

UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA

DUŠAN SURLA

PRILOG IZUČAVANJU PERFORMANSE
ANTROPOMORFNIH MEHANIZAMA
PREKO NJIHOVIH DINAMIČKIH
KARAKTERISTIKA

NOVI SAD, 1980.

S A D R Ž A J

PREDGOVOR	1
GLAVA 1.: DINAMIKA AKTIVNIH MEHANIZAMA	6
1.1. Nemašinske metode u izučavanju dinamike dvonožnog hoda	6
1.1.1. Studije antropomorfnog kretanja pomoću optimalnog programiranja	7
1.1.2. Sračunavanje momenata u zglobovima primenom matematičkog modela	11
1.2. Poluinverzni metod	14
1.3. Mašinski algoritmi za sastavljanje matematičkih modela aktivnih mehanizama	19
1.4. Metoda za sastavljanje dinamičkih jednačina na bazi osnovnih teorema mehanike	20
1.4.1. Kinematički lanac	22
1.4.2. Kinematičke i dinamičke karakteristike otvorenog kinematičkog lanca	26
1.4.3. Diferencijalne jednačine kretanja	29
1.5. Metoda automatskog formiranja matematičkih modela aktivnih prostornih mehanizama primenom Lagrange-ovih jednačina II vrste	31
1.6. Metoda na bazi Gibbs-Appel-ovih jednačina	37
LITERATURA	42
GLAVA 2.: DINAMIKA ANTROPOMORFNIH MEHANIZAMA	44
2.1. Specifičnosti mehanizama za veštački hod	46
2.2. Tačka nula momenta i metod zadane sinergije kao postupak za smanjenje dimenzionalnosti problema veštačkog hoda	48
2.3. Granični uslovi	56

2.4. Algoritam za određivanje kompenzacione sinergije dinamičkih sistema	58
2.5. Antropomorfni sistem sa fiksnim "rukama"	60
2.6. Sinteza dinamičkih nominala za simetrične slučajeve hoda	67
2.7. Sinteza dinamičkih nominala za nesimetrične slučajeve hoda	77
LITERATURA	84

GLAVA 3.: PRIMENA SPLAJN FUNKCIJA U SINTEZI FUNKCIONALNIH POKRETA KOD VEŠTAČKOG HODA I U SINTEZI PRELAZNIH DINAMIČKIH REŽIMA

3.1. Kubni splajn	91
3.1.1. Algoritam za određivanje koeficijenta kubnog splajna sa konturnim uslovima	94
3.1.2. Periodični kubni splajn	96
3.2. Primena kubnog splajna u sintezi funkcionalnih pokreta kod veštačkog hoda	99
3.3. Sinteza prelaznih dinamičkih režima	108
3.3.1. Splajn petog stepena defekta 3	110
3.3.2. Iterativni postupak na bazi priraštaja generalisanih koordinata	112
3.3.3. Iterativni postupak na bazi priraštaja ubrzanja generalisanih koordinata	114
3.4. Kriterijum valjanosti aproksimacije. Algoritam za određivanje prelaznih dinamičkih režima	117
LITERATURA	121

GLAVA 4.: ANALIZA UTICAJA PARAMETARA NA PERFORMANSE DVONOŽNOG HODA

4.1. Automatsko sračunavanje energetske parametara	124
4.2. Energetska analiza za simetričan tip hoda po ravnom sa jednoosloničkom fazom	128
4.3. Energetska analiza za simetričan tip hoda po ravnom sa dvoosloničkom fazom	130
4.4. Energetska analiza za nesimetričan tip hoda po ravnom	132
LITERATURA	171

ZAKLJUČAK	172
DODATAK: BIDYN-PROGRAM	180
Opis programa BIDYN	180
Opis zajedničkih područja potprograma	181
Potprogram BIDYN1	182
Potprogram BIDYN2	183
Potprogram NIODES	185
Potprogram SISTEM	186
Potprogram SUPP	187
Potprogram ISPIS	188
Potprogram MINV	189
ZAKLJUČAK	189

P R E D G O V O R

U poslednje vreme može se uočiti izuzetna aktivnost u svetu na polju teorijske i primenjene robotike. Medjutim, u Odeljenju za robotiku Instituta "Mihailo Pupin" u Beogradu, pod rukovodstvom dr Miomira Vukobratovića, razvijena je jedna inženjerska metoda u okviru sinteze i upravljanja aktivnim prostornim mehanizmima, koja će ovde biti izložena u kratkim crtama. U cilju postizanja funkcionalnih pokreta, nekom delu složenog sistema zadajemo (unapred propisujemo) izvesnu dinamičku formu. Na taj način postižemo: prvo, potrebne funkcionalne pokrete, bez bilo kakvog uprošćavanja sistema ili matematičke linearizacije; drugo, dolazimo do specifične procedure u redukciji dimenzionalnosti sistema. Preostali deo sistema treba rešiti tako da preko svoje "otvorene" dinamike održi sistem u dinamičkoj ravnoteži sa nametnutim graničnim uslovima i odgovarajućim dinamičkim vezama dobijenim u zavisnosti od klase zadatka. Tako sračunata dinamika (preostali vektor stanja) može se nazvati kompenzacionom dinamikom ili kompenzaciona sinergija. Unapred propisani deo dinamike može se nazvati zadana sinergija. Posmatrajmo sada izvestan skup mogućih situacija koji predstavlja praktični interes za posmatrani sistem. Za odabrane situacije propišimo zadanu sinergiju i sračunajmo iz dinamičkih veza odgovarajuće kompenzacione sinergije. Na taj način formirali smo skup svrsishodnih dinamičkih nominala, koji se dalje mogu uspešno iskoristiti za upravljanje složenim sistemima.

Na bazi skupa dinamičkih nominala sistem se može kontrolisati u poremećenim režimima rada na dva načina. Prvo je slučaj malih odstupanja. Tada se korekcija vrši pomoću servosi-

stema duž konture na bazi odabranog kriterijuma i mernih odstupanja između realne i nominalne sinergije. Drugo je slučaj većih odstupanja. U ovom slučaju napušta se pokušaj kompenzacije promenom unutrašnje sinergije u cilju vraćanja sistema na početnu nominalnu sinergiju i prelazi se na drugu sinergiju iz skupa dinamičkih nominala koji su unapred sračunati i zapamćeni. Dalje se proces može nastaviti po izabranoj sinergiji ili za izabranu sinergiju primeniti prvi slučaj, ili se postepeno vratiti na početni radni režim.

Suštinska prednost ovog pristupa zasniva se na mogućnosti da se složenim dinamičkim sistemima upravlja u realnom vremenu. To se zasniva uglavnom na činjenici da se izbegava sračunavanje dinamike sistema u realnom vremenu, već se upravljački zadatak svodi samo na izbor sinergije koja najviše odgovara realnim radnim uslovima. Prema tome, procesor za sračunavanje dinamičkih stanja sistema u stvari je programer zapamćenih sinergija koje su unapred sračunate. Skup dinamičkih nominala pokriva predviđene radne uslove u kojima se može naći sistem u toku svog rada. Tako se vreme odziva upravljačkog sistema svodi na vreme potrebno za procesiranje izvesnih dinamičkih parametara pri merenju odredjenih algebarskih relacija sračunatih u skladu sa odabranim tipom upravljačkog postupka. Jasno je da vreme potrebno za izvršenje izbora nove sinergije je znatno kraće od vremena sračunavanja dinamičkih stanja u realnom vremenu putem procesnog računara.

Cilj ovog rada je da u okviru opisanog pristupa za sintezu i upravljanje aktivnim prostornim mehanizmima ispita performanse antropomorfno hoda preko njegovih karakterističnih parametara. Ispitivanje je izvršeno na modelu za realizaciju veštačkog kretanja dvonožnog hoda sastavljenog od osam segmenata. Gornji deo lokomocione strukture može se posmatrati kao obrnuto klatno. Donji ekstremiteti imaju stopala na krajevima i svaki ima po tri stepena slobode. Segmenti su međusobno spojeni cilindričnim ležištima. Za realizaciju simetričnih slučajeva hoda izdvojeni su sledeći parametri: period trajanja koraka, dužina koraka, zakon tačke nula momenta (TOM) i period trajanja dvooslonačke faze. Za nesimetrične slučajeve hoda izdvojeni su slede-

ći parametri: različito vreme oslonca leve i desne noge u toku punog koraka, različita dužina koraka leve i desne noge, različit zakon kretanja TOM-a u fazi oslonca za levu i desnu nogu i različita masa leve i desne noge. Analiziran je uticaj ovih parametara na ponašanje sledećih veličina: kompenzacione pokrete u frontalnoj i sagitalnoj ravni, maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka za sve aktuatora, skok ubrzanja trupa u frontalnoj i sagitalnoj ravni pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, ukupnu snagu svih aktuatora i maksimalnu vrednost vertikalne komponente sila reakcije. Zavisnost ovih veličina od navedenih parametara, s jedne strane, nije do sada dovoljno proučena, a, s druge, poznavanje ove zavisnosti pruža potrebne informacije za adekvatan izbor aktivnih ortoza i bolje razumevanje antropomorfog hoda. Pored toga, u radu je dat i algoritam za sintezu zadane sinergije pomoću periodičnog kubnog splajna i jedan način za sračunavanje prelaznih dinamičkih režima antropomorfog hoda pomoću splajna petog stepena defekta 3.

Materijal izložen u ovom radu je podeljen u četiri poglavlja i dodatak.

U glavi 1. izložene su postojeće metode za sastavljanje dinamičkih jednačina aktivnih prostornih mehanizama. Opisane su ukratko nemašinske metode za sastavljanje diferencijalnih jednačina kretanja različitih modela antropomorfog hoda prikazanih u radovima Chow i Jacobsona, Moreinisa i Gricenka, Gurfinkelja sa saradnicima i V.V. Beleckog sa saradnicima. Težište ove glave je u prikazu osnovnih postupaka za mašinsko sastavljanje dinamičkih jednačina proizvoljno složenih otvorenih kinematičkih konfiguracija aktivnih prostornih mehanizama, koje je razvio M. Vukobratović sa svojim saradnicima. Od ovako razvijenih mašinskih metoda prikazane su sledeće: metoda za automatsko sastavljanje dinamičkih jednačina na bazi osnovnih teorema mehanike, metoda za automatsko formiranje matematičkih modela primenom Lagrangeovih jednačina i metoda na bazi Gibbs - Appelovih jednačina.

U glavi 2. primenjena je metoda zadane sinergije i

mašinski algoritam za automatsko sastavljanje diferencijalnih jednačina kretanja na konkretnom modelu za proizvodjenje veštačkog kretanja antropomorfnog hoda. Za kretanje nogu usvojen je "realni" algoritam hoda, sintetizovan na osnovu podataka dobijenih pomoću biometrijskih ispitivanja čovekovog hoda. Pri ovako usvojenom kretanju nogu, na bazi dinamičkih veza sistema, određeni su periodični kompenzacioni pokreti "trupa", koji obezbeđuju odgovarajuće pomeranje tačke nula momenta i dinamičku ravnotežu sistema u frontalnoj i sagitalnoj ravni. Dobijeni su kompenzacioni pokreti za simetrične i nesimetrične slučajeve hoda po ravnom i programiranim preprekama (uz i niz stepenice), za različite vrednosti izdvojenih parametara. Analiziran je uticaj ovih parametara na ponašanje kompenzacionih pokreta.

U glavi 3. dat je algoritam za sintezu funkcionalnih pokreta kod veštačkog hoda i za sintezu prelaznih dinamičkih režima pomoću splajn funkcija. Na bazi podataka dobijenih pomoću biometrijskih ispitivanja čovekovog hoda, sintetizovano je kretanje donjih ekstremiteta usvojenog modela za proizvodjenje veštačkog hoda, pomoću periodičnog kubnog splajna. Za ovako sintetizovanu zadanu sinergiju dobijeni su kompenzacioni pokreti gornjeg dela lokomocijne strukture, u sagitalnoj i frontalnoj ravni. Analiziran je uticaj ovako dobijenog skupa nominalnih dinamičkih režima na performanse antropomorfnog hoda i dobijeni rezultati su upoređeni sa odgovarajućim rezultatima o uticaju skupa nominala dobijenih u drugoj glavi na bazi istih podataka i za iste vrednosti parametara. Za sintezu prelaznih dinamičkih režima antropomorfnog hoda upotrebljen je splajn petog stepena defekta 3. Sa ovim splajnom aproksimirane su sve generalisane koordinate sistema sa nametnutim graničnim uslovi- ma, od kojih neke mogu biti i unapred propisane. Za određivanje nepoznatih generalisanih koordinata u obliku splajna formiran je na bazi gradijentnog postupka globalni i lokalni iterativni postupak. Kriterijum valjanosti dobijenih aproksimacija splajn funkcijama zasnovan je na odstupanju TOM-a od nominalne trajektorije.

U glavi 4. analiziran je uticaj izdvojenih parametara na performanse antropomorfno hoda. Analiza je izvršena primenom mašinskog algoritma za automatsko sračunavanje svih energetskih parametara, neophodnih za realizaciju veštačkog kretanja, odnosno konstrukciju same strukture i sintezu odgovarajućih servosistema za praćenje željenih trajektorija sistema. Na osnovu ovih sračunavanja izdvojene su vrednosti za sledeće veličine: maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka za sve aktuatore usvojenog modela, skok ubrzanja trupa u frontalnoj i sagitalnoj ravni pri prelašku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, ukupnu snagu svih aktuatora i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije. Analizirano je ponašanje ovih veličina za različite vrednosti izdvojenih parametara za simetrične i nesimetrične slučajeve hoda.

U dodatku je data upotreba i listing programa BIDYN. Pomoću ovog programa sračunavaju se kompenzacioni pokreti usvojene konfiguracije antropomorfno hoda za simetrične i nesimetrične slučajeve hoda.

Na kraju želim da izrazim veliku zahvalnost dr Mimiru Vukobratoviću, mentoru teze, na svestranoj i stalnoj pomoći koju mi je pružio u toku izrade ove disertacije. Takodje se zahvaljujem saradnicima Odeljenja za robotiku Instituta "Mihailo Pupin" u Beogradu i saradnicima Računskog centra Instituta za matematiku u Novom Sadu na korisnim diskusijama.

Autor.

GLAVA 1.

DINAMIKA AKTIVNIH MEHANIZAMA

Cilj ovog poglavlja je da prikaže izvesne prilaze formiranju matematičkih modela aktivnih mehanizama. U početku će biti prikazane neke nemašinske metode u izučavanju dinamike dvonožnog hoda, dok centralno mesto pripada prikazu metoda za automatsko formiranje matematičkih modela aktivnih prostornih mehanizama opšte strukture, primenom digitalnih računara.

Prostorni aktivni mehanizmi nalaze primenu u najrazličitijim oblastima tehnike. Oni imaju zadatak da realizuju veoma složena kretanja u različitim sredinama (od podvodnih do kosmičkih). Osnovni preduslov za sintezu dinamičkih nominala i preciznih algoritama za upravljanje ovako složenim kretanjima jeste poznavanje dovoljno tačnih matematičkih modela.

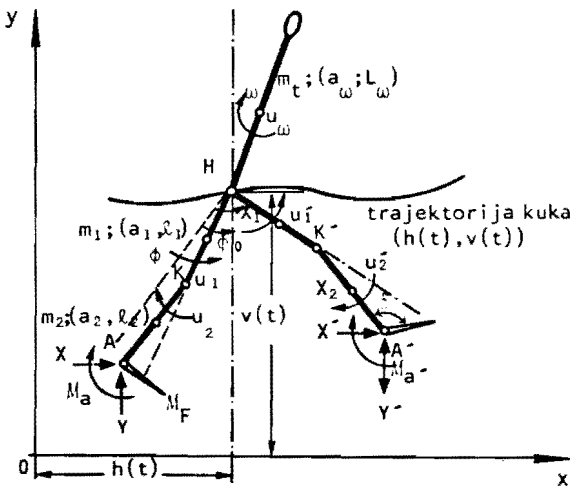
1.1. NEMAŠINSKE METODE U IZUČAVANJU DINAMIKE DVONOŽNOG HODA

Pokušaj da se realizuje antropomorfni mehanizam sa velikom sličnošću prirodnim lokomocionim aktivnostima doveo bi do izuzetno složenih dinamičkih sistema. Zato se u sintezi veštačkog kretanja antropomorfnih robota iz skupa prirodnih lokomocionih aktivnosti izdvajaju samo neka, kao što su: hod po ravnom terenu, hod sa unapred poznatim preprekama (hod uz i hod niz stepenice). U ovom slučaju, opšti broj stepeni slobode

prirodnog antropomorfno hoda je znatno smanjen. Međutim, i tako uprošćen model, pripada klasi složenih sistema. S obzirom na specifičnosti ovih sistema u dinamičkom a posebno u upravljačkom pogledu, problem sinteze veštačkog hoda ne može se uspešno rešavati pomoću klasičnih metoda teorije upravljanja. To nameće potrebu da se na bazi svih specifičnosti nožnih lokomocionih sistema radi na pronalaženju metoda za njihovo rešavanje. Sada ćemo prikazati neke rezultate u domenu nemašinskih metoda za izučavanje dinamike dvonožnog hoda.

1.1.1. Studije antropomorfno kretanja pomoću optimalnog programiranja

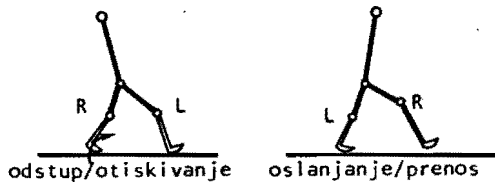
Chow i Jacobson [1] proučavali su antropomorfno kretanje na uprošćenom modelu (sl. 1.), koristeći metode optimalnog programiranja. Posmatrane faze kretanja prikazane su na sl. 2., a proučeno je samo kretanje u sagitalnoj ravni.



Sl.1.: Razmatrani sistem dvonožne lokomocije

Oznake na usvojenom modelu su sledeće: θ, γ - ugaone koordinate noge u fazi oslonca u odnosu na podlogu; x_1, x_2 - ugaone ko-

ordinate noge u fazi prenosa; w - relativna koordinata gornjeg dela tela (trupa), predstavljenog u vidu prostog obrnutog klata; a_1, a_2 - rastojanja težišta butnog i potkolenog dela noge od zgloba kuka, odnosno zgloba kolena; l_1, l_2 - dužina tih delova; m_1 - masa i-tog segmenta; Y, X - vertikalna i horizontalna komponenta sile reakcije u skočnom zglobu; M_α - moment u skočnom zglobu; u_1 - efektivna vrednost momenta i-tog segmenta; $h(t), v(t)$ - horizontalna i vertikalna koordinata zgloba kuka.



Sl.2.: Karakteristične konfiguracije dvonožnog hoda

Autori obrazuju diferencijalne jednačine kretanja različitih delova mehanizma u obliku Lagrange-ovih jednačina drugog reda. Dobijeni sistem se sastoji od pet nelinearnih diferencijalnih jednačina drugog reda. Dobijeni sistem treba rešiti tako da obezbeđuje periodičan hod. Međutim, čak i u ravanskom kretanju, pri rešavanju ovog zadatka, nailazi se na nepremostive teškoće, posebno sa stanovišta funkcionalnosti dobijenih rešenja. To je autore navelo na izvesna uprošćavanja. Osnovna ideja bila je u propisivanju vertikalne i horizontalne koordinate zgloba kuka. Ovo kretanje predstavlja pomoćna ograničenja koja se mogu napisati za nogu u fazi oslanjanja, fazi odraza i fazi prenosa. Na taj način moguće je razdvojiti sistem u tri nezavisna segmenta. Zatim je uvedeno uprošćenje da su svi parcijalni izvodi jednaki. To omogućava da se zglob kuka posmatra kao početak pokretnog koordinatnog sistema, sa propisanim zakonom kretanja horizontalne i vertikalne koordinate, u oznaci $\tilde{f}(t)$ i $\tilde{g}(t)$. Na taj način autori su dobili takozvanu uprošćenu dinamiku.

Neka su x_1, x_2 uglovi natkolenog i potkolenog dela (za fazu oslanjanja, fazu odraza i fazu prenosa); $x_3 = \dot{x}_1$; $x_4 = \dot{x}_2$.

Pod navedenim pretpostavkama mogu se dobiti jednačine prvog reda u konačnom obliku:

$$\dot{x}(t) = f(x, \tau, t)$$

gde su:

$$\dot{x}_1 = x_3 ; \quad \dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{\delta} \{ (\tilde{R}_3 + \tilde{u}_1) A_2 + t_7 (\tilde{R}_4 + \tilde{u}_2) \}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{\delta} \{ t_7 (\tilde{R}_3 + \tilde{u}_1) + t_8 (\tilde{R}_4 + \tilde{u}_2) \}$$

$$\tilde{R}_3 = - C_3 t_5 x_4 (x_4 - 2x_3) - (C_1 t_1 - C_2 t_3) (\ddot{g} + g)$$

$$\tilde{R}_4 = - C_3 t_5 x_3^2 - C_3 t_6 (\ddot{g} + g)$$

$$\tilde{u}_1 = \begin{cases} u_1 + M_\alpha + Y(l_1 t_1 - l_2 t_3) + X(l_1 t_2 + l_2 t_4) & - \text{u oslanjanju} \\ u_1 + M'_\alpha + Y'(l_1 t'_1 - l_2 t'_3) + X'(l_1 t'_2 + l_2 t'_4) & - \text{u odrazu} \\ u_1 & - \text{u prenosu} \end{cases}$$

$$\tilde{u}_2 = \begin{cases} u_2 - M_\alpha + Y l_2 t_3 - X l_2 t_4 & - \text{u oslanjanju} \\ u_2 - M'_\alpha + Y' l_2 t'_3 - X' l_2 t'_4 & - \text{u odrazu} \\ u_2 & - \text{u prenosu} \end{cases}$$

$\tilde{v} \triangleq \ddot{g}$; $\delta = A_2 t_8 - t_7^2 \triangleq$ determinanta matrice dinamike sistema

$$t_8 = A_1 + A_2 + 2C_3 t_6 ; \quad t_7 = A_2 + C_3 t_6 ; \quad t_9 = t_8 - t_7$$

$$\text{dalje je: } A_1 = I_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2 ; \quad A_2 = I_2 + m_2 a_2^2$$

$$A_\omega = I_\omega + m_\omega a_\omega^2 ; \quad C_1 = m_1 a_1 + m_2 l_1 ; \quad C_2 = m_2 a_2 ; \quad C_3 = m_2 a_2 l_1$$

$$t_1 = \sin(\phi - \phi_0) ; \quad t_2 = \cos(\phi - \phi_0) ; \quad t_3 = \sin(\gamma - \phi + \phi_0)$$

$$t_4 = \cos(\gamma - \phi + \phi_0) ; \quad t_5 = \sin \gamma ; \quad t_6 = \cos \gamma$$

$$t'_1 = \sin(x_1 - \phi_0) ; \quad t'_2 = \cos(x_1 - \phi_0) ; \quad t'_3 = \sin(x_2 - x_1 + \phi_0)$$

$$t'_4 = \cos(x_2 - x_1 + \phi_0) ; \quad t'_5 = \sin x_2 ; \quad t'_6 = \cos x_2$$

u_1 i u_2 - momenat mišićnih grupa u zglobu kuka i u zglobu kolena;

M_α i M'_α - momenat u skočnom zglobu noge u fazi oslonca i u fazi odraza;

Y, X i Y', X' - komponente sile reakcije u skočnom zglobu noge u fazi oslonca i u fazi odraza.

Na bazi usvojenog kretanja zgloba kuka, dobijaju se nova ograničenja: Prvo, u fazi odraza, skočni zglob opisuje kružni luk oko trenutne tačke dodira stopala i podloge, te x_1 i x_2 nisu nezavisno promenljive, već u ovoj fazi obrazuju dodatno ograničenje; Drugo, u fazi oslanjanja, centar pritiska se postepeno pomera od pete ka prstima, te su kinematska ograničenja definisana koordinatama stopala (x_A, y_A) sa datim zakonom kretanja $(q(t), p(t))$.

Za kompletiranje dinamičkih jednačina i kinematičkih ograničenja potrebno je odrediti momente i sile reakcije u skočnom zglobu. Pod pretpostavkom da su vertikalna i horizontalna (f_v i f_h) komponenta sila reakcije dovoljno velike i zanemarujući pri tom inercijalne članove i težinu, može se na osnovu usvojenih pretpostavki dobiti da je $Y = f_v$, $X = f_h$, $M_a = f_v(x_p - x_A) + f_h(y_A - y_p)$, gde su (x_p, y_p) koordinate centra pritiska. Posle izvesnih faza, autori su dobili sistem sa dva stepena slobode, sa kinematičkim ograničenjima i silama i momentima u skočnom zglobu. Kinematska ograničenja nametnuta su kretanjem nogu. Ovako dobijenom sistemu propisuju se granični uslovi koji obezbeđuju ponovljivost. Zatim je izvršena optimizacija dobijenog dekuplovanog modela, koja se sastoji u sledećem: odrediti momente $u_1(t)$ i $u_2(t)$, tako da se obezbedi ponovljivost kretanja i u isto vreme minimizira funkcija (na bazi principa maksimuma):

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (r_1 u_1^2 + r_2 u_2^2) dt$$

za $r_1, r_2 > 0$. Prema autorima ova funkcija karakteristična je za energetske gubitke. Koristeći i dalje izvesna uprošćavanja, sistem diferencijalnih jednačina svodi se na četiri jednačine prvog reda sa graničnim uslovima, čije rešenje se dobija na digitalnom računaru.

Prema tome, autori su uz niz ograničenja dobili matematički model dekuplovanog sistema, koji praktično predstavlja jednačine geometrijskih veza. Međutim, između pojedinih delova sistema postoje ne samo kinematičke već i dinamičke veze,

koje se ni u kom slučaju ne mogu mimoći kod antropomorfnih modela za proizvodjenje veštačkog hoda.

1.1.2. Sračunavanje momenata u zglobovima primenom matematičkog modela

Moreinis i Gricenko [2] razvili su i ispitivali matematički i fizički model hoda, prikazan na sl. 3. Ispitivanja su se sastojala u dobijanju informacije o dinamičkim karakteristikama hoda zdravih ljudi i onih koji upotrebljavaju proteze. Pri formiranju jednačina kretanja, usvojena je pretpostavka da su segmenti ljudskog tela potpuno kruti i da imaju konstantne momente inercije i položaje centara masa. Veze medju segmentima su stacionarne i sistem je holonoman. Kretanje fizičkog modela odvija se na bazi pretpostavljenih momenata mišićnih sila oko centara obrtanja O_i , koji su nazvani momenti u zglobovima. Takvi su i momenti sila trenja, pri čemu je međusobno dejstvo donjih ekstremiteta i podloge zamenjeno silama reakcije podloge. Diferencijalne jednačine kretanja ovako definisanog sistema napisane u obliku Lagrange-ovih jednačina drugog reda, mogu se svesti na četiri jednačine za svaku nogu. Deveta jednačina odgovara generalisanoj koordinati φ_T . Izostavljajući indeks za oznaku leva ili desna noga, jednačine se mogu napisati u sledećem obliku:

$$M_i = M_{i+1} + \sum_{j=1}^4 \varphi_{ij} [\varphi_j \cos(\varphi_j - \varphi_i) + \dot{\varphi}_j^2 \sin(\varphi_j - \varphi_i)] + c_i [\ddot{x} \cos \varphi_i + (\ddot{z} + g) \sin \varphi_i] - D_i (F_z \sin \varphi_i - F_x \cos \varphi_i)$$

gde su:

$$D_i = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_R \\ \dot{x} \end{pmatrix}, \quad \varphi_{ij} = \frac{G_j}{g} l_j + \frac{\sum_{k=j+1}^4 G_k}{g} L_j \quad (\text{za } i \leq j, k \leq 4)$$

$$\varphi_{ij} = \frac{G_i}{g} \varphi_i^2 + \frac{\sum_{k=i+1}^4 G_k}{g} L_i^2 ; \quad C_i = \frac{G_i}{g} l_i + \frac{\sum_{k=i+1}^4 G_k}{g} L_i$$

G_i - težine segmenata; L_i - dužina segmenata; l_i - položaj težišta pojedinih segmenata; g - ubrzanje sile zemljine teže; φ_i - generalisane koordinate; F_z, F_x - vertikalna i horizontalna komponenta reakcije; L_R - rastojanje od skočnog zgloba do napadne tačke reakcije podloge; Poslednja jednačina je oblika:

$$- M_i^L - M_i^R = \frac{G_0}{g} \dot{\varphi}_T (l_T^2 - J_{0T}) + l_T (\bar{x} \cos \varphi_T - \bar{z} \sin \varphi_T) - G_0 l_T \sin \varphi_T$$

gde su: G_0 - težina trupa; l_T - položaj težišta trupa; J_{0T} - moment inercije trupa.

Na bazi dobijenih informacija o zakonima promene generalisanih koordinata, sile reakcije i njene napadne tačke moguće je primeniti dobijene jednačine za određivanje momenta mišićnih sila, koji se odvija po sledećem algoritmu:

1. uvođenje dekovih polaznih informacija, konstanta i procesa, koji su funkcije vremena a dobijeni su eksperimentalno;
2. transformacija polaznih informacija u usvojenoj razmeri;
3. sračunavanje izvoda generalisanih koordinata, metodom numeričkog diferenciranja;
4. sračunavanje vrednosti momenata u zglobovima i
5. sračunavanje vrednosti snaga u zglobovima.

Rezultati sračunavanja mogu se upotrebiti za ocenu potrebne snage prilikom hoda sa protezom različitih konstrukcija, kao i za informacije potrebne pri konstrukciji antropomorfnih mehanizama.

Kato I. sa saradnicima [3] razvio je slično tro-segmentni mehanički model.

Gurfinkelj sa saradnicima [4] proširio je mogućnost za određivanje pogonskih momenata kod dvonožne lokomocije tako

što su ugaone promenljive preko elektrogenometrijskih davača uvedene u digitalni računar pomoću analogno-digitalnog pretvarača. Razmatran je opšti problem sa proizvoljnim brojem segmenata, sa sledećim pretpostavkama: kretanje nogu je ravansko; noga se sastoji od četiri kruta segmenta, povezana zglobovima; raspodela mase unutar svakog segmenta je konstantna i ne zavisi od mišićnog napora ili međusobnog položaja segmenata. Neka na proizvoljan segment deluje rezultanta spoljašnjih sila F_k a ostale oznake su sledeće: O_k - osa k-tog zgloba; m_k - masa k-tog segmenta; ϕ_k - ugao izmedju segmenata; l_k - rastojanje izmedju ose k-tog i (k+1)-tog zgloba; r_k - rastojanje izmedju ose k-tog zgloba i težišta k-tog segmenta; α_k - ugao, koji određuje položaj težišta k-tog segmenta u odnosu na uzdužnu osu; $\rho_k(\sigma_k)$ - funkcija, koja određuje granične uglove k-tog segmenta.

Autori su takođe upotrebili Lagrange-ove jednačine. Kao generalisane koordinate odabrani su uglovi izmedju segmenata $\{\phi_1, \dots, \phi_N\}$. Ugao ϕ_1 razlikuje se od ugla prema vertikali za izvesni ugao $\phi_0(t)$, što odgovara promeni ugla trupa prema vertikali. Pod navedenim pretpostavkama i usvojenim oznakama, jednačine kretanja su:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=s}^N \{ J_k \ddot{\gamma}_k + m_k r_k \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{k+1} l_j [\ddot{\gamma}_j \cos(\beta_k - \gamma_j) + \dot{\gamma}_j^2 \sin(\beta_k - \gamma_j)] \} + \\
 & + \sum_{k=1}^N m_k \sum_{j=s}^{k-1} l_j (-1)^{k+1} r_k [\ddot{\gamma}_k \cos(\beta_k - \gamma_j) - \dot{\gamma}_k^2 \sin(\beta_k - \gamma_j)] + \\
 & + \sum_{i=1}^{k-1} (-1)^{i+j} l_i [\ddot{\gamma}_i \cos(\gamma_j - \gamma_i) + \dot{\gamma}_i^2 \sin(\gamma_j - \gamma_i)] \} + \\
 & + \sum_{k=5}^N (-1)^{k+1} m_k r_k [\ddot{x} \cos \beta_k + (\ddot{y} - g) \sin \beta_k] + \\
 & + \sum_{k=1}^N m_k \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{j+1} l_j [\ddot{x} \cos \gamma_j + (\ddot{y} - g) \sin \gamma_j] -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{k=s}^N (-1)^{k+1} \rho_k [F_k^X \cos \psi_k + F_k^Y \sin \psi_k] - \\
 & - \sum_{k=1}^N \sum_{j=5}^{k-1} (-1)^{j+1} \beta_j [F_k^X \cos \gamma_j + F_k^Y \sin \gamma_j] = M_s \quad s = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned}$$

gde su: $\gamma_k = \sum_{i=0}^k \phi_i$; $\beta_k = \gamma_k + \alpha_k$; $\psi_k = \gamma_k + \sigma_k$; $\rho_k = \rho_k(\sigma_k)$

$\bar{X}(t)$ i $\bar{Y}(t)$ su projekcije ubrzanja tačke vešanja O_1 na ose $\{xoy\}$.

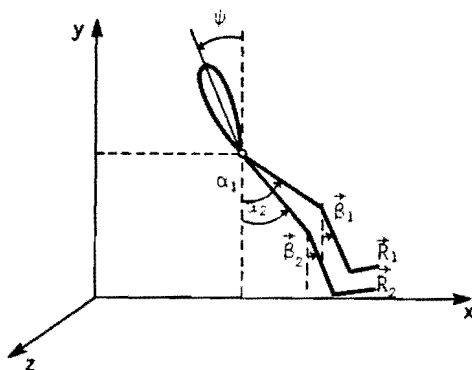
Konkretne vrednosti za $\phi_0(t)$, $\bar{X}(t)$, $\bar{Y}(t)$, $\dot{F}_k(t)$ i $\phi_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, N$) (koje se dobijaju merenjem ili računaju iz posebnih veza), upotrebljavaju se za određivanje momenata unutrašnjih sila u svim zglobovima proizvoljnog mehanizma, po navedenim jednačinama kretanja. Ove jednačine su direktno primenljive za analizu ljudskog hoda.

1.2. POLUINVERZNI METOD

Pristup modelovanju uređjaja za proizvodjenje veštačkog antropomornog hoda, koji je M. Vukobratović detaljno opisao [5], V.V. Belecki nazvao je poluinverzni metod. Ovaj metod ima opšti karakter a u sintezi dinamičkih nominala aktivnih mehanizama nije vezan za oblik formiranja matematičkih modela. V. V. Belecki je ovaj metod primenio u nemašinskom formiranju matematičkih modela u izučavanju dinamike dvonožnog hoda. Predloženi metod M. Vukobratovića biće detaljno opisan u drugoj glavi, a ovde ćemo ukratko navesti samo osnovnu ideju.

U cilju postizanja funkcionalnih pokreta, delu složenog sistema unapred propisujemo izvesnu dinamičku formu. Preostali deo sistema treba rešiti tako da preko svoje "otvorene" dinamike održi sistem u dinamičkoj ravnoteži sa nametnutim granničnim uslovima i odgovarajućim dinamičkim vezama dobijenim u zavisnosti od klase zadatka. Ovako formirani skup nominalnih dinamičkih režima otvara nove mogućnosti u upravljanju složenim sistemima na relativno jednostavan način.

V.V. Belecki sa saradnicima [6-8] je na bazi opisanog metoda proučavao model na sl. 3. Model se sastoji od pet segmenata: trupa i dve jednake noge. Svaka od nogu ima butni deo dužine $2a$ i potkolenicu dužine $2b$. U tački O , vešanja nogu za trup, nalazi se centar mase karličnog dela, koji je predstavljen kao materijalna tačka mase m_0 . Položaj karličnog dela opisan je Dekartovim koordinatama x, y a položaj nogu i trupa uglovima: $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \psi$ (sl. 3.). Usvojene su sledeće generalisane koordinate: $x; y; \psi; \alpha_1; \beta_1; \alpha_2; \beta_2$. Ostale oznake su: u_1, u_2 - pogonski momenti u svakom kolenu mehanizma; q_1, q_2 - pogonski momenti izmedju butnog dela i trupa; $\vec{R}_i, i = 1, 2$ sile reakcije (sl. 3.); M - masa trupa; r - rastojanje od tačke O do centra mase trupa; J - momenat inercije trupa u odnosu na osu z u tački O ; m_a - masa butnog dela; a - rastojanje od tačke O do centra mase butnog dela; J_a - momenat inercije butnog dela u odnosu na osu z u tački O ; m_b - masa potkolenice; b - rastojanje od kolena do centra mase potkolenice; J_b - momenat inercije potkolenice u odnosu na z osu u tački kolena; g - ubrzanje zemljine teže ($g = 9,81 \text{ m/sec}^2$).



Sl. 3.: Mehanički model sa pet segmenata

Dalje su uvedene sledeće oznake:

$$M = m_0 + 2m_a + 2m_b + M ; \quad J_a^* = J_a + 4m_b a^2$$

$$K_a = (m_a + 2m_b)a ; \quad K_b = m_b b$$

$$J_{ab} = 2m_b ab ; K_r = Mr$$

Diferencijalne jednačine kretanja ovako definisanog sistema napisane u obliku Lagrange-ovih jednačina drugog reda, dobijaju oblik:

$$M\ddot{x} + K_r(\dot{\psi}\cos\psi - \dot{\psi}^2\sin\psi) + \sum_{i=1}^2 \{K_a(\ddot{\alpha}_i\cos\alpha_i - \dot{\alpha}_i^2\sin\alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i\cos\beta_i - \dot{\beta}_i^2\sin\beta_i)\} = Q_x \quad (1.1.)$$

$$M\ddot{y} - K_r(\dot{\psi}\sin\psi + \dot{\psi}^2\cos\psi) + \sum_{i=1}^2 K_a(\ddot{\alpha}_i\sin\alpha_i + \dot{\alpha}_i^2\cos\alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i\sin\beta_i + \dot{\beta}_i^2\cos\beta_i) = Q_y - Mg \quad (1.2.)$$

$$J\ddot{\psi} - K_r(\ddot{x}\cos\psi + \ddot{y}\sin\psi) - gK_r\sin\psi = Q_\psi \quad (1.3.)$$

$$J_a^* \ddot{\alpha}_i + J_{ab}\ddot{\beta}_i\cos(\alpha_i - \beta_i) + K_a(\ddot{x}\cos\alpha_i + \ddot{y}\sin\alpha_i) + J_{ab}\dot{\beta}_i^2\sin(\alpha_i - \beta_i) + gK_a\sin\alpha_i = Q_{\alpha_i}, \quad i = 1, 2 \quad (1.4.)$$

$$J_b\ddot{\beta}_i + J_{ab}\ddot{\alpha}_i\cos(\alpha_i - \beta_i) + K_b(\ddot{x}\cos\beta_i + \ddot{y}\sin\beta_i) - J_{ab}\dot{\alpha}_i^2\sin(\alpha_i - \beta_i) + gK_b\sin\beta_i = Q_{\beta_i}, \quad i = 1, 2 \quad (1.5.)$$

gde su

$$Q_x = \sum_{i=1}^2 R_{ix}; \quad Q_y = \sum_{i=1}^2 R_{iy}; \quad Q_\psi = - \sum_{i=1}^2 q_i$$

$$Q_{\alpha_i} = -u_i + q_i + 2a(R_{ix}\cos\alpha_i + R_{iy}\sin\alpha_i)$$

$$Q_{\beta_i} = u_i + 2b(R_{ix}\cos\beta_i + R_{iy}\sin\beta_i)$$

Pod pretpostavkom da se kretanje odvija samo u jednoj ravni i u domenu malih oscilacija, V.V. Belecki je u [6] dobio analitičko rešenje linearizovanog sistema (1.1.) - (1.5.). Li-

nearne diferencijalne jednačine kretanja su:

$$M\ddot{x} - K_R\ddot{\psi} + \sum_{i=1}^2 (K_a\ddot{\alpha}_i + K_b\ddot{\beta}_i) = \sum_{i=1}^2 R_{ix} \quad (1.6.)$$

$$M\ddot{y} = -Mg + \sum_{i=1}^2 R_{iy} \quad (1.7.)$$

$$J\ddot{\psi} - K_R(\ddot{x} + \ddot{y}\psi) - gK_R\psi = - \sum_{i=1}^2 q_i \quad (1.8.)$$

$$J_a^*\ddot{\alpha}_i + J_{ab}\ddot{\beta}_i + K_a(\ddot{x} + \ddot{y}\alpha_i) + gK_a\alpha_i = -u_i + q_i + 2a(R_{ix} + \alpha_i R_{iy}); \quad i = 1, 2 \quad (1.9.)$$

$$J_b\ddot{\beta}_i + J_{ab}\ddot{\alpha}_i + K_b(\ddot{x} + \ddot{y}\beta_i) + gK_b\beta_i = u_i + 2b(R_{ix} + \beta_i R_{iy}); \quad i = 1, 2 \quad (1.10.)$$

Primenjujući poluinverzni metod, propisuje se kretanje nogu zadato tabelom 1. Pri kretanju, tačka O (sl. 3.) je na stalnom rastojanju od horizontalne ravni, tj. $y - y_v = h = \text{const.}$ Ostale oznake u tabeli su: $\kappa = 2(a + b) - h$; $a_\alpha = \sqrt{\kappa/a}$; $a_\beta = \sqrt{\kappa/b}$; $\omega = 2\pi/T$.

TABELA 1.

	faza oslonca $0 \leq t \leq T/2$	faza prenosa $T/2 \leq t \leq T$
α_1	$a_\alpha \cos(\omega t - \tau_0)$	$a_\alpha \cos(\omega t + \tau_0)$
β_1	$-a_\beta \sin(\omega t - \tau_0)$	$a_\beta \sin(\omega t + \tau_0)$
α_2	$-a_\alpha \cos(\omega t + \tau_0)$	$-a_\alpha \cos(\omega t - \tau_0)$
β_2	$-a_\beta \sin(\omega t + \tau_0)$	$a_\beta \sin(\omega t - \tau_0)$

Sada se kretanje trupa opisuje jednom linearnom diferencijalnom jednačinom drugog reda:

$$J_0 \ddot{\psi} - n_0^2 \psi = C \cos \omega t + S \sin \omega t, \quad \text{za } 0 \leq t \leq T/2 \quad (1.11.)$$

$$J_0 \ddot{\psi} - n_0^2 \psi = -(C \cos \omega t + S \sin \omega t), \quad \text{za } T/2 \leq t \leq T \quad (1.12.)$$

gde je

$$C = (m_* l_* \omega^2 + Mg) 2\sqrt{\kappa(a+b)}$$

$$S = \left[(J_\alpha \omega^2 - n_\alpha^2) \sqrt{\frac{b}{a}} - (J_\beta \omega^2 - n_\beta^2) \sqrt{\frac{a}{b}} \right] \cdot 2\sqrt{\frac{\kappa}{a+b}}$$

$$J_0 = J + 2K_R(a+b); \quad J_\alpha = J_a^* + J_{ab} - 2(a+b)K_a$$

$$J_\beta = J_b + J_{ab} - 2(a+b)K_b; \quad n_0^2 = gK_R; \quad n_\alpha^2 = gK_a; \quad n_\beta^2 = gK_b$$

$$2(a+b)M + K_R - 2(K_a + K_b) = m_* l_*$$

Opšte rešenje jednačine (1.11.) je

$$\psi = C_1 e^{-\mu t} + C_2 e^{+\mu t} - (D \cos \omega t + B \sin \omega t) \quad (1.13.)$$

$$D = \frac{m_* l_* \omega^2 + Mg}{J_0 \omega^2 + n_0^2} 2\sqrt{\kappa(a+b)}; \quad \mu = \frac{n_0}{\sqrt{J_0}}; \quad B = \frac{S}{J_0 \omega^2 + n_0^2}$$

Opšte rešenje jednačine (1.12.) je

$$\psi = C_1' e^{-\mu t} + C_2' e^{+\mu t} + (D \cos \omega t + B \sin \omega t) \quad (1.14.)$$

Konstante integracije određene su iz uslova ponovljivosti hoda:

$$C_2 = (D + \frac{\omega}{\mu}) \frac{1}{1 - e^{\mu T/2}}; \quad C_2' = (D - \frac{\omega}{\mu} B) \frac{e^{\mu T/2}}{1 - e^{+\mu T/2}}$$

$$C_1 = -(D - \frac{\omega}{\mu} B) \frac{e^{\mu T/2}}{1 - e^{\mu T/2}}; \quad C_1' = -(D - \frac{\omega}{\mu} B) \frac{e^{\mu T}}{1 - e^{\mu T/2}}$$

Horizontalna komponenta sile reakcije dobija sledeći oblik:

$$R_x = \rho_C \cos \omega t + \rho_S \sin \omega t - \frac{K_R n_0^2}{J_0} \psi(t)$$

$$\rho_c = 2M\sqrt{\kappa(a+b)} \cdot \omega^2 - \frac{K_r}{J_0} C ;$$

$$\rho_s = 2\omega^2 (K_b \sqrt{\frac{\kappa}{b}} \sqrt{\frac{a}{a+b}} - K_a \sqrt{\frac{\kappa}{a}} \sqrt{\frac{a}{a+b}}) - \frac{K_r}{J_0} S,$$

gde se konstante C , S i funkcija $\psi(t)$ računaju po napred dobijenim izrazima. Na sličan način autor je u [6] dobio analitičko rešenje linearizovanog sistema i za druge propisane zakone kretanja nogu.

V.V. Belecki sa saradnicima je u [7] rešavao nelinearni sistem (1.1.) - (1.5.) iterativnim postupkom na bazi modifikovane Njutnove metode za rešavanje sistema nelinearnih diferencijalnih jednačina prvog reda sa graničnim uslovima. U radu [8] proučavali su kretanje hodajućeg aparata u nepristupačnim sredinama.

1.3. MAŠINSKI ALGORITMI ZA SASTAVLJANJE MATEMATIČKIH MODELA AKTIVNIH MEHANIZAMA

Prebacivanjem formiranja matematičkih modela aktivnih mehanizama na digitalne računare, došlo je do formiranja opšteg računskog algoritma za modeliranje široke klase različitih mehanizama. Na bazi ulaznih informacija algoritam se prvo automatski podešava za analizu zadatog mehanizma, a zatim automatski "formira" njegove diferencijalne jednačine. Ovde će biti prikazani najvažniji rezultati u domenu potpuno automatskog sastavljanja diferencijalnih jednačina kretanja aktivnih mehanizama opšte strukture primenom digitalnih računara. U zavisnosti od tipa zadatka, ovako formiranom algoritmu nameću se specifični uslovi u cilju dobijanja funkcionalnih rešenja.

