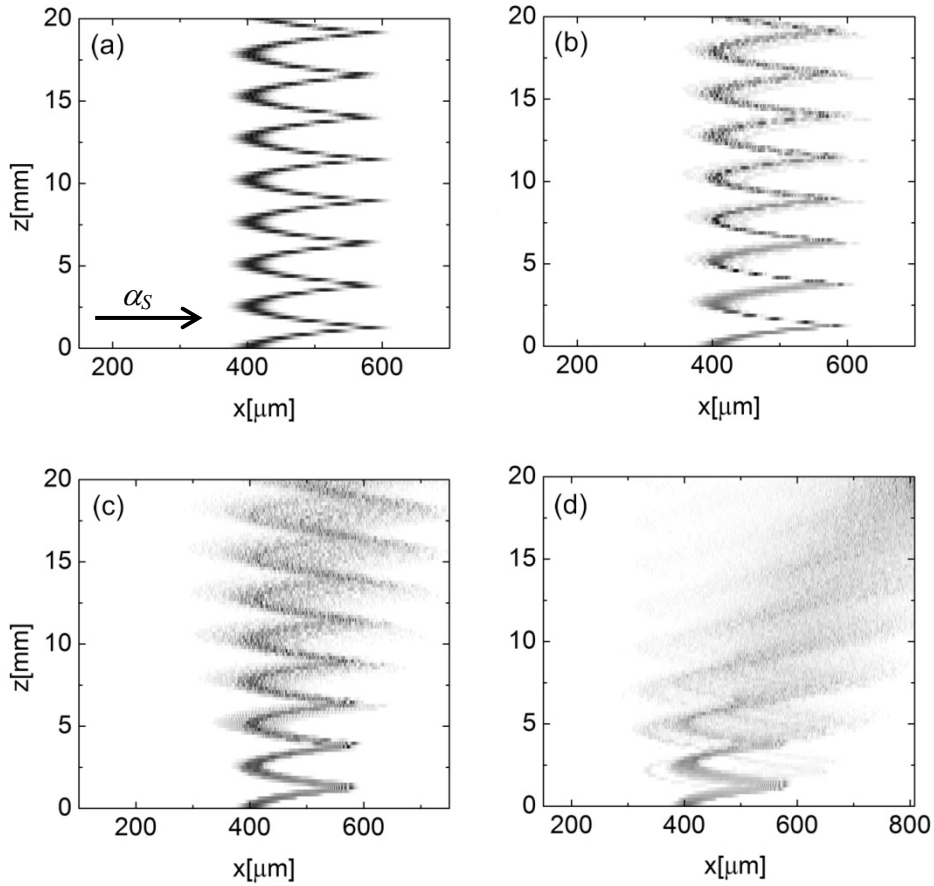
Dobijeni numerički rezultati su u saglasnosti sa očekivanim teorijskim rezultatima. Može se zaključiti da se svetlost koja se prostire kroz FR na bazi litijum niobata ponaša na očekivani način, oscilujući pri propagaciji pri čemu se period oscilacija smanjuje s povećanjem gradijenta indeksa prelamanja.

4.2.1 Uticaj nelinearnosti i neuređenosti na Bloch-ove oscilacije u fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata

U ovom odeljku će biti ispitano šta se dešava sa BO ukoliko je snop ubačen u FR sa gradijentom indeksa prelamanja dovoljno velikog intenziteta da izazove nelinearni

4.2 Bloch-ove oscilacije u fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata

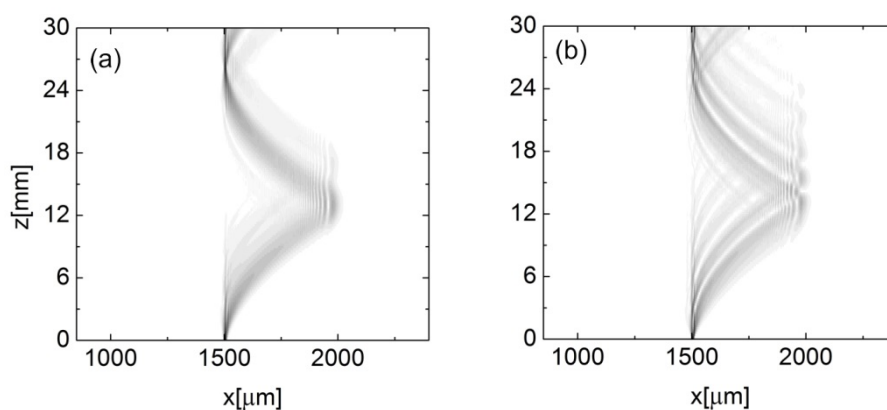
odziv rešetke. Detaljne studije različitih dinamičkih režima u parametarskom prostoru nelinearnosti i gradijenta indeksa prelamanja mogu se naći u [91,92].



Slika 4.3. 2D grafici amplituda električnog polja u FR sa gradijentom indeksa prelamanja $\alpha_S = 0.05$ i nelinearnošću jačine: (a) $\gamma = 0$, (b) $\gamma = 0.001$, (c) $\gamma = 0.005$ i (d) $\gamma = 0.01$. Tamnije oblasti odgovaraju većim intenzitetima svetlosti. Strelica na slici (a) ukazuje na smer porasta indeksa prelamanja u svim slučajevima (a) – (d).

Prostiranje svetlosti u nelinearnim FR je modelovano jednačinom (4.4.2) u kojoj je uključen nelinearni saturacioni član u ukupnom indeksu prelamanja. Ponašanje svetlosti pri prostiranju kroz FR na bazi litijum niobata sa gradijentom indeksa prelamanja ispitivano je za nekoliko vrednosti gradijenta indeksa prelamanja, pri čemu je za svaku vrednost α_S jačina nelinearnosti γ povećavana u opsegu od 0.001 do 0.01.

Svi rezultati za nelinearne FR na bazi litijum niobata su u skladu sa teorijskim studijama [91,92], kao i eksperimentalnim rezultatima u [83]. Stoga će ovde biti ilustrovano na slici 4.3 ponašanje optičkog snopa u gradijentnim FR za samo jednu vrednost gradijenta indeksa prelamanja $\alpha_S = 0.05$ i različite jačine nelinearnosti. Prisustvo slabe nelinearnosti, koja nije dovoljna da izazove zarobljavanje svetlosti u odgovarajućoj periodičnoj rešetki ($\alpha_S = 0$), ima zanemarljiv uticaj na BO u poređenju sa linearnom gradijentom FR (uporediti slike 4.3 (a) i (b)). Povećanjem jačine nelinearnosti, oscilacije postaju „razmrljane“ nakon nekoliko perioda oscilovanja, pri čemu se broj perioda nakon kojeg oscilacije postaju uništene nelinearnošću smanjuje s povećanjem jačine nelinearnosti. Na slici 4.3 (d) se vidi da su oscilacije uništene nakon samo jednog perioda usled veoma jake nelinearnosti $\gamma = 0.01$. Takođe, može se uočiti da oscilacije postaju „razmrljane“ u smeru linearnog porasta indeksa prelamanja, što je uočeno i u eksperimentu u [83].



Slika 4.4. 2D grafici amplituda električnog polja u FR sa gradijentom indeksa prelamanja $\alpha_S = 0.0001$ superponiranog na periodičnu modulaciju indeksa prelamanja $\Delta n = 0.005$ i stepenom neuređenosti:

(a) $d = 0$ i (b) $d = 0.8$. Tamnije oblasti odgovaraju većim intenzitetima svetlosti.

Druga situacija značajna za primene do koje može doći u realnim FR je da proizvedena rešetka nije savršena, već da postoji izvesna neuređenost usled odstupanja širina talasovoda ili rastojanja između njih, odnosno indeksa prelamanja, od planiranih vrednosti. U cilju ispitivanja ovog uticaja na BO, uvedena je neuređenost u gradijentne FR na način opisan u odeljku 2.3.1, odnosno u [49]. Povećanjem stepena neuređenosti u

4.2 Bloch-ove oscilacije u fotonskim rešetkama na bazi litijum niobata

fizički prihvatljivim granicama za do sada korišćeni skup vrednosti parametara nisu uočene promene u prostiranju svetlosnog snopa. Ubačeni snop osciluje na isti način, tj sa istim periodom i amplitudom oscilovanja kao u FR bez dodatne neuređenosti. Očigledno je da za odabrani skup vrednosti parametara gradijent indeksa prelamanja ima dominantan uticaj na prostiranje svetlosti. Drugim rečima, gradijent indeksa prelamanja je u ovom slučaju dovoljno veliki da „zamaskira“ lokalna odstupanja parametara pojedinačnih talasovoda (odstupanja u širini talasovoda ili njihovih indeksa prelamanja). Zato su odabrane druge vrednosti parametara FR da bi se ispitalo kakav uticaj neuređenost ima na oscilacije kada su dejstva neuređenosti i linearne promene indeksa prelamanja uporediva. Budući da je amplituda oscilacija obrnuto srazmerna gradijentu indeksa prelamanja, amplituda oscilacija će postati veća sa smanjenjem gradijenta indeksa prelamanja. Da bi se gradijent dovoljno smanjio kako bi efekti usled neuređenosti došli do izražaja, potrebno je da rešetka ima dovoljno veliku transverzalnu dimenziju da oscilacije ne bi bile narušene usled refleksije na ivicama FR. Na slici 4.4 je prikazan primer FR sa sledećim vrednostima parametara: širine talasovoda $w_g = 6\mu\text{m}$, rastojanja između talasovoda $s_g = 5\mu\text{m}$, broj talasovoda $M = 301$, $\Delta n = 0.005$ i $\alpha_S = 0.0001$. Ukoliko se stepen neuređenosti poveća na $d = 0.8$, može se uočiti da oscilacije svetlosti više nisu savršene već dolazi do njihovog postepenog narušavanja. Odabran je visok stepen neuređenosti koji u neuređenoj rešetki bez gradijenta indeksa prelamanja dovodi do AL (preko saturacione vrednosti usrednjenog participacionog broja je procenjeno da je širina lokalizovanog snopa reda veličine širine osamnaest talasovoda, odnosno $200\mu\text{m}$). Neuređenost teži tome da lokalizuje ubačeni snop u centru rešetke, dok gradijent indeksa prelamanja utiče na kretanja snopa u transverzalnom pravcu. Rezultat uzajamnog dejstva ova dva efekta može se opisati kao „prigušene“ oscilacije jer neuređenost utiče na smanjenje amplitude oscilacija, privlačeći svetlost ka centru rešetke.

Ponašanje optičkog snopa u FR na bazi litijum niobata pokazuje slaganje sa studijama uzajamnog dejstva neuređenosti i gradijenta indeksa prelamanja u [89,93,94]. Predstavljeni rezultati i zaključci mogu biti značajni za primene jer govore o tome da se pogodnim izborom parametara rešetke mogu otkloniti uticaji neželjenih efekata.

5

Kontrolisanje prostiranja svetlosti kroz kompleksne fotonske rešetke

U ovom poglavlju će biti uveden koncept za moguću kontrolu prostiranja svetlosti kroz kompleksne FR. Koristeći saznanja o prirodi prostiranja svetlosti kroz različite tipove neperiodičnih rešetki na bazi litijum niobata (neuređene, kvaziperiodične i gradijentne FR) iz prethodnih poglavlja u kojima su identifikovani parametri koji utiču na promene u prostiranju svetlosti u svakom od slučajeva, ovde su proučavane kompozitne rešetke kod kojih su menjani ovi parametri duž pravca prostiranja svetlosti. Polazna pretpostavka je da se promenom uslova prostiranja snopa duž rešetke, optički snop može oblikovati na željeni način. Koncept kontrolisanja prostiranja optičkog snopa će biti demonstriran na primerima struktura koje bi mogle obavljati različite funkcije u budućim sveoptičkim komunikacionim mrežama, poput multipleksiranja, demultipleksiranja, preusmeravanja i deljenja optičkog snopa. Prostiranje svetlosti u kompozitnim strukturama je ispitano detaljnim dinamičkim simulacijama primenom numeričkog metoda pod nazivom Spektralni metod razdvojenih koraka. Kao kvalitativna mera ponašanja optičkog snopa duž kompozitnih rešetki, korišćen je participacioni broj koji je usrednjavao po različitim realizacijama neperiodičnosti struktura rešetki.

5.1 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću neuređenosti

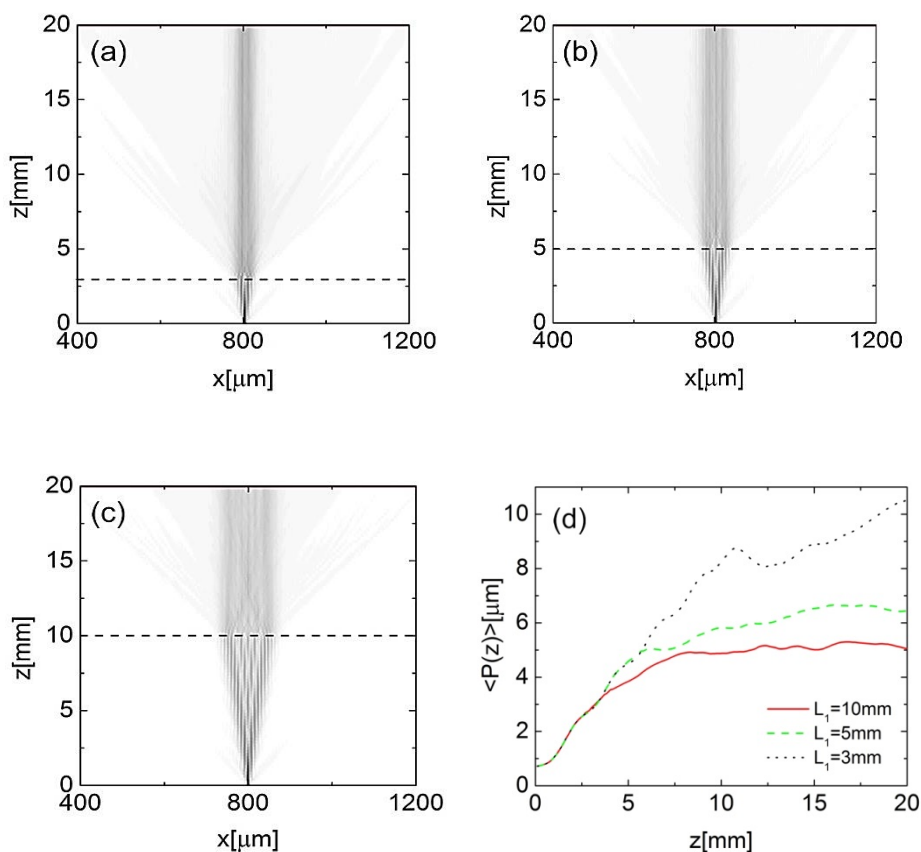
U drugom poglavlju je pokazano da zavisno od toga da li je FR periodična ili neuređena tako da se neuređenost ne menja ili menja u pravcu prostiranja svetlosti, uski optički snop ubačen u rešetku će difraktovati, biti lokalizovan ili se širiti kroz FR većom brzinom od balističkog širenja pri difrakciji. Ovakvo ponašanje snopa ukazuje na to da bi se mogla kontrolisati brzina širenja optičkog snopa, kao i njegova eventualna lokalizacija u strukturi formiranoj od pomenutih različitih tipova rešetki.

