

UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Đorđe I. Baljuzović

**UKLANJANJE ŠUMA SA VIŠEKANALNIH SLIKA
BAZIRANO NA STATISTIČKIM FUNKCIJAMA
DUBINE**

doktorska disertacija

Beograd, 2012

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Đorđe I. Baljzović

**NOISE REMOVAL FROM MULTI-CHANNEL
DIGITAL IMAGES BASED ON STATISTICAL
DEPTH FUNCTIONS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2012

Mentor:

- prof. dr Branko Kovačević, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

Članovi komisije:

- prof. dr Miodrag Popović, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet
- prof. dr Gradimir Milovanović, redovni profesor, Matematički institut SANU, dopisni član SANU
- prof. dr Stevica Graovac, docent, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet
- prof. dr Milan Merkle, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

Datum odbrane: . .2012.god.

Zahvalnica

Autor ove teze bi želeo da se zahvali Dr. M. Emre Celebi-ju na dostavljenim *source code*-ovima i programima za 25 najvažnijih i trenutno najviše korišćenih filtera za uklanjanje šuma sa višekanalnih slika sa kojima je upoređivan predloženi filter, kao i anonimnim recenzentima u časopisima *Journal of Electronic Imaging* i *IET Image Processing* na njihovim veoma korisnim predlozima vezanim za literaturu koji su omogućili znatno poboljšanje kvaliteta ovih istraživanja.

Naslov: Uklanjanje šuma sa višekanalnih slika bazirano na statističkim funkcijama dubine

Rezime: U ovoj doktorskoj disertaciji biće predstavljen novi metod za uklanjanje šuma iz višekanalnih digitalnih slika zasnovan na funkcijama statističke dubine, preciznije izmenjenoj verziji DEEEPLOC algoritma predstavljenog u radu A. Struyf i P.J. Rousseeuw (*Comp. Stat. & Data Analysis* **34**, 415-426 (2000)) za izračunavanje približne vrednosti poluprostorne (Tukey-eve) najdublje lokacije (medijane) u višedimenzionalnom slučaju. Zbog svoje inherentne višedimenzionalne prirode, predstavljeni metod eliminiše šum istovremeno na svim kanalima slike bez njihovog razdvajanja, čime održava spektralnu korelaciju između kanala u višekanalnoj slici. Rezultati otklanjanja šuma primenom predstavljenog filtera prostornog domena na standardnim slikama za testiranje pokazuju bolje performanse ovog filtera u odnosu na trenutno najpriznatije i najviše korišćene filtere za otklanjanje impulsnih i mešovitih šumova u višekanalnim slikama u smislu objektivnih kriterijuma efektivnosti (odnosa vršnih vrednosti signala i šuma (PSNR), srednje apsolutne greške (MAE) i normalizovanih udaljenosti boja (NCD)), kao i vizuelnog kvaliteta. Predstavljeni filter uspešno održava ivice i fine detalje na slikama, i veoma je efektivan za otklanjanje srednjih i jakih višekanalnih šumova.

Ključne reči: robusna statistika, višedimenzionalna medijana, računaska geometrija, digitalna slika, otklanjanje šuma, impulsnii šum, mešoviti šum, nelinearni filter, filter prostornog domena, restauracija slike

Naučna oblast: Elektrotehnika

Uža naučna oblast: Signali i sistemi

UDK broj: 621.3

Title: Noise removal from multi-channel digital images based on statistical depth functions

Résumé/Abstract: *In this doctoral dissertation a novel method is proposed for removing noise from multi-channel digital images based on statistical depth functions, or more precisely an adapted version of the DEEPLOC algorithm introduced by A. Struyf and P.J. Rousseeuw (Comp. Stat. & Data Analysis 34, 415-426 (2000)) for calculation of approximate halfspace (Tukey's) deepest location (median) in multivariate case. Due to its intrinsic multivariate/multidimensional nature, the proposed method eliminates the noise simultaneously on all channels without their separation, which preserves the spectral correlation between channels in a multi-channel image. Denoising results of this new non-linear spatial domain filter applied to benchmark images outperform currently used state-of-the-art filters for impulse and mixed noise removal from multi-channel images in terms of both objective effectiveness criteria (peak-signal-to-noise-ratio (PSNR), mean absolute error (MAE) and normalised colour distance (NCD)) and visual quality. Proposed filter successfully preserves the edges and fine image details, and is very effective for removal of medium and heavy multi-channel noise.*

Keywords: robust statistics, multivariate median, computational geometry, digital image, noise removal, impulse noise, mixed noise, non-linear filter, spatial domain filter, image restoration

Scientific field: Electrical engineering

Narrow scientific field: Signals and automated systems

UDC number: 621.3

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Pronalaženje i izračunavanje višedimenzionalne poluprostorne medijane	8
2.1. Funkcija poluprostorne dubine i višedimenzionalna medijana zasnovana na funkciji poluprostorne dubine.....	8
2.2. Pronalaženje najdublje lokacije pomoću <i>DEEPLOC</i> algoritma.....	12
3. Predloženi algoritam za otklanjanje šuma.....	17
4. Eksperimentalni rezultati i njihova analiza	20
4.1. Impulsni šum	20
4.2. Mešoviti šum.....	57
5. Zaključak	73
Literatura	75
Prilog 1: Pseudokod <i>DEEPLOC</i> algoritma.....	81

1. Uvod

Uklanjanje jednokanalnog (monohromatskog) i višekanalnog (kolor) šuma sa digitalnih slika je još uvek jedan od najbitnijih i najizazovnijih problema u procesiranju slika pošto šum kvari kvalitet skoro svih slika. Glavni cilj svih algoritama za otklanjanje šuma je smanjenje nivoa šuma i očuvanje detalja i karakteristika slike, kao što su ivice, teksture, boje i sl. Poreklo šuma na slikama je raznorodno: od nesavršenosti senzora i prenosnika signala do fizičkih ograničenja senzora [41]. Mnogi metodi, odnosno algoritmi, su do danas predstavljeni u literaturi koji se odnose na rekonstrukciju slika i uklanjanje višekanalnog (kolor) i jednokanalnog (monohromatskog) šuma sa digitalnih slika, i svaki od njih ima svoje pretpostavke, prednosti i ograničenja.

Šum na digitalnim slikama se obično klasifikuje u tri glavne kategorije: impulsni šum, aditivni šum, i multiplikativni šum.

Impulsni šum se karakteriše delom piksela na kojima se pojavljuje šum, i drugim delom piksela na kojima se šum uopšte ne pojavljuje. Različiti modeli impulsnog šuma su predloženi u literaturi [9], a tipični primeri su impulsni šumovi sa fiksnim vrednostima (*salt-and-pepper*¹) i šumovi sa promenljivim, odnosno slučajnim vrednostima (*random-valued*²). Impulsni šum u najvećem broju slučajeva nastaje usled neispravnih piksela na sensorima kamera, hardverskih kvarova na memorijskim čipovima, električnih smetnji (kao što su munje) i operacija visoko-naponske mašinerije koja kvari signal koji se prenosi [9,13,41].

Aditivni šum dodaje vrednosti iz određene verovatnosne raspodele (na primer, uniformne ili Gauss-ove) svakom pikselu na slici. Aditivni Gauss-ov monohromatski (beli) šum nije spektralno korelisan, što znači da je svaki piksel nezavisan i ima identičnu Gauss-ovu raspodelu verovatnoće. Šum ima

¹ Doslovni prevod na srpski jezik *so-i-biber* neće biti korišćen u tekstu

² Doslovni prevod na srpski jezik *slučajno-vrednosni* neće biti korišćen u tekstu

neprekidan, uniforman frekventni spektar u određenom frekventnom opsegu, i obično potiče od operacionih pojačavača i njegovih otporničkih kola [13,41].

Zbog menjanja intenziteta šuma sa intenzitetom signala (npr. u slučaju *speckle*³ šuma), multiplikativni šum predstavlja najproblematičniju kategoriju za uklanjanje šuma [13,15].

Pošto je predloženi algoritam za uklanjanje šuma sa višekanalnih digitalnih slika univerzalan i ne zavisi od prirode šuma, rezultati će biti predstavljeni za:

1. Dve najpoznatije vrste višekanalnog impulsnog šuma: *salt-and-pepper* šum sa fiksnim vrednostima šuma na pikselima, i *random-valued* šum sa slučajnim vrednostima šuma na pikselima [2].
2. Mešoviti šum koji predstavlja mešavinu impulsnog (u ovom slučaju *salt-and-pepper*) šuma i aditivnog Gauss-ovog višekanalnog šuma (*additive colour Gaussian noise* ili skraćeno ACGN), koji se i najčešće javlja u praksi [3]. Raspodela aditivnog Gauss-ovog višekanalnog šuma će imati vrednost matematičkog očekivanja jednaku nuli i poznate varijanse za svaki od kanala, odnosno $n_{r,g,b} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{r,g,b}^2)$. Za mešoviti šum koji predstavlja mešavinu *random-valued* i ACGN šuma se dobijaju slični rezultati.

Za razliku od monohromatskog šuma, kod višekanalnih šumova su različiti kanali međusobno korelisani, tako da nekoherentnost jednog kanala na slici ima veću vrednost pojavljivanja u najmanje jednom od preostalih kanala.

Filteri za otklanjanje šuma se obično klasifikuju u dve velike kategorije: filtere prostornog i filtere transformacionog domena [13,41].

Filteri transformacionog domena bazirani na diskretnoj kosinusnoj transformaciji (DCT), i pre svega, diskretnoj *wavelet*⁴ transformaciji (DWT) su veoma široko izučavani u literaturi za uklanjanje (aditivnog) Gauss-ovih tipova

³ U stručnoj literaturi na srpskom jeziku se ne koristi prevod za ovaj termin

⁴ U stručnoj literaturi na srpskom jeziku se ne koristi prevod za ovaj termin

šuma [11,14,42,46,51,52]. Njihova primena na uklanjanje impulsnog šuma je veoma ograničena, ali je dokazana njihova efikasnost u otklanjanju ACGN-a, pošto DWT obezbeđuje dobru vremensko-frekventnu analizu signala, sa neredundantnim predstavljanjem signala i optimalnim prestavljanjem singulariteta [52].

Međutim, DWT ima nekoliko veoma bitnih ograničenja: oscilacije, *alias*-efekat (*aliasing*⁵), vremensku promenljivost (*shift-variance*⁶), slabu direkcionalnost, i odsustvo informacije o fazama [52]. Odsustvo vremenske nepromenljivosti (*shift-invariance*) i selektivnost po pravcima utiče na kvalitet uklanjanja šuma, što rezultuje u dobrim performansama DWT filtera samo za niske vrednosti intenziteta (Gauss-ovog) šuma [51,52].

Rezultati uklanjanja šuma pomoću filtera prostornog domena su daleko kvalitetniji tako da rezultatne slike sa otklonjenim šumom imaju manje artifakata, što je ujedno i njihova najveća prednost. Sa druge strane, algoritmi na kojima se baziraju filteri prostornog domena su daleko zahtevniji po pitanju memorijskih resursa i izračunavanja od onih zasnovanih na DWT-u, pogotovo u slučajevima uklanjanja šuma sa višekanalnih slika. Filteri prostornog domena se dele u dve velike podgrupe: linearne i nelinearne prostorno domenske filtere [13].

Linearni filteri sa filterskom maskom M veličine $w_{mask} \times h_{mask}$ primenjeni na sliku I čija je veličina $W \times H$ se mogu opisati sledećim izrazom [13,15]:

$$result_I(x, y) = \sum_{s=-\frac{w_{mask}}{2}}^{\frac{w_{mask}}{2}} \sum_{t=-\frac{h_{mask}}{2}}^{\frac{h_{mask}}{2}} M(s, t) * I(x + s, y + t) \quad (1)$$

Drugim rečima, ovi filteri su zasnovani na pokretnoj maski M poznate veličine koja sukcesivno prolazi kroz svaki piksel slike I . Linearni filteri

⁵ U stručnoj literaturi na srpskom jeziku se ne koristi prevod za ovaj termin

⁶ Pojam *shift-variance* se u srpskom jeziku prevodi na ovaj način; međutim, u inostranoj literaturi se razlikuju pojmovi vremenske (in)varijantnosti za neprekidne signale (*time-(in)variance*) i diskretne signale (*shift-(in)variance*)

prostornog domena se obično koriste za uklanjanje monohromatskih Gauss-ovih šumova (belih i slučajnih). Filter srednjih vrednosti (*mean filter*) održava ivice i optimalan je za uklanjanje monohromatskih Gauss-ovih šumova u smislu srednjeg kvadratnog odstupanja [13]. Takođe, linearni filteri kao što su *Sobel-ov*, *Prewitt-ov*, *Robert-ov*, *Log-operator*, *Kinsin-ov*, i *Gauss-ov* filter za ivice se koriste za detekciju ivica na slikama sa impulsnim šumom. Za sve ove filtere je karakteristično da postaju sve manje efektivni kako se intenzitet šuma povećava [13,15].

Najveći nedostaci filtera prostornog domena su smanjenje oštine ivica, i uklanjanje linija i finih detalja sa slike. Takođe, težinski srednji filteri (*weighted average filters*) imaju tendenciju da smanjuju amplitude gradijenata intenziteta na slici, i daju loše performanse kod uklanjanja šuma koji je zavisao od signala [13]. U literaturi je predložen određeni broj filtera koji uklanjaju ove nedostatke, kao što su linearni filter sa promenljivim koeficijentima (*variable coefficient linear filters*) i *Wiener-ov* filter [13]. Međutim, *Wiener-ovi* filteri zahtevaju informacije o spektru šuma i signala, i koriste se isključivo za filtriranje glatkih signala.

Kako bi se prevazišle slabosti u performansama linearnih filtera, uvedeni su nelinearni filteri prostornog domena. Nelinearni filteri se pre svega koriste za uklanjanje impulsnih šumova i šumova sa uniformnim i fiksnim vrednostima, bez pokušaja njihovog eksplicitnog prepoznavanja [13]. Tehnike filtriranja su identične linearnim filterima prostornog domena, kao što je to opisano jednačinom (1). Medijanski filteri se veoma široko koriste u procesiranju digitalnih slika pošto pod određenim uslovima održavaju ivice pri uklanjanju šuma [13]. Medijanski, centralno-težinski medijanski (*centre-weighted median* (CWM)) i preklopnički medijanski (*switching median* (SM)) filteri spadaju među trenutno najuspešnije metode za uklanjanje monohromatskih impulsnih šumova sa fiksnim vrednostima (na primer, *salt-and-pepper* šum) pošto zadržavaju sve detalje originalnih slika [13]. Za uklanjanje monohromatskih impulsnih šumova sa promenljivim ili proizvoljnim intenzitetom šuma, filteri

kao što su adaptivni CWM i SM (*adaptive CWM and SM*), progresivni preklopnički medijanski (*progressive switching median*) i medijanski racionalni hibridni (*median rational hybrid filter*), daju odlične rezultate [5,9]. Postoje i drugi filteri za uklanjanje monohromatskog šuma, kao što su: rekurzivni maksimum–minimum metod (*recursive maximum–minimum method*), filteri zasnovani na *fuzzy* logici etc.

Trebalo bi napomenuti da mnogi filteri prostornog domena utiču na svaki piksel na slici, što znači da će pikseli na kojima postoji i ne postoji šum biti izmenjeni istovremeno [13]. Iz ovog razloga slike na koje se primenjuju filteri su obično zamagljene i ivice na slikama postaju neuočljive. Poboļšani nelinearni filteri medijanskog tipa koji se fokusiraju na rešavanju ovih problema uključuju težinski medijanski (*weighted median*), medijanski filteri uslovljeni rangom i selekcijom (*rank conditioned rank selection*) i sl. [13,41].

Pored uklanjanja monohromatskog (jednokanalnog) impulsnog šuma, u literaturi su veoma široko proučavane i razne tehnike otklanjanja višekanalnog impulsnog šuma, od kojih većina upotrebljava koncept analogan nelinearnim filterima prostornog domena za uklanjanje monohromatskog šuma [5,26]. Rani nelinearni filteri, kao što je na primer standardna višekanalna verzija medijanskih filtera, često su uključivali primenu skalarnih filtera na svaki od kanala u višekanalnoj slici zasebno [4,5,26]. Međutim, ovi metodi su često uzrokovali pojavu kolor artifakata u rezultujućim slikama pošto procesiranje pojedinačnih kanala ignoriše inherentnu korelaciju između kanala u višekanalnim slikama. Do sada je ovo pitanje u većini slučajeva rešavano velikim brojem tehnika vektorskog filtriranja, koje tretiraju višekanalne slike kao vektorska polja i procesiraju kolor piksele kao vektore. Ovi nelinearni vektorski filteri su pokazali odlične rezultate u otklanjanju višekanalnih impulsnih šumova, i mogu biti klasifikovani u osam kategorija [5]:

- osnovni vektorski filteri (*basic vector filters*)
- adaptivni *fuzzy* vektorski filteri (*adaptive fuzzy vector filters*)

- hibridni vektorski filteri (*hybrid vector filters*)
- adaptivni centralno-težinski vektorski filteri (*adaptive centre-weighted vector filters*)
- entropijski vektorski filteri (*entropy vector filters*)
- *peer group* vektorski filteri (*peer group vector filters*)
- vektorski sigma filteri (*vector sigma filters*)
- ostali vektorski filteri (*miscellaneous (other) vector filters*)

Osnovni vektorski filteri (*basic vector filters*) bazirani na robusnoj statistici poretka (*robust order statistics*) uključuju redukovano uređenje (*reduced ordering*) skupa ulaznih vektora unutar maske (pokretnog prozora) kako bi se odredio izlazni vektor [5]. Sa druge strane, osnovni, adaptivni *fuzzy* i hibridni vektorski filteri se primenjuju uniformno na celoj slici, što znači da menjaju i piksele koji nisu obuhvaćeni šumom [5]. Kao što je napomenuto, ovo uzrokovati da izlazna slika ima preveliko zamućenje ivica i izgubi fine detalje [5,13]. Kako bi se to prevazišlo, uvedeni su “inteligentni” filteri koji prelaze između jedinične operacije (operacije identiteta) i filtera baziranih na robusnoj statistici poretka. Na ovaj način, filteri pokušavaju da utvrde da li posmatrani piksel predstavlja šum ili ne u kontekstu susednih piksela [4,5]. Ovaj koncept je i efikasan po pitanju vremena izračunavanja pošto se operacija filtriranja koja zahteva određeni vremenski period izvršava isključivo na pikselima koji se smatraju šumom [4,5].

Bez obzira na prirodu šuma, veoma malo metoda (zasnovanih na različitim pretpostavkama i tehnikama) je predloženo u literaturi za uklanjanje mešovitošuma pomoću filtera prostornog domena [9,50,62].

U poređenju sa većinom nelinearnih vektorskih i drugih trenutno korišćenih metoda za otklanjanje impulsnog šuma, i pogotovo filtera za otklanjanje mešovitošuma zasnovanih na DWT, algoritam predstavljen u ovoj tezi ima fundamentalno drugačiji pristup. Zbog svoje višedimenzionalne

prirode, očuvanje spektralne korelacije između kanala u višekanalnoj slici je inherentni deo algoritma što potiče od teorijskog koncepta nalaženja višedimenzionalnih medijana. Naime, izračunavanje višedimenzionalnih medijana, tj. najdublje lokacije unutar oblaka podataka, uzima u obzir sve dimenzije (u ovom slučaju kolor kanale) istovremeno, i pronalazi najdublju tačku, odnosno skup tačaka, u višedimenzionalnom prostoru.

Pošto je predloženi metod za uklanjanje šuma sa slika nezavisan od porekla i raspodele šuma, može se uspešno primeniti na redukciju impulsnih i mešovityh šumova [2,3]. Rezultati predloženog filtera će biti upoređeni u smislu objektivnih parametara efektivnosti (metrike grešaka) i vizuelnog kvaliteta sa:

1. za otklanjanje impulsnog šuma: 26 najznačajnijih i najboljih filtera za uklanjanje višekanalnog impulsnog šuma [1,4,6-8,16-24,27-38,40,43-45,54-59,61].
2. za otklanjanje mešovityh šuma: dva najpoznatija filtera za otklanjanje višekanalnog šuma zasnovana na DWT: *ProbShrink* [42] i *BM3D (image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering)* [11], kao i 26 pomenutih filtera za otklanjanje impulsnog šuma [1,4,6-8,16-24,27-38,40,43-45,54-59,61].

2. Pronalaženje i izračunavanje višedimenzionalne poluprostorne medijane

Problem pronalaženja i izračunavanja višedimenzionalnih medijana, ili najdublje/centralne vrednosti, odnosno skupa vrednosti unutar oblaka podataka, nije toliko očigledan kao u jednodimenzionalnom slučaju, i veoma je široko izučavan u literaturi [10,12,25,39,47-49,53,60,63-65]. U cilju nalaženja višedimenzionalnih medijana mora se uvesti pojam funkcija statističke dubine (*statistical depth functions*). Zuo i Serfling su napravili detaljan prikaz i klasifikaciju svih relevantnih funkcija statističke dubine prema njihovim analitičkim karakteristikama [65]. Predloženi metod filtriranja slika u prostornom domenu se zasniva na najvažnijoj funkciji statističke dubine koja se naziva *funkcija poluprostorne (halfspace) odnosno lokacione (location) dubine, ili Tukey-jeva funkcija* [25,60,63,65].

2.1. Funkcija poluprostorne dubine i višedimenzionalna medijana zasnovana na funkciji poluprostorne dubine

Tukey (1975) je predložio funkciju poluprostorne dubine kao sredstvo za vizuelno opisivanje dvodimenzionalnih skupova podataka. Za datu verovatnosnu raspodelu P u d -dimenzionalnom realnom prostoru \mathbb{R}^d , Tukey-jeva funkcija, ili funkcija *poluprostorne (ili lokacione) dubine* $HD(\theta; P)$ obezbeđuje poredak tačaka (preciznije, Borelovih skupova) $\theta \in \mathbb{R}^d$ od centra ka krajevima (i time rangiranje) bazirano na raspodeli verovatnoće P shodno sledećoj definiciji [25,60,65]:

$$HD(\theta; P) = \inf \{P(H) : \theta \in H \text{ closed halfspace}\} \quad (2)$$

Ovo znači da funkcija poluprostorne dubine (HD) predstavlja minimalnu vrednost verovatnoće pridružene bilo kom zatvorenom poluprostoru koji

sadrži tačku θ u svojoj graničnoj ravni. U diskretnom slučaju, funkcija poluprostorne dubine $HD(\theta; X_n)$ tačke $\theta \in \mathbb{R}^d$ se definiše u odnosu na skup podataka $X_n = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_n\} \in \mathbb{R}^{d \times n}$ kao najmanji broj posmatranja (tj. elemenata $X_n \in \mathbb{R}^{d \times n}$) u bilo kom zatvorenom poluprostoru sa graničnom poluravni koja prolazi kroz tačku θ [63].

Višedimenzionalna generalizacija medijane i u neprekidnom i u diskretnom slučaju se posmatra kao najdublja lokacija, ili preciznije, kao tačka θ (ili skup tačaka) koja ima maksimalnu vrednost funkcije poluprostorne dubine.

Na drugi način, funkcija poluprostorne dubine se može definisati korišćenjem njenog jednodimenzionalnog slučaja, pri čemu se definicija data izrazom (2) se svodi na [60]:

$$HD_1(\theta; X_n) = HD(\theta; X_n)|_{d=1} = \min(\#\{x_i \leq \theta\}, \#\{x_i \geq \theta\}) \quad (3)$$

gde simbol $\#$ označava broj posmatranja.

Naime, funkcija poluprostorne dubine neke tačke θ predstavlja najmanju vrednost jednodimenzionalne funkcije poluprostorne dubine te tačke u odnosu na bilo koju projekciju skupa podataka na neki pravac \mathbf{u} [60]:

$$\begin{aligned} HD(\theta; X_n) &= \min_{\|\mathbf{u}\|=1} HD_1(\mathbf{u}'\theta; \mathbf{u}'X_n) = \min_{\|\mathbf{u}\|=1} (\min(\#\{\mathbf{u}'x_i \leq \mathbf{u}'\theta\}, \#\{\mathbf{u}'x_i \geq \mathbf{u}'\theta\})) \\ &= \min_{\|\mathbf{u}\|=1} \#(i; \mathbf{u}'x_i \leq \mathbf{u}'\theta) \end{aligned} \quad (4)$$

Sada je jasno da funkcija poluprostorne dubine $HD(\theta; X_n)$ ukazuje na dubinu položaja tačke θ unutar oblaka podataka (skupa podataka).

Štaviše, izraz (3) vodi ka još jednoj definiciji funkcije poluprostorne dubine, koja se može opisati kao višedimenzionalno rangiranje: tačke bliže granici skupa podataka imaju niži rang, i taj rang se povećava kako se krećemo dublje unutar oblaka (skupa) podataka [60]. Vizuelno, rangiranje se može

ilustrovati korišćenjem *regiona poluprostorne dubine (halfspace depth regions)* D_l koji se definišu sledećim izrazom:

$$D_l = \{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^d; HD(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{X}_n) \geq l\} \quad (5)$$

Ovi regioni su konveksni skupovi, i za svaku HD funkciju i l , važi $D_l \subseteq D_{l-1}$ [60]. Region poluprostorne dubine D_l predstavlja konveksnu obvojniciu oko skupa svih posmatranih tačaka (opservacija) \mathbf{X}_n . Granica HD regiona se naziva *kontura poluprostorne dubine (halfspace depth contour)*. Tačke koje imaju maksimalne vrednosti HD funkcije (jednake l_{max}) su koncentrisane unutar najmanjeg HD regiona $D_{l_{max}}$, a njihov jedinstveni centroid se posmatra kao definicija višedimenzionalne medijane, koja se takođe naziva *Tukey-eva medijana* ili *najdublja lokacija*.

U radu [60] su pored klasifikacije funkcija statističke dubine date i željene analitičke osobine koje bi svaka statistička funkcija dubine $SD(\mathbf{x}; P)$ trebalo da ispunjava:

- *Afina invarijantnost.* $SD(\mathbf{x}; P)$ je nezavisna od koordinatnog sistema.
- *Maksimalna vrednost u centru.* Ako verovatnosna raspodela P ima jedinstveno određeni "centar" (odnosno, tačku simetrije u odnosu na neki pojam simetrije), tada $SD(\mathbf{x}; P)$ ima maksimalnu vrednost u toj tački.
- *Simetrija.* Ako je verovatnosna raspodela P simetrična oko tačke $\boldsymbol{\theta}$ u skladu sa nekim pojmom simetrije, tada je i $SD(\mathbf{x}; P)$ simetrična.
- *Monotono opadanje vrednosti pri udaljavanju od najdublje tačke.* Vrednost funkcije dubine $SD(\mathbf{x}; P)$ opada pri udaljavanju od tačke sa najvećom vrednošću funkcije dubine.
- *Iščezavanje u beskonačnosti.* $SD(\mathbf{x}; P) \rightarrow 0, \|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$.

- Kontinualnost $SD(\mathbf{x}; P)$ kao funkcije promenljive \mathbf{x} (neprekidnost sa gornje strane).
- Kontinualnost $SD(\mathbf{x}; P)$ kao funkcionala raspodele P .
- Kvazi-konkavnost $SD(\mathbf{x}; P)$ kao funkcije promenljive \mathbf{x} . Skup $\{\mathbf{x} : SD(\mathbf{x}; P) \geq c\}$ je konveksan za svaku realnu vrednost c .

Funkcija poluprostorne dubine $HD(\mathbf{x}; P)$ zadovoljava sve navedene uslove, od kojih za DEEPLOC algoritam najvažniju ulogu ima afina invarijantnost. To znači da će za bilo koju afinu transformaciju $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d : \mathbf{x} \rightarrow A \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b}$, gde je $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^d$ i $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$ nesingularna matrica, važiti $HD(g(\boldsymbol{\theta}); g(\mathbf{X}_n)) = HD(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{X}_n)$, kao i da je najdublja lokacija (Tukey-eva medijana) \mathbf{M}_{DL}^{HD} afino invarijantna $\mathbf{M}_{DL}^{HD}(g(\mathbf{X}_n)) = g(\mathbf{M}_{DL}^{HD}(\mathbf{X}_n))$. Još jedan veoma značajan razlog za razmatranje Tukey-eve medijane kao ocene višedimenzionalne medijane je njena robusnost, koja se može izmeriti putem vrednosti prekida (*breakdown value*) ε^* . Donoho i Gasko [12] su dokazali da je $\varepsilon^*(\mathbf{M}_{DL}^{HD}; \mathbf{X}_n) \geq \frac{n}{d+1}$ za bilo koji posmatrani uzorak (oblak podataka). To znači da možemo zameniti $\frac{n}{d+1}$ podataka iz \mathbf{X}_n bez pomeranja rezultujuće najdublje lokacije \mathbf{M}_{DL}^{HD} izvan utvrđenog regiona. Kada se originalni skup podataka \mathbf{X}_n uzima iz bilo koje raspodele simetrične po pravcima, i pre svega, eliptično simetrične raspodele, vrednost prekida $\varepsilon^*(\mathbf{M}_{DL}^{HD}; \mathbf{X}_n)$ teži ka $\frac{1}{3}$ za bilo koju dimenziju. Drugim rečima, kada najmanje 67% podataka potiče iz ovakve raspodele, vrednost najdublje lokacije ostaje u razumnim granicama bez obzira na to kakvi su ostali podaci i odakle potiču.

Nekoliko konkretnih algoritama za pronalaženje vrednosti funkcije poluprostorne dubine su predloženi u literaturi [10,47-49,60,64]. Međutim, do sada je dato samo nekolicina metoda za izračunavanje višedimenzionalne najdublje lokacije (Tukey-eve medijane): [48] za dvodimenzionalne prostore, i

[60], [47] i [10] za n -dimenzionalne prostore, pri čemu je $n \geq 3$. Predloženi filter uzima *DEEPLOC* algoritam [60] kao osnovu za otklanjanje šuma, pre svega zbog činjenice da primenjuje jedini matematički dokazan i egzaktni algoritam za izračunavanje poluprostornih funkcija dubine u prostoru \mathbb{R}^3 [49,60]. Takođe, ovaj algoritam je pokazao sjajne rezultate na realnim skupovima podataka bilo koje dimenzije [60].

2.2. Pronalaženje najdublje lokacije pomoću *DEEPLOC* algoritma

DEEPLOC algoritam izračunava aproksimaciju Tukey-jeve medijane za svaku dimenziju d . On je zasnovan na osobinama datim izrazima (3) i (4), i teoremi koja tvrdi da se svaki region poluprostorne dubine D_i može predstaviti kao presek hiperprostora čije granične hiperravni povezuju d posmatranih tačaka (opservacija), tj. elemenata oblaka/skupa podataka [49,60]. *DEEPLOC* algoritam posmatra podskup pravaca \mathbf{u} kako bi se aproksimirala funkcija poluprostorne dubine, i konstruisan je tako da vreme izračunavanja bude najkraće. U radu [60] dokazano je da je aproksimativna dubina dobijena na ovaj način veoma blizu tačne vrednosti dubine ne samo teorijski, već i na skupovima podataka koji se pojavljuju u praksi. Pošto je veoma kompleksan *DEEPLOC* algoritam izložen detaljno istom radu [60], u daljem tekstu će biti predstavljeni samo njegovi delovi koji su najznačajniji za predloženi metod uklanjanja šuma, i biće ukazano na mesta gde je ovaj algoritam izmenjen u cilju poboljšanja rezultata filtriranja.

