UNIVERZITET U BEOGRADU
Učiteljski fakultet u Beogradu

mr Mirela R. Mrđa

INTERAKTIVNA NASTAVA MATEMATIKE U MLAĐIM RAZREDIMA OSNOVNE ŠKOLE

Doktorska disertacija

Beograd, 2013. godine

UNIVERSITY OF BELGRADE
Faculty of Teacher Education in Belgrade

MA Mirela R. Mrdja

INTERACTIVE TEACHING OF MATHEMATICS IN YOUNGER GRADES OF PRIMARY SCHOOL

Ph. D. Thesis

Belgrade, 2013.

Mentor:

dr Mirko Dejić, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Učiteljski fakultet

Članovi komisije:

dr Aleksandar Lipkovski, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

dr Veljko Banđur, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Učiteljski fakultet

Datum odbrane:

Naslov:

Interaktivna nastava matematike u mlađim razredima osnovne škole

Rezime: Disertacija je zasnovana na kompleksnom istraživanju čiji su rezultati empirijski pozitivno evaluirani. U skladu sa savremenom metodikom nastave matematike, stepen interaktivnosti nastave/učenja predstavlja osnovni kriterijum kvaliteta procesa osnovnog matematičkog obrazovanja. Shodno tome, cilj našeg istraživanja je da sačinimo originalnu i realno izvodljivu metodiku nastave/učenja matematike u mlađim razredima osnovne škole, sa što većim stepenom interaktivnosti. U tu svrhu, dominantnim korišćenjem metode komparativne teorijske analize, sačinili smo teorijske osnove istraživanja. Deskriptivno-analitičkom metodom odredili smo pojam i karakteristike interaktivne nastave, odabrali i opisali najbitnije nastavne sisteme i metode, oblike rada i nastavna sredstva. Metodički pristup interaktivnoj nastavi, za svaki razred posebno, sadrži originalne metodičke okvire sa modelima interaktivne obrade svih nastavnih jedinica. Metodiku interaktivne nastave matematike u četvrtom razredu smo posebno pažljivo sačinili i podrobno opisali, jer je na osnovu nje radila eksperimentalna grupa. Pri tom smo uniformno koristili originalnu strukturu operativne faze časova interaktivne obrade nastavnih jedinica. Najbitniju prednost u interaktivnoj obradi nastavnih jedinica, po opisanoj strukturi, čini značajno veće angažovanje misaonih aktivnosti učenika na osnovu kojih se vrši zaključivanje. Pri tom se induktivno zaključivanje koristi u značajno manjoj meri, uglavnom za potvrđivanje, proširivanje i objedinjavanje obrađenih sadržaja. Iako se empirijsko istraživanje odnosi samo na uzorak iz populacije učenika četvrtih razreda, može se pretpostaviti da bi radom po našoj metodici učenici postigli još bolje rezultate. Korišćenje računara koje nismo uključili u rad eksperimentalne grupe, pozitivno bi uticalo na postignuće učenika u interaktivnom učenju matematike.

Ključne reči: interaktivna nastava/učenje, problemska situacija, egzemplar, fleksibilna diferencijacija, rad u blago heterogenim grupama, metodički okviri, modeli interaktivne obrade, empirijska evaluacija.

Naučna oblast:

Didaktičko metodičke nauke

Uža naučna oblast:

Metodika nastave matematike

UDK:

371.3::51(043.3)

Title:

Interactive teaching of mathematics in younger grades of primary school

Summary: The thesis is based on a complex research whose results were empirically positively evaluated. According to the modern methodic of teaching mathematics, the degree of interactivity in teaching/learning represents a basic criteria the quality of the process of primary mathematical education. Therefore, the objective of our research is to make an original relatively feasible methodic of teaching/learning of mathematics in younger grades of primary school, with the highest possible degree of interactivity. For this purpose, we created theoretical research fundamentals by dominantly using methods of comparative theoretical analysis. By using the descriptive-analytic method we defined the term and the characteristics of interactive teaching, selected and described the most important teaching systems and methods, forms of work and teaching aids. Methodic approach to teaching of mathematics, for each grade in particular, consists of original methodic frames with models of interactive processing of all teaching units. Methodic of interactive teaching of mathematics in fourth grade was particularly carefully made and thoroughly described because the work of the experimental group was based on it. Thereby we uniformly used the original structure of the operative stage of the classes of interactive processing of teaching units. The most important advantage of interactive processing of teaching units, according to the structure described, consist of a significantly greater engagement of brain activity of the pupil on basis of which the pupil reasons. Thereby inductive reasoning is used significantly less, mostly for confirmation, expansion and consolidation of the processed content. Although the empirical research relates only to the pattern of population of pupils from the fourth grade, it can be assumed that by working according to our methodic the pupils would achieve even greater results. Usage of computers which was not included in the work of the experimental group would have a positive impact of the pupils' achievements in interactive learning of mathematics.

Key words: interactive teaching/learning, problem situation, example, flexible differentiation, work in slightly heterogeneous groups, methodic frames, models of interactive processing, empiric evaluation.

Scientific area:

Didactic and methodology

Narrow scientific field:

Teaching methods in mathematics

UDC:

371.3::51(043.3)

SADRŽAJ

UVOD

Značaj kvalitetnog opšteg i stručnog obrazovanja u savremenom društvu uslovljen je, pre svega, izuzetno brzim napretkom nauke i tehnologije. Svaki pojedinac u svakodnevnim aktivnostima, posebno radnim, prinuđen je da manje ili više intenzivno i kvalitetno razmišlja. Uslov za navedeno je efikasno i kvalitetno obrazovanje svih oblika i nivoa, koje mora biti pristupačno i prilagođeno svima. Podrazumeva se da od osnovnog ili opšteg obrazovanja zavise dometi ostalih oblika i nivoa. Značaj matematičkog obrazovanja, i njegovu ulogu u podizanju nivoa opšteg obrazovanja i kognitivnih sposobnosti učenika, nije potrebno posebno obrazlagati.

U konvencionalnoj nastavi matematike, koja se realizuje u skladu sa programskim sadržinama na uobičajen način, često se potcenjuje uloga savremenih didaktičkih sistema, metoda i oblika rada, a precenjuje uloga nastavnih sredstava. Međutim, njihovom primenom se u dovoljnoj meri može povećati efikasnost nastave, a da se pri tom koriste uobičajena i svima dostupna nastavna sredstva. U našem istraživanju pokazaćemo da je to u statistički značajnoj meri moguće, posebno za povećanje interaktivnosti nastave matematike kao jednog od najbitnijih pokazatelja njene efikasnosti.

Rezultati istraživanja u obrazovnim naukama uslovljavaju izmene u obrazovnim sistemima i nastavnoj praksi, pri čemu ne uzimamo u obzir primenu računara. Iz spiska korišćene literature izdvajamo radove i deo knjiga u kojima se to potvrđuje. (Archer – Kath et al. (1994), Bennett – Cass (1988), Bright (1999), Chamberlin (2008, 2010), Cohen (1994), Дејић (1999, 2001, 2002, 2003, 2008, 2012), Gillies (2003), Furner – Kumar (2007), Johnson et al. (1998), Johnson – Johnson (1999), Милијевић (1999), Мрђа (2003, 2008), Mrđa i dr. (2007), Mrđa – Petrović (2010), Mulryan (1994), Pešikan – Ivić (2000), Петровић (1997, 1998, 1999, 2001, 2002, 2005), Петровић – Дејић (1995), Петровић – Пинтер (2006), Petrović i dr. (1995,2004, 2010), Ramírez (2006), Roeders (2003), Романо (2005), Russell (1999, 2000), Slavin (1987, 1992, 1995, 1996), Springer et al. (1999), Сузић (1996, 2002, 2003, 2004), Webb et al. (1995), Webb – Palincsar (1996).)

Kao primer navodimo ulogu matematike u obrazovnom sistemu Slovenije, koja već više godina prilagođava obrazovni sistem u skladu sa navedenim istraživanjima i strukturom sa tri triade u osnovnom obrazovanju. Matematika je jedan od temeljnih opšteobrazovnih predmeta u osnovnoj školi sa brojnim obrazovno-informativnim, funkcionalno-formativnim i vaspitnim zadacima. U najopštijem smislu, učenje matematike je namenjeno izgradnji pojmovnog aparata i upoznavanju takvih postupaka koji će pojedinačno omogućiti uključivanje u kulturu savremenog življenja.

Učenje temeljnih, i za svakog ponaosob značajnih matematičkih pojmova, mora biti posebno usklađeno sa dečijim kognitivnim razvojem, sa individualnim sposobnostima, prilagođeno svojstvima ličnosti učenika koje su posledica životnog okruženja. Učeći matematiku učenici treba da usvoje osnovne matematičke pojmove i strukture, razvijaju različite oblike mišljenja i misaonih procesa, stiču sposobnost stvaralačke delatnosti, dobiju formalna znanja i sposobnosti da praktično primene matematiku. Učenje matematike ne utiče samo na kognitivni razvoj učenika, već i na psihomotorni razvoj dece i na razvoj celovite ličnosti, što je detaljnije izneto u opštim i specifičnim ciljevima učenja matematike. Opšti ciljevi određeni su predmetom proučavanja matematike. Oni se odnose na svakog učenika u skladu sa njegovim mogućnostima i njegovim dobom.

Matematika treba da bude sredstvo komunikacije i oruđe koje se koristi u svakodnevnom životu, da predstavlja vezu između dečjeg doživljavanja sveta i matematičkih struktura, da razvija sistematičnost i stvaralaštvo u radu. Matematičko znanje može poslužiti da se mnoge pojave i predmeti predstave numerički, grafički, ili na drugi način, što je od izuzetne važnosti pri razmeni ideja, informacija i njihovih interpretacija.

Nastavu matematike treba doživeti kao proces, kao stvaralačku delatnost u kojoj će učenici aktivno učestvovati. Ona učenicima treba da razvija verovanje u mogućnosti uspešnog učenja matematike. Pri izučavanju matematike navikavamo se na matematički način mišljenja i realnije sagledavanje pojava u prirodi i društvu. Upoznavanje i ovladavanje matematičkim procesima i strategijama je nužnost za shvatanje i rešavanje problemskih situacija.

Obrazovanje u Engleskoj deli se na četiri etape. Prva etapa odnosi se na doba ispod pet godina, i naziva pred-obavezno obrazovanje, čije je izvođenje u nadležnosti lokalnih obrazovnih uprava. Druga etapa je osnovna škola, koja je obavezna za sve učenike i obuhvata doba od 5 do 11 godina. Treća etapa je srednja škola, koja je, obavezna i obuhvata decu doba od 11 do 16 godina. To su gimnazije i srednje stručne škole, državne ili privatne. Ovom stepenu pripada i obrazovanje za doba od 16 do 18 godina koje se naziva posle-obavezno obrazovanje i stiče se u koledžima ili na radnom mestu. U ovom dobu učenici svoj rad usmeravaju ka nizu akademskih ili stručnih osposobljavanja. Četvrta etapa odnosi se na obrazovanje učenika (studenata) iznad osamnaest godina u ustanovama visokog obrazovanja.

Uz aktuelne nastavne programe matematike za osnovnu školu u Engleskoj dato je i veoma detaljno uputstvo nastavnicima o savremenoj realizaciji procesa nastave i učenja. Prema tom uputstvu, učenike treba organizovati u grupe jer je organizacija nastave matematike lakša ako razlika u znanju učenika nije velika. Uspeh podele na grupe zavisi od koordinacije planiranja nastave i pažljivog praćenja rada učenika, kako bi se osigurao prelaz učenika iz grupe u grupu. Nastavnici koji predaju boljim grupama mogu bazirati rad učenika na programu starijih učenika, tj. starijih razreda. Nastavnici koji predaju manje uspešnim učenicima moraju obrađivati uglavnom teme iz nastavnog programa za mlađe učenike, imajući na umu ciljeve razreda koji učenici pohađaju.

Čak i kod učenika koji su podeljeni u grupe prema uspehu iz matematike može se javiti razlika u ostvarivanju programskih zadataka na času. Postoji nekoliko koraka za zadovoljavanje potreba mešovitih odeljenja ili grupa sa različitim uspehom. Prvi korak je da se ostvari povoljna klima u učionici, u kojoj svaki učenik ima osećaj da može dati doprinos, što osigurava motivaciju i koncentraciju. Sledeći korak je da se usvoji način predavanja i organizacione strategije, kako bi svi učenici bili uključeni i „izazvani“, dajući im maksimalnu mogućnost za komunikaciju sa nastavnikom. Ovo uključuje obezbeđivanje odgovarajuće podrške, pomoći ili intervencije, kako bi određeni učenici bili uključeni u planirani program i uspeli da prate bolje učenike.

U našem osnovnoškolskom obrazovanju se primenjuje prelazni oblik ka strukturi obrazovanja u tri triade. Naime, jednu godinu čini obavezno predškolsko obrazovanje, četiri godine razredna nastava i četiri godine predmetna nastava. Takva struktura obrazovanja, posebno matematičkog, zahteva znatno veći obim propedevtičke nastave nekih sadržina u mlađim razredima, koje se inače nalaze u programima nekih starijih razreda.

Između ostalog, u obaveznom predškolskom obrazovanju i prvom razredu osnovne škole postoji previše ponavljanja programskih sadržina, a pri tom nisu u dovoljnoj meri iskorišćene mogućnosti za odgovarajući razvoj kognitivnih sposobnosti učenika. U ostala tri razreda takođe postoji, ali u manjoj meri, nefunkcionalno ponavljanje programskih sadržina. Ako bi se ono smanjilo moglo bi se realizovati propedevtičko učenje oblasti kao što su sadržine o razlomcima, proširenje pojma broja približnim određivanjem mernih brojeva sa većom tačnošću, osnove kombinatorike i statistike, i sl. Imajući navedeno u vidu, kao i druge ometajuće faktore, deo dece ima problema sa učenjem matematike počevši od 5. razreda osnovne škole.

U našim uslovima mogućnosti korišćenja savremenih didaktičkih sredstava, naročito individualnih, su izuzetno skromne. Motivacija nastavnika za kreativan rad i poseban trud je uslovljena relativno inferiornim položajem u društvu. U takvim uslovima, kvalitetni udžbenici pogodni za interaktivnu nastavu i učenje, mogu značajno povećati nivo osnovnog matematičkog obrazovanja. Podrazumeva se da takvi udžbenici moraju biti praćeni odgovarajućim priručnicima namenjenim nastavnicima kao osnovno nastavno sredstvo.

Savremena metodika nastave matematike zahteva da se didaktički princip svesne aktivnosti učenika posebno poštuje u poređenju sa ulogama ostalih principa. To bi podrazumevalo nastavu matematike u kojoj su učenici glavni i aktivni činioci koji učestvuju, ne samo u procesu nastave, već i u izboru metodike rada. Time se pojačava njihova motivacija, kompetentnost i odgovornost za svoj rad. Na taj način se učenje matematike može nazvati *interaktivnim***.**

Interakcija podrazumeva aktivni odnos ili komunikaciju učenika, nastavnika, roditelja i drugih subjekata. Interaktivnim učenjem menjamo razmišljanje, emocije i ponašanje učenika. Zbog toga je bitno da se interakcija, od ranog detinjstva, pravilno sprovodi jer je to uslov za formiranje sposobnosti uspostavljanja dobrih kognitivnih, emocionalnih, intencionalnih i drugih veza.

Imajući navedeno u vidu, svrsishodno je da odgovarajuća kompleksna istraživanja u oblasti interaktivne nastave/učenja obuhvate sve programske sadržine najmanje jednog razreda. Mi smo se opredelili da *problem i predmet* istraživanja čini teorijsko određenje konkretne metodike interaktivne nastave/učenja matematike u mlađim razredima osnovne škole. Empirijska evaluacija je izvršena na osnovu odgovarajućih detaljno opisanih uputstava za interaktivnu nastavu/učenje matematike u 4. razredu osnovne škole. Teorijski i empirijski evaluirani modeli, odnosno konkretne metodike interaktivne nastave/učenja matematike za pojedine razrede, po našem saznanju ne postoje. Međutim, postoji dovoljno dokaza o visokoj efikasnosti interaktivne nastave/učenja u matematici, što znači da su neophodna kompleksna istraživanja.

Osnovni cilj našeg istraživanja je da se, na osnovu što većeg obima relevantnih i savremenih teorijskih saznanja o interaktivnoj nastavi/učenju matematike, sačini konkretna metodika za primenu u mlađim razredima osnovne škole. Praktičan cilj je da se empirijski evaluira odgovarajuća metodika interaktivne nastave/učenja matematike primenjena u četvrtom razredu osnovne škole. Na osnovu teorijskog i praktičnog cilja izvedeni su odgovarajući zadaci:

- selekcija i proučavanje odgovarajuće literature i drugih izvora informacija u vezi sa problematikom istraživanja;
- određenje pojma i karakteristika interaktivne nastave/učenja matematike;
- izbor nastavnih metoda i didaktičkih sistema u interaktivnoj nastavi matematike;
- izbor oblika rada u interaktivnoj nastavi/učenju matematike;
- izbor nastavnih sredstava za rad u interaktivnoj nastavi/učenju matematike;
- uloga igre u interaktivnoj nastavi/učenju matematike;
- izrada metodičkog pristupa interaktivnoj nastavi/učenja;
- izbor uzorka za eksperimentalno istraživanje;
- priprema i izvođenje eksperimentalnog istraživanja;
- prikupljanje i sređivanje podataka dobijenih eksperimentalnim istraživanjem;
- statistička obrada podataka i izvođenje odgovarajućih zaključaka;
- predlozi za implementaciju dobijenih rezultata istraživanja u nastavnu praksu.

U istraživanju su korišćeni sledeći *naučno-istraživački* metodi:

- Metod komparativne teorijske analize koji se prvenstveno primenjuje u teorijskom delu, posebno u proučavanju dosadašnjih saznanja o problematici istraživanja, kao i u izradi metodičkog pristupa, za rad eksperimentalne grupe.

- Deskriptivno-analitički metod, koji se pre svega odnosi na prikupljanje podataka i određivanje teorijskih osnova istraživanja.
- Kauzalni metod, koji je prvenstveno korišćen u otkrivanju uzročno-posledičnih veza i odnosa između interaktivne nastave, s jedne strane, i obrazovnih rezultata, s druge strane.

Istraživanje se zasniva i na drugim savremenim metodima: sistemski metod, kibernetički metodi, komparativni metod i model eksperimenta sa paralelnim grupama.

Korišćeni *merni instrumenti,* pre svega, su:

- autentična školska dokumentacija,
- kartoni za praćenje psiholoških parametara učenika,
- protokoli sistematskog posmatranja,
- testovi znanja,
- skale procene (deskriptivne, grafičke i numeričke).

U dosadašnjim istraživanjima dominiraju knjige i radovi koji se bave određenjem pojma interaktivne nastave/učenja i opštim didaktičkim uputstvima za pripremu i realizaciju. Znatan deo radova za predmet istraživanja ima pojedine nastavne sisteme, metode, oblike ili sredstva, čija primena u određenim nastavnim sadržinama, najčešće temama, ima obeležja interaktivne nastave/učenja.

I TEORIJSKE OSNOVE ISTRAŽIVANJA

1. POJAM I KARAKTERISTIKE INTERAKTIVNE NASTAVE I UČENJA MATEMATIKE

Aktivnim učenjem naučeno se bolje koristi u novim situacijama učenja matematike, transfer učenja je veći, naučeno se duže pamti. Aktivno učenje podrazumeva, dolaženje učenika do znanja, samostalno ili uz vođenje nastavnika, putem misaonih postupaka: posmatranje i komparacija, apstrakcija i generalizacija, analogija, analiza i sinteza. Pri tom, svoje aktivnosti učenici treba da obavljaju uz fleksibilnost u mišljenju i izraženiju kreativnost.

U širem značenju, pojam interakcije definiše se kao aktivnost koja se razmenjuje između najmanje dva subjekta. *Interaktivna nastava/učenje*, kao najzastupljenija strategija savremenog obrazovanja, uži je pojam interakcije jer se dominantno odnosi na interpersonalni odnos. Za pripremu i realizaciju interaktivne nastave koriste se svi savremeni obrazovni sistemi, metodi, oblici i sredstva. Pri tome, njihov izbor zavisi od doba učenika, ciljeva i zadataka nastave, kao i programskih sadržina svake teme i nastavne jedinice.

U interaktivnoj nastavi/učenju matematike centralno mesto zauzima aktivnost učenika, a uloga nastavnika je da ga usmeri, podstakne i nauči kako bi trebalo da se uči matematika. Iza svake aktivnosti učenika neophodna je povratna informacija nastavnika (tutora), odnosno, ocena ispravnosti rada i rezultata do kojih je došao, jer je to dokazana psihološka potreba svakog pojedinca. Sažeto rečeno, umesto preteranog memorisanje činjenica i formalizama u interaktivnoj nastavi matematike, neophodno je obogatiti nastavu većim angažovanjem misaonih aktivnosti učenika. Navedena istraživanja, uključujući i naša iskustva u metodičkoj praksi, pokazuju da interaktivno učenje matematike efikasnije utiče na razvoj kognitivnih i konativnih sposobnosti učenika, pospešuje kritičnost, kreativnost, a naučeno se trajnije pamti.

Interaktivnu nastavu matematike moramo izvoditi kao interakcijski proces u kojem su učenik i nastavnik u saradničkom (kooperativnom) odnosu, pri čemu se aktivnost učenika postepeno povećava. Pri tom se i učenik i nastavnik, osim kognitivno, angažuju i emocionalno i intencionalno.

Interakcija podrazumeva aktivan odnos ili komunikaciju između učenika, nastavnika, roditelja i drugih subjekata. „Zavisno od prirode i tipa znanja, učenik se u procesu učenja susreće sa raznovrsnim intelektualnim problemima i u susretu sa njima razvija specifične oblike aktivnosti." (Pešikan – Ivić, 2000: 164). Interaktivnom nastavom i učenjem menjamo ukupne stavove i ponašanje učenika, te je zbog toga veoma važno da se pravilno i dosledno sprovode.

Dosadašnja didaktičko-metodička saznanja u prvi plan stavljaju ono znanje učenika do kojeg dolazi sam aktivnim učestvovanjem u procesu nastave i učenja, odnosno, ličnim radom i eksperimentisanjem. Ishodi takvog rada treba da povećaju efekte, kao što su optimalan razvoj kognitivne i konativne sposobnosti, kritičnost, kreativnost i sl. „Interaktivnim učenjem, zahvaljujući socijalnoj interakciji, vršimo promjene u razmišljanju, u emocijama i ponašanjima ljudi" (Milijević, 2003: 38).

Metodika nastave matematike nudi različite načine rada čijom se kombinacijom može uspešno postići interaktivnost nastave i učenja. Za pripremu i realizaciju interaktivne nastave koriste se svi savremeni sistemi, metodi, oblici i sredstva. Njihov izbor zavisi od doba učenika, ciljeva i zadataka nastave, kao i od programskih sadržina svake teme, odnosno, nastavne jedinice. Za analizu svake interakcije u nastavi Suzić, N. (2005: 133) predlaže četiri aspekta: *kognitivan, emocionalan, ciljan i delatan*.

Na osnovu tabelarnog prikaza Abrami et al. (1995: 10) zaključujemo da su verbalna i reproduktivna nastava na najnižem nivou efikasnosti, a da samo interaktivnim radom učenika obezbeđujemo efikasno učenje.

Tabela br. 1 *– Različita shvatanja učenja i ishoda sa odgovarajućim motivacijama*

	učenje i ishodi	Motivacija
bihejvioristi	vidljive promene u ponašanju	pozitivno i negativno pojačavanje (npr. primena nagrade)
kognitivisti	sticanje znanja i umenja (informacija), reprezentovanje i obnavljanje	očekivanje uspeha i istorija uspeha-neuspeha
humanisti	zadovoljavanje potreba i razvijanje humanih potencijala	želja za ostvarenjem samoaktuelizacije
predstavnici razvojnog pristupa	interakcija sa fizičkim i socijalnim okruženjem	želja za razrešenjem kognitivne disonancije

Šira i uža društvena sredina utiče na formiranje pojedinih karakteristika i ponašanja svakog pojedinca. U socijalnoj sredini dolazi do različitih interakcija i uzajamnog delovanja. Pri tom je moguće i češće delovanje više pojedinaca socijalne sredine ili grupe na ponašanje pojedinca, a moguće je i obrnuto. Svi uticaji mogu biti *direktni* ili *indirektni*, *jači* ili *slabiji*, ali su uvek prisutni. Stoga se u funkcionisanju grupa govori o oblicima psihosocijalne interakcije: *imitaciji, sugestiji, simpatiji i antipatiji, identifikaciji, socijalnom pritisku, facilitaciji i inhibiciji*. Oni su izuzetno važni ne samo u interaktivnoj nastavi, nego i šire, u organizaciji interaktivnog učenja uopšte. „Interaktivno učenje je proces koji rezultira relativno permanentnim promjenama u razmišljanju i ponašanju koje nastaju na osnovu iskustva, tradicije i prakse ostvarene u socijalnoj interakciji." (Suzić i dr. 1999: 24).

Imitacija zahteva postojanje najmanje jednog modela i jednog sledbenika. Model je pojedinac koji služi imitiranju i kojeg imitiraju, a sledbenik je pojedinac koji imitira. Model može biti poznata i popularna ličnost, ali i neki lik iz literature, filma ili iz neposredne socijalne sredine. Nenamerna ili spontana imitacija odvija se na nesvesnom nivou, a zasnovana je na bezuslovnim i uslovnim refleksima. Ona je vrlo česta pojava u mlađim razredima osnovne škole. Devojčice posebno imitiraju svoju učiteljicu oponašajući njenu gestikulaciju, hod, izgovor i slično. Namerna imitacija se odvija svesno, a pojedinac oponaša svoj uzor, ili takvom imitacijom promoviše sebe, ismevanjem drugog subjekta. U nekim situacijama ljudi se naizgled ponašaju kao da su pod uticajem imitacije, što se obično naziva pseudoimitacija.

Kao oblik psihosocijalne interakcije, *sugestij*a je veoma česta, a ponekad se teško razlikuje od imitacije. I kod sugestije obavezno postoje dva subjekta, najčešće osoba koja sugeriše i osoba koja prima sugestiju. Posmatrano sa strane onoga koji sugeriše, uvek postoji neka ideja koju nastoji da prenese na drugu osobu, ili grupu koja je primalac njegovog uticaja. U svim socijalnim kontaktima ima mnogo primera za sugestiju.

Simpatija i *antipatija* su oblici psihosocijalne interakcije koji doprinose da se pojedini ljudski postupci lakše shvate, posebno oni koji su zasnovani na emocijama. Antipatija je emocionalna odbojnost, sa svim podrazumevajućim karakteristikama, a često i sa posledicama simpatije. U socijalnom životu pojedinaca i grupa, simpatija i antipatija imaju izuzetno značajne uloge od kojih navodimo samo najznačajnije:

biraju se prijatelji, određuju se nepoželjni pojedinci za druženje, procenjuju se postupci i delovanje pojedinaca ili grupa i određuju sopstvene aktivnosti prema pojedincima ili grupama. Delovanje pojedinca u procesu učenja pod uticajem simpatije i antipatije, posebno ako ona nije neizbežna, negativno utiče na razvoj pozitivnih osobina ličnosti, jer se odvija pod uticajem iracionalnih elemenata.

Identifikacija može biti najvažnija komponenta socijalne interakcije, s obzirom na to da je najčešće podsvesna, tj. osoba ni sebi, ni drugima ne priznaje da se time brani od osećaja inferiornosti, ili da na takav način reaguje zato što se nalazi u kriznoj situaciji. Vrsta identifikacije, koju neki autori nazivaju i emocionalnom identifikacijom ili empatijom, manifestuje se u mogućnosti pojedinca da saučestvuje u emocionalnoj situaciji drugog pojedinca. Potpuno shvatanje empatije je bitno, ne samo za uspostavljanje povoljne klime u odeljenju, nego i za ukupno postignuće učenika, kako u učenju, tako i u celokupnom socijalnom ponašanju.

Socijalni pritisak treba shvatiti kao poseban element klime koja vlada u određenoj grupi, a dovodi do toga da pojedinci osećaju obavezu da se pridržavaju ili se pokoravaju usvojenim normama i pravilima grupe. Veoma često, to je i mehanizam koji u grupi održava disciplinu neophodnu za rad. Sredstva uveravanja koja se koriste za ostvarivanje socijalnog pritiska su ona koja ne sadrže elemente prisile, a mogu da utiču na ponašanje ljudi i da ih podstaknu na aktivnosti koje su korisne za grupu. Najčešće se primenjuju molbe, saveti, preporuke, nagrade itd. Sredstva prisile u procesu socijalnog pritiska su ona kojima se pojedinac povinuje mimo svoje volje. Za njihovu realizaciju najčešće se koriste obećanja, pretnje i kazne. Reakcije pojedinca u grupi mogu biti raznovrsne na iste ili različite oblike socijalnog pritiska. Psihološkim istraživanjima je dokazano da se pojedinci socijalnom pritisku ne opiru na identičan način. Oni se mogu suprotstavljati socijalnom pritisku zavisno od strukture svoje ličnosti, ličnih iskustava, kad ima socijalnih okolnosti i procena o efektima suprostavljanja.

Facilitacija je oblik psihosocijalne interakcije u kojem delovanje drugih pojedinaca, osoba izaziva olakšanje i poboljšava aktivnost pojedinca, a inhibicija je oblik u kojem prisustvo drugih pojedinaca izaziva otežavanje i pogoršava aktivnosti. Delovanje emocija na aktivnost drugih pojedinaca manifestuje se kao strah od neuspeha, a što podstiče *inhibiciju* ili veru u uspeh koja opet podstiče facilitaciju. U procesu interaktivnog učenja navedeni oblici psihosocijalne interakcije mogu uticati na celokupne efekte.

Modeli interaktivne organizacije učenja polaze od uspostavljanja povoljne klime u odeljenju za ukupno postignuće učenika, kako u procesu učenja, tako i u celokupnom socijalnom razvoju. U grupama se učenje odvija na prirodan način uz socijalizaciju, što je potvrdilo i istraživanje koje je obavio Veb sa saradnicima. (Webb, Troper and Fall, 1995).

Drugo istraživanje je pokazalo da, radeći u malim grupama pri interaktivnom učenju, učenici ostvaruju bolje školsko postignuće i jaču motivaciju za učenje nego kada rade sami (Johnson – Johnson, 1999). Osim toga, pokazalo se da učenje koje se odvija u dobro organizovanim i struktuiranim malim grupama služi kao prevencija vršnjačkih sukoba i mnogih socijalnih problema sa kojima se sreću adolescenti (Johnson, Johnson and Stanne, 2001). Istraživanja (Gillies, 2003) su pokazala da se kooperacija i interakcija pri učenju najbolje i najefikasnije realizuju u malim grupama od četiri do šest učenika koje imaju jasne ciljeve i zadatke.

Po Suziću i saradnicima (2003) razumevanje socijalnih procesa koji se dešavaju kada učenici rade u malim grupama, te saznanja o tome kako učenici percipiraju svoja iskustva u interaktivnom učenju, kako doživaljavaju taj proces, predstavljaju ključno polazište za interaktivno učenje. Njegova istraživanja, kao i naša iskustva iz metodičke prakse, pokazuju da većina učenika koji uče interaktivno i kooperativno ostvaruju bolje rezultate od učenika koji rade individualno, posebno u učenju rešavanja matematičkih problema. U rezultatima svojih istraživanja Suzić izdvaja četiri činioca: socijalna podrška, uslovi za primanje pomoći, struktura zadatka i percepcija učenika o radu u malim grupama.

Učenici uče efikasnije kada pružaju pomoć drugima, a više napreduju ka samostalnom učenju kada primaju minimalnu pomoć od drugih. Pri razmeni svojih ideja oni verbalno komuniciraju i razmenjuju uloge tokom sagledavanja problema, skiciraju i gestikulišu. Razmena iskustava u radu učenika, bez obzira na oblik koji se ostvaruje, izuzetno je korisna za one koji na taj način primaju pomoć, kao i za one koji je daju. „Pri pružanju pomoći drugima učenici su često u situaciji da kognitivno restruktuiraju informacije, tako da ih drugi razumeju i mogu upotrebiti” (Gillies, 2003: 137). U tom procesu se dešava da i oni koji pružaju pomoć otvore nove vidike i vlastite spoznaje u dijalogu sa drugima koji traže dopunska objašnjenja. U svakom slučaju, socijalno promotivni aspekti davanja instrukcija čine vrlo snažan motivacioni efekat interaktivnog i kooperatvnog učenja.

Istraživanja (Gillies – Ashman, 1998; Terwel et al., 2001) su potvrdila da učenici koji su naučili da primaju i pružaju pomoć u školskom učenju pokazuju viši nivo odgovornosti za pomoć vršnjacima kojima je ona potrebna. Uslovi za primanje pomoći povećavaju se trajanjem interaktivnog učenja. Što su duže zajedno, učenici sve više razvijaju intuitivni smisao za potrebe svojih drugova. Deca su kognitivno, emocionalno i bihejvioralno bliža jedno drugom nego svojim nastavnicima. „Deca mogu biti svesnija o tome šta drugi učenici ne razumeju nego njihovi nastavnici i često pružaju objašnjenja koja bolje osvetljavaju ono što njihovi vršnjaci ne mogu shvatiti" (Gillies, 2003: 138).

Struktura zadatka je vrlo bitan aspekt grupne interakcije jer se na osnovu nje najčešće determiniše tip interakcije. Dobro struktuirani zadaci, u kojima svi članovi grupe imaju posebnu ulogu, u interaktivnom učenju pomažu na tri načina: *intergrupnom razmenom informacija, pružanjem objašnjenja i traženjem pomoći*. Koen (Cohen, 1994) je utvrdio da ovakvi zadaci ne zahtevaju značajniju interakciju, ali da snažno podržavaju učenje u grupnoj kooperaciji. Suprotno dobro struktuiranim zadacima, zadaci u kojima aktivnosti učenika nisu unapred utvrđene, mogu se rešavati učenjem putem otkrića. Učenici pri tom razvijaju viši nivo interakcije i kooperacije, diskutuju o načinu rada, razmenjuju ideje i informacije. Učenje je u tim uslovima intenzivnije i efikasnije. Ovakve zadatke Koen naziva „slabo struktuiranim", te zaključuje da produktivnost grupe i pojedinca na takvim zadacima zavisi od nivoa interakcije. Zadaci bitno determinišu interakciju, a nastavnici bi trebalo da znaju u kojoj strukturi zadataka je neophodna posebno kvalitetna i intenzivna interakcija. *„Ako želimo kvalitetnu interakciju učenika, zadaci treba da budu orijentisani na: uputstva, pomoć vršnjaka i olakšavanje učenja*" (Gillies – Ashman, 1998: 747).

Istraživanja (Ross, 1995) su pokazala da postoji pozitivna korelacija između primanja pomoći i sklonosti učenika da pruže pomoć u interaktivnom učenju. Takođe je utvrđeno da sklonost učenika da traže i pružaju pomoć raste ukoliko nastavnik obezbedi povratnu spregu o tome kako se ta pomoć može realizovati. Kada primaju pomoć od vršnjaka, učenici imaju pozitivne emocije što je karakteristično i za davanje pomoći. Biti susretljiv i od pomoći drugima, biti voljen, promovisati uspeh svojih vršnjaka, svojstva su koja interakciju čini značajnim elementom učenja, čemu većina učenika daje prednost u svom učenju. Sva istraživanja pokazuju da učenici imaju pozitivnu percepciju o primanju i pružanju pomoći u vršnjačkoj interakciji.

U interaktivnom i kooperativnom učenju pojačava se razmena podataka, a greške u radu pojedinca gube na značaju. Osnovni razlog za to Mulryan (1994) nalazi u slobodi i nesuzdržavanju učenika da od vršnjaka traže objašnjenje ili pomoć. U istom istraživanju Mulryan otkriva da učenici u grupnoj interakciji:

- rade podjednako,
- jačaju međusobno poverenje,
- pojedinca vraćaju na učenje kada ne radi na zadatku, ne daju mu da „zuji",
- podižu atmosferu u grupi.

Uzajamnim učenjem i poučavanjem, uzajamnom pomoći i podrškom, u interaktivnom učenju članovi grupe ostvaruju dve velike koristi za grupu i svakog pojedinca: promoviše se socijalizacija i uči se učenje. Navedeno su potvrdila istraživanja Džonsonovih (Johnson – Johnson, 2000).

Utvrđeno je i da se deca u treniranim grupama za učenje u interakciji značajno razlikuju od dece u netreniranim grupama. Ta razlika se posebno ističe u sledećim elementima:

- spremnost za participaciju u radu,
- razmena ideja,
- spremnost za donošenje zajedničkih odluka,
- međusobna podrška,
- nivo motivisanosti za rad na gradivu i učenju, i
- nivo grupne prihvaćenosti i emocionalne podrške (Gillies – Ashman, 1996).

Istraživanjem (Suzić, 2002) su utvrđeni vrlo visoki motivacioni efekti interaktivnog učenja kao i efekti u pogledu pamćenja činjenica. Može se očekivati da bi škola u kojoj se interaktivno uči na optimalnom nivou, bila značajno prihvatljivija i za učenike i za roditelje. Navedeno je posebno bitno za učenike mlađih razreda osnovne škole i roditelje. Učenje u školi se po mnogo čemu razlikuje od učenja u kući ili učenja u nekim drugim situacijama, kako u pogledu specifičnih ciljeva učenja, tako i u pogledu metoda učenja. Ipak, u svim oblicima učenja, rad učenika je usmeren na usvajanje gradiva i razvoj ličnih sposobnosti, a zahteva socijalnu interakciju. Oblici interakcije zahtevaju odgovarajući izbor ciljeva učenja koji determinišu izbor oblika interakcije, a imaju odlučujući uticaj na napredovanje u učenju. Učenje i poučavanje u školi nisu usmereni isključivo na sticanje znanja i veština, nego i na razvoj ličnosti učenika, kao i na razvoj njegovih socijalnih kompetencija.

U svom radu Robert Stahl (1995) konstatuje da se kooperativno učenje može smatrati jednim od najpovoljnijih uslova za interaktivnu nastavu i učenje. Istraživanja obavljena u različitim školama i različitim nastavnim predmetima, pokazala su da učenici koji su radili na navedeni način:

- imaju i ostvarene bolje rezultate na testovima,
- imaju viši stepen samopouzdanja,
- brže usvajaju znanje i veštine i
- bolje razumevaju nastavnu sadržinu.

Navedenim istraživanjima u najvećoj meri korišćene su programske sadržine matematike.

Za potpuno ostvarivanje didaktičkog principa individualizacije nastavnik mora da izabere odgovarajuću metodiku realizacije nastavne sadržine i to za svakog učenika pojedinačno. Takav individualan tretman svakog učenika u odeljenju, nije praktično izvodljiv. Za razliku od toga, nastava u kojoj se dominantno koristi interakcija između učenika primenljiva je u praksi, čak i u odeljenjima sa većim brojem učenika, a snažno doprinosi individualizaciji učenja. Kako se u literaturi retko naglašava uloga učenika koji su u međusobnoj interakciji, na kraju navodimo rezultate dva istraživanja, relativno starijeg datuma. „Prijateljski odnosi definitivno imaju pozitivan efekat na napredovanje u učenju i pomažu u smanjenju školskih problema" (Krappmann – Oswald, 1985: 322). „Učenici u nastavi usmerenoj ka njima razvijaju veći stepen samopouzdanja, prevazilaze socijalne predrasude, pokazuju pozitivniji stav prema školi i drugim učenicima i sklapaju više prijateljstava nego što je to slučaj sa nastavom koja je takmičarska i individualistički orijentisana" (Johnson – Johnson, 1989: 720).

2. NASTAVNE METODE I DIDAKTIČKI SISTEMI U INTERAKTIVNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Na osnovu proučene literature u vezi sa izradom doktorske disertacije, kao i ukupnog poznavanja savremene metodike nastave matematike za mlađe razrede osnovne škole, analizirali smo nastavne metode i didaktičke sisteme. Nakon toga, sačinili smo hijerarhiju njihove efikasne primenjivosti u interaktivnoj nastavi matematike. Zbog toga ćemo opširnije prikazati samo one metode i didaktičke sisteme za koje smatramo da imaju visoko mesto u pomenutoj hijerarhiji, odnosno, da svojom primenom značajno doprinose ukupnoj efikasnosti interaktivne nastave matematike.

2.1. Nastavne metode

Klasifikaciju metoda preuzeli smo iz knjige Petrović – Pinter iz 2006., po kojoj se one dele na tri osnovna metoda, koji sadrže metodske oblike i metodske pojedinosti. Za svaki metod metodske oblike ćemo navoditi u nizu, a za one koje sadrže i metodske pojedinosti, navešćemo ih u zagradama.

1. Verbalno-tekstualni metod:
   - *usmeno izlaganje* (pričanje, objašnjavanje i predavanje);
   - *razgovor*;
   - *rad sa udžbenicima i priručnicima*;
   - *pismeni radovi* (domaći zadaci, kontrolni i školski pismeni zadaci, te matematički diktat);
   - *rešavanje zadataka* (nastavnikov rad, polusamostalan rad, samostalan rad učenika i takmičenje).
2. Ilustrativno-demonstrativni metod:
   - *rad sa ilustrativnim materijalom* (rad sa slikama, crtežima, tablicama i grafikonima);
   - *rad sa pokaznim materijalom* (rad sa modelima, predmetima i ostalim didaktičkim materijalima zaključno sa radom na računaru).
3. Laboratorijsko-eksperimentalni metod:
   - *rad sa didaktičkim materijalom* (u integrisanoj nastavi povezanoj sa prirodnim naukama i rad sa računarom);

– *eksperimenti sa didaktičkim materijalom ili specijalnim uređajima za igru i*
– *eksperimenti u radu sa računarom*.

2.1.1. Verbalno-tekstualni metod

Osnovno komunikativno sredstvo među ljudima jeste govor, odnosno, verbalan način izražavanja. Tokom razvoja ljudskog društva, osim razvoja govornog jezika, razvija se i zapisivanje izgovorenog, odnosno, tekstualno izražavanje. To je dovoljan razlog što se verbalno-tekstualni metod, sa svojim metodskim oblicima i pojedinostima, dominantno koristi u nastavi, odnosno, u procesu učenja.

Usmeno izlaganje je najstariji metodski oblik. Međutim, u savremenoj metodici nastave matematike ono se minimizuje. Predavanje u mlađim razredima vrlo retko se ne koristi. Priča se samo u svrhu motivacije, najčešće o životu poznatih matematičara. Objašnjavanje se nekada smatralo veoma značajnim elementom metodike nastave matematike. Čak su i učenici posebno cenili samo one nastavnike koji su im podrobno objašnjavali matematičke sadržine i zadatke. Međutim, nastavna praksa pokazuje da nastavnici koji isključivo sami objašnjavaju matematičke sadržine, a od učenika zahtevaju da uče po njima, ne postižu rezultate koje su očekivali. Možemo zaključiti da se naveden metodski oblik primenjuje izuzetno retko upravo zato što ne sadrži interaktivnost u dovoljnom broju elemenata.

Razgovor takođe spada u veoma stare metodske oblike. Najpoznatiji istorijski oblik njegove primene je rad Sokrata i Pitagore sa svojim učenicima. Takozvani pitagorejci se mogu smatrati i začetnicima interaktivnog dijaloga u malim grupama. U interaktivnoj nastavi matematike razgovor je koristan metodski oblik samo ako je aktivnost prenet na učenike. Uloga nastavnika je isključivo usmeravajuća i korektivna.

Rad sa udžbenikom ili *priručnikom* u nastavi matematike za mlađe razrede uslovljen je nivoom osposobljenosti učenika da tekst čita sa razumevanjem. Zbog toga udžbenici za prvi i drugi razred sadrže vrlo malo tekstualnog zapisa, a znatno više ilustracija (slika, tabela, shema i slično). Za interaktivnu nastavu i učenje udžbenik mora sadržati dovoljno elemenata za učenje na času, kao i za učenje kod kuće. U oba slučaja moraju biti zadovoljeni uslovi za realizovanje interakcije, pojmovno određene i opisane karakteristikama u prethodnom poglavlju. Podrazumeva se da se rad uz pomoć udžbenika primenjuje uz razgovor. U pripremi takvog rada neophodno je vremensko struktuiranje individualnog „proučavanja" sadržina u udžbeniku i razgovora o njima. Pri tom nastavnik mora obezbediti i optimalne mogućnosti angažovanja misaonih aktivnosti učenika.

Pismeni radovi, kao posebna aktivnost u učenju, ne sadrže elemente interakcije, osim u domaćim zadacima. Za rešavanje domaćih zadataka nekada se zahtevao isključivo individualan rad, koji se čak i ocenjivao. Međutim, savremena metodika nastave matematike, posebno u mlađim razredima, prednost daje interaktivnom radu u malim heterogenim grupama. Te grupe mogu biti različite brojnosti i stepena heterogenosti, ali je obavezno da čine kompaktan i efikasan tim. To znači da učenici rado ulaze u takve grupe, najčešće sa „decom iz susedstva" sa kojom se, inače, druže. Ostale metodske pojedinosti ovog oblika rada omogućuju interaktivnost tek nakon individualne aktivnosti učenika u radu.

Rešavanje zadataka je veoma zastupljen metodski oblik i čini posebnu specifičnost u odnosu na većinu drugih nastavnih predmeta. On se primenjuje kako na času, tako i u domaćim radovima. U oba slučaja obeležja interaktivnosti može sadržavati samo polusamostalan rad. Pri tom, naziv ove metodske pojedinosti ne bi trebalo da se shvati bukvalno, kao sredinu između nastavnikovog rada i samostalnog rada učenika. Podrazumeva se da se interaktivnost može ostvariti samo u grupi i da je cilj svake grupe da svaki njen pojedinac reši tačno što više zadataka samostalnim radom.

2.1.2. Ilustrativno-demonstrativni metod

Za verbelno-tekstualni metod možemo reći da je dominantno zasnovan na takozvanim audio sposobnostima za učenje. Nekim učenicima u mlađim razredima neophodno je da tekst čitaju „naglas". Međutim, ne manja sposobnost za učenje je i takozvana vizuelna sposobnost, na kojoj je dominantno zasnovana ilustrativno-demonstrativni metod. Kao metodsku pojedinost u ilustrativnom radu, usled posebne aktuelnosti u mlađim razredima, prvo ćemo pomenuti upotrebu slika. Udžbenici za mlađe razrede, posebno za prvi, obiluju slikama. U mlađim razredima rad sa slikama postepeno zamenjujemo korišćenjem crteža, grafikona i tablica. Šira primena ovog metoda omogućena je pojavom savremenih nastavnih sredstava i računara. Tokom primene svake od navedenih pojedinosti, razgovorom se usmeravaju misaone aktivnosti učenika u skladu sa funkcionalnim ciljevima nastave.

Demonstrativni radovi u mlađim razredima bitni su, ne samo za obradu pojmova iz geometrije, nego, izvedeni pogodnim materijalima konstruisanim specijalno za obradu imaju značajnu funkciju i u nastavi aritmetike i algebre. Tako, naprimer, kao didaktički materijal koristimo logičke blokove, štapiće, računska pomagala, učila za merenje figura itd. Tokom primene demonstrativnih radova, razgovorom se takođe usmeravaju misaone aktivnosti. Ako se radi na navedeni način, oba metodska oblika dobijaju obeležja interaktivnosti i postaju efikasniji.

2.1.3. Laboratorijsko-eksperimentalan metod

Apstraktnost matematičkih pojmova isključuje eksperimente i direktnu manipulaciju njima, ali dolaženje do matematičkih pojmova dominantno je zasnovano na prirodnim modelima realnog sveta. Zbog toga se laboratorijsko-eksperimentalan metod nedovoljno primenjuje u nastavi matematike. To, naravno, ne znači da se didaktički materijali i savremena nastavna sredstva uopšte malo koriste, nego da je njihova široka primena ostvarena uglavnom drugim metodima.

U nastavi matematike za mlađe razrede, upotreba didaktičkog materijala, kao što su logički blokovi, štapići, računarska pomagala, učila za merenje figura itd., sadrži elemente eksperimentalnog, odnosno, laboratorijskog rada. Takođe, primena računara i obrazovnog softvera u nastavi matematike može da ima karakter eksperimenta. U svakom slučaju, moguća je primena oba oblika ovog metoda, tako da doprinose interaktivnosti nastave i učenja i time ih čine efikasnijim.

2.2. Egzemplarna nastava

Pri učenju matematičkih pojmova prvo se uočavaju i upoređuju odgovarajući primeri, a zatim se misaono usvajaju invarijantna, zajednička svojstva i odbacuju nebitna (koja nazivamo *šum*). Nakon ovog procesa, u svesti učenika stvara se mentalna slika uz koju se pridružuje naziv ili simbol pojma. Matematički pojmovi su široko apstraktni, a put do pune apstrakcije zavisi od mnogo faktora, prvenstveno od individualnih osobina učenika.

Značajnu ulogu u pravilnom i efikasnom formiranju matematičkog pojma, odnosno, odgovarajuće mentalne slike, ima izbor primera. U prvoj fazi formiranja (početno formiranje matematičkih pojmova), skup primera morao bi biti uzoran, odnosno, mora biti reprezentativan uzorak primera apstraktnog matematičkog pojma. Samo u tom slučaju početna mentalna slika će biti dovoljno dobra, a proces potpunog formiranja pojednostavljen i skraćen.

U učenju matematičkih pravila (za mlađe razrede uglavnom aritmetičkih), takođe se koriste primeri. U aritmetičkim pravilima, primere čine jednakosti i u manjoj meri nejednakosti sa brojevnim izrazima koje se mogu proveriti računanjem. Ako se nakon određenog broja primera ili proveravanja pravila ono uopštava, bez dovoljnog učešća misaonih aktivnosti, tada se zaključivanje učenika o shvatanju i utvrđivanju tačnosti pravila svodi na „ubeđenost" da ono važi za svaki primer (nepotpuna indukcija). Međutim, pouzdano zaključivanje činila bi potpuna indukcija kojom se proveravaju svi primeri. Pošto je to za beskonačan skup primera neizvodljivo, opisan način zaključivanja o tačnosti pravila ne može se nazvati dokazivanjem, već samo shvatanjem ili usvajanjem. U mlađim razredima posebno u prvoj fazi shvatanja ili usvajanja pravila, primer ili skup primera bi morao biti uzoran, a nazivamo ga *egzemplar*. U svakom slučaju, najbitnije je odabrati pogodan egzemplar i što kvalitetnije ga obraditi uz učešće misaonih postupaka pristupačnih učenicima.

Pri učenju pravila, navedeno se može racionalno i efikasno ostvariti egzemplarom koji sadrži jedan do dva karakteristična primera. Nakon kvalitetne obrade egzemplara, uz misaone aktivnosti učenika, pravilo se može odmah interaktivno formulisati rečima ili simboličnim zapisom. Ostali primeri, koje bi učenici radili po analogiji, imali bi samo verifikativnu ili potvrdnu ulogu. Opravdano je pretpostaviti da bi shvatanje ili usvajanje pravila na pomenuti način, bilo potpunije i trajnije, a tokom učenja ili nastave kognitivne sposobnosti učenika bi se razvijale znatno brže.

Na pojmu egzemplar i njegovoj mogućoj upotrebi razvila se ideja o *egzemplarnoj nastavi ili učenju*. „Egzemplarno učenje i poučavanje čini oblik organizacije nastavnog gradiva, odnosno, svojevrsni tip nastavnog programa u kome se, umesto sistemskog, potpunog i kontinuiranog tretiranja celokupnog, integralnog i potpuno razvijenog gradiva jednog nastavnog područja, u nastavi tretira samo određen, ograničen broj tipičnih „egzemplarnih", za određeno nastavno područje reprezentativnih tema, odnosno, delova građe koji za nastavu i učenje ima smisao i značaj paradigme ili nastavnog modela." (Pedagoški rečnik 2, 1967: 66).

U zapadnoevropskim i američkim školama bilo je najviše zastupnika ove nastave. Njeni protagonisti su: W. Fliner, W. Klafki, H. Heimpek i drugi. Prvi smisao ove nastave nazire se tek 1951. godine, posle dvodnevnog skupa održanog u Tibingenu. Naziv joj je dao nemački pedagog Martin Wagenschein 1952. godine. Oni su egzemplarnoj nastavi predviđali univerzalnu primenu, ali do toga nije došlo, jer je ona ostala samo jedan vid rada koji bi doprinosio racionalizaciji nastave, odnosno, efikasnijoj obradi preobimnih programskih sadržina.

Smisao ove nastave je u tome da se iz nastavnog programa odaberu one nastavne sadržine, koje su karakteristične, te da se metodički obrađuju na uzoran, tj. egzemplaran način. Egzemplar treba da sadrži postupak kojim bi se nastavni sadržaj metodički tretirao. Izborom tipičnih nastavnih sadržina i njihovom obradom na adekvatan način, učenicima se daju „uzorci" za dalji rad ili učenje u školi i izvan nje.

Egzemplarna nastava obično se primenjuje u tri etape:

*1. Proučavanje nastavnog programa i identifikovanje egzemplarnih i sličnih sadržaj*a.

U ovom proučavanju nastavnik odvaja egzemplarne sadržine od analognih, smišljenim i ozbiljnim didaktičko-metodičkim radom.

2. Obrađivanje egzemplara na što uzorniji, kvalitetniji i primereniji način, sa adekvatnim izborom nastavnih metoda i postupaka, uz uslov da egzemplar odražava bitna svojstva skupa primera.

Egzemplar treba da bude atraktivan za učenike da bi povećao motivaciju u njegovoj obradi i daljem učenju. Osim navedenog, neophodno je da su osobine i način obrade egzemplara primenjivi na učenje analognih sadržina. Ova etapa sadrži pripremanje, obradu egzemplara, vežbanje, ponavljanje i proveravanje.

3. Učenje analognih sadržina po uzoru na egzemplar.

U ovoj etapi do izražaja dolazi aktivan rad učenika, što podrazumeva osposobljenost učenika da uče na odgovarajući način. Do potpunog učeničkog osamostaljivanja nastavnik učenicima priprema i pruža diferenciranu pomoć.

Krajnji cilj primene egzemplarne nastave je osposobljavanje učenika za samostalno učenje, kao i za što aktivnije i interaktivnije učešće u procesu učenja. Pošto je udžbenički komplet osnovno nastavno sredstvo, učenike valja uputiti i da se njime pravilno služe pri individualnom ili tokom grupnog učenja.

Po Milijević, S. (2003) osnovne prednosti egzemplarne nastave su:

- značajan doprinos osposobljavanju učenika za samostalno učenje;
- omogućavanje učenicima da aktivno i interaktivno uče;
- zahtevanje većeg učešća stvaralačkog rada;
- formiranje pojmova, shvatanje i usvajanje pravila učenika na manjem broju primera (u odnosu na klasičnu nastavu);
- razvijanje mišljenja i zaključivanja.

Egzemplarnu nastavu treba shvatiti samo kao putokaz za nove mogućnosti u stvaralačkom nastavnom radu. Ona ima i ograničenja, kao na primer: teškoće u izboru tipičnih egzemplarnih sadržina i problem određivanja putokaza za analogne sadržine. Najveći problem je odvajanje i određivanje obima egzemplarne sadržine i odgovarajućih analognih sadržina koje bi učenici trebalo samostalno da obrade.

U mlađim razredima osnovne škole, egzemplarna nastava se uspešno primenjuje za jednu nastavnu jedinicu čija obrada najčešće traje dva časa: jedan čas obrade novog gradiva i jedan čas utvrđivanja i ponavljanja. Takvu nastavu ćemo nazivati mini egzemplarna nastava. Moguća je njena primena i za obimnije nastavne jedinice ili manje teme, ali su to izuzeci. U prvom i drugom razredu, egzemplarna nastava se mora posebno pažljivo pripremati, a učenici postepeno osposobljavati za nju. Egzemplarna nastava značajno doprinosi interaktivnosti nastave, odnosno, učenju matematike.

2.3. Problemska nastava

Rešavanje raznih zadataka jedna je od glavnih specifičnosti i najzastupljenijih aktivnosti u nastavi matematike. „U nastavnom procesu, pod zadatkom može da se podrazumeva delatnost ispunjavanja određenih zahteva koje nastavnik upućuje učenicima. Napomenimo da zahteve mogu upućivati učinici učenicima, ili pak, učenici sami sebi." (Dejić – Egerić, 2010: 246). Međutim, u nastavi matematike za mlađe razrede osnovne škole dominiraju zadaci koji su u funkciji ponavljanja i utvrđivanja pravila. Kako tokom učenja matematičkih pojmova i pravila, što dominira u nastavi za mlađe razrede, zadaci najčešće imaju ulogu primera, ostaje nedopustivo malo prostora za rešavanje problemskih zadataka u nastavi.

Po Russell, S. J. (2000), u poslednjih desetak godina asocijacija američkih matematičara se ponovo bavi proučavanjem prirode procesa rešavanja matematičih problema. Nacionalni savet za obrazovanje razvio je novi kurikulum za mlađe razrede osnovne škole po kome se u prvi plan stavlja matematičko mišljenje, posebno u rešavanju problema. Po odgovarajućim standardima učenici moraju da opišu naučeno i uporede sa sličnom sadržinom, ukoliko takva postoji. Pri tome, treba da razgovaraju o načinima i o pristupu rešavanja problema, a višestruke strategije u rešavanju više se cene nego pojedinačne. Da bi učenje bilo efikasno, učenici uče jedni od drugih i koriste diferenciranu pomoć nastavnika. Novim standardima se na času zahteva sledeće:

- radi se kooperativno, u malim grupama, ili frontalno;
- učenici razmatraju zaključke, svoje i drugih učenika u grupi;
- učenici interaktivno komuniciraju, usmeno i pismeno;
- tokom časa rešavaju jedan do dva problema;
- po mogućstvu, učenici koriste više načina za rešavanje i proveru rezultata.

Opšta konvencija o tome šta predstavlja *problem*, odnosno, opšte prihvaćena konceptualna definicija rešavanja problema, nije do danas ustanovljena. „Međutim ono što karakteriše svaki problem to je postojanje neke teškoće, neke prepreke." (Dejić – Egerić, 2010: 309). Navedeno se odnosi na pojam i rešavanje matematičkog problema. „Konceptualna definicija rešavanja problema u nastavi matematike prilično je labavo određena iz nekoliko razloga. Možda je najznačajniji razlog tome što konceptualna definicija nikada nije formalno dogovorena od eksperata na području matematičkog obrazovanja." (Chamberlin, 2010.*).*

Kako ne postoji konsenzus o definiciji rešavanja problema, istraživanja se u tom cilju, ipak, nastavljaju. Iako su istraživači svesni činjenice da dolaženje do jedne zajedničke definicije može biti neizvesno, protokolom poznatim kao Delphi metod, zaključuju da postoje osnovi za postizanje konsenzusa o definiciji i konceptu rešavanja matematičkog problema. Sa druge strane, s obzirom na to da je velik broj konceptualnih *definicija već u upotrebi istraživanja (*Grugnetti – Jaquuet, 2005), proizilazi da se do zajedničke konceptualne definicije ne može doći konsezusom.

Rezultati većine istraživanja se svode na neznatna inoviranja Poljine konceptualne definicije rešavanja matematičkih problema, odnosno problemskih zadataka (Polya, 1962). Pri opisivanju problemske nastave za osnovu ćemo uzimati Poljinu definiciju, a ovde navodimo samo njegovu shemu za rešavanje problema sa četiri etape.

2.3.1. Shvatanje ili razumevanje sa analizom zadatih uslova u problemu.

U ovoj etapi učenici pažljivo čitaju ili slušaju tekst, kojim se određuje problemski zadatak. Pri tom, posebna pažnja usmerava se na ključne reči koje ukazuju na ono što je zadato, ono što treba odrediti i na postupak izrade zadatka.

2.3.2. Stvaranje plana

Ako je uspešno prošao prvu etapu, učenik se usredsređuje na određivanje matematičkih znanja koja su mu neophodna za rešavanje problema, kao i na strukturu njihove primene. Na primer, izdvajanje potrebnih aritmetičkih pravila, način i redosled njihove primene. U ovoj etapi neophodno je da su učenici ovladali metodima matematičkog modelovanja primerenim njihovom uzrastu. „U mlađim razredima osnovne škole postupno se uvode logičko-kombinatorni modeli, modeli osnovnih računskih operacija, modeli jednačina, modeli nejednačina, aritmetičko-logički modeli, geometrijski modeli rešavanja problema i modeli geometrijskih problema. Osim navedenih modela, u dodatnoj nastavi matematike u četvrtom razredu primenjuju se modeli problema merenja, modeli problema na kvadratnoj mreži i modeli stohastičkih pojava." (Petrović – Pinter, 2006: 92).

2.3.3. Realizacija plana

U etapi realizacije plana učenici pažljivo primenjuju stečena matematička znanja, umenja i veštine. U ovoj etapi oni mnogo manje koriste misaone postupke, a kreativnost im praktično izostaje, jer rade po utvrđenom planu. Za ovu etapu možemo konstatovati da čini operativni ili tehnički deo procesa rešavanja problemskih zadataka. Obično učenici izračunavaju vrednosti aritmetičkih izraza, rešavaju jednačine ili nejednačine, konkretizuju formule, crtaju i analiziraju geometrijske figure i slično.

Na kraju ove etape može se reći da je problemski zadatak rešen ako ispunjava sledeće zahteve:

- rešenje je tačno, to jest, zadovoljava zadate uslove;
- postupak rešavanja je tačan;
- rešenje je potpuno, što znači da ne postoje druga tačna rešenja.
- poželjno je da način rešavanja bude racionalan, jednostavan, koncizan i sl.

2.3.4. Provera tačnosti, diskusija i interpretacija rešenja

U ovoj etapi učenici treba da sačine detaljan osvrt na zadatak, a pre svega da provere tačnost dobijenog rezultata. Provera ili kontrola tačnosti vrši se po navedenim zahtevima u zadatku, odnosno zadatim uslovima. Osvrt na postupak rešavanja podrazumeva kontrolu kojom se eventualno utvrđuju materijalne ili logičke greške. Osim toga, učenici treba da analiziraju eventualne uslove koji se pojave u procesu rešavanja, što nazivamo diskusijom, a čime se istovremeno utvrđuje potpunost rešenja. Na kraju, potrebno je dati i odgovarajuću interpretaciju rešenja, odnosno odgovor u skladu sa sadržinom problemskog zadatka. Ako se učenici u toku stvaranja i realizacije plana, ili provere tačnosti rešenja, uvere da problem nije tačno rešen, vraćaju se na fazu pravljenja plana. Ponovo ga analiziraju i koriguju, ako je to moguće, ili sačinjavaju i realizuju novi plan.

Navedena struktura procesa rešavanja problemskih zadataka čini najznačajniji deo toga procesa. Ona ukazuje na pravilan sadržaj i redosled misaonih aktivnosti i time proces čini racionalnijim i efikasnijim. Takođe, postavlja zahtev da se pri rešavanju problema ne može biti nestrpljiv i površan, posebno u prvoj etapi. Ukoliko učenik nije potpuno razumeo problemski zadatak, šanse za uspeh pri njegovom rešavanju su minimalne.

Slični zahtevi postavljaju se i za etapu stvaranja plana. Ako su prve dve etape uspešno savladane, problem je praktično rešen. Ukoliko trećoj i četvrtoj etapi učenik posveti dovoljnu pažnju, za doslednost u primenjivanju onoga što je učinio u prve dve etape, problem je i formalno rešen. Pri tome, učenik ne mora identifikovati početak i kraj nijedne od etapa, jer se one prožimaju.

Shvatajući značaj učenja putem rešavanja problemskih zadataka, posebno u nastavi matematike, vodeći didaktičari uz pomoć psihologije tragaju za metodima koji bi primenjeni u ostalim tipovima učenja davali bar približno slične ishode učenja. Na tom osnovu nastaju metodi pod raznim nazivima. Na primer: stvaralački metod problema, učenje u nastavi otkrivanjem i heurističko vođenje.

Prvanović, S. (1974) naglašava vodeću ulogu stvaralačkog metoda problema, koji omogućuje učeniku da samostalno izgrađuje matematičke strukture. Metod otkrića ili heuristički metod je u tesnoj vezi sa učenjem putem rešavanja problema, a zasniva se na razvijanju sposobnosti stvaralačkog mišljenja kao i opštih sposobnosti učenika za obrazovanje i učenje. Otkrivanje, odnosno, heurizam, ostvaruje i sintezu intelektualnih, motivacionih i didaktičkih komponenti učenja. Savremena didaktika, na neki način, objedinjuje navedene i slične metode, a na taj način stvara didaktički sistem pod nazivom *problemska nastava*.

U problemskoj nastavi centralni deo zauzima problemska situacija. Polazeći sa stanovištva didaktike i psihologije, zaključujemo da postoje razlike između problema i problemske situacije. Smisao problemske situacije jeste da motiviše učenike za rešavanje problema. Razlog nastajanja problemske situacije jeste izvesna protivrečnost koja je sadržana u problemu. Učenicima se pobuđuje interesovanje i želja da se dođe do ukidanja protivrečnosti.

O prirodi problema i problemske situacije Prvanović, S. (1974) ističe: „Staviti učenika pred problem znači dati izvesne podatke i postaviti određeni cilj koji on treba, koristeći te podatke, da postigne. Staviti, ili dovesti učenika u problemsku situaciju, znači omogućiti mu da \`vidi´ neke relacije, a njemu samom prepustiti da postavlja ciljeve, tj. određene probleme". Problemska situacija se stvara pogodnom pričom, interesantnim vizuelnim efektima, nečim što će dodatno zainteresovati učenike za rešavanje problema koji iz te situacije nastaje. Problemske situacije su neophodne za učenike mlađeg doba, a neophodno je da budu realne i zanimljive, no njihovo matematičko modelovanje ne sme zaseniti problem.

U knjizi (Dejić – Egerić, 2010: 309) opisuje se put od problemske situacije do problema. Konstatujući da vođenje heurističkog razgovora sa učenicima značajno doprinosi stvaranju problemske situacije, navode sledeći primer: „Poučan je razgovor koji vodi slavni učitelj Sokrat sa dečakom-robom. U dijalogu Menon, Platon nas upoznaje sa tim razgovorom:

Sokrat zadaje dečaku-robu zadatak da odredi dužinu stranice kvadrata koji ima dva puta veću površinu nego kvadrat čija je stranica 2 stope. Dečak-rob je odmah odgovorio da stranica traženog kvadrata mora biti dva puta duža, tj.ako kvadrat čija je stranica dve stope ima površinu četiri kvadratne stope, onda će kvadrat sa dvostrukom površinom (8 kvadratnih stopa) imati dvostruko duže stranice, tj. 4 stope.

Nizom pitanja Sokrat navodi dečaka-roba da sam sebi protivreči i uvidi da se udvajanjem stranice kvadrata dobija kvadrat koji ima četiri puta veću površinu, a ne dva puta, kako je tvrdio dečak. Dečak priznaje da je njegovo prvobitno uverenje bilo pogrešno i da ne zna kolika je dužina stranice kvadrata ako površina treba da bude dvostruko veća. Sada Sokrat čini sledeću opasku:

U početku nije znao kolika je stranica kvadrata površine 8 kvadratnih stopa. Zapravo, on to ni sada ne zna, ali je tada mislio da zna, smelo je odgovorio i nimalo nije bio zbunjen. Sada je, međutim, zbunjen. Ne samo što ne zna odgovor – već i ne misli da ga zna.

Dakle, dečak je sada postao svestan svoje greške. Sokrat ga je postavio u stanje zbunjenosti i tenzije i na taj način u njemu izazvao želju da sazna. Prema Sokratovoj tvrdnji, dokle god je dečak mislio da zna, nije bilo nikakve nade u promenu, bio je zadovoljan svojim stanjem. Međutim, kada je u stanju zbunjenosti, on više ne može biti zadovoljan i želi iz takvog stanja da izađe."

Može se zaključiti da rešavanje problema predstavlja niz složenih intelektualnih operacija. Đorđević, J. (1981) te operacije raščlanjuje na etape:

Uočavanje problema.

U ovoj etapi učenik postaje svestan postojanja problema kao teškoće koju treba rešiti.

Razjašnjavanje problema.

U ovoj etapi učenici se prisećaju drugih činjenica, relevantnih za rešavanje problema i selektuju one koje su im u toj situaciji neophodne. Problem se sada detaljno razlaže, a mogu se formulisati i odgovarajuća dopunska pitanja. Ukoliko je potrebno, traže se detaljnije i šire informacije, kao i pomoćna sredstva.

Postavljanje hipoteza i procenjivanje njihovih implikacija.

Pri rešavanju problema učenici postavljaju hipoteze. Posredstvom hipoteza, relevantnih činjenica i iskustva kojim raspolažu, učenici rasuđivanjem nastoje da dođu do rezultata koji proizilaze iz postavljenih hipoteza. U ovoj etapi se sagledava relacijski odnos: početak-kraj.

Verifikovanje hipoteze.

U fazi preispitivanja, neke hipoteze se odbacuju kao neadvekatne, druge se prihvataju i obrazlažu. Sada se procenjuje adekvatnost nađenog rešenja, a ono počiva na kritičkom pogledu postavljenih hipoteza. U ovoj etapi poseban značaj ima proveravanje rezultata mišljenja u praksi. Zbog toga učenike treba osposobljavati da rezultate svog mišljenja stalno proveravaju.

Za pripremu i obradu nastavne jedinice primenom problemske nastave, pored opšte-stručnih i metodičkih zahteva, neophodno je utvrditi odgovarajuću organizacionu strukturu. Opredeljujemo se za sledeće etape:

- stvaranje problemske situacije i formulisanje problema,
- postavljanje hipoteza o načinu rešavanja,
- dekompozicija i rešavanje problema,
- analiza rezultata, izvođenje zaključaka i generalizacija i
- primena stečenih znanja.

U ovoj strukturi postavljanje hipoteza stavljeno je odmah iza formulisanja problema, jer se odnosi na određivanje metoda, odnosno, načina rešavanja problema. To je specifično za učenje rešavanja matematičkih problema, s obzirom na to da određivanje pravilnog načina rešavanja u mnogome znači i sagledavanje rešenja problema. Na taj način je zadovoljen i zahtev koji proističe iz psihološke potrebe pojedinca, koji se nalazi u problemskoj situaciji, da što pre pretpostavi šta je rešenje ili bar kako će doći do njega. Redosled ostalih etapa u skladu je sa prethodno opisanom strukturom Đorđević, J. kao i sličnih struktura drugih didaktičara.

Posebno se mora voditi računa o zahtevima koji se postavljaju pred učenike i o mogućnostima da oni odgovore na te zahteve. Pod mogućnostima učenika podrazumevamo stepen njihovog razvoja, prethodno stečena znanja i iskustvo u vezi sa oblasti koja se obrađuje, sklonost ka rešavanju problema i tako dalje. Najbolji rezultati u problemskoj nastavi, posebno u njenoj primeni za ostvarivanje interaktivnosti, postižu se ukoliko su zahtevi malo iznad učenikovih mogućnosti. Tada učenici ne primenjuju direktno od ranije poznate sheme, nego traže nove puteve do rešenja.

Tok primene problemske nastave u ostvarivanju interaktivnosti dela obrade nastavne jedinice (obrada novog gradiva ili ponavljanje i utvrđivanje) u bilo kojoj fazi nastavnog časa, treba da se odvija po napred navedenim etapama, ali to ne treba shvatiti suviše kruto. Takođe, u organizaciji časa mogu se uspešno koristiti i drugi nastavni sistemi. Uobičajena podela nastavnog časa matematike na preparativnu, operativnu, verifikativnu i fazu domaćeg zadatka, može se lako poštovati i u ovako predloženoj strukturi. Važan uslov za uspešnu primenu problemske nastave u ostvarivanju interaktivnosti je i pravilno odabiranje njenog nivoa, tj. stepena aktivnosti učenika pri rešavanju problema. Većina autora ističe četiri različita nivoa problemske nastave.

Problemski monolog.

Realizuje se primenom informacionih i problemskih pitanja na koja u osnovi odgovara sam nastavnik. Ovaj nivo je najniži, te se koristi samo ako su nastavne sadržine potpuno nove i ne oslanjaju se ni na kakvo prethodno znanje i iskustvo učenika.

Problemski dijalog.

Nastavnik pred učenike postavlja problem, ukazuje na pravce njegovog rešavanja, a dijalogom se dolazi do rešenja. Ako se to ne desi, već nastavnik sam saopšti rezultate, nastava i u ovakvim slučajevima zadržava atribut problemske nastave, jer su učenici u pokušajima da dođu do rešenja bili aktivni učesnici.

Samostalno rešavanje problema.

Na ovom nivou problemske nastave nastavnik formuliše problem i stvara problemsku situaciju, a učenici samostalno dolaze do rešenja.

Samostalno formulisanje i rešavanje problema.

Od učenika se traži da sami formulišu i rešavaju problem, a nastavnik ima zadatak da pripremi problemsku situaciju i da stvori dobre uslove za dalji rad učenika.

2.4. Diferencirana nastava

Savremena metodika nastave matematike u prioritetne principe svrstava i *princip individualizacije*. U osnovnoj školi, posebno u mlađim razredima, potpuno respektovanje navedenog principa opravdava činjenica da je svako dete, polaskom u školu, individua sa određenim osobinama i sposobnostima. U učenju matematike najveći značaj imaju sposobnosti i mogućnosti razvoja kognitivnog područja ličnosti. Ciljevi i zahtevi savremenog osnovnog obrazovanja zahtevaju, uz obavezno usvajanje matematičkih znanja i umenja, optimalan razvoj kognitivnih sposobnosti svakog učenika.

Navedeno je nastavom i učenjem matematike praktično nemoguće ostvariti pripremom i realizacijom posebne metodike rada za svakog učenika pojedinačno. Zbog toga se uz princip individualizacije vezuje i diferencijacija u nastavi i učenju, odnosno, *diferencirana nastava*. „Diferencirana nastava podrazumeva organizaciona i metodička nastojanja da se uvaže razlike među učenicima i na osnovu tih razlika izvrši grupisanje po nekim sličnim osobinama (intelektualni nivo, interesovanja, prethodna znanja, tempo učenja, stavovi prema učenju, motivacija za učenje i dr.) kako bi se omogućio optimalni razvoj svakog pojedinca." (Dejić – Egerić, 2010: 322).

Dosadašnja nastojanja da se nastava organizuje i realizuje na citirani način, razvrstavaju se na *spoljašnju, unutrašnju* i *fleksibilnu diferencijaciju*.

U *spoljašnjoj diferencijaciji* formiraju se homogene grupe, odnosno razredi, prema nivou sposobnosti, interesovanjima i mogućnostima napredovanja. Ovakva diferencijacija podrazumeva različite nastavne ciljeve, zadatke, zahteve, a u određenoj meri i sadržine. Poželjna je i efikasna samo za posebno nadarene ili učenike koji zaostaju u razvoju. Izdvajanje nadarenih učenika vrši se u većim nastavnim centrima i to samo za završne razrede osnovne škole, pridružene takozvanim matematičkim gimnazijama. To znači da se u osnovnom obrazovanju za tu svrhu „izdvaja" veoma mali deo populacije učenika. Učenici koji su ometeni u razvoju izdvajaju se u posebne škole, od početka osnovnog obrazovanja. Određivanje učenika koji će tokom školovanja biti izdvojeni u navedene škole, posebno je složen i osetljiv proces. Smanjivanje broja takve dece se postiže inkluzijom u redovan sistem osnovnog obrazovanja, a određivanje svrsishodnosti inkluzije za svako posebno dete takođe je složen i veoma osetljiv problem.

U *unutrašnjoj diferencijaciji* odeljenja nisu homogena, te se ona realizuje struktuiranjem nastavnih sadržina i operativnih ciljeva i zadataka na više nivoa. Ako se unutrašnja diferencijacija zasniva na diferenciranju sadržaja, ona se može izvoditi na dva načina. Programski zadaci i sadržaji koji nisu obavezni za sve učenike mogu se diferencirati na više nivoa u odnosu na njihovu složenost, uz diferenciranu pomoć učenicima za svaki nivo. Najčešće se nastavne sadržine diferenciraju na tri nivoa, za učenike iznadprosečnih, prosečnih i ispodprosečnih sposobnosti. Sadržine koje su obavezne ne mogu se diferencirati po nivoima, već se može diferencirati samo pomoć učenicima različitih sposobnosti.

Pod *fleksibilnom diferencijacijom* najčešće se podrazumeva nastava u kojoj se prepliću heterogene i homogene grupe, kao i frontalni rad sa celim odeljenjem. Međutim, fleksibilnom diferencijacijom može se nazvati i nastava u kojoj se pomoć učenicima diferencira po principu minimalne pomoći. „U uslovima jednakih programskih zahteva, problem fleksibilne diferencijacije nastave matematike se svodi na optimalno korišćenje očiglednosti i konkretizacije, motivacije, stepena težine zadatka i nivoa pomoći učenicima." (Petrović – Mrđa, 2005: 400). Takva nastava može se izvoditi čak i frontalnim oblikom rada usmenim davanjem diferencirane pomoći svim učenicima, odnosno, davanjem instrukcija sa povratnim informacijama. I tada ona pomaže svim učenicima i ima obeležje fleksibilnosti, jer pomoć primaju (slušaju ili čitaju) samo oni učenici kojima je u trenutku davanja instrukcija, ili povratnih informacija, pomoć potrebna, a ostali samostalno rade. Ako se u intervalu između slušanja instrukcija i davanja povratnih informacija učenik misaono aktivira, bez obzira na ishod njegove aktivnosti, on na neki način učestvuje u interakciji na relaciji nastavnik-učenik, te ovakva nastava sadrži i određene karakteristike interaktivne nastave.

Imajući u vidu navedeno, opisaćemo sažeto proces pružanja diferencirane pomoći u savremenoj nastavi matematike, koristeći odgovarajuće poglavlje iz knjige Zech, F. (1999). Među prvim istraživanjima mogućnosti za diferenciranje pomoći učenicima u nastavi matematike su istraživanja koja su obavili Eigler, G., Judith, H. (1973), Riedel, K. (1973) i pri tom su postavili sledeću strukturu pomoći:

- motivaciona pomoć,
- opšte-strategijska pomoć,
- strategijska pomoć usmerena na sadržinu,
- sadržajana pomoć,
- pomoć povratnom informacijom.

U datoj strukturi, sadržajna pomoć je najsnažnija, odnosno, maksimalna. Zato je navedeni autori nazivaju „pomoć usmerena na rezultat". Navedene vrste pomoći mogu da budu različite snage, što zavisi od njihove direktnosti (direktna pomoć je veća od indirektne).

Motivaciona pomoć, manje ili više, ohrabruje učenike i drži ih uz zadatak.

Primeri: „Zadatak nije težak. Uspećeš." Ovakva pomoć je neophodna samo nesigurnim i bojažljivim učenicima.

Pomoć povratnom informacijom je obavezna iza svake pomoći koja ima karakter instrukcije (uputstva). Njome obaveštavamo učenike o ispravnoj primeni prethodno dobijene instrukcije.

Primeri: „Ako si pravilno primenio instrukciju trebalo je da uradiš..."

Strategijska pomoć, odnosno, instrukcija usmerena na sadržinu, obraća pažnju na opšte metode rešavanja problema povezane sa sadržinom.

Primeri: „Postavi jednačinu. Pokušaj da grafički rešiš zadatak."

Pod *sadržajnom pomoći*, odnosno instrukcijom, podrazumevamo određene instrukcije za date pojmove i pravila, za određene veze između njih, te za tačno određene veličine i slično.

Primeri: „Misli na to da se pomoću dve od tri veličine može izračunati treća. Ovde se može primeniti pravilo koje ti je poznato. Ucrtaj ovu pomoćnu liniju."

Analizirajući vrste pomoći i primere kojima se konkretizuju, dolazimo do zaključka da *opšte-strategijska* pomoć predstavlja heuristička pravila, koja učenicima pružaju uputstva kako da traže rešenje. Ova vrsta pomoći ima odlučujuću ulogu u toku osposobljavanja učenika za samostalan rad i misaone aktivnosti učenika tokom učenja matematike, posebno rešavanjem problema. Ona se zasniva na Poljinoj šemi za rešavanje matematičkih problema koji je za svaku etapu formulisao primere instrukcija.

Primere navodimo uz napomenu da takve instrukcije vremenom postaju samoinstrukcije učenika.

Instrukcije za razumevanje zadataka:

„Šta je dato? Šta je nepoznato? Kako glasi uslov?

Napravi skicu situacije. Unesi odgovarajuće oznake."

Instrukcije za stvaranje plana:

„Da li poznaješ neki sličan zadatak? Da li možeš drugačije da izraziš zadatak? Vrati se na početak! Ako ne možeš da rešiš ovaj zadatak, pokušaj da rešiš neki njemu sličan. Možeš li da rešiš deo zadatka? Možeš li da izvedeš nešto korisno iz podataka? Da li si upotrebio sve podatke?"

Instrukcije za sprovođenje plana:

„Ako upotrebiš svoj plan za rešavanje, kontroliši svaki korak. Da li možeš jasno da vidiš da li je korak tačan? Da li možeš to i da dokažeš?"

Ove instrukcije podstiču na promišljeni postupak rešavanja.

Instrukcije za osvrtanje na rešenje:

„Da li možeš da proveriš rezultat? Da li možeš da izvedeš rezultat na različite načine? Kako si došao do rezultata? Da li je to jedini rezultat?"

Sredstva za pomoć, koja imaju karakter instrukcija, razlikuju se prema svojoj direktnosti.

Navodimo primere:

Direktna strategijska pomoć usmerena na sadržaj: *„Pokušajte da rešite zadatak pomoću grafičkog plana."*

Indirektna strategijska pomoć orijentisana na sadržinu: *„Možda možete grafički da rešite zadatak."*

Direktna sadržajna pomoć: *„Ucrtajte ovu pomoćnu liniju."*

Indirektna sadržajna pomoć: *„Treba vam jedna pomoćna linija koja sa datom linijom čini prav ugao."*

Instrukcije se u praksi kombinuju na razne načine. Uopšteno gledano, celokupnost sredstava za pomoć ne može se dovesti u fiksan linearan red, pošto dejstvo određene pomoći ne zavisi samo od njene vrste, nego i od drugih faktora, na primer načina i vremena pružanja pomoći. U svakom slučaju, najbolji rezultati postižu se sa instrukcijama u obliku sugestivnih pitanja iza kojih se, nakon određenog vremena, daje povratna informacija.

3. OBLICI RADA U INTERAKTIVNOJ NASTAVI MATEMATIKE

U našoj didaktičkoj, odnosno, metodičkoj literaturi, oblici nastavnog rada određuju se u zavisnosti od namene i načina realizacije pojedinih sadržina za određen broj učenika u odeljenju. U skladu sa navedenim, od brojnosti skupa učenika u odeljenju, zavisi i broj podskupova, odnosno, kombinacija, koji je u svakom slučaju velik. Međutim, uobičajeno se koriste:

- individualan oblik rada,
- rad u malim grupama,
- frontalan rad.

3.1. Individualan oblik rada

U određenju ovog oblika rada navešćemo njegove najbitnije karakteristike. Učenici samostalno rade na istim zadacima, u obradi jedinstvene nastavne sadržine, sa istim raspoloživim vremenom rada za svakog učenika.

Ovo je najstariji oblik rada, a najviše je prilagođen prirodi, karakteru i zakonitostima učenja. U njegovoj primeni dominantno mesto, na relaciji nastavnik-učenik, pripada učeniku. U individualnom radu, učenik samostalno analizira date podatke, izvodi zaključke, rešava zadatke i proverava tačnost svog rada. Time učenik stiče samopouzdanje, osposobljava se za samokritičnost i samokontrolu, navikava se na disciplinu, tačnost i istrajnost u radu.

Razlikujemo tri etape uvođenja učenika u individualni oblik rada:

- samostalan rad učenika koji usmerava nastavnik;
- samoaktivnost učenika u nastavnom procesu, bez uticaja nastavnika;
- individualan rad učenika u procesu drugih oblika rada.

Po Petrović – Pinter (2006) ovaj oblik rada primenjuje se pri izvođenju kontrolnih radova, izradi školskih pismenih zadataka, testova, kao i pri korišćenju raznog programiranog materijala. U svim ostalim slučajevima, individualan rad učenika javlja se kao element, odnosno, kao sastavni deo frontalnog ili grupnog rada.

U didaktičko-metodičkoj literaturi, *individualizovan oblik rada* se javlja kao podoblik individualnog rada u kom učenici rade samostalno uz zahteve prilagođene svakom učeniku prema njegovim sposobnostima. Ovakav pristup određenju individualizovanog rada je nedovoljan, jer nije sasvim u skladu sa određenjem pojma oblika nastavnog rada. Mi ćemo upotpuniti njegovo određenje sledećom rečenicom: Individualizovan rad učenika je njihov samostalan rad u kojem se maksimalno respektuje didaktički princip individualizacije.

Međutim, nijedan didaktički princip nije moguće maksimalno respektovati, već se oni kombinuju sa drugim principima, prema utvrđenoj hijerarhiji. Zbog toga je potpuno individualizovani rad „didaktička utopija", a moguće je određivanje puteva i načina za optimalnu individualizaciju u nastavi i učenju. U interaktivnoj nastavi matematike optimalno učešće principa individualizacije moguće je preciznije odrediti.

