

**Извештај комисије за оцену докторске дисертације  
кандидата Нивес Барановић**

Одлуком Наставно - научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду, донетој на седници, одржаној 19.02.2016. године, именовани смо за чланове Комисије за оцену докторске дисертације „Развој визуелно-просторних вештина и геометријског мишљења студената учитељских факултета заснован на методи усмереног опажања и теорији ван Хила“ кандидаткиње Нивес Барановић. Након прегледања дисертације, Комисија подноси Наставно - научног већу Математичког факултета Универзитета у Београду следећи извештај.

**1. Основни подаци о кандидату и дисертацији**

**Основни подаци:** Нивес Барановић, девојачко Јозић, рођена је 24.05.1973. године у Сплиту, Република Хрватска. Факултет *Prirodoslovno-matematičkih znanosti i odgojnih područja*, Универзитет у Сплиту завршила је 30.06.1998. године. Докторске студије на Математичком факултету (студијски програм Математика) уписала је у децембру 2010. године. На докторским студијама положила је следеће предмете: Теорија учења и наставе са историјом школских и педагошких идеја, Методологија истраживања у настави математике и рачунарства са практикумом, Комбинаторна теорија графова са применама, Нееуклидске геометрије, Геометријска теорија функција, Математичка статистика, Комплексна анализа 2 и Специјални курс 1 – Научни оквири увођења појмова у настави математике.

Запослена је у просвети од 1998. године. Од 2011. године, па све до данас, ради на Филозофском факултету у Сплиту, одсек за учитељске студије, на пословима вишег предавача за математичку групу предмета.

**Наслов дисертације:** Развој визуелно-просторних вештина и геометријског мишљења студената учитељских факултета заснован на методи усмереног опажања и теорији ван Хила

**Обим дисертације и библиографија:** Дисертација има 12 (насловно) + 199 (садржајно) + 22 (прилози) страница (укупно 233 странице). Главни део састоји се од увода, теоријског дела у четири поглавља и истраживачког дела у два поглавља, закључка, литературе са 194 референце и биографије. У прилогу је 5 прилога везаних за рад и 3 изјаве: изјава о ауторству, изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и изјава о коришћењу.

## 2. Предмет и циљ дисертације

За учење и наставу геометрије, осим рада на геометријским концептима и њиховим везама унутар аксиоматског дедуктивног система, потребне су јаке визуелно-просторне вештине чији систематски развој постојећи математички курикулуми обично не осигуравају. Као последица тога, геометријски концепти се кроз школску математику у великој мери савладавају процедурално, запамћивањем одговарајућих дефиниција, правила и формула без концептуалног разумевања (нпр. Hoffer, 1981; Bishop, 1986; Presmeg, 1986, 1997, 2006, 2014; de Villiers, 1994, 1998, 2010; ; Erez i Yerushalmy, 2006; Fujita & Jones, 2007; PISA, 2012; TIMMS 2017; Kozakli Ulger i Tapan Broutin; 2017, Baranović, 2019; Milinković i Ševa, 2021) па студенти најчешће нису спремни за наставак учења геометрије на универзитетском нивоу, који захтева строги дедуктивни приступ (нпр. Liston i O'Donoghue, 2007; Witzke, 2016; Thoma i Nardi, 2018; Baranović, Baras i Blaževski, 2020). С друге стране, будући учитељи у примарном образовању прво сами треба да стекну одговарајућа знања и ниво геометријског мишљења, као и визуелну писменост како би и својим ученицима могли да осигурају окружење за успешно стицање геометријских знања, вештина и умећа.

Стога је циљ истраживања приказаног у дисертацији био да се осмисли начин наставе геометрије засноване на ВОС (визуелно, описно симболички) систему, који ће будућим учитељима у примарном образовању омогућити стицање геометријских знања с разумевањем, развој геометријског мишљења и визуелне писмености, уз уважавање њихових предзнања и нивоа мишљења, а затим кроз експериментално истраживање утврдити продуктивност коришћених метода и стратегија у настави.

