



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ФАКУЛТЕТ ЗА МАШИНСТВО И ГРАЂЕВИНАРСТВО
У КРАЉЕВУ

мр Горан В. Павловић, дипл. инж. маш.

ОПТИМИЗАЦИЈА ЗАТВОРЕНИХ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА
ГЛАВНИХ НОСАЧА ДИЗАЛИЦА ПРИМЕНОМ МЕТОДЕ
ЛАГРАНЖОВИХ МНОЖИТЕЉА

Докторска дисертација

Краљево, 2012.год.

1. Аутор	
Име и презиме:	Горан Павловић
Датум и место рођења:	18.02.1977.год., Крушевац
Садашње запослење:	Пројектант, Colpart d.o.o., Београд
2. Докторска дисертација	
Наслов:	Оптимизација затворених попречних пресека главних носача дизалица применом методе Лагранжових множитеља
Број страница:	153
Број слика:	156
Број библиографских података:	69
Установа и место где је рад израђен:	Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву Универзитета у Крагујевцу
Научна област (УДК):	621.873.2
Ментор:	др Миле Савковић, ванредни професор
3. Оцена и одбрана	
Датум пријаве теме:	30.03.2012
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације	232/16 од 11.5.2012.год. 518 од 17.6.2012.год.
Комисија за оцену подобности теме и кандидата:	<ol style="list-style-type: none"> 1. др Миломир Гашић, ред. проф. Машински факултет Краљево 2. др Јован Владић, ред. проф. Факултет техничких наука, Нови Сад 3. др Ружица Николић, ред. проф. Факултет инжењерских наука, Крагујевац 4. др Звонимр Југовић, ред. проф. Технички факултет у Чачку 5. др Миле Савковић, ван. проф. Машински факултет Краљево
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:	<ol style="list-style-type: none"> 1. др Ружица Николић, Председник Факултет инжењерских наука, Крагујевац 2. др Јован Владић, Члан Факултет техничких наука, Нови Сад 3. др Миломир Гашић, Члан Факултет за машинство и грађевинарство, Краљево 4. др Радован Булатовић, Члан Факултет за машинство и грађевинарство, Краљево 5. др Миле Савковић, Ментор Факултет за машинство и грађевинарство, Краљево
Датум одбране дисертације:	

РЕЗИМЕ

Рад под називом „**ОПТИМИЗАЦИЈА ЗАТВОРЕНИХ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА ГЛАВНИХ НОСАЧА ДИЗАЛИЦА ПРИМЕНОМ МЕТОДЕ ЛАГРАНЖОВИХ МНОЖИТЕЉА**“, разматра проблем оптимизације сандучастих попречних пресека главног носача дизаличних конструкција, као њеног најодговорнијег дела. Као функција циља, постављено је смањење масе главног носача. Метода Лагранжових множитеља је коришћена као методологија за рачунање оптималних зависности геометријских параметара сандучастих попречних пресека. Као функције ограничења кришћене су критеријуми чврстоће, бочне стабилности, локалне стабилности лимова, крутости носача и динамичке крутости. Добијени резултати геометријских параметара оптимизације потврђени су на нумеричким примерима и извршено је њихово поређење са изведеним решењима. Компаративана анализа резултата оптимизације и решења била би основа за препоруке које су од значаја за пројектанте у процесу пројектовања дизаличних конструкција.

Тежиште рада базирано је на истраживању и испитивању оптималних вредности и међусобних зависности геометријских параметара сандучастог попречног пресека главног носача који утичу на повећање савојне и торзионе крутости, смањење локалног напрезања у карактеристичним пресецима и смањење површине попречног пресека, односно количине утрошеног материјала за његову израду, при чему је задовољена основна функција рада дизалице.

Истраживане су међусобне зависности геометријских параметара попречног пресека, односно њихов однос, применом методе Лагранжових множитеља према карактеристичним критеријумима, при чему је приказан алгоритам избора оптималног критеријума и одређивања оптималних геометријских параметара попречног пресека. На тај начин одређени су карактеристични критеријуми за одређене распоне и носивости за погонску класу 2, у зависности од избора материјала. Такође, приказана је зависност односа оптималних геометријских параметара за карактеристичне носивости у односу на промену распона.

Извршена је потврда оправданости примене добијеног алгоритма, при чему је приказана уштеда која се овим поступком добија у односу на изведена решења двогредних мосних дизалица.

Кључне речи: мосна дизалица, главни носач, оптимизација, Лагранжов множитељ, сандучаста попречна пресека, нормални напон, бочна стабилност, локална стабилност плоча, савојна крутост, динамичка крутост.

A B S T R A C T

*The paper entitled „**OPTIMIZATION OF THE CLOSED CROSS SECTIONS OF THE MAIN MAIN GIRDERS OF THE CRANES BY USING THE METHOD OF LAGRANGE MULTIPLIERS**“, considers the problem of optimization of the box section of the main girder of the construction of cranes, as its most liable part. Reduction of the girder mass is set as the objective function. The method of Lagrange multipliers was used as the methodology for approximate determination of optimum dependences of geometrical parameters of the box section. The criteria of permissible stresses and strains, lateral stability, local stability of plates, girder stiffness and dynamic stiffness were applied as the constraint functions. The obtained results of optimization of geometrical parameters were verified on numerical examples and the comparison with some solutions of cranes was made. The comparative analysis of the optimization results and the solutions was the basis for recommendations which are significant for designers during construction of cranes.*

The focus of work is based on research and testing of optimal values and the mutual dependence of geometric parameters of rectangular box cross-section of the main girder affecting the increase in bending and torsion stiffness, reduction of local strain in the characteristic cross sections and reduction the cross-section area, that is quantity of materials used for its manufacture, whereby the basic function of crane is fulfilled.

Research on the mutual dependence of geometric parameters of cross section, and their ratio, using the method of Lagrange multiplier as characteristic criteria is done, whereby is shown algorithm for selection of the optimal criteria and determining the optimal geometric parameters of cross section. In this way the characteristic criteria are specified for a particular span and capacity of work regime 2m, depending on the choice of materials. Also it shows the dependency of the ratio of optimal geometrical parameters for the specific weight of load with respect to the span change.

The application showed confirmation of acquired algorithm feasibility, whereby the savings are shown gained in this process with regard to the derived solution of the double beam crane bridges.

Keywords: *crane bridge, main girder, optimization, Lagrange Multiplier, rectangular box cross section, normal stress, lateral stability, local stability of plates, bending stiffness, dynamic stiffness.*

САДРЖАЈ

РЕЗИМЕ	
1. Уводна разматрања	1
2. Преглед радова из области истраживања	4
3. Упоредна анализа типова и специфичности конструктивних решења затворених попречних пресека главних носача дизалица	36
3.1 Начини извођења конструкција дизалица	37
3.2 Облици затворених попречног пресека главних носача порталних и мосних дизалица	40
4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења	45
4.1 Математичка формулација оптимизационог проблема	46
4.2 Функција циља и функције ограничења	49
4.2.1 Функција циља	49
4.3 Функције ограничења	58
4.3.1 Критеријум чврстоће	58
4.3.1.1 Критеријум чврстоће за случај шине изнад вертикалног лима	58
4.3.1.2 Критеријум чврстоће за случај шине на средин носача	75
4.3.2 Критеријум динамичке крутости	83
4.3.3 Критеријум локалне стабилности лимова	85
4.3.3.1 Критеријум локалне стабилности горњег појасног лима	85
4.3.3.2 Критеријум локалне стабилности вертикалних лимова	92
4.3.4 Критеријум бочне стабилности	107
4.3.5 Критеријум крутости	113
5. Анализа добијених резултата оптимизације за карактеристичне параметре дизалице	116
5.1 Анализа резултата оптимизације	117
5.2 Компаративна анализа добијених резултата за различите носивосте и распоне двогредне мосне дизалице	121
5.2.1 Резултати за S235JRG2	126
5.2.2 Резултати за S355JR	132
5.2.3 Резултати примене компаративне анализе на изведеним решењима мосних дизалица	138
6. Израда софтвера за израчунавање оптималних параметара кутијастих попречних пресека и верификација добијених аналитичких вредности софтверском симулацијом	139
7. Закључна разматрања	145
8. Литература	150

1. УВОДНА РАЗМАТРАЊА

Главни задатак у процесу пројектовања носећих структура дизаличних конструкција је утврђивање оптималних димензија кутијастог попречног пресека главног носача. Главни носач је најодговорнији део дизаличне конструкције и зато је неопходно, током оптимизације, да се утиче на повећање његове носивости са истовременим смањењем масе. Маса главног носача има највећи удео у укупној маси дизаличне конструкције, тако да је веома важно да се изврши његова оптимизација у погледу облика и смањења површине попречног пресека а све у циљу смањења укупних трошкова производње целе носеће структуре. Анализа структуре трошкова за производњу металних конструкција које је извршио Фаркаш Ј. (1984), показао је да је учешће трошкова материјала у укупним трошковима највећи (30-73)%, а да су остали трошкови мањи.

То је разлог зашто је избор оптималног облика и геометријских параметара који утичу на смањење масе и трошкова производње предмет истраживања многих аутора, без обзира на то да ли су они конкретно баве дизаличним конструкцијама или носећим структурама у целини ([2]; [11]; [13]; [15]; [16]; [25]; [26]; [29]; [35]; [36]; [65]).

Оптимизација заварених носача кутијастог попречног пресека који су извршили аутори у раду [25], показано је да постављање подужних ојачања може резултирати уштедама до износа од (18-21)%. Унета подужна ојачања повећавају стабилност кутијастог носача са смањењем величине попречног пресека. Постављање додатних подужних и попречних ојачања такође утичу на побољшање структуре кутијастог попречног пресека носача у смислу уштеде у материјалу до 38,33%, што је потврђено применом МКЕ, што је показано у раду [68].

Оптимизација кутијастог пресека главног носача двогредне мосне дизалице је и спроведена у раду [46-49], где је у току оптимизације усвојена константна висина носача h , а други геометријски параметри кутијастог попречног пресека су промењени. На овај начин је показано да маса може бити чак смањена и до 20,6%, односно 8,46%, без било каквог ризика прекорачења дозвољеног напона. Такође је истакнуто да избор типа коначних елемената утиче на тачност резултата у примени МКЕ.

У раду [69] је решен проблем оптимизације уздужних носача кутијастог попречног пресека са шином изнад вертикалног лима помоћу три функције ограничења. Метода коначних елемената (МКЕ) је коришћена у том раду, 11 геометријских параметара су варирани, а значајна могућност коришћења великог броја променљивих током оптимизације је наглашена. Може се приметити да се оптимизација може вршити било аналитички или путем МКЕ. Метода коначних елемената је погоднија, јер се примењује много различитих променљивих величина. Предност аналитичких метода је у томе што пружају функционалну зависност резултата оптимизације, тако да се анализом може дефинисати утицај појединих параметара на смањење масе. Већина аутора користи дозвољени напон као функцију ограничења или две функције ограничења: дозвољени напон и дозвољени угиб као функције ограничења. Критеријум бочне стабилности се у последње време све више примењује као функција ограничења ([69]; [15]; [25]; [26]; [35]).

У раду [37] аутори су анализирали су грешке током израде кутијастих носача за дизаличне конструкције услед заваривања, и њиховим каснијим ефектима на повећање напона. Они су предложили преднапрезање и регенерацију која се односи на заваривања лимених плоча у одговарајућим зонама носача као предлог за превазилажење проблема. Сличан закључак је постигнут од стране аутора у раду [6], који су такође предложили заваривање додатних уметака за ојачање, односно плоча заварених у доњем делу кутијастог носача као решење овог проблема, али су додали и плочу на средини распона носача, на половини од висине вертикалног лима, која би требало да спречава његове хоризонталне деформације. Рад је такође указао на појаву иницијални напрслина, како у раду, тако и због

технологије производње и њеном утицају на каснија оштећења структуре. Замор структуре услед технолошких оптерећења се може чак повећати и до 30%.

Локално извијање и место постављања подужног ојачања је третирано у раду [12] такође, али је истакнут и значај промене врсте материјала. Показано је да је за Д класу дизалица, промена врсте материјала резултира уштедама и од (16-18)%, односно (22-24)%. За Ц класу уштеда је знатно мања. У раду [24] је такође показано да замена материјала S235 за челик S355 резултира значајним уштедама у маси. Уштеда се такође постиже и производњом асиметричног носача, где се тање плоче лима користе на местима у главном носачу која нису изложена директним контактом притиска точка на шину. Уштеде се остварује у маси материјала носача, као и у енергији потребној за померање опреме за производњу и припрему површина.

Узимајући у обзир сва ова ограничења и параметре анализирани у наведеним радовима, оправданост коришћења вишекритеријумске оптимизације и употреба МКЕ су доказани ([29]). Имајући у виду све наведене резултате и закључке, циљ ове дисертације је да се дефинишу оптималне вредности геометријских параметара главног носача кутијастог попречног пресека које ће довести до смањења његове масе. Такође је потребно да се ближе дефинишу односи између главних параметара попречног пресека, који чине полазну тачку за оне који пројектују главни носач дизаличне конструкције. Задњих година, присутна је појава формирања оптималног облика уградњом лимова различитих дебљина, као и тањих лимова са одговарајућим округлењима. На овај начин се постиже додатна уштеда у утрошку материјала за израду главног носача. Сложеним облицима конструкције постиже се боље искоришћење уграђеног материјала а као недостатак може се навести сложенија технологија израде, па је неопходно све ове чињенице укључити у процес оптимизације.

Циљ истраживања у овом раду је дефинисање параметара попречног пресека, као и њиховог међусобног односа, који ће дати минималну површину попречног пресека за задате улазне параметре. Минимизација масе одговара минимизацији запремине, односно површине попречног пресека а из услова испуњавања свих прописаних функција ограничења.

При оптимизацији затворених попречних пресека носача дизалица, као функција ограничења најчешће се задају гранични напон и деформација. Стратегија развоја нових решења водећих светских произвођача дизалица је таква да се све више укључују допунске функције ограничења које се дефинисане одговарајућим стандардима и прописима. Из тог разлога потребно је у процес оптимизације укључити и критеријуме локалне и бочне стабилности затим технологичности израде, као функције ограничења и експлицитно одредити њихов утицај. На тај начин осим дефинисања оптималних вредности параметара за све наведене функције ограничења може се извршити и њихова компаративна анализа. Овако добијени резултати дају значајан допринос за конструкторе приликом пројектовања сандучастих носача дизалица.

Методологија решавања проблема оптимизације заснива се на бази методе Lagrange-ових множилаца. Примена ове методологије је ефикасна и једноставна а посебна погодност је та што се могу добити оптималне вредности геометријских параметара попречног пресека у експлицитном облику као и њихове међусобне функционалне зависности. Овако добијене зависности ближе одређују област дефинисаности тражених параметара који су од значаја за добијање минималних површина попречног пресека. Такође, методологија је погодна за формирање алгоритама оптимизације површине попречног пресека главних носача дизалица.

Основна хипотеза рада је да је при вишекритеријумској анализи могуће добити оптималне вредности геометријских параметара попречног пресека у експлицитном облику као и њихове међусобне функционалне зависности уз задовољење задатих функција ограничења.

2. ПРЕГЛЕД РАДОВА ИЗ ОБЛАСТИ ИСТРАЖИВАЊА

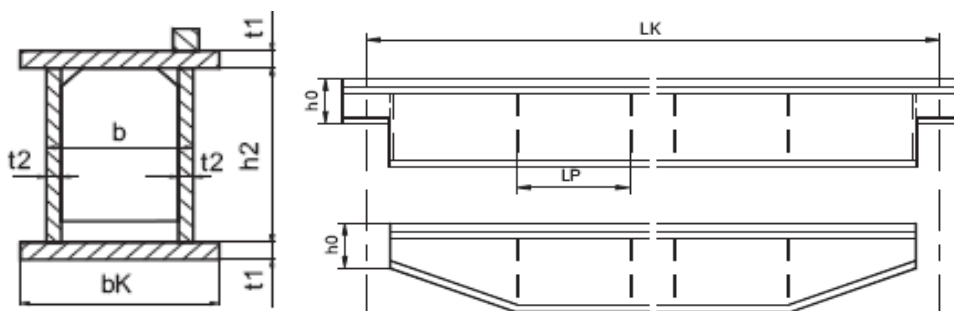
Због великог значаја који се задњих година придаје оптимизацији конструкција, у циљу добијања рационалних и економичних конструкција и уштеди материјала, објављен је велики број радова и публикација на тему оптимизације појединих типова конструкција и попречних пресека.

У свету се велики значај даје развоју нових поступака и алгоритама оптимизације, нарочито са развојем рачунарске технологије, као и њихова примена на оптимизацији конструкција. Такође, и код нас постоји солидан број радова и монографија објављених на ову тему, а нарочито код тешких машина грађевинске и транспортне механизације.

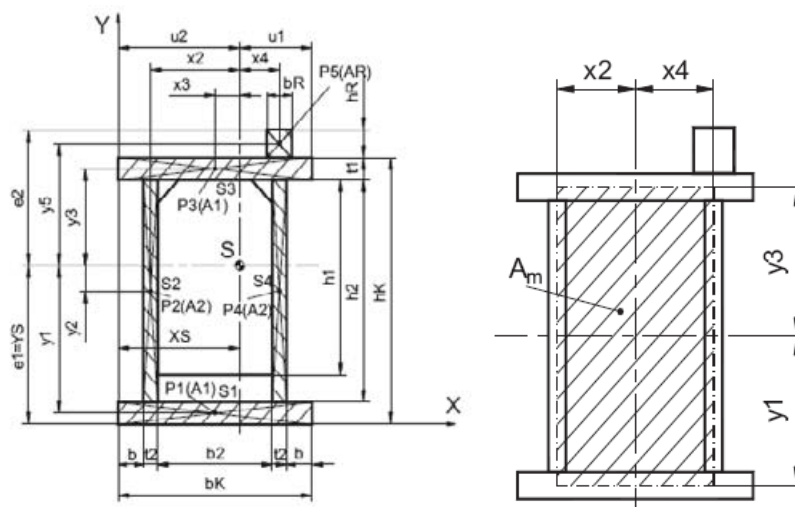
Развојем рачунарске технологије и софтверских пакета, велику примену у поступцима оптимизације има примена МКЕ као и метода које се ослањају на ове методе. Такође, присутан је велики број софтверских пакета који се заснивају на примени најразноврснијих нумеричких метода.

Како се не би одступало од тематике овог рада, даље у таксту биће приказани радови и добијени резултати из области оптимизације континуалних носећих структура, пре свега носача кутијастих и танкозидних попречних пресека, односно попречних пресека типичних код дизаличних машина (1. ÷ 24.).

1 У раду [1] извршена је оптимизација двогредне мосне дизалице носивости $Q = 35t$ и распона $L = 13m$ применом МКЕ коришћењем софтверског пакета MSC Patran. Као функција ограничења постављен је критеријум чврстоће према DIN стандарду. Основне димензије и геометријске карактеристике попречног пресека главног носача приказане су на следећим сликама (Сл. 1 и Сл. 2):



Слика 1



Слика 2

Функције ограничења дефинисане су вредностима главних и тангенцијалних напона.

Максималне и минималне вредности нормалног напона у главном носачу су:

$$\sigma_{\max} = \gamma_c \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{(q_k + q_p) \cdot g \cdot L_k^2}{8 \cdot W_{X1}} + \frac{F_{AA}}{32 \cdot L_k \cdot W_{X1}} \cdot (2 \cdot L_k - L_A)^2 + \frac{\psi \cdot F_Y}{32 \cdot L_k \cdot W_{X1}} \cdot (2 \cdot L_k - L_A)^2 + \\ & + \frac{0,075 \cdot L_k}{W_{Y1}} \cdot \left[(q_k + q_p) \cdot g \cdot L_k + \frac{F_{AA}}{2} \right] + \frac{0,05 \cdot L_A}{W_{Y1}} \cdot (F_{AA} + F_Y) \end{aligned} \right\},$$

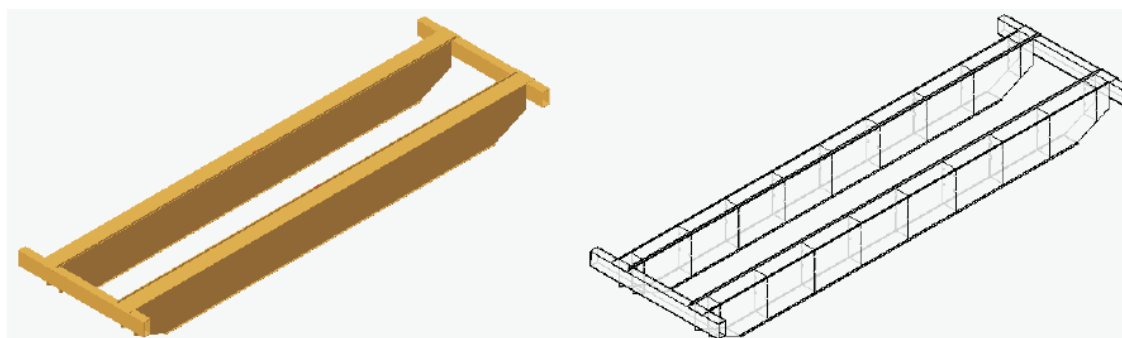
$$\sigma_{\min} = \gamma_c \cdot \left[\frac{(q_k + q_p) \cdot g \cdot L_k^2}{8 \cdot W_{X1}} + \frac{F_{AA}}{32 \cdot L_k \cdot W_{X1}} \cdot (2 \cdot L_k - L_A)^2 \right].$$

Допуштена вредност напона смицања од сила на точку:

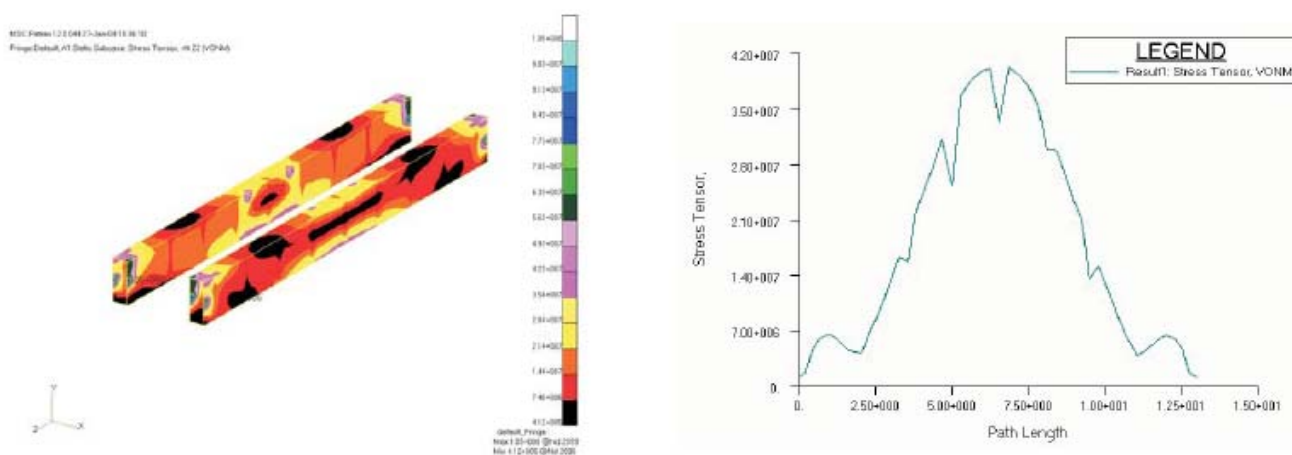
$$\tau = \frac{(x_4 + 0,2 \cdot y_5) \cdot (F_Y + F_{AA})}{4 \cdot t_2 \cdot (x_2 + x_4) \cdot (y_1 + y_3)} + \frac{\psi \cdot F_Y + \gamma_c \cdot F_{AA}}{4 \cdot t_2 \cdot h_2}.$$

Потврђено је да примена плочастих коначних елемената даје тачније резултате у односу на запреминске коначне елементе, тако да ове врсте конструкције треба моделирати плочастим коначним елементима.

На следећим сликама приказан је 3Д модел двогредне мосне дизалице (Сл. 3) и излазни резултати напона применом плочастих коначних елемената (Сл.4).

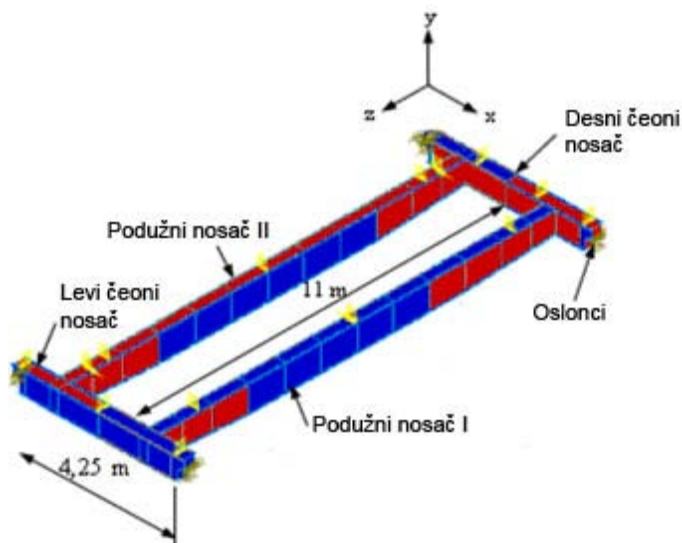


Слика 3

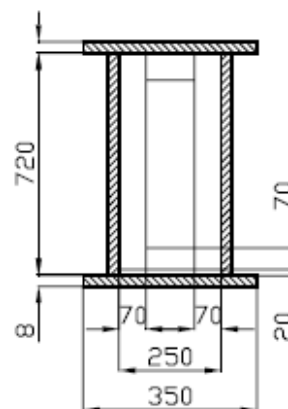


Слика 4

2. У раду [45] извршена је оптимизација двогредне мосне дизалице применом МКЕ коришћењем софтверског пакета COSMOS. Као функција ограничења постављени су критеријуми чврстоће и крутости. Основне димензије и геометријске карактеристике попречног пресека главног носача приказане су на следећим сликама (Сл. 5 и Сл. 6):



Слика 5

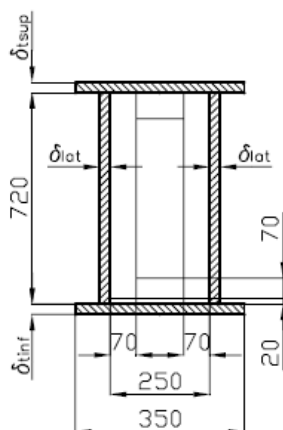


Слика 6

За МКЕ анализу, коришћени су плочасти коначни елементи.

Вршено је варирање дебљина плоча од којих се израђује главни носач (Сл. 7), при чему је добијено следеће (Табела 1):

Табела 1

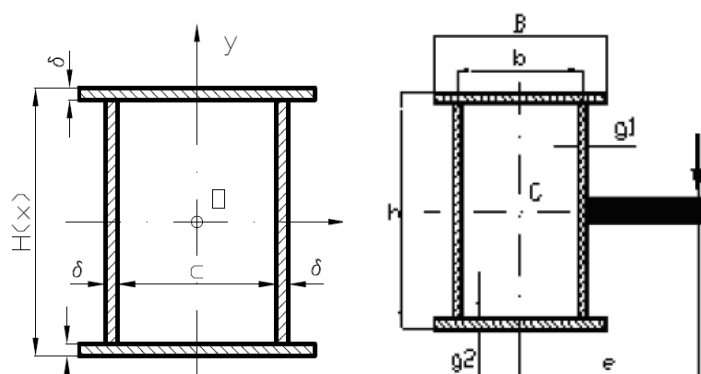


Слика 7

The analysis area	The width of the plate δ [mm]	
	6	5,5
The middle of the longitudinal beam I opening	$\sigma_{\text{von Mises}}$ [N/mm ²]	
	50,34	60,87
	40,67	80,91
	31,003	47,6
	32,29	48,9
The connection of the longitudinal beam I with the right end beam	30,9	80,54
	168,90	161,08
	88,06	97,8
	128,56	134,57
	68,9	87,6

На овај начин, нађене су оптималне димензије кутијастог попречног пресека, при чему је постигнута теоријска уштеда материјала 20,6%, док је практична уштеда материјала 8,46%. Такође, извршена је и верификација постигнутог решења.

3. У раду [46] извршена је оптимизација двогредне мосне дизалице применом МКЕ коришћењем софтверског пакета COSMOS, слично претходном раду. Као функција ограничења постављени су критеријуми чврстоће и крутости. Основне димензије и геометријске карактеристике попречног пресека главног носача приказане су на следећој слици (Сл. 8):



Слика 8

Функција циља има следећи облик:

$$A(x) = 2 \cdot \delta \cdot [B + H(x)].$$

За МКЕ анализу, коришћени су плочасти коначни елементи.

Вршено је варирање дебљина лимова главног носача, како би се дошло до оптималне геометрије попречног пресека. У Табели 2 су приказане вредности момената инерције за различите дебљине лимова главних и чеоних носача:

Табела 2

No. of elem.	B mm	H mm	A mm ²	I _z 10 ⁻⁸ mm ⁴	I _y 10 ⁻⁸ mm ⁴	I _t 10 ⁻⁸ mm ⁴
I	425	600	12156	2,3131	2,313	4,168
II	350	762	13200	1,903	1,903	4,441
III	350	614	11568	3,636	3,363	3,451
IV	350	642	11898	1,69	1,69	3,651
V	350	669	12224	1,744	1,744	3,846
VI	350	695	12544	1,796	1,796	4,04
VII	350	722	12863	1,848	1,848	4,235
VIII	350	749	13138	10,90	1,901	4,432

Максималне вредности напона (тангенцијалних и нормалних) за оптимално изабране димензије сандучастог попречног пресека су следеће:

Табела 3

Analysis component	No. nod which is recorded the extreme size	The extreme recorded size [N/mm ²]
τ_{xy}	1732	- 46,996
τ_{yz}	2517	- 76,85
τ_{xz}	1809	30,73

Табела 4

Analysis component	No. nod which is recorded the extreme size	The extreme recorded size [N/mm ²]
σ_1	15104	182,89
σ_2	3123	81,92
σ_3	1702	-192,554

На овај начин, нађене су оптималне димензије кутијастог попречног пресека, при чему је испуњен потребан услов чврстоће и деформација.

4. У монографији [67], посматране су оптималне димензије сандучастог попречног пресека с обзиром на критеријум чврстоће и крутости (Сл. 9а). Функција циља (поршина попречног пресека) је облика:

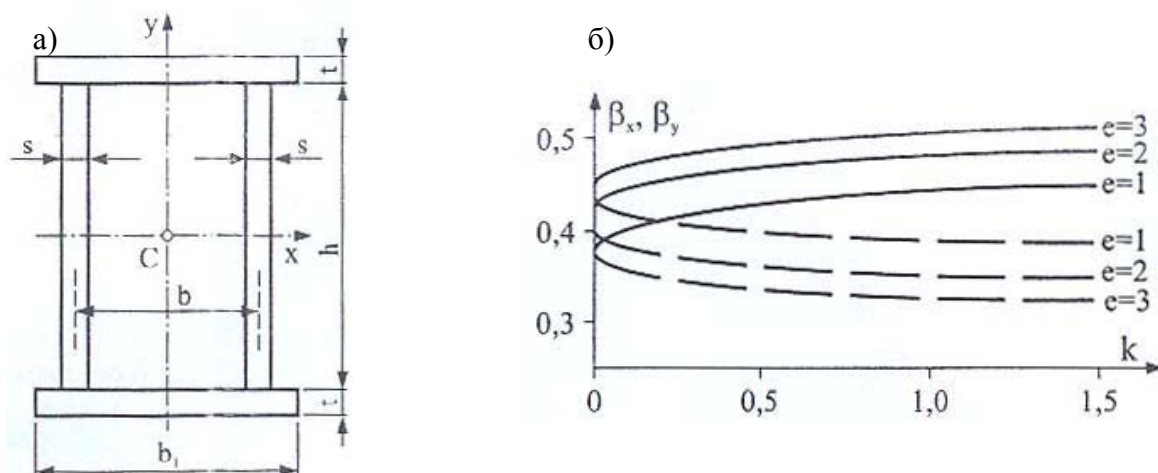
$$A = \frac{2}{n} \cdot (c \cdot b \cdot h + h^2),$$

и функције ограничења:

$$g_1 = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq \sigma_d \text{ - критеријум чврстоће,}$$

$$g_{21} = I_x - I_{ox} \geq 0, \quad g_{22} = I_y - I_{oy} \geq 0 \text{ - критеријуми крутости.}$$

Коефицијенти облика карактеристика попречног пресека су приближно константни (Сл. 9б).



Слика 9

Применом методе Лагранжових множитеља добијено је следеће:

$$k_\sigma = \frac{b}{h} = \sqrt{\frac{\alpha_x \cdot M_y}{e \cdot \alpha_y \cdot M_x}} \text{ - оптимални однос димензија по критеријуму чврстоће,}$$

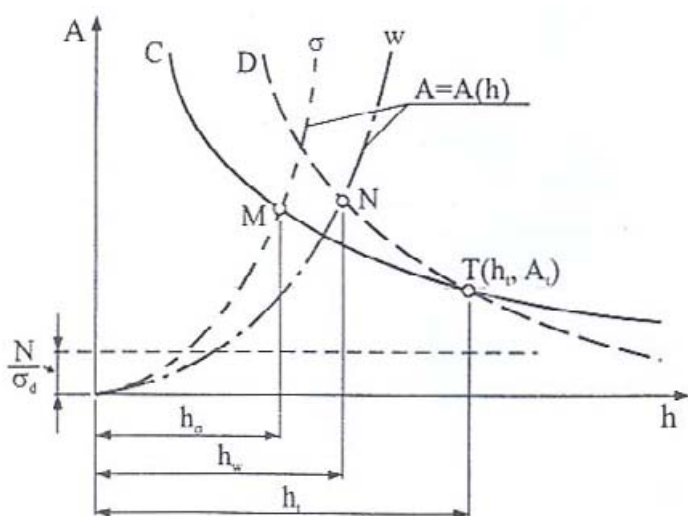
$$\frac{2}{n} \cdot (f \cdot e \cdot k_\sigma + 1) \cdot \sigma_d \cdot h^3 - N \cdot h - \left(\frac{M_x}{\alpha_x} + \frac{M_y}{k_\sigma \cdot \alpha_y} \right) = 0 \text{ - одређује се оптимална висина по критеријуму чврстоће,}$$

$$k_w = \frac{b}{h} = \frac{\beta_x}{\beta_y} \cdot \sqrt{\frac{I_{oy}}{I_{ox}}} \text{ - оптимални однос димензија по критеријуму крутости,}$$

$$h_w = \left[\frac{n \cdot I_{ox}}{2 \cdot \beta_x^2 \cdot (f \cdot e \cdot k_w + 1)} \right]^{1/4} \text{ - оптимална висина по критеријуму крутости,}$$

где је:

$$n = h/s, \quad e = t/s, \quad f = b_1/b, \quad c = e \cdot f.$$



Слика 10

На основу Сл. 10 утврђује се које је ограничење меродавно. Када је $A(h_w) > A(h_\sigma)$, меродавна је деформација, у супротном меродавна је чврстоћа. При $h_\sigma = h_w = h_t$, и услов чврстоће и услов деформација подједнако су испуњени. Види се да ова тачка није интересантна са практичног аспекта, јер се добија сувише велика вредност за h .

5. У раду [62], анализиран је кутијаста попречни пресек као специјални случај сандучастог попречног пресека (Сл. 11), при чему је функција циља облика:

$$A = 2 \cdot m \cdot (b_k^2 / k + h_k^2),$$

где је:

$$m = t / h_k, \quad k = b_k / h_k,$$

$$m = \sqrt{\sqrt{3} \cdot c \cdot E / \sigma_p} \text{ - из услова избочавања.}$$

Коришћен је услов чврстоће.

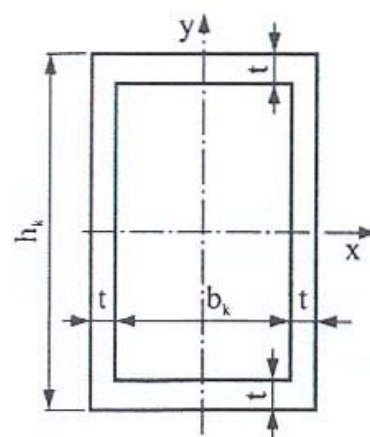
Применом методе Лагранжових множитеља добијено је следеће:

$$k_o = \frac{b_{ko}}{h_{ko}} = \sqrt{\frac{\alpha_x \cdot M_y}{e \cdot \alpha_y \cdot M_x}}$$

$$a_3 \cdot h_{ko}^3 + a_1 \cdot h_{ko} - a_o = 0,$$

$$a_3 = 2 \cdot m \cdot (k+1) \cdot \sigma_d, \quad a_1 = -N, \quad a_o = \frac{M_x}{\alpha_x} + \frac{M_y}{k_o \cdot \alpha_y}$$

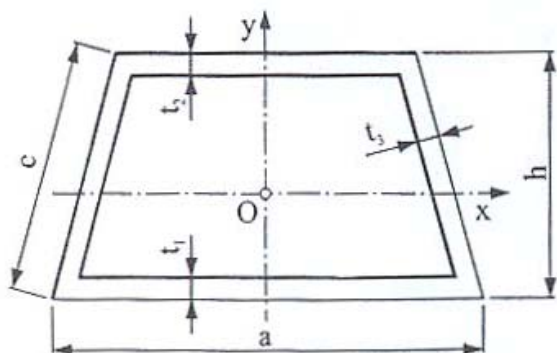
$$h_{ko} = \sqrt[3]{a_o / a_3} \quad (N = 0)$$



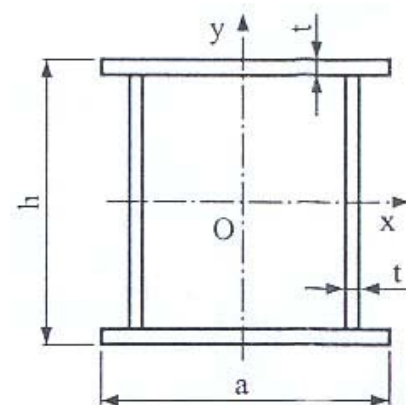
Слика 11

6. У раду [64], анализиран је трапезни танкозидни попречни пресек (Сл. 12), а затим сандучасто-правоугаони попречни пресек (Сл. 13), као специјални случај трапезног, користећи услов чврстоће и крутости. Функција циља гласи:

$$A = k_1 \cdot a^2 + k_2 \cdot b^2 + k_3 \cdot a \cdot b + k_4 \cdot h^2,$$



Слика 12



Слика 13

где је:

$$k_1 = \delta_1 + 0,5 \cdot \delta_3, \quad k_2 = \delta_2 + 0,5 \cdot \delta_3, \quad k_3 = -\delta_3, \quad k_4 = 2 \cdot \delta_3,$$

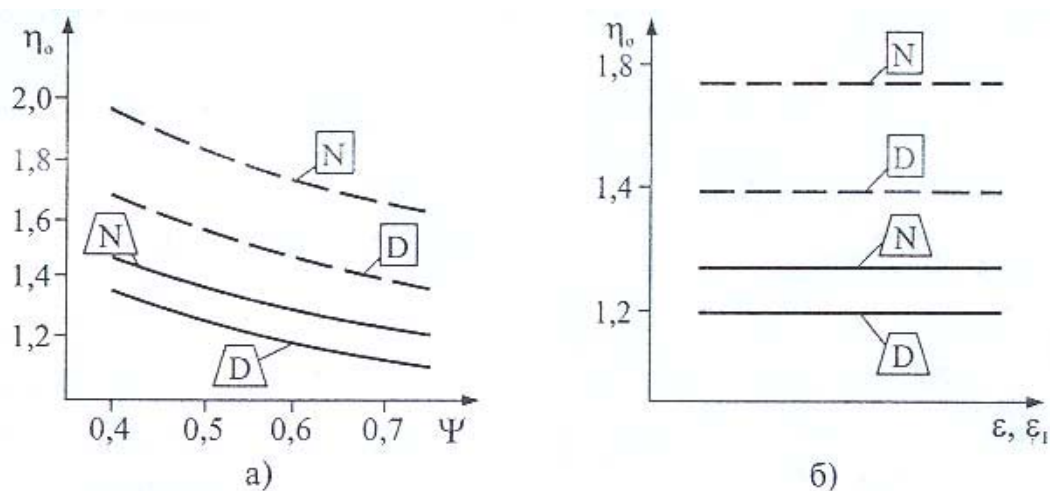
$$\delta_1 = t_1 / a, \quad \delta_2 = t_2 / b, \quad \delta_3 = t_3 / c.$$

На сликама Сл. 14 и Сл. 15 представљени су резултати поређења ова два попречна пресека на основу добијених зависности методом Лагранжових множитеља.

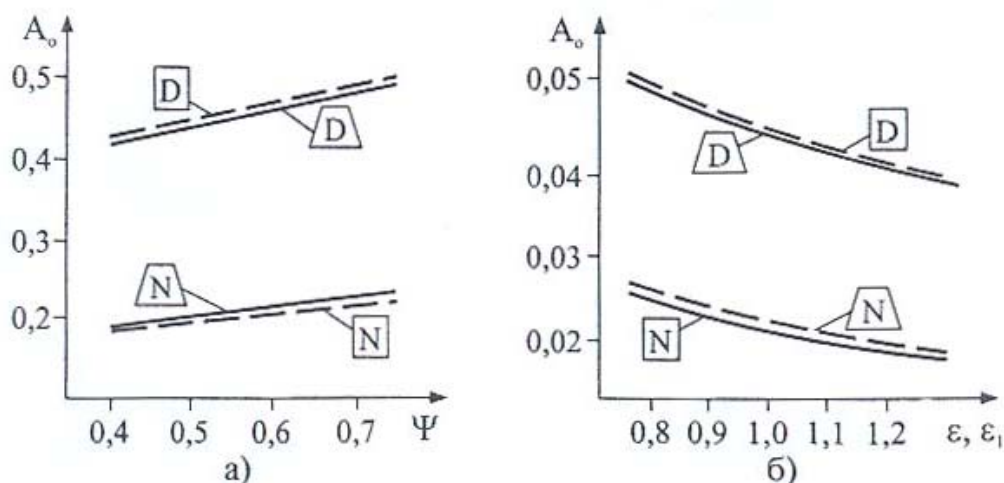
На Сл. 14 представљена је зависност оптималне површине попречног пресека (A_o): (а) од односа момента савијања ($\psi = M_y / M_x$), (б) од промене допушеног напона, односно коефицијента (ε).

На Сл. 15 представљена је зависност односа страница ($\eta_o = h_o / a_o$): (а) од односа момента савијања (ψ), (б) од врсте материјала (ε) и допуштене деформације (ε_1).

N – критеријум напона, D – критеријум деформација.



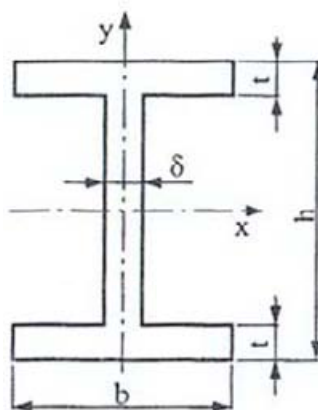
Слика 14



Слика 15

Закључује се да је сандучасто-правоугаони попречни пресек економичнији од трапезног.

7. У раду [63], анализиран је I-профил (Сл. 16), при чему су посматрани различити случајеви функције ограничења за критеријум чврстоће. Функција циља има следећи облик:



Слика 16

$$A = m \cdot h^2 + 2 \cdot n \cdot b^2 - 2 \cdot m \cdot n \cdot b \cdot h \approx m \cdot h^2 + 2 \cdot n \cdot b^2,$$

где су: $m = \delta / h$, $n = t / b$.

Применом методе Лагранжових множитеља, за функцију ограничења облика:

$$g_1 = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} - \sigma_d \leq 0,$$

добија се следеће:

$$k = b/h = \sqrt[3]{\frac{\alpha_x \cdot M_y}{2 \cdot \alpha_y \cdot M_x}} - \text{оптимални однос димензија по критеријуму чврстоће,}$$

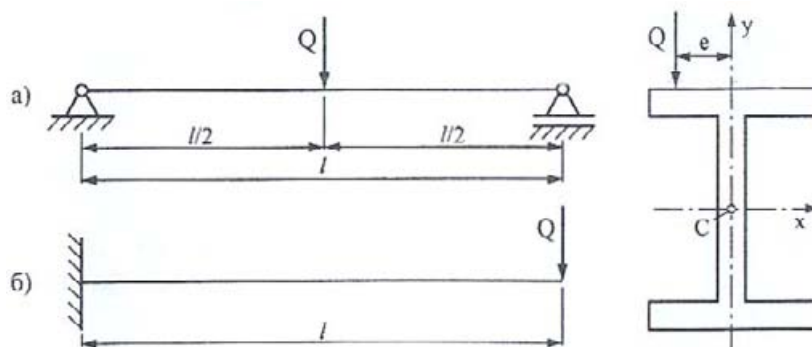
$$\alpha_x = \frac{m/6 + n \cdot k^2}{m + 2 \cdot n \cdot k^2} \approx \text{const}, \quad \alpha_y = \frac{n \cdot k^2 / 3}{m + 2 \cdot n \cdot k^2} \approx \text{const},$$

$$N + \frac{M_x}{\alpha_x \cdot h} + \frac{M_y}{\alpha_y \cdot b} - \sigma_d \cdot (m \cdot h^2 + 2 \cdot n \cdot b^2) = 0 - \text{услов из ког се добијају непознати параметри.}$$

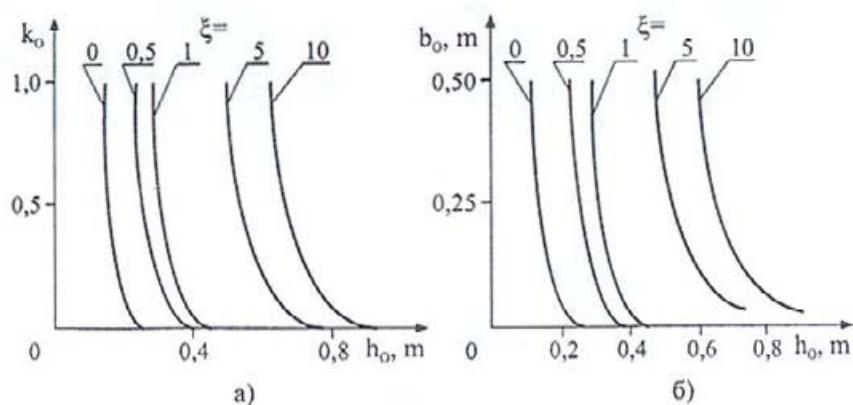
Применом методе Лагранжових множитеља, за функцију ограничења облика:

$$g_2 = \sigma_{x\max} + \sigma_{\omega\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{B}{W_\omega} \leq \sigma_d,$$

за случај просте греде (Сл. 17а) и конзоле (Сл. 17б) добијају се резултати приказани на Сл. 18, Сл. 19 и Сл. 20.

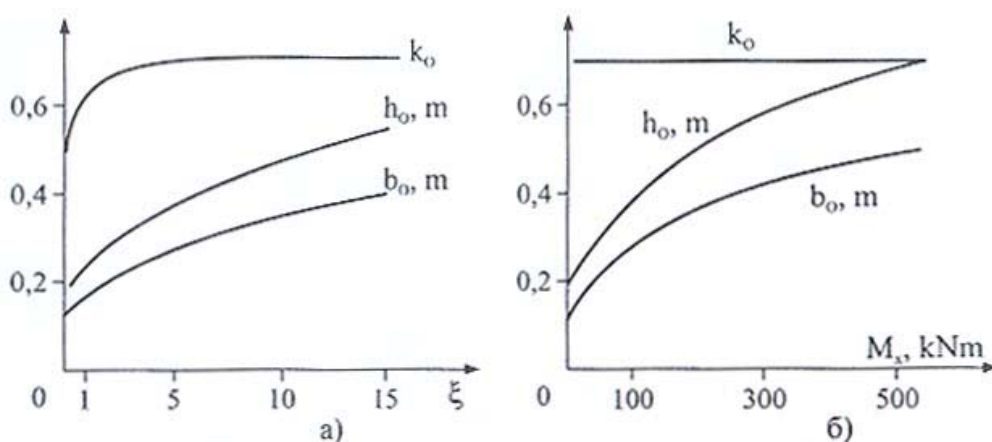


Слика 17



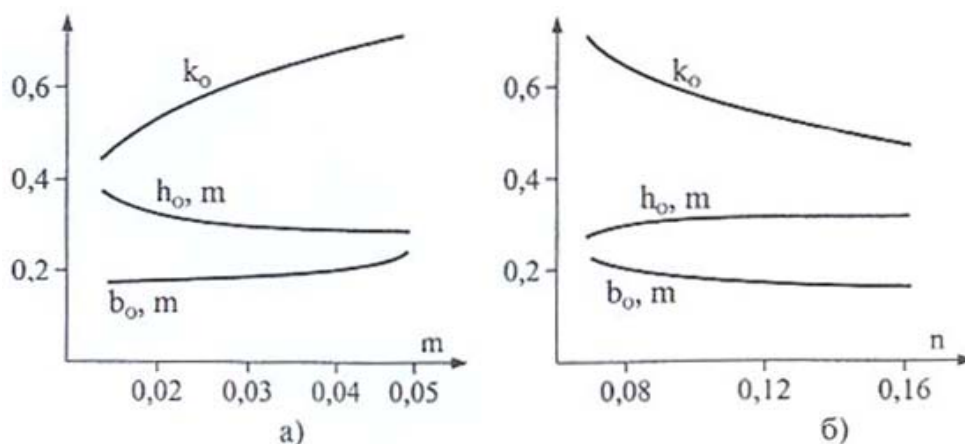
Слика 18

На Сл. 18, (а) приказана је зависност параметара k , од висине ребра h , за различите вредности параметра $\xi = e/b$, (б) приказана је зависност ширине појаса b од висине ребра h за различите вредности параметра ξ .



Слика 19

На Сл. 19, (а) приказана је зависност оптималних параметара k_0 , ширине појаса b_0 и висине ребра h_0 од параметра ξ , (б) приказана је зависност оптималних параметара: k_0 , b_0 и h_0 од величине момента савијања M_x .



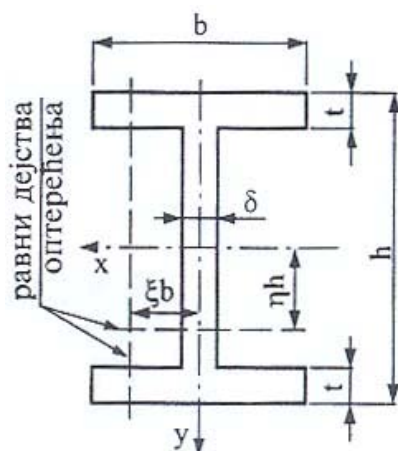
Слика 20

На Сл. 20, (а) приказана је зависност оптималних параметара k_0 , ширине појаса b_0 и висине ребра h_0 од величине m , (б) приказана је зависност оптималних параметара: k_0 , b_0 и h_0 од величине n .

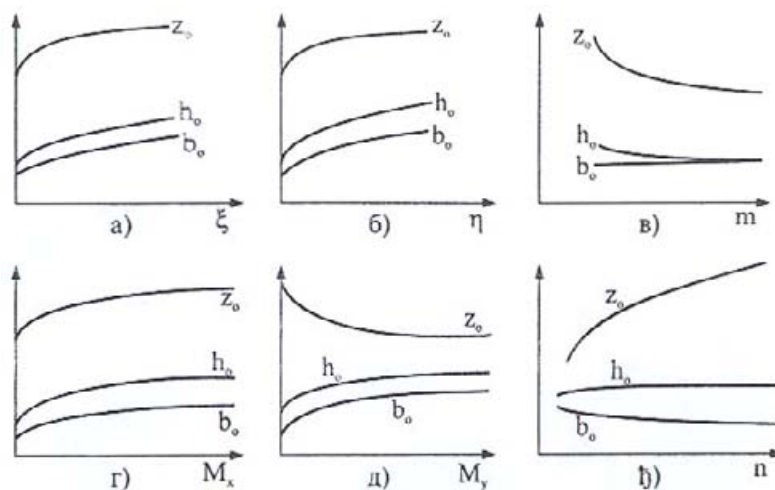
Применом методе Лагранжових множитеља, за функцију ограничења облика:

$$g_3 = \sigma_{x\max} + \sigma_{y\max} + \sigma_{\omega\max} + \sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{N}{A} + \frac{B}{W_\omega} \leq \sigma_d,$$

за случај оптерећења приказан на Сл. 21, добијају се резултати приказани на Сл. 22.



Слика 21



Слика 22

На Сл. 22, приказана је промена оптималних параметара попречног пресека I-профила у функцији параметара оптерећења и показатеља пресека m и n .

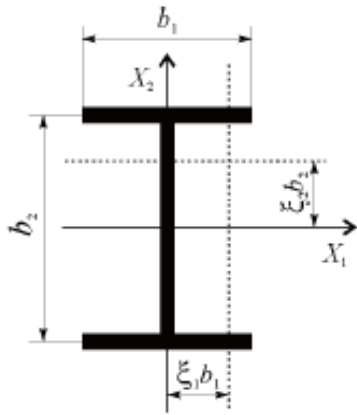
8. У раду [3], разматрана је оптимизација сложено оптерећених танкозидних носача попречних пресека облика I-профила (Сл. 23) изложених савијању и ограниченој торзији. Из општег случаја, када momenti савијања делују око обе главне тежишне осе истовремено са бимоментом, издвојени су неки посебни случајеви који се разматрају у зависности од случаја оптерећења. Претпоставља се да однос дебљине и ширине појединих делова попречног пресека није константан. Коришћена је метода Лагранжових множитеља. Резултати аналитички добијених једначина за математички модел, нумеричка решења, као и уштеда масе, израчунати су за три случаја оптерећења по критеријуму чврстоће (Сл. 24).

Функција циља: $A = \sum b_i \cdot t_i = \sum \mu_i \cdot b_i^2, \mu_i = t_i / b_i \neq const.$

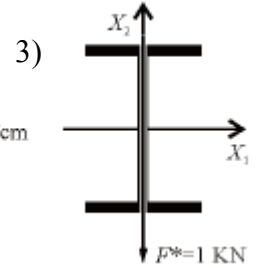
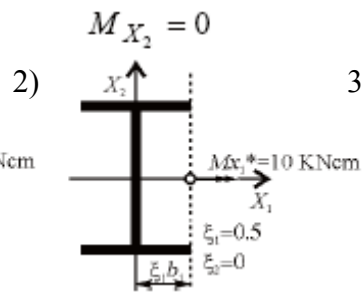
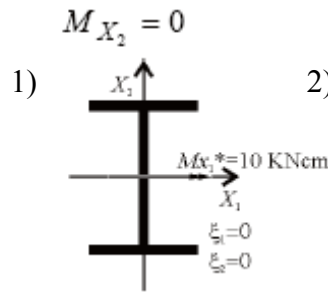
Функција ограничења:

$$g = \sigma_{x\max} + \sigma_{y\max} + \sigma_{\omega\max} + \sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{B}{W_\omega} \leq \sigma_d.$$

$$z = b_2 / b_1, \psi = t_2 / t_1.$$



Слика 23



Слика 24

У следећим табелама, приказани су добијени резултати.

Табела 5

Table 1. Optimal z for $M_{X_2}/M_{X_1} = 0$, $t_2/t_1 = 0.75$

$\downarrow \xi_2$	ξ_1	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	3	5
0		8	1.89	1.64	1.54	1.49	1.46	1.38	1.36
⋮		...							
5		8	1.89	1.64	1.54	1.49	1.46	1.38	1.36

Табела 6

Table 2. Optimal z for $M_{X_2}/M_{X_1} = 0$, $t_2/t_1 = 1$

$\downarrow \xi_2$	ξ_1	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	3	5
0		6	1.42	1.23	1.16	1.12	1.09	1.03	1.02
⋮		...							
5		6	1.42	1.23	1.16	1.12	1.09	1.03	1.02

Табела 7

Table 3. Normal stresses and saved mass

Loading case	z initial	z optimal
1	1.6727	7.3846
2		1.4602
3		7.3846

Loading case	W_x init. [cm ³]	W_{ϕ} init. [cm ⁴]	σ init. [kN/cm ²]
1	49.649		0.2014
2		37.107	0.9427
3			3.02

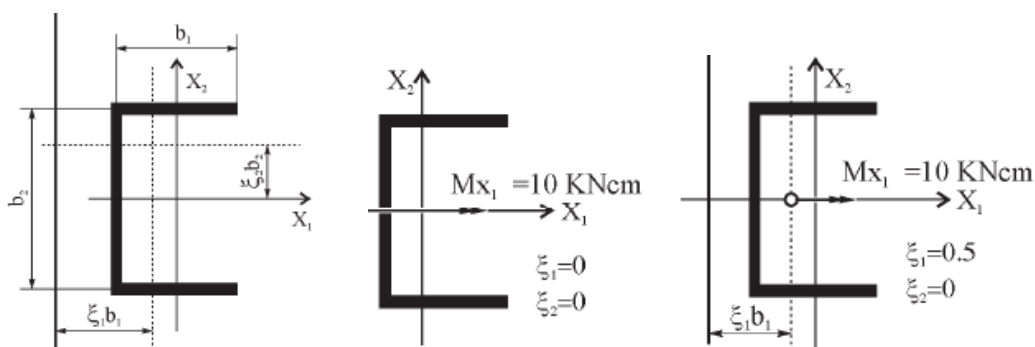
Табела 8

Loading case	$W_{x \text{ contr.}}$ [cm ³]	$W_{\omega \text{ contr.}}$ [cm ⁴]	$\sigma_{\text{ contr.}}$ [kN/cm ²]
1	62.988		0.15876
2	47.033	37.947	0.9373
3	62.988		2.38

Loading case	$W_{x \text{ opt.}}$ [cm ³]	$W_{\omega \text{ opt.}}$ [cm ⁴]	$\sigma_{\text{ opt.}}$ [kN/cm ²]
1	49.654		0.2014
2	46.838	37.711	0.9427
3	49.654		3.02

Loading case	$A_{\text{ init.}}$ [cm ²]	$A_{\text{ opt.}}$ [cm ²]	Saved mass [%]
1	14.26	12.6	11.64
2		14.23	0.217
3		12.6	11.64

9. У раду [2], извршена је оптимизација танкозидног носача попречног пресека „U“ профила користећи исте услове и методологију из претходног рада. На Сл. 25 је приказан изглед попречног пресека са потребним димензијама, као и оптерећења која делују у попречном пресеку.



Слика 25

Слично претходном, имамо следеће резултате оптимизације:

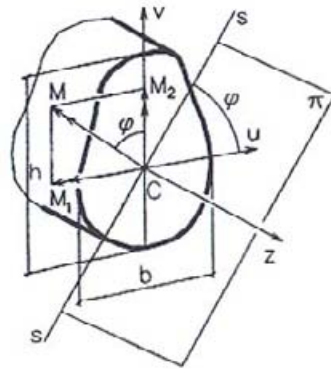
Табела 9

M_{X2}/M_{X1}	ψ	z
0.1	0.5	$2.54 \leq z \leq 2.62$
	0.75	$2.02 \leq z \leq 1.74$
	1	$1.32 \leq z \leq 1.68$
0.5	0.5	$1.41 \leq z \leq 2.22$
	0.75	$1.10 \leq z \leq 1.54$
	1	$0.93 \leq z \leq 1.18$
1	0.5	$1.07 \leq z \leq 2.10$
	0.75	$0.84 \leq z \leq 1.45$
	1	$0.71 \leq z \leq 1.12$

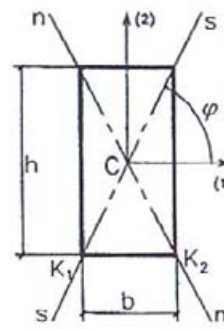
Табела 10

Load. case	z_{init}	z_{optim}	σ_{init} [kN/cm ²]	σ_{optim_1} [kN/cm ²]	σ_{optim_2} [kN/cm ²]	$A_{init} = A_{optim_1}$ [cm ²]	$A_{min} = A_{optim_2}$ [cm ²]	Saved mass [%]
1	1.78	7.38	0.22	0.17	0.22	14.26	12.80	10.25
2		1.84	0.84	0.84	0.84		14.26	0.12

10. У радовима [50] и [9], вршена је оптимизација површине попречног пресека греде изложене косом савијању (Сл. 26) и увијању аналитичком и нумеричком методом, заснована на двофакторској анализи, према критеријуму чврстоће користећи се методом Лагранжових множитеља.



Слика 26



Слика 27

Функција циља је облика:

$$A = C_A \cdot b \cdot h,$$

где је:

$$C_A = 1 - (1 - 2 \cdot k_b) \cdot (1 - 2 \cdot k_h), \quad k_b = t_b / b, \quad k_h = t_h / h..$$

Функција ограничења је облика:

$$g = \left[M_1 \cdot \frac{C_v}{C_{11}} \cdot \frac{1}{b \cdot h^2} + M_2 \cdot \frac{C_u}{C_{12}} \cdot \frac{1}{b^2 \cdot h} \right]^2 + 3 \cdot \left[\xi \cdot \frac{M_t}{C_t} \cdot \frac{1}{b^2 \cdot h} \right]^2 - \sigma_d^2,$$

где су:

$$C_{11} = [1 - (1 - 2 \cdot k_b) \cdot (1 - 2 \cdot k_h)^3] / 12, \quad C_{12} = [1 - (1 - 2 \cdot k_b)^3 \cdot (1 - 2 \cdot k_h)] / 12,$$

$$C_t = 2 \cdot (1 - 2 \cdot k_b) \cdot (1 - 2 \cdot k_h) \cdot k_b$$

У следећим табелама приказани су добијени резултати за правоугаони кутијасти пресек (Сл. 27), при чему су у Табели 11 приказани резултати за $\xi = 1$, а у Tabela 12 за $\xi = 2,5$.