Najveći doprinos optimalnoj individualizaciji u interaktivnoj nastavi matematike čini fleksibilna diferencijacija, u kojoj se pomoć učenicima diferencira, po principu minimalne pomoći. Kako se takva fleksibilna diferencijacija može ostvariti, opisano je u sadržajima o sistemu diferencirane nastave. Delimična individualizacija nastave može biti ostvarena i pomoću nastavnih listića pripremljenih za svakog učenika ili homogenu grupu, na više nivoa (najčešće tri). Doprinos individualizaciji može biti ostvaren i dobrim organizovanjem rada sa programiranim materijalima, dopunskim, dodatnim i domaćim radom.

U svakom slučaju, interaktivnost i individualizovanost nastave dominantno čine meru njene efikasnosti. To nameće obavezu nastavniku da upotrebi sva svoja znanja, umenja i raspoloživa sredstva, kako bi postigao optimalnu interaktivnost i individualizovanost nastave matematike.

3.2. Rad u malim grupama

Rad u malim grupama podrazumeva podelu učenika jednog odeljenja na grupe čija brojnost omogućava komunikaciju, odnosno, interakciju među učenicima. Imajući u vidu uslove rada u učionici, najracionalnije je da grupu čine učenici iz iste klupe, što nazivamo radom u parovima. Za interaktivnu nastavu u brojnijim grupama učenika najracionalnija je podela na učenike iz dve susedne klupe.

Za interaktivnu nastavu matematike, osim brojnosti, od bitnog je značaja i struktura učenika u grupi. Ako se grupe formiraju homogeno u odnosu na sposobnosti i rezultate učenja matematike, tada svaka grupa mora dobiti zadatke različite po složenosti i težini. Za rad u heterogenim grupama, uz uslov da su po sposobnostima i rezultatima učenja matematike prosečno ujednačene, one mogu raditi iste zadatke, odnosno nediferenciranim grupnim radom.

Bitan uslov za strukturu grupe je da se obezbedi kooperativnost učenika u radu, što znači da se pri uključivanju u grupu uvažava i volja učenika. „Osnovni preduslov za nastavu usmerenu ka učeniku je postojanje kooperativne atmosfere među učenicima" (Roeders, 2003: 40). Neophodna je i motivacija svakog učenika za rad u grupi i stoga treba dozvoliti da učenici koriste pomoć drugih članova grupe, a da samostalno rade samo deo zadataka. Na takav način može biti značajno povećana aktivnost pojedinaca u grupi.

U vezi sa dilemom da li više koristiti heterogene ili homogene grupe, Roeders, P. (2003: 82) ukazuje na sledeće: „Istraživanja ukazuju da grupe sa homogenim sastavom pokazuju slabije rezultate u usvajanju novih znanja. Neuspeh je još veći ako se sa učenicima radi na tradicionalan način, što znači da je jedan učenik aktivan dok drugi sede i čekaju ili samostalno rade. Najčešća posledica takvog načina rada je dosada i nezainteresovanost. Ono što nedostaje je uzbuđenje i osećaj doživljavanja nečeg novog.

Za grupe sa heterogenim sastavom važi suprotno. U takvim grupama učenici se mnogo češće suočavaju sa novim ili drugačijim gledištima nego u grupama homogenog sastava. Učenicima koji su po nivou znanja i veština ispred ostalih, često je zanimljivo da ostalima nešto pokažu, dok su ovi u takvim prilikama dovedeni u situaciju da nauče nešto novo i aktivno su uključeni u proces učenja. Grupe sa homogenim sastavom pokazuju bolje rezultate kada postavljeni zadatak zahteva otkrivanje relacija, socijalnih uvida ili upotrebu kreativnih veština, pod uslovom da se blagovremeno spreči nastanak kolektivne greške, koji se u heterogenim grupama ređe dešava."

Pri formiranju heterogenih grupa valja imati u vidu stepen heterogenosti. Ako se nivoi znanja i sposobnosti učenika znatno razlikuju, zadaci i zahtevi za jedan deo učenika u grupi su nedostižni, pa najbolji učenici pri tom ne znaju kako da im pomognu i najčešće se dosađuju. Ovo se sa sigurnošću može tvrditi, jer postoje nastavnici koji znaju matematiku, ali imaju nedovoljno znanja i umenja da svojim učenicima pomognu u učenju matematike. Kako nije moguće potpuno precizno odrediti razliku u znanjima i veštinama učesnika u grupi koja bi omogućila njen optimalni rad, prihvatićemo predloge Bennett & Cass (1988: 83): „Ako se u nekoj oblasti može uspostaviti hijerarhijska struktura učenika, tada je najbolje staviti u grupu one koji se u toj hijerarhiji međusobno razlikuju za jedan, najviše dva nastavna koraka." U slučaju da to nije moguće, grupe menjamo ili korigujemo do uspostavljanja strukture koja će omogućiti efikasno učenje.

Pri formiranju grupa, takođe bi trebalo imati u vidu i podelu uloga među učenicima. Učeniku, koji dugo ima ulogu onog koji uči od drugih učenika u grupi, time može biti frustriran. Učeniku, koji dugo ima ulogu tutora, može postati dosadno, jer radeći u grupi nedovoljno sam uči. Usled toga su poželjne češće promene sastava grupe ili uloga učenika unutar grupe. Već pri postavljanju zadataka i zahteva učenicima u grupi, bitno je da se obezbedi realna mogućnost za interakciju među njima. U tu svrhu, zadaci i zahtevi u kooperativnom i interaktivnom radu grupe moraju da ispunjavaju sledeće uslove: „Grupa mora biti u mogućnosti da dođe do nekog zajedničkog rešenja, na primer: ostvarenje zajedničkog cilja, zajedničko formulisanje odgovora, grupni izveštaj ili prezentacija pred celim razredom. Tokom rada na zadatku, mora doći do razmena mišljenja i strategija za rešavanje problema, do razmena materijala i slično. Učenik mora imati ličnu odgovornost za jedan deo zadatka, dok je konačan rezultat odgovornost cele grupe." (Roeders, 2003: 89)

U toku kooperativnog učenja, od učenika različitih sposobnosti treba zahtevati različite aktivnosti. Svaki član grupe osim da sam uči, treba da pomogne i članovima svoje grupe. Kooperativni način rada podrazumeva sledeće zahteve:

- učenici uče jedan od drugog (moj uspeh doprinosi tebi, a tvoj uspeh doprinosi meni);
- svaki član grupe je svestan da deli sudbinu sa svim članovima grupe (ili svi potonu ili svi isplivaju);
- svaki od članova utiče na uspeh drugog člana (ne možemo zajedno uspeti bez tebe);
- svaki član treba da se oseća ponosno i zadovoljno kada bilo koji od članova bude pohvaljen (čestita se onome koji je najviše doprineo ostvarenju cilja).

Isto istraživanje je pokazalo da kooperativno učenje:

- promoviše učenje uopšte, kao i uspeh u školi;
- pospešuje učeničko druženje;
- povećava zadovoljstvo učenika, nakon realizovanog učenja;
- pospešuje razvoj komunikativnosti kod učenika;
- razvija socijalizaciju;
- povećava učeničko samopoštovanje i samopouzdanje;
- unapređuje odnose tolerancije prema različitostima.

(http://edtech.kennesaw.edu/intech/cooperativelearning.htm#why)

Par je prvi i najjednostavniji oblik grupnog rada. Pošto je i par grupa, moguće ga je formirati kao homogen ili heterogen. Za interaktivnu nastavu najpogodniji su blago heterogeni parovi. Blago heterogeni par treba da se sastoji od dva učenika koji se malo razlikuju u odnosu na svoja predznanja i sposobnosti.

Na času matematike parovi sede u istoj klupi što im omogućuje komunikaciju tihim dijalogom ili pismenom razmenom informacija. Pri tom, učenici u paru mogu menjati uloge tokom celog časa. Ovaj oblik rada može se primeniti praktično na svakom mestu, od nastave u učionici do učenja kod kuće.

Navedene prednosti rada u parovima ne podrazumevaju njegovu dominaciju u grupnom radu, jer bi ona neminovno dovela do separacije i jednostrane interakcije učenika u paru. Prelaz sa rada u parovima na rad u brojnijim grupama, sa većim stepenom interaktivnosti u radu učenika, najjednostavnije se može izvesti spajanjem dva ili tri susedna para. U takvom obliku rada moguća je snažnija interakcija, tihom usmenom komunikacijom ili pismenom razmenom informacija.

Radi ilustracije mogućnosti rada u heterogenim grupama, opisaćemo istraživanja Artzt – Yaloz Femija (1999) o ponašanju učenika u grupi pri rešavanju tekstualno zadatog problemskog zadatka. Problem je postavljen grupi od četiri učenika petog razreda u jednoj državnoj osnovnoj školi u Njujorku, čija su znanja o razlomcima bila na nivou elementarnog poimanja. Starosno dobo navedenih učenika odgovara starosnom dobu učenika četvrtih razreda u našim školama.

Navodimo tekst kojim je zadat problem:

Jedan skakavac je na brojevnoj pravi u tački 1. On želi da stigne do tačke 0, ali svaki put preskoči samo polovinu preostale daljine.

Gde je na brojevnoj pravoj skakavac pri prvom skoku? Gde je na brojevnoj pravoj skakavac pri drugom skoku? Gde je na brojevnoj pravoj skakavac pri desetom skoku? Gde je na brojevnoj pravoj skakavac pri n-tom skoku? Da li skakavac ikad stigne do tačke obeležene 0? Objasni zašto „da" ili zašto „ne".

Da bi pronašli primere za rad u grupama učenika, istraživači su koristili definiciju zaključivanja koju su dali O'Daffer i Thorn Quist (1993): „Matematičko zaključivanje je vrhunac matematičkog razmišljanja koje uključuje formiranje, uopštavanje i izvođenje ispravnih zaključaka o idejama i o tome kako su one povezane". Koristili su i kriterijume iz NCTM-ovog (National Council of Theachers of Mathematics) standarda programa i ocenjivanja iz 1989. Po njima, matematičko zaključivanje je realizovano ako učenici u svrhu rešavanja problema:

- koriste pokušaj i grešku kao i rad unazad;
- postavljaju i proveravaju pretpostavke;
- stvaraju induktivne i deduktivne argumente;
- traže obrasce za dolaženje do generalizacije i
- koriste prostorno i logičko zaključivanje.

U cilju opisivanja ponašanja i zaključivanja učenika tokom rešavanja problema, sažeto ćemo prikazati etape kroz koje je grupa prolazila da bi došla do rešenja problema tokom kooperativnog rada u trajanju od 30 minuta.

U etapi *razumevanja* problema, prvih nekoliko minuta, učenici su ulagali napor da shvate zašto skakavac može da preskoči samo polovinu preostale dužine puta. Čitali su problem i izjavljivali ponešto pokazujući da sagledavaju šta se od njih traži. Ispitivali su date linije i zaključili da nije važno koliko je duga linija, pa će skakavac, u svakom slučaju, završiti na nekoj tački veoma blizu tačke 0. U *istraživanju i analiziranju* rešavanja problema, učenici su počeli da istražuju neke matematičke ideje koje su uključivale razlomke. Većina se zapetljala u izračunavanju proizvoda razlomaka, te su promenili strategiju i predložili plan da presavijaju parče papira kako bi napravili model skakanja skakavaca. U ovoj etapi, učenici su koristili prostorno zaključivanje kako bi odgovorili na pitanje da li će skakavac doći do cilja. To je jedan veoma zanimljiv aspekt problema koji je grupa obradila. Oni su, u stvari, koristili ispravno zaključivanje kada su uzeli u obzir dimenzije skakavca i zaključili da bi on stigao do cilja. Fascinirajuće je kako su ovi učenici petog razreda, radom u grupi uspeli da shvate da se u ovom problemu pod skakavcem podrazumeva tačka koja nema svoje dimenzije. Učenici su prepoznali da je ovo jedan „matematički problem" koji nema veze sa stvarnošću i da veličinu skakavca, verovatno, ne treba uzeti u obzir. Došli su do zaključka: ako skakavac ima dimenzije, on će stići do cilja, ali bi se one morale nalaziti u tekstu zadatka. U suprotnom, ako skakavac nema dimenzije, on onda neće stići do cilja. Matematičkim zaključivanjem utvrdili su da se očekuje jedinstveno rešenje zadatka, odnosno da skakavac ne može i stići i ne stići u tačku 0. Kako dimenzije skakavca i dužina puta nisu zadate, grupa se opredelila da skakavca posmatra kao matematičku tačku. Da su dimenzije skakavcu-insektu zadate, tekst zadatka bi bio semantički neadekvatan. Naime, skakavac-insekt ne može skakati iz tačke, niti po brojevnoj pravi.

U etapi *planiranja*, učenici su pokazali fleksibilnost u dolaženju do različitih planova za pristup problemu. Jedan predlog plana bio je da se nacrta dugačka linija ili napravi grafikon kojim bi predstavili ovaj problem i došli do uopštavanja. Drugim planom trebalo je da se na brojevnoj pravi obeleže položaji skakavca između jedinice i nule, sa dovoljno velikom jediničnom duži. Po trećem planu papir je sukcesivno presavijan papira na pola i na osnovu toga je zaključivano. Kada je grupa prihvatala plan, njegovu primenu vršili su sistematično uz učešće svih članova grupe. Na taj način su otkrivali da li je plan dobar, ili su mu potrebne izmene.

U toku *dokazivanja ili potvrđivanja* zaključaka, učenici su tražili način da potvrde svoje mišljenje i mišljenje svojih drugova. Pokušavali su da opravdaju i svoje predloge, kako bi bili sigurni da njihov odgovor ima smisla. Zanimljivo je da su se tokom procesa potvrđivanja susreli sa istim teškoćama koje su im bile izazov pri analiziranju problema. U obe situacije fizičke predstave, koje su koristili da bi zamislili situaciju ili model koji je problem stvorio, blokirale su ono što je trebalo da prevaziđu.

Na primer, tokom analize, kada su razmišljali o skakavcu kao o nečemu što ima prave fizičke dimenzije, utvrdili su da bi on preskočio tačku nula. Tokom dokazivanja, koristeći fizički model savijanja papira, nisu bili u stanju da nastave simulaciju, odnosno, mogli su da saviju papir samo nekoliko puta. U svakoj od ovih situacija, učenici su koristili matematičko zaključivanje kako bi shvatili apstraktnost problema. Zamišljali su skakavca kao tačku i beskonačan broj tačaka između bilo koje dve tačke, što je iznad očekivanja za takvu vrstu razmišljanja u ovom dobu.

Problem je zasnovan na primeru određivanja granične vrednosti niza: $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$, ali je metodički transformisan prema predznanjima matematike i sposobnostima učenika, a omogućio im je višestruke tehnike pravljenja modela. Neslaganja, do kojih se došlo korišćenjem konkretnih modela i ideja, obezbedila su mogućnosti za kvalitetnu polemiku. Kada se učenici uključe u polemiku moraju da se oslone na svoje matematičko zaključivanje, kako bi potvrdili svoje argumente ili argumente svojih drugova.

Postavkom problema se, i između ostalog, od grupe učenika zahtevalo da potraže obrazac kako bi uopštili rešavanje problema, ali nisu uspeli da generališu rešenje po kome bi skakavac pri n-tom skoku bio na $(\frac{1}{2})^n$-toj tački brojevne prave. Pri tom su se više puta okretali prvom delu problema i pokušavali da odrede tačku doskoka pri trećem, četvrtom, petom ... skoku. Ispostavilo se da je sam postupak računanja predstavljao veću teškoću učenicima od matematičkog zaključivanja, koje im je bilo potrebno da odgovore na jedno veoma apstraktno pojmovno pitanje. Razlog su njihova predznanja, koja nisu u dovoljnoj meri obuhvatala operacije sa razlomcima, a posebno sa stepenovanjem razlomka.

Značajno je i to što učenici nisu prišli rešavanju problema na jedinstven i dosledan način, a koraci pri rešavanju problema nisu se odvijali u linearnom nizu. Oni su se nekoliko puta vraćali prethodnim etapama u rešavanju problema: razumevanju, istraživanju i analiziranju, planiranju, primeni i dokazivanju.

Na osnovu rečenog, možemo zaključiti da male grupe predstavljaju prirodno okruženje u kojem bi matematičko zaključivanje bilo optimalno. Okruženje male grupe ohrabruje i podstiče spontano verbalno izražavanje i matematičko zaključivanje učenika. Učenici se međusobno pitaju, dogovaraju, traže razrađivanje problema i objašnjenja, žele svoje mišljenje da odbrane, a opovrgnu mišljenje drugih. Činjenica je da svi učenici u grupi ne doprinose u istoj meri rešavanju problema. Međutim, dovoljno je da svi učenici grupe razumeju problem, potvrđuju i podržavaju tok njegovog rešavanja kao i da znaju da objasne rešenje problema i prateće matematičko zaključivanje.

3.3. Frontalni oblik rada

Sa stanovišta interakcije u nastavnom procesu frontalni oblik rada podrazumeva dva subjekta: nastavnika i sve učenike u odeljenju. Ako bi bila dozvoljena i slobodna interakcija među svim učenicima, usmena ili pismena, stvorila bi se haotična situacija u kojoj bi bilo nemoguće realizovati ciljeve i zadatke nastave. Zbog toga rad organizuje i njime neposredno rukovodi nastavnik, a interakciju ili komunikaciju ostvaruje sa učenikom koga sam bira. Očigledno je da na jednom času nije ostvarljiva dovoljna interakcija nastavnika sa svakim učenikom pojedinačno.

Pravilnom primenom nastavnih metoda i sistema, posebno fleksibilno diferencirane nastave, frontalnim oblikom rada mogu se postići dobri rezultati, odnosno, ishodi nastave. U praksi ovaj oblik se dominantno koristi zbog mnogih prednosti, a navodimo samo one koje su najčešće konstatovane u didaktičko metodičkoj literaturi.

Nastavni rad je jednostavno organizovati i realizovati:

- sa stanovišta utrošenog vremena učenika i nastavnika, tada je frontalni rad najekonomičniji;
- neposrednim usmeravanjem učenika koji rade na istom zadatku, kada nastavnik sprečava lutanja i suvišne postupke većine učenika;
- ako se učenici osećaju ravnopravni u nastavnom procesu, čime se razvija kolektivni duh u odeljenju;
- ako se većina učenika (didaktički prosek) lako motiviše i podstiče na aktivnost.

Nedostaci frontalnog oblika rada su realni, ali ne mogu eliminisati njegovu dominantnu primenu. Navodimo samo one koji su najčešće konstatovani u didaktičko metodičkoj literaturi:

- male su mogućnosti da se tokom časa nastavnik posveti grupama ispodprosečnih i natprosečnih učenika;
- u ovom obliku rad se odvija tempom i stilom koji je prilagođen prosečnim učenicima, koji ne odgovara navedenim dvema grupama;
- tokom rada teško je pratiti aktivnost svih učenika, odnosno, mnogi učenici mehanički slušaju ili pišu.

Nedostaci frontalnog oblika rada mogu se u velikoj meri ublažiti, a navodimo obrazloženje za svaki pojedinačno:

- nastavnik može predvideti dodatnu pomoć za ispodprosečne učenike i dodatne zadatke za natprosečne. Pošto su to manje grupe, on može predviđenu pomoć, odnosno, pre časa, zadatke u pismenom obliku, podeliti svakom učeniku;
- pri određivanju tempa rada, nastavnik može predvideti i „prazan prostor" u kojem može komunicirati samo sa ispodprosečnim ili natprosečnim

učenicima (jednostrana primena grupnog oblika rada ili frontalan oblik usmeren ka određenoj grupi);
- rad u udžbeničkom kompletu ili pismene aktivnosti učenika treba da dominiraju, jer se one mogu kontrolisati u završnoj fazi časa.

Mnoge kritike i isticanje nedostataka frontalnog oblika rada često se odnose na tradicionalnu nastavu u kojoj se nedovoljno primenjuju dostignuća savremenih obrazovnih nauka. Pri tom, najčešće se ničim ne potkrepljuje tvrđenje da je „preterano" korišćenje frontalnog oblika izazvano linijom manjeg otpora u radu nastavnika. Treba imati u vidu i činjenicu da se sasvim uspešno može planirati i realizovati kombinovanje frontalnog oblika rada sa ostalim oblicima rada.

4. NASTAVNA SREDSTVA U INTERAKTIVNOJ NASTAVI MATEMATIKE

U procesu matematičkog obrazovanja za mlađe razrede osnovne škole, koriste se različita nastavna sredstava, koja čine nastavnu tehnologiju i u velikoj meri utiču na procese nastave i učenja. Zbog toga je pravilan izbor nastavnih sredstava za obradu pojedinih sadržina od velike važnosti, jer je u istoj ravni sa izborom odgovarajućih nastavnih metoda, didaktičkih sistema i oblika rada. Pri tom, nastavni metodi, didaktički sistemi, oblici rada i nastavna sredstva utiču jedni na druge, usled čega se odabiru jedinstvenim procesom, kao i njihova primena.

U interaktivnoj nastavi i učenju kao aktuelnoj strategiji obrazovanja, izbor i primena nastavnih sredstava uslovljeni su prvenstveno njenim karakteristikama. Ako se uzme u obzir da navedeno važi i za nastavne metode, didaktičke sisteme i oblike rada, problem izbora i primene može se svesti na kombinacije samo sa elementima podskupova navedenih didaktičkih kategorija, koje pojedinačno doprinose interaktivnosti nastave i učenja. Detaljnije ćemo prikazati samo ona nastavna sredstva koja po nama u značajnijoj meri doprinose interaktivnosti nastave matematike.

4.1. Klasifikacija nastavnih sredstava

Veliki broj raznovrsnih nastavnih sredstava i mogućnosti korišćenja različitih kriterijuma uslovio je postojanje relativno različitih klasifikacija. U odnosu na kriterijum načina korišćenja nastavnih sredstava i njihovog delovanja na čula učenika, Dejić – Egerić (2010) koriste sledeću klasifikaciju:

- tekstualna nastavna sredstva (zapis na tabli, grafofolija, udžbenik, radni listovi, radne sveske i zbirke zadataka, nastavni listići, obrazovni računarski softver (ORS));
- vizuelna nastavna sredstva (računaljke, modeli, slike, aplikacije, dijagrami, dijafilmovi, dijapozitivi, simboli);
- auditivna nastavna sredstva (radio emisije, magnetofonske trake, audio kasete, CD-ovi);
- audiovizuelna nastavna sredstva (nastavni filmovi, televizijski obrazovni program, TV kasete);
- manuelna nastavna sredstva (didaktički materijali, pribor za crtanje i konstrukciju, pribor za merenja);
- pomoćna (tehnička) nastavna sredstva (sredstva za ekspoziciju: školska tabla, flanelograf, projekciono platno; vizuelni projektori: grafoskop, dijaprojektor, filmski projektor; elektronski uređaji: televizor, kompjuter).

Po navedenoj klasifikaciji opisaćemo nastavna sredstva pojedinačno u skladu sa njihovom ulogom u interaktivnoj nastavi matematike.

4.2. Tekstualna nastavna sredstva

U interaktivnoj nastavi matematike, posebno u drugom, trećem i četvrtom razredu, izuzetno je bitan način na koji učenici dobijaju informacije iz štampanih ili pisanih tekstova. Kao pisani tekstovi najčešće se koriste zapisi na tabli, pisane ili štampane grafofolije, nastavni listići i razne aplikacije koje se ističu na tabli.

Udžbenik, odnosno udžbenički komplet, dominantno je korišćeno štampano nastavno sredstvo, a često se koriste radni listovi, radne sveske, zbirke zadataka, računarski softver i matematički časopisi. U mlađim razredima, namena udžbenika matematike je da učeniku ponudi osnovne informacije iz programske sadržine i da ga postepeno uvodi u samostalan rad sa tekstom. Međutim, za interaktivnu nastavu udžbenik mora da omogući nastavniku da ga dominantno koristi u skladu sa njenim karakteristikama.

Opšte uslove koje treba da ispunjava udžbenik navodimo iz Dejić – Egerić (2010: 393). „Da bi opravdao svoju namenu, udžbenik mora da ispunjava sledeće uslove:

- da mu je sadržina usklađena sa nastavnim programom i didaktičko-metodičkim načelima i zahtevima,
- da je prilagođen psihofizičkim mogućnostima učenika,
- da je sadržina ilustrovana odgovarajućim slikama i crtežima,
- da su uvodni (reprezentativni) primeri detaljno razrađeni,
- da ima raznovrsnih zadataka po sadržini i po formulaciji,
- da sadrži „neobične" zadatke čije rešavanje zahteva drugačiji prilaz od tradicionalnog,
- da sadrži uputstva za rešavanje složenijih zadataka."

Za interaktivnu nastavu u udžbeniku treba da postoji „uvodni zadatak" na osnovnu kojeg nastavnik može formirati egzemplar ili problemsku situaciju. Ako takav zadatak (ili zadaci) postoji, nastavniku je znatno olakšana primena ranije opisanih elemenata sistema egzemplarne i problemske nastave u interaktivnoj obradi nastavne jedinice.

Nastavnik najčešće *zapisuje na tabli*: naziv nastavne jedinice, pojmove i njihove oznake, matematička pravila u simboličnom zapisu ili zapisu rečima, crteže, tabele i grafikone. Zapisi treba da budu logički struktuirani, pregledni i uredni, da obuhvataju sve elemente koje učenici tokom časa permanentno posmatraju, a najbitnije zapisuju u sveske. Samo izuzetno, učenici rade zadatke koristeći tablu, a tada je najpogodnije da nekoliko učenika u etapama uradi zadatak.

Grafofolijom se na neki način zamenjuje zapis na tabli i time „štedi" aktivnost nastavnika u pisanju teksta. Međutim, navedena ušteda treba da bude nadoknađena postepenim otkrivanjem teksta sa folije, dopisivanjem ili brisanjem, kao i korišćenjem uzastopnih slojeva folija. Da bi nastava imala obeležje interaktivnosti, nastavnik sa učenicima vodi interaktivni dijalog u skladu sa tekstom folije.

Radni listovi, radne sveske i zbirke zadataka, ukoliko nisu sastavni deo udžbeničkog kompleta, dopunjuju udžbenike tako što proširuju, produbljuju i utvrđuju stečena znanja i umenja, a koriste se i za proveravanja i ocenjivanja. U interaktivnoj nastavi matematike mogu se koristiti u individualnom radu uz fleksibilno diferenciranu pomoć nastavnika ili u kooperativnom radu u heterogenim grupama. Za domaći rad nastavnik bi mogao da pripremi orijentacionu pomoć koju učenici zapisuju u sveske, a da preporuči rad u malim grupama.

Nastavni listići se najčešće koriste u diferenciranim zadacima na tri nivoa, a namenjeni su produbljivanju, vežbanju i ponavljanju nastavnih sadržina. U svakom slučaju, nastavnik treba da pripremi i diferenciranu pomoć za svaku etapu i svaki zadatak. Takva pomoć se može davati usmeno ili pismeno na samom listiću, a povratne informacije samo usmeno, pojedinačno za pomoć u svakoj etapi rešavanja. Ako listići sadrže iste zadatke za sve učenike, a rad se odvija u blago heterogenim grupama uz diferenciranu pomoć nastavnika, tada možemo reći da učenici uče interaktivno.

Obrazovni računarski softver (ORS) može se posmatrati i kao tekstualno nastavno sredstvo, odnosno, programirani nastavni materijal za čiju primenu je neophodan računar. Kako primena računara u nastavi matematike pruža šire mogućnosti i stalno se unapređuje, ORS ćemo detaljnije opisati u delu o primeni računara kao pomoćnog tehničkog sredstva.

4.3. Vizuelna, auditivna i audio-vizuelna nastavna sredstva

Posmatranje i komparacija su misaoni postupci koji čine osnovu za shvatanje i primenu složenijih misaonih postupaka. U nastavi matematike za mlađe razrede osnovih škola, posebno pri početnim fazama u formiranju matematičkih pojmova, neophodno je obezbediti nastavna sredstva čijom će se primenom brže i efikasnije aktivirati misaoni postupci učenika-posmatranje i komparacija. Ta sredstva se nazivaju *vizuelna,* jer se posmatranje ostvaruje pretežno čulom vida.

„U nastavi se koriste prirodna i veštačka vizuelna sredstva. U prirodna se ubrajaju razni predmeti iz prirode, plodovi biljaka, lišće, prsti na ruci i dr. Veštačka vizuelna sredstva mogu biti predmetna i grafička. Od predmetnih sredstava najčešće se koriste razne računaljke, modeli geometrijskih figura, modeli mernih jedinica, žetoni, štapići i dr. Od grafičkih sredstava koriste se aplikacije: slike, crteži, dijagrami, skice, sheme, dijafilmovi, dijapozitivi, simboli i slično. (Dejić – Egerić, 2010: 394)

Vizuelna nastavna sredstva možemo podeliti po vremnu korišćenja u nastavi na jednokratna i stalna (školska tabla). U interaktivnoj nastavi poželjno je da učenici, individualno ili grupno, sami ili pod rukovodstvom nastavnika, što češće izrađuju odgovarajuća nastavna sredstva. Takva, kao i slična sredstva koja se mogu kupiti, obično se svrstavaju u individualna ili grupna. Složenija nastavna sredstva, posebno ona koja su nepodesna za individualni ili grupni rad, a svojina su škole, nazivamo odeljenska.

Za interaktivnu nastavu u prvom i drugom razredu posebno su pogodne *računaljke* čije šipke koje sadrže kuglice i mogu biti prave ili savijene. Takođe su pogodni i *modeli*, posebno za formiranje pojmova geometrijskih figura i mernih jedinica. U modele možemo svrstati i sva sredstva koja predstavljaju skupove elemenata, a pomažu u formiranju pojma broja. Osnovni takav model čine šake sa prstima. Pri formiranju prvih blokova (nizova) prirodnih brojeva, od jedan do pet ili od jedan do deset, odlučujuću ulogu ima takozvano brojanje i računanje na prste.

Šake, same po sebi, ne predstavlju model za formiranje pojmova brojeva u bloku do deset, već je to skup ispruženih prstiju na njima. Jedinični skup deca obično označavaju kažiprstom. Npr., sebe ili neku drugu osobu određuju kažiprstom (jednina). Sve dvočlane skupove (parove) označavaju kažiprstom i srednjim prstom, a tročlane skupove određuju palcem, kažiprstom i srednjim prstom. Navedene prste koriste jer se u tim kombinacijama oni najlakše drže ispravljeni. Za četvoročlane skupove savija se jedino palac, a za petočlane ispravljaju svi prsti.

Navedeno određivanje brojnosti (kardinalnosti) skupova se apstrahuje i tako formira pojam broja *skupovnim pristupom*. Neki modeli za označavanje brojnosti skupova većih od pet, a manjih od deset su uobičajeniji od ispruženih prstiju. Npr., na 7. rođendanu deteta njegovo doba simboliše skup od 7 svećica na rođendanskoj torti.

Poznavanje imena prstiju je dovoljan uslov za shvatanje i učenje pravila brojanja. U brojanju do pet, jedinicu (broj koji nema prethodnika) obično predstavlja palac, a ostali slede po strukturi na šaci. Za brojanje elemenata ostalih skupova (modela) potreban je analogan uslov kojim se omogućuje određivanje jedinice (prvi element) i njeni sledbenici. Npr., ispod tačaka na brojevnoj polupravi zapisuju se oznake brojeva sleva na desno, jedinica i sledbenici. Ovakav pristup poimanju prirodnih brojeva i pravilu brojanja nazivamo *aksiomatskim* jer se zasniva na Peanovim aksiomima.

Da su modeli, kao i ostala nastavna sredstva, samo polazna osnova u izgradnji apstraktnih matematičkih pojmova potvrđuje i primer preuzet od Bright, G. W. (1999), a citiran u Dejić, M., Egerić, M., 2010, str. 397. Autor govori o primeni modela „matematička kocka" za izgradnju višecifrenih brojeva. „Zatražio sam od učenika da koriste matematičku kocku kako bi prikazali višecifrene brojeve. Sve je išlo glatko za dvocifrene i trocifrene brojeve. Postavio sam im zahtev da predstave broj 1.524. Oni su to uradili uz pomoć dve velike kocke, tri ploče, dva štapića i četiri kockice. Nikada ranije nisam video da učenici tako rade i upitao sam ih zašto tako razmišljaju. Rekli su mi da velika kocka predstavlja broj 600 i da dve kocke predstavljaju 1.200, da tri ploče predstavljaju broj 300, dva štapića broj 20, a četiri kockice predstavljaju broj 4, što ukupno iznosi 1.524. Naravno, pitao sam zašto velika kocka predstavlja broj 600. Pokazali su mi posebno svaku stranu kocke kao model za broj 100 i odgovorili da svih 6 strana kocke daju broj 600."

Učenici su izveli pogrešan zaključak, jer nisu shvatili model. Zaključivali su na osnovu opažajnog doživljavanja modela, a nisu koristili logiku trodimenzionalnosti kocke. Zato je razgovor veoma bitno sredstvo za ispravno zaključivanje i formiranje jasnih matematičkih pojmova.

Slike i aplikacije imaju istu ulogu, jer prikazuju u dvodimenzionalnom obliku elemente neophodne za obradu matematičkih sadržina. Da bi obrada pomoću tih sredstava imala obeležje interaktivne nastave, neophodno je da nastavnik usmerava, a učenici samostalno opažaju i upoređuju, apstrahuju i zaključuju, uz interaktivan dijalog sa nastavnikom ili diskusiju u maloj grupi.

Dijagrami su slike ili skice kojima se ukazuje na strukturu elemenata kojima se određuje neki pojam ili pravilo. Cilj dijagrama nije prikazivanje primera nego da učenike usmeri na pronalaženje njihove međusobne povezanosti, a za to je neophodan misaoni postupak komparacije i apstrahovanja. Zbog toga je neophodna njihova interaktivna primena usmeravanjem nastavnika i eventualnim pružanjem diferencirane pomoći učenicima. Dijafilmovi i dijapozitivi se praktično više i ne koriste u savremenoj nastavi matematike.

Nastavna sredstva pomoću kojih učenici primaju informacije čulom sluha nazivaju se *auditivnim*. U nastavi matematike za mlađe razrede, radio emisije i CD-ovi koji sadrže zanimljive pričice ili pesmice u kojima se nalaze i matematičke sadržine, mogu se koristiti u prvom i drugom razredu. Kako bi te sadržine bile interaktivno obrađene, neophodno je, nakon primene pomenutih sredstava nastaviti, odnosno, dovršiti obradu na neki drugi način. Magnetofonske trake i audio kasete se praktično više ne koriste u nastavi matematike.

Ako učenici primaju informacije nastavnim sredstvom istovremeno čulima vida i sluha, takva sredstva se nazivaju *audio-vizuelna*. Sama činjenica da se informacije primaju preko više čula čini ova sredstva efikasnijim. U nastavi matematike za mlađe razrede osnovne škole, *nastavni film* pruža posebne mogućnosti pri upoznavanju učenika sa njima nedostupnim prirodnim objektima i pojavama, a koja su bitna za interaktivnu obradu matematičkih sadržina. Imajući u vidu da se *televizijski* nastavni program može prikazivati i na dovoljno velikom ekranu, on sadrži sve navedene efekte nastavnog filma, ali su znatno šire mogućnosti njegove primene.

Navedena audio-vizuelna sredstva, pod uslovom da su stručno i kvalitetno sačinjena, mogu činiti dopunu ili prethodnu osnovu za interaktivnu obradu matematičkih sadržina. Njima se učenici motivišu i podstiču na razmišljanje slikom, bojom, zvukom i pokretom u isto vreme, a što je praktično nemoguće izvesti primenom drugih sredstava. Motivaciji mogu doprineti i odgovarajući delovi ili celine iz života velikih matematičara, ukoliko su njihova dela pristupačna matematičkim predznanjima učenika.

4.4. Manuelna i tehnička nastavna sredstva

U didaktičkoj literaturi, pod manuelnim nastavnim sredstvima najčešće se podrazumevaju:

- *didaktički materijali*,
- *pribor za crtanje i konstrukciju* i
- *pribor za merenje*.

Didaktički materijali se koriste u cilju aktiviranja misaonih postupaka učenika i razvoja njihovog matematičkog mišljenja i zaključivanja. U mlađim razredima osnovne škole koriste se:

- prirodni materijali (kamenčići, cvetovi, plodovi, štapići i slično);
- specijalizovana didaktička sredstva (logički blokovi, kockice, štapići različite dužine, pločice, tangrami, olovke, flomasteri, apoeni novca i slično);
- neoblikovani materijali (hartija, karton, plastelin, glina, voda, pesak i slično).

Logički blokovi imaju široku primenu i dugu tradiciju, a prvi ih je konstruisao engleski matematičar i psiholog, mađarskog porekla Dienes Zoltan. Oni se mogu sačiniti od različitog materijala. U fabričkoj izradi najčešće od plastike, a imaju prizmatičan oblik relativno malih visina. Osnove tih prizmi su kružnog, pravougaonog, kvadratnog i jednostraničnog trougaonog oblika. Razlikuju se:

- po obliku osnove na kružne, pravougaone, kvadratne i trougaone;
- po veličini površi osnova na velike i male;
- po visini prizme na debele i tanke;
- po boji na crvene plave i žute.

Najčešće se koriste za sledeće aktivnosti učenika:

- slobodne igre, kojima deca grade figure, odnosno, slike oblika kuće, voza, rakete, biljaka, životinja i slično;
- igre razlikovanja u kojima na osnovu datih shema i razvrstavanja blokova deca otkrivaju one koji nedostaju;
- formiranje skupova od sastavljenih blokova prema navedenim osobinama, u početnoj primeni sa jednom osobinom, a kasnije sa dve i više.

Pribor za crtanje je namenjen tačnijem crtanju, a kasnije i konstruisanju geometrijskih figura. Najčešće se koriste lenjiri, pravougaoni trougaonici i šestari.

U *pribor za merenje* kao nastavno sredstvo obično se svrstavaju sprave pristupačne učenicima, kojima se mere dužina (pomoću izmerenih dužina određuju se površine i zapremine nekih figura), masa, zapremina tečnosti i vreme. U ovaj pribor spadaju modeli mernih jedinica za merenje navedenih veličina i odgovarajući merni isnstrumenti pristupačni za aktivnosti učenika u obradi mera i merenja. Navedena nastavna sredstva imaju značajnu ulogu u interaktivnoj obradi nastavnih jedinica i tema iz oblasti mera i merenja.

Tehnička sredstva su složenije strukture i namene, a izrađuju se fabrički. Da bi se koristila u nastavi, neophodno ih je prilagoditi. Kao nastavna sredstva najčešće se dele na sredstva za ekspoziciju, vizuelne projektore i elektronske uređaje. S obzirom da u savremenoj nastavi matematike računar spada u tehnička sredstva, jedini ima posebno značajnu ulogu, pa ćemo njegovu primenu opisati u posebnom potpoglavlju.

4.5. Računar u interaktivnoj nastavi matematike

Intenzivan razvoj i širenje upotrebe računara, kao i mogućnost njegovog korišćenja, kod najmlađih generacija učenika u velikoj meri doprinosi poboljšanju i kvaliteta i kvaniteta nastavnog procesa. Sredina za učenje biva sve bogatija, a vaspitno-obrazovni rad kvalitetniji. Nova nastavna sredstva kao što su mutimedijalni računari, BIM projektori, DVD čitači, elektronske table i slično, imaju naglašen mutimedijalan karakter i integrišu tekstove, zvuk, slike, filmove i animacije u jedinstven sistem, pa se njihovom upotrebom značaj tradicionalnih nastavnih sredstava smanjuje.

Računar može zameniti elektronska vizuelna i audio-vizelna sredstva. Za razliku od svih drugih tehničkih sredstava, računar omogućava i praktičnu manipulaciju, posebno pri izučavanju geometrijskih sadržina. Primena računara omogućava da njime svaki učenik svojim tempom rešava matematičke problemske situacije (zadatke), a samim tim i individualno napreduje prema svojim sposobnostima. Primena računara, takođe, obezbeđuje prilagođavanje procesa učenja matematičkih sadržina predznanju i sposobnostima učenika. Izbor i korišćenje kvalitetnih obrazovnih softvera pruža mogućnost prilagođavanja programskog materijala, tj. kompjuterski obrađenih matematičkih sadržina, osobinama misaonog procesa i drugim individualnim karakteristikama učenika, kao interakciju učenika sa računarom.

U mlađim razredima osnovne škole, primenu računara u nastavi matematike nastavnik sam uvodi. On povremeno kontroliše i usmerava njihovu aktivnost, a njima se pruža mogućnost da sami napreduju prema svojim sposobnostima.

Primena računara u realizaciji matematičkih sadržina je od velike koristi i za nastavnike i za učenike. Kreativnost nastavnika koji realizuje nastavu matematike primenom računara ne ogleda se u samom procesu izvođenja nastave, već u njenom pripremanju. Dakle, i kod primene računara delatnost nastavnika je neizbežna, što ide u prilog činjenici da nema bojazni od potiskivanja nastavnika od računara.

Nastavnicima se pružaju velike mogućnosti korišćenja računara u nastavi matematike i to:

- u planiranju nastavnih sadržina (godišnje, mesečno, sedmično);
- u neposrednom pripremanju;
- u pripremanju domaćih zadataka;
- u izvođenju nastavnog procesa;
- u pripremanju i izvođenju vannastavnih aktivnosti;
- u vođenju dnevnika rada.

Učenici mogu koristiti računar:

- na časovima obrade novih sadržina;
- na časovima produbljivanja i utvrđivanja stečenih znanja;
- na časovima proveravanja usvojenih znanja;
- u rešavanju domaćih zadataka;
- u vannastavnim aktivnostima.

Optimalno korišćenje računara učenika, posebno u interaktivnom učenju, razvojno utiče na niz psihomotornih i kognitivnih sposobosti: na sposobnost rešavanja problema, razvoj apstraktnog mišljenja, razvoj logičkog mišljenja, do povećanja intuitivnog saznanja i iskustva. Bitnije olakšava učeniku snalaženje u svetu simbola i objekata, utiče na razvoj koordinacije pokreta, veštine čitanja i pisanja, na kreativnost, komunikaciju i motivaciju.

Kako nastavnik, tako i učenik može da koristiti računar u nastavnom procesu i u vannastavnim aktivnostima. Rad učenika na računaru u nastavnom procesu svodi se na rešavanje postavljenih zadataka i usvajanje matrematičkih sadržina korišćenjem obrazovnog softvera istog za sve učenike, s tom razlikom što se matematičke sadržine diferenciraju prema individualnim matematičkim sposobnostima. Učenici mogu da koriste računar za uvežbavanje matematičkih sadržina na taj način što će međusobno ili s nastavnikom razmenjivati i rešavati interesantne matematičke problemske situacije i na taj način interaktivno učiti matematiku.

Rad na računaru učenike aktivnije uključuje i u proces primanja informacija čime se stvara realna osnova za trajnije i efikasnije korišćenje usvojenih matematičkih pojmova. To je veoma dobro pošto se zna da je temeljna funkcija računara u nastavi matematike upravo u tome da uključi što više perceptivnih sposobnosti učenika, čime bi se osiguralo kvalitetnije usvajanje matematičkih pojmova i pravila. Međutim, kako čin učenja matematičkih pojmova uključuje i nužnu individualnu aktivnost učenika koji uči, nužno je diferencirati matematičke sadržine koje su predmet učenja, jer učenje uz primenu računara podržava individualnu aktivnost učenika.

U savremeno organizovanoj nastavi matematike, proces sticanja matematičkih znanja primenom računara, osim percepcija i predstava stečenih posmatranjem, uključuje i veoma intenzivne intelektualne aktivnosti (apstraktno mišljenje). O tome bi trebalo da vodimo računa, ukoliko želimo da primena računara u nastavi matematike bude uspešna.

Za interaktivnu obradu nastavnih jedinica ističemo GeoGebra program, koji ovde ukratko opisujemo. Njegovi autori su Markus Hohenwarter i Judith Preiner, sa Florida Antlatik univerziteta. Ovaj program je besplatan, pa ga može imati svaki učenik (GNU licenca). Preveden je na više svetskih jezika. Prevod i određena prilagođavanja na našem jeziku uradili su Đorđe i Dragoslav Herceg, profesori sa Prirodno matematičkog fakulteta iz Novog Sada. Izmene i dopune su učinjene avgusta 2007. godine, u modelu GeoGebre 3.0., a do njega se može doći Internetom na adresi http://www.geogebra.at. Tim programom se povezuju geometrija, algebra i analiza, a program služi za učenje matematike u školama.

U nastavi matematike za mlađe razrede osnovne škole, GeoGebra je posebno pogodna za obradu geometrijskih sadržina. Kod primene ovog obrazovnog softvera moguće je pomoću miša konstruisati geometrijske figure i dinamički ih menjati. Program GeoGebra može biti primenjen neposredno u nastavi matematike pri obradi početnih geometrijskih pojmova (tačka, prava, duž, linija, izlomljena linija, mnogougao).

Internet pruža još jednu mogućnost, a to je veoma lako pronalaženje već gotovih materijala ili pružanje pomoći pri njihovoj izradi. Postoje brojni web sajtovi koji pružaju pomoć u izradi nastavnog materijala, prvenstveno materijala za vežbanje. Dovoljno je samo izabrati oblast, težinu, broj i raspon zadataka i računar sam izradi željeni nastavni listić. Neki od web sajtova koji pružaju ovakve mogućnosti su:

- www.mathcafe.com,
- www.members.singlepoint.net/sbryce/mathwork,
- www.superkids.com/aweb/tools/math,
- www.workshetts.teach-nology.com/math,
- www.numeracysoftware.com/free.html,
- www.edhelper.com/math.htm,
- www.worksheetfactory.com/mathdeluxe.html i
- www.learningplanet.com.

Postoje i web sajtovi koji nude gotove programe koji se mogu uspešno primeniti u nastavi. Takvi su:

- www.inew.com,
- www.sciennceacademz.com/BI/,
- www.learningplanet.com/act/mazhem,
- www.funbrain.com/kidscenter.html,
- www.gamequarium.com/math.html,
- www.teachrkids.com,
- www.teachrkids.com,
- www.alfy.com,
- www.math.rice.edu i
- www.bbc.co.uk/starship/math/games/number-jumbler.

U našim uslovima vrlo teško je omogućiti svim učenicima u uzorku korišćenje računara za učenje kod kuće. Imajući navedeno u vidu, opredelili smo se za istraživanja interaktivne nastave i učenja matematike u mlađim razredima osnovne škole bez upotrebe računara. U bliskoj budućnosti planiramo istraživanje kojim bi se posebno istražila uloga računara u interaktivnoj nastavi.

5. IGRA U INTERAKTIVNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Igra postoji i kod mnogih vrsta životinja, što znači da ju je veoma teško sveobuhvatno definisati. Zbog toga ćemo navesti samo po jednu odrednicu pojma igre kod ljudi, jednog književnika i jednog naučnika, kao i jedan stih pesnika.

Mark Tven, kroz usta svog popularnog junaka Toma Sojera, kaže: „Rad je ono što činiš pod moranjem, a igra je sve ono na šta nisi primoran". Ovo tvrđenje bi značilo da se čovek ispoljava kroz rad i kroz igru, a da igra osmišljava naše postojanje koje osiguravamo radom. Međutim, igra je moguća i u toku rada bez umanjivanja njegove efikasnosti. U nekim slučajevima, ona može pozitivno da utiče na efikasnost u radu.

Holandski sociolog i istoričar Johan Huizinga tvrdi da kultura ima svoje poreklo u igri, da je igra slobodna delatnost koja nije neposredno nametnuta egzistencijalnim potrebama. Igra, međutim, ne samo da zahteva, nego i podstiče dosetljivost i heuristički duh; samim tim unapređuje razvitak civilizacije. Kroz igru čovek uči na osnovu određenih postavki i svojih sposobnosti, shvata postojeće odnose i stvara nove; on deluje logički time što nastoji da dostizanjem postavljenog cilja postigne dobit i uspeh.

Huizinga uvodi u svoja razmatranja pojam *homo ludens* (čovek igrač), koji isto tako tačno i jezgrovito određuje ljudski rod kao i *homo faber* (čovek stvaralac) ili *homo sapiens* (razuman čovek).

Pesnik Lj. Ršumović, u svojoj pesmi „Igra", igru određuje stihovima:

„Igra je zdravija od mleka
Igra je svežija od vode
Igra je za čoveka
Najlepši dar slobode."

Čovek se rađa kao biće sa izraženim sklonostima ka aktivnostima i interaktivnostima. Vrlo je redak slučaj da deca od rođenja nemaju navedene sklonosti, i tada je njihov psihofizički razvoj u znatnoj meri otežan. Od preoperativne faze (predškolsko doba), u kojoj dete uči i razvija se manipulišući stvarima i u interakciji sa odraslima, ono igrom znatno brže i kvalitetnije napreduje.

I pored svih individualnih razlika, deca u svojim aktivnostima žele slobodu, a usmeravanje i ograničenja tolerišu samo uz obrazloženja i dogovor. U interakciji sa starijima, zahtevaju uvažavanje, a često je korisno da stariji ističu ulogu dece u interaktivnostima. Ako im se obezbede pomenuti zahtevi, dovoljan je i minimum odgovarajućih sredstava za aktivnosti koje se mogu nazvati igrom. Postignuća koja deca ostvaruju u igri, moraju se takođe uvažavati, a često i preuveličavati. Igra je, pre svega, aktivnost ili delatnost koju karakterišu zadovoljstvo i radost, optimizacija kooperativne interakcije, sposobnost da porazi ne pomute zadovoljstvo, mogućnosti značajnog učešća u upravljanju tokom aktivnosti ili interaktivnosti, ispoljavanje kreativnosti i slično.

U tradicionalnim obrazovnim sistemima, pre polaska u školu, igra dominira dečijim aktivnostima, a u školi se naglo zahteva ozbiljan rad i red. Pošto se time marginalizuje igra, kako u školi, tako i tokom učenja u kući, menjaju se sadržaj, struktura i kvalitet života deteta. Prilagođavanje na navedeno predstavlja težak i nepotrebno dug period, a događa se da se neka deca nikada u dovoljnoj meri ne prilagode, odnosno, postaju i ostaju đaci koji imaju slab uspeh ili slabe ocene.

U savremenim obrazovnim sistemima postupa se obrnuto. Naime, ozbiljan rad i red se postepeno uključuju u svet igre deteta i postepeno preuzimaju dominaciju. U psihološko-pedagoškoj literaturi, ističu se vaspitno-obrazovne vrednosti igre, posebno *motivacija* za učenje, a prvenstveno za mlađe razrede osnovne škole. U metodici nastave matematike ona se prihvata kao poželjna u osnovnom obrazovanju, ali se nigde posebno ne ističe, kao što se ističu oblici i metode rada.

Interesovanje i motivacija učenika za učenje matematike od izuzetnog su značaja za osnovno matematičko obrazovanje. Igra, kao motivacioni faktor, zasnovana samo na ciljevima i zadacima nastave matematike, ograničena je i nedovoljna. To proističe iz specifičnosti nastave matematike, koju čine usvajanja znanja i umenja, apstraktnosti prilagođene mogućnostima učenika, ali ne i njihovim interesovanjima. Matematičko obrazovanje dominantno utiče na razvoj kognitivnih, a u znatno manjoj meri, konativnih, motoričkih i drugih sposobnosti učenika.

Pomenuti problemi mogu biti prevaziđeni *povezivanjem i integrisanjem* nastave, jednom od najnovijih strategija učenja. Integrisanjem nastavnih sadržina matematike sa sadržinama ostalih nastavnih predmeta, na neki način se pozajmljuju motivi za učenje. U tom slučaju i igre mogu biti usklađene sa kombinovanim ciljevima i zadacima, što povećava mogućnosti njene primene. Podrazumeva se da se interesovanje za učenje matematike povećava strategijama interaktivne i kooperativne nastave, didaktičkim sistemima i metodima, odgovarajućim oblicima i nastavnim sredstvima.

I pored jasno određenih karakteristika nastave matematike, teško je precizno odrediti koje se vrste igara koriste isključivo u nastavi matematike. Za primer možemo posmatrati tradicionalne igre „vije” i „žmurke”. Igra „vije” sama po sebi nema nikakve karakteristike za upotrebu u nastavi matematike, a igra „žmurke” delimično ima, jer razvija snalaženje u prostoru.

Međutim, i u jednoj i u drugoj igri onaj koji će da vija ili žmuri određuje se takozvanim brojalicama, odnosno, preslikavanjem reči neke pesmice na potencijalne učesnike, a onaj na koga se preslika poslednja reč vija ili žmuri. Taj deo igre se već može nazvati igrom za nastavu matematike. Slično je i sa ostalim igrama u kojima se razbrojavanjem učesnicima dele uloge. Kao primere igara pogodnih za učenje matematike i razvoj kognitivnih sposobnosti, navodimo igre „čoveče, ne ljuti se”, igre sa dominama, igre sa kartama, „mice” i šah.

Tošić, R. (1999) razvija teoriju matematičke igre zasnivajući je na sledećoj definiciji: „Igra je uređena četvorka $G = (P, v_0, P_0, S)$, čije su komponente:

- P – konačan skup čiji su elementi pozicije igre,
- $v_0 \in P$ – početna pozicija igre,
- $P_0 \subseteq P$ – skup završnih pozicija igre,
- preslikavanje $S: P \rightarrow 2^P$, gde je 2^P – partitativan skup skupa P, tj. skup svih podskupova skupa P.”

Za upotrebu u nastavi matematike pogodne su samo jednostavnije matematičke igre sa strategijom kojom jedan igrač sigurno pobeđuje. Ovde navodimo dva primera takvih igara.

Prva igra:

Na tri gomile nalaze se žetoni: na prvoj 10, na drugoj 15, a na trećoj 20. Dozvoljeno je jednim potezom podeliti jednu gomilu na dve manje. Gubi igrač koji na raspolaganju nema potez. Naime, posle svakog poteza broj gomila se povećava za 1. Na početku ih je tri, na kraju 45. Dakle ukupno će biti povučena 42 poteza, a poslednji (pobednički) potez vuče drugi igrač.

Druga igra:

Deca na kartonu nacrtaju po jedan kvadrat, stranice 21 cm. Išpartaju (podele) ga flomasterom na 7 jednakih vrsta i kolona, odnosno 49 kvadratića stranice 3 cm. Po jedan od dva kvadrata treba da iseku na pomenute kvadratiće, koji služe kao žetoni. Igrači uzimaju po jedan žeton i njime pokrivaju kvadratić na kvadratu. Pobeđuje igrač koji svojim žetonom pokrije poslednji nepokriveni kvadratić. Deca treba vrlo brzo da uoče jednostavnu strategiju, odnosno da pobeđuje igrač koji je prvi na potezu. Pravilima igre može se dozvoliti da igrač na potezu ima izbor, npr. da žetonom, ili sa dva žetona pokriva jedan ili dva kvadratića. I tada je pobednik onaj igrač koji poslednjim potezom završava pokrivanje kvadrata, a igra je zanimljivija.

5.1. Didaktičke igre

Didaktičke igre su igre sa unapred postavljenim pedagoškim, odnosno, didaktičkim ciljem. Deo tih igara čine modifikovane tradicionalne igre, tako da one više utiču na razvoj određenih sposobnosti ili sticanje određenih znanja i umenja. Sve didaktičke igre treba da podstiču aktivnosti deteta, a u nastavi matematike dominantno podstiču misaone aktivnosti. Utiču i na brže upoznavanje i usvajanje nastavnih sadržina, podstiču razvoj samokontrole, podižu motivaciju za učenje i slično. Većina tih igara realizuje se po određenim pravilima, usmerenim ka određenim didaktičkim ciljevima, ali u toku igre deca, ipak, imaju slobodu izbora svojih aktivnosti.

Pravila igre su posebno bitna ako je za realizaciju potrebno učešće više učenika. Ona primoravaju decu na kooperativan pristup igri, odnosno, da je shvataju kao druženje i saradnju sa drugim učenicima. Ako je reč o igrama, koje učenicima nisu poznate, prvenstvena uloga nastavnika je da učenike sa njima podrobno upozna. Ukoliko većina učenika želi izmene u pravilima, a nastavnik proceni da to neće umanjiti didaktičku vrednost igre, pravila se mogu i menjati. Neke od didaktičkih igara nemaju posebna pravila ili su ona maksimalno fleksibilna, a igra se realizuje na osnovu dečije spretnosti, mašte, kreativnosti i sličnih osobina. Postoje različiti kriterijumi za klasifikaciju didaktičkih igara, a mi smo se opredelili za klasifikaciju pedagoga Emila Kamenova, profesora Filozofskog fakulteta, Univerziteta u Novom Sadu. On je podelio didaktičke igre na sledeće tri grupe:

- *igre uloga*,
- *igre s pravilima* i
- *konstruktruktorske igre*.

Igre uloga predstavljaju, na neki način, mini teatar. Tokom igre deca najčešće glume ljude ili životinje. U ovim igrama komunikacija učenika je fleksibilno režirana, što ograničava slobodu učesnika. Navedeno ograničenje kompenzuje se motivima identifikacije, afirmacije i slično. Najčešće se upotrebljava u prvom i drugom razredu za razvoj govornih sposobnosti dece, a takođe je primenjiva i u nastavi matematike.

Za ilustraciju navodimo dva primera igara pogodnih za nastavu matematike.

Igra *rode i žabe*, koja pomaže razvoju pojmova unutrašnjosti i spoljašnjosti (unutar, izvan, na zatvorenoj liniji čija unutrašnjost označava baru).

Igra *trgovaca i kupaca,* u kojoj se deca upoznaju sa novcem, ali uvežbavaju i primenu računskih operacija.

Za primenu didaktičkih *igara sa pravilima,* koriste se igračke koje predstavljaju različiti didaktički materijal, a izrađuje ih veliki broj proizvođača. Takve igračke su relativno jeftine i mnogima dostupne, a uz njih se najčešće dobijaju i detaljna uputstva (pravila) za realizaciju jedne ili više igara. Veliki broj takvih igračaka pogodne su za razvoj matematičkog mišljenja, a neke doprinose i efikasnijem učenju matematičkih sadržina.

Primenom igre sa pravilima razvijaju se prvenstveno motoričke i kognitivne sposobnosti učenika, kao što su spretnost, brzina, kombinatorno mišljenje, primena misaonih postupaka i rešavanje problema. U izboru učesnika igre, nužna je podjednaka razvijenost navedenih sposobnosti. Naime, nedopustivo je da pojedini učenici previše često postižu slabe rezultate, a da drugi stalno pobeđuju. Ukoliko je taj uslov zadovoljen, takve igre motivišu učenike i razvijaju njihov takmičarski duh u pozitivnom smislu.

Konstruktorske igre podrazumevaju angažovanje i razvijanje spretnosti u primeni motoričkih aktivnosti, primenu mašte, kombinatornih sposobnosti, stvaralaštva i slično. Obično su u upotrebi konkretni didaktički materijali sa višestrukim mogućnostima oblikovanja ili konstruisanja. U igri oblikovanjem ili konstruisanjem može da se formira neki predmet koji služi kao konačan cilj igre, ili za dalju upotrebu u igri. U svakom slučaju, ishod igre kod učenika ili grupe izaziva zadovoljstvo, kao i druge pozitivne efekte.

5.2. Modeli igara za mlađe razrede osnovne škole

Prema Petrović – Pinter (2006) u nastavi matematike za mlađe razrede osnovne škole moguće je povezati igru sa savremenom obradom skoro svih nastavnih sadržina. Opisaćemo samo odabrane modele takvih igara.

Matematički loto.

Ova igra može se primeniti prilikom uvežbavanja operacija sabiranja i oduzimanja brojeva. Za igru je potrebna jedna ploča pravougaonog oblika sa „pokrivaljkama”. Ploča je podeljena na kvadratiće, a na njima su zapisani brojevi koji se mogu i ponavljati. Na pokrivaljkama su znacima „+” ili „–” označene operacije sabiranja ili oduzimanja. Sabiranjem i oduzimanje brojeva u svakom redu (vrsti ili koloni) treba da se dobije rezultat, napisan na kraju reda. Da bi se dobila tačna jednakost neophodno je pokriti određene brojeve u redu i umesto njih uvesti operacije sabiranja i oduzimanja sa preostalim brojevima. Različitim kombinacijama pokrivanja brojeva u istom redu moguće je dobiti tačnu jednakost.

Igra brojeva.

Ovom igrom razvijaju se motoričke sposobnosti, spretnost i razlikovanje zapisa brojeva, kao i podela brojeva na parne i neparne. Realizuje se tako što se nacrta mreža u obliku pravougaonika koja se sastoji od dva reda kvadrata. Kvadrati se u svakom redu obeležavaju brojevima, npr. od jedan do dvanaest. U zavisnosti od veličine kvadrata učenici mogu da skaču po njima na parne ili neparne brojeve, u istom redu ili iz reda u red, odnosno „cik-cak” skakanjem, u oba smera. Igra se može realizovati i po više ispresecanih pravougaonika sa drugim pravilima, na primer, po igri poznatoj pod nazivom „školica”.

Igre elemenata matematičke logike i skupova.

Ove igre pospešuju formiranje pojmova logičkih operacija, pojma skupa, relacija i operacija sa skupovima. Pri formiranju skupova izdvajaju se predmeti koji imaju neku zajedničku osobinu (npr. logički blokovi). Predmete možemo izdvojiti tako da imaju samo jednu ili više zajedničkih osobina. Pri tom, poželjno je da skupove identifikujemo „ograđivanjem" elemenata, kanapom ili na neki drugi način. U slučaju kada predmeti imaju više zajedničkih osobina, ovim igrama se formiraju pojmovi logičkih i skupovnih operacija.

Igre sa elementima kombinatorike.

Osim kombinatornog mišljenja, ove igre pospešuju i aritmetičko-logičko zaključivanje. Za ilustraciju navodimo primer, bez navođenja rešenja, za koji bi bilo poželjno da se realizuje u nastavi uz diferenciranu pomoć nastavnika.

U jednoj kutiji imamo tri bela i četiri šarena klikera. Odredi i objasni koliko najmanje klikera moraš da izvadiš, ne gledajući u kutiju, kako bi bio siguran da među njima ima:

- *belih klikera,*
- *šarenih klikera,*
- *jednakih klikera,*
- *azličitih klikera,*
- *tri ista klikera.*

Postoje i igre koje pospešuju *obradu računskih operacija.*

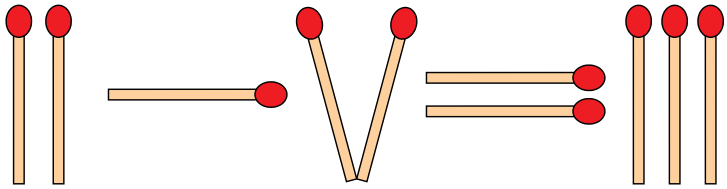
1. Učenici izračunavaju vrednosti zadatih izraza smeštenih u disjunktne oblasti formirane na jednom listu, npr. sadržane u crtežu neke kuće. Pri tom, upoznaju se sa vrednostima različitih izraza koji treba da budu obojeni istom bojom. Ako je učenik tačno izračunao sve vrednosti izraza, slika će biti obojena na adekvatan način.

2. Zadaju se pisci i naslovi po jedne od njihovih knjiga. Ispod imena pisaca nalazi se rezultat jednog od zadataka. Ako je uspeo tačno da reši sve zadatke, učenik može da upiše odgovarajući rezultat ispod naziva knjige, za svakog pisca.

3. Dati su nazivi nekoliko artikala (robe) i njihove cene. Prvi deo zadatka je da učenici povežu artikl i njegovu cenu. Drugi deo zadatka glasi: raspolažeš određenom sumom novca (zadaje se merni broj). Izaberi maksimalan broj artikala koje možeš da kupiš i izračunaj koliko bi potrošio. Podaci se mogu menjati u svim zadatim elementima.

Za *igre rimskim brojevima,* kojima se pospešuju kombinatorno mišljenje, vizuelno uočavanje i pamćenje geometrijskih oblika, navodimo sledeći primer sa rešenjem.

Premesti samo jednu šibicu, ne pomerajući druge, tako da dobiješ tačnu jednakost.



Slika br. 1 – Primer igre rimskim brojevima

Rešenje ove igre (zadatka) je da se donja šibica iz postojećeg znaka jednakosti premesti iznad šibice koja označava oduzimanje, na levoj strani.

Od *igara kombinatorne geometrije navodimo* sledeći primer, bez navođenja rešenja.

Ako je u jednoj ravni zadato pet tačaka, koliko se pravih linija ili duži može tim tačkama nacrtati ili odrediti, pod uslovom:

- da četiri tačke pripada istoj duži,
- da tri tačke pripada istoj duži,
- nijedan podskup od tri tačke ne pripada istoj pravoj.

Od *igara brojevima i slovima* koja zahtevaju kombinatorno mišljenje, navodimo sledeća dva primera.

1. primer

Zadate su cifre 0, 2, 3 i 5.

Koliko se dvocifrenih, trocifrenih i četvorocifrenih brojeva može napisati pomoću tih cifara?

2. primer

Zadata su slova ***a***, ***i***, ***m***, ***p*** i ***s***.

Napiši bar pet reči sa nekim značenjem u kojima učestvuju samo ta slova, bez obzira na broj slova i njihovog ponavljanja.

Sa istim uslovima, napiši bar tri imena (može i iz drugih naroda).

Od igara kojima se propedevtički razvijaju pojmovi *verovatnoće i statistike,* navodimo primer (poželjno je da se primeni pri kraju četvrtog razreda), čiju ćemo primenu detaljno opisati.

Koristimo kocku za igru čije su strane numerisane udubljenjima (kružićima), kojima se simbolično označavaju brojevi od jedan do šest.

U prvom delu igre učenici propedevtički formiraju pojam matematičke verovatnoće na konkretnom primeru. Naime, učenici heuristički zaključuju da je verovatnoća zaustavljanja bačene kocke jednaka za sve strane. Pošto ima šest strana, matematička verovatnoća da se kocka zaustavi na određenoj strani je jednaka odnosu jedan prema šest, što se može označiti razlomkom $\frac{1}{6}$. U ovom zaključivanju poželjna je diferencirana pomoć nastavnika.

U drugom delu igra se realizuje radom u malim grupama. Na jednom listu hartije učenici nacrtaju tabelu od šest kolona obeleženih brojevima od 1 do 6. Zatim bacaju kocku (kocke), a svoje rezultate zapisuju horizontalnom crtom u odgovarajućoj koloni. Pri tome, svaka peta crta povezuje četiri horizontalne, slično označavanju u igri karata pod nazivom „tablanet". Kada učenici u grupama završe bacanje kocke i svaka grupa popuni svoju tabelu, sabiraju crte u svakoj koloni. Na kraju nastavnik, u sličnoj tabeli, na tabli upisuje rezultate svake grupe. Brojeve u kolonama zapisane na table, zajednički sabiraju, a zbirove upoređuju.

Može se očekivati da se zbirovi (ukupna apsolutna frekvencija za zaustavljanje na svakoj strani kocke) „malo" razlikuju. Na osnovu izvršenog eksperimenta primenom ove igre, uz diferenciranu pomoć nastavnika, može se kod učenika propedevtički formirati i pojam statističke verovatnoće. Podrazumevamo da se pri tom ne može koristiti pojam granične vrednosti niza koji je neophodan u određivanju statističke verovatnoće. Pojam relativne frekvencije možemo propedevtički uvesti opisnim određenjem: relativna frekvencija predstavlja odnos broja dešavanja nekog od mogućih događaja (u primeru, zaustavljanje kocke na određenoj strani) i ukupnog broja ponavljanja (u primeru, bacanja kocke).

Za ovu igru predlažemo sledeću diferenciranu pomoć nastavnika.

Prva pomoć nastavnika: odnos svakog broja zaustavljanja kocke na nekoj strani (ukupan zbir u koloni) sa ukupnim brojem bacanja kocke (zbir svih zbirova u kolonama) ne znamo izračunati, ali ih možemo zapisati i upoređivati, jer čine razlomke sa istim imeniocem. Zapiši sve te razlomke u nizu po kolonama.

Pretpostavimo da su zbirovi u kolonama (zapisani na tabli i u sveskama):

51, 48, 50, 51, 53, 49.

Tada povratna informacija glasi: zbir brojeva je 302, a niz razlomaka je

$$\frac{51}{302}, \frac{48}{302}, \frac{50}{302}, \frac{51}{302}, \frac{53}{302}, \frac{49}{302}.$$

Druga pomoć nastavnika: svaki taj razlomak predstavlja odnos broja realizovanih događaja i ukupnog broja ponavljanja. U našoj igri to je odnos ukupnog broja zaustavljanja kocke na određenoj strani i ukupnog broja bacanja kocke. Napiši te odnose ili razlomke u nizu prema veličini, sa odgovarajućim ponavljanjem jednakih.

Povratna informacija: $\frac{48}{302}, \frac{49}{302}, \frac{50}{302}, \frac{51}{302}, \frac{51}{302}, \frac{53}{302}.$

Treća pomoć nastavnika: u prvom delu igre smo zaključili da je matematička verovatnoća zaustavljanja kocke na nekoj strani jednaka odnosu jedan prema šest ili $\frac{1}{6}$. Zamislite da igru bacanja kocke produžavamo sve više i više, odnosno, bez završetka. Da li bi se tada verovatnoće zaustavljanja bacane kocke na određenoj strani sve više približavala matematičkoj verovatnoći, koja je jednaka razlomku $\frac{1}{6}$?

Povratna informacija: Možemo pretpostaviti da bi se to dešavalo. Ta pretpostavka je zasnovana na nauci koja se naziva statistika, a verovatnoća bi se nazivala statistička verovatnoća.

Za ilustraciju primene metoda *matematičkog modelovanja* u igri, navešćemo primere za primenu metoda inverzije, lažne pretpostavke i magičnog kvadrata. Za početnu primenu metoda inverzije, poželjno je da se igra primenjuje u nastavi, radom u parovima.

Za početnu primenu *metoda inverzije* deca treba da donesu jednu kutiju sa kamenčićima (40-50 kamenčića). Igra se može zasnivati na rešavanju sledećeg problemskog zadatka, koji ovde navodimo uz predlog diferencirane pomoći nastavnika.

Zamislite da u kutiji imate određen broj kamenčića. Izvadili ste polovinu kamenčića iz kutije, zatim ste izvadili još 3, a na kraju vratili u kutiju 12 kamenčića. Ako vam je van kutije ostalo još 10 kamenčića, koliko ih je bilo u kutiji?

Prva pomoć nastavnika: Zadatak rešavajte primenjujući podatke redom unazad, počevši od poslednjeg. Pošto vam je na kraju ostalo 10 kamenčića, uzmite ih toliko iz kutije.

Druga pomoć nastavnika: Pošto ste poslednjom radnjom vratili u kutiju 12 kamenčića, šta sada treba da uradite?

Povratna informacija*:* Treba da uradite obrnuto: uzmite iz kutije 12 kamenčića i imaćete 22 kamenčića (10 + 12 = 22).

Treća pomoć nastavnika: Pošto ste prethodno izvadili tri kamenčića, šta sada treba da uradite?

Povratna informacija*:* Treba da uradite obrnuto, vratite u kutiju tri kamenčića i ostaće vam 19 kamenčića (22 – 3 = 19).

Četvrta pomoć nastavnika: Pošto ste prethodno izvadili polovinu, koliko još u kutiji treba da bude kamenčića?

Povratna informacija*:* U kutiji treba da bude takođe 19 kamenčića (polovine su jednake).

Peta pomoć nastavnika: Koliko je ukupno kamenčića trebalo da bude u kutiji?

Povratna informacija: Ukupno je trebalo da bude 38 kamenčića (19 + 19 = 38).

Pomoć nastavnika za proveru tačnosti: Pošto ste iz kutije izvadili polovinu od ukupnog broja kamenčića, a njihov broj je 19, vratite ih u kutiju pa bi u kutiji trebalo da bude onoliko koliko ste ih zamislili. Pošto je u kutiji stvarno bilo više kamenčića (40-50), višak izvadite van kutije. Počnite zatim da primenjujete zadatkom predviđene radnje, počevši od 38 kamenčića u kutiji. Na kraju proverite koliko će kamenčića biti u kutiji, a koliko van nje.

Povratna informacija: U kutiji će ostati 28
(38 – 19 – 3 + 12 = 28), a van kutije 10 kamenčića (38 – 28 = 10).

Primeri za dodatnu primenu metode inverzije u igri mogu se naći u zbirkama zadataka za dodatnu nastavu i takmičenja učenika trećeg i četvrtog razreda osnovne škole. Ovde navodimo primer iz publikacije Petrović, N. (2001).

Za svoju decu Zorana, Vladu i Đorđa, mama je pripremila kotaricu uskršnjih jaja. Posle izvesnog vremena u kotarici je mama zatekla 8 jaja, znatno manje nego što je pripremila. Deca su pojedinačno, svako za sebe, uzimala svoju trećinu. Zoran poslednji, Vlada neposredno pre njega, a Đorđe prvi. Koliko je jaja uzelo svako dete i koliko je ukupno bilo u kotarici?

Problem se najjednostavnije rešava metodom inverzije. Izračunavanja započinjemo od broja jaja koje je Zoran kao poslednji ostavio u kotarici.

Svako dete je ostavljalo dve trećine od ukupnog broja jaja zatečenog u kotarici, a uzimalo jednu trećinu. To znači da je svako dete uzimalo polovinu od broja jaja koje je ostalo u kotarici. Tok rešavanja zadatka je predstavljen tabelom koju prikazujemo.

	ostavio	uzeo	zatekao
Zoran	8	4	12
Vlada	12	6	18
Đorđe	18	9	27

Đorđe je uzeo 9 jaja, Vlada 6, a Zoran 4. U kotarici je ukupno bilo 27 jaja.

Za početnu primenu *metoda lažne pretpostavke* deca treba da donesu po 25 štapića, npr. čačkalice. Igra se može zasnivati na rešavanju sledećeg problemskog zadatka, koji ovde navodimo uz predlog diferencirane pomoći nastavnika. Pošto se igra u parovima, u tekstu ćemo spominjati dve strane klupe.

Na klupi se ukupno nalazi 35 štapića, podeljenih na skupove (snopove), sa tri ili pet štapića. Ako ukupno ima devet skupova, koliko ih ima sa tri, a koliko sa pet štapića.

Prva pomoć nastavnika: Zadatak rešavajte uz pretpostvku da su svi skupovi štapića jednakobrojni. Sada pretpostavite da su svi skupovi sa pet štapića, a kod kuće uradite zadatak uz pretpostavku da su svi skupovi sa tri štapića. Postavite sve skupove na jednu stranu klupe. Koliko ukupno imate štapića na toj strani?

Povratna informacija*:* Na toj strani klupe ima 45 štapića ($9 \cdot 5 = 45$).

Druga pomoć nastavnika. Za koliko je dobijeni broj veći od predviđenog?

Povratna informacija*:* Taj broj je veći za 10 štapića ($45 - 35 = 10$).

Treća pomoć nastavnika: Jedan skup od pet zamenite skupom od tri štapića. Za koliko će se smanjiti ukupan broj štapića?

Povratna informacija: Ukupan broj štapića će se smanjiti za dva štapića ($5 - 3 = 2$).

Četvrta pomoć nastavnika: Koliko puta je takvih zamena potrebno napraviti da bi u skupovima bilo onoliko štapića koliko se traži?

Povratna informacija: Zamenu treba da napravite pet puta ($10 : 2 = 5$).

Peta pomoć nastavnika: Kada završite zamenjivanje skupova, odredite koliko će ih biti od tri štapića, a koliko od pet?

Povratna informacija: Biće pet skupova od tri štapića i četiri od pet štapića ($9 - 5 = 4$).

Pomoć nastavnika za proveru tačnosti: Proverite na brži način.

Povratna informacija:

$5 \times 3 + 4 \times 5 = 15 + 20 = 35$.

Primeri za dodatnu primenu metoda lažne pretpostavke mogu se naći u zbirkama zadataka za dodatnu nastavu i takmičenja učenika trećeg i četvrtog razreda osnovne škole. Ovakvi primeri mogu se relativno jednostavno konstruisati, ali je neophodno pripremiti pomoć nastavnika sa povratnim informacijama. Navodimo jedan primer koji smo sami konstruisali.

U luci se nalaze čamci sa 4 i 6 sedišta. Ako ima 15 čamaca, a sedišta 74, koliko ih je sa 4, a koliko sa 6 sedišta?

Prva pomoć nastavnika: Zadatak se može rešavati metodom lažne pretpostavke. Pretpostavite da su svi čamci sa 4 sedišta. Koliko bi tada bilo sedišta u luci?

Povratna informacija:

Tada bi u luci bilo 60 sedišta ($15 \cdot 4 = 60$).

Druga pomoć nastavnika: Za koliko se pretpostavljeni broj sedišta razlikuje od stvarnog?

Povratna informacija:

Razlikuje se za 14 sedišta ($74 - 60 = 14$).

Treća pomoć nastavnika: Ako se jedan čamac sa 4 zameni čamcem sa 6 sedišta, za koliko se sedišta poveća njihov ukupan broj?

Povratna informacija:

Broj sedišta se poveća za 2 ($6 - 4 = 2$).

Četvrta pomoć nastavnika: Koliko je čamaca potrebno zameniti da bi se dobio stvaran broj sedišta?

Povratna informacija:

Treba zameniti 7 čamaca ($14 : 2 = 7$).

Peta pomoć nastavnika: Odredi broj čamaca sa 6 i broj čamaca sa 4 sedišta.

Povratna informacija: Sa 6 sedišta je bilo 7, a sa 4 sedišta 8 čamaca (15 – 7 = 8).

Navodimo i primer iz publikacije Petrović, N. (2001), koji se ne rešava metodom lažne pretpostavke, ali se koristi slična ideja grupisanja skupova u rešavanju zadatka.

Na ekskurziji je bilo 90 učenika. Devojčice su smeštene u trokrevetne, a dečaci u četvorokrevetne sobe. Ako su upotrebljene 2 trokrevetne sobe više, koliko je bilo dečaka, a koliko devojčica?

Prva pomoć nastavnika: Odredi broj devojčica u dve trokrevetne sobe.

Povratna informacija:
Broj devojčica u dve sobe je 6 (2 · 3 = 6).

Druga pomoć nastavnika: Odredi broj preostalih učenika i zamisli ih grupisane u parovima soba, jedna trokrevetna i jedna četverokrevetna. Zatim odredi broj učenika u svakom takvom paru soba.

Povratna informacija: Broj preostalih učenika je 84 (90 – 6 = 84), a broj učenika u svakom paru soba je 7 (3 + 4 = 7).

Treća pomoć nastavnika: Izračunaj ukupan broj parova soba.

Povratna informacija:
Ukupan broj parova soba je 12 (84 : 7 = 12).

Četvrta pomoć nastavnika: Izračunaj ukupan broj dečaka, a zatim ukupan broj devojčica.

Povratna informacija: Ukupan broj dečaka je 48 (12 · 4 = 48), a ukupan broj devojčica je 42 (90 – 48 = 42 ili 14 · 3 = 42).

Na kraju navodimo tri primera zadataka rešavanja takozvanih magičnih kvadrata čije rešavanje izuzetno pomaže razvoju aritmetičko-logičkog i kombinatornog mišljenja učenika. Za prvi primer dajemo početno uputstvo, za drugi samo tekst zadatka i rešenje, a za treći primer detaljno uputstvo.

Primer 1.

Kvadrat je podeljen na 9 jednakih manjih kvadrata. U kvadratiće upiši brojeve brojeve od 1 do 9, tako da zbirovi brojeva u svakom redu i u svakoj dijagonali budu jednaki.

Rešenje:

Zbir datih brojeva je 45 (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45). Ako ga podelimo sa 3 (u 3 vrste ili u 3 kolone zastupljeni su svi dati brojevi), dobićemo količnik 15, koliko je traženi zbir. Magični kvadrat se najjednostavnije popunjava ako se u središnje polje postavi broj jednak aritmetičkoj sredini zadatih brojeva, ili polovini zbira prvog i poslednjeg. U ovom slučaju to je broj 5 (45 : 9 = 5 ili (1 + 9) : 2 = 5). Ostala polja se popunjavaju prema uslovu zadataka.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Primer 2.

Brojeve 4, 6, 7, 9, 10, 11 i 12 rasporedi u nepopunjena polja kvadrata, tako da u svakom redu i u svakoj dijagonali zbir brojeva bude jednak.

	8	
		5

Rešenje zadatka:

11	4	9
6	8	10
7	12	5

Primer 3.

Prazna polja u datom kvadratu popuni parnim brojevima koji se nalaze između brojeva 1.967 i 1.983, tako da u svakom redu i u svakoj dijagonali zbirovi brojeva iznose 5.922.

Ako zameniš redom brojeve: 1.966 sa 0, 1.968 sa 2, 1.970 sa 4, ..., 1.982 sa 16, dobićeš sličan zadatak sa brojevima od 0 do 16. U tom slučaju, umesto 5.922 zbir treba da bude 24:

$$5.922 - 3 \cdot 1.966 = 24 - 3 \cdot 0 = 24$$

ili

$$0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + + 16) : 3 = 72 : 3 = 24.$$

Sada prvo treba da popuniš prazna polja u sledećem kvadratu.

	0	
12	8	

Rešenje tog zadatka:

10	0	14
12	8	4
2	16	6

Rešenje traženog zadatka:

1.976	1.966	1.980
1.978	1.974	1.970
1.968	1.982	1.972

Napomena: traženo rešenje dobio si zamenom odgovarajućih brojeva.

II METODIČKI PRISTUP INTERAKTIVNOJ NASTAVI/UČENJU MATEMATIKE U MLAĐIM RAZREDIMA OSNOVNE ŠKOLE

1. OPŠTE NAPOMENE

Nastavnim programima Matematike u osnovnoj školi definisani su opšti ciljevi i zadaci, operativni zadaci i sadržine programa i to za svaki razred posebno. Programi nastave matematike, kao i drugih nastavnih predmeta, čine sastavni deo Zakona o osnovnoj školi. Zbog toga su metodička transformacija i osavremenjivanje nastave matematike uslovljeni navedenim elementima Programa.

Opšti ciljevi i zadaci, kao i operativni zadaci, nisu u dovoljnoj meri precizirani nastavnim programima matematike. Usvajanje programskih sadržina, razvijanje ili formiranje pojmova, sticanje znanja, umenja, veština i navika, savladavanje gradiva, upoznavanje sa osnovnim karakteristikama pojmova i pravila i osposobljavanje za primenu, neke su od odrednica kojima se opisuje način ostvarivanja navedenih ciljeva i zadataka.

Osim navedenog, sadržinama programa matematike, nazivima i sažetim objašnjenjima za obradu određene su i programske celine. Međutim, navedeni elementi programa ne preciziraju u dovoljnoj meri optimum i minimum očekivanih ishoda nastave i učenja matematike, kao i načine dolaženja do takvih ishoda. Usled toga, osnovni zadatak metodičara nastave matematike je da primenom savremene metodike i inovacijama utiču na maksimalno povećanje efikasnosti nastave matematike. To praktično znači da su ishodi nastave i učenja promenljiva veličina koja ne zavisi samo od nastavnih programa. U našem istraživanju opredelili smo se da interaktivnom nastavom matematike u mlađim razredima osnovne škole utičemo na povećanje efikasnosti učenja.

Pri ostvarivanju navedenog zadatka oslanjaćemo se na teorijske osnove opisane u prethodnom poglavlju, kao i na ranije stečena znanja i iskustva u vezi sa temom istraživanja. Odredićemo metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju svih tematskih sadržina matematike u prvom, drugom i trećem razredu osnovne škole, za svaki razred posebno. Pri tom, prvo ćemo analizirati metodičke transformacije tematskih sadržina i eventualno predlagati odgovarajuće izmene i dopune. Nakon toga, formiraćemo metodičke okvire za interaktivnu nastavu/učenje tematskih sadržina, sa posebnim uputstvima za svaku nastavnu jedinicu.

Proširivanje i produbljivanje sadržina biće praćeno racionalizacijom, kojom će se obezbediti da predviđeni fond časova i opterećenje učenika ostanu na istom nivou. Nove sadržine ćemo da uvodimo isključivo propedevtički, inkorporirajući ih u već programom predviđene teme. Pošto ćemo uglavnom predlagati one sadržine koje se primenjuju u osnovnom obrazovanju većine razvijenijih zemalja, očekujemo da rezultati našeg istraživanja utiču na njihovo brže uključivanje u proces interaktivne nastave/učenja matematike.

Kvalitet interaktivnosti nastave/učenja matematike zavisi prvenstveno od kvaliteta aktivnosti svakog pojedinca u grupi, odnosno u odeljenju. To znači da je optimalna individualizacija neophodan uslov za kvalitetnu interaktivnu nastavu i učenje. Mi smo se opredelili da taj uslov ispunimo korišćenjem prvenstveno fleksibilne diferencijacije, odnosno diferencirane pomoći nastavnika ili najboljih učenika u malim grupama. Pri tom, podrazumeva se da su nastavnici dobro upoznati sa pravilnim pružanjem diferencirane pomoći i da su osposobljeni za njeno kvalitetno kreiranje. Učenike koji u grupnom radu drugom pružaju pomoć, nastavnici moraju da obuče i uvežbaju tako da ih oni u pomenutoj ulozi kvalitetno zamenjuju.

