УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПЕДАГОШКИ ФАКУЛТЕТ У УЖИЦУ

Зорица Љ. Гајтановић

РАЗВИЈАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

докторска дисертација

Ужице, 2022.

UNIVERSITY OF KRAGUJEVAC
FACULTY OF EDUCATION IN UŽICE

Zorica Lj. Gajtanović

DEVELOPING ELEMENTS OF MATHEMATICAL LITERACY IN LOWER GRADES OF PRIMARY SCHOOL

Doctoral Dissertation

Užice, 2022.

Аутор

Име и презиме: Зорица Љ. Гајтановић

Датум и место рођења: 21. 11. 1982. године, Рашка

Садашње запослење: Универзитет у Приштини – Косовској Митровици, Учитељски факултет у Призрену - Лепосавићу

Докторска дисертација

Наслов: Развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе

Број страница: 339

Број слика: 4, графикона: 15, табела: 103

Број библиографских података: 140

Установа и место где је рад израђен: Педагошки факултет у Ужицу, Универзитет у Крагујевцу

Научна област (УДК): 371.3

Ментор: Др Сања Маричић, редовни професор за ужу научну област Методика наставе математике, Педагошки факултет у Ужицу, Универзитет у Крагујевцу

Оцена и обрана

Датум пријаве теме: 23. 09. 2019.

Број одлуке и датум прихватања теме докторске/уметничке дисертације:
IV-02-250/3 од 20. 05. 2020.

Комисија за оцену научне заснованости теме и испуњености услова кандидата:

1. Др Бранислав Ранђеловић, доцент за ужу научну област *Методика наставе математике* на Учитељском факултету у Призрену - Лепосавић, Универзитет у Приштини - Косовска Митровица, председник Комисије;
2. Др Јелена Стаматовић, ванредни професор за ужу научну област *Општа педагогија* на Педагошком факултету у Ужицу, Универзитет у Крагујевцу, члан Комисије;
3. Др Бојан Лазић, доцент за ужу научну област *Методика наставе математике* на Педагошком факултету у Сомбору, Универзитет у Новом Саду, члан Комисије

Комисија за оцену и одбрану докторске/уметничке дисертације:

Датум одбране дисертације:

Author

Name and surname: Zorica Lj. Gajtanović

Date and place of birth: November 21, 1982, Raska

Current employment: University of Prishtina – Kosovska Mitrovica, Teacher Education Faculty in Prizren – Leposavic

Doctoral Dissertation

Title: Development of elements of mathematical literacy in the lower grades of primary school

No. of pages: 339

No. of images: 4, charts: 15, tables: 103

No. of bibliographic data: 140

Institution and place of work: Faculty of Education in Užice, University of Kragujevac

Scientific area (UDK): 371.3

Mentor: Dr. Sanja Maričić, full professor for the narrow scientific field of *Methodology of Teaching Mathematics*, Faculty of Education in Užice, University of Kragujevac

Grade and Dissertation Defense

Topic Application Date: September 23, 2019.

Decision number and date of acceptance of the doctoral / artistic dissertation topic:
IV-02-250/3 of 20 May 2020

Commission for evaluation of the scientific merit of the topic and the eligibility of the candidate:

1. Dr. Branislav Randjelovic, Assistant Professor for the narrow scientific field of *Methodology of Teaching Mathematics* at the Teacher Education Faculty in Prizren - Leposavic, University of Pristina - Kosovska Mitrovica, President of the Commission;
2. Dr. Jelena Stamatović, Associate Professor of *General Pedagogy* at the Faculty of Education in Užice, University of Kragujevac, Member of the Commission;
3. Dr. Bojan Lazić, Assistant Professor of *Mathematics Teaching Methodology* at the Faculty of Education in Sombor, University of Novi Sad, Member of the Commission.

Date of Dissertation Defense:

Овом приликом се захваљујем свима који су ми пружили подршку и помоћ при изради докторске дисертације.

Захваљујем се директорима, стручним службама, учитељима и ученицима свих школа у којима је истраживање реализовано. Посебну захавлност дугујем менторки, проф. др Сањи Маричић на стручној помоћи и саветима при изради докторске дисертације, на показаном стрпљењу и издвојеном времену, а посебно на подршци у најтежим тренуцима.

Захваљујем се члановима Комисије који су својим сугестијама значајно допринели квалитету докторске дисертације.

Највећу захвалност дугујем породици на подршци и разумевању, родитељима, супругу Душану, ћерки Неди и сину Василију.

У Ужицу, 24. 1. 2022. *Зорица Гајтановић*

РАЗВИЈАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

САЖЕТАК

Предмет истраживања рада је испитивање могућности развијања елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе. На бази теоријског разматрања феномена математичке писмености и сагледавања могућности њеног развијања код ученика млађег школског узраста операционализован је овај појам, издвојени су нивои математичке писмености и описана њихова садржина. У раду је основно полазиште да се елементи математичке писмености код ученика млађих разреда основне школе могу развијати на садржајима који садрже захтеве одређеног нивоа математичке писмености. Међутим, поред садржаја, морамо узети у обзир и друге елементе математичког образовања од којих директно зависе исходи математичког образовања, а то су учитељи, као непосредни реализатори наставног процеса и уџбеници математике.

Емпиријски део докторске дисертације имао је за циљ да испита могућности подстицања и развијања елемената математичке писмености кроз обликовање садржаја, затим у којој мери уџбеници математике стварају основу за његово развијање и какви су ставови ученика о приступу учењу математике кроз решавање проблема из реалног окружења. Добијени резултати истраживања показују да се елементи математичке писмености могу развијати код ученика млађих разреда основне школе адекватним садржајима. Ученици су исказали позитивне ставове према приступу учењу математике кроз решавање проблема из реалног окружења. Анализа садржаја уџбеника математике показала је да уџбеници стварају добру основу за развијање елемената математичке писмености и то највише за први ниво математичке писмености, док садржаја који одговарају другом и трећем нивоу нема у довољној мери.

Добијени резултати показују да се елементи математичке писмености могу развијати и код ученика млађег школског узраста за шта је неопходан адекватан одабир садржаја који су повезани са реалним животом ученика.

Кључне речи: *математичка писменост, настава математике, математика постигнућа ученика, реалистични проблем, математички садржаји.*

DEVELOPING ELEMENTS OF MATHEMATICAL LITERACY IN LOWER GRADES OF PRIMARY SCHOOL

ABSTRACT

The subject of this research is to examine the possibility of developing elements of mathematical literacy in lower grades of primary school. On the basis of theoretical consideration of the phenomenon of mathematical literacy and consideration of the possibility of its development in students of lower school age, this concept was operationalized, the levels of mathematical literacy were singled out and their content was described. The main starting point in the paper is that the elements of mathematical literacy in lower primary school students can be developed on contents that contain the requirements of a certain level of mathematical literacy. However, in addition to the content, we must take into account the other elements of mathematics education on which the outcomes of mathematics education directly depend, and these are teachers, as the direct implementers of the teaching process, and mathematics textbooks.

The empirical part of the doctoral dissertation had an aim to examine the possibilities of encouraging and developing elements of mathematical literacy through content design, then the extent to which mathematics textbooks create the basis for its development and students' attitudes about approaching learning mathematics by solving problems from real environments. The obtained research results show that the elements of mathematical literacy can be developed in the students of the lower grades of primary school with an adequate contents. The students expressed positive attitudes towards the approach to learning mathematics through solving problems from a real environment. The analysis of the content of mathematics textbooks showed that textbooks create a good basis for developing elements of mathematical literacy, especially for the first level of mathematical literacy, while the content corresponding to the second and third levels is not sufficient.

The obtained results show that the elements of mathematical literacy can be developed in students of lower school age, for which an adequate selection of content related to the real life of students is necessary.

Key words: *mathematical literacy, mathematics teaching, mathematics, student achievements, realistic problem, mathematical contents.*

САДРЖАЈ

УВОД

Савремено друштво и убрзан развој технолошких достигнућа захтева ученика који ће у сваком тренутку бити спреман да одговори изазовима који се пред њим нађу. За тај подухват нису само довољна знања која ученик стиче у школи већ је неопходан и шири круг компетенција које мора поседовати. Само знање које ученик усваја представља основу на коју треба надоградити компетенције појединца које ће му омогућити примену наученог у свакодневном животу и раду. Да би био активан учесник савременог друштва ученик мора да поседује одређену математичку, читалачку и научну писменост, као и способност да решава одређене проблемске ситуације. Наведене потребе изискују да се и приступ школском учењу мења, јер више није основни смисао учења усвајање знања већ могућност примене усвојених знања, издвајање битних чињеница које ће имати примену у одређеним ситуацијама. Дакле, само усвајање знања на репродуктивном нивоу није довољно већ је неопходно оспособити ученика да овлада начином рада са информацијама које му се нуде у различитим облицима и из различитих извора, а које су му и те како доступне. У овом процесу важна је функција школе која треба да обезбеди ученицима позитиван став према учењу и усвајању одређених знања, као и спољни подстицај за учење који ће временом прерасти у унутрашњу потребу ученика.

Евидентно је да квалитет знања и умења која ученици стичу у основном образовању али и систем вредности могу бити изазвани различитим узорцима. Један од узрока може бити чињеница да су постигнућа ученика из Србије на неким међународним испитивањима знатно испод међународног просека, што је посебно изражено код функционално примењивих знања. За формирање вредносних ставова који су неопходни за функционисање у друштву, неопходно је поред математичке, читалачке и научне писмености код ученика подстицати и уметничку и културну писменост, док посебан подстицај треба дати здравствено-спортској подршци развоја деце која је у нашем друштву веома слаба.

Промене које би допринеле побољшању квалитета знања која ученици усвајају односиле би се на измене у наставним плановима и програмима, који су обимни и нефлексибилни, што врло често доводи до превеликог оптерећења деце и даје мало простора за учење са разумевањем, применом и повезивањем садржаја. Ако посматрамо наставни процес, уочићемо да се веома мало примењују облици рада у школи који подстичу активно учење, као и одређене истраживачке методе, наставу која је прилагођена индивидуалним могућностима ученика, а која подстиче развијање виших менталних процеса, мотивације за учење и оспособљавање за функционалну примену знања у свакодневном животу.

Да би се у школском систему спровеле одређене промене неопходно је утврдити и постојеће стање и на тај начин одабрати адекватне мере у циљу побољшања рада. Стање у школама се утврђује преко бројних тестирања која се организују на националном и међународном нивоу. Примери таквих тестирања су PISA и TIMSS тестирања која дају слику о постигнућима ученика из различитих земаља, као и о факторима који томе доприносе у домену математичке, читалачке и научне писмености, као и у решавању одређених проблемских ситуација уз примену савремених технологија.

Савремене тенденције у образовању усмериле су фокус интересовања са стицања чињеничних знања на функционална знања која имају примену у решавању проблема из живота, изражене интенције за развијање математичке писмености, способности решавања проблема, примене математике, указивање на значај развијања виших форми мишљења, а посебно функционалног и критичког. Добро познавање математичких садржаја и способност њихове примене представља основу сваког појединца за активно учествовање у савременом друштву. У свакодневним животним активностима појединац користи знања из математике, стога се намеће питање у којој мери школска настава математике припрема ученике за примену усвојених знања и математичко резоновање приликом решавања проблема. Због тога, ученик мора бити спреман да од најранијег школског узраста овлада способностима које су му неопходне како би овладао начином рада са информацијама, а које су доступне из различитих извора и у различитим облицима, да их критички вреднује, користи, аргументовано образлаже, сагледа у одређеном контексту и интерпретира. Из уоченог закључујемо да се за потребе савременог друштва мора образовати ученик који поседује одређена математичка знања, односно одређени ниво математичке писмености (*mathematical literacy*).

Математичка писменост подразумева способности формулисања, примењивања и тумачења математике у различитим контекстима. Дефинисана је на следећи начин: „Математичка писменост је капацитет појединца да формулише примени и интерпретира математику у различитим контекстима. Она подразумева математичко резоновање и коришћење математичких концепата, процедура, чињеница и ,алата’ како би се одређен феномен описао, објаснио и предвидео. Она помаже особама да препознају улогу математике у свету и да донесу добро засноване судове и одлуке које су потребне конструктивним, заинтересованим и рефлексивним грађанима” (OECD, 2014: 28). На основу ове дефиниције може се закључити да се од ученика очекује математичко знање које је постављено у одређени функционални контекст, односно у велики број различитих ситуација. Потребно је нагласити да фокус није усмерен на знања и вештине која се стичу у школском курикулуму, већ се под математичком писменошћу подразумевају она знања која омогућавају анализу, схватање и ефикасно комуницирање кроз подстављање, формулисање, решавање и интерпретацију математике у различитим животним ситуацијама. Писменост подразумева интегрисање способности које су неопходне за функционисање у оквиру друштва. То је „широк спектар способности, знања и вештина које се нижу од основног ступња до сложенијег овладавања математичким апаратом, као и другим логичким и социјалним апаратима” (Glasnović Gracin, 2007a: 156). Математика која се учи у школи није увек предуслов за математичку писменост (Ojose, 2011), а разлог томе је што математичка писменост обухвата низ знања и вештина којима би појединац морао овладати како би могао функционисати у савременом свету. „Математички писмена особа може проценити, интерпретирати податке, решавати свакодневне проблеме, размишља у нумеричким, графичким и геометријским ситуацијама и да комуницира користећи математику. Како се знање шири и економија се развија, све више људи у раду користи технологију или ради у срединама где је математика основа за то. Решавање проблема, обрада информација и комуникација постају рутински захтеви посла. Математичка писменост је неопходна и на послу и у свакодневном животу” (Ojose, 2011: 91).

У теоријским и емпиријским полазиштима нашег истраживања увиђамо чињенице које указују да математичка писменост не представља карактеристику коју поједини ученици имају, а други не, већ представља особину која се може код сваког појединца развити у различитом распону, односно да се „математичка писменост стиче, подстиче и развија, адекватним радом, пре свега у школи, па је последично, напредак на овој димензији могућ” (Pavlović Babić i Baucal, 2013: 18). Први изазов пред којим смо се нашли у нашем истраживању односи се на операционализацију појма математичке писмености на млађем школском узрасту. Разлог томе је у чињеници да се математичка писменост испитује код петанестогодишњака и сва истраживања и мерења су усмерена на тај узраст. Неопходно је било, на основу конструката математичке писмености који већ постоје, когнитивних могућности ученика и предвиђених садржаја за наставу математике на млађем школском израсту, дефинисати појам математичке писмености и пронаћи могућности подстицања њеног развијања. Нашом дефиницијом појма математичке писмености обухваћене су способности чије развијање треба подстицати на задацима одређеног типа, а који су повезани са реалним окружењем ученика, што чини основ математичке писмености. Одређење појма математичке писмености ствара основу да се њени елементи развијају и у млађим разредима основне школе што би значајно допринело унапређењу наставног процеса.

Слику о ефикасности образовних система једне земље показују резултати које ученици постигну на националним тестирањима и на тестирањима на међународном нивоу као што су PISA и TIMSS. Управо се у оквиру ових тестирања врши процена нивоа функционалне писмености ученика на различитим узрасним нивоима и различитим областима. Акценат није на усвојеним знањима у току школовања, већ се испитује степен оспособљености ученика да научено примене у свакодневном животу и раду. Анализа добијених резултата представља основу за креирање стратегија у побољшању образовног система једне земље. Континуитет у раду и оспособљавању ученика да усвојена знања примењују створио би добру основу да се резултати из области математичке писмености побољшају. Зато смо сматрали да се проблему математичке писмености мора дати више простора и на млађем школском узрасту. У прилог томе је и чињеница да се ученици млађег школског узраста налазе у стадијуму конкретних операција (Пијаже и Инхелдер, 1982; Пијаже, 2008) на коме се развијају мисаоне операције и мења се усмерење мишљења. Од посебне је важности што све мисаоне процесе дете везује за конкретне и реалне ствари догађаје. То пружа основу да ученици решавају математичке проблеме који су повезани са реалним животним процесима и на тај начин развијају математичку писменост.

У конципирању нашег истраживања пошли смо од студија које су се бавиле анализом постигнућа ученика на релевантним националним и међународним тестирањима (Павловић Бабић и Бауцал, 2009; Анић и Павловић Бабић 2011; Baucal i Pavlović Babić 2011; Baucal 2012; Гашић Павишић и Станковић 2012; Чутура и Вуловић, 2016), затим на резултатима истраживања која показују да ученици имају потешкоће у решавању ванрутинских проблемских задатака који захтевају математичко размишљање вишег реда (Van den Heuvel-Panhuiyen & Bodin-Baarends, 2004; Doorman, Drijvers, Dekker, Van den Heuvel-Panhuizen, De Lange & Wijers, 2007), тако и на истраживањима која показују да уџбеници математике садрже мали број задатака који захтевају решавање реалних проблема (Maričić, Lazić i Petojević, 2016).

Како на нашим просторима не постоје истраживања која говоре о могућности развијања елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе, определили смо се за истраживање управо овог проблема. Сматрали смо да се елементи математичке писмености могу развијати и код ученика млађег школског узраста уз примену адекватно обликованих садржаја наставе математике. За потребе истраживања обликовани су садржаји учења који подстичу развијање елемената математичке писмености, операционализовани кроз три нивоа. Операционализација нивоа је извршена на основу нивоа постигнућа у оквиру PISA тестирања и Блумове таксономије и прилагођена је узрасту ученика. Први ниво обухвата једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст код којих се за решавање од ученика очекује препознавање основних чињеница и репродукција научених садржаја. У оквиру другог нивоа ученици морају применити усвојена знања на читање, тумачење, интерпретирање и примену података који нису дати у виду текста, већ су дати у табелама. На трећем нивоу ученик уочава податке дате у различитим графиконима, уме да чита, тумачи и критички вреднује дате податке и да на основу датих података самостално реши одређени проблемски задатак и да нацрта одговарајући графикон на основу датих података.

Примена обликованих садржаја наставе математике у реализацији наставног процеса, а који су у складу са одређењем појма математичке писмености и операционализованим нивоима може значајно допринети развоју мишљења и способности код ученика млађег школског узраста. На тај начин се ученици оспособљавају да усвојена знања користе у решавању проблема из реалног окружења за шта је веома важан процес математизације. Зато смо настојали да, кроз експериментални програм, покажемо да се на овај начин могу унапредити постигнућа ученика у математичкој писмености.

Дисертација је конципирана тако да садржи три целине. У оквиру прве целине разматрано је теоријско утемељење истраживања, дат је осврт на проблем математичке писмености и могућности њеног подстицања и развијања на млађем школском узрасту кроз адекватно обликовање садржаја. Основно полазиште чине резултати међународних тестирања (PISA и TIMSS) у оквиру којих је дефинисана математичка писменост. Дат је осврт на Блумову таксономију која представља основу за операционализацију нивоа математичке писмености, као и значај теоријског утемељења појма математичке писмености уз посебан осврт на РМО теорије. Размотрена је улога учитеља, као непосредног реализатора наставног процеса, и улога уџбеника као наставног средства који има значајну улогу у самом креирању и реализацији наставног процеса.

У оквиру друге целине приказан је методолошки оквир истраживања са свим елементима истраживања које је организовано са циљем да се испитају могућности развијања елемената математичке писмености код ученика млађих разреда, ставови ученика о приступу учењу математике кроз решавање проблема из реалног окружења и заступљеност садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за млађе разреде основне школе.

Трећа целина се односи на интерпретацију резултата истраживања. У оквиру ове целине су приказани резултати које су постигли ученици експерименталне и контролне групе на реализованим тестирањима са циљем да се испитају ефекти обликованих садржаја наставе математике на могућности развијања елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе. Резултати су приказани према дефинисаним варијаблама и нивоима математичке писмености.

У оквиру закључка изложен је осврт на постигнуте резултате истраживања на основу којих су настале методичке имликације у циљу побољшања постигнућа ученика и могућности њиховог оспособљавања да усвојене знања примене у свакодневном животу. У раду је наведен и попис коришћене литературе, као и прилози.

„... олакшаћеш схватање ученику ако му покажеш
од какве је користи у обичном свакодневном
животу оно чему га учиш.”
Јан Амос Коменски, 1954

I ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИСТРАЖИВАЊА

1. ПРАЋЕЊЕ И МЕРЕЊЕ ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА – ПОТРЕБА И ИМПЕРАТИВ ОБРАЗОВАЊА

Успех и конкурентност једне земље на светском тржишту зависи на ком нивоу образовних достигнућа се налази њено становништво. Сталним праћењем квалитета и праведности образовања, добијају се информације које се могу користити као смернице политичких деловања за побољшање успеха појединца у друштву. Детаљном анализом добијених резултата праве се планови и стратегије и доносе битне одлуке у погледу образовне политике.

Свакодневне друштвене активности и технолошка достигнућа која се убразано развија, поред знања које ученик стиче у току школовања, захтева од ученика и одређене способноти које ће допринети да ученик усвојена знања примени у свакодневном животу. Зато ученик мора развијати читалачку, научну и математичку писменост, а које му пружају могућност активног укључења у свакодневне животне токове.

У циљу процене успешности васпитно-образовног рада организују се национална и међународна тестирања чија процена би требало да се рефлектује на циљеве наставних предмета и наставног процеса. Основна сврха ових тестирања јесте побољшање квалитета учења и подучавања, као и сагледавање стања у образовном процесу како би се примениле адекватне стратегије у циљу отклањања недостатака.

Организације које се баве праћењем постигнућа ученика спроводе тестирања ученика различите животне доби како на националном, тако и на међународном нивоу. Организација за економску сарадњу и развој (OECD, Organisation for Economic Co-operation and Development) иницирала је Међународни програм процене постигнућа ученика (PISA, Program for International Student Assessment). Циљ овог истраживања је систематско праћење квалитета и праведност образовања у земљама учесницама јер економски и привредни развој једне земље у великој мери зависи од квалитета образовања њених становника. Све веће интересовање за математичку писменост јавило се због послодаваца који истичу појаву великог броја појединаца који по завршетку школе нису у могућности да решавају проблеме у свакодневном животу, односно немају развијена неопходна функционална знања (Steen, Turner & Burkhard, 2007). Разлог томе су многе области у којима је математика неопходна у свакодневном животу и представља нужну потребу, а не луксуз.

У оквиру PISA истраживања прати се ниво функционалне писмености петнаестогодишњака из области математике, природних науке, разумевања прочитаног и како се сналазе при решавању одређених проблема. Ови домени се сматрају најбољим показатељима образовних постигнућа ученика. PISA тестирање се не заснива на знањима која ученици усвоје у току школовања и њиховој способности да та знања репродукују, већ на оспособљености ученика да знања користе у различитим ситуацијама и да развију способност коришћења информација које су њима доступне из различитих извора, као и критички одабир доступних информација. Нагласак није на томе у којој мери су ученици савладали школска знања, већ на томе у којој мери је сваки ученик припремљен за живот и решавање конкретних животних ситуација које подразумевају примену већ усвојених знања. Поред примене знања, PISA студија испитује у којој мери на постигнућа ученика имају и други фактори, као што су карактеристике образовног система, породично окружење, карактеристике школе и карактеристике ученика, односно у којој мери социјално економски статус ученика утиче на њихова постигнућа. Резултати добијени на основу PISA тестирања један су од битних показатеља остварења циљева Лисабонске агенде (Eartl, 2006; Europen Commission, 2010). Поменути документ садржао је циљеве до 2020. године у области образовања као битног фактора реформе и развоја једног друштва. Све велике земље се интензивно баве преиспитивањем својих наставних програма за наставни предмет математике, врше одређене интервенције како би се решио проблем „пренаглашавања процедура и занемаривања разумевања" (De Lange, 2003).

PISA истраживање под покровитељством OECD-а спроводи се од 1997. године. Одлуком Министарства просвете, науке и технолошког развоја Србија у овом међународном тестирању учествује од 2003. године. Учествовала је у циклусима 2003, 2006, 2009, 2012. и 2018, док је тестирање прескочено 2015. године због недостатка средстава. У сваком од циклуса испитују се домени математичке, читалачке, научне писмености и оспособљеност за решавање проблема и увек се посебно ставља акценат на једној од наведених области. До тестирања које је спроведено 2012. године испитиване су само три области: математичка, читалачка и научна писменост. Од 2012. године „ове три области се тестирају тестовима папир-оловка, а компетентност у области решавања проблема испитивана је компјутерским тестовима" (Pavlović Babić i Baucal, 2013: 5). Шта обухвата сваки од домена који се испитују тестирањем дато је у оквиру дефиниција, те су тако су у оквиру PISA 2018 читалачка, математичка и научна писменост дефинисане на следећи начин:

„*Читалачка писменост* се дефинише као капацитет појединца да разуме, употреби, размишља и ангажује се на писаним текстовима да би остварио своје циљеве, да би развио своје знање и потенцијал и да би учествовао у друштву" (OECD, 2017: 15).

„*Математичка писменост* се дефинише као капацитет појединца да формулише, примењује и тумачи математику у разноврсним контекстима. Она обухвата математичко расуђивање и коришћење математичких концепата, процедура, чињеница и алата да би се описале, објасниле предвиделе разне појаве. Она помаже појединцима да препознају улогу коју математика игра у свету и да доносе добре утемељене судове и одлуке какве су потребне конструктивним, ангажованим грађанима који размишљају" (OECD, 2017: 15).

„*Научна писменост* се дефинише као способност ангажовања на питањима повезаним са природним наукама и са идејама природних наука. Научно писмена особа је вољна да се упусти у рационалну дебату о природним наукама и технологији која захтева компетенције за научно објашњавање појава, за процену и дизајнирање научних огледа и за научно тумачење података и доказа" (OECD, 2017: 15).

Скала постигнућа конструисана је тако да просечан број поена који ученици постижу износи 500, док је стандардна девијација 100 поена. Постигнућа ученика сврстана су по нивоима комплексности од најједноставнијих до најсложенијих, има шест нивоа и за сваки ниво су описане компетенције које ученик мора поседовати да би решио одређени задатак. На тестовима су заступљени задаци отвореног типа, ограничени отворени тип, кратак одговор, комплексни вишеструки избори и вишеструки избори (OECD, 1999, према: Павловић Бабић и Бауцал, 2009: 9).

У последњем циклусу PISA истраживања, које је реализовано 2018. године (PISA 2018), учествовало је 79 земаља из целог света. Из Србије је овим истраживањем у оквиру више од 200 школа обухваћено 8442 петнаестогодишњака. Поред испитивања читалачке, математичке, научне и глобалне писмености, овом студијом обухваћена је и финансијска писменост ученика. Постигнућа ученика из Србије су боља у односу на постигнућа ученика из Црне Горе, Северне Македоније и Босне и Херцеговине, док су нешто слабија од ученика из Хрватске, Словеније, Мађарске и Пољске. Резултати ученика из Србије показују да су постигли на скали математичке писмености (448 бодова) су за 41 поен мањи од OECD земље, на скали читалачке писмености (439 бодова) за 48 поена мање и на скали научне писмености (440 бодова) за 49 бодова мање од OECD просека. Заостатак који је евидентиран у постигнућима ученика из Србије одговара ефекту од једне и по године школовања у односу на земље OECD-а. То би значило да наш школски систем заостаје за једну и по годину у односу на школске системе земаља учесница у PISA тестирању (Виденовић и Чапрић, 2020).

Значајан податак до кога се дошло анализом резултата последњих PISA тестирања у Републици Србији односи се на број ученика који не достижу основни ниво писмености. Наиме, сваки трећи ученик не достиже овај ниво и претпоставка је да ће ови ученици имати велике проблеме у решавању изазова који им предстоје у оквиру даљег усавршавања, одабира занимања, професионалног напредовања, али и у решавању свакодневних проблемских ситуација. На скали научне и читалачке писмености 38% ученика не достиже основни ниво, а на скали математичке писмености 40% ученика. Ови подаци показују да се код ученика мора од најранијег школског узраста развијати свест о значајности усвојених знања у току школовања, али и указивати на могућности примене усвојених знања у свакодневном животу јер се овим испитивањем „не утврђује само да ли ученици могу да репродукују знања, већ и колико добро могу да искористе оно што су научили и да примене то знање у непознатим околностима, како у школи тако и ван ње" (Виденовић и Чапрић, 2020: 18). Ученици морају бити оспособљени да до информација које су им неопходне долазе из различитих извора уз правилну селекцију. Све земље света су пријављене за агенду Циља одрживог развоја (ЦОР) (The Sustainable Development Agenda) у којој се управо четврти циљ односи на образовање и која би требала да допринесе да свако дете и млада особа у наставном процесу овлада основним нивоом математике и читања. Ову агенду усвојиле су Уједињене нације 2015. године и односи се на стратегију овладавања основним и минималним нивоом читања и математике код свих младих људи до 2030. године. На скали која је дефинисана у оквиру PISA истраживања то подразумева да сви ученици достигну други ниво знања.

Резултати PISA студије земље учеснице најчешће користе као смернице у креирању образовне политике. То се посебно односи на земље учеснице тестирања са веома лошим постигнућима. Један од примера је Немачка у којој су први резултати студије у којима су постигнућа ученика била ниска изазвали такозвани „ПИСА шок". Након „шока", који се догодио и у другим земљама са лошим резултатима, уследиле су промене које су напорима креатора политике усмерени превасходно ка побољшању компетенција ученика. На следећим тестирањима ће се показати да ће уложени напори дати резултате и побољшати постигнућа ученика. Слична ситуација се догодила и у другим земљама, као што су Швајцарска и Данска (OECD, 2015).

Када се упореде резултати које су ученици у Републици Србији постигли на претходним тестирањима са резултатима последњег тестирања, може се закључити да код ученика нема статистички значајних разлика ни у једном домену писмености. Бележе се незнатни помаци или стагнација у резултатима у погледу читалачке, математичке и научне писмености. Стагнација и приближно исте вредности резултата на тестовима из циклуса у циклус указују на потребу за променом стратегије у образовању појединаца како би се повећао ниво функционалне писмености ученика. Резултати до којих се тестирањем дошло показују способност ученика да усвојена знања примене, дају битне смернице на ком се нивоу образовни систем једне земље налази. Уколико се лоши резултати понављају у више узастопних тестирања, као што је нпр. био случај са индонежанским ученицима, то показује да је неопходно променити стратегију у образовном систему једне земље (Lailiyah, 2017, Maryani & Widjajanti, 2020). Како истичу Марјани и Виђајанти (Maryani & Widjajanti, 2020) индонежански ученици су показали слаб резултат у сва три тестирана домена, али су у области математичке писмености резултати били најслабији. Разлози за тако слабе резултате могу бити бројни. Неодговарајуће наставне методе које се користе на часу математике доводе до тога да ученици не усвоје неопходне способности за примену математике у свакодневном животу, те се негативан став ученика према математици може јавити управо из разлога што ученици нису упућени у могућности примене математике у свакодневном животу (Maryani & Widjajanti, 2020). Управо зато Цотич и Фелда истичу да „учење математике кроз проблемске ситуације које произилазе из животних искустава деце, корисно је зато што математичком садржају даје смисао” (Cotič & Felda, 2011: 173). На тај начин математика престаје да буде циљ сама себи, већ је корисна у свакодневном животу ученика.

Детаљна анализа постигнутих резултата може дати јасне смернице запосленима у Министарству просвете, науке и технолошког развоја како би се идентификовали фактори који утичу на постигнућа ученика и побољшали резултати кроз организацију радионица за предаваче како би помогли ученицима да превазиђу потешкоће у учењу (Sezgin, 2017).

Поред PISA тестирања, на међународном нивоу, спроводи се и TIMSS тестирање (Trends in International Mathematics and Science Study). Тестирање је пројекат Међународног удружења за евалуацију образовних постигнућа (International Association for the Evaluation of Educational Achievement – IEA) са седиштем у Амстердаму чијом реализацијом руководи TIMSS и PIRLS Међународни истраживачки центар при Бостонском колеџу. У процес тестирања укључени су национални центри земаља учесница, где је код нас ту улогу обављао Институт за педагошка истраживања у Београду. Србија је у TIMSS истраживању учествовала у пет циклуса 2003, 2007, 2011, 2015. и 2019. године. У Србији су у прва два циклуса тестирани ученици осмог разреда, док је у наредна три тестирањем обухваћен млађи школски узраст, односно ученици четвртог разреда.

Истраживање TIMSS прати постигнућа ученика у две области, математика и природне науке. Спроводи се сваке четврте године, а испитаници су са два узрасна нивоа, четврти и осми разред основне школе. За разлику од PISA тестирања које је повезано са годинама живота ученика (спроводи се код петнаестогодишњака без обзира да ли су они ученици основне или средње школе), TIMSS истраживања се везује за одређени разред, без обзира на старост ученика у тим разредима. У последњем циклусу истраживања Србија је усмерена на испитивање постигнућа ученика млађих разреда, односно четвртог разреда, како би се пратило кретање постигнућа ученика на крају првог циклуса школовања. Ово истраживање пружа могућност да се изврши компарација постигнућа ученика који стичу знања у различитим земљама, а самим тим и у различитим условима. Добијени резултати дају јасну слику о карактеристикама наставе природних наука и математике, као и њиховом утицају на постигнућа ученика. У оквиру овог истраживања сагледава се и на који начин се одвија настава, како се припремају учитељи као и директори школа, какав је однос ученика према школи и према наставним предметима, каква је дисциплина и безбедност ученика, испитују се родитељи у вези са раним учењем њихове деце и условимакоје деца имају код куће за учење. Дакле, у овај процес тестирања нису укључени само ученици, већ и њихови родитељи, учитељи и директори школа, а све са циљем да се утврди какав је утицај сваког од наведених фактора на постигнућа ученика.

Анализом резултата који су добијени у оквиру TIMSS 2015 утврђено је да су постигнућа ученика из математике и из природних наука изнад просека, за разлику од постигнутих резултата које су ученици из Србије остварили на PISA тестирању, а који су били испод просечних вредности (Marušić Jablanović, Gutvajn, i Jakšić, 2016; Марушић Јаблановић, Гутвајн и Јакшић, 2017). Истраживање је показало да на постигнућа ученика из Србије велики утицај имају карактеристике са којима ученици започињу основно образовање. Ту се посебно истиче значај похађања предшколских установа од што ранијег доба (Радишић и Шеве, 2017). Поред раног учења као битни фактори постигнућа ученика издвајају се и социоекономски статус породице, ставови ученика према математици, селф-концепт (уверење о сопственој компетентности у одређеном домену) и унапређење наставе кроз контекстуално учење.

У оквиру последњег циклуса TIMSS тестирања које је реализовано у току 2019. године учешће је узело 58 земаља и шест Провинција, регионалних ентитета, или градова у свету. Случајним избором у Србији је у процесу тестирања учествовало 165 школа са укупно 4297 ученика четвртог разреда. „Са остварених 508 поена из математике и 517 поена на тесту из природних наука, ученици из Србије остваривали су значајно више поена у односу на просек TIMSS скале која износи 500 поена” (Ђерић, Гутвајн, Јошић и Шева, 2020: 9–10). У поређењу са земљама региона ученици из Србије постигли су боље резултате у односу на ученике Босне и Херцеговине, као и Северне Македоније и Црне Горе у оба тестирана домена. Такође, су имали боља постигнућа у односу на вршњаке из Јерменије, Албаније, Француске, Грузије, Уједињених Арапских Емирата, Бахреина и Новог Зеланда у постигнућима из математике и у односу на ученике из Шпаније, Италије, Португала, Белгије, Француске, Новог Зеланда и Малте у научним достигнућима. Ако упоредимо постигнућа ученика из Србије у неколико реализованих циклуса, запажамо да је у области математике дошло да значајног пада у постигнућима (за 10 поена) у односу на претходни циклус, док у научним постигнућима нема статистички значајне разлике и ако су забележени нешто слабији резултати на последњем мерењу у односу на TIMSS 2015 (Ђерић и сар. 2020).

Постигнућа ученика на TIMSS тестирању исказана су у четворостепеној скали од ниског нивоа (400 поена), средњег нивоа (475 поена), преко високог нивоа (550 поена) до напредног нивоа (625 поена). Од укупног броја ученика који су обухваћеним TIMSS студијом реализованом 2019. године, када је у питању математика, чак 89% ученика има основна математичка знања док 68% ученика та знања уме да примени у једноставним задацима. Трећи ниво постигнућа достиже 32% ученика који су оспособљени да примењују концептуално разумевање како би решили проблем док свега 7% ученика уме да примени своја знања у различитим комплексним ситуацијама, као и да објасне своје закључивање (Ђерић и сар. 2020).

TIMSS тестирањем обухваћена су три садржинска домена (из математике *Број, Мерење и геометрија* и *Подаци*; из природних наука *Биологија, Физика* и *Географија*) и три когнитивна домена (*знање, примена, резоновање*). У последњем истраживању ученици су из математике постигли значајно нижи број поена из два садржинска домена, *Број* и *Подаци.* Значајан пад у постигнућима ученика у односу на претходни циклус тестирања бележи се код садржинског домена *Подаци* где је постигнуто 28 поена мање у односу на претходно тестирање. Како се овај садржински домен односи на читање, тумачење и представљање података приказаних у различитим облицима (табеле, графикони, пиктограми и др.) као и њихова примена у решавању сложених проблема, због значаја коју ови садржаји имају у свакодневном животу и друштву, неопходно је настојати да се резултати ученика у овој области знатно поправе. Милинковић истиче да „у нашем наставном програму уопште не постоји област *Обрада података,* па зато и не постоје теме: 1) Читање и приказивање података (табеларно и графички) и 2) Организовање података и извођење закључака (интерпретација)” (Милинковић, 2016: 27). Ова област би обухватала, поред читања података који су приказани у табелама и графиконима различитих врста (стубичасти дијаграми, пиктограми, пита-графикони итд.), способности ученика да упоређују добијене информације у скупу података, њихову интерпретацију и одговор на захтеве који су сложенији од простог читања података. Ученици стичу способности да податке разврставају по одређеним критеријумима и приказују их коришћењем табела или графикона.Поред тога што ова област није заступљена у настави математике, ученици су имали прилике да се кроз друге предмете упознају са читањем података из табела и графикона зато су постигнућа нешто боља од очекиваних.

Најбољи резултат ученици су постигли у когнитивном домену примене знања (509), потом у познавању чињеница (504) и најмање на нивоу резоновања (504). „Когнитивни домен се односи на способност ученика да примене знања, као и на њихово концептуално разумевање како би решили проблеме или одговорили на питања, док се ниво познавања чињеница односи на познавање чињеница, појмова и поступака које ученици треба да знају, ниво резоновања превазилази рутинско решавање проблема, обухвата задатке који садрже непознате и комплексне ситуације, као и решавање проблема у више корака” (Ђерић и сар. 2020: 30).

Анализом резултата које су ученици из Србије постигли на међународним PISA и TIMSS тестирањима можемо закључити да су петнаестогодишњаци показали нешто слабије резултате јер су њихова постигнућа испод међународног просека, док су ученици четвртог разреда остварили нешто боље резултате у свим тестираним областима. Посебно забрињава податак да на PISA тестовима ученици у области развијања математичке писмености не показују напредак, евидентна је стагнација и смањење броја постигнутих бодова. За разлику од њих, код учесника TIMSS тестирања, којим су у последње две студије обухваћени ученици четвртог разреда, бележе се резултати изнад просечних вредности. То нам показује да је за развијање елемената математичке писмености неопходно од млађег школског узраста имплементирати садржаје и начин рада који ће томе допринети. Како би једна земља била конкурентна на тржишту знања неопходно је креирати моделе вредновања постигнутих знања али их и ускладити са међународним интенцијама у образовању. За потребе овог рада посебно ће бити анализиран део који се односи на математичку писменост. Када говоримо о математичкој писмености уместо термина знање често се користи израз писменост или компетенција. *Бити писмен* подразумева знања која су ученику неопходна да би успешно наставио школовање и прихватио и успешно се суочавао са личним и професионалним ситуацијама у којима се у свакодневном животу може наћи. *Бити компетентан* подрзумева да је појединац стекао способности које ће му омогућити да усвојена знања примени у захтевима из свакодневног реалног живота, што значи да задаци који се пред ученике постављају, а који су повезани са реалним животу изискују одређени ниво функционалних знања.

2. МАТЕМАТИЧКА ПИСМЕНОСТ – ПОЈМОВНО ОДРЕЂЕЊЕ

Како бисмо потпуније схватили појам *математичке писмености*, неопходно је прво објаснити сам термин писменост са лингвистичког становништва. У *Педагошком речнику 2* писменост (енг. Literacy, the written language, фр. d' ecrire, нем. Schreibfertigekeit, рус. Письменость) дефинише као „појам под којим се схвата најшира способност писменог изражавања. Ученикова писменост, а тако и уопштено човекова писменост представља схватање које обухвата обим знања и практичну примену знања из језика и правописа, стила и богатства изражајних средстава којима вешто у писму рукује у свакој прилици. Природно је што се ова знања и њихова примена стичу стрпљивим радом, учењем и вежбањем, у првом реду у систематском образовању у школи... Каткад се овај појам проширује на опште образовање...” (1967: 139–140). Из наведеног се може уочити да се појам писмености пре свега односи на познавање писменог изражавања и познавање језичких и правописних правила, само као напомена је дато да се може овај појам односити и на остале образовне гране. Међутим, у *Педагошком лексикону* из 1996. године појам писмености добија шире значење. Истиче се да је „писменост резултат процеса описмењавања; оспособљеност за читање; писање и рачунање, за коришћење писаних извора информација и сопствено стварање таквих извора; супротно од неписмености; постоји више врста писмености (поред класичне): математичка, информатичка компјутерска, технолошка, лингвистичка, музичка и тд.” (1996: 370) У овом тумачењу појма писмености можемо уочити да је круг компетенција које дати појам обухвата знатно проширен и на друге области живота и рада. Поред познавања правописних правила истиче се и значај познавања рачунања и коришћења различитих извора информација што представља темеље на којима се заснивају бројна тестирања.

Када говоримо о математичкој писмености Гласновић Грацин истиче да „о математичкој писмености размишљамо као о широком спектру способности, знања и вештина које се нижу од основног ступња до сложенијег овладавања математичким апаратом, као и другим логичким и социјалним апаратима” (2007а: 156). Писменост, дакле подразумева интегрисање способности које су неопходне за функционисање у оквиру друштва и решавања проблема. Док се са традиционалних аспеката писменост схватала као могућност читања, писања и коришћења аритметике, модерно схватање је проширено на могућности коришћења језика, бројева, слика, компјутера, и других основних начина за разумевање, комуникацију, стицање основних знања и коришћења доминантних симболичких система одређене културе (Lailiyah, 2017).

Развој технологије и науке намеће потребу да у образовном животу сваког појединца математика заузме централно место. За потребе савременог друштва мора се образовати ученик који поседује одређена математичка знања, односно одређени ниво математичке писмености.

Постоје различита одређења математичке писмености. Појам математичка писменост представља превод са енглеског језика оригинала који гласи *mathematical literacy*. PISA дефинише математичку писменост као способност формулисања, примењивања и тумачења математике у различитим контекстима. У оквиру студије PISA истраживања 2012. године истиче се „математичка писменост је капацитет појединца да формулише примени и интерпретира математику у различитим контекстима. Она подразумева математичко резоновање и коришћење математичких концепата, процедура, чињеница и „алата” како би се одређен феномен описао, објаснио и предвидео. Она помаже особама да препознају улогу математике у свету и да донесе добро засноване судове и одлуке које су потребне конструктивним, заинтересованим и рефлексивним грађанима” (OECD, 2014: 28). Дефиниција указује да се од ученика очекује математичко знање које је постављено у одређени функционални контекст, односно у велики број различитих ситуација. Потребно је нагласити да фокус није усмерен на знања и вештине која се стичу у школском курикулуму, већ се под математичком писменошћу подразумевају она знања која омогућавају анализу, схватање и ефикасно комуницирање кроз подстављање, формулисање, решавање и интерпретацију математике у различитим животним ситуацијама.

Према OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) „Математичка писменост је капацитет појединца да идентификује и разуме улогу коју математика игра у савременом свету, да изведе добро засноване математичке процене и да се ангажује у математици тако да задовољи своје садашње и будуће потребе као конструктивног, заинтересованог и рефлексивног грађанина” (OECD, 1999: 41). OECD је главни фокус истраживања преместио из типичних школских ситуација које се одвијају у учионици на проблеме из стварног живота, испитујући тако у којој су мери ученици спремни да стечена знања примене у свакодневном животу. Таквих ситуација има пуно и свака од њих захтева одређено појашњење или решавање неког проблема (у куповини, на путовању, властите финансије, пословне одлуке и итд.). Подаци прикупљени у току различитих истраживања, или односи између одређених појава у свакодневном животу често бивају приказани у виду табела, дијаграма, или графикона па су неопходна одређена знања како би те визуелне приказе разумели и вредновали. У школским уџбеницима се могу наћи овакви задаци који су најчешће повезани са теоријским основама теме за коју су предвиђени, док се на PISA тестовима овакви задаци налазе у контексту који није толико строг и структуриран као у уџбеницима. За решавање овог проблема ученик сам бира одговарајући математички модел и мора бити спреман да добијено решење примени у реалном контексту.

Како истичу Стин, Тарнер и Буркхард (Steen, Turner & Burkhard, 2007) „математичка писменост је много више од аритметичких или основних вештина, која захтева нешто сасвим другачије од традиционалне школске математике и неодвојива је од свог контекста” (2007: 2). Цотич (2010) истиче да математичка писменост „означава способност опажања, разумевања и употребу математичких аргумената у свакодневном животу. Посебно је важна спсобност прилагођавања математичких аргумената из познате ситуације у непознатим, или употреба математичких аргумената у новим ситуацијама” (Cotič, 2010: 265–266). Видимо да се очекује на крају основног школовања да сваки ученик буде математички писмен и спреман да усвојена знања примени у свакодневном животу, да комуницира, прихвата информације и прави одлуке, код куће, у друштву и на послу.

Проблеми и изазови са којима се појединац свакодневно сусреће захтевају одређени ниво математичких знања за њихово решавање и превазилажење. Добро познавање математичких садржаја и способност њихове примене представља добру основу сваког појединца за живот у савременој друштвеној заједници. Појединац у свакодневним животним активностима користи сазнања и математичке алате стечене у току школовања, па се зато намеће питање у којој мери школска настава припрема ученике за примену усвојених знања и математичко резоновање у решавању проблема. Одговор на ову дилему би садржао све битне компетенције које појединац мора поседовати као активни учесник савременог друштва и имати у виду да се од ученика не очекује минимални ниво знања, већ способност појединца да математички резонује, користи одређене математичке чињенице како би објаснио или предвидео одређене појаве. Посебан нагласак је на примени одређених знања у одговарајућем контексту. Зато се „*математичка писменост* дефинише као способност развијања и примене математичког мишљења у циљу решавања низа проблема у свакодневним ситуацијама и обухвата способност и спремност за коришћење различитих облика математичке мисли (логичко и просторно мишљење) и њиховог презентовања (формуле, дијаграми, графикони, модели)" (Vujić i Baronijan, 2013: 110). Наведене потребе изискују да се и сам приступ школском учењу мења јер више није основни смисао учења усвајање знања, већ могућност примене усвојених знања, издвајање битних чињеница које ће имати примену у одређеним ситуацијама. Дакле, само усвајање знања на репродуктивном нивоу није довољно, већ је неопходно оспособити ученика да овлада начином рада са информацијама које му се нуде у различитим облицима и из различитих извора, а које су му и те како доступне. У овом процесу је важна функција школе која треба да обезбеди ученицима позитиван став према учењу и усвајању одређених знања, као и спољни подстицај за учење који ће временом прерасти у унутрашњу потребу ученика.

Бројним истраживањима је утврђено да математичка писменост не представља карактеристику коју поједини ученици имају, а други не, већ представља особину која се може код сваког појединца развити у различитом распону. За то је неопходно имати на уму важну чињеницу да се „математичка писменост стиче, подстиче и развија, адекватним радом, пре свега у школи, па је последично, напредак на овој димензији могућ" (Pavlović Babić i Baucal, 2013: 18).

Можемо приметити да је математичка писменост „мање формална и више интуитивна, мање апстрактна и више контекстуална, мање симболичка више конкретна" (Pavlović Babić i Baucal, 2013: 17; Glasnović Gracin, 2007a: 156–157). Дакле, од ученика се очекује да знања која усвоји примени у одређеним конкретним ситуација и у одређеном контексту, а да до нових сазнања долази ослањајући се на своју интуицију. Математичка писменост је дакле, знање које треба знати, усвојити и применити основну математику у свкодневном животу, као и разумевање улоге коју математика игра у модерном свету (Lailiyah, 2017).

На основу изложеног закључујемо да је подстицање и развијање математичке писмености од великог значају за оспособљавање појединца у савременом друштву. Како би ученици спремно дочекали изазове који ће се пред њима наћи, неопходно је да се елементи математичке писмености развијају од најранијих дана сходно могућности ученика. Пред ученицима се од најранијег узраста постављају једноставни проблеми које морају решити, а врло често је неопходно да податке очитају из табеле или са графикона и да те вредности користе при решавању одређене проблемске ситуације из реалног живота. Значи, веома је битно елементе математичке писмености развијати још од почетка математиког образовања. Видимо да сва одређења математичке писмености као заједничку карактеристику садрже способност појединца да формулише и примени усвојена знања у решавању проблема из реалног окружења, као и оспособљавање појединца да увиди улогу математике у савременом свету. Наведене карактеристике долазе до изражаја и ученици их испољавају приликом решавања различитих проблема из математике. Имајући у виду да је наш рад усмерен на развијање елемената математичке писмености код ученика млађих разреда основне школе, ми ћемо полазећи од општеприхваћених одређења појма математичке писмености, *математичку писменост на млађем школском узрасту дефинисати као способност појединца да усвојена знања примени и трансформише при решавању проблема из свакодневног живота, решава проблеме коришћењем података који нису представљени у форми текста и врши критичку евалуацију података, интерпретира и повезује знања у циљу доласка до решења реалног проблема.*

У наставку рада ћемо теоријски разрадити све елементе математичке писмености и детаљније их представити.

2.1. Димензије математичке писмености

PISA тестирање за потребе дефинисања математичке писмености захтева анализу три међусобно повезане димензије. То су:

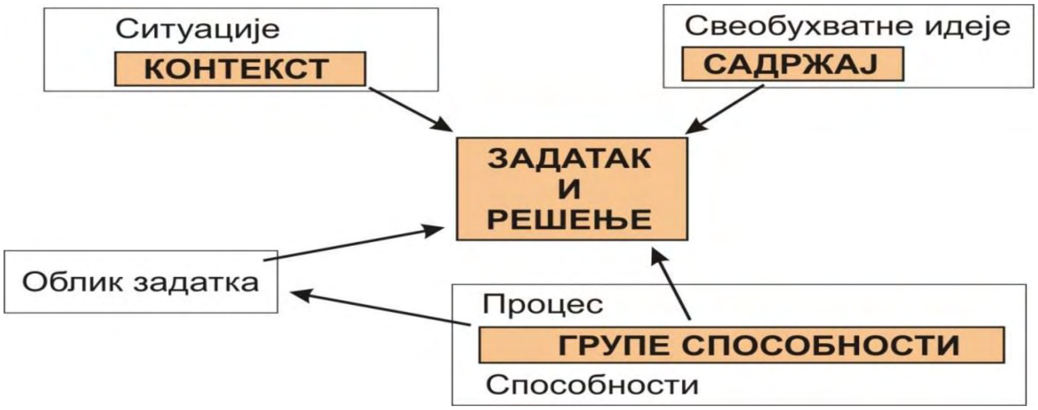
- математички *процеси*, који подразумевају радње које ученик обавља како би повезао контекстуални проблем са математиком,
- математички *садржаји* који се користе у елементима за процену и
- *контекст (ситуације)* у којима су лоцирани елементи за процену.

Дакле, ове три димензије, *математички процеси, математички садржаји* и *математичке ситуације* или *контексти*, објединљене су у појму математичке писмености (Glasnović Gracin, 2007a, Lailiyah, 2017). У радовима на енглеском језику ове „три димензије углавном су означене скраћеницом „три ц” („c”), што значи *content* (садржај – математичке свеобухватне идеје), *context* (контекст) и *competencies* (компетенције, способности)” (Glasnović Gracin, 2007a: 159) (Табела 1). У наставку ћемо објаснити садржаје сваког појединачног аспекта математичке писмености.

Табела 1. *Садржаји димензија математичке писмености*

Процеси	**Математички садржаји**	**Контекст**
Формулисање	Трансформације и релације	Лични
Примена	Бројеви и мере	Образовни (професионални)
Интерпретација	Простор и облик	Јавни
	Вероватноћа	Научни

Димензије математичке писмености сликовито је описала Гласновић Грацин (Слика 1) која истиче да је централни део математичке писмености, математички задатак који се појављује у склопу неке ситуације из стварног живота, а начин на који је описана ситуација назива се контекст.



Слика 1. *Димензије математичке писмености* (Према: Glasnović Gracin, 2007a: 159)

За решавање тог задатка неопходно је и познавање математичких садржаја и поседовање одређених способности. Ситуација и контекст су повезани са стварним животом, а садржај и свеобухватне идеје се односе на математичку позадину задатог проблема, док способности представљају основно језгро математичке писмености. Ученици ће успешно решавати задате проблеме једино ако поседују математичке способности које су зато неопходне. Можемо закључити да сваки задатак који се појављује произилази из неке реалне ситуације, везан је за неки контекст. За његово решавање потребни су одређени математички садржаји које ученици црпе из свог сазнања. Успешност решавања задатака зависи од способности ученика које су условљене обликом задатка. Добијено решење задатка се увек проверава у одређеном контексту који је на почетку дат.

2.1.1. Математички процеси

Математички процеси представљају једну од димензија математичке писмености. „Они обухватају:

1. Формулисање
2. Примену
3. Интерпретацију” (OECD, 2014: 28).

Формулисање, примена и *интерпретација* математике су математички процеси који показују шта ученик ради како би повезао контекст проблема са математиком и тако дошао до одговарајућег решења. Решавање математичких проблема у реалном контексту је углавном процес који се одвија у више фаза који у основи има математичко сагледавање проблемских ситуација. Назначено подразумева да се проблем смештен у реалном контексту трансформише у математичку форму на коју се могу применити одговарајуће операције и процедуре. Последњи корак у овом процесу подразумева да се добијено математичко решење преводи у реалну ситуацију и на тај начин проверава исправност решења. Да би ученик могао да врши овај процес, неопходно је да поседује одређене способности, повезивање, закључивање, аргументовање, саопштавање, моделовање, постављање и решавање проблема, репрезентовање података, коришћење симболичког, техничког и формалног језика и коришћење операција. Све наведене способности су садржане у три димензије: *формулисање, примена* и *интерпретација*.

Формулисање у математици подразумева откривање ситуација у којима се она може применити како би се решио одређени проблем. Ученик поседује способности које су му неопходне да одређене проблемске ситуације преводи у математички проблем. Формулисањем је обухваћено познавање основних чињеница и начина приказивања података, уочавање једнакости и општих својстава објеката, уз примену основних алгоритама, процедура и формула и манипулацију изразима који обухватају симболе и формуле у познатом и стандардном облику.

Примена математике значи употребу математичког резоновања како би се дошло до решења одређеног проблема. Решавање проблема који су повезани са релативно познатим животним контекстом, али нису рутински, подразумева употребу података који су дати у различитим изворима, а које ученик мора правилно одабирати и интегрисати, при чему подаци могу бити приказани на различите начине. Цео овај процес подразумева да се подаци и ситуације из реалног живота повезују и уз одређене једноставне стратегије реши задати проблем.

Интерпретирање математике подразумева рефлексију над математичким решењем и тумачење истих посматрано у контексту проблема. Интерпретација се појављује у задацима где се од ученика захтева рефлексивност и креативност у проналажењу одговарајућих математичких појмова, или повезивању знања да би се дошло до одговарајућег решења. У оквиру овог процеса развијају се сложене интерпретације и врше се генерализације резултата.

Можемо уочити да су дати процеси разврстани по принципу растуће сложености од репродукције једноставних чињеница једноставних математичких операција, преко повезивања садржаја до коришћења математичког резоновања и генерализација. Овим редоследом требало би да се код ученика развијају математичке способности, при чему се очекује да ученик који решава сложеније задатке има успеха и у решавању задатака са претходног нивоа сложености.

Математичке способности, како истиче Гласновић Грацин, које стоје у основи математичких процеса су: „комуникација, математизација, репрезентација, резоновање и аргументовање, проналажење стратегије за решавање проблема, коришћење симболичног, формалног и техничког језика и операција и коришћење математичког алата” (Glasnović Gracin, 2007b: 202).

Комуникација подразумева читање, декодирање и интерпретацију тврдњи, питања, задатака или објеката која омогућава особи да начини ментални модел ситуације, што је важан корак у разумевању, разјашњавању и формулисању проблема, а *математизација* омогућава трансформисање проблема дефинисаног у стварном свету у структурно математичку форму.

Репрезентација обухвата приказивање математичких објеката и ситуација на различите начине и у различитим формама, док *резоновање* и *аргументовање* се односи на способности на које се позивамо током различитих фаза и активности у вези са математичком писменошћу.

Проналажење стратегија за решавање проблема укључује сет процеса критичке контроле који омогућавају особи да ефикасно препозна, формулише и реши проблем, док *коришћење симболичног, формалног и техничког језика и операција* обухвата разумевање, интерпретирање, манипулацију и употребу симболичког израза у математичком оквиру и *коришћење математичког алата* обухвата физичке алате као што су инструменти за мерење, као и дигитрони и компјутерски алати који постају све више доступни (Glasnović Gracin, 2007b).

Како би ученици успешно решавали математичке проблеме смештене у одређени реални контекст неопходно је да поседују одређене способности о којима је већ било речи. Укратко ћемо дати осврт на то шта укључује свака од наведених компетенција у циљу њиховог разумевања и проналажења ефикасног начина њиховог развоја и усавршавања. Како истиче Де Ланж (De Lange, 2003) све набројане способности према PISA истраживању и OECD-у можемо разврстати у следећих осам група:

1. „*Математичко мишљење и закључивање* који подразумевају способности постављања питања која су карактеристична за математику, познавање које све врсте одговора математика нуди на постављена питања, као и разликовање различитих врста дефиниција, теорема, хипотеза, примера и тд.

2. *Математичка аргументација* се везује за математичко доказивање и способност разумевања и разликовања овог начина од других облика мишљења, као и праћење редоследа одређеног низа догађаја.

3. *Комуникација* – способност изражавања математичких садржаја на различите начине, у писаном, усменом, или неком другом визуелном облику.

4. Моделовање је способност која се везује за процес математизације, за превођење реалне ситуације у математички контекст, приказивање математичких модела у реалном контексту, рад на осмишљеним математичким моделима, као и њихова анализа и способност креирања.

5. *Постављање и решавање проблема* подразумева способности које се односе на постављање, формулисање, дефинисање различитих врста математичких проблема и њихово решавање (чисти математички проблеми, примењени проблеми, проблеми отвореног и затвореног типа).

6. *Презентовање* обухвата декодирање, кодирање, превођење, разликовање и интерпретирање различитих облика приказивања математичких објеката и ситуација, разумевање њиховог међусобног односа и прелажење из једног у други облик приказивања.

7. *Употреба симбола, формалног и техничког језика и операција* обухвата декодирање и интерпретацију симболичког и формалног језика и разумевање његове везе са говорним језиком, као и обрнути процес.

8. *Употреба алата и технологије* подразумева коришћење различитих алата, укључујући и информационе технологије, које су неопходне за решавање математичких проблема" (De Lange, 2003: 77, Glasnović Gracin, 2007b: 202–203, Lailiyah, 2017).

Да би ученик био математички писмен мора имати све наведене способности на различитим нивоима. За само развијање математичке писмености учење и меморисање одређених чињеница није довољан процес, већ је неопходно разумевање одређених квантитативних и квалитативних односа, способност препознавања тих односа у одговарајућем контексту на основу чега би се дошло до одговарајућег решења. Зато је неопходно код ученика развијати такав вид образовања који ће дати увид у целокупне садржаје (*insight*), при чему са тим процесом треба почети што раније, пре поласка ученика у основну школу.

У решавању одређених проблемских ситуација из реалног окружења потребно је паралелно користити више различитих способности. Зато су оне, како истиче Гласновић Грацин (Glasnović Gracin, 2007b) и Сити Лаилија (Siti Lailiyah, 2017) разврстане у „три велике групе способности (*competency clusters*), и то:

1. репродукција (*reproduction cluster*),
2. повезивање (*connections cluster*),
3. рефлексија (*reflection cluster*)" (Glasnović Gracin, 2007b: 203).

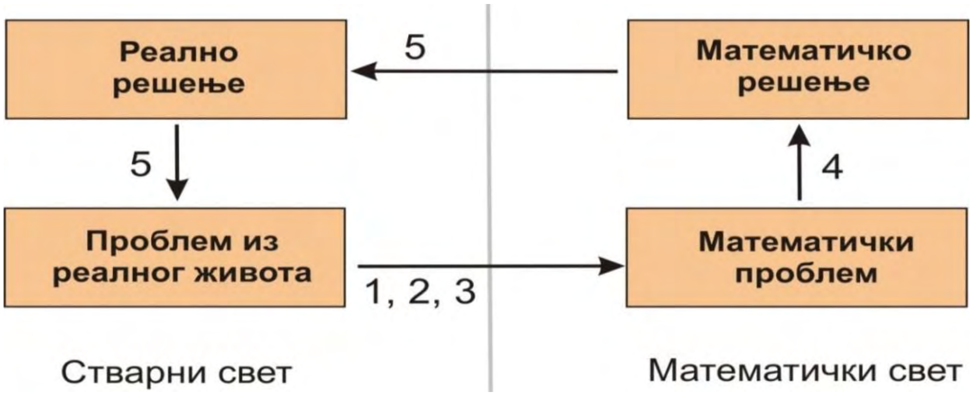
Репродуктивне способности подразумевају репродукцију наученог, познавање чињеница, препознавање еквивалената, извођење рутинских процедура, примену стандардних алгоритама, као и баратање симболичким изразима и формулама у различитим рачунањима.

У оквиру групе способности које се односе на *повезивање,* од ученика се очекује да решава проблеме који нису рутински и захтевају врло мали процес математизације, да повезују знања из различитих предмета, да податке који су задати приказује на различите начине и да сами бирају стратегије приликом решавања проблемског задатка. Формални математички језик ученици преводе у природан језик користећи способности повезивања. Задаци из ове групе смештени су унутар контекста.

Способности које обједињују елементе дубљег промишљања како би се дошло до решења у одређеној проблемској ситуацији спадају у групу *рефлексије.* У том процесу важну улогу има *математизација,* која подразумева одређене проблемске ситуације, при чему ученици сами стварају модел по коме ће решити задатак, врше анализу, математичку аргументацију, доказују тачност добијеног решења, а затим добијени закључак генерализују. На крају је важно напоменути да међу овим групама математичких способности нема јасне границе, већ се оне веома често преплићу у истом задатку.

Процес решавања задатака из домена математичке писмености обухвата одређене фазе које почињу проблемом који је дат у одређеном контексту. Ученик покушава да идентификује одговарајућа математичка знања и формулише ситуацију као математички проблем који је сада подлежан математичком начину решавања. Следи примена математичких концепата, процедура, чињеница и алата која је праћена одговарајућим резоновањем, манипулацијама, трансформацијама и рачунање како би се дошло до математичких резултата. Добијене резултате је потребно интерпретирати у оквиру почетног проблема, односно да добијене резултате ученик примени и евалуира у контексту проблема из реалног живота. Из наведеног се може закључити да су процеси формулисања, примене и интерпретације математике најважније ставке математичког моделовања, а самим тим и објашњење појма математичке писмености. У основи сва три процеса су математичке способности која се ослањају на математичка знања која поседује ученик који решава одређени проблем.

Приликом тестирања математичке писмености решавају се одређени проблеми из стварног живота, који нису увек исказани математичком терминологијом, већ су стављени у неки вид свакодневне животне ситуације. Од ученика се очекује да тај проблем реше знањима која су стекли у току школовања и свакодневног животног искуства, користећи притом процес *математизације* (*mathematisation*) или математичког моделовања. Циклус математизације дао је De Lange (2006) у виду шеме која се састоји из пет корака (Слика 2).



Слика 2. *Процес математизације* (према: De Lange, 2006: 17)

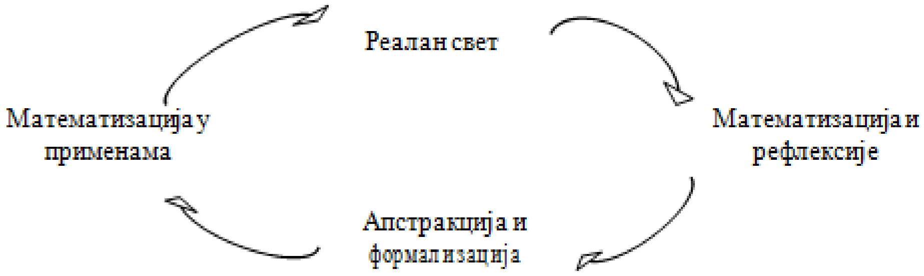
Први корак у процесу математизације представља проблем који је смештен у стварности. У другом кораку ученик препознаје и уочава математичке појмове у задатом проблему, након чега настаје стварни догађај и нагласак се ставља на решавање проблема применом математичких алата (трећи корак). Кроз ова три корака се проблем смештен у стварности преводи на математички проблем који захтева математичко решење које се спроводи у четвртом кораку. Након добијеног решења поставља се питање које значење ово решење има у стварном свету, што представља пети корак. Посматрано са становишта хоризонталне и вертикалне математизације, прва три корака, као и пети, се крећу у оквирима хоризонталне математизације, док је четврти корак и провера решења и генерализација добијених решења као и њихова примена при решавању сличних проблема обухваћен вертикалном математизацијом. Како процес математизације представља основу математичке писмености, у оквиру школске наставе математике треба инсистирати на томе да ученици усвајају процес математизације решавајући математичке проблеме кроз наведене кораке, још од најранијег школског узраста.

У настави ученике треба оспособљавати за процес математизације у свим његовим корацима. Полазећи од проблема који је дат у реалном контексту, преко идентификације математичког проблема, треба настојати да се укине реални контекст и идентификују математичке карактеристике дате проблемске ситуације што доводи до превођења проблема датог у стварном свету у математички проблем. Када се ученик оспособи да преведе проблем у математичку форму, тај процес се наставља решавањем математичког задатка користећи већ познате математичке способности. Последњи корак, који је у наставном процесу најчешће занемарен, подразумева тумачење резултата са критичким ставом и приказивање математичког решења са реалним светом, што је представљало прву фазу у овом процесу. Целокупан процес математизације ствара основу за развијање елемената математичке писмености код ученика у наставном процесу. Жакељ, такође истиче „да је за развијање математичке писмености неопходно код ученика развити процес математизације кроз следећих пет корака:

1. упознавање са проблемом постављеним у стварном окружењу,
2. препознавање математике и математичких појмова у проблему,
3. трансформација задатка у математички задатак према препознатим математичким концептима и односима и уклањање стварне ситуације,
4. решавање математичког задатка,
5. пренос решења математичког задатка у стварни проблем" (Žakelj, 2011: 226).

Видимо да се у целокупном процесу математизације полази од проблема датог у реалном окружењу. На основу тако датог проблема неопходно је доћи до одређеног закључка, што се постиже концептуалном математизацијом.

Концептуална математизација полази од проблема датог у реалном свету и обухвата математизацију и рефлексију, апстракцију, формализацију и математизацију у примени (Слика 3). Она се, према Де Ланжу (De Lange, 1996), означава као процес доношења закључака из реалних ситуација (према: Romano, 2009b: 15).



Слика 3. *Концептуална математизација* **(**De Lange, 1996, према: Ђокић, 2017: 84)

Де Ланж сматра да процес учења започиње контекстуалним проблемом, односно реалном ситуацијом – оним што је блиско учениковом искуству. Ђокић сматра да „концептуална математизација би требала да подстиче ученике који проналазе и идентификују релевантну математичку апаратуру, успостављају схеме, развијају модел као резултат активности" (2017: 83). Рефлексија и генерализација су процеси којима се развијају сложени математички појмови. Ти нови појмови се касније могу употребити на нова подручја у реалном свету јачајући њихово разумевање, што би био процес примењене математизације. „Овај процес требало би да стимулише ученике да, користећи се реалним окружењима, проналазе и идентификују релевантну математику, да установљавају постојање шема, да визуелизацијом долазе до регуларитета, да развијају ‚модел' као резултат овог математичког концепта" (Romano 2009b: 15). Зато је важно у наставном процесу уважити реално окружење као полазну основу за формирање одређених математичких појмова.

Процес математизације можемо приказати на конкретном примеру задатка који је дат у реалном контексту.

> *Породица Марић је планирала одлазак на летовање у јулу месецу. Цена летовања је 640 евра. Сваког месеца, од почетка године, су издвајали по 95 евра. Колико је још новца неопходно да уштеди породица Марић како би могла*

да плати летовање? Да ли породица Марић може да уштеди неопходан новац за летовање до јула месеца, када је планирано летовање? Допуни и заокружи одговарајући израз којим ћеш израчунати колико новца је неопходно породици Марић за летовање.

а) __ · 95 + 640 =　　б) 95 · __ - 640 =　　в) 640 + __ · 95 =　　г) 640 - __ · 95 =

Задатак је дат у виду реалног контекста. Ученици препознају реалну ситуацију из свакодневног живота која им је свима блиска и односи се на уштеду новца за летовање. У следећем кораку је неопходно превести проблемску ситуацију у математички контекст. На основу података који су дати, а то је укупна цена летовања и уштеда за сваки месец, неопходно је израчунати колико је још новца неопходно. Оно што није директно дато у задатку је колико дуго већ штеде. Одговор на питање се налази у чињеници да задатак ученици решавају у јуну месецу који је шести по реду. На тај начин добијају све неопходне податке. Задатак олакшавају понуђени изрази. Када се на основу понуђених података определе за одређени израз, прелазе на наредну фазу у процесу математизације која подразумева решавање чисто математичког задатка. Добијено решење је неопходно интерпретирати у реалном контексту. Податке треба представити тако да одговарају реално задатој ситуацији и дају одговор колико је новца још неопходно и хоће ли уштедети довољно новца до планираног летовања. Тиме би процес математизације био завршен, а проблем из реалног окружења решен.

Математички процеси као димензија математичке писмености, подразумевају да се код ученика развију одређене способности које доприносе решавању проблема из реалног окружења. Те способности смо по степену сложености разврстали у три димезије: формулисање, примена и интерпретација. Уколико ученик успешно решава задатке који захтевају већи ниво развијених способности, сматра се да је успешно савладао задатке на нижим нивоима сложености. Осам врста способности које наводи Де Ланж (De Lange), обједињене су у три групе: репродукција, повезивање и рефлексија. За решавање одређене проблемске ситуације смештене у реални контекст, поред развијених способности, битан је процес математизације. Полазећи од проблема смештеног у реални контекст, процесом математизације, ученици дати проблем преводе на математички језик, примењују одређена математичка знања и долазе до решења које поново интерпретирају у реалном контексту од ког су у задатку кренули. Целокупан овај процес се реализује на одређеним математичким садржајима.

2.1.2. Математички садржаји

Школска настава предвиђа да су комплетни садржаји који се изучавају у оквиру наставног предмета математике разврстани у оквиру одређених тематских целина, при томе да је свака целина строго одвојена и обухвата одређене садржаје из области (геометрија, алгебра, аритметика, мерење и мере и сл.). Та одвојеност садржаја који се изучавају код ученика може створити слику да су то потпуно независне целине и да се не може догодити да у једном задатку више тематских целина има примену, посебно када је у питању решавање проблемских ситуација смештених у реалан контекст. Као последица наведеног дешава се да ученици знања стечена у настави математике доживљавају као скуп одређених фрагмената и нису у могућности да врше трансфер наученог из једне у другу област. Зато треба инсистирати на повезивању садржаја у оквиру тематских целина кроз решавање реалних математичких проблема од најранијег школског узраста.

Математички садржаји који се PISA тестирањем испитују разврстани су у четири тематске целине које обухватају широк распон математичких појмова садржаја који се јављају у реалним ситуацијама са којима се ученици сусрећу и изван школе. Те целине су:

1. Трансформације и релације
2. Бројеви и мере
3. Простор и облик
4. Вероватноћа (De Lange, 2003; OECD, 2003; OECD, 2004; Lailiyah, 2017).

Трансформације и релације (Change and relationships). „Овој области је веома блиско оно што се у оквиру класичних школских програма ради у оквиру алгебре. Она укључује математичке манифестације промена, као и функционалне односе и односе зависности међу варијаблама” (De Lange, 2003: 79). Релације су у овој области приказане у различитим репрезентацијама (симболички, рачунски, графички, табеларни или геометријски). Задаци који су најчешће дати у овој области односе се на превођење из једног облика презентације у други.

Бројеви и мере (*Quantity*). Ова целина се односи на разумевање нумеричких феномена, бројчаних односа и образаца. „У задацима се инсистира на разумевању релативне величине и коришћењу бројева да би се представиле измерене и мерљиве карактеристике реалних облика. Важан аспект разумевања бројева је нумеричко резоновање које укључује осећај за бројеве, разумевање односа броја и онога што је њим представљено, разумевање значења рачунских операција, извођење рачунских операција напамет и процењивање” (OECD, 2004: 26). Садржаји ове целине одговарају садржајима аритметике у наставном програму.

Простор и облик (Space and shape). Задаци који су заступљени у оквиру ове целине одговарају садржајима геометрије, јер се односе на геометријске појмове и односе међу њима. „Захтева се уочавање сличности и разлика између фигура и елемената фигура у различитим репрезентацијама и различитим димензијама, разумевање својстава објеката и њихових релативних позиција” (De Lange, 2003: 79).

Вероватноћа (*Uncertainty*). „Ова област покрива вероватноћу као и статистичке феномене и односе који имају растућу релевантност у времену информатике” (OECD, 2004: 26).

Математички садржаји који су заступљени у оквиру PISA тестирања обухватају тематске области које су по свом садржају предвиђени наставним програмом за ученике основне школе. У садржајима до осмог разреда заступљене су све четири целине, док у млађим разредима нису предвиђени садржаји који су предвиђени у оквиру области *Вероватноћа.* Ови садржаји нису дати у експлицитном облику, али има примера који овој области одговарају и дати су у облику који одговара узрасним могућностима ученика. Да се наставни планови мењају и прилагођавају потребама међународних тестирања, потврђује и чињеница да у досадашњим програмима за млађе разреде основне школе нису били предвиђени садржаји који се односе на *Децималне бројеве*, а да их у новим програмима има. Сви садржаји који су заступљени повезани су са реалним животом и дати су у одређеном математичком контексту.

2.1.3. Математичке ситуације (контексти)

Ниво математичке писмености се најчешће одређује посматрањем одређеног проблема у неком контексту. Да би усвојене вештине биле корисне морају се подучавати и учити у окружењу које има смисла (Steen, Turner & Burkhard, 2007), зато начин решавања одређеног проблема зависи и од ситуације у којој се проблем може јавити. „У оквиру PISA истраживања дефинисане су четири категорије ситуације односно контекста, личне, јавне, професионалне и научне” (OECD, 2004: 26). Ако ситуација обухвата проблем са којима се може сусрести појединац, породица или вршњаци, та ситуација се сматра личном. У фокусу јавних ситуација је локална, национална или глобална заједница, док се професионална коцентрише на свет око посла. Научне ситуације су повезане са применом математике у природном и технолошком свету.

Како истичу Павловић Бабић и Бауцал у студији *Подржи ме, инспириши ме,* у оквиру које је извршена анализа резултата PISA истраживања у Србији спроведеног 2012. године, математички задаци које се испитују могу бити смештени у различите врсте контекста који су разврстани у четири вида ситуација: личне, образовне или професионалне, јавне и ситуације из науке.

„*Личне ситуације* се односе на свакодневне активности које су карактеристичне за ученика овог узраста и повезане су са његовим свакодневним животом.

Образовне или професионалне ситуације су оне са којима се ученик среће у школи или ће се срести на радном месту.

Ситуација у којима се од ученика очекује да анализира неке спектре локалног или ширег окружења су *јавне*.

Ситуације из науке су нешто апстрактније и могу подразумевати разумевање неког технолошког процеса, теоријске ситуације или експлицитно математичког проблема” (Павловић Бабић и Бауцал, 2013: 22). У ову групу убрајамо и ситуације са којима се ученици сусрећу у учионици, а које су релативно апстрактне математичке ситуације и немају шири контекст, већ припадају унутар-математичком контексту.

Можемо уочити да се ситуације у којима су проблемски задаци дати полако премештају из контекста који обухвата свакодневни лични живот ученика, преко ситуација која су карактеристична за школски живот, посао, или спорт, затим ситуације које су карактеристичне за одређену друштвену заједницу, до најудаљенијих које су смештене у домену науке.

Када говоримо о контексту у који одређени задаци могу бити смештени, неопходно је истаћи и то да је у PISA тестирању заступљена група задатака који имају чисто математички контекст. Поменути задаци се односе на математичке симболе, структуре и не излазе изван математичког света већ представљају домен науке и спадају у најапстрактнију групу задатака за ученике. Из наведеног се може закључити да задаци могу имати интра-математички контекст, који захтевају чиста математичка решења и екстра-математички контекст, који су смештени у одређену контекстуалну ситуацију коју ученици разрешавају превођењем датог примера на математички проблем (Glasnović Gracin, 2007a).

Контексти у процесу решавања задатака могу имати различите функције. Тако Гласновић Грацин истиче да „контексти могу бити ‚нултог', ‚првог' и ‚другог' реда" (2007а: 163). У појединим задацима контекст може бити присутан да само привидно задатак учини сличним задатку из свакодневног живота. То је такозвани камуфлажни или контекст „нултог реда" и како он не олакшава решавање задатка требало би га избегавати. Контекст „првог реда" у решавању задатака треба да буде поуздан и потребан у решавању проблема задатог математичким језиком (задатак је интра-математички). Када је неопходно извршити процес математизације кроз пет корака и проверити добијено решење у реалном контексту, тада се користи контекст „другог реда" (задатак је екстра-математички) (Glasnović Gracin, 2007a).

Поред ове поделе контексти могу бити и *аутентични, виртуални и вештачки* (Glasnović Gracin, 2007a: 163).

Аутентични контекст, према OECD, подразумева коришћење математике за решавање конкретних, стварних животних проблема.

Примена *виртуелног* контекста подразумева примену ситуација које нису повезане са стварношћу.

Вештачки контекст обухвата примере из маште, непостојеће објекте и конструкције. Приликом примене вештачког контекста треба водити рачуна у којој су мери ученици спремни да замисле ситуације унутар света који није стваран (OCED, 2003, према: Glasnović Gracin, 2007a: 163).

Можемо закључити да задатак који се пред ученике може поставити, а повезан је са реалним животним ситуацијама, мора бити смештен у неком контексту. Решавањем задатака датих у личном, јавном, професионалном или научном контексту код ученика се подстиче развијање елемената математичке писмености. Ученицима млађег школског узраста могу се поставити задаци који су дати у личном контексту, контексту који је повезан са школом, или из окружења које је њиховом узрасту битно. Контекст мора бити близак ученицима и због специфичности у развоју мишљења ученика млађег школског узраста мора бити повезан са конкретним ситуацијама. Од посебне је важности оспособљавање ученика да схвате реалност ситуације у којој је задатак дат.

Видимо да су за развијање математичке писмености битне све три димензије математичке писмености. Ако су математички садржаји (*Трансформације и релације, Бројеви и мере, Простор и облик, Вероватноћа*), дати у одређеном контексту (лични, образовни (професионални), јавни, научни) посредством математичких процеса (формулисање, примена, интерпретација), код ученика ће се створити основа за развијање елемената математичке писмености и на млађем школском узрасту.

2.2. Постигнућа по нивоима на скали математичке писмености

Скала математичке писмености, на међународном PISA тестирању, подељена је на шест делова почевши од наједноставнијих до најсложенијих способности које ученик треба да поседује у процесу решавања математичких проблема. Прва два нивоа обухватају репродуктивна знања, трећи и четврти ниво интеграцију, а пети и шести ниво евалуативна знања. *Први ниво* подразумева проналажење једног податка када су сви остали познати. *Други ниво* подразумева примену основних промена и процедура. Примена дефинисаних процедура у неколико корака очекује се на *трећем нивоу*, док се на *четвртом нивоу* очекује избор и повезивање података са ситуацијама из живота. *Пети ниво* обухвата разматрање и образлагање сопствених процедура у решавању проблема, а *шести ниво* решавање комплексних проблемских ситуација (Табела 2).

Табела 2. *Опис постигнућа по нивоима на скали математичке писмености (PISA 2018)* (према: Виденовић и Чапрић, 2020: 46–47)

Ниво	Доња граница скора	Опис
6	669	„На нивоу 6, ученици могу да концептуализују, уопштавају и употребљавају информације на основу сопственог истраживања и моделирања комплексних проблемских ситуација и могу да користе своје знање у релативно нестандардним контекстима. Могу да повежу различите изворе и приказе информација и да их флексибилно претварају једне у друге. Ученици на овом нивоу су способни за напредно математичко размишљање и расуђивање. Ови ученици могу да примене тај увид и разумевање, заједно са овладавањем симболичким и формалним математичким операцијама и односима, да би развили нове приступе и стратегије за решавање нових ситуација. Ученици на овом нивоу могу да размишљају о својим поступцима и могу да формулишу и прецизно саопште своје кораке у размишљању о својим открићима, тумачењима, аргументима и њиховој примерености ситуацији" (Виденовић и Чапрић, 2020: 46).
5	607	„На нивоу 5, ученици могу да развију моделе за решавање комплексних проблема, формулишу претпоставке на основу њега и идентификују ограничења модела. Они могу да бирају, упоређују и процењују одговарајуће стратегије решавања проблема да би решили комплексне проблеме повезане са тим моделима. Ученици на овом нивоу могу да раде стратешки, користећи широке, добро развијене вештине размишљања и расуђивања, одговарајуће повезане приказе, симболичке и формалне карактеризације и увиде који се односе на те ситуације. Они почињу да размишљају о свом раду и могу да формулишу и саопште своја тумачења и расуђивање"(Виденовић и Чапрић, 2020: 46).
4	545	„На нивоу 4, ученици могу ефикасно да раде са експлицитним моделима за комплексне конкретне ситуације које могу да обухватају ограничења или траже извођење претпоставки. Они могу да бирају и интегришу различите приказе, обухватајући их симболички, повезујући их директно са аспектима ситуација стварног света. Ученици на овом нивоу могу да употребљавају свој ограничени опсег вештина и могу да расуђују уз одређене увиде, у једноставним контекстима. Они могу да конструишу и саопште објашњења и аргументе на основу својих тумачења, доказа и поступака" (Виденовић и Чапрић, 2020: 46).

3	482	„На нивоу 3, ученици могу да извршавају јасно описане процедуре, обухватајући и оне које захтевају доследне одлуке. Њихова тумачења су довољно исправна да буду основа за грађење једноставног модела или за бирање и примену једноставних стратегија решавања проблема. Ученици на овом нивоу могу да тумаче и користе приказе засноване на различитим изворима информација и да расуђују директно из њих. Они обично показују извесну способност да раде са процентима, разломцима и децималним бројевима, као и са пропорционалним односима. Њихова решења показују да су се упустили у основно тумачење и расуђивање” (Виденовић и Чапрић, 2020: 47).
2	420	„На нивоу 2, ученици могу да тумаче и препознају ситуације у контекстима који захтевају не више од директног закључивања. Они могу да извуку релевантне информације из појединачног извора и употребе појединачни начин приказа. Ученици на овом нивоу могу да примене основне алгоритме, формуле, процедуре или конвенције да би решили проблеме који укључују целе бројеве. Способни су да праве буквална тумачења резултата” (Виденовић и Чапрић, 2020: 47).
1	358	„На нивоу 1, ученици могу да одговоре на питања која обухватају познате контексте где су све релевантне информације присутне а питања су јасно дефинисана. Способни су да идентификују информације и да спроводе рутинске процедуре према директним упутствима у експлицитним ситуацијама. Могу да изводе поступке који су скоро увек очигледни и следе непосредно из датих стимулуса” (Виденовић и Чапрић, 2020: 46).

Ученик који реши задатке који су предвиђени за прва два нивоа сврстава се у групу са релативно малим постигнућима. Ученици са просечним постигнућима решиће задатке средње тежине који се налазе на трећем и четвртом нивоу. Релативно тешки задаци су задаци који захтевају одређена евалуативна знања налазе се на петом и шестом нивоу и решавају их ученици са релативно високим постигнућима.

Важна информација је колики број ученика се налази на трећем нивоу који се сматра нивоом просека, јер то указује на број ученика који не остаје на знањима која имају само репродуктивну вредност. Тај број у Србији износи негде око једне трећине, односно 34,6% за математичку писменост према подацима са тестирања из 2012. године и 39,75% према резултатима PISA теста из 2018. године. Посебно је значајан број ученика чија су постигнућа испод другог нивоа, који се сматрају функционално неписменим. За ову групу ученика припремају се посебне образовне стратегије и циљеви како би се њихов број смањио на 15%. Када је математичка писменост у питању у Србији се у овој категорији налази 38,9% ученика. Ученици са високим академским потенцијалом су они чија су постигнућа на највишем нивоу представљају битан фактор за развој друштва. У домену математичке писмености проценат ученика са највишим постигнућима износи 4,6%. Ако имамо у виду да проценат ученика на одређеном нивоу показује које су карактеристике наставе доминантне у једном школском систему, можемо закључити да је систем школства у Србији орјентисан на репродукцију знања. Наведени податак потврђује процентуално највећи број ученика који се налази на прва два нивоа, те наставу треба мењати и подстицати ученике на више нивое постигнућа кроз развој неопходних способности. Једна од новина која би допринела унапређењу постигнућа ученика у настави математике била би организација наставе у контексту решавања реалних проблемских ситуација. То би допринело побољшању постигнућа ученика у оквиру четвртог нивоа, на ком се од ученика очекује да усвојена знања примене у свакодневним животним ситуацијама.

За потребе TIMSS тестирања конструисана је скала постигнућа на којој су вредности рангиране од ниских, средњих, високих до напредних. Сваки ниво подразумева одређени степен знања и способности које ученик треба да постигне (Табела 3). Од ученика који су остварили постигнућа на вишим референтним нивоима, се очекује да су овладали постигнућима на нижем референтном нивоу.

Табела 3. *Опис постигнућа према међународним референтним вредностима из математике у истраживању TIMSS 2019* (према: Ђерић и сар. 2020: 18–19)

Међународна референтна вредност	Опис постигнућа
Напредна (625)	„Ученици могу да разумеју и примене знање у различитим релативно комплексним ситуацијама и да објасне своје закључивање. Ученици могу да реше различите сложене вербалне проблеме који се тичу целих бројева и да покажу да разумеју разломке и децималне бројеве. Умеју да примене знање о дводимензионалним или тродимензионалним облицима на различите ситуације. Ученици могу да примене и прикажу податке како би решили сложене проблеме. На овом нивоу ученици могу да реше сложене проблеме који укључују целе бројеве. Они могу да нађу више од једног решења за проблем. Ученици могу да реше проблеме са разломцима, као и оне разломке који имају различите imeниоце. Могу да поређају по величини, сабирају и одузимају бројеве који имају једну или две децимале. Ученици могу да примене знање о дводимензионалним или тродимензионалним облицима у различитим ситуацијама. Могу да нацртају паралелне линије и да реше проблеме који се односе на обим и површину облика. Могу да користе лењир за мерење дужина објеката од почетка до краја на пола јединице и да прочитају друге скале за мерење. Ученици могу да тумаче и представе податке како би решили проблеме који се састоје од више корака” (Ђерић и сар. 2020: 18).
Висока (550)	„Ученици показују концептуално разумевање како би решили проблеме. Они могу да разумеју целе бројеве како би решили проблеме који се састоје из два корака. Показују разумевање бројевне праве, садржалаца, делиоца и заокруживања бројева, као и операција које се односе на разломке и децималне бројеве. Ученици показују знање о геометријским карактеристикама облика и углова. Могу да тумаче и користе податке у табелама и различитим графиконима како би решили проблеме. Ученици на овом нивоу показују концептуално разумевање целих бројева како би решили проблеме који се састоје из два корака. Могу да множе двоцифрене бројеве и да реше проблеме који садрже бројевну праву, разломке или децималне бројеве. Показују основно разумевање садржаоца и делиоца и могу да заокруже бројеве. Ученици могу да идентификују изразе који представљају ситуацију из задатка и да препознају и користе односе у добро дефинисаним обрасцима. Ученици могу да класификују и пореде различите облике и углове на основу њихових карактеристика. Показују да разумеју линије симетрије и могу да препознају односе између дводимензионалних и тродимензионалних облика. Ученици могу да реше проблеме који су представљени у табелама, пита графиконима, пиктографима, и линијским и стубичастим графовима. Могу да пореде податке из две репрезентације како би извели закључке” (Ђерић и сар. 2020: 18).

Средња (475)	„Ученици могу да примене основно математичко знање у једноставним задацима. Могу да рачунају са троцифреним и четвороцифреним бројевима у различитим задацима. Ученици могу да препознају и нацртају облике који имају једноставне карактеристике. Могу да читају, означе и тумаче информације представљене на графиконима и у табелама. Ученици на овом нивоу разумеју четвороцифрене целе бројева. Могу да саберу и одузму четвороцифрене бројеве, да множе и деле троцифрене бројеве у различитим ситуацијама, као и да решавају проблеме који се састоје из два корака у рачунању. Могу да препознају изразе који представљају једноставну ситуацију. На овом нивоу делимично познају операције са разломцима и децималним бројевима. Ученици могу да сабирају и одузимају у задацима који садрже сате и минуте. Могу да идентификују и нацртају облике са једноставним карактеристикама и да повежу дводимензионалне и тридимензионалне облике. Ученици могу да читају, означе и тумаче информације на графиконима и у табелама” (Ђерић и сар. 2020: 19).
Ниска (400)	„Ученици имају основно математичко знање. Могу да сабирају, одузимају, множе и деле двоцифрене и троцифрене целе бројеве. Могу да реше једноставне вербалне задатке. Поседују неко знање о јединицама разломака и основно геометријско знање. Ученици могу да читају и заврше једноставне стубичасте графиконе и табеле. На овом нивоу ученици познају бројеве преко хиљаду. Могу да поређају по реду, саберу и одузму целе бројеве. Разумеју у одређеној мери множење и дељење двоцифрених бројева. Могу да реше вербалне проблеме који се састоје из једног корака и бројевне реченице. Умеју да препознају сликовни приказ разломка који је у облику $\frac{1}{n}$. Ученици могу да препознају дводимензионалне и тродимензионалне геометријске облике. Ученици могу да читају и заврше једноставне стубичасте графиконе и табеле” (Ђерић и сар. 2020: 19).

На *ниском нивоу* постигнућа ученици поседују основна знања из математике, док на *средњем нивоу* та знања могу и да примене у одређеним једноставним ситуацијама. Од ученика чија се постигнућа рачунају као *висока* очекује се примена усвојених знања и когнитивних операција у процесу решавања одређеног проблема. На *напредном нивоу* ученици се могу наћи у разноврсним ситуацијама различитог степена сложености где примењују своја знања и когнитивне операције и објашњавају начин расуђивања (Марушић Јаблановић и сар. 2017). Добијени резултати на скали постигнућа се могу упоређивати унутар једне испитиване области, док се поређење не може вршити између области (нпр. постигнућа из математике и науке). Скала мора бити посебно дефинисана и за ученике на различитом школском узрасту. Према резултатима последњег TIMSS тестирања реализованог у Србији у току 2019. године, од укупног броја тестираних ученика 11% не достиже низак, односно основни ниво у познавању математике (Ђерић и сар. 2020). Резултати на овим тестирањима су бољи у односу на постигнућа петнаестогодишњака на PISA тесту, али се уз одговарајуће стратегије у раду могу још побољшати.

Како би се лакше пратила постигнућа ученика и вршила међусобна поређења на међународним PISA и TIMSS тестирањима конструисане су скале математичке писмености по нивоима. Нивои математичке писмености су разврстани по степену сложености од наједноставнијих до најсложенијих. Постигнућа ученика у оквиру PISA тестирања приказана су на шестостепеној скали, док су код TIMSS тестирања постигнућа разврстана на четири нивоа сложености. Прва два нивоа на PISA тесту односе се на репродукцију знања, проналажење једног податка када су сви остали дати и примену основних процедура у решавању проблема, што одговара ниским и једним делом средњим вредностима код TIMSS тестирања. Интегративна знања која подразумевају примену процедура и повезивање података при решавању проблема из реалног окружења, одговарају трећем и четвртом нивоу на PISA тесту и високим референтним вредностима на TIMSS тестирању. Способности које ученике сврставају у напредне референтне вредности на TIMSS тестирању, одговарају евалуативним знањима у оквиру PISA тестирања. Ови нивои се односе на способности образлагања процедура у процесу решавања проблемских ситуација и у решавању комплексних проблемских задатака. Од ученика који решавају задатке на вишем дефинисаном нивоу се очекује да је успешан у решавању задатака и на нижим нивоима. Садржаје који су заступљени у настави математике треба прилагодити овим нивоима, јер се на тај начин ствара могућност да ученици успешно савладавају предвиђени програм сходно својим могућностима. Да би ученици били успешни у развијању елемената математичке писмености неопходно је од млађег школског узраста подстицати, кроз адекватне садржаје и начин рада, решавање задатака који су дати на различитим нивоима сложености. Само на тај начин ће се код ученика поправити ниво математичке писмености и функционалних знања. Управо нам резултати међународних PISA и TIMSS тестирања говоре на ком нивоу математичких знања се налазе ученици из Србије.

3. РАЗВИЈАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ КАО ЦИЉ МАТЕМАТИЧКОГ ОБРАЗОВАЊА

Математика, као основни наставни предмет, поред *Српског језика*, заступљена је у млађим разредима основне школе са пет часова недељно, што подразумева да ове наставне предмете ученици имају сваког дана. Знања која ученици стичу представљају основу на којој се надограђују нови и проширују већ усвојени садржаји. Математика представља битан темељ развоја сваког друштва, па је зато неопходно унапредити наставне садржаје како би ученици могли да одговоре изазовима које ће се пред њима наћи. Како истиче Милинковић „високо технички развијено друштво захтева рано достизање нивоа елементарне математичке писмености и развоја математичко-логичког мишљења” (2016: 30). Када је настава математике у питању, фокус се помера са примера који захтевају и подстичу усвајање основних знања, већ се све више инсистира на развијању способности које ће допринети успешној примени усвојених знања. Предмет интересовања међународних PISA и TIMSS тестирања су управо могућности ученика да знања која су усвојили примене у свакодневном животу при решавању одређених проблемских ситуација, уз препоруке да се са увођењем ових садржаја у наставни процес почне што раније.

Резултати међународних тестирања показују у којој су мери ученици спремни да усвојена знања примене у решавању одређених проблемских ситуација, као и колико су оспособљени да долазе до потребних информација користећи различите изворе. Каква ће бити постигнућа ученика у великој мери зависи од тога колико се у наставном процесу укључују садржаји који доприносе развијању функционалних знања ученика. Реализована истраживања су показала да је наставни план у Србији мање амбициозно постављен у односу на друге земље учеснице међународних тестирања, када су у питању могућности усвајања садржаја који доприносе развијању елемената математичке писмености на млађем школском узрасту (Милинковић, 2016). Анализе постигнутих резултата на PISA и TIMSS тестирањима, као и бројна истраживања показала су да је за развијање елемената математичке писмености од великог значаја да се са укључивањем ових садржаја почне од најранијег узраста. Тако Радишић и Шеве (2017) истичу да је битан допринос у постизању бољих резултата на TIMSS тестирању дао ранији полазак деце у вртић, односно што дужа укљученост у процес предшколског васпитања и образовања. На основу тога настала је и препорука у оквиру студије која се бави анализом постигнутих резултата на TIMSS тестирању у којој се каже да је неопходно да се „настави тренд повећања процента обухвата деце програмима предшколског васпитања и образовања дуже од три године” (Ђерић и сар. 2020: 131).

Де Ланж (De Lange) сматра да употреба ИКТ у усвајању одређених садржаја из области математике и науке може дати знатан допринос и код деце у вртићу ако су засноване на теоријама реалистичког математичког образовања, јер омогућавају стицање нових знања кроз активности које су повезане са дечјим непосредним интересовањима и стварним животом (De Lange, 1996).

Бројне студије (Bradley & Vandell, 2007; Burger, 2010; Gormley, Philips & Gayer, 2008; Heckman, 2006; Love, Kisker, Ross, Raikes, Constantine, Boller & Vogel, 2005; Magnuson, Ruhm & Waldfogel, 2007; Winsler, Tran, Hartman, Madigan, Manfra & Bleiker,

2008) „показују добробит од квалитетног раног образовања у најразличитијим доменима: когнитивном развоју, академском постигнућу, смањењу понављања, завршавању виших нивоа образовања, бољој самоконтроли, практичним способностима и социо-емоционалном развоју” (према: Виденовић и Чапрић, 2020: 170–171).

Резултати PISA тестирања, који су у Србији испод просечних постигнућа намећу потребу за постављањем одређене стратегије која ће у знатној мери довести до значајног напретка у постигнућима ученика. Тако се у препорукама након анализе последњих резултата (PISA 2018) истиче:

- „Дефинисање националне стратегије која би се односила на повећање читалачких, математичких и научних компетенција ученика
- Анализа и ревизија националних стандарда у смеру подршке развоја компетенција релевантних за друштво знања
- Ревизија професионалног развоја наставника
- Увођење наставних метода које прате савремене тенденције у настави
- Побољшање квалитета и доступност раног образовања
- Увођење националног испитивања ученика у нижим разредима основне школе како би се правовремено помогло ученицима који заостају” (Виденовић и Чапрић, 2020: 13).

Тестирањем ученика на млађем школском узрасту добили бисмо јасну слику о могућности развијања елемената математичке (као и осталих) писмености на овом узрасном нивоу. Истраживања су показала да уколико ученици не постану успешни у читању до осме или девете године живота, у току школовања ће слабије напредовати у развијању читалачких и математичких компетенција (Willms, 2018). Ова тестирања указују на потребу да се у садржаје који су предвиђени за млађи школски узраст уврсте примери који доприносе развијању елемената математичке писмености. Као препорука побољшања постигнућа ученика наводи се и „увођење процене постигнућа ученика из читања и математике на нивоу нижих разреда основне школе са циљем раног препознавања ученика који заостају” (Виденовић и Чапрић, 2020: 173). Разлог томе је да се оцена ученика на овом узрасту није показала као објективно мерило каснијих постигнућа ученика и ране идентификације појединаца који не достижу основни ниво знања. Континуирано мерење постигнућа и на млађем школском узрасту омогућило би праћење напретка и адекватну подршку ученицима којима је то неопходно.

Зато је „циљ учења предмета математике да ученик овладавајући математичким концептима, знањима и вештинама, развије основе апстрактног и критичког мишљења, позитивне ставове према математици, способност комуникације математичким језиком и писмом и примени стечена знања и вештине у даљем школовању и решавању проблема из свакодневног живота, као и да формира основ за даљи развој математичких појмова” (*Правилник о плану наставе и учења за први циклус основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања*, 2018: 25). Циљеви и задаци наставе математике на млађем школском узрасту су управо дефинисани на начин који представља основу на којој ће се елементи математичке писмености развијати од најранијег школског узраста. Као битан циљ наставе математике истиче се оспособљавање ученика да знања која усвоје примене у свакодневном животу, што је основна претпоставка развијање математичке писмености. Да би ученик умео да реши одређени проблем који се пред њим поставља, неопходно је да поседује одређени ниво математичких знања. Поменута неопходна знања му обезбеђује настава математике која подстиче развој мишљења и логичког закључивања.

Како истиче Де Ланж, „математичке појмове треба уводити кроз решавање проблема у одговарајућим поставкама, уз могућност прогресивне математизације и способности уопштавања” (De Lange, 2003: 87). Он полази од претпоставке да садржаји математике који се уче у настави не треба да буду чисто математички и уграђени у свет математике и њених идеја, већ треба да буду уграђени у стваран свет ученика. Циљеви образовања би морали бити дефинисани тако да не обухватају само одређену област, већ треба да укључују одређене способности које су неопходне за примену усвојених знања. Не постоји универзално правило када су у питању циљеви образовања у настави математике који ће довести до побољшања у области математичке писмености. Морамо имати у виду да они морају бити усклађени са другим областима и културним тековинама сваке земље појединачно. Де Ланж као посебну препоруку истиче „могућност и подстицај развијања математичке писмености на свим узрастима” (De Lange, 2003: 88) .

Резултати емпиријске студије која је вредновала развијање математичке писмености у иновативном наставном програму, а коју су реализовали Кајзер и Виландер (Kaiser & Willander, 2005), показали су да може доћи до напретка у постигнућима ученика. У току једне године праћена су постигнућа ученика у шест школа у Немачкој, у Хамбургу. Учитељима је омогућен приступ великој количини материјала у којима су наставне јединице повезане са реалним животом. Иновативни модел учења је обухватао проблеме повезане са свакодневним животом, проблеме који имају више од једног решења и проблеме дате у контексту. Под утицајем овог начина учења дошло је до напретка у постигнућима ученика при чему је то на нижем нивоу било изражено, док је на највишим нивоима напредак био слабији. Истраживање је показало да је проблематично подручје код ученика успостављање везе између математике и реалног света, што представља основу математичке писмености. Аутори као посебну препоруку истичу да се „програм моделовања, који доприноси развоју математичке писмености, примењује још од основне школе” (Kaiser & Willander, 2005: 58).

Ослањајући се на исходе који показују које способности треба да стекну ученици током учења предмета у току једне школске године, закључујемо да се још у садржајима за први разред од ученика очекује, да између осталог, „решавају текстуалне задатке са једном операцијом и прочитају и користе податке са једноставнијег стубичног или сликовног дијаграма или табеле” (*Правилник о плану наставе и учења за први циклус основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања*, 2018: 25). Наведени садржаји се могу уврстити у примере који доприносе развијању елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста. Од ученика се очекује да резултате одређеног мерења уписују у табеле или графиконе и на тај начин се упознају са овим начином презентовања података. Упоредо се ученици оспособљавају да читају податке који су на тај начин презентовани. Решавањем проблемских задатака код ученика се развијају способности које доприносе повезивању и примени математичких знања у реалистичним ситуацијама из свакодневног живота.

Како би ученик био оспособљен да решава одређене проблемске задатке из свакодневног живота потребно је да се кроз наставни процес оспособи за математизацију. Зато је „један од општих циљева наставе математике способност математизирања (једноставнијих) ситуација из наше околине” (Ђокић, 2017: 202). Како истиче Цех (Zech) овај процес подразумева „способност ученика да препозна математичке односе у свакодневниим ситуацијама и да их изрази математичким језиком” (Zech, 1999: 60). Овладавањем овим способностима ученик ствара могућност да проблем дат у реалном контексту, преведе у математички, пронађе одговарајуће решење које ће интерпретирати у реалној ситуацији.

Један од примера усмерених ка подизању квалитета и унапређивања наставе и учења представљају образовни стандарди постигнућа, који су у појединим аспектима усмерени на повећање квалитета математичке писмености. „Стандарди постигнућа за наставни предмет математика за крај првог циклуса утврђени су за следеће области:

1. Природни бројеви и операције са њима,
2. Геометрија,
3. Разломци и
4. Мерење и мере” (*Општи стандарди постигнућа - образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног обтразовања – Математика,* 2011: 1).

У оквиру наведених области операционализовани су стандарди према нивоима сложености од основног, средњег до напредног нивоа. У оквиру сваког нивоа предвиђено је који ниво знања ученик треба да достигне. Очекује са да највећи број овлада обимом знања и захтевима на основном нивоу, док средњи ниво достиже око 50% ученика. „На напредном нивоу постигнућа ученик треба да потпуно влада појмовима, оперише са њима по прихваћеним правилима која уме да исказује вербално и симболички, разуме хијерархију појмова и упоређује их по степену њихове апстрактности, уме да закључује на основу претпоставки које су формално исказане (разуме и сам изводи неке једноставније доказе) и достиже висок степен аутоматског извођења операција” (Шпијуновић и Маричић, 2016: 54). Овај ниво достиже четвртина ученика. Настава математике успостављена према образовним стандардима и постигнућима ствара добру основу за диференцијацију садржаја према могућностима ученика и самим тим провере нивоа постигнућа ученика. Садржаји разврстани према могућностима ученика уз примере који подразумевају решавање проблема из свакодневног живота стварају добру основу за развијање елемената математичке писмености, јер стандарди у почетној настави математике треба да „подстакну учитеља да стварају услове, креирају окружење које је прилагођено ученковим могућностима и усмерено на његов развој, одаберу садржаје, поступке, методе, облике рада и друго, како би ученици на крају одређеног образовног нивоа поседовали знања одређеног нивоа квалитета” (Маричић, 2012: 542).

Једна од препорука у оквиру студије у којој су анализирана постигнућа ученика у оквиру PISA 2018 студије, односи се на ревизију стандарда са становишта развоја писмености ученика. Ревизија би подразумевала „да се и на основним нивоима постигнућа, а не само напредним, очекује примена знања у свакодневним ситуацијама, проналажење релевантних информација у тексту, интерпретација података” (Виденовић и Чапрић, 2020: 165). Ове промене у наставном процесу допринеле би оспособљавању појединца да успешно решава проблеме из реалног живота. Примере добре праксе можемо наћу у школским системима Новог Зеланда и Пољске. Образовни систем на Новом Зеланду извршио је велику евалуацију курикулума. Фокус евалуације усмерен је на испитивања разумевања одређених стандарда од стране наставника. У Пољској је доста труда уложено како би школски курикулум био што осавременији и самим тим усклађен са тенденцијама у свету. Како препорука побољшања постигнућа ученика у Пољској наводи повећање броја часова наставе математике, већа је изложеност ученика тестирању, као и повећање мотивације ученика и учитеља (Jakubowski, Porta, Wisniewski & Patrinos, 2010). Како би ученици постигли успех на међународним тестирањима неопходно је да се стандарди после одређеног времена преиспитају и по потреби мењају. Наведено се сматра неопходним јер су савремени токови у образовању усмерени на развој способности које су неопходне за решавање проблемских ситуација из свакодневног живота.

У којој мери стандарди постигнућа ученика сугеришу развијање елемената математичке писмености на млађем школском узрасту, можемо утврдити увидом у *Правилник о програму наставе и учења основног образовања и васпитања*. Тако је предвиђено да ће ученик по завршетку првог разреда бити у стању да:

- „прочита и користи податке са једноставнијег стубичног и сликовног дијаграма или табеле” (*Правилник о програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања,* 2017: 25).

Ученик другог разреда по завршетку другог разреда мора бити у стању да:

- „изрази одређену суму новца преко различитих апоена;
- прикаже мањи број података у таблици и стубичастим дијаграмом;
- чита и запише време са часовника;
- користи јединице за време у једноставним ситуацијама” (*Правилник о програму наставе и учења за други разред основног образовања и васпитања,* 2018: 72).

Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања предвиђа да ће ученик по завршетку трећег разреда бити у стању да:

- „реши проблемски задатак користећи бројевни израз или једначину;
- чита и користи податке представљене табеларно или графички (стубичасти дијаграм и сликовни дијаграм);
- примењује концепт мерења у једноставним реалним ситуацијама” (*Правилник о програму наставе учења за трећи разред основног образовања и васпитања,* 2019: 34).