Табела 11

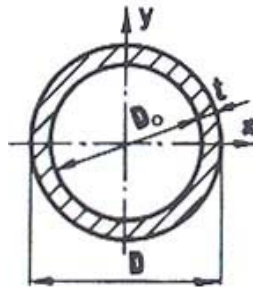
M_{II}/M	1,0	2,0	4,0	6,0	8,0
M_{II}/M	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
M_t /M	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
b/K	4,13	3,28	2,60	2,27	2,07
h/K	2,78	4,41	7,00	9,18	11,12
h/b	0,67	1,35	2,69	4,04	5,38
A/K ²	2,18	2,75	3,46	3,96	4,36

Табела 12

M_{II}/M	2,0	4,0	6,0	8,0
M_{II}/M	1,0	1,0	1,0	1,0
M_t /M	1,0	1,0	1,0	1,0
b/K	4,96	3,94	3,44	3,13
h/K	3,39	5,39	7,06	8,55
h/b	0,68	1,37	2,05	2,73
A/K ²	2,20	4,03	4,62	5,08

11. У раду [62], анализиран је прстенасти попречни пресек (Сл. 28) према критеријуму чврстоће. Функција циља (поршина попречног пресека) је облика: $A = \pi \cdot D \cdot t$, Функција ограничења је критеријум чврстоће.

Применом методе Лагранжових множитеља добија се $M_x = -M_y$.

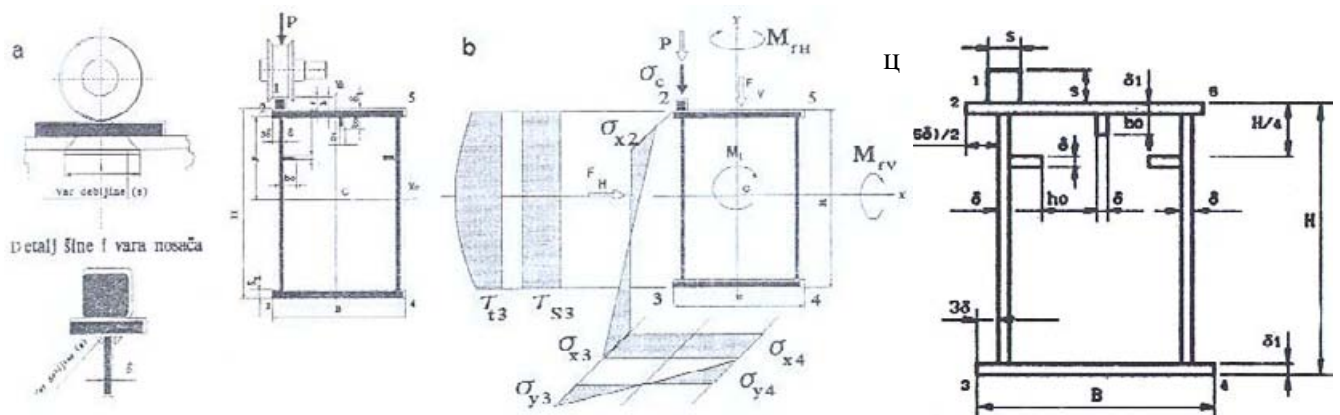


Слика 28

Дакле, због симетрије, прстенасти попречни пресек оптимално је искоришћен када је задовољена једнакост $M_x = -M_y$. Овим поступком не могу да се одреде оптималне димензије D и t , већ само њихова, хиперболична зависност: $\pi \cdot D \cdot t \cdot \sigma_d = N$.

12. У радовима [32] и [33], за разлику од претходно наведених радова, примењена је метода нелинеарног програмирања – метода пасивног тражења за минимизацију масе носача за двогредну носну дизалицу (Сл. 29а).

Функција циља (површина попречног пресека) је овог пута узета без икаквих апроксимација, и приказана је на Сл. 29ц.



Слика 29

Као и код функције циља, и функције ограничења су узете без апроксимација, при чему су узета следећа ограничења:

- 1) највећи статички напон у пресек,
- 2) највећи напон у шаву, испод точка на шини,
- 3) највећи напон гњечења вертикалне ламеле испод точка,
- 4) дозвољена крутост носача на савијање,
- 5) стабилност лимова на избочавање,
- 6) конструктивна ограничења геометрије пресека и
- 7) дозвољена динамичка крутост.

2. Преглед радова из области истраживања

Применом рачунарског софтвера, добијени су резултати приказани у Табели 13 и на сликама Сл. 30 и Сл. 31.

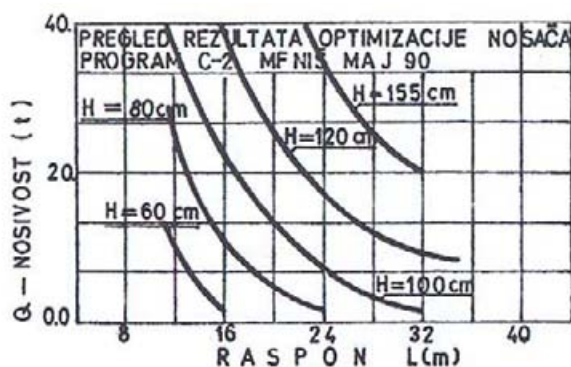
У Табели 13 приказане су нумеричке вредности добијених параметара оптимизације.

Сл. 30 показује оптималну висину главног носача за основне параметре дизалице (Q, L , погонска класа и крутост $(f/L)_{doz}$). Истраживање је спроведено за све носивости од $Q = 5 \div 40t$ за другу погонску класу и за крутост $(f/L)_{doz} = 1/500$ и $(f/L)_{doz} = 1/700$.

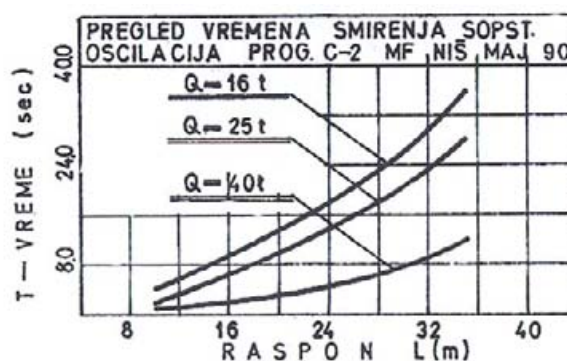
Сл. 31 показује зависност периода смирења главних носача за три честе носивости и различите дохвате.

Табела 13

Nosivost Q=25 t, Pogonska klasa 2, Težina vitla G=42 kN, Slučaj opterećenja 1. Osovinski raspon točka vitla e=1.8 m, Krutost (f/L)=1/500, Šina s=5.5 cm.													
Raspon L(m)	H (cm)	B (cm)	δ (mm)	δ_1 (mm)	h_0 (mm)	b_0 (mm)	A (cm ²)	ε (%)	t (sec)	NDF	σ_1 (kN/cm ²)	σ_4 (kN/cm ²)	
10.	65.	45.	5.	5.	0.	50.	143.	0.72	2.1	9	11.5	15.9	
12.	85.	35.	5.	5.	50.	0.	158.	0.53	2.4	8	11.6	15.9	
14.	85.	50.	5.	5.	50.	50.	173.	-0.07	4.9	9	11.9	16.0	
16.	100.	45.	5.	5.	60.	50.	184.	0.13	3.9	9	11.9	16.0	
18.	110.	40.	5.	6.	60.	0.	195.	0.62	6.6	9	12.2	15.9	
20.	120.	40.	5.	6.	60.	0.	205.	-0.32	7.8	10	12.5	16.0	
22.5	130.	45.	5.	6.	60.	0.	221.	1.85	9.2	10	12.4	15.7	
25.	125.	55.	6.	6.	70.	60.	258.	0.24	17.3	12	12.8	16.0	
28.	135.	60.	6.	6.	70.	60.	276.	0.48	25.6	12	13.0	15.9	
30.	140.	65.	6.	6.	70.	60.	288.	0.30	28.8	13	13.1	15.9	
32.	150.	65.	6.	6.	70.	60.	300.	1.06	30.8	13	13.1	15.8	
35.	155.	75.	6.	6.	70.	70.	319.	0.46	36.2	14	13.3	15.9	



Слика 30



Слика 31

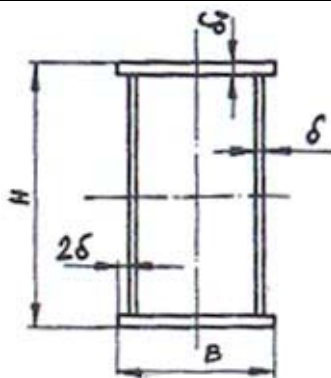
Овим поступком оптимизације, добијена је фамилија носача са 30÷50% мање масе од тадашњих изведених индустријских решења.

13. У раду [4], анализиран је избор варијанте једногредне или двогредне мосне дизалице са аспекта уштеде материјала као и са аспекта функционалности.

У овом поступку оптимизације коришћен је FORTRAN IV.

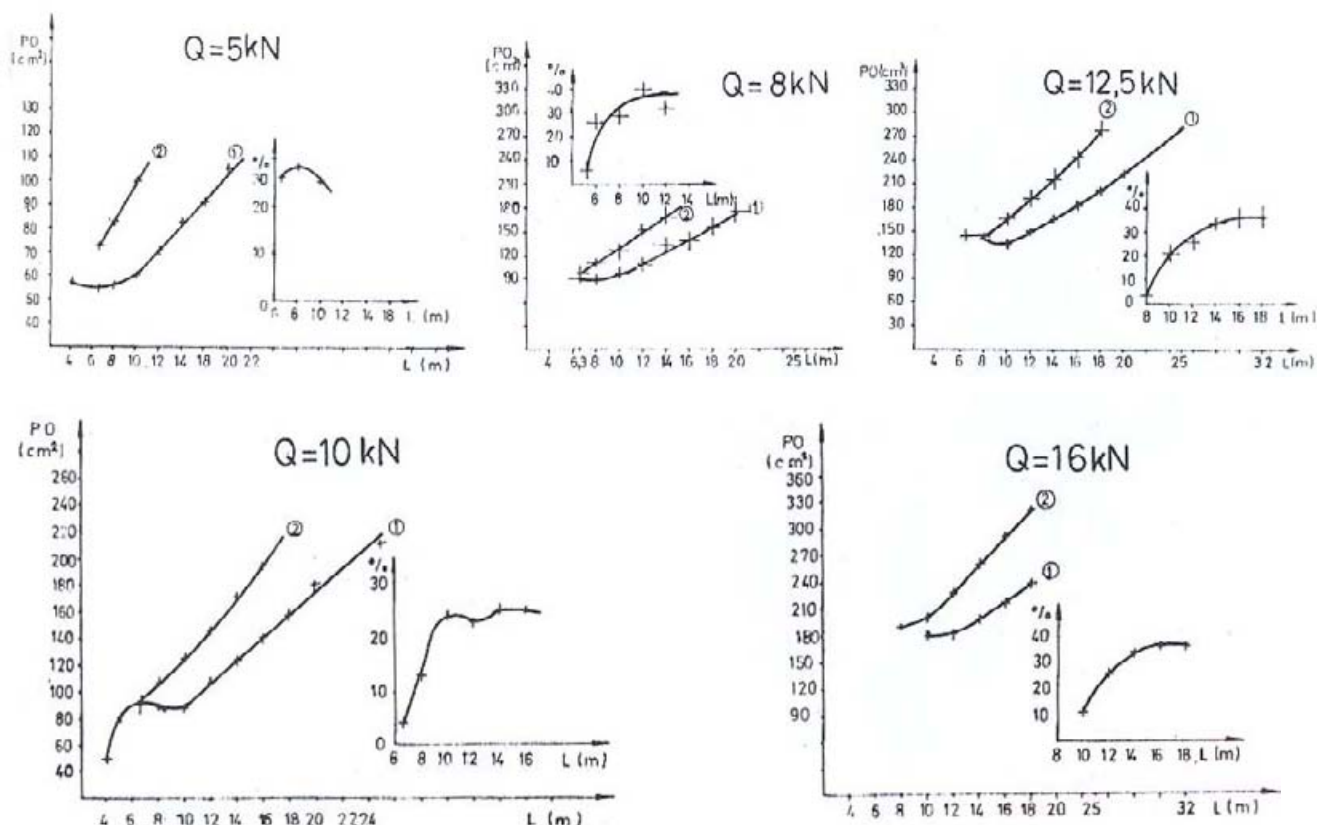
Функција циља приказана је на Сл. 32.

За функције ограничења узети су критеријум чврстоће и поједини препоручени односи геометријских параметара.



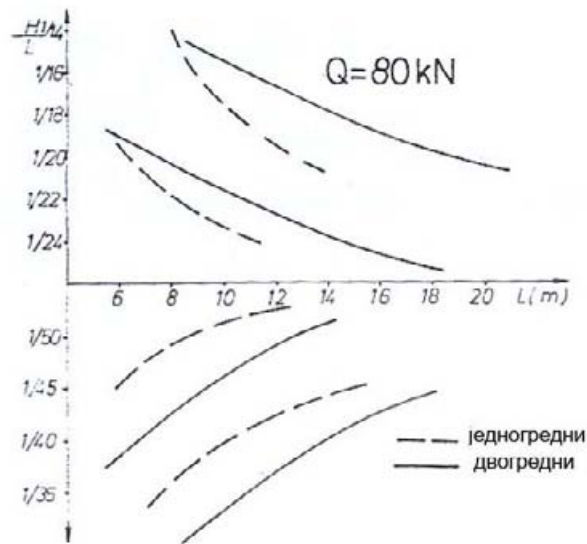
Слика 32

Добијени резултати приказани су на Сл. 33 и Сл. 34.



Слика 33

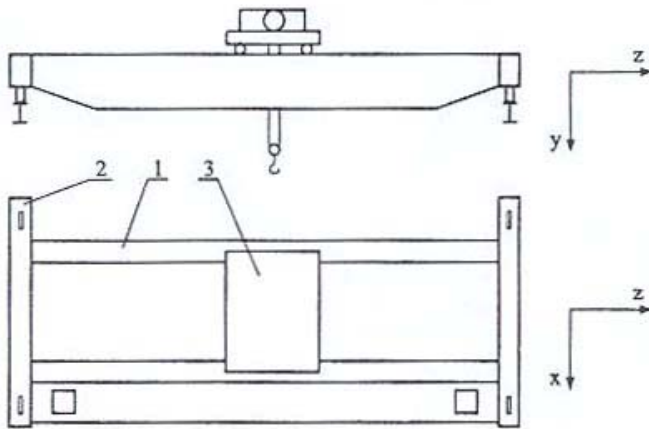
Сл. 33 даје зависност површине пресека носача (еквивалентно јединичној тежини) у функцији распона, како за једногредну, тако и за двогредну конструкцију као и процентуално повећање површине пресека носача двогредне у односу на једногредну конструкцију у функцији распона за носивост као параметар, при чему се уочава да се за распоне веће од 10m, површина пресека носача двогредне дизалице у односу на једногредну увећава 30÷35%.



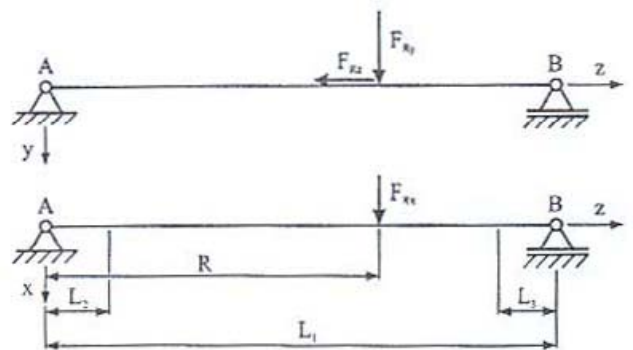
Слика 34

Сл. 34 даје функционалне зависности односа H/L и B/L од распона за једноредну и двогредну конструкцију за $Q = 8t$, чиме се сужава поље препоручених односа геометријских величина пресека мосне дизалице у односу на широко поље препорука у литератури.

14. У раду [67], посматрана је двогредна мосна дизалица (Сл. 35) преко модела (Сл. 36), при чему су посматране зависности оптималне површине попречног пресека главног носача од подужне координате (Сл. 37) и различите вредности дохвата (Сл. 38).

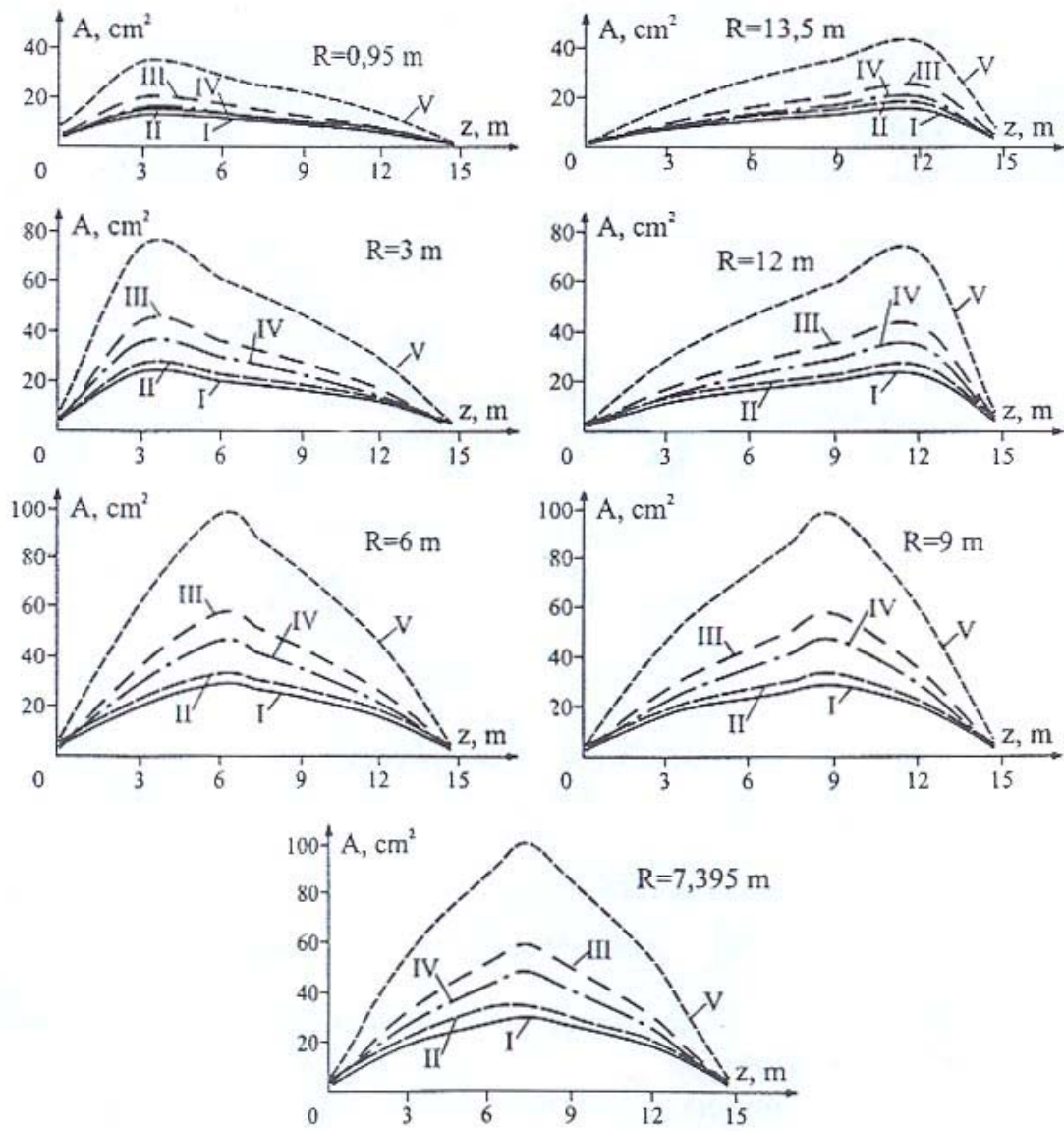


Слика 35

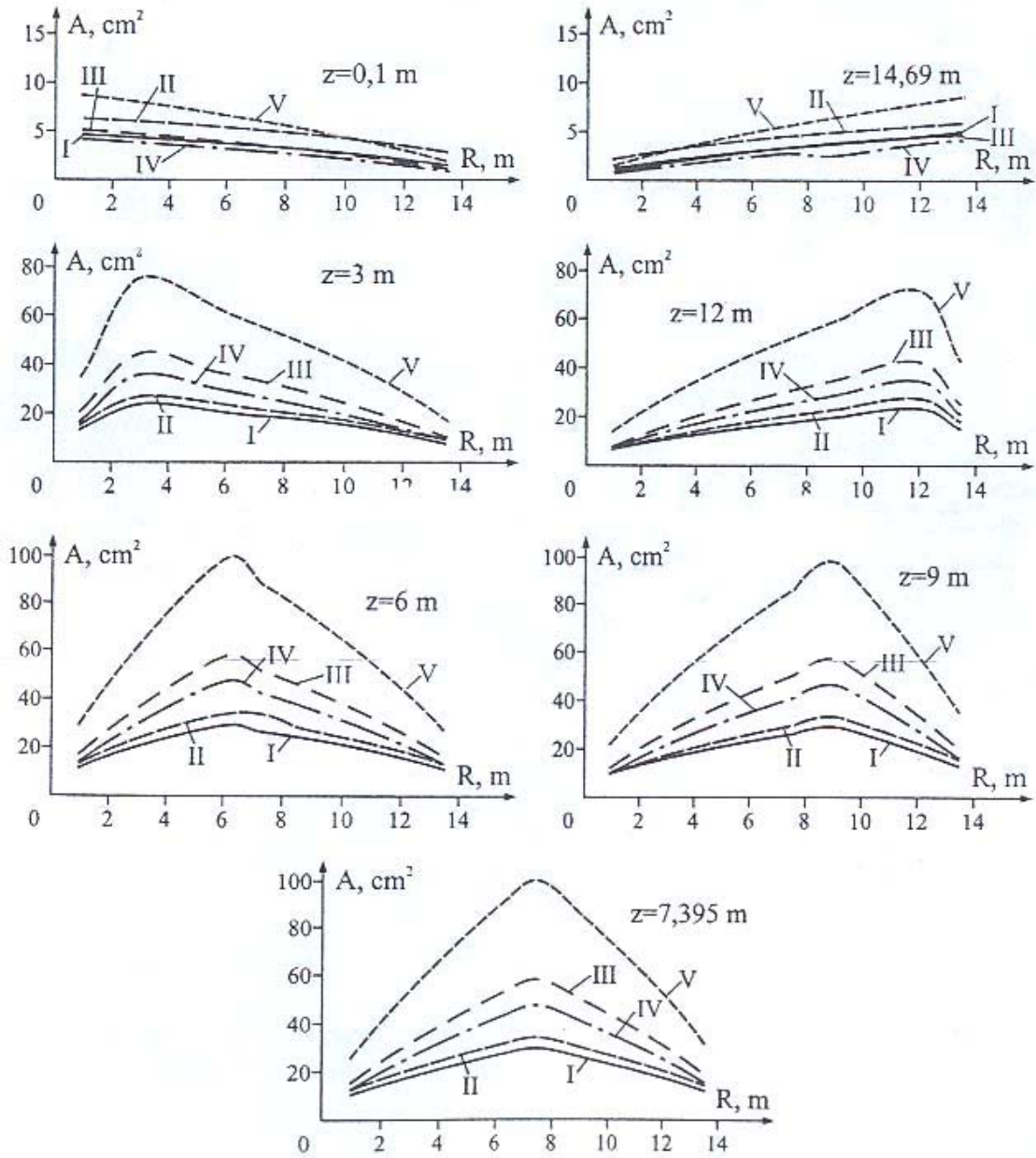


Слика 36

Уочава се да се максимална површина јавља за вредност дохвата $R = z = 7,395 \text{ m}$.

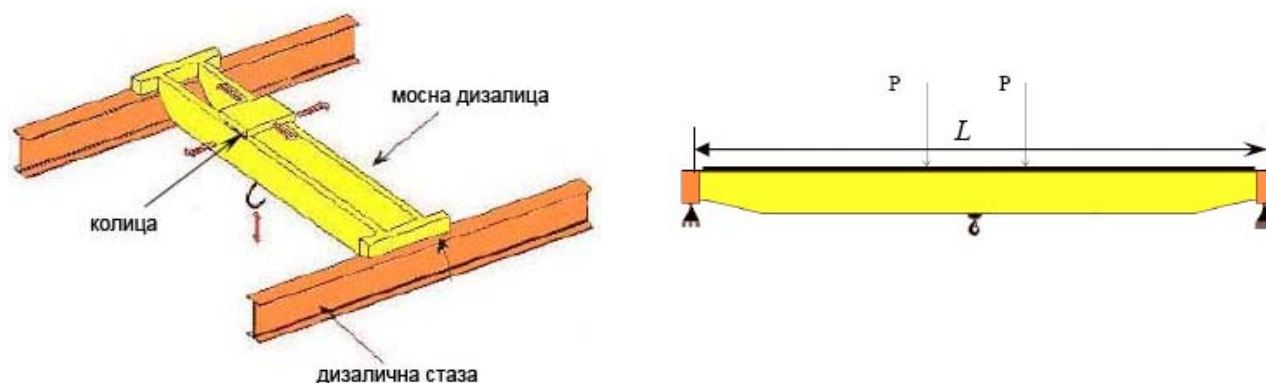


Слика 37



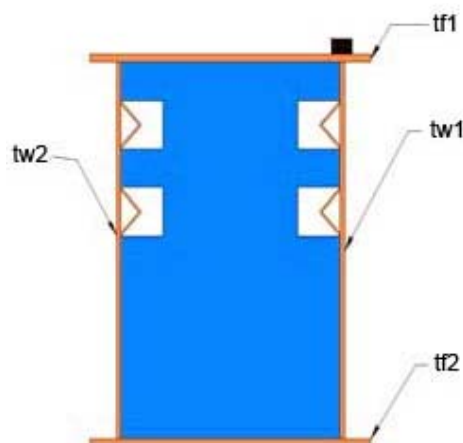
Слика 38

15. У раду [69], вршена је оптимизација двогредне мосне дизалице (Сл. 39) применом уопштене градијентне методе (GRG2) нелинеарног програмирања. У алгоритму који се применио у овој методи, сама оптимизација дизајна вршена је програмским пакетом ANSYS.



Слика 39

На Сл. 40 приказана је функција циља која се оптимизује, при чему су све дебљине лимова различите. Поред познатих величина које се оптимизују ($h, b, t_{w1}, t_{w2}, t_{h1}, t_{h2}$), посматрају се и дебљина дијафрагми t_d и растојање између дијафрагми S_d . Као функције ограничења, узети су критеријуми чврстоће и локалне стабилности лимова и дијафрагми.

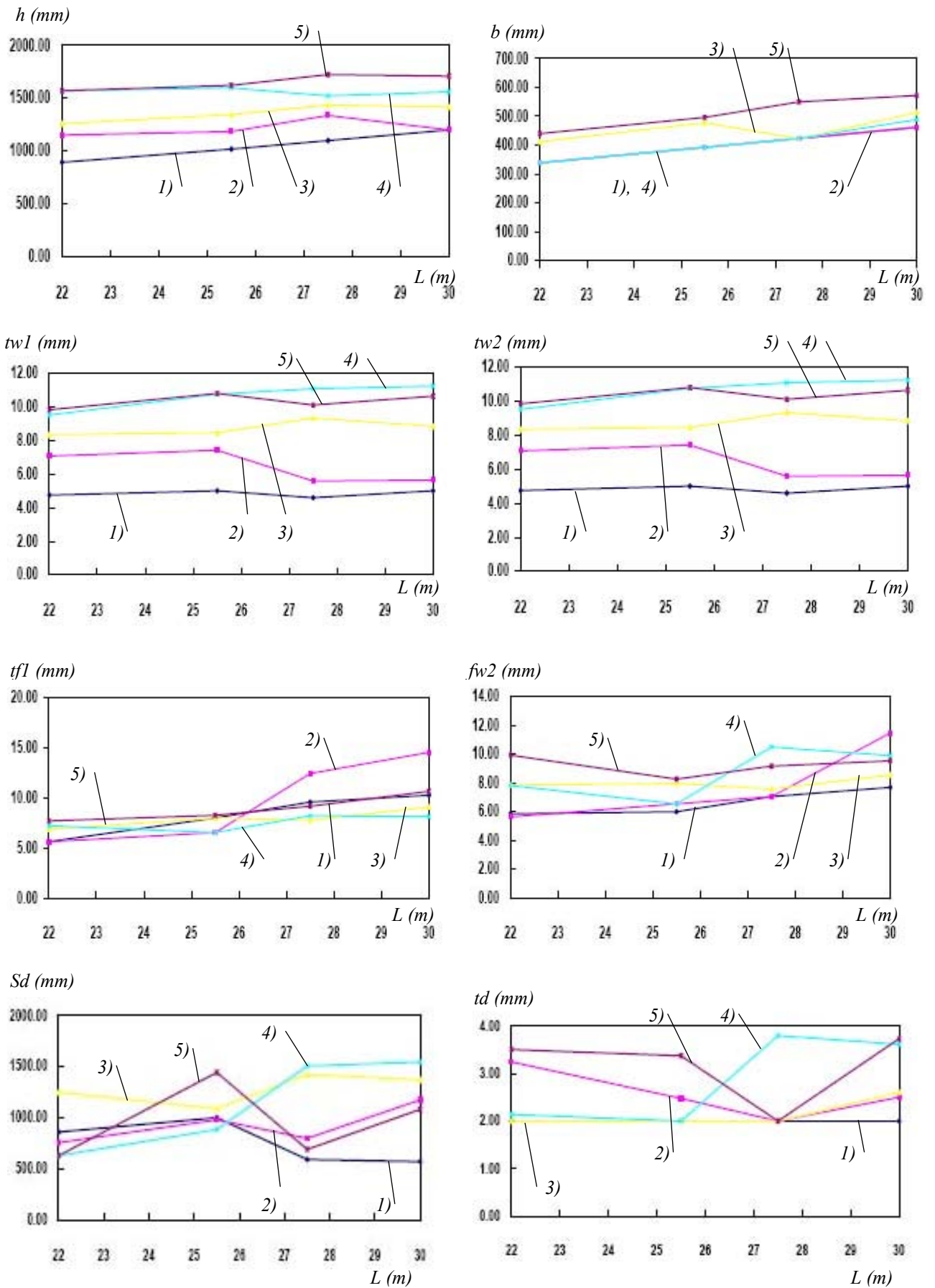


Слика 40

На Сл. 41 приказана су добијена решења параметара оптимизације за карактеристичне распоне и носивости, при чему је $E = 2,05 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ и $\sigma_{dop} = 16,5 \text{ kN/cm}^2$.

- 1) - $Q = 10t$
- 2) - $Q = 20t$
- 3) - $Q = 30t$
- 4) - $Q = 40t$
- 5) - $Q = 50t$

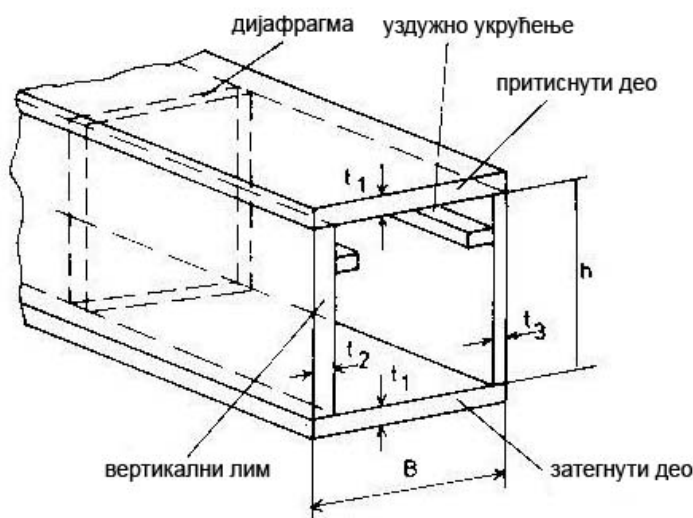
2. Преглед радова из области истраживања



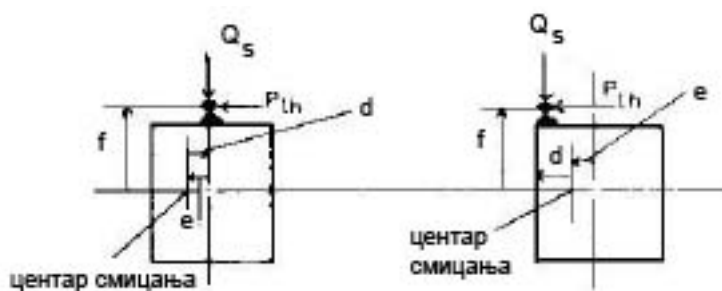
Слика 41

16. У раду [8], вршена је оптимизација двогредне мосне дизалице при чему је коришћен алгоритам погодан за математичко програмирање, при чему су као ограничења коришћени критеријуми чврстоће, крутости, стабилности и величине димензија.

Функција циља која је коришћена приказана је на Сл. 42, а случајеви оптерећења на Сл. 43.



Слика 42



Слика 43

У Табели 14 и Табели 15 приказани су добијени резултати, при чему су поређена изведена решења сандучастих носача са примењеним поступком алгоритма оптимизације, и види се да постоји знатна уштеда у материјалу. Што се тиче граничних услова, коришћени су подаци из стандарда: CMAA, BS, DIN и JIS.

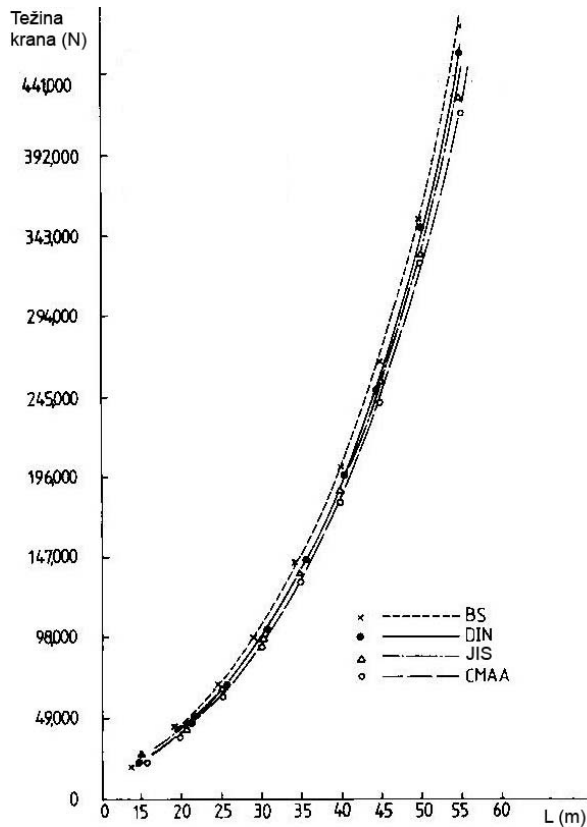
Табела 14

Hoisting load	= 490,000N (50 ton, 110,231 lb)				
Span	= 19.1m (62.7 ft)				
Trolley weight	= 117,600N (12 ton, 26,455 lb)				
Wheel base	= 3.65m (12.0 ft)				
Traveling speed	= 1.167m/s (70m/min)				
Specific weight	= 76,930N/m ³ (0.2836 lb/in. ³)				
Young's Modulus	= 2.1 × 10 ¹¹ N/m ² (30.5 × 10 ⁶ psi)				
Specification Data	Existing crane	CMAA	BS	DIN	JIS
Crane class	—	C	2	B3	II
B(mm)	700	585.5	548.5	479.1	657.2
h(mm)	1,500	1,463	1,370	1,436	1,503
t ₁ (mm)	16	9.764	12.78	12.06	10.26
t ₂ (mm)	9	6.000	6.369	6.718	6.021
t ₃ (mm)	9	6.078	6.368	6.894	6.097
Girder weight	73,431N (16,519 lb)	42,757N (9,618 lb)	46,246N (10,403 lb)	45,707N (10,282 lb)	46,589N (10,480 lb)
Girder weight Reduction ratio	—	41.8%	37.0%	37.8%	36.6%

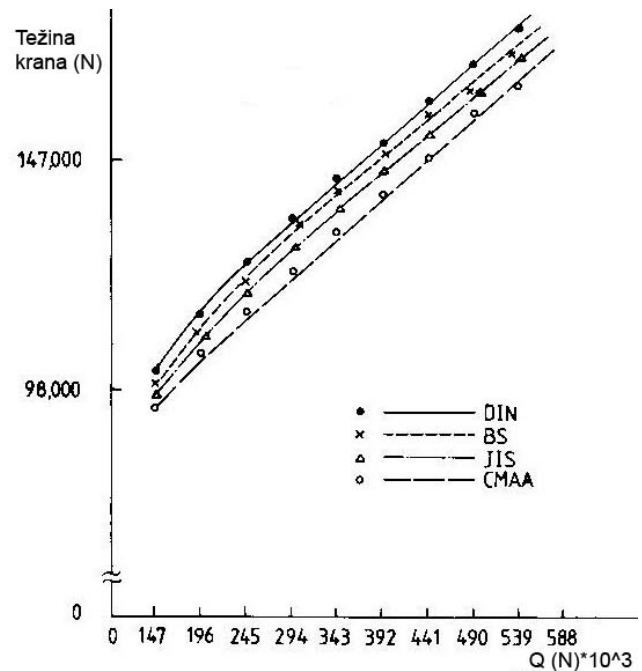
Hoisting load	= 196,000N (20 ton, 44,092 lb)				
Span	= 28.6m (93.8 ft)				
Trolley weight	= 58,800N (6 ton, 13,228 lb)				
Wheel base	= 3.15m (10.3 ft)				
Traveling speed	= 0.8336m/s (50m/min)				
Specific weight	= 76,930N/m ³ (0.2836 lb/in. ³)				
Young's Modulus	= 2.1 × 10 ¹¹ N/m ² (30.5 × 10 ⁶ psi)				
Specification Data	Existing crane	CMAA	BS	DIN	JIS
Crane class	—	C	2	B3	II
B(mm)	760	619.5	625.3	642.1	649.3
h(mm)	1,500	1,548	1,562	1,604	1,622
t ₁ (mm)	10	10.34	10.23	8.979	8.595
t ₂ (mm)	6	6.000	6.253	6.238	6.010
t ₃ (mm)	6	6.000	6.251	6.237	6.010
Girder weight	73,049N (16,433 lb)	67,659N (15,336 lb)	71,118N (15,999 lb)	69,394N (15,611 lb)	67,453N (15,174 lb)
Girder weight Reduction ratio	—	6.49%	2.64%	5.00%	7.66%

На Сл. 44 приказана је зависност оптималне тежине носача у односу на распон дизалице за наведене стандарде, при чему је посматрана носивост од $Q = 35t$.

На Сл. 45 приказана је зависност оптималне тежине носача у односу на носивост дизалице за наведене стандарде, при чему је посматран распон од $L = 35m$.



Слика 44



Слика 45

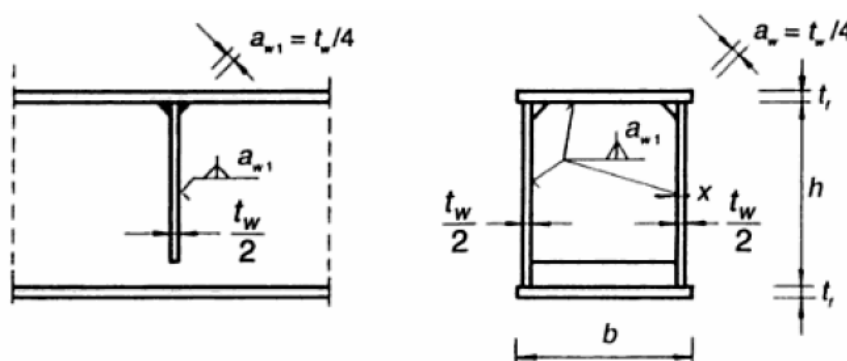
17. У раду [11] извршена је оптимизација двогредне носне дизалице носивости $Q = 24t$ и распона $L = 25m$ применом методе Object Oriented Programming (ООП) у окружењу Borland C++. Као функција циља постављена је цена коштања конструкције. Као функције ограничења постављени су критеријуми чврстоће, деформације, локалних стабилности плоча и замора материјала према еурокоду. Такође, присутна су и допунска технолошка ограничења.

Добијени су следећи резултати:

Табела 16

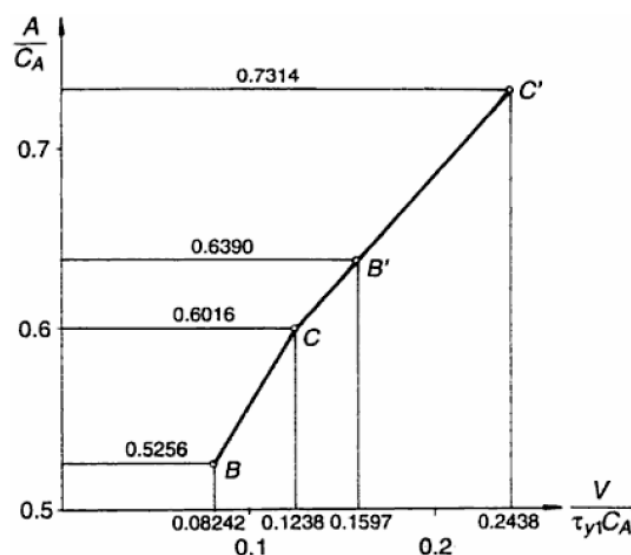
Web height is	$h = 1320$	1520	1260	1140	1260
Main web thickness is	$t_{w1} = 6$	6	6	7	6
Secondary web thickness is	$t_{w2} = 5$	5	5	5	5
Width of the flange is	$b = 650$	550	700	750	790
Thickness of the flange is	$t_f = 18$	17	18	19	16
Total cost of the structure is (\$)	$K_f = 16745$	17251	16677	16834	16737

Такође, у истом раду извршена је оптимизација сандучастог попречног пресека (Сл. 46) уз претходно наведена ограничења према графо-аналитичкој методи.



Слика 46

У даље тексту биће приказани следећи резултати:

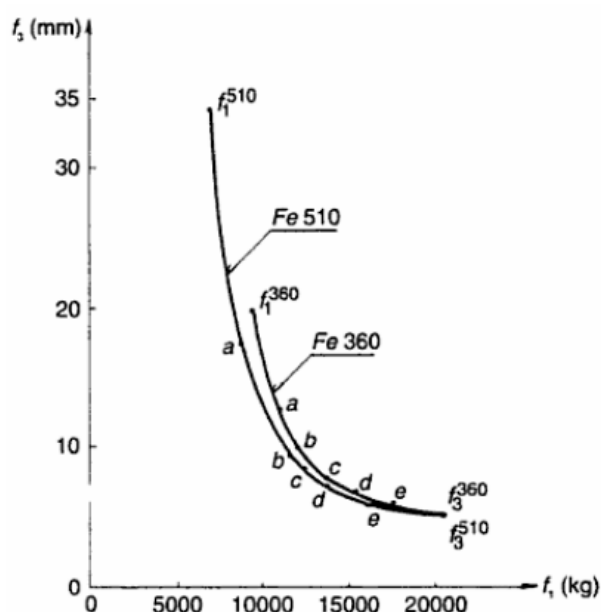


Слика 47 – Минимална површина попречног пресека „I“ и сандучастог попречног пресека у функцији од силе смицања

Steel	Technique		h	t_w (mm)	b	t_f	f_1 (kg)	f_3 (mm)
Fe 360	Single-objective	f_{1min}	450	22	700	19	9332	19.7
	Optimization	f_{3min}	1800	32	1000	40	20801	5.1
	Min-max method		1550	30	750	25	16343	8.8
Fe 510	Single-objective	f_{1min}	1300	20	500	17	7051	34.2
	Optimization	f_{3min}	1800	32	1000	40	20301	5.1
	Min-max method		1500	24	750	40	14253	10.2

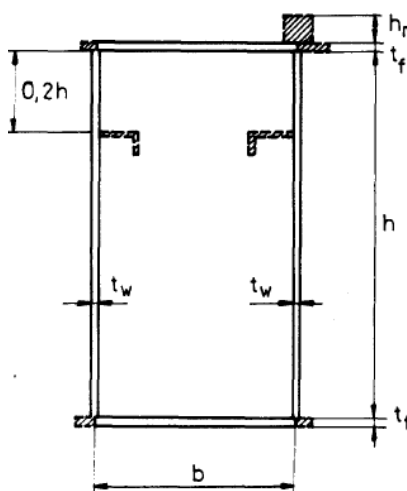
У Табели 17 су приказане карактеристике опимизованих носача зависно од материјала, где је f_1 функција масе, а f_3 максимална вредност угиба.

На Сл. 48 приказане су оптималне вредности за различите вредности коефицијената тежина.



Слика 48 – Минимална површина попречног пресека „I“ и сандучастог попречног пресека у функцији од силе смицања

18. У раду [12] извршена је оптимизација сандучастог попречног пресека (Сл. 49).



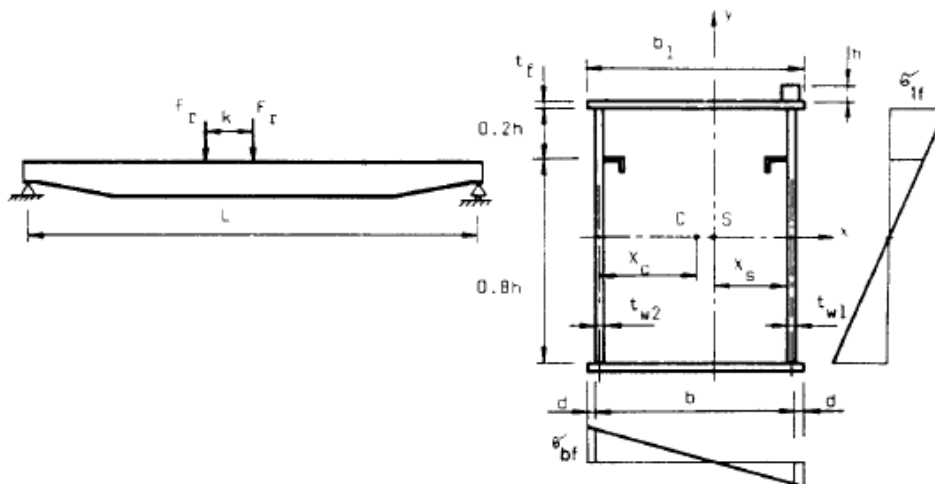
Слика 49

Као функције ограничења постављени су критеријуми чврстоће, деформације, локалних стабилности плоча и замора материјала.

Оптимизација је извршена применом нумеричке методе коришћењем програма FORTRAN.

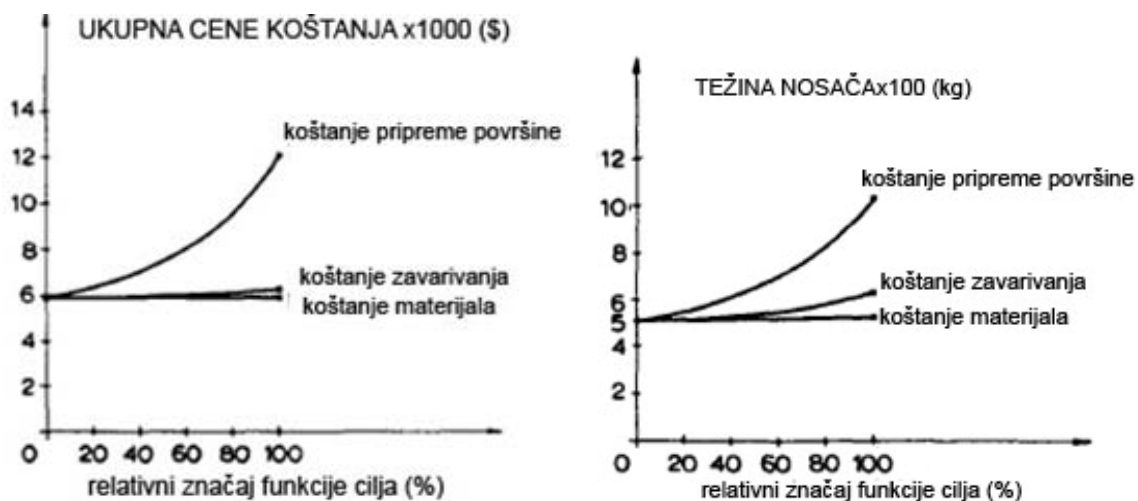
Добијено је да се са повећањем границе течења од 23 до 35,5 и 45 N/mm², може уштедети маса од 9% и 28% респективно.

19. У раду [24] је извршена вишекритеријумска оптимизација асиметричног сандучастог носача (Сл. 50) према критеријумима чврстоће, деформације, локалних стабилности плоча и замора материјала према ВС 2573 и ВС 5400. Као функција циља постављена је цена коштања. Оптимизација је вршена на рачунару уз подршку DSS система обраде података.

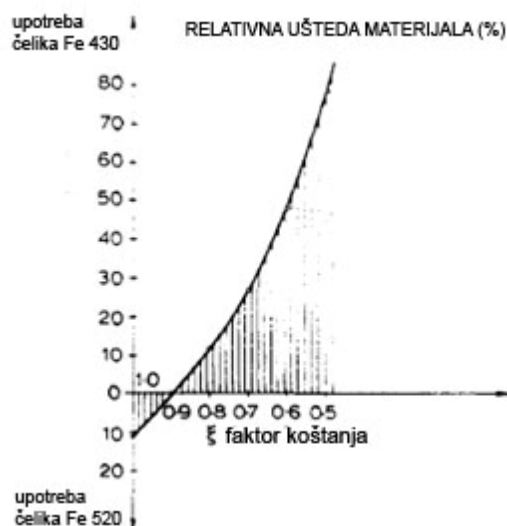


Слика 50

Добијено је да коришћење челика веће чврстоће може резултирати уштедама на трошковима материјала, у зависности од трошкова фактора запослених. Резултати су приказани на следећим сликама (Сл. 51 и Сл. 52).



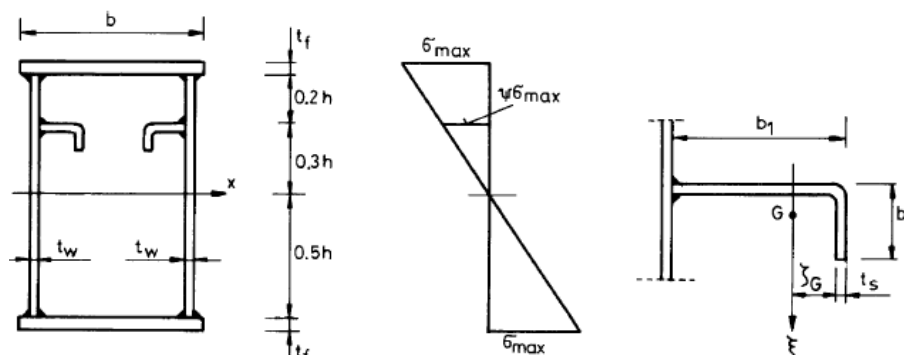
Слика 51



Слика 52

20. У раду [25] је извршена оптимизација носача сандучастог попречног пресека (Сл. 53). Показано је како уздужно ојачање утиче на смањење масе и цене сандучастог носача. Као функција ограничења посматрано је савијање носача. Коришћене су Hillclimb и backtrack метода у поступку оптимизације.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq f_y.$$



Слика 53

У следећим табелама приказани су оптимални резултати оптимизације по Hillclimb методи без уздужног ојачања (Табела 18) и са уздужним ојачањем (Табела 19).

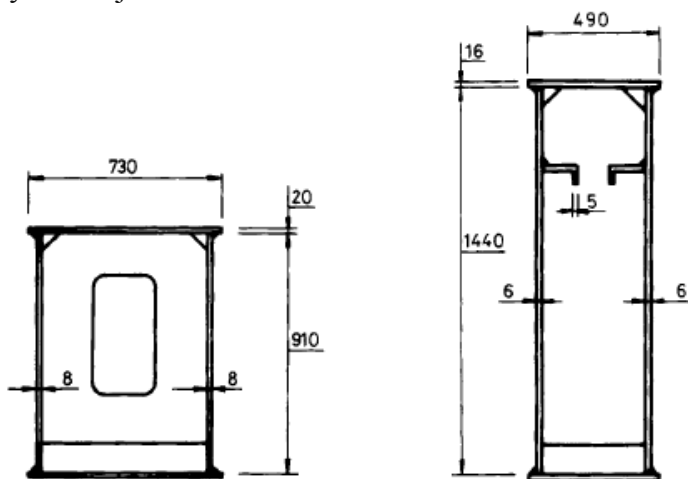
Табела 18

k_f/k_m	h	t_w	b	t_f	K/k_m (kg)
0	1100	9	540	20	6580
1	900	8	740	20	9249
2	910	8	730	20	11474

Табела 19

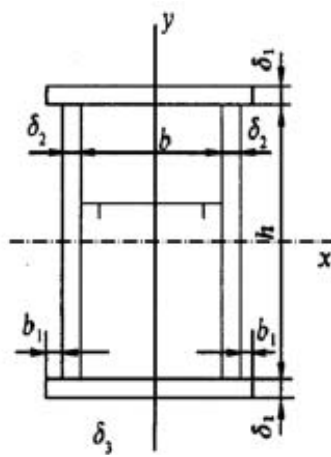
method	k_f/k_m	h	t_w	b	t_f	t_s	K/k_m (kg)
Hillclimb	0	1450	6	440	18	5	5610
	1	1450	6	490	16	5	7588
	2	1440	6	500	16	5	9619
Backtrack	0	1450	6	490	16	5	5591
	1	1440	6	470	17	5	7608
	2	1440	6	490	16	5	9585

На Сл. 54 су приказани оптималне димензије попречних пресека сандучастих носача за случајеве са и без уздужног ојачања.



Слика 54

21. У раду [68] је извршена оптимизација носача сандучастог попречног пресека (Сл. 55) применом методе померајућих асимптота (ММА). Као функције ограничења посматране су чврстоћа, крутост и стабилност лимова.



Слика 55

Резултати оптимизације приказани су у следећим табелама.

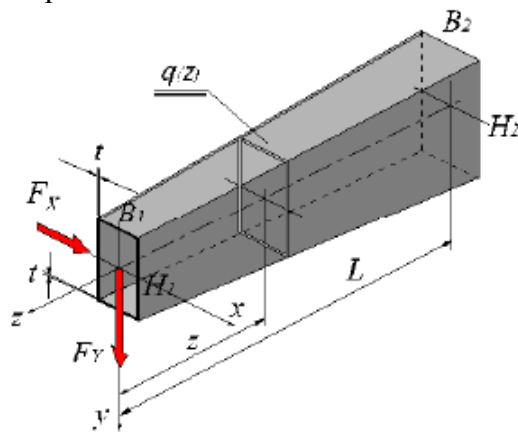
Табела 20

Span Design variable	19.5 (30t)		25.5 (180t)	
	Original value	Optimal value	Original value	Optimal value
δ_1 /mm	16	16.4	20	16
δ_{11} /mm	16	5.2	20	10
δ_2 /mm	10	8	16	12
δ_3 /mm	10	4	16	6
δ_{31} /mm	10	4	16	4
F(X) /kg	6956.43	4848.14	39506.7	24362.2
Lightened percentage	30.31%		38.33%	

Табела 21

Span Item	19.5 (30t)		25.5 (180t)	
	F(X) /kg	Lightened percentage	F(X) /kg	Lightened percentage
First optimization	4848.14	30.31%	24362.2	38.33%
Second optimization	4646.34	4.16%	23441.2	3.78%

22. Рад [28] се бави истраживањима аналитичког модела одређивања еластичних деформација кутијастих елемената носећих структура машина. Гредни елементи променљиве геометрије попречног пресека по дужини (Сл. 56), су разлог редовних апроксимација у рачунским моделима. Увођење апроксимација средњих пресека води одступању тачних и математичких модела. У раду је предложен рачунски модел за одређивање еластичних деформација кутијастих носача променљиве геометрије попречног пресека. Уведене апроксимације на овај начин поједностављују структурну анализу и уводе контролисане еластичне деформације у линеаран аналитички модел.



Слика 56

У следећој табели су приложени неки од резултата извршених апроксимација.

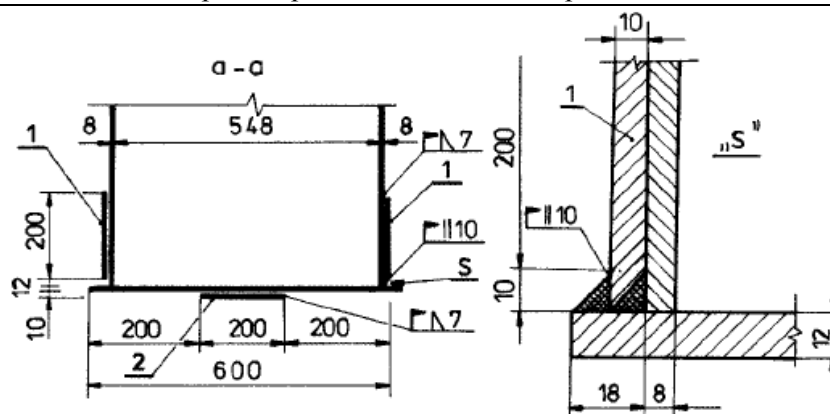
Табела 22

EXAMPLE	H_1/H_2 (m/m)	B_1/B_2 (m/m)	L/t (m/m)	H^*/B^* (m/m)
6.	0.50/ 1.00	0.50/ 1.50	4.00/ 0.006	0.9245 / 0.9185
7.	0.45/ 0.90	0.65/ 1.40	4.00/ 0.006	0.8015 / 1.0240
8.	0.40/ 0.80	0.40/ 0.40	0.80/ 0.008	0.6053 / 0.5972
9.	1.20/ 1.80	2.00/ 3.00	4.00/ 0.016	1.6780 / 2.5250
10.	0.60/ 1.20	1.00/ 2.00	8.00/ 0.012	1.0640 / 1.5070
11.	1.00/ 1.50	0.50/ 0.50	2.50/ 0.010	1.2170 / 0.7885

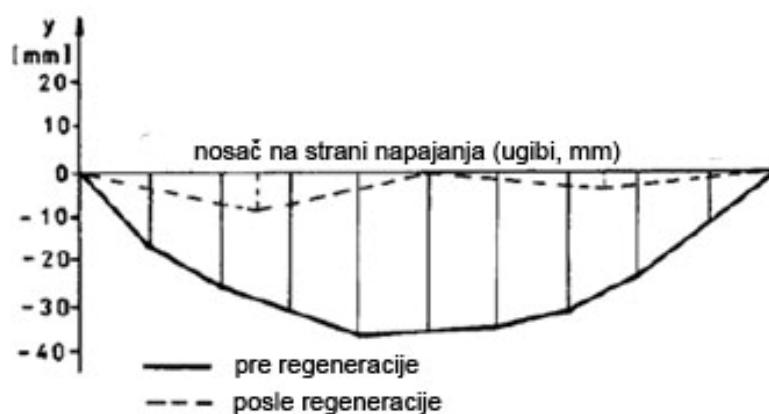
23. У раду [6] приказано је истраживање утицаја увођења преднапрезања при технолошком извођењу дизаличне конструкције главног носача. Као резултат овог процеса, увођени су технолошки напони притиска на затезне зону са инерцијалних и оперативна оптерећења и напони затезања у притисну зону. На овај начин распоређен је резултатни напон који је повећавао замор главних носача дизалица у експлоатацији.

Ово је приказано на примеру дизалице носивости $Q = 7t$ и распона $L = 20m$. На Сл. 57 приказан је положај плоча које се додатно заварују за главни носач.

На Сл. 58 приказан је дијаграм угиба главног носача пре (пуна линија) и после (испрекидана линија) регенерације главног носача мосне дизалице.

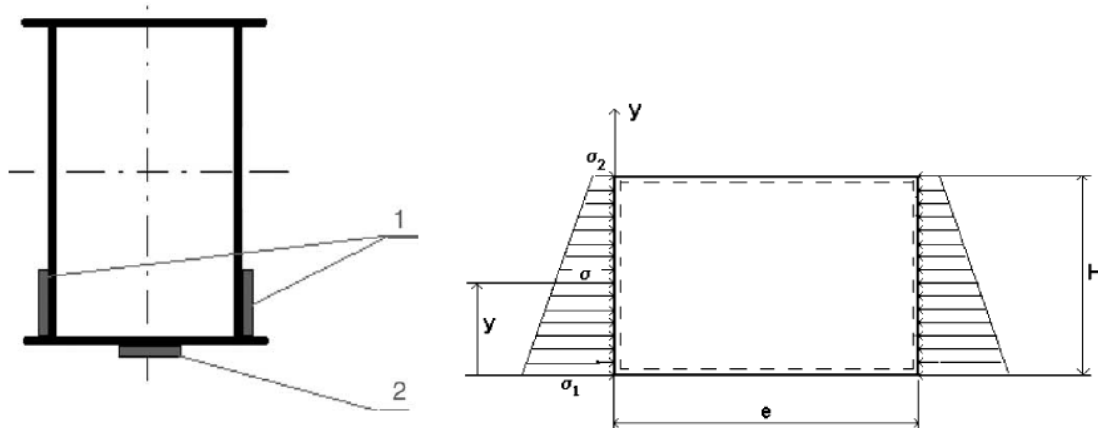


Слика 57



Слика 58

24. У раду [37] приказано је испитивање уградње додатних лимова (Сл. 59) на главном носачу мосне дизалице, на стабилност лимова главног носача. У процесу оптимизације дебљина лимова, коришћен је софтверски пакет ANSYS. Испитивање је вршено према пољском стандарду.



