

**УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
ДЕПАРТМАН ЗА ФИЗИКУ**

Драгиша М. Николић

**Експерименти са дифракцијом светлости
и њихов значај за наставу физике**

- докторска дисертација -


Ниш, 2013. године



ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
НИШ

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	монографска
Тип записа, ТЗ:	текстуални / графички
Врста рада, ВР:	докторска дисертација
Аутор, АУ:	Драгиша М. Николић
Ментор, МН:	Љубиша Д. Нешић
Наслов рада, НР:	ЕКСПЕРИМЕНТИ СА ДИФРАКЦИЈОМ СВЕТЛОСТИ И ЊИХОВ ЗНАЧАЈ ЗА НАСТАВУ ФИЗИКЕ
Језик публикације, ЈП:	српски
Језик извода, ЈИ:	енглески
Земља публиковања, ЗП:	Србија
Уже географско подручје, УГП:	Србија
Година, ГО:	2013
Издавач, ИЗ:	ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Ниш, Вишеградска 33.
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/	7погл-104 стр-150цит-11таб-56сл-2прил
Научна област, НО:	физика
Научна дисциплина, НД:	оптика
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Дифракција светлости, Фраунхоферова дифракција,
УДК	535.412
Чува се, ЧУ:	библиотека
Важна напомена, ВН:	уколико је рад рађен ван факултета (у лабораторији)
Извод, ИЗ:	Описан је низ, за школску праксу у Србији, нових лабораторијских вежби из области дифракције ласерске светлости. Ефекти њихове практичне реализације на ниво створених вештина и навика и постигнути ниво разумевања ученика су проверени у педагошком експерименту који је потврдио претпостављене хипотезе.
Датум прихватања теме, ДП:	28.11. 2011
Датум одбране, ДО:	}
Чланови комисије, КО:	Председник:
	Члан:
	Члан, ментор:

	ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ НИШ	
	KEY WORDS DOCUMENTATION	
Accession number, ANO :		
Identification number, INO :		
Document type, DT :	monograph	
Type of record, TR :	textual / graphic	
Contents code, CC :	doctoral dissertation	
Author, AU :	Dragisa M. Nikolić	
Mentor, MN :	Ljubisa Nestic	
Title, TI :	EXPERIMENTS WITH DIFFRACTION OF LIGHT AND THEIR SIGNIFICANCE FOR TEACHING PHYSICS	
Language of text, LT :	Serbian	
Language of abstract, LA :	English	
Country of publication, CP :	Serbia	
Locality of publication, LP :	Serbia	
Publication year, PY :	2013	
Publisher, PB :	author's reprint	
Publication place, PP :	Niš, Višegradska 33.	
Physical description, PD : (<u>chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/ap</u>)	7 ch/ 104 p/ 150 ref/ 11 tab/ 56 pict/ 2 app	
Scientific field, SF :	physics	
Scientific discipline, SD :	optics	
Subject/Key words, S/KW :	Diffraction,	
UC	535.412	
Holding data, HD :	library	
Note, N :		
Abstract, AB :	The new set of laboratory practices for school, concerning diffraction of light were presented in this work. Effects of their practical realisation on students skill level, habits and understanding level were certified in pedeagogic experiment, which has confirmed our theoretical assumptions.	
Accepted by the Scientific Board on, ASB :		
Defended on, DE :		
Defended Board, DB :	President:	
	Member:	
	Member, Mentor:	

ЗАХВАЛНИЦА

Желим да изразим огромну захвалност ментору проф. др Љубиши Нешићу, на уложеном труду и подршци током израде ове дисертације.

Такође изражавам искрену и најтоплију захвалност родитељима Миодрагу и Роксанди Николић и брату Миливоју Николићу на подршци и бескрајној бризи и пажњи током мог школовања.

На крају, желим да се захвалим својој породици и свим пријатељима који су ми, приликом израде дисертације, указали неопходно разумевање.

Овај рад посвећујем својој деци: Јовану, Драгани и Драгици

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	5
2. ДИФРАКЦИЈА.....	9
2.1 Светлост и њена природа.....	9
2.2 Откриће појаве дифракције светлости	10
2.3 Значај и примене дифракције	14
2.4 Типови дифракције	16
2.4.1 Карактеристичне области дифракције	16
2.4.2 Хајгенс - Френелов принцип	19
2.4.3 Френелове зоне.....	21
2.4.4 Френелова дифракција на округлом отвору и округлом диску.....	25
2.5 Фраунхоферова дифракција.....	27
2.5.1 Дифракција са паралелним зрацима на уској пукотини (прорезу).....	27
2.5.2 Дифракција на две пукотине.....	31
2.5.3 Дифракција на N пукотина (дифракциона решетка).....	34
3. ЕКСПЕРИМЕНТИ СА ДИФРАКЦИЈОМ СВЕТЛОСТИ	43
3.1 Предлог експерименталних вежби.....	43
3.2 Експерименталне вежбе	43
3.2.1 Вежба 1. Мерење таласне дужине ласерске светлости дифракцијом на лењиру	43
3.2.2 Вежба 2. Мерење коефицијента површинског напона течности дифракцијом ласерског снопа на капиларним таласима.....	48
3.2.3 Вежба 3. Провера Хајзенбергове релације неодређености координате и импулса дифракцијом ласерског снопа	54
3.2.4 Вежба 4. Брауновско кретање, његова фрактална структура, провера Ајнштајнове формуле и одређивање Авогадровог броја.....	62
3.2.5 Вежба 5. Мерење брзине ултразвука у води дифракцијом ласерске светлости на ултразвучним таласима	68
4. ЗНАЧАЈ ЕКСПЕРИМЕНАТА СА ДИФРАКЦИЈОМ ЗА НАСТАВУ	75
4.1 Педагошки експеримент	76
4.1.1 Увод и теоријски приступ.....	76
4.1.2 Циљ, хипотезе, технике и инструменти истраживања.....	76
4.1.3 Ток експеримента и резултати.....	77
4.1.4 Квантитативна и квалитативна анализа и интерпретација резултата педагошког експеримента.....	79
4.1.5 Мишљења ученика о новим вежбама.....	82
5. ЗАКЉУЧАК.....	83
6. ПРИЛОЗИ	85
7. ЛИТЕРАТУРА.....	99

1. УВОД

Из свакодневног искуства, позната је чињеница, да се на заклону појављује сенка ако се између извора светлости и њега постави непровидна препрека. Међутим, пажљивијом анализом ивице сенке, може да се уочи низ правилно поређаних светлих и тамних области. Ова појава, под називом **дифракција**, први пут се у литератури спомиње у Грималдијевој књизи „Физика и математика светлости, боја и дуге—1665. год. [1 - 4].

Под дифракцијом светлости [5 - 10], подразумева се свако одступање од праволинијског простирања светлости које није последица њеног одбијања или преламања. Такође када се светлост простире кроз нехомогену средину, у којој постоје скоковите промене нехомогености, експерименти потврђују да настаје низ занимљивих појава, при чему долази до одступања од закона геометријске оптике. Као последица нарушавања целине таласног фронта у близини границе геометријске сенке препреке која ограничава светлосни сноп, појављују се светле и тамне пруге.

Ефекат дифракције се може добро запазити на заклону, ако су димензије D препрека (или отвора) мање или реда величина таласне дужине светлости, и ако растојање L између објекта дифракције и заклона испуњава услов $D \leq (\lambda L)^{\frac{1}{2}}$ где је λ таласна дужина светлости. У случају кад је испуњен услов $D \leq (\lambda L)^{\frac{1}{2}}$, важе закони геометријске оптике; таласна природа светлости се може занемарити, а дифракциони ефекти се врло тешко могу запазити [11- 24].

Појава дифракције светлости је типичан таласни феномен, који се битно разликује од преламања светлости, јер се дешава без промене брзине простирања и промене таласне дужине. Дифракција се јавља када талас при свом кретању само „дотакне” граничну површину неке друге провидне или непровидне средине.

При томе, интерференција и дифракција су сродне појаве између којих нема суштинске физичке разлике, јер се обе појаве састоје у прерасподели светлосног флукса у резултату суперпозиције таласа. Слагање таласа од коначног броја дискретних кохерентних извора назива се интерференцијом, а од непрекидно распоређених извора (на пример, код пукотине) назива се дифракцијом [25].

Прво успешно објашњење дифракције светлости, се може наћи у Френеловом делу „Награђени мемоар о дифракцији—1818. год., где Френел истиче да је „могуће дати објашњење и општу теорију дифракције са гледишта таласног модела без помоћи ма какве секундарне хипотезе, ослањајући се само на Хајгенсов принцип и Јангов принцип интерференције—[24].

Френеловим истраживањима немачки физичар Кирхоф 1882. год. даје строго математичко тумачење, те се дифракција од тада много детаљније и шире проучава. Његов метод решавања задатака дифракције, заснован на решењу таласне једначине

са одговарајућим граничним условима, као и метод интегралних једначина с обзиром на тему овог рада неће бити презентован.

Мада су ефекти дифракције светлости познати релативно дуго, и даље се објављује велики број радова који су посвећени овој појави. Свестрана истраживања у овој области постају нарочито интензивна после конструкције првих ласера.

Овај рад има за циљ разраду неколико, за школску праксу у Србији, нових лабораторијских вежби из области дифракције са ласерском светлошћу и анализу ефеката њихове практичне реализације.

У првом делу рада је хронолошки описано неколико значајнијих открића у оптици, са посебним освртом на откриће појаве дифракције светлости. Грималдијеви огледи дифракције су детаљно описани и указано је на њихов утицај и значај за даље проучавање појаве дифракције. Описано је и неколико једноставних примера дифракције светлости из свакодневне праксе и њихов значај и примене.

У другом делу рада је изложена теорија дифракције светлости, без употребе Максвелових једначина и граничних услова, коришћењем елементарног приступа, заснованог на Хајгенс - Френеловом принципу. Применом наведеног принципа је доказано праволинијско простирање светлости у хомогеном простору без препрека. Свуда у раду, где је то било zgodније, коришћен је метод Френелових, полуталасних зона за решавање једноставнијих задатака дифракције, посебно оних који поседују осну симетрију. Такве су на пример, дифракција на пукотини, на коси, на жици, на две и више пукотина, на кружном отвору или диску кружног облика, на полуравни, на систему пукотина - дифракциона решетка, при нормалном и искошеном падању светлости на површину решетке. Истакнут је велики значај дифракционе решетке као спектралног алата који је омогућио откриће и упознавање структуре материје преко спектралне анализе. Теоријски су анализирани наведени задаци дифракције, са становишта Френелове и Фраунхоферове теорије дифракције [22 - 28]. Подела на Френелову и Фраунхоферову дифракцију је извршена на основу облика таласног фронта таласа који падају на посматрану препреку, отвор или пукотину.

У трећем делу рада описан је низ вежби у којима се користи дифракциони метод мерења са ласерском светлошћу. У основи дифракционе методе мерења, уопште, лежи експериментална чињеница да је величина растојања између дифракционих максимума (минимума) обрнуто сразмерна димензији објекта на коме се врши дифракција. Сва израчунавања, као и цртања графика, извршена су на рачунару, применом одговарајућих програмских пакета (Excel и Origin). На тај начин се скраћује време обраде резултата мерења, али треба водити рачуна да се због тога у школској пракси не изгуби контакт са физичком суштином посматраних појава.

При опису вежби дат је кратак теоријски опис физичких појава, на којима се заснива принцип мерења. Апаратура која се користи је детаљно описана као и поступак при мерењу са свим неопходним детаљима битним за успешну реализацију вежбе.

Свака вежба садржи неколико практичних задатака, који су прецизно формулисани, са циљем стварања навика и вештина: коришћење и правилно руковање савременом мерном опремом, и продубљивање и проверавање знања из таласне оптике.

Резултати мерења су приказани у одговарајућим табелама у којима је обично садржан минимално потребан, број података. Мерене физичке величине су изражене у Међународном систему јединица (SI).

Четврти део рада садржи резултате педагошког експеримента који је урађен у одељењима природно-математичког смера Гимназије у Пироту, са циљем провере утицаја реализације неких од експерименталних вежби на ниво створених вештина и

навика и постигнути ниво разумевања стечених знања ученика. У том циљу су осмишљене две групе тестова, за проверу утицаја реализације вежби дифракције светлости на пукотини и њено квантно-механичко тумачење и дифракцију светлости на капиларним таласима.

Педагошки експеримент је изведен у три етапе:

1. теоријско и експериментално изучавање појаве дифракције светлости (два часа),
2. решавање рачунских задатака из теорије дифракције светлости (један час) и
3. самостално извођење лабораторијских вежби (два часа за прву и два за другу вежбу).

У овој глави су такође презентовани одговарајући резултати постигнути на тестовима.

2. ДИФРАКЦИЈА

2.1 Светлост и њена природа

Оптика је веома стара област физике која је оставила дубок утицај на формирање човековог погледа на свет, целокупни научно технички прогрес и многобројне гране науке [4 - 8]. Назив јој потиче од грчке речи $\omega\lambda\tau\acute{\iota}\kappa\omega\varsigma$ – видљив, зрачни. У најопштијем виду, оптика је део физике у коме се изучава природа оптичког¹ зрачења, његово простирање и узајамно дејство са супстанцијом као и практичне примене оптичких метода и појава [9].

Упознавање основних особина светлости и њене природе потиче од древних времена Месопотамије, Вавилона, Египта ... Прве систематске описе оптичких појава дали су грчки филозофи Платон (428-348 год.), Емпедокле (490-430 год.) и Еуклид (300. год. п.н.е.). У својим делима, они пишу о праволинијском простирању светлости, преламању и одбијању, размишљају о природи светлости, износе знања о сочивима и огледалима [1, 6, 8].

Након Галилејевог увођења експеримента у науку дошло се до нових открића. Тако, Снелијус 1621. године открива закон преламања светлости експерименталним путем. П. Ферма, објављује свој „принцип минимума времена—потребног светлости да пређе пут од једне тачке до друге тачке у простору, из кога могу теоријски да се изведу закони одбијања, преламања и праволинијског простирања светлости [1, 6 - 8].

Кристијан Хајгенс, (17. век) оснивач таласне теорије светлости, прихвата теорију етра, и сматра да се осцилације етра манифестују као светлост. Хајгенс износи хипотезу према којој се светлост простира слично таласима на површини воде, а да би објаснио ширење таласа предлаже принцип који данас носи његово име, по коме „Свака тачка средине, до које долази талас, постаје извор секундарних таласа. Положај таласног фронта у следећем тренутку времена одређује се обвојницом секундарних таласа—Он и не дотиче дифракцију и боје уопште [8].

Роберт Бојл и Роберт Хук, независно, запажају појаву интерференције светлости, коју не успевају да објасне. Томас Јанг (1801. год.) не прихвата Хајгенсов принцип, открива интерференцију светлости и разрађује своју теорију светлости. Он уводи у оптику две физичке величине које су касније назване таласном дужином и фреквенцијом. Такође изводи оглед интерференције светлосних таласа који полазе из истог извора и падају на заклону са два блиска отвора. Слагањем таласа објашњава Њутнове прстенове и боје танких листића али не успева таласном теоријом да објасни дифракцију светлости.

Исак Њутн је извршио значајна открића у оптици, а између осталог бавио се неко време и дифракцијом светлости [7]. Њутн је сматрао да дифракција светлосних честица настаје привлачним деловањем ивица тела. Према корпускуларној теорији светлост представља струју корпускула које се у хомогеној средини крећу равномерно и праволинијски. Стварање сенке иза непровидне препреке постављене на пут светлости тачкастог извора, сматрано је довољним доказом овог закона. Притом, границу сенке одређују светлосни зраци који пролазе поред препрека и додирују њихову површину [4].

¹ У таласној оптици разматрају се електромагнетни таласи врло уске области зрачења $\lambda=380-780$ nm, које око може да види, као и блиско инфрацрвено и ултраљубичасто зрачење. Такви таласи се емитују и апсорбују при прелазу електрона између енергијских нивоа у молекулима и атомима.

Френел 1815. год. у свом другом раду о дифракцији побеђује Њутнову хипотезу о дифракцији прихватајући Јангов принцип суперпозиције и Хајгенсов принцип секундарних сферних светлосних таласа. На основу Френелових мемоара 1818. год. Поасон, иначе члан комисије за разматрање радова о дифракцији, изводи закључак по коме се у центру сенке малог диска мора наћи светла тачка. Међутим, овај закључак је у то време према схватању корпускуларне теорије био веома чудан и усмерен против таласне теорије. Али, убрзо је уследила експериментална потврда дивне Поасонове примедбе од стране другог члана исте комисије Доменика Арагоа. Френелови радови су тако на најбољи начин допринели да се дуго вођени спор присталица и противника корпускуларне и таласне теорије реши у корист заступника таласне теорије.

Даљем развоју оптике и знатном побољшању експерименталне технике веома је допринео немачки физичар Јозеф Фраунхофер. Он је добро познавао принцип функционисања дифракционе решетке, које је сам правио како би њима вршио мерења. Занимљиво је напоменути да је у спектру Сунца решетком успео да открије око 700 тамних апсорпционих линија (данас носе његово име). Фраунхофер је први измерио таласне дужине ових спектралних линија. Најважније је то што је Фраунхофер открићем спектралних линија у Сунчевом зрачењу, препознао и веома успешно повезао науку о светлости са науком о грађи супстанције.

Максвел је 1863. год. поставио електромагнетну теорију, коју је Херц 1888. год. огледима потврдио. Винер је први 1890. године експериментом са стојећим светлосним таласима доказао да светлост има електромагнетну природу, то јест, да светлост представља скуп електромагнетних таласа које човек може да види.

Почетком 20. века Мајкелсон огледом одређује брзину светлости у правцу и управно на кретање Земље по њеној путањи. Једнакост вредности ових брзина је упућивала на недостатке хипотезе о постојању етра као средине која преноси електромагнетне таласе. Покушаји да се Максвеловом електромагнетном теоријом објасне експериментално откривене појаве фотоелектричног ефекта и расподела енергије зрачења у спектру црног тела нису испунили очекивања. Планк је теоријски нашао излаз из ових тешкоћа увођењем хипотезе о квантима енергије. Анштајн уводи појам фотона као кванта светлости, а Комптон потврђује фотонску природу светлости и приписује фотонима честичну карактеристику импулса.

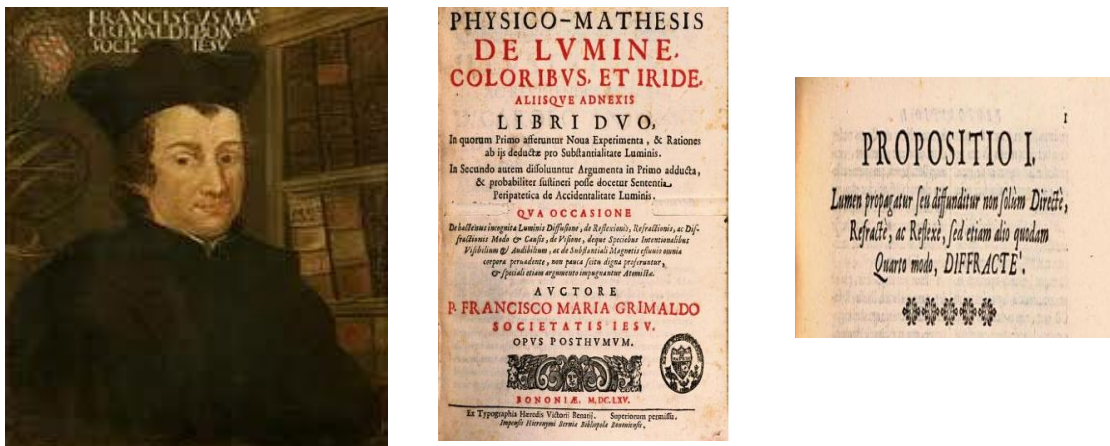
Де Брољи је 1924. год. поставио смелу хипотезу да и честице које се крећу великим брзинама, електрони, протони, атоми... имају незанемарљива таласна својства. Тако је рођена нова квантна теорија о природи светлости, која је данас проширена на материју.

Савремена, квантна теорија о природи светлости прихвата таласна и честична својства светлости као корпускуларно-таласни дуализам. На основу таласног модела објашњавају се појава интерференције, дифракције и поларизације светлости, док се квантне интеракције видљивог зрачења, фотоелектрични ефекат, Комптонов ефекат, притисак светлости, луминесценција и др. објашњавају законима квантне механике.

2.2 Откриће појаве дифракције светлости

До 17. века физичари су тврдили да се услед праволинијског простирања светлости, иза препреке, на заклону формира јасно оцртана сенка чију границу дефинишу зраци који додирују површину препреке. Касније је примећено да при

проласку светлости близу тела светлост ипак скреће ка телу или од тела. Сматра се да је ту појаву открио Франциско Грималди (1618-1663. год.) и описао у делу „Физика и математика светлости, боја и дуге—(Слика 2.1.) [1, 8].



Слика 2.1 - Франциско Грималди, насловна страна његовог дела и оригинални текст прве пропозиције

Детаљним проучавањем оптичких појава у области границе сенке и светлости Грималди је запазио да се светлосни таласи не простиру само право напред, већ залазе и у област геометријске сенке препреке.

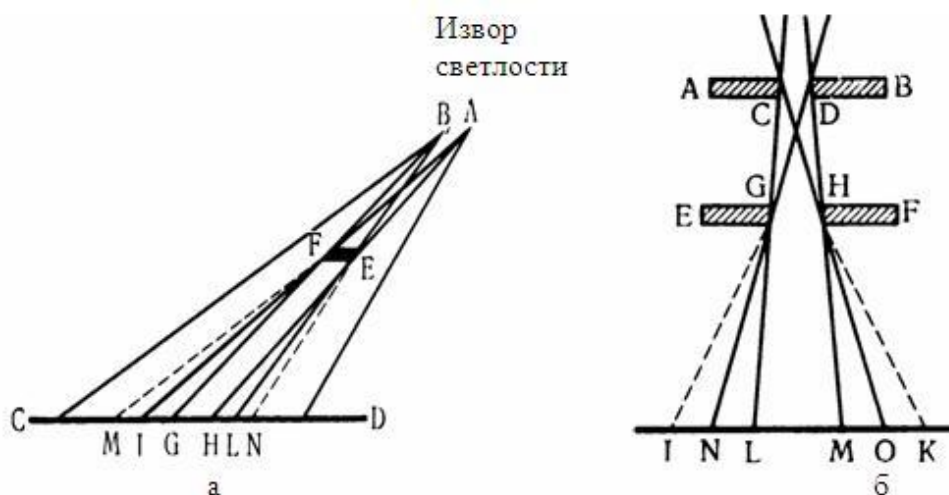
Грималди је дао овој појави присуства светлости у области геометријске сенке назив *дифракција* полазећи од латинске речи *diffringere*, која значи „разбити у комаде— Прво саопштење са описом резултата огледа и њихово тумачење је публиковано 1665. год., две године после његове смрти [23 - 29]. У првој пропозицији он каже „Светлост продужује да дифундује не само директно, одбијањем и преламањем, већ и, на достојан дивљењу четврти начин, дифракцијом— (слика 2.1).²

Грималди је први запазио и појаву боја при дифракцији, у свом првом експерименту, приликом увођења сунчевих зрака³ (Слика 2.2 а) који улазе кроз мали отвор АВ у замрачену собу [1, 8]. Посматра сенку непровидног ваљкастог тела EF на заклону и израчунавањем налази да је права сенка препреке ширине MN, већа, него што следи из закона праволинијског простирања светлости GH или IL, што га је јако задивило. Притом је запазио полусенку у области IG и HL, а у осветљеном делу CM и ND је уочио неке пруге обојене светлости такве да је у средини светло, чисто и јасно, а на странама су боје, плавакаста увек ближа сенци MN а црвенкаста на другој страни. Обојене пруге су паралелне сенци, а ширина и интензитет им опадају са удаљавањем од сенке. У контролном, другом експерименту (Слика 2.2 б), Грималди поставља на пут светлости плочу АВ са малим отвором CD и на великој удаљености од прве и другу плочу EF са врло малим отвором ширине GH. При посматрању пропуштене светлости на заклону открива да је ширина осветљене основе IK много већа од предвиђене вредности ако би се светлосни зраци простирали праволинијски [8].

² Дифракционе појаве су биле познате још Леонарду да Винчију [41], а Грималди их је први детаљно описао.

³ У то време као извори светлости су коришћени Сунце, Месец и свећа.

За успешно извођење огледа је било потребно испунити услове да је извор светлости веома интензиван, ширине отвора веома мале а заклон постављен на великом растојању. Мада је Грималди посветио много времена изучавању дифракције, његов циљ је био тражење одговора на питање да ли је светлост супстанција или својство. Његов став се покложио са ставом Аристотела, који је сматрао да је светлост споредно својство. Радећи огледе са два отвора, подешена тако да се осветљени делови делимично поклапају, Грималди показује да „светлост додата светлости—може дати таму [1, 23 - 27].



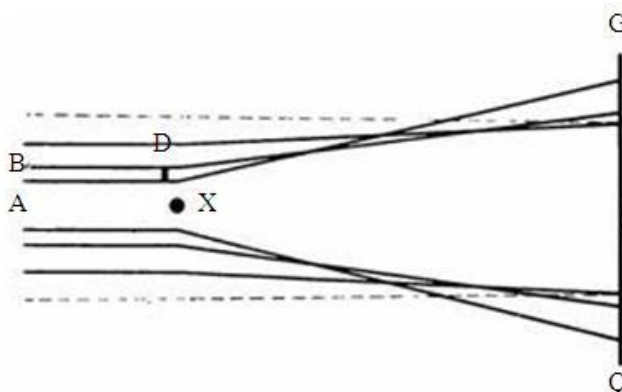
Слика 2.2 - Шема а) првог и б) другог огледа (из оригиналног дела Грималдија)

Оптичке појаве су у то време објашњаване корпускуларном теоријом светлости, према којој је сенка на заклону морала поседовати јасно оцртане границе. Међутим, на основу посматрања границе сенке Грималди је установио да је прелаз границе од светла ка сенци није оштар већ постепен. На основу тада важеће корпускуларне теорије светлости резултати његових експеримената нису могли да се објасне. Поред слабих почетних резултата, појава дифракције светлости убрзо привлачи пажњу све већег броја научника. Тако, 1672. године Хук демонстрира ову појаву пред Краљевским друштвом као „ново својство светлости, које до тада нико ко је изучавао оптику није ни помињао—Треба истаћи да се не зна поуздано да ли му је био познат Грималдијев рад [8]. На основу огледа који нису били детаљни Хук изводи следеће закључке:

1. постоји дифракција светлости,
2. јавља се у правцу нормалном на површину непровидног тела,
3. зрачење отклоњено под већим углом је слабије од зрачења отклоњеног за мале углове,
4. разне боје се могу појавити без преламања,
5. светлосни зраци који падају на једу исту тачку доводе до појаве разних боја при разним нагибима [2 - 4].

Исак Њутн је први проучавао Грималдијева открића. Трећа књига Оптика садржи материјал посвећен појави дифракције, у којој Њутн описује огледе који су значајно унапредили знања о дифракцији, иако је сам сматрао своје огледе незавршеним. Он је пропуштао светлост кроз узани отвор и пратио сенку власи и других малих препрека, постављених на пут светлосног снопа и уочио да су много шире (Слика 2.3) него што је очекивао ако би се светлосни зраци простирали

праволинијски. Њутн истиче да разлог ширења сенке није преламање, већ нешто друго, јер светлосни зраци који пролазе ближе власи косе јаче скрећу.



Слика 2.3 - Шема Њутновог огледа ширења сенке при наиласку светлости на влас дебљине x

Демонстрирао је исте огледе које је раније извео Хук, али на вишем нивоу и за отклањање светлости користио сечиво ножа. Такође, радио је огледе са малим отворима, процепом између два ножа и слично и закључио да разлог ширења сенке није преламање, већ нешто друго⁴.

Јанг 1803. год. својим експериментом са два блиска отвора кроз које пролази светлост показује стварање интерферентне слике на заклону. Тешкоће које се јављају при посматрању појаве дифракције светлости условљене су малом таласном дужином светлости и њеном ниском просторном и временском кохерентношћу. Дифракција је, наиме, таласна особина која зависи од вредности таласне дужине светлости λ , и не манифестује се у случају ако је она много мања од димензија отвора или препрека [29 - 36].

Париска Академија наука, 1818. год. објављује „научни конкурс за рад који би објаснио све до тога времена познате појаве у оптици везане са дифракцијом светлости—Очекивало се да те проблеме реше представници корпускуларне теорије светлости, свдећи их на механизам сила које делују на честице светлости. Међутим, насупрот свим очекивањима, награда бива додељена Огистену Жану Френелу, заступнику таласне теорије. Он је у познатим мемоарима 1818. год. изложио објашњење појаве дифракције на основу Хајгенсовог принципа који је допунио Јанговим принципом суперпозиције. При том, полази од таласне представе о природи светлости, уводи нека упрошћења за амплитуде и фазе „секундарних—извора таласа и сматра да због њихове кохерентности долази до интерференције таласа. Френел, на тај начин успева да израчуна са задовољавајућом тачношћу расподелу интензитета светлости у дифракционој слици. Такође, уводи метод рачунања расподеле интензитета дифракције методом интеграла који данас носе његово име и тиме омогућава да се у суштини објасне све до тада познате експерименталне чињенице. Први предлаже да су светлосни таласи трансверзални, за разлику од звучних који могу бити лонгитудинални и трансверзални [2 - 4, 6, 8].

Френел је успео да са становишта своје теорије дифракције објасни праволинијско простирање светлости у слободном простору. Ова чињеница је била значајна за тријумф таласне теорије над корпускуларном теоријом, која је коначно била прихваћена тек 1850. год. Наиме, те године Жан Фуко мери брзину светлости у

⁴ Главни Њутнов допринос оптици односи се на проучавање и објашњење боја [7].

води и доказује да је брзина светлости у води мања од брзине светлости у ваздуху. То је пресудни моменат за даљу примену Њутнове корпускуларне теорије, према којој је брзина светлости већа у гушћим срединама него у ређим [4 - 7].

Френел је у оквиру описаног модела успео да објасни основне особине светлости које се привидно узајамно „искључују“ својство праволинијског простирања и појаву дифракције као одступање од закона праволинијског простирања [4, 8, 32].

У суштини, нема разлике између интерференције и дифракције, то је физички иста појава прерасподеле енергије таласа по таласном фронту [25]. Међутим, из историјских разлога се слагање таласа од дискретних кохерентних извора назива интерференцијом. Прерасподела интензитета кохерентних таласа непрекидно (континуално) распоређених извора (на пример једног прореза) назива се дифракцијом. Основни модел за разматрање ових појава, чини Хајгенс-Френелов принцип [25 - 31].

2.3 Значај и примене дифракције

Откриће дифракције је у знатној мери допринело развоју науке и технике: а нарочито радио и ТВ-технике, електронске микроскопије, телефоније, сателитског преноса сигнала и савремене комуникације. Дифракција је омогућила изградњу многих савремених медицинских уређаја (рендген апарат, скенер ...). Побољшање ефикасности сијалица, такође је последица или производ дифракције. При конструкцији и изради савремених оптичких уређаја, појава дифракције се такође мора узети у обзир код сочива, фотоапарата, камера, телескопа, микроскопа, спектралних уређаја. Дифракција светлости се лако може запазити код светлости рефлектоване са компакт дискова и дигиталних видео дискова, холограма код личних карти, кредитних и других картица.

При осветљавању стаклених, пластичних, или металних плоча на којима се налази велики број ситних зареза (огреботина), сложеном белом светлошћу, запажа се спектар боја створен дифракцијом. Дифракциона природа појаве спектра потврђује се на основу редоследа боја у спектру. Посебно су занимљиве појаве венаца око Сунца, Месеца, светлих звезда и јаких извора светлости [26].

Ефекти дифракције могу се видети у одбијеној светлости и код бројних биолошких система, ткива биљака, на листовима са паралелним жилицама, пресецима печурака, крилима инсеката.

Дифракционе појаве се широко користе у науци, на пример: за проучавање структуре материје (рендгенска дифракција на течностима и чврстим телима), у металургији, фармацији, у хемијској и прехранбеној индустрији, при испитивању процеса у околини ради њене заштите. Такође су незаобилазне код оптичких инструмената (фото апарат, камера, пројектор, телескоп, микроскоп) а значајне су и за формирање холограма на личним картама, кредитним картицама као и у оптичкој комуникацији.

Појава дифракције је врло значајна код свих оптичких уређаја. Ови уређаји сем дифракционе решетке имају и фокусирајућу оптику са улазном пукотином која омогућава добијање јасних ликова. Пукотина је битан део спектралних уређаја са принципом деловања на основу Фраунхоферове дифракције и служи за добијање спектралних линија. Сваки максимум дифракционе слике представља спектралну линију која одговара датој таласној дужини. Пукотина се формира помоћу два

покретна оштра ножа а њена ширина се обично мења од неколико хиљадитих до неколико десетих делова милиметра.

Код спектралних уређаја (спектроскопа, монохроматора, полихроматора, спектрометра и спектрофотометара), дифракциона решетка се користи као дисперзиони елемент. Решетка разлаже белу светлост у спектар са обрнутим редоследом боја у односу на разлагање остварено помоћу призме. То је последица директне сразмерности угла дифракције код решетке и таласне дужине светлости. Дифракција омогућава да се паралелан снап светлости фокусира сочивом у мрљу малих димензија реда таласне дужине, али не у геометријску тачку. Та околност налаже нова ограничења при конструкцији оптичких уређаја.

На основу теорије дифракције светлости, немачки физичар Е. Абе је предложио ефектно решење проблема формирања ликова у микроскопу [33 - 40, 48]. Он сматра низ дифракционих максимума у жижној равни⁵ првог сочива примарним ликом предмета. Затим, сваку тачку примарног лика, према Хајгенс-Френеловом принципу, сматра новим тачкастим извором кохерентне светлости. Након слагања кохерентних таласа, према принципу суперпозиције, долази до њихове интерференције и формирања секундарног лика у жижној равни другог сочива где се ствара коначни лик.

Лик предмета би савршено одговарао предмету уколико би се добио интерференцијом таласа од свих извора таласа у жижној равни. Међутим, због мале вредности граничног угла дифракције, максимуми виших редова буду одсечени па су ликови због тога нејасни. На пример, ако се корак решетке d мења тако да се његова вредност смањи, тада угао дифракције θ расте, па је број „обухваћених” максимума већи и обратно. Уколико је d велико, остаје само главни максимум, па се у том случају потпуно губи информација о објекту посматрања [15, 22]. Минимална вредност угла дифракције на решетки константе d при којој почиње формирање лика у виду Јангових трака, добија се под условом да се поред главног максимума објективом обухвате још само први максимуми.

Постепеним обухватањем и осталих максимума виших редова добија се оштрији и квалитетнији лик предмета. Абеова теорија је проверена огледом Абе-Портера и има многобројне практичне примене засноване на могућности промене броја дифракционих максимума у жижној равни у циљу побољшања квалитета ликова код оптичких уређаја.

Ако су објекти посматрања углавном фазне природе, на пример, неки биолошки или медицински препарати који слабо мењају амплитуду упадних таласа, али добро мењају фазу таласа, такви објекти се због тога не разликују при посматрању оптичким микроскопом. Овај озбиљни проблем, како „невидљиве—препарате или предмете учинити видљивим, принципијелно се решава методом фазног контраста или методом тамног поља. Дифракциона слика фазне решетке се може претворити у дифракциону слику амплитудне решетке, променом фазе за $\pm\pi/2$, између спектра нултог реда (централног максимума) и спектра виших редова.

Појава ласера је омогућила даљи свестрани развој физичке оптике и практичну примену дифракције светлости за реализацију холографије. Развој холографије је омогућио свестрани и висок ниво њене примене у разним областима науке, за испитивање плазме, испитивање деформација, распознавање ликова, обраду информација. Фурије анализа и теорија линеарних система чине фундамент на коме су изграђени не само теорија формирања ликова, него и оптичка обрада информација и холографија [40 - 46].

⁵ Жижна раван је свака раван која пролази кроз главну жижку сочива и нормална је на главну оптичку осу.

Појава дифракције светлости има веома велики значај и за поједине области физике и технике које су повезане са простирањем акустичких таласа у еластичним срединама.

Дифракциона структура ликова, одређује у пракси врло важну особину оптичких уређаја - њихову теоријску моћ разлагања [23]. У основи савремених оптичких метода мерења су добро познате појаве: интерференција, дифракција, поларизација, Доплеров ефекат, и др. Примена ласерских метода у знатној мери упрошћава и побољшава мерења у односу на традиционалне методе.