Ukratko rečeno, *DEEPLOC* algoritam polazi od početne tačke i kreće se u koracima unutar oblaka (skupa) podataka u pažljivo odabranim pravcima koji povećavaju vrednost funkcije poluprostorne dubine (za razliku od metoda predloženog u radu [10]). Najdublja lokacija (*Tukey*-jeva medijana) se dostiže posle nekoliko ovakvih koraka. Kako bi se smanjio broj koraka, kao početna tačka se uzima višedimenzionalna medijana po koordinatama (ili afino invarijantna srednja vrednost) pošto je ona već centralno pozicionirana, ima

zadovoljavajuću tačnost vrednosti funkcije poluprostorne dubine u odnosu na skup podataka, i izračunava se jednostavno [60]:

$$\mathbf{M}_I = (\text{Med}(x_{i1}; i = 1, \dots, n), \dots, \text{Med}(x_{id}; i = 1, \dots, n)) \quad (6)$$

Posle izračunavanja početne tačke, konstruiše se m pravaca $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^d$, pri čemu je $\|\mathbf{u}\| = 1$. Ovi pravci se selektuju izborom iz sledeće četiri klase pravaca [60]:

- (a) d koordinatnih osa
- (b) vektori koji povezuju posmatranu tačku (element oblaka/skupa podataka) sa \mathbf{M}_I
- (c) vektori koji povezuju dve posmatrane tačke
- (d) vektori normalni na podskup od d elemenata posmatranih tačaka

Klase (a), (b) i (c) se uzimaju u obzir pošto se jednostavno izračunavaju i koriste za detekciju marginalnih i udaljenih tačaka skupa podataka [60]. Međutim, najveći broj pravaca se uzima iz klase (d), koja je od najvećeg značaja zbog njene bliske povezanosti sa konceptom funkcija poluprostorne dubine. U predloženom metodu za uklanjanje šuma, u početku je preuzeta ista raspodela pravaca iz rada [60], u kojoj su autori koristili sve pravce iz klase (a), najviše $m/4$ pravaca iz svake od klasa (b) i (c), i najmanje $m/2$ pravaca iz klase (d). Ovom raspodelom pravaca se upravlja pomoću *kontrolnog parametra praga* koji povećava udeo pravaca iz klase (d), što će biti opisano na kraju ovog poglavlja. Ukupni broj pravaca m može biti zadat od strane korisnika, i u slučaju predloženog filtera uzima se $m=500$ pravaca; razlog izbora ove vrednosti ukupnog broja pravaca m će biti objašnjen u poglavlju 2.3.

Kao sledeći korak, izračunava se funkcija poluprostorne dubine tačke \mathbf{M}_I u jednodimenzionalnom slučaju u odnosu na projekcije \mathbf{X}_n na svaki od

pomenutih m pravaca. Pravci \mathbf{u} koji daju istu najmanju vrednost $\#\{i; \mathbf{u}'\mathbf{x}_i \leq \mathbf{u}'\mathbf{M}_1\}$ se pamte u skupu U_{move} i predstavljaju jedine pravce u kojima funkcija poluprostorne dubine može da se poboljša u kontekstu nalaženja najdublje lokacije [60]. Sada se izračunava srednji pravac \mathbf{u}_{move} svih pravaca iz skupa U_{move} pri čemu mora važiti $\mathbf{u}_{move} \neq \mathbf{0}$:

$$\mathbf{u}_{move} = \frac{1}{|U_{move}|} \sum_{\mathbf{u} \in U_{move}} \mathbf{u} \quad (7)$$

Posle toga se kreće iz tačke \mathbf{M}_1 u pravcu \mathbf{u}_{move} . Prema pomenutoj teoremi Donoho-a i Gasko-a [12], vrednost funkcije poluprostorne dubine na najdubljijoj lokaciji (u odnosu na \mathbf{X}_n) mora imati najmanju vrednost $\left\lceil \frac{n}{d+1} \right\rceil$ (gde pravougaone zagrade predstavljaju funkciju celog dela vrednosti u zagradi). Ako ovaj uslov nije zadovoljen za \mathbf{M}_1 , odnosno ukoliko važi sledeća nejednakost:

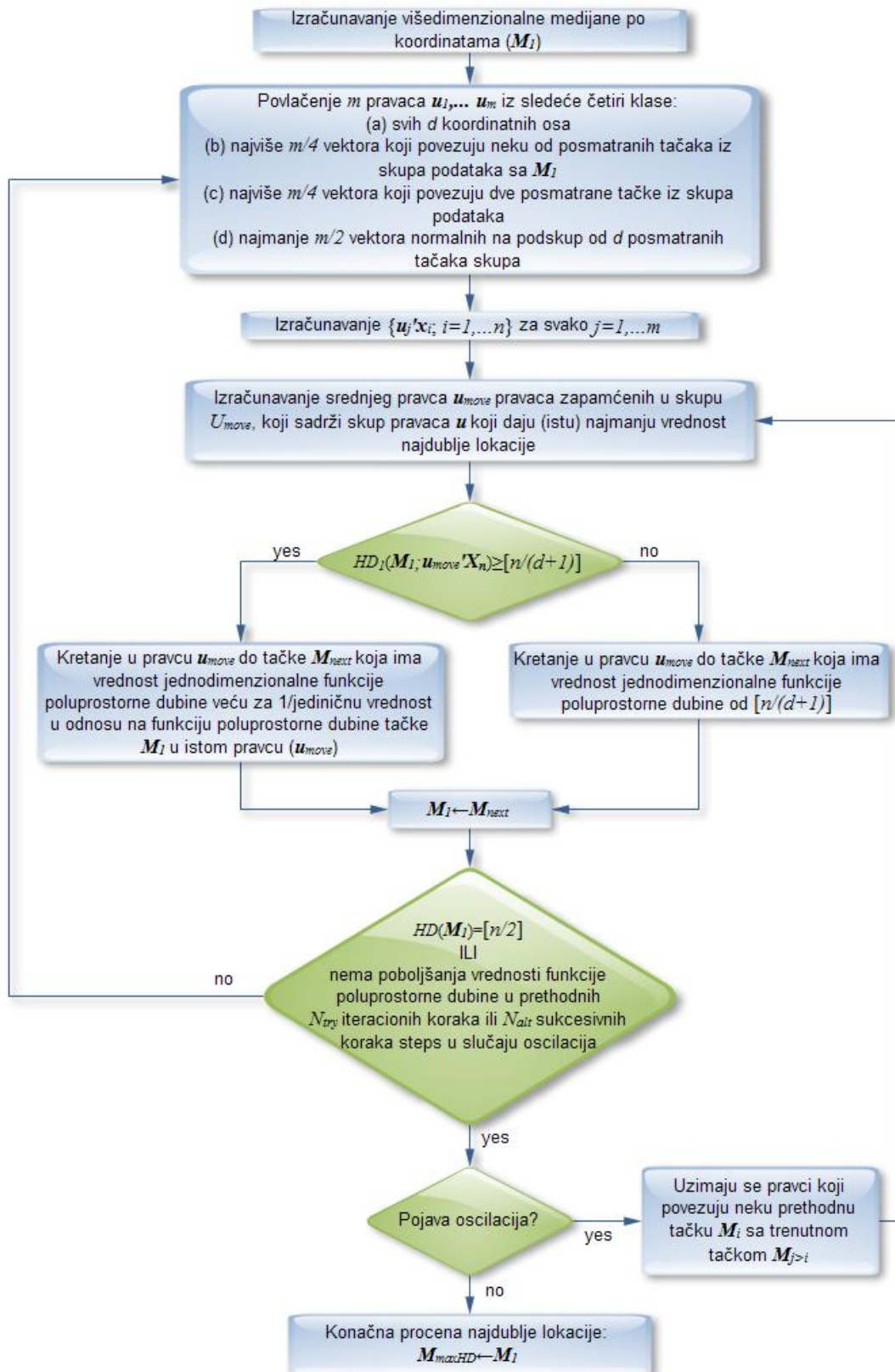
$$HD_1(\mathbf{M}_1; \mathbf{u}'_{move} \mathbf{X}_n) < \left\lceil \frac{n}{d+1} \right\rceil \quad (8)$$

pravi se korak u pravcu \mathbf{u}_{move} koji je dovoljno veliki da se dosegne tačka \mathbf{M}_2 koja ima vrednost funkcije poluprostorne dubine jednak $\left\lceil \frac{n}{d+1} \right\rceil$. U suprotnom, pravi se korak u pravcu \mathbf{u}_{move} ka tački \mathbf{M}_2 koja ima vrednost jednodimenzionalne funkcije poluprostorne dubine koja je veća za 1 (jediničnu vrednost) od vrednosti funkcije poluprostorne dubine \mathbf{M}_1 u istom pravcu \mathbf{u}_{move} [60]. Algoritam je intuitivno veoma sličan *steepest descent* algoritmu [60].

Potom se ova procedura se ponavlja, s tim što se sada tačka \mathbf{M}_2 (odnosno \mathbf{M}_{next} u $next > 2$ iteraciji) uzima kao početna (drugim rečima, \mathbf{M}_2 (ili \mathbf{M}_{next} za $next > 2$) ima ulogu \mathbf{M}_1 u prethodno opisanim koracima algoritma), sve dok se ne pronađe tačka \mathbf{M}_{maxHD} sa maksimalnom vrednošću funkcije poluprostorne dubine od $\frac{n}{2}$, ili dok procedura ne prestane da pokazuje napredovanje po

pitanju vrednosti funkcije poluprostorne dubine u prethodnih N_{try} iteracionih koraka. Ako algoritam počne da oscilira umesto da se kreće ka najdubljijoj lokaciji, predloženi su dodatni koraci u radu [60] kako bi se redukovalo vreme izračunavanja: ako nema poboljšanja po pitanju vrednosti funkcije poluprostorne dubine posle N_{alt} sukcesivnih koraka, uzimamo pravce koji povezuju neke prethodne tačke M_i sa trenutno posmatranom tačkom $M_{j>i}$.

Svi relevantni koraci ovog algoritma su takođe predstavljeni u dijagramu prikazanom na slici 1. Detaljne matematičke teoreme i njihovi dokazi vezani za *DEEPLoc* algoritam kao i pseudokod po tačkama su dati u radovima [60] i [63].



Slika 1. Dijagram u kome su predstavljeni najznačajniji koraci DEEPLOC algoritma.

3. Predloženi algoritam za otklanjanje šuma

DEEPLOC pseudokod je poslužio kao osnova programskog koda predloženog višekanalnog filtera za otklanjanje šumova, koji možemo nazvati *filter poluprostorne najdublje lokacije (Halfspace deepest location filter)* ili skraćeno *HSDLF*.

HSDLF upotrebljava prilagođenu verziju *DEEPLOC* algoritma za izračunavanje približne najdublje lokacije/višedimenzionalne *Tukey*-jeve medijane u trodimenzionalnom realnom prostoru ($d=3$ u korišćenoj notaciji) čije su dimenzije/koordinate R, G i B kolor kanali. Najbitnija izmena u ovom jako složenom algoritmu, odnosno njegovom programskim kodu, se odnosi na povećanje udela pravaca iz klase (d) (definisane u poglavlju 2.2.) putem skalarnog parametra koga nazivamo *kontrolni parametar praga τ* sa vrednostima između 0 i 1⁷. Pošto klasa pravaca (d) igra ključnu ulogu u algoritmu, ovaj parametar obezbeđuje fina podešavanja *DEEPLOC* algoritma u HSDLF filteru kako bi se dobili što bolji rezultati otklanjanja šuma.

Pošto se koriste 24-bitne višekanalne slike (8-bita po kanalu), vrednosti intenziteta se kreću od 0 do 255 za svaki od R, G i B kanala. Šum sa slike se uklanja korišćenjem tehnike filtriranja u prostornom domenu zasnovane na konvolucionim (filterskim) prozorima koji sukcesivno prolaze kroz sve piksele na slici kao što je to opisano u poglavlju 1, tj. analogno metodu filtriranja slike pomoću standardnog medijanskog filtera.

Neka I predstavlja sliku sa šumom veličine $W \times H$, gde W predstavlja širinu slike, a H visinu slike. Neka su r_{ij} , g_{ij} , i b_{ij} vredosti crvenog, zelenog i plavog kanala, respektivno, piksela na poziciji (i,j) na slici I , tj. $I = \{(r_{ij}, g_{ij}, b_{ij}) | 1 \leq i \leq W, 1 \leq j \leq H\}$. Takođe, pretpostavimo da konvolucionim (filterskim) prozorom M ima veličinu $k \times k$ piksela, gde je k neparan prirodan broj, i da je centralni piksel filterskog prozora M trenutno pozicioniran u tački sa

⁷ Ostale izmene u algoritmu se odnose na detalje vezane za sam programski kod, i nisu od suštinske važnosti.

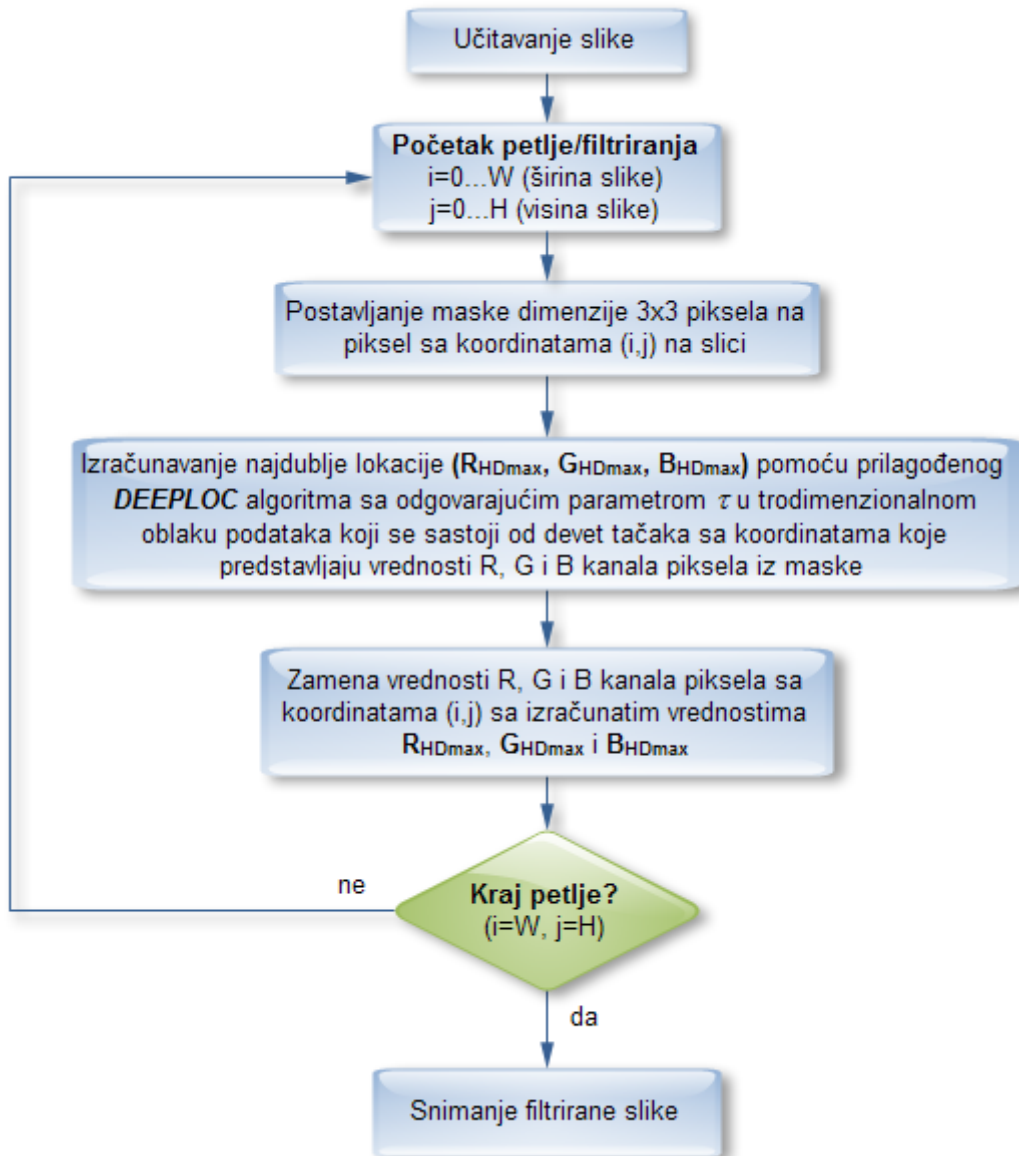
koordinatama (i,j) na slici I . Unutar filterskog prozora M postoji $k \times k$ uređenih trojki vrednosti, gde se svaka trojka sastoji od vrednosti crvenog, zelenog i plavog kanala odgovarajućeg piksela, respektivno. HSDLF pronalazi najdublju lokaciju korišćenjem prilagođene verzije *DEEPLOC* algoritma za ovih k^2 skupova trodimenzionalnih podataka, i zamenjuje vrednosti kanala centralnog piksela (kolor vrednost) sa izračunatom (trodimenzionalnom) vrednošću najdublje lokacije. Kao što je napomenuto, kontrolni parametar praga τ se koristi za kontrolu rezultata dobijenih HSDLF filterom za otklanjanje šuma.

Broj pravaca ima fiksnu vrednost $m=500$; trebalo bi napomenuti da je ovo minimalna vrednost parametra m koja daje najoprimalniji balans između visoke tačnosti rezultata i vremena izračunavanja. Preciznost algoritma sporo raste kako se broj pravaca m povećava, ali vreme izračunavanja veoma brzo raste.

U veoma retkim slučajevima kada vrednosti koordinata/kanala najdublje lokacije postanu negativne ili prekorače maksimalnu granicu od 255 za 24-bitne višekanalne slike, vrednosti kanala na tim pikselima se zamenjuju rezultatima dobijenim marginalnim medijanskim višekanalnim filterom (po koordinatama) (M_I) [5]. Kao što je napomenuto, ovi slučajevi se pojavljuju jako retko - preciznije u oko 1.79% slučajeva (izračunato na *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* i *Kodak Photo CD PCD0992* bazama podataka sa slikama), tako da je uloga korekcije pomoću marginalnog medijanskog filtera isključivo usmerena na očuvanje vizuelne koherentnosti slike na kojoj je otklonjen šum, bez produžavanja vremena izračunavanja. Ova korekcija ne bi bila neophodna ako bi broj pravaca m u algoritmu bio veći od 1500, ako bi bio utvrđen opseg parametra τ (videti poglavlje 4.) ili ako bi bio korišćen neki drugi sistem boja kao što je *CIE Lab*, ili *YCbCr*. Sa druge strane, ako bi bio korišćen neki drugi sistem boja, različiti opsezi vrednosti kanala u ovim kolor sistemima bi uzrokovao probleme u izračunavanju funkcije poluprostorne dubine.

Pikseli na ivicama slika u HSDLF-u se izračunavaju na isti način kao kod standardnih ili težinskih medijanskih filtera.

Dijagram svih relevantnih koraka u procesu otklanjanja šuma pomoću HSDLF filtera dat je na slici 2.



Slika 2. Dijagram u kome su predstavljeni koraci HSDLF filtriranja.

4. Eksperimentalni rezultati i njihova analiza

U ovom poglavlju biće predstavljena analiza performansi HSDLF na nekim od najčešće korišćenih referentnih 24-bitnih (8-bitnih po kolor kanalu) višekanalnih slika za različite vrste i intenzitete impulsnih i mešovutih šumova [2,3].

U svim eksperimentima, dimenzije filtrirajućeg prozora su fiksirane na 3×3 piksela. Svi HSDLF rezultati su dobijeni korišćenjem *Simple DirectMedia Layer* i *CImg open source* biblioteka u C++ programskom okruženju.

4.1. Impulsni šum

U eksperimentima koji se odnose na impulsni šum, korišćiće se sledeće 24-bitne višekanalne slike:

- “Lena” i “Peppers” (čija je veličina 512×512 piksela) iz *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* baze podataka
- “Parrots” i “Caps” (čija je veličina 768×512 piksela) sa *Kodak Photo CD-a PCD0992*

Korišćene referentne slike su prikazane na slici 3.

Na ove slike će biti dodat *salt-and-pepper* i *random-valued* (sa slučajno izabranim vrednostima) višekanalni impulsni šum sa vrednostima intenziteta: $\theta = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$.

Oba tipa šuma su generisana korišćenjem *MATLAB R2011a* programskog paketa. *Salt-and-pepper* šum na slici I je generisan upotrebom ugrađene $imnoise(I, 'salt \& pepper', \theta)$ funkcije pri čemu θ označava intenzitet šuma. Kao rezultat, približno $\theta \cdot \text{broj piksela}(I)$ slučajno izabranih piksela se zamenjuju pikselima sa vrednostima 0 ili 255 na svakom od kolor kanala (crvenom, zelenom ili plavom). *Random-valued* šum sa intenzitetom θ na slici I se generiše

na sličan način: $\theta \cdot \text{broj piksela}(I)$ se bira na slučajan način (korišćenjem ugrađene *MATLAB* funkcije *rand* za generisanje uniformno raspodeljenih pseudoslučajnih brojeva), i zamenjuje slučajno izabranim vrednostima u opsegu od 0 do 255 on na svakom od kolor kanala (crvenom, zelenom ili plavom). Trebalo bi naglasiti da se *salt-and-pepper* šum može generisati analogno opisanom postupku za generisanje *random-valued* šuma, tj. korišćenjem *MATLAB* funkcije *rand*, što daje identične rezultate kao *imnoise(I, 'salt & pepper', d)* funkcija.

Opisani modeli šuma su varijanta modela nekorelisanih impulsnih šumova datih u radu [2,5], i mogu biti definisani na matematički egzaktn način sledećim izrazima:

$$c_{ij}^{(ch)} = \begin{cases} r_{ij}^{(ch)} & \text{with probability } \theta \\ o_{ij}^{(ch)} & \text{with probability } 1-\theta \end{cases} \quad (9)$$

$$r_{ij}^{(ch)} \in \begin{cases} \{0, 255\} & \text{for salt-and-pepper noise} \\ [0, 255] & \text{for random-valued noise} \end{cases}$$

gde $c_{ij}^{(ch)}$ predstavlja vrednost kanala na pikselu (crvenu, zelenu ili plavu) izlazne slike sa šumom, $o_{ij}^{(ch)}$ predstavlja vrednost kanala na pikselu (crvenu, zelenu ili plavu) originalne slike bez šuma, i $r_{ij}^{(ch)}$ predstavlja vrednost kanala na pikselu (crvenu, zelenu ili plavu) *salt-and-pepper* ili *random-valued* šuma, respektivno; *ch* označava indeks kanala: *ch*=1 crveni, *ch*=2 zeleni, i *ch*=3 plavi kanal, dok θ označava intenzitet šuma na slici *I* na poziciji (*i,j*).

Pored osnovnog marginalnog višekanalnog medijanskog filtera MMF [4], rezultati HSDLF [2,3] će biti upoređeni sa 25 najboljih i najčešće korišćenih višekanalnih filtera za uklanjanje impulsnog šuma [5]:

- adaptivnim osnovnim vektorskim direkcionim filterom (*adaptive basic vector directional filter*) ABVDF [29]

- adaptivnim centralno-težinskim vektorskim filterima (*adaptive centre-weighted vector filters*): ACWDDF [30], ACWVDF [38], ACWVMF [27]
- adaptivnim višekanalnim neparametarskim filterom sa višedimenzionalnom eksponencijalnom funkcijom jezgra (*adaptive multichannel nonparametric filter with multivariate exponential kernel function*) AMNFE [43]
- adaptivnim vektorskim sigma filterima (*adaptive vector sigma filters*): ASBVDF [31-34,37], ASDDF [31-34,37], ASVMF [31-34,37]
- adaptivnim vektorskim medijanskim filterom (*adaptive vector median filter*) AVMF [28]
- osnovnim vektorskim direkcionim filterom (*basic vector directional filter*) BVDF [61]
- direkcionim filterom rastojanja (*directional distance filter*) DDF [16,17]
- entropijskim vektorskim filterima (*entropy vector filters*): EBVDF [35,36], EDDF [35,36], EVMF [35,36]
- brzim *peer group* filterom (*fast peer group filter*) FPGF [54]
- *fuzzy* vektorskim medijanskim filterom (*fuzzy vector median filter*) FVMF [8,44,45]
- *fuzzy* vektorskim medijansko-racionalnim hibridnim filterima (*fuzzy vector median-rational hybrid filter*) FVMRHF [21-23]
- jezgrenim vektorskim medijanskim filterima (*kernel vector median filter*) KVMF [55-59]
- *peer group* filterom (*peer group filter*) PGF [18]
- preklopničkim vektorskim filterima zasnovanim na statistici poretka (*order-statistics based switching vector filters*): RSBVDF [7], RSDDF [7]
- robusnim preklopničkim vektorskim medijanskim filterom (*robust switching vector median filter*) RSVMF [4]
- vektorskim medijanskim filterom (*vector median filter*) VMF [1]
- vektorskim medijansko-racionalnim hibridnim filterom (*vector median-rational hybrid filter*) VMRHF [19,20,24]

- vektorskim srednjim filterom poretka po rangi zavisnim od signala (vector signal-dependent rank order mean filter) VSDROMF [40]

Eksperimentalni rezultati će biti upoređeni objektivno pomoću tri kriterijma efektivnosti [5]:

- *odnosa vršnih vrednosti signala i šuma (peak signal-to-noise ratio) (PSNR)* u decibelima (*dB*) koji meri sposobnost filtera da suzbije šum:

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{255^2}{MSE}, \quad MSE = \frac{1}{3 \cdot W \cdot H} \sum_{ch=1}^3 \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^H (\hat{c}_{ij}^{(ch)} - c_{ij}^{(ch)})^2 \quad (10)$$

- *srednje apsolutne greške (mean absolute error) (MAE)* koja meri sposobnost filtera da očuva detalje:

$$MAE = \frac{1}{3 \cdot W \cdot H} \cdot \sum_{ch=1}^3 \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^H |\hat{c}_{ij}^{(ch)} - c_{ij}^{(ch)}| \quad (11)$$

pri čemu u izrazima (9) i (10), $\hat{c}_{ij}^{(ch)}$ i $c_{ij}^{(ch)}$ označavaju vrednosti kolor kanala slike sa koje je uklonjen šum i originalne slike, respektivno, dok ch simbolizuje indeks kanala: $ch=1$ crveni, $ch=2$ zeleni, i $ch=3$ plavi kanal.

- *normalizovane razlike kanala (normalized colour difference) (NCD)* koji meri sposobnost filtera da očuva boje:

$$NCD = \frac{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^H \sqrt{((\hat{L}_{ij} - L_{ij})^2 + (\hat{a}_{ij} - a_{ij})^2 + (\hat{b}_{ij} - b_{ij})^2)}}{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^H \sqrt{((\hat{L}_{ij})^2 + (\hat{a}_{ij})^2 + (\hat{b}_{ij})^2)}} \quad (12)$$

gde \hat{L}_{ij} i L_{ij} predstavljaju vrednosti osvetljenosti, a $(\hat{a}_{ij}, \hat{b}_{ij})$ i (a_{ij}, b_{ij}) vrednosti hrominansi (kanala koji daju informacije o bojama) koje odgovaraju slici sa koje je otklonjen šum i originalnoj slici, respektivno, datim u *CIELAB* kolor prostoru/sistemu. Ovaj parametar ocenjuje meru distorzije boja na način na koji ih ljudsko oko percipira [32].

Biće predstavljeni rezultati za dve vrednosti kontrolnog parametra praga τ (0.0015 i 0.005) zbog optimalnih performansi HSDLF-a za ove vrednosti po pitanju vizuelnog kvaliteta, i PSNR, MAE i NCD dobitaka (razlike između vrednosti ovih parametara na slici posle primene filtera i na slici pre primene filtera, odnosno slici sa šumom) [2]. Posle testiranja na kompletnim bazama podataka slika *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* i *Kodak Photo CD PCD0992*, pokazano je da performanse HSDLF-a opadaju rapidno za $\tau > 0.006$, i blago za $\tau < 0.0012$.

Tabele 1-10 i slike 4-10 detaljno prikazuju dobijene rezultate [2].



Slika 3. Slike korišćene za poređenje performansi filtera za otklanjanje impulsnog šuma u poretku sleva na desno (veličine slika u pikselima su date u zagradama): Lena (512x512), Peppers (512x512), Parrots (768x512) i Caps (768x512).