Uvodeći u interaktivnu nastavu/učenje realno moguću individualizaciju, činimo najbitniji korak u obezbeđivanju kvaliteta njene realizacije i željenih ishoda. U skladu sa opisanim teorijskim osnovama istraživanja, drugi korak predstavlja optimalan izbor nastavnih metoda i didaktičkih sistema, kao i odgovarajuće povezivanje i integrisanje nastave.

Od opisanih nastavnih metoda, odnosno metodskih oblika, prvenstveno ćemo primenjivati razgovor, rad sa udžbenikom ili priručnikom, ilustrativno-demonstrativan metod, kao i elemente eksperimentalnog rada. Pri interaktivnom učenju jednostavnijih matematičkih pojmova i pravila uglavnom ćemo se oslanjati na mini egzemplarnu nastavu. Sistem problemske nastave činiće osnovu za učenje složenijih matematičkih pojmova, pravila i rešavanja problema.

Za jasne i precizne opise interaktivne obrade nastavnih jedinica ili odgovarajuća uputstva, neophodno je utvrđivanje okvirne strukture nastavnih časova za obradu zadataka. Mi smo se opredelili za strukturu koja sadrži sledeći opis uobičajenih faza u realizaciji časova obrade nastavnih jedinica.

Preparativna faza

Interaktivno ponavljanje predznanja učenika koja su u neposrednoj vezi sa obradom sadržina za operativnu fazu.

Operativna faza

a) Interaktivna obrada jednostavnijih pojmova i pravila

1. Nastavnik *određuje egzemplar* (primer ili skup primera), usklađen sa udžbenikom.

2. Učenici misaonim aktivnostima (posmatranjem, poređenjem sa elementima analize i sinteze) *uočavaju* bitne elemente za formiranje pojma ili usvajanje (shvatanje i utvrđivanje tačnosti) pravila.

3. Učenici *analiziraju* tekstove koji određuju *pojam* ili *pravilo*. Time vrše *uopštavanje* koje zahteva primenu misaonih postupaka apstrakcije i generalizacije.

4. Obradom novih primera učenici *potvrđuju, proširuju i objedinjuju* stečena znanja.

U našem pristupu (mini primena egzemplarne nastave) izrada novih primera predstavlja potvrđivanje, objedinjavanje i proširivanje tekstualnog određenja pojma ili usvajanja pravila. Time se dodatno, analogijom, angažuju misaone aktivnosti učenika, odnosno optimizuju, dok se nepotpuna indukcija primenjuje smanjenim brojem primera, a zadržava ulogu značajnog oblika zaključivanja.

b) Interaktivnu obrada složenijih pravila i problemskih zadataka

1. Nastavnik određuje problemsku situaciju, najčešće postojećim uvodnim primerom iz udžbenika ili njegovom tekstualnom dopunom, a problem definiše uz učešće nadarenih učenika.

2. Učenici uz diferenciranu pomoć nastavnika (najčešće indirektna pomoć) funkcionalno postavljenim pitanjima sa povratnom informacijom, dekomponuju i rešavaju problem.

3. Na osnovu rešenja problema učenici formulišu ili analiziraju zapisano pravilo, a ako je u udžbeniku predviđeno, tekst pravila dopunjavaju rečima.

4. Obradom novih primera potvrđujemo, proširujemo i objedinjujemo usvajanje složenijih pravila ili načine rešavanja analognih problema.

Verifikativna faza

Verifikativni rezime usmeravamo na obradu egzemplara (rešavanja problema) i deo urađenih primera (1-2) za potvrđivanje, proširivanje i objedinjavanje. Zatim sledi zadavanje domaćeg rada.

U pripremi obrade nastavne jedinice za interaktivnu nastavu/učenje, uzimaju se u obzir i najpogodniji oblici rada za realizaciju obrade sa optimalnim ishodima. U toku jednog časa, najracionalnije je kombinovanje frontalnog oblika rada sa radom u parovima. Ako je bitna primena šire interakcije u malim grupama, poželjno je da se o tome obaveste učenici na prethodnom času, prvenstveno zbog rasporeda učenika u klupama. Pri tom, uzimamo u obzir i mogućnost korišćenja odgovarajućih nastavnih sredstava.

Udžbenik je u interaktivnoj nastavi/učenju matematike osnovno nastavno sredstvo. Usled toga ga koristimo u pripremanju i realizaciji obrade većine nastavnih jedinica. Nastavni listići i obrazovni računarski softver (ORS) sačinjavaju se tek nakon završene kompletne pripreme za interaktivnu obradu i realizaciju časa. Kvalitetan ORS, koji je u funkciji efikasnije obrade nastavne jedinice, uglavnom preporučujemo za učenje u okviru domaćeg rada učenika, samostalno ili u grupi.

Vizuelna, auditivna i audio-vizuelna nastavna sredstva često pomažu povećanju interaktivnosti u nastavi matematike, ali njihova upotreba zavisi i od opštih uslova za rad u školi. Lična nastavna sredstva, koja učenici poseduju, ili ih mogu, uz pomoć roditelja, sami sačiniti, koristimo u skladu sa operativnim zadacima nastavne jedinice.

Uloga igre u interaktivnoj nastavi/učenju matematike podrobno je opisana u teorijskim osnovama istraživanja. Podrazumeva se da izbor konkretnih igara, ili režiranje novih, zavisi prvenstveno od operativnih zadataka nastavne jedinice. Međutim, moramo imati u vidu da na časovima matematike u mlađim razredima osnovne škole, pa i kada formalno nije uključena ni jedna konkretna igra, čas, ipak, mora sadržavati karakteristike igre. Jedan od najtežih zadataka u pripremi časa interaktivne nastave matematike jeste određivanje onih aktivnosti koje će optimalno omogućiti da čas dobije karakteristike igre.

Kako je u interaktivnoj obradi praktično svake nastavne jedinice prisutna fleksibilna diferencijacija, tražimo u okviru nje prvenstveno prethodno opisane aktivnosti. U vremenskom intervalu između pružanja pomoći i povratne informacije, postoji prostor za unošenje elemenata igre. Na primer, takmičenje u brzini i preciznosti formulisanja povratne informacije, šaljive dopunske instrukcije nastavnika i slično. U svakom slučaju, o izboru i učešću igre nastavnik odlučuje pri kraju pripreme za obradu nastavne jedinice, ali sa njenim prioritetnim značajem.

Zakonom o Osnovnoj školi u nastavi Matematike, za svaki razred, predviđeni su operativni zadaci i sadržaji programa. Opis metodičkog pristupa interaktivnoj nastavi/učenju matematike započinjaćemo navođenjem operativnih zadataka i tematskih sadržina, sa okvirno predviđenim brojem časova.

Na osnovu zadatih tematskih sadržina i predloga okvirnog broja časova po temama, globalnim planom rada za nastavu matematike određuju se nastavne jedinice sa brojem časova za obradu, kao i ostali tipovi časova. Mi smo se opredelili za globalne planove koji su primenjeni u udžbenicima Matematike za prvi, drugi, treći i četvrti razred, autora Svetlane Joksimović, izdavačke kuće Eduka Beograd (izdanja za 1. razred 2008. godine, a za ostale razrede 2009. godine.).

U određivanju metodičkih pristupa interaktivnoj nastavi/učenju i sadržinama predviđenih tema, respektovaćemo nazive i raspored nastavnih jedinica u odgovarajućem udžbeniku. Za potpuno praćenje naših predloga za interaktivnu obradu nastavnih jedinica, čitaocu je neophodan uvid u udžbenik, jer ćemo ga koristiti kao osnovno nastavno sredstvo. Za četvrti razred ćemo proširiti opis metodičkog pristupa tako da čini posebnu metodiku rada. Opisom te metodike biće određen rad eksperimentalne grupe u okviru ekperimentalnog dela istraživanja.

2. METODIČKI PRISTUP INTERAKTIVNOJ NASTAVI/UČENJU MATEMATIKE U PRVOM RAZREDU

U skladu sa operativnim zadacima učenici treba:

- da prepoznaju, razlikuju i ispravno imenuju oblike predmeta, površi i linija;
- da posmatranjem i crtanjem upoznaju tačku i duž i stiču umešnost u rukovanju lenjirom;

- da na jednostavnijim, konkretnim primerima iz svoje okoline uočavaju odnose među predmetima po obliku, boji i veličini;
- da uspešno određuju položaj predmeta prema sebi i predmeta prema predmetu;
- da uočavaju razne primere skupova, pripadanje elemenata skupu i koriste reč „skup" i „element", usvajajući značenje vezivanjem za primere iz prirodnog okruženja deteta;
- uče da broje, čitaju, zapisuju i upoređuju brojeve do 100, kao i da ispravno upotrebljavaju znake jednakosti i nejednakosti;
- da savladavaju sabiranje i oduzimanje do 100 (bez prelaza preko desetice), shvataju postupke na kojima se zasnivaju ove operacije, usvajaju pojam nule i uočavaju njeno svojstvo u sabiranju i oduzimanju, upoznaju termine i znake sabiranja i oduzimanja;
- da uče pravilnu upotrebu izraza „za toliko veći" i „za toliko manji";
- da upoznaju (na primerima) komutativnost i asocijativnost sabiranja (bez upotrebe ovih naziva);
- da savladavaju tablicu sabiranja i do nivoa automatizacije usvajaju tehniku usmenog sabiranja jednocifrenih brojeva i odgovarajuće slučajeve oduzimanja;
- da određuju nepoznat broj u odgovarajućim jednakostima isključivo putem „pogađanja";
- da uspešno rešavaju tekstualne zadatke (s jednom i dve operacije) u okviru sabiranja i oduzimanja do 100 (pomoću sastavljanja izraza, i obratno, da na osnovu datog izraza sastavljaju odgovarajuće zadatke);
- da upoznaju metar, dinar i paru.

Tematske sadržine:

1. Predmeti u prostoru i odnosi među njima (4 + 6).
2. Linije i oblasti (5 + 9).
3. Klasifikacija predmeta po svojstvima (2 + 4).
4. Prirodni brojevi do 100. Desetica, brojevi 11 - 20, brojevi 21 - 100 (57 + 87).
5. Merenje i mere (2 + 4).

2.1. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržine teme – *Predmeti u prostoru i odnosi među njima*

Ljudi u realnom prostoru često ispruženom rukom ili kažiprstom ruke pokazuju neki predmet. Time su određeni pravac i smer u prostoru, od ruke ka predmetu. Podrazumeva se da je na taj način određen i drugi, odnosno, suprotan smer na tom pravcu.

Položaj tačaka ili figura u prostoru precizno se određuje Dekartovim pravouglim prostornim koordinatnim sistemom, uređenom trojkom koordinata za svaku tačku. Koordinatni sistem sadrži tri prave (koordinatne ose) koje se seku pod pravim uglovima u istoj tački (koordinatni početak). S obzirom da koordinatni početak može biti bilo koja tačka, kao i prave sa opisanim uslovom ortogonalnosti, položaj tačaka ili figura zavisi od izbora koordinatnog sistema.

U realnom prostoru, svaki pojedinac može približno da odredi svoj koordinatni sistem na način koji opisujemo. Ako pojedinac stoji uspravno sa potpuno raširenim i ispravljenim rukama, na taj način približno određuje dva pravca (koordinatne ose), visinu i širinu. Treći pravac (dužinu) određuje tako što jednu od raširenih ruku postavi u položaj normalno na drugu (pruži je ispred sebe). Koordinantni početak bi trebalo da se nalazi u oblasti sredine njegovih grudi, tačnije na približno jednakoj udaljenosti od ramenih zglobova.

Pojedinac se, u svom ili nekom drugom koordinantnom sistemu, obično naziva posmatrač. U odnosu na koordinantni sistem, on može da posmatra razne predmete sa različitih mesta. U realnom prostoru, svaki predmet zauzima deo prostora i ima neki oblik, veličinu i položaj. Ako je reč o konkretnim predmetima, oni sadrže i druge osobine, na primer, materijal od kojeg su sačinjeni, boju, masu i slično, koje ćemo apstrahovati.

Navedeni elementi metodičke transformacije za interaktivnu obradu ove teme mogu se uspešno primeniti u prvom razredu. Naime, pojmovi u okviru teme propedevtički su obrađeni u obaveznom vaspitno obrazovnom radu sa decom predškolskog doba. To znači da ćemo primenom opisane metodičke transformacije produbiti i precizirati pojmove u okviru teme. U interaktivnoj nastavi/učenju tematskih sadržina, egzemplare za obradu nastavnih jedinica formiraćemo na osnovu učioničkog prostora sa svim objektima i subjektima u njemu. Takođe, koristićemo povezivanje i integrisanje teme sa odgovarajućim sadržinama nastavnog predmeta Svet oko nas. Samo na osnovu slika učenici bi morali da iz dvodimenzionalnih percepcija stvaraju trodimenzionalne predstave, što je za njih teško izvodljivo.

Uvodni čas, iako nije predviđen programom za obradu teme, opisujemo u obliku pripreme jer ga smatramo izuzetno značajnim.

Preparativna faza

Interaktivno ponavljanje relevantnih znanja koje su učenici usvojili u predškolskom dobu, realizujemo pitanjima koja su zasnovana na očekivanim iskustvima svih učenika. *Da li je kapija dvorišta ispred ili iza kuće?, Da li su sve slike u tvojoj sobi iznad ili ispod kreveta?, Da li se sa prizemlja na sprat krećeš stepenicama nagore ili nadole?, Da li je fudbalski stadion veći od plivačkog bazena?,* i slično.

Operativna faza

Postavljanje i definisanje egzemplara određuje nastavnik interaktivnim dijalogom sa učenicima.

Šta je zajedničko vašim mestima u učionici? (Svi sedite u klupama,okrenuti ste prema tabi i gledate u mene.) *Po čemu se vaša mesta razlikuju?* (Sedite u različitim klupama, jedan pored drugog.) *Kakav je raspored klupa u učionici?* (Klupe su raspoređene u redovima.) U daljem toku časa, nastavnik heuristički vodi učenike ka sledećim zaključcima: Ja sedim za katedrom, a njen položaj je paralelan sa vašim klupama. Sa mog mesta mogu da vidim i vas i zid iza vas.

Interaktivnu obradu egzemplara i ostalih predviđenih nastavnih sadržina započinjemo u stojećem položaju učenika između svojih stolica i klupa, a nastavnik pri tom stoji ispred katedre. Interaktivnim dijalogom, svi prvo zaključuju da njihova tela imaju jednak *pravac*, uspravno u odnosu na pod učionice, a zatim da se taj pravac naziva *visina*. Ako na tom pravcu posmatraju *smer* od stopala ka glavi, onda zaključuju da je taj smer najpogodnije nazvati: *odozdo nagore*, a da je on jednak za sve. Slično određuju naziv za suprotan smer, *odozgo nadole*. Pri tome zapažaju da se na pravcu visine određuje i odnos *visina predmeta* (*viši, niži ili jednak*).

Nakon određenja pojma visine, svi nastavljaju aktivnosti u istom položaju, a naredna aktivnost nastavnika i učenika je potpuno širenje i ispravljanje ruku. Zatim uočavaju da njihove ruke određuju jednak pravac da se on sada naziva *širina*. Ako na tom pravcu posmatraju smer od prstiju leve ruke ka prstima desne ruke, onda zaključuju da je taj smer najpogodnije nazvati*: sleva nadesno*. Dalje, zapažaju da je taj smer jednak za sve učenike, a suprotan za nastavnika, odnosno: *zdesna nalevo*. Takođe zapažaju da se na tom pravcu određuje odnos *širina predmeta* (*širi, uži ili jednak*).

Nakon određenja pojma širine, levu ruku ostavljaju u položaju pravca širine, a desnu ruku postavljaju ispravljenu u visini ramena, ispred sebe. Zatim zaključuju da tom rukom svi određuju jednak pravac i da se on naziva *dužina*. Ako na tom pravcu posmatraju smer od ramenog zgloba ruke prema prstima, onda zaključuju da je taj smer najpogodnije nazvati: *od sebe napred*. Dalje, zapažaju da je taj smer jednak za sve učenike, a za nastavnika, odnosno: *od sebe nazad*. Takođe zapažaju da se na tom pravcu određuje odnos *dužina predmeta* (*duži, kraći ili jednak*).

Opisane aktivnosti sadrže osobine igre koje se mogu nazvati *igramo se saobraćajaca*. Nakon toga, učenici rešavaju zadatke kojima produbljuju usvojene pojmove u vezi sa visinom, širinom i dužinom.

1. U učionici odredite:

a) najviši predmet,

b) najširi predmet,

c) najduži predmet.

Napomena: uzimaju se u obzir i predmeti na zidovima učionice.

2. *Kako dva učenika moraju biti raspoređena da bi ostali mogli sa sigurnošću uporediti njehove visine, širine i dužine?*

3. *Odredite redosled po veličini, od najmanje do najveće, visinu, širinu i dužinu:*

a) vaših klupa,

b) školske table.

Kompletiranje, objedinjavanje, apstrakciju i generalizaciju realizujemo na osnovu sledećih aktivnosti učenika i pitanja nastavnika.

Svi učenici stoje pored svojih klupa, a nastavnik pored katedre, okrenuti prema prozorima. Pri tom ponavljaju ranije opisane aktivnosti, nazvane igrom saobraćajaca. Na osnovu izvedenih aktivnosti određuju pravac i smerove za visinu, širinu i dužinu, koji su tada jednaki za sve učenike, kao i za nastavnika.

Nakon toga, nastavnik zadaje nekoliko parova predmeta koje učenici upoređuju po veličini. Zadati parovi predmeta moraju biti dovoljno različiti po veličini dela prostora koji zauzimaju, odnoso zapremaju. U obliku diferencirane pomoći, nastavnik opisuje kriterijum procene veličine predmeta na osnovu veličine dela prostora koji on zaprema. Tačnije rečeno, nastavnik upućuje učenike na pažljivo posmatranje predmeta, u više etapa. Za predmete kojima učenik može menjati položaj u prostoru, posmatranje predmeta u jednom položaju čini jednu etapu. Za predmete koje učenik ne može da pomera, etapu čini posmatranje učenika sa određenog položaja.

Verifikativna faza

Verifikativni rezime se sastoji u interaktivnom ponavljanju načina određivanja pravaca visine, širine i dužine, sa akcentom na relativnost tog procesa i ulogu pojedinca u njemu. Na primerima parova predmeta, koji se neznatno razlikuju po veličini, učenici uviđaju da ih procenom odoka ne mogu precizno uporediti.

Za domaći rad nastavnik zadaje sledeće zadatke:

1. U stojećem položaju uz kuhinjski sto, orman i ogledalo, odredi uobičajene pravce sa smerovima na tim predmetima, zatim uporedi njihove visine, širine i dužine.

2. Stojeći pored stabla nekog drveta, odredi pravce sa smerovima na njemu, u odnosu na tvoj položaj. Uporedi visine i debljine stabala bar jednog para drveća.

Nastavne jedinice koje se odnose na *relacije među predmetima u prostoru*, zasnivamo na usvojenim pojmovima visine, širine i dužine. Egzemplari za interaktivnu obradu relacija *gore i dole* sadrže parove predmeta koji su na različitim visinama u odnosu na tlo. Pri tom se podrazumeva da je jednak pravac visine za sve parove predmeta. To važi i za interaktivnu obradu relacija *iznad i ispod*, ali pravci visina po parovima predmeta su isti, ili se približno poklapaju.

Za interaktivnu obradu relacija *nagore, nadole, uz i niz*, egzemplar čine parovi predmeta, od kojih se jedan kreće (najčešće živo biće), a jedan je statičan (zgrada, brdo, drvo, zid i slično). Pri tom, prvi predmet ili subjekat, menja položaj samo po visini, ili po visini i dužini. Drugi statičan predmet, ili objekat po kome se kreće subjekat, postavljen je uspravno ili koso prema ravnom tlu. Najpogodniji primer za relaciju *nagore* ili *nadole*, kojom subjekat kretanjem menja položaj samo po visini, čini kretanje lifta u odnosu na višespratnicu. Pri tom, imamo u vidu da je relacija *uz* često određena karakteristikom bliskosti predmeta ili živih bića. Ako se pri kretanju subjekta visina povećava, onda je on sa objektom u relaciji *nagore* ili *uz (uzbrdo)*, a ako se visina smanjuje, onda je u relaciji *nadole* ili *niz (nizbrdo)*.

Relaciju *levo ili desno* određujemo na osnovu pravca širine, a ona ima smisla za predmete ili živa bića, samo ukoliko se svi nalaze na istom pravcu širine. Potpuno analogno određujemo i relaciju *ispred i iza*, ali u odnosu na pravac dužine.

Relacija *između* određena je za svaka tri predmeta, koji se nalaze na približno istom pravcu realnog prostora. Pri tom, pravac i relacija ne zavise od pojedinca i njegovog koordinatnog sistema. Rečenica kojom određujemo relaciju *između*, formulisana je na sledeći način. *Od tri predmeta na približno istom pravcu, između je onaj predmet u odnosu na koga se sa obe strane (smerovi), nalazi po jedan od ostala dva premeta.*

Opisana metodička transformacija je izvedena na osnovu aksioma rasporeda u Hilbertovom sistemu aksioma geometrije, a čini osnov izbora egzemplara i njegove interaktivne obrade za svaku relaciju među predmetima. Egzemplar čine primeri iz delova realnog prostora, prvenstveno učionice, školske zgrade i školskog dvorišta. Ostale etape interaktivne obrade odgovarajućih nastavnih jedinica mogu se izvoditi i u drugim delovima realnog prostora, ili na osnovu primera iz udžbeničkog kompleta.

U obradi nastavne jedinice *Predmeti oblika kruga, pravougaonika i kvadrata*, metodička tranformacija korišćena u udžbeniku protivrečna je matematičkim osnovama. Naime, ranije smo definisali predmet kao objekat koji zauzima ili zaprema deo realnog trodimezionalnog prostora. U realnom trodimenzionalnom prostoru, međutim, ne postoje jednodimenzionalni ili dvodimenzionalni podprostori, nego samo njihovi približni modeli. Čak i list hartije je predmet, a nije model pravougaonog oblika, već su to dve njegove strane. Iako spada u predmete oblika kvadra, list hartije nije pogodan model za obradu kvadra, jer mu je jedna dimenzija (u horizontalnom položaju visina) suviše mala, odnosno praktično neuočljiva.

Uzimajući u obzir prethodno opisano, neophodna je izmena naslova nastavne jedinice tako da on glasi: „Predmeti na kojima postoje oblici kruga, pravougaonika i kvadrata". Pri interaktivnoj obradi tih oblika, za postavljanje i definisanje egzemplara koristimo školska nastavna sredstva, najčešće modele valjka, kvadra i kocke. Od ličnih nastavnih sredstava, najpogodniji model valjka je metalni novčić, a model kvadra kutija šibice. Model kocke nalazimo u igri „Čoveče ne ljuti se", kocke šećera i slično. Tokom interaktivne obrade nastavne jedinice koristimo udžbenik, računajući na ranije stečeno iskustvo učenika.

2.2. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržine teme – *Linije i oblasti*

Pri interaktivnoj obradi uvodnog časa teme *Linije i oblasti*, koristimo metodičku transformaciju iz prethodne teme (opisane u 2.1.). Shodno tome, linije i oblasti predstavljamo modelima iz trodimenzionalnog prostora. Ukoliko koristimo modele koji pripadaju ravnim površima, tu činjenicu ističemo na početku, ili u toku obrade. Prvenstveno koristimo linije i odgovarajuće oblasti kojima se, inače, obeležavaju sportski tereni.

Na sredini fudbalskog terena obeležena je tačka na koju se postavlja lopta pri početku svakog poluvremena utakmice i posle svakog postignutog gola. U svakom od dva šesnaesterca obeležena je po jedna tačka sa kojih se izvodi penal. Gledaoci sa tribina jedva ili uopšte ne vide navedene tačke, a igrači ih vide kao trag krede u obliku kruga. Različito poimanje tačaka na fudbalskom terenu jedan je od najpogodnijih primera za interaktivnu obradu pojma tačke u realnom prostoru.

Počevši od ove teme, okvirno ćemo opisati predloge za formiranje egzemplara u interaktivnoj obradi svake nastavne jedinice. Za neke nastavne jedinice opisaćemo i interaktivnu obradu egzemplara. Nastavne jedinice, u kojima, po našem mišljenju, nisu dovoljno opisani formiranje i interaktivna obrada egzemplara, opisaćemo kompletan predlog obrade.

U okviru obrade teme, nastavna sredstva za egzemplare čine odgovarajući zadaci iz udžbenika, tanka savitljiva žica, konac, konopac i pribor za crtanje. Na uvodnom času, radom u parovima, učenici žicu savijaju tako da od nje dobiju različite modele krivih linija u trodimenzionalnom realnom prostoru. Kao prvi model koristimo savijenu žicu u obliku opruge, odnosno, prostorne spirale. Posle nekoliko pokušaja da spiralno savijenu žicu postave na klupu, učenici se lako uveravaju da ona ne čini deo ravne površi. Na isti način koristimo bar još dva modela savijene žice. Nakon toga, učenici u tri etape odvijaju kalem konca tako što odvijeni deo polažu na školsku klupu. Na kraju svake etape konstatuju da su sačinili jednu krivu liniju koja pripada ravnoj površi. U poslednjoj etapi učenici zatežu odvijeni konac tako da on u više pravaca predstavlja model prave linije.

Nakon toga, heurističkim vođenjem, učenici analiziraju označavanje srednje linije puta kao saobraćajnog znaka. Na osnovu analize, zaključuju da linija na sredini puta nije posebno označena, odnosno ucrtana. Naime, na osnovu belo obojene površi (oblasti) puta o toj liniji mogu formirati samo ikoničku sliku pojma. Osim toga, u interaktivnoj obradi učenici zaključuju da isprekidanost obojenih površi služi vozačima kao saobraćajni znak kojim se dozvoljava prelazak vozila preko linije. Interaktivna obrada bi se na taj način povezala i integrisala sa sadržinama nastavnog predmeta Svet oko nas.

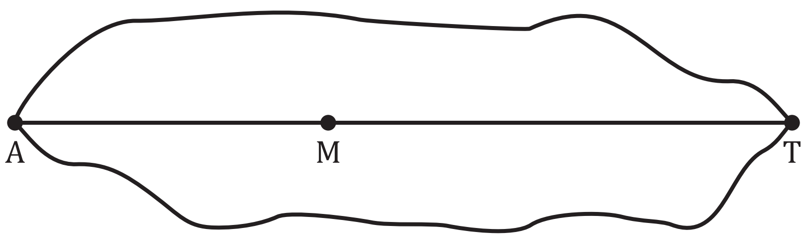
Na istom času propedevtički formiramo pojam zatvorene krive linije i oblasti koju ona određuje u ravni. U školskom dvorištu, na ravnoj podlozi, kanapom dužine nekoliko metara, grupe učenika prave različite zatvorene krive linije. Zatim menjaju položaj svog tela u odnosu na unutrašnjost i spoljašnjost, odnosno unutrašnju i spoljašnju oblast. Pri tom, uočavaju sledeće mogućnosti: celim telom se nalaze *na* unutrašnjoj oblasti, jednim delom (nogom) *na* unutrašnjoj, a drugim delom *na* spoljašnjoj ili celim telom *na* spoljašnjoj oblasti. Zatvorenu krivu liniju, granicu, mogu takođe uključiti u svoje aktivnosti. Na primer, staviti petu na liniju (kanap) i uočiti da su nagazili granicu. U ove aktivnosti se mogu unositi elementi fizičkog vaspitanja.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Tačka i spajanje tačaka pravim i krivim linijama*, egzemplar čine nenumerisani zadaci na str. 19 i 20-1a udžbenika. Pri interaktivnoj obradi prvog dela egzemplara, učenici se oslanjaju na zapažanja i zaključke iz ranije korišćenog primera sa „tačkama" na fudbalskom terenu. Pri tom, posmatraju, vrše komparaciju i analizu elemenata slike u udžbeniku. Na kraju tog dela obrade zajednički iskazuju (čitaju) uokvirene rečenice kojima se, na nivou odgovarajuće metodičke transformacije, formira pojam tačke.

Na osnovu drugog dela egzemplara, nastavnik upoznaje učenike sa postupkom spajanja tačaka pravim i krivim linijama korišćenjem lenjira ili crtanjem slobodnom rukom.

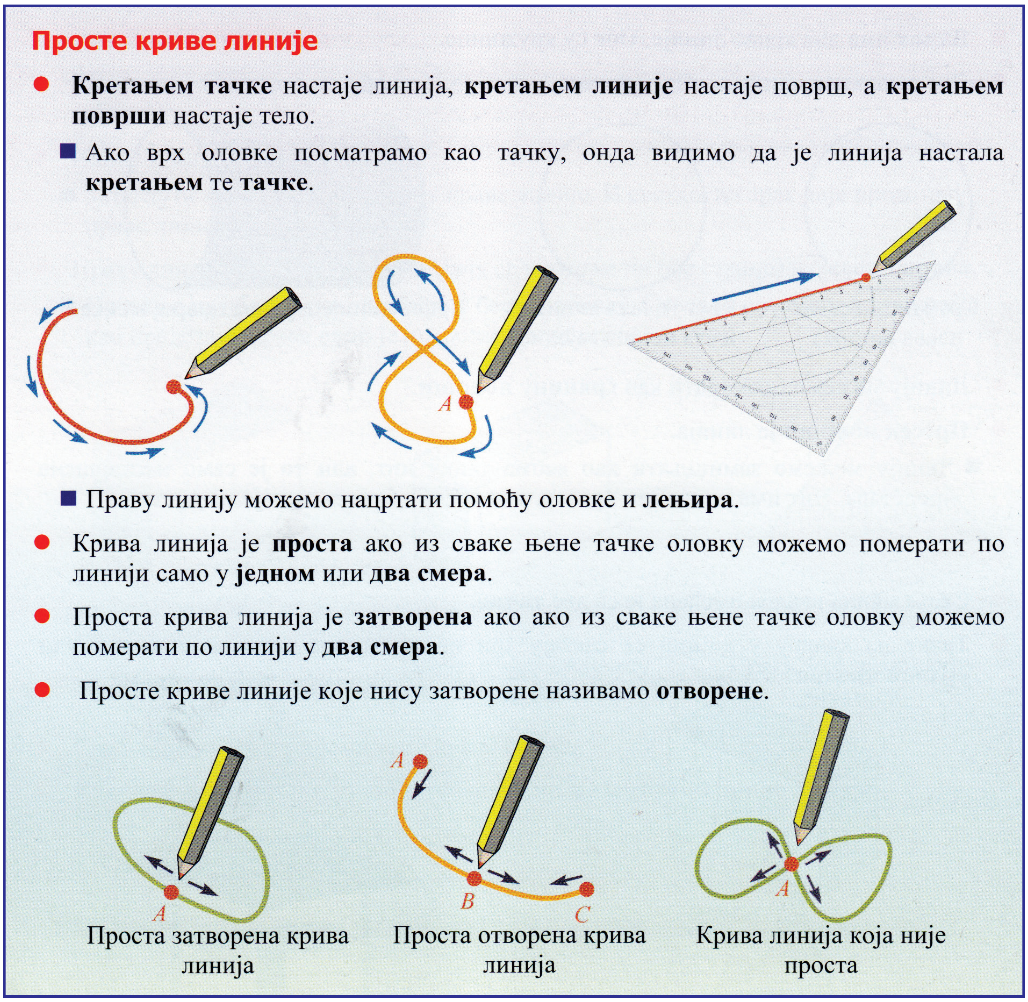
Naveden postupak nije adekvatno korišćen u nenumerisanim zadacima za vežbanje sa 21. i 22. str. 1a udžbenika. Naime, spajanje tačaka linijama izvršeno je kao crtanje linija koje samo sadrže po dve zadate tačke, a njima nisu omeđene. Međutim, spojiti dve tačke podrazumeva crtanje linije omeđene sa te dve tačke (krajnje tačke linije). Na to nastavnik upozorava učenike, a oni u svojim udžbenicima crvenom bojicom precrtavaju neodgovarajuće delove nacrtanih linija (ostaje samo takozvani krivolinijski trougao MTE i trougao ABO).

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Duž,* egzemplar čini nenumerisan zadatak sa str. 23. Pri njegovoj obradi učenici pravilnim postupkom spajaju tačke A i T, krivom i pravom linijom. Pri spajanju tačaka pravom linijom uvežbavaju i pravilnu upotrebu lenjira. Posmatranjem, komparacijom i elementima analize zaključuju da postoji samo jedna prava linija kojom se spajaju tačke A i T, a naziva se duž. U daljoj obradi egzemplara učenici kružićem ističu proizvoljnu tačku M na nacrtanoj duži. Na kraju obrade, u skladu sa formiranim pojmom relacije *između,* zaključuju da je tačka M između tačaka A i T, kao i sve druge tačke na duži (slika 2). U daljoj obradi nastavne jedinice dovoljno je da učenici urade preostale zadatke iz udžbenika.



Slika br. 2 – Tri linije kojima se spajaju dve tačke

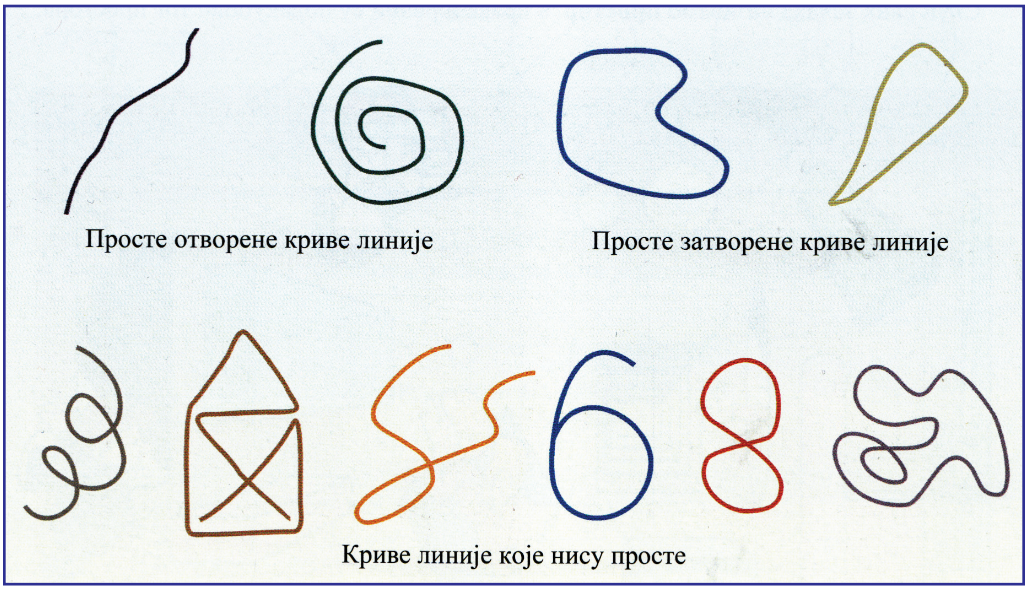
U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Otvorene i zatvorene linije,* egzemplar čini nenumerisan zadatak sa str. 25. Da bi se on interaktivno obradio na odgovarajući način, neophodno je poznavanje metodički transformisanih odrednica i odgovarajućih slika (slike 3 i 4).



Просте криве линије

- **Кретањем тачке** настаје линија, **кретањем линије** настаје површ, а **кретањем површи** настаје тело.
  - Ако врх оловке посматрамо као тачку, онда видимо да је линија настала **кретањем** те **тачке**.
  - Праву линију можемо нацртати помоћу оловке и **лењира**.
- Крива линија је **проста** ако из сваке њене тачке оловку можемо померати по линији само у **једном** или **два смера**.
- Проста крива линија је **затворена** ако ако из сваке њене тачке оловку можемо померати по линији у **два смера**.
- Просте криве линије које нису затворене називамо **отворене**.

Slika br. 3 – Otvorene i zatvorene krive linije
(Herceg, D. (2011): Ilustrovana zmajtematika od I do IV za 5, Novi Sad: Zmaj, str. 12)



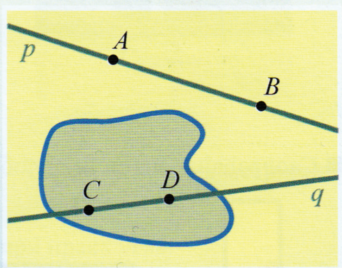
Slika br. 4 – Proste otvorene i zatvorene krive linije
(Herceg, D. (2011): Ilustrovana zmajtematika od I do IV za 5, Novi Sad: Zmaj, str. 13)

Za konkretnije i preceznije poimanje otvorene i zatvorene linije neophodno je uvođenje pojma proste krive linije, u skladu sa prenesenim odrednicama. Na svakoj nacrtanoj liniji iz egzemplara, povlačenjem olovke po mogućim smerovima, učenici prvo proveravaju da li je linija prosta ili nije. Zatim, na isti način za proste linije, proveravaju da li su zatvorene ili otvorene. Za krive linije koje nisu proste, nije moguće sačiniti metodički transformisanu odrednicu njene otvorenosti, odnosno zatvorenosti. Kako su u udžbeniku nacrtane i dve linije koje nisu proste, razdvojićemo ih na dve, odnosno na tri proste linije koje su u datim primerima zatvorene. U daljoj obradi, osim zadataka iz udžbenika, koristimo bar jednu krivu liniju koja nije prosta i rastavljamo je na zatvorene i otvorene linije (analogno skupu crteža krivih linija koje nisu proste, a nalaze se u prenesenom materijalu).

Preparativnu fazu časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Unutrašnjost i spoljašnjost; reči: u, na i van*, čine opis i analiza aktivnosti učenika u školskom dvorištu pri propedevtičkom formiranju pojma zatvorene krive linije i oblasti koju ona određuje u ravni. Egzemplar za operativnu fazu časa čine nenumerisani zadaci sa str. 27 i 28-1a udžbenika. Da bi se oni interaktivno obradili na odgovarajući način, neophodno je poznavanje metodički transformisanih odrednica i odgovarajućih slika.

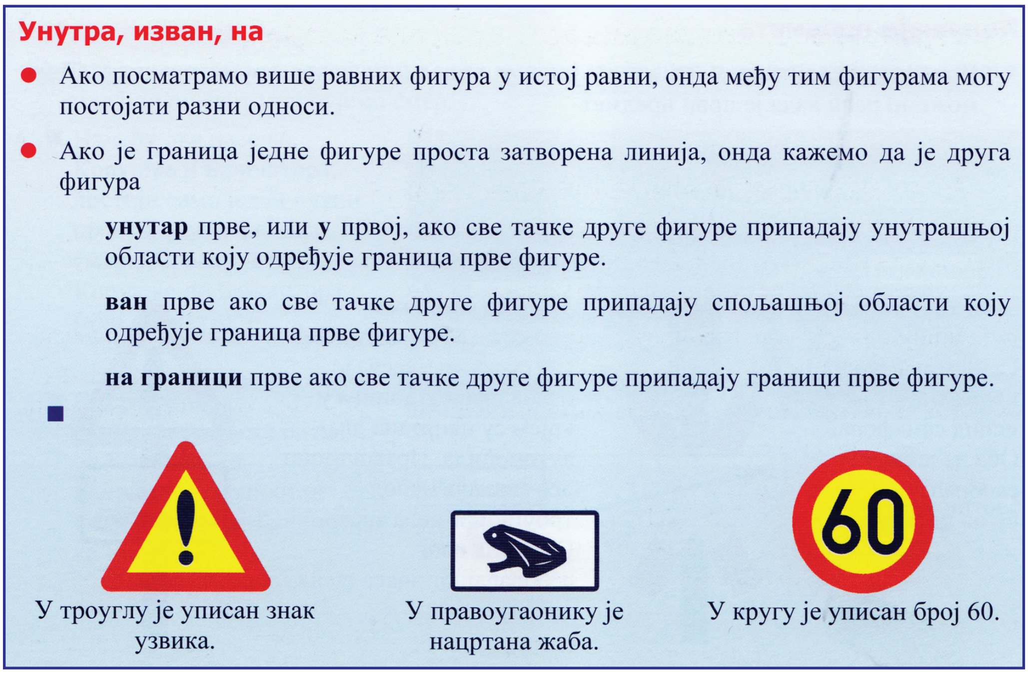
Унутрашњост и спољашњост

- **Проста затворена линија** је или проста затворена крива линија или проста затворена изломљена линија.
- Проста затворена линија која припада једној равни дели оне тачке у равни које јој не припадају на **унутрашњу** и **спољашњу област**.
- Линију, криву или изломљену, која дели раван на унутрашњост и спољашњост називамо **граница**.
- Спољашња област се одликује тиме што постоји права чије све тачке припадају тој области. За унутрашњу област таква права не постоји.
  - У спољашњој области увек можемо наћи бар две тачке A и B и повући праву p помоћу лењира кроз те две тачке, која нема ниједну заједничку тачку ни са границом ни са унутрашњом области.



- Ако кроз било које две тачке унутрашње области поставимо праву, она ће имати тачака и на граници области и у спољашњој области.
  - За било које две тачке унутрашње области, на пример C и D, права q коју оне одређују, има тачака и на граници области и у спољашњој области.

Slika br. 5 – Unutrašnjost i spoljašnjost
(Herceg, D. (2011): Ilustrovana zmajtematika od I do IV za 5, Novi Sad: Zmaj, str. 30)



Унутра, изван, на

- Ако посматрамо више равних фигура у истој равни, онда међу тим фигурама могу постојати разни односи.
- Ако је граница једне фигуре проста затворена линија, онда кажемо да је друга фигура

  унутар прве, или **у** првој, ако све тачке друге фигуре припадају унутрашњој области коју одређује граница прве фигуре.

  ван прве ако све тачке друге фигуре припадају спољашњој области коју одређује граница прве фигуре.

  на граници прве ако све тачке друге фигуре припадају граници прве фигуре.

У троуглу је уписан знак узвика.

У правоугаонику је нацртана жаба.

У кругу је уписан број 60.

Slika br. 6 – Unutra, izvan, na
(Herceg, D. (2011): Ilustrovana zmajtematika od I do IV za 5, Novi Sad: Zmaj, str. 30)

U daljoj obradi nastavne jedinice dovoljno je da učenici urade zadatke iz udžbenika.

2.3. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržine teme – *Klasifikacija predmeta po svojstvima*

Osim pravca u realnom prostoru, dužinom se naziva i mera duži i drugih ograničenih linija. Pošto se duži mogu meriti, to znači da se mogu i upoređivati (obrnuto ne važi). Pri upoređivanju predmeta po dužini, neophodno je odrediti liniju po kojoj upoređujemo njihovu dužinu i tako ih klasifikujemo. Pod dužinom predmeta u realnom prostoru podrazumeva se duž sa najvećom dužinom među dužima koje spajaju dve tačke na graničnoj površi predmeta. Opisana dužina predmeta ne zavisi od njegovog položaja u prostoru.

Pri klasifikaciji predmeta po boji, moramo birati uporedive predmete. Naime, postoje predmeti različito obojeni (šareni), a koje možemo samo uslovno svrstati u istu klasu, po dominantnoj boji. Na primer, jednako obojene majice različito obojenih okovratnika, možemo smatrati jednakim po boji.

U interaktivnu obradu nastavne jedinice *Upoređivanje predmeta po boji* integrišemo elemente Likovne kulture. Osim nenumerisanog zadatka na str. 38-1a udžbenika, egzemplar čine predmeti različitih boja. Među njima se nalazi bar jedan obojen u dve ili više boja. Pri obradi egzemplara, radom u parovima, učenici prvo izdvajaju predmete koje ne mogu da upoređuju po boji. Nakon toga, na jednoj strani klupe grupišu nekoliko parova predmeta jednake ili dominantno jednake boje. Zatim, na drugoj strani klupe grupišu isti broj parova predmeta različite boje.

Za rešavanje nenumerisanog zadatka, predviđene aktivnosti učenika su precizno određene i mogu se povezati sa aktivnostima tokom nastave Likovne kulture. U daljoj obradi nastavne jedinice, osim zadataka iz udžbenika, koristimo i neke druge obojene parove predmeta.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Upoređivanje predmeta po dužini*, osim nenumerisanog zadatka na str. 39-1a udžbenika, egzemplar čine parovi predmeta različitih dužina (najpogodnije je da to budu dva manja kamena). U obradi egzemplara, radom u parovima, učenici prvo približno određuju dužine svojih predmeta. To čine menjajući njihov položaj u prostoru i slobodnom procenom upoređuju duži koje spajaju po dve tačke na graničnoj površi predmeta (tačke se nalaze na palcu i srednjem prstu). Takođe, slobodnom procenom određuju najveću od upoređivanih duži kao dužinu predmeta. Na kraju, učenici u paru, upoređuju dužine „svojih" predmeta u odgovarajućem položaju. Za rešavanje nenumerisanog zadatka, opisane aktivnosti nisu potrebne, jer se svi parovi predmeta na slikama već nalaze u položaju pogodnom za upoređivanje.

2.4. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržine teme – *Prirodni brojevi do 100*

Knjiga Dejić – Egerić (2010), u poglavlju IV sadrži analizu i objašnjenje matematičkih pojmova koji se formiraju u razrednoj nastavi. Ista knjiga, u poglavljima od V do XI, sadrži metodičke pristupe izučavanju matematičkih sadržina, predviđenih programom Matematike za mlađe razrede osnovne škole. U svakom poglavlju objedinjene su sadržine po oblastima matematike, od kojih se većina izučava u više razreda.

Analizu i objašnjenje pojmova iz oblasti skupova i aritmetičkih sadržina, uzećemo za polaznu osnovu i u našem metodičkom pristupu interaktivnoj obradi teme *Prirodni brojevi do 100*. Metodički pristup izučavanju sadržina o skupovima i prirodnim brojevima (V i VI poglavlje navedene knjige), dopunićemo neophodnim elementima za formiranje pristupa interaktivnoj obradi pomenute teme. Iako tema sadrži više od polovine nastavnih jedinica predviđenih programom Matematike za 1. razred, pri njenoj obradi nije potreban veći broj izmena i dopuna. Ipak, izmene i dopune u metodičkom pristupu izvršićemo i prikazati sistematizovano u četiri dela programskih sadržina teme. Pri tom ćemo respektovati programom određene delove sadržina teme, a metodički pristup interaktivnoj obradi uskladiti sa ranije opisanom okvirnom strukturom obrade časa. Za sve nastavne jedinice udžbenik je osnovno nastavno sredstvo. Ako se isključivo na osnovu njega može formirati egzemplar, navešćemo primere (zadatke) koji ga čine. Za one nastavne jedinice u kojima su za obradu egzemplara dovoljne teorijske osnove istraživanja i opšte napomene o metodičkom pristupu, odredićemo samo egzemplar.

Za nastavne jedinice koje sadrže specifičnosti neophodne za interaktivnu obradu egzemplara, opisaćemo i njegovu obradu. Ukoliko postoji potreba da se uz udžbenik koriste i druga nastavna sredstva, detaljnije ćemo opisati formiranje egzemplara i njegovu obradu. U izuzetnim slučajevima, koristićemo i druge metodičke elemente neophodne za precizniji opis interaktivne obrade.

Uvodna nastavna jedinica *Imenujemo, brojimo* zasnovana je na znanjima i umenjima učenika stečenim u toku predškolskog vaspitanja i obrazovanja. Za njenu obradu osnovu egzemplara čine zadaci na str. 45-1a udžbenika. Egzemplar ćemo dopuniti primerom koji ćemo, uz odgovarajuće dopune, koristiti pri obradi nekih od narednih nastavnih jedinica, a uvodimo ga, između ostalog, i stoga da bismo značajnije povezali nastavu matematike sa nastavom srpskog jezika.

Za ovu nastavnu jedinicu opisujemo prvi tekst primera sa zadatim aktivnostima učenika.

Bračni par Jovanović, Rodoljub i Marija, ušli su u brak. Namera im je bila da im se u bračnoj zajednici rodi mnogo dece. Posle godinu dana rodio im se Prvoslav.

a) Imenuj uobičajenim porodičnim nazivom Prvoslava, a zatim odredi broj dece u porodici (sin, jedno dete).

b) Imenuj porodične nazive svih članova porodice, a zatim brojanjem odredi njihov broj (mama, tata i sin; tri člana porodice).

2.4.1. Metodički pristup interaktivnoj obradi prvog dela teme – Prirodni brojevi do 100

Prvi deo programskih sadržina teme sadrži sledeće:

- *Opis skupa navođenjem članova ili svojstava.*
- *Član skupa.*
- *Prikazivanje skupova.*
- *Brojanje unapred i unazad i sa preskokom.*
- *Skupovi sa različitim i skupovi sa istim brojem elementa.*

Učenici su u predškolskom vaspitanju i obrazovanju propedevtički formirali pojmove o skupovima. To omogućuje da interaktivnu obradu nastavnih jedinica o skupovima usmerimo ka utvrđivanju, produbljivanju i objedinjavanju pojmova i odgovarajućih aktivnosti učenika.

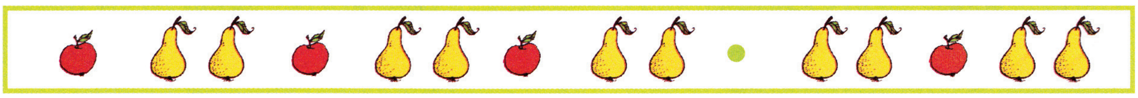
Osnovu za formiranje i obradu egzemplara nastavne jedinice *Skup* čini zadatak na str. 48-1a udžbenika; nastavne jedinice *Element skupa. Prikazivanje skupa* čini nenumerisani zadatak na str. 49-1a udžbenika; nastavne jedinice *Pridruživanje elementa jednog skupa elementima drugog skupa* čini nenumerisani zadatak na str. 53-1a udžbenika; nastavne jedinice *Skupovi sa jednakim brojem elemenata* čini nenumerisani zadatak na str. 54-1a udžbenika; nastavne jedinice *Skupovi sa različitim brojem elemenata* čini nenumerisani zadatak na str. 55-1a udžbenika.

Sve formulacije u navedenim nastavnim jedinicama moraju biti usklađene prvenstveno sa definicijama dva načina zadavanja skupa. Analitičkim načinom, skup je određen ako se mogu navesti svi elementi koji mu pripadaju. Sintetičkim načinom, skup je određen ako postoji iskaz sa promenljivom veličinom, odnosno predikat, čija tačnost za neku vrednost promenljive označava njeno pripadanje skupu. U osnovnoškolskoj nastavnoj praksi, skup može biti sintetički zadat i uobičajenim nazivom elemenata, npr. skup prstiju šake, delova odeće, vrsta životinja ili biljaka, jer naziv elemenata određuje predikat. Pri određivanju aktivnosti koje su namenjene učenicima (crtanje linija, crtanje elemenata skupova, zaokruživanje elemenata u skupu i slično), opisujemo određene izmene i dopune.

Na str. 51 udžbenika, u šest pravougaonika ucrtani su određeni predmeti ili živa bića, kao elementi skupova. Učenicima se na sledeći način zadaje aktivnost: „U svaki skup ucrtaj po jedan element po svom izboru." Nužno je da nastavnik umesto reči skup koristi reč pravougaonik. Uz odgovarajuću dopunu, tekst formulišemo tako da bude pogodan za interaktivnu obradu. „U svakom pravougaoniku nacrtani su elementi koji određuju po jedan skup (navedeno učenici uočavaju posmatranjem i komparacijom). U svaki pravougaonik ucrtaj još jedan element, po svom izboru. Šta određuju elementi u pravougaonicima posle tvog ucrtavanja po još jednog elementa?" (Takođe određuju skupove, ali različite od prethodnih.)

Slično kao sa prethodnim, postupamo i sa tekstom pretposlednjeg zadatka na str. 52: „Ucrtaj elelmente koji čine skup kvadrata, a u drugi skup sve elemente plave boje." Umesto navedenog teksta, uz odgovarajuće izmene i dopune, tekst formulišemo na sledeći način, pogodan za interaktivnu obradu: „U prvu označenu oblast ucrtaj elemente koji čine skup kvadrata, a u drugu sve elemente plave boje. Kako bi nazvao skup elemenata u drugoj oblasti?" (Skup elemenata plave boje.)

Posebno je sporan tekst *„Jedan element u ovom skupu nedostaje. Nacrtaj ga umesto tačkice."* i odgovarajuće aplikacije poslednjeg zadatka na str. 52, koji ćemo opširnije komentarisati. U pravougaonik su ucrtane i obojene redom pet trojki elemenata. Prvu, drugu, treću i petu trojku čine redom: jabuka obojena u crveno i dve kruške obojene u žuto, a četvrtu kružić (tačkica) obojen u zeleno i dve kruške obojene u žuto. Prema opisanom, u pravougaoniku je sintetički određen skup koji čine četiri jabuke obojene u crveno, osam krušaka obojenih u žuto i jedan kružić (tačkica) obojen u zeleno.



Slika br. 7 – Prikazivanje skupa
(Joksimović, S. (2007): Matematika, udžbenik za prvi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 52)

Ukoliko je skup određen, pretpostavka da mu neki element nedostaje ili da mu je suvišan, nije u skladu sa analitičkim ili sintetičkim definicijama određenja skupa. Umesto kružića obojenog u zeleno, od učenika se očekuje da nacrtaju i oboje jabuku u crveno. Međutim, opredeljenje za crtnje i bojenje jabuke zasnovano je na rasporedu elemenata u skupu, a raspored elemenata je bez značaja za određenje skupa, kao i ponavljanje elemenata. U ovom slučaju autor je prikazao skup kao niz, odnosno kao permutaciju sa ponavljanjem jednog elementa (kruške).

Pretpostavka da će učenici pogoditi koji od dva elementa crtaju umesto kružića obojenog u zeleno, realna je i primerena kognitivnim sposobnostima učenika. Međutim, realno je i opravdano očekivanje da učenici na osnovu tako formulisanog zadatka zaključe da je raspored elementa bitan za određenje skupa. S toga se, za ovakve zadatke može reći da im nije mesto u obradi nastavne jedinice.

Pri obradi pridruživanja elemenata jednog skupa elementima drugog skupa, u udžbeniku pojam pridruživanja ili povezivanja linijama tretira se kao bijektivno preslikavanje. Međutim, pridruživanje elemenata podrazumeva samo preslikavanje 1–1 (1 „na" 1), odnosno, samo injektivno preslikavanje, što znači da se prvi skup može preslikati i „u" drugi skup (ne mora biti preslikavanje „na", odnosno sirjektivno). Na osnovu egzistencije bijektivnog preslikavanja, utvrđuje se da li su skupovi jednakobrojni ili ne. Ako postoji bijektivno preslikavanje elemenata dva skupa, oni su jednakobrojni. Metodički transformisano, za takve skupove se kaže da su sa jednakim brojem elemenata, a u protivnom da su sa različitim brojem elemenata. Ako postoji bijektivno preslikavanje kojim se skup A preslikava na pravi podskup skupa B, tada kažemo da je skup B brojniji od skupa A. Međutim, primena relacije veće ili manje brojnosti dva skupa, nije predviđena programskim sadržinama matematike za 1. razred.

Imajući to u vidu, nenumerisani zadatak na str. 53-1a udžbenika, kao egzemplar zahteva odgovarajuću dopunu za pravilno metodički transformisanu interaktivnu obradu. Naime, u svim primerima tog zadatka zadati su samo jednakobrojni skupovi, a dopunu ćemo napraviti tako što će se kao četvrti primer koristiti treći, sa precrtanim jednim ili dva elementa (jakne). Učenici prvo posmatraju i upoređuju slike koje predstavljaju odgovarajuće skupove. Zatim, heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da su elemente jednog pridružili elementima drugog skupa, ukoliko su svi elementi prvog skupa povezani sa tačno jednim elementom drugog skupa. Pri tom, mogu da postoje elementi u drugom skupu koji nisu povezani, odnosno, za njih ne postoji linija povezivanja (četvrti primer).

U zadatku sa iste strane, napomena „*Ovom skupu nešto nedostaje. Razmisli i nacrtaj*.", zahteva izmene i dopune. Osim neadekvatnog korišćenja konstatacije da skupu nešto nedostaje, potpuno je neodređeno koji element učenici crtaju. Ako se zahteva dopuna skupa da bi se moglo izvršiti pridruživanje elemenata, tada je na slici koja označava drugi skup mogao biti bilo koji element, npr. kružić obojen u zeleno. Ako se, pak, zahteva dopuna da bi skupovi bili jednaki, tada bi na slici morao biti petao. Međutim, ovom nastavnom jedinicom se ne obrađuje jednakost skupova. Zbog toga ćemo u zadatku koristiti sledeću formulaciju. *Da bi mogao linijama povezati sve elemente prvog skupa elementima drugog skupa, u oblasti drugog skupa je morao biti nacrtan i obojen bar još jedan element. Nacrtaj dva elementa po svom izboru.*

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Skupovi sa različitim brojem elemenata*, egzemplar čini nenumerisani zadatak na str. 55-1a udžbenika. Osnovu obrade egzemplara čini dijalog nastavnika i učenika, koji opisujemo. Zamisli da si svakom detetu (element prvog skupa) stavio na glavu kapu. *Da li bi tada svako dete imalo kapu? Kako su obe kape jednake i namenjene dečacima, ko bi ostao gologlav?* (Devojčica). *Šta zaključuješ o brojnosti elemenata skupa dece i skupa kapa? Koji je skup brojniji?*

2.4.2. Metodički pristup interaktivnoj obradi drugog dela teme – Prirodni brojevi do 100

Drugi deo programskih sadržina teme sadrži sledeće:

- *Cifre, pisanje i čitanje brojeva.*
- *Prikazivanje brojeva pomoću tačaka na brojevnoj pravoj.*
- *Upoređivanje brojeva.*
- *Znaci: <, >, = .*
- *Redni brojevi.*

Učenici su u predškolskom vaspitanju i obrazovanju propedevtički formirali većinu navedenih pojmova. To u značajnoj meri olakšava interaktivnu obradu odgovarajućih nastavnih jedinica. Osnov za formiranje egzemplara u strukturi obrade tih jedinica čine zadaci iz udžbenika 1a. Nazivi nastavnih jedinica sa odgovarajućim zadacima su: *Broj 1*, nenumerisani zadatak str. 60; *Broj 2*, nenumerisani zadatak str.

62; *Broj 3*, nenumerisani zadatak str. 64; *Broj 4*, nenumerisani zadatak str. 66; *Broj 5*, nenumerisani zadatak str. 68; *Upoređivanje brojeva od 1 do 5*. *Znaci <,>,* nenumerisani zadatak str. 71; *Redni brojevi*, nenumerisani zadatak str. 74. Uz egzemplare i ostale zadatke na navedenim stranama, u interaktivnoj obradi nekih nastavnih jedinica koristićemo i odgovarajući „nastavak" primera o porodici Jovanović.

U interaktivnoj obradi nastavnih jedinica *Broj 2, Broj 3, Broj 4 i Broj 5* proširivaćemo navedeni primer na sledeći način. U obradi nastavne jedinice *Broj 2* dopunu primera čini sledeći tekst. *U porodici Jovanović rodio se Marko. Koliko sada dece ima u toj porodici? Koja reč nedostaje u rečenici: Rodoljub i Marija Jovanović imaju dva deteta ili dva _____.*

U obradi nastavne jedinice *Broj 3* dopunu primera čini sledeći tekst: *U porodici Jovanović rodio se Petar. Koliko sada dece ima u toj porodici? Koje reči nedostaju u rečenici: Rodoljub i Marija Jovanović imaju troje dece ili _____ _____.*

U obradi nastavne jedinice *Broj 4* dopunu primera čini sledeći tekst: *U porodici Jovanović rodila se Željana. Koliko sada dece ima u toj porodici? Koje reči nedostaju u rečenici: Rodoljub i Marija Jovanović imaju tri _____ i _______ _____ .*

U obradi nastavne jedinice *Broj 5* dopunu primera čini sledeći tekst *U porodici Jovanović rodila se Petrija. Koliko sada dece ima u toj porodici? Koje reči nedostaju u rečenici: Rodoljub i Marija Jovanović imaju _____ _____ i _____ ______.*

U obradi nastavne jedinice *Redni brojevi* dopunu primera čini sledeći tekst: *Koje reči nedostaju u rečenicama:*

a) U porodici Jovanović Prvoslav je ______ dete, Marko je ________ dete, Petar je _______ _______, Željana je _______ _______, a Petrija je ________ ________.

b) U porodici Jovanović, Prvoslav je _____ sin, Marko je______ ______, Petar je _______ _______, Željana je ______ ćerka, a Petrija je ________ ________.

2.4.3. Metodički pristup interaktivnoj obradi trećeg dela teme – Prirodni brojevi do 100

Treći deo programskih sadržina teme sadrži sledeće:

- *Sabiranje i oduzimanje prirodnih brojeva u prvoj desetici, u okviru 20 (sa prelazom preko desetice) i od 20 do 100 (bez prelaza preko desetice).*

- *Znaci + i – .*
- *Reči: sabirak, zbir, umanjenik, umanjilac, razlika, veći za, manji za.*
- *Svojstva sabiranja.*
- *Nula kao sabirak i rezultat oduzimanja.*

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Znak + (plus),* čini 1. zadatak str. 77-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje. Znak jednakosti* čini 1. zadatak str. 79-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Znak – (minus)* čini 1. zadatak str. 82-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje* čini 1. zadatak str. 83-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje i oduzimanje do 5 (tekstualni zadaci)* čine 1. i 2. zadatak str. 88 i 5. zadatak str. 89-1a udžbenika.

Pri interaktivnom uvođenju pojma *Nula 0*, uvodi se pisanje oznake broja (cifra 0) i odgovarajuće reči (termina). Prvi deo egzemplara čini nenumerisani zadatak na str. 90-1a udžbenika. U stvaranju mentalne slike pojma nule, osnov čini brojnost praznog skupa, ali i rezultat oduzimanja jednakih prirodnih brojeva. U istoj nastavnoj jedinici, uvodimo osobine nule kao neutralnog elementa u operacijama sabiranja i oduzimanja. U navedenom poimanju nule podrazumevamo da su operacije definisane u skupu N_0. U tu svrhu, koristimo drugi deo egzemplara, 3. i 4. zadatak na str. 91-1a udžbenika.

U nenumerisanom zadatku za formiranje pojma nule, poseban deo interaktivne obrade čini grafički prikaz stepenastog uređenja prirodnih brojeva. Za liniju obojenu u crveno, u dnu kvadratića označenog brojem 1 (prvi stepenik) možemo reći da obeležava *nulti nivo* stepenastog grafika. Pretpostavljamo da dečak, koji stoji na toj liniji, želji da se penje uz stepenice, ali on još nije načinio ni prvi korak. Na taj način propedevtički izražavamo nepripadnost nule prirodnim brojevima ($N \neq N_0$).

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Predstavljanje brojeva od 0 do 5 na brojevnoj pravoj* čine zadaci 1, 3. i 5. na str. 93-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Prethodnik i sledbenik broja* čini nenumerisani zadatak str. 95-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Rastavljanje brojeva (na sabirke)* čini 1. zadatak na str. 97-1a udžbenika.

U interaktivnoj obradi *Broj šest 6*, za egzemplar koristimo nenumerisani zadatak str. 100-1a udžbenika. Svi elementi neophodni za formiranje pojma broja 6: primeri skupova čija je brojnost 6, pisanje oznake, odnosno cifre 6 i imenovanje (reč) šest, nalaze se u pomenutom zadatku. Međutim, grupisanje novčića od 5 dinara i novčića od jednog dinara nije odgovarajući primer, jer predstavlja dvočlan skup. Čak i ako se tim primerom broj 6 predstavlja u obliku zbira 5 + 1, nije mu mesto među ostalim primerima, jer je prethodno obrađivano samo sabiranje u bloku brojeva do 5.

Istom ocenom i primedbom, za egzemplare koristimo nenumerisane zadatke za obradu nastavnih jedinica: *Broj 7* str. 103; *Broj 8* str. 107 i *Broj 9* str. 110, svi iz udžbenika 1a. U interaktivnoj obradi navedenih nastavnih jedinica izostavljamo primere skupova novčića: jedan od 5 sa dva, tri, ili četiri novčića od po 1 dinar, uz objašnjenje dato u opisu interaktivne obrade egzemplara nastavne jedinice: *Broj 6*.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Cifre. Jednocifreni brojevi* čini 1. zadatak na str. 113-1a udžbenika.

Za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Broj 10,* iz egzemplara koji čini 1. zadatak str. 114-1a udžbenika, izostavljamo primer: *Dva novčića od po 5 dinara i novčanice od 10 dinara* čije se slike nalaze u nenumerisanom zadatku. Za brojeve prve desetice, svaki egzemplar je sadržavao skup prstiju kao prvi primer. To je neminovno, jer skup prstiju šaka čoveka, više milenijuma čini osnovni primer u razvoju pojma prirodnog broja, brojanja i računskih operacija. Od svih skupova elemenata čovekovog tela, najbliži mu je, a istovremeno najočigledniji i najbrojniji, skup prstiju na šakama. Ta činjenica je uslovila da se dekadni sistem pojavi kao prvi pozicioni brojevni sistem. U savremenom svetu je poznato da postoje jednostavniji i upotrebljiviji brojevni sistemi, posebno binarni.

Uz odgovarajuću jezičku transformaciju, navedeno čini sastavni deo obrade egzemplara nastavne jedinice *Broj 10*. Heurističkim vođenjem učenika, određujemo razloge označavanja broja 10 sa dve cifre, 1 i 0. Jedinica označava da smo, u „brojanju na prste" jednom iskoristili sve prste na rukama, a 0 označava da smo na startu za moguć nastavak brojanja. Pri tom, posmatramo sliku dečaka i crvenu crtu u obradi broja nule, a upoređujemo je sa odgovarajućom slikom u egzemplaru interaktivne obrade ove nastavne jedinice. Dečak se penjao i brojao do 10 analogno postepenom otvaranju prstiju obe pesnice a nalazi se na desetom stepeniku. On može da se spusti do nultog položaja brojanjem unazad analogno postepenom skupljanju prstiju u pesnice. Takođe, može i da nastavi penjanje brojanjem analogno istovremenim skupljanjem obe pesnice i ponovljenim postepenim otvaranjem prstiju.

U interaktivnoj obradi pojmova brojeva od šest do deset ističemo i odgovarajući redni broj stepenika na kome se nalazi dečak. Pri produbljivanju pojma rednog broja, koristimo nastavak primera o porodici Jovanović, u kojoj se nastavlja rađanje dece, sinova i kćeri. Analogno predlozima za redne brojeve do pet, nastavićemo sa šestim, sedmim, osmim, devetim i desetim detetom, odnosno, sa rednim brojevima u srednjem rodu. Dajući deci imena, nastavićemo sa četvrtim i petim sinom, odnosno sa trećom, četvrtom i petom kćeri. Na naveden način, interaktivnost obrade povećavamo korišćenjem *povezane i integrisane nastave matematike i srpskog jezika.*

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Brojevi prve desetice* čine 1. i 4. zadatak na str. 118-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Predstavljanje brojeva od 0 do 10 na brojevnoj pravoj* čine 1, 3. i 5. zadatak na str. 119-1a udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Upoređivanje brojeva od 0 do 10 pomoću brojevne prave* čine 1, 2. i 4. zadatak na str. 3-1b udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Parni brojevi* čine nenumerisani i 1. zadatak na str. 6-1b udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Neparni brojevi* čine 1, 2 , 3. i 4. zadatak na str. 7-1b udžbenika. U 4. zadatku, na istoj strani, sovin komentar dopunićemo i izmeniti sa sledećim interaktivnim dijalogom nastavnika i učenika: *Ako skup čini neparan broj elemenata, a iz njega izdvojimo (prekrižimo) jedan elemenat, da li tako sačinjen skup ima paran, ili neparan broj elemenata? Da li se on može grupisati u parove? Iz navedenih pitanja i odgovora odredi koliko elemenata u skupovima neparnim brojem elemenata ostaje nezaokruženo?*

Prvi deo egzemplara *Reči: tačan, netačan* čini nenumerisani zadatak na str. 12-1b udžbenika.

U drugom delu egzemplara interaktivno obrađujemo iskaze čiju tačnost ili netačnost učenici utvrđuju i na osnovu brojanja. Za primer uzimamo broj dečaka i devojčica u prvoj koloni klupa u odnosu na vrata. Pri tom, pretpostavljamo da je taj broj manji ili jednak broju 10 ($n \leq 10$). Brojnost devojčica se izrazi tačnim iskazom, a brojnost dečaka netačnim iskazom. Zatim se brojevi kojima su izražene brojnosti skupova devojčica i dečaka saberu. Međutim, kako jedan sabirak nije tačan, iskaz da je vrednost zbira jednaka ukupnom broju učenika je netačan.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabirci i zbir* čini nenumerisani zadatak na str. 13-1b udžbenika.

U prvom delu obrade egzemplara nastavne jedinice *Zamena mesta sabiraka* učenici, radom u parovima postavljaju dva skupa predmeta (sveske, olovke, gumice i sl.) na razne strane klupe. Pri tom ih prebrojavaju, sleva na desno, kao jedinistven skup brojnosti do 10. Nakon toga učenici razmenjuju skupove elemenata i na isti način ih prebrojavaju. Pre drugog prebrojavanja, nastavnik postavlja pitanje: *Koliki će broj učenici dobiti pomenutim brojanjem?* Drugi deo egzemplara čini 1. zadatak na str. 15-1b udžbenika.

Deo egzemplara nastavne jedinice *Združivanje sabiraka. Zagrade* čine tri skupa predmeta, na klupi koje učenici združuju po ugledu na 1. zadatak na str. 17-1b udžbenika. Pri tom, brojnost skupova predmeta na klupi je jednaka brojnostima skupova prikazanih u tom zadatku (4, 3 i 2). To znači da interaktivnu obradu egzemplara izvodimo sinhronizovanim aktivnostima parova učenika sa navedenim predmetima i posmatranim delovima slika u zadatku.

Prvi deo egzemplara za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Umanjenik, umanjilac i razlika* čini nenumerisani zadatak na str. 19-1b udžbenika. Drugi deo obrade egzemplara realizujemo u parovima učenika sa skupovima predmeta na klupi. Tok interaktivnog rada učenika je analogan sa 1. zadatkom na istoj strani.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Veza sabiranja i oduzimanja* čini 1. zadatak na str. 23-1b udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Za toliko veći broj* čine 1, 2. i 7. zadatak na str. 25-1b udžbenika.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Za toliko manji broj* čine 1, 2. i 7. zadatak na str. 26-1b udžbenika.

Za većinu nastavnih jedinica u vezi sa brojevima druge desetice i ostalih brojeva do sto, nenumerisani deo egzemplara činiće snopovi od po 10 štapića. Naime, svaki snop štapića, postavljenih u niz, asocira učenike na deset prstiju. Interaktivnu obradu egzemplara započinjaćemo odgovarajućom primenom navedenog didaktičkog materijala sa elementima igre.

Egzemplar za interaktivnu obradu narednih nastavnih jedinica, čine:

- odgovarajući nenumerisani zadatak iz udžbenika,
- snopovi štapića i
- grafički prikaz dela brojevne prave ili lenjira. Prvi deo interaktivne obrade realizujemo primerom u zadatku, sinhronizovano sa odgovarajućim manipulativnim radom u parovima, primenom štapića. Drugi deo interaktivne obrade egzemplara realizujemo na osnovu grafičkog prikaza. Imajući to u vidu, za svaku od tih nastavnih jedinica, osim naziva nastavne jedinice, navešćemo lokaciju zadatka i broj snopova štapića, kojima se realizuje prvi deo obrade egzemplara.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Brojevi 11, 12, 13, 14 i 15* čini nenumerisani zadatak na str. 36-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Jedinice i desetica* čini 1. zadatak na str. 39-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Brojevi 16, 17, 18, 19 i 20* čini nenumerisani zadatak na str. 42-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Prvi deo egzemplara interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje desetice i jedinica* čini 1. zadatak na str. 51-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog od dvocifrenog broja do 20* čini nenumerisani zadatak na str. 52-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenog i jednocifrenog broja do 20* čini nenumerisani zadatak na str. 55-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenog i jednocifrenog broja čiji je zbir broj 20* čini 1. zadatak na str. 56-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog broja od broja 20* čini 2. zadatak na str. 59-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog broja od broja 20* čini 2. zadatak na str. 60-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje jednocifrenih brojeva sa prelazom preko 10* čine 1. i 3. zadatak na str. 62-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog od dvocifrenog broja (sa prelazom desetice)* čini 3. zadatak na str. 67-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje broja 10 od dvocifrenog broja iz druge desetice* čini 1. zadatak na str. 72-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje dvocifrenih brojeva druge desetice* čini 1. zadatak na str. 73-1b udžbenika i dva snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Desetice prve stotine* čini zadatak na str. 80-1b udžbenika i svih deset snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Upoređivanje desetica prve stotine* čini 1. zadatak na str. 82-1b udžbenika i svih deset snopova štapića .

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje i oduzimanje desetica* čini 1. zadatak na str. 84-1b udžbenika i svih deset snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Pisanje i čitanje brojeva do 100* čini 1. zadatak na str. 89-1b udžbenika i svih deset snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Desetice i jedinice; kojoj desetici pripada broj* čini 1. zadatak na str. 92-1b udžbenika i svih deset snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Upoređivanje brojeva do 100* čini 1. zadatak na str. 95-1b udžbenika i sedam snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenog i jednocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 99-1b udžbenika i pet snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog od dvocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 100-1b udžbenika i pet snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenog i jednocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 103-1b udžbenika i šest snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog od dvocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 104-1b udžbenika i tri snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenog i jednocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 107-1b udžbenika i šest snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog od dvocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 109-1b udžbenika i tri snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenog broja i višestruke desetice* čini 1. zadatak na str. 112-1b udžbenika i devet snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje desetica od dvocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 113-1b udžbenika i četiri snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenih brojeva* čini 1. zadatak na str. 119-1b udžbenika i osam snopova štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje zbira od broja* čini 1. zadatak na str. 122-1b udžbenika i tri snopa štapića. Umesto sličica učenici koriste štapiće, a zadatak se koriguje na sledeći način: *Duško je imao 27 štapića. Bratu je dao 3, a sestri 4. Koliko je njemu ostalo štapića?*

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Oduzimanje dvocifrenih brojeva* čini 1. zadatak na str. 124-1b udžbenika i četiri snopa štapića.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Brojevi druge desetice* čini 1. zadatak na str. 44-1b udžbenika. Interaktivnu obradu egzemplara realizujemo primerima u zadatku.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Upoređivanje brojeva od 0 do 20* čini 1. zadatak na str. 45-1b udžbenika. Interaktivnu obradu egzemplara realizujemo primerima u zadatku.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Tablica sabiranja do 20* čini 1. zadatak na str. 66-1b udžbenika. Interaktivnu obradu egzemplara realizujemo primerima u zadatku.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Prikazivanje brojeva do 100 na brojevnoj pravoj* čini 1. zadatak na str. 94-1b udžbenika. Interaktivnu obradu egzemplara realizujemo primerima u zadatku.

Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Sabiranje i oduzimanje dvocifrenih brojeva* čine 1. i 2. zadatak na str. 126-1b udžbenika. Interaktivnu obradu realizujemo primerima u zadacima.

2.4.4. Metodički pristup interaktivnoj obradi četvrtog dela teme – Prirodni brojevi do 100

Četvrti deo programskih sadržina teme sadrži sledeće:

- *Određivanje nepoznatog broja u najprostijim jednakostima u vezi sa sabiranjem i oduzimanjem pogađanjem.*
- *Prostiji zadaci primenom sabiranja i oduzimanja.*

Pri interaktivnoj obradi dela teme predviđena je obrada tri nastavne jedinice. Za obradu svih nastavnih jedinica koristimo *povezivanje nastave matematike i nastave srpskog jezika.* Većinu zadataka zadajemo tekstualno, sa jednom ili više jednostavnih rečenica. Na osnovu teksta, uz diferenciranu pomoć nastavnika, učenici modeluju shemu operacije. U njoj je poznat jedan učesnik i rezultat, dok je jedan učesnik nepoznat. Zadati brojevi, znaci operacije i znak jednakosti, upisani su na odgovarajućim mestima. Za određivanje i upisivanje nepoznatog broja, u shemi je kvadratićem ili kružićem označeno prazno polje. Učenici određuju nepoznat broj i upisuju ga u navedeno polje. Nakon upoznavanja sheme, odnosno, posle izrade dovoljnog broja zadataka, učenici na opisani način rade zadatke u kojima sami modeluju shemu i rešavaju zadatak.

1. *Označavanje i određivanje nepoznatog sabirka* – jedan čas obrade i jedan čas vežbanja. Funkcionalan zadatak ove nastavne jedinice je da učenici, povezujući sabiranje i oduzimanje u okviru prve desetice, usvoje i uvežbaju određivanje nepoznatog broja (sabirka). Egzemplar za interaktivnu obradu ove nastavne jedinice čini 1. zadatak str. 30-1b udžbenika.

2. *Određivanje nepoznatog umanjenika* – jedan čas obrade i jedan čas vežbanja. Funkcionalan zadatak ove nastavne jedinice je da učenici, povezujući sabiranje i oduzimanje u okviru prve desetice, usvoje i uvežbaju određivanje nepoznatog umanjenika. Egzemplar za interaktivnu obradu ove nastavne jedinice čini 1. zadatak str. 32-1b udžbenika.

3. *Određivanje nepoznatog umanjioca* – jedan čas obrade i jedan čas vežbanja. Funkcionalan zadatak ove nastavne jedinice je da učenici, povezujući sabiranje i oduzimanje u okviru prve desetice, usvoje i uvežbaju određivanje nepoznatog umanjioca. Egzemplar za interaktivnu obradu ove nastavne jedinice čini 1. zadatak str. 34-1b udžbenika.

2.5. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržina teme – *Merenje i mere. Dinar i para. Metar.*

Za polazni osnov u metodičkom pristupu interaktivnoj obradi teme koristimo analizu i objašnjenje pojmova opisane u poglavlju IV knjige Dejić – Egerić (2010), kao i metodički pristup izučavanju sadržina o merenju i mernim jedninicama opisan u XI poglavlju iste knjige.

Osnov egzemplara za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Dinar. Novčanice od 1, 2, 5 i 10 dinara*, čini nenumerisani zadatak na str.10-1b udžbenika, sa jednim časom obrade.

Osnovu egzemplara za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Dinar i para. Novčanice od 20, 50 i 100 dinara*, čini 1. zadatak na str. 85-1b udžbenika, sa jednim časom obrade i jednim časom vežbanja. Osnov metodičke transformacije za obradu navedene nastavne jedinice, čini definicija mernog broja kao slike preslikavanja skupa vrednosti merenih veličina u skupu realnih brojeva. Pri tom je mera određena mernim brojem i jedinicom mere. U skladu sa navedenom definicijom, da bi cena robe predstavljala meru morala bi da bude jedinstvena za svaki element robe (artikl).

Poznato je da se cena menja u zavisnosti, pre svega, od mesta i vremena prodaje. Dakle, za cenu možemo reći da je ona mera vrednosti robe samo u određenoj prodavnici i u određenom trenutku. Usled toga, u interaktivnoj obradi nastavne jedinice akcenat stavljamo na ulogu i značaj novca. Naveden egzemplar dopunjavamo pitanjima nastavnika: *Šta prodavcu moraš da daš da bi zauzvrat od njega nešto dobio? Kako se naziva količina novca za koju se nešto kupuje? Prodavac prodaje, a ko kupuje? Kako se zajedničkim imenom naziva ono što se novcem može kupiti? Da li se novac dobija samo prodajom robe? Kako se naziva količina novca koju dobija radnik za svoj rad? Osim plate, može li se novac dobiti i za posebno postignut uspeh? Kako se naziva prva nagrada koju neko dobije u igri na sreću? Može li se premija dobiti u novcu?*

Na naveden način produbljujemo značenje pojma novčanih jedinica, odnosno kovanih i papirnih novčanica. Pri tom, realizujemo povezivanje i integrisanje nastave *matematike* sa nastavom *srpskog jezika* i odgovarajućim sadržinama nastavnog predmeta *Svet oko nas*.

Pri metodičkoj transformaciji za obradu nastavne jedinice *Metar. Procenjivanje i merenje dužina* valja imati u vidu da je njena sadržina propedevtički obrađena u obaveznom vaspitno-obrazovnom radu sa starijom predškolskom decom.

U preparativnoj fazi obrade nastavne jednice, nastavnik stavlja akcenat na nužnost da za merenje dužine svi koriste jedinstvenu i nepromenljivu jedinicu mere. Ta jedinica mere se naziva metar i odavno je zvanična jedinica mere za dužinu u celom svetu. U Parizu je dugo čuvan specijalan štap od platine dužine jednog metra, čija se dužina nije menjala tokom vremena. Ljudi, kojima je bilo potrebno precizno merenje dužine, su mogli na osnovu njega da uporede i usaglase svoje modele metra.

Za poimanje, merenje i procenjivanje dužine izražene u metrima, koristimo elemente nastavnog predmeta *Svet oko nas*. Pri tom, posebnu pažnju posvećujemo merenju dužina krivih linija. U tu svrhu, učitelj postavlja učenicima pitanja: *Da li se* *može izmeriti dužina kanapa koji je zavijen u klupče? Može li se izmeriti dužina klupčeta? Ako se klupče razvije i kanap zategne, može li se tada izmeriti njegova dužina?*

Kada dužinu merimo modelom drvenog štapa, dužine jednog metra, a merni broj merene dužine predstavlja realan broj veći od jedan, verovatnoća da ga tačno odredimo jednaka je nuli. Na nivou metodičke transformacije za doba učenika 1. razreda, nakon merenja dužine nizom od *n* nadovezanih štapova, procenom neizmerene dužine možemo da odredimo sledeće relacije (upoređivanje dužina): približno jednak, duži ili kraći.

Za realaciju *dužina je približno jednaka n metara* kriterijum je procena da je neizmerena dužina, merenjem sa n nadovezanih štapova, zanemarljivo mala u odnosu na dužinu jednog metra (spretnim i preciznim merenjem, manja od jednog decimetra).

Za realciju *dužina je duža* od n metra kriterijum je procena da je neizmerena dužina, merenjem sa n nadovezanih štapova, kraća od pola metra.

Za realaciju *dužina je kraća od (n + 1) metara* kriterijum je procena da je neizmerena dužina, merenjem sa n nadovezanih štapova, duža od pola metra, a kraća od jednog metra.

U skladu sa odgovarajućom metodičkom transformacijom, za obradu nastavne jedinice *Metar; procenjivanje i merenje dužina*, koristimo povezivanje matematičkih sadržina sa odgovarajućim elementima nastavnog predmeta *Fizičko vaspitanje*. Za formiranje i obradu egzemplara koristimo model štapa dužine jednog metra i kanap dužine veće od 5 metara i 50 centimetara, a manje od 6 metara. Jedan par učenika zateže kanap, a drugi par ga meri nizom nadovezanih štapova.

U prvom merenju, učenik koji meri, označavanjem mesta „nadovezivanja" na kanapu, preuzima zatezanje kanapa na kraju petog štapa. Heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da je izmerena dužina kanapa *približno jednaka 5 metara*.

U drugom merenju, učenik koji meri, na prethodno opisan način, preuzima zatezanje kanapa iza kraja petog štapa, na rastojanju manjem od dužine pola metra. Heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da je izmerena dužina kanapa *veća od 5 metara*.

U trećem merenju, učenici koji mere nadovezuju niz od šest štapova. Pri tom, šesti metar (štap) prelazi preko šake učenika koji zateže kanap. Heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da je dužina zategnutog kanapa *manja od 6 metara*.

3. METODIČKI PRISTUP INTERAKTIVNOJ NASTAVI/UČENJU MATEMATIKE U DRUGOM RAZREDU

U skladu sa operativnim zadacima učenici treba:

- da savladaju sabiranje i oduzimanje do 100;
- da shvate množenje kao sabiranje jednakih sabiraka;
- da upoznaju i koriste termine i znak množenja;
- da upoznaju operaciju deljenja, koriste termine i znak deljenja;
- da na primerima upoznaju komutativnost i asocijativnost računskih operacija (bez upotrebe ovih naziva);
- da uočavaju svojstva nule kao sabirka, činioca i deljenika, a jedinice kao činioca i delioca;
- da savladaju tablicu množenja jednocifrenih brojeva i odgovarajuće slučajeve deljenja (do automatizma);
- da savladaju množenje i deljenje u okviru do 100;
- da upoznaju funkciju zagrade i redosled izvođenja računskih opracija;
- da umeju da pročitaju i zapišu slovima pojmove zbir, razliku, proizvod i količnik, kao i da znaju da odrede vrednost izraza sa dve operacije;
- da upoznaju upotrebu slova kao oznaku za nepoznat broj (odnosno, kao zamenu za neki broj) u najjednostavnijim primerima sabiranja i oduzimanja;
- da umeju da rešavaju tekstualne zadatke sa jednom i dve računske operacije, kao i jednačine sa jednom operacijom (na osnovu veza između komponenata operacije);
- da shvate pojam polovine;
- da uočavaju i stiču određenu spretnost u crtanju prave i duži, kao i raznih krivih i izlomljenih linija;
- da uočavaju i crtaju pravougaonik i kvadrat na kvadratnoj mreži;
- da upoznaju i primenjuju mere za dužinu (m, dm, cm) i vreme (minut, čas, dan, sedmica, mesec).

