

UNIVERZITET U BEOGRADU
FAKULTET ORGANIZACIONIH NAUKA

Veljko M. Jeremić

**STATISTIČKI MODEL EFIKASNOSTI
ZASNOVAN NA IVANOVIĆEVOM
ODSTOJANJU**

doktorska disertacija

Beograd, 2012

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF ORGANIZATIONAL SCIENCES

Veljko M. Jeremić

**STATISTICAL EFFICIENCY MODEL
BASED ON THE IVANOVIC DISTANCE**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2012

Mentor:

dr Zoran Radojičić,
vanredni profesor Fakulteta organizacionih nauka

Članovi komisije:

dr Milica Bulajić,
vanredni profesor Fakulteta organizacionih nauka

dr Milan Martić,
redovni profesor Fakulteta organizacionih nauka

dr Aleksandar Marković,
redovni profesor Fakulteta organizacionih nauka

dr Srđan Bogosavljević,
redovni profesor Ekonomskog fakulteta

Datum odbrane:

Datum promocije:

Disertaciju posvećujem mojoj majci Ljubinki, ocu Milojku i sestri Danki. Njihova ljubav i puna podrška su me motivisale da uz puno odricanja privedem kraju najznačajniji korak u karijeri jednog istraživača.

Posebnu zahvalnost dugujem mentoru Zoranu koji je u svakom smislu od mene načinio boljeg predavača i naučnika.

Mojim profesorima Milici i Aci hvala na iskrenoj podršci i brojnim idejama koje su nemerljivo doprinele kvalitetu disertacije.

Mojim divnim kolegama i prijateljima hvala na podršci i rečima ohrabrenja koje su mi pružili tokom pisanja teze.

*U Beogradu,
29.08.2012.*

Veljko Jeremić

STATISTIČKI MODEL EFIKASNOSTI ZASNOVAN NA IVANOVIĆEVOM ODSTOJANJU

Rezime:

U uvodnom poglavlju se opisuju predmet i cilj istraživanja, navode se polazne hipoteze i metode istraživanja, daje sadržaj i opis disertacije uz navođenje ključnih aspekata na koje će se disertacija usmeriti.

Drugo poglavlje je posvećeno konceptu efikasnosti i načinima za merenje efikasnosti. Princip efikasnosti predstavlja jedan od bitnih postulata savremenog poslovnog odlučivanja (Savić, 2011). Efikasnost se definiše kao sposobnost da se minimiziraju ulaganja u ostvarivanju ciljeva organizacionih jedinica uz maksimizaciju rezultata (Amado et al., 2011). Kod organizacija koje koriste jedan ulaz za kreiranje jednog izlaza, efikasnost se definiše kao odnos izlaza prema ulazu. Problem se javlja kod određivanja efikasnosti jedinica koje imaju više raznorodnih ulaza i koriste ih za stvaranje više raznorodnih izlaza (Thanassoulis et al., 2012). Osnovni cilj istraživanja doktorske disertacije je da kroz razvoj novog statističkog modela efikasnosti prevaziđe problem raznorodnih varijabli. Stoga, potrebno je definisati pokazatelj efikasnosti koji će sintetizovati sve indikatore u jednu vrednost. Problemi sa kojima se u tom procesu susrećemo su izražavanje varijabli (ulaza i izlaza) u opsezima koji su međusobno uporedivi i određivanje pondera koji se dodaju pojedinim ulazima i izlazima. Kao jedna od metoda za merenje efikasnosti organizacionih jedinica u disertaciji se navodi analiza obavljanja podataka (Data Envelopment Analysis - DEA). DEA metodu su razvili Charnes, Cooper & Rhodes (1978), da bi merili efikasnost poslovanja organizacionih jedinica i to pre svega onih koje ne stvaraju profit. Tvorcima analize obavljanja podataka su predložili neparametarski pristup za izračunavanje efikasnosti, tako što su višestruke ulaze sveli na jedan "virtuelni" ulaz i višestruke izlaze sveli na jedan "virtuelni" izlaz koristeći težinske koeficijente. Problem dodeljivanja težina su rešili tako što su svakoj jedinici dopustili da odredi sopstvene težine sa ciljem da joj se maksimizira efikasnost, uz ograničenje da te težine moraju biti nenegativne vrednosti i da količnik virtuelnog izlaza i virtuelnog ulaza svake jedinice ne može biti veći od 1 (Martić, 1999). Pored DEA metode za merenje efikasnosti, u disertaciji je posebna pažnja usmerena na analizu stohastičkih granica (SFA – Stochastic Frontier Analysis). Ovo je alternativni pristup određivanja granice efikasnosti korišćenjem ekonometrijskih modela.

U trećem poglavlju pažnja se posvećuje multivarijacionoj statističkoj analizi. Sam termin multivarijacione analize se koristi da predstavi multivarijacioni aspekt analize podataka, u smislu da su mnogobrojne opservacije izmerene na velikom broju promenljivih. Multivarijaciona statistička analiza obezbeđuje mogućnost analize kompleksnih nizova podataka, tamo gde ima mnogo nezavisnih i zavisnih promenljivih koje su međusobno korelisane na različitim nivoima povezivanja. U okviru trećeg poglavlja, disertacija u značajnoj meri ističe dve ključne statističke tehnike: faktorsku i analizu glavnih komponenta, kao i klaster analizu. Faktorska analiza i analiza glavnih komponenta su statističke tehnike koje se koriste za identifikaciju relativno malog broja faktora koji se mogu koristiti za predstavljanje odnosa između grupa mnogobrojnih, međusobno povezanih, promenljivih. Ove metode pomažu da se identifikuju osnovne, ne direktno vidljive, dimenzije

posmatrane pojave. Osnovna razlika između faktorske analize i analize glavnih komponenata je način posmatranja podataka. Kod faktorske analize u razmatranje se uzimaju vandijagonalni elementi disperzione matrice (kovarijanse), dok se analiza glavnih komponenata zasniva na dijagonalnim elementima (varijansama). Faktorska analiza i analiza glavnih komponenata imaju iste ciljeve i postupak njihovog sprovođenja je sličan, tako da metoda faktorske analize, može biti smatrana kao specijalni slučaj metode glavnih komponenata (Bulajić, 2002). Takođe, značajna pažnja je posvećena analizi grupisanja (klaster analizi), kao metodi multivarijacione statističke analize, koja se koristi za grupisanje objekata, tako da su objekti unutar grupe međusobno slični, a između grupa različiti. Objekti se grupišu na osnovu mera bliskosti koje se definišu na osnovu njihovih karakteristika.

Osnovni cilj disertacije je razvoj originalnog statističkog modela efikasnosti koji će se zasnivati na metodi Ivanovićevo odstojanje (I-odstojanje). Shodno tome, četvrto poglavlje se fokusira na I-odstojanje kao metriku u n-dimenzionalnom prostoru, predloženo od strane prof. dr Branislava Ivanovića (Ivanović 1972, 1973, 1977; Ivanović & Fanchette, 1973). Kao jedan od vodećih stručnjaka u statističkom odseku Ujedinjenih Nacija (UN) i pripadajućih agencija poput UNCTAD i FAO (United Nations Conference on Trade and Development – UNCTAD; Food and Agriculture Agency - FAO), prof. Ivanović je kreirao ovu metodu sa ciljem da rangira zemlje na osnovu više indikatora. Brojni socio-ekonomski indikatori su uzeti u razmatranje, a ključni problem je kako da se oni iskoriste u izračunavanju jednog sintetičkog indikatora koji bi predstavljao rang. Predstavljeno rešenje od strane prof. Ivanovića zasnivalo se na kreiranju fiktivnog entiteta sa minimalnim vrednostima posmatranih parametara kao odstoje tačke, a zatim merenjem udaljenosti u prostoru pojedinih entiteta od odstoje tačke uz uvođenje parcijalnih koeficijenata korelacije kao težinskih koeficijenata, formira jedinstvenu rang listu. I-odstojanje ispunjava 13 uslova potrebnih da bi predstavljalo metriku. Ključni argument za korišćenje metode I-odstojanja je njena sposobnost da sintetizuje veliki broj varijabli u jednu numeričku vrednost. Posebna pažnja je posvećena brojnim primerima u kojima su predstavljene mogućnosti primene unapređene metode I-odstojanja. Posebno treba istaći primenu unapređene metode I-odstojanja u problemima rangiranja najboljih svetskih univerziteta po Šangajskoj (Academic Ranking of World Universities - ARWU) i SCImago listi (Scopus Journal Ranking). Upravo se unapređena metoda I-odstojanja ističe kao ključni alat u ovom procesu, pošto se na taj način prevazilazi problem subjektivno dodeljenih težinskih koeficijenata. Pored ove primene, u disertaciji su obrađene i teme evaluacije socio-ekonomske razvijenosti zemalja, evaluacija zdravlja nacija, kao i rangiranje sportskih timova. Studije slučajeva predstavljene u ovom poglavlju su validirane kroz objavljivanje radova u međunarodnim časopisima.

Peto poglavlje se koncipira na izgradnji statističkog modela efikasnosti zasnovanog na Ivanovićeovom odstojanju. U disertaciji predloženi model je nazvan „Analiza zasnovana na odstojanju“ (Distance Based Analysis - DBA) i potvrđen kroz veći broj studija slučaja i radova koji su objavljeni u međunarodnim časopisima. DBA metoda je primenjena u evaluaciji efikasnosti univerziteta, bankarskog i zdravstvenog sektora, kao i efikasnosti regiona u Srbiji. Predložena metoda je dala zanimljive rezultate, koji su upoređeni sa često korišćenom DEA metodom za merenje efikasnosti. Disertacija je doprinela povećavanju korpusa metoda koje se mogu koristiti u problematici merenja efikasnosti poslovnih sistema. Posebno treba istaći, da je u disertaciji predstavljeno značajno unapređenje metode

I-odstojanja, kroz određivanje početnog rešenja metode i definisanje redosleda uključivanja obeležja u obrazac za I-odstojanje. S obzirom da u osnovi I-odstojanje integriše veliki broj raznorodnih varijabli u jednu vrednost, cilj metode je da ona pokrije što veći stepen varijabiliteta posmatranih obeležja.

U disertaciji je pokazano da početno rešenje metode zasnovano na sumi apsolutnih korelacija, brže konvergira krajnjem rešenju metode. Predložena unapređena metoda pruža bolje rešenje, s obzirom da tako dobijeno I-odstojanje obuhvata maksimalnu količinu informacija potrebnih za proces rangiranja. Unapređenje metode I-odstojanja se, takođe, ogleda u smanjenju broja koraka potrebnih za dostizanje konačnog rezultata i samim tim smanjenja vremena izvršenja metode.

Na kraju je dat zaključak sa odgovorom na pitanja u vezi sa postavljenim ciljem i hipotezama. Data je sistematizacija i pregled naučnih doprinosa koji su proistekli iz rada na doktorskoj disertaciji, skup otvorenih problema i mogućnosti za dalji rad u oblasti doktorske disertacije. Literatura korišćena prilikom izrade doktorske disertacije sadrži relevantne reference drugih istraživača. U prilogu su dati rezultati ekperimentalnog dela disertacije u kojima je pokazano unapređenje metode I-odstojanja.

Ključne reči:

efikasnost, statistički model efikasnosti, multivarijaciona statistička analiza, Ivanovićevo odstojanje

Naučna oblast:

Tehničke nauke

Uža naučna oblast:

Računarska statistika

UDK broj:

519.23

STATISTICAL EFFICIENCY MODEL BASED ON THE IVANOVIC DISTANCE

Abstract:

In section *Introduction* we define area of research and our main goals, we point out crucial hypothesis and method of research, we provide contents and description of dissertation with emphasising crucial aspects of our work.

Second section is committed to the concept of efficiency and methods for evaluating and measuring efficiency. Principle of efficiency is one of the most important parts of contemporary business decision making (Savić, 2011). Efficiency should be defined as a capability to minimize the input means in order to achieve maximum results (Amado et al., 2011). With organizations which use one input to define one output, efficiency is measured as an output divided by input. However, real problem emerges when we have to measure efficiency of organizational systems which use many different types on inputs to create different outputs (Thanassoulis et al., 2012). Main idea of this research was to create novel statistical model of efficiency which can overcome problems with different types of input/output variables. Thus, it is necessary to integrate all indicators into one value. Issue at stake is how to overcome fact that variables are measured in different units, and how to provide appropriate weighting factors. As one of the frequently used methods, Data Envelopment Analysis – DEA will be explained. DEA method was developed by Charnes, Cooper & Rhodes (1978), in order to measure efficiency of organizational units, in particular a non-profit one. Creator of this method suggested a nonparametric approach for evaluating of efficiency. The approach was based on the idea that multiple inputs and outputs are integrated into one virtual input and output. Weighting issue was resolved by allowing each Decision Making Unit (DMU) to determine its own weights, all of this with idea for each of them to maximize its efficiency. Only constrain was that weights had to be a positive number, and that quotient of virtual outputs and virtual inputs cannot be larger than 1 (Martić, 1999). Besides DEA method for measuring efficiency, in dissertation Stochastic Frontier Analysis (SFA) was also elaborated. This is alternative approach towards measuring efficiency with the extended usage of econometrics models.

In third chapter, attention is being shifted to the concept of multivariate data analysis. The term has to explain multivariate aspect of data analysis, in a way that many observations are collected on large number of variables. Multivariate data analysis provides us with the opportunity to analyze complex data sets, with many mutually dependent and independent variables occur. In third chapter dissertation is mostly focused on two crucial statistical methods: principal component analysis (PCA) & factor analysis, and cluster analysis. Factor analysis and PCA are most commonly used to identify relatively small number of factors which represent complex interrelations between all variables. These methods are very usefully in identifying hidden dimensions of observed phenomenon. Main difference between these two methods is the way of data examination. Factor analysis is mostly concern about covariance, while PCA is examining variances. Both of them have similar goals and procedures, thus factor analysis can be observed as a special case of PCA (Bulajić, 2002). Also, significant attention is committed to the cluster analysis as a multivariate data analysis method. It is frequently used for grouping objects, so the similar objects

create group which differs from the other groups. Objects are clustered on the issue of similarity which is defined in many different approaches.

Basic idea of dissertation was to create a novel statistical efficiency model which will be based on the I-distance method. Therefore, the fourth chapter is focusing on the I-distance metrics in the n-dimensional space, which is proposed and defined by prof. dr Branislav Ivanović (Ivanović 1972, 1973, 1977; Ivanović & Fanchette, 1973). As one of the leading experts in the Statistical department of United Nations (UN) and its agencies such as UNCTAD and FAO (United Nations Conference on Trade and Development – UNCTAD; Food and Agriculture Agency - FAO), prof. Ivanović created this method with purpose to rang countries according to large number of variables. Many different socio-economic indicators were taken into account, and crucial issue was how to use all of them in creating one synthesized indicator which will therefore represent the rank. Proposed solution was based on the creation of the fictive entity, one with the minimum values for the each indicator/variable, and measuring the distance of other entities in observed data set from fictive entity. With the help of coefficient of partial correlation, rank list is formed. I-distance fulfils all the 13 conditions for being declared as a metrics. Crucial argument for the usage of I-distance method is its capability to integrate large number of different measures variables into one value. In dissertation, particular attention was focused on the applications of the I-distance method. Probably the most significant one was employment of I-distance method in the issue of ranking world best universities according to the Academic Ranking of World Universities – ARWU and SCImago methodologies (Scopus Journal Ranking). Precisely the improved I-distance method was emphasized as a major contribution to the issue, since it easily overcomes the problem concerning subjectively given weightings factor for variables/indicators. Besides these applications, in dissertation we have presented the issue of evaluating socio-economic development of countries, evaluation of health of nations, ranking of sport teams. All of these case studies are verified in leading scientific journals.

The fifth chapter is based on the novel statistical efficiency model based on the I-distance method. In dissertation, this model is named Distance Based Analysis – DBA, and verified through many examples which are published in leading journals. DBA method was performed in the issue of university scientific output efficiency, banking sector efficiency, health sector efficiency and efficiency of regions in Serbia. Proposed method provided us with an interesting results and insights, which are later on checked with the DEA method. Dissertation significantly improved corpuses of methods for the issue of measuring efficiency. Also, in dissertation an important progress was made concerning the I-distance method, since the algorithm for the selection of first solution of the method and order of variables inclusion was significantly improved. Since the idea of I-distance method is to integrate many different measurement types variables into one value, it is essential that maximum amount of information is covered by the I-distance.

In dissertation, we have showed that initial solution based on the sum of absolute correlations converges to the final solution fairly rapid. Suggested improved method provides us with the better results, since obtained solution incorporates maximum amount of input variables/indicators. The improvement of the method is reflected in the smaller number of steps needed for the final solution to appear.

Finally, conclusion with the responses on each research issue and hypothesis was provided. Appropriate systematization of the scientific contributions, possibilities for further research is also elaborated. Extensive literature is provided and in *Appendix* results concerning I-distance method improvement experiment was provided.

Keywords:

efficiency, statistical efficiency model, multivariate statistical analysis, Ivanovic distance

Scientific Area:

Technical Sciences

Specific Scientific Area:

Computational Statistics

UDK Number:

519.23

SADRŽAJ

1. UVOD	1
1.1. POLAZNE HIPOTEZE	4
1.2. METODE ISTRAŽIVANJA	4
1.3. DOPRINOS DOKTORSKE DISERTACIJE	5
2. EFIKASNOST, KONCEPTI I NAČINI MERENJA EFIKASNOSTI	6
2.1. ANALIZA OBAVIJANJA PODATAKA (DATA ENVELOPMENT ANALYSIS) - DEA	14
2.1.1. <i>Merenje efikasnosti pomoću analize obavljanja podataka</i>	15
2.1.2. <i>Osnovni DEA modeli</i>	17
2.2. ANALIZA STOHAŠTIČKIH GRANICA (STOCHASTIC FRONTIER ANALYSIS) - SFA	22
2.2.1. <i>Ekonomometrijsko modelovanje i merenje efikasnosti</i>	25
2.2.2. <i>Evaluacija funkcija troškova i profita kroz IO i OO pristup</i>	28
2.2.3. <i>Modelovanje tehnološke heterogenosti</i>	31
3. MULTIVARIJACIONA STATISTIČKA ANALIZA	37
3.1. FAKTORSKA ANALIZA I ANALIZA GLAVNIH KOMPONENATA.....	42
3.1.1. <i>Model faktorske analize</i>	44
3.1.2. <i>Metoda glavnih komponentata</i>	45
3.1.3. <i>Određivanje broja faktora</i>	50
3.1.4. <i>Faza rotacije</i>	52
3.2. KLASITER ANALIZA (ANALIZA GRUPISANJA)	55
3.2.1. <i>Mere sličnosti i razlike između objekata</i>	59
3.2.2. <i>Mere sličnosti i razlike između grupa</i>	61
3.2.3. <i>Hijerarhijske metode grupisanja</i>	64
3.2.4. <i>Određivanje broja grupa (klastera)</i>	64
4. IVANOVIĆEVO ODSTOJANJE	66
4.1. OBIČNO I-ODSTOJANJE	72
4.2. KVADRATNO I-ODSTOJANJE	72
4.3. STRUKTURNO I-ODSTOJANJE	73
4.4. REDOSLEDNA KLASIFIKACIJA I I-ODSTOJANJE	74
4.5. PRIMENA METODE I-ODSTOJANJE U BROJNIM ISTRAŽIVANJIMA	77
4.5.1. <i>Primena metode I-odstojanje u rangiranju najboljih svetskih univerziteta</i>	78
4.5.2. <i>Primena metode I-odstojanje u evaluaciji socio-ekonomske razvijenosti zemalja</i>	98
4.5.3. <i>Primena metode I-odstojanje u evaluaciji zdravlja nacija</i>	118
4.5.4. <i>Primena metode I-odstojanje u rangiranju sportskih timova</i>	123
5. MODEL EFIKASNOSTI ZASNOVAN NA I-ODSTOJANJU	131
5.1. MERENJE EFIKASNOSTI UNIVERZITETA PRIMENOM DBA METODE	138
5.2. MERENJE EFIKASNOSTI BANKARSKOG SEKTORA PRIMENOM DBA METODE	140
5.3. MERENJE EFIKASNOSTI ZDRAVSTVENIH SISTEMA PRIMENOM DBA METODE	143
5.4. MERENJE EFIKASNOSTI REGIONA SRBIJE PRIMENOM DBA METODE	147
6. ZAKLJUČAK	149
6.1. DOPRINOSI DOKTORSKE DISERTACIJE	150
7. LITERATURA	152
PRILOG	170
BIOGRAFIJA	182
IZJAVA O AUTORSTVU	183
IZJAVA O ISTOVETNOSTI ŠTAMPANE I ELEKTRONSKE VERZIJE DOKTORSKOG RADA	184
IZJAVA O KORIŠĆENJU	185

1. UVOD

Jedan od najvažnijih principa u svakom poslovanju jeste princip efikasnosti koji se sastoji u ostvarivanju što većih ekonomskih efekata (izlaza) uz što manje ekonomske žrtve (ulaze). U klasičnim ekonomskim teorijama, efikasnost se meri kao odnos jednog izlaza i jednog ulaza (Savić, 2011). Problem se javlja kod određivanja efikasnosti jedinica koje imaju više raznorodnih ulaza i koriste ih za stvaranje više raznorodnih izlaza, odnosno kod entiteta čiji se ulazi i izlazi ne mogu svesti na istu mernu jedinicu.

Za merenje performansi poslovnih sistema tradicionalno su korišćeni finansijski pokazatelji. Zapravo, računovodstvo je smatrano „jezikom poslovanja“. U početku, čak u vreme Egipćana, Feničana i Sumerijaca vođene su knjigovodstvene evidencije koje su trgovcima omogućavale praćenje komercijalnih transakcija (Martić, 1999). Kasnije u doba industrijske revolucije, tokom 19. veka, razvijale su se velike tekstilne, mašinske, železničke i fabrike drugih industrijskih grana kao i trgovačke i maloprodajne kompanije. Tada se javila potreba da se izmere koristi od ekonomije obima i uvođenja novih tehnologija. Shodno tome, uvedeni su novi sumarni finansijski pokazatelji kao što su *stopa prinosa na investicije* (ROI) i *stopa prinosa na angažovani kapital* (ROCE). Ovi pokazatelji mogu usmeriti preduzeća da interni kapital i investicije koriste na produktivniji način i prate efikasnost korišćenja finansijskih i materijalnih sredstava u kreiranju nove vrednosti.

Predmet istraživanja doktorske disertacije biće analiza osnovnih principa efikasnosti i metoda kojima se meri efikasnost organizacionih jedinica. Pored toga, poseban akcenat će biti stavljen na formiranje novog modela za merenje efikasnosti koji će se koncipirati na metodi Ivanovićevo odstojanje. Princip efikasnosti predstavlja jedan od bitnih postulata savremenog poslovnog odlučivanja i zasniva se na ostvarivanju što većih efekata (izlaza) uz što manje ulaze. Efikasnost je reč latinskog porekla (*efficax*) koja znači uspešnost. Ona se definiše kao sposobnost da se minimiziraju ulaganja u ostvarivanju ciljeva organizacionih jedinica, odnosno “raditi stvari na pravi način” (Martić, 1999). Najjednostavnije je reći da se efikasnost, kod organizacija koje koriste jedan ulaz za kreiranje jednog izlaza, definiše kao odnos izlaza prema ulazu:

$$Efikasnost = \frac{izlaz}{ulaz}$$

U najvećem broju slučajeva neophodno je razmatrati više ulaza i izlaza koji se izražavaju u različitim mernim jedinicama. Upravo zato, potrebno je definisati

pokazatelj efikasnosti koji će sintetizovati sve indikatore u jednu vrednost. Problemi sa kojima se u tom procesu susrećemo su izražavanje varijabli (ulaza i izlaza) u opsezima koji su međusobno uporedivi i određivanje pondera koji se dodaju pojedinim ulazima i izlazima (Savić, 2011). Kao jedna od najpoznatijih metoda za merenje efikasnosti organizacionih jedinica često se navodi analiza obavljanja podataka (Data Envelopment Analysis - DEA). Analizu obavljanja podataka su razvili (Charnes et al., 1978), da bi merili efikasnost poslovanja organizacionih jedinica i to pre svega onih koje ne stvaraju profit. Charnes et al. (1978), su predložili neparametarski pristup za izračunavanje efikasnosti, tako što su višestruke ulaze sveli na jedan "virtuelni" ulaz i višestruke izlaze sveli na jedan "virtuelni" izlaz koristeći težinske koeficijente. Problem dodeljivanja težina su rešili tako što su svakoj jedinici dopustili da odredi sopstvene težine sa ciljem da joj se maksimizira efikasnost, uz ograničenje da te težine moraju biti nenegativne vrednosti i da količnik virtuelnog izlaza i virtuelnog ulaza svake jedinice ne može biti veći od 1 (Martić, 1999).

Pored navedene metode za merenje efikasnosti, u doktorskoj disertaciji će posebna pažnja biti usmerena na analizu stohastičkih granica (SFA – Stochastic Frontier Analysis). Ovo je alternativni pristup određivanja granice efikasnosti korišćenjem ekonometrijskih metoda i modela. Prednost SFA metode u odnosu na DEA metodu je kada šum u podacima značajno utiče na rezultat. SFA metoda je kreirana gotovo istovremeno od strane Meeusen & van den Broeck (1977) i Aigner, Lovell & Schmidt (1977). Oba originalna SFA modela mogu da se definišu kao

$$y = f(x; \beta) \cdot \exp\{v - u\},$$

gde je y skalarni izlaz, x vektorski ulaz a β vektor tehnoloških parametara (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003). Prva komponenta greške $v \sim N(0, \sigma_v^2)$ je planirana da obuhvati efekat statističkog šuma, dok druga komponenta greške $u \geq 0$ obuhvata efekat tehničke neefikasnosti. Zato proizvođači rade na ili ispod granice stohastičke granice produktivnosti [$f(x; \beta) \cdot \exp\{v\}$] ako je $u = 0$ ili $u > 0$. Meeusen & van den Broeck su dodelili eksponencijalnu raspodelu u , dok Aigner, Lovell & Schmidt posmatraju u kroz normalnu i eksponencijalnu raspodelu. Parametre koje treba da procenimo su β, σ_v^2 i parametar varijanse σ_u^2 vezan za u . Obe pretpostavke o raspodeli u definišu da je kompozitna greška $(v-u)$ negativno simetrična i statistička efikasnost zahteva da se model procenjuje maksimalnom verodostojnošću. Ocena prosečne tehničke

neefikasnosti u uzorku je data kroz $E(-u) = E(v-u) = -\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \sigma_u$ ako u podleže normalnoj raspodeli i kroz $E(-u) = E(v-u) = -\sigma_u$ ako u posmatramo kroz normalnu i eksponencijalnu raspodelu.

Predmet istraživanja doktorske disertacije je razvoj modela za merenje efikasnosti organizacionih sistema. Kao što smo već istakli, princip efikasnosti se koncipira na ostvarivanju što većih izlaza uz što manje ulaze. Problem se javlja kod određivanja efikasnosti jedinica koje imaju više raznorodnih ulaza i koriste ih za stvaranje više raznorodnih izlaza, odnosno kod entiteta čiji se ulazi i izlazi ne mogu svesti na istu mernu jedinicu. Upravo je cilj istraživanja da se kroz razvoj novog modela efikasnosti prevaziđe navedeni problem.

Na osnovu svega navedenog, u disertaciji će najpre biti predstavljen kritički osvrt na savremene metode za merenje efikasnosti poput DEA i SFA. Biće istaknuta potreba za razvojem originalnog modela efikasnosti. Predloženi model će se zasnivati na metodi Ivanovićevog odstojanja koja će biti posebno evaluirana. Potrebno je naglasiti da će kao jedan od sporednih doprinosa biti navedeno unapređenje same metode. Naime, metoda Ivanovićeva odstojanje će biti unapređena kroz definisanje redosleda uključivanja obeležja u obrazac za Ivanovićeva odstojanje. Na taj način, vreme potrebno za rešavanje problema rangiranja metodom I-odstojanja će biti značajno korigovano. Poseban deo disertacije će obuhvatati veći broj studija slučaja u kojima će biti testiran i evaluiran predloženi model efikasnosti zasnovan na I-odstojanju.

Primarni cilj istraživanja doktorske disertacije je kreiranje modela za merenje efikasnosti organizacionih sistema koji se vrlo lako može primeniti kako u profitno – tako i u neprofitno orijentisanim organizacijama. Najvažniji cilj koji se postiže istraživanjem, jeste povećavanje korpusa metoda koje se mogu koristiti u problematici merenja efikasnosti poslovnih sistema, kao i u potencijalnoj integraciji predložene DBA metode sa DEA i SFA pristupom.

Cilj ovog istraživanja preciznije definisano obuhvata i unapređenje metode I-odstojanje kroz definisanje početnog rešenja metode. Na taj način, moguće je značajno skratiti broj koraka metode. U disertaciji će kroz brojne primere biti predstavljene mogućnosti primene unapređene metode, kao i pregled radova objavljenih u časopisima indeksiranim na SCIE i SSCI listi. Posebno treba istaći primenu unapređene metode I-odstojanje u problemima rangiranja najboljih svetskih univerziteta po Šangajskoj Academic

Ranking of World Universities (ARWU) listi. Upravo se unapređena metoda I-odstojanje javlja kao ključni alat u ovom procesu, pošto se na taj način prevazilazi problem subjektivno dodeljenih težinskih koeficijenata (pondera).

1.1. Polazne hipoteze

Glavna hipoteza razvijena u okviru istraživanja, polazeći od postavljenih ciljeva i zadataka istraživanja glasi:

- Moguće je kreirati statistički model efikasnosti zasnovan na Ivanovićevom odstojanju kao novi model za merenje efikasnosti i rangiranja posmatranih entiteta.

Ostale hipoteze:

- Unapređenje metode I-odstojanja kroz definisanje pravila za redosled uključivanja obeležja u obrazac, tako da dobijeno Ivanovićevo odstojanje pruži što veću količinu informacija potrebnih za proces rangiranja.
- Poboljšanje algoritma Ivanovićevog odstojanja u pravcu smanjivanja broja koraka potrebnih za konvergenciju i
- Raznorodna primena statističkog modela na dijametralno različite oblasti čovekovog života, što predstavlja jedan od pokazatelja univerzalnosti modela.

1.2. Metode istraživanja

Osnovni metod istraživanja bazira se na postojećim teorijskim rezultatima i eksperimentalnom radu u navedenoj oblasti. Sakupljanje i proučavanje dostupne literature, njena analiza i sistematizacija, sve sa ciljem da se pokaže opravdanost i korisnost razvoja novog statističkog modela merenja efikasnosti zasnovanog na Ivanovićevom odstojanju. Eksperimentalni rad će se ogledati na raznorodnim primenama modela kao pokazatelja univerzalnosti. Rad će se koncipirati na primeni:

- induktivnih i deduktivnih metoda zaključivanja,
- metoda analize podataka (deskriptivne mere, mere odstojanja, analiza ekstremnih vrednosti),
- metoda i tehnika eksploratorne analize,

- metoda statističkih analiza (korelaciona analiza, parametarski i neparametarski testovi, analiza varijanse),
- metoda multivarijacione analize (faktorska analiza, analiza glavnih komponentata, analiza grupisanja),
- metoda efikasnosti (DEA, SFA, ...)
- kao i metoda Ivanovićevog odstojanja.

1.3. Doprinos doktorske disertacije

Rezultati koji će proisteći iz istraživanja u ovoj doktorskoj disertaciji će sadržati veći broj doprinosa, među kojima se izdvajaju:

- Celovit prikaz problematike merenja efikasnosti organizacionih sistema i modela koji se primenjuju.
- Predlog originalnog statističkog modela efikasnosti koji se zasniva na Ivanovićevom odstojanju kao multivarijacionoj metodi.
- Implementacija predloženog modela u dijametralno različite oblasti čovekovog života, verifikacija dobijenih rezultata kroz praktičnu primenu modela i publikovanje naučnih i stručnih radova.
- Unapređenje metode Ivanovićevog odstojanja kroz poboljšanje algoritma metode, posebno u delu redosleda uključivanja varijabli i definisanja početnog rešenja.

Očekivani naučni doprinos doktorske disertacije se ogleda u:

- Potvrdi navedenih hipoteza i predstavljanju rezultata dobijenih predloženim modelom efikasnosti.
- Afirmaciji rada srpskih naučnika kroz unapređenje metode, koja je dobila ime po prof. dr Branislavu Ivanoviću, a verifikovane u okviru međunarodnih institucija (UN, FAO, itd.), kao i objavljivanju radova u međunarodnim časopisima.
- Doprinosu nauci u delu naučnog opisivanja i objašnjenja predmeta istraživanja.
- Multidisciplinarnosti teme istraživanja koja se zasniva na metodi Ivanovićevog odstojanja, koja do sada nije bila evaluirana u dovoljnoj meri.

2. EFIKASNOST, KONCEPTI I NAČINI MERENJA EFIKASNOSTI

Efikasnost je reč latinskog porekla (*efficax*) koja znači uspešnost. Ona pokazuje stepen delotvornosti proizvodnih činilaca (angažovanih resursa) u proizvodnji materijalnih dobara i usluga. Efikasnost se, u najjednostavnijem slučaju, kod organizacija koje koriste jedan ulaz (troškovi, angažovana sredstva i sl.) za proizvodnju jednog izlaza (dobit, profit, prihod i sl.) definiše kao odnos izlaza prema ulazu:

$$Efikasnost = \frac{izlaz}{ulaz}$$

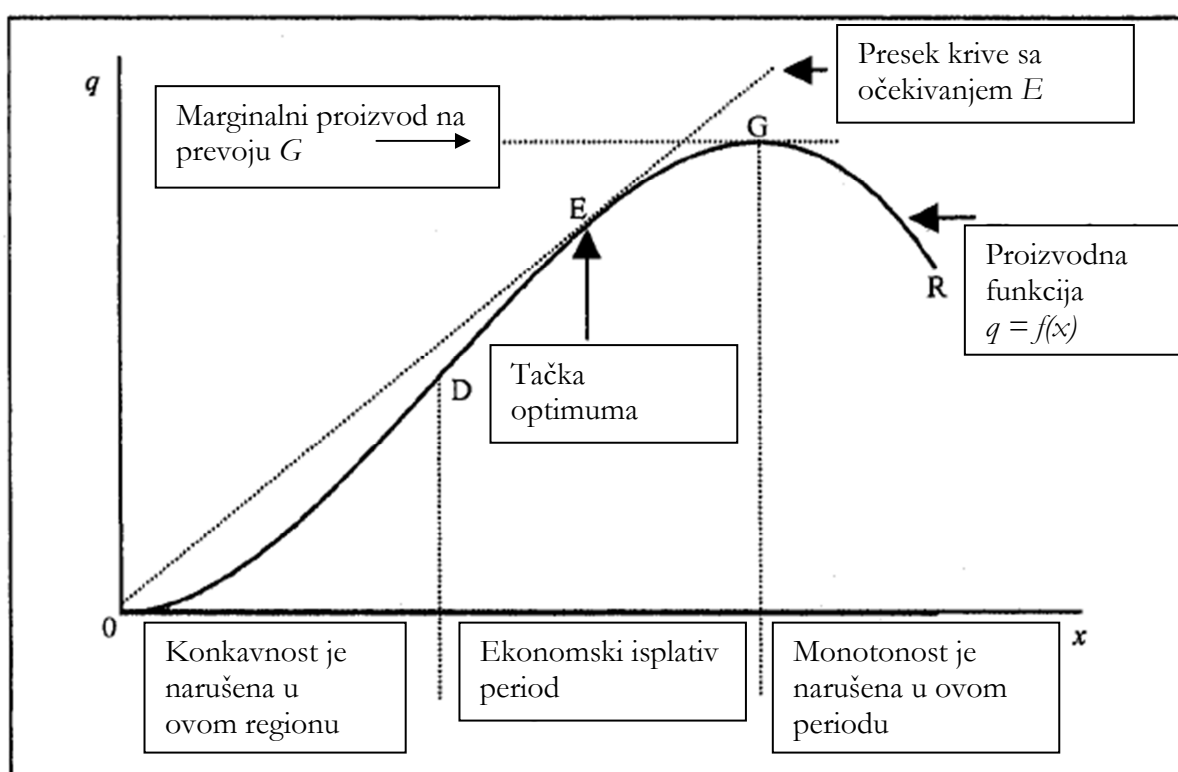
Navedena definicija se relativno lako proširuje na slučaj kada postoji više jednorodnih ulaza i izlaza koji se po pravilu izražavaju u monetarnim jedinicama i bez velikih problema se mogu svesti na jedinstveni ulaz, odnosno izlaz. U ovim slučajevima može se koristiti veći broj parcijalnih indikatora efikasnosti (produktivnost, ekonomičnost, rentabilnost i drugi "racio" koeficijenti) koji se dobijaju stavljanjem u odnos pojedinih ostvarenih rezultata (izlaz) i ulaganja (ulaz). Posmatrajmo fiktivnu kompaniju koja koristi N ulaza (rad, oprema, sirovine...) da proizvede jedan izlaz. Tehnološke mogućnosti takve firme mogu biti ukratko objašnjene korišćenjem proizvodne funkcije

$$q = f(x)$$

gde q predstavlja izlaz i $X=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ je $N \times 1$ vektor ulaza. Prethodno navedena proizvodna funkcija poseduje nekoliko osobina. Posebno se ističu: (I) vrednost $f(x)$ je konačan, nenegativan, realan broj; (II) proizvodnja pozitivnog izlaza je nemoguća bez upotrebe najmanje jednog ulaza; (III) dodatna jedinica ulaza ne smanjuje proizvodnju (Coelli et al., 2005). Formalno, ako je $x_0 \geq x_1$ onda $f(x_0) \geq f(x_1)$; (IV) svaka linearna kombinacija vektora x^0 i x^1 će proizvesti izlaz koji je ni manje ni više nego isto linearna kombinacija $f(x^0)$ i $f(x^1)$. Formalno, $f(\theta x^0 + (1 - \theta)x^1) \geq \theta f(x^0) + (1 - \theta)f(x^1)$ za svako $0 \leq \theta \leq 1$.

Da bismo ilustrovali neke od ovih ideja, Slika 2.1 prikazuje proizvodnu funkciju definisanu preko jednog ulaza, x (Coelli et al., 2005). Primetimo da za vrednosti x zastupljenih na horizontalnoj osi, sve vrednosti q su nenegativni i konačni realni brojevi. Dakle, funkcija zadovoljava (I) svojstvo. Funkcija prolazi kroz koordinatni početak, tako da zadovoljava (II) svojstvo. Takođe, granični proizvod od x je pozitivan na svim tačkama između koordinatnog početka i tačke G, time je zadovoljeno (III) svojstvo. Međutim, dok

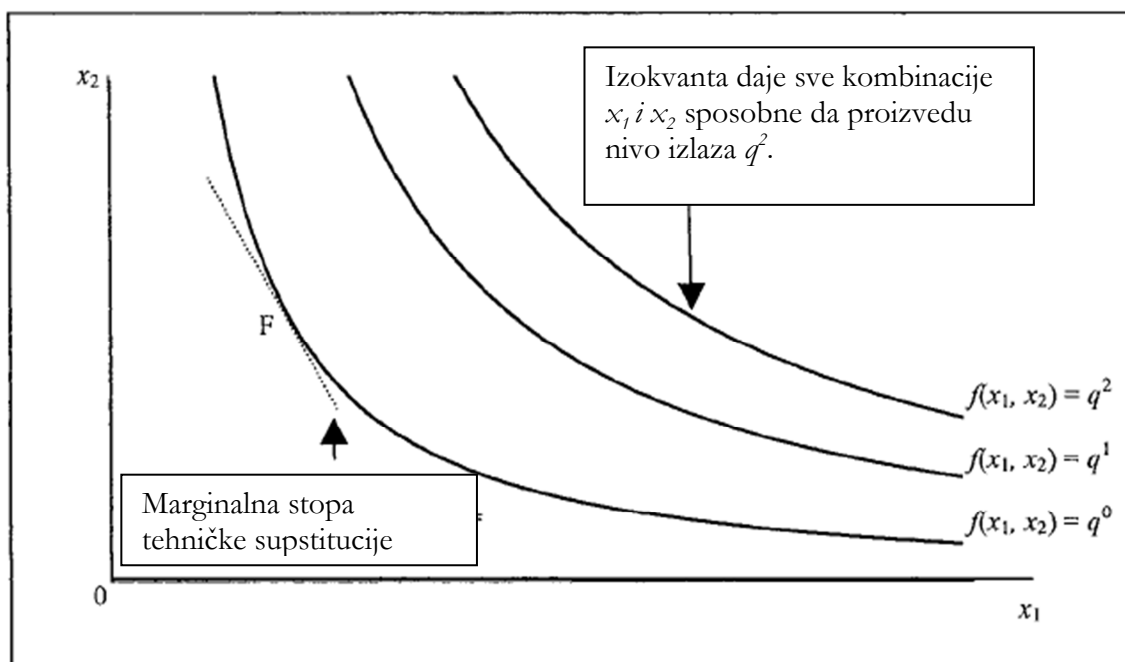
se krećemo duž proizvodne funkcije od koordinatnog početka do tačke D , granični proizvod x raste. Dakle, (IV) svojstvo je prekršeno na ovim tačkama. Međutim, konkavnost je zadovoljena na svim tačkama na zakrivljenom segmentu DR . Ukratko, proizvodna funkcija prikazana na Slici 2.1 krši konkavnost u regionu OD i krši monotonost u regionu GR . Međutim, to je u skladu sa svim osobinama duž zaobljenog segmenta između tačke D i G – prema ovome se odnosimo kao da je ekonomski izvodljiv region proizvodnje. U okviru ovog regiona, tačka E je tačka u kojoj je prosečna proizvodnja uvećana. Na ove tačke se odnosimo kao na tačke optimalnog obima (operacija).



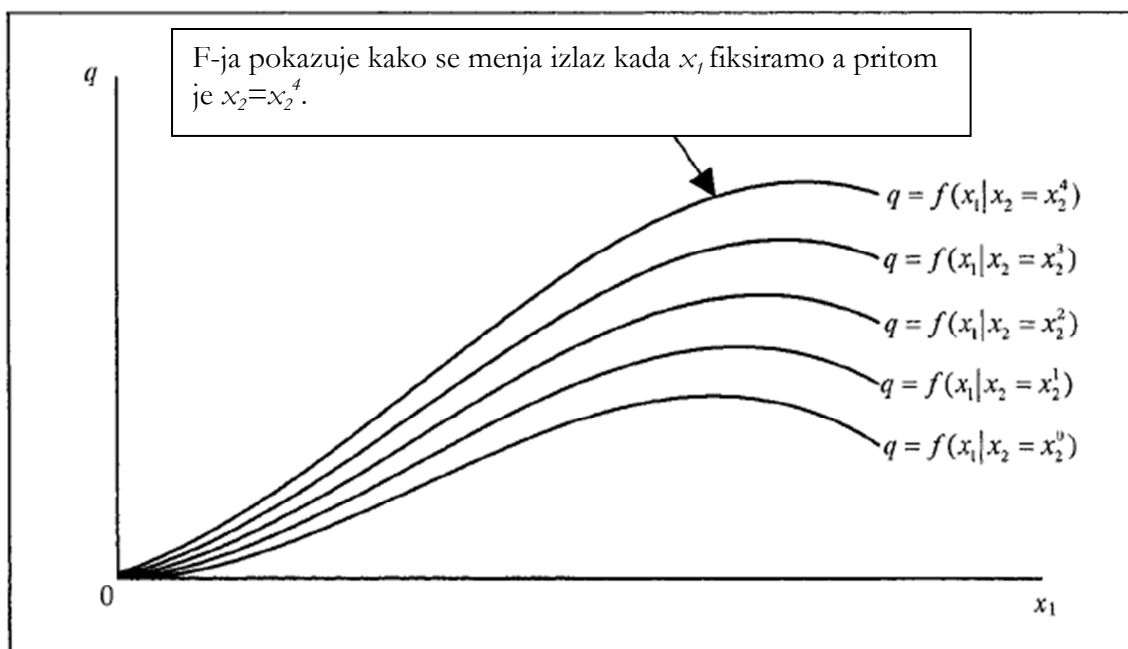
Slika 2.1 Proizvodna funkcija sa jednim ulazom

Proširenje ove vrste grafičke analize na proizvodne funkcije sa složenim ulazom je teško, ne samo zato što je teško da se iscrtaju dijagrami sa više od dve dimenzije. U takvim slučajevima je uobičajena praksa da prikazemo odnose između dve varijable, dok se sve ostale fiksiraju. Na primer, na Slici 2.2 (Coelli et al., 2005) se posmatra proizvodna funkcija sa dva ulazna faktora i grafički prikazujemo odnos između ulaza x_1 i x_2 držeći izlaz fiksiran na vrednost q^0 . Takođe, predstavljen je odnos između dva ulaza kada se izlaz drži fiksiran na vrednosti q^1 i q^2 , gde je $q^0 > q^1 > q^2$. Krive na ovoj slici su poznate kao izlazne

izokvante. Ako su sva četiri svojstva zadovoljena, ove se izokvante ne seku i konveksne su u odnosu na koordinatni početak kao što je prikazano na Slici 2.2.



Slika 2.2 Izlazne izokvante



Slika 2.3 Familija proizvodnih funkcija

Nagib izokvante je poznat kao marginalna stopa tehnološke supstitucije (*MRTS*) – meri brzinu kojom se mora x_1 zameniti za x_2 kako bi izlaz ostao na istom nivou.

Alternativna prezentacija ulazne proizvodne funkcije sa dva ulaza data je na Slici 2.3 (Coelli et al., 2005). Na ovoj slici najniža od četiri funkcije, $q=f(x_1/x_2=x_2^0)$, prikazuje odnos između q i x_1 držeći x_2 fiksiran na vrednost x_2^0 . Drugi grafici prikazuju odnos između q i x_1 držeći x_2 fiksiran na vrednosti x_2^1, x_2^2, x_2^3 i x_2^4 , gde je $x_2^4 > x_2^3 > x_2^2 > x_2^1$.

Ako je prethodno definisana proizvodna funkcija dva puta neprekidno diferencijabilna – možemo definisati nekoliko važnih ekonomskih pokazatelja. Na primer, dva koncepta koje smo već napominjali, su marginalni proizvod,

$$MP_n = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n}$$

i marginalna stopa tehničke supstitucije:

$$MRTS_{nm} = \frac{\partial x_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_{n+1}, \dots, x_N)}{\partial x_m} = -\frac{MP_m}{MP_n}$$

U jednačini, $x_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n, \dots, x_N)$ je implicitna funkcija koja nam govori koliko količine x_n je neophodno da se proizvede fiksiran izlaz kada koristimo iznose $x_1, \dots, x_{n-1}, x_n, \dots, x_N$ ostalih ulaza (Bogetoft & Otto, 2011). Povezani koncepti, koji ne zavise od jedinica mere su elastičnost izlaza,

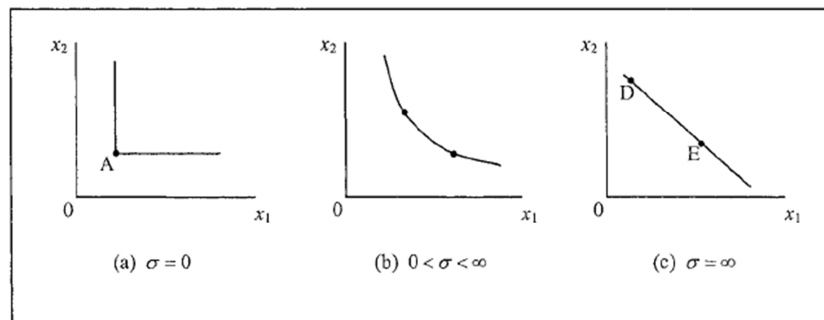
$$E_n = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \frac{x_n}{f(\mathbf{x})}$$

i direktna elastičnost supstitucije:

$$DES_{nm} = \frac{d(x_m/x_n)}{d(MP_n/MP_m)} \frac{MP_n/MP_m}{x_m/x_n}$$

U slučaju kada postoje dva ulaza, *DES* se obično označava sa σ (Coelli et al., 2005). Kao što smo već prethodno naglasili, Slika 2.2 prikazuje *MRTS* i meri nagib izokvante. *DES* meri procentualne promene u odnosu ulaza prema procentualnim promenama *MRTS*-a, i predstavlja meru zakrivljenosti izokvante. Da bi ovo objasnili, posmatrajmo pomeraje duž izokvanti prikazanih na Slici 2.4 (Coelli et al., 2005). Na grafiku (a), malo kretanje sa jedne strane tačke *A* prema drugoj rezultuje u maloj promeni u odnosu na odnos ulaza, ali izuzetno velike promene u *MRTS*-a, implicirajući $\sigma = DES_{12} = 0$. Na taj način, u slučaju pravouglaste izokvante, efikasna preduzeća moraju da koriste svoje inpute u fiksiranoj proporciji (na primer, supstitucija nije moguća). Na grafiku C, pomeranje od tačke *D* do tačke *E* rezultuje u velikoj procentualnoj promeni na odnosu ulaza, ali ostavlja

MRTS nepromenjen, ukazujući na to da je $\sigma = \infty$. U ovom slučaju, izokvanta je pravolinijska, a ulazi su lako promenljivi.



Slika 2.4 Elastičnost supstitucije

U slučaju kada postoji više ulaza moguće je definisati najmanje dve druge elastičnosti zamena – Alenova delimična elastičnost supstitucije (*AES*) i Moris-Himaova elastičnost supstitucije (*MES*). *DES* se ponekad smatra kratkoročnom elastičnošću zato što meri supstitucije između x_n i x_m dok su ostali ulazi fiksirani (kada ekonomisti koriste termin "kratkoročna" odnosi se na vremenski period u kome je najmanje jedan ulaz fiksiran). *AES* i *MES* su dugoročne elastičnosti jer omogućavaju da svi ulazi variraju, a kada postoje samo dva ulaza onda je $DES = AES$. Ako proporcionalan rast svih ulaza rezultuje u manjem od proporcionalnog povećanja u izlazu (npr., udvostručenje svih ulaza rezultuje manjem od duplo većeg izlaza), onda se kaže da proizvodna funkcija ispoljava smanjen prinos (*DRS*). Ako srazmerno povećanje ulaza rezultira u istom proporcionalnom povećanju proizvodnje (npr., udvostručenje svih ulaza rezultira u tačno duplo većem izlazu) onda se kaže da proizvodna funkcija ispoljava konstantne prinose (*CRS*). Konačno, ako proporcionalno povećanje ulaza dovodi do više nego proporcionalnog povećanja izlaza, proizvodna funkcija ispoljava rastuće prinose (*IRS*). Matematički, ako sve ulazne veličine skaliramo za iznos $k > 1$, onda je:

$$f(k\mathbf{x}) < kf(\mathbf{x}) \leftrightarrow \text{DRS}$$

$$f(k\mathbf{x}) = kf(\mathbf{x}) \leftrightarrow \text{CRS}$$

$$f(k\mathbf{x}) > kf(\mathbf{x}) \leftrightarrow \text{IRS}$$

Postoje brojni razlozi zbog kojih firme mogu iskusiti različite prinose. Na primer, preduzeća mogu ispoljiti *IRS* ako zapošljavanje novih ljudi dozvoljava neku novu specijalizaciju rada, ali na kraju mogu da ispolje *DRS* ako sama postane toliko velika da

menadžment više nije u stanju da vrši efektivnu kontrolu nad proizvodnim procesom (Bogetoft & Otto, 2011). U praksi, široko korišćena mera o prinosima je elastičnost proizvodnje (ili ukupna elastičnost proizvodnje),

$$\varepsilon = \frac{df(k\mathbf{x})}{dk} \frac{k}{f(k\mathbf{x})} \Big|_{k=1} = \sum_{n=1}^N E_n$$

gde je E_n elastičnost izlaza. Proizvodna funkcija ispoljava lokalno *DRS*, *CRS* ili *IRS* kako je elastičnost proizvodnje manja, jednaka ili veća od 1. Koristimo termin "lokalno", jer kao i kod svih mera izvedenih pomoću diferencijalnog računa, ova mera nam samo govori šta se dešava sa izlazom kada su ulazi skalirani na gore ili dole za mali iznos.

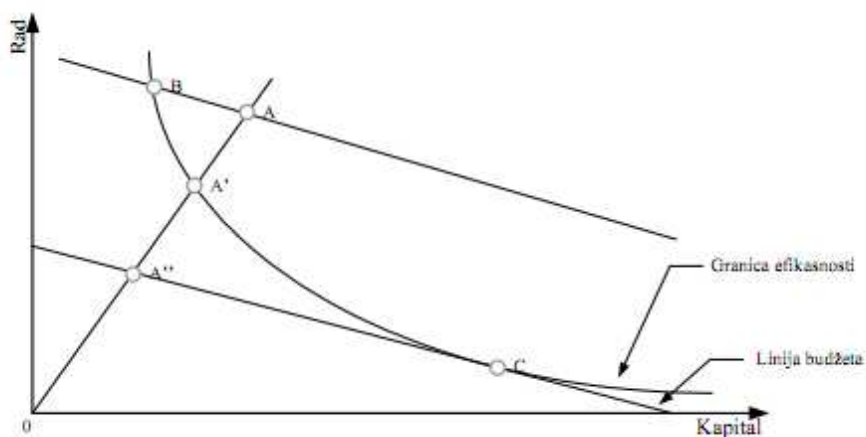
Farel je 1957. godine, polazeći od neadekvatnosti parcijalnih pokazatelja kao što su produktivnost rada i produktivnost kapitala, predložio analitičku proceduru za merenje efikasnosti i procenu granice efikasnosti proizvodnje. U svojim radovima, on je evaluirao slučaj kada kompanija koristi više ulaza, a pritom kreira samo jedan izlaz. Takođe, potrebno je naglasiti njegovu pretpostavku da je prinos na obim konstantan (constant returns to scale – *CRS*; povećanje u njenim ulazima rezultuje u proporcionalnom povećanju njenih izlaza).

Farel je uveo i definisao sledeće tri mere efikasnosti: (I) tehničku efikasnost (*TE*), (II) alokativnu efikasnost (*AE*) i (III) ukupnu efikasnost (*UE*). Razlika između ove tri mere efikasnosti je u daljem tekstu objašnjena teorijski i grafički na jednostavnom primeru (Savić, 2011). U problematici evaluacije efikasnosti poslovnih sistema, kao ulazi se najčešće posmatraju rad, kapital i sl. Navedene ulazne jedinice se stavljaju u odnos sa entitetom koja predstavlja najbolju praksu u posmatranom skupu. Organizacija koja najbolje posluje u odnosu na sve druge posmatrane jedinice smatra se ukupno tehnički efikasnom i može se definisati kao najbolja praksa. Tehnička efikasnost ostalih jedinica (entiteta) je izražena kao procenat od najboljeg. Posmatrana jedinica o kojoj se odlučuje teži da minimizira cenu proizvodnje određenog nivoa izlaza. To se postiže odgovarajućim izborom ulaza za dati skup ulaznih cena. Osnovna pretpostavka u ovom pristupu je da posmatrana organizacija mora biti potpuno tehnički efikasna. Efikasnost alokacije resursa se izražava kao procenat, gde 100% ili 1 pokazuje da organizacija na odgovarajući način koristi ulaze tako da minimizira cenu proizvodnje.

Organizacija koja je u inženjerskom (tehničkom) smislu efikasna može biti alokativno neefikasna, pošto ne koristi ulaze u odgovarajućoj proporciji u odnosu na date cene.

Ukupna efikasnost kombinuje tehničku i alokativnu efikasnost. Organizacija može biti troškovno efikasna samo ako je i tehnički i alokativno efikasna. Troškovna, tj. ukupna efikasnost, se računa kao proizvod tehničke i alokativne efikasnosti (izraženo u procentima). Znači organizacija može postići troškovnu efikasnost 100% samo ako je tehnička efikasnost jednaka 100% i efikasnost alokacije resursa jednaka 100%.

Ove koncepte je najlakše prikazati grafički (Savić, 2011). Na Slici 2.5 su prikazane različite kombinacije dva ulaza (kapital i radna snaga) potrebne za proizvodnju tražene količine izlaza. Linija koja predstavlja minimalnu vrednost ulaza potrebnih za proizvodnju izlaza naziva se granica efikasnosti (izokvanta). To je kriva koja predstavlja teoretski najbolju inženjersku praksu. Pri tome kriva je konveksna i svaka njena tačka predstavlja različitu kombinaciju rada i kapitala potrebnu da se proizvede ista količina izlaza. To znači da ako se smanji vrednost jednog, mora se povećati količina drugog ulaza da bi se dobio isti izlaz.



Slika 2.5 Tipovi efikasnosti

Sve kombinacije koje zadovoljavaju budžet su predstavljene pravom linijom. Troškovi proizvodnje tražene količine izlaza se minimiziraju u tački dodira budžetske linije sa granicom efikasnosti (tačka C). U toj tački se postiže potpuna tehnička i alokativna efikasnost. Ako bi jedinica predstavljena tačkom A imala izlaz kao i tačka A' koja se nalazi na izokvanti, tada bi bila tehnički efikasna. Ona je tehnički neefikasna, pošto koristi veće količine ulaza od potrebnih za proizvodnju istog izlaza kao tačka A'. Tačka B je tehnički efikasna, ali je troškovno neefikasna, pošto tačka C proizvodi isti nivo izlaza sa proporcionalno manjim troškovima (Martić, 1999).

Za tačku A se mogu izvesti sledeće definicije:

- Tehnička efikasnost $TE = OA' / OA$
- Alokativna efikasnost $AE = OA'' / OA'$

$$UE = TE \cdot AE$$

- Ukupna efikasnost $UE = OA' / OA \cdot OA'' / OA'$

$$UE = OA'' / OA$$

Dakle, da bi organizacija A postala troškovno, tj. ukupno efikasna, potrebno je da proporcionalno smanji troškove ulaza za vrednost $1 - (OA'' / OA)$. Ovo će dovesti do poboljšanja alokativne efikasnosti za vrednost $1 - (OA'' / OA')$, pošto se podrazumeva da samo tehnički efikasna jedinica može postati i alokativno efikasna. Tehnička efikasnost će se povećati za vrednost $1 - (OA' / OA)$. Tehnička efikasnost se često definiše kao proporcijalno smanjenje ulaza neophodno da se dostigne granica efikasnosti. Ovaj proces je poznat kao “radijalno smanjenje” ulaza, pošto se tačka pomera duž linije koja je spaja sa koordinatnim početkom. Teoretsku granicu efikasnosti je u praksi komplikovano odrediti, jer ta procedura pretpostavlja da je poznata teoretski najbolja praksa u posmatranoj oblasti. Teoretski najbolju praksu je teško izračunati za posmatrani skup jedinca, pošto obično nisu poznate sve informacije o njihovom poslovanju. U realnim situacijama su najčešće poznati podaci samo za posmatrane jedinice o kojima se odlučuje. Iz tih podataka bi se moglo pretpostaviti koja je najbolja praksa (Savić, 2011). Međutim, teško je sa sigurnošću tvrditi da neka od posmatranih organizacija dostiže najbolju praksu. Posebno je teško definisati najbolju praksu za uslužne organizacije sa kompleksnim ulazima, gde se može dogoditi da posmatrane tačke ne obuhvataju čitav opseg mogućih kombinacija ulaznih vrednosti. Najčešće korišćene tehnike se mogu podeliti na parametarske i neparametarske (Tulkens & Vanden Eeckaut, 1995). U realnim sistemima koji nas okružuju, analitički oblik proizvodne funkcije uglavnom nije poznat i zato se u praksi najčešće primenjuje “parametarski” pristup za merenje efikasnosti. Stoga je neophodno postaviti f-ju analitičkog oblika koja definiše odnos nezavisnih i zavisnih promenljivih (translog (transcendental logarithmic) ili Kob-Daglasova proizvodna funkcija). Parametarski pristup podrazumeva analizu centralnih tendencija, pošto se jedna optimizaciona ravan na osnovu prosečnog ponašanja postavlja kroz centar podataka i na njoj se uglavnom ne nalazi ni jedna od stvarnih organizacija čiju

efikasnost treba proceniti (Martić, 1999; Savić, 2011). Regresionu analizu je moguće koristiti za određivanje performansi onih entiteta koje koriste jedan ulaz ili kreiraju jedan izlaz (Martić et al., 1997). U slučaju DMU sa jednim ulazom, moguće je regresirati ulazne nivoe na izlazne. Ako je pronađen zadovoljavajući model, on se može koristiti za određivanje ulaznih nivoe svake DMU na osnovu njihovih izlaznih nivoe. Poredeći stvarne i predviđene ulazne nivoe neke DMU određuje se njena efikasnost. S druge strane, često se koristi i neparаметarski pristup ocene granice efikasnosti pomoću analize obavljanja podataka.