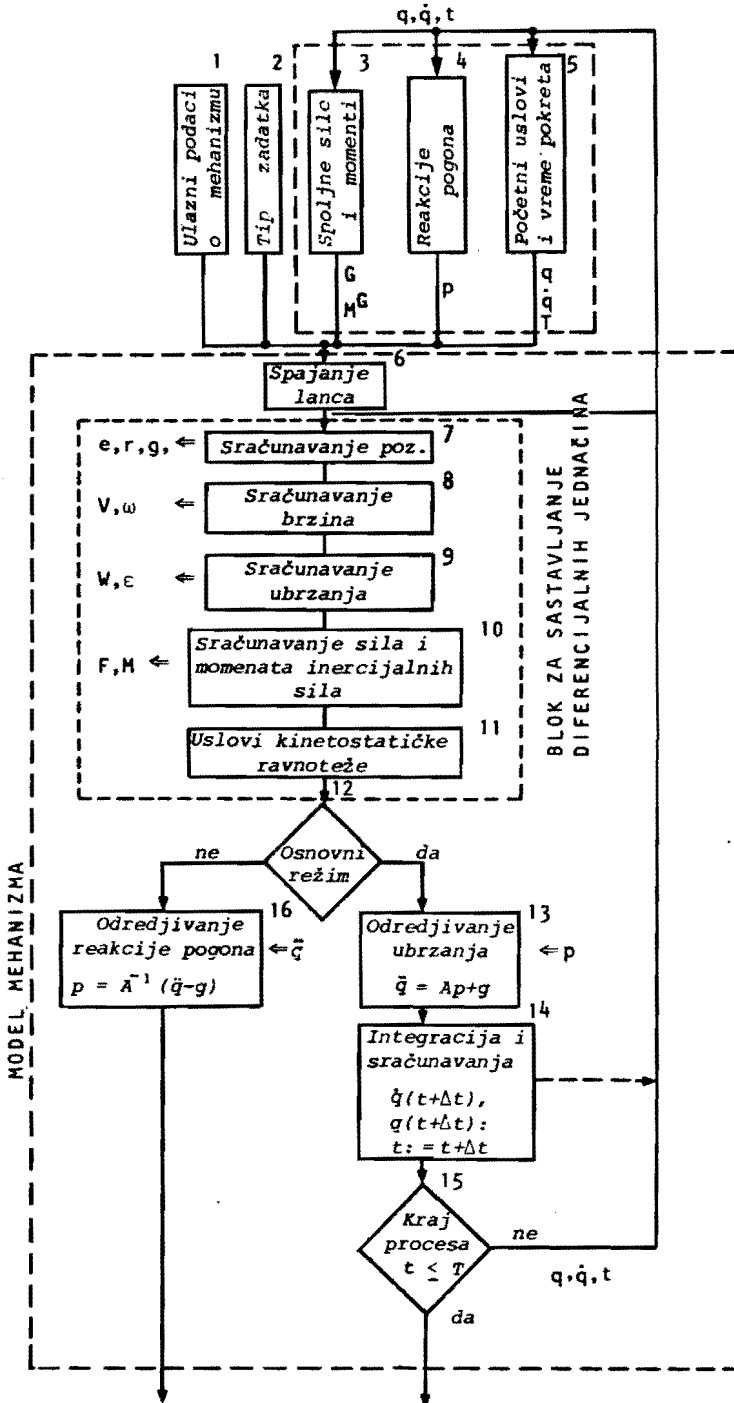
Na osnovu postavljenog cilja, algoritmu za potpuno automatsko sastavljanje jednačina primenom digitalnih računara postavljaju se sledeći zahtevi: potrebno je dati informaciju samo o kinematičkoj šemi mehanizma; njegovim parametrima; vrsti problema koji se rešava. Na bazi tih informacija, algoritam treba da: formira mehanizam na osnovu kinematičke šeme; iz-

računa položaj, brzinu i ubrzanje segmenata mehanizma; "formira" diferencijalne jednačine kretanja i jednačine dinamičkih veza; integrira sastavljene jednačine dinamičkih veza sa navedenim specifičnim uslovima na bazi razradjenih iteracionih postupaka. Iz ovih zahteva dobijamo mogućnost izbora jedinstvenog modela aktivnog mehanizma, iz skupa modela različitih kinematičkih šema. Prelazak na analizu drugog modela postiže se izmenom ulaznih parametara o kinematičkoj šemi mehanizma i algoritam se automatski podešava za analizu takvog mehanizma. Prvi rezultati u potpuno automatskom sastavljanju jednačina sa navedenim zahtevima pojavili su se u radovima [9,10] i primenjeni su za dinamičku analizu manipulatora i veštačkog antropomorf-nog hoda.

Saglasno opisanoj koncepciji, potpuno mašinske metode koje su začete pre nekoliko godina paralelno u Institutu Mašinstvo u Moskvi i Institutu "M. Pupin" u Beogradu i u njegovom odeljenju za robotiku, razvijene su praktično do kraja u svim svojim varijantama. Ovde će biti prikazane metode koje se mogu svrstati u sledeće kategorije: metode bazirane na osnovnim teoremama mehanike; metode na bazi Lagrange-ovih jednačina; metode na bazi "energije" ubrzanja. Zajedničko za ove metode biće formiranje rekurentnih relacija u mašinskom algoritmu tako da se izbegne diferenciranje bilo kakvog analitičkog izraza, pošto numeričko diferenciranje unosi znatne greške u matematički model.

1.4. METODA ZA SASTAVLJANJE DINAMICKIH JEDNAČINA NA BAZI OSNOVNIH TEOREMA MEHANIKE

Ovo je potpuno automatska metoda koju su razvili J. Stepanenko i M. Vukobratović [9], [11], [12], [13], [14]. Na sl. 4. prikazana je blok šema modeliranja prostornog jednostrukog kinetičkog lanca. Algoritam je sastavljen od osnovnih zakona mehanike, tako da je u principu opšteg karaktera. Model programski prima obeležje posebnog mehanizma na bazi ulaznih podataka



Sl. 4.: Blok šema modeliranja prostornog jednostrukog kinematičkog lanca

o strukturi mehanizma i njegovim parametrima.

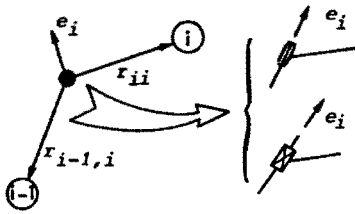
Za postavljanje modela u radni režim potrebno je nekoliko pomoćnih blokova za informacije o: strukturi mehanizma i parametrima (blok 1), tipu zadatka (blok 2), režimu rada (blok 3 - 5). Blok za sastavljanje diferencijalnih jednačina sastoji se iz sledećih faza: za dati trenutak t , sračunavaju se položaji osa i osa zglobova svih članova mehanizma u fiksnom koordinatnom sistemu, na bazi poznatih relativnih kretanja članova mehanizma (blok 7); određivanje ugaonih i linearnih brzina (blok 8) i ubrzanja (blok 9) bez numeričkog diferenciranja relacija za pozicije; određuju se sile i momenti usled inercijalnih sila svih članova mehanizma (blok 10); postavlja se jednačine kinetostatičke ravnoteže na bazi D'Alambertovog principa (blok 11). U bloku 12 vrši se podela na osnovni i dopunski režim rada. U osnovnom režimu određuje se zakon kretanja mehanizma pod dejstvom poznatih spoljašnjih sila i reakcija pogonskog sistema. Na osnovu izlaza iz bloka 4 dobija se sistem linearnih algebarskih jednačina po nepoznatim ubrzanjima $\ddot{q}(t)$. Rešavanjem ovog sistema jednačina dobijaju se stvarne vrednosti ubrzanja (blok 13). U bloku 14 vrši se integracija na osnovu neke standardne numeričke metode za rešavanje sistema diferencijalnih jednačina sa integracionim korakom Δt . Tako sračunate fazne koordinate su početne vrednosti u sledećem integracionom koraku. Na taj način diferencijalne jednačine se formiraju na svakom koraku integracije. Proces se nastavlja do postavljenog kriterijuma u bloku 15.

Drugi režim rada u bloku 16 određuje takve reakcije pogona koji obezbeđuju odgovarajući dinamički režim na osnovu poznatog zakona kretanja članova mehanizma.

1.4.1. Kinematički lanac

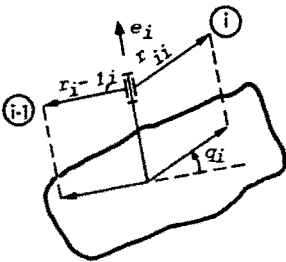
Na sl. 5. prikazan je kinematički par V klase. To je par sa jednim stepenom slobode (translacija ili rotacija) i zvaćemo ga zglob. Jedinični vektor ose para označimo sa \vec{e}_i , koji polazi kroz centar zgloba. Vektori $\vec{r}_{i-1,i}$ i $\vec{r}_{i,i}$ su res-

pektivno vektori od centra zgloba do težišta $i-1$ -tog i i -tog segmenta. Kinematički par V klase je najprostiji i njihovom kombinacijom mogu se formirati različiti kinematički parovi drugih klasa [15].

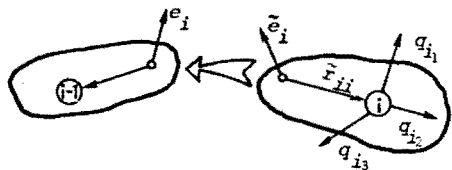


Sl. 5.: Kinematički par V klase

Članovi mehanizma se razmatraju kao kruta tela mase m_i i momenta inercije J_{i_1} , J_{i_2} , J_{i_3} . Unutrašnji koordinatni sistem i -tog člana označimo sa normalizovanom koordinatnom bazom q_{ij} ($j = 1, 2, 3$). Ose unutrašnjeg sistema orijentisane su duž glavnih centralnih osa inercije. Usvojimo kao generalisanu koordinatu kinematičkog para ugao relativnog okretanja q_i , definisan kao ugao između projekcije vektora $-\vec{r}_{i-1,i}$ i $\vec{r}_{i,i}$ na ravan normalnu na osu zgloba \vec{e}_i (sl. 6.). Neka su poznate trajektorije vektora $\vec{r}_{i-1,i}$ i \vec{e}_i u fiksnom koordinatnom sistemu. Sada je potrebno "prisajediniti" sledeći i -ti segment i odrediti njegove parametre u fiksnom sistemu. U unutrašnjem koordinatnom sistemu



Sl. 6.: Definicija generalisane koordinate kinematičkog para



Sl. 7.: Parametri unutrašnjeg i fiksnog koordinatnog sistema

označimo vektor ose zgloba sa \vec{e}_1 i vektor iz centra zgloba do težišta sa $\vec{r}_{1,1}$ (sl. 7.). "Sjedinjavanje" se sastoji u određivanju uslova za poklapanje vektora \vec{e}_1 i \vec{e}_1 i određivanju komponente vektora $\vec{r}_{1,1}$ i q_{1j} ($j = 1, 2, 3$) u fiksnom koordinatnom sistemu. Izostavimo radi jednostavnosti donje indekse uz \vec{r} , \vec{r} , \vec{e} , \vec{e} , i uvedimo sledeće vektore u odgovarajućim sistemima:

$$\vec{a} = -\frac{\vec{r}_N}{|\vec{r}_N|}, \quad \vec{\tilde{a}} = \frac{\vec{r}_N}{|\vec{r}_N|}, \quad \vec{b} = \vec{e} \times \vec{a}, \quad \vec{\tilde{b}} = \vec{e} \times \vec{\tilde{a}} \quad (1.15.)$$

gde su $\vec{r}_N = \vec{e} \times (\vec{r} \times \vec{e})$, $\vec{\tilde{r}}_N = \vec{e} \times (\vec{r} \times \vec{e})$.

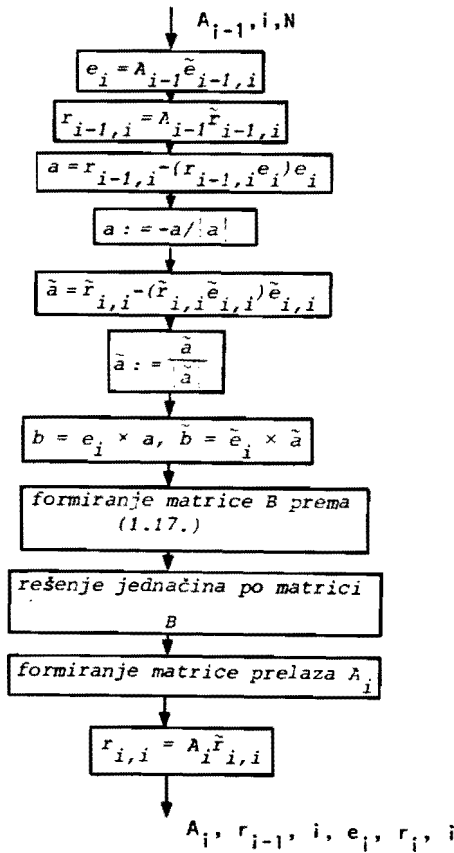
Vektori \vec{e} , \vec{a} , \vec{b} su linearno nezavisni u fiksnom koordinatnom sistemu a vektori $\vec{\tilde{e}}$, $\vec{\tilde{a}}$, $\vec{\tilde{b}}$ u unutrašnjem sistemu. Uslov $q_1 = 0$ dovodi do poklapanja vektora \vec{e} sa $\vec{\tilde{e}}$, \vec{a} sa $\vec{\tilde{a}}$ i \vec{b} sa $\vec{\tilde{b}}$. Uslovi sjedinjavanja su sledeći:

$$\vec{e} = A\vec{\tilde{e}}, \quad \vec{a} = A\vec{\tilde{a}}, \quad \vec{b} = A\vec{\tilde{b}} \quad (1.16.)$$

gde je A - matrica prelaza sa unutrašnjeg sistema koordinata i-tog segmenta na fiksne koordinate. Sistem (1.16.) je, u stvari, linearni sistem jednačina od devet nepoznatih (elementi matrice A). Pošto su vektori koji učestvuju u određivanju matrice A linearno nezavisni, sistem ima jedinstveno rešenje i proširena matrica sistema B ima oblik:

$$B = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|c} \vec{a}^1 & \vec{a}^2 & \vec{a}^3 & 0 & 0 & 0 & a^x \\ & 0 & & \vec{\tilde{a}}^1 & \vec{\tilde{a}}^2 & \vec{\tilde{a}}^3 & 0 & a^y \\ & 0 & & 0 & 0 & \vec{\tilde{a}}^1 & \vec{\tilde{a}}^2 & \vec{\tilde{a}}^3 & a^z \\ \hline \vec{e}^1 & \vec{e}^2 & \vec{e}^3 & 0 & 0 & 0 & e^x \\ & 0 & & \vec{\tilde{e}}^1 & \vec{\tilde{e}}^2 & \vec{\tilde{e}}^3 & 0 & e^y \\ & 0 & & 0 & 0 & \vec{\tilde{e}}^1 & \vec{\tilde{e}}^2 & \vec{\tilde{e}}^3 & e^z \\ \hline \vec{b}^1 & \vec{b}^2 & \vec{b}^3 & 0 & 0 & 0 & b^x \\ & 0 & & \vec{\tilde{b}}^1 & \vec{\tilde{b}}^2 & \vec{\tilde{b}}^3 & 0 & b^y \\ & 0 & & 0 & 0 & \vec{\tilde{b}}^1 & \vec{\tilde{b}}^2 & \vec{\tilde{b}}^3 & b^z \end{array} \right] \quad (1.17.)$$

Posle odredjivanja matrice prelaza A , vektori \vec{r} , \vec{e} se odredjuju prema (1.16.). Blok šema algoritma za "sakupljanje" i -tog kinematičkog para data je na sl. 8. Pretpostavimo da je $(i-1)$ -vi član već pridodat mehanizmu sa poznatom matricom prelaza A_{i-1} . Dalje se pridodaje i -ti član $(i-1)$ -vom i odredjuju vektori $\vec{r}_{i-1,i}$, $\vec{r}_{i,i}$, \vec{e}_i i matrica prelaza A_i za i -ti član.



Sl. 8.: Blok šema sastavljanja kinematičkih parova

1.4.2. Kinematičke i dinamičke karakteristike otvorenog kinematičkog lanca

Pri "sakupljanju" mehanizma određena je pozicija otvorenog kinematičkog lanca za slučaj kad su relativne koordinate q_i u svim zglobovima jednake nuli. Neka su, na primer, date vrednosti relativnog okretanja q_i . Za pomeranje segmenta u zglobovima za dati ugao q , možemo koristiti formulu konačnog obrtanja (formula Rodrig-a):

$$\vec{r}' = \vec{r} \cos q + (1 - \cos q)(\vec{e} \cdot \vec{r})\vec{e} + \vec{e} \times \vec{r} \sin q \quad (1.18.)$$

gde je \vec{r}' vektor posle zakretanja vektora \vec{r} . Koristeći formulu (1.18.) moguće je sračunati poziciju celog lanca. Primenom formule (1.18.) na ortove \vec{q}_{ij} možemo dobiti matricu prelaza A_i za i -ti segment posle okretanja.

Ako je generalisana koordinata q_i linearno kretanje zgloba, menjaju se koordinate vektora od centra razmatranog zgloba do težišta člana. Ta promena je $q_j e_j$. Ostali članovi se kreću linearno tako da se njihove trajektorije ne menjaju.

Na osnovu poznatih relativnih brzina \dot{q} u svim zglobovima i već opisanog načina određivanja pozicije svih članova mehanizma, moguće je sračunati ugaone brzine $\vec{\omega}_i$ svih članova i linearne brzine \vec{v}_i njihovih težišta. Koristeći poznate relacije iz mehanike dobijamo sledeće rekurentne relacije. Za slučaj linearnog para:

$$\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_{i-1}; \quad \vec{v}_i = \vec{v}_{i-1} - \vec{\omega}_{i-1} \times \vec{r}_{i-1,i} + \dot{q}_i \vec{e}_i \quad (1.19.)$$

Za slučaj rotacionog para:

$$\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_{i-1} + \dot{q}_i \vec{e}_i; \quad \vec{v}_i = \vec{v}_{i-1} - \vec{\omega}_{i-1} \times \vec{r}_{i-1,i} + \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{i,i} \quad (1.20.)$$

Obilazeći sve članove mehanizma, preko (1.19.) i (1.20.) dobijamo brzine svih članova.

Za formiranje rekurentnih relacija za određivanje ugaonih brzina $\vec{\epsilon}_i$ svih članova mehanizma i linearna ubrzanja \vec{w}_i svih težišta datih članova, potrebno je znati, koordinate q , relativne brzine \dot{q} i relativna ubrzanja \ddot{q} u svim zglobovima. Te relacije se mogu dati u sledećem obliku:

$$\vec{\epsilon}_i = \sum_{j=1}^i \vec{\alpha}_{ij} \ddot{q}_j + \vec{\theta}_i + \vec{\epsilon}_0; \quad \vec{w}_i = \sum_{j=1}^i \vec{\beta}_{ij} \ddot{q}_j + \vec{n}_i + \vec{w}_0 \quad (1.21.)$$

gde su $\vec{\epsilon}_0, \vec{w}_0$ - ugaono i linearno ubrzanje početnog člana mehanizma. Dalje je za rotacioni kinematički par [14]:

$$\begin{aligned} \vec{\alpha}_{ij} &= \vec{\alpha}_{i-1,j} \quad \text{za } j \neq i; \quad \vec{\alpha}_{ii} = \vec{e}_i; \quad \vec{\theta}_i = \vec{\theta}_{i-1} + \dot{q}_i \vec{\omega}_{i-1} \times \vec{e}_i \\ \vec{\beta}_{ij} &= \vec{\beta}_{i-1,j} + \vec{\alpha}_{i-1,j} \times (\vec{r}_{i,i} - \vec{r}_{i-1,i}) \quad \text{za } j \neq i; \\ \vec{\beta}_{ii} &= \vec{e}_i \times \vec{r}_{i,i} \end{aligned} \quad (1.22.)$$

$$\begin{aligned} \vec{n}_i &= \vec{n}_{i-1} + \vec{\theta}_{i-1} \times (\vec{r}_{i,i} - \vec{r}_{i-1,i}) + \dot{q}_i (\vec{\omega}_{i-1} \times \vec{e}_i) \times \vec{r}_{i,i} + \\ &+ \vec{w}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{r}_{i,i}) - \vec{w}_{i-1} \times (\vec{w}_{i-1} \times \vec{r}_{i-1,i}) \end{aligned}$$

Za linearni kinematički par:

$$\begin{aligned} \vec{\alpha}_{ij} &= \vec{\alpha}_{i-1,j} \quad \text{za } i \neq j; \quad \vec{\alpha}_{ii} = 0; \quad \vec{\theta}_i = \vec{\theta}_{i-1} \\ \vec{\beta}_{ij} &= \vec{\beta}_{i-1,j} + \vec{\alpha}_{i-1,j} \times (\vec{r}_{i,i} - \vec{r}_{i-1,i}) \quad \text{za } j \neq i; \quad \vec{\beta}_{ii} = \vec{e}_i \\ \vec{n}_i &= \vec{n}_{i-1} + \vec{\theta}_{i-1} \times (\vec{r}_{i,i} - \vec{r}_{i-1,i}) + 2\dot{q}_i \vec{\omega}_{i-1} \times \vec{e}_i + \\ &+ \vec{w}_i \times (\vec{w}_i \times \vec{r}_{i,i}) + \vec{w}_{i-1} \times (\vec{w}_{i-1} \times \vec{r}_{i-1,i}). \end{aligned} \quad (1.23.)$$

Primenom rekurentnih relacija za koeficijente (1.22.) i (1.23.) tražene vrednosti ubrzanja dobijamo preko (1.21.).

Za svaki kinematički član lanca i , redukujemo inercijalne sile na težište, a rezultujućí vektor sile i moment označimo sa \vec{F}_i i \vec{M}_i . Primenom izraza (1.21.) u izraz za inercijalnu silu $\vec{F}_i = -m_i \vec{w}_i$ dobijamo:

$$F_i = \sum_{j=1}^i \ddot{a}_{ij} \bar{q}_j + \ddot{a}_i^0 - m_i \ddot{w}_0 \quad (1.24.)$$

gde je $\ddot{a}_{ij} = -m_i \ddot{\beta}_{ij}$; $\ddot{a}_i^0 = -m_i \ddot{\eta}_i$

Primenom matrice prelaza A_i na momenat od inercijalnih sila određen preko Euler-ovih dinamičkih jednačina i određivanjem projekcije ϵ_i^j , projekcije momenta od inercijalnih sila na ose fiksnog sistema biće:

$$\begin{aligned} M_i^j = & - \left[(A_i^{j1} J_{i_1} q_{i_1}^1 + A_i^{j2} J_{i_2} q_{i_2}^1 + A_i^{j3} J_{i_3} q_{i_3}^1) \epsilon_i^1 + \right. \\ & + (A_i^{j1} J_{i_1} q_{i_1}^2 + A_i^{j2} J_{i_2} q_{i_2}^2 + A_i^{j3} J_{i_3} q_{i_3}^2) \epsilon_i^2 + \\ & \left. + (A_i^{j1} J_{i_1} q_{i_1}^3 + A_i^{j2} J_{i_2} q_{i_2}^3 + A_i^{j3} J_{i_3} q_{i_3}^3) \epsilon_i^3 \right] + \lambda_i^j, \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (1.25.)$$

gde je

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_i^1 \\ \lambda_i^2 \\ \lambda_i^3 \end{bmatrix} = A_i \begin{bmatrix} (J_{i_2} - J_{i_3}) (\vec{\omega}_i q_{i_2}) (\vec{\omega}_i q_{i_3}) \\ (J_{i_3} - J_{i_1}) (\vec{\omega}_i q_{i_3}) (\vec{\omega}_i q_{i_1}) \\ (J_{i_1} - J_{i_2}) (\vec{\omega}_i q_{i_1}) (\vec{\omega}_i q_{i_2}) \end{bmatrix} \quad (1.26.)$$

i, j - broj projekcije na odgovarajuću osu fiksnog sistema.

Zamenom A_i^{jk} u (1.25.) dobijamo:

$$\ddot{M}_i = -T_i \vec{\epsilon}_i + \vec{\lambda}_i \quad (1.27.)$$

gde je T - 3×3 matrica, sa komponentama:

$$T_i^{jk} = \sum_{l=1}^3 A_i^{jl} J_{i_l} q_{i_l}^k = \sum_{l=1}^3 q_{i_l}^j q_{i_l}^k J_{i_l} \quad (1.28.)$$

Unoseći u (1.27.) izraz za ugaono ubrzanje dobija se

$$\ddot{M}_i = \sum_{j=1}^i \ddot{b}_{ij} \bar{q}_j + \ddot{b}_i^0 - T_i \vec{\epsilon}_0 \quad (1.29.)$$

gde je: $\vec{b}_{ij} = -\tau_i \vec{a}_{ij}$; $\vec{b}_i^0 = -\tau_i \vec{e}_i + \vec{\lambda}_i$

Reakcije u otvorenom kinematičkom lancu mogu se odrediti na osnovu sledećih rekurentnih relacija:

$$\begin{aligned} \vec{R}_i &= \vec{R}_{i+1} - \vec{f}_i' \\ \vec{M}_i &= \vec{M}_{i+1} + (\vec{r}_{1,i} - \vec{r}_{1,i+1}) \times \vec{R}_{i+1} + \vec{r}_{1,i} \times \vec{f}_i' - \vec{L}_i' \end{aligned} \quad (1.30.)$$

Sila \vec{R}_i i moment \vec{M}_i označavaju ukupnu reakciju u i-tom zglobu. \vec{f}_i' je spoljna inercijalna sila, a \vec{L}_i' odgovarajući momenat redukovan na centar i-tog zgloba. Reakcije pogona za $j > i$ jednake su nuli.

Sve rezultujuće reakcije mogu se odrediti primenom (1.30.) od poslednjeg do prvog člana lanca.

1.4.3. Diferencijalne jednačine kretanja

Obeležimo sa \vec{F}_j' rezultujući vektor zbira inercijalnih i spoljašnjih sila a sa \vec{L}_j' rezultujući vektor zbira momenata inercijalnih sila i momenata spoljašnjih sila, tj.:

$$\vec{f}_j' = \vec{F}_j + \vec{G}_j; \quad \vec{L}_j' = \vec{M}_j + \vec{M}_j^G; \quad \vec{G}_j = \vec{f}_j; \quad \vec{M}_j^G = \vec{L}_j \quad (1.31.)$$

Smenom odgovarajućih izraza (1.24.) i (1.29.) u (1.31.) biće:

$$\vec{f}_j' = \sum_{k=1}^j \vec{a}_{jk} \vec{a}_k + \vec{a}_j^0 - m_j \vec{w}_0 + \vec{G}_j; \quad \vec{L}_j' = \sum_{k=1}^j \vec{b}_{jk} \vec{a}_k + \vec{b}_j^0 - \tau_j \vec{e}_0 + \vec{M}_j^G \quad (1.32.)$$

Na osnovu D'Alambert-ovog principa kinematički lanac biće u ravnoteži, pod dejstvom \vec{f}_i' , \vec{L}_i' i reakcije \vec{P} , ako je:

$$\sum_{i=1}^n (\vec{f}_i' \vec{v}_{ij} + \vec{L}_i' \vec{\omega}_{ij} + \vec{P}_i \vec{q}_{ij}) = 0$$

gde drugi indeks j označava da su brzine \vec{v} , $\vec{\omega}$ nastale samo usled virtuelne brzine \vec{q}_j . Jednačina (1.33.) važi samo za slučaj otvorenog i slučaj zatvorenog kinematičkog lanca. Ako se relativno

kretanje realizuje samo u j-tom zglobu, kod otvorenog lanca, član koji prethodi ovom zglobu ostaje nepokretan. Ako još zbog jednostavnosti pretpostavimo da je $\dot{q}_j = 1$ za otvoreni lanac biće:

$$\sum_{i=1}^n (\vec{P}_i \vec{v}_{ij} + \vec{L}_i \vec{\omega}_{ij}) = -\vec{P}_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (1.34.)$$

Zamenom (1.32.) u (1.34.) diferencijalne jednačine možemo dobiti u sledećoj formi:

$$H\ddot{q} = H_1 P + H_2 W_0 + H_3 \epsilon_0 + \zeta \quad (1.35.)$$

gde su H , H_1 , H_2 , H_3 matrice reda $n \times n$, $n \times n$, $n \times 3$, $n \times 3$ respektivno. Elementi ovih matrica su:

$$H_{1ij} = \sum_{k=1}^n (\vec{v}_{ki} \vec{a}_{kj} + \vec{\omega}_{ki} \vec{b}_{kj}) ; \quad H_{1ij} = -\vec{q}_{ij} \quad (1.36.)$$

$$H_{2ij} = \sum_{k=1}^n m_k \vec{v}_{kij} ; \quad H_{3ij} = - \sum_{k=1}^n (T_k \vec{\omega}_{ki})_j$$

gde indeks j označava da se j -ta komponenta ovih vektora uzima u obzir. Vektor ζ određen je komponentama:

$$\zeta_i = - \sum_{k=1}^n (\vec{v}_{ki} \vec{a}_k + \vec{\omega}_{ki} \vec{b}_k) \quad (1.37.)$$

gde je $\vec{a}_k = \vec{a}_k^0 + \vec{G}_k$; $\vec{b}_k = \vec{b}_k^0 + \vec{M}_k^G$

Sistem (1.35.) rešen po \ddot{q} dobija oblik:

$$\ddot{q} = AP + B\vec{W}_0 + C\zeta_0 + D \quad (1.38.)$$

gde su: $A = H^{-1}H_1$; $B = H^{-1}H_2$; $C = H^{-1}H_3$; $D = H^{-1}\zeta$. Matrice A , B i C su reda $n \times n$, $n \times 3$, $n \times 3$.

1.5. METODA AUTOMATSKOG FORMIRANJA
MATEMATIČKIH MODELA AKTIVNIH
PROSTORNIH MEHANIZAMA PRIMENOM
LAGRANGE-OVIH JEDNAČINA II VRSTE

M. Vukobratović i V. Potkonjak su 1977. godine u cilju iznalaženja još efikasnijih postupaka za formiranje matematičkih modela kretanja aktivnih mehanizama razvili metod za automatsko formiranje jednačina primenom Lagrange-ovih jednačina [18], [19], [20], [14], [21]. Obradjene su vrste zglobova koji povezuju segmente otvorenih lanaca: mehanizam sa cilindričnim zglobovima; mehanizam sa sfernim zglobovima; mehanizam sa kinematskim parovima druge klase prvog tipa koji dopuštaju tri rotacije i jednu translaciju. Ovde ćemo ilustrovati najčešći slučaj mehanizma sa cilindričnim zglobovima.

Neka je dat otvoreni kinematski lanac od n krutih segmenata spojenih sa n cilindričnih kinematskih parova IV klase, koji dopuštaju jednu rotaciju i jednu translaciju. Ukupan broj stepeni slobode $2n$ sastoji se iz dva podsistema: rotacionih $q_r = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ i translatorskih koordinata $q_t = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. Sa \vec{e}_i je označen jedinični vektor ose rotacije u i -tom zglobu, a sa $\vec{r}_{i,1}$ jedinični vektor translacije i -tog segmenta u i -tom zglobu. Ukupna kinetička energija kinematičkog lanca biće:

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i \vec{v}_i^2 + \vec{\omega}_i^T J_i \vec{\omega}_i) \quad (1.39.)$$

gde je m_i masa, J_i tenzor inercije i -tog člana, \vec{v}_i brzina težišta i $\vec{\omega}_i$ ugaona brzina i -tog člana. Tada je sistem Lagrange-ovih diferencijalnih jednačina oblika:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} = Q_i ; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial x_i} = Q_i^x ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.40.)$$

Za dobijanje rekurentnih izraza uvodimo sledeće oznake: \vec{a}_i - vektor izražen u fiksnom sistemu; \vec{a}_i - isti vektor izražen u koordinatnom sistemu vezanom za i -ti član; \vec{a}_{i-1} - isti vektor u koordinatnom sistemu vezanom za $i-1$ -vi član. Izrazimo ugaonu i translatornu brzinu segmenta u sledećoj formi [19]:

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_1 &= \sum_{j=1}^i \vec{\alpha}_{ij} \dot{q}_j = \sum_{j=1}^i A_{j-1} \vec{e}_j \dot{q}_j ; \quad \vec{\omega}_i = A_i^{-1} \vec{\omega}_1 = \sum_{j=1}^i A_i^{-1} \vec{\alpha}_{ij} \dot{q}_j = \\ & \sum_{j=1}^i \vec{\beta}_{ij} \dot{q}_j ; \quad \vec{v}_1 = \sum_{j=1}^i \vec{\beta}_{ij} \dot{q}_j + \sum_{j=1}^i \vec{\gamma}_j \dot{x}_j \end{aligned} \quad (1.41.)$$

gde je

$$\begin{aligned} \vec{\beta}_{ij} &= \begin{cases} -\vec{u}_{ij} + \vec{w}_{ij}, & j < i \\ \vec{w}_{ij} & , \quad j = i \end{cases} \\ \vec{u}_{ij} &= \sum_{k=j+1}^i \vec{u}_{kj} ; \quad \vec{w}_{ij} = \sum_{k=j}^i \vec{w}_{kj} \\ \vec{u}_{kj} &= A_{j-1} \vec{e}_j \times A_{k-1} \vec{r}_{k-1,k} ; \quad \vec{w}_{kj} = A_{j-1} \vec{e}_j \times A_k \times_k \vec{r}_{k,k} ; \\ \vec{\gamma}_j &= A_j \vec{r}_{j,j}^0 \end{aligned} \quad (1.42.)$$

Iz gornjih izraza dobijamo:

$$\begin{aligned} m_i \vec{v}_i^2 &= m_i \sum_{p=1}^i \sum_{q=1}^i (\vec{\beta}_{ip} \vec{\beta}_{iq} \dot{q}_p \dot{q}_q + 2 \vec{\beta}_{ip} \vec{\gamma}_q \dot{q}_p \dot{x}_q + \vec{\gamma}_p \vec{\gamma}_q \dot{x}_p \dot{x}_q) \\ \vec{\omega}_i J_i \vec{\omega}_i &= \sum_{p=1}^i \sum_{q=1}^i \vec{\alpha}_{ip} J_i \vec{\alpha}_{iq} \dot{q}_p \dot{q}_q \end{aligned} \quad (1.43.)$$

Zamenom izraza (1.43.) u (1.39.) dobijamo kinetičku energiju mehanizma. Odgovarajući parcijalni izvodi su:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_s} \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=s}^n \sum_{r=1}^i [(\vec{\alpha}_{ir} J_i \vec{\alpha}_{is} + \vec{\alpha}_{ir} J_i \dot{\vec{\alpha}}_{is} + \dot{\vec{\alpha}}_{is} J_i \vec{\alpha}_{ir} + 2m_i \vec{\beta}_{ir} \vec{\beta}_{is} +$$

$$\begin{aligned}
& + \ddot{\alpha}_{is}^{\dagger} J_{ir}^{\dagger} \ddot{\alpha}_{ir} + 2m_i \dot{\beta}_{ir}^{\dagger} \dot{\beta}_{is}^{\dagger} \dot{q}_r + (\ddot{\alpha}_{ir}^{\dagger} J_{i\alpha_{is}}^{\dagger} + \ddot{\alpha}_{is}^{\dagger} J_{i\alpha_{ir}}^{\dagger} + \\
& + 2m_i \dot{\beta}_{ir}^{\dagger} \dot{\beta}_{is}^{\dagger}) \ddot{q}_r + 2m_i \dot{\beta}_{is}^{\dagger} \dot{\gamma}_r^{\dagger} + m_i \dot{\beta}_{is}^{\dagger} \dot{\gamma}_r^{\dagger} \dot{x}_r + 2m_i \dot{\beta}_{is}^{\dagger} \dot{\gamma}_r^{\dagger} \ddot{x}_r]
\end{aligned} \tag{1.44.}$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}_s} = \frac{1}{2} \sum_{i=s}^n \sum_{r=1}^i (m_i \dot{\beta}_{ir}^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger} \dot{q}_r + 2m_i \dot{\gamma}_r^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger} \dot{x}_r) \tag{1.45.}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}_s} \right) & = \frac{1}{2} \sum_{i=s}^n \sum_{r=1}^i (m_i \dot{\beta}_{ir}^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger} + m_i \dot{\beta}_{ir}^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger}) \dot{q}_r + m_i \dot{\beta}_{ir}^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger} \ddot{q}_r + \\
& + (2m_i \dot{\gamma}_r^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger} + 2m_i \dot{\gamma}_r^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger}) \dot{x}_r + 2m_i \dot{\gamma}_r^{\dagger} \dot{\gamma}_s^{\dagger} \ddot{x}_r
\end{aligned} \tag{1.46.}$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial q_s} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial}{\partial q_s} m_i \dot{v}_i^2 + \frac{\partial}{\partial q_s} \ddot{\omega}_i^{\dagger} J_{i\omega_i}^{\dagger} \right) \tag{1.47.}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_s} (m_i \dot{v}_i^2) = \begin{cases} 0, & s > i \\ m_i \sum_{p=1}^i \sum_{q=1}^i \left(\frac{\partial \dot{\beta}_{ip}^{\dagger}}{\partial q_s} \dot{\beta}_{iq}^{\dagger} + \dot{\beta}_{ip}^{\dagger} \frac{\partial \dot{\beta}_{iq}^{\dagger}}{\partial q_s} \right) \dot{q}_p \dot{q}_q + \left(2 \frac{\partial \dot{\beta}_{ip}^{\dagger}}{\partial q_s} \dot{\gamma}_q^{\dagger} + \right. \\ \left. + 2\dot{\beta}_{ip}^{\dagger} \frac{\partial \dot{\gamma}_q^{\dagger}}{\partial q_s} \right) \dot{q}_p \dot{x}_q + \left(\frac{\partial \dot{\gamma}_p^{\dagger}}{\partial q_s} \dot{\gamma}_q^{\dagger} + \frac{\partial \dot{\gamma}_q^{\dagger}}{\partial q_s} \dot{\gamma}_p^{\dagger} \right) \dot{x}_p \dot{x}_q, & s \leq i \end{cases} \tag{1.48.}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_s} \ddot{\omega}_i^{\dagger} J_{i\omega_i}^{\dagger} = \begin{cases} 0, & s > i \\ \sum_{p=1}^i \sum_{q=1}^i \left(\frac{\partial \ddot{\alpha}_{ip}^{\dagger}}{\partial q_s} J_{i\alpha_{iq}}^{\dagger} + \ddot{\alpha}_{ip}^{\dagger} J_{i\alpha_{iq}}^{\dagger} \frac{\partial \ddot{\alpha}_{iq}^{\dagger}}{\partial q_s} \right) \dot{q}_p \dot{q}_q, & s \leq i \end{cases} \tag{1.49.}$$

Iz (1.41.) se dobija

$$\frac{\partial \ddot{\alpha}_{ij}^{\dagger}}{\partial q_s} = \begin{cases} 0, & s > j-1 \\ -A_i^{-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_s} A_i^{-1} \dot{\alpha}_{ij}^{\dagger} + A_i^{-1} \frac{\partial A_{i-1}}{\partial q_s} \dot{e}_j, & s \leq j-1 \end{cases} \tag{1.50.}$$

a iz (1.42.):

$$\frac{\partial \vec{\beta}_{ij}}{\partial q_s} = \begin{cases} -\frac{\partial \vec{u}_{ij}}{\partial q_s} + \frac{\partial \vec{w}_{ij}}{\partial q_j}, & j < i \\ \frac{\partial \vec{w}_{ij}}{\partial q_s}, & j = i \end{cases} \quad (1.51.)$$

gde je

$$\frac{\partial \vec{u}_{ij}}{\partial q_s} = \sum_{k=j+1}^i \frac{\partial u_{kj}}{\partial q_s}; \quad \frac{\partial \vec{w}_{ij}}{\partial q_s} = \sum_{k=1}^i \frac{\partial w}{\partial q_s} \quad (1.52.)$$

i

$$\frac{\partial u_{kj}}{\partial q_s} = \frac{\partial A_{j-1}}{\partial q_s} \vec{e}_j \times A_{k-1} \vec{r}_{k-1,k} + A_{j-1} \vec{e}_j \times \frac{\partial A_{k-1}}{\partial q_s} \vec{r}_{k-1,k} \quad (1.53.)$$

$$\frac{\partial w_{kj}}{\partial q_s} = \frac{\partial A_{j-1}}{\partial q_s} \vec{e}_j \times A_{k,k} \vec{r}_{k,k}^0 + A_{j-1} \vec{e}_j \times \frac{\partial A_{k-1}}{\partial q_s} x_k \vec{r}_{k,k}^0 \quad (1.54.)$$

$$\frac{\partial \gamma_j}{\partial q_s} = \frac{\partial A_j}{\partial q_s} \vec{r}_{j,j}^0 \quad (1.55.)$$

Dalje je:

$$\frac{\partial E_k}{\partial x_s} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial}{\partial x_s} m_i \vec{v}_i^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \vec{\omega}_i \cdot J_i \vec{\omega}_i \right]; \quad \frac{\partial}{\partial x_s} \vec{\omega}_i \cdot J_i \vec{\omega}_i = 0 \quad (1.56.)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_s} m_i \vec{v}_i^2 = \begin{cases} 0, & s > i \\ m_i \sum_{p=1}^i \sum_{q=1}^i \left[\frac{\partial \vec{\beta}_{ip}}{\partial x_s} \dot{q}_p \dot{q}_q + \vec{\beta}_{ip} \frac{\partial \dot{q}_q}{\partial x_s} \dot{q}_p \dot{q}_q + \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial \vec{\beta}_{ip}}{\partial x_s} \dot{q}_q \dot{q}_p \dot{q}_q \right], & s \leq j \end{cases}$$

$$\frac{\partial \vec{\alpha}_j}{\partial x_s} = 0 \quad i \quad \frac{\partial \gamma_j}{\partial x_s} = 0 \quad \text{za svako } s \text{ i } j.$$

Iz (1.41.) dobijamo:

$$\frac{\partial \vec{\beta}_{ij}}{\partial x_s} = \begin{cases} -\frac{\partial \vec{\mu}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \vec{w}}{\partial x_s}, & j < i \\ \frac{\partial \vec{w}_{ij}}{\partial x_s}, & j = i \end{cases}$$

gde je

$$\frac{\partial \vec{\mu}_{ij}}{\partial x_s} = \sum_{k=j+1}^i \frac{\partial \vec{u}_{kj}}{\partial x_s}; \quad \frac{\partial \vec{w}_{ij}}{\partial x_s} = \sum_{k=j}^i \frac{\partial \vec{w}_{kj}}{\partial x_s}$$

$$\frac{\partial \vec{u}_{kj}}{\partial x_s} = 0; \quad \frac{\partial \vec{w}_{kj}}{\partial x_s} = \begin{cases} 0, & k \neq s \\ A_{j-1} \vec{e}_j \times A_k \vec{r}_{k,k}^0; & k = s \end{cases}$$

Sada se na osnovu prethodnih izraza formiraju leve strane Lagrange-ovih jednačina. Za njihovo formiranje dovoljno je sračunati \dot{A}_p i $\partial A_p / \partial q_s$ za svako p i s . Može se pokazati da se ovi izvodi mogu sračunati tokom sakupljanja članova mehanizma i zaokretanja u obliku rekurentnih relacija

$$A_p = f(A_{p-1}); \quad \dot{A}_p = f(\dot{A}_{p-1}, A_{p-1})$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial q_s} = f\left[A_{i-1}, \frac{\partial A_{i-1}}{\partial q_s}\right].$$

Na bazi izraza (1.44. - 1.48.), (1.53. - 1.56.) formirane su leve strane Lagrange-ovih jednačina koje su linearna funkcija generalisanih ubrzanja \ddot{q}_i , \ddot{x}_i , $i = 1, 2, \dots, n$ i mogu se simbolički napisati u obliku:

$$A[\ddot{q}, \ddot{x}] + B \tag{1.57.}$$

Desne strane Lagrangeovih jednačina predstavljaju generalisane sile. U svakom zglobu deluje pogonski momenat rotacije i pogonska sila za translatorno kretanje:

$$\vec{P}_1^M = P_1^M \vec{e}_1 ; \quad P_1^F = P_1^F \vec{r}_{1,i} \quad (1.58.)$$

Neka su moment trenja pri rotaciji i sila trenja pri translaciji dati u obliku:

$$\vec{T}_r = f(\dot{q}_1) \vec{e}_1 ; \quad \vec{T}_t = f(\dot{x}_1) \vec{e}_1 \quad (1.59.)$$

Sa \vec{g} je označen vektor ubrzanja sile zemljine teže, a sa \vec{F}_1 vektor spoljašnje sile koja deluje u težištu i-tog segmenta. Određivanje generalisane sile Q_1 se vrši principom virtuelnih radova. Rad pogonskih momenata:

$$\delta A = P_1^M \delta q_1 ; \quad \delta A_T = - f(q_1) \delta q_1 ; \quad \delta A_g = \delta A_0 + \dots + \delta A_{n-1} \quad (1.60.)$$

gde δA_k predstavlja rad sile teže usled pomeranja (i+k)-tog člana. Na osnovu usvojenih oznaka i izvesnih transformacija za i-ti član mehanizma možemo dobiti sledeće izraze za odgovarajući rad:

$$\delta A_g = [m_i \vec{g}, A_{i-1} \vec{e}_1, A_i \vec{r}_{i,i} x_i] \delta q_1 + \sum_{k=1}^{n-1} [m_{i+k} \vec{g}, A_{i-1} \vec{e}_1, \vec{r}_k] \delta q_1 \quad (1.61.)$$

$$\delta A_f = [\vec{F}_1, A_{i-1} \vec{e}_1, A_i \vec{r}_{i,i} x_i] \delta q_1 + \sum_{k=1}^{n-1} [\vec{F}_{i+k}, A_{i-1} \vec{e}_1, \vec{r}_k] \delta q_1 \quad (1.62.)$$

Ukupan rad na virtuelnom pomeranju δq_1 je:

$$\delta A' = \delta A + \delta A_T + \delta A_g + \delta A_f$$

Zamenom odgovarajućih izraza dobijamo generalisane sile u obliku:

$$Q_1^M = P_1^M - f(\dot{q}_1) \vec{e}_1 + [m_i \vec{g} + \vec{F}_1, A_{i-1} \vec{e}_1, A_i \vec{r}_{i,i} x_i] + \sum_{k=1}^{n-1} [m_{i+k} \vec{g} + \vec{F}_{i+k}, A_{i-1} \vec{e}_1, \vec{r}_k]$$

$$Q_1^x = P_1^F - g(\dot{x}_1) + \sum_{k=0}^{n-1} (m_{i+k} \vec{g} + F_{i+k}) A_i \vec{r}_{i,i}$$

Odredivši generalisane sile formirane su i desne strane Lagrange-ovih jednačina. S obzirom na (1.57.) jednačine kretanja mogu se napisati u simboličkom obliku:

$$A[\bar{q}, \bar{x}] + B = P + C$$

1.6. METODA NA BAZI GIBBS-APPEL-OVIH JEDNAČINA

E.P. Popov je 1974. godine sa svojim saradnicima [22] predložio postupak formiranja algoritma za postavljanje jednačina kretanja složenih otvorenih kinematičkih lanaca. Algoritam se zasniva na formiranju energije ubrzanja sistema, funkciji Gibbs-a:

$$G = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i (w_{i1}^2 + w_{i2}^2 + w_{i3}^2) \quad (1.63.)$$

gde je: m_i - masa i-tog segmenta mehaničkog sistema;

$[w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}]^T$ - vektor ubrzanja i-tog segmenta. Funkcija Gibbs-a je kvadratna forma:

$$G = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \bar{q}_i \bar{q}_j + \sum_{i=1}^n b_i \bar{q}_i + c \quad (1.64.)$$

i određuje Gibbs-Appel-ove jednačine kretanja:

$$\frac{\partial G}{\partial \bar{q}_i} = Q_i \quad \text{ili} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} \bar{q}_j + b_i = Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.65.)$$

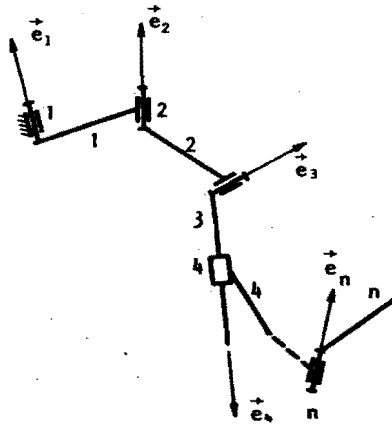
Koeficijenti a_{ij} su koeficijenti matrice kinetičke energije. Q_i - predstavlja generalisanu silu koja odgovara koordinati q_i . Generalisane koordinate q_i su relativna pomeranja (ugaona ili translatorna) između susednih segmenata mehanizma.