Tabela 1. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Caps" (sa veličinom slike 768x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *salt-and-pepper* impulsnog šuma

Intentzitet <i>salt-and-pepper</i> šuma		Caps 768x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	17.66	21.36	0.392	14.66	33.33	0.573	12.89	42.83	0.708	11.67	50.83	0.814	10.74	57.86	0.907
	ABVDF	18.09	18.23	0.321	14.5	32.35	0.533	12.39	44.38	0.691	11	54.51	0.812	9.95	63.48	0.917
	ACWDDF	20.93	14.13	0.3	17.34	23.79	0.481	15.11	32.17	0.621	13.53	39.82	0.734	12.28	47.09	0.840
	ACWVDF	18.33	18.05	0.332	14.79	31.38	0.538	12.7	42.67	0.692	11.32	52.23	0.812	10.25	60.81	0.917
	ACWVMF	21.88	13.15	0.301	18.31	21.81	0.475	16.02	29.39	0.61	14.41	36.29	0.72	13.12	42.96	0.824
	AMNFE	25.9	8.65	0.197	22.03	14.46	0.323	19.41	20.12	0.427	17.52	25.6	0.517	15.97	31.13	0.603
	ASBVDF	18.31	17.66	0.312	14.87	31.28	0.532	12.91	41.93	0.686	11.58	50.83	0.804	10.56	58.69	0.905
	ASDDF	20.72	14.14	0.29	16.62	25.77	0.49	14.26	35.69	0.64	12.7	44.21	0.758	11.52	51.99	0.865
	ASVMF	22.5	12.37	0.282	18.64	21.24	0.458	16.16	29.18	0.594	14.41	36.53	0.708	13.01	43.71	0.816
	AVMF	20.83	15.01	0.319	17.94	23.27	0.486	16.02	29.93	0.609	14.57	36.05	0.713	13.34	42.15	0.813
	BVDF	18.2	17.62	0.279	14.48	32.31	0.502	12.39	44.48	0.668	11.02	54.56	0.793	9.97	63.49	0.902
	DDF	24.43	9.6	0.213	20.11	17.35	0.386	17.27	24.96	0.525	15.3	32.28	0.642	13.75	39.58	0.753
	EBVDF	17.95	18.56	0.332	14.63	32.08	0.546	12.68	42.98	0.701	11.37	52.02	0.819	10.37	59.96	0.921
	EDDF	20.39	14.38	0.3	16.39	26.01	0.5	14.08	35.96	0.65	12.55	44.58	0.769	11.38	52.47	0.876
	EVMF	22.36	12.56	0.29	18.66	21.16	0.463	16.25	28.83	0.599	14.58	35.81	0.713	13.25	42.54	0.819
	FPGF	23.31	11.36	0.263	20.14	17.86	0.407	17.73	24.18	0.528	15.9	30.54	0.637	14.39	37.04	0.745
	FVMF	25.55	8.74	0.2	21.51	15.09	0.349	18.77	21.27	0.471	16.77	27.46	0.577	15.14	33.81	0.681
	FVMRHF	22.95	11.58	0.276	19.02	19.94	0.454	16.49	27.68	0.595	14.76	34.79	0.71	13.4	41.57	0.816
	KVMF	24.59	9.56	0.223	20.61	16.68	0.384	17.91	23.55	0.517	15.98	30.19	0.632	14.42	36.84	0.742
	MMF	25.26	8.98	0.202	21.6	15.16	0.332	19.13	20.77	0.435	17.27	26.19	0.528	15.7	31.83	0.625
	PGF	22.88	11.77	0.275	19.56	18.84	0.425	17.24	25.38	0.548	15.52	31.78	0.655	14.1	38.21	0.76
	RSBVDF	18.38	18.21	0.344	15.02	31	0.549	13.06	41.24	0.698	11.74	49.83	0.812	10.71	57.56	0.913
	RSDDF	21.25	13.56	0.3	17.03	24.68	0.498	14.55	34.5	0.648	12.91	43.12	0.768	11.66	51.05	0.874
	RSVMF	21.94	12.87	0.297	17.8	22.92	0.488	15.25	32.09	0.636	13.55	40.27	0.755	12.23	47.93	0.862
	VMF	24.73	9.34	0.211	20.66	16.58	0.381	17.94	23.49	0.516	16	30.14	0.631	14.44	36.78	0.742
	VMRHF	22.69	11.93	0.284	18.85	20.36	0.461	16.37	28.13	0.602	14.66	35.24	0.718	13.32	42	0.823
VSDROMF	24.21	10.14	0.235	20.51	17.04	0.391	17.88	23.7	0.52	15.98	30.24	0.633	14.43	36.83	0.742	
HSDLF $\tau=0.005$	27.29	7.58	0.157	24.36	10.96	0.23	22.03	14.55	0.297	20.16	18.49	0.364	18.42	23.12	0.438	
HSDLF $\tau=0.0015$	27.29	7.58	0.157	24.37	10.94	0.23	22.06	14.49	0.296	20.2	18.39	0.363	18.46	22.99	0.437	

Tabela 2. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Caps" (sa veličinom slike 768x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *random-valued* impulsnog šuma

Intenzitet <i>random-valued</i> šuma		Caps 768x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	21.19	13.39	0.252	18.07	21.34	0.380	16.19	27.83	0.477	14.8	33.8	0.563	13.71	39.24	0.637
	ABVDF	21.6	11.72	0.211	17.99	20.76	0.354	15.83	28.53	0.463	14.3	35.6	0.555	13.12	42.11	0.636
	ACWDDF	23.56	9.99	0.203	20.01	16.93	0.331	17.82	22.93	0.431	16.15	28.71	0.518	14.83	34.27	0.597
	ACWVDF	21.71	11.71	0.217	18.19	20.35	0.357	16.04	27.84	0.464	14.49	34.72	0.556	13.31	41.03	0.636
	ACWVMF	24.7	9.07	0.201	21.16	15.17	0.324	18.95	20.38	0.419	17.23	25.49	0.503	15.84	30.58	0.579
	AMNFE	28.62	6.07	0.128	24.72	10.14	0.216	22.02	14.38	0.291	19.85	19.04	0.363	18.06	23.94	0.432
	ASBVDF	22.04	10.76	0.19	18.36	19.74	0.339	16.23	27.19	0.451	14.73	33.77	0.543	13.56	39.81	0.624
	ASDDF	24.53	8.81	0.182	20.25	16.28	0.316	17.72	22.98	0.421	15.9	29.36	0.513	14.52	35.39	0.595
	ASVMF	25.77	8.12	0.183	21.97	13.9	0.303	19.51	19.15	0.398	17.62	24.4	0.484	16.09	29.69	0.562
	AVMF	23.22	10.69	0.217	20.18	17.21	0.342	18.34	22.29	0.435	16.85	27.07	0.516	15.6	31.81	0.589
	BVDF	22.03	10.98	0.17	17.97	20.71	0.316	15.66	29.34	0.432	14.07	37.08	0.53	12.84	44.21	0.615
	DDF	27.42	6.6	0.136	23.26	11.71	0.251	20.46	16.88	0.347	18.35	22.23	0.433	16.67	27.7	0.513
	EBVDF	21.49	11.63	0.207	18	20.63	0.354	15.93	28.18	0.465	14.45	34.92	0.558	13.32	41.04	0.637
	EDDF	24.28	8.9	0.187	20.09	16.34	0.323	17.57	23.15	0.429	15.77	29.64	0.523	14.41	35.77	0.605
	EVMF	25.54	8.31	0.189	21.87	14	0.308	19.5	19.14	0.402	17.65	24.29	0.487	16.16	29.47	0.565
	FPGF	25.46	8.5	0.19	22.44	13.32	0.293	20.34	17.53	0.373	18.54	22.01	0.449	16.98	26.84	0.522
	FVMF	28.45	6.01	0.128	24.48	10.24	0.227	21.74	14.57	0.311	19.54	19.34	0.39	17.73	24.45	0.466
	FVMRHF	26.29	7.5	0.175	22.34	12.99	0.296	19.82	18.16	0.394	17.88	23.41	0.481	16.36	28.63	0.56
	KVMF	27.35	6.84	0.153	23.5	11.52	0.258	20.88	16.18	0.348	18.82	21.1	0.432	17.14	26.24	0.51
	MMF	28	6.32	0.134	24.27	10.66	0.225	21.71	14.95	0.299	19.62	19.52	0.369	17.9	24.32	0.439
	PGF	25.33	8.5	0.191	21.96	13.84	0.302	19.82	18.41	0.387	18.06	23.08	0.466	16.59	27.93	0.539
	RSBVDF	21.83	11.59	0.221	18.4	19.95	0.362	16.32	26.97	0.468	14.83	33.32	0.559	13.66	39.24	0.637
	RSDDF	24.86	8.63	0.191	20.65	15.67	0.325	18.09	22.09	0.429	16.2	28.38	0.521	14.77	34.37	0.603
RSVMF	25.39	8.29	0.191	21.38	14.59	0.319	18.88	20.32	0.42	16.99	26.01	0.509	15.5	31.61	0.59	
VMF	27.63	6.44	0.135	23.61	11.3	0.25	20.91	16.12	0.345	18.83	21.1	0.43	17.15	26.26	0.51	
VMRHF	25.92	7.86	0.183	22.1	13.41	0.305	19.65	18.59	0.402	17.75	23.83	0.489	16.25	29.02	0.568	
VSDROMF	26.49	7.64	0.17	23.14	12.27	0.271	20.73	16.70	0.357	18.75	21.43	0.437	17.11	26.44	0.514	
HSDLF $\tau=0.005$	29.04	5.86	0.112	25.97	8.82	0.171	23.44	12.29	0.226	21.2	16.4	0.283	19.33	20.85	0.342	
HSDLF $\tau=0.0015$	29.05	5.86	0.112	25.98	8.8	0.17	23.46	12.25	0.225	21.22	16.35	0.283	19.35	20.78	0.342	

Tabela 3. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Parrots" (sa veličinom slike 768x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *salt-and-pepper* impulsnog šuma

Intentzitet <i>salt-and-pepper</i> šuma		Parrots 768x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	17.51	21.61	0.341	14.51	33.74	0.502	12.72	43.45	0.624	11.5	51.53	0.724	10.53	58.84	0.809
	ABVDF	18.28	17.66	0.273	14.75	31.3	0.455	12.59	43.13	0.594	11.16	53.09	0.704	10.03	62.44	0.799
	ACWDDF	20.89	14	0.257	17.29	23.77	0.418	15.03	32.3	0.544	13.42	40.13	0.65	12.13	47.77	0.746
	ACWVDF	18.43	17.69	0.283	14.97	30.64	0.462	12.86	41.7	0.598	11.43	51.22	0.708	10.29	60.15	0.803
	ACWVMF	21.73	13.21	0.26	18.1	22.16	0.414	15.82	29.93	0.536	14.15	37.21	0.641	12.83	44.23	0.735
	AMNFE	25.87	8.5	0.169	21.74	14.72	0.284	19.07	20.81	0.382	17.09	26.85	0.469	15.46	33.05	0.553
	ASBVDF	18.55	17.01	0.263	15.05	30.46	0.455	12.99	41.31	0.594	11.63	50.25	0.703	10.53	58.51	0.795
	ASDDF	20.68	14.05	0.25	16.68	25.49	0.423	14.28	35.44	0.557	12.66	44.19	0.667	11.41	52.37	0.764
	ASVMF	22.36	12.4	0.243	18.46	21.54	0.399	15.98	29.67	0.522	14.17	37.37	0.63	12.75	44.84	0.728
	AVMF	20.77	15.01	0.274	17.81	23.5	0.422	15.87	30.33	0.534	14.35	36.84	0.633	13.07	43.31	0.725
	BVDF	18.77	16.07	0.23	14.98	30.08	0.42	12.78	42	0.565	11.3	52.17	0.681	10.14	61.63	0.78
	DDF	24.49	9.29	0.181	19.97	17.47	0.337	17.14	25.31	0.464	15.12	32.95	0.573	13.52	40.62	0.674
	EBVDF	18.2	17.92	0.283	14.82	31.26	0.469	12.8	42.18	0.607	11.46	51.19	0.716	10.38	59.59	0.809
	EDDF	20.51	14.17	0.258	16.51	25.64	0.432	14.15	35.61	0.566	12.55	44.43	0.677	11.3	52.71	0.774
	EVMF	22.23	12.59	0.251	18.46	21.46	0.404	16.04	29.39	0.528	14.31	36.76	0.635	12.95	43.82	0.731
	FPGF	23.16	11.33	0.227	19.89	18.16	0.356	17.48	24.77	0.468	15.57	31.59	0.571	14.01	38.58	0.671
	FVMF	25.54	8.53	0.171	21.26	15.33	0.306	18.48	21.87	0.418	16.4	28.53	0.52	14.72	35.41	0.617
	FVMRHF	22.77	11.6	0.239	18.76	20.32	0.398	16.25	28.34	0.525	14.46	35.85	0.634	13.07	42.99	0.73
	KVMF	24.53	9.4	0.191	20.37	16.94	0.337	17.64	24.14	0.459	15.64	31.25	0.567	14.05	38.37	0.668
	MMF	25.21	8.81	0.174	21.3	15.47	0.294	18.8	21.47	0.389	16.86	27.43	0.48	15.22	33.69	0.572
	PGF	22.92	11.58	0.233	19.42	18.95	0.369	17.06	25.8	0.482	15.26	32.58	0.584	13.77	39.57	0.682
	RSBVDF	18.47	17.91	0.295	15.06	30.69	0.475	13.05	41.11	0.609	11.7	49.79	0.715	10.62	57.8	0.806
	RSDDF	21.18	13.51	0.258	16.98	24.66	0.432	14.51	34.52	0.566	12.82	43.33	0.678	11.53	51.56	0.774
RSVMF	21.79	12.92	0.256	17.6	23.26	0.426	15.07	32.6	0.559	13.34	41.03	0.67	12	48.94	0.768	
VMF	24.72	9.12	0.181	20.43	16.82	0.333	17.67	24.08	0.458	15.65	31.2	0.567	14.07	38.31	0.668	
VMRHF	22.53	11.94	0.245	18.6	20.73	0.404	16.12	28.77	0.531	14.36	36.28	0.64	13	43.4	0.735	
VSDROMF	24.21	9.94	0.2	20.28	17.28	0.342	17.62	24.29	0.461	15.64	31.3	0.568	14.06	38.37	0.668	
HSDLF $\tau=0.005$	27	7.64	0.14	23.74	11.7	0.215	21.34	15.95	0.283	19.33	20.75	0.353	17.54	26.13	0.428	
HSDLF $\tau=0.0015$	27	7.64	0.14	23.75	11.68	0.215	21.36	15.89	0.283	19.36	20.65	0.352	17.57	26	0.428	

Tabela 4. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Parrots" (sa veličinom slike 768x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *random-valued* impulsnog šuma

Intenzitet <i>random-valued</i> šuma		Parrots 768x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	20.85	13.99	0.226	17.67	22.39	0.344	15.78	29.34	0.436	14.4	35.53	0.516	13.28	41.48	0.59
	ABVDF	21.48	11.93	0.187	17.9	21.02	0.315	15.76	29	0.416	14.23	36.21	0.502	12.99	43.2	0.58
	ACWDDF	23.33	10.2	0.18	19.74	17.42	0.297	17.47	23.92	0.392	15.81	30.03	0.475	14.45	36.15	0.551
	ACWVDF	21.62	11.88	0.191	18.08	20.66	0.318	15.94	28.39	0.418	14.4	35.43	0.504	13.15	42.27	0.582
	ACWVMF	24.34	9.4	0.179	20.71	15.9	0.293	18.41	21.69	0.384	16.7	27.25	0.465	15.27	32.95	0.539
	AMNFE	28.46	6.07	0.115	24.18	10.74	0.199	21.29	15.78	0.275	19.09	21.18	0.348	17.27	27	0.418
	ASBVDF	22.12	10.72	0.166	18.33	19.88	0.3	16.11	27.76	0.405	14.58	34.65	0.492	13.33	41.27	0.571
	ASDDF	24.24	9.05	0.162	20.03	16.72	0.283	17.46	23.84	0.382	15.63	30.57	0.47	14.2	37.13	0.549
	ASVMF	25.48	8.31	0.162	21.52	14.55	0.274	18.97	20.39	0.365	17.06	26.17	0.448	15.51	32.04	0.524
	AVMF	22.91	11.06	0.193	19.85	17.85	0.307	17.89	23.45	0.396	16.39	28.63	0.474	15.09	33.93	0.546
	BVDF	22.46	10.31	0.146	18.35	19.67	0.274	15.98	28.28	0.38	14.31	36.15	0.47	12.93	43.99	0.553
	DDF	27.35	6.54	0.12	22.91	12.11	0.228	20	17.92	0.321	17.87	23.85	0.405	16.14	30.08	0.483
	EBVDF	21.69	11.46	0.182	18.02	20.72	0.315	15.88	28.58	0.418	14.39	35.53	0.505	13.16	42.24	0.583
	EDDF	24.08	9.13	0.168	19.92	16.78	0.29	17.4	23.89	0.39	15.6	30.65	0.478	14.15	37.37	0.557
	EVMF	25.22	8.53	0.169	21.39	14.7	0.279	18.93	20.44	0.37	17.08	26.11	0.452	15.56	31.94	0.528
	FPGF	25.15	8.75	0.168	22.02	13.88	0.264	19.79	18.65	0.342	17.94	23.74	0.418	16.33	29.35	0.49
	FVMF	28.31	5.98	0.114	23.99	10.73	0.208	21.06	15.79	0.291	18.83	21.29	0.37	16.99	27.24	0.446
	FVMRHF	25.91	7.74	0.157	21.8	13.73	0.27	19.2	19.53	0.364	17.29	25.29	0.447	15.72	31.23	0.525
	KVMF	27.07	6.93	0.136	23.02	12.07	0.234	20.27	17.38	0.323	18.17	22.98	0.405	16.46	28.88	0.482
	MMF	27.84	6.31	0.119	23.75	11.24	0.207	21.02	16.28	0.282	18.9	21.58	0.354	17.14	27.28	0.425
	PGF	25.01	8.75	0.169	21.56	14.39	0.272	19.27	19.56	0.355	17.51	24.73	0.432	15.99	30.29	0.504
RSBVDF	21.78	11.71	0.195	18.21	20.45	0.325	16.09	27.9	0.424	14.58	34.55	0.509	13.36	40.96	0.586	
RSDDF	24.56	8.86	0.17	20.32	16.25	0.293	17.73	23.14	0.391	15.88	29.72	0.478	14.4	36.26	0.557	
RSVMF	25.03	8.58	0.171	20.91	15.32	0.288	18.32	21.68	0.385	16.45	27.83	0.471	14.94	33.98	0.549	
VMF	27.5	6.44	0.121	23.15	11.81	0.228	20.3	17.32	0.32	18.18	23	0.405	16.47	28.91	0.482	
VMRHF	25.56	8.1	0.164	21.58	14.14	0.277	19.04	19.95	0.37	17.17	25.68	0.454	15.63	31.59	0.531	
VSDROMF	26.3	7.72	0.149	22.71	12.78	0.245	20.15	17.84	0.329	18.12	23.27	0.409	16.44	29.05	0.485	
HSDLF $\tau=0.005$	28.67	6.03	0.104	25.1	9.86	0.168	22.35	14.37	0.231	20.16	19.31	0.293	18.24	24.83	0.358	
HSDLF $\tau=0.0015$	28.68	6.02	0.104	25.11	9.85	0.168	22.36	14.34	0.23	20.18	19.26	0.292	18.25	24.77	0.358	

Tabela 5. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Lena" (sa veličinom slike 512x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *salt-and-pepper* impulsnog šuma

Intentzitet <i>salt-and-pepper</i> šuma		Lena 512x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	17.43	21.86	0.295	14.46	33.9	0.435	12.73	43.45	0.543	11.52	51.43	0.63	10.57	58.63	0.707
	ABVDF	19.46	16.49	0.239	15.77	27.95	0.383	13.6	37.91	0.498	12.13	46.48	0.592	11.01	54.52	0.677
	ACWDDF	20.96	14.57	0.233	17.48	23.65	0.367	15.27	31.63	0.474	13.7	38.89	0.564	12.45	45.96	0.647
	ACWVDF	19.2	16.98	0.249	15.72	28.22	0.393	13.63	37.89	0.507	12.2	46.21	0.601	11.1	53.99	0.685
	ACWVMF	21.76	13.84	0.233	18.18	22.34	0.361	15.91	29.85	0.464	14.26	36.81	0.553	12.93	43.73	0.635
	AMNFE	25.66	9.23	0.156	21.81	15.02	0.25	19.23	20.73	0.333	17.28	26.35	0.408	15.66	32.29	0.485
	ASBVDF	19.74	15.65	0.226	15.8	27.92	0.383	13.61	38.19	0.503	12.18	46.68	0.6	11.1	54.36	0.684
	ASDDF	21.27	13.97	0.222	17.17	24.34	0.363	14.73	33.66	0.476	13.08	41.95	0.572	11.83	49.68	0.657
	ASVMF	22.27	13.17	0.222	18.57	21.66	0.349	16.13	29.38	0.453	14.32	36.78	0.542	12.87	44.14	0.627
	AVMF	21.11	15	0.241	18.05	23.14	0.364	16.03	29.98	0.461	14.48	36.32	0.543	13.2	42.7	0.623
	BVDF	20.8	14.06	0.196	16.68	24.85	0.339	14.2	34.9	0.458	12.53	43.93	0.559	11.28	52.43	0.65
	DDF	24.12	10.54	0.176	20.03	18.07	0.301	17.4	25.16	0.405	15.45	31.99	0.497	13.9	38.93	0.583
	EBVDF	19.23	16.6	0.243	15.55	28.66	0.396	13.47	38.69	0.514	12.1	46.98	0.609	11.05	54.53	0.692
	EDDF	21.46	13.86	0.228	17.35	23.86	0.368	14.84	33.09	0.483	13.14	41.42	0.579	11.87	49.2	0.667
	EVMF	22.24	13.2	0.226	18.57	21.6	0.353	16.19	29.15	0.456	14.45	36.26	0.546	13.09	43.14	0.63
	FPGF	23.04	12.16	0.207	19.89	18.71	0.313	17.57	24.94	0.405	15.71	31.26	0.491	14.2	37.84	0.575
	FVMF	25.29	9.42	0.16	21.3	15.75	0.268	18.63	21.92	0.361	16.59	28.1	0.446	14.93	34.64	0.53
	FVMRHF	22.75	12.28	0.215	18.81	20.61	0.347	16.34	28.28	0.454	14.57	35.42	0.546	13.18	42.42	0.631
	KVMF	24.34	10.24	0.177	20.4	17.42	0.296	17.78	24.2	0.397	15.82	30.82	0.486	14.26	37.55	0.572
	MMF	25.08	9.64	0.162	21.42	15.72	0.257	19	21.3	0.337	17.12	26.77	0.41	15.49	32.67	0.489
	PGF	22.4	12.89	0.218	19.1	20.08	0.331	16.94	26.5	0.423	15.24	32.83	0.507	13.82	39.37	0.589
	RSBVDF	18.86	17.59	0.259	15.41	29.47	0.41	13.43	39.23	0.525	12.11	47.28	0.616	11.07	54.66	0.697
	RSDDF	21.41	13.93	0.232	17.27	24.17	0.375	14.79	33.47	0.49	13.11	41.79	0.586	11.85	49.53	0.671
	RSVMF	21.7	13.71	0.232	17.63	23.51	0.372	15.09	32.65	0.486	13.37	40.86	0.581	12.02	48.74	0.665
	VMF	24.42	10.22	0.172	20.44	17.37	0.294	17.81	24.15	0.396	15.84	30.77	0.486	14.27	37.49	0.572
	VMRHF	22.5	12.64	0.221	18.65	21.01	0.352	16.22	28.7	0.46	14.47	35.86	0.551	13.1	42.85	0.635
VSDROMF	23.92	10.96	0.187	20.27	17.86	0.301	17.75	24.4	0.399	15.81	30.89	0.487	14.26	37.57	0.572	
HSDLF $\tau=0.005$	26.33	8.78	0.135	23.34	12.86	0.196	21.14	16.9	0.252	19.29	21.25	0.309	17.63	26.15	0.371	
HSDLF $\tau=0.0015$	26.33	8.78	0.135	23.34	12.86	0.197	21.14	16.9	0.252	19.29	21.25	0.309	17.62	26.14	0.372	

Tabela 6. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Lena" (sa veličinom slike 512x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *random-valued* impulsnog šuma

Intenzitet <i>random-valued</i> šuma		Lena 512x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	20.65	14.49	0.199	17.6	22.72	0.299	15.78	29.53	0.382	14.42	35.72	0.457	13.36	41.26	0.524
	ABVDF	22.01	12.11	0.171	18.53	20.06	0.271	16.31	27.31	0.358	14.75	33.98	0.437	13.55	40.07	0.507
	ACWDDF	23.31	10.78	0.164	19.92	17.43	0.259	17.72	23.49	0.342	16.03	29.43	0.419	14.75	34.91	0.487
	ACWVDF	22.07	11.98	0.172	18.62	19.77	0.273	16.46	26.74	0.359	14.89	33.31	0.438	13.69	39.29	0.508
	ACWVMF	24.42	9.89	0.162	20.95	15.92	0.253	18.67	21.45	0.332	16.86	27.03	0.407	15.52	32.16	0.474
	AMNFE	28.08	6.99	0.112	24.37	11.14	0.179	21.65	15.65	0.245	19.41	20.71	0.314	17.66	25.83	0.381
	ASBVDF	23.04	10.54	0.15	19.1	18.53	0.253	16.72	25.86	0.344	15.04	32.72	0.426	13.8	38.81	0.499
	ASDDF	24.55	9.47	0.15	20.52	16.26	0.245	17.93	22.81	0.329	16.01	29.36	0.409	14.61	35.35	0.481
	ASVMF	25.27	9.12	0.152	21.65	14.86	0.24	19.2	20.34	0.319	17.23	26.04	0.394	15.73	31.44	0.462
	AVMF	22.99	11.45	0.173	20.02	17.83	0.265	18.1	23.19	0.342	16.54	28.36	0.414	15.32	33.16	0.479
	BVDF	23.77	10.17	0.135	19.97	17.03	0.227	17.39	23.92	0.313	15.49	30.95	0.395	14.01	37.76	0.471
	DDF	26.79	7.78	0.122	22.94	12.82	0.207	20.26	18	0.286	18.15	23.51	0.362	16.52	28.87	0.433
	EBVDF	22.58	11.12	0.162	18.83	19.09	0.265	16.56	26.36	0.355	14.95	33.07	0.436	13.74	39.1	0.507
	EDDF	24.64	9.5	0.154	20.76	15.94	0.248	18.18	22.24	0.332	16.22	28.71	0.413	14.77	34.69	0.485
	EVMF	25.12	9.24	0.155	21.59	14.9	0.243	19.19	20.31	0.321	17.28	25.88	0.396	15.83	31.15	0.464
	FPGF	25.34	9.17	0.152	22.36	13.94	0.228	20.15	18.44	0.296	18.22	23.42	0.365	16.67	28.44	0.431
	FVMF	27.93	6.97	0.112	24.17	11.25	0.185	21.43	15.83	0.255	19.15	21.01	0.327	17.37	26.28	0.397
	FVMRHF	25.8	8.5	0.145	22.03	13.97	0.235	19.48	19.4	0.316	17.49	25.04	0.393	16.01	30.36	0.463
	KVMF	26.96	7.6	0.127	23.23	12.41	0.206	20.59	17.36	0.281	18.45	22.72	0.356	16.8	27.99	0.426
	MMF	27.5	7.31	0.117	23.94	11.63	0.185	21.4	16.11	0.248	19.26	21.06	0.315	17.55	26.07	0.38
	PGF	25.01	9.37	0.155	21.77	14.61	0.236	19.56	19.44	0.307	17.72	24.52	0.377	16.27	29.52	0.443
	RSBVDF	22.07	11.84	0.175	18.5	19.93	0.279	16.38	26.99	0.367	14.88	33.39	0.446	13.73	39.16	0.515
	RSDDF	24.6	9.49	0.157	20.63	16.13	0.254	18.07	22.51	0.339	16.16	28.91	0.42	14.74	34.81	0.49
RSVMF	24.9	9.33	0.157	21.07	15.54	0.251	18.52	21.6	0.335	16.56	27.76	0.414	15.13	33.43	0.484	
VMF	27.05	7.58	0.121	23.28	12.38	0.203	20.61	17.36	0.28	18.46	22.74	0.355	16.81	28	0.426	
VMRHF	25.46	8.84	0.151	21.8	14.37	0.241	19.31	19.8	0.321	17.36	25.44	0.398	15.91	30.73	0.467	
VSDROMF	26.21	8.37	0.139	22.92	13.06	0.215	20.46	17.77	0.286	18.4	22.96	0.358	16.78	28.12	0.427	
HSDLF $\tau=0.005$	27.9	7.33	0.107	24.78	10.98	0.158	22.32	15	0.211	20.17	19.59	0.27	18.43	24.36	0.332	
HSDLF $\tau=0.0015$	27.9	7.33	0.107	24.78	10.97	0.158	22.32	14.99	0.211	20.17	19.58	0.271	18.43	24.35	0.332	

Tabela 7. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Peppers" (sa veličinom slike 512x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *salt-and-pepper* impulsnog šuma

Intentzitet <i>salt-and-pepper</i> šuma		Peppers 512x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	17.19	22.1	0.261	14.23	34.17	0.389	12.48	43.91	0.494	11.25	52.16	0.584	10.25	59.77	0.667
	ABVDF	19.57	16.25	0.206	15.81	27.6	0.333	13.43	38.24	0.443	11.76	48.05	0.538	10.38	58.05	0.63
	ACWDDF	20.86	14.74	0.205	17.35	23.83	0.323	15.08	32.1	0.425	13.41	39.88	0.515	12.04	47.66	0.604
	ACWVDF	19.45	16.55	0.216	15.78	27.74	0.344	13.48	38.06	0.452	11.87	47.43	0.546	10.54	56.83	0.636
	ACWVMF	21.26	14.31	0.206	17.88	22.8	0.319	15.64	30.48	0.417	13.98	37.61	0.506	12.6	44.86	0.594
	AMNFE	25.06	9.75	0.142	21.31	15.74	0.228	18.71	21.87	0.311	16.74	28.05	0.392	15.1	34.54	0.474
	ASBVDF	19.74	15.81	0.201	15.84	27.64	0.335	13.48	38.26	0.449	11.89	47.58	0.545	10.61	56.65	0.637
	ASDDF	21.07	14.38	0.197	17.16	24.42	0.319	14.68	33.67	0.424	12.91	42.28	0.518	11.5	50.82	0.61
	ASVMF	21.8	13.58	0.195	18.16	22.34	0.31	15.8	30.23	0.407	14.06	37.57	0.496	12.58	45.12	0.586
	AVMF	20.48	15.86	0.215	17.65	23.96	0.323	15.74	30.72	0.413	14.24	37.02	0.495	12.91	43.64	0.579
	BVDF	20.66	14.16	0.175	16.43	25.44	0.303	13.84	36.34	0.415	12.07	46.3	0.513	10.6	56.53	0.609
	DDF	23.63	10.94	0.158	19.66	18.55	0.268	16.96	26.2	0.369	14.98	33.59	0.46	13.35	41.31	0.552
	EBVDF	19.09	16.9	0.217	15.36	28.99	0.352	13.14	39.7	0.464	11.64	48.97	0.559	10.44	57.82	0.648
	EDDF	20.84	14.65	0.205	16.97	24.73	0.328	14.51	34.16	0.435	12.76	42.93	0.53	11.36	51.63	0.621
	EVMF	21.76	13.65	0.2	18.24	22.13	0.312	15.91	29.83	0.41	14.19	37.04	0.5	12.77	44.28	0.588
	FPGF	22.7	12.34	0.182	19.59	18.97	0.277	17.26	25.54	0.366	15.4	32.2	0.452	13.81	39.28	0.542
	FVMF	24.73	9.85	0.145	20.89	16.24	0.241	18.23	22.72	0.33	16.2	29.25	0.415	14.5	36.21	0.504
	FVMRHF	22.24	12.72	0.193	18.53	20.95	0.308	16.06	28.86	0.411	14.27	36.33	0.503	12.81	43.8	0.593
	KVMF	23.82	10.63	0.159	20.03	17.86	0.264	17.44	24.94	0.360	15.48	31.85	0.449	13.86	39.08	0.541
	MMF	24.61	10.02	0.145	21.02	16.19	0.231	18.55	22.22	0.311	16.63	28.18	0.388	14.98	34.54	0.47
	PGF	22.15	12.98	0.191	18.94	20.11	0.29	16.74	26.77	0.379	15	33.39	0.463	13.51	40.37	0.552
	RSBVDF	19.14	17.12	0.225	15.46	28.92	0.358	13.3	39.13	0.468	11.82	47.94	0.561	10.64	56.37	0.648
	RSDDF	21.1	14.24	0.204	17.15	24.3	0.33	14.65	33.66	0.437	12.9	42.27	0.532	11.49	50.77	0.622
RSVMF	21.31	14.06	0.205	17.42	23.77	0.328	14.94	32.81	0.435	13.17	41.18	0.531	11.76	49.42	0.622	
VMF	23.88	10.7	0.156	20.06	17.85	0.263	17.46	24.91	0.36	15.5	31.82	0.449	13.87	39.04	0.541	
VMRHF	22.02	13.06	0.198	18.38	21.34	0.312	15.94	29.28	0.415	14.18	36.73	0.507	12.74	44.19	0.597	
VSDROMF	23.55	11.14	0.165	19.94	18.19	0.268	17.41	25.08	0.362	15.48	31.91	0.45	13.86	39.09	0.541	
HSDLF $\tau=0.005$	25.99	9.07	0.126	22.95	13.33	0.187	20.59	18.03	0.249	18.72	22.98	0.314	17.02	28.58	0.384	
HSDLF $\tau=0.0015$	25.99	9.06	0.126	22.96	13.31	0.187	20.61	17.99	0.249	18.74	22.93	0.313	17.04	28.52	0.384	