Tematske sadržine:

1. Prirodni brojevi do 100 (orijentacioni predlog broja časova 55 + 90).

2. Geometrijski oblici (orijentacioni predlog broja časova 8 + 17).

3. Merenje i mere (orijentacioni predlog broja časova 3 + 7).

3.1. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržina teme – *Prirodni brojevi do 100*

Tema sadrži sledeće programske sadržaje:

- *Sabiranje i oduzimanje prirodnih brojeva do 100 (s prelazom preko desetice).*
- *Komutativnost i asocijativnost sabiranja.*
- *Množenje i deljenje prirodnih brojeva.*
- *Znaci za množenje i deljenje (·, :).*
- *Reči: činioci, proizvod, deljenik, delilac, količnik.*
- *Pojam polovine.*
- *Nula i jedinica kao činioci.*
- *Nula kao deljenik.*
- *Komutativnost i asocijativnost množenja.*
- *Slovo kao zamena za neki broj.*
- *Izrazi (dve operacije).*
- *Zagrade, redosled računskih operacija.*
- *Određivanje nepoznatog broja u jednakostima tipa:* $x + 5 = 9$; $7 \cdot x = 35$; $x : 5 = 3$; $12 : x = 4$.
- *Rešavanje jednostavnih zadataka (najviše dve operacije).*

Za polaznu osnovu u metodičkom pristupu interaktivnoj obradi teme koristićemo IV, V i VI poglavlje iz knjige Metodika nastave matematike, Dejić – Egerić (2010). Iako je tema dominantno zastupljena u programu matematike za 2. razred, za njenu interaktivnu obradu nije potreban veći broj izmena i dopuna. U metodičkom pristupu obradi nastavnih jedinica izmenićemo i dopuniti pojedine nastavne jedinice, usklađeno sa rasporedom njihove obrade u udžbeniku. Ako se isključivo na osnovu njega može formirati egzemplar, navešćemo primere (zadatke) koji ga čine.

Za nastavne jedinice koje sadrže specifičnosti neophodne za interaktivnu obradu egzemplara, opisaćemo i njegovu obradu. Ukoliko postoji potreba da se uz udžbenik koriste i druga nastavna sredstava, detaljnije ćemo opisati formiranje egzemplara i njegovu obradu. U izuzetnim slučajevima, koristićemo i druge metodičke elemente, neophodne za precizniji opis interaktivne obrade nastavnih jedinica.

U interaktivnoj obradi teme nadovezujemo se na opis metodičkog pristupa odgovarajućih nastavnih sadržina iz 1. razreda. U tu svrhu se i u udžbeniku određuju posebne nastavne jedinice za obnavljanje odgovarajućih sadržina. Kako smo u opisu *Metodičkog pristupa interaktivnoj nastavi/učenju matematike za prvi razred* obuhvatili i te nastavne jedinice, njihovu obradu nećemo ponovo opisivati.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenog i jednocifrenog broja,* čine 1. i 5. zadatak na str. 55-2a udžbenika, kao i snopovi štapića. Prvi deo interaktivne obrade realizujemo primerom u 1. zadatku, sinhronizovano sa manipulativnim radom u parovima, primenom štapića. Drugi deo interaktivne obrade realizujemo primerom u 5. zadatku, sinhronizovano sa manipulativnim radom u parovima, primenom štapića. Kako je u ovom zadatku primer ilustrovan shemom algoritma za pismeno sabiranje, nastavnik diferenciranom pomoći uvodi učenike u rad sa štapićima. Imajući u vidu da na isti način obrađujemo narednih šest nastavnih jedinica, za te nastavne jedinice ćemo jedino opisati egzemplar.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog od dvocifrenog broja,* čine 1. i 5. zadatak na str. 59-2a udžbenika, kao i snopovi štapića.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenih brojeva (sa prelazom),* čine 1. i 5. zadatak na str. 64-2a udžbenika, kao i snopovi štapića.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenih brojeva čiji je zbir jedinica jednak deset,* čine 1. i 5. zadatak na str. 64-2a udžbenika, kao i snopovi štapića.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenih brojeva čiji je zbir veći od deset,* čine 1. i 5. zadatak na str. 66-2a udžbenika, kao i snopovi štapića.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Oduzimanje dvocifrenih brojeva sa prelazom preko desetice,* čine 1. i 5. zadatak na str. 70-2a udžbenika, kao i snopovi štapića.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Tekstualni zadaci,* čine 1. i 2. zadatak na str. 73-2a udžbenika. Interaktivna obrada egzemplara određena je opisanim postupcima u navedenim zadacima. U okviru ove nastavne jedinice učenicima se zadaju tekstovi koji, na njima primeren način, opisuju neku životnu situaciju. Funkcionalan zadatak ove nastavne jedinice je da učenici usvoje postupak (misaone aktivnosti) kojim se iz zadatih tekstova matematički modeluju zbir ili razlika.

U interaktivnom dijalogu, pri obradi egzemplara uopštavamo opisane postupke u oba zadatka. U 1. zadatku, a na pitanje*: Šta je poznato*?, na osnovu dela teksta (Maja je uštedela 19, a njen brat 9 dinara.), učenici odgovaraju da su 19 i 9 poznati sabirci. Na pitanje: *Šta je nepoznato*?, odgovaraju sa: Nepoznat je zbir.

U 2. zadatku, na pitanje: *Šta je poznato*?, na osnovu dela teksta (Darko je kupio 22 pozivnice, a 6 je dao drugovima.), učenici odgovaraju da su poznati umanjenik (22) i umanjilac (6). Na pitanje: *Šta je nepoznato*?, odgovaraju sa: Nepoznata je razlika.

U daljoj obradi nastavne jedinice, dominantno se koriste zadaci kojima se *Matematika*, osim sa *Srpskim jezikom*, povezuje sa sadržinama predmeta *Svet oko nas*. Pri tom, posebno se oslanjamo na odgovarajuća znanja iz oblasti mera i merenja. U zadacima vezanim za kupovinu i cenu robe, radom u parovima, realizujemo igru prodavaca i kupaca (Pri tom, učenici u paru razmenjuju uloge).

Primeri za nastavnu jedinicu *Tekstualni zadaci sa jednom operacijom (sabiranje ili oduzimanje)* nalaze se na 74, 75. i 76. strani 2a udžbenika i interaktivno se obrađuju 2 časa. Funkcionalan zadatak u obradi nastavne jedinice je da učenici matematički modeluju zadate tekstove, a modele rešavaju računanjem. U obradi ove nastavne jedinice dominira povezivanje *Matematike, Srpskog jezika i Sveta oko nas.*

Metodička transformacija za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Združivanje sabiraka. Zagrade* zasnovana je na komutativnosti i asocijativnosti unije skupova. Egzemplar za interaktivnu obradu te nastavne jedinice čine tri primera u 1. zadatku na str. 78-2a udžbenika, kao i snopovi štapića. Interaktivnu obradu egzemplara realizujemo primerima, sinhronizovano sa manipulativnim radom u parovima, primenom štapića.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje tri broja* čini 1. zadatak na str. 80-2a udžbenika.

Slika br. 8 – Sabiranje tri broja
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 80)

Aktivnosti zadate učenicima menjamo i dopunjavamo na sledeći način: Sa tri različite boje označiti linije kojima određujemo unije po dva zadata skupa nacrtanih jagoda. Uniju sva tri skupa označiti crvenom bojom. Diferenciranom pomoći nastavnika, na osnovu označenih unija skupova, učenici određuju tri moguća načina združivanja sabiraka:

$$(3 + 4) + 2; (3 + 2) + 4; (4 + 2) + 3.$$

Zatim, zapisuju i izračunavaju navedene zbirove iznad prve crte u udžbeniku. Nakon toga, uočavaju da se zamenom mesta sabiraka u zagradama, broj načina sabiranja tri broja udvostručuje, odnosno, sa još tri zbira:

$$(4 + 3) + 2; (2 + 3) + 4; (2 + 4) + 3.$$

Učenici izračunavaju tri nova zbira i pišu ih iznad druge crte. Na isti način uočavaju da je u svakom od šest navedenih načina sabiranja moguća zamena mesta broja i zbira u zagradi. Pri tom, broj načina sabiranja tri broja se ponovo udvostručuje, sa još šest:

$$2 + (3 + 4); 4 + (3 + 2); 3 + (4 + 2); 2 + (4 + 3); 4 + (2 + 3); 3 + (2 + 4).$$

Šest novih zbirova učenici samo zapisuju iznad treće crte, a po jedan izračunavaju „napamet“. Pošto se uvere da su iscrpljene sve mogućnosti za sabiranje tri broja, učenici zaključuju da se *zagrade mogu izostaviti*.

U interaktivnu obradu egzemplara, na opisan način, uključujemo kombinatorne aktivnosti učenika. Pri tom, podrazumeva se da oni neće biti uvedeni u pojmove i pravila kombinatorike. Međutim, propedevtički će usvojiti činjenicu da postoje pravila kombinovanja (formiranje permutacija, varijacija i kombinacija). U egzemplaru smo za svaku etapu opisali određeno pravilo kombinovanja, kojim se povezuju združivanje i zamena mesta tri sabirka.

U drugom zadatku, koji takođe navodimo iz udžbenika, pokazano je dvanaest načina sabiranja tri sabirka.

2. Збир три броја можемо писати на више начина. Проучи и израчунај написане задатке.

(37 + 3) + 20 = __________

37 + (3 + 20) = __________

(37 + 20) + 3 = __________

37 + (20 + 3) = __________

3 + (37 + 20) = __________

(3 + 20) + 37 = __________

3 + (20 + 37) = __________

(20 + 37) + 3 = __________

20 + (3 + 37) = __________

(20 + 3) + 37 = __________

20 + (3 + 37) = __________

(3 + 37) + 20 = __________

- Да ли су исти резултати свих написаних задатака? __________
- Прецртај заграде и провери да ли су исти резултати ако не користиш заграде.
- Кажи шта уочаваш.

Slika br. 9 – Sabiranje tri broja
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 80)

Načini sabiranja su podeljeni u tri grupe po četiri izraza, tako da je jedan od zadatih brojeva u svakoj grupi na prvom mestu. Međutim, pravilo za određivanje načina sabiranja u svakoj grupi teško se uočava, a još teže opisuje. U svakom slučaju, učenicima treba napomenuti da je zbir 20 + (3 + 37) u drugoj grupi zapisan dva puta, na drugom i četvrtom mestu. Po korišćenom pravilu kombinovanja, na drugom mestu treba da bude zapisano 20 + (37 + 3).

Aktivnosti zadate učenicima: prouči i kaži šta uočavaš, moraju se shvatiti uslovno i dodatno objasniti. Naime, proučavanjem (posmatranjem i komparacijom) oni mogu samo uočiti pravilo grupisanja zbirova u tri grupe. Za formiranje grupa mogu uočiti samo da je primenjeno isto pravilo za sve grupe. Učenicima se mora i napomenuti da za precrtavanje zagrada u sabiranju tri broja, mogu koristiti najpogodniji od dvanaest zadatih načina. Navodimo primer iz zadatka:

$$37 + 20 + 3 = (37 + 3) + 20 = 40 + 20 = 60.$$

U daljoj obradi nastavne jedinice, dovoljno je da učenici izaberu i izračunaju dva zbira iz navedenog zadatka i time potvrde uočena pravila za sabiranje tri broja. Pravilo kombinovanja primenjeno u obradi egzemplara mora se ponoviti u verifikativnoj fazi. Opisanim načinom obrade nastavne jedinice, značajno se maksimiziraju se misaone i kombinatorne aktivnosti učenika, a minimiziraju aktivnosti izračunavanja i zaključivanja nepotpunom indukcijom. Imajući u vidu opisane teorijske osnove za interaktivnu nastavu matematike u mlađim razredima, preciznije je reći da su sve aktivnosti učenika optimizovane.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice Z*adaci sa dve operacije* čine 1. i 3. zadatak na str. 82-2a udžbenika, koji se rešavaju modelovanjem u zbir tri broja. U prvom zadatku se modeluje zbir bez zagrada, a u trećem deo teksta *Miloš ima za 9 više od Nataše*, jer zahteva upotrebu zagrade ili posebno izračunavanje (38 + 9).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice Z*adaci sa dve operacije (sabiranje i oduzimanje)* čine 2. i 5. zadatak na str. 84-2a udžbenika. U oba zadatka, modeluju se zbir i razlika sa obaveznom upotrebom zagrade ili dvostrukim računanjem.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Slovo kao zamena za neki broj* čini 1. zadatak na str. 87-2a udžbenika. U zadatku je nepoznat sabirak zamenjen slovom *a,* a nepoznat umanjenik slovom *x.* U toku obrade egzemplara napominjemo da izbor slova kao zamena za neki broj nije izvršen po strogom pravilu. Drugim rečima, nepoznat sabirak se ne mora uvek zamenjivati slovom *a*, a umanjenik slovom *x*. Slovo, kao zamenu za neki broj, možemo slobodno da biramo, a najčešće koristimo ***a***, ***b***, ***c*** ili ***x***.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Veza sabiranja i oduzimanja* čini 1. zadatak na str. 89-2a udžbenika. U ovom zadatku didaktički materijal čini pravougaonik obojen u zeleno čija dužina označava broj 80, a ispod njega se nalaze nadovezani pravougaonici. Prvi pravougaonik je obojen u žuto, a njegova dužina označava broj 50. Drugi pravougaonik je obojen u narandžasto, a njegova dužina označava broj 30. Tekst „prouči i izračunaj" moramo precizirati sa „posmatraj i upoređuj sliku" (opisani pravougaonici) i na osnovu toga upisati rezultate odgovarajućih operacija bez izračunavanja. Nakon toga računanjem proveriti rezultate.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Određivanje nepoznatog sabirka* čine 1. i 4. zadatak na str. 91-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Određivanje nepoznatog umanjenika* čini 1. zadatak na str. 94-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Određivanje nepoznatog umanjioca* čini 1. zadatak na str. 97-2a udžbenika.

Prvi deo egzemplara za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Znak · ili puta* čini nenumerisan zadatak na str. 103-2a udžbenika. Svi primeri koji se nalaze u nenumerisanom zadatku predstavljaju množenje, kao sabiranje jednakih sabiraka, shodno Peanovim aksiomima. Međutim, moguće je uvođenje pojma množenja prirodnih brojeva na osnovu direktnog ili Dekartovog proizvoda skupova. Iako direktan proizvod $A \times B$ nije ni komutativan ni asocijativan, to nije smetnja za njegovo korišćenje u formiranju pojma množenja prirodnih brojeva.

Naime, $A X B \neq B X A$, ali je card $(A X B) =$ card $(B X A)$.

Isto tako i $(A X B) X C \neq A X (B X C)$, ali je card $((A X B) X C) =$ card $(A X (B X C))$.

To omogućuje da se množenje odredi i skupovnim pristupom.

Ako označimo $a =$ card A, $b =$ card B i a, b pripada N, tada je $a \cdot b =$ card $(A X B)$.

U tom slučaju komutativnost množenja prirodnih brojeva dokazujemo: $a \cdot b =$ card $(A X B) =$ card $(B X A) = b \cdot a$, a slično dokazujemo i asocijativnost.

Imajući u vidu navedenu metodičku transformaciju množenja, za drugi deo egzemplara koristimo primer čiji tekst učenici zapisuju u svesku. *Na jednom rođendanu učestvuju 3 dečaka i 4 devojčice. Dogovoreno je da svi plešu, tako što dečaci biraju, redosledom po svom izboru. Ako je svaki dečak odigrao po jedan ples sa svakom devojčicom, koliko je na tom rođendanu bilo plesova.* Primer ilustrujemo Venovim dijagramom, uz dodatna uputstva učenicima. *Skup dečaka obeleži sa A, a njegove elemente sa a, b i c. Skup devojčica obeleži sa B, a njegove elemente sa 1, 2 ,3 i 4. U svesci Venovim dijagramom prikaži skupove A i B, a linijama poveži njihove elemente u skladu sa zadatkom.*

Nakon što su učenici u svesci nacrtali Venove dijagrame skupova A i B, nastavnik im daje dodatna uputstva. *Pošto je svaki dečak plesao sa svakom devojčicom, to znači da svaki elemenat skupa A treba da spojiš linijama sa svim elementima skupa B. Linije kojima spajaš element a oboj crveno, element b plavo, a element c žuto, onako kako si učio u 1. razredu.*

Posle završenih aktivnosti crtanja ili bojanja, nastavnik učenicima zadaje sledeće misaone aktivnosti posmatranja i upoređivanja: *Zamisli da svaka linija ozna-*

čava po jedan ples. Kakve su međusobom brojnosti skupova nacrtanih linija i plesova na rođendanu? (Njihove brojnosti su jednake.) *Izrazi taj broj rečima i oznakom.* (Tri puta četiri, $3 \cdot 4$).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Proizvod dva broja* čini nenumerisan zadatak na str. 104-2a udžbenika. U obradu egzemplara uključujemo i ponavljanje najbitnijih elemenata dopunskog primera iz prethodne nastavne jedinice. Ponavljanje zaključujemo pitanjem*: Koliko je bilo plesova na rođendanu?* ($3 \cdot 4 = 12$)

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje kao sabiranje jednakih sabiraka* čini nenumerisan zadatak na str. 106-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje, činioci, proizvod* čini nenumerisan zadatak na str. 107-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zamena mesta činioca* čine nenumerisani i 3. zadatak na str. 109-2a udžbenika, dopunjeni proširenim primerom iz egzemplara u obradi nastavne jedinice *Znak · ili puta*. Opisujemo samo obradu proširenog dela egzemplara. *Na pomenutom rođendanu, naknadno je dogovoreno da svaka devojčica bira i pleše po jedanput sa svakim dečakom, redosledom po svom izboru. Na Venovom dijagramu, koji si nacrtao u svesci, docrtaj linije kojima se spajaju elementi skupova. Linije kojima spajaš element 1 sa elementima a, b i c oboj zeleno, 2 u žuto, 3 u plavo i 4 u crveno. Pri crtanju linija koje spajaju elemente, za koje već postoji linija spajanja, nacrtaj novu liniju. Izrazi i izračunaj brojnost skupova nacrtanih linija, odnosno plesova devojčica sa dečacima ($4 \cdot 3 = 12$). Uporedi dobijene brojeve plesova, po oba dogovora. Broj plesova je jednak ($3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$).*

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Nula i jedan kao činioci* čine 1. i 2. zadatak na str. 111-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 2* čine 1. i 2. zadatak na str. 113-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 10* čine 1. i 2. zadatak na str. 114-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Za toliko veći i toliko puta veći broj* čini 1. zadatak na str. 116-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 5* čine 1. i 2. zadatak na str. 118-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 4* čine 1. i 2. zadatak na str. 119-2a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 3 i brojem 3* čine 1. i 2. zadatak na str. 3-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Tablica množenja* čini nenumerisan zadatak na str. 5-2b udžbenika. Interaktivnu obradu, odnosno, popunjavanje tablice učenici rade na osnovu uputstava iz 1. zadataka, uz diferenciranu pomoć nastavnika. Pri tom, koristi se zamena mesta činilaca. U okviru uputstava za popunjavanje tablice, nastavnik opisuje korišćenje termina vodoravno, uspravno i gornja tablica.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Pisanje dvocifrenih brojeva u obliku proizvoda i zbira* čine 1. i 2. zadatak na str. 6-2b udžbenika.

Napominjemo da se pod proizvodom podrazumeva proizvod prirodnog broja i broja 10 (višestruka desetica), koji čini prvi sabirak. Drugi sabirak je jednocifren broj različit od nule. Imajući to u vidu, primer iz egzemplara interaktivno obrađujemo sinhronizovano sa manipulativnim radom u parovima, uz korišćenje četiri snopa štapića (jedan dinar zamenjujemo jednim štapićem).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Združivanje činilaca* čine 1. i 2. zadatak na str. 10-2b udžbenika. Obradu 1. zadatka, koji čini prvi deo egzemplara, vršimo sinhronizovano sa analognim primerom, čiji tekst navodimo. *U učionici sa tri reda (kolone) klupa, popunjena su mesta u prve četiri klupe svakog reda. Izračunaj, načinima koji su opisani u prvom zadatku, broj učenika u tim klupama. Opiši rečima svaki od dva načina.*

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje zbira brojem* čini 1. zadatak na str. 12-2b udžbenika i 5 snopova štapića. Obradu egzemplara, odnosno, primera u zadatku, vršimo sinhronizovano sa odgovarajućim manipulativnim radom u parovima. Posmatranjem i upoređivanjem slike sa flomasterima, učenici u manipulativnim aktivnostima zamenjuju flomastere štapićima.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje razlike* čini 1. zadatak na str. 15-2b udžbenika i 2 snopa štapića. Obradu egzemplara, odnosno, primera u zadatku, vršimo sinhronizovano sa odgovarajućim manipulativnim radom u parovima. Posmatranjem i upoređivanjem slike sa bombonama, učenici u manipulativnim aktivnostima zamenjuju bombone štapićima.

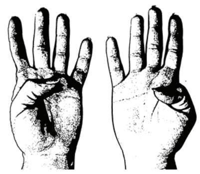
Tablicu množenja učenici pamte postepeno, upotrebom u računanju. Za proveravanje tačnosti zapamćenog, ako je jedan činilac manji ili jednak pet, učenici brojeve množe sabiranjem jednakih sabiraka. Ako su oba činioca veća od pet tada mogu koristiti pravilo koje ćemo dokazati i objasniti. Pretpostavimo da su *m* i *n* prirodni brojevi manji od 5. Brojevi čiji proizvodi čine donji desni deo tablice množenja imaju tada oblik 10-m i 10-n, a oba pripadaju skupu {6, 7, 8, 9}. Množenjem navedenih brojeva dobijamo:

$$\begin{aligned}(10 - m) \cdot (10 - n) &= 10 \cdot 10 - m \cdot 10 - n \cdot 10 + m \cdot n = \\ &= (10 - m - n) \cdot 10 + m \cdot n = \\ &= \underline{[10 - (m + n)]} \cdot \underline{10 + m \cdot n}.\end{aligned}$$

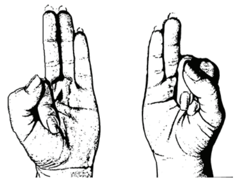
Za primenu dobijenog izraza, pri izračunavanju proizvoda navedenih brojeva, prvo ćemo opisati ulogu brojeva *m* i *n*. Broj *m* određuje za koliko je prvi zadati činilac manji od 10, a broj *n* isto to za drugi činilac. Proizvod je jednak zbiru u kojem prvi sabirak sadrži najmanje dve desetice jer je $10 - (m + n) \geq 2$, a drugi najviše jednu deseticu jer je $m \cdot n \leq 16$ ($4 \cdot 4 = 16$).

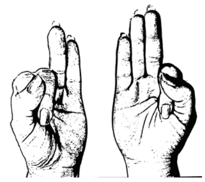
Opisan način određivanja proizvoda može se odrediti upotrebom prstiju na spojenim šakama, dlanovima prema sebi. U tom položaju, palčevi su krajnji prsti i uvek se savijaju. Ukupan broj savijenih prstiju na levoj šaci jednak je opisanom broju *m*, a na desnoj *n*. Ispruženi prsti predstavljaju desetice, odnosno prvi sabirak, a drugi sabirak je proizvod savijenih prstiju. Tako opisan postupak množenja, možemo nazvati ***množenje na prste***. Na taj način se ubrzava proveravanje tačnosti desnog dela tablice množenja, koji učenici najteže pamte.

Primeri.

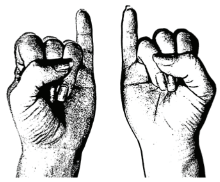
1. Izračunavanje formulom:	Ilustracija računanja na prste
$9 \cdot 9 = [10 - (1 + 1)] \cdot 10 + 1 \cdot 1 =$ $= [10 - 2] \cdot 10 + 1 = 80 + 1 = 81$	$9 \cdot 9 = 8 \cdot 10 + 1 \cdot 1 = 80 + 1 = 81$ 

2. Izračunavanje formulom:

$8 \cdot 7 = [10 - (2 + 3)] \cdot 10 + 2 \cdot 3 =$ $= [10 - 5] \cdot 10 + 6 = 50 + 6 = 56$	$8 \cdot 7 = 5 \cdot 10 + 2 \cdot 3 = 56$ 

$7 \cdot 8 = [10 - (3 + 2)] \cdot 10 + 3 \cdot 2 =$ $= [10 - 5] \cdot 10 + 6 = 50 + 6 = 56$	$7 \cdot 8 = 5 \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 56$ 

3. Izračunavanje formulom:

$6 \cdot 6 = [10 - (4 + 4)] \cdot 10 + 4 \cdot 4 =$ $= [10 - 8] \cdot 10 + 16 = 20 + 16 = 36$	$6 \cdot 6 = 2 \cdot 10 + 4 \cdot 4 = 36$ 

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 6 i brojem 6* čine 2. i 3. zadatak na str. 17-2b udžbenika. Interaktivnu obradu 3. zadatka dopuniti opisanim množenjem na prste.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 7 i brojem 7* čine 2. i 3. zadatak na str. 19-2b udžbenika. Interaktivnu obradu 3. zadatka dopuniti opisanim množenjem na prste.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 8 i brojem 8* čine 2. i 3. zadatak na str. 21-2b udžbenika. Interaktivnu obradu 3. zadatka dopuniti opisanim množenjem na prste.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje broja 9 i brojem 9* čine 2. i 3. zadatak na str. 23-2b udžbenika. Interaktivnu obradu 3. zadatka dopuniti opisanim množenjem na prste.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Tablica množenja* čini 1. zadatak na str. 24-2b udžbenika. U dopunjavanju gornjeg i levog donjeg dela tablice, učenici brojeve množe sabiranjem jednakih sabiraka.

U dopunjavanju desnog donjeg dela tablice učenici brojeve množe na prste. Pri tom, dovoljno je da u jednom primeru brojeve pomnože i sabiranjem jednakih sabiraka, a zatim uporede dobijene rezultate.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje jednocifrenog i dvocifrenog broja* čini 1. zadatak na str. 27-2b udžbenika.

Učenici koji slabije napreduju obrađuju i manipulišu štapićima uz diferenciranu pomoć nastavnika, sinhronizovano sa obradom primera u zadatku.

Prvi deo egzemplara za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Polovina* čine 1. i 2. zadatak na str. 45-2b udžbenika. Pri interaktivnoj obradi 1. zadatka učenicima napominjemo da se hleb samo približno može podeliti na dva jednaka dela (polovine), kao i mnogi drugi predmeti nepravilnog oblika. Drugi deo egzemplara čine 1. i 2. zadatak na str. 46-2b udžbenika.

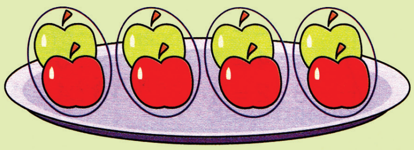
U obradi drugog dela egzemplara, učenicima napominjemo da polovinu od skupova 6 sladoleda, ili 12 kuglica, čine tri sladoleda ili 6 kuglica samo ako su sladoledi i kuglice jednaki. Međutim, polovine brojnosti navedenih skupova, čine broj 3 ili broj 6, bez obzira na prethodan uslov.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zapisivanje polovine, znak podeljeno* čine 1. i 2. zadatak na str. 48-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Količnik dva broja* čini 1. zadatak na str. 49-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje, deljenik, delilac, količnik* čini 1. zadatak na str. 51-2b udžbenika.

1. Тата је ставио на тацну 8 јабука. **Четворо** деце ће их међусобно поделити **на једнаке делове.** Колико ће јабука добити свако дете?



Slika br. 10 – Deljenje, deljenik, delilac, količnik
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 51)

Pri interaktivnoj obradi zadatka učenicima napominjemo da se skup od 8 jabuka može podeliti na četvero dece samo na približno jednake delove (podskupove). Međutim, pravilna metodička transformacija deljenja prirodnih brojeva zasnovana je na pojmu particije (podele) konačnih skupova na podskupove.

Da bi se izvršila particija nekog skupa na podskupove, neophodno je da su bilo koja dva podskupa (svaki par) disjunktna. Osim navedenog uslova, neophodno je da unija svih podskupova bude jednaka datom skupu.

Postoje dva skupovna pristupa deljenju prirodnih brojeva. U oba pristupa, brojnost *a* zadatog skupa *A*, koji se deli, je deljenik. Disjuktni podskupovi, čija je unija jednaka skupu A, su jednakobrojni, a brojnost *b* skupa tih podskupova je delilac. Pri tom, brojnost svakog od jednakobrojnih podskupova je količnik *c,* odnosno $a : b = c$. U tekstualnim zadacima, koji se modeluju opisanim skupovnim pristupom, se kaže da je deljenik a podeljen ***na*** b.

Shodno tome, u tekstu 1. zadatka umesto *na jednake delove* koristimo *na jednakobrojne delove.* Osnovni skup čini osam jabuka na tacni, a njegova brojnost 8 je deljenik. Brojnost podskupova u particiji skupa određuje deo teksta: „četvoro dece će ih međusobno podeliti“, što znači da je broj 4 delilac. Količnik čini brojnost ekvivalentnih podskupova (po 2 jabuke) i taj broj je 2.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 2* čine 1. i 2. zadatak na str. 53-2b udžbenika. Pri interaktivnoj obradi 1. zadatka reč *jednako* zamenjujemo rečju *jednakobrojno*. Ista napomena važiće i za obradu narednih nastavnih jedinica, kao i tekstualne zadatke korišćene na časovima vežbanja i utvrđivanja.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 4* čine 1. i 2. zadatak na str. 54-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Veza množenja i deljenja* čini 1. zadatak na str. 57-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Toliko puta manji i za toliko manji broj* čini 1. zadatak na str. 59-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 5* čine 1. i 2. zadatak na str. 61-2b udžbenika. Tekst 1. zadatka je u skladu sa metodičkom transformacijom za ineteraktivnu obradu. Naime, pet drugarica želi da podeli 15 balona tako da svaka dobije isti broj balona. Međutim, na ilustraciji se nalaze po 3 različita balona, iznad 5 stisnutih šaka devojčica.

Slika br. 11 – Deljenje brojem pet
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 61)

Ovakav primer unosi još veću zabunu u podelu na jednake ili jednakobrojne podskupove. Imajući spomenuto u vidu, nastavnik učenicima napominje da postoji mnogo drugačijih podela 15 navedenih balona na 5 drugarica, tako da svaka dobije jednak broj, a da pri tom, skupovi balona budu različiti.

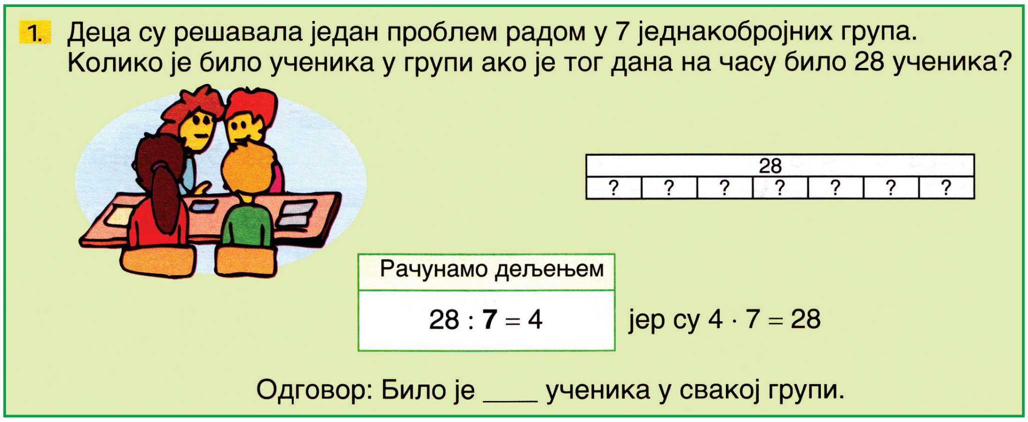
Zahtev učenicima u 2. zadatku, „izračunaj i zapamti“, nastavnik dopunjava i precizira. *Posmatranjem i upoređivanjem uoči šta si koristio pri deljenju brojem 5.* (Vezu množenja i deljenja.) *Tu vezu moraš da zapamtiš. Šta si prethodno učio i morao da naučiš i zapamtiš?* (Množenje i tablicu množenja.) Navedeno važi i za sve 2. zadatke sledećih nastavnih jedinica.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 10* čine 1. i 2. zadatak na str. 62-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 3* čine 1. i 2. zadatak na str. 63-2b udžbenika. U interaktivnoj obradi 1.zadatka nastavnik napominje učenicima da se u 3 vaze nalaze 3 različita skupa cvetova, ali jednakobrojna, što je i jedino bitno.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 6* čine 1. i 2. zadatak na str. 67-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 7* čine 1. i 2. zadatak na str. 69-2b udžbenika.



Slika br. 12 – Deljenje brojem sedam
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 69)

Tekst prvog zadatka može se smatrati delom egzemplara, ali on poseduje i osobine problemske situacije. Imajući to u vidu, nastavnik mora na početku obrade zahtevati od učenika da rukom prekriju sliku četiri đaka koji sede u jednoj grupi, a da pažnju usmere na shemu pored slike. Tek nakon heurističkog vođenja učenika, analizom teksta, učenici određuju broj đaka u grupi. U protivnom, upisivanje broja 4 u odgovor, bilo bi učenicima sugerisano slikom.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 8* čine 1. i 2. zadatak na str. 71-2b udžbenika. U obradi 1. zadatka povezujemo nastavu *Matematike* i *Likovnog vaspitanja*. U tekstu ovog zadatka „osmoro dece deli 16 šljiva na jednake delove", od učenika se zahteva da, osim izračunavanja deljenjem, na svakoj od 8 tacni nacrtaju po dve šljive. Verovatnoća da sva deca nacrtaju približno jednake šljive je jednaka nuli. To čini još značajnijom potrebu da se umesto reči jednake koristi reč jednakobrojne.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 9* čine 1. i 2. zadatak na str. 73-2b udžbenika. U tekstu 1. zadatka umesto flomastera koristimo bombone. U tom slučaju možemo smatrati da su matematičke sadržine povezane sa predmetom *Svet oko nas*. Ako se ta ispravka ne izvrši, možemo reći da je nastava Matematike u suprotnosti sa tim predmetom. Naime, cena flomastera od 3 dinara je apsolutno nerealna za 2009. godinu. To bi onemogućilo, ne samo pomenuto povezivanje nastave Matematike, već i njenu interaktivnost.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje brojem 1; deljenje nule* čine 1. i 3. zadatak na str. 83-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljivost sa 2* čine 1. i 2. zadatak na str. 86-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljivost sa 5* čine 1. i 2. zadatak na str. 87-2b udžbenika.

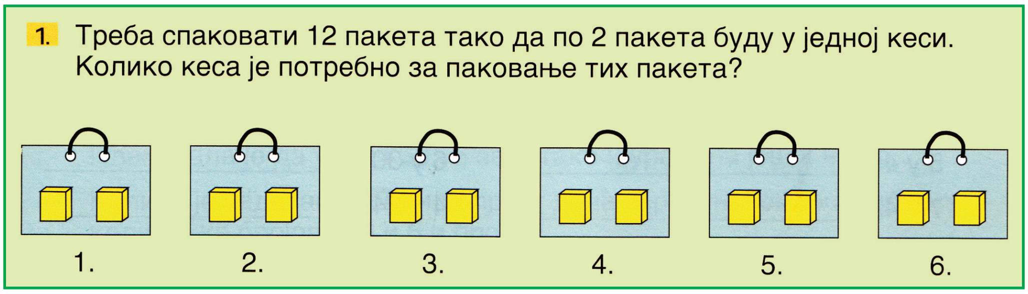
Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljivost sa 3* čine 1. i 2. zadatak na str. 89-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljivost sa 4* čine 1. i 2. zadatak na str. 90-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje zbira brojem* čini 1. zadatak na str. 93-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje dvocifrenog broja jednocifrenim brojem* čini 1. zadatak na str. 95-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sadržavanje* čini 1. zadatak na str. 97-2b udžbenika.



Slika br. 13 – Sadržavanje
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 97)

Metodička transformacija za *sadržavanje* je analogna opisanoj metodičkoj transformaciji za deljenje prirodnih brojeva. U oba pristupa particiji skupova na jednakobrojne podskupove, deljenik čini brojnost *a* zadatog skupa *A*. U sadržavanju, za razliku od deljenja *na* jednakobrojne podskupove, delilac čini brojnost ekvivalentnih podskupova, a količnik je brojnost skupa tih podskupova.

U tekstu 1. zadatka ne mora se ništa menjati. Osnovni skup čini 12 paketa, što znači da je deljenik broj 12. Paketi se pakuju po dva u jednu kesu, što znači da je brojnost paketa u kesama broj 2 i čini delilac. Broj kesa čini količnik koji treba odrediti, odnosno 2 se u 12 *sadrži* 6 puta (12 : 2 = 6).

S obzirom na to da naveden primer nije tipičan, neophodna je sledeća dopuna. *Zamislite da u jednoj većoj kesi treba da bude spakovano 12 paketa. Međutim, paketi su pakovani po dva u manjim kesama. Koliko puta treba staviti malu kesu sa dva paketa u veliku kesu da bi u njoj bilo 12 paketa?* (*Onoliko koliko se 2 sadrži u 12.*)

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije (deljenje i sabiranje)* čini 1. zadatak na str. 99-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije (deljenje i oduzimanje)* čini 1. zadatak na str. 101-2b udžbenika.

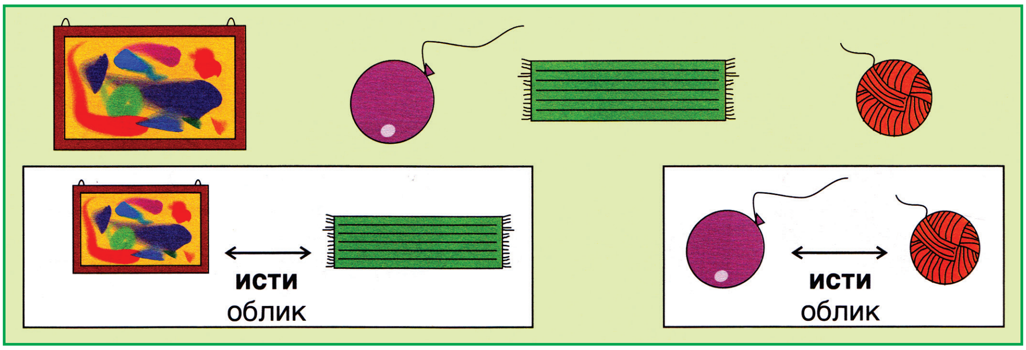
3.2. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržina teme – *Geometrijski oblici*

Tema sadrži sledeće programske sadržine:

- *Predmeti oblika lopte, valjka, kvadra i kocke.*
- *Upoređivanje predmeta po obliku, širini, visini i debljini.*
- *Duž, poluprava i prava.*
- *Crtanje raznih krivih i izlomljenih linija.*
- *Otvorena i zatvorena izlomljena linija.*
- *Uočavanje i crtanje pravougaonika i kvadrata na kvadratnoj mreži.*

U interaktivnoj obradi teme za polaznu osnovu koristićemo poglavlja IV i X iz knjige *Metodika nastave matematike* Dejić – Egerić (2010). Primenjujemo i metodičke pristupe interaktivnoj obradi tema *Predmeti u prostoru i odnosi među njima* i *linije i oblasti i klasifikacija predmeta po svojstvima*, koje su opisane u potpoglavljima 2.1; 2.2. i 2.3. Imajući navedeno u vidu, metodičku transformaciju i veći deo metodičkih okvira nećemo ponavljati. Međutim, za svaku nastavnu jedinicu predviđenu Nastavnim programom, opisaćemo egzemplar i po potrebi uputstva za njenu obradu. U obradi većine nastavnih jedinica povezujemo matematičke sadržine sa odgovarajućim elementima predmeta *Svet oko nas* i *Likovno vaspitanje*.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Upoređivanje predmeta po obliku. Isti oblik.* čini nenumerisan zadatak na str. 19-2a udžbenika, dopunjen odgovarajućim ili sličnim predmetima (balon, loptasto klupče vune, sudovi valjkastog oblika, sokovi kvadarskog pakovanja i slično). U daljoj obradi u zadacima, umesto *predmeti kružnog, pravougaonog i kvadratnog oblika* koristiti ranije preporučene izmene: „Predmeti na kojima postoje oblici kruga, pravougaonika i kvadrata". Bez takve izmene, kod učenika se može formirati mentalna slika ravnih figura pod nazivom predmet, što je netačno i u geometriji realnog prostora.



Slika br. 14 – Upoređivanje predmeta po obliku. Isti oblik
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 19)

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Kvadar i kocka* čine po 3 primera slika predmeta oblika kvadra i oblika kocke iz nenumerisanog zadatka na str. 21-2a udžbenika i školski modeli kvadra i kocke. Posmatranjem i upoređivanjem predmeta na slikama, uz heurističko vođenje učenici rangiraju predmete u odnosu na model kvadra ili kocke. Pri tom, trebalo bi koristiti sledeću gradaciju na tri nivoa: isti oblik, približno isti oblik i u nekim elementima različit oblik, koja važi i za ostale oblike predmeta. Npr., nastavnik može da postavi sledeće pitanje: *Po kojim elementima se model kocke za igru Čoveče ne ljuti se, razlikuje od školskog modela oblika kocke?* (Po elementima kojima se označavaju brojevi.)

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Lopta* čini 1. zadatak na str. 22-2a udžbenika i model lopte kao školsko nastavno sredstvo. Pri obradi, na postavljeno pitanje kako se zove igračka kojom se igraju deca, odgovor lopta nije dovoljan. Neophodno je da uz diferenciranu pomoć nastavnika učenici uporede plastičnu fudbalsku, košarkašku i odbojkašku loptu. Upoređivanje se izvodi analogno prethodno opisanim gradacijama u odnosu na školski model lopte. Iskustvo učenika tog doba je dovoljno da izvedu sledeći zaključak: plastična lopta za igru ima isti oblik kao i školski model lopte, košarkaška lopta je približno ista, a fudbalska i odbojkaška se razlikuju u nekim elementima.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Valjak* čini nenumerisan zadatak na str. 23-2a udžbenika i školski model valjka. Posmatranjem i upoređivanjem predmeta na slici, uz heurističko vođenje učenici rangiraju predmete u odnosu na školski model. Npr., nastavnik može da postavi sledeće pitanje: *Po kojim elementima se model lonca razlikuje od školskog modela oblika valjka?* (Razlikuje se u dve drške, odnosno, dva elementa.) Nastavnik interaktivnim dijalogom posebno analizira takozvani parni valjak. Naime, on je pokretna mašina koja se naziva po svom specifičnom elementu, valjku, kojim se valja asfalt.

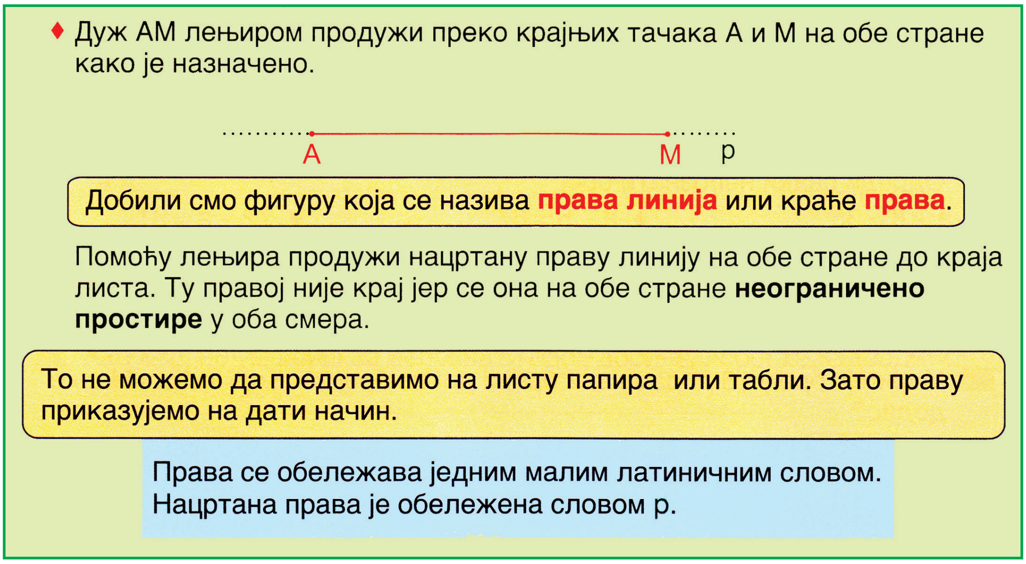
Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Šire-uže* čini nenumerisan zadatak na str. 27-2a udžbenika, predmeti i učenici u učionici.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Više-niže* čini nenumerisan zadatak na str. 28-2a udžbenika, predmeti i učenici u učionici.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deblje-tanje* čini nenumerisan zadatak na str. 29-2a udžbenika, predmeti i učenici u učionici.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Duž. Crtanje i poređenje duži po dužini* čini nenumerisan zadatak na str. 37-2a udžbenika. Za duži koje nisu paralelne, a približno su jednake, upoređivanje po dužini je neizvodljivo bez merenja. Ta činjenica je poštovana u svim zadacima, tako da ih učenici mogu rešiti posmatranjem i upoređivanjem.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Prava* čini nenumerisan zadatak na str. 100-2a udžbenika. Po tekstu iz egzemplara, produžavanjem duži u oba smera prava se „neograničeno prostire". U obradi egzemplara reč *prostire* nužno moramo precizirati. Za to je neophodno da učenici produžavaju duž do kraja lista, u nekoliko etapa. Učenici na taj način lakše uočavaju da je produžavanje lenjirom ograničeno samo širinom lista, a da je nastavljanje produžavanja neograničeno. Pri tom, moramo insistirati da pod načinom produžavanja duži podrazumevamo i produžavanje koje učenici samo zamišljaju (stvaraju mentalnu sliku), a da ga ne mogu realizovati.



♦ Дуж АМ лењиром продужи преко крајњих тачака А и М на обе стране како је назначено.

Добили смо фигуру која се назива **права линија** или краће **права**.

Помоћу лењира продужи нацртану праву линију на обе стране до краја листа. Ту правој није крај јер се она на обе стране **неограничено простире** у оба смера.

То не можемо да представимо на листу папира или табли. Зато праву приказујемо на дати начин.

Права се обележава једним малим латиничним словом. Нацртана права је обележена словом p.

Slika br. 15 – Prava
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 100)

U daljoj obradi, pojam prave se produbljuje apstrahovanjem primera u realnom prostoru. Pri tom, koristimo povezivanje sa elementima nastavnog predmeta *Svet oko nas*, kao što je zrak svetlosti u svemiru. U svakom slučaju, moraju se izbeći odrednice koje imaju oblik definicije, jer je prava jedan od osnovnih pojmova geometrije (tačka, prava i ravan).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Poluprava* čini nenumerisan zadatak na str. 101-2a udžbenika. Obradu egzemplara dopunjavamo tako što učenici, na istom crtežu produžavaju duž MA preko krajnje tačke A ulevo. Tako prikazanu polupravu obeležavaju sa Mp. U daljoj obradi, uz diferenciranu pomoć nastavnika, učenici mogu zaključiti da obe navedene poluprave sadrže duž AM (MA), odnosno da su tačke te duži zajedničke tačke polupravih Ap i Mp. Na navedeni način preciznije se formira pojam smera. Naime, smer se određuje samo na pravoj, odnosno na pravcu, sa dva moguća smera na prethodno opisan način.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Izlomljena linija, otvorena i zatvorena* čini nenumerisan zadatak na str. 37-2b udžbenika.

Osnova za metodičku transformaciju nalazi se u opisu interaktivne obrade nastavne jedinice *Otvorene i zatvorene linije*, za prvi razred (potpoglavlje 2.2.). Pre interaktivne obrade egzemplara ponavljamo tada obrađene odrednice za utvrđivanje otvorenosti, odnosno zatvorenosti proste krive linije.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Pravougaonik i kvadrat. Uočavanje pravougaonika i kvadrata na kvadratnoj mreži* čini 1. i 2. zadatak na str. 41-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Crtanje pravougaonika i kvadrata na kvadratnoj mreži* čini 1. zadatak na str. 42-2b udžbenika.

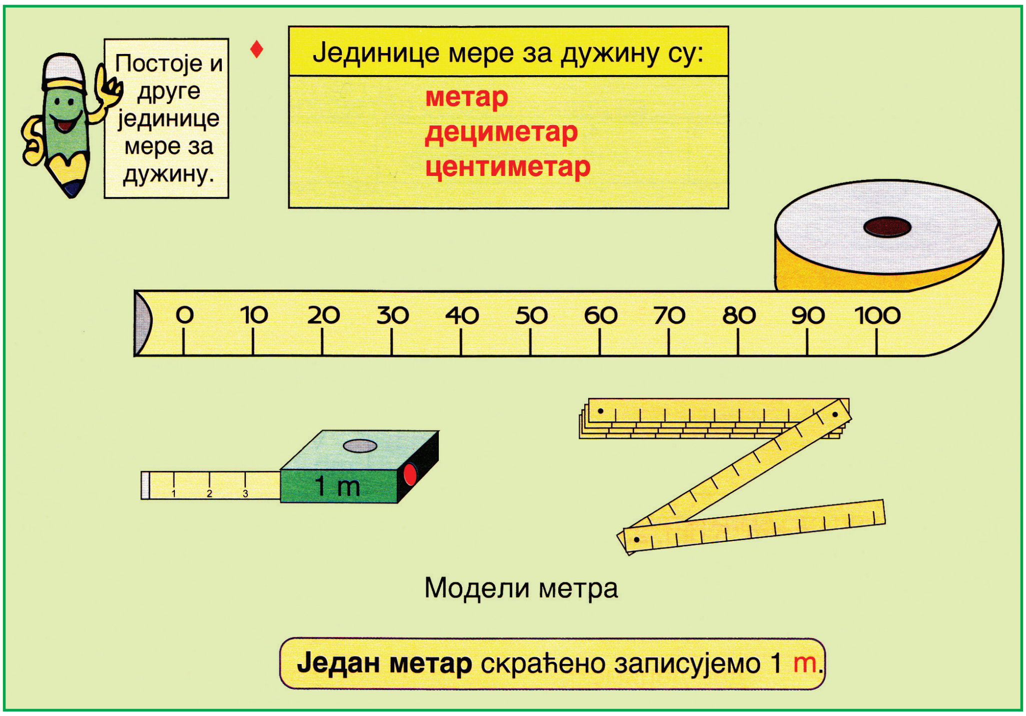
3.3. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržina teme – *Merenje i mere*

Tema sadrži sledeće programske sadržine:

- *Merenje duži metrom, decimetrom i centimetrom.*
- *Mere za vreme: čas, minut, dan, sedmica - nedelja, mesec.*
- *Odnos između jedinica upoznatih mera.*

U interaktivnoj obradi teme za polaznu osnovu koristićemo poglavlja V i XI iz knjige *Metodika nastave matematike* Dejić – Egerić (2010).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Jedinice mere za dužinu* čine nenumerisani zadaci na str. 41, 42 i 43-2a udžbenika.



Slika br. 16 – Jedinice mere za dužinu
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za drugi razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 41)

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Dužina duži* čine 1. i 2. zadatak na str. 44-2a udžbenika, kao i metar na kome su označeni decimetri i centimetri. U preparativnoj fazi interaktivne obrade ove nastavne jedinice ponavljamo obrađeno gradivo nastavne jedinice *Duž. Crtanje i poređenje duži po dužini*, opisane u potpoglavlju 3.2. Za kvalitetnu interaktivnu obradu nastavne jedinice, pomoću opisanog egzemplara, neophodna je i metodička transformacija koju opisujemo.

Reč *dužina* spada u homonime, čija je upotreba veoma česta. Nominalno je vezan za pojam mere duži kao najkraćeg rastojanja dve tačke, kako u geometrijskom, tako i u realnom prostoru. Dužinom se iskazuje i mera svih ograničenih linija, što je nadređeni ili širi pojam od prethodnog. Međutim, merne jedinice su duži, te nije izvodljivo merenje krivih linija, odnosno, određivanje mernog broja njihovih dužina.

Dužine *ograničenih krivih* linija približno određujemo na sledeći način. Između krajnjih tačaka uzimamo dovoljno velik broj „bliskih" tačaka i određujemo sukcesivno sve tetive (duži koje spajaju susedne tačke i čine odgovarajuću *upisanu izlomljenu liniju*). Nakon toga konstruišemo tangente u svim tačkama. Njihovim presecima i krajnjim tačkama krive lilnije određena je odgovarajuća *opisana izlomljena linija*. Konstruisane izlomljene linije možemo izmeriti, a aritmetičku sredinu njihovih dužina smatrati približnom dužinom krive linije. Pri tom, opisan postupak može se izvesti tako da postignemo unapred zadatu tačnost merenja.

U interaktivnoj obradi 1. zadatka nisu neophodne izmene i dopune, a u interaktivnoj obradi 2. zadatka umesto *merni brojevi biće jednaki* (zapisano u uokvirenom delu teksta), koristimo *merni brojevi treba da budu približno jednaki*. Navedenu izmenu potvrđujemo eksperimentalnim radom u šest malih grupa učenika, koji opisujemo.

Tri grupe učenika mere širinu školske table mereći donju ivicu. Tri grupe učenika mere dužinu učionice uz donju ivicu prozora. Mere u etapama, metar po metar, a poslednji deo dužine manje od metra, izražavaju mernim brojem u centimetrima. Nastavnik prati rad svake grupe, a rezultate merenja beleži na tabli. Zapisuje ih u dve kolone, za širinu table i za dužinu učionice, izražene u metrima i centimetrima.

Izvesno je da svi rezultati merenja, širine table ili dužine učionice, neće biti jednaki. Zato, nakon završenog merenja, uz diferenciranu pomoć nastavnika, učenici opisuju razloge zbog kojih se merene dužine razlikuju u delu merenom centimetrima (merenje različitim linijama, različito određivanje tačaka nadovezivanja metara i neminovno približno određivanje poslednjeg dela merenja izraženog u centimetrima). Osim navedenog potvrđivanja nužnosti dobijanja približne vrednosti mernog broja, eksperimentom se povezuje nastava *Matematike* i elemenata *Fizičkog vaspitanja* (spretnost i preciznost u motoričkim aktivnostima).

Vreme se shvata kao neprekidna promenljiva veličina, čiji domen ima kardinalnost jednaku kontinuumu. Po važećim teorijama, nastanak svemira je započeo Velikim praskom. Prirodno je da taj trenutak čini vrednost vremena kojoj odgovara merni broj nula. Pojam vremena, kao neprekidne promenljive veličine, ima smisla samo u svetu promena. U nestabilnom svemiru, odnosno u svetu haotičnih promena, nije moguće odrediti jedinicu mere. Ljudi kao inteligentna bića, pojavljuju se u relativno stabilnom svemiru, odnosno u svetu zakonitih promena. Tada postaje moguće određivanje mernih jedinica, a time i merenje vremena.

Nakon velikog dogmatskog protivljenja i podnetih žrtvi, prvenstveno astronoma i matematičara, prihvaćeno je astronomsko merenje vremena zasnovano na danu i godini kao osnovnim jedinicama mere. *Dan* je vreme potrebno da se Zemlja jednom okrene, odnosno rotira, oko svoje ose. *Godina* je vreme potrebno da Zemlja, po eliptičnoj putanji, jednom prođe put oko Sunca. Napominjemo da su navedene jedinice vremena, kao neprekidne promenljive veličine, zapravo vremenski intervali.

Merenjem vremena određujemo *tačno vreme,* kao vrednost vremena sa nazivom vremenski moment, ili *vreme trajanja,* kao vremenski interval. Vreme Nove ere možemo prikazati i na brojevnoj polupravi tako da interval od nule do jedinice predstavlja prvu godinu, od jedinice do dvojke drugu, itd. Pri tom, mislimo na astronomsku godinu datu prethodnom definicijom, a ne na kalendarsku godinu.

Vremenski interval za svaku godinu kalendarski se deli na mesece koji, sem februara, sadrže konstantan broj dana. Kalendar zavisi i od letnjeg, odnosno zimskog računanja vremena. Veće jedinice od godine su decenija, vek i milenijum, a manje su sat, minut i sekund. Često se vremenski intervali izražavaju i mesecima kao mernim jedinicama. Međutim, vremenski interval je precizno određen samo ukoliko je izražen poimenično navedenim mesecima jedne godine.

Imajući u vidu opisanu metodičku transformaciju, prvi zadatak učitelja je da interaktivnim dijalogom sa učenicima precizira pojam dana. To se ne može učiniti samo astronomskom definicijom. Uz nju je neophodno i uvođenje pojmova dva njegova glavna dela: *obdanice* i *noći*. Na taj način se izbegava zbrka koju kod dece izaziva upotreba reči dan. Pre obrade prve nastavne jedinice o vremenu, učenici se moraju upoznati sa činjenicom da Zemlja ima oblik sličan obliku lopte. Taj oblik je različit u elementima i od školskog modela (globus). Na kraju, učenici, heurističkim vođenjem, zaključuju da se Zemlja okrene oko svoje ose svakog dana jedanput. Na taj način se povezuje interaktivna obrada merenja vremena sa elementima nastavnog predmeta *Svet oko nas*.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Godina, mesec* čini 1. zadatak na str. 104-2b udžbenika i uvodni interaktivan dijalog (obrađuje se pre zadatka) koji ovde navodimo, pitanjima nastavnika.

Da li se Zemlja kreće oko Sunca ili Sunce oko Zemlje? Kako se naziva vreme za koje Zemlja jednom pređe put oko Sunca? Da li je vreme trajanja svakog meseca jednako? Da li se Zemlja okreće oko određene ose (prave)? Da li je mesto na kome se mi nalazimo ceo dan okrenuto prema Suncu? Kako se naziva deo dana u kojem je mesto gde se mi nalazimo okrenuto prema Suncu? Kako se naziva vreme (vremenski moment) obdanice u kojem je Sunce iznad nas (sunčevi zraci padaju okomito na tlo)? Kako se naziva deo dana u kojem mesto gde se mi nalazimo nije okrenuto prema Suncu? Kako se naziva godišnje doba u kojem je obdanica prvog dana najduža u godini? Da li svi dani (obdanica i noć) jednako traju? Da li se vreme meri manjim ili većim jedinicama od dana?

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Broj dana u mesecu* čini nenumerisan zadatak na str. 105-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sedmica, dan* čini 1. zadatak na str. 107-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Koristimo kalendar* čini nenumerisan zadatak na str. 109-2b udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Čas, minut* čini nenumerisan zadatak na str. 111-2b udžbenika.

4. METODIČKI PRISTUP INTERAKTIVNOJ NASTAVI/UČENJU MATEMATIKE U TREĆEM RAZREDU

U skladu sa operativnim zadacima učenici treba:

- *da* savladaju čitanje, pisanje i upoređivanje prirodnih brojeva do 1000;
- da upoznaju rimske cifre (I, V, X, L, C, D, M) i princip čitanja i pisanja brojeva njima;
- da uspešno obavljaju sve četiri računske operacije do 1000;
- da upoznata svojstva operacija koriste za racionalnije (lakše) računanje;
- da upoznaju zavisnost rezultata od komponenata operacije;
- da znaju da izračunaju vrednost brojevnog izraza sa najviše tri operacije;
- da umeju da pročitaju i zapišu slovima svojstva računskih operacija;
- da znaju da odrede vrednost izraza sa slovima iz date vrednosti slova;
- da znaju da rešavaju jednostavnije jednačine u skupu brojeva do 1000;
- da upoznaju i pravilno zapisuju razlomke čiji je brojilac 1, a imenilac manji ili jednak 10;
- da uspešno rešavaju tekstualne zadatke;
- da formiraju predstave o pravi i polupravi;
- da uočavaju i umeju da crtaju prav, oštar i tup ugao;
- da znaju da crtaju paralelne i normalne prave, kvadrat, pravougaonik, trougao i kružnicu (lenjirom, trougaonikom i šestarom);
- da stiču predstavu o podudarnosti figura (pomoću modela crtanja);
- da znaju da odrede obim pravougaonika, kvadrata i trougla;
- da upoznaju merenje mase tela i zapremine tečnosti, kao i nove jedinice za vreme (godina, vek).

Tematske sadržine:

1. Blok brojeva do 1000 (orijentacioni predlog broja časova 54 + 84).

2. Geometrijski objekti i njihovi međusobni odnosi (orijentacioni predlog broja časova 12 + 20).

3. Merenje i mere (orijentacioni predlog broja časova 4 + 6).

4.1. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržina teme – *Blok brojeva do 1000*

Za polaznu osnovu u metodičkom pristupu interaktivnoj obradi teme koristićemo IV, VI, VII i IX poglavlje iz knjige *Metodika nastave matematike*, Dejić – Egerić (2010). Iako je tema dominantno zastupljena u programu matematike za 3. razred, za njenju interaktivnu obradu nije potreban veći broj izmena i dopuna. U skladu sa tim, metodički pristup obradi nastavnih jedinica realizovaćemo i prikazati po kriterijumima primenjenim u potpoglavlju 3.1.

Tema sadrži sledeće programske sadržine:

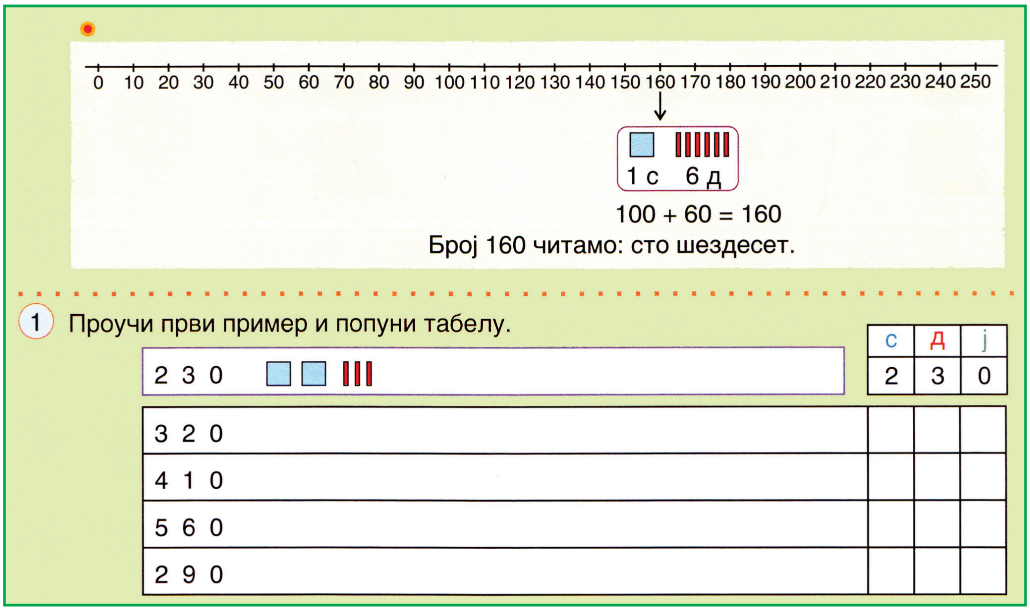
- *Dekadno zapisivanje i čitanje brojeva do 1000.*
- *Upoređivanje brojeva prema njihovim dekadnim zapisima.*
- *Pisanje brojeva rimskim ciframa.*
- *Sabiranje i oduzimanje brojeva u bloku do 1000.*
- *Deljenje sa ostatkom u bloku brojeva do 100 (uključujući i usmene vežbe).*
- *Množenje i deljenje trocifrenog broja jednocifrenim.*
- *Izrazi.*
- *Korišćenje zagrada i njihovo izostavljanje.*
- *Svojstva računskih operacija i njihova primena pri transformisanju izraza i za računske olakšice.*
- *Upotreba znakova za skup i za pripadnost skupu:* $\{\}$, $\in$.
- *Jednačine oblika poput:* $x \pm 13 = 25$, $125 - x = 25$, $5 \cdot x = 225$.
- *Nejednačine oblika poput:* $x > 15$, $x < 245$.
- *Skup rešenja nejednačine.*
- *Tekstualni zadaci.*
- *Razlomci oblika* $\frac{1}{a}$ $(a \leq 10)$.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Stotine prve hiljade* čini nenumerisan zadatak na str. 13-3a udžbenika i komplet snopova štapića, korišćen u 1. i 2. razredu. U interaktivnoj obradi egzemplara, učenici uočavaju da je manipulativan rad sa štapićima ili sličnim didaktičkim materijalom neracionalan. Za to je dovoljan jedan zadatak u kome se združivanje više kompleta (stotina) sa manipulativnim radom u maloj grupi.

Zbog navedenog, za obradu narednih nastavnih jedinica neophodno je simbolično predstavljanje stotine, desetice i jedinice, onako kako je to prikazano u zadatku. Pri tom, nastavnik sugeriše učenicima da posmatrajući kvadratić obojen u plavo (simbol za jednu stotinu), zamišljaju komplet štapića. Na taj način učenici će potpunije i temeljnije stvarati mentalnu sliku pojma jedne stotine, kao osnovu za apstrakciju pojmova brojeva prve hiljade i operacija sa njima.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Upoređivanje stotina prve hiljade* čine nenumerisan i 4. zadatak na str. 14-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi prvog dela uvodnog zadatka, obrađuje se i odgovarajući prikaz na polupravi, sinhronizovano sa simbolično predstavljenim relacijama >, < (veće, manje) za stotine prve hiljade. U interaktivnoj obradi drugog dela uvodnog zadatka, nastavnik sugeriše učenicima da posmatrajući novčanice, zamišljaju (stvaraju mentalnu sliku) skupa štapića odgovarajuće brojnosti.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Stotine i desetice prve hiljade* čine nenumerisan i 1. zadatak na str. 17-3a udžbenika.



0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200 210 220 230 240 250

1 с 6 д

100 + 60 = 160

Број 160 читамо: сто шездесет.

1 Проучи први пример и попуни табелу.

	с	д	ј
2 3 0	2	3	0
3 2 0			
4 1 0			
5 6 0			
2 9 0			

Slika br. 17 – Stotine i desetice prve hiljade
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 17)

U interaktivnoj obradi prvog dela uvodnog zadatka učenici, uz heurističko vođenje, opisuju uslove i razloge načina prikazivanja primera na brojevnoj polupravi. Naime, sa suviše malom duži kojom bi se označila jedinica, ali dovoljno velikom da se označi desetica, moguće je primer prikazati delom poluprave na kojem je označena i nula. U drugom delu obrade zadatka, nastavnik učenicima sugeriše da zamisle i tačke koje označavaju brojeve između susednih desetica prve stotine. Na primer, imenuju brojeve veće od 60, a manje od 70, koje teško mogu prikazati (ucrtati) na pravi, ali oni postoje. Za ranije pomenut primer broj 160, analogno imenovanju brojeva prve stotine, dovoljno je da učenici imenuju prethodnika (159) i sledbenika (161). U interaktivnoj obradi prvog zadatka neophodno je precizirati zadatak učenicima: „Prouči prvi primer i popuni tabelu", primer je broj 230. Naime, reč *prouči* podrazumeva posmatranje i komparaciju korišćenih simbola, dva plava kvadratića i tri crvena pravougaonika koji označavaju stotine i desetice, ali i neucrtane simbole zelenih kvadratića koji označavaju jedinice.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Upoređivanje stotina i desetica prve hiljade* čine nenumerisan i 1. zadatak na str. 20-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi prvog dela uvodnog zadatka, učenici opisuju uslove i razloge prikazivanja primera (brojevi 230 i 320) na brojoj polupravi. Naime, u ovom primeru dovoljan je prikaz stotina i desetica, ali je praktično neizvodljivo i nepotrebno prikazivanje nule. Pogodnost čini i to što su označeni brojevi 230 i 330, jer to sugeriše postojanje i neprikazanih brojeva ulevo do nule i neograničeno udesno. Time se omogućuje doprinos propedevtičkom poimanju beskonačne brojnosti skupova N i N_0. U tu svrhu, nastavnik postavlja pitanje učenicima: *Da li možete docrtati i tačke koje označavaju brojeve 210 i 340*? (Označavanje tih brojeva je moguće na brojevnoj pravi prikazanoj u udžbeniku.) Zatim postavlja pitanje: *Da li postoje brojevi za koje se ne mogu docrtati odgovarajuće tačke?* Učenici navode nekoliko brojeva, manjih od 210 i većih od 340, i zaključuju da je najmanji takav broj 0 i da najveći ne postoji.

Drugi deo zadatka, obrađuje se na osnovu shematski prikazanog upoređivanja brojeva 230 i 320, korišćenjem ranije opisanih simbola za označavanje stotina, desetica i jedinica. Ovaj deo obrade nastavnik proširuje i sinhronizovano povezuje sa opisanim prvim delom obrade.

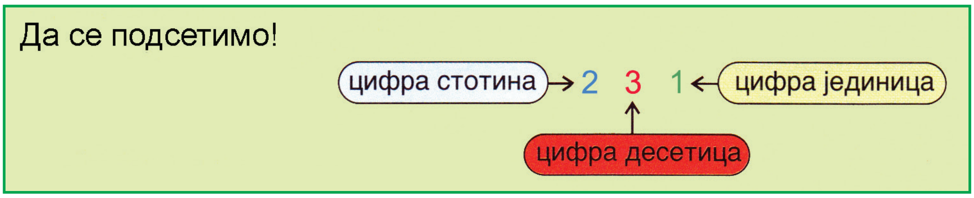
U interaktivnoj obradi prvog zadatka, dovoljno je da nastavnik heurističkim vođenjem upućuje učenike na pažljivo posmatranje i komparaciju prikazanih primera. Nakon toga, nekoliko učenika čita reči koje su koristili u dopunjavanju dve rečenice. Na kraju obrade egzemplara, nastavnik na tabli zapisuje precizno iskazano rešenje. Za prvu rečenicu reč *više*, a za drugu reči *više desetica*.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Brojevi prve hiljade* čini nenumerisan zadatak na str. 23-3a udžbenika. U prvom delu interaktivne obrade egzemplara učenici posmatraju stotine prve hiljade prikazane kvadratnom shemom (mrežom). Kvadratići koji prikazuju jedinice su relativno mali, ali dovoljno vidljivi. Sinhronizovano sa tom aktivnosti, učenici vrše komparaciju kvadratnih shema, znatno većih dimenzija, u kojima su u kvadratiće upisani brojevi druge, osme i desete stotine.

U drugom delu, posmatranjem simboličkog zapisa, određuju broj stotina, desetica i jedinica. Zatim, pišu broj u obliku zbira višestrukih stotina, desetica i jedinica (700 + 80 + 5). Nakon toga čitaju zapisan izraz (zbir tri sabirka: 7 stotina, 8 desetica i 5 jedinica). Heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da se oznake · i reči *puta*, kao i oznake + i reči *plus*, mogu izostaviti i podrazumevati. To znači da umesto rečima sedam puta sto čitamo sedamsto, umesto osam puta deset čitamo osamdeset i umesto pet puta jedan čitamo pet. Na kraju, zbog izostavljanja reči plus, umesto sedamsto plus osamdeset plus pet čitamo sedamsto osamdeset pet, a označavamo 785. Osim opisane obrade egzemplara, tokom drugog časa dopunjavamo obradu primerima zadataka na str. 23 i 24-3a udžbenika, po ranije opisanoj strukturi interaktivne obrade. Na časovima utvrđivanja se usvojeni pojmovi produbljuju, a u obradi narednih nastavnih jedinica dopunjavaju.

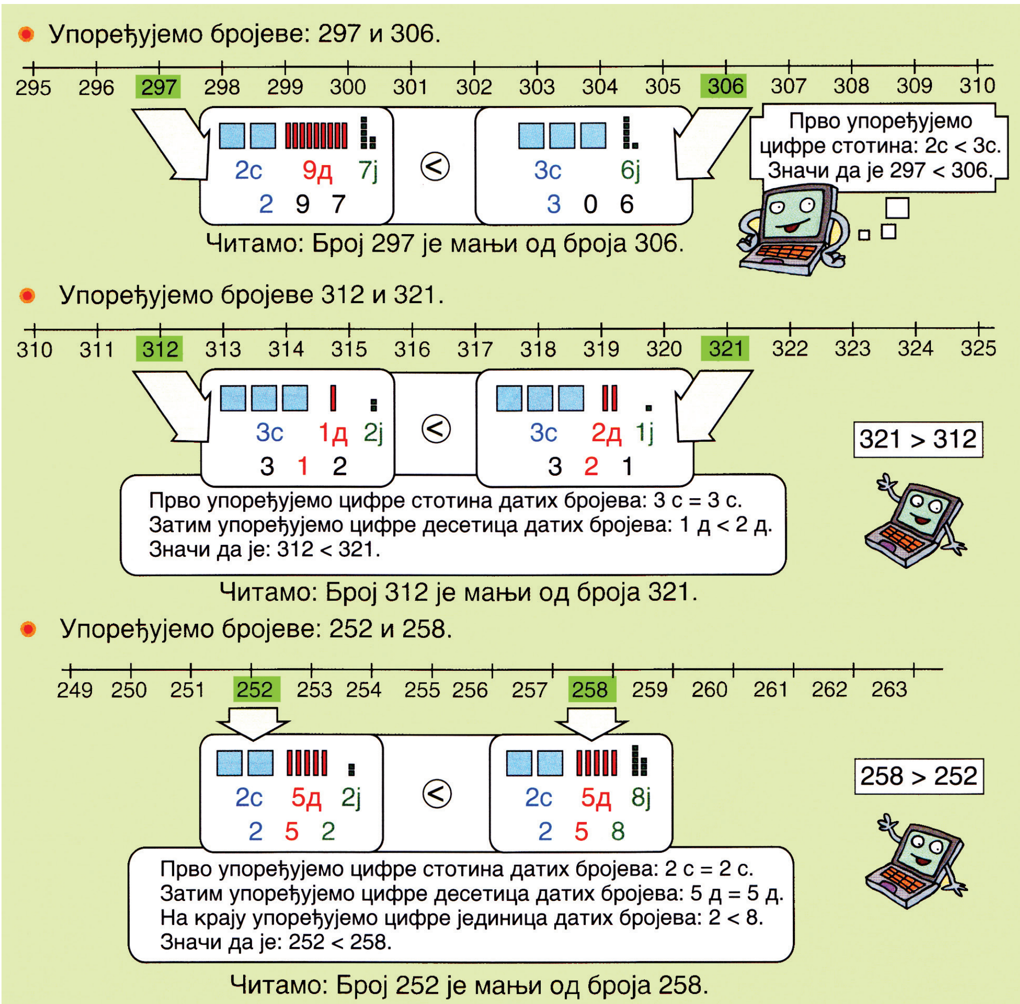
Na opisan način pravovremno propedevtički uvodimo pravilo označavanja prirodnih brojeva pozicionim dekadnim sistemom. Za označavanje dvocifrenih brojeva je takođe primenjen pozicioni dekadni sistem, ali za propedevtičko poimanje pravila neophodno je učešće komparacije na bar dva primera. Pri označavanju i izražavanju trocifrenih brojeva, suštinski i ravnopravni primeri za komparaciju su višestruke stotine i desetice, a treći primer višestruke jedinice je formalno zapisan i izražen.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Trocifreni brojevi* čini nenumerisan zadatak na str. 30-3a udžbenika, koji navodimo. Interaktivna obrada egzemplara predstavlja sintezu, odnosno, funkcionalno ponavljanje prethodno opisanih obrada za tri nastavne jedinice (egzemplari str. 17, str. 20, str. 23). Tako opisanu obradu trebalo bi sprovoditi sinhronizovano sa obradom egzemplara na osnovu pitanja koje postavlja nastavnik. *Šta nam označava „cifra stotina“ (prva cifra, broj 2)?* (Cifra označava broj stotina, koje kao prvi sabirak čine trocifreni broj.) Analogna pitanja postavlja i za „cifru desetica“ (druga cifra, broj 3) i „cifru jedinica“ (treća cifra, broj 1). Na kraju, učenici zaključuju da sve cifre označavaju brojeve manje od 10, ali da je bitno i mesto na kome se nalaze.



Slika br. 18 – Trocifreni brojevi
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 30)

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Upoređivanje trocifrenih brojeva* čine tri nenumerisana zadatka (dela egzemplara) na str. 33-3a udžbenika.



Slika br. 19 – Upoređivanje trocifrenih brojeva
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 33)

U preparativnoj fazi časa učenici ponavljaju i dopunjavaju obradu egzemplara nastavne jedinice *Upoređivanje stotina i desetica prve hiljade* (nenumerisan i 1. zadatak na str. 20-3a udžbenika). U operativnoj fazi opisaćemo samo obradu egzemplara. U interaktivnoj obradi prvog dela zadatka upoređujemo brojeve 297 i 306. Obradu vršimo sinhronizovano sa prikazom na brojevnoj pravi i odgovarajućom shemom. Učenici posmatranjem i komparacijom zaključuju da kada se prve cifre (cifre stotina) razlikuju, onda druga i treća ne utiču na upoređivanje. Naime, ma kakve one bile predstavljaju dvocifren broj, a on je manji od 100. Prvi deo zaključka je da kriterijum upoređivanja primenjujemo poredeći cifre sleva nadesno. Krajnji zaključak je da ako se prve cifre razlikuju, proces upoređivanja se završava zaključkom da je veći onaj broj čija je prva cifra stotina veća. Ako su prve cifre jednake, proces upoređivanja se nastavlja korišćenjem istog kriterijuma.

U obradi drugog dela zadatka upoređujemo brojeve 312 i 321. Obradu vršimo sinhronizovano sa prikazom na brojevnoj pravoj i odgovarajućom shemom, a pri tom koristimo aktivnosti učenika i zaključke iz prvog dela obrade. Na osnovu toga, uz primenu analogije, učenici zaključuju kada i zašto se upoređivanje završava na osnovu različitih cifara. U zadatom primeru zaključuje se na sledeći način: ako su cifre stotina jednake ($3 = 3$) i manja je cifra desetica prvog broja ($1 < 2$) sledi $312 < 321$.

U trećem delu zadatka upoređujemo brojeve 252 i 258. Obradu vršimo sinhronizovano sa prikazom na brojevnoj pravoj i odgovarajućom shemom, a pri tom koristimo aktivnosti učenika i zaključke iz prvog dela obrade. Na osnovu toga, uz primenu analogije, učenici zaključuju kada i zašto se upoređivanje završava na osnovu različitih cifara. U zadatom primeru cifre stotina su jednake ($2 = 2$) i cifre desetica su jednake ($5 = 5$) i cifra jedinica prvog broja je manja ($2 < 8$) odakle sledi $252 < 258$ (veznik *i* ima ulogu konjunkcije).

U daljoj obradi nastavne jedinice koristimo ranije opisanu strukturu, uz rešavanje zadataka na str. 33 i 34. Zadatke 1, 2 i 3, na str. 33-3a udžbenika, učenici rešavaju delimično (2-3 primera od ukupno 6). Zadatak 1, na str. 34-3a udžbenika, učenici takođe rešavaju delimično (3-4 primera od ukupno 12). Zadatak 4 učenici rešavaju uz dodatna uputstva nastavnika, a ostale zadatke na str. 34 učenici rade kod kuće za domaći rad.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice Rimske cifre čine nenumerisani zadaci na str. 37 i 38-3a udžbenika. Pri obradi prva dva primera egzemplara, učenici posmatraju i upoređuju arapske i rimske cifre za označavanje brojeva prve desetice. Nakon toga uočavaju da se za označavanje brojeva prve desetice koristi deset arapskih cifara ili tri rimske, izuzetno jednostavne za zapisivanje. Na osnovu uočenog sledi zaključak da je daleko lakše naučiti zapisivati jednocifrene brojeve prve desetice rimskim ciframa.

Naveden zaključak se potvrđuje u obradi trećeg dela, odnosno tabličnim zapisivanjem brojeva od jedan do dvanaest na oba načina. Treći, četvrti i peti deo egzemplara čine ilustrovana pravila za pisanje brojeva upotrebom prve tri rimske cifre (I, V, X). Navedena pravila se lako uočavaju posmatranjem, a pamte primenom u zadacima str. 38-3a udžbenika i na časovima utvrđivanja.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Čitanje i pisanje brojeva od 40 do 1000 rimskim ciframa* čine nenumerisani zadaci na str. 41 i 42-3a udžbenika. U obradi prvog dela uvodnog zadatka na str. 41, učenici se upoznaju sa rimskim ciframa L, C, D, M i zaključuju da se za sve njih koriste velika štampana slova latinice.

Drugi deo egzemplara čini zapisivanje desetica, stotina i hiljade (M). Posmatranjem tablica, učenici uočavaju i dodatna pravila za pisanje brojeva rimskim ciframa. Pravila se pamte primenom u zadacima, od kojih učenici rade 5. i nenumerisan zadatak na str. 42, uz nastavnikovo heurističko vođenje. Pri tom, uočavaju da je za veće brojeve pogodniji način zapisivanja arapskim ciframa, nego rimskim (pozicioni sistem je tada pogodniji od polupozicionog).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje i oduzimanje stotina* čini nenumerisan zadatak na str. 70 i 71-3a udžbenika. U obradi prvog dela zadatka, učenici posmatraju i upoređuju shematski prikaz i zapise za zbir dve i jedne stotine (200 + 100). Pri tom, uočavaju da se išpartani kvadrati, kojima se predstavljaju stotine, mogu posmatrati i kao posebne jedinice (dekadne jedinice) i da se zbog toga sabiranje stotina svodi na sabiranje jednocifrenih brojeva. Na analogan način obrađuje se i drugi deo egzemplara za oduzimanje stotina.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Novčanice od 200, 500 i 1000 dinara* čini nenumerisan zadatak na str. 71-3a udžbenika. U prvom delu egzemplara učenicima se prikazuju slike novčanica, a nastavnik napominje da je u novčanicama jedino bitna njihova vrednost, odnosno broj kojim je označena. To znači da učenici ne moraju da pamte i posebno uče ostale detalje koji se nalaze na novčanicama.

Drugi deo egzemplara sadrži različite ilustrovane primere razmenjivanja navedenih novčanica u papirne novčanice manje vrednosti. Heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da se razmenjivanje neke novčanice izražava višestrukim proizvodom ili zbirom višestrukih proizvoda vrednosti novčanica koje koristimo u razmeni. Navedeno pravilo učenici zapisuju u svesku i primenjuju ga na sledećim primerima iz zadatka:

200 dinara = (100 + 2 · 50) dinara,

500 dinara = (2 · 200 + 100) dinara,

500 dinara = 5 · 100 dinara,

1000 dinara = (5 · 200) dinara,

1000 dinara = 2 · 500 dinara i

1000 dinara = (3 · 200 + 4 · 100) dinara.