2.4 Типови дифракције

Према облику таласног фронта разликују се два типа [24 - 28, 42 - 47] дифракције светлости:

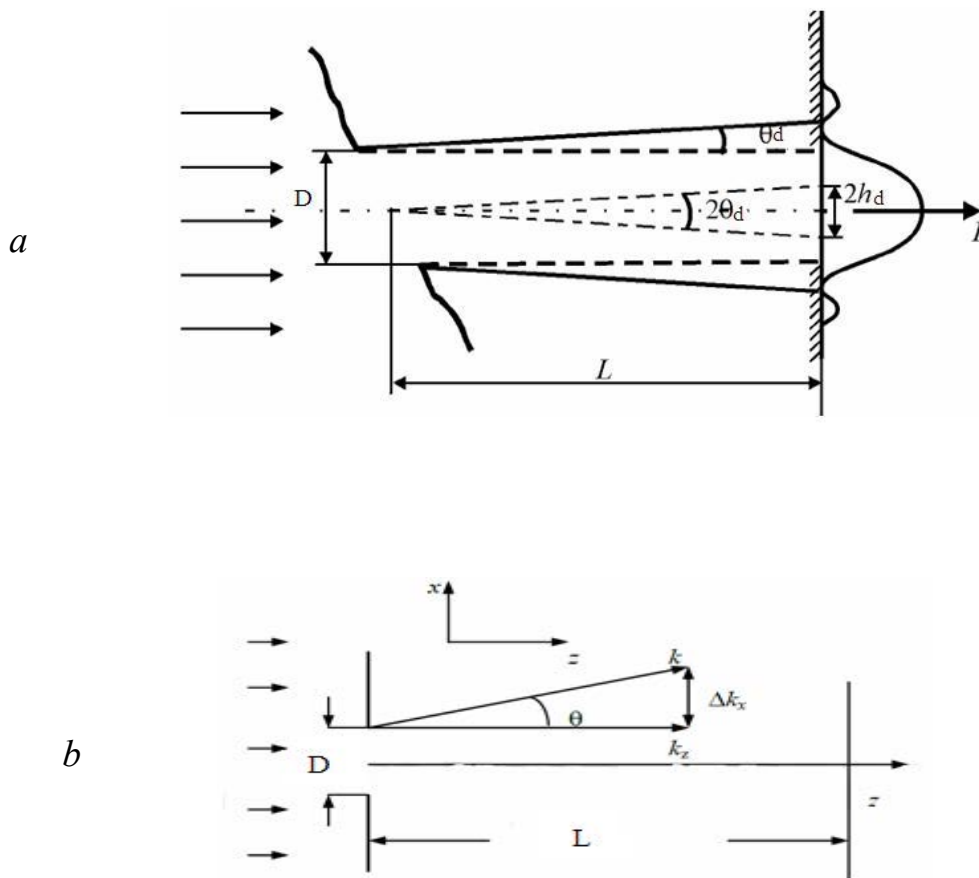
1. Френелова (са конвергентним или дивергентним зрацима) и
2. Фраунhoferова (са паралелним зрацима)⁶.

У случају Френелове дифракције на препреку пада сферни или раван светлосни талас. Дифракциона слика се посматра на заклону који се налази на малом растојању иза препреке. Код Фраунhoferове дифракције на препреку пада раван талас. Дифракциона слика се посматра у жижној равни сабирног сочива, или на заклону који се налази на великом растојању L , када сочиво није потребно [25 - 29].

2.4.1 Карактеристичне области дифракције

Основни параметри, који су значајни за одређивање карактера дифракционих појава, су: димензије препреке (отвора) D , растојање до равни (или до тачке) посматрања L и таласна дужина светлости λ (Слика 2.4 а). Ако раван монохроматски талас пролази кроз отвор дијаметра D у бесконачном непровидном заклону по законима геометријске оптике се на екрану треба видети светла површина истог пречника (на слици 2.4 а показано цртицама). Светла површина на заклону следи ширину отвора кад је D велико, међутим, са смањењем ширине отвора слика се пропорционално смањује, а затим почиње да се повећава. На заклону се због дифракције добије сложена расподела интензитета I , која се назива дифракционом сликом. На слици 2.4.б је показан раван талас који се простире дуж осе z . Такав талас је неограничен у простору и времену. Ако га ограничимо у једном од праваца (на пример, у правцу осе x на слици 2.4.б), у сагласности са релацијама неодређености, његов попречни таласни број се повећава према $\Delta k_x \cdot D \sim 2\pi$ [30]. Укупна вредност таласног броја према слици 2.4.б је $\vec{k} = \vec{k}_z + \Delta \vec{k}_x$.

⁶ Строго паралелни снап зрака не постоји. То је идеализација, са претпоставком, да је таласна дужина светлости мала, а да је извор далеко или је попречни пресек снопа бесконачно велики.



Слика 2.4 – а) Пролаз равних таласа кроз пукотину у непровидном заклону б) попречно ширење равног таласа при просторном ограничењу према принципу неодређености.

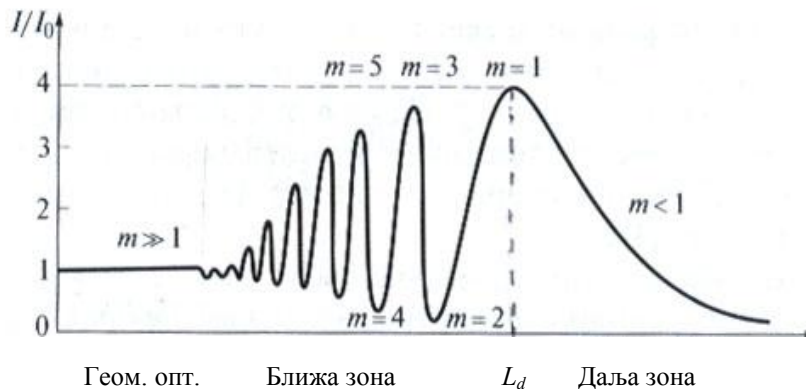
Угаоно ширење светлосног снопа одређује се углом дифракције θ_d , који одговара правцу првих минимума дифракционе слике на пукотини $\sin \theta = \lambda / D$, што се због мале вредности угла θ своди на $\theta_d \approx \frac{\lambda}{D}$, ако је испуњен услов $\lambda \ll D$. Свако просторно ограничење снопа светлости доводи до његовог ширења, па ако снап прелази пут L , претрпеће дифракционо ширење $h_d \sim L\theta_d \sim \lambda L / D$. Одавде се види да је дифракционо ширење све веће што су мање димензије отвора у односу на таласну дужину и што се даље налази заклон од отвора. Ширење h_d можемо да занемаримо, када је оно мало у односу на ширење самог снопа D , тј. кад је $L \ll D^2 / \lambda$.

Други дифракциони параметар, растојање L_d на којем дифракционо ширење постаје упоредиво с почетном димензијом снопа (или отвора) $D \approx L_d \theta_d$, назива се дифракционом дужином и износи $L_d \approx D^2 / \lambda$.

Ако на отвор дијаметра D на слици 2.4.а пада раван монохроматски талас, тада се као параметар дифракције m користи број Френелових зона смештених у отвору, који зависи од дијаметра отвора и растојања од отвора до посматране тачке P на заклону. Ако се то растојање повећава, m се смањује, тј. при удаљавању заклона од отвора у центру дифракционе слике ће се добијати или светла или тамна мрља,

док m не добије вредност 1. Ако се и даље удаљава закљон ($m < 1$), светлост долази од дела прве зоне па се у центру дифракционе слике добија увек светла мрља, што указује на прелаз у област Фраунhoferове дифракције (Слика 2.5). Уколико је радијус отвора $r_{от}$ – или карактеристична димензија отвора, тада је број Френелових зона дат изразом $m = \frac{r_{от}^2}{L\lambda} = \frac{L_d}{L}$.

Према вредности параметра дифракције m разликујемо следеће [34 - 37, 40 - 47] области дифракције које су приказане на слици 2.5:

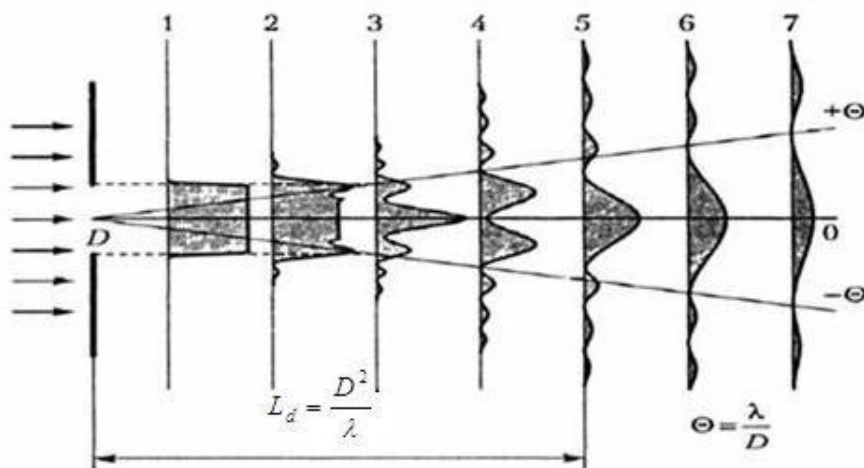


Слика 2.5 - Расподела интензитета светлости на оси снопа, нормирана на интензитет $I_0 = E_0^2/2$ упадних равних таласа правоугаоног профила.

1. област $m \leq 1$ назива се област геометријске оптике (број откривених зона је реда неколико стотина или хиљада);
2. област $m \approx 1$ је област Френелове дифракције (или блиска таласна област, кад је откривена једна или десетак зона);
3. област $m \ll 1$ је у пракси важан случај Фраунhoferове дифракције (или далека таласна област, откривен је део прве зоне).

На сличан начин се област иза закљона са пукотином у зависности од растојања L може поделити на три области које су приказане на слици 2.6.

1. $L \ll L_d$; област геометријске оптике, (раван 1) на слици 2.6 којој одговара $D^2/\lambda L \leq 1$, тада дифракционо ширење можемо занемарити и применити законе геометријске оптике;
2. $L \sim L_d$; ближа зона дифракције, имамо општи и најсложенији вид дифракције за анализу, тзв. дифракцију Френела, (равни 2, 3, 4), те је $D^2/\lambda L \sim 1$, са сложенем расподелом интензитета и
3. $L \leq L_d$; даља зона дифракције, у овом случају расподела интензитета на закљону и рачун дифракционе слике се знатно упрошћава. Зраке који полазе од отвора и долазе у посматрану тачку на закљону можемо сматрати паралелним, а таласе равним. Такав вид дифракције назива се

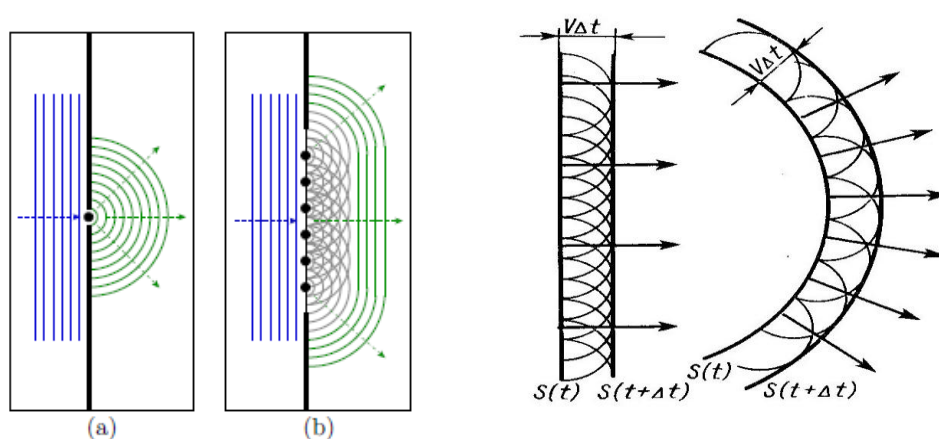


Слика 2.6 - Расподела интензитета при дифракцији светлости на различитим растојањима од отвора.

Фраунхоферовом дифракцијом или дифракцијом са паралелним зрацима којој одговарају (равни 5, 6 и 7) и за које је $D^2/L \ll 1$, а интензитет монотono опада са растојањем.

2.4.2 Хајгенс - Френелов принцип

Појава дифракције се објашњава помоћу Хајгенсовог принципа у чијој основи су два постулата. У првом постулату Хајгенс дефинише средину кроз коју се простире светлост, називајући је етер [8]. Други постулат је кључан и дефинише начин преношења поремећаја. Према овом постулату, може се одредити положај таласног фронта у тренутку $t + \Delta t$ ако је познат облик таласног фронта у тренутку t и брзина таласа v . Тражени положај фронта $S(t + \Delta t)$ у тренутку $t + \Delta t$ поклапа се са обвојницом секундарних таласа [25 - 31] и графички је приказан на слици 2.7.



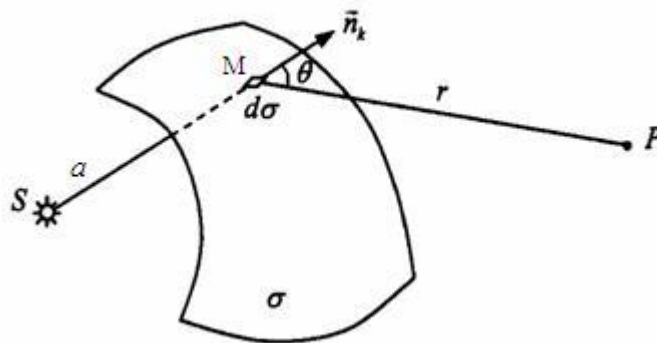
Слика 2.7 - Илустрација Хајгенсовог принципа.

⁷ У хомогеним и изотропним срединама секундарни таласи се сматрају сферним.

Хајгенсов принцип упућује на геометријски рецепт за цртање таласних фронтова и решава само задатак о правцу простирања таласног фронта, али не води рачуна о амплитуди што значи и о интензитету таласа. Зато он има ограничену примену при објашњавању законитости простирања светлости. Френел 1815. год. први развија приближни метод за израчунавање амплитуде и фазе таласа на обвојници, идејом о кохерентности секундарних таласа што при њиховој суперпозицији доводи до интерференције. Тиме је успешно објаснио не само праволинијско простирање светлости већ и ефекте дифракције. Да би оправдао своје тврдње, он користи [24 - 28, 45 - 51] неколико претпоставки о амплитуди и фази секундарних таласа и уводи фактор наклона $K(\theta)=(1+\cos\theta)/2$. Фактором наклона описује зависност амплитуде dE_p таласа која потиче од елемента површине $d\zeta$, од угла између нормале на површ и правца r . Хајгенс-Френелов принцип, се може представити у виду неколико исказа:

а) амплитуде светлосних осцилација из извора S у посматраној тачки P могу се заменити системом секундарних извора од елемената $d\zeta$ произвољно изабраног облика таласне површи ζ , која обухвата извор, али не обухвата посматрану тачку P (Слика 2.8);

б) секундарни извори су еквивалентни са извором S и кохерентни међу собом и зато при суперпозицији секундарних таласа долази до интерференције. Пошто је ζ таласна површ извора светлости S , фазе осциловања секундарних извора су зато једнаке;



Слика 2.8 - Уз извођење интеграла Хајгенса – Френела: S – тачкасти извор светлости, P – тачка посматрања, растојање $a = SM$, растојање $r = MP$, \vec{n}_k - нормала на таласну површ у тачки M .

в) амплитуда dE_p осциловања јачине електричног поља у тачки P изазвана секундарним изворима таласа, директно је сразмерна површини $d\zeta$ одговарајућег дела таласне површи ζ а обрнуто сразмерна растојању r до тачке P . Амплитуда зависи од угла θ између спољне нормале \vec{n}_k на таласну површ $d\zeta$ и правца r од елемента $d\sigma$ ка тачки P . Резултујући светлосни вектор јачине електричног поља се одређује интеграцијом по површини површи ζ

$$E_p = \int_{\sigma} dE_p = \int_{\sigma} \frac{A}{r} K(\theta) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha_0) d\sigma \quad (2.1)$$

[24, 25] где је множитељ A - величина сразмерна амплитуди светлосног таласа у тачкама елемента $d\zeta$, која се према Френелу смањује са повећањем угла θ и са

повећањем растојања r . Френел је претпоставио, да функција $K(\theta)$ монотono опада од 1 за $\theta = 0$, до 0 за $\theta \geq \frac{\pi}{2}$ (секундарни извори не зраче уназад). Интеграл (2.1) носи назив *интеграл Хајгенса – Френела*.

г) део површи ζ који је заклоњен непровидним екраном не зрачи ($E = 0$), секундарне таласе емитују само откривени делови површи ζ .

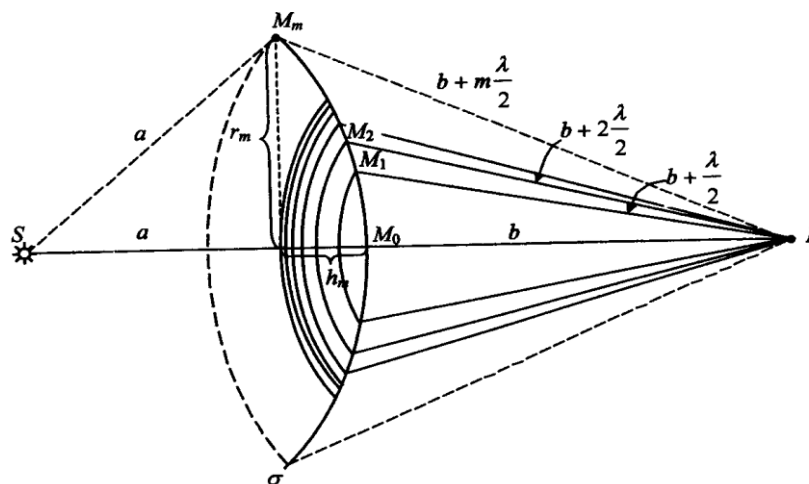
Мада Френел није дао конкретан израз за амплитуду секундарних таласа својим претпоставкама је омогућио да се реше бројни задаци дифракције, без употребе строжег математичког апарата. Он користи, једноставан, приближан и очигледан метод, који брзо доводи до резултата на основу елементарне теорије дифракције. Френелова теорија је била разрађена, пре открића једначина електродинамике и стварања Максвелове електромагнетне теорије. Немачки физичар Кирхоф 1883. год. предлаже граничне услове за амплитуду секундарних таласа на отвору ($E = E_0$) и на екрану ($E = 0$). Полазећи од таласне једначине и Френелових претпоставки изводи строгу формулацију Хајгенс - Френеловог принципа [26]. Кирхофова формула тако постаје математичка основа теорије дифракције.

2.4.3 Френелове зоне

Хајгенс - Френелов принцип чини суштину Френеловог метода зона, који карактеришу плодотворност и једноставност у проучавању дифракције светлости. Иако је његов метод апроксимативан, он веома успешно замењује решавање Максвелових једначина. Код решавања бројних једноставнијих дифракционих задатака Френелов метод доводи брже до резултата [50 - 58]. На основу Хајгенс - Френеловог принципа, разрађене су следеће методе:

1. Метод Френелових зона, који се примењује у случају задатака са осном симетријом (геометријски метод) и
2. Метод Френелових интеграла за решавање задатака са равним екранима (аналитички метод).

Методом Френелових зона се може одредити амплитуда светлосних таласа у посматраној тачки P , у коју долазе таласи из тачкастог извора S (Слика 2.9). За оцену амплитуде осциловања треба одредити површину Френелове зоне.



Слика 2.9 - Формирање Френелових зона.

Према Хајгенс - Френеловом принципу дејство извора светлости S , у тачки P , може се заменити дејством секундарних извора са произвољне сферне таласне површи ζ , радијуса a .

Уочену, сферну таласну површ ζ Френел разлаже на прстенасте зоне (данас познате у литератури под називом Френелове зоне) описивањем кружница на сфери из тачке P као центра. Притом, путна разлика ма које посматране тачке M_m , ма које суседне зоне до тачке P , износи $\lambda/2$. Вектори јачине електричног поља суседних зона, имају једнаке модуле, и осцилују са супротним фазама па је њихова геометријска сума једнака нули (на пример, $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0, \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 0$ итд.) у ма ком тренутку времена.

Амплитуда резултујуће осцилације E се према (2.1) може заменити сумом:

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2} \right) + \dots \quad (2.2)$$

Дејство појединих зона постепено слаби са удаљавањем од централне зоне ка спољашњим, јер се смањује коефицијент $K(\theta)$ и увећава растојање r до тачке P . Са слике 2.9 применом Питагорине теореме за израчунавање r_m^2 , уз занемаривање члана који садржи λ^2 , висина сегмента означеног на слици са h_m је

$$h_m = \frac{mb\lambda}{2(a+b)}. \quad (2.3)$$

Површина m -те зоне износи

$$\Delta\sigma_m = \frac{\pi\lambda ab}{a+b} \quad (2.4)$$

а радијус спољних граница m -те Френелове зоне добија се из

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}. \quad (2.5)$$

С обзиром на то да се на површи ζ може сместити велики број зона, на пример, за $a = b = 10$ cm и $\lambda = 0,5$ μ m је укупан број Френелових зона $N_\Phi = 8 \times 10^5$ и не зависи од броја m . Према (2.4) за мало m , је допуштена апроксимација, да је амплитуда осциловања E_m од неке m -те Френелове зоне једнака средњој аритметичкој вредности од амплитуда суседних тој зони тј.

$$E_m = \frac{E_{m-1} + E_{m+1}}{2}. \quad (2.6)$$

Тада су чланови у загради у (2.2) једнаки нули и коначно се добија важан резултат да је

$$E = \frac{E_1}{2}. \quad (2.7)$$

2.4.3.1 Задатак о слободном простирању светлости

Први веома значајан дифракциони задатак, решен методом Френелових зона, јесте случај слободног простирања светлости, то јест, случај када на путу светлосних таласа нема никаквих препрека. Према Френеловој теорији, у овом случају су активне све Френелове зоне а амплитуда резултујућег таласа према изразу (2.7) је једнака деловању само половине прве централне зоне [42, 50 - 58]. Међутим, веома је занимљиво да се и у случају кад се на пут светлости постави непровидни заклон који заклања све Френелове зоне сем половине централне, осветљеност тачке P не мења, напротив, остаје иста као и у случају одсуства заклона. Овај необични дифракциони ефекат је омогућио да се изведу веома важни закључци. Наиме, према изразу (2.5) се заменом вредности за растојања, $a = b = 1 \text{ m}$ и $\lambda = 0,6328 \text{ }\mu\text{m}$ добија за полупречник прве Френелове зоне $r_1 = 0,562 \text{ mm}$. Према томе, у случају слободног простирања светлости практично сав интензитет је сконцентрисан у уском „каналу— пречника око 1 mm . Дакле, кад нема било каквих препрека, светлост се из извора простира практично праволинијски.

Ако се извор светлости налази на великом растојању (или у жижи сочива), тада је ζ равна површ, нормална на праву која пролази кроз тачке S и P (Слика 2.9), па су Френелове зоне концентрични прстенови у тој равни. Из (2.5) се за случај кад растојање $a \rightarrow \infty$, добија за радијус m -тог прстена

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}. \quad (2.8)$$

Површине зона не зависе од редног броја прстена m и износе

$$\Delta\zeta_m = \zeta_m - \zeta_{m-1} = \pi b \lambda. \quad (2.9)$$

Исправност дељења таласног фронта на Френелове зоне потврђена је експериментално. На бази овог концепта данас се праве тзв. зонске плоче. То су стаклене плоче на којима се наносе концентрични тамни прстенови, који покривају или само парне или само непарне Френелове зоне. Тада су у тачки посматрања амплитуде пропуштене светлости за парне и непарне зоне респективно:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_3 + E_5 + \dots + E_{2m+1}, \\ E &= E_2 + E_4 + E_6 + \dots + E_{2m}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Значајно појачање интензитета светлости се постиже променом фазе светлости у свим парним (или у свим непарним) зонама у супротне. То се постиже фазним зонским плочама и тада је резултујућа амплитуда дата изразом

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 + \dots + E_m. \quad (2.11)$$

У пракси се амплитуда светлости E може знатно повећати зонском плочом, која делује као сабирно сочиво.

Јачине поља у тачки P на основу Хајгенс – Френеловог принципа, може се израчунати и методом векторских дијаграма⁸ (Слика 2.10) [56, 64]. Овај графички

⁸ У физици се величине које осцилују приказују графички методом обртних вектора \vec{A} са модулом који је једнак амплитуди осциловања и углом θ према оси x , који одговара почетној фази осциловања и помоћу комплексних бројева (према Ојлеровој формули $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$).

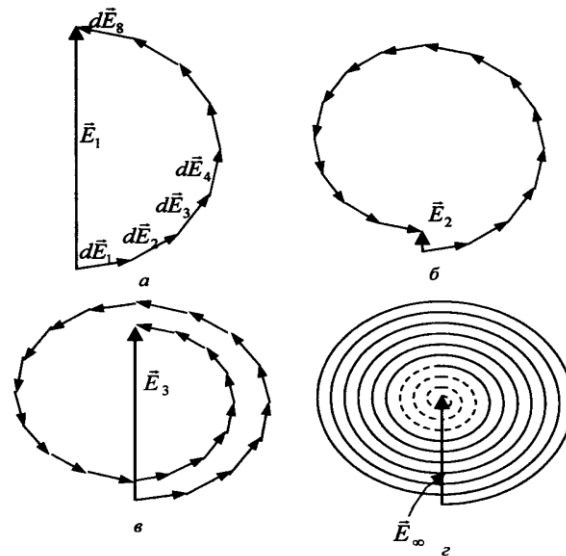
метод анализе дифракције, заснива се на замени скаларне амплитуде сферног таласа одговарајућим вектором. Интеграљење израза (2.1) се своди на сабирање вектора тако је допринос прве зоне одређен вектором $\vec{E}_1 = \int_{\sigma_1} d\vec{E}_1$ (Слика 2.10.а) , а допринос

прве две зоне је дат вектором $\vec{E}_{1+2} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \int_{\sigma_1} d\vec{E} + \int_{\sigma_2} d\vec{E}$ на слици 2.10.б итд. Ако се

проведе интеграљење по свим Френеловим зонама, тада се вектор \vec{E}_∞ одређује из дијаграма, који се назива Френелова спирала (Слика 2.10.г). Упоредивањем слика 2.10. а и б, видимо, да је амплитуда осциловања у Р при отсуству екрана два пута мања $\vec{E}_\infty = \frac{\vec{E}_1}{2}$, а интензитет четири пута мањи него кад је откривена само прва

Френелова зона. Према Хајгенс - Френеловом принципу, израчунавање резултујућег светлосног поља своди се на алгебарско сабирање светлосних вектора. Ови вектори представљају амплитуде секундарних таласа, аналогно Френеловим зонама, које су само знатно уже и обично се називају Френеловим подзонама. У случају сферних или равних светлосних таласа, свака Френелова зона се тиме разлаже на велики број концентричних прстенова или Френелове подзоне.

Осветљеност у тачки Р са повећањем дијаметра отвора у екрану (или приближавањем тачке посматрања дуж правца ка извору светлости SP) мења се немонотно. Док се открива прва зона осветљеност расте, са постепеним откривањем друге зоне осветљеност опада скоро до нуле а затим се повећава итд. Ове на први поглед парадоксалне резултате, који су предвиђени на основу Хајгенс – Френеловог принципа, добро потврђују експерименти.



Слика 2.10 - Векторски дијаграми за рачунање резултујућег светлосног вектора у тачки Р а) од прве зоне \vec{E}_1 , б) од прве и друге зоне \vec{E}_2 , в) од прве три Френелове зоне \vec{E}_3 г) у граничном случају кад ширине зона теже нули векторски дијаграм добија вид спирале \vec{E}_∞ .

За тачно цртање графика треба узети у обзир зависност амплитуде од растојања r и угла θ . При разматрању дифракције на правоугаоној пукотини или екрану, боље је дељење равног таласног фронта на зоне у облику трака или такозване Шустерове зоне. Основна разлика сваке од грана спирала на слици 2.10. г

зависи од бржег опадања почетних Шустерових зона него Френелове зоне. Као и у случају Френелових зона, при повећању броја подзона смањењем њихове ширине тако да тежи нули крива линија векторског дијаграма се све више приближава глаткој кривој која се назива Корнуовом спиралом.

2.4.4 Френелова дифракција на округлом отвору и округлом диску

Према облику таласног фронта у принципу постоје два случаја дифракције:

1. када на отвор падају сферни таласи, који полазе од тачкастог извора светлости и
2. случај равних светлосних таласа, који падају на отвор, ако се извор светлости и заклон налазе на великој удаљености или се извор налази у жижи сабирног сочива.

Ако сферни талас пада на непровидни екран са кружним отвором, радијуса r_0 према (2.5), при сталном растојању извора број откривених зона је

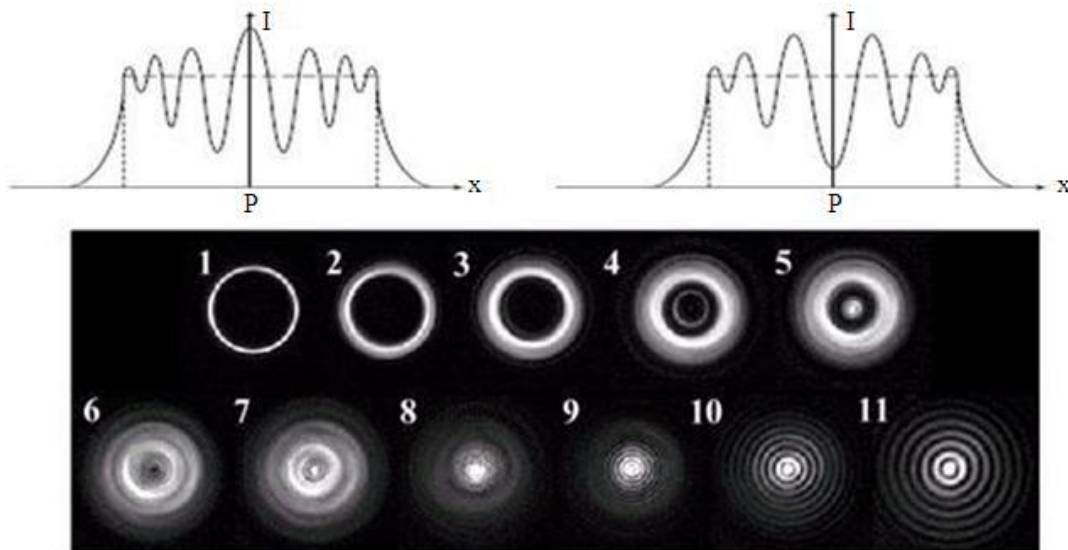
$$m = \frac{r_0^2}{4\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad (2.12)$$

док за равне таласа важи услов

$$m = \frac{r_0^2}{4b\lambda}. \quad (2.13)$$

Резултујућа амплитуда у тачки P је

$$E = E_1 - E_2 + \dots \pm E_m. \quad (2.14)$$



Слике 2.11 - Промена интензитета светлости на екрану са повећањем растојања између отвора и екрана. Види се постепени прелаз од геометријске оптике (1 - 3) преко Френелове дифракције (4 - 7) према Фраунhoferовој дифракцији (8 - 11). Број Френелових зона се смањује с лева на десно.

Због мале разлике величине амплитуде суседних зона добија се

$$E = \frac{E_1}{2} \pm \frac{E_m}{2}, \quad (2.15)$$

где знак плус одговара непарном броју зона m , а знак минус парном броју m . За мале вредности m је $E_m \approx E_1$, па следи: за непарно m је амплитуда у тачки P приближно $E \approx E_1$, а за парно m је $E \approx 0$.

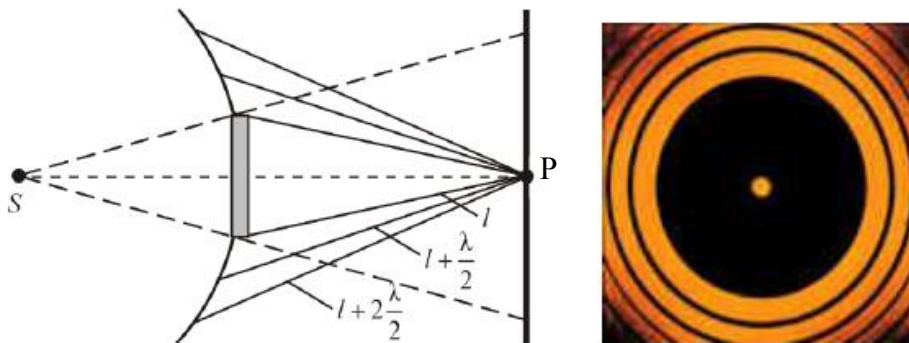
Дифракциона слика кружног отвора има облик наизменичних концентричних светлих и тамних прстенова, на граници геометријске сенке (Слика 2.11). Из (2.15) и са слике 2.11 се види: ако је у отвору непаран број зона у центру екрана у посматраној тачки P је максимум интензитета светлости, а за паран број зона у тачки P биће минимум интензитета.

Кад отвор открива део прве Френелове зоне, на екрану се добије нејасна светла мрља и нема појаве наизменичних светлих и тамних прстенова. Уколико је дијаметар отвора велики, тада се због услова $E_m \ll E_1$ на закљону не добија интерферентна слика и светлост се простире праволинијски [22, 59, 60].

Ако се сферни талас шири из извора таласа S и на свом путу наилази на диск, који покрива m Френелових зона, амплитуда резултујућег таласа у посматраној тачки P је

$$E \cong \frac{E_{m+1}}{2} > 0. \quad (2.16)$$

Према (2.16), у тачки P се увек добија интерференциони максимум (светла мрља), који одговара половини дејства светлости са прве откривене Френелове зоне. У центру геометријске сенке диска налази се увек светла мрља тзв. Поасон – Арагоова мрља и сенка је још окружена наизменично концентричним светлим и тамним прстеновима (Слика 2.12).



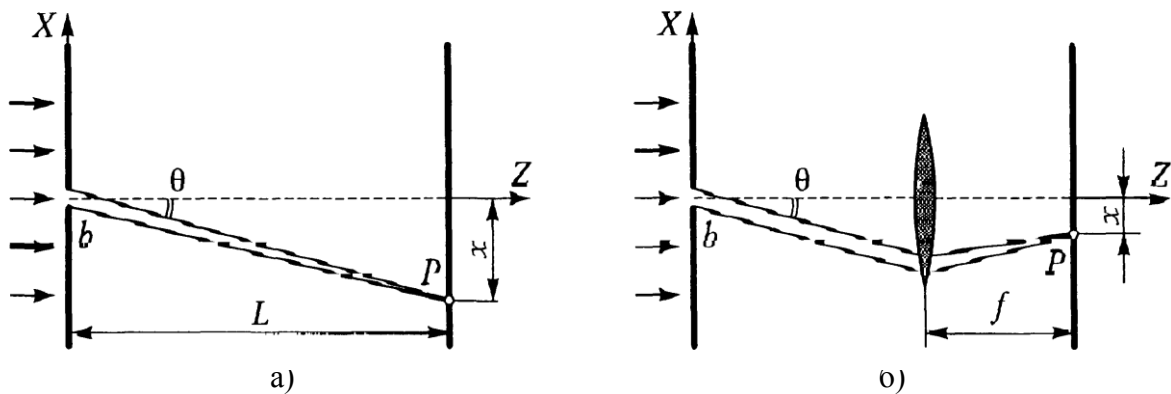
Слика 2.12 - Дифракција светлости на диску. Поасон-Арагоова светла мрља.

Ако екран закрива велики број Френелових зона, тада $\frac{E_{m+1}}{2} \rightarrow 0$ па интензитет тежи нули.

2.5 Фраунхоферова дифракција

Фраунхофер је први разматрао дифракцију са паралелним зрацима. Угао дифракције θ у том случају је мали, (даља зона на слици 2.5) па су карактеристична растојања између дифракционих максимума на екрану директно сразмерна углу дифракције. Попречне расподеле интензитета у области Фраунхоферове дифракције су идентичне и линеарно се увећавају с удаљавањем посматране тачке P или повећањем жишне даљине сочива. Паралелни снап светлости добија се постављањем тачкастог извора у жижу сабирног сочива. Сноп светлости се затим усмери на мали отвор [22 - 34, 36 - 48, 56 - 60] или непровидну препреку као на слици 2.13. Иза препреке се поставља друго сабирно сочиво, у чијој жижној равни се постави непровидни заклон за посматрање дифракционе слике светлости.

На заклону довољно удаљеном (на растојању L) од пукотине Фраунхоферову дифракцију можемо посматрати и без сабирног сочива, за то је потребно да се испуни услов $L \gg b^2/\lambda$. Сноп светлости, који конвергира у тачку $x = L \tan \theta \approx L \sin \theta$ екрана, практично остаје паралелан.