U cilju testiranja ove pretpostavke, u ovoj disertaciji je ispitivano prostiranje svetlosti kroz kompozitne rešetke sastavljene nadovezivanjem neuređenih rešetki nepromenljive realizacije neuređenosti duž pravca prostiranja na periodične rešetke različitih dužina na bazi litijum niobata. Ukupna dužina kompozitnih rešetki od interesa je $L = L_1 + L_2 = 20\text{mm}$. Prvi deo kompozitne rešetke dužine L_1 je periodičan te uski snop difrakuje u ovom delu, sve dok ne naiđe na deo kompozitne rešetke dužine L_2 koji je neuređen. U ovom delu kompozitne rešetke optički snop postaje lokalizovan, zadržavajući širinu koju je imao na kraju periodičnog dela. Što je duži periodični deo rešetke, snop će duže difraktovati, proširiti se i podeliti u više fragmenata, što ukazuje na to da se podešavanjem dužine periodičnog dela može kontrolisati širina i broj lokalizovanih struktura, odnosno broj pobuđenih talasovoda, vođenih u neuređenom delu kompozitne rešetke. Povećanjem stepena neuređenosti u drugom delu kompozitne rešetke može se dodatno kontrolisati širina lokalizovanih struktura u ovom delu rešetke.

Na slici 5.1 su prikazane kompozitne rešetke različitih dužina periodičnog dela rešetke L_1 , kao i odgovarajući usrednjeni participacioni brojevi ovih rešetki. Promene u ponašanju participacionog broja ukazuju na promene efektivne širine snopa u kompozitnim rešetkama. Vidi se da participacioni broj linearno raste u periodičnom delu rešetke, dok u neuređenom delu rešetke saturira približno na vrednost koju je dostigao u periodičnom delu.

Ukoliko se obrne redosled rešetki koje čine kompozitnu rešetku, optički snop koji je bio lokalizovan u neuređenom delu rešetke dužine L_1 će postati delokalizovan, tj

difraktovaće u periodičnom delu rešetke dužine L_2 koji je nadovezan na neuređeni deo rešetke. Međutim, dodavanjem trećeg dela kompozitne rešetke dužine L_3 , koji je neuređen, snop se može ponovo lokalizovati u određenom broju talasovoda, pri čemu broj pobuđenih talasovoda u trećem delu kompozitne rešetke zavisi od dužine L_2 srednjeg periodičnog dela (slika 5.2).

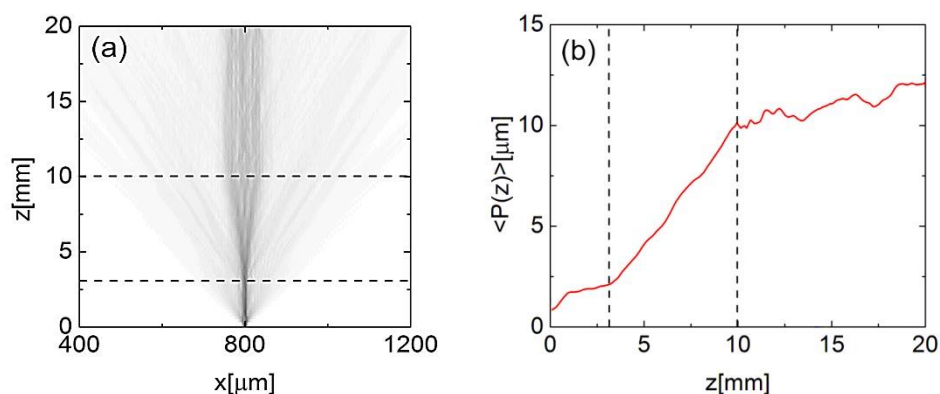


Slika 5.1. 2D grafici usrednjenog intenziteta svetlosti u kompozitnim rešetkama sastavljenim od periodične rešetke dužine (a) 3mm, (b) 5mm i (c) 10mm, praćene neuređenom rešetkom stepena neuređenosti $d = 0.5$. (d) Usrednjeni participacioni brojevi definisanih rešetki pod (a) – puna crvena linija, (b) – isprekidana zelena linija i (c) – tačkasta crna linija.

Periodične rešetke se mogu smatrati posebnim tipom neuređenih rešetki stepena neuređenosti $d = 0$, što dovodi do zaključka da se predstavljeni rezultati mogu uopštiti na kompozitne rešetke sastavljene od neuređenih rešetki različitih stepena neuređenosti d . Menjanjem stepena neuređenosti duž kompozitne rešetke menja se širina snopa što otvara mogućnost da se upravlja brojem pobuđenih talasovoda u svakom od delova

5.1 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću neuređenosti

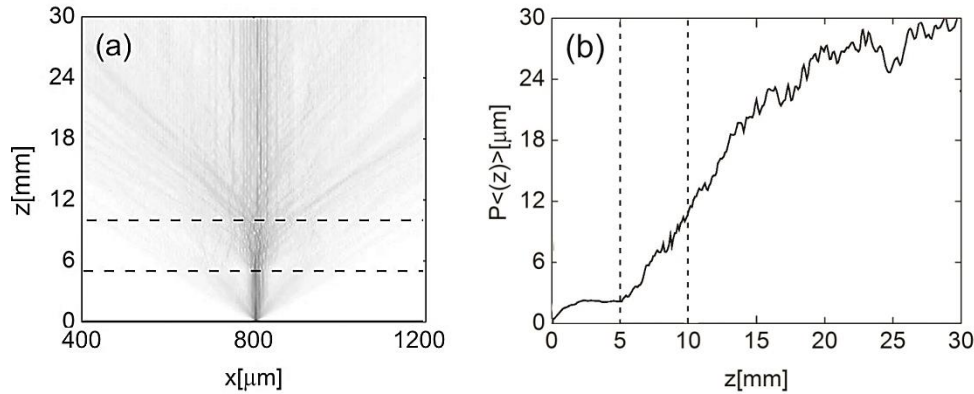
kompozitne rešetke. Rezultati u ovoj disertaciji ukazuju na to da se upravljanjem pomoću neuređenosti rešetke optičkim snopom mogu dobiti strukture koje bi mogle obavljati funkcije multipleksiranja, odnosno demultipleksiranja. Budući da je u poglavlju 2 pokazano da slaba nelinearnost ne menja značajno prirodu prostiranja optičkog snopa kroz neuređene rešetke, izvedeni zaključci važe i u slučaju nelinearnih kompozitnih rešetki jačine nelinearnosti $\gamma = 0.001$.



Slika 5.2. (a) 2D grafik usrednjenog intenziteta svetlosti u kompozitnoj rešetki sastavljenoj od neuređene rešetke do $z = 3$ mm, praćene periodičnom rešetkom od $z = 3$ mm do $z = 10$ mm nakon koje je ponovo uvedena neuređenost. (b) Usrednjeni participacioni broj opisane kompozitne rešetke. Stepennost neuređenog dela rešetke je $d = 0.5$ pri čemu je realizacija neuređenosti fiksirana u pravcu prostiranja svetlosti.

Sledeće strukture od interesa su kompozitne rešetke sastavljene od neuređenih rešetki fiksne realizacije neuređenosti između kojih je umetnuta rešetka sa neuređenošću čija se realizacija menja na svakih Δz u pravcu prostiranja svetlosti. Ukupna dužina kompozitne rešetke je $L = L_1 + L_2 + L_3 = 30$ mm. U prvom delu kompozitne rešetke dužine $L_1 = 5$ mm, optički snop biva lokalizovan, pri čemu mu je efektivna širina određena stepenom neuređenosti u ovom delu rešetke. Nakon dužine L_1 u pravcu prostiranja z , optički snop nailazi na neuređenost promenljive realizacije u z pravcu koja ga delokalizuje. U ovom delu rešetke dužine $L_2 = 5$ mm snop se brzo širi dok ne naiđe na neuređeni deo kompozitne rešetke fiksne realizacije u z pravcu dužine $L_3 = 20$ mm. Dodavanjem ove rešetke, optički snop postaje delimično lokalizovan u vidu nekoliko lokalizovanih struktura koje se mogu dalje voditi ovakvom strukturom. Ponašanje

optičkog snopa se može ispratiti i posmatranjem usrednjenog participacionog broja duž kompozitne rešetke. Nakon saturiranja koje ukazuje na lokalizovanost snopa u prvom delu rešetke dužine L_1 , participacioni broj počinje da raste u srednjem delu dužine L_2 , nakon čega, u trećem delu kompozitne rešetke dužine L_3 , ponovo saturira na novu vrednost (slika 5.3).

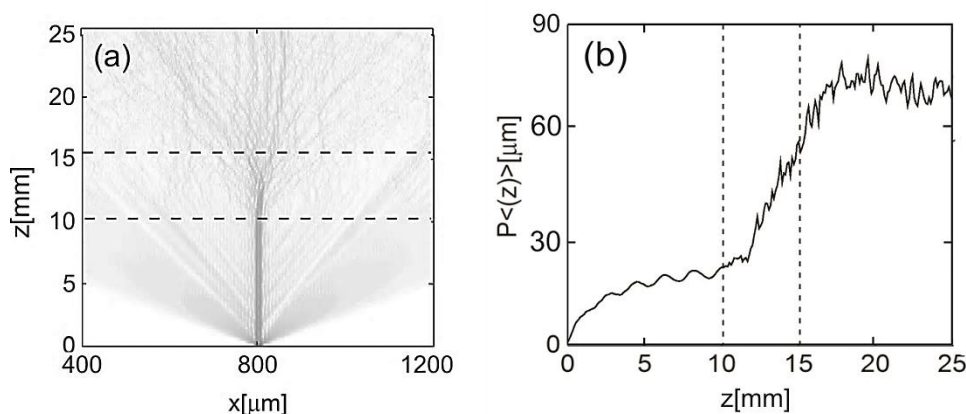


Slika 5.3. (a) 2D grafik usrednjene amplitude električnog polja kompozitne rešetke sastavljene od neuređene rešetke fiksirane neuređenosti u z pravcu do $z = 5$ mm, praćene neuređenom rešetkom promenljive realizacije neuređenosti u z pravcu od $z = 5$ mm do $z = 10$ mm nakon koje je ponovo uvedena neuređenost fiksirane realizacije. (b) Usrednjeni participacioni broj opisane kompozitne rešetke. Stepen neuređenosti u kompozitnoj FR je $d = 0.5$, dok je realizacija neuređenosti kod neuređenog dela kompozitne FR promenljive realizacije menjana na svakih 0.5 mm u pravcu prostiranja svetlosti.

Budući da se optički snop u srednjem delu rešetke širi brže nego u prethodno razmatranom slučaju kada je između dve neuređene rešetke bila umetnuta periodična rešetka, manji deo optičkog snopa, tj energije koju nosi postaje lokalizovan u trećem delu rešetke, što govori o tome da ovakav tip strukture može biti manje efikasan za multipleksiranje optičkog snopa. Međutim, kao što je pokazano u poglavlju 2, brzina širenja optičkog snopa kod neuređenih rešetki promenljive realizacije zavisi od brzine promene neuređenosti, tj dužine koraka Δz . U razmatranoj konfiguraciji je neuređenost menjana na svakih 0.5 mm u z pravcu. Ukoliko bi se realizacija neuređenosti menjala nakon dužih intervala, snop bi se sporije širio ali ipak brže nego balistički u slučaju periodičnih rešetki.

5.1 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću neuređenosti

Poslednja konfiguracija, razmatrana u odeljku o kontrolisanju prostiranja svetlosti pomoću neuređenosti, predstavlja jako nelinearna periodična rešetka, jačine nelinearnosti $\gamma = 0.01$, u kojoj je na određenom mestu umetnuta oblast sa neuređenošću koja se menja u pravcu propagacije. Ukupna dužina kompozitne rešetke je $L = L_1 + L_2 + L_3 = 25\text{mm}$. U drugom poglavlju je pokazano da je u slučaju jake nelinearnosti samozarobljavanje snopa dominantan efekat kod periodičnih i neuređenih rešetki sa fiksiranom realizacijom neuređenosti u pravcu prostiranja svetlosti. S druge strane, ukoliko se realizacija neuređenosti menja u z pravcu, ni jaka nelinearnost ne može da spreči brzo širenje snopa, što se može uočiti i kod kompozitne rešetke razmatrane u ovom poglavlju. Promena realizacije neuređenosti na svakih $\Delta z = 0.5\text{mm}$ u srednjem delu kompozitne rešetke privremeno narušava lokalizaciju. Pošto je srednji deo kompozitne rešetke dužine $L_2 = 5\text{mm}$ kratak, nelinearnost uspeva da ponovo lokalizuje optički snop u zadnjem, periodičnom, delu kompozitne rešetke dužine $L_3 = 10\text{mm}$ (slika 5.4).