2.1. Analiza obavljanja podataka (Data Envelopment Analysis) - DEA

Analiza obavljanja podataka (DEA – Data Envelopment Analysis) se smatra najpoznatijom metodom za merenje efikasnosti organizacionih jedinica. DEA omogućava analizu efikasnosti posmatranih entiteta uzimajući u obzir kombinacije različitih ulaznih i izlaznih promenljivih (Charnes et al., 1978). Posebno se ističe u problematici merenja efikasnosti entiteta, koji za kreiranje raznorodnih izlaza koriste raznorodne ulaze. Može se reći da je DEA postala vodeća metoda za merenje performansi organizacionih jedinica (Savić, 2011). Posledica toga je veoma veliki broj objavljenih radova i realizacija velikog broja primena DEA za evaluaciju performansi realnih sistema. U DEA metodi, organizacione jedinice se definišu kao jedinice odlučivanja - DMU (Decision Making Unit). Prvobitna namena DEA metode je bila evaluacija efikasnosti neprofitnih organizacija/entiteta za koje je teško izmeriti izlaze. Samim tim teško je i definisati realnu meru efikasnosti za neprofitnu organizaciju (Martić, 1999). Efikasnost, kao jedan od parametara poslovanja kome se pridaje posebna pažnja kada se procenjuju performanse organizacionih jedinica, se može meriti upravo kroz odnos ostvarenih izlaza i ulaza upotrebljenih za njihovu proizvodnju. Analiza obavljanja podataka je metoda koja pri komparativnoj analizi efikasnosti uzima u obzir sve relevantne ulaze i izlaze iz sistema, bez obzira na tehnologiju pretvaranja ulaza u izlaze. Za analizu obavljanja podataka je bitno da svaka DMU koristi iste vrste ulaza i transformiše ih u iste vrste izlaza (Savić, 2011). Nije neophodno da ulazi i izlazi budu istorodni, ali je neophodno da sve jedinice koje posmatramo imaju iste vrste ulaza i izlaza. Upravo zbog svoje fleksibilnosti, ova metoda je

široko primenljiva kako u profitnim - tako i u neprofitnim organizacijama. Sve je to rezultiralo razvoju velikog broja modela za analizu efikasnosti organizacionih jedinica.

2.1.1. Merenje efikasnosti pomoću analize obavljanja podataka

Neparametarski pristup je razvijen polazeći od činjenice da se za ocenjivanje efikasnosti kompanija/organizacija najčešće mora razmatrati više ulaza i izlaza koji se izražavaju u različitim mernim jedinicama. Stoga je neophodno definisati sumarni sintetički pokazatelj efikasnosti koji će uzeti u obzir sve resurse koji su korišćeni za ostvarivanje odgovarajućih izlaza. Uzevši ovo u obzir, osnovna formula za efikasnost dobija sledeći oblik:

$$\text{Efikasnost} = \frac{\text{TežinskaSumaIzlaza}}{\text{TežinskaSumaUlaza}}$$

Da bi se odredila efikasnost organizacije, neophodno je agregirati posmatrane ulaze (izlaze) u jedan virtuelni ulaz (izlaz). Tokom ovog procesa javljaju se brojni problemi: (I) izražavanje ulaznih i izlaznih podataka u opsezima vrednosti koje su međusobno uporedive (problem skaliranja), (II) određivanje relativnih važnosti pojedinih ulaza odnosno izlaza (dodeljivanje težinskih koeficijenata - ponderisanje), itd. Za zajednički fiksirani skup težinskih koeficijenata moguće je jednostavno izračunati efikasnost svake od posmatranih jedinica. Tako izračunate efikasnosti se mogu koristiti kao kriterijum za određivanje redosleda jedinica. Očigledno je da redosled zavisi od vrednosti ulaza i izlaza entiteta koje evaluiramo, ali i od vrednosti pondera. Međutim, u praksi je veoma teško vrednovati ulaze i izlaze i doći do zajedničkog skupa težinskih koeficijenata, jer pojedine jedinice dodeljuju prilično različite stepene važnosti svojim ulazima i izlazima. Autori (Charnes et al., 1978) su pretpostavili da pri oceni efikasnosti entiteta ne mora da postoji objektivan postupak za određivanje vrednosti pondera. Međutim, neophodno je definisati koji su to ulazi i izlazi koje treba uzeti u obzir i koje su najmanje dozvoljene vrednosti za pondere. Svaka jedinica/entitet ima slobodu da odredi vrednosti pondera na način koji njoj najviše odgovara, sve sa ciljem da maksimizira svoju efikasnost (Andersen & Petersen, 1993). Na osnovu podataka o ulazima i izlazima, DEA metoda ocenjuje da li je neka DMU efikasna ili nije. DEA konstruiše “deo po deo” linearne aproksimacije granice efikasnosti bazirane na

posmatranom skupu entiteta (posmatra se raspodela skupa tačaka i konstruiše se linija oko njih koja ih obavija – “obvojnica” (envelope)). Granica efikasnosti predstavlja maksimum izlaza koji svaki entitet može ostvariti sa datim ulazima i ponaša se kao obvojnica za neefikasne entitete. Metoda analizira svaku jedinicu odlučivanja i proverava da li je njene ulaze moguće obavijati odozdo (dati izlaz moguće je postići sa manjom količinom ulaza) imajući u vidu vrednosti ulaza preostalih jedinica, kao i da li je moguće njene izlaze obavijati odozgo (sa datim ulazom moguće je proizvoditi veći izlaz) na osnovu vrednosti izlaza preostalih jedinica. Ako je moguće jedinicu obavijati ona je relativno neefikasna, a ako nije ona učestvuje u formiranju granice efikasnosti koja ovde predstavlja ekvivalent za graničnu funkciju proizvodnje (Amado et al., 2011). Osnovna karakteristika DEA metode je da ona svaku DMU procenjuje kao relativno efikasnu ili relativno neefikasnu. Charnes et al. (1978) navode da se jedna DMU može okarakterisati kao efikasna samo ako nisu ispunjena sledeća dva uslova:

- Moguće je povećati joj bilo koji izlaz bez povećanja bilo kog od ulaza i bez smanjenja bilo kog drugog izlaza;
- Moguće je smanjiti joj bilo koji ulaz bez smanjenja bilo kog od izlaza i bez povećanja bilo kog drugog ulaza (Martić et al., 1997).

Nivo neefikasnosti određen je upoređivanjem sa jednom referentnom DMU ili sa konveksnom kombinacijom drugih referentnih DMU koje se nalaze na granici efikasnosti i koje koriste proporcionalno isti nivo ulaza, a proizvode proporcionalno isti ili veći nivo izlaza (Athanasopoulos & Curram, 1996). Posebno treba istaći sledeće osobine DEA metode:

- određuje se pojedinačna sumarna mera za svaku DMU na osnovu vrednosti ulaznih faktora pri proizvodnji željenih izlaza,
- fokus je na pojedinačnim opservacijama nasuprot populacionim usrednjavanjima,
- potpuno jednaki kriterijumi se primenjuju u ocenjivanju svake DMU,
- ukazuje se na potrebne promene ulaza i/ili izlaza da bi DMU ispod granice efikasnosti bio projektovan na granicu efikasnosti (Martić, 1999; Savić, 2011).

2.1.2. Osnovni DEA modeli

Čarls, Kuper i Rouds su razvili DEA modele koji su tokom godina modifikovani i prošireni. Pri selekciji DMU treba voditi računa o sledećim pretpostavkama:

- U principu, teži se smanjenju ulaza i povećanju izlaza; skor efikasnosti treba da odražava ovaj princip;
- Podaci o ulazima i izlazima su raspoloživi za svaki ulaz i izlaz i imaju pozitivne vrednosti za svaku DMU;
- Merne jedinice ulaza i izlaza mogu biti izražene u različitim jedinicama. One mogu uključivati broj zaposlenih, portfolio hartija od vrednosti, novac, itd. (Martić, 1999).

Pretpostavimo da raspoložemo podacima o angažovanim ulazima i realizovanim izlazima za svaku od n DMU čiju efikasnost treba proceniti. Neka je x_{ij} -posmatrani iznos ulaza i -te vrste za DMU_j ($x_{ij} > 0, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$), a y_{rj} - posmatrani iznos izlaza r -te vrste za DMU_j ($y_{rj} > 0, r = 1, 2, \dots, s, j = 1, 2, \dots, n$). Charnes et al. (1978) su predložili da se za svaku DMU_k $k = 1, 2, \dots, n$ reši optimizacioni zadatak (u literaturi poznat kao *CCR ratio model* (vidi Model M1).

Težinski koeficijenti μ_r i ν_i pokazuju stepene važnosti svakog ulaza i izlaza. Vrednosti pondera svaka jedinica bira tako da bude što više efikasna. Jedinica se smatra efikasnom ako ne postoji neka druga jedinica koja sa istim angažovanim ulazima kreira veći izlaz. Shodno tome, osnovni cilj svake jedinice je da kroz slobodno izabrane pondere za ulaze i izlaze, maksimizira svoju efikasnost. Pritom, neophodno je zadovoljavati uslov da je za svaku organizacionu jedinicu odnos težinske sume izlaza i težinske sume ulaza manji ili jednak od 1 (M1.2). Relativna efikasnost h_k za DMU_k je definisana kao odnos težinske sume njenih izlaza (virtuelni izlaz) i težinske sume njenih ulaza (virtuelni ulaz).

MODEL (M1)

$$(Max) h_k = \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \quad (M1.1)$$

p.o.

$$\frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (M1.2)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (M1.3)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (M1.4)$$

gde su: h_k - relativna efikasnost k -te DMU, n - broj DMU koje treba porediti, m - broj ulaza, s - broj izlaza, μ_r - težinski koeficijent za izlaz r , v_i - težinski koeficijent za ulaz i (Martić & Savić, 2001).

U modelu se teži maksimizaciji vrednosti h_k ; ovo se ostvaruje kroz subjektivno dodeljivanje pondera upravljačkim varijablama μ_r i v_i . Jedna od osnovnih pretpostavki je i konstantni prinos na obim, odnosno da povećanje vrednosti angažovanih ulaza treba da rezultuje u proporcionalnom povećanju ostvarenih izlaza (Guan & Chen, 2012). Pošto i za k -tu DMU za koju se traži maksimalna efikasnost (M1.3) važi uslov (M1.4), očigledno da važi $0 < h_k \leq 1$. Ako je vrednost za h_k u funkciji cilja jednaka 1, onda je k -ta DMU relativno efikasna, a ako je manja od 1, DMU_k je relativno neefikasna i vrednost h_k pokazuje za koliko procentualno ova jedinica treba da smanji svoje ulaze (Savić, 2011). Uslov dat u relaciji (M1.4) važi za sve DMU i označava da svaka od njih leži na ili ispod granice efikasnosti. Ograničenja data relacijama (M1.5) i (M1.6) koja označavaju da težinski koeficijenti mogu imati samo nenegativne vrednosti kasnije su modifikovana u sledeća ograničenja:

$$\mu_r \geq \varepsilon \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (\text{M1.5})$$

$$v_i \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{M1.6})$$

gde je: ε – proizvoljno mala pozitivna vrednost.

S obzirom da je broj DMU koje se ocenjuju uglavnom dosta veći od ukupnog broja ulaza i izlaza, u praksi se, najčešće rešava njegov dualni model. Dualni CCR DEA model (Savić, 2011) glasi:

MODEL (M2)

$$(\text{Min}) Z_k - \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^- \right) \quad (\text{M2.1})$$

p.o.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj} - s_r^+ = y_{rk} \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (\text{M2.2})$$

$$Z_k \cdot x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{M2.3})$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad r = 1, 2, \dots, s \quad i = 1, 2, \dots, m \quad Z_k - \text{neograničeno} \quad (\text{M2.4})$$

Možemo primetiti da funkcija cilja pokazuje sa kojom minimalnom vrednošću ulaza je moguće ostvariti trenutni izlaz posmatrane organizacione jedinice. Promenljiva Z_k naziva se faktor intenziteta. Osnovna informacija koju nam pruža je koji procentualni iznos smanjenja ulaza treba da pretrpi posmatrana organizaciona jedinica kako bi postala efikasna. Dualne promenljive s_r^+ i s_i^- pokazuju koliko je moguće da k -ta DMU pojedinačno smanji i -ti ulaz i poveća r -ti izlaz da bi postala efikasna. S obzirom da one predstavljaju dopunu do jednakosti u relacijama (M2.3) i (M2.4), one se nazivaju dopunske promenljive. U ovom modelu dualna promenljiva λ_j predstavlja dualnu težinu koja pokazuje važnost koja je dodeljena DMU_j ($j = 1, 2, \dots, n$) pri definisanju ulazno-izlaznog miksa hipotetičke kompozitne jedinice sa kojom će se DMU_k direktno porediti. Vrednosti za promenljive

λ_j ($j=1,2,\dots,n$) se biraju tako da svaki od s izlaza hipotetičke kompozitne jedinice $\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj}, r=1,2,\dots,s\right)$ ne bude manji od odgovarajućeg stvarnog izlaza DMU_k , a da svaki od ulaza kompozitne jedinice $\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, i=1,2,\dots,m\right)$ ne bude manji od odgovarajućeg stvarnog ulaza DMU_k (Savić, 2011). Ako od svih λ_j ($j=1,2,\dots,n$) samo λ_k ima pozitivnu vrednost onda je faktor intenziteta $Z_k=1$, što znači da je DMU_k angažovala minimalnu količinu ulaznih faktora i granična je tačka (u suprotnom, k -ta DMU je neefikasna). Organizacione jedinice sa pozitivnom vrednošću λ_j nazivaju se referentne za k -tu DMU. Najkraće rastojanje između neefikasne DMU i granice efikasnosti je upravo rastojanje do kompozitne jedinice. Dakle, ako je $Z_k < 1$, onda je DMU_k relativno neefikasna i treba proporcionalno za $(1-Z_k)*100\%$ da smanji sve ulaze da bi postala efikasna sa postojećim nivoom izlaza. Za svaku DMU_j $j=1,2,\dots,n$ uzetu kao DMU_k se rešava odgovarajući problem linearnog programiranja. U linearnom programiranju DMU_k je efikasna, ako i samo ako, su za optimalno rešenje $(\lambda^*, s^{+*}, s^{-*}, Z_k^*)$ problema (M2.1) – (M2.4) ispunjeni uslovi:

$$Z_k^* = 1 \quad (M2.5)$$

$$s^{+*} = s^{-*} = 0 \quad (M2.6)$$

tj. potreban uslov je da joj je faktor intenziteta jednak 1, a neophodno je i da su sve dopunske promenljive jednake 0. Ako je faktor intenziteta jednak 1, a neka od dopunskih promenljivih pozitivna, DMU_k nije efikasna granična tačka. BCC model meri čistu tehničku efikasnost, odnosno daje meru efikasnosti koja ignoriše uticaj obima poslovanja tako što se k -ta DMU poredi samo sa drugim jedinicama sličnog obima. Efikasnost obima (scale efficiency), koja pokazuje da li posmatrana jedinica posluje sa optimalnim obimom operacija, može se dobiti kada se mera efikasnosti koju daje CCR model (ukupna tehnička efikasnost) podeli sa merom efikasnosti koju daje BCC model (čista tehnička efikasnost). U odnosu na primalni CCR model, primalni BCC model sadrži dodatnu promenljivu u^* koja definiše položaj pomoćne hiperravni koja leži na ili iznad svake DMU uključene u analizu

(Martić, 1999). Izloženi matematički model proverava da li je k -ta DMU postigla željeni nivo izlaza sa minimalnim angažovanjem ulaza i od svih mogućih hiperravni koje prekrivaju sve DMU bira se ona kod koje je horizontalno rastojanje od posmatrane DMU do hiperravni najmanje.

Ako je $u^*=0$, onda se BCC model svodi na CCR model (M1.1) - (M1.4). Primalni BCC DEA model ima sledeći oblik:

MODEL (M3)

$$(M a x) h_k = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rk} + u^* \quad (M3.1)$$

p.o.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1 \quad (M3.2)$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u^* \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (M3.3)$$

$$\mu_r \geq \varepsilon \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (M3.4)$$

$$v_i \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (M3.5)$$

Ideja na kojoj se zasnivaju BCC modeli lakše se može razumeti na dualnom DEA modelu. Dualni BCC model se dobija ako se u dualni CCR model doda ograničenje konveksnosti $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$.

Prethodno navedeni modeli imaju cilj da minimiziraju ulaze potrebne za proizvodnju tražene količine izlaza. Takvi modeli se najčešće nazivaju ulazno orijentisani modeli. DMU_k se smatra relativno neefikasnom ako joj je moguće smanjiti bilo koji ulaz bez smanjenja bilo kog izlaza i bez uvećanja nekog od preostalih ulaza. Neefikasna jedinica može postati efikasna smanjujući svoje ulaze (proporcionalno faktoru intenziteta Z u dualnom modelu), dok se njeni izlazi ne menjaju (Thanassoulis et al., 2012). Nasuprot ulaznoj orijentaciji, u izlazno orijentisanom modelu cilj je da se maksimizira izlaz pri

zadatom nivou ulaza, a neefikasna jedinica postaje efikasna kroz povećanje svojih izlaza (proporcionalno faktoru intenziteta θ u dualnom modelu). DMU_k je relativno neefikasna ako joj je moguće povećati bilo koji izlaz bez povećanja bilo kog ulaza i smanjenja nekog od preostalih izlaza. Pored ove dve striktno određene orijentacije modela u literaturi se često pominju i neorijentisani ili kombinovani modeli. Kod ovih modela se razmatra mogućnost da se vrši simultano smanjenje ulaza i povećanje izlaza da bi posmatrana jedinica postala efikasna.

2.2. Analiza stohastičkih granica (Stochastic Frontier Analysis) - SFA

Pre svega, ovde ćemo posmatrati meru ekonomske efikasnosti jednog poslovnog sistema, preduzeća, firme, koja se sastoji iz dve bitne komponente: *tehničke efikasnosti* - koja meri sposobnost poslovnog sistema da postigne maksimalan broj izlaza za dati broja ulaza, i *alokativne efikasnosti* - koja meri sposobnost poslovnog sistema vezanu za to koliko on koristi ulaze u optimalnim proporcijama u odnosu na njihove cene. Za razliku od metoda gde granicu dobijamo koristeći neparametarsku analizu obavijanja podataka (DEA), ovde govorimo o metodama za procenu 'granice' na osnovu parametara. Stohastička analiza granica predstavlja alternativni pristup proceni graničnih funkcija koristeći ekonometrijske tehnike. To je metod ekonomskog modeliranja. Svoje polazište ima u stohastičkim modelima koji se bave ovom tematikom i koje prvi put pominju (Aigner et al., 1977; Meeusen & Van den Broeck, 1977). Ova analiza ima određene prednosti u odnosu na analizu obavijanja podataka, kada je u pitanju problematika šuma. U ovom primeru konkretno se posmatra nekoliko firmi (I - broj firmi) u jednom određenom trenutku. Jedan metod za procenu stvaranja granične oblasti koristeći ove podatke je da se obaviju tačke podataka koristeći svojevolumno odabranu funkciju. Ovaj pristup su koristili Kontodimopoulos et al. (2011) koji su razmatrali Kobb-Daglasovu jednačinu granične oblasti koja glasi:

$$\ln q_i = x_i' \beta - u_i, \quad i=1, \dots, I \quad (2.2.1)$$

gde q_i predstavlja izlaz i -te firme, x_i je $K \times 1$ vektor koji sadrži logaritme ulaza, β je vektor nepoznatih parametara, a u_i nenegativna slučajna promenljiva koja je povezana sa

tehničkom efikasnošću. Nekoliko tehnika se može koristiti za procenu nepoznatih parametara u ovom modelu. Možemo koristiti linearno programiranje (problematika je ovde da se minimizira suma $u_i = \ln q_i - x_i' \beta$ pod uslovom $u_i \geq 0$ - predlaže se upotreba kvadratnog programiranja), pretpostavka da su u_i s dobijeni γ raspodelom slučajnih promenljivih i koriste metod maksimalne verodostojnosti (ili metodu najmanjih kvadrata).

Aigner et al. (1977) i Meeusen & Van den Broeck (1977) su predložili oblik stohastičke analize granica: $\ln q_i = x_i' \beta + v_i - u_i$ koji je identičan prethodno pomenutoj formi Kob-Daglasa, osim što je dodata slučajna greška v_i (šum). Naziv stohastička analiza granica se zasniva na činjenici da su vrednosti izlaza ograničene odozgo slučajno, tj. promenljivom $\exp(x_i' \beta + v_i)$. Slučajna greška v_i može biti pozitivna ili negativna, pa u odnosu na to i izlazi modela mogu biti različiti. Ove važne karakteristike modela se mogu prikazati i preko formula. Kako bi to uradili bitno je da ograničimo našu pažnju na samo one firme ili poslovne sisteme koji proizvode izlaz q_i koristeći samo jedan ulaz x_i . U ovom slučaju (Meeusen & van den Broeck, 1977), Kob-Daglasov model stohastičke analize granica ima sledeći oblik:

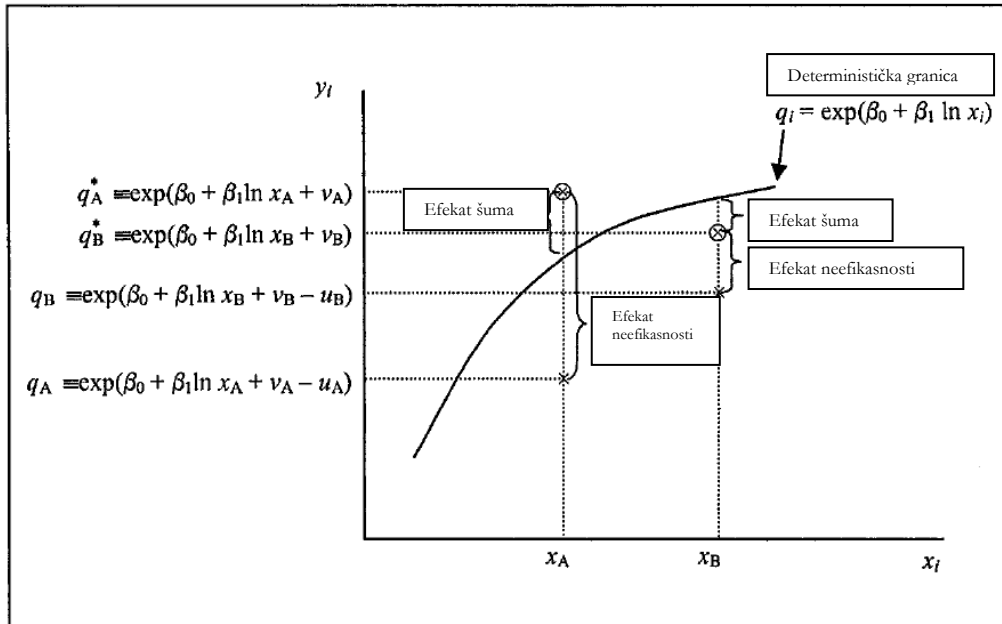
$$\ln q_i = \beta_0 + \beta_1 \ln x_i + v_i - u_i \quad (2.2.2)$$

$$\text{ili } q_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_i + v_i - u_i) \quad (2.2.3)$$

$$\text{ili } q_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_i) \times \exp(v_i) \times \exp(-u_i) \quad (2.2.4)$$

gde su $\exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_i)$ - determinističke komponente, $\exp(v_i)$ - šum, i $\exp(-u_i)$ - neefikasnost. Vrednosti ulaza su prikazane na x -osi, a vrednosti izlaza na y -osi. Firma A koristi ulaz x_A kako bi stvorila izlaz q_A (prikazano znakom \times), dok firma B koristi ulaz x_B kako bi stvorila izlaz q_B (prikazano znakom \times). Ako nema efekata neefikasnosti, tj. ako su

($u_A = 0, u_B = 0$) tada bi tzv. izlazi granične oblasti bili $q_A^* \equiv \exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_A + v_A)$ i $q_B^* \equiv \exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_B + v_B)$. Na datoj slici 2.6 su ove vrednosti prikazane znakom \otimes .



Slika 2.6 Kob-Daglasov model

Očigledno je da se granični izlaz firme A nalazi iznad determinističkog dela granične oblasti jer je efekat šuma pozitivan $v_A > 0$, a granični izlaz firme B se nalazi ispod jer je efekat šuma negativan $v_B < 0$ (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003).

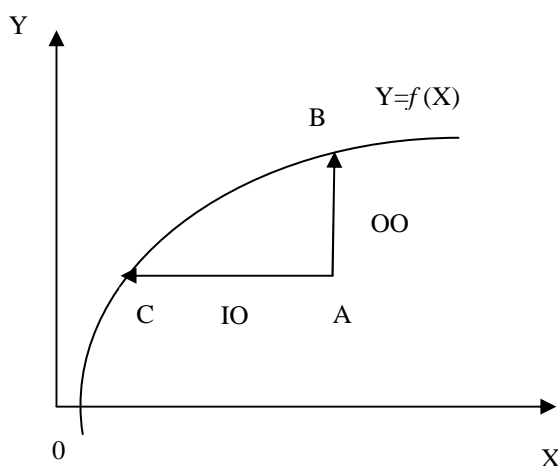
Tehnologija se može posmatrati sa primarne ili sekundarne perspektive. U primarnoj primeni se uglavnom koriste dve mere tehničke efikasnosti. To su (I) orijentisana na ulaze (IO) tehnička (ne)efikasnost i (II) orijentisana na izlaze (OO) tehnička (ne)efikasnost. Kada posmatramo karakteristike tehnologija, postoji nekoliko glavnih razlika između IO i OO modela (Lim & Schoenung, 2011). Zamislimo primer gde je Y skalarni izlaz a X vektor ulaza. Proizvodna tehnologija sa IO orijentacijom tehničke (ne)efikasnosti može biti izražena kao

$$Y_i = f(X_i \cdot \theta_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.2.5)$$

gde je Y_i skalarni izlaz, $\theta_i \leq 1$ je IO efikasnost (skalar), X_i je $J \times 1$ vektor ulaza, dok i označava organizacije. IO tehnička neefikasnost firme i je definisana kao $\ln \theta_i \leq 0$ i predstavljena je kao stopa po kojoj se ulazi mogu smanjiti bez smanjenja izlaza. Sa druge strane, tehnologija sa OO merama tehničke neefikasnosti je određena kao

$$Y_i = f(X_i) \cdot \Lambda_i, \quad (2.2.6)$$

gde $\Lambda_i \leq 1$ predstavlja OO efikasnost (skalar), a $\Lambda_i \leq 0$ je definisana kao OO tehnička neefikasnost. Ovo nam pokazuje procenat po kome se izlaz može povećati bez smanjenja ulaza (Slika 2.7). Sada ćemo grafički prikazati IO i OO mere tehničke efikasnosti (Bogetoft & Otto, 2011). Posmatrani plan proizvodnje (Y, X) je određen tačkom A. Vertikalna duž AB meri OO tehničku neefikasnost, dok horizontalna duž AC meri IO tehničku neefikasnost. U opštem slučaju, povezane su sledećim izrazom: $f(X) \cdot \Lambda = f(X \Theta)$. Iako posmatramo tehnologije sa jednim izlazom, IO i OO neefikasnosti se takođe mogu razmatrati u kontekstu više izlaza.



Slika 2.7 IO i OO tehnička (ne)efikasnost

2.2.1. Ekonometrijsko modelovanje i merenje efikasnosti

Koristeći mala slova da bi označili log varijable, uz pretpostavku da $f(\cdot)$ ima translog oblik, IO model može biti predstavljen kao:

$$y_i = \beta_0 + (x_i - \theta_i 1_\zeta)' \beta + \frac{1}{2} (x_i - \theta_i 1_\zeta)' \Gamma (x_i - \theta_i 1_\zeta) + \beta_T T_i + \frac{1}{2} \beta_{TT} T_i^2 + T_i (x_i - \theta_i 1_\zeta)' \varphi + v_i, i = 1, \dots, n$$

gde je y_i log izlaza, $\mathbf{1}_\zeta$ označava $J \times 1$ vektore jedinica, \mathbf{x}_i je $J \times 1$ vektor ulaza u pogledu log, T_i je povećavajuća varijabla, β_0 i β_T i β_{TT} su skalarni parametri, β , φ su $J \times 1$ parametri vektora, Γ je $J \times J$ simetrična matrica koja sadrži parametre i v_i je označen kao šum (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003). Kako bismo napravili θ nenegativnim definišemo je kao $-\ln\theta = \theta$. Prethodno navedeni izmenjeni model IO sada izgleda:

$$y_i = \left(\beta_0 + \mathbf{x}'_i \beta + \frac{1}{2} \mathbf{x}'_i \Gamma \mathbf{x}_i + \beta_T T_i + \frac{1}{2} \beta_{TT} T_i^2 + \mathbf{x}'_i \varphi T_i \right) - g(\theta_i, \mathbf{x}_i) + v_i, \\ i = 1, \dots, n$$

gde $(\theta_i, \mathbf{x}_i) = -[(1/2) \theta_i^2 \Psi - \theta \Xi_i]$, $\Psi = \mathbf{1}'_j \Gamma \mathbf{1}_\zeta i \Xi_i = \mathbf{1}'_j (\beta + \Gamma \mathbf{x}_i + \varphi T_i)$, $i = 1, \dots, n$. Primetimo da ako je funkcija produktivnosti homogena na stepenu r , onda $\Gamma \mathbf{1}_\zeta = \mathbf{0}$, $\mathbf{1}'_j \beta = r$, $i \mathbf{1}'_j \varphi = \mathbf{0}$. U tom slučaju $g(\theta_i, \mathbf{x}_i)$ funkcija postaje konstanta od θ (odnosno, $[(1/2) \theta_i^2 \Psi - \theta \Xi_i] = -r\theta_i$), i posledično, IO model se ne može razlikovati od OO modela. Funkcija $g(\theta_i, \mathbf{x}_i)$ pokazuje procenat koliko je izgubljeno izlaza kroz tehničku neefikasnost. Za dobru proizvodnu funkciju $g(\theta_i, \mathbf{x}_i) \geq 0$, za svako i (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003). OO model, sa druge strane, ima dosta jednostavniji oblik,

$$y_i = \left(\beta_0 + \mathbf{x}'_i \beta + \frac{1}{2} \mathbf{x}'_i \Gamma \mathbf{x}_i + \beta_T T_i + \frac{1}{2} \beta_{TT} T_i^2 + \mathbf{x}'_i \varphi T_i \right) - \lambda_i + v_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

gde definišemo $-\ln \lambda = \lambda$ kako bi smo ga učinili nenegativnim. OO model u ovom obliku je predstavljen od strane Meeusen & van den Broeck (1977) i Aigner et al. (1977), i od tada se koristi u literaturi o efikasnosti.

$$y_i = \mathbf{z}_i \mathbf{a} + \frac{1}{2} \theta_i^2 \Psi - \theta \Xi_i + v_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Pod pretpostavkom da su $v_i \sim N(0, \sigma^2)$ i θ_i raspoređeni nezavisno od v_i sa funkcijom gustine $f(\theta_i, w)$, gde je w parametar, verovatnoća funkcije gustine od y_i se može (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003) izraziti kao:

$$f(y_i; \mu) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{\left(y_i - z_i' a - \left(\frac{1}{2} \right) \theta_i^2 \Psi + \theta_i \Xi_i \right)^2}{2\sigma^2} \right] f(\theta_i; w) d\theta_i,$$

$$i = 1, \dots, n$$

gde μ označava ceo vektorski parametar. Stoga posmatramo specifikaciju za gustinu $f(\theta_i, w)$, kao:

$$f(\theta_i; w) = \left(\frac{\pi w^2}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{\theta_i^2}{2w^2} \right), \theta_i \geq 0,$$

$$f(\theta_i; w) = w \exp(-w\theta_i), \quad \theta_i \geq 0$$

Verovatnoća funkcije modela je onda

$$l(\mu; y, X) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \mu),$$

gde je $f(y_i; \mu)$ definisano iznad (Kumbhakar & Tsionas, 2011; Bogetoft & Otto, 2011). Ako pretpostavimo da je $\theta_{i,(s)}, s = 1, \dots, S$ slučajni uzorak od $f(\theta_i; w)$, onda sledi:

$$f(y_i; \mu) \approx \tilde{f}(y_i; \mu) \equiv S^{-1} \sum_{s=1}^S \exp \left[-\frac{\left(y_i - z_i' a - \left(\frac{1}{2} \right) \theta_{i,(s)}^2 \Psi + \theta_{i,(s)} \Xi_i \right)^2}{2\sigma^2} \right]$$

Procena neefikasnosti se postiže uzimajući u obzir raspodelu θ_i i uslove na podacima i procenama parametara (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003).

$$f(\theta_i \mid \tilde{\mu}, D_i) \propto \exp \left[-\frac{\left(y_i - z_i' \tilde{a} - \left(\frac{1}{2} \right) \theta_i^2 \tilde{\Psi} + \tilde{\Xi}_i \theta_i \right)^2}{2\tilde{\sigma}^2} \right] f(\theta_i; \tilde{w}), \quad i = 1, \dots, n$$

gde sličnost označava ML procenjivač, i $D_i = [x_i, T_i]$. Na primer, kada je $f(\theta_i; \tilde{w})$ semi-normalna dobijamo

$$f(\theta_i | \tilde{\mu}, y, X) \propto \exp \left[-\frac{\left(y_i - z_i' \tilde{a} - \left(\frac{1}{2} \right) \theta_i^2 \tilde{\Psi} + \theta_i \Xi_i \right)^2}{2 \tilde{\sigma}^2} - \frac{\theta_i^2}{2 \tilde{w}^2} \right], \theta_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

Ovo nije poznata gustina, pa čak se i normalizacija konstante ne može izračunati. Međutim, prva dva slučaja kao i normalizacija konstante se mogu dobiti numeričkom integracijom, na primer, koristeći Simpsonovo pravilo (Meeusen & van den Broeck, 1977). Da bismo doneli zaključke o efikasnosti, definišemo $r_i = \exp(-\theta_i)$ i dobijamo raspodelu r_i i njene slučajeve ukoliko menjamo varijablu od θ_i na r_i . Time se dobija:

$$f_r(r_i | \tilde{\mu}, D_i) = r_i^{-1} f(-\ln r_i | \tilde{\mu}, y, X), \quad 0 < r_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n$$

2.2.2. Evaluacija funkcija troškova i profita kroz IO i OO pristup

Sada ispitujemo IO i OO modele kada su nam pretpostavke ponašanja eksplicitno poznate. Prvo, izučavamo modele kada proizvođači minimiziraju troškove kako bi proizveli predviđeni nivo izlaza. Cilj proizvođača je da

$$\min w'X$$

$$\text{u odnosu na } Y = f(X \cdot \theta)$$

iz koje se mogu izvesti uslovne funkcije tražnje. Odgovarajuća funkcija troškova se može izraziti kao

$$w'X = C^a = \frac{C(w, Y)}{\Theta}$$

gde je $C(w, Y)$ minimum funkcije troškova i C^a je stvarni trošak. Dakle, IO model podrazumeva neutralan pomak u funkciji troškova koja za uzvrat podrazumeva da se elastičnost ulaza ne menja sa tehničkom neefikasnošću i da se proporcionalno povećava prilikom korišćenja svih ulaza, bez obzira na nivo izlaza ili cene ulaza (Kumbhakar & Tsionas, 2011).

S druge strane, u OO pristupu je cilj funkcije predstavljen kao

$$\min w'X$$

$$\text{u odnosu na } Y = f(X) \cdot \Lambda$$

iz kojeg se može dobiti uslovna funkcija potražnje ulaza. Stoga se odgovarajuća funkcija troškova može izraziti kao

$$w'X = C^a = \left(w, \frac{Y}{\Lambda} \right) = C(w, Y) \cdot q(w, Y, \Lambda)$$

gde je kao i pre, $C(w, Y)$ minimum funkcije troškova i gde je C^a stvarni trošak. Konačno, $q(*) = C(w, Y/\Lambda) / C(w, Y) \geq 1$. Dakle, rezultati OO modela su samo suprotnost od onih iz IO modela. Ovde (I) neefikasnost pomera funkciju troškova nenegativno (što znači da $q(*)$ zavisi od izlaza i cena ulaza kao Λ); (II) povećanja u ulazu nisu proporcionalna (što zavisi od cena ulaza i izlaza); (III) cene akcija nisu nezavisne u odnosu na tehničku neefikasnost, (IV) teže je proceniti model (slično IO modelu u primarnom slučaju). Najbitnije, rezultati u (I) su samo suprotnost onoga što smo zaključili u primarnom slučaju. Rezultat (II) nije ono što model OO predviđa (povećanje izlaza) kada se eliminiše neefikasnost. Pošto je izlaz egzogeno dat u pogledu minimizacije troškova, korišćenje ulaza se mora smanjiti kada je neefikasnost eliminisana.

Rezultati modela dualne funkcije troškova su suprotnost onoga što primarni model predviđa. Pošto su procenjene tehnologije korišćenja funkcije troškova različite u IO i OO modelu, kao i u primarnom slučaju, ne ponavljamo rezultate bazirane na funkcijama proizvodnje/udaljenosti.

Pored ovog pristupa, moguće je posmatrati i dualnu funkciju profita kroz IO i OO pristup. Ovde (IO pristup) pretpostavljamo da je cilj proizvodnje

$$\max \pi = p \cdot Y - w'X \equiv p \cdot Y - \left(\frac{w}{\Theta} \right)' X \cdot \Theta$$

$$\text{u odnosu na } Y = f(X \cdot \Theta)$$

iz koje se mogu dobiti bezuslovna potražnja ulaza i funkcija nabavke (Greene, 2005). Pošto se gore pomenuti problem transformiše u standardni problem maksimizacije profita, kada se X zameni sa $X \cdot \Theta$, i kada se w zameni sa w/Θ odgovarajuća funkcija profita će izgledati:

$$\pi^a = p \cdot Y - \left(\frac{w}{\Theta}\right)' X \cdot \Theta = \pi\left(\frac{w}{\Theta}, p\right) \equiv \pi(w, p) \cdot h(w, p, \Theta) \leq \pi(w, p)$$

gde je π^a stvarni profit, $\pi(w, p)$, profitna granica, i gde je $h(w, p, \Theta) = \pi(w/\Theta, p)/\pi(w, p) \leq 1$ profitna neefikasnost (Kumbhakar & Tsionas, 2006). Primetimo da $h(w, p, \Theta)$ funkcija zavisi od (w, p, Θ) . Primenom Hoteling doprinosa dolazimo do sledeće formule ponude izlaza i funkcije potražnje ulaza:

$$Y^a = Y^*(w, p) \left[h(\cdot) + \left(\frac{\pi(w, p)}{Y^*} \right) \left(\frac{\delta h(\cdot)}{\delta p} \right) \right] \leq Y^*(w, p)$$

$$X_j^a = X_j^*(w, p) \left[h(\cdot) - \left(\frac{\pi(w, p)}{X_j^*} \right) \left(\frac{\delta h(\cdot)}{\delta w_j} \right) \right] \leq X_j^*(w, p) \forall j$$

gde Y^a i X^a ukazuju na optimalan nivo izlaza Y i ulaza X_j (Kumbhakar & Tsionas, 2006).

S druge strane, u OO modelu se cilj funkcije može izraziti kao

$$\max \pi = p \cdot Y - w'X \equiv p \cdot \Lambda \cdot \frac{Y}{\Lambda} - w'X \cdot \Theta$$

u odnosu na $Y = f(x) \cdot \Lambda$

što se može posmatrati kao standardni problem maksimizacije profita kada se Y zameni sa Y/Λ i kada se p zameni sa $p \cdot \Lambda$, tada se odgovarajuća funkcija može izraziti kao:

$$\pi^a = \frac{p \cdot \Lambda \cdot Y}{\Lambda} - w'X = \pi(w, p \cdot \Lambda) \equiv \pi(w, p) \cdot g(w, p, \Lambda) \leq \pi(w, p)$$

gde je $g(w, p, \Lambda) = \pi(w, p \cdot \Lambda) / \pi(w, p) \leq 1$ (Kumbhakar & Tsionas, 2006). Slično kao kod IO modela koristimo Hotelling pristup (Kumbhakar & Tsionas, 2011), dobijamo:

$$Y^a = Y^*(w, p) \left[g(\cdot) + \left(\frac{\pi(w, p)}{Y^*} \right) \left(\frac{\delta g(\cdot)}{\delta p} \right) \right] \leq Y^*(w, p)$$

$$X_j^a = X_j^*(w, p) \left[g(\cdot) - \left(\frac{\pi(w, p)}{X_j^*} \right) \left(\frac{\delta g(\cdot)}{\delta w_j} \right) \right] \leq X_j^*(w, p) \forall j$$

Poslednja nejednakost će ostati ista ako se osnova proizvodne tehnologije dobro kontroliše. Konačno, (I) pomak u funkciji profita za oba IO i OO modela je neneutralan. Stoga, procenjene elastičnosti (RTS, itd.) su pod uticajem prisutnosti tehničke neefikasnosti, bez obzira koji se oblik koristi (II). Tehnička neefikasnost vodi ka smanjenju proizvodnje u korišćenju izlaza i smanjuje korišćenost ulaza u oba modela, međutim, predviđanja redukcije korišćenja ulaza i proizvodnje izlaza nisu ista kod oba modela.

2.2.3. Modelovanje tehnološke heterogenosti

Kod modelovanja proizvodne tehnologije uvek pretpostavljamo da svi proizvođači koriste iste tehnologije. Drugim rečima, ne dozvoljavamo mogućnost da postoji više od jedne tehnologije koju proizvođači koriste. Osim toga, analitičari možda ne znaju ko koristi koju tehnologiju. Nedavno, par studija su kombinovale stohastički pristup sa latentnim strukturama kako bi procenili miks nekoliko tehnologija. (Greene, 2005) predlaže maksimalnu verovatnoću za latentnu klasu stohastičkih granica sa više od dve klase, dok recimo (Orea & Kumbhakar, 2004) procenjuju stohastički model funkcije troškova sa četiri klase (translog) sa različitom vremenskom tehničkom neefikasnošću. Koristeći (Greene, 2005), možemo navesti da je tehnologija za klasu j predstavljena kao

$$\ln y_i = \ln f(x_i, z_i, \beta_j) |_j + v_i |_j - u_i |_j$$

gde je $u_i|_j$ nenegativna slučajna promenljiva dodata kao funkcija proizvodnje koja će prilagoditi tehničku neefikasnost. Pretpostavljamo da termin šum za klasu j podleže normalnoj raspodeli sa očekivanjem nula i konstantnom varijansom σ_{vj}^2 . Termin neefikasnosti $u_t|_j$ je modelovan kao semi-normalna slučajna promenljiva, odnosno

$$u_i|_j \sim N_+(0, w_j^2) u_i|_j \geq 0$$

Sa ovim pretpostavkama, verovatnoća firme i , ako pripada klasi j , se predstavlja kao

$$l(i|j) = \frac{2}{\sigma_j} \phi \left\{ \frac{\varepsilon(i|j)}{\sigma_j} \right\} \Phi \left\{ -\frac{\lambda_j \varepsilon(i|j)}{\sigma_j} \right\}$$

gde je $\sigma_j^2 = w_j^2 + \sigma_{vj}^2$, $\lambda_j = w_j / \sigma_{vj}$ i $\varepsilon(i|j) = \ln y_i - \ln f(x_i, z_i, \beta_j)|_j$. Konačno, $\phi(\cdot)$ i $\Phi(\cdot)$ su pdf i cdf standardne normalne promenljive. Bezuslovna verovatnoća za firmu i se dobija kao ponderisana suma j klase verovatnoća funkcija, gde su ponderi prethodne verovatnoće klasne pripadnosti. To je

$$l(i) = \sum_{j=1}^J l(i|j) \cdot \pi_{ij}, \quad 0 \leq \pi_{ij} \leq 1 \quad \sum_j \pi_{ij} = 1$$

gde se klase verovatnoća mogu odrediti, na primer, kao logistička funkcija (Kumbhakar & Tsionas, 2011). Konačno, logaritam verovatnoće funkcije je

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \ln l(i) = \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \sum_{j=1}^J l(i|j) \cdot \pi_{ij} \right\}$$

U praksi većina istraživača koriste OO model zato što je lak za procenu. Sada se postavlja pitanje odabira jednog modela. U realnosti, firme u određenim privrednim granama, iako koriste istu tehnologiju, moguće je da izaberu različite pravce za kretanje ka granici (Headey et al., 2010). Na primer, neki proizvođači mogu smatrati skupim prilagođavanje nivoa ulaza kako bi održali proizvodnju, dok za druge to može biti lakši način. Ovo znači da će neki proizvođači izabrati da smanje svoje ulaze, dok će drugi povećati nivo izlaza. U takvim slučajevima, nametanje jednog pravca za sve entitete nije efikasno. Drugi praktični problem je nemogućnost predviđanja koji pravac će koristiti

proizvođači. Na taj način, nismo u mogućnosti da procenimo IO model za jednu grupu i OO model za drugu.

Pod pretpostavkom da su $v_i \sim N(0, \sigma^2)$ i θ_i nezavisno raspodeljeni na v_i , na osnovu raspodele sa gustinom $f_\theta(\theta_i; w)$ gde je w parametar (Orea et al., 2004), raspodela od y_i ima gustinu

$$f_{IO}(y_i | z_i, \Delta) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{\left(y_i - z_i' a - \left(\frac{1}{2} \right) \theta_i^2 \Psi + \theta_i \Xi_i \right)^2}{2\sigma^2} \right] f_\theta(\theta_i; w) d\theta_i$$

gde Δ označava ceo vektor parametara. Koristimo semi-normalnu specifikaciju za θ na sledeći način

$$f_\theta(\theta_i; w) = \left(\frac{\pi w^2}{2} \right)^{-1/2} \exp \left(-\frac{\theta_i^2}{2w^2} \right), \theta_i \geq 0$$

Verovatnoća funkcije IO modela je

$$L_{IO}(\Delta; y, X) = \prod_{i=1}^n f_{IO}(y_i | z_i, \Delta)$$

gde je $f_{IO}(y_i | z_i, \Delta)$ već prethodno definisana (Kumbhakar & Tsionas, 2011). S obzirom da integral koji definiše $f_{IO}(y_i | z_i, \mu)$ nije dostupan u zatvorenom obliku, ne možemo naći analitički izraz za verovatnoću funkcije. Mada, možemo proceniti integral koristeći se Monte Karlo simulacijom. Pretpostavimo da je $\theta_{i(s)}$, $s = 1, \dots, S$, slučajni uzorak za $f_\theta(\theta_i; w)$, onda je jasno da je

$$\begin{aligned} f_{IO}(y_i | z_i, \mu) &\approx \tilde{f}_{IO}(y_i | z_i, \mu) \\ &\equiv (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \left(\frac{\pi w^2}{2} \right)^{-1/2} \\ &\times S^{-1} \sum_{s=1}^S \exp \left[-\frac{\left(y_i - z_i' \alpha - \left(\frac{1}{2} \right) \theta_{i,(s)}^2 \Psi + \theta_{i,(s)} \Xi_i \right)^2}{2\sigma^2} - \frac{\theta_{i,(s)}^2}{2w^2} \right] \end{aligned}$$

i procena log verovatnoće funkcije data je kao (Orea et al., 2004)

$$\log l_{IO} \approx \sum_{i=1}^n \log \tilde{f}_{IO} (y_i | z_i, \mu)$$

koja se može maksimizirati procedurom numeričke optimizacije kako bi se dobila ML procena. Kako bi se izvela SML procena, možemo transformisati kretanje integracije od (0,1) koristeći transformaciju $r_i = \exp(-\theta_i)$, koja ima prirodnu interpretaciju kao IO tehnička neefikasnost. Onda je

$$f_{IO}(y_i | z_i, \mu) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \int_0^1 \exp \left[-\frac{(y_i - z_i' \alpha - \frac{1}{2}) (\ln r_i)^{2\Psi} - \ln r_i \Xi_i)^2}{2\sigma^2} \right] \times f_\theta(-\ln r_i; w) r_i^{-1} dr_i$$

Pretpostavimo da je $r_{i,(s)}$ set standardnih slučajnih brojeva za $s = 1, \dots, S$. Onda se integral može izračunati korišćenjem Monte Carlo (Orea et al., 2004) estimatora

$$\tilde{f}_{IO}(y_i | z_i, \mu) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \left(\frac{\pi w^2}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} G_i(\mu)$$

$$\text{gde je } G_i(\mu) = S^{-1} \sum_{s=1}^S \exp \left[-\frac{(y_i - z_i' \alpha - \frac{1}{2}) (\ln r_{i,(s)})^{2\Psi} - \ln r_{i,(s)} \Xi_i)^2}{2\sigma^2} - \frac{(\ln r_{i,(s)})^2}{2w^2} - \ln r_{i,(s)} \right]$$

S druge strane, procena OO modela je laka jer je verovatnoća funkcije analitički dostupna. Model se predstavlja na sledeći način:

$$y_i = z_i' \alpha + v_i - \lambda_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Predpostavljamo da $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$, $\lambda_i \sim N_+(0, \sigma_\lambda^2)$ i one su međusobno nezavisne dok su istovremeno obe zavisne od z_i . Gustina y_i je (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003)

$$f_{OO}(y_i|z_i\mu) = \frac{2}{\rho} \varphi_N\left(\frac{e_i}{\rho}\right) \Phi_N\left(-\frac{e_i\tau}{\rho}\right)$$

gde $e_i = y_i - z_i'\alpha$, $\rho^2 = \sigma_v^2 + \sigma_\lambda^2$, $\tau = \sigma_\lambda / \sigma_v$ i φ_N i Φ_N označavaju normalni pdf i cdf respektivno. Log verovatnoća funkcije modela je

$$\ln l_{OO}(\mu; y, Z) = n \ln\left(\frac{2}{\rho}\right) - \frac{n}{2} \ln(2\pi\rho^2) - \frac{1}{2\rho^2} \sum_{i=1}^n e_i^2 + \sum_{i=1}^n \ln \Phi_N\left(-\frac{e_i\tau}{\rho}\right)$$

Možemo primetiti da RTS (definisan kao $RTS = \sum_j \delta y / \delta x_j$) ne utiče na prisustvo tehničke neefikasnosti u OO modelu. Isti slučaj je i kod elastičnosti ulaza i elastičnosti zamene. Ovo je zato što neefikasnost u OO modelu utiče na funkciju proizvodnje na neutralan način. Suprotno, obim tehničke neefikasnosti utiče na RTS u IO modelima. Tako dobijamo

$$RTS_i^{IO} = 1'_\zeta(\beta + \Gamma x_i + \varphi T_i) - \theta_i 1'_\zeta \Gamma$$

gde je formula za RTS u OO modelu

$$RTS_i^{OO} = 1'_\zeta(\beta + \Gamma x_i + \varphi T_i)$$

Sada se fokusiramo na procenu tehničke promene IO i OO modela (Orea et al., 2004). Ponovo TC u OO modelu (Kumbhakar & Tsionas, 2011) se može uslovno meriti na θ (TC^{IO} (I)) i TC definisan kao granica (TC^{IO} (II)), naime

$$TC^{IO}(I) = \beta_T + \beta_{TT} T_i + x_i' \varphi + 1'_\zeta \varphi \theta_i,$$

$$TC^{IO}(II) = \beta_T + \beta_{TT} T_i + x_i' \varphi$$

Ove dve formule će dati različite rezultate ako je tehnološka promena neutralna i/ili ako je funkcija proizvodnje homogena. Treba napomenuti da u LCM sprovodimo ograničenje pri kojem su tehnički parametri (a) isti u IO i OO komponentama. Ovo ukazuje da će RTS i TC biti iste u obe komponente ako pratimo prvi pristup, ali i da će biti različite ako pratimo drugi pristup. U drugom pristupu, jedinstvena mera RTS i TC se može definisati kao ponderisan prosek oba merenja koristeći poslednje verovatnoće, P_i , kao ponder. Preciznije, pretpostavimo da je $RTS_i^{IO,LCM}$ (II) tip II koja proističe iz IO

komponente LCM-a, i da $RTS_i^{OO,LCM}$ je RTS mera koja proističe iz OO komponente LCM-a. Ukupna LCM mera RTS-a biće $RTS_i^{LCM} = P_i RTS_i^{OO,LCM} + (1 - P_i) RTS_i^{IO,LCM}$. Slična metodologija se može koristiti za TC merenja (Kumbhakar & Knox Lovell, 2003).

Brojne su empirijske primene analize stohastičkih granica u poslednjih par godina. Jedna od njih je u oblasti aukcija, posebno oblast teorije igara. Empirijske primene u ovoj oblasti će se brže kretati i doprineće naprednim analitičkim igrama (teorija igara i conjoint). Opsežne simulacije nam pokazuju da nove tehnike donose rezultate. U (Kumbhakar & Parmeter, 2009), autori izvode povezane mere efikasnosti za dvostrane stohastičke modele pod pretpostavkom normalnih i eksponencijalnih komponenti. Ovaj model dobija veoma važnu ulogu na tržištu rada, gde zaposleni i poslodavci imaju asimetrične informacije i gde svako pokušava da manipuliše situacijom u svoju korist. Poslodavci hoće jeftiniju radnu snagu, dok zaposleni teže ka boljim primanjima. Precizno merenje ovih komponenti je veoma bitno. Takođe, u radovima (Annaert et al., 2003), stohastički modeli su bili veoma uspešno primenjivani u finansijama, posebno kod važnog pitanja uzajamnog rada fondova. U radovima je zaključeno da ovi modeli mogu smanjiti troškove fondova za 46-74%. Naravno, ostalo je mnogo toga da se uradi u ovoj oblasti kao i da se stohastički modeli više približe praktičnim finansijama i bolje procene performanse zajedničkih fondova.

3. MULTIVARIJACIONA STATISTIČKA ANALIZA

Sam termin multivarijacione analize se koristi da se predstavi multivarijacioni aspekt analize podataka, u smislu da su mnogobrojne observacije izmerene na velikom broju promenljivih. Brojne se ankete koje imaju od 40 do 100 pitanja. Često se dešava da su odgovori na neka od ovih merila povezani međusobno. Poseban izazov predstavlja objašnjenje komplikovanih međuodnosa različitih varijabli nad istim opservacijama. Stoga, rezultati i adekvatna analiza se ne mogu postići bez korišćenja multivarijacione analize (Agresti & Agresti, 1979; Radojičić, 2007).

Multivarijaciona statistika obezbeđuje mogućnost analize kompleksnih nizova podataka, tamo gde ima mnogo nezavisnih i zavisnih promenljivih koje su korelisane jedna sa drugom na različitim nivoima povezivanja. Trenutna naučna metodologija ubrzano traži kompleksne relacije između promenljivih u pokušaju da obezbedi sveobuhvatnije studije i modele (Radojičić, 2007). Da bi se došlo do niza rezultata multivarijacione analize potrebno je koristiti proces koji će nam to omogućiti, a to je iterativnog i stohastičkog karaktera. Za analizu koja zahteva multivarijacionu statistiku, odgovarajući nizovi podataka se moraju formirati od vrednosti koje odgovaraju broju promenljivih u odnosu na broj entiteta. Takođe, odgovarajući nizovi podataka mogu biti organizovani kao matrice podataka, korelacione matrice, matrice varijansi-kovarijansi, matrica sume kvadrata i matrica unakrsnih proizvoda (cross product) ili kao niz reziduala (Anderson, 1966).

U procesu naučnog objašnjenja prirode nekog fenomena polaznu osnovu analize sačinjavaju podaci koji se odnose na jedan ili više skupova objekata. Često nismo u prilici da kompleksnu prirodu objekata sagledamo u potpunosti. Međutim, na raspolaganju nam stoji mogućnost obuhvatanja različitih karakteristika jedne višedimenzione pojave. Te karakteristike, odnosno obeležja predstavljaju predmet našeg merenja. Njih ćemo jednostavno zvati promenljive. Pokušaj da se ispita priroda objekta istovremenim merenjem većeg broja promenljivih na svakoj jedinici posmatranja iz jednog ili više skupova objekata predstavlja multivarijacionu analizu (Vuković, 2000).

Mada ne postoji opšte prihvaćena definicija multivarijacione analize, možemo reći da multivarijaciona analiza predstavlja skup statističkih metoda koje simultano analiziraju višedimenziona merenja dobijena za svaku jedinicu posmatranja iz skupa koji ispituje (Kovačić, 1992).

Pretpostavimo da smo tokom merenja skupili podatke za i -ti objekat, pri čemu je $i=1,2,\dots,n$, o njihovom j -tom svojstvu, $j=1,2,\dots,p$. Dobijeni podaci predstavljaju osnovu multivarijacione analize i predstavljamo ih u vidu matrice podataka, tj. u tabeli u kojoj se red odnosi na objekat, a kolona na promenjivu. Ova matrica podataka nema svojstva matrice, već predstavlja uređeni skup podataka definisan od strane istraživača. Pretpostavimo da imamo n redova (objekata) i p kolona (obeležja, odnosno promenjivih), tabela podataka ili matrica podataka ima sledeći izgled:

	Prom. 1	Prom. 2	...	Prom. j	...	Prom. p
Objekat 1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	...	X_{1p}
Objekat 2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2j}	...	X_{2p}
...
Objekat i	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ij}	...	X_{ip}
...
Objekat n	X_{n1}	X_{n2}	...	X_{nj}	...	X_{np}

gde X_{ij} element matrice predstavlja vrednost j -te promenjive merene na i -tom objektu. U matričnoj notaciji ovu matricu podataka označavamo sa X , odnosno $[X_{ij}]$, $i=1,2,\dots,n$; $j=1,2,\dots,p$.

Izbor odgovarajućeg metoda za analizu matrice podataka zavisi od mnogih faktora, a opredeljen je pre svega: vrstom problema, tipom podataka, karakteristikama same metode i u krajnjem slučaju ciljem istraživanja. S obzirom na dimenzije matrice podataka, zaključivanje o međuzavisnosti promenjivih je veoma teško. Upravo u te svrhe je moguće koristiti metode multivarijacione analize za redukciju velike količine podataka. Ovim metodama istovremeno postizemo pojednostavljene složene strukture posmatranog fenomena u cilju njihove lakše interpretacije. Pored ovog, pre svega deskriptivnog zadatka, metode multivarijacione analize koristimo i u procesu zaključivanja, tako što ocenjujemo, na primer stepen međuzavisnosti promenjivih i/ili testiramo njihovu statističku značajnost. Neke od metoda multivarijacione analize su istraživačkog karaktera, što će reći da se koriste ne za testiranje *a priori* definisanih hipoteza, nego za njihovo generisanje, odnosno

konstruisanje. Klasifikacije metoda multivarijacione analize zasnovane su na različitim klasifikacionim kriterijumima (Radojičić, 2007).

Prva klasifikacija metoda pravi razliku prema tome da li su orijentisane ka ispitivanju međuzavisnosti promenljivih ili im je osnovni zadatak ispitivanje međuzavisnosti objekata. Kada istražujemo međuzavisnost promenljivih, tada posmatramo kolone matrice podataka. Osnovu ovih metoda multivarijacione analize predstavlja kovarijaciona ili korelaciona matrica. Kod drugog pristupa, u cilju poređenja dva objekta ili osobe, posmatramo odgovarajuće redove u matrici podataka, odnosno definišemo različite mere bliskosti između dva objekta ili osobe. Osnovu ovih metoda multivarijacione analize predstavlja matrica odstojanja između objekata.