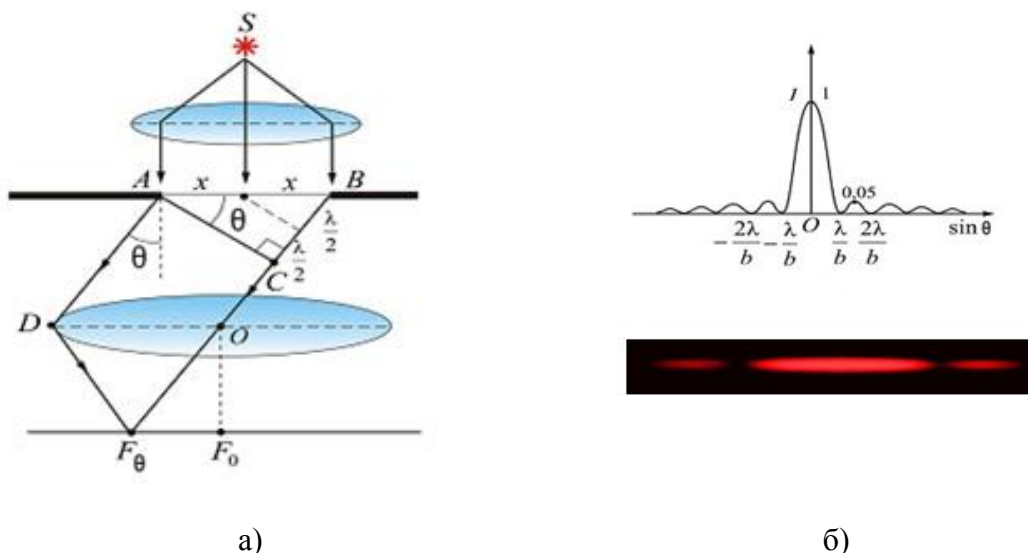
Слика 2.13 - Фраунхоферова дифракција а) без сочива и б) са сочивом.

2.5.1 Дифракција са паралелним зрацима на уској пукотини (прорезу)

Нека раван монохроматски талас пада нормално на екран са пукотином сталне ширине $b = AB$ и „бесконачне висине—Пукотина је нормална на раван цртежа (Слика 2.14) и паралелна са таласним фронтом упадних таласа. За посматрање дифракционе слике, поставе се сабирно сочиво паралелно са отвором пукотине (Слика 2.14.а) и непровидни екран у жижној равни. Паралелни зраци се дифрактују под углом θ према нормали, а сочиво их фокусира у једну тачку на заклону [40, 47, 48]. Међутим, ако је растојање између пукотине и екрана знатно веће од дифракционе дужине $L \gg L_d$ зраци који полазе са пукотине у било коју тачку на екрану су скоро паралелни.

Кад таласни фронт упадних таласа на слици 2.14.а дође до пукотине AB , према Хајгенс - Френеловом принципу све тачке пукотине се понашају као извори секундарних таласа. Размотримо таласе који се шире под углом θ према првобитном правцу простирања. Разложимо таласни фронт AB на N_ϕ Френелових зона. За то

мисаоно поделимо линију BC на низ одсецака дужине $\frac{\lambda}{2}$. Одсечак BC даје оптичку разлику путева секундарних таласа. Повлачењем из крајева тих одсецака линија, паралелних са AC , до линије AB , таласни фронт у пукотини разбија се на низ правоугаоних трака исте ширине, које и представљају Френелове зоне.



Слика 2.14 - Дифракција равног таласа на пукотини а) и б) расподела интензитета ласерске светлости у дифракционим максимумима иза пукотине

Те траке одговарају Френеловим зонама, јер је путна разлика ма која два суседна зрака од њиховог извора до нормале AC на зраке једнака половини таласне дужине светлости што одговара фазној разлици π . Број Френелових зона је сада

$$N_{\Phi} = \frac{BC}{\lambda/2} = \frac{2b \sin \theta}{\lambda}. \quad (2.17)$$

Амплитуде тачака са таласног фронта на пукотини су једнаке, јер су површине зона исте и нагнуте су под истим углом θ . Ако се при цртању добије паран број зона $N_{\Phi} = 2m$ где је m цео број за дати угао θ , у тачки P на екрану ће се добити минимум осветљености. За непаран број зона $N_{\Phi} = 2m + 1$ обрнуто, у тачки P јавиће се максимум интензитета.

Анализом израза (2.17) добија се услов за дифракционе максимуме и минимуме респективно:

$$b \sin \theta = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \text{ и} \quad (2.18)$$

$$b \sin \theta = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.19)$$

Ово решење је упрошћено, јер је пукотина подељена на релативно „грубе—Френелове зоне. За прецизирање добијених резултата разбијање пукотине треба извршити на уске подзоне, чија ширина тежи нули (случај вишеструке интерференције [9 - 14]).

Размотримо појаву дифракције равног таласа на пукотини ширине b , детаљније. Поделимо пукотину на велики број бесконачно уских трака ширине dx према слици 2.14. а. За мале углове θ , из Хајгенс-Френеловог принципа (2.1), коефицијент наклона $K(\theta)$ може се сматрати сталним а амплитуда осциловања да је

сразмерна површини траке ширине dx . Укупна амплитуда у посматраној тачки се добија интеграцијом по целој пукотини AB и дата је следећим изразом [50 - 60]

$$E_{\theta} = E_0 \cdot \frac{\sin \frac{b\pi \sin \theta}{\lambda}}{\frac{b\pi \sin \theta}{\lambda}} = E_0 \cdot \frac{\sin u}{u} \quad (2.20)$$

где је E_0 – амплитуда светлосног таласа у централном максимуму тј. за $\theta = 0$. Пошто је интензитет таласа сразмеран квадрату амплитуде, интензитет светлости на екрану износи

$$I_{\theta} = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \frac{b\pi \sin \theta}{\lambda}}{\left(\frac{b\pi \sin \theta}{\lambda}\right)^2} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2, \quad (2.21)$$

при чему је уведена смена $u = \frac{b\pi \sin \theta}{\lambda}$ и где је I_0 – интензитет централног максимума за $\theta = 0$. Графички приказ израза (2.21) је дат на слици 2.14.б. Из израза (2.21) се види да је $I_{-\theta} = I_{\theta}$, што значи да је дифракциона слика симетрична у односу на центар сочива. Услед дифракције у животној равни сочива се на екрану добија низ ликова у виду светлих мрља раздвојених тамним областима (одговарају минимумима интензитета) приказаних на доњем делу слике 2.14.б.

Из (2.21) се минимума интензитета добијају при $\sin u = 0$ ако је испуњен услов $u = \pm m \pi$, где је m цео број различит од нуле. Услов за положаје минимума може да се запише и на други начин као (2.19).

Положаји осталих бочних максимума се добијају из (2.20) или (2.21). За одређивање положаја максимума диференцира се једначина (2.21) по u и изједначи са нулом па се добија $\sin u(u - tgu) = 0$.

На основу претходне анализе се може уочити да су могући максимуми решења трансцендентне једначине $tgu = u$. Корен $u = 0$ при томе одговара централном максимуму. Остали корени се налазе одређивањем тачака пресека криве $y = tgu$ и $y = u$. Пресеци се налазе на $u_0 = 0$; $u_1 = \pm 1,43\pi$; $u_2 = \pm 2,46\pi$; $u_3 = \pm 3,47\pi$ или приближно на

$$u_m \approx \frac{2m+1}{2} \pi. \quad (2.22)$$

Практично се може узети да максимуми леже приближно на средини између два минимума. Са слике 2.14б се види да максимум интензитета светлости пада у тачку O . У том правцу је $\theta = 0$, па се за (2.20) добија неодређеност $0/0$. Ако се узме у обзир, да се при малим угловима $\sin u$ приближава вредности u за претходни услов добија се

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1, \text{ те је } E_{\theta 0} = E_0. \text{ Овде је } E_0 \text{ вредност резултујуће амплитуде, када}$$

сви секундарни таласи стижу на заклон у фази.

Видимо из (2.21) да се од централног максимума симетрично појављују споредни максимуми, слабијег интензитета. Из (2.21) и (2.18) однос њихових интензитета је

$$\frac{I_m}{I_0} = \frac{4}{\pi^2(2m+1)^2}, \quad (2.23)$$

где је I_m интензитет максимума m -ог реда.

Интензитети максимумима брзо опадају са повећањем њиховог реда и приближно се односе као

$$I_0 : I_1 : I_2 : \dots = 1 : 0.047 : 0.017 : \dots = 1 : \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 : \dots \quad (2.24)$$

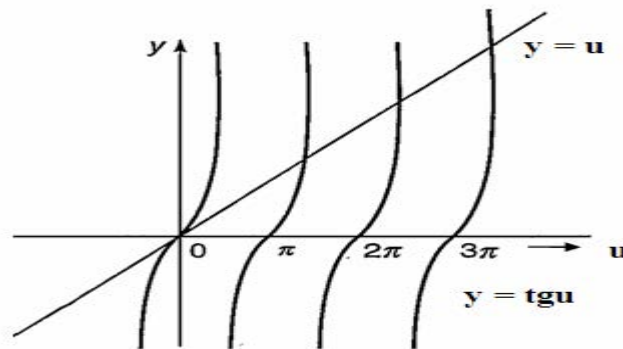
одакле се види да су максимуми виших редова у поређењу са централним максимумом врло слаби.

Према релацији (2.21) видимо да је главни део светлосне енергије сконцентрисан у централном дифракционом максимуму, који се налази између минимума првог реда $m = \pm 1$. Из (2.18) се за угаону ширину главног максимума $\Delta\theta$ за $m = \pm 1$ добија $\Delta\theta = 2\arcsin(\lambda/b)$.

Положај централног максимума не зависи од таласне дужине λ и зато се он не разлаже у спектар у случају осветљавања сложенем белом светлошћу.

Положаји главних максимума разних редова се одређују из трансцендентне једначине

$$\operatorname{tgu} = u. \quad (2.25)$$



Слика 2.15 - Пресечне тачке графика ϕ -ја $y=u$ и $y=\operatorname{tgu}$.

Са повећањем ширине пукотине (за $b > \lambda$) угаона ширина максимума се смањује, централни максимум се сужава и постаје оштрији, јер се први минимуми приближавају центру слике. Висина максимума интензитета је сразмерна квадрату ширине пукотине, јер расте пропорционално са ширином b и светлосни флуks се простире у област смањеног угла ($\theta_1 \sim 1/b$) [40]. Релативни интензитет остаје непромењен, према изразу (2.21) и расподела светлости по максимумима разних редова не зависи од ширине пукотине.

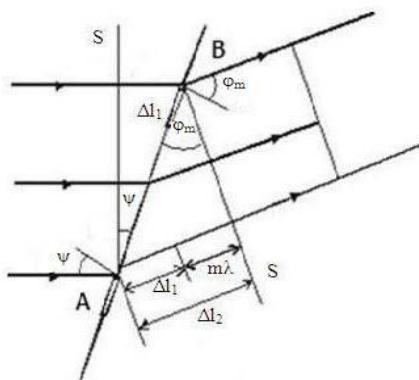
При сужавању ширине пукотине дешава се обрнуто, слика се шири а њена осветљеност се смањује. Кад се ширина пукотине приближава таласној дужини $b \sim \lambda$, централни максимум се шири на цело поље посматрања, али се осветљеност екрана монотонно смањује од центра. Даље смањење ширине пукотине за $b < \lambda$ доводи до одступања од Френелове теорије. Тај случај нема практичног значаја, јер тада интензитет пропуштене светлости монотонно опада. Уколико за ширину важи да је много већа од таласне дужине у центру се добија оштар лик извора светлости и важи закон праволинијског простирања. На основу ширине централног дифракционог максимума можемо квалитативно проценити угао дифракције θ_d

снопа попречног пресека b ($\theta_d \sim \frac{\lambda}{b}$). Угао дифракције је условљен таласном природом светлости и у принципу се не може одстранити. На путу дужине l сноп трпи дифракционо ширење које износи $l\theta_d = \frac{l\lambda}{b}$, па зато у пракси строго паралелни светлосни снопови не постоје већ се ради о идеализацији. Ако је међутим, испуњен услов $l\lambda \ll b^2$, сноп приближно можемо сматрати паралелним.

У случају искошеног падања светлости [23 - 28, 67, 74] на пукотину AB , под упадним углом ψ (Слика 2.16), видимо да таласни фронт S раније погађа тачку A пукотине, него тачку B . Таласу треба неко време $t_B = \frac{\Delta l_1}{c}$ да пређе пут Δl_1 . За то време талас из тачке A прелази једнако растојање у правцу θ_m . Ако се на преосталом путу смести цео број таласних дужина, тада се у изабраном правцу добије услов за дифракционе минимуме

$$b(\sin \varphi_m - \sin \psi) = \pm m\lambda, m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.26)$$

а допунски максимуми практично су по средини између минимума.



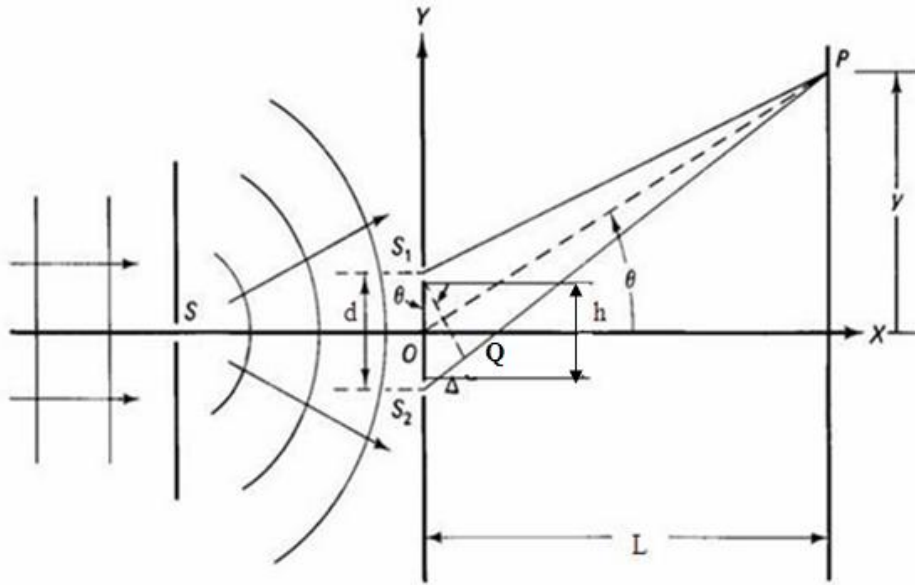
Слика 2.16 - Дифракција при искошеном падању светлости на пукотину.

При осветљавању пукотине белом светлошћу централни максимум има облик беле траке, а бочни максимуми су обојени. Максимуми краћих таласних дужина (љубичасти) су у спектру ближе центру дифракционе слике. У случају Фраунхоферове дифракције, у средини дифракционе слике увек се образује максимум осветљености, за разлику од Френелове дифракције при којој може да се образује како максимум тако и минимум осветљености.

2.5.2 Дифракција на две пукотине

На слици 2.17 је приказана упрошћена шема класичног Јанговог огледа [23-31]. Извор светлости осветљава пукотину S чија свака тачка постаје секундарни извор кохерентне светлости. Светлост која пролази кроз прву пукотину S пада на заклон са две блиске паралелне пукотине S_1 и S_2 једнаких ширина b које су приказане на слици 2.17 између којих је непровидна област ширине h . Тада на свакој пукотини

настаје појава дифракције светлости и на удаљеном екрану се добија њихова интерферентна слика, ако је испуњен услов $b < h$. Ако се једна од пукотина, затвори, на закљону се добија дифракциона слика друге пукотине и обратно.



Слика 2.17 - Шематски приказ Јанговог експеримента кроз две блиске паралелне пукотине једнаких ширина.

Расподела интензитета I_θ у дифракционој слици са једне пукотине је дата изразом (2.21). За пукотине једнаких ширина амплитуде јачине електричног поља су једнаке $E_1 = E_2 = E_0$, па је резултујућа амплитуда E_θ дифракционе слике кад су отворене обе пукотине дата изразом $E_\theta = 2E_0 \cdot \cos \frac{\delta}{2}$ где је фазна разлика $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta$ према слици 2.17. Ако означимо $b + h = d$, путна разлика је $\Delta = S_2Q = d \sin \theta$ и амплитуда је коначно

$$E_\theta = 2E_0 \frac{\sin \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}} \cdot \cos \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}, \quad (2.27)$$

док је интензитет

$$I_\theta = I_0 \cdot \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \cos^2 v, \quad (2.28)$$

где су $v = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$, $u = \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}$. Ако се уведу ознаке $I^\bullet = \frac{\sin^2 u}{u^2}$ и $I^{\bullet\bullet} = \cos^2 v$, претходна релација може да се запише једноставније као

$$I_\theta = I_0 I^\bullet \cdot I^{\bullet\bullet}. \quad (2.29)$$

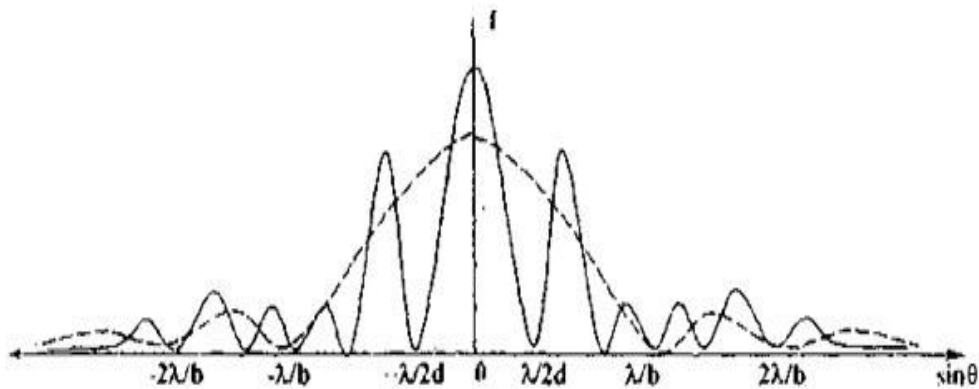
Положаје минимума дифракције на две пукотине налазе се из (2.29), кад је један од чиниоца нула. Нуле за I^\bullet су дате изразом (2.18), а положаји максимума изразом (2.22), а $I^{\bullet\bullet}$ се анулира за

$$d \sin \theta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots \quad (2.30)$$

Величина I^{**} , има максималне вредности за

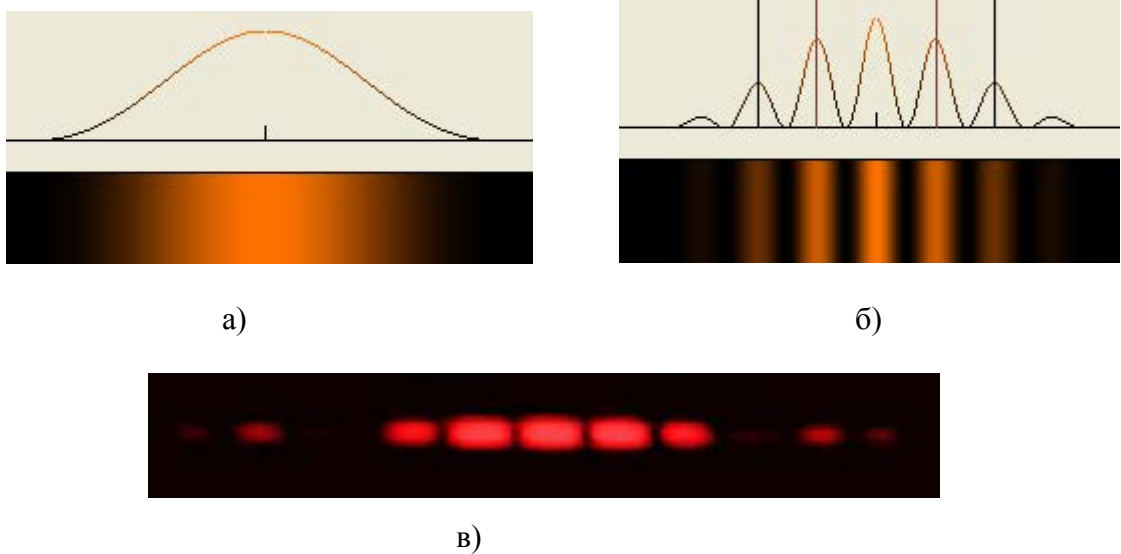
$$d \sin \theta = \lambda; 2\lambda; 3\lambda; 4\lambda; \dots \quad (2.31)$$

Израз (2.31) даје услове за главне максимуме дифракције за две пукотине. На слици 2.18 дата је расподела интензитета дифракционе слике за две пукотине (пуна линија) и за једну пукотину за упоређивање (испрекидана крива). Види се да пуна линија чешће добија максималне и минималне вредности (што може да се види и из I^{**} због $d > b$).



Слика 2.18 - Расподела интензитета светлости на једној пукотини (испрекидана линија) и на две пукотине (пуна линија) при Фраунхоферовој дифракцији.

На слици 2.19. а и б је према (2.24) приказана расподела интензитета дифракционе слике добијена са једне пукотине, и за две пукотине, према изразу (2.21).



Слика 2.19 - Расподела интензитета светлости а) на једној пукотини б) на две пукотине при Фраунхоферовој дифракцији и в) дифракциона слика на две пукотине.

2.5.3 Дифракција на N пукотина (дифракциона решетка)

У случају кад таласи наилазе на неку материјалну средину, они врше побуђивање те средине и тада настаје периодична модулација⁹ њихове амплитуде и фазе. На пример, ако усмеримо белу светлост под углом на површину DVD -а (или CD -а), због дифракције светлости се добија спектар боја.

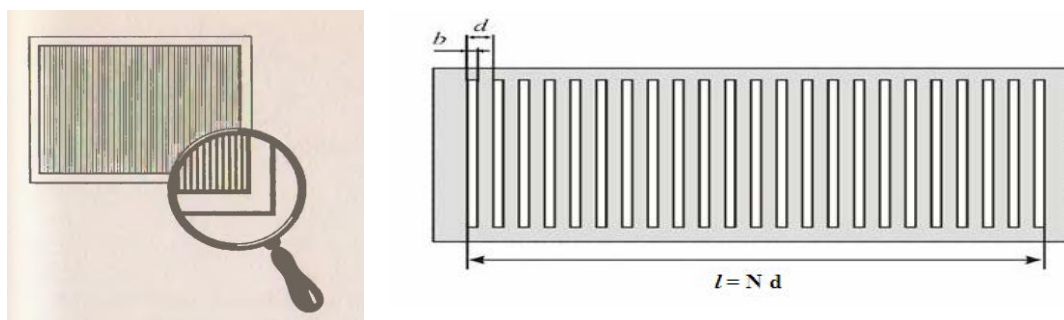
Правилно уређена линеарна структура неке средине која омогућава периодичну модулацију карактеристика упадних таласа дуж једног правца, назива се линеарном дифракционом решетком. Према карактеру модулације решетке се деле на:

1. амплитудне,
2. фазне и
3. амплитудно-фазне, а све могу бити транспарентне и рефлексионе [22 - 31, 49 -58].

Оптичка решетка је обично стаклена планпаралелна плоча на којој је запаран велики број паралелних линија¹⁰ мале дужине на једнаким међусобним растојањима (Слика 2.20).

Светлост може да пролази само кроз уске области између зареза, а расејава се или одбија од површине зареза. Ако се зарези наносе на полирану металну површину, решетка је рефлексиона јер се светлост расејава на зарезима а одбија од области између њих. Кад су дифракциони елементи (пукотине, препреке, зарези...) распоређени паралелно дуж једног правца, решетка се назива линеарном, у два правца дводимензионалном или површинском, и у три правца - просторном решетком.

Линеарну дифракциону решетку према томе чини скуп N паралелних пукотина једнаких ширина b , развојене једнаким непрозрачним областима ширине a . Константу (корак) или период дифракционе решетке чини збир ширине провидног b и непровидног дела решетке a , дакле $d = b + a$.



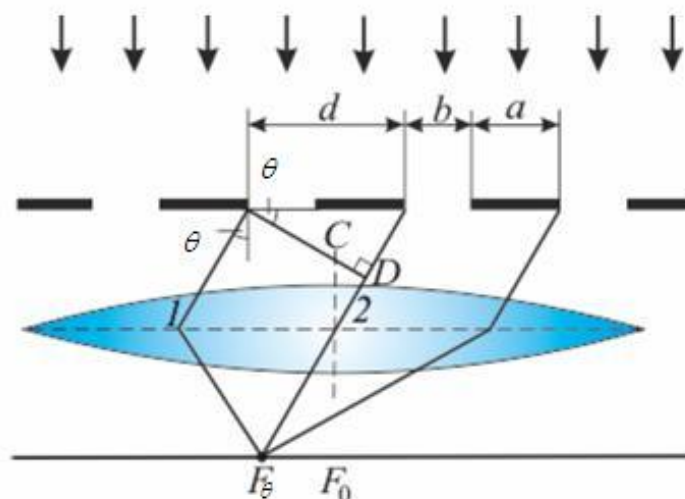
Слика 2.20 - Дифракциона решетка константе $d = b + a$ и дужине $l = Nd$

⁹ Модулацијом осцилација назива се измена по одређеном закону ма ког од параметара осцилација.

¹⁰ Тако на пример за решетку дужине $l = 10$ cm за $(1/d) = 10^3$ зареза/mm треба нарезати $N = 1,5 \cdot 10^5$ зареза, „резач“ прелази пут од $l N = 15$ km. Ако је за резање једног зареза потребно 5 s, та процедура траје 9 дана!

Интерферентна слика на екрану је одређена условима минимума и максимума при дифракцији на једној пукотини и интерференцији зракова, који полазе из одговарајућих тачака N разних пукотина [22 - 29].

На основу Фраунхоферове дифракције на једној пукотини познато нам је да је расподела интензитета на екрану одређена само углом θ у правцу дифракције светлостних зрака иза пукотине. Наиме, премештање пукотине паралелно самој себи не мења дифракциону слику.



Слика 2.21 - Дифракција равних таласа на N пукотина

Уколико паралелан снап монохроматске светлости пада нормално на дифракциону решетку иза које се постави сабирно сочиво, паралелно са решетком (Слика 2.21) у жижи равни сочива на екрану настаје дифракциона слика која је резултат дифракције на „пукотинама” решетке и вишеструке интерференције дифрактоване светлости са N пукотина.

Овај максимум је резултат интерференције зрака који се после преламања кроз сочиво скупљају у његовој жижи F_0 на заклону. Између ових зрака нема путне разлике. Међутим, путна разлика зрака од две суседне пукотине Δ , који скрећу за угао θ , износи $\Delta = d \sin \theta$ што одговара фазној разлици $\delta = kd \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$.

У посматраној тачки F_θ и њој симетричној тачки, у односу на жижу сочива F_0 , добија се дифракциони максимум ако је испуњен услов:

$$\Delta = d \sin \theta = 2m(\lambda/2), \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots). \quad (2.32)$$

Укупан број главних максимума иза решетке који могу да се виде, одређује се из (2.32) из услова $\sin \theta \leq 1$, одакле следи да је $m \leq \frac{d}{\lambda}$. То значи да је највиши ред максимума интерференције m једнак највећем целом броју који је мањи или једнак $\frac{d}{\lambda}$.

Резултујућа амплитуда главних максимума, при дифракцији светлосних зрака под углом θ износи:

$$E_{\theta_{\max}} = NE_{\theta} = NE_0 \frac{\sin \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}}, \quad (2.33)$$

где E_{θ} , представља амплитуду задату једначином (2.20), која одговара резултујућој амплитуди за једну пукотину.

Према (2.32) једначина (2.33) добија облик:

$$E_{\theta_{\max}} = NE_0 \frac{\sin \frac{m\pi b}{d}}{\frac{m\pi b}{d}}, \quad (2.34)$$

па је тада интензитет главних максимума

$$I_{\theta_{\max}} = I_0 \left(\frac{Nd}{\pi b m} \right)^2 \sin^2 \frac{m\pi b}{d}. \quad (2.35)$$

Из (2.35) видимо, да су интензитети главних максимума сразмерни квадрату броја пукотина и да се смањују с повећањем реда максимума m .

Максимум нултог реда има интензитет $I_{0_{\max}} = N^2 I_0$, где је I_0 максимални интензитет светлости од једне пукотине.

Укупна расподела интензитета светлости у дифракционој слици се добија као производ расподеле интензитета услед дифракције на једној пукотини $I_{\theta p}$ и расподеле интензитета због интерференције светлости на N пукотина $I_{\theta N}$ тј.

$$I_{\theta} = I_{\theta p} \cdot I_{\theta N}. \quad (2.36)$$

За расподелу интензитета $I_{\theta N}$, због интерференције од N - пукотина добија се N^2 пута већи интензитет него за једну пукотину

$$I_{\theta N} = \frac{\sin^2 \frac{\pi N d \sin \theta}{\lambda}}{\sin^2 \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}}. \quad (2.37)$$

Укупна расподела [52 - 62] интензитета светлости према (2.21), (2.36), и (2.37) је тада

$$I_{\theta} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}}{\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} \right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\pi N d \sin \theta}{\lambda}}{\sin^2 \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}} = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2. \quad (2.38)$$

Формула (2.38) је основна у теорији дифракционе решетке.

Пошто други множитељ израза (2.38) укључује интерференцију зракова од N пукотина из (2.38) се за $\theta = 0$ и $\delta = 0$, применом Лопиталовог правила добија се за главне максимуме N^2 пута већи интензитет таласа него од једне пукотине у истом правцу. Ако је $\delta/2 = m\pi$, добија се резултат

$$d \sin \theta_m = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.39)$$

где је m ред главних максимума, а (2.39) се назива једначином дифракционе решетке.

Између суседних главних максимума јављају се главни минимуми за које је интензитет $I = 0$ и тада први множитељ израза (2.38) постаје нула у тачкама за које је испуњен услов дифракције на пукотини:

$$b \sin \theta_m = \pm m \lambda, \quad m \text{ је ред главних минимума } m = 1, 2, \dots \quad (2.40)$$

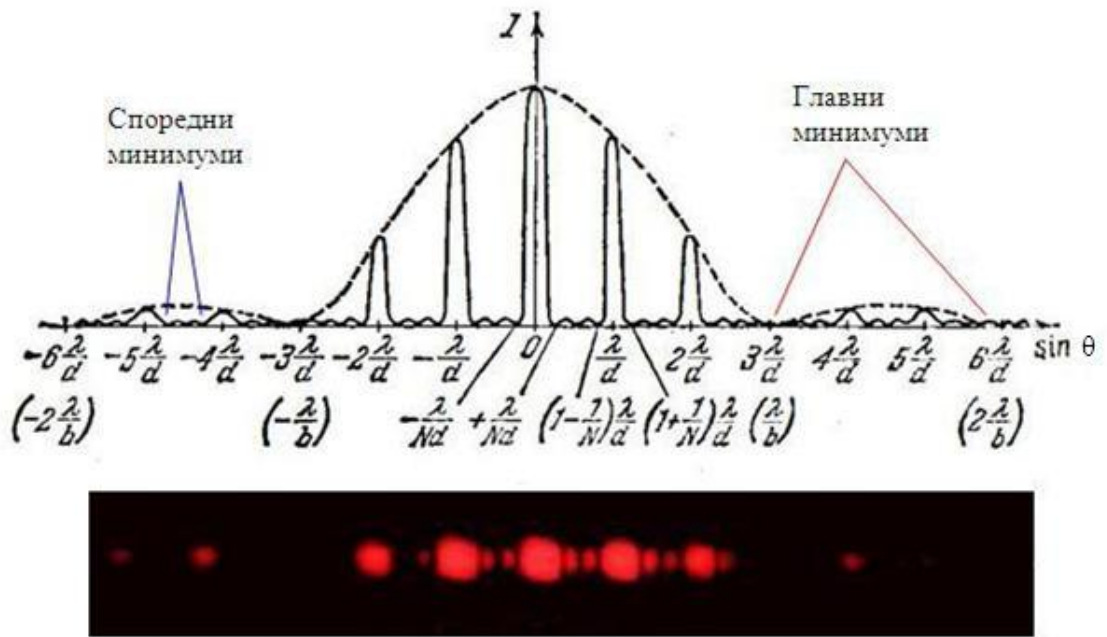
Сем главних минимума, добијају се из израза (2.38) допунски минимуми који испуњавају услове $\sin(N\delta/2) = 0$, а $\sin(\delta/2) \neq 0$ тј. $N\delta/2 = (Nm + p)\pi$ или у облику

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{p}{N} \right) \lambda, \quad (p = 1, 2, \dots, N-1). \quad (2.41)$$

Између два суседна минимума приближно по средини налази се допунски максимум, који се назива и другостепеним максимумом. Величину фазне разлике која одређује правац ма ког другостепеног максимума приближно можемо наћи из $\frac{\delta}{2} = \left(m + \frac{2p+1}{2N} \right) \pi$ или

$$d \sin \theta = \pm \left(m + \frac{2p+1}{2N} \right) \lambda, \quad (2.42)$$

где је: $m = 1, 2, 3, \dots, N-2$ (Слика 2.22.).



Слика 2.22 - Упоредна слика угаоне расподеле интензитета светлости при Фраунhoferовој дифракцији на четири пукотине према теорији и слика дифракције светлости која пролази кроз четири блиске паралелне пукотине једнаких ширина b на међусобном растојању h .

На тај начин број главних максимума N пута је мањи од укупног броја минимума. Између два суседна главна максимума налази се $N-1$ минимума и $N-2$ допунских максимума слабог интензитета [24 - 27]. На тим максимумима и минимумима додају се минимуми који настају при дифракцији на засебној пукотини у којој се функција (2.33) претвара у нулу.

За дати угао дифракције θ највиши ред m_{max} максимума једнак је највећем целом броју који је мањи или једнак d/λ према (2.39) и поклапају се са минимумом неке пукотине $m_{min.}$ из (2.40) па неки од главних максимума нестају. Услов исчезавања максимума добија се изједначавањем $\sin\theta$ из (2.39) и (2.40) и сређивањем

$$\frac{m_{max.}}{m_{min.}} = \frac{a+b}{b} = \frac{d}{b} = q. \quad (2.43)$$

Интензитет m -ог реда расте квадратно с повећањем укупног броја N пукотина и обрнуто је сразмеран квадрату реда спектра m

$$I_m = \frac{I_0 N^2}{m^2} \cdot \left(\frac{d}{b\pi}\right)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{bm\pi}{d}\right). \quad (2.44)$$

Ако на решетку пада бела светлост, у центру дифракционе слике решетке, где је $\theta = 0$, лежи по таласним дужинама неразложена, бела светлост – спектар нултог реда чији је интензитет

$$I = I_0 N^2, \quad (2.45)$$

док десно и лево од централне светле траке настају спектри у виду дугиних боја првог, другог и осталих редова.

Ако је број пукотина решетке N доста велики, а број другостепених максимума p мали тада је и вредност за $\delta/2$ мала па је синус угла $\delta/2$ приближно једнак самом углу и за максимуме интензитета добијамо

$$I_p = \frac{I_1}{\pi^2} \left(\frac{2N^2}{2p+1}\right)^2 = \frac{4}{(2p+1)^2 \pi^2} I_0. \quad (2.46)$$

Из (2.46) се види да је однос интензитета главног максимума I_0 и неколико ближих другостепених максимума

$$1 : \frac{4}{9\pi^2} : \frac{4}{25\pi^2} : \frac{4}{49\pi^2} : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,0083 : \dots$$

На слици 2.22 графички је представљена зависност интензитета дифракционе слике у зависности од $\sin\theta = m(\lambda/d)$, за решетку са четири пукотине, где је $d = 3b$, то јест $q = \frac{d}{b} = 3$. Нуле израза (2.42), односно минимуми интензитета дифракционе слике се добијају за

$$\sin\theta = m \frac{\lambda}{Nd} = m \frac{\lambda}{4 \cdot 3b} = m \frac{\lambda}{12b}, \left(m = \pm 1, \pm 2, \dots \pm \frac{12b}{\lambda}; m \neq \pm 4m \right). \quad (2.47)$$

Главни максимуми, одговарају угловима дифракције, који задовољавају услов

$$\sin\theta = m \frac{\lambda}{d} = m \frac{\lambda}{3b}, \left[m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \frac{3b}{\lambda}; (m \neq \pm 4q) \right]. \quad (2.48)$$

Између два суседна главна максимума, према (2.39), (2.40), (2.41) и (2.42) има $4-1 = 3$ минимума и $4-2 = 2$ допунска максимума слабог интензитета. На растојању $\frac{\lambda}{b}$ смештена су $q-1 = 2$ главна максимума. Главни максимуми дифракције нестају за које су испуњени услови $m = \pm q, \pm 2q, \pm 3q, \dots = \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$

Први члан израза (2.38) одговара расподели интензитета при дифракцији са једне пукотине и приказан је у функцији од $\sin\theta$ цртицама на слици 2.22. Ова крива модулира врхове главних максимума који настају због вишеструке интерференције светлости од N пукотина, коју описује други члан у изразу (2.38).

Са слике 2.22 видимо да се између главних минимума првог реда $m = 1$ налази пет главних максимума, па израз $I_N = N^2 I_\theta$ карактерише „обвојницу највећих вредности интензитета светлости—тих главних максимума. Из израза $I_N = N^2 I_\theta$ такође, видимо да дифракциона решетка омогућава да се N^2 пута увећа интензитет светлости у области максимума у односу са интензитетом дифракције на једној пукотини.

Код решетака са великим бројем пукотина интензитет допунских максимума практично се може узети да је једнак нули, па решетка даје низ оштрих максимума.

При дифракцији светлости на N правилно (регуларно) распоређених пукотина, интензитет расте са квадратом тога броја, због прерасподеле укупне енергије на свим пукотинама и интерференције дифрактованих снопова. У случају хаотичног распореда пукотина, не сумирају се амплитуде, већ интензитети па је укупни интензитет сразмеран броју пукотина $I = I_\theta N$ [11].