Slika 5.4. (a) 2D grafik usrednjene amplitude električnog polja nelinearne kompozitne rešetke sastavljene od periodične rešetke do $z = 10\text{mm}$, praćene neuređenom rešetkom promenljive realizacije od $z = 10\text{mm}$ do $z = 15\text{mm}$ nakon koje je ponovo uvedena periodična rešetka. (b) Usrednjeni participacioni broj opisane kompozitne rešetke. Stepen neuređenosti je $d = 0.5$, dok je realizacija neuređenosti u srednjem delu kompozitne rešetke menjana na svakih 0.5mm u pravcu prostiranja.

Jačina nelinearnosti je $\gamma = 0.01$.

Slična situacija se može očekivati ukoliko se jako nelinearna neuređena rešetka sa promenljivom realizacijom neuređenosti u z pravcu umetnute između dve jako nelinearne neuređene rešetke sa neuređenošću čija je realizacija fiksirana.

5.2 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću kvaziperiodičnosti

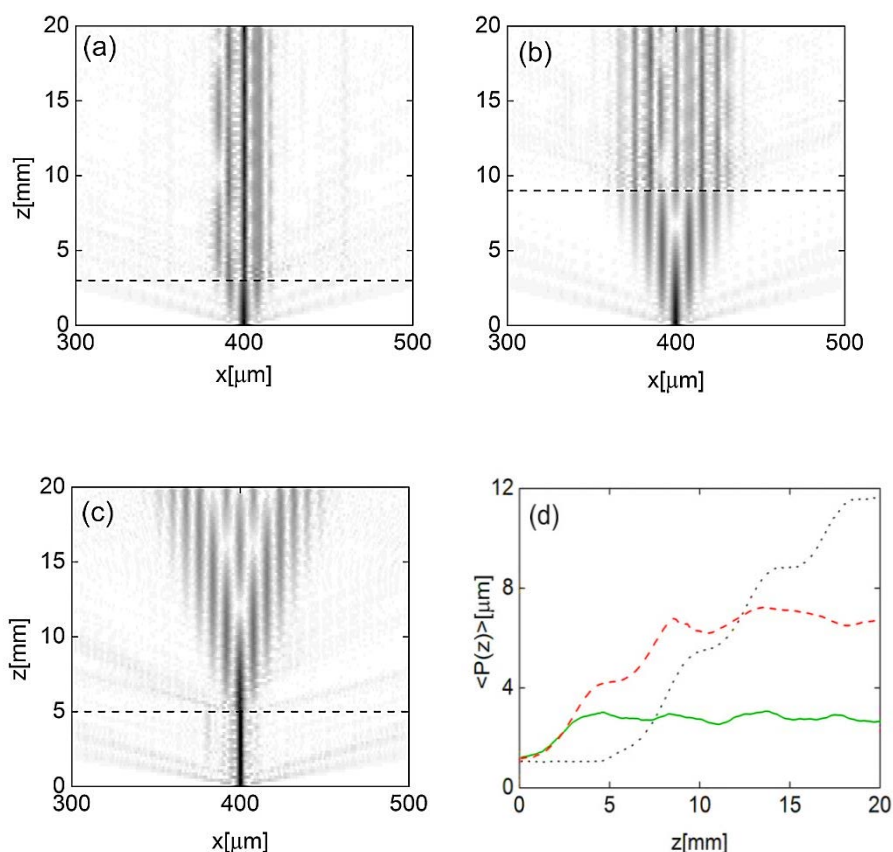
Vodeći se istim početnim hipotezama, u ovom odeljku je ispitano kako se kvaziperiodičnost može iskoristiti za manipulisanje prostiranjem optičkog snopa u kompozitnim rešetkama. Slično kao u prethodnom odeljku, polazna tačka su kompozitne rešetke sastavljene od dva dela ukupne dužine $L = L_1 + L_2 = 20\text{mm}$ u z pravcu, dobijene nadovezivanjem periodičnih i kvaziperiodičnih rešetki. U prvoj konfiguraciji, u kojoj se na periodičnu rešetku dužine L_1 nastavlja kvaziperiodična rešetka dužine L_2 , optički snop može da difrakuje dok ne naiđe na kvaziperiodičnu rešetku. Pošto je u ovoj konfiguraciji odabrano da dubina potencijala kvaziperiodičnog dela kompozitne rešetke bude iznad vrednosti praga dubine potencijala, difrakujući optički snop će postati lokalizovan u drugom delu posmatrane strukture.

Upoređivanjem slika 5.5 (a) i (b) koje ilustruju kompozitne rešetke različitih dužina L_1 periodičnog dela, uočava se da se izborom dužine periodične rešetke može kontrolisati broj i širina lokalizovanih fragmenata početnog optičkog snopa koji se prostiru u kvaziperiodičnom delu kompozitne rešetke dužine L_2 . Duži rast usrednjenog participacionog broja u pravcu prostiranja s povećanjem dužine periodičnog dela takođe ukazuje na to da što je periodični deo rešetke duži, snop uspeva više da se proširi (slika 5.5). U slučaju kada je periodični deo kompozitne rešetke veoma kratak, snop nema mogućnosti da dugo difrakuje, pa je kao posledica optički snop u kvaziperiodičnom delu rešetke jako lokalizovan u malom broju talasovoda rešetke. Stoga se promenom dužine periodičnog dela može menjati broj pobuđenih talasovoda u ostatku rešetke, što može biti primenjeno kod multipleksiranja optičkog snopa.

S druge strane, nadovezivanjem periodične rešetke na kvaziperiodičnu rešetku dubine potencijala iznad lokalizacionog praga, inicijalno lokalizovani snop će difraktovati, tj

5.2 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću kvaziperiodičnosti

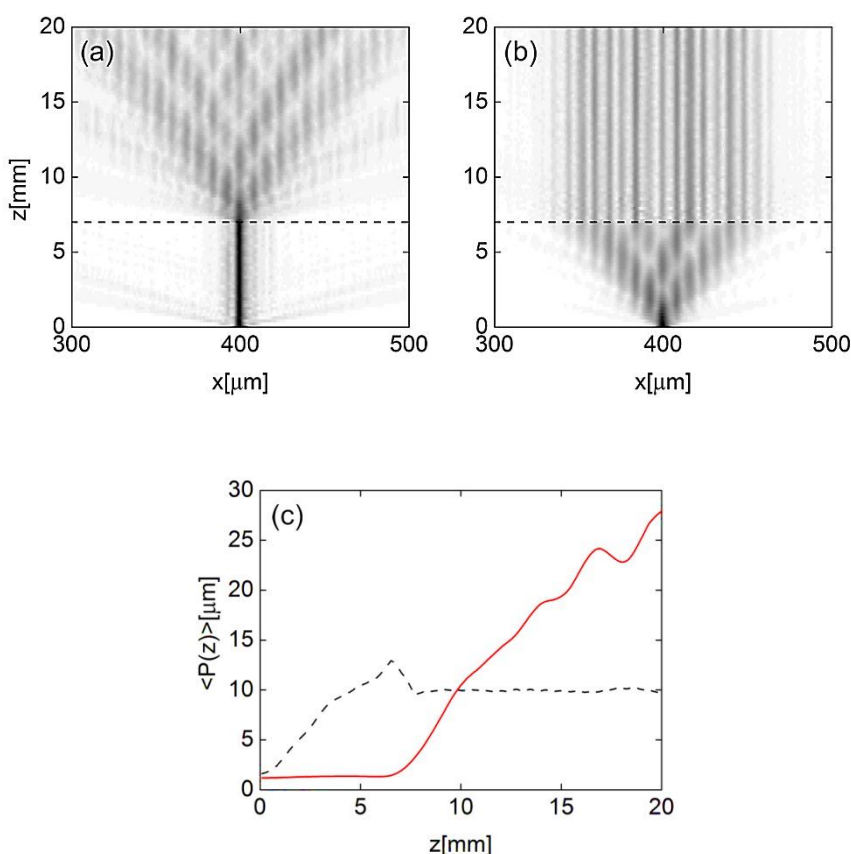
lokalizacija će biti narušena (slika 5.5 (c)). Rast usrednjenog participacionog broja nakon saturacije potvrđuje ovakvo ponašanje snopa pri prostiranju kroz opisanu kompozitnu rešetku (slika 5.5 (d)).



Slika 5.5. 2D grafik usrednjene amplitude električnog polja kompozitne rešetke sastavljene od periodične do (a) $z = 3\text{mm}$ i (b) $z = 9\text{mm}$ praćene kvaziperiodičnom rešetkom dubine potencijala $\varepsilon = 0.0006$ ($\varepsilon > \varepsilon_{th}$). (c) 2D grafik usrednjene amplitude električnog polja kompozitne rešetke sastavljene od kvaziperiodične rešetke dubine potencijala $\varepsilon = 0.0006$ do $z = 5\text{mm}$ praćene periodičnom rešetkom. (d) Usrednjeni participacioni brojevi opisanih kompozitnih rešetki pod (a) – puna zelena linija, (b) – isprekidana crvena linija i (c) – tačkasta crna linija.

U ovoj disertaciji, takođe je proučeno prostiranje svetlosti u kompozitnim kvaziperiodičnim rešetkama kod kojih se menja dubina potencijala ε nakon određene dužine u z pravcu tako da u jednom delu kompozitne rešetke bude ispod lokalizacionog praga ε_{th} dok je u drugom delu iznad ε_{th} . Kvaziperiodične rešetke dubine potencijala

ispod ε_{th} se ponašaju slično periodičnim rešetkama u pogledu delokalizacije snopa, s tim što se u njima snop prostire difuziono proizvodeći blago asimetrični 2D profil (slika 3.3 (a)) za razliku od simetričnog difrakcionog kod periodičnih rešetki. Stoga su rezultati kod opisanih kompozitnih rešetki kvalitativno slični rezultatima dobijenim za prethodno razmotrene periodično-kvaziperiodične kompozitne rešetke, što se može zaključiti upoređivanjem slika 5.5 i 5.6.

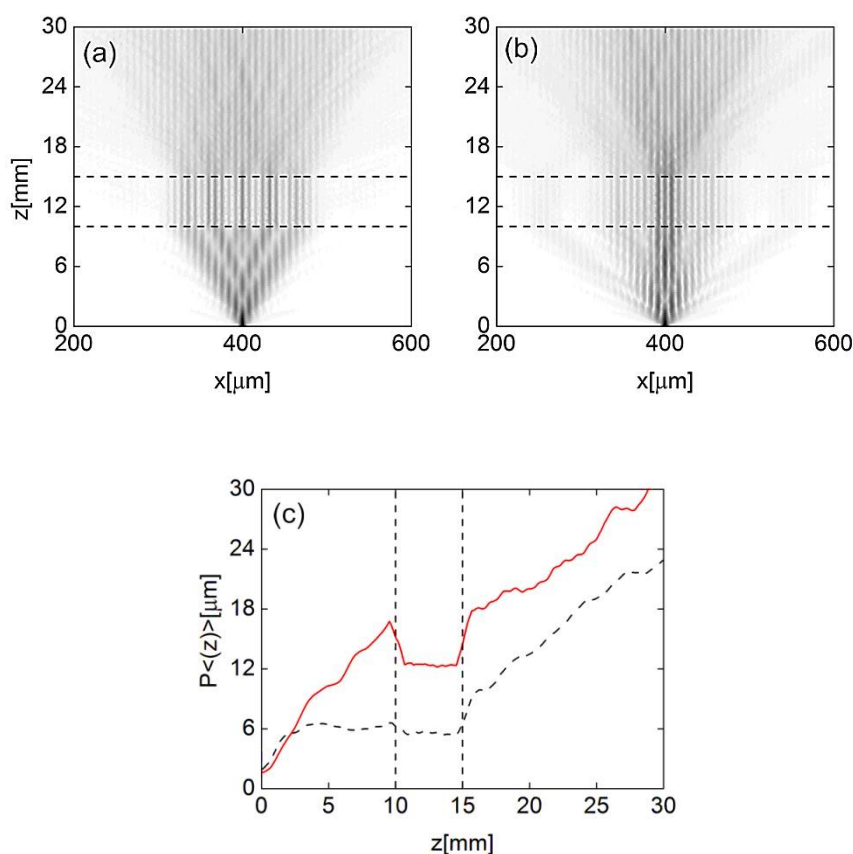


Slika 5.6. 2D grafik usrednjene amplitude električnog polja kompozitne rešetke sastavljene od kvaziperiodičnih rešetki (a) dubine potencijala $\varepsilon = 0.0006$ do $z = 7$ mm nakon čega je dubina potencijala smanjena ispod vrednosti praga na $\varepsilon = 0.0002$ i (b) dubine potencijala $\varepsilon = 0.0002$ do $z = 7$ mm nakon čega je dubina potencijala povećana na $\varepsilon = 0.0006$. (c) Usrednjeni participacioni brojevi opisanih kompozitnih rešetki pod (a) – puna crvena linija i (b) – isprekidana crna linija.

Budući da se kod kvaziperiodičnih rešetki podešavanjem dubine potencijala može kontrolisati da li je snop lokalizovan ili difunduje, u nastavku su razmotrene kompozitne kvaziperiodične rešetke kod kojih je između oblasti dubine potencijala ispod vrednosti

5.2 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću kvaziperiodičnosti

praga umetnuta oblast dubine potencijala dovoljno velike da lokalizuje optički snop. Ukupna dužina simuliranih kompozitnih rešetki je postavljena na $L = L_1 + L_2 + L_3 = 30\text{mm}$ (slika 5.7). Budući da je u poglavlju 3 proučen uticaj saturacione nelinearnosti na prostiranje svetlosti kroz kvaziperiodične rešetke, u ovom poglavlju je takođe razmotreno kontrolisanje prostiranja optičkog snopa dovoljno velikog intenziteta da izazove nelinearan odziv kompozitnih rešetki. Opisani redosled konstitutivnih kvaziperiodičnih rešetki unutar kompozitne FR je odabran da bi se ukazalo na značajan uticaj nelinearnosti kod vođenja snopa pomoću kvaziperiodičnosti posebno u slučajevima kad je dubina potencijala rešetke oko i ispod vrednosti praga. U poglavlju 3 je pokazano da nelinearnost unosi samo kvantitativne promene u prostiranju optičkog snopa ukoliko je dubina potencijala iznad lokalizacionog praga, osim u slučajevima kada je nelinearnost izuzetno jaka.