Prema drugoj klasifikaciji, metode delimo u dve grupe: metode zavisnosti i metode međuzavisnosti. Ukoliko smo u istraživanju zainteresovani za ispitivanje zavisnosti između dva skupa promenljivih, gde jedan skup predstavlja zavisne promenjive, a drugi nezavisne promenjive, tada se odgovarajuća klasa metoda naziva metode zavisnosti. S druge strane, ako nema *a priori*, teorijskog osnova za podelu svih promenljivih na dva podskupa promenljivih (zavisnih i nezavisnih), tada koristimo metode međuzavisnosti. Treba uočiti da metode zavisnosti teže da objasne ili predvide jednu ili više zavisnih promenljivih na osnovu skupa nezavisnih promenljivih. Metode međuzavisnosti, sa druge strane, nisu po svojoj prirodi prediktivne. Njima se pokušava učiniti prodor u kompleksnu unutrašnju strukturu podataka i to njenim pojednostavljenjem, prvenstveno kroz redukciju podataka (Kovačić, 1992).

Na osnovu podele metoda multivarijacione analize na metode zavisnosti i međuzavisnosti klasifikujemo metode (Radojičić, 1994; Radojičić et al., 2001; Radojičić et al., 2003) u jednu od ovih klasa.

Metode zavisnosti

1. Multivarijaciona regresija. Ovo je najpoznatija metoda multivarijacione analize. Koristimo u njenom nazivu izraz multivarijaciona da bi na taj način razlikovali dva slučaja. Prvi, u okviru koga se bavimo analizom zavisnosti jedne promenljive (zavisna promenljiva) od skupa drugih promenljivih (nezavisne promenljive). Ovaj metod analize poznatiji je pod nazivom metod višestruke regresije. Drugi slučaj je kada skup zavisnih promenljivih sadrži više od jednog člana. Za ovaj slučaj kažemo da predstavlja opštiji model multivarijacione regresije. Kod oba modela

zadatak nam je ocenjivanje ili predviđanje srednje vrednosti zavisne, odnosno srednjih vrednosti zavisnih promenljivih na bazi poznatih vrednosti nezavisnih promenljivih.

2. Kanonočka korelaciona analiza. Ova analiza se može smatrati uopštenjem višestruke regresione analize. Naime, njome želimo uspostaviti linearnu zavisnost između skupa nezavisnih i skupa zavisnih promenljivih. Kod izračunavanja kanoničke korelacije formiramo dve linearne kombinacije, jednu za svaki skup nezavisnih, a drugu za skup zavisnih promenljivih. Koeficijente ovih linearnih kombinacija određujemo tako da običan koeficijent korelacije između njih bude maksimalan.
3. Diskriminaciona analiza. Bavi se problemom razdvajanja grupa i alokacijom opservacija u ranije definisane grupe. Primena diskriminacione analize omogućava identifikaciju promenjive koja je najviše doprinela razdvajanju grupa kao i predviđanje verovatnoće da će objekat pripasti jednoj od grupa, na osnovu vrednosti skupa nezavisnih promenljivih.
4. Multivarijaciona analiza varijanse (MANOVA). Multivarijaciona analiza varijanse je odgovarajuća metoda kada nam je cilj ispitivanje uticaja različitih nivoa jedne ili više “eksperimentalnih” promenljivih na dve ili više zavisnih promenljivih. U tom smislu, ona predstavlja uopštenje jednodimenzione analize varijanse (ANOVA). Od posebne je koristi u situaciji kada je moguće sprovesti kontrolisani eksperiment (manipulišući sa nekoliko tretmana). Osnovni cilj je testiranje hipoteze koja se tiče varijanse efekata grupa dve ili više zavisnih promenljivih.
5. Logit analiza. Kada je u regresionom modelu zavisna promenljiva dihotomnog tipa (na primer, promenljiva *pol* sa modalitetima: muško-žensko), tada takav model nazivamo regresioni model sa kvalitativnom zavisnom promenljivom. Kod njih je zavisna promenljiva, tzv. logit funkcija, logaritam količnika verovatnoća da će dihotomna zavisna promenljiva uzeti jednu ili drugu vrednost. Modele ovog tipa nazivamo i modeli logističke regresione analize (Bulajić, 2002).

Metode međusobne zavisnosti

1. Analiza glavnih komponenti. Analiza glavnih komponenti je metoda za redukciju većeg broja promenljivih koje razmatramo, na manji broj novih

promenljivih (glavne komponente). Najčešće manjim brojem glavnih komponenata objašnjavamo veći deo varijanse originalnih promenljivih, što omogućava lakše razumevanje informacije sadržane u podacima. Osnovni zadatak jeste konstruisanje linearne kombinacije originalnih promenljivih (glavnih komponenata) uz uslov da obuhvate što je moguće veći iznos varijanse originalnog skupa promenljivih. Sukcesivne glavne komponente izdvajaju se uz ograničenje da su međusobom nekontrolisane i da obuhvataju u maksimalnom iznosu preostali deo ukupne varijanse koji nije obuhvaćen prethodno izdvojenim komponentama.

2. Faktorska analiza. Slična je metodi glavnih komponenti, po tome što se koristi za varijaciju između promenljivih na osnovu manjeg broja promenljivih (faktora). Međutim za razliku od glavnih komponenti, pretpostavlja postojanje odgovarajućeg statističkog modela kojim originalnu promenljivu iskazujemo kao linearnu kombinaciju faktora uz dodatak greške modela, odnosno veličina koja odražava stepen nezavisnosti posmatrane promenljive od svih ostalih. Na taj način se celokupna kovarijansa ili korelacija objašnjava zajedničkim faktorima, a neobjašnjeni deo se pridružuje grešci (specifičan faktor). Dakle, kod faktorske analize, za razliku od glavnih komponenti, gde smo zainteresovani za objašnjenje varijanse, interes faktorske analize je usmeren ka objašnjenju kovarijanse, odnosno onog dela ukupne varijanse koji promenljiva deli sa ostalim promenljivim iz posmatranog skupa promenljivih.
3. Analiza grupisanja. Analiza grupisanja je metoda za redukciju podataka, međutim za razliku od prethodne dve metode koje su orijentisane ka kolonama (promenljivima, varijablama), ona je orijentisana ka redovima (objektima) matrice podataka. Ovom analizom kombinujemo objekte u grupe relativno homogenih objekata. Zadatak u mnogim istraživanjima upravo je identifikovanje manjeg broja grupa, tako da su elementi koji pripadaju nekoj grupi u izvesnom smislu sličniji jedan drugom, nego što su to elementi koji pripadaju drugim grupama.
4. Višedimenzionalno proporcionalno prikazivanje. Pripada klasi metoda koji su orijentisani ka objektima, a koriste meru sličnosti, odnosno razlike između njih u cilju njihovog prostornog prikazivanja. Izvedena prostorna reprezentacija

sadrži geometrijski raspored tačaka na mapi, gde se svaka tačka odnosi na jedan od objekata. Ukoliko se za ovo proporcionalno prikazivanje koristi mera bliskosti dobijena na osnovu merljivih (kvantitativnih) promenljivih nazivu metode dodajemo pridev kvantitativno, a ako smo za računanje mera sličnosti koristili kvalitativne promenljive, tada nazivu metode dodajemo pridev kvalitativno.

5. Loglinearni modeli. Ovi modeli omogućavaju ispitivanje međusobne zavisnosti kvalitativnih promenljivih koje formiraju višedimenzionu tabelu kontigencije. Ukoliko se jedna od promenljivih u tabeli kontigencije može smatrati zavisnom, tada na osnovu ocenjenih loglinearnih modela možemo izvesti, ranije spomenute logit modele. Međutim, kod tabela kontigencije logit funkcija se izračunava preko ćelijskih frekvencija, za razliku od modela logističke analize, gde logit funkciju iskazujemo preko skupa nezavisnih promenljivih koje mogu biti kvantitativne ili kvalitativne (Radojičić, 2007).

Pored ovih najčešće korišćenih metoda multivarijacione analize, u naučnim istraživanjima se pojavljuju i druge metode i modeli, koje na već definisan način pripadaju klasi multivarijacionih analiza (Dixon, & Massey, 1983). U daljem tekstu ćemo detaljnije obratiti pažnju na neke od najznačajnijih metoda multivarijacione analize, koje će se primenjivati u daljem radu.

3.1. FAKTORSKA ANALIZA I ANALIZA GLAVNIH KOMPONENATA

Faktorska analiza i analiza glavnih komponenata su statističke tehnike koje se koriste za identifikaciju relativno malog broja faktora koji se mogu koristiti za predstavljanje odnosa između grupa mnogobrojnih, međusobno povezanih, promenljivih. Ove metode pomažu da se identifikuju osnovne, ne direktno vidljive, dimenzije posmatrane pojave. Osnovna razlika između faktorske analize i analize glavnih komponenata je način posmatranja podataka. Kod faktorske analize u razmatranje se uzimaju vandijagonalni elementi disperzione matrice (kovarijanse), dok se analiza glavnih komponenata zasniva na dijagonalnim elementima (varijansama). Faktorska analiza i analiza glavnih komponenata

imaju iste ciljeve i postupak njihovog sprovođenja je sličan, tako da metoda glavnih komponenta može biti smatrana metodom faktorske analize (Bulajić, 2002).

Prvi cilj faktorske analize, kao i analize glavnih komponenta, je da se što štedljivije predstavi odnos između promjenljivih u jednoj grupi, tj. da zapažene korelacije budu objašnjene pomoću što manje faktora. Drugi važan cilj je da faktori imaju neko značenje. Dobro faktorsko rešenje je jednostavno i lako za interpretaciju. Faktorska analiza, kao i analiza glavnih komponenta, sprovodi se u četiri koraka:

- *izračunavanje kovarijacione matrice*
- *ekstrakcija faktora*
- *rotacija faktora i*
- *izračunavanje faktorskih skorova.*

U prvom koraku se izračunava kovarijaciona matrica za sve promjenljive. Promjenljive koje nisu međusobno povezane se mogu identifikovati iz matrice i odgovarajućih statistika. Preko korelacione matrice može biti ocenjena validnost faktorskog modela. Pošto je jedan od osnovnih ciljeva faktorske analize da pronađe one faktore koji su zajednički za više promjenljivih, promjenljive moraju biti u korelaciji jedna sa drugom kako bi faktorski model bio adekvatan. Ako su korelacije između promjenljivih niske, vrlo je verovatno da imaju malo zajedničkih faktora (Bulajić, 2002).

Pokazatelj jačine veza između promjenljivih je parcijalni koeficijent korelacije. Ako promjenljive dele zajedničke faktore i kada se eliminišu linearni efekti drugih promjenljivih, vrednosti parcijalnih korelacionih koeficijenata među parovima promjenljivih bi trebalo da budu male. Parcijalne korelacije su tada procene korelacija između jedinstvenih faktora i one bi trebalo da budu približne nuli kada su pretpostavke faktorske analize ispunjene. U drugom koraku se određuje broj faktora neophodnih za predstavljanje podataka, kao i metod za njihovu ekstrakciju. Razlike između faktorske analize i analize glavnih komponenta ispoljavaju se u ovom koraku. U ovom koraku se određuje i koliko kvalitetno izabrani model reprezentuje podatke. Treći korak se fokusira na transformaciju faktora, kako bi bili lakši za interpretaciju. U četvrtom koraku se za svaku opservaciju i za svaki faktor izračunavaju skorovi. Ovi skorovi se mogu kasnije koristiti kao podaci u drugim analizama (Radojičić, 2007).

3.1.1. Model faktorske analize

Osnovna pretpostavka faktorske analize jeste da se bazni faktori mogu koristiti pri opisu kompleksnih pojava i da su zapažene korelacije između promenljivih posledica postojanja ovih faktora. Cilj faktorske analize je da identifikuje one faktore koji se ne mogu odmah uočiti na osnovu grupe posmatranih promenljivih. Matematički model faktorske analize je sličan nizu jednačina višestruke regresije. Svaka promenljiva je predstavljena kao linearna kombinacija faktora. Grupe promenljivih se izražavaju preko faktora. Faktori koji su korisni za karakterisanje grupe nisu unapred poznati, ali se mogu odrediti faktorskom analizom. Zajednički faktori su oni preko kojih se mogu izraziti sve promenljive, dok su jedinstveni oni koji služe za opisivanje uticaja pojedinih promenljivih, odnosno njihovih delova, koji nisu obuhvaćeni zajedničkim faktorima (Kovačić, 1992).

Model faktorske analize pretpostavlja da se X , vektor od p promenljivih koje se direktno posmatraju, može izraziti preko skupa od m promenljivih koje se ne posmatraju direktno i koje predstavljaju *zajedničke faktore*, u oznaci F_1, F_2, \dots, F_m ($m < p$), i p specifičnih, u oznaci e_1, e_2, \dots, e_p . Model se može prikazati u matricnoj notaciji na sledeći način :

$$X - \mu = B F + e$$

$$(p \times 1) \quad (p \times 1) \quad (p \times m) \quad (m \times 1) \quad (p \times 1)$$

Elementi matrice B , b_{ij} su faktorska opterećenja i -te promenljive na j -ti faktor, a sama matrica naziva se *matrica faktorskih opterećenja*. Uz pretpostavke modela:

$$E(F) = 0, Cov(F) = E(FF') = \Phi \text{ (Razmatramo specifični slučaj kada je } \Phi = I)$$

$$E(e) = 0, Cov(e) = E(ee') = \Psi \text{ (Dijagonalna matrica)}$$

$$Cov(e, F) = E(eF') = 0$$

Veza između odstupanja opažljivih promenljivih od njihove sredine i neopažljivih faktora, zajedno sa navedenim pretpostavkama nazivamo *model faktorske analize* (Bulajić, 2002). Ovaj model omogućava sledeće razlaganje kovarijacione matrice

$$\Sigma = BB^T + \Psi, \text{ gde je:}$$

Σ - Kovarijaciona matrica,

B - Matrica faktorskih opterećenja,

Ψ - Dijagonalna matrica specifičnih faktora.

Kako je $Cov(X, F) = B$, znači da su elementi matrice faktorskih opterećenja kovarijanse između originalnih promenljivih i faktora. Na osnovu razlaganja matrice kovarijacione strukture, važi da je varijansa i -te promenljive

$$S_{ii} = \sum_{j=1}^m B_{ij}^2 + \Psi_i,$$

tj. podeljena je na dva dela, prvi $h_i^2 = \sum_{j=1}^m B_{ij}^2$ koji predstavlja varijansu objašnjenu zajedničkim faktorima i naziva se zajednička varijansa ili komunalitet, a drugi deo je specifična varijansa Ψ_i (Kovačić, 1992).

3.1.2. Metoda glavnih komponentata

Metod glavnih komponentata je metod koji se koristi za smanjivanje dimenzije skupa podataka, uz istovremeno zadržavanje maksimalno mogućeg varijabiliteta koji je prisutan u tim podacima. Na taj način se pojednostavljuje analiza, jer se veliki broj pokazatelja svodi na manji broj koji, pri tome, zadržavaju skoro svu informaciju sadržanu u prvobitnom skupu podataka. Time, ne samo što je smanjen broj promenljivih u analizi, već se ostvaruje i napredak u razumevanju strukture fenomena koji se izučava, pa se može reći da metod glavnih komponentata predstavlja istraživačko sredstvo pomoću koga se generišu hipoteze o proučavanom fenomenu (Bulajić, 2002). Osnovni zadatak metode glavnih komponentata je određivanje linearne kombinacije originalnih promenljivih koja će imati maksimalnu varijansu. Međutim, drugi i opštiji zadatak je određivanje nekoliko linearnih kombinacija originalnih promenljivih koje će, osim toga što imaju maksimalnu varijansu, biti međusobno nekorelisane i pritom će što je moguće manje gubiti informaciju sadržanu u skupu originalnih promenljivih (Radojičić, 2001). Primenom ove metode originalne promenljive se

transformišu u nove promenljive koje se nazivaju glavne komponente (Rao, 1965). Prva glavna komponenta se izdvaja tako da obuhvata najveći deo varijanse originalnog skupa podataka, a naredne komponente se formiraju tako da obuhvate onaj deo varijanse originalnog skupa podataka koji nije obuhvaćen prethodno izdvojenim glavnim komponentama (Kovačić, 1992).

Realizacijom ovih zadataka se postižu dva cilja:

- *Redukuje se originalni skup podataka*
- *Olakšava se njegova interpretacija.*

Redukcija se sastoji u tome da se višedimenzioni skup podataka sumira sa manjim brojem linearnih kombinacija (novih promenljivih). Ovom redukcijom se postiže drugi cilj – olakšava se interpretacija kovarijacione strukture originalnog skupa promenljivih i to na osnovu manjeg broja međusobno nekoreliranih glavnih komponenta.

Neka X predstavlja p -dimenzioni slučajni vektor sa kovarijacionom matricom Σ . Neka je $Y_1 = \alpha_{11}X_1 + \alpha_{12}X_2 + \dots + \alpha_{1p}X_p = \alpha_1' X$ linearna kombinacija elemenata vektora X , gde su $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1p}$ koeficijenti linearne kombinacije. Poznato je da je $Var(Y_1) = Var(\alpha_1' X) = \alpha_1' \Sigma \alpha_1$. Treba odrediti vektor koeficijenata α_1 , tako da se maksimizira varijansa od Y_1 . Pošto se $Var(Y_1)$ može uvećavati množenjem vektora α_1 proizvoljnim skalarom, uvodi se ograničenje da je vektor koeficijenata jedinične dužine, tj. $\alpha_1' \alpha_1 = 1$. Ovaj problem maksimiziranja $\alpha_1' \Sigma \alpha_1$ pri ograničenju $\alpha_1' \alpha_1 = 1$ se rešava korišćenjem Lagranžovih množilja tako što se maksimizira Lagranžova funkcija $\alpha_1' \Sigma \alpha_1 - \lambda(\alpha_1' \alpha_1 - 1)$, gde je λ Lagranžov množilj (Bulajić, 2002).

Diferenciranjem funkcije po koeficijentima α_1 i izjednačavanjem sa nulom se dobija $\Sigma \alpha_1 - \lambda \alpha_1 = 0$ ili $(\Sigma - \lambda I) \alpha_1 = 0$, gde je I jedinična matrica dimenzija $(p \times p)$. Determinanta $|\Sigma - \lambda I|$ mora biti jednaka 0 da bi se dobilo netrivialno rešenje za α_1 , što znači da λ mora biti jedan od karakterističnih korena kovarijacione matrice Σ . Množenjem sa leve strane gornjeg izraza sa α_1' dobija se $\alpha_1' \Sigma \alpha_1 - \lambda \alpha_1' \alpha_1 = 0$.

Pošto je $\alpha_1' \alpha_1 = 1$, sledi da je $\lambda = \alpha_1' \Sigma \alpha_1 = \text{Var}(Y_1)$. S obzirom da želimo da maksimiziramo varijansu, za λ ćemo uzeti najveći karakteristični koren, na primer λ_1 . Iz uslova $(\Sigma - \lambda I) \alpha_1 = 0$ sledi da je α_1 odgovarajući karakteristični vektor pridružen karakterističnom korenu λ_1 . Njegovim normiranjem ($\alpha_1' \alpha_1 = 1$) dobija se traženi vektor α_1 , a $Y_1 = \alpha_{11} X_1 + \alpha_{12} X_2 + \dots + \alpha_{1p} X_p = \alpha_1' X$ predstavlja *prvu glavnu komponentu* (Radojičić, 2007).

Ukoliko treba odrediti više od jedne linearne kombinacije, postupak se ponavlja, ali uz dodatni uslov da kovarijansa prve i druge glavne komponente bude jednaka nuli. Neka je $Y_2 = \alpha_{21} X_1 + \alpha_{22} X_2 + \dots + \alpha_{2p} X_p = \alpha_2' X$ linearna kombinacija, čije koeficijente $\alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{2p}$ treba odrediti uz uslov normiranja $\alpha_2' \alpha_2 = 1$. Dodatni uslov nekorelacije prve i druge komponente se svodi na uslov $\alpha_2' \alpha_1 = 0$. Pošto je $\Sigma \alpha_1 = \alpha_1 \lambda_1$, sledi da je $\text{Cov}(Y_2, Y_1) = \text{Cov}(\alpha_2' X, \alpha_1' X) = \alpha_2' \Sigma \alpha_1 = \alpha_1' \Sigma \alpha_2 = \alpha_2' \alpha_1 \lambda_1 = \alpha_1' \alpha_2 \lambda_1$. Formira se Lagranžova funkcija $\alpha_2' \Sigma \alpha_2 - \lambda (\alpha_2' \alpha_2 - 1) - \Phi \alpha_2' \alpha_1$, gde su λ i Φ Lagranžovi množitelji. Diferenciranjem po α_2 i izjednačavanjem sa 0 se dobija $\Sigma \alpha_2 - \lambda \alpha_2 - \Phi \alpha_1 = 0$ (Bulajić, 2002).

Kada ovaj izraz pomnožimo sa leve strane sa α_1' , dobijamo $\alpha_1' \Sigma \alpha_2 - \lambda \alpha_1' \alpha_2 - \Phi \alpha_1' \alpha_1 = 0$. S obzirom na to da su prva dva člana u ovom izrazu jednaki nuli, a $\alpha_1' \alpha_1 = 1$, sledi da je $\Phi = 0$. Zbog toga je $\Sigma \alpha_2 - \lambda \alpha_2 = 0$, tj. $(\Sigma - \lambda I) \alpha_2 = 0$, što znači da je λ karakteristični koren kovarijacione matrice Σ , a α_2 je odgovarajući karakteristični vektor. Za λ opet biramo što je moguće veću vrednost, jer je $\lambda = \alpha_2' \Sigma \alpha_2$. Drugi po veličini karakteristični koren označićemo sa λ_2 , njemu pridruženi karakteristični vektor je α_2 , a linearna kombinacija $Y_2 = \alpha_2' X$ je *druga glavna komponenta*.

Na ovaj način se mogu odrediti sve glavne komponente. Njih ima onoliko koliko ima i različitih karakterističnih korena kovarijacione matrice. Ako su svi karakteristični koreni matrice Σ međusobno različiti ($\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p > 0$), tada postoji p glavnih komponenta Y_1, Y_2, \dots, Y_p ($Y_j = \alpha_j' X, j = 1, 2, \dots, p$). Vektori koeficijenata a_1, a_2, \dots, a_p su karakteristični vektori matrice Σ koji su pridruženi karakterističnim korenima λ_j (Radojičić, 2007).

Iz definicije glavnih komponenta mogu se izvesti sledeće osobine:

- Očekivana vrednost glavnih komponenta je $E(Y_j) = 0$;
- Varijansa $\text{Var}(Y_j) = \lambda_j$;

- Kovarijansa svakog para glavnih komponenti je jednaka nuli: $Cov(Y_i, Y_j) = 0$, $i \neq j$;
- $Var(Y_1) \geq Var(Y_2) \geq \dots \geq Var(Y_p) \geq 0$ (Kovačić, 1992).

Kovarijaciona matrica pruža informaciju o varijansi i kovarijansi promenljivih, ali na osnovu $p(p+1)/2$ elemenata. U cilju iskazivanja stepena varijabiliteta pomoću jednog broja, u višedimenzionalnom slučaju, definiše se sintetički pokazatelj, *generalizovana varijansa*. Postoje dve alternativne definicije generalizovane varijanse (Kovačić, 1992). Prema prvoj, češće korišćenoj definiciji, generalizovana varijansa je determinanta kovarijacione matrice, a prema drugoj, trag kovarijacione matrice.

Važna osobina glavnih komponenta je da su generalizovane varijanse glavnih komponenta jednake generalizovanim varijansama originalnog skupa promenljivih. Ovo tvrđenje se može dokazati za slučaj obe definicije generalizovane varijanse:

Neka je Y vektor glavnih komponenta takav da je $Y' = [Y_1, Y_2, \dots, Y_p]$. Transformacija originalnog skupa promenljivih sadržanog u vektoru X se može predstaviti na sledeći način:

$$Y = AX$$

gde je A ($p \times p$) matrica čiji su redovi karakteristični vektori kovarijacione matrice Σ , tj. a_1, a_2, \dots, a_p , pridruženi odgovarajućim karakterističnim korenima $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$. Ova matrica je ortogonalna i ima sledeće osobine:

$$A' = A^{-1}, \quad |A| = \pm 1$$

$Y = AX$ je *ortogonalna transformacija* ili *rotacija*, jer se njome vrši rotacija koordinatnih osa za određeni ugao pri čemu ose ostaju međusobno normalne, a ugao između bilo koja dva vektora ostaje isti nakon transformacije (Bulajić, 2002).

Primenom matrice A se može izvršiti ortogonalna dekompozicija kvadratne simetrične matrice Σ čiji su koreni različiti. Važi da je $\Sigma = A' \Lambda A$, gde je Λ dijagonalna matrica čiji su elementi karakteristični koreni matrice Σ . Pošto je vektor glavnih komponenta $Y = AX$, njegova kovarijaciona matrica je $Var(Y) = A \Sigma A'$. Zamenom Σ , dobija se $Var(Y) = A(A' \Lambda A)A' = \Lambda$, zato što je A ortogonalna matrica i $A' A = I$ (Radojičić, 2007).

Sada možemo odrediti generalizovanu varijansu vektora Y . Na osnovu prve definicije, generalizovana varijansa je jednaka determinanti kovarijacione matrice. Kovarijaciona matrica glavnih komponenta je Λ , a njena determinanta $|\Lambda|$ je jednaka

proizvodu karakterističnih korena λ_j . Na osnovu izraza ortogonalne dekompozicije matrice Σ se dobija da je $A = A\Sigma A'$.

Pošto je determinanta proizvoda dve matrice jednaka proizvodu njihovih determinanti, sledi da je $|A| = |A\Sigma A'| = |A| |\Sigma| |A'| = |\Sigma|$. Dakle, generalizovane varijanse originalnog i transformisanog skupa podataka su međusobno jednake. Po drugoj definiciji, generalizovana varijansa jednaka je tragu kovarijacione matrice. Trag kovarijacione matrice glavnih komponenta jednak je zbiru karakterističnih korena λ_j . Na osnovu izraza ortogonalne dekompozicije matrice $\Sigma = A'AA$, dobija se da je $A = A\Sigma A'$.

Koristeći osobinu traga matrice ($tr(BC) = tr(CB)$) važi da je $tr(A) = tr(A\Sigma A') = tr(A'AS) = tr(\Sigma)$, jer je $A'A = I$, što znači da su i prema drugoj definiciji generalizovane varijanse originalnog i transformisanog skupa podataka međusobno jednake (Kovačić, 1992).

Konstatacija da metod glavnih komponenta predstavlja statistički postupak transformacije originalnog skupa podataka u skup međusobno nekorelisanih promenljivih sa opadajućom vrednošću varijanse, često je pravdanje neuspešnih pokušaja interpretacije glavnih komponenta. Problem koji se javlja u interpretaciji glavnih komponenta nastaje zbog njihove osetljivosti na različite merne skale originalnih promenljivih (Radojičić, 2007). U slučaju da u analizi neka od promenljivih ima znatno veću varijansu nego ostale, ona će dominirati prvom glavnom komponentom, bez obzira na to takva je korelaciona struktura podataka. Tada postoje dve mogućnosti:

Prva je da ne koristimo direktno koeficijente linearne korelacije u cilju interpretacije glavnih komponenta, već da zasnujemo analizu na koeficijentima korelacije originalnih promenljivih i glavnih komponenta (Bulajić, 2002).

Druga mogućnost je da kompletnu analizu baziramo na korelacionoj, a ne kovarijacionoj matrici originalnih podataka. Kako se korelaciona matrica može smatrati kovarijacionom za standardizovane podatke, ukupan varijabilitet meren generalizovanom varijansom jednak je p , gde je p broj promenljivih, dimenzija korelacione matrice i njen trag. Koeficijent korelacije između k -te originalne promenljive i j -te glavne komponente je $a_{jk} \sqrt{\lambda_j}$. Rezultati analize glavnih komponenta na osnovu korelacione i kovarijacione matrice mogu se značajno razlikovati, a biće isti kada su originalne promenljive istovrsne, tj. merene na istoj mernoj skali (Kovačić, 1992).

Treba skrenuti pažnju i na iznos varijanse originalnih promenljivih koji se objašnjava zadržanim skupom glavnih komponenta. On pokazuje u kom stepenu zadržane glavne komponente dobro aproksimiraju varijansu svake originalne promenljive posebno. Na osnovu izraza ortogonalne dekompozicije kovarijacione matrice ($\Sigma = A'A$) sledi da je varijansa k -te promenljive

$$\sigma_{kk}^2 = \sum_{j=1}^p \lambda_j \alpha_{jk}^2, k = 1, 2, \dots, p$$

Dakle, doprinos svake glavne komponente varijansi k -te promenljive jednak je kvadratu koeficijenta korelacije glavne komponente i te originalne promenljive. Doprinos svih glavnih komponenta izračunavamo kao sumu kvadrata elemenata u k -tom redu korelacione matrice. Količnik dobijene sume i odgovarajuće varijanse originalne promenljive predstavlja proporciju varijanse te promenljive koja je objašnjena zadržanim glavnim komponentama. Ova proporcija se zove komunalitet promenljive. Ako umesto kovarijacione koristimo korelacionu matricu, odmah ćemo dobiti proporciju varijanse originalne promenljive objašnjene zadržanim glavnim komponentama, jer je, standardizacijom promenljivih, vrednost varijanse svedena na jedinicu.

Moguće je izračunati onoliko glavnih komponenta koliko ima promenljivih. Ako su sve glavne komponente zadržane u analizi, svaka promenljiva će biti tačno predstavljena njima, ali neće doći do smanjenja obima skupa podataka jer postoji onoliko faktora (glavnih komponenta) koliko i promenljivih. U tom slučaju su komunaliteti za svaku promenljivu jednaki jedinici, jer je glavnim komponentama obuhvaćen ukupni varijabilitet polaznog skupa podataka. Sve izdvojene glavne komponente mogu biti zadržane u analizi onda kad je potrebno da promenljive, tj. njihove linearne kombinacije, budu međusobno nekorelisane (Radojičić, 2007).

3.1.3. Određivanje broja faktora

Kao kriterijum pri donošenju odluke o broju faktora koji će biti identifikovani, korisno je ispitati procenat ukupnog varijabiliteta koji objašnjava svaki od njih. Ukupna varijansa je suma varijansi svake promenljive. Faktori su izraženi u standardizovanom obliku, sa srednjom vrednošću jednakom 0 i standardnom devijacijom 1, što važi i za

originalne promenljive. Ako postoji n promenljivih, koje su standardizovane i imaju varijanse 1, ukupna varijansa je n .

Ukupna varijansa objašnjena svakim faktorom predstavlja sopstvenu vrednost korelacione matrice za dati faktor. Za svaki faktor određuje se procenat ukupnog varijabiliteta obuhvaćenog faktorom. Određuje se i kumulativni procenat objašnjene varijabiliteta za faktore, koji su uređeni po opadajućem redosledu procenta objašnjene varijanse.

Predloženo je nekoliko procedura za određivanje broja faktora u modelu. Jedan kriterijum predlaže uključivanje onih faktora čija je varijansa veća od 1 (sopstvena vrednost veća od 1). Faktori čija je varijansa manja od jedan nisu ništa bolji od pojedinačnih promenljivih, pošto svaka promenljiva ima varijansu jednaku jedinici (Momirović & Fajgelj, 1994). Svaki red u matrici faktorskih opterećenja sadrži koeficijente koji se koriste za izražavanje standardizovanih promenljivih preko faktora i oni ukazuju na to koliki je stepen važnosti dodeljen svakom faktorom. Faktori sa velikim koeficijentima (po apsolutnoj vrednosti) za promenljive su usko povezani sa promenljivama. Kada procenjeni faktori nisu u korelaciji jedni sa drugima, tj. kada su ortogonalni, faktorska opterećenja su koeficijenti korelacije između faktora i promenljivih. Korelaciona matrica između promenljivih i faktora se naziva i matrica strukture (Kovačić, 1992).

Postoji još jedna interpretacija matrice faktorskih opterećenja. Bilo da su faktori ortogonalni ili ne, faktorska opterećenja su standardizovani regresioni koeficijenti u jednačini višestruke regresije, sa originalnim promenljivama kao zavisnim promenljivama i faktorima kao nezavisnim promenljivama. Ako faktori nisu u korelaciji, vrednosti koeficijenata nisu zavisne jedna od druge. One predstavljaju jedinstven uticaj na svaki faktor i korelaciju između promenljivih i faktora. Komunalitet predstavlja deo ukupnog varijabiliteta promenljive, obuhvaćen izdvojenim faktorima iz modela i može da ima vrednosti iz skupa $[0,1]$, gde 0 ukazuje da zajednički faktor ne objašnjava varijansu, a 1 da je ukupna varijansa promenljive objašnjena zajedničkim faktorima. Varijansa koja nije objašnjena zajedničkim faktorima odnosi se na jedinstveni faktor i specifična je za svaku promenljivu (Bulajić, 2002).

Jedna od osnovnih pretpostavki faktorske analize je da je zapažena korelacija između promenljivih posledica deljenja zajedničkih faktora. Tako se procenjena korelacija između faktora i promenljivih može koristiti za procenu korelacija između promenljivih.

Generalno, ako su faktori ortogonalni, procenjeni koeficijenti korelacije promenljivih X_i i X_j su

$$r_{ij} = \sum_{f=1}^k r_{fi} r_{fj} = r_{1i} r_{1j} + r_{2i} r_{2j} + \dots + r_{ki} r_{kj}$$

gde je k broj zajedničkih faktora, r_{ij} su korelacije između j -tog faktora i i -te promenljive (Kovačić, 1992).

Kada se za izračunavanje finalne faktorske matrice umesto analize glavnih komponenta koristi neka druga metoda, procenat varijanse objašnjene svakim finalnim faktorom se menja. Proporcija ukupne varijanse objašnjene svakim faktorom može se izračunati iz faktorske matrice. Proporcija ukupne varijanse objašnjene *Faktorom1* se izračunava sumiranjem proporcija varijanse svake promenljive koja je određena *Faktorom1*. Za pomoć u odlučivanju koliko faktora (glavnih komponenta) je potrebno za predstavljanje podataka, može da posluži istraživanje sa koliko procenata svaka varijabla učestvuje u totalnoj varijansi. Totalna (ukupna) varijansa je zbir varijansi svih promenljivih (Bulajić, 2002).

U fazi ekstrakcije faktora određuje se broj zajedničkih faktora koji treba adekvatno da predstave skup podataka. Ova odluka se zasniva na veličini sopstvenih vrednosti i procentu ukupne varijanse koja je objašnjena različitim brojem faktora. Za određivanje broja faktora može se koristiti i grafički prikaz sopstvenih vrednosti prema njihovom redosledu (Cattell, 1966). Broj glavnih komponenta određuje se kao redni broj glavne komponente čija vrednost karakterističnog korena kao poslednja leži na pravoj liniji kojom se mogu povezati vrednosti karakterističnih korena, počev od poslednjeg. Nakon ove tačke, prava linija ima prelom (Radojičić, 2001).

3.1.4. Faza rotacije

Iako faktorska matrica, dobijena u fazi ekstrakcije, ukazuje na vezu između faktora i individualnih promenljivih, obično je teško identifikovati značajne faktore na osnovu matrice. Obično se čini da faktori i promenljive nisu u korelaciji na način koji može biti dobro interpretiran. Većina faktora su u korelaciji sa mnogim promenljivama. Pošto je jedan od ciljeva faktorske analize i taj da identifikuje faktore koji su od velikog značaja (u

smislu da sumiraju grupe usko povezanih promenljivih), faza rotacije faktorske analize nastoji da transformiše početnu matricu u neku koja se lako interpretira.

Cilj rotacije je da se transformiše komplikovana matrica u neku pomoću koje faktori mogu biti lakše interpretirani. Ne postoji jednoznačno rešenje modela faktorske analize, odnosno, postoji više matrica faktorskih opterećenja koje generišu istu korelacionu matricu. U cilju dobijanja takve matrice faktorskih opterećenja koja će olakšati interpretaciju faktora primenjuje se postupak rotacije, sve dok se ne postigne "jednostavna struktura". To znači da svaka varijabla izuzetno visoko opterećuje jedan faktor, a ima znatno manje opterećenje kod ostalih faktora. Ovakvu strukturu nije uvek lako potpuno dostići, ali je poželjno približiti joj se u što je moguće većoj meri. Pri rotaciji se polazna matrica faktorskih opterećenja B množi sa matricom rotacije M , da bi se dobila matrica finalnih rotiranih opterećenja B^* (Bulajić, 2002).

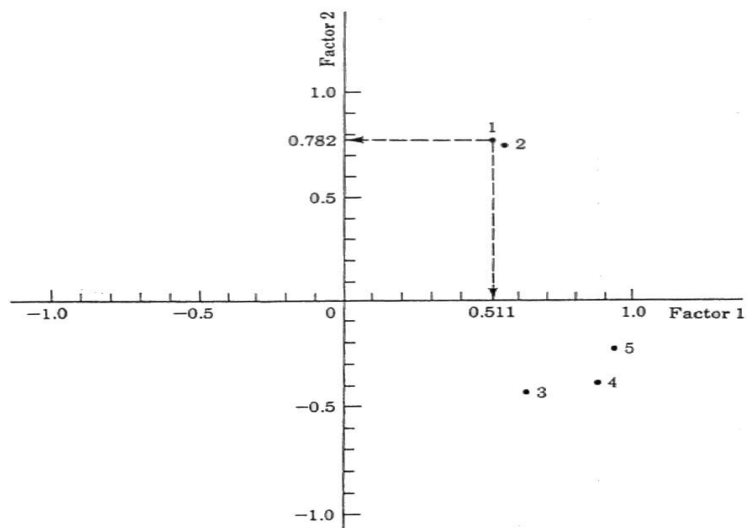
Da bi se faktori identifikovali, potrebno je grupisati promenljive koje imaju veliku vrednost koeficijenta korelacije za isti faktor. Rotacija ne utiče na kvalitet rešenja; tj., iako se faktorska matrica menja, vrednosti komunaliteta i procenat objašnjene varijanse ostaju isti, mada se procenat objašnjene varijanse od svakog faktora menja. Različite rotacije mogu da rezultuju identifikovanjem različitih faktora kao glavnih.

Mnoštvo algoritama se koristi za ortogonalnu rotaciju u jednostavniju strukturu. Najčešće korišćene metode za ortogonalnu rotaciju su:

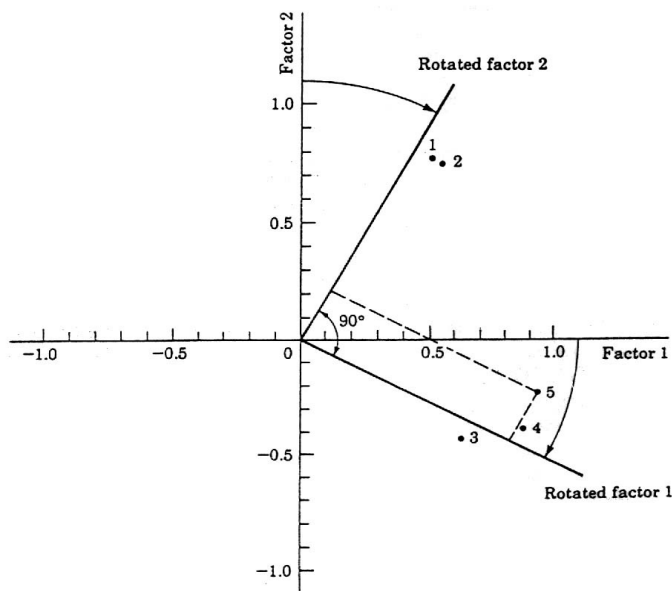
- *Varimax metoda*, koja nastoji da minimizira broj faktora potrebnih za objašnjenje promenljive, čime se poboljšava interpretabilnost faktora.
- *Quartimax metoda* stavlja akcenat na jednostavnost interpretacije promenljivih, pošto rešenje minimizira broj faktora potrebnih za objašnjenje promenljive. Quartimax rotacija često rezultira opštim faktorima sa visokim i prosečnim vrednostima većine promenljivih.
- *Equamax metoda* je kombinacija *varimax* metode koja pojednostavljuje faktore i *quartimax* metode koje pojednostavljuje promenljive.

Nerotirana faktorska matrica se teško interpretira. Mnoge promenljive imaju osrednju vrednost koeficijenta korelacije sa nekoliko faktora. Nakon rotacije, broj velikih i malih vrednosti koeficijenta se povećava. Veći broj promenljivih je u korelaciji sa samo jednim faktorom. Takođe je moguće i interpretirati faktore. Ortogonalna rotacija rezultuje

faktorima koji nisu u korelaciji. S obzirom da je jedan od ciljeva faktorske analize redukovanje velikog broja promenljivih na manji broj faktora, često je poželjno izračunati vrednosti faktorskih skorova za svaki slučaj. Faktorski skorovi se mogu koristiti u kasnijim analizama kao vrednosti faktora (Radojičić, 2007).



Slika 3.1 Projekcija promenljivih na faktore pre rotacije



Slika 3.2 Rotacija faktora

Svaki faktor se može oceniti linearnom kombinacijom originalnih promenljivih. To jest za slučaj k , skor j -tog faktora se procenjuje kao

$$F_{jk} = \sum_{i=1}^p W_{ji} X_{ik}$$

gde je X_{ik} standardizovana vrednost i -te promenljive za slučaj k i W_{ji} je faktorski skor koeficijenta za j -ti faktor i i -tu promenljivu. Tačni faktorski skorovi se mogu dobiti samo analizom glavnih komponenti, dok se ostalim analizama dobijaju samo procene (Bulajić, 2002).

3.2. KLASTER ANALIZA (ANALIZA GRUPISANJA)

Klaster analiza, ili **analiza grupisanja**, je metoda multivarijacione statističke analize, koja se koristi za grupisanje objekata u grupe, tako da su objekti unutar grupe međusobno slični, a između grupa znatno različiti. Objekti se grupišu u grupe na osnovu mera bliskosti koje se definišu na osnovu njihovih karakteristika.

Ciljevi analize grupisanja su:

- Istraživanje podataka - Ako ne znamo kako je skup objekata strukturiran, analizom grupisanja otkrivamo nepoznatu strukturu;
- Redukcija podataka;
- Generisanje hipoteza - Za skup podataka nepoznate strukture, analizom grupisanja formiraju se grupe čiji broj i sastav pomažu u definisanju hipoteza o strukturi podataka. Tako, na primer, broj grupa sugerisan prvobitnom analizom može biti hipoteza koja bi se testirala novim skupom podataka;
- Predviđanje (Anderberg, 1973).

Zadatak analize grupisanja je vrlo sličan problemu koji rešava diskriminaciona analiza, kada se ova koristi kao sredstvo za klasifikaciju objekata. Razlika je u tome što su kod diskriminacione analize grupe već poznate, dok to kod analize grupisanja nije slučaj.

Svi postupci grupisanja objekata (Bogosavljević, 1988) mogu se podeliti u dve grupe:

Hijerarhijske metode grupisanja:

- *Aglomerativne*
- *Dividivne*
- *Preklapajuće*
- *Fazi*

Nehijerarhijske metode grupisanja:

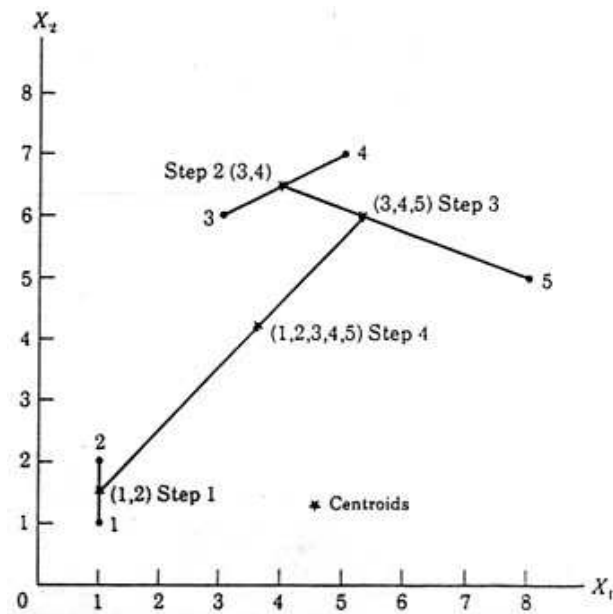
- *K-mean algoritam*
- *Frogy algoritam itd.*

Hijerarhijske metode se, u osnovi, sastoje iz iterativnog procesa u kome se spajaju objekti u grupe, a u narednoj iteraciji se spajaju objekti i prethodno formirane grupe, tako da se jednom formirane grupe, u stvari, samo proširuju novim objektima, bez mogućnosti prelaska objekata iz jedne grupe u drugu (Bogosavljević, 1996). Nehijerarhijske metode, međutim, tu mogućnost dozvoljavaju (Radojičić, 1994).

Na Slici 3.3. predstavljen je primer hijerarhijskog grupisanja objekata, po koracima. Jednom formirane grupe objekata, u narednim koracima se spajaju sa bliskim objektima ili grupama objekata.

Grupisanje objekata u grupe je zasnovano na karakteristikama koje merimo kod svakog objekta. Uzmimo, na primer, dve karakteristike koje merimo kod svakog objekta. U tom slučaju, za grafički prikaz podataka u cilju određivanja grupa možemo uzeti dijagram rasturanja. Na osnovu dijagrama rasturanja možemo definisati prirodne grupe kao oblasti u dvodimenzionalnom prostoru sa velikom gustinom tačaka koje su razdvojene od drugih oblasti, oblastima sa malom gustinom tačaka. Međutim, ako definišemo prirodne grupe na osnovu kriterijuma bliskosti, možemo smatrati da objekti unutar grupe treba da budu bliži jedni drugima, nego objektima u drugim grupama.

Osim grafičkih metoda, kod kojih se subjektivnom procenom formiraju grupe, postoje i analitički postupci pomoću kojih se prema skupu formalnih pravila vrši grupisanje objekata u grupe. U osnovi svih ovih metoda se nalazi matrica podataka, tj. matrica sa n redova (objekata) i p kolona (promenljivih). Elementi u jednom redu odnose se na različite karakteristike jednog objekta i formiraju njegov profil.

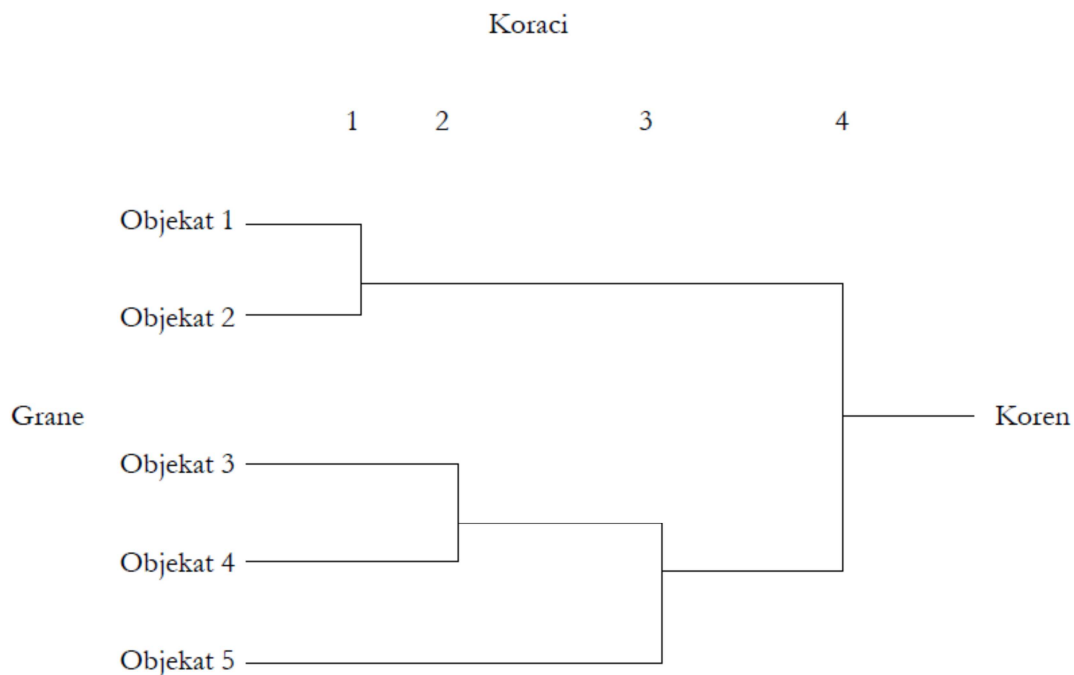


Slika 3.3 Hijerarhijsko grupisanje

Na osnovu $(n \times p)$ matrice podataka formiramo $(n \times n)$ matricu bliskosti (P) čiji elementi mere stepen sličnosti ili razlike između svih parova profila iz matrice podataka. Na primer, element p_{rs} ($r, s = 1, 2, \dots, n$) je mera bliskosti između r -tog i s -tog objekta.

Sledeći korak u analizi grupisanja, nakon što smo formirali matricu bliskosti, je izbor metode grupisanja. Metoda grupisanja je skup pravila pridruživanja objekata u grupe na osnovu mere bliskosti između objekata. Postoji veliki broj metoda grupisanja od kojih treba izabrati onu koja najviše odgovara posmatranom problemu. Najčešće se koriste hijerarhijske metode grupisanja kod kojih se u svakoj iteraciji objekti pridružuju već formiranim grupama, ili sa drugim objektom formiraju novu grupu. Na kraju se dobija hijerarhijska struktura datog skupa objekata koja se zove *hijerarhijsko drvo* ili *dendogram* (Radojičić, 1994).

Na Slici 3.4 je prikazan dendogram koji odgovara grupisanju objekata sa Slike 3.3.



Slika 3.3 Dendrogram

Postoje dva načina za formiranje hijerarhijske strukture. Prvi način je *udruživanjem*, koje se vrši tako što se grupe formiraju od grana ka korenu drveta, a drugi je *deobom*, gde se krećemo u obrnutom smeru (prvo se formira jedna grupa koja sadrži sve objekte i onda se ona deli dok ne dođemo do grana). Ako nam nije potrebna cela hijerarhijska struktura, jednostavno ćemo “preseći“ hijerarhijsko drvo, dobijajući na taj način jedno rešenje analize grupisanja (Vukmirović et al., 1994).

Analizom grupisanja se, kao i faktorskom analizom i analizom glavnih komponenta, može vršiti redukcija podataka. Međutim, analiza grupisanja se bavi redukcijom podataka u odnosu na broj objekata, dok druge dve vrše redukciju u odnosu na broj promenljivih.

Kao u svakoj statističkoj proceduri, određeni broj odluka mora biti donet pre samog početka sprovođenja analize grupisanja:

- *Koje promenljive će poslužiti kao osnova za klaster formaciju?*
- *Kako će se meriti odstojanje između slučajeva?*

- *Koji će se kriterijum koristiti za spajanje slučajeva u klastere?*

Uvek je najvažnije izabrati promenljive koje će se uključiti u analizu. Ako se isključe važne promenljive, analiza može dati slabe rezultate. U klaster analizi, prvobitan izbor promenljivih određuje karakteristike koje će se koristiti u identifikaciji podgrupa.

Koncepti odstojanja i bliskosti su osnove u mnogim statističkim tehnikama. Odstojanje je mera koja meri koliko su daleko dva objekta, a bliskost koliko su blizu (Radojičić et al., 2001). Mere odstojanja su niske, a mere bliskosti visoke za slične entitete.

3.2.1. Mere sličnosti i razlike između objekata

Kada nam je cilj grupisanje objekata, mera bliskosti iskazuje međusobne razlike i sličnosti između dva objekta. Tada mera bliskosti meri stepen međusobnog rastojanja, tj. predstavlja *meru odstojanja* među objekata.

Mera bliskosti p_{rs} predstavlja *meru razlike objekata* r i s ako su ispunjeni sledeći uslovi:

- *Uslov ne-negativnosti:* $p_{rs} > 0$ ako se objekti r i s razlikuju, a $p_{rs} = 0$ ako i samo ako su objekti r i s identični.

- *Uslov simetričnosti:* $p_{rs} = p_{sr}$

- *Uslov triangularnosti:* $p_{rs} \leq p_{rq} + p_{qs}$, za sve r, s i q .

Mera bliskosti p_{rs} predstavlja *meru sličnosti objekata* r i s ako su ispunjeni sledeći uslovi:

- *Uslov normiranosti:* $0 \leq p_{rs} \leq 1$, za sve r i s .

- $p_{rs} = 1$, samo ako su objekti identični

- *Uslov simetričnosti:* $p_{rs} = p_{sr}$ (Bulajić, 2002).

Najpoznatija mera razlike (odstojanja) je tzv. Euklidska mera odstojanja na bazi kvantitativnih promenljivih. Na primer, ako su x_r i x_s r -ti i s -ti red matrice podataka tada je kvadrat Euklidskog odstojanja:

$$d_{rs}^2 = \sum_{j=1}^p (x_{rj} - x_{sj})^2$$

Euklidsko odstojanje je specijalan slučaj tzv. odstojanja Minkowskog koje glasi

$$M = \left[\sum_{j=1}^p |x_{rj} - x_{sj}|^\lambda \right]^{1/\lambda}$$

Odstojanje Minkowskog se, kada je $\lambda = 2$, svodi na Euklidsko odstojanje (Kovačić, 1992). Na osnovu odstojanja Minkowskog se takođe može definisati i “odstojanje tipa gradskog bloka” tj., tzv. Menhetn odstojanje koje se dobija za $\lambda = 1$. U opštem slučaju, što je λ veće, to je mera odstojanja manje osetljiva na prisustvo nestandardnih opservacija.

Mahalanobisovo odstojanje je odstojanje koje vodi računa i o kovarijacionoj strukturi podataka. Naziva se još i multivarijaciona mera odstojanja. Mahalanobisovo odstojanje eliminiše efekat korelisanosti promenljivih, tako da ga ne treba koristiti kada je u analizi upravo taj efekat bitan za razlikovanje objekata (Hadžigalić et al., 1994).

Merenje bliskosti objekata može se bazirati i na merama sličnosti. Ako posmatramo dva objekta r i s u p -dimenzionalnom prostoru, možemo uzeti veličinu ugla između dva ($p \times 1$) vektora x_r i x_s da bismo izmerili stepen sličnosti između tih objekata. Što je taj ugao manji, objekti r i s su sličniji međusobom, tako da kao meru sličnosti koristimo kosinus tog ugla:

$$c_{rs} = \frac{\sum_{j=1}^p x_{rj} x_{sj}}{\sqrt{\sum_{j=1}^p x_{rj}^2 \sum_{j=1}^p x_{sj}^2}}$$

Pošto je u gornjem izrazu kvadrat dužine vektora $\sum x_{rj}^2$ i $\sum x_{sj}^2$, to znači da mera sličnosti c_{rs} ne zavisi od dužine dva vektora. Mera sličnosti c_{rs} se zove *konusni koeficijent* ili *koeficijent podudarnosti*.

Meru sličnosti takođe možemo konstruisati na osnovu mere odstojanja. Ako je d_{rs} Euklidsko odstojanje između dva objekta, mera sličnosti bi bila

$$p_{rs} = \frac{1}{1 + d_{rs}}$$

Pošto je $d_{rs} \geq 0$ očigledno važi $0 \leq p_{rs} \leq 1$. Ako je matrica sličnosti nenegativno definitna, tada možemo i meru odstojanja konstruisati na osnovu mere sličnosti (Bulajić, 2002). Na

primer, ako uspostavimo relaciju između kvadrata Euklidskog odstojanja d_{rs}^2 i kosinusnog koeficijenta c_{rs} , važi $d_{rs}^2 = d_r^2 + d_s^2 - 2d_r d_s c_{rs}$. Ako usvojimo da je $d_r^2 = d_s^2 = 1$, tada je $d_{rs}^2 = 2(1 - c_{rs})$.

3.2.2. Mere sličnosti i razlike između grupa

Način merenja sličnosti ili razlike između grupa je karakteristika po kojoj se metode analize grupisanja razlikuju. Zbog toga se i naziv metoda grupisanja poklapa sa nazivom mera bliskosti između grupa. Postoji mnogo mera sličnosti i razlike, ali najpoznatije su sledećih pet:

- *Jednostruko povezivanje;*
- *Potpuno povezivanje;*
- *Prosečno povezivanje;*
- *Metod centroida i*
- *Wardov metod (metod minimalne sume kvadrata).*

Jednostruko povezivanje definiše odstojanje između dve grupe kao najmanje odstojanje parova objekata iz posmatrane dve grupe. Potpuno povezivanje definiše odstojanje između dve grupe kao najveće odstojanje između parova objekata iz te dve grupe, dok se prema prosečnom povezivanju odstojanje između dve grupe određuje na osnovu prosečnog odstojanja svih parova objekata iz dve posmatrane grupe.

Ako uzmemo dve grupe objekata (r i s) koje sadrže n_r i n_s objekata, i ako označimo opservacije p promenljivih za n objekata u r -toj grupi sa x_{rjm} ($j=1,2,\dots,p$; $m=1,2,\dots,n_r$), i za n_s objekata u s -toj grupi sa x_{sjm} , i ako centroide r -te grupe označimo sa $x'_r = [x_{r1*}, x_{r2*}, \dots, x_{rp*}]$ i centroide s -te grupe sa $x'_s = [x_{s1*}, x_{s2*}, \dots, x_{sp*}]$, tada prvu meru odstojanja između ove dve grupe možemo definisati kao

$$d_{rs}^2 = \sum_{j=1}^p (x_{rj*} - x_{sj*})^2$$

Pošto postoji ukupno $(n_r * n_s)$ odstojanje između dve grupe, druga mera odstojanja definiše meru ukupnog odstojanja između dve grupe kao $n_r n_s d_{rs}^2$, a prosečno rastojanje je

$n_r n_s d_{rs}^2 / (n_r + n_s)$. Može se pokazati da je ova mera odstojanja između grupa ekvivalentna promeni u sumi kvadrata unutar grupa do koje je došlo zbog udruživanja r -te i s -te grupe (Bulajić, 2002).

Suma kvadrata odstupanja opservacija od svoje sredine tj. suma kvadrata unutar grupe, se za r -tu grupu definiše kao

$$SKW_r = \sum_{m=1}^{n_r} \sum_{j=1}^p (x_{rjm} - \bar{x}_{rj*})^2$$

dok je za s -tu grupu

$$SKW_s = \sum_{m=1}^{n_s} \sum_{j=1}^p (x_{sjm} - \bar{x}_{sj*})^2$$

Kada udružimo ove dve grupe, dobijamo kombinovanu grupu (na primer t). Ako posmatramo odstupanja opservacija grupe t od novog centroida $x'_t = [x_{t1*}, x_{t2*}, \dots, x_{tp*}]$ dobijamo novu sumu kvadrata unutar t -te grupe

$$SKW_t = \sum_{m=1}^{n_r+n_s} \sum_{j=1}^p (x_{tjm} - \bar{x}_{tj*})^2$$

Usled udruživanja r -te i s -te grupe dolazi do povećanja ukupne sume kvadrata unutar grupe koje je dato izrazom: $SKW_t = (SKW_r + SKW_s)$ i ekvivalentno je prosečnom odstojanju između grupa $(n_r n_s d_{rs}^2 / (n_r + n_s))$. Do ove relacije dolazimo ako uspostavimo vezu između analize varijanse i određivanja odstojanja između grupa (Radojičić, 2007). U analizi varijanse možemo ukupnu sumu kvadrata unutar kombinovane grupe t (SKW_t) posmatrati kao ukupnu sumu kvadrata u analizi varijanse. Ukupna suma kvadrata u analizi varijanse se razlaže na dva dela: sumu kvadrata unutar grupa (u našem slučaju $SKW_r + SKW_s$) i sumu kvadrata između grupa (SKB_t) do koje dolazimo na osnovu razlike ukupne sume kvadrata i sume kvadrata unutar grupa, ili direktno

$$SKB_t = \sum_{j=1}^p \left[n_r (\bar{x}_{rj*} - \bar{x}_{tj*})^2 + n_s (\bar{x}_{sj*} - \bar{x}_{tj*})^2 \right]$$

$$SKB_t = \frac{n_r n_s}{(n_r + n_s)} \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{rj*} - \bar{x}_{sj*})^2$$

$$SKB_t = \frac{n_r n_s}{(n_r + n_s)} d_{rs}^2$$

Zaključujemo da je druga mera odstojanja između grupa ekvivalentna sumi kvadrata između grupa, tj. priraštaju u sumi kvadrata unutar grupa do koga je došlo udruživanjem r -te i s -te grupe. Osnovu Wardove metode hijerarhijskog udruživanja predstavlja upravo ova druga mera odstojanja (Radojičić, 1994).