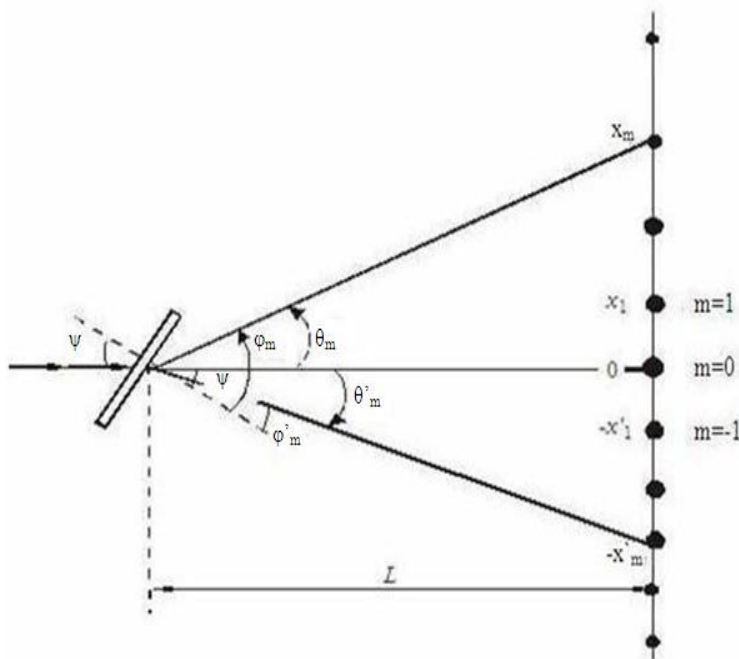
Дифракциона слика се може посматрати и у одбијеној светлости. Период решетке притом остаје исти, само улогу прореза замењује рефлектујућа област ширине $a = d - b$. Расподела интензитета по угловима дифракције θ се такође описује изразом (2.38), с том разликом што за фазну разлику треба узети $\delta = k(d - b)\sin\theta$.

Рефлексна дифракциона решетка по облику је најчешће равна или конкавна, полирана метална површина на којој је дијамантским ножем направљен велики број зареза. Метални или пластични лењир са простором између ознака на њима, такође, делује као рефлексиона дифракциона решетка [85-90]. Савремене рефлексионе решетке се углавном користе код квалитетних оптичких инструмената са зарезима одређеног профила, који омогућавају да се већи део светлости концентрише у неки други ред максимума m .

2.5.3.1 Искошено падање светлости на решетку

Аналогно расуђивање, као у случају искошеног падања светлости на једну пукотину, може да се примени и у случају искошеног падања светлости, како на транспарентну тако и на рефлексиону дифракциону решетку. Према слици 2.23 главни максимуми се образују у правцима θ_m , за које важи услов:

$$d(\sin \theta_m + \sin \psi) = m\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.49)$$



Слика 2.23 - Дифракција при искошеном падању светлости на решетку.

где је упадни угао $\psi = \pi/2 - \theta$ [17 - 28, 37, 74]. Тако добијена дифракциона слика није симетрична, при чему је асиметрија положаја максимума интензитета дата изразом $A = x_m - x'_m$. Асиметрија положаја дифракционих максимума потиче од неједнакости њихових растојања ($x_m \neq x'_m$), коју изазива спорија промена $\sin \theta_m$ у (2.49) при већим угловима. На слици 2.23 су означени углови дифракције θ_m за максимуме $m = 1, 2, 3, \dots$ и за максимуме $\theta_{m'}$ бројевима $m' = -1, -2, -3, \dots$, а читавају се од нормале $\theta_m = \varphi_m - \psi$; $\theta_{m'} = \psi - \varphi_{m'}$, $\varphi_{m'} > 0$. За мале углове θ_m и $\theta_{m'}$ израз (2.49) се по форми своди на једначину решетке, при нормалном падању светлости (2.25), једино са ефективним периодом [28-35, 62, 63]

$$d_{ef.} = d \cdot \cos \psi. \quad (2.50)$$

Ширина главног максимума m -тог реда се налази као разлика угла два њему блиска допунска минимума и износи због $\theta = 0$

$$\Delta \theta = \frac{2\lambda}{Nd}. \quad (2.51)$$

2.5.3.2 Бабинеова теорема

Размотримо једну последицу Хајгенс – Френеловог интеграла (2.1) познату под називом Бабинеова теорема (или Бабинеов принцип). То је у пракси корисна теорема која се односи на комплементарне (допунске) екране. То су екрани у којима се отвори једнога тачно поклапају с непровидним деловима другог и обратно. Примери допунских екрана су пукотина и нит исте ширине/дебљине или округли отвор и диск истих пречника (Слика 2.24). Означимо са E_{1p} и E_{2p} амплитуде, када је само један од

екрана постављен на пут између извора светлости и тачке посматрања. Ако E_{1p} и E_{2p} можемо представити интегралом облика (2.1) по отворима, а отвори у допунским екранима се поставе тако, да потпуно откривају цео таласни фронт тада је

$$E_{1p} + E_{2p} = E_{0p} \quad (2.53)$$

где је E_{0p} амплитуда осцилација у посматраној тачки, ако не би било никаквих екрана.

На основу Бабинеовог принципа можемо да изведемо два закључка. Прво, ако је $E_{1p} = 0$ тада је $E_{2p} = E_{0p}$ тј. у тачкама где је интензитет при утицају првог екрана једнак нули, у присуству само другог екрана он ће бити исти такав, као и при отсуству екрана. Друго, ако је $E_{0p} = 0$, фазе E_{1p} и E_{2p} разликују се за π , а расподеле интензитета су једнаке свуда ($I_1 = I_2$), сем области близу P јер је интензитет сразмеран квадрату амплитуде $I \propto E^2$.

Бабинеова теорема се примењује за Френелову и Фраунhoferову дифракцију и омогућава да се решења великог броја задатака дифракције заменом неког екрана допунским знатно упросте.



Слика 2.24 - Комплементарни екрани и Бабинеова теорема.

3. ЕКСПЕРИМЕНТИ СА ДИФРАКЦИЈОМ СВЕТЛОСТИ

3.1 Предлог експерименталних вежби

У овој глави су приказане експерименталне вежбе чије се увођење у програм физике природно-математичког смера у 3. и 4. разреду гимназије у Србији и на основним студијама у оквиру предмета опште физике на факултетима предлаже.

У овом раду дифракција светлости се посматра као доминантан феномен иако је познато да је увек прате рефлексija, рефракција, апсорпција и расејање светлости са површине објеката дифракције. Остали поменути ефекти су сматрани занемарљиво малим.

Ради се о следећим вежбама:

1. Одређивање таласне дужине светлости дифракцијом ласерске светлости на лењиру;
2. Одређивање коефицијента површинског напона течности дифракцијом ласерског снопа на капиларним таласима;
3. Провера Хајзенбергове релације неодређености координате и импулса дифракцијом ласерског снопа;
4. Брауново кретање, његова фрактална структура, провера Ајнштајнове формуле и одређивање Авогадровог броја;
5. Одређивање брзине ултразвука у води дифракцијом ласерске светлости на ултразвучним таласима.

За сваку предложену експерименталну вежбу су дате најпре теоријске основе а након тога наведена је апаратура и детаљан опис принципа рада и мерења.

За цртање графика се предлаже прво коришћење милиметарског папира у фази увежбавања, а након тога примена неких од програмских пакета. Уз сваку вежбу су на крају предложена контролна питања на која ученици (или студенти) треба да одговоре при писању извештаја.

Напомена: За обраду резултата мерења у свим предложеним вежбама и израчунавање релативне и апсолутне грешке као основна литература коришћена је [71-84] и посебна литература која је наведена у оквиру сваке вежбе.

3.2 Експерименталне вежбе

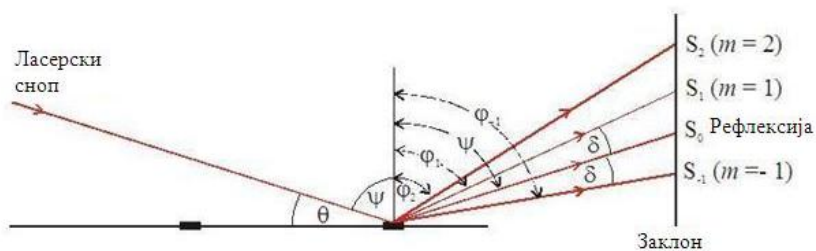
3.2.1 Вежба 1. Мерење таласне дужине ласерске светлости дифракцијом на лењиру

Теорија

У основи постоје два типа дифракционих решетки: трансмисионе и рефлексионе. Код трансмисионих решетака светлост пролази кроз низ уских прореза између тамних (непровидних) места на стакленој или пластичној плочици. У случају рефлексионих решетки, светлост се рефлектује од низа паралелних, блиских, глатких површи а апсорбована је или расејана од делова површи које се налазе између њих. У почетку развоја овог спектроскопског алата технологија његове израде је била

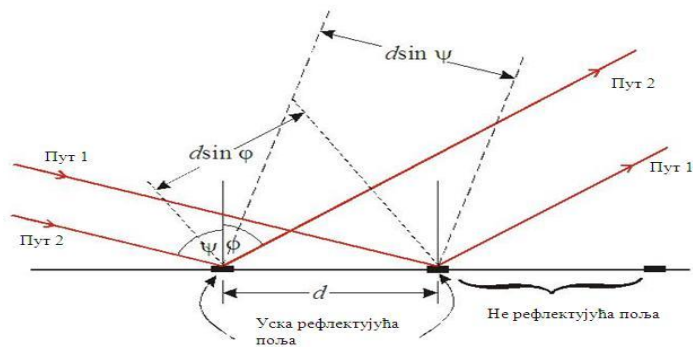
веома скупа. Данас су рефлексионе решетки јефтине а лако их је и направити а веома су погодне за примену у настави у школама и на факултетима.¹¹ Међутим, у уџбеницима физике за средње школе и факултете њима је посвећено обично не више од једног пасуса а за наставнике је принцип њиховог рада често мистерија. Значај рефлексионих решетки за наставу физике је истакнут у раду Нобеловца А. L. Schawlow-а [85] који је осмислио једноставан и јефтин експеримент са ласером и обичним лењиром са полумилиметарском поделом који игра улогу рефлексионе решетки за упадну светлост.

Када светлост пада на потпуно глатку површ, без икаквих зареза или неравнина на њој, рефлектује се, у складу са законом рефлексије геометријске оптике, под углом под којим је и упала на ту површину. Ова добро позната чињеница се према Хајгенсовом принципу објашњава тиме да свака тачка глатке површи при томе постаје извор нових секундарних таласа који су интерферирали деструктивно свуда сем у путањи која одговара рефлектованом зраку. Када светлост пада на површ са периодично постављеним нерелектујућим подручјима (Слика 3.1) она елиминишу неке од тачака које би биле емитери секундарних таласа. Последица тога је да се неће дуж свих осталих путања, код којих рефлектовани угао није једнак упадном, јавити деструктивна интерференција већ ће на неким од њих доћи до конструктивне интерференције. Услед тога се на заклону не појављује само једна већ читав низ светлих мрља. При овоме је најинтензивнији максимум такозвани нулти, тј. онај који одговара чистој рефлексији о потпуно глатку површ.



Слика 3.1 - Интерференција након одбијања светлости о рефлексиону површину

Приметимо да при томе углови ψ и ϕ (Слика 3.2) нису једнаки јер, у складу са до сада реченом, није реч о чистој рефлексији о потпуно глатку површ. Уместо тога, сваки глатки и рефлектујући део решетки се понаша као тачкасти извор секундарних таласа који, у зависности од путне разлике, међусобно интерферирају конструктивно или деструктивно.



Слика 3.2 - Путна разлика зрака код рефлексионе дифракционе решетки

¹¹ Као рефлексиона решетка такође могу да се користе и CD или DVD.

Пућања број 1 (Слика 3.2) је при томе од путање број 2 до наиласка зрака на глатки део решетке дужа али је краћа од ње након рефлексије. Као што се види са слике 3.2 дужа је за $d\sin\psi$ а краћа за $d\sin\varphi$ тако да је разлика у путевима ова два зрака $d(\sin\psi - \sin\varphi)$. Када је ова разлика једнака целом броју таласних дужина светлости таласи рефлектовани од суседних рефлектујућих површи су у фази и долази до конструктивне интерференције па се на заклону добија светла мрља [9, 28, 41]. Растојање између суседних рефлектујућих делова је константа решетке d , док је ψ упадни угао а φ угао дифракције. Интерференциони максимум нултог реда ($m = 0$) се, као што је напоменуто, налази у правцу геометријске рефлексије за коју је $\psi = \varphi$. Са обе стране максимума нултог реда се налазе максимуми првог ($m = \pm 1$), другог ($m = \pm 2$) итд. реда све до углова дифракције блиских 90° (који одговара клизећем упадном таласу).

За даље примене је погодније увести угао θ између упадног зрака и равни решетке за који важи да је $\theta + \psi = \pi/2$ и угао δ између правца геометријски рефлектованог зрака и правца прве конструктивне интерференције $\psi - \varphi_1 = \delta$ (за $m=1$). Показује се да је у том случају $\lambda = 2d \sin \frac{\delta}{2} \sin(\theta + \frac{\delta}{2})$. Уколико се примени иста процедура на први зрак конструктивне интерференције али са друге стране геометријски рефлектованог зрака за који важи $\varphi_1 - \psi = \delta$, аналогним поступком се добија релација $\lambda = 2d \sin \frac{\delta}{2} \sin(\theta - \frac{\delta}{2})$. Сабирањем ових двеју једначина се долази до важне формуле

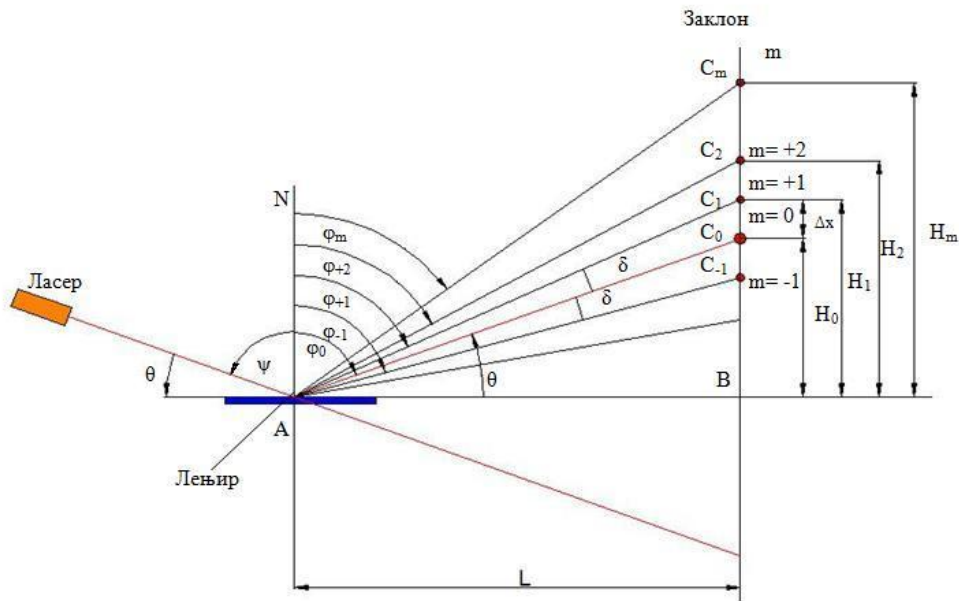
$$\lambda = d \sin \frac{\delta}{2} (\sin(\theta + \frac{\delta}{2}) + \sin(\theta - \frac{\delta}{2})). \quad (3.1)$$

При наиласку светлости под углом θ , на граничну површину лењира, ознаке и глатке површине лењира чине правилно уређену структуру-рефлексиону дифракциону решетку. При томе, периоду решетке d , овде одговара збир ширина рефлектујућег и не рефлектујућег поља.

Апаратура

Апаратуру чине He - Ne (или полупроводнички) ласер, оптичка клупа, или два статива са држачима, лењир са нонијусом, метални метар, пластични или метални лењир, заклон са милиметарским папиром.

He - Ne ласер таласне дужине 632.8 nm се користи као извор светлости којом се осветљава лењир (Слика 3.3), након чега се на удаљеном заклону формирају светле мрље.



Слика 3.3 - Дифракција ласерског снопа на лењиру

Метод мерења

На оптичку клупу или статив са држачем постави се ласер у хоризонтални положај а на растојању око 1 m од ласера се постави и учврсти челични или пластични лењир са држачем на другом стативу. Лењир се подеси у тако да светлосни сноп пада под веома малим углом на његову површину. На заклону удаљеном 2 - 3 m од лењира се виде светле мрље које су резултат конструктивне интерференције рефлектованих таласа који полазе из разних тачака осветљене површине на лењиру.

Метод директног мерења растојања између дифракционих максимума лењиром, на заклону, даје добру тачност. Међутим, за тачнија мерења треба водити рачуна о низу фактора који могу бити извори грешака. Као што су на пример: лоше прочитани положаји максимума дифракције, односно њихова растојања од централног максимума, удаљеност између заклона и лењира, положај и удаљеност ласера и лењира, уврнут положај лењира у односу на ласерски сноп. Приликом мерења, обратити пажњу и на друге могуће изворе грешака. На пример, у случају када ласерски сноп пада искошено под малим углом, тада лењир треба поставити у хоризонталан положај, тј. нормално на заклон (зид), а то се врло тешко постиже. Ради веће тачности при мерењу треба и растојање L измерити тачније. Растојање L се зато метром мери више пута и одреди средња вредност.

За већу тачност се при одређивању вредности угла дифракције може применити косинусна теорема како би компензовали могућу грешку ако лењир није постављен потпуно нормално на зид. Прецизније одређивање таласне дужине ласерске светлости се успешније остварује снимањем дифрактограма CCD камером и анализом копираних фајлова помоћу програма и погодних програмских пакета за обраду слика.

Угао θ_0 се односи на огледалски одбијени ласерски зрак са глатке површине лењира и веома је важно да се пре почетка мерења одреди положај рефлектованог зрака на заклону. За то је неопходно извршити померање лењира (или ласера) тако да ласерски сноп пада на необележену глатку површину челичног лењира ради провере да ли је положај снопа на заклону стабилан или се евентуално променио.

Такође, треба обратити пажњу да притом положај рефлектованог снопа на заклону не мора да буде најнижа светла тачка.

Приказ резултата мерења и израчунавање грешака

Најпре треба измерити метром растојања $BC_0 = H_0$, $AB = L$, и одредити растојања Δx као разлику одговарајућих висина $\Delta x = H_1 - H_0$, $\Delta x_m = H_m - H_{m-1}$ (Слика 3.3) напред описаном методом [95]. Према закону одбијања одбојни угао ν_0 једнак је упадном углу ψ .

Са слике 3.3 је очевидна веза углова

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \theta ; \varphi_m = \frac{\pi}{2} - \theta_m ; \operatorname{tg} \theta = \frac{H_0}{L} ; \operatorname{tg} \theta_m = \frac{H_m}{L} \quad (3.2)$$

Из троугла који на слици 3.3 формирају тачке A , B и C_0 , видимо да је угао између страница AB и AC_0 једнак θ . За њега важи $\theta = \operatorname{arctg} \frac{H_0}{L}$. Из троуглова ABC_m на истој слици 3.3 следи за

$$\theta_m = \operatorname{arctg} \frac{H_m}{L}. \quad (3.3)$$

За углове ψ и ν важи следећа конвенција: они се морају читавати у истом смеру од нормале на решетку. На пример, следећи у смеру казаљке на сату ψ и ν су позитивни. Правило важи и за рефлексиону решетку ако се углови ψ и ν читавају у супротном смеру од нормале, углови ψ и ν су тада позитивни. Пошто су углови ν и θ комплементарни за путну разлику m -тог и нултог зрака можемо писати $d(\cos \nu_0 - \cos \varphi_m) = m\lambda$. За мале углове ($\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2!}$), после сређивања израза добија се

$$m\lambda = d \left(1 - \frac{\theta_0^2}{2} \right) - \left(1 - \frac{\theta_m^2}{2} \right) = \frac{d}{2} (\theta_m^2 - \theta_0^2). \quad (3.4)$$

Пошто су висине H_m мале у односу на удаљеност заклона L ($H_m \ll L$) следи да је

$$\operatorname{tg} \theta_0 \approx \theta_0 \approx \frac{H_0}{L} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \theta_m \approx \theta_m \approx \frac{H_m}{L}. \quad (3.5)$$

Заменом израза (3.5) у (3.4) после сређивања он постаје

$$m\lambda \approx \frac{d}{2} \left(\frac{H_m^2 - H_0^2}{L^2} \right). \quad (3.6)$$

Сређивањем израза (3.6) коначно се за таласну дужину светлости добија [85, 90]:

$$\lambda_m = \frac{d}{2L^2} \frac{(H_m^2 - H_0^2)}{m}. \quad (3.7)$$

Једначина (3.7) се за практичан рад записује у погоднијем облику, и на тај начин се омогући линеаризација зависности квадрата висина H_m^2 од реда максимума m :

$$H_m^2 = H_0^2 + \left(\frac{2\lambda L^2}{d} \right) m. \quad (3.8)$$

Вредности добијене мерењем висина H_0 и H_m се уносе у табелу 3.1 и на основу њих се црта одговарајући график. График зависности H_m^2 од реда дифракционог максимума m ($m = 1, 2, 3, \dots$) је права линија са коефицијентом правца $\operatorname{tg}\alpha = a = \frac{2\lambda L^2}{d}$. Са нацртаног графика се на основу коефицијента правца добијене праве, одређује таласна дужина светлости из измерене вредности растојања L и познате вредности подеока између ознака на лењиру d [90].

Други погодан начин, за одређивање вредности λ_m у школској пракси је да се из једначине (3.7), на основу података добијених мерењем за H_0 и H_m за $m = 1, 2, 3, 4, 5$, из табеле 3.1 одреди вредност таласне дужине ласерске светлости и потом нађе средња вредност и стандардно одступање.

У табели 3.1. приказане су измерене вредности за H_0 и H_m , као и њихови квадрати и израчуната вредност коефицијента правца из нагиба добијене праве.

Табела 3.1 Резултати мерења код дифракције на лењиру

No	m	H_0 [m]	H_0^2 [m ²]	H_m [m]	H_m^2 [m ²]	$\operatorname{tg}\alpha = a$
1	1	0.605	0.366	0.618	0.382	0,225
2	2	0.605	0.366	0.632	0.400	
3	3	0.605	0.366	0.644	0.415	
4	4	0.605	0.366	0.657	0.432	
5	5	0.605	0.366	0.671	0.450	

Вредност таласне дужине коришћене ласерске светлости израчунате из нагиба правца је:

$$\lambda = \frac{d}{2L^2} \operatorname{tg}\alpha = (646 \pm 10) \text{ nm}. \quad (3.9)$$

На самом ласеру је декларисано да је његова таласна дужина 633 nm што представља добро слагање с обзиром на то је реч о веома једноставном експерименту.

3.2.2 Вежба 2. Мерење коефицијента површинског напона течности дифракцијом ласерског снопа на капиларним таласима

Теорија

Феномен површинског напона може да се уочи у бројним свакодневним ситуацијама (откидање капи воде из славине која цури, пливање челичне игле на површини воде, ходање инсеката по води...). Он је последица постојања неуравнотежених привлачних кохезионих сила, услед чега молекули у површинском слоју течности имају већу потенцијалну енергију од осталих молекула течности. Тиме се такође објашњава тежња течности ка смањењу своје слободне површине.

Ефекти површинског напона [91 - 96] су стога увек значајни у процесима који укључују течности са слободним површинама; на пример, код распршивања млазева течности, формирања капи и мехурова, испаравања... Површински напон је такође појам који је јако битан код разумевања физике кондензованог стања материје (течног и чврстог). У пракси је битан у индустрији лакова, боја, мастила, а има веома велики значај и за друге индустријске, физичке и медицинске проблеме. Површински напон је битан и за разумевање раста кристала, а веома актуелна област истраживања је анализа пораста загађења извора воде површински активним супстанцама.

Површински напон зависи од типа и величине међумолекуларних сила које делују на област која поредставља раздеобну површ супстанци. Његова вредност може да варира у зависности од оријентације молекула и састава површи супстанце. Када се површ течности креира у неком процесу, на пример: када течност у млазу излази из млазнице, оријентација молекула је потпуно хаотична у почетку. Уколико течност има поларне молекуле, нека међусобна оријентација молекула ће бити вероватнија из енергетских разлога па долази до њиховог прегруписавања. То значи да ће се вредност коефицијента површинског напона са временом мењати. У временском интервалу у коме се дешавају његове промене говоримо о *динамичком површинском напону*. Равнотежна (асимптотска) вредност површинског напона је *статички површински напон*. У неким ситуацијама потребно је циљано променити површински напон супстанце додавањем неких других супстанци. Те супстанце се називају сурфактанти, а у процесу успостављања статичке вредности површинског напона се, такође, срећемо са динамичким површинским напоном. С обзиром на временску скалу динамичког површинског напона, која је често значајно мања од секунде, и теоријски опис, а и мерење динамичког површинског напона, изазови су које није лако решити [99].

Коефицијент површинског напона једнак је енергији потребној да се формира јединична слободна површина течности. Ова енергија је одређена привлачним међумолекуларним силама течности или чврстог тела. Већина стандардних техника за мерење коефицијента површинског напона, које се користе у школским и факултетским лабораторијама, базиране су на томе. За детаљнији увид видети референцу [100].

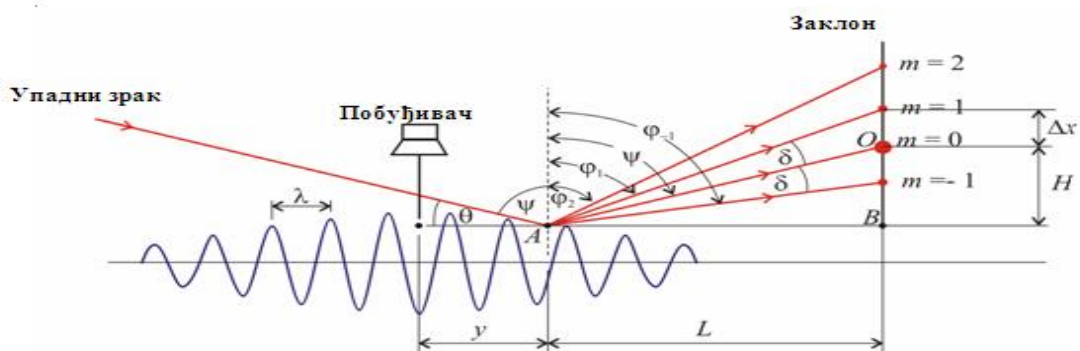
У настави физике се најчешће користе следеће методе за одређивање коефицијента површинског напона: метод откидања капи, метод правоугаоног рама (или других форми), метод откидања прстена помоћу микроваге, метод откидања мехурића, метод компензације Лапласовог притиска, метод капиларних таласа (стробоскопски метод). Мање је међутим познато да коефицијент површинског напона може да се одреди и дифракцијом ласерског снопа на капиларним таласима. Капиларно – гравитациони таласима називају се таласи, који се простиру по површини течности под дејством сила површинског напона и силе теже. У граничном случају кад се утицај силе теже може занемарити и уколико за таласну дужину важи $\lambda \ll 2\pi\sqrt{\sigma/\rho g}$ (σ -коефицијент површинског напона, ρ -густина течности), таласи се називају капиларним [84, 92, 93].

Апаратура

Апаратура за мерење се састоји од: дигиталног сигнал генератора, појачавача, осцилоскопа (фреквенцметар-хандископ HS2), статива за камеру, звучника, побуђивача, микрометра, посуде од стиropора дубине око 2 cm, екрана, He-Ne ласера, CCD камере, метарске траке, термометра, металне плоче.

Капиларне таласе у течности ствара танка метална иглица која врхом додирује њену површину. Она је постављена нормално на дијафрагму звучника и залепљена лепком. Неопходно је да побуђивач буде танка и заострена иглица да би се смањило повлачење воде при њеном ритмичком померању.

Звучник је преузет из компјутера и побуђује се из дигиталног сигнал генератора (Iskra MA 3605), синусним сигналима мале снаге у фреквентном опсегу од 50 до 400 Hz, са кораком од 25 Hz.¹² Звучник је учвршћен за металну плочу која се налази на стативу који има три степена слободе кретања (дуж x , y , z осе) напред - назад; лево - десно; горе - доле и служи за подешавање његове позиције. Изабране вредности фреквенција читавају се на дисплеју генератора функција, а контролишу са фреквенцметром преко компјутера. Капиларни таласи се стварају синусним осцилацијама напона звучних фреквенција. Звучне осцилације се каблом преко мембране звучника преносе са побуђивача на површину течности [98-100].



Слика 3.4 - Геометријски приказ основе мерења таласне дужине површинских таласа и коефицијента површинског напона течности.

Генератор фреквенција и ласер су изоловани од стола на коме је суд са течномшћу. Извор светлости је He - Ne ласер Iskra снаге $P = 2 \text{ mW}$, таласне дужине $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ (црвена боја). Он се поставља на растојање $D = 1 \text{ m}$ од површине течности и учврсти помоћу два статива и држача на висини 10 - 15 cm. Ласер се затим фино подешава у радни положај тако да сноп светлости пада косо под врло малим углом ψ односу на мирну површину течности. Ласерски сноп је узан и мале угаоне ширине, али се на површини течности због косог падања „шири—и пада на неколико капиларних таласа. При томе треба водити рачуна да ласерски сноп пада ван области радијуса y (Слика 3.4) и даље од зидова суда, а притом пазити и да не погађа побуђивач. Позиција иглице побуђивача капиларних таласа се бира тако да иглица буде у равни упадног и референтног зрака. У нашем случају је тачка модулације M (тачка у којој иглица побуђивача додирује површину течности) била удаљена 1 - 2 cm од места упада ласерског зрака. Избор овог растојања зависи од изабране снаге на сигнал генератору, врсте течности, њене температуре и др.

Метод мерења

1. Мерење упадног угла ψ . За одређивање вредности упадног угла $\psi = \pi/2 - \theta$ мери се угао клизања¹³ ласерског снопа θ . Угао клизања приближно се рачуна из $\theta = \arcs \text{tg } H/L$ [128 - 134]. За мерење овог угла θ са већом тачношћу, снима се график зависности висине H у функцији од удаљености заклона L од тачке A .

¹² Капиларни таласи могу да се побуде и оптички деловањем ласерског зрачења.

¹³ Углом клизања, овде означен θ назива се комплементарни угао упадном углу.

Висина H се мери у вертикалној равни заклона од референтног нивоа хоризонталне површине течности у суду до тачке O , огледалски рефлектованог ласерског снопа са мирне површине течности.

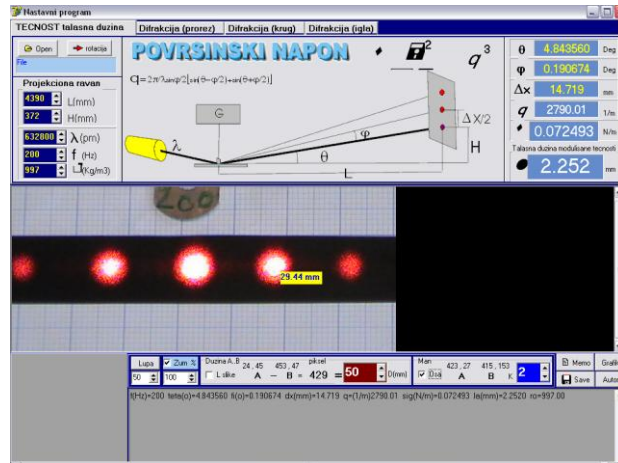
2. *Мерење угла дифракције δ .* Угао дифракције δ (Слика 3.4) се одређује из приближне формуле за мале углове $\delta = \arctg \Delta x/L$ [128, 134, 9] мерењем растојања Δx и L . Мерењу растојања Δx посвећена је посебна пажња. У ту сврху је снимљена серија фотографија дифракционих мрља CCD камером, а за анализу тих слика и мерење Δx коришћен је програм написан у Delphi-ју. Основни мотив коришћења програма за мерење растојања Δx је већа тачност. Мерење вредности овог растојања је са апсолутном грешком $\Delta(\Delta x)=0.11$ mm, мањом у поређењу са грешком мерења која се врше метром или лењиром [91, 98]. Фотографије направљене CCD камером се копирају на компјутер и врши њихова анализа. Растојање између m - тих мрља, са обе стране централног максимума, на снимку је дато у пикселима. За превођење пиксела у метре, при изабраном увећању скенира се познато растојање (од 5 cm). Тако, на пример, за увећање од 100 пута растојању од 5 cm одговара $N = 458$ пиксела, па је вредност једног пиксела 0,11 mm. Тада се тражено растојање Δx , у метрима, лако добија као производ броја пиксела од централног максимума до максимума m - тог реда и одређене вредности једног пиксела. За одређивање стварних положаја дифракционих максимума битни су центри светлих мрља које треба одредити. Положај дифракционог максимума се процењује према интензитету њихове црвене боје и димензија мрља. Притом се јављају грешке због субјективног читавања о којима треба водити рачуна и свести их на минимум.

На основу измерених вредности угла θ и углова дифракције δ_m , програм користећи израз

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \left[\sin\left(\theta + \frac{\delta}{2}\right) + \sin\left(\theta - \frac{\delta}{2}\right) \right] \quad (3.10)$$

израчунава таласну дужину капиларних таласа Λ , тј. њихов таласни број k који је потребан за одређивање коефицијента површинског напона из Келвинове дисперзионе релације за капиларне таласе $\omega^2 = \zeta k^3/\rho$ [92, 93]. Коефицијент површинског напона се, према томе, одређује из

$$\sigma = \frac{\rho \cdot \omega^2}{k^3} = \frac{\rho v \lambda^3}{2\pi}. \quad (3.11)$$



Слика 3.5 - Изглед интерфејса коришћеног софтвера.

Приказ резултата мерења и њихова анализа

У експерименту су коришћене три течности: дестилована вода и 70% и 50% етил алкохол на температури 25°C. На основу вредности фреквенције капиларних таласа ν , растојања Δx , угла θ , познате таласне дужине ласерске светлости λ , удаљености L и вредности угла дифракције θ_m , програм (Слика 3.4) даје нумеричке вредности таласне дужине капиларних таласа Λ и вредности коефицијента површинског напона σ . Директно мерене величине и израчунате вредности програм меморише у посебне фајлове који се затим анализирају или се графички приказују жељене зависности увозом података у неки од пакета за обраду резултата мерења.

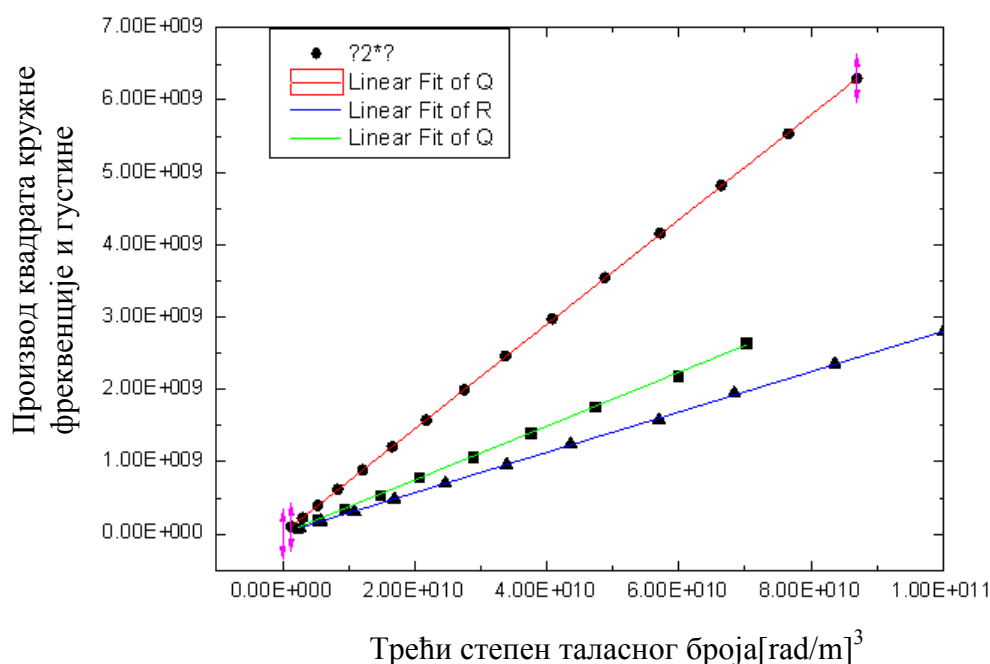
Табела 3.2 Резултати мерења за дестиловану воду: $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$, $L = 4,39 \text{ m}$, $H = 0,372 \text{ cm}$, $\theta = 0,084 \text{ rad}$, $\lambda = 0,6328 \text{ }\mu\text{m}$.