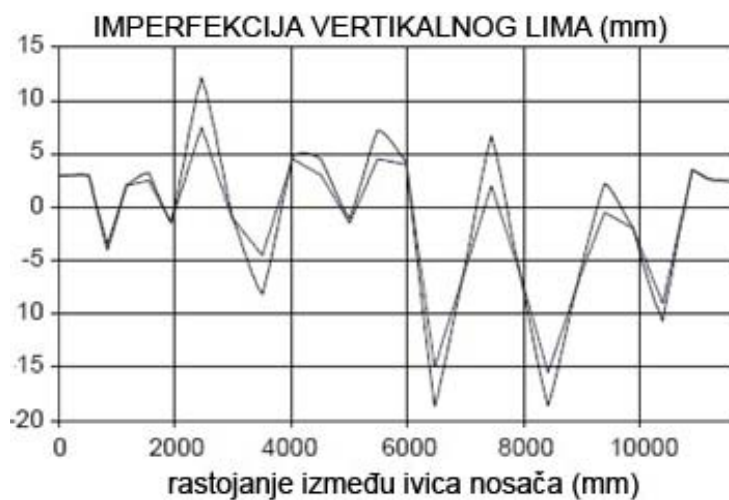
Слика 59

Функција циља и функција ограничења су следећег облика, респективно:

$$A_p = 57.5 \frac{w^2}{1 + 115 \frac{w^2}{A}} \quad \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} k \left(\frac{t}{H} \right)^2$$

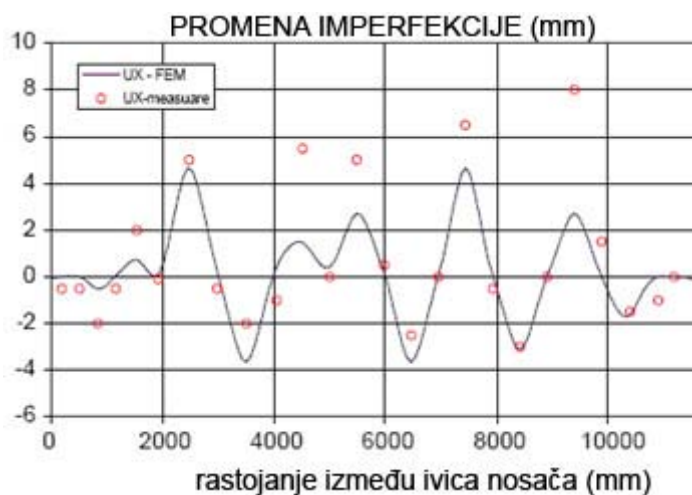
Извршено је испитивање утицаја и положаја дијафрагми на смањење дебљина лимова.

На Сл. 60 приказан је дијаграм несавршености (имперфекције) вертикалног лима пре (светла линија) и после заваривања (пуна линија) компресионе траке. Попречни пресек носача је направљен од половине висине вертикалног лима.



Слика 60

Такође, приказани су и експериментални подаци и њихово поређење са теоријским (Сл. 61).



Слика 61

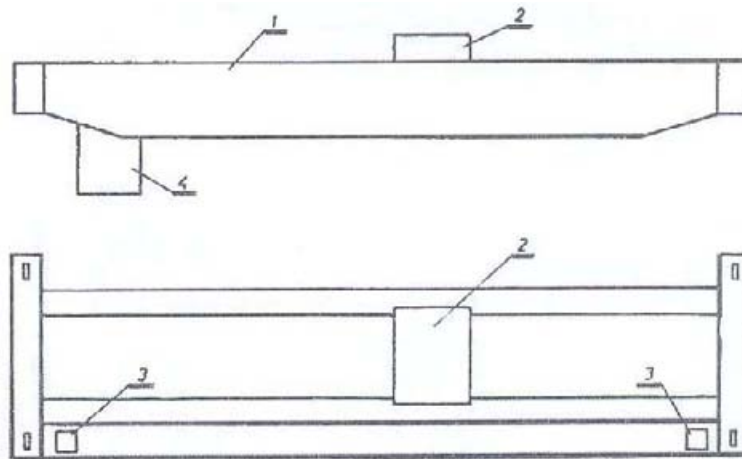
**3. УПОРЕДНА АНАЛИЗА ТИПОВА И СПЕЦИФИЧНОСТИ
КОНСТРУКТИВНИХ РЕШЕЊА ЗАТВОРЕНИХ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА
ГЛАВНИХ НОСАЧА ДИЗАЛИЦА**

Затворени попречни пресеци главних носача дизалица карактеристични су код мосних, порталних и полупорталних дизалица. Такође, ови носачи су карактеристични и за аутодизалице, међутим у овом раду они неће бити разматрани, пре свега због специфичности оптерећења којима су изложена.

3.1 Начини извођења конструкција дизалица

Главни носачи мосних и порталних дизалица се изводе као решеткасте или кутијасте конструкције. Због једноставније израде, кутијаста конструкција је потиснула решеткасту, мада је код великих распона ($L > 40m$) због значајног смањења масе, сврсисходно применити решеткасту конструкцију.

Мосна дизалица може да има два главна носача или један главни носач (ако је у питању једноредна мосна дизалица). Главни носачи су везани за чеоне носаче (обично монтажним везама). У чеоним носачима су смештени точкови (погонски и слободни) који омогућавају транслаторно кретање мосне дизалице по шинама. На Сл. 62 приказана је шема мосне дизалице са два главна носача.

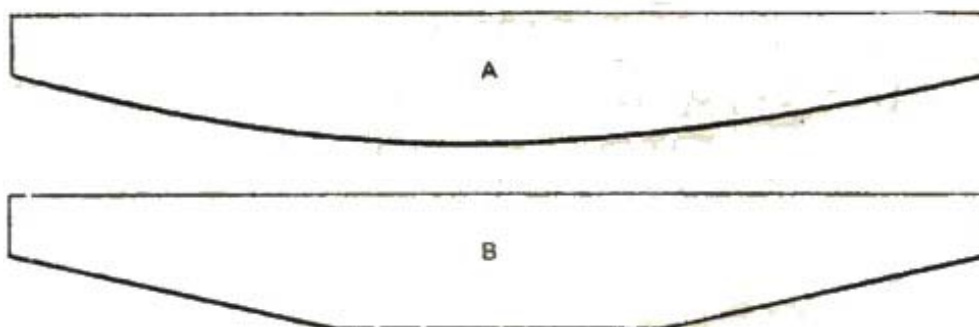


Слика 62

(1- главни носач моста; 2- колица; 3- погон кретања дизалице; 4- кабина)

Идеалан облик главног носача, као функција оптерећења који делује је промењивог пресека дуж распона, (Сл. 63А), док се, због једноставније технологије израђује константног пресека, или са закошењима (Сл. 63В).

На сликама Сл. 64 и Сл. 65 дат је преглед конструкција мосних дизалица, и положаја колица. Поред двогредних (Сл. 64а, б, в, г) дата су решења и код једногредних дизалица (Сл. 65а-и).

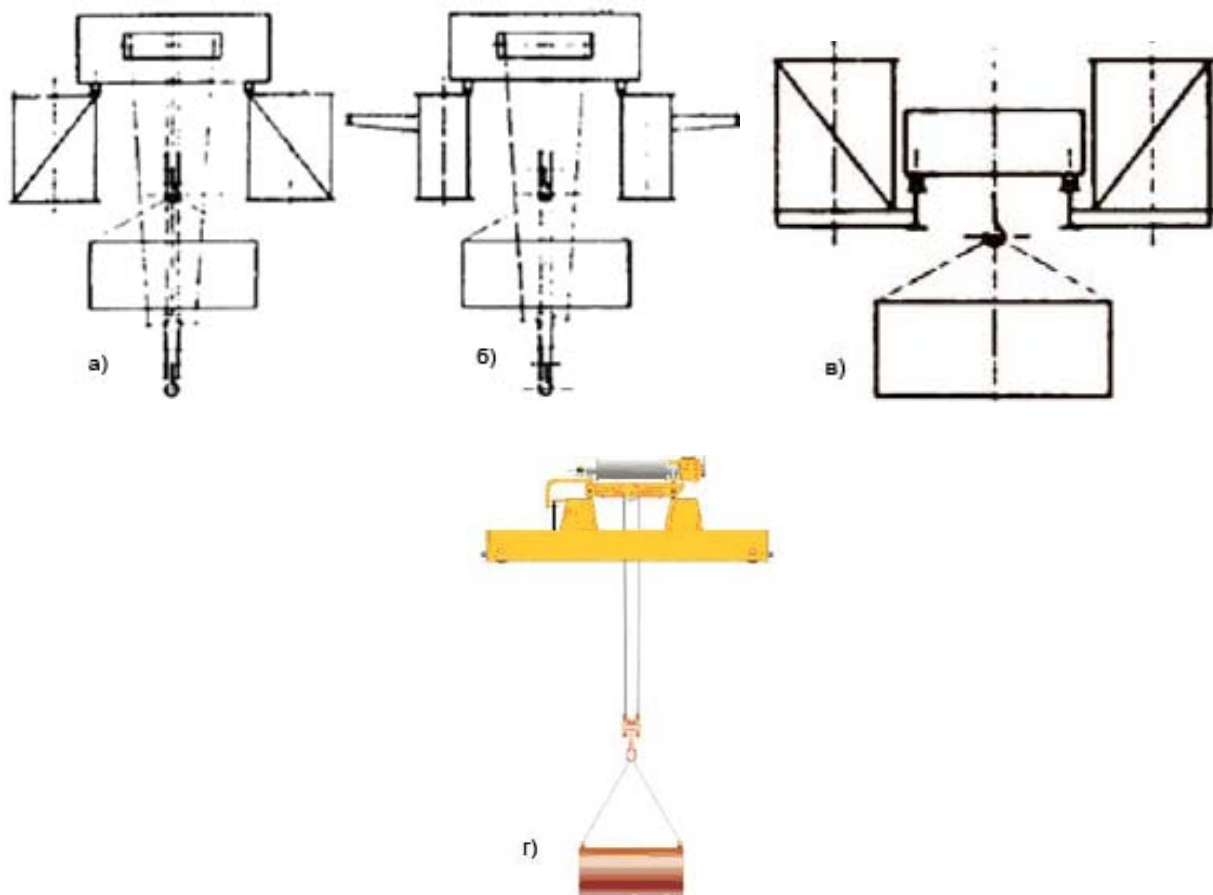


Слика 63

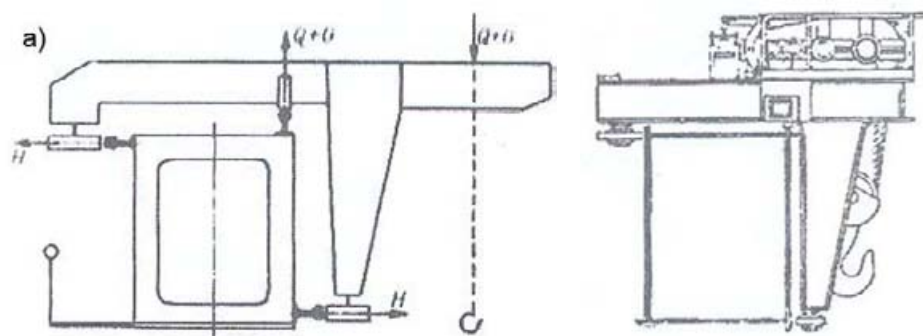
3. Упоредна анализа типова и специфичности конструктивних решења затворених попречних пресека

Као што се види са ових слика, различита извођења и конструктивна решења механизма за дизање и њихових захватних органа чине дизалице разноврсним (а самим тиме и облике попречних пресека). Ово потиче од:

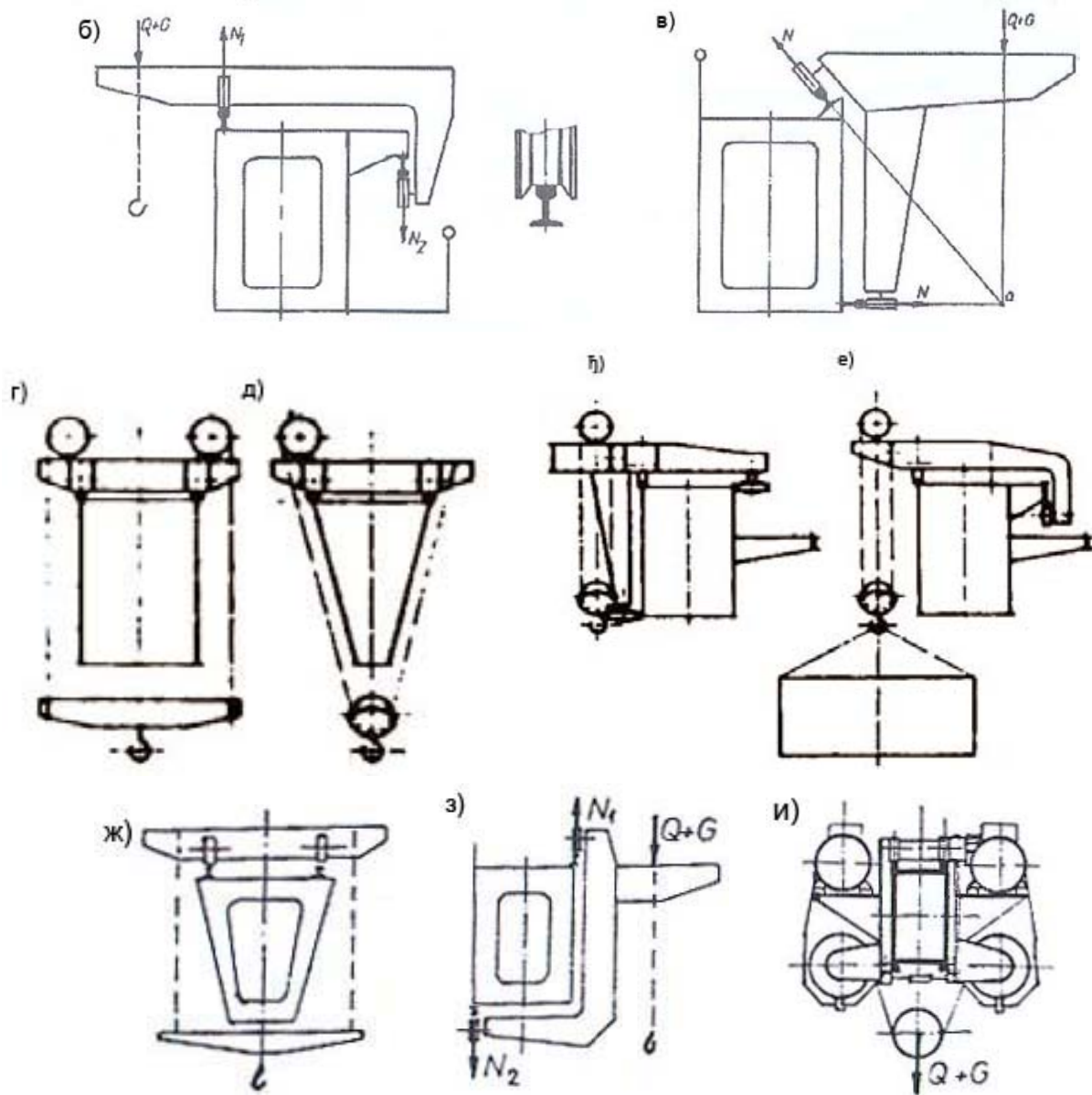
- различитих технолошких и других захтева као: једна брзина или две брзине (нормална и фина); да колица односно механизам за дизање буду обртни (као на пример за рад са слабовима у железарама); да ради са дугачким лимовима, са траверзом и електромагнетима и сл.;
- величине и врсте терета: комадни, расути, течни метал, отпадно гвожђе и др.;
- намене: опште намене за транспорт комадног терета, рад у железарама, ливницама, хидро и термоелектранама;
- различитих конструктивних могућности и решења и др.



Слика 64



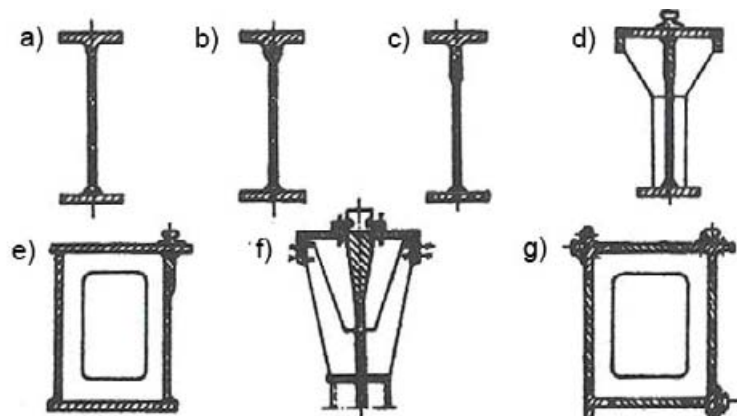
Слика 65



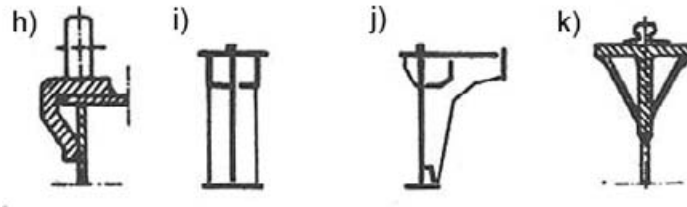
Слика 65 - Наставак

На основу Сл. 64 и Сл. 65 види се да постоје различити облици главних носача, при чему ће се у наставку приказати које се све варијанте попречног пресека главног носача примењују.

На Сл. 66 (а ÷ к) приказани су примери заварених дизаличних носача.



Слика 66



Слика 66 - Наставак

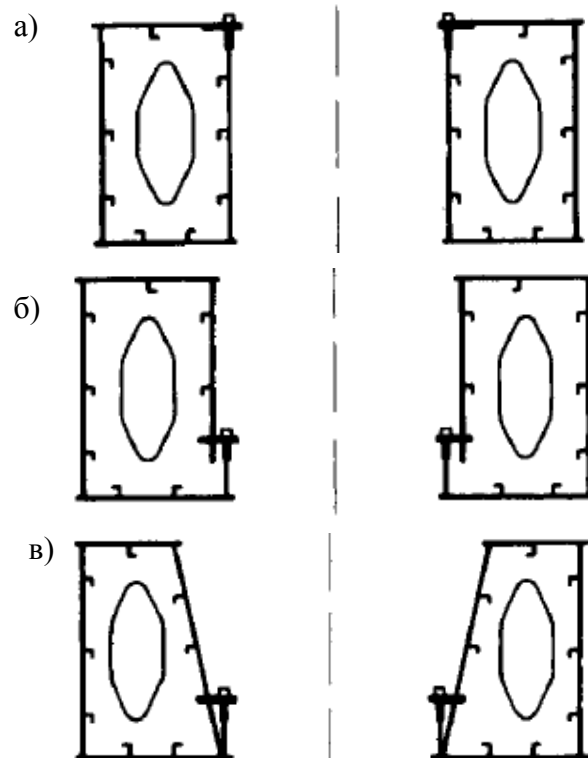
У овом раду су карактеристични затворени попречни пресеци, и даље у раду ће о њима бити речи.

3.2 Облици затворених попречног пресека главних носача порталних и мосних дизалица

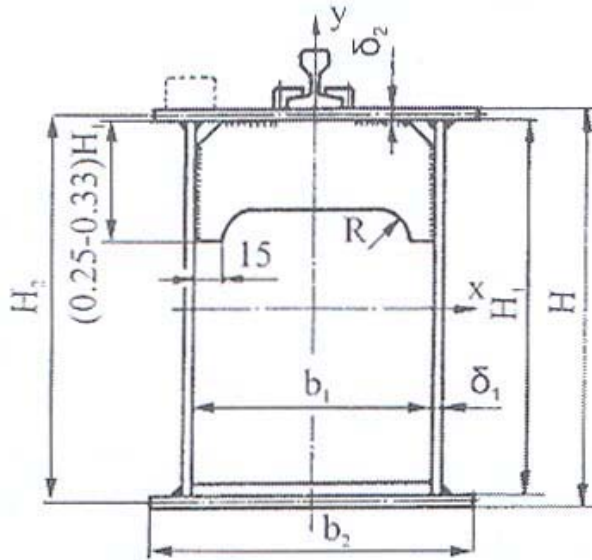
Код ових дизалица, за облик главног носача примењује се сандучасти попречни пресек чији су облици приказани на Сл. 67 (а, б, в).

Најчешће коришћени тип попречног пресека јесте сандучасто правоугаони попречни пресек. На Сл. 68 приказан је облик овог попречног пресека са основним геометријским параметрима. Као што се може видети, шина се може поставити у средини појаса или изнад вертикалног лима. Шина која се поставља изнад вертикалног лима је квадратног или правоугаоног пресека заварена за појас. Због компликованије замене, овај тип конструкције се примењује углавном за дизалице који раде у погонској класи 1 и 2.

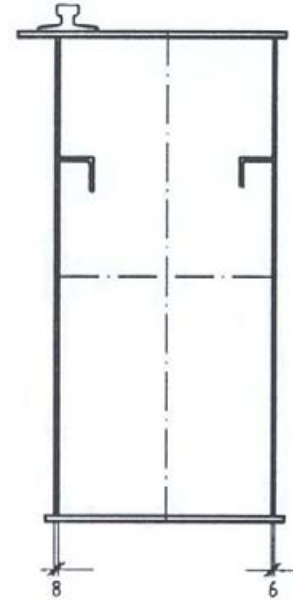
Такође, на овој слици се види да су једнаке ширине горњег и доњег појаса кутијастог носача као и дебљине вертикалних лимова. На Сл. 69 приказан је попречни пресек са варијантом шине изнад вертикалног лима, при чему је због димензија и положаја шине горњи појас шири од доњег, а разликују се и дебљине вертикалних лимова, где је већа дебљина вертикалног она лима изнад којег је постављена шина. На овај начин је направљена знатна уштеда у материјалу.



Слика 67



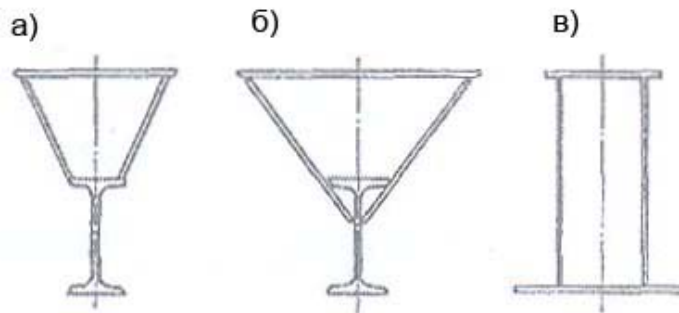
Слика 68



Слика 69

Мосне и порталне дизалице мањих носивости и распона, изводе се као једноредне где се као попречни пресек најчешће уграђује ваљани I профил. Мала просторна крутост ваљаних I профила захтева ојачање његовог горњег појаса, да би се постигла стабилност против бочног извијања. Ово се пустиже додавањем допунских емената.

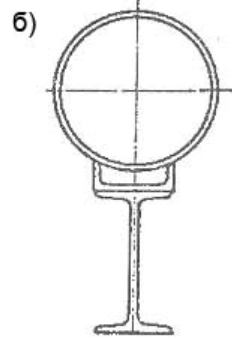
Код већих распона ($L \leq 20m$) попречни пресек главног носача се израђује као затворена контура у коју се уграђује I профил. Ова контура може бити трапезног (Сл. 70а) или троугластог пресека (Сл. 70б). Једноредни носач може бити и кутијастог пресека са дебелим доњом ламелом која је бочно проширена (у односу на вертикалне лимове), и служи као стаза за тачкове колица витла (Сл. 70в).



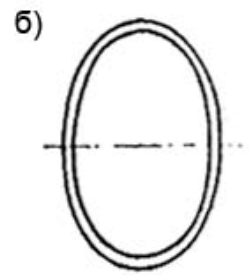
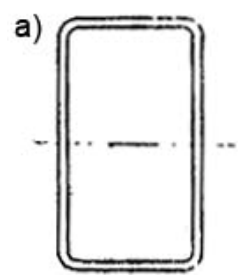
Слика 70

Поред ових решења, могуће је комбиновати и кружни прстенасти попречни пресек са I профилем (Сл. 71а, б). Поред кружног у комбинацији са I профилем, могу се користити и други прстенасти пресеци (Сл. 72а, б).

3. Упоредна анализа типова и специфичности конструктивних решења затворених попречних пресека

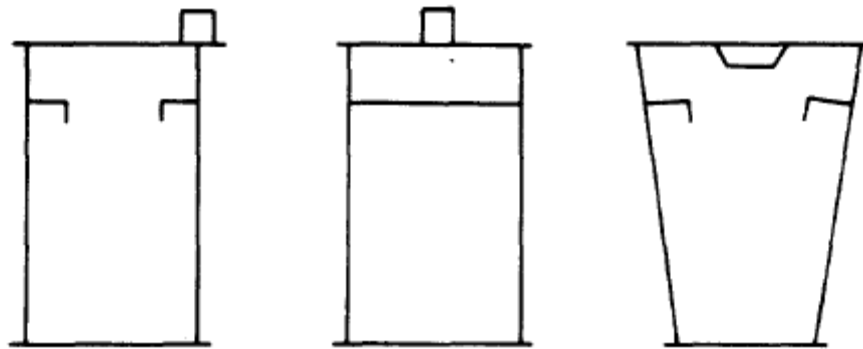


Слика 71



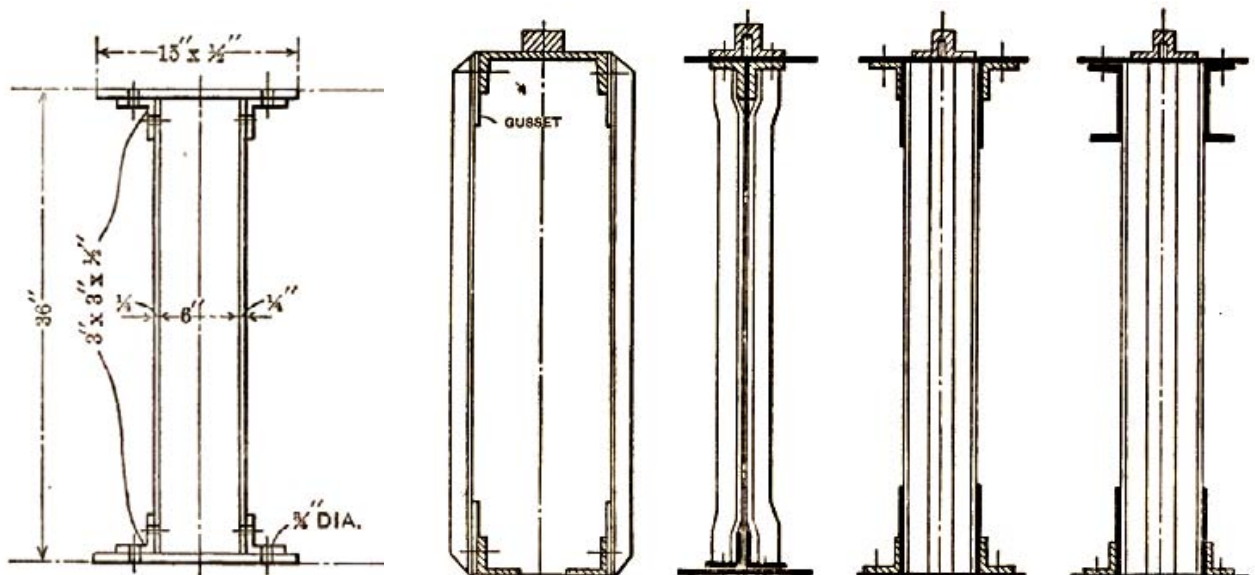
Слика 72

На следећим примерима, приказани су неки од карактеристичних сандучастих попречних пресека двогредних конструкција дизалица (Сл. 73).



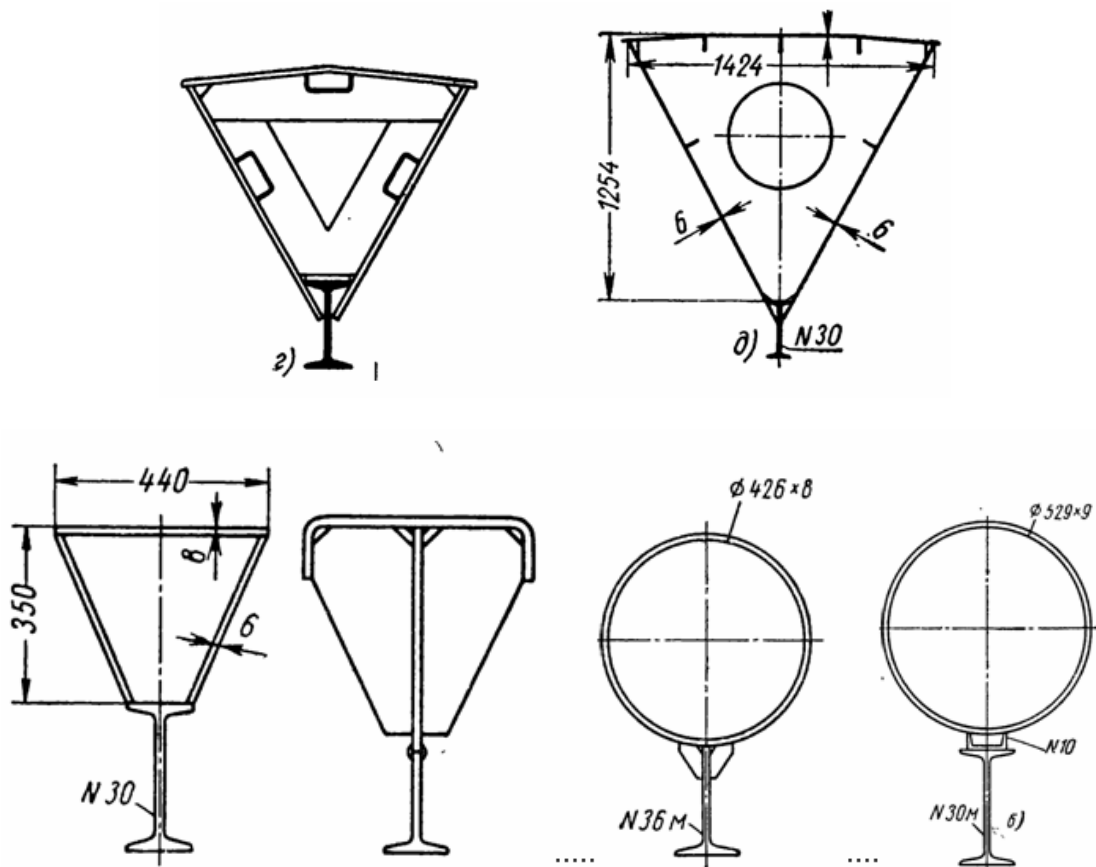
Слика 73

На Сл. 74 приказане су старија конструкциона решења извођења конструкција сандучастих попречних пресека.



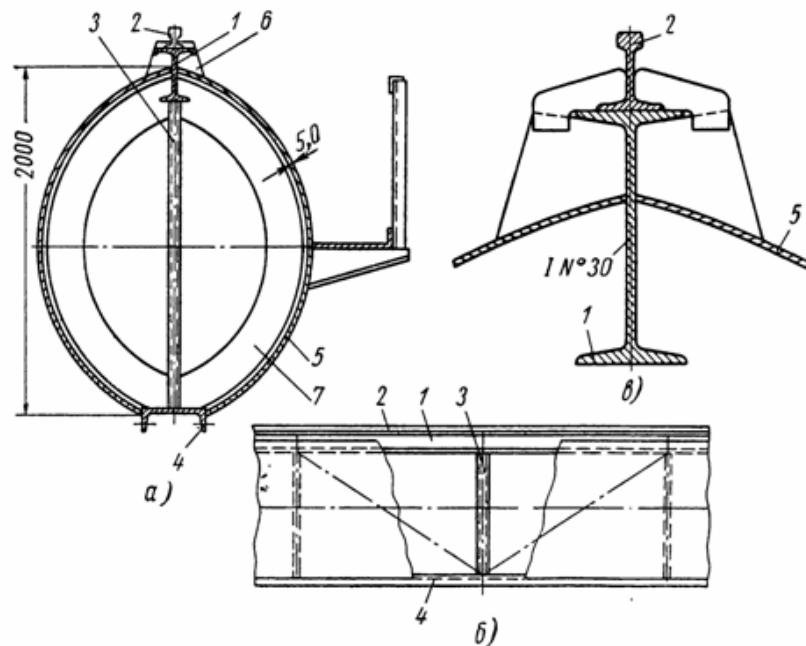
Слика 74

Попречни пресеци типични за порталне дизаличне конструкције приказани су на Сл. 75.

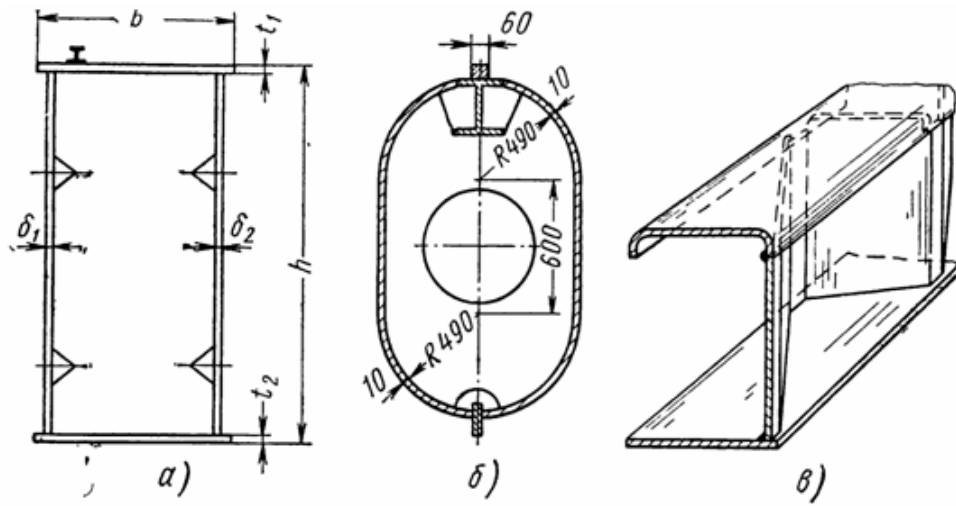


Слика 75

Поред горе наведених, могуће су и следеће варијанте извођење главног носача, Сл. 76 и Сл. 77.



Слика 76



Слика 77

4. ОПТИМИЗАЦИЈА ЗАТВОРЕНИХ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА ЗА РАЗЛИЧИТЕ УСЛОВЕ ПРЕНОШЕЊА ОПТЕРЕЋЕЊА

4.1 Математичка формулација оптимизационог проблема

Оптимизација масе главног носача подразумева минимизацију њене масе. Дакле, функција циља се може записати на следећи начин:

$$F \equiv m = \rho \cdot V \quad (1)$$

Како величина косине нема претераног значаја на смањење масе главног носача [39], функција циља се може написати у следећем облику:

$$F \equiv m = \rho \cdot V = \rho \cdot L \cdot A \quad (2)$$

Пошто густина представља константу, а распон L улазни параметар одређен грађевинском диспозицијом хале, остаје површина A главног носача као функција коју треба оптимизовати.

Дакле, функција циља је површина попречног пресека главног носача. Задатак оптимизације биће минимизација површине попречног пресека A .

$$F \equiv A \quad (3)$$

Површина попречног пресека првенствено зависи од: висине и ширине носача, дебљина плоча и њиховим међусобних односа. Како је број оптимизационих параметара велики, немогуће их је све оптимизовати, већ је неопходно узети само оне доминантне.

Оптимизација се врши у оквиру функција ограничења, а то су допуштени напони, допуштене деформације и допуштено време пригушења осциловања, као и нека технолошка ограничења. Такође, неопходно је да буде задовољена и стабилност носача, а такође и стабилност њених елемената.

За оптимизацију је потребно остварити аналитичку везу између критеријума оптимизације (функције циља – површине попречног пресека) и одговарајућих параметара конструкције (допуштеним напонима, деформацијама...), а такође и са променљивим параметрима (димензијама попречног пресека), [67].

Нека је $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ вектор заданих, а $\vec{y} = [y_1, y_2, \dots, y_m]$ вектор променљивих параметара, тада се функција циља изражава као $F = F(\vec{x}, \vec{y})$. Посматрани параметри морају да задовоље и једначине ограничења.

$$g_s(\vec{x}, \vec{y}) \leq 0, \quad s = 1, \dots, m \quad (4)$$

Задатак оптимизације може се формулисати и на следећи начин: при дефинисаном вектору познатих параметара \vec{x} , треба одредити одговарајуће вредности променљивих параметара:

$$\vec{y}_o = \vec{y}_o(\vec{x}), \quad (5)$$

при којима функција циља остварује минимум

$$F_o = \min_{\vec{y}} F(\vec{x}, \vec{y}) = F_o(\vec{x}). \quad (6)$$

У овом раду вектор променљивих параметара је

$$\bar{y} = [b, h], \quad (7)$$

а вектор задатих параметара

$$\bar{x} = [Q, d, s, e, f, L, \gamma, \psi, k_a, e_k, G_k, f_y, v, E, \rho, \alpha, K, m_o, K_f, \gamma_d, T_d \dots]. \quad (8)$$

У раду се посматрају следећи случајеви ограничења:

$$1. \text{ Критеријум чврстоће: } g_1 = \sigma_{\max} - \sigma_{k1} \leq 0; \quad (9)$$

$$2. \text{ Критеријум динамичке крутости: } g_2 = T - T_d \leq 0; \quad (10)$$

$$3. \text{ Критеријум локалне стабилности лимова: } g_3 = \sigma_{r2} - \sigma_{k2} \leq 0; \quad (11)$$

$$4. \text{ Критеријум бочне стабилности: } g_4 = \sigma_{r3} - \sigma_{k3} \leq 0; \quad (12)$$

$$5. \text{ Критеријум крутости: } g_{51} = f_v - f_{v,dop} \leq 0, \quad g_{52} = f_h - f_{h,dop} \leq 0; \quad (13)$$

Сада се може написати Лагранжова функција:

$$\Phi = A + \lambda_1 \cdot g_1 + \lambda_2 \cdot g_2 + \lambda_3 \cdot g_3 + \lambda_4 \cdot g_4 + \lambda_5 \cdot g_5, \quad (14)$$

при чему мора бити испуњено:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b} = 0; \frac{\partial A}{\partial b} + \lambda_1 \cdot \frac{\partial g_1}{\partial b} + \lambda_2 \cdot \frac{\partial g_2}{\partial b} + \lambda_3 \cdot \frac{\partial g_3}{\partial b} + \lambda_4 \cdot \frac{\partial g_4}{\partial b} + \lambda_5 \cdot \frac{\partial g_5}{\partial b} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial h} = 0; \frac{\partial A}{\partial h} + \lambda_1 \cdot \frac{\partial g_1}{\partial h} + \lambda_2 \cdot \frac{\partial g_2}{\partial h} + \lambda_3 \cdot \frac{\partial g_3}{\partial h} + \lambda_4 \cdot \frac{\partial g_4}{\partial h} + \lambda_5 \cdot \frac{\partial g_5}{\partial h} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_1} = 0; \Rightarrow g_1 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_2} = 0; \Rightarrow g_2 = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_3} = 0; \Rightarrow g_3 = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_4} = 0; \Rightarrow g_4 = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_5} = 0; \Rightarrow g_5 = 0 \quad (21)$$

Ако једначину (15) помножимо са $\frac{\partial A}{\partial h}$, а једначину (16) са $\frac{\partial A}{\partial b}$ и међусобно их одузмемо, добија се:

$$\lambda_1 \cdot \left(\frac{\partial g_1}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial g_1}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) + \lambda_2 \cdot \left(\frac{\partial g_2}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial g_2}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) + \lambda_3 \cdot \left(\frac{\partial g_3}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial g_3}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) + \lambda_4 \cdot \left(\frac{\partial g_4}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial g_4}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) + \lambda_5 \cdot \left(\frac{\partial g_5}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial g_5}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) = 0$$

Пошто је $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5 \neq 0$, добијају се следећи системи једначина:

$$1. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial b} \wedge g_1 = 0 - \text{критеријум чврстоће}, \quad (22)$$

$$2. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_2}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_2}{\partial b} \wedge g_2 = 0 - \text{критеријум динамичке крутости}, \quad (23)$$

$$3. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_3}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_3}{\partial b} \wedge g_3 = 0 - \text{критеријум локалне стабилности лимова}, \quad (24)$$

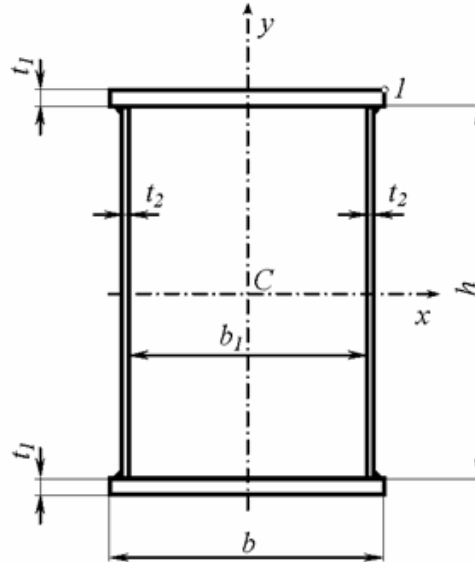
$$4. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_4}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_4}{\partial b} \wedge g_4 = 0 - \text{критеријум бочне стабилности}. \quad (25)$$

$$5. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_5}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_5}{\partial b} \wedge g_5 = 0 - \text{критеријум крутости}. \quad (26)$$

4.2 Функција циља и функције ограничења

4.2.1 Функција циља

Главни параметри који ће се анализирати су висина h и ширина b носача (Сл. 78). Остале величине посматрају се као константе.



Слика 78

Пре него што површина попречног пресека главног носача буде детаљно алализирана, неопходно је представити улазне параметре који су неопходни за сам процес оптимизације.

У раду се разматра случај када дизалица ради у затвореном простору, односно без утицаја ветра. Самим тим оптерећења која делују на главни носач спадају у I случај оптерећења, односно степен сигурности при провери чврстоће износи $\nu = 1,5$.

Челици од којих се ове дизалице израђују су: S235JRG2, S275JR и S355JR.

Главни носач (Сл. 79) посматра се као проста греда (Сл. 80) оптерећена у вертикалној и хоризонталној равни силама које су изазване притисцима точкова колица, тежином кабине и сопственом тежином.

Највећа оптерећења јављају се у пресеку I , тако да се он узима за анализу.

Треба напоменути да ће се укрућења, чија је улога да обезбеде геометријску неизмењивост облика попречног пресека носача, узимати по критеријуму 3, [39] за виткост s .

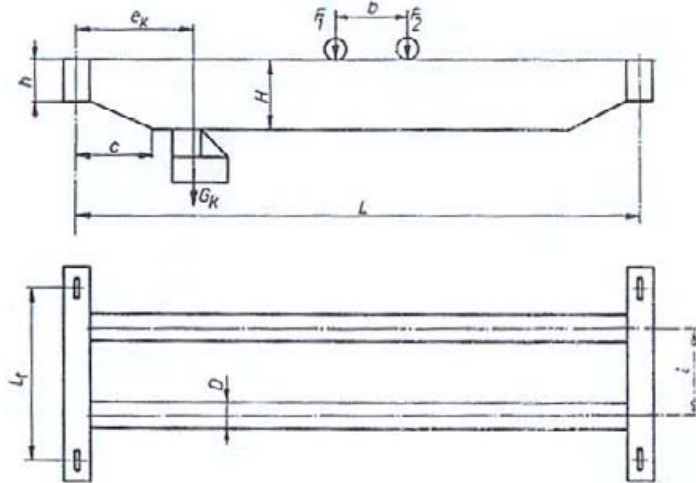
Што се тиче напонских стања која се јављају у главном носачу у пресеку I , поред нормалних напона изазваних моментима савијања, јављају се и тангенцијални напони који потичу од трансверзалних сила као и тангенцијални напони изазвани моментима увијања. Вредности ових тангенцијалних напона су релативно мала у односу на нормалне. Попречни пресек главног носача има велику торзиону крутост, пошто представља затворену структуру.

У раду се анализира случај када је шина изнад вертикалног лима, који се чешће користи у пракси.

Вредности напона не смеју бити већа од дозвољених, а за I случај оптерећења она износе:

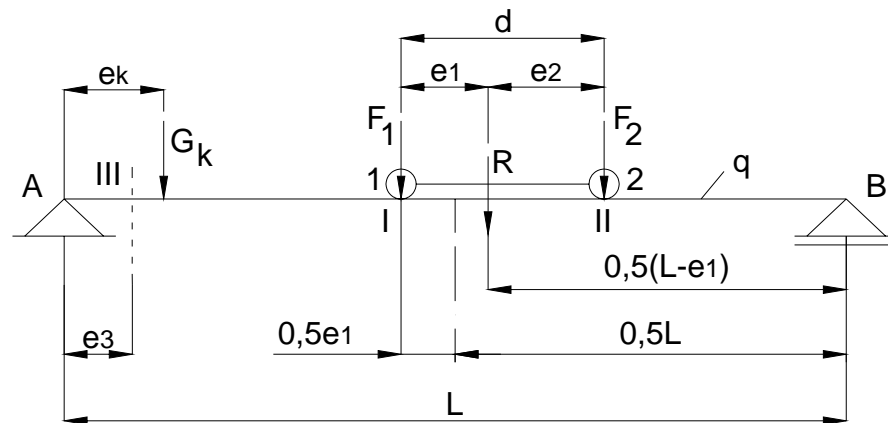
$$\sigma_{dop} = \frac{f_y}{1,5},$$

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења где је f_y напон течења.



Слика 79

Највећи момент савијања услед оптерећења колица са теретом на четири точка се налази у пресеку носача I (Сл. 80).



Слика 80

За одређивање сила која потичу од притиска точкова колица на главном носачу користе се следеће формуле [39]:

$$Q = 5 \div 16 t$$

$$F_1 \approx 1,4 \cdot \frac{\psi \cdot Q + m_k \cdot g}{4}, \quad F_{1h} \approx 1,4 \cdot \frac{Q + m_k \cdot g}{4} \cdot g \quad (27)$$

$$F_2 \approx 0,55 \cdot F_1, \quad F_{2h} \approx 0,55 \cdot F_{1h}$$

где је:

Q - носивост дизалице,

$\psi = 1,15$ - вредност динамичког коефицијента брзине дизања за оптималне услове рада, [39],

$m_k = m_o + K \cdot Q^\alpha$ - маса колица, где коефицијенти у датој релацији зависе од погонске класе.

Како су нормални напони изазвани моментима савијања доминантни у односу на тангенцијалне напоне, потребно је моменте савијања детаљније изанализирати и сагледати

од чега они зависе и које су максималне вредности ових момената у вертикалној и хоризонталној равни.

Максимална вредност момента савијања у вертикалној равни:

$$M_{v,\max} = M_{VI} = \gamma \cdot \left[\frac{R}{4 \cdot L} \cdot (L - e_1)^2 + \frac{q \cdot L^2}{8} + \frac{G_k \cdot e_k}{2 \cdot L} \cdot (L + e_1) \right], \quad (28)$$

односно:

$$M_{v,\max} = M_{VI} = \frac{\gamma}{4 \cdot L} \cdot [R \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)] + \gamma \cdot \frac{q \cdot L^2}{8} = M_{cv} + c \cdot A, \quad (29)$$

$$M_{cv} = \frac{\gamma}{4 \cdot L} \cdot [R \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)] - \text{момент савијања од спољашњег оптерећења,}$$

$c \cdot A$ - момент савијања од сопствене тежине (функција површине попречног пресека), где је:

$$c = 1,3 \cdot \gamma \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{L^2}{8} - \text{специфична тежина по дужном метру,}$$

γ - коефицијент погонске класе ($\gamma = 1,05$ - погонска класа 2, [39]),

L - распон мосне дизалице одређен диспозицијом хале,

G_k - тежина кабине,

e_k - растојање центра масе кабине од осе шине (може се усвојити приближно 2,5m, [39]),

$$e_1 = \frac{F_2 \cdot d}{R}, \quad d - \text{распон тачкова колица (зависи од носивости } Q),$$

$R = F_1 + F_2$ - резултујућа сила у вертикалној равни.

Максимална вредност момента савијања у хоризонталној равни:

$$M_{h,\max} = M_{VI} = \gamma \cdot \left[\frac{R_h}{4 \cdot L} \cdot (L - e_1)^2 + \frac{q \cdot L^2}{8} + \frac{G_k \cdot e_k}{2 \cdot L} \cdot (L + e_1) \right] \cdot k_a, \quad (30)$$

односно:

$$M_{h,\max} = M_{HI} = \frac{\gamma}{4 \cdot L} \cdot [R_h \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)] \cdot k_a + \gamma \cdot \frac{q \cdot L^2}{8} \cdot k_a = M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A, \quad (31)$$

$$M_{ch} = \frac{\gamma}{4 \cdot L} \cdot [R_h \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)] \cdot k_a - \text{момент савијања од спољашњег оптерећења,}$$

$k_a \cdot c \cdot A$ - момент савијања од сопствене тежине (функција површине попречног пресека),

$R_h = F_{1h} + F_{2h}$ - резултујућа сила у хоризонталној равни,

$k_a = 0,1$ - вредност за коефицијент убрзања, односно успорења, [39].

Површина попречног пресека гласи:

$$A(h, b) = 2 \cdot (b \cdot t_1 + h \cdot t_2) = 2 \cdot (b \cdot e \cdot t_2 + h \cdot t_2) = 2 \cdot (b \cdot e \cdot \frac{h}{s} + h \cdot \frac{h}{s}) = \frac{2}{s} \cdot (e \cdot b \cdot h + h^2) \equiv F \quad (32)$$

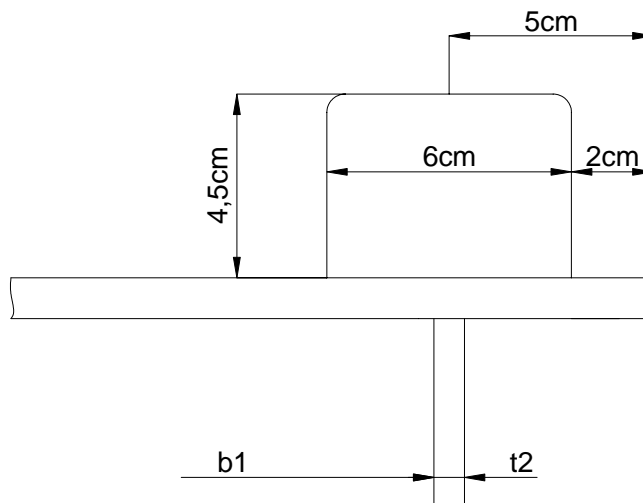
где је:

$$s = \frac{h}{t_2} - \text{однос који се креће у границама од } 100 \div 300, [39], \quad (33)$$

$$e = \frac{t_1}{t_2} - \text{однос који се креће у границама од } 1,2 \div 1,4, [39], \quad (34)$$

$$f = \frac{b_1}{b} < 1. \quad (35)$$

Вредност за f зависи од величине b_1 и од ширине шине (Сл. 81). Како су у питању носивости до 16 t, усваја се стандардна шина од вруће ваљане шипке правоугаоног попречног пресека, димензија 45x60.



Слика 81

$$f = \frac{b_1}{b_1 + 10 + t_2}, \quad (36)$$

Као што се може видети, геометријске карактеристике попречног пресека које су неопходне су следеће: I_x, I_y, W_x, W_y и S_{px} .

Моменти инерције попречног пресека морају, по овој методи, да се узму приближним формулама, јер са потпуно тачним изразима веома се тешко долази до резултата. Из тог разлога, ове геометријске карактеристике се могу написати на следећи начин.

$$I_x = \beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A, \quad W_x = \alpha_x \cdot h \cdot A, \quad S_{px} = \gamma_x \cdot h \cdot A,$$

$$I_y = \beta_y^2 \cdot b^2 \cdot A, \quad W_y = \alpha_y \cdot b \cdot A,$$

где су:

β_x - бездимензиони коефицијент облика главног момента инерције за x – осу,

β_y - бездимензиони коефицијент облика главног момента инерције за y – осу,

γ_x - бездимензиони коефицијент облика статичкг момента инерције за x – осу,

α_x - бездимензиони коефицијент облика отпорног момента инерције за x – осу,

α_y - бездимензиони коефицијент облика отпорног момента инерције за y – осу.

Неопходно је изразити ове коефицијенте облика приближним константама, и показати да је могуће њихово увођење.

Вредности момената инерције:

$$I_x = 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot t_2 \cdot h^3 + b \cdot t_1 \cdot \left(\frac{h}{2} + \frac{t_1}{2} \right)^2 \right] = \frac{1}{6} \cdot \frac{h}{s} \cdot h^3 + 2 \cdot b \cdot e \cdot t_2 \cdot \left(\frac{h+t_1}{2} \right)^2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{h^4}{s} + 2 \cdot b \cdot e \cdot \frac{h}{s} \cdot \frac{(s+e)^2}{4 \cdot s^2} \cdot h^2,$$

$$I_x = \frac{1}{6} \cdot \frac{h^4}{s} + \frac{1}{2} \cdot e \cdot b \cdot \frac{(s+e)^2}{s^3} \cdot h^3. \quad (37)$$

Сређивањем, добија се:

$$A = \frac{2}{s} \cdot (e \cdot b \cdot h + h^2) = \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e}{k} + 1 \right) \cdot h^2 = \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e+k}{k} \right) \cdot h^2 = \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e}{k} + 1 \right), \quad (38)$$

$$\beta_x^2 = \frac{I_x}{h^2 \cdot A} = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{h^4}{s} + \frac{1}{2} \cdot e \cdot b \cdot \frac{(s+e)^2}{s^3} \cdot h^3}{h^2 \cdot A} = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{h^4}{s} + \frac{1}{2} \cdot e \cdot b \cdot \frac{(s+e)^2}{s^3} \cdot h^3}{h^2 \cdot \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e+k}{k} \right) \cdot h^2} = \frac{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s+e)^2}{12 \cdot s^2 \cdot (e+k)}.$$

Коефицијент облика β_x гласи:

$$\beta_x^2 = \frac{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s+e)^2}{12 \cdot s^2 \cdot (e+k)}, \quad \beta_x = \frac{1}{2 \cdot s} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s+e)^2}{3 \cdot (e+k)}}, \quad (39)$$

где је:

$$k = \frac{h}{b}. \quad (40)$$

Израз за α_x добиће се као:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, \quad y_{\max} = \frac{h}{2} + t_1 = \frac{h}{2} + e \cdot t_2 = \frac{h}{2} + e \cdot \frac{h}{s} = h \cdot \frac{s+2 \cdot e}{2 \cdot s},$$

$$\alpha_x \cdot h \cdot A = \frac{\beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A}{y_{\max}} \Rightarrow \alpha_x = \beta_x^2 \cdot \frac{h}{h \cdot \frac{s+2 \cdot e}{2 \cdot s}} = \frac{2 \cdot s}{s+2 \cdot e} \cdot \beta_x^2,$$

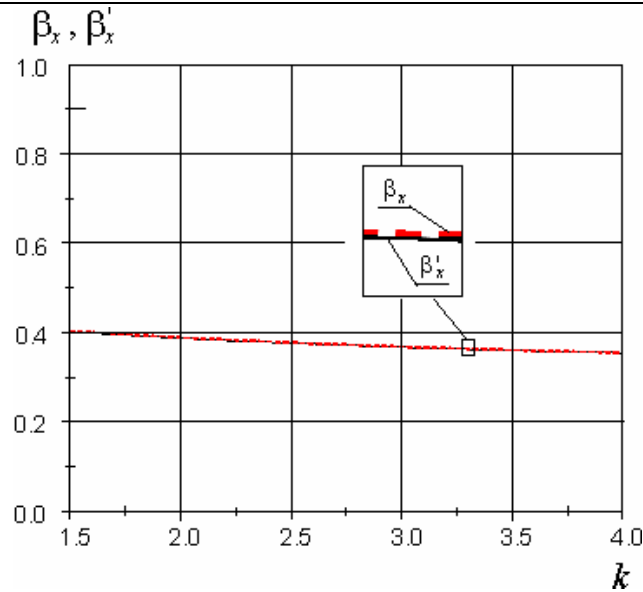
$$\alpha_x = \frac{2 \cdot s}{s+2 \cdot e} \cdot \beta_x^2. \quad (41)$$

Пошто је $s \gg e, k$, коефицијенти облика β_x и α_x могу се приближно записати и једноставнијим релацијама:

$$\beta_x^2 \approx \frac{k+3 \cdot e}{12 \cdot (e+k)}, \quad \beta_x \approx \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k+3 \cdot e}{3 \cdot (e+k)}}, \quad (42)$$

$$\alpha_x \approx 2 \cdot \beta_x^2 = \frac{k+3 \cdot e}{6 \cdot (e+k)}. \quad (43)$$

Ово се може приказати и графички како би се видело да су та одступања занемарљива, при чему су усвојени следећи подаци: $s = 170$, $e = 1,33$ (Сл. 82).



Слика 82

Сличан поступак може се применити и за коефицијенте облика α_y и β_y .

$$I_y = 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot t_1 \cdot b^3 + h \cdot t_2 \cdot \left(\frac{b_1 + t_2}{2} \right)^2 \right] = \frac{1}{6} \cdot e \cdot t_2 \cdot b^3 + 2 \cdot h \cdot \frac{h}{s} \cdot \left(\frac{b_1 + t_2}{2} \right)^2 = \frac{1}{6} \cdot e \cdot \frac{h}{s} \cdot b^3 + 2 \cdot \frac{h^2}{s} \cdot \frac{(f \cdot b + t_2)^2}{4},$$

$$I_y = \frac{1}{6} \cdot e \cdot \frac{h}{s} \cdot b^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{s} \cdot \frac{(f \cdot b \cdot s + h)^2}{s^2}. \quad (44)$$

Сређивањем, добија се:

$$\beta_y^2 = \frac{I_y}{b^2 \cdot A} = \frac{\frac{1}{6} \cdot e \cdot \frac{h}{s} \cdot b^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{s} \cdot \frac{(f \cdot b \cdot s + h)^2}{s^2}}{b^2 \cdot A} = \frac{\frac{1}{6} \cdot e \cdot \frac{h}{s} \cdot b^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{s} \cdot \frac{(f \cdot b \cdot s + h)^2}{s^2}}{b^2 \cdot \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e+k}{k} \right) \cdot h^2}.$$

Коефицијент облика β_y гласи:

$$\beta_y^2 = \frac{e \cdot s^2 + 3 \cdot k \cdot (f \cdot s + k)^2}{12 \cdot s^2 \cdot (e+k)}, \quad \beta_y = \frac{1}{2 \cdot s} \cdot \sqrt{\frac{e \cdot s^2 + 3 \cdot k \cdot (f \cdot s + k)^2}{3 \cdot (e+k)}}. \quad (45)$$

Израз за α_y добија се на следећи начин:

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}, \quad x_{\max} = \frac{b}{2},$$

$$\alpha_y \cdot b \cdot A = \frac{\beta_y^2 \cdot b^2 \cdot A}{x_{\max}} \Rightarrow \alpha_y = \beta_y^2 \cdot \frac{b}{\frac{b}{2}} = 2 \cdot \beta_y^2,$$

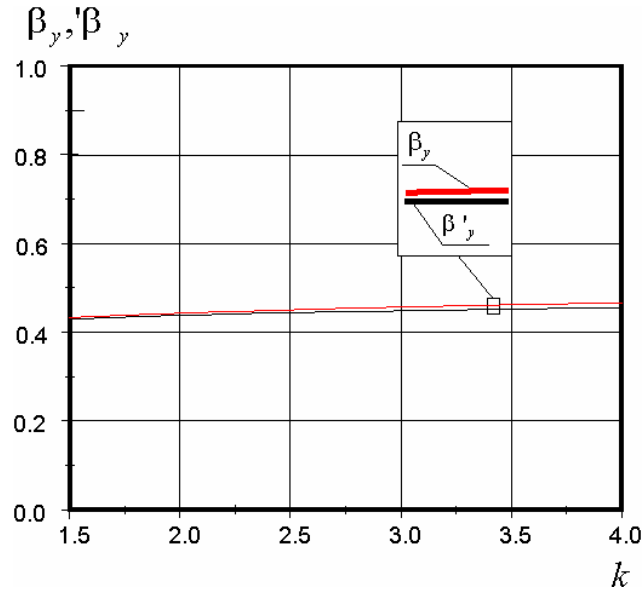
$$\alpha_y = 2 \cdot \beta_y^2. \quad (46)$$

Пошто је $s \gg e, k$, коефицијенти облика β_y и α_y могу се приближно записати и једноставнијим релацијама:

$$\beta_y^2 \approx \frac{3 \cdot k \cdot f^2 + e}{12 \cdot (e+k)}, \quad \beta_y \approx \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot f^2 + e}{3 \cdot (e+k)}}, \quad (47)$$

$$\alpha_y \approx 2 \cdot \beta_y^2 = \frac{3 \cdot k \cdot f^2 + e}{6 \cdot (e+k)}. \quad (48)$$

Ово се може приказати и графички како би се видело да су та одступања занемарљива, при чему су усвојени следећи подаци: $s = 170$, $e = 1,33$ и $f = 0,74$ (Сл. 83).