Nakon formiranja nove grupe potrebno je izračunati odstojanja novoformirane grupe i ostalih grupa:

$$d_{tu}^2 = \alpha_r d_{ru}^2 + \alpha_s d_{su}^2 + \beta d_{rs}^2 + \gamma |d_{ru}^2 - d_{su}^2|$$

gde je t novoformirana grupa, u jedna od ostalih grupa (različita od r i s), a α_r , α_s , β i γ su koeficijenti koji zavise od toga koji se metod udruživanja koristi. U gornjem izrazu koristili smo kvadrat Euklidskog odstojanja, što je obavezno samo ako koristimo metod centroida ili Wardov metod (Radojičić, 2001). Za ostale metode možemo koristiti neku drugu meru odstojanja između grupa.

Vrednosti parametara se menjaju u zavisnosti od korišćene mere odstojanja između grupa (Bulajić, 2002):

- *Jednostruko povezivanje:* $\alpha_r = \alpha_s = \frac{1}{2}, \beta = 0, \gamma = -\frac{1}{2}$
- *Potpuno povezivanje:* $\alpha_r = \alpha_s = \frac{1}{2}, \beta = 0, \gamma = \frac{1}{2}$
- *Prosečno povezivanje:* $\alpha_r = \frac{n_r}{n_r + n_s}, \alpha_s = \frac{n_s}{n_r + n_s}, \beta = \gamma = 0$
- *Metod centroida:* $\alpha_r = \frac{n_r}{n_r + n_s}, \alpha_s = \frac{n_s}{n_r + n_s}, \beta = -\frac{n_r n_s}{(n_r + n_s)^2}, \gamma = 0$
- *Wardov metod:* $\alpha_r = \frac{n_r + n_u}{n_t + n_u}, \alpha_s = \frac{n_s + n_u}{n_t + n_u}, \beta = -\frac{n_u}{n_t + n_u}, \gamma = 0$

3.2.3. Hijerarhijske metode grupisanja

Hijerarhijske metode grupisanja se mogu svrstati u dve kategorije prema tome da li su zasnovane na iterativnom spajanju (aglomerativne metode) ili deljenju grupa i objekata (dividivne metode).

Prva grupa polazi od pojedinačnih objekata koje udružuje u grupe, a zatim u sledećim iteracijama spaja prethodno formirane grupe i pojedinačne objekte, s tim da jednom formirane grupe ostaju zajedno, tj. nema mogućnosti prelaska objekta iz jedne u drugu grupu. Metode koje spadaju u ovu grupu se zajednički nazivaju *hijerarhijske metode udruživanja*. Na početku postupka hijerarhijskog udruživanja imamo n grupa sa po jednim objektom, a nadalje se postupak odvija po sledećim koracima:

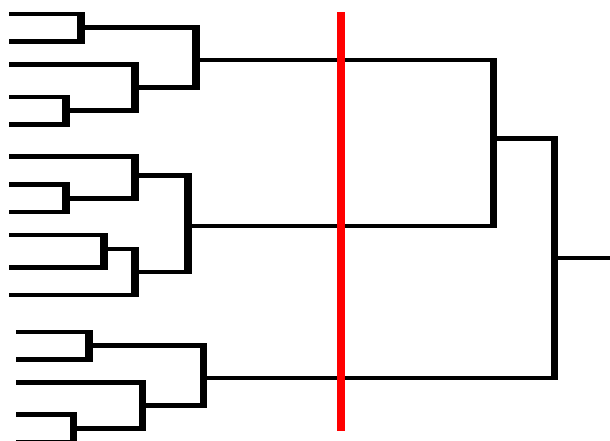
- *Na osnovu matrice odstojanja biramo dve najbliže grupe i udružujemo ih u novu grupu (neka su r -ta i s -ta grupa udružene u novu grupu t)*
- *Određujemo odstojanje ostalih grupa i novoformirane grupe, i ponovo izračunavamo matricu odstojanja*
- *Prethodna dva koraka se ponavljaju $(n-1)$ put sve dok se ne formira jedna grupa.*

Druga grupa metoda rade isto to, ali u suprotnom smeru. One polaze od jedne grupe u kojoj se nalaze svi objekti, i iz nje izdvajaju po jedan objekat ili grupu sve dok se ne formira onoliko grupa koliko ima pojedinačnih objekata. Ove metode se zajednički nazivaju *hijerarhijske metode deobe*. Najpopularnije metode grupisanja pripadaju hijerarhijskim metodama udruživanja, a među njima se posebno izdvajaju metode udruživanja. Metode hijerarhijskog udruživanja se razlikuju po tome kako u drugoj fazi gornjeg iterativnog postupka određuju međusobnu bliskost grupa (Vuković, 1987).

3.2.4. Određivanje broja grupa (klastera)

Na osnovu dendrograma možemo formirati *izvedenu matricu odstojanja*. Do elemenata ove matrice dolazimo tako što svim parovima objekata iz dve različite grupe koje se

udružuju u jednu, pripisujemo istu vrednost odstojanja, onu pri kojoj smo ih udružili u dve grupe. Međusobnim poređenjem odgovarajućih elemenata originalne i izvedene matrice odstojanja može se utvrditi u kom stepenu formirane grupe predstavljaju dobro rešenje problema grupisanja.



Slika 3.5 "Seča" dendrograma, podela na odgovarajući broj grupa

U cilju određivanja broja grupa, grafički prikaz hijerarhijskog grupisanja, odnosno dendrogram, možemo "preseći" na određenoj visini izborom željenog broja grupa (vidi Sliku 3.5). Time smo dobili jedno od mogućih rešenja problema grupisanja. Problem izbora broja grupa se može rešiti praćenjem vrednosti mere odstojanja pri kojoj se dve grupe udružuju u jednu. Krećući se od prvog ka $n-1$ koraku, vrednost mere odstojanja će rasti, ali u početku sporije, a kasnije brže tj. eksponencijalno. Ako se u okolini očekivanog broja grupa u određenom koraku zabeleži velika promena vrednosti mere odstojanja između grupa, tada taj broj grupa koji je prethodio tom koraku proglašavamo optimalnim.

4. IVANOVIĆEVO ODSTOJANJE

Za ocenjivanje "veličine" neke pojave i uspostavljanja međusobnih odnosa između složenih pojava (sistema) mogu se koristiti različite promenljive, gde svaka promenljiva daje delimičnu predstavu veličine pojave. Osnovno pitanje i definicija problema je da li možemo kombinovanjem tih promenljivih iz skupa X (varijabli), formirati jedan potpuniji, globalniji indeks "veličine" pojava (Bulajić, 2002). Ako bi se radilo o jednoj merljivoj veličini, mogla bi se ustanoviti jedna redosledna klasifikacija posmatranog skupa prema "veličini", tj. mogli bismo da uspostavimo rang, a ujedno i međusobne odnose između entiteta. Ako je faktor F merljiva veličina i ako se njena vrednost izračunava preko skupa obeležja X , moguće je odrediti rang listu elemenata skupa P u odnosu na F (Ivanović, 1977; Bogosavljević, 1997).

Međutim, postoje brojne prepreke koje otežavaju konstrukciju jednog takvog indeksa. Statistička obeležja veličine pojave iskazana su u različitim jedinicama mere, tako da se ne može govoriti o određivanju jednog sintetičkog broja koji bi na jedan apsolutni način iskazivao "veličinu". Zato bi se u skupu posmatranih pojava mogao odrediti jedan globalni indeks "veličine" jedino kao relativni odnos te pojave prema ostalim pojavama posmatranog skupa (Radojičić et al., 1995).

Takođe, neka obeležja sadrže veću, a neka manju količinu informacije o veličini pojave, tako da sva obeležja nemaju isti značaj. Postavlja se pitanje kako izvršiti izbor obeležja i na koji način ih ponderisati kako bi se izbeglo da neka od njih dobiju suviše veliki značaj. Isto tako, treba voditi računa o varijabilitetu svakog obeležja (Birch, 1964; 1965). Odstupanje između dve pojave, koje postoji u odnosu na jedno obeležje, značajnije je ukoliko je njegova varijansa u posmatranom skupu pojava manja. Napomenimo da su obeležja međusobno zavisna. Informacija koju pruža jedno obeležje, biće delimično sadržana i u ukupnoj informaciji koju pružaju ostala obeležja (Bogosavljević, 1984). Ivanovićevo I-odstojanje definisano je sa idejom da se izbegnu dupliciteti istih informacija koje nosi niz srodnih obeležja (Ivanović, 1977).

Označimo sa $X = x_1, x_2, \dots, x_k$ izabrani skup obeležja, a sa $P = p_1, p_2, \dots, p_n$ skup pojava kod kojih ispitujemo i upoređujemo "veličinu". Uočimo bilo koje dve pojave P_r i P_s i uporedimo njihove odgovarajuće vrednosti svih obeležja iz X . Ako su sve razlike tih vrednosti jednake nuli, nema razloga da tvrdimo da postoji neka razlika u "veličini" između ove dve pojave. Ta situacija se može promeniti ako se uvedu nova obeležja. Ako nam u

datim uslovima naknadne informacije nisu dostupne, usvojicemo da su za $\forall i$ ($i \in \{1,2,\dots,k\} \Rightarrow x_{ir} = x_{is}$) pojave P_r i P_s iste "veliĉine". Suprotno, ako je bar jedna od tih razlika razliĉita od nule, ne moŹe se viŹe tvrditi da su pojave jednake "veliĉine" (Radojiĉić, 2007).

Razlika $d_i(r,s) = x_{ir} - x_{is}$, definiŹe *diskriminacioni efekat* obeleŹja X_i u ureĉenom paru pojava $\langle P_r, P_s \rangle$. Diskriminacioni efekat skupa obeleŹja X u ureĉenom paru pojava $\langle P_r, P_s \rangle$ je vektor $d_x(r,s) = \langle d_1(r,s), \dots, d_k(r,s) \rangle$, dok matrica

$$d_x(P) = \begin{bmatrix} 0 & d_x(1,2) & \dots & d_x(1,n) \\ -d_x(1,2) & 0 & \dots & d_x(2,n) \\ \vdots & \vdots & 0 & \vdots \\ -d_x(1,n) & -d_x(2,n) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

predstavlja *efekat diskriminacije* od X u P .

Veliki broj obeleŹja oteŹava problem rangiranja ili grupisanja prema "veliĉini". Naime, ako posebno za svako izabrano obeleŹje uporeĉujemo odgovarajuće vrednosti za dva entiteta P_r i P_s , moŹe se desiti da jedna posmatrana pojava bude veća od druge u odnosu na jedno obeleŹje, a manja u odnosu na druga obeleŹja (Radojiĉić et al., 1998).

Priroda problema ne dozvoljava da se konstruiŹe jedan globalni indeks koji bi na jedan apsolutan naĉin iskazao "veliĉinu" pojave. Meĉutim, ono Źto bismo mogli odrediti je relativni poloŹaj jedne pojave u odnosu na ostale pojave iz posmatranog skupa P . Tako dolazimo do pojma "odstojanja" izmeĉu dve pojave u odnosu na njihovu "veliĉinu".

Ovo odstojanje treba da zadovolji ĉitav niz uslova. Neka je $D(r,s)$ odstojanje izmeĉu elemenata P_r i P_s . Svaki element (pojavu) moŹemo predstaviti u vidu jedne taĉke topoloŹkog prostora. Da bi taj prostor bio metriĉan (Ivanović, 1977), potrebno je da odstojanje zadovoljava sledeće uslove:

- **Ne negativnost.** Odstojanje je nenegativan realan broj, tj.

$$D(r,s) \geq 0 \text{ i } D(r,r) = 0$$

- **Komutativnost.** Odstojanje izmeĉu P_r i P_s jednako je odstojanju izmeĉu P_s i P_r ,

$$D(r,s) = D(s,r)$$

- **Triangularnost.** Za ma koje tri pojave P_s , P_r i P_q , mora da važi sledeća relacija:

$$D(r,s) + D(s,q) \geq D(r,q)$$

- **Uslov homogenosti.** Odstojanje između dve pojave je homogena funkcija razlika između odgovarajućih vrednosti njihovih izabranih obeležja. Zato će biti $D(r,s) = 0$ ako i samo ako su sve te razlike jednake nuli.

- **Uslov rasta.** Odstojanje je neopadajuća funkcija svih tih razlika.

- **Uslov varijabiliteta.** Razlike $d_i(r,s)$, $i \in \{1, \dots, k\}$ treba da budu tako ponderisane da je njihovo učešće u odstojanju $D(r,s)$ obrnuto srazmerno standardnoj devijaciji odgovarajućih obeležja X_i , $i \in \{1, \dots, k\}$. Razlike $d_i(r,s)$ pojavljivaće se zato u obliku

$$\frac{|d_i(r,s)|}{\sigma_i} \text{ ili } \frac{d_i^2(r,s)}{\sigma_i^2}$$

- **Anuliranje dupliciteta u informaciji.** Odstojanje $D(r,s)$ trebalo bi konstruisati tako da ponavljanja budu isključena i da samo čist deo informacije svakog obeležja učestvuje u izračunavanju ukupne vrednosti odstojanja.

- **Uslov asimetrije.** Pošto sva obeležja nemaju isti značaj, potrebno je da se odredi njihova rang lista prema količini informacije koju ona pružaju. Odstojanje će se konstruisati tako da snižavanju ranga jednog obeležja odgovara smanjenje njegovog učešća u odstojanju i to za onu količinu informacije koju daju obeležja višeg ranga.

- **Uslov nezavisnosti.** Ako su sva obeležja među sobom nezavisna neće doći do ponavljanja istih količina informacija. Zato bi tada izraz za odstojanje trebalo da ima oblik:

$$D(r,s) = \sum_{i=1}^k \frac{|d_i(r,s)|}{\sigma_i} \quad \text{ili} \quad D^2(r,s) = \sum_{i=1}^k \frac{d_i^2(r,s)}{\sigma_i^2}$$

- **Uslov linearne zavisnosti.** Ako između svih obeležja postoji linearna zavisnost, izraz za odstojanje će se svesti na:

$$D(r,s) = \frac{|d_1(r,s)|}{\sigma_1} \quad \text{ili} \quad D^2(r,s) = \frac{d_1^2(r,s)}{\sigma_1^2}$$

• **Uslov nezavisnih grupa.** Ako je jedna grupa od m obeležja nezavisna od preostalih $k-m$ obeležja, potrebno je da postoji relacija:

$$D_k(r,s) = D_m(r,s) + D_{k-m}(r,s)$$

U tom slučaju, odstojanje između pojava P_r i P_s možemo da izračunamo nezavisno, jednom na osnovu prvih m obeležja, a jednom na osnovu preostalih $k-m$ obeležja. Traženo odstojanje, bazirano na svih k obeležja, biće tada jednako zbiru prethodna dva.

• **Nezavisnost od početka.** Uvek možemo konstruisati dve fiktivne pojave P_+ i P_- čije su odgovarajuće vrednosti obeležja X_i^+ i X_i^- proizvoljno izabrane, ali tako da je za svaku posmatranu pojavu i svako izabrano obeležje:

$$X_i^- \leq X_{ir} \leq X_i^+ \quad i \in \{1, \dots, k\}$$

• **Tehnički uslov.** Ako je na osnovu k obeležja, izračunato odstojanje $D_k(r,s)$ između pojava P_r i P_s i ako se naknadno doda još jedno obeležje, poželjno je da novo odstojanje $D_{k+1}(r,s)$ bude jednako zbiru prethodnog, već izračunatog, odstojanja i jedne dodatne veličine koja odgovara uticaju novog obeležja X_{k+1} . Odnosno, treba da bude

$$D_{k+1} = D_k + E_{k+1}$$

gde je E_{k+1} dodatak koji se odnosi na novo obeležje. Za dobijanje vrednosti D_{k+1} , dovoljno je tada izračunati samo E_{k+1} i tome dodati već poznatu vrednost D_k .

Neka je izabrano k obeležja sa sledećim redosledom po značaju informacije koje pružaju o "veličini" pojave $X = \langle X_1, \dots, X_k \rangle$. Ako je $P = \{P_1, \dots, P_n\}$ posmatrani skup pojava (Radojičić, 2001), raspolagaćemo sledećom tabelom:

objekti \ obeležja	X_1	X_2	...	X_k
P_1	x_{11}	x_{21}	...	x_{k1}
P_2	x_{12}	x_{22}	...	x_{k2}
...
P_n	x_{1n}	x_{2n}	...	x_{kn}

Izračunavanje statističkih parametara obeležja X_i zahteva poznavanje koeficijenata ponderacije osnovnih elemenata x_{ij} . Za različita obeležja, koeficijenti ponderacije ne moraju biti isti.

Ako sa f_{ir} označimo relativni koeficijent ponderacije od x_{ir} , imaćemo tabelu:

P \ X	X_1	X_2	...	X_k
P_1	f_1^1	f_2^1	...	f_k^1
P_2	f_1^2	f_2^2	...	f_k^2
...
P_n	f_1^n	f_2^n	...	f_k^n

pri čemu pojedine kolone mogu biti identične.

Aritmetička sredina i varijansa obeležja X_i biće

$$\bar{x}_i = \sum_{r=1}^n f_i^r x_{ir} \quad i \in \{1, \dots, k\}; \quad \sigma_i^2 = \sum_{r=1}^n f_i^r x_{ir}^2 - \bar{x}_i^2 \quad i \in \{1, \dots, k\}.$$

Izračunavanje kovarijanse w_{ij} zahteva poznavanje dvodimenzionalnih koeficijenata ponderacije f_{ij}^r u odnosu na obeležja X_i i X_j . Međutim, u praksi retko raspoložemo dvodimenzionalnim rasporedima $[f_{ij}^r]$ i zato se tada obično zadovoljavamo aproksimativnim ocenama

$$(f_{ij}^r)^* = \frac{\sqrt{f_i^r f_j^r}}{F_{ij}}; F_{ij} = F_{ji} = \sum_{r=1}^n \sqrt{f_i^r f_j^r}; i \in \{1, \dots, k\}; j \in \{1, \dots, k\}.$$

Odgovarajuća aproksimativna vrednost kovarijance biće

$$w_{ij} = \frac{1}{F_{ij}} \sum_{r=1}^n \sqrt{f_i^r f_j^r} (x_{ir} - \bar{x}_i)(x_{jr} - \bar{x}_j)$$

a običnog koeficijenta korelacije

$$r_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}; i \in \{1, \dots, k\}; j \in \{1, \dots, k\} \text{ (Ivanović, 1977).}$$

Preko elemenata korelacione matrice $\mathbf{R} = [r_{ij}]$ možemo izračunati parcijalne koeficijente korelacije

$$r_{ji,t} = \frac{r_{ij} - r_{jt} r_{it}}{\sqrt{(1 - r_{jt}^2)(1 - r_{it}^2)}}; i > j; \{j, i\} \in \{1, \dots, k\}; t \notin \{j, i\}.$$

Iterativnim postupkom možemo izračunati i sledeće parcijalne koeficijente korelacije

$$r_{ji,12\dots j-1} = \frac{r_{ji,12\dots j-2} - r_{j-1,i,12\dots j-2} r_{j-1,j,12\dots j-2}}{\sqrt{(1 - r_{j-1,i,12\dots j-2}^2)(1 - r_{j-1,j,12\dots j-2}^2)}}$$

Na taj način se formira matrica parcijalnih korelacija

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \cdots & r_{1k} \\ r_{12} & 1 & r_{23,1} & \cdots & r_{2k,1} \\ r_{13} & r_{23,1} & 1 & \cdots & r_{3k,12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 & \vdots \\ r_{1k} & r_{2k,1} & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}.$$

Prema tipu podataka i odstojanja po pojedinačnim obeležjima razlikuju se tri vrste I-odstojanja:

- *Obično I-odstojanje;*
- *Kvadratno I-odstojanje i*
- *Strukturno I-odstojanje.*

4.1. Obično I-odstojanje

Za izabrani skup obeležja $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$, rangiranih prema značajnosti informacije koju pružaju, I-odstojanje između P_r i P_s definiše se izrazom

$$D(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{|d_i(r, s)|}{\sigma_i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{j_i.12\dots j-1})$$

gde je $d_i(r, s)$ odstojanje između vrednosti obeležja X_i za P_r i P_s , tj. $d_i(r, s) = x_{ir} - x_{is}$, $i \in \{1, \dots, k\}$, σ_i standardna devijacija od X_i , a $r_{j_i.12\dots j-1}$ koeficijent parcijalne korelacije između X_i i X_j ($j < i$).

Konstrukcija I-odstojanja je postupna. Počinje se sa integracijom celokupnog diskriminacionog efekta obeležja X_1 , tj. obeležja koje sadrži najveću količinu informacije o pojavi koja se rangira. Zatim se dodaje onaj deo diskriminacionog efekta drugog (po rangi) obeležja koji nije bio već uključen u diskriminacionom efektu prvog obeležja, pa onaj deo diskriminacionog efekta trećeg obeležja koji nije bio već uključen u diskriminacionom efektu prva dva obeležja itd. (Ivanović, 1977). Ovako definisano I-odstojanje zadovoljava svih 13 uslova, koje po Ivanoviću jedno odstojanje treba da zadovoljava.

4.2. Kvadratno I-odstojanje

Kvadratno I-odstojanje dato je sa

$$D^2(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{d_i^2(r, s)}{\sigma_i^2} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{j_i.12\dots j-1}^2)$$

Kako važi (Croxtton et al., 1967)

$$\prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{j_i.12\dots j-1}^2) = 1 - r_{i.12\dots i-1}^2$$

kvadratno I-odstojanje je prikladnije izraziti u obliku:

$$D^2(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{d_i^2(r, s)}{\sigma_i^2} (1 - r_{i.12\dots i-1}^2)$$

Kvadratno I-odstojanje nije jednako kvadratu običnog I-odstojanja. Kvadratno I-odstojanje se koristi ako je broj izabranih obeležja veliki, pa se u običnom I-odstojanju gubi uticaj jednog broja obeležja nižeg ranga. Veoma često treba na isti način i sa istim obeležjima analizirati više skupova ili isti skup u više vremenskih trenutaka. Tada se može desiti da je nemoguće postići istosmernost svih obeležja u svim skupovima, pa se mogu javiti negativni koeficijenti korelacije i negativni koeficijent parcijalne korelacije. Zato se u takvim slučajevima upotrebljava kvadratno, umesto običnog I-odstojanja. Osim toga, kvadratno I-odstojanje zahteva manji broj operacija, a time i manje kompjuterskog vremena od običnog, pa je i to razlog da se koristi kvadratno I-odstojanje (Bogosavljević, 1984).

4.3. Strukturno I-odstojanje

Za konstrukciju strukturnog I-odstojanja polazi se od osobina običnog I-odstojanja između dva skupa P_r i P_s :

$$D(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{|\bar{x}_{ri} - \bar{x}_{si}|}{\sigma_i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{ji.12\dots j-1})$$

Umesto apsolutnih vrednosti razlike aritmetičkih sredina obeležja X_i skupova P_r i P_s , koristi se zbir apsolutnih vrednosti razlika odgovarajućih frekvencija:

$$|\bar{x}_{ri} - \bar{x}_{si}| \approx \sum_{l=1}^m |f_{ril} - f_{sil}|$$

Ovaj zbir apsolutnih razlika odgovarajućih relativnih frekvencija predstavlja odstojanje između struktura skupova P_r i P_s za obeležje X_p a u odnosu na klasifikaciju K_i (Ivanović, 1972). Ako su sve razlike jednake nuli, odstojanje će biti jednako nuli i obe strukture će biti identične u odnosu na K_i . Ako je jedna od razlika različita od nule, tada postoji bar još jedna razlika koja je takođe različita od nule a suprotno označena, jer je

$$\sum_{l=1}^m f_{ril} = \sum_{l=1}^m f_{sil} = 1$$

praksi se obično za repenu tačku uzima fiktivna jedinica čije su vrednosti obeležja odgovarajuće minimalne vrednosti u posmatranom skupu. Odnosno, vrednost fiktivnog baznog elementa P_- definisana je sa:

$$x_i^- = \min_{1 \leq r \leq n} \{x_{ir}\}, \quad i \in \{1, 2, \dots, k\}$$

I-odstojanje između pojave P_r i fiktivno najmanje pojave P_- definiše veličinu pojave P_r . Obrazac za I-odstojanje sada se svodi na

$$D_r^- = \sum_{i=1}^k \frac{x_{ir} - x_i^-}{\sigma_i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{ji.12\dots j-1})$$

Na taj način možemo odrediti odstojanje za svaki element skupa P , pa ako zatim uredimo sve elemente prema veličini njihovih tako dobijenih I-odstojanja, dobićemo rang listu pojava prema veličini. Za repenu tačku, baznu jedinicu, može se uzeti i fiktivno najveća pojava P_+ unutar skupa P , tj. pojava sa vrednostima obeležja

$$x_i^+ = \max_{1 \leq r \leq n} \{x_{ir}\}, \quad i \in \{1, 2, \dots, k\}$$

Odgovarajuće I-odstojanje bi bilo

$$D_r^+ = \sum_{i=1}^k \frac{x_i^+ - x_{ir}}{\sigma_i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{ji.12\dots j-1})$$

Ako sada poređamo pojave prema veličini njihovih I-odstojanja, dobijeni redosled biće inverzan prethodnom. Takođe, možemo uzeti za repenu tačku i element koji će imati prosečne vrednosti obeležja (Ivanović, 1977; Bogosavljević, 1984). Redosled uključivanja obeležja u obrazac za I-odstojanje treba da odgovara količini informacije koju to obeležje pruža. Za utvrđivanje redosleda obeležja koriste se dve metode:

1. *Subjektivna metoda.* Posle detaljne analize svakog obeležja, poželjno bi bilo da se svi zainteresovani korisnici slažu sa ocenom koje je obeležje u svakom paru $\{X_i, X_j\} \subseteq X$ značajnije u pogledu ocene veličine posmatrane pojave. Tada bi se mogao neposredno odrediti redosled svih obeležja, a izračunavanje I-odstojanja vršilo bi se prema tom redosledu. Retko se dešava da su svi zainteresovani korisnici saglasni sa tako formiranom rang listom obeležja. Svaki od korisnika pri određivanju redosleda obeležja koristi svoja lična znanja i iskustva koja su subjektivne prirode i koja se razlikuju od

saznanja i iskustva drugih korisnika. Zato nije pogodno koristiti subjektivnu metodu, već treba koristiti neku objektivnu metodu za utvrđivanje redosleda obeležja.

2. *Objektivna metoda.* Ako postoji potpuna linearna zavisnost između obeležja X_i i veličine pojave, rang liste pojava prema obeležju X_i i prema veličini biće identične. Tada će biti indiferentno po kom od ovih kriterijuma ćemo rangirati pojave. Osnovna ideja za objektivno rangiranje obeležja, počiva na korelacijama između efektivno korišćenih obeležja i globalnog indeksa koji sadrži maksimalnu količinu informacije.

Mogu se uočiti dva ekstremna slučaja koja mogu nastupiti kod izračunavanja I-odstojanja. U prvom slučaju sva su obeležja nezavisna i do ponavljanja istih informacija neće doći. Tada sva obeležja ulaze u igru sa jednakim pravom, a I-odstojanje se svodi na

$$F_r = \sum_{i=1}^k \frac{d_i(r)}{\sigma_i}$$

U drugom ekstremnom slučaju, sva obeležja potpuno zavise od jednog jedinog obeležja. Označimo dominirajuće obeležje sa X_1 i primetimo da su informacije, koje pružaju sva ostala obeležja, sadržane u informaciji obeležja X_1 . Tada se I-odstojanje svodi na samo jedan član

$$D_r^{(1)} = \frac{d_1(r)}{\sigma_1}$$

U opštem slučaju I-odstojanje se nalazi između vrednosti ova dva ekstremna slučaja. Ako se u skupu izabranih obeležja X , pojavilo neko sa suprotnim smerom u odnosu na ostale, najčešće se ono može zameniti sa svojim komplementarnim obeležjem koje će imati pozitivne korelacije sa ostalim obeležjima iz X . Međutim, u praksi se dešava da je neophodno suprotnosmerno supstituisati istosmernim obeležjem. Tada treba izvršiti odgovarajuću korekciju I-odstojanja (Ivanović, 1977). Za repernu tačku može se uzeti fiktivna jedinica $P^* = \langle x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^* \rangle$, pri čemu je $x_i^* = x_i^-$ kada je X_i istosmerno sa ostalim obeležjima, odnosno $x_i^* = x_i^+$, kada je X_i suprotnosmerno sa ostalim obeležjima. Adaptirano I-odstojanje između P_r i P^* je tada:

$$D_r = \sum_{i=1}^k \frac{|x_{ir} - x_i^*|}{\sigma_i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{ji.12\dots j-1}).$$

4.5. Primena metode I-odstojanje u brojnim istraživanjima

Vrlo često rangiranje nekih pojava može imati izuzetno veliki uticaj na procese polaganja ispita, sportska takmičenja, medicinska istraživanja i sl. (Ivanović, 1973; Ivanović & Fanchette, 1973; Jeremić & Radojičić, 2010; Al-Lagilli et al., 2011). Ključan argument za korišćenje metode I-odstojanja je njena sposobnost da sintetizuje veliki broj varijabli u jednu numeričku vrednost. I-odstojanje je metrika u n -dimenzionalnom prostoru. Predložio ga je i u svojim radovima koji datiraju od 1963. godine obradio naš ekonomista prof. dr Branislav Ivanović. Ivanović je kreirao ovu metodu sa ciljem da rangira zemlje na osnovu nekoliko indikatora. Brojni socio-ekonomski indikatori su uzeti u razmatranje i ključni problem je bio kako da se svi oni iskoriste i izračuna jedan sintetički indikator koji bi predstavljao rang države.

Za određeni vektor varijabli $X^T = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ izabranih da reprezentuju entitete (zemlje/univerzitete/regione itd. koje se rangiraju), I-odstojanje između dva entiteta $e_r = (x_{1r}, x_{2r}, \dots, x_{kr})$ i $e_s = (x_{1s}, x_{2s}, \dots, x_{ks})$ se definiše kao:

$$D(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{|d_i(r, s)|}{\sigma_i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{j i.12 \dots j-1})$$

gde je $d_i(r, s)$ odstojanje između vrednosti varijabli X_i entiteta e_r i e_s , tj. diskriminacioni efekat,

$$d_i(r, s) = x_{ir} - x_{is}, \quad i \in (1, \dots, k)$$

σ_i standardna devijacija od X_i , $r_{j i.12 \dots j-1}$ je parcijalni koeficijent korelacije između X_i i X_j , ($j < i$), (Ivanović, 1973; Jeremić et al., 2011a; Jeremić et al., 2011b).

Računanje vrednosti I-odstojanja je iterativno, vrši se kroz nekoliko etapa:

- izračunati vrednost diskriminacionog efekta za varijablu X_1 (najbitnija varijabla, ona koja pruža najveću količinu informacija o fenomenu koji želimo da rangiramo);

- dodati vrednost diskriminacionog efekta varijable X_2 koji nije pokriven sa X_1 ;
- dodati vrednost diskriminacionog efekta varijable X_3 koji nije pokriven sa X_1 i X_2 ;
- ponoviti procedure za sve varijable (Mihailović et al., 2009; Jeremić et al., 2011c).

Ovakvo I-odstojanje ispunjava svih 13 uslova za definisanje mera odstojanja. Ključno je napomenuti da metoda I-odstojanja zahteva standardizaciju svih podataka. Ovakav pristup se pokazao kao izuzetno uspešan prilikom prevazilaženja problema nastalih usled različitih mernih jedinica.

Ponekad nije moguće uspostaviti isti predznak za sve varijable, te se stoga mogu pojaviti negativni koeficijent korelacije i negativni koeficijent parcijalne korelacije. Zbog toga se vrlo često koristi kvadratno I-odstojanje, koje je definisano kao:

$$D^2(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{d_i^2(r, s)}{\sigma_i^2} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{ji.12\dots j-1}^2).$$

Da bismo rangirali entitete u posmatranom skupu koristeći metodu I-odstojanja, neophodno je da fiksiramo jedan entitet kao referentni (entitet koji ima minimalne vrednosti za sve varijable – vrlo često je to jedan fiktivni entitet). Rangiranje entiteta u skupu se bazira na izračunatom odstojanju od referentnog entiteta.

4.5.1. Primena metode I-odstojanje u rangiranju najboljih svetskih univerziteta

U akademskom svetu sve češće se postavlja pitanje rangiranja univerziteta. Ovaj problem je poslednjih godina aktuelan pre svega zbog pojačane konkurencije, kao i zbog kontinuiranog unapređivanja nastave i naučno-istraživačkog rada zaposlenih na univerzitetima. Rang univerziteta predstavlja i sjajnu marketinšku priliku visokoobrazovnim institucijama da privuku sve veći broj studenata. Zbog svega navedenog najčešće se upravo rang fakulteta/univerziteta može smatrati svojevrsnim brendom i komparativnom prednošću u odnosu na druge visokoobrazovne institucije. Upravo zbog svega navedenog, sve značajnija su i tela koje se bave rangiranjem univerziteta, pre svega Jiao Tong Univerzitet u Šangaju. Institut za visoko obrazovanje ovog Univerziteta, od 2003. objavljuje

godišnju rang listu 500 najboljih univerziteta i u proteklih devet godina ta lista je postala najpoznatija metodologija za rangiranje visokoobrazovnih institucija (Agasisti & Perez-Esparrells, 2010; Bowman & Bastedo, 2011; Hien, 2010; Stolz et al., 2010; Dehon et al., 2010; Jeremić et al., 2011a; Torres-Salinas et al., 2011; van Raan, 2005a,b). Ova metodologija koristi šest indikatora za rangiranje univerziteta. Ti indikatori obuhvataju broj alumnijskih (Alumni) i akademskog osoblja (Award), koji su osvojili Nobelove nagrade i Fieldove medalje iz oblasti matematike, broj istraživača koji se često citiraju, (HiCi), broj članaka objavljenih u časopisima „Nature“ i „Science“ (N&S), broj radova na SCIE i SSCI listi (PUB), kao i učinak po zaposlenom „PCP“, koji se koristi kao korektivni indikator (Docampo, 2011). Ipak, uprkos globalnoj popularnosti, ovu listu često kritikuju zbog izbora kriterijuma (Docampo, 2012), a u pojedinim radovima se došlo do zaključka da se objavljeni rangovi ne mogu dobiti iz podataka na način koji je naveden na zvaničnom sajtu. Kritike upućene Šangajskom univerzitetu od strane pojedinih istraživača (van Raan, 2005a; Billaut et al., 2010; Dehon et al., 2010; Docampo, 2008) motivisale su istraživače da isprobaju druge metode za rangiranje univerziteta. Zbog sve češćeg korišćenja ove, zvanične, liste u marketinške svrhe od strane univerziteta kako bi dokazali kvalitet, potrebno je vrlo odgovorno i precizno vršiti njihovo rangiranje (Jeremić et al., 2011a; Jovanović et al., 2012; Aguillo et al., 2010). Kao najveći problem posebno se ističu relevantnost faktora i vrednosti težinskih koeficijenata koji se dodeljuju indikatorima ARWU liste. Ispitivanjem ovog problema izvršeno je kroz upotrebu metode I-odstojanje (Jeremić et al., 2011a; Jovanović et al., 2012).

Kao što je ranije rečeno, najpopularnija metodologija koja se koristi za rangiranje univerziteta jeste Šangajska – ARWU lista. Zvanična metodologija se bazira na šest indikatora kojima su subjektivno dodeljene različite težinske vrednosti u zavisnosti od toga kako autori percipiraju njihov značaj. Indikatori i njihova objašnjenja su dati u Tabeli 4.1.

ALUMNI predstavlja faktor koji obuhvata sve alumnije univerziteta koji su osvojili Nobelovu nagradu ili Fieldovu medalju iz oblasti matematike. Alumnijski su svi oni koji imaju završene osnovne, master ili doktorske studije na posmatranom univerzitetu. Različite težine se dodeljuju u zavisnosti od perioda kada su završene studije. Ponder od 100% se dodeljuje alumnijima koji su završili studije nakon 1991. godine, 90% se dodeljuje za završetak studija u periodu od 1981. do 1990., 80% za period od 1971. do 1980. i tako dalje, 10% se dodeljuje onima koji su studije završili u periodu od 1901. do 1910. Ukoliko

je osoba završila nekoliko nivoa studija na istom univerzitetu, univerzitet se samo jednom računa.

Tabela 4.1 Indikatori ARWU metodologije za rang listu 2010. godine

Kriterijum	Indikator	Zapis	Ponder
Kvalitet nastave	Ukupan broj alumnija koji su osvojili Nobelovu nagradu u oblasti fizike, hemije, medicine i ekonomije ili Fildovu medalju (Field medal) u oblasti matematike	Alumni	10%
Kvalitet univerziteta	Ukupan broj zaposlenih koji su osvojili Nobelovu nagradu u oblasti fizike, hemije, medicine i ekonomije ili Fildovu medalju (Field medal) u oblasti matematike	Awards	20%
	Broj istraživača koji se često citiraju	HiCi	20%
Kvalitet istraživanja	Broj radova objavljenih u časopisima „Nature“ i „Science“ u periodu od 2006. do 2010. godine	N&S	20%
	Broj radova objavljenih na SCIE i SSCI listi u 2010. godini	PUB	20%
Učinak po zaposlenom	Ponderisane vrednosti prethodnih 5 pokazatelja podeljenih brojem stalno zaposlenog nastavnog osoblja	PCP	10%

Za indikator *AWARDS* se računa ukupan broj zaposlenih na univerzitetu koji su osvojili Nobelovu nagradu iz oblasti fizike, hemije, medicine i ekonomije ili Fildovu medalju iz oblasti matematike. Različite težine se dodeljuju u odnosu na period kada je osvojena nagrada. Ponder od 100% se dodeljuje onima koji su osvojili nagradu nakon 2001, 90% za one koji su to učinili u periodu od 1991. do 2000., 80% za period od 1981. do 1990., i tako dalje, a 10% se dodeljuje za osvajanje u periodu od 1911. do 1920. Ukoliko je osoba zaposlena na više univerziteta, svakom se dodeljuje određeni procenat u zavisnosti od broja univerziteta. Ukoliko je jedna Nobelova nagrada dodeljena većem broju osoba, dodeljuje se vrednost prema procentu učešća u nagradi.

HiCi je faktor kojim se računa ukupan broj istraživača koji se često citiraju (Highly Cited) u 21 kategoriji. Ove osobe se najviše citiraju u kategorijama koje autori ARWU liste smatraju za ključne.

N&S obuhvata ukupan broj radova objavljenih u časopisima „Nature“ i „Science“ u periodu od 2006. do 2010. godine. Ovi časopisi imaju (skoro) najveći „Impakt Faktor“ u

Journal Citation Reports. Da bi se razlikovao doprinos autora, težina od 100% se dodeljuje autoru koji vrši reviziju (zadužen za korespondenciju), 50% za prvog autora (ili drugog ukoliko je prvi isti kao autor za reviziju-korespondenciju), 25% za sledećeg autora, i 10% za sve druge autore.

Indikatorom *PUB* se izražava ukupan broj radova koji su objavljeni na SCIE i SSCI listi 2010. godine. U obzir se uzimaju samo članci i radovi sa konferencija. Prilikom računanja ukupnog broja objavljenih radova jednog univerziteta, radovi koji se objavljuju na SSCI listi dobijaju težinu 2 (odnosno, vrede duplo više od radova sa SCIE liste).

PCP predstavlja ponderisane vrednosti prethodno navedenih pet indikatora, podeljen ukupnim brojem stalno zaposlenog nastavnog osoblja. Ukoliko se podaci za neki univerzitet ili čak za cele države ne mogu pribaviti, koristi se ponderisana vrednost ostalih indikatora. Podaci o zaposlenima se pribavljaju od nacionalnih služba za zapošljavanje, statističkih zavoda, ministarstava obrazovanja i sl (ARWU, 2010).

Zvanična ARWU lista za 2010. godinu se nalazi u Tabeli 4.2 i ona predstavlja normalizovane rezultate svakog univerziteta. Naime, najbolji univerzitet u određenoj kategoriji dobija vrednost 100 i koristi se kao benchmark prema kome se svi ostali univerziteti rangiraju. Ponderisanjem dobijenih skorova i sumiranjem dobija se konačni rezultat – Total Score. Bitno je napomenuti da se pre toga, ponovo vrši normalizacija podataka tako što najbolji univerzitet ponovo dobija vrednost 100 i koristi se kao benchmark. Upravo Jeremić et al., (2011a) i Jovanović et al., (2012) naglašavaju probleme u ovom pristupu i u nastavku rada će biti izloženi ključni rezultati istraživanja.

Tabela 4.2 Zvanična ARWU lista

Rang	UNIVERZITET	Država	Alumni	Award	HiCi	N&S	Pub	Ukupan skor
1	Harvard University	SAD	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2	University of California, Berkeley	SAD	67.6	79.3	69.0	70.9	70.6	72.4
3	Stanford University	SAD	40.2	78.4	87.6	68.4	69.7	72.1
4	Massachusetts Institute of Technology (MIT)	SAD	70.5	80.3	66.8	70.1	61.4	71.4
5	University of Cambridge	UK	88.5	92.6	53.9	54.3	65.7	69.6
6	California Institute of Technology	SAD	50.3	68.8	56.7	64.8	46.9	64.5
7	Princeton University	SAD	56.4	84.8	61.1	43.3	44.3	60.8
8	Columbia University	SAD	70.7	67.4	56.2	47.6	69.9	60.4
9	University of Chicago	SAD	65.5	83.9	50.9	39.8	50.5	57.3

Rang	UNIVERZITET	Država	Alumni	Award	HiCi	N&S	Pub	Ukupan skor
10	University of Oxford	UK	56.2	57.6	48.8	49.8	68.5	56.4
11	Yale University	SAD	48.6	44.9	58.5	56.3	62.0	54.6
12	Cornell University	SAD	42.3	51.1	54.3	49.9	59.5	52.6
13	University of California, Los Angeles	SAD	27.2	42.6	56.9	49.2	75.1	52.2
14	University of California, San Diego	SAD	15.1	35.8	60.2	54.6	65.1	50.0
15	University of Pennsylvania	SAD	32.9	34.3	57.1	46.9	68.6	49.0
16	University of Washington	SAD	24.4	31.7	53.9	51.6	72.5	48.7
17	University of Wisconsin - Madison	SAD	36.5	35.4	51.9	40.2	66.1	46.4
18	The Johns Hopkins University	SAD	43.6	32.1	42.0	49.4	64.0	46.0
19	University of California, San Francisco	SAD	0.0	40.1	53.4	51.8	60.7	46.0
20	The University of Tokyo	Japan	33.3	14.1	42.0	52.0	80.4	45.9
21	University College London	UK	32.9	32.1	39.4	44.6	67.0	44.4
22	University of Michigan - Ann Arbor	SAD	36.5	0.0	59.8	43.4	79.8	44.2
23	Swiss Federal Institute of Technology Zurich	Švajcarska	34.1	36.1	36.3	43.6	53.6	43.4
24	Kyoto University	Japan	33.7	34.7	38.1	36.0	67.6	43.1
25	University of Illinois at Urbana-Champaign	SAD	35.4	36.5	42.6	37.1	58.6	42.6
26	The Imperial College of Science, Technology and Medicine	UK	17.7	37.2	41.4	36.9	62.3	41.9
27	University of Toronto	Kanada	23.8	19.2	38.8	38.3	80.3	41.8
28	University of Minnesota, Twin Cities	SAD	30.6	16.2	50.4	36.1	66.6	40.6
29	Northwestern University	SAD	18.5	18.9	48.3	35.9	59.7	38.4
30	Washington University in St. Louis	SAD	21.3	25.9	38.8	41.0	54.8	38.1
31	New York University	SAD	32.4	24.4	40.7	36.2	54.4	37.8
32	University of California, Santa Barbara	SAD	14.1	30.7	38.8	41.7	44.7	37.1
33	University of Colorado at Boulder	SAD	16.0	35.1	42.0	33.3	42.6	37.1
34	Rockefeller University	SAD	19.2	58.4	28.8	42.3	21.0	36.7
35	Duke University	SAD	17.7	0.0	45.8	42.2	62.0	35.3
36	University of British Columbia	Kanada	17.7	18.9	32.2	30.8	65.7	34.7
37	University of Maryland, Coll. Park	SAD	22.0	19.9	41.4	29.0	53.6	34.7
38	The University of Texas at Austin	SAD	18.5	16.6	46.1	28.4	54.4	34.5
39	Pierre and Marie Curie University - Paris 6	Francuska	34.8	23.5	24.9	28.8	59.9	34.1
40	University of Copenhagen	Danska	26.1	24.1	26.0	26.0	56.4	33.4
41	University of North Carolina at Chapel Hill	SAD	10.7	16.2	39.4	27.7	60.6	33.3
42	Karolinska Institute	Švedska	26.1	27.2	31.4	20.5	49.9	33.2
43	Pennsylvania State University - University Park	SAD	11.9	0.0	46.6	37.4	56.1	32.5
44	The University of Manchester	UK	23.2	18.9	27.9	28.0	59.1	32.4
45	University of Paris Sud (Paris 11)	Francuska	31.7	46.0	12.5	20.8	49.9	32.4
46	University of California, Davis	SAD	0.0	29.3	36.7	26.3	49.3	32.0

Rang	UNIVERZITET	Država	Alumni	Award	HiCi	N&S	Pub	Ukupan skor
47	University of California, Irvine	SAD	0.0	0.0	47.2	31.7	63.0	32.0
48	University of Southern California	SAD	0.0	26.7	38.8	26.3	53.1	32.0
49	The University of Texas Southwestern Medical Center at Dallas	SAD	20.6	33.1	30.5	29.9	38.4	31.8
50	Utrecht University	Holandija	26.1	20.9	27.9	30.4	48.2	31.7
51	University of Zurich	Švajcarska	10.7	26.7	26.4	28.7	50.6	31.2
52	University of Munich	Nemačka	31.5	22.8	16.1	26.3	54.5	31.1
53	Vanderbilt University	SAD	17.7	29.5	31.4	20.2	50.8	31.0
54	Rutgers, The State University of New Jersey – New Brunswick	SAD	13.1	19.9	40.1	27.9	43.7	30.9
55	The University of Edinburgh	UK	19.2	16.6	26.0	34.2	51.3	30.9
56	Technical University Munich	Nemačka	39.2	23.5	24.9	19.5	46.5	30.7
57	University of Pittsburgh	SAD	21.3	0.0	42.0	23.4	63.1	30.7
58	Carnegie Mellon University	SAD	32.9	32.7	30.5	15.2	34.2	30.2
59	The Australian National University	Australija	15.1	12.6	36.0	27.8	43.8	29.6
60	The Ohio State University - Columbus	SAD	15.1	0.0	41.7	22.8	62.0	29.6
61	McGill University	Kanada	31.1	0.0	32.2	22.9	59.6	29.5
62	University of Melbourne	Australija	19.9	14.1	22.8	18.7	63.1	29.3
63	King's College London	UK	14.1	23.0	31.4	16.7	50.7	29.2
64	University of Heidelberg	Nemačka	16.9	27.0	17.6	23.0	50.6	29.1
65	Brown University	SAD	16.0	13.6	31.4	29.6	41.9	29.0
66	University of Bristol	UK	9.2	17.8	28.8	29.1	47.3	28.9
67	Uppsala University	Švedska	22.0	32.1	14.4	19.9	49.5	28.9
68	University of Florida	SAD	19.2	0.0	36.7	20.6	63.9	28.8
69	Purdue University - West Lafayette	SAD	16.0	16.6	29.7	22.4	51.8	28.6
70	Leiden University	Holandija	21.3	15.4	27.9	19.9	47.8	28.4
71	Ecole Normale Superieure - Paris	Francuska	50.8	24.4	12.5	18.7	27.9	28.3
72	The Hebrew University of Jerusalem	Izrael	31.5	19.9	24.9	20.8	41.6	28.1
73	Moscow State University	Rusija	46.8	34.1	0.0	9.6	52.4	27.9
74	Osaka University	Japan	10.7	0.0	26.9	27.9	60.2	27.7
75	University of Oslo	Norveška	22.0	33.3	17.6	13.5	46.6	27.7
76	Boston University	SAD	13.1	11.5	29.7	24.7	50.0	27.3
77	University of Arizona	SAD	0.0	0.0	29.7	37.5	52.1	26.8
78	Stockholm University	Švedska	25.0	29.5	16.1	20.4	37.5	26.4
79	Nagoya University	Japan	24.4	14.1	16.1	24.3	48.1	26.4
80	Arizona State University - Tempe	SAD	0.0	19.9	24.9	26.9	44.3	26.1
81	University of Rochester	SAD	0.0	11.5	30.5	27.0	46.6	25.8
82	University of Utah	SAD	28.2	8.9	26.9	20.6	43.3	25.7
83	Tohoku University	Japan	16.0	0.0	21.6	20.8	60.3	25.7
84	University of Nottingham	UK	13.1	19.9	23.9	16.1	47.6	25.7
85	Michigan State University	SAD	10.7	0.0	37.4	19.1	52.4	25.5
86	University of Basel	Švajcarska	22.0	17.0	22.8	19.4	36.2	25.5
87	McMaster University	Kanada	14.1	18.9	22.8	14.8	47.3	25.2
88	The University of Sheffield	UK	19.9	14.1	21.0	21.3	44.3	25.2

Rang	UNIVERZITET	Država	Alumni	Award	HiCi	N&S	Pub	Ukupan skor
89	Ghent University	Nemačka	7.5	15.4	17.6	15.1	54.4	25.1
90	Indiana University Bloomington	SAD	11.9	22.7	24.9	18.5	39.9	25.1
91	University of Sydney	Australija	16.9	0.0	20.4	18.4	61.4	25.0
92	University of Bonn	Nemačka	32.9	19.9	14.4	17.2	40.7	24.9
93	University of Goettingen	Nemačka	16.9	19.9	14.4	23.3	42.5	24.9
94	Texas A&M University – College Station	SAD	0.0	0.0	34.5	21.0	54.0	24.8
95	University of Virginia	SAD	0.0	0.0	34.5	26.8	47.5	24.5
96	Case Western Reserve University	SAD	34.5	11.5	21.6	14.3	41.9	24.3
97	University of Aarhus	Danska	13.1	18.9	7.2	23.5	48.4	24.2
98	Rice University	SAD	18.5	21.8	21.6	18.8	30.2	24.0
99	University of Birmingham	UK	21.3	10.9	21.6	16.2	46.4	24.0

Rezultati dobijeni primenom unapređene metode I-odstojanja su predstavljeni u Tabeli 4.3. Originalni podaci su prikupljeni iz resursa koji su navedeni u oficijelnoj ARWU metodologiji (ARWU, 2010). Za varijable *Alumni* i *Awards* (dobitnike Nobelove nagrade i Fieldove medalje), podaci su prikupljeni sa oficijelnih referenci (Nobel, 2010; Fields, 2010). Potrebno je naglasiti da su uzeti u obzir samo dobitnici Nobelove nagrade iz oblasti fizike, hemije, medicine i ekonomije (kao što je predviđeno u oficijelnoj metodologiji). Podaci neophodni za *HiCi* kriterijum su prikupljeni sa oficijelnog sajta za vrednovanje visokocitiranih istraživača, (HiCi, 2010). Konačno, i za *N&S* i za *PUB*, podaci su prikupljeni iz Web of Knowledge baze podataka (Web of Knowledge, 2010). Što se tiče procesa prikupljanja podataka za *PCP* indikator, neophodno je bilo doći u posed broja stalno zaposlenog nastavnog osoblja za svaki univerzitet; podaci su prikupljeni u skladu sa preporukama ARWU metodologije i kroz ovo istraživanje 54 najbolja SAD univerziteta su analizirana. Ovaj pristup je primenjen upravo zbog činjenice da samo SAD univerziteti imaju potpuno transparentan broj nastavnog kadra.

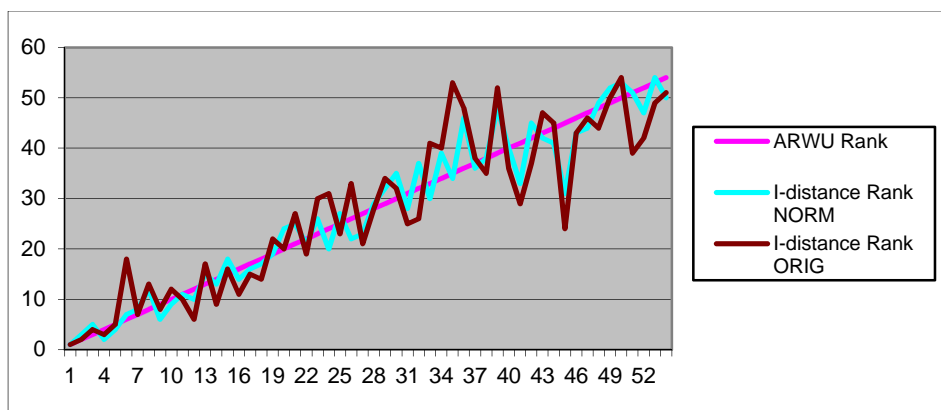
Kao što možemo primetiti, Harvard zauzima vodeće mesto kada se metoda I-odstojanje sprovede i na originalnim i na normalizovanim podacima. Korelacija u rangovima univerziteta za normalizovane i oficijelne ARWU liste je visoka i značajna, $r_s=0.970, p<0.01$.

Tabela 4.3 Rezultati metode I-odstojanje na originalnim i oficijanim ARWU normalizovanim podacima za ARWU 2010 rang listu – 54 najbolja SAD univerziteta – kao i razlike u rangovima (NORM-ORIG)

Univerzitet	ARWU Rang	I-odstojanje NORM	I-odstojanje Rang NORM	I-odstojanje ORIG	I-odstojanje Rang ORIG	Razlika u rangu (NORM-ORIG)
Harvard Univ.	1	9.573	1	9.972	1	0
Univ. of California, Berkeley	2	6.418	3	5.413	2	1
Stanford Univ.	3	5.997	5	4.452	4	1
Massach Instit of Techn (MIT)	4	6.481	2	5.167	3	-1
California Institute of Technology	5	6.297	4	3.974	5	-1
Princeton Univ.	6	4.507	7	2.115	18	-11
Columbia Univ.	7	4.432	8	3.275	7	1
Univ. of Chicago	8	3.893	12	2.643	13	-1
Yale Univ.	9	4.559	6	2.970	8	-2
Cornell Univ.	10	4.107	9	2.653	12	-3
Univ. of California, Los Angeles	11	3.914	11	2.762	10	1
Univ. of California, San Diego	12	4.084	10	3.285	6	4
Univ. of Pennsylvania	13	3.649	15	2.161	17	-2
Univ. of Washington	14	3.834	13	2.845	9	4
Univ. of Wisconsin - Madison	15	3.170	18	2.251	16	2
The Johns Hopkins Univ.	16	3.709	14	2.698	11	3
Univ. of California, San Francisco	17	3.585	16	2.274	15	1
Univ. of Michigan - Ann Arbor	18	3.359	17	2.497	14	3
Univ. of Illinois at Urbana-Champaign	19	2.857	19	1.673	22	-3
Univ. of Minnesota, Twin Cities	20	2.683	24	1.814	20	4
Northwestern Univ.	21	2.539	25	1.380	27	-2
Washington Univ. in St. Louis	22	2.759	21	1.847	19	2
New York Univ.	23	2.510	26	1.288	30	-4
Univ. of California, Santa Barbara	24	2.759	20	1.240	31	-11
Univ. of Colorado at Boulder	25	2.381	27	1.629	23	4
Rockefeller Univ.	26	2.714	22	1.062	33	-11
Duke Univ.	27	2.707	23	1.683	21	2
Univ. of Maryland, College Park	28	2.000	29	1.348	28	1
The Univ. of Texas at Austin	29	1.916	32	1.058	34	-2
Univ. of North Carolina at Chapel Hill	30	1.796	35	1.109	32	3
Pennsylvania State Univ. – Univ. Park	31	2.261	28	1.536	25	3
Univ. of California, Davis	32	1.580	37	1.477	26	11
Univ. of California, Irvine	33	1.933	30	0.811	41	-11

Univerzitet	ARWU Rang	I-odstojanje NORM	I-odstojanje Rang NORM	I-odstojanje ORIG	I-odstojanje Rang ORIG	Razlika u rangu (NORM-ORIG)
Univ. of Southern California	34	1.489	39	0.822	40	-1
The Univ. of Texas Southwestern Medical Centre at Dallas	35	1.803	34	0.436	53	-19
Vanderbilt Univ.	36	1.241	46	0.585	48	-2
Rutgers, The State Univ. of New Jersey - New Brunswick	37	1.639	36	0.947	38	-2
Univ. of Pittsburgh	38	1.500	38	0.980	35	3
Carnegie Mellon Univ.	39	1.22	48	0.443	52	-4
The Ohio State Univ. – Columbus	40	1.379	40	0.959	36	4
Brown Univ.	41	1.818	33	1.300	29	4
Univ. of Florida	42	1.249	45	0.949	37	8
Purdue Univ. – West Lafayette	43	1.293	42	0.658	47	-5
Boston Univ.	44	1.313	41	0.725	45	-4
Univ. of Arizona	45	1.925	31	1.588	24	7
Arizona State Univ. – Tempe	46	1.285	43	0.800	43	0
Univ. of Rochester	47	1.265	44	0.689	46	-2
Univ. of Utah	48	1.166	49	0.774	44	5
Michigan State Univ.	49	0.946	52	0.574	50	2
Indiana Univ. Bloomington	50	0.849	53	0.367	54	-1
Texas A&M Univ. – College Station	51	0.984	51	0.833	39	12
Univ. of Virginia	52	1.220	47	0.801	42	5
Case Western Reserve Univ.	53	0.837	54	0.580	49	5
Rice Univ.	54	0.986	50	0.488	51	-1

S druge strane, korelacija između rangova dobijenih pomoću originalnih i normalizovanih podataka je takođe značajna, $r_s=0.940$, $p<0.01$. Posebno je interesantna činjenica da vodeći univerziteti imaju vrlo slične rangove u oba slučaja (izuzev Univerziteta Princeton). Međutim, veliki broj univerziteta ima velike oscilacije u rangu (vidi Grafik 4.1). Takođe, ključno je istaći da samo dva univerziteta imaju isti rang korišćenjem normalizovanih i originalnih podataka. Posebno moramo istaći Univerzitet Princeton koji ima ogromne oscilacije u svom rangu. Naime, kada se analiza sprovede na ARWU normalizovanim podacima, Princeton zauzima 7. mesto (šesti je na oficijelnoj ARWU rang listi). Međutim, kada se metoda I-odstojanje sprovede na originalnim podacima – Princeton pada na 18. mesto (razlika od 11 mesta). Pored ovoga, još šest univerziteta doživljava fluktuaciju ranga za više od 10 mesta.



Grafik 4.1 Poređenje ARWU i rangova za metodu I-odstojanje (normalizovani i originalni podaci)

Prikupljeni podaci su detaljno analizirani i koeficijent korelacije svake ulazne varijable sa vrednošću I-odstojanja je izračunat. Ovo je jedan od ključnih delova rada, pošto pruža informaciju u kojoj meri su za proces rangiranja važne svaka od šest varijabli/kriterijuma/indikatora. Rezultati predstavljeni u Tabeli 4.4 jasno pokazuju da je najznačajnija varijabla u ARWU normalizovanim podacima *Skor za N&S*. Korelacija je izuzetno visoka sa $r=0.976$. Sličan zaključak se izvodi i kada se metoda I-odstojanje sprovede na originalnim podacima ($r=0.984$). Kao što se da primetiti, ulazne varijable imaju sličan uticaj na krajnje rezultate i kroz pristup zasnovan na originalnim i na normalizovanim podacima. Jedina nekonzistentnost je *Skor za PUB*, koji najslabije korelira u analizi sprovedenoj na normalizovanim podacima, $r=0.604$. S druge strane, ista varijabla je neuporedivo važnija kada se metod sprovede na originalnim podacima ($r=0.757$).