Slika 5.7. 2D grafici usrednjenih amplituda električnog polja u kompozitnoj kvaziperiodičnoj rešetki sastavljenoj od rešetki dubine potencijala $\varepsilon = 0.0002$ ($\varepsilon < \varepsilon_{th}$) između kojih je oblast dubine potencijala $\varepsilon = 0.0006$ ($\varepsilon > \varepsilon_{th}$) u a) linearnom i b) nelinearnom slučaju. c) Usrednjeni participacioni brojevi duž opisane linearne (puna crvena linija) i nelinearne (isprekidana crna linija) kompozitne rešetke.

U numeričkim simulacijama prostiranja optičkog snopa u nelinearnoj kompozitnoj rešetki je odabrana vrednost jačine nelinearnosti $\gamma = 0.001$ koja odgovara standardnim eksperimentalnim uslovima. Upoređivanjem usrednjenih participacionih brojeva duž linearne i nelinearne kompozitne rešetke, može se zaključiti da je efektivna širina snopa veća celom dužinom rešetke u linearnom slučaju (slika 5.7 (c)). Razlog za to je što u nelinearnom slučaju, snop postaje lokalizovan već u prvom delu kompozitne rešetke dužine $L_1 = 10\text{mm}$, što utiče na njegovu širinu u ostatku rešetke, dok u linearnom slučaju snop može da se difuziono širi do tačke $z = 10\text{mm}$ pre nego što postane lokalizovan u drugom delu kompozitne rešetke dužine $L_2 = 5\text{mm}$, okarakterisanog dubinom potencijala iznad lokalizacionog praga.

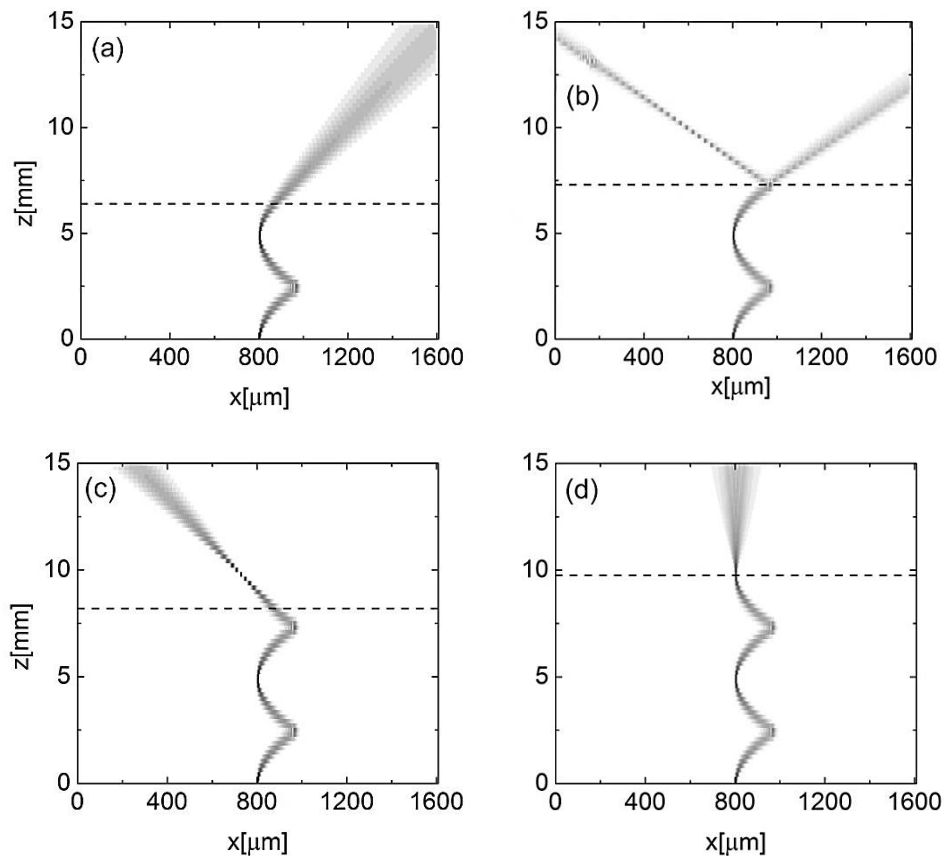
5.3 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću gradijenta transverzalnog profila indeksa prelamanja

Ovde je simulirano prostiranje snopa u gradijentnim rešetkama na bazi litijum niobata kod kojih je nakon određene dužine u pravcu prostiranja ukinuta promena indeksa prelamanja, tako da nakon prekida ne postoji ni gradijent ni periodična promena indeksa prelamanja. Na ovakvu situaciju se često može naići u eksperimentalnoj praksi. Naime, prilikom upisivanja rešetki talasovoda laserima visoke snage, poput femtosekundnih lasera, može se desiti da na nekom mestu rešetka ne bude upisana. S ciljem da se ispita kako mesto prekida rešetke utiče na dalje prostiranje svetlosti kod gradijentnih rešetki, promena indeksa prelamanja je ukinuta na četiri različita mesta: pre nego što je završena prva polovina perioda BO, tačno u tački u kojoj je završena prva polovina perioda, na mestu između prve i druge polovine perioda BO i tačno pri završetku celog perioda BO (slika 5.8).

Numeričke simulacije su sprovedene za linearne gradijentne rešetke sastavljene od $M = 201$ talasovoda dužine L_1 praćene homogenom sredinom bez ikakve promene indeksa prelamanja dužine L_2 , što odgovara supstratu na kome nije upisana nikakva promena indeksa prelamanja. Ukupna dužina simuliranih struktura je ista u sva četiri slučaja $L = L_1 + L_2 = 15\text{mm}$. Evidentno je da su oscilacije veoma osetljive na prekide i da u sva

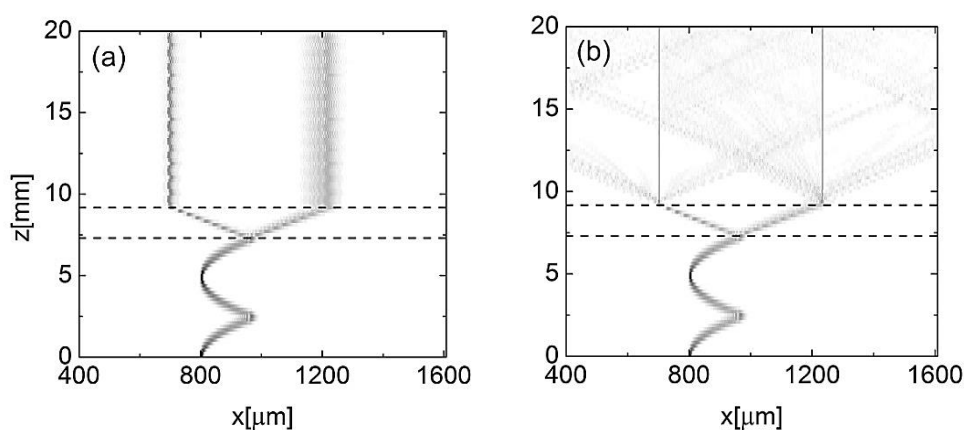
5.3 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću gradijenta transverzalnog profila indeksa prelamanja

četiri slučaja dolazi do njihovog narušavanja. Međutim, promenom mesta prekida, optički snop nastavlja da se kreće u različitom pravcu u sredini bez rešetke. Posebno interesantan slučaj predstavlja prekidanje oscilacija tačno nakon završetka polovine perioda BO, usled čega se optički snop deli na dva dela koji se nezavisno prostiru kroz supstrat. Može se uspostaviti trivijalna analogija između prekida BO i presecanja nerastegljivog užeta na kome osciluje matematičko klatno. Nakon presecanja užeta, klatno nastavlja da se kreće slobodno s kinetičkom energijom koju je posedovalo u trenutku presecanja užeta. Dobijeni rezultati ukazuju na moguću primenu prekida oscilacija za kontrolu prostiranja optičkog snopa odgovarajućim odabirom mesta prekida oscilacija. Međutim, širenje „slobodno“ prostirućih snopova u homogenom delu kompozitne strukture dužine L_2 može biti nepovoljno za neke primene.



Slika 5.8. 2D grafici amplituda električnog polja prekinutih Blohovih oscilacija za $\alpha_S = 0.005$ i $\Delta n = 0.001$ kada su oscilacije prekinute nakon dužine (a) manje od $1.5z_B$, (b) jednake $1.5z_B$, (c) između $1.5z_B$ i $2z_B$ (d) jednake $2z_B$.

Na kraju, testirano je koji se mehanizmi mogu iskoristiti za zarobljavanje optičkog snopa nakon što je podeljen ili poslat u željenom pravcu. U ove svrhe, simulirano je prostiranje svetlosti kroz kompozitne sisteme ukupne dužine $L = L_1 + L_2 + L_3 = 20\text{mm}$. Akcenat u ovoj numeričkoj studiji je na konfiguraciji u kojoj dolazi do deljenja optičkog snopa. Stoga je na sistem predstavljen na slici 5.8 (b) dodat treći deo – FR dužine L_3 koja zarobljava i vodi optičke snopove nakon deljenja optičkog snopa ubačenog u kompozitnu FR. Izborom dužine srednjeg homogenog dela L_2 , može se kontrolisati koji talasovodi će biti pobuđeni u trećem delu kompozitne strukture.



Slika 5.9. 2D grafici amplituda električnog polja prekinutih Blohových oscilacija za $\alpha_S = 0.005$ i $\Delta n = 0.001$ kada su oscilacije prekinute nakon dužine jednake $1.5z_B = 7.3\text{mm}$. Nakon prekidanja oscilacija je u $z = 9.17\text{mm}$ uvedena a) gradijentna rešetka većeg gradijenta indeksa prelamanja $\alpha_S = 0.09$ odnosno b) jako nelinearna periodična rešetka $\gamma = 0.05$.

U prvom slučaju je nakon prekida nadovezana FR koja ima veći gradijent indeksa prelamanja nego početna gradijentna rešetka. Ukoliko je gradijent dovoljno veliki, period i amplituda BO će biti srazmerno mali u ovom delu čineći da optički snopovi budu ograničeni na po svega nekoliko talasovoda (slika 5.9 (a)). Međutim, nepovoljnost može biti što lokalizacija snopova nije dovoljno precizna i što u realnim uslovima proizvodnja rešetke sa dovoljno velikim gradijentom indeksa prelamanja može predstavljati tehnološki izazov. Druga ispitivana mogućnost je nadovezivanje jako nelinearne periodične rešetke nakon prekida prve rešetke (slika 5.9 (b)). Jaka

5.3 Kontrolisanje prostiranja svetlosti pomoću gradijenta transverzalnog profila indeksa prelamanja

nelinearnost može uticati na „precizniju“ lokalizaciju optičkih snopova, s tim što može doći do gubitaka energije na granici između drugog dela strukture i nadovezane FR.

U ovoj disertaciji je kvalitativno pokazano da bi se gradijentne rešetke mogle upotrebiti za preusmeravanje ili deljenje optičkog snopa u budućim sveoptičkim komunikacionim mrežama. Zavisno od namene kompozitne fotonske strukture, neki od predloženih mehanizama za dalje vođenje preusmerenog ili podeljenog snopa bi se mogla pokazati kao korisna.

6

Zaključak

Fotonske rešetke (FR), načinjene od niza spregnutih talasovoda, imaju specifičan uticaj na prostiranje svetlosti koji se po mnogo čemu razlikuje od prostiranja svetlosti u makroskopskim (homogenim) sredinama ili pojedinačnim talasovodima. U ovim strukturama, periodičnost dovodi do formiranja zabranjenih i dozvoljenih frekvencijskih zona, tj opsega vrednosti konstanti prostiranja, koje su analogne energetskim zonama elektrona u kristalnim rešetkama. FR imaju veliki potencijal za primene u kontrolisanju prostiranja svetlosti podešavanjem vrednosti geometrijskih parametara (širine i rastojanja između talasovoda), materijala, kao i početnih uslova, tj vrednosti parametara svetlosnog snopa kojim se pobuđuje rešetka. Pored toga, izazivanjem nelinearnog odziva FR svetlošću velikog intenziteta, kombinacija periodičnosti i nelinearnosti dovodi do još bogatije dinamike i mogućnosti za upravljanje prostiranjem svetlosti kroz FR. Zahvaljujući tome, FR su intenzivno korišćene u eksperimentima u nelinearnoj optici tokom poslednjih nekoliko decenija, što je uveliko doprinelo razvoju te oblasti, kao i njenoj primeni u integrisanoj optici i optičkim komunikacijama.

Nedavno se došlo na ideju da se FR, zahvaljujući analogiji sa čvrstim telom, mogu koristiti kao poligon za ispitivanje različitih efekata poznatih iz fizike čvrstog tela koji se javljaju usled neperiodičnosti. Na fundamentalnom nivou, fizički procesi u periodičnim i neperiodičnim strukturama su isti, tj u linearnom slučaju i kod jednih i kod drugih interferencija diktira ponašanje svetlosti pri propagaciji. Međutim, priroda prostiranja svetlosti u neperiodičnim FR može biti znatno drugačija nego kod periodičnih.