No	ν [Hz]	Δx [m]	δ [rad]	k [1/m]	$\omega^2 \rho$ [Hz kg/m ³]	Λ [m]	ζ [N/m]
1	50	0.00574	0.001308	1101.66	9.8E+07	0.00570	0.07357
2	75	0.00770	0.001754	1453.70	2.2E+08	0.00432	0.07204
3	100	0.00923	0.002103	1750.86	3.9E+08	0.00359	0.07331
4	125	0.01087	0.002476	2032.34	6.1E+08	0.00309	0.07324
5	150	0.01216	0.002770	2300.25	8.9E+08	0.00273	0.07274
6	175	0.01344	0.003062	2554.19	1.2E+09	0.00246	0.07231
7	200	0.01472	0.003353	2794.29	1.6E+09	0.00225	0.07213
8	225	0.01589	0.00362	3019.97	2E+09	0.00208	0.07232
9	250	0.01706	0.003886	3231.54	2.5E+09	0.00194	0.07287
10	275	0.01811	0.004125	3443.31	3E+09	0.00182	0.07288
11	300	0.01916	0.004364	3654.44	3.5E+09	0.00172	0.07256
12	325	0.02033	0.004631	3851.87	4.2E+09	0.00163	0.07272
13	350	0.02126	0.004843	4049.41	4.8E+09	0.00155	0.07259
14	375	0.02231	0.005082	4246.84	5.5E+09	0.00148	0.07224
15	400	0.02314	0.005271	4430.17	6.3E+09	0.00142	0.07240

У табели 3.2. су приказани резултати мерења за дестиловану воду док табеле са подацима за остале течности, због гломазности, нису приказане, већ су презентовани само одговарајући графици.

Описаним поступком је, на основу резултата мерења, за коефицијент површинског напон добијено $\sigma = (0,0727 \pm 0,0005) \text{ N/m}$.

На слици 3.6 за три течности приказане су линеаризоване зависности $\omega^2 \rho$ од k^3 . У табели 3.2 су наведене вредности коефицијената површинског напона, добијене помоћу пакета Origin. Презентоване вредности коефицијената површинског напона течности добијене су на основу нагиба одговарајућих правих линија приказаних на слици 3.6. Упоредно су у табели 3.3 приказане и опште прихваћене вредности коефицијената површинског напона (према [101]) за воду и етил алкохол.



Слика 3.6 - Приказ линеаризоване зависности $\omega^2 \rho$ од таласног броја k^3 за воду (тачке), 70% алкохол (правоугаоници) и 50% алкохол (правоугаоници)

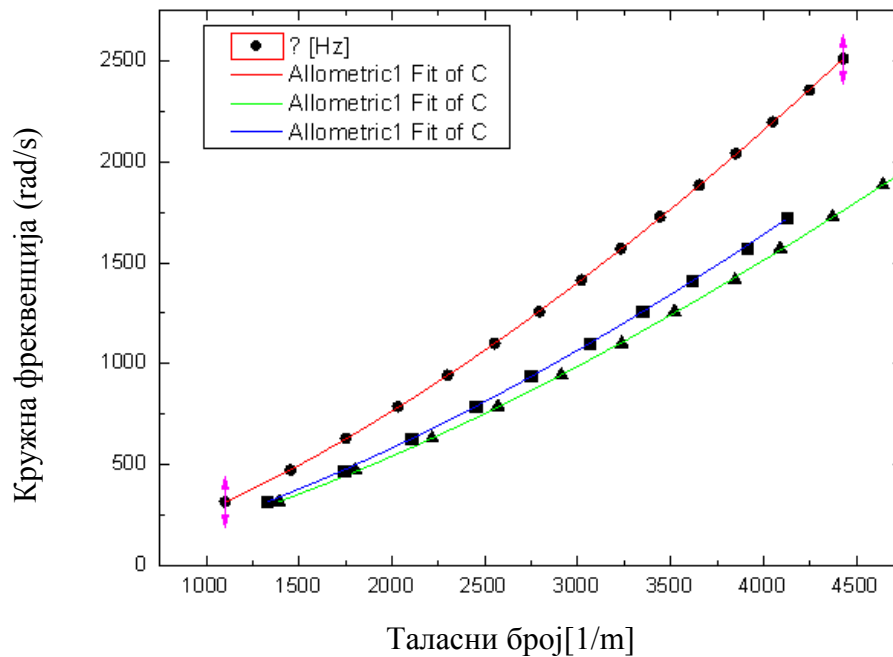
Табела 3.3 Вредности коефицијената површинског напона добијени из нагиба правих (Слика 3.6)

по	течност	σ [E-3 N/m]	σ [E-3 N/m] према [101]
1	Дестилована вода	72.42 ± 0.09	71.9 ± 0.04
2	Етил алкохол 70%	27.90 ± 0.02	$22. \pm$
3	Етил алкохол 50 %	37.24 ± 0.03	

На основу извршених мерења и података презентованих у табели 3.2 могуће је проверити и Келвинову дисперзиону релацију коју је згодније написати у облику

$$\omega = (\sigma / \rho)^{1/2} k^{3/2} . \quad (3.13)$$

У том циљу су нацртани графици (слика 3.17) за све течности са којима су вршена мерења. Фитовање је урађено у пакету Origin алометријском функцијом $y = a x^b$, где су: $y = \omega$, $a = (\sigma/\rho)^{1/2}$, $x = k$ и $b = 1,5$.



Слика 3.7 - Алометријска зависност $y = ax^b$, и потврда дисперзионе релације капиларних таласа за три наведене течности

Овај резултат представља потврду Келвинове дисперзионе релације (3.13).

3.2.3 Вежба 3. Провера Хајзенбергове релације неодређености координате и импулса дифракцијом ласерског снопа

Теорија

Када се у физици користе најједноставнији модели „честица—и „материјална тачка—цртају се геометријске тачке које се налазе на одређеном месту у одређено време, другим речима, имплицитно се подразумева да се тело, које се представља тим моделом, налази на потпуно одређеном месту (у одређено време) и да се креће потпуно одређеном брзином. Каже се да у том случају можемо, апсолутно тачно, да задамо (просторне) координате и импулсе честице. Када се, међутим, ради о атомским процесима, ово више није могуће. Разлог је у испољавању таласних особина микрочестица. С обзиром да за талас не можемо рећи где се тачно налази унутар растојања од једне таласне дужине, неодређеност позиције микрочестице Δx је приближно једнака таласној дужини, односно важи $\Delta x \approx \lambda$. Да би одредили положај микрочестице мора да дође до интеракције, односно, судара са њом у детектору. Приликом судара честица предаје део импулса детектору. Количина предатог импулса може да буде од веома мале вредности па све до укупног импулса честице $p = h/\lambda$, при чему нема начина да се утврди о ком делу се заправо ради у конкретном судару. То значи да постоји и неодређеност у одређивању импулса Δp , чији максималан износ је приближно једнак укупном импулсу, односно, $\Delta p \approx h/\lambda$. Неодређеност у положају би могла да се редукује коришћењем микрочестица мање таласне дужине, али то аутоматски доводи до веће неодређености у њеном импулсу. Множењем добијених (истовремених) неодређености добија се релација која их

повезује у облику $\Delta x \Delta p \approx h$. Хајзенберг је показао да је веза ових двеју величина, у најпрецизнијем мерењу [102 - 106]

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (3.13)$$

Са друге стране у оквиру квантне механике се, показује да, ако два оператора A и B не комутирају,¹⁴ тада физичке величине које они репрезентују не могу бити измерене истовремено [102 - 105]. Код таквих оператора за њихова средња квадратна одступања важи $\langle \Delta A^2 \rangle \cdot \langle \Delta B^2 \rangle \geq \langle C^2 \rangle / 4$ што за $A = x$, $B = p_x$, $C = i\hbar$ постаје

$$\langle \Delta x^2 \rangle \cdot \langle \Delta p_x^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4}. \quad (3.14)$$

Упоредивањем са једначином (3.13) закључујемо да величина која се назива неодређеношћу јесте квадратни корен средњег квадратног одступања. Нека су x и p_x тачне а, $\langle x \rangle$ и $\langle p_x \rangle$ средње вредности координата и импулса. Лако се показује да, уколико координату и импулс меримо од тачака у којима су средње вредности њихових оператора једнаке нули [104 - 106], одређивање неодређености се своди на израчунавање средњих вредности квадрата координате и импулса.¹⁵

Уколико на заклон са пукотином ширине $\Delta x = D$ пада монохроматски светлосни талас таласне дужине λ , тада се на екрану, који је довољно удаљен добија дифракциона слика. Расподела интензитета у ма којој тачки на екрану [108 - 112] дата је изразом (2.21).

На основу тога су положаји минимума интензитета (деструктивна интерференција) одређени условом

$$\sin \theta = k\lambda / D, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (3.15)$$

У случају да је $k = \pm 1$, добија се угаона ширина главног максимума и углови дифракције ($-\theta_k$ и $+\theta_k$) првих минимума из услова $D \cdot \sin \theta = \pm \lambda$.

Релација (3.13) се може добити и у квантном третману проласка ласерског снопа кроз пукотину ширине D [102 - 105]. Нека је ласер на таквом месту да је правац снопа фотона практично правац у осе (Слика 3.8) тако да они падају у средину пукотине. Како је ширина монохроматског снопа фотона већа од ширине пукотине, сваки од њих се може представити таласном функцијом раванског таласа

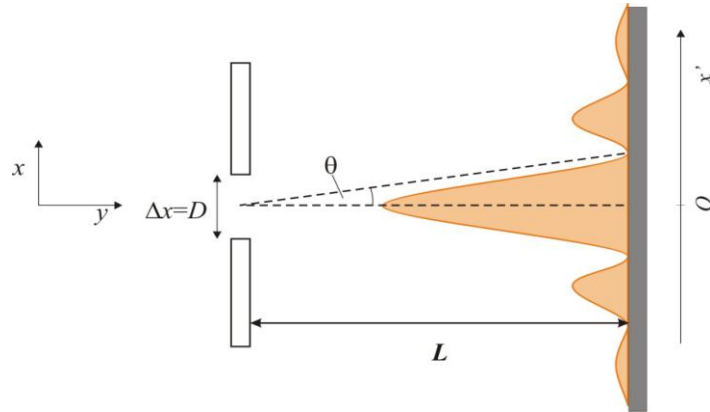
$$\Psi(x, y, z) = C e^{-\frac{p y}{\hbar}}, \quad (3.16)$$

¹⁴ Два оператора A и B , не комутирају ако је производ AB различит од BA . Другим речима разлика производа AB и BA је у том случају једнака неком трећем оператору C . Некомутирање оператора је директна последица чињенице да Пуасонове заграде одговарајућих класичних величина, нису једнаке нули.

¹⁵ На аналоган начин се добијају релације неодређености за преостале две координате. За енергију и време важи слична релација, а може се показати да постоји и релација која повезује неодређеност угаоног положаја честице и неодређеност пројекције момента импулса. Неједнакости овог типа значе да се не могу извести огледи у којима би истовремено биле једнаке нули, у паровима, неодређености координате и импулса, енергије и времена, пројекције момента импулса и угаоног положаја.

где је C нормализациона константа, а p импулс фотона у правцу y осе.¹⁶ У тренутку када снап фотона стигне до пукотине, таласна функција се мења услед „одсецања— од стране ивица пукотине и може се описати изразом

$$\Psi(x) = \begin{cases} 1/\sqrt{D}, & \text{за } |x| \leq D/2 \\ 0, & \text{за } |x| > D/2 \end{cases} \quad (3.17)$$



Слика 3.8 - Експеримент дифракције на пукотини

То значи да су фотони равномерно распоређени у правцу x осе унутар пукотине ширине D (Слика 3.9.а). Фуријеова трансформација таласне функције (3.16) је функција

$$\Phi(p_x) = \sqrt{\frac{D}{2\pi\hbar}} \frac{\sin(p_x D / (2\hbar))}{p_x D / (2\hbar)}, \quad (3.18)$$

дефинисана у простору импулса чији квадрат одређује расподелу импулса фотона у правцу ширине пукотине (Слика 3.9.б).

Фотон који има у пукотини импулс p_x , креће се ка екрану у правцу одређеном углом $\theta(p_x) \approx p_x/p$, у односу на y осу. Имајући у виду слику 3.8, овај угао може да се представи преко x' координате на екрану као $\theta(p_x) \approx x'/L$, на основу чега се за везу импулса p_x и координате x' на екрану добија релација $x' = Lp_x/p$ (Фраунхоферова дифракција). Ова веза показује да се расподела импулса фотона у пресеку линеарно пресликава у њихову просторну расподелу на екрану, а како важи једнакост елементарних вероватноћа

$$|\Psi(x')|^2 dx' = |\Phi(p_x)|^2 dp_x, \quad (3.19)$$

за расподелу на екрану се добија

$$|\Psi(x')|^2 = \frac{pD}{hL} \left(\frac{\sin(\pi D p y / (hL))}{\pi D p y / (hL)} \right)^2. \quad (3.20)$$

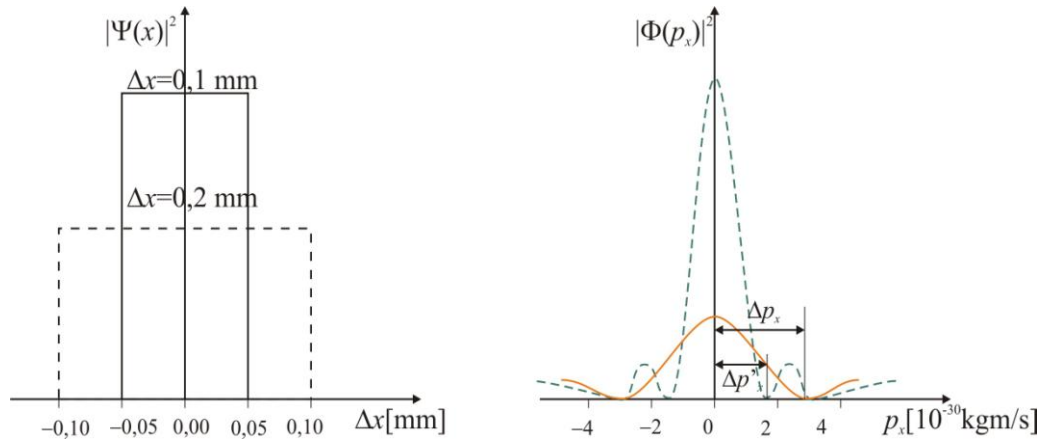
Уколико се са N означи укупан број фотона који у јединици времена стижу на екран, а сваки њему предаје $E = pc$ енергије, у случају великог броја фотона,

¹⁶ Услед усмерености ласерског снопа, преостале две компоненте импулса су једнаке нули.

погодније је релацију (3.17) записати преко интензитета фотона који падају на екран, односно

$$I(x') = EN |\Psi(x')|^2. \quad (3.21)$$

То заправо представља нешто измењени облик релације (2.21).



Слика 3.9 - Квадрат модула таласне функције за фотон (а), и расподела импулса на пукотини (б) у правцу x -осе [107 - 112]

Апаратура

Потребан прибор чине: Не - Не ласер, пукотина променљиве ширине, уређај за померање фотодиоде, степ мотор, појачавач и лаптоп.

Шема уређаја за мерење положаја дифракционих, минимума (максимума) интензитета при Фраунхоферовој дифракцији на пукотини је приказана на слици 3.10.



Слика 3.10 - Шема експерименталне поставке за приказ дифрактограма и мерење ширине централног максимума Δt помоћу ласерског снопа (PD-фото детектор, M-степ-мотор)

Пукотина се формира у вертикалној равни помоћу два жилета постављена међусобно паралелно на носач. Жилети су добро позиционирани и учвршћени што омогућава fino подешавање ширине пукотине D , у опсегу (0,05 - 0,60) mm, са кораком 0,05 mm, помоћу калибара (листића) или микрометарског завртња. Растојање L , између пукотине и равни формирања дифракционе слике, може се по вољи изабрати.

За снимање дифракционе слике на пукотини и мерење ширине централног дифракционог максимума као фотодетектор PD , је коришћена фотодиода осетљива на црвену ласерску светлост. Диода је постављена на посебно конструисан рам

(„носач“) по коме може да се помера транслаторно у правцу x -осе. На предњој (чеоној) страни фотодиоде направљена је пукотина 0,2 mm, реализована помоћу две паралелне црне траке. Степ мотор M се компјутерски води транслаторно,¹⁷ сталном брзином, и носи фотодиоду дуж x -правца преко дифракционе слике. Аналогни сигнал са фотодиоде се помоћу A/D конвертора претвара у дигитални сигнал и USB каблом води у компјутер. Компјутер овде има двоструку функцију, прво, у њему се врши аквизиција и меморисање података у посебне фајлове, и друго, касније се обрађују фајлови и врши израчунавање и цртање графика.

Метод мерења

Провера Хајзенбергове релације (3.13) састоји се у томе да се при сталном растојању од пукотине до заклона мери ширина централног дифракционог максимума за $\theta = 0$, при промени ширине пукотине. Притом се за неодређеност положаја фотона Δx узима ширина отвора пукотине која се директно мери помоћу калибара (или микрометром) .

Индијектна метода мерења неодређености импулса Δp_x , одговарајућих ширина пукотина, заснива се на мерењу ширина главних дифракционих максимума Δm . Са слике 3.9 се види директна сразмерност ширине главног максимума и неодређености импулса, с обзиром на то да се фотон, равноправно може расејати на једну и другу страну у правцу x -осе.

Како је реч о Фраунхоферовој дифракцији, на основу раније анализе, стављајући да је $x' = \Delta m$ (уз замену p_x са Δp_x) се добија релација

$$\Delta p_x = \frac{p\Delta m}{2L} = \frac{h}{2L\lambda} \Delta m, \quad (3.22)$$

која ће бити коришћена за израчунавање неодређености импулса. Вредност импулса $p = \frac{h}{\lambda}$ је одређена на основу мерења таласне дужине ласерске светлости помоћу дифракционе решетке. Добијена вредност импулса је $p = 1,047 \times 10^{-27}$ kg m/s.

Из изабраног и отвореног фајла са сликом дифрактограма, за изабрану ширину пукотине, компјутер, на основу меморисаних података, преко положаја првих дифракционих минимума за ($k = \pm 1$) показује на монитору нумеричку вредност ширине централног максимума Δm .

Калибрација мерног уређаја се врши мерењем ширине, препреке или пукотине познате димензије. У ту сврху коришћена је жица пречника $D = (0,255 \pm 0,002)$ mm. Потом је мерена ширина главног дифракционог максимума Δm за пукотину сталне ширине у зависности од растојања L . На основу графика зависности $\Delta m = f(L)$ врши се избор растојања L (2 - 5 m).

За велике вредности растојања између пукотине и заклона L увек је испуњен услов $L \leq L_d$ или $m \ll 1$ за примену Фраунхоферове дифракције. У том случају се за мерење угла дифракције, из положаја минимума првог реда, може применити апроксимација

$$\sin \theta_1 \approx \text{tg} \theta_1 = \frac{x_1}{L}. \quad (3.23)$$

Мерење започиње укључивањем ласера и уређаја који носи фотодиоду која региструје интензитет дифрактоване светлости. Помоћу микрометра подесити ширину пукотине на жељену вредност, на пример 0,2 mm. Скенирањем

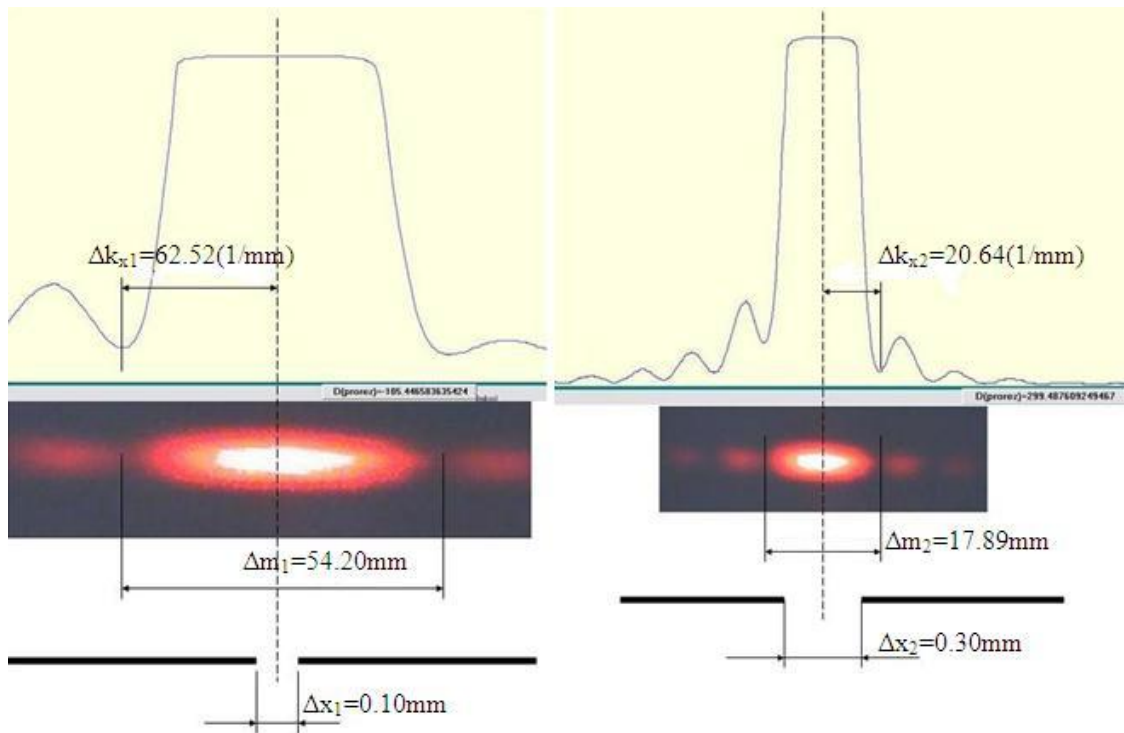
¹⁷ За вођење степ-мотора као и за касније мерење ширине дифракционог максимума, написан је програм у C++.

дифрактограма на екрану, помоћу фотодиоде, коју транслаторно помера степ-мотор, сниму се расподела интензитета фотострује у зависности од растојања дуж осе x . За одређивање ширине централног дифракционог максимума довољно је да се сниму неколико дифракционих максимума; првог, другог, и евентуално трећег реда. Ово ограничење је условљено техничким могућностима при конструкцији и реализацији самог уређаја. Укупно растојање које може да прелази фотодиода при транслаторном померању, код реализованог уређаја износи 15 cm и показало се довољним за мерење угаоне ширине централног дифракционог максимума. Резултати мерења су унети у табелу 3.4. Поновити описану процедуру са пукотинама чије су ширине од 0,05 mm до 0,5 mm, са кораком 0,05 mm.

Затим треба нацртати графике $I = f(x)$, као на слици 3.11, на основу података добијених мерењем. Из добијених графика треба да се одреди растојање Δm преко броја пиксела N . Вредност једног пиксела у милиметрима се одређује на основу броја пиксела који одговара изабраној познатој дужини, на пример, од 5 cm.

Приказ резултата мерења

Процедуром описаном у ранијој секцији извршена су мерења за 12 различитих ширина пукотине коришћењем He - Ne ласера таласне дужине $\lambda = 632,8$ nm. За сваку изабрану ширину пукотине са кораком 0,05 mm, извршено је снимање дифракционе слике. Оваквим поступком, реализован је низ мерења ширина пукотина у опсегу дужина од 0,05 - 0,60 mm. На основу ових резултата су програмом генерисане одговарајуће слике као оне на слици 3.11. При томе је потребно изабрати растојање L тако да буде задовољен услов за Фраунхоферову дифракцију $D^2/(\lambda L) \ll 1$.



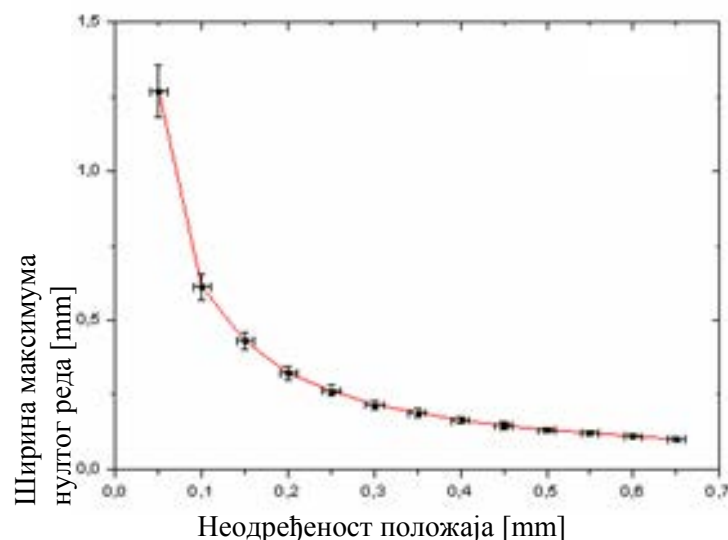
Слика 3.11 - Експериментално добијене вредности за две ширине пукотина $\Delta x_1 = 0,10$ mm и $\Delta x_2 = 0,30$ mm

На слици 3.11 су приказани резултати расподеле пројекције импулса $\Delta p_x = p(x/L)$ у зависности од ширине пукотине $\Delta x = D$. Са графика се лако уочава да се при смањењу ширине пукотине шири дифракциона слика; тада је неодређеност импулса већа и обрнуто.

Са слике 3.11 су измерене ширине дифракционих максимума Δm , а резултати ових мерења после обраде резултата су презентовани у табели 3.4. При томе је неодређеност импулса израчунавана помоћу формуле (3.23), а приликом израчунавања величине $M = \Delta x \cdot \Delta p_x / h$ за Планкову константу узета је вредност $h = 6,6260 \times 10^{-34}$ Js.

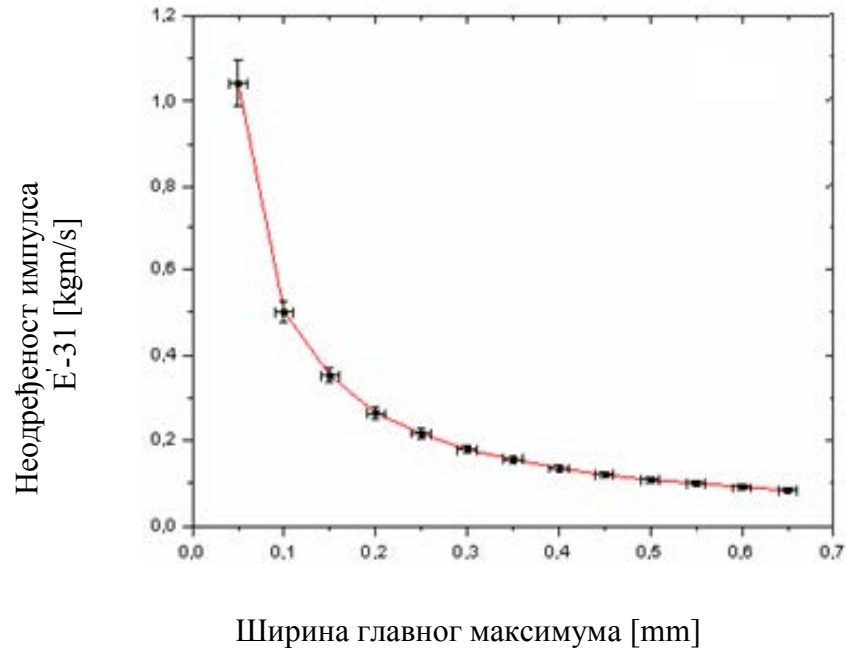
Табела 3.4 Резултати за проверу Хајзенберговог принципа неодређености $\Delta(\Delta m)$ и $\Delta(\Delta p_x)$ – апсолутне грешке ширине максимума и измерене неодређености импулса).

N_0	$\Delta x = D$ [mm]	Δm [mm]	$\Delta(\Delta m)$ [mm]	$\Delta p_x \cdot 10^{-31}$ [kgm/s]	$\Delta(\Delta p_x) \cdot 10^{-31}$ [kgm/s]	M	ΔM
1	0.05	107.88	0.13	131.29	0.26	0.99	0.18
2	0.1	51.84	0.06	63.09	0.13	0.95	0.09
3	0.15	33.96	0.04	41.32	0.08	0.94	0.06
4	0.2	25.93	0.03	31.57	0.06	0.95	0.04
5	0.25	20.48	0.03	24.92	0.05	0.94	0.04
6	0.3	18.23	0.02	22.19	0.04	1	0.04
7	0.35	15.03	0.02	18.3	0.04	0.97	0.03
8	0.4	13.87	0.02	16.88	0.03	1.02	0.03
9	0.45	11.88	0.02	14.46	0.03	0.98	0.02
10	0.5	11.1	0.02	13.51	0.03	1.02	0.02
11	0.55	9.85	0.02	11.99	0.02	0.99	0.02
12	0.6	9.12	0.02	11.09	0.02	1	0.02



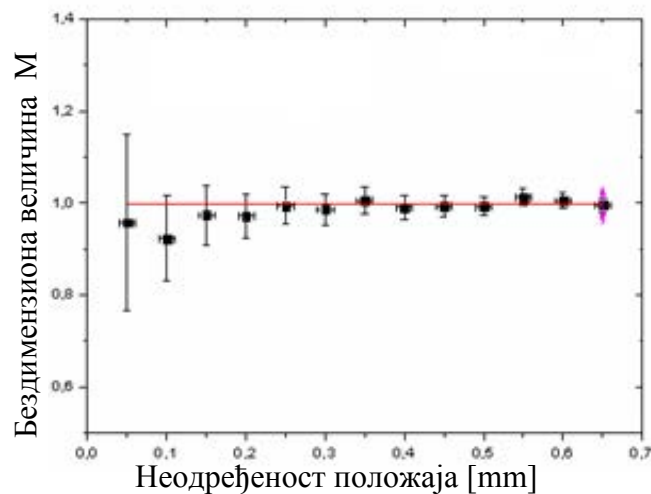
Слика 3.12 - Зависност ширине главног максимума од неодређености положаја

На основу података из табеле 3.4 треба графички приказати следеће зависности: неодређености положаја и ширине главног максимума $\Delta t = f(\Delta x)$ (Слика 3.12), зависности неодређености импулса од ширине главног максимума $\Delta p_x = f(\Delta t)$ (Слика 3.13) и зависност, бездимензионе величине M , од ширине пукотине (Слика 3.14).



Слика 3.13 - Зависност неодређености импулса од ширине главног максимума

На слици 3.14 је приказана зависност, бездимензионе величине M од ширине пукотине Δx , односно неодређености положаја. На тај начин се проверава да ли је експериментална вредност за M константна, и да ли се у границама грешке поклапа са њеном теоријском вредношћу, која износи 1. Са графика се види да, независно од ширине пукотине, величина M остаје константна, односно да не зависи од неодређености положаја Δx .



Слика 3.14 - Зависност бездимензионе величине M од ширине пукотине

3.2.4 Вежба 4. Брауновско кретање, његова фрактална структура, провера Ајнштајнове формуле и одређивање Авогадровог броја

Теорија

Роберт Браун је 1828. год. публиковао рад у коме је описао појаву неуређеног кретања честица полена у капи воде у видном пољу микроскопа [114]. Први је описао посматрани ефекат, као нови вид кретања који је касније по њему добио назив брауновско кретање. Уочено је да ово кретање не слаби у току времена, а да на његов интензитет утичу температура, вискозност и димензије честица средине. М. Смолуховски и А. Ајнштајн су, независно, доказали да је брауновско кретање последица топлотног кретања атома и молекула средине [114 - 116]. Жан Баптист Перен 1909. године експериментом потврђује теоријско објашњење Ајнштајна и Смолуховског и за тај свој резултат бива награђен Нобеловом наградом за физику 1926. год. [117].

Показало се касније да брауновско кретање не врше само честице гаса и течности, већ и електрони у металима, електрони и шупљине у полупроводницима, јони у електролитима, неутрони у нуклеарним реакторима итд. Данас су развијене савременије теорије брауновског кретања, посебно у математици у којима се оно разматра као „винеровски—случајни процес са фракталном¹⁸ структуром [25, 26, 117].

Брауновско кретање је последица флукуација силе, којом молекули течне или гасовите средине делују на честице које лебде у њој. Флукуације силе су значајне тек код тела чије су димензије мале у поређењу са димензијама уобичајених макроскопских тела [115, 116]. Брауновском честицом се сматра мало тело чије су димензије реда микрона ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$), а што је много веће од димензија молекула ($\sim 10^{-10} \text{ m}$), те се могу сматрати макроскопским објектом.

Резултати кинетичке теорије се могу применити на брауновске честице због топлотне равнотеже са молекулима посматране средине. Тако брауновској честици на $T = 300 \text{ K}$ одговара средња вредност енергије $\varepsilon \sim k_B T \approx 5 \times 10^{-21} \text{ J}$ и маса $M \sim 10^{-16} \text{ kg}$, знатно већа од масе молекула средине ($\sim 10^{-26} \text{ kg}$) и термалне брзине ($\sim 10^2 \text{ m/s}$), знатно мање од средње брзине молекула средине ($\sim 10^3 \text{ m/s}$). Средњи слободни пут брауновске честице је веома мали и износи $\lambda \sim 10^{-14} \text{ m}$. Зато је средње време између два судара врло кратко $\eta \sim 10^{-12} \text{ s}$, што значи да се у једној секунди 10^{12} молекула у средњем судари са једном брауновском честицом. Из описаног јасно следи закључак зашто на кретање брауновске честице не утичу судари с појединачним молекулима, већ је њено кретање последица кумулативног деловања великог броја молекула околне средине.

Кретање тела у механици се описује диференцијалним једначинама и појмовима као што су трајекторија, померај, брзина и убрзање. Појам трајекторије у механици одговара свим тачкама простора у којима у току времена борави материјална тачка. Међутим, треба уочити да типичној цик – цак трајекторији брауновске честице које обично цртамо стварно припадају само тачке $x_i, y_i, i = 1, 2, 3 \dots N$, у којима су се честице налазиле у тренутку фотографисања а одсечке који их

¹⁸ Фракталом се назива структура која се може разложити на мање делове тако да је сваки од њих, макар приближно, умањена копија целине. Увео га је Беноа Манделброт 1975. год. од латинске речи fractus — сломљен, разломљен.

спајају повлачимо ми. Одсечцима правих фиксирамо само помераје за „временски корак— η ” (Слика 3.15) али то није пут који честица прелази.



Слика 3.15 - Фрактална структура кретања брауновске честице

Притом је брауновска честица могла да се креће између суседних тачака на произвољан начин. Ова чињеница се лако проверава уколико се фиксирају положаји честице не у наведеном интервалу времена η већ са краћим кораком $0,1\tau$ или $0,01\tau$, тако се уместо сваког постојећег померања добија трајекторија слична првобитној (Слика 3.15) што је потврда фракталне структуре брауновског кретања [120, 125-129].

За описивање кретања брауновских честица не можемо применити појмове класичне механике и теорију диференцијалних једначина јер цик - цак трајекторије нису диференцијабилне функције, немају извод у тачкама (x_i, y_i) , (извод с десне стране, није једнак изводу слева у посматраној тачки цик - цак трајекторије). У теорији брауновског кретања [121 - 131] померање се описује помоћу његових пројекција на произвољни координатни систем. „Винеровски—случајни процес је математички модел за описивање брауновског кретања честица, које врше неуређено померање под утицајем удара молекула течности. Карактеристика винеровских процеса је захтев, да при наведеном услову случајна величина Δx_i треба да има нормалну Гаусову расподелу с нултим математичким очекивањем и дисперзијом

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N (\Delta x_i - \langle \Delta x \rangle)^2 / N.$$

Први закон (Ајнштајна - Смолуховског) изражава чињеницу да дисперзија померања (средњи квадрат пројекције померања брауновске честице) $\langle \Delta x^2 \rangle$ у изабраном правцу осе x буде сразмерна времену $t = n\eta$ или $\langle \Delta x^2 \rangle = 2Dt = 2Dn\eta = \alpha t$, то јест, линеарна је функција времена. Коначна формула за средњи квадрат померања у равни $r^2 = x^2 + y^2$ износи $\langle \Delta r^2 \rangle = 2\alpha t = 4Dt = 4Dn\eta$.

Сагласно другом закону за брауновске честице сферног облика, коефицијент сразмерности у првом закону представља коефицијент дифузије $D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a}$, где је, k_B

Болцманова константа, T апсолутна температура, η - динамички коефицијент вискозности средине, a - полупречник брауновске честице.

Једначина за кретање брауновске честице масе M гласи:

$$M \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}(t) - \mu \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad (3.24)$$

где је $F(t)$ Ланжвенова случајна сила, која потиче од удара околних молекула са разних страна која узрокује непрестано кретање брауновске честице. Члан сразмеран брзини описује силу Стоксовог трења.

Решење ове једначине се може представити у облику

$$\xi(t) = \frac{2fk_B T}{\mu} [t + \theta(e^{-t/\theta} - 1)] \quad (3.25)$$

где је $\xi(t) = \langle r(t)^2 \rangle$ а f означава број димензија простора кроз који се честица креће, односно број њених степена слободне (при мерењу положаја честице у животној равни микроскопа је $f=2$). Параметар $\theta = M/\mu$ представља карактеристично време кретања честице. За кратке временске интервале $t \ll \theta$, развијањем експоненцијалне функције у ред добија се

$$\xi(t) = \langle r(t)^2 \rangle \approx (fk_B T/M) t^2. \quad (3.26)$$

Интерпретација овог резултата је следећа: за веома кратке интервале времена у односу на време између два судара, брауновска честица се креће као слободна честица са сталном брзином (балистичко кретање), која се поклапа са њеном средњом термалном брзином $\langle v \rangle = \sqrt{fk_B T/M}$.