Svakako da je potrebno posebnu pažnju usmeriti na univerzitete sa najvećim oscilacijama u rang. Tabela 4.5 upravo predstavlja prikaz sedam univerziteta sa takvim problemima. Jasno se primećuje da Univerzitet Princeton ima 2432 SCIE & SSCI radova i kao normalizovani skor za ovu varijablu je dobio 44.3 poena. Međutim, University of California - Davis je objavio 4969 radova i ima tek neznatno bolji rezultat od Princetona (49.3). Apsolutno je nejasno kako je normalizacija podataka toliko drastično redukovala razlike u istraživačkom izlazu ova dva univerziteta. Sličan komentar može se primetiti i za University of California – Irvine i Texas A&M University, koji imaju bolji *Skor za PUB* od University of California – Davis, ali takođe manji broj radova na SCIE i SSCI listama.

Tabela 4.4. Korelacija između ulaznih varijabli i vrednosti I-odstojanja dobijene na originalnim i normalizovanim ARWU podacima

	Korelacije	
	I-odstojanje NORM	I-odstojanje ORIG
Skor za N&S	0.976	0.984
Skor za HiCi	0.908	0.919
Skor za Award	0.828	0.732
Skor za PCP	0.818	0.816
Skor za Alumni	0.808	0.808
Skor za PUB	0.604	0.757

Takođe, nejasno je kako je moguće da University of California – Irvine i Texas A&M University nemaju poene u *Skor za Awards*, iako imaju nastavnike koji su u trenutku dobijanja nagrade radili na pomenutim univerzitetima. Sve to podstiče brojne komentare o validnosti Šangajske liste i zaključke da rangiranje nije urađeno na adekvatan način.

Tabela 4.5 Prikaz sedam SAD univerziteta sa najvećim oscilacijama u rang

ARWU Rang	Univerzitet	Podaci	Alumni	Award	HiCi	N&S	PUB	PCP	I-odstojanje rang
6	Princeton Univ	NORM	56.4	84.8	61.1	43.3	44.3	65.5	7
		ORIG	17.0	23.0	74.0	123.0	2432.0	2.417	18
24	Univ. of California, Santa Barbara	NORM	14.1	30.7	38.8	41.7	44.7	33.5	20
		ORIG	1.0	7.0	33.0	99.0	2268.0	2.049	31
26	Rockefeller Univ.	NORM	19.2	58.4	28.8	42.3	21.0	35.6	22
		ORIG	2.0	22.0	16.0	110.0	563.0	1.093	33
32	Univ. of California, Davis	NORM	0.0	29.3	36.7	26.3	49.3	26.9	37
		ORIG	0.0	0.0	42.0	97.0	4969.0	2.119	26
33	Univ. of California, Irvine	NORM	0.0	0.0	47.2	31.7	63.0	26.0	30
		ORIG	0.0	4.0	25.0	60.0	3128.0	1.260	41
35	The Univ. of Texas Southwestern Medical Centre at Dallas	NORM	20.6	33.1	30.5	29.9	38.4	23.5	34
		ORIG	2.0	4.0	22.0	26.0	1745.0	1.387	53
51	Texas A&M Univ. College Station	NORM	0.0	0.0	34.5	21.0	54.0	21.0	51
		ORIG	0.0	1.0	24.0	54.0	4069.0	1.483	39

Gotovo odmah nakon pojavljivanja Šangajske ARWU liste veliki broj istraživača, među kojima se izdvojio van Raan (2005a), je ušao u oštru diskusiju sa kreatorima ARWU metodologije (Liu & Cheng, 2005; Liu et al., 2005; van Raan, 2005b). Tokom poslednjih godina kritike su značajno učestalije i konkretnije. Naime, nekoliko pitanja se vrlo često navode kao potencijalni nedostaci ARWU rang liste. Na primer, kriterijumi *Award* i *Alumni* uzimaju u obzir samo dve subjektivno dodeljene nagrade. Takav pristup ne pokriva značajan broj nagrada iz drugih naučnih oblasti. Nagrade poput “*A. M. Turing Award*” u oblasti *Računarskih nauka* ili “*Bruce Gold Medal*” u oblasti *Astronomije* su jedan od brojnih primera prestižnih nagrada koje su potpuno ignorisane od strane ARWU metodologije (Billaut et al., 2010). Takođe, kriterijum *N&S* posmatra samo dva subjektivno izabrana časopisa. Pored toga, gotovo je paradoksalno da radovi sa većim brojem autora imaju veću težinu od rada jednog autora (Billaut et al., 2010). Konačno, vrednosti težinskih koeficijenata koji se dodeljuju indikatorima ARWU liste predstavljaju poseban izazov za brojne istraživače (Dehon et al., 2010). Shodno tome, prikupljeni su podaci koje je ARWU tim objavio na zvaničnom sajtu i sprovedena je metoda I-odstojanja (Jeremić et al., 2011a). Cilj nam je da utvrdimo da li vrednosti težinskih koeficijenata odgovaraju realnoj slici i kao krajnji ishod želimo da pokažemo da su nužne promene u sistemu ARWU rangiranja najboljih svetskih univerziteta. Rezultati metode su prikazani u Tabeli 4.6.

Tabela 4.6 Rezultati metode I-odstojanje, vrednost I-odstojanja i rang za 2008. godinu

ARWU Rang	UNIVERZITET	Zemlja	Vrednost I-odstojanja	Rang po I-odstojanju	Razlika u rang u – I-odstojanje vs. ARWU
1	Harvard Univ.	SAD	9.907	1	0
4	Univ. of Cambridge	UK	7.818	2	2
3	Univ. of California – Berkeley	SAD	6.793	3	0
5	Massachusetts Inst Tech (MIT)	SAD	6.780	4	1
7	Columbia Univ.	SAD	6.462	5	2
6	California Inst. Tech	SAD	5.840	6	0
9	Univ. of Chicago	SAD	5.839	7	2
10	Univ. of Oxford	UK	5.551	8	2
8	Princeton Univ.	SAD	5.507	9	-1
2	Stanford Univ.	SAD	5.467	10	-8
11	Yale Univ.	SAD	4.896	11	0
12	Cornell Univ.	SAD	4.510	12	0
20	Johns Hopkins Univ.	SAD	4.288	13	7
17	Univ. of Wisconsin - Madison	SAD	3.937	14	3
19	Tokyo Univ.	Japan	3.769	15	4
21	Univ. of Michigan - Ann Arbor	SAD	3.743	16	5
24	Swiss Fed Inst. Tech - Zurich	Švajcarska	3.723	17	7

ARWU Rang	UNIVERZITET	Zemlja	Vrednost I-odstojanja	Rang po I-odstojanju	Razlika u rangu – I-odstojanje vs. ARWU
15	Univ. of Pennsylvania	SAD	3.698	18	-3
73	Ecole Normale Super Paris	Francuska	3.689	19	54
23	Kyoto Univ.	Japan	3.674	20	3
26	Univ. of Illinois - Urbana Champaign	SAD	3.634	21	5
13	Univ. of California - Los Angeles	SAD	3.592	22	-9
70	Moscow State Univ.	Rusija	3.587	23	47
22	Univ. College London	UK	3.532	24	-2
16	Univ. of Washington - Seattle	SAD	3.433	25	-9
25	Univ. of Toronto	Kanada	3.242	26	-1
28	Univ. of Minnesota - Twin Cities	SAD	3.232	27	1
31	New York Univ.	SAD	3.184	28	3
57	Tech Univ. Munich	Nemačka	3.160	29	28
43	Univ. of Paris 06	Francuska	3.158	30	13
14	Univ. of California - San Diego	SAD	3.075	31	-17
49	Univ. of Paris 11	Francuska	2.950	32	17
56	Univ. of Munich	Nemačka	2.922	33	23
29	Washington Univ. - St. Louis	SAD	2.877	34	-5
27	Imperial College London	UK	2.810	35	-8
45	Univ. of Copenhagen	Danska	2.713	36	9
84	Case Western Reserve Univ.	SAD	2.664	37	47
47	Univ. of Utrecht	Holandija	2.653	38	9
40	Univ. of Manchester	UK	2.608	39	1
90	Univ. Goettingen	Nemačka	2.578	40	50
33	Rockefeller Univ.	SAD	2.558	41	-8
65	Hebrew Univ. - Jerusalem	Izrael	2.539	42	23
51	Karolinska Inst. Stockholm	Švedska	2.529	43	8
30	Northwestern Univ.	SAD	2.526	44	-14
35	Univ. of British Columbia	Kanada	2.518	45	-10
62	Carnegie Mellon Univ.	SAD	2.518	46	16
32	Duke Univ.	SAD	2.504	47	-15
37	Univ. of Maryland - College Park	SAD	2.488	48	-11
75	Univ. of Rochester	SAD	2.470	49	26
60	McGill Univ.	Kanada	2.426	50	10
41	Univ. of Texas South-western Med Center	SAD	2.393	51	-10
64	Univ. of Oslo	Norveška	2.279	52	12
52	Univ. of Pittsburgh - Pittsburgh	SAD	2.279	53	-1
44	Vanderbilt Univ.	SAD	2.252	54	-10
55	Univ. of Edinburgh	UK	2.251	55	0
72	Uppsala Univ.	Švedska	2.243	56	16
34	Univ. of Colorado - Boulder	SAD	2.230	57	-23
39	Univ. of Texas - Austin	SAD	2.193	58	-19
86	Stockholm Univ.	Švedska	2.189	59	27
58	Univ. of Florida	SAD	2.152	60	-2
18	Univ. of California - San Francisco	SAD	2.137	61	-43
76	Univ. of Leiden	Holandija	2.095	62	14

ARWU Rang	UNIVERZITET	Zemlja	Vrednost I-odstojanja	Rang po I-odstojanju	Razlika u rang-u – I-odstojanje vs. ARWU
78	Univ. of Sheffield	UK	2.093	63	15
97	Lund Univ.	Švedska	2.089	64	33
87	Univ. of Basel	Švajcarska	2.049	65	22
67	Univ. of Heidelberg	Nemačka	2.007	66	1
91	Univ. of Birmingham	UK	1.973	67	24
69	Univ. of Helsinki	Finska	1.951	68	1
96	Univ. of Freiburg	Nemačka	1.949	69	27
38	Univ. of North Carolina - Chapel Hill	SAD	1.937	70	-32
79	Tohoku Univ.	Japan	1.922	71	8
42	Pennsylvania State Univ. - Univ. Park	SAD	1.913	72	-30
59	Australian Natl. Univ.	Australija	1.908	73	-14
66	Purdue Univ. - West Lafayette	SAD	1.894	74	-8
53	Univ. of Zurich	Švajcarska	1.837	75	-22
71	Brown Univ.	SAD	1.832	76	-5
63	Ohio State Univ. - Columbus	SAD	1.810	77	-14
54	Rutgers State Univ. - New Brunswick	SAD	1.793	78	-24
74	Univ. of Melbourne	Australija	1.763	79	-5
100	Univ. of Sydney	Australija	1.754	80	20
99	Univ. of Bonn	Nemačka	1.751	81	18
98	Rice Univ.	SAD	1.751	82	16
81	King's College London	UK	1.731	83	-2
68	Osaka Univ.	Japan	1.714	84	-16
93	Aarhus Univ.	Danska	1.685	85	8
61	Univ. of Bristol	UK	1.654	86	-25
82	Univ. of Nottingham	UK	1.646	87	-5
89	McMaster Univ.	Kanada	1.616	88	1
83	Boston Univ.	SAD	1.577	89	-6
36	Univ. of California - Santa Barbara	SAD	1.448	90	-54
92	Indiana Univ. - Bloomington	SAD	1.427	91	1
85	Michigan State Univ.	SAD	1.396	92	-7
46	Univ. of California - Irvine	SAD	1.315	93	-47
48	Univ. of California - Davis	SAD	1.264	94	-46
50	Univ. of Southern California	SAD	1.243	95	-45
77	Univ. of Arizona	SAD	1.101	96	-19
80	Univ. Utah	SAD	1.029	97	-17
88	Texas A&M Univ. - Coll Station	SAD	0.894	98	-10
94	Arizona State Univ. - Tempe	SAD	0.884	99	-5
95	Univ. of Virginia	SAD	0.847	100	-5

Kao što možemo primetiti u Tabeli 4.6, Harvard University zauzima čelnu poziciju i na ARWU i na I-odstojanje listi. Korelacija između izračunatih vrednosti I-odstojanja i *ARWU Ukupnog Skora* je značajna, $r=0.921$, $p<0.01$. Posebno je interesantno da se u prvih

12 na obe liste nalaze isti univerziteti, samo u malo promenjenom redosledu. Naime, korelacija između ARWU i I-odstojanje rang liste je značajna (Spearman's rho je korišćen, $r_s=0.772$, $p<0.01$). Ako uzmemo u razmatranje samo evropske univerzitete, korelacija je značajna sa $r_s=0.689$, $p<0.01$. S druge strane, ako posmatramo samo univerzitete iz SAD-a, korelacija je takođe značajna, $r_s=0.879$, $p<0.01$. Možemo utvrditi statistički značajnu razliku između koeficijenta korelacije evropskih i SAD univerziteta ($p=0.0235$).

Međutim, predloženi rang dobijen metodom I-odstojanja za određene evropske univerzitete se značajno razlikuje u odnosu na oficijelnu ARWU listu. Na primer, Ecole Normale Super Paris i Moscow State University Lomonosov su najdrastičniji primeri. Oni su izuzetno loše plasirani na ARWU listi (73. i 70. mesto), dok ih s druge strane metoda I-odstojanje rangira na mesta 19. i 23. Posebno je interesantna činjenica da je na ove univerzitete već skrenuta pažnja u ranijim istraživanjima od strane Dehon et al. (2010). Ako se udubimo u analizu, možemo uočiti da je najslabija tačka ova dva evropska univerziteta varijabla "HiC?"- broj visoko citiranih autora određene institucije/univerziteta. Upravo svi evropski univerziteti imaju sličan problem, dok recimo univerziteti sa područja SAD-a nemaju slične probleme (čak nasuprot, imaju odlične vrednosti indikatora "HiC?", statistički značajno veće od svojih evropskih kolega - $p<0.01$). Sličan zaključak se može izvesti i za varijable "PUB" i "N&S", u oba slučaja SAD univerziteti su mnogostruko bolji od evropskih ($p<0.01$).

Podatke smo dodatno evaluirali i izračunati su koeficijenti korelacije ulaznih varijabli sa vrednošću dobijenog I-odstojanja i ARWU *Ukupnog Skora*. Ovo je ključan aspekt analize, zato što nam pruža informaciju koliko je bitna svaka od šest ulaznih varijabli. Rezultati su prikazani u Tabeli 4.7, koja ističe da je najvažnija varijabla prilikom izračunavanja vrednosti I-odstojanja *Alumni* (korelacija je značajna, $r=0.948$). Sve navedeno nužno uslovljava pitanje da li je trenutni sistem subjektivno dodeljenih težinskih koeficijenta adekvatan. Postoje brojne nedoslednosti između značaja pojedinih varijabli; recimo, varijabla *PUB* ima gotovo neznačajnu korelaciju sa $r=0.508$. Ovo navodi na razmišljanje da je proces dodele težinskih koeficijenta izuzetno osetljivo pitanje i mora mu se obrazivo pristupiti.

S druge strane, varijabla *Alumni* je manje značajna za process rangiranja po ARWU metodologiji. Naime, postoji statistički značajna razlika između ova dva koeficijenta korelacije (korelacije *Alumni* & I-odstojanje i *Alumni* & ARWU *Ukupni Skor*), $p=0.0000$. Ovo u suštini znači da varijabla *Alumni* drugačije utiče na konačan rang u ova dva pristupa

rangiranju (I-odstojanje i ARWU). I-odstojanje posmatra varijablu *Alumni* kao najznačajniju, dok je ARWU smešta na peto mesto po značaju.

Tabela 4.7 Korelacija ulaznih varijabli sa dobijenom vrednošću I-odstojanja i ARWU

	Ukupnog skora			Razlika između korelacija p-vrednost
	Korelacije		Ukupni skor	
	I-odstojanje	ARWU		
Alumni	0.948		0.751	0.0000
Award	0.840		0.832	0.8534
N&S	0.778		0.931	0.0000
PCP	0.748		0.780	0.5925
HiCi	0.679		0.875	0.0003
PUB	0.508		0.633	0.1958

Takođe, treba istaći da je za process rangiranja po ARWU metodologiji ključna varijabla *N&S*; dok je za metodu I-odstojanje, ona tek treća po značaju. Posebno treba istaći da su varijable "*Alumni*", "*N&S*" i "*HiCi*", koje su u savremenoj literature pritom najčešće istaknute kao problematične (Billaut et al., 2010), upravo one varijable koje drugačije utiču na proces rangiranja kroz različite pristupe (I-odstojanje i ARWU). Ostale varijable imaju sličan uticaj na proces rangiranja kroz ova dva pristupa. U nastavku, posebno treba istaći neophodnost temeljne analize univerziteta koji su pretrpeli najveće promene u rangu kada se umesto oficijelne ARWU metodologije primeni predložena metoda I-odstojanje. Tabela 4.8 prikazuje 3 evropska i 3 SAD univerziteta sa najvećim oscilacijama u rangu.

Tabela 4.8 Poređenje tri evropska i tri SAD univerziteta

UNIVERZITET	Zemlja	Alumni	Award	HiCi	N&S	PUB	PCP	Rang I-odstojanje	ARWU Rang	Promena u rangu
Ecole Normale Super Paris	Francuska	53.4	24.5	12.6	17.2	25.9	56.2	19	73	54
Moscow State Univ.	Rusija	49.1	34.2	0.0	8.3	53.2	33.4	23	70	47
Univ. of Goettingen	Nemačka	34.5	20.0	14.6	16.5	40.3	25.6	40	90	50
Univ. of California Irvine	SAD	0.0	29.4	37.2	27.5	49.3	32.9	93	46	-47
Univ. of California Davis	SAD	0.0	0.0	46.7	31.7	63.2	30.0	94	48	-46
Univ. of Southern California	SAD	0.0	26.8	38.6	24.7	52.6	26.7	95	50	-45

Kao što možemo primetiti, tri navedena SAD univerziteta (sva tri iz Kalifornije) se nalaze pri kraju Top 100 liste dobijene pomoću metode I-odstojanje. S druge strane, po ARWU metodologiji se nalaze oko 50. mesta. Sva tri univerziteta nemaju poene za varijablu *Alumni*. Upravo je ovo razlog njihovog lošeg plasmana po metodi I-odstojanje. Varijabla *Alumni* je najznačajnija za proces rangiranja pomoću metode I-odstojanja pa su stoga navedeni SAD univerziteta kažnjeni lošim plasmanom. Nasuprot njima, evropski univerziteta imaju relativno visoke vrednosti ovog indikatora i kao posledicu visok rang, neuporedivo bolji od zvanične ARWU rang liste. S druge strane, SAD univerziteta su apsolutno dominantni u varijablama *N&S* i *HiCi*. Upravo se razlika između evropskih i SAD univerziteta na ARWU listi pravi na osnovu ovih indikatora. Profesori američkih univerziteta su neuporedivo uspešniji od svojih evropskih kolega u pogledu objavljivanja radova u časopisima *Nature* i *Science*. Razlika je posebno izražena u pogledu varijable *HiCi*, gde apsolutna većina visoko citiranih autora dolazi iz univerziteta sa područja SAD. Shodno tome, ove varijable su zaslužne za visok ARWU plasman ova tri SAD univerziteta.

Jedna od značajnih mana ARWU metodologije je odsustvo indikatora izvrsnosti objavljenih naučnih radova (na primer, procenat radova koji određena institucija objavljuje u časopisima koji su indeksirani kao M21 – prvih 20/30% u svojoj kategoriji). Stoga, je poslednja verzija SCImago Institutions Rankings (SIR) rang liste (SIR, 2011), koja je kvantifikovala istraživački izlaz 3042 vrhunske svetske istraživačke organizacije, privukla veliku pažnju javnosti (Prathap, 2012b). Ovaj pristup integriše kvantitativni i kvalitativni aspekt objavljenih radova u SCOPUS bazi. Izlaz (Output - O) je indikator koji predstavlja ukupan broj objavljenih radova jedne institucije. Pet ostalih indikatora objašnjava kvalitativnu meru objavljenih radova: Međunarodna saradnja (International Collaboration - IC), Normalizovana vrednost uticaja (Normalized Impact - NI), Visokokvalitetne publikacije (High Quality Publications - Q1), Indeks specijalizacije (Specialization Index - SI) i Stepen izuzetnosti (Excellence Rate - ER). Na primer, *NI* poredi uticaj određene institucije sa svetskim prosekom (za koji se uzima vrednost 1). Zato skor od 0.8 znači da naša posmatrana institucija ima za 20% slabiju vrednost indikatora od svetskog proseka, dok recimo skor od 1.3 znači da se institucija citira za 30% više od proseka (Prathap, 2012b). Takođe, *Q1* je procenat radova institucije koji su objavljeni u vrhunskim međunarodnim časopisima – oni koji su rangirani u prvom kvartilu (25%) u svojoj kategoriji u skladu sa SCImago Journal Rank. Pošto se ovaj indikator definiše kao procenat,

odnos ($Q1/25$) je normalizovana bazna vrednost i 1 predstavlja svetski prosek (Prathap, 2012b; SIR, 2011). S druge strane, ER opisuje procenat istraživačkog izlaza koji se nalazi u 10% najcitiranijih u svojoj naučnoj oblasti. Ovaj indikator služi kao mera visoko-kvalitetnog izlaza institucije i odnos $ER/10$ se koristi da bi prikazao poziciju institucije u odnosu na svetski prosek koji iznosi 1 (Prathap, 2012a,b; SIR, 2011).

Uzimajući sve navedeno u obzir, ključno je predložiti okvir za rangiranje najboljih svetskih univerziteta koji će sadržati kako kvantitativnu tako i kvalitativnu komponentu. Pored toga, posebno je interesantno utvrditi koja od ove dve dimenzije istraživačkog izlaza pruža bolji uvid u istraživačku izvrsnost određenog univerziteta. Shodno tome, prikupljeni su podaci iz najnovije SCImago Institutions Rankings (SIR) liste za 2011. godinu. Od ukupnog broja od 3042 vodeće svetske istraživačke institucije koje su rangirane na SIR 2011 listi, malo više od 2000 (2010, da budemo precizni) su univerziteti i primenjena je metoda I-odstojanje na ovom podskupu. Rezultati koji su dobijeni korišćenjem kvadratnog I-odstojanja (Radojičić & Jeremić, 2012) su prikazani u Tabeli 4.9.

Kao što možemo primetiti u Tabli 4.9, Harvard University se nalazi na vrhu liste. Harvard ima impresivan broj objavljenih radova ($O=69\ 995$). Takođe, vrednost indikatora $Q1$ je sjajnih 79.0%. Možemo primetiti da je Rockefeller University na visokom drugom mestu, iako ima samo 3709 objavljenih radova (poređenje sa Harvardom i 69 995). Stoga, moramo utvrditi na kojim to varijablama je Rockefeller University izgradio svoju sjajnu drugu poziciju. Naime, vrednost indikatora $Q1$ je 88.6%, dok ER ima vrednost 48.8. U ovim kategorijama, Rockefeller University je apsolutni lider.

Na osnovu svega prethodno navedenog, ključno je da definišemo značaj svake od šest ulaznih varijabli za proces rangiranja. Stoga, detaljno su analizirani podaci i izračunati su koeficijenti korelacije šest ulaznih varijabli sa dobijenom vrednošću I-odstojanja. Rezultati prikazani u Tabeli 4.10 jasno ističu da je ER najbitnija varijabla (ona koja najbolje korelira sa dobijenom vrednošću I-odstojanja). Naime, korelacija je visoka i značajna ($r=0.787$). Takođe, indikatori NI i $Q1$ su daleko značajniji od ukupnog broja objavljenih radova (O). Ovaj rezultat jasno pokazuje da je kvalitativna dimenzija istraživačkog izlaza daleko važnija od ukupnog broja objavljenih radova.

Tabela 4.9 Rezultati kvadratnog I-odstojanja za rangiranje univerziteta po SIR 2011 metodologiji (prikazano prvih 20 mesta)

Rang	UNIVERZITET	Država	I-odstojanje
1	Harvard University	SAD	134.302
2	The Rockefeller University	SAD	70.711
3	University of Toronto	KAN	63.454
4	Johns Hopkins University	SAD	63.257
5	University of Tokyo	JPN	58.027
6	University of Washington	SAD	56.374
7	Stanford University	SAD	56.297
8	University of California. Los Angeles	SAD	55.059
9	University of Michigan. Ann Arbor	SAD	54.846
10	University of California. San Francisco	SAD	53.129
11	University of Oxford	BRT	51.469
12	University College London	BRT	51.464
13	University of Cambridge	BRT	50.002
14	University of Pennsylvania	SAD	49.347
15	Harvard-MIT Division of Health Sciences and Technology	SAD	49.268
16	Columbia University	SAD	48.647
17	University of California. San Diego	SAD	47.586
18	Imperial College London	BRT	46.324
19	University of California. Berkeley	SAD	46.194
20	Massachusetts Institute of Technology	SAD	45.104

Primetimo da je Univerzitet u Beogradu rangiran kao 338. kada se u obzir uzima samo ukupan broj objavljenih radova. Međutim, ako uzmemo u obzir sve varijable i sprovedemo metodu I-odstojanja, Univerzitet u Beogradu pada na 1407 mesto. Velike oscilacije u rangu su nadasve posledica loših vrednosti kvalitativnih indikatora: *ER* ima vrednost samo 6.2, dok *Q1* iznosi 35.5%. Shodno tome, Univerzitet u Beogradu mora značajno da unapredi kvalitativne komponente svog istraživačkog izlaza.

Tabela 4.10 Korelacija ulaznih varijabli sa izračunatom vrednošću I-odstojanja

	I-odstojanje
Stepen izuzetnosti (Excellence Rate - ER)	0.787**
Normalizovana vrednost uticaja (Normalized Impact - NI)	0.756**
Visokokvalitetne publikacije (High Quality Publications - Q1)	0.682**
Izlaz (Output - O)	0.623**
Međunarodna saradnja (International Collaboration - IC)	0.558**
Indeks specijalizacije (Specialization Index - SI)	0.305

** p<0.01

Posebno interesantan aspekt je poređenje dve zemlje koje se posebno ističu po broju objavljenih radova ~ Kina i Indija. Na SIR 2011 listi, 111 institucija je iz Indije, od čega je 85 univerziteta (gotovo 77%). Što se tiče Kine, ukupno 285 institucija se nalazi na listi, od čega je 245 univerziteta (skoro 84%). Možemo primetiti da je visokoobrazovni sistem Kine oko tri puta veći od indijskog sistema. Kao što možemo primetiti u Tabeli 4.11, najboljih 20 iz ove dve države imaju slične vrednosti. Naime, 85 indijskih univerziteta ima veću prosečnu vrednost I-odstojanja od svojih kolega - 245 univerziteta iz Kine (9.182 ± 3.358 vs. 8.371 ± 3.682 , $p=0.075$). U totalu, kineski istraživački izlaz je neuporedivo veći od svojih indijskih kolega. Međutim, osnovni razlog za to je daleko veći broj kineskih univerziteta (80 vs. 245).

Table 4.11 Najboljih 20 univerziteta iz Kine i Indije po metodi kvadratno I-odstojanje

Rang	KINA		INDIJA	
	Univerzitet	I-odstojanje	Univerzitet	I-odstojanje
1	Tsinghua Univ	38.123	Indian Inst of Sci	29.451
2	Zhejiang Univ	34.737	Tata Inst of Fund Res	23.189
3	Shanghai Jiao Tong Univ	27.745	Jaw Nehru Cen Adv Sci	23.067
4	Peking Univ	22.241	Mangalore Univ	22.848
5	Harbin Inst of Techn	20.204	Univ of Hyderabad	14.969
6	Huazhong Univ of Sci	16.652	Shivaji Univ	14.007
7	Tianjin Norm Univ	13.651	Natio Inst of Ment Heal	13.501
8	Fudan Univ	13.639	Harisingh Gour Univ	12.761
9	Anhui Med Univ	13.212	Panjab Univ	12.499
10	Bohai Univ	12.656	Jamia Hamdard	11.889
11	Nanjing Univ	12.608	Bharathiar Univ	11.787
12	BeiHang Univ	12.108	Gandhigram Rural Inst	11.743
13	Shanghai Norm Univ	12.038	Guru JambUniv of Sci	11.468
14	Shanghai Univ of Trad	11.734	Sanjay Gandhi Postgra	11.254
15	Univ of Jinan	11.68	Guru Nanak Dev Univ	11.081
16	Luoyang Norm Univ	11.452	Univ of Mumbai	10.814
17	Shenyang Pharm Univ	11.426	Devi Ahilya Univ	10.754
18	Northeast Norm Univ	11.414	Birla Inst of Techn	10.483
19	Chang'an Univ	11.284	Karnatak Univ	10.481
20	Dalian Univ of Techn	11.257	Bharathidasan Univ	10.413

Treba napomenuti da je *Indian Institute of Science* najbolji indijski univerzitet i po SIR i po metodi I-odstojanje. Naravno, uočene su i određene oscilacije u rangui. Posebno se ističe veliki skok *Tata Institute of Fundamental Research* koji se nalazi na 14. mestu po SIR pristupu,

dok ga metoda I-odstojanja stavlja na drugu poziciju. Osnovni razlog za to je činjenica da *Tata Institute of Fundamental Research* ima vrednost indikatora: Visokokvalitetne publikacije (High Quality Publications ~ $Q1=62.5$) & Stepen izuzetnosti (Excellence Rate ~ $ER=13.2$). Posebno je zadivljujući skok *Jawaharlal Nebru Centre for Advanced Scientific Research*, koji je sa 34. mesta (kada se posmatra samo ukupan broj objavljenih radova) skočio na treće mesto u skladu sa predloženom multivarijacionom metodom I-odstojanje. Sasvim je jasno da primena metode I-odstojanje daje realniji prikaz pravog stanja i njena prednost se posebno ogleda u mogućnosti implementacije velikog broja raznorodnih varijabli. Prikazi problema sa kojima se suočavamo u procesu rangiranja su vidljivi, i moguće ih je popraviti kako bi održali proces rangiranja što je moguće više realnijim i objektivnijim.

4.5.2. Primena metode I-odstojanje u evaluaciji socio-ekonomske razvijenosti zemalja

Merenje socio-ekonomske razvijenosti zemalja je jedno od kritičnih pitanja koje se vrlo često elaborira u savremenim istraživanjima (Cracolici et al., 2010; Dobrota et al., 2011). Određeni istraživači (Davidson, 2000) postavljaju hipotezu da BDP per capita nije moguće usvojiti kao jedini indikator blagostanja, zato što on ne pruža potpunu informaciju o stanju jedne nacije. Međutim, i pored toga su izuzetno česta poređenja država na osnovu BDP kao prilično jednostavnog i prevashodno prepoznatljivog indikatora bogatstva države.

Kao jedno od potencijalnih unapređenja često se navodi indeks ljudskog razvoja (Human Development Index - HDI), koji se zasniva na BDP-u, očekivanom životnom veku i stopi pismenosti odraslih (UNDP, 1990; UNDP, 2008; Lind, 2010). Međutim, ovaj pristup je izazvao veliki broj negativnih komentara koji se uglavnom koncipiraju na prilično jednostavnom principu subjektivnog ponderisanja i visoke međuzavisnosti (posebno BDP-a sa ostalim) varijabli (Gogu & Turdean, 2009; Cuffaro et al., 2008; Cracolici et al., 2010). Pored prethodno navedenih, poseban komentar se može izvesti i za mali broj indikatora uvrštenih u proces evaluacije kompleksne pojave poput socio-ekonomske razvijenosti. Nužno je stoga, uvrstiti neuporedivo veći broj indikatora u ovaj proces.

Jedna od ključnih komponenti HDI je procenat pismenosti. Značaj ove komponente je svakako nemerljiv i smatramo da treba uvesti dva indikatora koji će naglasiti njen značaj: procenat korisnika Interneta i IT pismenost. Brojni su razlozi za ovakav korak. Istraživanja su često isticala da je sposobnost ljudi da vladaju informacijama od ključnog značaja za njihov budući poslovni uspeh (Loges & Jung, 2001; Murray, 2003; Farmer & Henri, 2008). Ove veštine – poznate kao IT pismenost – mogu se smatrati formom pismenosti 21. veka (Florida, 2010; Jung et al., 2001; Jung, 2008a; Jung, 2008b; Leung, 2010). U današnjem globalizovanom svetu, gotovo je nezamislivo funkcionisanje bilo kog poslovnog procesa bez IT eksperata. Takođe, široka lepeza naših dnevnih aktivnosti (šoping, odlazak u banku i sl.) zavisi od Interneta. Brzi Internet pristup, brojne tačke WiFi pristupa, sve to odlikuje bogate i moćne države. Posledica toga je da ovi kriterijumi moraju biti uvršteni u proces evaluacije socio-ekonomske razvijenosti zemalja.

Takođe, jedna od ključnih komponenti bogatstva države je njen ljudski kapital. Smatra se da upravo ljudski kapital predstavlja pokretačku snagu i osnovu za razvoj socio-ekonomske strukture države (Jappelli, 2010; Burdett et al., 2011; Javalgi & Todd, 2011; Winters, 2011). Međutim, u odsustvu jasno formulisanih kriterijuma merenja ljudskog kapitala, brojni istraživači slobodno biraju indikatore i na osnovu njih vrše odgovarajuće evaluacije (Klomp, 2011; Wallenius, 2011). Da bi se prevazišli potencijalni problemi, ljudski kapital mora da se posmatra kao multidimenzionalni koncept. U odgovarajućoj studiji slučaja, primenjena je multivarijaciona metoda I-odstojanje (Jeremić et al., 2012b). Izabran je skup od 50 razvijenih i nerazvijenih zemalja (među tih 50 su bila i dva kineska okruga – Šangaj i Hong Kong). Sam izbor varijabli je urađen u skladu sa prethodnim istraživanjima u ovoj oblasti (Klomp, 2011; Barro & Lee, 2001; Altinok & Murseli, 2007). Shodno tome, sledeće varijable su uvrštene u našu analizu: (1-3) procenat upisanih u osnovno, srednje i visoko obrazovanje, (4-6) PISA skorovi za matematiku, čitanje i nauku, (7-10) visoko tehnološki izvoz (% udeo u BDP-u), broj istraživača, objavljeni radovi u naučnim časopisima i broj patenata na 1000 ljudi. Rezultati dobijeni metodom I-odstojanja ističu SAD, Japan i Šangaj kao lidere u polju ljudskog kapitala. Posebno se mora navesti njihova superiornost u patentima, radovima u vrhunskim međunarodnim časopisima i sl. Pored toga, Šangaj je najbolji u kategoriji PISA testova (za sve tri discipline). Ward hijerarhijski metod je definisao 5 klastera i Srbija se nalazi u poslednjem, najlošijem klasteru. Iako je Srbija značajno popravila PISA rezultate, daleko je od svetskog vrha. Takođe je utvrđeno

da tri PISA skora predstavljaju najvažnije varijable, pošto najbolje koreliraju sa izračunatom vrednošću I-odstojanja. Sledeće po važnosti su četiri varijable koje se tiču kategorije *Nauka i tehnologije*, dok je stopa upisa u sva tri ciklusa obrazovanja (pogotovo za osnovne i srednje škole) gotovo beznačajna.

Treba istaći da se oficijelni HDI zasniva i na očekivanom životnom veku. S obzirom da zdravlje nije jednodimenzionalni koncept (Klomp & Haan, 2010), moramo uključiti mnogo veći broj zdravstvenih indikatora. Pored toga, treba naglasiti da u većini radova blagostanje jedne države i naroda se posmatra isključivo kroz prizmu ekonomskih i socijalnih indikatora. Postavlja se pitanje o celishodnosti uključivanja ekološke komponente u posmatrani problem kroz definisanje indikatora održivog razvoja. Definicija održivosti najčešće se navodi iz izveštaja Svetske Komisije za Ekologiju i Razvoj (World Commission on Environment and Development): “Održivi razvoj je razvoj koji izlazi u susret zahtevima sadašnje generacije, bez da na bilo koji način utiče na sposobnost budućih generacija da ispunе sopstvene potrebe” (Our Common Future, 1987, p. 43). Na osnovu prethodne navedene definicije, filozofija blagostanja države može se posmatrati kroz ekonomsku, socio i ekološku komponentu (Greenwood, 2004). Upravo se kao ekološka komponenta može uvrstiti ekološki otisak, kao jedna od najpoznatijih mera održivog razvoja. Ekološki otisak je kreiran 90-ih godina prošlog veka od strane Wackernagel i Rees sa Univerziteta British Columbia (Rees, 1992; Wackernagel & Rees, 1996; Wackernagel et al., 2004; Išljamović et al., 2011). Po definiciji, ekootisak meri količinu biološki produktivnog zemljišta i vode potrebne da bi se apsorbovao otpad koji se generiše od strane pojedinca i naroda (Living Planet Report, 2008). The Living Planet Report (2008) je definisao da je ekootisak svetske populacije za 30% veći od Zemljinog bio-kapaciteta, što zapravo znači da je Zemlji potrebno 16 meseci da apsorbuje otpad koji se kreira tokom jedne godine. Iako su brojni autori koristili samo socio i ekonomske indikatore blagostanja jedne države (Caminada et al., 2010; Garcia & Martin, 2010), opšte je mišljenje da je neophodno implementirati komponentu održivog razvoja u našu analizu. Stoga smo u našem primeru (Jeremić et al., 2010; Jeremić et al., 2011b) koristili upravo ekološki otisak kao ekološku komponentu merenja bogatstva jedne države. U sledećem primeru smo posmatrali socijalnu, ekonomsku, zdravstvenu i ekološku komponentu bogatstva 25 država EU (Malta i Kipar nisu evaluirani zbog nedostatka podataka). Podaci su prikupljeni sa EUROSTAT

sajta EU (EurostatENV, 2010), za 2007 godinu. Sam izbor analizirane godine se zasnivao na dostupnim podacima. Da bismo rangirali države EU, sledećih 15 varijabli je korišteno:

Tabela 4.12 Socio, ekonomski, zdravstveni i ekološki indikatori za ocenu blagostanja jedne države

Grupa Indikatora	Indikatori
<i>Ekonomski indikatori</i>	BDP per capita
	BDP populacije zaposlene u poljoprivredi
	Procenat populacije koja nije zaposlena u poljoprivredi
	Izvoz proizvedene robe
	Udeo proizvodne komponente privrede u BDP
<i>Socijalni indikatori</i>	Potrošnja energije per capita
	Procenat upisanih u osnovnu školu
	Procenat konektovanih na Internet
<i>Zdravstveni indikatori</i>	IT pismenost
	Broj sestara na 1000 stanovnika
	Broj farmaceuta na 1000 stanovnika
	Broj zubara na 1000 stanovnika
	Broj lekara na 1000 stanovnika
<i>Ekološki indikatori</i>	Očekivani životni vek
	Ekološki otisak

Prethodno navedene varijable su pažljivo izabrane uzevši u obzir brojna istraživanja na ovu temu (Ferguson et al., 2010; Grimm et al., 2008; Hauner & Kyobe, 2010; World Bank2010, 2010). Značajnom broju socijalnih i zdravstvenih indikatora (Grimm et al., 2010; Grosse et al., 2008) su pridodati novi indikatori - *IT pismenost* i *Procenat konektovanih na Internet*. Posebno treba istaći uključivanje ekološke komponente u naš problem i dodavanje *Ekološkog otiska* kao mere razvijenosti države. Rezultati dobijeni primenom metode I-odstojanja su prezentovani u Tabeli 4.13. Irska se nalazi na vrhu liste, dok s druge strane Bugarska i Rumunija pripadaju začelju. Logično je zaključiti da najnovije članice EU nisu bile u mogućnosti da unaprede sve indikatore blagostanja države. Ako uporedimo dobijeni rang po Ivanoviću sa rangom po HDI metodologiji, možemo zaključiti da su rangovi prilično slični. Naime, koeficijent korelacije je izračunat i Spearman's rho statistika iznosi $r_s=0.776, p<0.01$.

Ovi podaci su dodatno analizirani i koeficijent korelacije svakog indikatora sa dobijenom vrednošću I-odstojanja je izračunat, rezultati su predstavljeni u Tabeli 4.14 (Pirsonova korelacija). Kao ključan rezultat treba istaći da je *Ekološki otisak* najbitnija varijabla, pošto ima statistički značajnu korelaciju sa dobijenom vrednošću I-odstojanja ($r=0.800, p<0.01$). Svakako da ovaj rezultat ukazuje da se buduće analize blagostanja i

socio-ekonomske razvijenosti država moraju prevashodno koncipirati na indikatorima održivog razvoja. S druge strane, broj sestara na 1000 stanovnika je ne samo izuzetno bitna zdravstvena komponenta, već i sjajan prediktor razvijenosti zemlje. Ovaj rezultat je daleko od neočekivanog; naime, brojna su istraživanja koja ističu ovaj indikator kao ključan za razvoj društva u celini (Smith et al., 2010). Sve ovo navodi da je potrebno posebno evaluirati zdravstvene sisteme, kao i indikatore održivog razvoja.

Tabela 4.13 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, vrednosti i rang

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
Irska	73.7569	1
Danska	55.8445	2
Luksemburg	47.2133	3
Belgija	46.6252	4
Finska	43.9921	5
Holandija	41.8936	6
Grčka	39.2134	7
Švedska	38.2385	8
Ujedinjeno Kraljevstvo	35.5145	9
Francuska	33.2099	10
Estonija	31.2516	11
Latvija	31.2381	12
Nemačka	27.9287	13
Austrija	26.0137	14
Španija	25.7732	15
Češka	25.2091	16
Italija	23.9522	17
Litvanija	18.5293	18
Slovenija	18.3795	19
Portugalija	18.1413	20
Slovačka	17.7504	21
Mađarska	14.6502	22
Poljska	14.3727	23
Bugarska	13.2520	24
Rumunija	3.8408	25

Takođe, treba istaći da IT pismenost i procenat konektovanih na Internet predstavljaju značajne indikatore razvijenosti i potrebno ih je ne samo uključiti u buduća istraživanja već i proširiti kroz druge IKT indikatore. S druge strane, BDP per capita je po značaju rangiran kao treći indikator. Iako je u brojnim prethodnim istraživanjima BDP često navođen kao najznačajniji (često i jedini) indikator, moramo prihvatiti da je neophodno uključiti brojne druge indikatore koji predstavljaju ekonomsku, socio, zdravstvenu i ekološku komponentu.

U skladu sa prethodno navedenim rezultatima, jasno je da integracija koncepta ekologije kroz principe održivog razvoja mora da bude inkorporirana u budućim istraživanjima socio-ekonomske razvijenosti. Stoga je implementacija ekootiska opravdana i poželjna.

Tabela 4.14. Korelacije ulaznih indikatora sa I-odstojanjem

Indikatori	r
Ekološki otisak	0.800**
Broj sestara na 1000 stanovnika	0.749**
BDP per capita	0.668**
Izvoz proizvedene robe	0.647**
IT pismenost	0.628**
BDP populacije zaposlene u poljoprivredi	0.626**
Procenat konektovanih na Internet	0.594**
Procenat populacije koja nije zaposlena u poljoprivredi	0.539**
Očekivani životni vek	0.526**
Broj farmaceuta na 1000 stanovnika	0.503**
Broj zubara na 1000 stanovnika	0.435*
Udeo proizvodne komponente privrede u BDP	0.338
Broj lekara na 1000 stanovnika	0.251
Procenat upisivanja osnovne škole	0.148
Potrošnja energije per capita	0.009

**p<0.01, *p<0.05

Ekootisak je jedinstveni ekološki indikator koji ima sjajnu karakteristiku da integriše veliki broj ekoloških komponenti u jednu vrednost. Upravo ga to čini izuzetno zahvalnim za korišćenje u istraživanjima. Kao što su njegovi tvorci već naglasili (Wackernagel & Rees, 1996), ekootisak je ključan za ukazivanje na čovekovu potrebu za okolinom i predstavljanje mogućnosti za poboljšanje kapaciteta zemlje, sve sa ciljem da se podrži rast i razvoj čovečanstva. Zato ne treba da iznenadi da je ekootisak tako često proglašen sjajnim indikatorom za merenje bogatstva države. Trenutna ekološka situacija zahteva promenu aspekta posmatranja problema i potpunu posvećenost merenju uspešnosti ostvarenja principa održivog razvoja. Takođe, treba istaći je EU razvila Strategiju održivog razvoja (EU Sustainable Development Strategy - EU SDS) koja zahteva integrisanje dinamičkih ekonomskih sistema sa postulatima socijalne kohezije. Upravo Strategija iz Juna 2006 i Lisabonska strategija (Lisbon Strategy, 2000), naglašavaju veliki značaj ekootiska kao mere održivog razvoja. Međutim, ne postoji jedinstveni indikator merenja održivog razvoja. Naime, veliki broj raznorodnih indikatora se koristi da bi se evaluirao koncept održivog

razvoja. Varijable moraju da obuhvate socio, ekonomske i ekološke aspekte (Pawlowski, 2009; Pope et al., 2004; Tuziak, 2010; Bruni et al., 2011; Mihci & Mollaveligu, 2011; Moffat et al., 2001; Ness et al., 2007; Zhong et al., 2011; Munda & Nardo, 2009). Upravo se tu nameće metoda I-odstojanja kao sjajna alternativa klasičnim metodama merenja održivog razvoja. U skladu sa tim, koncept održivog razvoja će biti evaluiran (Radojičić et al., 2012) korišćenjem Održivih indikatora EU koje je propisala upravo EU kroz svoju Strategiju održivog razvoja (EurostatSUST, 2010). Za našu analizu i rangiranje zemalja Evropske Unije, sledećih 11 varijabli je korišćeno:

Tabela 4.15 Indikatori održivog razvoja za merenje blagostanja država

Tema	Ključni indikator
Socio-ekonomska razvijenost	Stopa rasta BDP-a per capita
Održiva proizvodnja i potrošnja	Produktivnost resursa
Socijalna uključenost	Procenat populacije na ivici siromaštva
Javno zdravlje	Očekivani zdravi životni vek – muškarci Očekivani zdravi životni vek – žene
Klimatske promene i energija	Emisija gasova koji kreiraju efekat staklene bašte Procenat energije dobijene od obnovljivih resursa u odnosu na ukupnu potrošnju energije
Demografske promene	Stopa zaposlenosti starijih radnika – muškarci Stopa zaposlenosti starijih radnika – žene
Održivi transport	Ulaganje u održivi transport u odnosu na BDP
Globalno partnerstvo	Oficijelna razvojna pomoć kao deo BDP-a

Rezultati dobijeni metodom I-odstojanje su predstavljani u Tabeli 4.16. Možemo primetiti da Švedska i Danska suvereno vladaju, dok su novije članice EU poput Latvije, Mađarske, Estonije, Litvanije i Slovačke prikovane za začelje. Dalja analiza je usmerena na izračunavanje koeficijenta korelacije svakog indikatora sa dobijenom vrednošću I-odstojanja. Rezultati su pokazali da je *Oficijelna razvojna pomoć kao deo BDP-a* ključna varijabla pošto je statistički najznačajnija, $r=0.803$, $p<0.01$. Takođe, *Produktivnost resursa* je izuzetno bitna varijabla i ima visoku, značajnu korelaciju sa dobijenom vrednošću I-odstojanja, $r=0.600$ ($p<0.01$). Dobijeni rezultati su sve samo ne neočekivani i brojni su istraživači koji su već uočili ove koncepte kao izuzetno bitne (Hu et al., 2011; Pitt et al., 2011; Polimeni, 2011; Steinberger et al., 2010). Posebno treba naglasiti da je *Procenat energije dobijene od obnovljivih resursa u odnosu na ukupnu potrošnju energije* od velikog značaja za EU (EU Energy policy, 2010) ali su zemlje daleko od zacrtanih 2020. ciljeva. S druge strane, *BDP per capita* je

rangiran kao treći najbitiniji faktor i mora se priznati iako je često istican kao najbitiniji (Davidson, 2000), moramo prihvatiti novu realnost da ekonomski razvoj zemlje zapravo znači održivi razvoj i nije ga moguće meriti samo pomoću ekonomskih indikatora.

Tabela 4.16 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, vrednosti I-odstojanja i rang

Zemlja	I-odstojanje	Rang
Švedska	44.645	1
Danska	30.500	2
Luksemburg	29.453	3
Holandija	26.512	4
UK	24.629	5
Kipar	24.422	6
Španija	19.084	7
Malta	18.726	8
Irska	17.693	9
Nemačka	17.676	10
Poljska	17.097	11
Bugarska	16.103	12
Austrija	15.724	13
Grčka	15.581	14
Italija	15.411	15
Češka	13.935	16
Francuska	13.739	17
Portugal	13.281	18
Finska	13.152	19
Belgija	11.383	20
Rumunija	9.426	21
Slovenija	7.685	22
Latvija	6.708	23
Mađarska	6.694	24
Estonija	5.736	25
Litvanija	5.660	26
Slovačka	3.838	27

Istraživanje pitanja socio-ekonomske razvijenosti je od velike važnosti i kao takvo nameće pitanje da li se predviđena I-odstojanje metodologija može primeniti i na niže celine od zemlje, recimo regione. Upravo zato, urađena je analiza na 25 regiona Srbije (4 regiona na Kosovu i Metohiji nisu obrađena zbog nedostatka podataka) kroz evaluaciju socio, ekonomske i zdravstvene komponente razvijenosti regiona (Vukmirović et al., 2012). Podaci su prikupljeni kroz oficijelne podatke Republičkog Zavoda za statistiku i Ministarstva ekonomije i regionalnog razvoja. Za ovu analizu su izabrani sledećih osam pokazatelja: (I) stopa nezaposlenosti, (II) prosečna plata, (III) procenat izdržavanih lica, (IV) očekivani životni vek, (V) broj lekara na 1000 stanovnika, (VI) broj zubara na 1000 stanovnika, (VII) procenat univerzitetski obrazovanih i (VIII) procenat korisnika Interneta.

Indikatori su pažljivo odabrani, u skladu sa prethodnim radovima na ovu temu (Grimm et al., 2008; Ferguson et al., 2010; Hauner & Kyobe, 2010; World Bank 2011, 2011). Dobijeni rezultati su predstavljeni u Tabeli 4.17.

Tabela 4.17 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, vrednosti I-odstojanja i rang

Region	I-odstojanje	Rang I-odstojanje	Klaster
Grad Beograd	48.720	1	1
Kolubarski region	47.949	2	1
Sremski region	25.653	3	2
Severno-bački region	24.373	4	2
Južno-bački region	23.367	5	2
Braničevski region	22.153	6	2
Zlatiborski region	21.747	7	2
Moravički region	21.166	8	2
Rasinski region	20.495	9	2
Južno-banatski region	20.077	10	2
Mačvanski region	18.662	11	3
Severno-banatski region	17.933	12	3
Zaječarski region	17.630	13	3
Zapadno-bački region	17.223	14	3
Šumadijski region	16.356	15	3
Borski region	16.340	16	3
Srednje-banatski region	14.998	17	3
Podunavski region	14.036	18	3
Raški region	10.337	19	4
Nišavski region	9.994	20	4
Pomoravski region	8.821	21	4
Pčinjski region	8.506	22	4
Jablanički region	7.708	23	4
Pirotski region	6.723	24	4
Toplički region	5.738	25	4

Grad Beograd je na vrhu liste po metodi I-odstojanje, sa kolubarskim regionom koji je samo za pola koraka iza. Ova dva regiona su integrisana u jedan superiorni klaster kao apsolutni lideri (Wardov method hijerarhijskog klasteringa je urađen). Nekoliko regiona ravnopravno deli začelje i svi se nalaze u južnoj Srbiji (vidi Sliku 4.2). Ova četiri regiona imaju najveću negativnu stopu migracije u Srbiji. S druge strane, sever je mnogo razvijeniji i predstavlja snagu Srbije. Pored toga, dodatne analize su pokazale (Pirsonov koeficijent korelacije) da su dva najvažnija indikatora za određivanje razvijenosti regiona *Stopa nezaposlenosti* i *Prosečna plata*, sa $r=0.704$, $p<0.01$ i $r=0.677$, $p<0.01$. Ovakvi rezultati su već u nekoliko navrata apostrofirani kao izuzetno bitni i indikatori ključni za proces evaluacije razvijenosti regiona (Diaz, 2011; Halkos & Tzeremes, 2011; Liargovas & Daskalopoulou, 2011). Pored toga, broj korisnika Interneta je od velike važnosti. Očigledno IKT

komponente bivaju sve važnije ne samo za evaluaciju razvijenosti zemalja, već i manjih teritorijalnih delova poput regiona.



Slika 4.2 Regioni u Srbiji (crna boja je Kosovo & Metohija, dok su 4 regiona obojena crvenom bojom najslabije razvijeni regioni po metodologiji I-odstojanje)

Prethodno navedeno jasno ističe potrebu da se buduća istraživanja o socio-ekonomskoj razvijenosti koncipiraju između ostalog na indikatorima razvijenosti IKT-a. Svedoci smo neverovatnog razvoja IKT-a u poslednjim decenijama. Razvoj hardvera i softvera je omogućio ekonomski prihvatljiviju tehnologiju velikom broju ljudi, tehnologiju bez koje se sada ne može zamisliti funkcionisanje poslovnih sistema. Zaista, e-mail, surfovanje po Webu, online potraga za poslom i socijalne mreže su postale integralni deo naših života (Vicente & Lopez, 2011; Parker, 2011). Takođe, aktivnosti poput e-učenja, e-vlade i e-kupovine svakodnevno okupiraju sve veći broj ljudi. Stoga, neophodno je definisati IKT kao jedan od značajnih komponenti evaluacije socio-ekonomske razvijenosti (Gholami et al., 2010; Dimelis & Papaioannou, 2011; Jeremić et al., 2011d; Farmer & Henri, 2008; Florida, 2010; Jung, 2008a; Jung, 2008b; Leung, 2010). Zbog svega navedenog, neophodno je postaviti odgovarajuću meru razvijenosti IKT-a u jednoj zemlji (Apostol, 2009; Gholami et al., 2010; Heeks, 2010; Dimelis & Papaioannou, 2011; MIS, 2011). Sa tom namerom je i kreiran Indikator razvijenosti IKT-a (ICT Development Index - IDI)

kao pokazatelj napretka globalnog infomacionog društva (ITU, 2009; MIS, 2011). IDI se sastoji od 11 indikatora koji predstavljaju koncepte *IKT Pristupa*, *Korišćenja* i *Veština* i integriše ih u jednu vrednost. Osnovni cilj IDI je da meri nivo razvijenosti IKT-a, predviđa napredak, ocenjuje razlike između zemalja i definiše IKT potencijale zemalja (MIS, 2011).

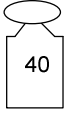
IDI se sastoji od osnovne tri komponente (MIS, 2011), koje uključuju gore pomenutih 11 indikatora vezanih za *IKT Pristup*, *Korišćenje* i *Veštine*:

- *IKT Pristup* predstavlja nivo razvijenosti mrežne infrastrukture i pristupačnosti IKT-u. Obuhvata pet indikatora: fiksne telefonske linije, mobilnu telefoniju, brzinu protoka na Internetu, domaćinstva sa kompjuterom i domaćinstva sa Internet pristupom.
- *IKT Korišćenje* opisuje nivo korišćenja IKT-a u jednom društvu. Obuhvata tri indikatora: Internet korisnike, fiksni i mobilni broadband.
- *IKT Veštine* predstavljaju rezultat/izlaz efektivnog i efikasnog korišćenja IKT-a. Takođe uključuje tri indikatora: pismenost odraslih, stopu upisa u srednje i visoko obrazovanje (vidi Sliku 4.3).

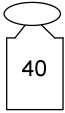
Izbor indikatora treba da oslikava razvoj informatičkog društva kroz brojne etape, konvergenciju tehnologije i lansiranje novih tehnologija. Osnovni problem je, međutim, kako iskoristiti svih 11 indikatora i sintetizovati ih u jednu vrednost koja će predstavljati nivo IKT razvijenosti zemlje. Naš pristup će pokušati da unapredi trenutnu IDI metodologiju, koja ponderiše kategorije *IKT Pristup* i *IKT Korišćenje* sa ponderom od po 40%, dok *IKT Veštine* ponderiše sa 20%. Stoga, vrednost IDI indeksa se koncipira na setu ulaznih varijabli kojima je dodeljen težinski koeficijent koji je subjektivne prirode. Upravo se tu postavlja pitanje kako je moguće unaprediti metodologiju IDI indeksa. Korišćenjem metode I-odstojanja, moguće je odrediti varijable koje su bitne za proces rangiranja. Tako se eliminiše problem subjektivno dodeljenih težinskih koeficijenata. Koeficijenti korelacije ulaznih indikatora sa izračunatom vrednošću I-odstojanja pružaju jasnu informaciju o značaju ulaznih varijabli (Dobrota et al., 2012). Na taj način, ova metoda pruža odgovor na pitanje: "Koje varijable su bitnije od drugih za proces rangiranja i evaluacije IKT razvijenosti zemalja?" Ovakav pristup značajno prevazilazi problem subjektivno dodeljenih težinskih koeficijenata, daje informaciju koje su varijable posebno značajne za proces

rangiranja i čak može da izdvoji određene varijable kao redundantne i nepotrebne u procesu evaluacije razvijenosti IKT-a.

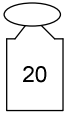
IKT Pristup	Referentna vrednost	%
<i>Fiksne telefonske linije na 100 stanovnika</i>	60	20
<i>Broj korisnika mobilne mreže na 100 stanovnika</i>	180	20
<i>Internacionalni Internet propusni opseg (bit/s) po Internet korisniku</i>	280'377	20
<i>Procenat domaćinstava sa računarom</i>	100	20
<i>Procenat domaćinstava sa Internet pristupom</i>	100	20



IKT Korišćenje	Referentna vrednost	%
<i>Internet korisnici po 100 stanovnika</i>	100	33
<i>Korisnici DSL pristupa Internetu na 100 stanovnika</i>	60	33
<i>Mobilni pristup sa brzim protokolom na 100 stanovnika</i>	100	33



IKT Veština	Referentna vrednost	%
<i>Stopa pismenosti odraslih</i>	100	33
<i>Procenat upisanih u srednju školu</i>	100	33
<i>Procenat upisanih na fakultet</i>	100	33



Slika 4.3 ICT Development Index: indikatori i težinski faktori (MIS, 2011)

Kao što smo već naglasili, metodologija IDI se koncipira na 11 indikatora koji su podeljeni u tri grupe. Set ulaznih podataka se koncipira na pet indikatora *IKT Pristupa*, tri indikatora *IKT Korišćenja* i tri indikatora *IKT Veština*. Ovi indikatori su (MIS, 2011):

- *Fiksne telefonske linije na 100 stanovnika* – Telefonske linije koje povezuju domaćinstvo sa javnim terminalom (Public Switched Telephone Network - PSTN). Takođe, uključeni su ISDN veze i fiksni wireless korisnici.
- *Broj korisnika mobilne mreže na 100 stanovnika* – Broj pretplatnika mobilne telefonije, omogućen PSTN-u. Posmatraju se postpaid i prepaid pretplate, ovaj indikator ne pravi razliku između pretplate i pretplatnika. Stoga, bilo bi korisno razgraničiti u sledećim istraživanjima slučajeve kada mobilni korisnik ima veći broj telefona/brojeva.
- *Internacionalni Internet propusni opseg (bit/s) po Internet korisniku* – Kapacitet koji imaju veliki provajderi (backbone operators - ruter) Internet usluga. Ova kategorija se meri u bit/s po Internet korisniku.
- *Procenat domaćinstava sa računarom* – Pod računarom se podrazumeva desktop ili laptop računar. Dodatna oprema poput tableta, PDA, TV setova i slično se ne računa.