## 3. Основне хипотезе од којих се полазило у истраживању

Истраживање методолошки спада у категорију квазиексперименталног истраживања с не еквивалентном групом, састојало се од три фазе: пред тестирања, наставе и пост тестирања, а спроведено је у реалном времену и редовној настави геометрије учитељских студија:

	Пред тестирање (1)	Настава	Пост тестирање (2)
Експериментална група (Е)	Тестирање 1Е	Алтернативни приступ	Тестирање 2Е
Контролна група (К)	Тестирање 1К	Класично поучавање	Тестирање 2К

Експерименталну групу чине студенти једног универзитета и њима је држана настава одабраним алтернативним приступом, а контролну групу чине студенти другог универзитета, који су имали наставу на уобичајени начин. Групе нису еквивалентне због различитог броја уписаних, а истраживањем су обухваћени сви студенти који су били уписани на курс из геометрије. Пред и пост тестирање подразумева мерење истим тестовима у сврху прикупљања података о учесницима пре почетка наставе као и у сврху испитивања промена након семестра наставе. Мерење се врши кроз три теста: тест нивоа геометријског мишљења, писана провера знања из геометрије и визуелних вештина као и тест визуелно-просторних способности. Алтернативни приступ се разликује од традиционалне наставе утолико што се

више пажње посвећује систематичном коришћењу елемената визуелизације као и развој визуелно-просторних способности, а настава се прилагођава предзнањима учесника и њиховим нивоима геометријског мишљења према ван Хиловом моделу.

У складу с описаним проблемом и циљем истраживања, постављени су следећи истраживачки задаци:

- Утврдити *на ком се нивоу геометријског мишљења* према ван Хиловом моделу налазе учесници непосредно пре учења геометрије.
- Утврдити *која знања* учесници већ имају о темељним геометријским концептима као и у *којој се мери и колико успешно* користе *визуелно-просторним вештинама* при решавању геометријских проблема непосредно пре учења геометрије.
- Утврдити *у каквом су односу* визуелно-просторне способности, нивои геометријског мишљења и геометријска предзнања учесника, посебно у смислу могућег предиктора напретка.
- Након семестра наставе утврдити јесу ли учесници унутар сваке групе *значајно напредовали* у геометријском мишљењу, акумулираном геометријском знању и вештинама визуелизације те визуелно-просторним способностима.
- Након семестра наставе утврдити јесу ли учесници, којима је настава држана алтернативним приступом, *значајно напредовали* у акумулираном геометријском знању и вештинама визуелизације као и визуелно-просторним способностима у односу на учеснике који су имали наставу на традиционалан начин.

#### **4. Кратак опис садржаја дисертације**

Уз увод, литературу и закључак, рад је подељен на теоријски и истраживачки део. У теоријском делу се кроз четири поглавља описују четири различита погледа на еуклидску геометрију, а у истраживачком делу се кроз два поглавља описује методологија истраживања и резултати уз расправу засновану на мешовитој анализи података и наводе се могућа ограничења истраживања.

У првом поглављу, из теоријске перспективе дедуктивног система и карактеристика аксиоматске изградње, описују се процеси дефинисања и класификације појмова, процеси постављања тврђења, испитивање и утврђивање њихове истинитости директним и индиректним доказом. Затим се описују карактеристике геометријских појмова, дисекције, конструкције и посебности геометријског доказа. У другом поглављу, из перспективе учења и наставе описују се тешкоће с којима се ученици свих узраста суочавају при учењу геометрије, могуће узроке и начине превазилажења, али све унутар оквира дедуктивног система. У трећем поглављу, описују се карактеристике ван Хиловог модела за развој мишљења који служи као теоријски оквир за систематичан начин развоја геометријског мишљења као и начин структурирања учења кроз пет фаза као модела прелаза с једног нивоа мишљења на други. У четвртном поглављу, еуклидска геометрија се сагледава из перспективе когнитивних процеса који су неодвојиви од учења геометрије и описују се карактеристике елемената визуелизације и визуелно-просторних способности. Поглавље се завршава

разматрањем потенцијала и ограничења визуелизације који доприносе, односно онемогућавају стицање визуелне писмености у корист учења математике.

У петом поглављу, описује се методологија припреме и спровођења експерименталног истраживања. Посебно се описују карактеристике одабраних инструмената који су важни за тумачење резултата, а посебно наставне стратегије и активности коришћене током интервенције, које прате дедуктивно уређење геометрије. Посебан осврт дат је на визуелно-аналитичку методу усмереног опажања која је прожимала све активности, а развијена је за потребе овог истраживања у сврху развоја визуелне писмености и флексибилне мисли у контексту геометрије, а све у сврху стицања бољих исхода учења. У шестом поглављу представљају се резултати и врши расправа о карактеристикама учесника пре и после поучавања, заснована на анализи података комбиновањем различитих квалитативних и квантитативних метода. На самом крају расправља се о статистички значајним променама које су се догодиле као последица одговарајућег поучавања као и могућим ограниченима истраживања.