U obradi drugog dela uvodnog zadatka deo rečenice „zapiši zbir tih novčanica" mora se zameniti sa zapiši „zbir višestrukih proizvoda vrednosti tih novčanica". U daljoj obradi učenici prvo rade zadatke u kojima se razmenjuju novčanice od 200 dinara = (100 + 50 + 2 · 20 + 10) dinara. Zatim rade zadatke tipa: *720 dinara plati jednom novčanicom od 500 dinara i sa još tri novčanice. Zapiši oba načina.*

720 dinara = (500 + 2 · 100 + 20) dinara

720 dinara = (500 + 200 + 2 · 10) dinara.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenog i jednocifrenog broja* čine nenumerisani zadaci na str. 77-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi sva tri zadatka, učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvirena pravila. Zatim, svako pravilo iskazuju rečima. U obradi prvog dela zadatka, prvi sabirak čine samo stotine. U obradi drugog dela zadatka, prvi sabirak čine stotine i jedinice bez desetica, a zbir jedinica ne prelazi deset. U obradi trećeg dela zadatka, prvi sabirak čine stotine, desetice i jedinice, a zbir jedinica ne prelazi deset. U narednih 9 nastavnih jedinica egzemplar obrađujemo na analogan način, te navodimo samo njihovo mesto u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenog i jednocifrenog broja* čine nenumerisani zadaci na str. 80-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog broja od trocifrenog* čine nenumerisani zadaci na str. 83-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog broja od trocifrenog* čine nenumerisani zadaci na str. 84-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu trećeg časa nastavne jedinice *Oduzimanje jednocifrenog broja od trocifrenog* čine nenumerisani zadaci na str. 87-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenih brojeva preko sto* čine nenumerisani zadaci na str. 91-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenog broja i desetica* čine nenumerisani zadaci na str. 93-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenog broja i desetica* čine nenumerisani zadaci na str. 95-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu trećeg časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenog broja i desetica* čini nenumerisan zadatak na str. 96-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Oduzimanje desetica od trocifrenog broja* čine nenumerisani zadaci na str. 99-3a udžbenika.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Oduzimanje desetica od trocifrenog broja* čine nenumerisani zadaci na str. 101-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi oba zadatka, učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvirena pravila. Zatim, svako pravilo iskazuju rečima. U obradi prvog dela zadatka, umanjenik sadrži samo stotine. To znači da se mora razmeniti jedna stotina, a da razlika sadrži stotine i desetice. U obradi drugog dela zadatka, umanjenik sadrži samo stotine i desetice, ali je broj desetica umanjenika manji od desetica umanjioca. To znači da se mora razmeniti jedna stotina, a razlika sadrži stotine i desetice ili samo desetice. Imajući to u vidu, neophodno je proširiti egzemplar analogonom primera drugog dela zadatka:

$$(230 - 50 = 230 - 30 - 20 = 200 - 20 = 180).$$

Egzemplar za interaktivnu obradu trećeg časa nastavne jedinice *Oduzimanje desetica od trocifrenog broja* čini nenumerisan zadatak na str. 102-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi zadatka, učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvireno pravilo oduzimanja. Zatim, pravilo iskazuju rečima. U ovom zadatku umanjenik sadrži stotine, desetice i jedinice, a njegov broj desetica je manji od desetica umanjioca. To znači da se mora razmeniti jedna stotina, a razlika sadrži stotine, desetice i jedinice ili desetice i jedinice. Imajući to u vidu, neophodno je proširiti egzemplar analogonom primera drugog dela nenumerisanog zadatka:

$$(225 - 30 = 220 - 30 + 5 = 190 + 5 = 195).$$

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenog i dvocifrenog broja* čine nenumerisani zadaci na str. 105-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi oba zadatka, učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvirena pravila, a zatim ih iskazuju rečima. U obradi prvog dela zadatka, zbir dvocifrenog dela prvog sabirka i drugog sabirka *nije veći od 100*. Dobijeno pravilo se može primeniti i na zaključak drugog dela uvodnog zadatka, jer je opisan zbir jednak 100, što znači nije veći od 100.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenog i dvocifrenog broja* čini nenumerisan zadatak na str. 107-3a udžbenika. Međutim, on se, po opisanom uslovu zbira dvocifrenih brojeva, može svrstati u prethodno obrađene zadatke (delove egzemplara), jer je $28 + 15 = 43 < 100$. Jedinu razliku čini *sabiranje dvocifrenih brojeva u kome zbir je jedinica veći od 10.*

Navedeno čini zaključak, koji učenici izvode posmatrajući prikazanu shemu i numerički zapisano pravilo. Iz svega opisanog, sledi da je neophodna dopuna egzemplara analogonom u kome je zbir dvocifrenih brojeva veći od 100. U tu svrhu koristimo treći zadatak koji je opisan tekstualno, a rešava se modelovanjem zbira $174 + 68$.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Oduzimanje dvocifrenog broja od trocifrenog* čine nenumerisani zadaci na str. 110-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi oba zadatka učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvirena pravila. Zatim, pravila iskazuju rečima. U obradi prvog dela zadatka, cifre desetica i jedinica umanjenika su veće od odgovarajućih cifara umanjioca, što maksimalno uprošćava pravilo. U obradi drugog dela zadatka, umanjenik sadrži samo stotine što znači da se jedna stotina mora razmeniti u desetice, a jedna od desetica u jedinice. Opisi karakteristika prvog i drugog dela egzemplara čine dopunu uokvirenog zaključka „Razliku brojeva 159 i 36, i 200 i 24 računamo na isti način“.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Oduzimanje dvocifrenog broja od trocifrenog* čini nenumerisan zadatak na str. 112-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi zadatka učenici iz prikazane sheme uočavaju uokvireno pravilo oduzimanja. Zatim, pravilo iskazuju rečima. Pri tom, broj desetica umanjenika je veći od broja desetica umanjioca, a broj jedinica umanjenika je manji od broja jedinica umanjioca. To znači da je dovoljno u dvocifrenom delu umanjenika razmeniti jednu deseticu u jedinice. Kao u svim prethodnim i narednim delovima egzemplara, numerički iskazano pravilo se može izraziti u skladu sa opisanim zaključkom. U ovom zadatku, to pravilo je:

$$195 - 37 = (180 - 30) + (15 - 7) = 150 + 8 = 158.$$

Imajući u vidu opisanu interaktivnu obradu sva tri zadatka, egzemplar treba dopuniti četvrtim primerom prvog zadatka: 218 − 35. U navedenom primeru broj desetica umanjenika je manji od broja desetica umanjioca, a broj jedinica umanjenika je veći od broja jedinica umanjioca. To znači da je dovoljno razmeniti jednu stotinu u desetice. U skladu sa opisanim zaključkom, pravilo računanja je:

$$218 - 35 = 100 + (110 - 30) + (8 - 5) = 100 + 80 + 3 = 183.$$

Prethodnim primerom se dopunjavaju zaključci izvedeni na osnovu shema i uvode nova pravila računanja. Time se učenicima sugeriše da pravila računanja nisu jedinstvena i strogo propisana. Postoje samo manje ili više pogodni načini koje nazivamo pravila. Pri tom, pogodnost se vezuje za broj izračunavanja i njihovu složenost, zbog čega je ona relativna. Zato nastavnik mora prihvatati sve ispravne načine računanja, čak iako ih ne smatra najpogodnijim. Na primer, moguće je da neki učenik računa na sledeći način:

$$218 - 35 = (210 - 30) + (8 - 5) = 180 + 3 = 183.$$

On tada mora biti pohvaljen za kreativnost pri nalaženju njemu pogodnog načina izračunavanja. Međutim, heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da je broj izračunavanja dovoljno mali, ali se broj desetica povećao jer je još jedna stotina razmenjena.

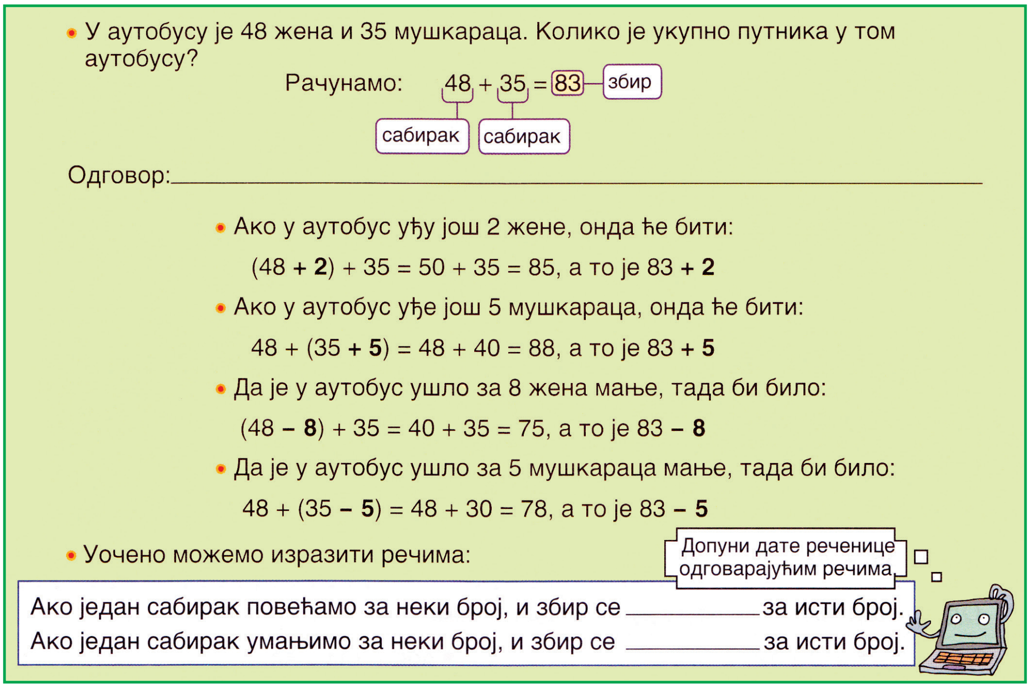
Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenih brojeva* čine nenumerisani zadaci na str. 116-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi sva tri zadatka, učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvirena pravila. Zatim, svako pravilo iskazuju rečima. U obradi prvog dela zadatka, prvi sabirak čine stotine i desetice, a drugi sabirak samo stotine. To znači da zbir sadrži samo stotine i desetice. U obradi drugog dela zadatka oba sabirka sadrže desetice. To znači da zbir takođe sadrži stotine i desetice. U trećem zadatku, oba sabirka sadrže stotine, desetice i jedinice.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Sabiranje trocifrenih brojeva* čine nenumerisani zadaci na str. 118-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi oba zadatka, učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvirena pravila. Zatim, svako pravilo iskazuju rečima. U prvom zadatku, oba sabirka sadrže stotine i desetice, a sabiranje desetica čini jednu stotinu. Zbog toga egzemplar treba dopuniti prvim primerom drugog zadatka (170 + 140), jer zbir desetica prelazi 100. U drugom zadatku, oba sabirka sadrže stotine, desetice i jedinice, zbir desetica ne prelazi 100, a zbir jedinica prelazi 10. Zbog toga egzemplar treba dopuniti zbirom trocifrenih brojeva u kome zbir desetica prelazi 100 i zbir jedinica prelazi 10 (primer ne postoji u udžbeniku).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Oduzimanje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 122-3a udžbenika. U interaktivnoj obradi sva tri zadatka, heurističkim vođenjem, učenici iz prikazanih shema uočavaju uokvirena pravila. Zatim, svako pravilo iskazuju rečima. U obradi prvog dela zadatka, umanjenik sadrži stotine i desetice, a umanjilac samo stotine. To znači da je dovoljno od stotine umanjenika oduzeti stotine umanjioca, a na dobijenu razliku stotina dodati (dopisati) desetice umanjenika. Pri tom, ne postoji potreba za razmenjivanjem. U drugom zadatku i umanjenik i umanjilac sadrže stotine i desetice. Pri tom, ne postoji potreba za razmenjivanje stotina, jer je broj desetica umanjenika veći od broja desetica umanjioca. U trećem zadatku, umanjenik i umanjilac sadrže stotine, desetice i jedinice, a ne postoji potreba za razmenjivanjem, jer su brojevi desetica i jedinica umanjenika veći od odgovarajućih brojeva umanjioca.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Oduzimanje trocifrenih brojeva* čine nenumerisani zadaci na str. 124-3a udžbenika. U prvom zadatku, umanjenik sadrži samo stotine, a umanjilac stotine i desetice. To znači da je dovoljno razmeniti jednu stotinu u desetice, a razlika sadrži stotine i desetice. U drugom zadatku i umanjenik i umanjilac sadrže stotine i desetice, a broj desetica umanjenika je manji od broja desetica umanjioca. To znači da se jedna stotina mora razmeniti u desetice, a razlika sadrži stotine i desetice. U trećem zadatku, umanjenik sadrži samo stotine, a umanjilac stotine, desetice i jedinice. To znači da se jedna stotina mora razmeniti u desetice i jedna desetica u jedinice, a razlika sadrži stotine, desetice i jedinice. U četvrtom zadatku, umanjenik i umanjilac se malo razlikuju od stotina, što omogućuje najpogodnije računaje, rastavljanjem ili dopunjavanjem do stotina. Tekst zadatka potvrđuje ranije konstatovanu činjenicu da pravila računanja nisu jedinstvena.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Zavisnost zbira od sabiraka* koristimo nenumerisane zadatke na str. 133-3a udžbenika.



- У аутобусу је 48 жена и 35 мушкараца. Колико је укупно путника у том аутобусу?

Рачунамо: $\underbrace{48}_{\text{сабирак}} + \underbrace{35}_{\text{сабирак}} = \boxed{83}$ збир

Одговор:____________________________________

- Ако у аутобус уђу још 2 жене, онда ће бити:

  (48 **+ 2**) + 35 = 50 + 35 = 85, а то је 83 **+ 2**
- Ако у аутобус уђе још 5 мушкараца, онда ће бити:

  48 + (35 **+ 5**) = 48 + 40 = 88, а то је 83 **+ 5**
- Да је у аутобус ушло за 8 жена мање, тада би било:

  (48 **– 8**) + 35 = 40 + 35 = 75, а то је 83 **– 8**
- Да је у аутобус ушло за 5 мушкараца мање, тада би било:

  48 + (35 **– 5**) = 48 + 30 = 78, а то је 83 **– 5**
- Уочено можемо изразити речима:

Допуни дате реченице одговарајућим речима.

Ако један сабирак повећамо за неки број, и збир се __________ за исти број.
Ако један сабирак умањимо за неки број, и збир се __________ за исти број.

Slika br. 20 – Zavisnost zbira od sabiraka
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 133)

Tekstom prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno, rešavamo problem. To činimo na način koji opisujemo.

Na osnovu teksta zadatka, računanja i odgovora učenika definišemo problem. U tu svrhu nastavnik usmerava pažnju učenika na shemu kojom se matematički modeluje tekst zadatka, odnosno značenje sabiraka i zbira. Zatim, heuristički vodi učenike ka zaključku da se promenom jednog sabirka menja zbir po nekom pravilu. Nazivom pravila (naziv nastavne jedinice) *Zavisnost zbira od sabiraka*, definišu problem. Za razliku od klasične nastave, u problemskoj nastavi naziv nastavne jedinice određujemo nakon definisanja problema.

U interaktivnoj obradi, odnosno, rešavanju problema, dekompozicija problema izvršena u zadatku dovoljna je za rešavanje problema, uz odgovarajuću dopunu. Naime, na svaku od četiri moguće promene broja putnika u autobusu, nastavnik usmerava pažnju učenika na uticaj promene sabirka na promenu zbira. To čini diferenciranom pomoći koju ćemo opisati samo na prvom primeru.

1. Pomoć nastavnika: *Ako u autobus uđu još dve žene, koji se sabirak promenio i kako?*

Povratna informacija:

Promenio se prvi sabirak, tako što se povećao za dva.

2. Pomoć nastavnika: *Da li se pri tom promenio zbir (broj putnika) i kako?*

Povratna informacija:

Promenio se tako što se povećao za 2.

Nakon analogne obrade ostalih primera, učenici samostalno dopunjavaju rečenice u drugom zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, primenjuju misaone aktivnosti, apstrakciju i generalizaciju. U daljoj interaktivnoj obradi, rešavanjem 1. i 2. zadatka učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Za ovaj deo obrade učenicima se može reći da potvrđuje tačnost prethodno heuristički određenog pravila.

Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 3. zadatak. Napominjemo da je udžbenikom predviđena izrada 1. i 2. zadatka neposredno nakon prvog nenumerisanog zadatka. Takav pristup isticao bi zaključivanje indukcijom umesto zaključivanja problemskim pristupom. Time bi izostale misaone aktivnosti učenika, samostalne ili uz nastavnikovo heurističko vođenje.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Stalnost zbira* koristimo nenumerisane zadatke na str. 135-3a udžbenika.

Na osnovu teksta prva dva zadatka postavljamo problemsku situaciju, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno, rešavamo problem. To činimo problemskim pristupom i diferenciranom pomoći nastavnika, analogno opisu datom za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zavisnost zbira od sabiraka*.

U daljoj obradi, učenici samostalno dopunjavaju rečenicu u trećem zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju. U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 1. zadatka, uz heurističko vođenje učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 2. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Zavisnost razlike od umanjenika* koristimo nenumerisane zadatke na str. 137-3a udžbenika.

Na osnovu teksta prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju, a zatim postupamo analogno opisu datom za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost zbira od sabiraka*.

U daljoj obradi učenici samostalno dopunjavaju rečenicu u drugom zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju. U daljoj interaktivnoj obradi, rešavanjem 1. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje o *zavisnosti razlike od umanjenika.* Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 2. i 3. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Zavisnost razlike od umanjioca* koristimo nenumerisane zadatke na str. 139-3a udžbenika.

Na osnovu teksta prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju, a zatim postupamo analogno opisu datom za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost zbira od sabiraka*.

U daljoj obradi, učenici samostalno dopunjavaju rečenicu u drugom zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju. U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 1. i 2. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 3. i 4. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Stalnost razlike* koristimo nenumerisane zadatke na str. 141-3a udžbenika.

Na osnovu teksta prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju, a zatim postupamo analogno opisu datom za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost zbira od sabiraka*.

U daljoj obradi, učenici samostalno dopunjavaju rečenicu u drugom zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju. U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 1. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 2. zadatak.

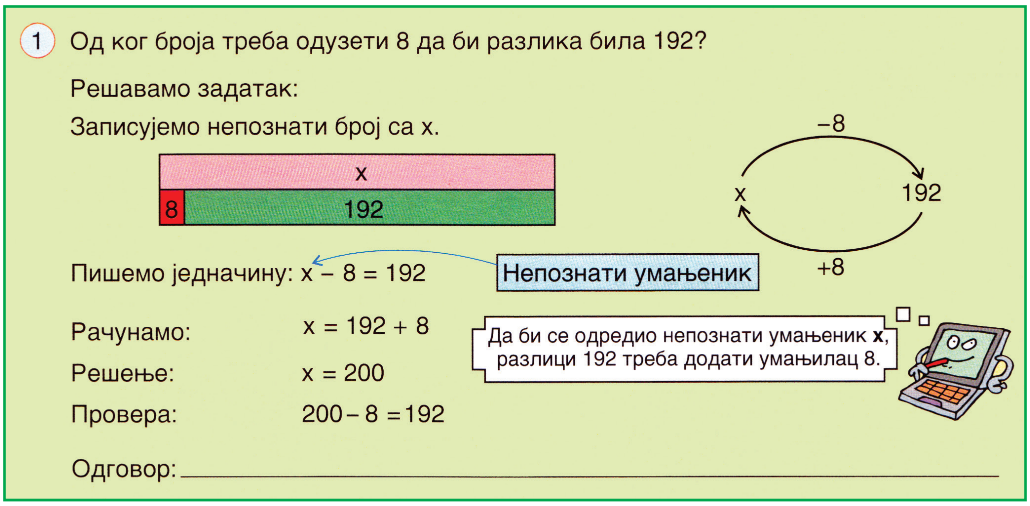
U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Jednačine sa nepoznatim sabirkom* koristimo 1. zadatak na str. 145-3a udžbenika.

Na osnovu teksta zadatka postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno, rešavamo problem. To činimo na način opisan u udžbeniku.

Korišćenje obojenih pravougaonika za predstavljanje poznatog sabirka, zbira i nepoznatog sabirka, čini uvod u primenu metoda duži za rešavanje problema. Imajući to u vidu, učenici posmatranjem i komparacijom opisanih pravougaonika uočavaju da se nepoznat sabirak određuje vezom sabiranja i oduzimanja. Koristeći prikaz streličastim dijagramom, uz heurističko vođenje učenici rečima iskazuju pravilo (način) rešavanja jednačine i upoređuju ga sa uokvirenim tekstom u udžbeniku. Na taj način je rešen problem, odnosno, interaktivno obrađena problemska situacija.

Kako u korišćenom zadatku (modelovanje i rešavanje jednačine a + 120 = 128) uokviren tekst opisuje način rešavanja samo te jednačine, neophodno je izvršiti apstrakciju i generalizaciju. Heurističkim vođenjem, učenici određuju tekst pravila i zapisuju ga u sveske: *Da bi se odredio nepoznat sabirak, od zbira treba oduzeti poznat sabirak*. U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 2. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 3. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Jednačine sa nepoznatim umanjenikom* koristimo 1. zadatak na str. 147-3a udžbenika.


1 Од ког броја треба одузети 8 да би разлика била 192?

Решавамо задатак:

Записујемо непознати број са x.

Пишемо једначину: x − 8 = 192

Непознати умањеник

Рачунамо: x = 192 + 8

Решење: x = 200

Провера: 200 − 8 = 192

Да би се одредио непознати умањеник **x**, разлици 192 треба додати умањилац 8.

Одговор: ______

Slika br. 21 – Jednačine sa nepoznatim umanjenikom
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 147)

Na osnovu teksta zadatka postavljamo problemsku situaciju, a zatim postupamo analogno opisu datom za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Jednačine sa nepoznatim sabirkom*.

Kako u korišćenom zadatku (modelovanje i rešavanje jednačine x – 8 = 192) uokviren tekst opisuje način rešavanja samo te jednačine, neophodno je izvršiti apstrakciju i generalizaciju. Heurističkim vođenjem, učenici određuju tekst pravila i zapisuju ga u sveske: *Da bi se odredio nepoznat umanjenik, razlici treba dodati umanjilac*. U daljoj interaktivnoj obradi, rešavanjem 2. i 3. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 4. i 5. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Jednačine sa nepoznatim umanjiocem* koristimo 1. zadatak na str. 149-3a udžbenika.

Na osnovu teksta prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju, a zatim postupamo analogno opisu datom za prvi deo interaktivne obrade jedinice *Jednačine sa nepoznatim sabirkom*.

Kako u korišćenom zadatku (modelovanje i rešavanje jednačine 25 – a = 19) uokviren tekst opisuje način rešavanja samo te jednačine, neophodno je izvršiti apstrakciju i generalizaciju. Heurističkim vođenjem, učenici određuju tekst pravila i zapisuju ga u sveske: *Da bi se odredio nepoznat umanjilac, od umanjenika treba oduzeti razliku*. U daljoj interaktivnoj obradi, rešavanjem 2. i 3. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 4. i 5. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Nejednačine* koristimo nenumerisan zadatak na str. 151-3a udžbenika.

U zadatku se određuju osnovni pojmovi o nejednačinama, od kojih su neki usvojeni u drugom razredu. Imajući to u vidu, zadatak interaktivno obrađujemo kao egzemplar, onako kako je struktuiran i opisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje sa 10 i sa 100* čine nenumerisan i 2. zadatak na str. 4-3b udžbenika. U interaktivnoj obradi prvog dela egzemplara, za množenje sa 10 koristimo shemu sa tri kolone išpartanog kvadrata kojim se označava stotina. Pri tom, učenike podsećamo da su u drugom razredu, umesto navedenih kolona od po 10 kvadratića, koristili snopove štapića. U drugom delu na uobičajen način su predstavljene stotine sa dva išpartana kvadrata što je dovoljno da učenici samostalno urade taj deo zadatka.

U interaktivnoj obradi 2. zadatka učenici posmatraju urađene primere množenja sa 10 i sa 100. Zatim, prvo dopunjavaju rečenice kojima se opisuju pravila, a tek nakon toga samostalno rade ostale primere. Na taj način, osim interaktivne obrade egzemplara, prvo apstrahujemo i generalizujemo, a zatim kompletiranje i objedinjavanje usvojenih znanja o množenju sa 10 i sa 100. Pri tom, dovoljna je dopuna rešavanjem 1. i 3. zadatka, a nakon verifikativnog rezimea, nastavnik zadaje za domaći rad 4, 5. i 6. zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje sa 10 i sa 100* čine nenumerisan i 1. zadatak na str. 6-3b udžbenika. U interaktivnoj obradi nenumerisanog zadatka, za deljenje sa 10 koristimo shemu sa išpartanim kvadratom i kolonama od 10 kvadratića, kao i odgovarajući streličast dijagram. Učenici, posmatranjem navedenog didaktičkog materijala i urađenih primera u 1. zadatku, dopunjavaju rečenice kojima se određuju pravila. Zatim, samostalno rade ostale primere. Na taj način zaokružujemo obradu operativne faze, analogno opisanoj obradi nastavne jedinice *Množenje sa 10 i sa 100*. Pri tom, dovoljna je dopuna rešavanjem 2. i 3. zadatka, a nakon verifikativnog rezimea, nastavnik zadaje za domaći rad 4, 5. i 6. zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje* čine nenumerisani zadaci na str. 11-3b udžbenika. U interaktivnoj obradi prvog zadatka, za množenje jednocifrenog broja višestrukom deseticom, koristimo shemu sa išpartanim kvadratom i kolonama od 10 kvadratića. Učenici, posmatranjem navedenog didaktičkog materijala i uokvirenih načina računanja, uočavaju da je primenjeno svojstvo združivanja činilaca.

U interaktivnoj obradi drugog zadatka, za množenje višestrukih desetica učenici prvo modeluju proizvod $20 \cdot 30$. To čine na osnovu teksta i prebrojavanja učenika sa odgovarajuće slike. Učenici, posmatranjem navedenog didaktičkog materijala i uokvirenih načina računanja uočavaju da su primenjena svojstva zamene mesta i združivanja činilaca.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Deljenje* čini nenumerisan zadatak na str. 14-3b udžbenika. U interaktivnoj obradi egzemplara, za deljenje višestruke desetice jednocifrenim brojem, koristimo shemu sa išpartanim kvadratom i kolonama od 10 kvadratića. Učenici, posmatranjem navedenog didaktičkog materijala i uokvirenih načina računanja, uz diferenciranu pomoć nastavnika, uočavaju pravilo: *Ako se deljenik poveća za neki broj puta, onda se i količnik poveća za isti broj puta*. Navodimo primer:

$$12 : 3 = 4;\ (12 \cdot 10) : 3 = 4 \cdot 10;\ 120 : 3 = 40.$$

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Deljenje* čini nenumerisan zadatak na str. 17-3b udžbenika. U interaktivnoj obradi egzemplara, za deljenje višestruke desetice višestrukom deseticom, koristimo shemu sa četiri jednakobrojne kartonske ambalaže u kojima je složeno po 30 jaja. Naveden didaktički materijal pomaže modelovanju teksta zadatka količnikom 120 : 30. Učenici, posmatranjem navedenog didaktičkog materijala i uokvirenih načina računanja, uz diferenciranu pomoć nastavnika uočavaju pravilo: *Ako se deljenik i delilac pomnože istim brojem, količnik ne menja vrednost.* Navodimo primere:

$$12 : 3 = 4;\ (12 \cdot 10) : (3 \cdot 10) = 4;\ 120 : 30 = 4.$$

Jednakost zapisana u zadatku „12 Д : 3 Д = 4 Д" je netačna i moramo je ispraviti. Ispravku 12 Д : 3 Д = 4 zasnivamo na tačnoj jednakosti (12 · 10) : (3 · 10) = 4.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Množenje zbira brojem* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 18-3b udžbenika.

Tekstom i odgovarajućom slikom prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno rešavamo problem. To činimo na način koji opisujemo.

1. *Bora je računao na jedan način, a Ivana na drugi, onako kako je opisano u udžbeniku. Na osnovu čega uočavamo, bez računanja, da oni treba da dobiju isti broj?* (Oboje treba da odrede ukupan broj istog skupa kružića.)

2. *U uokvirenoj jednakosti, kojim izrazom je prikazano Borino računanje, a kojim Ivanino?* (Izrazom na levoj strani jednakosti je izraženo Borino računanje, a na desnoj Ivanino računanje.)

3. *Kako se naziva izraz kojim je Bora računao, a kako Ivanin?* (Borin izraz je proizvod broja zbirom, a Ivanino zbir proizvoda brojeva.)

4. *Šta smo ovim primerom uočili?* (Pravilo množenja zbira brojem.)

Nakon toga, učenici rešavaju drugi zadatak, odnosno, dopunjavaju reči u iskazanom pravilu. Na taj način apstrahujemo i generalizujemo. Rešavanjem 1. i 2. zadatka učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno, potvrđuju uočeno pravilo *množenja zbira brojem*. Nakon verifikativnog rezimea, nastavnik zadaje za domaći rad 3. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Množenje razlike brojem* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 20-3b udžbenika.

Tekstom i odgovarajućom slikom prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim ga interaktivno obrađujemo, odnosno rešavamo na sledeći način.

1. *Jana je računala na jedan način, a Janko na drugi, onako kako je opisano u udžbeniku. Na osnovu čega uočavamo, bez računanja, da oni treba da dobiju isti rezultat?* (Oboje su izračunali ukupan broj preostalih bombona u bombonjeri.)

2. *U uokvirenoj jednakosti, kojim izrazom je prikazano Janino računanje, a kojim Jankovo.* (Izrazom na levoj strani jednakosti je izraženo Janino računanje, a na desnoj Jankovo računanje.)

3. *Kako se naziva izraz kojim je Jana računala, a kako Janko?* (Janin izraz je proizvod broja razlikom, a Jankov razlika proizvoda brojeva.)

4. *Šta smo ovim primerom uočili?* (Pravilo množenja razlike brojem.)

Nakon toga, učenici rešavaju drugi zadatak, odnosno dopunjavaju reči u iskazanom pravilu. Na taj način apstrahujemo i generalizujemo. Rešavanjem 1. zadatka učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno, potvrđuju uočeno pravilo množenja zbira brojem. Nakon verifikativnog rezimea, nastavnik zadaje za domaći rad 2. zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje dvocifrenog broja jednocifrenim* čine nenumerisani zadaci na str. 22-3b udžbenika. U interaktivnoj obradi prvog uvodnog zadatka, za množenje dvocifrenih brojeva jednocifrenim koristimo tekst zadatka i slike novčanica. One nisu najbitnije za uočavanje primenjenog svojstva, ali nam pomažu u modelovanju proizvoda $55 \cdot 2$, kojim se rešava zadatak. Slikama se sugeriše najpogodniji način računanja, rastavljanje dvocifrenog broja na desetice i jedinice. Naime, 55 dinara je prikazano novčanicom od 50 dinara i novčićem od 5 dinara. Na osnovu toga je opisan prvi način računanja, primenom svojstva proizvoda zbira i broja: $(50 + 5) \cdot 2$.

Obradom drugog zadatka, učenici analogno, bez slika, zapažaju da je u računanju primenjeno svojstvo množenja razlike brojem. Uočene zaključke učenici upisuju kao odgovore na pitanja, u za to predviđena mesta. Za kompletiranje i objedinjavanje, apstrakciju i generalizaciju dovoljno je da učenici, primenom oba pravila, urade prvi zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Deljivost brojeva* čini nenumerisan, 1. i 3. zadatak na str. 24-3b udžbenika. Interaktivnom obradom nenumerisanog i 1. zadatka, učenici uočavaju i zaključuju da su sa dva deljivi parni brojevi. Na osnovu toga dopunjavaju uokvirenu rečenicu u 1. zadatku. Pri tom, nastavnik učenike podseća da su parni brojevi oni trocifreni brojevi u kojima je poslednja cifra nula ili parna cifra.

Interaktivnom obradom 3. zadatka učenici uočavaju pravilo, a zatim dopunjavaju uokvirenu rečenicu. Pri tom, nastavnik insistira da se umesto veznika „i", koji je zapisan u knjizi koristi „ili". Naime, na mestu jedinica se ne mogu nalaziti cifre 0 i 5, već 0 ili 5.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Deljivost brojeva* čini 5. i drugi nenumerisan zadatak na str. 25-3b udžbenika. Interaktivnom obradom 5. zadatka učenici uočavaju da se brojevi deljivi sa 3, kao i sa 2 ili 5, mogu urediti nizom (aritmetičkom progresijom).

Obradom drugog zadatka učenici uočavaju da je moguće određivanje i skupa brojeva sa kojima je neki zadat broj deljiv, podrazumevajući zadat broj i jedinicu. U daljoj obradi uočeno primenjuju na jednostavnijim primerima.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Deljenje zbira brojem* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 27-3b udžbenika.

Na osnovu teksta i odgovarajuće slike prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju, definišemo i rešavamo problem. To činimo na način koji opisujemo. Heurističkim vođenjem, učenici prvo rečima opisuju izraz $(12 + 8) : 2$, kojim se rešava zadatak na prvi način (količnik zbira i jednocifrenog broja). Zatim, rečima opisuju izraz $12 : 2 + 8 : 2$, kojim se rešava zadatak na drugi način (zbir količnika istih delilaca). Na kraju obrade zaključuju da su izrazi napisani na oba načina jednaki i da im nije bilo neophodno njihovo izračunavanje.

Nakon toga, učenici rešavaju drugi zadatak, odnosno, dopunjavaju reči u iskazanom pravilu. Na taj način apstrahujemo i generalizujemo. Rešavanjem 1. i 2. zadatka učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno, potvrđuju uočeno pravilo. Nakon verifikativnog rezimea, nastavnik zadaje za domaći rad 3. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Deljenje razlike brojem* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 29-3b udžbenika.

Na osnovu teksta i odgovarajuće slike prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju, definišemo i rešavamo problem. To činimo na način koji opisujemo.

Heurističkim vođenjem, učenici prvo rečima opisuju izraz (140 – 40) : 2, kojim se rešava zadatak na prvi način (količnik razlike i jednocifrenog broja). Zatim, rečima opisuju izraz 140 : 2 – 40 : 2, kojim se rešava zadatak na drugi način (razlika količnika istih delilaca). Na kraju obrade zaključuju da su izrazi napisani na oba načina jednaki i da im nije bilo neophodno njihovo izračunavanje.

Nakon toga, učenici rešavaju drugi zadatak, odnosno, dopunjavaju reči u iskazanom pravilu. Na taj način apstrahujemo i generalizujemo. Rešavanjem 1. i 2. zadatka učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno potvrđuju uočeno pravilo. Nakon verifikativnog rezimea, nastavnik zadaje za domaći rad 3. zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje dvocifrenih brojeva jednocifrenim* čine nenumerisani zadaci na str. 31-3b udžbenika. U interaktivnoj obradi prvog uvodnog zadatka, za deljenje dvocifrenih brojeva jednocifrenim koristimo tekst zadatka i slike 5 pakovanja sokova. Na osnovu tih slika, zadatak se rešava modelovanjem količnika 95 : 5.

Obradom drugog zadatka učenici zapažaju da je u računanju primenjeno svojstvo deljenja zbira brojem (50 + 45) : 5. Obradom trećeg zadatka učenici zapažaju da je u računanju primenjeno svojstvo deljenja razlike brojem (100 – 5) : 5. Uočene zaključke učenici upisuju u udžbenik kao odgovore na pitanje: Koje svojstvo je primenjeno? Za kompletiranje i objedinjavanje, apstrakciju i generalizaciju dovoljno je da učenici urade 1. zadatak primenom oba pravila.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Množenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čine nenumerisani zadaci na str. 34-3b udžbenika.

U interaktivnoj obradi prvog zadatka, sa četiri primera ponavlja se množenje jednocifrenog broja višestruke desetice i višestruke stotine jednocifrenim brojem. Pri tom, uslov je da proizvod ne prelazi 1000. U obradi drugog uvodnog zadatka koristimo shemu sa išpartanim kvadratom (sa kolonama od 10 kvadratića i podskupovima kolona koji predstavljaju jednocifrene brojeve). Učenici, posmatranjem navedenog didaktičkog materijala i uokvirenih načina računanja, uočavaju da je primenjeno pravilo množenja zbira brojem. To upisuju kao odgovor na pitanje: Koje svojstvo je primenjeno?

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čine nenumerisani zadaci na str. 37-3b udžbenika.

U interaktivnoj obradi prvog zadatka, sa četiri primera ponavlja se deljenje jednocifrenog broja višestruke desetice i višestruke stotine jednocifrenim brojem. Pri tom, uslov je da je deljenik deljiv deliocem. U obradi drugog zadatka koristimo shemu sa išpartanim kvadratom (sa kolonama od 10 kvadratića i podskupovima kolona koji predstavljaju jednocifrene brojeve). Učenici, posmatranjem navedenog didaktičkog materijala i uokvirenih načina računanja, uočavaju da je primenjeno svojstvo deljenja zbira brojem. U trećem zadatku, učenici upisuju odgovor na pitanje: Koje svojstvo je primenjeno?

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Zavisnost proizvoda od činilaca* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 40-3b udžbenika.

Tekstom prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno, rešavamo problem. To činimo na način koji opisujemo.

Nastavnik usmerava pažnju učenika na shemu kojom se matematički modeluje tekst zadatka u proizvod, a posebno naglašava uticaj promene činilaca na promenu proizvoda. Zatim, uz diferenciranu pomoć nastavnika, učenici određuju (definišu) problem otkrivanja pravila zavisnosti proizvoda od činilaca.

U interaktivnoj obradi, odnosno, rešavanju problema, dekompozicija problema izvršena u zadatku je dovoljna za rešavanje problema, uz odgovarajuću dopunu. Naime, sa svakom od četiri promene broja kupljenih svesaka, nastavnik učenicima ističe uticaj promene činioca na promenu proizvoda. To čini diferenciranom pomoći koju ćemo opisati samo na prvom primeru.

1. Pomoć nastavnika: *Ako je Nevena kupila 3 puta više svesaka, koji se činilac promenio i kako?*

Povratna informacija:

Promenio se prvi činilac, tako što se povećao 3 puta.

2. Pomoć nastavnika: *Da li se pri tom promenio proizvod i kako?*

Povratna informacija:

Promenio se tako što se povećao 3 puta.

Nakon analognog rešavanja ostalih primera, učenici samostalno dopunjavaju rečenice u drugom zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju. U daljoj interaktivnoj obradi, rešavanjem 1. i 2. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno, potvrđuju pravilo.

Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 3. i 4. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Stalnost proizvoda* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 42-3b udžbenika.

Na osnovu teksta prvog zadatka postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno rešavamo problem. To činimo problemskim pristupom i diferenciranom pomoći nastavnika. Nakon toga, učenici upisuju odgovor u prvom zadatku, a dopunjavaju rečenicu u drugom. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju.

U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 1. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno potvrđuju i usvajaju pravilo. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 2. i 3. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Zavisnost količnika od deljenika* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 44-3b udžbenika.

Na osnovu teksta prvog zadatka, postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno, rešavamo problem. To činimo problemskim pristupom i diferenciranom pomoći nastavnika, analogno opisu datom za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zavisnost proizvoda od činilaca.*

Zatim, učenici samostalno dopunjavaju rečenice u drugom zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju. U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 1. i 2. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno, potvrđuju i usvajaju pravila. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 3. i 4. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Zavisnost količnika od delioca* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 46-3b udžbenika.

Na osnovu prvog nenumerisanog zadatka, postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno rešavamo problem. To činimo problemskim pristupom i diferenciranom pomoći nastavnika, analogno opisu datom za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zavisnost proizvoda od činilaca.*

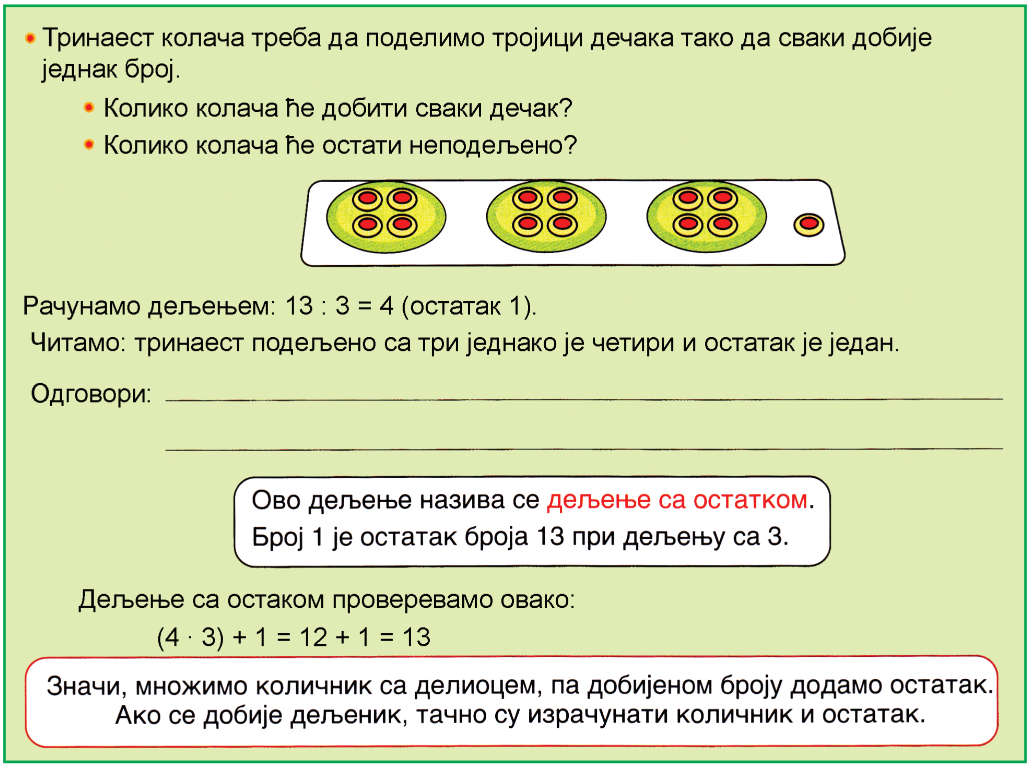
Zatim, učenici samostalno dopunjavaju rečenice u drugom zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju. U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 1. i 2. zadatka, uz heurističkim vođenjem, učenici kompletiraju i objedinjavaju, odnosno potvrđuju i usvajaju pravila. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 3. i 4. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Stalnost količnika* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 48-3b udžbenika.

Na osnovu teksta prvog i drugog zadatka, postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem, a zatim interaktivno obrađujemo, odnosno, rešavamo problem. To činimo problemskim pristupom i diferenciranom pomoći nastavnika. Nakon toga, učenici samostalno upisuju odgovore u prva dva zadatka i dopunjavaju rečenicu u trećem zadatku. Na taj način izražavaju pravilo, odnosno, apstrahuju i generalizuju.

U daljoj interaktivnoj obradi, rešavanjem 1. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje o stalnosti količnika. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 2. i 3. zadatak.

U interaktivnoj obradi nastavne jedinice *Deljenje sa ostatkom* osnovu čine nenumerisani zadaci na str. 50-3b udžbenika.



- Тринаест колача треба да поделимо тројици дечака тако да сваки добије једнак број.
  - Колико колача ће добити сваки дечак?
  - Колико колача ће остати неподељено?

Рачунамо дељењем: 13 : 3 = 4 (остатак 1).

Читамо: тринаест подељено са три једнако је четири и остатак је један.

Одговори: ______________________________

____

Ово дељење назива се дељење са остатком.
Број 1 је остатак броја 13 при дељењу са 3.

Дељење са остаком проверевамо овако:

$(4 \cdot 3) + 1 = 12 + 1 = 13$

Значи, множимо количник са делиоцем, па добијеном броју додамо остатак.
Ако се добије дељеник, тачно су израчунати количник и остатак.

Slika br. 22 – Deljenje sa ostatkom
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 50)

Na osnovu teksta prvog zadatka i dva pitanja zapisana u zadatku, postavljamo problemsku situaciju i definišemo problem. Zatim, učenici rešavaju problem bez korišćenja diferencirane pomoći. Rešenje problema, odnosno, odgovore na pitanja učenici upisuju na dvema označenim crtama. Za kompletiranje i objedinjavanje, apstrakciju i generalizaciju, neophodno je propedevtičko uvođenje pojma ostatka. To činimo heurističkim vođenjem učenika, pitanjima i odgovorima koji slede.

1. Pošto su tri dečaka podelili 13 kolača i svaki dobio po 4, da li su oni time podelili sve kolače? (Nisu podelili sve, jer je jedan kolač ostao nepodeljen.)

2. Ako bi želeli da podele sve kolače, šta bi uradili sa preostalim kolačem? (Preostali kolač bi podelili na tri jednaka dela.)

3. Kojim izrazom se izražava deo kolača koji bi pripao svakom dečaku? (Deo kolača se izražava razlomkom $\frac{1}{3}$.)

4. *Koliko bi takvom podelom 13 kolača na trojicu dečaka, svaki od njih dobio?* (Svaki dečak bi dobio 4 cela kolača i $\frac{1}{3}$ jednog kolača.)

5. Da li bi se pri deljenju svakog skupa elemenata i ostatak mogao podeliti na jednake delove? (Nebi mogao podeliti npr., skup klikera.)

6. Navedi nekoliko primera u kojima se ostatak ne može podeliti na jednake delove. (Ne mogu se podeliti ostaci pri deljenju skupova čiji su elementi: lopte, torbe, slike, deca i slično.)

7. Da li se takve podele ostatka, ipak, mogu zamisliti kao delovi celine i šta bi tada predstavljale? (Takve podele ostatka se mogu zamisliti i predstavljale bi razlomke.)

Navedenom dopunom obrade apstrahujemo i generalizujemo, i produbljujemo pojam razlomka.

U daljoj interaktivnoj obradi rešavanjem 1. i 2. zadatka, učenici kompletiraju i objedinjavaju usvojeno znanje. Na kraju obrade, nakon verifikativnog rezimea, nastavnik za domaći rad učenicima zadaje 3. zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Jednačine sa nepoznatim činiocem* čini nenumerisan zadatak na str. 52-3b udžbenika.

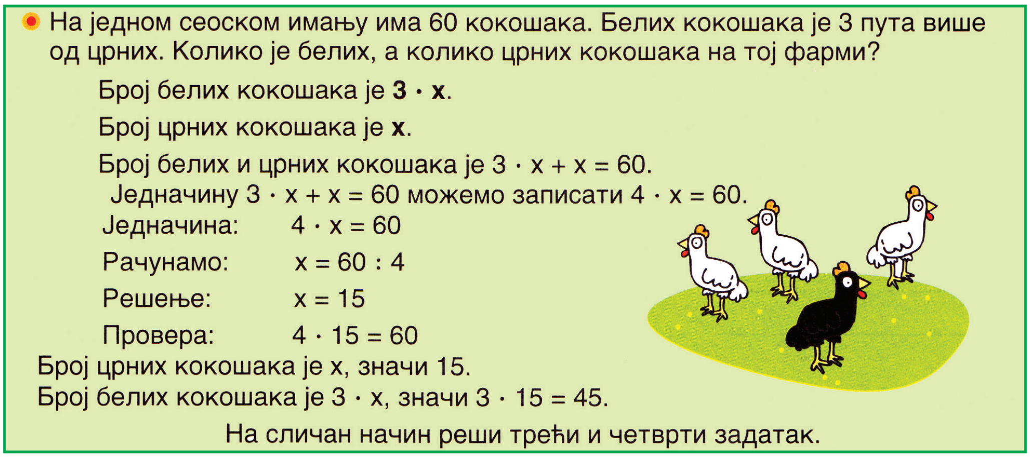
U prvom delu egzemplara, na osnovu dve rečenice, učenici modeluju odgovarajuće jednačine. Međutim, uokvireni tekst koji glasi: „Jednakosti oblika: $a \cdot 2 = 36$, $20 \cdot x = 40$ nazivaju se jednačine“ dopunjavamo sa rečima „sa nepoznatim činiocem“. Analizom uokvirenog teksta i komparacijom sa zapisanim modelima, učenici određuju karakteristike oblika jednačine. (Na levoj strani jednačine nalazi se proizvod sa nepoznatim činiocem, a na desnoj zadat broj.)

Nakon toga, interaktivnom obradom drugog dela egzemplara, učenici usvajaju postupak za rešavanje jednačina tog oblika. Pri tom, povezuju naveden deo obrade sa vezom množenja i deljenja.

Postupak za rešavanje uopštavamo na osnovu oba dela interaktivne obrade. To znači da naveden oblik jednačine zadajemo ili zapisujemo matematičkim oznakama (modelujemo) na osnovu teksta, a nepoznat činilac određujemo deljenjem proizvoda sa poznatim činiocem. Navedeno uopštavanje učenici zapisuju u sveske.

Kompletiramo i objedinjujemo na osnovu prvog zadatka, a nastavnik za domaći zadatak zadaje 2. i 3. zadatak.

Na času utvrđivanja, nenumerisanim zadatkom, proširujemo mogućnosti modelovanja tekstualnih zadataka u jednačine sa nepoznatim činiocem.



- На једном сеоском имању има 60 кокошака. Белих кокошака је 3 пута више од црних. Колико је белих, а колико црних кокошака на тој фарми?

Број белих кокошака је **3 · x**.

Број црних кокошака је **x**.

Број белих и црних кокошака је 3 · x + x = 60.

Једначину 3 · x + x = 60 можемо записати 4 · x = 60.

Једначина: 4 · x = 60

Рачунамо: x = 60 : 4

Решење: x = 15

Провера: 4 · 15 = 60

Број црних кокошака је x, значи 15.

Број белих кокошака је 3 · x, значи 3 · 15 = 45.

На сличан начин реши трећи и четврти задатак.

Slika br. 23 – Jednačine sa nepoznatiom činiocem
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 53)

Taj zadatak (deo časa) obrađujemo strukturom problemske nastave.

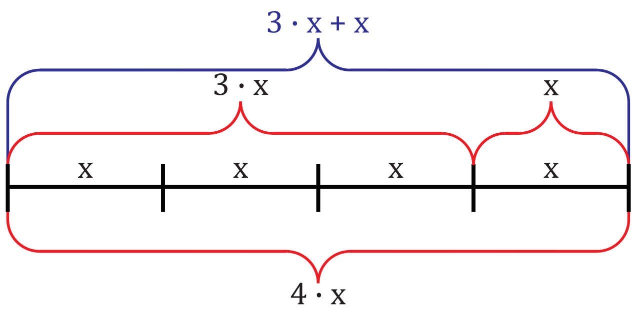
1. Tekstom je postavljena problemska situacija, a na osnovu nje formulišemo problem.

2. Interaktivnim dijalogom postavljamo hipotezu: Zadatak možemo rešiti rešavanjem jednačine sa nepoznatim činiocem.

3. Dekompoziciju i rešavanje problema, opisane u udžbeniku, moramo dopuniti primenom metoda duži. Naime, zamena izraza $3 \cdot x + x$ izrazom $4 \cdot x$ mora biti prilagođena mogućnostima učenika.

Primena distributivnosti množenja prema sabiranju je suviše složena iz dva razloga. Broj kojim se množi zbir je nepoznat, a pravilo primenjujemo inverzno. Zapisano, matematičkim oznakama zamenu izraza $3 \cdot x + x$ izrazom $4 \cdot x$ izvodimo na sledeći način: $3 \cdot x + x = (3 + 1) \cdot x = 4 \cdot x$. To znači da smo u pravilu distributivnosti (množenje zbira brojem), primenili odgovarajuću jednakost, zdesna nalevo, odnosno inverzno. Opisan postupak se obrađuje u starijim razredima osnovne škole i naziva *izvlačenje zajedničkog činioca ispred (iza) zagrade*.

Primenom metoda duži, kao didaktičkim materijalom koji prikazujemo, učenici zamenu izraza $3 \cdot x + x$ izrazom $4 \cdot x$ usvajaju povezivanjem sa vizuelnim predstavljanjem brojeva dužima, analogno predstavljanju brojeva na brojevnoj polupravi.



Slika br. 24 – Izvlačenje zajedničkog činioca ispred zagrade

4. Analiza rezultata, zaključivanje i generalizacija mogu se izvršiti na osnovu još jednog primera u kojem se koristi metod duži umesto inverzno primenjene distributivnosti množenja prema oduzimanju, odnosno, pravila množenja razlike brojem.

5. Primenu stečenih znanja koristićemo pri rešavanju tekstualnih problema u obradi nekih narednih nastavnih jedinica.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Jednačine sa nepoznatim deljenikom* čine nenumerisani zadaci na str. 54-3b udžbenika.

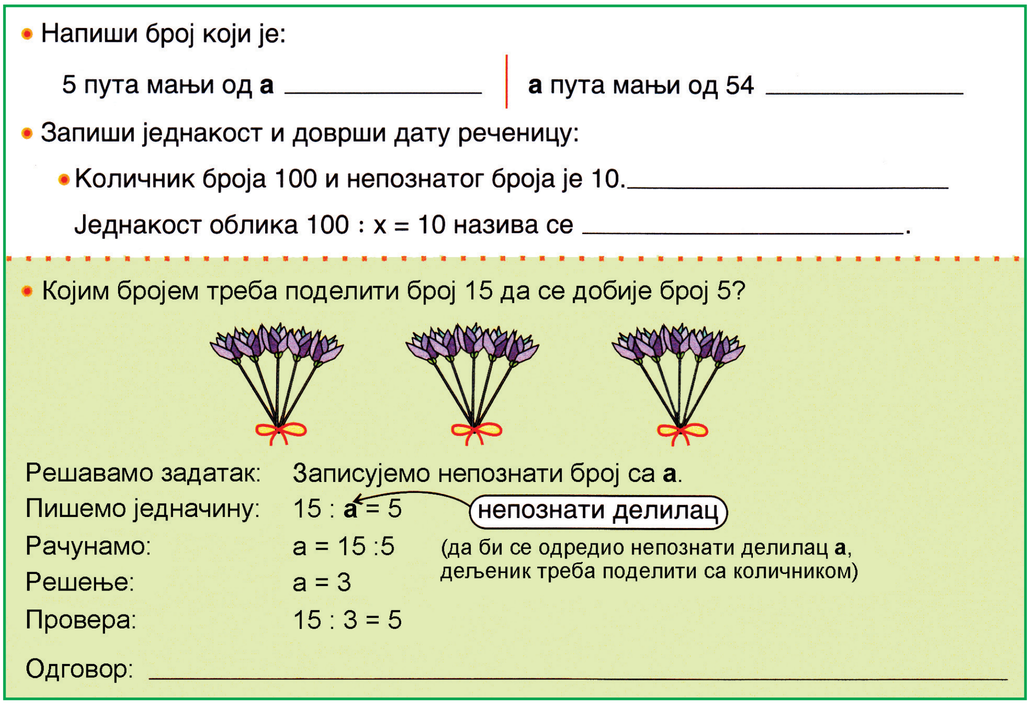
U prvom delu egzemplara, na osnovu dve rečenice, učenici modeluju odgovarajuće jednačine. Kako crta iznad koje treba dopuniti poslednju rečenicu ima dužinu za jednu reč, verovatno jednačina, dopunu treba produžiti u slobodnom delu udžbenika. Naime, rečenica tada glasi: „Jednakost oblika a : 2 = 100 naziva se *jednačina sa nepoznatim deljenikom*." Analizom navedene rečenice i komparacijom sa zapisanim modelima, učenici određuju karakteristike oblika jednačine. (Na levoj strani jednačine nalazi se količnik sa nepoznatim deljenikom, a na desnoj zadat broj.)

Nakon toga, interaktivnom obradom drugog dela egzemplara, učenici usvaju postupak za rešavanje jednačina tog oblika. Pri tom, povezuju naveden deo obrade sa vezom deljenja i množenja.

Na osnovu oba dela interaktivne obrade uopštavamo postupak za rešavanje. To znači da naveden oblik jednačine zadajemo ili zapisujemo matematičkim oznakama na osnovu teksta, a nepoznat deljenik određujemo množenjem količnika sa poznatim deliocem. Navedeno uopštavanje učenici zapisuju u sveske.

Kompletiramo i objedinjujemo na osnovu 1. zadatka, a nastavnik za domaći zadatak zadaje 2. i 3. zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Jednačine sa nepoznatim deliocem* čine nenumerisani zadaci na str. 56-3b udžbenika.



- Напиши број који је:

  5 пута мањи од **а** __________ | **а** пута мањи од 54 __________

- Запиши једнакост и доврши дату реченицу:

  - Количник броја 100 и непознатог броја је 10.__________

  Једнакост облика 100 : x = 10 назива се __________.

- Којим бројем треба поделити број 15 да се добије број 5?

Решавамо задатак: Записујемо непознати број са **а**.
Пишемо једначину: 15 : **а** = 5 непознати делилац
Рачунамо: а = 15 :5 (да би се одредио непознати делилац **а**, дељеник треба поделити са количником)
Решење: а = 3
Провера: 15 : 3 = 5

Одговор: __________

Slika br. 25 – Jednačine sa nepoznatim deliocem
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 56)

U prvom delu egzemplara, na osnovu dve rečenice, učenici modeluju odgovarajuće jednačine. Kako crta iznad koje treba dopuniti poslednju rečenicu ima dužinu za jednu reč, dopunu treba produžiti u slobodnom delu udžbenika. Naime, rečenica tada glasi: „Jednakost oblika 100 : x = 10 naziva se *jednačina sa nepoznatim deliocem*“. Analizom navedene rečenice i komparacijom sa zapisanim modelima, učenici određuju karakteristike oblika jednačine. (Na levoj strani jednačine nalazi se količnik sa nepoznatim deliocem, a na desnoj zadat broj.)

Nakon toga, interaktivnom obradom drugog dela egzemplara, učenici usvajaju postupak za rešavanje jednačina tog oblika. Pri tom, povezuju naveden deo obrade sa vezom deljenja i množenja: 15 : a = 5; 15 = a · 5; a · 5 = 15; a = 15 : 5.

Na osnovu oba dela interaktivne obrade uopštavamo postupak za rešavanje. To znači da naveden oblik jednačine zadajemo ili zapisujemo matematičkim oznakama na osnovu teksta, a nepoznat delilac određujemo deljenjem količnika sa poznatim deliocem. Navedeno uopštavanje učenici zapisuju u sveske.

Kompletiramo i objedinjujemo na osnovu 1. zadatka, a nastavnik za domaći zadatak zadaje 2. i 3. zadatak.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Pismeno sabiranje trocifrenih brojeva* čini uvodni zadatak na str. 87-3b udžbenika.

U obradi ove nastavne jedinice u udžbeniku je zapisano i uokvireno: „Sada ćemo naučiti kako se **pismeno** sabiraju trocifreni brojevi čiji je **zbir jedinica manji od deset.**“ Međutim, egzemplar i ostali zadaci sadrže trocifrene brojeve kao sabirke, u kojima je zbir svih odgovarajućih cifara manji od deset. Navedeno preciziranje nastavne jedinice učenici zapisuju u sveske.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Sabiranje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 88-3b udžbenika.

U obradi ove nastavne jedinice u udžbeniku je zapisano i uokvireno: „Sada ćemo naučiti kako se **pismeno** oduzimaju trocifreni brojevi čiji je **broj jedinica umanjenika veći od broja jedinica umanjioca.**“ Međutim, egzemplar i ostali zadaci sadrže trocifrene brojeve, čije su sve odgovarajuće cifre umanjenika veće ili jednake odgovarajućim ciframa umanjioca. Navedeno preciziranje nastavne jedinice učenici zapisuju u sveske.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Pismeno sabiranje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 90-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno sabiranje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 92-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu trećeg časa nastavne jedinice *Pismeno sabiranje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 94-3b udžbenika.

U obradi ove nastavne jednice u udžbeniku je zapisano i uokvireno: „Sada ćemo naučiti kako se **pismeno** sabiraju trocifreni brojevi čiji je **zbir desetica veći od devet**." Međutim, egzemplar i ostali zadaci sadrže trocifrene brojeve kao sabirke, u kojima je ***samo zbir cifara (broja) desetica*** veći od devet. Preciziranje opisa nastavne jedinice, dopunom istaknutih reči, učenici zapisuju u sveske. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno sabiranje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu trećeg časa nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 96-3b udžbenika.

U obradi ove nastavne jedinice u udžbeniku je zapisano i uokvireno: „Sada ćemo naučiti kako se **pismeno** oduzimaju trocifreni brojevi čiji je **broj desetica umanjenika manji od broja desetica umanjioca**." Međutim, egzemplar i ostali zadaci sadrže trocifrene brojeve kao sabirke, u kojima je samo broj desetica umanjenika manji od broja desetica umanjioca. Navedeno preciziranje specifičnosti nastavne jedinice učenici zapisuju dopunom reči *samo,* na odgovarajućem mestu u udžbeniku. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu četvrtog časa nastavne jedinice *Pismeno sabiranje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 98-3b udžbenika.

U obradi ove nastavne jedinice u udžbeniku je zapisano i uokvireno: „Sada ćemo naučiti kako se **pismeno** sabiraju trocifreni brojevi čiji je **zbir jedinica i desetica veći od devet**." Međutim, zbog neodgovarajućeg značenja navedene rečenice, učenici u udžbeniku precrtavaju deo iza reči *brojevi*, a umesto toga zapisuju: u kojima je zbir ***jedinica i cifara (broja) desetica veći od devet***. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno sabiranje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu četvrtog časa nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 100-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu petog časa nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje trocifrenih brojeva* čini nenumerisan zadatak na str. 102-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno odgovarajućem delu obrade nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje dvocifrenih brojeva*.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Sabiranje više dvocifrenih i trocifrenih brojeva* čine nenumerisani zadaci na str. 104-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije. Sabiranje i oduzimanje. Zagrade* čini nenumerisan zadatak na str. 108-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. U obradi se ističe pravilno modelovanje tekstualnih zadataka, posebno pravilna upotreba zagrada.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Pismeno množenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čini nenumerisan zadatak na str. 116-3b udžbenika.

Osnovna karakteristika obrade ovog dela nastavne jedinice je da su svi proizvodi cifara jednocifrenim brojem manji od deset. Navedenu karakteristiku učenici uočavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika. U interaktivnoj obradi narednih delova nastavne jedinice navodićemo samo osnovnu karakteristiku, a način uočavanja ćemo podrazumevati. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Pismeno množenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čini nenumerisan zadatak na str. 118-3b udžbenika.

Osnovnu karakteristiku obrade ove nastavne jedinice čini: Proizvod jedinica trocifrenog broja jednocifrenim brojem je dvocifren. To znači da se broj jedinica dobijenog dvocifrenog broja zapisuje kao broj jedinica ukupnog proizvoda. Množenje se nastavlja po opisanom postupku za prethodan čas, a broj dobijenih desetica se dodaje proizvodu cifre desetica datim jednocifrenim brojem. Pri tom, u egzemplaru i ostalim zadacima, tako dobijeni brojevi jedinica, desetica i stotina proizvoda manji su od deset. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu trećeg časa nastavne jedinice *Pismeno množenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čini nenumerisan zadatak na str. 120-3b udžbenika.

Osnovnu karakteristiku obrade ove nastavne jedinice čini: Proizvod cifara desetica jednocifrenim brojem je dvocifren. To znači da se broj jedinica dobijenog dvocifrenog broja zapisuje kao broj desetica ukupnog proizvoda. Množenje se nastavlja po ranije opisanom postupku, a broj desetica dvocifrenog broja se dodaje proizvodu cifre stotina datim jednocifrenim brojem. Pri tom, u egzemplaru i ostalim zadacima, tako dobijeni brojevi jedinica, desetica i stotina proizvoda manji su od deset. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu četvrtog časa nastavne jedinice *Pismeno množenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čini nenumerisan zadatak na str. 122-3b udžbenika.

Osnovnu karakteristiku obrade ove nastavne jedinice čini: Proizvod jedinica trocifrenog broja jednocifrenim brojem je dvocifren, a i proizvod cifre desetica jednocifrenim brojem je dvocifren. To znači da se broj jedinica dobijenog dvocifrenog broja zapisuje kao broj jedinica ukupnog proizvoda. Množenje se nastavlja po ranije opisanom postupku, a broj desetica dobijenog dvocifrenog broja se dodaje proizvodu cifre desetica datim jednocifrenim brojem. Kako je i proizvod cifre desetica jednocifrenim brojem dvocifren broj i dobijen zbir će biti dvocifren, a njegovu jedinicu upisujemo kao deseticu ukupnog proizvoda. Broj desetica tog dvocifrenog broja, dodajemo broju stotina i zbir upisujemo kao cifru stotina ukupnog proizvoda. Pri tom, u egzemplaru i ostalim zadacima tako dobijeni brojevi jedinica, desetica i stotina proizvoda manji su od deset. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije-množenje i sabiranje* čini nenumerisan zadatak na str. 124-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. Pri tom, ističemo pravilno modelovanje tekstualnih zadataka i redosled primene operacija. Nastavnik, po potrebi, priprema i primenjuje fleksibilno diferenciranu pomoć.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije-množenje i oduzimanje* čini nenumerisan zadatak na str. 126-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno obradi prethodne nastavne jedinice.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Pismeno deljenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čini nenumerisan zadatak na str. 128-3b udžbenika.

Osnovna karakteristika obrade ovog dela nastavne jedinice je da su sve cifre deljenika deljive jednocifrenim brojem. Navedenu karakteristiku učenici uočavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika. U interaktivnoj obradi narednih delova nastavne jedinice navodićemo samo osnovnu karakteristiku, a način uočavanja ćemo podrazumevati. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Pismeno deljenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čini nenumerisan zadatak na str. 130-3b udžbenika.

Osnovna karakteristika obrade ovog dela nastavne jedinice je da broj stotina nije deljiv jednocifrenim brojem, ali je veći od njega, te učenici mogu deliti sa ostatkom. Dobijen količnik zapisuju kao broj stotina (prva cifra) traženog količnika.

Ostatak određuju po zadatoj shemi, a zatim dopisuju desetice deljenika i tako dobijaju dvocifren broj. Taj broj predstavlja ukupan broj desetica i deljiv je jednocifrenim brojem. Postupak deljenja se nastavlja, kao u primerima obrađenim na prethodnom času. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu trećeg časa nastavne jedinice *Pismeno deljenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čine nenumerisani zadaci na str. 133-3b udžbenika.

Osnovna karakteristika prvog zadatka ovog dela obrade nastavne jedinice je da broj stotina nije deljiv jednocifrenim brojem, što znači da se prvi deo postupka realizuje kao na prethodno opisanom času. Međutim, ni broj tako dobijenih desetica nije deljiv jednocifrenim brojem, pa se i on deli sa ostatkom. Podrazumeva se da je tako dobijen broj jedinica deljiv jednocifrenim brojem, jer u protivnom kolličnik ne bi bio prirodan broj.

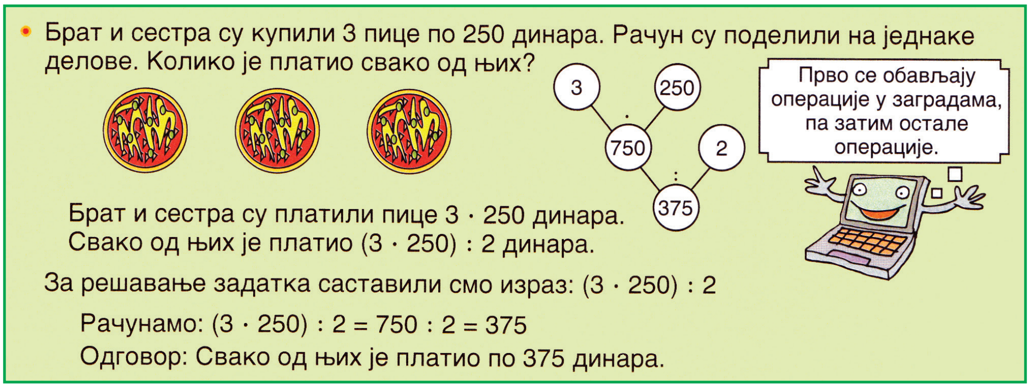
Osnovna karakteristika drugog zadatka ovog dela obrade nastavne jedinice je da je broj stotina manji od jednocifrenog broja. Zbog toga se stotine razmenjuju u desetice tako što se prepišu cifre stotina i desetica i dobije dvocifren broj deljiv jednocifrenim. Postupak deljenja se nastavlja po ranije opisanim primerima. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu četvrtog časa nastavne jedinice *Pismeno deljenje trocifrenih brojeva jednocifrenim* čini nenumerisan zadatak na str. 135-3b udžbenika.

Prvi deo obrade egzemplara čini rečenica: „Objasni postupak izračunavanja količnika na sledećem primeru. 435 : 5 = ...“ Učenici zadatak rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Karakteristiku obrade drugog dela egzemplara čini rečenica: Broj stotina je deljiv jednocifrenim brojem, a cifra desetica je manja od njega, pa delimo sa ostatkom. Pri tom, količnik je 0 (nula) i zapisuje se kao cifra desetica u ukupnom količniku, a ostatak je cifra desetica dvocifrenog broja, kojim se nastavlja deljenje. Uz opisanu karakteristiku pravimo analogiju sa primerima u kojima je cifra stotina manja od jednocifrenog broja. Naime, i tada bi mogli deliti sa ostatkom, ali se cifra 0 ne piše kao prva cifra. Na primer, količnik izračunat u drugom delu egzemplara prethodnog časa, bio bi izražen na sledeći način: 328 : 8 = 041. To učenicima potvrđuje zašto se cifra 0 ne piše kao prva cifra broja, odnosno, 328 : 8 = 41 (nula stotina, četiri desetice i jedna jedinica čini broj četrdeset jedan). Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije-množenje i deljenje. Zagrade* čini nenumerisan zadatak na str. 137-3b udžbenika.



Брат и сестра су купили 3 пице по 250 динара. Рачун су поделили на једнаке делове. Колико је платио свако од њих?

Брат и сестра су платили пице 3 · 250 динара.
Свако од њих је платио (3 · 250) : 2 динара.

За решавање задатка саставили смо израз: (3 · 250) : 2

Рачунамо: (3 · 250) : 2 = 750 : 2 = 375
Одговор: Свако од њих је платио по 375 динара.

Slika br. 26 – Zadaci sa dve operacije – množenje i deljenje. Zagrade
(Joksimović, S. (2009): Matematika, udžbenik za treći razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 137)

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. Pri tom, naglašavamo pravilno modelovanje tekstualnih zadataka i redosled primene operacija. Nastavnik, po potrebi, priprema i primenjuje fleksibilno diferenciranu pomoć.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije-deljenje i sabiranje* čini nenumerisan zadatak na str. 139-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno obradi nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije-množenje i deljenje. Zagrade*.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije-deljenje i oduzimanje* čini nenumerisan zadatak na str. 141-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno obradi nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije – deljenje i sabiranje. Zagrade*.

Problemsku situaciju za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Zadaci sa dve operacije-deljenje i oduzimanje* čini nenumerisan zadatak na str. 143-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, po strukturi problemske nastave. Ostale zadatke učenici rade uz diferencirانu pomoć nastavnika.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Deljenje sa ostatkom* čini nenumerisan zadatak na str. 144-3b udžbenika.

Osnovna karakteristika obrade ove nastavne jedinice jeste činjenica da u postupku deljenja trocifrenog broja jednocifrenim poslednja etapa deljenja broja jedinica jednocifrenim brojem sadrži ostatak. Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno obradi nastavne jedinice *Deljenje sa ostatkom dvocifrenih brojeva jednocifrenim*.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Izvođenje dve računske operacije sa i bez zagrada* čini 4. zadatak na str. 164-3b udžbenika i nenumerisan zadaci na str. 165-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Izvođenje tri računske operacije sa i bez zagrada* čine nenumerisani zadaci na str. 167-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Delovi celine* čine 1, 2. i 4. zadatak na str. 150-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu egzemplara izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. U daljoj interaktivnoj obradi učenici rade 3. i 6. zadatak. U okviru izrade 6. zadatka, heurističkim vođenjem, učenici zaključuju da se neke celine (objekti) ne mogu deliti na delove, već tu podelu možemo samo zamisliti, npr., čokolada, kolač i slično mogu se lako deliti na delove lomljenjem, najtvrđi predmeti teško, a živa bića se ne mogu deliti jer bi samo tada dobili delove neživih bića. Međutim, zaključak mora biti da se uvek može zamisliti deljenje na delove i da je celina time *razložena* *ili razlomljena*. Ako se zamišlja deljenje celine na jednake delove tada se ti delovi nazivaju *razlomci*.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Razlomci* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{8}$ čine nenumerisani zadaci na str. 151, 152-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu egzemplara izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. U daljoj obradi, osim dela zadataka u udžbeniku, učenici rade zadatak: Na brojevnoj pravi podeli jediničnu duž čija je dužina 8 cm na $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{8}$. Iznad tačaka kojima si podelio jediničnu duž, napiši odgovarajuće razlomke. Posmatrajući sleva nadesno tačke kojima si podelio jediničnu duž, dopuni niz: 0, – , $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, – .

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Razlomci* $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{10}$ čine nenumerisani zadaci na str. 155, 156-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu egzemplara izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. U daljoj obradi, osim dela zadataka u udžbeniku, učenici rade sledeći zadatak: Na brojevnoj pravi podeli jediničnu duž čija je dužina 10 cm na $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{10}$. Iznad tačaka, kojima si podelio jediničnu duž, napiši odgovarajuće razlomke. Posmatrajući sleva nadesno tačke kojima si podelio jednioničnu duž dopuni niz: – , $\frac{1}{10}$, – , 1.

Egzemplar za interaktivnu obradu prvog časa nastavne jedinice *Razlomci* $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$ čine nenumerisani zadaci na str. 158-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu egzemplara izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu drugog časa nastavne jedinice *Razlomci* $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$ čine nenumerisani zadaci na str. 159-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu egzemplara izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. U daljoj obradi, osim dela zadataka u udžbeniku, rade sledeći zadatak: Na brojevnoj pravi podeli jediničnu duž čija je dužina 20 cm na delove izražene svim razlomcima koje si do sada upoznao. Iznad tačaka, kojima si podelio jediničnu duž, napiši odgovarajuće razlomke. Posmatrajući sleva nadesno tačke kojima si podelio jedniničnu duž, dopuni niz: 0, –, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, –, –, $\frac{1}{5}$, –, $\frac{1}{3}$, –, 1.

Naveden zadatak učenici rade uz diferenciranu pomoć nastavnika. On crta jediničnu duž čija je dužina 2 m, odnosno, 20 dm. Zatim, uz pomoć lenjira približno određuje tačke kojima se duž deli navedenim razlomcima. Pri tom, učenici izvode analogne aktivnosti u svojim sveskama.

4.2. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržina teme – *Geometrijski objekti i njihovi međusobni odnosi*

Tema sadrži sledeće programske sadržine:

- *Kružnica (kružna linija) i krug. Crtanje pomoću šestara.*
- *Ugao.*
- *Vrste uglova - oštar, prav, tup.*
- *Paralelne i normalne prave i njihovo crtanje pomoću običnog i trougaonog lenjira.*
- *Pravougaonik i kvadrat. Trougao. Crtanje ovih figura pomoću lenjira i šestara.*
- *Prevođenje i grafičko nadovezivanje duži.*
- *Obim pravougaonika, kvadrata i trougla.*

U interaktivnoj obradi teme za polaznu osnovu koristićemo poglavlja IV i X iz knjige *Metodika nastave matematike* Dejić – Egerić (2010) i rad Petrović, N. (2005): *Didaktičke aberacije u formiranju matematičkih pojmova*. Za svaku nastavnu jedinicu predviđenu Programom, opisaćemo egzemplar i po potrebi uputstva za njenu obradu. U obradi većine nastavnih jedinica povezujemo matematičke sadržine sa odgovarajućim elementima predmeta Priroda i društvo i Likovno vaspitanje.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Krug i kružnica* čine nenumerisani zadaci na str. 154-3a udžbenika.

U obradi prvog dela egzemplara, interaktivno ponavljamo odgovarajuće nastavne jedinice čija je obrada opisana u poglavlju 3. Učenike podsećamo da se preciziranja i ispravke tada izvršene ne moraju ponovo raditi. Naime, korišćeni primeri za oblik kruga, u ovom delu egzemplara, su delovi predmeta, a ne predmeti (dno čaše, lonca i sl.). U daljoj obradi egzemplara koristimo tekst i slike iz udžbenika. Pri tom, učenici nakon posmatranja slika kruga i kružnice, uočavaju razliku između njih i tek nakon toga čitaju i upoređuju tekstove kojima se navedeni oblici određuju. Uz to, nastavnik ističe činjenicu da kružnica pripada zatvorenim linijama u ravni, a krug ravnim površima. Rešavanjem prvog zadatka učenici potvrđuju tekstualna određenja pojmova kružnice i kruga.

Obradu drugog dela egzemplara realizujemo u školskom dvorištu, analogno uputstvu i skici aktivnosti zadatoj u udžbeniku. Međutim, umesto „kočića" koristimo veće eksere. Učenici aktivnosti izvode u parovima, a zategnut kanap treba da ima dužinu približno jedan metar. Završavajući opisanu kružnicu, učenici se vraćaju približno u početnu tačku. Pri tom, zaključuju da će kružnica biti tačnije ucrtana, ako kanap nije izgubio na dužini zbog obavijanja oko pričvršćenog eksera. Navedene aktivnosti mogu imati obeležje igre sa motom: što spretnije i tačnije. Na taj način se koristi povezivanje nastave sa elementima Fizičkog vaspitanja i vrši objedinjavanje i proširivanje ove teme.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Crtanje kruga i kružnice* čini nenumerisan zadatak na str. 155-3a udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Ugao. Obeležavanje i crtanje ugla* čine nenumerisani zadaci na str. 58-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu egzemplara izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. U daljoj obradi nastavne jedinice uvodimo pojam fazi skupa tačaka unutrašnje oblasti ugla, čija su rastojanja od temena dovoljno mala. Za naveden pojam koristimo naziv ćošak. Istim nazivom (homonim) određen je i fazi skup unutrašnjih tačaka roglja.

Za uvođenje navedenih pojmova, navodimo pravilno i nepravilno upotrebljene primere. Pravilni primeri su: predmet se nalazi *u* jednom ćošku (fazi skup tačaka roglja) učionice, igrač se nalazi *na* jednom ćošku igrališta (fazi skup tačaka pravog ugla), fudbalska lopta je ušla u gol prolazeći kroz jedan od četiri ćoška gola i *sl*. Nepravilni su primeri: lopta je pala na *sam ugao* terena, lopta je pala u jedan od ćoškova terena (na terenu ne postoje rogljevi), četiri rupe se nalaze *na* ćoškovima bilijarskog stola (one se nalaze u stolu) i sl.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Prav ugao. Crtanje pravog ugla i obeležavanje* čine 1., 2., 3., 4. i nenumerisani zadaci na str. 60-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Vrste uglova* čine nenumerisani zadaci na str. 62-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Međusobni odnosi dve prave jedne ravni* čine nenumerisani zadaci na str. 65-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Crtanje paralelnih prava* čine nenumerisani zadaci na str. 66-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Normalne prave* čini nenumerisan zadatak na str. 67-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Crtanje normalnih prava* čine nenumerisani zadaci na str. 68-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Prav ugao i četvorouglovi* čine 1. i 3. zadatak na str. 71-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Pravougaonik. Temena i stranice* čine nenumerisani zadaci na str. 72-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Kvadrat* čine nenumerisani zadaci na str. 74-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Crtanje kvadrata i pravougaonika na kvadratnoj mreži* čine nenumerisani zadaci na str. 76-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Upoređivanje duži. Grafičko nadovezivanje duži* čine nenumerisani zadaci na str. 77-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Crtanje pravougaonika i kvadrata trougaonikom i lenjirom* čine nenumerisani zadaci na str. 78-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Crtanje pravougaonika i kvadrata šestarom i trougaonikom* čine nenumerisani zadaci na str. 79-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Obim pravougaonika* čine nenumerisani zadaci na str. 81-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku. Pri tom, nastavnik interaktivnim dijalogom upoznaje učenike sa dvojnim značenjem reči *obim*. U značenju zbira dužina stranica pravougaonika podrazumevamo zbir mera duži koji se određuje sabiranjem mernih brojeva i dopisivanjem jedinice mere. To znači da umesto $O = 5\ cm + 5\ cm + 3\ cm + 3\ cm$ treba zapisati $O = (5 + 5 + 3 + 3)\ cm$. Na analogan način postupamo sa primenom obrasca: $O = 2 \cdot (a + b)$.

Primenjeno na 1. zadatak, str. 81, pravilno rešavanje u zapisu iznad crte je:

$$O = 2 \cdot (6 + 10)\ cm = 2 \cdot 16\ cm = 32\ cm.$$

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Obim kvadrata* čine nenumerisani zadaci na str. 84-3b udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo koristeći tekst zapisan u udžbeniku, analogno obradi nastavne jedinice *Obim pravougaonika*.

4.3. Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju sadržina teme – *Merenje i mere*

Tema sadrži sledeće programske sadržine:

- Milimetar i kilometar.
- Kilogram.
- Litar.
- Godina i vek.
- Odnosi između manjih i većih jedinica koji ostaju u okviru bloka brojeva do 1000.

U interaktivnoj obradi teme za polaznu osnovu koristićemo poglavlja V i XI iz knjige *Metodika nastave matematike* Dejić – Egerić (2010), i *Interaktvna obrada mera i merenja u mlađim razredima osnovne škole,* Dejić, Banđur, Mrđa (2011).

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Merenje duži - milimetar* čini nenumerisan zadatak na str. 47-3a udžbenika.

Interaktivnu obradu nastavne jedinice izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku. Rečenica: *Neke stvari kraće od jednog centimetra merimo milimetrima* je izuzetno neodređena i u bilo kom tumačenju, kao iskaz, netačna. Zbog toga je učenici u celosti precrtavaju, a interaktivnim dijalogom dolaze do alternativne rečenice: *Dimenzije predmeta (visina, širina, dužina), za koje je potrebno merenje preciznije od merenja centimetrima, merimo milimetrima.* Pošto dimenzije najčešće predstavljamo dužima, izmerene veličine nazivamo dužinama. Pri tom, merni brojevi pripadaju skupu prirodnih brojeva N. To znači da i merenjem milimetrima ne dobijamo tačan merni broj već približno tačan. Dalju obradu nastavne jedinice izvodimo na način koji je određen i zapisan u udžbeniku. Međutim, nastavnik učenicima u zadatku 4. na str. 49, napominje da ilustracija olovaka nacrtanih uspravno nije u skladu sa načinom merenja njihovih dužina, koje se zadaju i traže u zadatku.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Merenje duži - kilometar* čine nenumerisan i 1. zadatak na str. 50-3a udžbenika.

U interaktivnoj obradi nenumerisanog zadatka nastavnik posebno naglašava učenicima da je mali broj modela duži koji se mere kilometrima. Najčešće se te duži samo zamišljaju ili određuju raznim zracima kao što su sunčevi i laserski. U skladu sa tim, učenici, uz diferenciranu pomoć nastavnika, određuju razliku između pojmova dužine puteva (drumska rastojanja) i rastojanja između dva objekta. Pod rastojanjem se podrazumeva dužina najkraće linije, odnosno duži, koja spaja centralne tačke objekata. Putevi najčešće predstavljaju modele krivih linija, što znači da dužina puta nije manja od odgovarajućeg rastojanja. U svrhu povezivanja sa odgovarajućim sadržinama nastavnog predmeta *Priroda i društvo*, nastavnik interaktivnim dijalogom uvodi pojam dužine puta kretanjem aviona (avionsko rastojanje), koja se može smatrati približno jednakom rastojanju između dva aerodroma. Dalju obradu nastavne jedinice izvodimo na način koji je određen i zapisan u udžbeniku uz respektovanje navedenih dopuna u obradi prvog dela egzemplara.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Merenje mase - kilogram, gram, tona* čine nenumerisani zadaci na str. 53, 54-3a udžbenika.

U interaktivnoj obradi prvog nenumerisanog zadatka, opisujemo nastavnikovu dopunu. Vagama se masa meri količinom sile Zemljine teže, koja deluje na određeni predmet ili biće, a naziva se težina. Njene vrednosti su jednake masi, samo na nadmarskoj visini, koja je jednaka nuli. Na taj način je izvršeno značajnije povezivanje sa nastavnim predmetom *Priroda i društvo*. Dalju obradu nastavne jedinice izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku uz respektovanje navedenih dopuna u obradi prvog dela egzemplara.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Merenje zapremine tečnosti* čine nenumerisani zadaci na str. 58, 59-3a udžbenika.

U uokvirenoj rečenici prvog nenumerisanog zadatka, učenici precrtavaju reč *strana* i ispod te reči zapisuju reč *ivica* (reč se nalazi u poslednjem redu uokvirenog teksta). Dalju obradu nastavne jedinice izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku uz respektovanje navedenih dopuna u obradi prvog dela egzemplara.

Na kraju obrade učenici, radom u parovima, izvode eksperiment koristeći baždaren lončić od jednog litra i dve kofe različite zapremine. Zatim, kofu manje zapremine napune vodom. Nakon toga, presipanjem vode lončićem iz kofe manje zapremine u kofu veće zapremine, mere zapreminu manje kofe.

Na taj način učenici propedevtički povezuju zapreminu predmeta, odnosno geometrijskih tela sa zapreminom tečnosti. Pri tom zaključuju da tečnosti, a najpogodnija je voda, mogu biti posrednik za merenje zapremine predmeta. Za to je neophodno da se omotač predmeta izradi kao model *prazne unutrašnjosti* u koju se može sipati voda. Time je produbljeno povezivanje obrade ove nastavne jedinice sa predmetom *Priroda i društvo*.

Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Merenje vremena - godina, decenija, vek* čine nenumerisan i 1. zadatak na str. 68-3a udžbenika.

U interaktivnoj obradi nenumerisanog zadatka, opisujemo nastavnikovu dopunu. Nastavnik uvodi pojam astronomske godine – vreme za koje Zemlja jednom pređe put oko Sunca (elipsastom putanjom).

U zadatku umesto uokvirenog *jedan vek = sto godina* učenici u sveske zapisuju *1 vek = 100 god*. Dalju obradu nastavne jedinice izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku uz sledeće dopune:

Koliko je najmanje godina živeo čovek, koji je ušao u sedmu deceniju života?

Da li pas može da uđe u sedmu deceniju života?

Da li čovek može da uđe u drugi vek svoga života?

Navedi neke biljke i životinje za koje znaš da mogu živeti duže od jednog veka.

U kom veku Nove ere su Srbi dizali ustanke i oslobodili se ropstva pod Turcima?

Koliko vekova je približno trajalo to ropstvo?