Prednost metode Popova u odnosu na druge metode je u primeni rekurentnih kinetičkih relacija, a ne u korišćenju funkcije Gibbs-a za određivanje jednačina kretanja. Pri postavljanju

nju analitičkih izraza za Gibbs-Appell-ove jednačine nailazi se na slične teškoće kao i kod Lagrange-ovih jednačina II reda.

Vukobratović i Potkonjak [23] su modifikovali ovako predloženu metodu u cilju šire praktične primene na aktivne mehanizme otvorene konfiguracije. Pristup Popova i saradnika može se primeniti kada se traži ubrzanje za poznate pogonske sile, ali ne omogućava izračunavanje potrebnih pogonskih sila za poznata ubrzanja. Ovde ćemo ukratko opisati rezultate koji obuhvataju obe pomenute varijante zadatka. Appell-ove jednačine mogu se napisati u matricnoj formi na bazi prethodne metode, dok je za određivanje generalisanih sila korišćen princip virtuelnih pomeranja primenjen na otvoreni kinematički lanac.

Za otvoreni kinematički lanac (sl. 9.) rekurentne kinematičke relacije za pokretne koordinatne sisteme su:



Sl. 9.: Šema otvorenog lanca sa parovima V klase

$$\dot{\omega}_i^* = A_{1,i-1} \dot{\omega}_{i-1}^* + \dot{q}_i (1 - \delta_i) \dot{\tilde{e}}_i^*$$

$$\dot{v}^* = A_{1,i-1} (\dot{v}_{i-1}^* - \dot{\omega}_{i-1}^* \times \tilde{r}_{i-1,i}^*) + \dot{\omega}_i^* \times (\tilde{r}_{1,i}^* + q_i \dot{\tilde{e}}_i^* \delta_i) - \dot{q}_i (1 - \delta_i) \dot{\tilde{e}}_i^*$$

$$\dot{\tilde{e}}_i^* = A_{1,i-1} \dot{\tilde{e}}_{i-1}^* + [\dot{q}_i \dot{\tilde{e}}_i^* + \dot{q}_i (\dot{\omega}_i^* \times \tilde{e}_i^*)] (1 - \delta_i)$$

$$\dot{\omega}_1^* = A_{1,i-1} [\dot{\omega}_{i-1}^* - \dot{\tilde{e}}_{i-1}^* \times \tilde{r}_{i-1,i}^* - \dot{\omega}_{i-1}^* \times (\dot{\omega}_{i-1}^* \times \tilde{r}_{i-1,i}^*)] - \dot{\tilde{e}}_i^* \times \tilde{r}_{1,i}^* +$$

$$\vec{v}_0 = \vec{\omega}_0 = \vec{\epsilon}_0 = \vec{w}_0 = 0$$

$$+ q_1 \delta_1 \vec{\epsilon}_1) - \vec{\omega}_1 \times [\vec{\omega}_1 \times (\vec{r}_{1,1} + q_1 \delta_1 \vec{\epsilon}_1)] + [\vec{q}_1 \vec{\epsilon}_1 + 2\vec{q}_1 (\vec{\omega}_1 \times \vec{\epsilon}_1)] \delta_1 \quad (1.66.)$$

Gibbs-ova funkcija sistema je suma:

$$G = \sum_{i=1}^n G_i ; \quad G_i = \frac{1}{2} m_i \vec{w}_i^2 + \frac{1}{2} \vec{\epsilon}_i^T J_i \vec{\epsilon}_i - [2(J_i \vec{\omega}_i) \times \vec{\omega}_i] \vec{\epsilon}_i \quad (1.67.)$$

Označavajući sa β matricu dimenzije $(3 \times n)$ čije su kolone u i -toj iteraciji koeficijenti generalisanih ubrzanja u izrazu za \vec{w}_i i sa $\vec{\eta}$ vektor čiji su elementi slobodni članovi istog izraza biće:

$$\vec{w}_i = \vec{\beta} \vec{q} + \vec{\eta} ; \quad \vec{\epsilon}_i = \vec{\alpha} \vec{q} + \vec{\theta} \quad (1.68.)$$

gde su: $\vec{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T ; \quad \vec{\beta} = [\vec{\beta}_1 \dots \vec{\beta}_{1n} \dots 0 \dots 0] ;$

$$\vec{\alpha} = [\vec{\alpha}_{11} \dots \vec{\alpha}_{1n} 0 \dots 0] ; \quad \vec{\theta} = [\vec{\theta}_1] ; \quad \vec{\eta} = [\vec{\eta}_1]$$

U svakoj iteraciji se lancu dodaje novi segment i vrše izmene i dopune matrica β , η , α , θ da bi odgovarale novom segmentu. Izmene se vrše prema rekurentnim relacijama iz metode osnovnih teorema mehanike za slučaj veličina izraženih u vezanom koordinatnom sistemu:

$$\vec{\alpha}_{ij} = A_{i,i-1} \vec{\alpha}_{i-1,j} \quad j = 1, 2, \dots, i-1$$

$$\vec{\alpha}_{ii} = (1 - \delta_i) \vec{\epsilon}_i$$

$$\vec{\beta}_{ij} = A_{i,i-1} \vec{\beta}_{i-1,j} - A_{i,i-1} (\vec{\alpha}_{i-1,j} \times \vec{r}_{i-1,j}) + \vec{\alpha}_{ij} \times (\vec{r}_{ii} + q_i \vec{\epsilon}_i \delta_i)$$

$$\vec{\beta}_{ii} = \vec{\alpha}_{ii} \times (\vec{r}_{ii} + q_i \delta_i \vec{\epsilon}_i) + \delta_i \vec{\epsilon}_i$$

$$\vec{\theta}_i = A_{i,i-1} \vec{\theta}_{i-1} + q_i (1 - \delta_i) (\vec{\omega}_{i-1} \times \vec{\epsilon}_i) \quad (1.69.)$$

$$\vec{\eta}_i = A_{i,i-1} \vec{\eta}_{i-1} - A_{i,i-1} (\vec{\theta}_{i-1} \times \vec{r}_{i-1,i}) + \vec{\theta}_i \times (\vec{r}_{ii} + q_i \vec{\epsilon}_i \delta_i) + \vec{k}$$

$$\vec{k} = -A_{i,i-1} [\vec{\omega}_{i-1} \times (\vec{\omega}_{i-1} \times \vec{r}_{i-1,i})] + \vec{\omega}_i \times [\vec{\omega}_i \times (\vec{r}_{i,i} + q_i \delta_i \vec{\epsilon}_i)]$$

$$+ 2\vec{q}_i (\vec{\omega}_i \times \vec{\epsilon}_i) \delta_i$$

Smenjivanjem (1.69.) u (1.67.) dobija se

$$G_i = \vec{q}_i^T B \vec{q}_i + C \vec{q}_i + D$$

gde je

$$B = \frac{1}{2} m_i \beta^T \beta + \frac{1}{2} \tilde{u}^T \tilde{a} ; \quad C = m_i \tilde{n}^T \beta + \theta^T J_i \tilde{p} - 2 \tilde{u}^T \tilde{a} \quad (1.70.)$$

$$D = \frac{1}{2} m_i \tilde{n}^T \tilde{n} + \frac{1}{2} \theta^T J_i \beta - 2 \tilde{u}^T \theta ; \quad \tilde{u} = (J_i \vec{\omega}_i) \times \vec{\omega}_i$$

Oдавде se dobija Gibbs-ova funkcija:

$$G = \vec{q}^T S \vec{q} + U \vec{q} + R$$

Pošto je matrica S zbir matrica B u pojedinim iteracijama, a matrica U zbir matrica C iz pojedinih iteracija, to se S i U mogu izračunati rekurzivno tokom obilaženja lanca:

$$S_i = S_{i-1} + B ; \quad U_i = U_{i-1} + C \quad (1.71.)$$

Sa tako odredjenim matricama S i U zamenom (1.70.) u (1.67.), dobija se:

$$\frac{\partial G}{\partial \vec{q}} = 2S \vec{q} + U^T = \vec{Q} \quad (1.72.)$$

Generalisane sile se dobijaju principom virtuelnog rada kao koeficijenti uz virtuelno pomeranje δq_i

$$\delta A = \vec{Q}_i \delta \vec{q}_i$$

U rotacionom zglobu rad vrše pogonski momenti i sile težine članova mehanizma. Posle odgovarajućih transformacija dobijamo generalisanu silu za rotacioni zglob u sledećem obliku:

$$Q_i^{(rot)} = P_i^M + [m_i \vec{g}, \vec{e}_i, \vec{r}_{i,i}] + \sum_{k=1}^{n-1} [m_{i+k} \vec{g}, \vec{e}_i, \vec{r}_k] \quad (1.73.)$$

gde je [...] oznaka mešovitoг vektorskog proizvoda, i

$$\vec{r}_k = \sum_{\ell=0}^k \vec{r}_{i+\ell, i+k} - \sum_{\ell=0}^{k-1} \vec{r}_{i+\ell, i+\ell+1} \quad (1.74.)$$

Sličnim postupkom dobija se generalisana sila za linearni zglob:

$$Q_i^{(trans)} = P_i^F + \vec{e}_i \sum_{k=0}^{n-1} m_{i+k} \vec{g} \quad (1.75.)$$

Izrazi (1.73.) i (1.75.) se sračunavaju rekurzivno. Iz (1.73.) i (1.75.) vidi se da se vektor $Q = [a_1, \dots, a_n]$ može sračunati u formi $Q = P + Y$, gde je P - vektor pogonskih sila i momenata, i da se vektor Y može sračunati posebno, bez obzira da li su pogonske sile P poznate ili ne.

Od pomenutih metoda za formiranje diferencijalnih jednačina kretanja aktivnih prostornih mehanizama jedino su se metode za potpuno automatsko sastavljanje jednačina, primenom digitalnih računara, pokazale potpuno uspešne u praktičnom projektovanju sistema. Navedene metode bazirane na osnovnim teoremama mehanike, Lagrange-ovim jednačinama i "energiji" ubrzanja korišćene su u Institutu "M. Pupin" u Beogradu u odelenju za robotiku za realizaciju mehanizama za rehabilitaciju ili za pojačanje mišićnih i lokomocionih aktivnosti čoveka (egzoskeleta) i za realizaciju industrijskih manipulatora. Metode su pokazale visoku efikasnost u pogledu vremena formiranja modela tako da se pri primeni brzih računara može govoriti o formiranju diferencijalnih jednačina u realnom vremenu odvijanja pokreta, što može da bude od posebnog značaja u nekim specifičnim zadacima aktivnih mehanizama.

L I T E R A T U R A

- [1] Chow C.K., Jacobson D.H.: "Studies of Human Locomotion via Optimal Programming", Technical Report No. 617, 1970. Division of Engineering and Applied Physics, Harvard University, Cambridge, Mass.
- [2] Moreynis I.Š., Grycenko G.P.: "Physical and Mathematical Model of Human Locomotor Apparatus", *Protezirovanie i protezostroenie*, Vol. XXXIII, 1974, Moscow.
- [3] Kato I., et al.: "Modelling and Control of the Biped Gait", Waseda University, Tokyo, 1970.
- [4] Gurfinkelj V.S., Fomin S.V., Stilgind G.I.: "Determination of Joint Moments during Locomotion", (in Russian), *Biofizika*, Tom XV, No. 2, 1970.
- [5] М. Вукобратович: Искусственные локомоторные системы: динамика, алгоритмы управления, устойчивость, Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук, Москва 1972.
- [6] В.В. Белецкий: "Плоские линейные модели двуногого шагания". ИМП АН СССР. Препринт № 95, М., 1973 г. (Ордена Ленина Институт прикладной математики АН СССР), 65 с.
- [7] В.В. Белецкий, П.С. Чудинов: "Нелинейные модели двуногой ходьбы". Препринт № 19, М., 1975 г. (Ордена Ленина Институт прикладной математики АН СССР), 69 с.
- [8] В.В. Белецкий, В.В. Голубков, Е.А. Степанова: "Модельная задача динамики подводной двуногой ходьбы". Препринт № 42 М., 1979 г. (Ордена Ленина Институт прикладной математики АН СССР), 58 с.
- [9] Stepanenko J.: "Dinamika prostanstvenih mehanizmov" (na ruskom) monografija, Matematički Institut, 1974, Beograd.
- [10] Juričić D., Vukobratović M.: "Mathematical Modelling of Bipedal Walking Systems" ASME Publication 72-WA/Bhf-13.
- [11] Vukobratović M., Stepanenko J.: "Mathematical Models of General Anthropomorphic Systems", *Mathematical Biosciences* 17, 1973.
- [12] Vukobratović M.: *Legged Locomotion Robots and Anthropomorphic Mechanisms, Monograph, Institut "Mihailo Pupin", Pob. 906, Beograd 1976.*

- [13] Stepanenko J., Vukobratović M.: "Dynamics of Active Articulated Spatial Mechanisms in Form of open Loop Chains, *Mathematical Biosciences*, Vol. 28, No. 1/2, 1970.
- [14] Vukobratović M.: "Dinamika robota", monografija, Institut "Mihailo Pupin", Beograd, 1977.
- [15] Artobolevski I.I.: "Teorija mehanizama i mašina" (na ruskom), Moskva 1953.
- [16] Vukobratović M., Hristić D., Stojiljković Z.: "Development of Active Exoskeletons", *Medical and Biological Engrn.*, Nov., 1973.
- [17] Hristić D., Vukobratović M.: "Novi rezultati u sintezi aktivnih egzoskeleta" (na ruskom), *Protezirovanije i protezostrojenije*, Vol. XXXIII, 1974, Moskva.
- [18] Vukobratović M, Potkonjak V.: "Contribution to the Forming of Computer Methods for Automatic Modelling of Active Spatial Mechanisms Motion", *IFTOMM Journal for Mechanism and Machine Theory*, Vol. 14. No. 2, 1979.
- [19] Potkonjak V., Vukobratović M.: "Contribution to the Forming of Mathematical Models of Active Mechanisms using Lagrange's Equations", *Proc. of XX ETAN Conference*, ETAN, POB 356, Beograd.
- [20] Potkonjak V., Vukobratović M.: "Jedna metoda za automatsko sastavljanje matematičkih modela kretanja aktivnih prostornih mehanizama", *I Jugoslovenski simpozijum industrijskih robota i manipulatora*, Zbornik radova, str. 151-164, Beograd, 1977.
- [21] Vukobratović M., Potkonjak V.: "Contribution to Computer Construction of Active Chain Models via Lagrangian Form", *Journal of Applied Mechanics*, No 2, 1979.
- [22] E.P. Popov i dr.: "Sinteza upravljanja robota korišćenjem dinamičkih modela manipulacionih uređaja" (na ruskom), *VI Simpozijum IFAC-a o automatskom upravljanju u kosmosu*. Erevan (SSSR), 1974.
- [23] Potkonjak V, Vukobratović M.: "Two Methods for Computer Forming of Dynamic Equations of Active Mechanisms", *Journal of Mechanism and Machine Theory*, Vol. 14, No. 2, 1979.

GLAVA 2.

DINAMIKA ANTROPOMORFNIH MEHANIZAMA

Metode za automatsko formiranje matematičkih modela aktivnih prostornih mehanizama pomoću digitalnih računara, opisane u prvoj glavi, postavljene su tako da se mogu uspešno iskoristiti u mehanici robota. Sledeći zadatak sastoji se u primeni tih metoda za formiranje funkcionalnih pokreta koji se javljaju u realizaciji postavljenog cilja. U rehabilitacionoj robotici, na primer, potrebno je realizovati veštačko kretanje antropomorfnog sistema. Svakako da su od interesa samo ona rešenja koja obezbeđuju sličnost sa prirodnim antropomorfnim hodom, tj. funkcionalnim pokretima. Imajući u vidu ozbiljna ograničenja da se veoma često usled stroge funkcionalnosti sistema, ne mogu sintetizovati kretanja na bazi neke performanse sistema (kao što je npr. minimum energetske potrošnje i sl.), M. Vukobratović je sa svojim saradnicima predložio jedan inženjerski, suboptimalni postupak kod sinteze funkcionalnih pokreta [1, 2, 3, 4, 5, 6], koji će ovde biti izložen u glavnim crtama.

U cilju postizanja funkcionalnih pokreta, nekom delu složenog sistema zadajemo (unapred propisujemo) izvesnu dinamičku formu. Na taj način postižemo: prvo, potrebne funkcionalne pokrete, bez bilo kakvog uprošćavanja sistema ili matematičke linearizacije; drugo, dolazimo do specifične procedure u redukciji dimenzionalnosti sistema. Preostali deo sistema treba re-

šiti tako da preko svoje "otvorene" dinamike održi sistem u dinamičkoj ravnoteži sa nametnutim graničnim uslovima i odgovarajućim dinamičkim vezama dobijenim u zavisnosti od klase zadataka. Tako sračunata dinamika (preostali vektor stanja) može se nazvati kompenzacionom dinamikom ili kompenzaciona sinergija. Unapred propisan deo dinamike može se nazvati zadana sinergija. Posmatrajmo sada izvestan skup mogućih situacija koji predstavlja praktični interes za posmatrani sistem. Za odabrane situacije propišimo zadanu sinergiju i sračunajmo iz dinamičkih veza odgovarajuće kompenzacione sinergije. Na taj način formirali smo skup svrsishodnih dinamičkih nominala, koji se dalje mogu uspešno iskoristiti za upravljanje složenim sistemima.

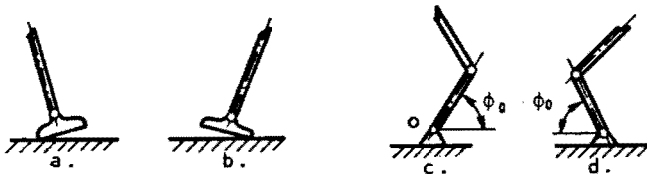
Na bazi skupa dinamičkih nominala sistem se može kontrolisati u poremećenim režimima rada na dva načina [7]. Prvo je slučaj malih odstupanja. Tada se korekcija vrši pomoću servo sistema duž konture na bazi odabranog kriterijuma i mernih odstupanja između realne i nominalne sinergije. Drugo je slučaj većih odstupanja. U ovom slučaju napušta se pokušaj kompenzacije promenom unutrašnje sinergije u cilju vraćanja sistema na početnu nominalnu sinergiju, i prelazi se na drugu sinergiju iz skupa dinamičkih nominala koji su unapred sračunati i zapamćeni. Dalje se proces može nastaviti po izabranoj sinergiji ili za izabranu sinergiju primeniti prvi slučaj, ili se postepeno vratiti na početni radni režim.

Suštinska prednost ovog pristupa zasniva se na mogućnosti da se složenim dinamičkim sistemima upravlja u realnom vremenu. To se zasniva uglavnom na činjenici da se izbegava sračunavanje dinamike sistema u realnom vremenu, već se upravljački zadatak svodi samo na izbor sinergije koja najviše odgovara realnim radnim uslovima. Prema tome, procesor za sračunavanje dinamičkih stanja sistema u stvari je programer zapamćenih sinergija koje su unapred sračunate. Skup dinamičkih nominala pokriva predviđene radne uslove u kojima se može naći sistem u toku svog rada. Tako se vreme odziva upravljačkog sistema svodi na vreme potrebno za procesiranje izvesnih dinamičkih parameta-

ra pri merenju određenih algebarskih relacija sračunatih u skladu sa odabranim tipom upravljačkog postupka. Jasno je da vreme potrebno za izvršenje izbora nove sinergije je znatno kraće od vremena sračunavanja dinamičkih stanja u realnom vremenu putem procesnog računara.

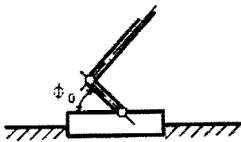
2.1. SPECIFIČNOSTI MEHANIZAMA ZA VEŠTAČKI HOD

Da bi, s jedne strane, što bolje upoznali mehanizme za proizvodjenje veštačkog hoda, a s druge, sagledali veoma složenu strukturu aktivnih mehanizama, zadržimo se na nekim bitnim specifičnostima mehanizama za veštački hod. Prvo, ovi mehanizmi su promenljive strukture. U situaciji dok se antropomorfnu mehanizam u toku hoda oslanja na jednu nogu, "noge" obrazuju otvoren kinematski lanac, dok u fazi oslanjanja na obe noge imamo zatvoren kinematski lanac. Antropomorfnu sistem može da menja strukturu i u toku jednoosloničke faze. To je prikazano na sl. 1. Na sl. a i b prikazana je "stopa" u procesu hoda. Vidimo da se ona može obrtati oko svojih ivica, a to znači da se u toku jednoosloničke faze tačka dodira sa podlogom menja. Drugo, u antropomorfnom sistemu stepeni slobode su neupravljivi. Svi unutrašnji zglobovi mehanizma su osnaženi odgovarajućim pogonima, dok na sl. 1.c. i 1.d. šarnir "O" ne može da poseduje takav pogon, pošto nije vezan za podlogu, a uz to se i tokom hoda stalno menja. Stepenom slobode ϕ_0 , prema tome, ne možemo direktno upravljati, međjutim, stepenom slo-



Sl. 1.: Ilustracija strukturne promene antropomorfnog mehanizma

bode ϕ_0 , moramo upravljati, pošto je on bitan za stabilnost sistema, tako da se za veće ϕ_0 sistem može prevrnuti. Dolazimo do nove specifičnosti: treba upravljati kretanjem mehanizma po nekom stepenu slobode pomoću delovanja na ostale stepene slobode. Ovo je u principu dinamički problem i zahteva poseban tretman u analizi i sintezi antropomorfnih sistema. Treće, antropomorfni mehanizam ima kinematička ograničenja. Kinematičko stanje stepena slobode ϕ_0 je u neposrednoj vezi sa stabilnošću antropomorfnih sistema, pa je zato ograničenje na ϕ_0 neizbežno. U svakom od unutrašnjih šarnira takodje postoje ograničenja koja su više tehničkog karaktera. Četvrto, mehanizam je vezan za nepokretnu podlogu samo posredstvom sile trenja. Na sl. 1. položaji a. i b. mogu se svesti na slučajeve c. i d. pod pretpostavkom da realizacija površine oslonca N ima vertikalni pravac, da je sila trenja \vec{T} dovoljnog intenziteta da spreči klizanje noge. Ako navedeni uslovi nisu ispunjeni, bolje je model prikazati kao na sl. 2.



Sl. 2.: Prikaz veze između mehanizma i podloge

Dakle, specifičnosti antropomorf-nog sistema su:

- promenljivost strukture,
- prisustvo neupravljivih stepeni slobode,
- ograničenja i
- bitni uticaj sila trenja.

Sa stanovišta strukture antropomorfnih mehanizmi spadaju u klasu veoma složenih mehanizama. Zato je za uspe-

šnu realizaciju antropomorfnih mehanizama potrebno razraditi specijalne metode analize.

Istaknimo sada neke osnovne osobine dinamike antropomorfnih mehanizama. Pretpostavimo da je sistem konzervativan pri režimima gde nema klizanja nogu. Opravdanost pretpostavke leži u činjenici da se u svim unutrašnjim šarnirima preduzima-ju specijalne mere radi smanjenja suvog trenja, dok su gubici na viskozno trenje zanemarljivi u odnosu na ukupnu energiju sistema. Spoljašnje sile sistema su težina \vec{G} , reakcija podloge \vec{N} i sila trenja na površinu podloge \vec{T} . Priraštaji količine kreta-

nja (V) i momenta količine kretanja u nekom smeru zdatom jediničnim vektorom \vec{s} dati su izrazima:

$$\Delta_{\vec{s}} V = \int (\vec{N} + \vec{G} + \vec{T}) \cdot \vec{s} dt \quad (2.1.)$$

$$\Delta_{\vec{s}} \Omega = \int (\vec{r} \times \vec{N} + \vec{r} \times \vec{T} + \vec{M} + \vec{M}_T) \cdot \vec{s} dt \quad (2.2.)$$

gde je \vec{r} - radijus od težišta do centra površine oslonca stopala;

\vec{M} - moment dobijen redukcijom sila reakcije na centar površine oslonca stopala;

\vec{M}_T - moment sila trenja posle redukcije na težište.

Sila težine ne ulazi u izraz (2.2.) pošto deluje u težištu.

Pretpostavimo da je vektor \vec{s} u horizontalnoj ravni. Tada su vektori \vec{s} i \vec{T} u istoj ravni, dok su kolinearni vektori \vec{N} i \vec{G} normalni u odnosu na horizontalnu ravan. Za ovaj slučaj izrazi (1.1.) i (2.2.) dobijaju sledeći oblik:

$$\Delta_{\vec{s}} V = \int \vec{T} \cdot \vec{s} dt \quad (2.3.)$$

$$\Delta_{\vec{s}} \Omega = \int (\vec{r} \times \vec{N} + \vec{M}) \cdot \vec{s} dt \quad (2.4.)$$

Kad je vektor \vec{s} jedinični vektor vertikalne ose, onda izraz (2.2.) dobija oblik:

$$\Delta_{\vec{s}} \Omega = \int (\vec{r} \times \vec{T} + \vec{M}_T) \cdot \vec{s} dt \quad (2.5.)$$

Izrazi (2.4.) i (2.5.) pokazuju da sile reakcije u osnovi određuju stabilnost u frontalnoj i sagitalnoj ravni, dok se na osnovu sile trenja ostvaruje kretanje i okretanje u ravni. Izrazi (1.1.) i (2.2.) mogu se uopštiti za slučaj dva oslonca.

2.2. TAČKA NULA MOMENTA I METOD ZADANE SINERGIJE KAO POSTUPAK ZA SMANJENJE DIMENZIONALNOSTI PROBLEMA VESTAČKOG HODA

Metoda zadane sinergije sastoji se u propisivanju di-

namike sistemu, ili nekim njegovim delovima. Uopšte posmatrano, moguća su tri slučaja. (1) Dinamika kompletnog sistema je poznata. Tada se generalisane sile sračunavaju iz skupa algebarskih jednačina, a odatle se određuju upravljačka dejstva dinamičkog procesa. (2) Poznate su generalisane sile dinamičkog procesa, a treba na osnovu numeričkog rešavanja sistema diferencijalnih jednačina odrediti dinamiku sistema. (3) Generalisane sile i dinamika određenog dela sistema su poznati. Matematičku formulaciju ovog slučaja analizirajmo detaljnije.

Podjimo od opšteg sistema diferencijalnih jednačina koje opisuju kretanje prostornih kinematičkih lanaca, datih u glavi 1.:

$$\{M\} = [A]\{\ddot{\Xi}\} + [B]\{\dot{\Xi}^2\} + [C]\{\ddot{\Xi}\dot{\Xi}\} + \{G\} \quad (2.6.)$$

Neka su M_0 poznate generalisane sile a Ξ_0 poznata dinamika određenog dela sistema. Uvedimo matrice transformacije $[P]$ i $[R]$ takve da je:

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ P_x \end{bmatrix} \{M\} = \begin{bmatrix} M_0 \\ M_x \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad [R_0 | R_x] \begin{bmatrix} \Xi_0 \\ \Xi_x \end{bmatrix} = \{\Xi\} \quad (2.7.)$$

Uvedena transformacija prevodi jednačinu (2.6.) u oblik:

$$\begin{bmatrix} M_0 \\ M_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_x \end{bmatrix} [A] [R_0 | R_x] \begin{bmatrix} \Xi_0 \\ \Xi_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_0 \\ P_x \end{bmatrix} ([B]\{\dot{\Xi}^2\} + [C]\{\ddot{\Xi}\dot{\Xi}\} + \{G\}) \quad (2.8.)$$

Množenjem matrice $[A]$ sa dve matrice transformacije dobija se:

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ P_x \end{bmatrix} [A] [R_0 | R_x] = \begin{bmatrix} A_{00} & A_{0x} \\ A_{x0} & A_{xx} \end{bmatrix} \quad (2.9.)$$

Tada preuređena jednačina (2.8.) po nepoznatim M_x i Ξ_x ima oblik:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ \Xi_x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} O & A_{0x} \\ I & A_{xx} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} -I & A_{00} \\ O & A_{x0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ \Xi_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_0 \\ P_x \end{bmatrix} ([B]\{\dot{\Xi}^2\} + [C]\{\ddot{\Xi}\dot{\Xi}\} + \{G\}) \right) \quad (2.10.)$$

Sistem (2.10.) sastoji se od algebarskih i diferencijalnih jednačina i može se podeliti u dva podsistema, po nepoznatoj dinamici i po nepoznatim generalisanim silama:

$$\{\ddot{\bar{E}}_X\} = [A_{0X}]^{-1} (\{M_0\} - [A_{00}]\{\ddot{\bar{E}}_0\} - [P_0]([B]\{\dot{\bar{E}}^2\} + [C]\{\dot{\bar{E}}\dot{\bar{E}}\} + \{G\})) \quad (2.11.)$$

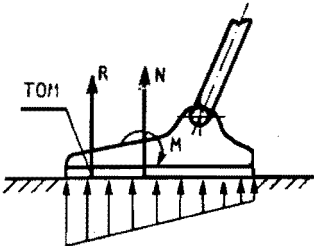
$$\{M_X\} = [A_{XX}]\{\ddot{\bar{E}}_X\} + [A_{X0}]\{\ddot{\bar{E}}_0\} + [P_X]([B]\{\dot{\bar{E}}^2\} + [C]\{\dot{\bar{E}}\dot{\bar{E}}\} + \{G\}) \quad (2.12.)$$

Sistemi (2.11.) i (2.12.) predstavljaju matematičku osnovu sinteze nominalnih dinamičkih režima na osnovu metode propisane si-nergije. Pošto su poznate generalisane sile jednake nuli, pod- sistem (2.11.) dobija formu:

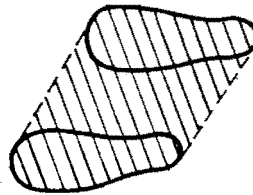
$$\{\ddot{\bar{E}}_X\} = - [A_{0X}]^{-1} ([A_{00}]\{\ddot{\bar{E}}\} + [P_0]([B]\{\dot{\bar{E}}^2\} + [C]\{\dot{\bar{E}}\dot{\bar{E}}\} + \{G\}))$$

Preostali deo nepoznatih Euler-ovih uglova opisuje u ovom slu-čaju kretanje kompenzacionih segmenata. To kretanje obezbedju-je dinamičku ravnotežu kompletnog sistema u tačkama oslonca, sa nametnutim graničnim uslovima, tj. uslovima ponovljivosti hoda.

Zadržimo se sada detaljnije na pojmu tačka nula momen- ta. Na sl. 3. prikazane su sile reakcije u uzdužnom preseku stopala. Pošto podloga i stopalo nisu medjusobno vezani, reakcija

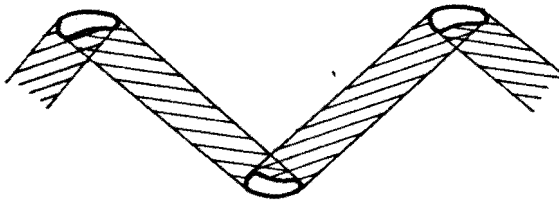


Sl.3.: Uzdužna raspodela opterećenja stopala



Sl.4.: Oblast mogućih polo-žaja TOM-a u jednooslonjačkoj i dvooslonjačkoj fazi hoda

podloge uvek može biti svedena na rezultantu R . Prodor rezultante R kroz površinu podloge nazivamo tačkom nula-momenta. Ova tačka ima značajnu ulogu u sintezi antropomorfnih sistema, obeležimo je kratko sa TOM. Dakle, pri osloncu na jednu nogu TOM se nalazi na površini oslonca stopala, a pri oslanjanju na dve noge TOM se nalazi u šrafiranom delu (sl. 4.). Pri hodanju ova dva slučaja se smenjuju, pa se TOM kreće unutar zone prikazane na sl. 5. U fazi jednog oslonca TOM treba da bude u oblasti dvostruke šrafure, a u fazi dvostrukog oslonca između tragova nogu. Zavisno od propisane sinergije hoda, određen je zakon kretanja TOM-a.



Sl. 5.: Oblast moguće pozicije TOM-a u toku hoda

Sinteza veštačke sinergije sastoji se u propisivanju sila reakcija i trenja, ili njihovoj međusobnoj relaciji. To se može realizovati, na primer, zadavanjem kretanja TOM-a i prodora rezultujuće sile trenja. Ovako propisana dinamika postavlja dopunska ograničenja dinamičkog karaktera. Dakle, u procesu kretanja antropomorfnog sistema treba zadovoljiti dinamičke veze koje se matematički izražavaju diferencijalnim relacijama. Neka tačka τ predstavlja TOM. Redukujmo sile reakcije podloge na tačku τ . Moment \vec{M} je u horizontalnoj ravni. Pošto \vec{M} mora biti jednak nuli, dolazimo do dva dinamička uslova: projekcije momenata na dve horizontalne ose X, Y treba da budu jednake nuli:

$$M_x = 0, \quad M_y = 0 \quad (2.13.)$$

Moment sila trenja jednak je nuli u odnosu na neku vertikalnu osu ξ :

$$M_{\xi} = 0 \quad (2.14.)$$

Ako ξ prolazi kroz tačku τ , X, Y, ξ čine ortogonalni koordinatni sistem.

Spoljašnje sile lokomocionog sistema su sile trenja, težine i reakcije podloge. Označimo sile sa \vec{F} i momente sila sa \vec{M}_F i svedimo ih na TOM. Na osnovu D'Alambert-ovog principa dinamičke veze (2.13.) možemo napisati kao

$$\begin{aligned} (\vec{M}_G + \vec{M}_F) \cdot \vec{e}_x &= 0 \\ (\vec{M}_G + \vec{M}_F) \cdot \vec{e}_y &= 0 \end{aligned} \quad (2.15.)$$

gde je: \vec{M}_G - sumarni moment sila težine u odnosu na TOM,
 \vec{e}_x, \vec{e}_y - jedinični vektori osa X i Y nepokretnog koordinatnog sistema.

Treću jednačinu veze (2.14.), pošto sile težine ne daju moment oko ose ξ , možemo napisati kao

$$(\vec{M}_F + \vec{\rho} \times \vec{F}) \cdot \vec{e}_{\xi} = 0 \quad (2.16.)$$

gde je: $\vec{\rho}$ - vektor iz TOM-a do prodora ose ξ kroz površinu podloge,

\vec{e}_{ξ} - jedinični vektor ose ξ .

Neka su ϕ_i generalisane koordinate mehanizma. Pretpostavimo da se u toku hoda stopalo svojom punom površinom oslanja na podlogu. Sile inercije \vec{F} i moment \vec{M}_F u opštem slučaju se mogu zapisati u obliku linearne forme po generalisanim ubrzanjima i kvadratne forme po generalisanim brzinama:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \sum_{i=1}^n \vec{a}_i \ddot{\phi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{b}_{ij} \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j \\ \vec{M}_F &= \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \ddot{\phi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij} \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j \end{aligned} \quad (2.17.)$$

gde \vec{a}_i , \vec{b}_{ij} , \vec{c}_i , \vec{d}_{ij} - predstavljaju funkcije generalisanih koordinata. Zamenom (2.17.) u (2.15.) i (2.16.) dobijamo:

$$\begin{aligned} \vec{M}_G \cdot \vec{e}_x + \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \cdot \vec{e}_x \vec{\phi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij} \cdot \vec{e}_x \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j &= 0 \\ \vec{M}_G \cdot \vec{e}_y + \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \cdot \vec{e}_y \vec{\phi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij} \cdot \vec{e}_y \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \cdot \vec{e}_z \vec{\phi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij} \cdot \vec{e}_z \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j + \sum_{i=1}^n (\vec{\rho} \times \vec{a}_i) \cdot \vec{e}_z \vec{\phi}_i + \\ + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\vec{\rho} \times \vec{d}_{ij}) \cdot \vec{e}_z \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j &= 0 \end{aligned} \quad (2.18.)$$

Sistem diferencijalnih jednačina (2.18.) ima n stepeni slobode i opisuje dinamičke uslove ravnoteže. Zadana sinergija sastoji se u zadavanju zakona promene $(n-3)$ koordinata tako da se obezbedi hod. Zakon promene obezbedjuje, u stvari, periodično premeštanje nogu koje odgovara naizmeničnim fazama jednostrukog i dvostrukog oslonca. Najcelishodnije je ovaj zakon promene dobiti neposredno izučavajući kretanje čoveka. Biomehaničkim posmatranjem može se dati vrlo precizan odgovor na pitanje kako čovek ide. Dok je s druge strane vrlo teško odgovoriti na pitanje zašto je tip hoda baš takav. Zbog toga je pokušaj da se neposredno dobiju zakoni promene svih koordinata ϕ_i polazeći od minimizacije nekih globalnih kriterijuma malo osnovan. Preostala tri zakona kretanja $\phi_i(t)$, ($i = 1, 2, 3$) mogu se naći integracijom sistema (2.18.). Tako se sinteza veštačke sinergije ostvaruje na sledeći način: za deo koordinata zadaje se program kretanja (kinetički algoritam), a zakon promene ostalih koordinata određuje se iz jednačina dinamičkih veza (2.18.). Kod antropomorfnih robota, zadana sinergija sastoji se u propisivanju zakona kretanja nogu.

Obeležimo sa ϕ koordinate za koje je zadat zakon promene, a sa ϕ^* koordinate koje se određuju iz (2.18.). Tada se posle odgovarajućih transformacija jednačina dinamičkih veza

(2.18.) mogu predstaviti u matičnoj formi:

$$\sum_{i=1}^n \vec{c}_i \ddot{\phi}_i^* + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij} \dot{\phi}_i^* \dot{\phi}_j^* + \vec{g} = 0 \quad (2.19.)$$

gde su \vec{c}_i i \vec{d}_{ij} vektorski koeficijenti koji zavise od ϕ , ϕ^* a vektor \vec{g} je funkcija ϕ , ϕ^* , $\dot{\phi}$, $\ddot{\phi}$. Zakon promene koordinata ϕ^* , s obzirom na prirodu kretanja živih organizama, mora da zadovoljava uslove ponovljivosti. Dakle, sistem (2.19.) treba rešiti sa nametnutim graničnim vrednostima (uslovima ponovljivosti). Celishodno je odabrati da koordinate ϕ budu ugaona pomeranja "nogu" robota, što ne znači da koordinate ϕ ne mogu predstavljati i pokrete ostalih delova modela. Za ovako izabranu zadanu sinergiju odlučuju neke bitne karakteristike antropomorfnih sistema. Prvo, kretanje nogu uglavnom određuje hod i, drugo, kretanje nogu je složenije od ostalih delova antropomorfnog sistema. Kompenzaciona sinergija, tj. koordinate ϕ^* , odnosi se na gornji deo, trup modela. Prema tome, uprošćena šema kretanja robota je sledeća: "noge" se premeštaju po nekom algoritmu snimljenom sa čoveka, a "trup" vrši periodične kompenzacione pokrete, koji obezbeđuju odgovarajuće pomeranje TOM-a i dinamičku ravnotežu sistema u frontalnoj i sagitalnoj ravni (u odnosu na usvojenu vertikalnu osu).

Dinamičke veze (2.19.) napisane su samo za tri koordinate ϕ^* . Medjutim, u tom sistemu su uzeta u obzir i dinamička svojstva svih delova antropomorfnog modela. Ova činjenica proizilazi iz koncepcije zadane sinergije, jer koeficijenti matematičkog modela zavise i od inercijalnih članova ϕ . Na taj način matematički model (2.19.) neposredno sadrži dinamiku "usvojene" sinergije.

Do jednačina (2.19.) može se doći i na ovaj način. Kretanje lokomocionog sistema, u opštem slučaju, opisuje se sistemom od n diferencijalnih jednačina drugog reda. Saglasno koncepciji zadane sinergije, određenom broju $n-3$ stepeni slobode unapred se propisuje rešenje, a to znači da sada nemamo n nego $n-3$ diferencijalne jednačine. Proizilazi važna činjenica da metod zadane sinergije može poslužiti kao postupak za smanjenje

dimenzionalnosti sistema. Bitna osobina ovog specifičnog postupka redukcije dimenzionalnosti sistema je da se ovim postupkom ne radi ni o kakvom uprošćavanju sistema, niti o njegovoj matematičkoj linearizaciji. Ovako dobijene jednačine još nisu obavezno jednačine (2.19.). Međutim, od skupa mogućih rešenja pomenutih jednačina nas interesuju samo ona rešenja koja odgovaraju zadatom zakonu kretanja TOM-a i ose ξ . Ovaj podskup rešenja sada odgovara sistemu (2.19.). Prema tome, sistem (2.19.) ne daje opšte rešenje, već sasvim odredjeni tip kretanja gornjeg dela tela sistema.

Na osnovu zadate i sračunate sinergije moguće je izračunati pogonske momente potrebne za njenu realizaciju. Diferencijalne jednačine uslova kinetostatičke ravnoteže oko svih osa šarnira imaju sledeći oblik:

$$\vec{M}^k = \sum_{i=1}^n \vec{c}_i^k \dot{\phi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij}^k \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j + \vec{g}^k \quad (2.20.)$$

gde gornji indeks k označava broj zgloba u kome je kinematički lanac "prekinut"; \vec{c}_i^k , \vec{d}_{ij}^k , \vec{g}^k - su vektorski koeficijenti.

Dati zakon kretanja TOM-a i ose ξ neposredno utiče na oblik dinamičke veze sistema. Zato odredjivanje dinamičkih veza pomoću TOM-a i ose ξ predstavlja samo jedan poseban slučaj opšteg rešenja. Tako da se, na primer, razlikuju zakoni kretanja koordinata za situaciju kad je reakcija podloge takva da osa ξ prolazi kroz TOM i da je rezultanta sile trenja jednaka nuli, od slučaja kad se zakon kretanja TOM-a menja skokovito. Različiti zakoni kretanja TOM-a i ose daju različite veštačke sinergije antropomornog sistema u celini. Ovo upućuje na zaključak da je važno proučiti kretanje TOM-a u slučajevima različitih tipova hoda, sa različitim trajanjem dvoosloničkih faza.

Analognim postupkom za formiranje dinamičkih veza za tačku kontakta sa podlogom, mogu se postaviti dinamičke veze i za ostale zglobove mehanizma. Tako je moguće zahtevati da momenti usled sila reakcije u odnosu na osu zgloba "ruku" budu jednaki nuli. Dinamičke veze za osu tog zgloba imaju relacije oblika

(2.18.), sa graničnim uslovima koji zahtevaju uslove ponovljivosti u posmatranim zglobovima. Dimenzija vektora ϕ^* jednaka je broju mogućih uslova dinamičkih veza, a matrice i vektori u jednačini (2.19.) su odgovarajućeg reda.