Правилником је предвиђено да ученик по завршетку четвртог разреда мора бити у стању да:

- „реши проблемски задатак користећи бројевни израз, једначину или неједначину;
- чита, користи и представља податке у табелама или графичким дијаграмима
- реши проблемске задатке у контексту мерења” (*Правилник о програму наставе и учења за четврти разред основног образовања и васпитања*, 2019: 39).

Можемо закључити да су исходима за млађе разреде основне школе предвиђене интенције које могу допринети развијању математичке писмености, али у недовољној мери. Исходи су усмерени на решавање проблемских задатака где није наглашено да ли су проблемски задаци повезани са ситауцијама из реалног живота и на читање и представљање података у графиконима и табелама. Савремено друштво пред ученике поставља потребу да успешно решавају задатке повезане са реалним животним ситуацијама који су дати у различитим облицима па је зато неопходно код ученика развијати способности које ће томе допринети. Зато је неопходно ученике усмерити на исходе који ће подстаћи развијање елемената математичке писмености и на млађем школском узрасту.

Наставне планове и програме усмерене на исходе учења, поред садржаја и различитих метода рада, треба усмерити и на међупредметне компетенције које ће створити основу за целоживотно учење и тиме допринети побољшању функционалне писмености код ученика. Поред тога, долази до знатне промене изгледа и структуре уџбеника који се користе у наставном процесу о чему сведоче уџбеници појединих аутора у којима је акценат стављен на примену знања, проналажење информација, дигиталну писменост, интерпретацију података. Наведени начин омогућава остваривање једног од сегмената циља учења предмета математике, а који се односи на примену стечених знања у решавању проблема из свакодневног живота што представља основу развијања математичке писмености на млађем школском узрасту.

3.1. Развијање елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста – могућности и ограничења

Да бисмо код ученика подстакли развијање елемената математичке писмености, морамо узети у обзир когнитивне могућности ученика, теоријска полазишта која разматрају учење и наставу и теорије когнитивног развоја, што ће нам омогућити сагледавање могућности и ограничења у развијању елемената математичке писмености.

Велики допринос разумевању појма учења и организације наставног процеса дале су когнитивне теорије. Како је истакнуто „оне подразумевају да су сви ученици у старту једнаки (по претходном знању, способности, интересовању), а да су услови у којима раде променљиви што резултира разликама у понашању (учењу)” (Вилотијевић, 1999: 195). Код ових теорија је наглашен значај унутрашњих процеса сазнавања, мотивације, организованости меморије за учење. По њима, учење као процес подразумева интеракцију у оквиру које појединац изграђује нова схватања која потискују или преобликују и обогаћују већ постојећа схватања. Когнитивизам подразумева научно проучавање менталних збивања која обухватају стицање, прераду, складиштење и када је потребно дозивање информације. Учење се састоји из процеса сазнања, а не из стицања готових одговора при чему се развијају когнитивне структуре. Стратегија учења је шири појам од когнитивне стратегије, јер обухвата увежбавање, елаборацију и метакогницију. Како истиче Златковић неопходно је код деце подстаћи развој дивергентног мишљења. Ауторка истиче да „у процесу учења треба неговати и дивергентно мишљење које води оригиналним решавањима проблема, а не само конвергентно које води логички тачном одговору.” (2014: 28). Развој дивергентног мишљења доприноси креативном развоју проблема.

Поред предности, когнитивном моделу учења се упућују и одређене примедбе, а то је да процес учења посматрају у строго дефинисаним експерименталним условима, а не у реалним школским ситуацијама. Овај модел учења усмерен је на когнитивне процесе, а не даје довољно простора и не узима у обзир социо-културну условљеност учења, мотивационе и емоционалне процесе, као и разлике које се јављају у оквиру специфичности садржаја учења.

Интересовање за конструктивистички приступ учења јавља се почевши од седамдесетих, док шире размере поприма осамдесетих и деведесетих година XX века. Овај приступ се огледа у испитивању садржаја учења појединих предмета у реалном животном окружењу. Како истиче Ана Пешикан „на учење се више не гледа као на акомулацију информација већ као на *конструкцију знања*” (2010: 158). Позиција ученика се овим приступом учења значајно мења, јер ученик самостално конструише знања уз велико присуство свести о сопственом учењу, пратећи и управљајући тим процесом уз могућност контроле и провере ефеката сопственог рада. У овом процесу важну улогу имају знања која ученик већ поседује и која представља основу за конструкцију нових знања. Позиција учитеља се мења у односу на традицонални приступ учењу где је његова улога доминантна, у овом виду учења се очекује сараднички однос и наставу усмерава на развијање нових стратегија учења, а самим тим и даје се значајан допринос развоју мишљења код ученика. Дакле, можемо рећи да „конструктивизам, актуелна парадигма процеса учења и подучавања, посматра човека као активног појединца у процесу учења и конструкције знања. Насупрот конструктивизму, према објективистичкој традицији знања постоји независно од ученика, а настава је усмерена ка преношењу знања ученику” (Златковић, 2014: 29).

У приступу учењу који конструктивизам даје можемо наћи основу за развијање елемената математичке писмености. Измењена позиција ученика, која подразумева активног учесника у наставном процесу који се ослања на већ усвојена знања ствара простор за нове видове учења који подстичу развој мишљења, а самим тим способности које су неопходне у процесу примене усвојених знања у решавању проблема из реалног окружења.

Психологија, филозофија и социологија су различите научне области којима је конструктивизам представљен као скуп ових различитих теоријских приступа. Људи немају непосредан приступ стварности, већ своју стварност самостално конструишу у својој сопственој верзији. Како истиче Чапрић „теорије које се означавају конструктивистичким могу се поделити у две групе: (а) *индивидуални* (когнитивни или психолошки) и (б) *социјални конструктивизам* ” (2016: 36). Оно што повезује ове две врсте конструктивистичких теорија јесте да се знања не усвајају пасивно већ их субјекат у том процесу активно конструише у процесу сазнања. Активна позиција ученика у процесу учења доприноси развоју способности које су неопходне за развијање математичке писмености. Истраживања у почетној настави математике углавном се ослањају на теорије Жана Пијажеа и конструктивистичке теорије. Промене настале у наставном процесу створиле су основу за нови приступ подучавању математике, јер то више није једносмерни пренос информација. „Када се на математичко образовање почело гледати као на хуманистичку делатност значајна је пажња посвећена социјалној димензији у истраживању математике из чега је проистекао социјални конструктивизам” (Romano, 2009a: 8). Основна претпоставка ових теорија је да су менталне структуре резултат подучавања и да је социјална интеракција потребан услов у настави математике.

Прва група *индивидуални или когнитивни конструктивизам* акценат ставља на интрапсихичким когнитивним процесима на којима се заснива конструкција стварности. Корени ове теорије су у теорији когнитивног развоја Жана Пијажеа (Jean Piaget). У наставку рада ћемо о томе више говорити, као и о настављачу Пијажеовог рада и оснивачу социјалне теорије учења Алберту Бандури (Albert Bandura).

Социјални конструктивизам обухвата социјалну конструкцију реалности. Док је код когнитивног конструктивизма усмерење на унутрашњим когнитивним механизмима учења, социјални конструктивизам је усмерен на облике и садржаје интеракције међу индивидуама, односно на интерпсихичке процесе. У овом процесу долази до динамичке интеракције између појединца и његове друштвене средине где долази до ко-конструкције знања, одакле проистиче да је стечено знање друштвена, а не индивидуална категорија. Интеракција између појединца који учи и друштвене средине може створити могућност да се знања до којих појединац самостално долази могу применити у решавању проблема из друштвене средине. Функционална знања до којих појединац на тај начин долази стварају основу за развијање математичке писмености. Пресудну улогу у овом процесу има друштвена средина и културни садржаји који утичу на индивидуални и институционални ниво учења и усвајања нових знања. Најзначајнији представници овог теоријског приступа су Лав Виготски (Lav Vigotski) и Џером Брунер (Jerome Bruner).

Пијажеова теорија је тежила да протумачи цео психолошки живот човека преко интериоризације, односно кроз процес преношења спољашњих дражи човека у област психичких дражи, у унутрашњост. Зато се ова теорија назива и теоријом интериоризације. Када је у питању развој деце, Пијаже сматра да је тај процес строго стандардизован и да се одвија по строго утврђеним фазама чији је редослед увек исти код свих јединки. Сазнања се стичу помоћу структура које су својствене сваком појединцу и које подразумевају систем мисаоних операција који се изграђује од најранијег детињства. Појединац и околина се налазе у сталној равнотежи. Ако дође до одударања од очекивања појединца од оног до чега је дошао посматрањем долази до когнитивне неравнотеже односно конфликта. Да би се равотежа поново успоставила неопходно је да појединац стекне нова сазнања и на тај начин се превазилази конфликт (Вилотијевић, 1999).

Основни покретачи на активност су, према мишљењу Пијажеа, исти код деце и одраслих. Оно што је заједничко је интерес који покреће на акцију, а кога чине одређене потребе, физиолошке, емотивне и мисаоне. Оно по чему се разликују су различита интересовања, на различитим стадијумима интелектуалног развоја. Когнитивни развој детета је резултат интеракције детета и његове средине. Пошто је интелигенција за Пијажеа само један пример биолошког система у коме владају исти закони као у свим осталим биолошким системима, у њему постоје два комплементарна процеса, организација и адаптација. Карактеристика свих живих бића јесте да се она прилагођавају својој средини и имају организациона својства која им омогућавају то прилагођавање. Па је тако когниција адаптивни систем који је увек организован. Процес адаптације чине два процеса, асимилација и акомодација. „Асимилација је активан процес који подразумева мењање података из спољашње средине, који за нас имају неки значај, све док их не усагласимо са постојећим схемама, тј. све док их не уклопимо у оно што већ знамо. Кроз овај процес долази до самосталне конструкције нових знања. Акомодација је процес мењања постојећих структура под утицајем спољашњих догађаја и њиховог усклађивања са новим искуством. Асимилација и акомодација делују тако да се као резултат њиховог деловања јавља прогресивни развој интелектуалних структура. Да би се успоставио баланс између активности организма на средину (асимилација) и средине на организам (акомодација) при чему долази до развоја нових структура уводи се појам уравнотежавање или еквилибрација” (Вилотијевић, 1999: 209). Под овим појмом се подразумева биолошки процес саморегулације односа између субјекта и средине који покреће когнитивни систем ка све вишим облицима равнотеже. Организован низ акција које се могу поновити у различитим ситуацијама и које се на њих могу уопштити јесу схеме. Интелектуални развој можемо означити као низ адаптација појединца на стварност (Пијаже и Инхелдер, 1982).

Захваљујући развоју појединца, поред устаљених функција, развијају се и одређене специфичне функције које карактеришу сваки од развојних периода од рођења до адолесценције. Пијаже је интелектуални развој поделио на четири карактеристична периода. Ти периоди су: „сензомоторни стадијум, стадијум предоперативног мишљења (интуитивне интелигенције), стадијум конкретних мисаоних операција и стадијум формално-логичких операција” (Вилотијевић, 1999: 208).

Свака особа мора да прође кроз ове стадијуме и то истим овим редоследом. Каснији стадијум се мора развити после ранијег зато што каснији стадијум подразумева когнитивне операције које су од операција које су биле карактеристичне за ранији стадијум сложеније. Отуда проистиче да сваки стадијум настаје из претходног и уједно представља припрему за следећи, при чему је редослед њиховог јављања непроменљив, константан и универзалан. Деца могу да пролазе кроз стадијуме различитом брзином, јер узраст на коме се неки стадијум јавља није фиксиран већ у великој мери развој зависи од утицаја средине која га може убрзати и успорити.

У периоду од седме до дванаесте године јављају се битне промене у мишљењу детета. За дете је овај период веома битна прекретница у менталном развоју јер се тада појављују сложене мисаоне операције као што су додавање, одузимање, класификација и серијација. Када се мисаоне операције карактеристичне за овај период упореде са мисаоним операцијама предоперационог периода може се уочити да је мишљење на овом узрасту организованије и флексибилније. Стадијум конкретних операција представља мост који повезује преоперационо мишљење малог детета и логичке структуре одраслог човека. Дете сада може ментално да извршава акције на реалним стварима и догађајима. Са појавом конкретних операција мења се и социјално понашање детета, па тако „полако нестаје егоцентризам, а социјализација убрзано напредује” (Вилотијевић 1999: 214). Деца, на овом узрасту, схватају морална и социјална правила игре, као и намере и гледишта других људи.

Одлучујућа способност која се јавља у овом периоду је способност решавања задатака конзервације. Дете сада схвата да се квантитативна својства предмета као што су боја, тежина и запремина, не мењају упркос променама у другим својствима, односно ако се промени њихов спољашњи изглед, облик, место и др. Ова способност се не развија код деце у исто време за све појаве. Па се тако најпре изграђује способност конзервације (задржавања) дужине затим тежине, а запремине тек око дванаесте године.

Ако посматрамо са становишта могућности развијања елемената математичке писмености, можемо закључити да ће се елементи математичке писмености код ученика развијати сходно њиховим когнитивним способностима и нису ограничене биолошким способностима. Дакле, није неопходно да ученик достигне одређени ниво биолошке зрелости како би се створиле могућности за развијање математичке писмености. Сходно својим сазнајним могућностима ученик ће развити одговарајуће способности које ће му омогућити да усвојена знања примене у решавању проблема који су дати у реалном окружењу.

Стадијум формалних операција, који наступа од једанаесте године, одликује се ослобађањем од конкретних објеката, а процес мишљења се одвија по законима формалних, логичких операција. Адолесцент не мора да се ослања на перцепцију, већ може да размишља о вербално исказаним хипотезама, да манипулише појмовима и симболима. Сада може да схвати и могућно, а не само реално и да разуме везу између њих. Мисао се ослобађа оног што је реално, што постоји и све више се бави замишљањем свега што би могло постојати.

Посебну пажњу у својим истраживањима Пијаже је посветио преласку из једног стадијума у наредни. Прелазак је објашњен преко три модела. Први модел подразумева да „узастопна достигнућа која обележавају поменуте стадијуме, просто последица притиска из околине, искуства или мање-више случајних сусрета са извесним видовима свакодневне друштвене и физичке околине" (Пијаже, 2008: 100). По овом тумачењу не постоји никаква нужност у процесу преласка на наредни стадијум, већ је прелазак узрокован утицајем средине. Друга могућност подразумева да су стадијуми изнутра одређене, односно да се узрок налази у наследној основи сваког појединца. По трећој концепцији, која је за Пијажеа најприхватљивија, узрок преласка на наредни стадијум је да из „стадијума произилази известан број целовитих структура, које постају нужне током развоја, али нису биле такве на почетку живота" (Пијаже, 2008: 100). То се може показати на примеру да формалне структуре постају нужне кад дете већ поседује конкретне операције.

Као основне факторе који утичу на развој детета Пијаже истиче зрење, искуство, социјална трансмисија и уравнотежење или еквилибрација. Тако се зрење схвата као „процес развоја који тече природним темпом и доводи до промена у мисаоном механизму" (Вилотијевић 1999: 220). У великој мери је когнитивни развој детета условљен развојем. У оквиру социјалне трансмисије Пијаже истиче утицај језика, образовања и социјалног искуства. Дете се може знатно развити под утицајем социјалне средине и образовања, али само онда када достигне одређени ниво у развоју. Морамо имати у виду да не достижу сва деца у исто време одређене узрасне карактеристике, па нам зато тај фактор не сме бити ограничавајући у развијању способности које ће створити основу за развијање елемената математичке писмености. Уравнотежење је битан фактор који се испољава када дете долази у сусрет са окружењем које одступа од његових представа и сазнања. Стицањем нових, потребних знања доћи ће до уравнотежења и превазићи ће се конфликт.

За наставни процес од посебне је важности да се успостави смислена комуникација између ученика и учитеља. Учитељ мора добро да познаје интелектуалне и сазнајне могућности својих ученика, као и невербалне ситуације којима ученик указује на своје карактеристике. То се може уочити преко начина седења, дететовог кретања, боје гласа и слично. У наставном процесу треба да напредује и учитељ, а не само ученик. Учитељ мора да настоји да створи пријатну атмосферу у школи и помоћи ће деци да не стварају ружну слику о себи. Да би настава била ефикасна, према теорији о сазнајном развоју Жана Пијажеа, неопходно је да наставни садржаји буду прилагођени према развијености интелектуалних функција ученика и да је образовање засновано на спонтаном учењу и развоју што у међународним тестирањима може одговарати дефинисаним нивоима од наједноставнијих знања до најсложенијих способности. Нивои су по степену сложености дефинисани од наједноставнијих когнитивних способности до најсложенијих.

Основна замерка која се упућује Пијажеу је та што није узео у обзир да поједина деца раније достижу одређени интелектуални ниво од оног који је он навео у својим стадијумима. Са друге стране поставља се замерка зашто нису узете у обзир сазнајне могућности предшколске деце. Критичари не прихватају ни његово становиште да је когнитивни развој условљен само биолошким чиниоцима и да учење нема никаквог утицаја. Биолошки чиниоци као битан фактор у сазнајном развоју ученика може представљати основу, али се комплетан процес мора темељити на когнитивним могућности ученика. Период конкретних операција у коме се ученици ослањају на конкретне примере који су дати може представљати основу на којој ће се развијати елементи математичке писмености. Полазиште за усвајање знања могу бити конкретни садржаји који су дати у окружењу ученика. Кроз решавања ових примера ученик стиче способности примене усвојених знања у решавању проблема из реалног живота.

Инспирацију за своју теорију Алберт Бандура (Albert Bandura) налази у Пијажеовом раду и своју теорију назива теоријом социјалног учења. Учење је код њега, као и код Пијажеа, индивидуални процес, који подразумева активну улогу појединца уз посебан нагласак на социјалне аспекте учења. Оно што карактерише овај теоријски приступ је да сваки појединац веома често учи посматрањем и опонашањем одређеног модела. Ово опсервационо учење или моделовање може дати објашњење за различита понашања појединца. Опсервационим учењем се може утицати на многе аспекте развоја и формирања појединца. На тај начин се могу усадити и обликовати одређене моралне норме и ставови код деце и многе друге особине личности које су код других теоретичара сматране плодом сазревања личности.

Појединац се налази у сталној интеракцији са друштвеном средином у којој живи и делује. Како последица тога може доћи до колективног посредовања што доприноси да се живот појединца у знатној мери унапреди. Интризичка или унутрашња мотивација је веома битан фактор социјалног учења због унутрашњих стања који су покретачи појединца. Све научено кроз процес социјалне интеракције, Бандура сматра, може се испољити у понашању (Bandura, 1997).

Битна питања на која је Бандура дао одговоре у оквиру своје социјалне теорије је и питање које се односи на капацитет појединца за самопосматрање и саморегулацију емотивног одговора и савладавање одређених изазова. Од степена самоефикасности (*self-efficacy*) зависе промене у понашању, јер од веровања у сопствене способности зависи савладавање препрека у животу. Ово су управо фактори чији се ефекти на развој и постигнућа ученика испитују у оквиру PISA и TIMSS студије. Самоефикасност утиче на то како ће људи мислити, бити мотивисани и како ће се понашати као крајње исходиште. Степен самоефикасности се одређује кроз различите информације које се добијају путем посредног или непосредног искуства. Одавде проистиче да се самоефикасност конструише кроз различите контекстуалне факторе (Bandura, 1982).

Као општи закључак може се истаћи да „когнитивни конструктивисти, попут Пијажеа и Бандуре, баве се интраписихичким процесима, у њиховом фокусу налази се процес индивидуалног учења у колективу (који представља само један део контекста учења), док је значај социокултурног окружења мање важан” (Чапрић, 2016: 38).

Теорију Жана Пијажеа о развоју сазнајних способности даље је разрадио Џером Брунер (Jerome Bruner). За разлику од Пијажеа, Брунер сматра да за развој сазнајних способности није само довољно да дете достигне одређени узраст, већ је веома важан утицај средине која може тај процес да убрза или да успори. За развој способности је битан организован рад појединца и услови које намеће средина у којој се дете развија. Брунер се притом залагао да се сазнања до којих се дошло о природи и развоју когнитивних способности примене на образовну праксу. Школско учење, по његовом мишљењу, у многоме доприноси да се већ стечена знања интегришу са новим информацијама како би се искористила за касније учење. За учење истиче два битна фактора, при чему се први односи на то да је у најранијем школском узрасту когнитивна основа слабо развијена и у многоме зависи од емоција и мотивација, а други фактор се односи да школско учење не прати интересовања и потребе ученика, па је зато учење у школи постало неприродан процес. Он наглашава циљеве образовања не треба свести само на пружање чињеничних информација, већ треба подстицати развој мишљења и самостално истраживање ученика. Развој мишљења подстиче активне видове учења коју су у основи оспособљавања ученика да усвојена знања примене у решавању проблемских задатака из свакодневног учења. Становиште да се знања која је ученик усвојио повезују са новим информацијама указује на могућности да ученици до информација могу доћи из различитих извора. Способност ученика да пронађе и критички вреднује одређену информацију представља значајну ставку у развијању математичке писмености.

Брунерова теорија је посебно интересантна зато што сматра да је когнитивни развој ступњевит. За разлику од Пијажеа, који је занемарио знања која деца доносе из предшколског периода, Брунер је сматрао да предшколско искуство које дете има битно утиче на успех у учењу. TIMSS истраживање потврдило је ову претпоставку, јер су ученици који су дуже похађали предшколски програм, постизали знатно боље резултате. Полазак у школу за дете представља и суочавање са одређеним ограничењима и забранама, што може да изазове отпор у когнитивној активности детета. Зато је неопходно дете припремити у предшколској установи на постепен прелазак са акционог и иконичког начина представљања на симболички. Све ученике дели у две групе, на успешне који уче задате наставне садржаје и неуспешне који имају одбојан став према учитељу и учењу. Којој ће групи ученика дете припасти зависи од његове припремљености у предшколском и раном школском узрасту. Дужина похађања предшколског програма показала се као битан фактор у постигнућима ученика на међународним TIMSS истраживањима. Ученици који су предшколску установу похађали дуже од три године постигли су знатно боље резултате од осталих ученика (Марушић Јаблановић и сар. 2017; Ђерић и сар. 2020). Зато не треба занемаривати знања са којима ученици долазе из предшколског периода, јер она представљају основу за развој когнитивних способности код ученика.

Стицање знања и развој интелектуалних способности зависи од начина представљања унутрашњег искуства, а начин и циљеви представљања одређују које ће се информације из спољашњег света запазити и запамтити. Зато Брунер истиче да сваки човек у свом развоју пролази кроз три начина презентације, *акционо, иконичко и симболичко*, при чему се они појављују овако наведеним редом. Ова интеракција између појединца и средине јавља се веома рано у животу овим редоследом, а касније се преплићу и настављају да делују током целог живота. На овој интеракцији појединца и средине треба инсистирати и у каснијем развоју ученика, не само у предшколском периоду, јер овај процес може довести до формирања способности које ће створити основу за примену усвојених знања у решавању проблема из реалног окружења. Развој функционалних знања подстаћи ће развијање математичке писмености и код ученика млађег школског узраста За акциони начин презентације, који се везује за предшколски узраст, карактеристична је акција и показивање покретима, при чему изостаје машта и речи. Иконичка или сликовна презентација је заснована на машти. Појмови бивају замењени сликама и графичким приказима. Овај начин презентације достиже врхунац око пете и седме године и засновано је на перцепцији и рационалном. Овај начин презентовања ствара основу за касније успешно учитавање и уношење података у одговарајуће табеле или графичке приказе. Брунерова тврдња да се ове способности развијају око седме године живота, показује да се са постепеним усвајањем ових садржаја може почети још са ученицима првог разреда основне школе. На млађем школском узрасту дете почиње слике и покрете да замењује конкретним појмовима вршећи њихову хијерархију по одређеном критеријуму, као и њихово међусобно комбиновање. Како се у овом случају ствари приказују преко симбола то доводи да се дете удаљава од конкретног и опажајног.

Како наводи Вилотијевић, Брунер је свој „став о развоју интелектуалних способности формулисао у шест тачака:

1. Учење не зависи непосредно од дражи, тј. реакција је увелико независна од стимулуса. Што су знања сложенија, учење мање зависи од дражи (стимулуса) која се измени пре реакције, јер човек у дражи открива оно што је битно и, на основу тога, одлучује о свом понашању.

2. Развој зависи од тога колико појединац трајно усваја и ускладиштава битне чињенице, колико оне постају део њега самог (интериоризација) и помажу му да, на основу њих, гради свој модел света који га окружује.

3. Паралелно са интелектуалним развојем расте способност појединца да општи, усмено или писмено, са својом околином, да саопштава мисли, осећања, намере, да на основу својих логичких структура, систематизује информације.

4. Од интеракције ученик – учитељ (васпитач) битно зависи интелектуални развој и зато треба настојати да та интеракција буде систематична и усмерена.

5. Основно средство наставе је језик, јер се њиме конкретизују и размењују мисли, јер је основа за лично формирање модела спољњег света.

6. Интелектуални развој увећава способности да се у решавању задатака користи више могућности, да се узме у обзир више одредница”(према: Вилотијевић, 1999: 244).

Основну замерку коју поставља савременој настави је претерани вербализам и формализам, где нема простора да се искаже активност ученика. Брунер сматра да наставни процес треба организовати тако да ученици што лакше и брже продру у структуру градива и знања. Под структуром подразумева основне идеје неке дисциплине и везе међу тим идејама. Када ученици савладају структуру једног предмета, олакшава се примена и трансфер на нове примере и садржаје, при чему се постиже економичност у учењу и активно користе већ стечена знања. То значи да, разумевањем структуре једног предмета подразумева да уз једну чињеницу ученик може да веже низ других, које са њом могу да стоје у блиској, разумљивој и узајамној вези. Дакле, разумевање одређене структуре значи схватање природе веза међу њеним елементима. Поред могућности примене усвојених знања у оквиру једног предмета или на сличне предмете, кроз овај процес, ученик се оспособљава да знања примени и на решавање проблема из блиског окружења. И поред тога што је математика апстрактна наука, морамо се везати за примере који су дати у реалном окружењу и за конкретне проблемске ситуације које су по свом садржају ученику блиске.

Утицај средине и културе се битно одражава на когнитивни развој. Насупрот Пијажеу, Брунера интересује на основу којих психолошких механизама се формира ментални процес. Брунер посебно истиче улогу језика у процесу когнитивног развоја, по чему се битно разликује од Пијажеа, који сматра да језик има секундарни значај за когнитивни развој.

Виготски (Vigotski) се у својој теорији о сазнајном развоју детета бавио социјалним, културним и историјским развојем битних менталних функција као што су намера, пажња, логичко и појмовно мишљење. Сматра да постоје унутрашње и спољне активности, при чему спољашње обухватају људско деловање на спољашње предмете, а унутрашње подразумевају манипулисање замишљеним сликама и знаковима који у свести замењују предмете који реално постоје. Виготски истиче да су све специфичне функције стечене и да се даље развијају учењем. Психичке функције се развијају постепено, а све развојне фазе су међусобно функционално повезане. Као и Пијаже, сматра да свака нова фаза у развоју садржи по неку карактеристику претходне фазе, при чему се нова фаза не може савладати док се не савлада претходна. Виготски истиче да „психичке функције могу бити ниже (моторичка активност, чулни доживљај, механичко памћење) и више (усмерене перцепције, логичко памћење, мишљење)” (према: Вилотијевић, 1999: 225). Више психичке функције су сложеније и подлежене су променама тако да се на њих може утицати у току наставног процеса.

Развој психичких процеса је условљен утицајем друштвених фактора. Социјализација и процес развоја јединке теку паралелно. У процесу развоја појмова постоје три етапе, *синкретичка, етапа комплекса и етапа правог појма.* За децу предшколског узраста је карактеристична синкретичка етапа где деца групишу предмете према небитним одликама. За етапу комплекса је карактеристично да деца на старијем предшколском узрасту предмете групишу према чулном искуству, а веома ретко према значењу. На почетку основношколског образовања предмете групишу према битним својствима, па је ово етапа правог појма. Код деце се спонтани појмови формирају на основу чулног искуства, док се научни појмови формирају систематским учењем у току школовања.

Развој мишљења је у многоме условљен развојем говора, који представља средство мишљења. Поред језика на развој утиче и социјално-културно искуство детета. Са становишта усвајања математичких садржаја код ученика процес развоја говора посматрамо кроз природни говор и математички говор. Постепени прелазак са природног на математички говор је добро и најбоље се може развити кроз учење засновано на реалним ситуацијама. Кроз решавање проблема датих у реалном окружењу, који су исказани природним говором, намеће се потреба да се проблем преведе у математички, а самим тим и употреба математичког језика. На овај начин ученици усвајају математичку терминологију кроз примере из реалног живота.

Основно питање које се поставља и коме се придаје велика пажња је однос учења и развоја. Најраспрострањеније становиште је да су учење и развој два независна процеса, па тако „развој детета тече по природним законима, а учење је условљено степеном дечје зрелости” (Вилотијевић 1999: 231). Друга група аутора је сматрала да развој претходи учењу. Зато је суштинска разлика између Пијажеове теорије и теорије когнитивног развоја Виготског у тумачењу редоследа учења и развоја. Насупрот Пијажеу, Виготски сматра да је однос између учења и развоја јако сложен и узајаман. Виготски истиче да се несугласице око односа развоја и учења решавају тврдњом да учење каска за развојем, јер развој треба да прође кроз одређене етапе, да дође до зрења како би учење било могуће. Из наведених ставова Виготски је дао закључак да учење не мора пратити развој и не мора да иде у корак са њим, већ може и претходити развоју и у великој мери га подстиче.

Учење је добро само онда ако претходи развоју. Оно би било сасвим непотребно када би могло да употреби само оне психичке функције које су већ сазреле, кад не би било извора настајања нових. Учење је најбоље када се одвија у оквиру раздобља одређеног *зоном наредног развоја*. Ова зона се дефинише као разлика у постигнућу када дете ради само и када ради у сарадњи са одраслима или компетентним вршњацима. Оно што је посебно важно за учење у процесу сарадње детета и учитеља подизање интелектуалних могућности детета на виши ниво. То чини основну садржину зоне наредног развоја и на томе се заснива целокупан значај учења за развитак. „Учење је добро када код појединца изазива низ функција које сазревају и налазе се у зони наредног развоја" (Вилотијевић 1999: 236). Према Виготском, постоји најнижи праг учења испод којег је учење немогуће, односно ако нису развијене одређене психичке функције, нема ни учења. Постоји и горњи праг који подразумева да ако су функције на које се дете ослања у процесу учења потпуно сазреле, поново је учење без ефекта. Само између ова два прага учење може бити успешно. То је оптималан период за учење када се оно ослања на функције које нису сазреле,а које ће се у потпуности развити под утицајем учења (Вилотијевић, 1999). Зона наредног развоја представља оптималан период у коме се могу развити интелетуалне способности код ученика, а које су неопходне у решавању одређених проблема из реалног окружења.

Виготски (Vigotski, 1977) је утврдио да је говор веома битно средство за интериоризацију. Захваљујући говору, одређени облик предметне активности преноси се на мисаони план, јер се мисао одвија на нивоу вербалних знакова који представљају уопштене облике реалности. Временом гласни говор прелази на унутрашњи план, затим у тихи говор за себе, потом прелази на чисти ментални план када и долази до генерализоване конструкције односа између предмета и појава стварности. За разлику од Виготског, Пијаже је сматрао да говор има секундарну улогу у когнитивном развоју.

Основне категорије у Оусубеловој теорији су смислено учење и когнитивна структура. Оусбел истиче да грађа коју ученик треба да савлада мора бити смислена и повезана са градивом које му је већ познато, односно ако је смештено у контекст који је познат ученику. Ученик ће лакше усвојити ново градиво ако у својој когнитивној структури већ поседује нека знања која ће повезати са новим знањима. „Ово повезивање назива се субсумција и она може бити деривативна када су нови садржаји веома слични ранијим и корелативна када материјал који треба савладати нов у толикој мери да су потребне измене у већ формираним когнитивним структурама" (Вилотијевић, 1999: 280). За наставни процес је важно „експозиторно поучавање које се заснива на вербалном излагању учитеља супротно настави путем открића које захтева огромно време" (Вилотијевић, 1999: 280).

Велики значај у Оусубеловој концепцији имају организатори напредка који подразумевају скуп појмова и идеја са којима је неопходно ученике упознати пре него што им се презентују нови садржаји. „Када не постоји повезивање старог и новог долази до заборављања и тај процес се назива *облитеративном субсумцијом"* (Вилотијевић, 1999: 281). Организатори напредка могу бити експозиторни и компаративни. Експозиторни се користе када треба изложити потпуно нову грађу, а комперативни када треба изложити ученицима донекле познату грађу и указати на сличности и разлике између новог садржаја и већ постојећег знања. У ту сврху се користи дискриминативност. Учениково знање је стабилно уколико може да одвоји ново градиво од претходно наученог. Много се брже заборавља градиво које је врло слично претходном знању, а неслична материја се дуже задржава у памћењу (Вилотијевић, 1999).

Посматрано са становишта когнитивних теорија учења развијање елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста је могуће сходно когнитивним могућностима ученика. Биолошки развој, коме Пијаже даје предност у својим разматрањима, нема доминантну улогу, јер само достизање биолошке зрелости није довољно за развијање одређених способности код ученика. Активна позиција ученика која је постављена као темељ конструктивистичког приступа, ствара основу за приступ учењу који доприноси развијању елемената математичке писмености. Кроз процес конструкције својих знања и кроз интеракцију коју остварује са учитељом и непосредним окружењем, ученик се оспособљава да стечена знања примени у различитим ситуацијама. Ту убрајамо и примере који су повезани са свакодневним реалним окружењем, а који су предмет развијања елемената математичке писмености. Томе погодује и развојни период који се по Пијажеу односи на конкретне операције, а који доноси промене у развоју мишљења које ће томе допринети. Можемо закључити, да се способности које могу допринети побољшању математичке писмености могу развијати код ученика млађег школског узраста, али морамо имати у виду њихове когнитивне способности. Поред њих, као битни фактори се издвајају развој језика који је битан за разумевање одређених математичких садржаја и интеракција коју појединац остварује са средином у којој учи.

3.2. Теоријски модели учења као основ за развијање елемената математичке писмености

Учење, као један комплексан процес, има различита тумачења и гледишта са аспекта бројних теорија које о овом процесу говоре. На темељима теорија које већ постоје (Vigotski, 1977; Bandura, 1997; Пијаже, 2008; Пешикан, 2010), веома често настају нове, употпуњене новим сазнањима до којих се дошло експерименталним радом. Савремене теорије се постепено удаљавају од тумачења традиционалног начина учења и све више пажње посвећују самом процесу мишљења. Оне полазе од претпоставке да учење није само когнитивни процес, већ конструктивистички који битно истиче и социјалну активност. Социјални конструктивизам истиче да се кључне промене у развоју јединке изграђују и настају у њеној социјалној интеракцији, где долази до конструкције и реконструкције већ постојећих знања. Учитељ је тај који креира ситуације које доприносе да ученик самостално конструише своја знања, чиме његова функција у том процесу постаје активна и до изражаја долазе индивидуалне способности сваке јединке. Од великог значаја је да учитељ ученике, у процесу самосталне конструкције знања, усмерава на развијање способности које ће им омогућити да усвојена знања примене у решавању проблема из реалног живота. Кроз процес решавања проблема из реалног живота који су ученицима блиски, могу самостално конструисати своја знања, што су основне поставке конструктивистичког приступа учењу.

Теорије које се баве социјалним контекстом учења настале на темељима теорије Лава Виготског и познате су под називом неовиготијанска схватања. То су:

1. „Теорија подупирања (scaffolding)

2. Теорија вођене партиципације
3. Теорија ситуационог учења
4. Теорија трансформативног учења
5. Теорија активности и експанзивног учења” (према: Чапрић, 2016: 44).

У становиштима ових теорија можемо пронаћи утемељење за развијање елемената математичке писмености.

Теорија подупирања (scaffolding)

Вуд, Брунер и Роси (Wood, Bruner & Ross, 1976), развили су теорију учења која указује да је значајно обезбедити адекватну подршку у процесу когнитивног развоја деце. У основи ова теорија представља допуну теорије Лава Виготског у делу где се истиче значај зоне наредног развоја. „Одрасла особа је та која *подупире* учење детета, па се овај процес сликовито назива *модел грађевинске скеле (scaffolding)*” (Чапрић, 2016: 44). То је процес где једна особа представља ослонац и помагач у остваривању постављеног циља који појединац не би могао остварити без помоћи са стране. Интелектуални капацитети особе која подупире процес учења су изнад ученика кога подучава и он је тај који контролише процес усвајања знања усмеравајући његову пажњу на елементе који су у оквиру његових већ постојећих знања и могућности. Ученик у процесу учења није препуштен самом себи, а у тренутку кад се нова знања усвоје, као и у грађевини, уклањају се скеле и пружа се могућност да ученик сам даље напредује.

Процес подупирања се изводи на следећи начин: учење је засновано на размени информација, где учитељ настоји да придобије пажњу детета и усмери је на решавања задатка, редукује садржај задатка до нивоа који је ученицима препознатљив и који ученици могу да савладају. У наставку учитељ управља процесом решавања проблема, означава нове непознате садржаје контролишући ниво фрустрације ученика, показује решење проблема које ученик може да усвоји и савлада (Wood, Bruner & Ross, 1976, према: Чапрић, 2016). Овај концепт учења се може примењивати у свим животним добима и у различитим образовним ситуацијама.

Концепт учења који подразумева подршку од стране старијих ученика у савладавању наставног градива, може имати посебну примену у организацији васпитно-образовног процеса на млађем школском узрасту. Помоћ у виду усмеравање, подршке и подстицаја омогућава ученицима да успешно решавају задатке који се пред њима нађу. Овај вид учења се може применити у процесу решавања задатака повезаних са реалним животом, а за чије успешно решавање је ученицима потребна помоћ учитеља. На тај начин се ствара основа за развијање елемената математичке писмености код ученика млађег школког узраста.

Теорија вођене партиципације

Барбара Ругоф (Barbara Rogoff, 1995) је творац концепта вођене партиципације (guided participation) који истиче да се интегрисани развој детета одвија у културном контексту. То подразумева да се когнитивни развој детета одвија у процесу *шегртовања,* где се у социјаној активности вођена партиципација од стране компетентније особе спроводи са циљем да допринесе проширивање дечијег разумевања и способности коришћења културних образаца и ресурса. Овај процес се најчешће дефинише као дијадни систем у коме учествују две особе које имају различити ниво знања и компетенција.

Међутим, овај процес може имати много шире значење и може се односити на мањи број људи окупљених у друштвеној заједници где свако има своју одређену улогу, или укључивање вршњака који су компетентнији у том процесу. У процесу *шегртовања* није само ученик тај који напредује и усваја нова знања, већ је и сам предавач одговоран за свој напредак (Rogoff, 1995, према: Чапрић, 2016). Верч (Wertsch, 1991), такође истиче да се више менталне функције не могу развијати у простору који је одвојен од осталих утицаја, већ сматра да на тај процес знатно утиче социјални, културни институционални и историјски концепт (Wertsch, 1991, Cole & Wertsch, 1996, према: Чапрић, 2016). У својим разматрањима Верч је дао значајан допринос разумевању зоне наредног развоја, описујући је за „сложено преговарање око значења целине, ситуације и њених различитих аспеката. Заједничко значење ситуације се не тумачи као спој интрапсихичких садржаја, већ је конструисано интерпсихички кроз процес преговарања” (према: Чапрић, 2016: 46).

Из наведених теоријских тврђења се може закључити да се когнитивни процеси не третирају као изоловани усмерени на анализу, већ је то заједничка активност у којој ученик активно учествује. Развој когнитивних способности се у овом концепту учења посматра као процес у коме је битна интеракција појединаца који су на различитим нивоима знања. То не мора увек бити учитељ, већ то могу бити и вршњаци који су успешнији у савладавању садржаја. Значајност подршке коју учитељи пружају ученицима тема је испитивања међународно PISA тестирања чије ефекте на постигнућа ученика испитује. „Утврђено је да ученици који имају позитиван став о перципираној подршци учитеља на часовима постижу више вредности на тестирањима” (Виденовић, Чапрић, 2020: 149). Зато би овај вид учења дао значајан допринос развијању елемената математичке писмености.

Теорије ситуационог учења

Теорије које полазе од претпоставке да знање настаје као продукт активности, контекста и културе и да је учење постављено у одређени контекст, су теорије ситуационог учења (*situated learning*) и ситуационе когниције. Свако учење које се одвија у ситуационом контексту није издвојено и самостално, већ је саставни део оног што је већ научено. У процес учења се морају укључити све три димензије, активност, концепти и култура који су међусобно зависни и повезани (Brown, Collins & Duguid, 1989, према: Чапрић, 2016). То подразумева да у процесу учења долази до интеракције између ученика, са једне стране и средстава која се користе са друге стране уз одређење социјалног контекста у ком се учење одвија.

Лаве (Lave, 1996) је закључио да у студији која приказује примену математике у реалном свету при куповини у супермаркету, долази до закључка „да је учење процес који се стално понавља у коме одрасли делују и сарађују у различитим социјалним ситуацијама” (према: Чапрић, 2016: 47). Одрасли који су усвајали на школски начин математичке садржаје постављени су да решавају проблемску ситуацију насталу при куповини у супермаркету. Као што је истакнуто ситуационо учење подразумева интеракцију у којој су један од чиниоца средстава. У овој ситуацији су то производи, куповина, попусти, а сама интеракција међу учесницима у куповини представља социјални контекст за учење. Дакле, ако се јединка постави у одређену реалну ситуацију, где долази до интеракције са другим људима, долази до процеса учења. Зато место где постоји социјална интеракција и алати за учење представљају најбољу средину за процес учења.

Ситуациона когниција се не мора увек односити на конкретну ситуацију коју одређује тачно време и простор, већ то може бити одређена социјална акција у коју је укључена одређена група људи. Интеракција се одвија међу вршњацима, експертима и особама које су компетенције и имају одређена сазнања која доприносе разумевању процеса усвајања знања. Развојне промене до којих долази подразумевају три форме, промене на личном (персоналном) плану, промене на интерперсоналном плану између учесника у овом процесу, као и друштвене промене на нивоу институција, док је ситуационо учење најчешће спонтано. Лаве и Венгер (Lave & Wenger) „теорију ситуационог учења допуњавају концептом заједнице пракси које подразумевају самоорганизоване и селекционисане групе људи које деле иста интересовања и желе да уче једни од других” (Lave & Wenger, 1991; Wenger, 2009, према: Чапрић, 2016: 48).

Један од облика ситуационог учења које се може применити у традиционалној наставној пракси као алтернатива је когнитивно шегртовање. „Оно се заснива на парадигми моделовања, након чега следи подупирање и на крају се уступа место аутономији ученика. Овај начин учења доприноси унапређењу вештина и разумевању путем размене искустава са другим учесницима у социјалном контексту који је аутентичан” (Rogoff 1995, према: Чапрић, 2016: 49).

Колинс, Браун и Њумен (Collins, Brown & Newman, 1987), зачетници идеје о когнитивном шегртовању, сматрају да постоји шест могућих метода рада учитеља дизајнираних тако да је ученицима омогућено посматрање, учествовање, осмишљавање и откривање стратегија у процесу учења. Прве три методе учења обухватају процесе усвајања когнитивних и метакогнитивних вештина код ученика, а све то се врши кроз процесе посматрања и подупирања. То су *моделовање,* где едукатор поставља задатке, а ученик изграђује концептуални модел; *вођење,* где едукатор упућује повратне информације и даје смернице за рад; *подупирање,* које обухвата подржавање ученика у процесу учења. *Артикулација* и *рефлексија* су две методе које су испланиране тако да доприносе усмерењу фокуса ученичке пажње на решавање одређеног проблема и постепено преузимање контроле над сопственим стратегијама за решавање задатог проблема. *Артикулација* омогућава ученицима да своја знања артикулишу у процесу решавања проблема. Ова метода подразумева размишљање наглас уз сарадњу са другим учесницима што доводи до одређених закључака битних за решавање задатог проблема. Рефлектовање сопствене праксе и упоређивање различитих начина решења задатог проблема обухвата метода *рефлексије.* Од посебног је значаја да ученик самостално анализира сам процес и начин на који је дошао до решења и упореди свој поступак са другим учесницима. Последња метода је *испитивање* које је усмерено на охрабривање ученика да се њихов рад не састоји само у преиспитивању, постављању и истраживању хипотеза за савладавање одређеног проблема, већ да самостално постављају нове проблеме које треба решити (према: Чапрић, 2016: 50).

Модел ситуационог учења који подразумева учења у одређеном контексту представља вид учења који може допринети развијању елемената математичке писмености. Управо је једна од димензија математичке писмености контекст у коме је одређени задатак дат. Когнитивне вештине и методе учења у виду моделовања, вођења, подупирања, артикулације, рефлексије и испитивања, које ситуационо учење подстиче, могу бити основа за оспособљавање ученика да усвојена знања примене у решавању проблема из реалног окружења, што је основ математичке писмености.

Теорије трансформативног учења

За разлику од претходних теорија чија се становишта о учењу и савладавању нових стратегија усвајања знања односе на младе и децу, теорија трансформативног учења се у већој мери односи на учење одраслих. Концепцију учења одраслих заступа Џарвис (Jarvis, 1987) сматрајући да је у недовољној мери размотрена рефлексија, као и да недостаје емпиријска подршка у оквиру које би биле укључене и културне разлике у когнитивном и комуникативном стилу. Он сматра да процес учења почиње искуством које појединац већ има, после којег следи опажање нових ситуација које се у неким сегментима раликују од искуства које појединац већ има, даје јој одређено значење, разрешава различитости, примењује га у пракси и долази до сасвим новог искуства. Овај процес карактерише пролазак кроз различите фазе од којих неке резултирају учењем и усвајањем нових знања и стратегија учења.

Џарвис начин одговора на искуство разврстава на четири категорије у оквиру којих постоји девет различитих типова искуственог учења (Jarvis, Holford, & Griffin, 2003):

а) „Реакције које нису учење: *претпоставка* је типичан одговор у свакодневном животу који је механички и утемељен на веровањима да се свет не мења и да праксе које су биле делотворне поново могу довести до решења.

б) Инцидентално учење: представља три врсте реакције: *неразматрање* (као реакција може да наступи из различитих разлога, нпр. страх, преокупираност обавезама, неразумевање ситуације). *Одбијање* настаје због процене појединца да не треба на свако искуство реаговати и да такво искуство не доноси никакву добит и ново сазнање.

в) Нерефлексивно учење: представља *подсвесно учење* искуство које индивидуа несвесно интернализује. *Учење вештина* односи се на мануелне вештине које појединац стиче имитацију и учење улога и *меморисање* које се односи на усвајање информација које ће касније бити коришћене.

г) Рефлексивно учење: се разматра у три категорије: *контемплација* која се односи на размишљање о искуству без разматрања ширег социјалног контекста и доношења закључака. *Рефлексивно когнитивно учење* се односи на учење које се дешава у реалности и демонстрира како индивидуе размишљају и осмишљавају нова теоријска знања. *Активно учење,* као финална форма учења, је искуствено учење које продукује нове вештине и знања. Оно подразумева учење вештина и концепата који се налазе у основи праксе, кроз анализирање когнитивних и афективних аспеката искуства које води даљем унапређењу” (према: Чапрић, 2016: 52–53).

Проблематиком трансформативног учења бавио се и Мезиров (Mezirow). Овај процес учења Мезиров „посматра као трансформацију референтних оквира тако да се учине инклузивнијим и дискриминативнијим, отвореним и рефлективним и емоционално промењљивим” (према: Чапрић, 2016: 54). Основни оквир представљају културне или језичке стуктуре на којима се конструише нова знања која дају смисао и целовитост постојећем искуству. Овако усвојена знања се састоје од когнитивне, конативне и емоционалне компоненте.

Значај теорије трансформативног учења огледа се у скретању пажње на конструкцију искуства које настаје под утицајем већ постојећих менталних шема знања и искуства која индивидуа поседује.

Са становишта теорија трансформативног учења учење као процес код одраслих се темељи на искуствима које појединац већ има. У контексту могућности развијања математичке писмености код ученика млађег школског узраста можемо посматрати значајност предзнања које ученици при поласку у школу доносе из предшколске установе. О значају дужине похађања предшколске установе сведоче резултати међународног TIMSS тестирања (Марушић Јаблановић и сар. 2017, Ђерић и сар. 2020). Учење које се дешава у реалности, ако и активно учење према заступницима рефлексивног учења, доприноси развијању нових вештина и знања што је кључ у развијању елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста.

Теорија активности и експанзивног учења

Теорија активности полази од становишта које се раликује од других теорија које сматрају да учење мора претходити активностима. Она је усмерена на интеракцији активности и ума која се одвија у одређеном контекста који има значајан утицај на развој мишљења. Посебан нагласак је дат на институционалним контекстима. Теорија се превасходно темељи на културно-историјској теорији Лава Виготског, а своја утемељења налази и у филозофији Канта и Хегела, као и радовима Леонтијева и Лурије (према: Чапрић, 2016: 56).

Триангуларни модел Виготског је основно полазиште за теорију активности. Три елемента која Виготски истиче су субјекат, објекат (предмет) и посредници. „Субјект су јединке или групе које активно учествују у систему активности, објекат је материјал или проблем према ком је активност усмерена и која је трансформисана у исходе преко посредника. Објекат активности и његова трансформација у саму активност даје сврху самим активностима” (према: Чапрић, 2016: 56). Знања о објекту стичу се интеракцијом са спољним светом уз посреднике што доводи до одређених исхода у учењу.

Теорију активности је даље разрадио фински научник Енгстром (Engeström, 2001), као *културно-истријска теорија активности.* Енгстром фокус ставља на институције, за разлику од претходних становишта где је у центру била индивидуа. Како би употпунио триангуларни модел, он уводи још три елемента, заједницу, правила и поделу рада. Заједница обухвата учеснике у активности, подела рада обухвата расподелу задатака, док су правила експлицитне или имплицитне норме која се регулише интеракцијом унутар система. У целом овом процесу најзначајнија је само активност као основна јединица система. Она је свесна, мотивисана и усмерена на објекат.

За разумевање теорије активности од посебног је значаја анализирати контекст у ком се активности одвијају. Енгестром је дао дефиницију пет принципа теорије активности (Engeström, 2001):

1. *„Основна јединица анализе је колективни, посредован и објективно оријентисан систем активности посматран у мрежним односима са осталим системима активности.*
2. Други принцип система активности односи се на *вишегласност*.
3. Трећи прицип је *историчност*.
4. Четврти принцип се односи на *контрадикцију*.
5. Пети принцип предвиђа могућност *експанзивних трансформација* у системима активности” (према: Чапрић 2016: 58–59).

Индивидуе у процесу усвајања знања усвајају чињенице које су променљиве и веома често недовољно разумљиве. У сталним променама како личне тако и организационе праксе уче се нови облици активности који још увек нису установљени. Зато традиционални модели учења не представљају добру основу и недовољни су за проучавање учења у одређеном контексту организације, где целокупан контекст активности мора да се преиспита и где се учење појединца сагледава у контекстима конкретних процеса организационе промене. Стога се у центар активности поставља експанзивно учење које је засновано на социокултурним теоријама. Овај вид учења подразумева борбу коју практичари воде кроз развојне трансформације у њиховом систему активности на путу ка колективној зони наредног развоја (Чапрић, 2016). Експанзивно учење подразумева да ученик учи нешто што још није изграђено, по чему се и разликује од трансмисивног и партиципативног учења. Овај вид учења обухвата конструисање нових објеката и концепта за колективне активности и имплементацију у пракси. Процес имплементирања знања у наставној пракси за решавање одређених проблема из реалног живота ствара основу за развијање математичке писмености код ученика.

Од свог настанка, теорија експазивног учења, нашла је значајну примену у оквиру истраживања која су се подразумевала увођење новина у производним и различитим услужним делатностима, од којих је знатан број истраживања посвећен питању образовања. У образовању појединца кључни фактор је учење које се са становишта теорија активности и експанзивног учења посматра као активан процес интеракције ума и активности. На тим полазиштима се формирају активности које могу имати примену у пракси и дати допринос у решавању задатака датих у реалном контексту.

Посматрано у контексту могућности развијања елемената математичке писмености код деце млађег школског узраста, све разматране теорије дају потпору том процесу. Почевши од конструктивистичких и социоконструктивистичких теоријских одређења који сматрају да је процес усвајања знања активан у коме ученик активно учествује, преко неовиготијанских схватања које у обзир узимају социјални контекст учења, можемо закључити да је за развијање способности неоходних за математички писмену јединку условљено когнитивном основом ученика и подржано факторима из социјалне средине. Теорија која посебно разматра могућности развијања елемената математичке писмености и настала је у циљу побољшања математичке писмености је Теорија реалистичног математичког образовања (РМО).

3.3. Теорија реалистичног математичког образовања – полазиште за конципирање приступа за развијање елемената математичке писмености

Утемељивачи теорије *Реалистичко математичко образовање* су Фројдентал (Freudenthal), Ван ден Хеувел Панхуизен (Van den Heuvel-Panhuizen), Гравемеијер (Gravemeijer), Стрифленд (Streefland) и Треферс (Treffers). Треферс (Treffers, 1987) „наводе следеће карактеристике реалистичног приступа у настави математике: 1) употребу контекста, 2) моделе, 3) коришћење ученичких конструкција, 4) интерактивни наставни процес и 5) интегрисање наставних садржаја" (према: Милинковић, 2016: 62). Фројдентал (Freudenthal) је сматрао да се процес учења математике заснива на математизацији, док

Ван ден Хеувел Панхуизен (Van den Heuvel-Panhuizen) сматра да су принципи Фројдентала и Треферса укорењени у РМО приступ учењу.

Томсон и Сенк (Thompson & Senk, 2008) истичу да се „од 80-их година XX века у настави све више истиче значај процедуралног овладавања и поновног разумевања математичких идеја што је посебно наглашено у Реалистичном математичком образовању (РМО) Realistic Mathematics Education RME) у Холандији” (према: Gravemeijer, 2008: 1). РМО теорија на процес учења математике гледа као на тзв. вођени процес поновног откривања математичких идеја, у коме је најважнији циљ разумевање поступка математизације (Van den Heuvel-Panhuizen, 2001, Gravemejer, 1994). Реалистички приступ математичком образовању подразумева препознавање проблема који је дат у математичком задатку у реалној ситуацији и проналажење одговарајућег решења. РМО је слично социоконструктивизму, који сматра да ученици у процесу решавања проблемских задатака треба да остварују интеракцију са учитељем, али и са осталим ученицима.

Полазиште у учењу, према принципима теорије РМО, представљају реалне животне ситуација. У процесу учења посебно је важна улога принципа очигледности који подразумева да се полази од једноставнијих реалних ситуација и иде све до сложенијих ситуација, које су искуствено блиске учениковом окружењу и ономе што деца могу да замисле. Чулно искуство из одређених реалних ситуација деца граде интуитивно. Према Пијажеу, „деца млађег школског узраста налазе се на нивоу конкретних операција, па тако математичке појмове формирају посматрањем примера у реалном окружењу” (према: Дејић и Егерић, 2003: 46). Сазнање о одређеном појму се непосредно заснива на опажају, а на основу чулног сазнања формира се представа односно ментална слика о појму. Уз одређене мисаоне операције чулно-искуствена сазнања се преводе у појам који се именује. Процес формирања математичког појма почиње уочавањем одређеног предмета у реалној ситуацији при чему треба издвојити заједничка својства свих појединачних предмета која су битна за тај појам, а занемарити небитна својства. Тај процес прати именовање појма који се формира уз симболичко записивање. За процес формирања геометријских појмова важну улогу има „математичко моделовање које подразумева да се из реалне ситуације преко одговарајућих модела прелази у математички домен, где се наведени проблем преводи на математички језик, а затим се математичко решење тумачи језиком реалне ситуације” (Ђокић, 2017: 77).

Како истиче Ђокић „решавање проблема у реалној ситуацији изводи се математизацијом нематематичке ситуације моделовањем, и то: а) формирањем математичког модела у односу на одговарајућу реалну ситуацију, б) решавањем математичког проблема који смо изградили и в) враћањем решења математичког проблема које одговара математичком моделу у реалну ситуацију” (2017: 78). Процесом моделовања ученици реални проблем преводе у математички домен који се може решити уз примену математичких знања и на крају се то решење може тумачити у реалном контексту, то код ученика подстиче развој мишљења и закључивања који ће им омогућити примену наученог у новим ситуацијама.

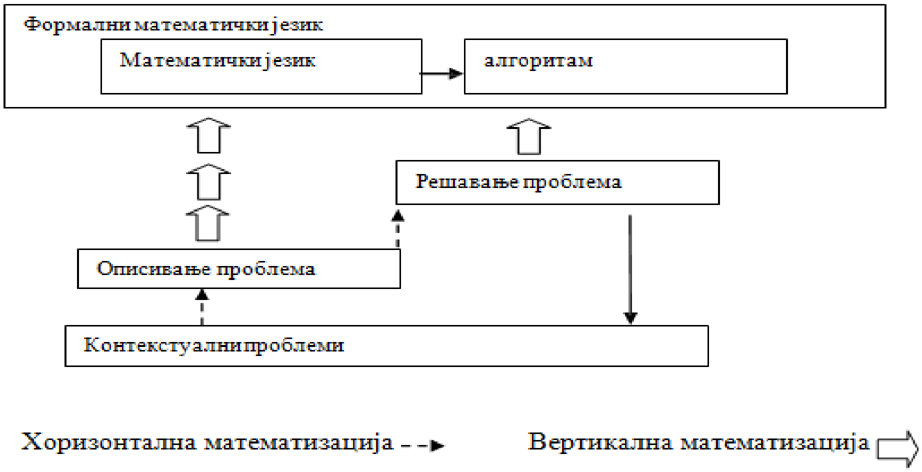
Наставни процес заснован на теорији РМО се разликује од традиционалне наставе у млађим разредима основне школе по својој комплексности. Док у традиционалној настави се најчешће користе проблемски задаци чије решавање подразумева основно непосредно сазнање и решења су најчешће очигледна, у РМО настави тај процес је комплекснији и захтева повезивање појмова и процедура у процесу усвајања нових знања као и трансфер наученог у решавању нових проблема (Ђокић, 2014).

Треферс (Treffers) класификује математичко образовање у четири типа - у вези са хоризонталном и вертикалном математизацијом. Ову класификацију је детаљније описао Фројдентал (Freudenthal, 1991).

- *Механистички*, или „традиционални приступ", је заснован на дрил-пракси и учењу шаблона, при чему се индивидуалност особе ученика третира као компјутер или машина. Ученичке активности у овом приступу се базирају на меморисању шаблона или алгоритама. Грешке се појављују ако ученик покуша да меморисани поступак примени на неки други, различит проблем од оног који је меморисао. У оваквом приступу, ни један облик математизације није кориштен.
- *Емпријски приступ*, у којем се користи материјал - тако што се користи искуство реалног живота. Ово значи да се ученик суочава са ситуацијама у којима долазе до изражаја активности *хоризонталне математизације*. Међутим, ученици нису стимулисани да прошире ситуацију - у циљу да добију формулу или модел. Треферс (Treffers, 1991) поентира - да овај приступ не омогућава да се наставни материјал (који се подучава) прихвати као научени наставни материјал, тј. не обезбеђује математичко знање.
- *Структуралистички*, или „Нови математички приступ" је базиран на Теорији скупова, дијаграмима тока, и играма - који су врста *хоризонталне математизације*. Али, овај поступак претпоставља „ад хок" креирање света, који нема готово ништа заједничко са животом ученика и присутна је само *вертикална математизација*.
- *Реалистички приступ*, у којем се реалне ситуације или контекстуални проблеми узимају као полазне тачке учења и подучавања математике. Овај приступ се користи активностима *хоризонталне* и *вертикалне математизације* (Freudenthal, 1991, Treffers, 1991, према: Romano, 2009b: 13).

Последњи приступ математичком образовању представља основу на којој је базирана теорија о реалистичком математичком образовању. Поред наведених појмова у овој теорији доминирају и појмови *хоризонталне* и *вертикалне математизације* које је експлицитно дефинисао Треферс (Treffers, 1987). Код *хоризонталне математизације* долази до преласка из реалних ситуација у свет математичких објеката преко математичког апарата који ученицима омогућава решавање проблема. Насупрот томе, *вертикална математизација* обухвата кретања унутар света математичких објеката и утврђивањем веза између математичких појмова и поступака доводи до реорганизације математичких знања. (Ђокић, 2017, Romano, 2009b). Према Фројденталу (Freudenthal, 1991) „хоризонтална математизација покреће кретање из света живота у свет симбола, а вертикална математизација значи кретање унутар света симбола, па зато није овако могуће уочити разлику између ова два типа математизације" (према: Romano, 2009b: 13).

На слици 4 (Слика 4) приказано је да „у процесу поновног открића математичких појмова и идеја у настави хоризонтална и вертикална математизација имају учешће у развоју математичких појмова и формалног математичког језика" (Gravemeijer, 1994, према: Romano, 2009b: 13). Процесом учења који почиње контекстуалним проблемом и који ће проћи кроз активност хоризонталне математизације добијају се два модела, неформални или формални математички модел. „Решавање, упоређивање, сагледавање комплексности постављеног проблема ученик, у складу са вертикалном математизацијом, долази до математичког решења. Ученик заправо користи стратегије које је већ користио у сличним ситуацијама при чему располаже одређеним математичким знањем” (Ђокић, 2017: 81). Можемо закључити да читав процес учења математике треба да обухвата процес откривања математичких идеја, што ће довести до успеха у разумевању процеса математизације насупрот овладавању системом чињеница.



Слика 4. *Модел за (поновно) откривање према Гравемејеру* (Према: Ђокић, 2017: 81)

Основне карактеристике теорије реалистичког математичког образовања су у вези са ван Хилеовим (van Hiele) нивоима разумевања геометрије који истиче да процес учења пролази кроз три фазе:

1. „ученик достиже до првог нивоа мишљења чим може манипулисати познатим карактеристикама шема тако да постане фамилијаран са њима;
2. ако досегне до могућности да манипулише са међуодносима карактеристична шема, ученик је достигао други ниво;
3. ученик је достигао трећи ниво мишљења када је у могућности да почне да манипулише са суштинским карактеристикама међуодноса посматране шеме” (према: Romano, 2009b: 14).

Разлика између традиционалног и реалистичког начина подучавања огледа се у томе што традиционални начин подучавања полазишта има у предпоставци да ученик има способности којима одговара други, или трећи дефинисани ниво мишљења, док код реалистичког приступа полази се од предпоставке да су ученици на првом нивоу мишљења. Полазећи од првог нивоа са намером да се достигне други, креће се од појава које су блиске ученицима, следећи предпоставке Фројденталове дидактичке феноменологије, свако подучавање треба започети проблемом који је дат у одређеном контексту. „Даљи процес подразумева откривање математичких идеја и процесима прогресивне математизације под вођством учитеља и преласком са првог на други ниво, овладавајући способностима којима се идентификује други, виши ниво” (према: Ђокић, 2017: 82).

Основни принципи у *РМО* теорији су*:* „1) три ван Хилеова нивоа, 2)

Фројденталова дидактичка феноменологија и 3) Треферсова прогресивна математизација. Они уобличавају *принципе учења и подучавања* у *РМО* као пет основних карактеристика и то:

1. феноменолошко истраживање или употреба контекста,
2. употреба модела и/или премоштавање вертикалних инструмената,
3. ученички рад и изграђивање математичких појмова (ученички рад и конструкција математичког знања),
4. интерактивни карактер процеса наставе и
5. међусобно прожимање више поступака учења и/или тема (наставних јединица)" (Romano 2009b: 14–15).

Принципи учења и подучавања у теорији реалистичког математичког образовања подразумевају да учење као процес у овим теоријама започиње у одређеним реалним ситуацијама, односно контекстуалним проблемом који подразумева оно што је за ученика могуће при чему укључује и саму математику. Процеси рефлексија и генерализација омогућавају развијање сложених математичких појмова. У том поступку ученици развијају одређене моделе за решавање проблема. Анализом математичких модела долази до успостављања веза између објеката које ученици посматрају и догађаја из окружења са једне стране и математичких појмова и идеја, са друге стране, а које ће објаснити везу и однос између објеката и догађаја и на основу чега се знања ученика реорганизују. Гравенмајер (Gravemeijer) истиче „четири нивоа модела и то: 1. ситуациони, 2. референтни, 3. општи и 4. ниво формалне математике. Ситуациони ниво подразумева познавање ситуације и конкретну стратегију која се користи у контексту решавања дате ситуације. Референтни ниво је онај при ком се модели и стратегије односе на ситуацију описану у датом проблему. У општем нивоу стратегија је на математичком фокусу и она је доминантнија од оних у контексту. Када се конвенционално усвоје појмови и процедуре, реч је о нивоу формалне математике" (према: Romano, 2009b: 15).

Код теорије реалистичлог математичког образовања користе се одређени модели који имају важну улогу у процесу решавања одређеног математичког проблема и у приближавању одређених апстрактних појмова. Процес почиње тако што се ученици постављају у одређену реалну ситуацију и где могу да уоче, посматрају и реше одређени математички проблем повезан са том ситуацијом. У том процесу до изражаја долази интеракција између самих ученика, као и између учитеља и ученика, што је један од битних аспеката теорије реалистичког математичког образовања. Учитељ има улогу да, поред тога што разговара са ученицима, са њима оствари и сарадњу и изврши одређене интервенције, а све у циљу самосталне конструкције знања од стране ученика.То доприноси да ученици користе различите методе у процесу учења и развијају одређене способности које томе и доприносе. „За теорију реалистичког математичког образовања карактеристичан је *холистички приступ* који подразумева међусобно прожимање више поступака учења и обједињавање више наставних јединица (па и наставних тема)" (Ђокић, 2017: 85). Овим поступком доприноси се постизању врло вредног циља наставе, а који се односи на решавање проблема. Показало се да је у настави математике од већег значаја развити способности примене усвојених знања и вештина од самог знања математике. То се постиже на тај начин што се ученицима реалистични и проблемски задаци математике приказују ученицима као одређена животна дисциплина која је повезана са реалношћу, а не као издвојена школска дисциплина (Polya, 1957). Јер како истичу Дејић и Егерић „улога и значај математичких задатака у почетној настави математике огледа се и у чињеници да су математички задаци средство повезивања наставе математике са животом и решавањем математичких задатака ученици се убеђују да су корени математичких појмова у реалном животу" (Дејић и Егерић, 2003: 268).

Примена РМО теорија у наставној пракси показала је одређене резултате. Тако је у Сједињеним Америчким Државама ова теорија уврштена у садржајима математике у уџбеницима математике од петог до осмог разреда. Истраживања спроведена након примене ових уџбеника у школама показују да су ученици значајно побољшали своја постигнућа из математике на националним тестирањима. У Холандији је, након примене РМО теорије у процесу реформе математичког образовања такође дошло до значајног успеха на TIMSS тестирањима (Mullis, Martin, Beaton, Gonzalez, Kelly & Smith, 1997).

На основу наведеног можемо закључити да је математика људска активност која мора бити повезана са реалношћу. Ученици користе реалне ситуације из стварног света као извор концепта развоја, али и као простор за примене посредством хоризонталне и вертикалне математизације. Полази се од реалне животне ситуације, преко модела који представљају мост између апстракције и реалности уз активно учешће ученика у наставном процесу и интеракцију и међусобну сарадњу између учитеља и ученика до поступка обједињавања дидактичких јединица и успостављање везе математике са другим дисциплинама. Примена принципа теорије реалистичног математичког образовања, са својим поставкама представља полазиште за учење математике које треба да допринесе стварању услова за учење које је засновано на реалним ситуацијама из блиског окружења, у којим ученици решавају проблеме који за њих имају смисла. Ова чињеница управо чини кључни елемент математичке писмености, а то је тежња да ученици стекну математичку компетентност да решавају реалне проблеме. Тиме је ова теорија представљала и наше полазиште у изналажењу стратегије и модела учења који треба да допринесе развијању елемената математичке писмености. Математичка писменост се може развијати само у ситуацијама у којима ученик решава проблеме који су контекстуално засновани, проблеми који садрже проблеме и ситуације из реалног живота и чијим решавањем ученик решава неки проблем. Примена овог концепта учења доприноси развоју математичке писмености и развоју одређених способности неопходних за свакодневни живот. Да би процес учења био што ефикаснији неопходно је да учење буде засновано на реалним ситуацијама, блиским окружењу детета. Обликовани садржаји презентовани на овај начин оспособљавају ученике да проблем из реалног окружења преводе на математички језик, успешно га решавају и на крају врше проверу у полазном реалном окружењу. Јер и Фројдентал (Freudenthal) истиче важност поласка од реалног окружења, а потом ка математизацији, а никако обрнуто.

4. МАТЕМАТИЧКА ПИСМЕНОСТ И ЊЕНИ ЕЛЕМЕНТИ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Концепт математичке писмености јасно је одређен у теоријским оквирима и као такав примењен на област математике и садржаја математичког образовања у старијим разредима основне школе и као такав се испитује на узрасту петнаестогодишњака. Основно полазиште овог рада је да елементе математичке писмености треба развијати, већ од првог сусрета са математичким образовањем, односно још од млађих разреда основне школе. Први услов који на том путу треба остварити је операционализација овог појма, односно одређивање елемената математичке писмености који, са једне стране покривају природу садржаја математичког образовања, засновани су на њима, а са друге стране прилагођени су когнитивном могућностима ученика овог узраста. У таквим оквирима се као први задатак у разматрању развијања елемената математичке писмености на млађем школског узрасту нашло и питање шта подразумевамо под појмом математичке писмености и које елементе овај конструкт садржи. Полазиште за операционализацију нивоа математичке писмености представља Блумова таксономија циљева и задатак образовања, као и скала математичке писмености за потребе међународних PISA и TIMSS истраживања.

4.1. Блумова таксономија као основа за дефинисање нивоа математичке писмености

Бенџамин Блум (Benjamin Bloom) је амерички психолог који се бавио истраживањима везаним за формално образовање и наставу. Питања која је разматрао су о чему ученик размишља кад слуша учитеља, шта утиче на његово учење, како класификовати постигнућа ученика, како поставити образовне циљеве и на основу тога планирати образовни процес? Посебно се интересовао за мисаоне процесе који су укључени у процес учења, као и степен менталног ангажовања ученика који се креће од памћења наједноставнијих чињеница које сврстава у најнижи ниво до највишег нивоа који обухвата могућност евалуације. Сходно томе креирао је таксономију циљева васпитања и образовања које је разврстао у три подручја (Bloom, 1981):

- „*когнитивном* (нове информације, мисаоне вештине),
- *афективном* (осећања, преференције, вредности) и
- *психомоторном* (физичке и перцептивне вештине)” (према: Златковић, 2014: 111 – 112).

Когнитивни домен обухвата: знања (памћење), схватање, примена, анализа, синтеза и евалуација. Кроз конкретне задатке операционализоване су главне категорије Блумове таксономије „којима је могуће испитати интелектуална понашања ученика и утврдити којој од наведених класа она припадају” (Pešić, 1998: 68).

Афективни домен се односи на емотивни аспект реаговања обухвата следеће категорије: *пријем* (ученик пасивно слуша и прима информације), *одговор* (ученик активно учествује и емотивно реагује), *вредновање* (ученик процењује и емотивно се одређује према представљеном), *организација* (организација вредности и успостављање приоритета уз интегрисање у систем вредности) и *интернализација* (присвајање одређених вредности као сопствених карактеристика).

Психомоторни домен се односи на моторичке вештине и подразумева следеће категорије: „*имитација* (посматрање вештина и настојање да се оне понове), *манипулација* (извођење вештина према упутству на основу посматрања), *прецизност* (извођење вештина на исправан начин, прецизно у складу са стандардима), *спајање елемената* (спајање једне или више вештина по редоследу, усаглашено и доследно) и *усвајање* (вештине се изводе са лакоћом и постаје аутоматизовано)" (Златковић, 2014: 121).

Установљена хијерархија у оквиру когнитивног домена таксономије одговара образовним постигнућима ученика на скали од најнижих до највиших. Као основа за појашњење циљева наставе математике и њиховог разумевања је класификација. Класификација се врши од наједноставнијих образовних циљева до најсложенијих, при чему се подразумева да савладавање вишег нивоа подразумева да је ученик достигао све нивое који му претходе. Ова класификација знања и образовних захтева према дефинисаним доменима представља основу процену нивоа знања и вештина ученика у образовном систему. „Како би постављене циљеве образовања досегли, одређени квалитети би требали да буду уграђени у наставни програм, у наставни процес, у уџбенике, као и у самоевалуацију знања" (Ђокић, 2017: 201). На овим основама настају наставни планови и програми, прилагођавају се садржаји у уџбеницима и формирају нивои на скалама за национална и међународна тестирања.

Детаљније ћемо представити нивое у когнитивном домену Блумове таксономије.

Први ниво, *ниво знања,* подразумева да ученик памти и препознаје информације, идеје и принципе у облику у коме му се пружа. То подразумева знање појединости, начин третирања тих појединости и знање општих појмова у некој области. Циљеви учења на овом нивоу су знање основних термина, знање специфичних чињеница, знање метода и процедура, знање основних теоријских концепата, знање принципа. Према Малиновић Јовановић, овај ниво подразумева знање појединости, путева и начина третирања појединости и знање општих појмова или генерализација у неком подручју (Malinović Jovanović, 2008).

Други ниво *разумевање* подразумева да ученик на основу претходно стеченог знања уме да тумачи и разуме информације. Постоје три врсте схватања:

- *транслација* – могућност појединца да садржаје искаже у другачијем језичком облику,
- *тумачење* – преуређивање садржаја у другачији облик на основу датих података,
- *екстраполација* – процењивање и предвиђање последица или ефекта.

Циљеви учења на овом нивоу односили би се на разумевање чињеница и принципа, интерпретацији вербалног материјала, табела и графика, превођење вербалног материјала у математичке формуле, процена последица датих података, аргументовање примењених метода и принципа.

Домен *примене* односи се на решавање проблема и задатка комбинацијом и коришћењем добијених података. Од ученика се очекује да стечена знања примени у новој проблемској ситуацији прилагодивши новонасталој ситуацији знања која поседује без помоћи са стране. Важно је напоменути да се стечена знања не примењују само у ситуацијама које подразумевају учење. Циљеви учења на овом нивоу су примена концепата и принципа на нове ситуације, примена закона и теорије на практичне ситуације, решавање математичких проблема, конструисање графикона, демонстрација исправне употребе метода или процедура. Операционализација знања и генерализација обухватају домен примене знања (Malinović Jovanović, 2008).

После нивоа примене следи домен *анализе* који подразумева разликовање, класификовање и повезивање предпоставки или структура тврђења или питања. То би значило анализу градива на саставне делове, што би допринело да се пронађе веза између тих делова као и начин на који су међусобно повезани. Анализа као педагошки циљ подразумева анализу елемената, анализу веза и односа и анализу организационих принципа (Malinović Jovanović, 2008). Циљеви су препознавање неисказаних претпоставки, логичких структура градива и разлика између чињеница и претпоставки, анализирање организационе структуре рада.

Синтеза подразумева повезивање знања, закључивање и генерализацију на основу већ познатог да би се створио план теорија или производ. Синтезом се састављају елементи у јединствену целину комбиновањем делова на неки нов начин где до изражаја долази стваралаштво ученика. Примери циљева били би писање добро организованог говора или кратке приче, предлагање плана неког експеримента, интегрисање знања различитих области у план за решавање неког проблема, формулисање нове шеме за класификацију објеката. Дакле, синтеза подразумева израду јединствене комуникације, израду плана или предлога низа операција и одређивање скупова повезаних односа (Malinović Jovanović, 2008).

Ако ученик преиспитује, критикује и процењује на основу одређених стандарда и критеријума онда говоримо о домену *евалуације*. Евалуација подразумева процену вредности квалитативно и квантитативно у оквиру које ученик процењује вредности на основу одређених критеријума који могу бити интерни и екстерни. Како истиче Малиновић Јовановић (2008), евалуација према унутрашњој евиденцији и евалуација према спољашњим критеријумима. До овог нивоа може се стићи само уз савладавање претходних нивоа. Циљеви су процењивање логичке конзистентности писаног материјала, адекватности закључака вредности рада на основу интерних или екстерних критеријума.

Како би се код ученика развиле све наведене способности у оквиру когнитивног домена, неопходно је да задаци који се пред ученике постављају у свом садржају испољавају сваки од наведених нивоа и захтева и да примери сходно овој класификацији буду уврштени у уџбенике математике. На тај начин се даје битан допринос развијању елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста. У задацима који су дати у уџбеницима математике категорије Блумове таксономије можемо препознати у следећим инструкцијама:

1. „знања – напиши, наброј, именуј;
2. разумевања – опиши, укратко изложи (резимирај);
3. примене – упореди, реши, примени;
4. анализе – упореди, супростави, анализирај;
5. синтезе – направи план, откриј, изгради и
6. евалуације – критички мисли, докажи” (Ђокић, 2017: 208).

Андерсон и Кратвол (Anderson & Krathwol, 2001) су 2001. године извршили ревизију Блумове таксономије. Они су дали дводимензионални модел таксономије у когнитивном подручју који је изазвао савремени приступ систему учења и измењеном статусу ученика. Две димензије које се укрштају су *димензија знања* и *когнитивни процеси*, односно оно што ученик зна и како сазнаје. Промене се односе на терминологију (уместо именица користе се глаголи) и на процесе који су наглашени. Тако су когнитивни процеси: подсећања, разумевања, примењивања, анализирања, евалуирања и стварања. Врсте знања које треба усвојити су: знање чињеница, концептуална знања (знања појмова и структуре појмова), процедурална знања (знања поступака и процедуре), метакогнитивна знања (свест о одређеним сазнајним процесима који су активирани при сазнању, учења сазнајних процеса који су потребни за стицање нових знања).

Сваки од домена операционализованих Блумовом таксономијом обухвата различите могућности и аспекте једне личности. Тако се *когнитивни домен* односи на могућности особе да информације из своје непосредне околине обрађује и процењује, *афективни домен* обухвата емотивни аспект у процесу учења, а *психомоторни* се односи на усвајање моторних вештина. Васпитно-образовни процес треба усмерити и организовати тако да се очекује напредак у сваком од ова три подручја при чему се треба фокусирати на образовање које доприноси свеобухватном развоју личности. Блумова таксономија подразумева да ће се учење на вишим нивоима постићи само ако се стекну знања на нивоима који су му претходили. Свака од ових категорија подељена је на уже категорије које су хијерархијски постављене.

Када говоримо о математичкој писмености, као способности да се стечена знања примене у различитим стуацијама, постигнућа ученика су подељена по одређеним нивоима. Нивои дефинисани на скали математичке писмености, ослањају се на класификацију образовних циљева у оквиру когнитивног домена, коју је дао Блум (Bloom, 1981). Нивоа има укупно шест, од наједноставнијих до најсложенијих и они одговарају категоријама које је Блум дефинисао, а којих такође има шест. То су: знање, схватање, примена, анализа, синтеза и евалуација. Наведених шест нивоа се могу уврстити у три групе способности које ученик мора развити како би развио математичку писменост, где свакој групи припадају по два дефинисана нивоа. Сходно томе сваки ниво математичке писмености садржи опис постигнућа ученика. Нивои у когнитивном домену Блумове таксономије и нивои математичке писмености дали су нам полазну основу за одређивање нивоа математичке писмености у контексту млађих разреда основне школе. Полазиште за овакав приступ садржано је у чињеници да Блумова таксономија представља основ за вредновање постигнућа ученика у млађим разредима основне школе. У наставку рада ћемо дати операционализацију појма математичка писменост на бази оваквих разматрања.

4.2. Операционализација нивоа математичке писмености на млађем школском узрасту

На бази општих одређења математичке писмености, а имајући у виду садржаје наставе математике у млађим разредима основне школе, исходе те наставе и когнитивне могућности ученика овог узраста, математичку писменост смо дефинисали као способност појединца да усвојена знања примени и трансформише при решавању проблема из свакодневног живота, решава проблеме коришћењем података који нису представљени у форми текста и врши критичку евалуацију података, интерпретира и повезује знања у циљу доласка до решења реалног проблема. Полазећи од ове дефиниције математичке писмености, Блумове таксономије, карактеристика узраста и природе и захтева садржаја наставе математике у млађим разредима основне школе, издвојили смо нивое математичке писмености који се могу развијати код ученика млађег школског узраста. Полазиште у операционализацији нивоа математичке писмености представљала је идеја да издвојимо нивое које ученик млађег школског узраста са својим когнитивним могућностима може да досегне, и да ти нивои одговарају категоријама Блумове таксономије у когнитивном домену.

Нивое смо описали кроз конструкт знања, како бисмо прецизније одредили значење нивоа, а не само кроз квантитативни израз. На бази таквих полазишта издвојили смо три нивоа математичке писмености:

1. Први ниво математичке писмености – *репродуктивна знања,*
2. Други ниво математичке писмености – *интегративна знања,*
3. Трећи ниво математичке писмености – *евалуативна знања.*

Ако бисмо наведену операционализацију посматрали у контексту конструкта математичке писмености и њеног одређења преко нивоа и Блумове таксономије у когнитивном домену, везу међу њима можемо представити на следећи начин:

Блумова таксономија (когнитивни домен)	Математичка писменост (OECD)	Математичка писменост на млађем школском узрасту
Знање	Први и други ниво	Први ниво (репродуктивна знања)
Разумевање		
Примена	Трећи и четврти ниво	Други ниво (интегративна знања)
Анализа		
Синтеза	Пети и шести ниво	Трећи ниво (евалуативна знања)
Евалуација		

У наставку ћемо приказати како су операционализовани захтеви математичке писмености према дефинисаним нивоима.

Репродуктивна знања, која се односе на први ниво математичке писмености, подразумевају способност ученика да пронађе један податак, када су сви остали познати и примени основне процедуре и правила рачунских операција. На овом нивоу ученик одговара на једноставна питања која су јасно формулисана, а при томе се односе на познат контекст уз све релевантне информације. Ученици могу да препознају и примене информацију у контексту где се од њих не тражи ништа више од директног закључивања. Од ученика се очекује да има основна математичка знања и познаје основне математичке појмове и све то, уз разумевање међусобног односа, примењује у једноставним ситуацијама. Изводи основне рачунске операције са природним бројевима у једноставним ситуацијама. Поседује способност уочавања које је правило неопходно применити да би се решио неки проблем који представља типичну животну ситуацију.

Други ниво математичке писмености обухвата *интегративна знања* која подразумевају способност ученика да на бази дате проблемске ситуације повезује дате информације, селектује их и самостално врши избор и примену адекватне стратегије за решавање одређеног проблема. Задатак на овом нивоу није дат само у виду проблемске ситуације која је изражена текстом, већ је представљен на различите начине, кроз слику, податке који су дати табеларно и слично. Код ученика у процесу решавања проблема долази до изражаја флексибилност у размишљању коју успешно користи у решавању ситуација из реалног живота. Ученик уме податке дате у задатку да трансформише из једног облика презентације у други (табеларно дате податке да искористи при решавању задатка, или да табеларно прикаже податке дате у задатку и тако реши задатак). У свим овим активностима ученик интегрише постојећа знања, искуства, вештине и навике у циљу решавања проблема.

Евалуативна знања поседује ученик на трећем нивоу математичке писмености. Она подразумевају разматрање и образлагање сопствених процедура приликом решавања проблема и решавање комплексних проблемских ситуација. Од ученика се очекује да решава сложене ситуације у којима је неопходно извршити процес анализе и синтезе датих података, при чему су подаци смештени у одговарајући животни контекст. Ученик зна да прочита и користи графички и табеларно приказане податке из реалног контекста и на бази њих решава проблем, али и да врши трансформацију података у одговарајуће графиконе. Проблемске ситуације уме да преведе на математички језик, реши проблемску ситуацију и добијено решење интерпретира у реалном контексту. Од ученика се очекује рефлексивност и креативност у проналажењу одговарајућег математичког концепта уз повезивање знања која доводе до решења, критичко вредновање информација до којих долази и користи у одговарајућим ситуацијама. Ученик развија сопствене стратегије у решавању проблема смештених у реални контекст.

Ако Блумову таксономију применимо на задатке, „то би подразумевало да задаци који испитују знање односе се на конкретне информације (терминологије, специфичних чињеница), процедура и општих појмова или универзалија (знање принципа и генерализација)” (Ђокић, 2017: 203). Ови садржаји одговарају првом нивоу математичке писмености. „Провера схватања и разумевања вршила би се кроз превођење језичког симболичког облика у други, испитивање тумачења (интерпретације) и уопштавања, а способност примене наученог у одговарајућим ситуацијама уз употребу општих правила и поступака као у конкретним, тако и у апстрактним ситуацијама” (Ђокић, 2017: 203). Ови захтеви се могу уврстити у други ниво математичке писмености, док се у трећи могу уврстити анализа, синтеза и евалуација. „Задаци који захтевају анализу почетних задатих услова и грађе у целини кроз анализу елемената, односа и организационих начела, а задаци који захтевају оспособљавање способности синтезе кроз израду самосталног саопштења, стварање плана рада на неком проблему и израда система апстрактних односа и на крају задаци који захтевају испољавање способности евалуације” (Ђокић, 2017: 203).

У истраживању које је реализовала Малиновић Јовановић са ученицима трећег и четвртог разреда основне школе, ауторка је на основу Блумове таксономије операционализовала таксономију у којој су захтеви конкретизовани за сваки ниво знања. Па тако „знања на степену препознавања подразумевају да ученици упознају основне чињенице, појмове, правила, ствари у градиву и животу, да знају да именују и значење појединости из градива” (Malinović Jovanović, 2008: 17). На овом нивоу се од ученика очекују познавање основних појмова и то је ниво који би требало да савлада сваки ученик. Већ на наредном нивоу ученици би требало да знају правила повезивања чињеница у целину, као и методе класификовања делова при стварању целина. Та повезивања прати разумевање смисла и логичких веза које настају уз усмено и писмено објашњење градива и образложење својим речима чињеница, повезаности чињеница, редоследа, узроке и последице и одговарајуће закључке (Malinović Jovanović, 2008).

Блум сматра да ученици треба да усвоје одређена знања и развију одређене способности које ће им омогућити примену усвојених знања. „Зато се од ученика очекује да познају смисао, логику, уопштавање при усвајању нових математичких појмова, правила, метода, закона, који се третирају у градиву. Од великог је значаја да се ученици оспособе да научено градиво преводе из једног у друго подручје: из описа у цртеж, илустрацију, схему, графикон, модел хистограм, из нумеричког у текстуално, из слике у опис речима, из дефинисања у формулу, из формуле у дефиницију и тд.” (Malinović Jovanović, 2008: 17). Стицањем набројаних способности код ученика се ствара добра основа за развијање елемената математичке писмености, јер су управо набројане способности неопходне ученицима како би решававали одређене проблемске задатке из свакодневног живота и подиже ниво математичких знања. Јер „знати стечено знање применити у пракси, у свим сличним ситуацијама: знати издвојити битно и апстраховати споредно, знати уочити проблем и дефинисати пут решења, знати оперисати претпоставкама које воде ка решењу, знати проверити решење и умети пронаћи неопходне информације у сврху решења проблема” (Malinović Jovanović, 2008: 18), представљају темељ математичке писмености ученика.

Ученици који реше задатке у оквиру нивоа који се односи на репродуктивна знања сматрају се ученицима са релативно малим постигнућима. За разлику од њих, ученици са просечним постигнућима решавају задатке на нивоу итеграције, односно повезивања. Релативно тешки задаци обухватају трећи ниво и решавају их ученици са релативно великим постигнућима. На највишем нивоу се од ученика очекује креативно решавање проблемских задатака, где долазе до изражаја стваралачка знања. Ученици мењају угао гледања на постављени проблем и траже решења алтерантивним путем. То подразумева „промену уобичајених начина, путева и метода решавања проблема, неким новим ефикаснијим уз промену времена, простора, актера при чему суштина остаје иста” (Malinović Jovanović, 2008: 18).

Дакле, знања ученика се морају развијати од репродукције једноставних чињеница, односно математичких операција, преко повезивања садржаја до коришћења математичког резоновања и генерализација. Ако узмемо у обзир Блумову таксономију образовних циљева, први ниво способности би се односио на препознавање и репродукцију једноставних садржаја. Схватање и операциналност би дошли до изражаја у оквиру интеграције (повезивања), а евалуативна знања доводе до креативног решавања проблема. Подстицање и развијање ових врста знања код ученика на млађем школском узрасту довело би до развијања способности које представљају основу унапређења математичке писмености.

4.3. Развијање елемената математичке писмености кроз избор садржаја

Избор садржаја који ће се реализовати у оквиру једног наставног предмета представља веома важну ставку од које зависи квалитет и начин усвајања знања. „Одређивањем садржаја изражава се потреба и идеологија друштва, степен развоја науке, технике, културе и уопште конкретизују се циљеви и задаци васпитања и образовања” (Krulj, Kačapor i Kulić, 2003: 181). Промене које су настале у друштву намећу увођење одређених питања која се тичу адекватног избора садржаја који ће се изучавати у настави, као и начин њиховог избора. Све већа доступност информација из различитих медија пред школу поставља задатак да се пронађе ефикасан начин коришћења свих тих извора знања. Како истичу Круљ и сар. „наставни садржаји као и сви други елементи васпитања и образовања, представљају променљиве историјске категорије. Са мањом или већом доследношћу, у разним историјским епохама, ови садржаји се усаглашавају са друштвено-историјским, економским, политичким и другим потребама једне друштвене заједнице (Krulj i sar. 2003: 181–182). Сведоци смо да се промене у науци и друштвеним односима све брже одвијају што намеће потребу да се садржаји образовања чешће мењају и прилагођавају насталим променама.

Тако Де Ланж сматра да се садржаји наставних програма морају модернизовати на сваких пет до десет година како би се остварили циљеви развијања математичке писмености. Разлог за то је чињеница да је математика веома динамична наука и наставни планови морају пратити захтеве тих промена. Као пример наводи Холандију у којој наставни планови имају век од осам година (De Lange, 2003).

Промене у организацији наставног процеса у виду усмерења наставе на исходе учења, увођење пројектно оријентисане наставе довеле су до промена у садржајима који су заступљени у математици на млађем школском узрасту. Тако *Правилник о програму наставе учења за први, други, трећи и четврти разред основног образовања и васпитања* предвиђа бројне садржаје који дају основу за развијање математичке писмености на млађем школском узрасту.

Поставља се питање на којим се од садржаја који су предвиђени за млађе разреде основне школе може подстицати развијање елемената математичке писмености. Планирање исхода учења и одабир садржаја представљају основу на којој се код ученика развијају способности које су неопходне за решавање различитих теоријских и практичних проблема, потом способности комуникације уз употребу математичког језика, као и способности математичког резоновања и доношења закључака и адекватних одлука. „Исходи представљају основу за избор наставних садржаја и омогућавају остваривање образовних стандарда и међупредметних компетенција као што су комуникација, дигитална компетенција, рад са подацима и информацијама, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење” (*Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања,* 2019: 34–35).

У оквиру сваке тематске целине можемо издвојити садржаје у којима је планирано оспособљавање ученика за примену усвојених знања у решавању проблемских ситуација из свакодневног живота. Како истичу Малиновић Јовановић и Малиновић (2013), стварање проблемске ситуације, формулисање проблема и његово решавање једна је од најбитнијих претпоставки учења расуђивањем. „Најуспешнији начин за стварање проблемске ситуације у настави математике представља изазивање код ученика конфликта између знања којима располажу (датих података и релација међу њима) и датих захтева који произилазе из новог (непознатог), постављањем одређеног циља који се треба постићи (на основу тих података). Дакле, ставити или довести ученике у проблемску ситуацију значи омогућити им да уоче неке релације и препустити им да на основу њих постављају циљеве" (Malinović Jovanović i Malinović, 2013: 370). Тако је у оквиру усменог поступка рачунања у блоку бројева до 1000 планирано увежбавање усменог рачунања са циљем да се усвојена знања практично примене у реалним ситуацијама које су повезане са рачунањем и употребом новца и томе слично. Решавањем задатака који су смештени у одређеним проблемским и реалистичним ситуацијама ствара се контекст који омогућава утврђивање и проширивање усвојених знања о својствима рачунских операција као и примени одређених аритметичких правила као олакшице у рачунању. Наставне јединице које се односе на зависност резултата од промене компоненти одређене рачунске операције, најчешће се ученицима приказују кроз примере који доприносе стицању функционалних знања. Предвиђено је да се у оквиру садржаја који се односе на *Бројеве,* ученици оспособљавају за процену вредности бројевних израза, што представља вештину која ће им користити у свакодневном животу при процени рачуна у продавници, процени потребне количине материјала, и сл.

Правилником о програму наставе и учења за математику предвиђени су садржаји и активности које стварају подлогу за развијање елемената математичке писмености и кроз конкретна упутства учитељима дају идеје да их могу и користити у том циљу. Програм експлицитно захтева да се код ученика развијају "способности математичког моделовања, примене математике у решавању проблема из реалних животних ситуација или других предметних области" (*Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања,* 2019: 35). Даље Програм сугерише учитељима да, "поред текстуалне форме задавања задатака, потребно је код ученика развијати способност уочавања проблема анализом ситуације задате сликом, табелом или графиком (стубичастим дијаграмом и сликовним дијаграмом у коме један симбол може представљати више од једног објекта) (*Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања,* 2019: 35). За разлику од садржаја који су били присутни у ранијим наставним плановима и програмима дужи низ година, уочавамо да се у новим плановима појављује тенденција да су заступљени садржаји који подстичу развијање способности примене знања, а до које се долази кроз решавање проблема из реалног света.

У оквиру тематске целине *Мерење и мере* бројни садржаји дају могућности да ученици решавају задатке дате у реалном контексту блиском њима. Можемо закључити да предвиђени садржаји и начин њихове реализације у великој мери стварају основу за развијање математичке писмености код ученика млађег школског узраста. Од мотивације и умешности учитеља, као реализатора наставе, зависи у којој мери ће се предвиђени исходи и остварити.

Теорија реалистичког математичког образовања је управо усмерена ка питањима која се односе на то којим садржајима ученике треба подучавати, из ког су разлога ти садржаји значајни, на који начин ученици уче математику и на који начин их треба подучавати математици, односно које би методе учитељ требао да користи (Ђокић, 2017). Док постоји велики број истраживања која се баве методама успешног учења, истраживања којим садржајима у настави математике подучавати ученике сматрају се одговорношћу креатора курикулума математике. Де Ланж (De Lange) сматра да материјали који се користе у наставном процесу треба да буду у вези са активностима из свакодневног живота. Садржаји који подстичу развијање елемената математичке писмености морају бити обогаћени примерима повезаним са реалним светом у којима би контекст требао да буде:

- „лако замислив и препознатљив, и да ситуације буду тако одабране да привлаче ученичку пажњу;
- ученицима познат;
- такав да проблем сам по себи може довести до описа ситуације;
- да захтева математичку организацију (прогресивна математизација);
- да не буде одвојен од процеса решавања проблема, већ да води, наводи ученике на решење” (Fauzan, 2002, према: Ђокић, 2017: 117).

Решавање проблема који су смештени у одређени контекст који је близак ученицима не само да подстиче развој способности код ученика, већ има и мотивациону улогу у наставном процесу и ствара основу за усвајање нових поступака у решавању одређених проблема. У традиционалној настави математике, како истиче Милинковић, која се ослања на интуицију ученика, учитељ почиње са једноставним проблемима у којима је решење најчешће очигледно. То су најчешће тривијални проблеми који су приказани сликама, а решење је очигледно (пример птица које седе на жици чији се број утврђује пребројавањем, а потом се од ученика захтева да се израчуна како се број мења када одређени број птица долети на жицу). То нису проблеми који се могу наћи у РМО приступу. Код овог приступа контекст мора бити вишеслојан и изазива потребу да се ученик замисли над њим. На тај начин му се пружа прилика да уочи искуствено учење, уочи везе и изврши трансфер познатог у новим проблемским ситуацијама. Контекст је у овој ситуацији извориште процеса учења (Милинковић, 2016: 63).

Кроз анализу садржаја који су заступљени на PISA и TIMSS истраживањима Милинковић и Лазић су показали да наши наставни програми показују одређену неусклађеност програма за математичко образовање. Анализом програма у земљама које су показале знатан резултат на овим тестирањима (Финска, Јапан, Сингапур, Јужна Кореја, Хонгконг, Русија), уочили су да се у Србији увођење одређених програмских садржаја одлаже за старије разреде, што додатно оптерећује ученике старијих разреда, а ученицима млађих разреда се не указује могућност да се овим садржајима баве. Зато предлажу да „би било рационално учинити кораке ка проширивању постојећих и увођењу нових садржаја у програм математике за ниже разреде. Конкретно, заложили смо се за пропедеветички приступ: позитивним рационалним бројевима Q^+, идејом изометријских трансформација (симетрија и ротација), коришћење неформалног координатног система, као и графичко приказивање података” (Милинковић и Лазић, 2018: 84). Циљ ове дисертације је да испита и покаже да ли је у млађим разредима основне школе, кроз одговарајуће садржаје и њихово обликовање, могуће развијати елементе математичке писмености.

У истраживању смо пошли од чињенице да се математичка писменост код ученика млађих разреда основне школе може развијати на садржајима који садрже захтеве одређеног нивоа математичке писмености, односно подразумевају испољавање одређене категорије знања која је везана за сваки од нивоа (репродуктивна, интегративна, евалуативна). Поред тога, садржаји учења у настави математике морају бити повезани са реалним животом ученика, садржавати ситуације које за њих имају смисла, блиске су његовом искуству и кроз њих се решава неки проблем који је реална животна ситуација. У креирању тих садржаја битно је ускладити захтеве проблемске ситуације са одређеним нивоом математичке писмености. У наставку ћемо приказати примере садржаја за сваки дефинисани ниво математичке писмености.

Садржаји који одговарају захтевима *првог нивоа* математичке писмености и укључују репродуктивна знања ученика су једноставни проблемски задаци смештени у свакодневни животни контекст код којих се за решавање од ученика очекује препознавање основних чињеница и репродукција научених садржаја. Ови садржаји су, најчешће, дати у виду текстуалних задатака, где се од ученика очекује препознавање основних чињеница и знања, а који ће допринети решавању задатка повезаног са реалним животом ученика. Како истиче Зељић „текстуални задаци, којима описујемо практичне ситуације из живота, тако су осмишљени да могу евоцирати одређене представе из њиховог искуства (кутија са куглицама, количине новца, сличице и сл.)” (Зељић, 2014: 186–187). Зато је важно да реална ситуација у којој је задатак дат буде блиска ученицима.

Навешћемо неколико примера задатака који подразумевају захтеве првог нивоа постигнућа на скали операционализоване математичке писмености (Пример 1, Пример 2. и Пример 3.).

Пример 1. *Сви ученици једне школе иду на једнодневни излет. Укупан број путника је 695. Ако се у једном минибусу могу сместити 8 путника, колико је минибусева потребно да се превезу сви путници на излет?*

Од ученика си при решавању овог проблема очекује да уочи основне податке дате у задатку (што је у овом задатку укупан број путника и број путника који се може сместити у један минибус) и уз примену одговарајуће рачунске операције дођу до решења. Користећи рачунску операцију дељење ученици ће успешно решити математички задатак који су из реалног проблема превели у математички контекст (695 : 8). Проблем може настати када ученици добијени резултат морају интерпретирати у реалном контексту. Разлог томе је што се при дељењу ова два броја добија количник са остатком (695 : 8 = 86 (остатак 7)). Тако ученици приликом давања одговора могу закључити да је потребно 86 минибуса и да ће остати 7 путника. Дакле, ученици нису били у могућности да прихвате аспекте реалистичности овог проблема, односно да је и за преосталих 7 путника неопходан још један минибус, и да је одговор 87 минибусева. Интерпретација добијеног математичког решења у реалном контексту у коме је задатак дат на почетку је последњи корак у процесу математизације за који се ученици морају оспособљавати како би развили способности неопходне за развијање математичке писмености.

Разлог оваквом начину тумачења задатака можемо пронаћи у, како истиче Ђокић (2017), чињеници да „контекст у традиционалним проблемским причама може да буде без значења, што код ученика ствара низ уверења, сумњи и стратегија у решавању проблемских прича, и то тако што:

- ученици претпостављају да је сваки проблем смислен;
- ученици не постављају питање о тачности проблема;
- ученици претпостављају да постоји само један ‚тачан’ одговор на сваки проблем;
- ученици користе све бројеве као податке који су дати у проблемској ситуацији;

- ученици верују да су на правом путу за проналажење решења проблема уколико при извршавању математичке операције нема остатака или разлике;
- када не разуме проблем, ученик тражи кључне речи или проналази и препознаје стари проблем који ће му помоћи да реши нови" (Ђокић, 2017: 108-109).

Како би ученици били успешни у решавању и разумевању оваквих примера неопходно је да се у оквиру наставне јединици *Дељење са остатком,* кроз решавање примера смештених у реалан контекст, поред усвајања основних правила о особинама остатака, укаже на значај сагледавања реалистичности ситуације у којој пример може бити дат.

Слично истраживање реализовали су Купер и Харис (Cooper & Harries, 2002). Они полазе од британског тестирања математике САЕК (SEAC School Examinations and Assessment Council, Mathematics test 1992, University of London) и зато су поставили пред једанаестогодишњаке и дванаестогодишњаке реалистични проблем са лифтом који гласи:

„*Погледај натпис који се налази у лифту.*

Носивост лифта је 14 особа.

Једно јутро 269 особа требало је лифтом превести. Колико пута је тог јутра лифт коришћен за превоз?" (према: Ђокић, 2017: 111).

Ученици су приликом решавања овог задатка показали интересовање и способности које су неопходне да одговоре на математички задатак смештен у контексту. Међутим, ученици су најчешће наводили погрешан одговор, не узимајући у обзир остатак при дељењу који се у овом примеру јавља. Када су истраживачи овом задатку придодали понуђене одговоре и образложење зашто би се ученици определили за неки одговор, дошло је до знатно бољих резултата (Cooper & Harries, 2002).

Задатке који одговарају првом нивоу математичке писмености можемо пронаћи у готово свим наставним темама које су заступљене у млађим разредима основне школе. Како су ови примери врло често дати у оквиру теме које се односи на *Мерење и мере,* наводимо пример задатка и из ове тематске целине.

Пример 2. *У продавницу је допремљена 1 t шећера у џаковима по 50 kg. Колико џакова је допремљено? Ако би четвртину шећера допремили у џаковима од 25 kg, колико би било допремљено џакова од 25 kg, а колико од 50 kg?*

Први део задатка ученици успешно решавају уколико знају да претварају веће јединице мере у мање и ако препознају да ће до резултата доћи користећи рачунску операцију дељење (1000 kg : 50 kg = 20). Други део задатака пред ученике поставља нешто сложеније захтеве, где треба одредити четвртину од укупне количине шећера (1000 kg : 4 = 250 kg) и број џакова од по 25 kg (250 kg : 25 kg = 10). На крају је потребно одредити да 750 *kg* шећера треба упаковати у џакове од по 50 kg (750 kg : 50 kg = 15). Грешке које ученици праве приликом решавања овог задатка су да у другом делу задатка, одређују колико је џакова од 25 килограма, али не и од 50 килограма. Тај податак изостављају, јер сматрају да је први део задатка одговор на ово питање.

Једна од реалних ситуација са којом се ученици сусрећу од најранијег узраста је куповина, одлазак у продавницу и коришћење новца као средства плаћања. Наводимо један од примера задатка који одговара по свом садржају првом нивоу математичке писмености.

Пример 3. *Нина може да купи Енциклопедију по цени од 96 евра у 12 једнаких месечних рата. Колико ће динара износити свака рата, ако је курс евра у датом тренутку 118 динара за један евро?*

Од ученика се у овом примеру очекује проналажење једног податка када су сви остали познати и да примене основну процедуру у решавању задатка. У реалном контексту у коме се ученици могу наћи на основу датих података и услова у задатку може се израчунати висина месечне рате (96 : 12 = 8). Потешкоћа на коју ученици могу наићи односи се на превођење добијене новчане вредности из евра у динаре како је у задатку наглашено (8 · 118 = 944). Основна математичка знања и разумевање датог контекста у задатку врло лако ће довести ученике до решења дате проблемске ситуације.

Садржаји који одговарају захтевима *другог нивоа* математичке писмености и укључују интегративна знања ученика су задаци у којима проблемске ситуације нису дате само у виду текста, већ су представљене у виду слика, табела или на сличан начин. Од ученика се очекује да при решавању одређене проблемске ситуације дођу до изражаја способности које подразумевају повезивања информација, избор, селекцију и примену одређених стратегија у процесу решавања задатака повезаног са реалним животом ученика. Операционализација другог нивоа математичке писмености подразумева примере који захтевају примену знања, умења и вештина на читање, тумачење, интерпретирање и примену података који су представљени табеларно, као и трансформацију из једног облика презентације у други. У том процесу ученик интегрише знања, вештине и навике у циљу решавања проблемског задатка.

Навешћемо неколико примера задатака који подразумевају захтеве другог нивоа постигнућа на скали операционализоване математичке писмености (Пример 4, Пример 5. и Пример 6.).

Пример 4. *Погледај табелу, а потом одговори:*

Воћне бомбоне	*Чоколадне бомбоне*	*Бомбоне са лешником*
100 g – 60 динара	*100 g – 80 динара*	*100g – 90 динара*

а) Маја и Нина су купиле 100 g воћних бомбона, 100 g чоколадних бомбона и 100 g бомбона са лешником. Колико је износио њихов рачун?

б) Аца и Марко су купили 200 g воћних бомбона, 200 g чоколадних бомбона и 300 g бомбона са лешником. Колико је износио њихов рачун?

в) Две сестре су купиле 250 g воћних бомбона, 250 g чоколадних бомбона и 300 g бомбона са лешником. Колико су укупно платиле све бомбоне?

г) Два брата су купила једну четвртину kg воћних бомбона, 250 g чоколадних бомбона и половина kg бомбона са лешником. Колико су укупно платили купљене бомбоне?

У датом примеру ученици имају задатак да на основу података датих у табели, који представљају цену одређене врсте бомбона, реше примере под а), б), в) и г). Захтев под а) је најједноставнији и своди се на уочавање цене за 100 g одређене врсте бомбона и решавање: 60 + 80 + 90 = 230. У примеру под б) захтев је сложенији јер више не купују количину бомбона која је изражена у табели (100 g) већ другу количину (200 g или 300 g), па је решење: $2 \cdot 60 + 2 \cdot 80 + 2 \cdot 90 = 120 + 160 + 180 = 460$. Захтев под в) је још сложенији, јер треба, на основу цене за 100 g да одреде цену за 250 g, односно одреде колико кошта 50 g одређене врсте бомбона. Четврти захтев је сличан претходном, само је изражен кроз разломак (половина, четвртина)

Важно је да приликом решавања ових задатака ученици не праве грешке рачунајући податке који се не траже, на пример рачунају укупну масу бомбона, а не њихову цену. Ово је важно јер ученици у процесу решавања задатака „користе све бројеве као податке који су дати у проблемској ситуацији” (Ђокић, 2017: 19).

Да примери који подстичу развијање елемената математичке писмености могу бити заступљени у свим тематским целинама показаћемо на примеру наставне јединице *Обим троугла.*

Пример 5. *Ана, Мина и Јована имају мараме облика једнакостраничног троугла. Дужина Анине мараме је 43 cm, Минине 53 cm, а Јованине 60 cm. Девојчице су одлучиле да мараме оивиче украсном траком. Колико новца треба да издвоји Ана, Мина и Јована за украсну траку. Цена одређене дужине траке дата је у табели.*

Дужина траке	Цена
од 53 cm до 83 cm	50 динара
од 84 cm до 114 cm	70 динара
од 115 cm до 145 cm	90 динара
од 146 cm до 176 cm	110 динара
од 178 cm до 208 cm	130 динара
од 209 cm до 239 cm	150 динара

Ана: _____ динара, Мина: _____ динара, Јована: _____ динара.