По истеку врло дугих интервала времена посматрања $t \leq \theta$, експоненцијални члан у решењу можемо занемарити и писати

$$\xi(t) = \langle r^2(t) \rangle \approx (2fk_B T/\mu) t = \alpha t. \quad (3.27)$$

Видимо, да се по облику овај резултат поклапа са емпиријским резултатом $\langle \Delta r^2 \rangle = \alpha t$ који је добијен на основу претпоставке да брауновска честица изводи случајне "шетње" у средини у којој се налазе. Опис овог кретања на основу Ланжвенове једначине доводи до релације која повезује феноменолошки параметар α са другим параметрима система $\alpha = 2fk_B T/\mu = 2fD$, где је $D = k_B T/\mu$ - коефицијент дифузије.

За типичну брауновску честицу која лебди у води процена реда величине за θ изгледа овако. Ако је $a = 1 \mu\text{m}$, $\mu = 6\pi\eta a$ и $\eta = 10^{-3} \text{kgm}^{-1} \text{s}^{-1}$ налазимо да је њена маса $M \approx 5 \times 10^{-12} \text{g}$, па тада добијамо за $\theta = M/\mu \approx 2 \times 10^{-7} \text{s}$.

Апаратура

Апаратуру чине: бинокуларни оптички микроскоп дигитална камера,¹⁹ стаклена плочица са јамицом, пипета, покровно стакло, рачунар.

За рад су коришћени благи раствори латекса и млека у дестилованој води, глицерину или алкохолу. Направљени раствори представљају суспензије са лебдећим брауновским честицама малих димензија реда величине микрона.

Метод мерења

Припремање узорка се састоји у разблаживању концентрованог латекса дестилованом водом до нивоа кад се већина микросфера налази у окружењу само молекула воде. Тако се постиже услов да брауновске честице узајамно не делују једна са другом. Ако брауновске честице узајамно делују треба даље смањивати

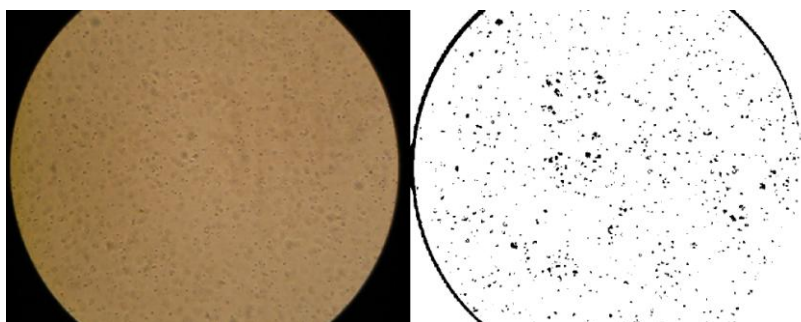
¹⁹ У експерименту су коришћени микроскоп Leica DM 2000 и камера Canon S80.

концентрацију раствора. Добра концентрација раствора се добија са једном до две капи латекса у 30 - 40 ml дестиловане воде. Међусобни утицај честица се тако своди на минимум, а ипак их има довољно за посматрање [131]. Предметно стакло се учврсти на радни сто микроскопа. На стаклу су два паралелна канала спојена попречном јамицом мале дубине, у коју се помоћу шприца налива раствор.

Предметно и покровно стакло се пре почетка рада добро оперу алкохолом и дестилованом водом; не треба их брисати, већ оставити да се осуше. У току рада, покровно стакло се пажљиво повлачи преко водом овлажене површине предметног стакла и тако остаје све време фиксирано силама површинског напона. У канале, на предметном стаклу, пипетом или шприцом се наноси кап по кап припремљеног раствора латекса. Покровно стакло тако спречава испаравање раствора, онемогућава струјање течности и усмерено кретање брауновских честица. Појава мехурића ваздуха у јамици, вишак или мањак раствора, оваквим се поступком врло успешно спречава [130 - 134].

Уз фино померање препарата у такав положај да објектив са увећањем од $100\times$ скоро додирује покровно стакло, честице се виде добро. За посматрање и снимање се бирају честице из дубљих слојева суспензије како би се избегао утицај силе трења о површину стакла. На микроскоп је уграђен адаптер за учвршћивање дигиталне камере. Камера је повезана каблом за лаптоп и подешена за аутоматско снимање, са максималним оптичким зумом, у резолуцији 640 x 480 са 30 фрејмова у секунди. Помоћу камере се изврши снимање видеа 3 - 5 минута.

За обраду видео фајлова се може користи бесплатни програм Virtual Dub [135] а за праћење кретања појединачних честица се користи бесплатна побољшана верзија програма ImageJ WCIF [136]. Увози се неколико снимака од великог броја фрејмова за анализирање и примени се неколико Image J процеса за повећање контраста и осветљености микросфера. Прво треба применити функцију за уклањање позадине и за повећање контраста да се направи 8-битна црно-бела слика (Слика 3.16). Функција зумирања и описана техника дозвољавају да се зумира појединачна микросфера и апроксимира њен центар у сваком фрејму.

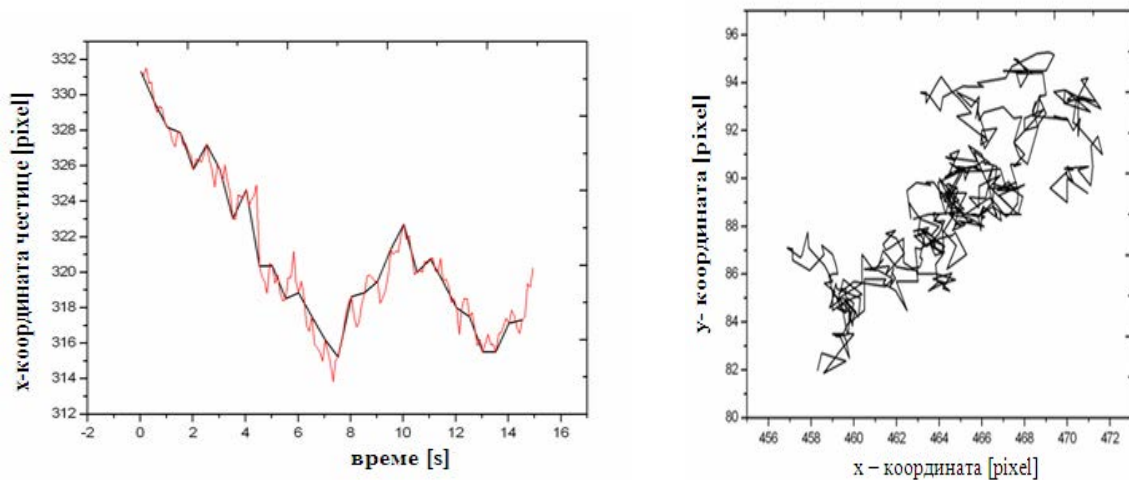


Слика 3.16 - Приказ 8-битне фотографије: а) у боји; б) у црно-белој техници.

Потом се користи функција мерења из менија за анализу како би одредили координате центра свих честица у фрејму. Изврши се провера, на пример, за 75 фрејмова, што одговара времену $t = 2,5$ s, са 30 фрејмова у секунди, а потом се поступак понавља за произвољно изабране временске интервале.

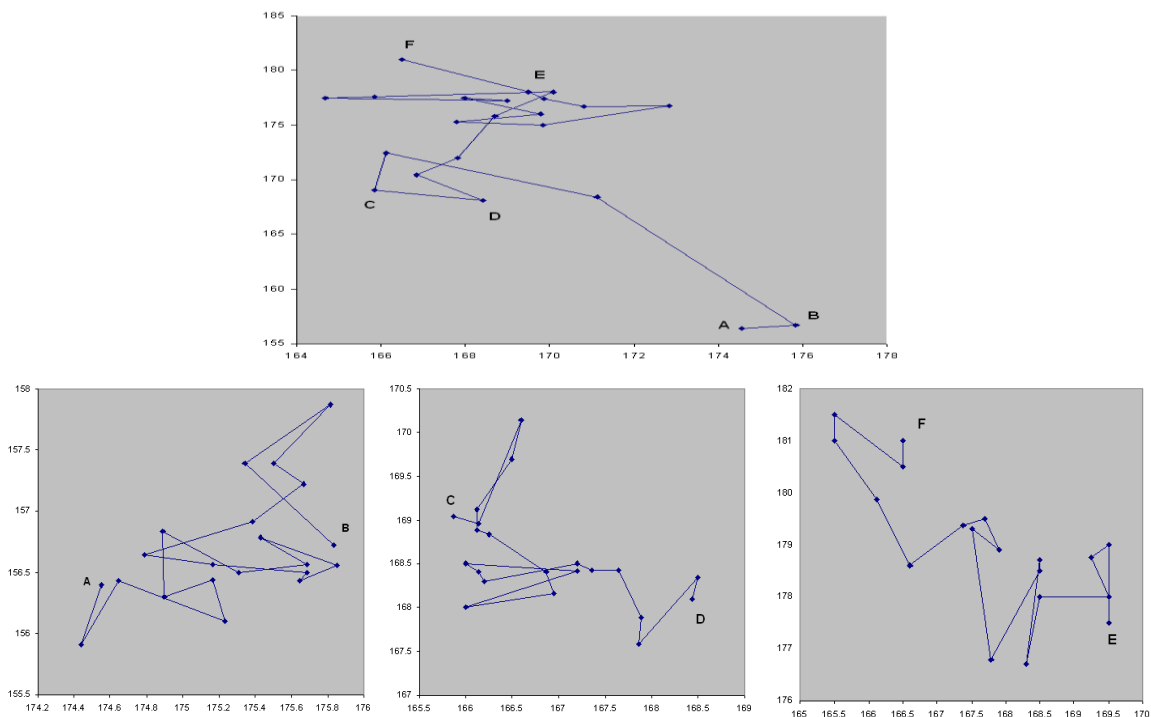
Увођењем координата микросфера, које се читају помоћу ImageJ, у програмском пакету Excel, генеришу се текстуални фајлови за сваки фрејм. Овде су хоризонталне позиције x , вертикалне позиције y и радијуси r изражени у пикселима. Сваки пут кад се региструје нова честица, појављује се нова колона. Ако честица

нестане из жижне равни, њене координате, радијус и површина су једнаки нули. Број врста у сваком текст фајлу мора остати исти или се повећава како се повећава број анализираних фрејмова.



Слика. 3.17 - Трајекторија једне браунове честице у равни, и зависност x -координате од времена за $t = 15$ s, са кораком $1/30$ дела секунде

Ако брауновска честица продифундује на растојање R , тада је средњи број „корака“ које она учини $N \approx R^2/l$ где је l карактеристична дужина једног корака. Са слике 3.17 се види да путања брауновске честице има врло сложен карактер. Увећање случајног елемента фракталне структуре даје елемент структуре тога истог фрактала (види увећани фрагмент на путањи брауновске честице на слици 3.18).



Слика 3.18 - На путањи брауновске честице AF приказани су увећани фрагменти AB , CD и EF

Приказ резултата и њихова анализа

Најпре се замене почетне вредности координата за сваку i -ту честицу у тренутку t

$$\Delta x_i(t) = x_i(t) - x_i(0) \quad \text{и} \quad \Delta y_i(t) = y_i(t) - y_i(0) . \quad (3.28)$$

и одреди квадрат померања

$$[\Delta R_i(t)]^2 = [\Delta x_i(t)]^2 + [\Delta y_i(t)]^2 . \quad (3.29)$$

Средњи квадрат померања за N - посматраних микросфера се одређује према

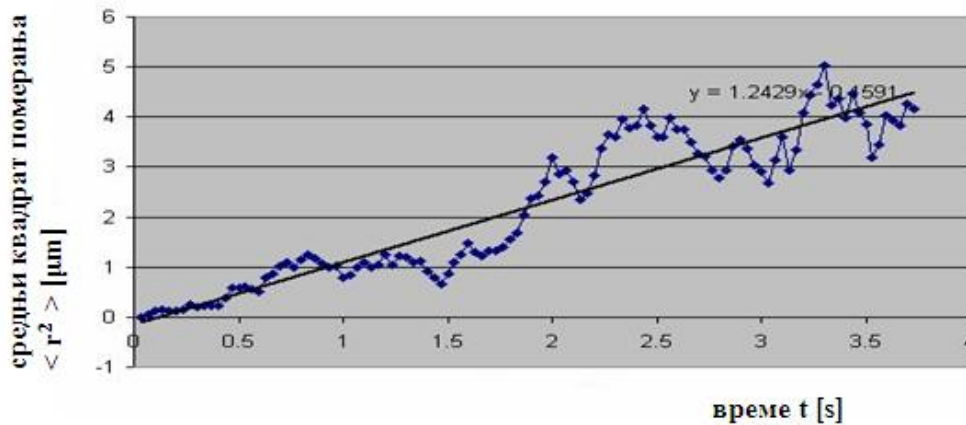
$$\langle R^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\Delta R_i(t)]^2 . \quad (3.30)$$

где угаоне заграде означавају усредњавање по разним честицама.

Да би анализа била једноставнија, треба селектовати само оне микросфере које се појављују у сваком фрејму датог видео записа. Зато се изврши преглед фрејмова и извуку путање за жељене микросфере (као на слици 3.17 за неки интервал времена t).

За прерачунавање димензије једног пиксела у метре врши се калибрација помоћу дифракционе решетке познатог периода, нпр. за Edmund Optics $1,896 \mu\text{m}$ са објективима $40\times$ и $100\times$. Затим се сви помераји честица изразе у метрима, са коефицијентом конверзије $f = 1,896 \mu\text{m}/6 = 0,32 \mu\text{m}/\text{пиксел}$.

За проверу првог закона Ајнштајна - Смолуховског користе се резултати мерења, пошто су извршена прерачунавања свих померања са броја пиксела у метре. График зависности средњег квадрата померања у функцији времена приказан је на слици 3.19.



Слика. 3.19 - График зависности $\langle r^2 \rangle = 4Dt$ од времена t , за интервал $1/30 \text{ s}$

Из првог Ајнштајновог закона $\langle r^2 \rangle = 4Dt$, коефицијент правца добијене праве претставља коефицијент дифузије $D = k_B T / 6\pi\eta a$. Заменом бројчане вредности нагиба праве са слике 3.19 у изразу који следи из коефицијента дифузије $k_B = \frac{6\pi\eta a \alpha}{4T}$, добија се вредност Болцманове константе k_B . Експеримент је урађен на собној температури $t = 25^\circ\text{C}$, полупречник микросфера је $a = (1,28 \pm 0.32) \mu\text{m}$ а вредност

коэффициента вискозности је преузета из [101] и износи $\eta = 984 \mu\text{Pa/s}$. Добијена је вредност Болцманове константе $k_B = (1,25 \pm 0,04) 10^{-23} \text{ J/K}$ а коэффициента дифузије $D = 3,139 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2/\text{s}$. Одавде је могуће одредити такође и Авогадров број.

За средњу брзину брауновске честице се добија из: $\langle v^2 \rangle = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} = 0,00309 \text{ m/s}$, а за средњу дужину слободног пута: $\langle \lambda \rangle = \frac{2D}{\langle v^2 \rangle} = 2,031 \times 10^{-10} \text{ m}$. Покретљивост микросфера је израчуната из $u = D/(k_B T) = 8,43 \times 10^7 \text{ m}^2/\text{sK}$. На основу везе покретљивости брауновске честице и коэффициента дифузије, и релације $u = \frac{v}{F}$, просечан интензитет спољашње силе је $\langle F \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle \cdot k_B \cdot T}{D} = 3,68 \times 10^{-11} \text{ N}$.

Дифракциони метод мерење димензија брауновских честица

Димензије микросфера се одређују методом Фраунхоферове дифракције ласерске светлости на њима. На јамицу предметног стакла се нанесе неколико капи припремљеног раствора латекса, и стави покровно стакло да вода не испари. Постављањем тога препарата нормално на пут ласерског снопа, на заклону се добија дифракциона слика коју чини скуп тамних и светлих прстенова [87]. Снимањем дифракционих слика *CCD* камером и њиховом анализом одређују се средње вредности полупречника тамних и светлих прстенова. Средњи дијаметар честица a одређује се на основу познатих релација из теорије дифракције светлости на кружном диску.

3.2.5 Вежба 5. Мерење брзине ултразвука у води дифракцијом ласерске светлости на ултразвучним таласима

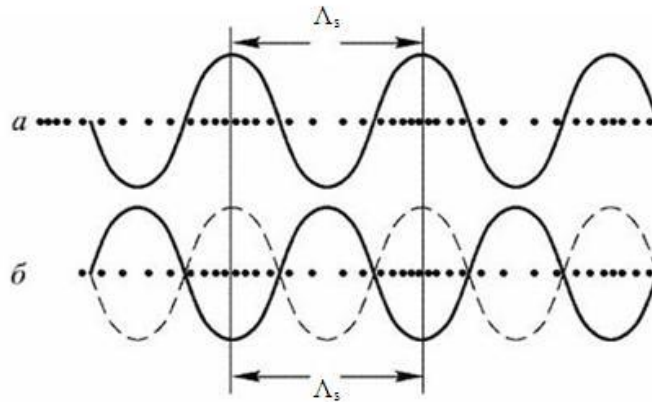
Теорија

Дифракција светлости на ултразвучним таласима или Дебај - Сирсов ефекат јесте појава везана са одступањем светлости од праволинијског простирања при њеном кретању кроз средину у којој се простиру ултразвучни таласи. То је врло интересантан случај дифракције таласа једне природе (електромагнетне) на таласима друге природе (механичке). Карактер њиховог узајамног деловања (акустооптичко деловање) зависи од интензитета светлости и ултразвука. Ако је интензитет светлости мали, тада углавном акустички таласи врше модулацију индекса преламања тако што изазивају сажимање (компресију) и разређење (декомпресију) еластичне средине кроз коју се простиру [9, 25, 33].

Проучавање интеракције између светлости и звука почиње почетком 19. века, открићем еластооптичког ефекта, то јест, промене индекса преламања средине под дејством еластичних деформација. На основу тога је Брилуен 1921. год. предвидео појаву дифракције светлости ако се видљивом светошћу осветли еластична средина у којој се простиру ултразвучни таласи. Дифракцију светлости на ултразвучним таласима открили су десет година касније Дебај и Сирс и, независно од њих, Лука и Бикар [137].

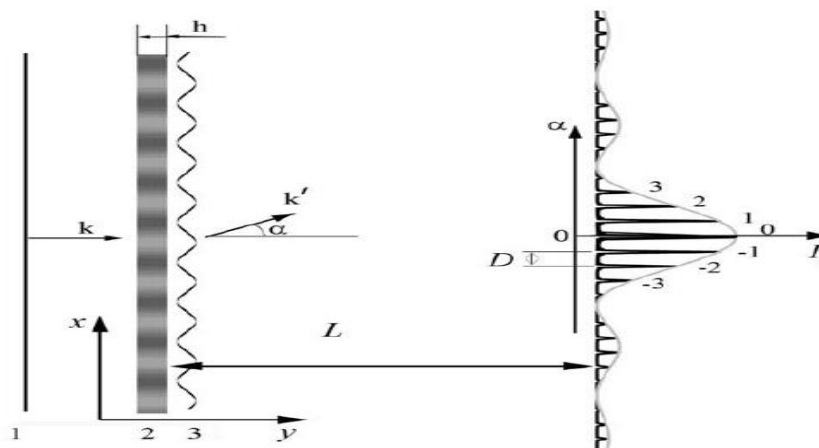
Суперпозицијом путујућих таласа настају стојећи ултразвучни таласи који, представљају периодичну структуру с променљивим индексом преламања (Слика

3.20). Стојећи ултразвучни таласи, у течности граде дифракциону решетку која има периодичност једнаку таласној дужини ултразвучног таласа (Слика 3.20 а и б) која се због услова $V_s \ll c$, може сматрати непокретном (V_s је брзина ултразвука а c брзина светлости).



Слика 3.20 - Расподела густине средине код а) прогресивних и б) стојећих ултразвучних таласа. Таласној дужини ултразвучних таласа одговара, дужина Λ_s периодично променљиве области компресије и декомпресије.

На местима сажимања густина средине расте, а у областима разређења се смањује. Индекс преламања средине расте са порастом њене густине, а притом, местима компресије одговарају пукотине, код транспарентне оптичке решетке а областима разређења одговарају зарези. Под дејством ултразвучних таласа, хомогена средина тако постаје оптички нехомогена а градијент густине течности се понаша као фазна дифракциона решетка. Фазне решетке мењају фазу таласа, на пример, ако се код плочице дебљине h или течности у кивети исте дебљине мења густина по синусном закону, оне мењају фазу при проласку светлости кроз плочицу или кроз течност. Тада се њихова фаза промени за $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}nh = knh$ (n - је индекс преламања средине), а светлост је периодично модулисана по синусном закону (Слика 3.21).



Слика 3.21 - Раван светлосни талас је модулисан ултразвучном решетком и има синусни облик

Брзина ултразвучних таласа у течности може да се одреди са слике 3.20 на основу растојања између узастопних сажимања или узастопних разређења која

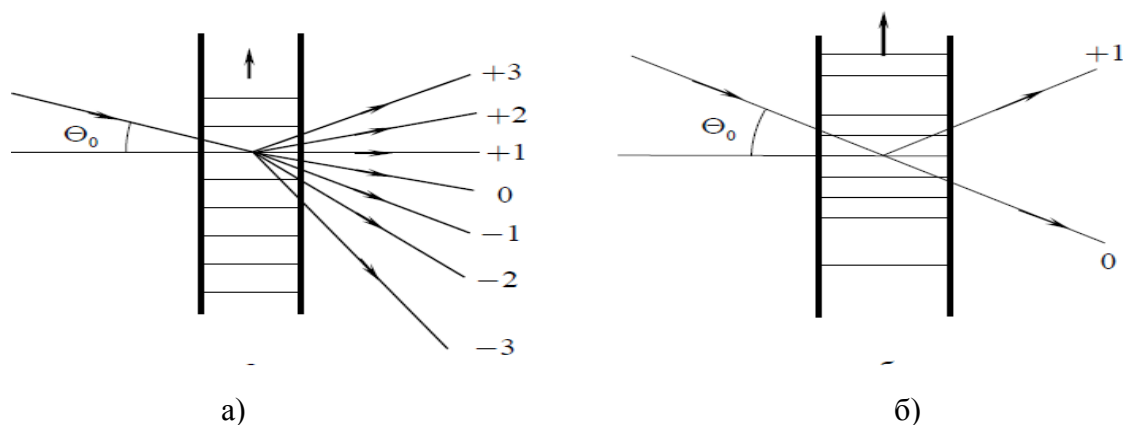
износе $\frac{\Lambda_s}{2} = \frac{V_s}{2\nu}$. Интензитет ултразвучног таласа је повезан са средњом густином енергије релацијом $I = V_s \bar{E} = 0,5u^2 \rho V_s$, где се ρV_s - назива акустичким отпором средине. При простирању ултразвучних таласа у ма којој средини, јавља се, због наизменичног компримовања и разређења, променљиви акустични притисак који износи

$$p = p_0 + p_m \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{V_s} \right). \quad (3.31)$$

где је p_0 - средњи притисак у течности, p_m је амплитуда промене притиска, T је период осциловања, x - координата тачке дуж правца простирања таласа.

Узајамно дејство светлости и звука и карактер дифракције зависи од дужине области узајамног дејства h . Према дужини узајамног дејства разликујемо два гранична случаја: дифракцију Рамана - Нате и Брагову дифракцију (Слика 3.22).

Ако је h мало, дифракциона решетка се може сматрати равном, а дифракциону слику тада чини скуп већег броја светлих мрља. Овај вид дифракције се јавља под условом $\lambda L \ll \Lambda^2 n$ и назива се дифрекцијом Рамана - Нате (Слика 3.22), а настаје при ма ком упадном углу светлости на правац ултразвучног стуба [145 - 147]. Ако је h велико, дифракциона решетка је тада тродимензионална па је дифракција на ултразвуку слична дифракцији рендгенских зрака на кристалима. Таква дифракција се назива Браговом $\lambda L > \Lambda^2 n$ и може да настане само ако светлост пада под одређеним упадним углом. Брагову дифракцију карактерише појава само једног дифракционог максимума, који је последица рефлексije упадне светлости (Слика 3.22 б). Нагласимо да број дифракционих максимума, који се виде на заклону, зависи и од снаге ултразвучних таласа [139, 140] и са порастом снаге њихов број се повећава.



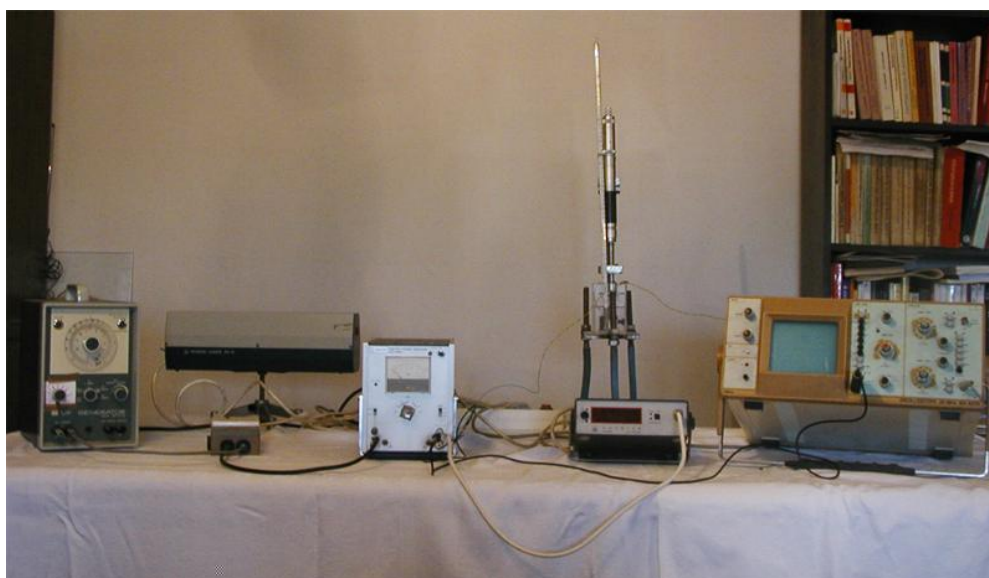
Слика 3.22 - (а) Дифракција Рамана-Нате и (б) Брагова дифракција.

Појава дифракције светлости на ултразвучним таласима омогућава мерење еластичних и еластооптичких константи, разних супстанци у течном или чврстом стању. Ласерски дифракциони метод је веома погодан за мерење брзине простирања ултразвука у еластичним срединама и одређивање модула еластичности. Мерењем

промене интензитета дифрактоване светлости у правцу простирања акустичког снопа, може да се одреди коефицијент пригушења ултразвука. Из коефицијента пригушења ултразвучних таласа се могу израчунати, на пример, коефицијент вискозности и коефицијент провођења топлоте [145 - 147].

Апаратура

Апаратура за мерење таласне дужине ултразвучних таласа у течности на основу дифракције светлости представљена је на слици 3.23: He - Ne ласер, кивета од плексигласа (5x3x6) cm, микрометарски завртањ, осцилоскоп или хандископ HS3, сигнал генератор, линеарни високо фреквентни појачавач, PZT-керамичка плочица, фреквенцметар, CCD-камера, заклон, метарска трака, термометар, проводници за спајање, коаксијални каблови, течности, дестилована вода, пентапризма, сабирна сочива (2 ком.).



Слика 3.23 - Користићена опрема, за демонстрацију дифракције ласерске светлости и мерење таласне дужине ултразвучних таласа у дестилованој води.

Метод мерења

Извор светлости ласер снаге 2 mW, таласне дужине 632,8 nm, постављен је на постоље. Ласерски сноп пада нормално на бочну површину кивете с дестилованом водом, и након проласка кроз кивету, пропуштена светлост пада на заклон. Извор ултразвучних таласа је PZT керамички диск који се постави паралелно са дном кивете и учврсти за дно. Ултразвучни таласи се стварају помоћу керамичког пиезопретварача, који ради на принципу обрнутог пиезоелектричног ефекта.²⁰

Обрнути пиезоелектрични ефекат се јавља при уношењу пиезоелектричног кристала у електрично поље, при чему у кристалу настају механичка напрезања и кристал се деформише. Деловањем електричног поља паралелно електричној оси мења се дебљина керамичке плочице (лонгитудинални ефекат) или њена дужина l (трансверзални ефекат) што чини физичку основу за генерисање ултразвука.

²⁰ Појава електричне поларизације, при истезању и сабијању јонских кристала, назива се директним пиезоелектричним ефектом.

У кивету је постављен микрометарски завртањ (Слика 3.23) који на свом доњем делу носи хоризонтално постављену металну плочицу. Ова плочица служи да рефлектује ултразвучне таласе, који на њу падају и након суперпозиције са путујућим таласима из извора стварају стојеће ултразвучне таласе у течности. Финим окретањем главе завртња на микрометру, подешава се растојање између рефлектора и давача да се остваре услови $l = m \frac{\Lambda}{2}$ где је m - цео број за стварање стојећих ултразвучних таласа у кивети. Извор високофреквентних синусних сигнала фреквенције 1 - 10 MHz је сигнал генератор Искра МА 3702. Наизменични излазни сигнали из сигнал генератора су мале снаге и нису довољни за побуђивање *PZT* керамичке плочице. Због тога се врши појачавање излазног сигнала линеарним високофреквентним појачавачем до нивоа који је довољан за побуђивање пиезокерамичког диска (давача). *PZT* керамички диск, у ствари, представља раван кондензатор, јер су равне површине диска покривене слојем сребра. При довођењу наизменичног напона на његове облоге, мења се дебљина диска сразмерно амплитуди доведеног напона. То је практично принцип обрнутог пиезоелектричног ефекта, који омогућава еластичне деформације пиезокристала. Врло брзе промене дебљине кристала се преносе на околну течност у кивети и на тај начин се стварају ултразвучни таласи који се могу визуелно регистровати на површини течности. Повећањем снаге сигнала на излазу из сигнал генератора, интензитет таласања течности постаје већи, и обратно.

Резонантна фреквенција осциловања диска је 1,7 MHz, а у процесу рада могу да се побуђују и виши хармоници. Амплитуда сигнала са *PZT* давача је сразмерна амплитуди промене притиска у течности или квадратном корену из интензитета ултразвука ($A \sim p_m \sim \sqrt{I}$). Највећи интензитет (амплитуда) ултразвучних таласа се остварује око резонантних фреквенција. Вредност фреквенције сигнала се мери фреквенцетром или осцилоскопом.

Зависност између таласне дужине светлости, упадног угла θ између правца простирања ултразвучних таласа и правца упадне светлости је дата изразом

$$\Lambda_s (\sin \theta_m - \sin \theta) = m\lambda; m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3.32)$$

После проласка светлости кроз слој течности ширине h , добија се скуп већег броја равних таласа, под угловима θ_m , као при Фраунхоферовој дифракцији у случају амплитудне решетке за коју важи услов

$$\Lambda_s \sin \theta_m = m\lambda; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.33)$$

Угаоно растојање између суседних редова дифракције на основу апроксимације $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ износи

$$\sin \theta_m - \sin \theta_{m-1} \approx \theta_m - \theta_{m-1} = \frac{\lambda}{\Lambda_s}. \quad (3.34)$$

Из овог израза видимо да се, при сталној таласној дужини светлости, угаоно растојање између дифракционих максимума смањује са повећањем таласне дужине ултразвучних таласа, и обрнуто: повећава се смањењем таласне дужине ултразвучних таласа. Ова чињеница омогућава да се разуме зашто изостају дифракционе појаве или се не запажају, иако видљивом светлошћу осветлимо звучне

таласе (објашњење једноставно следи из чињенице да је $\lambda \ll \Lambda_s$ па количник $\lambda/\Lambda_s \rightarrow 0$).

Електрична снага која се доводи на *PZT* давач је променљива и може да се мења у опсегу 0 - 5 W/cm². Апаратура омогућава да се врше експериментална мерења са стојећим и путујућим акустичким таласима. При подешавању светлосног снопа, којим се осветљава акустички стуб у кивети, неопходно је да из проширивача снопа „окулара микроскопа—излази паралелан снап светлости. Кивета се скида са сточића при том подешавању. Паралелност снопа светлости се проверава померањем листа белог папира дуж правца ласерског снопа. Ако се величина светлог круга на папиру не мења, са променом растојања папира, подешеност је добра, у противном треба наставити са подешавањем. После овог подешавања, треба поставити кивету с течношћу на сточић оптичке клупе, нормално на пут паралелног снопа светлости. Укључити сигнал генератор и осталу електронику, и лагано мењати фреквенцију око резонантне фреквенције. Тада се на заклону може видети скуп дифракционих максимума. Број и интензитет дифракционих максимума светлих мрља зависи од низа фактора: ширине ласерског снопа, нагибног угла кивете према ласерском снопу, таласне дужине светлости, ширине ултразвучног стуба, таласне дужине и амплитуде ултразвучних таласа.

Приказ резултата мерења и њихова анализа

Ако је растојање између средине кивете са ултразвучним таласима и заклона приближно једнако L , а растојање између централне и m -те мрље X_m , мерено у равни заклона, брзину ултразвучних таласа можемо израчунати из релације:

$$V_s \approx \frac{m\lambda_{sv}vL}{X_m}, \quad m = 1, 2, 3... \quad (3.35)$$

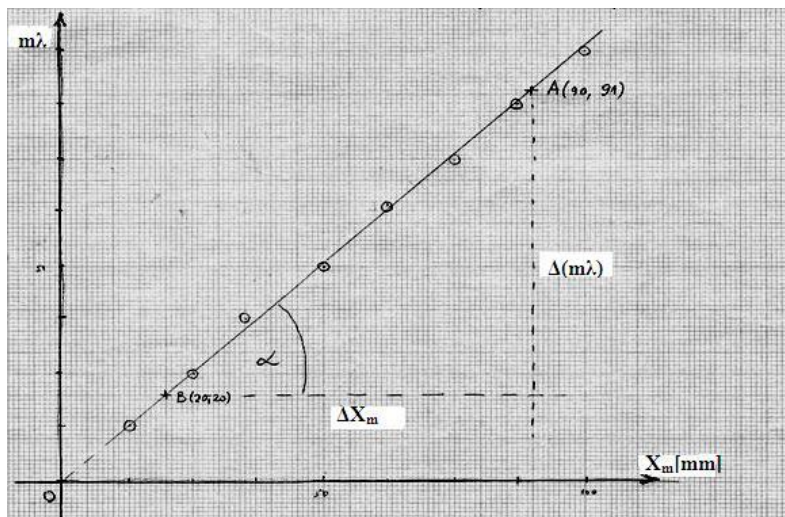
Фреквенција осциловања високофреквентног напона на пиезопретварачу се мери осцилоскопом или фраквенцметром, а дужина L се измери метром. Подаци добијени мерењем за растојања L и X_m и фреквенцију v су унети у табелу 3.5

Табела 3.5 Резултати мерења брзине ултразвучних таласа у дестилованој води

No	m	λ [nm]	L [m]	X_m [mm]	v [MHz]
1	1	633	4,09	10,00	5,6
2	2	633	4,09	19,81	5,6
3	3	633	4,09	29,58	5,6
4	4	633	4,09	39,58	5,6
5	5	633	4,09	49,23	5,6
6	6	633	4,09	59,52	5,6
7	7	633	4,09	69,35	5,6
8	8	633	4,09	79,40	5,6

На основу података из табеле 3.6 нацртан је график зависности $m \cdot \lambda$ од положаја максимума интензитета X_m . Затим је са графика је одређена вредност таласне дужине ултразвучних таласа Λ_s из нагиба праве линије.

Вредност таласне дужине ултразвучних таласа Λ_s је одређена из нагиба праве линије приказане на графику зависности $m \cdot \lambda = f(X_m)$. Из израза (3.34) се за брзину ултразвука у води добија вредност $V_s = \Lambda_s \cdot v = (1488 \pm 3)\text{m/s}$.



$$\text{tga} = 0.637974 \cdot 10^{-4}$$

$$\Lambda_s = (0.261 \pm 0.008) \cdot 10^{-3} [\text{m}]$$

Слика 3.24 - График зависности $m\lambda$ од положаја максимума интензитета X_m

„Измери све што је доступно мерењу и
учини доступним мерењу оно што није доступно“
Г. Галилеј

4. ЗНАЧАЈ ЕКСПЕРИМЕНАТА СА ДИФРАКЦИЈОМ ЗА НАСТАВУ

Елементарне представе о таласима у оквиру предмета физика се стичу у основној школи. На том нивоу се обрађују само механички таласи а знања о њима се продубљују у гимназији где се касније и проширују на електромагнетне таласе и на таласе материје. Основни концепти при проучавању таласног кретања се обично објашњавају на примеру таласа на води или жици. У нашим школама се експерименти у којима се експлицитно испољавају таласна својства светлости не изводе, већ се користи аналогија са механичким таласима. У програму се налазе наставни садржаји посвећени дифракцији на пукотини, на две пукотине (Јангов оглед) и дифракционој решетки као важни докази таласне природе светлости. Наставним програмом физике међутим није предвиђена реализација експеримената директно повезаних са овим садржајима, пре свега као лабораторијских вежби, већ само њихова теоријска обрада. Једна од последица оваквог приступа је да нпр. ученици на основу изгледа дифракционе слике обично не знају да кажу на каквим објектима се изворно десила дифракција.