2.3. GRANIČNI USLOVI

Kada opšti sistem diferencijalnih jednačina (2.6.) opisuje kretanje antropomornog hoda, tada svi uglovi $\{\Xi\}$ i njihovi izvodi $\{\dot{\Xi}\}$ na kraju koraka treba da budu jednaki onima na njegovom početku, tj.:

$$\{\Xi\}_T = \{\Xi\}_0 \quad \text{i} \quad \{\dot{\Xi}\}_T = \{\dot{\Xi}\}_0 .$$

Poznati deo uglova $\{\Xi_0\}$ zadovoljava ove uslove, pošto su podaci za propisani deo sistema snimljeni sa ustaljenog hoda. Prema tome, sistem (2.19.) treba rešiti sa sledećim graničnim uslovima:

$$\begin{bmatrix} \Xi \\ \dot{\Xi} \end{bmatrix}_T = \begin{bmatrix} \Xi \\ \dot{\Xi} \end{bmatrix}_0 \quad (2.21.)$$

Obeležimo sa $\{\Xi_x\} = \phi^*$ i $\{\Xi_0\} = \tilde{\phi}$. Tada se za sintezu sinergije potrebni zakoni promene vektora ϕ^* odredjuju rešavanjem sistema (2.19.) sa graničnim uslovima (2.21.). Pretpostavimo da na neki način raspoložemo približnim rešenjem sistema (2.19.) i (2.21.). Dalje se rešenje postavljenog zadatka može postići sukcesivnim korekcijama pomoću matrica osetljivosti, koja se formira na bazi linearizacije u okolini približnog rešenja. Pod ovim uslovima male korekcije početnih uslova izazivaju male korekcije krajnjih uslova [8, 9] što se može napisati u sledećem obliku:

$$\begin{bmatrix} \Xi_x \\ \dot{\Xi}_x \end{bmatrix}_T + \begin{bmatrix} \Delta \Xi_x \\ \Delta \dot{\Xi}_x \end{bmatrix}_T = \begin{bmatrix} \Xi_x \\ \dot{\Xi}_x \end{bmatrix}_0 + \begin{bmatrix} \Delta \Xi_x \\ \Delta \dot{\Xi}_x \end{bmatrix}_0 \quad (2.22.)$$

S druge strane, promena krajnjih uslova može se naći pomoću matrice osetljivosti iz promene početnih uslova, tj.:

$$\begin{bmatrix} \Delta \Xi \\ -\frac{\Delta \Xi}{x} \\ \Delta \dot{\Xi} \\ \dot{\Xi} \end{bmatrix}_T = [U] \begin{bmatrix} \Delta \Xi \\ -\frac{\Delta \Xi}{x} \\ \Delta \dot{\Xi} \\ \dot{\Xi} \end{bmatrix}_0 \quad (2.23.)$$

gde matrica $[U]$ predstavlja matricu osetljivosti sa submatricama, izraženih u obliku Jakobijana. Oblik matrice je sledeći:

$$U = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\Xi_1)}{\partial(\Xi_j)} & \frac{\partial(\Xi_1)}{\partial(\dot{\Xi}_j)} \\ \frac{\partial(\Xi_j)}{\partial(\Xi_1)} & \frac{\partial(\Xi_j)}{\partial(\dot{\Xi}_1)} \\ \frac{\partial(\dot{\Xi}_1)}{\partial(\Xi_j)} & \frac{\partial(\dot{\Xi}_1)}{\partial(\Xi_1)} \\ \frac{\partial(\Xi_j)}{\partial(\Xi_1)} & \frac{\partial(\Xi_j)}{\partial(\dot{\Xi}_1)} \end{bmatrix} \quad (2.24.)$$

Na bazi jednačina (2.22) i (2.23.) dobijamo potrebne korekcije početnih uslova:

$$\begin{bmatrix} \Delta \Xi \\ -\frac{\Delta \Xi}{x} \\ \Delta \dot{\Xi} \\ \dot{\Xi} \end{bmatrix}_0 = ([U] - [I])^{-1} \left(\begin{bmatrix} \Xi \\ -\frac{\Xi}{x} \\ \dot{\Xi} \\ \Xi \end{bmatrix}_0 - \begin{bmatrix} \Xi \\ -\frac{\Xi}{x} \\ \dot{\Xi} \\ \Xi \end{bmatrix}_T \right) \quad (2.25.)$$

Ako se iskoristi prisustvo simetrije kod ljudskog dvonožnog hoda, onda se ispitivanje sistema može svesti samo na polovinu koraka. Sva kretanja u $x - z$ ravni ponavljaju se posle polovine koraka na sledeći način: centralni kompenzacioni segment sa istim znakom a segmenti nogu sa suprotnim. Sva kretanja van $x - z$ ravni ponavljaju se posle polovine koraka u suprotnom smeru. Uslovi ponovljivosti za polovinu koraka dobijaju oblik:

$$\begin{bmatrix} \Xi \\ -\frac{\Xi}{x} \\ \dot{\Xi} \\ \Xi \end{bmatrix}_{T/2} = [W] \begin{bmatrix} \Xi \\ -\frac{\Xi}{x} \\ \dot{\Xi} \\ \Xi \end{bmatrix}_0 \quad (2.26.)$$

Matrica transformacije $[W]$ izražava opisanu simetričnost. Analogno jednačini (2.25.) za granične uslove (2.26.) dobijamo korekcije početnih uslova u obliku:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta x \end{bmatrix}_0 = ([U] - [W])^{-1} \left([W] \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix}_0 - \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix}_{T/2} \right) \quad (2.27.)$$

Izborom polukoraka tako da je za vreme njegovog trajanja isto stopalo u dodiru sa podlogom, postizemo izvesne pogodnosti u matematičkom modelu.

2.4. ALGORITAM ZA ODREĐIVANJE KOMPENZACIONE SINERGIJE DINAMIČKIH SISTEMA

Već smo spomenuli tzv. mešoviti tip zadatka u kome su parcijalno zadati kretanje i generalisane sile. Ovaj zadatak u opštem slučaju se opisuje sistemom nelinearnih diferencijalnih jednačina s promenljivim koeficijentima, dat sistemom (2.19.). Ako se radi o antropomorfnim sistemima, onda se sistemu (2.19.) nameću granični uslovi (2.21.), odnosno (2.26.). Prema tome, rešenje sistema (2.19.) sa graničnim uslovima (2.21.), odnosno (2.26.) određuje kompenzacionu sinergiju sistema. Sledeći korak je postaviti algoritam za automatsko dobijanje rešenja postavljenog zadatka, ako ovo postoji [13, 14].

Granični uslovi (2.21.) i (2.26.) u opštem slučaju mogu se predstaviti funkcionalnom relacijom:

$$Y^T = \chi(Y^0) \quad (2.28.)$$

gde je

$$Y^T = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix}_T, \quad Y^0 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix}_0.$$

Neka je $\tilde{Y}(t)$ rešenje sistema (2.19.) sa graničnim uslovima (2.21.), odnosno (2.26.), koje ne zadovoljava relaciju (2.28.). Obeležimo sa $\tilde{Y}(0) = \tilde{Y}^0$ i $\tilde{Y}(T) = \tilde{Y}^T$. Uvedimo indeks performanse za ispunjavanje opšteg uslova (2.28.) u obliku sledeće relacije:

$$J = \| \tilde{Y}^T - \chi(\tilde{Y}^0) \| \quad (2.29.)$$

Veličine \tilde{Y}^T i \tilde{Y}^0 su povezane diferencijalnim jednačinama dinamičke ravnoteže (2.19.), što znači da je indeks performanse J funkcija samo od \tilde{Y}^0 , tj.

$$J = J(\tilde{Y}^0) \quad (2.30.)$$

Prema (2.29.), uslov (2.28.) biće zadovoljen ako minimiziramo funkciju (2.30.):

$$J(\tilde{Y}^0) = \min_{\tilde{Y}^0} J(\tilde{Y}^0) = 0 \quad (2.31.)$$

Da bi rešili (2.31.), može se primeniti gradijentni metod [13, 14], u obliku iterativnog procesa:

$$\tilde{Y}_{i+1}^0 = \tilde{Y}_i^0 - \varepsilon \nabla J \quad (2.32.)$$

gde je $\nabla J = \text{grad } J(Y^0)$, a i - broj iteracije.

Kada je vektor faznih koordinata \tilde{Y}^0 dovoljno blizu nominalne vrednosti \bar{Y}^0 , onda se može uvesti lokalni metod sa sledećim iterativnim postupkom:

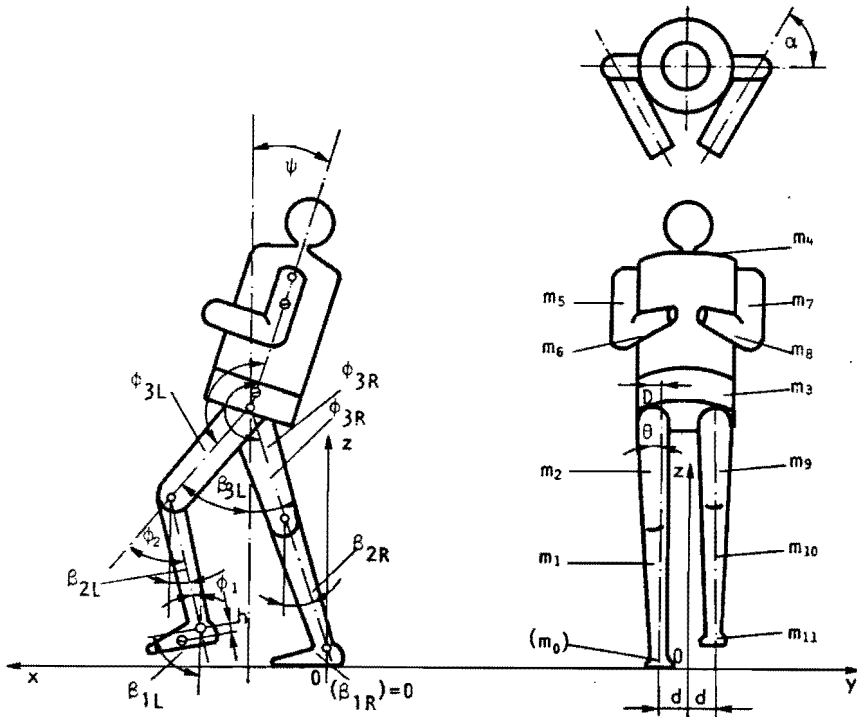
$$\tilde{Y}_{i+1}^0 = \tilde{Y}_i^0 + \varepsilon \phi(\tilde{Y}_i^0) \quad (2.33.)$$

gde se priraštaj $\phi(\tilde{Y}_i^0)$ izračunava po formuli (2.25.), odnosno (2.27.). Algoritam za nalaženje rešenja nominalnih režima prikazan je na sl. 27. u Monografiji [6]. Da bi ubrzali proces postizanja uslova (2.31.), kombinuje se kriterijum (2.32.) i (2.33.). Za $J > J^*$ primenjuje se kriterijum (2.32.), a za $J < J^*$ kriterijum (2.33.), gde je J^* unapred odredjen indeks performanse (2.29.). Algoritam je od opšteg značaja pri odredjivanju nominalnih režima antropomorfnih sistema. Treba samo podvući da ulogu dva slobodna parametra kod najprostije verzije modela [5] igraju α_m i T , dok će se za model opisan u narednom paragrafu

uvesti parametar S (koeficijent amplitudnog skaliranja propisanog algoritma) umesto amplitude α_m . Dakle, u slučaju opštih modela sa realističnim tipovima hoda, uveden je parametar S za podešavanje veličine koraka, i T za podešavanje trajanja, što omogućava upravljanje brzinom kretanja pri istom tipu hoda.

2.5. ANTROPOMORFNI SISTEM SA FIKSNIM "RUKAMA"

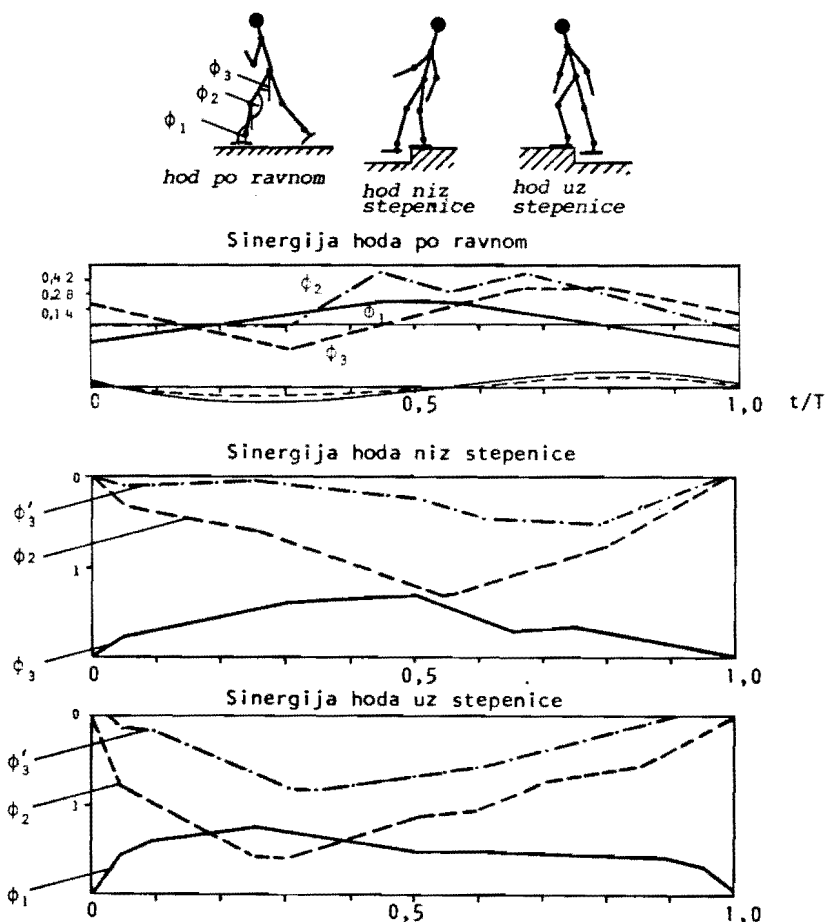
U ovom odeljku biće prikazana praktična realizacija metode zadane sinergije i dinamički modeli antropomorfnih mehanizama. Detaljno ćemo se zadržati na jednom uprošćenom antropomorfnom modelu, koji je prikazan na sl. 6. Na ovom modelu vršene su mnoge korisne analize u grupi za biotehniku Instituta "Mihajlo Pupin" - Beograd. Dobijeni rezultati su iskorišćeni za realizaciju aktivnih egzoskeleta za proizvodjenje vešta-



Sl. 6.: Model bipeda sa fiksnim rukama

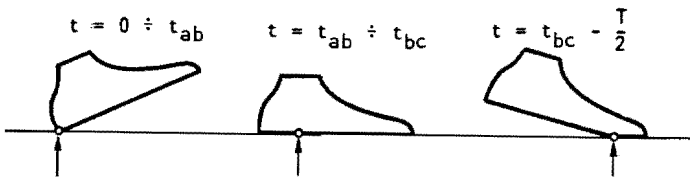
čkog antropomorfnohoda [19, 10, 11].

Gornji deo mehaničkog modela (sl. 6.) može se posmatrati kao obrnuto klatno. Donji ekstremiteti sastavljeni su od tri segmenta koji su međusobno spojeni cilindričnim ležištima. Zadana sinergija sastoji se u propisivanju dinamike donjih ekstremiteta. Na sl. 7. zadana sinergija data je u obliku dijagrama. Data su tri dijagrama koji reprezentuju hod po ravnom, i hod uz i niz stepenice. Svi oblici hoda sintetizovani su na osnovu podataka dobijenih pomoću biometrijskih ispitivanja čovekovog hoda. Sačlasno odabranom algoritmu hoda, kretanje sto-



Sl. 7.: Usvojena sinergija

pala noge, koja je oslonjena o podlogu, prikazano je na sl. 8. Mogu se razlikovati tri faze. U prvoj fazi oslonac stopala je na peti, u drugoj na punom stopalu i u trećoj na prstima. Oslonac se premešta iz prve faze u drugu u vremenskom trenutku $t = t_{ab}$, a iz druge u treću za $t = t_{bc}$. Prema tome, zakon kretanja tačke nula-momenta (TOM) ima sledeći oblik: na početku prve faze TOM je na peti; na kraju prve faze "skače" sa pete u "centar" stopala; na kraju druge faze prelazi iz tog položaja na prste; na kraju poluperioda, TOM prelazi pod drugo stopalo, koje je sada u kontaktu sa podlogom. Ovako propisana trajektorija TOM-a odgovara jednooslonjačkoj fazi. Međutim, još prirodniji hod se može realizovati ako se u toku punog koraka modelira i dvooslonjačka faza sa datim zakonom kretanja TOM-a u toj fazi.



Sl. 8.: Faze kontakta stopala sa podlogom

Napišimo jednačine dinamičkih veza za mehanički model na sl. 7., koristeći D'Alambert-ov princip. Pretpostavimo da je momenat na oslonjenom stopalu dovoljno veliki, da osigura ravansko kretanje donjih ekstremiteta, što znači da obezbeđuje dinamičku ravnotežu oko ξ -ose. Pod ovom pretpostavkom možemo zanemariti treću diferencijalnu jednačinu (2.18.). Neka su x_i, y_i, z_i koordinate težišta i -tog segmenta. Ostale oznake su kao na sl. 6. Sa usvojenim oznakama jednačine dinamičkih veza imaju sledeći oblik:

$$M_y \equiv \ddot{\theta} \left[\sum_{i=1}^{11} m_i (V_i z_i - R_i x_i) \right] + \ddot{\psi} \left[\sum_{i=1}^{11} m_i (W_i z_i - S_i x_i) + \sum_{i=4}^8 J_{y_i} \right] + \sum_{i=1}^{11} m_i (P_i z_i - T_i x_i) - g \sum_{i=1}^{11} m_i x_i +$$

$$\begin{aligned}
& + J_{Y_1} \ddot{\beta}_{2L} + J_{Y_2} \ddot{\beta}_{1L} + J_{Y_9} \ddot{\beta}_{1R} + \\
& + J_{Y_{10}} \ddot{\beta}_{2R} + J_{Y_{11}} \ddot{\beta}_{3R} = 0 \quad (2.34.)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_x \equiv \ddot{\theta} \left[\sum_{i=1}^{11} m_i (R_i y_i - A_i z_i) + J_{x_1} + J_{x_2} + J_{x_9} + J_{x_{10}} + \right. \\
\left. + J_{x_{11}} \right] + \ddot{\psi} \sum_{i=1}^{11} m_i S_i y_i + \sum_{i=1}^{11} m_i (T_i y_i - C_i z_i) + \\
g \sum_{i=1}^{11} m_i y_i = 0 \quad (2.35.)
\end{aligned}$$

gde su:

$$\begin{aligned}
V_1 &= -a \sin \theta \sin \beta_{2L} \\
V_2 &= 2V_1 - b \sin \theta \sin \beta_{1L} \\
V_3 &= V_2 - b \sin \theta \sin \beta_{1L} \\
V_4 &= V_3, \quad V_5 = V_3, \quad V_6 = V_3, \quad V_7 = V_5, \quad V_8 = V_6 \\
V_9 &= V_3 - b \sin \theta \sin \beta_{1L} \\
V_{10} &= V_3 - (2b \sin \beta_{1R} + a \sin \beta_{2R}) \sin \theta \\
V_{11} &= V_3 - (2b \sin \beta_{1R} + 2a \sin \beta_{2R} + h \sin \beta_{3R}) \sin \theta \\
W_1 &= 0, \quad W_2 = 0, \quad W_3 = 0, \\
W_4 &= c \cos \psi \\
W_5 &= (R - e) \cos \psi \\
W_6 &= (R - 2e) \cos \psi - s \cos \alpha \sin \psi \\
W_7 &= W_5, \quad W_8 = W_6, \quad W_9 = 0, \quad W_{10} = 0, \quad W_{11} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_1 &= -a \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \beta_{2L} - a \dot{\theta} \ddot{\beta}_{2L} \sin \theta \cos \beta_{2L} + \\
&+ a \ddot{\beta}_{2L} \cos \theta \cos \beta_{2L} - a \dot{\beta}_{2L} \dot{\theta} \sin \theta \cos \beta_{2L} - a \dot{\beta}_{2L}^2 \cos \theta \sin \beta_{2L} \\
P_2 &= 2P_1 - b \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \beta_{1L} - b \dot{\theta} \ddot{\beta}_{1L} \sin \theta \cos \beta_{1L} + b \ddot{\beta}_{1L} \cos \theta \cos \beta_{1L} \\
&- b \dot{\beta}_{1L} \dot{\theta} \sin \theta \cos \beta_{1L} - b \dot{\beta}_{1L}^2 \cos \theta \sin \beta_{1L} \\
P_3 &= P_2 - \dot{\theta}^2 b \cos \theta \sin \beta_{1L} - \dot{\theta} \ddot{\beta}_{1L} b \sin \theta \cos \beta_{1L} + \\
&+ b \ddot{\beta}_{1L} \cos \theta \cos \beta_{1L} - b \dot{\beta}_{1L} \dot{\theta} \sin \theta \cos \beta_{1L} - b \dot{\beta}_{1L}^2 \cos \theta \sin \beta_{1L}
\end{aligned}$$

$$P_4 = P_3 - c\dot{\psi}^2 \sin\psi$$

$$P_5 = P_3 - (R - e)\dot{\psi}^2 \sin\psi$$

$$P_6 = P_3 - \dot{\psi}^2 (R - 2e) \sin\psi - s\dot{\psi}^2 \cos\alpha \cos\psi$$

$$P_7 = P_5, \quad P_8 = P_6$$

$$P_9 = P_3 - b\dot{\theta}^2 \cos\theta \sin\beta_{1R} - 2b\ddot{\theta}\dot{\beta}_{1R} \sin\theta \cos\beta_{1R} + \\ + b\ddot{\beta}_{1R} \cos\theta \cos\beta_{1R} - b\dot{\beta}_{1R}^2 \cos\theta \sin\beta_{1R}$$

$$P_{10} = P_3 + (2b\ddot{\beta}_{1R} \cos\beta_{1R} - 2b\dot{\beta}_{1R}^2 \sin\beta_{1R} + a\ddot{\beta}_{2R} \cos\beta_{2R} - \\ - a\dot{\beta}_{2R}^2 \sin\beta_{2R}) \cos\theta - 2\dot{\theta} (2b\dot{\beta}_{1R} \cos\beta_{1R} + a\dot{\beta}_{2R} \cos\beta_{2R}) \sin\theta - \\ - \dot{\theta}^2 (2b \sin\beta_{1R} + a \sin\beta_{2R}) \cos\theta$$

$$P_{11} = P_3 + (2b\ddot{\beta}_{1R} \cos\beta_{1R} - 2b\dot{\beta}_{1R}^2 \sin\beta_{1R} + 2a\ddot{\beta}_{2R} \cos\beta_{2R} - \\ - 2a\dot{\beta}_{2R}^2 \sin\beta_{2R} + h\ddot{\beta}_{3R} \cos\beta_{3R} - h\dot{\beta}_{3R}^2 \sin\beta_{3R}) \cos\theta - \\ - 2\dot{\theta} (2b\dot{\beta}_{1R} \cos\beta_{1R} + 2a\dot{\beta}_{2R} \cos\beta_{2R} + h\dot{\beta}_{3R} \cos\beta_{3R}) \sin\theta - \\ - \dot{\theta}^2 (2b \sin\beta_{1R} + 2a \sin\beta_{2R} + h \sin\beta_{3R}) \cos\theta$$

$$A_1 = a \cos\beta_{2R} \cos\theta \quad A_2 = 2A_1 + b \cos\beta_{1L} \cos\theta$$

$$A_3 = A_2 + b \cos\beta_{1L} \cos\theta \quad A_4 = A_3, \quad A_5 = A_3$$

$$A_6 = A_3, \quad A_7 = A_3, \quad A_8 = A_3, \quad A_9 = A_3 - b \cos\beta_{1R} \cos\theta$$

$$A_{10} = A_3 - (2b \cos\beta_{1R} + a \cos\beta_{2R}) \cos\theta$$

$$A_{11} = A_3 - (2a \cos\beta_{2R} + 2b \cos\beta_{1R} + h \cos\beta_{3R}) \cos\theta$$

$$C_1 = -a\ddot{\beta}_{2L} \sin\beta_{2L} \sin\theta - a\dot{\beta}_{2L}^2 \cos\beta_{2L} \sin\theta - a\dot{\beta}_{2L} \dot{\theta} \sin\beta_{2L} \cos\theta - \\ - a\dot{\theta} \dot{\beta}_{2L} \sin\beta_{2L} \cos\theta - a\dot{\theta}^2 \cos\beta_{2L} \sin\theta$$

$$C_2 = 2C_1 - b\ddot{\beta}_{1L} \sin\beta_{1L} \sin\theta - b\dot{\beta}_{1L}^2 \cos\beta_{1L} \sin\theta - \\ - 2b\dot{\beta}_{1L} \dot{\theta} \sin\beta_{1L} \cos\theta - b\dot{\theta}^2 \cos\beta_{1L} \sin\theta$$

$$C_3 = C_2 - b\ddot{\beta}_{1L} \sin\beta_{1L} \sin\theta - b\dot{\beta}_{1L}^2 \cos\beta_{1L} \sin\theta - \\ - 2b\dot{\beta}_{1L} \dot{\theta} \sin\beta_{1L} \cos\theta - b\dot{\theta}^2 \cos\beta_{1L} \sin\theta$$

$$C_4 = C_3, \quad C_5 = C_3, \quad C_6 = C_3, \quad C_7 = C_3, \quad C_8 = C_3$$

$$C_9 = C_3 + b\ddot{\beta}_{1R} \sin\beta_{1R} \sin\theta + b\dot{\beta}_{1R}^2 \cos\beta_{1R} \sin\theta + \\ + 2b\dot{\beta}_{1R} \dot{\theta} \sin\beta_{1R} \cos\theta + b\dot{\theta}^2 \cos\beta_{1R} \sin\theta$$

$$C_{10} = C_3 + (2b\ddot{\beta}_{1R}\sin\beta_{1R} + 2b\dot{\beta}_{1R}^2\cos\beta_{1R} + a\ddot{\beta}_{2R}\sin\beta_{2R} + \\ + a\dot{\beta}_{2R}\cos\beta_{2R})\sin\theta + 2\dot{\theta}(2b\dot{\beta}_{1R}\sin\beta_{1R} + \\ + a\dot{\beta}_{2R}\sin\beta_{2R})\cos\theta + \dot{\theta}^2(2b\cos\beta_{1R} + a\cos\beta_{2R})\sin\theta$$

$$C_{11} = C_3 + (2a\ddot{\beta}_{2R}\sin\beta_{2R} + 2a\dot{\beta}_{2R}^2\cos\beta_{2R} + 2b\ddot{\beta}_{1R}\sin\beta_{1R} + \\ + 2b\dot{\beta}_{1R}^2\cos\beta_{1R} + h\ddot{\beta}_{3R}\sin\beta_{3R} + h\dot{\beta}_{3R}^2\cos\beta_{3R})\sin\theta + \\ + 2\dot{\theta}(2a\dot{\beta}_{2R}\sin\beta_{2R} + 2b\dot{\beta}_{1R}\sin\beta_{1R} + h\dot{\beta}_{3R}\sin\beta_{3R})\cos\theta + \\ + \dot{\theta}^2(2a\cos\beta_{2R} + 2b\cos\beta_{1R} + h\cos\beta_{3R})\sin\theta$$

$$R_1 = a\cos\beta_{2L}\sin\theta \quad R_2 = -(2a\cos\beta_{2L} + b\cos\beta_{1L})\sin\theta$$

$$R_3 = R_2 - b\cos\beta_{1L}\sin\theta$$

$$R_4 = R_3, \quad R_5 = R_3, \quad R_6 = R_3, \quad R_7 = R_5, \quad R_8 = R_6$$

$$R_9 = R_3 + b\cos\beta_{1R}\sin\theta$$

$$R_{10} = R_9 + (b\cos\beta_{1R} + a\cos\beta_{2R})\sin\theta$$

$$R_{11} = R_{10} + a\cos\beta_{2R}\sin\theta$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = 0 \quad S_4 = -c\sin\psi$$

$$S_5 = -(R - e)\sin\psi \quad S_6 = -[(R - 2e)\sin\psi + s\cos\alpha\cos\psi]$$

$$S_7 = S_5, \quad S_8 = S_6, \quad S_9 = S_{10} = S_{11} = 0$$

$$T_1 = -a(\ddot{\beta}_{2L}\sin\beta_{2L}\cos\theta + \dot{\beta}_{2L}^2\cos\beta_{2L}\cos\theta - \\ - 2\dot{\beta}_{2L}\dot{\theta}\sin\beta_{2L}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\beta_{2L}\cos\theta)$$

$$T_2 = -(2a\ddot{\beta}_{2L}\sin\beta_{2L} + 2a\dot{\beta}_{2L}^2\cos\beta_{2L} + b\ddot{\beta}_{1L}\sin\beta_{1L} + \\ + b\dot{\beta}_{1L}^2\cos\beta_{1L})\cos\theta + 2\dot{\theta}(2a\dot{\beta}_{2L}\sin\beta_{2L} + b\dot{\beta}_{1L}\sin\beta_{1L})\sin\theta - \\ - \dot{\theta}^2(2a\cos\beta_{2L} + b\cos\beta_{1L})\cos\theta$$

$$T_3 = T_2 - b\ddot{\beta}_{1L}\sin\beta_{1L}\cos\theta - b\dot{\beta}_{1L}^2\cos\beta_{1L}\cos\theta + \\ + 2b\dot{\theta}\dot{\beta}_{1L}\sin\beta_{1L}\sin\theta - b\dot{\theta}^2\cos\beta_{1L}\cos\theta$$

$$T_4 = T_3 - c\dot{\psi}^2\cos\psi$$

$$T_5 = T_3 - \dot{\psi}^2(R - e)\cos\psi$$

$$T_6 = T_3 - \dot{\psi}^2[(R - 2e)\cos\psi - s\cos\alpha\sin\psi]$$

$$T_7 = T_5, \quad T_8 = T_6$$

$$T_9 = T_3 + b\ddot{\beta}_{1R} \sin\beta_{1R} \cos\theta + b\dot{\beta}_{1R}^2 \cos\beta_{1R} \cos\theta - \\ - 2b\dot{\theta}\dot{\beta}_{1R} \sin\beta_{1R} \sin\theta + b\dot{\theta}^2 \cos\beta_{1R} \cos\theta$$

$$T_{10} = T_9 - 2\dot{\theta}(b\dot{\beta}_{1R} \sin\beta_{1R} + a\dot{\beta}_{2R} \sin\beta_{2R}) \sin\theta + \\ + (b\ddot{\beta}_{1R} \sin\beta_{1R} + b\dot{\beta}_{1R}^2 \cos\beta_{1R} - a\ddot{\beta}_{2R} \sin\beta_{2R} - \\ - a\dot{\beta}_{2R}^2 \cos\beta_{2R}) \cos\theta + \dot{\theta}^2 (bc \cos\beta_{1R} + ac \cos\beta_{2R}) \cos\theta$$

$$T_{11} = T_{10} + a\ddot{\beta}_{2R} \sin\beta_{2R} \cos\theta + a\dot{\beta}_{2R}^2 \cos\beta_{2R} \cos\theta - \\ - 2a\dot{\theta}\dot{\beta}_{2R} \sin\beta_{2R} \sin\theta + a\dot{\theta}^2 \cos\beta_{2R} \cos\theta$$

a - polovina dužine potkolenice

b - polovina dužine butnog dela

h - visinsko rastojanje skočnog zgloba od težišta stopala

c - visinsko rastojanje težišta gornjeg dela trupa od pojasa

R - visina ramenog zgloba u odnosu na pojas

e - polovina dužine nadlaktice

s - polovina dužine podlaktice

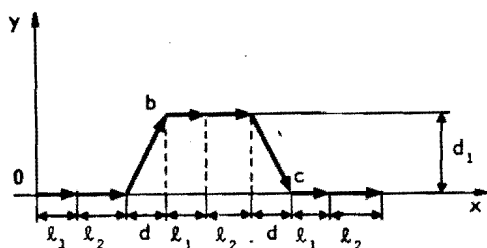
Neka jednačine (2.34.) i (2.35.) opisuju kretanje sistema u prvoj fazi (period u kome je oslonac stopala na peti). Pri prelazu na drugu fazu sve x-koordinate se smanjuju za l_1 , a pri prelazu na treću fazu za l_2 . Kada oslonac prelazi pod drugo stopalo, onda se x-koordinate smanjuju za vrednost d a y-koordinate menjaju skokovito za d_1 . Ova promena je šematski prikazana na sl. 9., gde segment abc odgovara punom koraku, a segment ab polukoraku. Na ovaj način jednačine (2.34.) i (2.35.) opisuju kretanje sistema u toku punog koraka.

Sile reakcije za posmatrani mehanički model na mestu kontakta donjeg ekstremiteta sa podlogom su:

$$F_x = \sum_{i=1}^{11} m_i \ddot{x}_i = \ddot{\theta} \sum_{i=1}^{11} m_i V_i + \ddot{\psi} \sum_{i=1}^{11} m_i W_i + \sum_{i=1}^{11} m_i P_i \quad (2.36.)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^{11} m_i \ddot{y}_i = \ddot{\theta} \sum_{i=1}^{11} m_i A_i + \sum_{i=1}^{11} m_i C_i \quad (2.37.)$$

$$F_z = \sum_{i=1}^{11} m_i (\ddot{z}_i + g) = \ddot{\theta} \sum_{i=1}^{11} m_i R_i + \ddot{\psi} \sum_{i=1}^{11} m_i S_i + \sum_{i=1}^{11} m_i T_i + \sum_{i=1}^{11} m_i g \quad (2.38.)$$



Sl. 9.: Šematska predstava promena koordinata

2.6. SINTEZA DINAMIČKIH NOMINALA ZA SIMETRIČNE SLUČAJEVE HODA

Da bi odredili kompenzacionu sinergiju primenom algoritma prikazanog na sl. 27 u Monografiji [6], za konkretan mehanički model (sl. 6.), napišimo odgovarajuće relacije potrebne za realizaciju datog algoritma. Matematički model je opisan sistemom diferencijalnih jednačina (2.34.) i (2.35.). Uslov ponovljivosti za polovinu koraka (2.26.), za simetrične slučajeve hoda, ima sledeći oblik:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_0 \quad (2.39.)$$

gde je $P = T/2$.

Stavljajući da je vektor $Y = [\theta, \psi, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$, uslov (2.39.) postaje:

$$Y(P) = [W] Y(0).$$

Za ovaj slučaj indeks performanse (2.29.) ima oblik:

$$J(Y^0) = [(Y_1^0 + Y_1^P)^2 + (Y_2^0 - Y_2^P) + (Y_3^0 + Y_3^P)^2 + (Y_4^0 - Y_4^P)^2]^{1/2} \quad (2.40.)$$

Za iterativni postupak (2.32.) potrebno je odrediti gradijent $\nabla J = [\nabla_1 J, \nabla_2 J, \nabla_3 J, \nabla_4 J]^T$. Komponente gradijenta su:

$$\begin{aligned} \nabla_1 J &= \frac{\left[(Y_1^0 + Y_1^P) \left(1 + \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_1^0} \right) - (Y_2^0 - Y_2^P) \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_1} + (Y_3^0 + Y_3^P) \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_1^0} - (Y_4^0 - Y_4^P) \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_1^0} \right]}{J} \\ \nabla_2 J &= \frac{\left[(Y_1^0 + Y_1^P) \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_2^0} + (Y_2^0 - Y_2^P) \left(1 - \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_2^0} \right) + (Y_3^0 + Y_3^P) \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_2} - (Y_4^0 - Y_4^P) \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_2^0} \right]}{J} \\ \nabla_3 J &= \frac{\left[(Y_1^0 + Y_1^P) \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_3^0} - (Y_2^0 - Y_2^P) \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_3^0} + (Y_3^0 + Y_3^P) \left(1 + \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_3^0} \right) - (Y_4^0 - Y_4^P) \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_3^0} \right]}{J} \\ \nabla_4 J &= \frac{\left[(Y_1^0 + Y_1^P) \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_4^0} - (Y_2^0 - Y_2^P) \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_4^0} + (Y_3^0 + Y_3^P) \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_4^0} + (Y_4^0 - Y_4^P) \left(1 - \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_4^0} \right) \right]}{J} \end{aligned} \quad (2.41.)$$

Priraštaj ϕ za iterativni postupak (2.33.), na osnovu (2.27.) može se napisati u obliku:

$$\phi = [A]^{-1}q \quad (2.42.)$$

gde je

$$q = [-Y_1^P - Y_1^0, Y_2^0 - Y_2^P, -Y_3^P - Y_3^0, Y_4^0 - Y_4^P] \quad (2.43.)$$

i

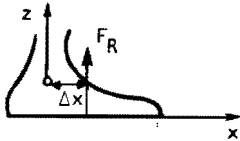
$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_1^0} + 1 & \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_2^0} & \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_3^0} & \frac{\Delta Y_1^P}{\Delta Y_4^0} \\ \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_1^0} & \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_2^0} - 1 & \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_3^0} & \frac{\Delta Y_2^P}{\Delta Y_4^0} \\ \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_1^0} & \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_2^0} & \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_3^0} + 1 & \frac{\Delta Y_3^P}{\Delta Y_4^0} \\ \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_1^0} & \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_2^0} & \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_3^0} & \frac{\Delta Y_4^P}{\Delta Y_4^0} - 1 \end{bmatrix} \quad (2.44.)$$

Opisani sistem diferencijalnih jednačina kretanja antropomorfnog sistema (2.34.) - (2.35.) sa uslovima ponovljivosti na polovini koraka (2.39.) rešen je sukcesivnim aproksimacijama. Integracija jednačina (2.34.) - (2.35.) za pretpostavljene početne uslove izvršena je pomoću izmenjene prediktor-korektor metode Hamming-a, tako da dobijamo prvo približno rešenje. Korekcija početnih uslova primenom iterativnog postupka (2.32.) vrši se preko relacija (2.41.). Za prelazak na iterativni postupak (2.33.) potrebno je odrediti matricu osetljivosti $[U]$ datu sa (2.24.). Ona se određuje pomoću konačnih priraštaja i ima oblik (2.43.). Rešavanjem sistema (2.42.) dobijamo potrebne korekcije početnih uslova za iterativni postupak (2.33.).

Na osnovu datih kriterijuma i prema opisanom algoritmu napisan je program BIDYN u [5], na programskom jeziku FORTRAN IV. U prilogu ovog rada prikazana je dopunjena varijanta programa

BIDYN, u kojoj se program automatski podešava za sračunavanje kompenzacionih pokreta za simetrične i nesimetrične slučajeve hoda sa propisanim periodom trajanja dvoosloničke faze u toku punog koraka.

Posmatrani zakoni TOM-a za jednoosloničku fazu u toku poluperioda koraka prikazani su na sl. 10.



kretanje TOM-a

SLUČAJ	T(sec)	$\Delta x(m)$
I	$0 \div T/2$	0,0
II	$0 \div 0,3$ $0,3 \div T/2$	0,0 0,035
III	$0 \div 0,5$ $0,5 \div T/2$	0,0 0,035
IV	$0 \div 0,2$ $0,2 \div 1,0$ $1,0 \div T/2$	-0,02 0,0 0,0
V	$0 \div 0,2$ $0,2 \div 0,6$ $0,6 \div T/2$	-0,02 0,0 0,035

Sl. 10.: Skup trajektorija TOM-a za jednoosloničku fazu

Kompenzacioni pokreti gornjeg dela antropomorfog sistema (trupa) za tip hoda po ravnom prikazani su na sl. 12., 13. Kompenzacioni pokreti za tip hoda sa unapred poznatim preprekama uz stepenice prikazani su na sl. 14., 15., a niz stepenice prikazani su na sl. 16., 17. Analizirajući kompenzacione pokrete, moguće je izvesti sledeći zaključak. Prvo, za T i S konstantno i različite zakone TOM-a, rešenja kompenzacionih pokreta u sagitalnoj (uzdužnoj) ravni su više "unazad", ukoliko je TOM na stopalu više unazad (bliže peti), kao i ako se duže zadržava u tom položaju. Drugo, rešenje u frontalnoj (poprečnoj) ravni (uago θ) praktično ne zavisi od izbora trajektorije TOM-a za T i S konstantno. Treće, za povećanje brzine hoda preko parametra S, kompenzacioni pokreti u sagitalnoj ravni se povećavaju, dok kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni praktično ne zavise od promene dužine koraka. Četvrto, za povećanje brzine hoda preko parametra T, kompenzacioni pokreti u sagitalnoj ravni se poveća-

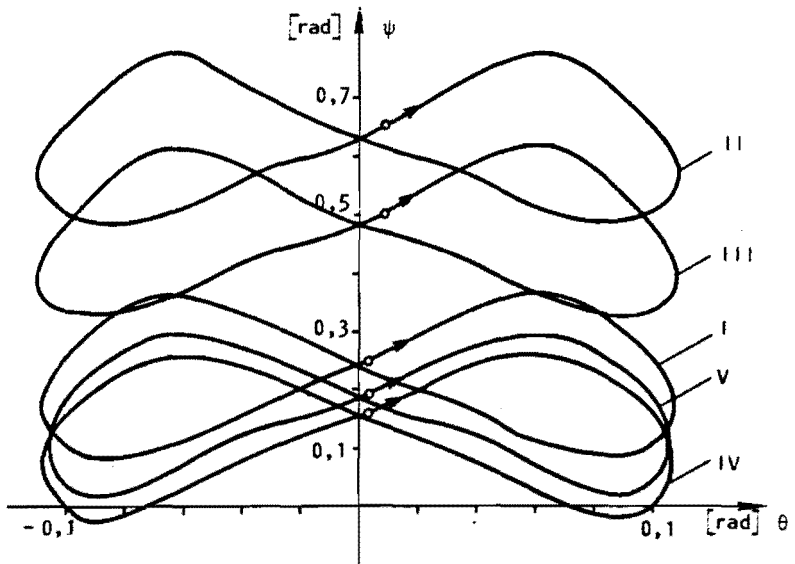
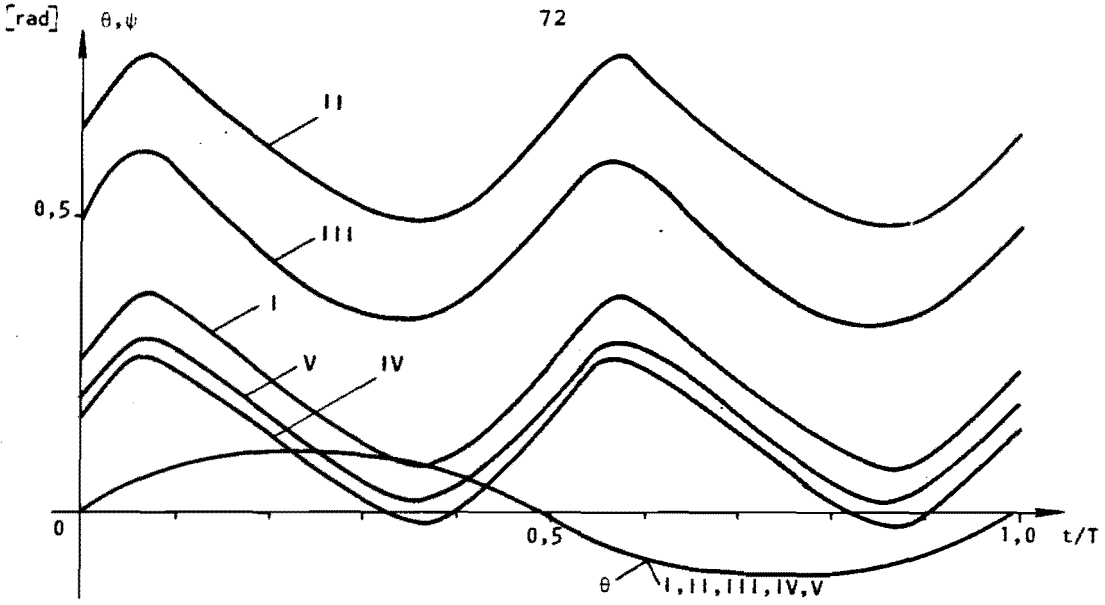
vaju a u frontalnoj ravni se smanjuju.

Na sl. 11. prikazan je skup trajektorija TOM-a za dvooslonučku fazu. Ako je zadana sinergija propisana tako da obezbedjuje dvooslonučku fazu, za dobijanje kompenzacionih pokreta upotrebljen je program BIDYN (prikazan u dodatku). U ovom slučaju dobijamo još jedan parametar p , koji označava period trajanja dvooslonučke faze u odnosu na period trajanja punog koraka. Ovaj parametar izražen je u procentima.

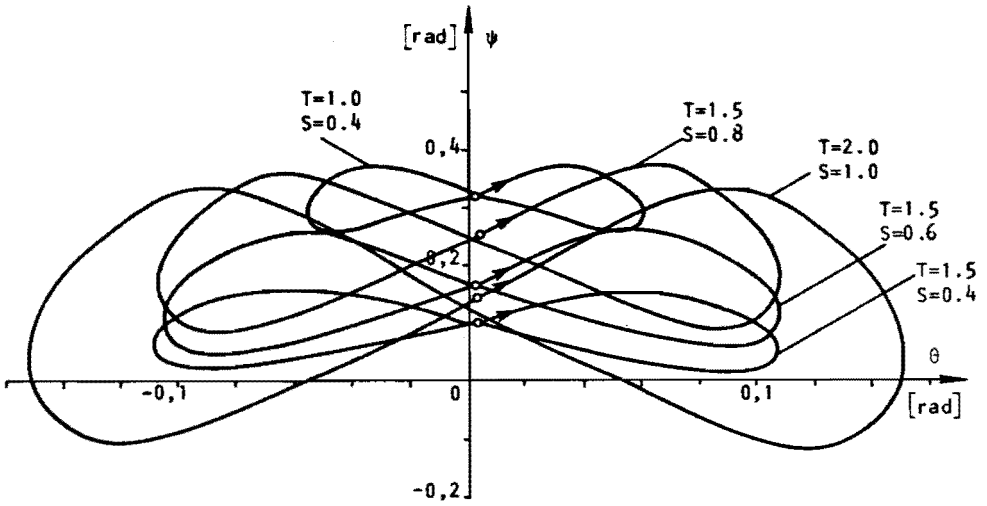
SLUČAJ	$\Delta x(m)$	$\Delta y(m)$	$t(sec)$
1	0,5 S	d	$0 \div \tau (\tau = T_p/400)$
	0	0	$\tau \div (T/2 - \tau)$
	-0,5 S	d	$(T/2 - \tau) \div T/2$
2	0,75 S	1,5d	$0 \div \tau/2$
	0,25 S	0,5d	$\tau/2 \div \tau$
	0	0	$\tau \div (T/2 - \tau)$
	-0,25 S	0,5d	$(T/2 - \tau) \div (T - \tau)/2$
	-0,75 S	1,5d	$(T - \tau)/2 \div T/2$
3	0,83 S	1,66d	$0 \div \tau/3$
	0,50 S	d	$\tau/3 \div 2\tau/3$
	0,17 S	0,34d	$2\tau/3 \div \tau$
	0	0	$\tau \div (T/2 - \tau)$
	-0,17 S	0,34d	$(T/2 - \tau) \div (T/2 - 2\tau/3)$
	-0,50 S	d	$(T/2 - 2\tau/3) \div (T/2 - \tau/3)$
	-0,83 S	1,66d	$(T/2 - \tau/3) \div T/2$

Sl. 11.: Skup trajektorija TOM-a za dvooslonučku fazu

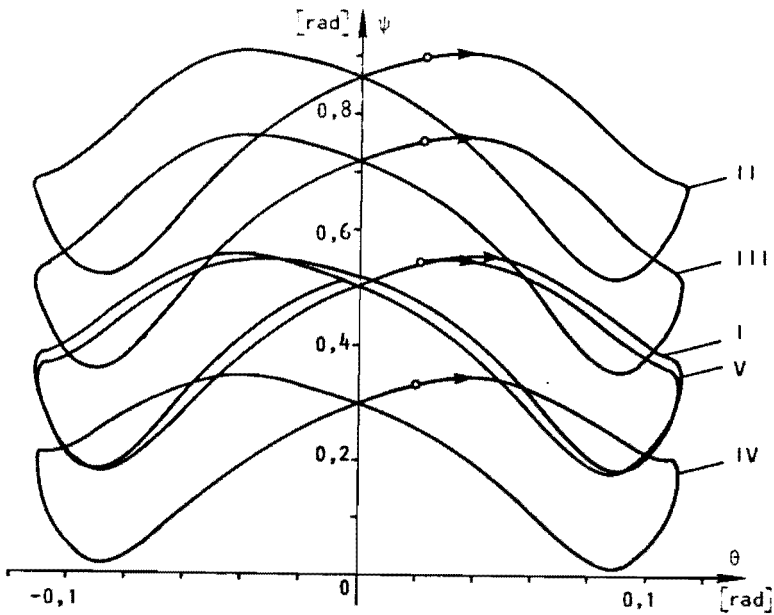
Na sl. 18. prikazani su kompenzacioni pokreti sa dvooslonučkom fazom za zakon kretanja TOM-a 1 (sl. 11.), za različit period trajanja dvooslonučke faze od 20%, 30% i 40%. Uticaj parametra p na kompenzacione pokrete je sledeći: sa povećanjem perioda trajanja dvooslonučke faze smanjuju se kompenzacioni pokreti u sagitalnoj i frontalnoj ravni.