Реална проблемска ситуација која је дата у задатку у коме се од ученика очекује да израчунају обим сваке од три мараме облика једнакостраничног троугла може бити сасвим уобичајени пример. Међутим, након израчунавања обима неопходно је добијене вредности очитати у табели и на тај начин доћи до закључка колико је новца свакој од девојчица потребно за украсну траку. Ученицима нису понуђене тачне вредности, већ су дужине дате у распону „од до”, што може ученицима додатно отежати процес решавања задатка. Грешке које су ученици правили се управо на то и односе, јер су у делу где је било потребно уписати цену, најчешће уписивали колики је обим сваке мараме појединачно.

На примеру који ћемо приказати, поред коришћења и очитавања података дат је задатак за унос података у табеле.

Пример 6. *Неда је отишла у продавницу како би купила школски прибор који чини оловка, резач, гумица, лењири, бојице и који је спакован у пернициу. У понуди је комплетан прибор, или постоји могућност да сама по свом избору састави школски прибор.*

Производ	***Цена***
Комплетан школски прибор	*820 или 840*
Перница	*400, 500 или 550*
Бојице	*140 или 160*
Лењири	*120*
Комплет: оловка, резач, гумица	*100 или 150*

а) Неда жели да сама састави школски прибор. Која би била најнижа, а која највиша цена прибора?

б) Неда је одлучила да брату купи најјефтинију перницу и два пара скупљих бојица. Колико јој је новца за то потребно?

в) Нединој сестри су потребне јефтиније бојице и 4 комплета лењира. Колико износи тај рачун?

г) Ако Неда има 1000 динара на располагању, какав школски прибор може саставити за тај новац? Прикажи у табели производе и цене.

Производ	***Цена***
Перница	
Бојице	
Лењири	
Комплет: оловка, резач, гумица	

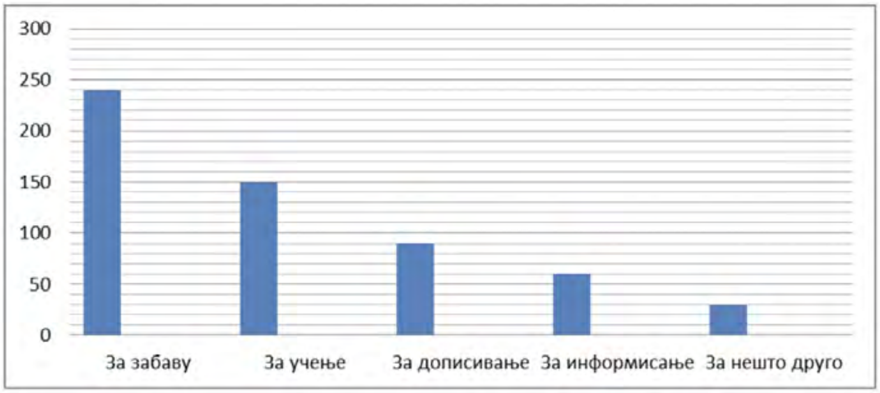
Наведени пример задатка саставили смо на основу сличног примера који је коришћен у PISA истраживању. Пример смо изменили и прилагодили могућностима ученика млађег школског узраста. Приликом решавања задатка ученици треба да испоље способности уочавања, повезивања, упоређивања и флексибилност у сагледавању датих података, њиховом комбиновању и извођењу закључака. Овакви задаци могу се задавати и за рад у групама и паровима и тако код ученика развијати способност разматрања другачијих гледишта и аргументовано образлагање истих. Решавање наведеног примера захтева, не само коришћење датих података о ценама производа, већ и њихово смислено коришћење и процењивање који податак узети у складу са захтевом. Последњи захтев у овом примеру од ученика очекује да изврше трансформацију података из једног облика представљања у други. Неопходно је да у табели саставе самостално комплет прибора по свом избору у вредности од 1000 динара и да добијене вредности унесу у табелу.

Садржајима *трећег нивоа* математичке писмености, који подразумева евалуативна знања, подразумевају задатке код којих проблемске ситуације нису дате у текстуалној форми, већ у виду графикона или табела. Од ученика се очекује да прочита и користи графички приказане податке из реалног контекста и на бази њих решава проблем, критички вреднује податке и користи их приликом решавања сложених проблемских задатака, али и да врши трансформацију података у одговарајуће графиконе. У том процесу долазе до изражаја способности решавања сложених проблемских ситуација, разматрање и образлагање сопствених процедура приликом решавања проблема повезаног са реалним животом ученика. Садржаји овог нивоа подстичу развијање процеса математизације кроз примере који захтевају да се проблемска ситуација из реалног живота преведе на математички језик и да се решење до ког ученици дођу интерпретира у реалном контексту.

У свакодневном животу ученици се могу врло често сусрести са примерима у којима су подаци приказани у виду графикона. У наставној пракси су ретки примери да ученици имају прилику да решавају овај тип задатка. Чешће су се са оваквим начином презентације података сусретали у оквиру других предмета. Последњих година са изменама наставних планова и програма у садржајима математике заступљени су и ови примери. Разлог томе могу бити управо међународна тестирања (PISA, TIMSS) у којима су заступљени примери овог типа. У оквиру TIMSS истраживања читава област је посвећена подацима који су на различите начине заступљени (*Подаци*).

Навешћемо неколико примера задатака који подразумевају захтеве трећег нивоа постигнућа на скали операционализоване математичке писмености (Пример 7. и Пример 8.).

Пример 7. *Дати графикон приказује колико недељно ученици користе интернет и за шта га користе. Време је исказано у минутима.*



а) За шта ученици најчешће користе интернет?

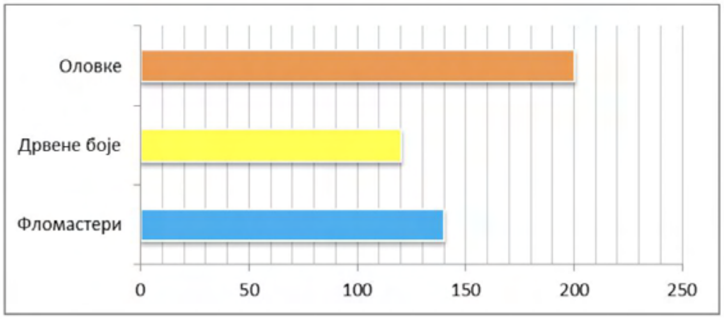
б) Колико временски користе интернет за учење?

в) За колико више користе интернет за забаву у односу на учење?

г) Колико времена проводе информишући се на интернету?

На основу података који су дати у стубичастом графикону, чије вредности ученици очитавају, решавају примере који су у наставку дати. Добијене податке међусобно упоређују и врше неопходна израчунавања.

Пример 8. *Следећи графикон приказује колико је робе допремљено у магацин једне књижаре.*



Којих производа је највише допремљено, а којих најмање?

У магацин је допремљено:

дрвених боја: _____

фломастера: _____

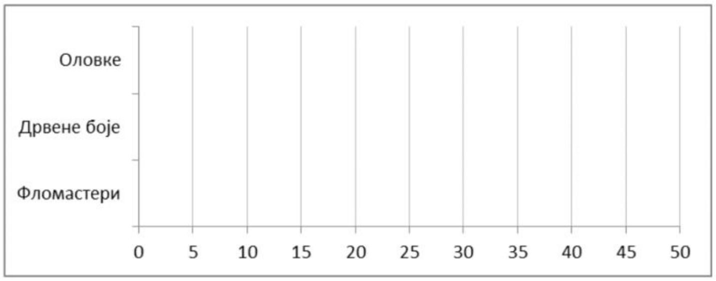
оловака: _____.

Укупан број допремљених оловака у магацину распоређен је у 5 једнаких пакета. Колико је оловака у сваком пакету?

Допремљени фломастери су разврстани у 7 једнаких пакета? Колико има фломастера у једном пакету?

Допремљене дрвене боје су упаковане у 4 једнаке кутије. Колико дрвених боја има у свакој кутији?

Добијене вредности за број пакета прикажи на одговарајућем графикону и у табели.



Врста робе	Фломастери	Дрвене боје	Оловке
Број пакета			

Први захтев који се поставља пред ученике је да уоче тражене податке на графикону и изразе бројем. У другом кораку те податке користе за решавање проблема паковања, а након тога те добијене податке представљају на графикону и изражавају у табели. Добијене вредности трансформишу у нови начин презентовања и то у виду графикона и табеле. Од ученика се очекује одређена креативност и повезивање знања која доводе до адекватног решења.

Навели смо само неке примере математичких садржаја како бисмо илустровали захтеве према операционализованим нивоима математичке писмености. Наше полазиште је да уколико желимо да развијамо елементе математичке писмености морамо ставити ученике у ситуацију да испољавају те способности, односно показују математичку компетентност за то.

4.4. Елементи који подстичу развијање математичке писмености на млађем школском узрасту

Полазиште у раду је да се елементи математичке писмености код ученика млађих разреда основне школе могу развијати на садржајима који садрже захтеве одређеног нивоа математичке писмености, односно подразумевају испољавање одређене категорије знања која је везана за сваки од нивоа (репродуктивна, интегративна, евалуативна) што је већ илустровано у претходном делу. Међутим поред садржаја, морамо узети у обзир и друге елементе математичког образовања од којих директно зависе исходи математичког образовања, а то су учитељи, као непосредни реализатори наставног процеса и уџбеници математике. Стога ћемо размотрити улогу учитеља и улогу уџбеника у развијању математичке писмености на млађем школском узрасту

4.4.1. Улога учитеља у развијању математичке писмености на млађем школском узрасту

У процесу усвајања наставних садржаја учитељ има веома значајну улогу. Од његове умешности и спремности да прихвати одређене промене у раду, да се у току свог радног века стручно усавршава зависи у којој мери ће ученици бити спремни да усвајању наставних садржаја приступе на нов начин. Улога учитеља у томе је вишеструка, јер „он операционализује циљеве и задатке васпитања, бира и адаптира садржаје из широког спектра разноврсних дидактичких система, облика, метода, средстава и извора знања, одабира оне који ће обезбедити успешно и рационално усвајање знања, према томе, учитеља не само да излаже градиво, већ помаже ученицима да га на најцелисходнији начин усвоје јер усвајање знања зависи од самих ученика" (Илић, Николић и Јовановић, 2006: 75). Учитељ који вешто води наставни процес значајно доприноси, не само усвајању знања, већ и развоју способности као што су: способност и спретност у стицању нових знања, развијање самосталног стваралачког мишљења, примена усвојених знања, умења и навике у новим непознатим ситуацијама у којима се могу наћи. Све ове способности представљају основу на којој се развија математичка писменост. Зато је од посебне важности да се од најранијег узраста крене са подстицајима за развој способности које ће допринети да ученици усвојена знања користе на адекватан начин.

Када су у питању традиционални и савремени приступ настави, постоје различита тумачења која прихватају или одбацују неки од ових приступа. Код традиционалне наставе доминира усмено излагање учитеља, док ученици знања примају рецептивно. Може се рећи да је улога учитеља и ученика строго подељена, где је ученик објекат који не учествује у креирању наставе и мотивација за рад долази искључиво споља. Насупрот томе, савремена настава подразумева примену савремених метода наставе које подразумевају да су ученик и учитељ партнери у наставним активностима, где ученик може да креира наставу, што доводи до тога да учи и ради из унутрашњег задовољства да би стекао знања, вештине и изградио своју личност. Ако желимо да у школи припремимо појединца који ће стечена знања касније применити у даљем животу и раду морамо предност дати савременом приступу настави, адекватно обликовати садржаје за наставни процес, узимајући из традиционалне наставе оно што је давало добре резултате и било ефикасно.

У настави дешава се да су два основна процеса, процес наставе и процес учења временски просторно раздвојени. Како би ученици остварили што боље резултате неопходно је да постоји двосмерни процес између наставе и учења. Учитељ је тај који организује наставу и обезбеђује ученицима ефикасан и квалитетан начин учења. Чињеница да у школској пракси постоји доминација наставе над учењем, намеће потребу за померањем акцента са наставе на учење (Ивић, Пешикан и Антић, 2001). То се може постићи ако се пажња посвети активностима ученика, промени улога учитеља и ученика, промени организација наставе и расподела школског времена. Овакав приступ настави своје упориште може наћи у теоријама које се залажу за конструкцију и ко-конструкцију знања од стране ученика. То би значајно променило позицију ученика који су имали искључиво пасивну улогу и били примаоци готових знања. Савремени приступ ученика поставља у центар интересовања, где се настава организује у циљу развоја личности и његових индивидуалних способности сходно његовим могућностима, а не само учење програмом предвиђеног школског градива. Овакав приступ настави, који полази од ученика, знатно ће допринети развоју и афирмацији његових способности.

Ако процес развијања елемената математичке писмености посматрамо у светлу РМО теорије, можемо закључити да је учитељ тај од кога се очекује организација учења. Учитељ наставу прилагођава индивидуалним могућностима и омогућава сваком ученику да напредује својим темпом. У том процесу ученицима обезбеђује одговарајућа наставна средства које користе организовани у одређене облике наставног рада. Учитељи се у наставном процесу ретко опредељују за начин рада у коме ученицима дају простор да самостално решавају одређене проблемске ситуације и на тај начин долазе до одређених закључака и усвајају нова знања и стичу нове способности. У традиционалној настави учитељ се најчешће опредељује за формални, уобичајени начин рада, управо јер је у тим ситуацијама потребно мање времена за припрему и реализацију самог часа. Овакав начин рада неће допринети потпуном разумевању усвојених садржаја и примени у одређеним ситуацијама и у новим примерима.

У којој мери ће се развити поступак рада који подстиче нови приступ усвајању математичких садржаја зависи колико су учитељи спремни да ове садржаје имплементирају у свој начин рада. То подразумева додатне напоре које морају уложити у виду додатне обуке кроз различите семинаре, писање нових наставних планова прилагођене изменама, примена иновативних метода рада, као и нових дидактичких средстава. Како истиче Милинковић, „разматрани су фактори имплементације кроз пројекат *Математика у контексту,* који се реализује у школама у више земаља, дат је осврт на нека питања која треба решавати, при чему ће одговор на њих помоћи учитељима да се припреме за имплементацију реалистичког математичког образовања: 1) Која је улога учитеља у учионици РМО? 2) Како треба да изгледа један час? 3) Какав образовни материјал треба да се користи? 4) Како да се процени напредак ученика?” (2016: 69). Као први фактор издвојена је улога учитеља у овом процесу, што показује од коликог је значаја мотивисаност учитеља да се у наставни процес уведу одређене промене и побољша сам наставни процес.

Да би учитељ био успешан у наставном процесу, он мора поседовати одређене карактеристике. Поред стручности, од учитеља се очекује доста стрпљења, упорности, умешности и креативног рада, познавање али и контролу бројних чинилаца који утичу на процес усвајања знања код ученика. „Својим знањем и високим степеном дидактичко-методичке умешности и педагошког такта учитеља се ставља у службу остваривања постављених циљева и задатака односно, у службу максимално могућег развоја потенцијала сваког ученика као индивидуе, али и као друштвеног бића” (Илић и сар. 2006: 73). Узимање у обзир индивидуалних могућности сваког ученика ствара основу да се развијају елементи математичке писмености према дефинисаним нивоима, који су управо хијерархијски успостављени према степену тежине.

Знања и способности које ученици усвоје у току школовања треба да дају значајан допринос у укључењу ученика у друштвени живот. Како истиче Трнавац „учитељ свој рад треба да заснива на начин који подразумева да а) упознаје и прати развој напредовање ученика, упознаје њихове индивидуалне карактеристике, могућности и потенцијале и у складу са тим иницира и подстиче њихов развој; б) он посредује у преношењу знања, изграђивања умења и навика и развоја способности; в) одговоран је за изграђивање сасвим одређеног погледа на свет; г) утиче на развој њихове личности и особина воље и карактера и д) укључује их у друштвени живот” (према: Илић и сар. 2006: 74). Укључење ученика у друштвени живот подразумева и спремност појединца да решава одређене проблемске ситуације у којима се може наћи. Развијање елемената математичке писмености ствара основу да се сваки ученик активно укључи у тај процес, чему допринос дају знања која је ученик усвојио и способности које су се на тим основама развиле.

У процесу математизације који подразумева да ученици проблем који је дат у реалном контексту преводе на математички проблем који ће применом математичких процедура решити, значајна је улога учитеља. Де Ланж (De Lange) процес учења објашњава према Ван Хилеовим нивоима и сматра да „пролази кроз три фазе: 1) ученик достиже први ниво мишљења чим може манипулисати познатим карактеристикама схема, 2) досезање до другог нивоа постиже се када ученик стекне могућност да манипулише међуодносима карактеристикама схема и 3) када је ученик у могућности да манипулише суштинским карактеристикама посматране схеме, он је већ доспео до трећег нивоа мишљења” (према: Romano, 2009b: 14). Фјорденталова дидактичка феноменологија полази од претпоставке да подучавање треба почети контекстуалним проблемом „процес се даље наставља поступком (поновног) откривања математичких идеја и процесима прогресивне математизације под вођством учитеља и преласком са првог на други ниво, овладавајући тако способностима којима се идентификује други виши ниво” (Ђокић, 2017: 82). Овом процесу учитељ подстиче ученике на процес учења и тражења одговора па је тако његова улога усмеривача важна за успешно учење.

У процесу учења који би био заснован на РМО теоријама од учитеља се очекује да поред когнитивног развоја ученика подстакне и циљеве наставе математике који се односе на интелектуалне вештине и способности ученика. Од ученика се очекује да кроз процес учења заснованог на решавању проблемских ситуација из свакодневног живота развије способност критичког мишљења и способност примене знања, за шта је најзаслужнији учитељ. Ученици задати проблем решавају према својим могућностима и прилагођавају га свом нивоу знања. Проблем могу решавати индивидуално или у групама. У овом процесу, како истичу Де Ланж и Гравемеијер „улога учитеља је улога фацилитатора, организатора, вође и евалуатора” (према: Ђокић, 2017: 99). Учитељ припрема садржаје који су повезани са наставном јединицом, али и са реалним окружењем. Како би ученици успешно решили задати проблем он им даје одређене инструкције и смернице које могу бити дате усмено или у виду записа на табли. Циљ свега овога је да се код ученика побуди интересовање за активно учествовање у процесу решавања проблема, што се може постићи проблемима који су ученицима занимљиви, али и прилагођени узрасту ученика. Тај процес прати дискусија, индивидуално изношење стратегија и приступа које је сваки ученик користио да би дошао до решења, да би се на крају дошло до најефикаснијег поступка решавања проблема. Од ученика се очекује да стекну способности који ће им омогућити да знања усвојена на овај начин примене и у новим проблемским ситуацијама.

Милинковић истиче да би учитељ проценио шта су ученици усвојили на једном оваквом часу слика о ученицима „би требало да садржи следеће информације: 1) како решавају математичке проблеме, 2) како комуницирају идеје (користе математички језик), 3) како математички резонују, 4) да ли они успостављају везе између математике и других домена, из свакодневног живота, 5) како разумеју математичке појмове и процедуре, као и 6) колико су креативни и какву диспозицију имају према математици” (Милинковић, 2016: 72).

У *Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања* се наводи да се „при обради нових садржаја треба ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога учитеља је да буде организатор наставног процеса, да постиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбенике и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака” (*Правилник о програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања,* 2019: 35). Приликом одабира задатака учитељи треба да се „оспособе да формулишу задатке који ће представљати реалне ситуације из околине ученика, да бирају релевантне објекте и податке који имају смисла за ученике, знају да преводе објекте, податке и релације на математички језик, користе различите методе да постигну резултат и изведу закључак, правилно тумаче резултате и умеју да процене тачност решења у поређењу са посматраним подацима” (Ибро и Љајко, 2018: 372). На овај начин учитељ ствара основу да се код ученика на млађем школском узрасту развијају способности које су основа за развијање елемената математичке писмености.

На крају разматрања свих улога учитеља у смислу деловања у процесу развијања елемената математичке писмености желимо да скренемо пажњу на то да, поред избора садржаја важну улогу игра одабир типа учења као модела у раду са тим садржајима. Ивић и сарадници (2001) дали су класификацију типова учења:

- „смислено наспрам механичког (дословног) учења,
- практично наспрам вербалног учења,
- рецептивно наспрам учења путем открића,
- конвергентно (логичко) наспрам дивергентног (стваралачког) учења,

- трансмисивно наспрам интерактивног учења" (Ивић и сар. 2001: 20)

Ученик садржаје може учити на два начина смислено, односно са разумевањем и без разумевања тј. напамет. Учење са разумевањем значи повезивање и успостављање везе нових садржаја са оним што је од раније познато. Када ученик не успостави ову врсту везе онда те садржаје учи напамет. У школи постоје садржаји које ученици једино могу научити напамет, међутим увек треба настојати да се садржаји уче са разумевањем. Разумевање садржаја које ученици уче створиће добру основу за каснију примену и трансфер усвојених знања, како на новим примерима, тако и у решавању реалних проблема из свакодневног живота, што је веома битно за развијање елемената математичке писмености.

Уколико учитељ кроз реализацију васпитно-образовног рада подстиче развијање смисленог учења, који доприноси успостављању веза између оног што је већ учено са новим садржајима, ствара се основа за развијање способности које су неопходне у побољшању елемената математичке писмености код ученика. Стварањем смислене везе између садражаја који су познати и нових, ученици се оспособљавају да усвојена знања примене како у решавању проблема из реалног живота.

Велики број садржаја који се у школи уче су исказани вербалним симболима, усмено речима, или у писаној форми, текстом, и то су вербални садржаји. Поред њих садржаји учења могу бити одређене практичне радње као што су писање, цртање, коришћење компјутера, сређивање података у табели, техника писања извештаја. Вербално учење покрива тзв. декларативно знање које обухвата учење чињеница, података, догађаја, утврђивање закона и слично, а практично учење се односи на процедурална знања (учи се како се користи каталог библиотеке, како се сређују подаци, како се прави преглед садржаја и слично). Знања усвојена на овом нивоу стварају добру основу за развијање математичке писмености код ученика. Практичним учењем уче се вештине, односно умења како се нешто ради и оне могу бити практично механичке и практично смислене.

Садржаји које доприносе развијању елемената математичке писмености, поред осталих, односе се и на примере задатака у којима су подаци приказани у табелама и графиконима. Да би ученици успешно решавали овај тип задатака неопходно је подстицати развијање практичног учења, које се односи на писање, цртање и сређивање података у табелама и графиконима. На тај начин се ученици оспособљавају да решавају проблеме из реалног окружења у којима су подаци приказани на овај начин.

Када учитељ у наставном процесу презентује одређене садржаје, а ученик усваја готова знања онда је реч о рецептивном учењу. Ученик не долази до знања самостално, не открива нове чињенице, већ презентовано усваја механички или са разумевањем. Уколико ученик самостално долази до сазнања онда је реч о настави путем открића. Овим видом учења формирају се бројне способности код ученика који на овај начин усваја нова знања. Методе које се најчешће примењују су решавање проблема и учење путем открића. Код учења откривања до нових сазнања долази се самостално индуктивним закључивањем, а код решавања проблема дедуктивним путем. Учењем путем открића код ученика се развијају способности примене и повезивања усвојених знања у циљу решавања одређеног проблема што ствара основу за подстицање развијања математичке писмености. На овај начин се могу решавати проблеми који су повезани са реалним животом, који пружају могућност да ученици самостално откривају чињенице и процесе који их до решења доводе.

Конвергентно (логичко) и дивергентно (стваралачко) учење најбоље ћемо сагледати ако протумачимо значење конвергентног и дивергентног мишљења. Конвергентно мишљење је засновано на ригорозним правилима логичког мишљења које подразумева строго уређени следи интелектуалних радњи које нужно воде до једног исправног циља. Највећи број задатака у школској настави покреће и очекује овај вид мишљења код ученика. Дивергентно или стваралачко, креативно мишљење је „облик интелектуалног ангажовања у коме је важно стварање што већег броја идеја, оригиналних и неочекиваних замисли, флексибилност у мишљењу, откривање алтернативних путева решавања једног истог проблема” (Ивић и сар. 2001: 33). Основна критика која се упућује традиционалном школском учењу јесте доминација пасивних облика рада и факторима меморије, а да се мало простора даје развоју конвергентног и дивергентног мишљења. Зато треба инсистирати на активним облицима учења који подстичу менталне процесе као што су фактори когниције, меморије, конвергентно и дивергентно мишљење. Од способности конвергентног мишљења „зависи успех у налажењу правилног одговора, у одређеном задатком орјентисаном правцу, а на основу датих података, односно налажење једног одговора или препознавање тог одговора. Способностима дивергентног мишљења се манифестује могућности усмеравања у различитим правцима, у могућности да се дође до решења од којих више њих може бити добро решење проблема” (Маричић, 2006: 36).

На највишем нивоу развијања математичке писмености од ученика се очекују евалуативна знања која подразумевају способности дивергентног (стваралачког) мишљења. Од ученика се очекује да образлажу процесе у решавању одређеног проблема, као и решавање комплексних проблема, који могу имати и више решења. Зато је важно кроз васпитно-образовни рад, који би допринео побољшању математичке писмености, код ученика подстицати развој ових видова учења, а самим тим и мишљења.

Социјална средина представља важан елеменат учења и простор у којој се учи и комуникације остварује. Код трансмисивног учења доминира једносмерна комуникација од учитеља према ученицима, где је учитељ извор знања, а ученици рецептори. Ово је затворена социјална средина у којој ученик нема слободу да нешто каже или пита. Са друге стране интеракција би подразумевала обострану комуникацију између учитеља и ученика која се може одвијати на више нивоа. Зачетак интерактивног учења може се наћи у Сократовој филозофији и у становиштима Џона Дјуиа, док се теоријске основе налазе у социјалном конструктивизму Лава Виготског. Виготски сматра да социјална интеракција има важну улогу у развоју интелектуалних функција. Основна идеја је сарадња и међусобна размена између учитеља и ученика и самих ученика научених чињеница у процесу усвајања нових знања. Интеракција је асиметрична, јер учитељ је тај који поседује више знања, а ученик је мање компетентан партнер који поседује претходна знања која активно улаже у конструкцију нових. Ово је процес ко-конструкције нових знања.

Интерактиван начин учења, у коме би ученик имао активну позицију и самостално долазио до одређених сазнања, значајно доприноси развијању способности неопходних за примену усвојених знања. Ученик који самостално долази до одређених знања, закључака и чињеница ствара могућност да та знања примени у различитим ситуацијама које могу бити повезане са реалним животом. У том процесу је битна улога учитеља који ученика усмерава и доводи до сазнања и оспособљава га за увид у практичну примену усвојених знања што је основа развијања математичке писмености.

Дакле, у остварењу наставног процеса веома важно је подстицати облике учења који могу допринети развијању елемената математичке писмености, што се постиже адекватним обликовањем садржаја за учење и активном улогом учитеља. Садржаји који доприносе развијању елемената математичке писмености на млађем школском узрасту, подстичу развијање смисленог, практичног, учења путем открића, дивергентног (стваралачког) и интерактивног начина учења. Кроз процес решавања проблема из реалног света код ученика долази до развоја способности креативности, повезивања и примене знања, самосталности, иницијативе, слободног избора и изражавања ученика што ствара добру основу за развој активних облика учења код ученика.

Можемо закључити да у остваривању наставног процеса и развијању елемената математичке писмености учитељ има веома значајну улогу. Зато су од великог значаја крактеристике које учитељ има, а које подразумевају стручност, спретност, умешност, кративно проналажење цињеница и многе друге. Уколико учитељ узме у обзир индивидуалне могућности ученика и одабере адекватне садржаје може знатно допринети развијању елемената математичке писмености и на млађем школском узрасту. Битна компонента математичке писмености је и правилно коришћење информација, па је улога учитеља да ученике упућује на различите изворе информација који су им доступни, у првом реду је то уџбеник као основно наставно средство. Оспособљавање ученика за процес математизације, који је важан за развијање математичке писмености, захтева активну улогу учитеља који ученике кроз тај процес води. За развијање елемената математичке писмености је, поред адекватног обликовања садржаја, битан и адекватан избор учења у чему учитељ има значајну улогу. Он је тај који кроз активне облике учења ствара основу за развијање способности које омогућавају ученицима да примене знања у решавању проблема из реалног живота.

4.4.2. Улога уџбеника у развијању математичке писмености на млађем школском узрасту

У креирању и реализацији наставног процеса важну улогу има уџбеник као основно наставно средство. Уџбеник, најчешће, представља полазну основу при одабиру садржаја који ће се реализовати у оквиру планиране наставе математике. Како истиче Хавелка „уџбеник има статус основне и обавезне школске књиге” (2001: 36) Наставни планови прате садржаје који су предвиђени у уџбенику, па је зато важно да у уџбеницима има што више примера који ће подстицати развијање математичке писмености.

Последњих година на тржишту је доступан све већи број уџбеника. Да би школе и учитељи направили добар избор при одабиру уџбеника неопходно је успоставити одређене захтеве које уџбеник мора испунити. Дефинисани су општи стандарди квалитета уџбеника који се односе на садржај уџбеника, дидактичког обликовања и језика уџбеника. Стандарди се односе на уџбенички комплет, уџбеник и сваку лекцију појединачно, као и на електронско издање уџбеника (Ивић, Пешикан и Антић, 2012). *Правилник о стандардима квалитета уџбеника и упутства о њиховој употреби* предвиђа да уџбеник подстиче развој ученика и омогућава самостално учење зато је:

1. „уџбеник прилагођен узрасту, развојном нивоу ученика и њиховом предзнању.
2. Уџбеник доприноси интеграцији знања, развоју система појмова и стицању функционалних знања.
3. Уџбеник афирмише различите методе учења и учење кроз различите облике рада.
4. Уџбеник подржава различите стилове учења.
5. Уџбеник поседује елементе који омогућавају ученику праћење сопственог напретка у учењу.
6. Уџбеник упућује на коришћење различитих извора и врста информација.
7. Уџбеник подстиче критичко и стваралачко мишљење.
8. У уџбенику се указује на везу садржаја са свакодневним животом, његовом применом и даљим учењем.
9. Уџбеник подстиче интересовање за предмет, односно наставну област, мотивише и подржава самостално учење" (*Правилник о стандардима квалитета уџбеника и упутства о њиховој употреби,* 2016: 11–12).

Уочавамо да стандарди квалитета уџбеника подразумевају да уџбеник својим садржајима треба да доприноси развијању елемената математичке писмености кроз наводе који се односе на указивање везе садржаја са свакодневним животом, применом усвојених знања и пружање различитих извора информација. Зато је неопходно одабрати адекватан уџбеник који ће својим садржајима ту могућност ученицима и пружити. Да би се то остварило „треба одредити садржај уџбеника, начин презентације и препоручити одговарајуће наставне методе" (Милинковић, 2016: 70). Код развијања математичке писмености веома је важна активна улога ученика у наставном процесу, а то се може постићи садржајима уџбеника који покрећу ученике на то. Ако су садржаји смештени у реалан контекст близак ученику они ће код ученика побудити интересовање за решавање проблемске ситуације. У овом процесу уџбеник може имати улогу извора проблемског задатка, а у исто време треба да представља извор информација и знања које ће ученик употребити. То потврђује и Ђокић, која каже да је „школски уџбеник део школског амбијента и постаје једно од средстава које може бити употребљено као један од извора информација, сагласно потребама детета (ученика)" (2017: 180).

Значај уџбеника у наставном процесу испитивала је Оливера Ђокић (2013) чије је истраживање усмерено управо на „испитивање ефеката иновативног приступа и уџбеника у настави математике заснованог у реалистичном математичком образовању који се ослања на традиционалне квалитете наше основне школе" (Ђокић, 2017: 181). Истраживање је подразумевало примену уџбеника у коме су садржаји геометрије засновани на претпоставкама реалистичког математичког образовања. Потврђено је да се садржаји из геометрије повезани са реалним животом боље усвајају од приступа на уобичајени начин. То нам показује да уколико су садржаји уџбеника смислени и повезани са реалним животом ученика, његовим интересовањима и потребама, то ће довести до активног учешћа ученика у наставном процесу што резултира развијањем способности неопходних за практичну примену усвојених знања.

Уџбеник који доприноси развијању елемената математичке писмености мора бити заснован на концепцијама теорије Реалистичног математичког образовања. Такав уџбеник подстиче ученике на мисаоне активности и има улогу да буде:

- „ослонац у артикулисању наставног процеса; уџбеник повезује учитеља и ученика са циљевима, садржајима и методама;
- организатор активности усмерених на разна питања, проблеме, изворе;
- демонстратор различитих модела интелектуалних операција и логичких процедура; примењен је на садржаје различитог степена апстракности, на искуствено блиске и удаљеније проблемске ситуације;
- водич ученицима у поузданом орјентисању кроз образовни миље школе и социокултурно окружење;
- увек доступан информатор који садржи релевантне информације, али упућује и на друге изворе знања;
- агенс који поступно али прогресивно смањује асиметрију у знањима, умењима, ставовима учитеља и ученика; ученик постепено постане аутономан у процесу учења” (Хавелка, 2001: 52).

У реализацији наставног процеса учитељи су доста упућени на уџбенике. Зато се као могућност унапређења наставе може поставити и промене у концепцији уџбеника, у адекватном обликовању садржаја који ће ученицима бити доступни кроз коришћење уџбеника. Уџбеник би требао да садржи што већи број проблемских задатака повезаних са реалним животом и примера у којима подаци нису дати у текстуалној форми већ у виду графичких приказа табела и графикона. То би допринело до развијања елемената математичке писмености и на млађем школском узрасту. Ученици би увидели практичну примену математике и на тај начин би њихова знања постала функционална. Приликом одабира садржаја који ће се наћи у једном уџбенику потребно је успоставити равнотежу између броја проблемских задатака повезаних са реалним животом који подстичу ученике на активност и примера који дају готова знања која ученици морају усвојити до којих се долази помоћу једноставних питања и задатака.

Полазећи од претпоставке да се ученици међусобно разликују према својим когнитивним способностима, предзнањима, начином мишљења и закључивања, уџбеник мора садржати задатке који су прилагођени могућностима ученика. То се постиже одабиром садржаја који су разврстани на различите нивое тежине, од најједноставнијих до најсложенијих. Та класификација је усклађена са Блумовом таксономијом образовних циљева и задатака. Плут наводи „да је у Блумовој класификацији дато све или скоро све што се може добити у школи, али не и стицање интелектуалних умења што је важна функција уџбеника” (Плут, 2003, према: Ђокић, 2017: 203).

У уџбеницима који се користе на млађем школском узрасту најзаступљенији су задаци који одговарају нижем нивоу знања, док задатака на вишим нивоима има нешто мање. У току читавог основног образовања неопходно је подржавање свих нивоа знања прилагођених узрасту ученика истиче Требјешанин (2001). У конципирању уџбеника треба инсистирати на повећању броја задатака који одговарају вишим нивоима, који доприносе развијању способности неопходних за унапређење математичке писмености. На тај начи би се квалитет знања која ученици усвајају померио са нивоа препознавања основних чињеница до нивоа примене и критичког вредновања знања.

Закључујемо да се избором адекватног уџбеника у коме су заступљени садржаји који су повезани са реалним животом ученика, који су разврстани по нивоима сложености, могу развијати елементи математичке писмености на млађем школском узрасту. Уџбеник као најчешће коришћено наставно средство дао би велики допринос томе.

5. ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА

Развијање математичке писмености предмет је истраживања многих научника и истраживача. Истраживања су углавном усмерена на испитивање способности примена наученог у реалним животним ситуацијама и приликом решавања проблема. Фокус је, дакле усмерен, на реално математичко окружење, као и на елементе математичке писмености које се морају развити код ученика. На основу ових тежњи настали су бројни научни истраживачки радови, докторске и магистарске дисертације са циљем да се открије први пут презентовања садржаја који дориносе развоју математичке писмености.

Докторска дисертација Оливере Ђокић под насловом *Реално окружење у почетној настави геометрије,* која је одобрена на Учитељском факултету у Београду, управо је за предмет истраживања имала испитивање ефеката реалног окружења у почетној настави геометрије. У којој мери овај приступ доприноси побољшању постигнућа и мотивације ученика. Истраживање је реализовано кроз примену експеримента са параленим групама и модела иновативног уџбеника на коме се рад и заснивао. Ауторка полази од предпоставке да примена реалног окружења као наставног приступа и модела уџбеника у коме су садржаји у оквиру наставне теме *Геометрија* на тај начин презентовани, у знатној мери доприносе побољшању постигнућа и мотивације ученика за учење садржаја из геометрије. Поред експерименталног програма истраживањем су обухваћени и учитељи и ученици кроз испитивање њихових ставова о коришћеном иновативном приступу рада. После статистичке обраде података дошло се до закључка да је „веза између завршног теста знања ученика из геометрије и величине напретка кроз експериментални програм наставни приступ реално окружење јака и износи 0,74”(Ђокић 2017: 311). Утврђено је да примењени експериментални програм, који је подразумевао интерпретацију садржаја из геометрије у реалном животном контексту, има значајне ефекте на постигнућа ученика из ове области.

Спроведено истраживање даје одговоре на бројна питања која се односе на структуру и концепт уџбеника за почетну наставу математике који оспособљава будуће ученике за практичну примену усвојених знања у реалном животном окружењу. Дата је могућност за поставку нових истраживања која ће пратити ефекте овог модела рада на простору као моделу, кроз просторно резоновање у геометријским активностима. Примена усвојених знања у процесу решавања проблемских ситуација повезаних са геометријским садржајима, представља битан елеменат математичке писмености. Приказано је да ученици могу врло успешно решавати овај вид проблема уз адекватну обраду наставних садржаја на млађем школском узрасту.

О значају развоја математичке писмености говоре бројне студије које су настале као продукт анализе резултата постигућа ученика на националним и међународним тестирањима. На основи PISA тестирања, у којем учествује и Србија од 2003. године, може се извести закључак да се наши ученици, који су обухваћени овим тестирањем, налазе испод просечног броја поена када су у питању све три области које су испитиване. Наиме, наши петнаестогодишњаци показују исподпросечна достигнућа у области читалачке, математичке и научне писмености. Научне студије које су анализирале постигнућа ученика, а које су приредили Павловић Бабић и Бауцал наводе бројне разлоге као узрочнике слабих резултата. Анализиран је утицај социоекономског статуса ученика на њихова постигнућа, али као битан фактор се истиче инсистирање на репродукцији научених садржаја без инсистирања на примени и трансферу усвојених знања. Како би се резултати ученика на овим тестирањима побољшали неопходно је инсистирати на функционалним знањима још од најранијег школског узраста (Pavlović Babić i Baucal, 2013; Baucal, 2012; Baucal i Pavlović Babić, 2011). У прилог томе се може истаћи чињеница да су ученици четвртог разреда који су обухваћени TIMSS тестирањима постигли резултате који су изнад предвиђеног просека. У подстицању и неговању постигнућа на нижем школском узрасту треба тражити кључ решења за постигнућа ученика у току даљег школовања и читавог живота (TIMSS 2015). Анализом резултата које су постигли у оквиру TIMSS тестирања, које је реализовано 2011. године, а којим су обухваћени ученици четвртог разреда (4379 ученика из 156 основних школа што чини 219 одељења), утврђено је да су ученици освојили број поена који је изнад предвиђеног просека. Овај податак представља охрабрујућу чињеницу ако бисмо имали и виду да су ученици виших разреда постигли знатно лошије резултате (Гашић Павишић и Станковић, 2012).

Истраживање о језичкој формулацији задатака као битном фактору разумевања и лакшег решавања задатака спровели су Чутура и Вуловић на узорку од 198 ученика четвртог разреда. Циљ је био испитивање карактеристика радова у којима су задаци дати у форми математичког израза, а потребно их је превести у језичку форму. Анализирана је математичка коректност, потом реалност контекста, колико су разноврсне и оригиналне теме, типови и структура текста, као и лексичке и синтаксичке карактеристике. Добијени резултати су показали да ученици немају у довољној мери развијене способности које су неопходне да би преводили математичке изразе у форму текста, да препознају и поштују функционални стил, али не обраћају пажњу на реалан контекст и величине. Препорука је да се овај проблем може превазићи применом што већег броја задатака отвореног типа (Чутура и Вуловић, 2016).

На основу спроведеног истраживања на ученицима првог разеда београдских средњих школа Анић и Павловић Бабић су настојали да објасне које су основне препреке на које ученици наилазе приликом решавања математичких задатака и којим вештинама ученици морају овладати у том послу како би успешно решавали примењиве задатке. Овај рад даје значајан допринос разумевању одређења математичке писмености захваљујући којој се ствара могућност да сваки појединац разуме свет у коме живи и да доноси битне одлуке. Резултати овог истраживања су показали да уклањањем сувишних података у математичком задатку, значајно се повећава успешност у решавању задатака. Основна препорука овог истраживања је да се ученици усмеравају на стицање вештина које ће им омогућити правично селектовање потребних података као једног елемента математичке писмености. У мору понуђених података ученик стиче вештину да одабира само информације које су релевантне за решавање одређених задатака. Сви задаци који су обухваћени истраживањем су из групе задатака који подразумевају примену у свакодневном животу (Анић и Павлови Бабић, 2011).

Међународна тестирања као што су PISA и TIMSS немају само значај у погледу дијагностиковања нивоа математичке писмености и не спроводе се само у ту сврху. Врло је важно открити узроке који се сматрају основом за добијање добрих или лоших резултата на тесту. Разлози могу бити бројни, а како би на прави начин били откривени неопходно је спровести, поред тестирања, анкетирање учесника наставног процеса. Тако ова истраживања прати и решавање анкетних упитника који су предвиђени за ученике, учитеље, директоре школа и родитеље, као и све ученике наставног процеса. Добијени резултати дају јасну слику о могућим узрочницима добрих или лоших резултата. Један од узрочника који се испитује односи се на социоекономски статус ученика (СЕС), или утицај самоефикасности ученика (self-efficacy) и многи други. Кемал Озген (Kemal Ozgen) је у својој студији истражио ставове ученика о самоефикасности у математичкој писмености и њихови погледи на повезаност математике са стварним светом. Узорком су обухваћени средњошколци (40) у Турској који су учествовали у PISA тестирању. Подаци су прикупљени скалом Ликертовог типа и преко интервјуа. Добијени резултати говоре да средњошколци имају средњи степен уверења о сопственој самоефикасности и да су им ставови о повезаности математике и стварног света слични. Ученици са високим степеном уверења о сопственој самоефикасности имали су позитиван поглед о повезаности математике и стварног света, што потврђује да ови ученици имају већу свест о значају и могућностима коришћења математике у свакодневном животу (Ozgen, 2013).

Боби Ођоси (Bobby Ojose) у свом раду истражује у којој су мери појединци спремни да математичка знања која усвајају употребе у свакодневним животним активностима, односно који је ниво њихове математичке писмености. Потреба за овим истраживањем јавила се после лоших резултата постигнутих на међународном PISA тесту. Као узрок лоших резултата наводи се фобија од математике која се код ученика јавља, колико често указујемо на то где знања усвојена из математике имају примену у свакодневном животу и колико се користе адекватне методе за усвајање нових знања. Како аутор истиче, математика која се учи у школи није увек предуслов за математичку писменост, као и методе којима се она учи, не омогућавају увек повезивање ситуација. Математичка писменост обухвата низ знања и вештина којима би појединац морао овладати како би могао функционисати у савременом друштву. „Математички писмена особа може проценити, интерпретирати податке, решавати свакодневне проблеме, размишља у нумеричким, графичким и геометријским ситуацијама и комуницира користећи математику. Како се знање шири и економија развија, све више људи у раду користи технологију или ради у срединама где је математика основа за то. Решавање проблема, обрада информација и комуникација постају рутински захтеви посла. Математичка писменост је неопходна и на послу и у свакодневном животу” (Ojose, 2011: 91).

Сваки појединац, сходно својим могућностима, процењује која су то знања која мора имати како би себе сматрао математички писменом особом која увиђа могућност примене знања у свакодневним животним ситуацијама. За неког је довољно само познавање основних аритметичких операција и начин њиховог извођења, а за друге је то и познавање алгебре, геометрије, вероватноће и њихове примене у свакодневном животу. Како једну од битних ставки у оквиру математичке писмености OECD наводи читање и тумачење текстова у различитим форматима као што су: Обрасци (порески обрасци, обрасци имиграције, обрасци виза, обрасци захтева, упитници); информативни листови (возни ред, ценовници, каталози, програми); ваучери (улазнице, карте); потврде (дипломе, уговори); позив и оглашавање; графикони и хистограми; иконички приказ података; дијаграми; табеле и матрице (према: Ojose, 2011: 97). Не можемо са сигурношћу тврдити које од наведених вештина сваки појединац мора поседовати да би био математички писмен, али чињеница је да су бројни појединци који не поседују ни елементарна знања која су неопходна за функционисање у друштву. Ретке су животне ситуације у којима појединац може одмах проценити која су му знања неопходна и која може употребити како би дошао до решења задатог проблема. Коришћење феноменолошког приступа како бисмо описали математичке концепте, структуре и идеје има смисла ако математику посматрамо као науку која нам помаже да решавамо проблеме. Овај приступ су пратили Фројдентал (Freudenthal, 1973) и други, попут Стина (Steen, 1990).

Дарјо Фелда (Darjo Felda) је у оквиру своје дисертације, које се заснива на парадигми подучавања математике у релистичком контексту, настојао да истакне у којој мери овај начин презентовања садржаја у нижим разредима доприноси развоју математичке писмености. Када говори о математичкој писмености, истиче да она подразумева способност перципирања, разумевања и коришћења математичких аргумената у свакодневном животу (Felda, 2011). Претпоставка од које полази је да укључивање реалних ситуација из свакодневног живота значајно доприноси развоју математичке писмености. Решавање задатака који захтевају познавање једноставних рачунских алгоритама неће представљати већи проблем за ученике, док ће решавање једноставних и сложенијих реалистичких проблема захтевати додатни рад и напоре ученика. Експерименталним истраживањем су наведене хипотезе и потврђене. Ученици четвртог разреда који су у оквиру експерименталног програма вежбали задатке смештене у реални животни контекст, на финалном тестирању су показали знатан напредак у поређењу са иницијалним и са ученицима контролне групе. Задаци које су ученици решавали подразумевали су реалне проблеме који не садрже довољно података за решење, реалистичан проблем који садрже више података него што је потребно за решење, реални проблем који имају вишеструка решења, реални проблеми који садрже контрадикторне податке и немају решења (Cotič i Felda, 2011).

Када је у питању усвајање математичких знања као битан фактор истиче се чињеница да у том процесу није довољно да само ученици упијају одређена знања, већ се од њих очекују да развију одређене способности као што су: истраживање, решавање проблема, креативан начин размишљања, обрада података, логичко закључивање и евалуација резултата. Да би се код ученика развиле наведене способности неопходно га је укључити у практични процес решавања реалних проблема. Проблемске ситуације које се пред ученике постављају на самом почетку морају бити што једноставније. Истраживања су показала да ученици у овом процесу најчешће испољавају потешкоће у разумевању текста самог проблема и у одабиру одговарајућих математичких знања и садржаја који ће помоћи при решавању дате проблемске ситуације. Њихов избор је најчешће насумичан и заснован на примени основних знања и правила при решавању математичких задатака. Истраживање које су спровели Фелда и Цотич (Felda i Cotič) у оквиру експерименталног програма показало је да кроз вежбање и укључивање садржаја који подстичу развијање математичке писмености на млађем школском узрасту, ученици се могу оспособити за решавање реалних математичких проблема, што подразумева правилан избор рада, процедуре и начина рада. На тај начин би се избегла уобичајена пракса када ученици при решавању задатака користе само научене рачунске операције и њихову рутинску примену (Felda i Cotič, 2012).

Како ће значајан део овог рада бити посвећен анализи уџбеника, дајемо кратак осврт на ову проблематику у досадашњим истраживањима. Дубравка Гласновић Грацин је у свом истраживању указала на заступљеност задатака који подстичу развијање математичке писмености у уџбеницима математике од шестог до осмог разреда. Утврђено је да су задаци у уџбеницима дати у виду захтева који захтевају репродукцију и препознавање садржаја при чему су смештени у унутарматематички контекст. Број задатака који захтева примену знања у свакодневном животу и задаци отвореног типа који могу бити решени на више начина, нису у довољној мери заступљени. Истраживањем је потврђено да задаци предвиђени у уџбенику су у знатном раскораку са захтевима који су постављени у задацима на међународним PISA тестирањима (Glasnović Gracin, 2011).

Ахмад Фаузан (Ahmad Fauzan) се у оквиру своје дисертације *Applying Realistic Mathematics Education (RME) in Teaching Geometry in Indonesian Primary Schools* бави проучавањем реалног математичког контекста у настави математике код ученика у Индонезији. Из његових навода можемо закључити да се код ученика у Индонезији у математичком образовању јављају исти проблеми као и код наших ученика. Претеран механистички и конвенционални приступ математици, процес учења се усмерава на циљеве и исходе учења, без објашњења процеса који до тога доводе, инсистирање на меморисању чињеница и примени научених формула су неки од проблема о којима говори, а које можемо препознати и код школског система у Србији. У циљу унапређења наставе математике Фаузан је курикулум који је инплементирао у наставни план за математику за ученике четвртог разреда. Курикулум IRME се односио на план за наставу и укључује све оно што ученици треба да знају, на који начин ће постићи постављени циљ, на који начин ће учитељи мотивисати ученике да усвајају знања у одређеном контексту у коме уче. Примена овог програма на геометријским садржајима знатно је допринела развоју разумевања, расуђивања, креативности и мотивације за учење код ученика. На овај начин ученици кроз активности које подразумевају примену знања дају ученицима да самостално конструишу знања (Fauzan, 2002).

Постигнућа ученика на међународним PISA и TIMSS тестирањима, у земљама у којима су спроведена, дала су јасну слику о стању школства у тим земљама. То је био повод да се изврше реформе школства, наставних планова и програма или промене у систему образовања ученика и учитеља. Јужна Африка је после лоших резултата на међународним тестирањима прва увела математичку писменост као наставни предмет од 2006. године. Ефикасност овог новог школског предмета истражена је у оквиру дисертације Ј. Ј. Бота (Johanna Jacoba Botha) *Exploring Mathematical Literacy: The Relationship Between Teachers' Knowledge and Beliefs and Their Instructional Practices.* Она сматра да су у реализацији новог наставног предмета учитељи главни покретачи промена. Важно је да учитељи и ученици схвате значај примене математике у контексту. Томе ће у знатној мери допринети професионално усавршавање учитеља као битан део реформе наставног плана, јер нов наставни предмет подразумева другачији приступ од реализације класичних часова математике. Врло је важно да учитељи имају адекватна знања како би предавали овај предмет, а да ученици и родитељи покажу позитиван став према новом предмету. Студије које су спроведене годину дана након увођења новог предмета показале су да су ученици и родитељи имали негативан став према овом предмету, а и учитељи нису показали наклоност. Новине које овај предмет доноси односе се на математичке садржаје који се предају тако да су повезани са стварним ситуацијама, а учитељи морају имати компетенције које ће им омогућити да свој рад прилагоде тако да децу подучавају на начин који се разликује од градива на свакодневним часовима математике. Истраживање је подразумевало испитивање природе наставничких знања и уверења о математици и математичкој писмености и начин на који се манифестују у наставној пракси. Добијени резултати ће бити употребљени како би се спровела одговарајућа обука учитеља за нови наставни предмет. Узорком су обухваћени учитељи једног разреда из пет различитих средњих школа. У току реализације истраживања узети су у обзир резултати четири учитеља, један је изостављен јер добијени резултати нису били релевантни за ову студију. Након испитивања ставова учитеља дошло се до закључка да је математика предмет који треба савладавати применом конструктивистичког приступа који подразумева да ученици не треба да усвајају готова знања већ да их активно и самостално конструишу. Математичка писменост је користан предмет и треба га интегрисати са другим школским предметима, ставови су учитеља који су обухваћени овом студијом. Од учитеља се очекује да стекну одређени ниво знања пре него што им се дозволи да предају овај предмет, то подразумева одређена процедурална знања и концептуално разумевање уз одговарајуће искуство (Botha, 2011).

У складу са принципима и вредностима заинтересованих страна Јаблонка (Jablonka, 2003) је истраживала различите међународне перспективе о математичкој писмености. Она сматра да постоје две групе истраживача. Истраживачи који сматрају да је за примену математике у стварном контексту потребан висок ниво математичких знања (Gellert, Jablonka & Keitel, 2001; Hope, 2007; Jablonka, 2003; Skovsmose, 2007), чине прву групу, а остали сматрају да је појединцу потребан основни ниво писмености уз добру информисаност како би постигли одређени ниво математичке писмености (McCrone & Dosseu, 2007; McCrone, Dosseu, Turner & Lindquest, 2008; Powell & Anderson, 2007; Skovsmose, 2007). Математичка писменост, дакле, подразумева одређене вештине и компетенције за примену усвојених знања у оквиру редовних наставних предмета, у свакодневном животу и раду (Jablonka, 2003).

Разумевање науке као што је математика превасходно захтева разумевање њеног језика којим се користи. То подразумева разумевање и примену свакодневних језичких формулација, али и посебне симболике и терминологије којом се ова наука користи. Са усложњавање садржаја које ова наука ученицима пружа јавља се проблем немогућности разумевања практичне примене наученог без додатних знања и смерница. Успешност решавања математичких задатака у великој мери зависи од тога у којој мери ученик разуме формулацију самог задатка, од његове јасности и недвосмислености у постављању захтева. Да ова проблематика може бити битан фактор у постигнутим резултатима које ученици постижу на тестирањима која испитују ниво математичке писмености (PISA), говори истраживање које су спровели Марковић и Ерић (Marković & Erić, 2014). У раду је анализирано 50 задатака који су заступљени на PISA тесту у периоду од 2003. до 2006. године. Предмет анализе је сваки задатак појединачно, при чему су вршили процену јасноће и прецизности дефинисања задатака и анализу критеријума за оцену квалитета задатака. На основу два критеријума је вршена анализа формулације задатака, погрешна формулација у погледу језика (непрецизно, двосмилено, неразумљиво или граматички нетачно) и интелектуално непрецизни задаци који подразумевају употребу израза који деци нису јасни, нејасноћа у погледу постављених захтева у решавању задатака (Marković & Erić, 2014).

Закључци до којих су аутори дошли при анализи задатака нам говоре да се при формулацији самих задатака чешће користи говорни језик од математичког како би задаци ученицима били лакши за разумевање и решавање. Међутим, то најчешће доводи до непрецизних дефиниција и до двосмислености која ученике збуњује. Добијени резултати показују да „од 50 анализираних задатака, њих 18 (36%) није испунило бар један од ова два критеријума (4 задатка нису испунила било који од ових критеријума (8%), 4 задатка нису испунила само први критеријум (8%), док 10 задатака није испунило само други критеријум (20%)” (Marković & Erić, 2014: 57). Аутори рада сматрају и да упутства која су намењена оцењивачима нису добро дефинисана, најчешће су произвољна, непотпуна и недоследна. Остављају велики простор да до изражаја дође лични став, а не математичко тумачење (Пример пљачке и израчунавање површине континента).

Велики број истраживања, која се односе на математичку писменост реализована су са петнаестогодишњим ученицима, или ученицима средњих школа. Мали број истраживања обухвата основношколски узраст. Једно од њих је истраживање које су спровели Фирдаус и Херман (Firdaus & Herman). Овим истраживањем обухваћени су ученици петог разреда основне школе у различитим срединама. Истраживачи сматрају да ови ученици могу да разумеју математичке појмове, али не умеју да их примене у решавању стварних животних проблема. Настојали су да докажу да се математичка писменост код ученика повећава ако се настава заснива на учењу на проблемима и дирекним упутсвима, при чему су у обзир узете различите локације школа од сеоских до градских. Експеримент је реализован у току 2015/2016. године на геометријским садржајима из математике. Резултати показују да модел учења који је заснован на решавању проблема даје боље резултате у развоју математичке писмености у односу на дирекна упутства. Када је у питању локација школе не постоји статистички значајна разлика у повећању математичке писмености код ученика који похађају сеоске или градске школе, али зато значајно утиче модел учења који се примењује (Firdaus & Herman, 2017).

У истраживању реализованом 2008. године Малиновић Јовановић је испитивала степен остварености задатака математике кроз модел који је садржао пет категорија знања: препознавање, репродукција, схватање, операционалност и креативно решавање проблема. Дефинисане категорије знања настале су на основама Блумове таксономске класификације. Истраживањем је показано да се кроз наставни процес највише знања усваја на нивоу препознавања и репродукције, док се мање развијају способности схватања, операционалности и креативног решавања проблемских задатака. Разлог томе се може наћи у наставним плановима у којима садржаји нису орагнизовани према дефинисаним нивоима знања, а сходно томе и прилагођени могућностима ученика (Malinović Jovanović, 2008). У новим наставним програмима садржаји су организовано према нивоима и стандардима постигнућа, кроз основни, средњи и напредни ниво, чиме је једним делом отклоњен недостатак у организацији наставе.

Степен остваривања задатака наставе у оквиру тематске целине *Природни бројеви*, кроз реализовано истраживање, већи је у домену репродуктивног у односу на продуктивна знања. Разлика између продуктивних и репродуктивних знања код ученика млађих разреда основне школе највећа је у првом, а најмања у четвртом разреду (Malinović Jovanović, 2008: 7). Ови резултати се углавном повезују са начином реализације наставе, која је у највећем броју случајева традицонална. Промена приступа наставном процесу, уз задржавање оног што је у традицоналној настави дало добре резултате, довела би до побољшања постигнућа ученика у усвајању продуктивних знања.

II МЕТОДОЛОГИЈА ИСТРАЖИВАЊА

1. ПРОБЛЕМ И ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА

Опредељење за избор проблема истраживања иницирале су савремене тенденције у образовању усмерене на померање фокуса са стицања чињеничних знања на стицање функционалних знања која имају примену у решавању проблема из живота, изражене интенције за развијањем математичке писмености, способности решавања проблема, примене математике, указивање на значај развијања виших форми мишљења, а посебно функционалног и критичког. Добро познавање математичких садржаја и способност њихове примене представља добру основу сваког појединца за живот у савременом свету и друштву. Појединац у свакодневним животним активностима користи знања из математике, па се зато намеће питање у којој мери школска настава припрема ученике за примену усвојених знања и математичко резоновање у решавању проблема. Друштво данас и убрзан развој технолошких достигнућа захтева од ученика да у сваком тренутку буде спреман да одговори изазовима који се пред њим нађу. Наведене потребе изискују да се приступ школском учењу мења, јер више није основни смисао учења усвајање само знања, већ могућност примене усвојених знања, оспособљавање ученика да овлада начином рада са информацијама које му се нуде у различитим облицима и из различитих извора, да их критички процењује, користи, аргументовано образлаже, сагледа у одређеном контексту, интерпретира. Развој технологије и науке намеће потребу да у образовном животу сваког појединца математика заузме централно место. За потребе савременог друштва мора се образовати ученик који поседује одређена математичка знања, односно одређени ниво математичке писмености.

Зато, *проблем истраживања је питање како развијати елементе математичке писмености у млађим разредима основне школе.*

Дефинисани проблем истраживања јавља се као последица малог броја како теоријских, тако и емпиријских истраживања која се баве развијањем елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе. Основна сазнања на којима је рад утемељен односе се на анализу постигнућа ученика на различитим међународним и националним тестирањима, као и целовито сагледавање постигнутих резултата уз откривање узрока за слабије постигнуте резултате ученика. Овим тестирањима су углавном обухваћени ученици старијег узраста, па се намеће могућност испитивања у којој мери би рано подстицање на развијање математичке писмености имало дугорочне ефекте и у којој мери су ученици млађег узраста у могућности да усвоје ове садржаје.

У оквиру рада пажљиво су обликовани садржаји наставе математике повезани са реалним животом ученика који подстичу развијање елемената математичке писмености код ученика млађих разреда основне школе у оквиру редовне наставе математике, као и испитивање њиховог ефекта на постигнућа ученика.

Из наведеног проблема за *предмет истраживања одређено је испитивање утицаја садржаја на развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе.* Садржаји којима се утицало на развијање елемената математичке писмености су обликовани тако да се учење сводило на ситуацијама које су реалне, блиске окружењу ученика, а које су пратили редован програм наставе математике и садржали захтев одређеног новоа математичког знања према ошперационализоавим нивоима (репродуктивна, интегративна и евелуативна знања). Први ниво обухвата једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст код којих се за решавање од ученика очекује препознавање основних чињеница и репродукција научених садржаја. У оквиру другог нивоа ученици морају применити усвојена знања на читање, тумачење, интерпретирање и примену података датих у табелама. На трећем нивоу ученик уочава податке дате у различитим графиконима, уме да чита и тумачи податке и да на основу датих података самостално нацрта одговарајући графикон. Поред истраживања могућности подстицања и развијања елемената математичке писмености, пажња у истраживању усмерена је и на испитивање у којој мери уџбеници математике, својим садржајем пружају могућности за развијање елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста и какви су ставови ученика о приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења. На избор предмета истраживања утицало је проучавање досадашњих истраживања која су се бавила проблематиком развоја и подстицања математичке писмености на различитим школским узрастима, уз посебан нагласак на млађи школски узраст. У прилог овом истраживању може се уврстити значајан допринос примени усвојених знања у свакодневном животу и раду и развоју функционалне писмености ученика.

Проблем и предмет истраживања су од посебне важности, јер имају изразити како научни, тако и педагошки и друштвени значај. Оспособљавање ученика за примену усвојених знања овом проблему истраживања даје посебан друштвени значај што ово истраживање чини посебно актуелним са могућношћу примене у наставни процес.

Научни и педагошки значај овог истраживања огледа се у томе да је могућност развијања елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе у недовољној мери проучавана и истражена, како на теоријском, тако и на емпиријском плану у образовном систему Републике Србије. Развијање елемената математичке писмености код ученика у оквиру наставе математике у млађим разредима основне школе је веома значајно, јер се већ на почетку школовања код ученика развијају компетенције које су неопходне за касније образовање и за касније развијање математичке писмености. Применом садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености у настави математике у знатној мери побољшава се квалитет усвојених знања, тиме што се настоји да се знања помере са нивоа препознавања и репродукције основних чињеница до нивоа примене наученог у свакодневном животу. На тај начин код ученика се развијају све неопходне вештине које им омогућавају да одређена знања примене у решавању једноставних проблемских задатака, али и развију способности да одређени проблем преведу у математички решиву проблемску ситуацију, да конкретну ситуацију математички моделују, повезују податке и критички приступају решавању задатака, интерпретирају и користе податке представљене на различите начине, изводе закључке и генерализације.

Савремене тенденције у настави су најчешће повезане са потребама савременог друштва које од ученика не очекује репродукцију научених садржаја, већ се инсистира на примени усвојених знања и на способности препознавања одређених информација као и проналажења извора нових сазнања. То намеће потребу да се у наставном процесу уваже предзнања ученика са којима они већ долазе у школу и да се осавремени наставни процес применом нових наставних садржаја обогаћених задацима који подстичу развијање способности неопходних сваком ученику за свакодневни живот. Позиција ученика у традицоналној настави и најчешће коришћеном фронталном облику рада не даје довољно простора за интеракцију између ученика и учитеља, а самим тим и самосталну активност ученика која би резултирала квалитетнијим овладавањем наставних садржаја. Како би се изменила улога ученика и повећала њихова мисаона активност у наставном процесу јавила се потреба за увођењем нових приступа наставном раду кроз садржаје који доприносе развијању елемената математичке писмености на млађем школском узрасту. На тај начин постиже се повећан интерес код ученика за учење математике и решавање математичких задатака који имају практичну примену у свакодневном животу. Решавање овог вида задатака доприноси развоју елемената математичке писмености код ученика млађих разреда и развоју функционалних знања и способности.

Садржаји који подстичу развијање елемената математичке писмености захтевају одређена предзнања код ученика и не подразумевају устаљене већ усвојене шаблоне решавања задатака са којима се сусрећемо на часовима математике. Од ученика се очекује повезивање усвојених знања, способност одабира адекватног поступка и начина решавања одређене проблемске ситуације. Постоји велико интересовање за проналаском нових видова и начина презентовања математичких садржаја ученицима у циљу повећања интереса за наставне садржаје математике и постизање бољих резултата на различитим националним и међународним тестирањима која се односе на примену усвојених математичких и других знања. У прилог томе говоре и бројни радови написани о проблему математичке писмености и њеном значају за развој појединца и друштва у целини, као и истраживања спроведена у оквиру основношколске наставе математике у овој области.

Резултати истраживања биће искоришћени као основ за унапређивање извођења наставе математике у нижим разредима основне школе као и утврђивање у којој мери се могу развити елементи математичке писмености на млађем школском узрасту. Основни допринос нашег истраживања се огледа у чињеници да се до сада није истраживала могућност развијања елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе. Операционализација појма математичке писмености за млађи школски узраст даје учитељима основу на којој ће подстицати развијање елемената математичке писмености од млађег школског узраста. Томе значајно доприносе и обликовани садржаји који су коришћени у реализацији експерименталног програма, а које учитељи могу користити у реализацији часова математике у свакодневном раду. Ставови ученика и заступљеност задатака који се односе на развијање елемената математичке писмености у уџбеницима ће показати у којој мери се може побољшати квалитет уџбеника који се користе у млађим разредима основне школе.

Друштвени значај истраживања огледа се у чињеници да обогаћивање наставних садржаја примерима који доприносе развоју елемената математичке писмености у знатној мери се побољшава ниво усвојених знања код ученика. Знања нису само на нивоу репродукције и препознавања, већ се од ученика очекује и способност примене наученог у свакодневном животу и раду. Убрзани технолошки развој захтева ученика који ће знања усвојена у току образовања умети да примени у свакодневном животу при решавању различитих проблемских ситуација. Очекујемо да ће резултати овог рада у знатној мери допринети осветљењу наставног процеса са друге стране истицањем значаја развоја функционалних знања и на раном школском узрасту.

2. ЦИЉ И ЗАДАЦИ ИСТРАЖИВАЊА

Циљ истраживања је утврђивање ефеката обликованих садржаја повезаних са реалним животом ученика на развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе. Поред наведеног, утврдићемо и какви су ставови ученика о приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења и испитати заступљеност садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за млађе разреде основне школе.

У оквиру дефинисаног циља истраживања операционализовани су следећи *задаци истраживања*:

1) Утврдити ефекте утицаја садржаја на развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе.
2) Утврдити ефекте утицаја садржаја на развијање елемената математичке писмености према нивоима математичке писмености.
3) Истражити ставове ученика о приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења.
4) Испитати у којој мери уџбеници математике за млађе разреде основне школе пружају могућности за развијање елемената математичке писмености.

3. ХИПОТЕЗЕ ИСТРАЖИВАЊА

Повезане са основним задацима постављене су следеће хипотезе истраживања:

Општа хипотеза истраживања гласи: *У млађим разредима основне школе је могуће развијати елементе математичке писмености.*

Посебне хипотезе су:

1) Обликовањем садржаја могу се развијати елементи математичке писмености у млађим разредима основне школе.
2) Обликовањем садржаја могу се развијати елементи математичке писмености према нивоима математичке писмености.
3) Ученици имају позитиван став према приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења.
4) Уџбеници математике за млађе разреде основне школе пружају могућности за развијање елемената математичке писмености код ученика.

4. ВАРИЈАБЛЕ ИСТРАЖИВАЊА

Варијабле обухваћене овим истраживањем су зависне и независне. Независну варијаблу чини експериментални програм, а зависну исходи мерени кроз операционализоване елементе математичке писмености.

Зависне варијабле везане за ученике су:

1) Постигнућа ученика изражена кроз резултате које су постигли на иницијалном и финалном тестирању, односно постигнућа ученика у елементима математичке писмености.
2) Ставови ученика о приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења који се мере скалом Ликертовог типа.
3) Заступљеност садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике у млађим разредима основне школе.

Независне варијабле, операционализоване на основу карактеристика ученика су:

1) Општи успех ученика: одличан, врло добар, добар, довољан, недовољан.
2) Оцена из математике на крају првог полугодишта: одличан (5), врло добар (4), добар (3), довољан (2), недовољан (1).
3) Пол (природна дистрибуција полова на дечаке и девојчице).

5. МЕТОДЕ, ТЕХНИКЕ И ИНСТРУМЕНТИ ИСТРАЖИВАЊА

Полазећи од дефинисаног предмета, циља и хипотеза истраживања, као одговарајуће, примењене су следеће истраживачке методе:

1. метода теоријске анализе
2. дескриптивна научно-истраживачка метода
3. експериментална метода

Метода теоријске анализе у нашем истраживању коришћена је у конципирању теоријских поставки рада, за проучавање релевантне стручне литературе и прикупљање података.

Дескриптивна метода је коришћена за утврђивање ставова ученика о примени задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у настави математике, приликом анализе садржаја одабраних уџбеника математике и обради интерпретацији података и извођењу закључака.

У истраживању је примењена експериментална метода у модалитету експеримента са паралелним групама. У иницијалној етапи истраживања уједначене су групе деце по узрасту и другим релевантним варијаблама (пол, оцена из математике и успех ученика), како би елиминисали могуће паразитарне факторе и њихов неповољни утицај на добијене експерименталне резултате.

Рад у експерименталној групи подразумевао је увођење експерименталног фактора који се састоји у примени садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености код ученика млађих разреда основне школе. Обликовани су садржаји за трећи разред основне школе засновани на математичким проблемима који потичу из реалног живота, а који подстичу развијање елемената математичке писмености у оквиру одабраних наставних тема предвиђених планом и програмом за математику у млађим разредима основне школе. Експериментални фактор плански и систематски је уношен у контролисаним условима који су подразумевали да су сви ученици у исто време под истим условима усвајали обликоване садржаје, како би се елиминисали неповољни и неконтролисани утицаји појединих фактора и грешака. Експериментални програм трајао је једно полугодиште (25 часова) при чему су ученици усвајали обликоване садржаје повезане са реалним животом ученика који подстичу развијање елемената математичке писмености. Експерименталним програмом су обухваћене следеће тематске целине:

- Скуп природних бројева (*Сабирање и одузимање природних бројева*, *Писмено множење и дељење природних бројева, Редослед обављања рачунских операција, Задаци са више операција*),
- Једначине (*Одређивање непознатог чиниоца, дељеника и делиоца*),
- Геометрија (*Троугао, Обим троугла, Обим правоугаоника и квадрата*),
- Разломци ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, , $\frac{1}{4}$, , $\frac{1}{5}$, , $\frac{1}{6}$, , $\frac{1}{7}$, , $\frac{1}{8}$, , $\frac{1}{9}$, , $\frac{1}{10}$).

Одабране наставне јединице садржавале су садржаје који доприносе развијању елемената математичке писмености према нивоима постигнућа. Операционализовали смо три нивоа математичке писмености.

Први ниво математичке писмености подразумева захтеве који се односе на решавање једноставних проблемских задатака смештених у свакодневни животни контекст код којих се за решавање од ученика очекује препознавање основних чињеница и репродукција научених садржаја.

У оквиру захтева *другог нивоа* математичке писмености ученици су имали захтев да примене знања, умења и вештине на читање, тумачење, интерпретирање и примену података који су представљени табеларно.

На *трећем нивоу* математичке писмености од ученика се захтева да решавају задатке у којима подаци нису дати у текстуалној форми. Ученик уочава податке дате у различитим графиконима и табелама, уме да чита и тумачи податке и да графички дијаграмима и табеларно представља податке, да користи и критички вреднује дате податке и на основу њих решава сложене проблеме.

Истраживањем је обухваћено девет одељења трећег разреда из три школе, од чега су пет одељења у експерименталној и четири у контролној групи. Изабрани део садржаја за експериментални програм обухвата следеће наставне теме:

- Скуп природних бројева,
- Једначине,
- Геометрија,
- Разломци.

Наставне теме и јединице преузели смо из наставних планова у школама где је експериментални програм реализован. Експерименталним програмом је обухваћено 25 часова редовне наставе математике. Наставне јединице у оквиру којих је реализован експериментални програм су следеће:

1. Обим правоугаоника
2. Обим квадрата
3. Писмено сабирање и одузимање троцифрених бројева (537 + 126; 378 - 259)
4. Писмено сабирање троцифрених бројева (159 + 268)

5. Писмено одузимање троцифрених бројева (425 – 278; 300 - 126)
6. Сабирање више двоцифрених и троцифрених бројева
7. Задаци са две операције. Сабирање и одузимање. Заграде
8. Обим троугла
9. Писмено множење троцифреног броја једноцифреним (324 · 2)
10. Писмено множење троцифреног броја једноцифреним (243 · 3, 279 · 2)
11. Задаци са две операције – множење и сабирање
12. Задаци са две операције – множење и одузимање
13. Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (129 : 3)
14. Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (368 : 2; 432: 2)
15. Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (745 : 5)
16. Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (435 : 5; 112 : 4)
17. Дељење са остатком
18. Веза множења и дељења
19. Једначине са множењем
20. Једначине са дељењем
21. Задаци са две операције (сабирање и дељење; одузимање и дељење)
22. Разломци 1/2, 1/4, 1/8
23. Разломци 1/5, 1/10
24. Разломци 1/3, 1/6, 1/7, 1/9
25. Редослед рачунских операција

У контролној групи настава се спроводила на традиционалан начин без утицаја експерименталног фактора.

Експеримент је обухватао неколико фаза:

1. Утврђивање иницијалног стања у експерименталној и контролној групи
2. Увођење експерименталног фактора у рад експерименталне групе
3. Утврђивање финалног стања у експерименталној и контролној групи.

У истраживању су коришћене следеће истраживачке технике:

1. тестирање
2. скалирање
3. анализа садржаја.

Тестирање је коришћено у сврху испитивања утицаја експерименталног програма на развијање елемената математичке писмености код ученика у млађим разредима основне школе. Тестирање је обављено у два наврата, иницијално, пре почетка утицаја експерименталног фактора, а у циљу утврђивања степена развијања елемената математичке писмености код ученика трећег разреда и финално после спроведеног експерименталног програма како би се утврдили његови ефекти на развијање елемената математичке писмености.

Скалирањем смо испитати ставове ученика о задацима и начину презентовања садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености у настави математике. Скалирање је извршено након реализацији експерименталног програма и финалног тестирања ученика. Испитивани су ставови ученика контролне и експерименталне групе.

Анализу садржаја као истраживачку технику користили смо при анализи уџбеника математике за прва четири разреда основне школе, како бисмо утврдили у којој мери уџбеници стварају основу за развијање елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста. Јединицу анализе садржаја представљао је сваки задатак у уџбенику разврстан у оквиру одговарајуће тематске целине, разреда и издавачке куће.

Анализа уџбеника извршена је према следећим категоријама анализе садржаја, који су представљали операционализоване нивое математичке писмености:

1. *Први ниво* обухвата једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст код којих се за решавање од ученика очекује препознавање основних чињеница и репродукција научених садржаја.
2. *Други ниво* подразумева задатке у којима се од ученика тражи да примењују усвојена знања на читање, тумачење, интерпретирање и примену података датих у табелама.
3. На *трећем нивоу* подразумева задатке који нису дати у текстуалној форми, већ у којима се од ученика тражи да уочава податке дате у различитим графиконима и табелама, уме да чита и тумачи податке и да на основу датих података самостално нацрта одговарајући графикон.

За потребе истраживања конструисали смо следеће инструменте:

1. Иницијални тест знања из математике (Прилог број 1);
2. Финални тест знања из математике (Прилог број 2);
3. Скала Ликертовог типа (Прилог број 3);
4. Евиденциони лист (Прилог број 4).

У оквиру тестирања користили смо *тестове* које смо самостално конструисали. Конструисали смо два теста знања (иницијални и финални) који представљају еквивалентне форме. Оба теста садрже по 12 задатака који су подељени према дефинисаним нивоима на три групе. За сваки дефинисани ниво издвојена су по 4 задатка. Задаци под редним бројем 1., 2., 3., и 4. припадају првом нивоу математичке писмености код којих се за решавање од ученика очекује препознавање основних чињеница и репродукција научених садржаја. Другом нивоу математичке писмености одговарају задаци 5., 6., 7. и 8. За решавање ових задатака неопходна је примена усвојених знања, умења и вештина на читање, тумачење, интерпретирање и примену података који су представљени табеларно. Код 9., 10., 11. и 12. задатка, који одговарају трећем нивоу математичке писмености од ученика се захтева да уочава, чита и тумачи податке у различитим графиконима, да графички дијаграмима и табеларно представља податке, да користи и критички вреднује дате податке и да на основу њих решава сложене проблеме. Сваки ученик је на тесту могао постићи максимално 60 поена, при чему је сваки задатак вреднован на основу кључа са 5 поена максимално. Како у једном задатку имамо низ радњи које треба извршити како би се дошло до решења, или има више подпримера, по утврђеном кључу вреднован је сваки део урађеног задатка и бодован са 1, 2 и 3 поена. Прегледање теста обавила су два независна прегледача, учитељице Радмила Краговић и Наташа Радосављевић и истраживач. Код сваког неслагања ставова прегледача извршено је уједначавање.

Извршено је пилот тестирање у Основној школи „Сутјеска” у Рашки. Тестирањем су обухваћена 52 ученика из два одељења наведене основне школе. Утврђене су метријске карактеристике и направљене коначне форме теста.

За инцијални и финални тест утврђене су метријске карактеристике, валидност, дискриминативност, релијабилност и објективност.

Релијабилност (*поузданост)* (у два узастопна испитивања једне исте варијабле на истим испитаницима даје идентичне или сличне резултате) теста је утврђена применом логичке и садржајне валидације, која се односи на утврђивање слагање теста са захтевима наставног програма и са садржајима на које се односи. Садржаји и захтеви у задацима били су садржаји програма наставе и учења за трећи разред основне школе. За утврђивање поузданости примењених тестова коришћен је Кронбахов алфа коефицијент (Cronbach's alpha) чије се вредности крећу од 0 до 1. Да би тест био поуздан мора имате вредности изнад 0,7. Вредност Кронбаховог алфа коефицијента за иницијални тест износи 0,77 што показује да је тест поуздан. За финални тест вредност Кронбаховог алфа коефицијента износи 0,92 што показује да је унутрашња сагласност постигнута и да је тест поуздан (Табела 4).

Табела 4. *Кронбахов алфа коефицијент за иницијални и финални тест*

Reliability Statistics

	Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
Иницијални тест	0,772	0,768	12
Финални тест	0,923	0,923	12

Дискриминативност (осетљивост) Коефицијент дискриминативности за сваки задатак рачуна се као корелациони коефицијент између резултата на сваком задатку и резултата на читавом тесту. Кориговaна Поинт-бисеријална корелација представља дискриминацију за сваки задатак појединачно. Дискриминација чије су вредности изнад 0,3 сматра се „добро”, од 0,2 до 0,3 „прихватљивом”, док се све вредности дискриминације испод 0,2 сматрају неприхватљивим. У Табели 5 приказане су вредности дикскриминације за сваки задатак појединачно на финалном и иницијалном тесту. Задаци на иницијалном тесту имају следеће вредности дискриминације: 1. задатак (0,52), 2. задатак (0,31), 3. задатак (0,34), 4. задатак (0,44), 5. задатак (0,43), 6. задатак (0,32), 7. задатак (0,32), 8. задатак (0,52), 9. задатак (0,32), 10. задатак (0,49), 11. задатак (0,43), 12. задатак (0,44). На основу приказаних вредности, закључујемо да задаци иницијалног теста задовољавају претпоставку о дискриминативности, јер су све вредности изнад 0,3.

Задаци на финалном тесту имају следеће вредности дискриминације: 1. задатак (0,63), 2. задатак (0,66), 3. задатак (0,61), 4. задатак (0,63), 5. задатак (0,69), 6. задатак (0,69), 7. задатак (0,67), 8. задатак (0,69), 9. задатак (0,70), 10. задатак (0,71), 11. задатак

(0,72), 12. задатак (0,74). Како вредности за сваки задатак имају дискриминацију изнад 0,3 можемо закључити да је дискриминативност финалног теста добра.

Табела 5. *Дискриминативност задатака на иницијалном и финалном тесту*

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Squared Multiple Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
1. задатак (ИТ)	15,7789	66,575	0,519	0,584	0,743
2. задатак (ИТ)	16,1105	73,855	0,311	0,586	0,767
3. задатак (ИТ)	16,3316	74,530	0,341	0,586	0,763
4. задатак (ИТ)	16,0737	70,502	0,439	0,624	0,753
5. задатак (ИТ)	16,2789	71,197	0,434	0,567	0,754
6. задатак (ИТ)	16,5789	75,801	0,319	0,398	0,765
7. задатак (ИТ)	16,3947	74,748	0,318	0,540	0,765
8. задатак (ИТ)	16,0632	67,139	0,521	0,635	0,743
9. задатак (ИТ)	16,4895	74,770	0,321	0,570	0,765
10. задатак (ИТ)	16,2316	69,555	0,487	0,642	0,748
11. задатак (ИТ)	16,3316	71,419	0,427	0,609	0,755
12. задатак (ИТ)	16,0368	69,432	0,437	0,604	0,753
1. задатак (ФТ)	26,6440	245,052	0,628	0,530	0,919
2. задатак (ФТ)	26,8377	243,495	0,658	0,552	0,918
3. задатак (ФТ)	27,2356	247,771	0,608	0,516	0,920
4. задатак (ФТ)	27,0209	245,273	0,630	0,536	0,919
5. задатак (ФТ)	26,8586	239,701	0,688	0,602	0,916
6. задатак (ФТ)	27,2147	241,664	0,690	0,620	0,916
7. задатак (ФТ)	27,3298	242,812	0,672	0,554	0,917
8. задатак (ФТ)	26,9424	242,381	0,688	0,590	0,916
9. задатак (ФТ)	27,3298	240,991	0,697	0,566	0,916
10. задатак (ФТ)	26,6597	241,899	0,707	0,612	0,916
11. задатак (ФТ)	26,8691	239,104	0,720	0,600	0,915
12. задатак (ФТ)	26,9529	237,740	0,743	0,648	0,914

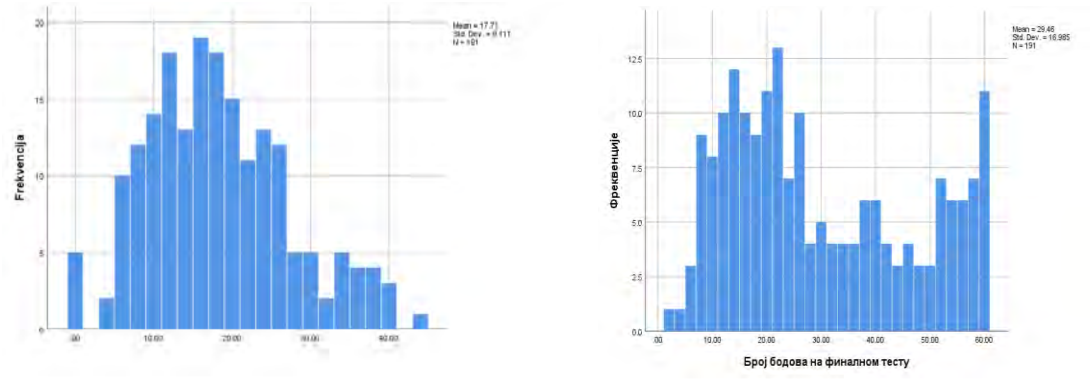
Колмогоров-Смирновим тестом испитали смо нормалност расподеле. Вредности за иницијално и финалном мерење дате су у Табели 6.

Табела 6. *Колмогоров-Смирнов тест за иницијални и финални тест*

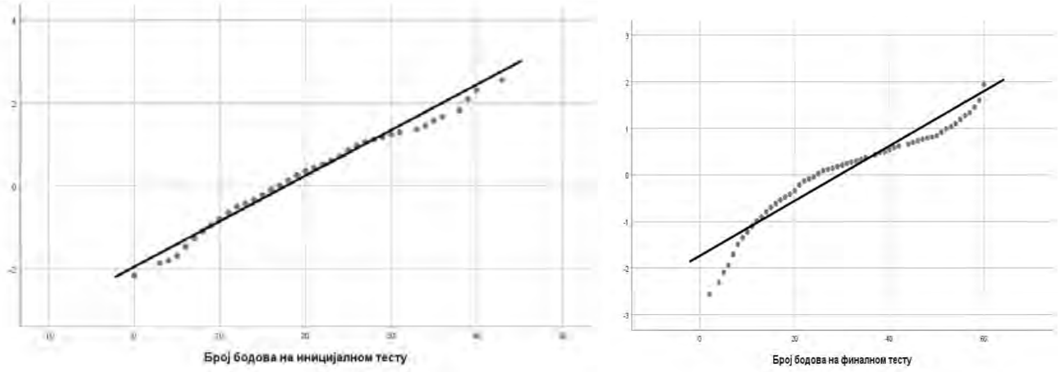
	Kolmogorov-Smirnov^a		
	Statistic	df	Sig.
Иницијални тест - укупан скор	0,068	191	0,030
Финални тест - укупан скор	0,132	191	0,000

Значајност Колмогоров-Смирнов статистика за иницијални тест износи 0,30 (граница је 0,05), статистички је значајан, што указује да расподела није нормална, према мишљењу Палант (Pallant, 2011) овакво одбацивање хипотезе о нормалности расподеле је сасвим уобичајено за велике узорке. Значајност Колмогоров-Смирнов статистика за финални тест износи 0,00 (граница је 0,05), статистички је значајан, што указује да расподела није нормална, што је потпуно очекивано код већих узорака како истиче Палант (Pallant, 2011). (Табела 6).

Међутим, нормалност се не гледа само помоћу овог теста, већ и помоћу графикона. Изглед хистограма и крива нормалне вероватноће нам даје за право да прихватимо расподелу резултата на иницијалном и финалном тесту као нормалну (Графикон 1 и Графикон 2).



Графикон 1. *Фреквнције на иницијалном и финалном тесту*



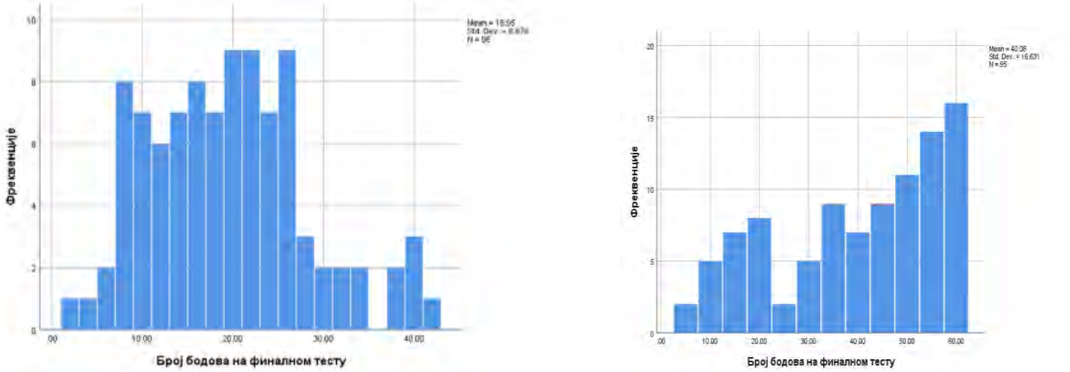
Графикон 2. *Број бодова на иницијалном и финалном мерењу*

Међутим, с обзиром да је у експерименталној групи вршена интервенција, покушали смо да испитивање нормалности расподеле на финалном тесту урадимо посебно за контролну и посебно за експерименталну групу.

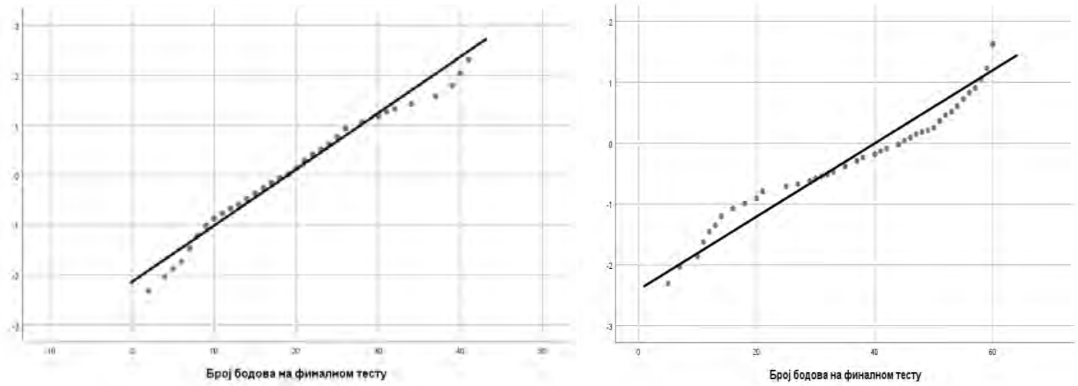
Уочили смо да је код контролне групе расподела нормална (статистик има вредност 0,06 и није статистички значајан, p = 0,20), док код експерименталне није (вредност Колмогоров-Смирнов статистика је 0,14 и статистички је значајан, p = 0,00) (Табела 7). То потврђују и графикони (Графикон 3 и Графикон 4).

Табела 7. *Колмогоров-Смирнов статистик финалног теста за контрлону и експерименталну групу*

		Kolmogorov-Smirnov		
Група		Statistic	df	Sig.
Контролна група	Финални тест - укупан скор	0,060	96	0,200
Експериментална група	Финални тест - укупан скор	0,135	95	0,000



Графикон 3. *Фреквнције на финалном тесту за контролну и експерименталну групу*



Графикон 4. *Број бодова на финалном тесту за контролну и експерименталну групу*

Објективност коришћених тестова обезбеђена је тако што су сви ученици налазили у приближно једнакој ситуацији приликом иницијалног и финалног тестирања. За оцењивање тестова коришћен је јединствен критеријум код свих оцењивача по унапред дефинисаном кључу. Евентуална неслагања у процени су након консултација усаглашавана.

У нашем истраживању користили смо *скалу Ликертовог типа* (Прилог број 3) како бисмо испитали ставове ученика о приступу учења математике кроз решавање проблема уз реалног окружења. Низ тврдњи, које су дате у овој скали, испитаници прихватају или одбијају изражавајући притом степен сагласности или несагласности са одређеном тврдњом. Користили смо петочлану скалу са следећим тврдњама: *у потпуности се слажем, углавном се слажем, неодлучан сам, углавном се не слажем, уопште се не слажем*. Ученици су своје ставове износили у односу на следеће тврдње:

- Математика пружа највеће могућности примене знања у свакодневном животу.
- Кроз наставу математике научио сам да применим знања у свакодневном животу.
- У оквиру редовне наставе математике вежбамо задатке повезане са свакодневним животом.

- Учитељ нам на сваком часу указује где можемо применити усвојена знања из математике.
- У уџбеницима математике има задатака који су повезани са применом знања.
- На часу математике често решавамо задатке приказане у табели.
- На часу математике често решавамо задатке приказане у графиконима.
- Најчешће решавамо задатке у којима су дати само бројеви.
- На часу математике често решавамо текстуалне задатке повезане са свакодневним животом.
- Учитељ често користи примере из живота како би нам објаснио примере из математике.
- Сазнање о примени математике у животу чини математику занимљивијом.

Поузданост скале ставова смо испитали користећи Кронбахов коефицијент алфа (Cronbach's alpha). Да би скала била поуздана Кронбахов алфа коефицијент мора имати вредности већи од 0,7. У нашем случају износи много више, 0,83 што значи да је скала поуздана и да је унутрашња сагласност задовољена (Табела 8).

Табела 8. *Кронбахов алфа коефицијент за скалу ставова ученика*

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
0,829	0,830	11

Дискриминативност за скалу ставова приказана је у Табели 9. Вредности дискриминације за сваку тврдњу појединачно износе: 1. тврдња (0,34), 2. тврдња (0,45), 3. тврдња (0,63), 4. тврдња (0,55), 5. тврдња (0,43), 6. тврдња (0,59), 7. тврдња (0,56), 8. тврдња (0,36), 9. тврдња (0,57), 10. тврдња (0,64), 11. тврдња (0,43).Дискриминација сваке појединачне тврдње у скали ставова сматра се добром јер су све вредности изнад 0,3.

Табела 9. *Дискриминативност за скалу ставова*

Item-Total Statistics

Тврдња	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Squared Multiple Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
1.	41,5106	52,465	0,344	0,198	0,828
2.	41,8032	49,143	0,449	0,298	0,819
3.	42,1968	44,373	0,627	0,513	0,803
4.	41,8830	47,901	0,546	0,340	0,812
5.	41,8404	48,926	0,429	0,295	0,821
6.	42,4149	43,977	0,591	0,439	0,806
7.	43,0904	41,740	0,561	0,410	0,812
8.	42,0213	48,053	0,362	0,173	0,828
9.	42,0053	45,706	0,570	0,406	0,808
10.	42,1383	44,066	0,638	0,496	0,801
11.	41,8617	48,270	0,434	0,215	0,820

Добијени резултати скалирања сврстани су у три групе по сродности ради лакше интерпретације исказаних ставова ученика. У првој групи (1., 2. и 11.) су ставови који се односе на ставове ученика о примени математике у решавању проблема из реалног живота, у другој (3., 4. и 10.) је приказано колико редовна настава пружа могућности за примену усвојених знања и трећа (5., 6., 7., 8. и 9.) о ставовима ученика о заступљености типова задатака према нивоима математичке писмености. У испитивању ставова је учествовао 191 ученик. Прикупљени подаци су приказани табеларно кроз фреквенцију одређених тврдњи и процентуалну заступљеност одређеног става. Да ли се контролна и експериментална група разликују у ставовима према приступу учењу математике кроз решавање проблема из реалног окружења испитали смо Хи квадрат тестом.

Евиденциона листа је конструисана за потребе приказивања резултата анализе садржаја одабраних уџбеника математике за млађе разреде основне школе различитих издавачких кућа. Резултати су приказани према садржајима, односно према тематским целинама. За сваки уџбеник појединачно унет је редни број стране на којој се налазе садржаји који погодују развијању елемената математичке писмености, као и редни број задатка. Задаци су разврстани по разредима и дефинисаним нивоима, као и по тематским целинама и издавачким кућама (Прилог 4).

6. ПОПУЛАЦИЈА И УЗОРАК ИСТРАЖИВАЊА

За потребе истраживања одабрали смо две врсте узорка: узорак ученика и узорак уџбеника.

Популацију ученика чине сви ученици млађих разреда основних школа на територији Општине Лепосавић и Рашка у току школске 2018/2019. године.

У нашем истраживању *узорак* чине ученици трећег разреда две основне школе на територији општине Лепосавић: Основна школа „Лепосавић” – Лепосавић, Основна школа „Стана Бачанин” – Лешак и на територији општине Рашка, Основна школа „Рашка” – Рашка. Реч је о циљаном репрезентативном узорку ученика трећег разреда основних школа. Случајним избором одабрали смо основне школе за експерименталну и контролну групу. Како су у фокусу нашег истраживања варијабле оцена из математике на крају првог полугодишта, општи успех ученика узорак је стратификован. За потребе истраживања одабрали смо већ формиране групе ученика (одељења), па је зато узорак групни. Узорак ученика чинио је 191 ученик из три школе. Ученици Основне школе „Лепосавић” у Лепосавићу (три одељења) и Основне школе „Стана Бачанин” у Лешку (два одељења) чине експерименталну групу (N = 95), а ученици Основне школе „Рашка” у Рашки (четири одељења) чине контролну групу (N = 96). Уједначеност експерименталне и контролне групе извршена је по битним обележјима као што су пол, успех ученика и оцена из математике, а поред тога, у поступку статистичке анализе контролисане су разлике анализом коваријансе. У Табели 10 дат је приказ структуре узорка према полу по групи.

Табела 10. *Структура узорка према групи и полу*

Група	Пол		Укупно
	девојчице	дечаци	
Контролна група	46	50	96
	47,9%	52,1%	100,0%
Експериментална група	44	51	95
	46,3%	53,7%	100,0%
Укупно	90	101	191
	47,1%	52,9%	100,0%

Уочавамо да је у контролној групи 96 испитаника, док је у експерименталној 95. Групе су приближно уједначене према полу. Од укупног броја испитаника у контролној групи, 50 (52,1%) су дечаци, а 46 (47,9%) девојчице. У експерименталној групи узорак девојчица чини 46,3% (44), а дечака 53,7% (51).

Хи квадрат тестом смо испитали статистичку значајност разлике по полу ученика (Табела 11).

Табела 11. *Хи квадрат тест за уједначеност узорка према полу*

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	0,049[a]	1	0,825		
Continuity Correction[b]	0,006	1	0,939		
Likelihood Ratio	0,049	1	0,825		
Fisher's Exact Test				0,885	0,469
Linear-by-Linear Association	0,049	1	0,825		
N of Valid Cases	191				

a. 0 cells (0.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 44,76.

b. Computed only for a 2x2 table

Хи квадрат тестом приказаним у Табели 11 испитали смо да ли се контролна и експериментална група статистички значајно разликују по полу ученика. Очитавамо кориговану вредност хи квадрат теста (X^2 = 0,006; df = 1; p = 0,94). Како је овде значајност много изнад границе и износи 0,94 закључујемо да се контролна и експериментална група статистички значајно не разликују у броју дечака и девојчица. Контролна и експериментална група су уједначене у односу на пол испитаника, што значи да имамо приближно једнак број дечака и девојчица у обе групе.

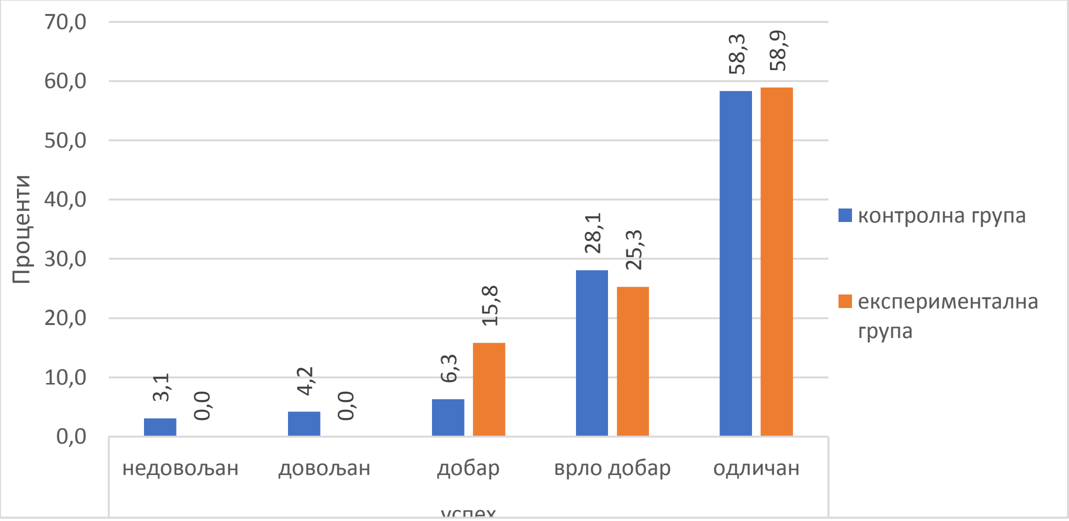
Једна од варијабли чији смо утицај испитивали је и општи успех ученика. У Табели 12 и Графикону 5 приказана је структура узорка у експерименталној и контролној групи у односу на општи успех ученика.

Табела 12. *Структура узорка према групи и општем успеху испитаника*

	Општи успех					Укупно
	недовољан	довољан	добар	врло добар	одличан	
Група						
Контролна група	3	4	6	27	56	96
	3,1%	4,2%	6,3%	28,1%	58,3%	100,0%
Експериментална група	0	0	15	24	56	95
	0,0%	0,0%	15,8%	25,3%	58,9%	100,0%
Укупно	3	4	21	51	112	191
	1,6%	2,1%	11,0%	26,7%	58,6%	100,0%

Уочавамо да у обе групе имамо једнак број ученика трећег разреда који су на крају првог полугодишта постигли *одличан* успех, 56. У контролној групи 27 ученика је постигло *врло добар* успех, док је у експерименталној 24 *врло добрих* ученика. У експерименталној групи нешто је већи број ученика са *добрим* успехом (15), док их је у контролној групи свега 6. Контролна група има ученике *довољног* (4) и *недовољног* (3) успеха, док у експерименталној групи нема ученика са овим успесима.

У Графикону 5 је приказан процентуални однос постигнутог општег успеха на крају првог полугодишта код ученика контролне и експерименталне групе.



Графикон 5. *Графички приказ структуре узорка према општем успеху*

У оквиру целокупног узорка највећи проценат испитаника је постигао *одличан* успех (58,6%), док је свега 1,6% најслабијих ученика на целом узорку.

Евентуално постојање разлике између група у односу на општи успех тестирали смо Ман-Витнијевим тестом (*Mann-Whitney U*) (Табела 13).

Табела 13. *Ман-Витнијев тест*

	Група	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Општи успех	Контролна група	96	95,65	9182,00
	Експериментална група	95	96,36	9154,00
	Укупно	191		

	Општи успех
Mann-Whitney U	4526,000
Wilcoxon W	9182,000
Z	-0,101
Asymp. Sig. (2-tailed)	0,920

a. Grouping Variable: Група

Ман-Витнијев тест је показао да не постоји статистички значајна разлика између контролне и експерименталне групе према школском успеху ученика (U = 4526; z = -0,101; p = 0,92) (Табела 13). Ниво значајности је знатно већи од границе 0,05 што указује на непостојање статистички значајне разлике између група у односу на општи успех.

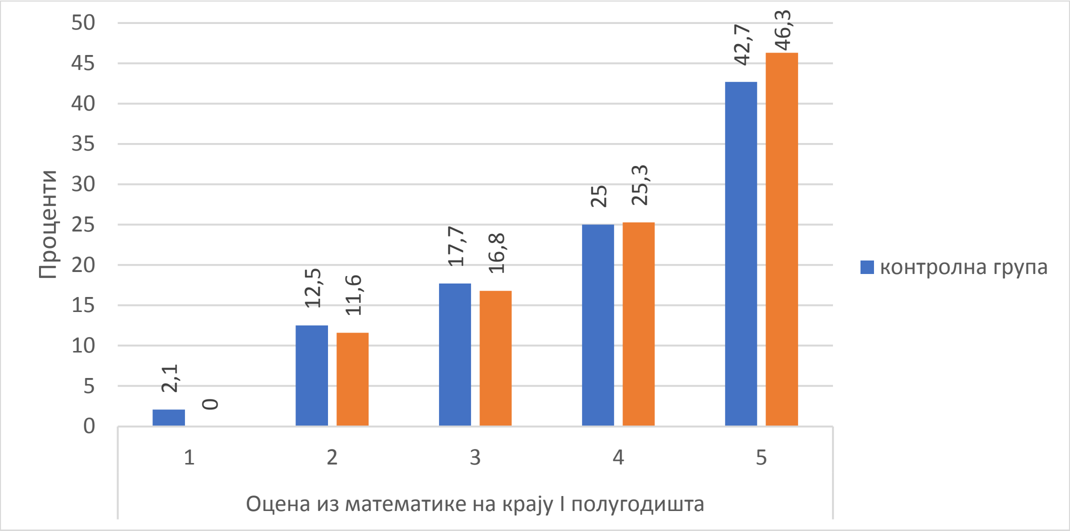
На основу приказаних резултата, закључујемо да су контролна и експериментална група уједначене у односу на општи успех на крају првог полугодишта.

Табела 14 приказује структуру контролне и експерименталне групе према оцени из математике на крају првог полугодишта. Процентуални однос оцена из математике на крају првог полугодишта између контролне и експерименталне групе приказан је у Графикону 6.

Табела 14. *Приказ структуре узорка према групи и оцени из математике на крају првог полугодишта*

	Оцена из математике на крају I полугодишта					Укупно
Група	Недовољан (1)	Довољан (2)	Добар (3)	Врло добар (4)	Одличан (5)	
Контролна група	2	12	17	24	41	96
	2,1%	12,5%	17,7%	25,0%	42,7%	100,0%
Експериментална група	0	11	16	24	44	95
	0,0%	11,6%	16,8%	25,3%	46,3%	100,0%
Укупно	2	23	33	48	85	191
	1,0%	12,0%	17,3%	25,1%	44,5%	100,0%

Како у експерименталној групи немамо ученика са *недовољним* успехом, нема ни ученика који имају оцену *недовољан* (1) из математике, док их у контролној групи има 2. Оцену *довољан* (2) има приближно једнак број испитаника, 12 у контролној групи и 11 у експерименталној групи, као и оцену *добар* (3). У контролној групи их је 17, а у експерименталној 16. Оцену *врло добар* (4) има једнак број испитаника, по 24 у обе групе. Оцену *одличан* (5) има 41 ученик у контролној групи и 44 у експерименталној групи.



Графикон 6. *Приказ структуре узорка према групи и оцени из математике на крају првог полугодишта*

У узорку од 191 испитаника, највећи је проценат оних који имају оцену *одличан* (5) из математике (44,5%), док је најмањи проценат ученика са оценом *недовољан* (1), свега (1,0%).

Евентуално постојање разлике између група према оцени из математике тестирали смо Ман-Витнијевим тестом (*Mann-Whitney U*) (Табела 15).

Табела 15. *Ман-Витнијев тест*

	Група	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Оцена из математике на крају I полугодишта	Контролна група	96	93,48	8974,00
	Експериментална група	95	98,55	9362,00
	Укупно	191		

	Оцена из математике на крају I полугодишта
Mann-Whitney U	4318,000
Wilcoxon W	8974,000
Z	-0,672
Asymp. Sig. (2-tailed)	0,502

a. Grouping Variable: Група

Ман-Витнијев тест је показао да не постоји статистички значајна разлика између контролне и експерименталне групе у оценама из математике (U = 4318; z = -0,672; p = 0,502) (Табела 15). Ниво значајности је знатно већи од границе 0,05 што указује на непостојање статистички значајне разлике између група у односу на оцену из математике.

На основу приказаних резултата, закључујемо да су контролна и експериментална група уједначене у односу на оцену из математике на крају првог полугодишта.

Узорак уџбеника чинили су сви уџбеници математике од првог до четвртог разреда који су одобрени на основу *Закона о уџбеницима (Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије* бр. 27/2018*).*Уџбеници су анализирани као јединствени комплети према садржајима који су разврстани у тематске целине. Предмет анализе је сваки појединачни задатак. Анализирали смо уџбенике следећих издавачких кућа *Едука*, *БИГЗ школство*, *Нови Логос* и *Klett*. Определили смо се за уџбенике ових издавачких кућа јер су најраспрострањенији за коришћење у млађим разредима основних школа. Структура узорка уџбеника дата је у Табели 16.

Табела 16. *Структура узорка уџбеника математике*

Разред	Број уџбеничких комплета	Број уџбеника
Први разред	4	13
Други разред	4	13
Трећи разред	4	10
Четврти разред	4	9
Укупно	16	45

Целокупан узорак уџбеника који су били предмет анализе чини 16 комплета што укупно чини 45 уџбеника. У сваком разреду је анализирано по 4 комплета. У првом и другом разреду је укупно по 13 уџбеника, у трећем 10, а у четвртом 9 уџбеника. У наставку ћемо приказати списак уџбеника који су били предмет анализе према разредима и издавачкој кући. То су следећи уџбеници:

Табела 17. *Узорак уџбеника математике за први разред основне школе*

Редни број	Списак анализираних уџбеника за први разред
1.	Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (1. део)*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (2. део)*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (3. део)*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (4. део)*. Београд: Klett.
2.	Сања Маричић (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство. Сања Маричић (2018). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство. Сања Маричић (2018). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство.
3.	Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (1. део).* Београд: Нови Логос. Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (2. део).* Београд: Нови Логос. Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (3. део).* Београд: Нови Логос. Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (4. део).* Београд: Нови Логос.
4.	Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 1а: уџбеник за први разред основне школе.* Београд: Едука. Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 1б: уџбеник за први разред основне школе.* Београд: Едука.