Tabela 8. Rezultati performansi za posmatrane algoritme za uklanjanje šuma na slici "Peppers" (sa veličinom slike 512x512 u pikselima) kontaminiranoj različitim intenzitetima *random-valued* impulsnog šuma

Intenzitet <i>random-valued</i> šuma		Peppers 512x512														
		0.1			0.2			0.3			0.4			0.5		
		PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD	PSNR [dB]	MAE	NCD
Filter za otklanjanje šuma	None	20.07	15.35	0.186	17.03	24.01	0.284	15.18	31.35	0.369	13.82	37.96	0.448	12.77	43.95	0.52
	ABVDF	21.95	12.24	0.157	18.32	20.39	0.252	15.91	28.45	0.341	14.14	36.29	0.427	12.78	43.68	0.503
	ACWDDF	23.17	11.14	0.154	19.67	17.96	0.244	17.32	24.6	0.328	15.55	31.14	0.41	14.13	37.59	0.485
	ACWVDF	22.02	12.15	0.16	18.36	20.23	0.256	15.99	28.07	0.345	14.3	35.5	0.429	12.95	42.67	0.505
	ACWVMF	23.63	10.76	0.155	20.25	17.07	0.241	17.98	23.08	0.322	16.21	29.06	0.401	14.8	34.97	0.474
	AMNFE	27.07	7.84	0.111	23.34	12.52	0.18	20.61	17.81	0.252	18.42	23.59	0.328	16.67	29.64	0.401
	ASBVDF	22.73	11.09	0.144	18.68	19.38	0.242	16.18	27.42	0.333	14.41	35.05	0.42	13.06	42.13	0.497
	ASDDF	23.86	10.3	0.144	19.96	17.29	0.234	17.36	24.32	0.319	15.4	31.42	0.403	13.9	38.26	0.48
	ASVMF	24.41	9.94	0.145	20.84	16.04	0.229	18.4	22.07	0.309	16.49	28.21	0.389	14.98	34.28	0.464
	AVMF	22.55	12.1	0.163	19.59	18.62	0.25	17.63	24.36	0.328	16.03	30.01	0.404	14.72	35.58	0.476
	BVDF	23.4	10.56	0.131	19.39	18.01	0.22	16.7	25.94	0.308	14.75	33.79	0.393	13.21	41.54	0.471
	DDF	25.8	8.63	0.121	22.02	14.05	0.202	19.3	19.99	0.283	17.2	26.21	0.364	15.55	32.51	0.441
	EBVDF	22.12	11.81	0.156	18.2	20.39	0.256	15.82	28.54	0.347	14.16	36.08	0.432	12.89	42.99	0.507
	EDDF	23.66	10.48	0.15	19.84	17.47	0.24	17.25	24.59	0.327	15.35	31.66	0.411	13.87	38.5	0.488
	EVMF	24.29	10.05	0.148	20.8	16.08	0.232	18.4	22.04	0.312	16.53	28.11	0.392	15.06	34.09	0.466
	FPGF	24.5	9.97	0.144	21.53	15.03	0.217	19.29	20.13	0.289	17.4	25.7	0.363	15.82	31.55	0.437
	FVMF	26.93	7.77	0.111	23.19	12.43	0.182	20.43	17.71	0.257	18.21	23.55	0.335	16.43	29.68	0.411
	FVMRHF	24.89	9.34	0.141	21.19	15.18	0.227	18.65	21.21	0.309	16.71	27.37	0.391	15.19	33.51	0.467
	KVMF	26.01	8.36	0.123	22.33	13.54	0.2	19.69	19.12	0.278	17.59	25.09	0.357	15.93	31.18	0.434
	MMF	26.69	8.02	0.114	23.06	12.79	0.182	20.43	18.04	0.252	18.31	23.7	0.326	16.57	29.66	0.399
	PGF	24.18	10.18	0.148	21.01	15.68	0.225	18.82	21	0.299	16.99	26.65	0.374	15.5	32.43	0.446
	RSBVDF	21.99	12.11	0.163	18.18	20.55	0.263	15.89	28.34	0.353	14.27	35.53	0.436	13.04	42.14	0.511
	RSDDF	23.9	10.25	0.149	20	17.19	0.241	17.4	24.17	0.329	15.48	31.13	0.413	13.99	37.87	0.489
	RSVMF	24.09	10.17	0.15	20.33	16.71	0.24	17.81	23.27	0.324	15.9	29.84	0.407	14.42	36.21	0.483
VMF	26.09	8.41	0.12	22.38	13.54	0.198	19.71	19.14	0.277	17.6	25.12	0.357	15.93	31.21	0.433	
VMRHF	24.61	9.66	0.146	20.99	15.55	0.231	18.51	21.58	0.314	16.6	27.72	0.395	15.11	33.83	0.47	
VSDROMF	25.43	9.04	0.132	22.09	14.1	0.206	19.59	19.47	0.281	17.55	25.3	0.359	15.91	31.3	0.435	
HSDLF $\tau=0.005$	27.41	7.79	0.105	24.08	12.02	0.163	21.51	16.88	0.226	19.32	22.34	0.294	17.51	28.15	0.363	
HSDLF $\tau=0.0015$	27.42	7.77	0.105	24.09	12.01	0.163	21.53	16.85	0.226	19.34	22.3	0.294	17.52	28.11	0.363	

Pažljivim posmatranjem datih rezultata i slika, može se zaključiti sledeće [2]:

- Poređenje HSDLF performansi prema kriterijumima efektivnosti za obe posmatrane vrednosti kontrolnog parametra praga τ izračunatog na svim korišćenim referentnim slikama je predstavljen u tabeli 9:

Tabela 9. Uopšteno poređenje kriterijuma efektivnosti (PSNR, MAE i NCD) za HSDLF, izračunato za sve referentne slike, i sve *salt-and-pepper* i *random-valued* intenzitete šuma

Vrsta impulsnog šuma	HSDLF kontrolni parametar praga τ	Kriterijum efektivnosti					
		PSNR		MAE		NCD	
		Bolje performanse	Približno iste	Bolje performanse	Približno iste	Bolje performanse	Približno iste
<i>Salt-and-pepper</i>	0.0015	60%	35%	70%	30%	25%	65%
	0.005	5%		0%		10%	
<i>Random-valued</i>	0.0015	75%	25%	90%	10%	20%	70%
	0.005	0%		0%		10%	

- Kao što se vidi iz tabele 9, HSDLF ima bolje performanse u više od 60% slučajeva za kontrolni parametar praga $\tau=0.0015$ u odnosu na vrednost $\tau=0.005$ po pitanju kriterijuma efektivnosti PSNR i MAE, dok su NCD vrednosti veoma slične za obe posmatrane vrednosti τ .
- Slike kontaminirane *random-valued* impulsnim šumom su senzitivnije na promene vrednosti τ u HSDLF-u po pitanju svih kriterijuma efektivnosti (PSNR, MAE i NCD).
- Detaljan pregled performansi HSDLF filtera je dat u tabeli 10:

Tabela 10. Detaljan prikaz HSDLF performansi po pitanju kriterijuma efektivnosti (PSNR, MAE i NCD).

HSDLF kontrolni parametar praga τ		Ukupni srednji dobitak	Maksimalni srednji dobitak	Minimalni srednji dobitak	Maksimalni dobitak	Minimalni dobitak	
Salt-and-pepper šum	PSNR	0.005	+8.39	+8.93 dB Slika: Caps 768x512	+7.97 dB Slika: Peppers 512x512	+9.7 dB Slika: Caps 768x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.2	+6.77 dB Slika: Peppers 512x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.5
		0.0015	+8.4	+8.95 dB Slika: Caps 768x512	+7.99 dB Slika: Peppers 512x512	+9.71 dB Slika: Caps 768x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.2	+6.79 dB Slika: Peppers 512x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.5
	MAE	0.005	-25.1	-26.3 Slika: Caps 768x512	-24.02 Slika: Peppers 512x512	-34.74 Slika: Caps 768x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.5	-13.03 Slika: Peppers 512x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.1
		0.0015	-25.14	-26.36 Slika: Caps 768x512	-24.06 Slika: Peppers 512x512	-34.87 Slika: Caps 768x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.5	-13.04 Slika: Peppers 512x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.1
	NCD	0.005	-0.298	-0.382 Slika: Caps 768x512	-0.227 Slika: Peppers 512x512	-0.469 Slika: Caps 768x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.5	-0.135 Slika: Peppers 512x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.1
		0.0015	-0.299	-0.382 Slika: Caps 768x512	-0.227 Slika: Peppers 512x512	-0.47 Slika: Caps 768x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.5	-0.135 Slika: Peppers 512x512 Salt-and-pepper intenzitet: 0.1
Random-valued šum	PSNR	0.005	+6.52	+7 dB Slika: Caps 768x512	+6.19 dB Slika: Peppers 512x512	+7.9 dB Slika: Caps 768x512 Random-valued intenzitet: 0.2	+4.74 dB Slika: Peppers 512x512 Random-valued intenzitet: 0.5
		0.0015	+6.53	+7.02 dB Slika: Caps 768x512	+6.21 dB Slika: Peppers 512x512	+7.91 dB Slika: Caps 768x512 Random-valued intenzitet: 0.2	+4.75 dB Slika: Peppers 512x512 Random-valued intenzitet: 0.5
	MAE	0.005	-13.58	-14.28 Slika: Caps 768x512	-13.09 Slika: Peppers 512x512	-18.39 Slika: Caps 768x512 Random-valued intenzitet: 0.5	-7.16 Slika: Lena 512x512 Random-valued intenzitet: 0.1
		0.0015	-13.61	-14.31 Slika: Caps 768x512	-13.11 Slika: Peppers 512x512	-18.46 Slika: Caps 768x512 Random-valued intenzitet: 0.5	-7.16 Slika: Lena 512x512 Random-valued intenzitet: 0.1
	NCD	0.005	-0.179	-0.235 Slika: Caps 768x512	-0.131 Slika: Peppers 512x512	-0.295 Slika: Caps 768x512 Random-valued intenzitet: 0.5	-0.081 Slika: Peppers 512x512 Random-valued intenzitet: 0.1
		0.0015	-0.179	-0.235 Slika: Caps 768x512	-0.131 Slika: Peppers 512x512	-0.295 Slika: Caps 768x512 Random-valued intenzitet: 0.5	-0.081 Slika: Peppers 512x512 Random-valued intenzitet: 0.1

Ukupni srednji dobitci su izračunati na svim korišćenim referentnim slikama i posmatranim intenzitetima impulsnih šumova. Maksimalni i minimalni dobitci se računaju za svaku od referentnih slika pojedinačno.

Trebalo bi napomenuti da su za razliku od pozitivnih vrednosti PSNR dobitaka, MAE i NCD vrednosti dobitaka negativne. Međutim, izraz "dobitak" (a ne "gubitak") se upotrebljava i za ova dva parametra pošto veće apsolutne vrednosti MAE i NCD ukazuju na bolje performanse filtera.

- PSNR, MAE i NCD dobitci se postepeno povećavaju na svim referentnim slikama sa rastom intenziteta *salt-and-pepper* i *random-valued* šuma za obe posmatrane vrednosti τ .
- Kao što se vidi iz tabele 10, za obe posmatrane vrednosti τ , HSDLF dostiže maksimalnu vrednost PSNR, MAE i NCD dobitaka na "Caps" slici i za *salt-and-pepper* i za *random-valued* impulsnog šuma. Sa druge strane, HSDLF dostiže minimum po pitanju PSNR i NCD dobitaka za "Peppers" sliku za oba posmatrana tipa impulsnog šuma; minimalna vrednost MAE dobitka se dostiže na slici "Peppers" sliku u slučaju *salt-and-pepper* šuma i sliku "Lena" u slučaju *random-valued* šuma.
- Za slike sa nižim kontrastom i manje detalja, HSDLF daje nešto bolje rezultate za $\tau=0.005$ po pitanju vizuelnog kvaliteta.
- Po pitanju srednje vrednosti PSNR, MAE i NCD dobitaka (izračunate na svim pomenutim referentnim slikama), HSDLF daje bolje rezultate za obe vrednosti kontrolnog parametra praga τ u odnosu na sve ostale filtere sa kojima je poreden (videti slike 4-6).
- U smislu PSNR-a, HSDLF pokazuje bolje rezultate od svih ostalih filtera za otklanjanje šuma za sve intenzitete *random-valued* šuma, uz izuzetak u slučaju najmanje posmatrane vrednosti intenziteta šuma od 0.1 na slici "Lena", gde AMNFE i FVMF pokazuju nešto bolje rezultate. Što se tiče MAE, HSDLF takođe

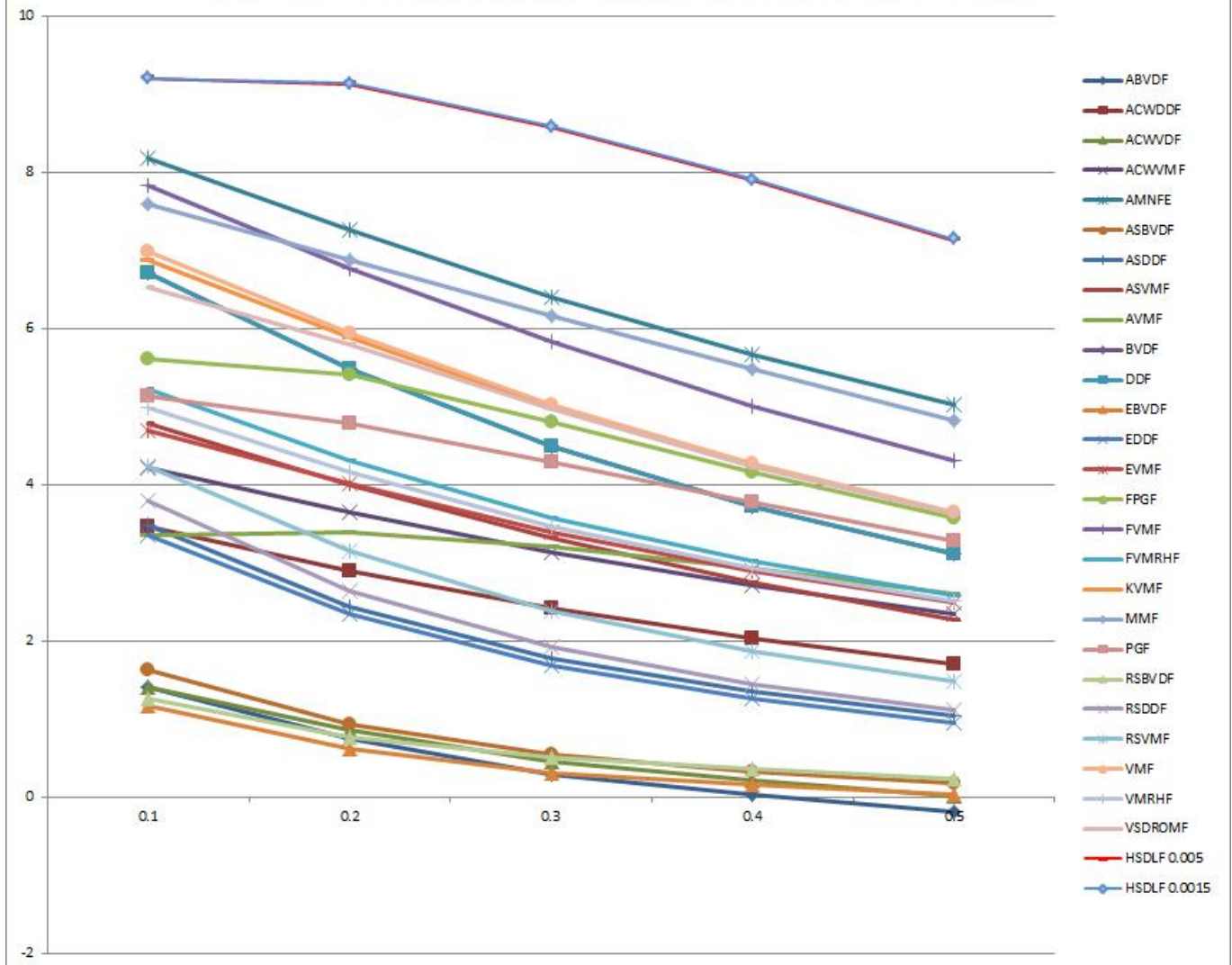
pokazuje bolje rezultate u odnosu na sve ostale filtere za sve vrednosti intenziteta *random-valued* šuma, osim u slučaju najmanje vrednosti intenziteta šuma od 0.1 na slici "Lena", gde AMNFE i FVMF daju marginalno bolje rezultate, i slici "Parrots" gde FVMF ima veoma blagu prednost. Čak i u ovim veoma retkim slučajevima, razlike između PSNR i MAE vrednosti između HSDLF i AMNFE/FVMF su zanemarljive kao što se i može videti u tabelama 1-8. Po pitanju NCD kriterijuma efektivnosti, HSDLF konstantno daje bolje rezultate u odnosu na sve posmatrane filtere sa kojima je poređen.

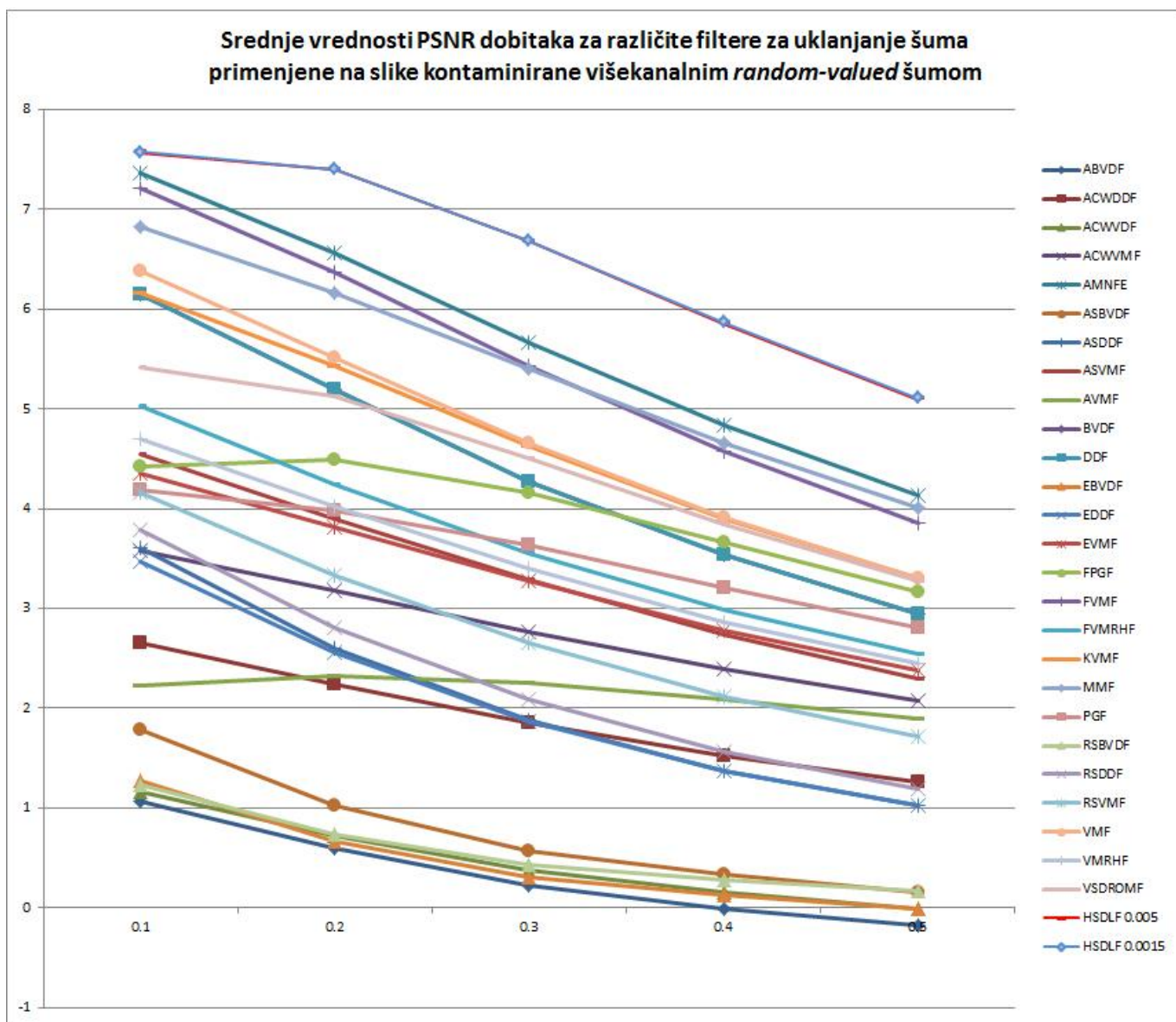
- Za obe vrednosti parametra τ , HSDLF konzistentno daje bolje rezultate od svih ostalih filtera sa kojima je poređen u smislu PSNR, MAE i NCD kriterijuma efektivnosti za sve vrednosti intenziteta *salt-and-pepper* šuma.
- Može se primetiti da se performanse svih filtera sem HSDLF-a rapidno smanjuju za sve intenzitete *salt-and-pepper* i *random-valued* iznad 0.1, što potvrđuje da HSDLF mnogo bolje uklanja srednje i velike intenzitete šuma u odnosu na sve poređene filtere.

Slike 4-6 daju detaljniji uvid u performanse poređenih filtera za otklanjanje šuma pošto prikazuje vrednosti njihovih srednje PSNR dobitaka izračunatih na svim posmatranim referentnim slikama ("Lena", "Peppers", "Parrots" i "Caps").

Slike 7-10 ilustruju vizuelni kvalitet rezultata otklanjanja šuma za sve posmatrane filtere primenjene na slike "Caps" i "Parrots" kontaminirane *salt-and-pepper* i *random-valued* šumovima (različitih intenziteta), respektivno. Kao što je prikazano, HSDLF uspešno čuva detalje i ivice na slikama, i ima primetno manje artifakata u odnosu na sve ostale poređene filtere za uklanjanje šuma za obe vrednosti kontrolnog parametra praga τ (0.005 i 0.0015).

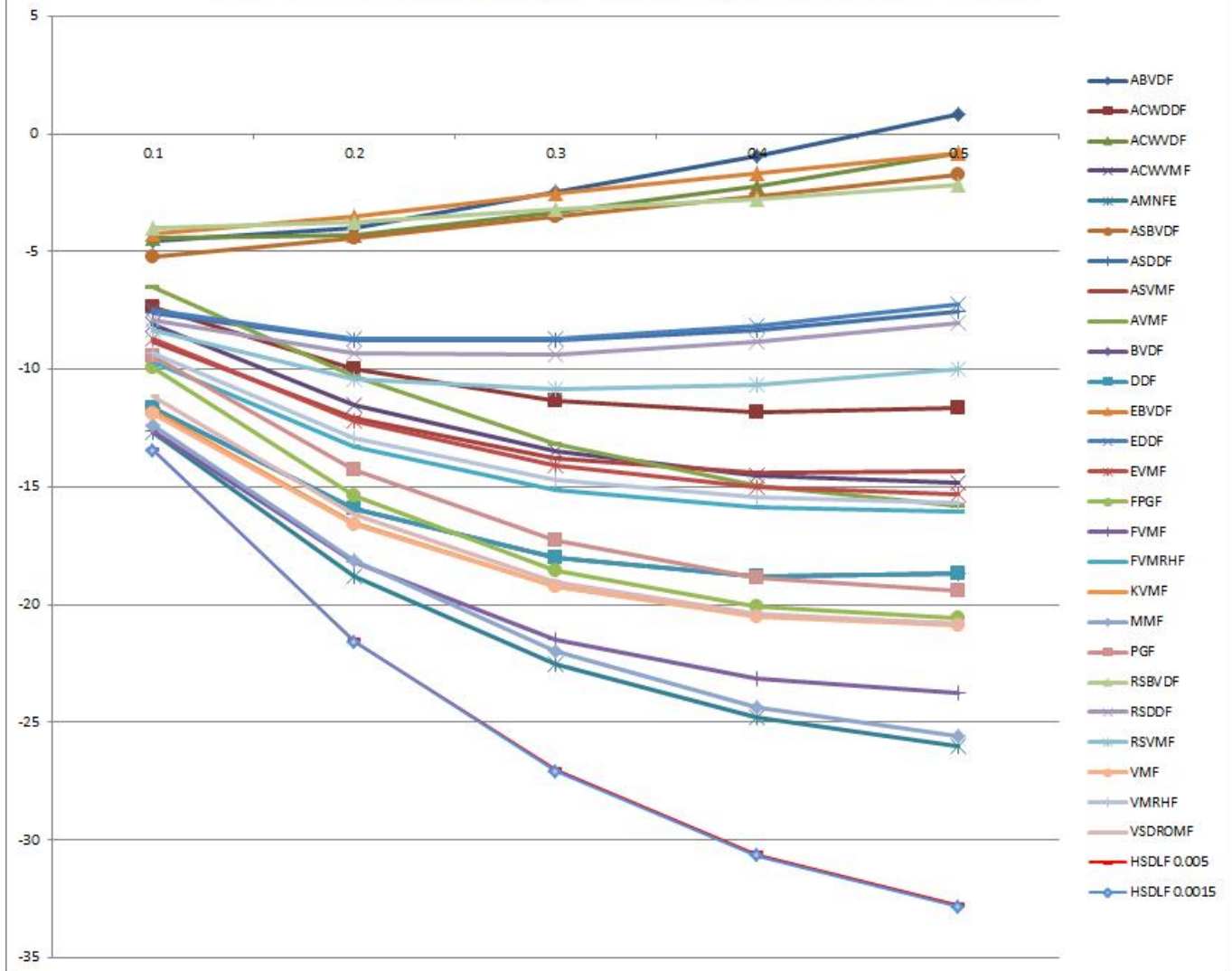
Srednje vrednosti PSNR dobitaka za različite filtre za uklanjanje šuma primenjene na slike kontaminirane višekanalnim *salt-and-pepper* šumom

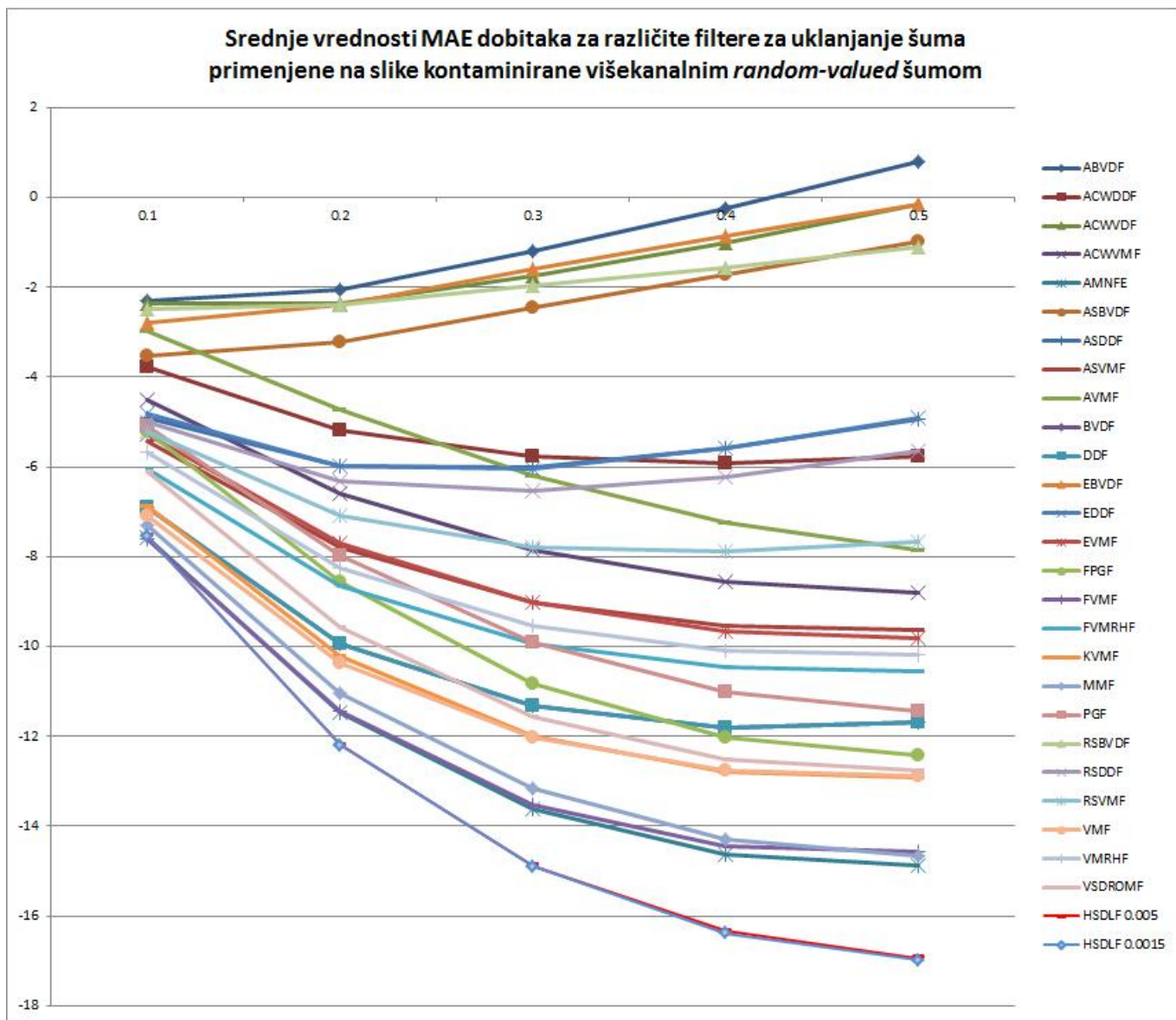




Slika 4. Srednja vrednost PSNR dobitaka za poređene filtere za uklanjanje impulsnog šuma primenjene na sve posmatrane referentne slike kontaminirane različitim *salt-and-pepper* i *random-valued* impulsnog šuma (prikazanog na horizontalnoj osi)