Rad prezentovan u ovoj disertaciji produbljuje fundamentalna saznanja o Anderson-ovoj lokalizaciji (AL) u neuređenim i kvaziperiodičnim FR i Bloch-ovim oscilacijama

6. Zaključak

(BO) u gradijentim rešetkama koje se mogu načiniti na supstratu od litijum niobata. U drugom poglavlju su uvedeni pojmovi AL i transverzalne lokalizacije svetlosti. Dat je hronološki pregled istraživanja koji su vodila do demonstracije AL u FR. Objašnjeno je na kakve se sve načine može uneti neuređenost kod FR, kao i kako od realizacije neuređenosti zavisi o kom tipu neuređenosti je reč – dijagonalnom ili vandijagonalnom. Nakon toga je kroz rezultate dobijene za rešetke na bazi litijum niobata demonstrirano smanjivanje širine lokalizovanog optičkog snopa u zavisnosti od stepena neuređenosti, pri čemu je neuređenost realizovana tako da uključuje oba opisana načina realizacije dijagonalne neuređenosti. Dodatno je, u ovakvim rešetkama ispitan uticaj saturacionog nelinearnog odziva na lokalizaciju usled neuređenosti. Rezultati ukazuju da nelinearnost dovodi do uništavanja AL i subdifuzione delokalizacije optičkog snopa, što se kod realnih rešetki konačnih dužina manifestuje samo u blagom širenju lokalizovanog snopa ukoliko su uticaji nelinearnosti i neuređenosti podjednako izraženi. S druge strane, ukoliko je neki od efekata dominantniji, nelinearnost ili neuređenost, on diktira kako se prostire optički snop što govori o tome da se kod realnih nelinearnih neuređenih FR može govoriti o tri režima: AL, subdifuziji i samozarobljavanju optičkog snopa.

Kvaziperiodičnom prostornom uređenju, kao posebnom tipu neuređenosti, posvećena je pažnja u trećem poglavlju. Diskretizacijom kontinualne paraksijalne Helmholtz-ove jednačine za FR na bazi litijum niobata i upoređivanjem dobijenog modela sa poznatim diskretnim AA modelom kojim se opisuju kvaziperiodični potencijali rešetki dobijenih superpozicijom nesamerljivih periodičnih potencijala, dobijen je uslov za nastupanje AL svetlosti. Analitički dobijeni uslov, nazvan vrednost praga dubine potencijala, potvrđen je i numerički simuliranjem prostiranja svetlosti kroz kvaziperiodične FR različitih dubina potencijala. Takođe je pokazano da nelinearnost ne utiče značajno na lokalizaciju optičkog snopa do koje dolazi kada je dubina potencijala rešetke iznad vrednosti praga, osim u slučaju veoma jake nelinearnosti kada je samozarobljavanje svetlosti dominantan efekat. Drugim rečima, subdifuziono širenje snopa je veoma slabo izraženo kod kvaziperiodičnih FR konačnih dužina na bazi litijum niobata za odabrani skup vrednosti parametara. S druge strane, kada je vrednost dubine potencijala ispod vrednosti praga, čak i slabija nelinearnost može dovesti do samozarobljavanja optičkog snopa.

U četvrtom poglavlju ispitivan je uticaj gradijenta indeksa prelamanja na prostiranje svetlosti u FR na bazi litijum niobata. Pokazano je da se svetlost prostire oscilujući kroz rešetku, pri čemu period i amplituda oscilacija zavise od gradijenta indeksa prelamanja. Za odabrani skup vrednosti parametara rešetki koje se mogu načiniti na litijum niobatu i tip oscilacija koji se formira u slučaju široke pobude je pokazano da nelinearnost dovodi do uništavanja oscilacija nakon određene dužine u pravcu prostiranja, pri čemu se dužina skraćuje s porastom jačine nelinearnosti. Takođe, pokazano je da je izabrani sistem robustan na eventualnu dodatnu neuređenost rešetke usled nesavršenosti proizvodnih postupaka.

Praktični doprinos ove disertacije se ogleda u predloženom konceptu kontrolisanja prostiranja optičkog snopa kroz kompozitne rešetke dobijene menjanjem parametara neperiodičnih FR duž pravca prostiranja svetlosti, koji je predstavljen u petom poglavlju. Na osnovu detaljnih numeričkih studija predložen je koncept na bazi kompozitnih struktura koje bi mogle naći primenu u obavljanju različitih funkcija u budućim sveoptičkim mrežama. Pokazano je da se promenom stepena neuređenosti kod neuređenih rešetki može kontrolisati širina optičkog snopa pri prostiranju, tj broj pobuđenih talasovoda duž rešetke, što se može iskoristiti za prostorno multipleksiranje, odnosno demultipleksiranje optičkog snopa u linearnom ili slabo nelinearnom slučaju. Pored toga, korišćenjem neuređenosti čija se realizacija brzo menja u pravcu prostiranja svetlosti je pokazano da se na sličan način može manipulirati optičkim snopom velikog intenziteta. Kod kvaziperiodičnih rešetki je promenom dubine potencijala duž rešetke, tako da ima vrednosti iznad ili ispod lokalizacionog praga, pokazano da se i u ovom slučaju može kontrolisati broj pobuđenih talasovoda FR, s tim što se mora voditi računa o intenzitetu optičkog snopa jer i pri nižim intenzitetima može doći do njegovog samozarobljavanja ukoliko je dubina potencijala ispod vrednosti praga. Ispitivanjem realne eksperimentalne situacije – nedostajanja modulacije indeksa prelamanja na nekom delu uzorka, do koje može doći pri upisivanju rešetki, pokazano je da bi osetljivost BO na ovakve prekide mogla naći primene u preusmeravanju optičkog snopa ili njegovom deljenju. Ispitani su i mehanizmi koji bi se mogli iskoristiti za konfiniranje optičkog snopa posle deljenja ili preusmeravanja s ciljem daljeg vođenja svetlosti u fotonskim strukturama.

6. Zaključak

Na osnovu predstavljenih rezultata, može se definisati nekoliko pravaca daljeg istraživanja. Rezultati se mogu pre svega proširiti i na druge fotorefraktivne kristale sa kraćim vremenom odziva na svetlost velikog intenziteta i jačom nelinearnošću u poređenju sa litijum niobatom čiji su parametri korišćeni u svim numeričkim proračunima u ovoj disertaciji. Pošto se svi prezentovani rezultati odnose na 1D spregnute nizove talasovoda, sledeći korak je ispitivanje sofisticiranijih 1D i kvazi 1D geometrija spregnutih talasovoda za manipulaciju i kontrolisanje prostiranja svetlosti. U ovakve geometrije spadaju kagome trake, testeraste FR (*sawtooth lattice*), kao i zatvoreni nizovi spregnutih talasovoda cirkularno ili heksagonalno raspoređenih, na koje se može naići u optičkim vlaknima sa više jezgara (*multicore fibers*). Pored toga što ovakve strukture imaju interesantan uticaj na prostiranje svetlosti, interesantno je proučiti kako neuređenost i nelinearnost menjaju dinamiku u ovakvim geometrijama. Istraživanje se može proširiti i na odgovarajuće 2D geometrije.

Značajan doprinos daljem razvoju kontrole prostiranja svetlosti na bazi opisanih kompozitnih rešetki predstavljalo bi ekperimentalno ispitivanje prostiranja svetlosti u numerički testiranim strukturama. Posebno, integracija predstavljenih kompozitnih rešetki u okviru fotonских naprava za sveoptičku obradu i prenos informacija u budućim optičkim mrežama predstavlja interesantan pravac za dalje istraživanje u okviru ove oblasti.

Prilog A

Saturacioni nelinearni odziv fotorefraktivnih materijala

Veliki broj materijala atraktivnih za primene u integriranoj optici spada u fotorefraktivne materijale, poput galijum arsenida (GaAs) [95], stroncijum barijum niobata (SBN) [96], litijum niobata (LiNbO_3) [97,98] i drugih. Ovi materijali okarakterisani su pojavom unutrašnjeg električnog polja usled osvetljavanja kristala svetlošću određene talasne dužine koje preko elektrooptičkog efekta dovodi do promene indeksa prelamanja sredine.

Unutrašnje električno polje se formira usled razdvajanja nosilaca pozitivnog i negativnog naelektrisanja koje potiče od nečistoća u kristalu. Naime, u samoj strukturi fotorefraktivnih kristala postoje nečistoće donorskog i akceptorskog tipa. Donori predstavljaju izvore pobuđenih elektrona, dok akseptori mogu vezivati elektrone. Energetski nivoi donora i akceptora nalaze se između valentne i provodne zone (slika A.1). Osvetljavanje kristalnog uzorka uticaće na pobuđivanje donorskih elektrona i na njihov prelazak u provodnu zonu, pri čemu donori postaju nepokretni pozitivno naelektrisani joni. Zavisno od posmatranog kristala, optički pobuđeni elektroni iz osvetljenog dela kristala će se kretati različitim mehanizmima, poput difuzije, drifta ili fotonaponskog efekta, kroz kristal ka njegovim neosvetljenim delovima gde bivaju zarobljeni akceptorskim primesama. Na ovaj način će akceptorske nečistoće stvoriti negativno naelektrisanje u neosvetljenom delu, dok će donorski joni u osvetljenom delu doprineti stvaranju pozitivnog naelektrisanja. Kao rezultat, nastaće pomenuto unutrašnje polje koje će preko elektrooptičkog efekta izazvati odgovarajuću modulaciju indeksa prelamanja.

Elektrooptički efekat predstavlja promenu indeksa prelamanja materijala usled dejstva električnog polja, što se matematički može opisati preko zavisnosti tenzora impermeabilnosti kristala od primenjenog statičkog električnog polja. Najveći uticaj na

promenu indeksa prelamanja ima linearni Pockels-ov efekat [99], pa se matematički opis može pojednostaviti:

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j, \quad i = 1, 2, \dots, 6, \quad j = x, y, z = 1, 2, 3. \quad (\text{A.1})$$

Obično su samo neki članovi elektrooptičkog tenzora r_{ij} različiti od nule, zavisno od simetrije kristala i orijentacije koordinatnog sistema u odnosu na ose kristala. Pored toga, za primene se obično bira onaj pravac u kome je elektrooptički koeficijent najveći. Konkretno, kod litijum niobata najveći koeficijent je $r_{33} = 30\text{pm/V}$ koji je približno isti za sve talasne dužine za koje je litijum niobat transparentan [100]. U slučaju polja koje potiče od prostornog naelektrisanja u kristalu, orijentisanog u pravcu koji odgovara r_{33} , promena indeksa prelamanja u LiNbO₃, ima oblik

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n_0^3 r_{33} E_{sc}, \quad (\text{A.2})$$

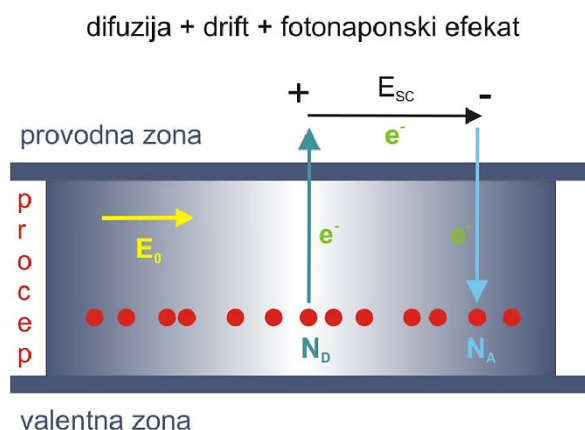
gde je n_0 indeks prelamanja supstrata litijum niobata [99]. Znak „-“ ukazuje na negativnu promenu indeksa prelamanja, tj defokusirajući tip nelinearnosti. Budući da kod fotonskih rešetki, formiranje lokalizovanih struktura zavisi i od znaka difrakcije, moguće je samozarobljavanje svetlosti velikog intenziteta pri prostiranju kroz rešetke na bazi litijum niobata [13].

Rešavanjem transportnih jednačina za fotogenerisane elektrone u kristalu u prisustvu elektrooptičkog efekta, može se dobiti izraz koji povezuje intenzitet upadne svetlosti i promenu indeksa prelamanja [99]:

$$\Delta n = -\Delta n_{\max} \frac{I(x)}{I(x) + I_d}, \quad (\text{A.3})$$

gde Δn_{\max} predstavlja maksimum promene indeksa prelamanja koji je određen parametrima kristala, $I(x)$ je modulacija intenziteta svetlosti u x pravcu, dok je sa I_d označena tamna iradijansa, parametar materijala koji je srazmeran struji mraka u kristalu. Tamna iradijansa fenomenološki se odnosi na brzinu termalno ekscitovanih elektrona.

Iz izraza (A.3) može se zaključiti da zavisnost nelinearne promene indeksa prelamanja od intenziteta upadne svetlosti ima saturacioni karakter, što znači da će s povećanjem intenziteta upadne svetlosti i apsolutna vrednost promene indeksa prelamanja rasti do neke vrednosti Δn_{\max} , nakon čega će ostati konstantna. Zbog ovakvog svojstva fotorefraktivni materijali se često nazivaju i materijalima sa *saturacionom nelinearnošću*.



Slika A.1. Primer tipičnog fotorefraktivnog materijala kod koga se donorski i akceptorski nivoi nalaze u energijskom procepu između valentne i provodne zone. N_D i N_A označavaju koncentracije donora i akceptora, respektivno, dok E_0 predstavlja vektor električnog polja upadne svetlosti. U osvetljenoj oblasti, optički pobuđeni elektroni napuštaju donorske nečistoće i prelaze u provodnu zonu, gde usled uticaja difuzije i drifta putuju do neosvetljene oblasti kada bivaju zarobljeni na akceptorskim nečistoćama. Na ovaj način dolazi do pojave unutrašnjeg polja E_{sc} koje potiče od prostornog naelektrisanja, tj. pozitivnih donorskih i negativnih akceptorskih jona [12].

U realnosti, uspostavljanje nelinearnosti kod fotorefraktivnih materijala nije trenutno jer je potrebno neko vreme da slobodni elektroni zauzmu krajnje pozicije na donorskim i akceptorskim nivoima i da se u kristalu uspostavi ravnoteža. U slučaju LiNbO_3 vreme uspostavljanja nelinearnosti zavisi od intenziteta upadne svetlosti i kreće se od nekoliko sekundi do nekoliko časova. U numeričkim proračunima se pretpostavlja da je nastupilo ravnotežno stanje, pa se ne uzima u obzir vremenska zavisnost promene indeksa prelamanja.