Слика 83

За даљу анализу значајно је дефинисати и однос ових коефицијената облика (Сл. 84):

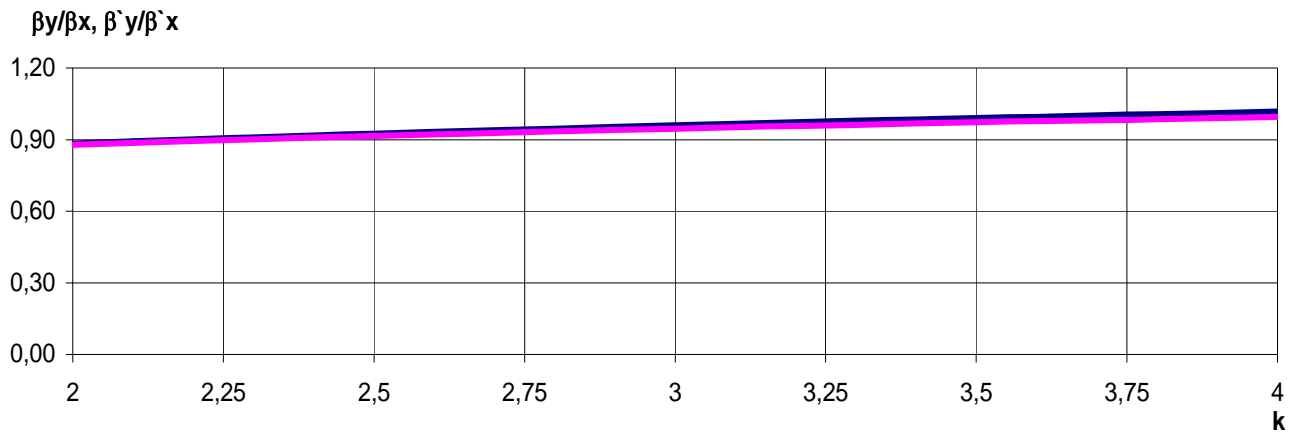
$$\frac{\beta_y^2}{\beta_x^2} = \frac{\frac{e \cdot s^2 + 3 \cdot k \cdot (f \cdot s + k)^2}{12 \cdot s^2 \cdot (e+k)}}{\frac{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s+e)^2}{12 \cdot s^2 \cdot (e+k)}} = \frac{e \cdot s^2 + 3 \cdot k \cdot (f \cdot s + k)^2}{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s+e)^2}; \quad \beta_y = \sqrt{\frac{e \cdot s^2 + 3 \cdot k \cdot (f \cdot s + k)^2}{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s+e)^2}}, \quad (49)$$

односно:

$$\frac{\beta_y^2}{\beta_x^2} \approx \frac{e + 3 \cdot k \cdot f^2}{k + 3 \cdot e}; \quad \frac{\beta_y}{\beta_x} \approx \sqrt{\frac{e + 3 \cdot k \cdot f^2}{k + 3 \cdot e}}. \quad (50)$$

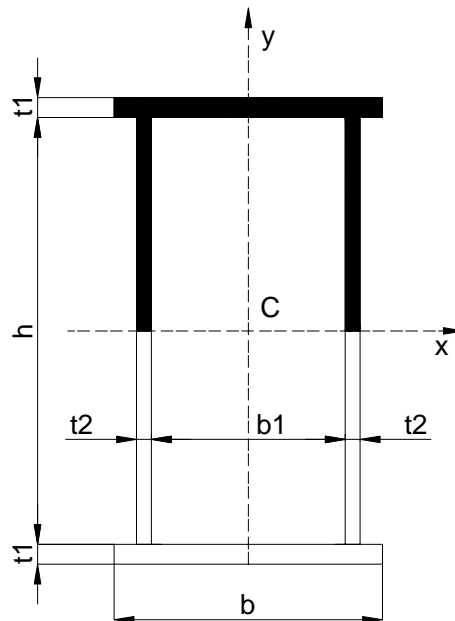
Такође,

$$\frac{\alpha_y}{\alpha_x} \approx \frac{2 \cdot \beta_y^2}{2 \cdot \beta_x^2} = \frac{e + 3 \cdot k \cdot f^2}{k + 3 \cdot e}. \quad (51)$$



Слика 84

Статички момент инерције за половину попречног пресека (Сл. 85) S_{px} је:



Слика 85

$$S_{px} = b \cdot t_1 \cdot \left(\frac{h}{2} + \frac{t_1}{2} \right) + 2 \cdot \frac{h}{2} \cdot t_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot t_1 \cdot (h + t_1) + \frac{1}{4} \cdot t_2 \cdot h^2 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot e \cdot t_2 \cdot (h + e \cdot t_2) + \frac{1}{4} \cdot t_2 \cdot h^2,$$

$$S_{px} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot e \cdot \frac{h}{s} \cdot (h + e \cdot \frac{h}{s}) + \frac{1}{4} \cdot \frac{h}{s} \cdot h^2 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot e \cdot h^2 \cdot \frac{(s+e)}{s^2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{h^3}{s}. \quad (52)$$

Сређивањем, добија се:

$$\gamma_x = \frac{S_{px}}{h \cdot A} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot e \cdot h^2 \cdot \frac{(s+e)}{s^2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{h^3}{s}}{h \cdot A} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot e \cdot h^2 \cdot \frac{(s+e)}{s^2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{h^3}{s}}{h \cdot \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e+k}{k} \right) \cdot h^2} = \frac{k \cdot s + 2 \cdot e \cdot (s+e)}{8 \cdot s \cdot (e+k)}.$$

Коефицијент облика γ_x гласи:

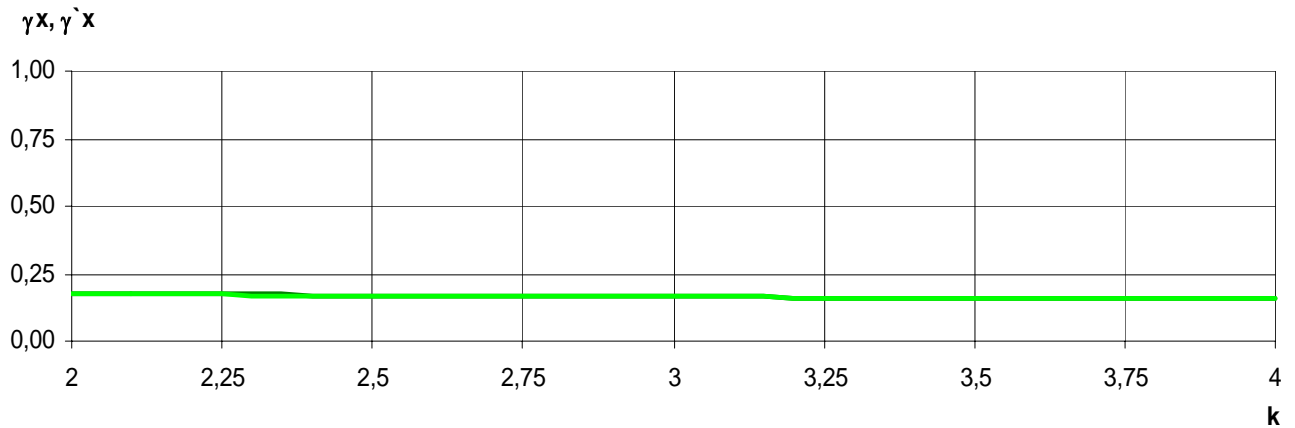
$$\gamma_x = \frac{k \cdot s + 2 \cdot e \cdot (s+e)}{8 \cdot s \cdot (e+k)}. \quad (53)$$

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

Пошто је $s \gg e, k$, коефицијент облика γ_x може се приближно записати и једноставнијом релацијом:

$$\gamma_x \approx \frac{k + 2 \cdot e}{8 \cdot (e + k)}. \quad (54)$$

Ово се може приказати и графички како би се видело да су та одступања занемарљива, при чему су усвојени следећи подаци: $s = 170$, $e = 1,33$ (Сл. 86).



Слика 86

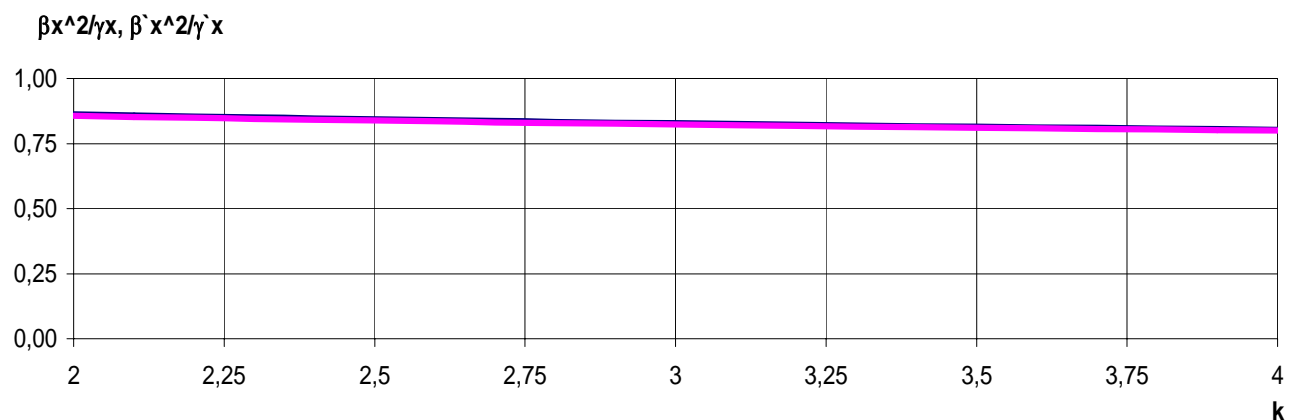
Однос коефицијената облика β_x^2 / γ_x гласи:

$$\frac{\beta_x^2}{\gamma_x} = \frac{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s + e)^2}{\frac{12 \cdot s^2 \cdot (e + k)}{8 \cdot s \cdot (e + k)}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{k \cdot s^2 + 3 \cdot e \cdot (s + e)^2}{k \cdot s^2 + 2 \cdot e \cdot s \cdot (s + e)}, \quad (55)$$

односно:

$$\frac{\beta_x^2}{\gamma_x} \approx \frac{2}{3} \cdot \frac{k + 3 \cdot e}{k + 2 \cdot e}. \quad (56)$$

Графички приказ овог односа приказан је на Сл. 87.



Слика 87

Коефицијенти облика имају приближно константне вредности на интервалу очекиваног решења, што потврђује оправданост апроксимације.

4.3 Функције ограничења

4.3.1 Критеријум чврстоће

4.3.1.1 Критеријум чврстоће за случај шине изнад вертикалног лима

$$\sigma_{\max} = \sigma_{u1} = \sigma_{zV1} + \sigma_{zH1} = \frac{M_{VI}}{W_{x1}} + \frac{M_{HI}}{W_{y1}} \leq \sigma_{k1}, \quad (57)$$

$W_{x1} = W_x, W_{y1} = W_y$ - одговарајући отпорно momenti инерције,

$$\sigma_{k1} = \sigma_{dop} = \frac{f_y}{1,5} - \text{допуштени напон.}$$

Функција ограничења (57) у овом случају има следећи облик:

$$g_1 = \sigma_{u1} - \sigma_{k1} = \frac{M_{VI}}{W_{x1}} + \frac{M_{HI}}{W_{y1}} - \sigma_{k1} \leq 0, \quad (58)$$

или

$$g_1 = g_1(h, b) = \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} - \sigma_{k1} \leq 0. \quad (59)$$

Примењујући метод Лагранжевог множитеља добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial b}. \quad (60)$$

Парцијални изводи гласе:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_1}{\partial b} &= \frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot \left[\frac{1}{b} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{1}{A} \cdot \left(-\frac{1}{b^2} \right) \right] + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot \left(-\frac{1}{b^2} \right); \\ \frac{\partial g_1}{\partial h} &= \frac{M_{cv}}{\alpha_x} \cdot \left[\frac{1}{h} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{1}{A} \cdot \left(-\frac{1}{h^2} \right) \right] + \frac{c}{\alpha_x} \cdot \left(-\frac{1}{h^2} \right) + \frac{M_{ch}}{\alpha_y \cdot b} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h}; \end{aligned} \quad (61)$$

односно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_1}{\partial b} &= - \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{b^2} \right]; \\ \frac{\partial g_1}{\partial h} &= - \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{M_{cv}}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{c}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right]; \end{aligned} \quad (62)$$

Заменом израза (62) у (60), добија се:

$$\begin{aligned} \frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{cv}}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{c}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \\ = \frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \end{aligned} \quad (63)$$

Сређивањем израза (63), добија се:

$$\frac{M_{cv}}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{c}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}, \quad (64)$$

односно:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}, \quad (65)$$

при чему су вредности парцијалних извода:

$$\frac{\partial A}{\partial b} = \frac{2}{s} \cdot e \cdot h; \quad \frac{\partial A}{\partial h} = \frac{2}{s} \cdot (e \cdot b + 2 \cdot h); \quad (66)$$

Користећи (59), добија се:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} = \sigma_{k1}. \quad (67)$$

Из система једначина (65) и (67) потребно је наћи оптималне димензије h и b по датом критеријуму, односно њихов однос k , (40).

Пошто је у питању систем нелинеарних алгебарских једначина, до решења је могуће доћи нумеричком методом, применом неког од софтверских пакета, или приближном методом користећи одговарајуће апроксимације.

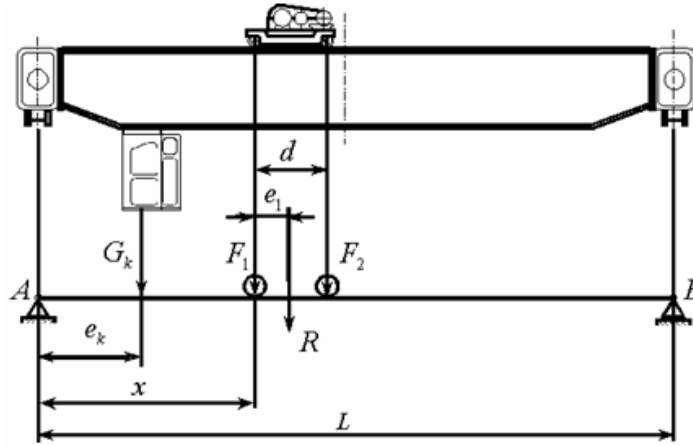
Пошто је момент од сопствене тежине значајно мањи од момента изазваног од активног оптерећења, може се записати:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A} \approx \frac{M_{cv}}{M_{ch}}, \quad (68)$$

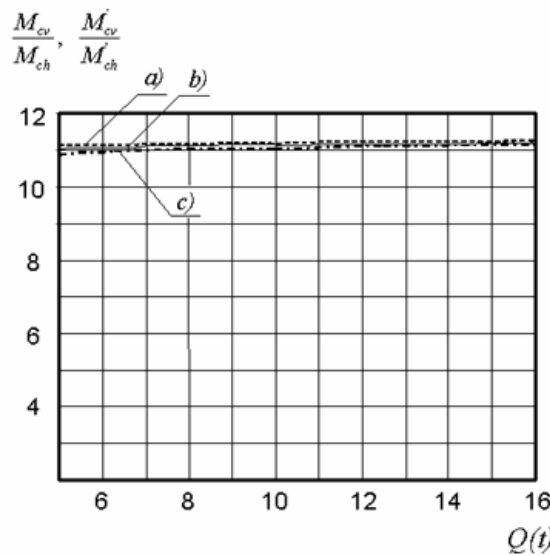
при чему је сада неопходно анализирати овај однос.

$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} = \frac{\frac{\gamma}{4 \cdot L} \cdot [R \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)]}{\frac{\gamma}{4 \cdot L} \cdot [R_h \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)] \cdot k_a} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{R \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)}{R_h \cdot (L - e_1)^2 + 2 \cdot G_k \cdot e_k \cdot (L + e_1)}. \quad (69)$$

Како је $e_k \approx 2,5m$, [39] знатно мање од распона дизалице L (Сл. 88), показује се на следећем дијаграму (Сл. 89) да утицај кабине није од претераног значаја за ову анализу, при чему се посматра погонска класа 2. Узета је тежина кабине $G_k = 15kN$ и распони $L = 10m$ и $L = 25m$.



Слика 88



Слика 89

Као што се види на овом дијаграму, одступања су врло мала и нису од значаја за даљу анализу. Ако је управљање са пода (без кабине), ове криве се поклапају. Види се да је са повећањем распона L , функција односа M_{cv}/M_{ch} ближа функцији M'_{cv}/M'_{ch} што се и очекује. Такође, ова разлика се смањује са повећањем носивости Q .

Сада се може записати:

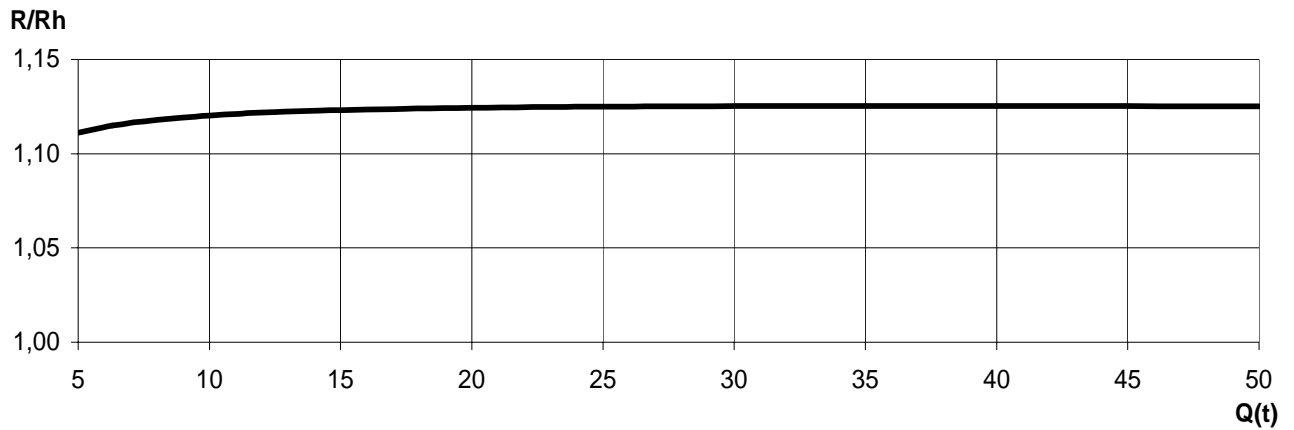
$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} \approx \frac{M'_{cv}}{M'_{ch}} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{R \cdot (L - e_1)^2}{R_h \cdot (L - e_1)^2} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{R}{R_h}, \quad (70)$$

односно:

$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{\psi \cdot Q + m_k}{Q + m_k} = \frac{\psi \cdot Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}{Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}. \quad (71)$$

Као што се види, ова релација зависи како од носивости, тако и од погонске класе. Овај однос се може представити и графички (Сл. 90).

Са Сл. 90 се види да овај однос за носивости до $Q = 20t$ има параболичан карактер, док за веће носивости он представља константну вредност.



Слика 90

Ако се однос (71) прикаже преко функција:

$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{f_1(Q)}{f_2(Q)} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{\psi \cdot Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}{Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}, \quad (72)$$

може се апроксимирати као:

$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} = \frac{1}{k_a} \cdot c_1, \quad c_1 = \frac{R}{R_h} = \frac{f_1(Q)}{f_2(Q)} = \frac{\psi \cdot Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}{Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}. \quad (73)$$

Ако се развије (73) у Тејлоров ред, израз (72) постаје,

$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{f_1(Q)}{f_2(Q)} \approx \frac{1}{k_a} \cdot \frac{f_1(Q_o) + (Q - Q_o) \cdot f_1'(Q_o)}{f_2(Q_o) + (Q - Q_o) \cdot f_2'(Q_o)}, \quad (74)$$

где је: $f_1'(Q_o) = \psi + \alpha \cdot K \cdot Q_o^{\alpha-1}$, $f_2'(Q_o) = 1 + \alpha \cdot K \cdot Q_o^{\alpha-1}$.

Зависно од носивости, за погонску класу 2, добија се:

$$Q = 5 \div 8t \quad c_1 = \frac{1,054 + 1,289 \cdot Q}{1,054 + 1,139 \cdot Q}, \quad Q = 10 \div 16t \quad c_1 = \frac{0,869 + 1,309 \cdot Q}{0,869 + 1,159 \cdot Q},$$

$$Q = 20 \div 50t \quad c_1 = \frac{0,176 + 1,342 \cdot Q}{0,176 + 1,192 \cdot Q}.$$

Сада се израз (65) може записати на следећи начин:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \approx \frac{M_{cv}}{M_{ch}} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{\alpha_x \cdot h^2}{\alpha_y \cdot b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}. \quad (75)$$

Дељењем израза (75) са чланом $\frac{\partial A}{\partial h}$, добија се:

$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial b} / \frac{\partial A}{\partial h} \right) = \frac{\alpha_x \cdot h^2}{\alpha_y \cdot b^2}. \quad (76)$$

Одговарајући парцијални изводи функције циља (38), по промењивама b и h гласе:

$$\frac{\partial A}{\partial b} = 2 \cdot e \cdot t_2; \quad \frac{\partial A}{\partial h} = 2 \cdot t_2; \quad (77)$$

Заменом релације

$$\left(\frac{\partial A}{\partial b} / \frac{\partial A}{\partial h} \right) = \frac{2 \cdot e \cdot t_2}{2 \cdot t_2} = e \quad (78)$$

у (76) добија се:

$$\frac{M_{cv}}{M_{ch}} \cdot e = \frac{\alpha_x \cdot h^2}{\alpha_y \cdot b^2}. \quad (79)$$

Трансформацијом израза (79) и користећи израз (73), коначно се добија:

$$k_\sigma^2 = \frac{h^2}{b^2} = \frac{e \cdot \alpha_y}{\alpha_x} \cdot \frac{M_{cv}}{M_{ch}} = \frac{e \cdot \alpha_y}{\alpha_x} \cdot \frac{c_1}{k_a}, \quad (80)$$

односно:

$$k_\sigma = \sqrt{\frac{e \cdot \alpha_y}{\alpha_x} \cdot \frac{M_{cv}}{M_{ch}}} = \sqrt{\frac{e \cdot \alpha_y}{\alpha_x} \cdot \frac{c_1}{k_a}}. \quad (81)$$

До тачнијег решења може се доћи на други начин, ако се релација (51) замени у израз (80):

$$k^3 + 3 \cdot e \cdot k^2 - 3 \cdot e \cdot \frac{f^2}{k_a} \cdot c_1 \cdot k - \frac{e^2}{k_a} \cdot c_1 = 0 \quad (82)$$

Решавањем једначине (82), добија се:

$$a_\sigma = 3 \cdot e, \quad b_\sigma = -3 \cdot e \cdot \frac{f^2}{k_a} \cdot c_1, \quad c_\sigma = -\frac{e^2}{k_a} \cdot c_1; \quad (83)$$

$$p_\sigma = b_\sigma - \frac{1}{3} \cdot a_\sigma^2, \quad q_\sigma = 2 \cdot \left(\frac{a_\sigma}{3} \right)^3 - \frac{a_\sigma \cdot b_\sigma}{3} + c_\sigma, \quad w_\sigma = \left(\frac{p_\sigma}{3} \right)^3 + \left(\frac{q_\sigma}{2} \right)^2, \quad (84)$$

$$u_\sigma = \sqrt[3]{-\frac{q_\sigma}{2} + \sqrt{w_\sigma}}, \quad v_\sigma = \sqrt[3]{-\frac{q_\sigma}{2} - \sqrt{w_\sigma}}; \quad (85)$$

Оптимална вредност односа висине и ширине носача h/b за критеријум чврстоће гласи:

$$k_\sigma = u_\sigma + v_\sigma - \frac{a_\sigma}{3}. \quad (86)$$

Када је познат однос k_σ , из једначине ограничења (67) одређује се висина носача.

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} - \sigma_{k1} = 0, \quad A = \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e}{k_\sigma} + 1 \right) \cdot h^2 = A_\sigma. \quad (87)$$

Из релација (87) добија се:

$$\frac{2}{s} \cdot \sigma_{k1} \cdot \left(\frac{e}{k_\sigma} + 1\right) \cdot h^3 - \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e}{k_\sigma} + 1\right) \cdot \left(\frac{c}{\alpha_x} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot k_\sigma\right) \cdot h^2 - \left(\frac{M_{cv}}{\alpha_x} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot k_\sigma\right) = 0,$$

односно:

$$h^3 - \frac{\left(\frac{c}{\alpha_x} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot k_\sigma\right)}{\sigma_{k1}} \cdot h^2 - \frac{s}{2} \cdot \frac{\left(\frac{M_{cv}}{\alpha_x} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot k_\sigma\right)}{\sigma_{k1} \cdot \left(\frac{e}{k_\sigma} + 1\right)} = 0. \quad (88)$$

Решавањем једначине (88), долази се до жељеног решења:

$$a_{h\sigma} = -\frac{\left(\frac{c}{\alpha_x} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot k_\sigma\right)}{\sigma_{k1}}, \quad c_{h\sigma} = -\frac{s}{2} \cdot \frac{\left(\frac{M_{cv}}{\alpha_x} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot k_\sigma\right)}{\sigma_{k1} \cdot \left(\frac{e}{k_\sigma} + 1\right)}; \quad (89)$$

$$p_{h\sigma} = -\frac{1}{3} \cdot a_{h\sigma}^2, \quad q_{h\sigma} = 2 \cdot \left(\frac{a_{h\sigma}}{3}\right)^3 + c_{h\sigma}, \quad w_{h\sigma} = \left(\frac{p_{h\sigma}}{3}\right)^3 + \left(\frac{q_{h\sigma}}{2}\right)^2, \quad (90)$$

$$u_{h\sigma} = \sqrt[3]{-\frac{q_{h\sigma}}{2} + \sqrt{w_{h\sigma}}}, \quad v_{h\sigma} = \sqrt[3]{-\frac{q_{h\sigma}}{2} - \sqrt{w_{h\sigma}}}; \quad (91)$$

Оптималне вредности висине и ширине носача према критеријуму чврстоће гласе:

$$h_\sigma = u_{h\sigma} + v_{h\sigma} - \frac{a_{h\sigma}}{3}, \quad b_\sigma = \frac{h_\sigma}{k_\sigma}. \quad (92)$$

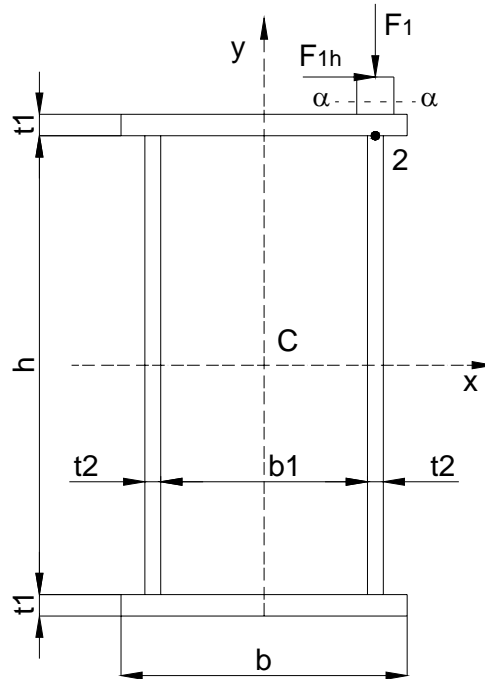
Функцију ограничења може се записати и у следећем облику:

$$A_\sigma = A(h) \geq \frac{\frac{M_{cv}}{\alpha_x} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y} \cdot k_\sigma}{\sigma_{k1} \cdot h - \frac{c}{\alpha_x} - \frac{k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot k_\sigma}. \quad (93)$$

Израз (93) представља функцију површине од висине h према критеријуму чврстоће.

Потребно је извршити доказ претпоставке да је тачка 1 меродавна за анализу према критеријуму чврстоће.

Поређење напона врши се у односу на тачку 2 (Сл. 91) у којој су такође велике вредности упоредног напона. Тачка 2 налази се на вертикалном лиму изнад које је заварена шина.



Слика 91

Пошто је у питању двоосно напонско стање, укупни напон у овој тачки рачуна се према хипотези највећег деформационог рада, и он износи:

$$\sigma_{u2} = \sqrt{(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2 - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot (\tau_{12} + \tau_{22})^2} \leq \sigma_{k1} \quad (94)$$

Такође, морају бити испуњени и парцијални услови:

$$\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2} \leq \sigma_{k1}, \quad \sigma_y \leq \sigma_{k1}, \quad \tau_{12} + \tau_{22} \leq 0,6 \cdot \sigma_{k1} \quad (95)$$

Компоненте нормалног напона су:

$$\sigma_{zV2} = \frac{M_{VI}}{W_{x2}} = \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_{x2} \cdot h \cdot A} \text{ - нормални напон у вертикалној равни;} \quad (96)$$

$$\sigma_{zH2} = \frac{M_{HI}}{W_{y2}} = \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_{y2} \cdot b \cdot A} \text{ - нормални напон у хоризонталној равни.} \quad (97)$$

Вредности отпорних момената са одговарајућим вредностима коефицијената облика α_{x2} и α_{y2} су:

$$W_{x2} = \alpha_{x2} \cdot h \cdot A = \frac{I_x}{y_2}, \quad I_x = \beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A, \quad y_2 = \frac{h}{2};$$

$$W_{x2} \cdot y_2 = \alpha_{x2} \cdot h \cdot A \cdot \frac{h}{2} = \beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A \Rightarrow \alpha_{x2} = 2 \cdot \beta_x^2 \quad (98)$$

$$W_{y_2} = \alpha_{y_2} \cdot b \cdot A = \frac{I_y}{x_2}, \quad I_y = \beta_y^2 \cdot b^2 \cdot A, \quad x_2 = \frac{b_1}{2} + \frac{t_2}{2} = \frac{b_1 + t_2}{2};$$

$$W_{y_2} \cdot x_2 = \alpha_{y_2} \cdot b \cdot A \cdot x_2 = \beta_y^2 \cdot b^2 \cdot A \Rightarrow \alpha_{y_2} = \frac{\beta_y^2 \cdot b}{x_2};$$

$$x_2 = \frac{f \cdot b + \frac{h}{s}}{2} = \frac{f \cdot b \cdot s + h}{2 \cdot s},$$

$$\alpha_{y_2} = \frac{\beta_y^2 \cdot b}{\frac{f \cdot b \cdot s + h}{2 \cdot s}} = \frac{2 \cdot s}{f \cdot s + k} \cdot \beta_y^2. \quad (99)$$

Као што се види, вредности ових коефицијената су веће од одговарајућих за тачку 1, нарочито коефицијент α_{y_2} .

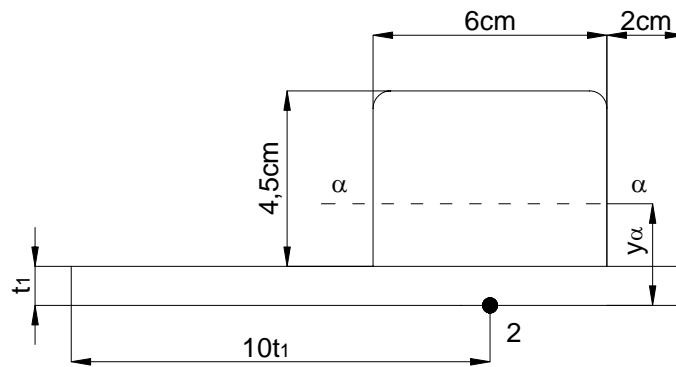
Утицај локалног притиска тачка на вертикални лим, гласи:

$$\sigma_y = \frac{\gamma \cdot F_1}{t_2 \cdot z_2}, \quad (100)$$

где је:

$$z_2 = 3,25 \cdot \sqrt[3]{\frac{I_\alpha}{t_2}} - \text{утицајна зона локалног притиска (cm)}. \quad (101)$$

С обзиром да је шина заварена за горњи појас, узима се момент инерције за осу $\alpha - \alpha$. Утицајна зона у појасном лиму износи $10 \cdot t_1$ од унутрашње стране вертикалног лима (Сл. 92).



Слика 92

Положај тежишне осе посматраног попречног пресека са Сл. 92, дефинише се према изразу:

$$y_\alpha = \frac{t_1 \cdot \left[10 \cdot t_1 + \left(\frac{6}{2} + 2 \right) \right] \cdot \frac{t_1}{2} + 4,5 \cdot 6 \cdot \left(\frac{6}{2} + t_1 \right)}{t_1 \cdot \left[10 \cdot t_1 + \left(\frac{6}{2} + 2 \right) \right] + 4,5 \cdot 6} = \frac{10 \cdot t_1^3 + 5 \cdot t_1^2 + 54 \cdot t_1 + 121,5}{2 \cdot (10 \cdot t_1^2 + 5 \cdot t_1 + 27)}; \quad (102)$$

$$I_\alpha = I_\alpha(t_1) = t_1 \cdot \left[10 \cdot t_1 + \left(\frac{6}{2} + 2 \right) \right] \cdot \left(y_\alpha - \frac{t_1}{2} \right)^2 + 4,5 \cdot 6 \cdot \left(\frac{4,5}{2} - y_\alpha - t_1 \right)^2 + \frac{4,5^3 \cdot 6}{12};$$

$$I_{\alpha} = I_{\alpha}(t_1) = (10 \cdot t_1^2 + 5 \cdot t_1) \cdot \left(y_{\alpha} - \frac{t_1}{2}\right)^2 + 27 \cdot \left(\frac{4,5}{2} - y_{\alpha} - t_1\right)^2 + \frac{4,5^3 \cdot 6}{12}. \quad (103)$$

Трансформисани израз за z_2 гласи:

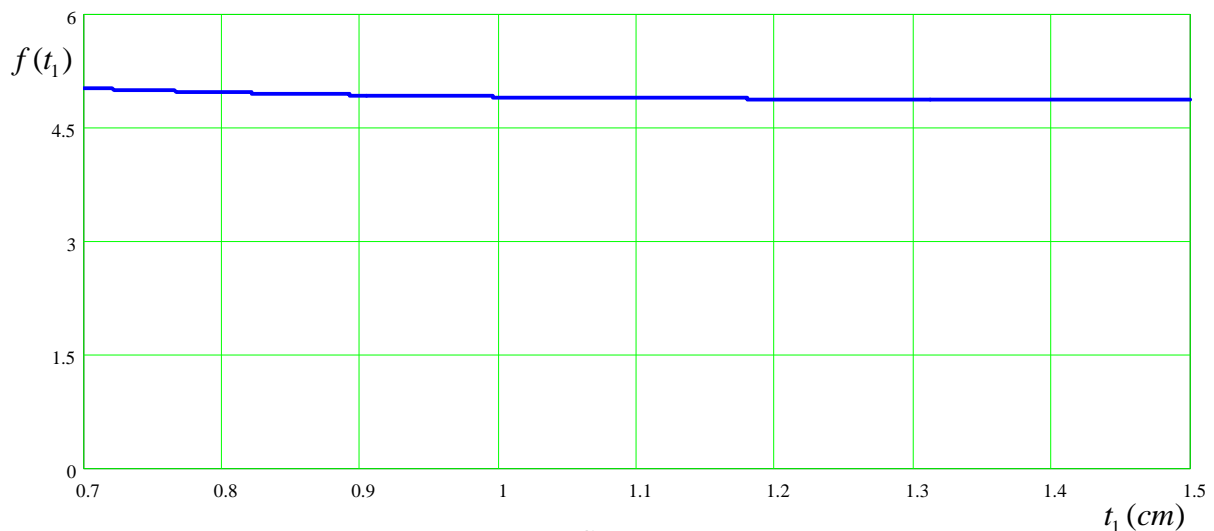
$$z_2 = 3,25 \cdot \sqrt[3]{\frac{I_{\alpha}}{t_2}} = 3,25 \cdot \sqrt[3]{\frac{I_{\alpha}}{t_1}} = 3,25 \cdot \sqrt[3]{\frac{e \cdot I_{\alpha}}{t_2}} = 3,25 \cdot \sqrt[3]{e} \cdot \sqrt[3]{\frac{I_{\alpha}}{t_1}};$$

$$z_2 = z_2(t_1) = 3,25 \cdot \sqrt[3]{e} \cdot \sqrt[3]{\frac{I_{\alpha}}{t_1}}. \quad (104)$$

Израз под кореном се може приближно записати и графички представити на следећи начин (Сл. 93):

$$\sqrt[3]{\frac{I_{\alpha}}{t_1}} = \sqrt[3]{\frac{(10 \cdot t_1^2 + 5 \cdot t_1) \cdot \left(y_{\alpha} - \frac{t_1}{2}\right)^2 + 27 \cdot \left(\frac{4,5}{2} - y_{\alpha} - t_1\right)^2 + \frac{4,5^3 \cdot 6}{12}}{t_1}} \approx$$

$$\approx 1,191 \cdot \sqrt[3]{\frac{40 \cdot t_1^4 + 380 \cdot t_1^3 + 1260 \cdot t_1^2 + 540 \cdot t_1 + 729}{(10 \cdot t_1^2 + 5 \cdot t_1 + 27) \cdot t_1}} = f(t_1) \quad (105)$$



Слика 93

Посматране су стандардне дебљине које се препоручују $t_1 = 0,7 \div 1,5$ cm.

Као што се види, ова зависност је блиска константи, тако да се може усвојити средња вредност 4,896, тако да израз за z_2 гласи:

$$z_2 = 15,91 \cdot \sqrt[3]{e} \text{ (cm)}. \quad (106)$$

Утицај локалног притиска точка на вертикални лим σ_y , може се трансформисати на следећи начин:

$$\sigma_y = \frac{\gamma \cdot F_1}{t_2 \cdot z_2} = \frac{\gamma \cdot F_1}{\frac{h}{s} \cdot 15,91 \cdot \sqrt[3]{e}} = \frac{\gamma \cdot F_1}{C_y \cdot h}, \quad (107)$$

где је:

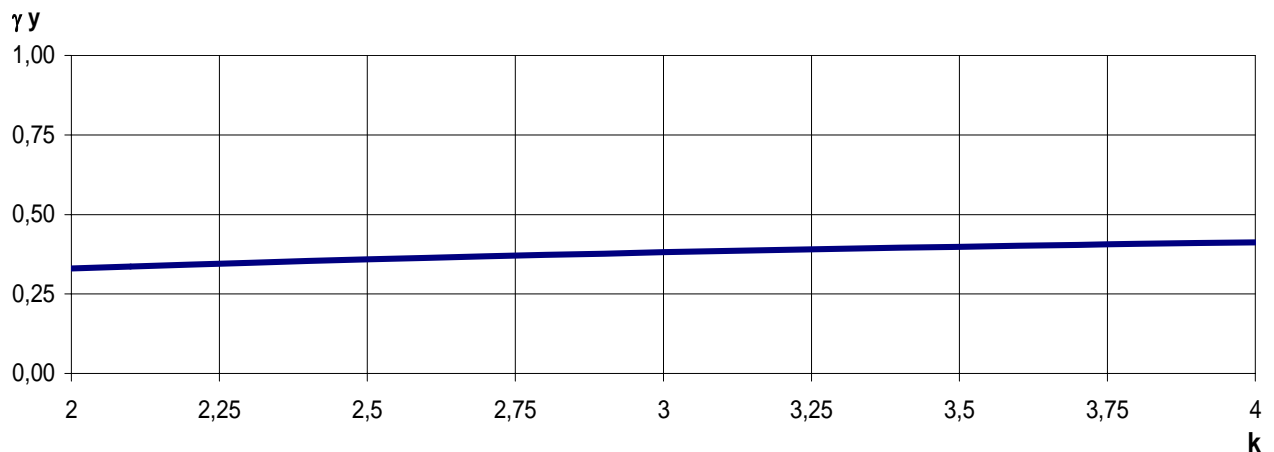
$$C_y = \frac{15,91 \cdot \sqrt[3]{e}}{s} - \text{константа (cm)}. \quad (108)$$

Израз (108) може се изразити у функцији од површине попречног пресека на следећи начин:

$$C_y \cdot h = \frac{15,91 \cdot \sqrt[3]{e}}{s} \cdot h = 15,91 \cdot \frac{\gamma_y \cdot A}{h} \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{e} \cdot h^2}{s} = \gamma_y \cdot A \Rightarrow \gamma_y = \frac{\sqrt[3]{e} \cdot h^2}{s \cdot A}.$$

Коефицијент облика γ_y , гласи:

$$\gamma_y = \frac{\sqrt[3]{e} \cdot h^2}{s \cdot A} = \frac{\sqrt[3]{e} \cdot h^2}{s \cdot \frac{2}{s} \cdot (e \cdot b \cdot h + h^2)} = \frac{\sqrt[3]{e} \cdot h}{2 \cdot (e \cdot b + h)} = \frac{\sqrt[3]{e} \cdot k}{2 \cdot (e + k)}. \quad (109)$$



Слика 94

На Сл. 94 види се како се овај коефицијент мења у функцији од k .

Сада се релација (107) може написати као:

$$\sigma_y = \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,91 \cdot \gamma_y \cdot A}. \quad (110)$$

Тангенцијални напон смицања, гласи:

$$\tau_{12} = \frac{F_{T1} \cdot S_{x2}}{I_x \cdot 2 \cdot t_2}, \quad (111)$$

где је:

величина трансверзалне силе у пресеку I (занемарујући утицај сопствене тежине носача), [39]:

$$F_{T1} = F_A - \gamma \cdot G_k, \quad (112)$$

односно:

$$F_{T1} = F_A - \gamma \cdot G_k = \gamma \cdot \left[R \cdot \frac{L - e_1}{2 \cdot L} + G_k \cdot \frac{L - e_k}{L} \right] - \gamma \cdot G_k = \frac{\gamma}{2 \cdot L} \cdot \left[R \cdot (L - e_1) - 2 \cdot G_k \cdot e_k \right]. \quad (113)$$

Ради поједностављења проблема, узима се средња вредност овог напона, што је на страни сигурности за посматрану тачку 2, тако да сада израз (111) постаје:

$$\tau_{12} \approx \tau_{12, sr} = \frac{F_{TI}}{A}. \quad (114)$$

Тангенцијални напон увијања, гласи:

$$\tau_{22} = \frac{M_{TA}}{A^* \cdot 2 \cdot t_2}, \quad (115)$$

где је:

величина момента увијања, [39]:

$$M_{TA} = (M_{T1} + M_{T2}) \cdot \frac{L - e_1}{2 \cdot L}, \quad (116)$$

$$M_{T1} = \gamma \left[F_1 \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{t_2}{2} \right) + k_a \cdot F_{1h} \cdot \left(\frac{h}{2} + t_1 + 4,5 \right) \right],$$

$$M_{T2} = \gamma \left[F_2 \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{t_2}{2} \right) + k_a \cdot F_{2h} \cdot \left(\frac{h}{2} + t_1 + 4,5 \right) \right],$$

$$M_{T1} + M_{T2} = \gamma \cdot \left[R \cdot \frac{b_1 + t_2}{2} + k_a \cdot R_h \cdot \frac{h + 2 \cdot t_1 + 9}{2} \right] = \frac{\gamma \cdot R_h}{2} \cdot (c_1 \cdot (b_1 + t_2) + k_a \cdot (h + 2 \cdot t_1 + 9));$$

$$A^* = (h + t_1) \cdot (b_1 + t_2). \quad (117)$$

Израз (115) се може написати као:

$$\tau_{22} = \frac{M_{TA}}{W_t}, \quad (118)$$

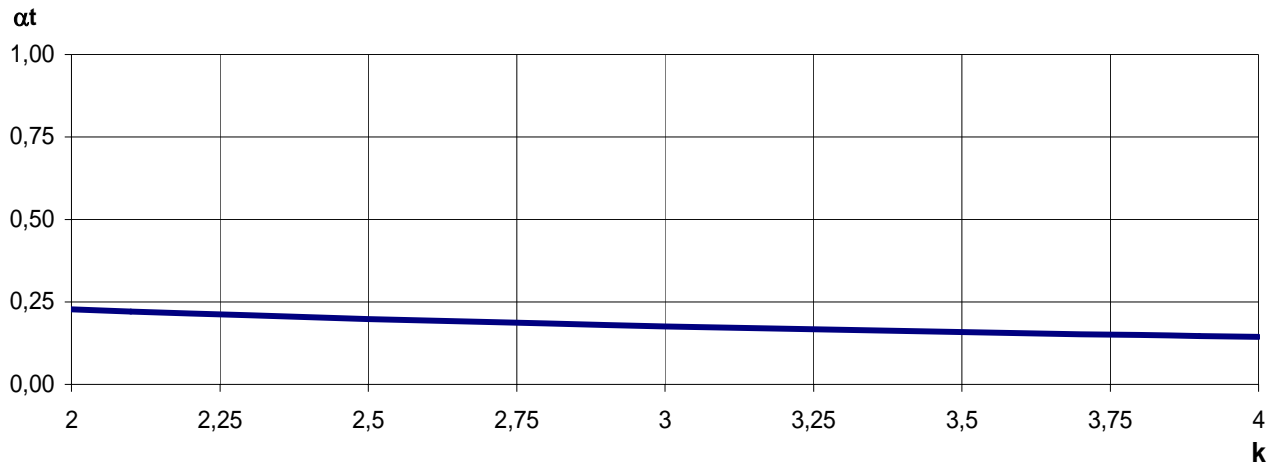
$$W_t = A^* \cdot 2 \cdot t_2. \quad (119)$$

Члан W_t може се написати у функцији коефицијента облика α_t :

$$W_t = A^* \cdot 2 \cdot t_2 = \alpha_t \cdot A \cdot h \Rightarrow \alpha_t = \frac{A^* \cdot 2 \cdot t_2}{A \cdot h};$$

$$\alpha_t = \frac{A^* \cdot 2 \cdot t_2}{A \cdot h} = \frac{(h + t_1) \cdot (b_1 + t_2) \cdot 2 \cdot t_2}{A \cdot h} = \frac{2 \cdot \left(f \cdot b + \frac{h}{s} \right) \cdot \left(h + e \cdot \frac{h}{s} \right)}{\frac{2}{s} \cdot (e \cdot b \cdot h + h^2) \cdot h} = \frac{(f \cdot s + k) \cdot (s + e)}{s^2 \cdot (e + k)}. \quad (120)$$

На Сл. 95 приказана је промена коефицијент облика α_t у функцији од коефицијента k :



Слика 95

Вредност овог коефицијента није приближно константна, тако да се израз за M_{TA} може написати као:

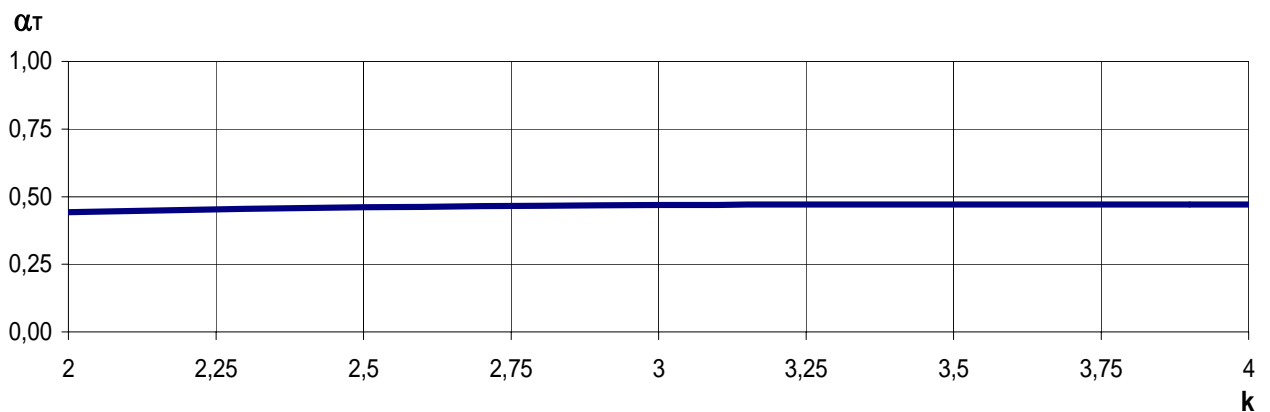
$$M_{TA} = (M_{T1} + M_{T2}) \cdot \frac{L - e_1}{2 \cdot L} \approx \frac{\gamma \cdot R_h}{2} \cdot (c_1 \cdot f \cdot b + k_a \cdot h) \cdot \frac{L}{2 \cdot L} = \frac{\gamma \cdot R_h}{4} \cdot (c_1 \cdot f \cdot b + k_a \cdot h). \quad (121)$$

Сада израз (118) добија следећи облик:

$$\tau_{22} = \frac{\gamma \cdot R_h}{4} \cdot \frac{c_1 \cdot f \cdot b + k_a \cdot h}{\alpha_t \cdot A \cdot h} = \frac{\gamma \cdot R_h}{4} \cdot \frac{c_1 \cdot f + k_a \cdot k}{\alpha_t \cdot A \cdot h} \cdot b = \frac{\gamma \cdot R_h}{4 \cdot \alpha_t \cdot A}, \quad (122)$$

$$\alpha_T = \frac{k \cdot \alpha_t}{c_1 \cdot f + k_a \cdot k}. \quad (123)$$

На Сл. 96 приказан је коефицијент облика α_T :



Слика 96

Као што се може приметити, сада је вредност коефицијента облика α_T приближна константи.

Саме вредности оба тангенцијална напона су врло мале, и знатно мање у односу на нормалне напоне.

Укупни тангенцијални напон гласи:

$$\tau = \tau_{12} + \tau_{22} = \frac{F_{II}}{A} + \frac{\gamma \cdot R_h}{4 \cdot \alpha_T \cdot A} = \frac{F_t}{A}, \quad (124)$$

где је:

$$F_t = F_{II} + \frac{\gamma \cdot R_h}{4 \cdot \alpha_T}. \quad (125)$$

Како су приказани сви чланови израза (94), сада се може анализирајући који је услов критичан са становишта максималног напона.

Потребно је доказати да је услов $\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2} \leq \sigma_{k1}$ критичан у односу на (94) у условима који се разматрају, односно да је:

$$(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 \geq (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2 - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2. \quad (126)$$

Одговарајућим трансформацијама, добија се:

$$(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y \geq \sigma_y^2 + 3 \cdot \tau^2. \quad (127)$$

Ако се члан τ занемари као величина знатно мања у односу на нормални напон, добија се:

$$(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y \geq \sigma_y^2 \Leftrightarrow \sigma_{zV2} + \sigma_{zH2} \geq \sigma_y. \quad (128)$$

Израз (128) представља потребан услов да вредност $\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}$ буде максимална вредност напона у тачки 2.

Израз (128) може се написати на следећи начин:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_{x2} \cdot h \cdot A} + \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_{y2} \cdot b \cdot A} \geq \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A} \Leftrightarrow \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_{x2} \cdot h} + \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_{y2} \cdot b} \geq \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,03 \cdot \gamma_y}. \quad (129)$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$34,5 \cdot \sqrt[3]{e} \cdot s \cdot k \cdot \frac{(L - e_1)^2}{L} \cdot (Q + m_k) \cdot (\alpha_{y2} \cdot c_1 + \alpha_{x2} \cdot k \cdot k_a) + 613,4 \cdot \sqrt[3]{e} \cdot L^2 \cdot (\alpha_{y2} + \alpha_{x2} \cdot k \cdot k_a) \cdot (e + k) \cdot \left(\frac{L}{X}\right)^2 \geq \\ \geq 1120 \cdot s \cdot \alpha_{x2} \cdot \alpha_{y2} \cdot (\psi \cdot Q + m_k) \cdot (e + k) \cdot \left(\frac{L}{X}\right)^2 \Leftrightarrow f_z(L) \geq f_y(L), \quad (130)$$

где је :

$$X = L/h = 14 \div 20 - \text{препоручена вредност односа распона и висине, [39]}. \quad (131)$$

Релација (130) се може приказати узимајући следеће податке: погонска класа 2, S235JRG2, $s = 210$, $e = 1,4$ и $f = 0,74$, при чему су усвојене екстремне вредности параметара.

Ако се усвоје просечне вредности $X = 17$ и $k = 2,5$, добија се дијаграм (Сл. 97), при чему се посматра минимална носивост $Q = 5t$ и максимална носивост $Q = 16t$.

На Сл. 97 види се да је овај услов испуњен, и у којој се мери мења однос функција са повећањем распона L . У даљим приказима посматра се носивост $Q = 16t$.

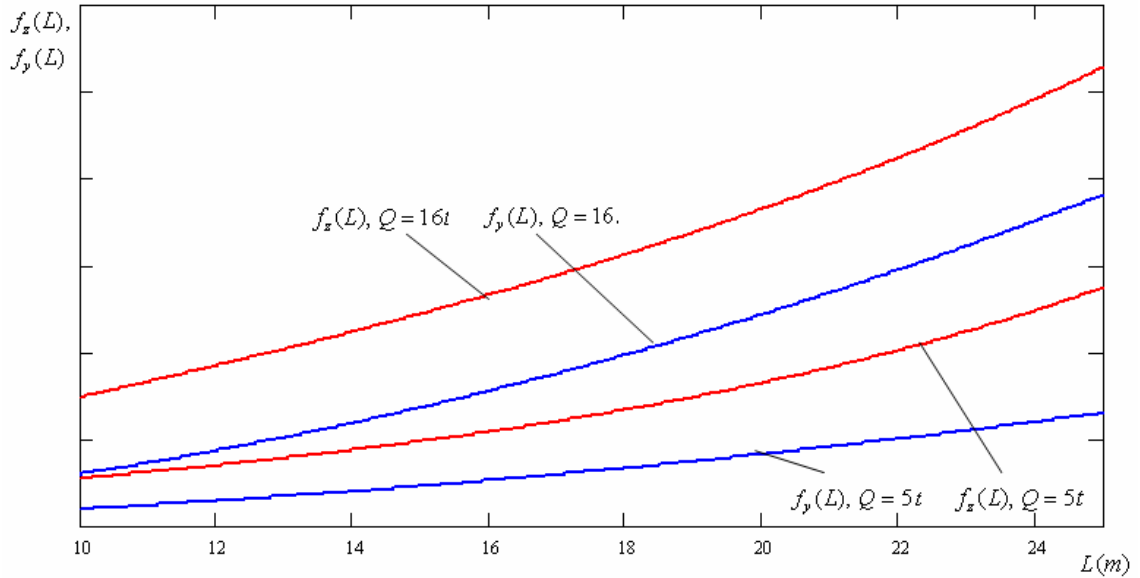
Ако се изврши варијација коефицијента односа висине и ширине k , види се у којој мери он утиче на разлику посматраних функција (Сл. 98), при чему се посматрају коефицијенти $k = 2$ и $k = 3$.

На Сл. 98 види се да је овај услов испуњен, и у којој се мери мења однос функција са повећањем распона L . Види се да са повећањем односа k расте и разлика између ових функција, нарочито са повећањем распона L .

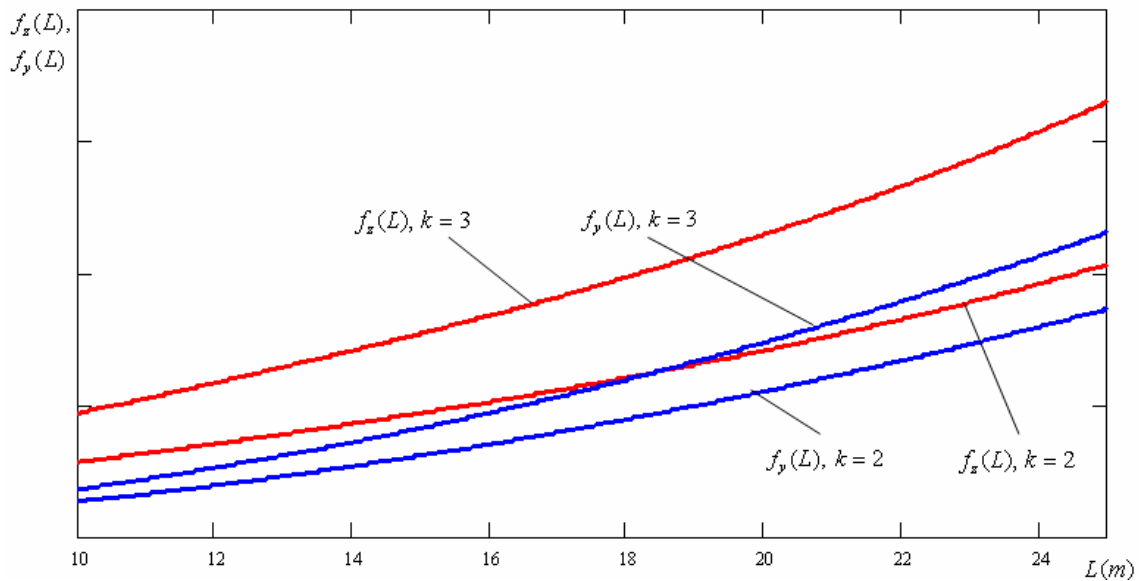
4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

Ако се задржи просечан однос $k = 2,5$, види се како се мења разлика ових функција са променом X односа распона и висине носача (Сл. 99), при чему се посматрају односи $X = 15$ и $X = 20$.

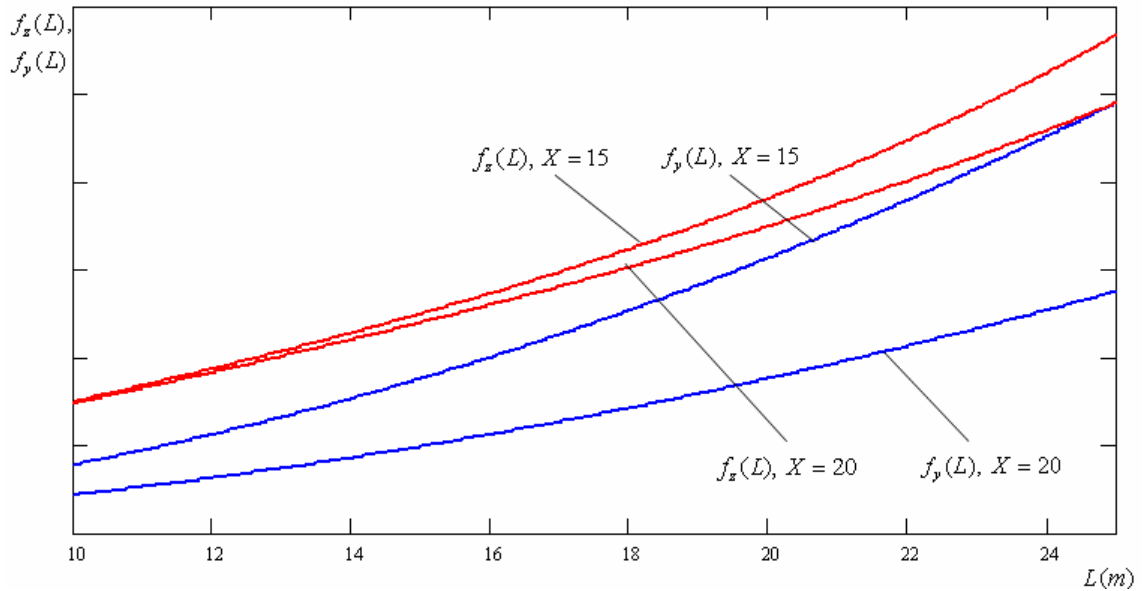
На Сл. 99 види се да је овај услов испуњен, и у којој се мери мења однос функција са повећањем распона L . Видимо да се са повећањем односа X , повећава разлика између ових функција, нарочито са повећањем распона L .



Слика 97



Слика 98



Слика 99

Као што се може закључити, за услове у којима се посматра проблем, вредност напона $\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}$ већа је од вредности у релацији (94) и да је овај парцијални услов меродаван.

Како је:

$$\sigma_{zV1} + \sigma_{zH1} > \sigma_{zV2} + \sigma_{zH2},$$

закључује се да је тачка 1 заиста меродавна за критеријум чврстоће.

Ако се примени метод Лагранжевог множитеља за релацију (94), добија се:

$$g_{12} = \sigma_{u2} - \sigma_{dop} = \sqrt{(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2} - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2 - \sigma_{k1} \leq 0, \quad (132)$$

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial b}. \quad (133)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2} - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2} \cdot \frac{\partial}{\partial h} [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2 - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \\ & = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2} - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2} \cdot \frac{\partial}{\partial b} [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2 - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2] \cdot \frac{\partial A}{\partial h}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial h} [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2 - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \\ & = \frac{\partial}{\partial b} [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2})^2 + \sigma_y^2 - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau^2] \cdot \frac{\partial A}{\partial h}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial b} \right) + 2 \cdot \sigma_y \cdot \frac{\partial \sigma_y}{\partial b} - \sigma_y \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial b} \right) - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \frac{\partial \sigma_y}{\partial b} + 6 \cdot \tau \cdot \frac{\partial \tau}{\partial b} \right] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \\ & = \left[2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial h} \right) + 2 \cdot \sigma_y \cdot \frac{\partial \sigma_y}{\partial h} - \sigma_y \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial h} \right) - (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) \cdot \frac{\partial \sigma_y}{\partial h} + 6 \cdot \tau \cdot \frac{\partial \tau}{\partial h} \right] \cdot \frac{\partial A}{\partial b}. \end{aligned}$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial b} \right) \cdot [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial b} \cdot [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + 6 \cdot \tau \cdot \frac{\partial \tau}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \\ & = \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial h} \right) \cdot [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial h} \cdot [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + 6 \cdot \tau \cdot \frac{\partial \tau}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b}. \end{aligned}$$

Како је: $\tau = \frac{F_t}{A}$, $\frac{\partial \tau}{\partial b} = -\frac{F_t}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b}$, $\frac{\partial \tau}{\partial h} = -\frac{F_t}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}$, заменом у претходни израз, добија се:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial b} \right) \cdot [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial b} \cdot [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - 6 \cdot \tau \cdot \frac{F_t}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \\ & = \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial h} \right) \cdot [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial h} \cdot [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - 6 \cdot \tau \cdot \frac{F_t}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b}, \\ & \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial b} \right) \cdot [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial b} \cdot [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \\ & = \left(\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial h} \right) \cdot [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial h} \cdot [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \frac{\partial A}{\partial b}. \end{aligned} \quad (134)$$

Парцијални изводи имају следеће вредности:

$$\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial b} = \frac{M_{cv}}{\alpha_{x2} \cdot h} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b}, \quad \frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial h} = \frac{M_{cv}}{\alpha_{x2}} \cdot \left[\frac{1}{h} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{1}{A} \cdot \left(-\frac{1}{h^2} \right) \right] + \frac{c}{\alpha_{x2}} \cdot \left(-\frac{1}{h^2} \right),$$

$$\frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial b} = \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2}} \cdot \left[\frac{1}{b} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{1}{A} \cdot \left(-\frac{1}{b^2} \right) \right] + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_{y2}} \cdot \left(-\frac{1}{b^2} \right), \quad \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial h} = \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2} \cdot b} \cdot \left(-\frac{1}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h};$$

$$\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial b} = - \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_{x2} \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2} \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2}} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_{y2}} \cdot \frac{1}{b^2} \right];$$

$$\frac{\partial \sigma_{zV2}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zH2}}{\partial h} = - \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_{x2} \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{M_{cv}}{\alpha_{x2}} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{c}{\alpha_{x2}} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2} \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right];$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial b} = - \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b},$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial h} = - \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{\gamma \cdot F_1}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A} = - \left(\frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\gamma \cdot F_1}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A} \right);$$

Заменом парцијалних извода у израз (134), добија се:

$$\begin{aligned} & - [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_{x2} \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2} \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2}} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{k_a \cdot c}{\alpha_{y2}} \cdot \frac{1}{b^2} \right] \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \\ & + [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \\ & = - [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] \cdot \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_{x2} \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{M_{cv}}{\alpha_{x2}} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{c}{\alpha_{x2}} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{M_{ch}}{\alpha_{y2} \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \\ & + [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y] \cdot \left(\frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\gamma \cdot F_1}{15,03 \cdot \gamma_y \cdot A} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b}. \end{aligned}$$

Након сређивања, коначно се добија:

$$\left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_{x2} \cdot h^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_{y2} \cdot b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right) \cdot [2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y] =$$

$$= - \frac{\gamma \cdot F_1}{15,03 \cdot \gamma_y} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \cdot [(\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y]. \quad (135)$$

Из система једначина (94) и (135) могу се одредити непознати параметри.