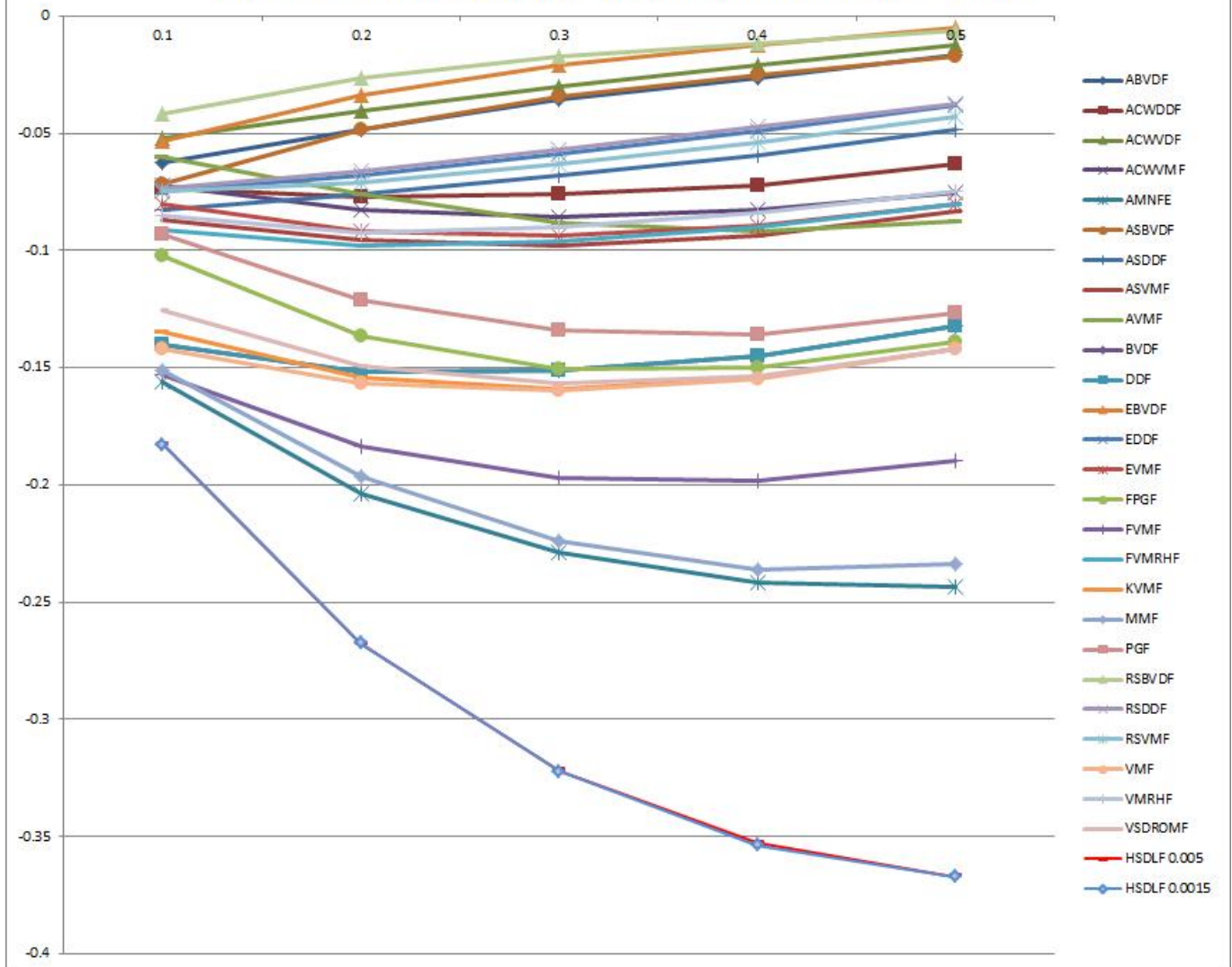
Srednje vrednosti MAE dobitaka za različite filtre za uklanjanje šuma primenjene na slike kontaminirane višekanalnim *salt-and-pepper* šumom

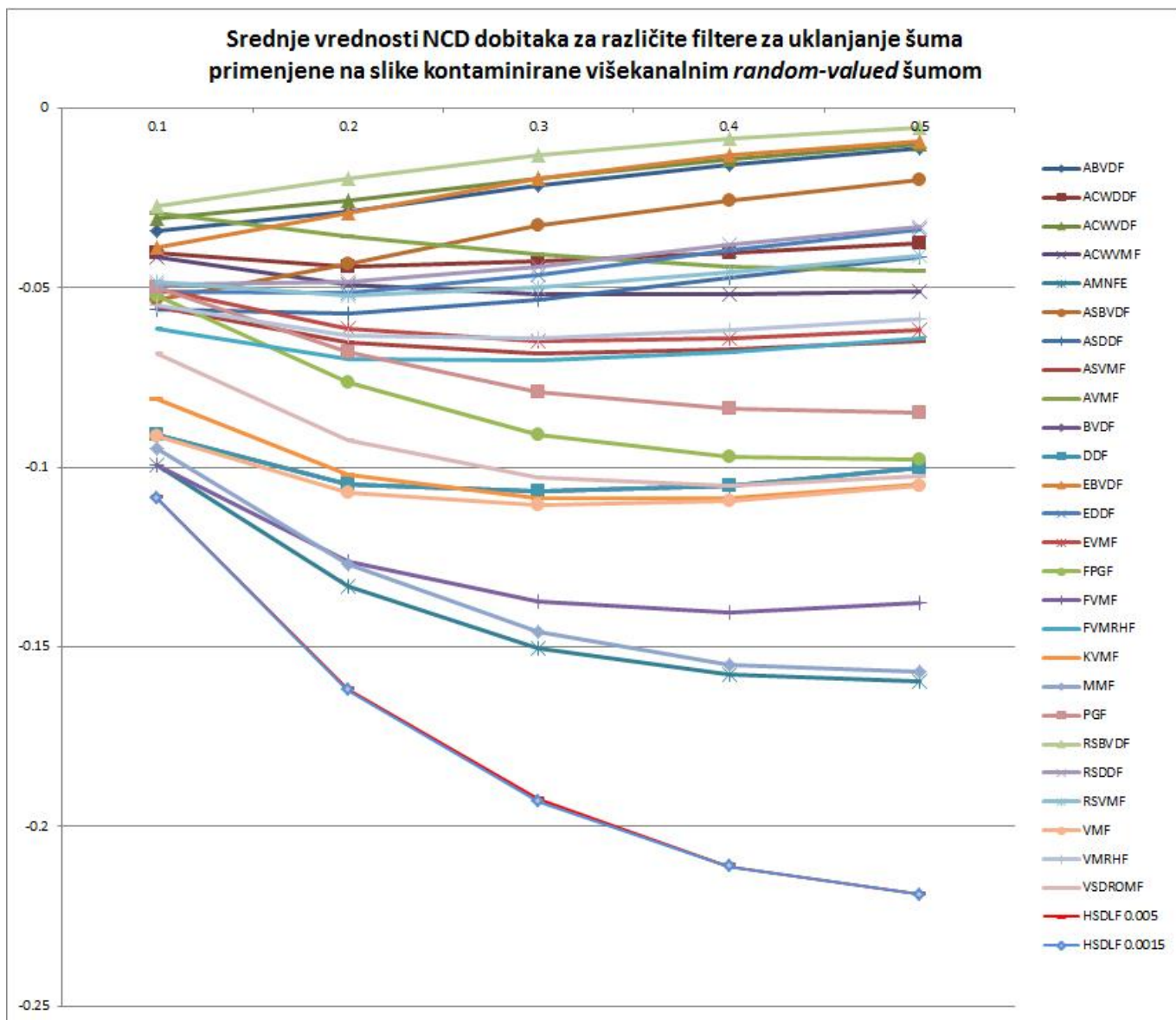




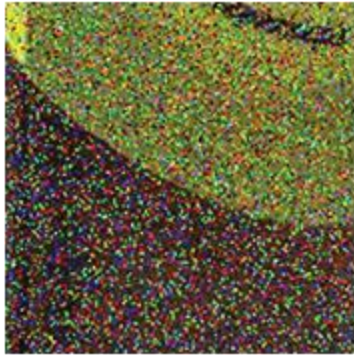
Slika 5. Srednja vrednost MAE dobitaka za poređene filtere za uklanjanje impulsnog šuma primenjene na sve posmatrane referentne slike kontaminirane različitim *salt-and-pepper* i *random-valued* impulsnog šuma (prikazanog na horizontalnoj osi)

Srednje vrednosti NCD dobitaka za različite filtre za uklanjanje šuma primenjene na slike kontaminirane višekanalnim *salt-and-pepper* šumom

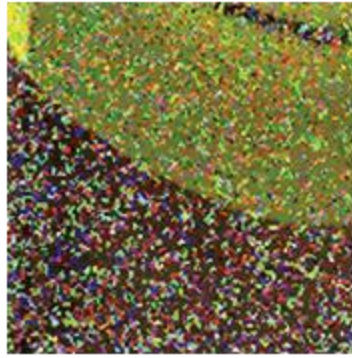




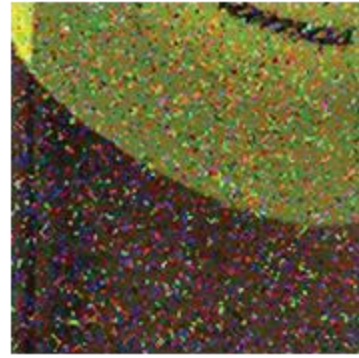
Slika 6. Srednja vrednost NCD dobitaka za poređene filtere za uklanjanje impulsnog šuma primenjene na sve posmatrane referentne slike kontaminirane različitim *salt-and-pepper* i *random-valued* impulsnog šuma (prikazanog na horizontalnoj osi)



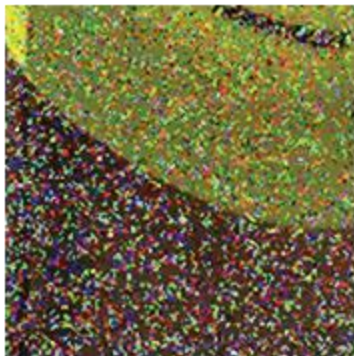
Salt-and-pepper noise (20% density)



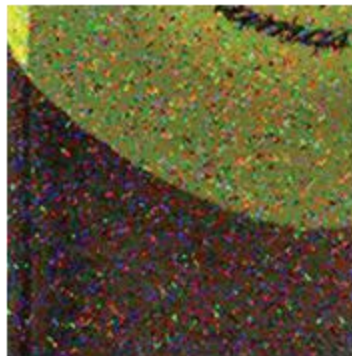
ABVDF



ACWDDF



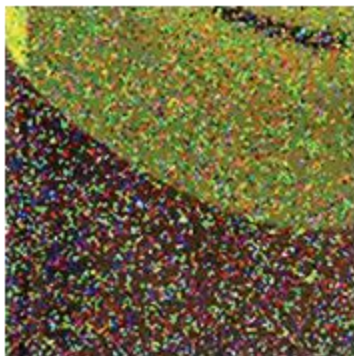
ACWVDF



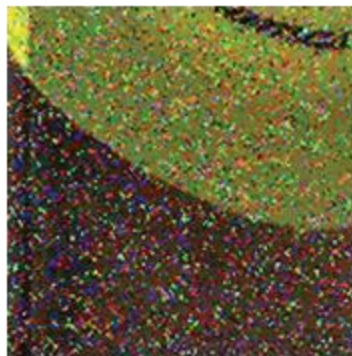
ACWVMF



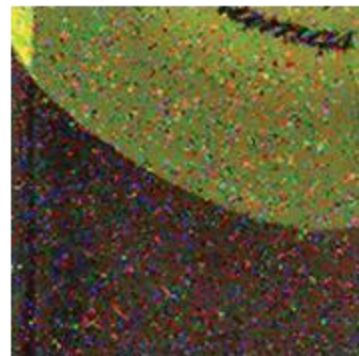
AMNFE



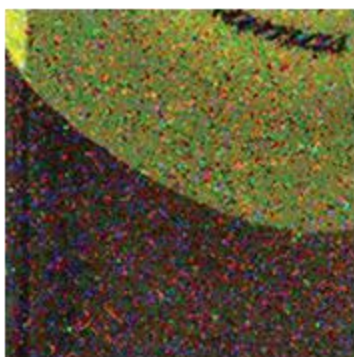
ASBVDF



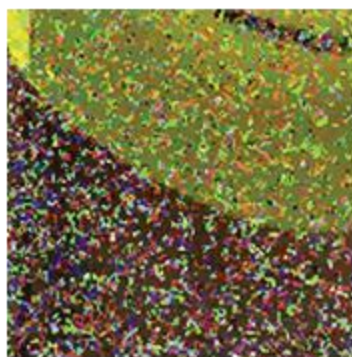
ASDDF



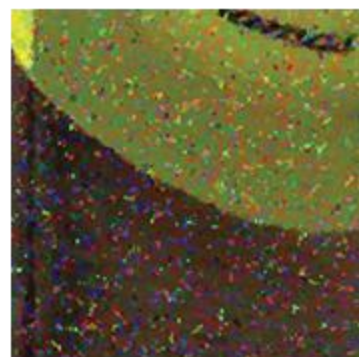
ASVMF



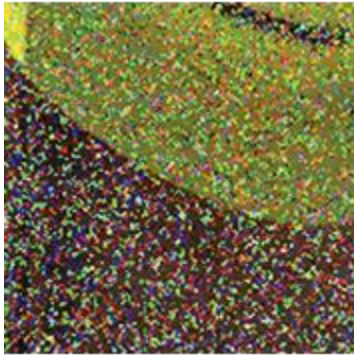
AVMF



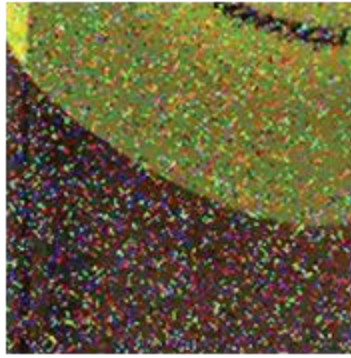
BVDF



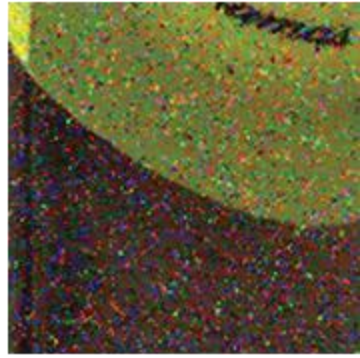
DDF



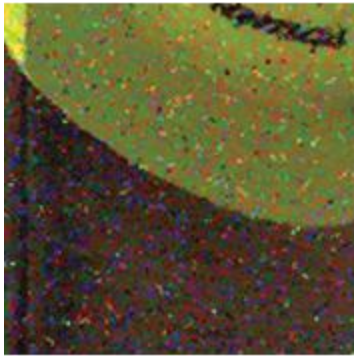
EBVDF



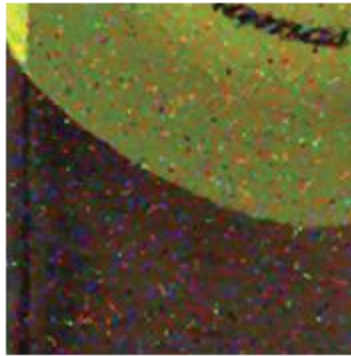
EDDF



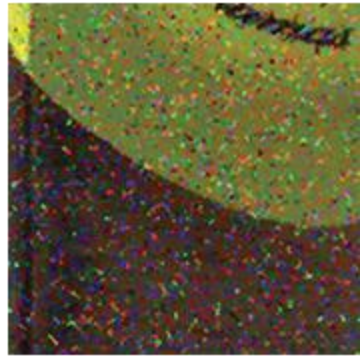
EVMF



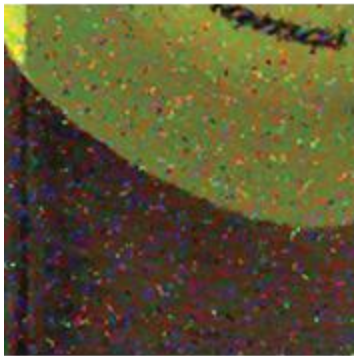
FPGF



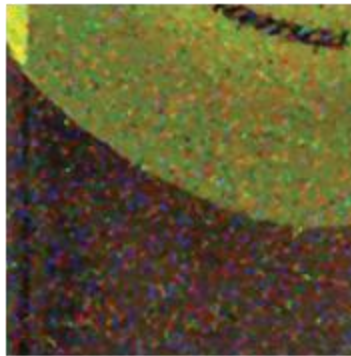
FVMF



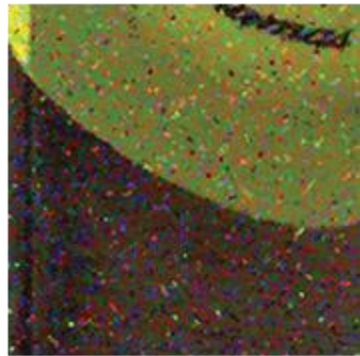
FVMRHF



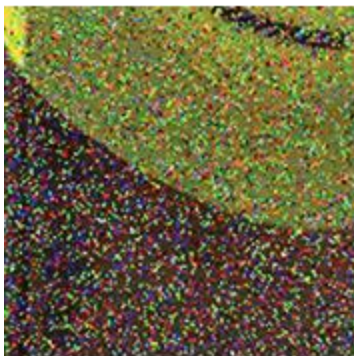
KVMF



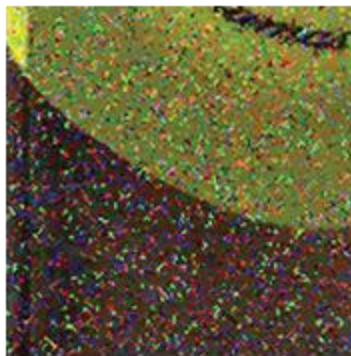
MMF



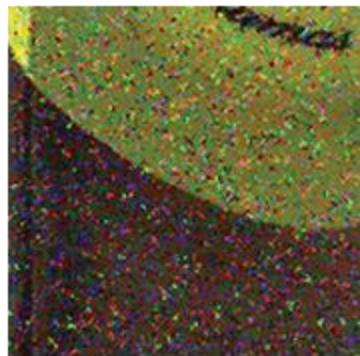
PGF



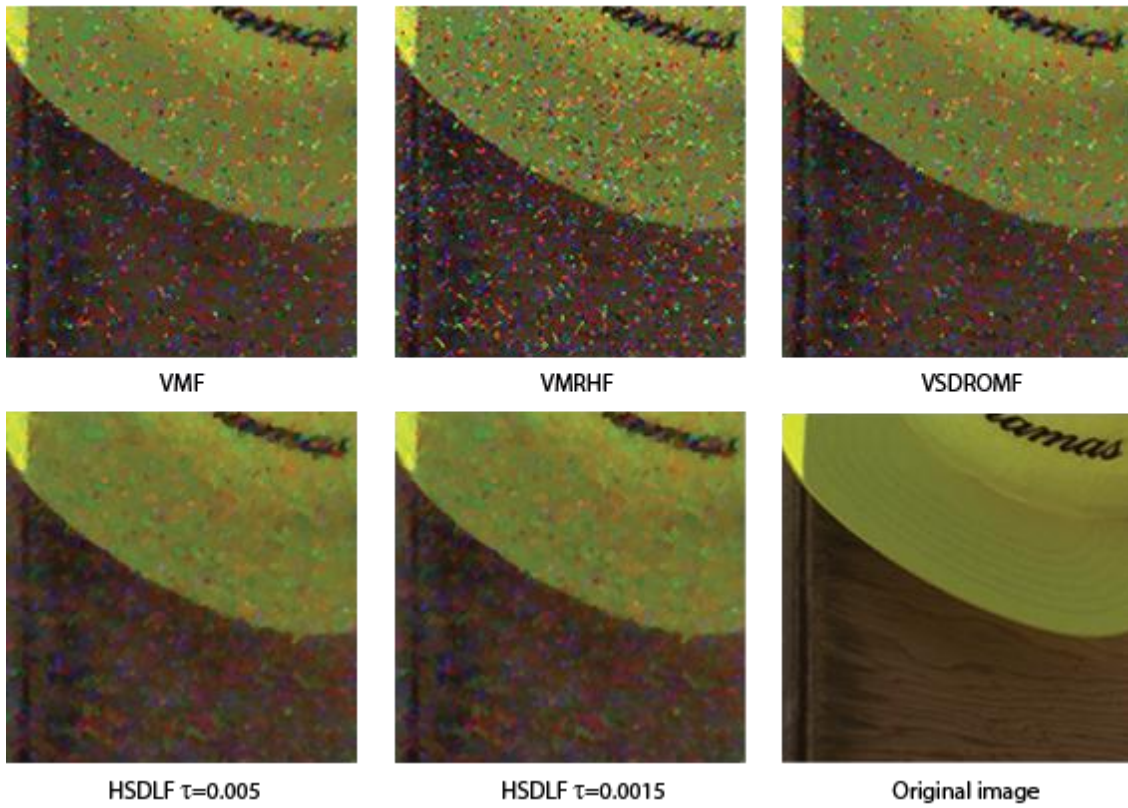
RSBVDF



RSSDF



RSVMF



Slika 7. Rezultati svih poređenih filtera za otklanjanje impulsnog šuma primenjenih na segmentu slike "Caps" (768x512) kontaminiranoj *salt-and-pepper* šumom sa intenzitetom 0.2 (20%)



Salt-and-pepper noise (20% density)



ABVDF



ACWDDF



ACWVDF



ACWVMF



AMNFE



ASBVDF



ASDDF



ASVMF



AVMF



BVDF



DDF



EBVDF



EDDF



EVMF



FPGF



FVMF



FVMRHF



KVMF



MMF



PGF



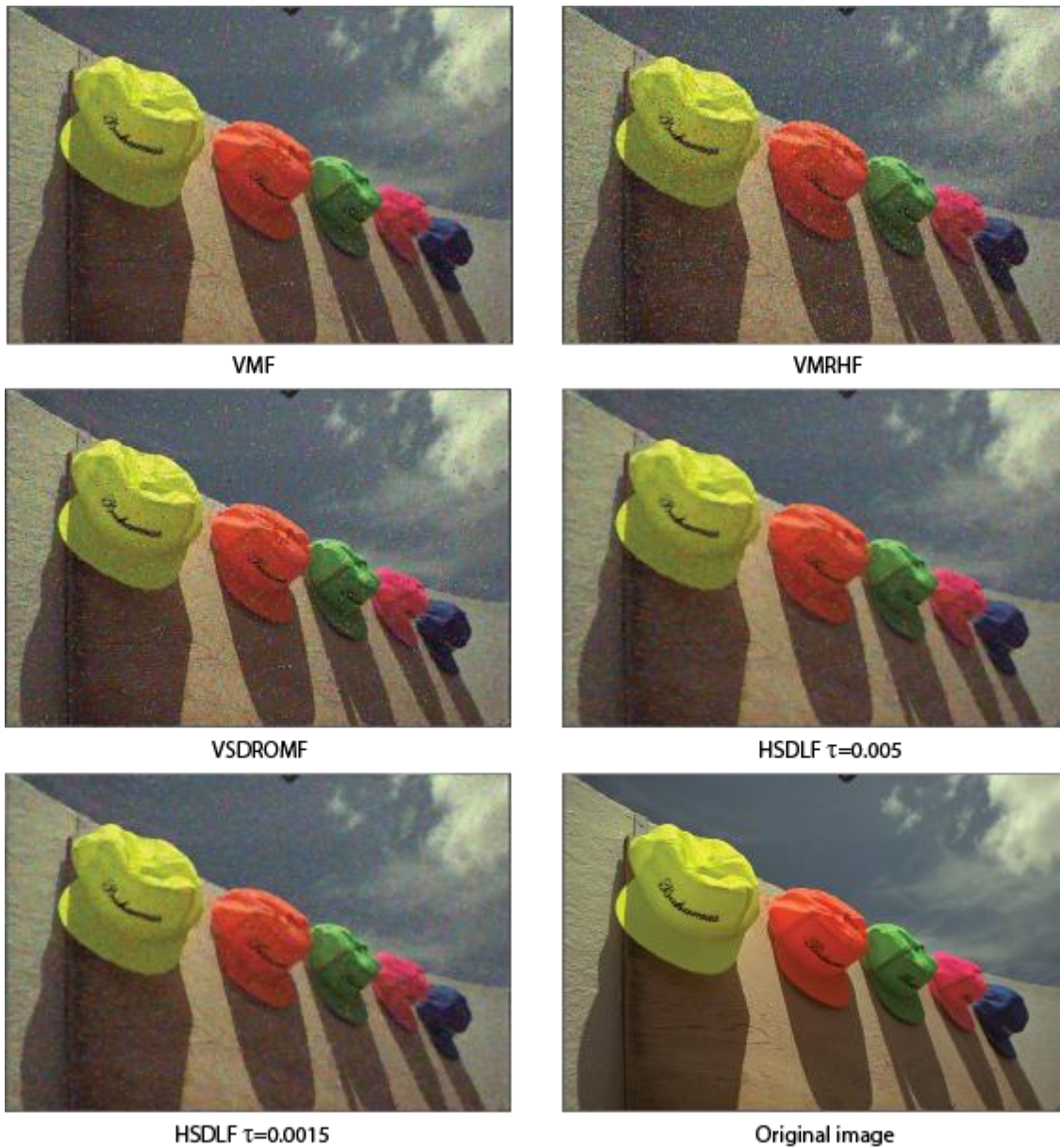
RSBVDF



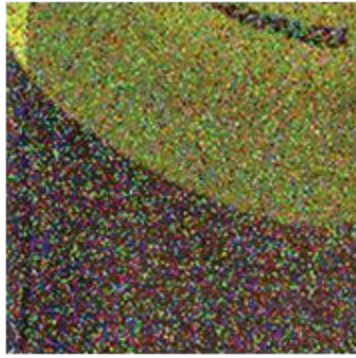
RSDDF



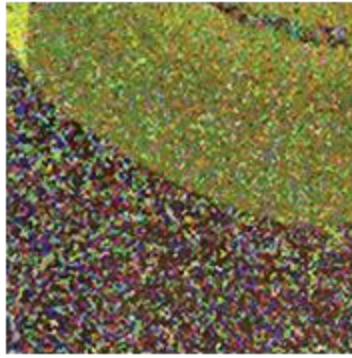
RSVMF



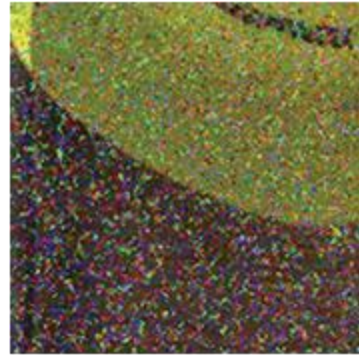
Slika 8. Rezultati svih poređenih filtera za otklanjanje impulsnog šuma primenjenih na slici "Caps" (768x512) kontaminiranoj *salt-and-pepper* šumom sa intenzitetom 0.2 (20%)



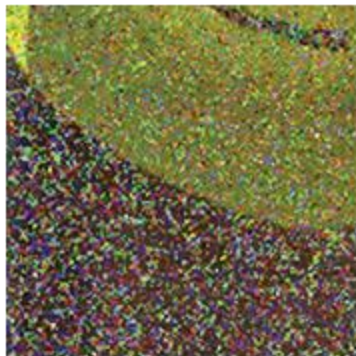
Random valued noise (30% density)