III OPIS RADA EKSPERIMENTALNE GRUPE

Nastavnici koji su realizovali rad sa eksperimentalnom grupom koristili su *Teorijske osnove istraživanja*, opšte napomene za *Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju matematike* i *Uputstva za pripremu svih nastavnih jedinica i časova matematike* za IV razred. Za osnovu je korišćena sadržina i struktura udžbenika Svetlane Joksimović, *Matematika za IV razred osnovne škole*. Priprema časova je obavljena u skladu sa strukturom opisanom u *Opštim napomenama* za *Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju matematike*. Za pripreme svakog nastavnog časa, pismeno su formulisane osnovne odrednice, a za neke i kompletna priprema. Osim pismene, sa nastavnicima je izvedena i usmena komunikacija za vreme trajanja eksperimenta, posebno za tematska ponavljanja gradiva koja nisu pismeno pripremana. Nastavu u E i K grupi izvodili su učitelji saradnici na Metodičkoj praksi studenata Pedagoškog fakulteta u Somboru, koja se izvodi i u ostalim školama na području grada Sombora. To znači da je „kvalitet" nastavnika približno jednak, te iako ih nismo testirali možemo tvrditi da nastavnici ne čine parazitalan faktor u metodologiji empirijskog istraživanja. U pripremu i realizaciju svih časova, učitelji su unosili igre ili elemente igara u odgovarajuće delove časa.

1. UPUTSTVA ZA PRIPREMU NASTAVNIH JEDINICA I ČASOVA

1**.** Ponavljanje gradiva trećeg razreda realizovano je odgovarajućim modelom integrisane nastave matematike i fizičkog vaspitanja opisanom u radu Mrđa, M. i ostali (2007).

2**.** Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Brojanje po hiljadu do milion* čine nenumerisani zadaci na str. 6-4a udžbenika. U interaktivnoj obradi prvog nenumerisanog zadatka, ističe se naziv poslednjeg člana „niza hiljada" (hiljaditog člana). To znači da se usvaja izražavanje dečaka na slici, koji naveden član naziva *milion*. U drugom delu obrade egzemplara formiraju se analogni nizovi desetica hiljada i stotina hiljada. Na kraju obrade egzemplara kompletiraju se dekadne jedinice od jedan do milion. Pri tom, nastavnik napominje da nizovi novčanica, prikazani u poslednjem nenumerisanom zadatku, ne sadrže sve novčanice (5, 20, 50, 200, 500, 5.000 dinara). Takođe napominjemo da ne postoje novčanice od 10.000, 100.000 i 1.000.000 dinara. U nastavku operativne faze rešavanjem zadatka 1, 4. i 8. zadatka potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočene i uopštene pojmove u obradi egzemplara.

3. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Zapisivanje dekadnih jedinica kao stepena broja deset* čine nenumerisani zadaci na str. 8-4a udžbenika. Heurističkim vođenjem učenici otkrivaju zašto se dekadna jedinica 10.000 u obliku stepena zapisuje (10^4). To činimo postupnim razlaganjem na činioce:

$$10.000 = 10 \cdot 1.000 = 10 \cdot 10 \cdot 100 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4.$$

Nakon toga, po analogiji, učenici samostalno i postupno rastavljaju na činioce i ostale dekadne jedinice u obliku stepena broja 10. U nastavku operativne faze, rešavanjem zadatka drugog nenumerisanog i 3. zadatka, potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočene i uopštene pojmove u obradi egzemplara.

4. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavnih jedinica *Brojanje po hiljadu do milion; zapisivanje dekadnih jedinica u obliku stepena broja deset* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 9-4a.

5. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Čitanje i pisanje brojeva do milion* čine nenumerisani zadaci na str. 10 i 11-4a udžbenika. U obradi prvog nenumerisanog zadatka heurističkim vođenjem učenici uočavaju sledeće: novčanica od 500 dinara zamenjuje pet novčanica od 100 dinara, odnosno, primer je za pet stotina. Novčanica od 20 dinara zamenjuje dve novčanice od po deset dinara, odnosno, primer je za dve desetice. U nastavku operativne faze, rešavanjem zadatka drugog i trećeg nenumerisanog zadatka, potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočena i uopštena pravila u obradi egzemplara.

6. i 7. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavnih jedinica *Čitanje i pisanje brojeva do milion* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku od 13. do 19. str. 4a. Za realizaciju drugog časa, nastavnici pripremaju odgovarajuće nastavne listiće sa složenijim zadacima, a tokom rada učenicima pružaju diferenciranu pomoć.

8. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Zapisivanje broja u obliku zbira proizvoda* čine 1. i nenumerisan zadatak na str. 19-4a udžbenika. U obradi 1. zadatka, učenici se podsećaju zapisivanja trocifrenih brojeva u obliku zbira proizvoda. U obradi nenumerisanog zadatka, heurističkim vođenjem učenici uočavaju analogiju zapisivanja višecifrenih brojeva (do milion) u obliku zbira proizvoda sa prethodno ponovljenim zapisivanjem trocifrenih brojeva u obliku zbira proizvoda. U nastavku operativne faze, rešavanjem zadatka 2. i 3. zadatka, potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočena i uopštena pravila u obradi egzemplara.

9. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Zapisivanje broja u obliku zbira proizvoda* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 20-4a.

10. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Mesne vrednosti cifara* čini 2. zadatak na str. 21-4a udžbenika. U obradi egzemplara je neophodna dopuna, navođenjem primera zapisa brojeva sa jednom cifrom (jednocifren brojevi). Npr., jednocifren broj šest ima vrednost šest jedinica ($6 \cdot 1$), ali se on ne piše u obliku navedenog proizvoda već samo cifrom 6. U daljoj obradi, interaktivnim dijalogom sa učenicima, ukazujemo na ulogu mesne vrednosti i odgovarajuće cifre u određenju ili poimanju ukupne vrednosti broja. Korišćenje tablice mesnih vrednosti i povezivanje cifara sa odgovarajućim mesnim vrednostima je neophodno, ali ne i dovoljno. Pri tom, rečenice tipa *cifra 3 ima vrednost stotina hiljada (sh)*, nedovoljno su pojmovno razjašnjene (posebno je neadekvatno korišćenje glagola imati). Za razjašnjavanje i preciziranje navedene rečenice dovoljno je naglasiti sledeće: pri zapisivanju broja 345.836 u obliku zbira proizvoda jednocifren broj 3 množimo stotinom hiljada (sh), odnosno sa 10^5, i zbog toga se cifra 3 „nalazi" na mesnoj vrednosti sh. Na kraju ovog dela obrade, učenici otkrivaju način zapisivanja broja:

$$345.836 = 3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 1.$$

Naveden zapis učenici rečima iskazuju na sledeći način: šestocifren broj trista četrdeset pet hiljada osamsto trideset šest jednak je zbiru tri sh, četiri dh, pet jh, osam s, tri d i šest j. U nastavku operativne faze, rešavanjem zadatka 3. i 4. zadatka, potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočene i uopštene pojmove u obradi egzemplara.

11. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Mesne vrednosti cifara* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 22 i 23-4a.

12. *Preparativnu fazu* časa obrade nastavne jedinice *Dekadne jedinice veće od milion* realizujemo podsećanjem učenika na nazive i načine određivanja dekadnih jedinica do milion. Pri tom, naglašava se pravilo po kom sve dekadne jedinice u zapisu imaju na početku cifru 1, a ostale cifre 0. Osim navedenog, učenike podsećamo da se kod dekadnih jedinica i brojeva sa više od tri cifre uvode klase, u ovom slučaju jedinice i hiljade.

Egzemplar za *operativnu fazu* časa čini nenumerisan zadatak na str. 24-4a udžbenika. U obradi egzemplara učenici upoznaju sve dekadne jedinice veće od milion, zaključno sa bilionom. U tu svrhu, prvo izdvajamo zapis milijarde i biliona, a pri tom koristimo prethodno obrađeno pravilo o formiranju klasa. U uokvirenom zapisu nenumerisanog zadatka, koji treba da posluži za trajnije upamćivanje, treba izvršiti izmene. Prvo, umesto „broj milion ima šest nula" učenici zapisuju „dekadna jedinica ili broj milion, piše se prvom cifrom 1 i dve klase po tri nule". Takođe, umesto „broj milijarda ima devet nula", učenici zapisuju „dekadna jedinica ili broj milijarda piše se prvom cifrom 1 i tri klase po tri nule". Osim navedenog, uvodimo i zapis: dekadna jedinica ili broj bilion se piše prvom cifrom 1 i četiri klase po tri nule, odnosno, 1.000.000.000.000. Navedene izmene i dopune učenici zapisuju u svesku i uokviruju zapis.

U *verifikativnoj fazi* obrade učenici rade zadatke 1-4. na str. 24-4a udžbenika, u skladu sa prethodno datim uputstvima za rad eksperimentalne grupe.

13. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Brojevi veći od milion* čini nenumerisan zadatak na str. 25-4a udžbenika. Na osnovu zadate tabele, učenici uočavaju uokvirena pravila i iskazuju ih rečima. Nakon toga ih upoređuju sa zapisom u udžbeniku. Pravilo iskazano prvom rečenicom je *netačno,* jer klasa može biti određena dvocifrenim i jednocifrenim brojem. Imajući navedeno u vidu, učenici u sveske zapisuju dopunu pravila. Klasa se čita kao:

a) jednocifren broj, ako su na prva dva mesta nule, a na trećem nije nula;

b) dvocifren broj, ako je na prvom mestu nula, a na drugom nije nula;

c) trocifren broj, ako na prvom mestu nije nula.

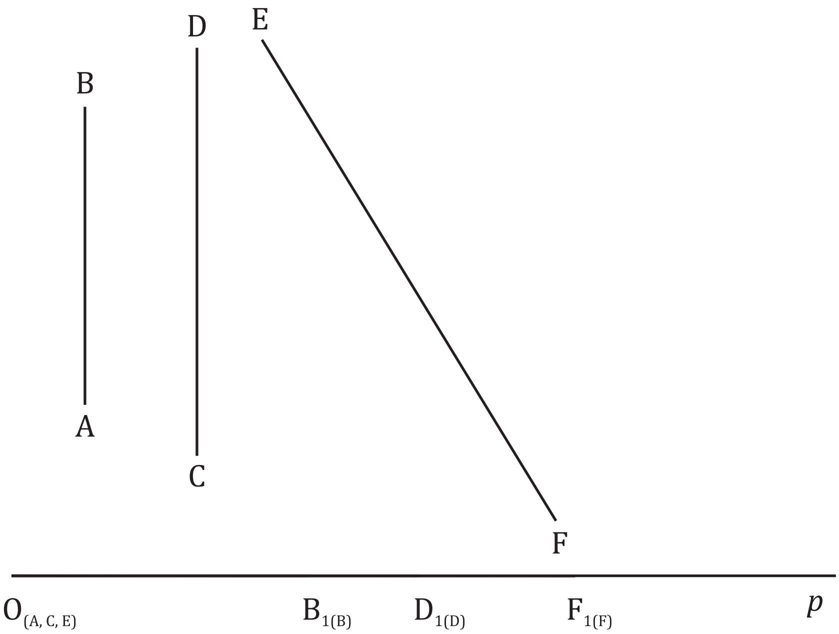
Klasa koja se zapisuje sa sve tri nule se ne čita.

Navedene dopune pravila ilustrovati primerima po izboru nastavnika.

14. i 15. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Brojevi veći od milion* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 26 i 27-4a.

Osnovne napomene o upoređivanju veličina i uređenosti skupa

Vrednosti nekih veličina mogu se preciznije upoređivati, pre svega, u odnosu na relaciju poretka. Npr., dve ili više duži možemo uporediti određujući relaciju veća, manja ili jednaka duž (>, <, =). To se čini prenošenjem zadatih duži šestarom na polupravu, tako da im se jedan par krajnjih tačaka poklapa sa početnom tačkom poluprave, a drugi par krajnjih tačaka pripada toj polupravi. Tada je ***manja*** duž čija krajnja tačka, koja se ne poklapa sa tačkom O, pripada unutrašnjosti ***veće*** duži, a duži su jednake ako se i taj par krajnjih tačaka među sobom poklapa. Za ilustraciju navodimo konkretan primer tri zadate duži.



$$OB_1 < OD_1 < OF_1 \Leftrightarrow AB < CD < EF \ (B_1 \in OD_1 \wedge D_1 \in OF_1)$$

Slika br. 27 – Upoređivanje veličina

Vrednosti promenljivih veličina mogu se upoređivati ako je u skupu kome one pripadaju definisana relacija poretka (R, AS, T). Skup je *potpuno uređen*, ako za svaka dva elementa *x* i *y* iz tog skupa važi ili je *x* u relaciji sa *y*, ili je *y* u relaciji sa *x*, ili je *x* jednako sa *y* (Napomena: „ili" ima značenje isključne disjunkcije.) To znači da su sve vrednosti takvih veličina međusobom uporedive. Npr., skup N je potpuno uređen.

Vrednosti nekih veličina su samo delimično uporedive. To znači da u skupu vrednosti postoje barem dva elementa *x* i *y* za koje ne važi prethodno naveden uslov. Za sam skup tada kažemo da je *parcijalno* ili *delimično* uređen skup.

16. Priprema za prvi čas obrade nastavne jedinice *Uređenost skupa prirodnih brojeva*

Preparativna faza časa (10 min.)

Učenici zapisuju u sveske skup brojeva prve desetice na dva načina, sa napomenom da to urade samostalno. Navedeni načini su sledeći:

a) zapisuju brojeve od najmanjeg do najvećeg,

b) zapisuju brojeve proizvoljnim rasporedom.

Nakon završenog zapisivanja skupa, učenici upoređuju svoje zapise sa zapisima svojih kolega. Zatim, heurističkim vođenjem zaključuju:

1. svi zapisani skupovi su jednaki, jer sadrže iste elemente,

2. svi učenici trebalo je da zapišu skup na isti način, zapisujući brojeve od najmanjeg do najvećeg (treba ga nazvati *osnovni* raspored),

3. može se očekivati da su učenici isti skup zapisali proizvoljnim rasporedom elemenata na različite načine.

(Mogućih rasporeda ima $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3.628.800$, što znači da je skoro nemoguće da dva ili više učenika zapišu isti raspored).

Operativna faza časa (25 min.)

Učenicima se zadaje tekstualno određena *problemska situacija*.

U jednoj trci učestvuje osam takmičara koji na majicama imaju ispisane brojeve od 1 do 8. Na cilj su stizali sledećim redosledom: prvi je stigao takmičar čija je majica označena brojem 5, drugi brojem 3, treći brojem 6, četvrti brojem 4, peti brojem 2, šesti brojem 1, sedmi brojem 7 i osmi brojem 8. U definisanju, dekompoziciji i rešavanju problema učenici najpre rešavaju sledeće zadatke sa povratnim informacijama:

1. Napišite skup brojeva kojima su označene majice takmičara, osnovnim rasporedom.

(A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}.)

2. Napišite skup brojeva kojima su označene majice takmičara, rasporedom koji je u skladu sa redosledom stizanja takmičara na cilj. (B = {5, 3, 6, 4, 2, 1, 7, 8}.)

3. U kakvoj su relaciji skupovi A i B? (A = B).

4. Da li možemo samo iz relacije jednakosti *navedenih skupova, pošto sadrže iste elemente, zaključiti o krajnjem ishodu trke?* (Ne možemo.)

Nastavnik uvodi učenike u pojam niza na sledeći način: *Pošto smo se uverili da na osnovu skupova i njihovih relacija ne možemo zaključiti ništa o rasporedu njihovih elemenata, zapisujemo ih u obliku niza.*

Od zadatog skupa formiramo nizove tako što izostavljamo vitičastu zagradu. Za nizove smatramo da su jednaki ako imaju iste elemente i isti raspored u njihovom zapisivanju. (Navedene rečenice učenici zapisuju u svoje sveske.)

Dekompoziciju i rešavanje problema završavamo zadavanjem sledećih parcijalnih zadatka:

a) *napišite niz brojeva kojim su označene majice takmičara, osnovnim rasporedom.* (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.)

b) *napišite niz brojeva kojim su označene majice takmičara, rasporedom koji je u skladu sa redosledom stizanja takmičara na cilj.* (5, 3, 6, 4, 2, 1, 7, 8.)

Za potvrđivanje, objedinjavanje i proširivanje koristimo nenumerisane zadatke sa str. 28 i 29-4a udžbenika, kao i zadatke 1 - 4.

- Низ бројева 1, 2, 3, 4, ..., 98, 99, 100, 101, ..., 998, 999, 1 000, 1 001, ..., 999 998, 999 999, 1 000 000, 1 000 001, ..., називамо **низ природних бројева**.

Низ природних бројева <u>нема крај</u> јер их има **бесконачно**.
Зато кажемо да је скуп природних бројева бесконачан скуп.

<u>Најмањи</u> природни број је **1**.
<u>Највећи</u> природни број **<u>не постоји</u>**.

Скуп природних бројева означавамо словом **N** (читамо: ен) и записујемо овако:

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}.$$

Број 0 не припада скупу N.
То записујемо овако: $0 \notin N$.

Скуп који чине нула и природни бројеви означавамо $\mathbf{N_0}$ (читамо: ен нула) и записујемо овако:

$$\mathbf{N_0} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}.$$

Било који природни број означавамо са **n**.

Slika br. 28 – Uređenost skupa prirodnih brojeva
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 28)

За скуп природних бројева кажемо да је **уређен скуп**.
Ево зашто:

- Зато што се свака два различита природна броја могу упоредити. Може се одредити који је од њих **мањи**, односно **већи**.

- **Између** два природна броја **могу постојати** и други природни бројеви чији се број може тачно одредити.

Slika br. 29 – Svojstva prirodnih brojeva
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 28)

- Између неких природних бројева нема ниједног природног броја. Бројеви између којих нема природних бројева називају се узастопни природни бројеви.

  Бројеви: 1 999, 2 000, 2 001 су **три узастопна** природна броја.

- Осим броја 1, сваки природни број има свог **претходника**.

Претходник маког природног броја **n**, већег од 1, јесте број **n – 1**.

- Сваки природни број има свог **следбеника**.

Следбеник ма ког природног броја **n** јесте број **n + 1**.

- Зато, низ природних бројева можемо записати и овако:

1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., n – 1, n, n + 1, ...

Slika br. 30 – Svojstva prirodnih brojeva
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 29)

Verifikativa faza časa (10 min.)

Nakon verifikativnog rezimea učenici započinju rešavanje zadataka od 5. do 7. str. 29-4a udžbenika koje završavaju kod kuće. U okviru zadavanja domaćeg rada, od učenika se zahteva da za sledeći čas donesu četiri kartončića kvadratnog oblika, stranice oko 3 cm. Na pomenute kartončiće upisuju brojeve od 1 do 4.

U prilogu je nastavnicima dostavljena folija za grafoskop sa koje učenici prepisuju deo sadržine u svoje sveske, načinom koji je određen u pripremama opisan h časova obrade i utvrđivanja.

17. Priprema za drugi čas obrade nastavne jedinice *Uređenost skupa prirodnih brojeva*

Preparativna faza časa (10 min.)

U ovoj fazi časa sažeto ponavljamo obrađene sadržine na prethodnom času. Pri tom, ističemo propedevtički uveden pojam niza.

Operativna faza časa (30 min.)

1. Učenici formiraju nizove brojeva koristeći pripremljene kartončiće, a zatim ih zapisuju u sveske. Navedeno čine na sledeći način:

a) spajajući kartočinčiće sa brojevima 1 i 2 uočavaju i u sveske zapisuju 2 niza brojeva: 1, 2 i 2, 1, odnosno, zaključuju da je ukupan broj nizova 2;

b) uzimaju kartončić označen sa brojem 3 i „ubacuju ga" na prvo, drugo ili treće mesto u niz kartončića 1, 2. Pri tom, zapisuju u sveske formirane nizove: 3, 1, 2; 1, 3, 2; 1, 2, 3. Isti postupak ponavljaju sa nizom kartončića 2, 1 i u sveske, ispod već upisana 3 niza, upisuju nizove: 3, 2, 1; 2, 3, 1; 2, 1, 3;

c) heurističkim vođenjem, učenici uočavaju da se uvođenjem trećeg kartončića (broja) *utrostručio* broj nizova, a na osnovu toga zaključuju da je ukupan broj nizova sačinjenih od tročlanog skupa, određen proizvodom: $2 \cdot 3$;

d) uzimaju kartončić označen brojem četiri i ubacuju ga na prvo, drugo, treće ili četvrto mesto u niz kartončića 3, 1, 2. Pri tom, zapisuju u sveske formirane nizove: 4, 3, 1, 2; 3, 4, 1, 2; 3, 1, 4, 2; 3, 1, 2, 4. Isti postupak ponavljaju sa nizom kartončića 1, 3, 2 i u sveske, ispod već upisana 4 niza, upisuju nizove: 4, 1, 3, 2; 1, 4, 3, 2; 1, 3, 4, 2; 1, 3, 2, 4; a u svesci ostavljaju prostor da bi opisan postupak završili kod kuće.

e) na isti način uočavaju da se uvođenjem četvrtog kartončića (broja) *učetvorostručio* broj nizova, a na osnovu toga zaključuju da je ukupan broj nizova, sačinjen od četvoročlanog skupa određen proizvodom $2 \cdot 3 \cdot 4$.

2. Koristeći analogno zaključivanje i diferenciranu pomoć nastavnika, učenici rešavaju sledeće zadatke:

a) *izračunati ukupan broj svih mogućih nizova, formiranih u skladu sa redosledom osam takmičara u trci.* ($2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40.320$.)

b) *izračunati ukupan broj svih mogućih nizova od deset vojnika raspoređivanih u vrstu sleva nadesno. (*$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3.628.800$.*)*

Verifikativna faza (5 min.)

Učenicima treba dati preciznija uputstva za dovršenje započetog zadatka, a zatim domaći rad dopuniti zadacima sa str. 30 udžbenika.

Sadržina zapisana na foliji:

Uređenost skupa prirodnih brojeva

U jednoj trci učestvuje osam takmičara, koji na majicama imaju ispisane brojeve od 1 do 8. Na cilj su stizali sledećim redosledom: prvi je stigao takmičar čija je majica označena brojem 5, drugi brojem 3, treći brojem 6, četvrti brojem 4, peti brojem 2, šesti brojem 1, sedmi brojem 7 i osmi brojem 8.

Od zadatog skupa formiramo nizove tako što izostavljamo vitičastu zagradu. Za nizove smatramo da su jednaki ako imaju iste elemente i isti raspored u njihovom zapisivanju.

Tri tačke na kraju zapisa ukazuju da prirodnih brojeva ima još i to beskonačno mnogo (nema poslednjeg broja u nizu). Drugačije kažemo: skup prirodnih brojeva je beskonačan skup.

Nizovi sačinjeni od dva broja: 1, 2; 2, 1. Ukupan broj nizova je 2.

Nizovi sačinjeni od tri broja: 3, 1, 2; 1, 3, 2; 1, 2, 3 3, 2, 1; 2, 3, 1; 2, 1, 3. Ukupan broj nizova se utrostručio i iznosi 2 · 3 = 6

Nizovi sačinjeni od četiri broja: 4, 3, 1, 2; 3, 4, 1, 2; 3, 1, 4, 2; 3, 1, 2, 4; 4, 1, 3, 2; 1 ,4, 3, 2; 1, 3, 4, 2; 1, 3, 2, 4;

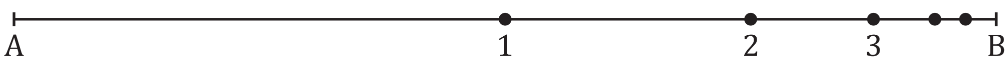
– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

Ukupan broj nizova se učetvorostručio i iznosi 2 · 3 · 4 = 24

18. Priprema za obradu časa nastavne jedinice *Brojevna poluprava*

Preparativna faza (10 min.)

Nastavnik na tabli crta duž AB dužine 144 cm, a učenici u sveskama na isti način označenu duž dužine 16 cm. Pri tom, pomoću lenjira, uzastopno polove duži tako da središnje tačke, sleva nadesno čine niz. Ispod prve tri središnje tačke zapisuju brojeve 1, 2 i 3, a četvrtu i petu samo ucrtavaju.



Slika br. 31 – Brojevna poluprava

Posmatranjem započetog označavanja niza prirodnih brojeva, uz diferenciranu pomoć nastavnika, učenici zaključuju da je svaku takvu tačku moguće odrediti, ali se ne može ispod svake zapisati odgovarajući prirodan broj.

Operativna faza (25 min.)

Nastavnik i učenici crtaju polupravu Om, a zatim nastavnik postavlja pitanje: Kako iz poluprave izdvojiti niz tačaka kojima odgovara tačno po jedan prirodan broj? Na taj način je postavljena nova problemska situacija i određen problem.

Dekompoziciju i rešavanje problema realizujemo fleksibilnom diferencijacijom, indirektnom pomoći učenicima sa povratnim informacijama.

1. *Da li tražene tačke poluprave možemo izdvojiti njenim uzastopnim polovljenjem?* (Ne možemo ih izdvojiti, jer poluprava sa desne strane nema krajnju tačku.)

2. *Koliko zadatih duži, dužine 2 cm, možemo uzastopno prenositi od početne tačke O tako da na polupravi Om dobijemo niz nadovezanih duži?* (Možemo uzastopno prenositi onoliko duži koliko nam omogućuje širina lista.)

Pre povratne informacije, nastavnik na tabli, počevši od tačke O, šestarom uzastopno prenosi jednake nadovezane duži, a isto to učenici čine u svojim sveskama.

3. *Ako zamislimo da se poluprava prostire u desnu stranu beskonačno, koliko se na njoj može nadovezati duži?* (Može se nadovezati beskonačno mnogo duži.)

4. *Koliko imaju zajedničkih tačaka sve nadovezane duži (nacrtane i nenacrtane)?* (Zajedničkih tačaka takođe ima beskonačno mnogo.)

5. *Da li te zajedničke tačke čine niz?* (Čine niz, jer ih uređujemo kao skup prirodnih brojeva – prethodna nastavna jedinica.)

Pri tom, nastavnik i učenici ucrtavaju tačke dobijene presecima kružnih lukova i poluprave, a ispod prve četiri upisuju brojeve 1, 2, 3, i 4.

Potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo znanje na osnovu nenumerisanih zadataka na str. 31-4a udžbenika.

U *verifikativnoj fazi* časa (10 min.), nakon verifikativnog rezimea, učenici započinju rešavanje ostala tri zadatka, sa pomenute strane, koje dovršavaju kod kuće.

19. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Brojevna poluprava* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 32-4a.

20. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Upoređivanje brojeva* čine nenumerisani zadaci i prateći numerisani zadaci na str. 33 i 34-4a udžbenika.

Operativnu fazu časa pripremamo i realizujemo u tri zasebna dela:

1. pravilo u prvom nenumerisanom zadatku (str. 33),

2. pravilo u drugom nenumerisanom zadatku (str. 33) i

3. pravilo u trećem nenenumerisanom zadatku (str. 34).

21. i 22. Interaktivnu pripremu i realizovanje dva časa utvrđivanja nastavne jedinice *Upoređivanje brojeva* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 35, 36 i 37-4a. Pri tom, u 2. zadatku na str. 35, dopunjavamo tekst tako da glasi: *Iz aranžmana neke turističke agencije izdvojene su cene letovanja za boravak tročlane porodice u trajanju od sedam dana.* Na taj način se zadatak precizira, konkretizuje i čini realnijim.

23. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Upoređivanje površi* čine nenumerisani zadaci na str. 40-4a udžbenika. *Operativnu fazu* časa započinjemo uočavanjem površi ravnih figura koje ograničavaju tela unutar učionice. Učenici ih imenuju i upoređuju „procenom od oka". Pri tom, naglašavamo da upoređujemo samo površi ravnih figura. Poželjno je da pre procene učenici posmatraju uočene površi sa raznih mesta.

U obradi egzemplara neophodno je da umesto reči *ivica površi*, koristimo reči *granica površi* (granična linija). Pri tom, nastavnik napominje da reč *ivica* koristimo samo za duži koje ograničavaju granične površi tela. Npr., ivice kvadra ograničavaju pravougaonike, a oni su granične površi kvadra. Iste duži čine i stranice poravougaonika. U nastavku operativne faze, rešavanjem 2. zadatka na str. 40-4a udžbenika, potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočen i uopšten postupak za upoređivanje površi.

24. U *kombinovanom času* obrade i utvrđivanja, uz heurističko vođenje, učenici rade 1. zadatak na str. 40 i zadatke na str. 41.

25. Priprema za čas obrade nastavene jedinice *Površina figure.*

U *preparativnoj fazi* časa (10 min.) ponavljamo mere i merenja pitanjima nastavnika sa povratnim informacijama.

Za koje veličine ste do sada merili njihove vrednosti? (Novac, duž, vreme, masu i zapreminu tečnosti.)

Učenik je pretrčao sto metara za dvadeset pet sekundi.

Kojim izrazom se izražava mera pretrčanog puta i kako se ona još naziva? (100 m, naziva se dužina.)

Kojim izrazom se izražava mera vremena njegovog trčanja i da li za nju postoji poseban naziv? (Izražava se izrazom 25 s.)

Kako nazivamo brojeve 100 i 25 u pomenutim izrazima? (Nazivamo ih mernim brojevima.)

Kako se nazivaju zajedničkim imenom metar i sekund? (Nazivaju se jedinice mere.)

Da li je tačno tvrđenje: mere vrednosti veličina se izražavaju mernim brojem i jedinicom mere? (Tvrđenje je tačno.)

U jednom buretu nalazi se 2 hl vina, a u drugom 200 l.

U kakvom su odnosu merni brojevi zapremine tečnosti u ta dva bureta? (Merni brojevi su različiti.)

U kakvom su odnosu mere zapremine tečnosti u ta dva bureta? (Mere su jednake, jer je 2 hl = 2 · 100 l = 200 l).

Zbog čega je moguće da su merni brojevi različiti ako su mere jednake? (Moguće je zbog toga što su jedinice mere različite.)

Operativnu fazu časa (25 min.) započinjemo 1. zadatkom na str. 42-4a udžbenika, koji koristimo za stvaranje problemske situacije. Problem određujemo heruističkim vođenjem koje opisujemo. Ako kvadrat A smatramo jedinicom mere površi, kojim postupkom možemo odrediti meru površi pravougaonika B? Da bi smo odredili tražen postupak posmatraćemo slike i tekst zadatka. Pri tom, nastavnik navodi neophodne izmene i dopune koje učenici zapisuju u svesku:

1. Meru površi figure nazivamo površinom.

2. Umesto poslednjeg uokvirenog tvrđenja u zadatku, koje je neprecizno i netačno, učenici zapisuju: *Merni broj površine pravougaonika B je najmanji broj koji određuje koliko je kvadrata A (jedinica mere) potrebno da se ta geometrijska figura potpuno prekrije.*

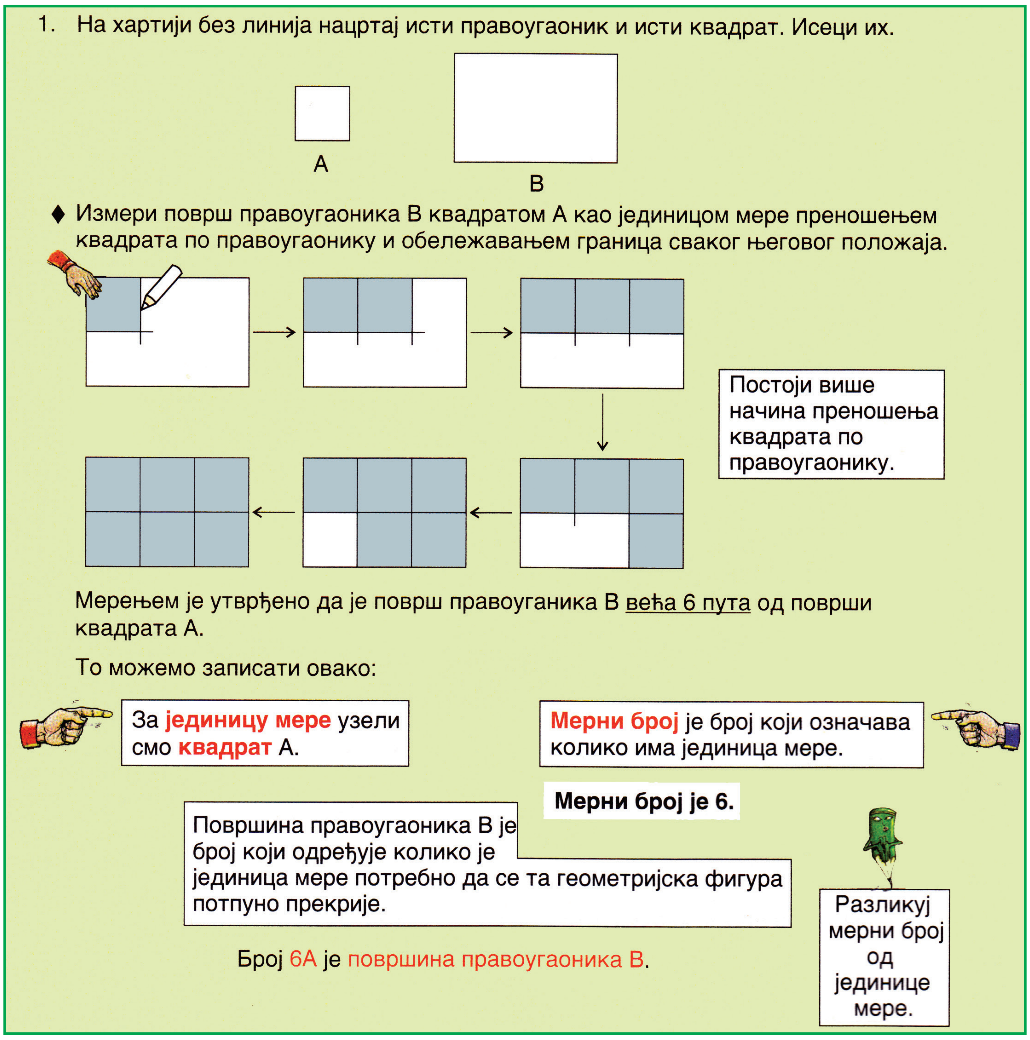
3. Uokvireno tvrđenje „Merni broj je broj koji označava koliko ima jedinica mere.", neprecizno je, netačno i nepotrebno. Zbog toga ga učenici olovkom precrtavaju.

4. Neuokvireno tvrđenje na kraju zadatka je takođe netačno i zbog toga ga učenici takođe prectravaju. Umesto njega zapisuju: *Površina pravougaonika B zapisuje se izrazom 6A.* Pri tom, nastavnik napominje da izraz 6A ne predstavlja broj, već površinu, kao što ni izraz 100 m ne predstavlja broj već dužinu.

Rešenje problema i uopštavanje učenici zapisuju: *Površinu figure izražavamo mernim brojem i jedinicom mere, kao i mere ostalih veličina.*

Potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo znanje rešavanjem 2. zadatka na str. 42-4a udžbenika, uz dodatno objašnjenje i izmenu koju navodimo.

Na kraju zadatka, u zapisanom tekstu „Broj 12 kvadratića je", učenici precrtavaju reč *broj* i ispod nje zapisuju reč *površina*, a iznad crte dopisuju: *jednaka površini sastavljenog pravougaonika.*



Slika br. 32 – Površina figure
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 42)

Verifikativna faza časa (10 min.)

Nakon verifikativnog rezimea, učenici rade 3. zadatak na str. 43. Naveden zadatak po potrebi dovršavaju kod kuće, kao i 4. na istoj strani.

U prilogu je nastavnicima dostavljena folija za grafoskop sa koje učenici prepisuju deo sadržine u svoje sveske, na način koji je određen u pripremi opisanog časa.

Sadržina zapisana na foliji:

Za koje veličine ste do sada merili njihove vrednosti?

Novac, duž, vreme, masu i zapreminu tečnosti.

Učenik je pretrčao sto metara za dvadeset pet sekundi.

Kojim izrazom se izražava mera pretrčanog puta i kako se ona još naziva?

Izražava se izrazom 100 m, a naziva se dužina.

Kojim izrazom se izražava mera vremena njegovog trčanja i da li za nju postoji poseban naziv?

Izražava se izrazom 25 s.

Kako nazivamo brojeve 100 i 25 u pomenutim izrazima?

Nazivamo ih mernim brojevima.

Kako se nazivaju zajedničkim imenom metar i sekund?

Nazivaju se jedinice mere.

Da li je tačno tvrđenje: mere vrednosti veličina se izražavaju mernim brojem i jedinicom mere?

Tvrđenje je tačno.

U jednom buretu nelazi se 2 hl vina, a u drugom 200 l.

U kakvom su odnosu merni brojevi zapremine tečnosti u ta dva bureta?

Merni brojevi su različiti.

U kakvom su odnosu mere zapremine tečnosti u ta dva bureta?

Mere su jednake, jer je 2 hl = 2 · 100 l = 200 l.

Zbog čega je moguće da su merni brojevi različiti ako su mere jednake?

Moguće je zbog toga što su jedinice mere različite.

Meru površi figure nazivamo površinom.

Merni broj površine pravougaonika B je najmanji broj koji određuje koliko je kvadrata A (jedinica mere) potrebno da se ta geometrijska figura potpuno prekrije.

Površina pravougaonika B zapisuje se izrazom 6A (izraz 6A ne predstavlja broj već površinu, kao što ni izraz 100 m ne predstavlja broj već dužinu).

Površinu izražavamo mernim brojem i jedinicom mere.

26. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Površina figure* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 44-4a.

27. Egzemplar za prvi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Jedinice za površinu* čine nenumerisani zadaci na str. 45 i 46-4a udžbenika. U obradi egzemplara neophodne su dopune, koje imaju prvenstveno, cilj da povežu sadržine ove nastavne jedinice sa odgovarajućim sadržinama nastavnog predmeta Priroda i društvo. Od izuzetnog značaja je i da jedinice za površinu povežemo sa odgovarajućim jedinicama za dužinu. U skladu sa navedenim, interaktivno dopunjavamo obradu sa sledećim informacijama i dopunskim objašnjenjima.

U *preparativnoj fazi*, obradu časa započinjemo sledećim tekstom:

Ako bi ljudi koristili različite jedinice mere vrednosti veličina, za njihovo korišćenje u praksi bi uz merni broj morali dobijati i jedinicu mere koja je tom prilikom korišćena. Zbog toga se u savremenom svetu, opštim dogovorom, koriste jedinstvene jedinice mere: metar (m), sekund (s), gram (g) itd. Da bi merenja vrednosti veličina bila što tačnija, danas se koriste uređaji koji izuzetno precizno određuju jedinice mere. Međutim, dugo godina su posebne ustanove bile određene za čuvanje tačnih jedinica mere pojedinih veličina, a ostali su se ravnali prema njima. U odnosu na tako određene jedinice mere, određuju se manje ili veće jedinice. To se čini zbog različitih potreba merenja za relativno male, odnosno, velike vrednosti veličine. U skladu sa navedenim koriste se i različite sprave za merenje, npr. lenjir za svesku, lenjir za tablu, sprava za merenje pređenog puta u vozilima ili letelicama, časovnik, vaga i slično.

Na kraju ove faze, heurističkim vođenjem, učenici tumače značenje naslova nastavne jedinice. Kako naslov glasi „Jedinice za površinu", učenici zaključuju da je površina mera površi. Pri tom, površ je veličina koja se meri. Jedinica mere je izabrana površ kvadratnog oblika.

Operativnu fazu pripremamo i realizujemo na način koji je opisan u udžbeniku, uz jednu izmenu, koju navodimo. Na kraju trećeg nenumerisanog zadatka, umesto zahteva „Zapamti!", interaktivnom obradom određujemo vezu svake od jedinica za površinu sa odgovarajućom jedinicom za dužinu. Za primer koristimo grafički prikaz za 1 dm^2 i način njegovog pretvaranja u površinu izraženu manjim jedinicama mere cm^2 i mm^2.

(1 $dm^2 = (10 \cdot 10)\ cm^2 = 100\ cm^2$ i 1$dm^2 = (100 \cdot 100)\ mm^2 = 10.000\ mm^2$).

U *verifikativnoj fazi*, nakon rezimea, učenici započinju rešavanje numerisanih zadataka na str. 46, a nerešeno završavaju kod kuće za domaći rad. Pri tom, nastavnik napominje učenicima da je 1. zadatak „Ako u školi imate model kvadratnog metra, izmerite površ table i zapišite rezultat merenja u svesku.“, izvodljiv pod sledećim uslovom. Merni brojevi dužina, kojima se izražavaju širina i visina table jedinicom mere m, moraju biti prirodni brojevi (takve table najverovatnije nepostoje). Po našim saznanjima standardi za izradu školskih tabli ne sadrže naveden uslov.

28. Egzemplar za drugi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Jedinice za površinu* čini nenumerisan zadatak na str. 47-4a udžbenika. Pri obradi časa, naslov na 47. strani smatramo nebitnim, jer ne postoji adekvatan naslov: jedinice za površinu manje od kvadratnog metra.

U nenumerisanom zadatku izostavljamo zahtev „Zapamti!“, a do uokvirenih formula učenici dolaze na način opisan za treći nenumerisan zadatak na str. 46. Sva „izračunavanja“ učenici rade samostalno, „napamet“ ili uz diferenciranu pomoć nastavnika. U mešovitim zapisima površina, nastavnik učenicima ukazuje da se radi o jedinstvenoj površini, koju izražavamo sa više odgovarajućih površina. Npr., učenici zapis 2 ha 5a 37 m^2 izražavaju rečima: zapisana površina sastoji se od površina dva hektara, pet ari i trideset sedam kvadratnih metara.

U prilogu je nastavnicima dostavljena folija za grafoskop sa koje učenici prepisuju deo sadržine u svoje sveske, načinom koji je određen u pripremi opisanih časova.

Sadržina zapisana na foliji:

Ako bi ljudi koristili različite jedinice mere vrednosti veličina, za njihovo korišćenje u praksi bi uz merni broj morali dobijati i jedinicu mere, koja je tom prilikom korišćena. Zbog toga se u savremenom svetu, opštim dogovorom koriste jedinstvene jedinice mere: metar (m), sekund (s), gram (g) itd. Da bi merenja vrednosti veličina bila što tačnija, danas se koriste uređaji koji izuzetno precizno određuju jedinice mere. Međutim, dugo godina su posebne ustanove bile određene za „čuvanje“ tačnih jedinica mere pojedinih veličina, a ostali su se ravnali prema njima.

Sa crteža na strani 45 udžbenika možeš uočiti način za izražavanje jedinice površine dm^2*, merama* cm^2 *i* mm^2 *i odgovarajućim mernim brojevima. Zato je neophodno da koristiš dužine stranica kvadrata sa slike, izražene merama cm i mm. Zadatak rešavaš izračunavanjem:*

$dm^2 = (10 \cdot 10)\ cm^2 = 100\ cm^2$ i $dm^2 = (100 \cdot 100)\ mm^2 = 10.000\ mm^2$

Izračunavanjem odgovarajućih dužina reši sledeće zadatke:

Izrazi jedinicu površine m^2, merama dm^2, cm^2 i mm^2.

Rešenje: $m^2 = (10 \cdot 10)\ dm^2 = 100\ dm^2$,

$m^2 = (100 \cdot 100)\ cm^2 = 10.000\ cm^2$,

$m^2 = (1.000 \cdot 1.000)\ mm^2 = 1.000.000 mm^2$

Izrazi jedinicu površine a, merama m^2 i dm^2

Rešenje: $a = (10 \cdot 10)\ m^2 = 100\ m^2$ *i*

$a = (100 \cdot 100)\ dm^2 = 10.000\ dm^2$

Izrazi jedinicu površine ha, merama a, m^2 i dm^2

Rešenje: $ha = (10 \cdot 10)\ a = 100\ a$,

$ha = (100 \cdot 100)\ m^2 = 10.000\ m^2$ *i*

$ha = (1.000 \cdot 1.000)\ dm^2 = 1.000.000 dm^2$

Izrazi jedinicu površine km^2, merama a i dm^2

Rešenje: $km^2 = (100 \cdot 100)\ a = 10.000\ a$,

$km^2 = (10.000 \cdot 10.000)\ dm^2 = 100.000.000\ dm^2$

Neka površ je izmerena, a njena površina je zapisana na sledeći način:

2 ha 5a 37 m^2.

Ovako zapisana površina sastoji se od površina dva hektara, pet ari i trideset sedam kvadratnih metara.

29. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Jedinice za površinu* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 48-4a.

30. Egzemplar za interaktivnu obradu nastavne jedinice *Pismeno sabiranje preko 1.000* čine nenumerisani zadaci na str. 54 i 55-4a udžbenika. U prvom nenumerisanom zadatku, crveno uokvireni tekst, dopunjavamo tako da glasi: *sabiramo brojeve desetica* (jednocifren brojevi). Ovim preciziranjem otklanja se mogućnost da učenici pobrkaju pojmove brojevne vrednosti cifre i mesne vrednosti cifre.

Kraj teksta u drugom nenumerisanom zadatku „na kraći način" dopunjavamo objašnjenjem: računanje skraćujemo pamćenjem broja koji prenosimo u sabiranje brojeva većih dekadnih jedinica, kada je to neophodno. Deci, koja imaju teškoća u opisanom računanju, preporučujemo da veći broj zadataka urade pisanjem broja, a tek nakon toga da ga pamte.

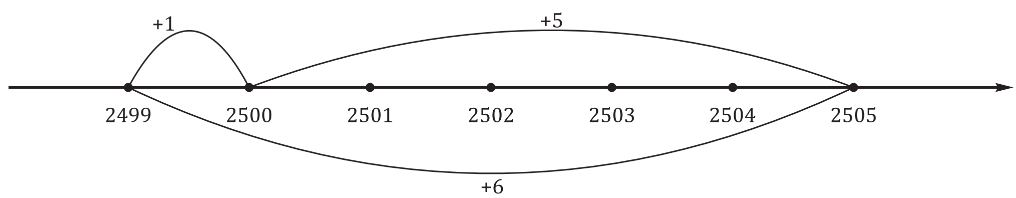
31. i 32. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Pismeno sabiranje preko 1.000* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 56-58-4a. Pri izboru zadataka i njihovoj izradi nastavnik koristi napomene koje smatramo posebno značajnim. U cilju povezivanja nastave matematike i prirode i društva u izradi 8. zadatka učenike podsećamo da se masa meri vagama. Većina vaga meri silu zemljine teže koja deluje na određeno telo, odnosno, njegovu težinu. Merni broj težine je jednak mernom broju mase, odgovarajuće merne jedinice (gram i pond ili kilogram i kilopond) samo na nadmorskoj visini jednakoj nuli. Navodimo i primer da su predmeti na Mesecu, pa i ljudi koji su boravili tamo, imali nekoliko puta manju težinu, iako im je masa ostala ista. Iz istih razloga, u toku izrade 10. zadatka, naglašavamo da se velike površi na Zemlji mere tako što se one smatraju ravnim površima. Npr., ako bi se površ koja zauzima Crna Gora merila kao zbir manjih površi (brda, planina, pećina, kanjona i sl.), ona bi imala višestruko veću površinu nego što se geografski iskazuje. U toku izrade 12. zadatka učenicima ukazujemo da se pismeno sabiranje dva višecifrena sabirka može nastaviti i trećim sabirkom. Pri tom, pamte se zbirovi po dva jednocifrena broja, a na dobijeni zbir dodaje treći. Drugim rečima, uz malo više pamćenja, možemo pismeno sabirati tri i više sabiraka. U svim zadacima, u kojima se sabiraju mere veličina, jedinica mere je zajednička i prepisuje se, a sabiraju se odgovarajući merni brojevi.

33. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje* čine nenumerisani zadaci na str. 59 i 60-4a udžbenika. Na kraju obrade prvog nenumerisanog zadatka, nastavnik napominje da umanjilac može imati i manje cifara od umanjenika. Ako ispod cifre umanjenika ne postoji cifra, ona se prepisuje. Kraj teksta u drugom nenumerisanom zadatku „na kraći način" dopunjavamo objašnjenjem: računanje skraćujemo pamćenjem pozajmljene (razmenjene) jedne dekadne jedinice, kada je to neophodno. Deci, koja imaju teškoća u opisanom računanju, preporučujemo da veći broj zadataka urade pisanjem broja, a tek nakon toga da ga pamte.

34. i 35. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Pismeno oduzimanje* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 61-63-4a.

36. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Pismeno sabiranje i oduzimanje* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 64 i 65-4a.

37. i 38. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Računamo lakše i brže* čini nenumerisan zadatak na str. 66-4a udžbenika. Obradu egzemplara zasnivamo na uokvirenom primeru. Prikazanu shemu nastavnik tekstualno pojašnjava na sledeći način. Kako je umanjilac manji od umanjenika, operaciju oduzimanja možemo posmatrati kao određivanje broja koji dodajemo umanjiocu da se dobije umanjenik. Lakše, brže i sigurnije računanje izvodimo sledećim postupkom. Prvo, uočavamo najmanji broj veći od umanjioca, a koji sadrži na kraju bar jednu nulu. Nakon toga određujemo broj koji treba dodati umanjiocu da bi se dobio opisan veći broj. U sledećem koraku određujemo broj koji dodajemo novodobijenom broju (umanjiocu) da bi smo dobili umanjenik. Zbir tako određenih brojeva čini ukupnu vrednost razlike datog umanjenika i umanjioca. U navedenom primeru vrednost razlike je 1 + 5 = 6, a postupak računanja ilustrujemo na brojevnoj polupravi. Nastavnik ilustraciju crta na tablu, a učenici u sveske.



Slika br. 33 – Brojevna poluprava

U daljoj obradi, rešavanjem zadataka, od učenika zahtevamo da rečima opišu postupak rešavanja zadatka.

Na kraju, u *verifikativnoj fazi* drugog časa, od učenika zahtevamo da opisan način primene pamćenjem dobijenih sabiraka, odnosno razliku izračunaju napamet, a usmeno opišu način računanja.

39. i 40. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Tekstualni zadaci sa sabiranjem i oduzimanjem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 67-69-4a. Uvodna pravila 1-6 koristimo kao konkretizaciju strateške pomoći učenicima, zasnovane na Poljinoj shemi. Za izradu pr-

vog zadatka pripremljena je samo diferencirana sadržajna pomoć. Kako je za drugi zadatak pripremljena i strateška pomoć usmerena na sadržaj, utvrđivanje nastavne jedinice započinjemo izradom tog zadatka. Pri tom, na osnovu ilustracije i metoda duži prikazane u udžbeniku, učenicima pružamo diferenciranu pomoć, koju navodimo.

Diferencirana pomoć za izradu drugog zadatka.

Pošto si pažljivo pročitao zadatak i razmotrio zapisane i ilustrovane podatke iz teksta zadatka, treba da sastaviš plan rešavanja.

Koje ćeš računske operacije koristiti da sastaviš plan rešavanja? (Sabiranje i oduzimanje.)

Rečima opiši šta prvo moraš da izračunaš i operaciju kojom ćeš to učiniti. (Prvo moram da izračunam količinu benzina prodatu u prva dva meseca, operacijom sabiranja: 2.258 + 3.199 = 5.457.)

Kako možeš rečima izraziti nepoznatu količinu benzina prodatu u trećem mesecu? (To je količina benzina koju, osim već prodatih 5.457 l, treba još prodati da bi ukupno bilo prodato 8.025 l.)

Kojom operacijom ćeš izračunati količinu benzina prodatu u trećem mesecu? (Operacijom oduzimanja: 8.025 – 5.457 = 2.568.)

Proveri tačnost rezultata. (2.258 + 3.199 + 2.568 = 8.025.)

Odgovori na postavljeno pitanje u zadatku. (Na benzinskoj pumpi u trećem mesecu prodato je 2.568 l benzina.)

Diferencirana pomoć za izradu prvog zadatka.

Rečima opiši šta je Sonja prvo izračunala. (Sonja je prvo izračunala količinu novca koja je porodici ostalo nakon što je uplatila smeštaj.)

Rečima opiši šta je i kako Sonja izračunala da bi odgovorila na pitanja u zadatku. (Da bi odgovorila na prvo pitanje zadatka Sonja je izračunala ostatak novca koji je porodica vratila kući, tako što je od prethodno izračunate količine novca oduzela količinu novca plaćenu za hranu.)

Rečima opiši šta je Stefan prvo izračunao. (Stefan je prvo izračunao količinu novca koju je porodica ukupno platila za smeštaj i hranu.)

Rečima opiši šta je i kako Stefan izračunao da bi odgovorio na pitanja u zadatku. (Da bi odgovorio na prvo pitanje zadatka Stefan je izračunao ostatak novca koji je porodica vratila kući, tako što je od ponete količine novca oduzeo ukupno plaćenu količinu.)

Rečima opiši još jedan način kojim bi mogao da rešiš zadatak. (Zadatak bi mogao da rešiš obrnutim redosledom računanja od Sonjinog. Prvo bi izračunao koliko je porodici ostalo novca nakon što je platila hranu, a na osnovu toga i ostatak novca koju je porodica vratila kući.)

Napomena: Za ostale zadatke sadržinsku pomoć učenici formulišu i usmeno izražavaju (individualizovani rad samoinstrukcijama), a nastavnik kontroliše i eventualno usmerava njihov rad.

Sadržina zapisana na foliji:

Pošto si pažljivo pročitao zadatak i razmotrio zapisane i ilustrovane podatke iz teksta zadatka, treba da sastaviš plan rešavanja.

Koje ćeš računske operacije koristiti da sastaviš plan rešavanja?

Sabiranje i oduzimanje.

Rečima opiši šta prvo moraš da izračunaš i kojom operacijom ćeš to da učiniš.

Moram da izračunam količinu benzina prodatu u prva dva meseca, operacijom sabiranja. (2.258 + 3.199 = 5.457)

Kako možeš rečima da izraziš nepoznatu količinu benzina prodatu u trećem mesecu, na osnovu onoga što si do sada izračunao?

To je količina koju, osim, već prodatih 5.457 l treba još prodati da bi ukupno bilo prodato 8.025 l.

Kojom operacijom ćeš da izračunaš pomenutu količinu benzina prodatu u trećem mesecu?

Operacijom oduzimanja (8.025 – 5.457 = 2.568)

Proveri tačnost rezultata.

2.258 + 3.199 + 2.568 = 8.025

Odgovori na postavljeno pitanje u zadatku.

Na benzinskoj pumpi u trećem mesecu je prodato 2.568 l benzina.

Rečima opiši šta je Sonja prvo izračunala.

Sonja je prvo izračunala količinu novca koja je porodici ostalo nakon što je uplatila smeštaj.

Rečima opiši šta je i kako Sonja izračunala da bi odgovorila na pitanja u zadatku.

Da bi odgovorila na prvo pitanje zadatka, Sonja je izračunala ostatak novca koji je porodica vratila kući, tako što je od prethodno izračunate količine novca oduzela količinu novca plaćenu za hranu.

Rečima opiši šta je Stefan prvo izračunao.

Stefan je prvo izračunao količinu novca koju je porodica ukupno platila za smeštaj i hranu.

Rečima opiši šta je i kako Stefan izračunao da bi odgovorio na pitanja u zadatku.

Da bi odgovorio na prvo pitanje zadatka, Stefan je izračunao ostatak novca koji je porodica vratila kući, tako što je od ponete količine novca oduzeo ukupno plaćenu količinu.

Rečima opiši još jedan način kojim bi mogao da rešiš zadatak.

Zadatak bi mogao da rešiš obrnutim redosledom računanja od Sonjinog. Prvo bi izračunao koliko je porodici ostalo novca nakon što je platila hranu, a na osnovu toga i ostatak novca koju je porodica vratila kući.

41. Osnovu za obradu nastavne jedinice *Izračunavanje površine pravougaonika* čine zadaci na str. 74 i 75-4a udžbenika. Nenumerisan zadatak na str. 74 sadrži previše nepreciznosti i netačnosti i zbog toga se ne može koristiti. Za interaktivnu obradu nastavne jedinice nastavnicima smo pripremili dve folije za grafoskop.

Sadržina zapisana na prvoj foliji:

Merenje površi pokrivanjem jediničnim kvadratima, odnosno, jedinicama mere koje si upoznao, nije uvek moguće. Nijedna površ koja nije ravna, ili sastavljena samo od ravnih delova, ne može se meriti pokrivanjem. Postoje i ravne površi, čak i neke površi pravougaonog oblika, za koje to nije izvodljivo. Zbog toga je neophodno da se iskoriste mogućnosti za izračunavanje i njihovih površina. Npr., da bi smo izračunali površinu pravougaonika neophodno je izmeriti dužine njegovih stranica. Posmatraj sliku pravougaonika iz udžbenika, čije su dužine stranica 4 cm i 3 cm, a podeljen (išpartan) je na kvadrate čije su dužine stranica 1 cm.

Koliko takvih kvadrata ima u šrafiranom i ostalim redovima, odnosno, vrstama?

U redovima ima po 4 kvadrata.

Koliko takvih redova ima?

Takvih redova ima 3.

Šta čine brojevi 4 i 3 u dužinama stranica?

Oni čine merne brojeve.

Sadržina zapisana na drugoj foliji:

Rečima opiši računski izraz kojim se određuje ukupan broj kvadrata, odnosno, merni broj površine pravougaonika, a zatim izračunaj njegovu vrednost.

Merni broj površine pravougaonika određuje se proizvodom mernih brojeva dužina stranica pravougaonika ($4 \cdot 3 = 12$).

Opiši postupak kojim se izračunava površina pravougaonika.

Površina pravougaonika izračunava se tako što se merni brojevi dužina stranica pomnože, a iza dobijenog proizvoda dopiše odgovarajuća jedinica površine.

Površina je u zadatom primeru dobijena na sledeći način: $P = (4 \cdot 3)\ cm^2 = 12\ cm^2$.

Ako merne brojeve dužina susednih stranica pravougaonika obeležimo slovima a i b, a merni broj površine pravougaonika slovom p tada važi obrazac $\boxed{p = a \cdot b}$.

Ako površinu pravougaonika obeležimo sa P, a za jedinicu mere uzmemo cm^2 onda važi obrazac $\boxed{P = a \cdot b\ cm^2}$.

Površina pravougaonika određuje se tako što se pomnože merni brojevi dužina njegovih stranica, a iza tako dobijenog mernog broja dopiše odgovarajuća jedinica mere.

Sve što je uokvireno na folijama učenici zapisuju u sveske i uče iz njih. Pri daljoj obradi vršimo neophodne korekcije. U prva dva zadatka umesto $P = a \cdot b$ zapisujemo $p = a \cdot b$. U protivnom, učenici bi imali velike teškoće sa primenom formula kojima se određuju mere veličina i to ne samo u nastavi matematike.

Pravilno izračunavanje brzine tela pri ravnomernom kretanju prikazujemo učenicima na sledećem zadatku.

Učenik je biciklom, ravnomernim kretanjem, od kuće do škole prešao put dužine 550 m za 110 s. Odredi brzinu njegovog kretanja.

Diferencirana pomoć sa povratnim informacijama.

Šta se prvo mora izračunati? (Prvo se izračunava merni broj brzine.)

Merne brojeve vremena kretanja obeležavamo sa t, brzine sa v i pređenog puta sa s. Osnovni obrazac koji povezuje navedene merne brojeve je: $s = v \cdot t$. Koristeći vezu množenja i deljenja izrazi obrazac za izračunavanje v. (Obrazac je: $v = s : t$.)

Primeni obrazac na podatke u tekstu zadatka. ($v = 550 : 110 = 5$.)

Rečima izrazi brzinu kretanja učenika. (Učenik se kretao brzinom od 5 metara u sekundu. ($v = 5\ \frac{m}{s}$).)

Pri tom, nastavnik učenicima napominje da simboličan zapis jedinice mere $\frac{m}{s}$ nema značenje razlomka ili deljenja!

42. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Upoređivanje površi* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 76-4a. Pri tom, učenici rešavaju zadatke načinom opisanim na času interaktivne obrade nastavne jedinice. Za primer navodimo pravilan tok rešavanja 1. zadatka:

$$P = (8 \cdot 2)\ m^2 = 16\ m^2,$$

$$O = 2 \cdot (8 + 2)\ m = 20\ m,$$

$$P = (16 \cdot 1)\ m^2 = 16\ m^2,$$

$$O = 2 \cdot (16 + 1)\ m = 34\ m.$$

43. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Izračunavanje površine kvadrata* čini nenumerisan zadatak na str. 77-4a udžbenika, koji korigujemo tako što u uokvirenom zapisu, umesto P (površina) zapisujemo p (merni broj površine). Isto činimo i u zapisu obrasca za izradu zadataka. U daljoj obradi, pri rešavanju 1. zadatka, umesto „Napiši obrazac za izračunavanje površine kvadrata", učenici zapisuju: „Napiši obrazac za izračunavanje mernog broja površine kvadrata". Umesto „Izračunaj njegovu površinu", učenici zapisuju „Izrazi njegovu površinu".

Drugi zadatak učenici rade u svesci, uz diferenciranu pomoć nastavnika koju opisujemo.

Po kom obrascu je određen merni broj površine kvadrata? ($p = a^2$.)

Koliki je taj broj u zadatku? (Taj broj je 25.)

Ako je $25 = a^2$, kako ćeš odrediti broj a? (Broj ću odrediti tako da on pomnožen samim sobom daje broj 25.)

Izrazi dužinu stranice kvadrata. ($a = 5$ dm).

Treći zadatak učenici samostalno rade u predviđenom prostoru.

44. i 45. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Izračunavanje površine pravougaonika i kvadrata* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 78-81-4a. Pri izradi zadataka, koji se rade na kvadratnoj mreži, imamo u vidu da kvadrati dobijeni iscrtavanjem imaju stranice dužine 5 mm, a površinu 25 mm^2. S obzirom da oni ne spadaju u jedinice mere po-

vrši, njihovu površinu obeležavamo slovom K (kvadrat). Učenici izražavaju mernim brojevima sve površine koje treba da odrede na osnovu kvadrata sastavljenog od četiri zadata kvadrata, jer se on može izraziti uobičajenom jedinicom mere cm^2.

U šestom zadatku napominjemo učenicima da su sa *a* i *b* obeležene dužine stranica košarkaškog terena. Pri tom, brojem 1.000 je označena razmera u odnosu na crtež terena. S obzirom da se jedinica mere uvek piše na kraju (u prostoru za izradu zadatka), jedino ispravno je da se izračunavanja započnu na sledeći način:

a = 1.000 · __3__ cm =..., b = 1.000 · __7__ mm =... .

U desetom zadatku preciziramo određivanje parketiranog dela sobe. Da bi zadatak imao više smisla, ucrtani plakar treba smatrati ugrađenim, a merenjem tlocrta, odnosno skice, izračunati površinu koju on zauzima. Pošto je plakar pravougaonog oblika, na skici vidimo da su a = 3 cm i b = 1 cm. Njegovu površinu izračunavamo na sledeći način: određujemo stranice a = 3 m i b=1 m. Zatim, izračunavamo površinu koju on zauzima u dnevnoj sobi $P = 3 \cdot 1\ m^2 = 3\ m^2$. Tu površinu oduzimamo od površine dnevne sobe 20 m^2. Na taj način bi odgovor u zadatku glasio: Za oblaganje poda dnevne sobe potrebno je 17 m^2 parketa. Međutim, učenicima napominjemo da izračunata površina predstavlja najmanju količinu parketa potrebnog za oblaganje, jer su u praksi neminovni reslovi (ostaci). Na taj način povezujemo nastavu matematike sa predmetom Priroda i društvo.

Zadaci 11, 12, 14. i 15. spadaju u tekstualno zadate problemske zadatke. Zbog toga nastavnik učenicima daje indirektnu diferenciranu pomoć praćenu sa povratnim informacijama.

46. Egzemplar za prvi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Izvodljivost sabiranja, odnosno, oduzimanja u skupu N* čini uokviren primer u 1. zadatku na str. 82-4a udžbenika. Za obradu egzemplara nužno je korišćenje brojevne poluprave kao didaktičkog sredstva. Uz prikazani primer (18 + 9 = 27) na brojevnoj polupravi, navodimo sledeću diferenciranu pomoć, bez povratnih informacija.

Da smo na broj 18 dodali bilo koji drugi sabirak, da li bi zbir pripadao skupu N, odnosno, da li bi postojala odgovarajuća tačka na brojevnoj polupravi?

Da smo na bilo koji prvi sabirak dodali broj 9, da li bi zbir pripadao skupu N, odnosno, da li bi postojala odgovarajuća tačka na brojevnoj polupravi?

Da smo sabrali bilo koja dva prirodna broja, da li bi zbir pripadao skupu N, odnosno, da li bi postojala odgovarajuća tačka na brojevnoj polupravi?

U povratnim informacijama za svaku od navedenih pomoći, dijaloškom metodom opisati osnovne razloge za potvrdne odgovore, pozivajući se na odgovarajuće osobine skupa N. Nakon obrade egzemplara učenici uočavaju pravilo izvodljivosti sabiranja u skupu N, potvrđuju ga na osnovu 2-3 primera iz istog zadatka, a uopštavaju na osnovu nenumerisanog zadatka. Pri tom, učenici pažljivo čitaju uokvirene tekstove, a nastavnik ih povezuje sa obrađenim egzemplarom.

47. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Izvodljivost sabiranja, odnosno, oduzimanja u skupu N* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 83-4a.

48. Egzemplar za prvi deo interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost zbira od promene sabiraka* čini 1. zadatak na str. 93-4a udžbenika. Numerički zadatak dopunjavamo tekstualnim analogonom koji navodimo diferenciranom pomoći, bez povratnih informacija.

U jednoj sportskoj hali ima 2.000 mesta za sedenje i 500 za stajanje. Pronađi odgovarajući izraz u udžbeniku za ukupan broj mesta. Kako se taj izraz naziva? Kako se nazivaju brojevi u njemu? Izračunaj vrednost tog izraza.

Ako se u hali postavi montažna tribina sa 1.000 mesta za sedenje, pronađi odgovarajući izraz u udžbeniku za ukupan broj mesta u hali. Po čemu se taj izraz razlikuje od prethodnog izraza? Izračunaj vrednost tog izraza. Kako i za koliko se promenila vrednost zbira?

Ako se u hali postavi montažna tribina sa 1.000 mesta za stajanje, pronađi odgovarajući izraz u udžbeniku za ukupan broj mesta u hali. Po čemu se taj izraz razlikuje od prethodnog izraza? Izračunaj vrednost tog izraza. Kako i za koliko se promenila vrednost zbira?

Na osnovu opisane obrade učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u 4. zadatku. Rešavanjem 2. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje.

Egzemplar za drugi deo obrade čini 5. zadatak koji dopunjavamo tekstualnim analogonom diferenciranom pomoći, bez povratnih informacija.

U kamion je utovareno 1.200 jabuka i 600 krušaka. Napiši izraz za ukupan broj voćnih plodova u kamionu. Kako se taj izraz naziva? Kako se nazivaju brojevi u njemu? Izračunaj vrednost tog izraza.

Ako se iz kamiona istovari 200 jabuka, pronađi odgovarajući izraz u udžbeniku za ukupan broj voćnih plodova u kamionu. Po čemu se taj izraz razlikuje od prethodnog izraza? Izračunaj vrednost tog izraza. Kako i za koliko se promenila vrednost zbira?

Ako se iz kamiona istovari 200 krušaka, pronađi u udžbeniku izraz za ukupan broj voćnih plodova u kamionu. Po čemu se taj izraz razlikuje od prethodnog izraza? Izračunaj vrednost tog izraza. Kako i za koliko se promenila vrednost zbira?

Na osnovu opisane obrade, učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u 8. zadatku. Rešavanjem 6. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje.

49. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Zavisnost zbira od promene sabiraka* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 94 i 95-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

50. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Stalnost zbira* čini 1. zadatak na str. 96-4a udžbenika. Zadatak dopunjavamo tekstualnim analogonom koji navodimo diferenciranom pomoći, bez povratnih informacija.

Luka ima novčanice od 500 i 200 dinara. Da bi kupio knjigu, potrebno mu je 600 dinara. Pronađi izraz u udžbeniku za količinu novca kojom raspolaže Luka. Kako se taj izraz naziva? Kako se nazivaju brojevi u njemu? Izračunaj vrednost tog izraza.

Da bi Luka platio knjigu bez vraćanja kusura, treba da razmeni novčanicu od ___ dinara dvema novčanicama od po ___ dinara. Pronađi izraz u udžbeniku u kojem je Luka rasporedio novac za plaćanje knjige i novac koji mu preostaje. Po čemu se taj izraz razlikuje od prethodnog izraza? Izračunaj vrednost tog izraza. Da li se promenila vrednost prethodnog izraza?

Mesto za odgovor učenici popunjavaju na sledeći način: zbir 500 + 200 se ne menja ako se 500 uveća za 100, a 200 smanji za 100. Na osnovu opisane obrade, učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u nenumerisanom zadatku. Rešavanjem 2. i 3. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje.

51. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Stalnost zbira od promene sabiraka* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 97-95-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

52. Egzemplar za prvi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost razlike od promene umanjenika* čini 1. zadatak na str. 100-4a udžbenika. Zadatak dopunjavamo tekstualnim analogonom koji navodimo diferenciranom pomoći, bez povratnih informacija.

Na farmi od ukupno 7.000 goveda bilo je 500 bikova. Pronađi izraz u udžbeniku za broj krava na farmi. Kako se taj izraz naziva? Kako se nazivaju brojevi u njemu?

Na drugoj farmi broj goveda je za 600 veći, a broj bikova isti. Pronađi izraz u udžbeniku za broj krava na drugoj farmi i izračunaj njegovu vrednost. Dopuni tekst na kraju zadatka.

Na osnovu opisane obrade učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u prvom nenumerisanom zadatku. Rešavanjem 2. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje.

Egzemplar za drugi deo obrade čini 3. zadatak. Na osnovu obrade učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u drugom nenumerisanom zadatku. Rešavanjem 4. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje.

53. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Zavisnost razlike od promene umanjenika* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 101-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

54. Egzemplar za prvi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost razlike od promene umanjioca* čini 1. zadatak na str. 102-4a udžbenika. Zadatak je tekstuano opisan, a dopunjavamo ga delom koji navodimo diferenciranom pomoći, bez povratnih informacija.

Posmatrajući sliku 1, u svesku zapiši izraz za ostatak novca u novčaniku i izračunaj njegovu vrednost. Rečima opiši šta u zapisanoj razlici predstavlja umanjenik, a šta umanjilac.

Posmatrajući sliku 2, u svesku zapiši izraz za ostatak novca u novčaniku i izračunaj njegovu vrednost. Rečima opiši šta u zapisanoj razlici predstavlja umanjenik, a šta umanjilac. Za koliko je umanjilac veći od onog u prethodnom izrazu? Zapiši izraz za ostatak novca u novčaniku na osnovu umanjioca iz prethodnog izraza i izračunaj njegovu vrednost. Da li se razlika povećala ili umanjila i za koliko?

Na osnovu obrade, učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u prvom nenumerisanom zadatku. Rešavanjem 2. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje.

Egzemplar za drugi deo obrade čini 4. zadatak. Na osnovu obrade, učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u drugom nenumerisanom zadatku. Rešavanjem 5. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje.

55. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Zavisnost razlike od promene umanjioca* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 103-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

56. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Stalnost razlike* čini 1. zadatak na str. 104 i 105-4a udžbenika. Zadatak dopunjavamo tekstualnim analogonom koji navodimo diferenciranom pomoći, bez povratnih informacija.

U jednoj školi ima ukupno 1.285 učenika i zaposlenih radnika, a učenika ima 1.145. Pronađi izraz u udžbeniku za određivanje broja zaposlenih. Kako se taj izraz naziva? Kako se nazivaju brojevi u njemu? Izračunaj vrednost tog izraza.

U drugoj školi ima 1.000 učenika više nego u prethodnoj, a broj zaposlenih je isti. U svesku napiši izraz za ukupan broj učenika i zaposlenih u toj školi, a zatim napiši izraz za broj učenika u toj školi. Na osnovu ta dva izraza, zapiši izraz kojim se određuje broj zaposlenih i izračunaj vrednost tog izraza.

Nakon toga, učenici rešavaju prvi deo prvog zadataka i uočavaju da zadati brojevi i operacije odgovaraju prethodno obrađenom tekstualnom zadatku. Drugi deo zadatka učenici rade bez tekstualnog modela.

Na osnovu obrade, učenici uočavaju pravilo koje uopštavaju dopisivanjem reči u prvom nenumerisanom zadatku. Rešavanjem 2. i 4. zadatka učenici potvrđuju, objedinjuju i proširuju svoje znanje. Nakon izrade 4. zadatka dopunjavaju rečenicu u drugom nenumerisanom zadatku.

57. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Zavisnost razlike od promene umanjenika ili umanjioca*; *stalnost razlike* izvodimo načinom

koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 106 i 107-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

58. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Redosled računskih operacija (sabiranje i oduzimanje)* čini 2. zadatak na str. 110 i 111-4a udžbenika. U obradi zadatka učenici posmatraju prvi način izračunavanja zadatog izraza i uočavaju da je u njemu primenjen redosled operacija, onako kako su zadate. Zatim, nastavnik pruža diferenciranu pomoć uz povratnim informacijama, koju navodimo.

Kada je tako primenjen redosled operacija i zapisana odgovarajuća zagrada, kako se naziva izraz u zagradi? (Zbir: 2.520 + 3.380.) *Kako se naziva ukupan izraz?* (Razlika: (2.520 + 3.380) − 2.000.) *Posmatraj drugi i treći način računanja i pokušaj da otkriješ pravilo zbog kojeg su odgovarajući izrazi jednaki prvom, odnosno, zadatom.* (U drugom izrazu drugi sabirak je umanjen za umanjilac prvog izraza (2.000), a u trećem prvi sabirak.) *Na osnovu kojeg pravila je izveden uokviren zaključak u zadatku?* (Ako se jedan sabirak smanji za neki broj i zbir se smanjuje za isti broj.)

Pri obradi egzemplara, učenicima napominjemo da se zadate zagrade, koje označavaju prioritet (prvenstvo) primene operacije, ne mogu uvek izostaviti. Za ilustraciju koristimo treći deo prvog zadatka:

- računanje izraza kako je zadat 17.250 − (250 + 3.000) = 17.250 − 3.250 = 14.000
- računanje izraza bez zagrade 17.250 − 250 + 3.000 = 17.000 + 3.000 = 20.000.

Na osnovu navedenog primera učenici zaključuju da, izostavljanjem zagrade i primenom operacija sleva nadesno, izraz menja vrednost. Zbog toga se zagrade poštuju i izrazi prvenstveno izračunavaju u njima, kao delovi ukupnog izraza. Izračunavanje vrednosti izraza, koji ne sadrže zagrade, je moguće izvođenjem operacija različitim redosledom uz poštovanje uslova za oduzimanje (umanjenik nije manji od umanjioca) i učenicima pokazujemo primerom: 52 − 27 + 17 = 52 + (17 − 27). Navedena transformacija je tačna i njome se vrednost izraza brže izračunava, ali izraz u zagradi predstavlja oduzimanje koje nije izvodljivo u skupu prirodnih brojeva.

59. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Redosled računskih operacija (sabiranje i oduzimanje)* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 112-114-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

60. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Jednačine sa sabiranjem i oduzimanjem* čini 2. i nenumerisan zadatak na str. 115 i 116-4a udžbenika. Obradu egzemplara i ostalih delova časa izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku.

61. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Jednačine sa sabiranjem i oduzimanjem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 117 i 118-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

62. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Jednačine* čine nenumerisani zadaci na str. 119-121-4a udžbenika. Obradu egzemplara i ostalih delova časa izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku.

63. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Jednačine* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 119-121-4a. Neke od zadataka, koji nisu urađeni na času obrade, učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

64. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Nejednačine sa sabiranjem u skupu* N_0 čini nenumerisan zadatak na str. 123-4a udžbenika. Obradu egzemplara i ostalih delova časa izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku.

65. i 66. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Jednačine i nejednačine sa sabiranjem u skupu* N_0 izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 124 i 125-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nasatvnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

67. Egzemplar za prvi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Nejednačine sa oduzimanjem u skupu* N_0 *(nepoznat umanjenik)* čini nenumerisan zadatak na str. 126-4a udžbenika. Obradu egzemplara i ostalih delova časa izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku.

68. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Nejednačine sa oduzimanjem u skupu* N_0 *(nepoznat umanjenik)* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 127 i 128-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

69. Egzemplar za drugi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Nejednačine sa oduzimanjem u skupu* N_0 *(nepoznat umanjilac)* čini nenumerisan zadatak na str. 129-4a udžbenika. Obradu egzemplara i ostalih delova časa izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku.

70. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Nejednačine sa oduzimanjem u skupu* N_0 *(nepoznat umanjilac)* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 130 i 131-4a. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

71. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Rogljasta tela* čine nenumerisani zadaci na str. 3 - 4b udžbenika. Pri obradi egzemplara, imamo u vidu da su učenici u ranijim razredima osposobljeni za prepoznavanje predmeta oblika kvadra, kocke, piramide, valjka i lopte. Funkcionalan cilj ove nastavne jedinice je proširivanje pojmova pomenutih geometrijskih oblika u opštiji pojam geometrijskih tela (rogljastih i oblih). To podrazumeva, pre svega, viši nivo apstrakcije.

U prvom nenumerisanom zadatku, na str. 3, interaktivnim dijalogom razjašnjavamo razliku između predmeta oblika kvadra ili kocke i odgovarajućeg geometrijskog tela. To znači da učenici apstrahuju na predmetima, prikazanim na slici, neravnine, masu modela, vrstu materijala, boju i sl. U drugom nenumerisanom zadatku radimo na analogan način sa predmetima oblika piramide, odnosno, geometrijskim telom piramida.

Nakon toga, nastavnik demonstrativno prikazuje jedan složen model rogljastog tela tako što na jednu stranu modela kvadra zalepi model piramide, čija je osnova jednaka toj strani kvadra. Zatim heurističkim vođenjem, učenici dolaze do tekstualnog određenja pojma rogljastih tela, uokvirenog u dnu strane. U nastavku obrade časa, rešavanjem numerisanih zadatka, potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočene i uopštene pojmove u obradi egzemplara.

72. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Obla tela* čine nenumerisani zadaci na str. 4-4b udžbenika. U prvom nenumerisanom zadatku, učenici zapažaju da prvi predmet na slici (kutija za sprej) odgovara njihovoj mentalnoj slici valjka kao geometrijskog tela. Nasuprot tome, ostali predmeti, posebno poslednji (drveno bure), ne mogu biti model valjka. U drugom nenumerisanom zadatku radimo na analogan način sa predmetima oblika lopte, odnosno, geometrijskim telom lopta.

Nakon toga, heurističkim vođenjem, učenici dolaze do određenja oblih tela, uokvirenog u trećem nenumerisanom zadatku. Pri tom, napominjemo da u tekstu reč *površinama* treba zameniti rečju *površima*. U nastavku obrade časa izradom numerisanih zadatka, potvrđujemo, objedinjujemo i proširujemo uočene i uopštene pojmove u obradi egzemplara.

73. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Rogljasta i obla tela* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 5-4b.

74. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Svojstva kvadra* čine nenumerisani zadaci na str. 6-4b udžbenika. Učenici eksperimentalnim metodom, uz obradu nenumerisanih zadataka, grupnim oblikom rada koriste model kvadra (najpogodnija je odgovarajuća kartonska kutija, npr., kutija za cigarete ili šibice). Sva svojstva kvadra učenici usvajaju interaktivnim dijalogom uz heurističko vođenje, a pamte ih uz mentalnu sliku.

U uokvirenom tekstu, koji se odnosi na dimenzije, nastavnik precizira značenje njihovih naziva. Pri tom, se podrazumevaju predmeti oblika (modeli) kvadra u delu realnog prostora na površi zemlje ili nekoj njoj paralelnoj površi. Tada je visina ona ivica koja je normalna na ravan, a širina i dužina su relativno određene u odnosu na posmatrača ispred jedne strane kvadra. Širina ima pravac raširenih ruku posmatrača. Npr., staklo prozora najčešće predstavlja model kvadra, a za posmatrača koji gleda kroz prozor dužina tog kvadra je debljina staklene ploče. Prozori, vrata, tabla, slike i slični predmeti na zidovima, imaju stalne dimenzije u odnosu na deo prostora unutar kvadarskog oblika učionice.

75. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Svojstva kocke* čine nenumerisani zadaci na str. 7-4b udžbenika. Učenici eksperimentalnim metodom, uz obradu nenumerisanih zadataka i grupnim oblikom rada koriste model kocke. Sva svojstva kocke učenici usvajaju interaktivnim dijalogom uz heurističko vođenje, a pamte ih uz mentalnu sliku.

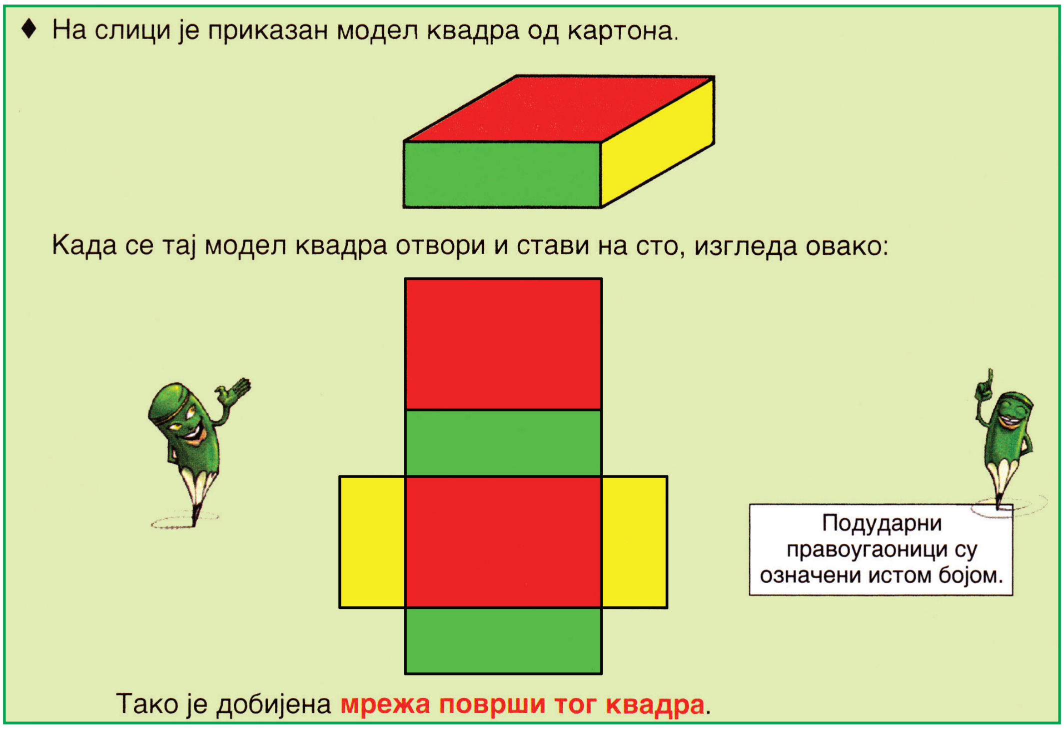
76. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Svojstva kvadra i kocke* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 8-4b. Pri izradi 4. zadatka, u skladu sa opisom određivanja dimenzija, nastavnik naglašava da ne postoji opšte dogovorena uređenost dimenzija kvadra. Naime,

najčešće se najduža ivica kvadra smatra njegovom dužinom, što je suprotno ranije navedenom.

77. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Mreža za model kocke* čini nenumerisan zadatak na str. 9-4b udžbenika. U njegovoj obradi učenici crtaju isprekidane linije koje nedostaju u kosoj projekciji kocke. Zatim numerišu njene strane, a numeracije prenose na mrežu u skladu sa temenom označenom crvenim krugom. Navedene aktivnosti učenici rade uz diferenciranu pomoć nastavnika.

U daljoj obradi, 1. zadatak zamenjujemo sledećim tekstualno zadatim eksperimentom. *Na karton precrtaj mrežu nacrtanu u uvodnom zadatku. Iseci mrežu po graničnoj liniji njene površi, a zatim savijanjem po obeleženim ivicama sastavi kocku.* Za savijanje kartona učenici treba da koriste lenjir.

78. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Mreža za model kvadra* čini nenumerisan zadatak na str. 10-4b udžbenika i zadatak koji navodimo. *Na mreži zapiši olovkom nazive: prednja, zadnja, leva, desna, donja i gornja strana kvadra.* Tokom izrade zadatka učenici posmatraju sliku kose projekcije kvadra, sa različito obojenim paralelnim stranama.



Slika br. 34 – Mreža za model kvadra
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 10)

U daljoj obradi, 1. zadatak zamenjujemo sledećim tekstualno zadatim eksperimentom. *Na karton precrtaj mrežu nacrtanu u nenumerisanom zadatku. Iseci mrežu po graničnoj liniji njene površi, a zatim savijanjem po obeleženim ivicama sastavi kvadar.* Za savijanje kartona učenici treba da koriste lenjir.

79. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Izračunavanje površine kocke i kvadra* čine nenumerisani zadaci na str. 11-4b udžbenika. Pri izradi prvog nenumerisanog zadatka, u interaktivnom dijalogu, učenici se podsećaju svojstva kocke. Površ koja ograničava kocku čine šest podudarnih kvadrata. Pre izrade drugog nenumerisanog zadatka u interaktivnom dijalogu, učenici se podsećaju svojstva kvadra. Površ koja ograničava kvadar čine šest pravougaonika, od kojih su po dva podudarna.