При проучавању таласних процеса такође се прави разлика између механичких таласа којима је за простирање неопходна материјална средина и електромагнетних таласа, који се простиру и кроз вакуум. Ученик зато може да стекне погрешну слику да су то потпуно одвојени феномени, и да не постоје процеси у којима они утичу једни на друге. Међутим, вежба дифракције светлости на капиларним таласима формираних на површини воде која се понашају као дифракциона решетка потврђује јединство таласних феномена. Дифракцијом светлости на ултразвучним таласима и њиховом анализом се ученицима пружа увид у јединство природних феномена и богатство резултата који се могу добити реализацијом одговарајућих експеримената.

Дифракција светлости на пукотини такође може да послужи за директну верификацију Хајзенбергове релације неодређености уместо да се представа о њима стиче „мисаоним експериментом— Наиме, показало се да је анализа особина таласног кретања одлична основа за увођење основних идеја квантне механике у настави физике. Ова група експеримената се предлаже за извођење, како у гимназијским програмима физике, тако и у курсевима опште физике у оквиру неких студијских програма на факултетима.

Један од циљева предложених вежби је стварање код ученика и студената бољих предуслова за остваривање вишег нивоа функционалног разумевања таласних феномена. Након реализације дела предложеног материјала у реалним школским условима у гимназији у Пироту педагошким експериментом измерен је и потврђен њихов утицај на знање ученика.

4.1 Педагошки експеримент

4.1.1 Увод и теоријски приступ

Репрезентативни избор ученика укључује два одељења природно - математичког смера, Гимназије у Пироту.

Педагошки експеримент је изведен у следећим етапама:

1. теоријско и експериментално изучавање појаве дифракције светлости (два часа) ,
2. решавање рачунских задатака из теорије дифракције светлости (један час),
3. самостално извођење лабораторијских вежби (два часа за прву и два за другу вежбу).
4. Анализа резултата постигнутих на финалним тестовима у циљу утврђивања утицаја експерименталних променљивих и провере степена унапређења наставног процеса.

Провера резултата педагошког експеримента, је организована и извршена после теоријске обраде садржаја, израде задатака и реализације експерименталних вежби.

За проверу стечених знања из ове области припремљени су тестови. Постављена питања и предложени задаци су ранжирани према сложености и тежини - од лакших ка тежим. Прву групу чине, питања основног нивоа, другу групу чине питања средњег нивоа и трећу групу питања напредног нивоа. Питања у тестовима су кратка и јасно формулисана а у сваком тесту их је било по десет.

За сондирање знања ученика осмишљен је тест 01, који треба да послужи за утврђивање знања ученика и уједначавање група. Резултати теста 01, су показали да су групе уједначене. У контролној групи коју су чинили ученици III₃ одељења, програм је реализован на уобичајени начин, а у експерименталној групи III₄ је уведена експериментална променљива. То су у овом случају два експеримента из таласне оптике, везана за дифракцију на пукотини (провера Хајзенберговог принципа неодређености за координату и импулс) и дифракционој решетци (дифракција ласерске светлости на капиларним таласима у води).

Након тога је поново проверавано знање обе групе, тестом 02 за дифракцију на капиларним таласима и мерење коефицијента површинског напона и тестом 03, за проверу Хајзенбергове релације. Тест 02, је урађен у 3. разреду, а тест 03, у 4. разреду у оквиру истих одељења. Тестови су отвореног типа, нису анонимни, па можемо да пратимо и да упоређујемо групе, и појединачне ученике.

4.1.2 Циљ, хипотезе, технике и инструменти истраживања

Циљ истраживања је провера степена ефикасности унапређења наставног процеса у гимназији увођењем нових експерименталних вежби из области дифракције светлости. Ниво постигнутих сазнања, степен формирања вештина и навика за самостални лабораторијски рад је био предмет провере анализом резултата педагошког експеримента.

Нулта хипотеза у овом истраживању је: Реализацијом вежби дифракција ласерске светлости на капиларним таласима у води и верификација Хајзенберговог принципа неодређености за координату и импулс у настави физике постижу се исти резултати у наставном процесу као и при традиционалном раду.

Основна алтернативна хипотеза је: Резултујући ефекти наставног процеса применом нових експерименталних вежби и начина рада, биће бољи од ефеката који се постижу на стандардни начин.

Такође се при планирању овог истраживања, могу формулисати и следеће хипотезе:

1. У процесу реализације експерименталних вежби продубљују се знања ученика како да користе лабораторијске уређаје при организацији и извођењу вежби.
2. Израдом експерименталних вежби остварује се креативан приступ изучавању појава и закона физике и код ученика развија смисао за истраживачки рад.
3. Правилан избор примера за експериментално вежбање је од изузетног значаја за повезивање са претходно проученим градивом и понекад представља пројекцију методичког материјала при решавању нових експерименталних задатака.

Узорак : Експеримент је изведен у току две школске године 2011/12. и 2012/13. године у Пиротској Гимназији. Експерименталну групу ученика чинило је једно одељење природно-математичког смера, а контролну групу друго одељење истог смера. Овим избором одељења, решен је и проблем да исти професор у школи изводи наставу у контролном и експерименталном одељењу.

С обзиром на начин формирања одељења у нашим школама, може се претпоставити да је коришћени узорак, случајни узорак. Међутим, са становишта избора одељења узорак припада групи намерног узорка који представља популацију ученика трећег разреда Гимназије у школској 2011/12. години.

У овом истраживању коришћена је метода педагошког истраживања а примењене су технике тестирања, анкетања и интервјуисања. Иницијално тестирање (тест 01 и тачна решења су дати у прилогу) је извршено у циљу добијања уједначених група-експерименталне и контролне. Иницијални тест је садржао десет питања, и то по три питања у оквиру основног и средњег, а четири питања у оквиру напредног нивоа. Тестови су прављени тако, да по својој структури омогуће мерење познавања чињеница и генерализација, познавање метода и средстава експерименталног рада као и мерење способности примене стечених знања како у познатим тако и у новим ситуацијама.

Финално тестирање обављено је школске 2011/12. године (тест 02) и 2012/13. године (тест 03), након реализације експерименталних вежби. Тестови су садржали по десет питања сличне структуре као код иницијалног теста, с том разликом што су сада укључени и садржаји везани за реализоване лабораторијске вежбе из таласне оптике и неке њене примене.

Анкетирање ученика је извршено после обављеног тестирања. Ученици су слободно изнели своје мишљење о реализованим вежбама и настави физике у анкетном листу (дат је у прилогу). Интервјуисање наставника је вршено, пре почетка извођења педагошког експеримента и после финалног тестирања, с циљем да се виде недостаци и предности у раду са ученицима и предложи мере за унапређење наставе у гимназијама.

4.1.3 Ток експеримента и резултати

После прегледавања иницијалних тестова и анализе постигнутих резултата ученика, изабрани су ученици одељења III₃ за контролну групу К, а ученици

одељења III₄ за експерименталну групу E. Тест (01) и резултати тестирања за ученике оба одељења су презентовани у табели и дати су у прилогу (прилог 2.).

Статистичком обрадом резултата иницијалног тестирања нађене су аритметичке средине M броја поена, њихове одговарајуће стандардне девијације ζ и значајности разлике t по појединим питањима и укупно Σ , за експерименталну и контролну групу. Добијени подаци приказани су у табели 4.1. за експерименталну и контролну групу (прилог 2.). Аритметичка средина, и стандардна девијација за експерименталну и контролну групу одређене су из израза

$$M = \frac{\Sigma X}{N} \quad (4.1)$$

и

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(X - N)^2}{N - 1}} \quad (4.2)$$

где је N укупан број ученика по одељењима.

Значајност разлике t се израчунава према [150] по формули

$$t = \frac{\Delta M}{\sqrt{\langle \bar{\sigma}_E \rangle^2 + \langle \bar{\sigma}_K \rangle^2}} \quad (4.3)$$

где су: $\Delta M = M_E - M_K$, $\langle \bar{\sigma}_E \rangle = \frac{\sigma_E}{\sqrt{N_E}}$, $\langle \bar{\sigma}_K \rangle = \frac{\sigma_K}{\sqrt{N_K}}$

M_E – аритметичка средина броја освојених поена у експерименталној групи,

M_K – аритметичка средина броја освојених поена у контролној групи,

N_E – број ученика у експерименталној групи,

N_K – број ученика у контролној групи,

ζ_E – стандардна девијација за експерименталну групу,

ζ_K – стандардна девијација за контролну групу и

$df = N - 1$ – број степени слободe

Из табеле 4.1. се види да постоје мале разлике аритметичких средина по појединачним питањима које су статистички занемарљиве.

Врло мала разлика, аритметичких средина $\Delta M = 0,052$ у корист експерименталне групе је такође статистички занемарљива. Добијене значајности разлике t по питањима и укупно су испод границе значајности. Граница значајности разлике износи 2,06 уз 95% поузданости (на нивоу 0,05) и 2,80 уз 99% поузданости (на нивоу 0.01).

Из ових података се може уочити да су добијене значајности разлике испод ових вредности, што потврђује да разлика аритметичких средина није статистички значајна то јест експериментална и контролна група су уједначене.

Почетком маја 2012. године извршено је тестирање (тест 02) ученика, а резултати су приказани у табели 4.2 (прилог 2.) која садржи број тестираних ученика, укупан број постигнутих поена на тесту, вредности аритметичких средина броја поена M , и стандардних девијација ζ , и значајности разлике t , за одељење контролне и експерименталне групе.

Из табеле 4.2 види се да разлика аритметичких средина освојених поена износи $\Delta M = 2,38$ у корист експерименталне групе.

Границе значајности разлике су 2,06 (на нивоу 0.05 и 0,496 и 0,478 за 26 степени слободe, на нивоу 0,01) па се може закључити да постоји значајна разлика на оба нивоа у корист експерименталне групе.

Сређином новембра 2012. године извршено је тестирање (тест 03) ученика, а резултати су приказани у табели 4.3 (прилог 2.) која садржи број тестираних ученика, укупан број постигнутих поена на тесту, вредности аритметичких средина броја поена M , и стандардних девијација ζ , и значајности разлике t , за одељење контролне и експерименталне групе.

Из табеле 4.3. види се да разлика аритметичких средина освојених поена износи $\Delta M = 3,17$ у корист експерименталне групе.

4.1.4 Квантитативна и квалитативна анализа и интерпретација резултата педагошког експеримента

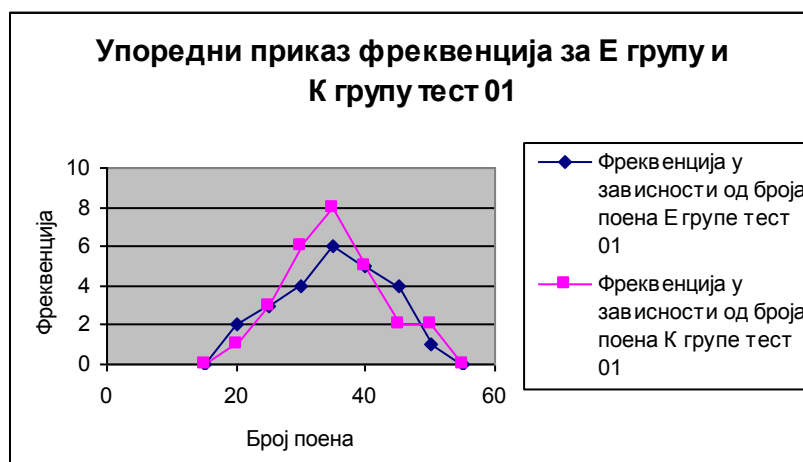
На основу иницијалног тестирања формиране су Табела 4.1.а за експерименталну групу Е и Табела 4.1.б за контролну групу К, са дистрибуцијом фреквенција која садржи: колону разредних интервала RI , колону средњих места интервала X^* , колону фреквенција f , и податак о величини разредног интервала i и податак о величини узорка N . Графички је расподела фреквенција приказана конструисаним упоредним полигонима фреквенција на слици 4.1.

Табела 4.1.а за Е групу тест 01

RI	X^*	f
13-17	15	0
18-22	20	2
23-27	25	3
28-32	30	4
33-37	35	6
38-42	40	5
43-47	45	4
48-52	50	1
53-57	55	0
$i=5$	$N=25$	

Табела 4.1.б за К групу тест 01

RI	X^*	f
13-17	15	0
18-22	20	1
23-27	25	3
28-32	30	6
33-37	35	8
38-42	40	5
43-47	45	2
48-52	50	2
53-57	55	0
$i=5$	$N=27$	



Слика 4.1 - Упоредни приказ фреквенција за Е- групу и К- групу код иницијалног тестирања

Вредности добијене за стандардне девијације за експерименталну $\zeta_E = 1,67$ и контролну групу $\zeta_K = 1,79$ указују на висок степен уједначености ових група.

На основу резултата χ^2 теста показало се да је расподела резултата на почетном тестирању (тест 01) за експерименталну и контролну групу Гаусова. За експерименталну групу добијена је вредност $\chi^2 = 1,3087$, а како је критична област $[42,980 ; \infty)$, на нивоу 0.01 нема значајне разлике добијене расподеле од Гаусове. У случају контролне групе је $\chi^2 = 1,507$, а критична област је $[45,642 ; \infty)$, па на нивоу 0,01 нема битне разлике добијене расподеле резултата од Гаусове расподеле [150]. Према томе може се закључити, на основу добијене нормалне расподеле, да узорак правилно представља целу популацију или тест у потпуности задовољава као мерни инструмент.

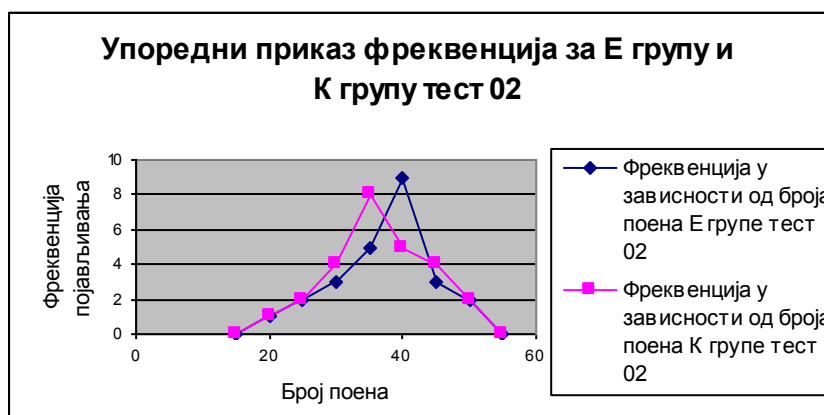
На основу резултата финалног тестирања (тест 02 и тест 03) формиране су одговарајуће табеле за експерименталну групу и табеле за контролну групу у којима су дате фреквенције појављивања резултата у одређеном интервалу по појединим одељењима, као и у групама у целини.

Табела 4.2а - за Е групу тест 02

RI	X*	f
13-17	15	0
18-22	20	1
23-27	25	2
28-32	30	3
33-37	35	5
38-42	40	9
43-47	45	3
48-52	50	2
53-57	55	0
i=5	N=25	

Табела 4.2б - за К групу тест 02

RI	X*	f
13-17	15	0
18-22	20	1
23-27	25	2
28-32	30	4
33-37	35	8
38-42	40	5
43-47	45	4
48-52	50	2
53-57	55	0
i=5	N=27	



Слика 4.2 - Упоредни приказ фреквенција за Е- групу и К- групу код финалног тестирања тест 02

Израчунавањем χ^2 , на основу добијених вредности за аритметичке средине M и стандардне девијације ζ , за тест 02 добије се: за контролну групу $\chi^2 = 1,3449$ и за експерименталну групу $\chi^2 = 0,8209$ на нивоу 0,01. Израчунате вредности за χ^2 , показују да су расподеле резултата за експерименталну групу и контролну групу на финалном тесту 02 нормалне тј. добро се уклапају Гаусову расподелу. На основу резултата приказаних у Табели 4.2.а и Табели 4.2.б конструисани су полигони фреквенција и приказани за контролну групу и експерименталну групу (Слика 4.2).

Израчунавањем χ^2 , на основу добијених вредности за аритметичке средине M и стандардне девијације ζ , се за тест 03 добија: за контролну групу $\chi^2 = 2,207$ и за експерименталну групу $\chi^2 = 0,7935$ на нивоу 0,01. Израчунате вредности за χ^2 , показују да је расподела резултата на финалном тесту 03 нормална.

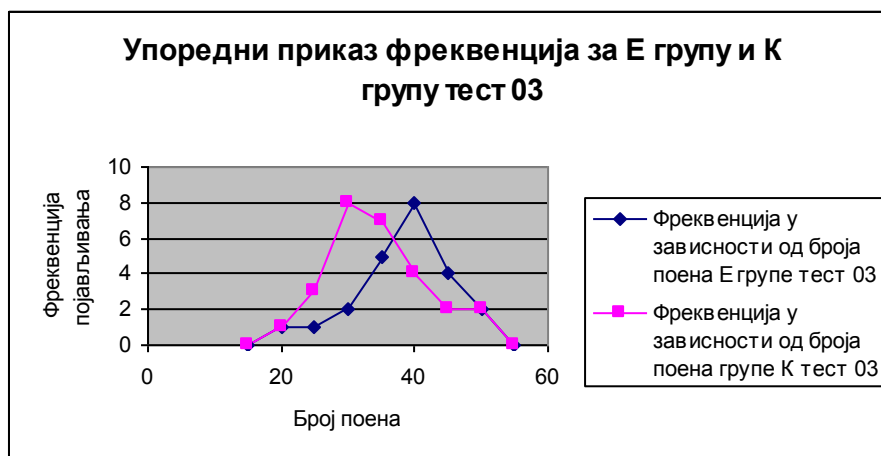
На основу резултата приказаних у Табели 4.3.а и Табели 4.3.б конструисани су полигони фреквенција за контролну групу К и за експерименталну групу Е и приказани на слици 4.3.

Табела 4.3а - за Е групу тест 03

R/I	X^*	f
13-17	15	0
18-22	20	1
23-27	25	1
28-32	30	2
33-37	35	5
38-42	40	8
43-47	45	4
48-52	50	2
53-57	55	0
$i=5$	$N=25$	

Табела 4.3б - за К групу тест 03

R/I	X^*	f
13-17	15	0
18-22	20	1
23-27	25	3
28-32	30	8
33-37	35	7
38-42	40	4
43-47	45	2
48-52	50	2
53-57	55	0
$i=5$	$N=27$	



Слика 4.3 - Упоредни приказ фреквенција за Е - групу и К - групу код финалног тестирања тест 03

Из табеле 4.3 се види да постоје мале разлике аритметичких средина по појединачним питањима које су статистички занемарљиве, али су код питања број 9 и 10 оне приметне.

Са слика 4.2 и 4.3 види се да је полигон фреквенција за експерименталну групу ученика померен удесно у односу на одговарајући полигон за контролну групу ученика. Разлика аритметичких средина броја освојених поена $\Delta M = 2,38$ (за тест 02) у корист експерименталне групе, и $\Delta M = 3,18$ (за тест 03) показује да је код експерименталне групе успех побољшан под дејством експерименталног фактора.

Упоредни резултати финалног тестирања према укупном броју освојених поена, вредности аритметичких средина, стандардних девијација и значајности разлике, дати су у Табели 4.4.

Табела 4.4 Аритметичке средине, стандардне девијације и значајности разлике за експерименталну и контролну групу

		Тест 02				Тест 03			
група	<i>N</i>	Σ	<i>M</i>	ζ	<i>t</i>	Σ	<i>M</i>	ζ	<i>t</i>
Е	25	967	38,68	0,14	4,73	956	38,24	2,29	0,38
К	27	981	36,33	2,38		947	35,07	2,29	

Из Табеле 4.4. се види да је разлика аритметичких средина броја освојених поена у корист експерименталне групе.

На основу добијених резултата може се закључити да предложене вежбе сигурно доприносе побољшању васпитно-образовног процеса.

Квалитативна анализа педагошког експеримента може се извршити и помоћу одговарајућих хистограма који показују резултате утицаја експерименталног фактора.

На слици 4.4 (прилог 2) приказане су вредности аритметичких средина броја освојених поена на тесту 02 и тесту 03 за контролну и експерименталну групу.

Поређењем хистограма на слици 4.4 може се видети: да су при иницијалном тестирању контролна и експериментална група имале исти успех, док је при следећим тестирањима (тестови 02 и 03) експериментална група постигла боље резултате.

Овакви резултати, такође, потврђују претходно изнет закључак, да је код ученика експерименталног одељења, успех бољи и позитиван ефекат експерименталног фактора је знатно већи.

4.1.5 Мишљења ученика о новим вежбама

Мишљење ученика о увођењу нових вежби у настави физике, условљено је пре свега, додатним захтевима и обавезама које треба да испуњавају ученици. Разумљиво је што је став ученика према уведеним новинама веома различит. Док, једнима физика на тај начин постаје занимљивија, интересантнија, лакша и ствара се додатна мотивација за учење физике, други, напротив у изради експеримената виде само додатне захтеве и нове проблеме и повећање тешкоћа у учењу.

Да би се утврдило шта ученици мисле о изведеним вежбама извршено је анкетање ученика. Анкетни лист се састојао од 6 питања, 4 затвореног типа и два отвореног. Анкетни лист је дат у прилогу 2 .

Подаци показују да већина ученика има јасно изражен став и то позитиван по питању увођења нових вежби.

5. ЗАКЉУЧАК

Предложене експерименталне вежбе су од посебног значаја за остваривање циљева наставе физике, у гимназијама али и на првим годинама студија на факултетима. У настави физике, процес образовног рада је вишеструко захтеван и веома сложен. Поред теоријске наставе, програмски садржаји се реализују решавањем квалитативних и квантитативних задатака и практичних експерименталних вежби. У току рада у лабораторији ученици и студенти стварају навике и вештине при руковању мерном опремом, непосредно посматрају појаве и процесе, уче како да обраде резултате мерења и процене грешке при мерењу.

Значај предложених вежби је у томе да се продубе представе о појави дифракције таласа, проучавањем разних облика испољавања, измену услова посматрања и моделе који чине основу за теоријска објашњења.

Поред основног практичног циља, да се ученици/студенти упуте и оспособе у основне технике мерења и правилну обраду резултата мерења, посебно је вођено рачуна о слојевитој сазнајној структури мерења, као основног метода истраживања у експерименталној физици. Све предложене вежбе су реализоване практично у школским условима у Гимназији Пирот у Пироту, а због малих материјалних улагања и једноставности руковања опремом и побољшања успеха се препоручују за општу примену у настави.

У првој глави су описане основне особине светлости праволинијског простирања, одбијање, преламање, као и испољавања њеног таласног карактера путем интерференције, дифракције и поларизације. Дана је дефиниција појаве дифракције као одступање од праволинијског простирања светлости која није последица њеног одбијања или преламања.

У другој глави је описана елементарна теорија дифракције светлости заснована на Хајгенс-Френеловом принципу. Примењен је Френелов метод, да би се објаснило слободно простирање светлости, као и дифракција на отвору и диску применом Френелових зона.

Фраунхоферова дифракција, или дифракција у даљем пољу са паралелним зрацима кад је довољно велико растојање између објекта дифракције и заклона L , детаљније је описана. Она омогућава да се за експериментални рад користи апроксимација $\sin \theta \approx \text{tg} \theta = x/2L$.

Размотрен је Фраунхоферов метод дифракције на једној, на две и на више пукотина. Указано је на искошено (нагнуто) падање светлости, поред нормалног падања, кад је упадни угао једнак $\theta_0 = 0$. Такође је истакнут велики значај који имају пукотине и дифракционе решетке у спектроскопији, као основни спектрални алат.

Дифракција светлости представља веома сложен проблем у физици, који се у конкретним условима поред у раду коришћеног Хајгенс - Френеловог начина решава помоћу Максвелових једначина са одговарајућим граничним условима или помоћу интегралних једначина.

За решавање задатака дифракције на комплементарним екранима, наведена је и доказана врло корисна Бабинеова теорема, која се примењује за Френелов и Фраунхоферов тип дифракције.

У трећој глави је детаљно описано пет релативно нових или у пракси мање коришћених експерименталних вежби. Прва вежба се односи на дифракцију на лењиру као рефлексионој решетки док је друга посвећена дифракцији ласерске светлости на капиларним таласима, створеним на површини течности акустичким

таласима. У оквиру ове вежбе, на основу резултата дифракције, може се одредити коефицијент површинског напона коришћене течности. У трећој вежби квантно механичко тумачење дифракције светлости је искоришћено за верификацију Хајзенбергове релације неодређености координате и импулса за фотоне ласерске светлости. Четврта вежба се односи на праћење и анализу брауновског кретања при чему се за мерење димензија посматраних малих честица користи метод дифракције ласерске светлости на њима. Пета вежба је заснована на Дебај - Сирсовом ефекту дифракције ласерске светлости на ултразвучним таласима.

У свакој вежби је дат кратак теоријски опис појаве и метода мерења, наведена је и детаљно описана коришћена апаратура као и начин њене употребе за мерење. Такође је описана процедура мерења а притом добијени резултати су приказивани табеларно и обрађивани погодним програмским пакетима. Посебна пажња посвећена је обради резултата мерења, а добијени резултати су записивани са процењеном одговарајућом апсолутном и релативном грешком. Уз сваку наведену вежбу предложена је група питања за проверу основних теоријских знања, неопходних за успешну реализацију конкретних лабораторијских задатака (прилог 1.).

У четвртој глави је указано на велики практични значај увођења предложених вежби у наставну праксу. Након теоријске наставе, коју следе експерименталне вежбе у физичкој лабораторији, оне омогућавају да се стечена теоријска знања, провере, прошире, утврде и коначно примене за решавање нових задатака и проблема из савремене праксе.

Педагошки експеримент је осмишљен с циљем да се утврди разлика напредовања ученика експерименталног одељења у односу на контролно одељење и реализован је у Гимназији Пирот у Пироту. Након стандардног теоријског проучавања појаве дифракције таласа и израде задатака извршено је иницијално тестирање ученика и постављене хипотезе. После урађене прве лабораторијске вежбе у трећем разреду (дифракција на капиларним таласима) урађен је тест 02. У четвртом разреду је, са истим групама, након урађене друге лабораторијске вежбе (дифракција на пукотини) урађен тест 03. На основу резултата педагошког експеримента, извршена је квантитативна и квалитативна анализа, на основу којих се може закључити да предложене вежбе у настави физике сигурно доприносе побољшању васпитно-образовног процеса.

Планирање експеримената, извођење и анализа резултата, иначе спадају у круг компетенција обавезних за студенте физичких факултета и гимназија природно-математичког смера. У раду су, осим предности, описани и неки недостаци дифракционих метода као и самих уређаја и указано на могућностима побољшања квалитета опреме и методике мерења. Због тога би се описани дифракциони методи мерења могли примењивати, не само у школској пракси већ и шире у индустрији: фармацеутској, електронској, машинској итд.

6. ПРИЛОЗИ

Прилог 1.

Задаци уз вежбу 1 Мерење таласне дужине ласерске светлости дифракцијом на лењиру

1. Измерити таласну дужину светлости *He-Ne* (или полупроводничког) ласера помоћу лењира
2. Провери вредност таласне дужине светлости (измерену под 1.), мерењем помоћу дифракционе решетке познате константе.
3. Измери дебљину дате жице и дебљину косе.

Питања за проверу знања

1. Шта је интерференција а шта дифракција светлости?
2. Какво је физичко значење Хајгенс - Френеловог принципа?
3. Објасни метод Френелових зона.
4. Објасни дифракцију светлости на једној и две пукотине.
5. Изведи услове за максимуме и минимуме дифракције на пукотини.
6. Може ли се посматрати Фраунхоферова дифракција на малим растојањима од објекта дифракције?
7. Под којим условом m -ти главни максимум дифракционе решетке периода d и ширине пукотине b тежи нули?

Задаци уз вежбу 2 Мерење коефицијента површинског напона течности дифракцијом ласерског снопа на капиларним таласима

1. Одредити коефицијент површинског напона за две различите течности методом дифракције ласерског снопа на основу релације $\sigma = \omega^2 \rho / k^3$.
2. Испитати зависност $\sigma = f(T)$, описаном методом.

Питања за проверу знања

1. Објасни механизам настанка површинског напона.
2. Наведи примере појаве површинског напона у природи.
3. Какав је физички смисао коефицијента површинског напона, од чега он зависи, које су његове димензије?
4. Чему је једнака и како је усмерена сила површинског напона? На који начин се манифестују те силе и како их можемо измерити?
5. Објасни појаву допунског притиска под закривљеном површи течности.
6. Објасни појаву квашења и неквашења.
7. Шта се подразумева под термином капиларне појаве. Израчунај разлику у висини нивоа течности у капилари и ван ње.
8. Који таласи се називају капиларним?

Задаци уз вежбу 3 Провера Хајзенбергове релације неодређености координате и импулса дифракцијом ласерског снопа

1. Проверити Хајзенбергову релацију за координату и импулс $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$.
2. Измерите дебљину нити, власи косе, ширину пукотине, методом дифракције ласерског снопа.

Питања за проверу знања

1. Шта је интерференција а шта дифракција светлости?
2. У чему се састоји Хајгенс – Френелов принцип?
3. Објасни дифракцију светлости на једној пукотини.
4. Изведи услове за максимуме и минимуме дифракције на пукотини.
5. Објасни Хајзенбергов принцип за координату и импулс, и енергију и време
6. Какво је квантно механичко тумачење дифракције светлости на пукотини?
7. Зашто електронски микроскоп омогућава већу моћ разлагања од оптичког микроскопа?
8. Зашто је провера релације неодређености поузданија помоћу ласера него другим (обичним) изворима светлости?
9. На основу релације неодређености процени енергију везе електрона у атому водоника у основном стању.

Задаци уз вежбу 4 Брауновско кретање, његова фрактална структура, провера Ајнштајнове формуле и одређивање Авогадровог броја

1. Провери Ајнштајнову једначину $\langle r^2 \rangle = 4Dt$; $\langle r^2 \rangle = 1/N \sum r_i^2$, а t - је време посматрања.
2. Одреди коефицијент дифузије, Болцманову константу и N_A (из $\alpha = 4D$, а онда k из $D = kT/6\pi\eta a$, и из израза $D = \langle v^2 \rangle \langle \lambda \rangle / 3$ одреди средњу дужину слободног пута
3. Провери фракталну структуру брауновог кретања

Питања за проверу знања

1. Каква честица се назива брауновском?
2. Који је разлог појаве брауновског кретања?
3. Шта је померај а шта трајекторија брауновске честице?
4. Како зависи од времена, средњи квадрат одступања брауновске честице од положаја равнотеже?
5. Како је средњи квадрат одступања брауновске честице од положаја равнотеже повезан са коефицијентом дифузије?

Задаци уз вежбу 5 Мерење брзине ултразвука у води дифракцијом ласерске светлости на ултразвучним таласима

1. Демонстрирати појаву дифракције ласерске светлости на ултразвучној решетки у течности.
2. Измерити таласну дужину и брзину простирања ултразвучних таласа у течности (дестилована вода)
3. Одредити изотермски коефицијент стишљивости β течности.

Питања за проверу знања

1. Шта називамо таласом?
2. Каквом функцијом се описују таласи?
3. Које врсте таласа знате, које су основне карактеристике таласа?
4. Који таласи се називају монохроматским?
5. Каква је веза брзине таласа са његовом фреквенцијом и таласном дужином?
6. Шта је то спектар таласа?
7. Који таласи се називају стојећим, а који прогресивним или путујућим?
8. Опишите настанак звучних и ултразвучних таласа, и њихове основне особине.

Прилог 2.

Текст иницијалног теста са решењима

ТЕСТ БРОЈ 01 Гимназија Пирот

Ученик и одељење _____

Од понуђених одговора заокружи онај који сматраш тачним. На постављена питања напиши одговор.

1. Површина нормална на правац кретања таласа на којој све честице осцилују у истој фази је:
 - а) зрак
 - б) сноп
 - в) таласни фронт
 - г) извор таласа.

2. Таласи у којима се врше осцилације у правцу простирања таласа називају се:
 - а) трансверзални таласи
 - б) лонгитудинални таласи
 - в) стојећи таласи.

3. Трансверзални таласи се могу простирати у:
 - а) течностима и гасовима
 - б) само у чврстим телима
 - в) само у гасовима
 - г) у течностима и чврстим телима

4. Одбијање и преламање таласа објашњавају се помоћу:
 - а) Хајгенсовог принципа
 - б) Фуријеове анализе
 - в) принципа суперпозиције

5. Наведи својим речима Хајгенсов принцип.
.....
.....

6. Да ли је могућа интеракција светлости и звучних таласа
 - а) није могућа интеракција светлости и звучних таласа
 - б) интеракција светлости и звучних таласа је могућа
 - в) интеракција светлости и звучних таласа

7. У електромагнетном таласу
 - а) правци вектора E и B , који осцилују у истој фази, се поклапају
 - б) правци вектора E и B , који осцилују у истој фази, су ортогонални
 - в) правци вектора E и B , који осцилују у противфази, се поклапају
 - г) правци вектора E и B , који осцилују у противфази, су ортогонални

8. При преласку електромагнетног таласа из једне у другу средину мењају се
- а) фреквенција и брзина простирања
 - б) брзина простирања и таласна дужина таласа
 - в) фреквенција, таласна дужина и брзина таласа
9. Таласна дужина микроталаса је
- а) мања од таласне дужине инфрацрвене светлости
 - б) мања од таласне дужине ултраљубичасте светлости
 - в) мања од таласне дужине кратких радио таласа
 - г) мања од таласне дужине гама зрачења
10. Међузвездани простор се, сем што у њему влада веома ниска температура (неколико келвина), одликује и веома малим бројем честица материје по јединици запремине (неколико водоникових атома по кубном сантиметру). Два свемирска брода отиснула су се на пут на коме је повремено потребна њихова међусобна комуникација. Да ли је комуникацију и размену информација могуће остварити
- а) уз помоћ звука
 - б) уз помоћ светлости?

Објасни одговор.

.....
.....

Решења теста 01

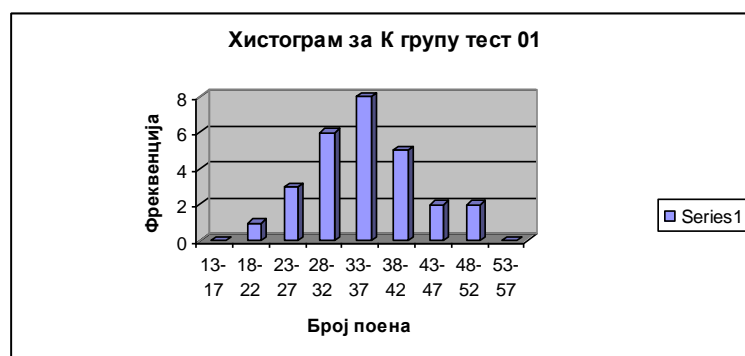
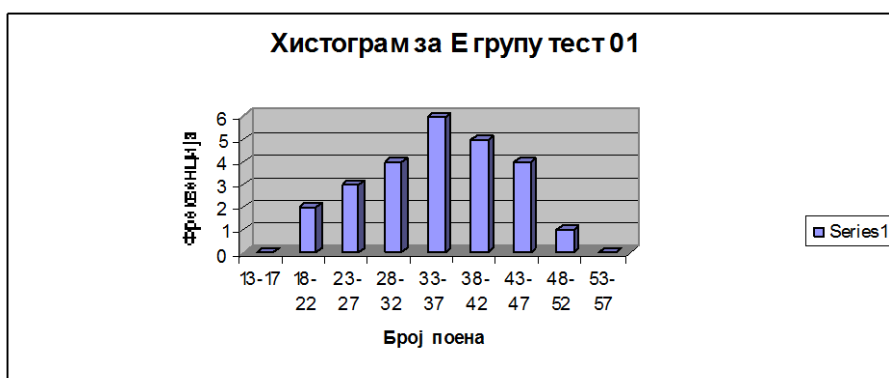
1. в
2. б
3. б
4. а
5. свака тачка средине погођена таласом постаје извор нових сферних таласа, чија обвојница представља нови таласни фронт таласа
6. б
7. б
8. б
9. в
10. б уз помоћ светлости је могуће остварити комуникацију у међузвезданом простору. Помоћу звука не може да се оствари таква комуникација, јер се звук не простира кроз вакуум.

**Резултати иницијалног теста за експерименталну Е
и контролну групу К**

Табела 4.1 Укупан број поена на тесту, аритметичке средине броја поена, стандардне девијације σ , и значајности разлике t , контролне и експерименталне групе.