Табела 18. *Узорак уџбеника математике за други разред основне школе*

Редни број	Списак анализираних уџбеника за други разред
1.	Бранислав Поповић и други (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (1. део)*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (2. део)*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (3. део)*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (4. део)*. Београд: Klett.
2.	Сања Маричић и Драгица Ђуровић (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство. Сања Маричић и Драгица Ђуровић (2019). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство. Сања Маричић и Драгица Ђуровић (2019). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство.
3.	Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (1. део).* Београд: Нови Логос. Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (2. део).* Београд: Нови Логос. Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (3. део).* Београд: Нови Логос. Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (4. део).* Београд: Нови Логос.
4.	Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 2а: уџбеник за други разред основне школе.* Београд: Едука. Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 2б: уџбеник за други разред основне школе.* Београд: Едука.

Табела 19. *Узорак уџбеника математике за трећи разред основне школе*

Редни број	Списак анализираних уџбеника за трећи разред
1.	Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе (1. део)*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе (2. део)*. Београд: Klett.
2.	Мирјана Јовановић Лазић и Дијана Дрндаревић (2019). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство. Мирјана Јовановић Лазић и Дијана Дрндаревић (2019). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство. Мирјана Јовановић Лазић и Дијана Дрндаревић (2019). *Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство
3.	Сенка Тахировић и Ива Иванчевић (2019). *Математика 3: уџбеник математике за трећи разред основне школе.* Београд: Нови Логос. Сенка Тахировић и Ива Иванчевић (2019). *Математика 3: радна свеска из математике за трећи разред основне школе.* Београд: Нови Логос.
	Светлана Јоксимовић и Бошко Влаховић (2017). *Математика 3а: уџбеник за трећи*

4.	*разред основне школе.* Београд: Едука. Светлана Јоксимовић и Бошко Влаховић (2017). *Математика 3б: уџбеник за трећи разред основне школе.* Београд: Едука

Табела 20. *Узорак уџбеника математике за четврти разред основне школе*

Редни број	Списак анализираних уџбеника за четврти разред
1.	Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе*. Београд: Klett. Бранислав Поповић и други (2019). *Маша и Раша. Математика 4: радна свеска за четврти разред основне школе*. Београд: Klett.
2.	Мирјана Максимовић (2019). *Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство. Мирјана Максимовић (2019). *Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство. Мирјана Максимовић (2019). *Математика 4: радна свеска за четврти разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство.
3.	Сенка Тахировић (2019). *Математика 4: уџбеник математике за четврти разред основне школе.* Београд: Нови Логос. Сенка Тахировић и Момчило Степановић (2019). *Математика 4: радна свеска из математике за четврти разред основне школе.* Београд: Нови Логос.
4.	Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 4а: уџбеник за четврти разред основне школе.* Београд: Едука. Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 4б: уџбеник за четврти разред основне школе.* Београд: Едука.

7. ТОК ИСТРАЖИВАЊА

Емпиријско истраживање је спроведено у току школске 2018/19. године.

Истраживање је реализовано према следећим фазама:

1) Прикупљање и проучавање релевантне литературе у области развијања математичке писмености.
2) Израда првих верзија инструмената за иницијално тестирање. Пробно тестирање у Основној школи „Сутјеска” у Рашки извршено је у току првог полугодишта са ученицима трећег разреда. Тестирана су 52 ученика из два одељења ове школе. Након тога извршене су корекције инструмената истраживања и урађена је коначна верзија иницијалног теста.
3) Консултације и договори са директорима, учитељима и психолошко-педагошком службом школа у којима је истраживање извршено.
4) Иницијално тестирање ученика у све три школе извршено је у јануару месецу 2019. године у оквиру једног школског часа. Тестирање је реализовао експериментатор са студентима четврте године Учитељског факултета у Лепосавићу којима су дата јединствена упутства за рад.
5) Израда експерименталног програма (израда модела часова који подстичу развијање елемената математичке писмености у складу са програмом математике за трећи

разред према наставном плану и програму утврђеном од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја. Интервенције се уводе на постојећим садржајима). Експериментални програм је садржао 25 вежби.

6) Учитељи су упознати са циљем и задацима истраживања, као и начином реализације експерименталног програма. Од фебруара 2019. године је започета реализација експерименталног програма у експерименталној групи, док је контролна група наставила да ради на традицонални начин. Експериментални програм је реализован на часовима редовне наставе математике у трећем разреду према предвиђеном наставном програму. Експериментални програм је трајао до 7. јуна 2019. године.
7) Израда финалне верзије теста која је еквивалентна иницијалној верзији теста.
8) Финално тестирање ученика након спроведеног екпериметалног програма је реализовано у једном дану у свим школама како би се избегао утицај паразитарних фактора.
9) Реализација скалирања ставова ученика скалом Ликертовог типа извршена је по извршеном финалном тестирању.
10) Анализа садржаја уџбеника који су чинили узорак уџбеника извршена је у другој половини 2019. године.
11) Преглед ученичких радова, припрема података за обраду и статистичка израчунавања извршено је у току 2019. године, након чега је урађена интерпретација резултата и изведени закључци истраживања.

8. СТАТИСТИЧКА ОБРАДА ПОДАТАКА

Статистичка обрада података је заснована на употреби стандардних статистичких поступака, описивања и закључивања уз употребу софтверског пакета IBM SPSS 20. У наставку су приказани статистички поступци који су коришћени у току реализације експеримента истраживања, испитивања ставова ученика и анализе уџбеника.

Испитивање уједначености контролне и екпериментралне групе извршено је у односу на четири показатеља, пол ученика, оцена из математике на крају првог полугодишта, успех ученика на крају првог полугодишта и резултати на иницијалном тесту.

Хи квадрат тестом испитана је уједначеност група у односу на пол ученика. Истим статистичким поступком је испитано постојање разлике између контролне и експерименталне групе у степену слагања у односу на тврдње дате у скали ставова.

За испитивање уједначености група у односу на оцену из математике и успех ученика коришћен је *Ман-Витнијев тест* (*Mann-Wihitney U*).

Ефекте експерименталног програма на резултате финалног теста екпериментални групе и традиционалног начина рада на резултате контролне групе испитали смо *једнофакторском анализом коваријансе* (ANCOVA). Овим статистичким поступком испитана је значајност резултата финалног теста за сваки дефинисани ниво појединачно. Једнофакторском анализом коваријансе испитана је значајност утицаја интеракције начина рада и оцене из математике на резултате финалног теста за сваку оцену појединачно и интеракција начина рада и општег упеха ученика за сваки успех појединачно. Овај поступак је извршен за укупан скор на финалном тесту и за сваки од три дефинисана нивоа задатака.

Двофакторском анализом коваријансе (ANCOVA) испитали смо да ли уочене разлике између контролне и експерименталне групе осим од начина рада зависе и од пола ученика, односно од међусобне интеракције начина рада и пола ученика. Истим статистичким поступком испитани су ефекти интеракције начина рада и оцене из математике на крају првог полугодишта на резултате финалног теста, као и за интеракцију начина рада и општег успеха ученика. Статистичка обрада података је вршена за укупан скор на финалном тесту и за сваки од три дефинисана нивоа појединачно.

Комбинованом анализом варијансе испитали смо за сваку групу ученика да ли се резултати у два поновљена мерења (иницијални и финални тест) разликују у односу на оцену из математике, као и у односу на општи успех ученика.

Резултати добијени испитивањем ставова ученика о задацима који подстичу развијање елемената математичке писмености приказани су у виду *бројчаних* и *процентуалних вредности.* Исти поступак коришћен је и за приказивање резултата анализе садржаја, односно при анализи уџбеника математике за млађе разреде основне школе.

Кронбахов алфа коефицијент (*Cronbach's alpha*) користили смо за испитивање поузданости иницијалног и финалног теста знања и скале ставова.

III АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

1. РАЗВИЈАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

У оквиру експерименталног програма који смо реализовали настојали смо да испитамо у којој мери се на млађем школском узрасту могу развијати елементи математичке писмености. Обликовали смо садржаје за учење који прате програм редовне наставе математике, а који подстичу развијање математичке писмености. Садржаји наставе математике повезани са реалним животом ученика обухватали су једноставне математичке проблеме смештене у свакодневни животни контекст, задатке у којима подаци нису дати у текстуалној форми, већ су подаци приказани табеларно и приказане у графиконима, реализовани су на часовима редовне наставе са ученицима експерименталне групе, док је контролна група радила на традиционалан начин.

Први задатак који смо дефинисали, а који ће нам указати на ефекте експерименталног програма гласи: *Утврдити ефекте утицаја садржаја на развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе.*

Пошли смо од претпоставке да примена адекватно обликованих садржаја математике датих у реалном окружењу код ученика млађег школског узраста даје боље резултате у развијању елемената математичке писмености од традиционалног приступа настави. Зато постављена истраживачка хипотеза гласи: *Обликовањем садржаја могу се развијати елементи математичке писмнеости у млађим разредима основне школе.*

Иницијалним мерењем утврдили смо у којој мери ученици трећег разреда имају развијене елементе математичке писмености (Табела 21).

Табела 21. *Дескриптивна статистика укупног скора на иницијалном и финалном мерењу*
Зависна варијабла: финално мерење

						95% Confidence Interval for Mean			
		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound	Minimum	Maximum
Иницијално мерење	Контролна група	96	17,43	8,75	0,893	15,654	19,200	0,00	38,00
	Експериментална група	95	17,99	9,50	0,975	16,054	19,925	0,00	43,00
	Укупно	191	17,71	9,11	0,659	16,406	19,007	0,00	43,00
Финално мерење	Контролна група	96	18,95	8,88	0,906	17,149	20,746	2,00	41,00
	Експериментална група	95	40,08	16,63	1,706	36,696	43,472	5,00	60,00
	Укупно	191	29,46	16,98	1,229	27,036	31,885	2,00	60,00

На иницијалном тестирању ученици контролне и експерименталне групе бележе приближно једнаке резултате у решавању задатака који садрже захтеве одређеног нивоа математичке писмености. Просечан број постигнутих поена у контролној групи на иницијалном тестирању (M = 17,43; SD = 8,75) је приближно једнак постигнутим резултатима у експерименталној групи (M = 17,99; SD = 9,50) (Табела 21). Остварене просечне вредности показују да су ученици показали приближно једнак ниво знања на задацима који мере развијеност елемената математичке писмености.

Услов о хомогености варијанси испитали смо Левеновим тестом.

Табела 22. *Левенов тест хомогености варијанси*

Test of Homogeneity of Variances

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Иницијални тест - укупан скор	Based on Mean	0,662	1	189	0,417
	Based on Median	0,572	1	189	0,450
	Based on Median and with adjusted df	0,572	1	187,480	0,450
	Based on trimmed mean	0,632	1	189	0,428

Задовољен је услов хомогености варијансе (Левенов F статистик износи F = 0,66 и није статистички значајан, p = 0,42) (Табела 22).

Анализом варијансе испитали смо постојање разлике у постигнућима између контролне и експерименталне групе на иницијалном мерењу. Резултати показују да не постоји статистички значајна разлика у постигнућима контролне и експерименталне групе на иницијалном мерењу (Табела 23).

Табела 23. *Анализа варијансе за иницијално мерење*

Иницијални тест - укупан скор

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	15,102	1	15,102	0,181	0,671
Within Groups	15758,479	189	83,378		
Укупно	15773,581	190			

Анализа варијансе нам је показала да не постоје значајне разлике између експерименталне и контролне групе на иницијалном мерењу за укупан скор (F = 0,18; p = 0,67; p > 0,05) (Табела 23).

Након увођења експерименталног програма и финалног тестирања дошло је до побољшања успеха у постигнућима у корист експерименталне групе ученика. У контролној групи просечан број остварених поена износи (M = 18,95; SD = 8,83). Ученици експерименталне групе су просечно остварили (M = 40,08; SD = 16,63) (Табела 21). Закључујемо, да је адекватано обликовање садржаја дало знатне резултате код ученика експерименталне групе, што показује и знатан напредак у постигнутом броју поена на финалном мерењу.

Да бисмо утврдили да ли је нарушена претпоставка о једнакости варијанси користили смо Левенов тест.

Табела 24. *Левенов тест хомогености варијанси*

Test of Homogeneity of Variances

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Финални тест - укупан скор	Based on Mean	50,351	1	189	0,000
	Based on Median	37,053	1	189	0,000
	Based on Median and with adjusted df	37,053	1	145,651	0,000
	Based on trimmed mean	47,981	1	189	0,000

Када су у питању резултати финалног мерења за укупан скор, обзиром на то да није задовољен услов хомогености варијанси (Левенов F статистик износи F = 50,35 и статистички је значајан, p < 0,01) (Табела 24), урадили смо додатни тест који је отпоран на кршење ове претпоставке, *Brown-Forsythe* тест.

Табела 25. *Анализа варијансе за финално мерење (Браун-Форсајт тест)*

Robust Tests of Equality of Means

Финални тест - укупан скор

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Brown-Forsythe	119,701	1	143,204	0,000

a. Asymptotically F distributed.

Анализа варијансе нам је показала да постоје статистички значајне разлике између експерименталне и контролне групе у постигнућу на финалном мерењу у укупном скору (F = 119,70; p < 0,01) (Табела 25). Ову разлику можемо приписати дејству експерименталног фактора.

Након утврђивања иницијаног стања у контролној и експерименталној групи реализован је експериментални програм у експерименталној групи, док је контролна група радила на традиционалан начин. Делотворност два начина рада упоредили смо помоћу једнофакторске анализе коваријансе (ANCOVA). Независна варијабла је управо начин рада у ове две групе, а зависна резултати на финалном тесту. Коваријат односно променљива за коју сумњамо да утиче на резултате зависне променљиве чинили су резултати на иницијалном тесту.

Да бисмо утврдили да ли је нарушена претпоставка о једнакости варијансе користили смо Левенов тест. Вредности Левеновог теста (F = 115,102; p = 0,000) нам показују да иако није задовољен услов хомогености варијанси (Левенов F статистик износи F = 115,1 и статистички је значајан, p < 0,01), то ћемо занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249) (Табела 26).

Табела 26. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - укупан скор

F	df1	df2	Sig.
115,102	1	189	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + IM_sum + GRUPA

Како би се отклонила сумња у неједнакост група урађена је анализа коваријансе. Анализом коваријансе приказана је значајност разлике између експерименталне и контролне групе на финалном мерењу. Након уклањања коваријата, што у овом случају представљају резултати иницијалног мерења постигнућа ученика утврдили смо да постоји значајна разлика у постигнућима ученика контролне и експерименталне групе на финалном мерењу у укупном скору (F = 420,02; p < 0,01) (Табела 27).

Табела 27. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе на финалном мерењу*

Зависна варијабла: финално мерење

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	45817,006[a]	2	22908,503	483,017	0,000	0,837
Intercept	2203,658	1	2203,658	46,463	0,000	0,198
Укупно	24485,617	1	24485,617	516,270	0,000	0,733
Група	19920,764	1	19920,764	420,022	0,000	0,691
Error	8916,449	188	47,428			
Укупно	220509,000	191				
Corrected Total	54733,455	190				

a. R Squared = 0,837 (Adjusted R Squared = 0,835)

Парцијални ета квадрат износи 0,69 и по Коеновом критеријуму великог је утицаја (Cohen, 1988). Коен класификује три врсте утицаја, мали чије су вредности 0,01 потом 0,06 класификује као средњи утицај и 0,14 као велики утицај. У току интерпретације резултата користићемо ове смернице за одређивање величине утицаја. У нашем примеру где парцијални ета квадрат има вредност 0,69%, то значи да 69% варијансе у финалном мерењу за укупан скор можемо објаснити независном променљивом, односно начином рада унутар група. Можемо закључити да је разлика између постигнућа контролне и експерименталне групе у финалном мерењу настала под утицајем експерименталног програма. Ученици експерименталне групе су под утицајем редовне наставе математике, засноване на адекватно обликованим садржајима који су подразумевали три типа реалних проблема из свакодневног живота, остварили боље резултате у решавању задатака у поређењу са ученицима контролне групе који су знања усвајали на традиционалан начин.

Урађена анализа резултата након отклањања утицаја коваријата и израчунате вредности зависне променљиве за сваку групу, потврђују наше закључке и дају сигурност у поузданост добијених резултата (Прилог 7).

На основу добијених статистичких резултата можемо закључити да је реализовани експериментални програм допринео развијању елемената математичке писмености ученика у експерименталној групи. Тиме је хипотеза која гласи: *Обликовањем садржаја могу се развијати елементи математичке писмености у млађим разредима основне школе,* потврђена.

До сличних резултата долазе Павловић Бабић и Бауцал (Pavlović Babić i Baucal, 2013; Baucal 2011) који истичу као битан фактор у развијању елемената математичке писмености значај функционалних знања од најранијег школског узраста. Сама репродукција научених садржаја без инсистирања на примени и трансферу неће дати добре резултате у усвајању математичке писмености. Ове закључке изводе на основу анализе постигнућа ученика на PISA и TIMSS тестирањима. Боби Оџосе (Bobby Ojose, 2011) је у свaком раду истраживао у којој мери су појединци спремни да усвојена знања примене у свакодневним животним активностима. Лоши резултати који су остварени на међународним тестирањима поставили су потребу да се испита њихов узрок. Као главни узрок, поред страха од математике који ученици имају, наводи се проблем који се односи на то колико често ученицима указујемо где се знања која усвоје из математике могу применити у свакодневном животу. Он истиче да је математика неопходна и у свакодневном животу, као и у послу. Дарјо Фелда (Darjo Felda, 2011) сматра да укључивање реалних ситуација из свакодневног живота у реализацију садржаја у нижим разредима значајно доприноси развијању елемената математичке писмености, што потврђује и нашу претпоставку. Њихова претпоставка је и потврђена експерименталним истраживањем. Истраживањем које је спровео Ахмед Фаузан (Ahmad Fauzan, 2002) на ученицима четвртог разреда потврдио је да се код ученика кроз одговарајући програм могу формирати способности примене и самосталне конструкције знања. Фирдаус и Херман (Firdaus & Herman, 2017) сматрају да сви ученици могу разумети математичке појмове, али не умеју сви да их на адекватан начин примене у решавању стварних животних проблема. Истичу и да се математичка писменост код ученика млађег школског узраста може побољшати ако се настава заснива на учењу на проблемима.

Реализована истраживања и резултати до којих смо ми дошли потврђују да се код ученика млађег школског узраста могу развијати елементи математичке писмености уз адекватан начин рада. То подразумева да се правилним одабиром садржаја заснованим на проблемима из реалног живота и који су контекстуално засновани на ситуацијама у којима ученици решавају проблеме реалног живота, при чему се морају узети у обзир узрасне могућности ученика могу развијати елементи математичке писмености. Учитељи би требали настојати да и у ситуацијама када не припремају садржаје са циљем да код ученика подстичу развијање елемената математичке писмености, у оквиру садржаја које свакодневно реализују указују на могућности примене усвојених знања у свакодневном животу. Садржајима су обухваћена три типа проблема свакодневног реалног окружења што је код ученика изазвало интересовање и могућност сагледавања математике из другог угла, без страха који се врло често код ученика јавља. Уколико се обликују наставни садржаји повезани са реалним животом ученика који подстичу развијање математичке писмености, до тога ће заиста и доћи. Ученици су оспособљени да садржај који усвоје примене на одговарајућим примерима у свакодневном животу.

1.1. Развијање елемената математичке писмености и пол ученика

Једна од независних варијабли чије смо ефекте испитивали на развијање елемената математичке писмености јесте и пол испитаника. Варијабла обухвата природну дистрибуцију полова на мушки и женски, односно дечака и девојчица. Испитали смо постоји ли разлика у постигнућима ученика и утврдили ефекте обликованих садржаја на развијање елемената математичке писмености у почетној настави математике у односу на пол ученика. У наставку ћемо приказати постигнућа ученика у укупном скору за контролну и експерименталну групу у укупном скору.

Двофакторском анализом коваријансе (ANCOVA) испитали смо да ли на разлике у постигнућима између група поред начина рада, евентуално утиче и пол ученика. Испитали смо да ли кроз интеракцију начина рада и пола ученика долази до различитих постигнућа код дечака и девојчица. Независне варијабле које испитујемо су начин рада контролне и експерименталне групе и пол ученика, а зависне резултати мерења на финалном тесту. Коваријат, односно промењлива за коју сумњамо да утиче на резултате зависне променљиве, чинили су резултати иницијалног мерења. У Табели 28 приказани су постигнути резултати за контролну и експерименталну групу у односу на пол.

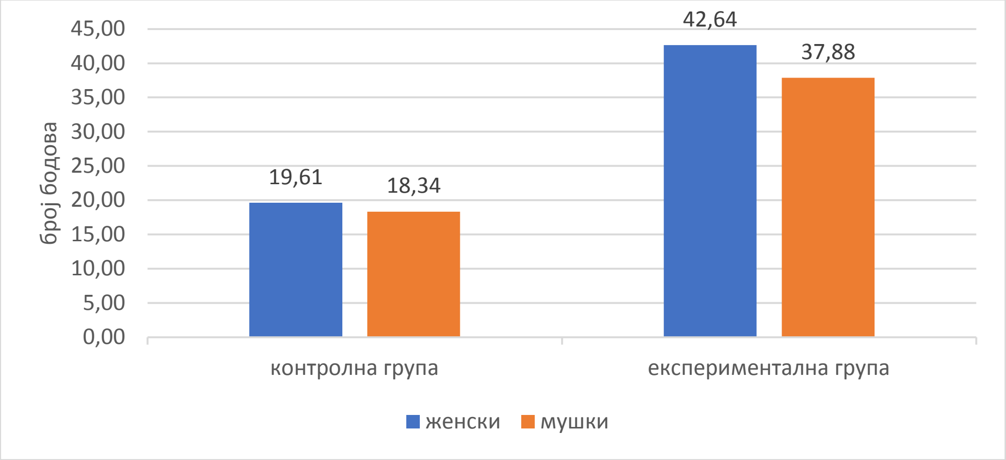
Табела 28. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на иницијалном и финалном мерењу у односу на пол ученика*

Група			N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	Иницијални тест	девојчице	46	18,1957	9,36096
		дечаци	50	16,7200	8,17922
		Укупно	96	17,4271	8,75003
	Финални тест	девојчице	46	19,6087	9,33209
		дечаци	50	18,3400	8,48434
		Укупно	96	18,9479	8,87619
Експериментална група	Иницијални тест	девојчице	44	19,0000	9,76467
		дечаци	51	17,1176	9,27501
		Укупно	95	17,9895	9,50083
	Финални тест	девојчице	44	42,6364	16,51369
		дечаци	51	37,8824	16,57667
		Укупно	95	40,0842	16,63095

Уочавамо да су девојчице и у контролној и у експериметалној групи оствариле нешто бољи резултат у односу на дечаке. У контролној групи на иницијалном мерењу девојчице су постигле просечно (M = 18,20; SD = 9,36), што је нешто бољи резултат од резултата који су постигли дечаци (M = 16,72; SD = 8,18). У експерименталној групи, такође, постоји незнатна разлика у корист девојчица (M = 19,00; SD = 9,76) у односу на дечаке (M = 17,12; SD = 9,27) на иницијалном мерењу. Можемо закључити да су дечаци и девојчице постигли приближно једнак просечан број поена у оквиру контролне и експерименталне групе на иницијалном мерењу.

На финалном мерењу дечаци који су задатке решавали у оквиру контролне групе просечно су остварили M = 18,34 (SD = 8,48). Девојчице су постигле нешто бољи резултат оствaривши просечно M = 19,61 (SD = 9,33) (Табела 28). Под утицајем експерименталног програма девојчице у експерименталној групи су просечно оствариле (M = 42,64; SD = 16,51) што је бољи резултат у односу на дечаке који су остварили (M = 37,88; SD = 16,58). Можемо закључити да адекватан садржаји, који су заступљени у оквиру експерименталног програма, дају значајне резултате када су у питања резултати експерименталне групе на финалном у односу на иницијално тестирање. Међутим, значајне разлике у постигнућима између дечака и девојчица нема унутар експерименталне групе што показује просечан број постигнутих поена (M = 42,64 девојчице и M = 37,88 дечаци). Резултати у односу на пол ученика су приближно једнаки као и на иницијалном тесту код обе групе испитаника.

Разлика између контролне и експерименталне групе у односу на пол је знатна и она се приписује утицају експерименталног програма. Тај однос је приказан у Графикону 7.



Графикон 7. *Графички приказ резултата финалног теста у односу на групу и пол*

Графички приказ нам показује да су и дечаци и девојчице постигли приближно једнак просечан број поена унутар контролне и експерименталне групе на финалном мерењу. Разлике су евидентне у односу на пол ученика између група, али се то може приписати утицају експерименталног програма.

Левеновим тестом испитали смо хомогеност варијанси.

Табела 29. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - укупан скор

F	df1	df2	Sig.
40,533	3	187	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_sum + GRUPA + POL + GRUPA * POL

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 40,53, статистички је значајно, p < 0,01), (Табела 29) али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

У наставку ћемо испитати постоји ли статистички значајна разлика у односу на пол ученика на резултатима финалног теста (Табела 30).

Табела 30. *Значајност разлике између контролне и експерименталне групе у финалном мерењу у односу на пол ученика*

Зависна варијабла: финално мерење

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	45962,217[a]	4	11490,554	243,665	0,000	0,840
Intercept	2258,175	1	2258,175	47,886	0,000	0,205
Укупно	24058,413	1	24058,413	510,175	0,000	0,733
Група	20048,715	1	20048,715	425,146	0,000	0,696
Пол	40,605	1	40,605	0,861	0,355	0,005
Група * пол	105,656	1	105,656	2,241	0,136	0,012
Error	8771,239	186	47,157			
Total	220509,000	191				
Corrected Total	54733,455	190				

a. R Squared = 0,840 (Adjusted R Squared = 0,836)

Анализом коваријансе, након уклањања утицаја коваријата, утврдили смо да не постоји значајан утицај интеракције начина рада и пола ученика на резултате финалног теста за укупан скор (F = 2,24; p = 0,14; p > 0,05) (Табела 30). Закључујемо да не можемо издвојити да дечацима или девојчицама више одговара један од другог начина рада.

Парцијални ета квадрат износи 0,01 и малог је утицаја. То значи да свега 1% варијансе на финалном тесту можемо објаснити интеракцијом начина рада и пола ученика (независних променљивих).

Уочили смо да су девојчице постигле нешто бољи резултат од дечака, али је та разлика статистички незначајна (F = 0,86; p = 0,36). Парцијални ета квадрат је 0,005 и показује да се свега 0,5% варијансе објашњава полом.

Већ смо истакли да разлика између група постоји и да је она настала под утицајем различитог начина рада у контролној и експерименталној групи.

На основу приказаних резултата закључујемо да не постоји значајна разлика у постигнућима ученика контролне и експерименталне групе у односу на пол испитаника. Разлика постоји између дечака и девојчица експерименталне групе у односу на постигнућа дечака и девојчица контролне групе, а што се може повезати са различитим начином рада унутар група. Резултати међународног TIMSS тестирања такође показују да у Србији не постоји разлика у постигнућима ученика у односу на пол. У последња три циклуса (2011, 2015. и 2019.) ово истраживање је спроведено са ученицима четвртог разреда и добијени резултати нису показали постојање значајне разлике у постигнућима дечака и девојчица. Према резултатима последњег истраживања реализованог у току 2019. године, девојчице су просечно постигле 509, а дечаци 507 поена у области математичке писмености (Ђерић и сар., 2020). Разлика постоји у корист девојчица, као и у нашем истраживању, али статистички није значајна. Када су у питању постигнућа дечака и девојчица у другим земљама учесницима тестирања, резултати су показали да су код скоро половине земаља које су учествовале у тестирању TIMSS 2019, дечаци имали већа постигнућа у односу на девојчице. Дечаци су били доминантнији у сва три дефинисана когнитивна домена знања, што није забележено у резултатима ученика у Србији. Постигнућа дечака и девојчица у Србији на скали математичке писмености се статистички значајно не разликују ни на последњем PISA тестирању реализованом 2018. године (Виденовић и Чапрић, 2020). У OECD земљама постоји разлика у корист дечака на скали математичке писмености.

Можемо закључити да се и код дечака и девојчица могу подстицати елементи математичке писмености, а да је за то неопходно обезбедити адекватан начин рада у оквиру редовне наставе кроз који ће се поред знања, развити и неопходне способности на вишим когнитивним доменима.

1.2. Оцена из математике и развијање елемената математичке писмености

Једна од независних варијабли чије смо ефекте испитивали на развијање математичке писмености у млађим разредима основне школе је и оцена из математике. Испитали смо ефекте обликованих садржаја на развијање елемената математичке писмености у почетној настави математике у односу на оцену ученика из математике на крају првог полугодишта. За потребе истраживања користили смо оцену из математике коју су ученици трећег разреда имали на крају првог полугодишта.

Тестирањем ученика и анализом добијених података приказали смо зависност оцене из математике коју су ученици постигли на крају првог полугодишта и развијања математичке писмености. Двофакторском анализом коваријансе (ANCOVA) испитали смо уочене разлике између група које настају под утицајем различитог начина рада, евентуално зависе од оцене коју ученик има из математике. Испитали смо да ли интеракција између два начина рада у оквиру група и оцена коју имају из математике утиче на резултате финалног теста. На основу тога закључујемо да су независне варијабле начин рада и оцена ученика, а зависна варијабла је резултат финалног теста. Резултати настали пре увођења експерименталног програма , а за које се сумња да утичу на резултат зависне променљиве, чине коваријат. То су резултати иницијалног мерења.

У Табели 31 приказане су просечне вредности остварених поена у експерименталној и контролној групи у односу на оцену из математике на иницијалном и финалном тестирању.

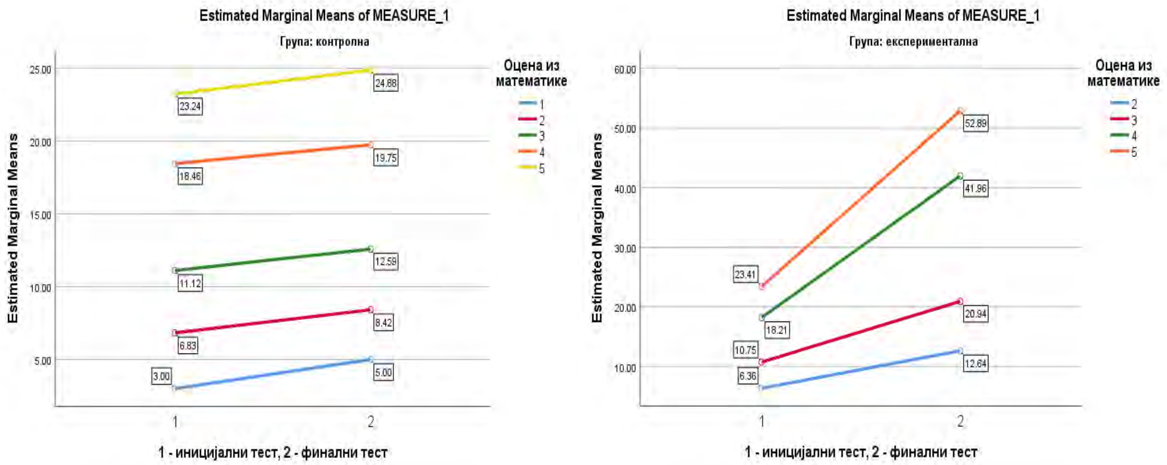
Табела 31. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на иницијалном и финалном мерењу у односу на оцену из математике*

Група		Оцена из математике	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	Иницијални тест	1	2	3,0000	4,24264
		2	12	6,8333	2,44330
		3	17	11,1176	5,03590
		4	24	18,4583	5,43722
		5	41	23,2439	7,50260
		Укупно	96	17,4271	8,75003
	Финални тест	1	2	5,0000	4,24264
		2	12	8,4167	2,19331
		3	17	12,5882	4,78355
		4	24	19,7500	5,31814
		5	41	24,8780	7,82686
		Укупно	96	18,9479	8,82743
Експериментална група	Иницијални тест	2	11	6,3636	3,55732
		3	16	10,7500	3,73274
		4	24	18,2083	5,91960
		5	44	23,4091	9,30696
		Укупно	95	17,9895	9,50083
	Финални тест	2	11	12,6364	4,41073
		3	16	20,9375	7,05662
		4	24	41,9583	9,44310
		5	44	52,8864	6,02018
		Укупно	95	40,0842	16,63095

Уочавамо да су ученици контролне групе у односу на оцену из математике на финалном тесту забележили одређени напредак. Ученици који су имали оцену *недовољан* (1) из математике на иницијалном тесту просечно су постигли (M = 3,00; SD = 4,24), а на финалном тесту (M = 5,00; SD = 4,24). На првом тестирању ученици са оценом *довољан* (2) су просечно освојили (M = 6,83; SD = 4,44), а на другом мерењу (M = 8,42; SD = 2,19), док су ученици са оценом *добар* (3) постигли (M = 11,12; SD = 5,04) на првом тестирању и (M = 12,59; SD = 4,78) на другом тестирању. Резултати иницијалног теста за оцену *врло добар* (4) просечно показују (M = 18,46; SD = 5,44), а финалног теста (M = 19,75; SD = 5,32). Најбољи резултат постигли су ученици са оценом *одличан* (5), на иницијалном тесту, просечно су постигли (M = 23,24; SD = 7,50), а на финалном тесту (M = 24,88; SD = 7,83).

Код експерименталне групе долази до значајног напредка на финалном тесту што се приписује утицају експерименталног програма. На иницијалном тесту ученици који су имали оцену *довољан* (2) из математике просечно су остварили (M = 6,36; SD = 3,56), а на финалном тесту (M = 12,64; SD = 4,41), док су ученици са оценом *добар* (3) просечно остварили (M = 10,75; SD = 3,73) на иницијалном и (M = 20,94; SD = 7,06) на финалном тесту. Постигнућа ученика са оценом *врло добар* (4) на иницијалном тесту су (M = 18,21; SD = 5,92), а на финалном тесту (M = 41,96; SD = 9,44). Најбољи резултат постигли су ученици са оценом *одличан* (5). На иницијалном тесту просечно су постигли (M = 23,41; SD = 9,31), а на финалном (M = 52,89; SD = 6,02) (Табели 31).

Графикон 8 приказује однос резултата иницијалног и финалног теста у односу на оцену из математике за контролну и експерименталну групу.



Графикон 8. *Ефекти начина рада у контролној и експерименталној групи у односу на оцену из математике*

На графикону уочавамо да су за сваку оцену ученици контролне групе приближно исто напредовали на финалном у односу на иницијално тестирање.

За разлику од контролне групе, код експерименталне групе уочавамо да су ученици који имају оцену *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике, на финалном тесту имали знатно више бодова и направили знатно већу разлику у односу на иницијални тест, од ученика који имају оцене *довољан* (2) и *добар* (3). Запажамо да су ученици који имају оцене *врло добар* (4) и *одличан* (5) увећали број бодова 2,3 пута, односно 2,26 пута у односу на иницијални тест. Ученици који су имали оцене *довољан* (2) и *добар* (3) такође увећали број бодова на финалном тесту, али знатно мање и то код оцене *довољан* (2) 1,95 пута и код оцене *добар* (3) 1,99 пута. Можемо закључити да ученицима са оценама *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике више одговара нови начин рада од оних који имају оцене *довољан* (2) и *добар* (3).

Левеновим тестом испитали смо једнакост варијанси.

Табела 32. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - укупан скор

F	df1	df2	Sig.
12,385	8	182	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_sum + GRUPA + OCENA + GRUPA * OCENA

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе ($F = 12,39$, статистички је значајно, $p < 0,01$) (Табела 32), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249)

Двофакторском анализом коваријансе (ANCOVA), чији су резултати приказани у Табели 33 испитали смо утицај интеракције начина рада и оцене из математике на резултате финалног теста у укупном скору.

Табела 33. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу у укупном скору у односу на оцену из математике*

Зависна варијабла: финално мерење

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	52549,168[a]	9	5838,796	483,829	0,000	0,960
Intercept	3483,796	1	3483,796	288,683	0,000	0,615
Укупно	5904,510	1	5904,510	489,275	0,000	0,730
Група	9481,806	1	9481,806	785,705	0,000	0,813
Оцена	3052,719	4	763,180	63,241	0,000	0,583
Група * Оцена	3797,167	3	1265,722	104,884	0,000	0,635
Error	2184,288	181	12,068			
Total	220509,000	191				
Corrected Total	54733,455	190				

a. R Squared = 0,960 (Adjusted R Squared = 0,958)

Након уклањања утицаја коваријата, резултата иницијалног теста, утврдили смо да постоји значајна разлика утицаја интеракције начина рада и оцене из математике на резултате финалног теста у укупном скору ($F = 104,88$; $p = 0,00$; $p < 0,01$) (Табела 33). Закључујемо да ученици који имају различите оцене из математике резултате постижу у зависности од начина рада у оквиру групе. Ученицима са бољом оценом из математике више одговара примена обликованих садржаја који су дати у реалном окружењу, а који су заступљени кроз експериментални програм, што показује знатно напредовање у постигнућима на финалном тесту. Овај модел рада допринео је и напретку ученика са слабијим оценама из математике, што нам потврђује да креирани модел рада може допринети напретку ученика у усвајању елемената математичке писмености.

Парцијални ета квадрат износи 0,64 и великог је утицаја. Он нам показује да 64% варијансе на финалном тесту у укупном скору можемо објаснити интеракцијом независних променљивих, односно начином рада и оценом из математике.

На основу приказаних резултата можемо уочити да ученици који имају бољу оцену из математике постижу бољи резултат у контролној и експерименталној групи. Те разлике у постигнућима у односу на оцену су израженије у експерименталној групи и статистички су значајне (F = 63,24; p = 0,00). Напредак се код експерименталне групе може објаснити утицајем експерименталног фактора. Парцијални ета квадрат је великог утицаја и износи 0,58. То значи да се 58% варијансе објашњава оценом из математике.

Након што смо уочили значајност утицаја оцене из математике и начина рада групе, извршићемо анализу једноставних утицаја. Зато смо независну варијаблу *оцене* поделили на групе, сваку оцену посебно и за сваку извршили једнофакторску анализу коваријансе (Табела 34).

Табела 34. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу у укупном скору у односу на оцену из математике појединачно*

Зависна варијабла: финално мерење

Оцена из математике	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
1	Corrected Model	18,000[a]	1	18,000	.	.	1,000
	Intercept	4,000	1	4,000	.	.	1,000
	Укупно	18,000	1	18,000	.	.	1,000
	Група	0,000	0	.	.	.	.
	Error	0,000	0	.			
	Укупно	68,000	2				
	Corrected Total	18,000	1				
2	Corrected Model	323,584[b]	2	161,792	124,132	0,000	0,925
	Intercept	43,938	1	43,938	33,711	0,000	0,628
	Укупно	221,394	1	221,394	169,861	0,000	0,895
	Група	127,226	1	127,226	97,612	0,000	0,830
	Error	26,068	20	1,303			
	Укупно	2854,000	23				
	Corrected Total	349,652	22				
3	Corrected Model	1542,961[c]	2	771,480	159,975	0,000	0,914
	Intercept	41,115	1	41,115	8,526	0,007	0,221
	Укупно	968,380	1	968,380	200,804	0,000	0,870
	Група	638,687	1	638,687	132,439	0,000	0,815
	Error	144,675	30	4,823			
	Укупно	10821,000	33				
	Corrected Total	1687,636	32				
4	Corrected Model	8169,716[d]	2	4084,858	408,247	0,000	0,948
	Intercept	278,090	1	278,090	27,793	0,000	0,382
	Укупно	2251,195	1	2251,195	224,988	0,000	0,833
	Група	6080,600	1	6080,600	607,705	0,000	0,931
	Error	450,263	45	10,006			
	Укупно	54315,000	48				
	Corrected Total	8619,979	47				
5	Corrected Model	19559,194[e]	2	9779,597	729,848	0,000	0,947
	Intercept	4969,182	1	4969,182	370,848	0,000	0,819
	Укупно	2910,063	1	2910,063	217,177	0,000	0,726
	Група	16510,771	1	16510,771	1232,193	0,000	0,938
	Error	1098,759	82	13,400			
	Укупно	152451,000	85				
	Corrected Total	20657,953	84				

a. R Squared = 1,000 (Adjusted R Squared = .)
b. R Squared = 0,925 (Adjusted R Squared = 0,918)
c. R Squared = 0,914 (Adjusted R Squared = 0,909)
d. R Squared = 0,948 (Adjusted R Squared = 0,945)
e. R Squared = 0,947 (Adjusted R Squared = 0,946)

Како у експерименталној групи није било ученика који су имали оцену један из математике, немамо вредности по статистичкој значајности за ову оцену. Резултати анализе коваријансе за све оцене (*довољан* (2), *добар* (3), *врло добар* (4) и *одличан* (5)), показује да се на финалном тесту резултати у укупном скору ученика са оценама *довољан* (2), *добар* (3), *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике у контролној и експерименталној групи статистички разликују и то за оцену *довољан* (2), (F = 97,61; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат износи 0,83 и великог је утицаја. То нам показује да се 83% варијансе резултата на финалном тесту код ученика са оценом *довољан* (2) објашњава начином рада. Резултати анализе коваријансе за оцену *добар* (3) показују вредности (F = 132,44; p = 0,00; p < 0,01), парцијални ета квадрат је 0,82 и показује да је начином рада објашњено 82% варијансе резултата на финалном тесту за ученике који имају оцену *добар* (3) из математике.

Статистички значајну разлику постоји у постигнућима ученика који су имали оцену *врло добар* (4) из математике (F = 607,71; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат је великог утицаја и износи 0,93. То нам показује да се резултати на финалном тесту код ученика са оценом *врло добар* (4) из математике 93% варијансе објашњава начином рада. Анализа варијансе за резултате за оцену *одличан* (5) показују да постоји статистички значајна разлика (F = 1232,19; p = 0,00; p < 0,01), парцијални ета квадрат је 0,94 и показује да се чак 94% варијансе резултата на финалном тесту код ученика са оценом *одличан* (5) објашњава начином рада.

На основу приказаних резултата уочавамо да је највећи напредак у резултатима финалног теста код ученика који имају оцену *одличан* (5) и оцену *врло добар* (4) из математике. Морамо уочити да се напредак у постигнућима бележи и код ученика који су имали оцену *довољан* (2) и оцену *добар* (3) на финалном тесту.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења у односу на оцену из математике након статистички уклоњеног утицаја коваријата потврђују наше закључке и њихову поузданост (Прилог 9).

Након извршене анализе резултата финалног теста за укупан скор и за сваки ниво појединачно, комбинованом анализом варијансе за сваку групу испитали смо да ли се резултати у два поновљена мерења (иницијални и финални тест) разликују у односу на оцену из математике. Уочили смо да ученици који имају бољу оцену из математике постижу и већи скор, али смо желели да испитамо да ли интеракција времена и оцена из математике има статистички значајан утицај на резултате. Под параметром време подразумевамо раздобља између времена 1, што представља иницијални тест и времена 2, што представља финални тест. Између та два догађаја у експерименталној групи примењен је експериментални програм, док се у контролној групи ништа није мењало.

Утицај протеклог времена између два тестирања у контролној групи у односу на оцену из математике приказан је у Табели 35.

Табела 35. *Комбинована анализа варијансе резултата у два поновљена мерења у односу на оцену из математике за контролну и експерименталну групу*

Група		Effect	Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.	Partial Eta Squared
Контр. група	Време	Pillai's Trace	0,357	50,623[b]	1,000	91,000	0,000	0,357
		Wilks' Lambda	0,643	50,623[b]	1,000	91,000	0,000	0,357
		Hotelling's Trace	0,556	50,623[b]	1,000	91,000	0,000	0,357
		Roy's Largest Root	0,556	50,623[b]	1,000	91,000	0,000	0,357
	Време Оцена	Pillai's Trace	0,014	0,329[b]	4,000	91,000	0,858	0,014
		Wilks' Lambda	0,986	0,329[b]	4,000	91,000	0,858	0,014
		Hotelling's Trace	0,014	0,329[b]	4,000	91,000	0,858	0,014
		Roy's Largest Root	0,014	0,329[b]	4,000	91,000	0,858	0,014
Експер. група	Време	Pillai's Trace	0,909	912,291[b]	1,000	91,000	0,000	0,909
		Wilks' Lambda	0,091	912,291[b]	1,000	91,000	0,000	0 909
		Hotelling's Trace	10,025	912,291[b]	1, 00	91,000	0,000	0,909
		Roy's Large Root	10,025	912,291[b]	1,000	91,000	0,000	0,909
	Време Оцена	Pillai's Trace	0,771	102,098[b]	3,000	91,000	0,000	0,771
		Wilks' amb a	0,229	102,098[b]	3,000	91,000	0, 00	0,771
		Hotelling's Trace	3,366	102,098[b]	3,000	91,000	0,000	0,771
		Roy's Largest Root	3,366	102,098[b]	3,000	91,000	0,000	0,771

a. Design: Intercept + OCENA
Within Subjects Design: vreme
b. Exact statistic

У контролној групи након иницијалног тестирања није било никакве интервенције, односно настава се реализовала на традиционалан начин до финалног тестирања. У Табели 35 уочавамо да интеракција протеклог времена и оцена из математике на резултате није статистички значајна (вредност Вилксовог показатеља ламда је 0,99, $p = 0,86$ ($p > 0,05$)). Парцијални ета квадрат износи 0,014 и малог је утицаја. То значи да свега 1,4% варијансе у резултатима објашњено интеракцијом протеклог времена и оценом из математике.

Ако посматрамо само варијаблу протекло време, уочавамо да је статистички значајна, јер су резултати на финалном тесту за контролну групу знатно бољи, али не у оној мери као код експерименталне групе. Вилксов ламда је 0,64 и статистички је значајан, $p = 0,00$ ($p < 0,01$). Парцијални ета квадрат је 0,36 и показује да се 36% разлике објашњава протеклим временом. Како у контролној групи није било никаквих интервенција, разлози за бољи резултат контролне групе на финалном тесту могу бити различити. Неки од њих су да је протекло одређено време између два тестирања и да ученици више знају, можда су вежбали више задатака тог типа, а и задаци на финалном тесту су им познати јер је финални тест аналогна верзија иницијалног теста.

Након иницијалног тестирања у експерименталној групи отпочиње реализација експерименталног програма до финалног тестирања. У Табели 35 очитавамо утицај интеракције протеклог времена и оцене из математике на резултате. Уочавамо да је утицај ове интеракције значајан (вредност Вилксовог показатеља ламда је 0,23; $p = 0,00$ ($p < 0,01$)). Парцијални ета квадрат износи 0,77 и великог је утицаја. То нам показује да је 77%

варијансе у резултатима објашњено интеракцијом протеклог времена и оценом из математике.

Ако посматрамо засебни утицај протеклог времена уочавамо да је статистички значајан, јер су резултати на финалном тесту значајно бољи. Вилксов ламда је 0,09 и статистички је значајан p = 0,00 (p < 0,01). Парцијални ета квадрат износи 0,91 и показује да се чак 91% варијансе може објаснити протеклим временом, односно уведеним експерименталним програмом.

У Табели 36 приказали смо резултате утицаја оцене из математике на резултате између два тестирања.

Табела 36. *Значајност разлике између иницијалног и финалног тестирања контролне и експерименталне групе у односу на оцену из математике*

Transformed Variable: Average

Група	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Контролна група	Intercept	12542,260	1	12542,260	165,940	0,000	0,646
	Оцена	7716,186	4	1929,047	25,522	0,000	0,529
	Error	6878,064	91	75,583			
Експериментална група	Intercept	80405,173	1	80405,173	881,024	0,000	0,906
	Оцена	21324,277	3	7108,092	77,886	0,000	0,720
	Error	8304,965	91	91,263			

Засебан утицај различитих оцена из математике на резултате је такође значајан (F = 25,52; p < 0,01). Парцијални ета квадрат је 0,53 и показује да 53% варијансе објашњавамо оценом из математике.

Засебан утицај различитих оцена из математике на резултате експерименталне групе је статистички значајан (F = 77,89; p < 0,01). Парцијални ета квадрат износи 0,72 и показује да је 72% варијансе резултата експерименталне групе објашњено оценом.

На основу приказаних резултата уочавамо да ученици који имају оцене *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике постижу боље резултате у решавању задатака који подстичу развијању елемената математичке писмености у обе групе, у односу на ученике који имају оцену *недовољан* (1), *довољан* (2) и *добар* (3) из математике. Код ученика експерименталне групе разлика у постигнућима ученика са оценама *врло добар* (4) и *одличан* (5) је посебно и значајно изражена. На основу приложеног можемо закључити да експериментални програм даје боље резултате код ученика који су имали оцену *одличан* (5) и *врло добар* (4) из математике на крају првог полугодишта у односу на ученике са лошијом оценом. Утицају експерименталног програма између два мерења на ученике експерименталне групе показује боље ефекте на ученике са оценама *врло добар* (4) и *одличан* (5) у односу на слабије ученике. Бољи скор у решавању задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености приписује се ефекту бољих оцена и утицаја експерименталног програма. Морамо истаћи да ученици који имају оцену *довољан* (2) и *добар* (3) из математике бележе напредак на финалном тесту. То нам показује да се математичка писменост и њени елементи могу развијати код свих ученика сходно њиховим могућностима и без обзира на оцену коју имају из математике.

1.3. Општи успех ученика и развијање елемената математичке писмености

У наставку смо испитали ефекте независне варијабле општи успех ученика на развијање елемената математичке писмености у почетној настави математике. Испитали смо да ли интеракција успеха ученика на крају првог полугодишта и начина рада у контролној и експерименталној групи има утицаја на резултате финалног теста.

За потребе истраживања користили смо податке о успеху који су ученици контролне и експерименталне групе постигли на крају првог полугодишта у току школске 2018/2019. године. Варијаблу *општи успех* поделили смо на *недовољан, довољан, добар, врло добар и одличан* успех. Приказаћемо какве су резултате постигли ученици обе групе сходно свом успеху у укупном скору. Испитаћемо ефекте које постигнути општи успех има у садејству са начином рада на резултате тестирања ученика.

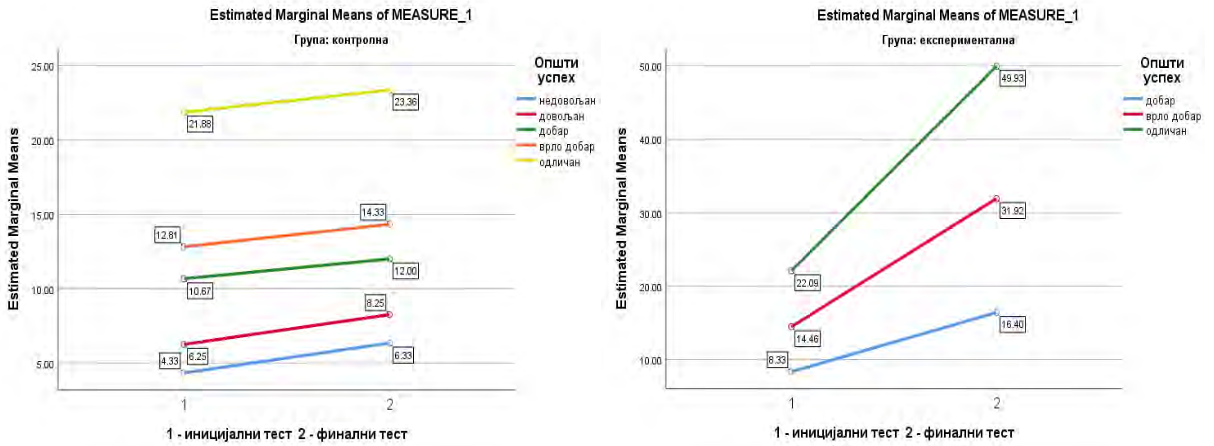
У Табели 37 приказане су просечне вредности укупног скора за контролну и експерименталну групу на иницијалном и финалном тесту у односу на општи успех ученика.

Табела 37. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на иницијалном и финалном мерењу у односу на оцену из математике*

Група		Општи успех	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	Иницијални тест	недовољан	3	4,3333	3,78594
		довољан	4	6,2500	2,06155
		добар	6	10,6667	4,17931
		врло добар	27	12,8148	6,51057
		одличан	56	21,8750	7,47374
		Укупно	96	17,4271	8,75003
	Финални тест	недовољан	3	6,3333	3,78594
		довољан	4	8,2500	2,06155
		добар	6	12,0000	4,73286
		врло добар	27	14,3333	6,56916
		одличан	56	23,3571	7,67387
		Укупно	96	18,9479	8,82743
Експериментална група	Иницијални тест	добар	15	8,3333	4,79086
		врло добар	24	14,4583	7,20494
		одличан	56	22,0893	8,87341
		Укупно	95	17,9895	9,50083
	Финални тест	добар	15	16,4000	8,04274
		врло добар	24	31,9167	14,84387
		одличан	56	49,9286	9,12909
		Укупно	95	40,0842	16,63095

Уочавамо да се број поена на иницијалном и финалном тесту у односу на општи успех разликује код обе групе. *Недовољни* ученици у контролној групи су на иницијалном тесту просечно остварили M = 4,33 (SD = 3,79), а на финалном M = 6,33 (SD = 3,79), док су *довољни* ученици остварили (M = 6,25; SD = 2,06) на иницијалном и (M = 8,25; SD = 2,06) на финалном мерењу. *Добри* ученици су бољи резултат остварилили у контролној групи на иницијалном мерењу (M = 10,67; SD = 4,18), у односу на експерименталну групу (M = 8,33; SD = 4,79). На финалном тесту просечно су постигли (M = 12,00; SD = 4,73) у контролној, и (M = 16,40; SD = 8,04) у експерименталној групи. Најзначајнија разлика уочава се код *врло добрих* и *одличних* ученика, с тим што је у контролној групи та разлика незнатна. Тако су *врло добри* ученици на иницијалном тесту просечно остварили (M = 12,81; SD = 36,51), док су *одлични* просечно постигли (M = 21,87; SD = 7,47). На финалном тесту ученици контролне групе бележе нешто бољи резултат и то *врло добри* (M = 14,33; SD = 6,57) и *одлични* (M = 23,36; SD = 7,67). Значајна разлика између иницијалног и финалног мерења бележи се у експерименталној групи. *Врло добри* ученици на првом мерењу постижу (M = 14,46; SD = 7,20), а *одлични* (M = 22,09; SD = 8,87). На финалном тесту резултат је знатно бољи, па су *врло добри* ученици просечно постигли (M = 31,92; SD = 14,84), а *одлични* (M = 49,93; SD = 9,13) (Табела 37).

На Графикону 9 приказан је однос постигнућа на првом и другом мерењу у односу на општи успех за контролну и експерименталну групу.



Графикон 9. *Ефекти начина рада у контролној и експерименталној групи у односу на општи успех*

На графикону уочавамо да су ученици контролне групе у односу на сваки општи успех појединачно приближно исто напредовали у броју бодова на финалном у односу на иницијални тест.

Уочавамо да у експерименталној групи на финалном тесту ученици са *врло добрим* и *одличним* успехом имају знатно више бодова и направили су знатно већу разлику у односу на иницијални тест од ученика са *добрим* успехом. На основу броја бодова, запажамо да су ученици са *врло добрим* успехом увећали свој скор 2,21 пута, а ученици са *одличним* успехом 2,26 пута у односу на иницијални тест. Ученици са *добрим* успехом су нешто мање увећали број бодова на финалном тесту и то 1,97 пута. Можемо закључити да ученицима са *врло добрим* и *одличним* успехом више одговара експериментални начин рада.

Досадашњом анализом резултата утврдили смо да су ученици експерименталне групе под утицајем експерименталног програма остварили знатан напредак на финалном тесту. Како се ниво постигнућа разликовао у односу на оцену коју ученици имају из математике, у наставку смо испитали у којој мери општи успех утиче на постигнућа ученика. Двофакторском анализом коваријансе (ANCOVA) испитали смо да ли уочене разлике између експерименталне и контролне групе, осим од начина рада, зависе и од успеха ученика, односно интеракције начина рада и успеха. Независну варијаблу представља начин рада у обе групе и успех ученика, док зависну варијаблу представљају резултати мерења на финалном тесту. Коваријат, односно променљива за коју се сумња да утиче на резултате зависне променљиве, чине резултати мерења на иницијалном тесту.

Левеновим тестом испитали смо једнакост варијансе.

Табела 38. *Левенов тест хомогености варијансе*

Dependent Variable: Финални тест - укупан скор

F	df1	df2	Sig.
24,086	7	183	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_sum + GRUPA + OPUSPEH + GRUPA * OPUSPEH

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 24,09, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 38), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Постојање значајности утицаја интеракције начина рада и успеха ученика на резултате финалног теста приказали смо у Табели 39.

Табела 39. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу у укупном скору у односу на општи успех*

Зависна варијабла: финално мерење

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	50180,256^a	8	6272,532	250,725	0,000	0,917
Intercept	2471,953	1	2471,953	98,809	0,000	0,352
Укупно	10518,222	1	10518,222	420,433	0,000	0,698
Група	6914,874	1	6914,874	276,401	0,000	0,603
Општи успех	1393,274	4	348,319	13,923	0,000	0,234
Група * Општи успех	1985,321	2	992,660	39,679	0,000	0,304
Error	4553,199	182	25,018			
Укупно	220509,000	191				
Corrected Total	54733,455	190				

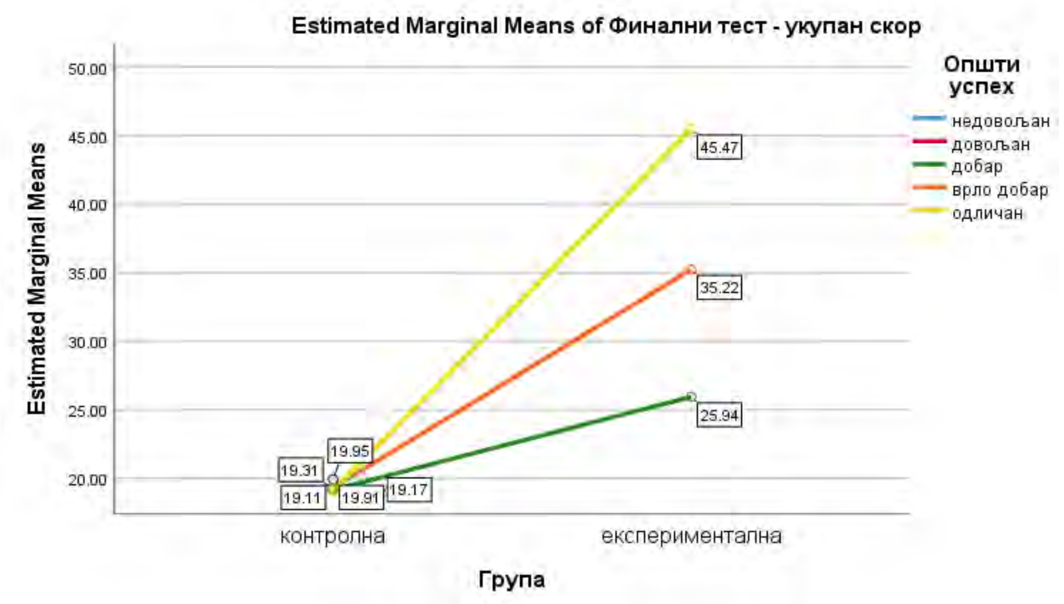
a. R Squared = 0,917 (Adjusted R Squared = 0,913)

Након уклањања утицаја коваријата утврдили смо да постоји значајан утицај интеракције начина рада и успеха ученика на резултате финалног теста у укупном скору (F = 39,68; p = 0,00; p < 0,01) (Табела 39). Добијена статистичка значајност разлике нам показује да ученицима са различитим општим успехом одговарају различити начини рада. Парцијални ета квадрат износи 0,30 и великог је утицаја. То нам показује да 30% варијансе на финалном тесту у укупном скору можемо објаснити интеракцијом начина рада у групи и школског успеха.

Закључујемо да ученици са бољим успехом остварују боље резултате у обе групе. У експерименталној групи је тај однос израженији и статистички значајан (F = 13,92; p = 0,00). Парцијални ета квадрат је 0,23 и показује нам да се 23% варијансе објашњава школским успехом ученика и великог је утицаја.

Већ смо коментарисали да између група постоје значајне разлике, али се то приписује начину рада.

Након деловања експерименталног програма ученици експерименталне групе у односу на општи успех постигли су бољи резултат у односу на ученике из контролне групе. Однос у постигнућима приказан је у Графикону 10.



Графикон 10. *Графички приказ резултата финалног теста према групама и школском успеху*

На графикону уочавамо да су ученици експерименталне групе постигли знатно бољи резултат под утицајем експерименталног програма у односу на постигнути школски успех, од ученика контролне групе.

Пошто смо уочили постојање значајности утицаја интеракције начина рада и општег успеха, извршићемо анализу једноставних утицаја. Независну варијаблу *успех ученика* поделили смо на групе, односно сваки успех појединачно и за сваку извршили једнофакторску анализу коваријансе (Табела 40).

Табела 40. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу у укупном скору у односу на општи успех појединачно*

Општи успех	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
недовољан	Corrected Model	28,667[a]	1	28,667	.	.	1,000
	Intercept	4,047	1	4,047	.	.	1,000
	Укупно	28,667	1	28,667	.	.	1,000
	Група	0,000	0	.	.	.	.
	Error	0,000	1	0,000			
	Укупно	149,000	3				
	Corrected Total	28,667	2				
довољан	Corrected Model	12,750[a]	1	12,750	.	.	1,000
	Intercept	1,207	1	1,207	.	.	1,000
	Укупно	12,750	1	12,750	.	.	1,000
	Група	0,000	0	.	.	.	.
	Error	0,000	2	0,000			
	Укупно	285,000	4				
	Corrected Total	12,750	3				
добар	Corrected Model	1023,591[b]	2	511,796	119,671	0,000	0,930
	Intercept	0,162	1	0,162	0,038	0,848	0,002
	Укупно	940,620	1	940,620	219,942	0,000	0,924
	Група	255,591	1	255,591	59,764	0,000	0,769
	Error	76,980	18	4,277			
	Укупно	5916,000	21				
	Corrected Total	1100,571	20				
врло добар	Corrected Model	8944,110[c]	2	4472,055	182,836	0,000	0,884
	Intercept	87,617	1	87,617	3,582	0,064	0,069
	Укупно	5015,786	1	5015,786	205,067	0,000	0,810
	Група	2874,921	1	2874,921	117,539	0,000	0,710
	Error	1174,047	48	24,459			
	Укупно	36185,000	51				
	Corrected Total	10118,157	50				
одличан	Corrected Model	25091,397[d]	2	12545,698	546,923	0,000	0,909
	Intercept	4368,184	1	4368,184	190,429	0,000	0,636
	Укупно	5322,254	1	5322,254	232,021	0,000	0,680
	Група	19496,317	1	19496,317	849,931	0,000	0,886
	Error	2500,317	109	22,939			
	Укупно	177974,000	112				
	Corrected Total	27591,714	111				

a. R Squared = 1,000 (Adjusted R Squared = 1,000)
b. R Squared = 0,930 (Adjusted R Squared = 0,922)
c. R Squared = 0,884 (Adjusted R Squared = 0,879)
d. R Squared = 0,909 (Adjusted R Squared = 0,908)

За ученике са *недовољним* и *довољним* успехом немамо податке, јер у експерименталној групи нема ученика са тим успехом. Резултати анализе коваријансе за сваки успех показују да се на финалном тесту у укупном скору резултати ученика са *добрим, врло добрим* и *одличним* успехом, у контролној и експерименталној групи статистички значајно разликују и то за *добар* успех (F = 59,76; p = 0,00; p < 0,01), парцијални ета квадрат износи 0,77 и великог је утицаја. То нам показује да је 77% варијансе резултата на финалном тесту у укупном скору, код ученика са добрим успехом, објашњено начином рада. Резултати анализе коваријансе за *врло добар* успех износе (F = 117,54; p = 0,00; p < 0,01), и статистички су значајни. Парцијални ета квадрат износи 0,71 и показује да је 71% варијансе резултата на финалном тесту у укупном скору, код ученика са врло добрим успехом објашњено начином рада и великог је утицаја. Статистички значајна разлика бележи се и код ученика са *одличним* успехом где резултати анализе коваријансе износе (F = 849,93; p = 0,00; p < 0,01). Чак 89% варијансе резултата финалног теста за укупан скор, код ученика са *одличним* успехом, објашњено је начином рада, јер је парцијални ета квадрат 0,89 и великог је утицаја (Табела 40).

Уочавамо да су ученици експерименталне групе под утицајем експерименталног програма остварили знатно боље резултате у односу на ученике контролне групе, а према оствареном школском успеху.

Како бисмо били сигурни у поузданост резултата које смо добили урађена је анализа резултата финалног теста након статистички уклоњеног утицаја коваријата за сваку групу појединачно (Прилог 10). Добијене вредности потврђују наше закључке.

Комбинованом анализом варијансе за сваку групу смо испитали да ли се резултати два поновљења мерења разликују у односу на општи успех (Табела 41).

Табела 41. *Комбинована анализа варијансе резултата у два поновљена мерења у односу на оцену из математике за контролну и експерименталну групу*

Група		Effect	Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.	Partial Eta Squared
Контр. група	Време	Pillai's Trace	0,347	48,456[b]	1,000	91,000	0,000	0,347
		Wilks' Lambda	0,653	48,456[b]	1,000	91,000	0,000	0,347
		Hotelling's Trace	0,532	48,456[b]	1,000	91,000	0,000	0,347
		Roy's Largest Root	0,532	48,456[b]	1,000	91,000	0,000	0,347
	Време * Општи успех	Pillai's Trace	0,012	0,267[b]	4,000	91,000	0,898	0,012
		Wilks' Lambda	0,988	0,267[b]	4,000	91,000	0,898	0,012
		Hotelling's Trace	0,012	0,267[b]	4,000	91,000	0,898	0,012
		Roy's Largest Root	0,012	0,267[b]	4,000	91,000	0,898	0,012
Експер. група	Време	Pillai's Trace	0,837	472,453[b]	1,000	92,000	0,000	0,837
		Wilks' Lambda	0,163	472,453[b]	1,000	92,000	0,000	0,837
		Hotelling's Trace	5,135	472,453[b]	1,000	92,000	0,000	0,837
		Roy's Largest Root	5,135	472,453[b]	1,000	92,000	0,000	0,837
	Време * Општи успех	Pillai's Trace	0,547	55,643[b]	2,000	92,000	0,000	0,547
		Wilks' Lambda	0,453	55,643[b]	2,000	92,000	0,000	0,547
		Hotelling's Trace	1,210	55,643[b]	2,000	92,000	0,000	0,547
		Roy's Largest Root	1,210	55,643[b]	2,000	92,000	0,000	0,547

a. Design: Intercept + OPUSPEH
Within Subjects Design: vreme
b. Exact statistic

Утицај инеракције протеклог времена и општег успеха на резултате није статистички значајан у контролној групи (вредност Вилксовог показатеља ламда је 0,99; p = 0,90 (p > 0,05)). Парцијални ета квадрат износи 0,012 и малог је утицаја. То значи да је свега 1,2% варијансе у резултатима објашњен интеракцијом протеклог времена и општег успеха.

Засебан утицај протеклог времена је ипак статистички значајан. Резултати на финалном тесту су значајно бољи, али знатно мање него у експерименталној групи. Вилксов ламда је 0,65 и статистички је значајан, p = 0,00 (p < 0,01). Парцијални ета квадрат износи 0,35 и показује да се 35% разлика објашњава протеклим временом. Како у контролној групи није било никаквих интервенција поставља се питање који су фактори довели до побољшања резултата на финалном тесту. Неки од разлога могу бити то што су задаци на финалном тесту слични задацима на иницијалном и ученици већ имају искуства у решавању таквих задатака. Постоји могућност да су вежбали сличне задатке и самим тим стекли веће знање које им је било од користи при решавању финалног теста.

Када је у питању експериментална група утицај интеракције протеклог времена и општег успеха је статистички значајан (вредност Вилксовог показатеља ламда је 0,45; p = 0,00 (p < 0,01)). Парцијални ета квадрат је великог утицаја и зноси 0,55. Интеракцијом протеклог времена и општег успеха објашњено је 55% варијансе у резултатима.

И засебан утицај протеклог времена на резултате финалног теста је статистички значајан. Вилксов ламда је 0,16 и статистички је значајан p = 0,00 (p < 0,01). Парцијални ета квадрат износи 0,84 и показује да се 84% разлике може објаснити протеклим временом, односно уведеним експерименталним фактором у том времену.

Засебан утицај успеха на резултате контролне и експерименталне групе приказан је у Табели 42.

Табела 42. *Значајност разлике између иницијалног и финалног тестирања обе групе у односу на општи успех*

Transformed Variable: Average

Група	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Контролна група	Intercept	8977,152	1	8977,152	93,510	0,000	0,507
	Општи успех	5858,055	4	1464,514	15,255	0,000	0,401
	Error	8736,195	91	96,002			
Експериментална група	Intercept	81167,403	1	81167,403	525,660	0,000	0,851
	Општи успех	15423,472	2	7711,736	49,943	0,000	0,521
	Error	14205,770	92	154,411			

Засебан утицај различитих успеха на резултате је такође статистички значајан у обе групе. У контролној групи има вредности F = 15,26 и статистички је значајно на нивоу ($p = 0,00$; $p < 0,01$) (Табела 42). Парцијални ета квадрат је великог утицаја и износи 0,40. То значи да је 40% варијансе објашњено успехом.

Вредности варијансе за експерименталну групу су F = 49,94 и статистички је значајно на нивоу ($p = 0,00$; $p < 0,01$). Општим успехом је објашњено 52% варијансе јер је парцијални ета квадрат 0,52 великог утицаја.

Можемо закључити да су на финалном тесту у укупном скору ученици експерименталне групе постигли најбоље резултате уколико су имали *одличан* успех, потом *врло добар* и на крају *добар*. Ученици контролне групе су у односу на сваки школски успех појединачно постигли слабије резултате у односу на експерименталну групу.

Добијени резултати који показују да постоји статистички значајна разлика између група ученика који имају *врло добар* и *одличан* успех нам показује да експериментални програм даје боље резултате код ученика који су постигли *одличан* и *врло добар* успех на крају првог полугодишта у односу на ученике са лошијим успехом. Под утицајем обликованих садржаја ученици са *врло добрим* и *одличним* успехом остварили су боље резултате на финалном тесту у односу на ученике контролне групе. Разлика у развијености елемената математичке писмености код ових ученика евидентирана је у укупном скору. Ученици са *добрим* успехом у експерименталној групи, такође бележе напредак, али нешто мањег интензитета.

Закључујемо да се код ученика млађег школског узраста, могу развијати елементи математичке писмености уз примену адекватно обликованих садржаја, без обзира на постигнути општи успех. Међутим, морамо истаћи да садржаји који подстичу развијање елмената математичке писмености више одговарају и дају боље ефекте код ученика са *врло добрим* и *одличним* успехом.

2. РАЗВИЈАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ ПРЕМА ОПЕРАЦИОНАЛИЗОВАНИМ НИВОИМА

Експериментални програм који је реализован са ученицима експерименталне групе обухватао је садржаје разврстане на три нивоа математичке писмености. Први ниво математичке писмености подразумева захтеве који се односе на решавање једноставних проблемских задатака смештених у свакодневни животни контекст. Читање, тумачење, интерпретирање и примена у задацима табеларно приказаних података сврстали смо у групу задатака на другом нивоу математичке писмености. Трећи ниво математичке писмености обухвата графички приказане податке, читање, тумачење и цртање графикона, као и коришћење и критички вредновање табеларно и графички датих података и на основу њих решавање сложених проблема. Зато смо дефинисали други истраживачки задатак који гласи: *Утврдити ефекте утицаја садржаја на развијање елемената математичке писмености према нивоима математичке писмености.*

Под утицајем обликованих садржаја који обухватају три типа реалних проблема из свакодневног живота очекујемо да код ученика дође до значајног напретка на сва три нивоа математичке писмености. Сходно томе смо дефинисали и другу хипотезу која гласи: *Обликовањем садржаја могу се развијати елементи математичке писмености према нивоима математичке писмености.*

У Табели 43 приказана је дескриптивна статистика резултата за контролну и експерименталну групу на иницијалном и финалном мерењу према операционализованим нивоима математичке писмености.

Табела 43. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на иницијалном и финалном мерењу*

			N	Mean	Std. Deviation	Skewness		Kurtosis	
	Група		Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Иницијално мерење	Контролна група	Ниво 1	96	6,26	3,116	0,622	0,246	0,559	0,488
		Ниво 2	96	5,40	2,845	0,045	0,246	-0,281	0,488
		Ниво 3	96	5,73	3,059	0,352	0,246	0,030	0,488
		Укупно	96	17,43	8,750	0,332	0,246	-0,062	0,488
	Експериментална група	Ниво 1	95	6,74	3,333	0,712	0,247	0,349	0,490
		Ниво 2	95	5,56	3,171	0,326	0,247	-0,337	0,490
		Ниво 3	95	5,68	3,375	0,627	0,247	0,086	0,490
		Укупно	95	17,99	9,501	0,607	0,247	-0,175	0,490
Финално мерење	Контролна група	Ниво 1	96	7,11	3,122	0,557	0,246	0,546	0,488
		Ниво 2	96	5,78	3,106	0,013	0,246	-0,291	0,488
		Ниво 3	96	6,05	3,096	0,224	0,246	-0,181	0,488
		Укупно	96	18,95	8,827	0,443	0,246	0,037	0,488
	Експериметална група	Ниво 1	95	13,00	5,737	-0,435	0,247	-0,968	0,490
		Ниво 2	95	13,13	5,751	-0,456	0,247	-1,031	0,490
		Ниво 3	95	13,93	5,672	-0,514	0,247	-1,140	0,490
		Укупно	95	40,08	16,631	-0,539	0,247	-1,034	0,490

Уочавамо да су ученици контролне и експерименталне групе на иницијалном мерењу остварили приближно једнак просечан број поена на сва три операционализована нивоа математичке писмености. Просечан број поена који су остварили ученици контролне групе на првом нивоу је (M = 6,26; SD = 3,12), а код експерименталне групе (M = 6,74; SD = 3,33) поена. На другом нивоу просечан број поена код обе групе је нешто мањи у односу на први ниво (M = 5,40; SD = 2,84) за контролну и (M = 5,56; SD = 3,17) у експерименталној групи. Приближно једнак број поена оствариле су обе групе и на трећем нивоу. Контролна група (M = 5,73; SD = 3,06), а експериментална (M = 5,68; SD = 3,37) поена. На основу постигнутих резултата на ова три нивоа уочавамо да је просечан број бодова у укупном скору за обе групе приближно једнак. За контролну групу (M = 17,43; SD = 8,75), а за експерименталну (M = 17,99; SD = 9,50) поена (Табела 43).

Код контролне и код експерименталне групе (и код група у укупном скору), мера асиметрије (скјунис) је позитиван. То показује да је дистрибуција накошена удесно, тј. виша је фреквенција слабијих резултата, испод просечних вредности. Када је у питању спљоштеност (куртозис), она је позитивна и у једној и у другој групи, код прве и треће групе задатака јер су резултати више нагомилани око средње вредности. Негативна је у обе групе, код друге групе задатака и у укупном скору јер је крива спљоштена, резултати су равномерно распоређени.

Након увођења и реализације експерименталног програма дошло је до значајне промене у постигнућима што ће показати финално тестирање ученика експерименталне и контролне групе. Постигнути скорови код експерименталне групе су знатно побољшани што се може повезати са ефектима експерименталног програма. У другом делу табеле приказани су резултати финалног тестирања за контролну и експерименталну групу.

Уочавамо да се број просечно постигнутих поена повећао и код контролне и експерименталне групе на финалном тесту. Ученици у контролној групи су постигли просечно (M = 18,95; SD = 8,83), а у експерименталној групи (M = 40,08; SD = 16,63). Највећи напредак код контролне групе бележимо на првом нивоу математичке писмености (M =7,11; SD = 3,12), у односу на иницијално тестирање, а код експерименталне групе на трећем нивоу (M = 13,93; SD = 5,67). Експериментална група на свим нивоима има забележено постигнуће максималног броја поена, док таквих примера немамо у контролној групи. Ученици контролне групе су у оквиру другог нивоа математичке писмености остварили просечно (M = 5,78; SD = 8,83), а у оквиру трећег нивоа (M = 6,05; SD = 6,10) Просечан број поена ученика експерименталне групе за први ниво износи (M = 13,00; SD = 5,74) а за други ниво (M = 13,13; SD = 5,75) (Табела 43).

Мера асиметрије (скјунис) код контролне групе (и код групе задатака у укупном скору) је позитивна што указује да је дистрибуција накошена удесно, што показује да је виша фреквенција слабијих резултата, испод просечних вредности. Код експерименталне групе скјунис је свуда негативан тј. крива је накошена улево, више је бољих резултата, изнад просечне вредности. Када је у питању спљоштеност (куртозис) она је негативна свуда код обе групе (крива је спљоштена, резултати су равномерније распоређени). Изузетак је укупан скор у контролној групи где је коефицијент позитиван па је крива шиљатија од нормалне, више је резултата распоређених око просека.

У наставку смо испитали постојање разлике у постигнућима контролне и експерименталне групе на иницијалном тесту. Разлику у скоровима између контролне и експерименталне групе на иницијалном тесту испитали смо Левеновим и t тестом (Табела 44).

Табела 44. *Тест независних узорака (Левенов и t тест) за иницијално тестирање*

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Ниво 1	Equal variances assumed	0,302	0,583	-1,021	189	0,309	-0,476	0,467	-1,397	0,444
	Equal variances not assumed			-1,020	187,864	0,309	-0,476	0,467	-1,398	0,445
Ниво 2	Equal variances assumed	1,173	0,280	-0,372	189	0,710	-0,162	0,436	-1,022	0,698
	Equal variances not assumed			-0,372	186,377	0,711	-0,162	0,436	-1,022	0,698
Ниво 3	Equal variances assumed	0,704	0,402	0,096	189	0,923	0,0450	0,466	-0,874	0,964
	Equal variances not assumed			0,096	186,806	0,923	0,0450	0,466	-0,875	0,965
Укупно	Equal variances assumed	0,662	0,417	-0,426	189	0,671	-0,562	1,321	-3,169	2,044
	Equal variances not assumed			-0,425	187,392	0,671	-0,562	1,322	-3,170	2,045

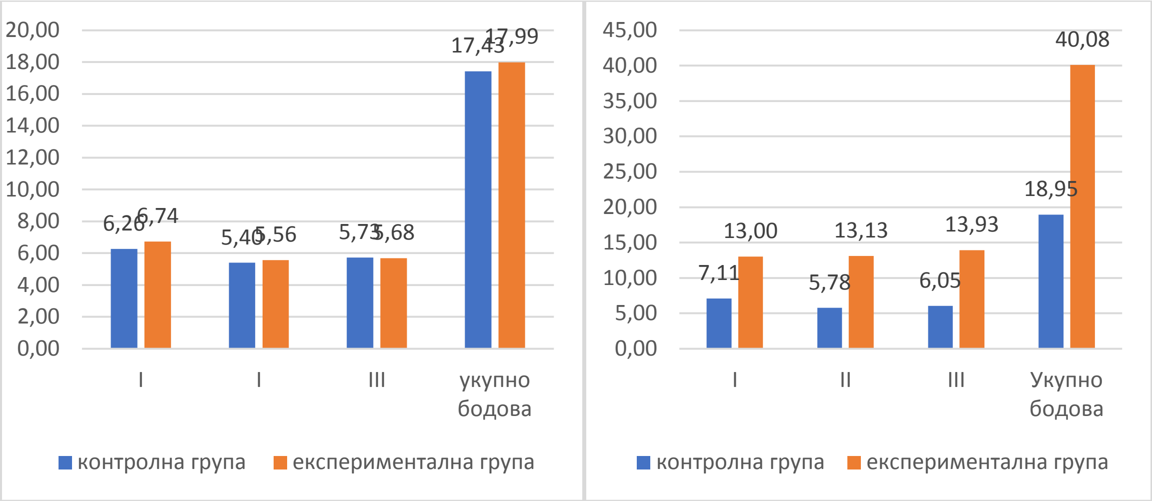
Левенов тест једнакости варијанси нам показује да су варијансе у свим случајевима хомогене (F > 0,05, није статистички значајно). Варијансе између експерименталне и контролне групе за иницијално мерење за први ниво математичке писмености износи (F = 0,30; p = 0,58), за други ниво математичке писмености износи (F = 1,17; p = 0,28), док су за трећи ниво математичке писмености износи (F = 0,70; p = 0,4), и нису статистички значајне. Укупан скор на иницијалном тесту има вредност варијансе (F = 0,66; p = 0,42), што потврђује да нема статистички значајне разлике између контролне и експерименталне групе у познавању елемената математичке писмености на иницијалном тесту (Табела 44).

На основу приказаних резултата, (Табела 43 и Табела 44) уочавамо да просечан број поена који су оствариле ученици експерименталне групе за први ниво математичке писмености (M = 6,74; SD = 3,33), и контролне групе (M = 6,26; SD = 3,12), t тест независних узорака показује да не постоји статистички значајна разлика (t = -1,02; p = 0,31) и није значајно на оба нивоа значајности (0,05 и 0,01). Т тест независних узорака показује да не постоји статистички значајна разлика у постигнућима на иницијалном тесту за други ниво математичке писмености између експерименталне (M = 5,56; SD = 3,17) и контролне групе (M = 5,40; SD = 2,85); (t = -0,37; p = 0,71) (није значајно веће од 0,05).

Статистички значајна разлика за t тест не постоји ни код трећег нивоа математичке писмености између експерименталне (M = 5,68; SD = 3,37), и контролне групе (M = 5,73; SD = 3,06); (t = 0,10; p = 0,92) (није значајно веће од 0,05). На основу приказаних резултата уочавамо да t тест независних узорака показује да не постоји статистички значајна разлика у постигнућима на иницијалном тесту у укупном скору између експерименталне (M = 17,99; SD = 9,50) и контролне групе (M = 17,43; SD = 8,75); (t = -0,43; p = 0,67) (није значајно веће од 0,05).

На основу приказаних резултата закључујемо да су експериментална и контролна група уједначене и да не постоји статистички значајна разлика на иницијалном тесту у постигнућима ове две групе.

Просечан број постигнутих поена по нивоима математичке писмености и у укупном скору и према операционализованим нивоима математичке писмености за контролну и експерименталну групу на иницијалном и финалном мерењу приказан је у Графикону 11.



Графикон 11. *Просечан број поена на иницијалном и финалном мерењу за контролну и експерименталну групу*

Из Графикона 11 уочавамо да су ученици контролне и експерименталне групе постигли приближно једнак број поена на сваком од три нивоа математичке писмености као и у укупном скору на иницијалном тесту. На финалном тесту су ученици експерименталне групе постигли бољи резултат на сва три нивоа математичке писмености и у укупном скору у односу на ученике контролне групе. У укупном скору ученици експерименталне групе су просечно постигли за 21,13 поена више у односу на ученике контролне групе што можемо уочити на приказаном графикону.

Креирали смо садржаје учења за сва три нивоа и пратили његове ефекте на развијање елемената математичке писмености. Боби Оџоси (Bobby Ojose, 2011) у оквиру свог истраживања истиче да се знања која појединац мора имати, како би себе сматрао математички писменом особом, односе на читање и тумачење текстова у различитим облицима, као и приказаних података, графикона, хистограма, матрица и табела. То су управо садржаји који су заступљени у три операционализована ниво математичке писмености. Када је у питању усвајање ових знања, истиче се да није довољно само упијање ових садржаја, већ је неопходно у том процесу развити одређене способности, истраживање, решавање проблема, креативан начин размишљања, обрада података, логичко закључивање и евалуација резултата (Cotič i Felda, 2011).

Резултати TIMSS истраживања реализованог у току 2019. године показују да је знатан проценат ученика четвртог разреда решио задатке на основном нивоу (89%), на средњем нивоу (68%), док је на високом (32%) и напредном нивоу (7%) нешто мањи (Ђерић и сар. 2020: 49). Ове вредности показају да ученици показују знатна постигнућа на основним нивоима где је неопходно познавање чињеница, појмова и поступака, а да су резултати нешто слабији када усвојена знања морају применити и критички вредновати при решавању сложених проблема.

Како би се код ученика млађег школског узраста подстакло развијање елемената математичке писмености, нопходно је обликовати садржаје наставе математике који се користе у наставном процесу. У свакој ситуацији неопходно је указати на значај и могућност примене наученог у решавању свакодневих животних проблема и на тај начин избећи механицистички приступ настави. Томе ће знатно допринети инплементација задатака који одговарају различитим нивоима математичке писмености у редовни наставни процес.

2.1. Развијање елемената математичке писмености на првом нивоу под утицајем експерименталног програма

Први ниво математичке писмености подразумевао је примере у којима су дати захтеви за решавање једноставних проблемских задатака смештених у свакодневни животни контекст. Примери су, најчешће, дати у виду текстуалних задатака, где се од ученика очекује препознавање основних чињеница и знања, а који ће допринети решавању проблемског задатка.

У Табели 45 приказане су просечне вредности постигнутих резултата на првом нивоу математичке писмености за контролну и експерименталну групу.

Табела 45. *Дескриптивна статистика за први ниво на финалном тесту*

Зависна варијабла: финално мерење

Група	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	96	7,1146	3,12164
Експериментална група	95	13,0000	5,73715
Укупно	191	10,0419	5,46456

У оквиру првог нивоа математичке писмености, који обухвата прва четири задатка на тесту, ученици експерименталне групе на финалном тестирању остварили су просечно (M = 13,00; SD = 5,74). Испитаници контролне групе постигли су просечно (M = 7,11; SD = 3,12) на првом нивоу математичке писмености. Просечан број поена који су постигли испитаници обе групе, њих 191, износи (M = 10,04; SD = 5,46) (Табела 45). Можемо уочити да се постигнућа експерименталне групе на првом нивоу на финалном мерењу знатно разликују од постигнућа ученика контролне групе.

У наставку ћемо испитати статистички значајну разлику у финалном мерењу за први ниво математичке писмености. Левеновим тестом испитаћемо једнакост варијансе.

Табела 46. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1

F	df1	df2	Sig.
74,619	1	189	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo1 + GRUPA

Иако није задовољен услов хомогености варијанси (Левенов F статистик износи F = 74,62 и статистички је значајан, p < 0,01) (Табела 46), то ћемо занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 47. *Значајност разлике између контролне и експерименталне групе у финалном мерењу – први ниво*

Зависна варијабла: финално мерење

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	4246,405[a]	2	2123,202	279,670	0,000	0,748
Intercept	252,428	1	252,428	33,250	0,000	0,150
Ниво 1	2592,480	1	2592,480	341,484	0,000	0,645
Група	1353,335	1	1353,335	178,263	0,000	0,487
Error	1427,260	188	7,592			
Укупно	24934,000	191				
Corrected Total	5673,665	190				

a. R Squared = 0,748 (Adjusted R Squared = 0,746)

У Табели 47 уочавамо да након уклањања коваријата (резултата иницијалног теста) постоји значајна разлика између експерименталне и контролне групе на финалном мерењу за први ниво математичке писмености (F = 178,26; p = 0,00; p < 0,01) (Табела 47). Уочавамо да парцијални ета квадрат износи 0,49 што је од великог утицаја и показује да 49% варијансе у финалном мерењу за четири задатка на првом нивоу математичке писмености можемо објаснити независном променљивом, односно начином рада у експерименталној и контролној групи.

Урађена анализа резултата након отклањања утицаја коваријата и израчунате вредности зависне променљиве за сваку групу, потврђују наше закључке и дају сигурност у поузданост добијених резултата (Прилог 7).

Можемо закључити да се напредак у постигнућима експерименталне групе може приписати утицају реализованог експерименталног програма. Добијени резултати и постојање статистички значајне разлике у постигнућима контролне и експерименталне групе потврђује нашу претпоставку да се елементи математичке писмености на првом нивоу могу развијати и код ученика млађег школског узраста кроз одговарајући модел учења који би био обогаћен садржајима прилагођеним узрасту ученика. Подстицање напредка на првом нивоу математичке писмености од посебне је важности за ученике просечних и исподпросечних постигнућа, јер су слични садржаји већ усвајани, а сада уз нови модел учења, им се може указати на значај и могућност примене знања у решавању проблемских задатака из свакодневног живота. При решавању задатака на првом нивоу математичке писмености од посебног је значаја указивање на значај сагледавања решења задатака из реалног контекста. То се посебно односи на пример са лифтом и минибусом. Овај задатак има резултат са остатком. Приликом давања одговора на постављено питање треба указати да се и остатак узима у обзир. Не може се лифт користити одређени број пута и остатак је неки број. Остатак мора бити уврштен у коначно саопштење резултата.

За ефикасно решавање задатака на првом нивоу математичке писмености од посебног је значаја разумевање језичке формулације и садржаја задатака. То су потврдили и Чутура и Вуловић (2016) у својим истраживањима. Поред осталих закључака до којих су дошли, а који се односе на потешкоће у превођењу математичких израза у форму текста, посебно истичу чињеницу да ученици не обраћају пажњу на реалан контекст и величине у задатку. До сличних сазнања дошли су Фелда и Цотич (Felda i Cotič, 2012) који истичу да приликом решавања одређених проблемских ситуација ученици испољавају потешкоће у разумевању текста самог проблема, а потом се јављају и потешкоће у избору адекватне методе и стратегије за њихово решавање. У овој проблематици се могу тражити узроци лошијих резултата на PISA тестирањима о чему говоре Марковић и Ерић (Marković & Erić, 2014).

У оквиру когнитивног домена дефинисаног као знање, на TIMSS 2019 тестирању, ученици су просечно постигли мањи број поена у односу на претходна два тестирања (2015 и 2011) (Ђерић и сар. 2020). Домен знања обухвата познавање основних чињеница, појмова и поступака што одговара првом операционализованом нивоу у оквиру нашег истраживања. Значајно је напоменути да је просечан број поена изнад просечних вредности.

2.1.1. Развијање елемената математичке писмености на првом нивоу и пол ученика

У наставку ћемо приказати резултате финалног мерења први ниво математичке писмености у односу на пол ученика. У Табели 48 приказани су резултати дескриптивне статистике за први ниво математичке писмености.

Табела 48. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на првом нивоу у односу на пол ученика*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Група	N	Пол	Mean	Std. Deviation
Контролна група	46	девојчице	7,0652	3,41501
	50	дечаци	7,1600	2,85971
	96	Укупно	7,1146	3,12164
Експериментална група	44	девојчице	13,7500	5,75114
	51	дечаци	12,3529	5,70201
	95	Укупно	13,0000	5,73715
Укупно	90	девојчице	10,3333	5,75921
	101	дечаци	9,7822	5,20308
	191	Укупно	10,0419	5,46456

За групу задатака који чине први ниво математичке писмености, у контролној групи нешто боље просечне вредности оствариле су дечаци (M = 7,16; SD = 2,86). Девојчице су просечно постигле (M = 7,06; SD = 3,41). Код експерименталне групе боље просечне вредности бележе девојчице које постижу (M = 13,75; SD = 5,75), док дечаци постижу (M = 12,35; SD = 5,70) (Табела 48). Уочавамо да унутар група не постоји значајна разлика у постигнућима дечака и девојчица.

Анализом коваријансе утврдићемо постојање утицаја интеракције начина рада у контролној и експерименталној групи и пола ученика на резултате финалног теста у оквиру првог нивоа математичке писмености. Левеновим тестом испитаћемо хомогеност варијанси.

Табела 49. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1

F	df1	df2	Sig.
29,465	3	187	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo1 + GRUPA + POL + GRUPA * POL

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F =29,47, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 49), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 50. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на првом нивоу у односу на пол ученика*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	4264,143^a	4	10660,36	140,674	0,000	0,752
Intercept	250,634	1	250,634	33,074	0,000	0,151
Ниво 1	2563,899	1	2563,899	338,331	0,000	0,645
Група	1365,282	1	1365,282	180,162	0,000	0,492
Пол	0,191	1	0,191	0,025	0,874	0,000
Група * Пол	17,514	1	17,514	2,311	0,130	0,012
Error	1409,522	186	7,578			
Укупно	24934,000	191				
Corrected Total	5673,665	190				

a. R Squared = 0,752 (Adjusted R Squared = 0,746)

У Табели 50 уочавамо да након уклањања утицаја коваријата не постоји значајан утицај интеракције начина рада и пола ученика на резултате финалног мерења за групу задатака на првом нивоу математичке писмености (F = 2,31; p = 0,13; p > 0,05). Ово нам показује да међу резултатима првог нивоа математичке писмености нема разлике у односу на пол и начин рада унутар групе.

Парцијални ета квадрат је малог утицаја и износи 0,01. Свега 1% варијансе у оквиру првог нивоа математичке писмености на финалном тесту може се објаснити интеракцијом независних променљивих. Девојчице су у експерименталној групи оствариле бољи резултат од дечака, док то није случај у контролној групи. Међутим, те разлике нису статистички значајне (F = 0,03; p = 0,87). Парцијални ета квадрат је 0,000 и показује да се занемарљив проценат варијансе објашњава полом ученика.

Решавање задатака који су повезани са свакодневним животним ситуацијама, а који од ученика захтевају препознавање основних чињеница, подједнако је успешно и код дечака и код девојчица. То потврђују и резултати последњег TIMSS истраживања реализованог 2019. године, где су дечаци и девојчице у домену знања постигли приближно једнак број поена и не постоји статистички значајна разлика. Девојчице су просечно постигле 504 поена, а дечаци 505 поена (Ђерић и сар. 2020). Решавање задатака који од ученика захтевају поседовање основних знања подједнако је успешно и код дечака и код девојчица.

Можемо закључити да се код оба пола може постићи значајан напредак у решавању ових примера уз одговарајући модел учења и рада.

Након статистички уклоњеног утицаја коваријата израчунате су кориговане средње вредности резултата финалног мерења за први ниво математичке писмености (Прилог 8) које потврђују наше закључке.

2.1.2. Оцена из математике и развијање елемената математичке писмености на првом нивоу

Какве су резултате постигли ученици на финалном тесту у односу на оцену коју имају из математике решавајући једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни контекст приказаћемо у Табели 51.

Табела 51. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу за први ниво у односу на оцену из математике*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Група	Оцена из математике	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	1	2	2,0000	2,82843
	2	12	3,9167	0,99620
	3	17	4,8235	1,77607
	4	24	7,6250	1,90680
	5	41	8,9512	3,01622
	Укупно	96	7,1146	3,12164
Експериментална група	2	11	3,8182	2,08893
	3	16	6,7500	2,64575
	4	24	13,6667	3,39650
	5	44	17,2045	2,80846
	Укупно	95	13,0000	5,73715
Укупно	1	2	2,0000	2,82843
	2	23	3,8696	1,57550
	3	33	5,7576	2,41131
	4	48	10,6458	4,09197
	5	85	13,2235	5,05771
	Укупно	191	10,0419	5,46456

Као и на резултатима у укупном скору за финални тест знања, ученици који имају оцену *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике постигли су боље резултате на првом нивоу математичке писмености у односу на ученике са слабијом оценом из математике. Ученици у контролној групи са оценом *одличан* (5) су просечно постигли (M = 8,95; SD = 3,02), док су у експерименталној остварили знатно бољи резултат (M = 17,20; SD = 2,81). Сличне вредности бележе и ученици са оценом *врло добар* (4), у контролној групи (M = 7,62; SD = 1,91), а у експерименталној (M = 13,67; SD = 3,40). Слабији резултат у обе групе бележе ученици са оценом *добар* (3) из математике. У контролној су просечно постигли

(M = 4,82; SD = 1,78), а у експерименталној (M = 6,75; SD = 2,65). Код оцене *довољан* (2) незнатно бољи резултат бележи контролна група (M = 3,92; SD = 0,10), а експериметална (M = 3,82; SD = 2,09). У експерименталној групи нема ученика са оценом *недовољан* (1), док су у контролној ти ученици просечно постигли (M = 2,00; SD = 2,83) (Табела 51).

Двофакторском анализом коваријансе утврдићемо постојање разлике у постигнућима ученика контролне и експерименталне групе и у којој мери је начин рада и оцена из математике извршио утицај на резултате финалног мерења за први ниво математичке писмености (Табела 39). Левеновим тестом ћемо утврдити хомогеност варијанси.

Табела 52. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1

F	df1	df2	Sig.
5,332	8	182	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo1 + GRUPA + OCENA + GRUPA * OCENA

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 5,33, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 52), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 53. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на првом нивоу у односу на оцену из математике*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5073,974^a	9	563,775	170,160	0,000	0,894
Intercept	367,691	1	367,691	110,977	0,000	0,380
Ниво 1	670,352	1	670,352	202,327	0,000	0,528
Група	556,512	1	556,512	167,968	0,000	0,481
Оцена	387,654	4	96,914	29,251	0,000	0,393
Група * Оцена	448,092	3	149,364	45,081	0,000	0,428
Error	599,691	181	3,313			
Укупно	24934,000	191				
Corrected Total	5673,665	190				

a. R Squared = 0,894 (Adjusted R Squared = 0,889)

Након уклањања утицаја коваријата утврдили смо да постоји значајан утицај интеракције начина рада и оцене из математике на резултате финалног теста за први ниво математичке писмености (F = 45,08; p = 0,00, p < 0,01) (Табела 53). Закључујемо да ученицима са различитим оценама из математике различито одговарају и начини рада у оквиру групе.

Парцијални ета квадрат који износи 0,43 великог је утицаја, показује нам да 43% варијансе на финалном мерењу за први ниво математичке писмености можемо објаснити интеракцијом независних променљивих. Уочили смо да ученици са бољом оценом из математике постижу боље резултате у обе групе на финалном тесту за први ниво математичке писмености. Како је у експерименталној групи та разлика израженија, та разлика је и статистички значајнија (F = 29,25; p = 0,00). Парцијални ета квадрат од 0,39 нам показује да 39% варијансе објашњавамо оценом из математике и великог је утицаја.

Ученицима који имају бољу оцену из математике више погодују садржаји који доприносе развијању елемената математичке писмености на првом нивоу. Приметно је да под утицајем обликованих садржаја долази до напретка и код ученика са слабијим оценама из математике што нас наводи на закључак да се елементи математичке писмености на првом нивоу могу развијати код свих ученика сходно њиховим могућностима.

У наставку смо извршили једнофакторску анализу коваријансе за сваку оцену посебно (Табела 54).

Табела 54. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на првом нивоу у односу на оцену из математике појединачно*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Оцена из математике	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
1	Corrected Model	8,000[a]	1	8,000	.	.	1,000
	Intercept	0,000	1	0,000	.	.	.
	Ниво 1	8,000	1	8,000	.	.	1,000
	Група	0,000	0	.	.	.	.
	Error	0,000	0	.			
	Укупно	16,000	2				
	Corrected Total	8,000	1				
2	Corrected Model	26,108[b]	2	13,054	9,160	0,001	0,478
	Intercept	8,536	1	8,536	5,990	0,024	0,230
	Ниво 1	26,052	1	26,052	18,282	0,000	0,478
	Група	0,179	1	0,179	0,126	0,726	0,006
	Error	28,501	20	1,425			
	Укупно	399,000	23				
	Corrected Total	54,609	22				
3	Corrected Model	116,941[c]	2	58,471	25,378	0,000	0,629
	Intercept	6,469	1	6,469	2,808	0,104	0,086
	Ниво 1	86,351	1	86,351	37,479	0,000	0,555
	Група	13,953	1	13,953	6,056	0,020	0,168
	Error	69,119	30	2,304			
	Укупно	1280,000	33				
	Corrected Total	186,061	32				
4	Corrected Model	678,645[d]	2	339,323	140,949	0,000	0,862
	Intercept	41,691	1	41,691	17,318	0,000	0,278
	Ниво 1	240,625	1	240,625	99,951	0,000	0,690
	Група	330,529	1	330,529	137,296	0,000	0,753
	Error	108,334	45	2,407			
	Укупно	6227,000	48				
	Corrected Total	786,979	47				
5	Corrected Model	1799,133[e]	2	899,567	210,985	0,000	0,837
	Intercept	519,800	1	519,800	121,914	0,000	0,598
	Ниво 1	353,442	1	353,442	82,896	0,000	0,503
	Група	1427,078	1	1427,078	334,708	0,000	0,803
	Error	349,620	82	4,264			
	Укупно	17012,000	85				
	Corrected Total	2148,753	84				

a. R Squared = 1,000 (Adjusted R Squared = .)
b. R Squared = 0,478 (Adjusted R Squared = 0,426)
c. R Squared = 0,629 (Adjusted R Squared = 0,604)
d. R Squared = 0,862 (Adjusted R Squared = 0,856)
e. R Squared = 0,837 (Adjusted R Squared = 0,833)

За оцену *недовољан* (1) немамо податке јер у експерименталној групи нема ученика са том оценом. Разултати анализе коваријансе за све оцене показују да се резултати на финалном мерењу за први ниво математичке писмености ученика са оценама *добар* (3), *врло добар* (4) и *одличан* (5) у контролној и експерименталној групи статистички значајно разликују и то за оцену *добар* (3) (F = 6,06; p = 0,02; p < 0,05), парцијални ета квадрат износи 0,17 и показује да је 17% варијансе резултата на финалном тесту за први ниво математичке писмености код ученика са оценом *добар* (3), објашњено начином рада и великог је утицаја. Резултати анализе за оцену 4 показују следеће вредности (F = 137,30; p = 0,00; p < 0,01), парцијални ета квадрат је 0,75 и великог је утицаја. Можемо закључити да је начином рада објашњено 75% варијансе резултата на финалном тесту за први ниво математичке писмености код ученика са оценом *врло добар* (4) из математике. Статистички се значајно разликују резултати за оцену *одличан* (5), (F = 334,71; p = 0,00; p < 0,01), парцијални ета квадрат је 0,80 и показује да 80% варијансе резултата на финалном тесту за први ниво математичке писмености код ученика са оценом *одличан* (5) објашњавамо начином рада.

На основу приказаних резултата уочавамо да се постигнућа ученика контролне и експерименталне групе који имају оцену *довољан* (2) из математике не разликују статистички значајно на финалном тесту за први ниво математичке писмености (F = 0,13; p = 0,73; p > 0,05). Парцијални ета квадрат износи 0,006 што показује да се свега 0,6% варијансе резултата на финалном тесту за први ниво математичке писмености, код ученика са оценом *довољан* (2) објашњава начином рада и малог је утицаја.

Из приложеног закључујемо да се статистички значајне разлике између контролне и експерименталне групе за први ниво математичке писмености под утицајем начина рада бележе код ученика који су имали оцену *добар* (3), *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике, док код ученика са оценом *довољан* (2) нема статистички значајних разлика.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за први ниво математичке писмености у односу на оцену из математике након статистички уклоњеног утицаја коваријата потврђују наше закључке (Прилог 9).

2.1.3. Општи успех ученика и развијање елемената математичке писмености на првом нивоу

Просечне вредности остварених поена на финалном тесту за задатке на првом нивоу математичке писмености у односу на општи успех ученика, приказани су у Табели 55.

Табела 55. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на првом нивоу у односу на општи успех*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Група	Општи успех	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	недовољан	3	2,6667	2,30940
	довољан	4	4,5000	0,57735
	добар	6	4,8333	1,16905
	врло добар	27	5,4074	2,30817
	одличан	56	8,6071	2,85198
	Укупно	96	7,1146	3,12164
Експериментална група	добар	15	5,2667	3,34806
	врло добар	24	10,5417	5,28311
	одличан	56	16,1250	3,58310
	Укупно	95	13,0000	5,73715
Укупно	недовољан	3	2,6667	2,30940
	довољан	4	4,5000	0,57735
	добар	21	5,1429	2,86855
	врло добар	51	7,8235	4,72316
	одличан	112	12,3661	4,96473
	Укупно	191	10,0419	5,46456

Уочавамо да су ученици контролне групе који имају *недовољан* успех просечно остварили (M = 2,67; SD = 2,31), при решавању задатака на првом нивоу математичке писмености на финалном тесту, док су *довољни* ученици просечно остварили (M = 4,50; SD = 0,58). *Добри* ученици су у обе групе постигли приближан скор при решавању једноставних проблемских задатака смештени у свакодневни животни контекст. Просечне вредности за контролну групу су (M = 4,83; SD = 1,17), а за експерименталну (M = 5,27; SD = 3,35). Постигнућа *врло добрих* и *одличних* ученика се знатно разликују по групама. *Врло добри* ученици у контролној групи просечно су остварили (M = 5,41; SD = 2,31), а *одлични* (M = 8,61; SD = 2,85), док су у експерименталној *врло добри* просечно постигли (M = 10,54; SD = 5,28), а *одлични* (M = 16,12; SD = 3,58) (Табела 55).

Постојање статистички значајне разлике између интеракције начина рада и успеха ученика у односу на резултат финалног теста за задатке на првом нивоу математичке писмености приказано је у Табели 57. Левеновим тестом испитаћемо хомогеност варијанси.

Табела 56. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1

F	df1	df2	Sig.
10,792	7	183	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo1 + GRUPA + OPUSPEH + GRUPA * OPUSPEH

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 10,79, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 56), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 57. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на првом нивоу у односу на општи успех*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	$4740,811^a$	8	592,601	115,617	0,000	0,836
Intercept	267,113	1	267,113	52,114	0,000	0,223
Ниво 1	1176,538	1	1176,538	229,543	0,000	0,558
Група	425,731	1	425,731	83,060	0,000	0,313
Општи успех	170,276	4	42,569	8,305	0,000	0,154
Група * Општи успех	203,424	2	101,712	19,844	0,000	0,179
Error	932,854	182	5,126			
Укупно	24934,000	191				
Corrected Total	5673,665	190				

a. R Squared = 0,836 (Adjusted R Squared = 0,828)

Утицај интеракције начина рада и успеха ученика на резултате финалног мерења за задатке на првом нивоу математичке писмености, након уклањања утицаја коваријата, је значајан (F = 19,84; p = 0,00; p < 0,01) (Табела 57). Ученицима са различитим општим успехом одговарају различити начини рада при решавању задатака на првом нивоу математичке писмености. Парцијални ета квадрат износи 0,18 и великог је утицаја. Интеракцијом начина рада и општег успеха можемо објаснити 18% варијансе на финалном тесту за први ниво математичке писмености.

Из приложених резултата уочавамо да ученици са бољим општим успехом остварују боље резултате, али је то у експерименталној групи израженије. Те разлике су статистички значајне и имају вредност (F = 8,31; p = 0,00). Парцијални ета квадрат је 0,15 и показује да се 15% варијансе објашњава школским успехом и великог је утицаја.

Једнофакторском анализом коваријансе извршили смо анализу једноставних утицаја за сваки општи успех појединачно (Табела 58).