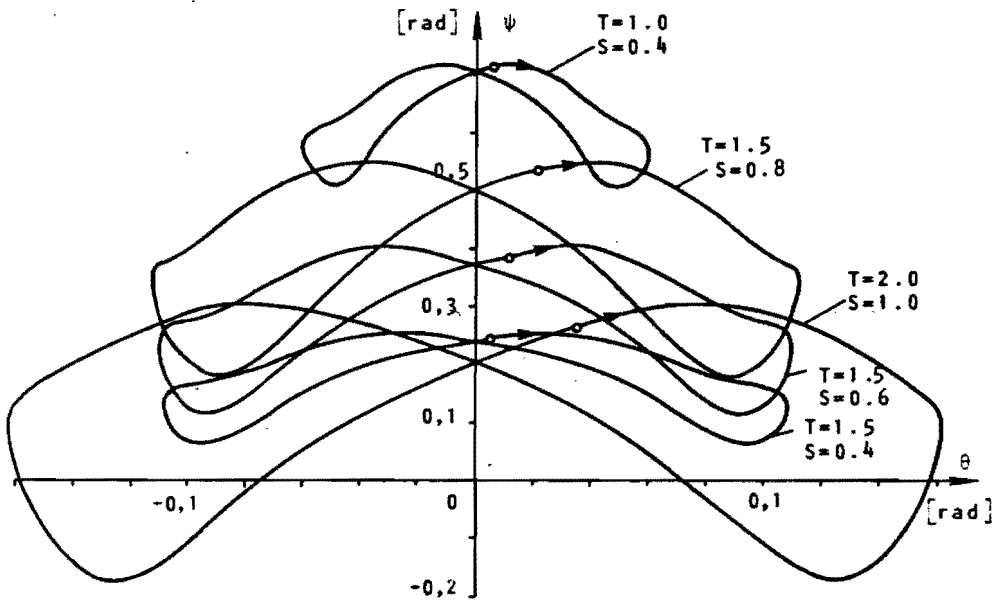
Sl.12.: Kompenzacioni pokreti kod ravnog hoda
za $T = 1,5$ i $S = 0,8$



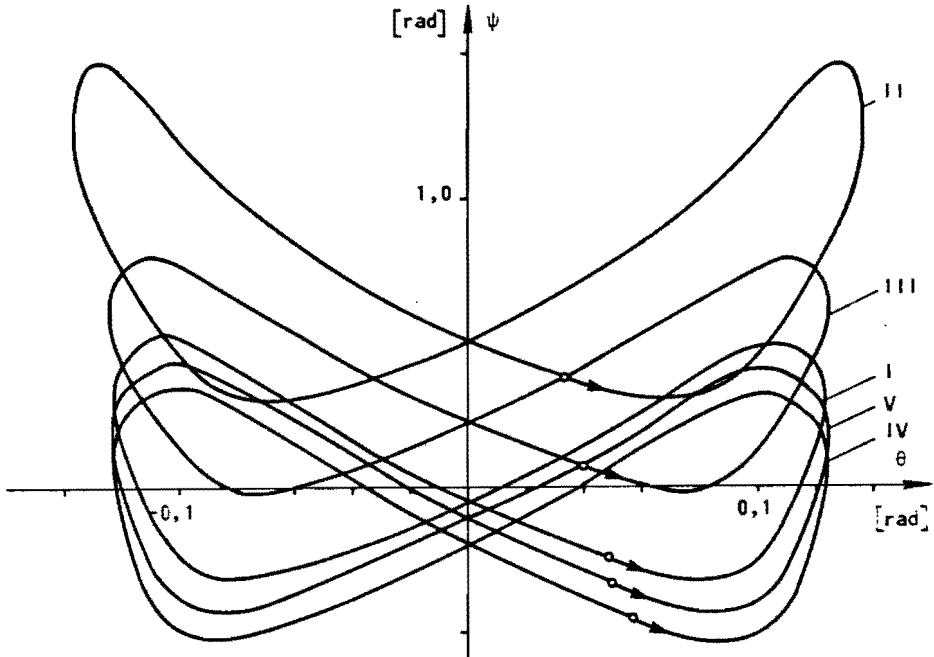
Sl. 13.: Kompenzacioni pokreti kod ravnog hoda za zakon TOM-a I



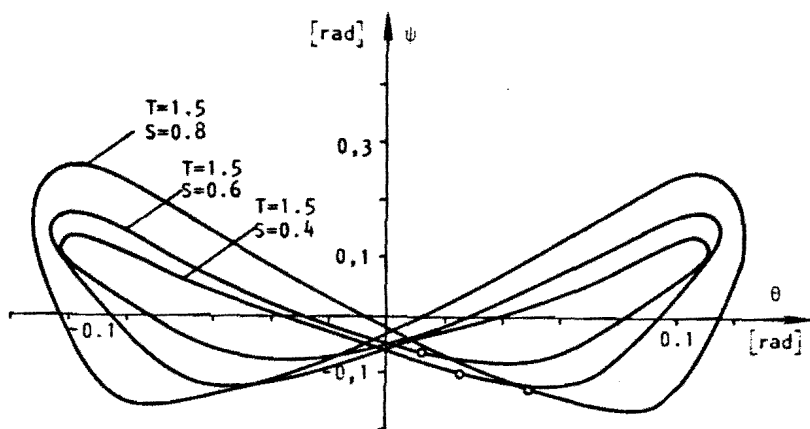
Sl. 14.: Kompenzacioni pokreti kod penjanja za $T = 1.5$ i $S = 0.8$.



Sl. 15.: Kompenzacioni pokreti kod penjanja za zakon TOM-a I



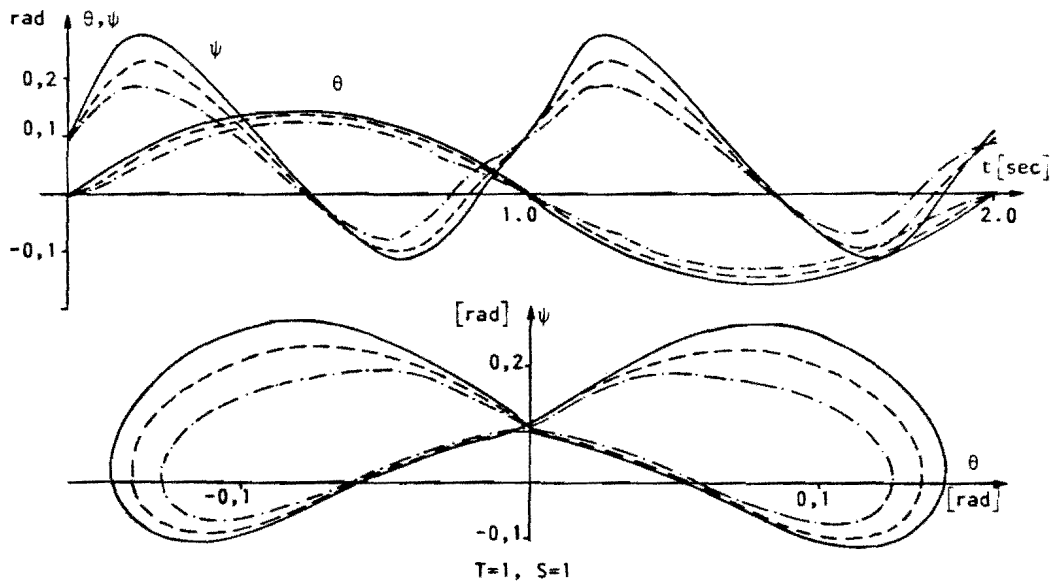
Sl. 16.: Kompenzacioni pokreti kod silaženja za $T=1,5$ i $S=0,8$



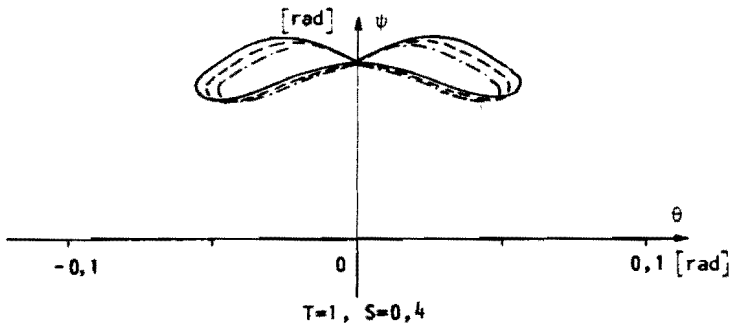
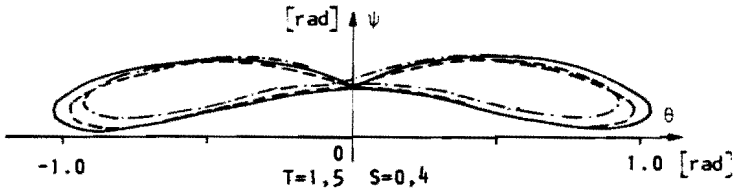
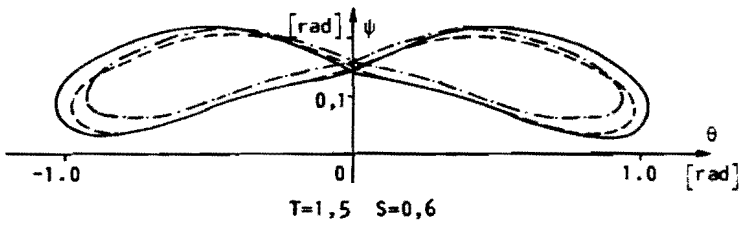
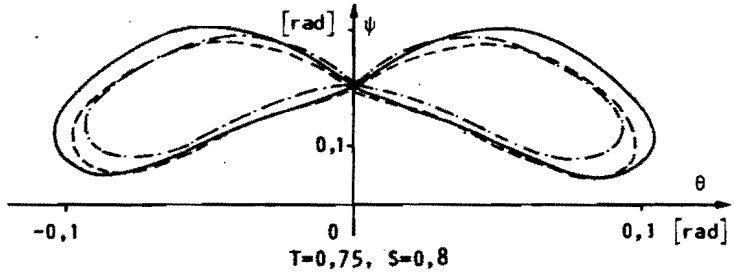
Sl. 17.: Kompenzacioni pokreti kod silaženja za zakon TOM-a I

KOMPENZACIONI POKRETI SIMETRIČNOG TIPA HODA SA
DVOOSLONAČKOM FAZOM ZA ZAKON TOM-a I (sl. 11)

slučaj: $p = 20\%$ —————
 $p = 30\%$ - - - - -
 $p = 40\%$ - · - · -



Sl. 18/1



2.7. SINTEZA DINAMIČKIH NOMINALA ZA NESIMETRIČNE SLUČAJEVE HODA

Za nesimetrične slučajeve hoda ne važe uslovi ponovljivosti na polovini koraka, već se granični uslovi postavljaju na punom koraku. Prema (2.21.), za posmatrani mehanički model granični uslovi su:

$$Y(T) = Y(0) \quad (2.45.)$$

Indeks performanse (2.29.) za ovaj slučaj je:

$$J(Y^0) = [(Y_1^0 - Y_1^T)^2 + (Y_2^0 - Y_2^T)^2 + (Y_3^0 - Y_3^T) + (Y_4^0 - Y_4^T)^2]^{1/2} \quad (2.46.)$$

Komponente gradijenta $J(Y^0)$ su:

$$\begin{aligned} \nabla_1 J &= \frac{[(Y_1^0 - Y_1^T) \left(1 - \frac{\Delta Y_1}{\Delta Y_1^0}\right) - (Y_2^0 - Y_2^T) \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_1^0} - (Y_3^0 - Y_3^T) \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_1^0} - (Y_4^0 - Y_4^T) \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_1^0}]}{J} \\ \nabla_2 J &= \frac{[-(Y_1^0 - Y_1^T) \frac{\Delta Y_1^T}{\Delta Y_2^0} + (Y_2^0 - Y_2^T) \left(1 - \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_2^0}\right) - (Y_3^0 - Y_3^T) \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_2^0} - (Y_4^0 - Y_4^T) \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_2^0}]}{J} \\ \nabla_3 J &= \frac{[-(Y_1^0 - Y_1^T) \frac{\Delta Y_1^T}{\Delta Y_3^0} - (Y_2^0 - Y_2^T) \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_3^0} + (Y_3^0 - Y_3^T) \left(1 - \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_3^0}\right) - (Y_4^0 - Y_4^T) \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_3^0}]}{J} \\ \nabla_4 J &= \frac{[-(Y_1^0 - Y_1^T) \frac{\Delta Y_1^T}{\Delta Y_4^0} - (Y_2^0 - Y_2^T) \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_4^0} - (Y_3^0 - Y_3^T) \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_4^0} + (Y_4^0 - Y_4^T) \left(1 - \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_4^0}\right)]}{J} \end{aligned}$$

Iterativni postupak (2.32.) realizuje se sračunavanjem priraštaja preko izraza (2.47.). Za iterativni postupak (2.33.),

priraštaj ϕ se računa pomoću izraza (2.42.) gde za nesimetrične slučajeve hoda matrica osetljivosti ima oblik:

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Y_1^T}{\Delta Y_1^0} - 1 & \frac{\Delta Y_1^T}{\Delta Y_2^0} & \frac{\Delta Y_1^T}{\Delta Y_3^0} & \frac{\Delta Y_1^T}{\Delta Y_4^0} \\ \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_1^0} & \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_2^0} - 1 & \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_3^0} & \frac{\Delta Y_2^T}{\Delta Y_4^0} \\ \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_1^0} & \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_2^0} & \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_3^0} - 1 & \frac{\Delta Y_3^T}{\Delta Y_4^0} \\ \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_1^0} & \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_2^0} & \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_3^0} & \frac{\Delta Y_4^T}{\Delta Y_4^0} - 1 \end{bmatrix} \quad (2.48.)$$

i

$$q = [Y_1^0 - Y_1^T, Y_2^0 - Y_2^T, Y_3^0 - Y_3^T, Y_4^0 - Y_4^T] \quad (2.49.)$$

Za sračunavanje kompenzacionih pokreta za nesimetrične slučajeve hoda upotrebljen je program BIDYN (prikazan u dodatku). U ovom slučaju sračunavanje priraštaja za globalni kriterijum odvija se po izrazima (2.47.) a za lokalni kriterijum preko matrice osetljivosti (2.48.) i vektora (2.49.), dok je prelaz oslonca pod drugo stopalo realizovano saglasno promeni koordinata prikazanih na sl. 9.

Neka rezultujuća kompenzaciona kretanja za nesimetrične slučajeve kod ravnog hoda prikazana su na sl. 19., 20., 21. i 22. Na sl. 19. prikazana je kompenzaciona sinergija za slučaj kad je vreme oslonca leve i desne noge različito u toku trajanja punog koraka T , pri konstantnom S i istom zakonu kretanja TOM-a. Kompenzaciono kretanje za promenljivo S pri konstantnom T (vreme oslanjanja leve i desne noge u toku punog koraka se ne menja) i nepromenjenom zakonu kretanja TOM-a prikazano je na sl. 20., a za T i S konstantno i različite zakone kretanja TOM-a za levu i desnu nogu na sl. 21. Na sl. 22. prikazani su kompenzacioni pokreti za slučaj kada je masa desne noge manja za 20% u odnosu na levu nogu i za $T = 1,5$ i $S = 0,8$. Prema tome, za analizu uticaja na kompenzacionu sinergiju za nesimetrične slučajeve hoda izdvojeni su sledeći parametri [14]:

- različito vreme oslonca leve i desne noge u toku trajanja punog koraka;
- različita dužina koraka leve i desne noge;
- različit zakon kretanja tačke nula momenta u fazi oslonca za levu i desnu nogu i
- različita masa leve i desne noge.

Povećanje vremenske razlike oslonca leve i desne noge u toku konstantnog trajanja punog koraka je sledeće: prvo, oblast kompenzacionih pokreta u sagitalnoj ravni se proširuje; drugo, kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni se pomeraju u pravcu one noge kod koje se povećava period trajanja oslonca; treće, odstupanje kompenzacionih pokreta u trenutku prelaska TOM-a ispod jedne pod drugu nogu u odnosu na simetrične slučajeve hoda se povećava i u frontalnoj i u sagitalnoj ravni (sa tendencijom većeg povećanja u frontalnoj ravni).

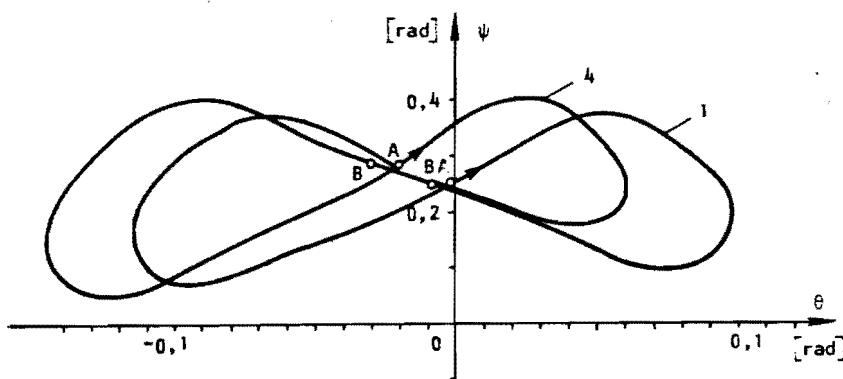
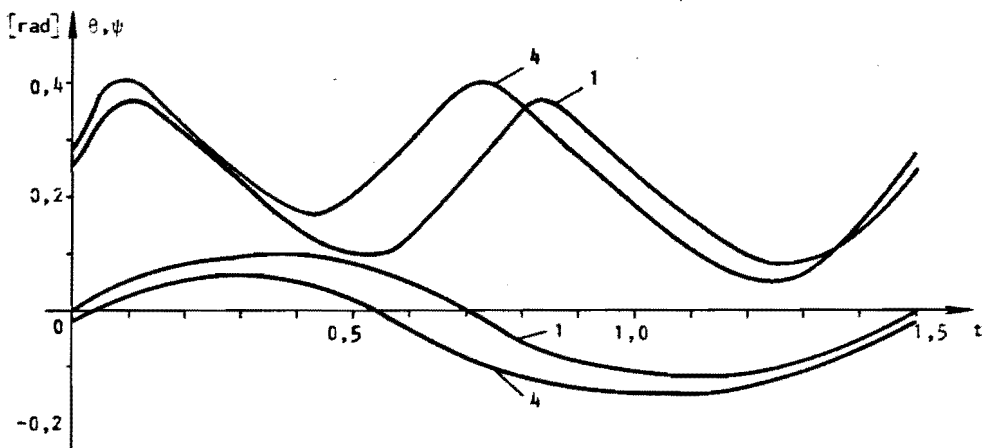
Uticao povećanja razlike dužine koraka leve i desne noge je sledeći: prvo, kompenzacioni pokreti u sagitalnoj ravni se ravnomerno povećavaju na punom koraku (ovi pokreti su malo veći u periodu oslonca noge sa većim korakom); drugo, kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni praktično ne zavise od povećanja razlike dužine koraka za levu i desnu nogu; treće, odstupanja kompenzacionih pokreta na polovini koraka u odnosu na simetrične slučajeve hoda su veoma mala.

Uticao različitog zakona kretanja TOM-a u fazi oslonca na levu i desnu nogu je sledeći: prvo, kompenzacioni pokreti u sagitalnoj ravni imaju tendenciju ponašanja kao kod simetričnih slučajeva hoda za odgovarajući zakon TOM-a (ovi pokreti se smanjuju ukoliko je TOM na stopalu bliže peti i ako se duže zadržava u tom položaju); drugo, kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni praktično ne zavise od izbora zakona TOM-a za levu, odnosno za desnu nogu; treće, odstupanje kompenzacionih pokreta na polovini koraka u odnosu na simetrične slučajeve hoda u sagitalnoj ravni su veća ako se više razlikuju odgovarajući pokreti za različite zakone TOM-a kod simetričnih slučajeva hoda. Uslovi ponovljivosti na polovini koraka u frontalnoj ravni su praktično ispunjeni.

Uticao različite mase leve i desne noge je sledeći: prvo, oblast kompenzacionih pokreta u sagitalnoj ravni se proširuje na periodu trajanja oslonca noge sa manjom masom; drugo,

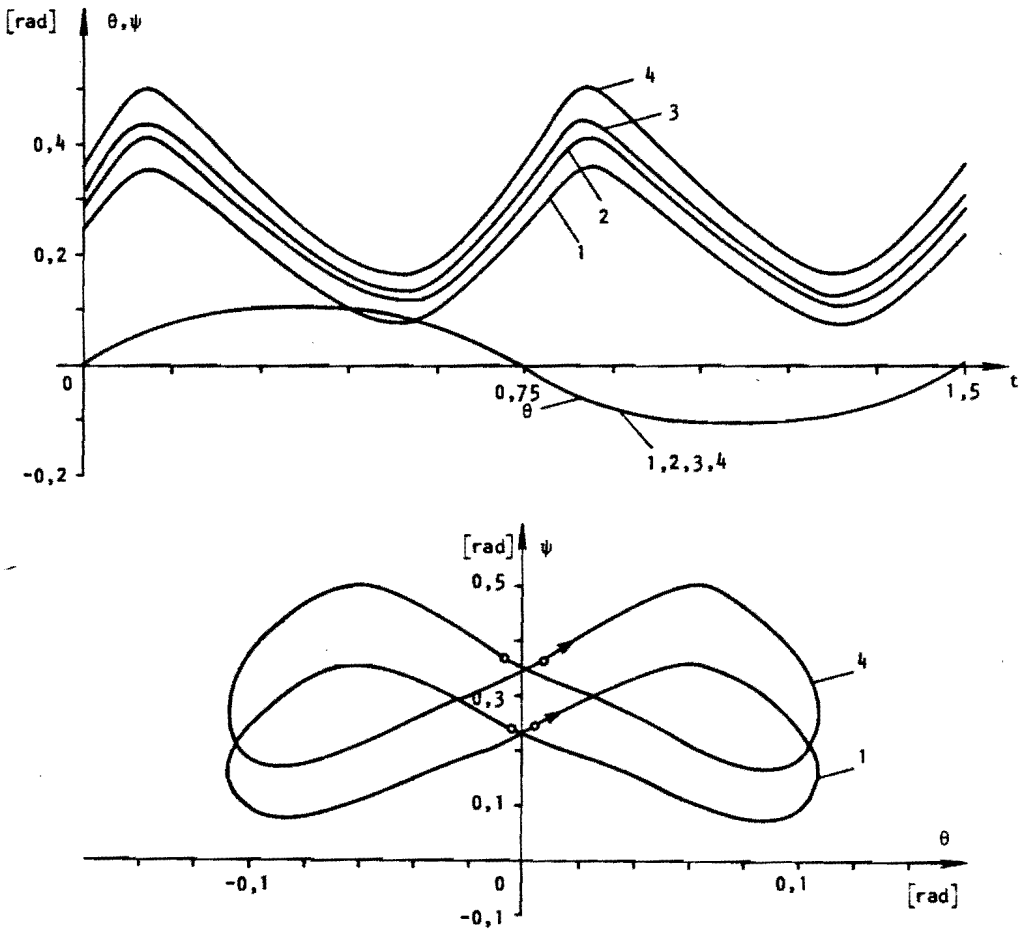
kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni su veći u pravcu one noge čija je masa manja; treće, odstupanje kompenzacionih pokreta na polovini koraka u odnosu na simetrične slučajeve hoda se povećavaju u sagitalnoj i frontalnoj ravni sa povećanjem razlike mase leve i desne noge.

SLUČAJ	faza oslonca leve noge			faza oslonca desne noge		
	t (sec)	S	zakon TOM-a	t (sec)	S	zakon TOM-a
1	0 - 0.72	0.8		0.72 - 1.5	0.8	
2	0 - 0.70	0.8		0.70 - 1.5	0.8	
3	0 - 0.65	0.8		0.65 - 1.5	0.8	
4	0 - 0.60	0.8		0.60 - 1.5	0.8	



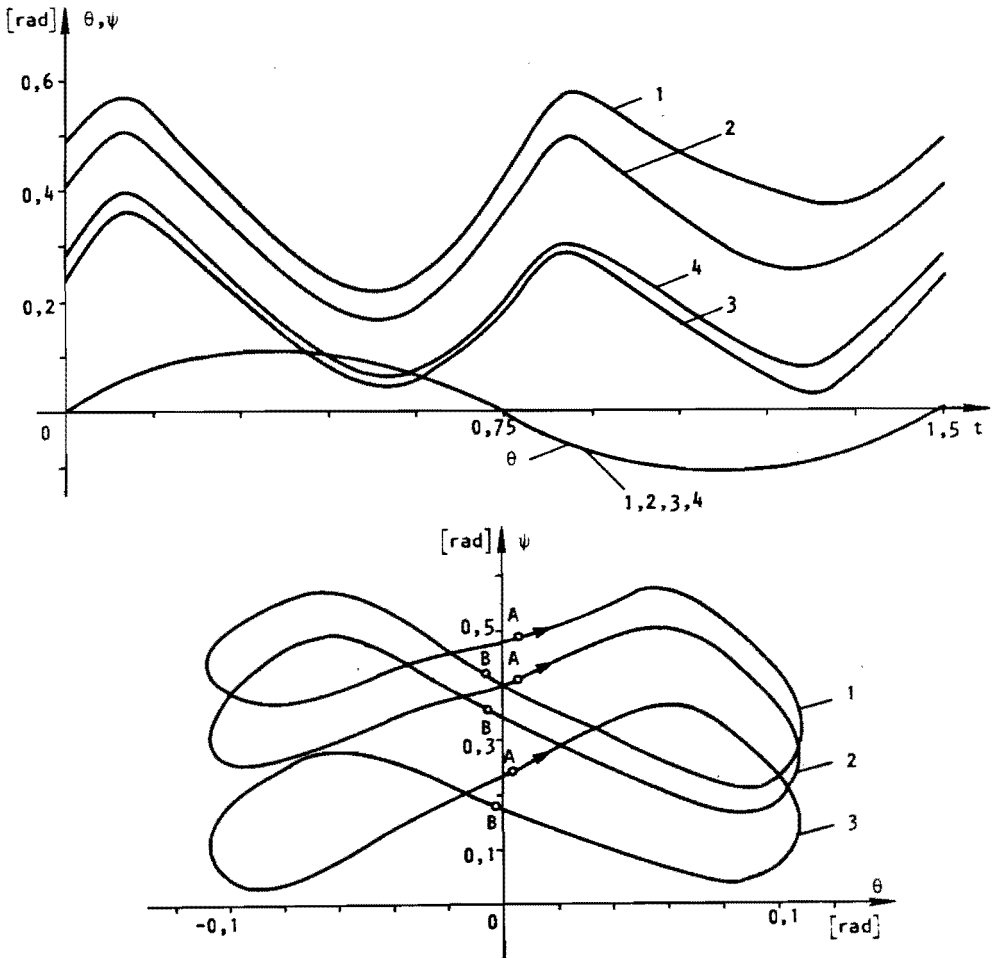
Sl. 19.: Kompenzacioni pokreti kod ravnog hoda za različito vreme oslonca leve i desne noge u toku trajanja punog koraka

SLUČAJ	faza oslonca leve noge			faza oslonca desne noge		
	t (sec)	S	zakon TOM-a	t (sec)	S	zakon TOM-a
1	0 - 0,75	0,8		0,75-1,50	0,76	
2	0 - 0,75	0,8		0,75-1,50	0,85	
3	0 - 0,75	0,8		0,75-1,50	0,90	
4	0 - 0,75	0,8		0,75-1,50	1,00	

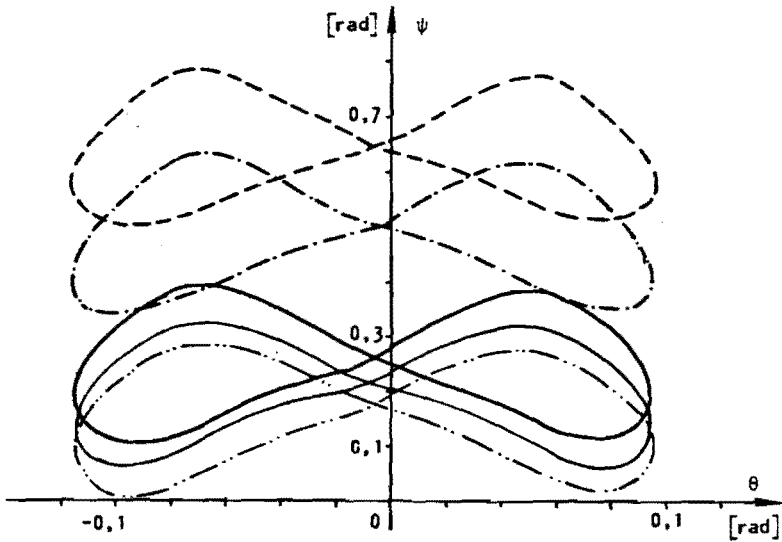
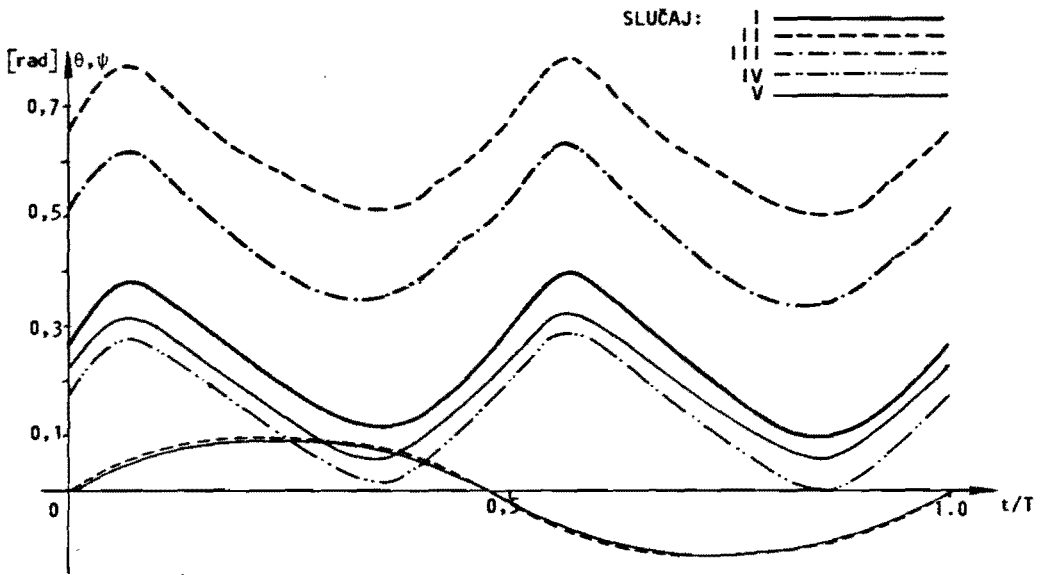


Sl. 20.: Kompenzacioni pokreti kod ravnog hoda za različitu dužinu leve i desne noge

SLUČAJ	faza oslonca leve noge			faza oslonca desne noge		
	t (sec)	S	zakon TOM-a	t (sec)	S	zakon TOM-a
1	0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	II
2	0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	III
3	0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	IV
4	0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	V



Sl. 21.: Kompenzacioni pokreti kod ravnog hoda za različit zakon TOM-a u fazi oslonca za levu i desnu nogu



Sl. 22.: Kompenzacioni pokreti za nesimetričan tip
hoda sa manjom masom desne noge za 20% i
 $T = 1,5$ i $S = 0,8$

L I T E R A T U R A

- [1] Vukobratović M., Stepanenko J.: "Matematički modeli opštih antropomorfnih sistema", (na engleskom), *Mathematical Biosciences*, Vol. 17, 1973.
- [2] Vukobratović M. i dr.: "Analiza raspodele energetskeih zahteva unutar antropomorfnih sistema", (na engleskom), *ASME Journ., of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Dec., 1973.
- [3] Vukobratović M.: "Kako upravljati veštačkim antropomorfnim sistemima", (na engleskom), *Trans. on Systems, Man. and Cybernetics*, Sept., 1973.
- [4] Vukobratović M., Stepanenko J.: "O stabilnosti antropomorfnih sistema", (na engleskom), *Mathematical Biosciences*, Vol. 15, Oct. 1972.
- [5] Vukobratović M.: "Nožni lokomocioni roboti i antropomorfni mehanizmi", monografija (na engleskom), Institut "Mihailo Pupin", Beograd, 1975.
- [6] Vukobratović M.: "Dinamika aktivnih mehanizama", monografija, Centar za multidisciplinarne studije, Beograd, 1974.
- [7] Vukobratović M., Stokić D.: "Upravljanje aktivnim mehanizmima" monografija, Institut za automatiku i telekomunikacije "Mihailo Pupin", Beograd, 1975.
- [8] Vukobratović M.: "Dinamika robota", monografija, Institut "Mihailo Pupin", Beograd, 1977.
- [9] Vukobratović M. et al.: "Development of Active Exoskeletons", *Medical and Biological Engineering*, Jan. 1974.
- [10] Vukobratović M. et al.: "Further Development of Active Anthropomorphic Exoskeletons", *Proc. of the 4th Symposium of External Control of Human Extremities*, Dubrovnik, 1972.
- [11] Hristić D., Vukobratović M.: "Dalji razvoj aktivnih antropomorfnih egzoskeleta", (na ruskom), *Protezirovanie i protezostroenie*, Moskva, No. 4, 1974.

- [12] Vukobratović M., Juričić D.: "Contribution to the Synthesis of Biped Gait", *IEEE Trans. on Biomedical Eng.*, Vol. BME - 16, Jan. 1969.
- [13] Vukobratović M., Frank A., Juričić D.: "On the Stability of Biped Locomotion", *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, Vol. BME - 17, January, 1970.
- [14] Suria D.: "Prilog kompletnoj dinamičkoj simulaciji dvonožnog hoda", *Zbornik radova XXIII Jugoslavenske konferencije ETAN-a, Maribor, 1979 (u štampi).*

GLAVA 3.

PRIMENA SPLAJN FUNKCIJA U SINTEZI FUNKCIONALNIH POKRETA KOD VEŠTAČKOG HODA I U SINTEZI PRELAZNIH DINAMIČKIH REZIMA

Aproksimacija funkcija polinomima zasniva se na poznatoj Weierstrass-ovoj teoremi. Prema toj teoremi svaka neprekidna funkcija nad zatvorenim intervalom $[a, b]$ može se aproksimirati polinomom sa unapred zadatom tačnošću. Često je stepen takvog polinoma velik i nepogodan za praktičnu upotrebu. Za prevazilaženje ove teškoće obično se uvodi smena nezavisno promenljive tako da u odnosu na novu promenljivu funkcija bude pogodnija za aproksimaciju polinomom. U poslednje vreme naglo su se razvile metode za aproksimaciju splajn funkcijama. To su funkcije koje su sastavljene od lukova polinoma stepena manjeg ili jednako m . Oni su spojeni u tačkama koje se nazivaju čvorovi i to tako da su funkcija i njenih prvih $m-1$ izvoda neprekidni. Činjenica da se većina funkcija može "lokalno" aproksimirati polinomom nižeg stepena, opravdava primenu ovih funkcija. Pored toga one imaju niz drugih osobina zbog kojih daju veću tačnost u poredjenju sa drugim interpolacionim funkcijama [1]. Primena ovih funkcija i njihovo intenzivnije proučavanje, tesno je vezano sa razvitkom računске tehnike. Koeficijenti splajna se određuju pomoću matrica pogodne strukture [2], koje omogućuju jednostavnije računanje sa brojem aritmetičkih operacija reda $O(n)$, gde je n broj čvorova, za razliku od $O(n^3)$ operacija potrebnih za rešavanje sistema linearnih jednačina opšteg oblika. Pored toga, sistemi sa takvim matricama rešavaju se pomoću jednostavnih algoritama koji su bezuslovno stabilni.

Često se približno rešenje mnogih problema dobija u odredjenom broju tačaka, dok je za dalji rad potrebno primeniti interpolaciju sa zahtevom da stepen tačnosti interpolacije ne bude manji od stepena tačnosti približnog rešenja. Traženjem približnog rešenja u obliku splajna taj problem se izbegava. Zbog toga se splajn sve više primenjuje za približno diferenciranje, integralenje, približno rešavanje diferencijalnih i integralnih jednačina itd.

Definicija 1. Funkcija $S_{\Delta}(x)$ zove se splajn funkcija (ili splajn) stepena m na mreži $\Delta : a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, ako je $S_{\Delta}(x)$ definisana za svako $x \in R$, $S_{\Delta}(x) \in C^{m-1}(R)$, i na svakom intervalu (x_{i-1}, x_i) ($i = 0, 1, \dots, n+1$, sa $x_{-1} = -\infty$ i $x_{n+1} = \infty$) $S_{\Delta}(x)$ se poklapa sa polinomom stepena manjeg ili jednako m . Splajn neparnog sistema $m = 2k - 1$ zove se prirodni splajn, ako se na intervalima $(-\infty, a)$ i (b, ∞) poklapa sa polinomom stepena najviše $k-1$.

Definicija 2. Splajn stepena $m = 2k-1$ naziva se prostim ako njegov izvod reda $2k-1$ ima prekide samo u čvorovima mreže.

Definicija 3. Splajn je defekta p u unutrašnjem čvoru x_i , ako njegovi izvodi počev od $(2k-p-1)$ imaju prekide u tom čvoru. Ako splajn ima defekt p u svim unutrašnjim čvorovima, onda je on defekta p .

Definicija 4. Splajn stepena $m = 3$ sa osobinom da je

$$S_{\Delta}^{(p)}(a+0) = S_{\Delta}^{(p)}(b-0) \quad (p = 0, 1, 2)$$

zove se periodični kubni splajn sa periodom $b-a$.

Splajn $S_{\Delta}(x)$ stepena m na mreži Δ može se prikazati u obliku linearne kombinacije normalizovanih bazičnih splajnova

$$S_{\Delta}(x) = \sum_{i=1}^{n+m+1} C_i N_{m_i}(x)$$

$N_{m_1}(x)$ su normalizovani bazični splajnovi, koji se mogu izraziti kao linearna kombinacija funkcija $g(x_j - x) = \{\max(0, x_j - x)\}^m$. Cox je 1976. godine dao rekurzivne formule za izračunavanje bazičnih splajnova kao i njihovih izvoda. Posebno se naglašava prilagodjenost tih formula za rad na računaru (stabilnost, vreme računanja).

Neka je dat skup tačaka (x_i, f_i) ($i = 1, 2, \dots, n$), pri čemu je $x_1 < x_2 < \dots < x_n$, $f_i = f(x_i)$. Za određivanje splajna stepena $m = 2k-1$ kojim se aproksimira funkcija $f(x)$ na intervalu $[x_1, x_n]$, dobijamo sistem jednačina

$$S(x_i) = f_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.1.)$$

Medjutim, splajn stepena $2k-1$ ima $n+2k-2$ stepeni slobode. Određivanje preostalih $2k-2$ stepeni slobode može se realizovati na različite načine.

Prvo, ako su poznati izvodi funkcije $f(x)$ u krajnjim tačkama intervala, onda se sistemu (3.1.) pridružuje sledeći sistem jednačina:

$$S^{(r)}(x_i) = f_i^{(r)}, \quad \text{za } i = 1, n; \quad r = 1, 2, \dots, k-1 \quad (3.2.)$$

Sada sistemi (3.1.) i (3.2.) određuju sistem od $n+2k-2$ linearnih jednačina i isto toliko nepoznatih.

Drugo, preostali stepeni slobode određuju se iz uslova

$$\int_a^b [S^{(k)}(x)]^2 dx = \text{minimum} \quad (3.3.)$$

Tako dobijamo $2k-2$ jednačina

$$S^{(r)}(x_i) = 0 \quad \text{za} \quad \begin{array}{l} i = 1, n \\ r = k, k+1, \dots, 2k-2 \end{array} \quad (3.4.)$$

Ovako određen splajn je prirodni splajn, sa osobinom da minimizira integral

$$\int_a^b \{g^{(k)}(x) dx\}^2 dx \quad (3.5.)$$

gde su $g(x) \in C^{2k-2}(R)$ funkcije koje interpoliraju funkciju $f(x)$ na mreži Δ .

Treće, preostali stepeni slobode određuju se na taj način što se sve tačke mreže ne koriste kao čvorovi interpolacije. Ako za čvorove uzmemo samo tačke x_i ($i = k+1, k+2, \dots, n-k$), tada jednačine (3.1.) definišu splajn bez dopunskih uslova. Ovaj uslov je identičan zahtevu da se za čvorove uzmu sve tačke mreže Δ i da je $S^{(2k-1)}(f, x)$ neprekidan u tačkama x_i ($i = 2, 3, \dots, k$) i ($i = n-k+1, n-k+2, \dots, n-1$).

Treći oblik je pogodan za rad u slučaju kada nemamo informacije o izvodima, i tačan je za polinome stepena manjeg od $2k$. Prvi oblik postiže istu tačnost samo ako su poznate tačne vrednosti izvoda u krajevima intervala.

U ovom poglavlju za sintezu zadane sinergije na bazi biometrijskih ispitivanja čovekovog hoda (sl. 7., glava 2.), biće upotrebljen periodični kubni splajn. Pored toga, biće navedena i neka njegova svojstva u obliku teorema [1]. U teorema cemo koristiti sledeće oznake: sa Δ_k označićemo niz mreža $a = x_{k_0} < x_{k_1} < \dots < x_{k_n} = b$; $h_{k_j} = x_{k_j} - x_{k_{j-1}}$; $\|\Delta_k\| = \max_j h_{k_j}$; sa $K^n(a, b)$ označićemo klasu funkcija $f(x)$ definisanih na $[a, b]$ koje imaju uniformno neprekidan $(n-1)$ -vi izvod a n -ti izvod je integrabilan sa kvadratom; sa $K_P^n(a, b)$ označimo podskup od $K^n(a, b)$ periodičnih funkcija koje se zajedno sa svojim $(n-1)$ -vim izvodom mogu neprekidno produžiti sa periodom $(b-a)$ na celu realnu pravu; u skupu $K^2(a, b)$ definišimo polunormu sa

$$\|f\| = \left\{ \int_a^b |f''(x)|^2 dx \right\}^{1/2}.$$

Teorema 1. Neka je data mreža Δ i skup ordinata $Y = \{y_i | i=0, 1, \dots, n; y_0 = y_n\}$. Od svih funkcija $f(x) \in K_P^2(a, b)$

za koje je $f(x_1) = y_1$, periodični kubni splajn $S_{\Delta}(Y; x)$ minimizira integral

$$\int_a^b |f''(x)|^2 dx \quad (3.6.)$$

Osim toga, ona je jedinstveno dopustiva funkcija koja minimizira taj integral.

Svojstvo izraženo teoremom 1. poznato je pod nazivom "minimum krivine", jer integral (3.6.) često dobro aproksimira integral od kvadrata krivine krive i tesno je povezan sa minimizacijom potencijalne energije za neke probleme iz mehanike.

Teorema 2. Neka je data mreža Δ i funkcija $f(x)$ sa $f(a) = f(b)$, tada postoji jednoznačno određen periodičan kubni splajn koji interpolira $f(x)$ na mreži Δ .

Teorema 3. Neka je na $[a, b]$ zadat niz mreža Δ_k ,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta_k\| = 0.$$

Neka je $f(x) \in C^p(a, b)$, ($p = 1, 2$) periodična funkcija sa periodom $(b-a)$. Tada je za periodični kubni splajn $S_{\Delta_k}(x)$, koji na mreži Δ_k interpolira $f(x)$ važi

$$f^{(\ell)}(x) - S_{\Delta_k}^{(\ell)}(x) = o(\|\Delta_k\|^{p-\ell}) \quad \text{za } \ell \leq p$$

ravnomerno po $x \in [a, b]$.

Ako $f^{(p)}(x)$ zadovoljava uslov Lipschitza stepena α , tada važi

$$f^{(\ell)}(x) - S_{\Delta_k}^{(\ell)}(x) = O(\|\Delta_k\|^{p-\ell+\alpha}), \quad \ell \leq p$$

ravnomerno po $x \in [a, b]$.

Teorema 4. Neka su ispunjene pretpostavke teoreme 2. i $f(x) \in C^3(a, b)$,

$$\max_{1 \leq j \leq n_k} \|\Delta_k\| / h_{k_j} < \infty,$$

tada za $S_{\Delta_k}(x)$ važi

$$f^{(\ell)}(x) - S_{\Delta_k}^{(\ell)}(x) = o(\|\Delta_k\|^{3-\ell}), \quad (\ell = 0, 1, 2, 3)$$

ravnomerno po $x \in [a, b]$.