## **5. Остварени резултати и научни допринос дисертације**

Према резултатима пред тестирања, утврђено је да ниво мишљења учесника није одговарајући за наставак учења геометрије на универзитетском нивоу, али и да учесници обе групе поседују одговарајуће визуелно-просторне способности, које им дају могућност да уз примерен рад савладају геометријске садржаје. Такође, утврђено је и да су њихова предзнања о одабраним геометријским појмовима прилично слаба: у раду се користе елементима визуелизације иако прилично несистематично и неефикасно, при тумачењу формалних дефиниција више се ослањају на слике концепата које су сужене и непотпуне и везане за прототипне визуелне приказе, у процесу решавања проблема доминира фаза рачунања без дубљег разумевања поступака, без плана решавања и без провере смислености резултата.

Према резултатима *t*-теста утврђено је да међу групама нема статистички значајне разлике ни у оствареним нивоима геометријског мишљења, нити у предзнању о геометријским појмовима и визуелним вештинама, нити у визуелно-просторним способностима. Према Спирмановом коефицијенту корелације утврђено је да између сва три теста постоји статистички значајна корелација.

Значајан допринос овог истраживања видљив је у резултатима пост тестирања којима је потврђено да су коришћена визуелно-аналитичка метода усмереног опажања, начин структурирања наставних сати и садржаја, сврховити одабир различитих наставних активности и задатака различите когнитивне захтевности допринеле значајно бољим исходима учења геометрије у експерименталној групи у односу на исходе учења у контролној групи. Такође, потврђено је да примена коришћене методе у контексту геометрије, засноване на ВОС систему, значајно доприноси и развоју геометријског мишљења и визуелно-просторних способности, што коначно и доводи до бољих постигнућа у геометрији. Значајне разлике није било једино у развоју визуелно-просторних способности између група, могуће због мање времена одвојеног за активности с 3Д фигурама.

Остварени резултати додатно потврђују да се кроз систематично учење и наставу уз уважавање предзнања учесника, геометрија и визуелна писменост могу узајамно развијати на различитим нивоима образовног система.

С обзиром на специфичности бирања група, њихових карактеристика и начин реализације (групе с учитељских студија, учесници су жене, настава у реалном времену унутар редовног курса, писани облик тестирања), било би занимљиво применити описане стратегије наставе с различитим узрастима као и лонгитудинално пратити напредовање како би се утврдило да балансирање визуелних и аналитичких метода засновано на усмереном опажању и ВОС систему заиста осигурава учење геометрије с разумевањем и ефикасном применом.

Остварени резултати као и описани начин структурирања наставних часова и комбиновања наставних активности и средстава, не губећи из вида дедуктивни карактер геометрије, могу бити подстицај и другим наставницима на свим нивоима образовања да више пажње посвете трослојном начину наставе а, узајамно и у хармонији, без доминације иједног од њих.

## 5. Објављени и саопштени резултати који чине део докторске дисертације

### Објављени радови који су у вези са темом дисертације:

1. Antunović-Piton, B., & Baranović, N. (2022). Factors Affecting Success in Solving a Stand-Alone Geometrical Problem by Students aged 14 to 15. *Center for Educational Policy Studies Journal*. (SCOPUS baza, **M24**)
2. Baranović, N., Antunović-Piton, B. (2021). Different Perspectives on Success in Solving Stand-Alone Problems by 14 to 15-Year-Old Students. *Croatian Journal of Education-Hrvatski Casopis za Odgoj i obrazovanje*, 23 (2021), 1; DOI:10.15516/cje.v23i1.3863 (SCI lista, **M23**, **IF 0.258**)
3. Grubić, M., Baranović, N. (2021). Dudeneyjev Haberdasherov problem. *Acta mathematica Spalatensia. Series didactica*, 4, 73-87 (**M51**).
4. Baranović, N., Baras, I. & Kožul Blaževski, R. (2020). Kako premostiti razliku između onoga što studenti prve godine znaju i onoga što mi mislimo da bi trebali znati. *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike*, 21 (81), 13-33 (**M51**).
5. Baranović, N. (2019). Pre-service primary education teachers' knowledge of relationships among quadrilaterals, In J. Milinković & Z. Kadelburg (Eds.), *Research in Mathematics Education* (pp. 112–127). Mathematical Society of Serbia (**M33**).
6. Kavajin, A., Baranović, N. (2019). Tangram u nastavi matematike, 2. dio. *Matematika i škola*, 21, 102; 69-74.
7. Kavajin, A., Baranović, N. (2019). Tangram u nastavi matematike, 1. dio. *Matematika i škola*, 21, 101; 18-26
8. Baranović, N. (2019). O učenju i poučavanju geometrije prema van Hiele-ovoj teoriji. Zbornik radova: *Geometrija u nastavi matematike*, Gortan, Robert (ur.). Pula: Matematičko društvo Istra, str. 19-42.