Табела 58. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на првом нивоу у односу на општи успех појединачно*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

Општи успех	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
недовољан	Corrected Model	10,667[a]	1	10,667	.	.	1,000
	Intercept	0,000	1	0,000	.	.	.
	Ниво 1	10,667	1	10,667	.	.	1,000
	Група	0,000	0	.	.	.	.
	Error	0,000	1	0,000			
	Укупно	32,000	3				
	Corrected Total	10,667	2				
довољан	Corrected Model	0,818[b]	1	0,818	9,000	0,095	0,818
	Intercept	1,818	1	1,818	20,000	0,047	0,909
	Ниво 1	0,818	1	0,818	9,000	0,095	0,818
	Група	0,000	0	.	.	.	0,000
	Error	0,182	2	0,091			
	Укупно	82,000	4				
	Corrected Total	1,000	3				
добар	Corrected Model	112,331[c]	2	56,166	19,353	0,000	0,683
	Intercept	0,545	1	0,545	0,188	0,670	0,010
	Ниво 1	111,527	1	111,527	38,428	0,000	0,681
	Група	3,639	1	3,639	1,254	0,278	0,065
	Error	52,240	18	2,902			
	Укупно	720,000	21				
	Corrected Total	164,571	20				
врло добар	Corrected Model	895,370[d]	2	447,685	97,658	0,000	0,803
	Intercept	0,398	1	0,398	0,087	0,770	0,002
	Ниво 1	560,435	1	560,435	122,253	0,000	0,718
	Група	140,359	1	140,359	30,618	0,000	0,389
	Error	220,042	48	4,584			
	Укупно	4237,000	51				
	Corrected Total	1115,412	50				
Одличан	Corrected Model	2197,704[e]	2	1098,852	222,511	0,000	0,803
	Intercept	540,230	1	540,230	109,393	0,000	0,501
	Ниво 1	615,195	1	615,195	124,573	0,000	0,533
	Група	1493,237	1	1493,237	302,372	0,000	0,735
	Error	538,287	109	4,938			
	Укупно	19863,000	112				
	Corrected Total	2735,991	111				

a. R Squared = 1,000 (Adjusted R Squared = 1,000)
b. R Squared = 0,818 (Adjusted R Squared = 0,727)
c. R Squared = 0,683 (Adjusted R Squared = 0,647)
d. R Squared = 0,803 (Adjusted R Squared = 0,795)
e. R Squared = 0,803 (Adjusted R Squared = 0,800)

Једнофакторску анализу коваријансе нисмо извршили за ученике са *недовољним* и *довољним* успехом, јер у експерименталној групи није било ученика који су постигли тај општи успех. Резултати анализе варијансе за остале успехе показују да се резултати финалног теста за задатке на првом нивоу математичке писмености ученика са *врло добрим* и *одличним* успехом, у контролној и експерименталној групи, статистички значајно разликују. Вредности резултата за ученике са *врло добрим* успехом износе (F = 30,62; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадарат износи 0,39 и показује да се 39% варијансе резултата финалног теста за први ниво математичке писмености, код ученика са *врло добрим у*спехом, објашњава начином рада. Резултати анализе коваријансе за *одличне* ученике износе (F = 302,37; p = 0,00; p < 0,01) и статистичи су значајни. Начином рада је објашњено 74% варијансе резултата финалног теста за први ниво математичке писмености, код ученика са одличним успехом, јер је парцијални ета квадрат 0,74 великог утицаја.

Резултати финалног теста за задатке на првом нивоу математичке писмености, код ученика контролне и експерименталне групе, који имају *добар* успех се не разликују статистички значајно (F = 1,25; p = 0,28; p > 0,05). Парцијални ета квадарат износи 0,07 и показује да је начином рада објашњено 7% варијансе резултата финалног теста за први ниво математичке писмености код ученика који су постигли *добар* успех и умереног је утицаја.

Резултати дескриптивне статистике нам показују да између ученика са *добрим* успехом у контролној групи постоји разлика у постигнућима, али није статистички значајна. Статистички значајну разлику показују резултати за *врло добре* и *одличне* ученике који су на финалном тесту постигли знатно бољи резултат под утицајем експерименталног програма при решавању задатака на првом нивоу математичке писмености. Као и код боље оцене из математике, бољи општи успех ствара основу за постизање бољих резултата под утицајем адекватно обликованих садржаја. *Одлични* и *врло добри* ученици већ имају изграђене радне навике и самим тим добро основу за прихватање нових модела учења који ће им знатно користити у решавању проблемских ситуација у свакодневном животу и раду.

Израчунате кориговане средње вредности резултата финалног мерења за први ниво математичке писмености након статистички уклоњеног утицаја коваријата дају сигурност у поузданост добијених резултата и потврђују наше закључке (Прилог 10).

2.2. Развијање елемената математичке писмености на другом нивоу под утицајем експерименталног програма

Операционализација другог нивоа математичке писмености подразумева примере који захтевају примену интегративних знања, умења и вештина на читање, тумачење, интерпретирање и примену података коју су представљени табеларно.

Задаци на иницијалном и финалном тесту од редног броја пет до осам односили су се на други ниво математичке писмености. У Табели 59 приказани су резултати финалног мерења за други ниво математичке писмености.

Табела 59. *Дескриптивна статистика за други ниво на финалном тесту*

Зависна варијабла: финално мерење

Група	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	96	5,7813	3,10586
Експериментална група	95	13,1263	5,75056
Укупно	191	9,4346	5,89421

Контролна група просечно је постигла (M = 5,78; SD = 3,11). Узорак експерименталне групе који чини 95 испитаника просечно је постигао (M = 13,13; SD = 5,75) на финалном тестирању за други ниво математичке писмености. Просечне вредности на целокупном узорку за други ниво математичке писмености су мање у односу на први и износе (M = 9,43; SD = 5,89) (Табела 59). Уочавамо да је реализовани програм у оквиру експерименталне групе дао знатно боље резутате у односу на резултате контролне групе која је наставу реализовала на традиционалан начин.

Постојање разлике између експерименталне и контролне групе за други ниво математичке писмености приказаћемо у Табели 61. Левеновим тестом испитаћемо хомогеност варијанси.

Табела 60. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2

F	df1	df2	Sig.
72,337	1	189	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo2 + GRUPA

Иако није задовољен услов хомогености варијанси (Левенов F статистик износи F = 72,34 и статистички је значајан, $p < 0,01$) (Табела 60), то ћемо занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 61. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу – други ниво*

Зависна варијабла: финално мерење

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5162,166[a]	2	2581,083	337,264	0,000	0,782
Intercept	327,154	1	327,154	42,748	0,000	0,185
Ниво 2	2586,125	1	2586,125	337,923	0,000	0,643
Група	2436,534	1	2436,534	318,376	0,000	0,629
Error	1438,766	188	7,653			
Укупно	23602,000	191				
Corrected Total	6600,932	190				

a. R Squared = 0,782 (Adjusted R Squared = 0,780)

Израчуната коваријанса (F = 318,38; p = 0,00; $p < 0,01$) (Табела 61) показује да након уклањања коваријата постоји значајна разлика између експерименталне и контролне групе на финалном мерењу за задатке који одговарају другом нивоу математичке писмености. Како је парцијални ета квадрат 0,63 великог утицаја, то значи да 63% варијансе на финалном мерењу за други ниво математичке писмености можемо објаснити начином рада у групама. То нам показује да интервенција у виду експерименталног програма је значајно допринела побољшању резултата експерименталне групе у оквиру задатака на другом нивоу математичке писмености.

Резултати TIMSS 2019 истраживања који одговарају домену примене показују да су ученици постигли боље резултате у односу на домен знања и резоновања. Међутим, постигнућа за последња тестирања у домену који се односи на способност ученика да примене знања, као и на њиховом концептуалном разумевању како би решили проблем или одговорили на питање су нешто слабија у односу на претходне циклусе тестирања. Ученици су просечно постигли 509 поена у домену примене (Ђерић и сар. 2020). Овим доменом обухваћено је приказивање података у табелама што одговара примерима које смо уврстили у други ниво математичке писмености у оквиру нашег истраживања.

Ученици у свакодневном наставном процесу најчешће решавају једноставне примере у којима је неопходно очитати или унети одређене податке у табеле, а да ти примери нису повезани са свакодневним животним ситуацијама. У прилог томе говоре слабији резултати код контролне и експерименталне групе у решавању задатака на другом нивоу математичке писмености, а у којима су заступљени табеларно приказани подаци повезани са реалним окружењем. Резултати финалног мерења нам показују да код ученика може доћи до знатног напретка у решавању овог типа задатка уз одговарајућу обуку која је заснована на методички обликованим садржајима повезаним са реалним животом ученика.

Урађена анализа резултата за други ниво математичке писмености након отклањања утицаја коваријата и израчунате вредности зависне променљиве за сваку групу, потврђују наше закључке и дају сигурност и поузданост добијених резултата (Прилог 7).

2.2.1. Развијање елемената математичке писмености на другом нивоу и пол ученика

У оквиру задатака на другом нивоу математичке писмености, који су на тесту распоређени од петог до осмог задатка, приказаћемо постигнућа ученика контролне и експерименталне групе у односу на пол испитаника. У Табели 62 приказане су просечне вредности постигнућа ученика контролне и експерименталне групе у односу на пол, при решавању задатака у којима су подаци табеларно приказани.

Табела 62. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на другом нивоу у односу на пол ученика*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Група	Пол	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	девојчице	46	6,1522	3,19699
	дечаци	50	5,4400	3,01127
	Укупно	96	5,7813	3,10586
Експериментална група	девојчице	44	13,8864	5,79180
	дечаци	51	12,4706	5,68983
	Укупно	95	13,1263	5,75056
Укупно	девојчице	90	9,9333	6,04069
	дечаци	101	8,9901	5,75412
	Укупно	191	9,4346	5,89421

Од укупно 46 испитаника женског пола у контролној групи просечан број постигнутих поена за други ниво математичке писмености износи (M = 6,15; SD = 3,20). То су нешто веће вредности у односу на дечаке који су остварили просечно (M = 5,44; SD

= 3,01). Код експерименталне групе дошло је до знатног напретка у постигнућима на финалном мерењу за други ниво математичке писмености. Девојчице су просечно постигле (M = 13,89; SD = 5,79), а дечаци нешто мање (M = 12,47; SD = 5,69) (Табела 62). Уочавамо да су девојчице у контролној и експерименталној групи постигле нешто бољи резултат од дечака, али та разлика није значајна. Разлике у постигнућима у односу на пол ученика бележимо између контролне и експерименталне групе и то доводимо у везу са начином рада унутар групе.

У Табели 64 приказали смо да ли постоји значајан утицај интеракције начина рада и пола ученика на резултате финалног теста за други ниво математичке писмености. Хомогеност варијанси испитаћемо Левеновим тестом.

Табела 63. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2

F	df1	df2	Sig.
25,610	3	187	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo2 + GRUPA + POL + GRUPA * POL

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 25,61, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 63), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 64. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на другом нивоу у односу на пол ученика*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5188,878[a]	4	1297,219	170,874	0,000	0,786
Intercept	339,023	1	339,023	44,657	0,000	0,194
Ниво 2	2553,338	1	2553,338	336,333	0,000	0,644
Група	2446,911	1	2446,911	322,314	0,000	0,634
Пол	23,098	1	23,098	3,043	0,083	0,016
Група * Пол	3,753	1	3,753	0,494	0,483	0,003
Error	1412,054	186	7,592			
Укупно	23602,000	191				
Corrected Total	6600,932	190				

a. R Squared = 0,786 (Adjusted R Squared = 0,781)

Када уклонимо утицај коваријата, што у овом случају представљају резултати иницијалног теста за други ниво математичке писмености утврђујемо да не постоји значајан утицај интеракције начина рада и пола ученика на резултате финалног мерења за други ниво математичке писмености (F = 0,49; p = 0,48; p > 0,05) (Табела 64). Ове вредности нам показују да нема разлике и да девојчицама више одговара један, а дечацима други начин рада није потврђено. У наставку ћемо размотрити и величину утицаја, коју показује парцијални ета квадрат. Вредност парцијалног ета квадрата износи 0,003 и малог је утицаја. То нам показује да свега 0,3% варијансе на финалном тесту можемо објаснити интеракцијом начина рада и пола испитаника.

На основу приказаних резултата закључујемо да девојчице имају бољи резултат од дечака у обе групе испитаника. Међутим, та разлика је статистички незначајна (F = 3,04; p = 0,08). Парцијални ета квадрат износи 0,016 што показује да је малог утицаја и да свега

1,6% варијансе се објашњава полом.

Након статистички уклоњеног утицаја коваријата израчунате су кориговане средње вредности резултата финалног мерења за други ниво математичке писмености (Прилог 8) које потврђују наше закључке.

На међународном TIMSS 2019 истраживању девојчице су просечно постигле 510 поена, а дечаци 508 у домену који се односи на примену знања (Ђерић и сар., 2020). Ови резултати нам показују да и поред тога што су девојчице постигле нешто бољи резултат, не постоји статистички значајна разлика у постигнућима дечака и девојчица у домену примене знања. То потврђују и резултати нашег истраживања где није уочена статистички значајна разлика између дечака и девојчица у решавању задатака на другом нивоу математичке писмености. У решавању задатака где су подаци дати табеларно и приказивању података табеларно, могу бити успешни и дечаци и девојчице подједнако.

2.2.2. Оцена из математике и развијање елемената математичке писмености на другом нивоу

Просечне вредности које су остварили ученици контролне и експерименталне групе на финалном мерењу при решавању задатака на другом нивоу математичке писмености дате су у Табели 65.

Табела 65. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на другом нивоу у односу на оцену из математике*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Група	Оцена из математике	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	1	2	1,0000	1,41421
	2	12	1,9167	1,24011
	3	17	3,6471	2,26222
	4	24	6,1667	2,20013
	5	41	7,8049	2,40020
	Укупно	96	5,7813	3,10586
Експериментална група	2	11	3,9091	2,07145
	3	16	6,8125	2,31571
	4	24	13,9167	3,42518
	5	44	17,2955	2,90612
	Укупно	95	13,1263	5,75056
Укупно	1	2	1,0000	1,41421
	2	23	2,8696	1,93777
	3	33	5,1818	2,76648
	4	48	10,0417	4,84201
	5	85	12,7176	5,46114
	Укупно	191	9,4346	5,89421

Најбоље просечне вредности при решавању задатака где су подаци приказани табеларно, код ученика контролне групе, остварили су ученици са оценом *одличан* (5) (M = 7,80; SD = 2,40) и оценом *врло добар* (4) (M = 6,17; SD = 2,20). Остали ученици постигли су нешто слабије просечне вредности и то ученици са оценом *добар* (3) су постигли (M = 3,65; SD = 2,26), са оценом *довољан* (2) (M = 1,91; SD = 124) и са оценом *недовољан* (1) (M = 1,00; SD = 1,41). Експериментална група, под утицајем експерименталног програма, бележи боље просечне вредности за сваку оцену у односу на контролну групу. Ученици који су имали оцену *одличан* (5) просечно су остварили M = 17,29 (SD = 2,91) при решавању задатака на другом нивоу математичке писмености, док су ученици са оценом *врло добар* (4) просечно остварили (M = 13,92; SD = 3,42). Нешто слабији резултат бележимо код ученика са оценом *добар* (3) (M = 6,81; SD = 2,32) и оценом *довољан* (2) (M = 3,91; SD = 2,07). Добијене вредности потврђују претпоставку да се елементи математичке писмености које смо уврстили у оквиру другог нивоа, могу у већој мери развијати код ученика са бољим оценама из математике. Побољшање резултата на финалном мерењу код ученика са слабијим оценама из математике нам показује да се елементи математичке писмености могу развијати код свих ученика сходно њиховим могућностима.

Постојање разлике у постигнућима ученика на другом нивоу математичке писмености у односу на начин рада и оцену из математике приказано је у Табели 67. Хомогеност варијанси испитали смо Левеновим тестом.

Табела 66. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2

F	df1	df2	Sig.
4,483	8	182	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo2 + GRUPA + OCENA + GRUPA * OCENA

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 4,48, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 66), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 67. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на другом нивоу у односу на оцену из математике*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5971,724[a]	9	663,525	190,872	0,000	0,905
Intercept	493,266	1	493,266	141,895	0,000	0,439
Ниво 2	569,703	1	569,703	163,883	0,000	0,475
Група	1215,927	1	1215,927	349,778	0,000	0,659
Оцена	455,398	4	113,850	32,750	0,000	0,420
Група * Оцена	372,462	3	124,154	35,715	0,000	0,372
Error	629,208	181	3,476			
Укупно	23602,000	191				
Corrected Total	6600,932	190				

a. R Squared = 0,905 (Adjusted R Squared = 0,900)

Утврдили смо да постоји значајан утицај интеракције начина рада и оцене из математике на резултате финалног мерења за други ниво математичке писмености након уклањања утицаја коваријата (резултата иницијалног теста) (F = 35,72; p = 0,00; p < 0,01) (Табела 67), парцијални ета квадрат је великог утицаја и износи 0,37. То значи да 37%

варијансе на финалном мерењу за други ниво математичке писмености можемо објаснити интеракцијом начина рада и оцене из математике.

Закључујемо да ученици са бољим оценама, у контролној и експерименталној групи, постижу боље резултате. Уочавамо да је у експерименталној групи та разлика израженија и статистички значајна (F = 32,75; p = 0,00). Парцијални ета квадрат од 0,42 показује да се 42% варијансе објашњава оценом и великог је утицаја.

Након што смо уочили да постоји статистички значај између интеракције начина рада и оцене из математике на резултате финалног теста, извршићемо анализу једноставних утицаја. Независну варијаблу *оцене* поделили смо на групе које чине свака оцена појединачно и за сваку извршили једнофакторску анализу коваријансе (Табела 68).

Табела 68. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на другом нивоу у односу на оцену из математике појединачно*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Оцена из математике	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
1	Corrected Model	0,000[a]	0	.	.	.	0,000
	Intercept	2,000	1	2,000	1,000	0,500	0,500
	Ниво 2	0,000	0	.	.	.	0,000
	Група	0,000	0	.	.	.	0,000
	Error	2,000	1	2,000			
	Укупно	4,000	2				
	Corrected Total	2,000	1				
2	Corrected Model	30,959[b]	2	15,479	5,994	0,009	0,375
	Intercept	39,352	1	39,352	15,238	0,001	0,432
	Ниво 2	8,176	1	8,176	3,166	0,090	0,137
	Група	19,327	1	19,327	7,484	0,013	0,272
	Error	51,650	20	2,582			
	Укупно	272,000	23				
	Corrected Total	82,609	22				
3	Corrected Model	209,371[c]	2	104,686	88,372	0,000	0,855
	Intercept	11,147	1	11,147	9,410	0,005	0,239
	Ниво 2	126,782	1	126,782	107,025	0,000	0,781
	Група	127,843	1	127,843	107,921	0,000	0,782
	Error	35,538	30	1,185			
	Укупно	1131,000	33				
	Corrected Total	244,909	32				
4	Corrected Model	933,028[d]	2	466,514	124,302	0,000	0,847
	Intercept	48,973	1	48,973	13,049	0,001	0,225
	Ниво 2	212,278	1	212,278	56,561	0,000	0,557
	Група	763,488	1	763,488	203,430	0,000	0,819
	Error	168,888	45	3,753			
	Укупно	5942,000	48				
	Corrected Total	1101,917	47				
5	Corrected Model	2183,192[e]	2	1091,596	277,957	0,000	0,871
	Intercept	650,646	1	650,646	165,676	0,000	0,669
	Ниво 2	271,566	1	271,566	69,150	0,000	0,457
	Група	1864,181	1	1864,181	474,682	0,000	0,853
	Error	322,032	82	3,927			
	Укупно	16253,000	85				
	Corrected Total	2505,224	84				

a. R Squared = 0,000 (Adjusted R Squared = 0,000)
b. R Squared = 0,375 (Adjusted R Squared = 0,312)
c. R Squared = 0,855 (Adjusted R Squared = 0,845)
d. R Squared = 0,847 (Adjusted R Squared = 0,840)
e. R Squared = 0,871 (Adjusted R Squared = 0,868)

Како у експерименталној групи немамо ученика са оценом *недовољан* (1), немамо ни података анализе коваријансе за ову оцену. Резултати анализе коваријансе за остале оцене, показују да се резултати на финалном тесту, за други ниво математичке писмености код ученика са оценама *довољан* (2), *добар* (3), *врло добар* (4) и *одличан* (5) у контролној и експерименталној групи статистички значајно разликују и то за оцену *довољан* (2) (F = 7,48; p = 0,013, p < 0,05), парцијални ета квадрат је 0,27 и показује да 27% варијансе резултата на финалном мерењу за други ниво математичке писмености код ученика са оценом *довољан* (2) објашњавамо начином рада и великог је утицаја. Израчуната коваријанса за оцену *добар* (3) (F = 107,82; p = 0,00; p < 0,01) показује статистички значајну разлику у постигнућима ученика на финалном мерењу на другом нивоу математичке писмености. Парцијални ета квадрат износи 0,78. То нам показује да је начином рада објашњено 78% варијансе резултата на финалном мерењу за други ниво математичке писмености код ученика са оценом *добар* (3) из математике.

Анализа коваријансе показује статистички значајну разлику за оцену *врло добар* (4) (F = 203,43; p = 0,00; p < 0,01) и за оцену *одличан* (5) (F = 474,68; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат за оцену *врло добар* (4) износи 0,82 и показује да 82% варијансе резултата на финалном мерењу за други ниво математичке писмености објашњавамо начином рада. Слично је и код оцене *одличан* (5) где 85% варијансе објашњавамо начином рада, јер парцијални ета квадрат износи 0,85.

Из приложеног закључујемо да се под утицајем експерименталног програма бележе статистички значајне разлике на другом нивоу математичке писмености у контролној и експерименталној групи у односу на сваку оцену из математике на крају првог полугодишта појединачно. То је посебно изражено код ученика са оценом *одличан* (5) и *врло добар* (4), бележи се и знатна разлика код ученика са оценом *добар* (3) и *довољан* (2). Под утицајем обликованих садржаја који су подразумевали примере са захтевима за читање, тумачење, интерпретирање и примену података који су табеларно представљени, код ученика експерименталне групе дошло је до знатног напретка у односу на сваку оцену појединачно и сходно могућностима ученика.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за други ниво математичке писмености у односу на оцену из математике након статистички уклоњеног утицаја коваријата потврђују наше закључке (Прилог 9).

2.2.3. Општи успех ученика и развијање елемената математичке писмености на другом нивоу

У наставку смо испитали да ли на постигнућа ученика у решавању задатака на другом нивоу математичке писмености који чине задаци у којима су подаци приказани табеларно, има утицаја општи успех ученика као независна варијабла. У Табели 69 приказан је просечан број поена ученика контролне и експерименталне групе за други ниво математичке писмености у односу на општи успех.

Табела 69. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на другом нивоу у односу на општи успех*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Група	Општи успех	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	недовољан	3	1,3333	1,15470
	довољан	4	1,7500	0,95743
	добар	6	3,8333	1,72240
	врло добар	27	4,1852	2,85599
	одличан	56	7,2857	2,49154
	Укупно	96	5,7813	3,10586
Експериментална група	добар	15	5,2000	2,90812
	врло добар	24	10,2917	4,97366
	одличан	56	16,4643	3,46916
	Укупно	95	13,1263	5,75056
Укупно	недовољан	3	1,3333	1,15470
	довољан	4	1,7500	0,95743
	добар	21	4,8095	2,65742
	врло добар	51	7,0588	5,00964
	одличан	112	11,8750	5,50368
	Укупно	191	9,4346	5,89421

Ученици контролне групе са *недовољним* општим успехом просечно су остварили (M = 1,33; SD = 1,54), а *довољни* ученици (M = 1,75; SD = 0,96). При решавању задатака на другом нивоу математичке писмености ученици са *добрим* успехом просечно су постигли (M = 3,83; SD = 1,72) у контролној групи, док су у експерименталној групи остварили нешто бољи резултат (M = 5,20; SD = 2,91). Слабији просечан резултат у контролној групи остварили су и *врло добри* ученици, који су просечно постигли (M = 4,18; SD = 2,86). У експерименталној групи *врло добри* ученици постижу знатно бољи резултат и то (M = 10,20; SD = 4,97). Најбољи резултат остварили су ученици са *одличним* успехом у експерименталној групи постигавши просечно (M = 16,46; SD = 3,47), док су у контролној групи просечно постигли (M = 7,29; SD = 2,49). Боља постигнућа ученика експерименталне групе приписују се ефектима реализованог експерименталног програма.

Постојање значајног утицаја интеракције начина рада и успеха ученика на резултате финалног теста за задатке на другом нивоу математичке писмености приказано је у Табели 71. Хомогеност варијанси испитаћемо Левеновим тестом.

Табела 70. *Левенов тест хомогености варијансе*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2

F	df1	df2	Sig.
7,481	7	183	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + IM_nivo2 + GRUPA + OPUSPEH + GRUPA * OPUSPEH

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 7,48, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 70), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 71. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на другом нивоу у односу на општи успех*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5746,616[a]	8	718,327	153,029	0,000	0,871
Intercept	347,812	1	347,812	74,096	0,000	0,289
Ниво 2	1068,723	1	1068,723	227,676	0,000	0,556
Група	834,280	1	834,280	177,732	0,000	0,494
Општи успех	220,769	4	55,192	11,758	0,000	0,205
Група * Општи успех	231,011	2	115,506	24,607	0,000	0,213
Error	854,316	182	4,694			
Укупно	23602,000	191				
Corrected Total	6600,932	190				

a. R Squared = 0,871 (Adjusted R Squared = 0,865)

Након уклањања утицаја коваријата утврдили смо да постоји значајан утицај интеракције начина рада и успеха ученика на резултате финалног мерења за задатке на другом нивоу математичке писмености ($F = 24,61$; $p = 0,00$; $p < 0,01$) (Табела 71). Успешност ученика у решавању задатака у којима су подаци табеларно приказани повезана је са начином рада унутар групе, али и са општим успехом ученика. Парцијални ета квадрат износи 0,21 и великог је утицаја. То нам управо показује да се 21% варијансе на финалном тесту за други ниво математичке писмености може објаснити интеракцијом начина рада и школског успеха.

Из приложених података закључујемо да ученици са бољим општим успехом остварују боље резултате при решавању задатака на другом нивоу у контролној и експерименталној групи. Бољи резултат је израженији у експерименталној групи и разлике које постоје су статистички значајне ($F = 11,76$; $p = 0,00$). Парцијални ета квадрат је 0,21 и показује да 21% варијансе се објашњава школским успехом ученика. Ученици са постигнутим *одличним* и *врло добрим* успехом на крају првог полугодишта су више напредовали у развијању елемената математичке писмености на другом нивоу под утицајем адекватно обликованих садржаја. Статистички значајан напредак у постигнућима бележе и ученици са *добрим* успехом који је еквивалентан њиховим могућностима.

Након уочавања значајности утицаја интеракције општег успеха и начина рада извршили смо анализу једноставних утицаја. Једнофакторску анализу коваријансе извршили смо за сваки успех појединачно (Табела 72).

Табела 72. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на другом нивоу у односу на општи успех појединачно*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

Општи успех	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
недовољан	Corrected Model	0,667[a]	1	0,667	0,333	0,667	0,250
	Intercept	2,000	1	2,000	1,000	0,500	0,500
	Ниво 2	0,667	1	0,667	0,333	0,667	0,250
	Група	0,000	0	.	.	.	0,000
	Error	2,000	1	2,000			
	Укупно	8,000	3				
	Corrected Total	2,667	2				
довољан	Corrected Model	0,750[b]	1	0,750	0,750	0,478	0,273
	Intercept	1,000	1	1,000	1,000	0,423	0,333
	Ниво 2	0,750	1	0,750	0,750	0,478	0,273
	Група	0,000	0	.	.	.	0,000
	Error	2,000	2	1,000			
	Укупно	15,000	4				
	Corrected Total	2,750	3				
добар	Corrected Model	90,459[c]	2	45,230	16,033	0,000	0,640
	Intercept	8,770	1	8,770	3,109	0,095	0,147
	Ниво 2	82,454	1	82,454	29,228	0,000	0,619
	Група	18,173	1	18,173	6,442	0,021	0,264
	Error	50,779	18	2,821			
	Укупно	627,000	21				
	Corrected Total	141,238	20				
врло добар	Corrected Model	1031,179[d]	2	515,590	110,659	0,000	0,822
	Intercept	39,105	1	39,105	8,393	0,006	0,149
	Ниво 2	557,388	1	557,388	119,630	0,000	0,714
	Група	437,062	1	437,062	93,805	0,000	0,662
	Error	223,644	48	4,659			
	Укупно	3796,000	51				
	Corrected Total	1254,824	50				
одличан	Corrected Model	2845,459[e]	2	1422,729	300,078	0,000	0,846
	Intercept	559,892	1	559,892	118,091	0,000	0,520
	Ниво 2	486,566	1	486,566	102,625	0,000	0,485
	Група	2321,166	1	2321,166	489,573	0,000	0,818
	Error	516,791	109	4,741			
	Укупно	19156,000	112				
	Corrected Total	3362,250	111				

a. R Squared = 0,250 (Adjusted R Squared = -0,500)
b. R Squared = 0,273 (Adjusted R Squared = -0,091)
c. R Squared = 0,640 (Adjusted R Squared = 0,601)
d. R Squared = 0,822 (Adjusted R Squared = 0,814)
e. R Squared = 0,846 (Adjusted R Squared = 0,843)

Како у експерименталној групи нема *недовољних* и *довољних* ученика немамо података за анализу коваријансе за ова два успеха. Резултати анализе коваријансе за сваки успех показује да се на финалном мерењу за задатке на другом нивоу математичке писмености резултати ученика са *добрим, врло добрим* и *одличним* успехом, у контролној и експерименталној групи, статистички значајно разликују. Вредност коваријансе за ученике са *добрим* успехом износи (F = 6,44; p = 0,02; p < 0,05). Парцијални ета квадрат је 0,26 и показује да је начином рада објашњено 26% варијансе резултата на финалном мерењу за други ниво математичке писмености код ученика са *добрим* успехом. Статистички значајна разлика бележи се код *врло добрих* ученика где је вредност коваријансе (F = 93,81; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат је 0,66. Он показује да је 66% варијансе резултата на финалном мерењу за задатке на другом нивоу математичке писмености објашњено начином рада. Израчуната коваријанса између група за *одличне* ученике има вредности (F = 489,57; p = 0,00; p < 0,01) и статистички је значајна. То потврђује и парцијални ета квадрат који износи 0,82, што значи да је 82% варијансе резултата финалног мерења за други ниво математичке писмености, код ученика са *одличним* успехом објашњено начином рада.

Закључујемо да је под утицајем експерименталног програма дошло до развијања елемената математичке писмености, а који се огледају у решавању задатака где су подаци приказани табеларно. Посебан напредак бележе ученици са *врло добрим* и *одличним* успехом, док ученици са *добрим* успехом бележе нешто мањи успех. Добијени резултати потврђују нашу претпоставку да се елементи математичке писмености који подразумевају читање, тумачење, интерпретацију и примену табеларно приказаних података могу развијати код свих ученика сходно њиховим могућностима.

Израчунате кориговане средње вредности резултата финалног мерења за други ниво математичке писмености након статистички уклоњеног утицаја коваријата дају сигурност у поузданост добијених резултата и потврђују наше закључке (Прилог 10).

2.3. Развијање елемената математичке писмености на трећем нивоу под утицајем експерименталног програма

Трећи ниво математичке писмености чинили су задаци у којима подаци нису приказани у текстуалној форми, већ на други начин, где се од ученика очекује да уочавају, читају, тумаче, цртају графиконе и да податке дате у њима критички вреднују и користе приликом решавања сложених проблемских задатака. То су задаци под редним бројем 9, 10, 11 и 12. У Табели 73 приказане су просечне вредности постигнутих поена за контролну и експерименталну групу на трећем нивоу математичке писмености.

Табела 73. *Дескриптивна статистика за трећи ниво на финалном тесту*

Зависна варијабла: финално мерење

Група	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	96	6,0521	3,09624
Експериментална група	95	13,9263	5,67233
Укупно	191	9,9686	6,02443

У оквиру трећег нивоа математичке писмености ученици контролне групе остварили су просечно (M = 6,05; SD = 3,10). Код експерименталне групе бележи се значајан напредак и они су просечно остварили (M = 13,93; SD = 5,67). Просечна вредност остварених поена на целокупном узорку износи (M = 9,97 ; SD = 6,02) (Табела 73). Можемо уочити да је експериментални програм знатно допринео побољшању резултата у решавању задатака код којих су подаци дати у графиконима. Анализа уџбеника је показала да је овај вид задатака врло ретко заступљен у садржајима наставе математике и зато су резултати иницијалног тестирања за ову групу задатака били слаби. Финално мерење је показало да ученици са великим успехом могу решавати задатке са графичким приказима уз одговарајућу обуку и начин рада. Ученици млађег школског узраста могу врло успешно читати вредности приказане у графиконима, интерпетирати, тумачити и критички вредновати при решавању сложених проблемских задатака.

Значајност разлике у постигнућима за трећи ниво математичке писмености између контролне и експерименталне групе на финалном мерењу приказаћемо у Табели 75. Левеновим тестом испитали смо хомогеност варијанси.

Табела 74. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3

F	df1	df2	Sig.
84,874	1	189	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo3 + GRUPA

Иако није задовољен услов хомогености варијанси (Левенов F статистик износи F = 84,87 и статистички је значајан, p < 0,01) (Табела 74), то ћемо занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 75. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу – трећи ниво*

Зависна варијабла: финално мерење

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5399,609[a]	2	2699,804	339,234	0,000	0,783
Intercept	600,387	1	600,387	75,439	0,000	0,286
Ниво 3	2439,021	1	2439,021	306,466	0,000	0,620
Група	2998,276	1	2998,276	376,738	0,000	0,667
Error	1496,203	188	7,959			
Укупно	25876,000	191				
Corrected Total	6895,812	190				

a. R Squared = 0,783 (Adjusted R Squared = 0,781)

Утврдили смо да након уклањања утицаја коваријата постоје значајне разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу за трећи ниво математичке писмености (F = 376,74; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат је великог утицаја и износи 0,67. То значи да се за трећи ниво математичке писмености 67% варијансе у финалном мерењу може објаснити независном променљивом, односно начином рада (Табела 75). Засићење математичког садржаја примерима који подразумевају читање, вредновање и интерпретацију података датих у графиконима значајно је допринело развијању елемената математичке писмености.

Урађена анализа резултата за трећи ниво математичке писмености након отклањања утицаја коваријата и израчунате вредности зависне променљиве за сваку групу, потврђују наше закључке и дају сигурност у поузданост добијених резултата (Прилог 7).

Трећи ниво математичке писмености поред усвојених знања пред ученике поставља захтеве за развијањем одређених способности. Како истичу Цотич и Фелда (Cotič i Felda, 2011) није довољно само усвајање одређених знања, већ је неопходно развијање одређених способности као што су истраживање, решавање проблема, креативан начин размишљања, обрада података, логичко закључивање и евалуација. Управо су то неке од способности које се код ученика развијају у оквиру трећег нивоа математичке писмености.

У оквиру когнитивног домена резоновање који подразумева, између осталог, решавање задатака у више корака, ученици су на TIMSS 2019 тестирању постигли знатно слабије резултате у односу на претходне циклусе тестирања и приближно једнаке вредности домену знања (Ђерић и сар. 2020). То нам показује да је неопходно код ученика подстицати развијање способности које ће дати успеха у решавању задатака који обухватају комплексне ситуације и решавање у више корака, као и извођење ваљаних закључака утемељених на информацијама и подацима.

2.3.1. Развијање елемената математичке писмености на трећем нивоу и пол ученика

Трећи ниво математичке писмености чине примери од деветог до дванаестог задатка на иницијалном и финалном тесту. У Табели 76 приказаћемо које су просечне вредности остварене у контролној и експерименталној групи у односу на пол испитаника при решавању задатака у којима су подаци графички приказани.

Табела 76. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на трећем нивоу у односу на пол ученика*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Група	Пол	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	девојчице	46	6,3913	3,18663
	дечаци	50	5,7400	3,00890
	Укупно	96	6,0521	3,09624
Експериментална група	девојчице	44	14,8182	5,67029
	дечаци	51	13,1569	5,61559
	Укупно	95	13,9263	5,67233
Укупно	девојчице	90	10,5111	6,21387
	дечаци	101	9,4851	5,83886
	Укупно	191	9,9686	6,02443

У Табели 76 приказане су просечне вредности на финалном тесту за трећи ниво математичке писмености у односу на пол испитаника. Девојчице у оквиру контролне групе су просечно оствариле (M = 6,39; SD = 3,19), а дечаци (M = 5,74; SD = 3,01). Код експерименталне групе бележи се знатан напредак код оба пола при решавању задатака на трећем нивоу математичке писмености. Тако су девојчице просечно оствариле (M = 14,82; SD = 5,67), а дечаци (M = 13,16; SD = 5,61). Разлика у постигнућима у оквиру контролне и експерименталне групе у односу је незнатна. Девојчице постижу нешто боље резутате од дечака. Значајна разлика се бележи између група у односу на пол ученика, али се она приписује различитим начинима рада у оквиру група.

Од каквог су значаја утицај интеракције начина рада и пола ученика на постигнућа при решавању задатака на трећем нивоу математичке писмености приказаћемо у Табели 78. Хомогеност варијанси испитали смо Левеновим тестом.

Табела 77. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3

F	df1	df2	Sig.
30,926	3	187	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo3 + GRUPA + POL + GRUPA * POL

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 30,93, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 77), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 78. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на трећем нивоу у односу на пол ученика*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5414,270[a]	4	1353,568	169,934	0,000	0,785
Intercept	605,316	1	605,316	75,994	0,000	0,290
Ниво 3	2378,326	1	2378,326	298,587	0,000	0,616
Група	3011,379	1	3011,379	378,063	0,000	0,670
Пол	4,456	1	4,456	0,559	0,455	0,003
Група * Пол	10,309	1	10,309	1,294	0,257	0,007
Error	1481,541	186	7,965			
Укупно	25876,000	191				
Corrected Total	6895,812	190				

a. R Squared = 0,785 (Adjusted R Squared = 0,781)

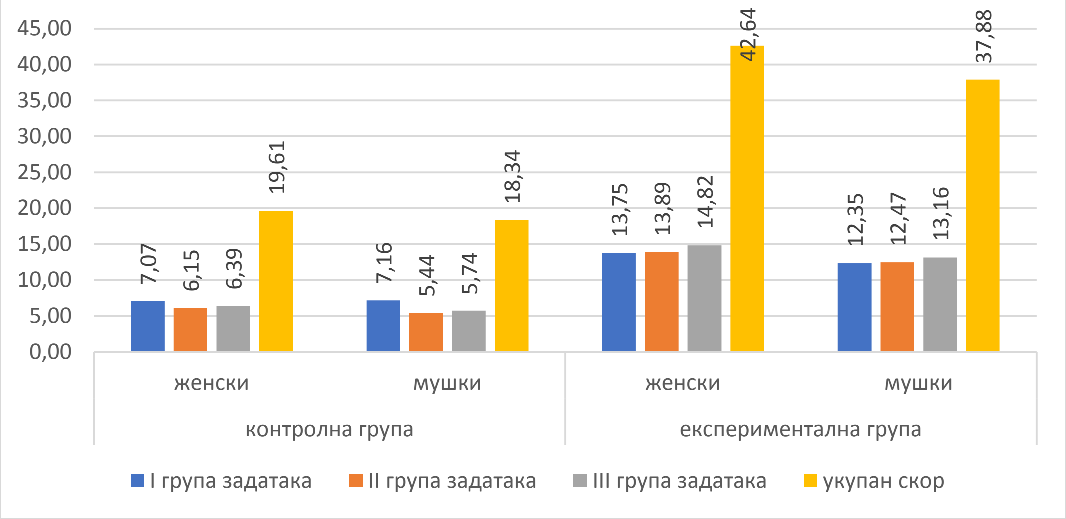
Резултати анализе коваријансе показују да након уклањања коваријата не постоји значајан утицај интеракције начина рада и пола ученика на резултате финалног мерења за трећи ниво математичке писмености (F = 1,29; p = 0,26; p > 0,05) (Табела 78). Када размотримо величину утицаја, уочавамо парцијални ета квадрат који износи 0,007 што показује да је малог утицаја и да свега 0,7% варијансе на финалном мерењу за трећи ниво математичке писмености можемо објаснити интеракцијом независних променљивих (начина рада и пола).

Да су девојчице оствариле бољи резултат од дечака у контролној и експерименталној групи можемо уочити из приказаних података. Тај утицај, међутим, статистички није значајан (F = 0,56; p = 0,46). То показује и парцијални ета квадрат који је малог утицаја и износи 0,003 што значи да свега 0,3% варијансе објашњавамо полом испитаника.

Ни резултати међународног TIMSS истраживања не показују постојање разлике у постигнућима дечака и девојчица из Србије у домену који се односи на резоновање. Дечаци су на последњем истраживању постигли просечно 505 поена, а девојчице 501 поен (Ђерић и сар. 2020). Разлика постоји, али је статистички незначајна. То нам показује да и дечаци и девојчице могу бити успешни у решавању задатака у којима су подаци приказани у графиконима, као и у критичком вредновању тако добијених података при решавању сложених проблемских задатака.

Након статистички уклоњеног утицаја коваријата израчунате су кориговане средње вредности резултата финалног мерења за трећи ниво математичке писмености (Прилог 8) које потврђују наше закључке.

У Графикону 12 приказане су просечне вредности на финалном мерењу за контролну и експерименталну групу, на сва три нивоа математичке писмености у односу на пол.



Графикон 12. *Графички приказ резултата финалног теста за три нивоа математичке писмености према групи и полу*

Уочавамо да у оквиру контролне и експерименталне групе појединачно нема значајне разлике у постигнућима између дечака и девојчица. Такође, не постоји разлика ни у оквиру три дефинисана нивоа у односу на пол испитаника. Укупан скор на финалном тесту унутар група не разликује се у односу на пол испитаника. Девојчице бележе нешто боље резултате у обе групе, али је та разлика незнатна.

2.3.2. Оцена из математике и развијање елемената математичке писмености на трећем нивоу

Успешност ученика у решавању задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености на трећем нивоу испитали смо у односу на независну варијаблу, оцена из математике. Колико су ученици били успешни у решавању ових задатака, а сходно оцени коју имају из математике приказали смо у Табели 79.

Табела 79. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на трећем нивоу у односу на оцену из математике*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Група	Оцена из математике	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	1	2	2,0000	0,00000
	2	12	2,5833	2,46644
	3	17	4,1176	1,53632
	4	24	5,9583	2,27423
	5	41	8,1220	2,59995
	Укупно	96	6,0521	3,09624
Експериментална група	2	11	4,9091	1,70027
	3	16	7,3750	2,47319
	4	24	14,5417	3,68285
	5	44	18,2273	2,08944
	Укупно	95	13,9263	5,67233
Укупно	1	2	2,0000	0,00000
	2	23	3,6957	2,40142
	3	33	5,6970	2,60390
	4	48	10,2500	5,28949
	5	85	13,3529	5,59061
	Укупно	191	9,9686	6,02443

Ученици контролне групе који из математике имају оцену *недовољан* (1), просечно су постигли (M = 2,00; SD = 0,00) код задатака на трећем нивоу математичке писмености. Сличан резултат остварили су и ученици који имају оцену *довољан* (2) и то (M = 2,58; SD = 2,47). При решавању задатака на трећем нивоу математичке писмености ученици са оценом *добар* (3) постигли су (M = 4,12; SD = 1,54). Приближан број поена остварили су ученици експерименталне групе који имају оцену *довољан* (2) из математике (M = 4,91; SD = 1,70), док су ученици са оценом *добар* (3) у експерименталној групи просечно постигли (M = 7,37; SD = 2,47). Док ученици са оценом *врло добар* (4) (M = 5,96; SD = 2,27) и оценом *одличан* (5) (M = 8,12; SD = 2,60) у контролној групи бележе слабији резултат, у експерименталној су постигли знатно боље вредности и то (M = 14,54; SD = 3,68) за оцену *врло добар* (4) и (M = 18,23; SD = 2,09) за оцену *одличан* (5) из математике. Напредак у постигнућима ученика у решавању задатака у којима су подаци графички приказани бележимо код ученика са бољом оценом из математике.

Резултати двофакторске анализе коваријансе у односу на оцену из математике за трећи ниво математичке писмености приказани су у Табели 81. Левеновим тестом испитаћемо хомогеност варијанси.

Табела 80. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3

F	df1	df2	Sig.
4,901	8	182	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Design: Intercept + IM_nivo3 + GRUPA + OCENA + GRUPA * OCENA

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 4,90, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 80), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 81. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на трећем нивоу у односу на оцену из математике*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	6312,244[a]	9	701,360	217,535	0,000	0,915
Intercept	686,329	1	686,329	212,873	0,000	0,540
Ниво 3	530,807	1	530,807	164,636	0,000	0,476
Група	1479,253	1	1479,253	458,807	0,000	0,717
Оцена	471,095	4	117,774	36,529	0,000	0,447
Група * Оцена	451,730	3	150,577	46,703	0,000	0,436
Error	583,567	181	3,224			
Укупно	25876,000	191				
Corrected Total	6895,812	190				

a. R Squared = 0,915 (Adjusted R Squared = 0,911)

Након отклањања утицаја коваријата утврдили смо да постоји значајан утицај интеракције начина рада и оцене из математике на резултате финалног мерења за трећи ниво математичке писмености (F = 46,70; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат износи 0,44 и великог је утицаја (Табела 81). Интеракцијом начина рада и оцене из математике можемо објаснити 44% варијансе на финалном мерењу за трећи ниво математичке писмености.

Уочавамо да, као и на претходним нивоима, код решавања задатака на трећем нивоу математичке писмености ученици са бољим оценама имају боље резултате у контролној и експерименталној групи. Како је у експерименталној групи извршена интервенција у виду експерименталног програма, разлике су статистички значајније (F = 36,53; p = 0,00). Парцијални ета квадрат је 0,45 и великог је утицаја . Закључујемо да се оценом објашњава 45% варијансе финалног теста за трећи ниво математичке писмености. Напредак у постигнућима и код ученика са слабијом оценом из математике наводи нас на закључак да се, уз одговарајуће презентовање садржаја који су засићени примерима графичког приказа података, код свих ученика могу развити неопходна знања и способности за успешно решавање ових примера.

У наставку смо извршили анализу једноставних утицаја за сваку оцену појединачно и за сваку извршили једнофакторску анализу коваријансе (Табела 82).

Табела 82. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на трећем нивоу у односу на оцену из математике појединачно*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Оцена из математике	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
1	Corrected Model	0,000[a]	1	0,000	.	.	.
	Intercept	4,000	1	4,000	.	.	1,000
	Ниво 3	0,000	1	0,000	.	.	.
	Група	0,000	0	.	.	.	.
	Error	0,000	0	.			
	Укупно	8,000	2				
	Corrected Total	0,000	1				
2	Corrected Model	64,361[b]	2	32,180	10,296	0,001	0,507
	Intercept	36,421	1	36,421	11,653	0,003	0,368
	Ниво 3	33,317	1	33,317	10,660	0,004	0,348
	Група	41,281	1	41,281	13,208	0,002	0,398
	Error	62,509	20	3,125			
	Укупно	441,000	23				
	Corrected Total	126,870	22				
3	Corrected Model	166,172[c]	2	83,086	49,068	0,000	0,766
	Intercept	33,628	1	33,628	19,860	0,000	0,398
	Ниво 3	78,717	1	78,717	46,488	0,000	0,608
	Група	93,032	1	93,032	54,942	0,000	0,647
	Error	50,798	30	1,693			
	Укупно	1288,000	33				
	Corrected Total	216,970	32				
4	Corrected Model	1130,511[d]	2	565,255	137,875	0,000	0,860
	Intercept	60,386	1	60,386	14,729	0,000	0,247
	Ниво 3	246,428	1	246,428	60,108	0,000	0,572
	Група	1014,954	1	1014,954	247,564	0,000	0,846
	Error	184,489	45	4,100			
	Укупно	6358,000	48				
	Corrected Total	1315,000	47				
5	Corrected Model	2400,026[e]	2	1200,013	436,589	0,000	0,914
	Intercept	943,636	1	943,636	343,314	0,000	0,807
	Ниво 3	232,731	1	232,731	84,672	0,000	0,508
	Група	2176,264	1	2176,264	791,768	0,000	0,906
	Error	225,386	82	2,749			
	Укупно	17781,000	85				
	Corrected Total	2625,412	84				

a. R Squared = . (Adjusted R Squared = .)

b. R Squared = 0,507 (Adjusted R Squared = 0,458)

c. R Squared = 0,766 (Adjusted R Squared = 0,750)

d. R Squared = 0,860 (Adjusted R Squared = 0,853)

e. R Squared = 0,914 (Adjusted R Squared = 0,912)

Податак немамо за оцену *недовољан* 1 јер у експерименталној групи нема ученика са том оценом. Резултати анализе коваријансе за све оцене показују да се на финалном мерењу за трећи ниво математичке писмености резултати ученика са оценама *довољан* (2), *добар* (3), *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике, у контролној и експерименталној групи статистички значајно разликују и то за оцену *довољан* (2) (F = 13,21; p = 0,002; p < 0,01), парцијални ета квадрат је 0,40 и великог је утицаја. Начином рада је објашњено 40% варијансе резултата на финалном тесту за трећи ниво математичке писмености код ученика са оценом *довољан* (2) из математике. Статистички значајна разлика постоји код ученика који имају оцену *добар* (3) из математике (F = 54,94; p = 0,00; p < 0,01). Начином рада је објашњено 65% варијансе резултата на финалном тесту за трећи ниво математичке писмености код ученика са оценом *добар* (3), јер је парцијални ета квадрат 0,65 и великог је утицаја. Резултати анализе коваријансе показују статистички значајну разлику и за оцену *врло добар* (4) (F = 247,56; p = 0,00; p < 0,01) и за оцену *одличан* (5) (F = 791,77; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат за оцену *врло добар* (4) износи 0,85 и показује да 85% варијансе резултата на финалном тесту за трећи ниво математичке писмености објашњавамо начином рада. Начином рада објашњено је чак 91% варијансе резултата на финалном тесту за трећи ниво математичке писмености, код ученика са оценом *одличан* (5) јер је парцијални ета квадрат 0,91 и великог је утицаја као и код резултата за оцену *врло добар* (4) из математике.

Закључујемо да се код резултата финалног тестирања за трећи ниво математичке писмености бележи статистички значајна разлика у постигнућима ученика контролне и експерименталне групе у односу на сваку оцену из математике појединачно. Највећи утицај евидентиран је код ученика који су имали оцену *врло добар* (4) и *одличан* (5) из математике.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за трећи ниво математичке писмености у односу на оцену из математике након статистички уклоњеног утицаја коваријата потврђују наше закључке (Прилог 9).

2.3.3. Општи успех ученика и развијање елемената математичке писмености на трећем нивоу

Општи успех ученика као независна варијабла у нашем истраживању може имати знатан утицај на постигнућа ученика у решавању задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености. Успех ученика контролне и експерименталне групе у решавању задатака где су подаци графички приказани дат је у Табели 83.

Табела 83. *Дескриптивна статистика за контролну и експерименталну групу на финалном мерењу на трећем нивоу у односу на општи успех*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Група	Општи успех	N	Mean	Std. Deviation
Контролна група	недовољан	3	2,3333	0,57735
	довољан	4	2,0000	1,41421
	добар	6	3,3333	2,33809
	врло добар	27	4,7407	2,41139
	одличан	56	7,4643	2,74997
	Укупно	96	6,0521	3,09624
Експериментална група	добар	15	5,9333	2,63131
	врло добар	24	11,2083	4,94297
	одличан	56	17,2321	3,35202
	Укупно	95	13,9263	5,67233
Укупно	недовољан	3	2,3333	0,57735
	довољан	4	2,0000	1,41421
	добар	21	5,1905	2,76801
	врло добар	51	7,7843	4,98924
	одличан	112	12,3482	5,77773
	Укупно	191	9,9686	6,02443

При решавању задатака на трећем нивоу математичке писмености ученици контролне групе са *недовољним* успехом просечно су оствариле (M = 2,33; SD = 0,58), док су *довољни* ученици просечно постигли (M = 2,00; SD = 1,41). Значајна разлика уочава се за остала три успеха између ученика контролне и експерименталне групе. Тако су *добри* ученици у контролној групи просечно постигли (M = 3,33; SD = 2,34), док су у експерименталној групи просечно постигли (M = 5,93; SD = 2,63). *Врло добри* ученици су просечно постигли (M = 4,74; SD = 2,41) у контролној и (M = 11,21; SD = 4,94) у експерименталној групи. Најбољи просечан резултат при решавању задатака на трећем нивоу математичке писмености остварили су *одлични* ученици. У експерименталној групи (M = 17,23; SD = 3,35), док су у контролној постигли (M = 7,46; SD = 2,75) (Табела 83). Можемо закључити да су ученици са бољим општим успехом постигли боље резултате на финалном мерењу у експерименталној групи.

Постојање значајности разлике под утицајем интеракције начина рада и успеха ученика на резултате финалног мерења за трећи ниво математичке писмености приказано је у Табели 85. Левеновим тестом испитаћемо једнакост варијанси.

Табела 84. *Левенов тест хомогености варијанси*

Dependent Variable: Финални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3

F	df1	df2	Sig.
8,280	7	183	0,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + IM_nivo3 + GRUPA + OPUSPEH + GRUPA * OPUSPEH

Левенов тест једнакости варијанси нам показује да није задовољена претпоставка о једнакости варијансе (F = 8,28, статистички је значајно, p < 0,01) (Табела 84), али ћемо то занемарити, јер анализа варијансе није превише осетљива на кршење те претпоставке, када је узорак довољно велики и групе бројчано једнаке (Stevens, 1996: 249).

Табела 85. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на трећем нивоу у односу на општи успех*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	5948,456[a]	8	743,557	142,848	0,000	0,863
Intercept	522,452	1	522,452	100,370	0,000	0,355
Ниво 3	930,632	1	930,632	178,787	0,000	0,496
Група	1109,956	1	1109,956	213,238	0,000	0,540
Општи успех	226,322	4	56,580	10,870	0,000	0,193
Група * Општи успех	219,102	2	109,551	21,046	0,000	0,188
Error	947,355	182	5,205			
Укупно	25876,000	191				
Corrected Total	6895,812	190				

a. R Squared = 0,863 (Adjusted R Squared = 0,857)

Утврдили смо да постоји значајан утицај начина рада и успеха ученика на резултате финалног теста на трећем нивоу математичке писмености након уклањања утицаја коваријата (F = 21,05; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат је великог утицаја и износи 0,19 (Табела 85). То значи да 19% варијансе на финалном тесту за трећи ниво задатака можемо објаснити интеракцијом начина рада и школског успеха.

У развијању елемената математичке писмености који су неопходни за решавање задатака у којима су подаци графички приказани, можемо уочити да ученици са бољим општим успехом остварују боље резултате и то је посебно изражено у експерименталној групи. Израчуната вредност коваријата (F = 10,87; p = 0,00) показује да су разлике у постигнућима статистички значајне. То потврђује парцијални ета квадрат који износи 0,19 и великог је утицаја (Табела 85). Школским успехом ученика објашњено је 90% варијансе на финалном тесту за задатке на трећем нивоу математичке писмености.

Једнофакторском анализом коваријансе извршили смо анализу једноставних утицаја за трећи ниво математичке писмености за сваки општи успех појединачно (Табела 86).

Табела 86. *Значајност разлике између експерименталне и контролне групе у финалном мерењу на трећем нивоу у односу на општи успех појединачно*

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

Општи успех	Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
недовољан	Corrected Model	0,167[a]	1	0,167	0,333	0,667	0,250
	Intercept	40,000	1	4,000	8,000	0,216	0,889
	Ниво 3	0,167	1	0,167	0,333	0,667	0,250
	Група	0,000	0	.	.	.	0,000
	Error	0,500	1	0,500			
	Укупно	17,000	3				
	Corrected Total	0,667	2				
довољан	Corrected Model	5,000[b]	1	5,000	10,000	0,087	0,833
	Intercept	0,357	1	0,357	0,714	0,487	0,263
	Ниво 3	5,000	1	5,000	10,000	0,087	0,833
	Група	0,000	0	.	.	.	0,000
	Error	1,000	2	0,500			
	Укупно	22,000	4				
	Corrected Total	6,000	3				
добар	Corrected Model	106,936[c]	2	53,468	20,786	0,000	0,698
	Intercept	12,431	1	12,431	4,833	0,041	0,212
	Ниво 3	77,965	1	77,965	30,309	0,000	0,627
	Група	63,350	1	63,350	24,627	0,000	0,578
	Error	46,302	18	2,572			
	Укупно	719,000	21				
	Corrected Total	153,238	20				
врло добар	Corrected Model	965,795[d]	2	482,898	83,129	0,000	0,776
	Intercept	64,064	1	64,064	11,028	0,002	0,187
	Ниво 3	434,311	1	434,311	74,765	0,000	0,609
	Група	448,372	1	448,372	77,186	0,000	0,617
	Error	278,832	48	5,809			
	Укупно	4335,000	51				
	Corrected Total	1244,627	50				
одличан	Corrected Model	3156,648[e]	2	1578,324	313,496	0,000	0,852
	Intercept	811,315	1	811,315	161,148	0,000	0,597
	Ниво 3	485,140	1	485,140	96,361	0,000	0,469
	Група	2712,849	1	2712,849	538,841	0,000	0,832
	Error	548,771	109	5,035			
	Укупно	20783,000	112				
	Corrected Total	3705,420	111				

a. R Squared = 0,250 (Adjusted R Squared = -0,500)
b. R Squared = 0,833 (Adjusted R Squared = 0,750)
c. R Squared = 0,698 (Adjusted R Squared = 0,664)
d. R Squared = 0,776 (Adjusted R Squared = 0,767)
e. R Squared = 0,852 (Adjusted R Squared = 0,849)

За *недовољне* и *довољне* ученике немамо податке, јер у експерименталној групи нема ученика са тим успехом. Резултати анализе коваријансе за остале успехе показују да се на финалном мерењу за трећи ниво математичке писмености резултати ученика са *добрим, врло добрим* и *одличним* успехом, у контролној и експерименталној групи, статистички значајно разликују и то за *добре* ученике коваријанса има вредности (F = 24,63; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат од 0,58 показује да је начином рада објашњено 58% варијансе резултата на финалном тесту за трећи ниво математичке писмености, код ученика са *добрим* успехом и великог је утицаја. Израчуната коваријанса за *врло добар* успех има вредност (F = 77,19; p = 0,00; p < 0,01), статистички је значајна. Начином рада код ученика са *врло добрим* успехом, објашњено је 62% варијансе резултата на финалном мерењу за трећи ниво математичке писмености, јер је парцијални ета квадрат 0,62. *Одлични* ученици показују највећу разлику у постигнућима што потврђују резултати анализе коваријансе који имају вредности (F = 538,84; p = 0,00; p < 0,01). Парцијални ета квадрат је 0,83 и великог је утицаја. Код одличних ученика чак 83% варијансе резултата на финалном мерењу за задатке на трећем нивоу математичке писмености објашњено је начином рада унутар групе.

Из приложених резултата можемо закључити да је експериментални програм дао знатан допринос развијању елемената математичке писмености који су неопходни при решавању задатака у којима су подаци графички приказани. Најбоље резултате дао је код ученика са *одличним* и *врло добрим* успехом. Напредак се бележи и код ученика са *добрим* успехом.

Израчунате кориговане средње вредности резултата финалног мерења за трећи ниво математичке писмености у односу на општи успех ученика након статистички уклоњеног утицаја коваријата дају сигурност у поузданост добијених резултата и потврђују наше закључке (Прилог 10).

На основу приказаних резултата за сва три нивоа математичке писмености и вредности парцијалног ета квадрата који показује да 49% варијансе у финалном мерењу за први ниво математичке писмености, 63% варијансе за други ниво математичке писмености и 67% варијансе за трећи ниво математичке писмености можемо објаснити независно промењивом, закључујемо да је експериментални програм утицао на развијање елемената математичке писмености на сва три нивоа математичке писмености код ученика експерименталне групе. Тиме је хипотеза којом смо претпоставили да *обликовањем садржаја могу се развијати елементи математичке писмености према нивоима математичке писмености,* потврђена.

Различите перспективе о математичкој писмености истраживала је Јаблонка (Jablonka, 2003) која истиче да постоје две групе истраживача када је у питању ниво знања које појединац мора поседовати како би их применили у решавању реалних проблема. Истраживачи који сматрају да је за примену математике у стварном контексту потребан висок ниво математичких знања (Gellert, Jablonka & Keitel, 2001; Hope, 2007; Jablonka, 2003; Skovsmose, 2007), чине прву групу, а остали сматрају да је појединцу потребан основни ниво писмености уз добру информисаност како би постигли одређени ниво математичке писмености (McCrone & Dosseu, 2007; McCrone, Dosseu, Turner & Lindquest, 2008; Powell & Anderson, 2007; Skovsmose, 2007). Кроз наше истраживање смо могли уочити да је поред основног нивоа знања, неопходно развити и одређене способности које су неопходне у читању, тумачењу и интерпретирању табеларно и графички приказаних података, али и способности критичког вредновања тако добијених података и правилна примена у решавању реалних проблема, како би се код ученика развијали неопходни елементи математичке писмености, а који доприносе примени усвојених знања у реалном контексту.

Закључујемо да уколико се адекватно обликују садржаји математике који подстичу развијање елемената математичке писмености за млађи школски узраст, код ученика долази до значајног напретка у постигнутим резултатима. Усвојена знања ученици примењују приликом решавања три типа реалних проблема из свакодневног живота и то једноставних проблемских задатака, и задатака у којима подаци нису дати у виду текстуалног задатка, већ се од ученика очекује очитавања табеларних података, као и података приказаних у одговарајућем графикону и њихово критичко вредновање и коришћење у решавању сложених проблема.

3. СТАВОВИ УЧЕНИКА О ПРИСТУПУ УЧЕЊА МАТЕМАТИКЕ КРОЗ РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА ИЗ РЕАЛНОГ ОКРУЖЕЊА

Трећи истраживачки задатак је: *Ученици имају позитиван став према приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења*.

Коришћена скала Ликертовог типа омогућила је испитивање ставова ученика о приступу учењу математике заснованом на одабиру садржаја који су креирани да подстичу развијање елемената математичке писмености кроз решавање проблема из реалног окружења. Низ тврдњи, које су дате у овој скали, ученици прихватају или одбијају изражавајући притом степен сагласности или несагласности са одређеном тврдњом. Скала је петостепена са следећим тврдњама: у потпуности се слажем, углавном се слажем, неодлучан сам, углавном се не слажем, уопште се не слажем.

Циљ испитивања ставова ученика је да утврдимо:

1. ставове ученика о могућности примене математике у решавању проблема из реалног окружења,
2. ставове ученика о доприносу наставе математике примени усвојених знања;
3. ставове ученика о заступљености задатака према нивоима математичке писмености.

3.1. Ставови ученика о примени математике у решавању проблема из реалног окружења

Какви су ставови ученика млађег школског узраста о могућности примене математике у решавању проблема из реалног окружења, испитали смо кроз тврдње у оквиру прве групе тврдњи. Ученици експерименталне и контролне групе су износили своје ставове и степен слагања са тврдњама *Математика пружа највеће могућности примене знања у свакодневном животу, Кроз наставу математике научио сам да применим знања у свакодневном животу* и *Сазнање о примени математике у животу чини математику занимљивијом.*

У Табели 87 приказани су резултати ставова ученика у односу на прву групу тврдњи.

Табела 87. *Ставови ученика о примени математике у решавању проблема из реалног окружења*

Тврдња	Група	Уопште се не слажм	Углавном се не слажем	Неодлучан сам	Углавном се слажем	У потпуности се слажем	Укупно	X^2	df	p
Математика пружа највеће могућности примене знања у свакодневном животу	К	-	2	7	19	68	96	19,341	3	0,000
		-	2,1%	7,3%	19,8%	70,8%	100,0%			
	Е	-	0	1	4	90	95			
		-	0,0%	1,1%	4,2%	94,7%	100,0%			
	Σ	-	2	8	23	158	191			
		-	1,0%	4,2%	12,0%	82,7%	100,0%			
Кроз наставу математике научио сам да применим знања у свакодневном животу	К	3	2	16	22	53	96	16,725	4	0,002
		3,1%	2,1%	16,7%	22,9%	55,2%	100,0%			
	Е	0	3	5	11	76	95			
		0,0%	3,2%	5,3%	11,6%	80,0%	100,0%			
	Σ	3	5	21	33	129	191			
		1,6%	2,6%	11,0%	17,3%	67,5%	100,0%			
Сазнања о примени математике у животу чине математику занимљивијом	К	7	4	19	19	47	96	19,908	2	0,000
		7,3%	4,2%	19,8%	19,8%	49,0%	100,0%			
	Е	0	1	5	4	85	95			
		0,0%	1,1%	5,3%	4,2%	89,5%	100,0%			
	Σ	7	5	24	23	132	191			
		3,7%	2,6%	12,6%	12,0%	69,1%	100,0%			

Са тврдњом која гласи *математика пружа највеће могућности примене знања у свакодневном животу* од укупно 191 испитаника сасвим се слаже 158 (82,7%), док се углавном слаже 23 (12%). Када је ова тврдња у питању 8 (4,2%) ученика су неодлучни, док се 2 (1,0%) углавном не слаже са овом тврдњом. Од укупног броја ученика који се у потпуности слажу 90 односно (94,7%) је из експерименталне групе, а у контролној групи је нешто мањи број ученика који су се определили за овај степен сагласности 68 (70,8%). У контролној групи 19 (19,8%) ученика се углавном слаже са овом констатацијом, док их је у експерименталној свега 4 (4,2%). Неодлучних ученика у контролној групи је 7 (7,3%), а у експерименталној само 1 (1,1%). Ученици који се углавном не слажу су из контролне групе и то 2 (2,1%). У експерименталној групи нема ученика који се не слажу са овом тврдњом.

Можемо уочити да се са констатацијом да математика пружа највеће могућности примене у свакодневном животу слаже велики проценат ученика у експерименталној групи, док је у контролној групи степен слагања нешто мањи, где чак бележимо и неодлучне ставове и оне који се не слажу са овом тврдњом. Постојање разлике у исказаним ставовима ученика између контролне и експерименталне групе тестирали смо Хи квадрат тестом. Добијене вредности (X^2 = 19,341; df = 3; p = 0,000) нам показују да постоји статистички значајна разлика на нивоу $p < 0,01$ у исказаним ставовима контролне и експерименталне групе у односу на тврдњу да математика пружа највеће могућности примене знања у свакодневном животу.

Кроз наставу математике научио сам да применим знања у свакодневном животу сасвим се слаже 129 (67,5%) испитаника од укупног броја. Углавном се слаже 33 (17,3%), док је неодлучних 21 (11,0%). Мањи је број ученика са негативним ставом према овој тврдњи и то 5 (2,6%) који се углавном не слажу и 3 (1,6%) који се уопште не слажу са овом тврдњом. Ученици експерименталне групе су изразили више позитиван став према овој тврдњи од ученика у контролној групи. Сасвим се слаже 76 (80,0%) и углавном се слаже 11 (11,6%), ученика у експерименталној групи, а у контролној 53 (55,2%) сасвим се слаже и 22 (22,9%) углавном се слаже са овом тврдњом. У контролној групи је знатан број неодлучних ученика и то 16 (16,7%), док их је у експерименталној три пута мање свега 5 (5,3%). Углавном се не слаже са датом тврдњом 3 (3,2%) ученика у експерименталној и 2 (2,1%) у контролној групи. У контролној групи уочавамо 3 (3,1%) ученика који се уопште не слажу са датом тврдњом.

Са тврдњом да су кроз наставу математике научили да примене знање у свакодневном животу слаже се већи део ученика у обе групе. У експерименталној групи бележимо нешто већи број док у контролној имамо знатан број неодлучних и ученика са негативним ставом према овој тврдњи. Израчунате вредности Хи квадрат теста (X^2 = 16,725; df = 4; p = 0,002) нам показују да постоји статистички значајна разлика на нивоу $p < 0,01$. Дакле, израженији позитиван став ученика експерименталне групе у односу на тврдњу која се односи на то да су ученици кроз наставу математике научили да примене знања у свакодневном животу, може се повезати са реализованим експерименталним програмом у оквиру ког се указивало управо на ову могућност.

Сазнање о примени математике у животу чини математику занимљивијом је тврдња у односу на коју су 132 (69,1%) ученика изразила потпуну сагласност. Од тога је већи број ученика експерименталне групе и то 85 (89,5%), док их је у контролној нешто мање, 47 (49,0%) ученика. Од укупног броја ученика 23 (12,0%) су изразили делимично слагање са овом тврдњом, при чему је њих 19 (19,8%) из контролне групе и свега 4 (4,2%) из експерименталне групе. Неодлучан став изразило је 19 (19,8%) ученика контролне групе и 5 (5,3%) ученика експерименталне групе, што укупно чини 12,6% од целокупног узорка. Углавном се не слажем је став који је изразило 5 (2,6%) ученика, у контролној 4 (4,2%) и у експерименталној 1 (1,1%) ученик. Потпуно неслагање изразило је 7 (7,3%) ученика контролне групе, а у експерименталној групи нема ученика са овим ставом. У односу на целокупан узорак 3,7% ученика има потпуно негативан став према датој тврдњи.

Можемо закључити да више од 90% ученика експерименталне групе сматра да сазнања о примени математике у животу чини математику занимљивијом, док је у контролној групи тај број знатно мањи. Ово потврђују и израчунате вредности Хи квадрат теста (X^2 = 19,908; df = 2; p = 0,000) које нам показују да постоји статистички значајна разлика на нивоу $p < 0,01$ између контролне и експерименталне групе, а које су настале под утицајем експерименталног програма.

Можемо закључити да су ставови ученика о могућностима примене математике у решавању проблема из реалног окружења углавном позитивни. Код ученика контролне групе имамо изражене негативне и неутралне ставове у већој мери него код ученика експерименталне групе. Схватања ученика експерименталне групе о значају примене математике у решавању проблема из реалног окружења су израженија и настала су под утицајем реализованог експерименталног програма који је заснована на садржајима на којима је указивано на могућност примене усвојених знања.

Ставове ученика о примени усвојених знања испитивао је Кемал Озген (Kemal Ozgen, 2013). Испитивао је ставове ученика о самоефикасности (selfi-efficacy) у математичкој писмености и њихове ставове о повезаности математике са реалним светом.

Узорком су обухваћени средњошколци учесници PISA тестирања. Резултати су показали да ученици који имају средњи степен уверења о сопственој самоефикасности имају сличне ставове о повезаности математике и реалног света, док ученици са високим ставом о самоефикасности показају позитиван поглед на везу математике и реалног света и на могућност примене усвојених знања.

3.2. Ставови ученика о доприносу наставе математике примени усвојених знања

У оквиру друге групе сврстане су следеће тврдње: *У оквиру редовне наставе математике вежбамо задатке повезане са свакодневним животом, Учитељ нам на сваком часу указује где можемо применити усвојена знања из математике* и *Учитељ често користи примере из живота како би нам објаснио примере из математике.* Овим тврдњама смо настојали испитати колико настава математике припрема ученика за примену усвојених знања у решавању проблема из реалног окружења.

У Табели 88 приказани су ставови за другу групу тврдњи код ученика контролне и експерименталне групе.

Табела 88. *Ставови ученика о доприносу наставе математике примени усвојених знања*

Тврдња	Група	Уопште се не слажм	Углавном се не слажем	Неодлучан сам	Углавном се слажем	У потпуности се слажем	Укупно	X^2	df	p
У оквиру редовне наставе математике вежбамо задатке повезане са свакодневним животом	К	7 7,3%	17 17,7%	24 25,0%	20 20,8%	28 29,2%	96 100,0%	45,274	4	0,000
	Е	1 1,1%	4 4,2%	4 4,2%	16 16,8%	70 73,7%	95 100,0%			
	Σ	8 4,2%	16 8,4%	28 14,7%	38 19,9%	101 52,9%	191 100,0%			
Учитељ нам на сваком часу указује где можемо применити усвојена знања из математике	К	1 1,0%	6 6,3%	26 27,1%	17 17,7%	46 47,9%	96 100,0%	32,706	4	0,000
	Е	0 0,0%	2 2,1%	1 1,1%	18 18,9%	74 77,9%	95 100,0%			
	Σ	1 0,5%	8 4,2%	27 14,1%	35 18,3%	120 62,8%	191 100,0%			
Учитељ често користи примере из живота како би нам објаснио примере из математике	К	8 8,3%	10 10,4%	21 21,9%	22 22,9%	35 36,5%	96 100,0%	32,371	4	0,000
	Е	2 2,1%	4 4,2%	6 6,3%	10 10,5%	73 76,8%	95 100,0%			
	Σ	10 5,2%	14 7,3%	27 14,1%	32 16,8%	108 56,5%	191 100,0%			

У Табели 88 ученици су износили степен слагања са тврдњом да *у оквиру редовне наставе математике вежбамо задатке повезане са свакодневним животом.* Нешто више од половине од укупног броја, односно 101 (52,9%) ученика се сасвим слаже са овом тврдњом и 38 (19,9%) се углавном слаже. Знатан број ученика се изјаснио као неодлучно 28 (14,7%) у односу на ову тврдњу. Углавном се не слаже 16 (8,4%) и уопште се не слаже 8

(4,2%) ученика. Већи је број ученика са позитивним ставом у експерименталној групи и то 70 (73,7%) се сасвим слаже и 16 (16,8%) се углавном слаже. У контролној групи сасвим се слаже 28 (29,2%) ученика док се углавном слаже 20 (20,8%). Четвртина ученика у контролној групи је неодлучна и то 24 (25,0%). У експерименталној групи неодлучних је свега 4 (4,2%) колико је и оних који се углавном не слажу 1 и 1 (1,1%) који се уопште не слажу. Знатан број у контролној групи се углавном не слажу 17 (17,7%) и уопште се не слаже 7 (7,3%) ученика.

Већи степен слагања са тврдњом да се у оквиру редовне наставе математике вежбају задаци повезани са свакодневним животом, код ученика експерименталне групе, можемо повезати са реализованим експерименталним програмом који је обогаћен овим садржајима. Хи квадрат тест (X^2 = 45,274; df = 4; p = 0,000) приказује да постоји статистички значајна разлика на нивоу p < 0,01 између ставова контролне и експерименталне групе.

Ученици контролне и експерименталне групе у односу на четврту тврдњу која гласи *учитељ нам на сваком часу указује где можемо применити усвојена знања из математике* изражавају позитиван став. Тако се 120 (62,8%) ученика сасвим слаже са овом тврдњом. Од овог броја 74 (77,9%) је ученика експерименталне групе, а 46 (47,9%) ученика контролне групе. Нешто мањи број ученика се углавном слаже са овом тврдњом, 35 (18,3%), и то приближно једнак број у обе групе. У контролној 17 (17,7%), а у експерименталној 18 (18,9%) ученика. Од укупног броја ученика 27 (14,1%) је неодлучно и то 26 (27,1%) у контролној групи, и свега 1 (1,1%) у експерименталној групи. Уочавамо да је у контролној групи већи број неодлучних ученика у односу на оне који се углавном слажу са овом тврдњом. Укупно 8 (4,2%) ученика од целог узорка се углавном не слаже са датом тврдњом. Од ових 8 ученика, 2 (2,1%) су у експерименталној групи и 6 (6,3%) у контролној групи. Уопште се не слаже са датом тврдњом само 1 (0,5%) ученик и он је из контролне групе.

Уочавамо да је са тврдњом да учитељ на сваком часу показује где се могу применити знања из математике сагласно више ученика из експерименталне групе. У контролној групи бележимо знатан број ученика који су неодлучни у односу на ову тврдњу. Постојање разлике у ставовима између ученика контролне и експерименталне групе израчунали смо Хи квадрат тестом. Израчунате вредности (X^2 = 32,706; df = 4; p = 0,000) показују да постоји статистички значајна разлика на нивоу значајности p < 0,01.

Од 191 ученика 108 (56,5%) се сасвим слаже са тврдњом да *учитељ често користи примере из живота како би нам објаснио примере из математике.* Од овог броја 35 (36,5%) су ученици контролне групе, а 73 (76,8%) експерименталне групе. Делимичну сагласност са овом тврдњом исказала су 32 (16,8%) ученика од чега су 22 (22,9%) ученици контролне и 10 (10,5%) ученици експерименталне групе. Неодлучан став има 27 (14,1%) ученика. У контролној групи их је знатно више и то 21 (21,9%), док их је у експерименталној 6 (6,3%) ученика. Укупно 14 (7,3%) ученика је изразило делимично неслагање са наведеним ставом и то 10 (10,4%) у контролној и 4 (4,2%) у експерименталној групи. Потпуно неслагање изразило је 10 (5,2%) ученика од чега је 8 (8,3%) ученика контролне групе и 2 (2,1%) ученика експерименталне групе.

Закључујемо да је са тврдњом да учитељ често користи примере из живота како би објаснио примере из математике сагласан је већи број ученика у експерименталној него у контролној групи. Неутралан и негативан став према овој тврдњи има свега 12 ученика експерименталне групе, док је тај број у контролној знатно већи и то 39 ученика. Та разлика је и статистички значајна, што показује израчуната вредност Хи квадрат теста (X^2 = 32,371; df = 4; p = 0,000) које су значајне на нивоу p < 0,01.

Можемо закључити да ученици експерименталне групе сматрају да настава математике може припремити ученике за примену знања у решавању проблема из реалног окружења, што потврђују њихови позитивни ставови које су се односили на ове тврдње. Код ученика контролне групе имамо мањи степен сагласности са овим тврдњама и врло чест неутрални став, јер у оквиру традиционалне наставе се врло ретко указује на који начин се одређена знања могу применити у решавању проблема.

3.3. Ставови ученика о заступљености задатака према нивоима математичке писмености

Трећом групом тврдњи испитали смо заступљеност типова задатака према нивоима математичке писмености из перспективе ученика. Ставове ученика смо испитали кроз следеће тврње: *У уџбеницима математике има задатака који су повезани са применом знања, На часу математике често решавамо задатке приказане у табели, На часу математике често решавамо задатке приказане у графиконима, Најчешће решавамо задатке у којима су дати само бројеви* и *На часу математике често решавамо текстуалне задатке повезане са свакодневним животом.*

У Табели 89 приказани су ставови ученика у односу на трећу групу тврдњи.

Табела 89. *Ставови ученика о заступљености задатака према нивоима математичке писмености*

Тврдња	Група	Уопште се не слажм	Углавном се не слажем	Неодлучан сам	Углавном се слажем	У потпуности се слажем	Укупно	X^2	df	p
У уџбеницима математике има задатака који су повезани са применом знања	К	3 3,1%	4 4,2%	16 16,7%	21 21,9%	52 54,2%	96 100,0%	16,923	4	0,002
	Е	2 2,1%	1 1,1%	3 3,2%	13 13,8%	75 79,8%	94 100,0%			
	Σ	5 2,6%	5 2,6%	19 10,0%	34 17,9%	127 66,8%	190 100,0%			
На часу математике често решавамо задатке приказане у табели	К	13 13,5%	18 18,8%	19 19,8%	24 25,0%	22 22,9%	96 100,0%	42,921	3	0,000
	Е	0 0,0%	4 4,2%	9 9,5%	21 22,1%	61 64,2%	95 100,0%			
	Σ	13 6,8%	22 11,5%	28 14,7%	45 23,6%	83 43,5%	191 100,0%			
На часу математике често решавамо задатке приказане у графиконима	К	38 39,6%	22 22,9%	12 12,5%	13 13,5%	11 11,5%	96 100,0%	57,933	4	0,000
	Е	6 6,5%	7 7,5%	8 8,6%	25 26,9%	47 50,5%	93 100,0%			
	Σ	44 23,3%	29 15,3%	20 10,6%	38 20,1%	58 30,7%	189 1000%			
Најчешће решавамо задатке у којима су дати само бројеви	К	14 14,6%	3 3,1%	10 10,4%	27 28,1%	42 43,8%	96 100,0%	13,874	2	0,000
	Е	1 1,1%	3 3,2%	3 3,2%	9 9,6%	78 83,0%	94 100,0%			
	Σ	15 7,9%	6 3,2%	13 6,8%	36 18,9%	120 63,2%	190 100,0%			
На часу математике често решавамо текстуалне задатке повезане са свакодневним животом	К	7 7,3%	8 8,3%	21 21,9%	17 17,7%	43 44,8%	96 100,0%	31,337	4	0,000
	Е	0 0,0%	4 4,2%	4 4,2%	10 10,5%	77 81,1%	95 100,0%			
	Σ	7 3,7%	12 6,3%	25 13,1%	27 14,1%	120 62,8%	191 100,0%			

Са петом тврдњом која гласи *у уџбеницима математике има задатака који су повезани са применом знања* сагласно је 127 (66,8%) ученика, од чега је 75 (79,8%) у експерименталној и 52 (54,2%) у контролној групи. Делимично слагање са овом тврдњом изразило је 34 (17,9%) ученика и то 13 (13,8%) у експерименталној и 21 (21,9%) у контролној групи. Неодлучан став о задацима из уџбеника и њиховој примени има 19 (10,0%) ученика, од чега је 3 (3,2%) у експерименталној групи и знатно више 16 (16,7%) у контролној групи. Негативан став изразило је по 5 ученика (2,6%) за оба степена неслагања. У контролној групи се углавном слаже са тврдњом 4 (4,2%) и уопште се не слаже 3 (3,1%) ученика. Код експерименталне групе свега 1 (1,1%) ученик се углавном не слаже и 2 (2,12%) се уопште не слажу са датом тврдњом.

Ученици експерименталне групе су у великом степену сагласни да су у уџбеницима математике заступљени задаци повезани са применом. У контролној групи је степен слагања нешто мањи уз одређени број неодлучних и ученика са негативним ставом. Ово потврђују израчунате вредности Хи квадрат теста (X^2 = 16,923; df = 4; p = 0,002) које показују да постоје статистички значајне разлике у ставовима између ученика контролне и експерименталне групе на нивоу значајности $p < 0{,}01$.

На часу математике често решавамо задатке приказане у табели је тврдња са којом је сагласно свега 83 (43,5%) ученика. Од овог броја 61 (64,2%) су ученици експерименталне групе, док су свега 22 (22,9%) ученика из контролне групе. Са овом тврдњом углавном се слаже 45 (23,6%) ученика од чега је већи број у контролној 24 (25,0%) него у експерименталној групи где имамо 21 (22,1%) ученика. Неодлучних ученика је 28 (14,7%) и то 9 (9,5 %) у експерименталној и 19 (19,8%) у контролној групи. Делимично не слагање изразила су 22 (11,5%) ученика и то 4 (4,2%) у експерименталној и 18 (18,8%) у контролној групи. Потпуно неслагање са овом тврдњом изразило је 13 (6,8%) ученика. Свих 13 (13,5%) су ученици контролне групе.

Можемо закључити да су у односу на тврдњу о решавању задатака са табеларно приказаним подацима на часу, ученици експерименталне групе изразили позитиван став, док је у контролној групи више од половине ученика изразило негативан и неодлучан став. Израчунате вредности Хи квадрат теста (X^2 = 42,921; df = 3; p = 0,000) показују да постоји статистички значајна разлика на нивоу значајности $p < 0{,}01$ између ставова ученика контролне и експерименталне групе.

Са тврдњом да *на часу математике често решавамо задатке приказане у графиконима* сасвим се слаже свега 11 (11,5%) ученика контролне групе и 47 (50,5%) ученика експерименталне групе што укупно чини 58 (30,7%) ученика. Мали број ученика контролне групе се углавном слаже са овом тврдњом и то 13 (13,5%) док их је у експерименталној групи 25 (26,9%), то је укупно 38 (20,1%) ученика у односу на цео узорак. Неодлучних ученика у контролној групи има 12 (12,5%), а у експерименталној 8 (8,6%) ученика што представља 10,6 % од целокупног узорка. Велики степен неслагања изражен је код ученика контролне групе у односу на ову тврдњу. Тако се са овом тврдњом углавном не слаже 22 (22,9%) ученика у контролној групи и 7 (7,5%) у експерименталној групи. То је укупно 29 (15,3%) ученика од целокупног узорка. Уопште се не слаже са датом тврдњом чак 38 (39,6%) ученика у контролној групи и свега 6 (6,5%) у експерименталној групи што укупно чини 23,3% целокупног узорка.

Закључујемо да ученици контролне групе имају изразито негативан став у односу на тврдњу да се на часу математике често решавају задаци са графиконима. Ученици експерименталне групе изражавају позитиван став у односу на ову тврдњу, а чему је допринео експериментални програм у оквиру ког су решавали задатке овог типа. Хи квадрат тест чије су вредности (X^2 = 57,933; df = 4; p = 0,000) потврђује постојање разлике у ставовима ученика контролне и експерименталне групе. Разлике у ставовима су статистички значајне на нивоу значајности $p < 0{,}01$.

Најчешће решавамо задатке у којима су дати само бројеви је тврдња са којом је сагласно у потпуности 42 (43,8%) ученика контролне групе и 78 (83,0%) ученика експерименталне групе што је укупно 120 (63,2%) ученика. Делимично слагање са овом тврдњом изразио је нешто већи број ученика у контролној групи 27 (28,1%), док их је у експерименталној 9 (9,6%) ученика што укупно чини 18,9% целокупног узорка. У контролној групи 10 (10,4%) ученика је неодлучно док је у експерименталној свега 3 (3,2%) неодлучно. Неодлучан став има 13 (6,8 %) ученика од целокупног узорка.

Негативан став изразио је нешто мањи број ученика и то по 3 ученика (3,1%) у контролној и 3 (3,2%) у експерименталној групи се углавном не слаже (3,2% у односу на целокупан узорак). Уопште се не слаже са датом тврдњом 14 (14,6%) ученика контролне групе и 1 (1,1%) ученик у експерименталној групи што укупно чини 7,9% целокупног узорка.

Можемо уочити да мали број ученика и једне и друге групе изражава негативан и неутралан став према тврдњи која се односи на задатке у којима су дати само бројчани подаци, а који се најчешће решавају на часовима. Велики проценат ученика је сагласан са овом тврдњом зато што се на часовима математике најчешће и решавају задаци овог типа. Међутим, и код ових ставова постоји статистички значајна разлика између ученика контролне и експерименталне групе. Израчунате вредности Хи квадрат теста то и потврђују (X^2 = 13,874; df = 2; p = 0,000) и статистички је значајан на нивоу значајности од $p < 0,01$.

Са тврдњом *на часу математике често решавамо текстуалне задатке повезане са свакодневним животом* сагласан је већи број ученика експерименталне групе и то 77 (81,1%), док их је у контролној групи 43 (44,8%), то је укупно 120 (62,8%) ученика од целокупног узорка. Делимично слагање са овом тврдњом исказало је 17 (17,7%) ученика контролне групе и 10 (10,5%) ученика експерименталне групе, што је укупно 14,1% од целокупног узорка. У контролној групи имамо значајан број 21 (21,9%) неодлучних ученика. У експерименталној групи је 4 (4,2%) неодлучна ученика. На целокупном узорку је 25 (13,1%) ученика. Са овом тврдњом се делимично не слаже 8 (8,3%) у контролној групи 4 (4,2%) ученика у експерименталној групи. То укупно чини 6,3% целокупног узорка. Потпуно неслагање исказало је 7 (7,3%) ученика контролне групе, док у експерименталној групи нема ученика са овим ставом. У односу на целокупан узорак 3,7% ученика исказало је потпуно неслагање.

Закључујемо да се са тврдњом да се на часу математике често решавају текстуални задаци повезани са свакодневним животом делимично и у потпуности слаже 91,6% ученика експерименталне групе. Степен слагања са овом тврдњом у контролној групи је знатно мањи, јер више од трећине ученика има неутралан или негативан став у односу на ову тврдњу. Ове разлике у ставовима су и статистички значајне што потврђују вредности Хи квадрат теста (X^2 = 31,337; df = 4; p = 0,000). Статистичка значајност је на нивоу $p < 0,01$.

Већи степен сагласности са ставовима да на часу математике решавају задатке у којима су подаци приказани у табели или графикону и текстуалне задатке повезане са свакодневним животом изразили су ученици експерименталне групе, јер су у оквиру обликованих садржаја управо овај тип задатака решавали. Приближно усаглашен став имају према тврдњи која се односи на задатке у којима су подаци исказани бројчаним вредностима, јер је то тип задатака који се у настави најчешће и решава. Израчунате вредности показују и статистички значајну разлику у ставовима ученика контролне и експерименталне групе, а која је настала под утицајем различитих начина рада у групама.

***

Скалом Ликертовог типа испитали смо ставове ученика о примени математике у решавању проблема из реалног окружења, потом смо испитали колико редовна настава математике припрема ученике за примену усвојених знања и о заступљености типова задатака према нивоима математичке писмености (решавања бројчаних, текстуалних, табеларно и графички приказаних задатака). Једном речју, испитали смо ставове ученика о приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења. Можемо закључити да су ученици исказали висок степен сагласности према датим тврдњама које се односе на развијање елемената математичке писмености. Висок степен сагласности исказан је код ученика експерименталне групе, док је код контролне групе нешто мањи. На основу изложеног хипотезу која гласи: *ученици имају позитиван став према приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења*, потврђујемо.

Позитиван став према приступу учењу математике кроз решавање проблема из реалног окружења изразиле су обе групе испитаника, али је проценат сагласности са датим тврдњама израженији код ученика експерименталне групе. Посебно се разлика у ставовима види код тврдњи које се односе на учесталост решавања задатака где су подаци дати у табели или графикону, код текстуалних задатака и код тврдњи које се односе на везу математике и свакодневног живота. Позитиван став обе групе се може повезати са решавањем примера на иницијалном и финалном тесту, а који су садржали примере који подстичу развијање елемената математичке писмености. Већа наклоњеност ученика експерименталне групе може се повезати са садржајима наставе математике повезаним са реалним животом ученика са којима су се ученици упознали кроз експериментални програм, а који доприносе развијању елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста. Израчунатим вредностима Хи квадрат теста, те разлике су потврђене као и њихова статистичка значајност.

Значај развијања елемената математичке писмености се посебно испитује након постигнутих резултата на међународним PISA и TIMSS истраживањима. Лоши резултати на PISA тесту допринели су да се у Јужној Африци математичка писменост уводи као обавезан наставни предмет. J. J. Бота (Johanna Jacoba Botha) је истраживала ефекте овог предмета на постигнућа ученика. Сматрала је да су учитељи и ученици најбитнији фактор у реализацији и ефикасности овог предмета, односно њихови ставови према овом предмету и његовом концепту. Међутим, студија је показала да су ученици и родитељи имали негативан став према овом предмету, а ни учитељи нису показали наклоност. Ставови учитеља су да ученици треба знања да конструишу активно и самостално и да је математичка писменост користан предмет, али га треба интегрисати са другим предметима и садржајима. Ово истраживање нам показује да се елементи математичке писмености могу развијати и у редовном наставном процесу уз одабир адекватних садржаја и интеграцију садржаја који том процесу намеће, а да увођење новог предмета без претходне обуке и адекватне припреме не наилази на позитивне ставове ни ученика ни учитеља. Ученици би кроз редован наставни процес стицали одговарајуће компетенције, а које ће допринети ефикасној примени усвојених знања у решавању проблема из реалног окружења, потом оспособљавању за проналажења извора правих информација и њихово критичко вредновање и примену.

4. УЏБЕНИЦИ МАТЕМАТИКЕ У ФУНКЦИЈИ РАЗВИЈАЊА ЕЛЕМЕНАТА МАТЕМАТИЧКЕ ПИСМЕНОСТИ

Уџбеник као основно наставно средство има широку примену у наставном процесу, у планирању наставе и писању наставног плана и програма. Наставни план мора бити усаглашен са наставним програмом, а уџбеник треба да прати наставни план и програм наставе и учења. Значајну информацију о обиму градива предвиђеног за одређене наставне садржаје учитељу пружа уџбеник. Поред учитеља, уџбеник користе ученици као основно средство за стицање знања и напредовања у процесу учења. Како се наставни садржаји у математици надовезују једни на друге, знања се проширују у виду концентричних кругова, неопходно је да уџбеник математике прати наставни план и редослед реализације наставних садржаја.

Развијање елемената математичке писмености у почетној настави математике у великој мери ће зависити од тога у којој мери садржај уџбеника ствара основу и погодује његовом развијању, односно у којој мери су у уџбеницима за млађе разреде основне школе садржаји који пружају могућност за његово развијање заступљени. Како истичу Гајтановић и Ибро, уџбеник математике својим садржајима, поред осталог треба да обезбеди интеграцију градива. Један од начина којим се то може постићи је систематизација која повезује знања из више области. „Сложене проблемске ситуације смештене у конкретни животни контекст, могу послужити као секвенце интеграције. Тако се на најбољи начин учи примена усвојених знања на свакодневни живот” (Гајтановић и Ибро, 2015: 274). Решавање проблема из свакодневног живота уз примену усвојених знања ствара основу за развијање елемената математичке писмености као битне ставке у образовању ученика.

Зато је једна од ставки истраживања улога и значај уџбеника у развијању елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе. Задатак истраживања гласи: *Испитати у којој мери уџбеници математике за млађе разреде основне школе пружају могућности за развијање елемената математичке писмености*. Да уџбеник мора имати значајну улогу у развоју елемената математичке писмености потврђује и *Правилник о стандарадима квалитета уџбеника и упитство о њиховој употреби* у коме се наводи да се у уџбенику указује на везу садржаја са свакодневним животом, његовом применом и даљим учењем (*Правилник о стандардима квалитета уџбеника и упутства о њиховој употреби,* 2018).

Јединица анализе је сваки појединачни задатак. Обухваћени су сви задаци означени редним бројем, или на неки други начин. Укупан број задатака за анализу је 18199. У уџбеницима првог разреда предмет анализе је било 4374 задатка, у другом разреду 4348, у трећем разреду 5095 и у четвртом разреду 4382 задатка. Сваки задатак посматран је и анализиран у оквиру одговарајуће тематске целине.

Тематске целине заступљене у уџбеницима од првог до четвртог разреда су:

1. Релације,
2. Скупови,
3. Природни бројеви,
4. Геометрија,

5. Мерење и мере,
6. Једначине и неједначине,
7. Разломци.

Анализа уџбеника је извршена према категоријама анализе садржаја:

1. Задаци *првог нивоа* математичке писмености обухватају једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст код којих се за решавање од ученика очекује препознавање основних чињеница и репродукција научених садржаја.
2. Задаци *другог нивоа* математичке писмености подразумева да ученици морају применити усвојена знања на читање, тумачење, интерпретирање и примену података датих у табелама.
3. Задаци *трећег нивоа* математичке писмености подразумевају да ученик уочава податке дате у форми која није текстуална као што су различити графикони и табеле, уме да чита и тумачи податке и да на основу датих података самостално нацрта одговарајући графикон, као и да критички вреднује дате податке.

Садржаји анализе су груписани према издавачу, разреду, тематској целини и разврстани у три наведена нивоа. Како бисмо лакше интерпретирали добијене резултате анализе уџбеника математике, формулисали смо следеће задатке истраживања:

1. Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе који пружају могућност решавања једноставних проблемских задатака смештених у свакодневни животни контекст (I ниво).
2. Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе који пружају могућност примене усвојених знања на читање, тумачење, интерпретирање и примену података датих у табелама (II ниво).
3. Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе који пружају могућност уочавања података датих у различитим графиконима, читања, тумачења података и на основу датих података самостално цртање одговарајућих графикона (III ниво).
4. Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе према издавачима.
5. Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе према тематским целинама.

4.1. Заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености на првом нивоу у уџбеницима математике

Анализом уџбеника математике за млађе разреде основне школе настојали смо да прикажемо у којој мери су заступљени задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима који се користе у наставном процесу. У Табели 90 приказали смо однос заступљености задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености и осталих задатака у уџбеницима математике за млађе разреде основне школе који су били предмет наше анализе.

Табела 90. *Однос задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености и осталих задатака*

Разред	Укупан број задатака	Задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености		Остали задаци	
		f	%	f	%
Први разред	4374	792	18,11	3582	81,89
Други разред	4348	1380	31,74	2968	68,26
Трећи разред	5095	1277	25,06	3818	74,94
Четврти разред	4382	972	22,18	3410	77,82
Укупно	18199	4421	24,29	13778	75,71

Од укупног броја задатака који су били предмет анализе (18199), 4421 (24,29%) задатак се може сврстати у групу који подстичу развијање елемената математичке писмености. Осталих задатака има 75,71% (13778). Највећи број задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености заступљени су у уџбеницима за други разред 1380 (31,74%), потом у уџбеницма трећег разреда, 1277 (25,06%). У уџбеницима четвртог разреда од 4382 задатка, 972 (22,18%) може код ученика подстаћи развијање елемената математичке писмености, док остали задаци чине 77,82% (3410). Најмањи број задатака које можемо уврстити у задатке који подстичу развијање елемената математичке писмености евидентирамо у уџбеницима за први разред и то 792 (18,11%). Можемо закључити да од укупног броја задатака који су били предмет анализе око четвртине задатака могу код ученика подстаћи развијање математичке писмености. У наставку ћемо приказати како су задаци распоређени према дефинисаним нивоима математичке писмености.

Ради лакше интерпретације резултата дефинисали смо први задатак који гласи: *Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе који пружају могућност решавања једноставних проблемских задатака смештених у свакодневни животни контекст (I ниво).*

Предмет анализе у сваком уџбенику био је сваки појединачни задатак који је у уџбенику дат. У оквиру првог нивоа математичке писмености анализирани су задаци смештени у свакодневни животни контекст. Од ученика се очекује да математички задатак преведу у реални контекст и пронађу одговарајуће решење, а потом да добијено решење математички интерпретирају на адекватан начин. Резултати анализе садржаја за први ниво математичке писмености су приказани у Табели 91.

Табела 91. *Табеларни приказ резултата за захтеве првог нивоа математичке писмености*

Разред	Број комплета	Број уџбеника	Укупно задатака	I ниво	
			f	f	%
Први разред	4	13	4374	703	16,07
Други разред	4	13	4348	1303	29,97
Трећи разред	4	10	5095	1190	23,36
Четврти разред	4	9	4382	912	20,81
Укупно	16	45	18199	4108	22,57

Од укупног броја задатака 4108 по свом садржају одговара захтевима првог нивоа математичке писмености, односно 22,57% од укупног броја задатака су једноставни проблемски задаци смештени у свакодневни животни контекст.

У оквиру првог нивоа математичке писмености сврстали смо све текстуалне задатке који се по свом садржају и начину решавања могу повезати са свакодневним животом. Убројали смо и задатке где су дати једноставни захтеви, где се јасно могу уочити везе између оног што је у задатку дато и оног што треба израчунати. Зато можемо уочити да је већа заступљеност ових задатака у односу на задатке другог и трећег нивоа. Из табеле можемо уочити да се број задатака који се може сврстати у оквиру првог нивоа, са изузетком првог разреда, у другом, трећем и четвртом разреду не разликује значајно. Највећи број задатака заступљен је у уџбеницима другог разреда 1303 задатка од укупно 4348, односно 29,97%. Најмањи број задатака идентификовали смо у уџбеницима првог разреда, 16,07%, односно 703 задатка од укупно 4374 задатка.

У десет уџбеника трећег разреда издвојено је 5095 задатака, од тог укупног броја 1190 се може сврстати на први ниво решавања програмских задатака. То у процентима износи 23,36%, што уџбенике трећег разреда ставља на друго место по броју задатака првог нивоа математичке писмености. Уџбеници четвртог разреда садрже 20,81% од укупног 4382 задатка. Са 912 задатака уџбенички комплети за четврти разред налази се на трећем месту по броју заступљених задатака на првом нивоу математичке писмености.

На основу приказаних резултата можемо уочити да су задаци чије решавање захтева повезивање са свакодневним животним ситуацијама су у знатној мери заступљени, али их нема довољно у уџбеницима математике за млађе разреде основне школе. Настојаћемо да за сваки разред прикажемо по неколико карактеристичних примера, јер би навођење свих задатака било немогуће у оквиру рада. Сви задаци ће бити приказани у збирној табели на основу које се могу лако пронаћи у одговарајућем уџбенику (Прилог 6).

Наводимо примере једноставних проблемских задатака у уџбенику математике за први разред чији је садржај смештен у свакодневни животни контекст, а за чије решавање је неопходно препознавање основних чињеница и познавање основних математичких појмова.

Пример 1. *Ана је појела 2 колача, а Јована 3 колача. Колико колача су појеле заједно?* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019б: 11)
Пример 2. *Василије је имао 2 године када се родила његова сестра. Колико година има Василије, ако његова сестра има 7 година?* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019в: 19)

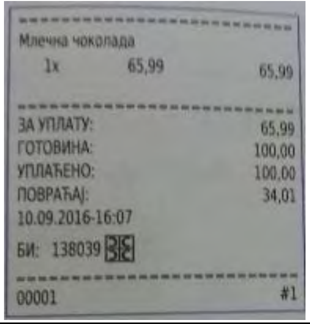
Пример 3. *Скијаш се спушта низ обележену стазу. Заставице које ће скијашу бити са леве стране обој црвеном, а са десне стране плавом бојом.* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019а: 23)

Пример 4. *Гледај копију једног рачуна који је Милена платила у једној продавници. Допиши шта је потребно или одговори на питање.*

а) Млечна чоколада кошта___ динара и ___ пара.

б)Којом новчаницом је Милена платила чоколаду? ____________

в) Кусур (повраћај) при овој куповини је ___ динара и ___ пара. (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019г: 56)



```
------------------------------------
Млечна чоколада
    1x          65,99          65,99
------------------------------------
ЗА УПЛАТУ:                     65,99
ГОТОВИНА:                     100,00
УПЛАЋЕНО:                     100,00
ПОВРАЋАЈ:                      34,01
10.09.2016-16:07
БИ:  138039
------------------------------------
00001                             #1
```

Пример први и други представљају текстуалне задатке који су по свом садржају повезани са свакодневним животним ситуацијама у којима се ученици могу наћи, али је за њихово решавање довољно познавање основних чињеница. Ученици треба да уоче који су подаци у задатку познати, у првом примеру је то да је Ана појела 2 колача, док је Јована појела 3 колача, а потом на основу постављеног питања закључе шта се у задатку тражи, примене одговарајућу рачунску операцију и дођу до решења. У другом примеру ученици уочавају која је разлика у годинама између Василија и његове сестре на рођењу и потребно је да израчунају која ће разлика бити када сестра напуни 7 година. Важно је да ученици уоче да се та разлика неће мењати и да увек остаје иста. За решавање трећег примера неопходно је да ученици познају основне оријентације у простору, да разликују леву и десну страну, али им то неће бити довољно за решавање овог задатка ако се код ученика није развила способност децентрације. Од ученика се очекује да се поставе у улогу скијаша и да на основу тог положаја одреде на којој страни ће бити заставе одређене боје. Задатак прати и одговарајућа илустрација.

Свакодневне животне ситуације са којима се ученици сусрећу су и одлазак у продавницу и куповина одређених производа. Четврти пример илуструје на који начин се ученици сналазе приликом куповине, плаћања и кусура која ће добити при куповини. Задатак ученика је да прочитају тражене податке на приложеном рачуну. Анализе садржаја које су већ реализоване, показују да је овај тип задатака најзаступљенији у оквиру аритметичких садржаја који су и најзаступљенији у уџбенику. „Ученици се кроз ове задатке оспособљавају да одреде вредност новчаница, да одреде свој рачун у продавници, да израчунају своју рату за екскурзију, да одреде време на часовницима где су бројеви представљени римским цифрама" (Гајтановић и Ибро, 2015: 275).

У уџбеницима математике за други разред основне школе, на основу извршене анализе садржаја, идентификован је највећи број задатака који по садржају одговарају првом нивоу математичке писмености. У наставку ћемо приказати примере који на најбољи начин илуструју једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст ученика.

Пример 5. *У једном дечјем одмаралишту има 48 соба. Половина соба су двокреветне, а 3 собе су трокреветне. Остале су четворокреветне. Колико је четворокреветних соба у одмаралишту?* (Иванчевић Илић и Тахоровић, 2019г: 44)
Пример 6. *Вукашин је у полицу ширине 5 dm ставио две књиге. Једна је заузела 6 cm, а друга 7 cm ширине те полице. Колика је ширина празног простора те полице у који Вукашин може да стави још неку књигу?* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019ђ: 15)
Пример 7. *Маја и Алекса урадили су по 24 задатка за 6 дана. Колико су задатака радили дневно ако су сваки дан радили једнак број задатака?. Заокружи слово испред израза на основу којег ћеш то израчунати.*
а) 24 : 6 + 24 б) (24 + 24) : 6 в) 24 – 24 : 6 г) (2 · 24) : 6 (Маричић и Ђуровић, 2019а: 113)
Пример 8. *Деда Рајко је правио ограду у својој башти. На сваких 10 dm ставио је по један стуб на који је касније поставио ограду. Колико је дуга ограда ако је укупно ставио 10 стубова?* (Маричић и Ђуровић, 2019б: 29)

У петом примеру ученици уочавају везу између датих података и оног шта се у задатку тражи, уз примену одговарајуће рачунске операције долазе до решења. Примена јединица мере у свакодневном животу је веома честа. На који начин би ученици израчунали дужину празног простора на полици, при чему су дате различите јединице мере за ширину књиге и ширину полице, можемо уочити у шестом примеру. У седмом примеру су на основу текста задатка записана четири математичка израза. Од ученика се очекује да пронађу израз који одговара тексту задатка и израчунају вредност. Док је у претходним примерима било довољно да ученици препознају основне чињенице, у осмом примеру је неопходно разумети значај постављања задатка у реални контекст. Како је дато 10 стубића, размак између стубића је 10 dm, ученици закључују да је решење задатка 100 dm, што је погрешно, јер између 10 стубића имамо 9 одстојања па је решење 90 dm. Решавање овог задатка олакшава илустрација која прати задатак.

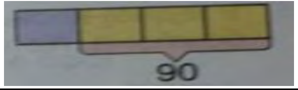
Од 1190 задатака који одговарају захтевима првог нивоа математичке писмености од четири уџбеничка комплета за трећи разред издвојићемо четири примера.

Пример 9. *Паковање сока садржи 6 литара сока. Колико паковања сока је стигло у продавницу ако је наручено: а) 936 литара; б) 612 литара; в) 432 литра; г) 420 литара?* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019з: 68)

Пример 10. *На игралишту је 28 дечака. Треба да формирају екипе од по 6 тамичара за фудбал. Колико највише екипа могу формирати? Колико ће дечака остати као резерва?* (Тахировић и Иванчевић, 2019б: 140)

Пример 11. *Од 24 l млека добија се 1 kg маслаца. Колико ће се маслаца добити од 96 l млека?Колико l млека је потребно да би се добило 3 kg маслаца? Колико l млека је потребно да се добије* $\frac{1}{2}$ *kg маслаца?* (Јовановић Лазић и Дрндаревић, 2019а: 108)

Пример 12. *Оља је прочитала једну четвртину књиге и до краја јој је остало још 90 страна. Колико та књига има страна?* (Јоксимовић и Влаховић, 2017б: 154)



Текстуални задатак који је дат као Пример 9 може се решити применом једне рачунске операције, а то је дељење. Пример 10 илуструје реални животни контекст где се од ученика очекује да уоче да од 28 дечака не могу формирати тимове од по 6 дечака тако да у игри учествују сви, јер ова два броја нису дељива. Пример 11 и Пример 12 односе се на познавање делова целине , односно разломака. Решавање последњег примера олакшано је илустрацијом која показује да је непрочитани део књиге три четвртине целе књиге.

У уџбеницима за четврти разред могу се пронаћи примери једноставних проблемских задатака смештених у реални контекст слични примерима у уџбеницима трећег разреда. Разлика је у блоку бројева на који се односе и нове области којих није било у претходним разредима.