80. i 81. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Izračunavanje površine kocke i kvadra* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 12-14-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

82. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Veza množenja i deljenja* čine 1. i 4. zadatak na str. 18-4b udžbenika. Tekst u 1. zadatku, kojim se učenici upućuju na rad, preciziramo na sledeći način. *Na osnovu prve brojne jednakosti, upiši brojeve koji nedostaju u ostalim jednakostima.* Obajšnjenje koje se zahteva od učenika realizujemo interaktivnim dijalogom. U ovom slučaju ta objašnjenja glase: $240 = 3 \cdot 80$, jer je izvršena zamena mesta činilaca; $240 : 3 = 80$ i $240 : 80 = 3$, jer je količnik onaj broj kojim treba pomnožiti delilac.

83. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Veza množenja i deljenja* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 19-4b.

84. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Nula i jedan u operacijama množenja i deljenja* čine zadaci 1, 4, 6, 8. i pravilo zapisano između 9. i 10. zadatka na str. 20 i 21-4b udžbenika. Pomenuto pravilo glasi: „Nula ne može biti delilac." U interaktivnom dijalogu sa učenicima, obrazložemo oba moguća slučaja: deljenik $a \neq 0$ i deljenik $a = 0$.

Ako bi postojao broj $b = a : 0$ (primeri: $1 : 0$; $3 : 0$; $12 : 0$...), na osnovu veze deljenja i množenja važila bi jednakost $a = b \cdot 0 = 0$ (za pomenute primere: $1 = b \cdot 0 = 0$;

3 = b · 0 = 0; 12 = b · 0 = 0;...). To bi bilo protivno pretpostavci a ≠ 0 (za primere: 1 ≠ 0; 3 ≠ 0; 12 ≠ 0...), što znači da količnik b = a : 0 ne postoji.

U skladu sa vezom deljenja i množenja, količnik 0 : 0 = b ima za posledicu jednakost 0 = 0 · b. Ona je tačna za svaki broj b (za primere: 0 = 0 · 1; 0 = 0 · 3; 0 = 0 · 12...), što znači da je u tom slučaju količnik 0 : 0 = b neodređen.

85. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Nula i jedan u operacijama množenja i deljenja* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 22-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

86. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Množenje prirodnih brojeva dekadnim jedinicama* čine nenumerisani zadaci na str. 23-4b udžbenika.

Obradu započinjemo prvim nenumerisanim zadatkom. Pri tom, u interaktivnom dijalogu učenici uočavaju sledeće: novčanica od 10 dinara zamenjuje 10 novčića od jednog dinara, novčanica od 100 dinara zamenjuje 100 novčića, a novčanica od 1.000 dinara zamenjuje 1.000 novčića. To znači da novčanice na slici treba zamisliti kao skupove novčića, čije su brojnosti 10, 100 odnosno, 1.000. Na taj način učenici stiču precizniju mentalnu sliku apstraktnih pojmova: desetice, stotine i hiljade.

87. i 88. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Množenje prirodnih brojeva dekadnim jedinicama* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 24 i 25-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nasatvnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad. Nastavnik na času daje prioritet složenijim zadacima, pa tako neki učenici rade uz njegovu diferenciranu pomoć, a on od učenika dobija povratne informacije.

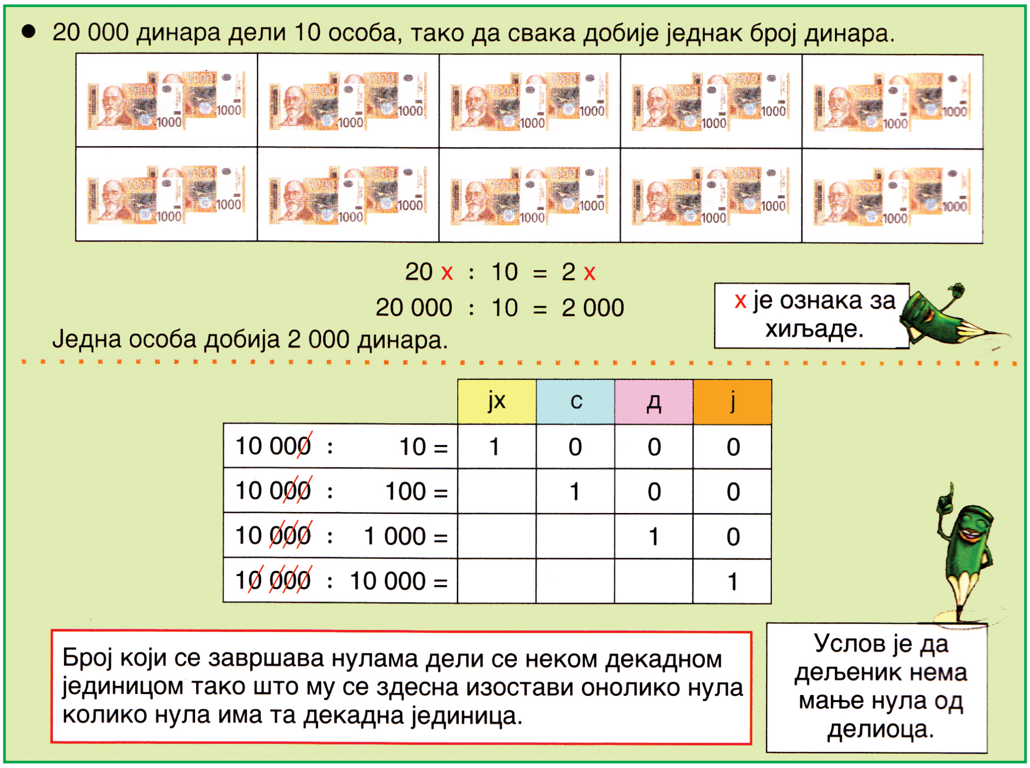
89. Osnovu za obradu nastavne jedinice *Deljenje prirodnih brojeva dekadnim jedinicama* čine zadaci sa str. 26-4b udžbenika.

U *preparativnoj fazi* ponavljamo vezu deljenja i množenja, oba metodička pristupa deljenju (skupovni i aksiomatski), deljenje „u" i deljenje „na", sledećim primerima:

1. Četiri druga treba da podele 72 bombone. Koliko će bombona svaki od njih dobiti?

2. Od 72 bombone koji se nalaze u kutiji, treba da se podeli po 18 komada deci. Koliko dece će dobiti bombone?

Operativnu fazu započinjemo nenumerisanim zadacima, koje navodimo sa str. 26-4b udžbenika.



- 20 000 динара дели 10 особа, тако да свака добије једнак број динара.

20 x : 10 = 2 x
20 000 : 10 = 2 000

Једна особа добија 2 000 динара.

	јх	с	д	ј
10 00~~0~~ : 10 =	1	0	0	0
10 0~~00~~ : 100 =		1	0	0
10 ~~000~~ : 1 000 =			1	0
1~~0~~ ~~000~~ : 10 000 =				1

Број који се завршава нулама дели се неком декадном јединицом тако што му се здесна изостави онолико нула колико нула има та декадна јединица.

Slika br. 35 – Deljenje prirodnih brojeva dekadnim jedinicama
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 26)

Ilustrovana „podela" deseticom u prvom zadatku mogla bi da posluži kao prvi deo egzemplara za generalisanje pravila „izostavljanja jedne nule", pri deljenju deseticom prirodnih brojeva koji se završavaju nulom. Međutim, za navedeno neophodno je dopuniti egzemplar, što opisujemo u nastavku.

Na slici je od dvadeset elemenata (novčanica od po hiljadu dinara) sačinjeno deset jednakobrojnih podskupova od po dve „hiljadarke" (dve novčanice u apoenima od 1.000 din.) Na isti način može se podeliti skup od dvadeset „petodinarki" ((20 · 5) : 10 = (20 : 10) · 5 = 2 · 5). Navedeno u udžbeniku simbolično je zapisano formulom 20 x : 10 = 2 x. Ta podela skupa čini model deljenja 20 : 10 = 2.

Množenjem deljenika sa hiljadu dobijen je model 20.000 : 10 = 2.000, odnosno: ((20 · 1.000) : 10 = (20 : 10) · 1.000 = 2 · 1.000). Međutim, obradu započinjemo primenom formule 20 x : 10 = 2 x, množenjem deljenika „deseticom"-novčanicom u apoenu od 10 dinara: (20 · 10) : 10 = (20 : 10) · 10 = 2 · 10, odnosno, dobijamo model 200 : 10 = 20. Formiranje primera nastavljamo množenjem deljenika stotinom (novčanicom u apoenu od 100 dinara): (20 · 100) : 10 = (20 : 10) · 100 = 2 · 100, odnosno, dobijamo model 2.000 : 10 = 200. Na kraju, obradu ovog dela egzemplara kompletiramo već navedenim množenjem deljenika sa 1.000.

Nakon obrade prvog dela egzemplara, u kojem nema zapisanog pravila, učenici zapisuju u sveske: *Broj koji se završava nulom deli se deseticom tako što se se ta nula izostavlja.*

Opisanim načinom i odgovarajućim interaktivnim dijalogom dolazimo do opšteg pravila uokvirenog u drugom delu nenumerisanog zadatka. Pri tom, za deljenje sa 100 učenici zamišljaju deset „stodinarki", čime bi se umesto zadate slike formirala mentalna slika dvesta „stodinarki". Odgovarajući model deljenja tada bi bio 200 : 100, sa pratećom formulom 200 x : 100 = 2 x. Analogno tome, koristeći 100 „desetodinarki" dobijamo model 2.000 : 1.000 = 2, sa uopštenjem 2.000 · x : 1.000 = 2 x.

U okviru potvrđivanja i objedinjavanja pravila, učenici rade prvi zadatak iz udžbenika na istoj strani.

90. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Deljenje prirodnih brojeva dekadnim jedinicama* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 27 i 28-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

91. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Množenje višecifrenog broja jednocifrenim brojem* čine nenumerisani zadaci na str. 31 i 32-4b udžbenika. Prvi nenumerisan zadatak obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Kako je dečak računao zadatak sa table?

On je broj 400 zamislio kao četiri stotine, pa je njegovo množenje višecifrenog broja 400 (višestruka dekadna jedinica) jednocifrenim brojem 6, sveo na množenje jednocifrenih brojeva 6 i 4 i dobio rezultat 24. Kako je on dobro računao, to podrazumeva da je zamislio i rezultat njegovog množenja izražen u stotinama, odnosno, 24 · 100 = 2.400.

Kako je devojčica računala zadatak sa table?

Ona je računala isto kao i dečak, ali je primenila pravilo množenja prirodnog broja višestrukom dekadnom jedinicom. Prirodnim brojem 6 pomnožila je broj 4 (četvorostruka stotina) i dopisala dve nule.

Nastavnik učenicima napominje da je ona ne samo pravilno računala, nego da je i njeno računanje pravilno opisano. U drugom delu prvog nenumerisanog zadatka prikazani su primeri množenja višestrukih dekadnih jedinica jednocifrenim brojem, onako kako je računala devojčica.

U drugom nenumerisanom zadatku, interaktivnim dijalogom, nastavnik precizira tabelarno prikazano množenje višecifrenog broja jednocifrenim, sleva i zdesna. To množenje se zasniva na obnovljenom pravilu množenja zbira brojem. Zbir čine višestruke dekadne jedinice sadržane u višecifrenom broju. Ako je cifra jedinica, sabirak je dekadna jedinica, a ako je cifra nula sabirak se ne piše.

U obradi trećeg nenumerisanog zadatka, interaktivnim dijalogom opisujemo pravilo množenja višecifrenog broja jednocifrenim brojem, pisanjem i pamćenjem cifara (pismeno množenje zdesna). Pri tom, učenici zapisuju odgovarajuću tabelu analogno drugom primeru u drugom nenumerisanom zadatku.

92. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Množenje višecifrenog broja jednocifrenim brojem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 33-36-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

93. i 94. Egzemplar za časove interaktivne obrade nastavne jedinice *Deljenje višecifrenog broja jednocifrenim brojem* čine nenumerisani zadaci na str. 41-44-4b udžbenika.

Prvi nenumerisan zadatak obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Kako je devojčica računala zadatak sa table?

Ona je broj 1.500 zamislila kao petnaest stotina. Deljenje višecifrenog broja 1.500 (višestruka dekadna jedinica) jednocifrenim brojem 3 svela je na deljenje broja 15 istim deliocem i dobila rezultat broj 5. Kako je ona dobro računala, to podrazumeva da je zamislila i rezultat njenog deljenja izražen u stotinama, odnosno, $5 \cdot 100 = 500$.

Kako je dečak računo zadatak sa table?

On je računao isto kao i devojčica. Podelio je 15 sa 3, ali je primenio pravilo deljenja proizvoda ($15 \cdot 100$) prirodnim brojem. Proizvod se deli prirodnim brojem tako što se jedan činilac podeli tim brojem, a dobijeni količnik pomnoži drugim činiocem. Kako je u ovom slučaju drugi činalac dekadna jedinica broj 100, umesto množenja 5 sa 100, iza broja 5 dopisao je dve nule. Može se zaključiti da je on ne samo pravilno računao, već i da je njegovo računanje pravilno opisano.

U drugom nenumerisanom zadatku, interaktivnim dijalogom, nastavnik precizira tabelarno prikazano deljenje višecifrenog broja jednocifrenim brojem. To deljenje se zasniva na obnovljenom pravilu deljenja zbira brojem. Zbir čine višestruke dekadne jedinice sadržane u višecifrenom broju i ilustrovane su novčanicama. Te novčanice učenici treba da apstrahuju u opšte pojmove dekadnih jedinica: hiljada, stotina i desetica. U uokvirenoj shemi učenici treba da uoče primenu prethodno naučenog pravila deljenja višestrukih dekadnih jedinica jednocifrenim brojem.

U obradi trećeg nenumerisanog zadatka, interaktivnim dijalogom opisujemo tabelarno prikazano deljenje višecifrenog broja jednocifrenim brojem. Na prikazan način deljenik se rastavlja na sabirke. Među tim sabircima nalaze se višestruke dekadne jedinice, koje su manje od zadatih u deljeniku, ali su deljive sa deliocem. U primeru je zadato devet hiljada, ali je sa deliocem 7 deljivo 7 hiljada. Od preostale 22 stotine, deliocem 7 deljiva je 21 stotina, a preostalih 14 desetica deljive su sa 7, što znači da se takav postupak deljenja time završava (nema više sabiraka). Tokom interaktivnog dijaloga učenici u sveske zapisuju:

$$
\begin{aligned}
9.240 : 7 &= (7.000 + 2.240) : 7 = \\
&= (7.000 + 2.100 + 140) : 7 = \\
&= 7.000 : 7 + 2.100 : 7 + 140 : 7 = \\
&= 1.000 + 300 + 20 = 1.320.
\end{aligned}
$$

U obradi četvrtog nenumerisanog zadataka, interaktivnim dijalogom opisujemo svaku od četiri shematski prikazane etape deljenja.

U obradi petog nenumerisanog zadatka, interaktivnim dijalogom opisujemo svaku od tri shematski prikazane etape deljenja. Osnovu završnog pregleda interaktivne obrade čine dva primera iz 7. zadatka.

95. i 96. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Množenje i deljenje višecifrenog broja jednocifrenim brojem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 45-49-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

97. i 98. Egzemplar za časove interaktivne obrade nastavne jedinice *Množenje višecifrenog broja dvocifrenim brojem* čine nenumerisani zadaci na str. 50-52-4b udžbenika.

U obradi prvog nenumerisanog zadatka, za svaku uokvirenu shemu, učenici uočavaju njenu ulogu u množenju, pri čemu poštujemo redosled shema. Na kraju obrade, učenici uz diferenciranu pomoć nastavnika zapisuju u sveske odgovarajuće pravilo, a zatim ga upoređuju sa zapisom u knjizi.

U obradi drugog nenumerisanog zadataka (1. način množenja), za svaku etapu množenja, učenici uočavaju odgovarajući postupak, zatim proveravaju uočeno u uokvirenom tekstu ispod etape zapisane ciframa. Za svaku etapu množenja, kraćim načinom zapisivanja, učenici postupaju na analogan način. Npr., za prvu etapu posmatraju i upoređuju prvi činilac 547 i ispod njega zapisan broj 2.735 (matirano zelenom bojom). Zatim, posmatranjem drugog činioca 25 i njegovim upoređivanjem sa zapisanim brojem 2.735, otkrivaju kako je taj broj nastao. Učenici otkriveno proveravaju čitajući pravilo matirano zelenom bojom „množi se brojem jedinica dvocifrenog broja (547 · 5)".

Obradu trećeg nenumerisanog zadataka (2. način množenja), vršimo analogno obradi drugog nenumerisanog zadatka.

99. i 100. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Množenje višecifrenog broja dvocifrenim brojem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 53-56-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

101. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Deljenje višecifrenog broja dvocifrenim brojem* čine nenumerisani zadaci na str. 57. i 2. zadatak na str. 58-4b udžbenika. U obradi nenumerisanog zadatka, za svaku uokvirenu shemu, odnosno, jednu od tri etape deljenja, koristimo opis postupka iz udžbenika. Do svakog opisa postupka dolazimo diferenciranom pomoći učenicima u analilzi sheme. Pri izradi drugog zadatka, tekstualno izražavamo shematski opisano pravilo. Naime, dve nule istaknute crvenom bojom, odnosno, dve krajnje cifre deljenika, prenose se na krajnje cifre količnika (označeno strelicom). To je „kraći način računanja", jer se te dve nule ne prepisuju i dele deliocem. Ako bi smo prepisivali nule i delili ih deliocem, količnik bi bio nula (za $a \neq 0$, $0 : a = 0$). Kako je nepotrebno ponavljati i zapisivati, naveden kraći način je i jedini način.

102. i 103. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Deljenje višecifrenog broja dvocifrenim brojem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 59 i 60-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

104. i 105. Egzemplar za dva časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Množenje višecifrenog broja višecifrenim* čine nenumerisani zadaci na str. 61-63-4b udžbenika.

U obradi prvog nenumerisanog zadataka, za svaku uokvirenu shemu heurističkim vođenjem, učenici dolaze do njene uloge u množenju.

Za „lakši način množenja“, shematski opisan u drugom nenumerisanom zadatku, obradu vršimo analogno ranije opisanom prenošenju nula. Kako su oba činioca višestruke dekadne jedinice, odgovarajuće pravilo se dva puta primenjuje. To znači da se nule uzastopno dopisuju iza proizvoda jednocifrenih brojeva.

U obradi trećeg nenumerisanog zadatka (1. način množenja), za svaku etapu, heurističkim vođenjem, učenici uočavaju pravilo zapisano i matirano u udžbeniku.

U obradi četvrtog nenumerisanog zadatka (2. način množenja), za svaku etapu, heurističkim vođenjem, učenici uočavaju pravilo zapisano i matirano u udžbeniku. Pri tom, svako pravilo upoređuju sa odgovarajućim shemama obrađenim u prethodnom zadatku.

106. i 107. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Množenje višecifrenog broja višecifrenim* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 64 i 65-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

108. Egzemplar za dva časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Množimo lakše i brže* čine nenumerisani zadaci na str. 66 i 67-4b udžbenika. Interaktivnu obradu svakog od četiri nenumerisana zadatka vršimo na analogan način. Naime, u toku obrade učenici posmatraju i upoređuju način množenja dečaka i devojčice. Zatim, nastavnikovim heurističkim vođenjem uočavaju pravilo po kojem se množi „lakše i brže“, zapisano i uokvireno u udžbeniku.

109. Interaktivnu pripremu i realizovanje časova utvrđivanja nastavne jedinice *Množimo lakše i brže* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 66 i 67-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

110. Egzemplar za dva časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Deljenje višecifrenog broja višecifrenim brojem* čine nenumerisani zadaci na str. 70 i 71-4b udžbenika.

U obradi prvog nenumerisanog zadataka, diferenciranom pomoći nastavnika učenici analizom svake sheme uočavaju odgovarajući postupak deljenja. Pri tom, drugi red u prvom opisu postupka dopunjavamo tako da glasi: *zato desetine hiljada i hiljade izražavamo stotinama*. U skladu sa tim, u trećem redu 17 h deskriptivno opisujemo kao zbir 1 dh i 7 h, odnosno: 1 dh + 7 h = 17 h, a u nastavku 17 h = 170 s. Nakon obrađenog egzemplara, učenici zapisuju u svesku sledeću rečenicu: *Deljenje višecifrenog broja višecifrenim brojem započinjemo brojem, kojeg čini broj prvih cifara deljenika jednak broju cifara delioca ili za jednu cifru veći.*

U obradi drugog nenumerisanog zadataka, u interaktivnom dijalogu, obrazložemo osnovu za „izostavljanje" nula na kraju deljenika i delioca. Naime, izostavljanje nula zasnovano je na osobini stalnosti količnika. U prvom primeru ovog zadatka, deljenik i delilac su podeljeni sa hiljadu (izostavljene po tri nule), a u drugom sa sto (izostavljene po dve nule).

111. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Deljenje višecifrenog broja višecifrenim brojem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 72-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

112. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Deljenje sa ostatkom* čini 1. zadatak na str. 73-4b udžbenika. Pri obradi zadatka imamo u vidu da je pojam *ostatak* u operaciji deljenja nov, odnosno, da do obrade ove nastavne jedinice nije korišćen. Imajući to u vidu, u interaktivnom dijalogu, naglašavamo propedevtičko (uvodno, prvobitno) formiranje pojma ostatka, koji je u zadatku jednak broju 6. Iz činjenice da je pri deljenju zadatog broja sa 8 ostalo nepodeljeno 6, proizilazi da se broj 6 naziva *ostatkom* u deljenju. Međutim, značajnija od nominalne definicije je činjenica da izračunati količnik 507 ne predstavlja tačnu vrednost, već ima veću vrednost za 6 : 8. Tu vrednost ne možemo precizno odrediti, ali možemo učenicima napomenuti da je mogu zamisliti kao razlomak $\frac{6}{8}$, a zapisati ga kako je predviđeno zadatkom. Posebno je bitno da nijedno dete ne shvati količnik kao 507 + 6. Broj 6 je nepodeljen ostatak, a pomenuti razlomak je dodatak na količnik: $4.062 : 8 = 507_{(6)} = 507 + \frac{6}{8}$.

Učenici u 4. razredu mogu shvatiti da je pomenut količnik broj veći od 507 za onoliko koliko oni shvataju pojam razlomka $\frac{6}{8}$. U tu svrhu koristimo i proveru datu u zadatku. Zaključak do koga dolazimo interaktivnim dijalogom glasi: količnik 4.056 : 8 ima tačnu vrednost broj 507, a količnik 4.064 : 8 ima tačnu vrednost broj 508. Iz toga učenici zaključuju da je rezultat navedenog deljenja sa ostatkom veći od broja 507, a manji od njegovog sledbenika broja 508. Uz propedevtički dodatak preciziraju zaključak koji zapisuju u svesku: *Količnik 4.056 : 8 nije prirodan broj, ali je veći od prirodnog broja 507 za* $\frac{6}{8}$*, a manji od broja 508 za* $\frac{2}{8}$*.*

113. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Deljenje sa ostatkom* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 74-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

114. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Redosled računskih operacija (množenje i deljenje)* čini nenumerisan zadatak na str. 77-4b udžbenika. Obradi zadatka prethodi interaktivno ponavljanje pravila prednosti primene računskih operacija u aritmetičkim izrazima. Prvi zapis u zadatku dopunjavamo tako da glasi: „Kada u nekom izrazu treba izvršiti neku operaciju pre drugih operacija", a ta operacija se po pravilu ne vrši pre drugih operacija, „to se označava zagradama."

115. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Redosled računskih operacija (množenje i deljenje)* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 77-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

116. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Izvodljivost množenja u skupu N* čine zadaci 1, nenumerisan zadatak na str. 85-4b udžbenika i zadaci uz diferenciranom pomoći koje navodimo.

*Izračunaj koliko jedna nedelja sadrži sati. (*7 · 24 = 168.*)*

*Kom skupu pripadaju činioci i proizvod koji si izračunao? (*Činioci i proizvod pripadaju skupu N.*)*

Zamisli da si bilo koji drugi prirodan broj, odnosno, merni broj vremenskog perioda pomnožio bilo kojim prirodnim brojem. Kojem skupu bi pripadao dobijen proizvod, odnosno, merni broj izračunatog vremenskog perioda? (Dobijen proizvod bi pripadao skupu N.*)*

Nakon opisane obrade prvog dela egzemplara, za obradu drugog dela, učenici rade po dva primera iz 1. zadatka. Na taj način potvrđuju zaključke iz obrade egzemplara koji su zapisani i uokvireni u nenumerisanom zadatku.

117. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Izvodljivost deljenja u skupu N* čini 1. zadatak na str. 86-4b udžbenika.

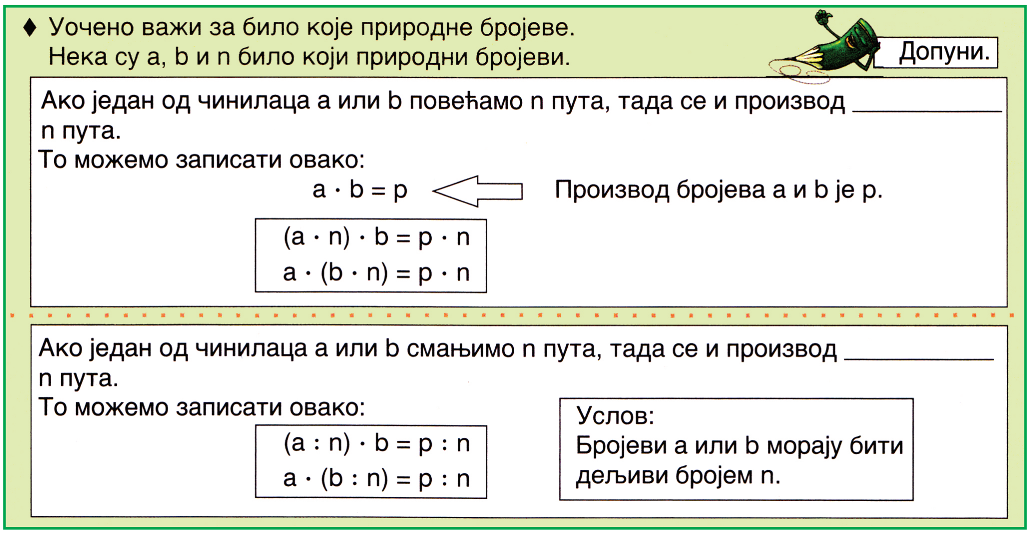
Prvi deo egzemplara obrađujemo tekstualnim zadatkom sa diferenciranom pomoći.

Baka je za svojih 7 unučadi pripremila 23 uskršnja jajeta. Da li baka može podeliti sva pripremljena jaja, tako da svaki unuk dobije jednak broj jaja? (Ne može, jer 23 nije deljivo sa 7 (ostatak u deljenju je 2).)

Tekst prvog zadatka menjamo tako što umesto *reši na prikazani način*: učenici zapisuju: *Izračunaj količnike sa ostatkom, odnosno, uradi samo primere u kojima količnik ne pripada skupu N.*

118. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Izvodljivost množenja, odnosno, deljenja u skupu N* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 87-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

119. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost proizvoda od promene činilaca* čine nenumerisani zadaci na str. 93-4b udžbenika, koje navodimo i tekstualni zadaci koje obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.


♦ Уочено важи за било које природне бројеве.
Нека су a, b и n било који природни бројеви.

Допуни.

Ако један од чинилаца a или b повећамо n пута, тада се и производ ___________ n пута.
То можемо записати овако:

$a \cdot b = p$ ⟸ Производ бројева a и b је p.

$(a \cdot n) \cdot b = p \cdot n$
$a \cdot (b \cdot n) = p \cdot n$

Ако један од чинилаца a или b смањимо n пута, тада се и производ ___________ n пута.
То можемо записати овако:

$(a : n) \cdot b = p : n$
$a \cdot (b : n) = p : n$

Услов:
Бројеви a или b морају бити дељиви бројем n.

Slika br. 36 – Zavisnost proizvoda od promene činilaca
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 93)

1. tekstualan zadatak:

U jednoj osnovnoj školi ima po tri odeljenja svakog razreda, a u odeljenjima ima po 25 učenika.

Izrazi i izračunaj broj učenika u svakom od razreda. (3 · 25 = 75.)

Kako se naziva izraz koji si zapisao? (Naziva se proizvod.)

Izrazi i izračunaj ukupan broj učenika u školi na osnovu izražavanja i izračunavanja ukupnog broja odeljenja (I način). ((3 · 8) · 25 = 24 · 25 = 600.)

Za koliko puta se povećao prvi činilac u proizvodu 3 · 25? (Za 8 puta.)

Za koliko se puta povećao proizvod? (Proizvod se povećao za 8 puta (8 · 75 = 600).)

Izrazi i izračunaj ukupan broj učenika u školi na osnovu izražavanja i izračunavanja broja učenika u svih osam razreda za po jedno odeljenje (II način).

(3 · (8 · 25) = 3 · 200 = 600.)

Za koliko puta se povećao drugi činilac u proizvodu 3 · 25? (Za 8 puta.)

Za koliko se puta povećao proizvod? (Proizvod se povećao za 8 puta (8 · 75 = 600).)

Objasni zašto je rezultat izračunat na oba načina isti broj. (Na oba načina smo računali ukupan broj učenika iste škole.)

Uoči pravilo množenja koje se u ovom zadatku moglo koristiti.

(Združivanje činilaca ((3 · 8) · 25 =3 · (8 · 25)).)

Nakon ovako obrađenog egzemplara, učenici potvrđuju uočena pravila i upoređuju ih sa uokvirenim pravilima u prvom nenumerisanom zadatku.

2. tekstualan zadatak:

Koristi podatke iz prethodnog zadatka i napiši izraz za ukupan broj učenika u pomenutoj školi, kao proizvod ukupnog broja odeljenja i broja učenika u svakom odeljenju (I način). (24 · 25 = 600.)

Ako su na nastavu došli samo učenici mlađih razreda, zapiši izraz i izračunaj broj učenika u školi. ((24 : 2) · 25 =12 · 25 = 300)

Za koliko puta se smanjio prvi činilac u proizvodu 24 · 25? (Smanjio se 2 puta.)

Za koliko se puta smanjio proizvod? (Smanjio se 2 puta (600 : 2 = 300).)

Nakon ovako obrađenog egzemplara, učenici potvrđuju uočena pravila i upoređuju ih sa uokvirenim pravilima u drugom nenumerisanom zadatku.

120. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Zavisnost proizvoda od promene činilaca* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 94-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

121. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Stalnost proizvoda* čine nenumerisani zadaci na str. 95-4b udžbenika i tekstualan zadatak koji obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Učenici su se grupisali u školskom dvorištu u 30 grupa od po 12 učenika. Izrazi i izračunaj broj učenika u dvorištu. (12 · 30 = 360.)

Kako se naziva izraz koji si zapisao? (Naziva se proizvod.)

Broj učenika u svakoj grupi podeli sa 6 (na parove), a broj grupa pomnoži sa 6 (ukupan broj parova). Zapiši odgovarajući izraz i izračunaj ukupan broj učenika. ((12 : 6) · (30 · 6) = 2 · 180 = 360.)

Da li se vrednost ovako zapisanog složenog izraza razlikuje od vrednosti prethodno zapisanog proizvoda? (Ne razlikuje se, odnosno, vrednost proizvoda se nije promenila.)

Objasni zbog čega si dobio jednaku vrednost za oba proizvoda. (Broj učenika u dvorištu je u oba slučaja jednak.)

Nakon ovako obrađenog prvog dela egzemplara, učenici dopisuju nedostajuće reči u uokvirenom pravilu nenumerisanog zadatka.

122. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Stalnost proizvoda* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 96-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

123. Egzemplar za prvi deo časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost količnika od promene deljenika* čine prvi nenumerisan zadatak na str. 97-4b udžbenika i tekstualni zadaci koje obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Jedan deo voćnjaka sadrži 800 stabala u 4 reda.

Izrazi i izračunaj vrednost izraza za broj stabala u svakom redu navedenog dela voćnjaka. (800 : 4 = 200 (uokviren deo u prvom zadatku).)

Drugi deo voćnjaka nalazi se u produžetku sa ista 4 reda, a sadrži takođe 800 voćaka.

Izrazi i izračunaj vrednost izraza za ukupan broj voćaka u svakom redu za oba dela voćnjaka. ((800 · 2) : 4 = 1.600 : 4 = 400.)

Nakon ovako obrađenog egzemplara, učenici potvrđuju uočeno u egzemplaru, dopisujući nedostajuću reč u prvom nenumerisanom zadatku.

Egzemplar za drugi deo časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost količnika od promene deljenika* čine drugi nenumerisan zadatak na str. 97-4b udžbenika i tekstualan zadatak koji obrađujemo uz diferenciranu pomoć nasatvnika.

U već pomenutom delu voćnjaka obrana je četvrtina stabala, tako što je u svakom redu obran jednak broj stabala.

Odredi izraz i izračunaj ukupan broj obranih stabala. (800 : 4 = 200 (uokviren deo u trećem zadatku).)

Odredi izraz i izračunaj broj obranih stabala u svakom redu.

((800 : 4) : 4 = 200 : 4 = 50.)

Nakon ovako obrađenog egzemplara, učenici potvrđuju uočeno dopisujući nedostajuću reč u drugom nenumerisanom zadatku.

124. Egzemplar za prvi deo časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost količnika od promene delioca* čine prvi nenumerisan zadatak na str. 98-4b udžbenika i tekstualan zadatak koji obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Voćnjak sadrži 1.600 stabala, a podeljen je uzdužno na 10 delova.

Izrazi i izračunaj vrednost izraza za broj stabala u svakom delu voćnjaka. (1.600 : 10 = 160 (uokviren deo prvog zadatka).)

Zamisli da je voćnjak podeljen i poprečno na 10 delova. Izrazi i izračunaj vrednost izraza za ukupan broj stabala u svakom delu voćnjaka, na osnovu prethodnog izraza. (1.600 : (10 · 10) = 1.600 : 100 = 16.)

Nakon ovako obrađenog egzemplara, učenici potvrđuju uočeno dopisujući nedostajuću reč u prvom nenumerisanom zadatku.

Egzemplar za drugi deo časa interaktivne obrade nastavne jedinice *Zavisnost količnika od promene delioca* čine drugi nenumerisan zadatak na str. 98-4b udžbenika i tekstualan zadatak koji obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Već pomenut voćnjak podeljen je uzdužno na 2 puta manje delova nego u prethodnom primeru. Izrazi i izračunaj vrednost izraza za broj stabala u svakom delu voćnjaka. (1.600 : (10 : 2) = 1.600 : 5 = 320.)

Nakon ovako obrađenog egzemplara, učenici potvrđuju uočeno dopisujući nedostajuću reč u prvom nenumerisanom zadatku.

125. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavnih jedinica *Zavisnost količnika od promene deljenika* i *Zavisnost količnika od promene delioca*

izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 99-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

126. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Stalnost količnika* čine 1. zadatak na str. 100-4b udžbenika i tekstualan zadatak koji obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

Na malom odmoru, u školskom dvorištu, grupisalo se 120 učenika u 30 jednakobrojnih grupa.

Izrazi i izračunaj broj učenika u svakoj grupi. (120 : 30 = 4.)

Kako se naziva izraz koji si zapisao? (Izraz se naziva količnik.)

Na velikom odmoru, u dvorištu škole, bilo je tri puta više učenika i tri puta više jednakobrojnih grupa u poređenju sa malim odmorom. Zapiši odgovarajući izraz i izračunaj ukupan broj učenika u svakoj grupi. ((120 · 3) : (30 · 3) = 360 : 90 = 4.)

Da li se vrednost ovako zapisanog složenog izraza razlikuje od vrednosti prethodno zapisanog količnika? (Ne razlikuje se, odnosno, vrednost količnika se nije promenila.)

Objasni zbog čega si dobio jednaku vrednost za oba količnika. (Broj učenika se povećao isti broj puta kao i broj grupa, što znači da su grupe ostale jednakobrojne, kao i na malom odmoru.)

Na sledećem malom odmoru, broj učenika je bio dva puta manji nego na velikom odmoru, kao i broj grupa.

Zapiši odgovarajući izraz i izračunaj ukupan broj učenika u svakoj grupi.

((360 : 2) : (90 : 2) = 180 : 45 = 4.)

Da li se vrednost ovako zapisanog složenog izraza razlikuje od vrednosti prethodno zapisanog količnika? (Ne razlikuje se, odnosno, vrednost količnika se nije promenila.)

Objasni zbog čega si dobio jednaku vrednost za oba količnika. (Broj učenika se smanjio isti broj puta kao i broj grupa, što znači da su grupe ostale jednakobrojne, kao i na velikom odmoru.)

Nakon ovako obrađenog egzemplara, učenici potvrđuju uočeno zaokružujući slova g) i d) u 1. zadatku na str. 101-4b udžbenika. Svoje zaokružene odgovore proveravaju u uokvirenim jednakostima nenumerisanog zadatka str. 100-4b udžbenika.

127. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Stalnost količnika* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 101-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

128. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Matematički izrazi* čine 1, drugi nenumerisan zadatak, 3. zadatka, treći nenumerisan zadatak na str. 102-4b udžbenika i četvrti nenumerisan zadatak na str. 103-4b udžbenika.

Prvi nenumerisan zadatak, učenici obrađuju nastavnikovim heurističkim vođenjem. Na taj način uočavaju zajedničko svojstvo prostih izraza, a potvrđuju uokvirenim pravilom drugog nenumerisanog zadatka.

Treći zadatak učenici obrađuju nastavnikovim heurističkim vođenjem. Na taj način uočavaju zajedničko svojstvo prostih izraza sa nepoznatom, a potvrđuju uokvirenim pravilom trećeg nenumerisanog zadatka.

Prvi deo četvrtog nenumerisanog zadatka učenici obrađuju nastavnikovim heurističkim vođenjem. Na taj način uočavaju zajedničko svojstvo složenih izraza, a potvrđuju uokvirenim pravilom drugog dela istog zadatka.

129. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Redosled računskih operacija* čine nenumerisan zadatak na str. 104-4b udžbenika, koji navodimo i tekstualan zadatak koji obrađujemo uz diferenciranu pomoć nastavnika.

(Заграде у изразу означавају да треба извршити операције у загради пре других операција.)

- Прочитај сваки израз и одреди његову вредност.

(1 125 + 75) : 10 = ________ (100 · 10) : (10 : 10) = ________

(1 984 – 9) · 2 = ________ (3 700 + 300) · (1 000 – 998) = ________

У изразима без заграда увек се множење или дељење изводе пре сабирања или одузимања.

Slika br. 37 – Redosled računskih operacija
(Joksimović, S. (2006): Matematika, udžbenik za četvrti razred osnovne škole, Beograd: Eduka, str. 104)

Tekstualan zadatak:

U učionici je na nastavi bilo 24 učenika. Na veliki odmor je prvo izašlo 6 učenika, a zatim polovina preostalih.

Napiši izraz za broj učenika u učionici posle izlaska prve grupe. (24 − 6.)

Napiši izraz i izračunaj broj učenika koji su za vreme odmora bili u učionici, posle izlaska druge grupe. ((24 − 6) : 2 = 18 : 2 = 9.)

Na malom odmoru, iz iste učionice je izašlo ponovo 6 učenika, ali se polovina predomislila i odmah vratila u učionicu.

Napiši izraz za broj učenika koji su proveli odmor van učionice. (6 : 2.)

Napiši izraz i izračunaj broj učenika koji su za vreme odmora bili u učionici.

(24 − 6 : 2 = 24 − 3 = 21.)

Zašto u izrazu koji si koristio nema zagrade?

Povratna informacija: *Proizvod i količnik se ne moraju pisati u zagradi, jer se množenje ili deljenje izvode pre sabiranja ili oduzimanja.*

Koje brojeve sadrže izrazi u oba zadatka? (24, 6 i 2.)

Koje operacije učestvuju u tim izrazima? (Oduzimanje i deljenje.)

Zbog čega nisi dobio jednaku vrednost izraza, kada su u oba izraza brojevi i operacije isti. (Nisam dobio jednaku vrednost izraza, jer je u njima različit redosled primene računskih operacija.)

Ovim zadatkom prikazano je pravilno modelovanje aritmetičkih izraza, uz poštovanje redosleda računskih operacija. U daljoj obradi, učenici rešavaju takve zadatke uz diferenciranu pomoć nastavnika, jer su po pravilu to problemski zadaci.

130. i 131. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavnih jedinica *Matematički izrazi* i *Redosled računskih operacija* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 105 i 106-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

132. i 133. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Rešavanje zadataka pomoću izraza* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 107-110-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

134. Interaktivnu obradu nastavne jedinice *Jednačine sa množenjem i deljenjem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 111 i 112-4b.

135. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Jednačine sa množenjem i deljenjem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u

udžbeniku na str. 113-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

136. i 137. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Jednačine* čine nenumerisani zadaci na str. 114-116-4b udžbenika.

Kako svaka od jednačina na levoj strani sadrži složen izraz sa nepoznatom, pogodniji naziv nastavne jedinice glasi: *Jednačine sa složenim izrazima*. Navedeno učenici moraju uočiti. U tu svrhu, opisaćemo prvi deo interaktivne obrade prvog nenumerisanog zadatka, primenom diferencirane pomoći.

Da li je izraz na levoj strani jednačine 5 · x + 7.000 prost izraz sa nepoznatom, ili je složen? (Izraz je složen.)

Kako se naziva deo izraza (5 · x) u kojem se nalazi nepoznata? (Deo izraza se naziva proizvod.)

Da li je izraz 5 · x složen, ili je prost? (Izraz je prost.)

Kako se izraz 5 · x naziva u složenom izrazu na levoj strani jednačine? (Taj izraz se naziva nepoznat sabirak.)

138. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Jednačine* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 117-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

139. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Nejednačine sa množenjem* čine nenumerisani zadaci na str. 118-4b udžbenika.

U obradi prvog i drugog nenumerisanog zadatka, povezujemo oba načina, Janjino i Brankovo određivanje skupa rešenja nejednačine, sa rešavanjem odgovarajuće jednačine x · 10 = 60. To činimo uz diferenciranu pomoć nastavnika i povratnim informacijama.

Ako navedenu nejednačinu Jana rešava pogađanjem, zašto nije proverila da li je broj 10 u skupu rešenja? (Zato što je računanjem napamet (10 · 10 = 100) znala da taj broj nije rešenje nejednačine.)

Zašto je pogađanje i proveru rešenja započela brojem 0? (Znala je da je proizvod svakog broja i nule jednak nuli, a broj 0 je manji od svakog broja, pa i broja 60.)

Ako rešenje nejednačine „ne može da bude broj 6 jer je 6 · 10 = 60“, šta je broj 6 u jednačini x · 10 = 60? (Broj 6 je rešenje te jednačine.)

Na koji način je Branko započeo rešavanje iste nejednačine, odnosno, određivanje njenog skupa rešenja? (Prvo je rešio odgovarajuću jednačinu x · 10 = 60.)

Uporedi njegovo prvo zaključivanje uokvireno u knjizi sa postupkom rešavanja jednačine zapisanim ispod. Sa kojom operacijom je ta jednačina u vezi? (Ta jednačina je u vezi sa množenjem.)

Osim rešenja odgovarajuće jednačine, šta je Branko koristio u drugom zaključku? (Koristio je svoja znanja o uređenosti skupa prirodnih brojeva.)

U obradi trećeg nenumerisanog zadatka, uopštavamo Brankov postupak za rešavanje nejednačine. Analogno rešavanju odgovarajuće jednačine 30 · x = 150, učenici proučavaju postupak rešavanja zadate nejednačine. Pri tom, nastavnik pruža diferenciranu pomoć.

Kako se naziva izraz na levoj strani nejednačine? (Taj izraz se naziva proizvod.)

Šta je u tom izrazu nepoznata x*?* (U tom izrazu nepoznata x je činilac.)

Ako je proizvod sa jednim poznatim činiocem, veći (jednak) od zadatog broja, šta možeš reći o nepoznatom činiocu? (Nepoznat činilac je veći (jednak) od količnika proizvoda i poznatog činioca.)

Koliko ova nejednačina ima rešenja? (Nejednačina ima beskonačno mnogo rešenja.)

Na kraju obrade, nastavnik sugeriše učenicima da isprave štamparsku grešku u udžbeniku. Znak = precrtavaju, a iznad njega upisuju znak ∈.

140. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Nejednačine sa množenjem* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 119-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

141. Egzemplar za prvi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Razlomci* čini nenumerisan zadatak na str. 121-4b udžbenika.

Na kraju časa obnavljanja nastavne teme *Razlomci*, koji prethodi obradi ove nastavne jedinice, nastavnik učenicima zadaje da kod kuće, po osama simetrije (nisu dijagonale), iseku list hartije (kartona) kvadratnog oblika. Tako isečene četvrtine lista hartije (kartona), učenici donose u školu za svoju aktivnost na ovom času.

U obradi nenumerisanog zadatka, učenici sinhronizovano izvode sledeće aktivnosti. Prvo posmatraju svaku ilustraciju u zadatku pojedinačno (etape 1, 2, 3. i 4.), a zatim na klupi sastavljaju odgovarajuće delove pripremljene hartije (kartona).

142. Egzemplar za drugi čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Razlomci* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 122 i 123-4b. Za obradu svakog nenumerisanog zadatka nastavnik priprema diferenciranu pomoć, u svrhu heurističkog vođenja učenika.

143. i 144. Interaktivnu pripremu i realizovanje časa utvrđivanja nastavne jedinice *Razlomci* izvodimo načinom koji je određen i zapisan u udžbeniku na str. 124-128-4b. Neke od zadataka učenici rešavaju uz diferenciranu pomoć nastavnika, a ostale rade samostalno ili za domaći rad.

145. Egzemplar za čas interaktivne obrade nastavne jedinice *Upoređivanje razlomaka* čine nenumerisani zadaci na str. 129-4b udžbenika.

Pre obrade egzemplara, nastavnik pruža diferenciranu pomoć u svrhu heurističkog vođenja učenika.

Da bi smo uporedili dva razlomka ($\frac{a}{b}$*, a < b i b ≤ 10), kako ih je najpreciznije prikazati ili zamisliti?* (Deobom kruga, pravougaonika ili kvadrata na jednake delove; deobom duži između nule i jedinice na brojevnoj polupravi.)

Uporedo sa interaktivnom obradom prvog nenumerisanog zadatka, heurističkim vođenjem, učenici obavljaju aktivnosti. Prvo posmatraju svaku ilustraciju u zadatku pojedinačno, a zatim na prvoj ilustraciji kvadrata docrtavaju horizontalnu osu simetrije. Na taj način očiglednije „Uočavamo da smo isti obojen deo kvadrata označili razlomcima $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{4}$."

Uporedo sa interaktivnom obradom drugog nenumerisanog zadatka, heurističkim vođenjem, učenici obavljaju aktivnosti. Prvo posmatraju svaku ilustraciju u egzemplaru pojedinačno. Zatim, na prvoj ilustraciji pravougaonika docrtavaju vertikalnu osu simetrije crvenog pravougaonika. Nakon toga, povezuju upoređivanje razlomaka $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{8}$ na osnovu ilustrovanih pravougaonika sa postupkom upoređivanja na brojevnoj polupravi.

Svi časovi obnavljanja tema, pripremanja za pismene ispite, kao i nastavne jedinice *Ako želiš da znaš više*, pripremaju se i realizuju načinom kako je to prikazano i opisano u udžbeniku.

IV EMPIRIJSKO ISTRAŽIVANJE

U uvodnom delu definisani su je problem i predmet istraživanja, teorijski i praktičan cilj istraživanja sa konkretnim zadacima, naučno-istraživački metodi, kao i merni instrumenti istraživanja. Svi pomenuti elementi metodološkog okvira odnose se i na empirijsko istraživanje, te ih nećemo ponovo opisivati.

1. VARIJABLE I HIPOTEZE ISTRAŽIVANJA

Nezavisnu varijablu (promenljivu) čine metodički transformisane sadržine matematike za nastavu i učenje u IV razredu osnovne škole.

Zavisnu varijablu čine postignuća učenika, odnosno, stečena znanja i umenja primenom odgovarajuće metodike nastave matematike.

Osnovna hipoteza je da će se primenom posebne metodike opisane u III poglavlju ovog rada postići statistički značajno bolji ishodi nastave i učenja u eksperimentalnoj grupi u odnosu na kontrolnu grupu. Podhipoteze su:

- svaka od podgrupa eksperimentalne grupe (učenici sa dobrim, vrlo dobrim ili odličnim uspehom iz matematike u III razredu) pokazaće statistički značajno bolje ishode nastave i učenja u odnosu na odgovarajuću podgrupu kontrolne grupe;
- najveću razliku u ishodima nastave i učenja u podgrupama eksperimentalne grupe prema odgovarajućim podgrupama kontrolne grupe, postićiće podgrupa učenika sa vrlodobrim uspehom iz matematike.

2. KARAKTERISTIKE UZORKA, MESTO I TOK EKSPERIMENTA

Uzorak za istraživanje određen je iz populacije učenika IV razreda dve osnovne škole sa približno istom strukturom učenika, uslovima za rad i ostalim karakteristikama. Imajući u vidu primenu metoda rada sa ujednačenim paralelnim grupama, prvo je potpuno ujednačeno po 60 učenika iz svake škole u odnosu na uspeh iz Matematike i ostvaren broj bodova na inicijalnom testu. To je bilo moguće učiniti izdvajanjem po 60 učenika čiji će se rad meriti jer se u svakoj od škola nalazilo po 4 odeljenja, odnosno, znatno veći broj učenika od 60. Po eksperimentalnom programu radili su svi učenici četvrtih razreda jedne škole, ali su eksperimentalnu, kao i kontrolnu grupu, činili 15 učenika sa dobrim uspehom iz matematike, 20 sa vrlo dobrim uspehom i 25 sa odličnim uspehom. Formiranje navedenih ujednačenih grupa izvršeno je nakon inicijalnog testiranja u obe škole. Spisak učenika po podgrupama za E i K grupu nalazi se u prilogu.

Inicijalno testiranje (test u prilogu) izvršeno je 15. septembra 2010. godine. Testom su obuhvaćeni učenici četvrtih razreda osnovne škole „Dositej Obradović" i osnovne škole „Avram Mrazović" u Somboru. Eksperimentalna grupa sa odgovarajućim podgrupama formirana je od učenika osnovne škole „Dositej Obradović", a kontrolana od učenika osnovne škole „Avram Mrazović".

Tok i način rada E grupe opisan je u poglavlju III ovog rada. Zbog toga ćemo ovde opisati samo finalna testiranja. Prvo finalno testiranje (test u prilogu) obavljeno je 4.6.2011. godine. Testom su obuhvaćeni zadaci u vezi sa programskim sadržinama obrađenih u prvom polugodištu. Na taj način je u merenje uključena i trajnost stečenih znanja i umenja učenika. Drugo finalno testiranje (test u prilogu) obavljeno je 9.6.2011. godine. Testom su obuhvaćeni zadaci u vezi sa programskim sadržinama obrađenim u drugom polugodištu.

3. TABELARNI PRIKAZI TESTIRANJA ZNAČAJNOSTI RAZLIKE MEĐU ARITMETIČKIM SREDINAMA

3.1. Eksperimentalna i kontrolna grupa

Podaci dobijeni u istraživanju, i za eksperimentalnu i za kontrolnu grupu, obrađivani su u programu Statistica 10.0MR1 koji su prikazani u tabelama koje slede.

Tabela br. 2 – Eksperimentalna i kontrolna grupa na svim testovima

		inicijalni test	1. finalni test	2. finalni test
Mean	E	14.167	16.800	17.500
	K	14.167	14.067	14.383
t-value		0.000	0.000	4.918
df		118	118	118
p		1.000	1.000	0.000
t separ. – var. est.		0.000	0.000	4.918
df		117.996	117.996	100.376
p 2-sided		1.000	1.000	0.000
Valid N	E	60	60	60
	K	60	60	60
Std. Dev.	E	3.037	2.320	2.167
	K	3.054	3.626	3.523
F-ratio	Variances	1.011	2.443	2.643
p	Variances	0.967	0.001	0.000

Tabela br. 3 – Podgrupe učenika sa dobrim uspehom iz Matematike u 3. razredu

		inicijalni test	1. finalni test	2. finalni test
Mean	E	12,333	14,667	15,467
	K	12,333	12,133	12,467
t-value		0,000	2,759	3,078
df		28	28	28
p		1,000	0,010	0,005
t separ. – var. est.		0,000	2,759	3,078
df		23,967	19,754	19,472
p 2-sided		1,000	0,012	0,006
Valid N	E	15	15	15
	K	15	15	15
Std. Dev.	E	2,289	1,496	1,552
	K	3,539	3,226	3,441
F-ratio	Variances	2,391	4,651	4,913
p	Variances	0,115	0,007	0,005

Tabela br. 4 – Podgrupe učenika sa vrlo dobrim uspehom iz Matematike u 3. razredu

		inicijalni test	1. finalni test	2. finalni test
Mean	E	13,850	16,900	17,550
	K	13,850	13,800	14,050
t-value		0,000	3,207	3,927
df		38	38	38
p		1,000	0,003	0,000
t separ. – var. est.		0,000	3,207	3,927
df		36,696	29,995	32,210
p 2-sided		1,000	0,003	0,000
Valid N	E	20	20	20
	K	20	20	20
Std. Dev.	E	3,048	2,125	2,139
	K	2,519	3,764	3,364
F-ratio	Variances	1,465	3,138	2,472
p	Variances	0,413	0,016	0,055

Tabela br. 5 – Podgrupe učenika sa odličnim uspehom iz Matematike u 3. razredu

		inicijalni test	1. finalni test	2. finalni test
Mean	E	15,520	18,000	18,680
	K	15,520	15,440	15,800
t-value		–0.000	3,342	4,050
df		48	48	48
p		1,000	0,002	0,002
t separ. – var. est.		–0.000	3,342	4,050
df		47,39	39,773	35,038
p 2-sided		1,000	0,002	0,000
Valid N	E	25	25	25
	K	25	25	25
Std. Dev.	E	2,859	2,000	1,574
	K	2,551	3,267	3,189
F-ratio	Variances	1,256	2,668	4,105
p	Variances	0,581	0,020	0,001

3.2. Eksperimentalna grupa po testovima

Tabela br. 6 – Inicijalni test u odnosu na prvi finalni, kao i inicijalni u odnosu na drugi finalni test za E grupu

Group 1 vs. Group 2			inic. test vs. 1. fin. test	inic. test vs. 2. fin. test
All Groups T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	14,167	14,167
		Group 2	16,800	17,500
	t-value		–5.337	–6.920
	df		118	118
	p		0,000	0,000
	t separ.	var.est.	–5.337	–6.920
	df		110,363	106,696
	p	2-sided	0,000	0,000
	Valid N	Group 1	60	60
		Group 2	60	60
	Std.Dev.	Group 1	3,037	3,037
		Group 2	2,320	2,167
	F-ratio	Variances	1,714	1,965
	p	Variances	0,041	0,011

Tabela br. 7 – Inicijalni test u odnosu na prvi finalni, kao i inicijalni u odnosu na drugi finalni test za podgrupe E grupe

Group 1 vs. Group 2			inic. test vs. 1. fin. test	inic. test vs. 2. fin. test
Učenici sa ocenom 5 (odličan) T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	15,520	15,520
		Group 2	18,000	18,680
	t-value		–3.554	–4.841
	df		48	48
	p		0,001	0,000
	t separ.	var.est.	–3.554	–4.841
	df		42,947	37,317
	p	2-sided	0,001	0,000
	Valid N	Group 1	25	25
		Group 2	25	25
	Std.Dev.	Group 1	2,859	2,859
		Group 2	2,000	1,574
	F-ratio	Variances	2,044	3,301
	p	Variances	0,086	0,005

Tabela br. 8 – Inicijalni test u odnosu na prvi finalni, kao i inicijalni u odnosu na drugi finalni test za podgrupe E grupe

Group 1 vs. Group 2			inic. test vs. 1. fin. test	inic. test vs. 2. fin. test
Učenici sa ocenom 4 (vrlo dobar) T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	13,850	13,850
		Group 2	16,900	17,550
	t-value		–3.671	–4.443
	df		38	38
	p		0,001	0,000
	t separ.	var.est.	–3.671	–4.443
	df		33,939	34,062
	p	2-sided	0,001	0,000
	Valid N	Group 1	20	20
		Group 2	20	20
	Std.Dev.	Group 1	3,048	3,048
		Group 2	2,125	2,139
	F-ratio	Variances	2,058	2,030
	p	Variances	0,125	0,132

Tabela br. 9 – Inicijalni test u odnosu na prvi finalni, kao i inicijalni u odnosu na drugi finalni test za podgrupe E grupe

Group 1 vs. Group 2			inic. test vs. 1. fin. test	inic. test vs. 2. fin. test
Učenici sa ocenom 3 (dobar) T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	12,333	12,333
		Group 2	14,667	15,467
	t-value		–3.305	–4.388
	df		28	28
	p		0,003	0,000
	t separ.	var.est.	–3.305	–4.388
	df		24,117	24,631
	p	2-sided	0,003	0,000
	Valid N	Group 1	15	15
		Group 2	15	15
	Std.Dev.	Group 1	2,289	2,289
		Group 2	1,496	1,552
	F-ratio	Variances	2,340	2,174
	p	Variances	0,123	0,159

Tabela br. 10 – Prvi finalni u odnosu na drugi finalni test E grupe

Group 1 vs. Group 2			1. fin. test vs. 2. fin. test
All Groups T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	16,800
		Group 2	17,500
	t-value		–1.708
	df		118
	p		0,090
	t separ.	var.est.	–1.708
	df		117,452
	p	2-sided	0,090
	Valid N	Group 1	60
		Group 2	60
	Std.Dev.	Group 1	2,320
		Group 2	2,167
	F-ratio	Variances	1,147
	p	Variances	0,601

Tabela br. 11 – Prvi finalni u odnosu na drugi finalni test E grupe

Group 1 vs. Group 2			1. fin. test vs. 2. fin. test
Učenici sa ocenom 5 (odličan) T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	18,000
		Group 2	18,680
	t-value		–1.336
	df		48,000
	p		0,188
	t separ.	var.est.	–1.336
	df		45,484
	p	2-sided	0,188
	Valid N	Group 1	25
		Group 2	25
	Std.Dev.	Group 1	2,000
		Group 2	1,574
	F-ratio	Variances	1,615
	p	Variances	0,247

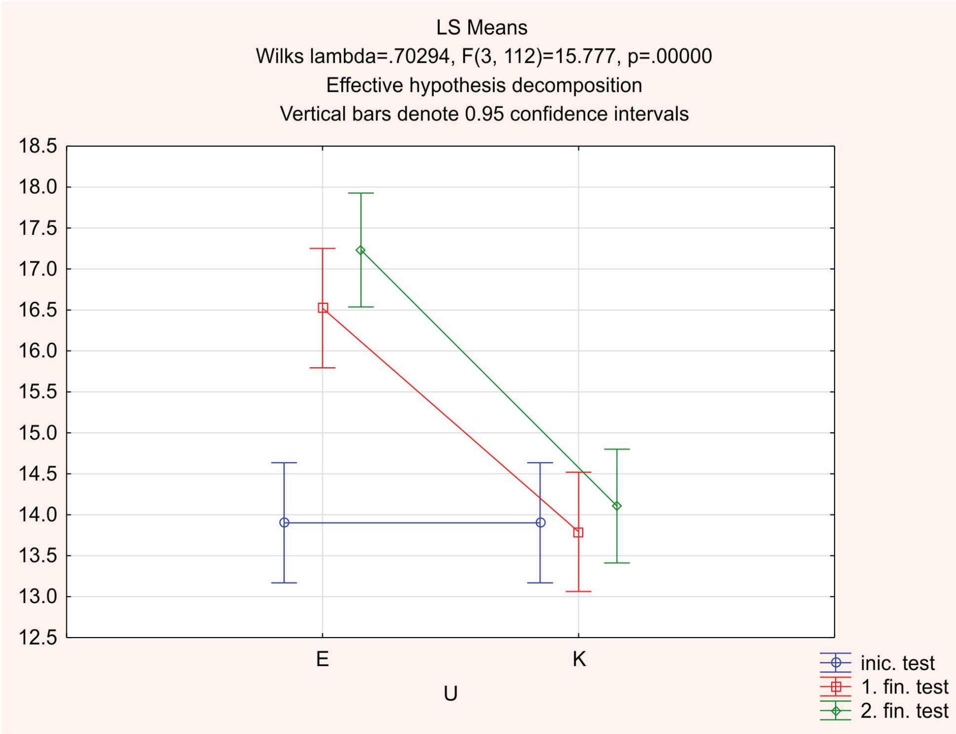
Tabela br. 12 – Prvi finalni u odnosu na drugi finalni test E grupe

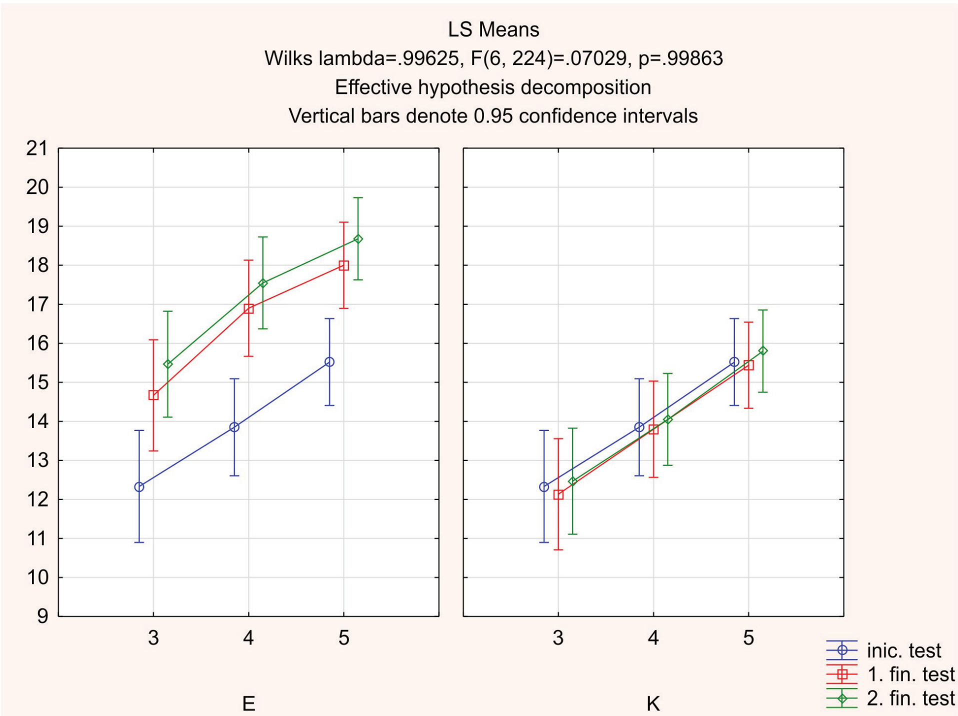
Group 1 vs. Group 2			1. fin. test vs. 2. fin. test
Učenici sa ocenom 4 (vrlo dobar) T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	16,900
		Group 2	17,550
	t-value		–0.964
	df		38
	p		0,341
	t separ.	var.est.	–0.964
	df		37,998
	p	2-sided	0,341
	Valid N	Group 1	20
		Group 2	20
	Std.Dev.	Group 1	2,125
		Group 2	2,139
	F-ratio	Variances	1,013
	p	Variances	0,977

Tabela br. 13 – Prvi finalni u odnosu na drugi finalni test E grupe

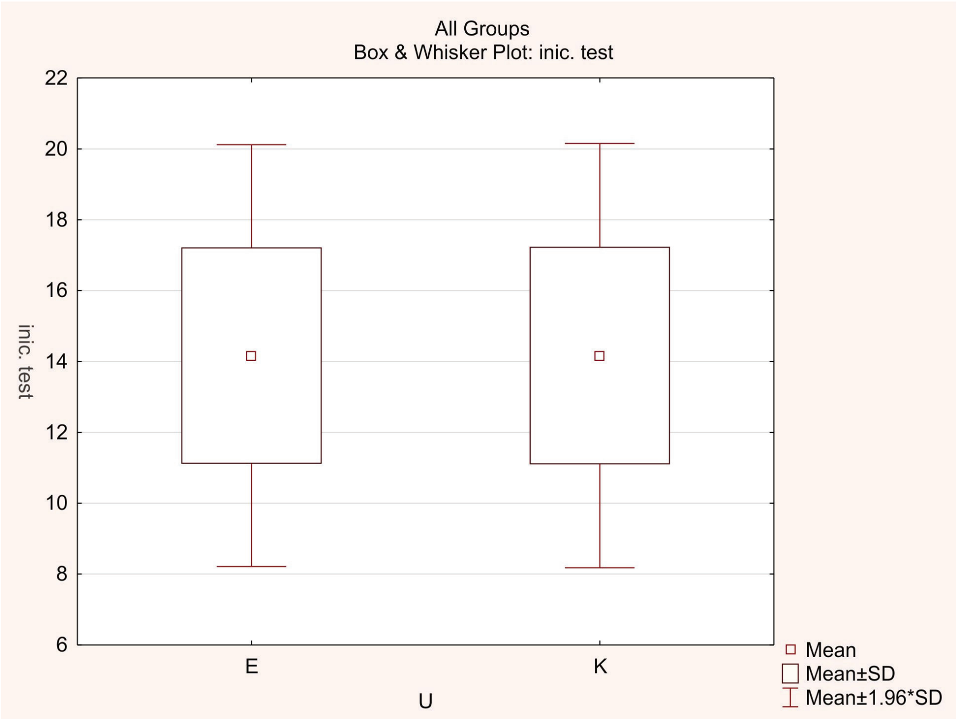
Group 1 vs. Group 2			1. fin. test vs. 2. fin. test
Učenici sa ocenom 3 (dobar) T-test for Independent Samples Note: Variables were treated as independent samples Include condition: E	Mean	Group 1	14,667
		Group 2	15,467
	t-value		–1.437
	df		28
	p		0,162
	t separ.	var.est.	–1.437
	df		27,962
	p	2-sided	0,162
	Valid N	Group 1	15
		Group 2	15
	Std.Dev.	Group 1	1,496
		Group 2	1,552
	F-ratio	Variances	1,077
	p	Variances	0,892

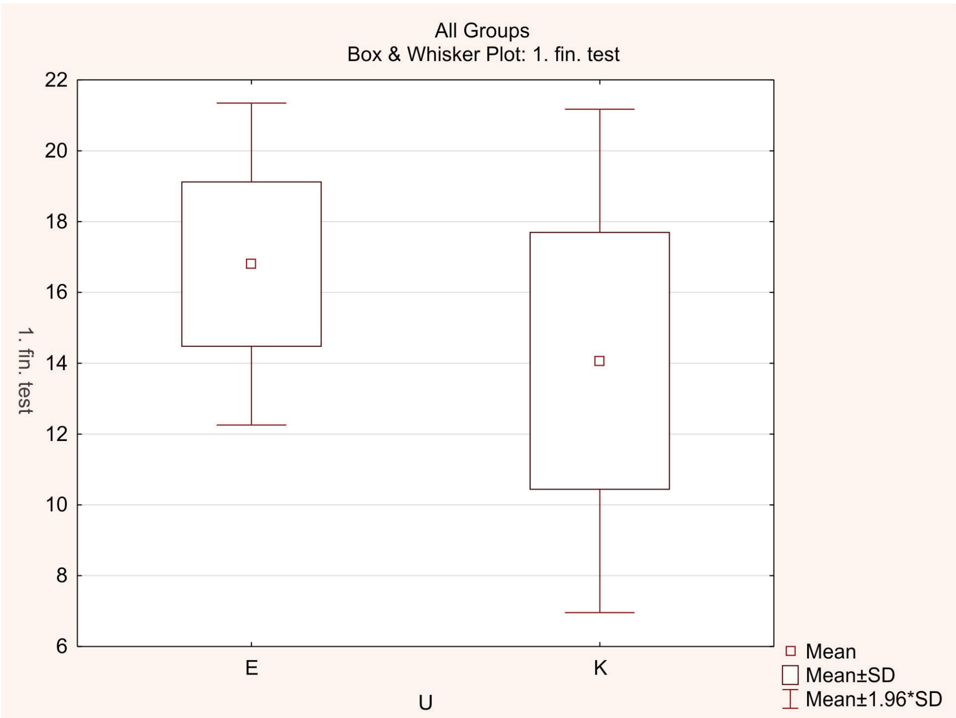
4. GRAFIČKI PRIKAZI ZA E I K GRUPU, SVA TRI TESTIRANJA

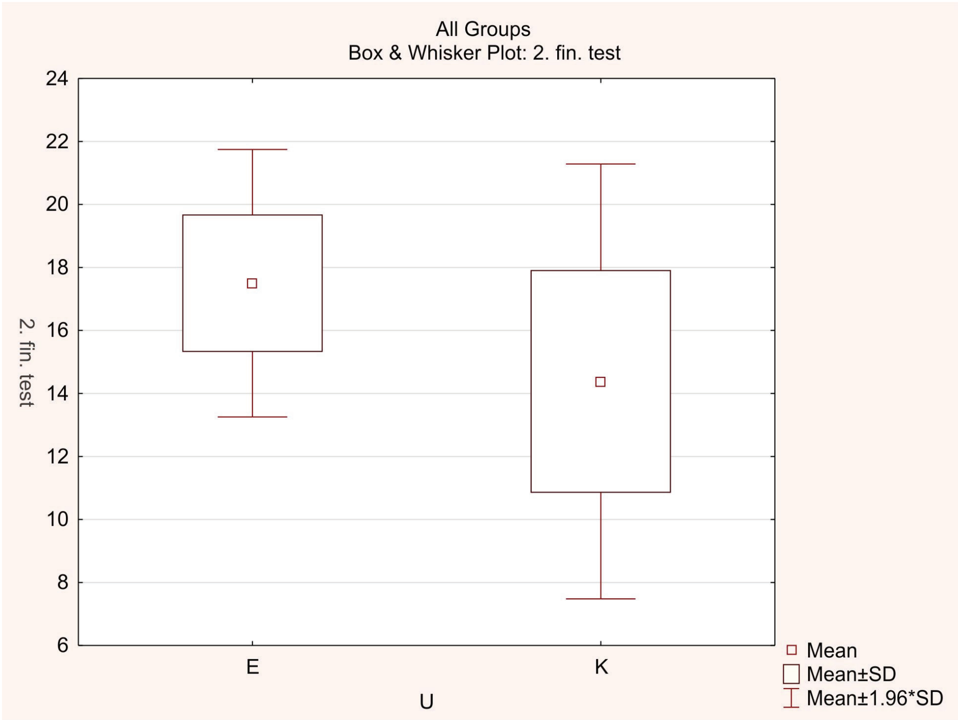


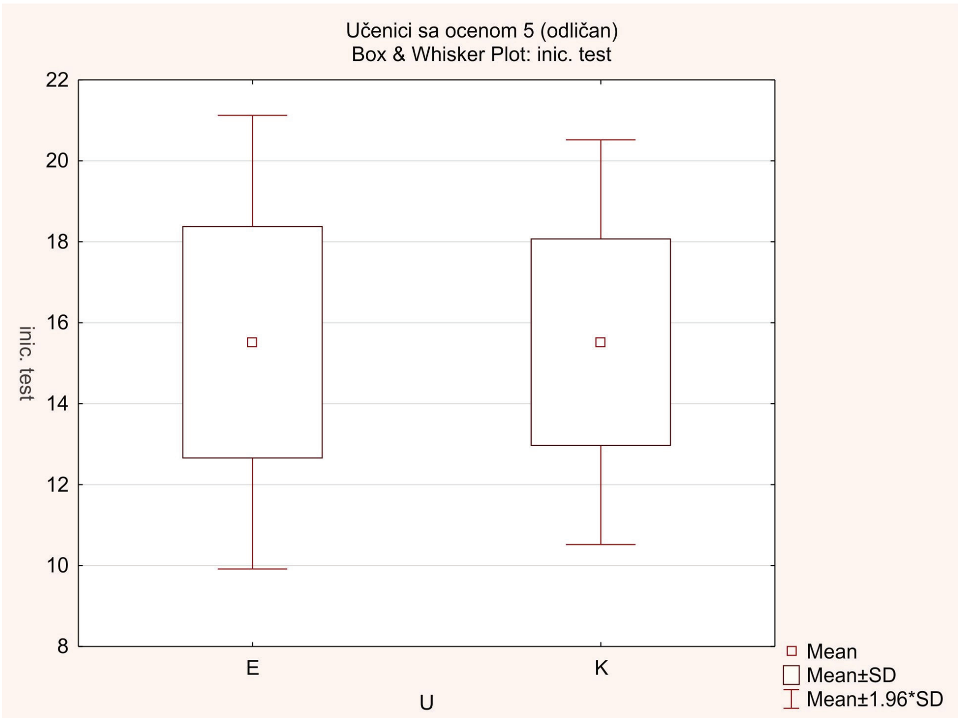


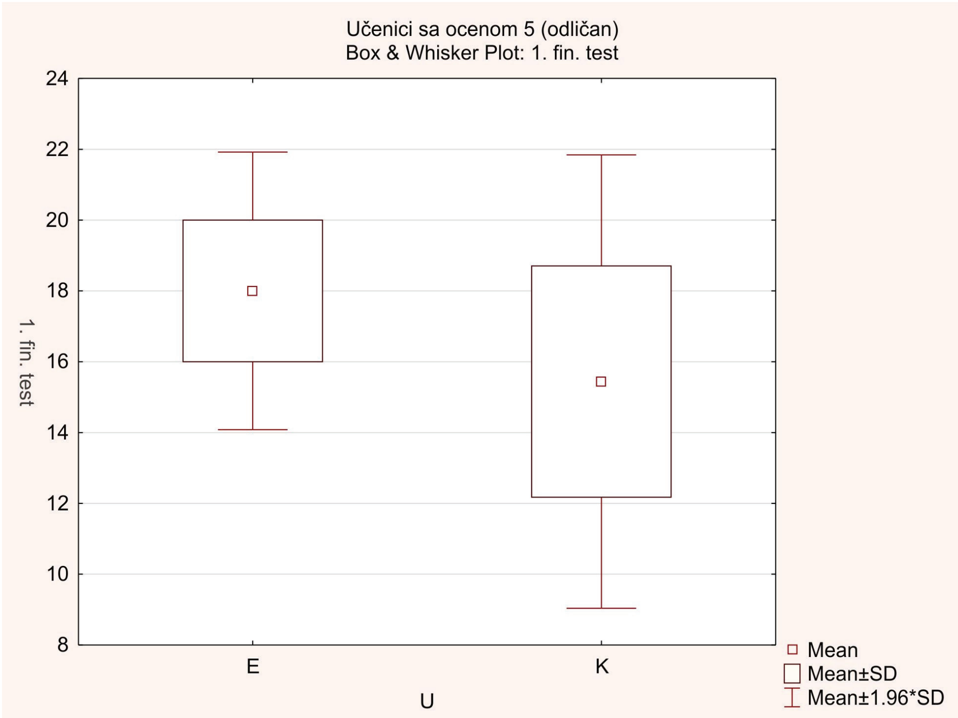
5. GRAFIČKI PRIKAZI UZORAČKIH DISPERZIJA (SREDNJE KVADRATNO ODSTUPANJE OD ARITMETIČKIH SREDINA)

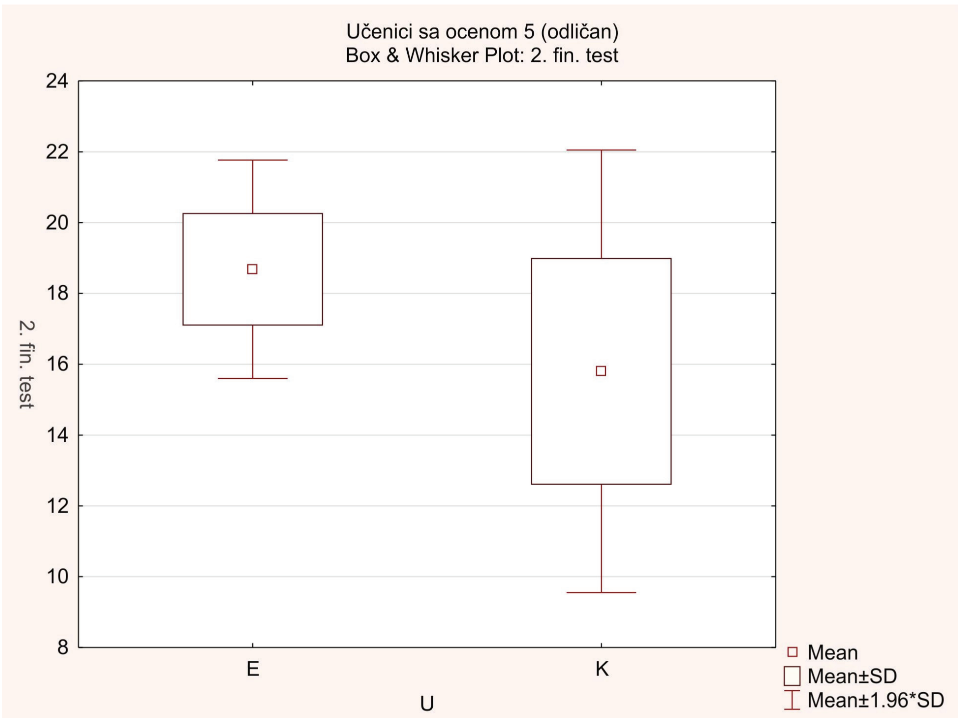


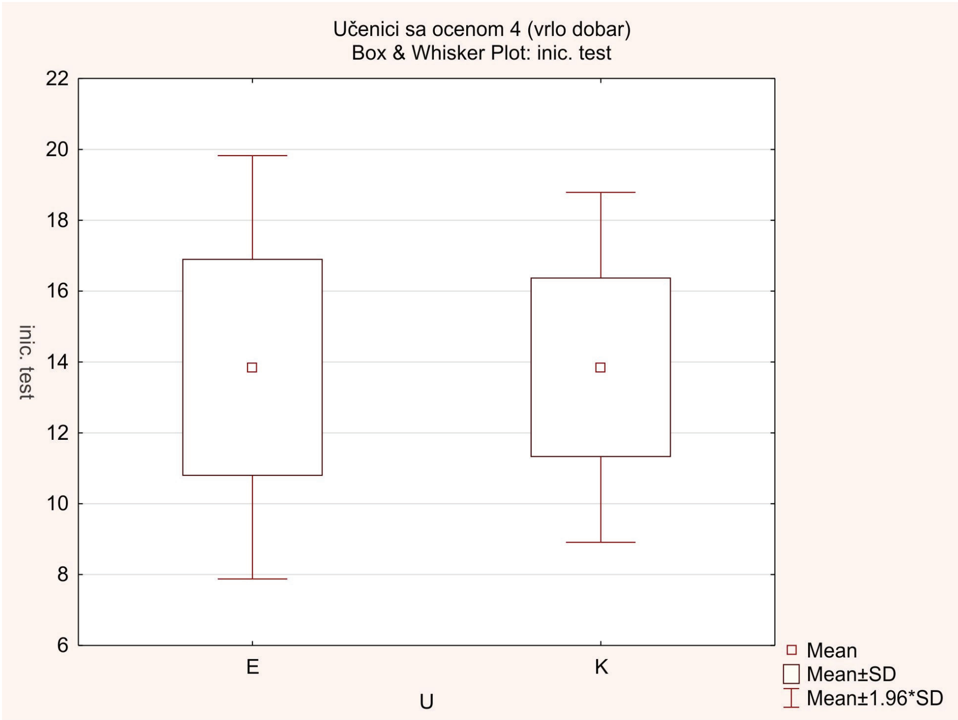


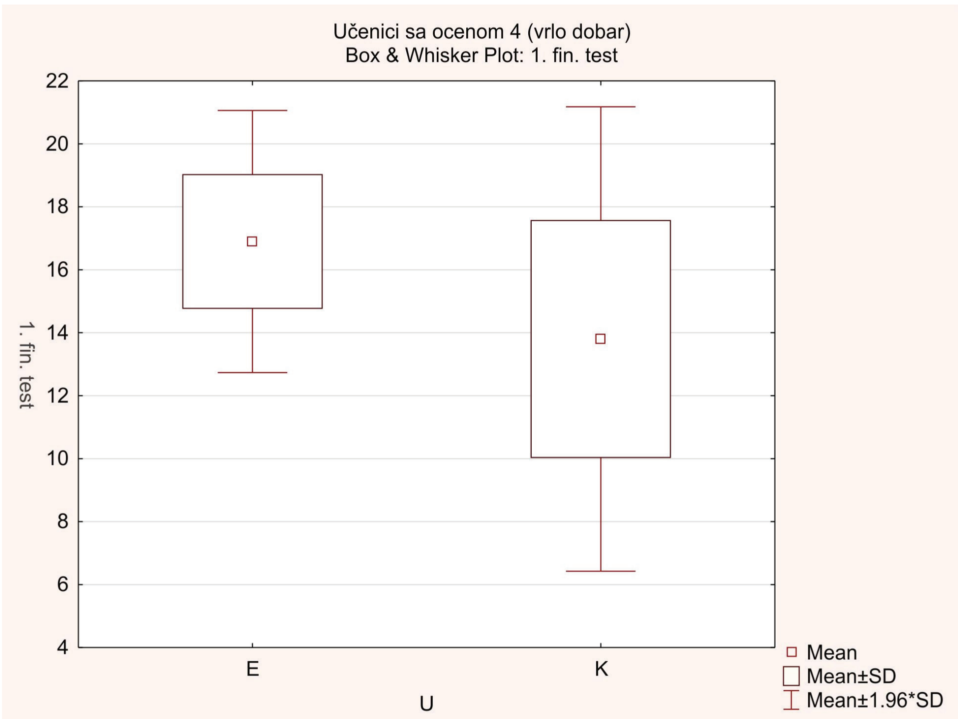

All Groups
Box & Whisker Plot: 2. fin. test
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
2. fin. test
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD

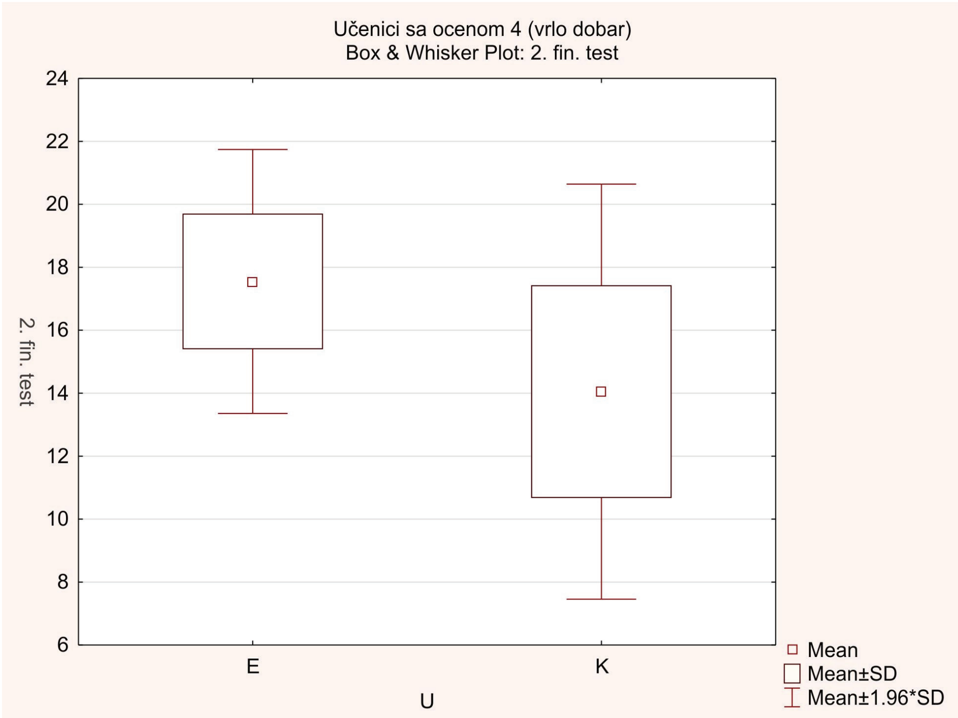

Učenici sa ocenom 5 (odličan)
Box & Whisker Plot: inic. test
22
20
18
16
14
12
10
8
inic. test
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD

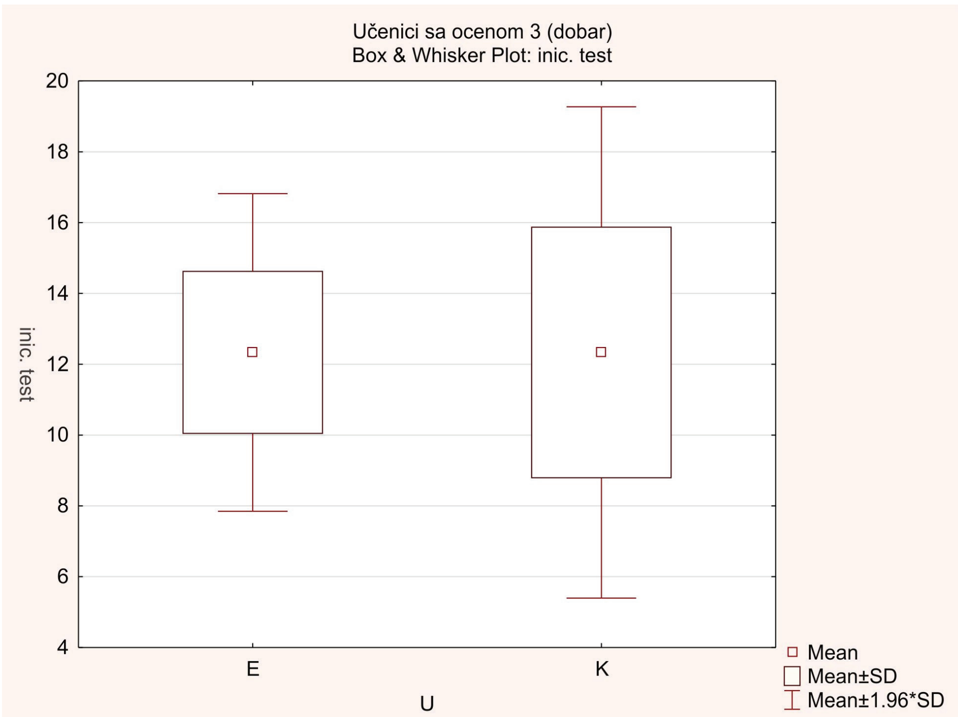

Učenici sa ocenom 5 (odličan)
Box & Whisker Plot: 1. fin. test
24
22
20
18
16
14
12
10
8
1. fin. test
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD

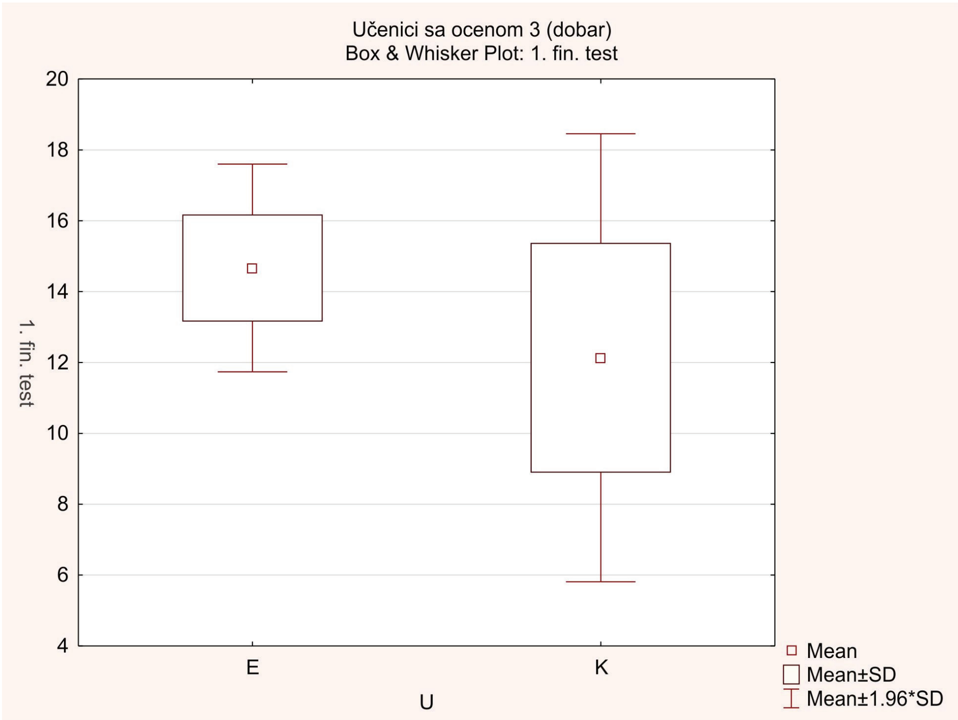

Učenici sa ocenom 5 (odličan)
Box & Whisker Plot: 2. fin. test
24
22
20
18
16
14
12
10
8
2. fin. test
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD

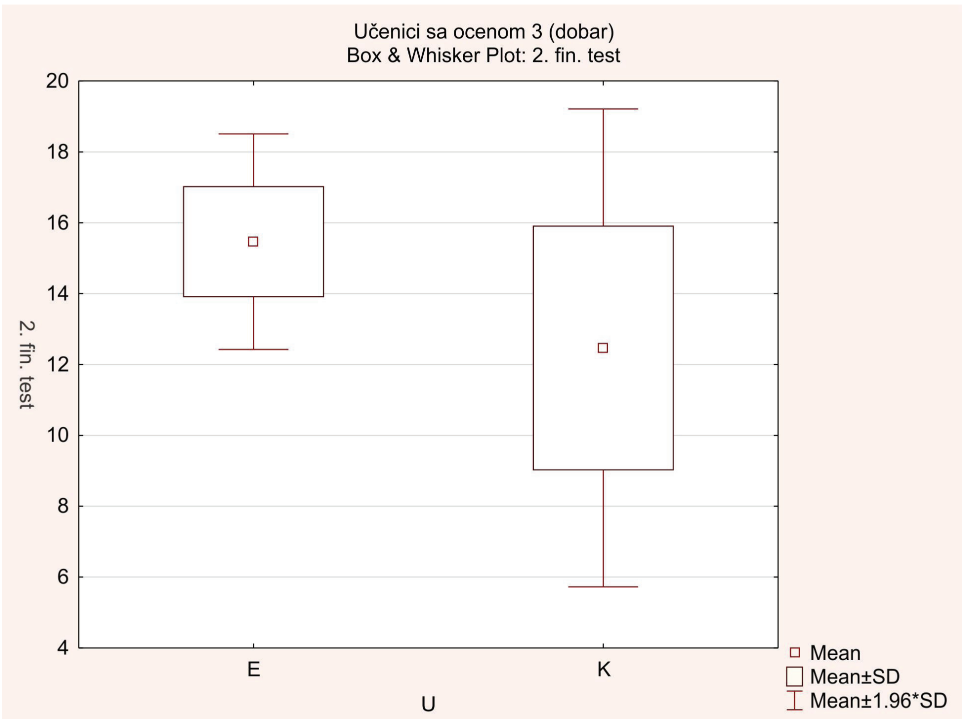

Učenici sa ocenom 4 (vrlo dobar)
Box & Whisker Plot: inic. test
inic. test
22
20
18
16
14
12
10
8
6
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD


Učenici sa ocenom 4 (vrlo dobar)
Box & Whisker Plot: 1. fin. test
1. fin. test
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD


Učenici sa ocenom 4 (vrlo dobar)
Box & Whisker Plot: 2. fin. test
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
2. fin. test
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD


Učenici sa ocenom 3 (dobar)
Box & Whisker Plot: inic. test
20
18
16
14
12
10
8
6
4
inic. test
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD


Učenici sa ocenom 3 (dobar)
Box & Whisker Plot: 1. fin. test
1. fin. test
20
18
16
14
12
10
8
6
4
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD


Učenici sa ocenom 3 (dobar)
Box & Whisker Plot: 2. fin. test
2. fin. test
20
18
16
14
12
10
8
6
4
E
K
U
Mean
Mean±SD
Mean±1.96*SD

6. OPIS NAJBITNIJIH REZULTATA EMPIRIJSKOG ISTRAŽIVANJA

Iz tabelarnih prikaza t-testa razlika aritmetičkih sredina, kojima se upoređuju rezultati učenika E grupe na inicijalnom, prvom finalnom i drugom finalnom testu, uočavamo da postoje statistički značajne razlike u prosečnim ocenama prvog finalnog i inicijalnog testa, kao i drugog finalnog i inicijalnog testa.