Prilog A

Generalno, promena indeksa prelamanja kod fotorefraktivnih kristala može biti velika. Do nelinearnog odziva može doći pri nižim intenzitetima upadne svetlosti nego kod materijala okarakterisanih drugačijim tipom nelinearnog odziva, a nelinearna promena indeksa prelamanja se može zadržati u kristalu relativno dugo nakon osvetljavanja.

Prilog B

Spektralni metod razdvojenih koraka

Nelinearne parcijalne diferencijalne jednačine kojima se opisuje prostiranje svetlosti kroz optičke sisteme (optička vlakna, planarne talasovode ili sisteme spregnutih talasovoda), kada svetlost ima dovoljno veliki intenzitet da izazove nelinearni odziv sredine, najčešće nisu rešive analitički. Jedan od retkih analitički rešivih slučajeva predstavlja nelinearna Schrödinger-ova jednačina sa kubnim nelinearnim članom koji opisuje Kerr-ovu nelinearnost, koja se može rešiti primenom metoda inverznog rasejanja (*Inverse scattering method*) [101]. Zbog toga su, tokom proteklih decenija, značajni naponi uloženi u razvijanje različitih numeričkih metoda za rešavanje ovakvih jednačina. Većina metoda bazira se na modifikaciji metoda konačnih razlika ili na primeni Fourier-ove transformacije, pod određenim pretpostavkama, u nekom koraku procedure (pseudospektralni metodi) [54].

Jedan od najčešće korišćenih pseudospektralnih metoda predstavlja spektralni metod razdvojenih koraka (*Split – step Fourier method*) [102]. Osnovna prednost ovog postupka je veoma velika brzina izvršavanja koja naročito dolazi do izražaja kada se posmatra prostiranje svetlosti kroz veliki broj spregnutih elemenata kao u slučaju FR sa velikim brojem spregnutih talasovoda.

Pošto je u istraživanju vezanom za ovu disertaciju numerički rešavana bezdimenzionalna paraksijalna Helmholtz-ova jednačina (2.3.3), na tom primeru će biti objašnjen ovaj numerički metod. Svođenje jednačina na odgovarajuću bezdimenzionalnu formu je uobičajena praksa u numeričkom rešavanju jednačina. Iz oblika jednačine (2.3.3) se vidi da se njeni članovi mogu razvrstati na linearni disperzioni član koji opisuje difrakciju, nelinearni član koji se odnosi na saturacioni nelinearni odziv litijum niobata čiji su parametri korišćeni u proračunima i član koji opisuje transverzalni profil indeksa prelamanja rešetke (potencijal rešetke) pa se ona može predstaviti u operatorskoj formi

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = (\hat{D} + \hat{N} + \hat{V})\psi . \quad (\text{B.1})$$

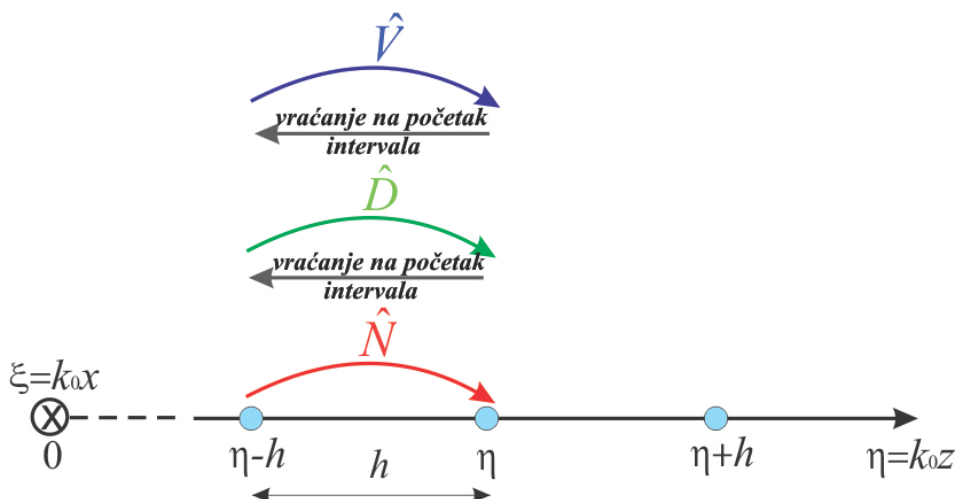
Ovde su \hat{D} , \hat{N} i \hat{V} uvedeni disperzioni i nelinearni operator i operator potencijala rešetke, koji su definisani na sledeći način:

$$\begin{aligned} \hat{D} &= -\frac{1}{2n_0} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \hat{N} &= -\gamma \frac{|\psi|^2}{1 + |\psi|^2} . \\ \hat{V} &= -n_0 \Delta n G(\xi) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Operator potencijala rešetke u istraživanju predstavljenom u ovoj disertaciji može se odnositi na neuređeni, kvaziperiodični ili profil sa gradijentom indeksa prelamanja, zavisno od tipa proučavane rešetke. Treba napomenuti da se spektralni metod razdvojenih koraka često koristi za simulaciju prostiranja optičkih impulsa u optičkim vlaknima, gde se članovi jednačine mogu razvrstati samo na disperzioni i nelinearni član koji opisuje kubnu Kerr-ovu nelinearnost. Stoga je metod koji je primenjivan u numeričkim proračunima predstavljenim u ovoj disertaciji modifikovan spektralni metod razdvojenih koraka u odnosu na njegovu osnovnu verziju koja se najčešće može naći u literaturi.

Nelinearnost i ostali efekti deluju istovremeno na optički snop koji se prostire rešetkom. Osnovna pretpostavka u primeni spektralnog metoda razdvojenih koraka je da se delovanje pojedinih operatora može posmatrati nezavisno na kratkom intervalu h u pravcu prostiranja koji je ovde bezdimenzionalni pravac η koji odgovara pravcu z . Intuitivno, ovakva pretpostavka je tim prihvatljivija, što je interval h manji. Sama procedura rešavanja jednačine na intervalu od η do $\eta+h$ se sprovodi u tri koraka: prvo se posmatra samo delovanje nelinearnog operatora i određuje rezultat tog dejstva u tački $\eta+h$ na osnovu početne vrednosti bezdimenzionalne amplitude električnog polja $\psi(h)$, zatim se vraća na početak intervala i posmatra dejstvo samo disperzionog operatora (postavljajući $\hat{N}, \hat{V} = 0$). Kao početna vrednost za računanje dejstva linearnog operatora od η do $\eta+h$ koristi se prethodno dobijeni rezultat dejstva samo nelinearnog operatora na posmatranom intervalu. Slično, u trećem koraku računa se dejstvo samo operatora

rešetke vraćanjem na početak intervala i korišćenjem prethodno dobijenog rezultata kao početne vrednosti. Ova trokoračna procedura je šematski prikazana na slici B.1. Ovim postupkom usvaja se da je izvršena integracija polazne jednačine na jednom intervalu, tj u jednom koraku integracije. Dalje se ovakav postupak ponavlja do željene dužine u pravcu prostiranja svetlosti pri čemu veličine koraka integracije u opštem slučaju ne moraju biti jednake.



Slika B.1. Šematski prikaz koraka numeričkog računanja vrednosti bezdimenzionalne amplitude električnog polja svetlosti koja se prostire kroz FR na jednom intervalu h u pravcu prostiranja.

Pošto se u drugom koraku nelinearnost privremeno zanemaruje, opravdana je primena Fourier-ove transformacije koja se može primeniti samo u linearnom slučaju. Korišćenjem numeričkog algoritma Brza Fourier-ova transformacija (*Fast Fourier Transform* - FFT) [103] se veoma brzo može odrediti Fourier-ova transformacija jednačine koja se rešava, čime se rešavanje diferencijalne jednačine svodi na rešavanje algebarske jednačine, što predstavlja glavni razlog veće brzine ovog numeričkog metoda u poređenju sa metodima baziranim na metodu konačnih razlika koji daju istu tačnost. FFT algoritam je implementiran u većini programskih paketa koji se mogu koristiti za rešavanje nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina primenom spektralnog metoda razdvojenih koraka.

Opisno objašnjena procedura se može formalnije matematički zapisati na sledeći način

$$\psi(\eta + h, \xi) = \hat{V}F^{-1}\left(\hat{D}F(\hat{N}\psi(\eta, \xi))\right), \quad (\text{B.3})$$

gde su F i F^{-1} oznake za Fourier-ovu i inverznu Fourier-ovu transformaciju.

Za procenu tačnosti spektralnog metoda razdojenih koraka treba napomenuti da je tačno rešenje jednačine B.1:

$$\psi(\eta + h, \xi) = \exp\left[h\left(\hat{D} + (\hat{N} + \hat{V})\right)\right] \cdot \psi(\eta, \xi), \quad (\text{B.4})$$

ukoliko se pretpostavi da je \hat{N} nezavisan od z . Iz prethodnog izraza se može zaključiti da metod zanemaruje komutativnost operatora. Iz Baker-Hausdorff-ove formule [104], može se zaključiti da dominantan doprinos grešci daje samo član $\frac{1}{2}h^2[\hat{D}, \hat{N} + \hat{V}]$. Spektralni metod razdojenih koraka ima tačnost drugog reda koraka integracije. Stoga se, tačnost rezultata može povećati smanjivanjem koraka integracije s tim što treba imati na umu da se uzimanjem jako malog koraka može znatno produžiti vreme simulacija. Radi izbora optimalnog koraka može se tokom simulacija kontrolisati vrednost konzerviranih veličina u sistemu. U sistemima posmatranim u ovom istraživanju, veličine koje se održavaju su hamiltonijan i snaga jer je u proračunima pretpostavljeno da nema gubitaka u sredini. Ovo je opravdana pretpostavka budući da je litijum niobat materijal okarakterisan skoro zanemarljivim gubicima što je jedan od razloga koji ga čine atraktivnim za primene. Pored toga, u njemu je moguće upisati talasovode, tj FR jako malih gubitaka. Konkretno, u svim proračunima je korišćen korak $h = 10^{-4}$, kome odgovara dimenzionalni korak $\Delta z \approx 10^{-5}$ mm u pravcu prostiranja svetlosti.

Nezavisno dejstvo operatora - matematičko rešavanje jednačina i primenjene numeričke procedure za integraciju

Iz oblika uvedenih operatora može se zaključiti da su nelinearni operator i operator potencijala rešetke multiplikativni operatori, dok je disperzioni operator diferencijalni. Ovde će biti detaljnije objašnjeni koraci pri određivanju pojedinačnog dejstva operatora, odnosno rešavanju odgovarajućih parcijalnih diferencijalnih jednačina.

- **Nelinearni operator**

Zanemarujući disperzioni član i potencijal rešetke u jednačini (2.3.3), što odgovara delovanju samo nelinearnog operatora, dobija se jednačina:

$$\frac{\partial \psi(\eta, \xi)}{\partial \eta} = i\gamma \frac{|\psi(\eta, \xi)|^2}{1 + |\psi(\eta, \xi)|^2} \psi(\eta, \xi). \quad (\text{B.5})$$

Pod uslovom da se ψ sporo menja pri prostiranju, približno rešenje jednačine (B.5) je

$$\psi(\eta + h, \xi) = \psi(\eta, \xi) \exp\left(i \int_0^h \gamma \frac{|\psi|^2}{1 + |\psi|^2} d\eta\right). \quad (\text{B.6})$$

U pojedinim fazama proračuna, za približno rešavanje prethodnog integrala korišćena su tri različita metoda:

1. U prvom koraku algoritma u $h = 0$ na raspolaganju je samo početni uslov, pa se za integraciju koristi Simpson-ov metod, što kao rezultat daje:

$$\psi'(h, \xi) = \psi(0, \xi) \cdot \exp\left(i\gamma \frac{|\psi(0, \xi)|^2}{1 + |\psi(0, \xi)|^2} h\right). \quad (\text{B.7})$$

2. Za poboljšano izračunavanje prvog koraka, za tačnije izračunavanje veličine $\psi(h, \xi)$ može se, u iterativnom postupku, iskoristiti pored početnog uslova i već izračunata vrednost $\psi'(h, \xi)$ (izraz B.7) npr. trapezoidnim pravilom:

$$\psi(h, \xi) = \psi(0, \xi) \cdot \exp\left[\frac{i\gamma}{2} \left(\frac{|\psi(0, \xi)|^2}{1 + |\psi(0, \xi)|^2} + \frac{|\psi'(h, \xi)|^2}{1 + |\psi'(h, \xi)|^2}\right) h\right]. \quad (\text{B.8})$$

3. U svim ostalim koracima integracije za približno izračunavanje integrala iz izraza (B.6), trenutna vrednost $\psi(\eta, \xi)$ proračunava se na osnovu vrednosti iz dva prethodna koraka:

$$\psi(\eta + h, \xi) = \psi(\eta - h, \xi) \cdot \exp\left(i\gamma \frac{|\psi(\eta, \xi)|^2}{1 + |\psi(\eta, \xi)|^2} 2h\right). \quad (\text{B.9})$$

Prethodni izraz dobijen je primenom teoreme o srednjoj vrednosti pri približnom izračunavanju integrala koji figuriše u eksponentu izraza (B.6).

- **Disperzioni operator**

Zanemarivanjem nelinearnog člana i člana koji opisuje potencijal rešetke, jednačina (2.3.3) se svodi na:

$$i \frac{\partial \psi(\eta, \xi)}{\partial \eta} = -\frac{1}{2n_0} \frac{\partial^2 \psi(\eta, \xi)}{\partial \xi^2}. \quad (\text{B.10})$$

Primenom Fourier-ove transformacije, jednačina (B.10) postaje:

$$i \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \eta} = \omega^2 \tilde{\psi}, \quad (\text{B.11})$$

pri čemu su sa $\tilde{\psi}$ označene Fourier-ove transformacije

$$\tilde{\psi}(\eta, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\eta, \xi) \exp(-i\omega\xi) d\xi. \quad \text{Korišćenjem brzog algoritma FFT za}$$

transformisanje jednačine (B.10) u (B.11) diferencijalna zavisnost po koordinati ξ se svodi na množenje brojem što se numerički može mnogo brže rešiti. Ovde su korišćene iste približne metode za integraciju kao kod nelinearnog operatora. Nakon rešavanja, rešenje se konvertuje u fizički prostor inverznom Fourier-ovom transformacijom. Dobijeno rešenje $\psi''(h, \xi)$ se koristi kao početna vrednost za operator potencijala rešetke.