Пример 13. *Кутија шибица садрже 50 палидрваца и пакују се у пакете по 12 кутија. Колико се кутија може напунити са 75000 палидрваца и колико је то пакета?* (Тахировић и Степановић, 2019б: 154)

Пример 14. *Израчунај колика је површина стакла потребна за прављење акваријума у облику квадра дужине 30 cm, ширине 20 cm, висине 80 cm.* (Максимовић, 2019б: 99)

Пример 15. *У Токију, главном граду Јапана, живи 24 милиона становника. За „Празник лутака” свако дете направи по три „кокеши” лутке, а укупно тачно онолико лутака колико Токијо има становника. Колико има Токијаца и Токијки?Постави једначину са сабирањем и израчунај.* (Максимовић, 2019в: 80)

Пример 16. *Израчунај површину стана који је представљен скицом. (1 cm на цртежу представља 1 m у стварности)*

Површина дневне собе је: ___________________________

Површина кухиње је: ______________________________
Површина једна спаваће собе је: ______________________
Површина друге спаваће собе је : ______________________
Површина WC је: ____________________________________
Површина купатила је: ______________________________
Површина мањег ходника је: ________________________
Површина већег ходника је: ___________________________
Укупна површина стана је: ___________________________ (Јоксимовић, 2017а: 80)

Тринаести пример се решава у две етапе, одређује се број кутија који се добија од датог броја палидрваца, а потом на основу броја кутија и број пакета. Приликом израде акваријума ученици треба да уоче да тај квадар неће имати једну страну. Тај податак ће користити приликом израчунавања укупне површине потребног стакла (Пример 14). Решавајући петнаести пример ученици упознају неке нове културе и обичаје. Шеснаести пример је приказан одговарајућом илустрацијом у којој је дат приказ стана. Ученици вежбају израчунавање површине стана, а усвојена знања могу применити у свакодневном животу на конкретном примеру.

4.2. Заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености на другом нивоу у уџбеницима математике

Бројна тестирања која се реализују са циљем да се утврди ниво математичке писмености код ученика, садрже задатке у којима су подаци приказани табеларно. Зато смо формулисали други задатак који гласи: *Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе који пружају могућност примене усвојених знања на читање, тумачење, интерпретирање и примену података датих у табелама (II ниво).*

У 16 уџбеничких комплета анализирали смо задатке и издвојили примере који од ученика захтевају читање, тумачење, интерпретирање и примену података датих у табели. Број задатака који одговара овом нивоу знања приказана је у Табели 92.

Табела 92. *Табеларни приказ резултата за захтеве другог нивоа математичке писмености*

Разред	Број комплета	Број уџбеника	Укупно задатака	II ниво	
			f	f	%
Први разред	4	13	4374	65	1,49
Други разред	4	13	4348	66	1,52
Трећи разред	4	10	5095	84	1,65
Четврти разред	4	9	4382	50	1,14
Укупно	16	45	18199	265	1,46

Анализом садржаја уџбеника математике за I, II, III и IV разред основне школе издвојено је 265 задатка од 18 199 задатака колико се укупно налази у 45 уџбеника. Ови задаци одговарају захтевима другог нивоа математичке писмености. Можемо уочити да је укупан број задатака за сва четири разреда знатно мањи у односу на први ниво математичке писмености (22,57%), односно њихова заступљеност је 1,46% од укупног броја задатака који су били предмет анализе.

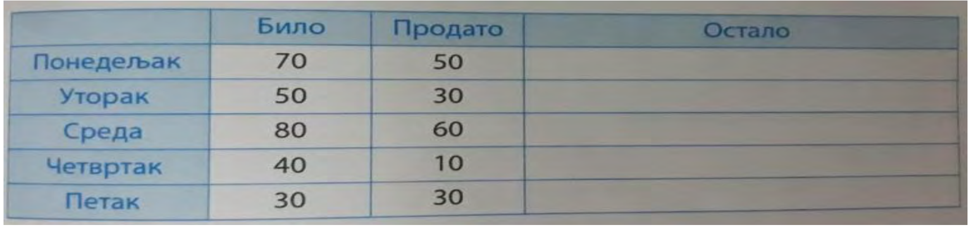
У уџбеницима за млађе разреде основне школе готово у свакој наставној јединици се могу наћи задаци облика *попуни табелу,* где се од ученика очекује да упишу број који недостаје. До решења ученици долазе, углавном, применом једне рачунске операције, или уочавањем везе између компонената датих у табели. Овај облик задатака нисмо узели у разматрање и анализу. Задаци где се од ученика очекује да очитају одређену вредност у табели, протумаче и интерпретирају ту вредност на одговарајући начин, као и његову примену, предмет су ове анализе. Од ученика се очекује да зна да у табелу унесе одговарајућу вредност. Из табеле можемо уочити да се највећи број ових задатака налази у уџбеницима за трећи разред, од 5095 задатака, 84 задатка се односе на други ниво знања. У односу на највећи проценат задатака у трећем разреду (1,65%), у четвртом разреду је најмањи проценат табеларно приказаних задатака, 1,14%. Од укупно 4382 задатка, 50 се односи на читање и интерпретирање табеларних података.

У уџбеницима првог и другог разреда је приближно једнак број задатака. У другом разреду од 4348 задатака, 66 задатка је табеларно приказано (1,52%). Од 4374 задатака у уџбеницима првог разреда 1,49% (65) припада другом нивоу математичке писмености.

На основу анализе података приказаних у Табели 92 можемо уочити да задаци који се односе на табеларно приказане податке који захтевају читање, тумачење, интерпретирање и примену података у табелама, нису у довољној мери заступљени у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе. Приказаћемо карактеристичне примере за сва четири разреда који одговарају другом нивоу математичке писмености.

Од 65 задатака, колико је идентификовано у уџбеницима за први разред, издвојићемо карактеристичне примере у којима су подаци дати табеларно.

Пример 17. *У табели је приказано колико кифли је било и колико је продано по данима у пекари. Рачунај колико кифли је остало.*



	Било	Продато	Остало
Понедељак	70	50	
Уторак	50	30	
Среда	80	60	
Четвртак	40	10	
Петак	30	30	

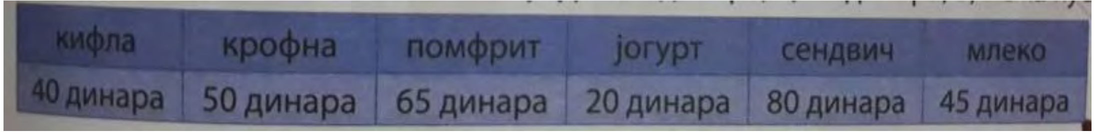
Ког дана је у пекари остало највише непродатих кифли? ________________________

Колико је укупно кифли продато у понедељак и уторак? ________________________

Колико је укупно кифли продато у среду, четвртак и петак? ____________________

За колико више кифли је продато у понедељак и уторак него у среду и четвртак? ____ (Маричић, 2018в: 43).

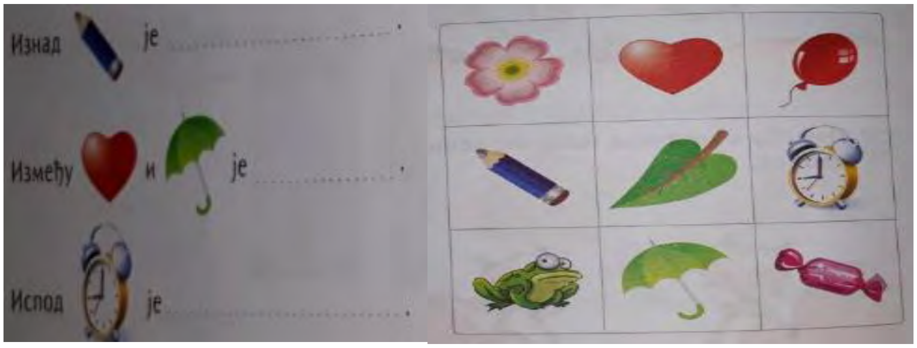
Пример 18. *Вељко је понео новчаницу од 100 динара да би купио ужину. Која два производа (види табелу) је купио ако је добио кусур а) 5 динара; б) 40 динара; в) нема кусура?* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019г: 49)



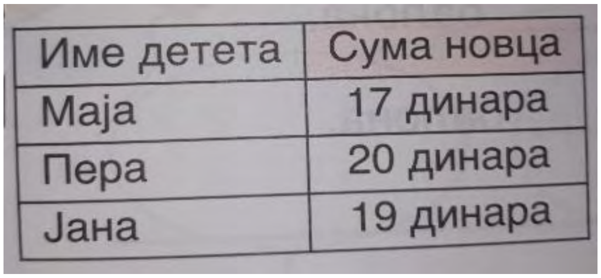
кифла	крофна	помфрит	јогурт	сендвич	млеко
40 динара	50 динара	65 динара	20 динара	80 динара	45 динара

Пример 19. *На линији нацртај решења гледајући табелу.* (Иванчевић Илић и Тахировић,

2019a: 10)



Пример 20. *Група деце је скупљала новац за чоколаду. Табела показује колико је динара дао свако од њих.*



Име детета	Сума новца
Маја	17 динара
Пера	20 динара
Јана	19 динара

Ко је од њих дао највише динара? ___________________

Ко је од њих дао најмање динара? ___________________ (Јоксимовић, 2017б: 45)

Пример 17 приказује табелу у којој су постављени задаци читања података који су у њој дати, израчунавање одређене вредности на основу тих података и њихов унос у табелу. У којој мери су ученици савладали очитавање података датих у табели можемо проверити кроз питања која су у наставку задатка дата. Сличан пример је и следећи задатак (Пример 18), код кога је изостављен унос података у табелу. За боље сналажење у простору могу се користити задаци приказани у табели. То нам показује Пример 19. Ученици очитавају податке у табели и попуњавају реченице. Последњи пример је наједноставнији, од ученика се очекује да само читају вредности из табеле и међусобно их упоређују. Нема додатних израчунавања. Сваки од наведених примера повезан је са свакодневним животним ситуацијама и треба да да допринос бољем решавању свакодневних задатака који се пред ученике постављају.

У наставку ћемо приказати четири примера издвојена из уџбеника за други разред основне школе који одговарају захтевима другог нивоа математичке писмености.

Пример 21. *У току једне године забележено је време изласка и заласка сунца. Рачунај у табели колико је тог дана трајала обданица.* (Маричић и Ђуровић, 2019б: 36)

			Обданица
21. март	5 h 40 min	17 h 52 min	
22. јун	4 h 55 min	20 h 26 min	
23. септембар	6 h 26 min	18 h 37 min	
22. децембар	7 h 12 min	16 h 3 min	

Пример 22. *Гледај Радованов распоред часова и одговори на питања.*

Време	Понедељак	Уторак	Среда	Четвртак	Петак
8.00 – 8.45	Српски	Математика	Српски	Математика	Српски
8.50 – 9.35	Математика	Српски	Математика	Српски	Математика
9.55 – 10.40	Енглески	Ликовно	Енглески	Свет око нас	Музичко
10.45 – 11.30	Свет око нас	Физичко	Ликовно	Физичко	Физичко
11.45 – 12.30	Веронаука		Изборни		
	ПОНЕДЕЉАК – 17.00 ПЛИВАЊЕ	УТОРАК – 18.00 КОШАРКА		ЧЕТВРТАК – 16.00 ФОЛКЛОР	

а) Када четвртком почиње час из предмета Свет око нас?

б) Који предмет Радован има уторком од 10.45 до 11.30?

в) Ког дана и у које време Радован иде на фолклор?

г) Постави сам/-а неколико сличних питања? (Поповић , Вуловић, Анокић и Кандић, 2019д: 65)

Пример 23. *Овако изгледа листа гостију једног хотела:*

Земља	Број особа	Спрат
Македонија	24	1.
Аустрија	40	1.
Швајцарска	18	1.
Грчка	26	2.
Србија	35	2.
Русија	29	2.

Користећи податке из табеле, израчунај.

а) Колико гостију је смештено на првом спрату хотела?

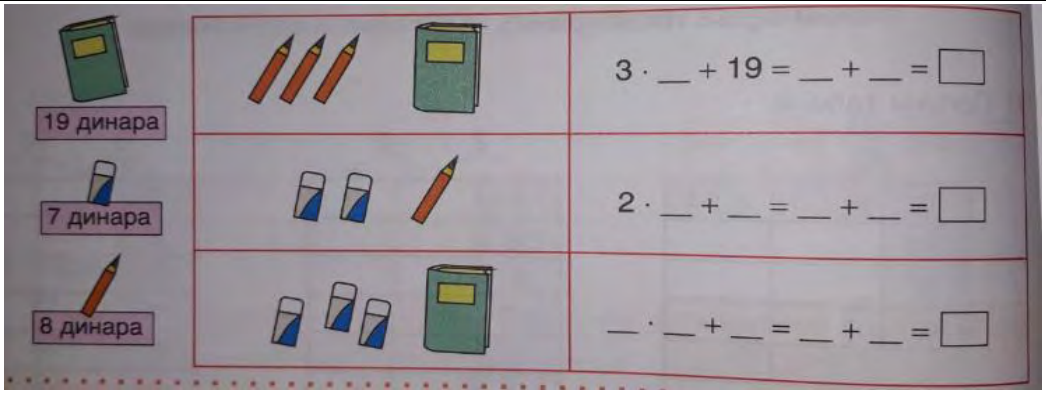
б) Сви гости из Аустрије и Швајцарске пошли су на излет. Придружило им се и 18 гостију из Грчке. Колико је седишта у аутобусу потребно за све госте који су пошли на излет?

в) Сви гости из Србије и Русије отишли су на концерт. Са њима су пошли и сви гости из Македоније. Колико њих је отишло на концерт?

г) За све госте из Аустрије и Русије организована је посета градском музеју. Ако деветоро гостију из Аустрије није било у музеју, колико њих је посетило музеј?

д) Осмисли још један задатак са бројем гостију овог хотела. (Поповић и сар. 2019б: 16)

Пример 24. *Израчунај укупну цену предмета из сваког скупа.* (Јоксимовић, 2017б: 34)



3 · __ + 19 = __ + __ = ☐

2 · __ + __ = __ + __ = ☐

__ · __ + __ = __ + __ = ☐

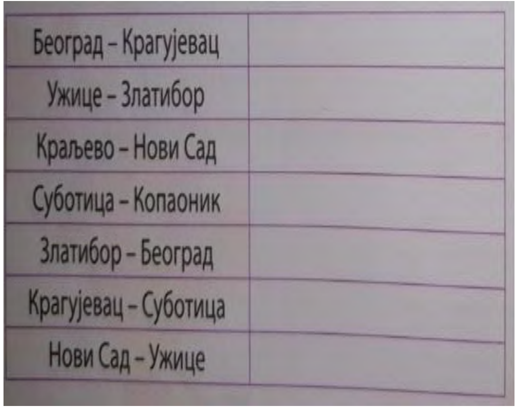
Пример 21 се односи на садржаје који се изучавају у оквиру теме *Мерење и мере.* Решавајући овај задатак ученици стичу знања неопходна за израчунавање и трајање одређених временских интервала. Табеларно приказани резултати оспособљавају ученике за њихово читање и примену при израчунавању одређених вредности. Следећи пример (Пример 22) омогућава ученицима да усвоје знања која ће користити за читање бројчаних података и текстуалних из табеле. Пример 23 се односи на читање података на основу који ће ученици решити низ задатака који следи. Последњи пример поред табеле има и допуну података који су дати са стране. Цена производа дата је са стране, а у табели је приказано колико производа је купљено. Решавање задатка је олакшано постављеним изразима у самој табели.

Највећи број табеларно приказаних података у задацима идентификован је у уџбеницима трећег разреда. Издвојићемо примере који су по садржају слични задацима у претходна два разреда, али прилагођени нивоу знања ученика трећег разреда.

Пример 25. *У једној продавници играчака одлучили су да организују сезонску распродају. Погледај шта је све дато од података у табели, па израчунај нову цену сваке играчке за коју је предвиђено снижење.* (Јовановић Лазић и Дрндаревић, 2019в: 84)

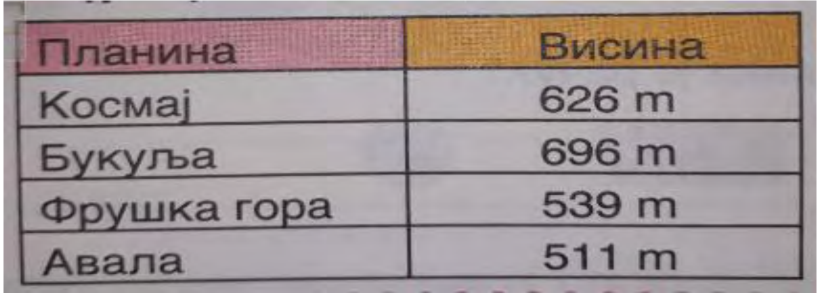
ИГРАЧКА	ЦЕНА ПРЕ СНИЖЕЊА	СНИЖЕЊЕ ЗА ...	НОВА ЦЕНА
ОБИЧНА ЛУТКА	176 дин.	$\frac{1}{8}$	☐
ЛУТКА КОЈА ПЛАЧЕ	595 дин.	$\frac{1}{7}$	☐
ГУМЕНА ЛОПТА	164 дин.	$\frac{1}{4}$	☐
КОЖНА ЛОПТА	504 дин.	$\frac{1}{7}$	☐
КОЦКЕ	387 дин.	$\frac{1}{9}$	☐
СЛАГАЛИЦА	272 дин.	$\frac{1}{2}$	☐
БРОД	378 дин.	$\frac{1}{3}$	☐
РОБОТ НА БАТЕРИЈЕ	468 дин.	$\frac{1}{6}$	☐
ГАРАЖА ЗА АУТИЋЕ	675 дин.	$\frac{1}{5}$	☐
ДЕЧЈИ ШАТОР	920 дин.	$\frac{1}{8}$	☐
ПЛАСТИЧНИ ТРИЦИКЛ	996 дин.	$\frac{1}{6}$	☐
КУЋИЦА ЗА ЛУТКЕ	522 дин.	$\frac{1}{9}$	☐
ПЛАСТИЧНЕ ШЕРПИЦЕ	204 дин.	$\frac{1}{4}$	☐

Пример 26. *Гледај карту и упиши дужину пута између датих места.* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019и: 90)



Београд – Крагујевац	
Ужице – Златибор	
Краљево – Нови Сад	
Суботица – Копаоник	
Златибор – Београд	
Крагујевац – Суботица	
Нови Сад – Ужице	

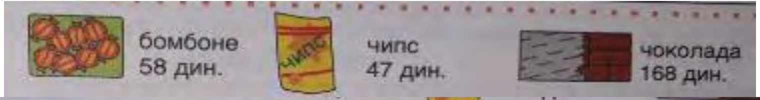
Пример 27. *У табели су дате висине неких планина у Србији. Одреди разлику у висини између највише и најниже планине из табеле.*



Планина	Висина
Космај	626 m
Букуља	696 m
Фрушка гора	539 m
Авала	511 m

Разлика између највише и најниже планине је _____ m. (Јоксимовић и Влаховић, 2017а: 128)

Пример 28. *Израчунај кусур за сваку куповину.* (Јоксимовић и Влаховић, 2017б: 127)

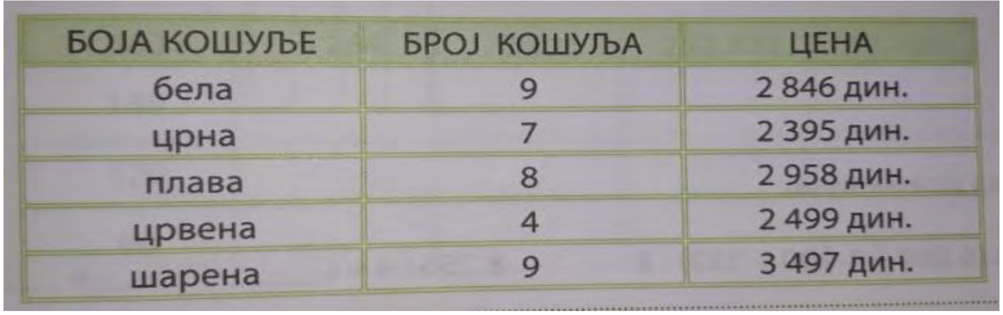


купујем	плаћам	кусур
	500	
чипс чипс чипс	200	
	1000	

У свакодневном животу су веома чести примери снижења цене одређене робе. У првом примеру који смо издвојили (Пример 25) ученици се оспособљавају да израчунају вредност робе након умањења почетне цене. Примери 26 и 27 повезани су са растојањима између два места, где ученици у табелу уносе податке, а вредности очитавају на карти, а у другом примеру из табеле очитавају податке и међусобно их упоређују. Последњи 28 пример има додатак са стране као што је и код примера за други разред. Ученици рачунају вредност и уписују у табелу, али су претходно у истој уочили колико је производа купљено и којом су новчаницом плаћени.

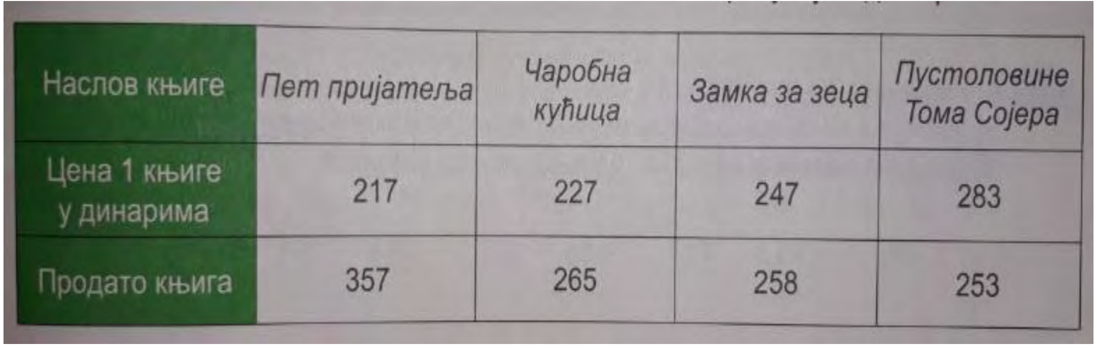
У уџбеницима четвртог разреда је најмањи број задатака са табеларно приказаним подацима од укупног броја анализираних. По својој сложености одговарају знањима и могућностима ученика четвртог разреда.

Пример 29. *Из фабрике су послате кошуље у једну продавницу. Број кошуља у одређеној боји и цена једне кошуље дати су у табели. Израчунај колико новца је добила фабрика за ове кошуље.* (Поповић, Вуловић, Анокић и Кандић, 2019л: 111)



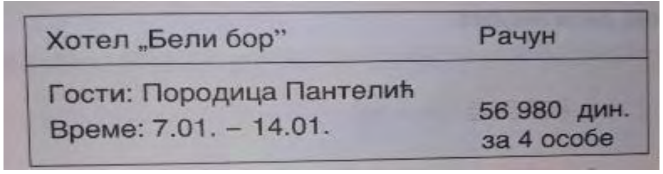
БОЈА КОШУЉЕ	БРОЈ КОШУЉА	ЦЕНА
бела	9	2 846 дин.
црна	7	2 395 дин.
плава	8	2 958 дин.
црвена	4	2 499 дин.
шарена	9	3 497 дин.

Пример 30. *Према таблици испричај причу, постави питање, израчунај и одговори.* (Максимовић, 2019б: 13)



Наслов књиге	*Пет пријатеља*	*Чаробна кућица*	*Замка за зеца*	*Пустоловине Тома Сојера*
Цена 1 књиге у динарима	217	227	247	283
Продато књига	357	265	258	253

Пример 31. *Породица Пантелић је добила овај рачун за коришћење хотелских услуга.*

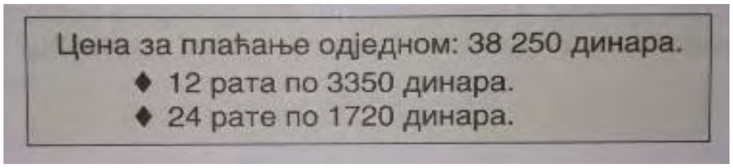


Хотел „Бели бор”	Рачун
Гости: Породица Пантелић Време: 7.01. – 14.01.	56 980 дин. за 4 особе

Одреди њихову цену хотелских услуга за 7 дана за једну особу.

Одреди њихову цену хотелских услуга за 1 дан за једну особу. (Јоксимовић, 2017б: 49)

Пример 32.



Цена за плаћање одједном: 38 250 динара.
- 12 рата по 3350 динара.
- 24 рате по 1720 динара.

Одреди разлику у цени плаћања на 12 рата и одједном.

Одреди разлику у цени плаћања на 24 рате и одједном. (Јоксимовић, 2017б: 109)

У примеру 29 ученици очитавају вредности у табели и на основу тога израчунавају и долазе до решења задатка. Следећи задатак (Пример 30) показује да се од ученика очекује да су усвојили знања неопходна за читање и тумачење података у табели, да су спремни да на основу тога сами саставе и осмисле проблемску ситуацију која одговара датим подацима. Пример 31 и Пример 32 оспособљавају ученике да на основу података у табели самостално израчунају цену смештаја за одмор или висину рате приликом куповине одређених артикала.

4.3. Заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености на трећем нивоу у уџбеницима математике

Графички приказ одређених података често можемо видети на примерима у свакодневном животу. Способност ученика да уочи, прочита и тумачи податке на различитим графиконима, као и могућност самосталног цртања графикона на основу датих података, показатељи су математичке писмености ученика. Како бисмо испитали заступљеност ових задатака формулисали смо и следећи задатак: *Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе који пружају могућност уочавања података датих у различитим графиконима, читања и тумачења података и на основу датих података самостално цртање одговарајућих графикона, да користи и критички вреднује податке дате у табелама и графиконима и на основу њих решава сложене проблеме (III ниво).*

Анализом садржаја смо утврдили да се у уџбеницима математике налази најмањи број задатака који се односи на читање и цртање графикона и критичко вредновање података датих у графиконима и табелама. Добијене вредности су приказане у Табели 93.

Табела 93. *Табеларни приказ резултата за захтеве трећег нивоа математичке писмености*

Разред	Број комплета	Број уџбеника	Укупно задатака	III ниво	
			f	f	%
Први разред	4	13	4374	24	0,55
Други разред	4	13	4348	11	0,25
Трећи разред	4	10	5095	3	0,05
Четврти разред	4	9	4382	10	0,23
Укупно	16	45	18199	48	0,26

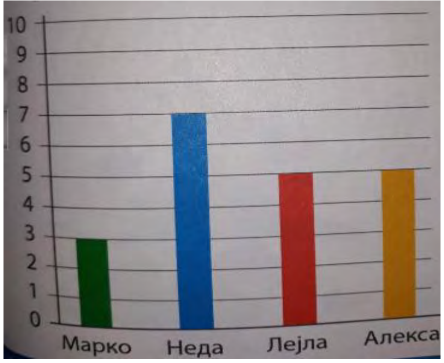
У 45 уџбеника, који су коришћени при анализи садржаја, од 18199 задатака идентификовано је 48 задатка који одговарају трећем нивоу математичке писмености. У односу на укупан број изражених у процентима то је 0,26%. Наведене вредности показују да је у уџбеницима математике заступљен мали број ових задатака.

Уочавамо да је највећи број задатака идентификован у првом разреду 0,55%. Од 4374 задатка, 24 садржи графички приказ података. У уџбеницима за трећи разред је највећи број задатака који су предмет појединачне анализе, 5095, али свега 3 задатка (0,05%) одговара трећем нивоу ученичких знања. У другом и четвртом разреду је приближно једнак број. У другом од 4348 задатка 11 (0,25%) одговара другом нивоу, док у четвртом разреду од 4382 задатка 10 (0,23%) представља математичке задатке са графичким приказаним подацима.

На основу анализираних резултата можемо закључити да задаци који одговарају захтевима трећег нивоа математичке писмености, а који подразумева уочавање, читање и самостално цртање графикона, коришћење и критичко вредновање података датих у табелама и графиконима при решавању сложених проблемских задатака, нису у довољној мери заступљени у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе. Значај који задаци овог облика имају у свакодневном животу и школовању ученика, намеће потребу да овај вид задатака буде заступљен у већем броју у уџбеницима и у наставном процесу.

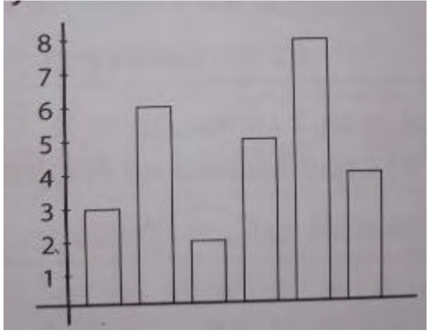
Приказаћемо примере задатака који одговарају захтевима трећег нивоа математичке писмености за сваки разред појединачно. Пројектно оријентисана настава и прилагођавање уџбеника овом виду наставе утицали су да у уџбеницима за први разред имамо највећи број задатака у којима су подаци приказани у графиконима.

Пример 33. *Приказано је колико украса за јелку су деца направила*



Највише украса је направила___________
Најмање украса је направио ___________
Колико украса су направили заједно?
Марко и Неда: ____ + ____ = ____
Лејла и Алекса: ____ + ____ = ____
Марко и Лејла: ____ + _____ = ____
Алекса и Марко: ____ + ____ = ____ (Маричић, 2018б: 69).

Пример 34. *Уочи висине стубића. Обој стубиће чија је висина:*



за 1 већа од 1 црвеном бојом;
за 4 већа од 4 плавом бојом;
за 1 већа од 5 зеленом бојом;
за 4 већа од 1 браон бојом;
за 3 већа од 0 наранџастом бојом;
за 3 већа од 1 жутом бојом. (Поповић , Вуловић, Анокић и Кандић, 2019в: 9)

Пример 35. *С графикона прочитај висину девојчице, човека, дрвета и куће. Растојање између бројева 0 и 1 је једна јединица мере.*

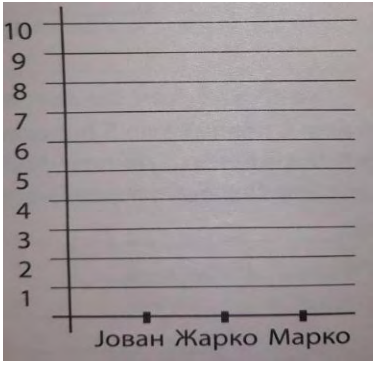
Од човека су виши: ________________

Од дрвета су нижи: ______________ (Иванчевић Илић и Тахировић, 2019г: 71).

У уџбеницима за први разред од 24 примера који одговарају трећем нивоу математичке писмености издвојили смо три. Први пример (Пример 33), садржи графички приказ података у задатку. Ученици читају податке дате на дијаграму, а потом врше назначена израчунавања. Пример 34 на посредан начин оспособљава ученике за цртање графикона. Бојењем одређене висине добијају одређени графички приказ. У првом разреду се ученицима могу представити графички прикази и на сликовит начин. То илуструје 35 пример у коме висина предмета и бића на слици одговара вредностима дијаграма. Овакав приказ олакшава упоређивање вредности које су у задатку дате.

Уџбеници за други разред имају 11 задатака са графички приказаним подацима, издвојили смо два карактеристична примера.

Пример 36. *Представи на дијаграму број сова које су нацртали Јован, Жарко и Марко, ако знаш да је Јован нацртао 2 сове, Жарко 3 пута више, а Марко 2 пута више од Јована.*



Највише је нацртао: ________ .

Најмање је нацртао: ________ (Маричић и Ђуровић, 2019а: 70).

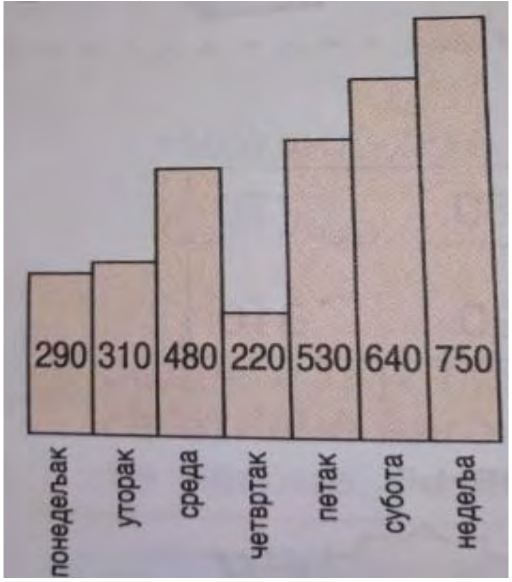
Пример 37. *У школи има 76 ученика другог разреда. На графикону је приказано колико дечака и колико девојчица тренира сваки спорт.*

Израчунај колико укупно ученика не тренира:
тенис: ______________________________
одбојку: _____________________________
фудбал: _____________________________
кошарку: ____________________________ (Маричић и Ђуровић, 2019б: 57).

Први пример (Пример 36) подразумева самостално цртање графикона на основу датих података. Подаци нису непосредно дати, већ их ученици морају израчунати,а потом их приказати графички. У Примеру 37 присутно је читање података са два графикона паралелно, а потом израчунавање одређених вредности на основу датих података.

Из 10 уџбеника за трећи разред издвојена су само три задатка у којима су подаци графички приказани. Зато ћемо приказати само један пример задатка чији захтеви одговарају трећем нивоу математичке писмености.

Пример 38. *Графиконом је приказан број посетилаца зоо-врту током једне седмице.*



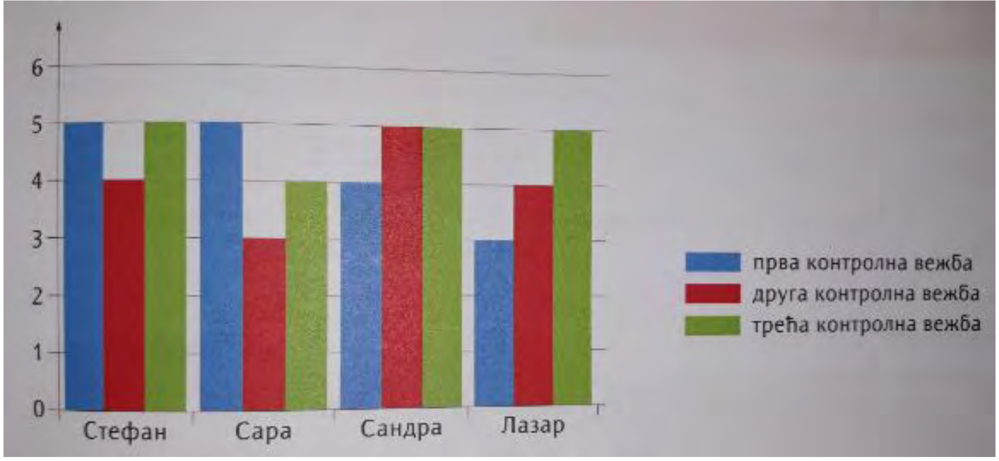
Којег дана је било највише посетилаца? ______________________
Којег дана је било најмање посетилаца? ______________________
Којим данима је било више од 500 посетилаца? _______________
Којим данима је било више од 400 а мање од 600 посетилаца? _____________
(Јоксимовић и Влаховић, 2017а: 22)

Графички приказ у Примеру 38 је нешто једноставнији, јер су вредности за сваки дан у недељи приказани на самом графичком приказу и једноставни су за уочавање и читање. Очитане вредности треба упоредити, где висина стуба у многоме олакшава решавање задатка.

Од десет примера у уџбеницима за четврти разред издвојили смо 2 карактеристична који одговарају захтевима трећег нивоа математичке писмености.

Пример 39. *У једној анкети учествовало је 40 мушкараца. Одговарали су на питање који спорт најчешће гледају на телевизији. Највећи број мушкараца рекао је да најчешће гледа фудбал. Погледај графикон и одговори колико мушкараца најчешће гледа кошарку на телевизији.* (Тахировић, 2019а: 144)

Пример 40. *На основу графикона одговори на питање.*



а) Ако су плавом бојом представљене оцене на контролној вежби, ко је добио највишу оцену? __________________________

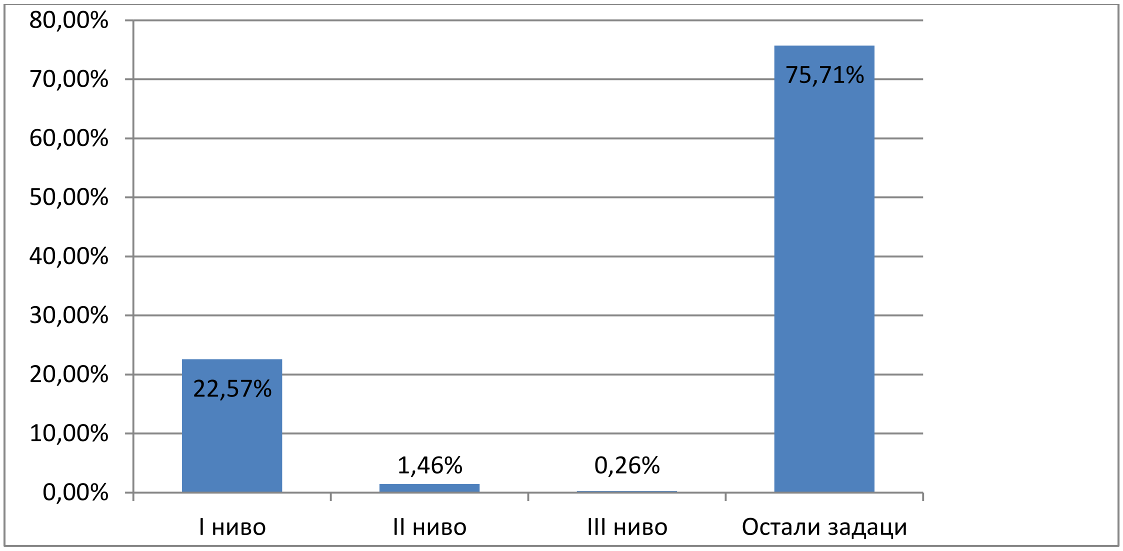
б) Ако су црвеном бојом представљене оцене на другој контролној вежби, ко је добио најнижу оцену? ____________________

в) Ко је био најуспешнији на другој контролној вежби? __________________

г) Која је контролна вежба била најуспешнија? На основу чега то закључујеш?
______________________ (Тахировић и Стефановић, 2019б: 47)

У Примеру 39 подаци дати у задатку приказани су кружним графиконом тзв. пиктограмом. Ово је једини пример ове врсте графикона у свим уџбеницима који су били предмет анализе. Уочавање величине исечка олакшава решавање задатка. Пример 40 је, такође, једини пример ове врсте графикона у којима је паралено дато више података које ученици упоређују. Ситуација дата графичким приказом је веома блиска ученицима јер упоређују оцене са три контролне вежбе из једног предмета.

Анализом уџбеника за I, II, III и IV разред основне школе можемо уочити да се од укупног броја задатака који су били предмет анализе највећи број задатака одговара првом нивоу математичке писмености који обухвата основни ниво једноставних проблемских задатака. Остала два нивоа математичке писмености заступљена су знатно мање у односу на целокупан број. Најмање су заступљени задаци који подразумевају графички приказ података, њихово читање, тумачење и цртање. Однос задатака који одговарају дефинисаним нивоима математичке писмености и осталих задатака графички је приказан у Графикону 13. Како се наставни процес у највећој мери ослања на садржаје који су дати у уџбенику, неопходно би било повећати број задатака који одговарају другом и трећем нивоу како бисмо створили могућност за развијање елемената математичке писмености у најранијем узрасту.



Графикон 13. *Графички приказ односа задатака у анализираним уџбеницима*

4.4. Заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике различитих издавачких кућа

Анализом садржаја обухваћени су уџбеници четири издавачке куће. То су *Klett, БИГЗ школство, Нови Логос и Едука*. Настојали смо приказати у којој мери су заступљени задаци који подстичу развијање математичке писмености код различитих издавача. Уџбеници за први и други разред три издавачке куће (*Klett*, *БИГЗ школство, Нови Логос*) су прилагођени изменама у наставном плану и програму и увођењу пројектно оријентисане наставе која је дефинисана „као облик образовно-васпитног рада којим се развијају опште међупредметне компетенције уз употребу информационо комуникационих технологија. Усмерена је на достизање исхода који се првенствено односе на логичко и критичко мишљење као и припрему ученика за лако сналажење у свету технике, технологије и рачунарства, као у свакодневном животу тако и у процесу учења" (*Правилник о плану наставе и учења за први циклус основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања,* 2017: 49). Едукини уџбеници су из 2017. године и нису прилагођени новинама у наставном плану и програму. Како бисмо приказали однос задатака у различитим издавачким кућама дефинисали смо следећи задатак: *Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе према издавачима.*

Заступљеност задатака који подстичу развијање елементата математичке писмености према дефинисаним нивоима приказали смо у Табели 94.

Табела 94. *Приказ резултата анализе уџбеника према дефинисаним нивоима математичке писмености*

Разред	Број комплета	Број уџбеника	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно	
			f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Први разред	4	13	703	16,07	65	1,49	24	0,55	3582	81,89	4374	100
Други разред	4	13	1303	29,97	66	1,52	11	0,25	2968	68,26	4348	100
Трећи разред	4	10	1190	23,36	84	1,65	3	0,05	3818	74,94	5095	100
Четврти разред	4	9	912	20,81	50	1,14	10	0,23	3410	77,82	4382	100
Укупно	16	45	4108	22,57	265	1,46	48	0,26	13778	75,71	18199	100

Највећи број задатака одговара захтевима првог нивоа математичке писмености, док је најмањи број задатака који одговарају трећем нивоу математичке писмености. У уџбеницима за други разред имамо највећи број задатака који одговарају првом нивоу 1303 (29,97%), а најмањи број у уџбеницима првог разреда, 703 (16,07%). Задаци у којима су подаци приказани табеларно најзаступљенији су у уџбеницима трећег разреда 84 (1,65%), а најмање у уџбеницима четвртог разреда 50 (1,14%). Захтевима трећег нивоа математичке писмености одговара најмањи број задатака од укупног броја. Највише их је у првом разреду 24 (0,55), а најмање у уџбеницима трећег разреда, 3 (0,05%).

У наставку ћемо приказати у којој су мери задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености према дефинисаним нивоима заступљени у уџбеницима различитих издвачких кућа.

Резултате анализе смо приказали за сваку издавачку кућу према разредима и дефинисаним нивоима математичке писмености. Приказан је однос и заступљеност по нивоима у односу на укупан број задатака. Резултати за издавачку кућу *Klett* приказани су у Табели 95.

Табела 95. *Приказ резултата анализе садржаја уџбеника издавачке куће Klett*

Разред	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Први разред	126	13,35	17	1,80	11	1,16	790	83,69	944
Други разред	192	18,66	20	1,94	3	0,29	814	79,11	1029
Трећи разред	193	16,21	19	1,59	0	0	979	82,20	1191
Четврти разред	201	17,93	11	0,98	4	0,36	905	80,73	1121
Укупно	712	16,62	67	1,56	18	0,42	3488	81,40	4285

Уџбенички комплети издавачке куће *Klett* који су били предмет анализе садржаја садрже 4285 задатака као јединицу анализе. Од укупног броја задатака 797 припада једном од три нивоа математичке писмености, док је осталих задатака 3488. Највећи број задатака одговара захтевима првог нивоа 712, односно 16,62%. Другом нивоу развијање математичке писмености одговара 1,56% или 67 задатака. Најмањи број задатака одговара трећем нивоу, 18 задатака (0,42%).

У уџбеницима за први разред идентификовано је 944 задатка као предмет појединачне анализе. 126 задатака (13,35%) одговара првом нивоу математичке писмености, што је најмањи број задатака на овом нивоу код уџбеника издавачке куће

Klett. Табеларно приказаних задатака има 17 (1,80%) и највећи број задатака графички приказаних 11 (1,16%). Осталих задатака има 790. Највећи број задатака на првом нивоу математичке писмености имамо у уџбеницима четвртог разреда. Од 1121 задатака 201 (17,93%) одговара првом нивоу математичке писмености. У четвртом разреду је најмањи број задатака на другом нивоу математичке писмености 11 задатака (0,98%). Графички приказаних задатака има 4 (0,36%).

Задаци који су били предмет анализе у уџбеницима за други и трећи разред су приближно једнако заступљени. Први ниво математичке писмености обухвата 192 задатка (18,66%) у другом разреду, 193 (16,21%) у трећем разреду. Табеларно приказаних задатака у другом разреду има 20 (1,94%), а у трећем разреду 19 (1,59%). Задатака који одговарају трећем нивоу математичке писмености нема у уџбеницима трећег разреда, док их у другом има свега 3 (0,29%).

У Табели 96 приказани су резултати анализе уџбеника издавачке куће *БИГЗ школство.*

Табела 96. *Приказ резултата анализе садржаја уџбеника издавачке куће БИГЗ школство*

Разред	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Први разред	249	24,22	31	3,02	11	1,07	737	71,69	1028
Други разред	468	43,62	31	2,89	7	0,65	567	52,84	1073
Трећи разред	287	25,00	8	0,69	1	0,08	852	74,23	1148
Четврти разред	272	25,52	12	1,13	4	0,37	778	72,98	1066
Укупно	1276	29,57	82	1,91	23	0,53	2934	67,99	4315

Од 4315 задатка који су били предмет анализе уџбеника издавачке куће *БИГЗ школства*, 1381 задатак одговара једном од три нивоа математичке писмености. На сва три нивоа имамо највећи број задатака у односу на све остале издавачке куће. Једноставних проблемских задатака смештених у свакодневни животни контекст има 1276 (27,57%). На другом нивоу математичке писмености имамо 82 (1,91%) задатка, а на трећем нивоу 23 (0,53%).

У другом разреду је највећи број задатака који одговарају првом нивоу математички писмености, 468 (43,62%), а у првом разреду је најмањи број 249 (24,22%). Табеларно приказаних задатака у ова два разреда је једнак број 31, односно 3,02% у првом и 2,89% у другом разреду. На трећем нивоу, графички приказаних задатака, у првом разреду има 11 (1,07%) и 7 (0,65%) у другом разреду.

Трећи и четврти разред имају приближно једнак број задатака. Једноставних проблемских задатака у трећем разреду има 287 (25%), а у четвртом разреду 272 (25,52%). Табеларно приказаних задатака у ова два разреда има мање, у трећем 8 (0,69%), у четвртом разреду 12 (1,13%). Најмањи број задатака је на трећем нивоу математичке писмености, свега 1 у трећем разреду (0,08%) и 4 (0,37%) у четвртом разреду.

У следећој табели (Табела 97) приказани су резултати анализе издавачке куће *Нови Логос.*

Табела 97. *Приказ резултата анализе садржаја уџбеника издавачке куће Нови Логос*

Разред	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Први разред	196	14,93	3	0,23	2	0,15	1112	84,69	1313
Други разред	367	33,06	0	0	1	0,09	742	66,85	1110
Трећи разред	230	22,51	0	0	1	0,10	791	77,39	1022
Четврти разред	213	21,94	1	0,10	2	0,21	755	77,75	971
Укупно	1006	22,78	4	0,09	6	0,14	3400	76,99	4416

Уџбеници математике издавачке куће *Нови Логос* садрже најмањи број задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе. Од 4416 задатка који су предмет анализе, 1016 се може уврстити у задатке погодне за развијање математичке писмености. Најмањи број је графички приказаних задатака, свега 6, по 1 у другом (0,09%) и трећем разреду (0,10%) и по 2 у првом (0,15%) и четвртом (0,21) разреду. Табеларно приказаних задатака има 0,09%, односно 4 задатка. У другом и трећем разреду нема задатака који одговарају овом нивоу, док у првом има 3 (0,23%), а у четвртом разреду 1 (0,10) задатак.

Највећи број задатака се може сврстати у једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст, 1006 задатака, односно 22,78%. У другом разреду имамо највише задатака, од 1110 идентификованих, 367 (33,06%) одговара првом нивоу математичке писмености. Најмањи број је у првом разреду 196 (14,93%) од 1313 задатака. У трећем и четвртом разреду је приближно једнак број задатака, 22,51% (230) у трећем и 21,94% (213) у четвртом разреду.

У наставку ћемо приказати резултате анализе уџбеничких комплета издавачке куће Едука за I, II, III и IV разред основне школе (Табела 98).

Табела 98. *Приказ резултата анализе садржаја уџбеника издавачке куће Едука*

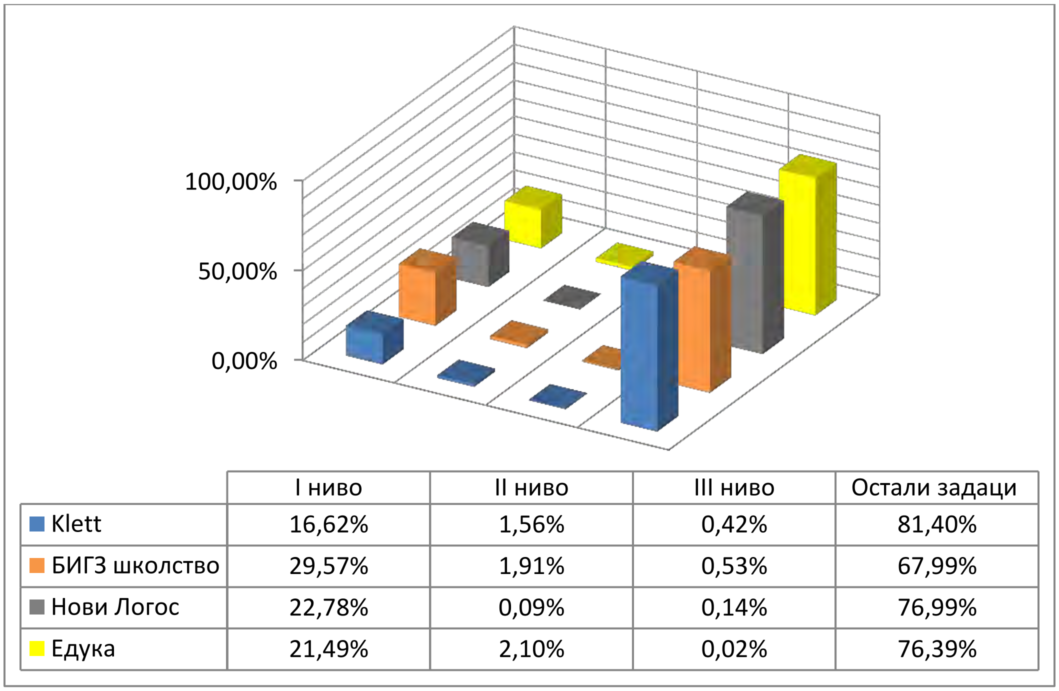
Разред	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Први разред	132	12,12	14	1,29	0	0	943	86,59	1089
Други разред	276	24,29	12	1,06	0	0	848	74,65	1136
Трећи разред	480	27,68	57	3,29	1	0,06	1196	68,97	1734
Четврти разред	226	18,46	26	2,12	0	0	972	79,42	1224
Укупно	1114	21,49	109	2,10	1	0,02	3959	76,39	5183

Уџбеници издавачке куће *Едука* који су предмет анализе су настали у периоду када пројектно оријентисана настава није уведена као новина у наставном плану и програму. Зато се резултати делимично разликују од резултата претходне три издавачке куће које су биле предмет анализе. Идентификован је највећи број задатака за анализу, 5183. Од укупног броја 1224 се може користитити као садржај повољан за развијање елемената математичке писмености на млађем школском узрасту. Првом нивоу математичке писмености одговара 21,49% (1114), другом нивоу 2,10% (109) и трећем нивоу свега 0,02% што одговара једном задатку.

Графички приказане податке у задацима налазимо у уџбеницима за трећи разред, док их у осталим разредима нема. Приметан је нешто већи број табеларно приказаних задатака, посебно у трећем и четвртом разреду. У трећем их је 57 (3,29%), а у четвртом 26 (2,12%). Нешто мањи број задатака који одговарају другом нивоу математичке писмености налазимо у уџбеницима првог, 14 (1,29%) и другог разреда, 12 (1,06%). Уџбенички комплети за први разред имају најмањи број примера који се односе на једноставне проблемске задатке, 132 (12,12%) од 1089. Највећа група задатака која се може уврстити у први ниво математичке писмености налази се у уџбеницима трећег разреда 480 (27,68) од 1734 задатка. У другом разреду их је 276 (24,29%), а у четвртом 226 (18,49%).

На основи анализираних података можемо уочити да се заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике код уџбеника различитих издавачких кућа знатно разликује. Разлика је уочљива на свим нивоима, а посебно се истиче у броју примера који одговарају другом и трећем нивоу математичке писмености. Знатна је разлика у броју задатака који су табеларно и графички приказани у уџбеницима за први и други разред који су прилагођени пројектно оријентисаној настави. Како овај вид наставе мења позицију и улогу ученика у наставном процесу, повећава се број задатака који су повезани са решавањем свакодневних реалних проблема у којима се ученик може наћи. У уџбенику издавачке куће Едука свега је један пример дат у коме се ученици оспособљавају за читање, тумачење и цртање графикона.

Графички приказ илуструје однос задатака по нивоима математичке писмености код уџбеника четири издавачке куће који су били предмет наше анализе (Графикон 14).



	I ниво	II ниво	III ниво	Остали задаци
🟦 Klett	16,62%	1,56%	0,42%	81,40%
🟧 БИГЗ школство	29,57%	1,91%	0,53%	67,99%
⬛ Нови Логос	22,78%	0,09%	0,14%	76,99%
🟨 Едука	21,49%	2,10%	0,02%	76,39%

Графикон 14. *Графички приказ резултата анализе садржаја уџбеника различитих издавачких кућа*

На основу графичког приказа анализе садржаја уџбеника према издавачким кућама, уочавамо да се највећи број примера који одговарају првом нивоу математичке писмености налазе у уџбеницима издавачке куће *БИГЗ школство*, 29,57%. Уџбеници ове издавачке куће су са највећим процентом задатака који су графички приказани (0,53%), односно одговарају трећем нивоу математичке писмености. Најмањи проценат задатака који одговарају захтевима првог нивоа математичке писмености имају уџбеници издавачке куће *Klett* (16,62%), док остала два издавача имају приближно исто процената на овом нивоу (22,78% и 21,49%). Значајно је указати да се у уџбеницима издавачке куће *Едука* налази највећи проценат табеларно приказаних задатака (2,10%) и најмање графичких приказа 0,02%. По броју задатака на другом нивоу математичке писмености следи *БИГЗ школство* (1,91%), *Klett* (1,56%), док је најмањи број ових задатака код издавачке куће *Нови Логос*, свега 0,09%. Знатан број графички приказаних задатака бележимо код издавачке куће *Klett* (0,42%), а код *Новог Логоса* 0,14%. Када је у питању трећи ниво математичке писмености, приметна је разлика у броју задатака код уџбеничких комплета чији су уџбеници за прва два разреда прилагођена пројектној настави, знатно је већи број од осталих. Код осталих задатака нема значајне разлике.

4.5. Заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике према тематским целинама

Наставни садржаји у наставном плану и програму организовани су по тематским целинама. Сходно томе и садржаји у уџбеницима су подељени и разврстани у одговарајуће теме. Тематске целине које су заступљене у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе су: *Релације, Скупови, Природни бројеви, Геометрија, Мерење и мере, Једначине и неједначине и Разломци.* Сходно овој подели извршили смо анализу уџбеника и дефинисали следећи задатак: *Испитати заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике за I, II, III и IV разред основне школе према тематским целинама.* Добијени резултати разврстани по тематским целинама подељени су на разреде и табеларно приказани.

Како бисмо имали увид у заступљеност проблемских задатака у уџбеницима за I, II, III и IV разред основне школе према тематским целинама добијене резултате ћемо приказати у збирној табели. Табела 99 приказује однос задатака на сва три нивоа математичке писмености и осталих задатака за сва четири разреда на једном месту.

Табела 99. *Приказ резултата анализе садржаја према тематским целинама*

Тематске целине	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Природни бројеви	3020	23,46	188	1,46	43	0,33	9622	74,75	12873
Геометрија	188	9,10	8	0,39	0	0	1870	90,51	2066
Мерење и мере	455	45,50	58	5,80	3	0,30	484	48,40	1000
Једначине и неједначине	187	18,46	3	0,30	0	0	823	81,24	1013
Релације	45	9,20	4	0,82	0	0	440	89,98	489
Скупови	2	1,82	1	0,91	1	0,91	106	96,36	110
Разломци	211	32,56	3	0,46	1	0,15	433	66,83	648
Укупно	4108	22,57	265	1,46	48	0,26	13778	75,71	18199

Из Табеле 99 можемо уочити да је највећи број задатака на сва три нивоа заступљен у оквиру тематске целине *Природни бројеви,* 3020 (23,46%) на првом, 188 (1,46%) на другом и 43 (0,33%) на трећем нивоу. Процентуално највећи број задатака имамо у оквиру теме *Мерење и мере,* 45,50% (455) једноставних проблемских задатака, 5,80% (58) табеларно приказаних података у задацима и 0,30% (3) графички приказаних података у задатку. Знатан број задатака који доприносе развијању математичке писмености можемо уочити и у оквиру теме *Разломци.* Код осталих тематских целина бележимо уједначен број задатака сходно укупном броју задатака у датој области.

Резултати анализе по тематским целинама за први разред приказани су у Табели 100.

Табела 100. *Приказ резултата за први разред према тематским целинама*

Тематска целина	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Релације	41	9,11	4	0,89	0	0	405	90,00	450
Скупови	2	1,82	1	0,91	1	0,91	106	96,36	110
Природни бројеви	591	17,57	39	1,16	22	0,65	2711	80,62	3363
Геометрија	4	1,29	4	1,29	0	0	302	97,42	310
Мерење и мере	61	54,96	15	13,51	1	0,90	34	30,63	111
Једначине и неједначине	4	13,33	2	6,67	0	0	24	80,00	30
Укупно	703	16,07	65	1,49	24	0,55	3582	81,89	4374

Од укупног броја задатака идентификованих у првом разреду (4374), једном од три нивоа математичке писмености одговара 792 задатка. Највећи број задатака се може уврстити у први ниво, 703 (16,07%), другом нивоу одговара 65 задатка односно 1,49% и трећем нивоу одговарају 24 задатка односно 0,55%. У наставним садржајима за млађе разреде основне школе највећи број часова је издвојен за наставну тему *Природни бројеви.* Зато је у овој тематској целини највећи број задатака био предмет анализе, чак 3363 задатка. Од тог броја 17,57% (591) задатака сврставамо у једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст. Из табеле можемо уочити да је у овој области највећи број задатака на другом нивоу математичке писмености, 39 (1,16%) и на трећем нивоу математичке писмености 22 (0,65%).

По броју задатака следи тематска целина *Релације* (450) којој је у великој мери посвећен наставни план на самом почетку школске године. Сама природа ове области идентификује велики број задатака који се могу повезати са решавањем свакодневих животних проблема. У групу једноставних проблемских задатака можемо уврстити 41 задатак (9,11%), у задатке са табеларно приказаним подацима имамо 4 задатка (0,89%), док у последњој групи немамо издвојених задатака.

Значајно је указати на заступљеност и распоређеност задатака у оквиру тематске целине *Мерење и мере.* Од 111 задатака ове области чак 54,96% (61) се могу сврстати у једноставне проблемске задатке, 13,51% (15) у задатке у којима су подаци дати табеларно и 0,09% (1) графички приказан задатак. Разлог великог броја задатака је сама проблематика ове области која подразумева одређена мерења која се користе у свакодневном животу, као и реализацију садржаја на конкретним примерима.

Врло мали број задатака је издвојен у преостале три тематске целине. Код *Скупова* од 110 задатака свега 4 су разврстана у три нивоа математичке писмености. На првом 2 (1,82%), на другом 1 (0,91%) и на трећем 1 (0,91%). Тематска целина *Геомтерија* која је трећа по броју задатака у првом разреду има свега 8 задатака који могу подстицати развијање математичке писмености и то по 4 (1,29%) на првом и другом нивоу, док на трећем нивоу нема задатака. Од 30 задатака наставне теме *Једначине и неједначине* 4 (13,33%) задатка одговара првом нивоу и 2 (6,67%) другом нивоу математичке писмености. На трећем нивоу нема идентификованих задатака.

У Табели 101 приказани су подаци анализе садржаја по тематским целинама за други разред.

Табела 101. *Приказ резултата за други разред према тематским целинама*

Тематска целина	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Природни бројеви	1038	32,09	39	1,20	9	0,28	2149	66,43	3235
Геометрија	9	2,41	3	0,81	0	0	361	96,78	373
Мерење и мере	148	47,28	23	7,35	2	0,64	140	44,72	313
Једначине и неједначине	73	26,54	1	0,36	0	0	201	73,10	275
Разломци	31	27,43	0	0	0	0	82	72,57	113
Релације	4	10,26	0	0	0	0	35	89,74	39
Укупно	1303	29,97	66	1,52	11	0,25	2968	68,26	4348

У уџбеницима за други разред основне школе издвојили смо 6 тематских целина и укупно 4348 задатака од којих 1380 одговара једном од три дефинисана нивоа математичке писмености. Од овог броја 1303 (29,97%) на првом нивоу, 66 (1,52%) на другом и 11 (0,25%) на трећем нивоу математичке писмености. Као и код уџбеника првог разреда највећи број проблемских задатака на првом нивоу издвојен је у оквиру теме *Мерење и мере,* 47,28% (148) као и код теме *Природни бројеви,* 32,09% (1038). На другом нивоу за прву тему је издвојено 7,35% (23) задатка, а за другу тему 1,20% (39) задатака. Ово су уједно и две тематске целине у којима су заступљени графички приказани подаци у задацима, 0,28% (9) у примерима са природним бројевима и 0,64% (2) код примера за мерење и мере.

Табеларно приказаних задатака у уџбеницима за други разред имамо код наставних тема *Геометрија,* 3 (0,81%) и *Једначине и неједначине* 1 (0,36%). Прва тема на првом нивоу има свега 9 (2,41%) задатака, док друга тема има нешто већи број задатака 73 (26,54%).

Преостале две теме, *Разломци* и *Релације* имају примера који одговарају једноставним проблемским задацима смештеним у свакодневни животни контекст. Примера са разломцима имамо 31 (27,43%), а примера са релацијама у простору и релацијама особина 4 (10,26%).

Табела 102 даје приказ анализе уџбеника за трећи разред основне школе.

Табела 102. *Приказ резултата за трећи разред према тематским целинама*

Тематска целина	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Природни бројеви	792	23,70	64	1,92	3	0,09	2482	74,29	3341
Геометрија	55	7,26	1	0,13	0	0	701	92,61	757
Мерење и мере	191	50,80	17	4,52	0	0	168	44,68	376
Једначине и неједначине	49	14,37	0	0	0	0	292	85,63	341
Разломци	103	36,79	2	0,71	0	0	175	62,50	280
Укупно	1190	23,35	84	1,65	3	0,06	3818	74,94	5095

У пет тематских целина у уџбеницима за трећи разред основне школе издвојено је 1277 задатка који подстичу развијање математичке писмености од укупно 5095. Најмање задатака одговара трећем нивоу математичке писмености и то свега 3 (0,06%) и ти се задаци налазе у најобимнијој тематској целини, *Природни бројеви*. Табеларно приказаних података у задацима, са изузетком *Једначина и неједначина,* имамо у свим другим областима, укупно 84 (1,65%). На првом нивоу математичке писмености је највећи број задатака 1190 (23,65%).

Процентуално се највећи број задатака на првом нивоу издваја у оквиру наставне теме *Мерење и мере* 50,50% (191), а бројчано у оквиру теме *Природни бројеви* 792 (23,70%). Исто важи и за други ниво математичке писмености 4,52% (17) и 64 (1,92%).

Знатан број задатака идентификован је у оквиру теме *Разломци,* 103 (36,79%) на првом и 2 (0,71%) на другом нивоу математичке писмености. Уједно се бележи пораст броја задатака на првом нивоу у оквиру теме *Геомтерија,* 55 (7,26%) и свега 1 (0,13%) на другом нивоу. *Једначине и неједначине* имају 49 (14,37%) задатака које можемо уврстити у једноставне проблемске задатке смештене у свакодневни животни контекст.

Приказ резултата анализе садржаја за уџбенике четири издавачке куће за четврти разред дат је у Табели 103.

Табела 103. *Приказ резултата за четврти разред према тематским целинама*

Тематска целина	I ниво		II ниво		III ниво		Остали задаци		Укупно
	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Природни бројеви	599	20,41	46	1,57	9	0,31	2280	77,71	2934
Геометрија	120	19,17	0	0	0	0	506	80,83	626
Мерење и мере	55	27,50	3	1,50	0	0	142	71,00	200
Једначине и неједначине	61	16,62	0	0	0	0	306	83,38	367
Разломци	77	30,20	1	0,39	1	0,39	176	69,02	255
Укупно	912	20,81	50	1,14	10	0,23	3410	77,82	4382

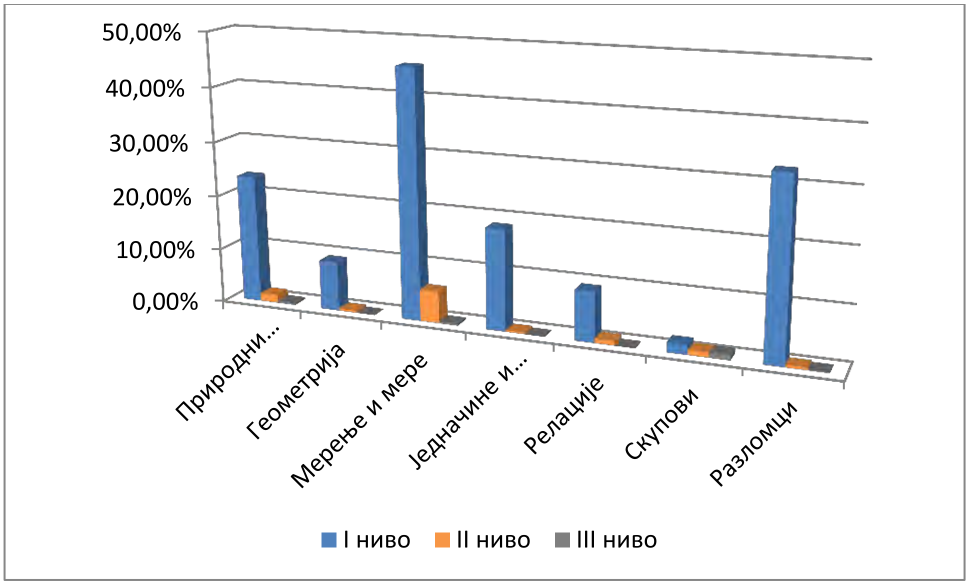
Тематске целине које су заступљене у уџбеницима за трећи разред налазе се и у уџбеницима за четврти разред. Од 4382 задатка издвојено је 972 задатка који подстичу развијање елемената математичке писмености. Од овог броја 912 (20,81%) одговара првом нивоу, 50 (1,14%) другом нивоу и 10 (0,23%) трећем нивоу математичке писмености.

Табеларно приказаних података у задацима има највише у оквиру теме *Природни бројеви,* 46 (1,57%), затим у оквиру теме *Мерење и мере,* 3 (1,50%) и свега 1 (0,39%) у оквиру наставне теме *Разломци.* Графички приказаних података у задатку имамо у само две области *Природни бројеви,* 9 (0,31%) и *Разломци* 1 (0,39%).

Једноставних проблемских задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености највише имамо у оквиру најобимније теме, *Природни бројеви,* 599 (20,41), затим у оквиру теме *Геометрија* 120 (19,17%), што је највећи број за ову тему у сва четири разреда. *Мерење и мере,* како и у претходним разредима, процентуално садржи знатан број задатака 27,50% (55), док је највећи проценат у односу на број задатака у области заступљен код *Разломака,* 30,20% (77) задатака. Знатан број задатака се може издвојити код *Једначина и неједначина,* 61 (16,62%), који могу допринети развијању математичке писмености код ученика.

Однос задатака у оквиру тематских целина разврстаних на три нивоа математичке писмености можемо уочити на графикону 15 (Графикон 15).

На графикону можемо уочити знатно мањи број задатака у оквиру другог и трећег нивоа математичке писмености. У оквиру првог нивоа математичке писмености, где су заступљени једноставни проблемски задаци повезани са свакодневним животним активностима, бележимо нешто већи проценат задатака. Највећи број задатака бележимо у оквиру тематских целина *Мерење и мере, Природни бројеви* и *Разломци* на првом нивоу математичке писмености. На осталим нивоима је мањи проценат заступљености задатака по свим тематским целинама.



Графикон 15. *Графички приказ резултата анализе садржаја уџбеника према тематским целинама*

На основу анализе садржаја уџбеника за I, II, III и IV разред основне школе четири издавачке куће, *Klett, БИГЗ школство, Нови Логос* и *Едука* можемо закључити да постављену хипотезу: *Уџбеници математике за млађе разреде основне школе пружају могућности за развијање елемената математичке писмености код ученика*, можемо потврдити. У уџбеницима који су били предмет анализе имамо највећи број задатака који одговарају првом и основном нивоу математичке писмености који чине једноставни проблемски задаци смештени у свакодневни животни контекст. Међутим, можемо закључити да ове врсте задатака немамо у довољној мери, јер се углавном ради о једноставним проблемским задацима који не подстичу развој способности неопходни за побољшање математичке писмености код ученика. Задаци у којима су подаци приказани табеларно или у графиконима су заступљени у веома малом броју и то у оквиру само појединих тематских целина. Овај вид задатака је знатно заступљенији у уџбеницима за први и други разред, а који су креирани као потпора пројектно оријентисаној настави математике. Што значи, да у будућим издањима уџбеника за трећи и четврти разред можемо очекивати повећање броја задатака који одговарају другом и трећем нивоу математичке писмености.

На значај садржаја у уџбенику за развијање елемената математичке писмености указује Оливера Ђокић (Ђокић, 2013) кроз реализовано експериментално истраживање које је засновано на иновативном моделу уџбеника. На садржајима у оквиру наставне теме *Геометрија* примењен је приступ реалног окружења као наставног приступа кроз моделе уџбеника у коме су садржаји на тај начин и презентовани. Истраживањем је потврђено да код ученика долази до знатног напретка у постигнућима на финалном тесту. Ученици су у великој мери развили способности неопходне у решавању проблема из реалног контекста, а чему су допринели садржаји у уџбенику математике.

Анализом садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености бавила се Дубравка Гласновић Грацин (Glasnović Gracin, 2011). Испитивала је заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике који се користе од шестог до осмог разреда. Закључила је да су у уџбеницима математике заступљени задаци у којима се захтева репродукција и препознавање садржаја, док су задаци који захтевају примену знања и пружају могућност да буду решени на више начина нису у довољној мери заступљени. До сличних закључака смо дошли и ми у оквиру реализованог истраживања кроз анализу садржаја.

Уџбеник као битан фактор у реализацији наставног процеса за наставни предмет математика може својим садржајима допринети развијању елемената математичке писмености. За то је неопходно у оквиру већ постојећих садржаја указивати ученицима кроз наставни процес на могућност примене усвојених знања и обогатити уџбенике примерима који су битни у развијању елемената математичке писмености.

ЗАКЉУЧАК И ИМПЛИКАЦИЈЕ ИСТРАЖИВАЊА

Савремене тенденције померају фокус са репродукције знања на функционална знања која подразумевају примену и разумевање усвојених садржаја. У прилог томе говоре и бројна тестирања како на националном, тако и на међународном нивоу (Национално тестирање ученика, PISA, TIMSS) на којима се од ученика не очекује да само поседују одређени квантум знања, већ и да усвојена знања примене у решавању свакодневних реалних проблема. Дакле, очекује се јединка са функционалним знањима и широким спектром писмености. Појам писмености не подразумева јединку која уме да чита, пише и рачуна, већ ону која усвојена знања уме да примени и пронађе адекватан извор за усвајање нових информација, као и критичко вредновање добијених информација. Широк је спектар писмености које та јединка мора поседовати: читалачка писменост, информатичка писменост, научна писменост, решавање проблема и математичка писменост.

Математичка писменост подразумева широк спектар знања, али и способности неопходних за функционисање у савременом друштву. То значи да се квалитет наставе математике и квалитет њених исхода не мери само на основу чињеничног знања, већ по томе колико је ученик развио математичке компетенције, односно колико је оспособљен да знања примени у решавању реалних проблема. Све компетенције које су потребне појединцу можемо сврстати у три димезије: формулисање, примена и интерпретација. Док формулисање подразумева познавање основних података и чињеница, решавање проблема који су смештени у релативно познат контекст захтевају примену једноставних стратегија. Интерпретација се јавља када код појединца долази до изражаја креативности у решавању одређених проблема. Сви ови процеси су разврстани по растућем принципу сложености, од репродукције једноставних чињеница, преко повезивања садржаја до коришћења математичког резоновања и генерализација усвојених правила.

Дакле, развијање математичке писмености представља императив савременог математичког образовања. Отуда и бројне истраживачке студије разматрају питање развијања елемената математичке писмености. С обзиром на то да се математичка писменост испитује преко PISA тестирања код ученика на крају основношколског образовања, истраживања која разматрају питање подстицања и развијања елемената математичке писмености углавном дају идеје и решења за развијање на овом узрасту. Основни циљ овог рада је идеја да се са развијањем елемената математичке писмености мора започети још у млађим разредима основне школе. Овакав циљ наметнуо је и питање одређења појма математичке писмености имајући у виду карактеристике ученика и карактеристике садржаја почетне наставе математике. Основно полазиште у конципирању рада јесте проблем операционализације математичке писмености на млађем школском узрасту, јер не постоје студије које се овом проблематиком баве на том узрасту. Сва истраживања су усмерена на могућности развијања математичке писмености код петнаестогодишњака. Полазећи од карактеристика ученика млађег школског узраста, њихових когнитивних способности, природе садржаја математике за млађе разреде основне школе, издвојили смо елементе математичке писмености који се на том узрасту могу развијати и на тај начин операционализовали појам математичке писмености.

На бази теоријских полазишта и одређења математичке писмености наметнуло се питање како развијати елементе математичке писмености у настави математике. Наше полазиште је да се то може учините посредством садржаја наставе математике. У том циљу смо обликовали садржаје наставе математике према нивоима математичке писмености у складу са садржајима програма математике. Кроз експериментални програм ученици експерименталне групе су усвајали обликоване садржаје који могу допринети развијању елемената математичке писмености. Реч је о једноставним проблемским задацима смештени у свакодневни животни контекст, потом, задаци у којима подаци нису дати у виду текста, већ су подаци приказани табеларно и трећи операционализовани ниво чинили су задаци у којима су подаци приказани графички. Ученици контролне групе су наставу реализовали на традиционалан начин, без икаквих измена.

Испитивање могућности развијања елемената математичке писмености и ефеката креираног програма пратили смо кроз екепериментално истраживање и методу експеримента са параленим групама, технику анализе садржаја у оцени могућности уџбеника у овом процесу и скалирање како бисмо утврдили ефекте на ученике.

Експерименталним истраживањем смо настојали испитати у којој мери садржаји могу имати ефекте на развијање елемената математичке писмености. Испитани су ефекти утицаја обликованих садржаја на развијање елемената математичке писмености кроз постигнућа ученика у укупном скору и према операционализованим нивоима математичке писмености. Резултати до којих смо дошли упућују на следеће:

- посредством садржаја могуће је развијати елементе математичке писмености код ученика млађег школског узраста. Ученици који су програм наставе математике усвајали посредством обликованих садржаја постигли су боље резултате у развијању елемената математичке писмености у односу на ученике код којих су у наставном процесу реализовани уобичајени садржаји;
- елементи математичке писмености могу се подједнако развијати и код дечака и код девојчица под утицајем садржаја који се у наставном процесу користе;
- елементи математичке писмености могу се развијати код свих ученика, без обзира на оцену коју имају из математике. Напредак у образовним постигнућима се бележи код свих ученика, без обзира на оцену коју имају из математике. Напредак је значајнији код ученика са бољим оценама, али је од посебног значаја што су и ученици са слабијом оценом из математике постигли знатан напредак, што потврђује могућност да се под утицајем садржаја могу развијати елементи математичке писмености код свих ученика;
- ученици су знатно напредовали у развијању елемената математичке писмености под утицајем садржаја наставе математике, без обзира на остварен општи успех. Напредак је евидентнији код ученика са бољим успехом, мада је значајан напредак и ученика са *добрим* успехом који су постигли боље резултате и од ученика са бољим успехом код којих је настава реализована на уобичајени начин.

Полазна хипотеза, да је *у млађим разредима основне школе могуће развијати елементе математичке писмености,* овим резултатима је потврђена. Ову претпоставку потврдили су резултати иницијалног и финалног теста, као и разлика у постигнућима између ученика контролне и експерименталне групе. Резултати до којих смо дошли нам показују да је на млађем школском узрасту могуће развијати елементе математичке писмености адекватно обликованим садржајима наставе математике. Адекватно обликовани садржаји који се примењују на часовима математике, кроз експериментални програм потврдили су знатан напредак ученика у развијању елемената математичке писмености.

Поред постојања разлике у укупном скору утврдили смо постојање значајне разлике у постигнућима ученика на сваком од три операционализована нивоа математичке писмености у корист ученика експерименталне групе. Закључци до којих смо дошли су следећи:

- под утицајем садржаја наставе математике могу се развијати елементи математичке писмености на сваком од три операционализована нивоа. Наведено потврђује знатан напредак ученика у постигнућима на сваком од три нивоа математичке писмености. Посебан напредак је евидентан на другом и трећем нивоу математичке писмености на коме ученици показују способности да на бази дате проблемске ситуације повезују дате информације, селектују их и самостално врше избор и примену адекватне стратегије за решавање одређеног проблема, решавају сложене ситуације у којима је неопходно извршити процес анализе и синтезе датих података, при чему су подаци смештени у одговарајући животни контекст;
- методичко обликовање садржаја наставе математике утиче на постигнућа ученика на операционализованим нивоима математичке писмености без обзира на пол ученика. Елементи математичке писмености се могу подједнако развијати и код дечака и код девојчица;
- садржаји наставе математике који подстичу развијање елемената математичке писмености доприносе побољшању постигнућа ученика на операционализованим нивоима математичке писмености, без обзира на оцену математике коју ученици имају. Напредак ученика са бољим оценама је очекиван, док је значајно напоменути да је утицај садржаја наставе математике знатно допринео бољим постигнућима ученика са слабијим оценама на сваком од три нивоа математичке писмености;
- елементи математичке писмености под утицајем обликовања садржаја развијају се код свих ученика, на свим нивоима без обзира на општи успех. Значајан напредак ученика са *добрим* успехом показује да се елементи математичке писмености могу развијати код свих ученика, сходно њиховим могућностима.

Закључци до којих смо дошли потврђују хипотезу да се *под утицајем садржаја могу развијати елементи математичке писмености према нивоима математичке писмености*.

Скалом ставова Ликертовог типа испитали смо ставове ученика о приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења. У скалирању су учествовали ученици обе групе након извршеног финалног тестирања. Испитивањем ставова ученика утврдили смо: 1) ставове ученика о могућности примене математике у решавању проблема из реалног окружења; 2) ставове ученика о доприносу наставе математике примени усвојених знања и 3) ставове ученика о заступљености задатака према нивоима математичке писмености. Закључци до који смо дошли су следећи:

- ставови ученика о могућностима примене математике у решавању проблема из реалног окружења су углавном позитивни. Код ученика контролне групе имамо изражене негативне и неутралне ставове у већој мери него код ученика експерименталне групе, који су показали већи степен сагласности, а што је настало под утицајем садржаја експерименталног програма;

- ученици експерименталне групе сматрају да настава математике може припремити ученике за примену знања у решавању проблема из реалног окружења, што потврђују њихови позитивни ставови које су се односили на ове тврдње, што није случај код ставова ученика контролне групе који су показали мањи степен сагласности са овим тврдњама и врло често су исказали неутралан став;
- скалирањем смо утврдили да ученици експерименталне групе у већој мери исказују сагласност са тврдњама које се односе на заступљеност задатака према нивоима математичке писмености. Реализовани експериментални програм којим су обухваћени садржаји који подстичу развијање елемената математичке писмености на сва три операционализована нивоа знатно је допринео томе.

Анализа ставова ученика потврдила је хипотезу да *ученици имају позитиван став о приступу учења математике кроз решавање проблема из реалног окружења*. Рад са ученицима на садржајима математике у којима ученици решавају реалне проблеме који доприносе развијању елемената математичке писмености допринео је да ученици изразе већи степен слагања са тврдњама које се односе на приступ учењу математике кроз решавање проблема из реалног окружења у односу на ученике код којих се настава реализовала на уобичајени начин.

Испитали смо у којој мери садржаји уџбеника математике стварају основу за развијање елемената математичке писмености на млађем школском узрасту као и у којој мери су заступљени задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима за млађе разреде основне школе.

Анализа садржаја уџбеника математике за млађе разреде основне школе извршена је према разредима и : 1) према операционализованим нивоима математичке писмености; 2) према издавачима и 3) према тематским целинама. Анализом су обухваћени уџбеници четири издавачке куће: *Едука, БИГЗ школство, Нови Логос* и *Klett*. Анализирано је 16 уџбеничких комплета, за сваки разред по четири, што укупно чини 45 уџбеника. Добијени резултати упућују на закључке:

- у уџбеницима математике за млађе разреде основне школе заступљени су садржаји који садрже захтеве који су операционализовани концептом математичке писмености на сваком од три операционализована нивоа. Највећи број задатака подразумева захтеве првог нивоа математичке писмености, док је мање задатака који садрже захтеве другог и трећег нивоа математичке писмености, чијим решавањем ученици испољавају интегративна и евалуативна знања. У уџбеницима математике за други разред је највише захтева који се подводе под први ниво математичке писмености, односно садрже захтеве у којима је потребно репродуктивно знање. Највећи број садржаја који садрже захтеве другог нивоа, односно подразумевају интеграцију знања идентификујемо у уџбеницима трећег разреда. Садржајима који подразумевају захтеве трећег нивоа математичке писмености који подразумева захтеве евалуативних знања, има највише у уџбеницима првог разреда;
- заступљеност задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености у уџбеницима математике код уџбеника различитих издавачких кућа се знатно

разликује. Разлика је уочљива на свим нивоима, а посебно се истиче у броју примера који одговарају захтевима другог и трећег нивоа математичке писмености, којих има знатно мање у уџбеницима свих издавачких кућа. Евидентиран је најмањи број садржаја који одговарају захтевима трећег нивоа у свим анализираним уџбеницима. Знатна је разлика у броју задатака који су табеларно и графички приказани у уџбеницима за први и други разред који су прилагођени пројектно оријентисаној настави, у којима их има у нешто већем броју у односу на уџбенике за трећи и четврти разред;

- у уџбеницима математике у млађим разредима основне школе заступљени су задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености према операционализованим нивоима у свим тематским целинама садржаја програма наставе и учења у различитом броју. У оквиру свих тематских целина, највећи број задатака садржи захтеве који припадају првом нивоу математичке писмености, док их у оквиру друга два нивоа има нешто мање. Највећи број задатака бележимо у оквиру тематских целина *Мерење и мере, Природни бројеви* и *Разломци* на првом нивоу математичке писмености. На осталим нивоима је мањи проценат заступљености задатака у свим тематским целинама.

Уџбеник као основно наставно средство за планирање и реализацију наставног процеса може дати значајан допринос у развијању елемената математичке писмености те се наведено може постићи ако су у уџбеницима математике заступљени задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености. Наша хипотеза да *уџбеници математике за млађе разреде основне школе пружају могућности за развијање елемената математичке писмености код ученика,* је закључцима до којих смо дошли, потврђена.

Закључујемо да задаци који доприносе развијању елемената математичке писмености нису равномерно заступљени у уџбеницима математике. Највећи број задатака одговара захтевима првог нивоа, међутим на остала два нивоа нема довољно задатака који подстичу развијање елемената математичке писмености. Знатан број задатака који одговарају другом и трећем нивоу евидентиран је у уџбеницима који одговарају пројектно оријентисаној настави, а то су уџбеници за први и други разред. Како се очекује прилагођавање уџбеника овом виду наставе и у трећем и четвртом разреду, очекујемо да ће се повећати број задатака ове врсте. Важно је да у уџбеницима постоје задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености, а на учитељима је да те садржаје искористе и прошире. У којој мери уџбеник има улогу у оспособљавању ученика за решавање проблема из реалног окружења показало је истраживање које је реализовала Ђокић. Истраживање које проучава РМО у почетној настави геометрије (Ђокић, 2013) је једно од ретких у коме се испитује значај повезивања геометријских садржаја са реалним животним ситуацијама. Креирани модел уџбеника у коме су садржаји геометрије обликовани кроз примере из реалног живота блиских ученику примењен је у наставном процесу и дао је значајне резултате у усвајању ових садржаја код ученика. Овај вид задатака, поред усвајања одређених знања, доприноси остваривању функционалних и практичних задатака наставе математике.

Кроз анализу садржаја утврдили смо да су у уџбеницима математике заступљени задаци који подстичу развијање елемената математичке писмености. Највећи број примера је дат у виду једноставних проблемских задатака који су, најчешће, дати у тестуалној форми. Поред сугестије да задатака који одговарају другом и трећем нивоу математичке писмености треба бити више у уџбеницима, не можемо очекивати да ће овај вид задатака бити доминантан. Разлог је у томе што се не могу сви математички садржаји повезати са реалним животним ситуацијама. Постоје примери који имају чисто математички контекст и њихово усвајање захтева одређена знања без указивања на могућност примене. Зато је важно да у уџбеницима математике има примера који доприносе усвајању основних знања и примера на којима ће се развити способности примене знања у решавању проблема из реалног окружења.

Анализом добијених разултата можемо закључити да се код ученика млађег школског узраста у оквиру наставе математике могу развијати елементи математичке писмености. Истраживање је показало да се тај процес може остварити пажљивијим обликовањем садржаја наставе математике. Сама природа наставе математике која подразумева у великој мери примену усвојених знања у свакодневном животу и раду представља добру основу за развијање математичке писмености. Поред могућности да се задаци повезани са реалним животним окружењем решавају моделовањем које подразумева креирање одређеног модела на основу дате реалне ситуације (Ђокић, 2017), показали смо да се ученици могу оспособљавати за решавање овог типа задатака кроз обуку која подразумева примену обликованих садржаја наставе математике. Нашим истраживањем смо показали да се садржајима наставе математике могу развијати елементи математичке писмености код ученика млађег школског узраста. Обликовањем садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености и њиховом операционализацијом на одређеним нивоима долази до знатног напретка у постигнућима ученика. Наведено потврђују и резултати реализованог експерименталног програма. Садржаји наставе математике морају бити повезани са реалним животом ученика и морају имати смисла да би допринели развијању елемената математичке писмености. Реална ситуација у којој је одређени задатак дат мора бити блиска ученику и његовим интересовањима како би што успешније решио задати проблем. Смисленост дате проблемске ситуације је битна како би се ученици оспособили да усвојена знања заиста примене у реалном животу у решавању одређених задатака. Значај наведених карактеристика реалних ситуација у којима задатак може бити дат својим истраживањем потврдио је и Фаузан (Fauzan, 2002) који истиче да ситуација у којој је проблем дат треба да буде ученицима позната, да привлачи њихову пажњу и да указује ученицима на могуће решење датог задатка.

Како читав овај поступак решавања проблема из реалног окружења има у основи процес математизације, од велике важности је оспособљавати ученике да на тај начин решавају задатке. Како истиче Фројдентал (Freudenthal, 1991) процес учења математике је заснован на процесу математизације. Треферс (Treffers, 1987) дефинише појмове хоризонталне и вертикалне математизације на основу којих закључујемо да је у процесу решавања проблема из реалног окружења, који доприносе развијању елемената математичке писмености значајно оспособити ученике за процес хоризонталне математизације. Препознавање математичког садржаја у одређеној проблемској ситуацији датој у реалном контексту представља први корак на том путу. Следи превођење проблемске ситуације на математички језик и њено решавање. Од великог значаја је оспособљавање ученика да добијено решење интерпретирају у реалном контексту који је на почетку дат. На овај начин, а кроз пример у коме је решење задатка имало и остатак при дељењу који је морао бити урачунат у интерпретацију резултата у реалном контексту, ствара се основа за развијање математичке писмености применом обликованих садржаја наставе математике. Нашим истраживањем смо показали да се ученици млађег школског узраста могу оспособљавати за процес математизације сходно њиховим могућностима и на адекватно обликованим садржајима.

Резултати истраживања до којих смо дошли и њихова верификација кроз експериментални програм дају одређене смернице у погледу могућности развијања елемената математичке писмености код ученика млађих разреда основне школе, као и препоруке и сугестије у планирању наставе математике и њеној организацији у млађима разредима основне школе.

Увођењем садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености на раном школском узрасту даје се допринос развоју функционалних знања код ученика и може бити добра основа за усвајање сличних садржаја у старијим разредима. Ако математичке садржаје чврсто повежемо са искуством детета повећаће се ниво разумевања код деце, а самим тим ће се створити основа за сложеније видове мишљења који доприносе примени усвојених знања. Приликом обликовања садржаја важно је имати у виду да они морају бити прилагођени узрасним могућностима деце и њиховим когнитивним способностима. Како се ученици млађег школског узраста, према Пијажеу, налазе на нивоу конкретних операција, реалистично математичко образовање представља добру основу за усвајање садржаја на том узрасту. Нашим истраживањем смо потврдили да се минималним интервенцијама, које нису подразумевале ни увођење новог модела наставе, промену услова учења, метода рада, већ само примену адекватно обликованих садржаја могу развијати елементи математичке писмености на млађем школском узрасту.

Резултати до којих смо дошли могу бити значајни креаторима образовне политике и наставних програма, као и онима који изграђују упутства за програме, јер успех и конкурентност једне земље на међународном тржишту управо зависи и од нивоа образовних постигнућа њених становника. Сматрамо да би рано увођење садржаја који подстичу развијање елемената математичке писмености могло побољшати резултате на каснијим PISA и TIMSS тестирањима, као и бројним националним тестирањима ученика. Основу за то пружа чињеница да смо кроз наше истраживање операционализовали појам математичке писмености на млађем школском узрасту, обликовали садржаје наставе математике према операционализованим нивоима и на тај начин створили могућност да математичка писменост може развијати од млађег школског узраста. Примена овог начина рада у наставном процесу од млађег школског узраста обезбедила би континуитет у развијању елемената математичке писмености и способности које су за то неопходне.

У уџбеницима математике и у новим видовима наставе предвиђени су садржаји који могу подстаћи развијање елемената математичке писмености што смо кроз анализу садржаја и потврдили. Резултати до којих смо дошли могу дати битне смернице будућим ауторима уџбеника математике за млађи школски узраст у избору и обликовању садржаја који могу допринети развијању елемената математичке писмености. Заступљеност садржаја у којима су дати једноставни проблемски задаци који су повезани са реалним животом ученика, потом задаци у којима подаци нису исказани у виду текста, већ у виду табеларног или графичког приказа, могу допринети развијању способности неопходних за математички писменог ученика. Како је уџбеник наставно средство које има широку примену у остварењу наставног процеса од креирања наставног плана до саме реализације наставног часа, врло је важно да у њима буду заступљени садржаји који доприносе развијању елемената математичке писмености. Примери обликованих садржаја који су коришћени у реализацији нашег истраживања могу послужити као идеја при обликовању садржаја у уџбеницима математике за млађи школски узраст.

Ученици су исказали позитиван став према овим задацима кроз наше истраживање, тако да остаје на учитељима и њиховој жељи да са ученицима такве садржаје и реализују. Реализације наставе кроз адекватно обликоване садржаје који су повезани са реалним животом ученика, а који су операционализовани на три нивоа сложености, пружа могућност учитељима за диференцирани приступ настави математике. Разлог зашто учитељи не придају већи значај садржајима који су повезани са реалним животом можемо наћи у недовољно јасном концепту математичке писмености, јер се она најчешће везује за петнаестогодишњаке код којих се и испитује. Операционализацијом појма математичке писмености за млађи школски узраст створили смо основу за то. Зато је неопходно сугерисати учитељима да се развијањем елемената математичке писмености крене што раније, од млађих разреда, како би се побољшали резултати у каснијем школовању. Нашим истраживањем смо потврдили да се применом обликованих садржаја елементи математичке писмености могу развијати код ученика трећег разреда основне школе, те би основна препорука учитељима као непосредним реализаторима наставног процеса била да у реализацију наставе математике уврсте садржаје који могу указати на примену усвојених знања у решавању проблема из реалног окружења. На могућност примене и практични значај треба указивати у свакој прилици и у оквиру свих садржаја наставе математике који имају практичну примену знања. На тај начин се омогућава да ученици сагледају математику из другог угла, да увиде њен практични значај и да на тај начин буду мотивиснији у усвајању садржаја овог предмета.

Резултати до којих смо дошли приказују тренутно стање када је развијање математичке писмености у питању и верујемо да могу користити другим истраживачима као смерница ка новим истраживањима. Отвара се могућност испитивања ефеката нашег начина рада не само у трећем разреду већ и у осталим млађим разредима основне школе, почевши од првог разреда као и испитивање могућности развијања елемената математичке писмености у оквиру тачно одређених тематских целина. Истраживачи могу проширити опсег садржаја и прилагодити млађем школском узрасту, а све са циљем раног развијања математичке писмености у оквиру наставе математике. У колико се настава математике у млађим разредима основне школе организује на садржајима у којима ученици решавају реалне проблеме, елементи математичке писмености се могу развијати код свих ученика. То се може постићи обликовањем и операционализацијом математичких садржаја које учитељ може самостално осмислити и прилагодити ученицима. Наставу математике треба организовати тако да подстиче активну улогу ученика, развој мишљења и закључивања, а све се то може постићи обликовањем садржаја који су блиски ученику и потичу из његовог непосредног окружења.

Надамо се да ће резултати до којих смо дошли у овој дисертацији инспирисати друге истраживаче и подстаћи их да испитују могућности развијања елемената математичке писмености код ученика млађег школског узраста применом новог приступа настави и учењу.

ЛИТЕРАТУРА

Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.

Анић, И. и Павловић Бабић, Д. (2011). Решавање математичких проблема у реалном контексту: квлитативна и квантитативна анлиза постигнућа, *Настава и васпитање,* Вол. LX (2). Београд: Иснтитут за педагошка истраживања, стр. 193 – 205.

Bandura, A. (1982). Self-efficacy mechanism in human agency. *American Psychologist, 37*(2), 122–147.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: the exercise of control.* New York: Freeman.

Baucal, A. i Pavlović Babić, D. (2011). *Nauči me da mislim, nauči me da učim. PISA 2009 u Srbiji.* Beograd: Institut za psihologiju / Centar za primenjenu psihologiju.

Baucal, A. (2012). *Ključne kompetencije mladih u Srbiji u PISA 2009 ogledalu.* Beograd: Institut za psihologiju / Tim za socijalno uključivanje i smanjenje siromaštva Vlade Republike Srbije.

Bloom, B. (1981). *Taksonomija ili klasifikacija obrazovnih i odgojnih ciljeva – knjiga I, Kognitivno područje.* Beograd: Republički zavod za unapređenje vaspitanja i obrazovanja.

Botha, J. J. (2011). *Exploring Mathematical Literacy: The Relationship Between Teachers' Knowledge and Beliefs and Their Instructional Practices.* Thesis Faculty of Education University of Pretoria. Accessed March 1st 2019. https://repository.up.ac.za/handle/2263/28984

Bradley, R. H., & Vandell, D. L. (2007). Child care and the well-being of children. *Archives of pediatrics & adolescent medicine*, *161*(7), 669–676.

Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher, 18*(1), 32–42.

Burger, K. (2010). How does early childhood care and education affect cognitive development? An international review of the effects of early interventions for children from different social backgrounds. *Early childhood research quarterly, 25*(2), 140–165.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic Mathematics Education as work in progress. In: Lin, F. L. (Ed.), *Common Sense in Mathematics Education – Proceedings of 2001 the Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education* (1–40). Taipei, Taiwan.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Bodin-Baarends, C. (2004). All or nothing: Problem solving by high achievers in mathematics. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education,* 8 (3), 115–121.

Vigotski, L. S. (1977). *Mišljenje i govor*. Beograd: Nolit.

Виденовић, М. и Чапрић, Г. (2020). *Писа 2018. Извештај за Републику Србију.* Београд: Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

Вилотијевић, М. (1999). *Дидактика: дидактичке теорије и теорије учења.* Београд: Научна књига / Учитељски факултет.

Vujić, S. i Baronijan, H. (2013). Odnos između pohađanja predškolskog obrazovanja i školskog uspeha učenika i učenica i mogućnost unapređenja predškolskog obrazovanjha u Srbiji. *Psihološka istraživanja,* Vol. XVI (2), Beograd: Filoziofski fakultet / Institut za psihologiju, 105–140.

Гајтановић, З. и Ибро, Д. В. (2015). Анализа уџбеника математике за трећи разред основне школе према стандарадима Д-груп. *Зборник радова Учитељског факултета Призрен - Лепосавић*, (9), Лепосавић: Учитељски факултет, 263–288.

Гашић Павишић, С. и Станковић, Д. (2012). Образовна постигнућа ученика из Србије у истраживању TIMSS 2011. *Зборник Института за педагошка истраживања,* 44 (2). Београд: Институт за педагошка истраживања, 243–265.

Gellert, U., Jablonka, E. & Keitel, C. (2001). Mathematical literacy and common sense in mathematics education: An international perspective. In B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Eds.), *Sociocultural research on mathematics education,* (pp. 57–74). USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Glasnović Gracin, D. (2007a). Matematička pismenost 1. dio. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 8(39), 155–163.

Glasnović Gracin, D. (2007b). Matematička pismenost 2. dio. *Matematika i škola: časopis za nastavu matematike*, 8(40), 202–210.

Glasnović Gracin, D. (2011). *Requirements in mathematics textbooks and PISA assessment*. (Doctoral dissertation, University of Klagenfurt). Klagenfurt: University of Klagenfurt.

Gormley Jr, W. T., Phillips, D., & Gayer, T. (2008). Preschool programs can boost school readiness. *Science*.

Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education.* Utrecht: CD-β Press / Freudenthal Institute.

Gravemeijer, K. P. E. (2008). REM theory and mathematics teacher education. D. Tirosh and T. Wood (eds.) *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education.* (283–302) Sense Publishers.

Дејић, М. и Егерић, М. (2003). *Методика наставе математике.* Јагодина: Учитељски факултет.

De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. In: A.-J. Bishop, K. Clements, Ch. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.). *International handbook of mathematics education* (Part 1, pp. 49–97). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

De Lange, J. (2003). Mathematics for Literacy, u knjizi: Madison, B. L. and Steen, L. A. (Eds), *Quantitative Literacy: Why Literacy Matters for Schools and Colleges,* Princeton, New Jersey, national Council on Education and the Disciplines, 57–89.

De Lange, J. (2006). Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics. Special Issue on The APEC-TSUKUBA International Conference „Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study”*. 25, 13–35.

Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., De Lange, J. & Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in the Netherlands.

ZDM International Journal of Mathematics Education, 39(5–6), 405–418.

Ђерић, И., Гутвајн, И., Јошић, С. и Шева, Н. (2020). *Национални извештај: TIMSS 2019 у Србији – Преглед основних налаза.* Београд: Институт за педагошка истраживања.

Ђокић, О. (2013). *Реално окружење у почетној настави геометрије,* Докторска дисертација. Београд: Учитељски факултет.

Ђокић, О. (2014). Реално окружење у почетној настави геометрије. *Иновације у настави*, 27 (2), 7–21. Београд: Учитељски факултет.

Ђокић, О. (2017). *Реално окружење у почетној настави геометрије*. Београд: Учитељски факултет.

Eartl, H. (2006). European Union policies in education and training: the Lisbon agenda as a turning point?, *Comparative Education,* VOL. 42 (1), str. 5–27.

Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of education and work*, *14*(1), 133–156.

Europen Commission (2010). *Europe 2020: A European strategy for smart, sustainable and inclusive growth,* Brussels: European Commission.

Žakelj A. (2011). Razvijanje matematične pismenosti skozi reševanje problemov. In M. Cotič, V. Medved Udovič, S. Starc (ur): *Razvijanje različnih pismenosti,* Koper: Univerza na Primorskem, Znanstveno-raziskovalno središče, Univerzitetna založba Annales, 218–233.

Закон о уџбеницима (2018). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 27/2018.

Зељић, М. (2014). *Методички аспекти ране алгебре.* Београд: Учитељски факултет.

Zech, F. (1999). *Metodika matematike: Teorijska i praktična upustva za poučavanje I učenje,* 9. izdanje. Beltz Verlage: Weinheim und Basel.

Златковић, Б., (2014). *Психологија учења и наставе*. Врање: Учитељски факултет.

Ибро, В. и Љајко, Е. (2018). *Компетенције наставника за почетну наставу математике.* Призрен – Лепосавић: Учитељски факултет.

Ивић, И., Пешикан А. и Антић, С. (2001). *Активно учење.* Београд: Институт за психологију.

Ивић, И., Пешикан, А. и Антић, С. (2012). *Водич за добар уџбеник: општи стандарди квалитета уџбеника.* Београд: Klett.

Илић, М., Николић, Р. и Јовановић, Б. (2006). *Школска педагогија: уџбеник за студенте учитељског факултета.* Ужице: Учитељски факултет / Бања Лука: Филозофски факултет.

International Outcomes of Learning in Mathematics Literacy and Problem Solving: PISA 2003 Results From the U.S. Perspective. National Center for Education Statistics, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education, December 2004.

Jablonka, E. (2003). *Mathematical literacy*. In A. Bishop, M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. E. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education,* (pp. 75–102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Jakubowski, M., Porta, E. E., Wisniewski, J. & Patrinos, H. A. (2010). *The impact of the 1999 education reform in Poland*. The World Bank.

Jarvis, P. (1987). *Adult Learning in the Social Context*. London: Croom Helm.

Jarvis, P., Holford, J., & Griffin, C. (2003). *The theory & practice of learning*. Psychology Press.

Kaiser, G. & Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: results of an empirical study. *Teaching Mathematics And Its Applications*, Volume 24, No. 2–3, Published by Oxford University Press on behalf of The Institute of Mathematics and its Applications.

Komenski, J., A. (1954). *Velika didaktika.* Beograd: Savez pedagoških društava Jugoslavije.

Krulj, S. R., Kačapor, S. i Kulić, R. (2003). *Pedagogija.* Beograd: Svet knjige.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge university press.

Lave, J. (1996). Teaching, as learning, in practice. *Mind, culture, and activity, 3*(3), 149–164.

Lailiyah, S. (2017). Mathematical Literacy Skills of Students' In Term of Gender Differences. AIP Conference Proceedings *The 4th International Conference on Research, Implementation, and Education of Mathematics and Science (4th ICRIEMS)* Published by AIP Publishing; https://doi.org/10.1063/1.4995146 Published Online: 04 August 2017.

Love, J. M., Kisker, E. E., Ross, C., Raikes, H., Constantine, J., Boller, K., & Vogel, C. (2005). The effectiveness of early head start for 3-year-old children and their parents: lessons for policy and programs. *Developmental psychology*, *41*(6), 885.

Magnuson, K. A., Ruhm, C., & Waldfogel, J. (2007). Does prekindergarten improve school preparation and performance?. *Economics of Education review*, *26*(1), 33–51.

Malinović Jovanović, N. (2008). *Taksonomski model operacionalizacije cilja i zadataka nastave o prirodnim borjevima,* Doktorska disertacija. Univerzitet u Nišu, Vranje: Učiteljski fakultet.

Малиновић Јовановић Н. и Малиновић, Т. (2013). *Методика освремењене наставе математике.* Врање: Учитељски факултет.

Маричић, С. (2006). *Подстицање стваралачког рада у математици.* Ужице: Учитељски факултет.

Маричић, С. (2012). Образовни стандарди и унапређење почетне наставе математике. У: С. Маринковић (ур). *Настава и учење: циљеви, стандарди, исходи.* Ужице: Учитељски факултет, 535–548.

Maričić, S., Lazić, B. & Petojević, A. (2016). Mathematics textbooks for enabling students to solve problems in elementary mathematics education. In: D. Petrovic, M. Antolovic (Eds.), *Education and the Social Challenges at the Beginning of the 21 Century* (136–151). Sombor: Faculty of Education in Sombor.

Marković, O. & Erić, M. (2014). The Problem of Inadequate Use of the Mathematical Language in the PISA Test Tasks. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 128, p. 54–59.

Marušić Jablanović, M., Gutvajn, N. i Jakšić, I. (2016). *Međunarodno istraživawe postignuća učenika iz matematike i prirodnih nauka TIMSS 2015 – Sažetak glavnih nalaza.* Beograd:

Institut za pedagoška istraživanja.

Марушић Јаблановић, М., Гутвајн, Н. и Јакшић, И. (2017). *TIMSS 2015 У Србији. Резултати међународног истраживања постигнућа ученика 4. Разреда основне школе из математике и природних наука.* Београд: Институт за педагошка истраживања.

Maryani, N. & Widjajanti, D., B. (2020). Mathematical literacy: How to improve it using contextual teaching and learning method?, *Journal of Physics Conference Series*, https://www.researchgate.net/publication/343046785_Mathematical_literacy_How_to_improve it_using contextual_teaching and_learning_method. Publisher: IOP Publishing.

Mezirow, J. (2009). An overview on transformative learning. In I. Knud (Ed.), *Contemporary Theories of Learning* (pp. 90–105). NY: Routledge

Милинковић, Ј. (2016). *Огледи о учењу и настави математике.* Београд: Учитељски факултет.

Милинковић, Ј. и Лазић Б. (2018). Постигнуће ученика на ТИМСС и ПИСА испитивању као смерница за измене у наставном програму математике. *Иновације у настави – часопис за савремену наставу,* 31(3), 74–87. Београд: Учитељски факултет.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Baeton, A. E., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A. (1997). *Mathematics Achievement in the Primary School Years:* IEAis Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Shestnut Hill, MA: Boston College.

McCrone, S. S. & Dossey, J. A. (2007). Mathematical Literacy - It's become fundamental. *Principal Leadership*, 7(5), 32–37.

McCrone, S. M., Dossey, J. A., Turner, R. & Lindquist, M. M. (2008). Learning about Student's Mathematical Literacy from PISA 2003. *Mathematics Teacher*, 102(1), 34–39.

Ozgen, K. (2013). Self-Efficacy Beliefs In Mathematical Literacy And Connections Between Mathematics And Real World: The Case Of High School Students. *Journal of International Education Research,* Vol. 9 (4), 305–316.

Ojose, B. (2011). Mathematics Literacy: Are We Able To Put The Mathematics We Learn Into Everyday Use?. *Journal of Mathematics Education*, 4 (1), pp. 89–100.

Општи стандарди постигнућа - образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања - Математика (2011). Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.

OECD (1999). *Measuring Student Knoweledge and Skills: A New Framework for Assessment,* Paris: OECD Publications.

OECD (2003). The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills, Programme for International Student Assessment.

OECD (2004). *Learning for Tomorrow's World: First Results from PISA 2003*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2015). *Education policy outlook 2015: Making reforms happen*. Paris: OECD Publishing.

OECD (2014). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science* (Volume I), PISA, OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-I.pdf

OECD (2017). PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving. In *PISA*. OECD Publishing, Paris.

Павловић Бабић, Д. и Бауцал, А. (2009). *Математичка писменост: PISA 2003 и PISA 2006.* Београд: Министарство просвете Републике Србије / Завод за вредновање кавалитета образовања и васпитања / Институт за психологију.

Pavlović Babić, D. i Baucal, A. (2013). *Podrži me, inspiriši me, PISA 2012 u Srbiji: prvi rezultati*. Beograd: Institut za psihologiju Filkozofskog fakulteta / Centar za primenjenu psihologiju.