Ako $f''(x)$ zadovoljava uslov Lipschitza stepena α tada je

$$f^{(\ell)}(x) - S_{\Delta_k}^{(\ell)}(x) = o(\|\Delta_k\|^{3+\alpha-\ell}), \quad (\ell = 0, 1, 2, 3)$$

ravnomerno po $x \in [a, b]$.

Teorema 5. Neka su ispunjene pretpostavke teoreme 4. i $f(x) \in C^4(a, b)$ a $\max_j h_{k_{j+1}} / (h_{k_j} + h_{k_{j+1}}) \rightarrow 1/2$ kad $k \rightarrow \infty$, imamo da je

$$f^{(\ell)}(x) - S_{\Delta_k}^{(\ell)}(x) = o(\|\Delta_k\|^{4-\ell}), \quad (\ell = 0, 1, 2, 3, 4)$$

ravnomerno po $x \in [a, b]$.

Konvergencija kubnog splajna ka $f(x)$ ne može biti brža od $o(\|\Delta_k\|^4)$ [1].

Sve navedene teoreme važe i za neperiodičan kubni splajn ako su na krajevima intervala poznati prvi, odnosno drugi izvodi.

Iz teorema 3., 4., i 5. vidimo da i izvodi interpolacionog splajna konvergiraju odgovarajućim izvodima funkcije $f(x)$. Zbog toga se kubni splajn posebno koristi za približno diferenciranje [3].

3.1. KUBNI SPLAJN

Neka je na intervalu $a \leq x \leq b$ data mreža Δ :

$$\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b,$$

i u datim tačkama vrednost ordinata

$$Y : Y_0, Y_1, \dots, Y_N.$$

Pokažimo sada kako se formira splajn trećeg stepena $S_\Delta(x)$ (kubni solajn) na mreži Δ sa ordinatama Y .

Obeležimo sa Z_j vrednost drugog izvoda funkcije $S_\Delta(x)$, tj. $Z_j = S_\Delta''(x_j)$ ($j = 0, 1, \dots, N$). Interpolirajmo vrednost drugog izvoda linearnom funkcijom na $[x_{j-1}, x_j]$:

$$S_\Delta''(x) = Z_{j-1} \frac{x_j - x}{h_j} + Z_j \frac{x - x_{j-1}}{h_j} \quad (3.7.)$$

gde je $h_j = x_j - x_{j-1}$. Integraleći dva puta funkciju (3.7.) i određujući konstante integracije iz uslova da je $S_\Delta(x_{j-1}) = Y_{j-1}$ i $S_\Delta(x_j) = Y_j$, dobijamo:

$$S_\Delta(x) = Z_{j-1} \frac{(x_j - x)^3}{6h_j} + Z_j \frac{(x - x_{j-1})^3}{6h_j} + \frac{x_j - x}{h_j} \left[Y_{j-1} - \frac{Z_{j-1} h_j^2}{6} \right] + \left[Y_j - \frac{Z_j h_j^2}{6} \right] \frac{x - x_{j-1}}{h_j} \quad (3.8.)$$

$$S_\Delta'(x) = -Z_{j-1} \frac{(x_j - x)^2}{2h_j} + Z_j \frac{(x - x_{j-1})^2}{2h_j} + \frac{Y_j - Y_{j-1}}{h_j} - \frac{Z_j - Z_{j-1}}{6} h_j \quad (3.9.)$$

Nepoznate veličine Z_j ($j = 0, 1, \dots, N$) možemo odrediti iz uslova neprekidnosti prvog izvoda. Stavljajući da je $S_\Delta'(x_j - 0) = S_\Delta'(x_j + 0)$, dobijamo relaciju:

$$\begin{aligned} \frac{h_j}{6} z_{j-1} + \frac{h_j + h_{j+1}}{3} z_j + \frac{h_{j+1}}{6} z_{j+1} &= \\ &= \frac{y_{j+1} - y_j}{h_{j+1}} - \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} \end{aligned} \quad (3.10.)$$

gde su na osnovu (3.9.)

$$\begin{aligned} S_{\Delta}^{\prime}(x_j - 0) &= \frac{h_j}{6} z_{j-1} + \frac{h_j}{3} z_j + \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} \quad (3.11.) \\ S_{\Delta}^{\prime}(x_j + 0) &= -\frac{h_{j+1}}{3} z_j - \frac{h_{j+1}}{6} z_{j+1} + \frac{y_{j+1} - y_j}{h_{j+1}} \end{aligned}$$

Iz relacije (3.10.) ($j = 1, 2, \dots, N-1$), dobijamo $N-1$ linearnih jednačina sa $N+1$ nepoznatih z_j ($j = 0, 1, \dots, N$). Za neperiodične splajnovne stavimo da je $S_{\Delta}^{\prime}(a) = y_0^{\prime}$ i $S_{\Delta}^{\prime}(b) = y_N^{\prime}$, tada iz (3.11.) dobijamo preostale dve jednačine u obliku konturnih uslova:

$$2z_0 + z_1 = \frac{6}{h_1} \left[\frac{y_1 - y_0}{h_1} - y_0^{\prime} \right], \quad z_{N-1} + 2z_N = \frac{6}{h_N} \left[y_N^{\prime} - \frac{y_N - y_{N-1}}{h_N} \right] \quad (3.12.)$$

Prema tome, na osnovu (3.10.) i (3.12.) dobijamo $N+1$ linearnih jednačina sa $N+1$ nepoznatih z_0, z_1, \dots, z_N . Kasnije ćemo videti da ovaj sistem ima jedinstveno rešenje.

Funkcija (3.8.), njen prvi i drugi izvod mogu se napisati u sledećem obliku:

$$\begin{aligned} S_{\Delta}(x) &= C_{1,j}(x_j - x)^3 + C_{2,j}(x - x_{j-1})^3 + C_{3,j}(x_j - x) + \\ &+ C_{4,j}(x - x_{j-1}) \end{aligned} \quad (3.13.)$$

$$\begin{aligned} S_{\Delta}^{\prime}(x) &= -3C_{1,j}(x_j - x)^2 + 3C_{2,j}(x - x_{j-1})^2 - C_{3,j} + C_{4,j} \end{aligned} \quad (3.14.)$$

$$S_{\Delta}^*(x) = 6C_{1,j}(x_j - x) + 6(C_{2,j}(x - x_{j-1}) \quad (3.15.)$$

gde su:

$$C_{1,j} = z_{j-1}/6h_j, \quad C_{3,j} = y_{j-1}/h_j - z_{j-1}h_j/6$$

$$C_{2,j} = z_j/6h_j, \quad C_{4,j} = y_j/h_j - z_jh_j/6.$$

Na sl. 1. prikazan je algoritam za određivanje $S_{\Delta}(x)$, $S_{\Delta}^-(x)$, $S_{\Delta}^*(x)$.

3.1.1. Algoritam za određivanje koeficijenta kubnog splajna sa konturnim uslovima

Sistem linearnih jednačina (3.10.) i (3.12.) može se napisati u pogodnijoj formi [1] za rešavanje:

$$2z_0 + \lambda_0 z_1 = d_0, \quad \mu_N z_{N-1} + 2z_N = d_N \quad (3.16.)$$

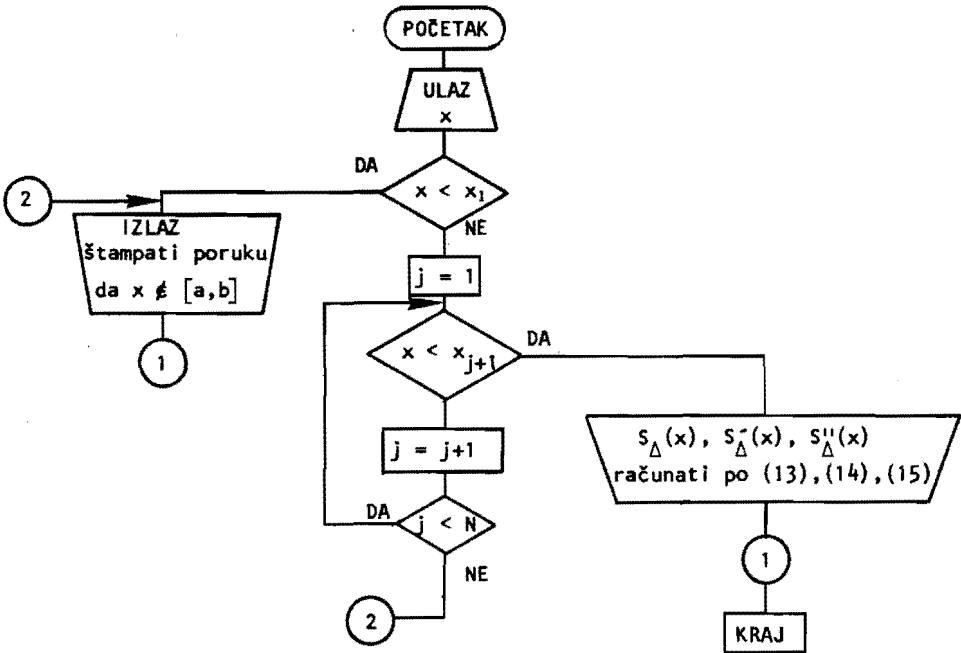
$$\mu_j z_{j-1} + 2z_j + \lambda_j z_{j+1} = 6 \frac{(y_{j+1} - y_j)/h_{j+1} - (y_j - y_{j-1})/h_j}{h_j + h_{j+1}} \quad (3.17.)$$

gde je:

$$\lambda_j = \frac{h_{j+1}}{h_j + h_{j+1}}, \quad \mu_j = 1 - \lambda_j \quad (j = 1, 2, \dots, N-1).$$

Sistem (3.16.) i (3.17.) za neperiodičan splajn možemo zapisati u sledećoj matricnoj formi

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \mu_1 & 2 & \lambda_1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & 2 & \lambda_{N-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & \mu_{N-1} & 2 & \lambda_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mu_N & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{N-2} \\ z_{N-1} \\ z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_{N-2} \\ d_{N-1} \\ d_N \end{bmatrix} \quad (3.18.)$$



Sl. 1.: Algoritam za izračunavanje vrednosti splajn aproksimacije

Koeficijenti λ_0 , d_0 , μ_N , d_N konturnih uslova (3.16.), za poznate brzine na krajevima intervala $[a, b]$ (y'_0 i y'_N), su:

$$\lambda_0 = 1, \quad d_0 = \frac{6}{h_1} \left(\frac{y_1 - y_0}{h_1} - y'_0 \right)$$

$$\mu_N = 1, \quad d_N = \frac{6}{h_N} \left(y'_N - \frac{y_N - y_{N-1}}{h_N} \right),$$

a za poznata ubrzanja Z_0 i Z_N :

$$\lambda_0 = 0, \quad d_0 = 2Z_0, \quad \mu_N = 0, \quad d_N = 2Z_N.$$

Sistem (3.18.) pripada opštem sistemu linearnih jednačina sledećeg oblika:

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \mu_1 \\ \mu_2 & 2 & \lambda_2 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_3 & 2 & & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & 2 & \lambda_{N-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & \mu_{N-1} & 2 & \lambda_{N-1} \\ \lambda_N & 0 & 0 & & 0 & \mu_N & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_{N-2} \\ Z_{N-1} \\ Z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_{N-2} \\ d_{N-1} \\ d_N \end{bmatrix} \quad (3.20.)$$

POČETAK

Ulaz: $c_1, d_1, a_m, d_m, x_k, y_k, k = 1, 2, \dots, m$

$$h_k = x_k - x_{k-1}, \quad k = 2, 3, \dots, m$$

$$c_k = h_{k+1} / (h_k + h_{k+1})$$

$$a_k = 1 - c_k$$

$$d_k = \frac{(y_{k+1} - y_k) / h_{k+1} - (y_k - y_{k-1}) / h_k}{h_k + h_{k+1}}$$

$$k = 2, 3, \dots, m-1$$

$$q_1 = -c_1/2$$

$$u_1 = d_1/2$$

$$p_k = a_k q_{k-1} + 2$$

$$q_k = -c_k / p_k$$

$$u_k = (d_k - a_k u_{k-1}) / p_k$$

$$k = 2, 3, \dots, m$$

$$Z_m = u_m$$

$$Z_k = q_k Z_{k+1} + u_k, \quad k = m-1, m-2, \dots, 1$$

$$C_{1,k} = Z_{k-1} / 6h_k$$

$$C_{2,k} = Z_k / 6h_k$$

$$C_{3,k} = y_{k-1} / h_k - Z_{k-1} h_k / 6$$

$$C_{4,k} = y_k / h_k - Z_k h_k / 6$$

$$k = 2, 3, \dots, m$$

KRAJ

Sl. 2.: Algoritam za određivanje koeficijenta neperiodičnog kubnog splajna

$$c_n(t_1 + x_n + v_1) + a_n(t_{n-1}x_n + v_{n-1}) + b_n x_n = d_n,$$

a zatim izračunati x_{n-1}, \dots, x_1 po formuli (3.22.). Na osnovu opisanog postupka sastavljen je algoritam (sl. 3.) za određivanje koeficijenta periodičnog kubnog splajna.

3.2. PRIMENA KUBNOG SPLAJNA U SINTEZI FUNKCIONALNIH POKRETA KOD VESTACKOG HODA

Sinteza zadane sinergije (kretanje donjih ekstremiteta za simetrične slučajeve hoda) za usvojeni antropomorfnu mehanizam, na sl. 2., glava 2., data je pomoću programa GAIT, koji je prikazan u dodatku Monografije [4]. Ulazni podaci programa su numeričke vrednosti za ugao kod karlice, kolena i članka (leve) noge, dobijeni biometrijskim ispitivanjem punog perioda čovekovog hoda. Vreme punog perioda T je podeljeno na 80 jednakih intervala, a vrednost uglova u diskretnim tačkama interpolirano je linearnom funkcijom. Ovako dobijen vektor uglađuje se polinomom 5-tog stepena pomoću IBM-SSP potprograma SE15. Ovaj potprogram zahteva četiri dodatne tačke na svakom kraju punog koraka T . Dodatne tačke se određuju iz uslova periodičnosti uglova pripremljenih za aproksimaciju. Dalje se diferenciranje vrši dva puta pomoću IBM-SSP potprograma DET3.

Pored navedenog postupka na sl. 4. prikazana je sinteza zadane sinergije, koja je dobijena pomoću programa napisanog na programskom jeziku FORTRAN. Ovaj program koristi potprograme napisane prema algoritmima datim na sl. 1. i 3. Na sl. 4. prikazana je aproksimacija za ugao kod karlice β_1 , kolena β_2 i članka β_3 za tipove hoda po ravnom, hod uz i niz stepenice. Numeričke vrednosti dobijene biometrijskim ispitivanjem označene su na graficima sa \bullet . Za ovako usvojenu zadanu sinergiju, kompenzacioni pokreti određeni su pomoću programa BIDYN, sa odgovarajućim izmenama u potprogramu za sračunavanje desnih strana diferencijalnih jednačina.

Kompenzacione sinergije za hod uz i niz stepenice sa

POČETAK

Ulaz: $x_k, y_k, k = 1, 2, \dots, m$

$$h_k = x_k - x_{k-1}, k = 2, 3, \dots, m$$

$$\left. \begin{aligned} c_{k-1} &= h_{k+1} / (h_k - h_{k+1}) \\ a_{k-1} &= 1 - c_{k-1} \\ d_{k-1} &= 6 \frac{(y_{k+1} - y_k) / h_{k+1} - (y_k - y_{k-1}) / h_k}{h_k + h_{k+1}} \end{aligned} \right\} k = 2, 3, m-1$$

$$c_{m-1} = h_2 / (h_m + h_2)$$

$$a_{m-1} = 1 - c_{m-1}$$

$$d_{m-1} = \frac{(y_2 - y_m) / h_2 - (y_m - y_{m-1}) / h_m}{h_m + h_2}$$

$$q_1 = -c_1 / 2$$

$$u_1 = d_1 / 2$$

$$s_1 = -a_1 / 2$$

$$p_k = a_k q_{k-1} + 2$$

$$s_k = -a_k s_{k-1} / p_k$$

$$q_k = -c_k / p_k$$

$$u_k = (d_k - a_k u_{k-1}) / p_k$$

$$\left. \begin{aligned} s_k &= -a_k s_{k-1} / p_k \\ q_k &= -c_k / p_k \\ u_k &= (d_k - a_k u_{k-1}) / p_k \end{aligned} \right\} k = 2, 3, \dots, m-1$$

$$t_{m-1} = 1$$

$$v_{m-1} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} t_k &= q_k t_{k+1} + s_k \\ v_k &= q_{k+1} + u_k \end{aligned} \right\} k = m-2, m-3, \dots, 1$$

$$Z_m = \frac{d_{m-1} - c_{m-1} v_1 - a_{m-1} t_{m-2}}{c_{m-1} v_1 + a_{m-1} t_{m-2} + 2}$$

$$Z_{k+1} = t_k Z_m + v_k, k = m-2, m-3, \dots, 1$$

$$Z_1 = Z_m$$

$$C_{1,k} = Z_{k-1} / (6h_k)$$

$$C_{2,k} = Z_k / (6h_k)$$

$$C_{3,k} = y_{k-1} / h_k - Z_{k-1} h_k / 6$$

$$C_{4,k} = y_k / h_k - Z_k h_k / 6$$

$$\left. \begin{aligned} C_{1,k} &= Z_{k-1} / (6h_k) \\ C_{2,k} &= Z_k / (6h_k) \\ C_{3,k} &= y_{k-1} / h_k - Z_{k-1} h_k / 6 \\ C_{4,k} &= y_k / h_k - Z_k h_k / 6 \end{aligned} \right\} k = 2, 3, \dots, m$$

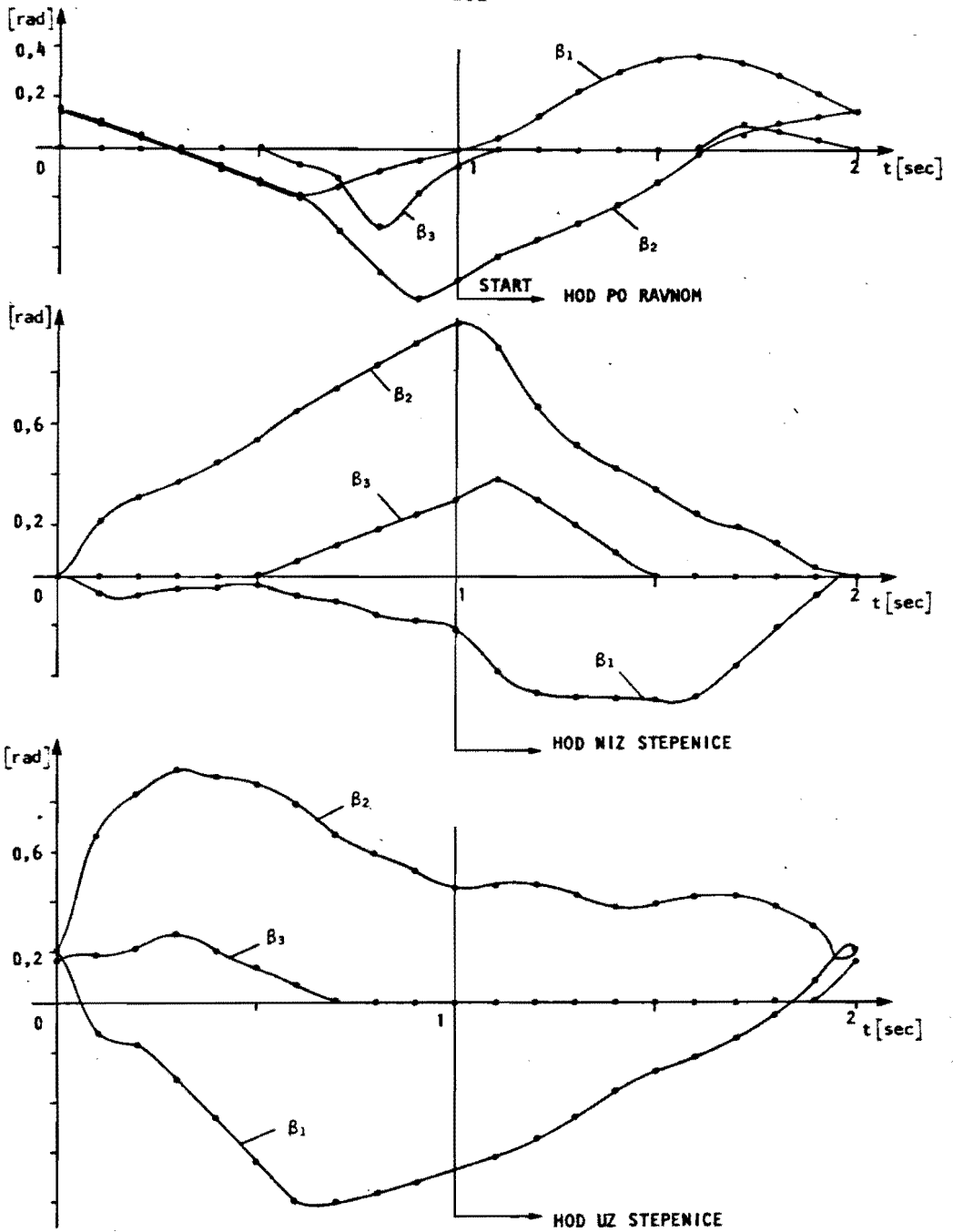
K R A J

Sl. 3.: Algoritam za određivanje koeficijenta periodičnog kubnog splajna

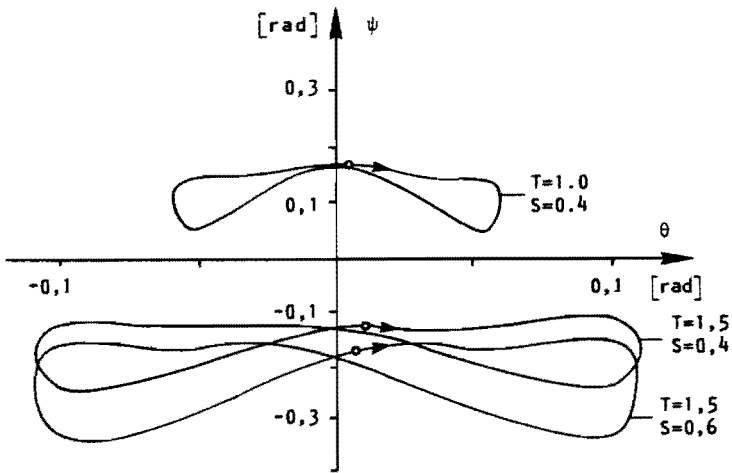
sintezom zadane sinergije preko periodičnog kubnog splajna, date su na sl. 5. i 6. Sinteza ovih slučajeva izvršena je za različite vrednosti karakterističnih parametara S (veličina koraka), T (period trajanja koraka) i različite zakone kretanja TOM-a (sl. 14., glava 2.). Analiza rešenja dobijenih kompenzacionih pokreta u zavisnosti od navedenih parametara, i u ovom slučaju dovodi do istog zaključka dobijenog pri odgovarajućoj analizi u drugoj glavi.

Na slici 7. prikazani su izvesni energetske pokazatelji za simetričan tip hoda niz stepenice sa sintetizovanom zadanom sinergijom pomoću programa GAIT a na sl. 8. sa sintetizovanom zadanom sinergijom pomoću kubnog splajna. Energetski pokazatelji sračunati su pomoću programa SERVO, koji je prikazan u dodatku Monografije [4].

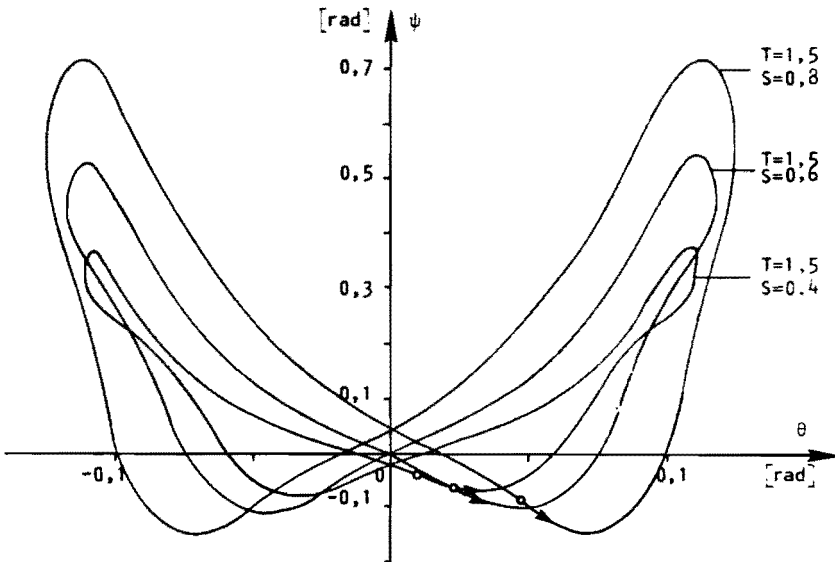
Na sl. 7. i 8. prikazne su maksimalne vrednosti pogonskih momenata, shaga u toku punog koraka i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije, u funkciji brzine hoda, sa sintetizovanom zadanom sinergijom pomoću programa GAIT i pomoću kubnog splajna. Mađa je primenom splajna za sintezu zadane sinergije upotrebljen polinom trećeg stepena nad 20 intervala a pomoću programa GAIT polinom 5-tog stepena za 80 jednakih intervala, analizom grafika na sl. 7. i 8., vidimo da su odgovarajuće veličine približno podjednake. Osnovna pogodnost periodičnog kubnog splajna za sintezu zadane sinergije je u dobijanju neprekidne funkcije i njenog neprekidnog prvog i drugog izvoda, tako da u procesu numeričke integracije nije potrebno vršiti dodatnu interpolaciju. Pored toga, na osnovu teorema 3., 4., i 5. prvi i drugi izvod periodičnog kubnog splajna konvergiraju izvodima aproksimirane funkcije.



Sl. 4.: Aproximacija zadane sinergije kubnim splajnom



Sl. 5.: Kompenzacioni pokreti kod penjanja za zakon TOM-a I

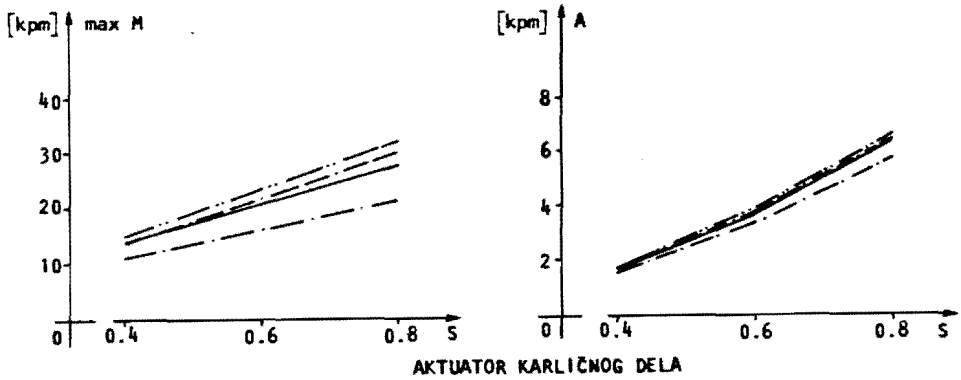
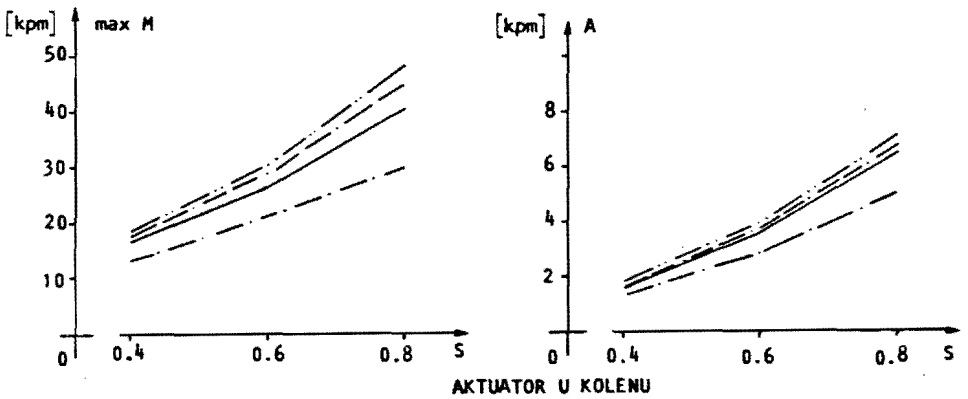
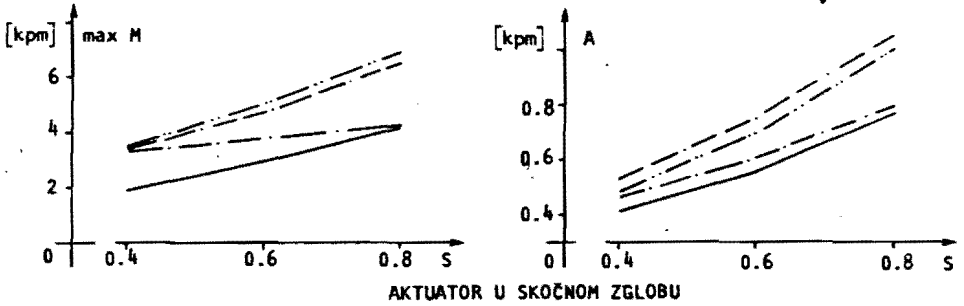


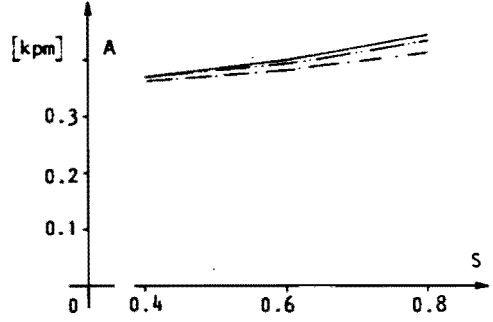
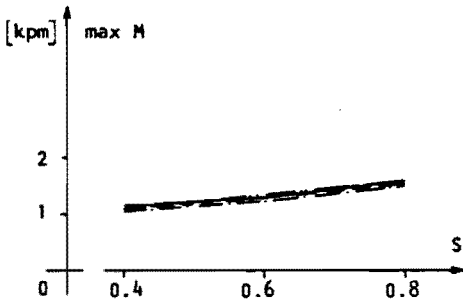
Sl. 6.: Kompenzacioni pokreti kod silazjenja za zakon TOM-a I

MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA
 U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI PARAMETRA S I $T=1,5s$
 ZA SIMETRIČAN TIP HODA NIZ STEPENICE SA SINTETIZOVANOM
 ZADANOM SINERGIJOM POMOĆU PROGRAMA GAIT

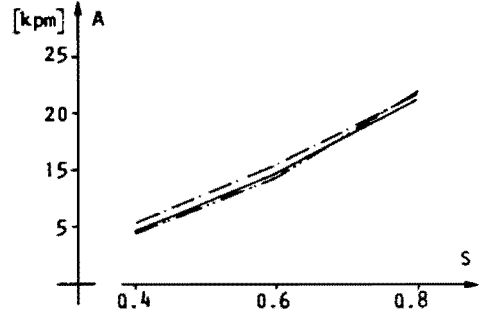
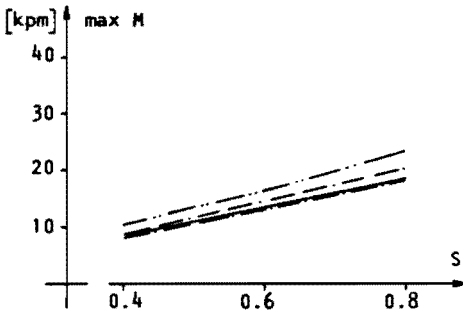
Slučaj:

I —————
 III ————
 IV - - - - -
 V - - - - -

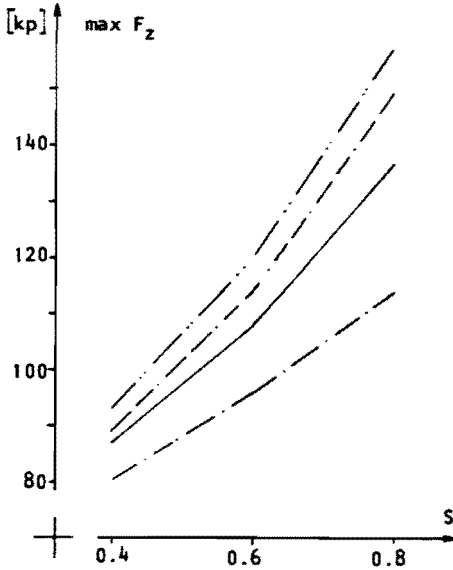




AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U
FRONTALNOJ RAVNI

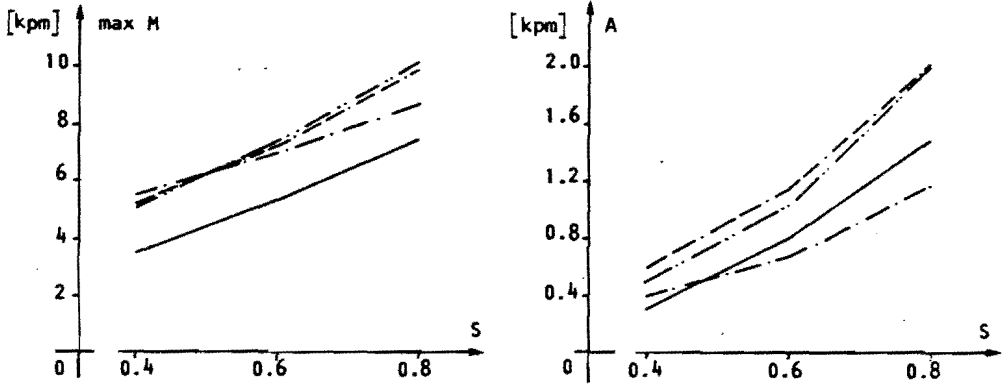


AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI

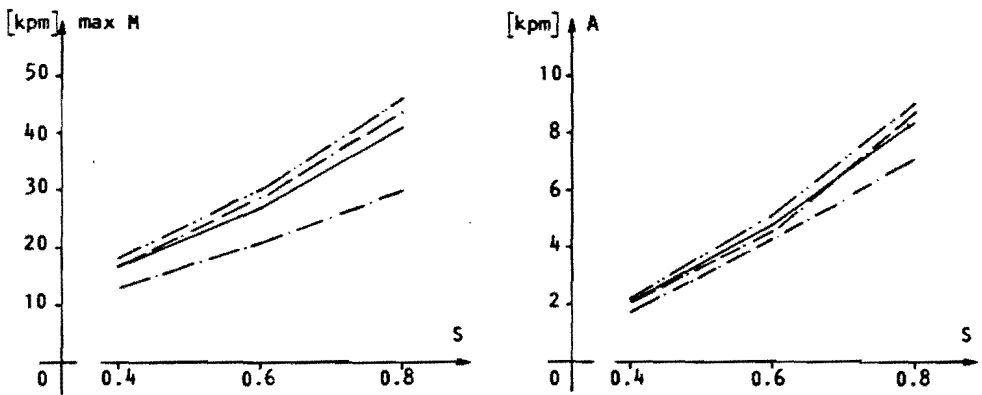


MAKSIMALNE VREDNOSTI
VERTIKALNE KOMPONENTE
SILA REAKCIJE

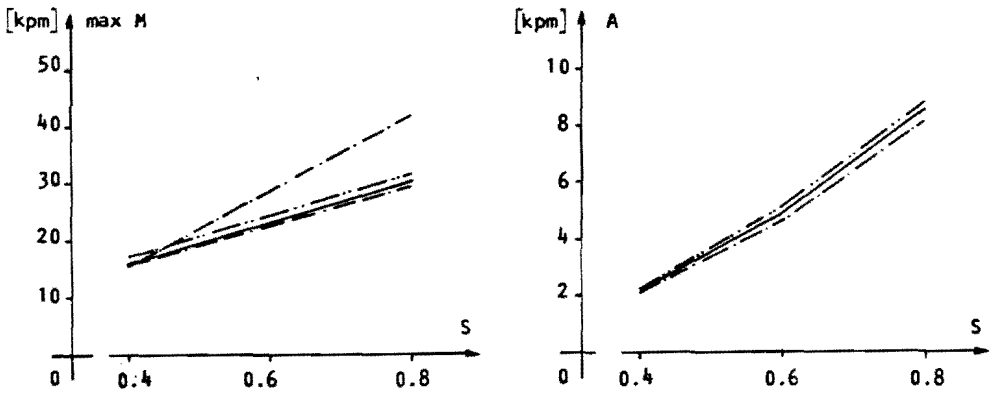
MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI PARAMETRA S I $T=1,5$ s. ZA SIMETRIČAN TIP HODA NIZ STEPENICE SA SIN-
TETIZOVANOM ZADANOM SINERGIJOM POMOĆU KUBNOG SPLAJNA



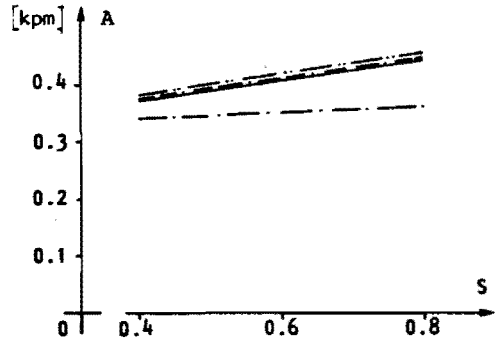
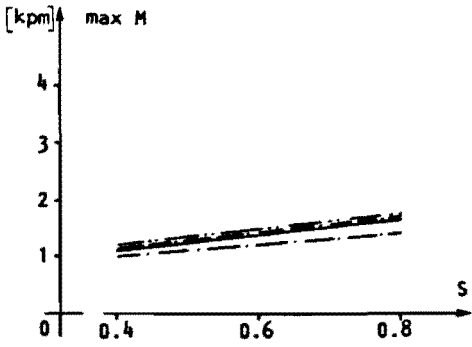
AKTUATOR U SKOČNOM ZGLOBU



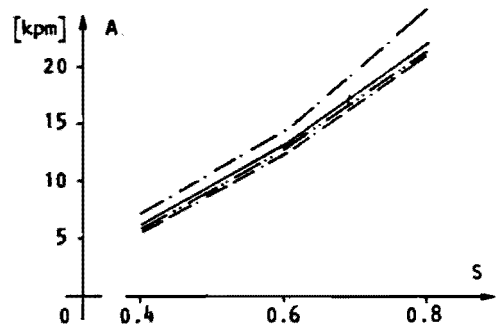
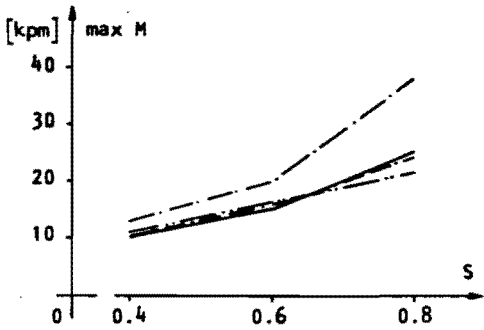
AKTUATOR U KOLENU



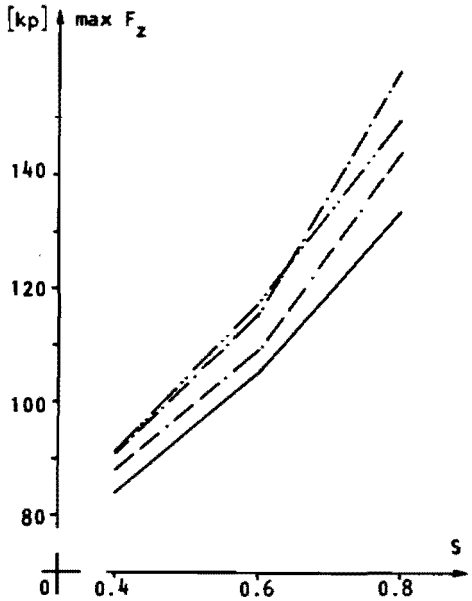
AKTUATOR KARLIČNOG DELA



AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U FRONTALNOJ RAVNI



AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI



MAKSIMALNE VREDNOSTI
VERTIKALNE KOMPONENTE
SILA REAKCIJE

3.3. SINTEZA PRELAZNIH DINAMIČKIH REZIMA

U cilju postizanja funkcionalnosti pokreta antropomorfnih mehanizama, jednom delu sistema, u našem slučaju nogama, propisana je izvesna dinamička forma. Preostali deo sistema treba tako odrediti da održi sistem u dinamičkoj ravnoteži na bazi odgovarajućih dinamičkih veza koje dobijaju konkretnu formu u zavisnosti od klase zadatka. Na taj način se za različite dinamičke forme propisane delu sistema odredjuju kompenzacione sinergije. Tako je formiran skup nominalnih dinamičkih režima koji predstavljaju svrsishodne lokomocijne pokrete. Na bazi ovako formiranog skupa nominalnih dinamičkih režima predložena je jedna specifična dvonivojska struktura upravljanja velikim sistemima [6], [7].

Suštinska prednost predloženog upravljačkog koncepta zasniva se na mogućnosti da se složenim dinamičkim sistemima upravlja u realnom vremenu. To se postiže na osnovu sračunatog skupa dinamičkih nominala koji može biti memorisan u izvesnom tehničkom obliku. Tada se upravljački zadatak svodi samo na izbor onog dinamičkog nominala iz opisanog skupa koji najviše odgovara realnim radnim uslovima. Prema tome, procesor za sračunavanje dinamičkih stanja sistema ustvari je programer zapamćeni, unapred sračunati, skup dinamičkih nominala. Na ovaj način smo predvideli radne uslove u kojima se može naći sistem u toku svog rada. Tako se vreme odziva upravljačkog sistema svodi na vreme potrebno za procesiranje izvesnih dinamičkih parametara pri merenju, odredjenih algebarskih relacija sračunatih u skladu sa odabranim tipom upravljačkog postupka. Treba istaći da vreme potrebno za izvršenje pomenutih akcija upravljačkog algoritma je znatno kraće od vremena sračunavanja dinamičkih stanja u realnom vremenu putem procesnog računara.

Klasična teorija upravljanja daje mogućnost stabilizacije poremećajnih režima za slučaj malih odstupanja od nomi-

nalnih (programskih trajektorija). Međutim, na osnovu predloženog koncepta moguće je ostvariti upravljanje i u slučaju većih odstupanja. Postupak je sledeći: u slučaju većih odstupanja, prvo se izabere nova sinergija tako da je u odnosu na izabranu sinergiju odstupanje malo; dalje se primenjuje teorija upravljanja za slučaj malih poremećaja i postepeno se vraća na prvobitnu sinergiju.

Saglasno opisanoj koncepciji, u ovom delu biće prikazan jedan način sračunavanja prelaznih dinamičkih režima antropomorfno hoda. Promena dinamičkih parametara u toku realizacije antropomorfno hoda zahteva prelazak sa jedne memorisane programske trajektorije na drugu. Ovaj prelazak treba da se realizuje u izvesnom vremenskom intervalu. Na taj način dinamičkim vezama antropomorfno sistema (2.34.), (2.35.) nametnuti su novi granični uslovi:

$$\begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{u}^* \\ \bar{u} \end{bmatrix}_{T_1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{u}^* \\ \bar{u} \end{bmatrix}_{T_2} = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (3.23.)$$

gde su X_1, Y_1, Z_1 ($i = 1, 2$) unapred zadate brojne vrednosti. Pri rešavanju ovog zadatka, takodje je moguće primeniti princip zadate sinergije.

Sve funkcije (generalisane koordinate) antropomorfno sistema (od kojih neke mogu biti i unapred propisane), aproksimirane su splajnom odredjenog stepena sa graničnim uslovima (3.23.). Na bazi gradijentnog postupka formiran je globalni iterativni postupak za odredjivanje nepoznatih funkcija u obliku splajna. Takodje je formiran i lokalni iterativni postupak na bazi odstupanja ubrzanja generalisanih koordinata. Kriterijum valjanosti dobijenih aproksimacija splajn funkcijama zasnovan je na odstupanju TOM-a od nominalne trajektorije.

3.3.1. Splajn petog stepena defekta 3

Aproksimacija generalisanih koordinata antropomorf-nog sistema polinomnim splajnom sa graničnim uslovima (3.23.), na osnovu (3.2.), zahteva polinom stepena jednak ili veći od 5. Sa numeričkog stanovišta povećanje stepena polinomnog splajna u praksi postaje nepodesan zbog potrebe rešavanja glomaznog sistema linearnih jednačina. Zato ćemo odabrati takav polinomni splajn koji zadovoljava granične uslove (3.23.), dok su mu navedeni ostali opšti uslovi nešto oslabljeni. Ovako odabrani splajnovi pokazali su se podesni u praksi, kako sa stanovišta aproksimacije tako i sa numeričke realizacije određivanja nepoznatih konstanti.

Na osnovu definicije 3. splajn petog stepena ima maksimalni defekt 3, što znači da je ispunjen sledeći uslov:

$$S_{\Delta}^{(p)}(x_j) = f^{(p)}(x_j), \quad p = 0, 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.24.)$$

Aproksimirajmo datu funkciju $f(x_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N$ splajnom petog stepena defekta 3 sa graničnim uslovima (3.23.), odnosno,

$$S_{\Delta}^{(p)}(x_0) = f^{(p)}(x_0) \quad \text{i} \quad S_{\Delta}^{(p)}(x_N) = f^{(p)}(x_N)$$

za $p = 0, 1, 2$. Za realizaciju uslova (3.24.) odredimo približne vrednosti prvog i drugog izvoda date funkcije pomoću paraboličke interpolacije. Ako obeležimo sa $u_j(x)$ ($0 < j < N$) parabolu koja prolazi kroz tačke (x_{j-1}, f_{j-1}) , (x_j, f_j) i (x_{j+1}, f_{j+1}) tada je:

$$u_j(x_j) = f_j, \\ u_j'(x_j) = \lambda_j \frac{f_j - f_{j-1}}{h_j} + \mu_j \frac{f_{j+1} - f_j}{h_{j+1}}, \quad (3.25.)$$

$$u_j''(x_j) = 2f[x_{j-1}, x_j, x_{j+1}]$$

gde je $\lambda_j = 1 - \mu_j = h_{j+1}/(h_j + h_{j+1})$ i $f[x_{j-1}, x_j, x_{j+1}]$ podeljene konačne razlike drugog reda.