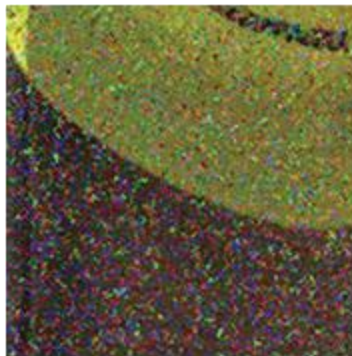
ABVDF



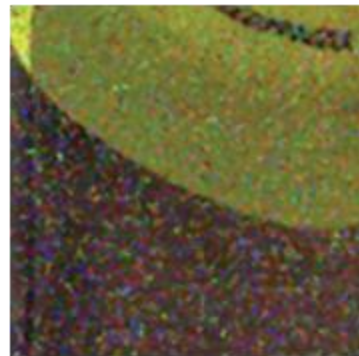
ACWDDF



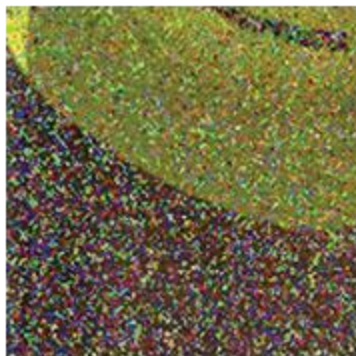
ACWVDF



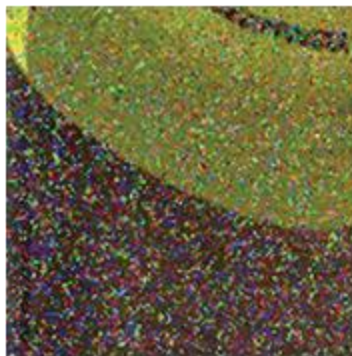
ACWVMF



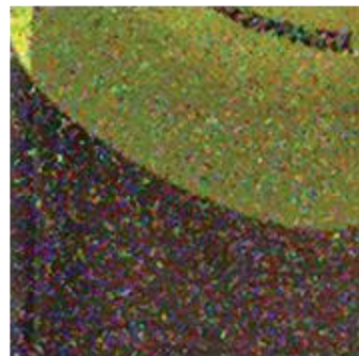
AMNFE



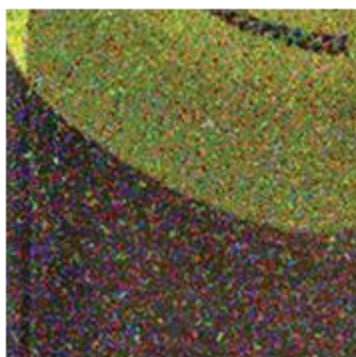
ASBVDF



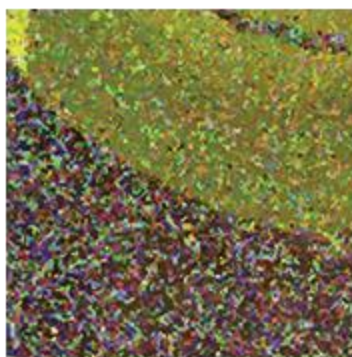
ASDDF



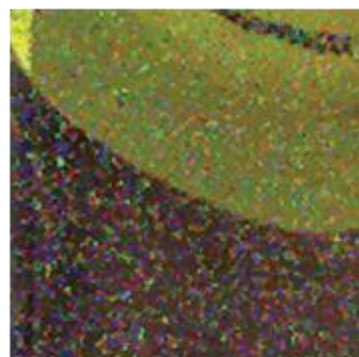
ASVMF



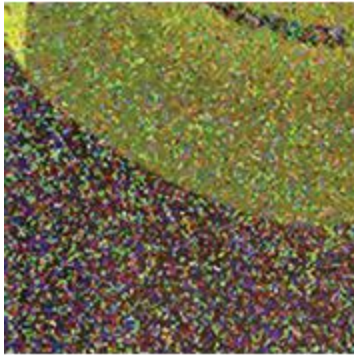
AVMF



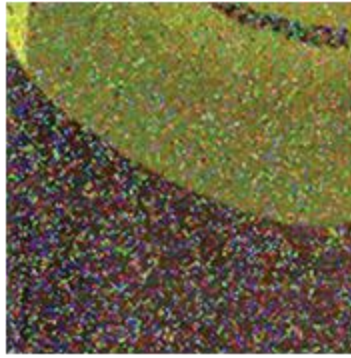
BVDF



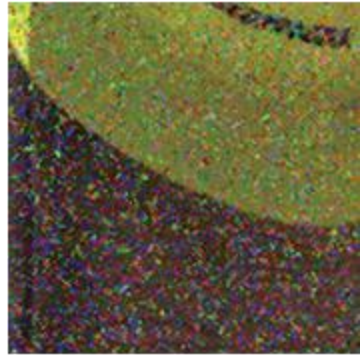
DDF



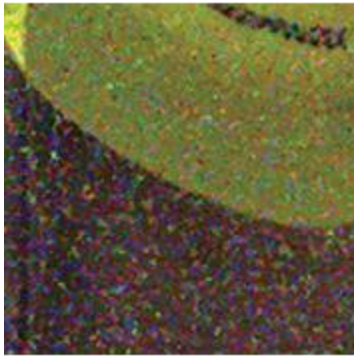
EBVDF



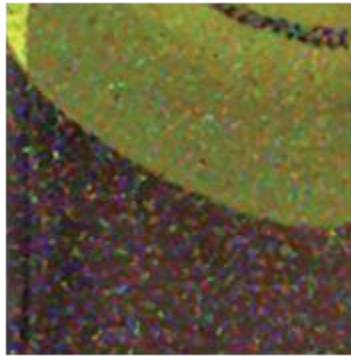
EDDF



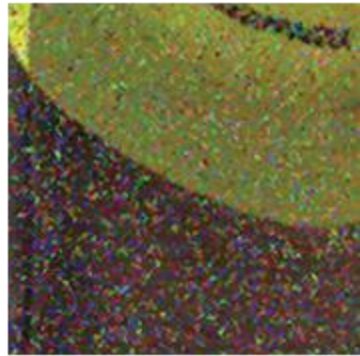
EVMF



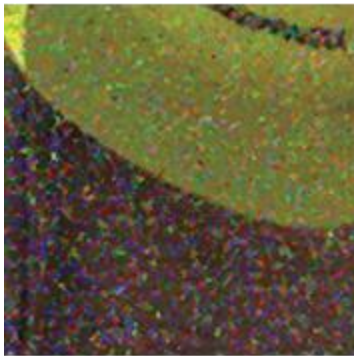
FPGF



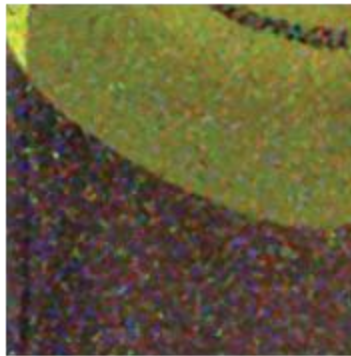
FVMF



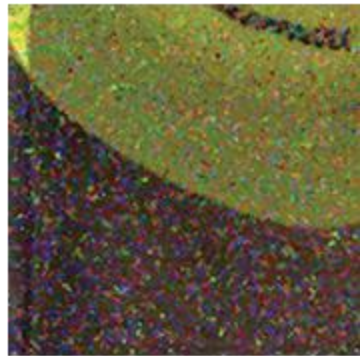
FVMRHF



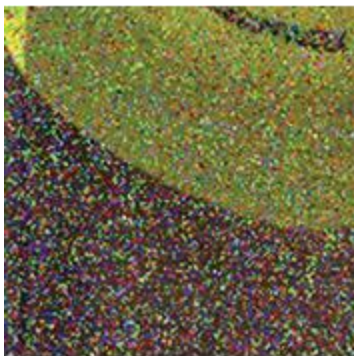
KVMF



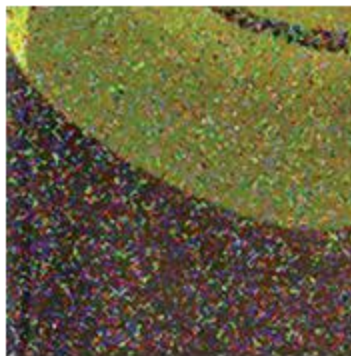
MMF



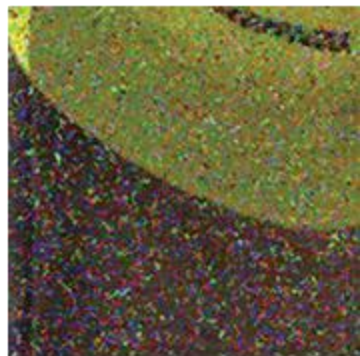
PGF



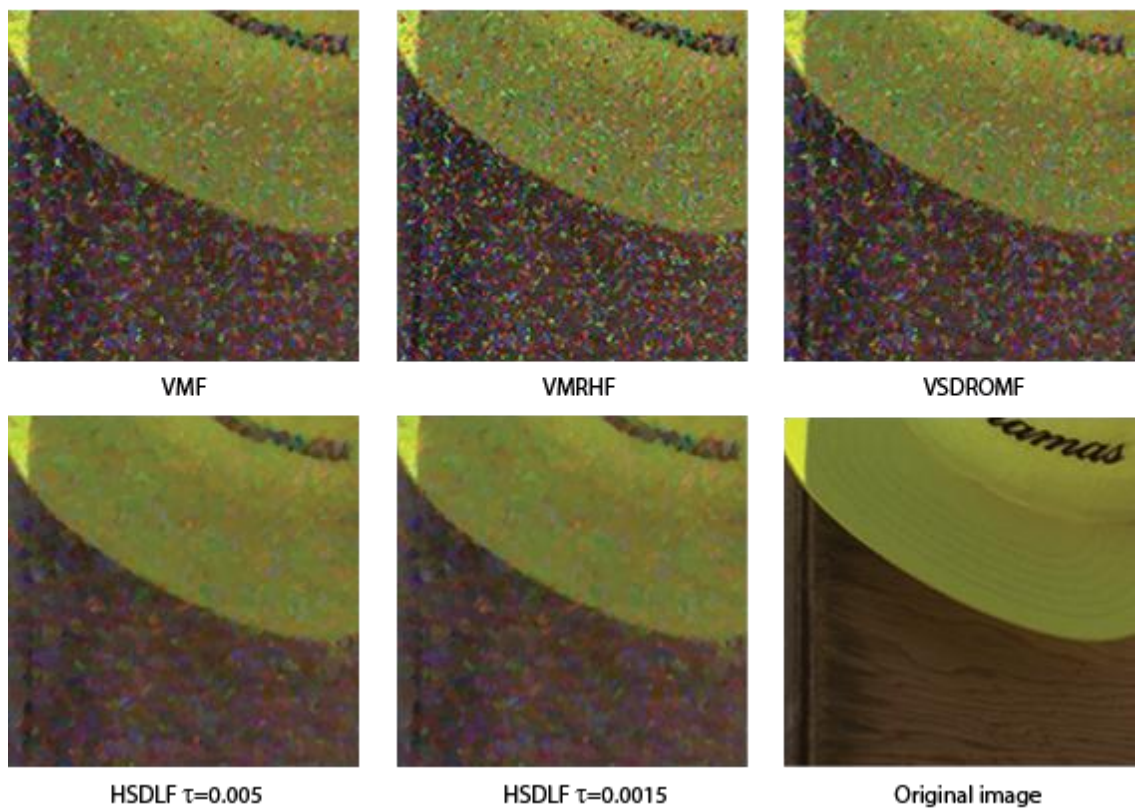
RSBVDF



RSSDF



RSVMF



Slika 9. Rezultati svih poređenih filtera za otklanjanje impulsnog šuma primenjenih na segmentu slike "Caps" (768x512) kontaminiranoj *random-valued* šumom sa intenzitetom 0.3 (30%)



Random valued noise (30% density)



ABVDF



ACWDDF



ACWVDF



ACWVMF



AMNFE



ASBVDF



ASDDF



ASVMF



AVMF



BVDF



DDF



EBVDF



EDDF



EVMF



FPGF



FVMF



FVMRHF



KVMF



MMF



PGF



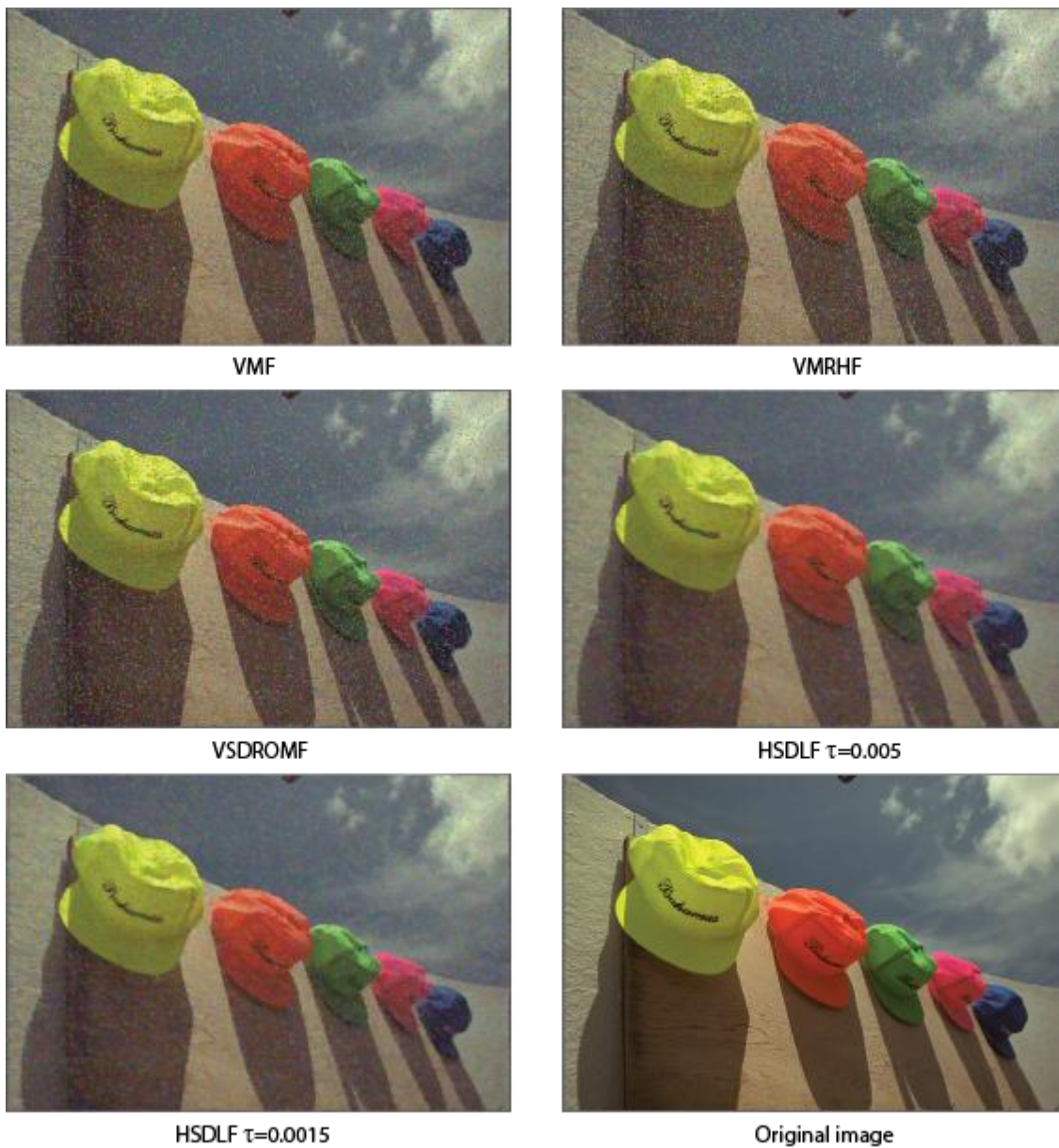
RSBVDF



RSDDF



RSVMF



Slika 10. Rezultati svih poređenih filtera za otklanjanje impulsnog šuma primenjenih na slici "Caps" (768x512) kontaminiranoj *random-valued* šumom sa intenzitetom 0.3 (30%)

4.2. Mešoviti šum

U eksperimentima koji se odnose na mešoviti šum, korišće se sledeće 24-bitne višekanalne slike:

- “Couple”, “Girl1”, “Girl2”, “Girl3”, “House”, “Jellybeans1”, “Jellybeans2”, “Tree” (čija je veličina 256x256 piksela) iz *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* baze podataka
- “F16”, “House With Car”, “Lena”, “Mandrill”, “Peppers”, “Sailboat”, “Splash”, “Tiffany” (čija je veličina 512x512 piksela) iz *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* baze podataka
- “Parrots” i “Caps” (čija je veličina 768x512 piksela) sa *Kodak Photo CD-a PCD0992*

Korišćene referentne slike su prikazane na slici 11.

Na pomenute slike će biti dodat mešoviti šum koji se sastoji iz *salt-and-pepper* impulsnog šuma i aditivnog višekanalnog Gauss-ovog šuma (ACGN), sa širokim opsegom intenziteta mešovitog šuma, tj. gustina impulsnog šuma i varijansi ACGN-a (videti tabelu 11).

Poređeni su rezultati HSDLF⁽⁶⁾ sa svih 26 prostorno-domenskih filtera iz poglavlja 4.1., kao i najpoznatijim filterima iz *wavelet* domena: ProbShrink⁽⁴⁾ [42] i BM3D⁽⁵⁾ [11]⁸. Radi objektivnog prikazivanja dobijenih rezultata, u slučaju ProbShrink filtera biraju se *wavelet*-i koji daju najbolje rezultate otklanjanja šuma u smislu vrednosti PSNR parametra definisanog pomoću jednakosti (10) u poglavlju 4.1. Za razliku od impulsnog šuma, u literaturi se obično koriste samo PSNR vrednosti, odnosno PSNR dobici, za poređenje performansi filtera za otklanjanje mešovitog šuma.

S obzirom da od pomenutih 26 filtera za otklanjanje impulsnog šuma najbolje rezultate pri otklanjanju višekanalnog mešovitog šuma (kao i kod impulsnog) u smislu

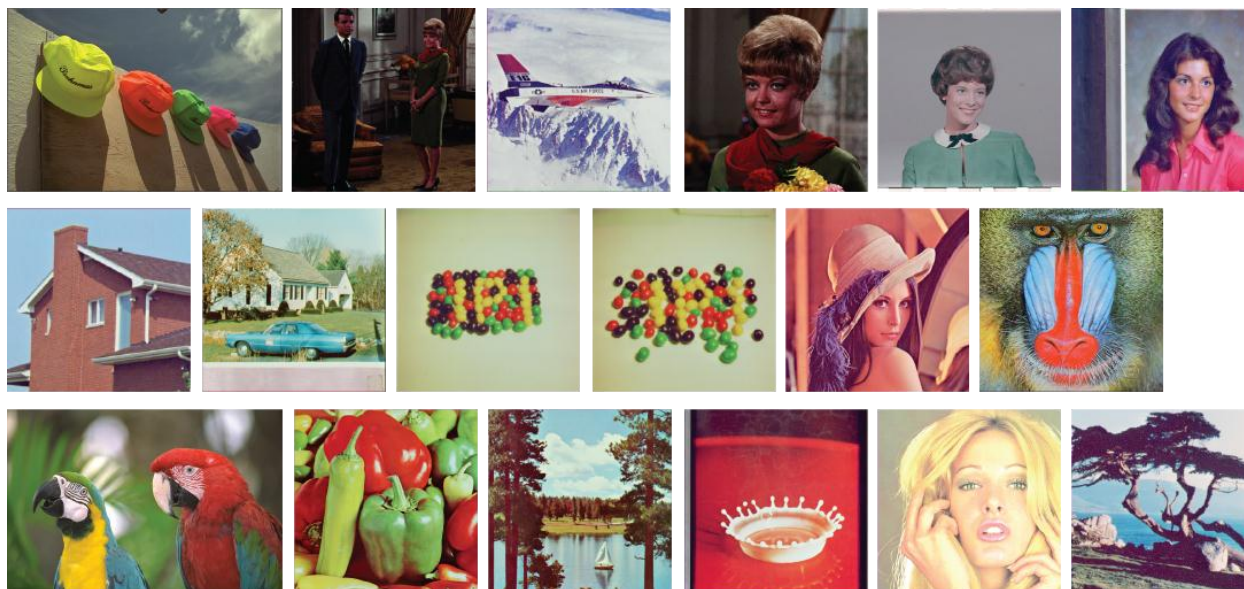
⁸ Gornji indeksi se koriste u tabelama radi veće preglednosti

PSNR vrednosti i vizuelnog kvaliteta izlaznih slika daju MMF⁽¹⁾ [4], AMNFE⁽²⁾ [43] i FVMF⁽³⁾ [8,44,45], ovde će biti prikazani rezultati navedena tri filtera, dok će rezultati za ostala 23 filtera biti izostavljeni [2,3].

Obe vrste šuma su generisane korišćenjem *MATLAB R2011a* programskog paketa. Generisanje *salt-and-pepper* šuma je identično kao u poglavlju 4.1., dok je ACGN generisan upotrebom ugrađene *imnoise(I,'Gaussian',0, θ)* funkcije pri čemu θ označava varijansu šuma, dok treći parametar 0 predstavlja vrednost matematičkog očekivanja Gauss-ove raspodele.

Biće predstavljeni rezultati za tri vrednosti kontrolnog parametra praga τ (0.015, 0.025 i 0.05) zbog optimalnih performansi HSDLF-a za ove vrednosti po pitanju vizuelnog kvaliteta, i PSNR dobitaka (razlike između vrednosti ovih parametara na slici posle primene filtera i na slici pre primene filtera, odnosno slici sa šumom) [3]. Posle testiranja na kompletnim bazama podataka slika *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* i *Kodak Photo CD PCD0992*, pokazano je da performanse HSDLF-a opadaju rapidno za $\tau > 0.065$, i blago za $\tau < 0.01$.

Tabela 11 i slika 11 detaljno prikazuju dobijene rezultate [3].



Slika 11. Slike korišćene za poređenje performansi filtera za otklanjanje mešovitošuma u poretku sleva na desno (veličine slika u pikselima su date u zagradama): Caps (768x512), Couple (256x256), F16 (512x512), Girl1 (256x256), Girl2 (256x256), Girl3 (256x256), House (256x256), House With Car (512x512), Jellybeans1 (256x256), Jellybeans2 (256x256), Lena (512x512), Mandrill (512x512), Parrots (768x512), Peppers (512x512), Sailboat (512x512), Splash (512x512), Tiffany (512x512), i Tree (256x256).

Tabela 11. Vrednosti PSNR parametra u decibelima (dB) za posmatrane algoritme za uklanjanje mešovitošuma primenjene na sve slike iz *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* baze podataka slika, uz dodatak dve slike ("Parrots" i "Caps") sa *Kodak Photo CD-a PCD0992* kontaminirane različitim intenzitetima mešovitošuma (veličine slika u pikselima su date pored imena slika)

Izlazni PSNR																		
Jačine šuma	Varijansa Gaussovog šuma	0.025	0.05	0.075	0.05	0.1	0.1	0.05	0.15	0.125	0.1	0.15	0.15	0.1	0.2	0.25	0.2	0.3
	Gustina salt-and-pepper šuma	0.025	0.05	0.075	0.1	0.05	0.1	0.15	0.05	0.125	0.15	0.1	0.15	0.2	0.1	0.25	0.3	0.2
Slika: Caps 768x512																		
Ulazni PSNR		17.59	14.95	13.56	14.07	13.18	12.67	13.33	12.27	12.01	12.19	11.86	11.5	11.75	11.34	10.28	10.3	10.28
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.69	20.97	19.34	20.05	18.81	18.22	19.21	17.61	17.32	17.6	17.12	16.59	16.99	16.36	14.72	14.75	14.71
	AMNFE ⁽²⁾	23.99	21.34	19.76	20.43	19.25	18.66	19.62	18.09	17.79	18.05	17.59	17.08	17.45	16.86	15.25	15.25	15.23
	FVMF ⁽³⁾	22.94	20.28	18.69	19.38	18.18	17.69	18.59	17	16.69	16.96	16.5	15.98	16.37	15.76	14.11	14.11	14.08
	BM3D ⁽⁴⁾	19.43	17.29	16.29	16.74	15.91	16.15	16.34	15.7	15.97	16.14	15.78	15.91	16.15	15.68	16.46	16.47	16.42
	ProbShrink ⁽⁵⁾	-	-	21.18	-	21.25	20.15	-	19.5	19.27	19.8	19.31	18.57	18.87	18.39	16.6	16.61	16.58
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	26.2	23.52	21.77	22.49	21.21	20.49	21.47	19.82	19.45	19.72	19.22	18.56	19	18.33	16.4	16.43	16.38
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	26.51	24.06	22.42	23.11	21.89	21.19	22.17	20.53	20.18	20.43	19.95	19.28	19.73	19.06	17.1	17.1	17.06
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	26.54	24.19	22.61	23.28	22.1	21.42	22.38	20.78	20.43	20.67	20.2	19.54	19.99	19.33	17.37	17.37	17.33
Slika: Couple 256x256																		
Ulazni PSNR		18.05	15.26	13.62	13.82	13.47	12.5	12.24	12.25	11.63	11.7	11.6	10.96	11.1	10.91	9.2	9.15	9.27
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.57	20.55	18.65	19.32	18.2	17.26	16.68	16.67	16.11	16.33	15.98	15.21	15.57	15.08	12.68	12.68	12.79
	AMNFE ⁽²⁾	24.06	21.03	19.16	19.85	18.68	17.78	17.14	17.15	16.6	16.84	16.46	15.69	16.06	15.53	13.06	13.07	13.18
	FVMF ⁽³⁾	23.55	20.59	18.78	19.53	18.27	17.42	16.76	16.79	16.27	16.55	16.13	15.39	15.8	15.22	12.74	12.78	12.87
	BM3D ⁽⁴⁾	19.88	17.51	16.12	16.09	16.13	15.46	14.3	15.29	14.83	14.78	14.83	14.34	14.37	14.3	12.8	12.73	12.9
	ProbShrink ⁽⁵⁾	20.99	18.48	17.11	16.93	17.14	-	15.8	15.66	-	15.2	-	-	-	-	12.51	12.49	12.72
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	24.41	21.22	19.15	19.91	18.78	17.66	17.07	17.03	16.42	16.7	16.33	15.48	15.83	15.31	12.86	12.86	12.94
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	24.87	21.92	19.94	20.71	19.52	18.46	17.85	17.8	17.22	17.51	17.13	16.28	16.65	16.11	13.56	13.55	13.63
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	25.02	22.18	20.26	21.02	19.84	18.81	18.19	18.14	17.57	17.85	17.47	16.65	17.04	16.46	13.92	13.88	13.97
Slika: F16 512x512																		
Ulazni PSNR		17.73	15.21	13.8	14.17	13.45	12.79	13.3	12.43	12.06	12.2	11.92	11.48	11.69	11.33	10.04	10.04	10.05
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.83	21.22	19.49	20.17	18.98	18.25	19.19	17.63	17.28	17.53	17.01	16.43	16.87	16.15	14.24	14.28	14.25
	AMNFE ⁽²⁾	24.23	21.73	20.06	20.75	19.56	18.84	19.79	18.21	17.88	18.13	17.61	17.01	17.45	16.73	14.77	14.82	14.78
	FVMF ⁽³⁾	23.26	20.74	19.1	19.81	18.6	17.93	18.91	17.3	17.01	17.25	16.73	16.18	16.63	15.9	14.02	14.06	14.02
	BM3D ⁽⁴⁾	19.48	17.52	16.56	16.75	16.22	16.22	16.11	15.88	15.85	15.94	15.75	15.68	15.76	15.48	15.25	15.23	15.24
	ProbShrink ⁽⁵⁾	23.2	21.09	19.82	20.03	19.45	18.86	19.31	18.58	18.3	18.38	18.04	17.14	17.72	16.97	15.08	15.06	15.1
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	25.81	23.67	22.11	22.75	21.66	20.97	21.83	20.33	20	20.28	19.73	19.15	19.6	18.85	16.88	16.93	16.9
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	25.71	23.49	21.85	22.52	21.36	20.64	21.58	19.97	19.65	19.93	19.35	18.76	19.22	18.45	16.45	16.5	16.44
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	25.65	23.37	21.7	22.4	21.2	20.46	21.43	19.78	19.47	19.75	19.16	18.57	19.03	18.26	16.22	16.29	16.23

Tabela 11. (nastavak 1)

Izlazni PSNR																		
Jačine šuma	Varijansa Gaussovog šuma	0.025	0.05	0.075	0.05	0.1	0.1	0.05	0.15	0.125	0.1	0.15	0.15	0.1	0.2	0.25	0.2	0.3
	Gustina salt-and-pepper šuma	0.025	0.05	0.075	0.1	0.05	0.1	0.15	0.05	0.125	0.15	0.1	0.15	0.2	0.1	0.25	0.3	0.2
Slika: Girl1 256x256																		
Ulazni PSNR		17.87	15.18	13.66	14.01	13.4	12.62	13.1	12.35	11.9	12	11.77	11.27	11.43	11.18	9.71	9.72	9.76
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.68	20.82	19.02	19.69	18.58	17.74	18.71	17.23	16.82	16.99	16.49	15.93	16.25	15.67	13.63	13.68	13.68
	AMNFE ⁽²⁾	24.01	21.27	19.48	20.19	19.04	18.23	19.25	17.71	17.32	17.48	17	16.41	16.76	16.17	14.08	14.12	14.13
	FVMF ⁽³⁾	23.27	20.57	18.8	19.54	18.35	17.58	18.67	17.07	16.71	16.88	16.38	15.84	16.17	15.57	13.55	13.6	13.59
	BM3D ⁽⁴⁾	19.65	17.37	16.24	16.44	16.07	15.78	15.72	15.61	15.4	15.45	15.32	15.04	15.08	14.97	14.16	14.17	14.24
	ProbShrink ⁽⁵⁾	21.95	19.88	18.37	18.69	-	-	17.53	-	-	-	-	15.78	16.42	16.08	13.81	13.86	14.09
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	24.89	22.12	20.14	20.85	19.67	18.63	19.71	18.16	17.64	17.82	17.36	16.71	17.01	16.45	14.26	14.24	14.33
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	25.26	22.71	20.82	21.55	20.36	19.42	20.45	18.92	18.46	18.64	18.14	17.51	17.81	17.18	14.95	14.97	14.96
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	25.34	22.92	21.07	21.8	20.63	19.72	20.77	19.24	18.77	18.97	18.45	17.84	18.14	17.5	15.28	15.31	15.29
Slika: Girl2 256x256																		
Ulazni PSNR		17.52	14.82	13.49	14.09	13.05	12.63	13.48	12.23	12.09	12.29	11.91	11.67	11.95	11.49	10.67	10.72	10.68
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.83	21.02	19.51	20.3	18.95	18.41	19.65	17.85	17.68	18	17.44	17.1	17.58	16.82	15.55	15.69	15.55
	AMNFE ⁽²⁾	24.18	21.41	19.97	20.73	19.45	18.95	20.1	18.41	18.26	18.53	18.02	17.72	18.13	17.44	16.23	16.36	16.26
	FVMF ⁽³⁾	23.19	20.38	18.86	19.68	18.3	17.79	19.05	17.24	17.08	17.35	16.82	16.53	16.98	16.23	15	15.14	15.03
	BM3D ⁽⁴⁾	19.33	17.13	16.21	16.82	15.76	16.06	16.62	15.65	16.11	16.36	15.85	16.34	16.55	15.99	18.22	18.36	18.26
	ProbShrink ⁽⁵⁾	24.35	23.38	22.75	22.45	22.2	21.76	21.96	21.13	20.86	21.27	21.46	20.3	20.75	19.91	18.84	18.74	19.25
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	26.51	24.17	22.77	23.44	22.39	21.86	22.91	21.26	21.1	21.38	20.91	20.63	20.97	20.33	18.9	19.04	19.06
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	26.67	24.42	23.05	23.67	22.61	22.07	23.14	21.43	21.31	21.59	21.06	20.77	21.15	20.49	19.02	19.18	19.17
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	26.65	24.4	23.05	23.65	22.6	22.07	23.13	21.4	21.28	21.55	21.03	20.74	21.12	20.44	18.96	19.15	19.11
Slika: Girl3 256x256																		
Ulazni PSNR		17.65	15.04	13.66	14.14	13.31	12.72	13.4	12.32	12.1	12.23	11.97	11.6	11.82	11.43	10.38	10.36	10.38
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.7	21.06	19.48	20.16	18.94	18.32	19.36	17.67	17.48	17.68	17.24	16.74	17.18	16.49	14.89	14.85	14.9
	AMNFE ⁽²⁾	24.05	21.45	19.92	20.58	19.4	18.78	19.78	18.15	17.96	18.15	17.72	17.23	17.65	17	15.41	15.35	15.42
	FVMF ⁽³⁾	23.48	19.88	18.95	19.49	18.43	17.8	18.76	17.29	16.98	17.21	17.17	16.12	16.71	16.04	14.48	14.45	14.67
	BM3D ⁽⁴⁾	19.47	17.37	16.42	16.77	16.15	16.2	16.4	15.72	16.05	16.1	15.93	15.99	16.19	15.78	16.55	16.44	16.49
	ProbShrink ⁽⁵⁾	23.1	20.84	19.51	19.47	19.61	18.86	19.16	18.73	18.39	18.17	18.71	17.36	17.6	17.93	16.23	15.98	16.32
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	25.32	22.92	21.47	22.09	20.86	20.37	21.2	19.73	19.53	19.66	19.14	18.74	19.09	18.46	16.69	16.74	16.77
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	25.39	23.1	21.67	22.29	21.05	20.59	21.47	20	19.75	19.91	19.42	18.97	19.34	18.72	17.03	16.99	17.12
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	25.38	23.09	21.68	22.3	21.09	20.62	21.5	20.02	19.8	19.96	19.47	19.03	19.38	18.76	17.11	17.06	17.18

Tabela 11. (nastavak 2)