- *Procenat domaćinstava sa Internet pristupom* – ne podrazumeva se samo pristup pomoću računara. Dolaze u obzir i mobilni telefoni, digital TV, konzole i sl. Pristup Internetu može biti omogućen putem fiksne ili mobilne mreže.
- *Internet korisnici na 100 stanovnika* – Bitno je napomenuti da sve veći broj korisnika Interneta putem mobilnih telefona nije adekvatno zastupljen u ovim procenama.
- *Korisnici DSL pristupa Internetu na 100 stanovnika* – Pretplatnici brzog pristupa Internetu (preko TCP/IP konekcije). Pretplatnici koji koriste mobilnu mrežu za pristup Internetu nisu uključeni u ovu analizu.
- *Mobilni pristup sa brzim protokom na 100 stanovnika* – Pretplatnici mobilne telefonije sa brzim protokom podataka (3G ili 3.5G).
- *Stopa pismenosti odraslih* – Procenat pismenosti populacije iznad 15 god (čitanje, pisanje itd.).
- *Procenat upisanih u srednju školu i fakultet* – procenat populacije koji se upisuje u srednje i više škole, procenat od populacije koja ima pravo da konkretne godine upiše srednju/visoku školu.

Rezultati metode I-odstojanje, kao i poređenje dobijenih rezultata sa oficijelnom IDI metodologijom, su predstavljeni u Tabeli 4.18. Ukupno 111 država je uključeno u ovu analizu. Procena kvaliteta predložene metode je sprovedena pomoću Pirsonove korelacije, i rezultati su pokazali da je korelacija između dobijenih vrednosti I-odstojanja i IDI vrednosti visoka i značajna ($p < 0.01$), $r = 0.961$. Ovaj rezultat jasno pokazuje da je predloženi metod prilično komplementaran sa dosadašnjom metodologijom. Sve to značajno ističe I-odstojanje kao potencijalni model evaluacije indeksa IKT razvijenosti. Ono što je, međutim, posebna važnost ove metode je njena mogućnost da prikaže objektivni pristup oceni značajnosti svake od ulaznih varijabli i u skladu sa tim predloži korekcije subjektivno dodeljenih težinskih koeficijenata. Što se tiče samih rangova, kada uporedimo ove dve metode, korelacija između dobijenih rangova (Spirmanov rho je korišćen) je prilično visoka sa $r_s = 0.962$, $p < 0.01$.

Kao što možemo primetiti u Tabeli 4.18, Island, Južna Koreja, Finska, Švedska i Danska su na vrhu liste po metodi I-odstojanje. Island, koji je prvoplasirani na I-odstojanje listi, je treći na IDI rang listi, dok je Koreja pala sa I na II mesto po metodi I-odstojanje. Interesantno je navesti da je sadržaj prvih petoplasiranih zemalja isti na obe liste.

Tabela 4.18 Rangovi po I-odstojanju, IDI rang i promena u rang

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje	IDI	Rang IDI	Promena
Island	44.799	1	8.06	3	2
Južna Koreja	41.556	2	8.4	1	-1
Finska	41.194	3	7.87	5	2
Švedska	40.971	4	8.23	2	-2
Danska	40.377	5	7.97	4	-1
Švajcarska	37.793	6	7.67	7	1
Holandija	37.163	7	7.61	8	1
Australija	36.64	8	7.36	13	5
Norveška	35.84	9	7.6	9	0
Luksemburg	35.439	10	7.78	6	-4
Ujedinjeno Kraljevstvo	34.774	11	7.6	10	-1
Novi Zeland	33.623	12	7.43	11	-1
Nemačka	32.027	13	7.27	14	1
Austrija	31.937	14	7.17	15	1
Portugalija	31.194	15	6.64	25	10
Belgija	30.889	16	6.83	20	4
Francuska	30.697	17	7.09	16	-1
Singapur	30.514	18	7.08	18	0
Španija	30.162	19	6.73	23	4
Slovenija	29.89	20	6.75	22	2
Litvanija	29.69	21	6.04	33	12
Italija	29.655	22	6.57	26	4
Japan	29.485	23	7.42	12	-11
Izrael	29.195	24	6.87	19	-5
SAD	28.5	25	7.09	17	-8
Rusija	28.299	26	5.38	43	17
Grčka	27.754	27	6.28	28	1
Estonija	27.074	28	6.16	31	3
Kanada	26.958	29	6.69	24	-5
Crna Gora	26.933	30	5.03	47	17
Hrvatska	26.804	31	6.21	29	-2
Irska	26.456	32	6.78	21	-11
Saudijska Arabija	26.375	33	5.42	42	9
Češka	25.593	34	5.97	35	1
Mađarska	25.553	35	6.04	32	-3
Malta	24.662	36	6.43	27	-9
Bugarska	24.252	37	5.19	45	8
Poljska	24.21	38	5.95	36	-2
Panama	23.981	39	4.09	61	22
Latvija	23.356	40	5.9	38	-2
Ukrajina	22.663	41	4.34	57	16
Belorusija	22.554	42	5.01	48	6
Urugvaj	22.186	43	4.93	50	7
UAE	22.131	44	6.19	30	-14
Slovačka	22.045	45	5.94	37	-8

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje	IDI	Rang IDI	Promena
Argentina	22.003	46	4.64	52	6
Kipar	21.419	47	5.98	34	-13
Rumunija	21.166	48	5.2	44	-4
Srbija	20.684	49	5.11	46	-3
Vijetnam	20.134	50	3.53	73	23
Oman	19.821	51	4.38	56	5
Bahrein	19.568	52	5.57	41	-11
Kazahstan	19.494	53	4.02	62	9
Čile	19.279	54	4.65	51	-3
Katar	18.902	55	5.6	40	-15
Jeremija	18.801	56	3.87	66	10
Brunej Darusalam	18.474	57	5.61	39	-18
Sejšeli	18.202	58	3.94	65	7
Makedonija	16.998	59	4.98	49	-10
Venecuela	16.819	60	4.11	60	0
Azerbejdžan	15.882	61	3.78	68	7
Mongolija	15.484	62	3.41	77	15
Moldavija	15.413	63	4.47	53	-10
Gruzija	15.397	64	3.65	71	7
BiH	14.921	65	4.31	58	-7
Brazil	14.872	66	4.22	59	-7
Malezija	14.574	67	4.45	54	-13
Kirgistan	14.495	68	2.84	89	21
Jordan	14.111	69	3.83	67	-2
Uzbekistan	13.889	70	2.55	96	26
Kolumbija	13.706	71	3.75	69	-2
Fidži	13.627	72	3.16	84	12
Kostarika	13.259	73	3.99	64	-9
Meksiko	12.813	74	3.75	70	-4
Turska	12.794	75	4.42	55	-20
Tajland	12.753	76	3.3	79	3
Peru	12.608	77	3.52	74	-3
Jamajka	12.594	78	3.41	76	-2
Mauricijus	11.895	79	4	63	-16
Južna Afrika	11.852	80	3	86	6
Filipini	11.8	81	3.22	82	1
Tunis	11.059	82	3.43	75	-7
Bocvana	11.023	83	2.59	95	12
Indonezija	10.899	84	2.83	91	7
Ekvador	10.869	85	3.37	78	-7
Kina	10.833	86	3.55	72	-14
El Salvador	10.823	87	2.89	87	0
Paragvaj	10.711	88	2.87	88	0
Honduras	10.576	89	2.72	93	4
Šri Lanka	10.394	90	2.79	92	2
Dominikanska Republika	10.138	91	3.21	83	-8
Bolivija	9.817	92	2.83	90	-2
Gvatemala	8.792	93	2.65	94	1

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje	IDI	Rang IDI	Promena
Namibija	7.169	94	2.36	97	3
Sirija	7.063	95	3.05	85	-10
Egipat	6.455	96	3.28	81	-15
Zimbabve	6.366	97	1.81	106	9
Nikaragva	5.275	98	2.31	98	0
Maroko	4.9	99	3.29	80	-19
Kambodža	3.492	100	1.99	100	0
Laos	3.062	101	1.9	103	2
Gana	3.037	102	1.9	102	0
Indija	2.664	103	2.01	99	-4
Butan	1.85	104	1.93	101	-3
Mauritanija	1.623	105	1.58	109	4
Uganda	1.595	106	1.49	110	4
Angola	1.471	107	1.58	108	1
Nigerija	1.069	108	1.85	104	-4
Senegal	1.055	109	1.78	107	-2
Pakistan	0.861	110	1.83	105	-5
Mozambik	0.17	111	1.3	111	0

Brojni su razlozi koji objašnjavaju ovakve rezultate, pošto je osam od najboljih deset država iz Evrope. Stari Kontinent ima prilično homogenu populaciju i posvećenost IKT-u je na izuzetno visokom nivou. Sve evropske države imaju visok procenat Internet korisnika, kompjuteri i telefonske linije su gotovo svima dostupne. Svi ovi faktori čine da evropske države zauzimaju visoke pozicije. Pored osam evropskih, Koreja i Australija su visoko razvijene države iz OECD-a (Organization for Economic Co-operation and Development) koje se nalaze u Top 10 i pokazuju sjajne rezultate (Dobrota et al., 2011; List of Economies, 2011).

Angola, Nigerija, Senegal, Pakistan i Mozambik se nalaze na samom dnu liste po metodi I-odstojanje. Situacija u ovim država je potpuno suprotna od evropskih država. Procenat domaćinstava sa kompjuterom je katastrofalno nizak, a o pristupu Internetu da ne govorimo. Vrlo sličan zaključak se izvodi i za telefonske linije. Na primer, u Mozambiku imamo samo 4.2 Internet korisnika na 100 stanovnika (95 procenata na Islandu); jasno je da mali procenat ove zemlje zaista i koristi IKT. Očigledno je da postoji značajna korelacija između ekonomske snage države i njene IKT razvijenosti. Možemo primetiti da su razlike u rangovima između IDI i I-odstojanje metode značajne; naime, u 82 slučaja razlika je između 10 i 20 mesta. Samo u 4.51% slučajeva je razlika veća od 20 mesta. Posebno velike oscilacije su zabeležene za Panamu, Vijetnam, Kirgistan i Uzbekistan. Najveća razlika je u

slučaju Uzbekistana, koji je rangiran kao 70. po metodologiji I-odstojanja, dok je po IDI bio 96. (skok od 26 mesta).

Možemo primetiti da je Srbija rangirana u sredini, i po I-odstojanje i IDI metodologiji (razlika od samo 3 mesta). U Srbiji, 50.9 procenata domaćinstava poseduje računar, dok 40.2 procenata ima pristup Internetu. Ovo je značajno manje od najboljih zemalja, koje imaju brojke od 93% i 92%. Sasvim je jasno da je Srbija daleko od ostvarivanja ciljeva razvoja EU. IKT definitivno oslikava trenutnu ekonomsku situaciju u Srbiji, pošto oko 43.7% populacije nikada nije koristilo računar (evropski prosek je 26%). Takođe, 54.1% nikada nije koristilo Internet, dok je evropski prosek negde oko 30% (Nita, 2011; RZS, 2011). Svakako da i Srbija nije potpuno homogena što se tiče aktivnosti korišćenja IKT-a. Naime, Beograd i Vojvodina prednjače u odnosu na jug Srbije. U navedene regione se značajno više ulaže u razvoj IT industrije. Posebno se izdvaja razvoj IT parka u Inđiji koji će značajno povećati korpus ulaganja u ovaj segment privrede.

Kao što smo već prethodno istakli, jedan od ključnih doprinosa korišćenja metode I-odstojanja je mogućnost određivanja značaja ulaznih varijabli za proces rangiranja. Redosled značajnosti pruža interesantnu percepciju i omogućava da čak i neke varijable proglasimo kao redundantne. Ključno je postavljanje pitanja koja varijabla je ključna za proces rangiranja. Shodno tome, Pirsonove korelacije svake ulazne varijable sa dobijenom vrednošću I-odstojanja su izračunate i predstavljene u Tabeli 4.19.

Tabela 4.19 Značaj ulaznih varijabli za proces rangiranja

Varijable	Korelacija sa I-odstojanjem
Korisnici DSL pristupa Internetu na 100 stanovnika	0.837**
Fiksne telefonske linije na 100 stanovnika	0.823**
Procenat domaćinstava sa Internet pristupom	0.798**
Internet korisnici na 100 stanovnika	0.792**
Procenat domaćinstava sa računom	0.788**
Internacionalni Internet propusni opseg (bit/s) po Internet korisniku	0.782**
Mobilni pristup sa brzim protokom na 100 stanovnika	0.766**
Procenat upisanih na fakultet	0.682**
Broj korisnika mobilne mreže na 100 stanovnika	0.656**
Stopa pismenosti odraslih	0.650**
Procenat upisanih u srednju školu	0.621**

**p<0.01

Rezultati jasno pokazuju da su sve varijable značajne za proces rangiranja i imaju visoku korelaciju sa izračunatom vrednošću I-odstojanja. Najznačajnija varijabla za ocenu IKT strukture jedne zemlje je *Korisnici DSL pristupa Internetu na 100 stanovnika*, sa $r=0.837$, $p<0.01$. Ovo je daleko od neočekivanog, brojni su radovi koji su isticali ovu karakteristiku kao jednu od ključnih pokazatelja razvijenosti IKT-a (Savage & Waldman, 2005). Takođe, brojna su istraživanja koja su isticala *Povezanost na Internet* kao ključnu komponentu razvijenosti zemalja. Upravo tri sledeće varijable su izuzetno značajne po metodologiji I-odstojanja: *Procenat domaćinstava sa Internet pristupom*, *Procenat domaćinstava sa računarom* i *Internet korisnici na 100 stanovnika*. Evidentno je da ove varijable ne samo da oslikavaju stepen razvijenosti IKT-a, već su i važan indikator socio-ekonomske razvijenosti.

Od slabije rangiranih zemalja se očekuje da unaprede najvažnije indikatore razvijenosti IKT-a, kako bi značajno popravile svoj rang. Ovo se posebno odnosi na Srbiju, koja recimo ima samo 8.5 procenata korisnika ADSL-a, što je daleko ispod Islanda ili recimo Koreje, koji u proseku imaju 35%. Takođe, oko 40.2 procenta srpskih domaćinstava imaju pristup Internetu; s druge strane, taj broj je oko 90% u Koreji i Islandu.

Postoji jasna tendencija savremenih ekonomija ka nagloj ekspanziji IKT-a i postepenoj transformaciji u globalno informatičko društvo (Parasyuk, 2010; Pyrig, 2010). Stoga je neophodno unapređenje modela za evaluaciju razvijenosti IKT-a (Jeremić et al., 2011c). Svakako da metoda I-odstojanje pruža interesantnu mogućnost za unapređenje postojećih korpusa metoda, iako se koristi istih jedanaest varijabli klasifikovanih u tri kategorije (*Pristup*, *Korišćenje* i *Veštine*). Pristup pomoću metode I-odstojanja ima svoje značajne prednosti, pošto pruža informaciju o važnosti svake varijable za proces rangiranja. Na taj način, moguće je usmeriti pažnju na pojedine varijable koje najviše utiču na rang zemlje i kroz njihovo poboljšavanje najbrže napredovati na rang listi. Takođe, treba istaći da je moguće uključiti veliki broj varijabli u analizu, kao i korigovati listu ulaznih indikatora bez prethodne korekcije težinskih koeficijenata koji su u najčešćem broju slučajeva subjektivno dodeljeni. U skladu sa tim, evaluirali smo (Jeremić et al., 2011d) IKT infrastrukturu 26 EU zemalja (zbog nedostajućih podataka, Malta nije analizirana) i 10 razvijenih i zemalja u razvoju (uključujući Srbiju). Svi prikupljeni podaci su preuzeti sa oficijalnih baza Svetske Banke i sledećih 14 varijabli je korišćeno u našoj analizi:

Tabela 4.20 Indikatori za određivanje nivoa razvijenosti IKT-a

<i>Pristupačnost</i>	Broj telefonskih linija (na 100 ljudi)
	Broj mobilnih pretplatnika (na 100 ljudi)
	Broj fiksnih Internet pretplatnika (na 100 ljudi)
	Broj PC kompjutera (na 100 ljudi)
<i>Korišćenje</i>	Broj Internet korisnika (na 100 ljudi)
<i>Kvalitet</i>	Broj pretplatnika brzog Interneta (% fiksnih Internet pretplatnika)
<i>Cena</i>	Cena fiksnog telefona (US\$/mesečno)
	Cena prepaid mobilnog (US\$/mesečno)
	Cena brzog Interneta (US\$/mesečno)
<i>Trgovina</i>	Izvoz IKT proizvoda (% izvoza svih proizvoda)
	Uvoz IKT proizvoda (% uvoza svih proizvoda)
	Izvoz IKT usluga (% izvoza svih usluga)
<i>Aplikacije</i>	Indeks razvijenosti e-Uprave
	Broj sigurnih Internet servera (na 1 milion ljudi)

Rezultati dobijeni kroz primenu metode rangiranja I-odstojanje su prezentovani u Tabeli 4.21. Holandija se nalazi na vrhu ove liste. Takođe, najviše pozicije su rezervisane za evropske države. Ovakav ishod uopšte ne iznenađuje, Evropa ima izuzetnu posvećenost IKT vrednostima. Sve države imaju izuzetno visok procenat korisnika Interneta, kompjuteri i telefonske linije su svima dostupne, čak se i broj sigurnih Web servera konstantno povećava. Svi ovi faktori utiču na to što se EU zemlje nalaze na vrhu liste. S druge strane, Kina i Indija su pri dnu. Ovo su izuzetno interesantne informacije. U poslednjoj deceniji, Indija se ističe kao IKT sila. Međutim, IKT su omogućene samo uskom krugu ljudi. Mnogostruko veći procenat je onih koji nisu u stanju da koriste IKT. Sa samo 4.5 Internet korisnika na 100 ljudi (dok recimo Holandija ima 87), jasno je da samo mali deo Indije doživljava svetlosnu brzinu razvijanja IKT-a. Za većinu, IKT je sve samo ne dostupan. Vrlo sličan zaključak se može primetiti i u slučaju Kine. Takođe, Srbija je izuzetno loše rangirana. Jasno je da je Srbija daleko od ciljeva razvoja koje EU propagira, i da mora da značajno poboljša sve indikatore socio-ekonomske razvijenosti. Ovo se posebno odnosi na indikatore razvijenosti IKT infrastrukture, pošto 43.7% populacije nikada nije koristilo računar (EU-27 prosek je 26%) i 54.1% nikada nije koristilo Internet; EU-27 prosek je 30%. Ovi indikatori pokazuju koliko je Srbija daleko od EU standarda, i naglašavaju neophodnost usmeravanja pažnje na IKT. Jasno je da određeni regioni u Srbiji imaju značajno veći procenat korišćenja IKT-a od drugih regiona. Na primer, Beograd i Vojvodina prednjače u odnosu na jug Srbije. Takođe, trenutno se u Vojvodini (Indija) gradi

IT park i Vlada Srbije shvata značaj IKT industrije kao ključnu komponentu ekonomskog napretka.

Tabela 4.21 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, vrednosti I-odstojanja i rangovi

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
Holandija	63.253	1
Island	60.240	2
Švajcarska	59.878	3
Švedska	58.462	4
Danska	58.149	5
Luksemburg	55.058	6
Estonija	54.663	7
Velika Britanija	54.299	8
Francuska	52.905	9
SAD	51.082	10
Austrija	50.931	11
Mađarska	49.781	12
Finska	46.639	13
Španija	45.600	14
Češka	44.882	15
Belgija	44.266	16
Australija	43.574	17
Nemačka	42.550	18
Portugalija	41.962	19
Japan	38.362	20
Slovačka	37.898	21
Brazil	37.875	22
Kipar	35.355	23
Grčka	34.010	24
Litvanija	33.302	25
Bugarska	32.938	26
Slovenija	32.595	27
Poljska	30.730	28
Italija	30.123	29
Latvija	29.998	30
Makedonija	26.994	31
Rumunija	25.071	32
Srbija	23.883	33
Kina	21.760	34
Indija	17.374	35
Rusija	15.399	36

Naš skup podataka je nakon toga dodatno analiziran i koeficijent korelacije svakog indikatora sa vrednošću I-odstojanja je izračunat i predstavljen u Tabeli 4.22 (korišćene su Pirsonove korelacije). Kao što pokazuju rezultati, najvažnija varijabla za određivanje nivoa razvijenosti IKT-a je *Broj korisnika Interneta* (na 100 ljudi), sa $r=0.861$, $p<0.01$. Ovaj zaključak je u skladu sa mnogim prethodnim radovima koji ističu procenat korisnika Interneta kao izuzetno značajan indikator za određivanje nivoa razvijenosti država. U

skladu sa tim, ključno je da Srbija i ostale loše rangirane države poboljšaju najbitnije IKT indikatore.

Tabela 4.22 Korelacije između I-odstojanja i ulaznih indikatora

Indikatori	r
Broj Internet korisnika (na 100 ljudi)	0.861**
Broj sigurnih Internet servera (na 1 milion ljudi)	0.764**
Broj PC kompjutera (na 100 ljudi)	0.763**
Broj fiksnih Internet pretplatnika (na 100 ljudi)	0.733**
Indeks razvijenosti e-Uprave	0.711**
Cena brzog Interneta (US\$/mesečno)	0.671**
Cena fiksnog telefona (US\$/mesečno)	0.654**
Broj telefonskih linija (na 100 ljudi)	0.642**
Broj pretplatnika brzog Interneta (% fiksnih Internet pretplatnika)	0.513**
Cena prepaid mobilnog (US\$/mesečno)	0.370*
Broj mobilnih pretplatnika (na 100 ljudi)	0.280
Izvoz IKT usluga (% izvoza svih usluga)	0.195
Izvoz IKT proizvoda (% izvoza svih proizvoda)	0.126
Uvoz IKT proizvoda (% uvoza svih proizvoda)	0.066

**p<0.01, *p<0.05

4.5.3. Primena metode I-odstojanje u evaluaciji zdravlja nacija

Pošto se zdravlje smatra fundamentalnim činiocem blagostanja jedne zemlje (Janković et al., 2011), brojna su istraživanja koja su evaluirala zdravstvene sisteme (Murray & Frenk, 2010; Thorpe et al., 2007; Munkhsaikhan et al., 2011). Problem rangiranja zemalja na osnovu stepena razvijenosti zdravstvenog sistema se vrlo često vršio kroz samo jedan indikator, stopu mortaliteta (Nolte & McKee, 2003,2008). Međutim, ovaj pristup pretpostavlja da je zdravlje jednodimenzionalni koncept, što apsolutno nije tačno. Naime, definicija zdravlja po SZO posmatra zdravlje kao višedimenzionalni koncept (Klomp & de Haan, 2010). U skladu sa tim, postavlja se pitanje kako oceniti razvijenost zdravstvenih sistema pošto su varijable raznorodne i brojne. Upravo se tu pojavljuje mogućnost upotrebe metode I-odstojanja. Kao pokazna studija slučaja (Jeremić et al., 2011e), izabrani su indikatori zdravlja koji treba da oslikavaju kako zdravlje pojedinca, tako i nivo zdravstvenog sistema (vidi Tabele 4.23 i 4.24). U skladu sa prethodnim istraživanjima na datu temu (Klomp & de Haan, 2010), podaci iz Statističkog IS SZO (WHO, 2010) su korišćeni. Rezultati dobijeni metodom I-odstojanje se nalaze u Tabeli 4.25.

Tabela 4.23 Indikatori zdravlja pojedinaca

Očekivani zdravi životni vek
Očekivani životni vek
Stopa mortaliteta odraslih
Stopa mortaliteta ispod-5
Stopa mortaliteta novorođenčadi
Stopa mortaliteta majki
Izgubljene godine zbog zaraznih bolesti
Izgubljene godine zbog nezaraznih bolesti
Izgubljene godine zbog povreda
Standardizovana stopa mortaliteta: kardiovaskularne bolesti
Standardizovana stopa mortaliteta: rak
Standardizovana stopa mortaliteta: nezaraznih bolesti
Standardizovana stopa mortaliteta: povrede

Tabela 4.24 Indikatori zdravstvenog sistema

Broj zubarara na 10 000 stanovnika
Broj sestara na 10 000 stanovnika
Broj lekara na 10 000 stanovnika
Broj farmaceuta na 10 000 stanovnika
Bolničkih kreveta na 10 000 stanovnika
Stopa imunizacije - boginje
Stopa imunizacije - DTP
Stopa imunizacije - hepatitis
Stopa imunizacije - tuberkuloza
Per capita vladini troškovi na zdravlje (PPP int. \$)
Per capita ukupni troškovi na zdravlje (PPP int. \$)

Tabela 4.25 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, vrednosti i rangovi za 2007. godinu

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
Irska	44.406	1
Švedska	41.602	2
Finska	40.115	3
Luksemburg	39.347	4
Grčka	37.569	5
Malta	36.204	6
Belgija	35.310	7
Italija	34.751	8
Španija	34.655	9
Nemačka	32.491	10
Češka	29.042	11
Holandija	28.552	12
Francuska	28.355	13
Portugal	27.539	14
Austrija	27.515	15
Kipar	26.748	16
Danska	26.394	17
UK	25.942	18
Litvanija	21.308	19
Slovenija	21.057	20
Estonija	20.236	21

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
Latvija	18.658	22
Slovačka	18.591	23
Bugarska	17.206	24
Mađarska	17.124	25
Poljska	14.197	26
Rumunija	11.560	27

Kao što možemo primetiti u Tabeli 4.25, Irska se nalazi na vrhu liste najzdravijih zemalja EU. Švedska i Finska su samo pola koraka iza. S druge strane, Bugarska, Mađarska, Poljska i Rumunija su na dnu liste. Potpuno razumevanje dobijenih rezultata je moguće jedino kroz informaciju koliko je svaka od ulaznih varijabli bitna za proces rangiranja. Stoga, izračunate su Pirsonove korelacije i rezultati su predstavljeni Tabelom 4.26.

Tabela 4.26 Korelacije ulaznih varijabli sa dobijenom vrednošću I-odstojanja

Indikatori	r
Očekivani zdravi životni vek	0.813**
Standardizovana stopa mortaliteta: nezaraznih bolesti	0.783**
Očekivani životni vek	0.779**
Stopa mortaliteta ispod-5	0.751**
Stopa mortaliteta odraslih	0.749**
Per capita ukupni troškovi na zdravlje (PPP int. \$)	0.708**
Stopa mortaliteta novorođenčadi	0.653**
Per capita vladini troškovi na zdravlje (PPP int. \$)	0.633**
Standardizovana stopa mortaliteta: kardiovaskularne bolesti	0.630**
Broj farmaceuta na 10 000 stanovnika	0.581**
Stopa mortaliteta majki	0.543**
Standardizovana stopa mortaliteta: povrede	0.490**
Broj sestara na 10 000 stanovnika	0.474*
Standardizovana stopa mortaliteta: rak	0.426*
Broj lekara na 10 000 stanovnika	0.411*
Broj zubara na 10 000 stanovnika	0.382*
Stopa imunizacije - boginje	0.369
Stopa imunizacije - tuberkuloza	0.257
Izgubljene godine zbog nezaraznih bolesti	0.204
Stopa imunizacije - DTP	0.163
Stopa imunizacije - hepatitis	0.138
Izgubljene godine zbog povreda	0.099
Bolničkih kreveta na 10 000 stanovnika	0.090
Izgubljene godine zbog zaraznih bolesti	0.073

**p<0.01, *p<0.05

Kao što možemo primetiti, najbitnija varijabla za ocenu zdravlja jedne zemlje je *Očekivani zdravi životni vek* (Healthy Life Expectancy - HALE), sa $r=0.813$, $p<0.01$. Ovakav

rezultat se često navodi u brojnim istraživanjima (Engineer et al., 2010; Gilinsku et al., 2010; Stiefel et al., 2010). Vrlo sličan zaključak se može izvesti i za varijablu *Očekivani životni vek* (pri rođenju), za koju su istraživači utvrdili da postoji statistički značajna razlika između regiona u svetu (Karim et al., 2010). S obzirom da su ovo prva i treća najvažnija varijabla za određivanje ranga zemalja, države EU koje imaju najbolje vrednosti za ova dva indikatora su na vrhu liste. S druge strane, Bugarska i Rumunija se nalaze na dnu liste sa izuzetno lošim vrednostima pomenutih indikatora. Takođe, metoda I-odstojanje je pokazala da je *Stopa mortaliteta dece ispod-5* četvrta najbitnija varijabla, sa $r=0.751$, $p<0.01$. Prethodno pomenute Rumunija i Bugarska su evropske države sa najvećom stopom mortaliteta dece ispod-5 godina. To je definitivno jedan od ključnih razloga zašto su ove zemlje loše rangirane. Posebno se ističe činjenica da ove dve zemlje imaju najslabiji procenat imunizacije dece sa BSG vakcinama, samo 70%. Shodno tome, neophodno je značajno poboljšati sistem zdravstvene zaštite dece (Rechel et al., 2010). Takođe, moramo istaći da su nezarazne bolesti bitan faktor u evaluaciji zdravstvenog sistema; to je druga najbitnija varijabla za određivanje ranga zemalja, $r=0.783$, $p<0.01$. Sve zemlje sa začelja su prilično loše kotirane na osnovu ovog indikatora. S obzirom da su brojna istraživanja koja ističu ovaj aspekt kao jedan od ključnih u procesu merenja zdravlja nacija (Ott et al., 2009), zemlje Jugoistočne i Istočne Evrope moraju da drastično unaprede kvalitet zdravstvenih usluga u ovom segmentu. Ovo se posebno odnosi na bivše zemlje SSSR-a, Litvaniju, Estoniju i Latviju. Ove zemlje imaju visok stepen mortaliteta nastao kao posledica povreda i udesa, i određene veze sa konzumiranjem alkohola su istaknute u interesantnim istraživanjima (Vikhireva et al., 2010).

Rezultati jasno ukazuju na nedoslednosti u razvijenosti zdravstvenih sistema EU. S jedne strane, prednjače zemlje Skandinavije i Zapadne Evrope dok novije članice EU imaju problema da dostignu visoke standarde koje su pred njih postavljene. Pristup koji je ovde predstavljen ima brojne prednosti u odnosu na svoje prethodnike. Predloženi pristup se lako primenjuje na veliki broj zemalja, pored ranga zemalja pruža i informaciju o razlikama između njih, moguće je implementirati veliki broj varijabli u analizu. Posebno se izdvaja mogućnost dobijanja informacije o važnosti svake od ulaznih varijabli za proces rangiranja. Na taj način, svaka zemlja ima mogućnost da unapredi upravo najvažnije varijable i tako značajno poboljša svoj rang. Međutim, moguća su određena odstupanja ako modifikujemo entitete koje rangiramo, kao i korišćene varijable. Prema tome, određene varijable koje su

gotovo neznačajne u procesu rangiranja EU zemalja, mogu biti izuzetno značajne recimo u rangiranju MENA zemalja (Al-Lagilli et al., 2011). Na primer, podaci za MENA zemlje su preuzeti sa Statističkog Informatičkog Sistema SZO i MENA regionalne kancelarije (WHO, 2010; EMRO, 2010). Korišćeni su sledeći indikatori zdravlja pojedinaca: *očekivani životni vek, mortalitet neonatala, mortalitet novorođenčadi, mortalitet dece ispod-5 godina i mortalitet majki*. Što se tiče indikatora kvaliteta zdravstvenih usluga, korišćeni su: *procenat populacije sa pristupom zdravstvenim uslugama, broj zubara na 10 000 stanovnika, broj sestara na 10 000 stanovnika, broj lekara na 10 000 stanovnika, broj farmaceuta na 10 000 stanovnika, procenat dece vakcinisane protiv boginja, procenat dece vakcinisane DTP3, procenat dece vakcinisane HBV3, procenat dece vakcinisane BCG-om, procenat dece vakcinisane OPV3, ukupni troškovi na zdravlje, vladini troškovi na zdravlje*. Rezultati dobijeni metodom I-odstojanja su predstavljeni Tabelom 4.27.

Tabela 4.27 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, dobijene vrednosti i rangovi

Država	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
Katar	50.420	1
UAE	30.923	2
Jordan	28.337	3
Kuvajt	27.993	4
Libija	27.253	5
Egipat	26.993	6
Oman	26.168	7
Bahrein	24.775	8
Palestina	24.529	9
Saudijska Arabija	23.952	10
Liban	23.064	11
Tunis	22.571	12
Sirija	21.377	13
Iran	19.108	14
Maroko	16.922	15
Sudan	14.674	16
Džibuti	10.382	17
Pakistan	8.733	18
Irak	7.068	19
Avganistan	4.260	20
Jemen	3.291	21

Kao što možemo primetiti u Tabeli 4.27, Katar se nalazi na vrhu liste. Njegov zdravstveni sistem je superioran i po svim kriterijumima je bolji od ostalih zemalja. Libija se nalazi na visokom petom mestu, dok su na začelju Pakistan, Irak, Avganistan i Jemen. U sledećem koraku smo izračunali Pirsonove korelacije i rezultate predstavili u Tabeli 4.28.

Rezultati jasno pokazuju da je najvažnija varijabla za proces rangiranja *Broj medicinskih sestara*, sa $r=0.891$, $p<0.01$. Ovaj rezultat se često navodio u brojnoj literaturi na ovu temu (Smith & Neupane, 2010). Upravo je ovo jedan od ključnih razloga za sjajnu poziciju Katara koji ima najveći broj medicinskih sestara (73.8 na 10 000 stanovnika). Odmah iza Katara je Libija (54 na 10 000 stanovnika). Takođe, možemo primetiti da je *Stopa mortaliteta dece ispod 5-godina* druga najvažnija varijabla, sa $r=0.819$, $p<0.01$. Sve prethodno navedene loše plasirane zemlje imaju visok mortalitet dece ispod-5 godina. Libija, recimo, ima značajno veću stopu mortaliteta od prve dve zemlje – Katar i UAE.

Tabela 4.27 Korelacija ulaznih indikatora i dobijene vrednosti

Ulazni indikatori zdravlja	r
Broj sestara na 10 000 stanovnika	0.891**
Stopa mortaliteta dece ispod-5 godina	0.819**
Stopa mortaliteta novorođenčadi	0.811**
Očekivani životni vek	0.797**
Stopa mortaliteta neonatala	0.794**
Ukupni troškovi na zdravlje	0.779**
Vladini troškovi na zdravlje	0.762**
Procenat dece vakcinisane OPV3	0.705**
Procenat dece vakcinisane protiv boginja	0.663**
Procenat dece vakcinisane DTP3	0.654**
Broj lekara na 10 000 stanovnika	0.615**
Procenat dece vakcinisane BCG	0.601**
Broj farmaceuta na 10 000 stanovnika	0.578**
Broj zubara na 10 000 stanovnika	0.534*
Procenat populacije sa pristupom zdravstvenim uslugama	0.441*
Stopa mortaliteta majki	0.335
Procenat dece vakcinisane HBV3	0.130

** $p<0.01$, * $p<0.05$

U svakom slučaju, indikatori zdravlja dece su od ogromnog značaja za proces rangiranja (Rechel et al., 2010). Pored ovih varijabli, očekivani životni vek se nameće kao jedan od ključnih indikatora razvijenosti zdravstvenog sistema zemalja (Engineer et al., 2010; Gilinsku et al., 2010; Karim et al., 2010; Stiefel et al., 2010).

4.5.4. Primena metode I-odstojanje u rangiranju sportskih timova

Tokom vekova šah je smatran isključivo kraljevskom igrom. Veliki preokret i skok u popularnosti je nastupio početkom 20. veka. Svetska Šahovska Federacija (World Chess

Federation - FIDE) je osnovana 1924. i već tri godine kasnije je organizovala prvu Olimpijadu u Londonu. Učestvovalo je 16 ekipa, da bi do 37. Olimpijade broj nacija koje su učestvovala na Šahovskoj Olimpijadi porastao na 133. S obzirom da šah predstavlja interesantno polje istraživanja za principe odlučivanja i prepoznavanja paterna (Jeremić et al., 2010), brojni su istraživači koji su evaluirali ovu zanimljivu igru. Između ostalog, ističe se potreba za rangiranjem sportskih ekipa / reprezentacija na osnovu velikog broja varijabli. Ovaj problem posebno dobija na važnosti na bitnim šahovskim turnirima poput Olimpijade. Šahovska Olimpijada je poznata po tome da najbolji svetski igrači predstavljaju svoje zemlje, pa je konkurencija impresivna. Svaki tim se sastoji od 4 igrača, pri čemu je prva tabla najčešće i najbolji igrač u ekipi. U meču između dve ekipe, prve table igraju međusobno i tako sve preostale table. Sve do Olimpijade u Drezdenu 2008. godine, konačan plasman se određivao na osnovu ukupnog broja poena koji su osvojili članovi jednog tima. Ovaj pristup je promenjen za 38. Olimpijadu. Naime, pobeda u meču (bez obzira na postignutu razliku u meču, potpuno je svejedno da li je 4:0 ili 2.5:1.5) donosi 2 meč-boda. U slučaju nerešenog rezultata od 2:2, svaka od ekipa dobija po 1 meč-bod dok poraz ne donosi poene (FIDE, 2011). Konačan plasman se određivao na osnovu ukupnog broja osvojenih meč-bodova. Ovakav pristup je izazvao brojne kontroverze. Shodno tome, ovde su predstavljeni rezultati istraživanja (Jeremić et al., 2011f) koje je sprovedeno na rezultatima ženskih Olimpijada u Torinu i Drezdenu, 2006. i 2008. godine (Chess Results, 2011). Na obe Olimpijade je igrano 11 kola. Na Olimpijadi u Torinu 2006. godine, konačan plasman se određivao na osnovu ukupnog broja osvojenih poena svih članova tima, dok je u Drezdenu ključni kriterijum bio meč-bodovi. Naš pristup zasnovan na metodi I-odstojanja će uključiti veliki broj varijabli u analizu i na taj način pružiti objektivniji pristup rangiranju. Upravo iz tog razloga smo uključili veliki broj varijabli koje predstavljaju dostignuće jednog tima. Dok je oficijelni FIDE pristup uključivao samo tri varijable, mi smo implementirali čak 14. Prve četiri varijable su predstavljale procentualnu uspešnost svakog igrača u ekipi. Pored toga, uključili smo i performans (šahovsku snagu) svakog od igrača kao još četiri varijable. Takođe, broj pobeda – remija – poraza su uključeni kao još tri dodatne varijable. Konačno, uključili smo i tri varijable koje je FIDE i predložio kao oficijelne (meč-bodovi, suma ukupnog broja poena, Tie-Break). Problem sa organizovanjem Olimpijade zapravo leži u velikom broju timova koji učestvuju i samim tim nemogućnosti da se turnir odvija kao Berger (round-robin, svako sa svakim). Zato žreb igra značajnu ulogu u konačnom rangu Olimpijade. Stoga, mnogo veliki broj varijabli kao

pokazatelji uspešnosti ekipe tokom svih 11 kola značajno umanjuje šansu nekoj ekipi da naprečac, dobrim žrebom u poslednjih par kola, napreduje do visokog plasmana. Takođe, treba istaći da je posebna novost uvođenje performansa kao varijable za rangiranje. Performans je funkcija rezultata postignutog u određenoj partiji i šahovske snage (rejtinga) protivnika (Elo, 1986). Na ovaj način, tim neće biti u mogućnosti da pobedama nad slabijim protivnicima u poslednjim kolima dođe do značajno boljeg plasmana. Rezultati dobijeni sprovođenjem metode I-odstojanja su predstavljeni Tabelom 4.28. Možemo primetiti da su olimpijski pobednici Ukrajina potpuno zaslužili titulu. U gotovo svakoj varijabli su bili značajno bolji od ostalih timova.

Tabela 4.28 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, vrednosti I-odstojanja i rang (Torino 2006)

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
Ukrajina	102.15	1
Rusija	89.52	2
Kina	76.31	3
SAD	72.11	4
Mađarska	61.96	5
Gruzija	61.17	6
Jermenija	59.99	7
Bugarska	56.81	8
Holandija	56.22	9
Slovenija	55.97	10
Nemačka	55.57	11
Grčka	55.06	12
Indija	54.58	13
Češka	54.52	14
Rumunija	53.74	15
Poljska	52.86	16
Kuba	52.27	17
Slovačka	52.02	18
Francuska	51.46	19
Latvija	51.29	20

Nigerija	16.68	90
Kostarika	15.16	91
Trinidad & Tobago	15.05	92
Fidži	14.39	93
Namibija	12.36	94
Kenija	12.31	95
Libija	8.92	96

Rezultati ostvareni metodom I-odstojanja su izuzetno slični oficijelnim Torino 2006 rezultatima. Naime, korelacija rangova dobijenih metodom I-odstojanja sa oficijelnim

rezultatima je visoka, $r_s=0.977$, $p<0.01$. Međutim, posebno bitno pitanje je koje su varijable ključne za proces rangiranja (vidi Tabelu 4.29).

Tabela 4.29 Korelacija ulaznih indikatora sa vrednošću I-odstojanja

Indikatori	r
Suma individualnih poena	0.961**
Meč-bodovi	0.918**
Tie-Break	0.870**
Performans Tabla 2	0.852**
Performans Tabla 3	0.837**
Broj pobeda	0.792**
Broj poraza	0.791**
Performans Tabla 1	0.735**
Performans Tabla 4	0.605*
Procentat Tabla 2	0.573*
Procentat Tabla 4	0.508*
Procentat Tabla 1	0.489
Procentat Tabla 3	0.395
Broj nerešenih	0.236

**p<0.01, *p<0.05

Analiza jasno pokazuje da je suma individualnih poena najvažnija varijabla za rangiranje i ona je istovremeno i prvi kriterijum po oficijelnim Torino 2006 rezultatima. Takođe, druga dva kriterijuma za rangiranje Meč-bodovi i Tie-Break su izuzetno važni za proces rangiranja. Međutim, odluka FIDE da se indikator Meč-bodovi promoviše kao ključni kriterijum rangiranja na Olimpijadi Drezden 2008 se ne čini statistički opravdanom. Možemo primetiti da rezultati svakog pojedinca (Table 1-4) predstavljaju značajan indikator rangiranja. Međutim, prilično je iznenađenje da Tabla 1 nije najvažnija, iako tu poziciju zauzimaju najbolji igrači tima. Ovaj zaključak pruža potpuno novi pogled na ekipni šah. Rezultati ukazuju da su ipak najvažnije Table 2 i 3.

Nakon što smo sproveli analizu na Torino 2006 podacima, primenili smo metodu I-odstojanja na podacima sa Olimpijade Drezden 2008. Rezultati su prezentovani u Tabeli 4.30 i jasno pokazuju da su po metodi I-odstojanja najbolji bili Ukrajina pa Gruzija (na oficijelnoj rang listi bio je obrnut redosled).

Korelacija rangova dobijenih metodom I-odstojanja i oficijelnih rezultata iz Drezdena je visoka, $r_s=0.929$, $p<0.01$. Posebno treba obratiti pažnju na značaj svake

varijable (Tabela 4.31). Rezultati jasno pokazuju da je suma individualnih poena svih članova određenog tima najbitnija varijabla, sa $r=0.965$, $p<0.01$. Zaključak je vrlo jasan, promene koje je predložila FIDE nisu statistički opravdane i naš I-odstojanje pristup je to nedvosmisleno dokazao.

Tabela 4.30 Rezultati kvadratnog I-odstojanja, vrednosti I-odstojanja i rangovi

Zemlja	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
Ukrajina	79.63	1
Gruzija	59.28	2
Rusija	50.41	3
SAD	50.18	4
Poljska	48.06	5
Kina	46.31	6
Jermenija	43.13	7
Francuska	40.94	8
Srbija	39.47	9
Izrael	38.82	10
Belorusija	37.33	11
Mađarska	37.29	12
Grčka	35.31	13
Kuba	35.28	14
Rumunija	34.85	15
Indija	34.72	16
Holandija	33.7	17
Hrvatska	32.85	18
Italija	32.82	19
Slovačka	32.79	20

Malta	8.1	94
Honduras	7.87	95
Jemen	7.26	96
Nigerija	6.98	97
Irak	6.88	98
Irska	5.97	99
Makau	5.94	100

Međutim, FIDE je implementirala ovaj klasifikacioni model i na druga takmičenja, pri čemu je čak i na Ekipnom prvenstvu Srbije za 2009. uvela takozvani fudbalski sistem bodovanja, 3-1-0. To zapravo znači da ekipa dobija 3 meč-boda za pobjedu, 1 za nerešeno i ostaje bez poena za poraz. Ovaj pilot-projekat je ostvaren u saradnji sa FIDE i osnovni cilj je bio da se utvrdi da li ovakav pristup pruža realističan i objektivni rang ekipa, i da se nakon toga implementira kao zlatni standard na svim šahovskim turnirima (The Week in Chess, 2009). Međutim, predloženi model je podstakao brojne kontroverze o tome da li je takav pristup dobar i koliko realne krajnje rezultate možemo da očekujemo.

Tabela 4.31 Korelacija ulaznih indikatora i izračunate vrednosti I-odstojanja

Indikatori	r
Suma individualnih poena	0.965**
Meč-bodovi	0.928**
Tie-Break	0.884**
Performans Tabla2	0.851**
Broj pobeda	0.846**
Performans Tabla3	0.837**
Performans Tabla4	0.809**
Performans Tabla1	0.806**
Broj poraza	0.787**
Procenat Tabla4	0.600*
Procenat Tabla2	0.594*
Procenat Tabla3	0.548*
Procenat Tabla1	0.520*
Broj nerešenih	0.222

**p<0.01, *p<0.05

Ponekad nije moguće ostvariti istosmernost svih varijabli u našem skupu podataka, pa je moguća pojava negativnog koeficijenta korelacije i negativnog parcijalnog koeficijenta korelacije. Upravo zato je upotreba kvadratnog I-odstojanja posebno poželjna. Kvadratno I-odstojanje je dato kao:

$$D^2(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{d_i^2(r, s)}{\sigma_i^2} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{j, i, 12 \dots j-1}^2).$$

Neka je $r_{i, 12 \dots i-1}^2$ višestruki koeficijent determinacije za X_i kao zavisnu i X_j , $j \in \{1, \dots, i-1\}$ kao nezavisnu varijablu. Pošto je (Croxtton et al., 1967)

$$\prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{j, i, 12 \dots j-1}^2) = 1 - r_{i, 12 \dots i-1}^2,$$

gde je $r_{j, i, 12 \dots i-1}^2$ parcijalni koeficijent determinacije, kvadratno I-odstojanje je mnogo primenljivije u obliku:

$$D^2(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{d_i^2(r, s)}{\sigma_i^2} (1 - r_{i, 12 \dots i-1}^2).$$

Da bismo rangirali entitete (u našem slučaju, šahovske timove) moramo da fiksiramo jednu fiktivnu ekipu sa minimalnim vrednostima za svaku od varijabli. Rang lista se utvrđuje na osnovu odstojanja entiteta u odnosu na fiktivni entitet. U matricnoj definiciji I-metode definišemo Ivanovićev prostor - B (Momirović et al., 1996; Tenjović et al., 1996; Prot et al., 2008), kao projekciju podataka u Ivanovićev prostor koji je reparametarizacija originalnih

podataka u standardnoj normalnoj formi $B=Z*Q$ gde je Z matrica standardizovanih ulaznih podataka, a Q je vektor I-odstojanja. Ivanovićev prostor B je vektor standardizovanih vrednosti I-odstojanja.

Istraživanje (Jeremić & Radojičić, 2010) je sprovedeno za Ekipno Prvenstvo Srbije za 2008. i 2009. godinu (Chess Results, 2008, 2009). Na prvenstvu održanom 2008. godine, 11 timova je učestvovalo u round-robin sistemu; dok je 12 timova učestvovalo na turniru 2009. Na oba turnira, konačan plasman je određen na osnovu broja meč-bodova. Međutim, na turniru 2008. za svaku pobedu je dobijano 2, za nerešeno 1, a poraz 0 bodova. Na prvenstvu 2009. godine svaka pobeda je nagrađena sa 3 boda. Postavlja se pitanje da li je ovaj fudbalski sistem bodovanja adekvatan za šahovsko takmičenje. Posebno problematična je definicija nerešenog i 1 boda koje ekipa ostvaruje u tom slučaju, s obzirom da je nerešeno vrlo čest rezultat u šahu. U skladu sa tim, uveden je neuporedivo veći broj varijabli u analizu (umesto dve po oficijelnom sistemu – petnaest varijabli je korišćeno). Prvih šest varijabli su predstavljale procenat uspešnosti igrača svakog tima, dok su drugih šest predstavljale njihov ostvaren performans. Pored toga, ukupan broj pobeda i dva oficijelna kriterijuma/varijable (meč-bodovi i ukupan broj poena koje su ostavili pojednici – članovi tima). Rezultati metode I-odstojanje su predstavljani u Tabeli 4.32.

Kao što možemo primetiti, rezultati dobijeni metodom I-odstojanje su prilično slični oficijelnim. Pobednici, NŠK DDOR Novi Sad, se takođe nalazi na vrhu liste. Jedina nekonzistentnost je rotacija koja je napravljena na mestima 2 i 3. Takođe, i na samom takmičenju je vođena žestoka borba između ova dva tima. Dobijeni rangovi imaju visoku korelaciju sa oficijelnim rezultatima, $r=0.964$, $p<0.001$. Za dobijenu vrednost I-odstojanja, tri najvažnije varijable su *Ukupan broj poena*, *Meč-bodovi* i *Broj pobeda*. Korelacije ovih varijabli sa dobijenom vrednošću I-odstojanja su visoke i značajne, 0.954 , 0.901 i 0.879 respektivno. Dobijeni rezultati su od velikog značaja za naše istraživanje. Meč-bodovi se podrazumevaju kao najbitniji kriterijum za rangiranje. Međutim, jasno je da je suma individualnih poena članova tima primarni kriterijum koji treba da se koristi za određivanje konačnog plasmana. Posebna zanimljivost je to da je kriterijum *Ukupan broj poena* godinama bio i prvi kriterijum za rangiranje, pre nego što su čelnici FIDE odlučili da unesu promene u sistem rangiranja. Jasno se vidi da takva odluka nije bila ispravna i da dobijeni redosled ima velike nedoslednosti sa oficijelnim, nijedan od prvih pet timova nije identično rangiran u

rezultatima 2009. (vidi Tabelu 4.33). Velike oscilacije u rangovima su u najvećoj meri posledica fudbalskog sistema bodovanja, koji očigledno nije moguće primeniti u svim sportskim nadmetanjima. Takođe, treba istaći da su *Ukupan broj poena*, *Performans I Table* i *Meč-bodovi* tri najbitnije varijable. Koeficijenti korelacije su visoki i značajni, sa 0.975 , 0.878 i 0.863 respektivno.

Tabela 4.32 Rezultati metode standardizovanog I-odstojanja za Turnir 2008

Rang	Tim	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
1	NŠK DDOR Novi Sad	0.796	1
2	ŠK Beograd Beopublikum	0.243	3
3	VŠK Sveti Nikolaj	0.252	2
4	ŠK Spartak	0.016	5
5	ŠK Sloga Amiga	0.237	4
6	ŠK Radnički	-0.027	6
7	ŠK Niš	-0.212	8
8	ŠK Beogradski Vodovod	-0.189	7
9	ŠK Lasta	-0.334	10
10	ŠK Stara Pazova	-0.256	9
11	ŠK Mladenovac	-0.526	11

Tabela 4.33 Rezultati metode standardizovanog I-odstojanja za Turnir 2009

Rang	Tim	I-odstojanje	Rang I-odstojanje
1	VŠK Sveti Nikolaj	0.284	2
2	ŠK Beograd Beopublikum	0.207	3
3	NŠK DDOR Novi Sad	0.122	5
4	ŠK Radnički	0.286	1
5	ŠK Lasta	0.158	4
6	SŠK ŠK Premier	0.099	6
7	ŠK Niš	0.080	7
8	ŠK Sloga Amiga	0.052	8
9	ŠK Spartak	-0.064	9
10	ŠK Politika PEP	-0.178	11
11	ŠK Agronom	-0.109	10
12	ŠK Mladenovac	-0.940	12

5. MODEL EFIKASNOSTI ZASNOVAN NA I-ODSTOJANJU

Vrlo često rangiranje nekih pojava može imati izuzetno veliki uticaj na procese polaganja ispita, sportska takmičenja, medicinska istraživanja i sl. (Ivanović, 1973; Ivanović & Fanchette, 1973; Jeremić & Radojičić, 2010; Al-Lagilli et al., 2011). Ključan argument za korišćenje metode I-odstojanja je njena sposobnost da sintetizuje veliki broj varijabli u jednu numeričku vrednost. I-odstojanje je metrika u n -dimenzionalnom prostoru. Predložio ga je i u svojim radovima koji datiraju od 1963. godine obradio naš ekonomista prof. dr Branislav Ivanović. Ivanović je kreirao ovu metodu sa ciljem da rangira zemlje na osnovu nekoliko indikatora. Brojni socio-ekonomski indikatori su uzeti u razmatranje i ključni problem je bio kako da se svi oni iskoriste i izračuna jedan sintetički indikator koji bi predstavljao rang države.

Za određeni vektor varijabli $X^T = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ izabranih da reprezentuju entitete (zemlje/univerzitete/regione koje se rangiraju), I-odstojanje između dva entiteta $e_r = (x_{1r}, x_{2r}, \dots, x_{kr})$ i $e_s = (x_{1s}, x_{2s}, \dots, x_{ks})$ se definiše kao:

$$D(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{|d_i(r, s)|}{\sigma_i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{ji.12\dots j-1})$$

gde je $d_i(r, s)$ odstojanje između vrednosti varijabli X_i entiteta e_r i e_s , tj. diskriminacioni efekat,

$$d_i(r, s) = x_{ir} - x_{is}, \quad i \in (1, \dots, k)$$

σ_i standardna devijacija od X_i , $r_{ji.12\dots j-1}$ je parcijalni koeficijent korelacije između X_i i X_j , ($j < i$), (Ivanović, 1973; Jeremić et al., 2011a; Jeremić et al., 2011b).

Računanje vrednosti I-odstojanja je iterativno, vrši se kroz nekoliko etapa:

- izračunati vrednost diskriminacionog efekta za varijablu X_1 (najbitnija varijabla, ona koja pruža najveću količinu informacija o fenomenu koji želimo da rangiramo);
- dodati vrednost diskriminacionog efekta varijable X_2 koji nije pokriven sa X_1 ;
- dodati vrednost diskriminacionog efekta varijable X_3 koji nije pokriven sa X_1 i X_2 ;

- ponoviti procedure za sve varijable (Mihailović et al., 2009; Jeremić et al., 2011c).

Ovakvo I-odstojanje ispunjava svih 13 uslova za definisanje mera odstojanja. Ključno je napomenuti da metoda I-odstojanja zahteva standardizaciju svih podataka. Ovakav pristup se pokazao kao izuzetno uspešan prilikom prevazilaženja problema nastalih usled različitih mernih jedinica. Ponekad nije moguće uspostaviti isti predznak za sve varijable, te se stoga mogu pojaviti negativni koeficijent korelacije i negativni koeficijent parcijalne korelacije. Zbog toga se vrlo često koristi kvadratno I-odstojanje, koje je definisano kao:

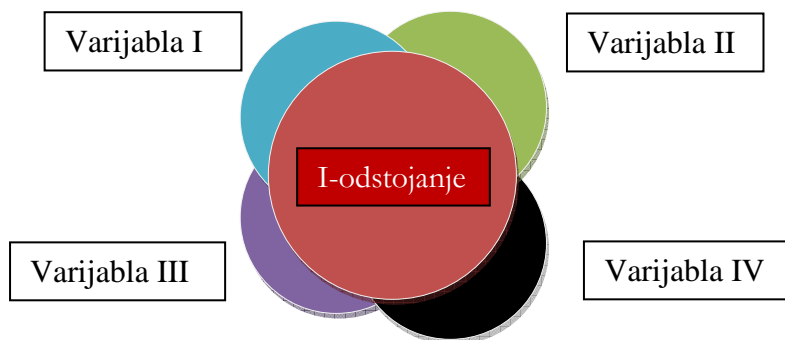
$$D^2(r, s) = \sum_{i=1}^k \frac{d_i^2(r, s)}{\sigma_i^2} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_{ji..12...j-1}^2).$$

Da bismo rangirali entitete u posmatranom skupu koristeći metodu I-odstojanja, neophodno je da fiksiramo jedan entitet kao referentni (entitet koji ima minimalne vrednosti za sve varijable – vrlo često je to jedan fiktivni entitet). Rangiranje entiteta u skupu se bazira na izračunatom odstojanju od referentnog entiteta.

Redosled uključivanja obeležja u obrazac za I-odstojanje treba da odgovara količini informacije koju to obeležje pruža. Za utvrđivanje redosleda obeležja koriste se dve metode:

1. *Subjektivna metoda.* Posle detaljne analize svakog obeležja, poželjno bi bilo da se svi zainteresovani korisnici slažu sa ocenom koje je obeležje u svakom paru $\{X_i, X_j\} \subseteq X$ značajnije u pogledu ocene veličine posmatrane pojave. Tada bi se mogao neposredno odrediti redosled svih obeležja, a izračunavanje I-odstojanja vršilo bi se prema tom redosledu. Retko se dešava da su svi zainteresovani korisnici saglasni sa tako formiranom rang listom obeležja. Svaki od korisnika pri određivanju redosleda obeležja koristi svoja lična znanja i iskustva koja su subjektivne prirode i koja se razlikuju od saznanja i iskustva drugih korisnika. Zato nije pogodno koristiti subjektivnu metodu, već treba koristiti neku objektivnu metodu za utvrđivanje redosleda obeležja.
2. *Objektivna metoda.* Ako postoji potpuna linearna zavisnost između obeležja X_i i veličine pojave, rang liste pojava prema obeležju X_i i prema veličini biće identične. Tada će biti indiferentno po kom od ovih kriterijuma ćemo rangirati pojave. Osnovna ideja za objektivno rangiranje obeležja, počiva na korelacijama između efektivno korišćenih obeležja i globalnog indeksa koji sadrži maksimalnu količinu informacije.

Možemo primetiti da redosled uključivanja obeležja u obrazac za I-odstojanje nije precizno definisan i postoji prostor za poboljšanje ovog aspekta metode. Naime, osnovna ideja Ivanovićevo odstojanja je da kroz kreiranje jednog sumarnog indeksa pokaže veličinu pojave/entiteta. Po svojoj ideji, I-odstojanje je slično faktorskoj analizi zato što integriše veći broj varijabli u jedan zajednički sadržilac (tu se međutim i razlikuje od faktorske koja pravi veći broj faktora/sadržilaca). Na taj način, moguće je pokriti informacije od većeg broja varijabli neophodnih za proces rangiranja. Ideja Ivanovića je da se kroz iterativno-inkrementalni proces uključivanja varijabli izbegne duplicitet informacija i na taj način Ivanović pruža objektivni pristup procesu rangiranja.



Slika 5.1 Osnovna ideja Ivanovićevo odstojanja – integracija većeg broja varijabli u jednu vrednost

Redosled uključivanja varijabli u obrazac za Ivanovićevo odstojanje, pored smanjenja broja koraka, direktno utiče na tačnost dobijenog rezultata. Naime, početno rešenje koje je predloženo i verifikovano kroz brojne radove se zasniva na ideji da ulazna varijabla koja najbolje korelira sa ostalim varijablama treba da bude prva uvrštena u obrazac za I-odstojanje. Ovde treba naglasiti da u skladu sa principima generalizovane varijanse, suma apsolutnih korelacija će biti osnova za definisanje redosleda varijabli. Na taj način, smanjuje se broj iteracija metode. Takođe, dobijeno rešenje je značajno preciznije s obzirom da pokriva veću površinu predstavljenu na Slici 5.1. Tokom verifikacije pomenutih doprinosa, treba napomenuti da je utvrđeno da za n ulaznih varijabli (samim tim $n!$ redosleda varijabli) postoji n rešenja metode I-odstojanja ($n=4$ i $n=5$). Rešenje koje se posebno ističe je ono koje se dobija primenom unapređenja početnog redosleda, a to je rešenje gde je suma

korelacija ulaznih varijabli sa vrednošću I-odstojanja najveća. Ovakvo dobijeno rešenje najbolje pokriva varijabilitet ulaznih obeležja, što je i suština I-odstojanja (sumiranje velikog broja varijabli u jednu vrednost, pri čemu se teži minimizaciji gubitka informacija). Posebno treba istaći da je tokom rada na disertaciji, značajan doprinos proistekao iz empirijskog dokaza da koeficijenti Ivanovićevog odstojanja, koji se koriste za rangiranje, imaju normalnu raspodelu. Ovaj doprinos je do sada nedostajao i upotpunio je 13 pravila za uspostavljanje metrike.