Pallant, J. (2011). *SPSS priručnik za preživljavanje: postupni vodič kroz analizu podataka pomoću SPSS-a*, Prevod 4. izdanja. Beograd: Mikro knjiga

Педагошки лексикон. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства, 1996.

Педагошки речник 2. Београд: Завод за издавање уџбеника Социјалистичке Републике Србије,1967.

Пешикан, А. (2010). Савремени погледи на природу школског учења и наставе: социо-конструктивистичко гледиште и његове практичне импликације. *Психолошка истраживања,* 13(2). Београд: Филозофски факултет / Институт за психологију, 157–184.

Pešić, J. (1998). *Novi pristup strukturi udžbenika – teorijski principi i konstrukcija rešenja.* Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Пијаже, Ж. и Инхелдер, Б. (1982). *Интелектуални развој детета.* Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

Пијаже, Ж. (2008). Теорија стадијума у сазнајном развоју. У: *Развојна психологија: избор научних и стручних радова за студенте учитељских факултета.* Приредио: Аурел А. Божин. Беогард: Учитељски факултет, 93-103.

Плут, Д. (2003). Уџбеник као културно-потпорни систем. *Београд: Завод за уџбенике и наставна средства*.

Polya, G. (1957). *How to Solve it, A new aspect of mathematical method* (Second Edition), Princeton University Press.

Powell, A. & Anderson, C. (2007). Numeracy strategies for African American students: Successful partnerships. *Childhood Education*, 84(2), 70–84

Правилник о плану наставе и учења за први циклус основног образовања и васпитања и програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања (2017). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 10/2017 и 12/2018.

Правилник о плану и програму наставе и учења за први разред основног образовања и васпитања (2017). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 10/2017.

*Правилник о плану и програму наставе и учења за други разред основног образовања и васпитања (*2018). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 16/2018.

Правилник о плану и програму наставе и учења за трећи разред основног образовања и васпитања (2019). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 5/2019.

Правилник о плану и програму наставе и учења за четврти разред основног образовања и васпитања (2019). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 11/2019.

Правилник о стандардима квалитета уџбеника и упутства о њиховој употреби (2016). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 42/2016.

Правилник о стандардима квалитета уџбеника и упутства о њиховој употреби (2018). Просветни гласник, Службени гласник Републике Србије бр. 45/2018.

Радишић, Ј. и Шеве, Н. (2017). Значај раног учења за постигнућа ученика из математике. *TIMSS 2015 у Србији. Резултати међународног истраживања постигнућа ученика 4. разреда основне школе из математике и природних наука*. Београд: Институт за педагошка истраживања.

Rogoff, B. (1995). Observing sociocultural activity on three planes: participatory appropriation, guided participation and apprenticeship. In J. Wertsch, P. Del Rio & A. Alvarez (Eds.), *Sociocultural studies of mind* (pp. 139–164). UK : Cambridge University Press.

Romano, D. A. (2009a). Istraživanje matematičkog obrazovanja. *Istraživanje matematičkog obrazovanja*, I (1), 1–10.

Romano, D. A. (2009b). Teorije matematičkog obrazovanja, prvi dio: RME – teorija, *Istraživanje matematičkog obrazovanja*, Banja Luka, 1(1), 23–35.

Sezgin, G. (2017). *Factors Affecting Mathematics Literacy of Students Based on PISA 2012: a Cross-cultural Examination*. A Master‟s Thesis, The Program Of Curriculum And Instruction Ġhsan Doğramaci Bilkent University Ankara.

Skovsmose, O. (2007). Mathematical literacy and globalisation. In B. Atweh, A. C. Barton, M. Borba, N. Gough, C. Keitel, C. Vistro-Yu & R. Vithal (Eds.), *Internationalisation and globalisation in mathematics and science education*, (pp. 3–18). Dordrecht: Springer.

Steen, L.A. (1990). *On the shoulders of giants. New approaches to numeracy*. Washington, DC: National Academy Press.

Steen L.A., Turner R., & Burkhardt H. (2007). Developing Mathematical Literacy. In: Blum W., Galbraith P.L., Henn HW., Niss M. (eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New ICMI Study Series, vol 10. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_30

Stevens, J. (1996). *Applied multivariate statistics for the social sciences* (3rd edn). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Thompson, D. R. & Senk, S. L. (2008). A Multi-dimensional approach to understaning in mathematics textbook developed by UC-SMP. http://dg.icme11.org/tsg/shov/18

Требјешанин, Б. (2001). Врсте и нивои знања у савременом уџбенику. У: Требјешанин, Б. и Лазареви, Д. (ур.) *Савремени основношколски уџбеник* (69–78). Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A Model of Goal and Theor,y Description in Mathematics Instruction – the Wiskobas Project.* Dordrecht: Reidel Piblishing Company.

Treffers, A. (1991). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980–1990. In: *Realistic Mathematics Education in Primary School*, Streefland, L. (ed.), Utrecht: CD-β Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.

Fauzan, A. (2002). *Applying Ralistic Mathematics Education (RME) in Theaching Geometry in Indonesian Primary Schools,* Thesis University of Twente, Enschede. Accessed January 1st 2018 from: http://doc.utwente.nl/58707/1/thesis_Fauzan.pdf

Felda, D. (2011). *Izgradnja in verifikacija paradigme poučavanja matematike z realističnimi problemi,* Doktorska disertacija. Univerza za Promorskem, Koper: Pedagoška fakulteta.

Felda, D. & Cotič, M. (2012). Matematična pismenost in realistični problemi. U S. Marinković (ur), *Nastava i učenje – ciljevi, standardi, ishodi,* Užice: Učiteljski fakultet 51–60.

Felda, D., Cotič, M. & Maričić, S. (2016). *Building Mathematical Literacy by Solving Realistic Problems*. Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

Firdaus, F. M., & Herman, T. (2017). Improving primary students mathematical literacy through problem based learning and direct instruction. *Educational Research and Reviews*, *12*(4), 212–219.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrecht: Kluwer Acdemic.

Хавелка, Н. (2001). Уџбеник и различите концепције образовања и наставе. У: Требјешанин, Б. и Лазаревић, Д. (ур.) *Савремени основношколски уџбеник: теоријско-методолошке основе* (31–58). Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

Heckman, J. J. (2006). Skill formation and the economics of investing in disadvantaged children. *Science*, *312*(5782), 1900–1902.

Hope, M. (2007). Mathematical literacy. *Principal Leadership*, 7(5), 28–31.

Cole, M., & Wertsch, J. V. (1996). Beyond the individual-social antinomy in discussions of Piaget and Vygotsky. *Human development*, *39*(5), 250–256.

Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1987). *Cognitive apprenticeship: Teaching the craft of reading, writing*. and mathematics.

Cohen, J. W. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd edn.). Hillsdale,NJ: Lawrence Erlabaum Associates.

Cooper, B. & Harries, T. (2002). Children’s Responses to Contrasting ‘Realistic’ Mathematics Problems: Just how realistic are children ready to be. *Educational Studies in Mathematics,* 49 (1), 1-23.

Cotič, M. (2010). Razvijanje matematične pismenosti na razredni stopnji. *Sodobna pedagogika,* 61 (1), 264–282.

Cotič, M. & Felda, D. (2011). Razvijanje matematične kompetence: postavljanje in reševanje problemov pot do matematične pismenosti. In M. Cotič, V. Medved Udovič, S. Starc (ur): *Razvijanje različnih pismenosti,* Koper: Univerza na Primorskem, Znanstveno-raziskovalno središče, Univerzitetna založba Annales, 162–173.

Чапрић, Г. (2016). *Унапређење образовних постигнућа ученика кроз интерну и екстерну евалуацију и професионалну сарадњу наставника,* Докторска дисертација. Универзитет у Београду, Београд: Филозофски факултет.

Чутура, И. и Вуловић, Н. (2016). Формулисање текстуалних задатака на основу математичких израза у четвртом разреду основне школе, *Зборник Института за педагошка истраживања,* 48(1), Београд: Институт за педагошлка истраживања. Стр. 106–126.

Шпијуновић, К. и Маричић, С. (2016). *Методика почетне наставе математике.* Ужице: Учитељски факултет.

Wenger, E. (2009). A social theory of learning. In *Contemporary theories of learning* (pp. 217–240). Routledge.

Wertsch, J. (1991). Voices of the mind: *A Sociocultural approach to mediated action.* Cambridge, MA : Harvard University Press.

Willms, J. D. (2018). Learning Divides: Using Monitoring Data to Inform Education Policy. Montreal: UNESCO Institute for Statistics.

Winsler, A., Tran, H., Hartman, S. C., Madigan, A. L., Manfra, L., & Bleiker, C. (2008). School readiness gains made by ethnically diverse children in poverty attending center-based childcare and public school pre-kindergarten programs. *Early Childhood Research Quarterly*, *23*(3), 314–329.

Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry, 17*(2), 89–100.

ДОДАТНИ ИЗВОРИ

Група аутора (2006). *Збирка модела задатака по нивоима постигнућа српски језик и математика за трећи разред основне школе.* Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019а). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (1. део).* Београд: Нови Логос.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019б). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (2. део).* Београд: Нови Логос.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019в). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (3. део).* Београд: Нови Логос.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019г). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (4. Део).* Београд: Нови Логос.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019д). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (1. део).* Београд: Нови Логос.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019ђ). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (2. део).* Београд: Нови Логос.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019е). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (3. део).* Београд: Нови Логос.

Иванчевић Илић, И. и Тахировић, С. (2019ж). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (4. Део).* Београд: Нови Логос.

Јовановић Лазић, М. и Дрндаревић, Д. (2019а). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство.

Јовановић Лазић, М. и Дрндаревић, Д. (2019б). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство.

Јовановић Лазић, М. и Дрндаревић, Д. (2019в). *Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство.

Јоксимовић, С. (2017а). *Математика 1а: уџбеник за први разред основне школе.* Београд: Едука.

Јоксимовић, С. (2017б). *Математика 1б: уџбеник за први разред основне школе.* Београд: Едука.

Јоксимовић, С. (2017в). *Математика 2а: уџбеник за други разред основне школе.* Београд: Едука.

Јоксимовић, С. (2017г). *Математика 2б: уџбеник за други разред основне школе.* Београд: Едука.

Јоксимовић, С. и Влаховић, Б. (2017а). *Математика 3а: уџбеник за трећи разред основне школе.* Београд: Едука.

Јоксимовић, С. и Влаховић, Б. (2017б). *Математика 3б: уџбеник за трећи разред основне школе.* Београд: Едука.

Јоксимовић, С. (2017д). *Математика 4а: уџбеник за четврти разред основне школе.*Београд: Едука.

Јоксимовић, С. (2017ђ). *Математика 4б: уџбеник за четврти разред основне школе.* Београд: Едука.

Максимовић, М. (2019а). *Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство.

Максимовић, М. (2019б). *Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство.

Максимовић, М. (2019в). *Математика 4: радна свеска за четврти разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство.

Маричић, С. (2018а). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство.

Маричић, С. (2018б). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство.

Маричић, С. (2018в). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство.

Маричић, С. и Ђуровић, Д. (2019а). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе.* Београд: БИГЗ школство.

Маричић, С. и Ђуровић, Д. (2019б). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе (1. део).* Београд: БИГЗ школство.

Маричић, С. и Ђуровић, Д. (2019в). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе (2. део).* Београд: БИГЗ школство.

Образовна постигнућа ученика трећег разреда национално тестирање 2004. Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања, 2006.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019а). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (1. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019б). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (2. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019в). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (3. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019г). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (4. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019д). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (1. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019ђ). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (2. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019е). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (3. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019ж). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (4. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019з). *Маша и Раша. Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019и). *Маша и Раша. Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе (1. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019ј). *Маша и Раша. Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе (2. део)*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019к). *Маша и Раша. Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе*. Београд: Klett.

Поповић, Б., Вуловић, Н., Анокић, П., Кандић, М. (2019л). *Маша и Раша. Математика 4: радна свеска за четврти разред основне школе*. Београд: Klett.

Primjeri PISA zadataka – Matematika. Priredila: Divna Paljević Šturm, prevodioci: Vesna Radunović, Goran Šuković. Podgorica: Ispitni centar, 2008.

Тахировић, С. И Иванчевић, И. (2019а). *Математика 3: уџбеник математике за трећи разред основне школе.* Београд: Нови Логос.

Тахировић, С. И Иванчевић, И. (2019б). *Математика 3: радна свеска из математике за трећи разред основне школе.* Београд: Нови Логос.

Тахировић, С. (2019а). *Математика 4: уџбеник математике за четврти разред основне школе.* Београд: Нови Логос.

Тахировић, С. И Степановић, М. (2019б). *Математика 4: радна свеска из математике за четврти разред основне школе.* Београд: Нови Логос.

Функционално основно образовање одраслих први циклус, Математика како ефикасно предавати и учити математику у функционалном основном образовању оддраслих, Водич за наставнике и полазнике. Пројекат „Друга шанса" – Развој система функционалног основног образовања одраслих у Србији који реализује ГОПА Консалтантс (GOPA Consultants).

ПРИЛОЗИ

ПРИЛОГ 1. ИНИЦИЈАЛНИ ТЕСТ ЗНАЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Школа:________________________________ Разред:___________ Одељење:___________
Презиме и име ученика:___________________________________ Датум:______________
Оцена из математике на крају првог полугодишта: ____________

Упутство за рад

Задаци које ћеш решавати су из градива математике које си до сада учио. Најпре пажљиво прочитај сваки задатак, размисли и онда одговори на постављено питање. У неким задацима се од тебе захтева да одговориш тако што ћеш заокружити тврдњу која одговара твом мишљењу, а у неким да у простору за рад решиш задатак. Буди упоран, пажљиво читај сваки задатак, добро размисли и одговори. Врати се на задатке које ниси решио и покушај поново да их решиш. Време које имаш за решавање је 45 минута.

Хвала на сарадњи!

Задаци	**Бодови**	
	Т	**Н**
1. Сви ученици једне школе иду на једнодневни излет. Укупан број путника је 695. Ако се у једном минибусу могу сместити 8 путника, колико је минибусева потребно? Одговор:____	5	0
2. Милена има 500 динара и жели да купи 6 оловака по 95 динара. Колико новца јој недостаје да купи оловке? Којим изразом ћете израчунати колико новца недостаје? а) 500 – 6 · 95 = б) 95 · 6 + 500 = в) 6 · 95 – 500 = г) 500 + 6 · 95 = Одговор:____	5	0
3. У продавницу је допремљена 1 t шећера у џаковима по 50 kg. Колико џакова је допремљено? Ако би четвртину шећера допремили у џаковима од 25 kg, колико би било допремљено џакова од 25 kg, а колико од 50 kg? Одговор:____	5	0
4. Нина може да купи Енциклопедију по цени од 96 евра у 12 једнаких месечних рата. Колико ће динара износити свака рата, ако је курс евра у датом тренутку 118 динара за један евро? Одговор:____	5	0

5. Милица је радила пет тестова из математике на којима је могуће добити максимално 100 поена. На прва четири је добила 60 поена, а на петом је добила 80 поена. Колики је просечан број Миличиних поена на свих пет тестова? На основу података из табеле закључи коју је Милица добила оцену из математике на тесту.

Број поена	Оцена
80 – 100	5
60 – 80	4
40 – 60	3
20 – 40	2
< 20	1

Одговор:________________________

5	0

6. Погледај табелу, а потом одговори:

Воћне бомбоне	Чоколадне бомбоне	Бомбоне са лешником
100 g - 60 динара	100 g - 80 динара	100g - 90 динара

а) Маја и Нина су купиле 100 g воћних бомбона, 100 g чоколадних бомбона и 100 g бомбона са лешником. Колико је износио њихов рачун?____________________

б) Аца и Марко су купили 200 g воћних бомбона, 200 g чоколадних бомбона и 300 g бомбона са лешником. Колико је износио њихов рачун?__________________________

в) Две сестре су купиле 250 g воћних бомбона, 250 g чоколадних бомбона и 300 g бомбона са лешником. Колико су укупно платиле све бомбоне? ____

г) Два брата су купила једну четвртину kg воћних бомбона, 250 g чоколадних бомбона и пола kg бомбона са лешником. Колико су укупно платили купљене бомбоне? ____

5	0

7. Брат и сестра желе да купе нове ципеле, али нису сигурни који им број одговара. Зато су измерили дужину стопала, сестра је измерила 163 mm, а брат 216 mm. На основу добијених вредности пронађите у табели одговрајући број ципела.

Од (mm)	**До (mm)**	**Број ципела**
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

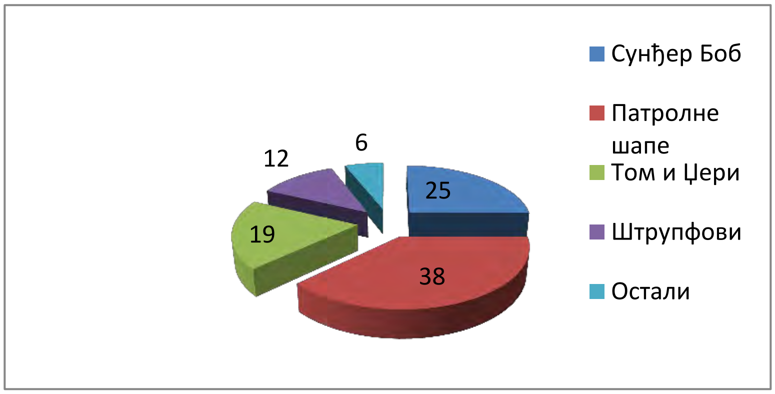
Сестра:______ Брат:_________

5	0

<table>
<tr>
<td>8. На основу табеле закључи:

<table>
<tr><td>Тежина пошиљке</td><td>Цена у динарима</td></tr>
<tr><td>До 20 g</td><td>46</td></tr>
<tr><td>Од 21 до 50 g</td><td>69</td></tr>
<tr><td>Од 51 до 100 g</td><td>102</td></tr>
<tr><td>Од 101 до 200 g</td><td>175</td></tr>
<tr><td>Од 201 до 350 g</td><td>213</td></tr>
<tr><td>Од 351 до 500 g</td><td>244</td></tr>
<tr><td>Од 501 до 1000 g</td><td>320</td></tr>
</table>

а) Колико је новца потребно да бисте послали пошиљку тешки 475 g?______________
____
б) Марко жели да пошаље два пакета тежине 40 g и 80 g. Да ли је повољније да пакете шаље појединачно или заједно?____
____
в) Колика је разлика у цени пошиљке у једном и другом случају?__________________</td>
<td>5</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>9. На следећем графикону је приказано које цртане филмове ученици најчешће гледају.



Највћеи број ученика гледа ____________, а најмањи број ученика гледа ________
Колико ученика прати цртани филм Том и Џери? ____________
Колико је ученика који не прате ниједан од наведених цртаних филмова? ________
Половина ученика који прате Патролне шапе и Штрумпфове су из трећег три. Колико је то број ученика? ____</td>
<td>5</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>10. Дати графикон приказује колико недељно ученици користе интернет и за шта га користе. Време је исказано у минутима.</td>
<td>5</td>
<td>0</td>
</tr>
</table>

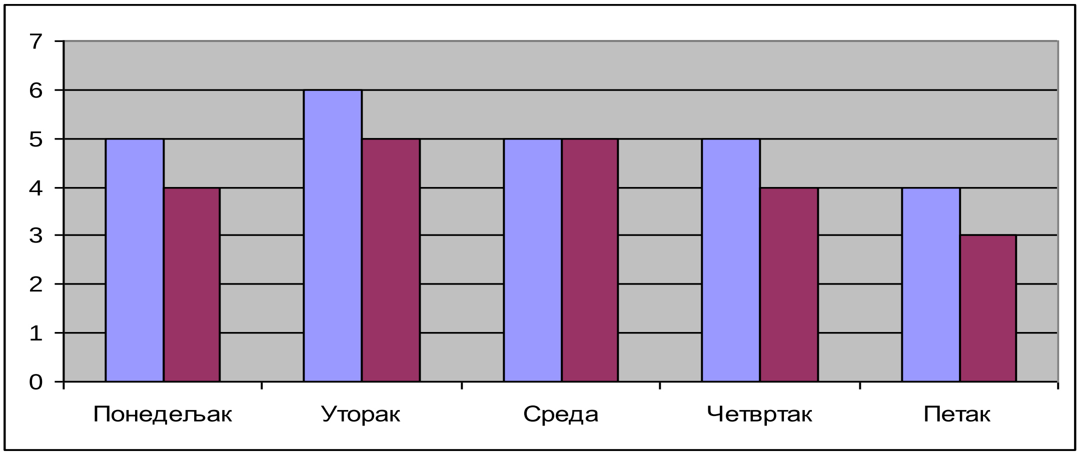
а) За шта ученици најчешће користе интернет? ________________________________

б) Колико временски користе интернет за учење? _____________________________

в) За колико више користе интернет за забаву у односу на учење? _______________

г) Колико времена проводе информишући се на интернету? _____________________

11. Марко и Тина су сваког дана, од понедељка до петка, куповали одређени број паковања сличица играча који учествују на Светском првенству у фудбалу. Следећи графикон приказује колико је сличица куповало свако од њих двоје (Марко светлија боја, Тина тамнија). 5 0



а) Ког дана је Марко купио највише сличица? _________________________________

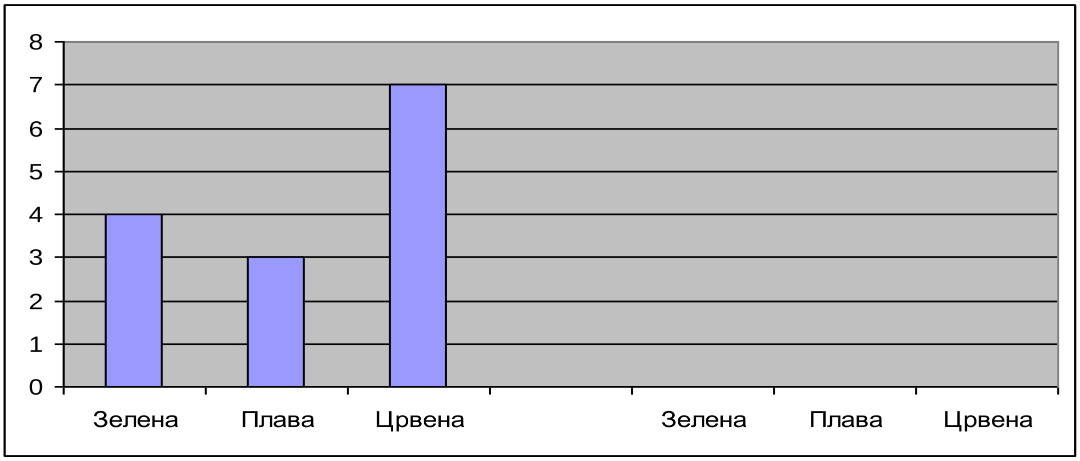
б) Тина је у четвртак купила ___________ сличица.

в) Код дана су купили исти број сличица и колико? ____________________________

г) Колико је Марко имао укупно сличица на крају недеље, а колико Тина? __________

12. У следећој табели је приказано колико има блуза и панталона и то у три боје, зелена, плава и црвена у једној радњи. Графички приказ је дат за блузе. Уради то исто и за панталоне. 5 0

Боја **Одећа**	Зелена	Плава	Црвена
Блузе	4	3	7
Панталоне	6	4	8



Број тачних одговора:________

ПРИЛОГ 2. ФИНАЛНИ ТЕСТ ЗНАЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Школа:______________________________ Разред:__________ Одељење:__________
Презиме и име ученика:________________________________ Датум:_____________
Оцена из математике на крају првог полугодишта: ____________

Упутство за рад

Задаци које ћеш решавати су из градива математике које си до сада учио. Најпре пажљиво прочитај сваки задатак, размисли и онда одговори на постављено питање. У неким задацима се од тебе захтева да одговориш тако што ћеш заокружити тврдњу која одговара твом мишљењу, а у неким да у простору за рад решиш задатак. Буди упоран, пажљиво читај сваки задатак, добро размисли и одговори. Врати се на задатке које ниси решио и покушај поново да их решиш. Време које имаш за решавање је 45 минута.

Задаци	Бодови	
	Т	Н
1.У једном хотелу гости користе лифт у коме се одједном могу превести 4 особе. У току једног дана је превезено 345 гостију. Колико пута је лифт коришћен за превоз гостију? Одговор:____	5	0
2. Породица Марић је планирала одлазак на летовање у јулу месецу. Цена летовања је 640 евра. Сваког месеца, од почетка године, су издвајали по 95 евра. Колико је још новца неопходно да уштеди породица Марић како би могла да плати летовање? Да ли породица Марић може да уштеди неопходан новац за летовање до јула месеца, када је планирано летовање? Допуни и заокружи одговарајући израз којим ћеш израчунати колико новца је неопходно породици Марић за летовање. а) __ · 95 + 640 = б) 95 · __ - 640 = в) 640 + __ · 95 = г) 640 - __ · 95 = Одговор:____	5	0
3. У магацин је пристигло 840 kg воћа које треба разврстати у две просторије, али тако да у другој има за 160 kg више неко у првој. Колико ће килограма воћа бити у свакој просторији? Одговор:____	5	0
4.Три другарице су одлучиле да заједно купе нови бицикл. Цена бицикла је 189 евра и може се купити у 9 једнаких месечних рата. Другарице су одлучиле да сваку рату подједнако поделе и плаћају у динарима. Колико ће плаћати свака другарица ако за 1 евро треба издвојити 118 динара? Одговор:____	5	0

5. Ана, Мина и Јована имају мараме облика једнакостраничног троугла. Дужина Анине мараме је 43 cm, Минине 53 cm, а Јованине 60 cm. Девојчице су одлучиле да мараме оивиче украсном траком. Колико новца треба да издвоји Ана, Мина и Јована за украсну траку. Цена одређене дужине траке дата је у табели.

Дужина траке		Цена
Од (cm)	До (cm)	Динара
53	83	50
84	114	70
115	145	90
146	176	110
178	208	130
209	239	150

Ана: _____ динара, Мина: _____ динара, Јована: _____ динара.

5 0

6. Неда је отишла у продавницу како би купила школски прибор. У понуди је комплетан прибор, или постоји могућност да сама по свом избору састави школски прибор.

Производ	**Цена**
Комплетан школски прибор	820 или 840
Перница	400, 500 или 550
Бојице	140 или 160
Лењири	120
Комплет: оловке, резач, гумица	100 или 150

а) Неда жели да сама састави школски прибор. Која би била најнижа, а која највиша цена прибора? ____

б) Неда је одлучила да брату купи најјефтинију перницу и два пара скупљих бојица. Колико јој је новца за то потребно? ____

в) Нединој сестри су потребне јефтиније бојице и 4 комплета лењира. Колико износи тај рачун? ____

г) Ако Неда има 1000 динара на располагању, какав школски прибор може саставити за тај новац? Прикажи у табели производе и цене.

Производ	**Цена**
Перница	
Бојице	
Лењири	
Комплет: оловке, резач, гумица	

5 0

7. Ивана има флеш меморију од 1000 мегабајта. На флешу са распоређени: музика (650 мегабајта), фотографије (198 мегабајта), слободан простор (152 мегабајта). Ивана жели да пренесе филм на флеш меморију од 350 мегабајта, али за то нема довољно простора. У табели су дати албуми и простор који заузимају. Које албуме би морала да избрише како би добила простор који недостаје?

5 0

Албум	**Величина**
Албум 1	100
Албум 2	75
Албум 3	80
Албум 4	55
Албум 5	60
Албум 6	80
Албум 8	75
Албум 9	125

Одговор:

8.У табели су дате особине половних дечјих бицикли које се могу купити у једној радњи. 5 0

Модел	**Genesis**	**Head**	**Alpina**	**Polar**
Година	2015.	2012.	2013.	2011.
Цена	480	445	405	399
Време коришћења	2	5	3	4
Број брзина	24	18	21	1

Марко жели да купи бицикл који испуњава следеће услове:
Бицикл није коришћен више од четири године. Произведен је после 2012. године. Цена бицикла није већа од 450 евра. Који бицикл испуњава наведене услове? ____________
Ако би продавац умањио цену одабраног бицикла пет пута, колико би новца Марку тада било потребно? ____

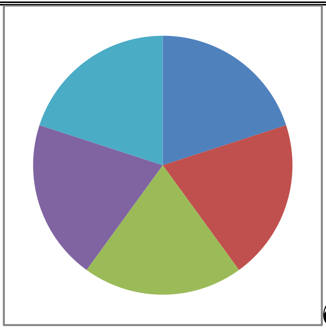
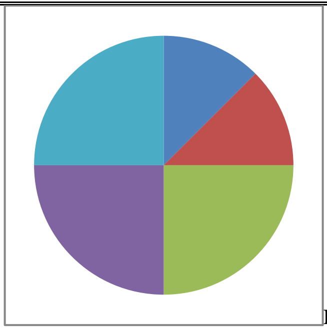
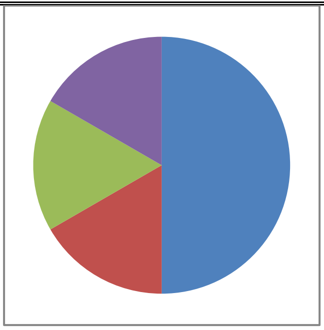
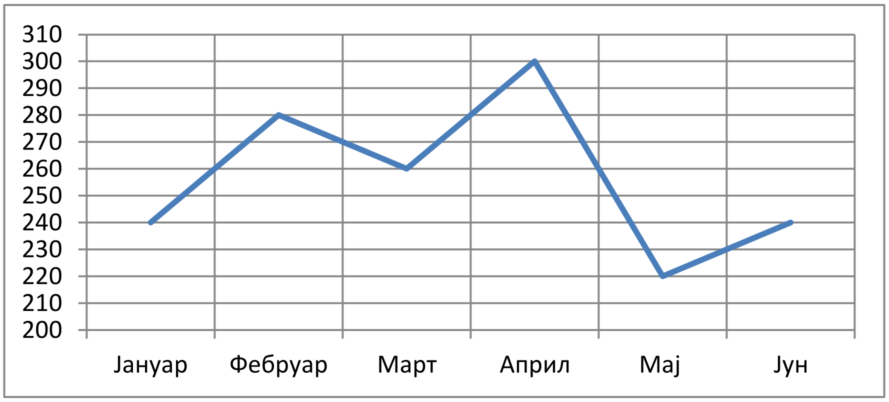
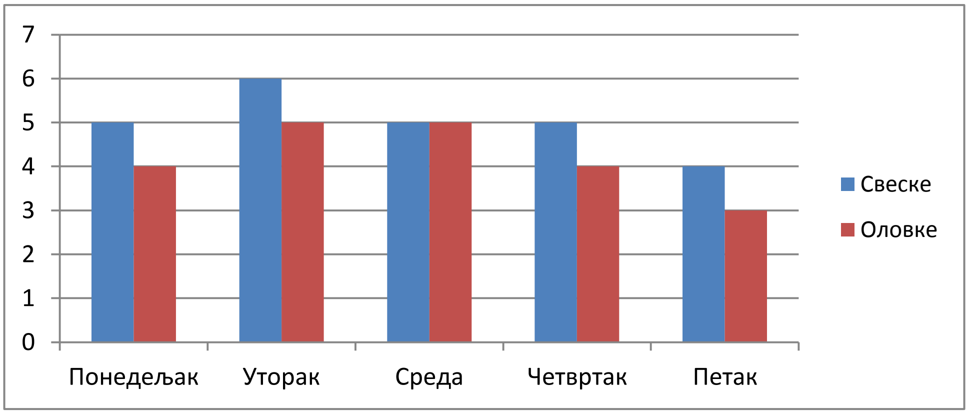
9.У следећој табели приказан је број продатих књига за прва три месеца у књижари. 5 0

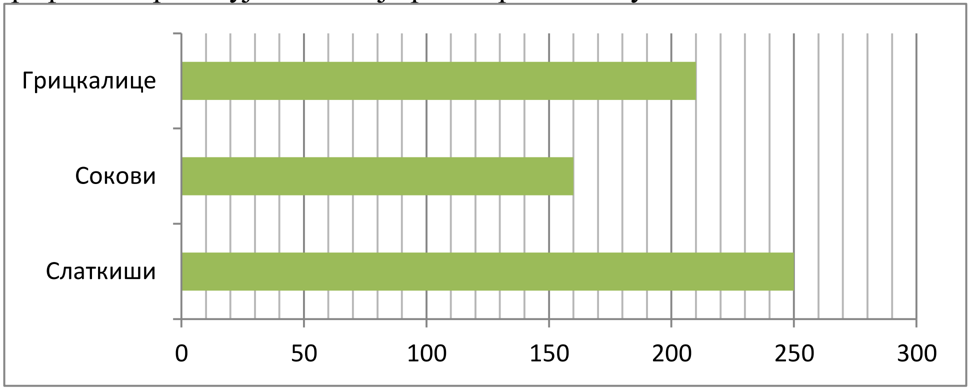
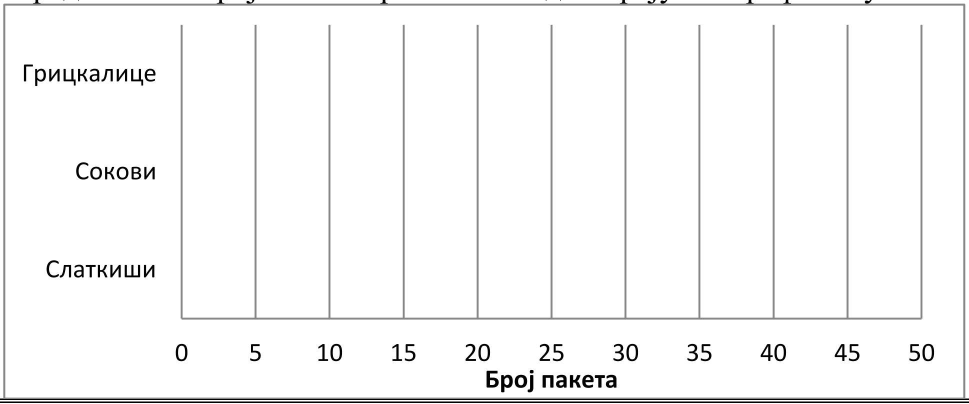
Месец	Јануар	Фебруар	Март
Број продатих књига	325	136	114

а) Први графикон показује књиге које су продати у јануару месецу. Један део графикона показује колико је продатих књига за децу. Колико је продато ових књига?
Књиге за децу:____

б) Други графикон показује продају у месецу фебруару. Ако већи део графикона представља број продатих романа, а мањи део број продатих збирки песама, колико је продато једних, а колико других књига**? Романи:** ______________________________
Збирке песама: ____

в) Трећи графикон приказује продају у марту месецу. Већи део графикона приказује број продатих уџбеника, а један од мањих делова број продатих енциклопедија. Израчунај број продатих књига. **Уџбеници:** _____________________________________
Енциклопедије: ____

а)  б)  в) 		
10. Следећи графикон приказује продају играчака у једној продавници у 2018. години.  а)У ком месецу је продат највећи и колико _______, а у ком најмањи број играчака________? б)У којим месецима је продаја била иста? ____ в)У 2019. години, у јануару је остала иста продаја, а у фебруару је удвостручена. Колика је била укупна продаја за ова два месеца? _____________________________________ г)У која два месеца је била најбоља продаја и колико је укупно продато играчака? ___	5	0
11. Следећи графикон приказује колико је пакета свезака и оловака допремљено у магацин од понедељка до петка. Ако у сваком пакету има по 75 свезака и по 81 оловка одговори на следећа питања. 	5	0

а) Свезака је највише допремљено у ___, а оловака у ___, једнак број је допремљен у __ б) Колико је укупно производа допремљено у понедељак у магацин? ________________ в) Колико је свезака допремљено у понедељак и уторак? ____________________________ г) Израчунај колико је оловака допремљено од среде до петка. _______________________ д) Да ли је већа количина производа допремљена у среду, или петак? _______________		
12.Следећи графикон приказује колико је робе пристигло у магацин.  Којих производа има највише ______________, а којих најмање? _______________ Сокова је пристигло_______Грицкалица је пристигло ______Слаткиша ________ Укупан број слаткиша је распоређен у 5 једнаких пакета, грицкалице у 7, а сокови у 4. Одреди колико има у сваком пакету слаткиша: ______________, грицкалица: ____________, сокова: _______________ . Добијене вредности за број пакета прикажи на одговарајућем графикону. 	5	0

Хвала на сарадњи!

Број тачних одговора:________

ПРИЛОГ 3. СКАЛА СТАВОВА ЗА УЧЕНИКЕ

Име и презиме ученика:____
Школа: ___________________________________ Разред и одељење: _____________

Упутство за попуњавање

Пред тобом се налази низ тврдњи о примени математичких садржаја у свакодневном животу. Твој задатак је да изнесеш степен слагања, односно не слагања са сваком тврдњом, тј. да обележиш знаком **X** одговор за сваку тврдњу у одговарајућој колони. Овде нема „тачних” и „нетачних” одговора, сви одговори су добри само ако су искрени, ако су стварно оно што ти мислиш и осећаш.

Хвала на сарадњи!

Тврдње	Уопште се не слажм	Углавном се слажем	Неодлучан сам	Углавном се не слажем	Уопште се не слажем
1.Математика пружа највеће могућности примене знања у свакодневном животу					
2. Кроз наставу математике научио сам да применим знања у свакодневном животу					
3. У оквиру редовне наставе математике вежбамо задатке повезане са свакодневним животом					
4. Учитељ нам на сваком часу указује где можемо применити усвојена знања из математике					
5. У уџбеницима математике има задатака који су повезани са применом знања					
6. На часу математике често решавамо задатке приказане у табели					
7. На часу математике често решавамо задатке приказане у графиконима					
8. Најчешће решавамо задатке у којима су дати само бројеви					
9. На часу математике често решавамо текстуалне задатке повезане са свакодневним животом					
10. Учитељ често користи примере из живота како би нам објаснио примере из математике					
11. Сазнање о примени математике у животу чини математику занимљивијом					

ПРИЛОГ 4. ЕВИДЕНЦИОНА ЛИСТА

Тематске целине								
Уџбеник	Ниво	Релације	Скупови	Природни бројеви	Геометрија	Мерење и мере	Једначине и неједначине	Разломци
	I							
	II							
	III							
	I							
	II							
	III							

ПРИЛОГ 5. ВЕЖБЕ У ОКВИРУ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ПРОГРАМА

Први час

Наставна тема: *Геометрија*

Наставна јединица: *Обим правоугаоника*

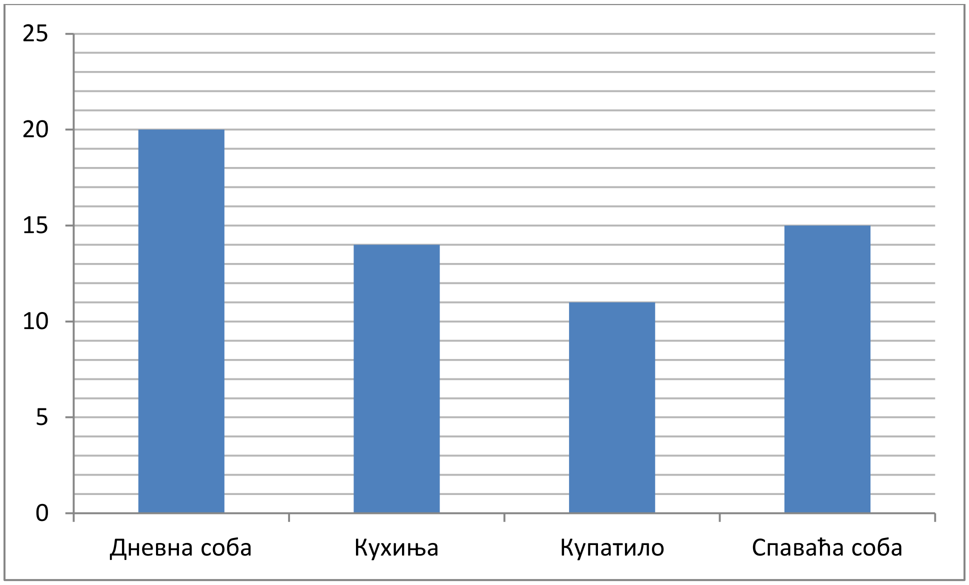
Тип наставног часа: Утврђивање

1. Сто дужине 1 m 20 cm и ширине 80 cm треба оивичити украсном лајсном. Колико је метара украсне лајсне потребно?
2. Дужина Аниног стопала је 24 cm. Ана је стопалом мерила обим собе и укупно је избројала 36 стопа. Колики је обим собе и колико износе дужина и ширина, ако је у дужини собе избројала 12 стопа?
3. Колико је метара жице потребно за ограду баште дужине 5 m и ширине 2 m? Колико ће метара жице потребно за ограду у три реда жице?
4. У соби дужине 5 m 50 cm и ширине 4 m 20 cm постављен је паркет. На крају је било неопходно поставити украсне лајсне. Колико метара лајсни ће бити потребн, ако је отвор врата 80 cm и у том делу се лајсне не постављају?
5. Школско двориште дужине 12 m и ширине 4 m треба поделити на три терена, за рукомет, одбојку и кошарку. Колико ће метара траке бити потребно да се оивичи цело двориште и сваки терен појединачно?
6. У галирију су пристигле три нова платна која треба урамити. Ако су познате димензије сваког платна појединачно, израчунајте која ће дужина летве бити потребна за рам. У табели очитајте колико ће коштати урамљавање сваке слике појединачно. Димензије првог платна су 35 dm и 25 dm. Димензије другог платна су 15 dm и 10 dm. Димензије трећег платна су 20 dm и 15 dm.

Дужина летве	Цена
До 4 m	200
Од 5m до 6 m	300
Од 7 m до 8 m	400
Преко 9 m	500

Прво платно ___ динара Друго платно ___ динара Треће платно ____ динара.

7. На графикону су приказани обими просторија у једном стану.



Која просторија има највећи обим? ___________

Која просторија има најмањи обим? ____________

Која просторија има обим 15 m? _______________

Ако је дужина дневне собе 5 m 50cm, колика је ширина ове просторије? __________

Ако је ширина купатила 2 m 50cm, колика је дужина? __________________________

Спаваћа соба има дужину 4 m. Колико изноиси ширина? ________________________

Кухиља је широка 3 m. Колико је дуга? _______________________________________

Други час

Наставна тема: *Геометрија*

Наставна јединица: *Обим квадрата*

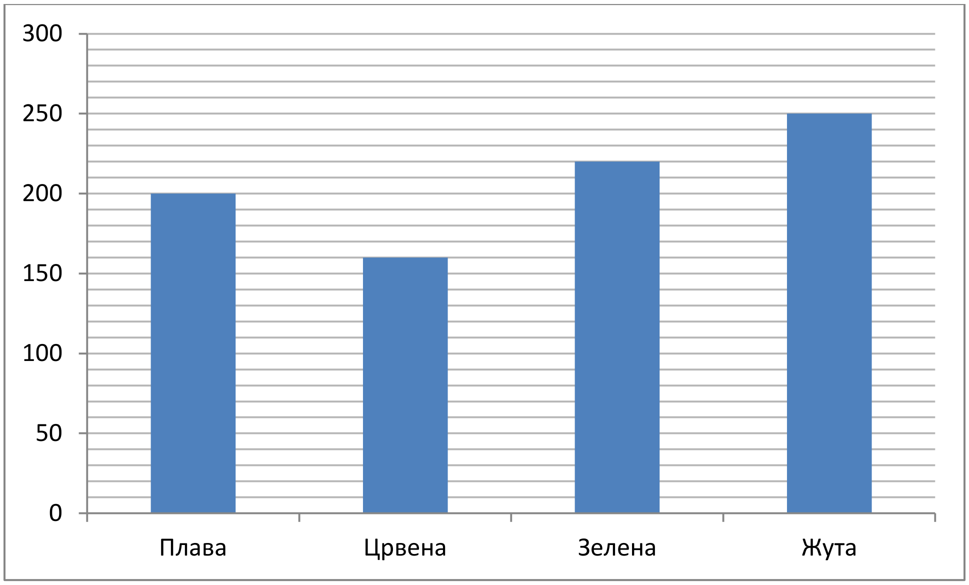
Тип наставног часа: Утврђивање

1. Дужина дворишта је 24 m. Ако је двориште квадратног облика, колико ће метара жице бити потребно да се огради двориште. На улазу у двориште је планирана капија дужине 6 m.
2. Јован је терасу дужине 8 m и ширине 6 m проширио за 2 m. Којег је облика новодобијена тераса? Колики је обим нове терасе?
3. У спортској хали квадратног облика чије су димензије 34 m постављен је базен тако да је свака ивица базена удаљена по 2 m од зида хале. Колики је обим базена?
4. По ивицама дворишта квадратног облика димензија 50 m Милан је засадио брезе. Колико се бреза налази око дворишта, ако је размак између две брезе 5 m?
5. Ана је добила мараму квадратног облика оивичену траком дужине 1 m 60 cm. Колика је дужина ивице те мараме?
6. Столар Миле је за један вртић израдио 3 стола квадратног облика. Димензије првог стола су 73 cm, другог стола 80 cm и трећег стола 90 cm. Како би столови били безбедни за децу ивице је обложио заштитном траком. Колико му је заштитне треке било потребно за сваки сто појединачно? Колико је новца утрошио за сваку заштитну траку прочитајте у табели.

Дужина траке	Цена
Од 250 cm до 300 cm	150
Од 300 cm до 350 cm	200
Од 350 cm до 400 cm	250
Од 400 cm до 450 cm	300

Први сто ____ динара   Други сто ____ динара   Трећи сто _____ динара

7. Ана је на поклон добила четири мараме, плаву, црвену, зелену и жуту. На графикону су приказани обими свака мараме појединачно изражени у центиметрима.



Која марама има највећи обим? _________

Која марама има најањи обим? __________

Колика је дужина ивице плаве _______, а колика зелене мараме? ______

Које димензије има жута марама? __________

Колика је страница црвене мараме? _________

Која марама има најдужу ивицу? ___________ .

Трећи час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено сабирање и одузимање троцифрених бројева (537 + 126; 378 - 259)*

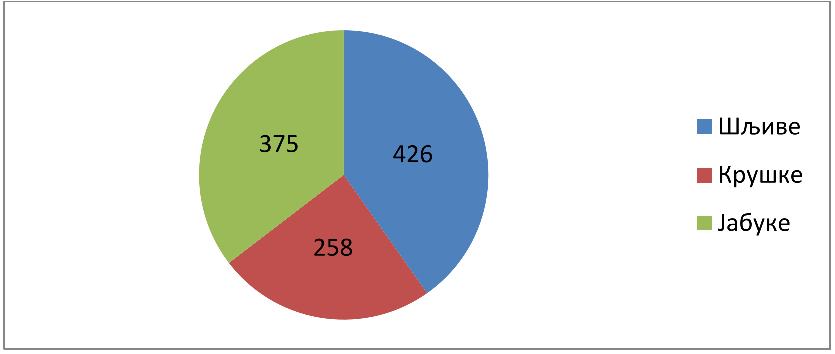
Тип наставног часа: Обрада

1. Милица је у књижари потрошила 537 динара за школски прибор, а Јована 126. Колико су укупно новца потрошиле?
2. Милан је у сакупио 378 сличица. У албум је залепио 259, остало су дупликати. Колико Милан има дупликата?
3. Прву рату за летовање Тинина породица је платила 327 евра. Ако има преостало да уплате још 246 евра, колико ће их укупно коштати летовање?
4. Од 674 ученика једне школе 455 је отишло на једнодневни излет. Колико ученика није отишло на излет?
5. У хотелу је било смештено 128 гостију. Сутрадан је дошло још 145 гостију. После три дана хотел су напустила 134 госта. Колико је гостију остало у хотелу?
6. У табели су приказани изостнци ученика једне школе у току школске године.

Ученик	Број изостанака
Јована	129
Марко	235
Петар	148
Сара	167

Највећи број изостанака има ученик ____________ и то ___________ .
Најмањи број изостанака има ученик ____________ и то __________ .
Колико изостанака имају заједно Јована и Марко? ____________________
За колико Сара има више изостанака од Петра? _______________________

7. Страхиња је у свом воћњаку засадио шљиве, јабуке и крушке. Број стабала сваког воћа приказан је у графикону.



Којег воћа има највише у воћњаку и колико? _____________________________

Којег воћа има најмање у воћњаку и колико? _____________________________

Колико је укупно шљива и јабука у воћњаку? ____________________________

За колико је више јабука него крушака у воћњаку? ________________________

Четврти час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено сабирање троцифрених бројева (159 + 268)*

Тип наставног часа: Обрада

1. Милица има новчаницу од 500 динара. Планирала је да купи сок од 159 динара и чоколадау која кошта 268 динара. Има ли милица довољно новца?
2. Дужна пута од сашине куће до продавнице износи 358 m, а од продавнице до школе 573 m. Колико је удаљена школа од Сашине куће?
3. Сања је у току летнњег распуста прочитаза три књиге. Прва књига има 167 страна, друга књига 154 и трећа књига 188. Колико укупно страна имају први и друга кнњига, друга и трећа књига, први и трећа књига и све три књиге заједно?
4. Љиљана је уштедела 125 динара, Зоран 132, Сара 256 и Драфан 278. Ако би одлучили да удруже своје уштеђевине по двоје, колико могућих комбинација постоји и колико би износила устеђевина сваког од њих?
5. Дужина пута од Јанине куће до Копоника је 264 km, а од Емине куће до Копаоника пут је дужи за 157 km. Колика је дужина пута од Емине куће до Копаоника? Колико је растојање између Јанине и Емине куће?
6. На тестирање за упис у први разред ученици су пријављивани електронским путем. Број пријављених дечака и девојчица у првој недељи приказан је у табели. Погледај табелу а затим одговори.

Дан	Дечаци	Девојчице	Укупно
Понедељак	128	193	
Уторак	176	145	
Среда	232	189	
Четвртак	124	297	
Петак	155	268	

Ког дана је пријављен највећи број деце? ________________________

Ког дана је пријављен најмањи број деце? ______________________

Можеш ли без рачунања закључити да ли је више пријављено дечака, или девојчица? __________________

Израчуна број пријављене деце за сваки дан појединачно. ________________

7. У тебели су приказане цене у еврима десетодневног одмора на Копаонику и Златибору за април, мај и јун месец.

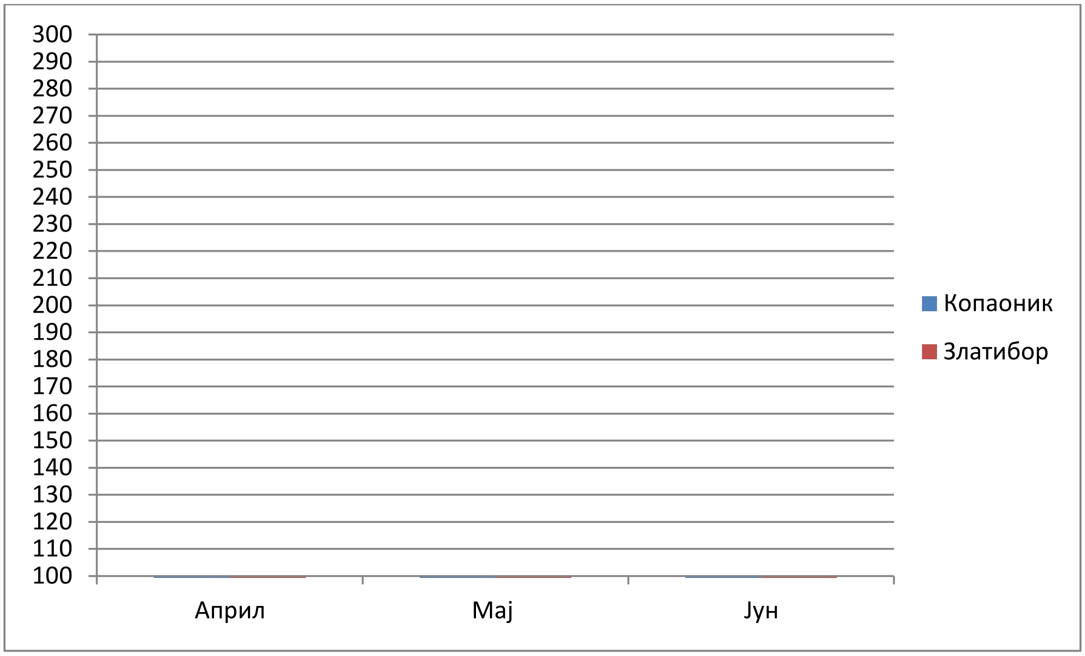
Месец	Копаоник	Златибор
Април	242	279
Мај	176	145
Јун	169	152

На којој планини и у ком месецу је најјефтинији одмор? ________

Ако Милош одмара на копаонику у априлу, а његови родитељи на Златибору, колико им је новца потребно за одмор? ____________________________

У ком месецу и на којој планини би био најскупљи одмор? _______________

Нацртај одговарајући графички приказ цена одмора за ове две планинине за дата три месеца.



Пети час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено одузимање троцифрених бројева (425 – 278; 300 -   126)*

Тип наставног часа: Обрада

1. Стазу дужине 425 m треба поплочати. Ако је првог дана поплочано 278 m, колико је метара стазе остало за други дан?
2. Миличин албум има укупно 300 сличица, а Душанов 400. Ако је Милица до сада залепила 126 сличица, а Душан 158, још колико сличица треба да залепе да би попунили цео албум?
3. Нина је пронашла три рачуна на којима су неки бројеви избрисани.
 а) Укупна сума на првом рачуну 208 динара и купљена је чоколада по цени од 119 динара. Колика је цена кекса на том рачуну?

б) На другом рачуну купљена је свеска по цени од 236 динара и комплет лењира чија је цена избрисана. Ако је укупан рачун 500 динара, колико је коштао комплет лењира?

в) Цена мајице на трећем рачуну је 625 динара и укупна износ је 714 динара. Колико су плаћене чарапе?

4. Од платна дужине 6 m кројач је првог дана одесекао 148 cm платна. Колико је платна остало?
5. Храна за кнаринца кошта 417 динара, а за пса је 128 динара јефтинија. Зоран је новчаницом од 1000 динра платио свој рачун. Колико му је новца остало?
6. Резултати које су најбољи ученици једног одељења постигли у скоку удаљ приказани су у табели.

Такмичар	Дужина скока
Тамара	158 cm
Неда	165 cm
Димитрије	170 cm
Василије	200 cm

Који ученик је постигао најбољи резултат у скоку удаљ ______, а који најслабији резултат.

За колико је дужи Василијев скок од Нединог? ___________________

За колико је дужи Василијев скок од Тамариног? ___________________

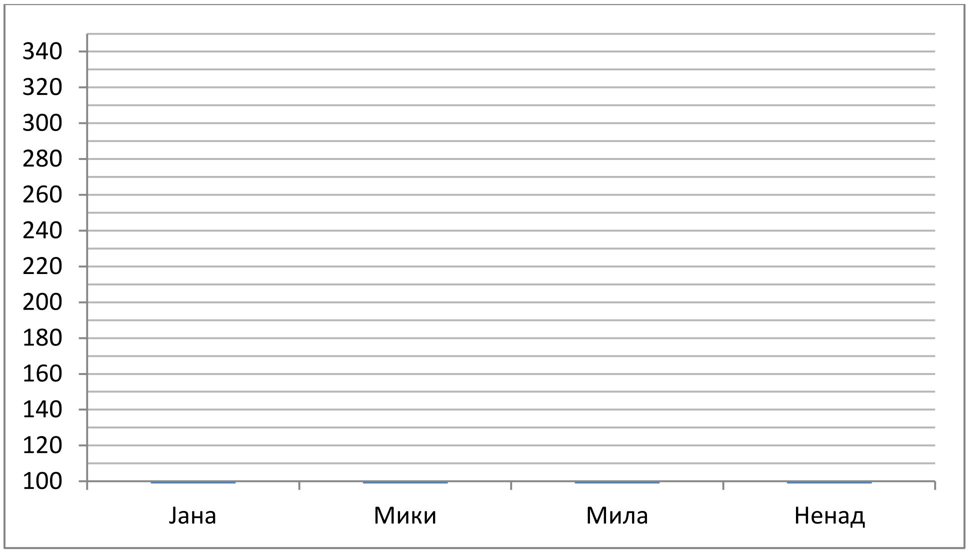
Колико центиметара је Неда дуже скочила од Тамаре? ____________

Колико центиметара недостаје Тамари дас достигне Димитријев скок? _____

7. У табели су приказани резултати које су на последња три теста постигли ученици једног одељења. Од могућих 300 поена ученици су постигли следеће резултате:

Ученик	Број поена
Јана	240
Мики	190
Мила	300
Ненад	200

Постигнуте резултате теста прикажи у графикону.



Који ученик је постигао најбољи резултат? ___________________________________

Који ученик је постигао најслабији резултат? _________________________________

За колико поена је Милин резултат бољи од Јаниног? ___________________________

Колико поена је недостајало Микију да би постигао исти резултат као и Ненад? ___

За колико поена више има Мики од Јане? ____________________________________

Ако је на једном тести било могуће освојити максималноно 100 поена, шта закључујеш када су Милин и Ненадов резултат у питању? _________________________________

Шести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Сабирање више двоцифрених и троцифрених бројева*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Радници су стазу у школском дворишту дугу 1 километар бетонирали четири дана. Ако су првог дана бетонирали 200 метара, другог дана 100 метара и 60 дециметара, трећег дана 400 метара и 100 дециметара, а четвротог дана 230 метара. Колико су радници укупно бетонирали и да ли преостало посла за следећи дан.

2. Марта има 350 динара. Од тог новца жели да купи сликовницу за 300 динара, ужину за 35 и сок за 18 динара. Има ли Марта довољно новца? Заокружи одговрајућа тврђења.

Марти недостају три динара	Тачно / Нетачно
Марта има три динара више	Тачно / Нетачно
Марта нема довољно новца.	Тачно / Нетачно
Марта има довољно новца	Тачно / Нетачно

3. Мама је у продавници купила јогурт, хлеб, јабуке и купус. Добила је следећи рачун. Колико износи рачун?

	Динара	Пара
Јогурт	31	20
Хлеб	23	10
Јабуке	95	25
Купус	127	45

Укупно:____________________

4. Погледај табелу а потом одговори:

Воћне бомбоне	Чоколадне бомбоне	Бомбоне са лешнико
100 g - 60 динара	100 g - 80 динара	100g - 90 динара

а) Маја и Нина су купило 100 грама воћних бомбона, 100 грама чоколадни бомбона и 100 грама бомбона са лешником. Колико је износио њихов рачун?

б) Аца и Марко су купили 200 грама воћних бомбона, 200 грама чоколадних бомбона и 300 грама бомбона са лешником. Колико је износио њихов рачун?

в) Две сестре су купиле 250 грама воћних бомбона, 250 грама чоколадних бомабона и 300 гарама бомбона са лешником. Колико су укупно платиле све бомбоне?

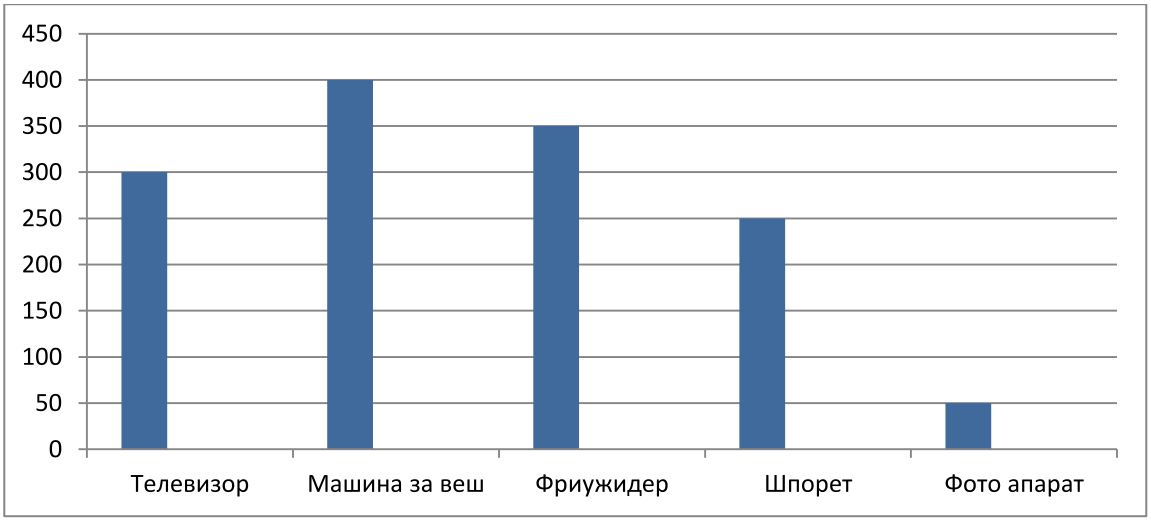
г) Два брата су купила једна четвртина килогарама воћних бомбона, 250 грама чоколадних бомбона и пола килограма бомабона са лешником. Колико су укупно платили купљене бомбоне?

5. Погледај табелу, а затим одговори на питања:

	Крушке		Кајсије	
Година	Број родних стабала	Укупан принос у тонама	Број родних стабала	Укупан принос у тонама
2010.	134	32	253	24
2011.	160	533	268	80
2012.	150	3	274	63
2013.	164	407	380	247
2014.	161	284	403	356
2015.	170	95	439	133

Укупан принос крушака у 2013. години био је _____ тона.
Највећи принос крушака остварен је ______године. Тада је са ________ родних стабала убрано _______ тона крушака.
Крушке су најсалбије родиле _____ године, а затим _______ године.
Највише родних стабала кајсија је било ________ године. Те године су кајсије убране са ________ родних стабала.
Колики је укупан принос крушака био 2010, 2011 и 2012. године? ___________
Колики је био принос 2012, 2014 и 2015. године? _________________________

6. Погледај графикон, а потом одовори:



Који производ је најскупљи, а који најјефтинији? _________________________________

За колико се разликује цена шпорета и фрижидера? ____________________________

Колико новца треба издвојити за телевизор и фото-апарат? _______________________

Поређај цене од најјефтинијег до најскупљег производа. ________________________

Колико је новца потребно за телевизор , фрижидер и фото-апарат? ________________

Израчунајте колико би износио рачун за три производа по вашем избору. ___________

Седми час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Задаци са две операције. Сабирање и одузимање. Заграде*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Милица је имала 500 динара. За тај новац је купила свеску која кошта 108 динара и комплет лењира који коштају 254 динара. Колико је Милици остало динара? Да ли Милица има новца да купи и бојице које коштају 175 динара?

2. У магацин је пристигло 360 килограма јабука које треба распоредити у гајбе, тако да се прво напуне две гајбе од по 30 килограма, а остало у 10 мањих гајби. Колико килограма јабука се може распоредити у мањим гајбама?

3. Ива и Нина путују из Лепосавића за Рашку. Цена аутобуска карте је 160 динара. Колико ће новца уштедети Ива и Нина, ако обе купе повратну карту чија је цена 256 динара?

4. Бака прави колаче тако што помеша следеће састојке: 250 g маргарина, 350 g ораха и 200 g кекса. Колико бака треба да дода брашна да би направила 1 kg колача?

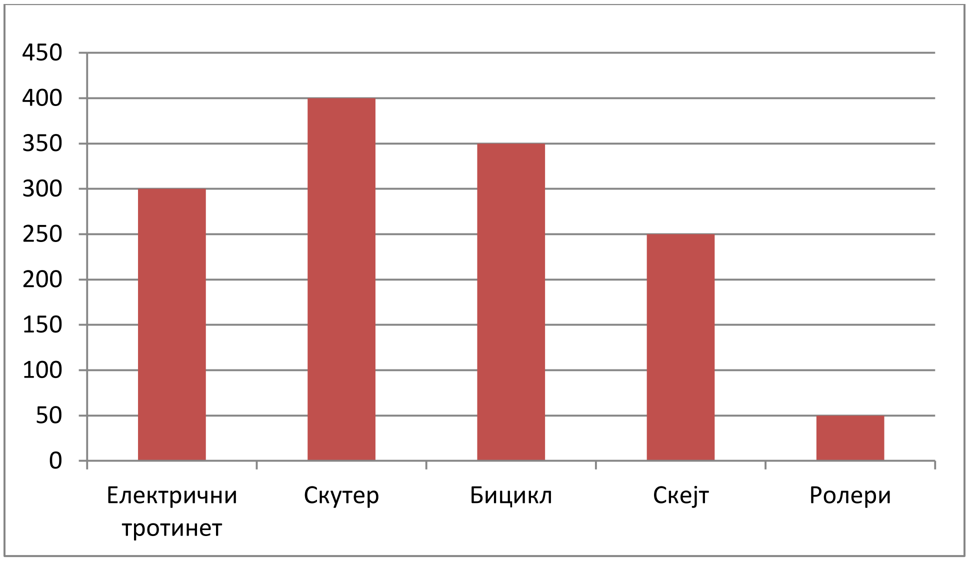
5. Младунче нилског коња је на рођењу било тешко 230 kg. Како је наставило да се лепо храни, после неколико месеци било је тешко 310 kg. Колико младунчету нилског коња недостаје килограма да би било тешко 1 тону?

6. Погледај табелу, а затим одговори на питања:

	Крушке		Кајсије	
Година	Број родних стабала	Укупан принос у тонама	Број родних стабала	Укупан принос у тонама
2010.	134	32	253	24
2011.	160	533	268	80
2012.	150	3	274	63
2013.	164	407	380	247
2014.	161	284	403	356
2015.	170	95	439	133

За колико се повећао принос кајсија од 2012. до 2013. године?________________________
За колико се повећао број стабала крушака од 2010. до 2015. године? ___________________
Колико тона крушака и кајсија је убрано 2014. године? ________________________________
Које године је било најмање родних стабала кајсија?_____ Колики је принос био тада? __
Да ли је 2014. био већи принос крушака или јабука и за колико? ______________________
За колико је био већи принос крушака 2011. године у односу на 2010. и 2012. годину. ____
Које године је био највећи принос кајсија? ___ За колико је то више од претходне две године? ____

7. Погледај графикон, а потом одовори:



Одреди за колико је цена скутера већа од цене скејта и ролера заједно? _____________

За колико биелектрични тротинет и скутер били скупљи од бицикла и скејта? _________

Рачун за бицикл је већи од рачуна за скејт и ролере за _____________________________

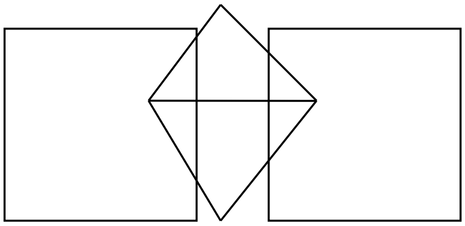
Осми час

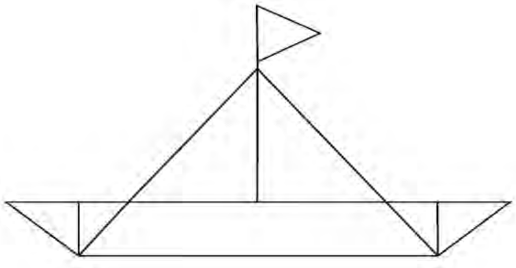
Наставна тема: *Геометрија*

Наставна јединица: *Обим троугла*

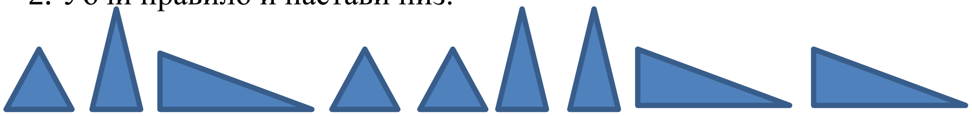
Тип наставног часа: Утврђивање

1.Колико има троуглова на следећим сликама?





2. Уочи правило и настави низ:



3. Тања, Сара и Неда имају мараме облика једнакостраничног троугла. Дужина Тањине мараме је 35 cm, Сарине 49 cm, а Недине 70 cm. Девојчице су одлучиле да мараме оивиче украсном траком. Из табеле очитај колико им је новца потребно за то.

Дужина траке		Цена
Од (cm)	До (cm)	Динара
53	83	50
84	114	70
115	145	90
146	176	110
178	208	130
209	239	150

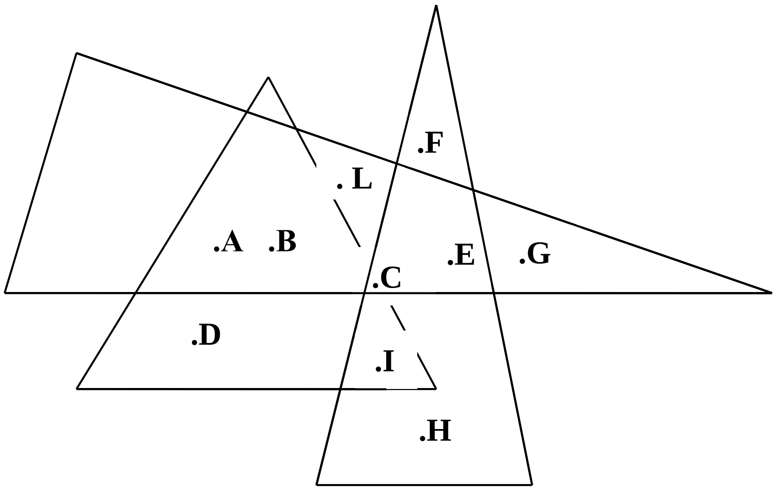
4. На основу података у табели допиши шта недостаје и одреди о којој врсти троуглова је реч.

A	b	c	O	Врста троугла
14 cm	17 cm	21 cm		
30 cm		30 cm	90 cm	
20 cm		10 cm	50 cm	
11 cm	14 cm		35 m	

5. Мајстор је са три даске оивичио простор троугаоног облика обима 15 cm. Које димензије могу имати те даске?

6. Приликом цртања једнакостраничног троугла чије су странице дужине 24 cm, случајно је обрисан један део странице. Мерењем је утврђено да је дужина дела који је остао представља трећуну дужине странице. Колика је дужина тако настале изломљене линије?

7. Уочите врсте троуглова на слици, а потом одговорите.



Одреди тачке које припадају _______________ троуглу ________________

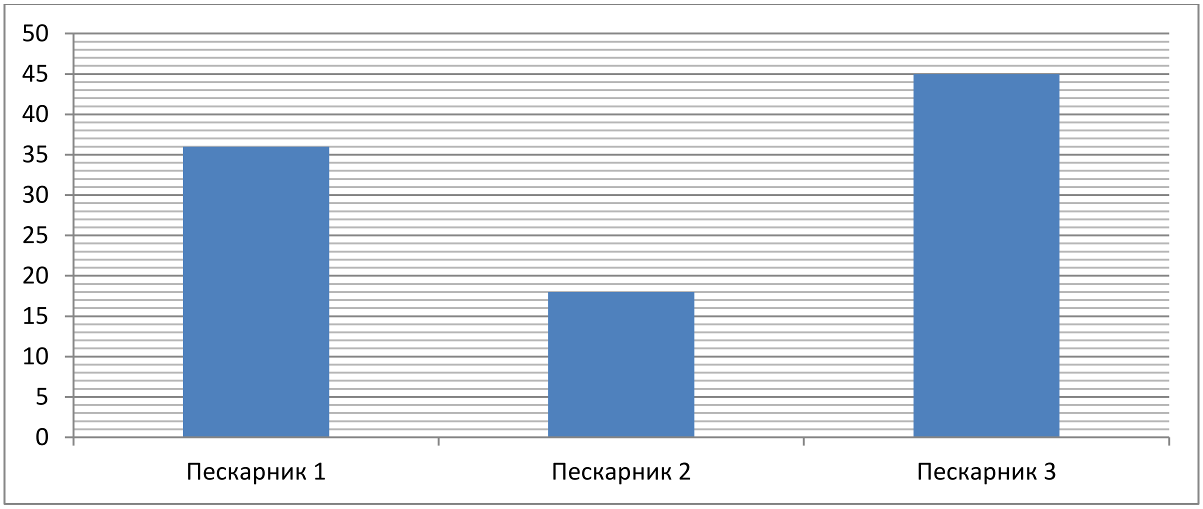
Одреди тачке које припадају _______________ троуглу ________________

Одреди тачке које припадају _______________ троуглу ________________

Одреди тачку која се налази у сва три троугла _______________________

Које тачке у исто време налазе у по два троугла ______________________

8. Следећи графикон приказује колико износе обими пескарника троугаоних облика. Које димензије могу имати ти пескарници?



Девети час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено множење троцифреног броја једноцифреним (324 · 2)*

Тип наставног часа: Обрада

1. У једном хотелу има 161 једнокреветна, 132 двокреветне и 121 трокреветна соба. Колико се гостију може сместити у тај хотел? Може ли се у тај хотел сместити 528 ученика једне школе?
2. Ако једна породица издваја месечно за рачуне 123 евра, за храну два пута више, а за одећу три пута више, колико су месечни трошкови те породице?
3. Милан је штедео новац и од трећине своје уштеђевине је купио маску за телефон која кошта 323 динара. Колико је новца Милан уштедео?
4. Милица је имала пет часова у школи. Колико је времена провела на настави тога дана? (Добијени резултат исказати у сатима и минутима). Колико је времена провела у школи тога дана? (Рачунамо и одморе)
5. Ако месечно штеди по 210 динара, за колико ће месеци Јован уштедети 600 динара колико му је потребно да би купио албум за сличице?
6. У једну чашу стају 2 dl сока. Колико литара сока је потребно за 5 гостију, ако сваки гост попије по 2 чаше сока?
7. Ђаци су у 8 часова и 15 минута кренули на једнодневни излет из Лепосавића до Врњачке Бање. Вратили су се истог дана у 17 часова и 30 минута. Колико су сати и минута провели на излету
8. Погледај табелу па одреди:

				
323	**244**	**422**	**112**	**434**

Најскупље патике коштају ______, а најјефтиније ________________________________

Поређај редом цене од најскупљих до најјефтинијих ______________________________

Можете ли купити два пара патика новчаницом од 500 евра? _______________________

Колико је новца потребно за три пара првих патика? ______________________________

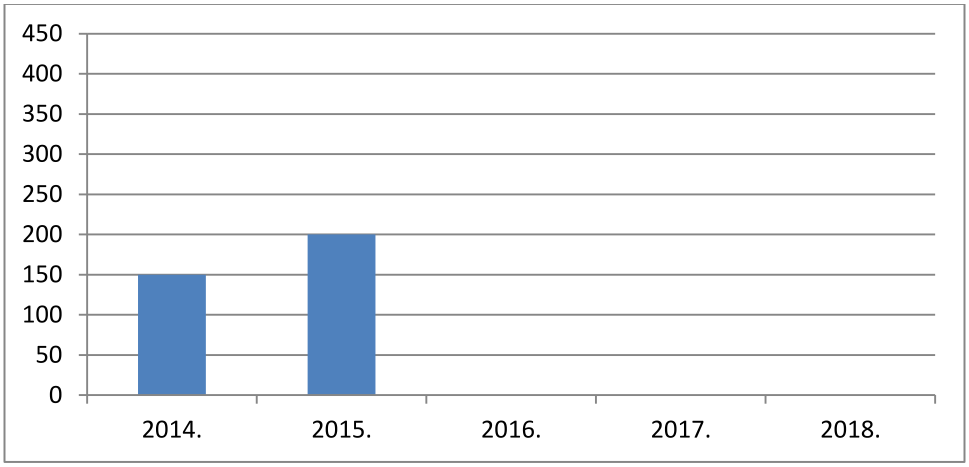
Колико је новца потребно за два пара најскупљих патика? __________________________

Колико новца треба издвојити за четири пара најефтинијих патика? _________________

9. Свој џепарац од 1000 динара Милан је потрошио на следећи начин: За сличице је дао два пута више новца него за жваке, а за оловке три пута више. За ужину је потрошио три пута више новца од потрошеног за оловке. Попуни табелу, а затим добијене податке прикажи одговарајућим графиконом.

Ужина	
Грицкалице	250
Оловке	
Сличице	
Жваке	50

10. У једној радњи производе фубалске лопте. Број произведених лопти се мења из године у годину. Тако је 2014. године произведено 150 лопти, 2015. 200 лопти, 2016. два пута више него 2014. године, 2017. производња је била највећа и износила је три пута више од 2014. године, док је у 2018. години произведено дупло више од 2015. године. Дате податке прикажи у табели, а потом допуни започети графикон.



Десети час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено множење троцифреног броја једноцифреним (243 · 3; 279 · 2)*

Тип наставног часа: Обрада

1. У једном расаднику су посађене следеће саднице: бреза, бор, јела и липа. Колико је посађено од сваке саднице?

У 3 реда по 243 брезе ________________________________
У 2 реда по 279 борова _______________________________
У 4 реда по 125 јела __________________________________
У 5 редова по 112 липа _______________________________

2. Дужина једног камиона износи 12 m 3 dm. Колика је дужина четири таква камиона изражена у дециметрима?

3. У следећој табели су дате цене украсне траке у зависноисти од њене дужине. Јована је одлучила да купи четири траке од по 70 cm, Ана три траке од по 130 cm, Марта две траке дужине 190 cm. Колико ће новца бити потребно свакој девојчици за куповину украсних трака?

Дужина траке		Цена
Од (cm)	До (cm)	Динара
53	83	123
84	114	152
115	145	186
146	176	235
178	208	256
209	239	279

4. На фарму је довезено 136 зечева и 282 пилета. Колико укупно ногу имају довезене животиње?

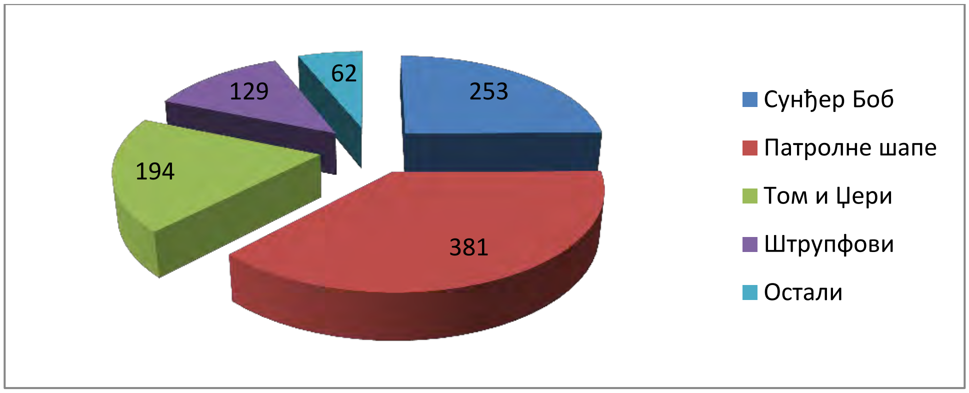
5. Ако за туширање трошимо 105 литара воде дневно, а за купање у кади 124 литра, колико ћемо воде потрошити за недељу дана за туширање,а колико за купање у кади?

6. Ако воз прелази сваког сата 132 km, које ће растојање прећи за 7 часова?

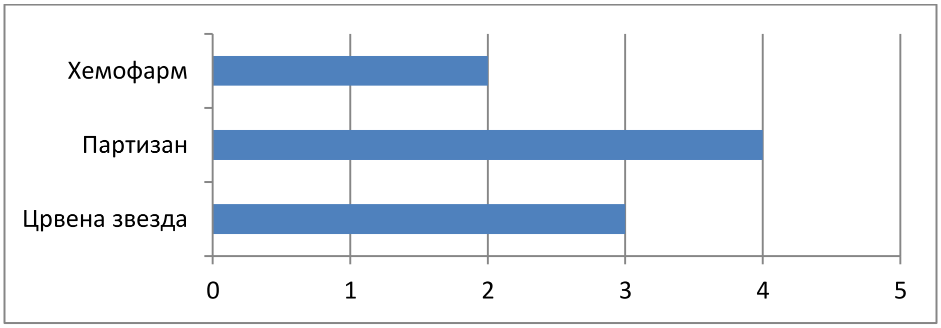
7. Милица из Лепосавића одлази на спавање у 21 час. У Сиднеју је тада 6 часова ујутру и њена другарица Маша се спрема за полазак у школу. Колика је временска разлика између Лепосавића и Сиднеја?

8. Растојање између два аутомобила је 1000 km. Ако се аутомобили крећу један другом у сусрет и први пролази 113 km за један сат, а други 114 km за један сат, колико ће растојање бити између ова два аутомобила кроз 4 часа? (Могућа варијанта задатак: На ком би одстојању били након 4 сата вожње, ако су кренули из истог места и крећу се у супротним смеровима?)

9. Следећи графикон приказује које су цртане филмове најчешће гледали ученици једне школе у току 2017. године. На основу графикона самостално напиши три реченице. Број ученика који гледају Патролне шапе се у 2018. години удвостручио, оних који глеадају Сунђер Боба је три пута више, а Штрумпфове прати 5 пута више ученика. Одреди број ученика који прате цртане филмове у 2018. години.



10. Следећи графикон приказује број навијачких група три тима у кошарци. Ако свака навијачка група броји 194 члана, израчунај колико сваки тим има навијача. Резултате прикажи у табели.



Тим	Број навијача
Црвена звезда	
Партизан	
Хемофарм	

Једанаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Задаци са две операције – множење и сабирање*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Јована је отишла у продавницу како би купила накит. У понуди је комплетан накит, или постоји могућност да сама по свом избору састави комплет накита.

Производ	**Цена**
Комплетан накит	920 или 740
Огрлице	300, 600 или 450
Наруквице	140 или 160
Минђуше	120
Украси за косу	100 или 150

Јована жели да сама састави комплет накита. Која би била најнижа, а која највиша цена накита? ____

Одлучила је да сестри купи најјефтинију огрлицу и две скупље наруквице.

Колико јој је новца за то потребно? ____

Другарици је потребна јефтинија наруквица и 4 пара минђуша.

Колико износи тај рачун? ____

Ако Јована има 1000 динара на располагању, какав комплет накита може саставити за тај новац? Прикажи у табели производе и цене.

Производ	**Цена**
Комплетан накит	
Огрлице	
Наруквице	
Минђуше	
Украси за косу	

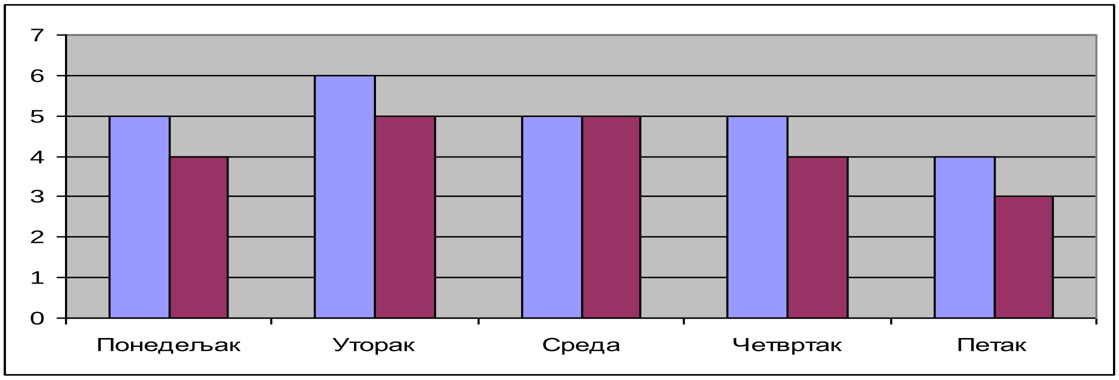
2. Јован је прешао аутом из једног до другог места 148 км, при чему је прелазио 74 километара за један час. До жељеног места мора да путује још 6 сати. Колики ће укупно пут прећи?

3. На овогодишњем такмичењу из математике учествовало је 179 ученика једне школе и два пута више ученика друге школе. Колико је укупно ученика учествовало на овом такмичењу?

4. Милица је уштедела 350 динара. Од маме је добила још 5 евра. Колико има укупно динара ако за један евро може добити 118 динара?

5. На једнодневни излет из једне школе иде 115 ученика, из друге 2 пута више, а из треће 3 пута више. Колико укупно ученика иде на излет?

6. Следећи графикон приказује колико је пакета чоколада и кекса допремељено у магацин од понедељка до петка. Ако у сваком пакету има по 65 чоколада и по 71 кекс одговори на следећа питања.



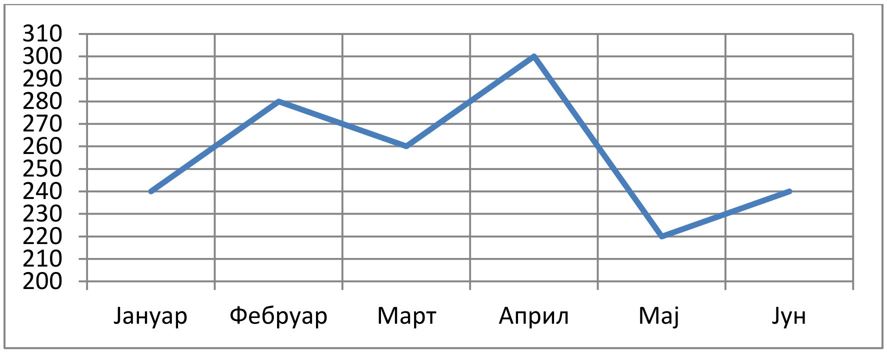
Колико је укупно производа допремљено у понедељак у магацин? ______________________

Колико је чоколада допремљено у понедељак и уторак? ______________________________

Израчунај колико је кекса допремљено од среде до петка. _____________________________

Да ли је већа количина производа допремљена у среду, или петак и за колико? _________

7. Следећи графикон приказује продају свезака у једној продавници у 2017. години.



У ком месецу је продат највећи ________, а у ком најмањи број свезака? _________

У којим месецима је продаја била иста? _____________________________________

У 2018. години, у јануару је остала иста продаја, а у фебруару је удвостручена.

Колика је била укупна продаја за ова два месеца? __________________________________

Очекује се да се продаја у мају ове године утростручи, а да у јуну остане иста.

Колика ће бити продаја у та два месеца? ______________________________________

Удвостручена продаја у априли, заједно са месецом мартом би износила __________

Дванаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Задаци са две операције – множење и одузимање*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Милена има 500 динара и жели да купи 6 оловака по 95 динара. Колико новца јој недостаје да купи оловке? Којим изразом ћете израчунати колико новца недостаје?

а) 500 – 6 · 95 = б) 95 · 6 + 500 = в) 6 · 95 – 500 = г) 500 + 6 · 95 =

2. Ако воз прелази 105 километара за један час, а авион 440, за колико ће бити дужа путања авиона од путање воза после 2 сата?

3. Милош је планирао да књигу која има 538 страна прочита за 5 дана. Ако је прва три дана читао по 112 страна, колико је страна остало за четврти и пети дан?

4. У следећој табели је приказано колико хранљивих материја има у 100 g смокија.

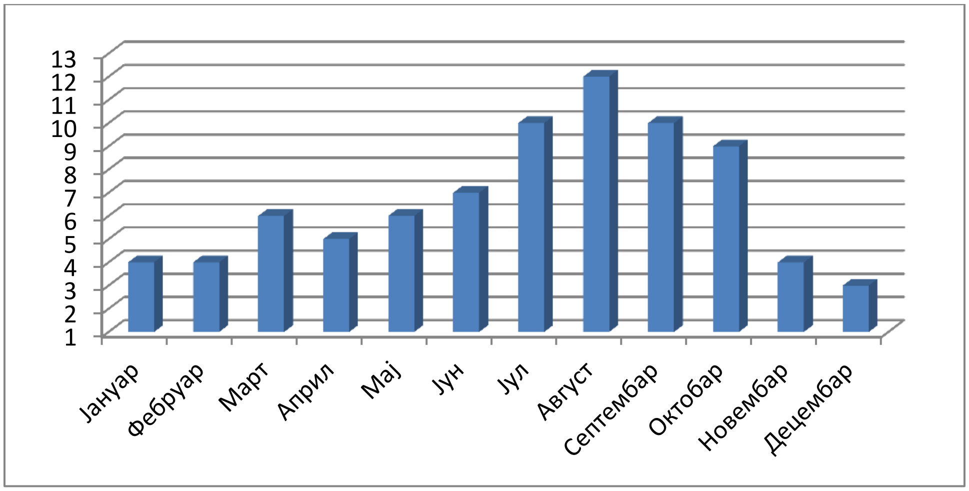
Масти	Шећер	Влакна	Протеини	Со
85	125	10	20	5

У току једног дана сте у организам унели 345 g масти, 438 g шећера, 123 g влакна, 580 g протеина и 105 g соли. Ако сте појели 2 кесице смокија од по 100 g, колико је хранљивих материјала унето преко друге хране коју сте тог дана појели?

5. Мила је уштедела 1 новчаницу од 200 динара, 2 од 100 динара, 4 новчанице од 50 динара, 7 новчаница од 20 динара и 6 од по 10 динара. Планирала је да другарици за рођендан од своје уштеђевине купи два дела књиге „Загонетне приче” Уроша Петровића. Ако је цена једног дела 325 динара, колико ће јој новца остати?

6. Од 1000 ученика једне школе на екскурзију је отишло толико ученика да се могу сместити у 9 аутобуса. Ако се у сваки аутобус може сместити 45 ученика, колико је ученика остало у школи?

7. Следећи графикон приказује колико је било сунчаних дана у претходној години.



У ком месецу је било највише ________, а у ком најмање сунчаних дана? ___________

У којим месецима је био исти број сунчаних дана?______________________________

Ако у овој година број сунчаних дана у јулу и августу буде дупло већи, колико ће бити кишних дана? Јул: ____________________; Август: ______________________________

У марту месецу је било три пута више сунчаних дана у овој години, док су остали били са снегом и кишом. Колико је било таквих дана? ______________________________

У три месеца са најмањим бројем сунчаних дана, одреди колико је било дана са лошим временом. ____

8. На основу табеле закључи:

Тежина пошиљке	Цена у динарима
До 30 g	56
Од 31 до 60 g	79
Од 61 до 150 g	202
Од 151 до 250 g	275
Од 251 до 350 g	313
Од 351 до 450 g	344
Од 451 до 1000 g	420

Колико је новца потребно да бисте послали пошиљку тешку 425 g?_____________

Марко жели да пошаље два пакета тежине 30 g и 90 g. Да ли је повољније да пакете шаље појединачни или заједно?____

Колика је разлика у цени пошиљке у једном и другом случају?_________________

Новчаницом од 1000 динара је платио слање појединачно две пошиљке од 440 g и 820g. Колико је новца остало? ____

Колики ће бити кусур ако је новчаницом од 500 динара плаћено слање три појединачне пошиљке тежине 48 g, 85 g и 105 g? ___________________________________

Тринаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (129 : 3)*

Тип наставног часа: Обрада

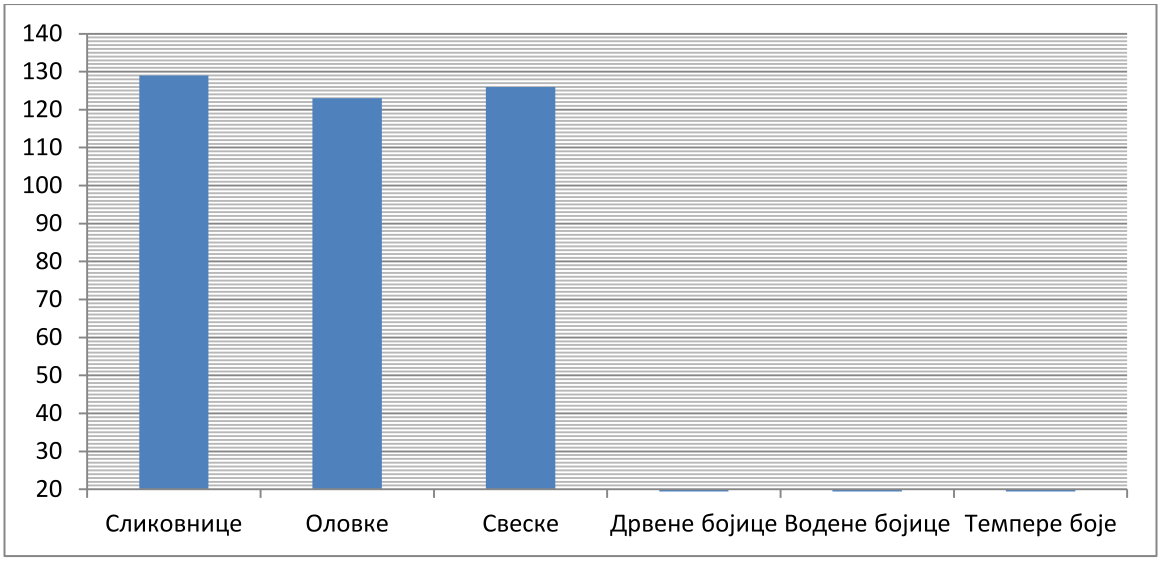
1. У једној школи у трећем разреду има 129 ученика. Сви ученици су распоређени у 3 одељења тако да у сваком има једнак број ученика. Колико ученика је било у једном одељењу?
2. Таксиста је превезао 7 путника и зарадио 357 динара. Колика је цена појединачне карте?
3. Три другарице су одлучиле да заједно купе нови скејт. Цена скејта је 162 евра и може се купити у 9 једнаких месечних рата. Другарице су одлучила да сваку рату подједнако поделе и плаћају у динарима. Колико ће плаћати свака другарица ако за 1 евро треба издвојити 118 динара?
4. У табели су дате особине половних скутера који се могу купити у једној радњи.

Модел	Yamaha	Honda	Gilera	Vespa
Година	2015.	2012.	2013.	2011.
Цена	470	435	410	389
Време коришћења	2	5	3	4

Саша Жели да купи скутер који испуњава следеће услове: Скутер није коришћен више од четири године. Произведен је после 2012. године. Цена скутера није већа од 450 евра. Који скутер испуњава наведене услове? ____

Ако би продавац умањио цену одабраног скутера пет пута, колико би новца Саши тада било потребно? ____

5. Брат и сестра имају заједно 255 динара. Ако брат од сестре има 4 пута више новца, колико новца има свако од њих?
6. Следећи графикон приказује продају школског прибора у првом месецу. У следећем месецу број продатих производа је знатно умањен. Прочитај вредности,а потом израчунај и нацртај одговарајући графикон.



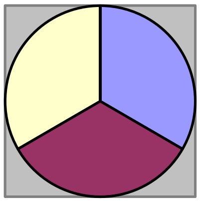
Колико је продато сликовница ________, оловака ________, свезака __________ ?

Дрвених бојица је продато 3 пута мање од сликовница. ________________________

Водених бојица је продато 3 пута мање од оловака. ___________________________

Темпера боја је продато 3 пута мање од свезака.______________________________

7. Цена три књиге на акцији је 273 динара. Бели део дијаграма приказује цену једне књиге. Колико износи цена сваке књиге?



8. Следећа табела приказује колики су пут, изражено у километрима, прешла 4 аутомобила за 9 сати. Коликом брзином се кретао сваки од њих?

Ауто	Аутомобил 1	Аутомобил 2	Аутомобил 3	Аутомобил 4
Пређени пут	639	729	549	459
Брзина				

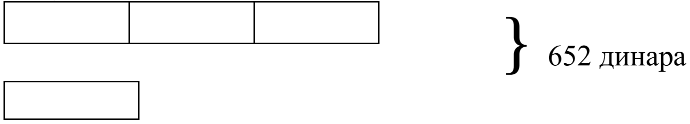
Четрнаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

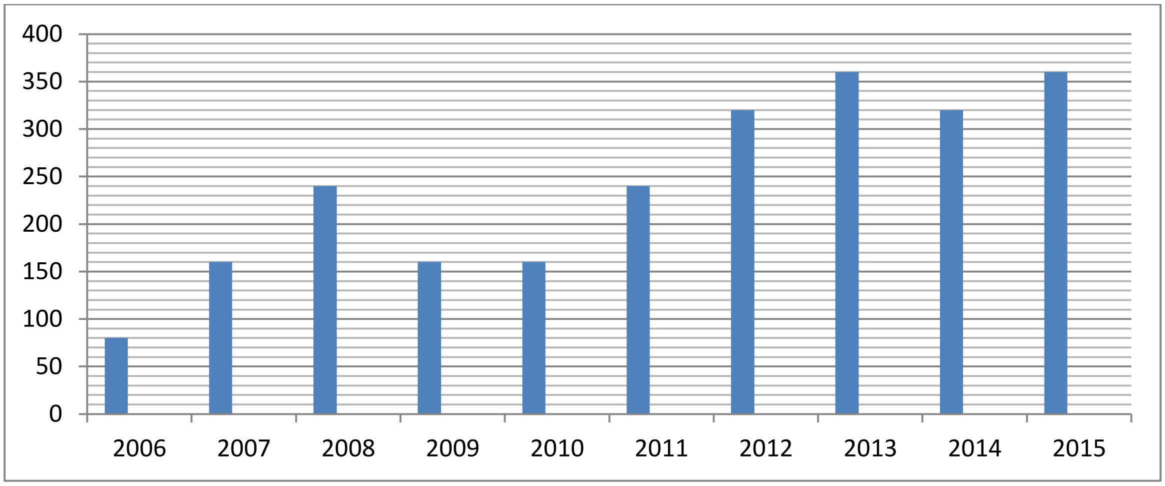
Наставна јединица: *Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (368 : 2; 432: 2)*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. 564 ученика једне школе је распоређено у четири спортске секције тако да у свакој има једнак број ученика. Колико ученика има у свакој секцији?
2. Возачи су аутобусима превозили путнике. Сваки путник је платио превоз по 2 евра.. Ако су возачи добили 232 евра, колико је путника превезено?
3. Једна породица месечно прима 568 евра и половину својих прихода издваја за храну, а четвртину остатка за остале потребе. Колико новца издвајају за храну, а колико за остале потребе?
4. Сташа је купила две књиге за 652 динара. Цена једне књиге једнака је трећини цене друге књиге. Колико кошта свака од њих?



5. На следећем графикону је приказана продаја бицикла у једној продавници за временски период од 10 година.



Којих година је остварена најбоља продаја? ____

Које године су резултати продаје били најслабији? ____________________________________

Наведите године када је продаја бицикла била изједначена? __________________________

Која је највећа количина продатих бицикли? _______________________________________

Ако је трећи део продатих бицикли у 2008. и 2013. дечјих бицикли, о ком броју бицикли је реч? ____

Од укупног броја бицикли из 2012. године, четврти део је поклоњен у наградној игри. О ком броју је реч? ____

Петнаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (745 : 5)*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Једног дана у воћњаку је убрано 702 кг кајсија, а другог дана 3 пута мање. Колико је укупно убрано кајсија? Ако је четвртина убране количине употребљена за прављење пекмеза, колико је кајсија остало?
2. У фабрици намештаја у месецу јануару је произведено 625 радних столова. У фебруару је производња повећана за петину. Колико столова је произведено у фебруару месецу? Десети део произведених столова у фебруару је поклоњен једној школи. Колико је столова поклоњено?
3. За потребе школске библиотеке потребно је направити нове полице за књиге. За израду једне полице неопходно је следеће: 4 дуге дрвене плоче, 6 кратких дрвених плоча, 12 мањих држача за полице, 2 већа шрафа и 14 ексера. Колико се полица може направити ако у магацину има: 26 дугих дрвених плоча, 33 кратке дрвене плоче, 200 мањих држача, 20 већих шрафова и 510 ексера?
4. Погледај табелу па одреди:

				
798	**695**	**498**	**352**	**984**

Шесторица другова су за прве патике у табели платили приказани рачун.

Колико кошта један пар патика? ____

После сезонског снижења цена других патика је 5 пута мања. ____________________

Плаћање трећих патика је омогућено у 3 једнаке рате.

Колико ће износити једна рата? ____

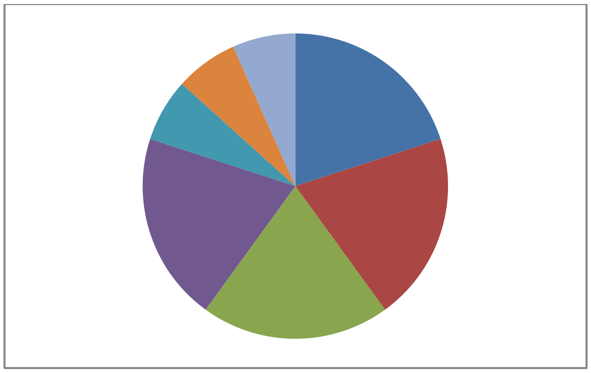
Четврте и пете патике су купили Јован и Саша и платили су приказану цену?

Колико је платио сваки од њих? ____

Испод последњих патика је написан износ рачуна који су платили четири друга?

Колико је платио сваки од њих? ____

5. За седам дана у пекари поред школе продато је 645 пецива. Следећи графикон приказује продају по врстама пецива.



Већи део графикона приказује број продатих кифли. Израчунај колико је кифли продато? _

Сваки од мањих делова приказује колико је бурека продато. Израчунај колико је бурека продато?

Шеснаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Писмено дељење троцифреног броја једноцифреним (435 : 5; 112 : 4)*

Тип наставног часа: Обрада

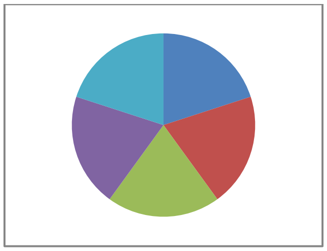
1. Миња је сакупила 435 сличица и поделила их је са 4 другарице, тако да свака добије једнак број сличица. Колико је сличица добила свака од њих?
2. Кројачица је платно дужине 1m 12cm поделила на 4 дела како би сашила 4 мараме. Колика ће бити дужина сваке мараме?
3. Нина тренира карате и у току три дана проведе 3 сата и 45 минута на тренингу. Колико времена траје један тренинг?
4. 168 кг јабука је смештено у 6 једнаких врећа. Колико је јабука у 9 истих врећа?
5. Милица је радила пет тестова из математике на којима је могуће добити максимално 100 поена. На прва четири је добила 60 поена, а на петом је добила 80 поена. Колики је просечан број Миличиних поена на свих пет тестова? На основу података из табеле закључи коју је Милица добила оцену из математике на тесту.

Број поена	Оцена
80 – 100	5
60 – 80	4
40 – 60	3
20 – 40	2
< 20	1

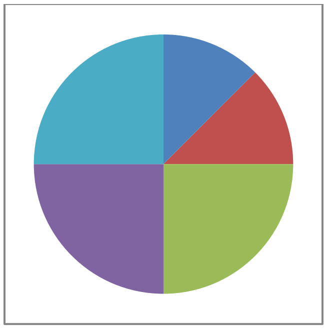
6. Пет другарица је одлучило да купи комплет Енциклопедаја. Цена комплета је 225 евра и може се купити у 9 једнаких месечних рата. Колико ће износити једна рата? Колико ће динара дати свака девојчица ако за 1 евро треба издвојити 118 динара?
7. У следећој табели приказан је број продатих мобилних телефона за прва три месеца ове године.

Месец	Јануар	Фебруар	Март
Број продатих телефона	425	128	228

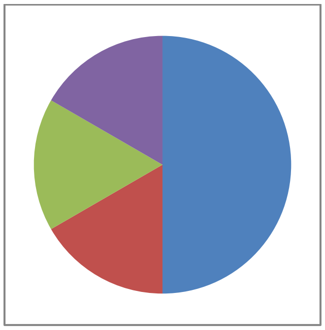
а) Први графикон показује који модели су продати у јануару месецу. Један део графикона показује колико је продатих Samsung телефона. Колико је продатих телефона овог модела?



б) Други графикон показује да је у месецу фебруару продат неједнак број мобилних телефона различитих марки. Ако већи део графикона представља број продатих телефона марке Nokia, а мањи део број продатих телефона марке Tesla, колико је продато једних, а колико других телефона?



в) Трећи графикон приказује продају у марту месецу. Већи део графикона приказује број продатих Samsung телефона, а један од мањих делова број осталих продатих телефона. Израчунај број продатих телефона.



Седамнаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

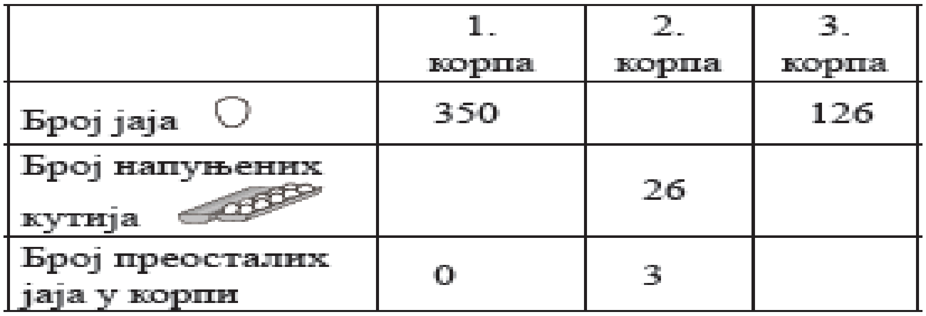
Наставна јединица: *Дељење са остатком*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Сви ученици једне школе иду на једнодневни излет. Укупан број путника је 695. Ако се у једном минибусу могу сместити 8 путника, колико је минибуса потребно?
2. У три пакета су пристигле папирне марамице које треба разврстати у паковањима од по 10 комада. Попуни празна поља у табели:

	Први пакет	**Други пакет**	**Трећи пакет**
Број марамица	480		381
Број попуњених паковања		51	
Број преосталих марамица у пакету	0	3	

3. Греду дужине 3 m 40 cm треба поделити на три једнака дела. На колико ће делова бити подељена та греда? Која је дужина сваког дела?
4. На почетку нове школске године треба распоредити 123 првака у четири одељења. Да ли ће у сваком одељењу бити једнак број ученика? По колико ученика може бити у сваком одељењу? (Наведи неколико могућих решења)
5. У магацину има 356 килограма јабука које треба распоредити у 6 гајби тако да у сваку сместимо исти количину. Колико ће килограма јабука бити у свакој гајби? Да ли је довољно 6 гајби за све јабуке?
6. Нађа је купила три књиге по 234 динара и остало јој је 98 динара. Колико је динара Нађа имала?
7. Из три корпе пакују јаја тако да их у савком паковању буде по 10. Попуни табелу.



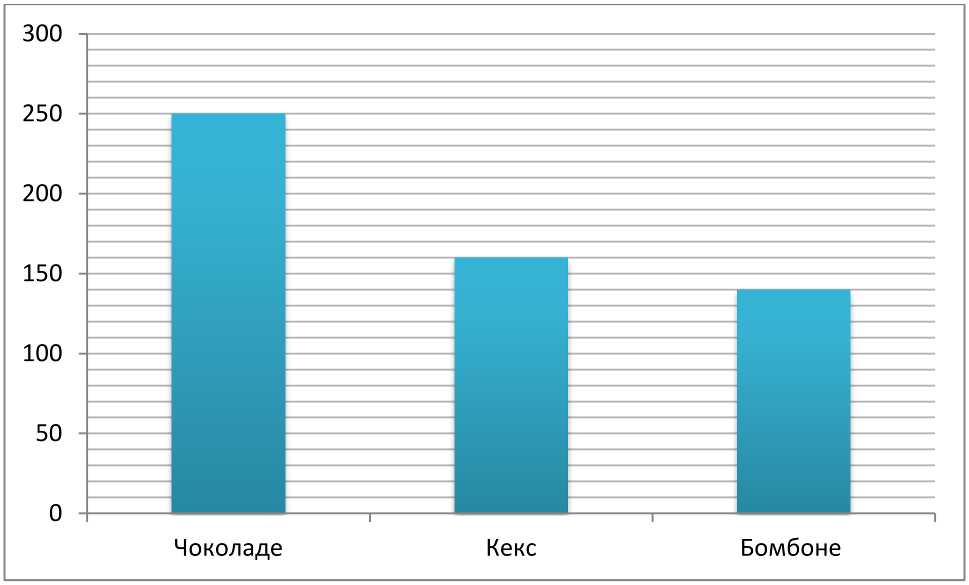
	1. корпа	2. корпа	3. корпа
Број јаја	350		126
Број напуњених кутија		26	
Број преосталих јаја у корпи	0	3	

8. Маша је књигу која има 438 страна планирала да чита 5 дана тако што ће сваког дана прочитати исти број страна. Колико страна ће Маша читати дневно? Хоће ли прочитати целу књигу за 5 дана?