Из израза (135) види се да је ова једнакост испуњена ако су задовољени услови:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_{x2} \cdot h^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_{y2} \cdot b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \wedge (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - 2 \cdot \sigma_y = 0. \quad (136)$$

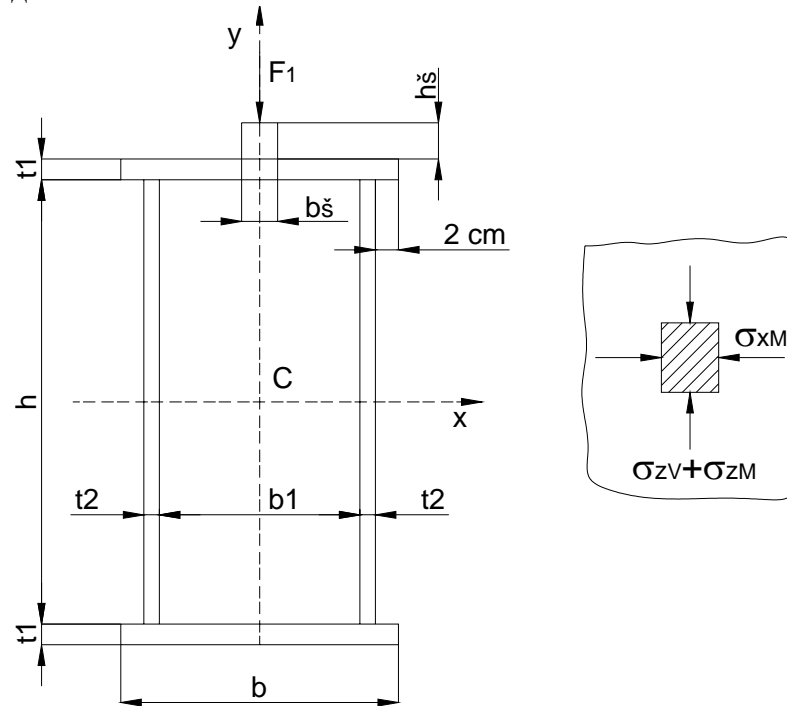
Пошто је $2 \cdot (\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}) - \sigma_y \neq 0$, $\frac{\partial A}{\partial b} \neq 0$, $\frac{\partial A}{\partial h} \neq 0$,

види се да је леви члан израза (136) потпуно идентична релацији (65). Из десног члана израза закључује се да је критичнији напон у овој тачки, ако се узме из парцијалног услова $\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2}$, пошто је $\sigma_{zV2} + \sigma_{zH2} > \sigma_y$.

На овај начин је потврђено да је за анализу оптимизације према критеријум чврстоће, меродавна тачка 1.

4.3.1.2 Критеријум чврстоће за случај шине на средин носача

Максимални напон који се јавља у овом случају налази се на средини појаса испод шине (Сл. 100), и његова вредност износи:



Слика 100

$$\sigma_{\max} = \sigma_u = \sqrt{(\sigma_{zV} + \sigma_{zM})^2 + \sigma_{xM}^2} - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \sigma_{xM} \leq \sigma_{k1} \quad (137)$$

Такође, морају бити испуњени и парцијални услови:

$$\sigma_z = \sigma_{zV} + \sigma_{zM} \leq \sigma_{k1}, \quad (138)$$

$$\sigma_{xM} \leq \sigma_{k1}. \quad (139)$$

Услед контакта шине и појасног лима при проласку колица јавља се локално савијање лима и појава двоосног стања нормалних напона.

Нормални напон услед локалног савијања у подужном правцу носача, добијен на основу једнакости деформација шине и појасне плоче износи:

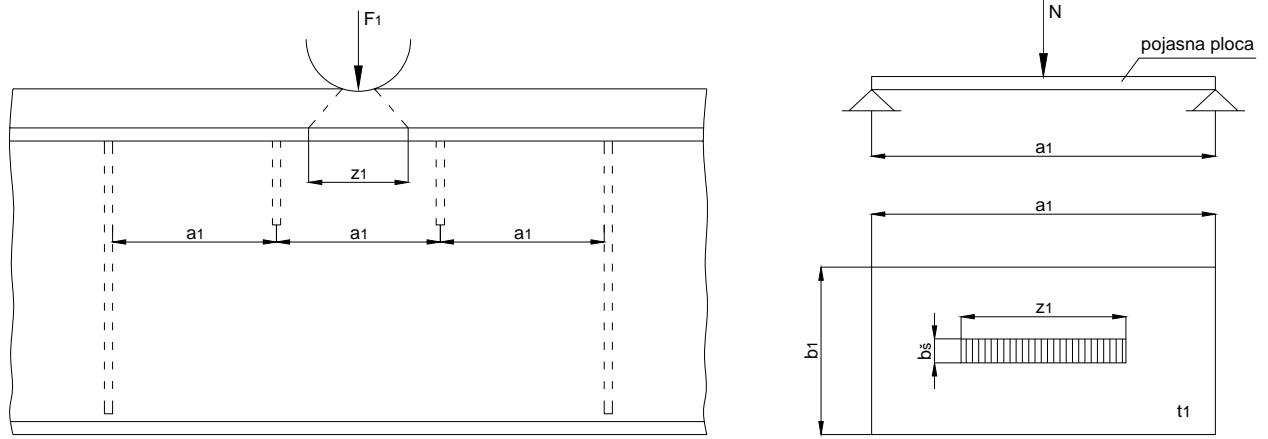
$$\sigma_{zM} = \frac{6 \cdot K_3 \cdot N}{t_1^2} \quad (140)$$

Нормални напон услед попречног савијања појасног лима износи:

$$\sigma_{xM} = \frac{6 \cdot K_2 \cdot N}{t_1^2} \quad (141)$$

У даљем тексту објасниће се величине које фигуришу у изразима (140) и (141).

Сила N представља део максималне силе притиска точка који услед крутости шине отпада на плочу (Сл. 101). Ова сила узима следеће вредности:



Слика 101

$$N = \frac{\gamma \cdot F_1}{1 + \frac{96 \cdot b_1^2 \cdot I_{s1} \cdot K_1 \cdot 1}{a_1^3 \cdot t_1^3} \cdot \frac{1}{c_o}}, \text{ ако је } a_1 \geq b_1 \quad (142)$$

$$N = \frac{\gamma \cdot F_1}{1 + \frac{96 \cdot I_{s1} \cdot K_1 \cdot 1}{a_1 \cdot t_1^3} \cdot \frac{1}{c_o}}, \text{ ако је } b_1 \geq a_1 \quad (143)$$

Сада ће се показати у коју категорију спада дати случај.

Како је шина постављена у средини распона квадратног попречног пресека спојена заваривањем, неопходно је између главних вертикалних укрућења која се налазе на растојању $a \approx 2 \cdot h$, уградити кратка вертикална укрућења због носивости шине [39], која се заварују за подужно укрућење. Виткост вертикалног лима тада узимамо по критеријуму 3 [39].

$$a_1 = \frac{a}{3} = \frac{2 \cdot h}{3}$$

Посматра се следећи однос:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{2 \cdot h}{3 \cdot b_1} = \frac{2 \cdot h}{3 \cdot f \cdot b} = \frac{2 \cdot k}{3 \cdot f},$$

Како је у овом случају $K=2 \div 3$, $f < 1$, следи да је овај однос већи од 1, односно, добија се да је $a_1 > b_1$, односно сила N узима се по формули (142).

Сада ће се анализирати чланови ове формуле.

K_1 представља коефицијент који зависи од односа a_1 / b_1 . Овај однос неопходно је детаљније изанализирати.

Види се да овај однос зависи како од k , тако и од f . Пошто нам је граница у којој се очекује вредност за k позната, неопходно је сагледати које вредности узима параметар f .

$$f = \frac{b_1}{b}, \quad b = b_1 + 2 \cdot t_2 + 2 \cdot 2 = f \cdot b + 2 \cdot t_2 + 4 \Leftrightarrow b \cdot (1 - f) = 2 \cdot t_2 + 4$$

$$1 - f = \frac{2 \cdot t_2 + 4}{b} \Rightarrow f = 1 - \frac{2 \cdot t_2 + 4}{b} = 1 - \frac{2 \cdot \frac{h}{s} + 4}{b} = 1 - \frac{2 \cdot h + 4 \cdot s}{s \cdot b} = 1 - \frac{2 \cdot k \cdot b + 4 \cdot s}{s \cdot b}$$

$$f = 1 - \frac{2 \cdot k \cdot b + 4 \cdot s}{s \cdot b} \quad (144)$$

Како f третирамо као константу, неопходно је усвојити неку њену средњу вредност.

Како f зависи од виткости s , усвојићемо средње вредности, тако да за S235JRG2 узимамо $s = 210$, а за S355JR узимамо $s = 170$ и узећемо средњу вредност за $k=2,5$. За очекивани опсег вредности ширине b усваја се следећа вредност за параметар f .

$f_{sr} = 0,87$ - за S355JR ; $f_{sr} = 0,88$ - за S235JRG2 . Види се да су ове вредности приближне.

Сада треба анализирати однос a_1 / b_1 .

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{2 \cdot k}{3 \cdot f} = 1,53 \div 2,3.$$

За овај интервал вредности односа може се усвојити приближна вредност коефицијента K_1 , и његова вредност износи $K_1 \approx 0,176$, при чему су одступања ове вредности са доњом и горњом границом мања од 5%.

Сада ће се исто урадити и за коефицијенте K_2 и K_3 . Њихова зависност је мало сложенија у односу на претходни коефицијент. Ови коефицијенти зависе како од односа a_1 / b_1 , тако и од односа b_s / b_1 и z_1 / b_1 , при чему је $z_1 = 2 \cdot h_s + 5(cm)$. Да би смо коефицијенте K_2 и K_3 третирали као константе а не као променљиве величине, јер би знатно искомпликовали модел, усваја се да је шина квадратног попречног пресека, при чему је $h_s = b_s$ и усвоја се да нам је $b_s \approx b / 8$, како се не посматрају носивости веће од $Q=16t$.

Посматра се сада однос b_s / b_1 .

$$\frac{b_s}{b_1} = \frac{b}{8 \cdot f \cdot b} = \frac{1}{8 \cdot f} < 0,2.$$

$$\frac{z_1}{b_1} = \frac{2 \cdot h_s + 5}{b_1} = \frac{2 \cdot b_s + 5}{b_1} = \frac{2 \cdot \frac{b}{8} + 5}{b_1} = \frac{\frac{b}{4} + 5}{b_1} = \frac{b + 20}{4 \cdot b_1} = \frac{\frac{b_1}{f} + 20}{4 \cdot b_1} = \frac{b_1 + 20 \cdot f}{4 \cdot f \cdot b_1}$$

С обзиром на распоне, носивости и погонске групе које се у нашем случају анализирају, очекиване вредности за b_1 наћиће се у следећем опсегу $b_1 = 30 \div 45(cm)$. У том случају однос z_1 / b_1 налази се у следећим границама: $z_1 / b_1 = 0,456 \div 0,400$.

За овај интервал вредности односа може се усвојити приближна вредност коефицијента K_2 , и његова вредност износи $K_2 \approx 0,213$, при чему су одступања ове вредности са доњом и горњом границом мања од 5%. За коефицијент K_3 је слична ситуација и његова вредност износи $K_3 \approx 0,149$.

Ова одступања се могу толерисати с обзиром да се толеришу прекорачења напона до 10%, према стандарду JUS U.E7.145/1987, став 4.7.1.

Посматрају се даље чланови формуле (142).

$c_o \approx 1$ - коефицијент који зависи од начина везивања шине за појас;

I_{s_1} - момент инерције шине за сопствену осу.

Сада је потребно сагледати изразе за напоне (140) и (141) које је неопходно написати у функцији од h и b , односно однос N/t_1^2 .

Посматра се прво однос:

$$\begin{aligned} \frac{96 \cdot b_1^2 \cdot I_{s_1} \cdot K_1}{a_1^3 \cdot t_1^3} &= \frac{96 \cdot (f \cdot b)^2 \cdot \frac{1}{12} \cdot b_s^4 \cdot K_1}{\left(\frac{2 \cdot h}{3}\right)^3 \cdot (e \cdot t_2)^3} \cdot \frac{1}{c_o} = \frac{96 \cdot f^2 \cdot b^2 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{b^4}{8^4} \cdot K_1}{\frac{8 \cdot h^3}{27} \cdot e^3 \cdot t_2^3} \cdot \frac{1}{c_o} = \frac{27 \cdot K_1 \cdot f^2 \cdot b^6}{64^2 \cdot e^3 \cdot t_2^3 \cdot h^3 \cdot c_o} = \\ &= \frac{27 \cdot K_1 \cdot f^2 \cdot b^6}{64^2 \cdot e^3 \cdot \frac{h^3}{s^3} \cdot h^3 \cdot c_o} = \frac{27 \cdot K_1 \cdot f^2 \cdot s^3 \cdot b^6}{64^2 \cdot c_o \cdot e^3 \cdot h^6} = \frac{27 \cdot K_1 \cdot f^2 \cdot (s/e)^3 \cdot b^6}{64^2 \cdot c_o \cdot h^6} = \frac{27 \cdot K_1 \cdot f^2 \cdot s_1^3 \cdot b^6}{64^2 \cdot c_o \cdot h^6}, \quad s_1 = s/e \\ \frac{96 \cdot b_1^2 \cdot I_{s_1} \cdot K_1}{a_1^3 \cdot t_1^3} &= \frac{27 \cdot K_1 \cdot f^2 \cdot s_1^3 \cdot b^6}{64^2 \cdot c_o \cdot h^6} = \frac{Kn \cdot b^6}{h^6}, \quad Kn = \frac{27 \cdot K_1 \cdot f^2 \cdot s_1^3}{64^2 \cdot c_o}. \end{aligned}$$

Заменом у израз (142) добија се:

$$\begin{aligned} N &= \frac{\gamma \cdot F_1}{1 + \frac{96 \cdot I_{s_1} \cdot K_1}{a_1 \cdot t_1^3} \cdot \frac{1}{c_o}} = \frac{\gamma \cdot F_1}{1 + \frac{Kn \cdot b^6}{h^6}} = \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h^6}{h^6 + Kn \cdot b^6}, \\ N_1 &= \frac{N}{t_1^2} = \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h^6}{(e \cdot t_2)^2} = \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h^6}{e^2 \cdot t_2^2 \cdot (h^6 + Kn \cdot b^6)} = \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h^6}{e^2 \cdot \frac{h^2}{s^2} \cdot (h^6 + Kn \cdot b^6)} = \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h^4 \cdot s^2}{e^2 \cdot (h^6 + Kn \cdot b^6)} = \\ &= \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h^4 \cdot (s/e)^2}{h^6 + Kn \cdot b^6} = \frac{\gamma \cdot F_1 \cdot h^4 \cdot s_1^2}{h^6 + Kn \cdot b^6} = \frac{F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6}, \quad F = \gamma \cdot F_1 \cdot s_1^2. \end{aligned}$$

Сада изрази (140) и (141) постају:

$$\sigma_{z_M} = 6 \cdot K_3 \cdot N_1 = \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6}, \quad (145)$$

$$\sigma_{x_M} = 6 \cdot K_2 \cdot N_1 = \frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6}. \quad (146)$$

Функције ограничења у овом случају имају следеће облике:

$$g_{11} = \sigma_u - \sigma_{dop} = \sqrt{(\sigma_{zV} + \sigma_{z_M})^2 + \sigma_{x_M}^2} - (\sigma_{zV} + \sigma_{z_M}) \cdot \sigma_{x_M} - \sigma_{k1} \leq 0, \quad (147)$$

$$g_{12} = \sigma_z - \sigma_{dop} = \sigma_{zV} + \sigma_{z_M} - \sigma_{k1} \leq 0, \quad (148)$$

$$g_{13} = \sigma_{x_M} - \sigma_{k1} \leq 0. \quad (149)$$

Претходни изрази могу се написати на следећи начин:

$$g_{11} = g_{11}(h, b) = \sqrt{\left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6}\right)^2 + \left(\frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6}\right)^2} - \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6}\right) \cdot \left(\frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6}\right) - \sigma_{k1} \leq 0,$$

$$g_{12} = g_{12}(h, b) = \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} - \sigma_{k1} \leq 0,$$

$$g_{13} = g_{13}(h, b) = \frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} - \sigma_{k1} \leq 0.$$

Примењујући познати метод Лагранжевог множитеља на израз (147), добија се:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_{11}}{\partial h} &= \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_{11}}{\partial b}, \\ \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(\sigma_{zV} + \sigma_{zM})^2 + \sigma_{xM}^2 - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \sigma_{xM}}} \cdot \frac{\partial}{\partial h} [(\sigma_{zV} + \sigma_{zM})^2 + \sigma_{xM}^2 - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \sigma_{xM}] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} &= \\ = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(\sigma_{zV} + \sigma_{zM})^2 + \sigma_{xM}^2 - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \sigma_{xM}}} \cdot \frac{\partial}{\partial b} [(\sigma_{zV} + \sigma_{zM})^2 + \sigma_{xM}^2 - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \sigma_{xM}] \cdot \frac{\partial A}{\partial h}, \\ \frac{\partial}{\partial h} [(\sigma_{zV} + \sigma_{zM})^2 + \sigma_{xM}^2 - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \sigma_{xM}] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} &= \\ = \frac{\partial}{\partial b} [(\sigma_{zV} + \sigma_{zM})^2 + \sigma_{xM}^2 - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \sigma_{xM}] \cdot \frac{\partial A}{\partial h}, \\ \left[2 \cdot (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} \right) + 2 \cdot \sigma_{xM} \cdot \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial h} - \sigma_{xM} \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} \right) - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial h} \right] \cdot \frac{\partial A}{\partial b} &= \\ = \left[2 \cdot (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} \right) + 2 \cdot \sigma_{xM} \cdot \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial b} - \sigma_{xM} \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} \right) - (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) \cdot \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial b} \right] \cdot \frac{\partial A}{\partial h}. \end{aligned}$$

Након сређивања, добија се:

$$\begin{aligned} \left[2 \cdot (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) - \sigma_{xM} \right] \cdot \left[\left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right] &= \\ = \left[(\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) - 2 \cdot \sigma_{xM} \right] \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right). \end{aligned} \quad (150)$$

Примењујући познати метод Лагранжевог множитеља на израз (148), добија се:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial h} &= \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial b}, \\ \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} &= \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h}. \end{aligned} \quad (151)$$

Примењујући познати метод Лагранжевог множитеља на израз (149), добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_{13}}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_{13}}{\partial b},$$

$$\frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}. \quad (152)$$

На основу ових добијених израза види се да ако су испуњене релације (151) и (152) истовремено, онда нам је задовољена и једнакост (150).

Сада је неопходно решити претходне једначине. Ако се крене од најједноставније једначине (152), добија се:

$$\frac{\partial}{\partial h} (6 \cdot K_2 \cdot N_1) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} (6 \cdot K_2 \cdot N_1) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \Leftrightarrow 6 \cdot K_2 \cdot \frac{\partial N_1}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = 6 \cdot K_2 \cdot \frac{\partial N_1}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \Leftrightarrow \frac{\partial N_1}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{\partial N_1}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}.$$

Парцијални изводи имају следеће вредности:

$$\frac{\partial N_1}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right) = -6 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2};$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right) = F \cdot \frac{4 \cdot h^3 \cdot (h^6 + Kn \cdot b^6) - 6 \cdot h^9}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} = -F \cdot \frac{2 \cdot h^6 - 4 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3.$$

Заменом у претходни израз и коришћењем познате релације $\frac{\partial A}{\partial b} / \frac{\partial A}{\partial h} = e$, добија се:

$$-6 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} = -F \cdot \frac{2 \cdot h^6 - 4 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3 \cdot e \Leftrightarrow 6 \cdot Kn \cdot h \cdot b^5 = 2 \cdot e \cdot h^6 - 4 \cdot e \cdot Kn \cdot b^6.$$

Дељењем претходног израза са $2 \cdot b^6$ и даљим сређивањем, добија се:

$$e \cdot k_{\sigma_3}^6 - 3 \cdot Kn \cdot k_{\sigma_3} - 2 \cdot e \cdot Kn = 0. \quad (153)$$

Решавањем једначине (153) добија се оптимални коефицијент односа висине и ширине носача k_{σ_3} у односу на парцијални услов критеријума чврстоће.

Заменом ове вредности у једначину ограничења (149) добија се оптимална висина h_{σ_3} у односу на парцијални услов критеријума чврстоће:

$$h_{\sigma_3} = \sqrt{\frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot k_{\sigma_3}^6}{\sigma_{k1} \cdot (k_{\sigma_3}^6 + Kn)}}, \quad b_{\sigma_3} = \frac{h_{\sigma_3}}{k_{\sigma_3}}. \quad (154)$$

Посматра се сада једначина (151):

$$\left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \Leftrightarrow \frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b}.$$

Парцијални изводи имају следеће вредности:

$$\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} = -\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b}; \quad \frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} = -\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A};$$

$$\frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} = -36 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2}; \quad \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} = -12 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3.$$

Заменом у претходни израз, добија се:

$$-6 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} = -F \cdot \frac{2 \cdot h^6 - 4 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3 \cdot e \Leftrightarrow 6 \cdot Kn \cdot h \cdot b^5 = 2 \cdot e \cdot h^6 - 4 \cdot e \cdot Kn \cdot b^6,$$

$$\begin{aligned} & -\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - 36 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \\ & = -\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - 12 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3 \cdot \frac{\partial A}{\partial b}, \end{aligned}$$

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = 36 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - 12 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3 \cdot \frac{\partial A}{\partial b}.$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{12 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^3}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot \left[Kn \cdot h \cdot b^5 \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - (h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right]. \quad (154)$$

Једначина ограничења (148) може се написати у облику:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} = \sigma_{k1}.$$

Решавањем система нелинеарних алгебарских једначина (148) и (154), добија се оптимална висина $h_{\sigma 2}$ и ширину $b_{\sigma 2}$ у односу на парцијални услов критеријума чврстоће.

Посматра се сада главна једначина (150):

$$\begin{aligned} & [2 \cdot (\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) - \sigma_{xM}] \cdot \left[\left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \left(\frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right] = \\ & = [(\sigma_{zV} + \sigma_{zM}) - 2 \cdot \sigma_{xM}] \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right). \end{aligned}$$

Парцијални изводи имају следеће вредности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial b} &= -\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b}; \quad \frac{\partial \sigma_{zV}}{\partial h} = -\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A}; \\ \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial b} &= -36 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2}; \quad \frac{\partial \sigma_{zM}}{\partial h} = -12 \cdot K_3 \cdot F \cdot \frac{h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3; \\ \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial b} &= -36 \cdot K_2 \cdot F \cdot \frac{Kn \cdot h^4 \cdot b^5}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2}; \quad \frac{\partial \sigma_{xM}}{\partial h} = -12 \cdot K_2 \cdot F \cdot \frac{h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot h^3. \end{aligned}$$

Заменом у претходни израз, добија се једначина (155):

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

$$\begin{aligned}
 & \left[2 \cdot \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right) - \frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right] \cdot \left[\frac{12 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^3}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot \left(Kn \cdot h \cdot b^5 \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - (h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) - \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right] = \\
 & = \left[\left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right) - 2 \cdot \frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right] \cdot \frac{12 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^3}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot \left(Kn \cdot h \cdot b^5 \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - (h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right), \\
 & \frac{12 \cdot F \cdot h^3}{(h^6 + Kn \cdot b^6)^2} \cdot \left(3 \cdot Kn \cdot h \cdot b^5 \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - (h^6 - 2 \cdot Kn \cdot b^6) \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) \cdot \left(K_4 \cdot \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + 2 \cdot K_5 \cdot \frac{6 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right) = \\
 & = \frac{1}{h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} \right)^2 + K_4 \cdot \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} \cdot \frac{6 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right], \tag{155}
 \end{aligned}$$

$$K_4 = 2 \cdot K_3 - K_2, \quad K_5 = K_2^2 - K_2 \cdot K_3 + K_3^2.$$

Једначина ограничења (147) може се написати у облику:

$$\left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right)^2 + \left(\frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right)^2 - \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{6 \cdot K_3 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right) \cdot \left(\frac{6 \cdot K_2 \cdot F \cdot h^4}{h^6 + Kn \cdot b^6} \right) = \sigma_{k1}^2.$$

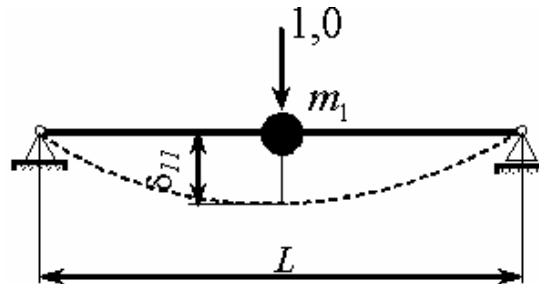
Решавањем система нелинеарних алгебарских једначина (147) и (155), добија се оптимална висина $h_{\sigma 1}$ и ширину $b_{\sigma 1}$ у односу на главни услов критеријума чврстоће.

Као што се може видети, имају 3 различита решења. Да би се могло анализирати које је од њих најоптималније, неопходно је графички представити добијена решења у истој равни.

4.3.2 Критеријум динамичке крутости

Да би се одредио оптимални однос висине и ширине главног носача према критеријуму динамичке крутости, неопходно је анализирати осциловање главног носача са теретом у вертикалној равни.

Као модел осциловања посматраће се проста греда са концентрисаном масом на средини распона (Сл. 102).



Слика 102

Маса m_1 која је концентрисана на средини просте греде одређује се према:

$$m_1 = 0,5 \cdot (m_Q + m_k) + 0,486 \cdot m_m, \quad (156)$$

где је:

$0,5 \cdot (m_Q + m_k)$ - половина масе терета Q и масе колица,

$0,486 \cdot m_m$ - редукована континуална маса носача у средини распона за претпостављену функцију померања еластичне линије усвојеног дискретног динамичког модела за просту греду, [41].

Време гашења осциловања се одређује из израза:

$$T = 3 \cdot \frac{\tau}{\gamma_d} \leq T_d, \quad (157)$$

где је:

$$\tau = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\delta_{11} \cdot m_1} \text{ - период осциловања (s),} \quad (158)$$

$$\delta_{11} = \frac{1,0 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \text{ - померање греде изазвано дејством јединичне силе,} \quad (159)$$

T_d - дозвољено време гашења осциловања (s), које зависи од намене дизалице, [39],

γ_d - логаритамски декремент који показује брзину гашења осциловања (зависи од односа висине носача према распону h/L), [39].

Релација за m_1 може се записати на следећи начин:

$$m_1 = 0,5 \cdot (m_Q + m_k) + 0,486 \cdot m_m = M + r \cdot L \cdot A, \quad (160)$$

где је:

$M = 0,5 \cdot (m_Q + m_k)$ - константни део израза,

$0,486 \cdot m_m = r \cdot L \cdot A$ - променљиви део израза (функција површине попречног пресека),

$$0,486 \cdot m_m = 0,486 \cdot 1,3 \cdot \rho \cdot L \cdot A = 0,6318 \cdot \rho \cdot L \cdot A, \quad r = 0,6318 \cdot \rho. \quad (161)$$

После замене релација (158), (159) и (160) у (157), добија се:

$$T = 3 \cdot \frac{\tau}{\gamma_d} = 3 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\delta_{11} \cdot m_1}}{\gamma_d} = \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \sqrt{\delta_{11} \cdot m_1} = \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \sqrt{\frac{1,0 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \cdot (M + r \cdot L \cdot A)} \leq T_d. \quad (162)$$

Функција ограничења (10) у овом случају има следећи облик:

$$g_2 = T - T_d = \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \sqrt{\frac{1,0 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} \cdot (M + r \cdot L \cdot A)} - T_d \leq 0, \quad (163)$$

или

$$g_2 = g_2(h, b) = \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \sqrt{\frac{1,0 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A} \cdot (M + r \cdot L \cdot A)} - T_d \leq 0. \quad (164)$$

Ако се уведе ознака:

$$C_d = \frac{1,0}{48 \cdot E \cdot \beta_x^2}, \quad (165)$$

коначно добија се:

$$g_2 = g_2(h, b) = \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \sqrt{\frac{C_d \cdot L^3}{h^2 \cdot A} \cdot (M + r \cdot L \cdot A)} - T_d = \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \sqrt{\frac{C_d \cdot M \cdot L^3}{h^2 \cdot A} + \frac{C_d \cdot r \cdot L^4}{h^2}} - T_d \leq 0. \quad (166)$$

Примењујући метод Лагранжевог множитеља добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_2}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_2}{\partial b}. \quad (167)$$

Парцијални изводи гласе:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_2}{\partial b} &= \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta_{11} \cdot m_1}} \cdot \frac{C_d \cdot M \cdot L^3}{h^2} \cdot \left(-\frac{1}{A^2}\right) \cdot \frac{\partial A}{\partial b}; \\ \frac{\partial g_2}{\partial h} &= \frac{6 \cdot \pi}{\gamma_d} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta_{11} \cdot m_1}} \cdot \left[\frac{C_d \cdot M \cdot L^3}{h^2} \cdot \left(-\frac{1}{A^2}\right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2 \cdot C_d \cdot M \cdot L^3}{h^3 \cdot A} - \frac{2 \cdot C_d \cdot r \cdot L^4}{h^3} \right]; \end{aligned} \quad (168)$$

Заменом израза (168) у (167), и након сређивања, добија се следеће:

$$\frac{e+k}{k} - \frac{(1-2 \cdot t_2 \cdot e)}{2 \cdot [G(m)-1]} = 0, \quad (169)$$

где је:

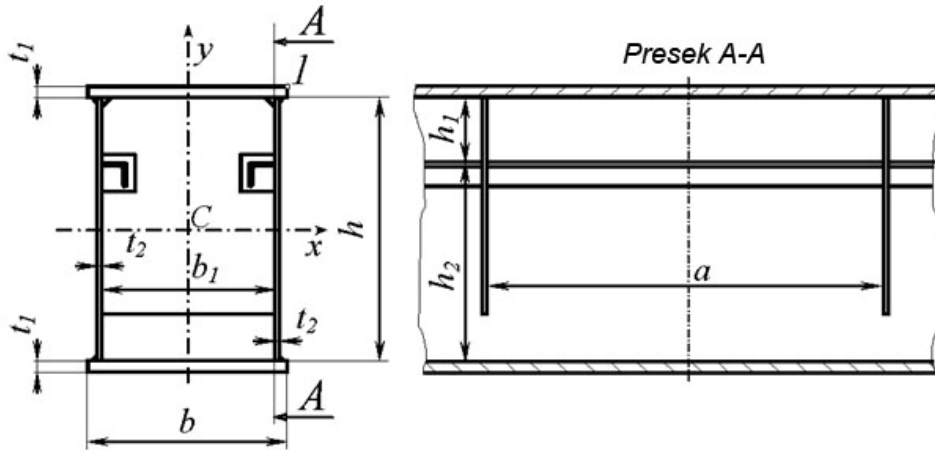
$$G(m) = \frac{0,486 \cdot m_m}{0,5 \cdot (m_Q + m_k)}. \quad (170)$$

Користећи добијене релације, функција циља се може записати на следећи начин:

$$A_d = A(h) \geq \frac{C_d \cdot M \cdot L^3}{\left(\frac{T_d \cdot \gamma_d}{6 \cdot \pi}\right)^2 \cdot h^2 - C_d \cdot r \cdot L^4}. \quad (171)$$

4.3.3 Критеријум локалне стабилности лимова

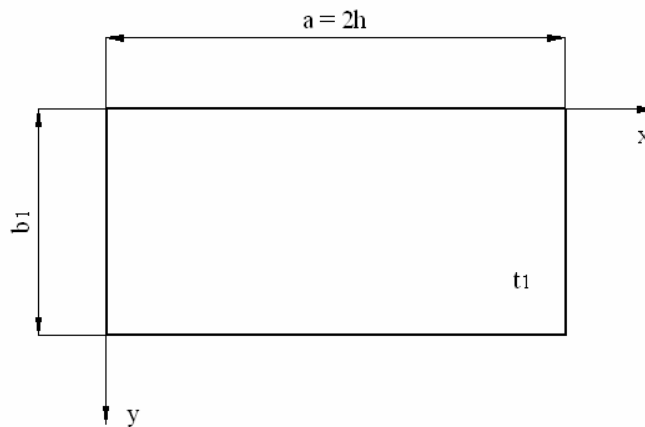
Провера се врши према стандарду [10]. Према овим стандарду неходно је проверити локалну стабилност појасног лима ширине b_1 и дебљине t_1 (Сл. 103), стабилност вертикалног лима изнад подужног укрућења (дужине a , висине h_1 и дебљине t_2 – Сл. 103) као и стабилност вертикалног лима испод подужног укрућења (дужине a , висине h_2 и дебљине t_2 – Сл. 103).



Слика 103

4.3.3.1 Критеријум локалне стабилности горњег појасног лима

Врши се провера сегмента појасног лима изложеног дејству нормалног напона притиска у x правцу, чије су димензије приказане на следећој слици (Сл. 104).



Слика 104

Провера се врши тако да мора бити испуње услов:

$$|\sigma_{sd,x}| \leq f_{b,Rd,x} = \frac{\kappa_x \cdot f_y}{\gamma_m}, \quad (172)$$

где је:

$|\sigma_{sd,x}|$ - вредност напона притиска у x правцу,

$$\sigma_{sd,x} = -\nu_1 \cdot (\sigma_{zV1} + f \cdot \sigma_{zH1}),$$

$\gamma_m = 1,1$ - главни фактор отпора,

κ_x - редукциони фактор према (173):

$$\kappa_x = c_e \cdot \left(\frac{1}{\lambda_x} - \frac{0,22}{\lambda_x^2} \right) \leq 1 \text{ за } \lambda_x > 0,673, \quad (173)$$

$$\kappa_x = 1 \text{ за } \lambda_x \leq 0,673,$$

где је:

λ_x - виткост плоче према (174):

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{f_y}{K\sigma \cdot \sigma_e}}, \quad (174)$$

$$\text{при чему је } c_e = 1,25 - 0,12 \cdot \psi_e, \quad c_e \leq 1,25, \quad (175)$$

ψ_e - однос напона на ивицама плача, у односу на максимални напон притиска,

$K\sigma$ - фактор извијања према [10],

σ_e - референтни напон према (176):

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_1}{b_1} \right)^2. \quad (176)$$

$K\sigma$ зависи од односа страница плоче $\alpha_e = a/b_1$.

Сада је потребно анализирати овај однос.

У пресеку I верикалне дијафрагме се постављају на растојању $2x$, тако да овај однос узима вредност:

$$\alpha_e = \frac{a}{b_1} = \frac{2 \cdot h}{f \cdot b} > 1.$$

Такође, неопходно је анализирати коефицијент ψ_e . Он узима следећу вредност:

$$\psi_e = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-\nu_1 \cdot \left(\sigma_{zv1} - \frac{b_1}{b} \cdot \sigma_{zH1} \right)}{-\nu_1 \cdot \left(\sigma_{zv1} + \frac{b_1}{b} \cdot \sigma_{zH1} \right)} = \frac{\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} - f \cdot k}{\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} + f \cdot k}, \quad (177)$$

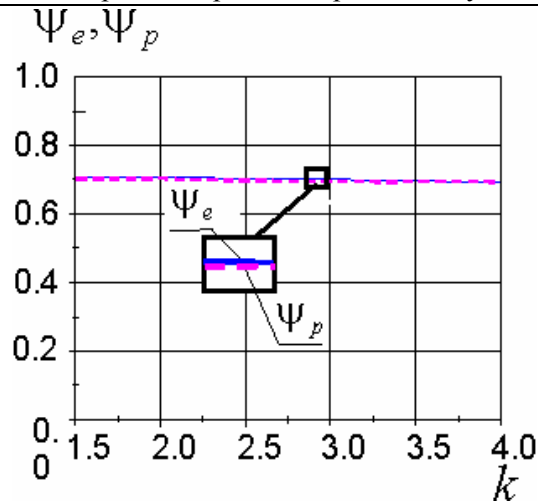
где је:

ν_1 - коефицијент факторисаног оптерећења за 1. случај оптерећења,

σ_1, σ_2 - напони услед факторисаног оптерећења.

За просечне вредност, овај однос се приближно написати и изразом (Сл. 105):

$$\psi_p \approx 0,83 - 0,06 \cdot k. \quad (178)$$



Слика 105

На основу датих односа, $K\sigma$ се одређује према формули из [10]:

$$K\sigma = \frac{8,2}{\psi_e + 1,05}. \quad (179)$$

Сада релације (175) и (179) добијају облик:

$$c_p \approx 1,15 + 0,0072 \cdot k, \quad (180)$$

$$K\sigma_p = \frac{8,2}{1,88 - 0,06 \cdot k}. \quad (181)$$

Трансформацијом, израз (176) добија облик:

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{e \cdot k}{s \cdot f} \right)^2. \quad (182)$$

Израз (174) се сада може записати:

$$\lambda_x = \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma}} \cdot \frac{s \cdot f}{e \cdot k}, \quad (183)$$

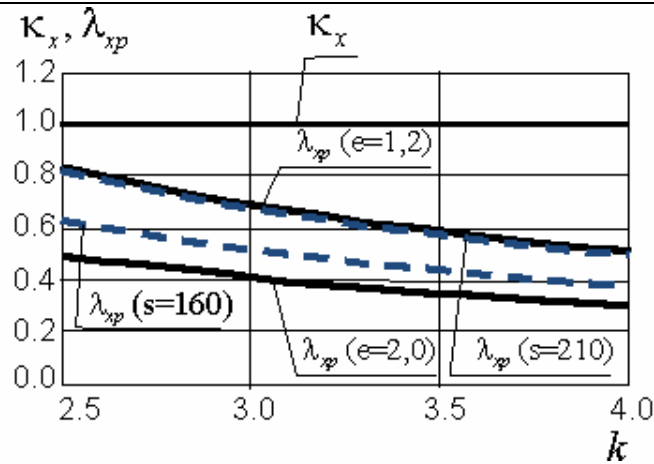
$$Ko = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot f_y}{E}}, \quad (184)$$

$$\lambda_{xp} \approx \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_p}} \cdot \frac{s \cdot f}{e \cdot k}. \quad (185)$$

Сада ће се видети како се мењају релације (185) и (173) које су приказане на слици Фиг. 10.

Ако се усвоји следеће: погонска класа 2, S235JRG2, $s = 210$, и $f = 0,74$ и варира $e = 1,2 \div 2,0$, види се како се мења λ_x са променом односа e (Сл. 106). Ако се за $e = 1,2$, варира $s = 160 \div 210$, види се како се мења λ_x са променом вредности s (Сл. 106).

Вредност λ_x зависи од односа s/e . Види се да за дате параметре фактор λ_x узима вредност 1 за очекиване вредности за k . Са повећање овог односа, овај фактор задржава своју вредност.



Слика 106

Слично се добија и за материјал S355JR .

Да би се испитала локална стабилност, извршиће се поређење са критеријумом чврстоће материјала. Пошто је чврстоћа узета по домаћем стандарду, а ова анализа локалне стабилности по еурокоду, допуштени напон биће коригован за γ_m како би се могло извршити поређење.

Сада се добија:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{u1} = \sigma_{zv1} + \sigma_{zh1} \leq \sigma_{dop} = \frac{R_e}{\gamma_m} = \frac{f_y}{\gamma_m}. \quad (186)$$

Релација (172) се може записати на следећи начин:

$$|\sigma_{sd,x}| \leq f_{b,Rd,x} = \frac{\kappa_x \cdot f_{yk}}{\gamma_m} \Leftrightarrow |\sigma_1| = v_1 \cdot (\sigma_{zv1} + f \cdot \sigma_{zh1}) \leq f_{b,Rd,x} = \frac{\kappa_x \cdot f_y}{\gamma_m}, \quad (187)$$

односно:

$$\frac{1}{\kappa_x} \cdot (\sigma_{zv1} + f \cdot \sigma_{zh1}) \leq \frac{f_y}{\gamma_m}. \quad (188)$$

На основу израза (188) и (186) види се да је задовољена локална стабилност појасног лима ако је испуњено да је:

$$\sigma_{zv1} + \sigma_{zh1} \geq \frac{1}{\kappa_x} \cdot (\sigma_{zv1} + f \cdot \sigma_{zh1}) \Leftrightarrow \frac{M_{vl}}{W_{x1}} + \frac{M_{hl}}{W_{y1}} \geq \frac{1}{\kappa_x} \cdot \left(\frac{M_{vl}}{W_{x1}} + f \cdot \frac{M_{hl}}{W_{y1}} \right). \quad (189)$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} \geq \frac{1}{\kappa_x} \cdot \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} \right), \quad (190)$$

$$\kappa_x \cdot (\alpha_y \cdot M_{cv} + \alpha_x \cdot M_{ch} \cdot k) + \kappa_x \cdot (\alpha_y + \alpha_x \cdot k \cdot k_a) \cdot c \cdot A \geq \alpha_y \cdot M_{cv} + f \cdot \alpha_x \cdot M_{ch} \cdot k + (\alpha_y + f \cdot \alpha_x \cdot k \cdot k_a) \cdot c \cdot A \Leftrightarrow f_l \geq f_d.$$

Коначно се добија релација (191):

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

$$f_i(L) = 2,17 \cdot \kappa_x \cdot (Q + m_k) \cdot \frac{(L - e_1)^2}{L} \cdot (\alpha_y \cdot c_1 + \alpha_x \cdot k_a \cdot k) + 40,82 \cdot \kappa_x \cdot L^2 \cdot (\alpha_y + \alpha_x \cdot k \cdot k_a) \cdot \frac{(e + k)}{s \cdot k} \cdot \left(\frac{L}{X}\right)^2$$

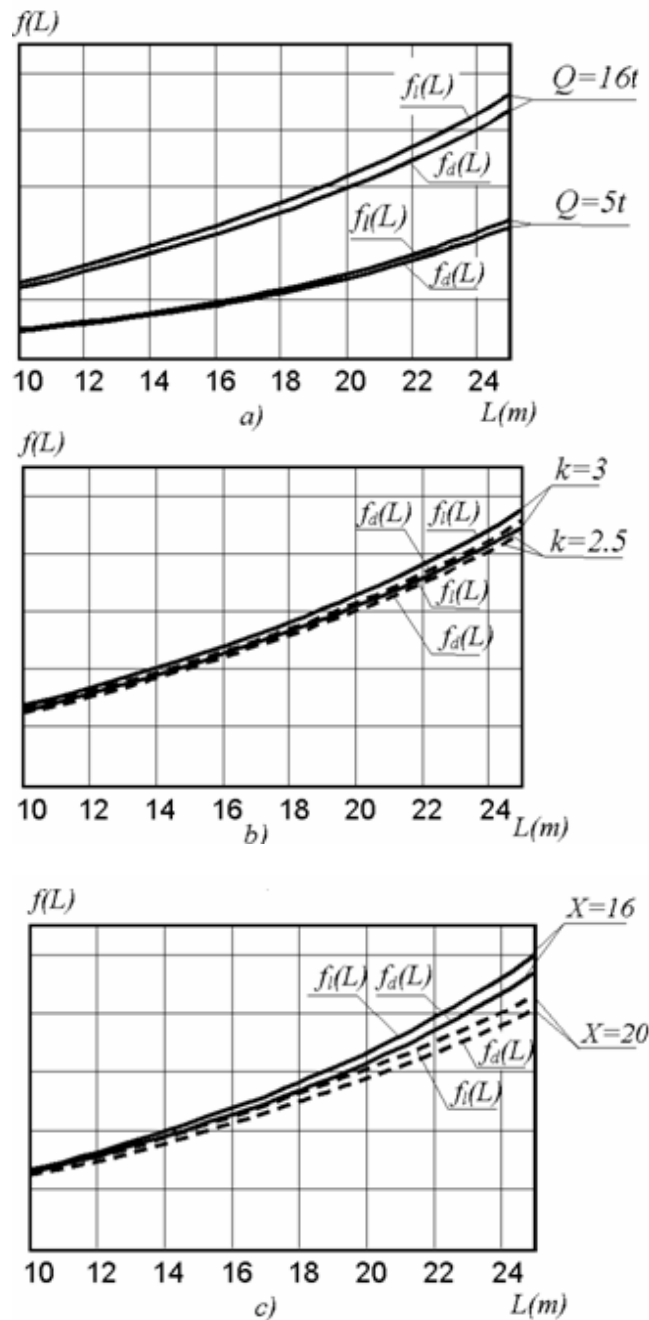
$$f_d(L) = 2,17 \cdot (Q + m_k) \cdot \frac{(L - e_1)^2}{L} \cdot (\alpha_y \cdot c_1 + f \cdot \alpha_x \cdot k_a \cdot k) + 40,82 \cdot L^2 \cdot (\alpha_y + f \cdot \alpha_x \cdot k \cdot k_a) \cdot \frac{(e + k)}{s \cdot k} \cdot \left(\frac{L}{X}\right)^2, (191)$$

$$f_i(L) \geq f_d(L),$$

где је:

$X = L/h = 14 \div 20$ - препоручена вредност односа распона и висине.

Релација (191) се може приказати узимајући следеће податке: погонска класа 2, $s = 210$, $e = 1,33$ и $f = 0,74$ и варирањем одређених параметара. Промена носивости (Сл. 107а), промена односа k (Сл. 107б) и промена величине X (Сл. 107с) при одређеним фиксним параметрима.



Слика 107

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

Са Сл. 107а се види да је услов (190) испуњен, при чему се разлика повећава са повећањем распона дизалице, као и носивости при одређеном односу k (узето да је $k = 2,5$).

Са Сл. 107б се види да је услов (190) испуњен, при чему се разлика повећава са повећањем односа k , при чему су ове две функције блиске при мањим вредности за k ($k = 2,5$), за одређену носивост (узето да је $Q = 16t$).

Са Сл. 107с се види да је услов (190) испуњен, при чему се разлика повећава са повећањем распона дизалице, за фиксну носивост и однос k (узето да је $k = 2,5$ и $Q = 16t$) при промени односа X .

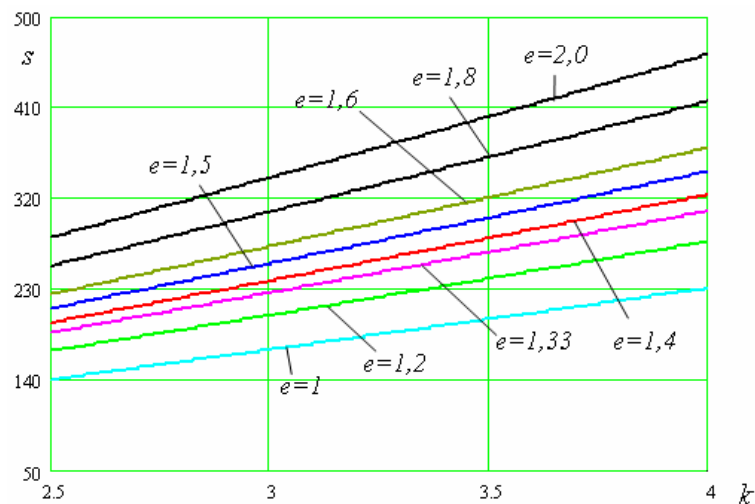
Ова анализа је рађена за вредност $s = 210$, при чему су резултати повољнији када се она смањује.

На следећем дијаграму биће приказано како се мења вредност за s у зависности од промене односа k за разне вредности параметра e :

$$\kappa_x = 1 \text{ за } \lambda_x \leq 0,673,$$

$$s \leq \frac{0,673 \cdot e \cdot k_{opt} \cdot \sqrt{K\sigma}}{K_o \cdot f}, K_o = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot f_y}{E}}. \quad (192)$$

Израз (192) настао је трансформацијом релације (174) и коришћењем услова из релације (173).



Слика 108

На Сл. 108 дато је како се мења s у зависности од односа дебелина лимова e за S235JRG2. Види се да се за веће односе e могу узимати веће вредности за s .

Деље ће бити приказана примена методе Лагранжовог множитеља на овај критеријум.

$$g_{31} = \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} - \kappa_x \cdot \sigma_{dop} \leq 0. \quad (193)$$

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_{31}}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_{31}}{\partial b},$$

$$\frac{\partial g_{31}}{\partial b} = - \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{M_{ch}}{\alpha_y \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{f \cdot M_{ch}}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{f \cdot k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot \frac{1}{b^2} \right];$$

$$\frac{\partial g_{31}}{\partial h} = - \left[\frac{M_{cv}}{\alpha_x \cdot h} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{M_{cv}}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{c}{\alpha_x} \cdot \frac{1}{h^2} + \frac{f \cdot M_{ch}}{\alpha_y \cdot b} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right];$$

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}.$$

Сређивањем, коначно се добија:

$$k_{pl} = \sqrt{\frac{e \cdot \alpha_y \cdot c_1}{f \cdot \alpha_x \cdot k_a}}. \quad (194)$$

Види се да оптимални однос κ по овом критеријуму узима веће вредности у односу на критеријум чврстоће, зато што је $f < 1$.

Трансформацијом функције ограничења (193), добија се оптимална површина по овом критеријуму.

$$A_{pl} = A(h) \geq \frac{\frac{M_{cv}}{\alpha_x} + \frac{f \cdot M_{ch}}{\alpha_y} \cdot k_{pl}}{\kappa_x \cdot \sigma_{dop} \cdot h - \frac{c}{\alpha_x} - \frac{f \cdot k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot k_{pl}}. \quad (195)$$

Релација (195) се може написати сада:

$$(f \cdot \alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h)) \cdot k^2 - (x(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h)) \cdot k - e \cdot x(h) = 0,$$

$$\text{где је: } x(h) = 2 \cdot \alpha_y \cdot \alpha_x \cdot (\kappa_x \cdot \sigma_{dop} \cdot h^3 - c \cdot h^2), \quad y(h) = 2 \cdot f \cdot \alpha_x \cdot k_a \cdot c \cdot h^2,$$

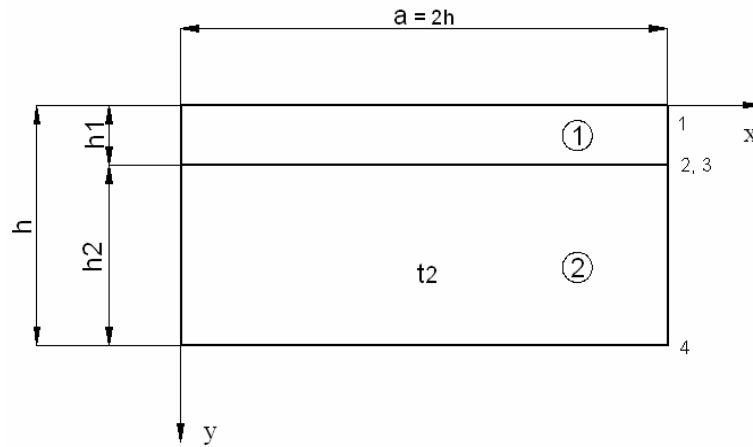
односно:

$$k_{pl}(h) = \frac{x(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h) + \sqrt{(x(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h))^2 + 4 \cdot (f \cdot \alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h)) \cdot e \cdot x(h)}}{2 \cdot (f \cdot \alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h))},$$

$$k_{pl}(h) = f_{pl}(h). \quad (196)$$

4.3.3.2 Критеријум локалне стабилности вертикалних лимова

Врши се провера локалне стабилности вертикалног лима у пољу 1 и 2, чије су димензије приказане на следећој слици (Сл. 109).



Слика 109

Поред дејства нормалног напона у x правцу, јавља се и нормални напон у y правцу услед притиска точка колица.

Посматра се случај када се поред вертикалних дијафрагми на средини распона, у преску I , користи и један ред хоризонталних, при чему се ова хоризонтална поставља на растојању од $(0,25 \div 0,33) \cdot h$, према препорукама светских произвођача дизалица.

Поље 1:

Провера се врши тако да мора бити испуње услов:

$$\left(\frac{|\sigma_{Sd1,x}|}{f_{b,Rd1,x}} \right)^{e_{1x}} + \left(\frac{|\sigma_{Sd1,y}|}{f_{b,Rd1,y}} \right)^{e_{1y}} - (\kappa_{1x} \cdot \kappa_{1y})^6 \cdot \left(\frac{|\sigma_{Sd1,x} \cdot \sigma_{Sd1,y}|}{f_{b,Rd1,x} \cdot f_{b,Rd1,y}} \right) \leq 1, \quad (197)$$

где је:

$|\sigma_{Sd1,x}|$ - вредност напона притиска у x правцу у тачки 1,

$|\sigma_{Sd1,y}|$ - вредност напона притиска у y правцу у тачки 1,

$f_{b,Rd1,x} = \frac{\kappa_{1x} \cdot f_y}{\gamma_m}$, $f_{b,Rd1,y} = \frac{\kappa_{1y} \cdot f_y}{\gamma_m}$ - граничне вредности напона притиска,

$$e_{1x} = 1 + \kappa_{1x}^4, \quad e_{1y} = 1 + \kappa_{1y}^4.$$

κ_{1x} - редуциони фактор за поље 1 према (198):

$$\kappa_{1x} = c_{1e} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{1x}} - \frac{0,22}{\lambda_{1x}^2} \right) \leq 1 \text{ за } \lambda_{1x} > 0,673, \quad (198)$$

$$\kappa_{1x} = 1 \text{ за } \lambda_{1x} \leq 0,673,$$

где је:

λ_{1x} - виткост плоче за поље 1 према (199):

$$\lambda_{1x} = \sqrt{\frac{f_y}{K\sigma_1 \cdot \sigma_{1e}}}, \quad (199)$$

$$c_{1e} = 1,25 - 0,12 \cdot \psi_{1e}, \quad c_{1e} \leq 1,25, \quad (200)$$

ψ_{1e} - однос напона на ивицама плача за поље 1, у односу на максимални напон притиска,

$K\sigma_1$ - фактор извијања за поље 1 према [10],

σ_{1e} - референтни напон за поље 1 према (201):

$$\sigma_{1e} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_2}{h_1} \right)^2. \quad (201)$$

$K\sigma_1$ зависи од односа страница плоче $\alpha_{1e} = a/h_1$.

Сада је потребно анализирати овај однос.

$$\alpha_{1e} = \frac{a}{h_1} = 8 > 1.$$

Такође, неопходно је анализирати коефицијент ψ_{1e} . Он узима следећу вредност:

$$\psi_{1e} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-\nu_1 \cdot \left(\sigma_{zV1} \cdot \frac{h/2 - h_1}{h/2} + \frac{b_1}{b} \cdot \sigma_{zH1} \right)}{-\nu_1 \cdot \left(\sigma_{zV1} + \frac{b_1}{b} \cdot \sigma_{zH1} \right)} = \frac{\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} + 2 \cdot f \cdot k}{2 \cdot \left(\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} + f \cdot k \right)}, \quad (202)$$

$$\sigma_1 = \sigma_{sd1,x} = -\nu_1 \cdot (\sigma_{zV1} + f \cdot \sigma_{zH1}).$$

За просечне вредност, овај однос се приближно написати и изразом (Сл. 110):

$$\psi_{1p} \approx 0,54 + 0,015 \cdot k. \quad (203)$$

На основу датих односа, $K\sigma_1$ се одређује према формули из [10]:

$$K\sigma_1 = \frac{8,2}{\psi_{1e} + 1,05}. \quad (204)$$

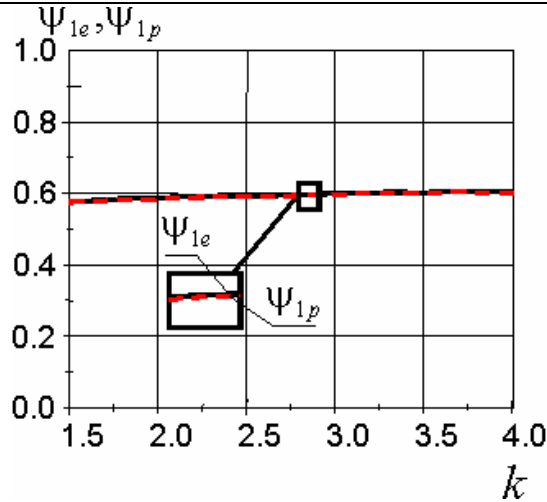
Сада релације (200) и (204) добијају облик:

$$c_{1p} \approx 1,185 - 0,0018 \cdot k, \quad (205)$$

$$K\sigma_{1p} = \frac{8,2}{1,59 + 0,015 \cdot k}. \quad (206)$$

Трансформацијом, израз (201) добија облик:

$$\sigma_{1e} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{4}{s} \right)^2. \quad (207)$$



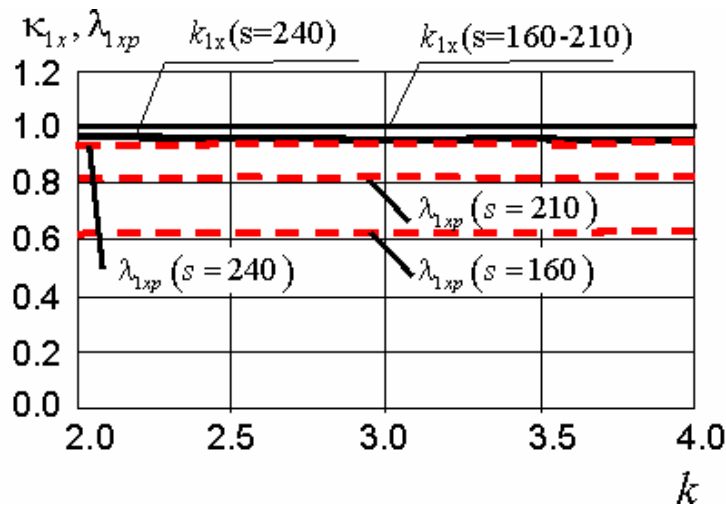
Слика 110

Израз (199) се сада може записати:

$$\lambda_{1x} = \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_1}} \cdot \frac{s}{4}, \quad (208)$$

$$\lambda_{1xp} \approx \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_{1p}}} \cdot \frac{s}{4} \quad (209)$$

Сада ће се видети како се мењају релације (209) и (198) које су приказане на Сл. 111.



Слика 111

Посматра се материјал S235JRG2 у даљим анализама, пошто је за овај материјал карактеристичан критеријум чврстоће за одређене распоне и носивост. Ако се усвоји следеће: погонска класа 2, $f = 0,74$ и варира се $s = 160 \div 210$, види се како се мења λ_{1xp} са променом вредности s док κ_{1x} остаје 1, што је и требало очекивати јер је мала дужина извијања h_1 . За s веће од датог опсега вредности, долази до опадања вредности за κ_{1x} (Сл. 111).

Фактори за у осу биће анализирани када се буде посматрало оптерећење у у правцу.

Поље 2:

Провера се врши тако да мора бити испуње услов:

$$\left(\frac{|\sigma_{Sd2,x}|}{f_{b,Rd2,x}}\right)^{e_{2x}} + \left(\frac{|\sigma_{Sd2,y}|}{f_{b,Rd2,y}}\right)^{e_{2y}} - (\kappa_{2x} \cdot \kappa_{2y})^6 \cdot \left(\frac{|\sigma_{Sd2,x} \cdot \sigma_{Sd2,y}|}{f_{b,Rd2,x} \cdot f_{b,Rd2,y}}\right) \leq 1, \quad (210)$$

где је:

$|\sigma_{Sd2,x}|$ - вредност напона притиска у x правцу у тачки 3

$|\sigma_{Sd2,y}|$ - вредност напона притиска у y правцу у тачки 3

$f_{b,Rd2,x} = \frac{\kappa_{2x} \cdot f_{yk}}{\gamma_m}$, $f_{b,Rd2,y} = \frac{\kappa_{2y} \cdot f_{yk}}{\gamma_m}$ - граничне вредности напона притиска,

$$e_{2x} = 1 + \kappa_{2x}^4, \quad e_{2y} = 1 + \kappa_{2y}^4.$$

κ_{2x} редуковани фактор за поље 2 према (211):

$$\kappa_{2x} = c_{2e} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{2x}} - \frac{0,22}{\lambda_{2x}^2}\right) \leq 1 \text{ за } \lambda_{2x} > 0,673, \quad (211)$$

$$\kappa_{2x} = 1 \text{ за } \lambda_{2x} \leq 0,673,$$

где је:

λ_{2x} - виткост плоче за поље 2 према (212):

$$\lambda_{2x} = \sqrt{\frac{f_y}{K\sigma_2 \cdot \sigma_{2e}}}, \quad (212)$$

$$c_{2e} = 1,25 - 0,12 \cdot \psi_{2e}, \quad c_{2e} \leq 1,25, \quad (213)$$

ψ_{2e} - однос напона на ивицама плача за поље 2, у односу на максимални напон притиска,

$K\sigma_2$ - фактор извијања за поље 2 према [10],

σ_{2e} - референтни напон за поље 2 према (214):

$$\sigma_{2e} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_2}{h_2}\right)^2. \quad (214)$$

$K\sigma_2$ зависи од односа страница плоче $\alpha_{2e} = a / h_2$.