- **Operator potencijala rešetke**

Jednačina koja opisuje dejstvo samo operatora rešetke ima sledeći oblik:

$$\frac{\partial \psi(\eta, \xi)}{\partial \eta} = in_0 \Delta n G(\xi) \psi(\eta, \xi), \quad (\text{B.12})$$

i rešavana je na isti način kao jednačina (B.5).

Za proizvoljni interval u pravcu prostiranja (osim prvog) se, nakon trokoračne procedure za određivanje pojedinačnog dejstva operatora na kratkom intervalu h , rešenje se može zapisati u obliku:

$$\psi(\eta + h, \xi) = \exp(in_0 \Delta n G(\xi) 2h) F^{-1} \left\{ \exp(-i\omega^2 2h) F \left\{ \psi(\eta - h, \xi) \cdot \exp\left(iy \frac{|\psi(\eta, \xi)|^2}{1 + |\psi(\eta, \xi)|^2} 2h \right) \right\} \right\}$$

. (B.13)

Na kraju se rešenje pretvara u dimenzionalnu veličinu $E(z, x) = \psi(\eta/k_0, \xi/k_0) \sqrt{I_d}$.

Spektralni metod razdvojenih koraka se direktno može implementirati u različitim programskim paketima, a omogućava da se na relativno brz način odredi profil električnog polja svetlosti koja se prostire kroz kompleksne sisteme.

Literatura

- [1] D. Mandelik, H. S. Eisenberg, Y. Silberberg, R. Morandotti, and J. S. Aitchison, "Band-Gap Structure of Waveguide Arrays and Excitation of Floquet-Bloch Solitons," *Physical Review Letters*, vol. 90, 053902, 2003.
- [2] E. Yablonovitch, "Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics," *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 2059-2062, 1987.
- [3] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Maede, *Photonic crystals: Molding the Flow of Light*, 2nd ed. Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2008.
- [4] P. Russel, "Photonic Crystal Fibers," *Science*, vol. 299, pp. 358-362, 2003.
- [5] I. L. Garanovich, S. Longhi, A. S. Sukhorukov, and Y. S. Kivshar, "Light propagation and localization in modulated photonic lattices and waveguides," *Physics Reports*, vol. 518, pp. 1-79, 2012.
- [6] F. Lederer et al., "Discrete solitons in optics," *Physics Reports*, vol. 463, pp. 1-126, 2008.
- [7] Frank Trager, Ed., *Handbook of Lasers and Optics*. LLC New York: Science+Business Media, 2007.
- [8] H. A. Haus, W. P. Huang, S. Kawakami, and N. A. Whitaker, "Coupled-Mode Theory of Optical Waveguides," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 5, pp. 16-23, 1987.
- [9] A. Yariv and P. Yeh, *Photonics: Optical Electronics in Modern Communications.*: Oxford University Press, 2007.

- [10] M. Ali Omar, *Elementary Solid State Physics: Principles and Applications.*: Addison-Wesley, 1994.
- [11] H. S. Eisenberg, Y. Silberberg, R. Morandotti, and J. S. Aitchison, "Diffraction management," *Physical Review Letters*, vol. 85, pp. 1863–1866, 2000.
- [12] P. Beličev, *Prostiranje svetlosti u kompleksnim fotonskim rešetkama sa zasićujućom nelinearnošću*, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, 2012.
- [13] F. Chen et al., "Discrete diffraction and spatial gap solitons in photovoltaic LiNbO₃ waveguide arrays," *Optics Express*, vol. 13, pp. 4314-4324, 2005.
- [14] D. N. Neshev et al., "Nonlinear Spectral-Spatial Control and Localization of Supercontinuum Radiation," *Physical Review Letters*, vol. 99, 123901, 2007.
- [15] M. Modugno, "Exponential localization in one-dimensional quasi-periodic optical lattices," *New Journal of Physics*, vol. 11, 033023 (13pp), 2009.
- [16] E. L. Wooten et al., "A Review of Lithium Niobate Modulators for Fiber-Optic Communications Systems," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 6, pp. 69-82, 2000.
- [17] A. Yariv, S. S. Orlov, and G. A. Rakuljic, "Holographic storage dynamics in lithium niobate: theory and experiment," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 13, pp. 2513-2523, 1996.
- [18] D. B. Ostrowsky, "Parametric Processes in LiNbO₃," in *Integrated Optics*, H. P. J. Nolting and R. Ulrich, Eds.: Springer Berlin Heidelberg, 1985, pp. 146-151.
- [19] B. Terhalle, *Controlling Light in Optically Induced Photonic Lattices*, Springer Thesis: Recognizing Outstanding Ph.D. Research ed. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2011.
- [20] G. Della Valle, R. Osellame, and P. Laporta, "Micromachining of photonic devices by femtosecond laser pulses," *Journal of Optics: Pure and Applied*

- Optics*, vol. 11, 013001(8pp), 2009.
- [21] P. W. Anderson, "Absence of diffusion in certain random lattices," *Physical Review Letters*, vol. 109, pp. 1492-1505, 1958.
- [22] S. John, "Electromagnetic absorption in a disordered medium near a photon mobility edge," *Physical Review Letters*, vol. 53, pp. 2169-2172, 1984.
- [23] P.W. Anderson, "The question of classical localization: a theory of white paint," *Philosophical Magazine B*, vol. 52, pp. 505-509, 1985.
- [24] E. Akkermans and R. Maynard, "Weak localization of waves," *Journal de Physique Letters*, vol. 46, pp. 1045-1053, 1985.
- [25] M. P. Van Albada and A. Lagendijk, "Observation of weak localization of light in a random medium," *Physical Review Letters*, vol. 55, pp. 2692-2695, 1985.
- [26] P. E. Wolf and G. Maret, "Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media," *Physical Review Letters*, vol. 55, pp. 2696-2699, 1985.
- [27] E. Akkermans, P.E. Wolf, and R. Maynard, "Coherent Backscattering of Light by Disordered Media: Analysis of the Peak Line Shape," *Physical Review Letters*, vol. 56, pp. 1471-1474, 1986.
- [28] D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, and R. Righini, "Localization of light in a disordered medium," *Nature*, vol. 390, pp. 671-673, 1997.
- [29] M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter, and G. Maret, "Observation of the critical regime near Anderson localization of light," *Physical Review Letters*, vol. 96, 063904, 2006.
- [30] S. K. Turitsyn et al., "Random distributed feedback fibre lasers," *Physics Reports*, vol. 524, pp. 133-193, 2014.

- [31] B. Redding, S. F. Liew, R. Sarma, and H. Cao, "Compact spectrometer based on a disordered photonic chip," *Nature Photonics*, vol. 7, pp. 746-751, 2013.
- [32] K. Vynck, M. Burrelli, F. Riboli, and D. S. Wiersma, "Photon management in two-dimensional disordered media," *Nature Materials*, vol. 11, pp. 1017-1022, 2012.
- [33] J. Billy et al., "Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder," *Nature*, vol. 453, pp. 891-894, 2008.
- [34] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, and M. Segev, "Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices," *Nature*, vol. 446, pp. 52-55, 2007.
- [35] Y. Lahini et al., "Anderson Localization and Nonlinearity in One-Dimensional Disordered Photonic Lattices," *Physical Review Letters*, vol. 100, 013906, 2008.
- [36] H. De Raedt, A. Lagendijk, and P. de Vries, "Transverse localization of light," *Physical Review Letters*, vol. 62, pp. 47-50, 1989.
- [37] T. Sperling, W. Bührer, C. M. Aegerter, and G. Maret, "Direct determination of the transition to localization in three dimensions," *Nature Photonics*, vol. 7, pp. 48-52, 2013.
- [38] M. Segev, Y. Silberberg, and D. N. Christodoulides, "Anderson localization of light," *Nature Photonics*, vol. 7, pp. 197-204, 2013.
- [39] Z. Chen, M. Segev, and D. N. Christodoulides, "Optical spatial solitons: historical overview and recent advances," *Reports on Progress in Physics*, vol. 75, 086401 (21pp), 2012.
- [40] P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, "Disordered electronic systems," *Reviews of Modern Physics*, vol. 57, pp. 287-337, 1985.
- [41] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, "Scaling Theory of Localization: Absence of Quantum Diffusion in Two

- Dimensions," *Physical Review Letters*, vol. 42, pp. 673-676, 1979.
- [42] A. Szameit, F. Dreisow, T. Pertsch, S. Nolte, and A. Tünnermann, "Control of directional evanescent coupling in fs laser written waveguides," *Optics Express*, vol. 15, pp. 1579-1587, 2007.
- [43] L. Martin et al., "Anderson localization in optical waveguide arrays with off-diagonal coupling disorder," *Optics Express*, vol. 19, pp. 13636-13646, 2011.
- [44] S. Ghosh et al., "Ultrafast laser inscribed waveguide lattice in glass for direct observation of transverse localization of light," *Applied Physics Letters*, vol. 100, 101102, 2012.
- [45] S. Ghosh, R. K. Varsheny, and B. P. Pal, "Effect of a weak longitudinal modulation in refractive index on transverse localization of light in 1D disordered waveguide lattices," in *Photonics Global Conference (PGC)*, Singapore, 2012, pp. 1-4.
- [46] J. B. Pendry, "Off-diagonal disorder and 1D localisation," *Journal of Physics C: Solid State Physics*, vol. 15, pp. 5773-5778, 1982.
- [47] M. F. Limonov and R. M. De La Rue, Eds., *Optical properties of photonic structures - Interplay of order and disorder.*: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2012.
- [48] S. Ghosh, G. P. Agrawal, B. P. Pal, and R. K. Varshney, "Localization of light in evanescently coupled disordered waveguide lattices: Dependence on the input beam profile," *Optics Communications*, vol. 284, pp. 201-206, 2011.
- [49] A. Radosavljević, G. Gligorić, A. Maluckov, M. Stepić, and D. Milović, "Light propagation management by disorder and nonlinearity in one-dimensional photonic lattices," *Journal of Optical Society of America B*, vol. 30, pp. 2340-2347, 2013.
- [50] A. Kanshu, C. E. Rüter, D. Kip, and V. M. Shandarov, "Optically induced defect

- states in photonic lattices: formation of defect channels, directional couplers, and disordered lattices leading to Anderson-like light localization," *Applied Physics B*, vol. 95, pp. 537-543, 2009.
- [51] A. M. Yauannavar and N. Kumar, "Nondiffusive quantum transport in a dynamically disordered medium," *Physical Review Letters*, vol. 48, pp. 553-556, 1982.
- [52] L. Golubovic, S. Feng, and F. Zeng, "Classical and quantum superdiffusion in a time-dependent random potential," *Physical Review Letters*, vol. 67, pp. 2115-2118, 1991.
- [53] L. Levi, Y. Krivolapov, S. Fishman, and M. Segev, "Hyper transport of light and stochastic acceleration by evolving disorder," *Nature Physics*, vol. 8, pp. 912-917, 2012.
- [54] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Fourth Edition ed. New York: Academic Press, 2007.
- [55] S. Flach, D. O. Krimer, and Ch. Skokos, "Universal Spreading of Wave Packets in Disordered Nonlinear Systems," *Physical Review Letters*, vol. 102, 024101, 2009.
- [56] D. Kip, "Photorefractive waveguides in oxide crystals: fabrication, properties, and applications," *Applied Physics B: Lasers and Optics*, vol. 67, pp. 131-150, 1998.
- [57] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, and J. W. Cahn, "Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No translational simetry," *Physical Review Letters*, vol. 53, pp. 1951-1954, 1984.
- [58] D. Levine and P. J. Steinhardt, "Quasicrystals: A new class of ordered structures," *Physical Review Letters*, vol. 53, pp. 2477-2480, 1984.
- [59] M. Kohmoto, B. Sutherland, and K. Iguchi, "Localization of optics: Quasiperiodic media," *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 2436-2438, 1987.

- [60] E. Macià, "Exploiting aperiodic designs in nanophotonic devices," *Reports on Progress in Physics*, vol. 75, 036502 (42pp), 2012.
- [61] Z. Valy Vardeny, A. Nahata, and A Agrawal, "Optics of photonic quasicrystals," *Nature Photonics*, vol. 7, pp. 177-187, 2013.
- [62] S. Aubry and G. André, "Analyticity breaking and Anderson localization in incommensurate lattices," *Annals of the Israel Physical Society*, vol. 3, pp. 133-164, 1980.
- [63] S. Ya. Jitomirskaya, "Metal-insulator transition for the almost Mathieu operator," *Annals of Mathematics*, vol. 150, 1159, 1999.
- [64] G. Roati et al., "Anderson localization of a non-interacting Bose–Einstein condensate," *Nature*, vol. 453, pp. 895-898, 2008.
- [65] Y. Lahini et al., "Observation of a Localization Transition in Quasiperiodic Photonic Lattices," *Physical review Letters*, vol. 103, 013901(4pp), 2009.
- [66] D. R. Hofstadter, "Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields," *Physical Review B*, vol. 14, pp. 2239-2249, 1976.
- [67] T. V. Lapyeva, Nonlinear waves in random lattices: localization and spreading, 2012, Dissertation, Technische Universität Dresden.
- [68] A. Radosavljević, G. Gligorić, A. Maluckov, and M. Stepić, "Control of light propagation in one-dimensional quasi-periodic nonlinear photonic lattices," *Journal of Optics*, vol. 16, 025201 (8pp), 2014.
- [69] M. Larcher et al., "Subdiffusion of nonlinear waves in quasiperiodic potentials," *New Journal of Physics*, vol. 14, 103036 (19pp), 2012.
- [70] H. Sakaguchi and B. A. Malomed, "Gap solitons in quasiperiodic optical lattices," *Physical Review E*, vol. 74, 026601, 2006.