9. Baranović, N., Antunović-Piton, B. (2019). Refleksija na uspješnost rješavanja izoliranog geometrijskog problema i njegov potencijal u nastavi. Zbornik radova: *Geometrija u nastavi matematike*. Gortan, Robert (ur.). Pula: Matematičko društvo Istra, str. 68-83.
10. Baranović, N., Lehman, S. (2018). Matematika u tangramu, tangram u matematici. *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike*, 19, 76; 20-37 (M51).
11. Baranović, N., Lehman, S. (2017). Razvoj geometrijskog mišljenja kroz tangram aktivnosti. Zbornik radova: *Sedmi simpozijum "Matematika i primene"* Knežević, Miljan (ur.). Beograd: Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet, str. 81-92 (M33).
12. Baranović, N. (2016.) O razvoju geometrijskog mišljenja u nastavi matematike prema van Hieleovoj teoriji, *Šesti simpozijum "Matematika i primene"*, Knežević, Miljan (ur.). Beograd: Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet, str. 100-109 (M33).
13. Baranović, N. (2015.) Potencijal jednog zadatka izveden na temelju Talesovog teorema o proporcionalnim dužinama, U zborniku radova *Peti simpozijum Matematika i primene*, Beograd: Matematički fakultet, str. 86-98 (M33).
14. Baranović, N. (2014.) Učenje temeljeno na čitanju s razumijevanjem, U e-zborniku povzetkov *2. mednarodne Konferencije o učenju in poučevanju matematike* (KUPM 2014), dostupno na: <http://www.zrss.si/kupm2014/files/povzetki-cetrtek-SLO/#/8/>.
15. Jozić, N. (2014.) Formuliranje matematičkih definicija i iskaza teorema u svrhu kritičkog promišljanja i zaključivanja, U zborniku radova *Četvrti simpozijum Matematika i primene*, Beograd: Matematički fakultet, str. 54-67 (M33).
16. Jozić, N. (2012.) Učenje usmjerenim opažanjem, U zborniku prispevkov *1. mednarodna Konferenca o učenju in poučevanju matematike* (KUPM 2012), uredili Kmetič, S., Bone J., Rajh S., Sambolić Beganović A., Sirnik, M. i Suban Ambrož, M., 58 - 66. Maribor, dostupno na: <http://www.zrss.si/pdf/zbornikprispevkovkupm2012.pdf> (M33).
17. Mateljević, M., Jozić, N., Svetlik, M. (2013.) Istraživanjem do minimuma ili maksimuma, U zborniku radova *Treći simpozijum Matematika i primene*, uredili Stanimirović, Z., Marić M. i Svetlik, M., 35 – 54. Beograd: Matematički fakultet (M33).
18. Jozić, N. (2012.) Fotografija kao inovativno nastavno sredstvo, U zborniku radova *Peti kongres nastavnika matematike RH*, uredili Ivanšić, I.; Mladinić, P.; Svedrec, R., 257 – 270. Zagreb: Profil.
19. Jozić, N. (2011.) Računalo u nastavi matematike: zašto, kada i kako?, U zborniku radova *Drugi simpozijum Matematika i primene* (2), uredio Protić, Lj. 17 – 27. Beograd: Matematički fakultet (M33).

**Саопштења која су у вези са темом дисертације:** Резултати истраживања представљени су на бројним семинарима, конференцијама и конгресима у Сплиту, Загребу, Осиеку, Љубљани и Београду, пре свега онима за стручно усавршавање учитеља и наставника математике у сврху мењања наставне праксе, али и на научним конференцијама у сврху расправе о доприносима у науци. Преглед свих активности доступан је на <https://www.bib.irb.hr/>.

## 6. Закључак

Предмет докторске дисертације кандидата Нивес Барановић је савремена и популарна област која је део методике наставе математике. Кандидаткиња је проучила веома обимну литературу, а резултати до којих је дошла су оригинални и нетривијални. Кандидаткиња има објављен један коауторски рад у часопису са СЦИ листе, још девет коауторских радова и

девет самосталних радова, објављених у часописима и зборницима радова. Комисија констатује да је дисертација урађена према одобреној пријави и да је у питању оригинално и самостално научно дело. Стога, имајући у виду претходно изложено предложено Наставно – научном већу Математичког факултета да прихвати извештај комисије за преглед и оцену докторске дисертације и одреди комисију за њену јавну одбрану.

У Београду, 9.8.2022.

**Председник комисије:**

---

др Александар Липковски  
редовни професор Математичког факултета

**Чланови комисије:**

---

Академик Миодраг Матељевић, ментор  
Српска академија наука и уметности

---

др Миљан Кнежевић  
доцент Математичког факултета

---

др Јасмина Милинковић  
ванредни професор Учитељског факултета  
Универзитета у Београду