Izlazni PSNR																		
Jačine šuma	Varijansa Gaussovog šuma	0.025	0.05	0.075	0.05	0.1	0.1	0.05	0.15	0.125	0.1	0.15	0.15	0.1	0.2	0.25	0.2	0.3
	Gustina salt-and-pepper šuma	0.025	0.05	0.075	0.1	0.05	0.1	0.15	0.05	0.125	0.15	0.1	0.15	0.2	0.1	0.25	0.3	0.2
Slika: House 256x256																		
Ulazni PSNR		17.62	15.03	13.62	14.12	13.27	12.73	13.37	12.37	12.1	12.26	11.97	11.59	11.84	11.46	10.36	10.4	10.4
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.49	20.99	19.29	20.01	18.85	18.25	19.24	17.64	17.43	17.71	17.19	16.76	17.1	16.55	14.84	14.96	14.9
	AMNFE ⁽²⁾	23.8	21.4	19.76	20.44	19.31	18.75	19.72	18.17	17.96	18.19	17.7	17.28	17.58	17.09	15.37	15.51	15.44
	FVMF ⁽³⁾	22.87	20.41	18.74	19.49	18.33	17.77	18.8	17.17	16.96	17.23	16.71	16.3	16.65	16.11	14.46	14.58	14.51
	BM3D ⁽⁴⁾	19.38	17.31	16.33	16.7	15.98	16.13	16.23	15.79	16	16.11	15.89	15.88	16.19	15.8	16.39	16.54	16.55
	ProbShrink ⁽⁵⁾	23.68	21.5	20.78	20.8	20.93	20.13	20.4	19.66	19.4	19.37	18.96	18.8	18.74	18.68	16.91	17.02	16.67
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	25.56	23.36	21.76	22.34	21.25	20.69	21.64	20.18	19.89	20.09	19.63	19.18	19.56	18.95	17.11	17.33	17.23
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	25.64	23.5	21.88	22.5	21.39	20.82	21.78	20.31	20.04	20.25	20.31	19.3	19.66	19.07	17.2	17.45	17.33
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	25.6	23.47	21.85	22.49	21.36	20.8	21.78	20.27	20.03	20.26	19.76	19.29	19.65	19.09	17.17	17.45	17.33
Slika: House With Car 512x512																		
Ulazni PSNR		17.6	15.08	13.68	14.11	13.3	12.75	13.34	12.35	12.07	12.21	11.91	11.53	11.77	11.37	10.2	10.21	10.23
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.14	20.72	19.21	19.83	18.66	18.1	19.02	17.49	17.2	17.44	16.96	16.45	16.89	16.21	14.48	14.51	14.5
	AMNFE ⁽²⁾	23.51	21.15	19.7	20.31	19.17	18.61	19.52	18.01	17.73	17.97	17.49	16.98	17.42	16.75	15.01	15.03	15.03
	FVMF ⁽³⁾	22.6	20.22	18.75	19.41	18.22	17.68	18.65	17.06	16.82	17.06	16.56	16.09	16.53	15.84	14.17	14.2	14.18
	BM3D ⁽⁴⁾	19.2	17.25	16.29	16.58	15.93	16.01	16.08	15.59	15.77	15.83	15.62	15.65	15.8	15.45	15.74	15.72	15.78
	ProbShrink ⁽⁵⁾	22.61	21.17	19.81	20.14	19.72	18.97	19.23	18.71	18.51	18.51	18.33	-	17.82	17.65	15.78	15.71	15.58
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	24.3	22.43	21.17	21.66	20.7	20.18	20.97	19.67	19.37	19.59	19.17	18.71	19.1	18.46	16.8	16.82	16.82
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	24.31	22.46	21.17	21.67	20.68	20.15	20.98	19.62	19.33	19.54	19.11	18.63	19.05	18.36	16.67	16.69	16.67
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	24.28	22.42	21.12	21.64	20.63	20.09	20.94	19.55	19.25	19.47	19.03	18.55	18.97	18.28	16.57	16.59	16.57
Slika: Jellybeans1 256x256																		
Ulazni PSNR		17.63	15.16	13.78	14.21	13.47	12.88	13.42	12.5	12.19	12.35	12.05	11.63	11.86	11.5	10.35	10.33	10.32
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	24.16	21.46	19.82	20.57	19.35	18.63	19.66	18.04	17.81	18.05	17.53	16.96	17.42	16.72	14.98	14.92	14.9
	AMNFE ⁽²⁾	24.47	21.9	20.32	21.04	19.86	19.16	20.18	18.59	18.36	18.56	18.09	17.51	17.94	17.26	15.51	15.43	15.43
	FVMF ⁽³⁾	23.48	20.84	19.27	20.02	18.83	18.15	19.21	17.54	17.36	17.59	17.1	16.56	16.99	16.29	14.62	14.55	14.53
	BM3D ⁽⁴⁾	19.43	17.55	16.59	16.91	16.38	16.52	16.37	16.19	16.28	16.41	16.14	16.11	16.29	16.01	16.39	16.25	16.24
	ProbShrink ⁽⁵⁾	23.3	21.2	20.29	20.09	20.52	19.76	20.13	19.41	19.15	19	18.75	18.36	18.7	18.3	16.45	16.43	16.53
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	27.02	24.71	23.1	23.75	22.64	21.99	22.91	21.33	21.14	21.34	20.91	20.29	20.76	20	18.12	18.08	17.97
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	27.01	24.65	22.96	23.69	22.53	21.77	22.82	21.12	20.84	21.16	20.65	19.97	20.47	19.71	17.77	17.72	17.66
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	26.9	24.55	22.84	23.59	22.36	21.61	22.69	20.96	20.7	21.01	20.47	19.81	20.28	19.53	17.59	17.54	17.49

Tabela 11. (nastavak 3)

Izlazni PSNR																		
Jačine šuma	Varijansa Gaussovog šuma	0.025	0.05	0.075	0.05	0.1	0.1	0.05	0.15	0.125	0.1	0.15	0.15	0.1	0.2	0.25	0.2	0.3
	Gustina salt-and-pepper šuma	0.025	0.05	0.075	0.1	0.05	0.1	0.15	0.05	0.125	0.15	0.1	0.15	0.2	0.1	0.25	0.3	0.2
<i>Slika: Jellybeans2 256x256</i>																		
Ulazni PSNR		17.67	15.18	13.77	14.15	13.43	12.87	13.38	12.47	12.15	12.36	12.01	11.65	11.84	11.49	10.33	10.31	10.32
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.95	21.38	19.71	20.36	19.17	18.6	19.5	17.89	17.62	17.94	17.35	16.9	17.22	16.62	14.85	14.83	14.81
	AMNFE ⁽²⁾	24.29	21.79	20.18	20.8	19.67	19.08	19.96	18.41	18.13	18.43	17.88	17.41	17.71	17.13	15.34	15.32	15.34
	FVMF ⁽³⁾	23.26	20.76	19.17	19.79	18.62	18.07	19.01	17.4	17.17	16.75	16.9	16.46	16.76	16.16	14.47	14.45	14.45
	BM3D ⁽⁴⁾	19.35	17.45	16.51	16.75	16.24	16.32	16.22	15.99	16.05	16.25	15.93	16.01	16.06	15.81	16.14	16.05	16.12
	ProbShrink ⁽⁵⁾	23.47	21.57	20.56	20.37	19.99	19.94	19.84	19.32	18.89	19.08	18.7	18.27	18.5	18.24	15.74	15.57	16.13
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	26.16	23.89	22.31	22.88	21.79	21.18	22.06	20.54	20.23	20.51	20.04	19.49	19.83	19.24	17.44	17.42	17.49
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	26.17	23.91	22.28	22.85	21.77	21.12	22.04	20.41	20.11	20.41	19.94	19.38	19.73	19.1	17.21	17.19	17.29
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	26.12	23.85	22.21	22.77	21.68	21.03	21.96	20.29	20.02	20.3	19.82	19.27	19.63	18.99	17.1	17.08	17.15
<i>Slika: Lena 512x512</i>																		
Ulazni PSNR		17.68	15.06	13.66	14.12	13.29	12.73	13.34	12.35	12.06	12.23	11.94	11.53	11.77	11.37	10.23	10.26	10.25
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.7	20.97	19.39	20.08	18.84	18.18	19.19	17.58	17.28	17.59	17.11	16.53	17	16.28	14.59	14.65	14.6
	AMNFE ⁽²⁾	23.96	21.3	19.75	20.43	19.2	18.54	19.54	17.97	17.67	17.95	17.51	16.91	17.35	16.68	14.99	15.05	15
	FVMF ⁽³⁾	23.05	20.38	18.83	19.55	18.26	17.64	18.71	17.05	16.77	17.08	16.59	16.04	16.5	15.78	14.15	14.21	14.16
	BM3D ⁽⁴⁾	19.57	17.47	16.47	16.85	16.11	16.28	16.31	15.88	16.07	16.22	15.98	15.97	16.14	15.76	16.1	16.15	16.14
	ProbShrink ⁽⁵⁾	23.09	20.71	19.25	19.59	19.48	18.55	19.01	18.06	18.06	17.98	17.81	17.14	17.67	17.12	15.57	15.77	15.55
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	25.46	23.17	21.75	22.32	21.19	20.47	21.46	19.93	19.59	19.92	19.45	18.77	19.28	18.56	16.68	16.79	16.69
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	25.47	23.23	21.85	22.43	21.28	20.62	21.6	20.05	19.72	20.04	19.57	18.92	19.43	18.7	16.84	16.95	16.85
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	25.43	23.18	21.81	22.41	21.26	20.61	21.58	20.02	19.7	20.02	19.55	18.92	19.44	18.7	16.86	16.95	16.86
<i>Slika: Mandrill 512x512</i>																		
Ulazni PSNR		17.34	14.85	13.51	14	13.14	12.6	13.3	12.24	12.01	12.16	11.85	11.5	11.74	11.31	10.26	10.28	10.26
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	20.41	18.85	17.76	18.24	17.4	16.91	17.66	16.5	16.27	16.46	16.1	15.7	16.02	15.5	14.15	14.19	14.14
	AMNFE ⁽²⁾	20.74	19.22	18.15	18.61	17.81	17.31	18.03	16.92	16.69	16.87	16.52	16.12	16.42	15.93	14.61	14.64	14.6
	FVMF ⁽³⁾	20.12	18.49	17.37	17.87	16.99	16.5	17.29	16.08	15.86	16.05	15.68	15.28	15.6	15.09	13.77	13.8	13.75
	BM3D ⁽⁴⁾	18.57	16.67	15.76	16.15	15.43	15.41	15.76	15.08	15.27	15.39	15.09	15.21	15.34	14.96	15.5	15.5	15.46
	ProbShrink ⁽⁵⁾	21.65	19.88	19.05	19.13	18.59	18.24	18.64	18.03	17.59	17.68	17.61	17.07	17.23	16.79	15.73	15.54	15.6
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	20.62	19.63	18.84	19.19	18.59	18.18	18.73	17.87	17.65	17.81	17.52	17.18	17.41	17.02	15.77	15.78	15.73
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	20.63	19.68	18.94	19.28	18.7	18.31	18.84	18	17.79	17.96	17.67	17.33	17.56	17.19	15.95	15.95	15.92
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	20.6	19.67	18.94	19.28	18.71	18.32	18.85	18.01	17.81	17.98	17.68	17.35	17.58	17.22	15.97	15.98	15.96

Tabela 11. (nastavak 4)

Izlazni PSNR																		
Jačine šuma	Varijansa Gaussovog šuma	0.025	0.05	0.075	0.05	0.1	0.1	0.05	0.15	0.125	0.1	0.15	0.15	0.1	0.2	0.25	0.2	0.3
	Gustina salt-and-pepper šuma	0.025	0.05	0.075	0.1	0.05	0.1	0.15	0.05	0.125	0.15	0.1	0.15	0.2	0.1	0.25	0.3	0.2
<i>Slika: Parrots 768x512</i>																		
Ulazni PSNR		17.64	15.05	13.63	14.1	13.27	12.7	13.34	12.31	12	12.17	11.87	11.47	11.72	11.32	10.15	10.15	10.16
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.85	21.04	19.3	20.01	18.8	18.11	19.1	17.52	17.17	17.43	16.95	16.41	16.84	16.17	14.39	14.39	14.41
	AMNFE ⁽²⁾	24.14	21.38	19.7	20.4	19.22	18.55	19.49	17.97	17.61	17.86	17.4	16.86	17.27	16.64	14.84	14.84	14.87
	FVMF ⁽³⁾	23.21	20.46	18.79	19.52	18.27	17.63	18.65	17.04	16.72	16.98	16.5	15.99	16.42	15.76	14.03	14.02	14.04
	BM3D ⁽⁴⁾	19.49	17.39	16.37	16.77	16.04	16.15	16.31	15.74	15.89	16.04	15.75	15.8	16.02	15.58	15.88	15.86	15.88
	ProbShrink ⁽⁵⁾	23.76	21.72	-	-	20.03	19.64	-	19.19	18.84	19	18.59	18.21	18.07	17.67	15.79	15.78	15.84
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	26.05	23.34	21.45	22.2	20.93	20.14	21.19	19.5	19.08	19.33	18.84	18.23	18.65	17.97	15.95	15.93	15.99
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	26.32	23.81	22	22.73	21.5	20.73	21.76	20.1	19.68	19.95	19.44	18.82	19.26	18.56	16.47	16.49	16.5
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	26.35	23.92	22.16	22.88	21.67	20.92	21.93	20.3	19.88	20.15	19.64	19.03	19.48	18.77	16.67	16.69	16.7
<i>Slika: Peppers 512x512</i>																		
Ulazni PSNR		17.66	15.13	13.68	14.1	13.4	12.73	13.29	12.37	12.02	12.18	11.90	11.46	11.67	11.33	10.07	10.05	10.09
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.51	20.86	19.18	19.89	18.73	18.01	18.96	18.18	17.07	17.37	16.9	17.46	16.72	16.09	14.26	14.27	14.29
	AMNFE ⁽²⁾	23.72	21.16	19.52	20.19	19.08	18.38	19.29	17.8	17.41	17.7	17.24	16.69	17.04	16.42	14.57	14.58	14.6
	FVMF ⁽³⁾	22.91	20.35	18.72	19.42	18.27	17.6	18.57	17.01	16.67	16.97	16.49	15.97	16.33	15.69	13.9	13.92	13.94
	BM3D ⁽⁴⁾	19.43	17.49	16.44	16.73	16.22	16.22	16.19	15.84	15.89	16.02	15.78	15.71	15.84	15.58	15.4	15.33	15.42
	ProbShrink ⁽⁵⁾	22.7	-	19.42	19.52	19.1	18.49	18.58	16.37	17.87	17.91	17.49	17.04	17.19	16.95	15.06	14.91	14.98
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	25.13	22.67	20.99	21.65	20.56	19.78	20.67	19.22	18.75	19.06	18.56	18	18.38	17.74	15.78	15.77	15.81
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	25.31	22.98	21.35	22.01	20.91	20.15	21.07	19.6	19.14	19.47	18.96	18.4	18.78	18.12	16.14	16.13	16.18
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	25.32	23.04	21.43	22.09	21	20.26	21.17	19.71	19.25	19.59	19.07	18.52	18.9	18.24	16.28	16.26	16.3
<i>Slika: Sailboat 512x512</i>																		
Ulazni PSNR		17.64	15.11	13.68	14.06	13.37	12.71	13.25	12.37	12	12.15	11.89	11.48	11.66	11.34	10.05	10.05	10.07
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	22.85	20.54	19.02	19.62	18.58	17.94	18.81	17.38	17.01	17.27	16.84	16.35	16.68	16.08	14.27	14.28	14.23
	AMNFE ⁽²⁾	23.17	20.95	19.5	20.09	19.05	18.43	19.31	17.87	17.51	17.77	17.34	16.85	17.18	16.57	14.74	14.75	14.7
	FVMF ⁽³⁾	22.36	20.1	18.65	19.28	18.21	17.61	18.52	17.04	16.71	16.99	16.53	16.07	16.41	15.79	14.03	14.05	13.99
	BM3D ⁽⁴⁾	19.19	17.27	16.23	16.46	16	15.89	15.92	15.61	15.6	15.7	15.5	15.48	15.51	15.33	15.14	15.1	15.15
	ProbShrink ⁽⁵⁾	22.3	-	-	19.23	-	-	-	18.36	17.82	17.69	17.81	17.1	17.56	16.92	15.04	15.16	15.2
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	23.75	21.82	20.43	20.99	19.98	19.37	20.18	18.84	18.47	18.69	18.32	17.84	18.11	17.53	15.7	15.73	15.68
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	23.84	22	20.64	21.22	20.21	19.64	20.44	19.09	18.73	18.95	18.56	18.1	18.39	17.8	15.95	15.97	15.92
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	23.85	22.02	20.69	21.27	20.26	19.7	20.51	19.16	18.79	19.03	18.62	18.17	18.47	17.87	16.02	16.04	15.99

Tabela 11. (nastavak 5)

Izlazni PSNR																		
Jačine šuma	Varijansa Gaussovog šuma	0.025	0.05	0.075	0.05	0.1	0.1	0.05	0.15	0.125	0.1	0.15	0.15	0.1	0.2	0.25	0.2	0.3
	Gustina salt-and-pepper šuma	0.025	0.05	0.075	0.1	0.05	0.1	0.15	0.05	0.125	0.15	0.1	0.15	0.2	0.1	0.25	0.3	0.2
Slika: Splash 512x512																		
Ulazni PSNR		17.89	15.33	13.84	14.2	13.55	12.81	13.28	12.47	12.04	12.18	11.93	11.44	11.62	11.33	9.92	9.87	9.93
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	24.08	21.19	19.43	20.13	18.9	18.11	19.1	17.48	17.08	17.38	16.87	16.25	16.65	16.01	14	13.96	13.98
	AMNFE ⁽²⁾	24.33	21.49	19.74	20.45	19.21	18.42	19.41	17.78	17.36	17.66	17.14	16.52	16.91	16.26	14.24	14.18	14.21
	FVMF ⁽³⁾	23.47	20.69	18.99	19.72	18.46	17.72	18.75	17.08	16.71	17.03	16.48	15.9	16.29	15.63	13.68	13.63	13.65
	BM3D ⁽⁴⁾	20.02	17.99	16.86	17.08	16.65	16.57	16.35	16.24	16.15	16.22	16.04	15.82	15.93	15.73	14.99	14.86	14.95
	ProbShrink ⁽⁵⁾	22.65	20.01	18.32	18.55	18.47	17.12	17.4	17.23	16.7	16.47	16.41	15.93	15.72	15.76	14.08	13.98	14.05
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	26.72	23.61	21.64	22.4	21.01	20.07	21.22	19.42	18.96	19.24	18.7	17.98	18.41	17.69	15.5	15.44	15.46
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	26.88	23.91	22	22.76	21.39	20.46	21.61	19.8	19.34	19.65	19.11	18.37	18.81	18.08	15.84	15.81	15.82
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	26.86	23.95	22.08	22.83	21.47	20.56	21.7	19.89	19.44	19.75	19.18	18.48	18.92	18.19	15.96	15.93	15.93
Slika: Tiffany 512x512																		
Ulazni PSNR		17.72	15.07	13.57	13.83	13.3	12.51	12.9	12.26	11.74	11.84	11.65	11.15	11.26	11.05	9.58	9.53	9.61
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	23.36	20.59	18.85	19.49	18.33	17.58	18.49	17.02	16.54	16.79	16.32	15.73	16.09	15.5	13.4	13.35	13.42
	AMNFE ⁽²⁾	23.59	20.88	19.21	19.84	18.69	17.95	18.86	17.39	16.92	17.16	16.7	16.11	16.46	15.89	13.76	13.71	13.79
	FVMF ⁽³⁾	23.02	20.32	18.67	19.37	18.12	17.42	18.43	16.84	16.41	16.68	16.18	15.61	16	15.37	13.28	13.23	13.29
	BM3D ⁽⁴⁾	19.56	17.41	16.25	16.26	16.07	15.79	15.49	15.66	15.3	15.32	15.25	14.96	14.93	14.88	13.92	13.81	13.95
	ProbShrink ⁽⁵⁾	20.45	18.38	17.09	17.11	16.97	16.31	16.57	16.09	15.59	15.74	15.49	15.14	15.43	15.02	13.48	13.34	13.45
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	25.02	22.7	21.18	21.79	20.66	20.05	20.97	19.43	19.01	19.31	18.76	18.22	18.65	18	15.84	15.81	15.88
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	24.85	22.43	20.84	21.49	20.29	19.66	20.63	19.01	18.58	18.91	18.32	17.77	18.21	17.54	15.35	15.3	15.37
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	24.78	22.33	20.71	21.37	20.15	19.49	20.49	18.83	18.39	18.73	18.14	17.57	18.01	17.33	15.13	15.08	15.15
Slika: Tree 256x256																		
Ulazni PSNR		17.75	15.17	13.78	14.18	13.47	12.79	13.3	12.42	12.07	12.25	11.97	11.52	11.69	11.38	10.15	10.17	10.16
Metod uklanjanja šuma	MMF ⁽¹⁾	22.62	20.4	18.98	19.57	18.54	17.85	18.7	17.34	16.99	17.28	16.8	16.3	16.55	15.99	14.34	14.38	14.32
	AMNFE ⁽²⁾	23.04	20.89	19.51	20.09	19.06	18.39	19.24	17.89	17.53	17.83	17.33	16.85	17.08	16.55	14.83	14.88	14.84
	FVMF ⁽³⁾	22.18	20.03	18.63	19.22	18.18	17.54	18.43	17.01	16.69	16.99	16.5	16.05	16.3	15.72	14.1	14.13	14.08
	BM3D ⁽⁴⁾	19.28	17.26	16.34	16.57	16.08	15.92	15.9	15.57	15.54	15.71	15.5	15.36	15.42	15.27	15.2	15.16	15.22
	ProbShrink ⁽⁵⁾	22.17	20.06	19.01	19.03	19.07	18.42	18.28	18.24	17.76	17.87	17.42	16.86	17.01	16.98	15.27	15.29	15.2
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	23.3	21.43	20.22	20.69	19.74	19.19	19.98	18.7	18.39	18.59	18.21	17.68	17.92	17.37	15.72	15.82	15.82
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	23.34	21.5	20.33	20.82	19.85	19.27	20.09	18.81	18.5	18.73	18.32	17.8	18.03	17.49	15.83	15.94	15.94
	HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	23.33	21.49	20.33	20.83	19.85	19.27	20.09	18.83	18.51	18.74	18.32	17.8	18.04	17.52	15.85	15.97	15.95

Pažljivim posmatranjem datih rezultata i slika, može se zaključiti sledeće [3]:

- HSDLF daje najbolje rezultate u smislu PSNR dobitaka za $\tau=0.015$ u 56% slučajeva, za $\tau=0.025$ u 18% slučajeva, i za $\tau=0.05$ u 26% slučajeva (isključujući slučajeve kada su vrednosti zaokružene na tri decimalna mesta iste).
- Detaljni pregled performansi svih predstavljenih filtera dat je u tabeli 12:

Tabela 12. Prikaz performansi posmatranih filtera za otklanjanje mešovitošuma pomoću vrednosti PSNR dobitaka. Ukupna srednja vrednost PSNR dobitaka se računa na svim posmatranim slikama i vrednostima intenziteta mešovitošuma. Maksimalni i minimalni PSNR dobitci se računaju za svaku posmatranu sliku posebno.

Metod uklanjanja šuma	Ukupni srednji PSNR dobitak [dB]	Maksimalni srednji PSNR dobitak [dB]	Minimalni srednji PSNR dobitak [dB]	Maksimalni PSNR dobitak [dB]	Minimalni PSNR dobitak [dB]
MMF ⁽¹⁾	+5.13	+5.66 Slika: <i>Girl2 256x256</i>	+4.11 Slika: <i>Mandrill 512x512</i>	+6.53 Slika: <i>Jellybeans1 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025	+3.07 Slika: <i>Mandrill 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025
AMNFE ⁽²⁾	+5.57	+6.2 Slika: <i>Girl2 256x256</i>	+4.52 Slika: <i>Mandrill 512x512</i>	+6.84 Slika: <i>Jellybeans1 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025	+3.4 Slika: <i>Mandrill 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025
FVMF ⁽³⁾	+4.74	+5.14 Slika: <i>Jellybeans1 256x256</i>	+3.72 Slika: <i>Mandrill 512x512</i>	+5.85 Slika: <i>Jellybeans1 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025	+2.78 Slika: <i>Mandrill 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025
BM3D ⁽⁴⁾	+3.62	+4.17 Slika: <i>Girl2 256x256</i>	+2.94 Slika: <i>Couple 256x256</i>	+7.64 Slika: <i>Girl2 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.2 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.3	+1.23 Slika: <i>Mandrill 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025
ProbShrink ⁽⁵⁾	+5.78	+8.62 Slika: <i>Girl2 256x256</i>	+3.36 Slika: <i>Couple 256x256</i>	+9.55 Slika: <i>Girl2 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.15 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.1	+2.73 Slika: <i>Tiffany 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025
HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	+7.1	+8.99 Slika: <i>Girl2 256x256</i>	+4.9 Slika: <i>Couple 256x256</i>	+9.55 Slika: <i>Jellybeans1 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.05 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.05	+3.28 Slika: <i>Mandrill 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025
HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	+7.3	+9.18 Slika: <i>Girl2 256x256</i>	+5.49 Slika: <i>Mandrill 512x512</i>	+9.66 Slika: <i>Girl2 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.05 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.15	+3.29 Slika: <i>Mandrill 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025
HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	+7.33	+9.15 Slika: <i>Girl2 256x256</i>	+5.5 Slika: <i>Mandrill 512x512</i>	+9.65 Slika: <i>Girl2 256x256</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.05 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.15	+3.26 Slika: <i>Mandrill 512x512</i> Varijansa Gaussovog šuma: 0.025 Gustina salt-and-pepper šuma: 0.025

- HSDLF daje bolje rezultate za ukupne, maksimalne i minimalne srednje PSNR dobitke u odnosu na MMF, AMNFE, FVMF, ProbShrink i BM3D za sve tri vrednosti kontrolnog parametra praga τ (0.05, 0.025 i 0.015).
- Po pitanju PSNR dobitaka i vizuelnog kvaliteta otklanjanja šuma, HSDLF daje uniformno bolje rezultate od MMF, AMNFE, FVMF i BM3D filtera za sve posmatrane vrednosti intenziteta mešovitošuma i za sve vrednosti parametra τ (kao što se vidi iz tabela 11 i 12).
- Sa izuzetkom tri najmanje vrednosti intenziteta mešovitošuma na slici "Mandrill" i dva slučaja na slici "Girl2" (za vrednost varijanse ACGN od 0.15 i gustine *salt-and-pepper* šuma od 0.1, i za vrednost varijanse ACGN od 0.3 i gustine *salt-and-pepper* šuma od 0.2), tj. u 98.4% slučajeva, HSDLF daje bolje rezultate od ProbShrink filtera za različite vrednosti kontrolnog parametra praga τ u smislu PSNR vrednosti. Čak i u ovim veoma retkim izuzecima, vrednosti PSNR parametra se za HSDLF i ProbShrink veoma malo razlikuju.

Slika 12 daje detaljan uvid u poređene tehnike otklanjanja višekanalnog mešovitošuma pošto prikazuje srednje PSNR vrednosti izračunate na svim posmatranim slikama, tj. svim višekanalnim slikama iz *Signal and Image Processing Institute (SIPI) Volume 3: Miscellaneous* baze podataka, sa dodatkom dve slike ("Parrots" i "Caps") sa *Kodak Photo CD-a PCD0992*. Slike 13 i 14 ilustruju vizuelni kvalitet svih poređenih metoda za otklanjanje mešovitošuma višekanalnog šuma na slici "Peppers", odnosno jednom njenom uvećanom segmentu. Kao i kod impulsnog šuma, HSDLF uspešno čuva detalje i ivice na slici, i ima daleko manje artifakata od ostalih poređenih filtera za sve vrednosti kontrolnog parametra praga τ (0.05, 0.025 i 0.015).

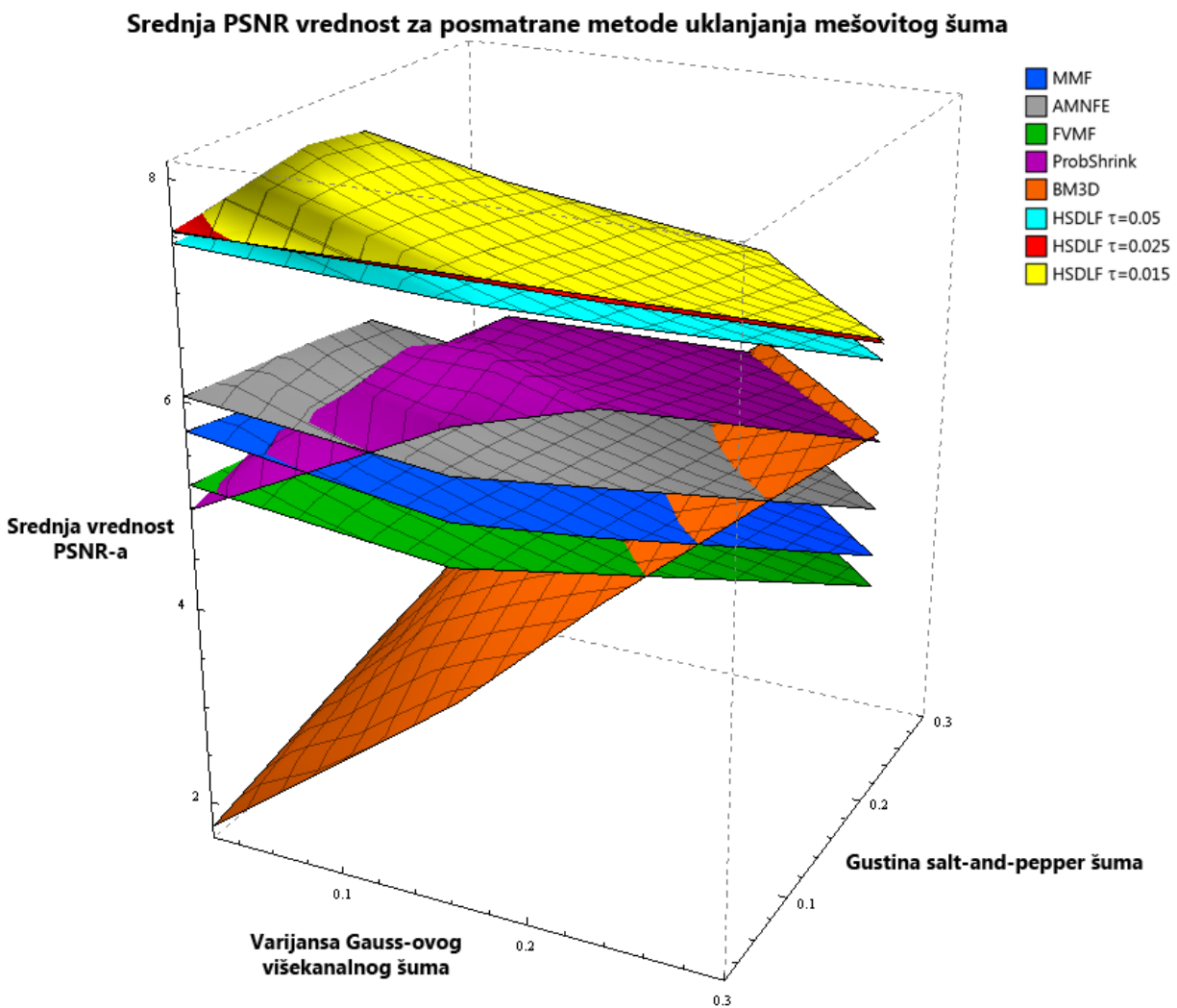
Veoma je važno utvrditi i praktični aspekt HSDLF-a razmatranjem računarskog vremena obrade slika. Tabela 13 ilustruje srednju vrednost trajanja obrade slike različitih formata u realnom vremenu za neke posmatrane filtere za uklanjanje višekanalnog šuma.

Tabela 13. Srednja vrednost trajanja obrade slike posmatranih metoda za otklanjanje šuma sa višekanalnih slika različitih formata.