Splajn petog stepena $S_{\Delta}(x)$ defekta 3 određen je na intervalu $[x_{j-1}, x_j]$ sa sledećim uslovima:

$$\begin{aligned} S_{\Delta}^{(p)}(x_{j-1}) &= u_{j-1}^{(p)}(x_{j-1}), \\ S_{\Delta}^{(p)}(x_j) &= u_j^{(p)}(x_j) \end{aligned} \quad p = 0, 1, 2; \quad (3.26.)$$

Dalje je:

$$\begin{aligned} u_j(x) &= f_j + (x - x_j)u_j'(x_j) + \frac{(x - x_j)^2}{2!} u_j''(x_j), \\ u_j(x_{j-1}) &= f_j - h_j u_j'(x_j) + \frac{h_j^2}{2!} u_j''(x_j), \\ u_j(x_{j+1}) &= f_j + h_{j+1} u_j'(x_j) + \frac{h_{j+1}^2}{2!} u_j''(x_j). \end{aligned} \quad (3.27.)$$

Uvedimo pomoćni kubni polinom $\alpha(\sigma)$ sa uslovima $\alpha(0) = \alpha'(0) = \alpha'(1) = 0$, $\alpha(1) = 1$. Neka je to kubni polinom oblika:

$$\alpha(\sigma) = 3\sigma^2 - 2\sigma^3 \quad (3.28.)$$

Sada polinom petog stepena na intervalu $[x_{j-1}, x_j]$ sa uslovima (3.26.) možemo napisati u obliku:

$$S_{\Delta}(x) = u_{j-1}(x) [1 - \alpha_j(x)] + u_j(x) \alpha_j(x) \quad (3.29.)$$

gde je $\alpha_j(x) = \alpha[(x - x_{j-1})/h_j]$.

Za razliku od kubnog splajna (3.13.), kod određivanja splajna petog stepena defekta 3, nije potrebno rešavati nikakav sistem jednačina. Za određivanje ovog splajna na intervalu $[x_{j-1}, x_j]$ potrebno je odrediti samo četiri parametra. Na osnovu (3.29.), (3.28.), i (3.27.) dobijamo:

$$\begin{aligned}
 S_{\Delta}(x) = & \{f_{j-1} + (x - x_{j-1})u'_{j-1}(x_{j-1}) + \\
 & + (x - x_{j-1})^2 u''_{j-1}(x_{j-1})/2\} \cdot [1 - \alpha_j(x)] + \\
 & + \{f_j + (x - x_j)u'_j(x_j) + \frac{(x - x_j)^2}{2} u''_j(x_j)\} \alpha_j(x)
 \end{aligned}
 \tag{3.30.}$$

Pošto važe sledeći odnosi:

$$\begin{aligned}
 u'_j(x_j) &= \frac{f_j - f_{j-1}}{h_j} + \frac{h_j}{2} u''_j(x_j), \\
 u''_{j-1}(x_{j-1}) &= \frac{f_j - f_{j-1}}{h_j} - \frac{h_j}{2} u''_{j-1}(x_{j-1}),
 \end{aligned}$$

Izraz (3.30.) može se napisati u obliku:

$$\begin{aligned}
 S_{\Delta}(x) = & f_{j-1} \frac{x_j - x}{h_j} + f_j \frac{x - x_{j-1}}{h_j} - \\
 & - \frac{(x_j - x)(x - x_{j-1})}{2} \{u''_{j-1}(x_{j-1}) [1 - \alpha_j(x)] + \\
 & + u''_j(x_j) \alpha_j(x)\}.
 \end{aligned}
 \tag{3.31.}$$

Ovako definisan splajn petog stepena defekta 3 ima istu vrednost prvog i drugog izvoda u tački x_j kao kod kubnog splajna m_j ([1] str. 142.) i M_j određenih iz (3.17.). Ako su čvorovi ravnomerno raspoređeni na datoj mreži, onda se izvodi dobijaju ugladjuvanjem u smislu Šenberga prvog i drugog izvoda kubnog splajna. Praksa je pokazala da za aproksimaciju funkcije date u diskretnim tačkama prednost ima ovako definisan splajn petog stepena u odnosu na kubni splajn.

3.3.2. Iterativni postupak na bazi priraštaja generalisanih koordinata

Neka je $\{M\}$ vektor pogonskih generalisanih sila dinamičkog procesa proizvoljnog tipa, a $\{E\}$ vektor dinamičkog

stanja odgovarajućeg procesa. Proizvoljan dinamički proces može se predstaviti sledećim skupom nelinearnih diferencijalnih jednačina:

$$\{M\} = [A]\{\ddot{E}\} + [B]\{\dot{E}\}^2 + [C]\{\dot{E}\dot{E}\} + \{G\} \quad (3.32.)$$

Elementi matrica $[A]$, $[B]$ i $[C]$ kao i kolone $\{G\}$ zavise od usvojenih generalisanih koordinata dinamičkog procesa.

Aproksimirajmo vektor dinamičkog stanja $\{E\}$ splajnom petog stepena defekta 3 na datoj mreži:

$$\Delta : a = t_{i_0} < t_{i_1} < \dots < t_{ij} < \dots < t_{iN_i} = b, \\ i = 1, 2, \dots, n$$

gde je n dimenzija vektora dinamičkog stanja $\{E\}$, a $N_1, N_2, \dots, \dots, N_n$ broj čvorova odgovarajuće komponente vektora $\{E\}$.

Vrednost splajna u čvorovima je:

$$S_{\Delta}(\xi_i, t_{ij}) = y_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 0, 1, \dots, N_i. \end{array}$$

Na osnovu konturnih uslova (3.23.) poznate su sledeće vrednosti:

$$S_{\Delta}^{(p)}(\xi_i, a), S_{\Delta}^{(p)}(\xi_i, b), \quad p = 1, 2; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Zamenom dobijenih aproksimacija splajnom petog stepena defekta 3 u izraz (3.32.) dobijamo da vektor $\{M\}$ na intervalu $[a, b]$ zavisi od vrednosti y_{ij} za $j = 1, 2, \dots, N_i - 1; i = 1, 2, \dots, n$. Za izbor vektora vremenskih trenutaka $\tau_i, i = 1, 2, \dots, m$, možemo formirati sledeći indeks performanse:

$$J = \sum_{i=1}^m \|M(\tau_i)\|. \quad (3.33.)$$

Ako obeležimo sa $\{Y\}$ vektor čije su komponente vrednosti y_{ij} za $j = 1, 2, \dots, N_i - 1, i = 1, 2, \dots, n$ onda indeks performanse J zavisi od vektora $\{Y\}$:

$$J = J(\{Y\}). \quad (3.34.)$$

U zavisnosti od tipa zadatka kriterijum (3.33.) dobija određenu formu, za čiju optimizaciju se može primeniti gradijentni postupak.

Za kombinovani slučaj dinamičkog zadatka ((2.34.), (2.35.)) sa graničnim uslovima (3.23.), indeks performanse (3.33.) dobija sledeću formu:

$$J = \sum_{i=1}^m (M_X^2(\tau_i) + M_Y^2(\tau_i))^{1/2}. \quad (3.35.)$$

U ovom slučaju aproksimirane su splajnom petog stepena defekta 3 sledeće funkcije: β_{1L} , β_{2L} , β_{3L} , β_{1R} , β_{2R} , β_{3R} , θ , ψ . Zadatak se sastoji u određivanju navedenih funkcija tako da je $M_X = M_Y = 0$ za sve odabrane vremenske trenutke τ_i ($i = 1, 2, \dots, m$). Prema tome, treba minimizirati indeks performanse (3.35.):

$$J(\{\bar{Y}\}) = \min_{\{Y\}} J(\{Y\}) = 0. \quad (3.36.)$$

Da bi rešili (3.36.), može se primeniti sledeći iterativni postupak na bazi gradijentnog metoda:

$$\{Y\}_{i+1} = \{Y\}_i - \epsilon \nabla J \quad (3.37.)$$

gde je $\nabla J = \text{grad } J(\{Y\})$, a i je broj iteracija.

3.3.3. Iterativni postupak na bazi priraštaja ubrzanja generalisanih koordinata

Pretpostavimo da vektor dinamičkog stanja $\{E\}$ sa konturnim uslovima (3.23.) treba tako odrediti da je u sistemu (3.32.) vektor pogonskih generalisanih sila $\{M\}$ jednak nuli. Neka je za izvesno pretpostavljeno rešenje vektora $\{E\}$, vektor $\{M\}$ različit od nule. Tada se vektor priraštaja ubrzanja $\{\Delta \bar{E}\}$,

za $\{M\}$ jednako nuli, određuje iz sledećeg izraza:

$$\{\Delta \ddot{\epsilon}\} = -[A]^{-1}\{M\} \quad (3.38.)$$

Popravka vektora dinamičkog stanja vrši se na bazi priraštaja ubrzanja generalisanih koordinata (3.38.), tako da je nova vrednost ubrzanja vektora dinamičkog stanja jednaka $\{\ddot{\epsilon}\} + \{\Delta \ddot{\epsilon}\}$.

Sledeći zadatak sastoji se u određivanju vrednosti funkcije i njenog prvog izvoda na osnovu poznatih vrednosti za ubrzanja. Sa ovako dobijenim novim vrednostima, postupak se ponavlja.

Vrednost funkcije i njenog prvog izvoda na osnovu poznatih ubrzanja može se odrediti iz podeljene konačne razlike drugog reda:

$$u_j''(x_j) = 2 \frac{\frac{f_{j+1} - f_j}{h_{j+1}} - \frac{f_j - f_{j-1}}{h_j}}{h_j + h_{j+1}}, \quad j = 1, 2, \dots, N-1$$

ili u pogodnijoj formi za rešavanje:

$$\lambda_j f_{j-1} - f_j + \mu_j f_{j+1} = 0, 5u_j''(x_j)h_j h_{j+1} \quad (3.39.)$$

gde je $\lambda_j = h_{j+1}/(h_j + h_{j+1})$, $\mu_j = 1 - \lambda_j$. Ovaj sistem ima sledeći matični oblik:

$$\begin{bmatrix} -1 & \mu_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & -1 & \mu_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & -1 & \mu_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & -1 & \mu_{N-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \lambda_{N-2}^{-1} & \mu_{N-2} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & \lambda_{N-1} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{N-3} \\ f_{N-2} \\ f_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_{N-3} \\ d_{N-2} \\ d_{N-1} \end{bmatrix}$$

gde su:

$$\begin{aligned}d_1 &= 0,5u_1''(x_1)h_1h_2 - \lambda_1f_0 \\d_j &= 0,5u''(x_j)h_jh_{j+1}, \quad j = 2,3,\dots,N-2 \\d_{N-1} &= 0,5u_{N-1}''(x_{N-1})h_{N-1}h_N - \mu_{N-1}f_N\end{aligned}$$

Vrednosti f_j ($j = 1,2,\dots,N-1$) određuju se pomoću algoritma za rešavanje sistema jednačina (3.19.), zatim $u_j'(x_j)$ po formuli (3.25.).

Proizvoljan dinamički proces opisan skupom nelinearnih diferencijalnih jednačina (3.32.), za konkretan antropomorfnu model (2.34.), (2.35.) ima momente izražene preko spoljašnjih koordinata u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}M_X &= \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \vec{e}_X \ddot{\xi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij} \vec{e}_X \dot{\xi}_i \dot{\xi}_j + \vec{M}_G \vec{e}_X = 0 \\M_Y &= \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \vec{e}_Y \ddot{\xi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij} \vec{e}_Y \dot{\xi}_i \dot{\xi}_j + \vec{M}_G \vec{e}_Y = 0\end{aligned} \quad (3.41.)$$

gde su \vec{c}_i , \vec{d}_{ij} , \vec{M}_G vektori koji zavise od spoljašnjih koordinata. Pošto su ubrzanja direktno povezana sa poremećajnim momentima, oni se na osnovu (3.41.) mogu napisati u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}\Delta M_X &= \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \vec{e}_X \Delta \ddot{\xi}_i \\ \Delta M_Y &= \sum_{i=1}^n \vec{c}_i \vec{e}_Y \Delta \ddot{\xi}_i\end{aligned} \quad (3.42.)$$

Usled pretpostavke da je unutrašnji algoritam lokomocijne strukture nepromenjen, može se smatrati da su priraštaji ubrzanja svih elemenata u jednoj ravni medjusobno jednaki. Na osnovu te pretpostavke, dovoljno je sistem posmatrati u sagitalnoj i frontalnoj ravni. Označimo spoljašnje uglove ξ_i u sagitalnoj ravni sa ψ_i ($i = 1,2,\dots,n_1$) i frontalnoj ravni sa θ_i ($i = n_1 + 1, n_2 + 2, \dots, n$), tada relacije (3.42.) mogu biti napisane u sledećoj formi:

$$\begin{aligned}\Delta M_X &= \left(\sum_{i=1}^{n_1} \frac{\partial M_X}{\partial \psi_i} \right) \Delta \psi + \left(\sum_{i=n_1+1}^n \frac{\partial M_X}{\partial \theta_i} \right) \Delta \theta \\ \Delta M_Y &= \left(\sum_{i=1}^{n_1} \frac{\partial M_Y}{\partial \psi_i} \right) \Delta \psi + \left(\sum_{i=n_1+1}^n \frac{\partial M_Y}{\partial \theta_i} \right) \Delta \theta\end{aligned}\quad (3.43.)$$

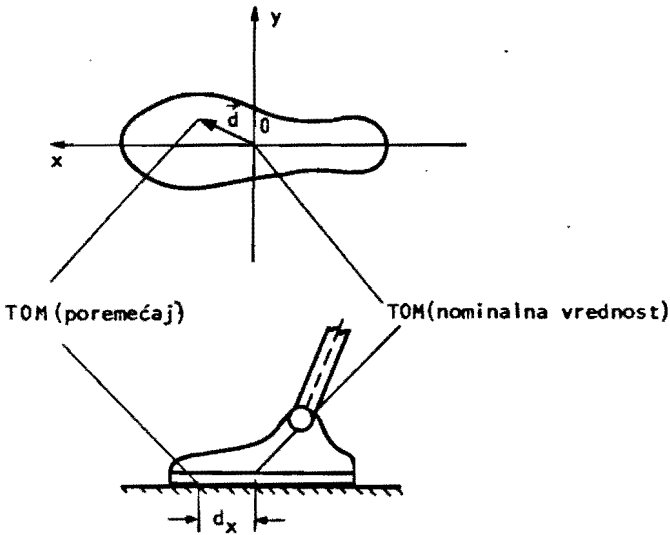
gde su $\Delta \psi$ i $\Delta \theta$ priraštaji svih ubrzanja u sagitalnoj i frontalnoj ravni. Iz algebarskog sistema (3.43.) priraštaji spoljašnjih ubrzanja usled pretpostavljenih rešenja mogu se odrediti u funkciji izračunatih poremećajnih momenata ΔM_X i ΔM_Y . Sada se pomoću sistema (3.40.) mogu izračunati vrednosti funkcije, i po formuli (3.25.) vrednosti prvog izvoda, čime su određeni parametri splajna petog stepena defekta 3, odnosno splajn (3.30.). Sa ovako dobijenim novim vrednostima splajna za generalisane koordinate, postupak se ponavlja, čime je formiran iterativni proces na bazi priraštaja ubrzanja.

3.4. KRITERIJUM VALJANOSTI APROKSIMACIJE. ALGORITAM ZA ODREĐIVANJE PRELAZNIH DINAMIČKIH REZIMA

Izlazni kriterijum za oba navedena iterativna procesa bazira se na poremećaju položaja tačke nula-momenta (TOM-a) od nominalne vrednosti. Ako ovaj poremećaj dovodi do male veličine momenta, pri čemu se može koristiti stabilizacija zasnovana na linearizaciji dinamičkih jednačina oko nominalne sinergije, izlazni kriterijum je zadovoljen. Navedeni zahtev uklapa se u male poremećaje koji se mogu stabilisati predloženim upravljačkim postupkom. Prema opisanom postupku za male poremećaje upravljački sistem vraća mehanizam na početnu idealnu sinergiju, dok se za veće poremećaje bira nova sinergija na bazi usvojenog kriterijuma odstupanja u unapred sračunatim i zapamćenim rešenjima.

Na sl. 9, \vec{d} je odstupanje TOM-a od nominalne vrednosti [9], [10]. Veze izmedju komponenata d_x i d_y vektora \vec{d} i mo-

menata M_x , M_y i sile F_z datih relacijama (2.34.), (2.35.) i (2.38.) respektivno, su sledeće:



Sl. 9.: Odstupanje TOM-a od nominala

$$d_x(t) = M_y/F_z, \quad d_y(t) = M_x/F_z$$

$$|\ddot{d}(t)| = (d_x^2(t) + d_y^2(t))^{1/2} \quad (3.44.)$$

Numerička vrednost za izlazni kriterijum je:

$$\bar{d} = \max_{t \in [a,b]} |\ddot{d}(t)| < \epsilon \quad (3.45.)$$

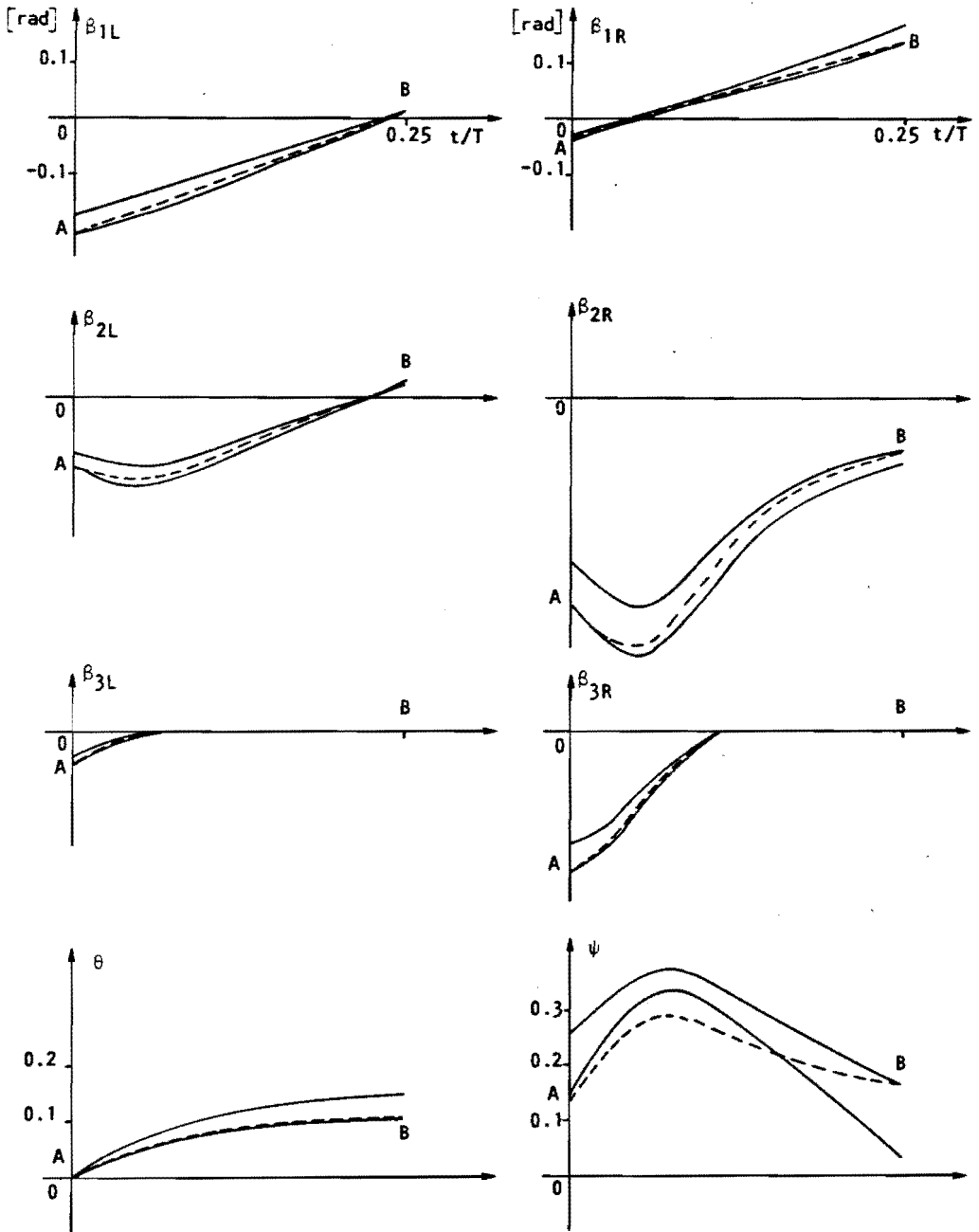
Na osnovu usvojenih oznaka može se formirati sledeći globalni

ALGORITAM:

0. Ulaz: y_{ij} $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 0, 1, \dots, N_i$
 $y_{ij}^{(p)}$ $p = 1, 2$; $j = 0, N_i$; $i = 1, 2, \dots, n$,

1. aproksimirati funkcije y_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n$) splajnom petog stepena defekta 3 po formuli (3.30.),
2. izračunati \bar{d} po formuli (3.45.),
3. ako je $\bar{d} < \epsilon$, zadatak je rešen,
4. ako je $\bar{d} < \delta$, idemo na korak 6.,
5. Izračunati nove vrednosti y_{ij} $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, N_i - 1$ na bazi gradijentnog postupka (3.37.), i idemo na korak 1.,
6. Izračunati nove vrednosti y_{ij} $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, N_i - 1$, na bazi priraštaja ubrzanja (3.43.), preko sistema (3.40.), i idemo na korak 1.

Na osnovu ovog algoritma napisan je program na programskom jeziku FORTRAN. Neki dobijeni rezultati dobijeni pomoću ovog programa prikazani su na sl.10. Na ovoj slici prikazani su rezultati prelaska sa nominalne trajektorije za parametre $T = 2$, $S = 1$ i zakon TOM-a I, na nominalnu trajektoriju za parametre $T = 1,5$, $S = 0,8$ i zakon TOM-a I za vremenski period od 0 do 0,375 sec. Trajektorija prelaznog režima označena je isprekidanom linijom.



Sl. 10.: Isprekidana linija je trajektorija prelaznog režima sa nominala A ($T=2$, $S=1$, zakon TOM-a I) na nominal B ($T=1,5$, $S=0,8$, zakon TOM-a I)

L I T E R A T U R A

- [1] Ahlberg J.H., Nilson E.N., Walson J.L.: "Teorija splajnova i njihova primena", (na ruskom), Moskva, 1972.
- [2] Cox M.G.: "A Survey of Numerical Methods for Data and Function Approximation", *The State of the Art in Numerical Analysis*, Academic Press, 1977.
- [3] Blum E.K.: *Numerical Analysis and Computation Theory and Practice*, University of Southern, California, 1972.
- [4] Vukobratović M., Hristić D.: "Realizacija veštačkog hoda", monografija, Institut za automatiku i telekomunikacije "Mihailo Pupin", Beograd, 1975.
- [5] Ralph H. Penington: "Introductory Computer Methods and Numerical Analysis", *Coller-Macmillan Student Editions*, 1966.
- [6] Vukobratović M., Juričić D.: "Contribution to the Synthesis of Biped Gait", *IEEE Trans. on Biomedical Eng.*, Vol. BME-16, Jan. 1969.
- [7] Vukobratović M., Stokić D.: "Dynamic Control of Unstable Locomotion Robots", *Mathematical Biosciences*, Vol. 24., 1975.
- [8] Vukobratović M., Stokić D.: "Upravljanje aktivnim mehanizmima", monografija, Institut za automatiku i telekomunikacije "Mihailo Pupin", Beograd, 1975.
- [9] Surla D., Vukobratović M.: "Metod harmonijske aproksimacije u sintezi kretanja lokomocionih robota", *Automatika*, Zagreb, 3-4, 1976.
- [10] Surla D.: "Približni matematički modeli aktivnih mehanizama", magistarski rad, Novi Sad, 1976.

GLAVA 4.

ANALIZA UTICAJA PARAMETARA NA PERFORMANSE
DVONOZNOG HODA

Pored mašinskog sastavljanja diferencijalnih jednačina prostornih mehanizama, razradjen je i mašinski algoritam za automatsko sračunavanje svih energetske parametara [1], neophodnih za realizaciju veštačkog kretanja. Cilj ove glave je analiza uticaja parametara simetričnog i nesimetričnog tipa hoda, na performanse dvonožnog hoda, na bazi potpuno automatizovanog mašinskog algoritma za odredjivanje kompenzacione sinergije i sračunavanje vrednosti energetske parametara.

U radu [2] prikazana je medjuzavisnost promenljivosti parametara i ritma hoda na bazi njegove kvalitativne analize kao stohastičkog procesa. Teorijski deo verifikovan je eksperimentalnim rezultatima, tako da se rezultati mogu iskoristiti kao osnova za izgradnju funkcionalne električne stimulacione ortoze. U tu svrhu mereni su sledeći parametri: dužina i trajanje koraka, trajanje faze oslanjanja i maksimalne vrednosti goniometrijskih funkcija u fazi prenosa za kuk, koleno i članak. Merenja su vršena na normalnim subjektima i hemiplegičnim pacijentima, u broju i obimu potrebnim za statističku obradu. Grafički je prikazana zavisnost promenljivosti parametara hoda u funkciji njegove kadence. Krive za normalne osobe su pretežno konkavne sa minimumom pri kadenci slobodnog hoda. Promenljivost parametara hoda hemiplegičnih pacijenata je mnogo veća nego kod

normalnih osoba i ne pokazuje generalni trend. Neke od funkcija imaju minimum promenljivosti pomeren u smeru većih brzina pretpostavljenog optimuma. Sa odgovarajućih grafika može se uočiti jaka korelacija između parametara hoda i utroška energije po jedinici rastojanja. Minimum utroška energije postoji u oblasti brzina slobodnog hoda. Kada kadenca hoda pokazuje devijaciju od optimuma, onda se pokazuje značajno povećanje utroška energije.

U radu [3] detaljno su opisani izvesni sistemi za merenje kinematičkih parametara hoda, sa posebnim osvrtom na prednost kompjuterske akvizicije i analize merenih podataka hoda. Od niza parametara antropomorfnog hoda, izdvojen je minimalan broj parametara neophodnih za kvantitativnu procenu hoda. To su dužina koraka, trajanje koraka i oslonca normalizovanih u odnosu na trajanje punog koraka. Takodje je ukazano, da je simetrija parametara levo i desno najkarakterističnija osobina normalnog hoda. Navedene su dve metode kvantitativne procene patoloških oblika hoda, koje su pogodne za kompjutersku obradu. Obe metode testirane su na pacijentima. Prva metoda je logička posledica invarijabilnog modela za normalan hod. Definisana je kao najmanje kvadratno odstupanje merenih parametara od statističkih podataka normalnog hoda. Druga metoda se zasniva na pretpostavci da je hod najudobniji onda kada su uslovi simetrije za desno i levo zadovoljeni. Simetrija se definiše kao odnos parametara hoda koji odgovara povredjenoj i zdravoj nozi. Prema tome, ista je nezavisna od normalnog oblika hoda. Težinski faktori određeni odgovarajućim standardnim devijacijama mogu da se primene za procenu primenljivosti korišćene ortoze. Metode nisu ograničene tipom parametara. Druga metoda je posebno pogodna u slučaju kada je jedna od pacijentovih nogu povredjena ili oštećena.

Za razliku od prethodnih radova, koji su se bazirali uglavnom na merenju parametara, ovde će biti izneti rezultati dobijeni na bazi kompletne simulacije antropomorfnog hoda pomoću digitalnih računara.

Na osnovu sračunatih vrednosti energetskih parametara

u svim odabranim trenutcima vremena, za analizu performansi antropomorfno hoda, odabrane su sledeće veličine: maksimalne vrednosti pogonskih momenata u zglobovima, maksimalne vrednosti sila reakcije, mehanički rad koji neki zglob izvrši u toku perioda punog koraka, skok ubrazanja u sagitalnoj i frontalnoj ravni pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu. U domenu dobijenih funkcionalnih nominala, za analizu uticaja na navedene veličine izdvojeni su sledeći parametri: (1) za simetričan tip hoda: dužina koraka, period njegovog trajanja, zakon TOM-a i period trajanja dvoosloničke faze; (2) za nesimetričan tip hoda: različito vreme oslonca leve i desne noge u toku trajanja punog koraka, različita dužina koraka leve i desne noge, različiti zakon TOM-a u fazi oslonca za levu i desnu nogu i različita masa leve i desne noge.

4.1. AUTOMATSKO SRAČUNAVANJE ENERGETSKIH PARAMETARA

U dodatku Monografije [1] dat je programski paket za automatsko sračunavanje svih energetske parametara. Dobijene vrednosti su neophodne za konstrukciju aktivnih ortoza (kompletni i parcijalni egzoskeleti i dr.) i sintezu servosistema za praćenje odgovarajućih trajektorija sistema. Mogućnost programa sastoji se u sistematskom sračunavanju svih podataka potrebnih za sintezu veštačkog kretanja i može se razdeliti na sledeće glavne etape:

1. Sračunavanje kompenzacione sinergije na bazi propisanog kretanja donjih ekstremiteta za različite tipove hoda po ravnom ili po nekoj programiranoj prepreci.

2. Sračunavanje sila reakcije na mestima kontakta stopala sa podlogom u toku hoda. Odredjivanje pogonskih momenata u svim aktivnim zglobovima antropomorfno sistema (sl. 1A u dodatku).

3. Sračunavanje snage, u svim odabranim trenutcima vremena, za sve aktuatore u osnaženim zglobovima mehanizma, kao i ukupne snage antropomorfne mašine za usvojeni tip hoda i brzinu kretanja.

4. Određjivanje pogonskih momenata u funkciji ugao-
nih brzina. Pored podataka o snazi, ova zavisnost daje moguć-
nost pravilnog izbora aktuatora u pogonskom sistemu aktivnih
mehanizama i sintezi servosistema.

5. Frekventna analiza zadane i kompenzacione siner-
gije.

Posle izvršene sinteze sinergije sistema (tačka 1.),
može se preći na realizaciju tačke 2. Prvo se određuju hori-
zontalne i vertikalne komponente ukupne dinamičke reakcije u
tački kontakta stopala sa podlogom:

$$\vec{F}_z = - \sum_{i=1}^n (\vec{F}_{iz} + \vec{G}_i) \quad (4.1.)$$

$$\vec{T} = - \sum_{i=1}^n (\vec{F}_{ix} + \vec{F}_{iy}) \quad (4.2.)$$

gde je \vec{F}_{iz} - projekcija sile \vec{F}_i na z-osu, a \vec{T} - ukupna sila u
horizontalnoj ravni oslanjanja.

Sada je na bazi kinetostatičke ravnoteže moguće sra-
čunati pogonske momente:

$$\vec{M}^k = \sum_{i=1}^n \vec{c}_i^k \dot{\phi}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{d}_{ij}^k \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j + \vec{g}^k \quad (4.3.)$$

gde gornji indeks k označava broj zglobova, u kome je kinematič-
ki lanac "prekinut"; \vec{c}_i^k , \vec{d}_{ij}^k , \vec{g}^k su vektorski koeficijenti.

Tačke 3., 4., i 5. automatskog postupka za sračunava-
nje energetskih parametara antropomorfnih mehanizama su izvede-
ni algoritmi na bazi prethodno opisanih postupaka.

Snaga pojedinih izvršnih organa, kao i ukupna snaga
sistema, sračunava se preko izraza:

$$P(t) = \sum_{i=1}^n f_i(M_i(t), \omega_i(t)), \quad (4.4.)$$

gde su M_i - pogonski momenti u pojedinim zglobovima, a ω_i - od-
govarajuće ugaone brzine. Na osnovu sračunate snage može se iz-

računati i potreban rad za jedan korak:

$$A(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^T P_i(t) dt \quad (4.5.)$$

Pretpostavljajući dovoljan momenat trenja izmedju stopala i podloge, momenti usled ugaonih ubrzanja, koji deluju na pojedine segmente usvojenog antropomorfno modela (sl. A1 u dodatku), dobijaju sledeći oblik:

$$M_i^{(x)} = \bar{\theta}_i (J_{x1} \cos^2 \psi_i + J_{z1} \sin^2 \psi_i) + 2(J_{z1} - J_{x1}) \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i \sin \psi_i \cos \psi_i \quad (4.6.)$$

$$M_i^{(y)} = \bar{\psi}_i J_{y1} \cos \theta_i + \bar{\theta}_i (J_{x1} - J_{z1}) \cos \psi_i \sin \psi_i \sin \theta_i + \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i \sin \theta_i [(J_{z1} - J_{x1}) (\sin^2 \psi_i - \cos^2 \psi_i) - J_{y1}] + (J_{x1} - J_{z1}) \dot{\theta}_i \cos \psi_i \sin \psi_i \cos \theta_i \quad (4.7.)$$

U skladu sa izrazima (4.6.) i (4.7.) momenti pojedinih segmenta usled ugaonog ubrzanja biće:

$$M_1^{(x)} = \bar{\theta} (J_{x1} \cos^2 \beta_{2L} + J_{z1} \sin^2 \beta_{2L}) + 2(J_{z1} - J_{x1}) \dot{\theta} \dot{\beta}_{2L} \sin \beta_{2L} \cos \beta_{2L}$$

$$M_2^{(x)} = \bar{\theta} (J_{x2} \cos^2 \beta_{1L} + J_{z2} \sin^2 \beta_{1L}) + 2(J_{z2} - J_{x2}) \dot{\theta} \dot{\beta}_{1L} \sin \beta_{1L} \cos \beta_{1L}$$

$$M_{3,4,5,6,7,8}^{(x)} = 0$$

$$M_9^{(x)} = \bar{\theta} (J_{x3} \cos^2 \beta_{1R} + J_{z3} \sin^2 \beta_{1R}) + 2(J_{z3} - J_{x3}) \dot{\theta} \dot{\beta}_{1R} \sin \beta_{1R} \cos \beta_{1R}$$

$$M_{10}^{(x)} = \ddot{\theta} (J_{x_{10}} \cos^2 \beta_{2R} + J_{z_{10}} \sin^2 \beta_{2R}) + \\ + 2(J_{z_{10}} - J_{x_{10}}) \dot{\theta} \dot{\beta}_{2R} \sin \beta_{2R} \cos \beta_{2R}$$

$$M_{11}^{(x)} = 0$$

(4.8.)

$$M_1^{(y)} = J_{y_1} \ddot{\beta}_{2L} \cos \theta + \ddot{\theta} (J_{x_1} - J_{z_1}) \sin \theta \sin \beta_{2L} + \\ + \dot{\theta} \dot{\beta}_{2L} \sin \theta [(J_{z_1} - J_{x_1}) (\sin^2 \beta_{2L} - \cos^2 \beta_{2L}) - J_{y_1}] + \\ + (J_{x_1} - J_{z_1}) \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \beta_{2L} \cos \beta_{2L}$$

$$M_2^{(y)} = J_{y_2} \ddot{\beta}_{1L} \cos \theta + \ddot{\theta} (J_{x_2} - J_{z_2}) \sin \theta \sin \beta_{1L} \cos \beta_{1L} + \\ + \dot{\theta} \dot{\beta}_{1L} \sin \theta [(J_{z_2} - J_{x_2}) (\sin^2 \beta_{1L} - \cos^2 \beta_{1L}) - J_{y_2}] + \\ + (J_{x_2} - J_{z_2}) \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \beta_{1L} \cos \beta_{1L}$$

$$M_{3,4,5,6,7,8}^{(y)} = J_{y_{3,4,5,6,7,8}} \ddot{\psi}$$

$$M_9^{(y)} = J_{y_9} \ddot{\beta}_{1R} \cos \theta + \ddot{\theta} (J_{x_9} - J_{z_9}) \sin \theta \sin \beta_{1R} \cos \beta_{1R} + \\ + \dot{\theta} \dot{\beta}_{1R} \sin \theta [(J_{z_9} - J_{x_9}) (\sin^2 \beta_{1R} - \cos^2 \beta_{1R}) - J_{y_9}] + \\ + (J_{x_9} - J_{z_9}) \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \beta_{1R} \cos \beta_{1R}$$

$$M_{10}^{(y)} = J_{y_{10}} \ddot{\beta}_{2R} \cos \theta + \ddot{\theta} (J_{x_{10}} - J_{z_{10}}) \sin \theta \sin \beta_{2R} \cos \beta_{2R} + \\ + \dot{\theta} \dot{\beta}_{2R} \sin \theta [(J_{z_{10}} - J_{x_{10}}) (\sin^2 \beta_{2R} - \cos^2 \beta_{2R}) - J_{y_{10}}] + \\ + (J_{x_{10}} - J_{z_{10}}) \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \beta_{2R} \cos \beta_{2R}$$

(4.9.)

Momenti usled linearnog ubrzanja pojedinih segmenata biće:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = m_i \begin{bmatrix} 0 & z_k & -y_k \\ -z_k & 0 & x_k \\ y_k & -x_k & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} + m_i \begin{bmatrix} 0 & z_k & -y_k \\ -z_k & 0 & x_k \\ y_k & -x_k & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (4.10.)$$

gde su X, Y, Z koordinate težišta segmenata u nepokretnom sistemu, a x_k, y_k, z_k koordinate segmenata u odnosu na tačku za koju se određuje vrednost momenta.

4.2. ENERGETSKA ANALIZA ZA SIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM SA JEDNOOSLONAČKOM FAZOM

Dijagrami sila reakcije i pogonskih momenata za simetričan tip hoda po ravnom sa jednooslonačkom fazom za $T=2$ s i $S=1$ prikazani su na sl. 1., sračunate vrednosti potrebne snage na sl. 2., pogonski momenti ugaone brzine na sl. 3. Ovi dijagrami su iskorišćeni za energetska analizu, kao i izbor tehničkih elemenata za konstrukciju egzoskeleta.

Na dijagramu se mogu zapaziti nagli skokovi pogonskih momenata i potrebne snage za aktuator u kuku, kolenu i skočnom zglobo u trenutku prelaska TOM-a ispod jedne pod drugu nogu. Razlog za ovo leži u naglom skoku ubrzanja u trenutku naimeničnih promena nogu u fazi oslonca. Premeštanje TOM-a u toku poluperioda trajanja koraka ispod istog stopala, izaziva najveći skok pogonskih momenata i potrebne snage za aktuator u skočnom zglobo, znatno manje u kolenu, do praktično neprimetnog skoka u kuku.

Posebna pažnja je poklonjena analizi uticaja dinamičkih parametara (dužina koraka, period trajanja koraka i zakon TOM-a) na maksimalne vrednosti pogonskih momenata u zglobovima, maksimalne vrednosti sila reakcije, mehanički rad koji neki zglob izvrši u toku perioda punog koraka i skok ubrzanja u sagitalnoj i frontalnoj ravni pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu.

Uticaj skupa usvojenih trajektorija TOM-a (sl. 14., glava 2.) na aktuator u članku je takav da su maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka najmanje kad se TOM ne kreće u toku poluperioda (slučaj I, sl. 4., sl. 8.). Maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snage u toku punog koraka se smanjuju za aktuator u kolenu, kuku i kompenzaciji u sagitalnoj ravni, a povećavaju za kompenzaciju u frontalnoj ravni, ukoliko je TOM na stopalu više unazad (bliže peti), kao i ako se duže zadržava u tom položaju.

Za manje T i veće S , brži hod u oba slučaja, maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka, povećavaju se za sve usvojene trajektorije TOM-a, kod aktuatora u članku, kolenu, karličnom delu i kompenzaciji u sagitalnoj ravni, dok se iste veličine smanjuju za kompenzaciju u frontalnoj ravni (sl. 4., sl. 8.). Ovaj zaključak se na prvi pogled ne odnosi na aktuator u članku za zakon TOM-a III (sl. 8.). Međutim, maksimalna vrednost pogonskog momenta i mehanička snaga po jedinici vremena za aktuator u članku veći su za brzinu hoda od $0,18$ m/sec ($T = 1,5$ i $S = 0,4$) nego za brzinu hoda od $0,27$ m/sec ($T = 1$ i $S = 0,4$), zato što je kretanje TOM-a specijalno za $T = 1$ i $S = 0,4$, takvo da se vreme prvog pomeranja TOM-a ispod istog stopala poklapa sa periodom trajanja polukoraka, što je u saglasnosti sa zaključkom o uticaju usvojenih trajektorija TOM-a na pomenute veličine.

Za brži hod u oba slučaja, skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, povećava se u sagitalnoj a smanjuje u frontalnoj ravni (sl. 5., sl. 9.).

Takodje se ukupna snaga svih aktuatora (sl. 6., sl. 10.) i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije (sl. 7., sl. 11.) povećavaju za veće S i manje T , brži hod u

oba slučaja.

Ukoliko je TOM na stopalu više unazad (bliže peti), kao i ako se duže zadržava u tom položaju, skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, smanjuje se u sagitalnoj a povećava u frontalnoj ravni.

Za brži hod, maksimalne vrednosti pogonskih momenata, snaga u toku punog koraka, skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, kao i izbor zakona TOM-a, u frontalnoj i sagitalnoj ravni imaju tendenciju suprotnog dejstva. Ovo dejstvo je znatno jače izraženo u sagitalnoj ravni.

Uticao skup usvojenih trajektorija TOM-a je takav da su za manje kompenzacione pokrete u sagitalnoj ravni manje i sledeće veličine: maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka za aktuatore u kolenu, karličnom delu, kompenzaciji u sagitalnoj ravni, zatim, ukupna snaga svih aktuatora i maksimalna vrednost vertikalne komponente sila reakcije.

Pogonski momenti su najveći kod aktuatora karličnog dela, dok se najveći deo energije troši na kretanje trupa. Ova razlika u vrednosti snage pojavljuje se zbog toga što je ugaona brzina trupa znatno veća.

4.3. ENERGETSKA ANALIZA ZA SIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM SA DVOOSLONAČKOM FAZOM

Dijagrami sila reakcije i pogonskih momenata za simetričan tip hoda po ravnom sa dvoosloničkom fazom za $T = 2$ sec i $S = 1$ prikazani su na sl. 12. Sile reakcije i pogonski momenti za sve aktuatore u toku punog koraka razlikuju se za različit period trajanja dvoosloničke faze samo u periodu trajanja te faze, dok se u preostalom periodu trajanja jednoosloničke faze odgovarajuće veličine praktično poklapaju.

Za manje T i veće S , brži hod u oba slučaja, maksimalne vrednosti pogonskih momenata povećavaju se za sve aktuatore. Iste veličine se neznatno razlikuju za period trajanja dvoosloničke faze od 20%, 30% i 40% za sve aktuatore, dok aktuator za kompenzaciju u frontalnoj ravni ima tendenciju povećanja za du-

ži period trajanja dvoosloničke faze (sl. 13. i 17.).

Za brži hod, snaga u toku punog koraka povećava se za sve aktuatore, sem aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni koja se smanjuje. Snaga u toku punog koraka je veća za duži period trajanja dvoosloničke faze, za sve aktuatore sem aktuatora za kompenzaciju u sagitalnoj ravni kod koga se snaga smanjuje sa povećanjem trajanja dvoosloničke faze (sl. 13. i 17.).

Skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, za brži hod u oba slučaja, povećava se u sagitalnoj ravni (sl. 14. i 18.). Skok ubrzanja povećava se u frontalnoj ravni za veće S (brži hod), sl. 14., dok se za manje T (brži hod) skok ubrzanja smanjuje (sl. 18.). Povećanjem trajanja dvoosloničke faze smanjuje se skok ubrzanja trupa u frontalnoj i sagitalnoj ravni.

Za brži hod, snaga u toku punog koraka i period trajanja dvoosloničke faze u frontalnoj i sagitalnoj ravni imaju suprotno dejstvo. Ovo dejstvo je više izraženo u frontalnoj ravni.

Ukupna snaga svih aktuatora povećava se za brži hod u oba slučaja kao i za duži period trajanja dvoosloničke faze (u domenu posmatranih brzina).

Brzina hoda i period trajanja dvoosloničke faze imaju tendenciju suprotnog dejstva na maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije. Za sporiji hod ove veličine se smanjuju za duži period trajanja dvoosloničke faze, dok se za veće brzine hoda ove veličine povećavaju za duži period trajanja dvoosloničke faze.

I u ovom slučaju pogonski momenti su najveći kod aktuatora karličnog dela, dok se najveći deo snage troši na kretanje trupa.

Na sl. 21., 23., 23. i 24. prikazana je zavisnost odgovarajućih veličina u funkciji perioda trajanja dvoosloničke faze u procentima za date brzine hoda u oba slučaja. Ovi dijagrami pokazuju različit intenzitet uticaja parametara T i S na prikazane veličine, tako da je za slučaj T = 1,5 i S = 0,6 i slučaj T = 1 i S = 0,4 brzina hoda ista a odgovarajući grafici za ove

slučajeve se ne poklapaju.

Dominantni uticaj na skok ubrzanja u frontalnoj ravni je period trajanja dvoosloničke faze. Već za period trajanja dvoosloničke faze od 20% skok ubrzanja dobija brojne vrednosti blizu nule. Ove vrednosti za duži period trajanja dvoosloničke faze teže nuli i imaju suprotan znak (sl. 22.). Dominantni uticaj na skok ubrzanja u sagitalnoj ravni ima izbor zakona TOM-a.

4.4. ENERGETSKA ANALIZA ZA NESIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM

Na sl. 25. prikazana je zavisnost promene maksimalne vrednosti momenta i snage u toku punog koraka za levu i desnu nogu u funkciji razlike perioda oslonca leve i desne noge ΔT za istu brzinu hoda (slučaj $T = 1,5$ i $S = 0,8$ i slučaj $T = 1,5$ i $S = 0,6$).

Razlika maksimalne vrednosti pogonskih momenata leve i desne noge za veće ΔT se povećava za aktuatore u članku, kolenu i karličnom delu (sl. 24.). Razlika snage u toku punog koraka se povećava za veće ΔT za aktuatore u članku i karličnom delu, dok je ta razlika znatno manje izražena za aktuator u kolenu (sl. 25.).

Maksimalne vrednosti pogonskih momenata za kompenzaciju u frontalnoj i sagitalnoj ravni, povećavaju se za veće ΔT . Ovo povećanje je više izraženo u sagitalnoj ravni, dok je u frontalnoj ravni veoma malo (sl. 25.).

Snaga u toku punog koraka aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj i sagitalnoj ravni veoma se malo menja za povećanje ΔT (sl. 25.).

Skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, za veće ΔT , smanjuje se u frontalnoj a povećava u sagitalnoj ravni (sl. 26.).