- [71] M. Johansson, M. Hörnquist, and R. Riklund, "Effects of nonlinearity on the time evolution of single-site localized states in periodic and aperiodic discrete systems," *Physical Review B*, vol. 52, pp. 231-240, 1995.
- [72] M. Larcher, F. Dalfovo, and M. Modugno, "Effects of interaction on the diffusion of atomic matter waves in one-dimensional quasiperiodic potentials," *Physical Review A*, vol. 80, 053606, 2009.
- [73] E. Lucioni et al., "Observation of Subdiffusion in a Disordered Interacting System," *Physical Review Letters*, vol. 106, 230403(4pp), 2011.
- [74] Felix Bloch, "Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern," *Zeitschrift für Physik*, vol. 52, pp. 555-600, 1929.
- [75] C. Zener, "A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics," *Proceedings of The Royal Society A: London*, vol. 145, pp. 523-529, 1934.
- [76] C. Waschke et al., "Coherent submillimeter-wave emission from Bloch oscillations in a semiconductor superlattice," *Physical Review Letters*, vol. 70, 3319, 1993.
- [77] M.B. Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, "Bloch oscillations of atoms in an optical potential," *Physical Review Letters*, vol. 76, pp. 4508-4511, 1996.
- [78] N. Qian, Z. Xian-Geng, G. A. Georgakis, and M. G. Raizen, "Atomic Landau-Zener Tunneling and Wannier-Stark Ladders in Optical Potentials," *Physical Review Letters*, vol. 76, pp. 4504-4507, 1996.
- [79] B. P. Anderson and M. A. Kasevich, "Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays," *Science*, vol. 282, pp. 1686-1689, 1998.
- [80] O. Morsch, J. H. Müller, M. Cristiani, D. Ciampini, and E. Arimondo, "Bloch Oscillations and Mean-Field Effects of Bose-Einstein Condensates in 1D Optical Lattices," *Physical Review Letters*, vol. 87, 140402, 2001.

- [81] G. Ferrari, N. Poli, F. Sorrentino, and G. M. Tino, "Long-Lived Bloch Oscillations with Bosonic Sr Atoms and Application to Gravity Measurement at the Micrometer Scale," *Physical Review Letters*, vol. 97, 060402, 2006.
- [82] U. Peschel, T. Pertsch, and F. Lederer, "Optical Bloch oscillations in waveguide arrays," *Optics Letters*, vol. 23, pp. 1701-1703, 1998.
- [83] R. Morandotti, U. Peschel, J. S. Aitchison, H. S. Eisenberg, and Y. Silberberg, "Experimental Observation of Linear and Nonlinear Optical Bloch Oscillations," *Physical Review Letters*, vol. 83, 4756, 1999.
- [84] T. Pertsch, P. Dannberg, W. Elflein, A. Bräuer, and F. Lederer, "Optical Bloch Oscillations in Temperature Tuned Waveguide Arrays," *Physical Review Letters*, vol. 83, 4752, 1999.
- [85] R. Sapienza et al., "Optical Analogue of Electronic Bloch Oscillations," *Physical Review Letters*, vol. 91, 263902, 2003.
- [86] T. Pertsch H. Trompeter et al., "Visual Observation of Zener Tunneling," *Physical Review Letters*, vol. 96, 023901, 2006.
- [87] F. Dreisow et al., "Bloch-Zener Oscillations in Binary Superlattices," *Physical Review Letters*, vol. 102, 076802, 2009.
- [88] C.M. de Sterke, J.N. Bright, P.A. Krug, and T.E. Hammon, "Observation of an optical wannier-stark ladder," *Physical Review E*, vol. 57, pp. 2365–2370, 1998.
- [89] S. Stützer et al., "Hybrid Bloch–Anderson localization of light," *Optics Letters*, vol. 38, pp. 1488-1490, 2013.
- [90] A. Radosavljević, G. Gligorić, A. Maluckov, and M. Stepić, "Manipulation of light beam propagation in one-dimensional photonic lattices with linear refractive index profile," *Optics Communications*, vol. 335, pp. 194-198, 2015.
- [91] A. R. Kolovsky, E. A. Gómez, and H. J. Korsch, "Bose-Einstein condensates on tilted lattices: Coherent, chaotic, and subdiffusive dynamics," *Physical Review A*,

vol. 81, 025603, 2010.

- [92] D. O. Krimer, R. Khomeriki, and S. Flach, "Delocalization and spreading in a nonlinear Stark ladder," *Physical Review E*, vol. 80, 036201, 2009.
- [93] S. Drenkelforth et al., "Damped Bloch oscillations of Bose–Einstein condensates in disordered potential gradients," *New Journal of Physics*, vol. 10, 045027, 2008.
- [94] T. Schulte et al., "Dynamics of Bloch oscillations in disordered lattice potentials," *Physical Review A*, vol. 77, 023610, 2008.
- [95] G. C. Valley, A. L. Smirl, B. Klein, K. Bohnert, and T. F. Boggess, "Picosecond photorefractive beam coupling in GaAs," *Optics Letters*, vol. 11, 1456, 1986.
- [96] G. Salamo, M. J. Miller, W. W. Clark III, G. L. Wood, and E. J. Wood, "Strontium barium niobate as a self-pumped phase conjugator," *Optics Communications*, vol. 59, pp. 417-422, 1986.
- [97] Q. W. Song, C. Zhang, and P. J. Talbot, "Self-defocusing, self-focusing, and speckle in LiNbO₃ and LiNbO₃:Fe crystals," *Applied Optics*, vol. 32, pp. 7266-7271, 1993.
- [98] K. Peithmann, A. Wiebrock, K. Buse, and E. Krätzig, "Low-spatial-frequency refractive-index changes in iron-doped lithium niobate crystals upon illumination with a focused continuous-wave laser beam," *Journal of Optical Society of America B*, vol. 17, pp. 586-592, 2000.
- [99] D. N. Christodoulides, I. C. Khoo, G. J. Salamo, G. I. Stegeman, and E. W. Van Stryland, "Nonlinear refraction and absorption: mechanisms and magnitudes," *Advances in Optics and Photonics*, vol. 2, pp. 60-200, 2010.
- [100] RP Photonics Encyclopedia. [Online]. <http://www.rp-photonics.com>
- [101] V. E. Zakharov and A. B. Shabat, "Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media," *Soviet*

Literatura

Physics JETP, vol. 34, pp. 62-69, 1972.

- [102] R. A. Fisher and W. K. Bischel, "The role of linear dispersion in plane-wave self-phase modulation," *Applied Physics Letters*, vol. 23, 661, 1973.
- [103] J. W. Cooley and J. W. Tukey, "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series," *Mathematics of Computation*, vol. 19, pp. 297-301, 1965.
- [104] G. H. Weiss and A. A. Maradudin, "The Baker-Hausdorff Formula and a Problem in Crystal Physics," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 3, 771, 1962.
- [105] J. A. Fleck, J. R. Morris, and M. D. Feit, "Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere," *Applied Physics*, vol. 10, pp. 129-160, 1976.

Radovi

Objavljeni radovi u vezi sa rezultatima izloženim u disertaciji:

1. Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov, Milutin Stepić and Daniela Milović, *Light propagation management by disorder and nonlinearity in one-dimensional photonic lattices*, Journal of Optical Society of America B, vol. 30, 2340 (2013).
2. Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov and Milutin Stepić, *Control of light propagation in one-dimensional quasi-periodic nonlinear photonic lattices*, Journal of Optics, vol. 16, 025201 (2014).
3. Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov and Milutin Stepić, *Manipulation of light beam propagation in one-dimensional photonic lattices with linear refractive index profile*, Optics Communications, 335, 194–198 (2015).
4. Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov and Milutin Stepić, *Light localization in quasi-periodic nonlinear photonic lattices*, IV International School and Conference on Photonics, Book of Abstracts, pp. 62 (2013), Belgrade, Serbia.
5. Ana Radosavljević and Goran Gligorić, *Light localization in quasi-periodic photonic lattices with saturable nonlinearity*, 546th WE-Heraeus-Seminar: Light in disordered media, Physikzentrum Bad Honnef, Germany, December 01 – 05, 2013.
6. Goran Gligorić and Ana Radosavljević, *Management of light propagation by disorder and nonlinearity in one-dimensional photonic lattices*, 546th WE-Heraeus-Seminar: Light in disordered media, Physikzentrum Bad Honnef, Germany, December 01 – 05, 2013.

7. Ana Radosavljević, *Towards all optical light beam propagation control along one dimensional photonic lattices*, International workshop on Control of light and matter waves propagation and localization in photonic lattices, Linköping University, Department of Physics, Chemistry and Biology (IFM), 6 – 7 August 2014, Linköping, Sweden.
8. Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov and Milutin Stepić, *Light propagation management in complex photonic lattices*, Spatiotemporal complexity in nonlinear optics, Lake Como School of Advanced Studies, 31 August – 4 September 2015, Como, Italy.
9. Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov and Milutin Stepić, *Kontrola prostiranja optičkog snopa kroz fotonske rešetke*, Sedma radionica fotonike, Zbornik apstrakata, str. 28, (2014), Kopaonik, Srbija.

Objavljeni radovi iz šire tematike vezane za doktorsku disertaciju:

1. Ana Radosavljević, Jelena Radovanović, Vitomir Milanović, *Optimization of cubic GaN/AlGaIn quantum well-based structures for intersubband absorption in the infrared spectral range*, Solid State Communications, vol. 182, 38-42 (2014).
2. Slavica Kuzmanović, Marija Stojanović Krsić, Daniela Milović, Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov and Milutin Stepić, *Defect induced wave-packet dynamics in linear one-dimensional photonic lattices*, Physica Scripta 90, 025505 (2015).
3. Ana Radosavljević, Jelena Radovanović, Vitomir Milanović, *Optimizacija planarnih nanostrukture na bazi kubnog GaN/AlGaIn za primene u IC oblasti spektra pomoću Genetskog Algoritma* (Proceedings paper), 20th Telecommunications Forum (TELFOR), Belgrade, Serbia, November 20 – 22, 2012, 1123-26.

4. A. Radosavljević, J. Radovanović, V. Milanović and D. Inđin, *Optimization of cubic GaN/AlGaN based quantum wells for application to tunable mid-infrared photodetectors*, *Optical and Quantum Electronics* 47, 865-872 (2015).
5. Slavica Kuzmanović, Marija Stojanović Krasić, Daniela Milović, Ana Radosavljević, Goran Gligorić, Aleksandra Maluckov and Milutin Stepić, *Light propagation in cavity formed by nonlinear defect and interface between two different linear waveguide arrays*, *Advanced Photonics Congress, Crowne Plaza Barcelona Fira Center, Barcelona, Spain, 27 - 31 July 2014*.
6. A. Radosavljević, A. Daničić, J. Petrovic, A. Maluckov, Lj. Hadžievski, *Directional couplers based on open and closed waveguide arrays*, *Kickoff Workshop, COST Action 1403 – Nanoscale Quantum Optics, 9 – 10 April 2015, Kolarac, Belgrade, Serbia*.
7. A. Radosavljević, A. Daničić, J. Petrovic, A. Maluckov, Lj. Hadžievski, A. Rubenchik and S. Turitsyn, *On high power dynamically stable vortices in multicore optical fibers*, *V International School and Conference on Photonics - Photonica 2015, Belgrade, Serbia, 24 – 28 August 2015*.
8. P. P. Beličev, G. Gligorić, A. Radosavljević, A. Maluckov, M. Stepić, R. A. Vicencio and M. Johansson, *On localized modes in nonlinear binary kagome ribbons*, *V International School and Conference on Photonics - Photonica 2015, Belgrade, Serbia, 24 – 28 August 2015*.

Biografija

Kandidatkinja Ana Radosavljević rođena je 12.05.1988. godine u Beogradu, Republika Srbija. Osnovnu školu i gimnaziju završila je u Beogradu. Nakon završene gimnazije, upisala je Elektrotehnički fakultet u Beogradu 2007. godine na kom je diplomirala 2011. godine na smeru na smeru za Nanoelektroniku, optoelektroniku i lasersku tehniku odseka za Fizičku elektroniku, sa prosečnom ocenom 9,36 odbranom diplomskog rada sa temom „Formiranje i elektronska struktura kvantnih tačaka“. Iste godine upisala je diplomske – master studije na smeru za Nanoelektroniku, optoelektroniku i lasersku tehniku istog odseka, koje je završila 2012. godine sa prosečnom ocenom 10,00 odbranom master rada sa temom „Analiza apsorpcionih osobina poluprovodničkih nanostruktura na bazi kubnog GaN/AlGa_N za primene u detekciji infracrvenog zračenja“. Od januara 2013. godine zaposlena je kao istraživač pripravnik u Institutu za nuklearne nauke „Vinča“, u Laboratoriji za atomsku fiziku, gde je u novembru iste godine unapređena u zvanje istraživača saradnika. U toku svoje naučne karijere Ana Radosavljević je do sada objavila dva rada u vrhunskim međunarodnim časopisima sa SCI liste [M21], tri u vodećim međunarodnim časopisima [M22], tri rada u zbornicima radova i osam u zbornicima apstrakata sa međunarodnih konferencija [M32 i M33], a objavila je i jedan rad u zborniku apstrakata sa domaće konferencije [M63].

Izjava o autorstvu

Potpisani-a Ana Radosavljević

broj upisa 5001/2012

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

Prostriranje svetlosti u kompleksnim sistemima spregnutih talasovoda

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio/la intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis doktoranda

Ana Radosavljević

U Beogradu, 27.08.2015.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora Ana Radosavljević

Broj upisa 5001/2012

Studijski program Nanoelektronika i fotonika

Naslov rada Prostiranje svetlosti u kompleksnim sistemima spregnutih talasovoda

Mentor Ljupčo Hadžievski

Potpisani Ana Radosavljević

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stanicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis doktoranda

U Beogradu, 27.08.2015.



Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku "Svetozar Marković" da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Prostiranje svetlosti u kompleksnim sistemima spregnutih talasovoda

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne Zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo
2. Autorstvo – nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poledini lista).

Potpis doktoranda

U Beogradu, 27.08.2015.



1. Autorstvo – Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. Autorstvo – nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. Autorstvo – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.