Metod uklanjanja šuma	Programska platforma	Srednja vrednost trajanja obrade slike (u sekundama)		
		Slike rezolucije 256x256 piksela	Slike rezolucije 512x512 piksela	Slike rezolucije 768x512 piksela
MMF ⁽¹⁾	C++	1.52	2.7	2.92
AMNFE ⁽²⁾	C	1.94	4.16	5.74
FVMF ⁽³⁾	C	2.1	4.23	8.18
BM3D ⁽⁴⁾	MATLAB	17.27	72.2	111.07
ProbShrink ⁽⁵⁾	MATLAB	12.62	39.36	53.86
HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.05$	C++	7.04	19.91	28.31
HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.025$	C++	6.97	19.87	28.23
HSDLF ⁽⁶⁾ $\tau=0.015$	C++	6.94	19.75	28.1
Specifikacija računara na kome su pravljeni eksperimenti: Pentium Prescott s478 32-bit 2.80 GHz procesor (sa uključenim <i>HyperThreading</i> -om) 2GB RAM memorije Windows 7 x86 operativni sistem				

Iako HSDLF obrađuje svaki piksel na slici, njegovo računarsko vreme obrade je manje od svih filtera zasnovanih na DWT-u i nekih prostorno domenskih filtera za sve posmatrane vrednosti τ . Vreme obrade slike se može dodatno smanjiti na različite načine: korišćenjem manjeg broja pravaca m u DEEPLOC algoritmu (videti poglavlje 3.), daljom optimizacijom programskog koda ili *multi-thread* programiranjem (programiranjem u više niti). Čak i u postojećoj formi, računarsko vreme obrade slike HSDLF-a može biti smatrano malim u odnosu na kvalitet rezultata uklanjanja šuma.

Na kraju bi trebalo bi naglasiti da HSDLF ni na koji način ne zavisi od vrednosti intenziteta ili vrste impulsnog, odnosno mešovitog šuma, pa se stoga može primeniti na bilo koju sliku kontaminiranu bilo kojom drugom vrstom šuma bez obzira na njeno poreklo [2,3]. Takođe, HSDLF ne postavlja nikakva ograničenja po pitanju digitalnog formata slika, i može se uspešno primeniti na kompresovane formate slika (sa gubicima), kao što su JPEG ili PNG.

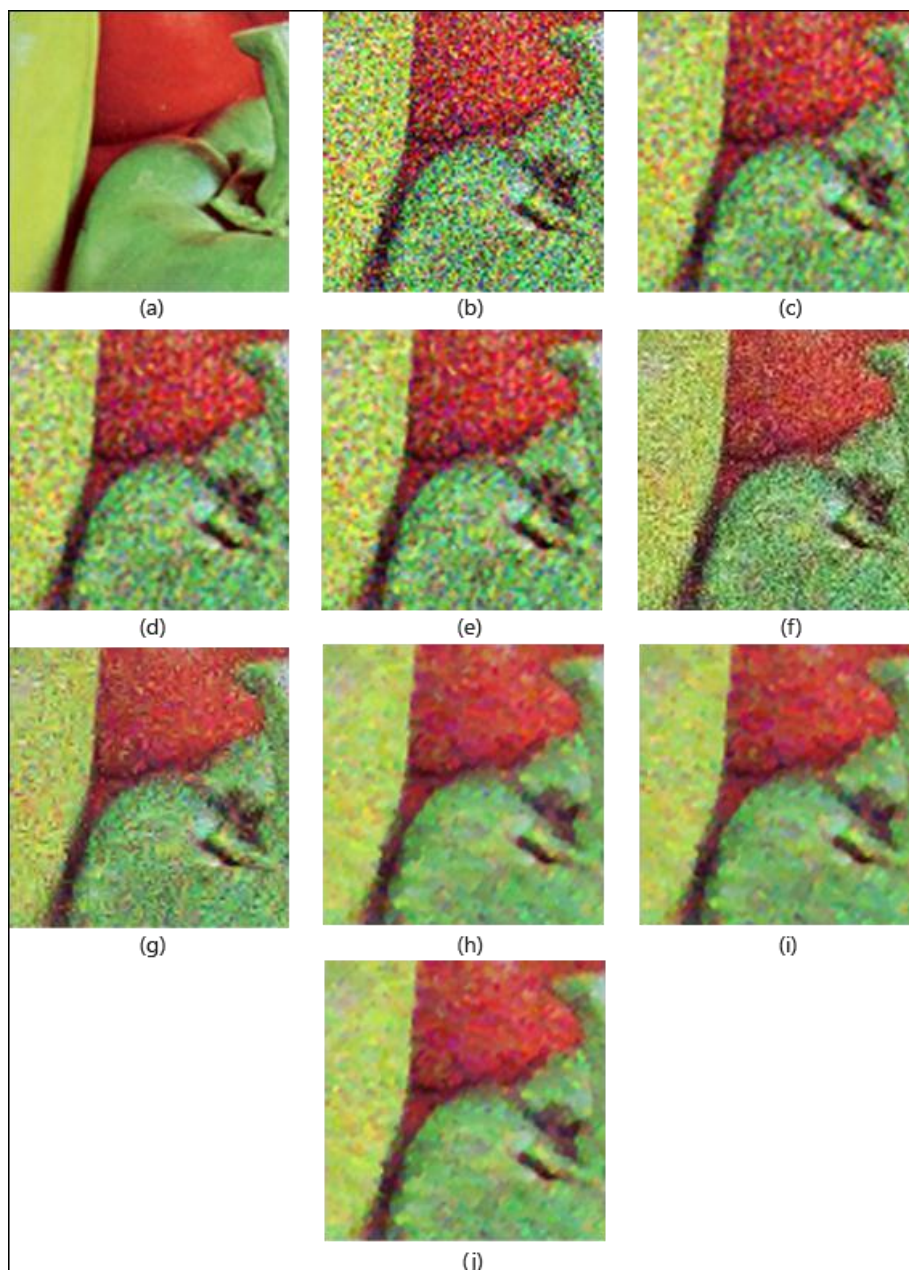


Slika 12. Srednja vrednost PSNR dobitaka za poredjene filtere za uklanjanje mešovitog šuma primenjene na sve posmatrane referentne slike kontaminirane različitim intenzitetima mešovitog šuma



Slika 13. Rezultati poređenih filtera za otklanjanje višekanalnog mešovito šuma primenjenih na sliku "Peppers" (512x512): (a) slika bez šuma, (b) ista slika na koju je primenjen mešoviti šum koji se sastoji od *salt-and-pepper* šuma gustine 0.05 i AGCN šuma varijanse 0.1 (PNSR=14.1 dB), (c) rezultat otklanjanja šuma pomoću MMF (PSNR=19.89 dB), (d) rezultat otklanjanja šuma

pomoću AMNFE filtera (PSNR=20.19 dB), (e) rezultat otklanjanja šuma pomoću FVMF filtera (PSNR=19.42 dB), (f) rezultat otklanjanja šuma pomoću BM3D filtera (PSNR=16.73 dB), (g) rezultat otklanjanja šuma pomoću ProbShrink filtera (PSNR=19.52 dB), (h) rezultat otklanjanja šuma pomoću HSDLF za $\tau=0.05$ (PSNR=21.65 dB), (i) rezultat otklanjanja šuma pomoću HSDLF za $\tau=0.025$ (PSNR=22.01 dB), (j) rezultat otklanjanja šuma pomoću HSDLF za $\tau=0.015$ (PSNR=22.09 dB).



Slika 14. Uvećani segmenti slike 13 koji detaljnije prikazuju rezultate primenjenih filtera

5. Zaključak

U ovoj tezi je predstavljen novi filter prostornog domena za uklanjanje impulsnog višekanalnog šuma zasnovan na funkciji poluprostorne (*Tukey-jeve*) dubine, odnosno lokacione dubine [2,3]. Predloženi filter zasnovan na izmenjenom obliku *DEEPLOC* algoritma [60] u trodimenzionalnom slučaju, pri čemu crveni, zeleni i plavi kanal imaju ulogu dimenzija, koristi standardnu tehniku filtrirajućih prozora za nelinearno uklanjanje šuma u prostornom domenu. *DEEPLOC* algoritam je izabran pošto je baziran na jednom od veoma malog broja matematički egzaktnih i dokazanih metoda za nalaženje funkcije poluprostorne dubine [49].

Drugim rečima, predlog novog metoda za uklanjanje šuma sa višekanalnih slika zasnovanog na veoma preciznom *DEEPLOC* algoritmu za nalaženje višedimenzionalne medijane, odnosno najdublje lokacije, unutar oblaka podataka u više dimenzija je glavna novina ovog rada. Pored toga, primena funkcija statističke dubine u uklanjanju šuma sa višekanalnih digitalnih slika predstavlja potpuno nov koncept u digitalnoj obradi slike.

Izvršena je analiza generalne primenljivosti i kvaliteta predloženog filtera u širokom opsegu intenziteta i vrsta impulsnog i mešovitošuma, i dokazana efikasnost u njihovom otklanjanju sa višekanalnih digitalnih slika.

Poređenjem predloženog metoda sa ostalim poznatim metodama za otklanjanje šuma sa višekanalnih digitalnih slika pomoću standardnih kriterijuma za proveru efikasnosti filtera da otkloni šum (PSNR, MAE i NCD), kao i poređenjem vizuelnog kvaliteta slika, potvrđeno je i dokazano da predloženi filter daje bolje rezultate od svih poređenih, najboljih i najčešće korišćenih filtera za uklanjanje impulsnog i mešovitošuma. Time je potvrđena primenljivost predloženog rešenja u praksi. Vizuelni kvalitet otklanjanja šuma na slikama pokazuje da predloženi filter uspešno održava najveći broj ivica i detalja iz originalnih slika, i da praktično ne postoje artefakti.

Ono što je još važnije, proces filtriranja pomoću HSDLF-a inherentno uzima u obzir spektralnu korelaciju između (kolor) kanala u višekanalnoj slici. Takođe, ovaj

filter ne zavisi od prirode ili intenziteta šuma, kao ni od bilo kog formata digitalne slike, što znači da može biti uspešno primenjen na kompresovane formate slika (sa gubicima).

Dalji rad na ovoj tehnici filtriranja će se odnositi na razvijanje izmena *DEEPLoc* algoritma, posebno na izboru pravaca koji bi mogli da povećaju preciznost i efektivnost u uklanjanju šuma sa slika, kao i mogućnosti povezivanja predloženog metoda sa *wavelet* i ostalim vrstama filtera.

Literatura

- [1] Astola J., Haavisto P., and Neuvo Y., "Vector median filters," *Proc. IEEE* **78** (4), 678–689 (1990).
- [2] Baljzović Dj., Kovačević B., and Baljzović A., "A novel method for removal of multi-channel impulse noise based on halfspace deepest location," *J. Electron. Imaging* **21** (1), 013025 (2012), DOI:10.1117/1.JEI.21.1.013025.
- [3] Baljzović Dj., Kovačević B., and Baljzović A., "Mixed noise removal filter for multi-channel images based on halfspace deepest location," Accepted for publication in *IET Image Process.* (2012).
- [4] Celebi M.E. and Aslandogan Y.A., "Robust switching vector median filter for impulsive noise removal," *J. Electron. Imaging* **17** (4), INSPEC Accession Number: 043006 (2008).
- [5] Celebi M.E., Kingravi H., and Aslandogan Y.A., "Nonlinear Vector Filtering for Impulsive Noise Removal from Color Images," *J. Electron. Imaging* **16** (3), INSPEC Accession Number: 033008 (2007).
- [6] Celebi M.E., Kingravi H., and Uddin B., "Fast Switching Filter for Impulsive Noise Removal from Color Images," *Int. J. Imaging Syst. Technol.*, **51** (2), 155-165 (2007).
- [7] Celebi M.E., Schaefer G., and Zhou H., "A New Family of Order-Statistics Based Switching Vector Filters," *Proc. IEEE Int. Conf. on Image Process. (ICIP 2010)*, 97–100 (26–29 Sept. 2010).
- [8] Chatzis V. and Pitas I., "Fuzzy scalar and vector median filters based on fuzzy distances," *IEEE Trans. Image Process.* **8** (5), 731–734 (1999).
- [9] Chen T., Ma K.-K., and Chen L.H., "Tri-state median filter for image denoising," *IEEE T. Image Process.* **8**, 1834–1838 (1999).
- [10] Cuesta-Albertos J.A. and Nieto-Reyes A., "The random Tukey depth," *Comput. Stat. Data Anal.* **52**, 4979–4988 (2008).
- [11] Dabov K., Foi A., Katkovnik V. and Egiazarian K., "Image Denoising by Sparse 3D Transform-Domain Collaborative Filtering," *IEEE T. Image Process.* **16** (8), 2080-2095 (2007).
- [12] Donoho D.L. and Gasko M., "Breakdown properties of location estimates based on halfspace depth and projected outlyingness," *Ann. Stat.* **20**, 1803–1827 (1992).

- [13] González R.C. and Woods R.E., "Digital Image Processing (3rd edn.)", Prentice Hall, New Jersey (2008).
- [14] Hancheng Y.Li.Z. and Wang H., "Image Denoising Using Trivariate Shrinkage Filter in the Wavelet Domain and Joint Bilateral Filter in the Spatial Domain," *IEEE T. Image Process.* **18** (10), 2364–2369 (2009).
- [15] Kannan K., Kanna B.R., and Aravindan C., "Root Mean Square filter for noisy images based on hyper graph model," *Image Vision Comput.* **28**, 1329–1338 (2010).
- [16] Karakos D.G. and Trahanias P.E., "Combining vector median and vector directional filters: the directional distance filters," *Proc. IEEE ICIP Conf.*, 171–174 (1995).
- [17] Karakos D.G. and Trahanias P.E., "Generalized multichannel image filtering structures," *IEEE Trans. Image Process.* **6** (7), 1038–1045 (1997).
- [18] Kenney C., Deng Y., Manjunath B.S., and Hewer G., "Peer group image enhancement," *IEEE Trans. Image Process.* **10** (2), 326–334 (2001).
- [19] Khriji L. and Gabbouj M., "A class of multichannel image processing filters," *Electron. Lett.* **35** (4), 285–287 (1999).
- [20] Khriji L. and Gabbouj M., "A new class of multichannel image processing filters: vector median-rational hybrid filters," *IEICE Trans. Inf. Syst.* **E82** (12), 1589–1596 (1999).
- [21] Khriji L. and Gabbouj M., "Adaptive fuzzy order statistics-rational hybrid filters for color image processing," *Fuzzy Sets Syst.* **128** (1), 35–46 (2002).
- [22] Khriji L. and Gabbouj M., "Multichannel image processing using fuzzy vector median-rational hybrid filters," *Proc. EUSIPCO'00*, 1345–1348 (2000).
- [23] Khriji L. and Gabbouj M., "Rational-based adaptive fuzzy filters," *Int. J. Comput. Cognition* **2** (1), 113–132 (2004).
- [24] Khriji L. and Gabbouj M., "Vector median-rational hybrid filters for multichannel image processing," *IEEE Signal Process. Lett.* **6** (7), 186–190 (1999).
- [25] Liu R.Y., Parelius J., and Singh K., "Multivariate analysis by data depth: descriptive statistics, graphics and inference (with discussions)," *Ann. Stat.* **27**, 783–858 (1999).
- [26] Lukac R. and Plataniotis K.N., "A taxonomy of color image filtering and enhancement solutions," in *Advances in Imaging & Electron Physics*, Vol. 140, edited by P. W. Hawkes, 187–264, Academic Press, San Diego, CA (2006).

- [27] Lukac R., "Adaptive color image filtering based on center-weighted vector directional filters," *Multidimens. Syst. Signal Process.* **15** (2), 169–196 (2004).
- [28] Lukac R., "Adaptive vector median filtering," *Pattern Recogn. Lett.* **24** (12), 1889–1899 (2003).
- [29] Lukac R., "Color image filtering by vector directional order-statistics," *Patt. Recogn. Image Anal.* **12** (3), 279–285 (2002).
- [30] Lukac R., "Optimised directional distance filter," *Mach. Graphics Vision* **11** (2/3), 311–326 (2002).
- [31] Lukac R., Plataniotis K.N., Venetsanopoulos A.N., and Smolka B., "A statistically-switched adaptive vector median filter," *J. Intell. Robotic Syst.* **42** (4), 361–391 (2005).
- [32] Lukac R., Smolka B., Plataniotis K.N., and Venetsanopoulos A.N., "Vector sigma filters for noise detection and removal in color images," *J. Visual Commun. Image Represent.* **17** (1), 1–26 (2006).
- [33] Lukac R., Smolka B., Plataniotis K.N., and Venetsanopoulos A.N., "A variety of multichannel sigma filters," *Proc. SPIE* **5146**, 244–253 (2003).
- [34] Lukac R., Smolka B., Plataniotis K.N., and Venetsanopoulos A.N., "Generalized adaptive vector sigma filters," *Proc. Int. Conf. Multimedia and Expo (ICME'03)* **1**, 537–540 (2003).
- [35] Lukac R., Smolka B., Plataniotis K.N., and Venetsanopoulos A.N., "Entropy vector median filter," *Proc. 1st Iberian Conf. Patt. Recogn. Image Analy. (IbPRIA), Lect. Notes Comput. Sci.* **2652**, 1117–1125 (2003).
- [36] Lukac R., Smolka B., Plataniotis K.N., and Venetsanopoulos A.N., "Generalized entropy vector filters," *Proc. 4th EURASIP EC-VIP-MC Video Image Processing and Multimedia Commun. Conf.*, 239–244 (2003).
- [37] Lukac R., Smolka B., Plataniotis K.N., Venetsanopoulos A.N., and Zavorsky P., "Angular multichannel sigma filter," *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Process. (ICASSP'03)* **3**, 745–748 (2003).
- [38] Ma Z., Wu H.R., and Feng D., "Partition-based vector filtering technique for suppression of noise in digital color images," *IEEE Trans. Image Process.* **15** (8), 2324–2342 (2006).

- [39] Merkle M., "Jensen's inequality for multivariate medians," *J. Math. Anal. Appl.* **370**, 258-269 (2010).
- [40] Moore M.S., Gabbouj M., and Mitra S.K., "Vector SD-ROM filter for removal of impulse noise from color images," *Proc. 2nd EURASIP Conf. Focused on DSP for Multimedia Commun. Services (ECMCS'99)* (1999).
- [41] Motwani M.C., Gadiya M.C., and Motwani R.C., "Survey of Image Denoising Techniques," *Proc. Global Signal Processing Expo and Conf. (GSPx '04), Santa Clara, CA, USA* (27 Sept. 2004).
- [42] Pizurica A. and Philips W., "Estimating the probability of the presence of a signal of interest in multiresolution single- and multiband image denoising," *IEEE T. Image Process.* **15**, 654-665 (2006).
- [43] Plataniotis K.N., Androutsos D., and Venetsanopoulos A.N., "Adaptive multichannel filters for colour image processing," *Signal Process. Image Commun.* **11** (3), 171-177 (1998).
- [44] Plataniotis K.N., Androutsos D., and Venetsanopoulos A.N., "Adaptive fuzzy systems for multichannel signal processing," *Proc. IEEE* **87** (9), 1601-1622 (1999).
- [45] Plataniotis K.N., Androutsos D., and Venetsanopoulos A.N., "Fuzzy adaptive filters for multichannel image processing," *Signal Process.* **55** (1), 93-106 (1996).
- [46] Portilla J., Strela V., Wainwright M., and Simoncelli E., "Image denoising using Gaussian scale mixtures in the wavelet domain," *IEEE T. Image Process.* **12** (11), 1338-1351 (2003).
- [47] Romanazzi M., "Data depth, random simplices and multivariate dispersion," *Stat. Probabil. Letters* **79**, 1473-1479 (2009).
- [48] Rousseeuw P.J. and Ruts I., "Constructing the bivariate Tukey median," *Stat. Sinica* **8**, 827-839 (1998).
- [49] Rousseeuw P.J. and Struyf A., "Computing location depth and regression depth in higher dimensions," *Statist. Comput.* **8**, 193-203 (1998).
- [50] Safari M.S. and Aghagolzadeh A., "FIR filter based fuzzy-genetic mixed noise removal," *Proc. Int. Conf. Information Sciences, Signal Processing and their Applications (ISSPA '07)*, 1-4 (2007), INSPEC Accession Number: 10061289.

- [51] Schulte S., Witte V.D. and Kerre E.E., "A fuzzy noise reduction method for color images," *IEEE T. Image Process.* **16** (5), 1425–1436 (2007).
- [52] Selesnick I.W., Baraniuk R.G., and Kingsbury N.G., "The dual-tree complex wavelet transform," *IEEE Signal Proc. Mag.* **22** (6), 123-151 (2005).
- [53] Small C.G., "A survey of multidimensional medians," *Int. Stat. Rev.* **58**, 263–277 (1990).
- [54] Smolka B. and Chydzinski A., "Fast detection and impulsive noise removal in color images," *Real-Time Imag.* **11** (5/6), 389–402 (2005).
- [55] Smolka B. and Plataniotis K.N., "Soft-switching adaptive technique of impulsive noise removal in color images," *Proc. 2nd Int. Conf. Image Analysis and Recog. (ICIAR 2005), Lect. Notes Comput. Sci.* **3656**, 686–693 (2005).
- [56] Smolka B., Bieda R., Plataniotis K.N., and Lukac R., "Adaptive soft-switching filter for impulsive noise suppression in color images," *Proc. EUSIPCO'05* (2005).
- [57] Smolka B., Lukac R., Plataniotis K.N., and Venetsanopoulos A.N., "Application of kernel density estimation for color image filtering," *Proc. Vis. Commun. and Image Process. (VCIP'03)*, SPIE Vol. 5150, 1650–1656 (2003).
- [58] Smolka B., Plataniotis K.N., Lukac R., and Venetsanopoulos A.N., "New class of impulsive noise reduction filters based on kernel density estimation," *Proc. of the 28th IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech & Signal Process. (ICASSP'03)* 3, 721–724 (2003).
- [59] Smolka B., Plataniotis K.N., Lukac R., and Venetsanopoulos A.N., "Kernel density estimation based impulsive noise reduction filter," *Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP'03)* 2, 137–140 (2003).
- [60] Struyf A. and Rousseeuw P.J., "High-dimensional computation of the deepest location," *Comput. Stat. Data Anal.* **34**, 415–426 (2000).
- [61] Trahanias P.E. and Venetsanopoulos A. N., "Vector directional filters: a new class of multichannel image processing filters," *IEEE Trans. Image Process.* **2** (4), 528–534 (1993).
- [62] Tu Y., Li S., and Wang M., "Mixed-Noise Removal for Color Images Using Modified PCNN Model," *Proc. Int. Symp. Intelligent Information Technology Application (IITA '08)* **3**, 347–351 (2008).
- [63] Tukey J.W., "Mathematics and the picturing of data," *Proc. Int. Congr. Math., Vancouver 1974* (R. D. James, ed.) **2**, 523–531 (1975).

- [64] Zhang J., "Some extensions of Tukey's depth function," *J. Multivariate Anal.* **82**, 134-165 (2002).
- [65] Zuo Y. and Serfling R., "General Notions of Statistical Depth Function," *Ann. Stat.* **28** (2), 461-482 (2000).

Prilog 1: Pseudokod DEEPLOC algoritma

U ovom prilogu će biti predstavljen detaljan pseudokod DEEPLOC algoritma [60] koji je korišćen kao osnova za predloženi filter za uklanjanje šuma:

1. Računa se marginalna medijana po koordinatama M_I (definisana izrazom (5)) koja će biti korišćena kao prva aproksimacija najdublje lokacije.
2. Posle izračunavanja početne tačke, konstruiše se m pravaca $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^d$, pri čemu je $\|\mathbf{u}\| = 1$. Ovi pravci se selektuju izborom iz sledeće četiri klase pravaca [60]:
 - (a) d koordinatnih osa
 - (b) vektori koji povezuju posmatranu tačku (elemenat oblaka/skupa podataka) sa M_I
 - (c) vektori koji povezuju dve posmatrane tačke
 - (d) vektori normalni na podskup od d elemenata posmatranih tačakapri čemu se koriste sve pravci iz klase (a), najviše $m/4$ pravaca iz svake od klasa (b) i (c), i najmanje $m/2$ pravaca iz klase (d).
3. Inicijalizuju se sledeće promenljive:
 - (a) $N_{try} = 10 \cdot (d + 1)$
 - (b) $N_{alt} = 4 \cdot (d + 1)$
 - (c) $N_{stp} = 5 \cdot n^{0.3} \cdot d$
 - (d) $indM = 1$ (indeks petlje)
 - (e) $HD_{dpt} = n$ (približna vrednost funkcije poluprostorne dubine za poslednju aproksimaciju tačke najveće dubine)
 - (f) $N_{id} = N_{idalt} = 0$ (brojači koji mere napredak)
 - (g) $inalt = 2$ (brojač koji govori o tome da li je korak 7 aktivan)

4. Za svako $j=1,\dots,m$ računaju se $\{\mathbf{u}'_j \mathbf{x}_i; i=1,\dots,n\}$ (ove vrednosti se koriste za lakše računanje u koraku 5)
5. Računa se funkcija poluprostorne dubine tačke \mathbf{M}_{indM} po svakom od pravaca \mathbf{u}_j , i pamti srednji vektor \mathbf{u}_{move} pravaca na kojima se dobija najmanja vrednost HD^{indM}
6. Ako je $HD_{indM} \geq HD_{dpst}$, tada se preduzimaju sledeći koraci (pošto je nađena nova aproksimacija tačke sa najdubljom lokacijom):
 - (a) Ako je $HD_{indM} = HD_{dpst}$, tada se N_{id} i N_{idalt} uvećavaju za 1
 - (b) Ako je $HD_{indM} > HD_{dpst}$, tada se N_{id} i N_{idalt} resetuju na 0
 - (c) Čuvaju se sledeće vrednosti: $\mathbf{M}_{dpst} = \mathbf{M}_{indM}$, $HD_{dpst} = HD_{indM}$
 - (d) Ako je $inalt \neq 2$, resetovati vrednost na $inalt = 2$

Odnosno ako je $inalt \neq 2$, prelazi se na sledeće korake (aktivna je petlja alternativnih pravaca):

 - (a) Uvećava se N_{id} za 1
 - (b) Ići direktno na korak 7(b)

Ako nije ispunjen ni prvi ni drugi uslov, tada se N_{id} i N_{idalt} uvećavaju za 1.
7. Ako je $N_{idalt} \geq N_{alt}$, tada se preduzima sledeće (kreće se u petlju alternativnih pravaca):
 - (a) Pamti se rezervna kopija srednjeg pravca \mathbf{u}_{move}
 - (b) Postavlja se vrednost $jalt = 2 \cdot (d + 2)$ i resetuje se $N_{idalt} = 0$
 - (c) Ako je $inalt = 2 \cdot (d + 2)$, onda se kreće na sledeće korake:
 - i. Obnavlja se zapamćena vrednost pravca \mathbf{u}_{move}
 - ii. Resetuje se $inalt = 2$
 - iii. Prelazi se na korak 8

U suprotnom se preduzimaju sledeći koraci:

- i. Vrednost $indM$ se smanjuje za 1 (kako bi se izbeglo ponovno preduzimanje koraka u pogrešnom pravcu)
- ii. \mathbf{u}_{move} dobija vrednost pravca koji spaja \mathbf{M}_{indM} i $\mathbf{M}_{indM-jalt+2}$
- iii. $jalt$ se smanjuje za 1
- iv. $inalt$ se povećava za 1
- v. Prelazi se na korak 9

8. Ako je $N_{id} \geq N_{try}$, tada se \mathbf{M}_{dpst} i HD_{dpst} uzimaju kao konačne ocene najdublje lokacije, odnosno funkcije poluprostorne dubine za najdublju lokaciju

9. Ako je $broj\ iteracija \geq N_{stp}$, tada se \mathbf{M}_{dpst} i HD_{dpst} uzimaju kao konačne ocene najdublje lokacije, odnosno funkcije poluprostorne dubine za najdublju lokaciju

10. Pokušava se poboljšanjem vrednosti funkcije poluprostorne dubine:

(a) Sve opservacije (svi elementi oblaka podataka) se projektuju na pravac \mathbf{u}_{move} i računa se $HD_{\mathbf{u}_{move}}(\mathbf{M}_{indM}; \mathbf{u}'_{move} \cdot \mathbf{X}_n)$

(b) Ako je $HD_{\mathbf{u}_{move}}(\mathbf{M}_{indM}; \mathbf{u}'_{move} \cdot \mathbf{X}_n) < \lfloor \frac{n}{d+1} \rfloor$, tada se promenljivoj $step$ dodeljuje vrednost $step = \mathbf{u}'_{move} \cdot \mathbf{M}_{indM} - (\mathbf{u}'_{move} \cdot \mathbf{X}_n)_{(\lfloor \frac{n}{d+1} \rfloor)}$;

U suprotnom, $step = \mathbf{u}'_{move} \cdot \mathbf{M}_{indM} - (\mathbf{u}'_{move} \cdot \mathbf{X}_n)_{(HD^{indM+1})}$

(c) Vrednost $indM$ se uvećava za 1

(d) Dodeljuje se vrednost $\mathbf{M}_{indM} = \mathbf{M}_{indM-1} - step \cdot \mathbf{u}_{move}$

(e) Vratiti se na korak 5

Biografija autora

Mr Đorđe Baljzović je rođen u Beogradu gde je završio osnovnu školu (kao đak generacije) i Matematičku gimnaziju (specijalna matematička grupa). Diplomirao je na Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Beogradu na odseku za Fizičku elektroniku, smer Mikroelektronika sa prosečnom ocenom 9.03. Diplomski rad pod nazivom "Elektrofiziološki korelati mikrotalasne rezonantne terapije" je odbranio sa ocenom 10. Odmah po diplomiranju je upisao magistarske (postdiplomske) studije na Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Beogradu na smeru Matematičke metode u elektrotehnici, koje je završio sa prosečnom ocenom 10. Na istom fakultetu je uspešno odbranio magistarski rad pod nazivom "Pitmanov kriterijum za ocenjivanje parametara raspodela verovatnoće sa primenama".

Do sada je objavio više radova u međunarodnim i domaćim časopisima, i učestvovao na nekoliko međunarodnih i domaćih naučnih skupova.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а _____ мр Ђорђе Баљозовић _____

број индекса _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Уклањање шума са вишеканалних слика базирано на статистичким функцијама дубине

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, _____ 25.08.2012. _____



Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора _____ мр Ђорђе Баљозовић _____

Број индекса _____

Студијски програм _____ Електротехника – Сигнали и системи _____

Наслов рада _____ Уклањање шума са вишеканалних слика базирано на
_____ статистичким функцијама дубине _____

Ментор _____ проф. др Бранко Ковачевић _____

Потписани/а _____ мр Ђорђе Баљозовић _____

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, _____ 25.08.2012. _____



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Уклањање шума са вишеканалних слика базирано на статистичким функцијама дубине

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

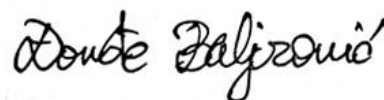
5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, _____ 25.08.2012. _____



1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.