Сада је потребно анализирати овај однос.

$$\alpha_{2e} = \frac{a}{h_2} = \frac{8}{3} > 1.$$

Такође, неопходно је анализирати коефицијент ψ_{2e} . Он узима следећу вредност:

$$\psi_{2e} = \frac{\sigma_3}{\sigma_4} \approx \frac{\sigma_2}{\sigma_4} = \frac{-\nu_1 \cdot \left(\sigma_{zv1} \cdot \frac{h/2 - h_2}{h/2} + \frac{b_1}{b} \cdot \sigma_{zH1} \right)}{\nu_1 \cdot \left(\sigma_{zv1} - \frac{b_1}{b} \cdot \sigma_{zH1} \right)} = -\frac{\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} + 2 \cdot f \cdot k}{2 \cdot \left(\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} - f \cdot k \right)}, \quad (215)$$

$$\sigma_3 = \sigma_{sd2,x} = -\nu_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{zv1}}{2} + f \cdot \sigma_{zH1} \right).$$

За просечне вредност, овај однос се приближно написати и изразом (Сл. 112):

$$\psi_{2p} \approx -(0,6 + 0,01 \cdot k). \quad (216)$$

На основу датих односа, $K\sigma_2$ се одређује према формули из [10]:

$$K\sigma_2 = 7,81 + 6,29 \cdot \psi_{2e} + 9,78 \cdot \psi_{2e}^2. \quad (217)$$

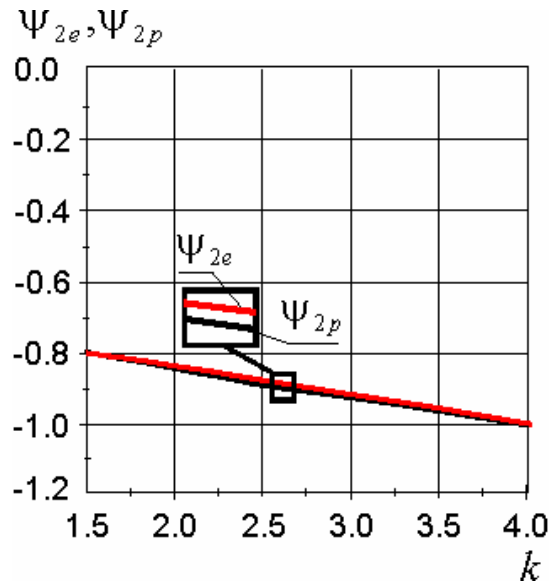
Сада релације (213) и (217) добијају облик:

$$c_{2p} = 1,25, \quad (218)$$

$$K\sigma_{2p} = 15,1 + 1,8 \cdot k + 0,0978 \cdot k^2. \quad (219)$$

Трансформацијом, израз (214) добија облик:

$$\sigma_{2e} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{4}{3 \cdot s} \right)^2. \quad (220)$$



Слика 112

Израз (212) се сада може записати:

$$\lambda_{2x} = \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_2}} \cdot \frac{3 \cdot s}{4}, \quad (221)$$

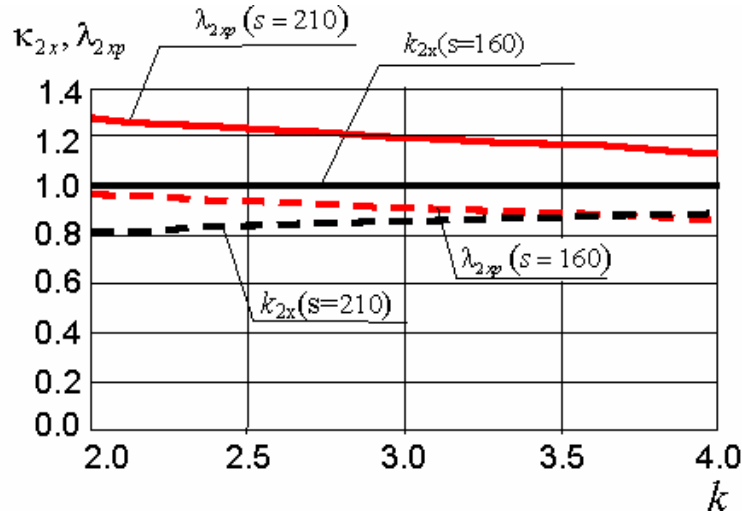
$$\lambda_{2xp} \approx \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_{2p}}} \cdot \frac{3 \cdot s}{4} \quad (222)$$

Сада ће се видети како се мењају релације (222) и (211) које су приказане на Сл. 113.

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

Ако се усвоји следеће: S235JRG2, погонска класа 2, $f = 0,74$ и варира се $s = 160 \div 210$, види се како се мења λ_{2xp} са променом вредности s , при чему је $\kappa_{2x} = 1$ за вредности s блиске доњој граници, док узима вредности мање од 1 са повећањем s , што је и требало очекивати јер је сада већа дужина извијања h_2 (Сл. 113).

Фактори за у осу биће анализирани када се буде посматрало оптерећење у у правцу.



Слика 113

Напон притиска точка на вертикални лим одређује се према следећем изразу:

$$|\sigma_{sd,y}| = \sigma_y = -v_1 \cdot \frac{\gamma \cdot F_1}{t_2 \cdot l_r}, \quad (223)$$

где је:

l_r - ефективна дужина дата у [10] према (224):

$$l_r = 2 \cdot h_e \cdot \operatorname{tg} \kappa + \lambda, \quad (224)$$

где је:

h_e - растојање између посматраног пресека и контактне површине дејства силе,

κ - угао дисперзије; κ може бити изабрано до $\kappa \leq 45^\circ$; за даљи рад усваја се $\kappa = 45^\circ$,

$$\lambda = 0,2 \cdot r_t, \lambda_{\max} = 50 \text{ mm} - \text{дужина контактне површине}, \quad (225)$$

где је:

r_t - пречник точка.

Пошто је узето да је заварена правоугаона шина димензија 45x60 и како је распон носивости $Q = 5 \div 16 \text{ t}$, усваја се за анализу да је пречник точка колица $D_t = 315 \text{ mm}$.

Сада израз (224) постаје:

$$l_r = 2 \cdot h_e + 3,15 \text{ (cm)} \quad (226)$$

Даље ће бити анализирано дејство притиска точка за поље 1 и 2.

Поље 1:

$$l_{1r} = 2 \cdot h_{1e} + 3,15, \quad (227)$$

$$h_{1e} = h_{\bar{s}} + t_1.$$

Ради једноставније анализе и погоднијих израза, биће усвојено да је:

$$h_{1e} = 4,5 + 0,7 \cdot e,$$

при чему је усвојена нека средња дебљина из очекиваних вредности, што је на страни сигурности код већих носивости и распона.

Сада израз (226) постаје:

$$l_{1r} = 12,15 + 1,4 \cdot e \quad (228)$$

Сада ће бити детаљно сагледани чланови у изразу са упореди напон у односу на у осу за поље 1, пошто је већ за x правац одређено.

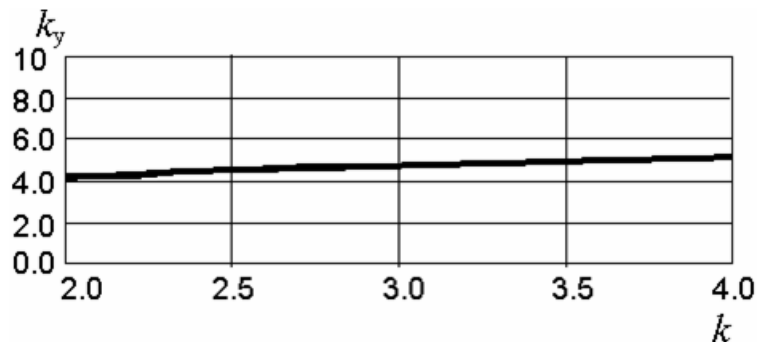
$$\sigma_{sd1,y} = -V_1 \cdot \frac{\gamma \cdot F_1}{t_2 \cdot l_{1r}}, \quad (229)$$

$$\sigma_{sd1,y} = -V_1 \cdot \frac{\gamma \cdot F_1}{K_y \cdot A}, \quad (230)$$

где је:

$$K_y = \frac{(12,15 + 1,4 \cdot e) \cdot k}{2 \cdot (e + k)} \text{ (cm)},$$

и узима следеће вредности зависно од k (Сл. 114).



Слика 114

$$f_{b,Rd1,y} = \frac{\kappa_{1y} \cdot f_y}{\gamma_m}, \quad (231)$$

где је:

κ_{1y} - редуccionи фактор за поље 1 према (232)

$$\kappa_{1y} = 1,13 \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{1y}} - \frac{0,22}{\lambda_{1y}^2} \right) \leq 1 \text{ за } \lambda_{1y} > 0,831, \quad (232)$$

$$\kappa_{1y} = 1 \text{ за } \lambda_{1y} \leq 0,831,$$

где је:

λ_{1y} - виткост плоче за поље 1 према (233):

$$\lambda_{1y} = \sqrt{\frac{f_{yk}}{K\sigma_{1y} \cdot \sigma_{1e} \cdot \frac{a}{c_{1r}}}}, \quad (233)$$

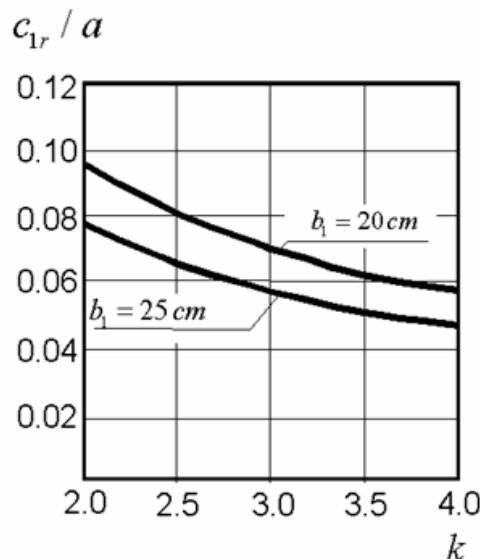
$K\sigma_{1y}$ - фактор извијања за поље 1 према [10],

c_{1r} - ширина преко које се трансверзална сила преноси (одговара са l_{1r}).

$$\frac{c_{1r}}{a} = \frac{12,15 \cdot s + 2 \cdot e \cdot h}{2 \cdot h \cdot s}, \quad (234)$$

за $h = k \cdot b = k \cdot \frac{b_1}{f}$ и $b_1 \geq 20(\text{cm})$, добија се следеће (Сл. 115):

$$\frac{c_{1r}}{a} = \frac{12,15 \cdot s \cdot f + 2 \cdot b_1 \cdot e \cdot k}{2 \cdot b_1 \cdot k \cdot s} \quad (235)$$



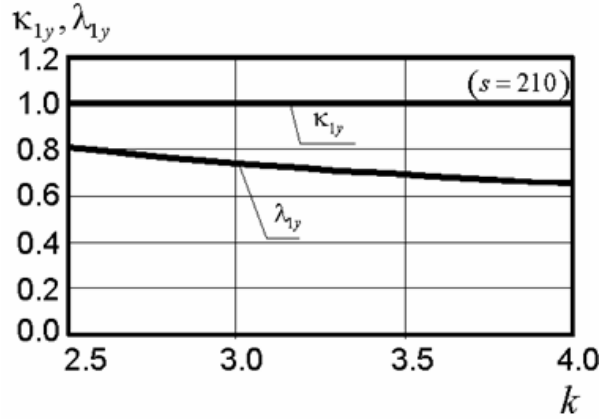
Слика 115

Види се да је овај однос мањи од 0,1 за неке просечне параметре и знајући да је $\alpha_{1e} > 4$, добија се да је $K\sigma_{1y} \approx 0,5$.

Сређивањем, израз (233) постаје:

$$\lambda_{1y} = \frac{K\sigma_{1y}}{\sqrt{K\sigma_{1y} \cdot \frac{c_{1r}}{a}}} \cdot \frac{s}{4} \quad (236)$$

Због изразито мале вредности односа (234), фактор κ_{1y} узима вредност $\kappa_{1y} = 1$ и за доста велике вредности за s (Сл. 116).



Слика 116

Пошто су сада познате све вредности из израза (197) и ако посматрамо да фактори κ_{1x} и κ_{1y} узимају вредност 1, на основу добијених величина, може се написати следеће:

$$\frac{|\sigma_{Sd1,x}|^2 + |\sigma_{Sd1,y}|^2}{f_{b,Rd1}^2} - \frac{|\sigma_{Sd1,x} \cdot \sigma_{Sd1,y}|}{f_{b,Rd1}^2} \leq 1, \quad (237)$$

$$e_{1x} = e_{1y} = 2,$$

$$f_{b,Rd1} = f_{b,Rd1,x} = f_{b,Rd1,y} = \frac{f_y}{\gamma_m},$$

односно,

$$\sqrt{|\sigma_{Sd1,x}|^2 + |\sigma_{Sd1,y}|^2} - |\sigma_{Sd1,x} \cdot \sigma_{Sd1,y}| \leq f_{b,Rd1}. \quad (238)$$

Такође, треба бити испуњено и следеће:

$$|\sigma_{Sd1,x}| \leq f_{b,Rd1}, \quad |\sigma_{Sd1,y}| \leq f_{b,Rd1}. \quad (239)$$

Око се претпостави да је $|\sigma_{Sd1,x}|$ критичан напон у односу на остале и сагледа израз (238), добија се следеће:

$$|\sigma_{Sd1,x} \cdot \sigma_{Sd1,y}| \geq |\sigma_{Sd1,y}|^2 \Leftrightarrow |\sigma_{Sd1,x}| \geq |\sigma_{Sd1,y}|. \quad (240)$$

Треба доказати сада дату релацију (240).

$$\sigma_{zV1} + f \cdot \sigma_{zH1} \geq \frac{\gamma \cdot F_1}{K_y \cdot A} \Leftrightarrow \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} \geq \frac{\gamma \cdot F_1}{K_y \cdot A}. \quad (241)$$

Ако се примени иста процедура као са релацијом (189), добија се релација (242):

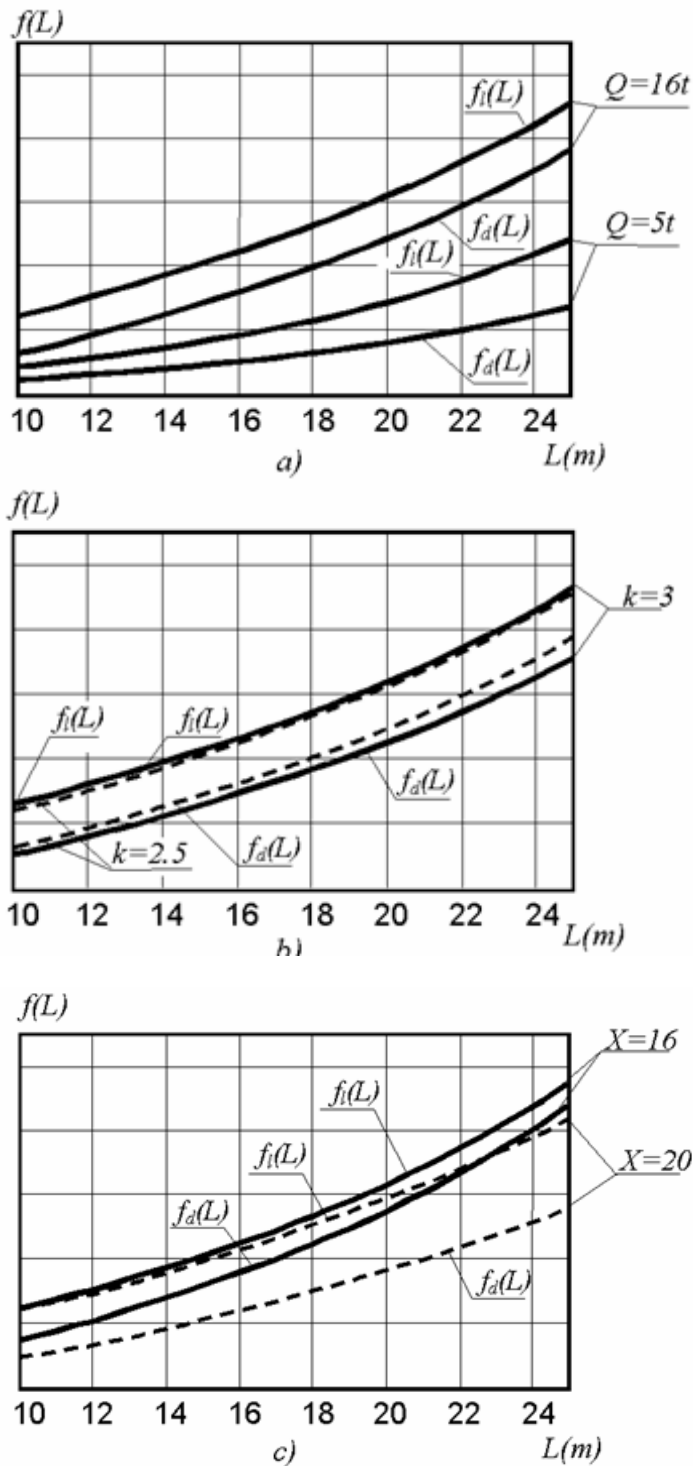
$$f_{1l}(L) = 2,17 \cdot (Q + m_k) \cdot \frac{(L - e_1)^2}{L} \cdot (\alpha_y \cdot c_1 + f \cdot \alpha_x \cdot k_a \cdot k) + 40,82 \cdot L^2 \cdot (\alpha_y + f \cdot \alpha_x \cdot k \cdot k_a) \cdot \frac{(e+k)}{s \cdot k} \cdot \left(\frac{L}{X}\right)^2,$$

$$f_{1d}(L) = 1120 \cdot \alpha_x \cdot \alpha_y \cdot (\psi \cdot Q + m_k) \cdot \frac{e+k}{(12,15 + 1,4 \cdot e) \cdot k} \cdot \left(\frac{L}{X}\right)^2.$$

$$f_{1l}(L) \geq f_{1d}(L),$$

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

Релација (242) се може приказати узимајући следеће податке: погонска класа 2, $s=180$, $e=1,33$ и $f=0,74$ и варирањем одређених параметара. Промена носивости (Сл. 117а), промена односа k (Сл. 117б) и промена величине X (Сл. 117с) при одређеним фиксним параметрима.



Слика 117

Са Сл. 117а се види да је услов (242) испуњен, при чему се разлика повећава са повећањем распона дизалице, а нарочито за мање носивости, при одређеном односу k (узето да је $k=2,5$).

Са Сл. 117б се види да је услов (242) испуњен, при чему се разлика повећава са повећањем односа k , за одређену носивост (узето да је $Q=16t$).

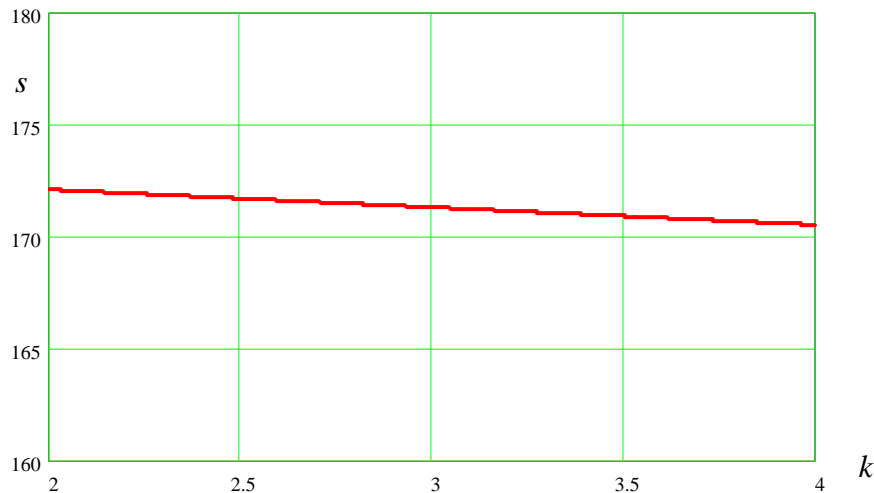
Са Сл. 117с се види да је услов (242) испуњен, при чему се разлика повећава са повећањем распона дизалице, за фиксну носивост и однос k (узето да је $k = 2,5$ и $Q = 16t$) са повећањем односа X , док за ниже односе ове две функције се приближавају ($X = 16$) при повећању распона, али то се и може занемарити пошто ови нижи односи нису карактеристични за веће распоне.

На овај начин је задовољен услов (241), а самим тиме и релације (242) и (238). На овај начин је показано да напон који се јавља није већи од допуштеног по критеријуму чврстоће а сама стабилност је задовољена, при чему виткост s може узимати и веће вредности, али то је и очекивано пошто је дужина извијања мање вредности.

На Сл. 118 приказано је како се мења s у зависности од k , при чему је узето да је $\lambda_{1x} \leq 0,673$ како би се сагледала зависност по k , s може узимати доста веће вредности, али је тешко изразити је због сложене зависности.

$$s \leq \frac{2,692 \cdot k \cdot \sqrt{K\sigma}}{K\sigma}, \quad (243)$$

при чему је ова релација добијена на основу израза (198) и (209).



Слика 118

Поље 2:

$$l_{2r} = 2 \cdot h_{2e} + 3,15, \quad (244)$$

$$h_{2e} = h_s + t_1 + \frac{h}{4} = 4,5 + e \cdot \frac{h}{s} + \frac{h}{4}.$$

Сада израз (244) постаје:

$$l_{2r} = 12,15 + 2 \cdot e \cdot \frac{h}{s} + \frac{h}{2} \quad (245)$$

Сада ће бити детаљно сагледани чланови у изразу са упореди напон у односу на y осу за поље 2, пошто је већ за x правац одређено.

$$\sigma_{sd2,y} = -v_1 \cdot \frac{\gamma \cdot F_1}{t_2 \cdot l_{2r}}, \quad (246)$$

$$f_{b,Rd2,y} = \frac{\kappa_{2y} \cdot f_{yk}}{\gamma_m}, \quad (247)$$

где је:

κ_{2y} - редуциони фактор за поље 2 према (248):

$$\kappa_{2y} = 1,13 \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{2y}} - \frac{0,22}{\lambda_{2y}^2} \right) \leq 1 \text{ за } \lambda_{2y} > 0,831, \quad (248)$$

$\kappa_{2y} = 1$ за $\lambda_{2y} \leq 0,831$,

где је:

λ_{2y} - виткост плоче за поље 2 према (249):

$$\lambda_{2y} = \sqrt{\frac{f_{yk}}{K\sigma_{2y} \cdot \sigma_{2e} \cdot \frac{a}{c_{2r}}}}, \quad (249)$$

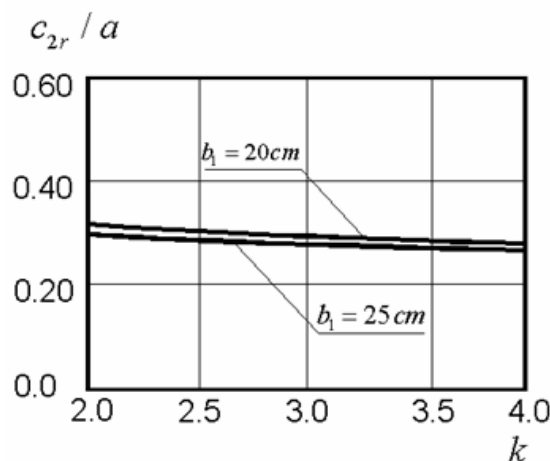
$K\sigma_{2y}$ - фактор извијања за поље 2 према [10],

c_{2r} - ширина преко које се трансверзална сила преноси (одговара са l_{2r}).

$$\frac{c_{2r}}{a} = \frac{24,3 \cdot s + 4 \cdot e \cdot h + h \cdot s}{4 \cdot h \cdot s}, \quad (250)$$

за $h = k \cdot b = k \cdot \frac{b_1}{f}$ и $b_1 \geq 20(\text{cm})$, добија се следеће (Сл. 119):

$$\frac{c_{2r}}{a} = \frac{24,3 \cdot s \cdot f + 4 \cdot b_1 \cdot e \cdot k + b_1 \cdot k \cdot s}{4 \cdot b_1 \cdot k \cdot s}. \quad (251)$$



Слика 119

Види се у којим границама се креће овај однос за неке просечне параметре и знајући да је $\alpha_{2e} = 8/3$, добија се да је $K\sigma_{2y} \approx 1,2$.

Сређивањем, израз (249) постаје:

$$\lambda_{2y} = \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_{2y} / \frac{c_{2r}}{a}}} \cdot \frac{3 \cdot s}{4}. \quad (252)$$

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

На основу Сл. 120 види се како се мења фактор κ_{2y} , чија се вредност смањује са повећањем виткости s . Види се да се овај фактор значајно мења при промени s .

Потребно је сада испитати како се мења напон услед притиска точка колица у пољу 2.

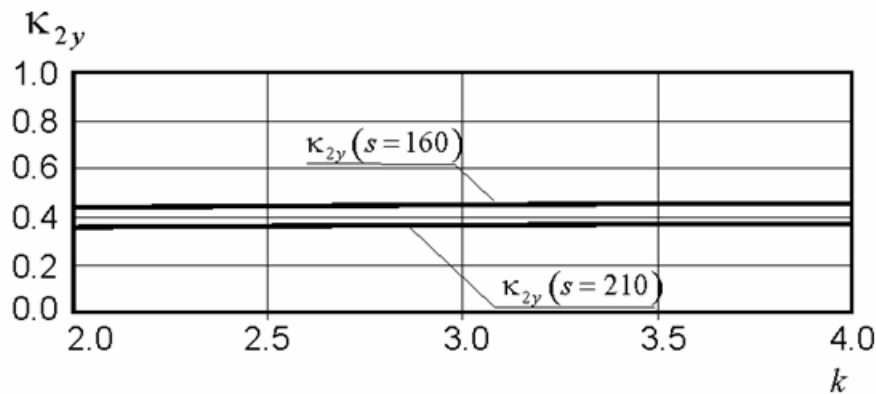
Користећи већ познати поступак, добија се:

$$\sigma_{sd2,y} = -v_1 \cdot \frac{2 \cdot \gamma \cdot F_1 \cdot s^2}{24,3 \cdot s \cdot h + 4 \cdot e \cdot h^2 + s \cdot h^2} \quad (253)$$

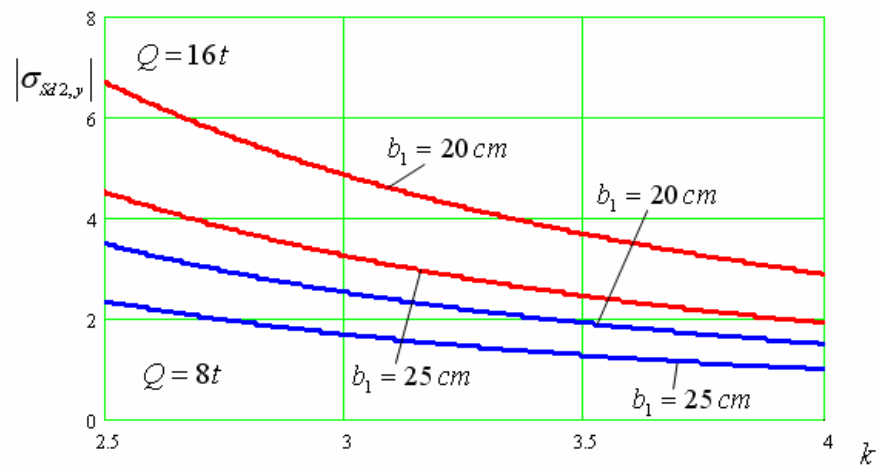
Ако у претходну релацију заменимо познати израз:

$h = \frac{b_1 \cdot k}{f}$, добија се зависност по k приказана на Сл. 121 (узето $s = 180$). Види се како се ове

зависности мењају од избора b_1 и носивости.



Слика 120



Слика 121

Пошто су сада познате све вредности из израза (210), на основу добијених величина, може се написати следеће:

$$\left(\frac{|\sigma_{sd2,x}|}{f_{b,Rd2,x}} \right)^{e_{2x}} + \left(\frac{|\sigma_{sd2,y}|}{f_{b,Rd2,y}} \right)^{e_{2y}} \leq 1, \quad (254)$$

пошто је $(\kappa_{2x} \cdot \kappa_{2y})^6 \ll 1$.

4. Оптимизација затворених попречних пресека за различите услове преношења оптерећења

Како се сада знају вредности да се одреди други члан израза (254), потребно је изанализирати однос првог члана израза.

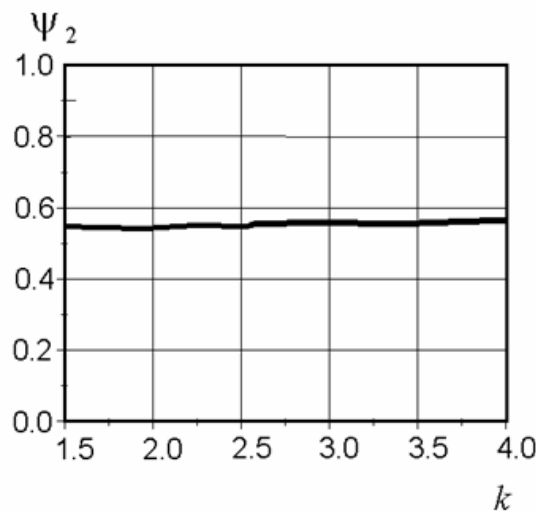
Ово се може наћи тако што ће се анализирати однос максималног напона притиска који се јавља и максималног притиска у овом пољу, тј:

$$\psi_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_{\max}} = \frac{-\nu_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{zV1}}{2} + f \cdot \sigma_{zH1} \right)}{-\nu_1 \cdot (\sigma_{zV1} + \sigma_{zH1})} = \frac{\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} + 2 \cdot f \cdot k}{2 \cdot \left(\frac{c_1}{k_a} \cdot \frac{\alpha_y}{\alpha_x} + k \right)}. \quad (255)$$

На основу израза (255), добија се (Сл. 122):

$$\sigma_2 = \psi_2 \cdot \sigma_{\max},$$

$$\text{односно да је: } |\sigma_{Sd2,x}| = \psi_2 \cdot |\sigma_{Sd\max,x}| \approx (0,52 + 0,009 \cdot k) \cdot |\sigma_{Sd\max,x}|.$$

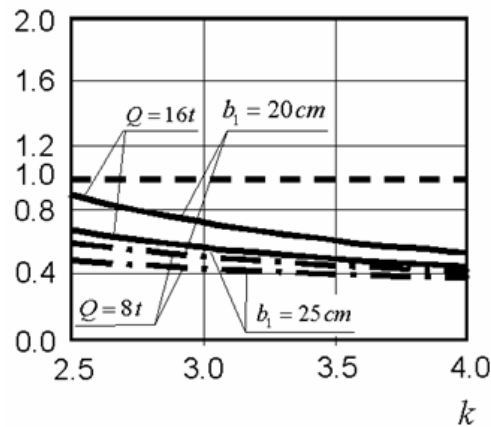


Слика 122

Сада израз (255) постаје:

$$\left(\frac{\psi_2}{\kappa_{2x}} \right)^{1+\kappa_{2x}^4} + \left(\frac{|\sigma_{Sd2,y}| \cdot \gamma_m}{\kappa_{2y} \cdot f_y} \right)^{1+\kappa_{2y}^4} \leq 1. \quad (256)$$

Ако се усвоје следећи параметри: погонска класа 2, S235JRG2, $e = 1,33$, и $f = 0,74$ и $s = 210$, односно $s = 160$ (Сл. 123), види се колико износи ова зависност. Види се да је за веће носивости боље усвојити већу ширину b_1 уколико се очекују ниже вредности за k . За ниже носивости ($Q \leq 8t$) рационалније користити мање ширине b_1 . Тамо где се очекују веће вредности за k могуће је користити веће вредности за s . За ниже вредности за s овај услов је задовољен за било које k .



Слика 123

На основу свега горе поменутог, могуће је изабрати такве параметре тако да локална стабилност буде задовољена. Даље се примењује метод Лагранжовог множитеља за локалну стабилност вертикалних лимова.

Како је поље 1 критично код испитивања локалне стабилности вертикалних лимова, а највећи напон који се јавља је аналоган оном код појасног лима, и пошто фактори κ_x и κ_{1x} узимају за очекиване вредности односа k и витости s вредност 1, добија се да се за овај критеријум може узети иста крива, односно ограничење (g_3) као ова добијена у претходном изразу, а такође се и оптимална вредност за k по овом критеријуму одређује по релацији (196), као код локалне стабилности појасног лима, односно:

$$g_{32} = \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} - \kappa_{1x} \cdot \sigma_{dop} \leq 0, \quad (257)$$

$$k_{vl} = \sqrt{\frac{e \cdot \alpha_y \cdot c_1}{f \cdot \alpha_x \cdot k_a}}, \quad (258)$$

$$A_{vl} = A(h) \geq \frac{\frac{M_{cv} + \frac{f \cdot M_{ch}}{\alpha_y} \cdot k_{vl}}{\alpha_x}}{\kappa_{1x} \cdot \sigma_{dop} \cdot h - \frac{c}{\alpha_x} - \frac{f \cdot k_a \cdot c}{\alpha_y} \cdot k_{vl}}, \quad (259)$$

$$k_{vl}(h) = \frac{x_v(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h) + \sqrt{(x_v(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h))^2 + 4 \cdot (f \cdot \alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h)) \cdot e \cdot x_v(h)}}{2 \cdot (f \cdot \alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h))},$$

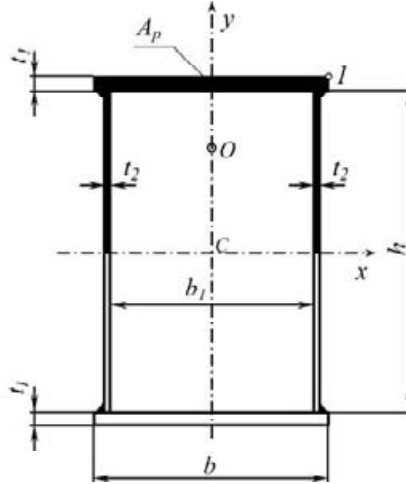
$$k_{vl}(h) = f_{vl}(h), \quad (260)$$

где је: $x_v(h) = 2 \cdot \alpha_y \cdot \alpha_x \cdot (\kappa_{1x} \cdot \sigma_{dop} \cdot h^3 - c \cdot h^2)$.

Види се да је за познате примере локална стабилност лимова задовољена (за приказане примере).

4.3.4 Критеријум бочне стабилности

Провера стабилности главног носача на бочно извијање се врши приближном методом заснованом на моделу који посматра притиснуту зону кутијастог носача као самостално притиснути штап који се контролише на извијање услед еквивалентне силе напону притиска, а који потиче од момента савијања носача.



Слика 124

Како је момент савијања променљив дуж распона носача, биће променљив и напон притиска σ , а самим тим и еквивалентна сила притиска D која делује у тачки o фиктивног штапа чији је пресек шрафирана контура притиснуте зоне, како је приказано на Сл. 124.

Контрола на извијање врши се према стандардима ЈУС.У.Е7.081/1986 и ЈУС.У.Е7.086/1986.

Пошто је сила притиска дуж носача променљива и ако се узме утицај континуалног оптерећења, добија се да је дужина извијања $l_i = 0,63 \cdot L$, [39], при чему је меродавна крива извијања C .

Еквивалентна сила притиска износи:

$$D = \int_{A_p} \sigma_z \cdot dA = \int_{A_p} \frac{M_x}{I_x} \cdot y \cdot dA = \frac{M_{VI} \cdot S_{px}}{I_x}. \quad (261)$$

Овај критеријум је испуњен ако је задовољен услов:

$$\sigma_{r3} = \frac{D}{A_p} \cdot \frac{1}{\kappa} + 0,9 \cdot \frac{M_{HI}}{W_y} \leq \sigma_{k3} = 0,76 \cdot f_y. \quad (262)$$

Функција ограничења (262) у овом случају има следећи облик:

$$g_4 = \sigma_{r3} - \sigma_{k3} = \frac{D}{A_p} \cdot \frac{1}{\kappa} + 0,9 \cdot \frac{M_{HI}}{W_y} - \sigma_{k3} \leq 0. \quad (263)$$

Да би се добила функција ограничења у зависности од h и b , потребно је сагледати чланови у изразу (262).

$$D = \frac{M_{VI} \cdot S_{px}}{I_x} = M_{VI} \cdot \frac{\gamma_x \cdot h \cdot A}{\beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A} = M_{VI} \cdot \frac{\gamma_x}{\beta_x^2 \cdot h},$$

$$\frac{D}{A_p} = M_{VI} \cdot \frac{2 \cdot \gamma_x}{\beta_x^2 \cdot h \cdot A} = \frac{2 \cdot \gamma_x}{\beta_x^2 \cdot h \cdot A} \cdot (M_{cv} + c \cdot A). \quad (264)$$

Коефицијент извијања κ :

$\kappa = 1$, ако је релативна виткост штапа $\bar{\lambda} \leq 0,2$, односно

$\kappa = \frac{2}{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4 \cdot \bar{\lambda}}}$, ако је релативна виткост штапа $\bar{\lambda} > 0,2$, где је:

$\beta = 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2$, $\alpha = 0,489$ - за криву извијања C .

Познато је: $\beta = 1 + 0,489 \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2$.

У разматраном проблему вредност релативне виткости штапа је: $\bar{\lambda} > 0,2$.

Знајући да је релативна виткост штапа $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_v}$, где је $\lambda = \frac{l_i}{i_{py}}$ - ефективна виткост штапа и

λ_v - виткост при граници развлачења, добија се:

$$i_{py} = \sqrt{\frac{I_{py}}{A_p}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} \cdot I_y}{\frac{1}{2} \cdot A}} = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{\beta_y^2 \cdot b^2 \cdot A}{A}} = \beta_y \cdot b, \quad (265)$$

$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(b) = \frac{\lambda}{\lambda_v} = \frac{l_i}{i_{py} \cdot \lambda_v} = \frac{0,63 \cdot L}{\beta_y \cdot b \cdot \lambda_v}$ - релативна виткост штапа изражена у функцији од b .

Вредност релативне виткости штапа може се записати и у следећем облику:

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(b) = \frac{m}{\beta_y \cdot b}, \quad (266)$$

где је:

$$m = \frac{0,63 \cdot L}{\lambda_v}. \quad (267)$$

Граничне вредности емпиријских препорука за геометрију главног носача, [39] гласе:

$$h = \frac{L}{14}, \quad b = \frac{h}{2} \Rightarrow \frac{L}{b} = 28;$$

Ако се усвоји да је $\lambda_v = 92,9$ (за S235JRG2) и $\beta_y = 0,36$ (Сл. 83), тада се добија минимална вредност за релативну виткост: $\bar{\lambda} = 0,527 > 0,2$.

То значи да се коефицијент κ мења по закону:

$$\kappa = \frac{2}{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4 \cdot \bar{\lambda}}}.$$

Израз за β може се трансформисати у облик:

$$\beta = 1 + 0,489 \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 = \bar{\lambda}^2 + 0,489 \cdot \bar{\lambda} + 0,9022,$$

Израз за κ се може приближно изразити као:

$$\kappa = \frac{2}{\beta + x_2 \cdot \bar{\lambda}^2 + x_1 \cdot \bar{\lambda} + x_0}, \quad (268)$$

Коначно, функција ограничења гласи:

$$g_4 = g_4(h, b) = \sigma_{r31} + \sigma_{r32} - \sigma_{k3} = K_1 \cdot (M_{cv} \cdot f_1 + c \cdot f_2) - K_2 \cdot (M_{ch} \cdot f_3 + k_a \cdot c \cdot f_4) - \sigma_{k3} \leq 0. \quad (277)$$

Примењујући метод Лагранжевог множитеља добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_4}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_4}{\partial b}. \quad (278)$$

Парцијални изводи имају следеће вредности:

$$\frac{\partial g_4}{\partial b} = \frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial b}; \quad \frac{\partial g_4}{\partial h} = \frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial h}; \quad (279)$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial h} + \frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial h} \right) = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial b} + \frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial b} \right) \Leftrightarrow \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial h} + \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial b} + \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial b}; \quad (280)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial h} = K_1 \cdot \left(M_{cv} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial h} + c \cdot \frac{\partial f_2}{\partial h} \right), \quad \frac{\partial \sigma_{r31}}{\partial b} = K_1 \cdot \left(M_{cv} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial b} + c \cdot \frac{\partial f_2}{\partial b} \right),$$

$$\frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial h} = K_2 \cdot \left(M_{ch} \cdot \frac{\partial f_3}{\partial h} + k_a \cdot c \cdot \frac{\partial f_4}{\partial h} \right) = K_2 \cdot M_{ch} \cdot \frac{\partial f_3}{\partial h}, \quad \frac{\partial \sigma_{r32}}{\partial b} = K_2 \cdot \left(M_{ch} \cdot \frac{\partial f_3}{\partial b} + k_a \cdot c \cdot \frac{\partial f_4}{\partial b} \right).$$

Парцијални изводи гласе:

$$\frac{\partial f_1}{\partial h} = -\frac{f(b)}{b^2} \cdot \frac{A+h}{h^2 \cdot A^2}; \quad \frac{\partial f_2}{\partial h} = -\frac{f(b)}{b^2} \cdot \frac{1}{h^2}; \quad \frac{\partial f_3}{\partial h} = -\frac{1}{b \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h}; \quad \frac{\partial f_4}{\partial b} = -\frac{1}{b^2};$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial b} = \frac{f'(b) \cdot A \cdot b - f(b) \cdot \left(b \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + 2 \cdot A \right)}{h \cdot A^2 \cdot b^3}; \quad \frac{\partial f_2}{\partial b} = \frac{b \cdot f'(b) - 2 \cdot f(b)}{h \cdot b^3}; \quad \frac{\partial f_3}{\partial b} = -\frac{A+b}{b^2 \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b};$$

Заменом ових израза и одговарајућим трансформацијама, добија се:

$$K_1 \cdot M_{cv} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + K_1 \cdot c \cdot \frac{\partial f_2}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + K_2 \cdot M_{ch} \cdot \frac{\partial f_3}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} = \quad (281)$$

$$= K_1 \cdot M_{cv} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + K_1 \cdot c \cdot \frac{\partial f_2}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + K_2 \cdot M_{ch} \cdot \frac{\partial f_3}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot \frac{\partial f_4}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h};$$

$$K_2 \cdot M_{ch} \cdot \left(\frac{\partial f_3}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{\partial f_3}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right) - K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot \frac{\partial f_4}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \quad (282)$$

$$= K_1 \cdot M_{cv} \cdot \left(\frac{\partial f_1}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial f_1}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) + K_1 \cdot c \cdot \left(\frac{\partial f_2}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial f_2}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right).$$

Сређивањем чланова уз коефицијент K_2 , добија се лева страна израза:

$$\begin{aligned}
 & K_2 \cdot M_{ch} \cdot \left(-\frac{1}{b \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{A+b}{b^2 \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \right) - K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot \left(-\frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \\
 & = K_2 \cdot M_{ch} \cdot \frac{1}{b^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \frac{K_2}{b^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \cdot (M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A).
 \end{aligned} \tag{283}$$

Сређивањем чланова уз коефицијент K_1 , добија се десна страна израза:

$$\begin{aligned}
 & K_1 \cdot M_{cv} \cdot \left(\frac{f'(b) \cdot A \cdot b - f(b) \cdot \left(b \cdot \frac{\partial A}{\partial b} + 2 \cdot A \right)}{h \cdot A^2 \cdot b^3} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{b^2} \cdot \frac{A+h}{h^2 \cdot A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) + \\
 & + K_1 \cdot c \cdot \left(\frac{b \cdot f'(b) - 2 \cdot f(b)}{h \cdot b^3} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{b^2} \cdot \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right); \\
 & K_1 \cdot M_{cv} \cdot \left(\frac{f'(b)}{h \cdot b^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2 \cdot f(b)}{h \cdot b^3 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{b^2 \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) + \\
 & + K_1 \cdot c \cdot \left(\frac{f'(b)}{h \cdot b^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2 \cdot f(b)}{h \cdot b^3 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{b^2 \cdot h^2 \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) = \\
 & = \frac{K_1}{h \cdot b^2 \cdot A} \cdot (M_{cv} + c \cdot A) \cdot \left(f'(b) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2 \cdot f(b)}{b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right).
 \end{aligned} \tag{284}$$

Даљим сређивањем добија се израз:

$$\frac{K_2}{A \cdot b^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} \cdot (M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A) = \frac{K_1}{A \cdot h \cdot b^2} \cdot (M_{cv} + c \cdot A) \cdot \left[f'(b) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2 \cdot f(b)}{b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right], \tag{285}$$

који одговарајућом трансформацијом прелази у облик:

$$\frac{K_2}{K_1} \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{M_{cv} + c \cdot A} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \frac{1}{h} \cdot \left[f'(b) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2 \cdot f(b)}{b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right], \tag{286}$$

или

$$\frac{K_2}{K_1} \cdot \frac{M_{ch}}{M_{cv}} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} = \frac{1}{h} \cdot \left[f'(b) \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{2 \cdot f(b)}{b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{f(b)}{h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right]. \tag{287}$$

Скраћивањем и дељењем израза (287) са чланом $\frac{\partial A}{\partial h}$ коначно се добија:

$$K_3 \cdot \frac{M_{ch}}{M_{cv}} = \frac{1}{h} \cdot \left[\frac{f(b)}{h} \cdot e + f'(b) - \frac{2 \cdot f(b)}{b} \right], \tag{288}$$

$$\text{где је: } K_3 = \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{0,9}{\alpha_y}}{\frac{2 \cdot \gamma_x}{\beta_x^2 \cdot \beta_y^2}} = \frac{\frac{0,9}{2 \cdot \beta_y^2}}{\frac{2 \cdot \gamma_x}{\beta_x^2 \cdot \beta_y^2}} = \frac{0,9}{4} \cdot \frac{\beta_x^2}{\gamma_x} = 0,225 \cdot \frac{\beta_x^2}{\gamma_x}.$$

Даљим сређивањем, израз (288) добија облик:

$$\frac{0,9}{4} \cdot \frac{\beta_x^2}{\gamma_x} \cdot \frac{M_{ch}}{M_{cv}} = \frac{1}{h^2} \cdot (e \cdot a \cdot m^2 + e \cdot g \cdot m \cdot \beta_y \cdot b + e \cdot d \cdot \beta_y^2 \cdot b^2 - 2 \cdot a \cdot m^2 \cdot k - g \cdot m \cdot \beta_y \cdot h). \quad (289)$$

Из функције ограничења (263), добија се:

$$\frac{2 \cdot \gamma_x}{\beta_x^2 \cdot \beta_y^2} \cdot \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{h \cdot A} \right) \cdot \frac{f(b)}{b^2} + \frac{0,9}{\alpha_y} \cdot \left(\frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{b \cdot A} \right) = \sigma_{k3}. \quad (290)$$

Коначно, добија се израз за одређивање оптималног k односа :

$$F(k, e) = \frac{(k + 3 \cdot e)}{(2 \cdot e + k)} + 0,442 \cdot \frac{1}{k} - 10,08 \cdot \frac{1}{k^2} - 0,442 = 0. \quad (291)$$

Сада, када је познат оптимални однос и на основу функције ограничења добијају се сви потребни параметри.

На овај начин добија се $k_b, h_b, i b_b$ по критеријуму бочне стабилности.

Функцију ограничења, односно услов бочне стабилности може се написати и у следећем облику:

$$A_b = A(h) \geq \frac{K_1 \cdot M_{cv} \cdot k_b^2 \cdot f(h) + K_2 \cdot M_{ch} \cdot k_b \cdot h^2}{\sigma_{k3} \cdot h^3 - K_1 \cdot c \cdot k_b^2 \cdot f(h) - K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot k_b \cdot h^2}, \quad (292)$$

$$f(h) = a \cdot m^2 + g \cdot m \cdot \beta_y \cdot \frac{h}{k_b} + d \cdot \beta_y^2 \cdot \frac{h^2}{k_b^2}. \quad (293)$$

Израз (292) представља функцију површине од висине h према критеријуму бочне стабилности.

4.3.5 Критеријум крутости

Да би се одредио оптимални однос висине и ширине главног носача према критеријуму крутости, неопходно је анализирати угибе који се јављају услед дејства оптерећења у вертикалној и хоризонталној равни.

Максимални угиби који се јављају у овом случају морају бити у следећим границама:

$$f_v = \frac{F_1 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] \leq f_{v,dop} = K_v \cdot L - \text{угиб у вертикалној равни,} \quad (294)$$

$$f_h = \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] \leq f_{h,dop} = K_h \cdot L - \text{угиб у хоризонталној равни,} \quad (295)$$

где је:

$$\alpha = \frac{F_2}{F_1} \leq 1, \quad \beta = \frac{d}{L}, \quad [39],$$

d – распон точкова колица (зависи од носивости Q), [39].

Функција ограничења (13) у овом случају има следећи облик:

$$g_{51} = f_v - f_{v,dop} = \frac{F_1 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] - K_v \cdot L \leq 0, \quad (296)$$

или:

$$g_{51} = g_{51}(h, b) = \frac{F_1 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A} \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] - K_v \cdot L \leq 0; \quad (297)$$

$$g_{52} = f_h - f_{h,dop} = \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] - K_h \cdot L \leq 0, \quad (298)$$

или:

$$g_{52} = g_{52}(h, b) = \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot \beta_y^2 \cdot b^2 \cdot A} \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] - K_h \cdot L \leq 0; \quad (299)$$

односно:

$$g_5 = \frac{g_{52}}{g_{51}} = \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot I_x}{F_1 \cdot I_y} - \frac{K_h}{K_v} \leq 0. \quad (300)$$

Ако се усвоји да су коефицијенти K_v , и K_h једнаки, $K_v = K_h = K_f$, добија се:

$$g_5 = g_5(h, b) = \frac{g_{52}}{g_{51}} = \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot I_x}{F_1 \cdot I_y} - 1 = \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot \beta_x^2 \cdot h^2}{F_1 \cdot \beta_y^2 \cdot b^2} - 1 \leq 0. \quad (301)$$

Примењујући метод Лагранжевог множитеља добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_5}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_5}{\partial b}. \quad (302)$$

Парцијални изводи гласе:

$$\frac{\partial g_5}{\partial b} = \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot \beta_x^2 \cdot h^2}{F_1 \cdot \beta_y^2} \cdot \left(-\frac{2}{b^3} \right) = -2 \cdot \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot \beta_x^2 \cdot h^2}{F_1 \cdot \beta_y^2 \cdot b^3}; \quad \frac{\partial g_5}{\partial h} = \frac{2 \cdot k_a \cdot F_{1h} \cdot \beta_x^2 \cdot h}{F_1 \cdot \beta_y^2 \cdot b^2}; \quad (303)$$

Заменом израза (303) у (302), добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{2 \cdot k_a \cdot F_{1h} \cdot \beta_x^2 \cdot h}{F_1 \cdot \beta_y^2 \cdot b^2} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot (-2) \cdot \frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot \beta_x^2 \cdot h^2}{F_1 \cdot \beta_y^2 \cdot b^3}. \quad (304)$$

Након скраћивања и дељењем са чланом $\frac{\partial A}{\partial h}$ израза (304) и даљим сређивањем, добија се:

$$\frac{\partial A}{\partial b} / \frac{\partial A}{\partial h} = -\frac{h}{b} \Leftrightarrow e \cdot b = -h. \quad (305)$$

Као што се види из релације (305), добија се негативно решење које није у скупу реалних решења ($b, h, k > 0$).

До решења се може доћи коришћењем функције ограничења (3.86):

$$\frac{k_a \cdot F_{1h} \cdot \beta_x^2 \cdot h^2}{F_1 \cdot \beta_y^2 \cdot b^2} = 1. \quad (306)$$

Користећи при томе релацију (301), добија се:

$$k_f^2 = \frac{h^2}{b^2} = \frac{F_1}{k_a \cdot F_{1h}} \cdot \frac{\beta_y^2}{\beta_x^2}, \quad (307)$$

односно:

$$k_f^2 = \frac{h^2}{b^2} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{\psi \cdot Q + m_k}{Q + m_k} \cdot \frac{\beta_y^2}{\beta_x^2}. \quad (308)$$

Угиб главног носача се узима под дејством терета и тежине колица без коефицијената γ и ψ , [40], односно њихова вредност је 1, тако да је по интензитету $F_1 = F_{1h}$, па је њихов однос $F_1 / F_{1h} = 1$. Трансформацијом релација (308), коначно се добија:

$$k_f^2 = \frac{h^2}{b^2} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{\beta_y^2}{\beta_x^2}, \quad (309)$$

односно:

$$k_f = \sqrt{\frac{1}{k_a} \cdot \frac{\beta_y^2}{\beta_x^2}} = \frac{\beta_y}{\beta_x} \cdot \sqrt{\frac{1}{k_a}}. \quad (310)$$

До тачнијег решења може се доћи на други начин, ако се релација (51) замени у израз (310):

$$k^3 + 3 \cdot e \cdot k^2 - 3 \cdot \frac{f^2}{k_a} \cdot k - \frac{e}{k_a} = 0. \quad (311)$$

Решавањем једначине (311), добија се:

$$a_f = 3 \cdot e, \quad b_f = -3 \cdot \frac{f^2}{k_a}, \quad c_f = -\frac{e}{k_a}; \quad (312)$$

$$p_f = b_f - \frac{1}{3} \cdot a_f^2, \quad q_f = 2 \cdot \left(\frac{a_f}{3} \right)^3 - \frac{a_f \cdot b_f}{3} + c_f, \quad w_f = \left(\frac{p_f}{3} \right)^3 + \left(\frac{q_f}{2} \right)^2, \quad (313)$$

$$u_f = \sqrt[3]{-\frac{q_f}{2} + \sqrt{w_f}}, \quad v_f = \sqrt[3]{-\frac{q_f}{2} - \sqrt{w_f}}. \quad (314)$$

Оптимална вредност односа висине и ширине носача h/b за критеријум крутости гласи:

$$k_f = u_f + v_f - \frac{a_f}{3}. \quad (315)$$

Ако се одреди однос k_f , из услова дозвољеног угиба у вертикалној равни, висина носача се одређује из израза:

$$\frac{F_{1h} \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A} \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] = K_f \cdot L, \quad A = \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e}{k_f} + 1 \right) \cdot h^2 = A_f. \quad (316)$$

Из релација (316) добијају се оптималне вредности висине и ширине носача према критеријуму крутости:

$$h_f = \sqrt[4]{\frac{s \cdot F_{1h} \cdot L^2 \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)]}{96 \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot K_f \cdot \left(\frac{e}{k_f} + 1 \right)}}, \quad b_f = \frac{h_f}{k_f}. \quad (317)$$

Као што се види, висина главног носача h_f зависи како од носивости и распона, тако и од коефицијента K_f који зависи од погонске класе и од начина управљања.

Функцију ограничења може се записати и у следећем облику:

$$A_f = A(h) \geq \frac{F_{1h} \cdot L^2 \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)]}{48 \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot K_f \cdot h^2}. \quad (318)$$

Израз (318) представља функцију површине од висине h према критеријуму крутости.

5. АНАЛИЗА ДОБИЈЕНИХ РЕЗУЛТАТА ОПТИМИЗАЦИЈЕ ЗА КАРАКТЕРИСТИЧНЕ ПАРАМЕТРЕ ДИЗАЛИЦА

5.1 Анализа резултата оптимизације

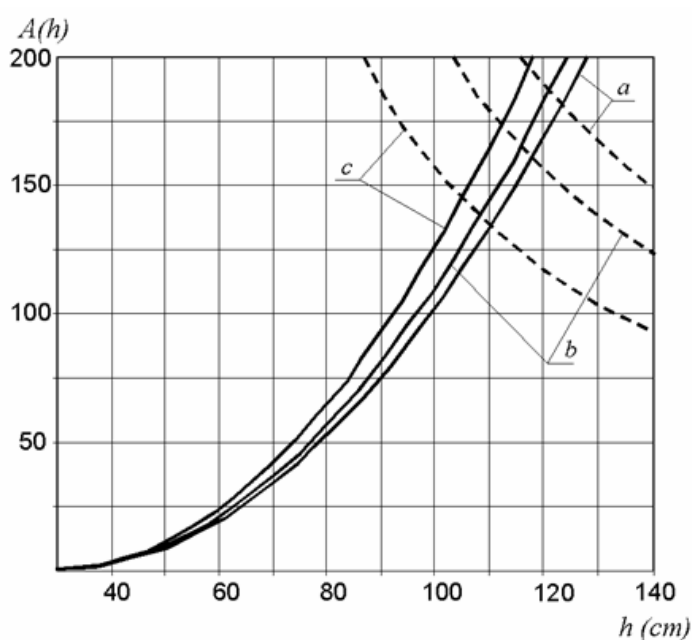
Користећи релацију (81) оптимална вредност параметра k_σ према критеријуму чврстоће је функција од вредности за e и k_a . Коефицијнт f нема утицаја на параметар k и није третиран у оптимизацији зато што зависи од избора концепта сандучастог попречног пресека, и практично је унутар граница: $f \in (0.85 \div 0.90)$. Коефицијент e је изабран и зависи од прозвођача дизалица, и најчешће је у опсегу $e \in (1.2 \div 2.0)$. Динамички коефицијент k_a зависи од избор тип колица. У почетној фази пројектовања, ако није прецизно познато колико износи убрзање при кретању колица, могу се усвојити следеће вредности овог коефицијента: $k_a \in (0.10 \div 0.15)$. Вредности параметра k_σ дате су у следећој табели, Табела 23.

Табела 23

$k_a=0.15$					
e	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k	3.1	3.3	3.5	3.6	3.8
$k_a=0.125$					
e	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k	3.4	3.6	3.9	4.1	4.2
$k_a=0.10$					
e	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k	3.9	4.1	4.4	4.6	4.8

Израз (93) и функција циља изражена преко коефицијента односа k , дата у изразу (87), може се представити и графичким путем.

Релација (93) приказана је испрекиданом, а релација (87) пуном линијом (Сл. 126). У пресеку ових кривих, на апциси, налази се оптимална висина h_σ за критеријум чврстоће. На Сл. 126 види се како се мења положај пресечне тачке у зависности од избора материјала за k добијено по овом критеријуму. За зависност приказану на Сл. 126 усвојене су вредности параметара, распон $L = 20\text{ m}$ и носивост $Q = 12,5\text{ t}$, и види се како се мења положај пресечне тачке за k добијено по овом критеријуму за погонску класу 2, при чему је усвојен као основни материјал S235JRG2 (a), S275JR (b), и S355JR (c).



Слика 126

Што се тиче случаја када је шина на средини распона за критеријум чврстоће, због сложених зависности, отежано је приказивање оптималне функције површине на начин како је то претходно приказано. Ово ће бити анализирано касније.

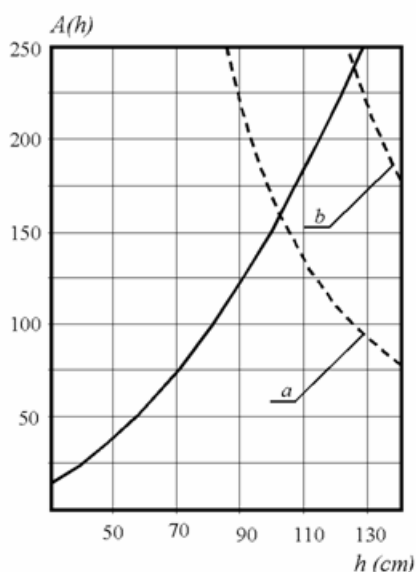
Коришћењем релације (169) срачунате су оптималне вредности параметра k према критеријуму динамичке крутости. Ова вредност, у највећој мери зависи од члана $G(m)$ и тешко је да буде срачуната у првом кораку. Ове вредности дефинисане су распонем дизалице и масом колица, и ове вредности одређује инвеститор и немогу бити предмет оптимизације. Узимајући да је оптимална вредност параметра k_d у границама (2.5÷4.5) и користећи релацију (169), вредност члана $G(m)$ у интервалу -0.04÷0.53 је одређена (Табела 24).

Табела 24

$k=2.5$					
e	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
$G(m)$	0.53	0.43	0.33	0.24	0.17
$k=3$					
e	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
$G(m)$	0.50	0.38	0.28	0.19	0.11
$k=3.5$					
e	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
$G(m)$	0.48	0.35	0.25	0.14	0.05
$k=4$					
e	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
$G(m)$	0.46	0.33	0.21	0.10	0.0
$k=4.5$					
e	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
$G(m)$	0.44	0.31	0.19	0.07	-0.04

Израз (171) и функција циља изражена преко коефицијента односа k_d , може се представити и графичким путем.

Слично претходном поступку, добија се следећи дијаграм. (Сл. 127). Усвојене су вредности параметара, носивост $Q = 12,5t$, материјал S235JRG2 и $T_d = 15s$, и види се како се мења положај пресечне тачке по овом критеријуму за погонску класу 2, при чему су распони $L = 20m$ (a) и $L = 25m$ (b).



Слика 127

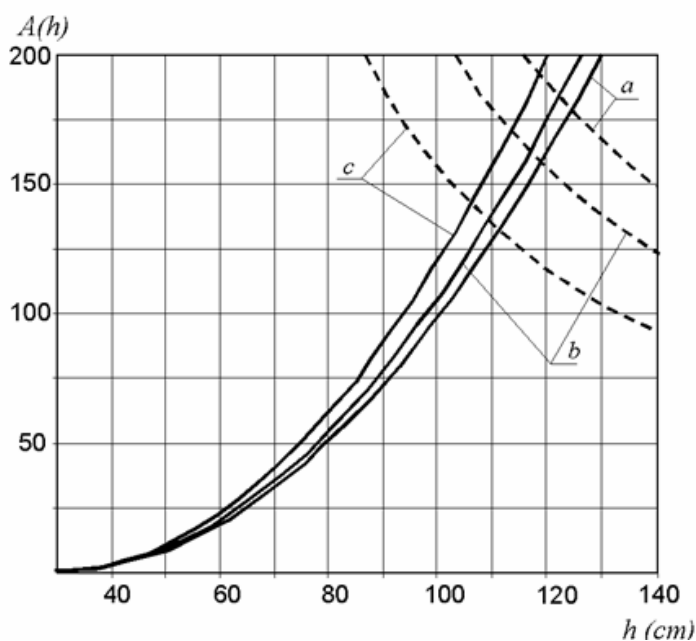
Користећи израз (194) оптимална вредност параметра k_p према критеријуму локалне стабилности лимова је одређена. Оптималне вредности параметра k_p као функције члана e су приказане у Табели 25.

Tabela 25

$k_a=0.15$					
e	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k	3.3	3.5	3.7	3.9	4.1
$k_a=0.125$					
e	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k	3.6	3.9	4.1	4.4	4.5
$k_a=0.10$					
e	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k	4.2	4.4	4.7	4.9	5.1

Израз (195) и функција циља изражена преко коефицијента односа k_p , може се представити и графичким путем.

Слично претходном поступку, добија се следећи дијаграм. (Сл. 128). За зависност приказану на Сл. 128 усвојене су вредности параметара, распон $L = 20\text{ m}$ и носивост $Q = 12,5\text{ t}$, и види се како се мења положај пресечне тачке за k добијено по овом критеријуму за погонску класу 2, при чему је усвојен као основни материјал S235JRG2 (a), S275JR (b), и S355JR (c).



Слика 128

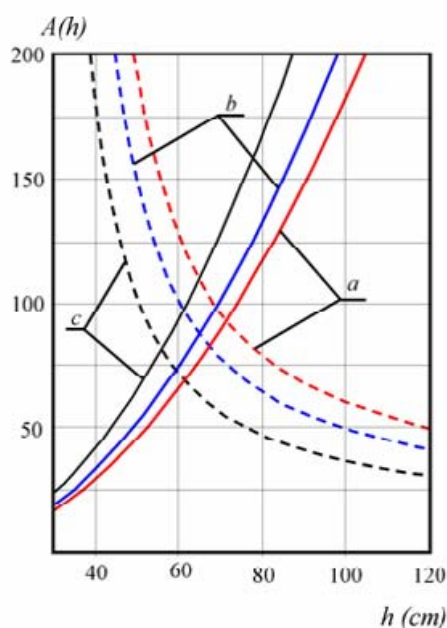
Користећи израз (291) оптимална вредност параметра k_b према критеријуму бочне стабилности лимова је одређена. Оптималне вредности параметра k_b као функције члана e су приказане у Табели 26.