9. Проверите колико има ученика у сва три одељења трећег разреда. Покушашјте да формирате групе од по највише 8 чланова. Колико група можете формирати?

10. Библиотекарка планира да разврста 356 књига на 6 полица. Колико ће књига бити на свакој полици? Да ли је број од 6 полица довољан за све књиге?

11. У графикону је приказана колико је чоколада, кекса и бомбона пристигло у магацин једне продавнице.



Највише је пристигло _________________, а најмање _______________________

Све пристигле чоколаде распоређене су у 6 пакета, тако да у сваком буде једнак број. Колико је било чоколада у сваком пакету? _________________________________

Кекс је распоређен у 7 једнаких пшакета. Колико је кутија кекса у сваком пакету? ____

Пристигле бомбоне су морале бити распоређене у 8 пакета. Колико је кеса бомбона у сваком пакету? ____

Да ли је планирани број пакета довољан за све производе? ______________________

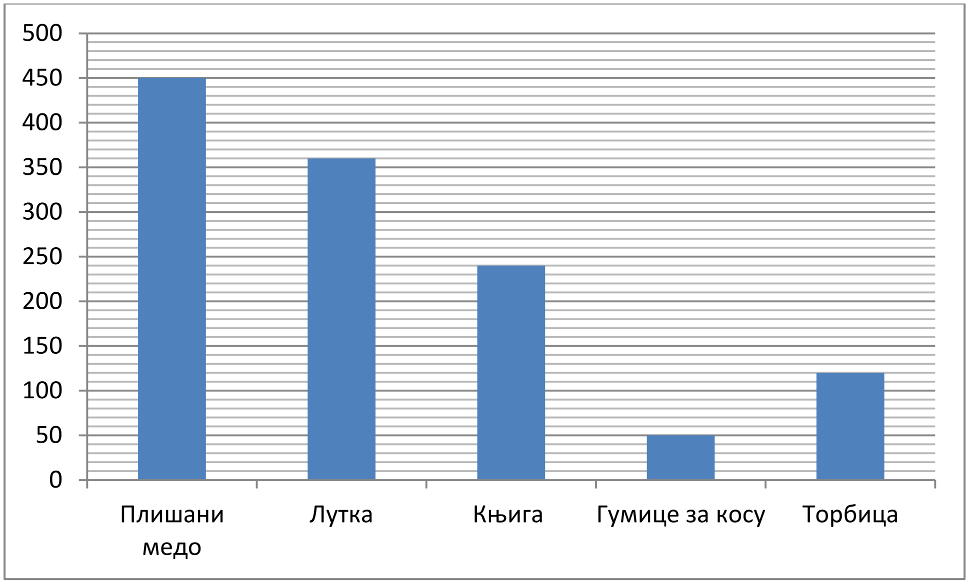
Осамнаести час

Наставна тема: *Природни бројеви*

Наставна јединица: *Веза множења и дељења*

Тип наставног часа: Обрада

1. а) У 5 једнаких солитера има 480 станова. Колико станова има у сваком солитеру? Колико ће укупно бити станова, ако их у једном солитеру има 96?
б) Колико спратова има сваки солитер ако на сваком спрату има по 6 станова? Ако сваки солитер има по 16 спратова, колико има укупно станова у једном солитеру?
2. а) У 5 једнаких кутија има 375 паковања фломастера. Колико има у свакој кутији? Ако у свакој кутији има по 75 паковања фломастера, колико их има укупно?
б) Колико има паковања фломастера у 9 пакета?
Колико ће бити паковања фломастера у једном пакету ако их укупно има 675?
3. а) Воз је за 3 часа прешао 315 километара. Колико километара је прешао за један час. Ако сваког часа прелази по 105 километара, колико ће прећи за три часа?
б) Колики ће пут прећи за 8 часова? Ако воз дужину пута од 840 километара прелази за 8 часова, колико ће прећи за један час?
4. У једном одељењу трећег разреда сваки од 30 ученика реши по 3 задатка за један дан. Колико укупно задатака реше за један дан?
Ако је укупно задато 90 задатака, колико је број ученика неопходно да би све задатке решили за један дан, а колико задатака треба да решавају дневно 30 ученика како би све задатке решили у једном дану?
5. Камила попије дневно 140 литара воде. Колико ће литара воде попити 3 камиле за 2 дана? Ако дневно 3 камиле попију 420 литара воде, колико попије једна камила за сваки дан? Ако три камиле попију 840 литара воде за два дана колико ће попити за један дан?
6. Следећи графикон приказује колика је цена понуђених поклона за дечји рођендан у једној продавници.



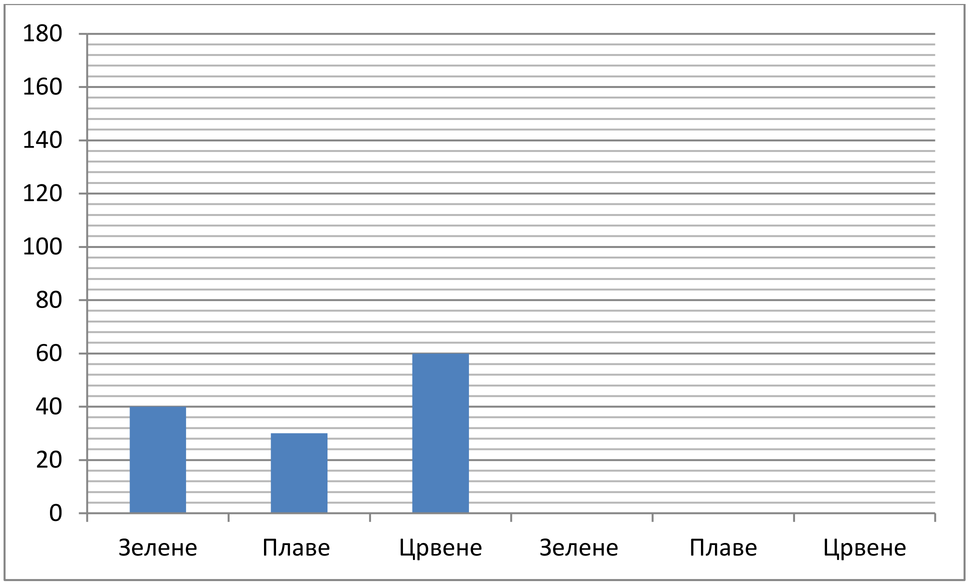
Најскупљи поклон је ___________ и његова цена износи ___________ динара.

Најјефтинији поклон је ________________ и његова цена износи _____ динара.
Куповина 9 гумица за косу једнака је цени ___________________.
Ако 9 другарица жели да купи плишаног меду, колико ће свака новца дати?___.
Марко и Јован су купили књигу за поклон.
Колико је новца дао свако од њих? _______________________________________.
Нађа и Нина су купиле себи по торбицу.
Колико је износио њихов рачун? _______________________________________ .
Марта је желела да купи лутку, али није имала довољно новца. Две другарице су јој помогле тако што су све дале исту количину новца.
Колико је дала свака од њих? ____ .
За вредност једне лутке колико торбица можемо купити? __________________ .

7. У пакетима су пристигле папирне марамице које треба разврстати у паковањима од по 10 комада. Попуни празна поља у табели:

	Први пакет	**Други пакет**	**Трећи пакет**	**Четврти пакет**	**Пети пакет**	**Шести пакет**	**Седми пакет**	**Осми пакет**
Број марамица	350		126			452	568	
Број попуњених паковања		35		12	45			56
Број преосталих марамица у пакету	0	0		6	2		8	8

8. Следећи графикон приказује број кошуља у три боје у једној продавници. Прати упутства, израчунај шта је неопходно, а потом нацртај одговарајући графикон за панталоне у истим бојама.



Панталона је у зеленој боји два пута више од кошуља. ____________________________

Ако би зелених панталона било 80, колико пута је мање зелених кошуља? ___________
Плавих панталона је 4 пута више од плавих кошуља, а црвених 3 пута више од кошуља у истој боји.
Ако је плавих панталона било 120 и за следећу поруџбину их треба набавити 4 пута мање, колико би панталона требало набавити? ____
У магацину је било 180 црвених панталона. За школску приредбу је поребно 3 пута мање од тога. Колико је потребно панталона и хоћемо ли имати за сваке црвене панталоне по једну црвену кошуљу? ____

Деветнаести час

Наставна тема: *Једначине и неједначине*

Наставна јединица: *Једначине са множењем*

Тип наставног часа: Утврђивање

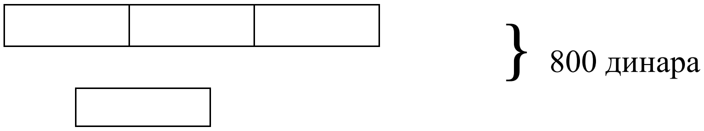
1. Колико има књига на свакој полици, ако на 4 једнаке полице има укупно 832 књиге?
2. Мила је за рођенданску журку направила декорације од по 8 балона. Ако је за декорисање простора утрошено укупно 648 балона, колико је декорација направила?
3. Поред декорације припремила је и послужење за госте. На сваком од 7 столова било је укупно 427 литара сока. Колико литара сока је било на сваком столу?
4. Другарице су Мили купиле поклоне исте вредности. За 9 поклона су дале 972 динара. Колико новца је дала свака другарица?
5. Ана је сваког дана издвајала од свог џепарца по једну новчаницу од 20 динара. Када је на крају избројала своју уштеђевину закључила је да има 480 динара. Колико је новчаница уштедела и за који временски период је могла да уштеди тај новац ако је новчанице издвајала само данима када је ишла у школу?
6. Ани је докторка прописала сируп који мора попити за 7 дана и то количину од 105 ml.

а) Ако Ана узима сируп на сваких 8 сати, колика је количина сирупа коју појединачно мора попити?

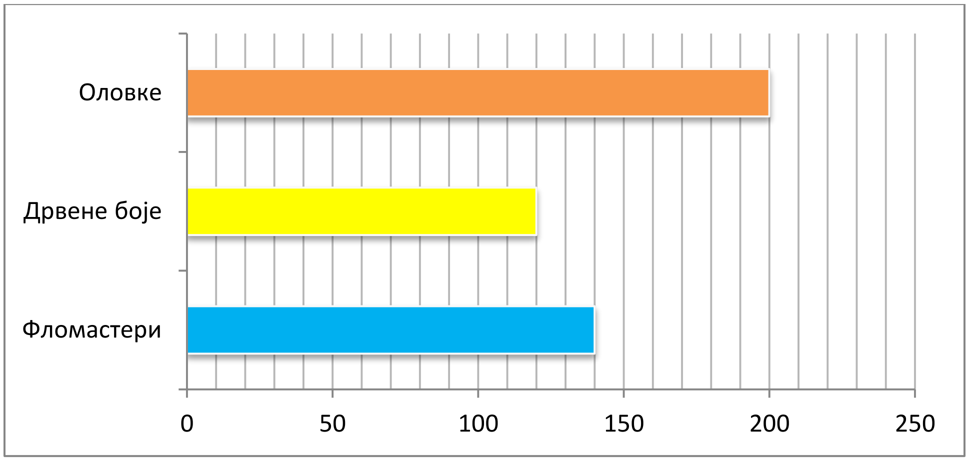
б) Ана је другог дана заборавила да попије прву јутарњу дозу сирупа. Докторка је рекла да сваку наредну дозу повећа за 1 ml. Колико дана ће Ана пити већу дозу сирупа? Добијене резултате прикажи у табели (Други ред подели на број који показује колико пута дневно Ана пије сируп).

Први дан	Други дан	Трећи дан	Четврти дан	Пети дан	Шести дан	Седми дан

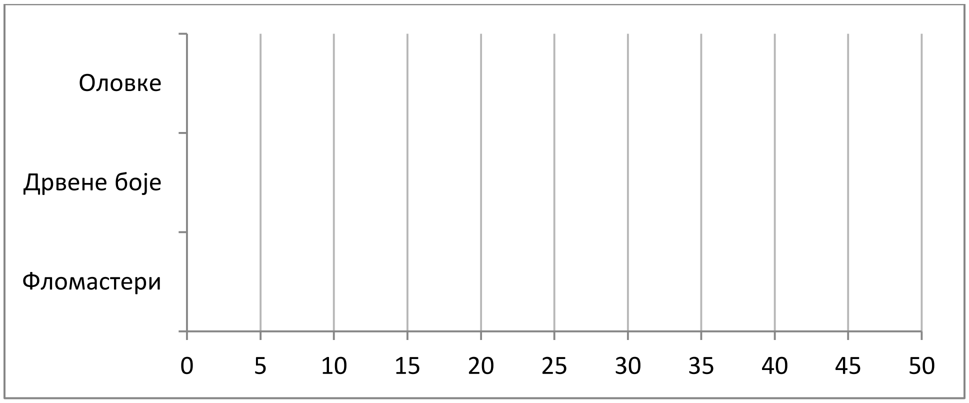
7. Сташа је купила две књиге за 800 динара. Цена једне књиге једнака је трећини цене друге књиге. Колико кошта свака од њих?



8. Следећи графикон приказује колико је робе пристигло у магацин једне књижаре.



Којих производа има највише __________, а којих најмање? ____________
Дрвених боја је пристигло ____ Фломастера је пристигло ____Оловака је пристигло ____
Укупан број оловака је распоређен у 5 једнаких пакета. Колико је оловака у сваком пакету?
____
Фломастери су разврстане у 7 једнаких пакета? Колико има фломастера у сваком пакету?
____
Дрвене боје су упаковане у 4 једнаке кутије. Колико дрвених боја има у свакој кутији?
____
Напиши одговарајућу једначину, а потом израчунај вредност. Користићеш једначине у којима је непознат: а) дељеник, б) први чинилац, в) други чинилац, г) сабирак, д) делилац. (Заокружи одговарајуће слово)
Добијене вредности за број пакета прикажи на одговарајућем графикону и у табели.



Производи	Фломастери	Дрвене боје	Оловке
Број пакета			

Двадесети час

Наставна тема: *Једначине и неједначине*

Наставна јединица: *Једначине са дељењем*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Марина је планирала да читање књиге коју је добила за рођендан подели на 5 дана читања. Ако је сваког дана читала по 85 страна, колико страна има та књига? Којим од наведених израза може решити овај задатак?

а) a · 5 = 85; б) 5 : a = 85; в) a : 5 = 85; г) 85 : a = 5.

2. У школску библиотеку су пристигле 644 књиге које треба распоредити на полице тако да на свакој буде по 7 књига. Колико ће полица бити потребно?

3. За колико времена прелазите пута дужине 132 километра крећући се пешке брзином 4 километра за један сат, а за колико бициклом крећући се 6 километара за један сат? Којим од наведених израза ћеш решити задатак?

а) a : 123 = 4; б) 123 : a = 4; в) a: 123 = 6; г) 123 : a = 6.

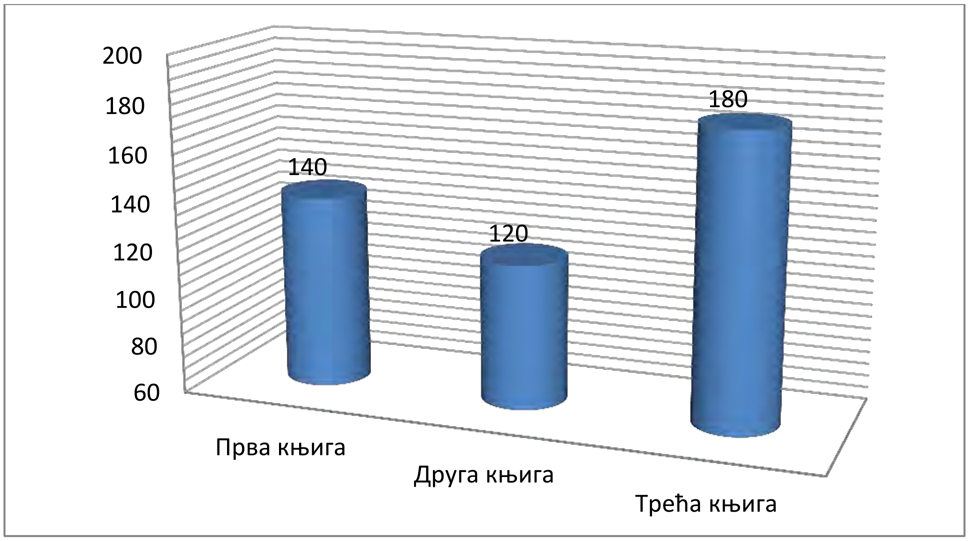
4. Ученици једне школе узимају часопис „Школарац”. Укупно цена за све ученике износи 364 евра. Колико ученика ове школе узима часопис, ако сваки издваја по 4 евра?

5. Милан је штедео новац и од трећине уштеђевине је купио маску за телефон. Ако је маска коштала 325 динара, колико је новца Милан уштедео?

6. Попуни следећу табелу која приказује папирне марамице које су пристигле у магацин и које треба разрстати у пакете различите величине.

Број пристиглих марамица	128		261	264	
Број пакета		5			3
Број марамица у сваком пакету	32	58	29	44	75

7. Следећи графикон приказује колико страна има свака од три књиге које је Јован прочитао.



Која књига има највећи ________, а која најмањи број страна? _________________________

Ако је сваког дана читао по 20 страна за колико је прочитао сваку од наведених књига? _

Који од математичких израза ћеш користити да би решио овај задатак?

а) 20 : a = 120, б) a : 20 = 120, в) 120 : a = 20, г) 20 : a = 180, д) 180 : a = 20, ђ) a : 20 = 140, е) 140 : a = 20. (Заокружи слова поред израза којим ћеш решити задатак за сваки појединачни пример)

Прву књигу је читао ____

Другу книгу је читао ____

Трећу књигу је читао ____

Нацртај одговарајући графикон за добијене вредности.

Двадесет први час

Наставна тема: *Природни бројеви*

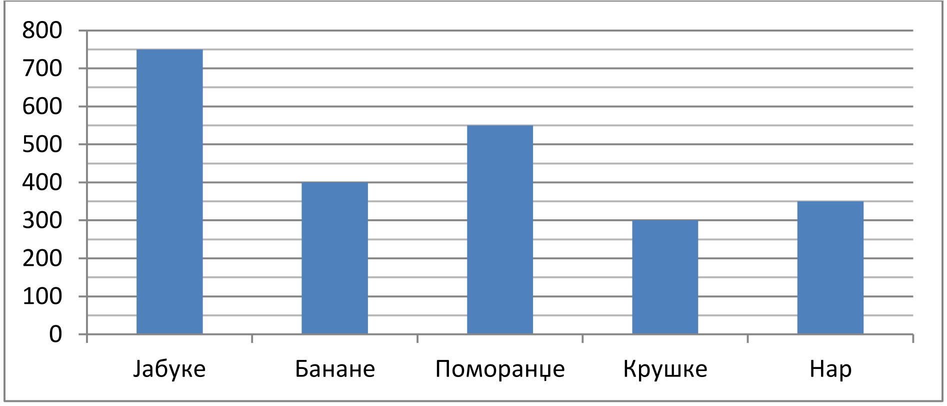
Наставна јединица: *Задаци са две операције (сабирање и дељење; одузимање и дељење)*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Милица је купила мајицу за 320 динара и чарапе које су биле 4 пута јефтиније од мајице. Колико је износио Миличин рачун?
2. Марко је уштедео 750 динара. Другу је позајмио 500 динара, остатак је поделио са сестром. Колико је добио свако од њих?
3. Коста и Давид су сакупљали сличице. Укупно су сакупили 840 сличица и желе да их поделе, али тако да Коста добије 160 сличица више од Давида. Колико ће сличица добити сваки од њих?
4. У школску библиотеку је пристигло још 240 књига које треба распоредити на три полице, али тако да на првој буде 30 књига више од друге две? Колико ће књига бити на свакој полици?
5. Брат је добио новчаницу од 1000 динара за рођендан, а сестра једну новчаницу од 500 и две од по 200 динара. Брат је од свог новца издвојио 420 динара, а остатак поделио са другом. Напиши одговарајући израз и израчунај колико је свако од њих добио новца? Сестра је свој новац планирала да потроши у наредна три дана. Колико ће новца трошити сваког дана?
6. У табели су приказане цене у једном бутику пре снижења. Након снижења дукс и блуза су појефтинили два пуа, а сукња и панталоне три пута. У празним пољима у табекли унеси цене након снижења. Јана је купила 2 блузе пре снижења и 2 након снижења. Постави израз и израчунај колико је устедела након снежења цене. Њена другарице је купила 2 сукње након снижења цена и панталоне пре него су цене снижене. Колико је износио њен рачун?

Дукс	Сукња	Блуза	Панталоне
240	120	380	420

7. Следећи графикон прикаује колико је килограма воћа било у магацину. Од укупне количине сваког воћа задржано је по 30 килограма, а остало је одвезено у две продавнице. Колико је воћа одвезено у сваку продавницу?



Двадесет други час

Наставна тема: *Разломци*

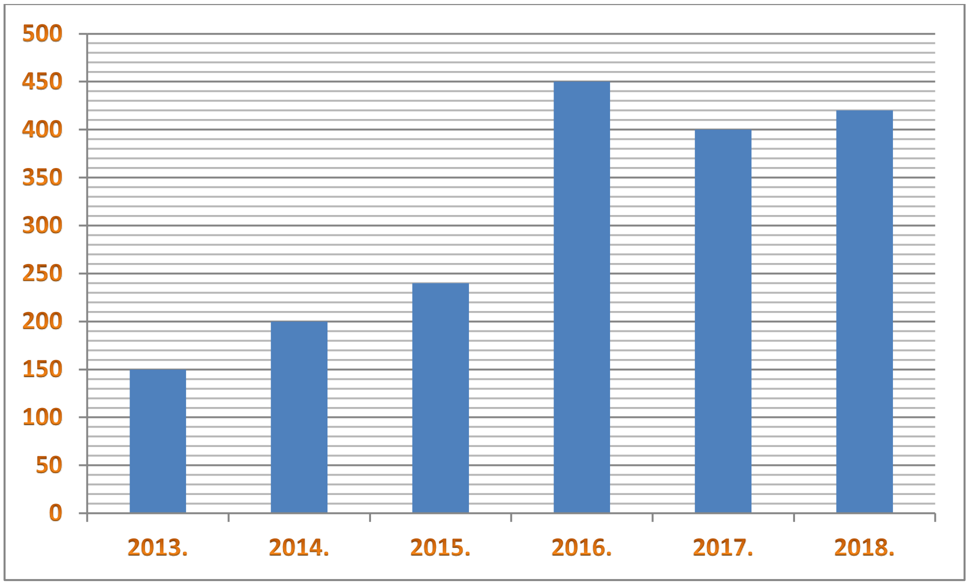
Наставна јединица: *Разломци* $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Ако једна породица од својих месечних прихода који износе 500 евра издваја половину за рачуне, а четвртину за храну, колико им преостаје новца за остале потрепштине?
2. Цена карте за концерт износи 1000 динара. За купљене две карте добија се попуст, друга купљена карта је јефтинија за четвртину цене прве карте. Колико ће бити плаћена друга карта?
3. У посластичарници је данас произведено 160 колача. За следећи дан је планирано да се број колача повећа за осмину. Колико ће колача бити произведено другог дана?
4. Марта је четвртину своје уштеђевине потрошила у продавници. Купила је фломастере за 125 динара и оловке за 28 динара. Колика је била Мартина уштеђевина?
5. Од 20 килограма кајсија добија се 4 килограма сувих кајсија. Колико се сувих кајсија добије од 1 тоне кајсија? Који је то део приказан разломком?
6. Тежина кокошијег јајета је 80 грама. Осмину укупне тежине чини љуска, а половину беланце. Колика је тежина сваког дела јајета?
7. Ученици трећег разреда су имали 4 часа. Који део дана су провели на настави тог дана?
8. У следећој табели су приказане цене производа. За месец јун је планирано снижење цене за четвртину, а за јул половину од почетне цене. Израчунај за колико ће цена бити нижа и одреди нове цене производа.

	Мајица	**Панталоне**	**Сукња**	**Чарапе**
	288	888	416	108
$\frac{1}{4}$				
$\frac{1}{2}$				
Цена у јуну				
Цена у јулу				

9.Следећи графикон приказује колико је једна издавачка кућа продала књига.



Које године је остварена највећа _________, а које најмања продаја__________
Маја је желела да направи табелу у којој би приказала колико је продатих књига за децу за сваку годину. Пронашла је да је половина од продатог броја 2013. и 2016. године дечијих књига. Четвртина продатих књига у 2014. и 2018. и осмина од продатих у 2015. и 2017. су дечије књиге. На основу података помози Маји да направи табелу.

Година	**Дечје књиге**
2013.	
2014.	
2015.	
2016.	
2017.	
2018.	

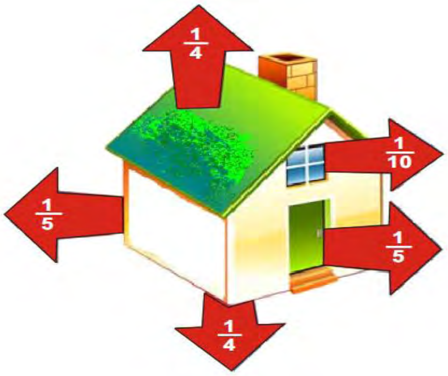
Двадесет трећи час

Наставна тема: *Разломци*

Наставна јединица: *Разломци* $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$

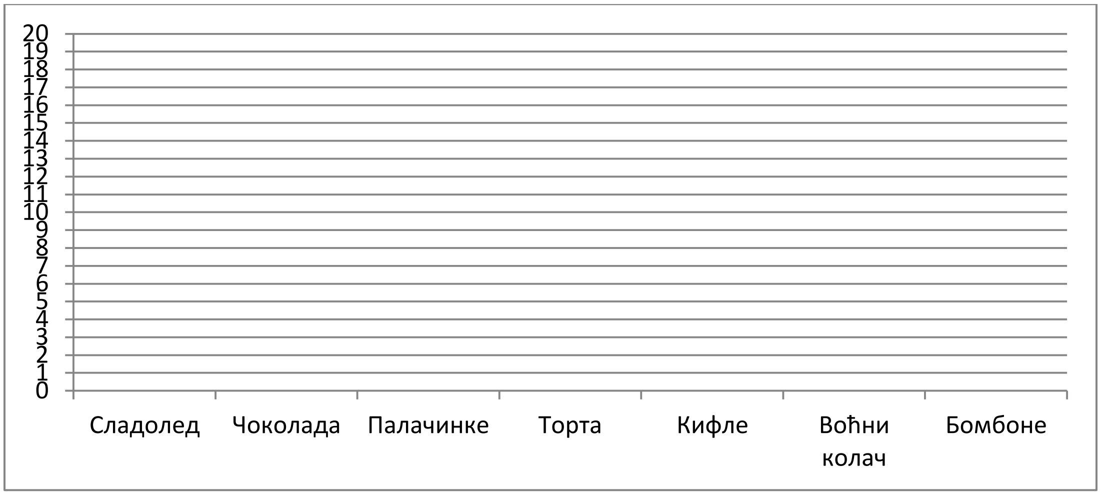
Тип наставног часа: Утврђивање

1. Ако рођенданску торту сечемо на једнаке парчиће како бисмо послужили све госте подједнако, од чега ће зависити величина парчића?
2. У једној фабрици се месечно произведе 250 радних столова. Ако се наредног месеца производња повећа за једну десетину (10 посто), колико ће радних столова бити произведено? Колико је укупно столова за два месеца?
3. Једна породица у току зимских месеци има тропкове за грејање месечно по 120 евра. Колико би уштедели када би на крову куће имали бољу изолацију? Колико би уштедели када би имали нове прозоре и врата?



4. Пица је исечена на 10 једнаких парчића. Колико коштају 4 парчета пице ако цела пица кошта 630 динара?
5. Од 125 ученика трећег разреда петина је учествовала на школском такмичењу. Колико је било учесника такмичења, а колико ученика није учествовало на такмичењу?
6. Мила је добила џепарац од 500 динара за целу недељу. У понедељак је потрошила петину, а у уторак десетину од тог новца. Колико је новца остало за остале дане?
7. У једном одељењу трећег разреда има 32 ученика, а у другом 30. Они су одговарали на питања о својим омиљеним посластицама. Половина ученика првог одељења воли сладолед, четвртина чоколаду, осмина палачинке. Ученици другог одељења су одговорили да половина воли торту, петина кифле, а десетина воћне колаче. Остали ученици из оба одељења су се определили за бомбоне. Попуни табелу, а затим добијене податке прикажеи графички.

Врста слаткиша	**Број ученика**
Сладолед	
Чоколада	
Палачинке	
Торта	
Кифле	
Воћни колач	
Бомбоне	



8. Које посластице волиш ти и твоји другови из разреда? Направи табелу као у претходном задатку, а потом и одговарајући графикон.

Врста слаткиша	**Број ученика**
Сладолед	
Чоколада	
Палачинке	
Торта	
Кифле	
Воћни колач	
Бомбоне	

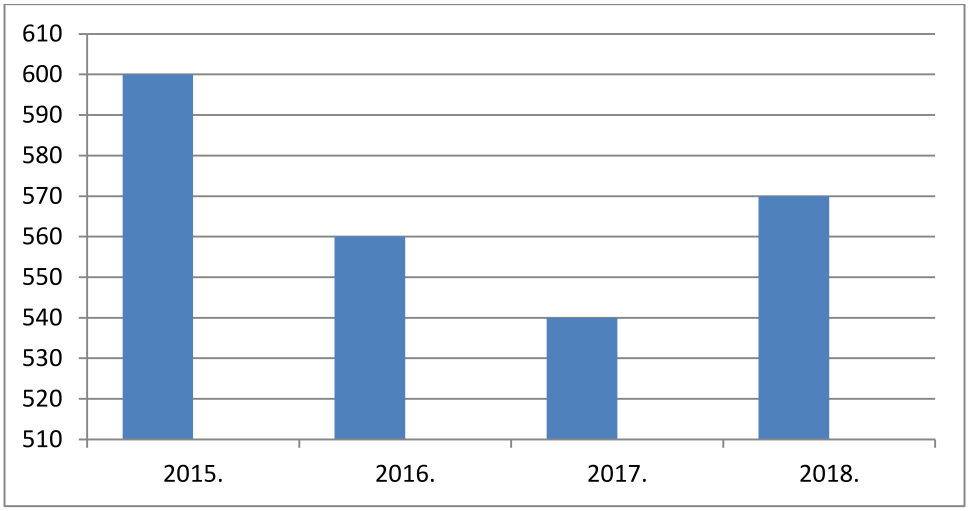
Двадесет четврти час

Наставна тема: *Разломци*

Наставна јединица: *Разломци* $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Брат и сестра имају по 210 динара. Брат је од свог новца потрошио трећину, а сестра седмину. Ко је потрошио више новца и за колико?
2. Торта је исечена на девет једнаких делова. Како називамо један део торте? Ако цела торта кошта 540 динара, колико ће коштати два парчета торте?
3. Марта је урадила једну шестину од 18 задатака. Колико је задатака урадила, а колико је остало неурађених задатака?
4. Милица је изрезала две траке дужине 18 cm. Прву је поделила на три једнака дела, а другу на 6 једнаких делова. На првој је обојила једно поље. Колико поља треба да обоји на другој траци да би били обојени једнаки делови на обе траке?
5. Бака припрема колач по следећем рецепту: 4 јаја, 400 g брашна, 200 g путера, 200 g чоколаде. За Милин рођендан је планирала да направи више колача па је ставила 6 јаја. Колико треба да повећа осталих састојака? ___ g брашна, ____ g путера, ____ g чоколаде. Којим разломком бисте приказали увећану количину? ____
6. Папагај може да живи 140 година, а корњача за $\frac{1}{7}$ година мање од папагаја. Колико може да живи корњача?
7. Следећи графикон приказује број продатих књига у једној књижари у току четири претходне године.



Највише књига је продато _______ године, а најмање књига ______ године?

Шестина продатих књига у 2015. години су романи. Колико је продато романа? ___

Трећина продатих књига у 2018. години су књиге за децу. Колико је продато књига за децу? ____

У 2016. години седмина продатих књига је чинило школску лектиру. Који је то број књига? ____

Деветина продатих књига у 2017. години су приповетке. Који је то број? __________

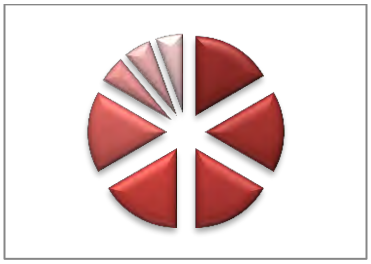
8. Сима има месечни џепарац од 360 динара. Шестину новца потроши, а остатак штеди. Колико ће новца уштедети, а колико потрошити за три месеца?

9. У следећој табели приказана је продаја чоколада у једној продавници за месец април.

Врста чоколаде	**Април**	**Мај**
Најлепше жеље	153	
Милка чоколада	198	
Галеб	168	
Киндер	126	

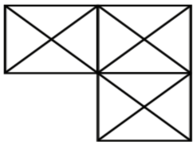
У месецу мају се продаја чоколада променила. *Најлепше жеље* су продате за трећину више, а *Милке* за деветину мање. Број продатих *Галеб* чоколада се смањио за шестину, а *Киндер* повећао за седмину. Упиши број продатих чоколада за месец мај. У ком месецу и које врсте чоколада је највише, а које најмање продато?

10. Разломком назначи сваки део круга.



Већи део приказује број ученика са добрим успехом у школи која има 180 ученика, а мањи део приказује број довољних ученика. Добрих је ______, довољних је _________ .

11. Милан у својој соби има тапете са шарама као на слици. Одлучио је да на свакој фигури обоји шестину. Означи део који треба да обоји.



Двадесет пети час

Наставна тема: *Природни бројеви*

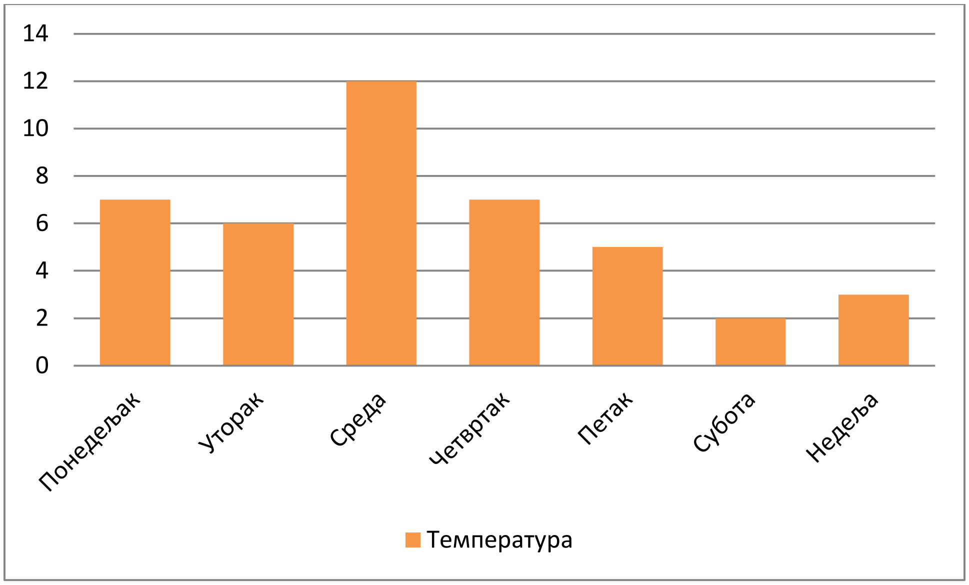
Наставна јединица: *Редослед рачунских операција*

Тип наставног часа: Утврђивање

1. Ана је имала 787 динара и од тог новца је купила оловку за 24 динара и свеску за 132 динара. Шта све можеш израчунати у овом задатку?
2. Тања је од баке добила 787 динара и од тог новца је купила сличице за 24 динара, а касније је од деке добила још 132 динара. Шта све можеш израчунати у овом задатку.
Упореди решења претходна два задатка. Шта закључујеш?
3. Ученици трећег разреда су решавали исти задатак. Миша је задатак решио за 7 минута, Влада за 6 минута и 40 секунди, Соња за пола сата, а Јелена за 360 секунди. Колико је укупно времена утрошено за решавање тог задатка? Одабери најлакши начин за решавање.
4. Од 20 литара млека се добија 4 килограма сира. Колико литара млека је потребно да бисмо добили 165 килограма сира?
5. Два одељења трећег разреда су кренула на излет и то 18 ученика једног одељења и половина од 32 ученика другог одељења. Колико ће остати слободних места у аутобусу који има 45 седишта?
6. У централни магацин су у претходна три дана пристигле јабуке, банане и поморанџе. Количина пристиглог воћа изражена у килограмима приказана је у табели.

Дан	Јабуке	Банане	Поморанџе
Понедељак	256		124
Уторак		480	105
Среда	200	345	

Прати упутсвта, попуни празна места у табели, потом записи одговарајући израз и израчунај.
Ако је у понедељак допремљено два пута више банана од јабука, колико је укупно воћа допремљено у понедељак?
У уторак је јабука било три пута мање него банана. Израчунај колико је укупно воћа допремљено у уторак.
У среду је допремљено 125 kg више поморанџе него банана. Колико је укупно воћа допремљено у овом дану?
Ког дана је допремељена највећа количина воћа _______, а ког најмања ________.
Колика је разлика између највеће и најмање количине воћа? ____________________ .
7. Милица је записивала свакога дана у исто време температуру ваздуха у марту месецу у једној седмици. Добијене вредности приказала је у графикону. Колика је била просечна темература ваздуха у тој седмици?



Ког дана је било најтоплије? ____

Када је измерена најнижа температура? __________________________________

У која два дана је измерена иста температура ваздуха? ____________________

Просечна температура за ову седмицу износи: ___________________________

ПРИЛОГ 6. РЕЗУЛТАТИ АНЛИЗЕ САДРЖАЈА

		Тематске целине						
Уџбеник		**Релације**	**Скупови**	**Природни бројеви**	**Геометрија**	**Мерење и мере**	**Једначине и неједначине**	**Разломци**
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (1. део)*; Београд: Klett.	I	16: 2; 19: 8; 20: 1; 21: 7; 23: 5, 6, 7, 8, 9; 24: 1, 2; 28: 2, 3; 33: 2, 3.						
	II	17: 4.		49: 9; 51: 9; 59: 6.				
	III			45: 6; 47: 8; 51: 8; 53: 8; 57: 7; 59: 5				
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (2. део)*; Београд: Klett.	I			11: 7, 8, 9, 10; 15: 7, 8, 9; 19: 10; 23: 5, 6; 24: 1, 2, 7; 25: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 29: 10; 30: 3, 5, 6; 31: 3, 4, 5; 38: 5; 39: 9; 48: 1, 3; 49: 5, 6, 8; 54: 5, 6, 7; 71: 2; 72: 4, 5, 6, 7.				
	II			19: 6; 43: 7; 48: 2, 4	66: 8, 9, 10.			
	III			16: 1; 27: 7; 37: 5				
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Маша и Раша. Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (3. део)*; Београд: Klett.	I			8: 1, 2; 9: 8; 10: 1; 11: 6, 9, 10; 14: 2; 15: 1; 19: 8, 9, 10; 28: 4, 5; 30: 10; 31: 16, 17; 33: 8; 41: 10, 11, 44: 11; 45: 16, 17, 18; 47: 8, 9; 50: 1; 56: 9.				
	II							
	III			9: 6; 41: 12.				
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Маша и Раша.*	I			22: 16; 30: 11; 31: 12, 13; 34: 17, 18; 36: 5; 37: 6; 42: 11, 12, 13; 48: 2, 3;		6: 1, 2, 3; 7: 4, 5; 8: 1, 2, 3; 11:		

Математика 1: уџбеник за први разред основне школе (4. део); Београд: Klett.				49: 4; 54: 18; 55: 21, 22, 24; 56: 26, 27; 58: 6, 7, 8, 9; 59: 10, 11.		6, 7; 12: 9, 10; 14: 1, 4, 5.		
	II			45: 2; 49: 5, 6, 7 ,8.		12: 11.		
	III							
Бранислав Поповић и сардници (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (1. део)*; Београд: Klett.	I			14: 1, 2, 3, 4, 6; 22: 1, 2, 3, 4; 26: 5; 27: 8; 30: 10, 12; 32: 10, 11; 34: 7; 35: 14, 15, 16; 39: 10, 11; 42: 10, 11, 12; 44: 6, 10, 45: 13, 50: 7.		53: 6, 7, 8; 56: 6; 57: 13; 58: 2; 60: 2; 61: 7; 62: 10, 11, 12, 13, 14, 15; 64: 6, 7, 8, 9; 65: 12; 67: 5, 6.		
	II			22: 5; 35: 11; 45: 11; 47: 5; 50: 5.		52: 1; 53: 9; 58: 1, 3; 59: 4; 60: 1; 61: 6, 8; 62: 9; 65: 10, 11.		
	III					57: 9.		
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (2. део)*; Београд: Klett.	I			7: 4; 8: 10; 10: 5; 11: 11, 12; 12: 17; 13: 5; 15: 16, 17; 17: 6; 18: 9; 22: 7, 9; 24: 6, 8; 26: 8; 28: 6.	32: 10; 34: 1; 47: 5.			
	II			16: 2, 18: 10.				
	III			7: 6; 18: 8.				
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (3. део)*; Београд: Klett.	I			12: 10; 14: 5; 17: 9, 10, 11, 12; 19: 7, 8, 9, 10, 11; 21: 8, 9, 10; 23: 8; 25: 6, 7, 8; 27: 4, 7; 29: 6, 8, 9, 10, 11; 31: 3; 33: 7; 36: 10, 11, 12, 13; 39: 10, 11, 12; 42: 8, 12, 13, 14, 15;				

				44: 4, 6; 50: 6, 7; 51: 1, 2, 3; 52: 8, 9, 10, 11; 54: 6,7.				
	II							
	III							
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе (4. део)*; Београд: Klett.	I			12: 7, 9; 13: 1; 14: 2, 15: 7; 17: 2, 3; 18: 9, 10; 19: 1; 22: 5, 7, 8, 9; 24: 5, 6, 7, 9, 10; 28: 11, 12, 13, 14, 15, 17; 29: 2; 31: 10; 32: 11, 12, 15, 16, 17; 33: 2; 34: 6, 8, 9; 40: 6, 7; 45: 1; 46: 4; 47: 9; 49: 8, 9; 50: 13, 14, 15, 16; 52: 6; 55: 12, 13; 66: 10.		80: 13, 14, 15, 16, 17.	57: 6, 7; 59: 7; 61: 4; 62: 7; 63: 11, 12, 13, 14, 15; 66: 12.	71: 7, 10; 77: 3, 6.
	II			23: 1; 27: 9.				
	III							
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Маша и Раша. Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе*; Београд: Klett.	I			50: 4, 5; 51: 2, 3; 52: 3, 5; 53: 2; 56: 3, 4, 5, 6; 58: 3, 4, 6; 59: 2, 4, 5, 7; 60: 4; 61: 5, 6; 62: 4, 5; 63: 4; 65: 3, 4; 66: 3; 68: 3.	74: 3; 75: 1; 84: 6.	44: 2, 3, 4; 45: 1, 2, 4; 46: 1, 2; 47: 1, 2, 3, 6.	89: 6, 7; 90: 6.	97: 3, 4, 7; 98: 4, 5, 6, 7; 99: 3, 6, 7, 8.
	II			26: 1; 39: 4;		45: 3.		
	III							
Бранислав Поповић и сардници (2019). *Маша и Раша. Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе (1. део)*; Београд: Klett.	I			45: 7, 8, 9; 47: 13; 48: 4, 5; 49: 12, 13; 50: 7, 8; 51: 12, 13; 54: 14, 15, 16, 17; 57: 11, 12, 13, 14; 59: 12, 13; 62: 15, 17, 18; 64: 6, 7; 65: 15; 67: 6, 7, 8; 69: 13, 14; 71: 9, 10; 73: 9, 10; 75: 10; 77: 9, 10,11; 78: 5; 79: 7, 8, 9; 80: 4; 81: 8; 83: 5, 6, 7, 10; 87: 11, 12; 88: 13.		16: 49, 51, 52, 53, 54, 55, 56; 91: 9; 92: 2, 4; 93: 7, 8, 9, 10; 94: 1, 3, 4; 95: 5, 9; 97: 5, 6; 98: 4, 5, 6.		

	II			45: 10, 11; 80: 5.		16: 50; 90: 1, 2, 3; 92: 1, 3; 93: 5; 96: 1, 2, 3; 97: 4, 7.		
	III							
Бранислав Поповић и сардници (2019). *Маша и Раша. Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе (2. део)*; Београд: Klett.	I			9: 10, 11; 10: 4; 11: 7, 8, 9; 12: 4; 13: 9; 17: 8, 9; 19: 11; 21: 10, 11, 12, 13; 23: 10; 24: 3; 27: 3, 4, 5, 7; 28: 3; 30: 3; 32: 3; 33: 4, 5, 7; 35: 9, 13; 40: 8, 9, 10; 43: 11, 12, 13, 14; 44: 5; 48: 6, 7; 50: 11, 12, 14.	52: 3; 54: 3; 59: 7.		79: 4, 5, 6, 7; 81: 6; 83: 4; 87: 3.	93: 8; 94: 4; 95: 9; 96: 5; 97: 9; 100: 3.
	II			11: 5, 6;				
	III							
Бранислав Поповић и сардници (2019). *Маша и Раша. Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе*; Београд: Klett.	I			12: 3; 16: 2; 18: 6; 28: 2; 29: 4; 52: 4; 65: 3; 67: 3; 69: 6; 70: 1, 2; 73: 3; 75: 3.	84: 2; 121: 5.	42: 2;		
	II			77: 4.				
	III							
Бранислав Поповић и сарадници (2019). *Маша и Раша. Математика 4: радна свеска за четврти разред основне школе*; Београд: Klett.	I			10: 1; 11: 14; 12: 16; 26: 6, 7, 8; 28: 19; 30: 12; 36: 7, 8, 9, 10; 40: 3; 44: 8, 9, 10; 46: 5, 6; 47: 2, 4; 51: 10, 11, 12, 13, 14; 52: 15, 17, 18, 19; 77: 5, 6; 78: 3; 81: 5, 6; 87: 5; 89: 7, 8; 90: 9, 11; 98: 11, 12; 100: 10; 102: 5, 6; 106: 4, 5; 108: 4, 6; 111: 10, 11, 12, 13, 14; 114: 13, 14, 15; 115: 2; 116: 4, 5, 6, 7;	64: 11, 12; 66: 10, 11; 68: 8; 69: 9; 10, 11, 12; 70: 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20; 144: 11; 145: 3, 8; 146: 11, 13, 14, 15, 16; 147: 20, 21, 22; 148:	14: 26, 27; 57: 2; 61: 5; 62: 6, 7, 8, 9, 10, 12; 198: 13.	92: 8; 94: 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20; 96: 10, 11, 12, 13; 167: 9, 10, 11, 14; 168: 7, 8, 9; 170: 12.	175: 5, 7; 177: 10; 181: 7; 184: 4.

				118: 10; 120: 4, 5, 6; 121: 4, 5; 122: 3; 123: 5; 127: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17; 128: 18, 19, 20, 21, 22, 23; 130: 4, 7; 131: 6; 132: 8, 9, 10, 11, 12, 13; 134: 3, 4, 6, 9; 136: 20, 21; 159: 8; 165: 6, 7, 8, 9, 10; 170: 11; 172: 11.	9; 149: 11, 12, 151: 10, 199: 4, 8, 9; 200: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; 201: 17, 21.			
	II			19: 5; 50: 9; 111: 9; 113: 4; 134: 8; 188: 1, 190: 2, 3.		14: 24, 25.		
	III			191: 4; 192: 5, 6; 193: 7.				
Сања Маричић (2018). *Математика 1: уџбеник за први разред основне школе;*Београд: БИГЗ школство.	I	18: 4; 19: 1.	38: 2.	52: 3; 77: 1, 2, 3; 81: 1; 82: 4; 83: 4; 91: 5; 94: 3; 95: 3; 96: 4; 97: 4; 104: 3; 105: 4; 114: 3; 115: 4; 116: 4; 117: 4; 118: 5; 119: 5; 120: 4, 5; 122: 4; 123: 5.		108:1; 109: 4, 5; 110: 6, 7.		
	II	21: 1.				109: 1, 2, 3.		
	III			89: 3; 101: 2;				
Сања Маричић (2018). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе (1. део);*Београд: БИГЗ школство.	I	9: 5*; 10: 7*; 13: 7*; 14: 4; 15: 7*; 17: 3, 6; 18: 2, 3; 19: 2, 3; 20: 2.	34: 1.	47: 2, 3; 50: 1, 2, 3, 4, 5; 55: 1, 2, 3, 4; 61: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 62: 1, 2; 64: 5; 65: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 67: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 69: 4; 70: 1, 2, 3, 4; 73: 4; 74: 5; 76: 6*; 78: 4, 5; 79: 4, 5; 81: 1, 2, 3, 4; 82: 5, 6; 83: 4, 5; 84: 5; 85: 4, 5, 6, 9, 10.	23: 3, 4.			
	II	16: 3.		38: 1; 43: 1; 72: 4; 82: 3; 84: 1.	22: 5.			
	III		35: 4.	42: 1; 55: 5; 58: 3; 69: 5; 81: 5.				
Сања Маричић	I			12: 5; 13: 3, 4; 14: 1, 2, 3,		46: 1, 2, 3,		

(2018). *Математика 1: радна свеска за први разред основне школе (2. део);* Београд: БИГЗ школство.				4, 5; 15: 4; 16: 4, 5, 6*; 17: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 18: 4, 5; 19: 4, 7, 8; 20: 8; 21: 9, 10, 11, 12; 23: 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6; 25: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 27: 1, 2, 3, 4, 5; 29: 1, 2, 3, 4, 5; 30: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 31: 1, 2, 3, 4; 32: 8, 9; 35: 5; 42: 2, 4, 5, 55: 1, 2, 3, 4; 56: 3, 4, 5; 57: 4; 59: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 60: 4, 5, 6; 61: 3, 4; 62: 1, 2, 3, 4, 5; 63: 5, 6*; 64: 4; 65: 2; 67: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 68: 2; 69: 2, 3; 70: 3, 5, 6, 7, 8; 71: 2, 5; 72: 2, 3, 4, 5, 7*; 74: 1, 2, 3, 4; 75: 5, 6, 7, 8; 76: 3, 4, 5, 6*; 77: 1, 2, 3, 4, 5; 78: 2, 3, 4; 79: 1, 2, 3, 4, 5.		4; 47: 1, 2, 3, 4.		
	II			16: 3; 28: 2; 43: 6, 7; 61: 2; 64: 3;		48: 1, 2, 3; 49: 4, 5, 6; 52: 1, 2.		
	III			34: 4; 37: 8; 69: 1.				
Сања Маричић и Драгица Ђуровић (2019). *Математика 2: уџбеник за други разред основне школе;* Београд: БИГЗ школство.	I			14: 4, 5; 15: 4, 5; 16: 3, 4, 5; 17: 4, 5, 6; 40: 4; 41: 2; 42: 3; 48: 2, 5; 50: 1; 51: 3, 4, 8; 60: 1, 2; 62: 1, 2; 63: 1, 2; 64: 1, 2, 3; 65: 1, 2, 4*; 67: 1, 2; 68: 1, 2, 3; 69: 1, 2, 3; 70: 1, 4; 71: 1, 3, 4; 73: 1, 3; 74: 1, 2, 3; 75: 1, 2; 76: 1, 2, 3; 77: 1, 2, 4; 78: 1, 2, 3; 80: 4, 5; 81: 1, 4; 82: 1, 4; 83: 1, 2, 3, 4, 5; 89: 1, 2; 90: 1; 91:	35: 4; 37: 3.	22: 1, 2, 3; 23: 2, 3; 25: 1, 2; 27: 1, 2, 3, 4.	46: 2, 3; 47: 2, 3; 106: 2, 3; 107: 2, 3.	116: 2; 117: 2; 119: 3; 120: 3, 4; 121: 3.

				1, 2, 3; 92: 2; 94: 1; 95: 1, 2; 96: 1; 97: 1, 2; 100: 1, 2; 102: 1, 3; 103: 1, 3; 104: 1, 3, 4; 108: 1; 109: 1, 113: 1, 2, 3, 4, 5.				
	II			92: 1.				
	III			70: 3; 94: 3.				
Сања Маричић и Драгица Ђуровић (2019). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе (1. део);*Београд: БИГЗ школство.	I			12: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 14: 5, 6, 7, 8*; 15: 7, 8, 9; 17: 3, 5, 6, 7, 8; 18: 4, 5; 19: 4, 5, 6, 7; 21: 6, 7, 8; 22: 1, 3, 4, 5; 23: 1, 2, 3, 4, 5; 48: 3, 4, 5, 6; 49: 1, 5, 6; 50: 1, 4; 51: 4, 5, 6; 58: 2, 3; 59: 3, 5; 61: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.		28: 1, 5; 29: 4, 6; 30: 5, 6, 7; 31: 1, 2, 3, 6*, 7*; 32: 4, 5, 6; 33: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 34: 1, 2, 5, 6, 7; 35: 4, 5, 6; 36: 2; 37: 1, 2, 3, 4; 38: 3, 4.	52: 4; 53: 4, 5; 54: 3, 4, 5; 55: 5, 6; 56: 1, 2, 3, 4, 5, 6.	
	II			20: 1, 2, 3, 4, 5; 48: 1, 50: 5; 58: 1; 62: 1, 2, 3; 63: 4, 5, 6, 7.		34: 3, 4; 35: 9; 36: 1, 3, 4; 37: 5; 38: 5.		
	III			22: 2; 57: 3; 63: 8.		31: 5.		
Сања Маричић и Драгица Ђуровић (2019). *Математика 2: радна свеска за други разред основне школе (2. део);*Београд: БИГЗ школство.	I			11: 2, 3, 5, 7*; 12: 2, 3; 13: 6; 14: 4, 6*; 15: 2, 4; 16: 4; 17: 3, 4; 18: 4, 6, 7; 19: 4, 5, 6, 7; 20: 3, 4; 21: 1, 2, 3, 4, 5; 22: 2, 4, 5; 23: 1, 3, 4, 5, 6; 24: 1, 5, 6; 25: 1, 2, 3; 26: 7, 8; 27: 9, 10, 11; 28: 3, 4, 5; 29: 2, 3, 4, 5; 30: 1, 2, 4, 6*; 31: 4, 5; 32: 3, 4, 5; 34: 3, 4, 5, 6; 35: 1, 2, 3, 4; 36:			71: 4, 5; 72: 4, 5; 73: 4, 5, 74: 7; 75. 1, 2, 3, 4, 5, 6.	88: 3; 89: 1, 6; 90: 5, 6; 91: 4, 5, 6; 92: 4, 5, 6; 93: 5, 6; 94: 4, 5.

				3, 4; 37: 1, 4, 5, 6, 7; 38: 1, 4, 5, 6; 39: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 40: 1, 2, 3, 4, 5; 41: 3, 4, 5; 44: 1; 46: 4; 47: 2, 5, 6; 48: 3, 4, 5; 49: 5, 6; 50: 3, 4, 5; 51: 1, 2, 4; 52: 4, 5, 6; 53: 1, 4, 5; 54: 2, 6; 55: 7, 8, 9, 10; 56: 1, 2, 3; 57: 1, 4, 5, 6; 59: 3, 4, 5, 6; 60: 3, 4, 5, 6; 62: 1, 2, 3, 4; 63: 5; 64: 2, 5; 65: 1; 66: 4; 67: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 68: 3, 4, 5; 70: 1, 2,3 ,4 ,5 ,6; 76: 1, 4, 5, 6, 7, 8; 77: 1, 4, 5, 6, 7; 78: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 79: 1, 2, 3, 4, 5; 80: 4, 5; 81: 1, 6, 7, 8; 82: 4, 5; 84: 4, 5; 85: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.					
	II			9: 1, 3; 36: 2; 51: 3; 83: 1, 2, 3.					
	III			31: 6.					
Мирјана Јовановић Лазић и Дијана Дрндаревић (2019). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе (1. део);* Београд: БИГЗ школство.	I			27: 5; 29: 4, 5; 31: 5, 6; 33: 3, 6, 7; 35: 8; 37: 5; 39: 2; 41: 5; 43: 3, 6; 45: 3, 6; 46: 5; 49: 5; 51: 5, 6; 52: 3, 4; 53: 8; 54: 2; 55: 5, 6; 67: 5; 69: 4; 71: 4, 5; 73: 3, 5; 75: 7, 8, 9; 77: 4, 5; 79: 4; 81: 4; 83: 4, 5; 86: 1, 2, 3, 4; 87: 5, 6.		99: 6; 100: 2, 3, 4; 101: 5, 6, 7, 8; 102: 1; 103: 2, 4, 5, 6; 104: 1, 2, 3; 105: 4, 5, 6, 7; 107: 3, 4; 108: 1, 2, 3, 4; 109: 5, 6, 7, 8; 111: 4, 5, 6, 7; 112: 1; 113: 2, 3, 4,	57: 6, 7; 63: 7.		

						5; 114: 1, 2, 3, 4; 115: 5, 6, 7; 116: 4.		
	II			65: 3, 4.		110: 3.		
	III							
Мирјана Јовановић Лазић и Дијана Дрндаревић (2019). *Математика 3: уџбеник за трећи разред основне школе (2. део);* Београд: БИГЗ школство.	I			7: 10, 11; 9: 3; 11: 7, 8; 13: 3, 4; 15: 6; 17: 5; 19: 7, 8, 9; 21: 6; 23: 4; 25: 4; 28: 1, 2, 3, 4; 29: 5, 6, 7; 31: 6, 7; 33: 3, 4; 35: 3, 4; 37: 5; 38: 2, 3; 39: 7; 41: 4; 43: 4; 45: 4; 47: 4; 49: 4; 52: 1, 2; 53: 7; 55: 5, 6, 7; 136: 13; 139: 32, 33.	89: 6; 113: 3, 5; 115: 4; 117: 6, 7, 8, 9; 123: 5; 138: 25.		61: 6, 8, 9.	66: 1; 67: 3; 69: 3, 4, 5; 71: 3, 5; 72: 5; 73: 7; 74: 1, 2, 3, 4, 5; 75: 6, 7, 8, 9; 136: 9; 139: 34.
	II			25: 2.	80: 10.			
	III							
Мирјана Јовановић Лазић и Дијана Дрндаревић (2019). *Математика 3: радна свеска за трећи разред основне школе* Београд: БИГЗ школство.	I			6: 4; 17: 2, 4; 18: 5; 21: 3; 22: 3, 5; 24: 2, 4; 25: 5; 26: 3; 27: 5; 28: 6; 29: 4; 35: 3; 36: 3, 4; 37: 3; 38: 3; 39: 3; 41: 4, 5; 42: 4; 57: 3, 4, 5, 6; 60: 4; 61: 3; 62: 4; 63: 2, 3; 64: 2, 3, 5; 66: 1; 67: 5; 68: 4; 69: 4; 70: 4; 71: 3; 72: 2, 3; 74: 2; 76: 3; 110: 6, 7; 111: 9, 10, 11; 113: 2, 3, 6; 114: 9, 10.	89: 4; 91: 4; 96: 3; 98: 3; 101: 3; 104: 3, 4; 105: 2, 3, 4; 114: 11.	46: 3, 4; 47: 4; 48: 2, 3, 4; 49: 3, 4; 50: 1, 2, 3, 4, 5; 52: 1, 2, 3, 4, 5; 53: 1, 2, 3, 4, 5; 54: 2, 3, 4; 55: 1, 2, 3, 4, 5; 113: 1; 114: 13.	32: 3, 5; 33: 4, 5.	82: 3, 4, 5; 83: 2, 3, 4; 113: 7, 8.
	II			23: 4; 56: 1.				84: 1.
	III			8: 2.				
Мирјана Максимовић (2019). *Математика 4: уџбеник за четврти разред*	I			6: 3; 7: 6, 8; 11: 4, 5; 12: 1, 2, 3, 4; 13: 2; 20: 2; 25: 1, 5; 28: 2; 31: 2; 51: 4; 55: 2, 5; 56: 2; 57: 5, 6; 60: 2; 65: 3, 5; 66: 1; 68: 1; 69: 4; 71: 5; 72: 1, 2;		19: 1, 2, 3, 4; 20: 4, 5, 6.	109: 2, 3; 111: 7, 8; 113: 6; 117: 7.	

основне школе(1. део); Београд: БИГЗ школство.				77: 5; 79: 5; 81: 4; 88: 1, 2; 91: 4, 5; 93: 2; 95: 2; 97: 3; 99: 4, 5, 6, 7; 101: 7; 103: 6; 119: 5; 121: 3; 123: 4; 125: 6, 7, 8; 129: 3, 4; 131: 5, 6; 133: 9; 134: 2; 135: 4, 6; 137: 5; 139: 3, 6; 141: 4, 5; 143: 4; 145: 4; 147: 4, 7; 149: 5; 151: 3, 4; 155: 6; 156: 3, 4, 5, 6; 157: 8, 9, 10; 158: 2; 159: 9.				
	II			8: 1; 27: 2, 3; 133: 7; 141:6.				
	III			9: 2; 45: 3; 73: 5; 88: 3.				
Мирјана Максимовић (2019). *Математика 4: уџбеник за четврти разред основне школе (2. део);* Београд: БИГЗ школство.	I			7: 3; 9: 2, 5; 11: 2, 3, 4; 13: 2; 15: 4, 5, 6; 18: 1, 2, 3, 4; 21: 4; 25: 3; 27: 5; 33: 3, 4, 6; 35: 3, 5; 37: 3, 4; 39: 3, 4, 5, 6, 7; 41: 7, 8; 43: 3; 44: 4; 45: 10; 47: 6, 7; 49: 5; 51: 3; 56: 2; 124: 6; 127: 1, 2, 3, 4, 5; 129: 1, 2, 3.	77: 3; 79: 7; 81: 2, 3; 83: 6; 93: 3; 95: 6; 97: 3; 99: 4, 5, 7, 8; 101: 3, 5, 7; 102: 2; 104: 1; 121: 3.	73: 4; 75: 3.	59: 3, 4, 5; 61: 7; 125: 5.	106: 1; 110: 1; 111: 6; 112: 1, 2,3; 113: 7; 122: 1, 3, 4; 123: 6, 7; 126: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
	II			13: 3; 15: 7; 35: 6.				123: 5.
	III							
Мирјана Максимовић (2019). *Математика 4: радна свеска за четврти разред основне школе* Београд: БИГЗ школство.	I			5: 3; 6: 6; 7: 3, 5; 8: 3; 20: 2, 3; 22: 4; 25: 3; 26: 3; 28: 3; 29: 3, 4; 30: 3; 31: 2, 3; 32: 3; 33: 3; 34: 3; 36: 3, 4; 37: 3; 38: 4; 42: 3, 4; 43: 4, 5; 44: 4, 5; 45: 2; 46: 3; 47: 2, 3; 48: 3, 4; 49: 4; 50: 3, 52: 4; 53: 3; 54: 4; 56: 3; 57: 3; 58: 3, 4; 59: 3; 61: 2, 3; 62: 3;	88: 3; 89: 2, 3, 4, 5; 92: 3, 4; 97: 2, 3, 7, 8.	83: 2; 84: 1, 2; 96: 3, 4, 5.	40: 2, 3, 4; 80: 3, 4.	94: 1, 2, 3.

				63: 3; 65: 3; 66: 3, 67: 3, 68: 2, 3; 70: 2; 72: 3; 76: 2; 78: 4; 82: 4; 95: 2.				
	II			21: 3; 24: 3; 60: 3.				
	III							
Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (1. део);* Београд: Нови Логос	I	15: 3; 25: 5, 6; 30: 8.			39: 1.			
	II	10: 10.						
	III							
Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (2. део);* Београд: Нови Логос	I			26: 6; 31: 9; 45: 10, 11, 12; 52: 4; 53: 9; 55: 4; 55: 4; 56: 10, 11, 12; 58: 10, 11; 60: 12, 13, 15; 63: 7, 9; 66: 9, 12; 69: 8, 9; 71: 8, 9, 11, 12; 74: 10.				
	II							
	III							
Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (3. део);* Београд: Нови Логос	I			12: 10, 11, 13; 14: 7; 17: 7, 8, 9, 11; 21: 20; 21; 30: 10, 11; 34: 3; 35: 5, 6, 7; 37: 3, 8; 39: 9, 11, 12; 42: 4, 6, 7; 44: 7; 45: 9, 10, 13; 47: 6,7; 48: 9, 13, 14, 15; 50: 4, 5; 53: 9, 10; 57: 18; 64: 11, 12; 74: 3, 4, 6, 7; 75: 11, 12, 15; 76: 3; 77: 10.				
	II							

	III			24: 12.				
Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 1: уџбеник математике за први разред основне школе (4. део);* Београд: Нови Логос	I			7: 3, 4, 7; 8: 8, 10, 16; 10: 7, 8, 12, 13; 12: 7; 13: 8, 10, 13, 14; 14: 5; 16: 7, 8, 11, 13; 18: 4; 19: 6, 8, 12; 20: 7, 8; 21: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; 23: 11, 12; 30: 10, 12; 35: 5; 37: 7, 8; 38: 11, 13, 14; 39: 3; 41: 7, 8, 9, 12; 42: 4; 43: 4, 5, 9; 44: 5; 45: 6, 7; 46: 3, 4, 5; 47: 6; 48: 7, 11, 12, 13; 50: 7, 8, 9, 10; 51: 4; 52: 5; 54: 4; 55: 5, 8; 56: 4; 57: 6; 58: 7, 12; 59: 4; 60: 5, 6; 61: 7, 10, 11; 62: 6, 7; 63: 9; 64: 6, 7; 65: 13; 66: 3; 67: 4, 5; 68: 7, 8.		70: 1, 2; 71: 1, 2; 72: 3, 5; 74: 1, 2; 74: 1; 75: 2, 3, 4, 5, 6, 7; 77: 4, 5, 6; 78: 7, 9.		
	II			63: 10.		72: 7.		
	III					71: 6.		
Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (1. део);* Београд: Нови Логос	I			9: 3, 4; 10: 4, 7, 8, 9; 12: 3, 4; 12: 3, 4; 13: 7; 14: 6, 7; 15: 8, 12, 13; 17: 3, 4; 18: 5, 6, 7; 19: 3, 4; 20: 3, 4; 21: 7, 8, 10; 23: 4, 5, 6, 7; 24: 8, 9, 11; 25: 7, 8, 9, 10,12; 29: 4, 7; 31: 3, 5; 32: 8, 9; 34: 4; 35: 7, 8, 9; 37: 3; 38: 6, 9; 40: 4; 41: 5, 7, 8, 9; 47: 9, 10, 11, 12, 13; 50: 6; 66: 1.			52: 3, 4; 53: 5; 56: 4, 6; 58: 3; 59: 4, 6; 62: 8, 9; 63: 10.	
	II							
	III							
Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019).	I			37: 9; 38: 2, 3; 39: 5, 6, 7, 8; 40: 3, 4; 41: 6, 7; 42: 2, 3; 43: 4, 6, 7; 44: 6; 45: 7,	31: 7.	18: 4; 19: 4, 5, 6, 7.		

Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (2. део); Београд: Нови Логос	I			8, 12; 46: 2, 3; 47: 6, 7, 8; 48: 3, 4, 5, 6; 49: 4, 5; 50: 7, 8, 9, 10, 11; 53: 6, 8; 55: 3, 6; 57: 6, 7, 8, 9, 10; 59: 4; 59: 4, 5; 60: 6, 7, 9, 10; 61: 4; 63: 7, 8, 9, 11; 64: 3, 4; 65: 3, 6; 66: 7, 8, 10, 11, 67: 7; 68: 8, 9, 10, 11, 12; 70: 5; 71: 5, 6; 74: 7, 8; 75: 5; 76: 7, 8, 9, 10.				
	II							
	III							
Ивана Иванчевић Илић и Сенка Тахировић (2019). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (3. део);* Београд: Нови Логос	I			7: 5; 8: 6; 9: 8, 9; 10: 2, 3, 4, 5; 12: 8, 9, 11, 12; 14: 4, 5, 6, 7, 8; 15: 9, 10, 11, 12, 13; 17: 3, 4; 18: 6, 9, 10; 19: 3, 4; 20: 4, 5; 22: 7; 23: 9, 11, 12; 25: 3, 4; 26: 4, 5, 8; 28: 2, 3; 29: 7, 9, 12; 31: 9, 10, 11, 13; 32: 1, 2, 4, 5, 6; 33: 7, 8, 9, 10,11; 38: 8; 39: 3, 4; 40: 4; 41: 8, 9, 10; 43: 3, 4, 5, 6; 44: 8, 9; 45: 4; 46: 5; 47: 7, 9, 10, 11, 12; 49: 7, 8, 9; 51: 3, 4; 52: 5, 6, 7, 8, 9; 54: 4, 5; 55: 3, 6, 7, 8; 57: 5; 57: 5; 58: 6, 7, 9, 10, 11; 59: 6, 7; 60: 8, 10, 12, 13; 62: 4, 5; 63: 6, 8, 9, 10; 66: 7, 10; 71: 6; 72: 7, 8, 9, 10, 11.				
	II							
	III			23: 8.				
Ивана Иванчевић Илић и Сенка	I			8: 4, 5; 9: 2, 6; 10: 7, 8, 9, 10, 12; 13: 6, 7, 8; 15: 8,		59: 1, 2; 59: 1, 2;	22: 4; 22: 4; 23: 5, 6, 7; 25:	38: 3; 39: 6, 8, 9; 44:

Тахировић (2019). *Математика 2: уџбеник математике за други разред основне школе (4. део);* Београд: Нови Логос				9, 10, 11, 12, 13; 17: 3, 4; 18: 7, 9, 10; 19: 5, 6; 20: 8, 9, 10; 34: 7; 35: 8, 9; 41: 1, 2, 3, 7; 42: 8, 9, 11, 12.		60: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; 64: 5, 6; 65: 10, 12; 67: 7, 8; 68: 11, 12, 13, 14.	3, 4; 26: 5; 28: 3, 4; 29: 6, 31: 6, 7, 8; 44: 10, 11.	12, 13.
	II							
	III							
Сенка Тахировић и Ива Иванчевић (2019). *Математика 3: уџбеник математике за трећи разред основне школе* Београд: Нови Логос	I			21: 3; 29: 3; 31: 2; 33: 3; 35: 3; 37: 2; 39: 3; 45: 2; 49: 2; 87: 3; 89: 2; 99: 3; 100: 3; 101: 3; 104: 3; 106: 3.	138: 3.	121: 2, 3; 123: 1; 125: 2.	57: 3; 59: 3; 61: 3; 113: 3.	150: 4.
	II							
	III							
Сенка Тахировић и Ива Иванчевић (2019). *Математика 3: радна свеска из математике за трећи разред основне школе* Београд: Нови Логос	I			9: 10, 11; 10: 5, 6; 11: 9, 10, 11; 13: 10, 11, 12; 14: 3, 4, 5, 6; 15: 7, 8, 9, 10; 17: 7, 8; 32: 5, 6, 7; 34: 6, 7; 35: 4; 37: 8, 10; 38: 5; 41: 6, 8; 43: 6; 45: 7, 8; 46: 5; 47: 6, 9; 49: 7, 8, 9; 51: 7, 8; 53: 4, 5, 6; 55: 6, 7, 8, 9; 57: 6, 7, 8; 59: 7, 8; 61: 6; 63: 4, 5, 7; 64: 11; 66: 6, 7, 9; 68: 8, 9, 10, 11; 72: 4, 5; 73: 8; 75: 5; 76: 6; 77: 4; 78: 6, 7; 108: 6; 109: 5, 7; 110: 7; 111: 8, 11, 12; 113: 6, 8, 9; 114: 5, 6; 115: 7, 8, 9, 10; 117: 5, 6, 9; 119: 7;	190: 8; 192: 6, 7, 8, 9; 196: 6, 7.	172: 4, 5, 7, 8; 173: 4, 5; 174: 6, 7, 8, 9; 175: 4; 176: 5, 7, 8, 9; 178: 7, 8, 9; 180: 5, 6, 7, 8; 182: 7, 8, 9.	80: 5; 82: 4; 85: 6; 86: 2; 90: 7, 8; 158: 5, 7; 160: 5; 161: 10; 163: 5; 165: 6; 166: 9.	204: 4; 205: 5; 206: 6, 8, 9; 208: 7, 8; 210: 9, 10; 211: 11, 12, 13.

	I			121: 8, 9, 10; 123: 6, 7, 9; 125: 5, 6, 7, 8; 127: 6, 7, 9; 128: 6; 129: 7, 8, 10; 131: 7; 134: 6, 8; 136: 6, 7; 138: 5, 8; 140: 7; 142: 8, 9, 10; 144: 4, 6, 7; 146: 3, 4, 5, 6, 7; 148: 6; 149: 5; 150: 6, 7, 9, 10; 152: 8; 154: 5, 6; 156: 5, 7; 168: 7, 10; 170: 6, 7, 8, 9.				
	II							
	III			27: 10.				
Сенка Тахировић (2019). *Математика 4: уџбеник математике за четврти разред основне школе* Београд: Нови Логос	I			35: 2, 3; 38: 3; 40: 3; 42: 3; 45: 2, 3; 48: 3, 4; 50: 3; 70: 5; 83: 5, 6; 85: 3, 4; 87: 2; 89: 3; 92: 3; 95: 5; 97: 3; 99: 3; 101: 3; 103: 3; 105: 4; 106: 3; 129: 3; 131: 3; 137: 4, 5.	116: 2; 118: 2.	60: 3; 62: 3.	77: 3; 139: 3.	148: 3.
	II							
	III							144: 1*
Сенка Тахировић и Момчило Степановић (2019). *Математика 4: радна свеска из математике за четврти разред основне школе* Београд: Нови Логос	I			10: 8, 9, 10; 14: 16, 17, 18, 20; 21: 5; 38: 3; 49: 10; 51: 6, 8; 52: 9, 10; 54: 5, 6; 55: 7, 8, 9; 57: 6, 7; 58: 10, 12; 59: 3, 4; 60: 7, 8; 62: 6, 7; 64: 8; 70: 8, 9, 10; 90: 5; 92: 8; 95: 10, 11; 98: 8, 9; 99: 4, 5; 100: 8, 9; 111: 2; 113: 11, 12, 13; 115: 5, 6; 118: 12, 13, 14; 120: 8; 123: 8, 9, 10; 124: 3; 126: 8, 9; 129: 9, 10, 11; 131: 6, 7, 8, 9; 133: 7, 8; 134: 5; 135: 6, 9; 137: 6, 7, 8; 140: 9, 10,	16: 8; 162: 4, 5, 6; 164: 7, 8; 166: 6; 168: 5; 169: 9; 171: 3, 5, 6; 173: 8; 180: 6, 7; 182: 8; 184: 6; 186: 6; 188: 5.	72: 5; 75: 6, 7; 76: 8; 78: 8, 9; 79: 3; 80: 5; 81: 9; 83: 6, 9; 88: 11, 12.	102: 7, 8; 105: 5; 106: 7, 9; 109: 5, 6; 110: 8, 10; 192: 5, 6, 8; 196: 14; 198: 8; 199: 5, 11.	18: 5; 19: 6, 7, 8, 9, 10; 203: 9; 204: 1; 205: 6, 7, 8, 9, 10; 207: 9, 10; 209: 5, 8.

				11, 12; 142: 8, 9; 144: 5, 6, 7; 145: 8, 9, 12; 147: 6, 7; 148: 8, 9; 150: 6, 7; 151: 4; 152: 6, 7, 8, 9; 153: 3; 154: 4, 5, 6; 156: 6, 7, 9; 200: 1, 2, 3, 4; 201: 5, 7, 8, 9.				
	II			66: 8.				
	III			47: 5.				
Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 1а: уџбеник за први разред основне школе;* Београд Едука	I	7: 1; 8: 1; 12: 1, 2, 3; 16: 5; 39: 4; 41: 4.		73: 1; 75: 4, 88: 2, 3, 4; 89: 5, 6, 8; 97: 1; 99: 6, 7; 111: 4; 117: 6, 7, 8, 9, 10.	18: 3; 26: 2.			
	II		45: 1.					
	III							
Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 1б: уџбеник за први разред основне школе;* Београд Едука	I			4: 5; 8: 1; 21: 6; 25: 5, 6; 26: 5, 6; 27: 3, 4, 5; 28: 5, 6; 41: 5; 46: 5; 52: 4, 5; 53: 4; 54: 9; 57: 7; 59: 5; 60: 5; 61: 3, 4, 5, 6; 65: 2, 6; 67: 6; 69: 4, 5; 71: 5, 6; 72: 5; 73: 5, 6; 74: 2, 3; 77: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8; 78: 2, 3; 79: 3, 6; 86: 5; 88: 6, 7; 91: 7; 97: 1; 101: 3; 102: 3, 4; 103: 5; 104: 5; 105: 5, 7; 106: 5, 9; 107: 5; 108: 6; 109: 4; 110: 4, 6; 111: 7, 8; 115: 1, 2; 116: 5; 117: 1, 2; 120: 3, 4, 5, 6; 122: 1; 123: 3; 124: 5; 125: 2, 3, 4, 5; 127: 5, 6, 7, 8.		10: 1; 11: 1, 3, 4; 85: 1, 2; 129: 1, 3; 131: 3, 4, 5; 132: 2.	31: 3; 33: 6; 35: 4, 5.	
	II			45: 6; 55: 4; 56: 3; 64: 4; 69: 2; 83: 5; 118: 7; 121:		11: 2; 132: 1.	31: 2; 35: 2.	

				2; 123: 2				
	III							
Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 2а: уџбеник за други разред основне школе;*Београд Едука	I	31: 2, 4; 32: 4, 5.		5: 10; 7: 14; 10: 1; 11: 6; 12: 4; 13: 6; 16: 5, 6; 18: 6, 7; 56: 6; 57: 8; 60: 5; 61: 8, 9, 12; 62: 6, 7, 8; 63: 7; 65: 2, 3; 67: 4, 5, 6; 68: 8, 12; 69: 6, 7; 72: 6, 7, 8, 9, 10; 73: 1, 2; 74: 3, 4, 5, 6, 8; 76: 11, 12, 13, 14; 77: 3, 4; 78: 4; 81: 3; 82: 1, 2, 3; 83: 6; 84: 3, 4, 5, 6, 7; 85: 3, 5, 6; 86: 4, 6, 7; 107: 3; 115: 4, 6; 117: 4, 5, 8; 119: 5, 6; 120: 8, 9.	39: 3.	41: 3, 4; 42: 8, 9; 43: 12, 13; 45: 1, 2, 5; 46: 1; 47: 2; 48: 4; 50: 7, 9, 11; 51: 14, 16; 53: 10.		
	II			75: 9; 76: 10; 80: 3; 81: 4.		48: 3.	95: 1.	
	III							
Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 2б: уџбеник за други разред основне школе;*Београд Едука	I			3: 5; 4: 5, 8; 7: 5, 6, 7; 8: 7, 11; 9: 10, 12; 10: 3; 11: 6; 12: 1; 13: 5; 14: 4; 15: 1, 2; 16: 7, 8; 17: 7; 18: 6, 8; 19: 6; 20: 5, 6, 9; 21: 8; 22: 6; 23: 3, 4, 5; 27: 1, 2; 28: 3, 4, 5, 6, 7; 29: 1; 30: 6, 7; 31: 1, 3; 32: 4, 5; 34: 5, 6, 7, 9; 35: 1, 3, 4, 5; 36: 4, 7; 45: 5; 46: 5; 47: 6, 7; 48: 1, 2; 49: 1; 50: 5; 51: 1; 53: 1, 4; 54: 1, 4; 55: 1, 2, 3, 4; 56: 8, 9, 10, 12, 13; 58: 1; 59: 1, 4; 60: 1; 61: 1, 4; 62: 1; 63: 4, 5, 7; 64: 1, 5; 65: 3, 4, 5; 66: 4, 5; 67: 1, 2, 5; 68: 3, 5, 8; 69: 1, 5; 70: 3, 4, 7; 71:	38: 4; 39: 2.	104: 4, 5; 105: 1; 106: 3, 4, 5; 107: 3, 4, 5, 6; 108: 2, 4; 109: 3; 111: 1; 112: 1, 2; 113: 1, 2, 3; 114: 6, 7; 115: 8, 9, 10, 11, 12, 13; 116: 3, 4, 6, 7.		

				1, 4, 5, 6; 72: 3, 4, 6; 73: 1, 4, 6; 74: 3, 4, 6, 7; 76: 3; 85: 4, 5; 89: 1; 90: 1; 92: 6; 93: 1; 94: 4; 95: 1; 96: 4, 5; 97: 1; 98: 2, 3, 4, 5; 99: 1; 100: 4, 5; 101: 1, 4; 102: 3, 4, 6, 7; 103: 6, 7.				
	II			7: 1; 33: 3; 34: 4.		108: 3; 110: 4; 114: 4.		
	III							
Светлана Јоксимовић и Бошко Влаховић (2017). *Математика 3а: уџбеник за трећи разред основне школе;* Београд Едука	I			3: 4; 6: 9, 10; 8: 8, 9, 10; 9: 1, 4, 5; 10: 1, 2, 3, 4, 5; 14: 3; 15: 9; 16: 3; 20: 3; 21: 2, 3, 5; 27: 15; 34: 2, 3; 39: 9; 40: 10, 11, 12; 43: 4; 44: 10; 70: 4, 5, 6; 71: 2, 73: 1, 2, 7, 9; 78: 5, 6; 79: 3; 81: 4, 5, 7, 8; 82: 3, 4; 83: 6; 85: 4, 5; 86: 2, 3; 88: 7, 8; 89: 4; 90: 4, 5, 6; 92: 2, 3, 4, 7; 94: 4; 95: 4; 96: 7, 8; 98: 1, 2, 3, 4, 6; 100: 4, 5; 101: 3; 102: 7, 8; 103: 5; 104: 3, 4, 7; 106: 6; 107: 2, 3, 4; 108: 4; 111: 3; 112: 3, 4, 5; 113: 2, 3, 4, 5; 114: 3; 115: 3, 4, 5, 6; 117: 5, 7; 119: 4, 5, 6, 7; 120: 2, 3, 4, 5; 123: 3, 4, 5; 125: 6, 7, 8; 126: 4, 5, 6; 127: 2, 3, 4, 5, 6, 8; 129: 2, 3, 4; 130: 1, 2, 3; 131: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 132: 2; 134: 4;		45: 1, 2, 3; 46: 7, 8, 9, 10; 47: 3; 49: 3, 4, 6; 51: 3, 4, 5, 6; 52: 1, 2, 3, 5, 6; 54: 9; 55: 1, 2, 3; 56: 4; 57: 7, 8, 10; 60: 7; 62: 6, 7, 10; 63: 13, 16, 17, 18; 65: 11, 12; 66: 1, 2, 3, 4; 68: 4, 5; 69: 2, 7.	148: 4; 150: 4; 151: 1, 2; 152: 4, 5, 6; 153: 6, 7.	

				136: 3; 138: 4; 140: 5.				
	II			4: 7; 14: 5; 16: 9; 22: 7; 27: 14; 34: 5; 78: 4; 85: 3; 94: 5; 97: 6, 7; 103: 4; 104: 2; 106: 7; 109: 3; 111: 4, 5; 114: 4; 117: 3, 4; 120: 6; 121: 1; 126: 3; 128: 1, 2, 3. 129: 1; 132: 3.		52: 4; 60: 6; 67: 5.		
	III			22: 8.				
Светлана Јоксимовић и Бошко Влаховић (2017). *Математика 3б: уџбеник за трећи разред основне школе;*Београд Едука	I			3: 4; 4: 5, 6; 5: 4, 5, 6, 8; 6: 4, 5, 6; 7: 6, 7, 8; 8: 4, 5, 6, 7; 9: 1; 10: 4, 5, 6; 11: 2, 3, 5; 12: 4, 5, 6, 7, 9, 10; 13: 2, 3, 4, 5, 7, 8; 14: 6, 7; 15: 4, 5, 6; 16: 1, 2, 4, 6; 17: 4, 5; 19: 6; 21: 6, 7; 22: 5; 23: 4, 6, 7, 8, 9; 28: 7; 31: 4, 5; 32: 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10; 33: 3; 34: 4; 35: 5, 6, 7, 8, 9, 10'; 36: 2, 3; 37: 5; 38: 3, 4, 5, 6, 7; 39: 2, 3, 4, 5, 6; 41: 2; 45: 3; 47: 3; 50: 2; 51: 6; 91: 2, 4; 94: 3; 96: 3; 98: 3, 4; 99: 3, 4, 5; 100: 4, 5; 101: 3; 102: 3, 4; 103: 6, 7; 105: 7; 106: 2, 3; 107: 7; 108: 5, 6; 109: 5, 6, 9; 110: 2, 3, 4, 5, 6, 7; 117: 3, 4, 5, 6, 7, 8; 119: 2, 3, 4, 5, 6; 120: 2, 3, 4, 5; 121: 5; 122: 3, 4, 5, 6; 123: 2, 3, 4, 5, 6; 124: 1, 2, 4, 5; 125: 3, 5, 6, 7; 126: 2, 4, 5, 6; 127: 3, 4,	80: 9; 81: 3; 82: 3, 4, 5, 6; 83: 1, 2, 3, 4, 5; 84: 3; 85: 2, 5, 6, 7, 8; 86: 8; 114: 7; 115: 6.		53: 2, 3, 4.	150: 6; 151: 3, 5, 7; 153: 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15; 154: 17, 18, 19, 20; 155: 2, 4; 156: 12, 13, 14, 15, 16; 157: 5, 6, 7, 10; 158: 2, 4, 6; 159: 8; 160: 4, 5, 6, 8; 161: 4; 162: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 163: 4, 7, 8.

				5, 6, 7; 129: 3, 4, 5; 131: 7; 132: 3, 5; 134: 2, 3, 4; 136: 2, 3, 4, 5, 6; 137: 1, 2, 5; 138: 4, 5, 6, 7, 8, 9; 139: 1, 2, 3, 5; 140: 1, 4, 6, 7; 141: 4, 6; 142: 1, 3, 4, 5; 143: 1, 2, 3, 4; 145: 2, 3, 4, 5; 146: 4, 5, 6; 168: 7, 9; 169: 8.				
	II			5: 7; 8: 1, 2; 13: 1; 15: 7; 16: 5; 23: 3; 36: 5; 89: 3, 4, 6; 93: 3; 95: 5; 97: 3, 4; 101: 5; 103: 3; 104: 2; 106: 4; 121: 3, 4; 125: 1; 127: 2; 142: 6; 168: 1.				154: 16.
	III							
Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 4а: уџбеник за четврти разред основне школе;*Београд Едука	I			4: 12; 15: 10, 11; 19: 3; 24: 3; 34: 4; 37: 9; 53: 9; 57: 7, 8, 9, 10; 58: 14, 15; 60: 4, 5; 61: 2; 62: 5, 7, 9, 10; 63: 11, 12, 13; 64: 2, 3; 65: 9; 66: 2; 67: 1, 2; 68: 3, 4, 5, 6; 69: 7; 72: 18; 89: 7, 8; 98: 8; 102: 1; 112: 1, 2, 3; 137: 25, 26; 141: 12, 13; 142: 15, 16.	40: 1; 75: 4, 8; 76: 2, 3, 5; 78: 3; 79: 6; 80: 8, 9, 10; 81: 11, 12, 15; 133: 4, 5.	45: 1; 48: 8; 72: 15.	125: 4; 128: 11; 131: 8, 9, 10, 12.	
	II			7: 8; 16: 14; 17: 17; 27: 6; 35: 2; 36: 4, 5; 53: 10; 58: 12; 61: 4; 62: 2; 65: 6; 69: 8; 89: 6.				
	III							
Светлана Јоксимовић (2017). *Математика 4б: уџбеник за четврти разред*	I			17: 11; 22: 4; 25: 5, 7, 8, 9; 27: 5, 6; 28: 8, 9, 10; 30: 6; 32: 5, 6, 7; 33: 2, 3; 35: 4, 6, 7, 8; 40: 5; 42: 4; 46: 3, 5; 47: 2, 3; 48: 6, 8;	12: 4, 5; 13: 10, 11; 14: 14, 15, 17,	136: 1, 2, 3; 137: 2, 3, 6, 8; 138: 10, 11, 13.	119: 7.	120: 8, 9; 123: 10, 11; 125: 7, 8, 9, 10, 11; 126: 14, 16, 18,

*основне школе;*Београд Едука				49: 10; 50: 3, 4; 51: 2; 53: 4, 5; 55: 1, 2, 3, 5; 56: 6, 7, 9; 58: 5; 59: 4, 5, 6; 60: 7; 63: 4; 64: 4, 5; 65: 8; 69: 6; 72: 2, 4, 5; 74: 3; 76: 7; 79: 4, 5; 80: 6, 10, 11; 82: 13; 83: 14, 15, 18, 19; 84: 20, 21, 22, 23; 92: 7; 107: 2, 3, 4; 108: 6, 8, 9; 109: 11, 13, 14; 110: 15, 16, 17, 18; 132: 6; 133: 11, 12; 139: 1, 2, 3, 4; 140: 8, 9, 10, 11, 12; 141: 14, 17, 18, 19.				19; 127: 22, 25, 26, 27; 128: 29, 30, 31, 32, 33, 34; 131: 7, 8, 11, 12; 134: 19; 135: 21, 22, 23, 24.
	II			24: 4; 36: 9; 46: 2; 49: 9; 77: 4; 107: 1, 5; 108: 7; 109: 10, 12; 110: 19.		138: 9.		
	III							

ПРИЛОГ 7, 8, 9, 10. СТАТИСТИЧКА ИЗРАЧУНАВАЊА

ПРИЛОГ 7. ТАБЕЛЕ СА КОРИГОВАНИМ СРЕДЊИМ ВРЕДНОСТИМА

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења – укупан скор

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	19,297[a]	0,703	17,910	20,683
Експериментална група	39,732[a]	0,707	38,338	41,126

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест – укупан скор = 17,7068.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења – први ниво

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	7,387[a]	0,282	6,831	7,942
Експериментална група	12,725[a]	0,283	12,167	13,284

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења – други ниво

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	5,880[a]	0,282	5,323	6,437
Експериментална група	13,026[a]	0,284	12,466	13,586

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења – трећи ниво

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	6,027[a]	0,288	5,459	6,595
Експериментална група	13,952[a]	0,289	13,381	14,522

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

ПРИЛОГ 8. ТАБЕЛЕ СА КОРИГОВАНИМ СРЕДЊИМ ВРЕДНОСТИМА (ПОЛ)

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења - група

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	19,283[a]	0,702	17,899	20,667
Експериментална група	39,823[a]	0,707	38,428	41,217

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења - пол

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
девојчице	30,017[a]	0,726	28,585	31,448
дечаци	29,089[a]	0,685	27,738	30,440

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења –група и пол

Зависна варијабла: финално мерење

				95% Confidence Interval	
Група	Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	девојчице	19,002[a]	1,013	17,004	21,000
	дечаци	19,565[a]	0,973	17,646	21,483
Експериментална група	девојчице	41,032[a]	1,038	38,984	43,079
	дечаци	38,613[a]	0,962	36,715	40,512

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за први ниво - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	7,372[a]	0,282	6,817	7,928
Експериментална група	12,745[a]	0,284	12,186	13,305

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за први ниво - пол

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

			95% Confidence Interval	
Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
девојчице	10,027[a]	0,291	9,453	10,601
дечаци	10,091[a]	0,275	9,549	10,632

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за први ниво – група и пол

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

				95% Confidence Interval	
Група	Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	девојчице	7,037[a]	0,406	6,237	7,838
	дечаци	7,708[a]	0,390	6,937	8,478
Експериментална група	девојчице	13,017[a]	0,417	12,194	13,839
	дечаци	12,474[a]	0,386	11,713	13,234

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за други ниво - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	5,888[a]	0,282	5,333	6,444
Експериментална група	13,063[a]	0,284	12,503	13,622

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за други ниво - пол

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

			95% Confidence Interval	
Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Девојчице	9,824[a]	0,291	9,251	10,398
Дечаци	9,127[a]	0,274	8,586	9,668

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за други ниво – група и пол

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

				95% Confidence Interval	
Група	Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	девојчице	6,097[a]	0,406	5,295	6,898
	дечаци	5,680[a]	0,390	4,911	6,449
Експериментална група	девојчице	13,552[a]	0,416	12,732	14,372
	дечаци	12,574[a]	0,386	11,812	13,335

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за трећи ниво - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	6,024[a]	0,288	5,455	6,593
Експериментална група	13,980[a]	0,290	13,407	14,553

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за трећи ниво - пол

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

			95% Confidence Interval	
Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Девојчице	10,156[a]	0,299	9,567	10,745
Дечаци	9,848[a]	0,282	9,292	10,404

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за трећи ниво – група и пол

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

				95% Confidence Interval	
Група	Пол	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	девојчице	5,945[a]	0,417	5,123	6,768
	дечаци	6,103[a]	0,400	5,314	6,891
Експериментална група	девојчице	14,367[a]	0,426	13,526	15,208
	дечаци	13,593[a]	0,396	12,812	14,374

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

ПРИЛОГ 9. ТАБЕЛЕ СА КОРИГОВАНИМ СРЕДЊИМ ВРЕДНОСТИМА (ОЦЕНА)

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за укупан скор у односу на оцену из математике - група

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	18,496[a]	0,617	17,278	19,714
Експериментална група	34,657[a,b]	0,421	33,826	35,489

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења у укупном скору –оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
1	17,414[a,b]	2,520	12,442	22,386
2	19,903[a]	0,840	18,246	21,560
3	22,480[a]	0,658	21,182	23,778
4	30,325[a]	0,502	29,335	31,316
5	34,139[a]	0,434	33,283	34,995

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења у укупном скору – група и оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење

				95% Confidence Interval	
Група	Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	1	17,414[a]	2,520	12,442	22,386
	2	17,595[a]	1,085	15,453	19,736
	3	18,150[a]	0,879	16,415	19,885
	4	19,116[a]	0,710	17,715	20,516
	5	20,204[a]	0,582	19,055	21,353
Експериментална група	1	.[a,b]	.	.	.
	2	22,211[a]	1,133	19,975	24,447
	3	26,810[a]	0,908	25,018	28,602
	4	41,535[a]	0,709	40,135	42,935
	5	48,073[a]	0,567	46,954	49,192

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на првом нивоу у односу на оцену из математике - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	6,939[a]	0,323	6,301	7,578
Експериментална група	11,046[a,b]	0,218	10,616	11,476

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на првом нивоу – оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

			95% Confidence Interval	
Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
1	5,923[a,b]	1,316	3,326	8,520
2	6,619[a]	0,426	5,778	7,460
3	7,669[a]	0,344	6,992	8,347
4	10,726[a]	0,263	10,207	11,244
5	11,465[a]	0,228	11,016	11,915

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на првом нивоу – група и оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

				95% Confidence Interval	
Група	Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	1	5,923[a]	1,316	3,326	8,520
	2	6,531[a]	0,557	5,433	7,630
	3	6,923[a]	0,465	6,004	7,841
	4	7,950[a]	0,372	7,216	8,685
	5	7,369[a]	0,305	6,767	7,972
Експериментална група	1	.[a,b]	.	.	.
	2	6,707[a]	0,585	5,552	7,861
	3	8,416[a]	0,470	7,489	9,343
	4	13,501[a]	0,372	12,768	14,235
	5	15,561[a]	0,298	14,974	16,149

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на другом нивоу у односу на оцену из математике - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	5,505[a]	0,332	4,849	6,160
Експериментална група	11,252[a,b]	0,226	10,807	11,697

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на другом нивоу – оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

			95% Confidence Interval	
Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
1	5,283[a,b]	1,360	2,599	7,966
2	5,830[a]	0,451	4,940	6,720
3	6,820[a]	0,348	6,134	7,506
4	9,779[a]	0,270	9,246	10,311
5	11,196[a]	0,228	10,745	11,646

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на другом нивоу – група и оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

				95% Confidence Interval	
Група	Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	1	5,283[a]	1,360	2,599	7,966
	2	4,961[a]	0,588	3,800	6,122
	3	4,940[a]	0,463	4,025	5,854
	4	5,822[a]	0,382	5,070	6,575
	5	6,518[a]	0,308	5,910	7,126
Експериментална група	1	.[a,b]	.	.	.
	2	6,699[a]	0,603	5,509	7,888
	3	8,700[a]	0,489	7,736	9,665
	4	13,735[a]	0,381	12,984	14,487
	5	15,873[a]	0,302	15,277	16,469

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на трећем нивоу у односу на оцену из математике - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	5,612[a]	0,313	4,994	6,230
Експериментална група	12,069[a,b]	0,219	11,637	12,501

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на трећем нивоу – оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

			95% Confidence Interval	
Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
1	4,931[a,b]	1,290	2,385	7,476
2	6,426[a]	0,429	5,580	7,273
3	7,422[a]	0,339	6,753	8,091
4	9,959[a]	0,260	9,445	10,472
5	11,896[a]	0,219	11,464	12,328

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на трећем нивоу – група и оцена из математике

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

				95% Confidence Interval	
Група	Оцена из математике	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	1	4,931[a]	1,290	2,385	7,476
	2	5,107[a]	0,554	4,014	6,201
	3	5,757[a]	0,454	4,862	6,653
	4	5,435[a]	0,369	4,707	6,162
	5	6,830[a]	0,298	6,242	7,418
Експериментална група	1	.[a,b]	.	.	.
	2	7,745[a]	0,585	6,591	8,898
	3	9,086[a]	0,468	8,162	10,010
	4	14,483[a]	0,367	13,759	15,206
	5	16,962[a]	0,288	16,394	17,531

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест – задаци 9. До 12. – ниво 3 = 5,7068.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

ПРИЛОГ 10. ТАБЕЛЕ СА КОРИГОВАНИМ СРЕДЊИМ ВРЕДНОСТИМА (ОПШТИ УСПЕХ)

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења за укупан скор у односу на општи успех - група

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	19,491[a]	0,954	17,609	21,374
Експериментална група	35,544[a,b]	0,608	34,345	36,744

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења у укупном скору –општи успех

Зависна варијабла: финално мерење

			95% Confidence Interval	
Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
недовољан	19,948[a,b]	2,963	14,102	25,795
довољан	19,913[a,b]	2,565	14,853	24,974
добар	22,555[a]	1,275	20,039	25,070
врло добар	27,269[a]	0,730	25,828	28,709
одличан	32,290[a]	0,518	31,268	33,313

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења у укупном скору – група и општи успех

Зависна варијабла: финално мерење

				95% Confidence Interval	
Група	Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	Недовољан	19,948[a]	2,963	14,102	25,795
	Довољан	19,913[a]	2,565	14,853	24,974
	Добар	19,167[a]	2,072	15,080	23,255
	врло добар	19,314[a]	0,993	17,355	21,272
	Одличан	19,114[a]	0,700	17,733	20,494
Експериментална група	Недовољан	.[a,b]	.	.	.
	довољан	.[a,b]	.	.	.
	добар	25,943[a]	1,373	23,234	28,651
	врло добар	35,224[a]	1,034	33,184	37,263
	одличан	45,467[a]	0,703	44,080	46,854

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - укупан скор = 17,7068.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на првом нивоу у односу на општи успех - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	7,262[a]	0,428	6,417	8,107
Експериментална група	11,352[a,b]	0,272	10,815	11,889

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на првом нивоу – општи успех

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

			95% Confidence Interval	
Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
недовољан	6,888[a,b]	1,336	4,251	9,524
довољан	7,548[a,b]	1,150	5,279	9,816
добар	7,582[a]	0,572	6,453	8,710
врло добар	9,386[a]	0,331	8,733	10,039
одличан	10,998[a]	0,232	10,540	11,456

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на првом нивоу – група и општи успех

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 1

				95% Confidence Interval	
Група	Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	Недовољан	6,888[a]	1,336	4,251	9,524
	Довољан	7,548[a]	1,150	5,279	9,816
	Добар	7,177[a]	0,937	5,328	9,026
	врло добар	7,334[a]	0,454	6,439	8,230
	Одличан	7,365[a]	0,313	6,746	7,983
Експериментална група	Недовољан	.[a,b]	.	.	.
	довољан	.[a,b]	.	.	.
	добар	7,986[a]	0,611	6,779	9,192
	врло добар	11,439[a]	0,466	10,519	12,358
	одличан	14,631[a]	0,318	14,003	15,259

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 1. до 4. - ниво 1 = 6,4974.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на другом нивоу у односу на општи успех - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	5,872[a]	0,415	5,053	6,691
Експериментална група	11,491[a,b]	0,262	10,973	12,009

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на другом нивоу – општи успех

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

			95% Confidence Interval	
Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
недовољан	6,319[a,b]	1,294	3,766	8,871
довољан	5,604[a,b]	1,113	3,408	7,800
добар	6,917[a]	0,547	5,838	7,996
врло добар	8,474[a]	0,315	7,853	9,095
одличан	10,563[a]	0,222	10,124	11,002

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на другом нивоу – група и општи успех

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 2

				95% Confidence Interval	
Група	Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	Недовољан	6,319[a]	1,294	3,766	8,871
	Довољан	5,604[a]	1,113	3,408	7,800
	Добар	5,911[a]	0,895	4,144	7,677
	врло добар	5,509[a]	0,426	4,668	6,349
	Одличан	6,017[a]	0,301	5,422	6,612
Експериментална група	Недовољан	.[a,b]	.	.	.
	довољан	.[a,b]	.	.	.
	добар	7,923[a]	0,588	6,764	9,083
	врло добар	11,440[a]	0,449	10,555	12,325
	одличан	15,109[a]	0,303	14,511	15,707

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 5. до 8. - ниво 2 = 5,4764.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на трећем нивоу у односу на општи успех - група

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

			95% Confidence Interval	
Група	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	5,729[a]	0,430	4,880	6,577
Експериментална група	12,409[a,b]	0,279	11,858	12,960

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на трећем нивоу – општи успех

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

			95% Confidence Interval	
Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
недовољан	5,495[a,b]	1,338	2,854	8,135
довољан	5,588[a,b]	1,172	3,276	7,900
добар	7,198[a]	0,583	6,047	8,349
врло добар	9,103[a]	0,331	8,450	9,756
одличан	11,093[a]	0,235	10,629	11,557

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

b. Based on modified population marginal mean.

Кориговане средње вредности резултата финалног мерења на трећемм нивоу – група и општи успех

Зависна варијабла: финално мерење – Ниво 3

				95% Confidence Interval	
Група	Општи успех	Mean	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
Контролна група	недовољан	5,495[a]	1,338	2,854	8,135
	довољан	5,588[a]	1,172	3,276	7,900
	добар	5,358[a]	0,944	3,496	7,220
	врло добар	6,039[a]	0,450	5,151	6,926
	одличан	6,163[a]	0,320	5,532	6,795
Експериментална група	недовољан	.[a,b]	.	.	.
	довољан	.[a,b]	.	.	.
	добар	9,038[a]	0,633	7,789	10,287
	врло добар	12,167[a]	0,471	11,237	13,096
	одличан	16,023[a]	0,318	15,395	16,650

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: Иницијални тест - задаци 9. до 12. - ниво 3 = 5,7068.

b. This level combination of factors is not observed, thus the corresponding population marginal mean is not estimable.

БИОГРАФИЈА

Зорица Гајтановић, девојачко Веселиновић, рођена 21. новембра 1982. године у Рашки. Основне академске студије завршила је 2010. године на Учитељском факултету у Призрену – Лепосавићу, Универзитета у Приштини – Косовској Митровици. Награђена је од стране Универзитета као истакнути студент. Мастер академске студије, на студијском програму *Разредна настава* (изборни блок: *Методика наставе математике*), завршила је 2012. године на Учитељском факултету у Призрену – Лепосавићу, Универзитета у Приштини – Косовској Митровици, одбранивши рад на тему „Почетна настава геометрије у основној школи”. На мастер студијама остварила је просечну оцену 9,44. Докторске академске студије уписала је школске 2012/2013. године, као редован студент Педагошког факултета у Ужицу, за стицање научног назива *доктор наука – методика разредне наставе*.

Професионални ангажман започела је по завршетку основних академских студија на Учитељском факултету у Призрену – Лепосавићу, Универзитета у Приштини – Косовској Митровици, као сарадник у настави, а од 2013. године у звању асистента за ужу научну област *Методика наставе математике*. Ангажована је на предметима: *Методика наставе математике и Методика развоја почетних математичких појмова.*

Учествовала на домаћим и међународним научним скуповима и конференцијама из области методике наставе математике. Аутор је и коаутор бројних научних радова.

Образац 1

ИЗЈАВА АУТОРА О ОРИГИНАЛНОСТИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ја, Зорица Гајтановић, изјављујем да докторска дисертација под насловом:

„Развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе”

која је одбрањена на Педагошком факултету у Ужицу Универзитета у Крагујевцу представља *оригинално ауторско дело* настало као резултат *сопственог истраживачког рада.*

Овом Изјавом такође потврђујем:

- да сам *једини аутор* наведене докторске дисертације,
- да у наведеној докторској дисертацији *нисам извршио/ла повреду* ауторског нити другог права интелектуалне својине других лица,
- да умножени примерак докторске дисертације у штампаној и електронској форми у чијем се прилогу налази ова Изјава садржи докторску дисертацију истоветну одбрањеној докторској дисертацији.

У Ужицу, 24.1.2022. године,

З. Гајтановић
потпис аутора

Образац 2

ИЗЈАВА АУТОРА О ИСКОРИШЋАВАЊУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ја, Зорица Гајтановић,

☑ дозвољавам

☐ не дозвољавам

Универзитетској библиотеци у Крагујевцу да начини два трајна умножена примерка у електронској форми докторске дисертације под насловом:

„Развијање елемената математичке писмености у млађим разредима основне школе”

која је одбрањена на Педагошком факултету у Ужицу Универзитета у Крагујевцу, и то у целини, као и да по један примерак тако умножене докторске дисертације учини трајно доступним јавности путем дигиталног репозиторијума Универзитета у Крагујевцу и централног репозиторијума надлежног министарства, тако да припадници јавности могу начинити трајне умножене примерке у електронској форми наведене докторске дисертације путем *преузимања*.

Овом Изјавом такође

☑ дозвољавам

☐ не дозвољавам[1]

---

[1] Уколико аутор изабере да не дозволи припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од *Creative Commons* лиценци, то не искључује право припадника јавности да наведену докторску дисертацију користе у складу са одредбама Закона о ауторском и сродним правима.

припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од следећих *Creative Commons* лиценци:

1) Ауторство

2) Ауторство - делити под истим условима

[✓ 3) Ауторство - без прерада]

4) Ауторство - некомерцијално

5) Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима

6) Ауторство - некомерцијално - без прерада[2]

У Ужицу, 24.1.2022. године.

ЗГајтановић

потпис аутора

---

[2] Молимо ауторе који су изабрали да дозволе припадницима јавности да тако доступну докторску дисертацију користе под условима утврђеним једном од *Creative Commons* лиценци да заокруже једну од понуђених лиценци. Детаљан садржај наведених лиценци доступан је на: http://creativecommons.org.rs/