Iz tabelarnih prikaza t-testa razlika aritmetičkih sredina, kojima se upoređuju rezultati *podgrupa učenika* E grupe na inicijalnom, prvom i drugom finalnom testu, uočavamo da postoje statistički značajne razlike u prosečnim ocenama prvog finalnog i inicijalnog testa, kao i drugog finalnog i inicijalnog testa, za svaku podgrupu E grupe.

Iz tabelarnih prikaza t-testa razlika, kojima se upoređuju rezultati učenika E grupe na prvom i drugom finalnom testu, uočavamo da postoji pozitivna razlika između prvog i drugog finalnog testa, ali nije statistički značajna.

Iz tabelarnih prikaza t-testa razlika aritmetičkih sredina, kojima se upoređuju rezultati *podgrupa učenika* E grupe na prvom i drugom finalnom testu, uočavamo da postoji pozitivna razlika aritmetičkih sredina prvog i drugog finalnog testa za svaku podrgrupu, ali nije statistički značajna.

Na osnovu tabelarnih i grafičkih prikaza i testiranja značajnosti razlike među aritmetičkim sredinama zaključujemo da su postignuća učenika E grupe, na oba finalna testa, statistički značajno bolja od postignuća učenika K grupe, na nivou statističke pouzdanosti 0.95. Isti zaključak se odnosi i na sve podgrupe učenika. Takođe, može se uočiti da je najveći napredak postigla E podgrupa sa vrlo dobrom ocenom iz matematike u trećem razredu. Na taj način empirijski su potvrđene osnovna hipoteza i obe podhipoteze.

Razlike aritmetičkih sredina uspeha učenika E grupe u odnosu na K grupu, po pojedinim zadacima, odnosno temama, približno su jednake. Njihovim upoređivanjem može se zaključiti da ne postoji tema koja bi posebno bila pogodna za rad po eksperimentalnom programu. Isto tako, ne postoji tema sa značajno malim učešćem eksperimentalnog faktora. Imajući navedeno u vidu, na ispitivanom uzorku nije bilo potrebno upoređivanje uspeha učenika po pojedinim zadacima, odnosno temama.

Iz grafičkih prikaza uzoračkih disperzija uočavamo da je srednje kvadratno odstupanje od aritmetičkih sredina na oba finalna testa manje za E grupu od odgovarajućeg odstupanja za K grupu. Navedeno važi za E grupu u celini, kao i za svaku od podgrupa.

Iz svega rečenog možemo zaključiti da su učenici E grupe, nakon rada po opisanoj metodici, postigli veću ujednačenost napredovanja u postignućima. Navedeno važi za E grupu u celini, kao i za svaku podgrupu.

ZAKLJUČAK

Predmet istraživanja metodike nastave matematike su nastava i učenje matematike u globalu i posebno na odgovarajućim nivoima obrazovanja, odnosno, vrstama obrazovanja. Cilj i zadaci metodike nastave matematike mogu se svesti na izučavanje zakonitosti matematičkog obrazovanja i izgrađivanje matematičke kulture učenika. Na osnovu njih specificiraju se i unapređuju prioritetni didaktički principi, sistemi nastave, metodi, oblici i sredstva za nastavu matematike, kako bi ona bila što efikasnija, naučno utemeljena, a usvojena znanja i umenja učenika primenljivija.

Osnovno matematičko obrazovanje učenika mlađeg doba uslovljeno je njihovim psihofizičkim osobinama, znatno više od ostalih obrazovnih oblasti. Ako se uzmu u obzir i značajne razlike među učenicima istog doba, s pravom konstatujemo da je u nastavi i učenju matematike znatno teže ostvariti dovoljnu motivaciju za rad i svesnu aktivnost svih učenika. Imajući u vidu rečeno, mi smo se opredelili da predstavimo samo deo istraživanja u metodici nastave matematike, koja značajno doprinose motivaciji, individualizaciji i svesnoj aktivnosti učenika.

Motivacija za učenje matematike prirodno se zasniva na radoznalosti, aktivnosti i afirmaciji učenika. Osim navedenog, na motivaciju značajno utiču identifikacija, maštanje, kompenzacija i nadkompenzacija i slični faktori koji spadaju u razvojno-odbrambene mehanizme. Uloga nastavnika (njegov način rada, lične osobine, stručan autoritet i sl.) takođe spada u značajne faktore koji utiču na motivisanost učenika za učenje matematike. Resursi za motivisanje učenika nalaze se i u povezivanju nastave matematike sa ostalim nastavnim predmetima. Na taj način se „pozajmljuju" motivi iz drugih nastavnih predmeta, što je posebno značajno i lako izvodljivo kada nastavu održava samo jedan nastavnik, učitelj.

Osim podrazumevajućih didaktičkih principa, vaspitne usmerenosti, naučnosti i savremenosti, u interaktivnoj nastavi matematike dat je apsolutan prioritet *principima individualizacije i svesne aktivnosti*. Međutim, principi se ne mogu ostvarivati u potpunosti, bez obzira na njihov prioritet. To znači da u naučnim istraživanjima i inovacijama u nastavi matematike moramo davati doprinos povećanju njihove realizacije. Da bi se oni maksimalno ostvarili, koristimo kombinaciju svih savremenih nastavnih sistema, metoda, oblika i sredstava rada.

Od savremenih nastavnih sistema i metoda posebno ističemo primenu *problemske, egzemplarne i fleksibilno diferencirane nastave*. U savremenim oblicima nastavnog rada posebno ističemo rad u malim heterogenim grupama. Njihovom pravilnom upotrebom i povezivanjem postižemo *interaktivnost* u nastavi/učenju matematike, što je najbitniji cilj i zadatak, kako u metodičkoj teoriji, tako i u nastavnoj praksi.

Problemsku nastavu, odnosno problemski pristup kao njenu preteču, afirmišu vodeći didaktičari i metodičari nastave matematike, neposredno nakon Drugog svetskog rata. Nosilac prve reforme nastave matematike kod nas, Stanko Prvanović, naglašava vodeću ulogu stvaralačkog metoda problema, koji omogućuje učeniku da samostalno izgrađuje matematičke strukture. Međutim, u savremenim naučnim istraživanjima metodike nastave matematike dominiraju radovi u kojima se za izradu inoviranih modela nastave kombinuje primena savremenih saznanja o problemskoj nastavi matematike i saznanja o drugim sistemima, metodima, oblicima rada i nastavnim sredstvima. Takvi radovi su prvenstveno usmereni ka individualizaciji i povećanju interaktivnosti učenika, odnosno, sa ciljem doprinosa *interaktivnoj nastavi matematike*.

Prvo određenje i predlozi za primenu *egzemplarne nastave* javljaju se 1951. godine, posle naučnog skupa održanog u Tibingenu. Očekivanja su bila preambiciozna. Čak su neki pedagozi smatrali da će egzemplarna nastava postati univerzalan nastavni model. Naime, cilj istraživača je bio da učenici po analogiji sami obrađuju pojedine teme i time efikasnije savladaju programske sadržine.

Međutim, za interaktivnu nastavu matematike, posebno u mlađim razredima osnovne škole, dobro izabrani i obrađeni egzemplari koriste se u okviru jedne nastavne jedinice. U slučaju primene egzemplara, koji izaziva zanimanje učenika, interaktivna obrada predviđenih nastavnih sadržina oslobađa se viška primera, a induktivno zaključivanje obogaćuje misaonim aktivnostima. Pogodno izabran egzemplar poprima obeležja problemske situacije, a dominantno utiče na nivo i kvalitet interaktivnosti u učenju ili formiranju pojmova, kao i u učenju matematičkih pravila.

Fleksibilno diferenciranje se zasniva na diferenciranoj pomoći učenicima koja se može zadavati u svim oblicima nastavnog rada. U diferenciranju nastave matematike treba polaziti od činjenice da diferencijacija mora obezbediti zajednički fond znanja neophodan svakom učeniku. Cilj je da se, kod svakog učenika pojedinačno, iskoriste i razviju misaone sposobnosti, naklonosti, interesovanja i slično. Međutim, takva nastava se može uspešno izvesti čak i verbalnom metodom u frontalnom obliku. Na taj način se postižu dobri rezultati, pod uslovom da su učenici upoznati sa principom korišćenja *minimalne pomoći*. To znači da učenici kad god mogu samostalno rade i da ne obraćaju pažnju na pomoć koju pruža nastavnik, već samo na odgovarajuću povratnu informaciju.

Rad u malim grupama učenika najpogodniji je za realizaciju fleksibilno diferencirane nastave matematike, jer omogućuje ugodnu i prijatnu atmosferu. U sticanju znanja i umenja, koja su predviđena kao obavezna za sve učenike, poželjno je formiranje heterogenih grupa. Pri tom, treba imati u vidu da se proces sticanja znanja i umenja odvija i van nastave. To znači da su najpogodnije formirane grupe u koje učenici ulaze rado i bez većih problema realizuju saradničke aktivnosti.

Po pravilu, *umereno heterogene grupe* u fleksibilno diferenciranoj nastavi matematike najuspešnije ostvaruju ciljeve i zadatke. Dosadašnja didaktičko-metodička saznanja stavljaju u prvi plan ono znanje do koga se dolazi uz aktivno sudelovanje učenika, ličnim radom i eksperimentisanjem. Uloga nastavnika je da učenika usmeri, podstakne i nauči kako se uči matematika.

Moguće je i poželjno da se nastavnik pripremi za pružanje pomoći učenicima, odnosno, za formulaciju i struktuiranje odgovarajućih instrukcija. Ipak, u nastavnoj praksi treba biti spreman i za pružanje pomoći koja unapred nije predvidljiva. Orginalni i evaluirani modeli fleksibilno diferencirane nastave matematike nalaze se i u našim radovima objavljenim u naučnim časopisima.

U širem značenju, *pojam interakcije* definiše se kao aktivnost koja se razmenjuje između najmanje dva subjekta, ličnosti ili medija. *Interaktivna nastava/učenje*, kao jedna od najzastupljenijih strategija savremenog obrazovanja, uži je pojam interakcije, jer se prvenstveno odnosi na interpersonalan odnos. Interakcija podrazumeva aktivan odnos ili komunikaciju između učenika, nastavnika, roditelja i drugih subjekata. Interaktivnom nastavom vršimo promene u razmišljanju, u emocijama i ponašanju učenika. Zbog toga je bitno da se interakcija pravilno sprovodi.

Iza svake aktivnosti učenika potrebna je povratna informacija nastavniku jer je to dokazana psihološka potreba svakog pojedinca. U učenju matematike takav rad dominantno podrazumeva misaone aktivnosti učenika. Ishodi interaktivnog rada povećavaju efekte, kao što su optimalan razvoj kognitivne i konativne sposobnosti, kritičnost, kreativnost i sl. Navedene konstatacije odnose se, pre svega, na savladavanje programskih sadržina u nastavi matematike, jer dosada nisu u dovoljnoj meri respektovane. Interaktivnim učenjem naučeno se bolje koristi u novim situacijama učenja matematike, transfer učenja je veći, naučeno duže traje. Interaktivno učenje podrazumeva, samostalno ili uz vođenje nastavnika, dolaženje učenika do znanja uz fleksibilnost u mišljenju i izraženiju kreativnost.

Za interaktivnu obradu nastavnih jedinica Matematike u mlađim razredima osnovne škole primenili smo strukturu koju smo teorijski zasnovali, originalno konstruisali i empirijski evaluirali. Pomenuta struktura sadrži sledeće faze:

1) interaktivno ponavljanje prethodno usvojenih relevantnih znanja učenika;
2) postavljanje i definisanje problemske situacije ili egzemplara, kojom se provocira usvajanje novih znanja;
3) interaktivna obrada predviđenih nastavnih sadržina;
4) kompletiranje, objedinjavanje i generalizacija obrađenih sadržaja i
5) verifikativni rezime.

Navedenu strukturu prezentovali smo u radu na Međunarodnoj naučnoj konferenciji u Subotici, 2010. godine. U drugoj fazi strukture interaktivne obrade nastavnih jedinica može se zapaziti da posebnu ulogu u interaktivnom učenju ima primena problemske i egzemplarne nastave. Originalni i evaluirani modeli interaktivne nastave matematike nalaze se i u našim radovima objavljenim u naučnim časopisima.

Metodički pristup interaktivnoj nastavi/učenju svih tematskih sadržina matematike, od prvog do četvrtog razreda osnovne škole, sačinjen je za svaki razred posebno. Pri tom, prvo smo analizirali metodičke transformacije tematskih sadržina i sugerisali odgovarajuće izmene i dopune. Nakon toga, formirali smo metodičke okvire za interaktivnu nastavu i učenje tematskih sadržina, sa posebnim uputstvima za svaku nastavnu jedinicu. Proširivanje i produbljivanje sadržina praćeno je racionalizacijom, kojom se obezbeđuje da predviđeni fond časova i opterećenje učenika ostanu na istom nivou. Nove sadržine uvodili smo isključivo propedevtički, inkorporirajući ih u već programom predviđene teme.

Za jasne i precizne opise interaktivne obrade nastavnih jedinica sačinili smo originalnu strukturu operativne faze časova obrade, koju navodimo.

Operativna faza

a) Interaktivna obrada pojmova i jednostavnijih pravila:

1. Nastavnik određuje egzemplar (primer ili skup primera), dominantno iz odgovarajućeg sadržaja udžbenika.
2. Učenici misaonim aktivnostima (posmatranjem, komparacijom sa elementima analize i sinteze) **uočavaju** bitne elemente za formiranje pojma ili usvajanje pravila.
3. Učenici analiziraju uokvirene tekstove određenja pojma ili pravila, ili samostalno dopunjavaju tekstove dopisivanjem odgovarajućih reči. Navedeno **uopštavanje** zahteva primenu misaonih postupaka apstrakcije i generalizacije.
4. Izradom novih primera potvrđujemo, proširujemo i objedinjujemo usvajanje složenijih pravila ili načine (metode) rešavanja analognih problema.

b) Interaktivna obrada složenijih pravila i problemskih zadataka:

1. Nastavnik određuje problemsku situaciju, dominantno tekstom iz udžbenika ili tekstualnom dopunom postojećeg primera (skupa primera), a problem definiše uz učešće nadarenih učenika.
2. Učenici uz diferenciranu pomoć nastavnika (najčešće indirektna pomoć) funkcionalno postavljenim pitanjima sa povratnom informacijom, dekomponuju i rešavaju problem.
3. Na osnovu rešenja učenici uočavaju i formulišu ili analiziraju (uokvireno) pravilo, a ako je predviđeno, tekst dopunjavaju rečima. U slučaju da pravilo ili metod rešavanja problema nisu zapisani u udžbeniku, učenici ih zapisuju u svesku.
4. Izradom novih primera potvrđujemo, proširujemo i objedinjujemo usvajanje složenijih pravila ili načine (metod) rešavanja analognih problema.

U većini nastavnih jedinica, kao osnovu za egzemplar uzimali smo uvodne (nenumerisane) zadatke iz udžbenika. Pravilnom interaktivnom obradom pogodnog egzemplara učenici uočavaju bitne osobine pojma ili shvataju pravilo i prihvataju njegovu tačnost. Na taj način je značajno smanjen broj potrebnih primera kojima se formira pojam ili potvrđuje tačnost pravila.

Najbitniju prednost interaktivnog učenja matematike, po opisanoj strukturi, čini značajno veće angažovanje misaonih aktivnosti učenika na osnovu kojih se vrši zaključivanje. Pri tom, induktivno zaključivanje koristi se u značajno manjoj meri i to samo za potvrđivanje, proširivanje i objedinjavanje, manjim brojem primera.

Korišćenjem problemske situacije za obradu složenijih pravila uvodi se učenje rešavanjem problema i u časove obrade novog gradiva. Time se ciljevi i zadaci učenja matematike pomeraju ka obimnijem i efikasnijem razvijanju kognitivnih sposobnosti učenika. Za većinu učenika, takva interaktivna nastava postaje atraktivnija, a istovremeno pristupačnija. Da bi se to ostvarilo podrazumeva se korišćenje svih ranije navedenih resursa za povećanje interaktivnosti nastave/učenja matematike.

U ovom radu opisali smo pozitivnu evaluaciju interaktivne nastave/učenja po našoj metodici rada, u okviru empirijskog istraživanja. Iako se ono odnosi na uzorak iz populacije učenika četvrtih razreda, može se pretpostaviti da bi radom po opisanoj metodici učenici od prvog do četvrtog razreda postigli još bolje rezultate u matematičkom obrazovanju.

U metodičkom pristupu interaktivnoj nastavi/učenju matematike za prvi, drugi i treći razred dat je dovoljan broj konkretnih i potpunih modela obrade nastavnih jedinica. Među njima se nalazi obrada novih pojmova, pravila, ali i algoritama (postupaka za pojedine aktivnosti). Time smo stvorili dovoljnu osnovu za pisanje odgovarajućeg metodičkog priručnika koji bi koristili i učitelji i studenti. Na taj način, praktičan doprinos ovog rada biće relativno brzo realizovan u nastavnoj praksi.

LITERATURA

1. Abrami, P. C., Chambers, B., Poulsen, C., DeSimone, C., D'Appolonia, S., and Howden, J. (1995): *Classroom connections*, Harcourt Brace, London.
2. *Advanced Learners Encyclopedic Dictionary* (1993): Oxford University.
3. Artzt F. A. & Yaloz-Femia, S. (1999): „*Mathematical reasoning during small-group problem solving*" In L. V. Stiff & F. R. Curcio: *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*, 1999 Yearbook, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 115-126.
4. Archer-Kath, J. D., Johnson, W. D., & Johnson, R. T. (1994): „*Individual versus group feedback in cooperative groups*", The Journal of Social Psychology, 134, pp. 681-694.
5. Bakovljev, M. (1983): *Suština i pretpostavke misaone aktivizacije učenika,* Prosveta, Beograd.
6. Banđur, V., Potkonjak, N. (1999): *Metodologija pedagogije*, Savez pedagoških društava, Beograd.
7. Bargh, J. & Schul, Y. (1980): „*On the cognitive benefits of teaching*", Journal of Educational Psychology, Washington, DC, 72, pp. 593-604.
8. Bauersfeld, H., Otte, M., Steiner, H. G. (Hrsg.) (1978): *Differenzierung im Mathematikunterricht*, Schriftenreihe des IDM 17, Bielefeld.
9. Bennett, N. & Cass, A. (1988): „*The effects of group composition on interactive processes and pupil understanding*", British Education Journal, 15, pp. 19-32.
10. Bennett, J. M. (1991): Four powers of communication: *Skills for effective learning*, McGraw-Hill, New York.
11. Bennett, N. and Dunne, E. (1992): *Managing classroom groups*, Simon & Schuster, London.
12. Benner, D. (1995): *Studien zur Didaktik and Schultheorie*, Juventa Verlag Weinheim und funchen.
13. Berndt, T.J. & Keefe, K. (1992): "*Friends' influence on adolescents' perceptions of themselves in school*", In: D. H. Schunk & J. L. Meece: *Students' perceptions in the classroom*, Hillsdale, New York: Erlbaum, pp. 51-73.

14. Bloom B. S. (1985): *The Developing talent in young people*, Ballantine Books, New York.
15. Bognar, L., Matijević, M., (1993): *Didaktika*, Školska knjiga Zagreb
16. Bohlmeyer, E. M. & Burke, J. P. (1987): "*Selecting cooperative learning techniques: A consultative strategy guide*", School Psychology Review, 16, pp. 36-49.
17. Bossé M. J. (2006): "*Beautiful mathematics and beautiful instruction"*, Centre for innovation in mathematics teaching (CIMT), International journal for mathematics teaching and learning, East Carolina University, na sajtu: http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/bosse2.pdf, (očitano: 1.12.2008)
18. Bossé, Michael J. (2003): *„The beauty of "and" and "or": Connections within mathematics for students with learning differences"*, Mathematics and Computer Education*,* 37 (1), pp. 105-114, na sajtu: http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/, očitano 1.12.2008.
19. Branden, N. (1992): *The power of self-esteem*, Health Communications, Deerfield Beach, na sajtu: http://books.google.rs/books?id=uzClJ7j0MtQC&printsec=frontcover&hl=sr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false (Očitano: 1.12.2008)
20. Branković, D. (1995): „*Pedagoška teorija u funkciji unapređivanja obrazovanja*", Pedagogija, br. 1-4, Beograd, str. 358-364.
21. Branković, D. Ilić, M., Milijević, S., Suzič, N. i Gutović, V. (1999): *Pedagoško-psihološke i didaktičko-metodičke osnove vaspitno-obrazovnog rada*, Društvo pedagoga Republike Srpske, Banja Luka.
22. Bright, G. W. (1999): "*Helping elementary and middle grades preservices teachers understand and develop mathematical reasoning",* u: Developing mathematical reasoning in grades K-12, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 256-265.
23. Brophy, J., (1987): "*Synthesis of research on strategies for motivating students to learn",* Educational Leadership, ASCD, 45(2), pp. 40-48.
24. Cekuš, G., Namestovski, Ž. (2005.): *"Primena računara na nastavnim časovima",* Međunarodna naučno-stručna konferencija: Savremene informatičke i obrazovne tehnologije i novi mediji u obrazovanju, Sombor.
25. Chamberlin, A. S. (2008): "*What is problem solving in the mathematics classroom?",* Philosophy of Mathematics Education Journal, 23, na sajtu: http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome23/index.htm, (očitano 07. 12. 2009.).

26. Chamberlin, A. S. (2010): “*A review of instruments created to assess affect in mathematics*”, Journal of Mathematics Education, 1 (3), pp. 167-182, na sajtu: http://www.educationforatoz.org/images/_14_Scott_A._Chamberlin.pdf (očitano 23. 06. 2011.).
27. Chamberlin, A. S. (2010): “*Mathematical problems that optimize learning for academically advanced students in grades K–6*”, Journal of Advanced Academics, Prufrock Press, 1 (22), pp. 52-76, na sajtu: http://www.davidsongifted.org/db/Articles_id_10687.aspx (očitano 23. 06. 2011.).
28. Chamberlin, A. S. & Moon S. M. (2008): “*How does the problem based learning approach compare to the model-eliciting activity approach in mathematics?*”, International Journal for Mathematics Teaching and Learning, http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm (očitano 07. 12. 2009.).
29. Cobb, P. and Bauersfeld, H. (1995): *The emergence of mathematical meaning,* Erlbaum, Hillsdale, NJ.
30. Cohen, E. (1994): “*Restructuring the classroom: Conditions for productive small groups*”, Review of Educational Research, 64, 1, pp. 1-35.
31. Дејић, М. (1999): „*Психолошке и логичке основе почетне наставе математике*“, Настава и васпитање, бр. 3-4, Београд, стр. 310-325.
32. Дејић, М. (2000): *Методика наставе математике* (разредна настава), Универзитет у Крагујевцу, Крагујевац, Учитељски факултет у Јагодини, Јагодина.
33. Дејић, М. (2001): „*Аритметички задаци у разредној настави“,* Настава и васпитање, бр. 1, Београд, стр. 21-35.
34. Дејић, М. (2002): „*Анализа и објашњење садржаја наставног плана и програма математике у разредној настави“,* Настава и васпитање, бр. 3, Београд, стр. 166-184.
35. Дејић, М., Егерић, М. (2003): *Методика наставе математике*, Учитељски факултет у Јагодини, Јагодина.
36. Дејић, М. (2003): „*Заснивање теорије природних бројева и методичке импликације 1*“, Настава и васпитање, бр. 1, Београд, стр. 56-70.
37. Дејић, М. (2008): „*Неки аспекти образовања учитеља у области методике наставе математике“*, Настава и васпитање, бр. 2, Београд, стр. 136-149.

38. Дејић, М. (2008): „*Неки правци изучавања појма броја у почетној настави математике*", Педагошка стварност, бр. 3-4, Нови Сад, стр. 268-277.
39. Дејић, М., Егерић, М. (2010): Методика наставе математике, Учитељски факултет, Београд.
40. Dejic, M., Bandjur, V. & Mrdja, M. (2012): "*Interactive processing of measuring and measurements in the younger grades in primary schools*", Journal Plus Education, 1(8), Romanian Editorial Platform, pp. 100-116, na sajtu http://www.uav.ro/files/educatie/plus/15.pdf (Očitano: 26.05.2012.)
41. Ćurčić, M., Pikula, M. i Milinković, D. (2006): „*Interaktivno učenje u problemskoj nastavi*", Zbornik radova Učiteljskog fakulteta, Užice, br. 7, стр. 27-42.
42. Ђорђевић, Ј. (1979): *Савремени проблеми диференциране наставе*, Настава и васпитање, бр. 3, Београд.
43. Ђорђевић, Ј. (1981): *Савремена настава – организација и облици*, Научна књига, Београд.
44. Ђорђевић, Ј. (1990): *Интелектуално васпитање и савремена школа*, Свјетлост, Сарајево, Завод за уџбенике и наставна средства, Сарајево, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.
45. Ђурић, Ђ. (1998): „*Модели диференциране наставе*", у: Ђурић, Ђ.: *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања 2*, Учитељски факултет, Сомбор.
46. Egerić, M. (2000): *Praktikum metodike razredne nastave*, Učiteljski fakultet u Jagodini, Jagodina.
47. Egerić, M. (2002): *Metodička transformacija i modeli diferencirane nastave algebre u osnovnoj školi*, doktorska disertacija, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu.
48. English, L. D. (2002): *Handbook of international research in mathematics education*, Lawerence Erlbaum Associates, Mahwan, New Jersey, na sajtu http://books.google.rs/books?id=xYiJ_AW-s70C&pg=PA136&lpg=PA136&dq=Mathematics+Education:+Models+and+Processes&source=bl&ots=TKfxEEY08d&sig=94qCTOF1zhxpsyHli6PFE_J3DuI&hl=hr&sa=X&ei=FnZfUNCBJ8n1sgb7soAo&ved=0CDUQ6AEwAQ#v=onepage&q=Mathematics%20Education%3A%20Models%20and%20Processes&f=false (Očitano: 21.12. 2009).

49. Filipović, N. (1988): *Mogućnosti i dometi stvaralaštva učenika i nastavnika*, Svjetlost, Zavod za udžbenike, Sarajevo.
50. Fry, R. W. (1997): *Improve your memory* (3rd ed.), Kogan Page, New York, London.
51. Gagné, R. M. (1969): *Die Bedingungen des menschlichen Lernens*, Hannover.
52. Gardner, H. (1983): Frames of mind: *The theory of multiplr intelligences*, Basic Books, New York.
53. Gibbs, J. (1994): *A process for social development and cooperative learning,* Center Source Publications, Santa Rosa, CA.
54. Gillies, R. M. (2003): *"The behaviors, interactions, and perceptions of junior high school students during small-group learning",* Journal of Educational Psychology, Washington, DC, 95 (1), pp.137-147.
55. Gillies, R. M., & Ashman, A.F. (1996): *"Teaching collaborative skills to primary school children in classroom – based work groups"*, Learning and Instruction, 6, pp. 187 – 200.
56. Gillies, R.,M. & Ashman, F.,A (2000): *„The effects of cooperative learning on students with learning difficulties in the lower elementary school"*, Journal of special Education, 34(1), pp. 19-27.
57. Gillies, R., M. & Ashman, F., A. (1998): "*Behavior and interactions of children in cooperative groups in lower and middle elementary grades",* Journal of Educational Psychology, Washington, DC, 90, pp. 746-757.
58. Goss, B., and O'Hair, D. (1988): *Communicating in interpersonal relationships,* MacMillan New York.
59. Grant, W. (1997): *Resolving conflicts, How to turn conflict into co-operation*, Element Books, Rockport, MA.
60. Greenspan, S. I., and Benderly, B. L. (1997): *The growth of the mind and the endangered origins of intelligenc*e, Perseus Books, Reading, Massachusetts.
61. Grugnetti, L., & Jaquuet, F. (2005): "*A mathematical competition as a problem solving and a mathematical education experience",* Journal of Mathematical Behavior*, 24,* 373-384.
62. Haller, C. R., Gallagher, V. J., Weldon, T. L. & Felder, R. M. (2000): "*Dynamics of peer education in cooperative learning workgroup",* Journal of Engineering Education, 89(3), 285-293.

63. Herceg, D. (2007): *„Matematika i računari u školi“*, Tehnologija, informatika, obrazovanje, br.4, u: M. Danilović, S. Popov: Institut za pedagoška istraživanja Beograd: Centar za razvoj i primenu nauke, tehnologije i informatike Novi Sad, Prirodno matematički fakultet u Novom Sadu, Willy, Novi Sad, str. 664-667.
64. Herceg, D., Nedić, J. i Radeka, I., (2001): *„Kroz matematiku sa Mathematicom“*, Institute of Mathematics, Novi Sad.
65. Herceg, D. (2005): Ilustrovana zmajtematika: od I do IV za 5, Zmaj, Novi Sad.
66. Hirsch, E. D. Jr. (1996): *The schools we need and Why we don't have them,* New York, Doubleday.
67. Hertz-Lazarowitz, R. & Miller, N., (1992): *"Interaction in cooperative groups: The theoretical anatomy of group learning"*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, pp. 102-119.
68. Heymann, H. W. (1991): *"Innere Differenzierung im Mathematikunterricht",* In: Mathematik lehren, 49, s. 63-66
69. Hooper, S., Ward, T. J., Hannafin, M.J. & Clark, H.T. (1989): "*The effects of aptitude composition on achievement during small group learning",* Journal of Computer Based Instruction, 16(3), pp. 100-110.
70. Furner J. M. & Kumar D. (2007): *"The mathematics and science integration argument: A stand for teacher education",* Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, Teacher Education Math/Science Integration, **3**(3), pp. 185-189. http://www.ejmste.com/v3n3/EJMSTE_v3n3.pdf (očitano 07. 12. 2008.).
71. Ивић, И. Д., Пешикан, А. Ж., Јанковић-Антић, С. В., Кијевчанин, С. (1996): *Активно учење* - приручник за извођење кооперативног семинара примене активних метода у настави, Министарство просвете Републике Србије, Београд.
72. Ивић, И ,Пешикан, А. Ж. и Антић, С.(2001): *Активно учење*, Приручник за примену метода активног учења / наставе, Институт за психологију, Публикум, Београд. http://ponude.biz/knjige/i/Ivic,%20Pesikan,%20 Antic%20-%20Aktivno%20ucenje.pdf (Očitano: 3.7.2008.)
73. Janković, P. (2002): *Školska pedagogija*, Sombor: Učiteljski fakultet.
74. Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1989): *Cooperation and competition: Theory and research*, Interaction Book Company, Edina, MN.

75. Johnson, D.W., Johnson, R.T., Holubec E.J. (1992): *Advanced cooperative learning*, Interaction Book, Edina, MN.
76. Johnson, D. W., Johnson, R. T., and Johnson, Holubec, E. J (1993): *Cooperation in the classroom*, (6-th.ed.), Interaction Book, Edina, MN.
77. Johnson, D. W., Johnson, R. T., and Holubec, E.J. (1993): C*ircles of learning: Cooperation in the classroom* (4th ed.), Interaction Book, Edina, MN.
78. Johnson, D. W., Johnson, R. T. & Smith, K. A. (1998): *"Cooperative learning returns to college: What evidence is there that it works?",* Change, 30(4), pp. 26-35.
79. Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1999): "*Making cooperative learning work",* Theory Into Practice, 38(2), pp. 67-74
80. Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1999): *Learning Together and Alone*: *Cooperative, Competitive, and Individualistic Learning*, Allyn Bacon, Boston, MA.
81. Johnson, D. W., and Johnson, F. P. (2000): Joining together: *Group theory and group skills* (7-th.ed.), Allyn and Bacon, Boston.
82. Johnson, D. W., Johnson, F. P. & Stanne, M. (2001): "*Cooperative learning methods: Ameta-analysis",* na sajtu: www.clcrc.com/pages/cl-methods.html (Očitano 25. 01. 2005.)
83. Johnson, D. W. & Johnson, F.P. (2006): *Joining together: Group theory and group skills,* (9-th.ed.), Allyn & Bacon, Boston.
84. Jugović, J. (2004): "*Egzemplarna nastava",* Obrazovna tehnologija, br. 2, Beograd, str. 64-72.
85. http://hrcak.srce.hr/index.php?show=casopis&id_casopis=61, http://web.math.pmf.unizg.hr/glasnik/glascro.html (očitan: 12.7.2008)
86. http://www. wcer.wisc.edu/ncisla
87. http://www.ams.org/notices/200307/fea-cuoco.pdf, *Al Cuoco: "Teaching Mathematics in the United States*".
88. http://www.cimt.plymouth.ac.uk/, Centre for Innovation in Mathematics Teaching (CIMT)
89. http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ramirez.pdf, Miguel Cruz Ramírez, "*A Mathematical Problem–Formulating Strategy"*, (očitano 07. 12. 2008.).
90. http://www.ejmste.com/ (očitano 07. 12. 2007.).
91. http://www.fachportal-paedagogik.de/fis_bildung/suche/fis_set.html?FId=171634 (očitano 07. 12. 2008.).

92. http://www.jstor.org/stable/3482444 (očitano 07. 12. 2008.).
93. http://www.sciencedirect.com/ (očitano 07. 12. 2008.).
94. http://www.uazg.hr/metodika/2-3-a2.htm (očitano 10. 10. 2007.).
95. http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Prime_numbers.html (očitano 7. 7. 2008.).
96. Remillard, J. T & Bryans, M. B (2004): *"Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning"*, Journal for Recearch in Matematics Education, 5 (35), pp. 352-388.
97. Kagan, S. (1992): *Cooperative learning: Resources for teachers*, Resources for Teachers, San Juan Capistrano, CA.
98. Kagan, S. (1993): *Cooperative learning,* Kagan Cooperative Lerning, San Juan Capistrano, CA.
99. Kaufman, D. B., Felder, R. M. & Fuller, H. (2000): "*Accounting for individual effort in cooperative learning teams",* Journal of Engineering Education, 89(2), pp. 133-140.
100. Ковачевић, Ј. (2005): *„Аспекти интерактивне наставе*", Дефектолошки факултет, Београд, стр. 27-36.
101. Krappmann, L. & Oswald, H. (1985): "*Lektionen des Lernens im Schullandheim", (gedruckt; Zeitschriftenaufsatz)* Neue Sammlung, 25 (1), S. 83-95. http://www.fachportal-paedagogik.de/fis_bildung/fis_list.html?feldinhalt1=krappmann&feldname1=Freitext (očitano 09. 12. 2006.).
102. Krappmann, L. & Oswald, H. (1985): "*Schulisches Lernen in Interaktionen mit Gleichaltrigen*", In: Zeitschrift für Pädagogik, 31 (3), S. 321-337, na sajtu: http://www.fachportal-paedagogik.de/fis_bildung/suche/fis_set.html?FId=47451(Očitano: 9. 12. 2006).
103. Krkljuš, S. (1977): "*Rešavanje problema u eksperimentalnim uslovima i problemska nastava"*, Pedagoška stvarnost, Novi Sad, br. 6, str. 461-470.
104. Крнета, Д. (2003): „Промене у образовању и интерактивна настава", Настава, Републички педагошки завод, бр. 2, Бања Лука, стр. 11-32.
105. Кудрявцев, Л. Д. (1980): *Современная математике преподавание*, Москва.
106. Kvaščev, R (1980): *Sposobnosti za učenje i ličnost*, Beograd.
107. Kvaščev, R (1981): *Mogućnosti i granice razvoja inteligencije*, Beograd.

108. Lochner, R. H., & Matar, J. E. (1990): *Designing for Quality,* Productivity Press, Portland, OR.

109. Малиновић, Т., Малиновић – Јовановић, Н. (2002): *Методика наставе математике*, Учитељски факултет, Врање.

110. Мандић, Д. (2003): *Дидактичко-информатичке иновације у образовању*, Медиаграф, Београд.

111. Мандић, П., Мандић, Д. (1996): *Образовна информациона технологија*, Учитељски факултет, Београд, Учитељски факултет, Јагодина, Учитељски факултет, Ужице.

112. Марјановић, М. (1996): *Методика математике I*, Учитељски факултет, Београд.

113. Марјановић, М. (1996): *Методика математике*, Други дио, Учитељски факултет, Београд.

114. Markovac, J. (2001): *Metodika početne nastave matematike*, Školska knjiga, Zagreb.

115. Martin Wagenschein, na sajtu http://scholar.google.com/scholar?hl=sr&q=pedagog+martin+wagenschein+1952&btnG=%D0%9F%D1%80%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B8&as_ylo=&as_vis=0 (Očitano: 19. 10. 2008.).

116. Матејић, М. (1991): „*Методика наставе математике*“, у: Лекић, Ђ: Методика разредне наставе, Нова просвета, Београд.

117. McGill, I., and Beaty, L. (1998): *Action learning, A guide for professional, management and educational development,* Kogan Page Limited, London.

118. Mićanović, V. (2007): „*Modeli primene računara u početnoj nastavi matematike*“, Pedagoška stvarnost - časopis za školska kulturno-prosvjetna pitanja, br. 9-10, Savez pedagoških društava Vojvodine, Novi Sad.

119. Милијевић, С. (1999): “*Интерактивно учење у егземпларној или парадигматској настави”*, у: Сузић Н.: *Интерактивно учење*, Министарство просвјете Републике Српске, Бања Лука, стр. 133-148.

120. Милијевић, С. (2003): *Интерактивна настава математике*, Друштво педагога Републике Српске, Бања Лука.

121. Милинковић, Д. (2003): *„Моделски приступ диференцираној обради проблемских задатака“*, Норма, бр. 1, Учитељски факултет, Сомбор, стр. 143-154.

122. Minton, S. (1990): "*Quantitative results concerning the utility of explanation-biased learning",* Artifical Intelligence, 42, pp. 363-391.
123. Miščević-Kadijević, G. (2009): "*Kako dostići kvalitetno znanje*", u: Zbornik radova sa naučnog skupa: *Inovacije u osnovnoškolskom obrazovanju - vrednovanje*, Učiteljski fakultet, Beograd, str. 70-78.
124. Мрђа, М. (2002): *Диференциране инструкције у моделовању и решавању аритметичких проблема* – магистарски рад, Учитељски факултет, Сомбор.
125. Мрђа, М. (2003): „*Диференциране инструкције у обради текстуално-проблемски задатих модела једначина*", Српска вила, бр. 18, Просвјета, Бијељина, стр. 133-143.
126. Мрђа, М. (2003): *"Диференцирано моделовање и решавање проблемских задатака методом инверзије",* Норма, бр. 1, Учитељски факултет, Сомбор, стр. 155-166.
127. Mrđa, M., Petojević, A. i Petrović, N. (2007): „*Model integrisane nastave i fizičkog vaspitanja",* Pedagogija, br. 4, Beograd, str. 620-626.
128. Мрђа, М. (2008): „*Диференцирана помоћ ученицима у проблемском приступу интерактивној настави математике",* Норма, бр. 3, Педагошки факултет, Сомбор, стр. 105-120.
129. Mrđa, M., Petrović, N. (2010): „*Problemski pristup fleksibilnoj diferencijaciji interaktivne nastave matematike*", Norma, br. 1, Pedagoški fakultet, Sombor, str. 121 – 132.
130. Mulryan, C. (1994): „*Perceptions of intermediate students' cooperative small-group work in mathematics",* Journal of Educational Research, 87 (5), pp. 280-291.
131. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: author.
132. National Council of Teachers of Mathematics, na sajtu: http://www.nctm.org/ (2000): *Principles and standards of school mathematics,* Reston, VA: author.
133. Ничковић, Р. (1971): *Учење путем решавања проблема у настави*, Завод за издавање уџбеника, Београд.
134. Oakley, B., Felder, R. M., Brent, R. & Elhajj, I. (2004): "*Turing student groups into effective teams",* Journal of Student Centered Learning, 2(1), 9-34. Na sajtu:

http://www4.ncsu.edu/unity/lockers/users/f/felder/public/Papers/Oakley-paper%28JSCL%29.pdf (Očitano: 2. 3. 2008.).

135. O'Daffer, P. G. & Thornquist, B. A. (1993): "*Critical thinking, mathematical reasoning, and proof",* In *Research ideas for the classroom*, High school mathematics, Maxwell Macmillan Publishing International, London - New York, pp. 39-56.
136. Oksuz, C. (2008): "*Children's Understanding of Equality and the Equal Symbol",* Centre for innovation in mathematics teaching (CIMT), International Journal for Mathematics Teaching and Learning. http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/oksuz.pdf (očitano 07. 02. 2009.).
137. http://www.crlt.umich.edu/publinks/clgt_bestpractices
138. Oljača, M. (2001): *Self-koncept i razvoj*, Filozofski fakultet, Novi Sad.
139. Ortiz, A. E., Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1996): "*The effect of positive goal and resource interdependence on individual performance",* The Journal of Social Psychology, 136(2), 243-249.
140. *Pedagoški rečnik I* (1967): Zavod za izdavanje udžbenika Srbije, Beograd.
141. *Pedagoški rečnik II* (1967): Zavod za izdavanje udžbenika Srbije, Beograd.
142. Perić, R. (2005): "*Interaktivna nastava u praksi",* Pedagoška stvarnost, Novi Sad, br. 1-2, Novi Sad, str. 86-109.
143. Pešikan, A. Ž. i Ivić, I. (2000): "*Interaktivna nastava - aktivno učenje kao vid osavremenjavanja nastave"*, Nastava i vaspitanje, br. 1-2, Beograd, str. 160-170.
144. Петојевић, А. (2003): „*Иновације у настави математике*", Учитељски факултет, Норма, бр. 2-3, Сомбор, стр. 93-100.
145. Петровић, Н., Дејић, М. (1995): „*Један модел примене проблемске наставе у математици*", Норма, бр. 1, Сомбор ,стр. 12-17.
146. Петровић, Н., Дејић, М., (1995): „*Нумеричка математика у школској настави*", Норма бр. 2-3, Сомбор, стр. 3-10.
147. Петровић, Н. (1997): „*Модели диференциране наставе математике и успјех ученика*", у: Ђурић, Ђ.: *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања 1*, (зборник радова), Учитељски факултет, Сомбор.
148. Петровић, Н. (1998): „*Модели диференциране наставе аритметике*", у: Ђурић, Ђ.: *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефи-*

касности основног образовања 2, (зборник радова), Учитељски факултет, Сомбор.

149. Петровић, Н. (1999): *„Модели диференциране наставе математике и успјех ученика“*, у: Ђурић, Ђ.: *Особине ученика и модели диференциране наставе – чиниоци ефикасности основног образовања 3*, (зборник радова), Учитељски факултет, Сомбор.
150. Петровић, Н. (2001): *„Моделско-проблемски приступ у диференцирању и индивидуализовању почетне наставе математике“*, у: *Диференцијација и индивидуализација наставе – основа школе будућности* (зборник радова), Учитељски факултет, Сомбор.
151. Петровић, Н. (2001): *Математички проблеми у причама*, Д.О.О ЕДУКА, Нови Сад.
152. Петровић, Н. (2002): *Математички проблеми са пријемних испита за упис у средње школе*, Д.О.О ЕДУКА, Нови Сад.
153. Петровић, Н., Мрђа, М. и Ковачевић, П. (2004): *„Моделско - проблемски приступ настави математике“*, Норма, Учитељски факултет, Сомбор, стр. 111-121.
154. Petrović, N., Mrđa, M. (2005): *„Diferencirano poučavanje i problemskoj nastavi matematike“*, Pedagogija, br. 3, Beograd, str. 397-408.
155. Петровић, Н. (2005): *„Дидактичке аберације у формирању математичких појмова“*, Методичка пракса, бр. 1, Београд, стр. 14–25.
156. Петровић, Н., Пинтер, Ј.: (2006): *Методика наставе математике*, Универзитет у Новом Саду, Педагошки факултет, Сомбор.
157. Petrović, N., Mrđa, M. i Lazić, B. (2010): *„Modeli diferencirane interaktivne razredne nastave matematike“*, istraživački projekat: Savremena razredna nastava: od teorijskog znanja do profesionalnih kompetencija, (zbornik radova), Norma, br. 2, Pedagoški fakultet, Sombor, str. 211-227.
158. Piaget, J. (1968): *Psihologija inteligencije*, Nolit, Beograd.
159. Пинтер, Ј. (1997): *Математичко моделовање у почетној настави математике,* Универзитет у Новом Саду, Учитељски факултет, Сомбор.
160. Пинтер, Ј. (2001): *„Модели управљања диференцираном и индивидуализованом наставом у кибернетички оријентисаној настави математике“,* у:

Диференцијација и индивидуализација наставе – основа школе будућности (зборник радова), Учитељски факултет, Сомбор.

161. Polya, G. (1962): *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving, Volume I,* John Wiley and Sons, Inc, New York.
162. Polya, G. (1980): *Schule des Denkens,* Bern.
163. Првановић, С. (1974): *Методика наставе математике*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.
164. Prvanović, S. (1981): *Teorija i praksa savremenog matematičkog obrazovanja na usmerenom vaspitno-obrazovnom stepenu*, Veselin Masleša, Sarajevo.
165. Ramírez M. C. (2006): "*A mathematical problem–formulating strategy*", Centre for innovation in mathematics teaching (CIMT), International Journal for Mathematics Teaching and Learning, na sajtu: http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ramirez.pdf. (očitano 07. 12. 2008.).
166. Roeders, P. (2003): *Interaktivna nastava,* Filozofski fakultet - Institut za pedagogiju i andragogiju, Beograd.
167. Романо, Д. А. (2005): *„Диференцирана настава математике у основној школи*", у: *Информатика, образовна технологија и нови медији у образовању (зборник радова – књига 2)*, Учитељски факултет, Сомбор.
168. Ross, J. (1995): "*Effects of feedback on student behavior in cooperative learning groups in a Grade 7 math class*", The Elementary School Journal, 96, pp. 125-143.
169. Rubin, K. H. & Asendorpf, J. B. (1993): *"Social withdrawal, inhibition, and shyness in childhood: Conceptual and definitional issues",* In: K. H. Rubin & J. B. Asendorpf: *Socal Withdrawal, inhibition, and shyness in childhood*, Erlbaum, Hillsdale, NJ, pp. 3-17.
170. Рубинштајн, С. Л. (1981): *О мишљењу и путевима његовог истраживања*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд.
171. Russell, S. J. (2000): "*Developing computational fluency with whole numbers in the elementary grades",* In: Ferrucci, B. J. & Heid, M. K.: Millenium Focus Issue, Perspectives on Principles and Standards, The New England Math Journal, 2 (32)., Association of Teachers of Mathematics in New England, Keene, NH, pp. 40-54, na sajtu: http://investigations.terc.edu/library/bookpapers/comp_fluency.cfm

172. Shachar, H., & Sharan, S. (1995): "*Cooperative learning and organization of secondary schools*", School Effectiveness and School Improvement, 6, pp. 47-66.
173. Sharan, S. & Sharan, Y. (1992): *Expanding cooperative learning through group investigation*, Teachers College Press, New York.
174. Sharan, S. (1994). *Handbook of cooperative learning methods,* Greenwood Press, Westport, CT.
175. Sharan, S. (1990): *Cooperative learning: Theory and research*, Praeger, New York.
176. Skemp, R. (1975): *A* matematika tanulás *pszichológiája*, Gondolat, Budapest
177. Slavin, R. E. (1987): "*Developmental and motivational perspectives on cooperative learning: A reconciliation*", Child Development, 58, pp. 1161-1167.
178. Slavin, R. E. (1996): Research on cooperative learning and achievement: „*What we know, what we need to know*". Contemporary Educational Psychology, 21, pp. 43-69.
179. Slavin, R. E. & Madden N. A. (1989): „*Effective classroom programs for students at risk*", In: R.E. Slavin, N. L. Karweit & N.A. Madden: Effective programs for students at risk, Allyn and Bacon, Boston, pp. 23-51.
180. Slavin, R. E. (1992): *Research methods in education*, Allyn Bacon, Boston, MA.
181. Slavin, R. (1995): *Cooperative learning: Theory, research, and practice* (2nd ed.), Allyn and Bacon, Boston
182. Springer, L., Stanne, M.E. & Donovan. S. S. (1999): "*Effects of small-group learning on undergraduates in science, mathematics, engineering, and technology: a meta-analysis*", Review of Educational Research, 69(1), 21-51.
183. Stahl, R. J. (1994): *Cooperative learning in social studies,* A handbook for teachers, Addison and Wesley, Menlo Park, CA.
184. Stahl, R. J. (1995): ERIC Clearinghouse for Social Studies/Social Science Education Bloomington IN. "*The Essential Elements of Cooperative Learning in the Classroom"* ERIC Digest, na sajtu: http://www.ericdigests.org/1995-1/elements.htm (očitano 17.2.2010)
185. Stevens, R. & Slavin, R. (1995): "*The cooperative elementary school",* American Educational Research Journal, 32, pp. 321-351.
186. Сузић, Н. (1995): *Особине наставника и однос ученика према настави*, Народна и универзитетска библиотека, Бања Лука.

187. Сузић, Н. (1996): „*Значај интерперсоналних односа у настави*“, Педагошка стварност, бр. 5-6, Нови Сад, стр. 276-287.
188. Сузић, Н., Стојаковић, П., Илић, М., Бранковић, Д., Милијеви, С., Крнета, Д., Станојловић, С., Ђаковић, П., Бањац, М., Грбић, Ж. (1999): *Интерактивно учење*, Министарство просвјете Републике Српске и УНИЦЕФ канцеларија у Бањалуци, Бања Лука.
189. Сузић, Н. (2002): "*Ефикасност интерактивног учења у настави*: експериментална провјера", Образовна технологија, бр. 2, Београд, стр. 13-45.
190. Сузић, Н., Стојаковић, П., Бранковић, Д., Хартоп, Б., Фарел, Ш., Илић, М., Мандић, Д., Милијевић, С., Лукић, Д. (2003): *Интерактивно учење II – друго издање*, Teacher training centre, Триопринт, Бања Лука.
191. Suzić, N. (2003): "*Pojam i značaj interaktivnog učenja",* Nastava br. 1-2, str. 33–51, Banja Luka.
192. Suzić N. (2003): "*Promjene u sistemu obrazovanja*: zablude i skretanja", Obrazovna tehnologija, br. 1-2, Beograd, str. 1–15.
193. Suzić, N. (2004): "*Učenje učenja putem interakcije",* u knjizi: Interaktivno učenje IV – učenje učenja, TT-Centar, Banja Luka, str. 7-47.
194. Suzić, N. (2005): Pedagogija za XXI vijek, TT-Centar, Banja Luka.
195. Сузић, Н., Мандић, П., Ђорђевић, Ј., Матијевић, М. (2007): *Хрестоматија – иновације и примјена Пауер-поинта у настави,* ХБС, Бања Лука.
196. Ševkušić, S. (1995): "*Teorijske osnove i perspektive kooperativnog učenja"*, Zbornik instituta za pedagoška istraživanja, Beograd, br. 27. str. 138-157.
197. Шевкушић, С. (1998): "*Кооперативно учење као облик активирања ученика",* Настава и васпитање, бр.3, Београд, стр. 355-373.
198. Terwel, J., Gillies, R., van den Eden, P. & Hoek, D. (2001): "*Cooperative learning processes of students: A longitudinal multilevel perspective",* British Journal of Educational Psychology, Washington, DC, 71, pp. 619-649.
199. Тошић, Р., Шарић, М. (1998): *Млади математичар И* – збирка задатака за 3. 4. и 5. разред, Клуб математичара Архимедес, Нови Сад.
200. Тошић, Р. (1999): *Математичке игре*, Агенција Ваљевац, Ваљево.
201. Трнавац, Н., Ђорђевић, Ј. (1995): *Педагогија*, Научна књига, Београд.
202. Vedder, P. (1985): "*Cooperative Learning*: *A study on processes and effects of cooperation between primary school children",* Rijksuniversiteit Groningen, Netherlands.

203. Vermunt, J. D. & Verloop, N. (1999): *Congruence and friction between learning and teaching*. Learning and Instruction, 9, 257-280.

204. Vigotski, L.S. (1977): *Mišljenje i govor*, Nolit, Beograd.

205. Vigotsky, L. (1978): Mind in society: *The development pf hogher psychological processes,* Harvard University Press, Cambridge, MA.

206. Vilotijević, M. (1995): "*Evaluacija didaktičke efikasnosti nastavnog časa"*, Centar za usavršavanje rukovodilaca u obrazovanju, Beograd.

207. Vilotijević, M. (1999): *Didaktika III*, Naučna knjiga, Beograd.

208. Vud, E. (2008): *Trening uma,* treće izdanje, Babun, Beograd, na sajtu http://www.babun.net/images/stories/pdf/trening-uma.pdf

209. Vuković, V. (1998): *Savremeno učenje matematike*, Učiteljski fakultet u Jagodini, Jagodina.

210. Zech, F. (1999): *Grundkurs mathematikdidaktik - theoretische und praktische anleitungen für das lehren und lernen von mathematik*, Beltz Verlag - Weinheim und Basel.

211. Зељић, М. (2007): *Начини изражавања процедура и правила аритметике*, Учитељски факултет, Београд.

212. Webb, N. M. (1992): "*Testing a theoretical model of student interaction and learning in small groups*", In R. Hertz-Lazarowitz & N. Miller: *Interaction in cooperative groups: The theoretical anatomy of group learning*, Cambridge University Press, Cambridge, New York, pp. 102- 119.

213. Webb, N. M. & Farivar, S. (1994): "*Promoting helping behavior in cooperative small groups in middle school mathematics",* American Educational Research Journal, 31, 369-395.

214. Webb, N. M., Troper, J. D. & Fall, R. (1995): "*Constructive activity and learning in collaborative small groups",* Journal of Educational Psychology, Washington, DC, 87, pp. 406-423.

215. Webb, N. M. & Palincsar, A. S. (1996): "*Group processes in the classroom",* In: D.C. Berliner & R.C. Calfee: Handbook of Educational Psychology, Simon & Schuster MacMillan, New York, pp. 841-873.

PRILOZI

UČENICI 4. RAZREDA OSNOVNE ŠKOLE

Eksperimentalna grupa sa bodovima

redni broj	ime	prezime	odeljenje	učenici sa ocenom	inic. test	1. fin. test	2. fin. test
1	Dragan	Andrić	1	5 (odličan)	15	19	19
2	Lara	Savić	4	5 (odličan)	18	20	20
3	Ivana	Golijanin	1	5 (odličan)	16	17	19
4	Ognjen	Novaković	1	5 (odličan)	17	18	18
5	Anastasija	Orlić	1	5 (odličan)	18	19	20
6	Aleksandra	Vujević	1	5 (odličan)	16	19	18
7	Teodora	Barišić	2	5 (odličan)	20	20	20
8	Jefimija	Branković	2	5 (odličan)	18	19	20
9	Nela	Bulatović	2	5 (odličan)	13	18	20
10	Zorica	Ćuvurija	2	5 (odličan)	16	18	20
11	Nevena	Delić	2	5 (odličan)	20	20	20
12	Janja	Ogrizović	2	5 (odličan)	15	19	19
13	Nikola	Popović	2	5 (odličan)	12	20	20
14	Velimir	Stojakov	2	5 (odličan)	15	20	20
15	Jovana	Suzić	2	5 (odličan)	20	20	20
16	Aleksa	Vujnović	2	5 (odličan)	16	17	18
17	Nikolina	Bezbradica	3	5 (odličan)	15	16	15
18	Vanja	Blagojević	3	5 (odličan)	11	19	19
19	Aleksandar	Drakulić	3	5 (odličan)	15	16	17
20	Anja	Grgić	3	5 (odličan)	13	13	15
21	Ognjen	Mastelica	3	5 (odličan)	14	15	17
22	Vanja	Trkulja	3	5 (odličan)	11	15	17
23	Milana	Večerko	3	5 (odličan)	12	15	17
24	Petar	Balaša	5	5 (odličan)	12	18	19
25	Marija	Kostić	4	5 (odličan)	20	20	20
26	Aleksa	Kalajdžić	1	4 (vrlo dobar)	16	18	18
27	Filip	Mandić	1	4 (vrlo dobar)	14	18	19

redni broj	ime	prezime	odeljenje	učenici sa ocenom	inic. test	1. fin. test	2. fin. test
28	Srđan	Matijević	1	4 (vrlo dobar)	11	15	15
29	Srđan	Šubašić	1	4 (vrlo dobar)	10	16	17
30	Sara	Boca	2	4 (vrlo dobar)	18	20	20
31	Saša	Golić	2	4 (vrlo dobar)	18	19	19
32	Milica	Nenadić	2	4 (vrlo dobar)	10	16	17
33	Luka	Veniger	2	4 (vrlo dobar)	13	17	18
34	Stefan	Veselinović	2	4 (vrlo dobar)	14	17	18
35	Stefan	Čapo	3	4 (vrlo dobar)	16	17	19
36	Damir	Duvić	3	4 (vrlo dobar)	9	12	12
37	Sunčica	Janus	3	4 (vrlo dobar)	16	17	15
38	Vladimir	Lukić	1	4 (vrlo dobar)	11	15	17
39	Aleksa	Dragić	3	4 (vrlo dobar)	13	14	14
40	Andreja	Kustura	4	4 (vrlo dobar)	15	14	18
41	Jovan	Medić	4	4 (vrlo dobar)	10	17	17
42	Nemanja	Mladenović	4	4 (vrlo dobar)	19	20	20
43	Miloš	Soldat	4	4 (vrlo dobar)	12	18	19
44	Kristina	Tešić	4	4 (vrlo dobar)	15	19	19
45	Marko	Filipović	4	4 (vrlo dobar)	17	19	20
46	Mirjana	Dinov	1	3 (dobar)	13	16	18
47	Tijana	Drvar	1	3 (dobar)	12	17	18
48	Vladan	Šveljo	1	3 (dobar)	10	15	16
49	Boris	Timčer	1	3 (dobar)	11	11	14
50	Natalija	Čubrilo	2	3 (dobar)	14	15	14
51	Anja	Tomašević	2	3 (dobar)	15	14	13
52	Luka	Vojnović	2	3 (dobar)	14	13	14
53	Nikola	Zorić	2	3 (dobar)	10	15	16
54	Vukašin	Rajc	3	3 (dobar)	15	15	15
55	Milan	Baštinac	4	3 (dobar)	12	13	15
56	Aca	Drača	4	3 (dobar)	8	15	17
57	Ivona	Kiš	4	3 (dobar)	13	15	16
58	Predrag	Miljanović	4	3 (dobar)	14	16	17
59	Milica	Vulin	4	3 (dobar)	15	16	14
60	Stefan	Zambo	4	3 (dobar)	9	14	15

Kontrolna grupa sa bodovima

redni broj	ime	prezime	odeljenje	učenici sa ocenom	inic. test	1. fin. test	2. fin. test
61	Ivan	Božić	2	5 (odličan)	16	13	17
62	Lazar	Jovanović	3	5 (odličan)	15	12	12
63	Ana	Parčetić	2	5 (odličan)	16	17	19
64	Dimitrije	Kovačević	3	5 (odličan)	12	12	12
65	Nikola	Dujčik	3	5 (odličan)	15	12	13
66	Luka	Jokić	2	5 (odličan)	16	18	19
67	Aleksandra	Dragić	3	5 (odličan)	12	14	7
68	Jovana	Kljajić	2	5 (odličan)	20	17	18
69	Vladimir	delija	3	5 (odličan)	16	15	14
70	Tamara	Kaić	2	5 (odličan)	20	17	18
71	Mihajlo	Vujčić	2	5 (odličan)	20	19	20
72	Karolina	Bošković	2	5 (odličan)	15	12	18
73	Pavle	Kovčin	2	5 (odličan)	16	14	15
74	Kristijan	Kolar	3	5 (odličan)	12	13	16
75	Mihajlo	Prodan	3	5 (odličan)	14	12	13
76	Luka	Draško	3	5 (odličan)	12	12	15
77	Ksenija	Kurel	3	5 (odličan)	13	12	15
78	Iva	Pavlović	3	5 (odličan)	14	14	15
79	Nikola	Dmitrašinović	1	5 (odličan)	17	20	15
80	Nikolina	Dukić	3	5 (odličan)	15	12	13
81	Luka	Sič	4	5 (odličan)	14	20	20
82	Andreja	Terzić	4	5 (odličan)	14	19	14
83	Anđela	Tojagić	4	5 (odličan)	18	20	19
84	Miloš	Spasojević	4	5 (odličan)	16	20	18
85	Sara	Hourani	2	5 (odličan)	20	20	20
86	Nina	Popović	3	4 (vrlo dobar)	11	10	12
87	Marko	Kostić	4	4 (vrlo dobar)	13	16	17
88	Sergej	Ikač	2	4 (vrlo dobar)	17	12	13
89	Miloš	Keskenović	2	4 (vrlo dobar)	16	15	15
90	Zorica	Lugumrski	3	4 (vrlo dobar)	11	10	12
91	Nikola	Vemić	4	4 (vrlo dobar)	15	18	18
92	Valentin	Matin	4	4 (vrlo dobar)	18	13	15

redni broj	ime	prezime	odeljenje	učenici sa ocenom	inic. test	1. fin. test	2. fin. test
93	Sara	Opačić	2	4 (vrlo dobar)	16	16	18
94	Aleksandra	Rajak	4	4 (vrlo dobar)	14	20	15
95	Valentina	Krempatić	2	4 (vrlo dobar)	17	14	15
96	Isidora	Berleković	4	4 (vrlo dobar)	14	18	16
97	Žarko	Mirosavljević	4	4 (vrlo dobar)	14	18	18
98	Kristina	Rajak	4	4 (vrlo dobar)	12	17	13
99	Nikola	Milićević	4	4 (vrlo dobar)	18	11	13
100	Stefan	Satmari	2	4 (vrlo dobar)	10	9	11
101	Milica	Dereta	3	4 (vrlo dobar)	12	10	10
102	Stefan	Kličković	4	4 (vrlo dobar)	13	18	19
103	Željka	Radić	4	4 (vrlo dobar)	11	14	16
104	Nemanja	Svrkota	3	4 (vrlo dobar)	14	7	8
105	Predrag	Meri	2	4 (vrlo dobar)	11	10	7
106	Biljana	Topalov	2	3 (dobar)	9	10	9
107	Aleksandar	Uzelac	4	3 (dobar)	14	19	20
108	Stipa	Fratrić	2	3 (dobar)	20	12	12
109	Nikolina	Đukić	2	3 (dobar)	17	10	12
110	Marko	Stanojević	4	3 (dobar)	11	16	16
111	Đorđe	Madić	2	3 (dobar)	11	13	8
112	Ana	Marjanović	4	3 (dobar)	17	14	14
113	Jelena	Vukelić	4	3 (dobar)	10	15	15
114	Milana	Grkinjić	4	3 (dobar)	11	15	16
115	Milan	Radovanović	2	3 (dobar)	15	13	13
116	Anja	Žužić	3	3 (dobar)	9	10	11
117	Vaso	Blagojević	2	3 (dobar)	12	9	9
118	Vlada	Periškić	3	3 (dobar)	12	8	10
119	Ivan	Nikolić	3	3 (dobar)	8	8	8
120	Mirela	Nikolič	3	3 (dobar)	9	10	14

Inicijalni test

ZADACI INICIJALNOG TESTA

Ponavljanje gradiva trećeg razreda

Ime i prezime: ______________________

Ocena iz Matematike na kraju trećeg razreda: ______

Škola: ______________________

Razred i odeljenje: ______________________

Uputstvo za rad

Na ovom testu ćeš rešavati različite zadatke koje možeš rešavati na osnovu znanja iz matematike stečena u III razredu.

Pažljivo pročitaj svaki zadatak, uoči i podvuci ili zapiši značajne podatke. Zatim pokušaj da se setiš sličnih zadataka koje si rešavao prošle školske godine i pokušaj da sačiniš plan za njegovo rešavanje.

Kada uradiš onako kako ti je savetovano, a rešavanje zadatka ti se učini suviše teškim, pređi na sledeći. Trudi se da ti ostane vremena da se možeš vratiti i pokušati ponovo da rešiš one zadatke koje si preskočio.

1. Dopuni:

246	dvesta četrdeset šest
	osamsto dvadeset tri
	četristo osam
	devetsto pedeset

614	šesto četrnaest
171	
207	
309	

2. Napiši date brojeve u obliku zbira

	S	D	J
200 + 60 + 8	2	6	8
$5 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 4$			
$8 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1$			
900 + 10 + 0			

3. Napiši:
   a. Najmanji i najveći broj treće stotine

   _______ i _______

   b. Najmanji i najveći broj pete stotine

   _______ i _______

4. Miloš je zamislio trocifren broj čija je cifra desetica 4, cifra jedinica je dva puta veća od cifre desetica, a cifra stotina je za 3 manja od cifre jedinica. Koji je broj Miloš zamislio?

   Izraz: ____

   Odgovor: ____

5. Izračunaj:

   a) $\begin{array}{r} 276 \\ \underline{+\ 409} \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 732 \\ \underline{-576} \end{array}$

   $237 \cdot 4$ $612 : 6 =$

6. Sastavi izraz i izračunaj njegovu vrednost:
   a. Od proizvoda brojeva 89 i 7 oduzmi količnik brojeva 328 i 8

   ____

   ____

   b. Količniku brojeva 880 i 5 dodaj proizvod brojeva 32 i 8

   ____

   ____

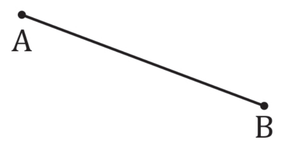
7. Odredi vrednost izraza:
   a. $820 - 107 \cdot 5 =$ ______________________________
   b. $(354 + 426) : 6 + 624 : 3 =$ ______________________

8. Izrazi:

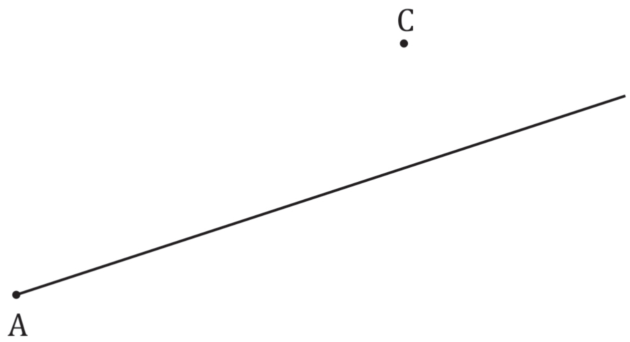
   1 km = _______ m 3 h = _______ min 4 l 8 dl = _______ dl

   1 000 g = _______ kg 2 hl = _______ l 2 m 9 cm = _______ cm

9. Duž AB je stranica kvadrata. Nacrtaj taj kvadrat i izračunaj njegov obim.

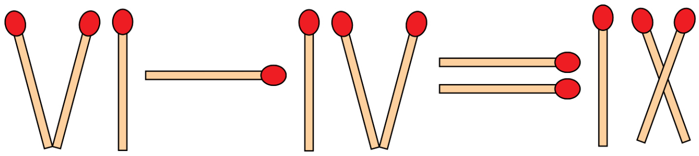


10. Nacrtaj pravougaonik ABCD čija je jedna stranica deo poluprave prikazane na slici. Izmeri potrebno i izračunaj obim pravougaonika ABCD.



Dodatni zadaci:

11. Premesti jednu šibicu, tako da se dobije tačna jednakost:



12. Pomoću šest cifara 4, zagrada i simbola računskih operacija napravi broj 100.

1. finalni test

TEST IZ MATEMATIKE

DATUM: 4.6.2010.

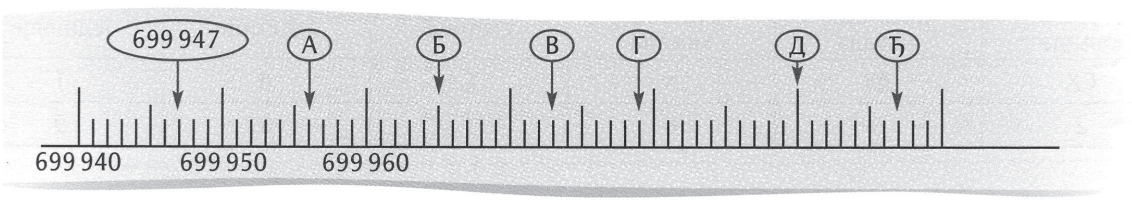
Ime i prezime: ______________________

Škola: ______________________

Razred i odeljenje: ______________________

Na ovom testu ćeš rešavati zadatke na osnovu znanja iz matematike koja si stekao u I polugodištu. Pažljivo pročitaj svaki zadatak, uoči i podvuci značajne podatke ili ih zapiši u prostoru predviđenom za taj zadatak. Zatim pokušaj da se setiš sličnih zadataka, koje si ranije rešavao i pokušaj da sačiniš plan na osnovu kojeg ćeš rešiti zadatak. Kada uradiš onako kako ti je savetovano, a rešavanje zadatka ti se učini suviše teškim, pređi na sledeći. Trudi se da ti ostane dovoljno vremena, kako bi mogao ponovo pokušati da rešiš one zadatke koje prethodno nisi uspeo da rešiš.

1. Zapiši brojeve sa dela brojne poluprave (prethodno dopiši brojeve koji se završavaju nulom).
   A ______, B ______, V ______, G ______, D ______, Đ ______



2. Jovan je zamislio šestocifren broj čija je cifra stotina hiljada 5, cifra desetica hiljada za 3 manja od cifre stotina hiljada, cifra desetica dva puta veća od cifre destice hiljada, a ostale cifre su 0.
   Zapiši zamišljen broj ciframa ____________.
   Zapiši zamišljen broj rečima: ______________________

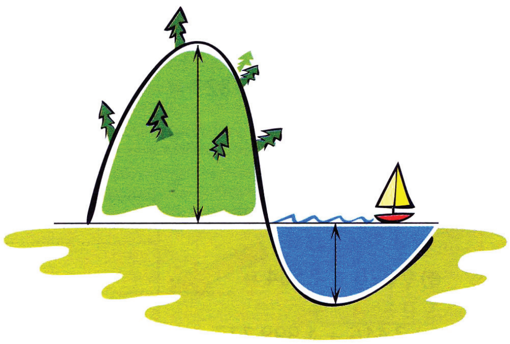
3. Dopiši brojeve u obeležavanju niza neparnih brojeva: 1, 3, ___, ___, ___, ..., 101, ___, ___, ___, ... Rečima zapiši koliko takvih brojeva ima.

4. Uoči pravila i popuni prazna mesta:

a)	120.000	220.000		420.000		
b)	2.324.509	2.324.519			2.324.549	

5. Površina travnjaka u školskom dvorištu je 72 a 54 m^2. Domar je travnjak kosio praveći 5 pauza. Ako je pre i posle svake pauze pokosio jednaku površinu, koliko ona iznosi?

6. Najdublja izmerena tačka u Jadranskom moru je 1.223 m. Najviši vrh u Srbiji je Đeravica, visoka 2.655 m. Kolika je visinska razlika između te dve tačke?



Odgovor: ____

7. Od najvećeg četvorocifrenog broja čiji je zbir cifara 3 oduzmi najmanji četvorocifren broj čiji je zbir cifara 2.

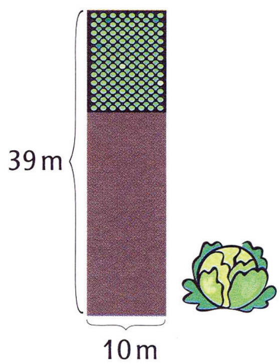
____

____

8. Na trećini njive čije su dimenzije date na slici, nalazi se bašta. Na svakom kvadratnom metru u bašti nalazi se 6 glavica kupusa.

a) Kolika je površina bašte? ______________

b) Koliko ukupno ima glavica kupusa? ______________



9. Ako je a – b = 40.000, izračunaj:

   (a + 8.459) – b =

   a – (b + 2.300) =

10. Miloš je zamislio neki broj. Kada je taj broj oduzeo od broja 40, dobio je razliku veću od 32. Koje je brojeve Miloš mogao da zamisli?

    ____

    ____

    ____

11. Emilija je zamislila neki broj. Od tog broja je oduzela 20 i dobila razliku manju od 6. Koje je brojeve mogla da zamisli Emilija?

    ____

    ____

    ____

    ____

12. Ako Tanja kupi 5 istih ukrasa za jelku ostaće joj 100 dinara. Za kupovinu 8 tih ukrasa nedostaje joj 20 dinara. Koliko košta jedan ukras za jelku? Koliko novca ima Tanja?

    ____

    ____

    Odgovori: ________________________________

2. finalni test

TEST IZ MATEMATIKE

DATUM: 9.6.2010.

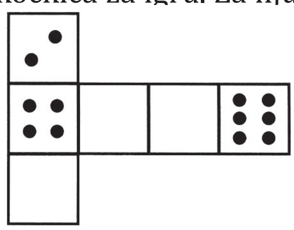
Ime i prezime: ______________________________

Škola: ______________________________

Razred i odeljenje: ______________________________

Na ovom testu ćeš rešavati zadatke na osnovu znanja iz matematike koja si stekao u II polugodištu. Pažljivo pročitaj svaki zadatak, uoči i podvuci značajne podatke ili ih zapiši u prostoru predviđenom za taj zadatak. Zatim pokušaj da se setiš sličnih zadataka, koje si ranije rešavao i pokušaj da sačiniš plan na osnovu kojeg ćeš rešiti zadatak. Kada uradiš onako kako ti je savetovano, a rešavanje zadatka ti se učini suviše teškim, pređi na sledeći. Trudi se da ti ostane dovoljno vremena, kako bi mogao ponovo pokušati da rešiš one zadatke koje prethodno nisi uspeo da rešiš.

1. Na slici je predstavljena mreža površi kocke. To je kockica za igru. Za nju važi sledeće pravilo: zbir brojeva tačaka na naspramnim stranama kocke je uvek 7. Docrtaj tačke na mreži u skladu sa navedenim pravilom.



2. Koliko kvadratnih decimetara kartona sadrži kutija oblika kvadra čija je dužina 5 dm, širina 30 cm i visina 20 cm.

   ____

   Odgovor: ______________________________.

3. Uoči pravilo i upiši broj u prazno polje:

   15.873 · 7 = 111.111 Proveri računanjem.

   15.873 · 14 = 222.222

   15.873 · 21 = 333.333

   15.873 · $\boxed{}$ = 444.444

4. Kojim prostim brojevima je deljiv broj 210?

____

Odgovor: _____________________________________

5. Ispod slika naših velikih matematičara date su godine rođenja i smrti rimskim ciframa. Napiši te godine arapskim ciframa.

Mihailo Petrović Alas: __________; Milutin Milanković: ___________

Mihailo Petrović Alas
MDCCCLXVIII–MCMXLIII

Milutin Milanković
MDCCCLXXIX–MCMLVIII

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

6. Na 38 ha požnjeveno je 183.160 kg kukuruza. Koliki je prinos kukuruza po jednom hektaru?

Odgovor: ____

____

7. Jedan avion za 2 časa potroši 25.200 l goriva. Koliko litara goriva troši taj avion za 1 minut vožnje?

Odgovor:

____

____

____

8. Ako je a · b = 3.600, izračunaj:

(a **: 10**) · b =

a · (b **· 10**) =

(a · **2**) · (b · **4**) =

(a : **4**) · (b : **2**) =

9. Zbir brojeva većih od 9.876 i manjih od 9.880, umanjen za 23.001, umanji 3 puta. Pravilno zapiši izraz i izračunaj.

____

____

10. Tri sveske i tri olovke koštaju 639 dinara. Sveska je dva puta skuplja od olovke. Koliko košta olovka, a koliko sveska?

Izraz za cenu olovke: ____

Izraz za cenu sveske:__________

Izraz za ukupnu cenu svesaka i olovaka:

Jednačina i njeno rešavanje:

____

Odgovor: ______________________________

____

11. Obim točka na biciklu iznosi 25 dm. Koliko puta točak može da se okrene, a da bicikl pređe manje od 16 m? Odredi skup svih rešenja.

{0, __________________________________}

12. Jedan automobil ima masu 3/4 t, a drugi automobil 749 kg. Koji automobil, prvi ili drugi, ima veću masu?

____

____

Odgovor: ________________________

____

BIOGRAFIJA AUTORA

Mirela Mrđa rođena je 03. marta 1978. godine u Kneževu, opština Beli Manastir, Republika Hrvatska. U Belom Manastiru je 1992. godine završila osnovnu školu, a gimnaziju, prirodno matematički smer, 1996. godine. Iste godine upisala se na Učiteljski fakultet u Somboru, a diplomirala u junskom roku 2000. godine, sa prosečnom ocenom 8,58 i odbranila diplomski rad sa ocenom 10. Magistarske studije na Učiteljskom fakultetu u Somboru upisala je školske 2000/2001 godine, smer Metodika nastave matematike, koje je završila sa prosečnom ocenom 9,83. Magistarsku tezu „Diferencirane instrukcije u modelovanju i rešavanju aritmetičkih problema" odbranila je 05. februara 2003. godine. Prijava doktorske disertacije pod nazivom „Interaktivna nastava matematike u mlađim razredima osnovne škole" prihvaćena je na Učiteljskom fakultetu u Beogradu krajem 2009. godine.

Na Učiteljskom fakultetu u Somboru zasnovala je radni odnos januara 2003. godine, kao asistent pripravnik, a 01. oktobra 2003. godine izabrana je u zvanje asistenta iz uže naučne oblasti Metodika nastave matematike. Na tom radnom mestu i danas radi.

Služi se engleskim jezikom.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Мирела Мрђа

број индекса ______________________

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Интерактивна настава математике у млађим разредима основне школе

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 29. IV 2013.

Мирела М.

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Мирела Мрђа

Број индекса ______

Студијски програм ______

Наслов рада Интерактивна настава математике у млађим разредима основне школе

Ментор проф. др Мирко Дејић

Потписани/а Мирела Мрђа

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 29. IV 2013.

Мирела

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Интерактивна настава математике у млађим разредима основне школе

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 29. IV 2013.