Tabela 26

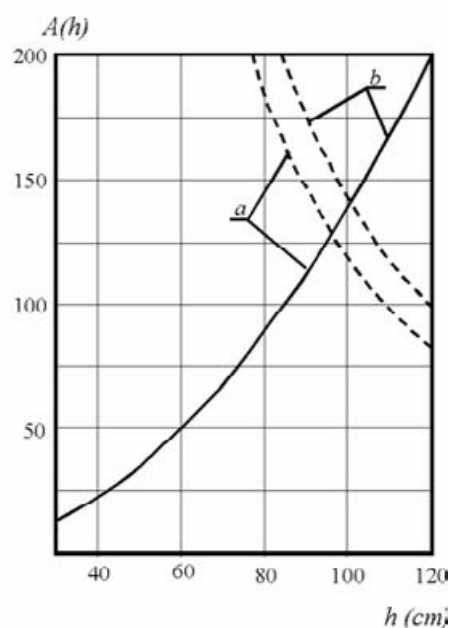
e	1.20	1.30	1.40	1.50
k_b	3.35	3.33	3.31	3.30

Израз (292) и функција циља изражена преко коефицијента односа k_p , може се представити и графичким путем.

Слично претходном поступку, добија се следећи дијаграм. (Сл. 129). За зависност приказану на Сл. 129 усвојене су вредности параметара, распон $L = 20\text{ m}$ и носивост $Q = 12,5\text{ t}$, и види се како се мења положај пресечне тачке за k добијено по овом критеријуму за погонску класу 2, при чему је усвојен као основни материјал S235JRG2 (a), S275JR (b), и S355JR (c).



Слика 129



Слика 130

За критеријум крутости, слично претходном поступку, према релацији (318) и функцији циља, добија се следећи дијаграм. (Сл. 130).

Сл. 130 показује како се мења оптимална пресечна тачка по овом критеријуму у зависности од начина управљања дизалицом, за параметре $L=20\text{ m}$ и $Q=12.5\text{ t}$.

5.2 Компаративна анализа добијених резултата за различите носивосте и распоне двогредне мосне дизалице

Једно од ограничења технолошке природе које постоји код главног носача мосне дизалице јесте унутрашња мера:

$$b_{1,\min} = 30 \text{ cm}, \quad (319)$$

или:

$$b_{1,\min} = 20 \text{ cm}, \quad (320)$$

зависно од произвођача дизалица.

Односно, ово се може написати на следећи начин:

$$b_1 = f \cdot b \geq 30, \quad (321)$$

или:

$$b_1 = f \cdot b \geq 20. \quad (322)$$

Након сређивања, добија се:

$$k \leq \frac{f \cdot h}{30}, \quad (323)$$

односно:

$$k \leq \frac{f \cdot h}{20}. \quad (324)$$

Такође, да би била задовољена стабилност лима горњег појаса, унутрашње растојање вертикалних зидова треба да буде:

$$b_1 \leq 65 \cdot t_1 \cdot \sqrt{\frac{23,5}{R_e}}, \quad (325)$$

$$b_1 = f \cdot b \leq 65 \cdot t_1 \cdot \sqrt{\frac{23,5}{R_e}} = 65 \cdot e \cdot t_2 \cdot \sqrt{\frac{23,5}{R_e}} = 65 \cdot e \cdot \frac{h}{s} \cdot \sqrt{\frac{23,5}{R_e}}. \quad (326)$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$k \geq \frac{s \cdot f}{65 \cdot e} \cdot \sqrt{\frac{R_e}{23,5}}. \quad (327)$$

Како функција (327) даје вредности које су приближно или мање од 2, ово ограничење није од претеране важности за доношење закључака и у процесу оптимизације.

Даље, биће приказани претходни критеријуми у истој равни са ограничењима.

Критеријум чврстоће:

Изједначавањем израза (87) и (93) и сређивањем, добија се:

$$\alpha_y \cdot M_{cv} + \alpha_x \cdot M_{ch} \cdot k = \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e}{k} + 1 \right) \cdot (\alpha_x \cdot \alpha_y \cdot \sigma_{dop} \cdot h - \alpha_y \cdot c - \alpha_x \cdot k_a \cdot c \cdot k) \cdot h^2. \quad (328)$$

Даљим сређивањем, добија се:

$$\alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} \cdot k + \alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} \cdot k^2 = 2 \cdot e \cdot \alpha_x \cdot \alpha_y \cdot \sigma_{dop} \cdot h^3 - 2 \cdot e \cdot \alpha_y \cdot c \cdot h^2 - 2 \cdot e \cdot \alpha_x \cdot k_a \cdot c \cdot k \cdot h^2 + 2 \cdot \alpha_x \cdot \alpha_y \cdot \sigma_{dop} \cdot k \cdot h^3 - 2 \cdot \alpha_y \cdot c \cdot k \cdot h^2 - 2 \cdot \alpha_x \cdot k_a \cdot c \cdot k^2 \cdot h^2.$$

Груписањем чланова уз k и увођењем смене, добија се:

$$(\alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h)) \cdot k^2 - (x(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h)) \cdot k - e \cdot x(h) = 0,$$

$$\text{где је: } x(h) = 2 \cdot \alpha_y \cdot (\alpha_x \cdot \sigma_{dop} \cdot h^3 - c \cdot h^2), \quad y(h) = 2 \cdot \alpha_x \cdot k_a \cdot c \cdot h^2,$$

односно:

$$k_\sigma(h) = \frac{x(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h) + \sqrt{(x(h) - \alpha_y \cdot s \cdot M_{cv} - e \cdot y(h))^2 + 4 \cdot (\alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h)) \cdot e \cdot x(h)}}{2 \cdot (\alpha_x \cdot s \cdot M_{ch} + y(h))},$$

$$k_\sigma(h) = f_\sigma(h). \quad (329)$$

Функција $k_\sigma(h)$ представља промену коефицијента односа k у зависности од висине h за критеријум чврстоће.

За случај шина на средини носача, постоје сложеније зависности. Као што се може видети, постоје 3 различита решења. Да би се могло анализирамо које је од њих најоптималније, неопходно је графички представити добијена решења у истој равни.

Функције (147), (148) и (149) у зависности од h и k , гласе:

$$f_{11}(h, k) = 4 \cdot \alpha_x^2 \cdot \sigma_{dop}^2 \cdot (e+k)^2 \cdot (k^6 + Kn)^2 \cdot h^6 - 4 \cdot c^2 \cdot (e+k)^2 \cdot (k^6 + Kn)^2 \cdot h^4 - 24 \cdot \alpha_x \cdot K_4 \cdot c \cdot F \cdot (e+k)^2 \cdot k^6 \cdot (k^6 + Kn) \cdot h^3 - 4 \cdot (e+k) \cdot k \cdot [s \cdot M_{cv} \cdot c \cdot (k^6 + Kn)^2 + 36 \cdot \alpha_x^2 \cdot K_5 \cdot F^2 \cdot (e+k) \cdot k^{11}] \cdot h^2 - 12 \cdot \alpha_x \cdot K_4 \cdot s \cdot M_{cv} \cdot F \cdot (e+k) \cdot k^7 \cdot (k^6 + Kn) \cdot h - s^2 \cdot M_{cv}^2 \cdot k^2 \cdot (k^6 + Kn)^2 \geq 0,$$

$$f_{12}(h, k) = 2 \cdot \alpha_x \cdot (e+k) \cdot (k^6 + Kn) \cdot \sigma_{dop} \cdot h^3 - 2 \cdot c \cdot (e+k) \cdot (k^6 + Kn) \cdot h^2 - 12 \cdot \alpha_x \cdot K_3 \cdot F \cdot (e+k) \cdot k^6 \cdot h - s \cdot k \cdot M_{cv} \cdot (k^6 + Kn) \geq 0,$$

$$f_{13}(h, k) = \sigma_{dop} \cdot (k^6 + Kn) \cdot h^2 - 6 \cdot K_2 \cdot F \cdot k^6 \geq 0.$$

Оптимална тачка на дијаграмима, биће најнижа тачка која испуњава горе наведене услове и ограничења. Ово ће бити илустровано кроз следеће примере.

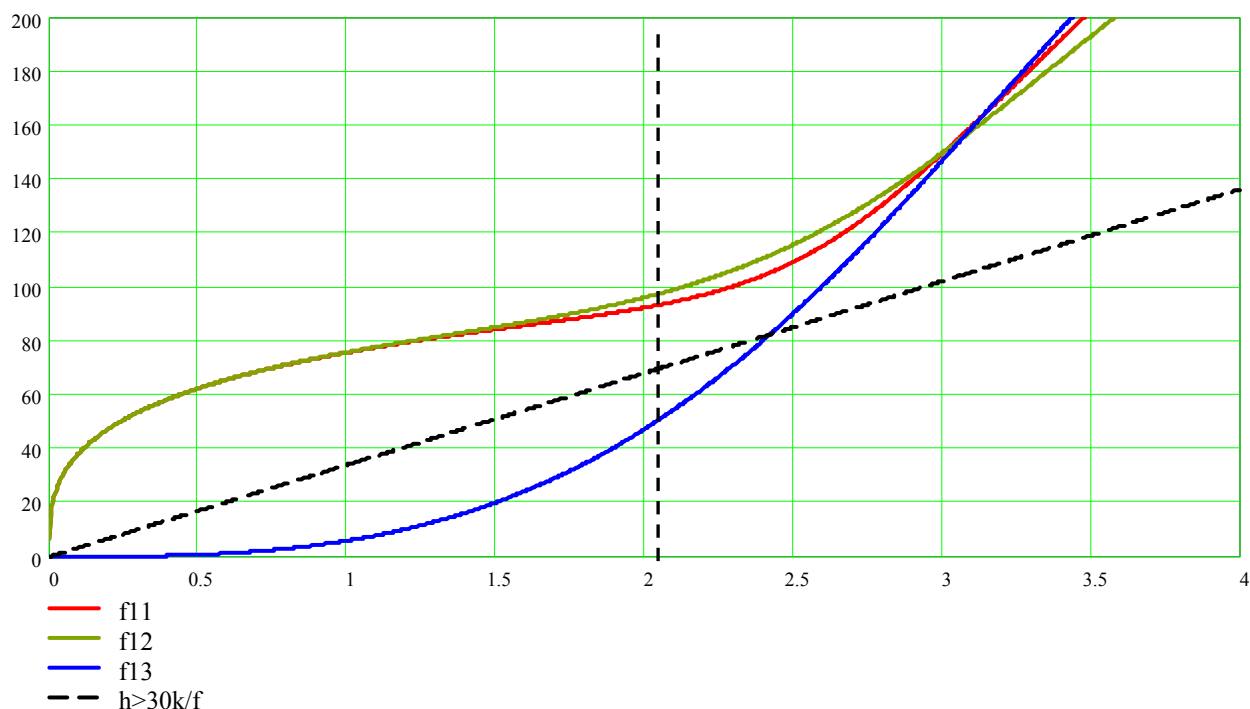
На следећим дијаграмима видеће се како се мењају криве f_{11} , f_{12} и f_{13} у зависности од избора материјала по овом критеријуму, при чему ће се усвојити, илустрације ради, распон $L=20\text{m}$ и носивост $Q=12,5\text{t}$.

Усвојиће се следеће полазни подаци: $e=1,33$;

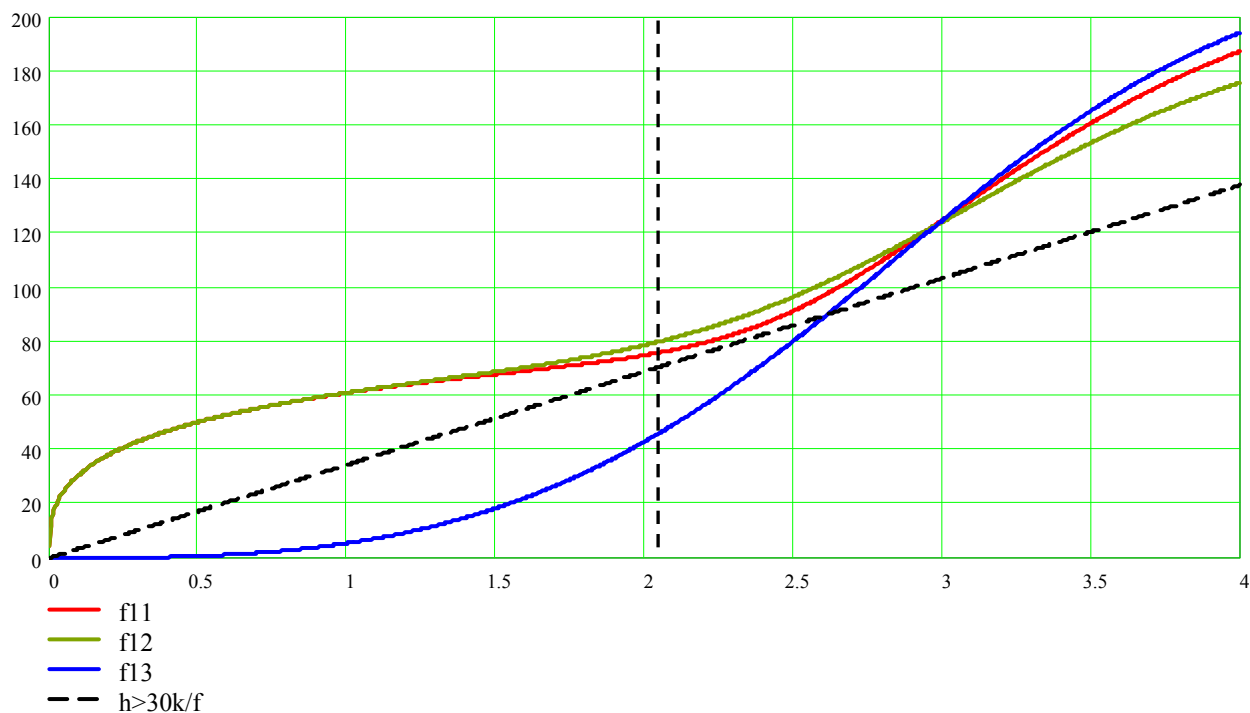
-за S235JRG2: $s=210, f=0,88$;

-за S355JR: $s=170, f=0,87$;

На дијаграмима Сл. 131 и Сл. 132 видимо како се мењају криве f_{11} , f_{12} и f_{13} по овом критеријуму, за погонску групу 2, при чему је усвојен као основни материјал S235JRG2 (Сл. 131) и S355JR (Сл. 132). Види се у којој мери избор основног материјала утиче на облике кривих f_{11} , f_{12} и f_{13} , што се види са ових дијаграма.



Слика 131



Слика 132

Види се са претходних дијаграма да би се у овим случајевима оптимална тачка по критеријуму чврстоће нашао у пресеку вертикалне линије чија је функција (327) и функције $f_{12}(h, k)$.

Критеријум динамичке крутости:

Слично претходном поступку, добија се:

$$2 \cdot \left(\frac{e}{k} + 1 \right) \cdot h^2 \cdot \left[\left(\frac{T_d \cdot \gamma_d}{6 \cdot \pi} \right)^2 \cdot h^2 - C_d \cdot r \cdot L^4 \right] = s \cdot C_d \cdot M \cdot L^3, \quad (330)$$

који након сређивања добија облик:

$$k_d(h) = \frac{2 \cdot e \cdot h^2 \cdot \left[\left(\frac{T_d \cdot \gamma_d}{6 \cdot \pi} \right)^2 \cdot h^2 - C_d \cdot r \cdot L^4 \right]}{s \cdot C_d \cdot M \cdot L^3 - 2 \cdot h^2 \cdot \left[\left(\frac{T_d \cdot \gamma_d}{6 \cdot \pi} \right)^2 \cdot h^2 - C_d \cdot r \cdot L^4 \right]}. \quad (331)$$

Функција $k_d(h)$ представља промену коефицијента односа k у зависности од висине h за критеријум динамичке крутости.

Локална стабилност лимова:

Што се тиче овог критеријума, зависност промене коефицијента односа k у зависности од висине h већ постоји, релација (260).

Критеријум бочне стабилности:

Слично претходном поступку, добија се:

$$\frac{K_1 \cdot M_{cv} \cdot k^2 \cdot f(h) + K_2 \cdot M_{ch} \cdot k \cdot h^2}{\sigma_k \cdot h^3 - K_1 \cdot c \cdot k^2 \cdot f(h) - K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot k \cdot h^2} = \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{e}{k} + 1 \right) \cdot h^2, \quad (332)$$

Множењем израза (332) са s и k и даљим сређивањем, добија се:

$$2 \cdot e \cdot \sigma_k \cdot h^5 - 2 \cdot e \cdot K_1 \cdot c \cdot k^2 \cdot h^2 \cdot f(h) - 2 \cdot e \cdot K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot k \cdot h^4 + 2 \cdot \sigma_k \cdot k \cdot h^5 - 2 \cdot K_1 \cdot c \cdot k^3 \cdot h^2 \cdot f(h) - 2 \cdot K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot k^2 \cdot h^4 = s \cdot K_1 \cdot M_{cv} \cdot k^3 \cdot f(h) + s \cdot K_2 \cdot M_{ch} \cdot k^2 \cdot h^2.$$

Груписањем чланова уз k и увођењем смене, добија се коначни израз:

$$u \cdot x(h) \cdot k_b^3 + (z(h) \cdot x(h) + r(h) \cdot y(h) + u \cdot v(h)) \cdot k_b^2 + (w(h) \cdot x(h) + v(h) \cdot z(h) + p(h) \cdot r(h) - q(h)) \cdot k_b + v(h) \cdot w(h) - e \cdot q(h) = 0, \quad (333)$$

где је:

$$x(h) = s \cdot M_{cv} + 2 \cdot c \cdot h^2, \quad y(h) = s \cdot M_{ch} + 2 \cdot k_a \cdot c \cdot h^2, \quad z(h) = g \cdot m \cdot \beta_y \cdot K_1 \cdot h, \quad w(h) = d \cdot \beta_y^2 \cdot K_1 \cdot h^2, \\ v(h) = 2 \cdot e \cdot c \cdot h^2, \quad r(h) = K_2 \cdot h^2, \quad p(h) = 2 \cdot e \cdot k_a \cdot c \cdot h^2, \quad u = a \cdot m^2 \cdot K_1.$$

Функција $k_b(h)$ (333) представља промену коефицијента односа k у зависности од висине h за критеријум бочне стабилности.

Критеријум крутости:

Слично претходном поступку, добија се:

$$96 \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot K_f \cdot h^4 \cdot \left(\frac{e}{k} + 1 \right) = s \cdot F_{1h} \cdot L^2 \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)], \quad (334)$$

који након сређивања добија облик:

$$k_f(h) = \frac{96 \cdot e \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot K_f \cdot h^4}{s \cdot F_{1h} \cdot L^2 \cdot [1 + \alpha \cdot (1 - 6 \cdot \beta^2)] - 96 \cdot E \cdot \beta_x^2 \cdot K_f \cdot h^4}. \quad (335)$$

Функција $k_f(h)$ представља промену коефицијента односа k у зависности од висине h за критеријум крутости.

У даљем тексту, биће представљени и анализирани добијени изрази на конкретним примерима. Како критеријум бочне стабилности даје мање површине (Сл. 129), он даље неће бити посматран. Такође, биће посматрани само случајеви двогредних мосних дизалица са шином постављеном изнад вертикалног лима, пошто је овај начин извођење у задње време у већој примени.

Да би се извршила анализа резултата оптимизације, потребно је дефинисати полазне параметре дизалица који се односе на геометријске карактеристике, погонску класу и носивост.

Један од главних параметара који фигурише у функцији циља (336) јесте виткост s , која се дефинише према:

$$160 \cdot \sqrt{\frac{23,5}{R_e}} < s \leq 265 \cdot \sqrt{\frac{23,5}{R_e}}. \quad (336)$$

За полазну анализу се могу усвојити средње вредности, тако да за за S235JRG2 узима вредност $s = 210$, а за S355JR $s = 170$.

За почетну фазу анализе, за величине параметара могу се усвојити њихове средње вредности:

$$e = 1,33, f = 0,85, \psi = 1,15, k_a = 0,1, e_k = 2,3m, G_k = 15kN, T_d = 15s. \quad (337)$$

Анализа је спроведена за погонску класу 2 која је заступљена у већини случајева у пракси. За њу важе следеће вредности:

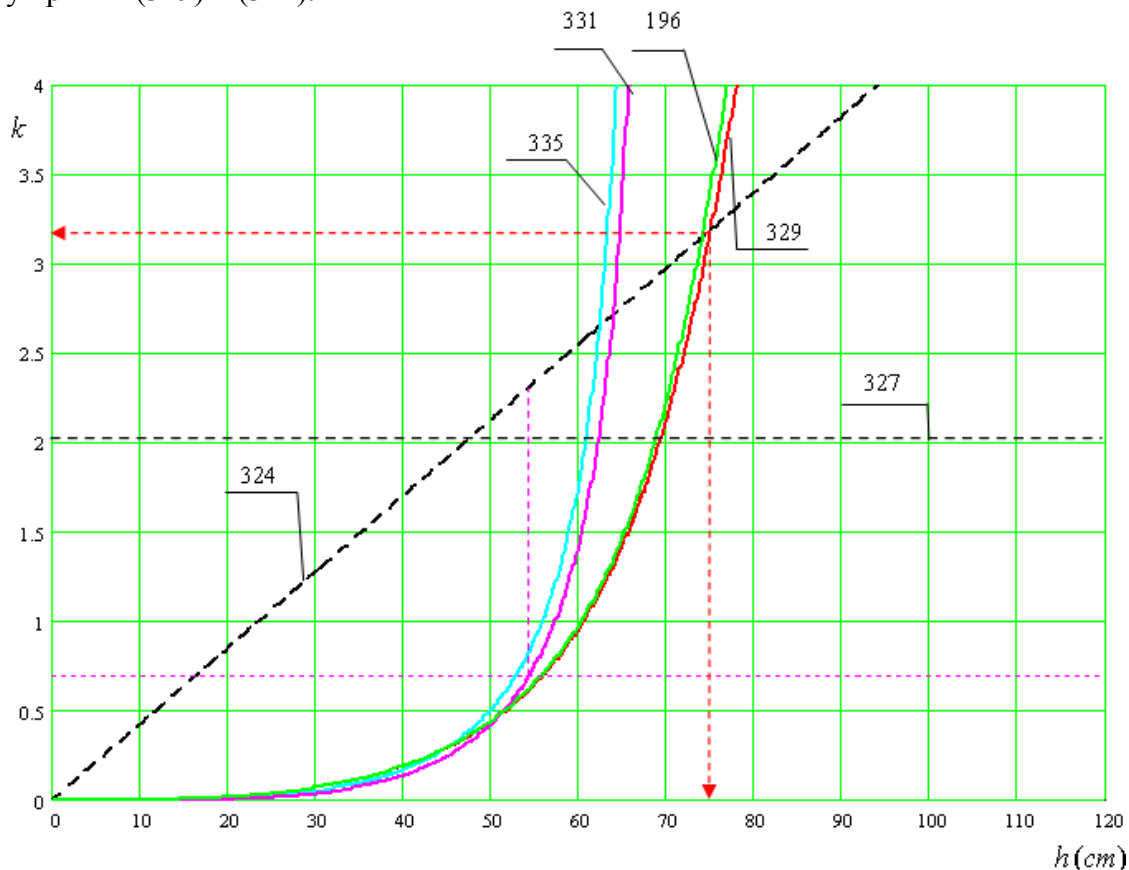
$$\gamma = 1,05, \alpha = 1,20, K = 0,08, m_o = 1,20, K_f = \frac{1}{600}, [39]. \quad (338)$$

Анализа је спроведена за челике S235JRG2 и S355JR.

Оно што је карактеристично, јесте да су за мање распоне добијене веће вредности за h , а разлог томе је вредност параметра виткости s , тако да се при прерачунавању стварне дебљине вертикалног лима t_1 добијају мање вредности од допуштене ($t_{1,\min} = 5mm$). Из тог разлога овај поступак треба поновити више пута, како би се добиле рационалне вредности. Такође, и остали параметри могу се мењати у складу са препорукама.

5.2.1 Резултати за S235JRG2:

За дизалице распона мањих од $L = 15\text{ m}$ доминантан је критеријум чврстоће. На следећим примерима биће приказана компаративна анализа за карактеристичне параметре. На Сл. 133 приказана је анализа за дизалицу носивости $Q = 8\text{ t}$ и распона $L = 10\text{ m}$. Оптимална тачка је у пресеку кривих (329) и (324).



Слика 133

За дизалице распона $L = 10\text{ m}$ и носивости $Q = 12,5\text{ t}$, на основу добијених релација, критеријум чврстоће је релевантан и оптимална вредност параметра k је тачка у пресеку релација (329) и (324) (Сл. 134).

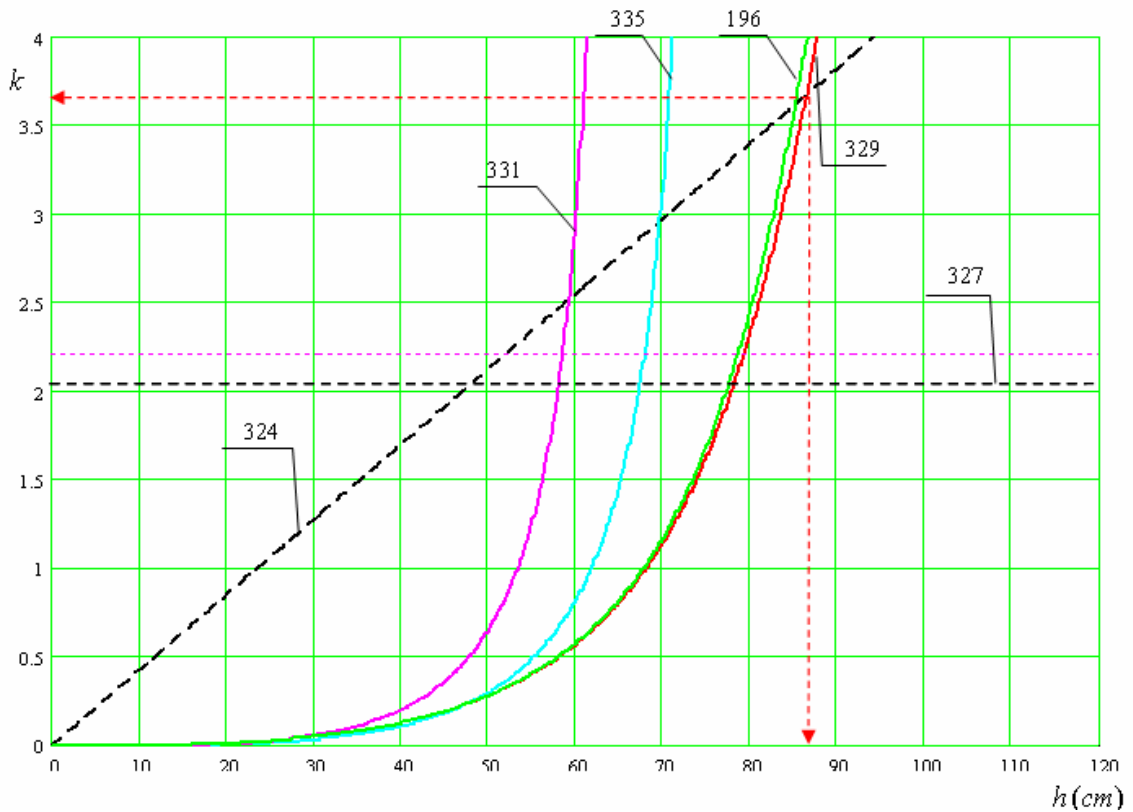
На Сл. 135 се види како вредност унутрашње ширине утиче на вредност оптималне тачке. Унутрашња ширина b_1 не утиче на поступак оптимизације, али утиче на вредност параметра k (Сл. 135, а) $b_1 = 20\text{ cm}$, б) $b_1 = 25\text{ cm}$), при чему је посматрана дизалица распона $L = 10\text{ m}$ и носивости $Q = 16\text{ t}$.

За дизалице распона од $L = 15 \div 18\text{ m}$ добијају се следећи резултати зависно од носивости, при чему доминирају критеријуми чврстоће и динамичке крутости. На Сл. 136 се види како вредност унутрашње ширине утиче на вредност оптималне тачке и оптималног критеријума, при чему је посматрана дизалица распона $L = 15\text{ m}$ и носивости $Q = 6,3\text{ t}$.

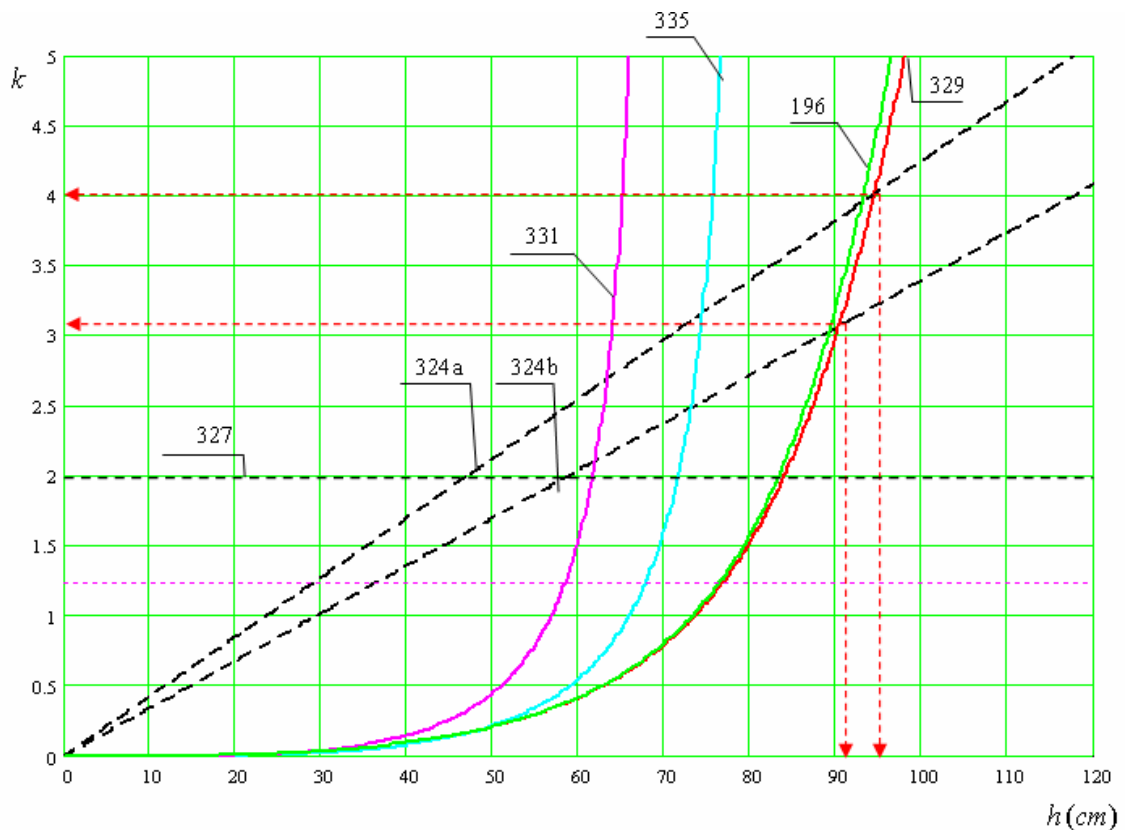
Са повећањем носивости, критеријум чврстоће постаје доминантнији за посматране распоне, при чему је посматрана дизалица распона $L = 15\text{ m}$ и носивости $Q = 8\text{ t}$ (Сл. 137).

За распоне од $L = 18\text{ m}$ је слична ситуација. За дизалице распона $L = 18\text{ m}$ и носивости $Q = 8\text{ t}$, на основу добијених релација, критеријум чврстоће је релевантан и оптимална вредност параметра k је тачка у пресеку релација (329) и (324) (Сл. 138). За исти распон и

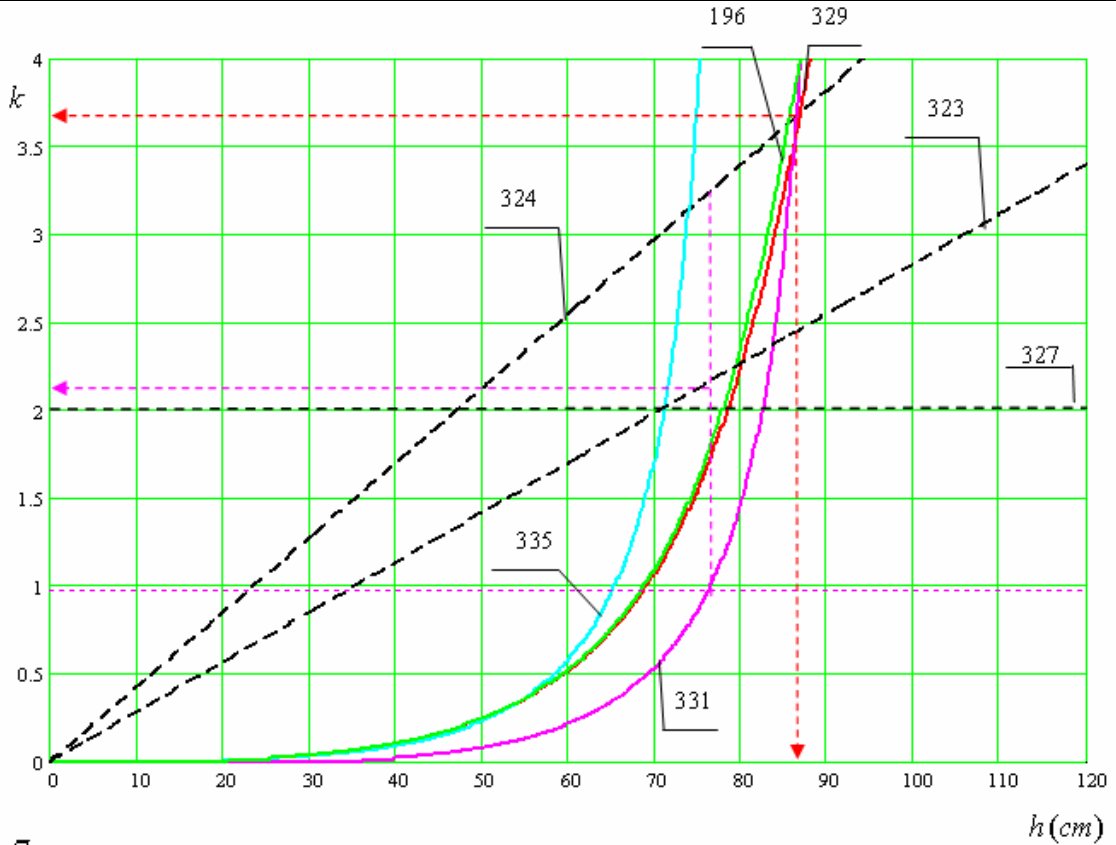
5. Анализа добијених резултата оптимизације за карактеристичне параметре дизајна носивост од $Q = 16t$ оптималан је критеријум чврстоће. оптимална вредност параметра k је тачка у пресеку релација (329) и (324) (Сл. 139). Међутим, како се ради о већој носивости и распону, треба ићи са неком нижом тачком која се налази између (324) и (327), а у овом случају та тачка се налази како је приказано, срачуната представљеном методом.



Слика 134

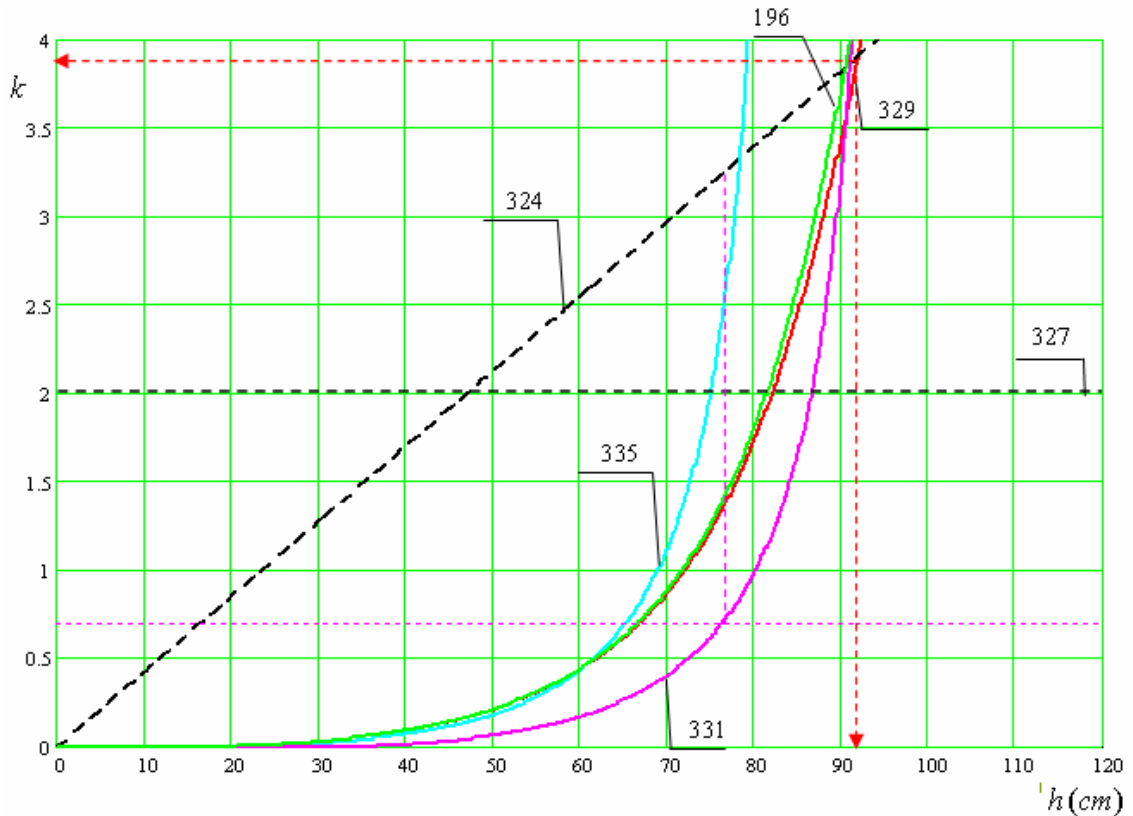


Слика 135

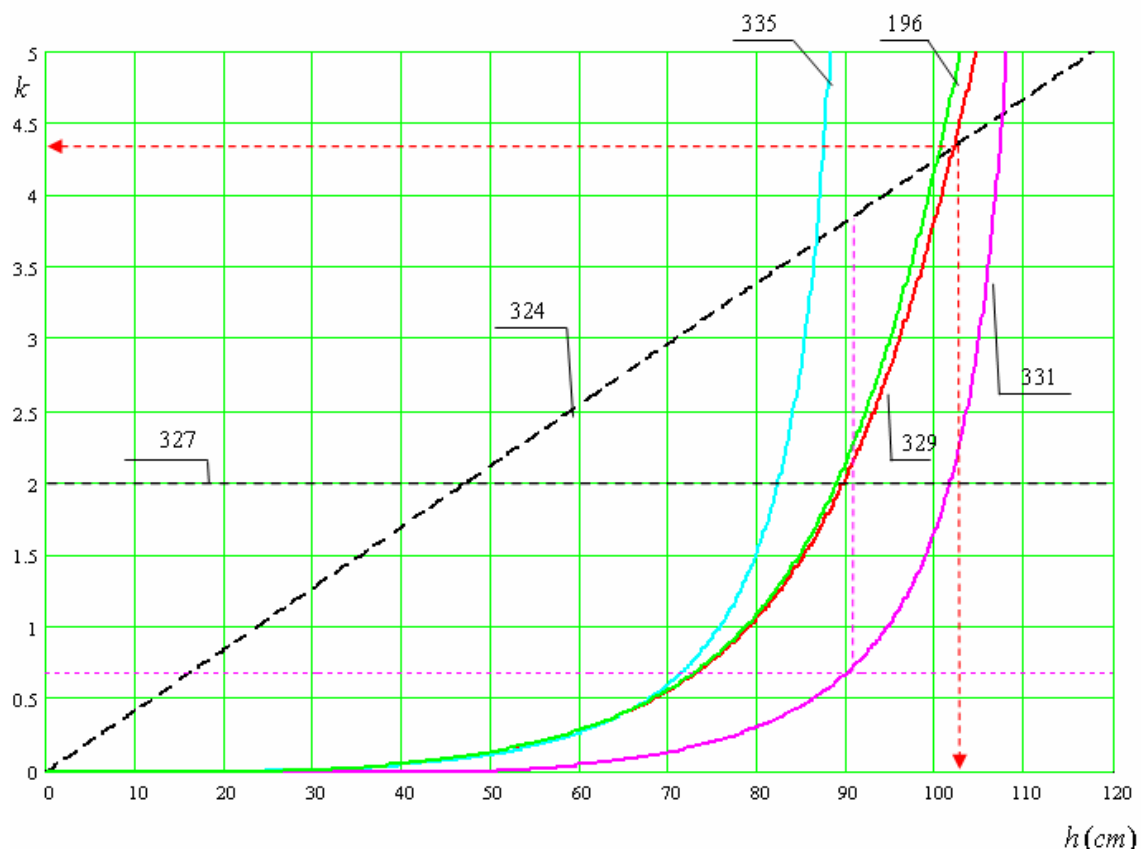


Слика 136

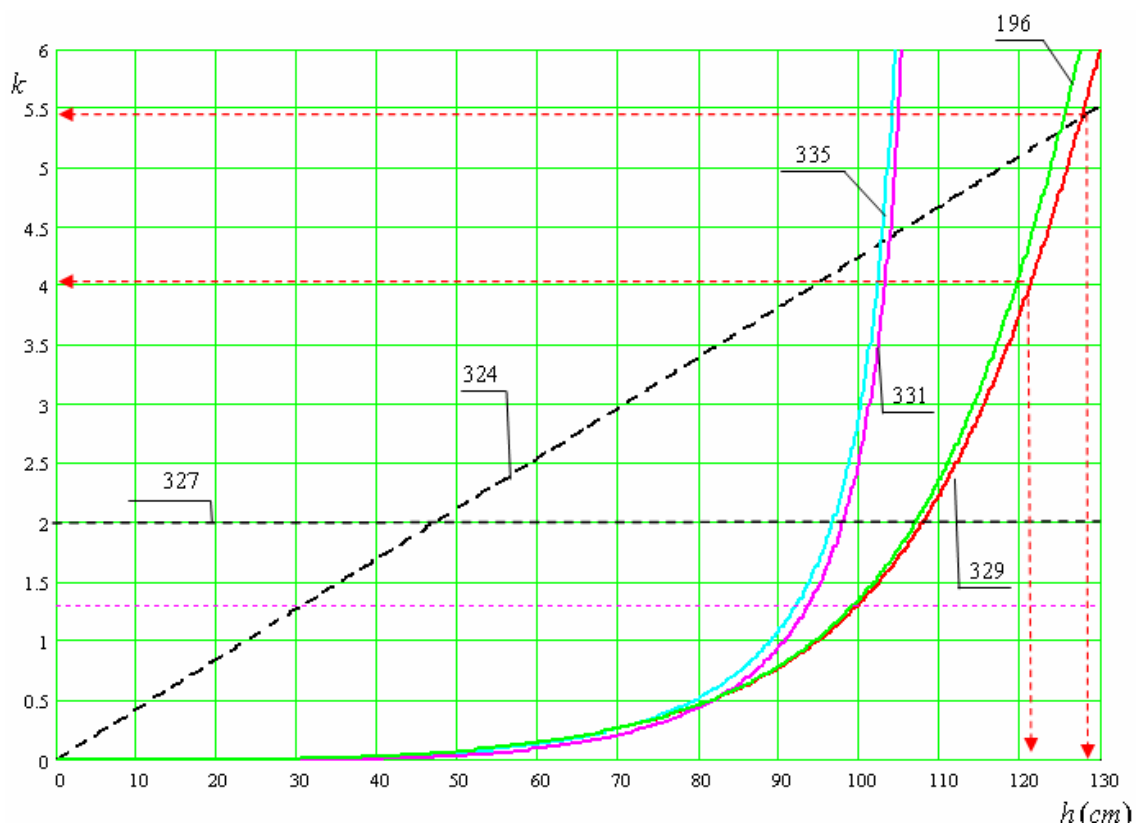
Како се распон и носивост повећавају, треба напоменути да критеријум динамичке крутости постаје доминантнији, изузетно за случајеве са већом носивошћу када је доминантан критеријум чврстоће.



Слика 137



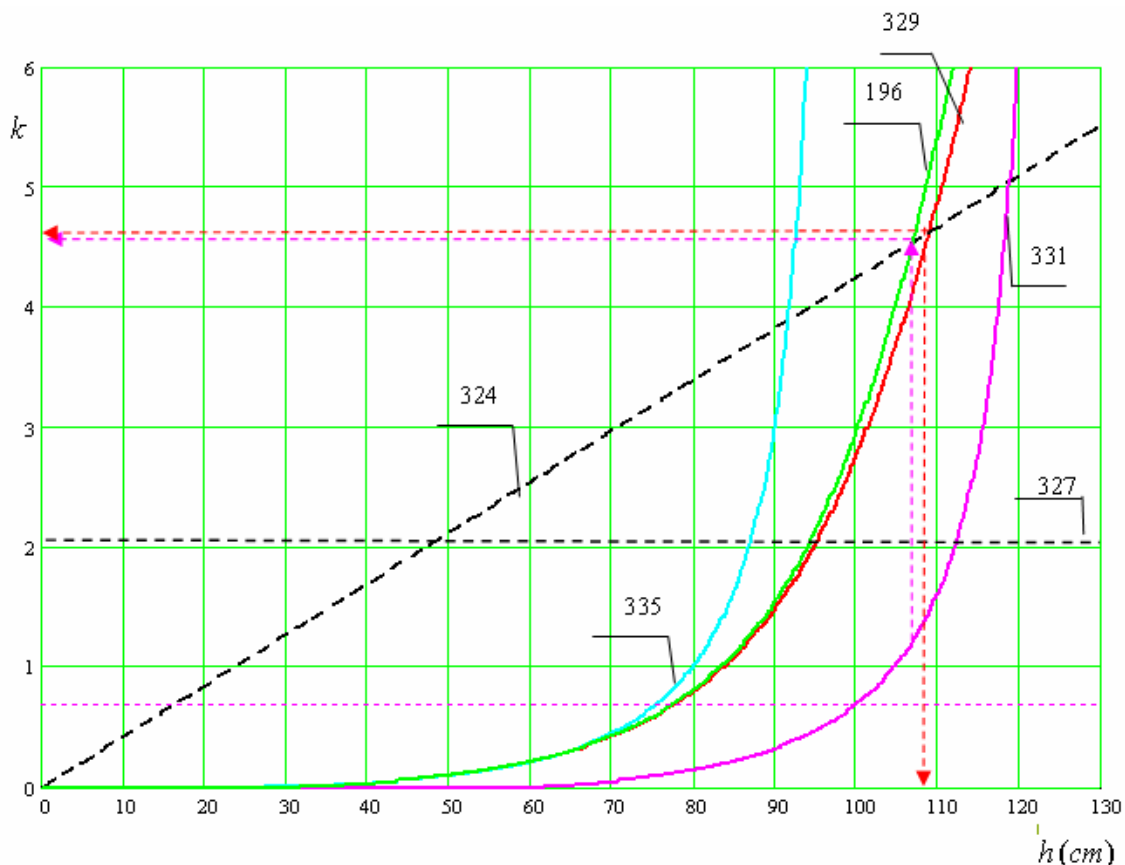
Слика 138



Слика 139

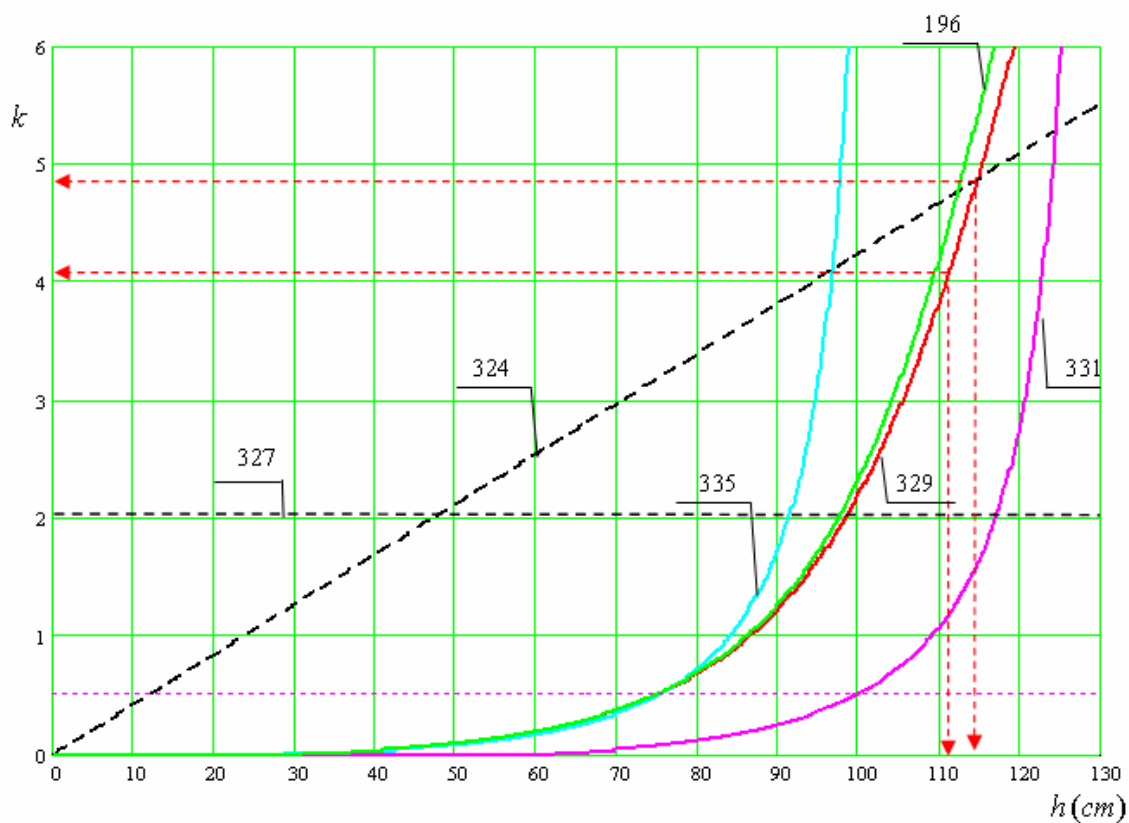
5. Анализа добијених резултата оптимизације за карактеристичне параметре дизалица

За дизалице распона од $L = 20m$ и носивости $Q = 8t$, на основу добијених релација, критеријуми динамичке крутости и чврстоће су доста блиски, тако да је неопходно испитати детаљније оба критеријума (Сл. 140). За исти распон и носивост $Q = 10t$, оптималан је критеријум чврстоће. (Сл. 141).

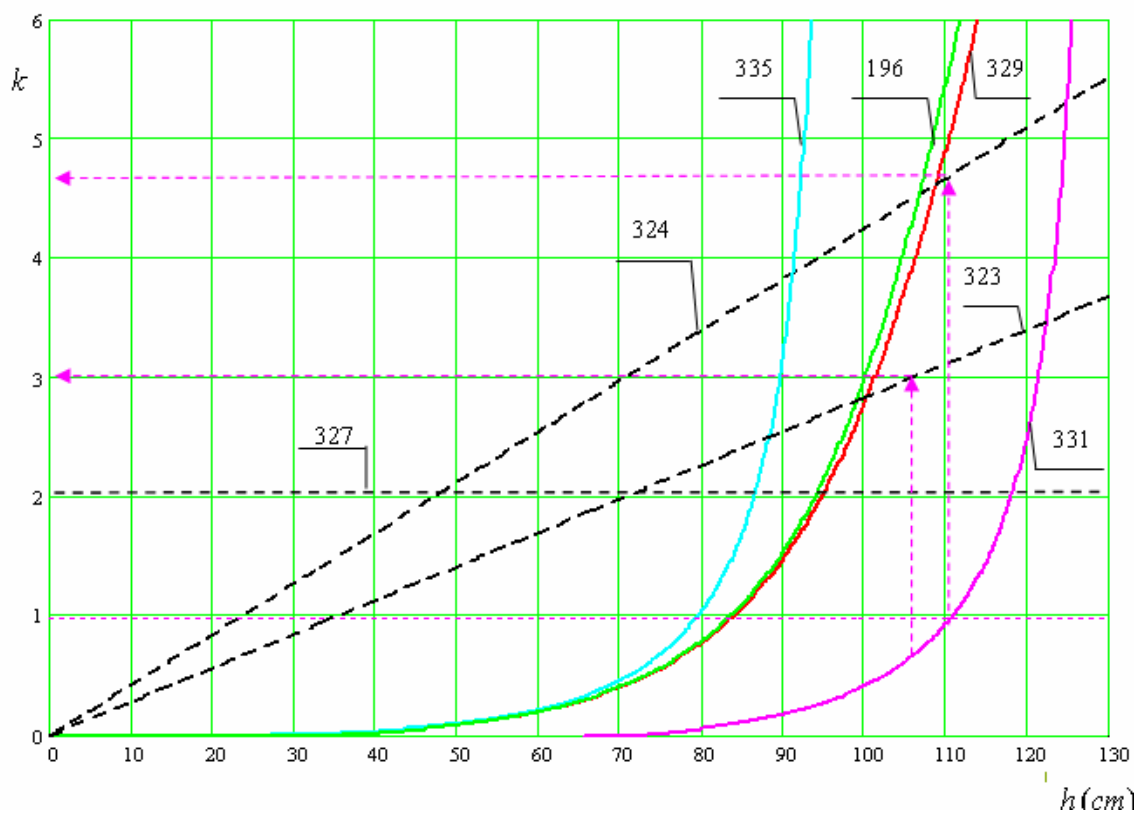


Слика 140

За распоне веће од $L = 22m$ оптималан је критеријум динамичке крутости. На Сл. 142 приказана је анализа за дизалицу носивости $Q = 6,3t$. Види се да је динамичка крутост доминантна независно од унутрашње ширине.



Слика 141

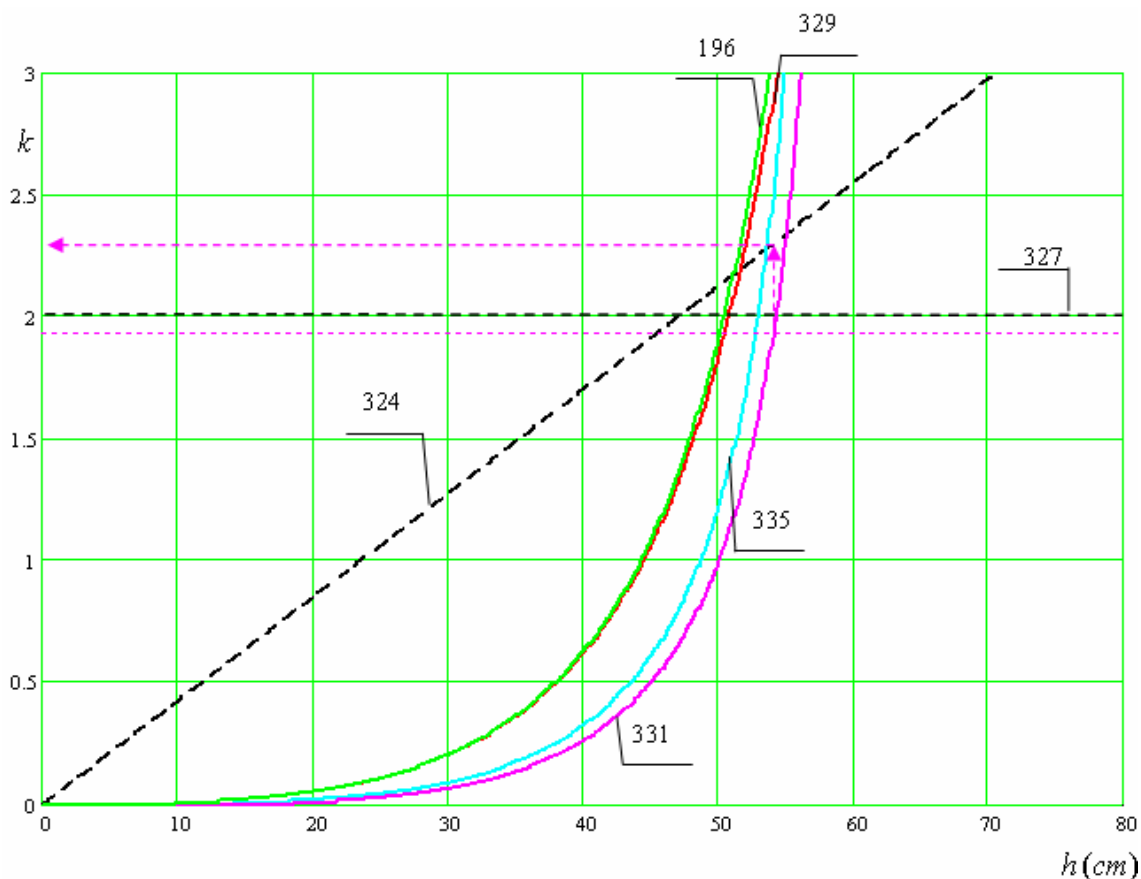


Слика 142

5.2.2 Резултати за S355JR:

За дизалице распона мањих од $L = 12\text{ m}$ доминантни су критеријуми крутости и динамичке крутости. На следећим примерима биће приказана компаративна анализа за карактеристичне параметре.

На Сл. 143 приказана је анализа за дизалицу носивости $Q = 5\text{ t}$ и распона $L = 10\text{ m}$, где је управљање из кабине. Оптималан је критеријум динамичке крутости, при чему се види да је критеријум крутости такође близак оптималној тачки. Када је управљање са пода, критичан критеријум остаје динамичка крутост, пошто се ради о мање строжијим условима што се тиче крутости.

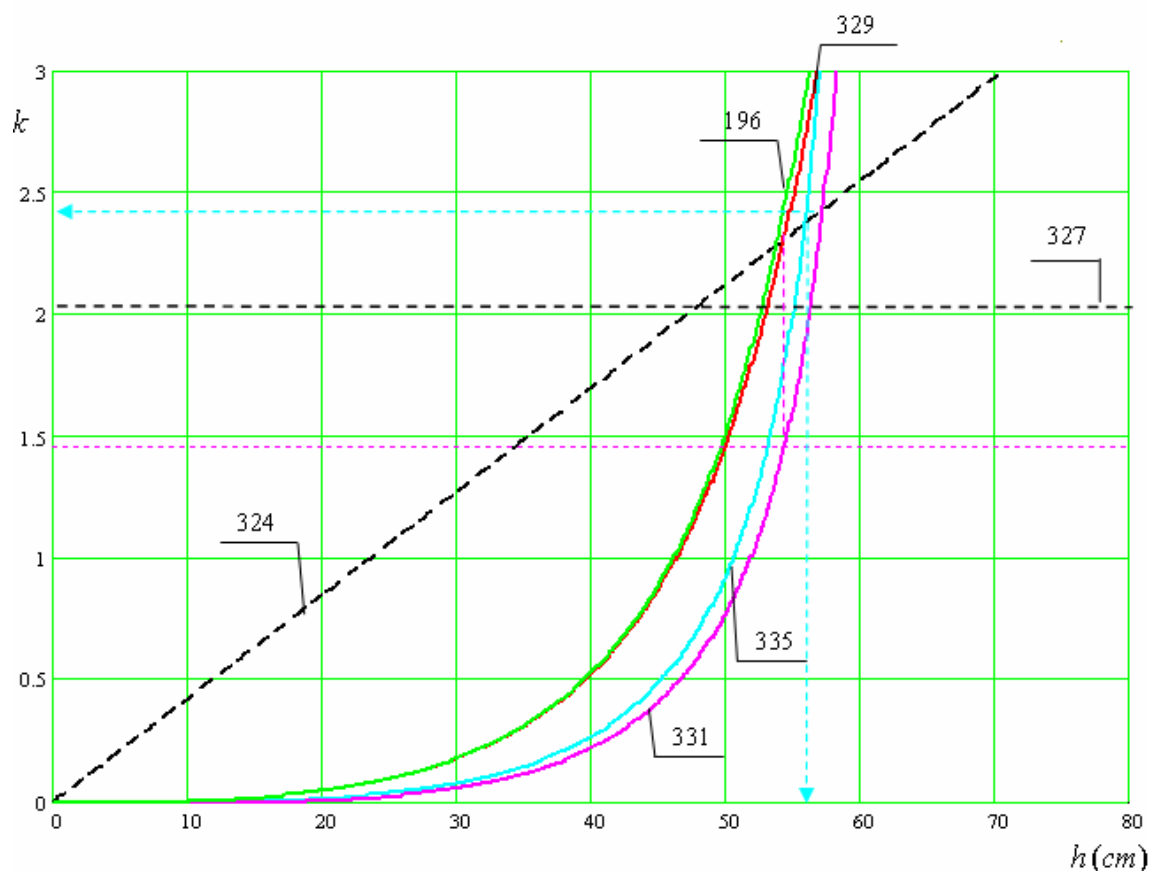


Слика 143

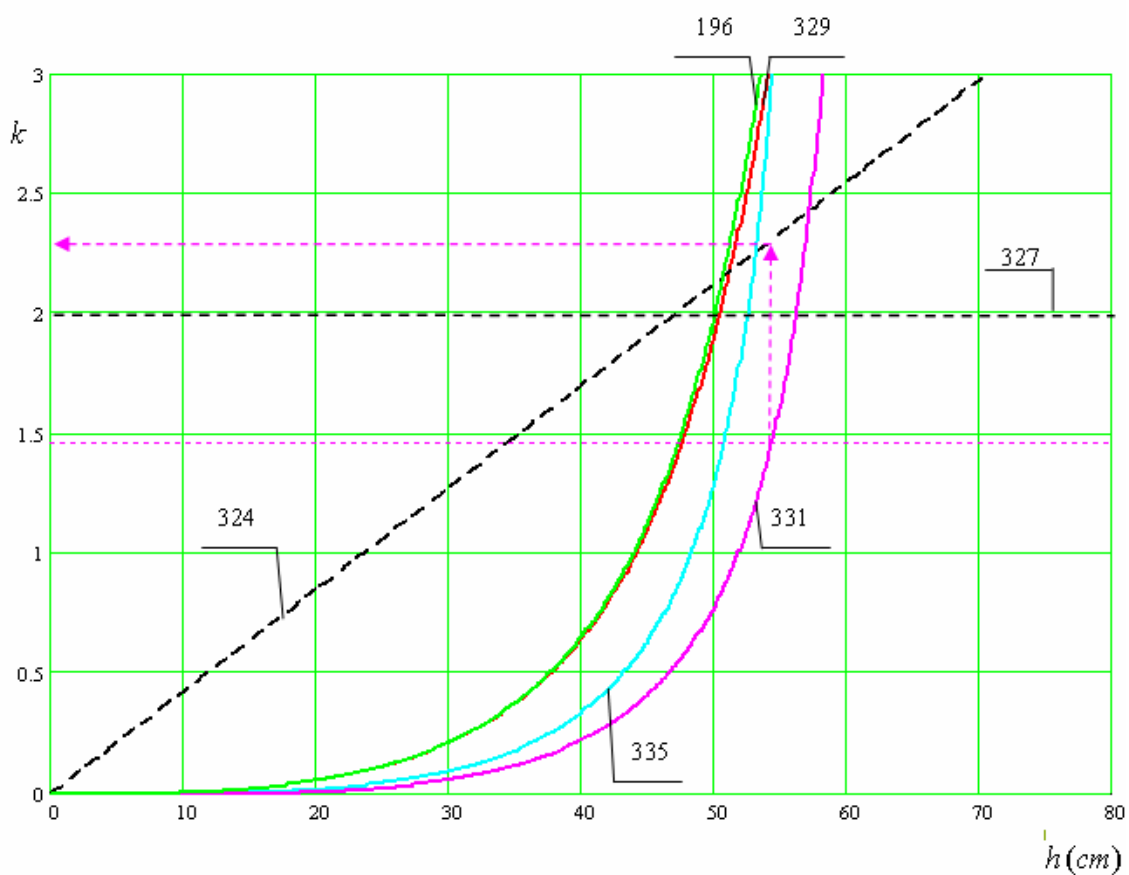
На Сл. 144 приказана је анализа за дизалице носивости $Q = 6,3\text{ t}$ и распона $L = 10\text{ m}$. Оптимална тачка је у пресеку кривих (335) и (324). Оптималан је критеријум крутости, при чему је управљање из кабине. У колико је управљање са пода, добија се да је критичан критеријум динамичке крутости (Сл. 145), при чему се види да је критеријум крутости близак овој тачки. На овај начин се види да начин управљања дизалицом утиче на избор оптималног критеријума.