Na sledećem pokaznom primeru smo rangirali 20 entiteta na osnovu 4 varijable. S obzirom na 4 varijable, imamo $n!=4!=24$ ulaznih redosleda varijabli. Sproveli smo metodu I-odstojanja na svaki od ovih 24 ulaznih redosleda i rezultati su predstavljeni Tabelama 5.1-5.4. U Tabeli 5.1 nalaze se rezultati metode kada se primeni 6 ulaznih redosleda sa Varijablom1 na prvom mestu (dok se ostale tri rotiraju na 2-4 mestu). Identičan pristup je sproveden i sa Varijablom2, Varijablom3 i Varijablom4. Možemo primetiti da 4 varijable i $4!$ ulaznih raspodela konvergiraju ka 4 konačna rešenja metode. Konačna rešenja su ona u kojima se redosled važnosti ulaznih varijabli za proces rangiranja ponovi dva puta zaredom.

Tabela 5.1 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla1 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 1		Redosled 2		Redosled 3		Redosled 4		Redosled 5		Redosled 6	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	2.891	9	2.891	9	2.891	9	2.891	9	2.37	14	3.061	6
Entitet 2	3.127	8	3.426	6	3.127	8	3.127	8	3.103	6	2.667	7
Entitet 3	2.227	12	2.227	12	2.227	12	2.227	12	2.278	15	2.122	14
Entitet 4	6.704	1	6.704	1	6.704	1	6.704	1	8.776	1	8.733	1
Entitet 5	3.968	5	3.968	5	3.968	5	3.968	5	3.988	4	4.329	4
Entitet 6	3.426	6	3.2	7	3.426	6	3.426	6	2.568	11	1.745	18
Entitet 7	4.617	2	4.617	2	4.617	2	4.617	2	5.813	2	4.749	3
Entitet 8	1.201	19	1.201	19	1.201	19	1.201	19	1.268	20	1.769	17
Entitet 9	0.816	20	0.816	20	0.816	20	0.816	20	1.728	19	2.266	13
Entitet 10	4.177	3	4.177	3	4.177	3	4.177	3	4.544	3	4.749	2
Entitet 11	2.256	11	2.256	11	2.256	11	2.256	11	3.003	7	2.551	9
Entitet 12	1.921	14	1.921	14	1.921	14	1.921	14	2.764	8	2.479	11
Entitet 13	1.796	15	1.701	17	1.796	15	1.796	15	2.112	16	2.099	15
Entitet 14	4.059	4	4.059	4	4.059	4	4.059	4	3.24	5	3.409	5
Entitet 15	3.2	7	3.127	8	3.2	7	3.2	7	2.039	17	1.587	19
Entitet 16	2.515	10	2.515	10	2.515	10	2.515	10	2.374	13	2.507	10
Entitet 17	1.778	16	1.796	15	1.778	16	1.778	16	2.572	10	1.991	16
Entitet 18	1.701	17	1.778	16	1.701	17	1.701	17	2.526	12	2.394	12
Entitet 19	1.572	18	1.572	18	1.572	18	1.572	18	2.02	18	1.365	20
Entitet 20	2.196	13	2.196	13	2.196	13	2.196	13	2.672	9	2.623	8

Tabela 5.2 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla2 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled7		Redosled8		Redosled9		Redosled10		Redosled11		Redosled12	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	2.37	14	2.37	14	2.37	14	2.37	14	2.37	14	2.37	14
Entitet 2	3.103	6	3.103	6	3.103	6	3.103	6	3.103	6	3.103	6
Entitet 3	2.278	15	2.278	15	2.278	15	2.278	15	2.278	15	2.278	15
Entitet 4	8.776	1	8.776	1	8.776	1	8.776	1	8.776	1	8.776	1
Entitet 5	3.988	4	3.988	4	3.988	4	3.988	4	3.988	4	3.988	4
Entitet 6	2.568	11	2.568	11	2.568	11	2.568	11	2.568	11	2.568	11
Entitet 7	5.813	2	5.813	2	5.813	2	5.813	2	5.813	2	5.813	2
Entitet 8	1.268	20	1.268	20	1.268	20	1.268	20	1.268	20	1.268	20
Entitet 9	1.728	19	1.728	19	1.728	19	1.728	19	1.728	19	1.728	19
Entitet 10	4.544	3	4.544	3	4.544	3	4.544	3	4.544	3	4.544	3
Entitet 11	3.003	7	3.003	7	3.003	7	3.003	7	3.003	7	3.003	7
Entitet 12	2.764	8	2.764	8	2.764	8	2.764	8	2.764	8	2.764	8
Entitet 13	2.112	16	2.112	16	2.112	16	2.112	16	2.112	16	2.112	16
Entitet 14	3.24	5	3.24	5	3.24	5	3.24	5	3.24	5	3.24	5
Entitet 15	2.039	17	2.039	17	2.039	17	2.039	17	2.039	17	2.039	17
Entitet 16	2.374	13	2.374	13	2.374	13	2.374	13	2.374	13	2.374	13
Entitet 17	2.572	10	2.572	10	2.572	10	2.572	10	2.572	10	2.572	10
Entitet 18	2.526	12	2.526	12	2.526	12	2.526	12	2.526	12	2.526	12
Entitet 19	2.02	18	2.02	18	2.02	18	2.02	18	2.02	18	2.02	18
Entitet 20	2.672	9	2.672	9	2.672	9	2.672	9	2.672	9	2.672	9

Tabela 5.3 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla3 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 13		Redosled 14		Redosled 15		Redosled 16		Redosled 17		Redosled 18	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	3.061	6	3.061	6	3.061	6	3.061	6	3.061	6	3.061	6
Entitet 2	2.667	7	2.667	7	2.667	7	2.667	7	2.667	7	2.667	7
Entitet 3	2.122	14	2.122	14	2.122	14	2.122	14	2.122	14	2.122	14
Entitet 4	8.733	1	8.733	1	8.733	1	8.733	1	8.733	1	8.733	1
Entitet 5	4.329	4	4.329	4	4.329	4	4.329	4	4.329	4	4.329	4
Entitet 6	1.745	18	1.745	18	1.745	18	1.745	18	1.745	18	1.745	18
Entitet 7	4.749	3	4.749	3	4.749	3	4.749	2	4.749	3	4.749	2
Entitet 8	1.769	17	1.769	17	1.769	17	1.769	17	1.769	17	1.769	17
Entitet 9	2.266	13	2.266	13	2.266	13	2.266	13	2.266	13	2.266	13
Entitet 10	4.749	2	4.749	2	4.749	2	4.749	3	4.749	2	4.749	3
Entitet 11	2.551	9	2.551	9	2.551	9	2.551	9	2.551	9	2.551	9
Entitet 12	2.479	11	2.479	11	2.479	11	2.479	11	2.479	11	2.479	11
Entitet 13	2.099	15	2.099	15	2.099	15	2.099	15	2.099	15	2.099	15
Entitet 14	3.409	5	3.409	5	3.409	5	3.409	5	3.409	5	3.409	5
Entitet 15	1.587	19	1.587	19	1.587	19	1.587	19	1.587	19	1.587	19
Entitet 16	2.507	10	2.507	10	2.507	10	2.507	10	2.507	10	2.507	10
Entitet 17	1.991	16	1.991	16	1.991	16	1.991	16	1.991	16	1.991	16
Entitet 18	2.394	12	2.394	12	2.394	12	2.394	12	2.394	12	2.394	12
Entitet 19	1.365	20	1.365	20	1.365	20	1.365	20	1.365	20	1.365	20
Entitet 20	2.623	8	2.623	8	2.623	8	2.623	8	2.623	8	2.623	8

Tabela 5.4 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla4 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 19		Redosled 20		Redosled 21		Redosled 22		Redosled 23		Redosled 24	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	2.37	14	2.37	14	1.593	18	1.593	18	1.593	18	1.593	18
Entitet 2	3.103	6	3.103	6	2.942	9	2.942	9	2.942	9	2.942	9
Entitet 3	2.278	15	2.278	15	1.999	17	1.999	17	1.999	17	1.999	17
Entitet 4	8.776	1	8.776	1	7.778	1	7.778	1	7.778	1	7.778	1
Entitet 5	3.988	4	3.988	4	3.153	6	3.153	6	3.153	6	3.153	6
Entitet 6	2.568	11	2.568	11	0.857	20	0.857	20	0.857	20	0.857	20
Entitet 7	5.813	2	5.813	2	3.958	2	3.958	2	3.958	2	3.958	2
Entitet 8	1.268	20	1.268	20	2.095	14	2.095	14	2.095	14	2.095	14
Entitet 9	1.728	19	1.728	19	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4
Entitet 10	4.544	3	4.544	3	3.956	3	3.956	3	3.956	3	3.956	3
Entitet 11	3.003	7	3.003	7	3.23	5	3.23	5	3.23	5	3.23	5
Entitet 12	2.764	8	2.764	8	2.543	12	2.543	12	2.543	12	2.543	12
Entitet 13	2.112	16	2.112	16	2.062	16	2.062	16	2.062	16	2.062	16
Entitet 14	3.24	5	3.24	5	2.992	7	2.992	7	2.992	7	2.992	7
Entitet 15	2.039	17	2.039	17	1.164	19	1.164	19	1.164	19	1.164	19
Entitet 16	2.374	13	2.374	13	2.75	10	2.75	10	2.75	10	2.75	10
Entitet 17	2.572	10	2.572	10	2.549	11	2.549	11	2.549	11	2.549	11
Entitet 18	2.526	12	2.526	12	2.975	8	2.975	8	2.975	8	2.975	8
Entitet 19	2.02	18	2.02	18	2.089	15	2.089	15	2.089	15	2.089	15
Entitet 20	2.672	9	2.672	9	2.399	13	2.399	13	2.399	13	2.399	13

Tabela 5.5 Četiri rešenja metode, korelacije ulaznih varijabli sa vrednošću I-odstojanja

Entitet	REŠENJE 1		REŠENJE 2		REŠENJE 3		REŠENJE 4	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	2.891	9	2.37	14	3.061	6	1.593	18
Entitet 2	3.127	8	3.103	6	2.667	7	2.942	9
Entitet 3	2.227	12	2.278	15	2.122	14	1.999	17
Entitet 4	6.704	1	8.776	1	8.733	1	7.778	1
Entitet 5	3.968	5	3.988	4	4.329	4	3.153	6
Entitet 6	3.426	6	2.568	11	1.745	18	0.857	20
Entitet 7	4.617	2	5.813	2	4.749	3	3.958	2
Entitet 8	1.201	19	1.268	20	1.769	17	2.095	14
Entitet 9	0.816	20	1.728	19	2.266	13	3.397	4
Entitet 10	4.177	3	4.544	3	4.749	2	3.956	3
Entitet 11	2.256	11	3.003	7	2.551	9	3.23	5
Entitet 12	1.921	14	2.764	8	2.479	11	2.543	12
Entitet 13	1.796	15	2.112	16	2.099	15	2.062	16
Entitet 14	4.059	4	3.24	5	3.409	5	2.992	7
Entitet 15	3.2	7	2.039	17	1.587	19	1.164	19
Entitet 16	2.515	10	2.374	13	2.507	10	2.75	10
Entitet 17	1.778	16	2.572	10	1.991	16	2.549	11
Entitet 18	1.701	17	2.526	12	2.394	12	2.975	8
Entitet 19	1.572	18	2.02	18	1.365	20	2.089	15
Entitet 20	2.196	13	2.672	9	2.623	8	2.399	13

Varijable	r	Varijable	r	Varijable	r	Varijable	r
Var1	0.913	Var2	0.961	Var3	0.966	Var4	0.902
Var2	0.86	Var3	0.884	Var2	0.882	Var3	0.842
Var3	0.76	Var1	0.63	Var4	0.635	Var2	0.741
Var4	0.285	Var4	0.614	Var1	0.602	Var1	0.297
Suma r=	2.818	Suma r=	3.089	Suma r=	3.085	Suma r=	2.782

U Tabeli 5.5 su izdvojena 4 rešenja metode, pri čemu treba istaći da od 24 ulaznih redosleda varijabli u 4 slučaja dolazimo do *Rešenja 1*; u 9 slučajeva dolazimo do *Rešenja 2*, dok u 7 slučajeva je krajnje *Rešenje 3*. Poslednje, *Rešenje 4* nastaje nakon sprovedene metode na četiri kombinacije ulaznih varijabli. Dakle, Rešenje 2 se najčešće dobija kao konačno rešenje. Međutim, ne čini ga to najboljim rešenjem. Osnovna poenta I-odstojanja je sintetizovanje velikog broja varijabli u jednu vrednost. Kao što smo već pokazali na Slici 5.1, jasno je da I-odstojanje treba da minimizira gubitak informacija i obuhvati što veći varijabilitet ulaznih obeležja. Mera u kojoj je I-odstojanje to i uspeo je suma korelacija ulaznih varijabli sa dobijenom vrednošću I-odstojanja. Što veća vrednost označava veći kvalitet I-odstojanja, pošto to zapravo znači da je metoda dobro integrisala veliki broj varijabli u jednu vrednost. Možemo primetiti da *Rešenje 2* ima najveću sumu korelacija sa ulaznim varijablama (3.089). Stoga zaključujemo da je dobijeno rešenje i najbolje od četiri prethodno navedena. Pored toga, treba istaći na koji način je predlog unapređenja početnog koraka metode uticao na dobijanje rezultata. Već smo prethodno objasnili da je predlog da se kao početni redosled ulaznih varijabli uzme onaj zasnovan na sumi apsolutnih korelacija. Upravo ovaj pristup formira početni redosled varijabli koji odmah u prvoj iteraciji vodi do konačnog rešenja. Rešenje koje se dobija je i ono koje ima najveću sumu korelacija sa ulaznim varijablama, *Rešenje 2*. Dobijeni rezultati nedvosmisleno pokazuju da se unapređenje algoritma, kroz definisanje početnog redosleda zasnovanog na sumi apsolutnih korelacija, manifestuje ne samo kroz ubrzanje vremena izvršenja metode, već i kroz dobijanje najboljeg rešenja I-odstojanja. Takođe, eksperimentalno smo pokazali da isti princip važi i za pet varijabli, tj. $5!$ (120) ulaznih redosleda (rezultati eksperimenta su predstavljeni u poglavlju Prilog).

Osnovna ideja je da se primeni unapređena metoda I-odstojanje kroz kreiranje statističkog modela za merenje efikasnosti Ivanović-Jeremić Distance Based Analysis. Naime, na određenom broju ulaznih indikatora/varijabli sprovodimo metodu I-odstojanje i izračunamo vrednost $I-distance_{input}$. Isti pristup ćemo primeniti na niz izlaznih varijabli. Dobijene vrednosti ćemo standardizovati na nivo 0-1 kroz implementaciju norme L_{∞} . Efikasnost posmatranog entiteta će biti izračunata kao $EF = I-distance_{output} / I-distance_{input}$. Svaki entitet koji ima vrednost efikasnosti od minimum 1 smatramo efikasnim.

5.1. Merenje efikasnosti univerziteta primenom DBA metode

Kao što smo već napomenuli, problem rangiranja visokoobrazovnih institucija privlači veliku pažnju javnosti. Brojni stejkholderi, a posebno studenti, su zainteresovani za ovaj proces i koriste rang univerziteta kao pokazatelj njihove reputacije i kvaliteta (Agasisti & Perez-Esparrells, 2010; Jeremić et al., 2011a). Svakako da je najviše citirana Šangajska Academic Ranking of World Universities (ARWU) rang lista koja je u centru pažnje od njenog kreiranja 2003. godine (Aguillo et al., 2010; Docampo, 2011). Šangajska ARWU lista se bazira na šest različitih kriterijuma koji teže da ocene kvalitet jedne visokoobrazovne institucije (Liu & Cheng, 2005; Liu et al., 2005). U okviru svake kategorije, najbolje plasirani univerzitet dobija 100 poena i koristi se kao benchmark prema kome se svi ostali univerziteti vrednuju/ocenjuju/skaliraju. Nakon toga, ponderacijom svih šest varijabli se formira konačan skor (Dehon et al., 2010). U okviru ovih šest varijabli/indikatora, “HiCi” i “PUB” predstavljaju istraživački output: “HiCi” broj visokocitiranih autora, dok je “PUB” broj radova objavljenih u časopisima indeksiranim na Science Citation Index Expanded i Social Science Citation Index listama.

Iako ARWU rang lista pruža informaciju o najboljim svetskim univerzitetima, ona ne uspeva da pokaže i njihovu efikasnost. Naime, ovo je od izuzetno velikog značaja pošto veći i bolje finansirani univerziteti imaju veći broj istraživača, profesora, doktoranata. Upravo zato, ovo nas vodi do zaključka da moćniji univerziteti imaju veću verovatnoću postizanja boljeg istraživačkog izlaza (Leydesdorff & Shin, 2011; Bornmann & Leydesdorff, 2011; Bornmann & Waltman, 2011). Shodno tome, neophodno je bliže objasniti efikasnost istraživačkog izlaza univerziteta i kao potencijalna metoda se preporučuje Ivanović-Jeremić DBA.

S obzirom da smo želeli da ocenimo istraživačku efikasnost vodećih svetskih univerziteta, koristili smo sledeće ulazne varijable: (I1) budžet, (I2) broj nastavnog osoblja i (I3) broj studenata poslediplomskih studija – Master & PhD. S druge strane, izlazi su predstavljeni kroz varijable (O1) HiCi i (O2) PUB (oficijelni skorovi na web strani ARWU metodologije). Naš uzorak je 54 SAD Univerziteta koji su rangirani u prvih 100 na oficijelnoj ARWU listi. Rezultati Ivanović-Jeremić DBA metode su predstavljeni u Tabeli 5.6.

Tabela 5.6 Rezultati DBA metode (efikasnost i rang), ARWU i DEA rangovi

Univerzitet	DBA efikasnost	DBA rang	ARWU rang	DEA rang
California Institute of Technology	3.957	1	5	3
University of California, San Francisco	2.723	2	17	9
University of California, San Diego	2.680	3	12	2
University of California, Santa Barbara	2.250	4	24	7
University of Colorado at Boulder	1.518	5	25	15
University of California, Irvine	1.484	6	33	6
University of California, Berkeley	1.382	7	2	4
Rockefeller University	1.343	8	26	1
Massachusetts Institute of Technology (MIT)	1.305	9	4	11
Stanford University	1.049	10	3	10
Brown University	1.031	11	41	16
University of Wisconsin - Madison	0.935	12	15	22
University of California, Los Angel.	0.931	13	11	5
Princeton University	0.920	14	6	12
Cornell University	0.891	15	10	30
University of Rochester	0.857	16	47	18
Harvard University	0.789	17	1	14
University of Pennsylvania	0.788	18	13	20
Duke University	0.752	19	27	26
University of Washington	0.736	20	14	17
University of California, Davis	0.724	21	32	29
University of Illinois at Urbana-Champaign	0.705	22	19	36
University of Chicago	0.705	23	8	32
Northwestern University	0.615	24	21	40
Carnegie Mellon University	0.614	25	39	19
Yale University	0.612	26	9	21
University of Michigan - Ann Arbor	0.611	27	18	13
Washington University in St. Louis	0.605	28	22	33
University of Maryland, College Park	0.599	29	28	41
University of Pittsburgh	0.594	30	38	34
Texas A&M University – College Station	0.583	31	51	24
Columbia University	0.582	32	7	28
University of North Carolina at Chapel Hill	0.573	33	30	43
University of Virginia	0.549	34	52	25
The Johns Hopkins University	0.539	35	16	45
The University of Texas Southwestern Medical Center at Dallas	0.533	36	35	23
University of Minnesota, Twin Cities	0.503	37	20	35
Rutgers, The State University of New Jersey - New Brunswick	0.483	38	37	39
Vanderbilt University	0.483	39	36	37
The Ohio State University - Columbus	0.465	40	40	50

Univerzitet	DBA efikasnost	DBA rang	ARWU rang	DEA rang
University of Arizona	0.463	41	45	27
Michigan State University	0.456	42	49	48
Pennsylvania State University - University Park	0.430	43	31	51
The University of Texas at Austin	0.383	44	29	47
University of Florida	0.376	45	42	49
University of Utah	0.354	46	48	38
University of Southern California	0.312	47	34	53
Purdue University - West Lafayette	0.302	48	43	44
New York University	0.287	49	23	54
Boston University	0.283	50	44	52
Indiana University Bloomington	0.206	51	50	46
Case Western Reserve University	0.206	52	53	31
Arizona State University - Tempe	0.184	53	46	42
Rice University	0.140	54	54	8

Kao što možemo primetiti iz Tabele 5.6, California Institute of Technology je najefikasniji univerzitet po DBA metodi. Vidimo da postoje značajna neslaganja između rangiranja po ARWU metodologiji i ocene efikasnosti. DBA metoda favorizuje univerzitete koji imaju bolji output od onoga što se može očekivati na osnovu njihovih ulaznih varijabli. U nastavku smo sproveli DEA metodu i dobijeni rangovi su predstavljeni u Tabeli 5.7. Možemo primetiti da naša DBA metoda sjajno korelira sa DEA metodom, $r_s=0.788$, $p<0.01$ (vidi Tabelu 5.7); dok su korelacije ARWU i DEA, $r_s=0.431$, $p<0.01$; DBA i ARWU, $r_s=0.654$, $p<0.01$.

Tabela 5.7 Spearman's (rho) korelacije rangova

	ARWU	DEA	DBA
ARWU	1	0.431**	0.654**
DEA		1	0.788**
DBA			1

**p<0.01

5.2. Merenje efikasnosti bankarskog sektora primenom DBA metode

Recesija i teška ekonomska situacija 90-ih godina prošlog veka je u velikoj meri uzdrmala bankarski sektor Srbije koji se suočio sa padom performansi, nedovoljno razvijenim finansijskim tržištem, nedostatkom pravnih okvira za nesmetano funkcionisanje i sl. U poslednjoj deceniji, došlo je do velikih i značajnih promena koje su doprinele

oporavku bankarskog sektora od 2001. godine (Bulajić et al., 2011). Od ukupno 50-ak banaka koje su radile pod državnom upravom sa izuzetno lošim rezultatima, većina je ugašena i na kraju svega dvadesetak banaka je trenutno aktivno. Sve banke se pridržavaju strogih zakonskih regulativa koje je propisala Narodna Banka Srbije, a sa ciljem približavanja standardima EU. Tokom narednog perioda, očekuje se značajan pad broja banaka koje aktivno učestvuju u Srbiji i postavlja se pitanja koja od banaka će preživeti nadolazeće probleme. Upravo zato je neophodno posvetiti pažnju merenju efikasnosti banaka i predlozima kako efikasnost i poboljšati (Al-Sharkas et al., 2008; Knežević et al., 2012).

DBA metoda je primenjena na 26 banaka koje su radile u Srbiji u periodu 2006-2010 godine. Na kraju 2010., 34 banke su poslovale u Srbiji, ali samo one koje su posedovale potpune informacije su i uključene u analizu. Ovih osam eliminisanih banaka su zauzimale samo 1% srpskog bankarskog tržišta i stoga ih možemo smatrati irelevantnim za našu analizu. Pošto smo izvršili faktorsku analizu na prikupljenim podacima, od 14 varijabli smo sveli naš problem na pet ulaznih - (I1) izvori finansiranja, (I2) likvidna sredstva, (I3) keš, (I4) portfolio i (I5) broj zaposlenih i dve izlazne varijable (O1) CBNI (core net business income) i (O2) NII (net interest income).

Rezultati dobijeni primenom DBA metode su predstavljeni u Tabeli 5.8. Kao što možemo primetiti, efikasnost banaka se značajno menjala tokom petogodišnjeg vremenskog perioda. Samo tri banke (Societe Generale, EFG Eurobank i Banca Intesa) su konstantno bile efikasne u svih pet godina. Ukupno gledano, najlošija efikasnost je zabeležena u 2007. i 2008. godini.

Skorovi efikasnosti koje smo za svaku banku dobili tokom petogodišnjeg perioda, mogu se iskoristiti kako bi se uočile sličnosti među njima i nakon toga ih grupisati. Wardov method za hijerarhijski klastering je primenjen i uočili smo četiri klastera. *Klaster 1* se sastoji od četiri banke, klasifikovane kao *Efikasne*, čija je efikasnost u proseku bila preko 1. Sedam banaka je grupisano u *Klaster 2* koji predstavlja grupu *Skoro efikasne*. Prosečna efikasnost banaka u *Klasteru 2* je bila od 0.734 do 0.895. Navedene banke nisu uvek efikasne, ali su izuzetno blizu ostvarenja tog cilja. Moramo primetiti da od 11 banaka koje pripadaju *Klasteru 1* i 2, samo jedna banka (AIKbanka) nije u većinskom stranom vlasništvu. *Klaster 3* (*Neefikasne*) se sastoji od 10 banaka čija efikasnost se kreće između 0.424 i 0.644. Većina od ovih banaka je bila neefikasna u poslednjih pet godina. Poslednji klaster čini pet banaka

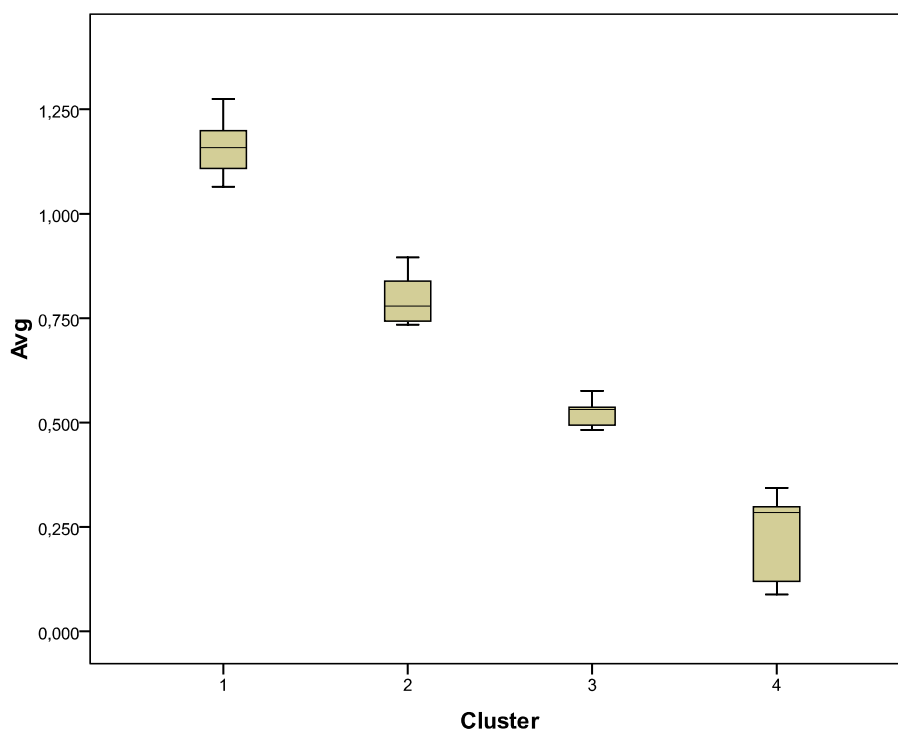
koje su *Izrazito neefikasne* i njihova prosečna efikasnost se kretala između 0.088 i 0.343. To su uglavnom manje domaće banke koje će morati da se privatizuju kako bi preživele u prilično turbulentnom poslovnom okruženju. Osnovni parametri deskriptivne statistike za prosečne skorove efikasnosti su dati u Tabeli 5.9 i na Slici 5.2.

Tabela 5.8 DBA skorovi efikasnosti i pripadajući klasteri

	<i>Banka</i>	<i>2006</i>	<i>2007</i>	<i>2008</i>	<i>2009</i>	<i>2010</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>Avg</i>	<i>Rang</i>
Klaster 1. Efikasna	AIK banka	1.487	0.531	1.274	1.484	1.597	0.531	1.597	1.275	1
	Societe Generale	1.288	1.387	1.199	1.079	1.044	1.044	1.387	1.199	2
	EFG Eurobank	1.097	1.357	1.177	1.092	1.068	1.068	1.357	1.158	3
	Banca Intesa	1.221	1.000	1.000	1.000	1.101	1.000	1.221	1.064	4
Klaster 2. Skoro efikasna	UniCredit bank	0.868	0.894	0.615	0.950	1.151	0.615	1.151	0.895	5
	OTP banka	1.144	1.255	0.993	0.859	0.150	0.150	1.255	0.880	6
	Univerzal banka	0.596	0.979	0.948	0.654	0.805	0.596	0.979	0.796	7
	RB Vojvodine	0.645	0.818	0.572	0.796	1.062	0.572	1.062	0.778	8
	Erste bank	0.274	0.511	0.844	1.101	0.995	0.274	1.101	0.745	9
	Raiffeisenbank	0.898	0.908	1.082	0.551	0.265	0.265	1.082	0.741	10
	ProCredit bank	1.187	0.713	0.492	0.590	0.691	0.492	1.187	0.734	11
Klaster 3. Neefikasna	Credit Agricole bank	1.002	0.389	0.389	0.968	0.474	0.389	1.002	0.644	12
	Piraeus bank	0.106	0.428	0.809	0.618	0.918	0.106	0.918	0.575	13
	Čačanska banka	0.378	0.263	0.709	0.380	0.960	0.263	0.960	0.538	14
	Hypo-Alpe-Adria bank	0.410	0.181	0.558	0.880	0.652	0.181	0.880	0.536	15
	Srpska banka	1.049	0.263	0.118	0.412	0.825	0.118	1.049	0.533	16
	Poštanska štedionica	0.994	0.033	0.525	0.555	0.548	0.033	0.994	0.531	17
	NLB banka	0.485	0.282	0.841	0.540	0.334	0.282	0.841	0.496	18
	Komercijalna banka	1.041	0.597	0.368	0.256	0.205	0.205	1.041	0.494	19
	Volks banka	0.130	0.246	0.268	0.706	1.060	0.130	1.060	0.482	20
	Alpha bank	0.853	0.550	0.431	0.050	0.236	0.050	0.853	0.424	21
	Klaster 4. Izrazito neefikasna	KBC banka	0.205	0.569	0.108	0.654	0.179	0.108	0.654	0.343
Vojvodanska banka		0.079	0.477	0.576	0.227	0.129	0.079	0.576	0.298	23
Marfin bank		0.154	0.276	0.076	0.495	0.423	0.076	0.495	0.285	24
PB Beograd		0.029	0.114	0.027	0.170	0.259	0.027	0.259	0.120	25
Credy banka		0.043	0.028	0.025	0.330	0.014	0.014	0.330	0.088	26

Tabela 5.9 Deskriptivna statistika za prosečne skorove efikasnosti u klasterima

Prosečan skor efikasnosti	Klaster 1 <i>Efikasne</i>	Klaster 2 <i>Skoro efikasne</i>	Klaster 3 <i>Neefikasne</i>	Klaster 4 <i>Izrazito neefikasne</i>
m	1.174	0.795	0.525	0.226
std	0.087	0.066	0.058	0.114
min	1.064	0.734	0.424	0.088
max	1.275	0.895	0.644	0.343
# banaka	4	7	10	5



Slika 5.2 Boxplot za prosečne skorove efikasnosti

5.3. Merenje efikasnosti zdravstvenih sistema primenom DBA metode

Tokom ovog rada smo u više navrata napomenuli socio-ekonomsku razvijenost kao jedan od koncepata zbog koga je metoda I-odstojanja u suštini i nastala. Brojna istraživanja su pokazala da zdravstveni sistem jedne zemlje u najboljoj meri reprezentuje njenu razvijenost i blagostanje. Upravo zato, neophodno je vrlo detaljno istražiti ove sisteme. Iako su brojni pokušaji analize zdravstvenih sistema samo kroz jednu komponentu (najčešće stopu mortaliteta), moramo naglasiti da zdravlje predstavlja višedimenzionalni koncept i kao takav se mora i istražiti (Al-Lagilli et al., 2011; Jeremić et al., 2011e). Da bismo sproveli analizu efikasnosti zdravstvenih sistema, neophodno je varijable podeliti u dve grupe: ulaze i izlaze. Ulazni indikatori predstavljaju stepen razvijenosti zdravstvenih usluga poput: broja lekara – medicinskih sestara - zubara na 1000 stanovnika, per capita potrošnja na zdravlje i sl. S druge strane, izlazi predstavljaju zdravlje pojedinca: HALE, očekivani životni vek, stope mortaliteta – beba, novorođenčadi, majki i sl. Korišćenjem DBA metode moguće je izvršiti procenu efikasnosti zdravstvenog sistema određene zemlje

(Jeremić et al., 2012a). Na taj način moguće je odrediti koje države adekvatno koriste svoje resurse (ulazne varijable) kako bi postigle što je veći izlaz (bolje zdravlje pojedinca).

Tabela 5.10 Rezultati metode I-odstojanje – vrednosti i rangovi – za ulazne varijable
(indikator kvaliteta usluga)

Rang	Država	I-odstojanje
1	Grčka	10.691
2	Belgija	9.999
3	Luksemburg	9.321
4	Francuska	9.030
5	Malta	9.004
6	Nemačka	8.999
7	Finska	8.750
8	Švedska	8.570
9	Austrija	8.199
10	Češka	7.872
11	Litvanija	7.858
12	Irska	7.823
13	Danska	7.726
14	Holandija	7.273
15	Italija	6.676
16	Estonija	6.484
17	Velika Britanija	6.160
18	Latvija	6.141
19	Bugarska	6.116
20	Mađarska	5.993
21	Portugalija	5.754
22	Španija	5.532
23	Slovačka	5.321
24	Slovenija	4.470
25	Kipar	3.834
26	Poljska	2.195
27	Rumunija	1.372

Važno je napomenuti da izbor indikatora koje smo uveli u našu analizu mora da oslikava kako zdravlje pojedinca, tako i zdravlje sistema – kvalitet zdravstvenih usluga. Varijable koje predstavljaju ulaz su: (I1) broj zubara na 10 000 stanovnika, (I2) broj medicinskih sestara na 10 000 stanovnika, (I3) broj lekara na 10 000 stanovnika, (I4) broj farmaceuta na 10 000 stanovnika, (I5) broj bolničkih kreveta na 10 000 stanovnika, (I6) per capita budžetski trošak na zdravstveni sistem (PPP int. \$) i (I7) per capita ukupni trošak na zdravstveni sistem (PPP int. \$). S druge strane, zdravlje pojedinca je predstavljeno sledećim

indikatorima: (O1) HALE, (O2) očekivani životni vek, (O3) stopa mortaliteta odraslih, (O4) stopa mortaliteta za decu ispod-5 godina, (O5) stopa mortaliteta novorođenčadi i (O6) stopa mortaliteta majki. Rezultati metode sprovedene na ulaznim podacima (indikatoru kvaliteta usluga) su prikazani u Tabeli 5.10.

Tabela 5.11 Rezultati metode I-odstojanje – vrednosti i rangovi – za izlazne varijable (indikatoru zdravlja pojedinaca)

Rang	Država	I-odstojanje
1	Irska	7.720
2	Švedska	5.609
3	Italija	5.609
4	Španija	5.159
5	Grčka	5.151
6	Danska	4.850
7	Austrija	4.816
8	Nemačka	4.594
9	Finska	4.478
10	Kipar	4.400
11	Francuska	4.373
12	Holandija	4.318
13	Luksemburg	4.233
14	Portugalija	3.888
15	Slovenija	3.847
16	Češka	3.845
17	Belgija	3.781
18	Malta	3.724
19	Velika Britanija	3.619
20	Poljska	2.065
21	Slovačka	1.840
22	Mađarska	1.577
23	Estonija	1.203
24	Bugarska	0.989
25	Rumunija	0.660
26	Latvija	0.490
27	Litvanija	0.469

Kao što možemo primetiti, Grčka je najbolje rangirana među 27 EU zemalja, dok su Belgija i Luksemburg za nijansu slabije plasirani. Od svih EU zemalja, one najviše ulažu u sektor zdravstva. Nasuprot njima, Poljska i Rumunija su prikovane za dno tabele. Poseban doprinos i kvalitet metode I-odstojanje predstavlja mogućnost da se uoči koja varijabla je najbitnija prilikom evaluacije kvaliteta servisa. U skladu sa brojnim radovima na ovu temu, naša analiza je pokazala da je *Broj lekara na 10 000 stanovnika* najvažnija varijabla,

$r=0.769$, $p<0.01$. Nakon što smo sproveli metodu na ulaznim, apsolutno identičan postupak se sprovodi i na izlaznim varijablama. Rezultati su prikazani u Tabeli 5.11. Nakon toga, postupkom standardizacije i stavljanjem u odnos vrednosti izlaza i ulaza dobili smo skorove efikasnosti koji su prikazani u Tabeli 5.12.

Kao što možemo primetiti, Kipar predstavlja najefikasniju zemlju EU sa aspekta zdravstvenih sistema. Ključni razlozi leže u činjenici da Kipar ima izuzetno loše pokazatelje kvaliteta usluga (rangirani kao 25. – samo 23 lekara na 10 000 stanovnika – dok je prosek EU 33), dok imaju odlične indikatore zdravlja pojedinaca (10. mesto). Brojna su istraživanja koja navode mediteransku ishranu i lagodan život na ostrvu kao ključne razloge dugovečnosti stanovnika Kipra. S druge strane, brojne države EU prikazuju znake neefikasnosti.

Tabela 5.12 Efikasnost zdravstvenog sistema EU zemalja

Rang	Država	Efikasnost
1	Kipar	1.589
2	Irska	1.367
3	Poljska	1.303
4	Španija	1.291
5	Slovenija	1.192
6	Italija	1.163
7	Portugalija	0.936
8	Švedska	0.906
9	Danska	0.869
10	Holandija	0.822
11	Velika Britanija	0.814
12	Austrija	0.813
13	Finska	0.709
14	Nemačka	0.707
15	Češka	0.676
16	Francuska	0.670
17	Grčka	0.667
18	Rumunija	0.666
19	Luksemburg	0.629
20	Malta	0.573
21	Belgija	0.524
22	Slovačka	0.479
23	Mađarska	0.364
24	Estonija	0.257
25	Bugarska	0.224
26	Latvija	0.110
27	Litvanija	0.083

5.4. Merenje efikasnosti regiona Srbije primenom DBA metode

Kao što smo veliki broj puta naglasili, merenje socio-ekonomske razvijenosti zemalja je jedno od kritičnih pitanja koje se vrlo često elaborira u savremenim istraživanjima (Cracolici et al., 2010; Davidson, 2000). Pored toga, ključan aspekt koji se mora detaljno uzeti u obzir je evaluacija regiona i njihove razvijenosti. Tokom izrade disertacije, u par navrata su istaknuti ključni rezultati brojnih analiza koje su rađene na ovu temu. Pokazalo se da je istraživanje pitanja socio-ekonomske razvijenosti od velike važnosti i da se predviđena I-odstojanje metodologija može primeniti i na niže celine od zemlje, recimo regione. Upravo zato, analiza urađena na 25 regiona Srbije (4 regiona na Kosovu i Metohiji nisu obrađena zbog nedostajućih podataka) je pokazala da je grad Beograd na vrhu liste po metodi I-odstojanje (Vukmirović et al., 2012), sa kolubarskim regionom koji je samo za pola koraka iza. Ova dva regiona su integrisana u jedan superiorni klaster kao apsolutni lideri (Wardov method hijerarhijskog klasteringa). Analiza je pokazala i da nekoliko regiona ravnopravno deli začelje i svi se nalaze u južnoj Srbiji.

Pored ovog pristupa, posebno interesantna je mogućnost evaluacije efikasnosti regiona, tj. koliko dobro regioni u Srbiji koriste svoje resurse. U osnovi merenja efikasnosti svakako da stoji DEA metoda. Upravo se DEA metoda koristila u velikom broju radova na temu efikasnosti regiona (Martić & Savić, 2001). U njihovom radu, korišćena su 4 ulaza i 4 izlaza, a sve sa ciljem da se oceni koliko efikasno Srbija koristi svoje resurse. Rezultati su pokazali da je 17 od 30 regiona efikasno. U radu su korišćeni sledeći ulazi: (I) površina obradive površine, (II) aktivna fiksna sredstva, (III) potrošnja električne energije i (IV) broj stanovnika. S druge strane, za izlaze su korišćeni: (I) BDP, (II) broj lekara, (III) broj đaka u osnovnim školama i (IV) broj zaposlenih u državnom sektoru.

Dobijeni rezultati iz (Martić & Savić, 2001) su upoređeni sa rezultatima dobijenim pomoću metode DBA. Naime, analiza je pokazala visok stepen slaganja dobijenih rangova (vidi Tabelu 5.13) pomoću DBA metode sa Andersen-Petersen ($r=0.409$, $p<0.01$) i cross-efficiency matrix ($r=0.841$, $p<0.01$).

Tabela 5.13 Rangovi regiona po efikasnosti (DBA, Andersen-Petersen i Cross-Efficiency Matrix)

Region	Rang DBA	Rang Andersen-Petersen	Rang Cross-Efficiency
Region Nišava	2	3	1
Region Jablanica	9	4	2
Grad Beograd	1	1	3
Region Južna Bačka	5	8	4
Region Rasina	7	17	5
Region Severna Bačka	3	10	6
Region Pčinj	19	7	7
Region Mačva	12	5	8
Region Morava	10	9	9
Region Zapadna Bačka	8	11	10
Region Srem	13	13	11
Region Zlatibor	21	15	12
Region Raška	17	16	13
Region Kolubara	14	2	14
Region Zaječar	23	12	15
Region Centralni Banat	20	6	16
Region Pirot	24	14	17

6. ZAKLJUČAK

Efikasnost organizacionih sistema je tema koja se vrlo intenzivno razvija i privlači veliku pažnju istraživača. Brojne se metode za merenje performansi poslovnih sistema i u doktorskoj disertaciji su predstavljene DEA i SFA metode kao ključne i najpoznatije metode za merenje efikasnosti. Svakako da u polju merenja efikasnosti postoji prostor za dalje razvijanje novih modela za ocenu efikasnosti poslovnih sistema. Upravo kroz doktorsku disertaciju je predstavljen potpuno novi model merenja efikasnosti zasnovan na Ivanovićevom odstojanju.

Glavna hipoteza koja je razvijana u okviru doktorske disertacije je da je moguće projektovati model za merenje efikasnosti organizacionih sistema koji se vrlo lako može primeniti kako na profitne, tako i na neprofitne organizacije. Model efikasnosti zasnovan na Ivanovićevom odstojanju se ističe svojom primenljivošću, mogućnošću uključivanja velikog broja raznorodnih varijabli (ulaza i izlaza), kao i činjenicom da Distance Based Analysis (DBA) ne koristi težinske koeficijente (pondere) u procesu ocenjivanja efikasnosti organizacionih sistema.

Pored glavne hipoteze, treba naglasiti da je u radu predstavljeno značajno unapređenje same metode Ivanovićevog odstojanje. Naime, sama metoda je unapređena kroz poboljšavanje algoritma, posebno u delu određivanja početnog rešenja. Na taj način, značajno je smanjen broj koraka potrebnih do završetka metode. Takođe, treba naglasiti da je redosled uključivanja obeležja u obrazac za Ivanovićevog odstojanje od velike važnosti i da su u radu predložene mogućnosti za unapređenje metode kroz definisanje redosleda uključivanja obeležja korišćenjem sume apsolutnih korelacija.

U doktorskoj disertaciji predstavljena je detaljna analiza problema sa krajnjim ciljem da se novorazvijeni model merenja efikasnosti postavi u odnos sa već poznatim modelima i metodama poput DEA i SFA. Sveobuhvatni pristup evaluacije i integracije ovih metoda je rezimiran kroz kritički osvrt na postojeće modele, kao i identifikaciju potencijalnih istraživačkih pitanja koje bi DBA pristup uspešno rešavao.

Nakon završenog istraživanja, dalji rad u ovoj oblasti je moguće usmeriti ka integraciji predloženog modela DBA sa DEA i SFA modelima, kako bi bilo omogućeno preklapanje korisnih karakteristika metoda a istovremeno i redukcija poteškoća sa kojima se oni pojedinačno suočavaju. Rezultati dosadašnjih i budućih istraživanja na temu unapređenja metode rangiranja Ivanovićevo odstojanje i kreiranja modela za merenje efikasnosti su objavljeni u naučnim časopisima međunarodnog značaja indeksiranim na Thomson Reuters SSCI i SCIE listi, kao i saopšteni na skupovima u zemlji i inostranstvu.

6.1. Doprinosi doktorske disertacije

Najznačajniji doprinos doktorske disertacije je predstavljanje poboljšanja metode Ivanovićevo odstojanje i razvoj potpuno novog modela za merenje efikasnosti koji se koncipira na toj metodi. Sama metoda je unapređena kroz definisanje redosleda uključena varijabli u proces rangiranja, definisanja početnog rešenja problema i značajnog smanjenja broja koraka potrebnih za izvršenje metode. Finalni rezultat doktorske disertacije je potpuno oblikovani model merenja efikasnosti koji je verifikovan kroz odgovarajuće studije slučaja i primenu u sferi merenja efikasnosti univerzitetskog istraživačkog izlaza, bankarskog i zdravstvenog sektora, kao i efikasnosti regiona. Dodatan doprinos doktorske disertacije je sveobuhvatan pregled postojećih modela za merenje efikasnosti, kao i isticanje neophodnosti integracije postojećih DEA i SFA modela sa predloženom DBA metodom.

Možemo zaključiti da su rezultati proistekli iz istraživanja u ovoj doktorskoj disertaciji pružili veći broj doprinosa, među kojima se izdvajaju:

- Celovit prikaz problematike merenja efikasnosti organizacionih sistema i modela koji se primenjuju.
- Predlog originalnog statističkog modela efikasnosti koji se zasniva na Ivanovićevo odstojanju kao multivarijacionoj metodi.
- Implementacija predloženog modela u dijametralno različite oblasti ljudskog delovanja, verifikacija dobijenih rezultata kroz praktičnu primenu modela i publikovanje naučnih i stručnih radova.

- Unapređenje metode Ivanovićevog odstojanja kroz poboljšanje algoritma metode, posebno u delu redosleda uključivanja varijabli i definisanja početnog rešenja.

Takođe, očekivani naučni doprinos doktorske disertacije se ogleda u:

- Potvrdi navedenih hipoteza i predstavljanju rezultata dobijenih predloženim modelom efikasnosti.
- Afirmaciji rada srpskih naučnika kroz unapređenje metode, koja je dobila ime po prof. dr Branislavu Ivanoviću, a verifikovane u okviru međunarodnih institucija (UN, FAO, itd.), kao i objavljivanju radova u međunarodnim časopisima.
- Doprinosu nauci u delu naučnog opisivanja i objašnjenja predmeta istraživanja.
- Multidisciplinarnosti teme istraživanja koja se zasniva na metodi Ivanovićevog odstojanja, koja do sada nije bila evaluirana u dovoljnoj meri.

7. LITERATURA

1. Agasisti, T., & Perez-Esparrells, C. (2010). Comparing efficiency in a cross-country perspective: the case of Italian and Spanish state universities. *Higher Education*, 59(1), 85-103.
2. Agresti, A., & Agresti, B. (1979). *Statistical Methods for the Social Sciences*. San Francisco: Dellen.
3. Aguillo, I., Bar-Ilan, J., Levene, M., & Ortega, J. L. (2010). Comparing university rankings. *Scientometrics*, 85(1), 243–256.
4. Aigner, D. J., Knox Lovell, C. A., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6(1), 21-37.
5. Al-Lagilli, S., Jeremić, V., Seke, K., Jeremić, D., & Radojičić, Z. (2011). Evaluating the health of nations: a Libyan perspective. *Libyan Journal of Medicine*, 6: 6021.
6. Al-Sharkas, A. A., Hassan, M. K., & Lawrence, S. (2008). The impact of mergers and acquisitions on the efficiency of the US banking industry: Further evidence. *Journal of Business Finance & Accounting*. 35(1-2), 50-70.
7. Altinok, N., & Murseli, H. (2007). International database on human capital quality. *Economics Letters*, 96(2), 237–244.
8. Amado, C. A. F., Santos, S. P., & Marques, P. M. (2011). Integrating the data envelopment analysis and the balanced scorecard approaches for enhanced performance assessment. *Omega*, 40(3), 390-403.
9. Annaert, J., van den Broeck, J., & Vennet, R. V. (2003). Determinants of mutual fund underperformance: a Bayesian stochastic frontier approach. *European Journal of Operational Research*, 151(3), 617–632.
10. Anderberg, M. R. (1973). *Cluster Analysis for Applications*. London: Academic Press.
11. Andersen, P., & Petersen, N. (1993). A Procedure for Ranking Efficient Units in DEA. *Management Sciences*, 39(10), 1261-1264.

12. Anderson, T. W. (1966). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis* - 7th ed. London: John Wiley and Sons.
13. Apostol, D. M. (2009). Knowledge, education and technological progress in the new economy. *Metalurgija International*, 14(SI5), 78-81.
14. ARWU (2010). Academic ranking of world universities. Dostupno na <http://www.arwu.org/ARWUMethodology2010.jsp> (Pristupljeno 14. januara, 2012).
15. Athanassopoulos, A. D., & Curram, S. P. (1996). A Comparison of DEA and Artificial Neural Networks as Tool for Assessing the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 47(8), 1000-1016.
16. Barro, R., & Lee, J. (2001). International data on educational attainment, up-dates and implications. *Oxford Economic Papers*, 53(3), 541–563.
17. Billaut, J. C., Bouyssou, D., & Vincke, P. (2010). Should you believe in the Shanghai ranking: An MCDM view. *Scientometrics*, 84(1), 237–263.
18. Birch, M. W. (1964). The detection of partial association: I the 2x2 case. *Journal of the Royal Statistical Society – B*, 26(2), 313-324.
19. Birch, M. W. (1965). The Detection of Partial Association, II: The General Case. *Journal of the Royal Statistical Society – B*, 27(1), 111-124.
20. Bogetoft, P., & Otto, L. (2011). *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. New York: Springer.
21. Bogosavljević, S. (1984). *Apriorne metode klasifikacije ekonomskih pojava*, Doktorska disertacija, Beograd.
22. Bogosavljević, S. (1988). Evaluacija klasifikacione strukture, Zbornik radova, Majski skup '87, Sekcije za klasifikacije Saveza statističkih društava Jugoslavije, Beograd.
23. Bogosavljević, S. (1996). Formalno definisanje i uređenje hijerarhijske klasifikacije, u Bogosavljević, S. i Kovačević, M. (red.): *Analiza grupisanja II*, Savezni zavod za statistiku, Beograd, 43-48.
24. Bogosavljević, S. (1997). O statističkim metodama u rangiranju, Seminar katedre za matematiku i informatiku, FON, Beograd.

25. Bornmann, L., & Leydesdorff, L. (2011). Which cities produce more excellent papers than can be expected? A new mapping approach—using Google Maps—based on statistical significance testing. *Journal of the American Society of Information Science and Technology*, 62(10), 1954-1962.
26. Bornmann, L., & Waltman, L. (2011). The detection of “hot regions” in the geography of science: a visualization approach by using density maps. *Journal of Informetrics*, 5(4), 547-553.
27. Bowman, N., & Bastedo, M. (2011). Anchoring effects in world university rankings: exploring biases in reputation scores. *Higher Education*, 61(4), 431-444.
28. Bruni, M. E., Guerriero, F., & Patitucci, V. (2011). Benchmarking Sustainable Development via Data envelopment Analysis: an Italian case study. *International Journal Of Environmental Research*, 5(2), 47-56.
29. Bulajić, M. (2002). Geodemografski model tržišnog prostora Srbije, Doktorska disertacija, Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu, Beograd.
30. Bulajić, M., Savić, G., Savić, S., Mihailović, N., & Martić, M. (2011). Efficiency assessment of banks in Serbia. *TTEM - Technics Technologies Education Management*, 6(3), 657-662.
31. Burdett, K., Carrillo-Tudela, C., & Coles, M. (2011). Human capital accumulation and labour market equilibrium. *International Economic Review*, 53(3), 657-677.
32. Caminada, K., Goudswaard, K., & Van Vliet, O. (2010). Patterns of welfare state indicators in the EU: Is there convergence? *JCMS-Journal Of Common Market Studies*. 48(3), 529-556.
33. Cattell, R. B. (1966). *Handbook of Multivariate Experimental Psychology*. Chicago: Rand McNally and Company.
34. Charnes, A., Cooper W. W., & Rhodes, E. L. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
35. Chess Results (2011). Chess Olympics Dresden 2008 & Turin 2006, Women section. Dostupno na <http://chessresults.com/tnr16315.aspx?lan=1>, (Pristupljeno 1 Marta, 2011).

36. Chess Results (2009). Serbia Team Chess Championships for 2009. Dostupno na <http://chess-results.com/tnr24996.aspx?lan=1>, (Pristupljeno 15 Februara, 2010).
37. Chess Results (2008). Serbia Team Chess Championships for 2008. Dostupno na <http://chess-results.com/tnr15566.aspx?lan=1>, (Pristupljeno 12 Februara, 2010).
38. Coelli, T. J., Prasada Rao, D. S., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. New York: Springer.
39. Cracolici, M. F., Cuffaro, M., & Nijkamp, P. (2010). The Measurement of Economic, Social and Environmental Performance of Countries: A Novel Approach. *Social Indicators Research*, 95(2), 339-356.
40. Croxton, F., Cowden, D., & Klein, S. (1967). *Applied General Statistics*, 3rd ed. New Jersey: Prentice-Hall Englewood Cliffs.
41. Cuffaro, M., Cracolici, M. F., & Nijkamp, P. (2008). Measuring the performance of Italian regions on social and economic dimensions. *Italian Journal of Regional Science*, 7, 27–47.
42. Davidson, E. A. (2000). *You can't eat GNP: Economics as if ecology mattered*. Cambridge, MA: Perseus.
43. Dehon, C., McCathie, A., & Verardi, V. (2010). Uncovering excellence in academic rankings: A closer look at the Shanghai ranking. *Scientometrics*, 83(2), 515–524.
44. Diaz, R. A. (2011). Planning for sustainable development: Strategic alignment in Peruvian regions and cities. *Futures*, 43(SI 8), 908-918.
45. Dimelis, S. P., & Papaioannou, S. K. (2011). ICT growth effects at the industry level: A comparison between the US and the EU. *Information Economics and Policy*, 23(1), 37-50.
46. Dixon, W. J., & Massey, F. J. Jr. (1983). *Introduction to statistical analysis*. Tokyo: McGraw Hill.
47. Dobrota, M., Jeremić, V. & Marković, A. (2012). A new perspective on the ICT Development Index. *Information Development*. In Press – OnlineFirst, doi: 10.1177/0266666912446497.

48. Dobrota, M., Milenković, N., Jeremić, V., & Đoković, A. (2011). Neural networks in determining the level of countries' economic development. Proceedings of the VIII Congress of entrepreneurs and scientists, Belgrade, Serbia, 01-02 November 2011, pp. 547-553. Belgrade: FON.
49. Docampo, D. (2008). International rankings and quality of the university systems. *Revista Education*, Sp. Iss. SI, 149-176.
50. Docampo, D. (2011). On using the Shanghai ranking to assess the research performance of university systems. *Scientometrics*, 86(1), 77–92.
51. Docampo, D. (2012). Adjusted sum of institutional scores as an indicator of the presence of university systems in the ARWU ranking. *Scientometrics*, 90(2), 701-713.
52. Elo, A. (1986). *The rating of chessplayers, past and present*, 2nd ed. Arco, New York.
53. EMRO (2010). World Health Organization – Regional Office of the Eastern Mediterranean. Dostupno na <http://www.emro.who.int/index.asp>. (Pristupljeno 19 Oktobra, 2010)
54. Engineer, M. E., Roy, N., & Fink, S. (2010). “Healthy” Human Development Indices. *Social Indicators Research*, 99(1), 61-80.
55. EU Energy Policy (2010). EU Energy Policy. Dostupno na <http://www.energy.eu/renewables/eu-charts/RE-in-final.html>, (Pristupljeno 31 Avgusta, 2011).
56. EurostatENV (2010). Environmental indicators. Dostupno na <http://ec.europa.eu/environment/enveco/index.htm>, (Pristupljeno 8 Decembra, 2010).
57. EurostatSUST (2010). Eurostat sustainable development indicators. Dostupno na <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/sdi/indicators/>, (Pristupljeno 8 Juna, 2011).
58. Farmer, L. S., & Henri, J. (2008). *Information literacy assessment in K-12 settings*. Lanham, MD: Scarecrow Press.

59. Ferguson, J., Huysman, M., & Soekijad, M. (2010). Knowledge management in practice: pitfalls and potentials for development. *World Development*, 38(12), 1797-1810.
60. FIDE (2011). *World Chess Federation Handbook*. Dostupno na http://www.fide.com/handbook?option=com_handbook&id=4&view=section&Itemid=, (Pristupljeno 15 Februara, 2011).
61. Fields (2010). *Fields Medals laureates*. Dostupno na <http://www.mathunion.org/general/prizes> (Pristupljeno 25 Januara, 2012).
62. Florida, R. (2010). Internet connectivity and economic development. Dostupno na http://www.creativeclass.com/creative_class/2010/07/30/internet-connectivity-and-economic-development/, (Pristupljeno 22 Oktobra, 2010).
63. Garcia, E. C., & Martin, J. A. R. (2010). Measurement of disparities between indicators associated with the welfare in least developed countries (LDCs) of Asia. *Revista de Economia Mundial*, 25, 83-108.
64. Gholami, R., Higon, D. A., Hanafizadeh, P., & Emrouznejad, A. (2010). Is ICT the key to development? *Journal of Global Information Management*, 18(1), 66-83.
65. Gilinsky, A. S., Dombrowski, S. U., Dale, H., Marks, D., Robinson, C., Eades, C., & Ouzounidou, D. (2010). Partnership work between Public Health and Health Psychology: introduction to a novel training programme. *BMC Public Health*, 10(1), 692.
66. Gogu, E., & Turdean, M. S. (2009). Methods of statistical analysis of the relation existing between human development index and human poverty index. *Metalurgia International*, 14(6), 137-142.
67. Greene, W. (2005). Reconsidering heterogeneity in panel data estimators of the stochastic frontier model. *Journal of Econometrics*, 126(2), 269–303.
68. Greenwood, D. (2004). A Foucaultian analysis of environmental education: Toward the socioecological challenge of the Earth Charter. *Curriculum Inquiry*, 34(1), 71-107.
69. Grimm, M., Harttgen, K., Klasen, S., & Misselhorn, M. (2008). A human development index by income groups. *World Development*, 36(12), 2527–2546.