	N	27	25	t
		К	Е	
1	M	4,82	4,4	6,28
	σ	0,04	0,12	
2	M	4,63	4,48	4,89
	σ	0,07	0,11	
3	M	3,44	3,40	0,23
	σ	0,68	0,69	
4	M	4,37	4,44	2,11
	σ	0,12	0,11	
5	M	3,59	3,72	1,71
	σ	0,28	0,26	
6	M	2,85	3,12	1,61
	σ	0,56	0,61	
7	M	3,48	3,40	0,43
	σ	0,68	0,69	
8	M	3,07	3,40	3,34
	σ	0,38	0,32	
9	M	2,67	2,20	3,06
	σ	0,52	0,57	
10	M	2,26	2,48	2,10
	σ	0,54	0,10	
Σ	M	35,15	35,2	0,15
	σ	1,79	1,67	

Хистограми за експерименталну групу Е и контролну групу К



Текст финалног теста (02) и решења теста

ТЕСТ БРОЈ 02 Гимназија Пирот

Ученик и одељење _____

Од понуђених одговора заокружи онај који сматраш тачним. На постављена питања напиши одговор.

1. Интензитет таласа који настаје суперпозицијом два равна таласа истих амплитуда, фреквенција и таласних дужина и интензитета I на месту конструктивне интерференције је

- а) $2I$
- б) 0
- в) $4I$
- г) I

2. Уколико је дијаметар отвора (или препреке) на који наилази светлост једнак таласној дужини светлости, дифракција

- а) је изражена
- б) је слабо изражена
- в) уопште се не дешава

3. Напиши како гласи Брустеров закон

.....
напиши како гласи Малусов закон
.....

4. Каква треба да буде путна разлика између зрака, да се при њиховој суперпозицији добије конструктивна интерференција?

- а) $\Delta s = 2k(\lambda/2) \quad k = 0, 1, 2, \dots$
- б) $\Delta s = (2k+1)\lambda/2$
- в) $\Delta s = (k-1/2)\lambda$

5. Како се при дифракцији са повећањем ширине прореза мења ширина главног максимума?

- а) повећава се
- б) уопште се не мења
- в) смањује се

6. Напиши услове за дифракционе максимуме k -тог реда при дифракцији монохроматске ласерске светлости таласне дужине λ , на дифракционој решетки константе d , у зависности од угла дифракције θ

.....

7. Нормално на прорез ширине $4 \mu\text{m}$ пада монохроматска светлост таласне дужине 560 nm . Колика је ширина централног максимума на заклону удаљеном 1 m ?

- а) $x = 18 \text{ cm}$
- б) $x = 28 \text{ cm}$

в) $x = 35 \text{ cm}$

8. Дифракциона решетка садржи 500 зреза по 1 милиметру дужине. Ако на решетку пада светлост таласне дужине 600 nm под правим углом, колико укупно максимума даје та решетка?

- а) $n = 12$
- б) $n = 3,3$
- в) $n = 8$

9. Шта ће се догодити са дифракционом сликом ако се прекрије сваки други прорез на дифракционој решетки?

- а) константа решетки биће два пута већа, а тиме и два пута више максимума
- б) дифракциона слика се неће уопште променити
- в) константа решетки биће четири пута већа, а тиме ће бити и четири пута више максимума

10. Наведи примере рефлексивних дифракционих решетки

.....
.....

На једном од наведених примера, објасни како може да се измери таласна дужина ласерске светлости полупроводничког ласера.....

.....
.....

Решења теста 02

1. в

2. а

3. $n = \operatorname{tg} \alpha$ $I = I_0 \cos^2 \alpha$

4. а

5. в

6. $d \sin \theta_k = k\lambda; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

7. б

8. б

9. а

10. капиларни таласићи на површини воде, CD, DVD, лењир,

Због апроксимације $\sin \theta \approx \operatorname{tg} \theta = \theta = \frac{\Delta x}{L}$ из $d \sin \theta_k = k\lambda; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

за израчунавање таласне дужине добијамо $\lambda = \frac{\Delta x}{kL}$

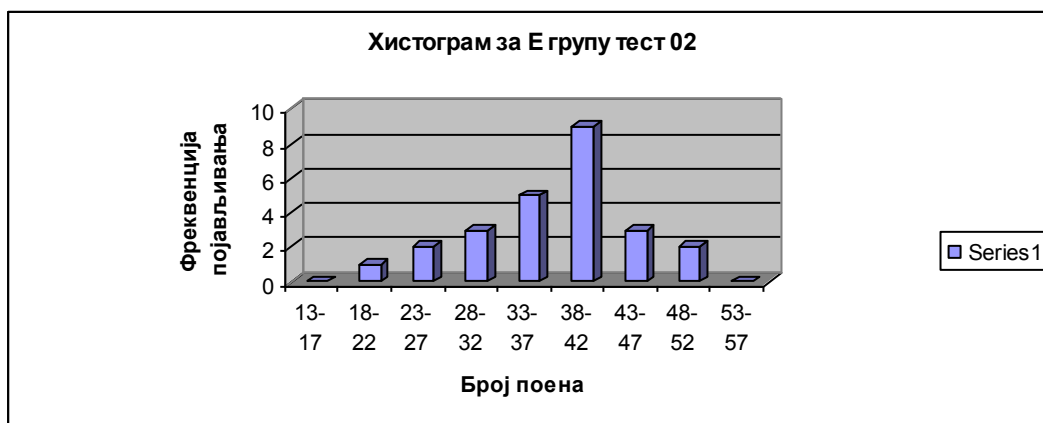
где је L – растојање решетка закљон, а Δx – удаљеност дифракционих максимума, од централног (нултог) максимума.

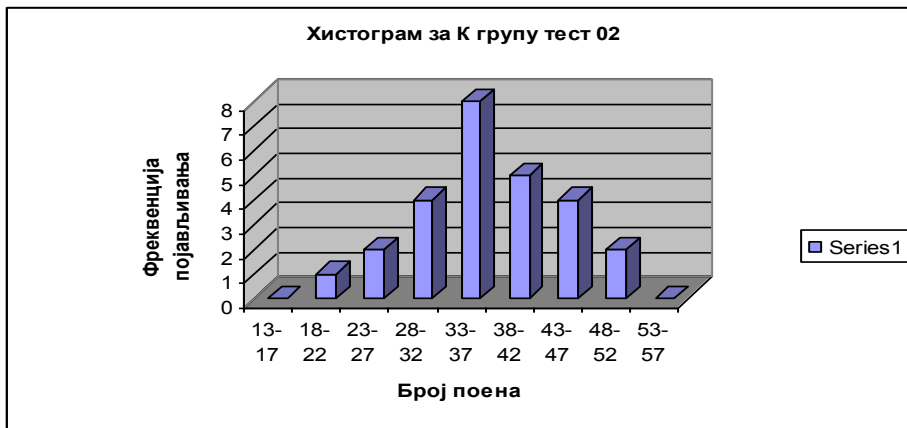
Резултати финалног теста 02 за експерименталну Е и контролну групу К

Табела 4.2 Укупан број поена на тесту (02), аритметичке средине броја поена M , стандардне девијације ζ , и значајности разлике t , за контролне групу K и експерименталну групу E .

	N	27	25	t
		К	Е	
1	M	4,00	4,24	4,91
	σ	0,20	0,16	
2	M	3,44	3,40	0,31
	σ	0,68	0,33	
3	M	4,26	4,20	1,39
	σ	0,15	0,16	
4	M	4,11	4,32	4,83
	σ	0,17	0,14	
5	M	3,85	4,28	0,44
	σ	0,36	0,90	
6	M	4,59	4,00	13,58
	σ	0,08	0,20	
7	M	4,07	4,28	0,88
	σ	0,80	0,87	
8	M	3,00	2,48	4,07
	σ	0,39	0,51	
9	M	3,11	3,92	14,60
	σ	0,17	0,22	
10	M	1,89	3,60	14,70
	σ	0,60	0,08	
Σ	M	36,33	38,68	4,73
	σ	0,14	2,38	

Хистограми за експерименталну групу Е и контролну групу К





Текст финалног теста (03) и решења теста

ТЕСТ БРОЈ 03 Гимназија Пирот

Ученик и одељење _____

Од понуђених одговора заокружи онај који сматраш тачним. На постављена питања напиши одговор.

1. Сваком научнику придружи одговарајућу хипотезу, једначину, откриће
 - а. Хајзенберг 1. хипотеза о таласној природи материје
 2. Основна једначина нерелативистичке квантне механике
 - б. де Брољ 3. откриће тунел ефекта
 4. релације неодређености
 - в. Шредингер 5. хипотеза о квантној природи светлости

2. Могу ли истовремено бити тачно одређени (у границама тачности експеримента) положај и импулс по:
 - а) класичној физици
 - б) квантној физици

3. Ако су положај и импулс микрочестице означени респективно са $\vec{r} = (x, y, z)$, $\vec{p} = (x, y, z)$ релација неодређености гласи:
 - а) $\Delta x \cdot \Delta p_y \geq \hbar / 2$
 - б) $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2$
 - в) $\Delta x \cdot \Delta p_z \geq \hbar / 2$
 - г) све три наведене
 - д) ниједна од наведених

4. У којем случају, важи знак једнакости у Хајзенберговој релацији за координату и импулс?
.....
.....
.....

5. Дифракција има просту квантно механичку интерпретацију, засновану на....., то јест, дифракција светлости је одличан начин за илустрацију

6. Суштина Хајзенберговог принципа неодређености је
.....
.....

7. Неодређеност положаја честице је $\Delta x = \lambda / 2\pi$, где је λ деброљеуска таласна дужина честице. Наћи минималну неодређеност брзине.
.....
.....

8. Релација неодређености за координату и импулс честице показује, да

1. не можемо измерити тачно импулс и координату честице.
2. можемо измерити тачно импулс и координату честице, али да Δx и Δp_x нису мање од $\hbar/2$.
3. увек можемо измерити импулс честице помоћу де Бројеве таласне дужине, која износи $p = h/\lambda$.
4. можемо једновремено измерити координату и импулс честици само с одређеном тачношћу, при чему производ неодређености координате и импулса не може бити мањи од $\hbar/2$.

9. Релација неодређености за енергију и време показује, да

1. не можемо измерити енергију система (честица) с тачношћу већом од \hbar
2. време мерења Δt енергије система и тачност одређивања енергије ΔE тог система везани су релацијом $\Delta E \Delta t \geq \hbar$
3. не можемо измерити енергију стања система (честици) и тренутка времена, у коме би она имала ту енергију

10. Провери на основу експерименталних података наведених у табели, важење Хајзенбергове релације за неодређеност координате и импулса. Измерене су вредности ширине главног дифракционог максимума Δm , при Фраунхоферовој дифракцији на прорезима $\Delta x = D$, за растојање прорез-заклон $L = 4,3 \text{ m}$, $\lambda = 632,8$

$$\text{nm}, h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, M = \frac{\Delta x \Delta p_x}{h} \approx 1$$

Допуни следећу табелу подацима које претходно израчунаш

No	$D = \Delta x$ [mm]	Δm [mm]	$\Delta p_x \cdot 10^{-31}$ [kgm/s]	M
1	0,10	51,84		
2	0,15	33,96		
3	0,20	25,93		
4	0,25	20,48		

Решења теста 03

1. а) Хајзенберг под 4.
1. б) де Брољ под 1.
1. в) Шредингер под 2.
2. под а)
3. под б)
4. Знак једнако у Хајзенберговој релацији за координату и импулс, важи за $m = \pm 1$, то јест ако узимамо у обзир САМО ширину централног максимума.
5. допуни са..., принципу неодређености — ..., принципа неодређености —
6. „ Никада не можемо једновремено тачно знати оба параметра, координату и брзину. Никада једновремено не можемо знати где се налази честица како брзо и у ком правцу се она креће —
7. $\Delta v = \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{\hbar \cdot 2\pi}{2m\lambda} = \frac{h}{2m\lambda} = \frac{p}{2m} = \frac{v}{2}$ где је v брзина честице
8. под 4
9. под 2

10.

No	$D=\Delta x$ [mm]	Δm [mm]	$\Delta p_x 10^{-31}$ [kgm/s]	M
1	0,10	51,84	63,09	0,95
2	0,15	33,96	41,32	0,94
3	0,20	25,93	31,57	0,95
4	0,25	20,48	24,92	0,94

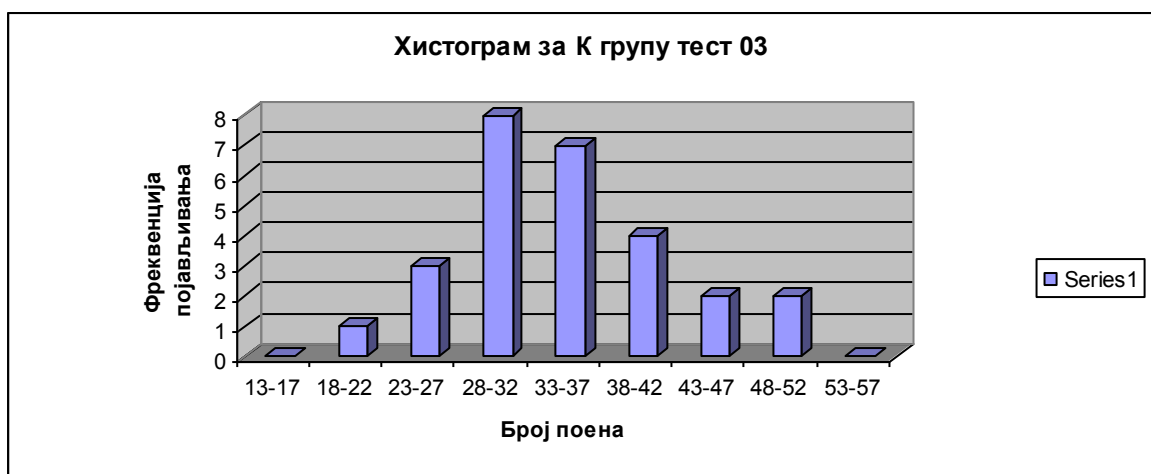
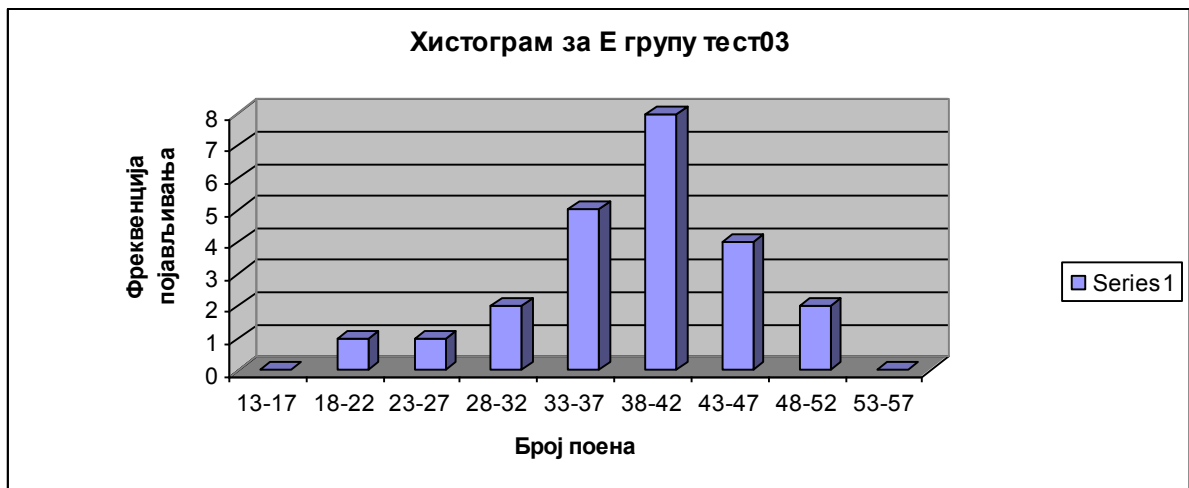
$$\Delta p_x = \frac{h\Delta m}{2L\lambda}$$

Резултати финалног теста 03 за експерименталну Е и контролну групу К

Табела 4.3 укупан број поена на тесту (03), аритметичке средине броја поена M , стандардне девијације σ , и значајности разлике t , за одељење контролне К и експерименталне групе Е.

	N	27	25	t
		К	Е	
1	M	4,82	5,00	0,04
	σ	0,00	0,00	
2	M	4,82	4,60	0,94
	σ	0,08	0,08	
3	M	5,00	5,00	0,00
	σ	0,00	0,00	
4	M	4,44	3,80	0,11
	σ	0,24	0,25	
5	M	3,70	2,52	0,73
	σ	0,51	0,51	
6	M	3,07	4,20	0,38
	σ	0,16	0,16	
7	M	3,15	2,08	0,62
	σ	0,42	0,42	
8	M	2,33	3,72	0,46
	σ	0,76	0,76	
9	M	2,66	3,68	0,52
	σ	0,27	0,27	
10	M	1,26	3,64	0,73
	σ	0,28	0,28	
Σ	M	35,07	38,24	0,38
	σ	2,29	2,29	

Хистограми за експерименталну групу Е и контролну групу К



Табела 4.4 Граница значајности разлике t и вредности χ^2 на нивоу 0,05 и 0,01

	N	$df=N-1$	0,05	0,01	χ^2	0,05	0,01
К	4 ₃	27	26	2,06	2,78	38,885	45,642
Е	4 ₄	25	24	2,06	2,80	36,415	42,980

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] F. M. Grimaldi, *Physico-mathesis de lumine, coloribus, et iride*, Bononie, MDCLXV
- [2] О. Ж. Френел, *О свете*, мемуар, под ред. В. Фредерикса, Наука, Москва, 1928
- [3] О. Ж. Френел, *Избранные труды по Оптике*, (ред. Г.С. Ландсберга), Наука, Москва, 1955
- [4] В. И. Родичев, *Творцы физической оптики*, сборник статей, Наука, Москва, 1973
- [5] Б. И. Степанов, *Введение в современную оптику*, Наука и Техника, Минск, 1989
- [6] С. К. Стафев, *История оптики*, ИТМО гос. унив., Санкт-Петербург, 2009
- [7] И. Ньютон, *Лекции по Оптике*, под ред. С. И. Вавилова, изд. акад. наука, Москва 1946
- [8] М. Млађеновић, *Развој физике, Оптика*, Грађевинска књига, Београд, 1968
- [9] M. Born and Wolf. E., *Principles of Optics*, Rev. Ed., Pergamon Pres, Inc., New York, 1970
- [10] Р. Б. Ваганов, *Основы теории дифракции*, Наука, Москва, 1982
- [11] А. Зоммерфельд, *Оптика*, издат. иностраной литературы, Москва, 1953
- [12] R. W. Pohl, *Optik und atom physik*, Springer-Verlag, Berlin-Gotinfen-Heildelberg, 1963
- [13] J. M. Cowley, *Diffraction physics*, Oxsford, American Elsevier Publishing Company, Inc.- New York, 1975
- [14] M. Franson, *Difraction. Coherence in Optics*, Pergamon, Oxford, 1966
- [15] J. W. Goodman, *Introduction to fourier optics*, McGraw-Hill Book Company, London 1968
- [16] H. Hönl, A. W. Maue, K. Westphahl, *Handbuch der physik*, Band XXV/1, s. 218, Springer-Verlag, Berlin-Gotingen-Heidelberg, 1961
- [17] F. L. Pedroti, L. S. Pedroti, *Introduction to Optics*, Prentice-Hall, Inc, London 1993
- [18] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, Springer, Berlin – Heidelberg – New York, 2002
- [19] И. Е. Иродов, *Волновые процессы. Основные законы*, Наука, Москва, 1999
- [20] В. А. Тарликов, *Когерентная оптика*, ИТМО, Санкт-Петербург, 2011
- [21] Р. Дитчберн, *Физическая Оптика*, Наука, Москва, 1965
- [22] С. К. Стафев, К. К. Боярски, Г. Л. Башнина, *Основы оптики*, Мир, Москва. 2006
- [23] И. М. Нагибина, *Интерференция и дифракция света*, Машиностроение, Ленинград, 1985
- [24] Г. С. Ландсберг, *Оптика*, Физматгиз, Москва, 2003
- [25] И. В. Савельев, *Общий курс физики*, том 2, Наука, Москва, 1998
- [26] Д. В. Сивухин, *Курс общей физики, Оптика*, Наука, Москва, 1985
- [27] А. Н. Матвеев, *Оптика*, Высшая школа, Москва, 1985
- [28] E. Hecht, *Optics*, 4 th ed, Addison – Wesley, San Francisco, 2002

- (www.av.com.physics)
- [29] C. J. Ball, *An Introduction to the Theory of diffraction*, Pergamon Press, New York, 1971
 - [30] А. М. Ражев, *Дифракция света*, сборник лаб. работ по физической оптике, Новосибирски государственный университет, Новосибирск, 2009
 - [31] E.V. Brown, *Modern Optics*, Reinhold Publ. Co.,Chapman & Hall Ltd., London, 1965
 - [32] Н. П. Дымченко, И. А. Терлецкий, *Физика ч. 3*, изд-во ДВГТУ, Владивосток, 2006
 - [33] J. Peatras, M. Ware., *Physics of Light and Optics*, Brigham Young university, 2011 ([//optics.byu.edu/BYU Optics Bo](http://optics.byu.edu/BYU%20Optics%20Bo))
 - [34] В. А. Алешкевич, *Оптика*, Физматлит, Москва, 2010
 - [35] А. М. Саржеевски, *Оптика т. 1.*, изд. Университетъ., Минск 1984
 - [36] Н. И. Калитеевский, *Волновая Оптика*, Наука, Москва, 1971
 - [37] Б. А. Струков, *Общая физика*, ИНФРА-М, Москва, 2008
 - [38] D. Halliday, R. Resnick, *Fundamentals of Physics*, John Wiley and Sons, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, 1981
 - [39] A. Beiser, *Concept of Modern Physics*, Mc Graw-Hill Book Company, London, 1981
 - [40] Е. И. Бутиков, *Оптика*, Лан, Санкт-Петербург, Москва, Краснодар, 2012
 - [41] J. W. Gudmen, *Introduction to Fourier Optics*, Mc Graw-Hill Book Company, London, 1968
 - [42] П. М. И. Димитријевић и С. Гоцић, *Оптика*, Ниш, 2011
 - [43] А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, *Курс физики том3*, Высшая школа, Москва, 1979
 - [44] А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, *Справочник по физики*, Наука, Москва, 1965
 - [45] F. S. Crauford., *Berkeley Physics Course, vol. 3 Waves*, Mc Graw-Hill, New York, 1968
 - [46] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley Publ. Co, Reading, London, 1964
 - [47] D. C. Giancoli, *Physics for scientis and engineers with modern physics*, 4th edition, Pearson Education, New Jersey, 2009
 - [48] А. Милојевић, *Таласна оптика*, Завод за издавање уџбеника СРС, 1987, Београд
 - [49] S. G. Lipson, *Optical Physics*, At the Univesity Press, Cambridge, 1969
 - [50] S. A. Akhmanov, S. Yu. Nikitin, *Physical Optics*, Clarendon pres, Oxford, 1997
 - [51] А. И. Китагородский, *Введение в оптику*, Наука, Москва, 1973
 - [52] С. Э. Фриш, А. В.Тиморева, *Курс общей физике*, Физматгиз, Москва, 1962
 - [53] Г. С. Горелик, *Колебания и волны*, Наука, Москва- Ленинград, 1950
 - [54] Л. И. Рудакова, Е. J. Соколова, *Волновая оптика*, ОАО, Авиоиздат, Москва, 2006
 - [55] Ф. В. Сирс, *Оптика*, Научна књига, Београд, 1963
 - [56] В. Г. Архипкин, Г.С. Патрин, *Лекции по оптике*, госуд. Универзитет институт физики, Красноярск, 2006
 - [57] Б. Ђурић, Ж. Ђулум, *Физика, Оптика*, Научна књига, Београд, 1966
 - [58] А. А. Шишловски, *Прикладная физическая оптика*, Физматгиз, Москва, 1961

- [59] В. В. Лебедева, *Экспериментальная оптика*, МГУ, Москва, 1994
- [60] В. А. Москалев, И. М. Нагибина., *Прикладная физическая оптика*, Политехника, Санкт-Петербург, 1995
- [61] М. Курепа, Ј. Пурић, *Основи физике, 2 део*, Научна књига, Београд, 1987
- [62] Т. И. Трофимова., *Курс физики, том.4*, Академия, Москва, 2006
- [63] И. С. Кичкин, И. И. Суздалов, *Основы волновой и квантовой оптики*, Высшая школа, Москва, 2005
- [64] В. М. Вучић, Д. М. Ивановић, *Физика II*, Научна Књига, Београд, 1991
- [65] Д. Николић, Љ. Ђирковић, *Студија о увођењу садржаја индустријске примене ласера у програме друге фазе средњег усмереног образовања*. Специјалистички рад, ПМФ Београд, Одсек за физичке и метеоролошке науке Београд, 1983
- [66] Д. Николић, Љ. Ђирковић, Ј. Лабат, *Одређивање димензија малих објеката дифракцијом ласерског снопа*. Магистарски рад, ПМФ Одсек за физичке и метеоролошке науке, Београд, 1989
- [67] К. А. Путилов, В. А. Фабрикант, *Курс физики 3*, Физматгиз, Москва, 1966
- [68] Н. Коњевић, *Увод у квантну електронику*, Научна књига, Београд, 1981
- [69] В. Чу., *Laser Light Scattering*, Academic press, New York, 1974
- [70] В. А. Алешкевич, Д. Ф. Киселев., *Лазеры в лекционном эксперименте*, МГУ, Москва, 1985
- [71] J. R. Taylor., *An Introduction to Error Analysis*, Univ. Sci. Books. Mill Valley, California, 1982
- [72] А. Н. Зайдель., *Ошибки измерений физических величин*, Ленинград, Наука, 1974
- [73] Л. Г. Деденко, В. В. Керженцев., *Математическая обработка и оформление результатов эксперимента*, Изд. МГУ, Москва, 1977
- [74] В. В. Лосев., Т. В. Мопозова., *Оптика, Лаб. Практикум*, Мир, Москва, 2008
- [75] Д. Ђирић, М. Ђурић, Н. Милински, М. Сатарић, *Практикум лабораторијских вежби из физике*, Научна књига, Београд, 1988
- [76] В. Вучић, *Основна мерења у физици*, Научна књига, Београд, 1990,
- [77] Б. Рибар, С. Ђуровић, *Практикум експерименталних вежби из оптике*, Нови Сад, 1978,
- [78] В. И. Иверонова, *Физический практикум*, Физматгиз, Москва, 1962
- [79] Н. Н. Мајсова, *Практикум по курсу общеи физики*, Высшая школа, Москва, 1970
- [80] А. В. Кортнев, Ј. В. Рублев, А. К. Куценко, *Практикум по физике*, Высшая школа, Москва. 1963
- [81] Љ. Нешић, *Практикум експерименталних вежби из физике*, ПМФ, Ниш, 2007
- [82] A. Portis, *Laboratory Physics, Berkely Physics Laboratory*, McGraw Hill Company, New York, 1971
- [83] D. D. Venabl, A. P. Vatra, T. Hubsch, D. Walton and M. Kamal, *General Physics Lab Handbook* (www.physics1.howard.edu/school/labs/MSIP.html)
- [84] Л.Л. Голдин., *Лабораторные занятия по физике*, Наука, Москва, 1983
- [85] A. L. Schawlow, *American Journal of Physics* **33**, 922 (1965)
- [86] Николић, М. Д., и Николић, Д. Ј., *Зборник радова са Републичког семинара о настави физике*, **31**, 151-155, (2013)
- [87] Николић, М. Д., Николић, Д. Д., *Зборник радова са Конгреса физичара Србије*, **12**, 474-478, 2013

- [88] P. Ewart., *Optics*, University of Oxford, 2008 (<http://polpred.com>)
- [89] K. Iizuka, *Optics & Photonics News*, **16**, 25-29, 2005
- [90] D Sudhakar Rao, *Laser diffraction using a ruler*, Department of Physics, St. Aloysius College, Light House Hill, Mangalore-575001. INDIA
- [91] Barik, T. K., Chaudhuri, P. R., Roy, A., and Kar, S. *Am. J. Physics*. **73**, 725-729, (2005).
- [92] J. Lighthil., *Waves in fluids* (Cambridge: University Press Cambridge), 1978
- [93] H. Lamb., *Hidrodinamics*, 6th ed. (New York, Cambridge University Press), 1932
- [94] Николић, М. Д., Нешић, Д. Љ., Зборник радова са Републичког семинара о настави физике, **30**, 149-153 (2011)
- [95] Nikolic, M. D., and Nesic. D. Lj., *Eur. J. Phys.* **33**, 1677–1685 (2012)
- [96] Николић, М. Д., Нешић, Д. Љ., *Мерење коефицијента вискозности течности, дифракцијом ласерског снопа* (у припреми)
- [97] H. Georgi., *The Physics of waves* Prentice Hall, Englewood Cliffs. New Jersey, 1993
- [98] Behroozi, F., and A. Perkins., *Am. J. Phys.* **74** 957 (2006)
- [99] Dong, J., Qi, J and Miao. R., *Brazillian J. Phys.* **37**, 1129 (2007)
- [100] Hess, P. A., *Phys.Today*, **55** 42 (2002)
- [101] D. R. Lide., (ed) *CRC Handbook of Chemistry and Physics* 84th edn (New York: CRC Press), 2003
- [102] Heisenberg W, *Z. Phys.* **43**, 172 (1927)
- [103] Э. В. Шпольский *Атомная Физика* 1, 2, Москва, Наука, 1984,
- [104] R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. III, *Quantum-Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, Palo alto, London, Massachusetts, 1965,
- [105] A. Messiah, *Quantenmechanik*, Walter de Gruyter and Co., Berlin, New York, 1976
- [106] Wichman E H 1971, *Quantum Physics, Berkley Physics Course*, Vol. 4, Mc Graw-Hill, New York, 1971
- [107] Nairz O., Arndt M., and Zellinger. A., *Am. J. Phys.* **71** (4) 319-325 (2003)
- [108] Nairz O., Arndt M., and Zellinger. A., *Phys. Rev. A*, **65**, 032109 (2002)
- [109] Николић, М. Д., и Нешић, Д. Љ., Зборник радова са Републичког семинара о настави физике, **26**, 179-184 (2008)
- [110] Nikolic, M. D., and Nesic, D. Lj., *Eur. J. Phys.* **32**, 467–477 (2011)
- [111] Gan, K. K., and Law, A. T., *Eur. J. Phys.* **30**, 1271 (2009)
- [112] Rioux, F., *Eur. J. Phys.* **24**, N1-N3 (2003)
- [113] Rioux. F., *J. Chem. Educ.* **82**, 8, 1210 (2005)
- [114] Einstein, A., *An. der Physik.. Bd. 17.* pp. 549 (1905)
- [115] De *Investigations on the theory of the brownian movement.* ” by A. Einstein, edited with notes by R. Fuerth, translated by A. D. Cowper, Dover Publ. 1956 (first published by Methuen Co. 1926)
- [116] Smoluhovski, M., *An. der Physik.. Bd. 21.* pp.756 (1908)
- [117] Newburgh, R., and Peidle, J., and Rueckner, W., Einstein, Perrin, and the reality of atoms: 1905 revisited, *Am. J. Phys.* **74**(6), 478-481(2006)
- [118] Perren, J., Le Mouvement Brownion et la Realite Moleculere appeared in the *Ann. Chim. Phys.* **18**, pp. 5-14(1909)
- [119] J. П. Терлецкий., *Статистическая физика*, Высшая школа, Москва, 1973
- [120] M. Frame, B. Mandelbrot, N. Neger, *Fractal Geometry*, Yale University, 2006 (<http://closes.yale.edu/fractals>)

- [121] В. Ф. Ноздрев., А. А. Сенкевич., *Курс Статистической физики*, Высшая школа, Москва, 1965
- [122] Wikipedia, *Brownian Motion*, 2008
- [123] М. В. Садовский., *Лекции по статистической физике*, Институт Электрофизики Уро РАН, Екатеринбург, 1999
- [124] Rese, S., Candace, R., and Kyle, F., *Eur. J. Phys.* **23**. 1-5 (2002)
- [125] А. А. Зинчик, А. В. Смирнов, С. К. Стафев, *Расчет фрактальной размерности регулярных фракталов по картине дифракции в далеи зоне*, ИТМО, Санкт-Петербург, 2009
- [126] Николић, М. Д., и Нешић, Д. Љ., *Зборник радова са Републичког семинара о настави физике*, **27**, 147-153 (2009)
- [127] D. Nikolic, Lj. Nestic, *Fractal structure and verification of A. Einstein's formula*. CPI, 7th International Conference of Balkan Physics Union, edited by A. Angelo pulos and T. Fildisis 2009 American Institute of Physics 978-0-7354-0740-4/09 pp.1292-1297
- [128] Николић, М. Д., и Нешић, Д. Љ., *Зборник радова са Конгреса – HIPNEF*, **32**, 205-210 (2009)
- [129] Николић, М. Д., и Нешић, Д. Љ., *Зборник радова са Републичког семинара о настави физике*, **28**, 187-192 (2010)
- [130] А. С. Василевский, В. В. Мултановский, *Статистическая физика и термодинамика*, Просвещение, Москва, 1985
- [131] Ф. Реиф., *Статистическая физика*, Наука, Москва, 1986,
- [132] В. А. Москавель, *Движение броуновской частицы*, изд-во Томского политехнического Университета, (2011)
- [133] Lemons, D. S. and Gythiel, A. *Am. J. Phys*, **65**, pp. 1079(1997)
- [134] Salmon, R., Robbins C., and Forinash, K., *Brownian motion using video capture*, *Eur. J. Phys.* **23**, 249-253(2002)
- [135] www.virtueldub.org
- [136] <http://rsb.info.nih.gov/ij>
- [137] Stuckrad B, Hiller W J and Kowalewski T A 1993, *Experiments in Fluids* 15 332
- [138] Thiessen D B and Man K F 1996 "*Surface Tension Measurement*" Annual Book of ASTM Standards, Vol. 05.02, West Conshohocken, PA: ASTM
- [139] A. Korpel., *Acusto-optics*, Marcel Dekker, Inc, New York and Basel, 1988
- [140] R. Adler., *Interaction between light and sound*, *IEEE Spectrum*, **4**, 42, 1967
- [141] Николић, М. Д., и Николић, Д. Ј., *Зборник радова са Конгреса – HIPNEF*, **29**, 297-302 (2004)
- [142] Николић, Д. Ј., и Николић, М. Д., *Зборник радова са Конгреса – HIPNEF*, **29**, 285-290 (2004)
- [143] Шарковић, Д., Николић, М. Д. и Николић, Д. Ј., *Зборник радова са Конгреса - HIPNEF*, **29**, 279-284 (2004)
- [144] Николић, М. Д., *Зборник радова са Конгреса физичара Србије и Црне Горе*, **12**, 127-130, 2004
- [145] Николић, М. Д. и Нешић, Д. Љ., *Мерење топлотних капацитета течности, помоћу дифракције светлости на ултразвуку (у припреми)*
- [146] Николић, М. Д., *Зборник радова са Симпозијума о настави физике*, **1**, 49-53 Алексинац (2013)
- [147] Б. А. Агранат, М. Н. Дубовин и др. *Основи физики и техники ултразвука*, Высшая школа, Москва, 1987
- [148] И. Б. Яковкин., Д. В. Петров., *Дифракция света на акустических*

поверхносних волнах, Наука, Новосибирск, 1979

[149] Л. Бергман, *Ультразвук и его применение в науке и технике* Пер. с нем под. ред. В. С. Григорева и Л. Д. Розенберга., ИЛ, Москва, 1956

[150] Б. Поповић, М. Ристић, *Статистика у психологији*, Мрљеш, Београд, 2001



Прилог 1.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом
ЕКСПЕРИМЕНТИ СА ДИФРАКЦИЈОМ СВЕЛОСТИ И ЊИХОВ ЗНАЧАЈ ЗА
НАСТАВУ ФИЗИКЕ

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација, ни у целини, ни у деловима, није била предложена за добијање било које дипломе, према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права, нити злоупотребио/ла интелектуалну својину других лица.

У Нишу, 19.12.2013

Аутор дисертације:
Др Драгиша М. Николић

Потпис докторанда:

Д. Николић



Прилог 2.

ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКЕ
ДИСЕРТАЦИЈЕ

Име и презиме аутора:

ДРАГИША НИКОЛИЋ

Студијски програм:

Наслов рада:

Експерименти са дифракцијом светлости и Фихов златан за наставу физике

Ментор:

Др Љубиша Д. Нешић, редовни професор

Изјављујем да је штампана верзија моје докторске дисертације истоветна електронској верзији, коју сам предао/ла за уношење у **Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 19.12.2013

Аутор дисертације:

Др Драгиша Н. Николић

Потпис докторанда:

Драгиша Н. Николић



Прилог 3.

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да, у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

ЕКСПЕРИМЕНТИ СА ДИФРАКЦИЈОМ СВЕЛОСТИ И ЊИХОВ ЗНАЧАЈ

ЗА НАСТАВУ ФИЗИКЕ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство – некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да подвучете само једну од шест понуђених лиценци; кратак опис лиценци је у наставку текста).

у Нишу, 19.12.2013

Аутор дисертације:

Др Драгиша М. Николић

Потпис докторанда:

Николић