На следећим примерима биће приказана компаративна анализа за распоне од $L = 12 \div 15\text{ m}$.

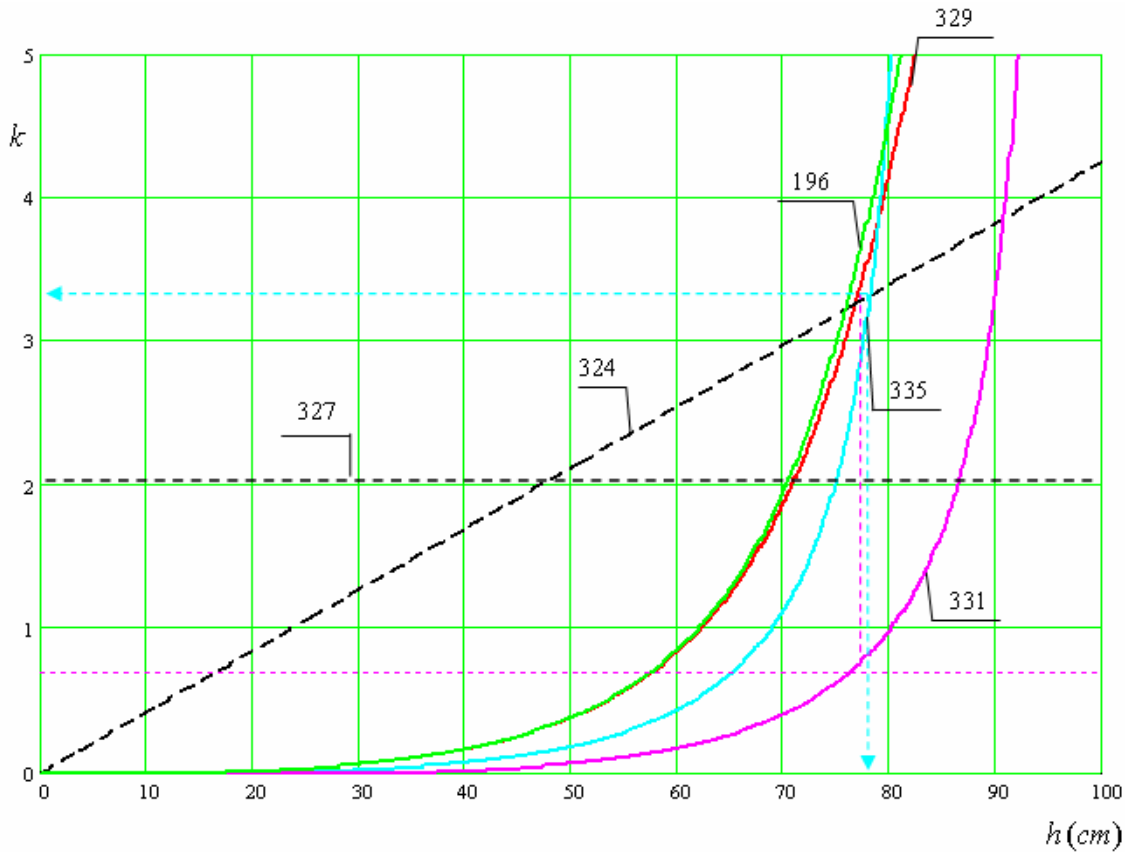
На Сл. 146 приказана је анализа за дизалице носивости $Q = 10\text{ t}$ и распона $L = 15\text{ m}$, при чему је управљање из кабине. Види се да су критеријуми крутости и динамичке крутости јако блиски, и да се оба критеријума требају детаљније сагледати. Ако је управљање са пода, оптималан је критеријум динамичке крутости (Сл. 147).



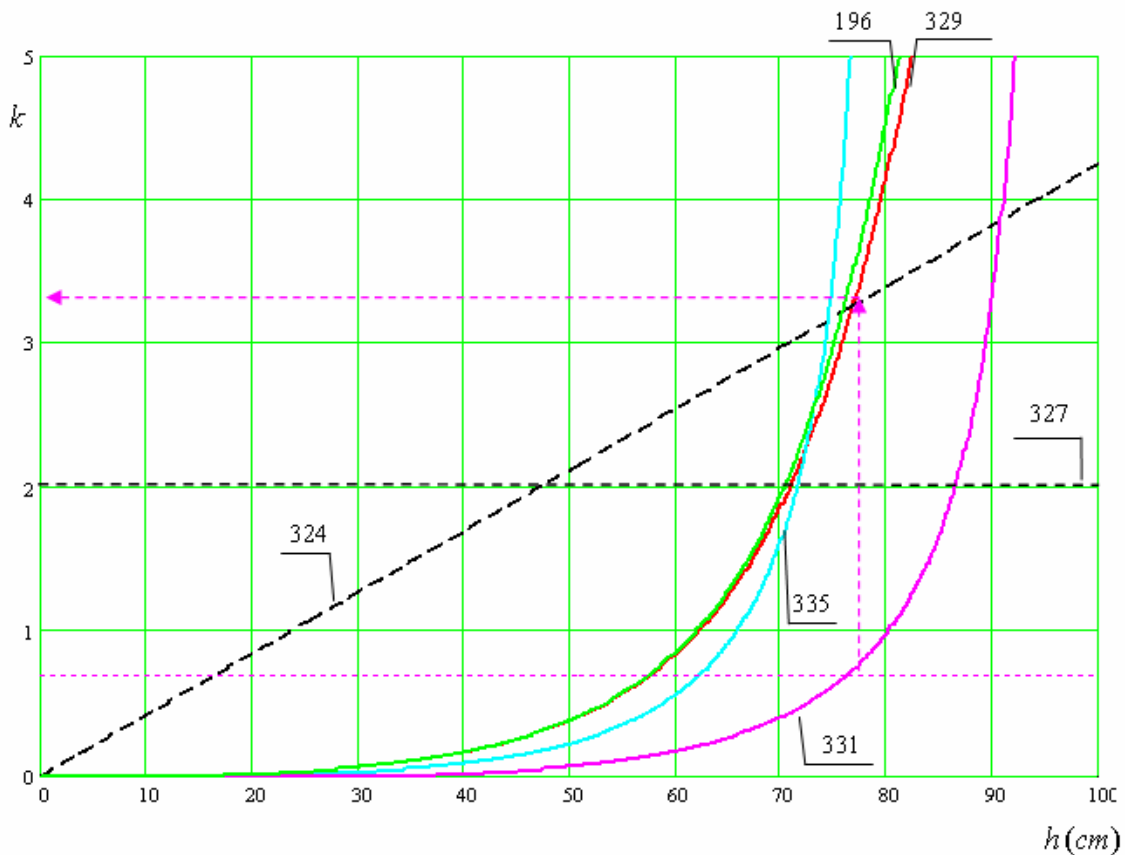
Слика 144



Слика 145



Слика 146

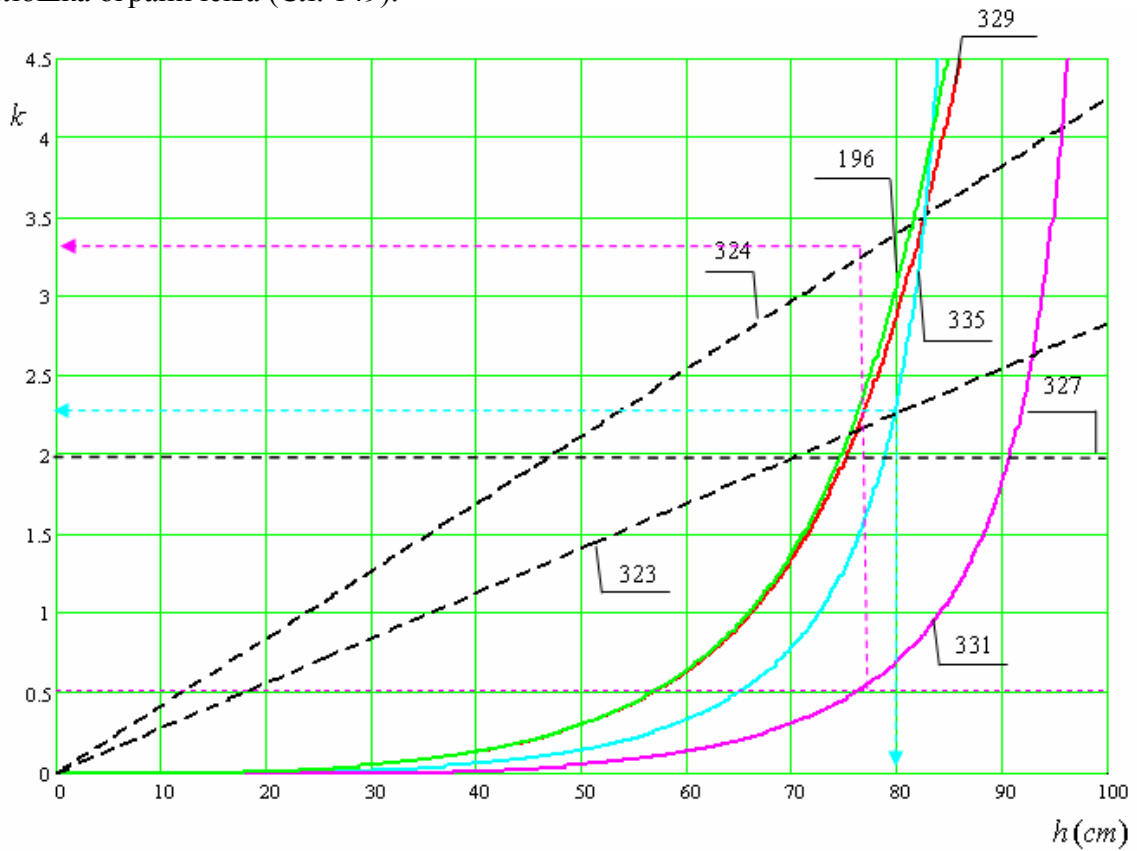


Слика 147

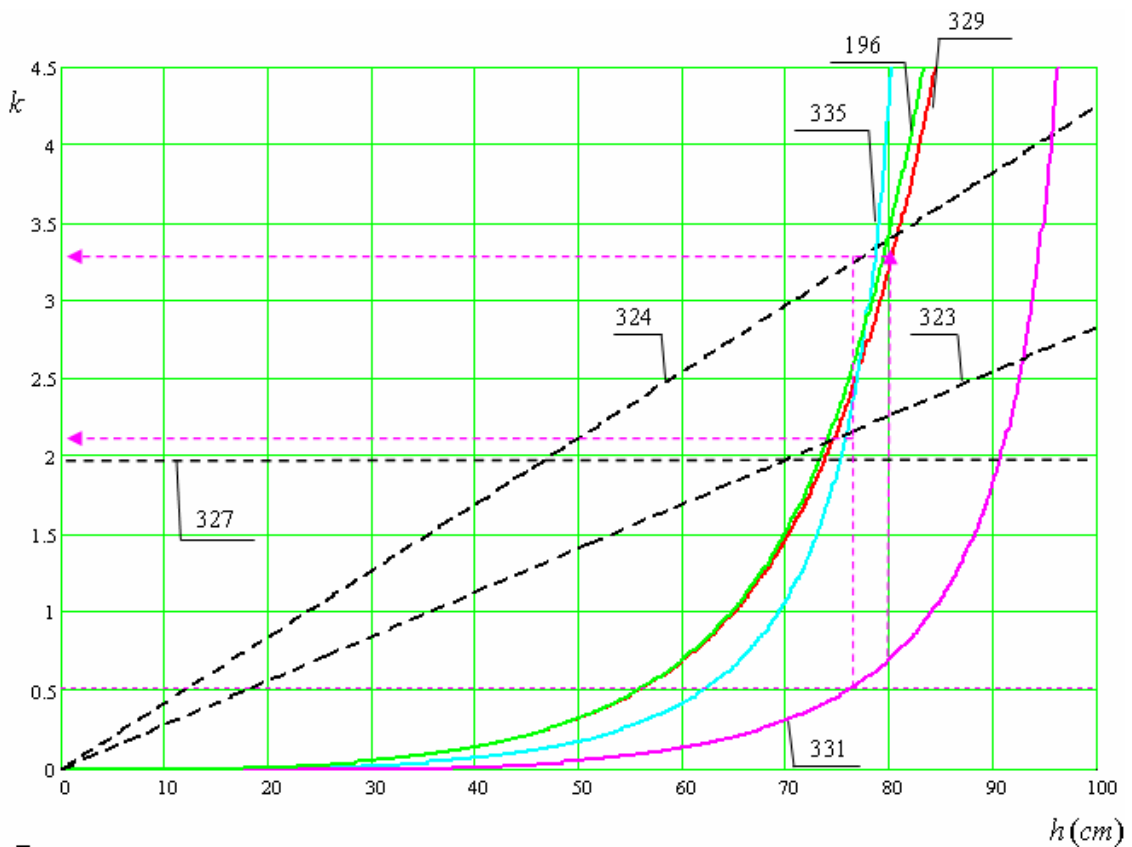
На Сл. 148 приказана је анализа за дизалице носивости $Q=12,5t$ и распона $L=15m$, при чему је узето да је управљање из кабине. Види се да су критеријуми крутости и динамичке

5. Анализа добијених резултата оптимизације за карактеристичне параметре дизалица

крутости доминантни, зависно од унутрашње ширине попречног пресека (технолошких ограничења). На овај начин се види како ово ограничење утиче на критичан критеријум. Ако је управљање са пода, оптималан је критеријум динамичке крутости без обзира на технолошка ограничења (Сл. 149).

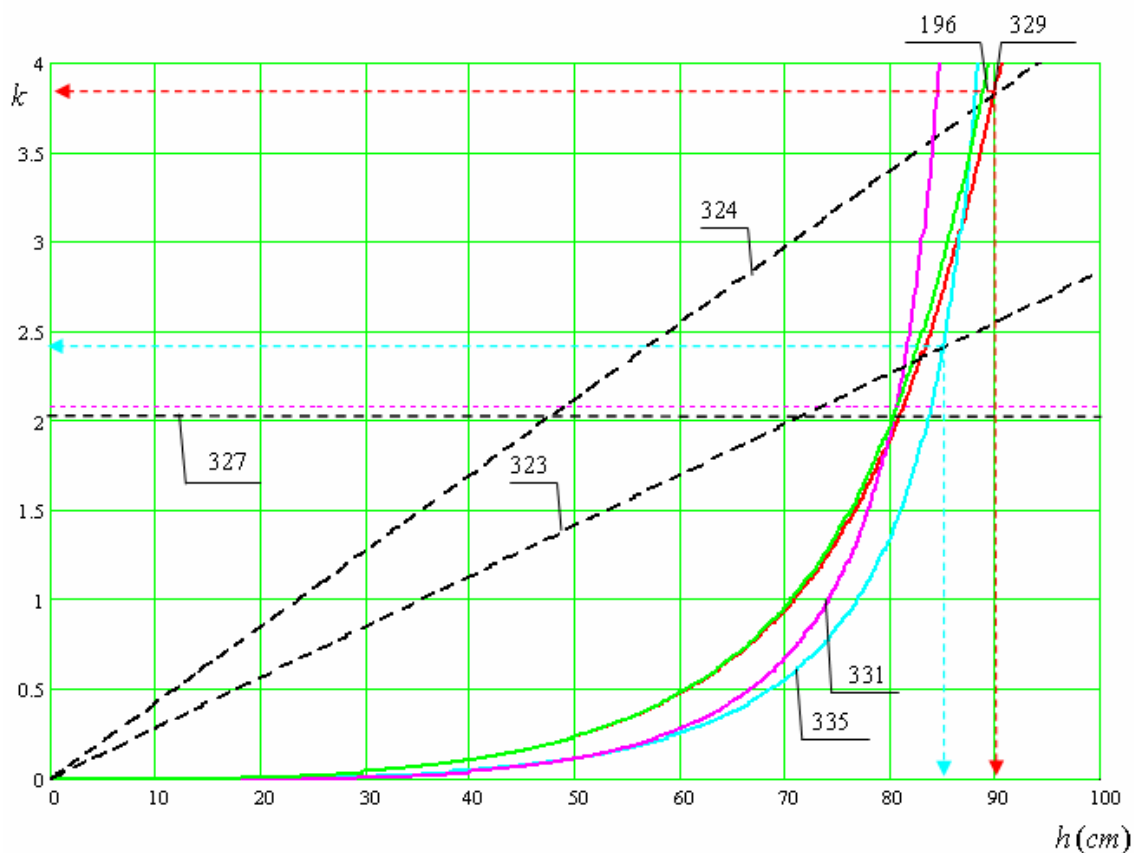


Слика 148



Слика 149

На Сл. 150 приказана је анализа за дизалице носивости $Q = 16t$ и распона $L = 15m$, при чему је узето да је управљање из кабине. Види се да су критеријуми крутости и чврстоће блиски код нижих вредности унутрашње ширине попречног пресека. Са повећањем унутрашње ширине, критеријум крутости постаје доминантнији. На овај начин се види како ово ограничење утиче на критичан критеријум.

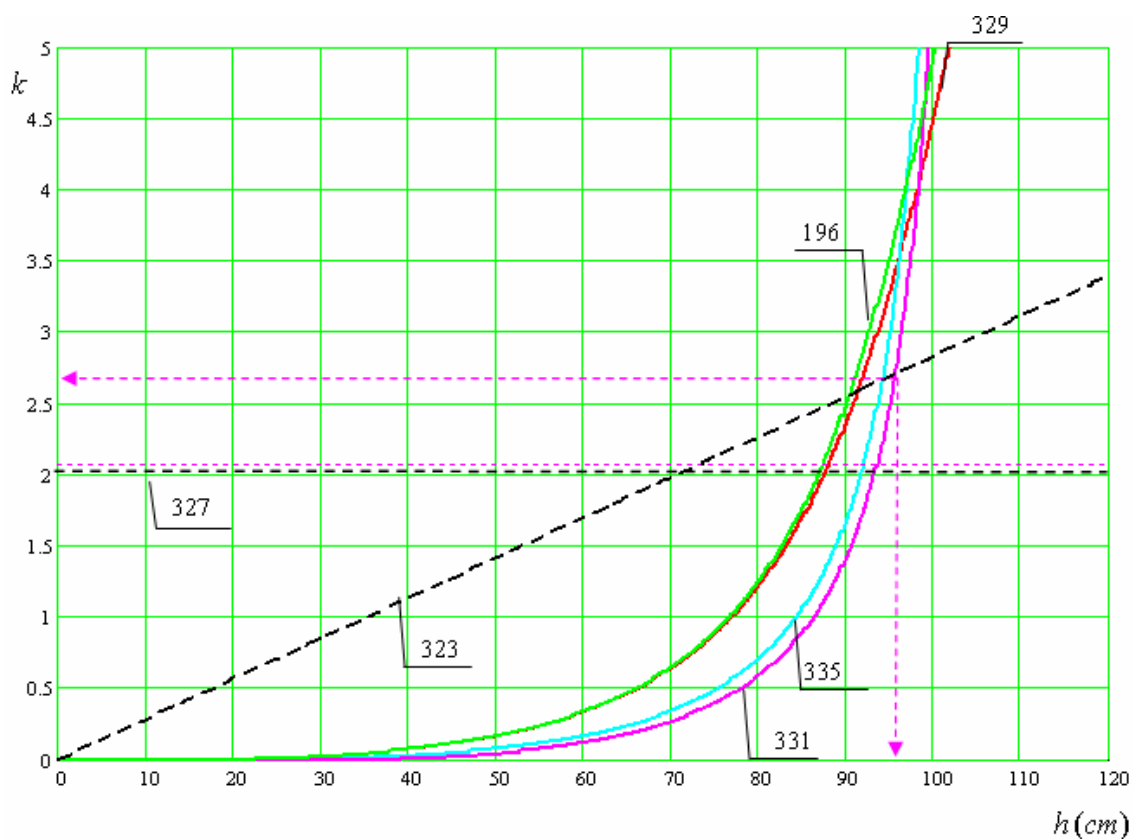


Слика 150

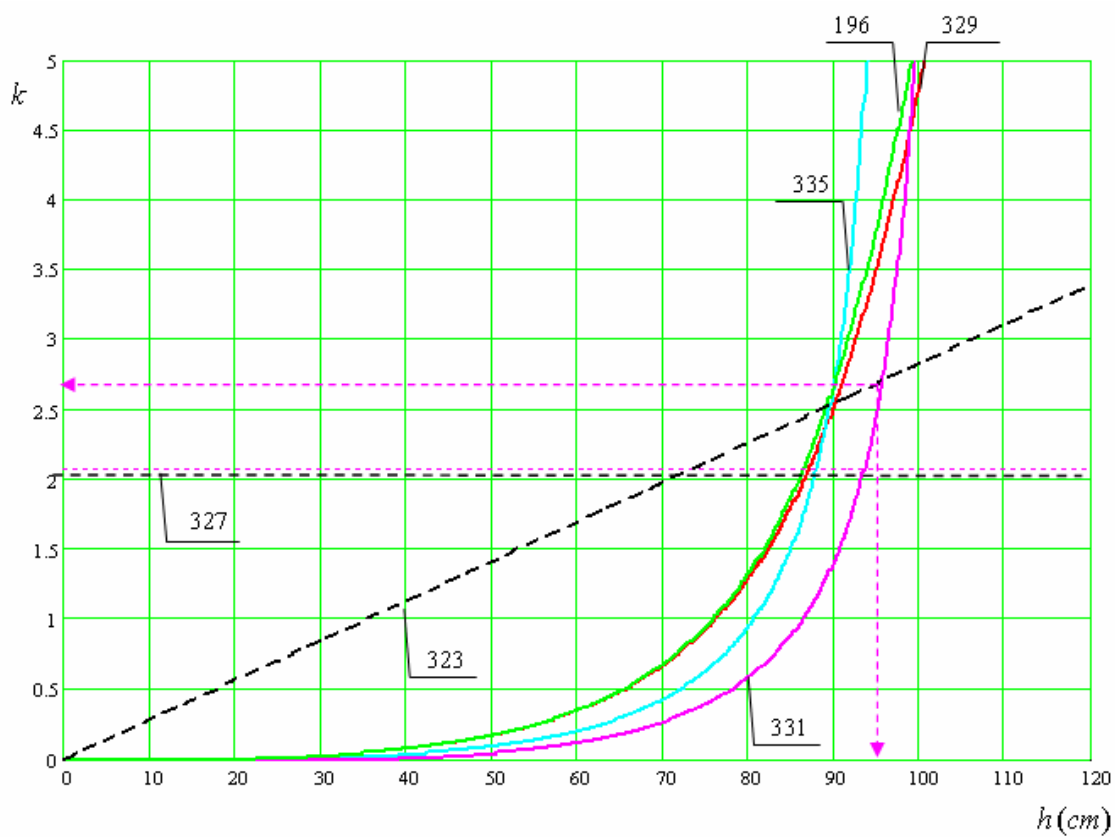
Са повећањем распона, критеријум динамичке крутости постаје све доминантнији.

На Сл. 151 приказана је анализа за дизалице носивости $Q = 16t$ и распона $L = 18m$, при чему је управљање из кабине. Опималан је критеријум динамичке крутости, оптимална тачка је у пресеку кривих (331) и (323). Ако би управљање било са пода, оптимална тачка остаје иста (Сл. 152).

Како се распон и носивост повећавају, треба напоменути да критеријум динамичке крутости постаје доминантнији. Такође, на релеванност критеријума утиче и избор материјала и начин управљања дизалицом. Приказана процедура брзо и ефикасно израчунава оптималну вредност параметра k на основу критичног критеријума.



Слика 151



Слика 152

5.2.3 Резултати примене компаративне анализе на изведеним решењима мосних дизалица

На следећим примерама биће показано у којој мери представљена метода утиче на смањење површине попречног пресека главног носача, при чему су узета практично изведена решења дизалица (Табела 27).

Табела 27

r.b.	Q (t)	L (m)	Čelik	h (cm)	b (cm)	b_1 (cm)	t_1 (mm)	t_2 (mm)	A (cm ²)	σ_{max} (kN/cm ²)	Lokacija	Proizvođač
1.	16	22	S235JRG2	98	50	39,9	12	8	276,8	10,4	Holcim, Paraćin	Tecon Inženjering, Beograd
2.	10	16	S235JRG2	75	45	35,8	8	6	162	10,77	14. okt., Kruševac	MIN, Niš
3.	10	20	S235JRG2	90	45	35,5	8	6	180	11,92	14. okt., Kruševac	MIN, Niš
4.	20	11,6	S275JR	80	35	29	6	5	123,2	16,44	PPT, Trstenik	Atmos, Hoće
5.	10	17,3	S235JRG2	84	46	35,3	6	10	192,9	10,05	Fabrika vagona Kraljevo	ILR Železnik
6.	16	13,7	S235JRG2	78	30	20,8	10	8/6	169,2	14	-	Demag

Применом поступка оптимизације, добијају се следећи параметри (Табела 28):

Табела 28

r.b.	h (cm)	b (cm)	b_1 (cm)	t_1 (mm)	t_2 (mm)	A (cm ²)	σ_{max} (kN/cm ²)	Ušteda %
1.	120,4	40,6	30	8	6	209,4	13,95	24,35
2.	81	40,6	30	7	5	137,8	11,88	14,94
3.	100,1	40,6	30	7	5	156,9	12,14	12,83
4.	80,4	35	29	6	5	122,4	17,87	0,65
5.	86,9	40,6	30	7	5	143,7	12,02	25,51
6.	70,5	40,6	30	8	6	149,6	15,05	11,58

**6. ИЗРАДА СОФТВЕРА ЗА ИЗРАЧУНАВАЊЕ ОПТИМАЛНИХ
ПАРАМЕТАРА КУТИЈАСТИХ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА И ВЕР
ИЗРАДА СОФТВЕРА ЗА ИЗРАЧУНАВАЊЕ ОПТИМАЛНИХ ПАРАМЕТАРА
КУТИЈАСТИХ ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА И ВЕРИФИКАЦИЈА
ДОБИЈЕНИХ АНАЛИТИЧКИХ ВРЕДНОСТИ СОФТВЕРСКОМ
СИМУЛАЦИЈОМИФИКАЦИЈА ДОБИЈЕНИХ АНАЛИТИЧКИХ
ВРЕДНОСТИ СОФТВЕРСКОМ СИМУЛАЦИЈОМ**

Користећи добијене резултате у процесу оптимизације, као и релације међусобних зависности геометријских параметара, могуће је софтверски представити и дефинисати сандучасти попречни пресек користећи улазне параметре неопходне за пројектовање главног носача носне дизалице.

На основу улазних параметара и коришћењем функција ограничења, долази се до жељене функције циља, а то је минимална површина кутијатог попречног пресека (Сл. 78), уз поштовање допунских функција ограничења.

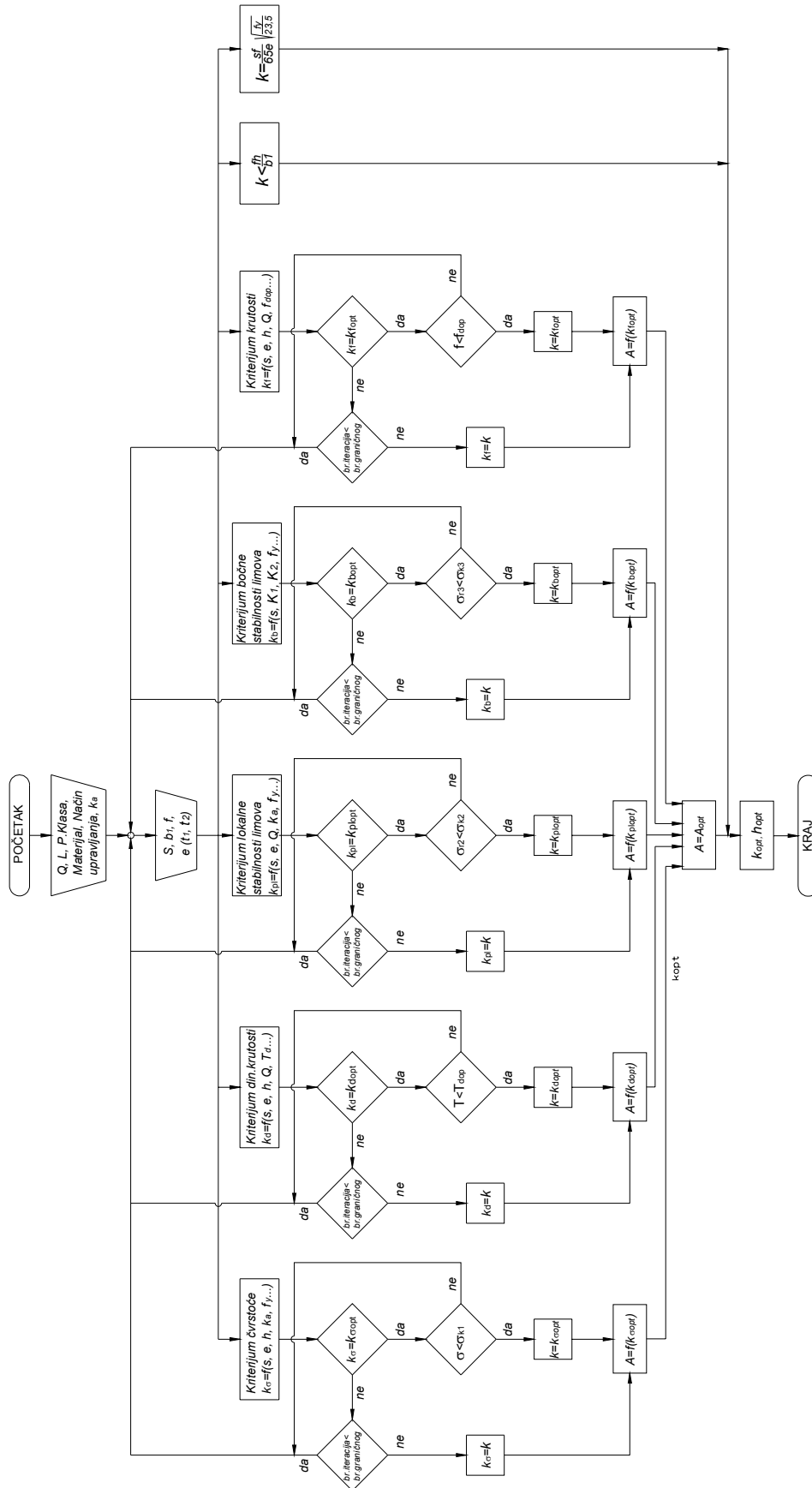
Поступак одеђивања потребних димензија се спроводи по већ познатом алгоритму, тако да морају бити испуњени сви критеријуми по којима је вршена оптимизација, а оптималне димензије су дефинисане на основу релевантног (критичног) критеријума.

У даљем тексту биће приказани улазни подаци на основу којих се врши димензионисање сандучастог попречног пресека двогредне носне дизалице.

Сам поступак и добијени резултати су од значаја за пројектанта у првој фази пројектовања (усвајања) почетних (полазних) димензија главног носача.

Такође, за одређивање коначних димензија и за оптимизацију попречних пресека дизаличних конструкција, треба сагледати и параметре, као што су: замор материјала, утицај технологије израде носача, однос дебљина лимова профила, итд.

Алгоритам за израду софтвера при одређивању оптималних вредности геометријских параметара попречног пресека приказан је на слици 153.



Слика 153

Улазни подаци:

$$Q = ()t$$

$$L = ()m$$

$$P.klasa = ()$$

$$Upravljanje = ()$$

$$f_y = ()kN/cm^2$$

$$k_a = ()$$

$$s = ()$$

$$e = ()$$

$$f = ()$$

Остали улазни параметри су дефинисани погонском класом. Такође, могу се усвојити и другачије вредности.

Параметри s , e и f се могу варирати (у оквиру опсега у коме су дефинисани), како би се дошло до најоптималније геометрије.

Изразни подаци

$$h = ()cm$$

$$b = ()cm$$

$$b_1 = ()cm$$

$$t_1 = ()cm$$

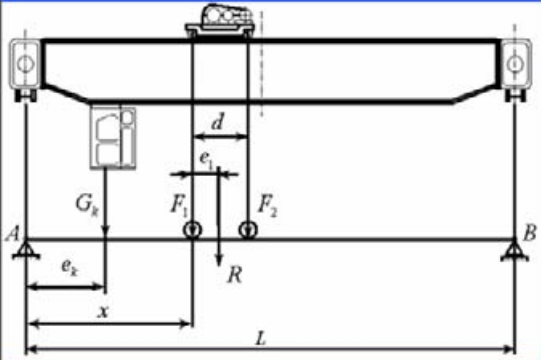
$$t_2 = ()cm$$

$$A = ()cm^2$$

На следећим сликама приказан је резултат рада поменутог програма.

Једноставним уношењем основних параметара дизалице (Сл. 154), и провером стабилности лимова и неопходних критеријума, варирањем основних геометријских зависности (Сл. 155) добија се тражена геометрија попречног пресека (Сл. 156). Сам софтвер карактерише једноставно кретање кроз исти, као и врло једноставна измена и варијација параметара, тако да се коришћењем неколико корака долази до потребне геометрије.

DVOGREDNA MOSNA DIZALICA - DIMENZIONISANJE GLAVNOG NOSAČA



Nosivost	Q	16	(t)		
Raspon	L	13,7	(m)		
P. Klasa		1m	2m	3m	4m
Materijal		S235	S275	S355	
Upravljanje		Sa Poda	Iz Kabine		
Koeficijent	k_α	0,1			

STABILNOST

Слика 154

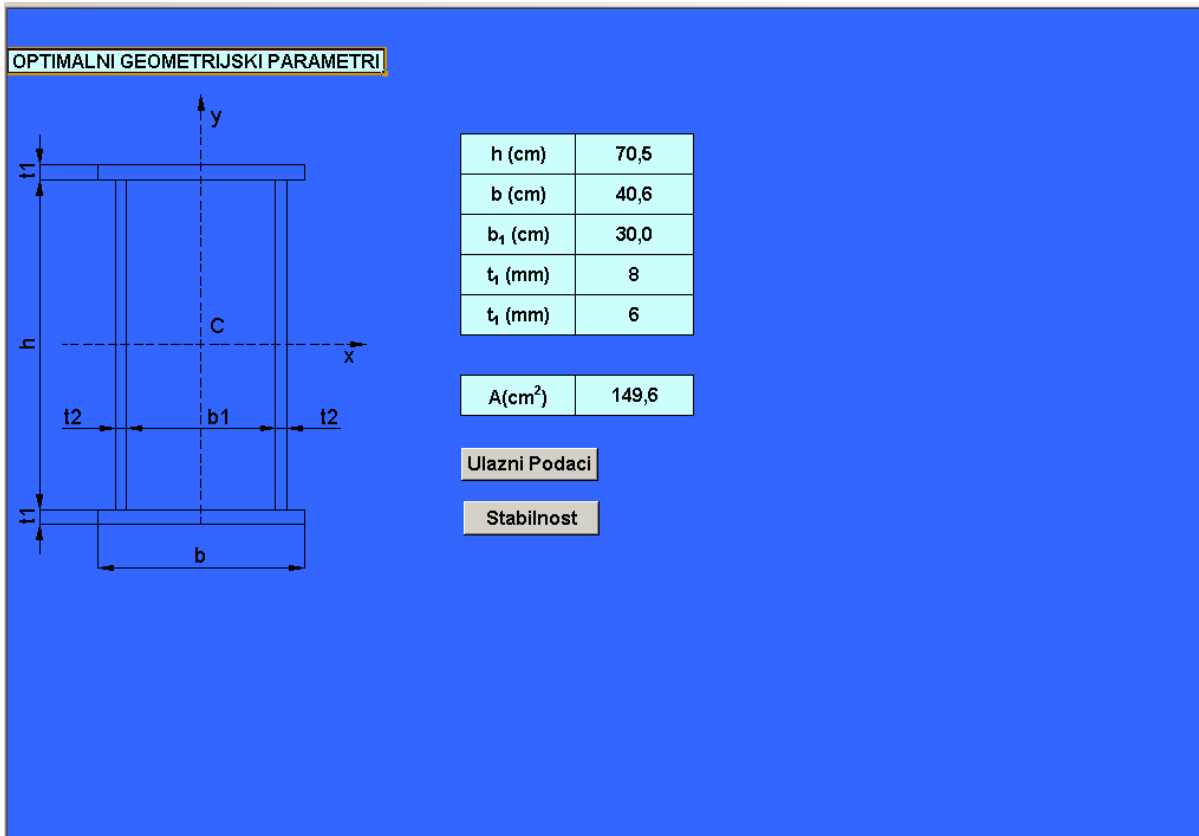
PROVERA STABILNOSTI

s			s_r
210			118
b_1	30	t_1	8
f	0,74	t_2	6
e	1,33	s_{opt}	117,5
OK			
Optimalno			
n_{opt}	k_{opt}	Lokalna stabilnost	
70,50	1,74	OK	

ČVRSTOĆA

Ulazni Podaci
Poprečni Presek

Слика 155



Слика 156

7. ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА

Светски произвођачи дизаличних конструкција последњих година придају велики значај развоју оптималног облика сандучастог попречног пресека главног носача, као њеног најодговорнијег дела.

У дисертацији су истражене и дефинисане оптималне вредности и међусобне зависности геометријских параметара сандучастог попречног пресека главног носача који утичу на повећање савојне и торзионе крутости, уз истовремено задовољење локалне стабилности свих њених елемената, смањење локалног напрезања у карактеристичним пресецима и смањење површине попречног пресека, односно количине утрошеног материјала за његову израду.

У раду су дефинисане оптималне димензије сандучастог попречног пресека главних носача дизаличних конструкција у аналитичком облику, коришћењем методе Лагранжових множилаца. Као функција циља постављена је минимизација масе, односно површине попречног пресека, при чему су задата ограничења: допуштени напон, бочна стабилност, локална стабилност лимова, динамичка крутост и крутост носача.

Већина аутора у области оптимизације дизаличних и других конструкција уопште, као функције ограничења најчешће користе критеријуме чврстоће и крутост конструкције. Ови критеријуми јесу од великог значаја за процес оптимизације али је у раду показано да су и остали критеријуми од велике важности приликом коначног избора димензија попречног пресека.

У раду је посебно анализиран критеријум локалне стабилности лимова који је, како је показано у раду, од великог значаја при доношењу одређених закључака у току оптимизације. Из добијених резултата и компаративне анализе, видело се да су криве ограничења ових критеријума јако блиске за појасне лимове и лимове на ребру. Овај критеријум је јако битан, јер се ради о структури израђеној од танкозидних елемената.

У спроведеној анализи показано је да се повећање стабилности елемената вертикалих лимова постиже са једним редом укрупњења, за све анализиране носивости и распоне, док је утицај на површину попречног пресека, као функцију циља, знатно мањи.

За анализиране носивости и распоне, критеријум бочне стабилности има најмањи утицај у односу на остале функције ограничења. Ово је из тог разлога што су остале функције ограничења знатно строжије па њиховим испуњавањем задовољен је и овај критеријум

Критеријум крутости је такође важан, и један је од честих функција ограничења коју аутори користи при оптимизацији конструкција. Код дизаличних конструкција од значаја је начин управљања дизалицом као и сама погонска класа дизалице који посебно утичу на резултате добијене према критеријуму крутости. Овом критеријуму треба дати посебан значај имајући у виду да европске регулативе, дефинисане кроз еуронорме, посебно пажњу посвећују безбедности руковаоца, а која директно зависи од вредности усвојених у овој функцији ограничења.

У анализама показано је да је јако битан и критеријум динамичке крутости, пошто се ради о анализи осциловања конструкције по којој се креће покретна маса. Овај критеријум је нарочито важан код дизаличних конструкција великих распона и носивости, а нарочито код тежих режима рада. Дуже време осциловања неповољно утиче како на замор конструкције, тако и на неке проблеме везане за руковаоца дизалицом, као што су: тачност позиционирања терета и осећај безбедности и удобности дизаличара у кабини.

Компаративном анализом за просечне вредности параметара и материјал S235JRG2 добијени су следећи резултати за карактеристичне распоне и носивости:

За дизалице распона мањих од $L=15m$ доминира критеријум чврстоће, што је карактеристично за неке стандардне распоне од $L=10m$ и $L=12m$, за посматране носивости. Такође, од услова технологичности зависе оптимални параметри по критеријуму чврстоће.

Са повећањем распона, поред критеријума чврстоће, од значаја је и критеријум динамичке крутости.

За дизалице распона од $L=15\div 18m$ доминирају критеријуми чврстоће и динамичке крутости, што је карактеристично за неке стандардне распоне од $L=15m$, $L=16m$ и $L=18m$, за посматране носивости. За нешто ниже носивости до $Q=6,3t$ критичан је критеријум динамичке крутости, мада на избор оптималног критеријума утиче и услов технологичности. Код ових распона са повећањем носивости критеријум чврстоће постаје доминантнији.

За дизалице распона од $L=20m$ доминирају критеријуми чврстоће и динамичке крутости. За носивости до $Q=8t$ оба критеријума су блиска, у неким случајевима је оптимална динамичка крутост, тако да треба детаљније проверити ове услове. За носивости од $Q=10t$ доминантнији је критеријум чврстоће.

На распонима од $22\div 25m$ за све посматране носивости доминира критеријум динамичке крутости. Овак критеријум је од значаја и за ниже носивости на овим распонима.

Види се да у овим условима важе критеријуми чврстоће и динамичке крутости, што значи да за погонску класу 2 и S235JRG2 није од значаја критеријум крутости као ни начин управљања дизалицом, односно сама крутост моста је задовољена ако је испуњен један од ова два критеријума. Такође, од значаја је и услов технологичности, тако да и од овог услова може зависити који је критеријум оптималан, што се и показало у компаративним анализама.

Генерално, увек треба бирати оптималну тачку добијену применом представљене методе Лагранжових множилаца, уколико нема ограничења што се тиче унутрашње ширине (услов технологичности).

Компаративном анализом за просечне вредности параметара и материјал S355JR добијени су следећи резултати за карактеристичне распоне и носивости:

За дизалице распона до $L=12m$ доминирају критеријуми крутости и динамичке крутости, што је карактеристично за неке стандардне распоне од $L=10m$ и $L=12m$, за посматране носивости. За носивости од $Q=5t$ оптималан је критеријум динамичке крутости без обзира на начин управљања. Већ за носивости од $Q=6,3t$ на опималан критеријум утиче начин управљања, тако да за случајеве где су строжији услови за крутост (управљање из кабине), критеријум крутости постаје оптималан. Овде се види како начин управљања дизалицом има утицаја на оптималан критеријум.

За дизалице распона $L=15m$ и за ниже носивости доминирају критеријуми крутости и динамичке крутости зависно од начина управљања дизалицом. Већ за носивости од $Q=10t$ поред поменутих критеријума, од значаја је и критеријум чврстоће, тако да треба обратити пажњу на сва три критеријума. Начин управљања је такође од значаја. Са даљим повећањем носивости ($Q \geq 12,5t$), на избор оптималног критеријума утиче и унутрашња ширина.

Са повећањем распона, критеријум динамичке крутости постаје све доминантнији (распони од $18 \div 25 m$), и оптимална тачка се рачуна по овом критеријуму.

Види се да у овим условима важе критеријуми крутости и динамичке крутости, изузев у неким случајевима где је оптималан и критеријум чврстоће. Види се да је значајан и начин управљања дизалицом, што није био случај са претходно алаизираним материјалом, као и услов технологичности.

У оба случаја, и за један и за други материјал, уочава се да је од значаја сама динамичка крутост моста и важно је да она буде задовољена, јер дуже време осциловања неповољно утиче на тачност позиционирања терета, замор материјала и здравље дизаличара у кабинџи.

Оно што треба напоменути је да уколико динамичка крутост није од значаја, за материјал S235JRG2 посматра се само критеријум чврстоће, док за S355JR посматрају се и крутост и чврстоћа, зависно од случаја.

Из тачке 5.2.3 види се да се применом приказаног поступка оптимизације добијају значајно мање површине попречних пресека главног носача, а самим тим се смањује и маса мосне дизалице. Добијене су веће висине h , што доприноси бољој динамичкој крутости главног носача мосне дизалице.

Добијени резултати и њихова анализа и дискусија у овом раду могу бити од велике користи инжењеру-пројектанту, посебно у првој фази поступка пројектовања када се дефинишу основне димензије главног носача мосне дизалице, као њеног најодговорнијег дела. Користећи добијене оптималне вредности геометријских параметара главног носача, могу се направити знатне уштеде у утрошеном материјалу, које директно смањују његову цену. Овао је показано поређењем са једним бројем изведених решења мосних дизалица под истим експлоатационим условима. За наведене примере, уштеде у материјалу су у распону до 25,5%.

Доказана је оправданост примене методе Лагранжових множилаца пошто су резултати оптимизације добијени у аналитичком облику, који омогућава доношење закључака о утицају појединих параметара као и о правцима даљег истраживања у погледу смањења масе. Такође, на тај начин могуће је коментарисати добијена решења и детаљније анализирати параметре који директно утичу на смањење површине попречног пресека сандучастог носача, односно масе главног носача.

Сагледавањем свих резултата, може се закључити да се предложена метода поступка оптимизације може успешно користити при одређивању оптималног критеријума оптимизације, као и оптималних геометријских параметара оптимизације h и b , односно њиховог односа k .

Користећи резултате анализе, као и спроведене процедуре прорачуна и добијених оптималних вредности параметара, при истовременом укључењу ограничења: критеријума чврстоће, динамичке, бочне и локалне стабилности, критеријума деформације и технологичности развијен је софтвер који нам омогућава брзо израчунавање оптималних параметара геометрије попречног пресека носача и његов приказ са дефинисаним оптималним геометријским параметрима оптимизације. Софтвер је направљен тако да користи резултате оптимизације, спроведене у овом раду, али сам корисник само уноси задате податке, који укључују носивост дизалице, распон, погонску класу, врсту уграђеног материјала, ..., и немора знати процедуре израчунавања оптималних вредности геометријских параметара попречног пресека. Такође, може се лако заменити било која функција ограничења или увести нова ако је то неопходно, при чему нема ограничења у погледу броја функција ограничења.

Применом спроведеног поступка оптимизације добијају значајно мање површине попречних пресека главног носача, а самим тим се смањује и маса мосне дизалице. Добијене су веће висине h , што доприноси бољој динамичкој крутости главног носача мосне дизалице, при чему је задовољена локална стабилност лимова (горњег појасног лима и вертикалних лимова – изнад и испод подужног окрућења).

Главни допринос спроведеног истраживања може се сагледати кроз:

- валидацију постављеног математичког модела ,
- добијање геометријских параметара који у поређењу са изведеним решењима водећих светских произвођача дизалица дају боље резултате, односно мању масу главног носача,
- скраћење времена за прорачун и дефинисање димензија попречног пресека,

Применом добијених резултата оптимизације повећава се конкурентност на тржишту која се огледа кроз израду конструкције мање масе за краће време.

Правци даљих истраживања треба да буду усмерени ка вишекритеријумској оптимизацији где је неопходно укључити додатне функције ограничења, као што су: замор материјала, утицај технологије производње, оптимизација односа дебљина плоча, врсте материјала, услове рада дизалица итд.

8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Alkin C., Imrak C.E., Kocabas H., *Solid modelling and finite element analysis of an overhead crane bridge*, Acta Polytechnica, Vol. 45, No. 3, 2005, pp. 61-67
- [2] Andjelić N., Milošević-Mitić V., *An approach to the optimization of thin-walled cantilever open section beams*, Theor Appl Mech 34(4):323–340, 2007
- [3] Andjelić N., *Thin walled I-beam under complex loads – Optimization according to stress constraint*, FME Transactions, Belgrade, Vol. 31, N2/2003, pp. 55–60
- [4] Бабин Н., Георгијевић М., Шостаков Р., *Избор типа мостовске дизалице, сандучасте конструкције у функцији критеријума минималне тежине носача*, СМЕИТС, Београд, 1979
- [5] Binkowski W., Cwik R., Knapczk H., *Konstrukcyjne sposoby obniżania miejscowego wyteżenia dźwigarów obciążonych silami skupionymi*, I Konferencja Centralnego Programu Badań Podstawowych 02.05, Syklarska Poręba 16-22 maja 1987, Wrocław
- [6] Blum A., Haremski K., *An Influence of Technological Contraflexure of Crane Bridges on its Durability*, Transport Problems 5(1):5–14, 2010
- [7] *Catalogues, And as-built projects of Serbian crane manufacturers*, IMK 14 Oct., MIN, ILR, 1996
- [8] Cho S. W., Kwak B. M., *Optimal Design of EOT Crane Girders*, Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Seoul, Korea, Vol. 106, June, 1984, pp. 203-208
- [9] Дедић М., *Оптимизација попречног пресека греде изложена косом савијању према напонском критеријуму*, Тешка машиноградња ТМ '96, Краљево, 1996
- [10] European norm, *prEN 13001–3–1, Cranes – General design – Limit states and proof of competence of steel structures*, 2010
- [11] Farkas J., *Optimum design of metal structures*, Akademiai KIADO, Budapest, 1984
- [12] Farkas J., *Economy of Higher-Strength Steels in Overhead Travelling Cranes with Double-Box Girders*, J. Construct, Steel Research 6: 285-301, 1986
- [13] Farkas J., Jármai K., *Analysis and optimum design of metal structures*, Balkema, Rotterdam, 1997
- [14] Farkas J., Simoes L.M.C., Jármai K., *Minimum cost design of a welded stiffened square plate loaded by biaxial compression*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 29:298–303, 2005
- [15] Farkas J., *Structural optimization as a harmony of design, fabrication and economy*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 30:66–75, 2005
- [16] Farkas J., Jármai K., Snyman J.A., *Global minimum cost design of a welded square stiffened plate supported at four corners*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 40:477–489, 2010
- [17] *FEM 9.511 Crane standard*, 1986
- [18] Gašić M., Savković M., Bulatović R., Petrović R., *Optimization of a pentagonal cross section of the truck crane boom using Lagrange's multipliers and differential evolution algorithm*, Meccanica. Online First 13 August 2010. doi:10.1007/s1 1012-010-9343-7

- [19] Gašić M., Savković M., Bulatović R., *Optimization of trapezoidal cross section of the truck crane boom by Lagrange's multipliers and by differential evolution algorithm (DE)*, *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering* 57, 4:304-312, 2011
- [20] Gašić M., Savković M., Bulatović R., *Contribution to the research of new cross section shapes of autocrane boom*, XVII ICMFMDI international conference on "Material flow, machines and devices in industry", 1-36÷1.39 (четири стране), Београд, 2002
- [21] Gašić M., Rajović M., Savković M., *Contribution to the optimization of the box cross sections of the boom of the mobile hydraulic crane*, Fourth International Conference HM'2002, A.55÷A.57 (три стране), Краљево, 2002
- [22] Гашић М., Савковић М., Булатовић Р., *Contribution to development of method for optimization of complex box-like cross sections of autocrane boom*, Међународни научни скуп INTERSTROYMEH-2003 – Volgograd-Volžskij, 171÷173 (три стране), Русија 2003
- [23] Гашић М., Савковић М., Марковић Г., Здравковић Н., *The approximation of the equation for equation for bending stiffness of truss construction*, V International Conference HM'2005, 2005, Краљево, стр. IA.55÷A.58
- [24] Jarmai K., *Decision Support System on IBM PC for Design of Economic Steel Structures Applied to Crane Girders*, *Thin-Walled Structures*, 10: 143-159, 1990
- [25] Jarmai K., Farkas J., *Optimum cost design of welded box beams with longitudinal stiffeners using advanced backtrack method*, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21:52–59, 2001
- [26] Jarmai K., Snyman J.A., Farkas J., Gondos G., *Optimal design of a welded I-section frame using four conceptually different optimization algorithms*, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 25:54–61, 2003
- [27] Jasbir S., *Optimization of Structural and Mechanical Systems*, University of Iowa, USA, ISBN: 978-981-256-962-2, 2007
- [28] Jovanović M., *The approximative models of the box girder in structural analysis*, University of Niš, The scientific journal Facta Univerisitatis Series: Mechanical Engineering Vol.1, No 5, 1998, pp. 595 – 608
- [29] Kaufmann M., Zenkert D., Wennhage P., *Integrated cost/weight optimization of aircraft structures*, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41:325–334, 2010
- [30] Keith M. MacBain, William R. Spillers, *Structural Optimization*, Springer, ISBN10/ISBN13: 0387958649/9780387958644, 2009
- [31] Martin P. Bendsoe, Ole Sigmund, *Topology Optimization-Theory*, Methods and applications, Springer, ISBN: 3-540-42992-1, 2004
- [32] Мијаиловић Р., Јовановић М., *Прилог оптимизацији главних носача мостних дизалица*, Једанаести научно-стручни скуп о транспортним процесима у индустрији, Београд, 1990
- [33] Мијаиловић Р., *Теорија пројектовања конструкција рачунаром*, Универзитет у Нишу – Машински факултет, Ниш, 1994
- [34] Мијаиловић Р., Маринковић З., Јовановић М., *Дизалице - Основе*, Градина, Ниш, 1994
- [35] Mijailović R., Kastratovic G., *Cross-section optimization of tower crane lattice boom*, *Meccanica*, 44:599–611, 2009
- [36] Mijailović R., *Optimum design of lattice-columns for buckling*, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 42:897–906, 2010

- [37] Niezgodzinski T., Kubiak T., *The problem of stability of web sheets in box-girders of overhead cranes*, Thin-Walled Structures 43, 1913–1925, 2005
- [38] Ohsaki Makoto, Ikeda Kiyohiro, *Stability and Optimization of Structures*, Springer Science, ISBN: 978-0-387-68184-9, 2007
- [39] Острић Д., *Дизалице*, Машински факултет, Београд, 1992
- [40] Острић Д., Тошић С., *Дизалице*, Машински факултет, Београд, 2005
- [41] Острић Д., *Динамика мосних дизалица*, Машински факултет, Београд, 1998
- [42] Павловић Г., Савковић М., Здравковић Н., *Оптимизација кутијастог попречног пресека главног носача мосне дизалице према критеријуму бочне стабилности*, ИМК – 14 Истраживање и развој, Година XVII, Број (41), 4/2011
- [43] Павловић Г., Гашић М., Савковић М., Здравковић Н., *Компаративна анализа локалне и бочне стабилности као функције ограничења при оптимизацији кутијастог пресека главног носача мосне дизалице*, ИМК – 14 Истраживање и развој, Година XVIII, Број (42), 1/2012
- [44] Петковић З., Острић Д., *Металне конструкције у машиноградњи*, Машински факултет, Београд, 1996
- [45] Pinca V.C., Tirian O.G., Socalici V.A., Ardeleadn D.E., *Dimensional optimization for the strength structure of a traveling crane*, WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics 4(4), pp 147:156, 2009
- [46] Pinca V.C., Tirian O.G., Josan A., Chete G., *Quantitative and qualitative study on the state of stresses and strains of the strength structure of a crane bridge*, WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics 5(4), pp 231:241, 2009
- [47] Pinca V.C., Tirian O.G., *Research on increasing the lastingness of a rolling bridge*, WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics 3(4), pp 115:124, 2009
- [48] Pinca V.C., Tirian O.G., *Application of finite element method to an overhead crane bridge*, WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics 2(4), pp 64:73, 2009
- [49] Pinca V.C., Tirian O.G., *The analysis of the stresses and strains state of the strength structure of a rolling bridge for increasing its solidity*, 2nd WSEAS International Conference on ENGINEERING MECHANICS, STRUCTURES and ENGINEERING GEOLOGY, pp 79:84, 2009
- [50] Ружић Д., Дедић М., *Оптимизација попречног пресека греде при косом савијању са увијањем према напонском критеријуму*, Тешка машиноградња ТМ '96, Краљево, 1996
- [51] Saaty T., *Mathematical methods of operations research*, McGraw-Hill Book Company, USA, 1959
- [52] Verschoof J., *Cranes – Design, practice, and maintenance*, Professional Engineering Publishing Limited, London and Bury St Edmunds, UK, 2002
- [53] Савковић М., Гашић М., *Масе дизалица као полазни параметар при пројектовању порталних окретних дизалица*, Часопис “14 октобар” бр. (7)1 /1998, 41÷46 (6 страна), претходно саопштење, - Крушевац, 1998
- [54] Савковић М., Гашић М., Острић Д., *Optimizacija geometrii pqtiugolhnogo poperechnogo sечениq teleskopicheskih strel avtokranov*, Third International Conference НМ'99, 6.12÷6.15 (четири стране), Краљево, 1999

- [55] Савковић М., Гашић М., *Оптимизација геометрије трапезног попречног пресека стреле аутодизалице*, Часопис “14 октобар“ бр. 12-13/2001 (двоброј) 7÷11 (шест страна), оригиналан научни рад, - Крушевац, 2001
- [56] Савковић М., Гашић М., *A method for calculation of cross section of the boom of mobile hydraulic crane*, Fourth International Conference HM’2002, A.81÷A.84 (четири стране), Краљево, 2002
- [57] Савковић М., *Оптимизација сложених попречних пресека конструкција стреле аутодизалице*, Часопис “14 октобар“ бр. 20-21/2005 (двоброј) 41÷45 (пет страна), прегледни рад, Крушевац, 2005
- [58] Savković M., *Optimization of Complex Cross Sections of Structures of Autocrane Booms* (Optimizacija složenih poprečnih preseka konstrukcija strele autodizalice). (IMK -14- Research and Development) IMK -14- Istraživanje i razvoj 20-21(1) pp. 41:45, 2005
- [59] Savković M., Gašić M., Pavlović G., Bulatović R., *Optimization of the box section of the main girder of the bridge crane according to the criteria of lateral and local stability of plates*, 7th [2] International Symposium “Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering - KOD 2012”, 24 - 26 May 2012, Hotel Marina, Balatonfüred, Hungary
- [60] Savković M., Gašić M., Čatić D., Nikolić R., Pavlović G., *Optimization of the box section of the main girder of the bridge crane with the rail placed above the web plate*, Structural and Multidisciplinary Optimization, DOI: 10.1007/s00158-012-0813-5, 2012
- [61] Savković M., Pavlović G., Gašić M., Zdravković N., *Multicriterion optimization of the box section of the main girder of the bridge crane*, XX International Conference “MATERIAL HANDLING, CONSTRUCTIONS AND LOGISTICS - MHCL 2012”, 03 - 05 October 2012, Faculty Of Mechanical Engineering, Belgrade, Serbia
- [62] Шелмић Р., *Прилог оптимизацији попречних пресека кранских конструкција*, Осми стручни скуп о транспортним процесима у индустрији, Београд, 1984
- [63] Шелмић Р., Ружић Д., *Проблем оптимизације I-профила при сложенем напрезању*, Једанаести научно-стручни скуп о транспортним процесима у индустрији, Београд, 1990
- [64] Šelmić R., Mijailović R., *Optimization of trapezium cross-section in structures*, Facta iniversitatis mechanical engineering, Niš, Vol. 1, N5/1998, pp. 555–564
- [65] Selmić R., Cvetković P., Mijailović R, Kastratovic G., *Optimum dimensions of triangular cross-section in lattice structures*, Meccanica 41:391–406, 2006
- [66] Selmić R., Cvetković R., Mijailović R., *Optimization of crosssection in structures*, monograph. The Faculty of Transport and Traffic Engineering, Belgrade, 2006
- [67] Шелмић Р., *Optimizacija poprečnih preseka metalnih konstrukcija*, Саобраћајни факултет, Београд, 2006
- [68] Qin D., Zhu Q., *Structural Topology Optimization of Box Girder Based on Method of Moving Asymptotes (MMA)*, International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, Changsha, Hunan, China, pp 402:405, 2010
- [69] Zuberi R.H., Kai L., Zhengxing Z., *Design Optimization of EOT Crane Bridge*, Eng Opt, 2008 - International Conference on Engineering Optimization, Rio de, Brazil, pp. (192:201)