70. Grimm, M., Harttgen, K., Klasen, S., Misselhorn, M., Munzi, T., & Smeeding, T. (2010). Inequality in Human Development: An Empirical Assessment of 32 Countries. *Social Indicators Research*, 97(2), 191-211.
71. Grosse, M., Harttgen, K., & Klasen, S. (2008). Economic growth and poverty reduction: Measurement issues in income and non-income dimensions. *World Development*, 36(3), 420–445.
72. Guan, J., & Chen, K. (2012). Modeling the relative efficiency of national innovation systems. *Research Policy*, 41(1), 102-115.
73. Hadžigalić, S., Bogdanović, M., Tenjović, L., & Wolf, B. (1994). O nekim svojstvima Mahalanobisovih prostora, Zbornik radova br. 8, Majski skup Sekcije za klasifikaciju SSD Jugoslavije, Savezni zavod za statistiku, Beograd, 99-132.
74. Halkos, G. E., & Tzeremes, N. G. (2011). Modelling regional welfare efficiency applying conditional full frontiers. *Spatial Economic Analysis*, 6(4), 451-471.
75. Hauner, D., & Kyobe, A. (2010). Determinants of government efficiency. *World Development*, 38(11), 1527-1542.
76. Headey, D., Alauddin, M., & Prasada Rao, D. S. (2010). Explaining agricultural productivity growth: and international perspective. *Agricultural Economics*, 41(1), 1-14.
77. Heeks, R. (2010). Do Information and Communication Technologies (ICTs) contribute to development? *Journal of International Development*, 22(5), 625-640.
78. HiCi (2010). Highly cited authors. Dostupno na <http://www.isihighlycited.com/> (Pristupljeno 18 Januara, 2012).
79. Hien, P. D. (2010). A comparative study of research capabilities of East Asian countries and implications for Vietnam. *Higher Education*, 60(6), 615-625.
80. Hu, J., Xiao, Z. B., Zhou, R. J., Deng, W. J., Wang, M. X., & Ma, S. S. (2011). Ecological utilization of leather tannery waste with circular economy model. *Journal of Cleaner Production*, 19(2-3), 221-228.
81. Išljamović, S., Petrović, N., & Jeremić, V. (2011). Technology enhanced learning as a key component of increased environmental awareness amongst students from the

- University of Belgrade. *Technics Technologies Education Management – TTEM*, 6(4), 1175-1181.
82. ITU (2009). *Measuring the Information Society – The ICT Development Index 2009*, ITU, Geneva.
83. Ivanović, B. (1972). *Klasifikacija i izbor statističkih obeležja*. *Statistička revija* br. 1-2.
84. Ivanović, B. (1973). *A method of establishing a list of development indicators*. Paris: United Nations educational, scientific and cultural organization.
85. Ivanović, B. (1977). *Teorija klasifikacije*. Beograd: Institut za ekonomska istraživanja.
86. Ivanović, B., & Fanchette, S. (1973). *Grouping and ranking of 30 countries of Sub-Saharan Africa, Two distance-based methods compared*. Paris: United Nations educational, scientific and cultural organization.
87. Jankovic, J., Simic, S., & Marinkovic, J. (2010). *Inequalities that hurt: demographic, socio-economic and health status inequalities in the utilization of health services in Serbia*. *European Journal of Public Health*, 20(4), 389-396.
88. Jappelli, T. (2010). *Economic literacy: an international comparison*. *The Economic Journal*, 120(548), 429-451.
89. Javalgi, R. G., & Todd, P. (2011). *Entrepreneurial orientation, management commitment, and human capital: The internationalization of SMEs in India*. *Journal of Business Research*, 64(9), 1004-1010.
90. Jeremić, V., & Radojčić, Z. (2010). *A New Approach in the Evaluation of Team Chess Championships Rankings*. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 6(3), Article 7, doi: 10.2202/1559-0410.1257.
91. Jeremić, V., Išlijamović, S., Petrović, N., & Radojčić, Z. (2010). *Ekootisak kao indikator socio-ekonomske razvijenosti zemalja Evropske Unije*. SYM-OP-IS 2010.
92. Jeremić, V., Vukmirović, D., & Radojčić, Z. (2010). *Does Playing Blindfold Chess Reduce the Quality of Game: Comments on Chabris and Hearst (2003)*. *Cognitive Science*, 34(1), 1-9.

93. Jeremić, V., Bulajić, M., Martić, M., & Radojičić, Z. (2011a). A fresh approach to evaluating the academic ranking of world universities. *Scientometrics*, 87(3), 587-596.
94. Jeremić, V., Išljamović, S., Petrović, N., Radojičić, Z., Marković, A., & Bulajić, M. (2011b). Human development index and sustainability: What's the correlation? *Metalurgia International*, 16(7), 63-67.
95. Jeremić, V., Vukmirović, D., Radojičić, Z., & Đoković, A. (2011c). Towards a framework for evaluating ICT infrastructure of countries: a Serbian perspective. *Metalurgia International*, 16(9), 15-18.
96. Jeremić, V., Marković, A., & Radojičić, Z. (2011d). ICT as crucial component of socio-economic development. *Management*, 16(60), 5-9.
97. Jeremić, V., Seke, K., Radojičić, Z., Jeremić, D., Marković, A., Slović, D., & Aleksić, A. (2011e). Measuring health of countries: a novel approach. *HealthMED*, 5(6), 1762-1766.
98. Jeremić, V., Đoković, A., Mladenović, N., & Radojičić, Z. (2011f). New method for ranking chess Olympics teams. 10th Balkan Conference on Operational Research - BALCOR 2011.
99. Jeremić, V., Bulajić, M., Martić, M., Marković, A., Savić, G., Jeremić, D., & Radojičić, Z. (2012a). An Evaluation of European Countries Health Systems through Distance Based Analysis. *Hippokratia*, 16(2), 170-174.
100. Jeremić, V., Slović, D., & Radojičić, Z. (2012b). Measuring human capital: A statistical approach. *Actual Problems of Economics*, 131(5):359-363.
101. Jovanović, M., Jeremić, V., Savić, G., Bulajić, M., & Martić, M. (2012). How does the normalization of data affects the ARWU ranking? *Scientometrics*, Online First, doi: 10.1007/s11192-012-0674-0.
102. Jung, J., Qiu, J. L., & Kim, Y. (2001). Internet connectedness and inequality: Beyond the "Divide". *Communication Research*, 28(4), 507-535.
103. Jung, J. (2008a). Internet connectedness and its social origins: An ecological approach to postaccess digital divides. *Communication Studies*, 59(4), 322-339.

104. Jung, J. (2008b). Where do you go online? A comparison of internet connectedness via personal computers and mobile phoned in Japan. *International Journal of Mobile Communications*, 7(1), 21–35.
105. Karim, S. A., Eikembo, T. A., & Bambra, C. (2010). Welfare state regimes and population health: Integrating the East Asian welfare states. *Health Policy*, 94(1), 45-53.
106. Klomp, J., & de Haan, J. (2010). Measuring health: a multivariate approach. *Social Indicators Research*, 96(3), 433-457.
107. Klomp, J. (2011). The measurement of human capital: a multivariate macro-approach. *Quality and Quantity*, Online First, doi: 10.1007/s11135-011-9507-0.
108. Knežević, S., Jeremić, V., Žarkić-Joksimović, N., & Bulajić, M. (2012). Evaluating the Serbian banking sector: a statistical approach. *Metalurgia International*, 17(1), 171-174.
109. Kontodimopoulos, N., Papathanasiou, N. D., Flokou, A., Tountas, Y., & Niakas, D. (2011). The impact of non-discretionary factors on DEA and SFA technical efficiency differences. *Journal of Medical Systems*, 35(5), SI, 981-989.
110. Kovačić, Z. (1992). *Multivarijaciona analiza*. Beograd: Ekonomski fakultet.
111. Kumbhakar, S. C., & Knox Lovell, C. A. (2003). *Stochastic Frontier Analysis*. New York: Cambridge University Press.
112. Kumbhakar, S. C., & Tsionas, E. G. (2006). Estimation of stochastic frontier production functions with input-oriented technical efficiency. *Journal of Econometrics*, 133(1), 71–96.
113. Kumbhakar, S. C., & Tsionas, E. G. (2011). Some recent developments in efficiency measurement in stochastic frontier models. *Journal of Probability and Statistics*. Article ID 603512.
114. Kumbhakar, S. C., & Parmeter, C. F. (2009). The effects of match uncertainty and bargaining on labor market outcomes: evidence from firm and worker specific estimates. *Journal of Productivity Analysis*, 31(1), 1–14.
115. Leung, L. (2010). Effects of Internet Connectedness and Information Literacy on Quality of Life. *Social Indicators Research*, 98(2), 273-290.

116. Leydesdorff, L., & Shin, J. C. (2011). How to evaluate universities in terms of their relative citation impacts: Fractional counting of citations and the normalization of differences among disciplines. *Journal of the American Society of Information Science and Technology*, 62(6), 1146-1155.
117. Liargovas, P., & Daskalopoulou, I. (2011). Capital allocation in the Greek regions. *Journal Of Policy Modelling*, 33(6), 866-888.
118. Lim, S. R. & Schoenung, J. M. (2011). Measurment and analysis of product energy efficiency to assist energy star criteria development: An example of desktop computers. *Energy Policy*, 39(12), 8003-8010.
119. Lind, N. (2010). A Calibrated Index of Human Development. *Social Indicators Research* 98, 301–319.
120. Lisbon Strategy (2000). Lisbon European Council on Sustainable Development. Dostupno na <http://www.consilium.europa.eu/> (Pristupljeno 20 Novembra, 2010).
121. List of economies (2011). The World Bank. Dostupno na <http://siteresources.worldbank.org/DATASTATISTICS/Resources/CLASS.XLS>, (Pristupljeno 18 Novembra, 2011).
122. Liu, N. C., & Cheng, Y. (2005). Academic ranking of world universities: Methodologies and problems. *Higher Education in Europe*, 30(2), 127–136.
123. Liu, N. C., Cheng, Y., & Liu, L. (2005). Academic ranking of world universities using scientometrics: A comment to the “fatal attraction”. *Scientometrics*, 64(1), 101–109.
124. Living Planet Report (2008). WWF International. (Editors: Hails, C., Humphrey, S., Loh, J., Goldfinger, S.)
125. Loges, W. E., & Jung, J. (2001). Exploring the digital divide: Internet connectedness and age. *Communication Research*, 28(4), 536–562.
126. Martić, M., Petrić J., & Radojičić Z. (1997). Poređenje analize obavijanja podataka i diskriminacione analize, *Zbornik radova Symopis* 97.
127. Martić, M. (1999). Analiza obavijenih podataka sa primerima, Doktorska disertacija, Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu, Beograd.

128. Martić, M., & Savić, G. (2001). An Application of DEA for Comparative Analysis and Ranking of Regions in Serbia with Regards to Social-Economic Development. *EJOR*, 129(3), 344-355.
129. Meeusen, W., & van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review*, 18, 435-444.
130. Mihailović, N., Bulajić, M., & Savić, G. (2009). Ranking of banks in Serbia. *Yugoslav Journal of Operational Research*, 19(2), 323-334.
131. Mihci, H., & Mollaveligiu, S. (2011). An Assessment of Sustainable Agriculture in the OECD Countries with Special Reference to Turkey. *New Medit*, 10(2), 4-17.
132. MIS (2011). *Measuring Information Society 2011*. Dostupno na <http://www.itu.int/ITU-D/ict/publications/idi/2011/> (Pristupljeno 7 Novembra, 2011).
133. Moffat, I., Hanley, N., & Wilson, M. D. (2001). *Measuring and Modelling Sustainable Development*, The Parthenon Publishing Group, Bristol.
134. Momirović, K., & Fajgelj, S. (1994). Faktorska analiza nominalnih varijabli, *Sociološki pregled*, 21(1), 369-384.
135. Momirović, K., Knežević, G., Bogdanović, M. & Tenjović, L. (1996). On some features of Ivanovic spaces. In Bogosavljević S. and Kovačević M., *Analysis of Grouping*, 2, 1-19. Belgrade: Federal Bureau of Statistics.
136. Munda, G., & Nardo, M. (2009). Noncompensatory/nonlinear composite indicators for ranking countries: a defensible setting. *Applied Economics*, 41(12), 1513-1523.
137. Munkhsaikhan, S., Tsai, A. C., & Chang, M. C. (2011). Technical efficiency of public hospitals in Mongolia. *HealthMED*, 5(2), 360-365.
138. Murray, J. (2003). Contemporary literacy: Essential skills for the 21st century. *MultiMedia Schools*, 10(2), 14–18.
139. Murray, C. J., & Frenk, J. (2010). Ranking 37th — measuring performance of the US health care system. *New England Journal of Medicine*, 362(2), 98–99.

140. Ness, B., Urbel-Piirsalu, E., Anderberg, S., & Olsson, L. (2007). Categorizing tools for sustainability assessment. *Ecological Economics*, 60(3), 498-508.
141. Nita, V. (2011). An extended approach to e-inclusion and its implications for Romania. *Romanian Journal of European Affairs*, 11(1), 63-80.
142. Nobel (2010). Nobel prize laureates. Dostupno na <http://nobelprize.org/> (Pristupljeno 23 Januara, 2012).
143. Nolte, E., & McKee, C. (2003). Measuring the health of nations: Analysis of mortality amenable to health care. *British Medical Journal*, 327, 1129–1134.
144. Nolte, E., & McKee, C. (2008). Measuring the health of nations: Updating an earlier analysis. *Health Affairs*, 27, 58–71.
145. Orea, L., & Kumbhakar, S. C. (2004). Efficiency measurement using a latent class stochastic frontier model. *Empirical Economics*, 29(1), 169–183.
146. Orea, L., Roibas, D., & Wall, A. (2004). Choosing the technical efficiency orientation to analyze firms' technology: a model selection test approach. *Journal of Productivity Analysis*, 22(1-2), 51–71.
147. Ott, J. J., Paltiel, A. M., & Becher, H. (2009). Noncommunicable disease mortality and life expectancy in immigrants to Israel from the former Soviet Union: country of origin compared with host country. *Bulletin of WHO*, 87, 20-29.
148. Our Common Future (1987). Report of the world commission on environment and development. Oxford: Oxford University Press.
149. Parasyuk, I. V. (2010). Information models in evaluation of economic development of a region. *Actual Problems of Economics*, 112, 231-239.
150. Parker, S. (2011). The digital divide is still with us. *Information Development*, 27, 84-84.
151. Pawlowski, A. (2009). The sustainable development revolution. *Problemy Ekorozwoju - Problems of Sustainable Development*, 4(1), 65-76.
152. Prathap G. (2012a). The quality-quantity-quasity and energy-exergy-entropy exegesis of expected value calculation of citation performance. *Scientometrics*, 91(1), 269–275.

153. Prathap, G. (2012b). The research performance of top Indian and Chinese higher education institutions compared. *Current Science*, 102(6), 827.
154. Pitt, C., Greco, G., Powell Jackson, T., & Mills, A. (2011). Countdown to 2015: assessment of official development assistance to maternal, newborn, and child health, 2003-08. *Lancet*, 376(9751), 1485-1496.
155. Polimeni, J. M. (2011). Factor Five: Transforming the Global Economy Through 80% Improvements in Resource Productivity. *Ecological Economics*, 70(6), 1240-1241.
156. Pope, G., Annandale, D., & Morrison-Saunders, A. (2004). Conceptualising sustainability assessment. *Environmental Impact Assessment Review*, 24, 595-616.
157. Prot, F., Hošek, A., & Bošnar, K. (2008). Konstantin Momirović (1932-2004): Biography and Bibliography. III 2008 30th Int. Conf. on Information Technology Interfaces, June 23-26, 2008, Cavtat, Croatia.
158. Pyrig, D. Z. (2010). Application of information technologies in management of innovative potential development. *Actual Problems of Economics*, 107, 135-142.
159. Radojičić, Z. (1994). Primena metode nehijerarhijskog klasifikovanja u izboru računarske opreme, Diplomski rad, Beograd.
160. Radojičić, Z., Janić, B., & Vukmirović, D. (1995). Statistical Approach to Define Activity Index of Disease. 3rd Balkan Conference of Operational Research, Thessaloniki, Greece.
161. Radojičić, Z., Stefanović, T., & Vukmirović, D. (1998). Rangiranje preduzeća metodom Ivanovićevog odstojanja. *Analiza grupisanja IV*, SZS, Kosmaj.
162. Radojičić, Z. (2001). Statističko merenje intenziteta pojava. Magistarski rad, Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu, Beograd.
163. Radojičić, Z., Vuković, N., & Vukmirović, D. (2001). Određivanje "Zone osetljivosti". *SymOpIs '01*.
164. Radojičić, Z., Vuković, N., & Vukmirović, D. (2003). Applying Coefficients of Preference in Ranking (CPR). *YUJOR*, 13(2), 175-186.

165. Radojičić, Z. (2007). Statistički model ocenjivanja na subjektivno procenjenim karakteristikama. Doktorska disertacija, Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu, Beograd.
166. Radojičić, Z., Išljamović, S., Petrović, N., & Jeremić, V. (2012). A novel approach to evaluating sustainable development. *Problemy Ekorozwoju - Problems of Sustainable Development*, 7(1), 81-85.
167. Radojičić, Z., & Jeremić, V. (2012). Quantity or quality: What matters more in ranking higher education institutions? *Current Science*, In Press.
168. Rao, C.R. (1965). *The Use and Interpretation of Principal Component Analysis in Applied Research*. Sakhya: India.
169. Rechel, B., Spencer, N., Blackburn, C., Holland, R., & Rechel, B. (2009). Impact of health reforms on child health services in Europe: the case of Bulgaria. *European Journal of Public Health*, 19(3), 326-330.
170. Rees, W. E. (1992). Ecological footprints and appropriated carrying capacity: what urban economics leaves out. *Environment and Urbanization*, 4(2), 121–130.
171. RZS (2011). Republički zavod za statistiku. Dostupno na <http://webrzs.stat.gov.rs/WebSite/Public/PageView.aspx?pKey=205>, (Pristupljeno 15 Septembra, 2011)
172. Savage, S. J., & Waldman, D. (2005). Broadband Internet access, awareness, and use: Analysis of United States household data. *Telecommunications Policy*, 29(8), 615-633.
173. Savić, G. (2011). *Matematički modeli efikasnosti – skripta*, Fakultet organizacionih nauka, Beograd.
174. SIR (2011). *SCImago Institutions Rankings (SIR) World Reports*. Dostupno na <http://www.scimagoir.com> (Pristupljeno 05 Aprila, 2012).
175. Smith, S. L., & Neupane, S. (2011). Factors in health initiative success: Learning from Nepal's newborn survival initiative. *Social Science & Medicine*, 72(4), 568-575.

176. Steinberger, J. K., Krausmann, F., & Eisenmenger, N. (2010). Global patterns of materials use: A socioeconomic and geophysical analysis. *Ecological Economics*, 69(5), 1148-1158.
177. Stiefel, M. C., Perla, R. J., & Zell, B. L. (2010). A Healthy Bottom Line: Healthy Life Expectancy as an Outcome Measure for Health Improvement Efforts. *Milbank Quarterly*, 88(1), 30-53.
178. Stolz, I., Hendel, D., & Horn, A. (2010). Ranking of rankings: benchmarking twenty-five higher education ranking systems in Europe. *Higher Education*, 60(5), 507-528.
179. Tenjović, L., Knežević, G., Bogdanović, M., & Momirović, K. (1996). Quasicanonical discriminant analysis in the Ivanovic metrics. In Bogosavljević S. and Kovačević M., *Analysis of Grouping*, 2, 20-39. Belgrade: Federal Bureau of Statistics.
180. Thanassoulis, E., Kortelainen, M., & Allen, R. (2012). Improving envelopment in Data Envelopment Analysis under variable returns to scale. *European Journal of Operational Research*, 218(1), 175-185.
181. The Week In Chess (2009). Dostupno na <http://www.chess.co.uk/twic/chessnews/events/london-chess-classic-2009>, (Pristupljeno 19 Februara, 2010).
182. Thorpe, K. E., Howard, D. H., & Galactionova, K. (2007). Differences in disease prevalence as a source of the US European health care spending gap. *Health Affairs*, 26(6), W678–W686.
183. Torres-Salinas, D., Moreno-Torres, J. G., Delgado-Lopez-Cezar, E., & Herrera, F. (2011). A methodology for Institution-Field rankings based on a bidimensional analysis: the IFQ2A index. *Scientometrics*, 88(3), 771-786.
184. Tulkens, H. & Vanden Eeckaut, P. (1995). Non-parametric Efficiency, Progress and Regress Measures for Panel Data: Methodological Aspects. *European Journal of Operational Research*, 80(3), 474-499.

185. Tuziak, A. (2010). Socio-economic aspects of sustainable development on global and local level. *Problemy Ekorozwoju/Problems of Sustainable Development*, 5(2), 39-49.
186. van Raan, A. F. J. (2005a). Fatal attraction: Ranking of universities by bibliometric methods. *Scientometrics*, 62(1), 133–145.
187. van Raan, A. F. J. (2005b). Reply to the comments of Liu et al. *Scientometrics*, 64(1), 111–112.
188. Vicente, M. R. & Lopez, A. J. (2011). Assessing the regional digital divide across the European Union-27. *Telecommunications Policy*, 35(3), 220-237.
189. Vikhireva, O., Pikhart, H., Pajak, A., Kubinova, R., Malytina, S., Peasey, A., Topor-Madry, R., Nikitin, Y., Marmot, M., & Bobak, M. (2010). Non-fatal injuries in three Central and Eastern European urban population samples: the HAPIEE study. *European Journal of Public Health*, 20(6), 695–701.
190. Vukmirović, D., Vuković, N., Marković, A., & Radojčić, Z. (1994). Skraćeni metod hijerarhijskog klasifikovanja, Zbornik radova SymOpIs '94, Kotor.
191. Vukmirović, J., Jeremić, V., & Vukmirović, D. (2012). Towards a framework for evaluating socio-economic development of regions: a Serbian perspective. *Actual Problems of Economics*, In Press.
192. Vuković, N. (1987). *Statistička analiza*. Beograd: Naučna knjiga.
193. Vuković, N. (2000). *PC verovatnoća i statistika*. Beograd: Fakultet organizacionih nauka.
194. UNDP (1990). *Human development report*. New York: Oxford University Press.
195. UNDP (2008). *Human development report*. United Nations Development Program.
196. Wackernagel, M., Monfreda, C., Schulz, N. B., Erb, K. H., Haberl, H., & Krausmann, F. (2004). Calculating national and global ecological footprint time series: resolving conceptual challenges. *Land Use Policy*, 21(3), 271–278.

197. Wackernagel, M., & Rees, W. E. (1996). *Our Ecological Footprint, Reducing Human Impact on The Earth*. New Society Publishers, Gabriola Island, Philadelphia.
198. Wallenius, J. (2011). Human capital accumulation and the intertemporal elasticity of substitution of labor: How large is the bias? *Review of Economic Dynamics*, 14(4), 577-591.
199. Web of Knowledge (2010). Web of Knowledge. Dostupno na <http://www.isiknowledge.com> (Pristupljeno 22 Januara, 2012).
200. WHO (2010). World Health Organization, WHO statistical information system. Dostupno na <http://www.who.int/whosis/en/> (Pristupljeno 15 Oktobra, 2011).
201. Winters, J. V. (2011). Human capital, higher education institutions, and quality of life. *Regional Science and Urban Economics*, 41(5), 446-454.
202. World Bank2010 (2010). World Development Indicators. Dostupno na <http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators>, (Pristupljeno 22 Oktobra, 2010).
203. World Bank2011 (2011). World Development Indicators. Dostupno na <http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators>, (Pristupljeno 20 Decembra, 2011).
204. Zhong, W., Yuan, W., Li, S. X., & Huang, Z. M. (2011). The performance evaluation of regional R&D investments in China: An application of DEA based on the first official China economic census data. *Omega*, 39(4), 447-455.

PRILOG

Tokom izrade doktorske disertacije, u nekoliko navrata smo naglasili da redosled uključivanja varijabli u obrazac za Ivanovićevo odstojanje, pored smanjenja broja koraka, direktno utiče na tačnost dobijenog rezultata. Naime, početno rešenje koje je predloženo i verifikovano kroz brojne radove se zasniva na ideji da ulazna varijabla koja najbolje korelira sa ostalim varijablama treba da bude prva uvrštena u obrazac za I-odstojanje. Ovde treba naglasiti da u skladu sa principima generalizovane varijanse, suma apsolutnih korelacija će biti osnova za definisanje redosleda varijabli. Na taj način, smanjuje se broj iteracija metode. Tokom verifikacije pomenutih doprinosa, treba napomenuti da je u Poglavlju 5.1. utvrđeno da za 4 ulazne varijable (samim tim $4!$ redosleda varijabli) postoji 4 rešenja metode I-odstojanja. Rešenje koje se najveći broj puta ponavlja je i rešenje koje se dobija primenom unapređenja početnog rešenja, a to je rešenje gde je suma korelacija ulaznih varijabli sa vrednošću I-odstojanja najveća. Ovakvo dobijeno rešenje najbolje pokriva varijabilitet ulaznih varijabli, što je i suština I-odstojanja (sumiranje velikog broja varijabli u jednu vrednost, pri čemu se teži minimizaciji gubitka informacija). Naime, sprovedena je metoda I-odstojanja na svaki od ovih 24 ulaznih redosleda i rezultati su pokazali da 4 varijable i $4!$ ulaznih raspodela konvergiraju ka 4 konačna rešenja metode. Konačna rešenja su ona u kojima se redosled važnosti ulaznih varijabli za proces rangiranja ponovi dva puta zaredom. Od četiri dobijena rešenja, rešenje koje se posebno izdvaja je ono u kome je suma korelacija ulaznih varijabli sa dobijenom vrednošću I-odstojanja najveća. Što veća vrednost označava veći kvalitet I-odstojanja, pošto to zapravo znači da je metoda dobro integrisala veliki broj varijabli u jednu vrednost. Tako dobijeno rešenje je i najbolje od četiri prethodno navedena. Pored toga, treba istaći predlog da se kao početni redosled ulaznih varijabli uzme onaj zasnovan na sumi apsolutnih korelacija. Upravo ovaj pristup formira početni redosled varijabli koji odmah u prvoj iteraciji vodi do konačnog rešenja. Rešenje koje se dobija je i ono najbolje, suma korelacija ulaznih varijabli sa dobijenom vrednošću I-odstojanja najveća. Dobijeni rezultati nedvosmisleno pokazuju da se unapređenje algoritma, kroz definisanje početnog redosleda zasnovanog na sumi apsolutnih korelacija, manifestuje ne samo kroz ubrzanje vremena izvršenja metode već i kroz dobijanje najboljeg rešenja I-odstojanja. Stoga, u nastavku ćemo verifikovati predlog i kroz sprovođenje metode na 5 ulaznih varijabli.

Tabela 8.1 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla1 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 1		Redosled 2		Redosled 3		Redosled 4		Redosled 5		Redosled 6	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1
Entitet 2	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3
Entitet 3	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2
Entitet 4	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7
Entitet 5	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9
Entitet 6	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18
Entitet 7	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20
Entitet 8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8
Entitet 9	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19
Entitet 10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10
Entitet 11	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13
Entitet 12	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17
Entitet 13	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5
Entitet 14	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12
Entitet 15	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11
Entitet 16	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6
Entitet 17	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15
Entitet 18	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16
Entitet 19	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14
Entitet 20	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4

Tabela 8.2 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla1 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 7		Redosled 8		Redosled 9		Redosled 10		Redosled 11		Redosled 12	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1
Entitet 2	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3
Entitet 3	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2
Entitet 4	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7
Entitet 5	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9
Entitet 6	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18
Entitet 7	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20
Entitet 8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8
Entitet 9	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19
Entitet 10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10
Entitet 11	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13
Entitet 12	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17
Entitet 13	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5
Entitet 14	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12
Entitet 15	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11
Entitet 16	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6
Entitet 17	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15
Entitet 18	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16
Entitet 19	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14
Entitet 20	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4

Tabela 8.3 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla1 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 13		Redosled 14		Redosled 15		Redosled 16		Redosled 17		Redosled 18	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.818	1	7.818	1	7.818	1	7.303	1	7.303	1
Entitet 2	3.54	3	3.949	2	3.949	2	3.949	2	3.54	3	3.54	3
Entitet 3	3.547	2	3.844	3	3.844	3	3.844	3	3.547	2	3.547	2
Entitet 4	2.725	7	3.487	4	3.487	4	3.487	4	2.725	7	2.725	7
Entitet 5	2.459	9	2.45	5	2.45	5	2.45	5	2.459	9	2.459	9
Entitet 6	1.229	18	2.336	7	2.336	7	2.336	7	1.229	18	1.229	18
Entitet 7	0.353	20	0.699	19	0.699	19	0.699	19	0.353	20	0.353	20
Entitet 8	2.574	8	1.996	12	1.996	12	1.996	12	2.574	8	2.574	8
Entitet 9	0.654	19	0.598	20	0.598	20	0.598	20	0.654	19	0.654	19
Entitet 10	2.445	10	1.984	13	1.984	13	1.984	13	2.445	10	2.445	10
Entitet 11	2.188	13	2.197	8	2.197	8	2.197	8	2.188	13	2.188	13
Entitet 12	1.731	17	1.596	16	1.596	16	1.596	16	1.731	17	1.731	17
Entitet 13	3.028	5	2.185	9	2.185	9	2.185	9	3.028	5	3.028	5
Entitet 14	2.387	12	2.142	11	2.142	11	2.142	11	2.387	12	2.387	12
Entitet 15	2.4	11	1.697	14	1.697	14	1.697	14	2.4	11	2.4	11
Entitet 16	2.846	6	2.169	10	2.169	10	2.169	10	2.846	6	2.846	6
Entitet 17	1.922	15	1.05	18	1.05	18	1.05	18	1.922	15	1.922	15
Entitet 18	1.857	16	1.68	15	1.68	15	1.68	15	1.857	16	1.857	16
Entitet 19	1.952	14	1.553	17	1.553	17	1.553	17	1.952	14	1.952	14
Entitet 20	3.397	4	2.379	6	2.379	6	2.379	6	3.397	4	3.397	4

Tabela 8.4 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla1 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 19		Redosled 20		Redosled 21		Redosled 22		Redosled 23		Redosled 24	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	5.497	1
Entitet 2	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.61	4
Entitet 3	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.66	3
Entitet 4	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	3.476	5
Entitet 5	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	3.904	2
Entitet 6	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	2.622	9
Entitet 7	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	3.156	6
Entitet 8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.843	8
Entitet 9	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	3.111	7
Entitet 10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.34	10
Entitet 11	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	1.776	13
Entitet 12	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.922	11
Entitet 13	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	1.839	12
Entitet 14	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	1.411	15
Entitet 15	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	1.356	16
Entitet 16	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	1.305	17
Entitet 17	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.282	18
Entitet 18	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.422	14
Entitet 19	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.076	19
Entitet 20	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	0.618	20

Tabela 8.5 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla2 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 25		Redosled 26		Redosled 27		Redosled 28		Redosled 29		Redosled 30	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1
Entitet 2	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3
Entitet 3	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2
Entitet 4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4
Entitet 5	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10
Entitet 6	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12
Entitet 7	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14
Entitet 8	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7
Entitet 9	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19
Entitet 10	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15
Entitet 11	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8
Entitet 12	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13
Entitet 13	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5
Entitet 14	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6
Entitet 15	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9
Entitet 16	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11
Entitet 17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17
Entitet 18	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16
Entitet 19	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20
Entitet 20	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18

Tabela 8.6 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla2 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 31		Redosled 32		Redosled 33		Redosled 34		Redosled 35		Redosled 36	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1
Entitet 2	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3
Entitet 3	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2
Entitet 4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4
Entitet 5	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10
Entitet 6	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12
Entitet 7	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14
Entitet 8	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7
Entitet 9	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19
Entitet 10	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15
Entitet 11	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8
Entitet 12	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13
Entitet 13	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5
Entitet 14	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6
Entitet 15	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9
Entitet 16	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11
Entitet 17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17
Entitet 18	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16
Entitet 19	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20
Entitet 20	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18

Tabela 8.7 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla2 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 37		Redosled 38		Redosled 39		Redosled 40		Redosled 41		Redosled 42	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1
Entitet 2	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3
Entitet 3	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2
Entitet 4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4
Entitet 5	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10
Entitet 6	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12
Entitet 7	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14
Entitet 8	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7
Entitet 9	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19
Entitet 10	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15
Entitet 11	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8
Entitet 12	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13
Entitet 13	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5
Entitet 14	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6
Entitet 15	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9
Entitet 16	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11
Entitet 17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17
Entitet 18	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16
Entitet 19	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20
Entitet 20	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18

Tabela 8.8 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla2 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 43		Redosled 44		Redosled 45		Redosled 46		Redosled 47		Redosled 48	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1	7.427	1
Entitet 2	3.54	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3	3.564	3
Entitet 3	3.547	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2	4.851	2
Entitet 4	2.725	7	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4	3.061	4
Entitet 5	2.459	9	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10	2.095	10
Entitet 6	1.229	18	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12	1.68	12
Entitet 7	0.353	20	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14	1.652	14
Entitet 8	2.574	8	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7	2.231	7
Entitet 9	0.654	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19	1.068	19
Entitet 10	2.445	10	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15	1.629	15
Entitet 11	2.188	13	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8	2.147	8
Entitet 12	1.731	17	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13	1.673	13
Entitet 13	3.028	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5	2.395	5
Entitet 14	2.387	12	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6	2.318	6
Entitet 15	2.4	11	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9	2.114	9
Entitet 16	2.846	6	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11	2.073	11
Entitet 17	1.922	15	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17	1.551	17
Entitet 18	1.857	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16	1.617	16
Entitet 19	1.952	14	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20	0.861	20
Entitet 20	3.397	4	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18	1.446	18

Tabela 8.9 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla3 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 49		Redosled 50		Redosled 51		Redosled 52		Redosled 53		Redosled 54	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.818	1	8.612	1	7.818	1	7.818	1	8.612	1	8.612	1
Entitet 2	3.949	2	4.473	3	3.949	2	3.949	2	4.473	3	4.473	3
Entitet 3	3.844	3	4.499	2	3.844	3	3.844	3	4.499	2	4.499	2
Entitet 4	3.487	4	3.98	4	3.487	4	3.487	4	3.98	4	3.98	4
Entitet 5	2.45	5	3.936	5	2.45	5	2.45	5	3.936	5	3.936	5
Entitet 6	2.336	7	2.548	8	2.336	7	2.336	7	2.548	8	2.548	8
Entitet 7	0.699	19	2.167	10	0.699	19	0.699	19	2.167	10	2.167	10
Entitet 8	1.996	12	3.062	6	1.996	12	1.996	12	3.062	6	3.062	6
Entitet 9	0.598	20	2.062	12	0.598	20	0.598	20	2.062	12	2.062	12
Entitet 10	1.984	13	2.552	7	1.984	13	1.984	13	2.552	7	2.552	7
Entitet 11	2.197	8	2.105	11	2.197	8	2.197	8	2.105	11	2.105	11
Entitet 12	1.596	16	1.827	14	1.596	16	1.596	16	1.827	14	1.827	14
Entitet 13	2.185	9	2.39	9	2.185	9	2.185	9	2.39	9	2.39	9
Entitet 14	2.142	11	1.778	15	2.142	11	2.142	11	1.778	15	1.778	15
Entitet 15	1.697	14	1.737	16	1.697	14	1.697	14	1.737	16	1.737	16
Entitet 16	2.169	10	1.882	13	2.169	10	2.169	10	1.882	13	1.882	13
Entitet 17	1.05	18	1.34	18	1.05	18	1.05	18	1.34	18	1.34	18
Entitet 18	1.68	15	1.263	19	1.68	15	1.68	15	1.263	19	1.263	19
Entitet 19	1.553	17	1.206	20	1.553	17	1.553	17	1.206	20	1.206	20
Entitet 20	2.379	6	1.725	17	2.379	6	2.379	6	1.725	17	1.725	17

Tabela 8.10 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla3 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 55		Redosled 56		Redosled 57		Redosled 58		Redosled 59		Redosled 60	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.818	1	7.818	1	7.818	1	7.818	1	7.818	1	7.818	1
Entitet 2	3.949	2	3.949	2	3.949	2	3.949	2	3.949	2	3.949	2
Entitet 3	3.844	3	3.844	3	3.844	3	3.844	3	3.844	3	3.844	3
Entitet 4	3.487	4	3.487	4	3.487	4	3.487	4	3.487	4	3.487	4
Entitet 5	2.45	5	2.45	5	2.45	5	2.45	5	2.45	5	2.45	5
Entitet 6	2.336	7	2.336	7	2.336	7	2.336	7	2.336	7	2.336	7
Entitet 7	0.699	19	0.699	19	0.699	19	0.699	19	0.699	19	0.699	19
Entitet 8	1.996	12	1.996	12	1.996	12	1.996	12	1.996	12	1.996	12
Entitet 9	0.598	20	0.598	20	0.598	20	0.598	20	0.598	20	0.598	20
Entitet 10	1.984	13	1.984	13	1.984	13	1.984	13	1.984	13	1.984	13
Entitet 11	2.197	8	2.197	8	2.197	8	2.197	8	2.197	8	2.197	8
Entitet 12	1.596	16	1.596	16	1.596	16	1.596	16	1.596	16	1.596	16
Entitet 13	2.185	9	2.185	9	2.185	9	2.185	9	2.185	9	2.185	9
Entitet 14	2.142	11	2.142	11	2.142	11	2.142	11	2.142	11	2.142	11
Entitet 15	1.697	14	1.697	14	1.697	14	1.697	14	1.697	14	1.697	14
Entitet 16	2.169	10	2.169	10	2.169	10	2.169	10	2.169	10	2.169	10
Entitet 17	1.05	18	1.05	18	1.05	18	1.05	18	1.05	18	1.05	18
Entitet 18	1.68	15	1.68	15	1.68	15	1.68	15	1.68	15	1.68	15
Entitet 19	1.553	17	1.553	17	1.553	17	1.553	17	1.553	17	1.553	17
Entitet 20	2.379	6	2.379	6	2.379	6	2.379	6	2.379	6	2.379	6

Tabela 8.11 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla3 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 61		Redosled 62		Redosled 63		Redosled 64		Redosled 65		Redosled 66	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	8.612	1	8.612	1	7.818	1	7.818	1	7.818	1	7.818	1
Entitet 2	4.473	3	4.473	3	3.949	2	3.949	2	3.949	2	3.949	2
Entitet 3	4.499	2	4.499	2	3.844	3	3.844	3	3.844	3	3.844	3
Entitet 4	3.98	4	3.98	4	3.487	4	3.487	4	3.487	4	3.487	4
Entitet 5	3.936	5	3.936	5	2.45	5	2.45	5	2.45	5	2.45	5
Entitet 6	2.548	8	2.548	8	2.336	7	2.336	7	2.336	7	2.336	7
Entitet 7	2.167	10	2.167	10	0.699	19	0.699	19	0.699	19	0.699	19
Entitet 8	3.062	6	3.062	6	1.996	12	1.996	12	1.996	12	1.996	12
Entitet 9	2.062	12	2.062	12	0.598	20	0.598	20	0.598	20	0.598	20
Entitet 10	2.552	7	2.552	7	1.984	13	1.984	13	1.984	13	1.984	13
Entitet 11	2.105	11	2.105	11	2.197	8	2.197	8	2.197	8	2.197	8
Entitet 12	1.827	14	1.827	14	1.596	16	1.596	16	1.596	16	1.596	16
Entitet 13	2.39	9	2.39	9	2.185	9	2.185	9	2.185	9	2.185	9
Entitet 14	1.778	15	1.778	15	2.142	11	2.142	11	2.142	11	2.142	11
Entitet 15	1.737	16	1.737	16	1.697	14	1.697	14	1.697	14	1.697	14
Entitet 16	1.882	13	1.882	13	2.169	10	2.169	10	2.169	10	2.169	10
Entitet 17	1.34	18	1.34	18	1.05	18	1.05	18	1.05	18	1.05	18
Entitet 18	1.263	19	1.263	19	1.68	15	1.68	15	1.68	15	1.68	15
Entitet 19	1.206	20	1.206	20	1.553	17	1.553	17	1.553	17	1.553	17
Entitet 20	1.725	17	1.725	17	2.379	6	2.379	6	2.379	6	2.379	6

Tabela 8.12 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla3 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 67		Redosled 68		Redosled 69		Redosled 70		Redosled 71		Redosled 72	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.818	1	7.818	1	7.303	1	7.818	1	7.818	1	7.818	1
Entitet 2	3.949	2	3.949	2	3.54	3	3.949	2	3.949	2	3.949	2
Entitet 3	3.844	3	3.844	3	3.547	2	3.844	3	3.844	3	3.844	3
Entitet 4	3.487	4	3.487	4	2.725	7	3.487	4	3.487	4	3.487	4
Entitet 5	2.45	5	2.45	5	2.459	9	2.45	5	2.45	5	2.45	5
Entitet 6	2.336	7	2.336	7	1.229	18	2.336	7	2.336	7	2.336	7
Entitet 7	0.699	19	0.699	19	0.353	20	0.699	19	0.699	19	0.699	19
Entitet 8	1.996	12	1.996	12	2.574	8	1.996	12	1.996	12	1.996	12
Entitet 9	0.598	20	0.598	20	0.654	19	0.598	20	0.598	20	0.598	20
Entitet 10	1.984	13	1.984	13	2.445	10	1.984	13	1.984	13	1.984	13
Entitet 11	2.197	8	2.197	8	2.188	13	2.197	8	2.197	8	2.197	8
Entitet 12	1.596	16	1.596	16	1.731	17	1.596	16	1.596	16	1.596	16
Entitet 13	2.185	9	2.185	9	3.028	5	2.185	9	2.185	9	2.185	9
Entitet 14	2.142	11	2.142	11	2.387	12	2.142	11	2.142	11	2.142	11
Entitet 15	1.697	14	1.697	14	2.4	11	1.697	14	1.697	14	1.697	14
Entitet 16	2.169	10	2.169	10	2.846	6	2.169	10	2.169	10	2.169	10
Entitet 17	1.05	18	1.05	18	1.922	15	1.05	18	1.05	18	1.05	18
Entitet 18	1.68	15	1.68	15	1.857	16	1.68	15	1.68	15	1.68	15
Entitet 19	1.553	17	1.553	17	1.952	14	1.553	17	1.553	17	1.553	17
Entitet 20	2.379	6	2.379	6	3.397	4	2.379	6	2.379	6	2.379	6

Tabela 8.13 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla4 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 73		Redosled 74		Redosled 75		Redosled 76		Redosled 77		Redosled 78	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	8.612	1	8.612	1	8.612	1	8.612	1	8.612	1	8.612	1
Entitet 2	4.473	3	4.473	3	4.473	3	4.473	3	4.473	3	4.473	3
Entitet 3	4.499	2	4.499	2	4.499	2	4.499	2	4.499	2	4.499	2
Entitet 4	3.98	4	3.98	4	3.98	4	3.98	4	3.98	4	3.98	4
Entitet 5	3.936	5	3.936	5	3.936	5	3.936	5	3.936	5	3.936	5
Entitet 6	2.548	8	2.548	8	2.548	8	2.548	8	2.548	8	2.548	8
Entitet 7	2.167	10	2.167	10	2.167	10	2.167	10	2.167	10	2.167	10
Entitet 8	3.062	6	3.062	6	3.062	6	3.062	6	3.062	6	3.062	6
Entitet 9	2.062	12	2.062	12	2.062	12	2.062	12	2.062	12	2.062	12
Entitet 10	2.552	7	2.552	7	2.552	7	2.552	7	2.552	7	2.552	7
Entitet 11	2.105	11	2.105	11	2.105	11	2.105	11	2.105	11	2.105	11
Entitet 12	1.827	14	1.827	14	1.827	14	1.827	14	1.827	14	1.827	14
Entitet 13	2.39	9	2.39	9	2.39	9	2.39	9	2.39	9	2.39	9
Entitet 14	1.778	15	1.778	15	1.778	15	1.778	15	1.778	15	1.778	15
Entitet 15	1.737	16	1.737	16	1.737	16	1.737	16	1.737	16	1.737	16
Entitet 16	1.882	13	1.882	13	1.882	13	1.882	13	1.882	13	1.882	13
Entitet 17	1.34	18	1.34	18	1.34	18	1.34	18	1.34	18	1.34	18
Entitet 18	1.263	19	1.263	19	1.263	19	1.263	19	1.263	19	1.263	19
Entitet 19	1.206	20	1.206	20	1.206	20	1.206	20	1.206	20	1.206	20
Entitet 20	1.725	17	1.725	17	1.725	17	1.725	17	1.725	17	1.725	17

Tabela 8.14 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla4 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 79		Redosled 80		Redosled 81		Redosled 82		Redosled 83		Redosled 84	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1
Entitet 2	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3
Entitet 3	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2
Entitet 4	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7
Entitet 5	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9
Entitet 6	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18
Entitet 7	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20
Entitet 8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8
Entitet 9	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19
Entitet 10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10
Entitet 11	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13
Entitet 12	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17
Entitet 13	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5
Entitet 14	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12
Entitet 15	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11
Entitet 16	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6
Entitet 17	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15
Entitet 18	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16
Entitet 19	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14
Entitet 20	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4

Tabela 8.15 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla4 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 85		Redosled 86		Redosled 87		Redosled 88		Redosled 89		Redosled 90	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1
Entitet 2	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3
Entitet 3	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2
Entitet 4	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7
Entitet 5	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9
Entitet 6	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18
Entitet 7	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20
Entitet 8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8
Entitet 9	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19
Entitet 10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10
Entitet 11	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13
Entitet 12	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17
Entitet 13	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5
Entitet 14	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12
Entitet 15	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11
Entitet 16	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6
Entitet 17	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15
Entitet 18	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16
Entitet 19	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14
Entitet 20	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4

Tabela 8.16 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla4 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 91		Redosled 92		Redosled 93		Redosled 94		Redosled 95		Redosled 96	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1	7.303	1
Entitet 2	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3	3.54	3
Entitet 3	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2	3.547	2
Entitet 4	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7	2.725	7
Entitet 5	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9	2.459	9
Entitet 6	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18	1.229	18
Entitet 7	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20	0.353	20
Entitet 8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8	2.574	8
Entitet 9	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19	0.654	19
Entitet 10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10	2.445	10
Entitet 11	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13	2.188	13
Entitet 12	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17	1.731	17
Entitet 13	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5	3.028	5
Entitet 14	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12	2.387	12
Entitet 15	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11	2.4	11
Entitet 16	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6	2.846	6
Entitet 17	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15	1.922	15
Entitet 18	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16	1.857	16
Entitet 19	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14	1.952	14
Entitet 20	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4	3.397	4

Tabela 8.17 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla5 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 97		Redosled 98		Redosled 99		Redosled 100		Redosled 101		Redosled 102	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.818	1	7.303	1	7.303	1	7.818	1	7.818	1
Entitet 2	3.54	3	3.949	2	3.54	3	3.54	3	3.949	2	3.949	2
Entitet 3	3.547	2	3.844	3	3.547	2	3.547	2	3.844	3	3.844	3
Entitet 4	2.725	7	3.487	4	2.725	7	2.725	7	3.487	4	3.487	4
Entitet 5	2.459	9	2.45	5	2.459	9	2.459	9	2.45	5	2.45	5
Entitet 6	1.229	18	2.336	7	1.229	18	1.229	18	2.336	7	2.336	7
Entitet 7	0.353	20	0.699	19	0.353	20	0.353	20	0.699	19	0.699	19
Entitet 8	2.574	8	1.996	12	2.574	8	2.574	8	1.996	12	1.996	12
Entitet 9	0.654	19	0.598	20	0.654	19	0.654	19	0.598	20	0.598	20
Entitet 10	2.445	10	1.984	13	2.445	10	2.445	10	1.984	13	1.984	13
Entitet 11	2.188	13	2.197	8	2.188	13	2.188	13	2.197	8	2.197	8
Entitet 12	1.731	17	1.596	16	1.731	17	1.731	17	1.596	16	1.596	16
Entitet 13	3.028	5	2.185	9	3.028	5	3.028	5	2.185	9	2.185	9
Entitet 14	2.387	12	2.142	11	2.387	12	2.387	12	2.142	11	2.142	11
Entitet 15	2.4	11	1.697	14	2.4	11	2.4	11	1.697	14	1.697	14
Entitet 16	2.846	6	2.169	10	2.846	6	2.846	6	2.169	10	2.169	10
Entitet 17	1.922	15	1.05	18	1.922	15	1.922	15	1.05	18	1.05	18
Entitet 18	1.857	16	1.68	15	1.857	16	1.857	16	1.68	15	1.68	15
Entitet 19	1.952	14	1.553	17	1.952	14	1.952	14	1.553	17	1.553	17
Entitet 20	3.397	4	2.379	6	3.397	4	3.397	4	2.379	6	2.379	6

Tabela 8.18 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla5 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 103		Redosled 104		Redosled 105		Redosled 106		Redosled 107		Redosled 108	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.818	1	7.818	1	8.612	1	7.303	1	8.612	1	8.612	1
Entitet 2	3.949	2	3.949	2	4.473	3	3.54	3	4.473	3	4.473	3
Entitet 3	3.844	3	3.844	3	4.499	2	3.547	2	4.499	2	4.499	2
Entitet 4	3.487	4	3.487	4	3.98	4	2.725	7	3.98	4	3.98	4
Entitet 5	2.45	5	2.45	5	3.936	5	2.459	9	3.936	5	3.936	5
Entitet 6	2.336	7	2.336	7	2.548	8	1.229	18	2.548	8	2.548	8
Entitet 7	0.699	19	0.699	19	2.167	10	0.353	20	2.167	10	2.167	10
Entitet 8	1.996	12	1.996	12	3.062	6	2.574	8	3.062	6	3.062	6
Entitet 9	0.598	20	0.598	20	2.062	12	0.654	19	2.062	12	2.062	12
Entitet 10	1.984	13	1.984	13	2.552	7	2.445	10	2.552	7	2.552	7
Entitet 11	2.197	8	2.197	8	2.105	11	2.188	13	2.105	11	2.105	11
Entitet 12	1.596	16	1.596	16	1.827	14	1.731	17	1.827	14	1.827	14
Entitet 13	2.185	9	2.185	9	2.39	9	3.028	5	2.39	9	2.39	9
Entitet 14	2.142	11	2.142	11	1.778	15	2.387	12	1.778	15	1.778	15
Entitet 15	1.697	14	1.697	14	1.737	16	2.4	11	1.737	16	1.737	16
Entitet 16	2.169	10	2.169	10	1.882	13	2.846	6	1.882	13	1.882	13
Entitet 17	1.05	18	1.05	18	1.34	18	1.922	15	1.34	18	1.34	18
Entitet 18	1.68	15	1.68	15	1.263	19	1.857	16	1.263	19	1.263	19
Entitet 19	1.553	17	1.553	17	1.206	20	1.952	14	1.206	20	1.206	20
Entitet 20	2.379	6	2.379	6	1.725	17	3.397	4	1.725	17	1.725	17

Tabela 8.19 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla5 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 109		Redosled 110		Redosled 111		Redosled 112		Redosled 113		Redosled 114	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	8.612	1	8.612	1	8.612	1	7.818	1	8.612	1	8.612	1
Entitet 2	4.473	3	4.473	3	4.473	3	3.949	2	4.473	3	4.473	3
Entitet 3	4.499	2	4.499	2	4.499	2	3.844	3	4.499	2	4.499	2
Entitet 4	3.98	4	3.98	4	3.98	4	3.487	4	3.98	4	3.98	4
Entitet 5	3.936	5	3.936	5	3.936	5	2.45	5	3.936	5	3.936	5
Entitet 6	2.548	8	2.548	8	2.548	8	2.336	7	2.548	8	2.548	8
Entitet 7	2.167	10	2.167	10	2.167	10	0.699	19	2.167	10	2.167	10
Entitet 8	3.062	6	3.062	6	3.062	6	1.996	12	3.062	6	3.062	6
Entitet 9	2.062	12	2.062	12	2.062	12	0.598	20	2.062	12	2.062	12
Entitet 10	2.552	7	2.552	7	2.552	7	1.984	13	2.552	7	2.552	7
Entitet 11	2.105	11	2.105	11	2.105	11	2.197	8	2.105	11	2.105	11
Entitet 12	1.827	14	1.827	14	1.827	14	1.596	16	1.827	14	1.827	14
Entitet 13	2.39	9	2.39	9	2.39	9	2.185	9	2.39	9	2.39	9
Entitet 14	1.778	15	1.778	15	1.778	15	2.142	11	1.778	15	1.778	15
Entitet 15	1.737	16	1.737	16	1.737	16	1.697	14	1.737	16	1.737	16
Entitet 16	1.882	13	1.882	13	1.882	13	2.169	10	1.882	13	1.882	13
Entitet 17	1.34	18	1.34	18	1.34	18	1.05	18	1.34	18	1.34	18
Entitet 18	1.263	19	1.263	19	1.263	19	1.68	15	1.263	19	1.263	19
Entitet 19	1.206	20	1.206	20	1.206	20	1.553	17	1.206	20	1.206	20
Entitet 20	1.725	17	1.725	17	1.725	17	2.379	6	1.725	17	1.725	17

Tabela 8.20 Rezultati metode I-odstojanje (Varijabla5 fiksirana na prvom mestu)

Entitet	Redosled 115		Redosled 116		Redosled 117		Redosled 118		Redosled 119		Redosled 120	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	8.612	1	8.612	1	8.612	1	8.612	1	8.612	1	8.612	1
Entitet 2	4.473	3	4.473	3	4.473	3	4.473	3	4.473	3	4.473	3
Entitet 3	4.499	2	4.499	2	4.499	2	4.499	2	4.499	2	4.499	2
Entitet 4	3.98	4	3.98	4	3.98	4	3.98	4	3.98	4	3.98	4
Entitet 5	3.936	5	3.936	5	3.936	5	3.936	5	3.936	5	3.936	5
Entitet 6	2.548	8	2.548	8	2.548	8	2.548	8	2.548	8	2.548	8
Entitet 7	2.167	10	2.167	10	2.167	10	2.167	10	2.167	10	2.167	10
Entitet 8	3.062	6	3.062	6	3.062	6	3.062	6	3.062	6	3.062	6
Entitet 9	2.062	12	2.062	12	2.062	12	2.062	12	2.062	12	2.062	12
Entitet 10	2.552	7	2.552	7	2.552	7	2.552	7	2.552	7	2.552	7
Entitet 11	2.105	11	2.105	11	2.105	11	2.105	11	2.105	11	2.105	11
Entitet 12	1.827	14	1.827	14	1.827	14	1.827	14	1.827	14	1.827	14
Entitet 13	2.39	9	2.39	9	2.39	9	2.39	9	2.39	9	2.39	9
Entitet 14	1.778	15	1.778	15	1.778	15	1.778	15	1.778	15	1.778	15
Entitet 15	1.737	16	1.737	16	1.737	16	1.737	16	1.737	16	1.737	16
Entitet 16	1.882	13	1.882	13	1.882	13	1.882	13	1.882	13	1.882	13
Entitet 17	1.34	18	1.34	18	1.34	18	1.34	18	1.34	18	1.34	18
Entitet 18	1.263	19	1.263	19	1.263	19	1.263	19	1.263	19	1.263	19
Entitet 19	1.206	20	1.206	20	1.206	20	1.206	20	1.206	20	1.206	20
Entitet 20	1.725	17	1.725	17	1.725	17	1.725	17	1.725	17	1.725	17

Tabela 8.21 Pet rešenja metode, korelacije ulaznih varijabli sa vrednošću I-odstojanja

Entitet	REŠENJE 1		REŠENJE 2		REŠENJE 3		REŠENJE 4		REŠENJE 5	
	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang	I-odst	Rang
Entitet 1	7.303	1	7.818	1	8.612	1	5.497	1	7.427	1
Entitet 2	3.54	3	3.949	2	4.473	3	3.61	4	3.564	3
Entitet 3	3.547	2	3.844	3	4.499	2	3.66	3	4.851	2
Entitet 4	2.725	7	3.487	4	3.98	4	3.476	5	3.061	4
Entitet 5	2.459	9	2.45	5	3.936	5	3.904	2	2.095	10
Entitet 6	1.229	18	2.336	7	2.548	8	2.622	9	1.68	12
Entitet 7	0.353	20	0.699	19	2.167	10	3.156	6	1.652	14
Entitet 8	2.574	8	1.996	12	3.062	6	2.843	8	2.231	7
Entitet 9	0.654	19	0.598	20	2.062	12	3.111	7	1.068	19
Entitet 10	2.445	10	1.984	13	2.552	7	2.34	10	1.629	15
Entitet 11	2.188	13	2.197	8	2.105	11	1.776	13	2.147	8
Entitet 12	1.731	17	1.596	16	1.827	14	1.922	11	1.673	13
Entitet 13	3.028	5	2.185	9	2.39	9	1.839	12	2.395	5
Entitet 14	2.387	12	2.142	11	1.778	15	1.411	15	2.318	6
Entitet 15	2.4	11	1.697	14	1.737	16	1.356	16	2.114	9
Entitet 16	2.846	6	2.169	10	1.882	13	1.305	17	2.073	11
Entitet 17	1.922	15	1.05	18	1.34	18	1.282	18	1.551	17
Entitet 18	1.857	16	1.68	15	1.263	19	1.422	14	1.617	16
Entitet 19	1.952	14	1.553	17	1.206	20	1.076	19	0.861	20
Entitet 20	3.397	4	2.379	6	1.725	17	0.618	20	1.446	18

Varijable	r	Varijable	r	Varijable	r	Varijable	r	Varijable	r
Var4	0.934	Var3	0.967	Var5	0.970	Var1	0.961	Var2	0.958
Var3	0.812	Var5	0.842	Var3	0.889	Var5	0.956	Var3	0.892
Var2	0.693	Var2	0.834	Var2	0.869	Var2	0.769	Var5	0.856
Var5	0.646	Var4	0.736	Var1	0.729	Var3	0.681	Var4	0.668
Var1	0.192	Var1	0.447	Var4	0.586	Var4	0.191	Var1	0.527
Suma r=	3.277	Suma r=	3.826	Suma r=	4.043	Suma r=	3.558	Suma r=	3.901

Biografija

Veljko Jeremić je rođen 09.11.1985. godine u Priboju. Završio je Osmu beogradsku gimnaziju kao nosilac Vukove diplome. Fakultet organizacionih nauka, odsek Informacioni sistemi i tehnologije, upisuje 2004. godine. Diplomirao je pre roka, u septembru 2008. godine, sa prosečnom ocenom 9.09 u toku studija i ocenom 10 na diplomskom radu. Školske 2008/2009 je upisao diplomatske akademske studije - Master na Fakultetu organizacionih nauka, studijski program Informacioni sistemi i tehnologije, studijsko područje (modul) Računarska statistika. Master rad na temu "Uloga simulacionih metoda i tehnika u Šest Sigma metodologiji", pod mentorstvom prof. dr Zorana Radojičića, odbranio je sa ocenom 10 i završio je master studije 2010. godine sa prosečnom ocenom 10. Školske 2010/2011 je upisao doktorske studije na Fakultetu organizacionih nauka – izbornu područje Operaciona istraživanja. Položio je sve planom i programom predviđene ispite sa prosečnom ocenom 10. Od 20.03.2009. zaposlen je na Fakultetu organizacionih nauka, u zvanju saradnik u nastavi (od 20.03.2011. je u zvanju asistenta) za užu naučnu oblast Računarska statistika.

Počev od školske 2008/2009 godine, Veljko je izvodio vežbe na predmetima: Teorija verovatnoće, Statistika i Simulacija u poslovnom odlučivanju. Prilikom evaluacije od strane studenata, njegov pedagoški rad je redovno ocenjivan izuzetno visokom ocenom; za postignute rezultate je nagrađen od strane Fakulteta. Veljko Jeremić objavio je više naučnih radova u časopisima međunarodnog i domaćeg značaja, kao i u zbornicima sa domaćih i međunarodnih konferencija. Posebno se ističu radovi objavljeni na SSCI i SCIE listama poput:

- **Jeremić, V.**, Vukmirović, D., & Radojičić, Z. (2010). *Does Playing Blindfold Chess Reduce the Quality of Game: Comments on Chabris and Hearst (2003)*. Cognitive Science, 34(1):1-9. ISSN: 0364-0213. **SSCI** lista, **IF za 2010 – 2.322, M21**.
- **Jeremić, V.**, Bulajić, M., Martić, M., & Radojičić, Z. (2011). *A fresh approach to evaluating the academic ranking of world universities*. Scientometrics, 87(3):587-596. ISSN: 0138-9130. **SSCI i SCIE** liste, **IF za 2010 – 1.905, M21**.

Izjava o autorstvu

Prilog 2.

Izjava o autorstvu

Potpisani-a BENKO JEPENUH
broj indeksa 5025/2010

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

STATISTIČKI MODEL EFIKASNOSTI ZASNOVAN NA IVANOVIĆEVOM Odstojanju

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

U Beogradu, 29.08.2012.

Potpis doktoranda

Bjepenuh

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Prilog 3.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora БЕЛКО ЈЕРЕМИЋ
Broj indeksa 5025/2010
Studijski program ИНФОРМАЦИОНИ СИСТЕМИ И МЕНАѢЖМЕНТ
Naslov rada СТАТИСТИЧКИ МОДЕЛ ЕФИКАСНОСТИ ЗАСНОВАНИ НА
Mentor ПРОФ. ДР ЗОРАН РАДОЈИЋИЋ ИЗАНОВИТЕЉНОМ
ОДСТОЈАЊУ
Potpisani/a Бјеремич

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu.**

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

U Beogradu, 29.08.2012.

Potpis doktoranda

Бјеремич

Izjava o korišćenju

Prilog 4.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

СТАТИСТИЧКИ МОДЕЛ ЕФИКАСНОСТИ ЗАБИОРАН
НА ИВАНОЗИТЕВОМ ОДСТОЈАНЬУ

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim prilogima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo - nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poleđini lista).

U Beogradu, 29.08.2012.

Potpis doktoranda

Bjerpescu