Ukupna snaga svih aktuatora i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcija imaju tendenciju povećanja za veće ΔT (sl. 27. i 28.).

Na sl. 29. prikazana je zavisnost promene maksimalne vrednosti momenta i snaga u toku punog koraka u funkciji brzine hoda povećanjem dužine koraka desne noge za ΔS i $T = 1,5 \text{ sec}$.

Za brži hod maksimalne vrednosti pogonskih momenata aktuatora u članku, kolenu i karličnom delu povećavaju se, dok se odgovarajuće veličine za levu i desnu nogu veoma malo razlikuju. Ove veličine se smanjuju kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni a povećavaju kod aktuatora za kompenzaciju u sagitalnoj ravni (sl. 29.).

Snaga u toku punog koraka se povećava za brži hod, dok se razlika snage za aktuatore leve i desne noge zadržava na izvesnoj konstantnoj veličini (sl. 29.).

Skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, za brži hod, smanjuje se u frontalnoj a povećava u sagitalnoj ravni (sl. 30.).

Ukupna snaga svih aktuatora i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije povećavaju se za brži hod (sl. 31. i 32.).

Maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije, maksimalne vrednosti momenta i mehaničke snage u toku punog koraka kod aktuatora za kompenzaciju u sagitalnoj ravni smanjuje se ukoliko je TOM na stopalu bliže peti, kao i ako se duže zadržava u tom položaju, dok odgovarajuće veličine kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni imaju tendenciju suprotnog dejstva (tabela 1.).

Razlika maksimalne vrednosti momenta i mehaničke snage u toku punog koraka za levu i desnu nogu izražena u procentima, najveća je za aktuator u skočnom zglobu (tabela 2. i 3.).

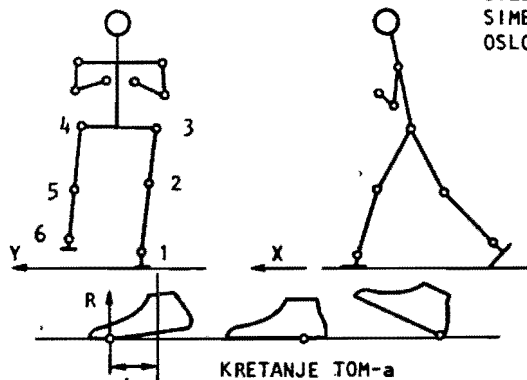
Na sl. 33. - 36. prikazane su odgovarajuće veličine u funkciji smanjenja mase desne u odnosu na levu nogu, izraženo u procentima, pri čemu leva noga ostaje uvek iste mase.

Za sve usvojene trajektorije TOM-a, maksimalne vrednosti momenta i mehanička snaga u toku punog koraka veće su kod aktuatora u kolenu i karličnom delu za nogu sa manjom masom. Ovaj zaključak se odnosi i na aktuator u članku samo za zakon TOM-a kod koga se TOM ne pomera u toku poluperioda (slučaj I).

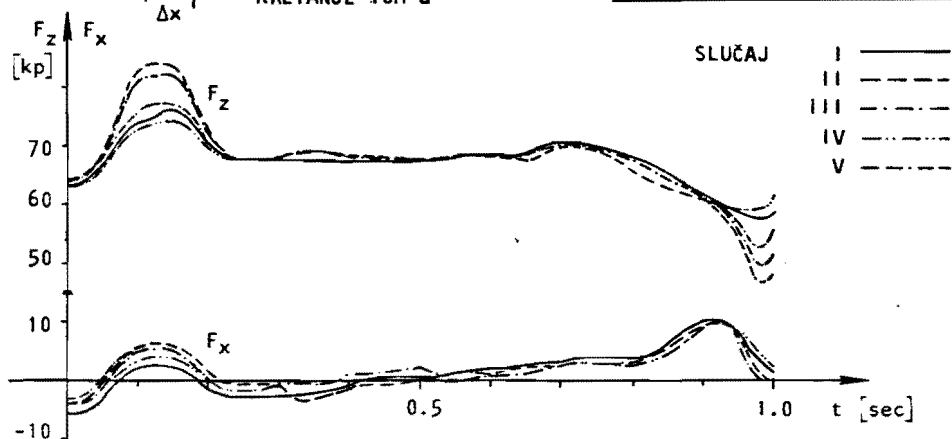
Za ostale slučajeve usvojenih trajektorija TOM-a, navedene veličine su veće kod aktuatora u članku za nogu sa većom masom (sl. 33.).

Pri smanjivanju mase jedne noge, za sve usvojene trajektorije TOM-a, maksimalne vrednosti momenta kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni, mehanička snaga u toku punog koraka kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj i sagitalnoj ravni (sl. 33.), skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu u sagitalnoj i frontalnoj ravni (sl. 34.), zbir snaga svih aktuatora (sl. 35.), i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije (sl. 36.), imaju veoma slabo izraženu tendenciju smanjenja, dok maksimalne vrednosti momenta kod aktuatora za kompenzaciju u sagitalnoj ravni imaju veoma slabo izraženu tendenciju povećanja (sl. 33.).

SILE REAKCIJE I POGONSKI MOMENTI ZA
SIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM SA JEDNO-
OSLONAČKOM FAZOM ZA $T=2$ sec I $S=1$

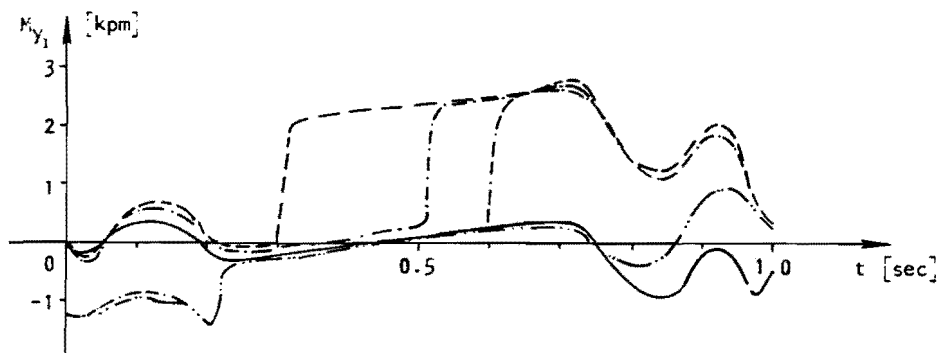


slučaj	t (sec)	Δx (m)
I	0 ÷ 1.0	0.0
II	0 ÷ 0.3	0.0
	0.3 ÷ 1.0	0.035
III	0 ÷ 0.5	0.0
	0.5 ÷ 1.0	0.035
IV	0 ÷ 0.2	-0.02
	0.2 ÷ 1.0	0.0
V	0 ÷ 0.2	-0.02
	0.2 ÷ 0.6	0.0
	0.6 ÷ 1.0	0.035

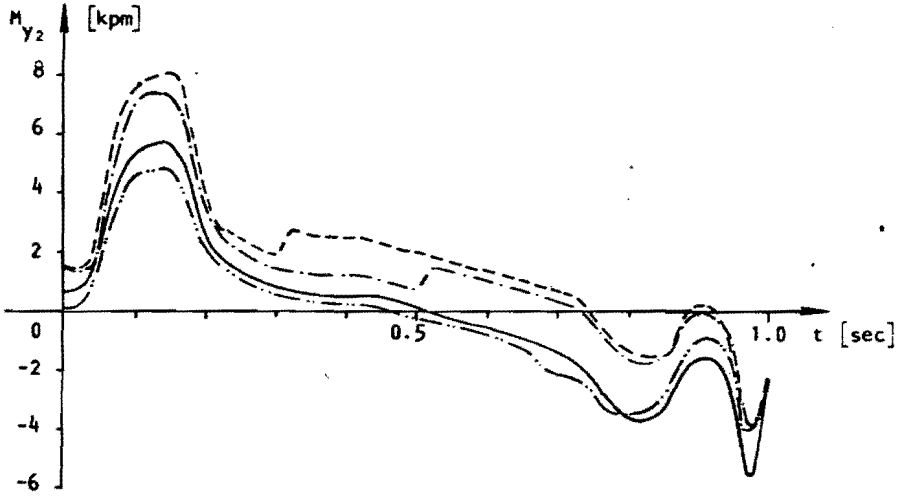


Sl. 1/1 : Sračunate sile reakcije

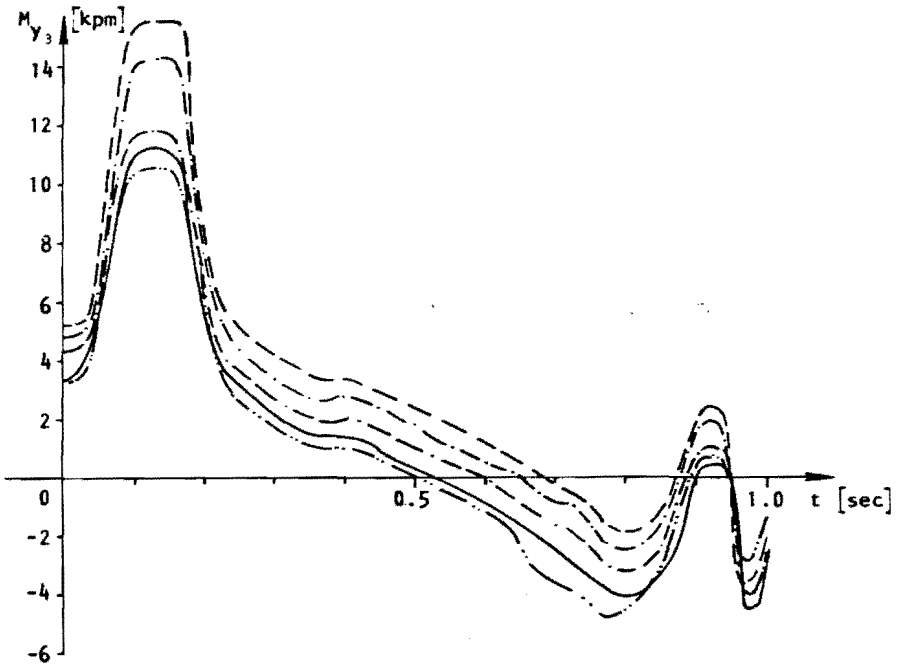
POGONSKI MOMENTI U SAGITALNOJ RAVNI



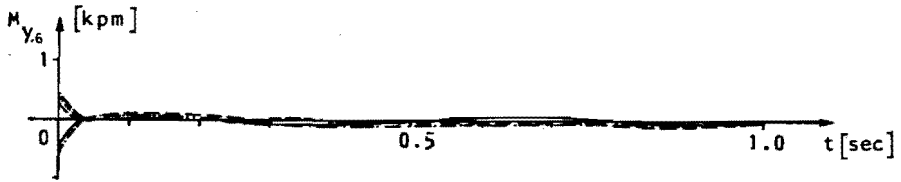
Sl. 1/2 : Pogonski momenat skočnog zgloba u fazi oslonca



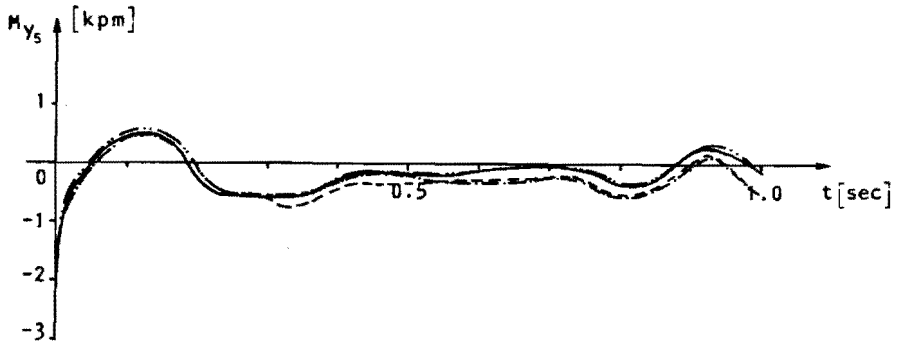
Sl. 1/3 : Pogonski moment kolena u fazi oslonca



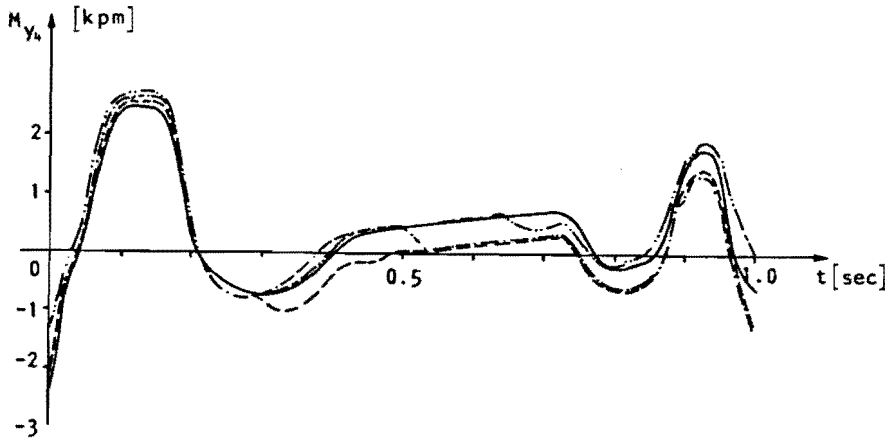
Sl. 1/4 : Pogonski moment kuka u fazi oslonca



Sl. 1/5: Pogonski moment skočnog zgloba - faza prenosa

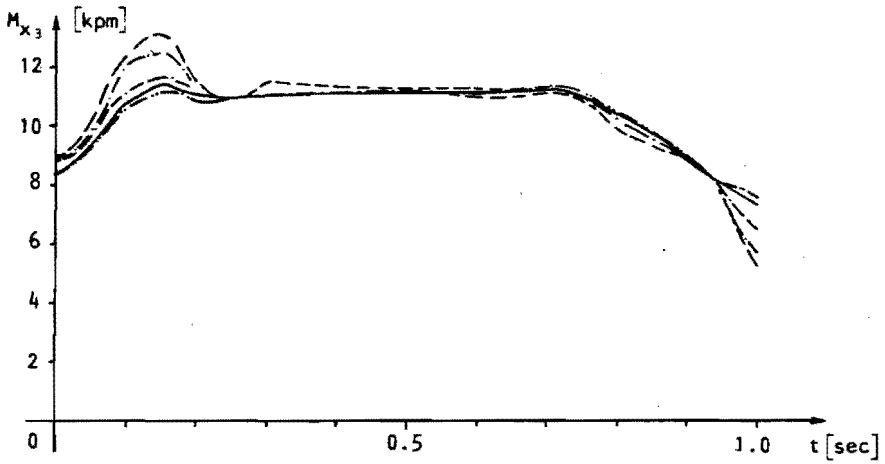


Sl. 1/6: Pogonski moment kolena - faza prenosa

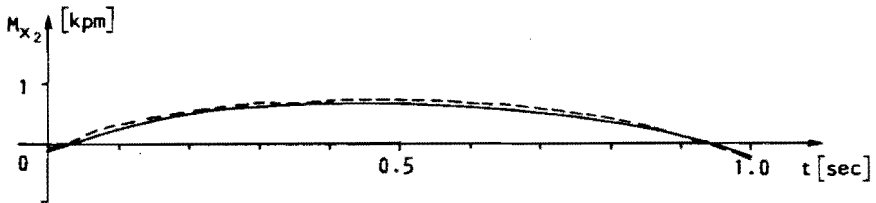


Sl. 1/7: Pogonski moment kuka - faza prenosa

POGONSKI MOMENTI U FRONTALNOJ RAVNI

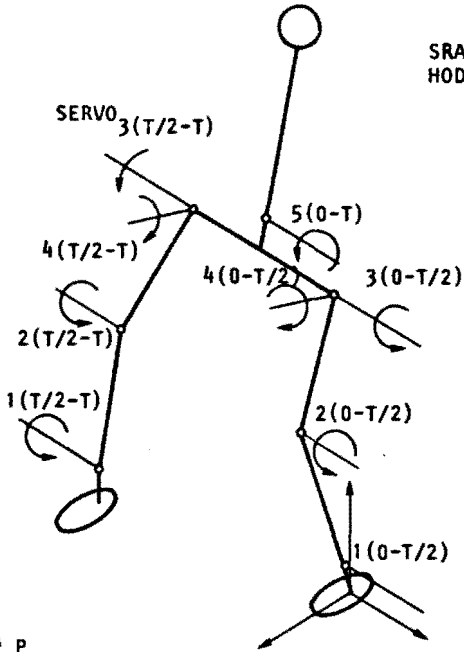


Sl. 1/8: Pogonski moment kuka - faza prenosa

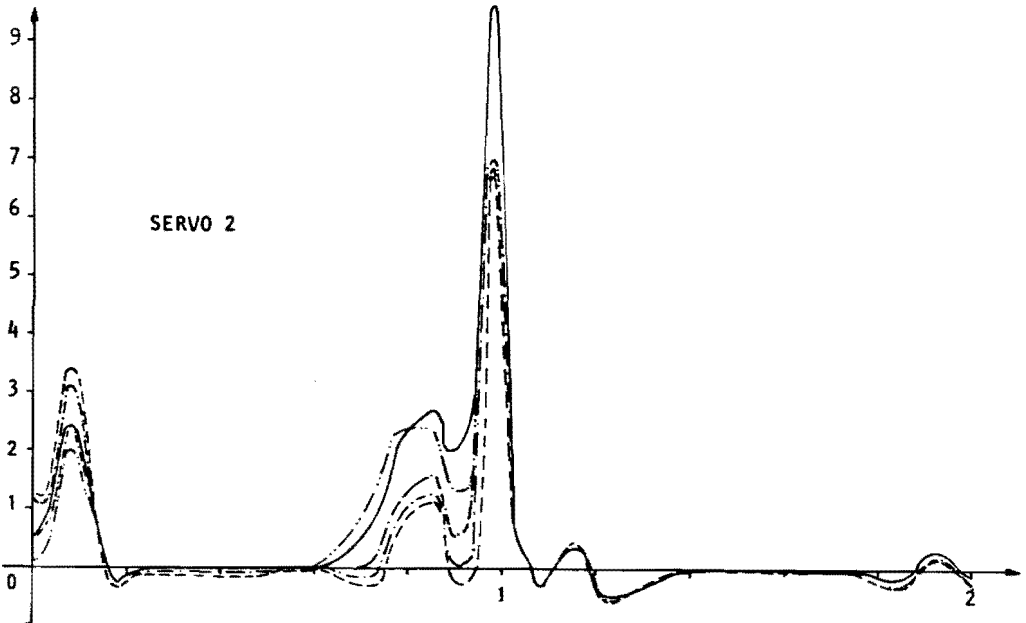
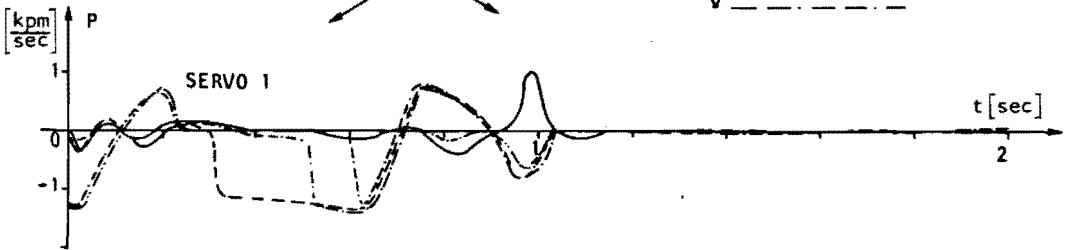


Sl. 1/9: Pogonski moment kolena - faza prenosa

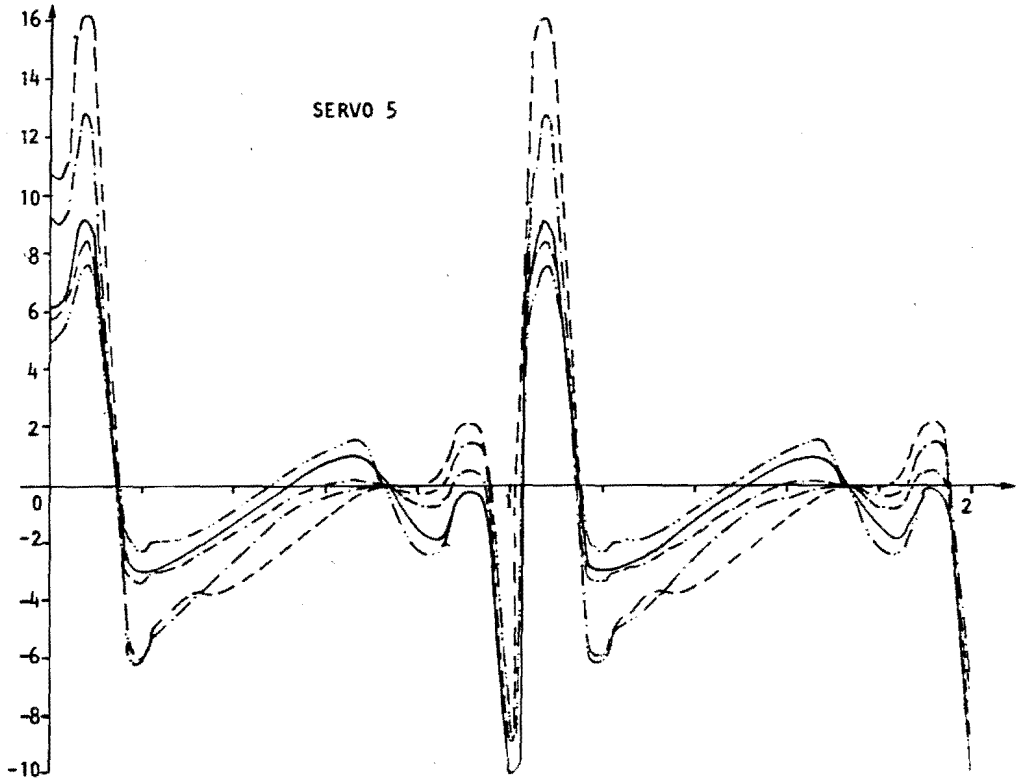
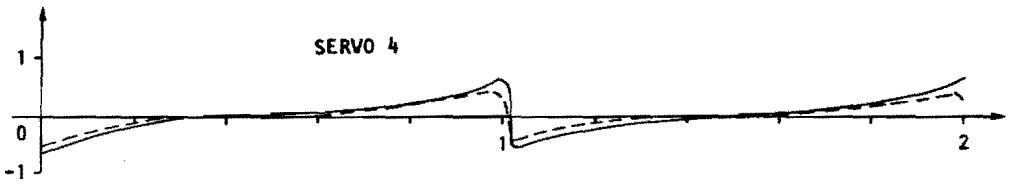
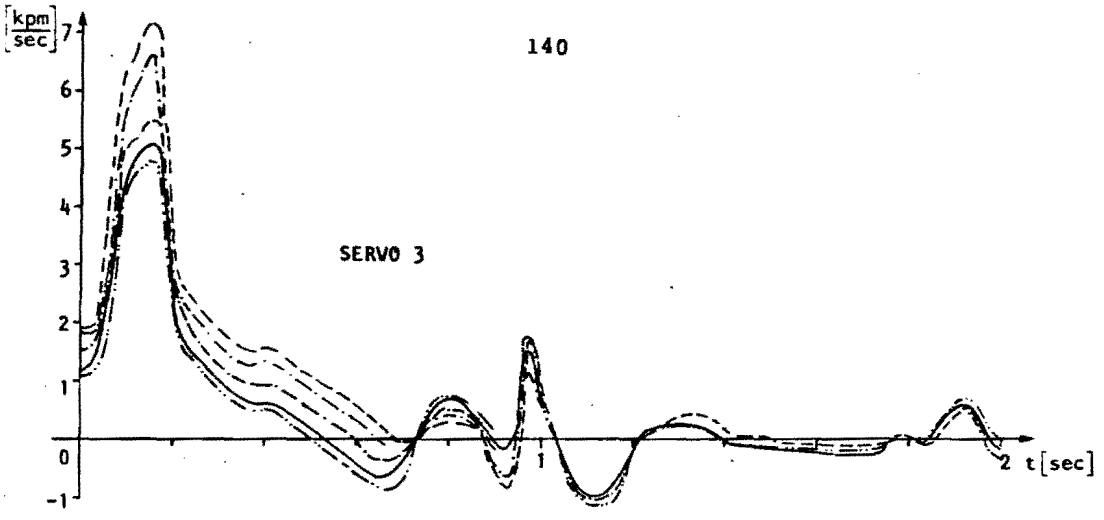
SRAČUNATE VREDNOSTI POTREBNE SNAGE ZA TIP
HODA PO RAVNOM SA JEDNOOSLONAČKOM FAZOM



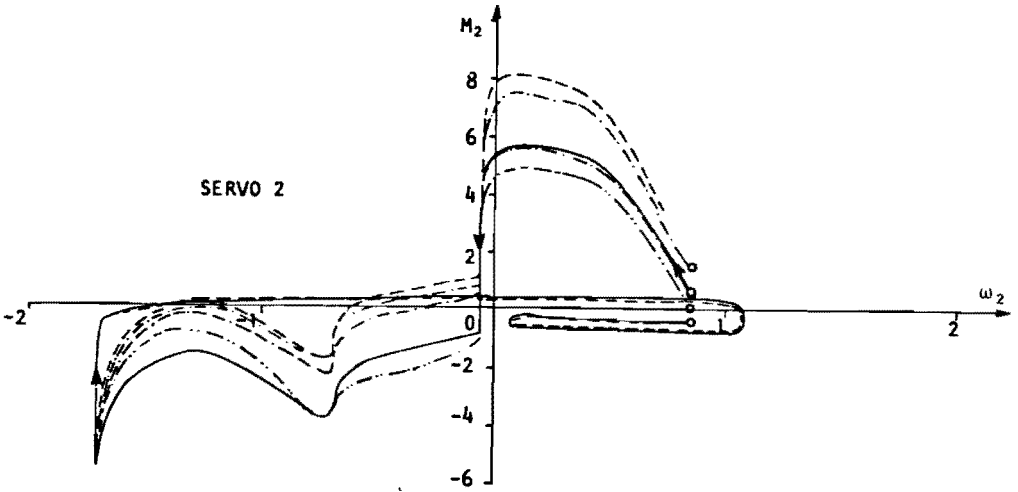
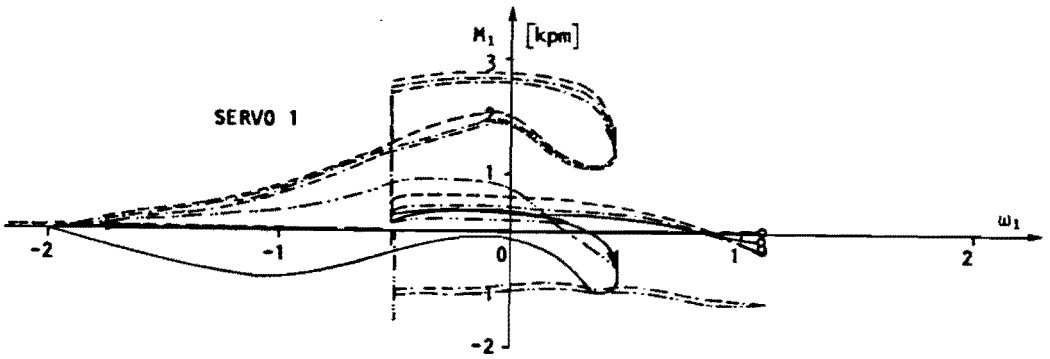
SLUČAJ: I _____
 II _____
 III _____
 IV _____
 V _____

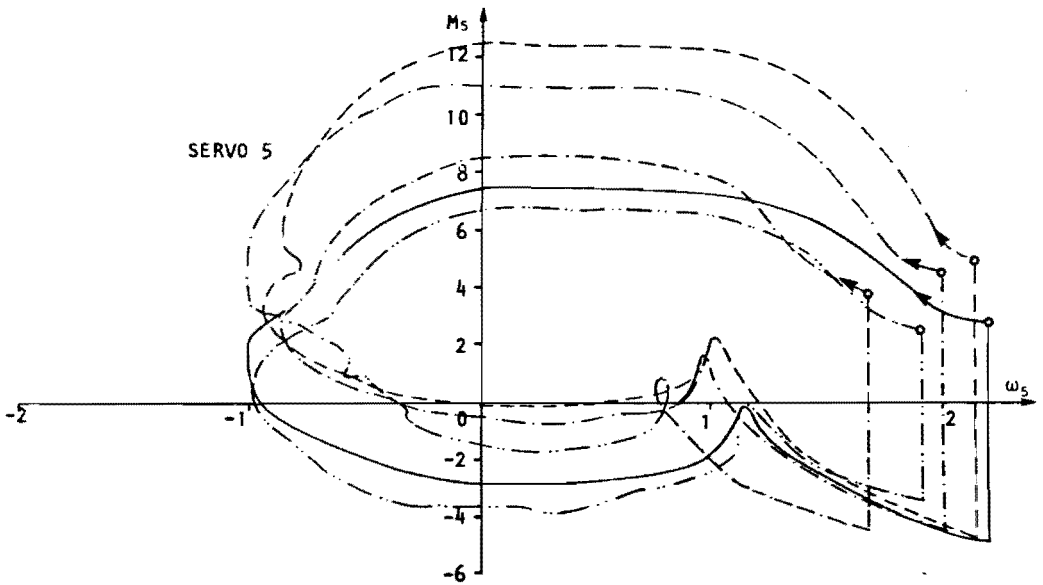
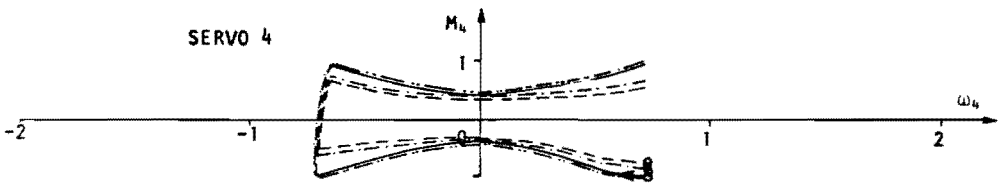
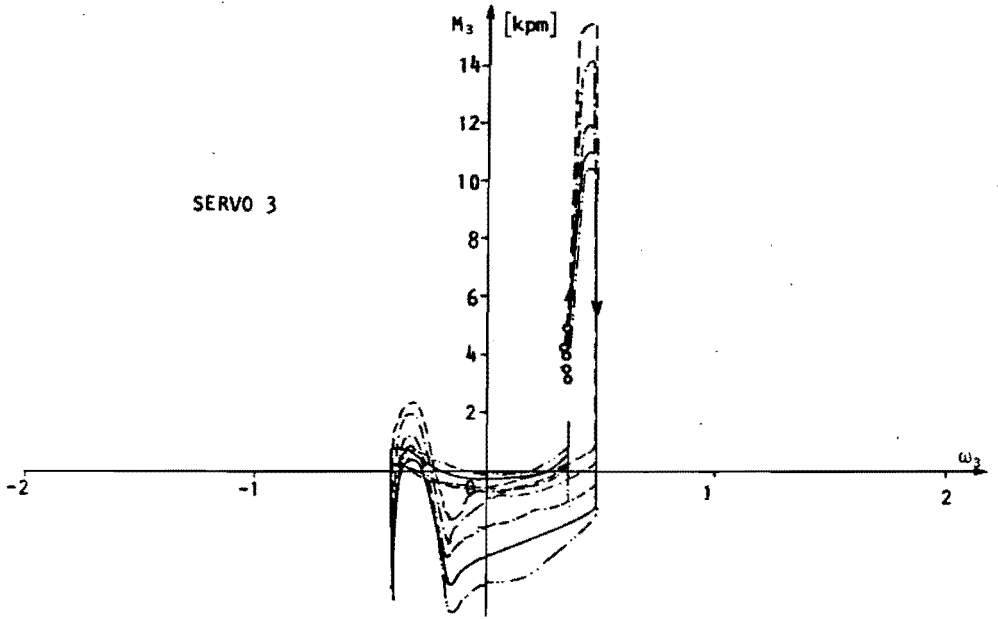


Sl. 2/1

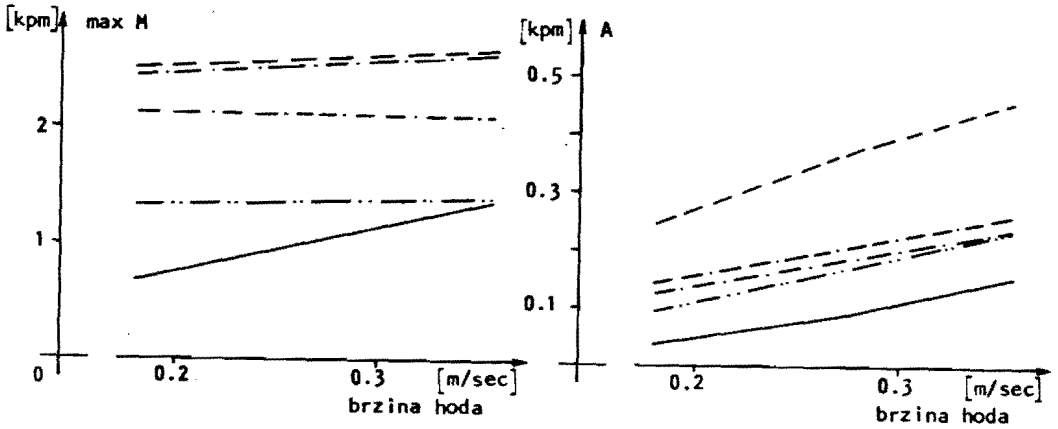


POGONSKI MOMENTI U FUNKCIJI UGAONE BRZINE ZA TIP HODA PO RAVNOM SA JEDNOOSLONAČKOM FAZOM

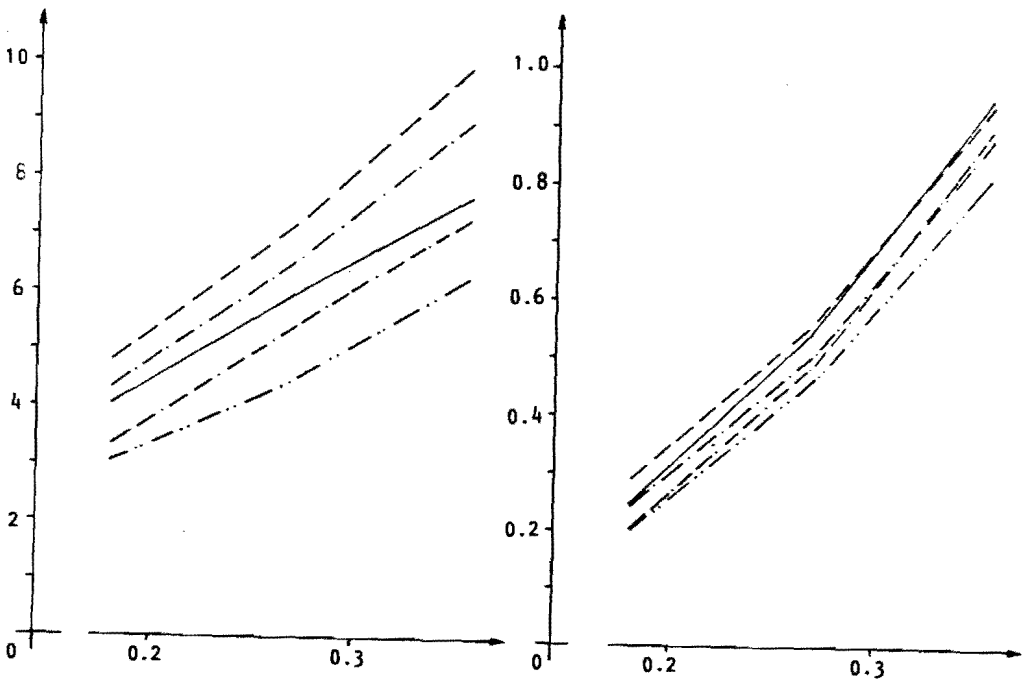




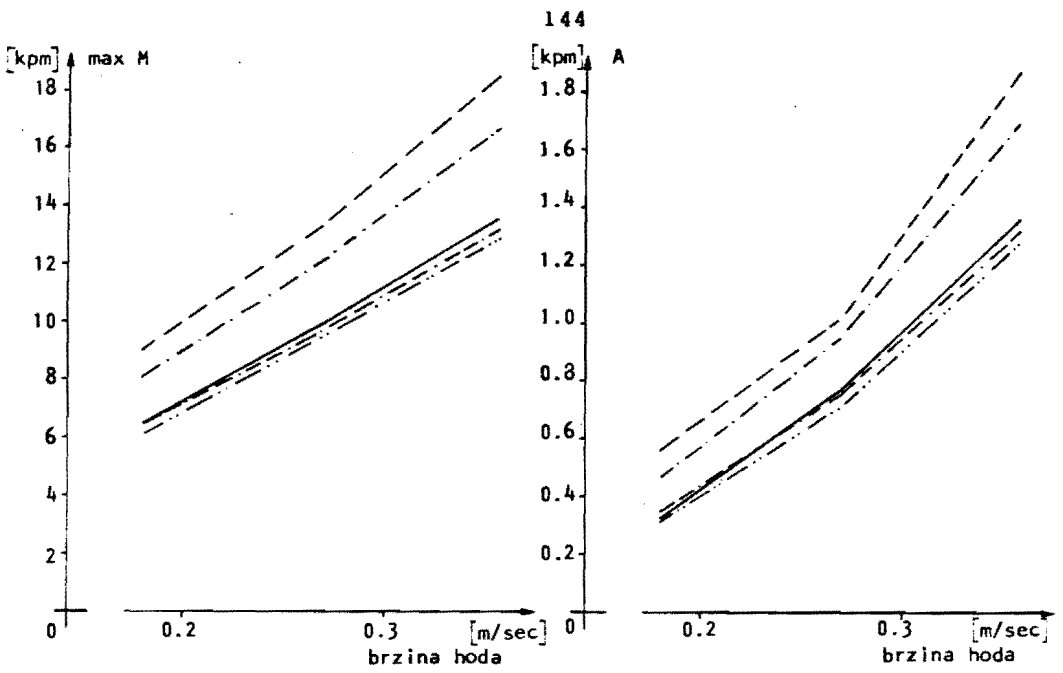
MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI BRZINE HODA ZA RAZLIČITE DUŽINE KORAKA I $T=1,5$ sec ZA SIMETRIČAN TIP HODA SA JEDNOOSLONAČKOM FAZOM



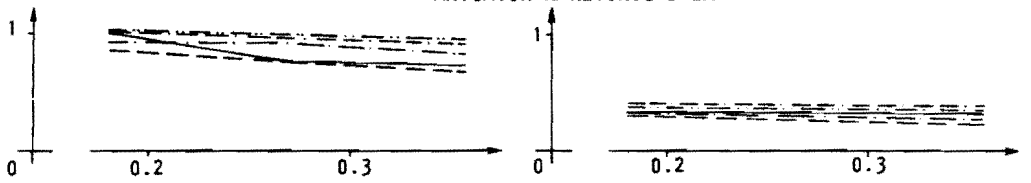
AKTUATOR U ČLANKU



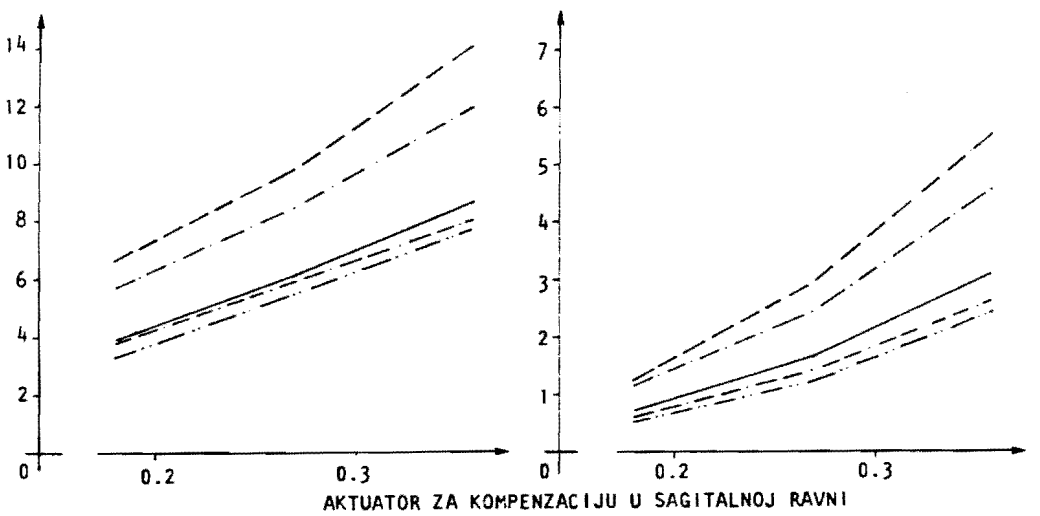
AKTUATOR U KOLENU



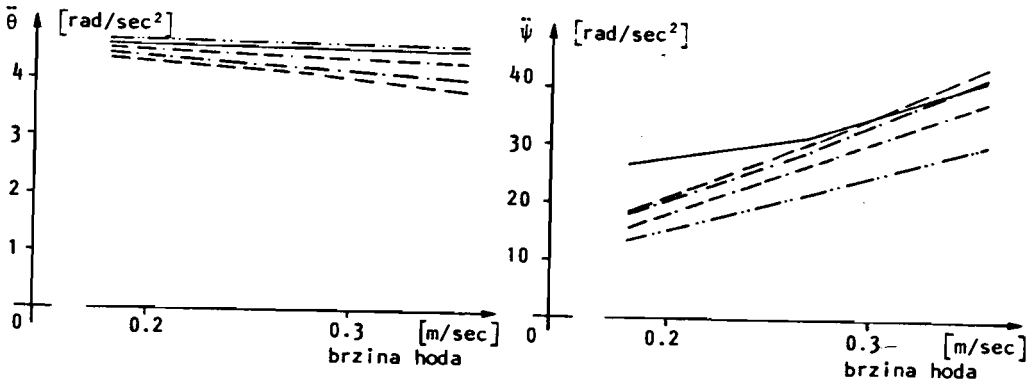
AKTUATOR KARLIČNOG DELA



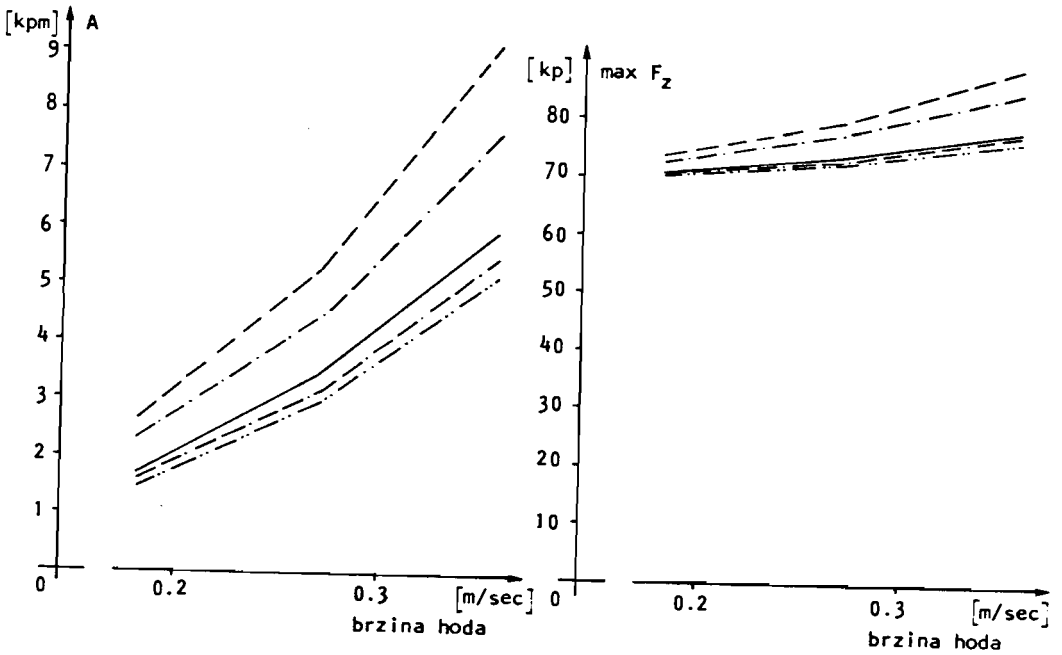
AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U FRONTALNOJ RAVNI



AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI



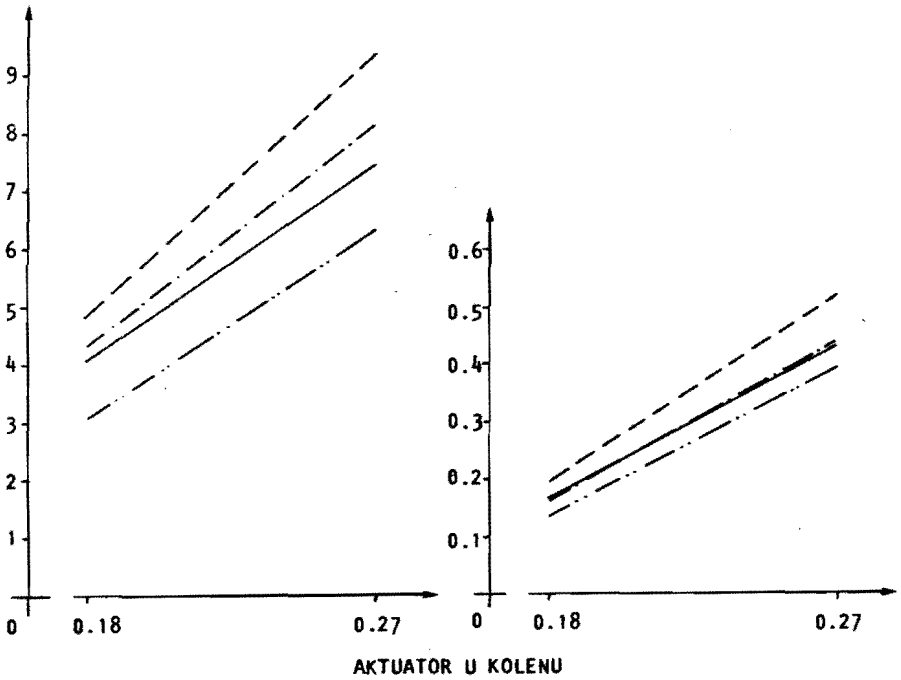
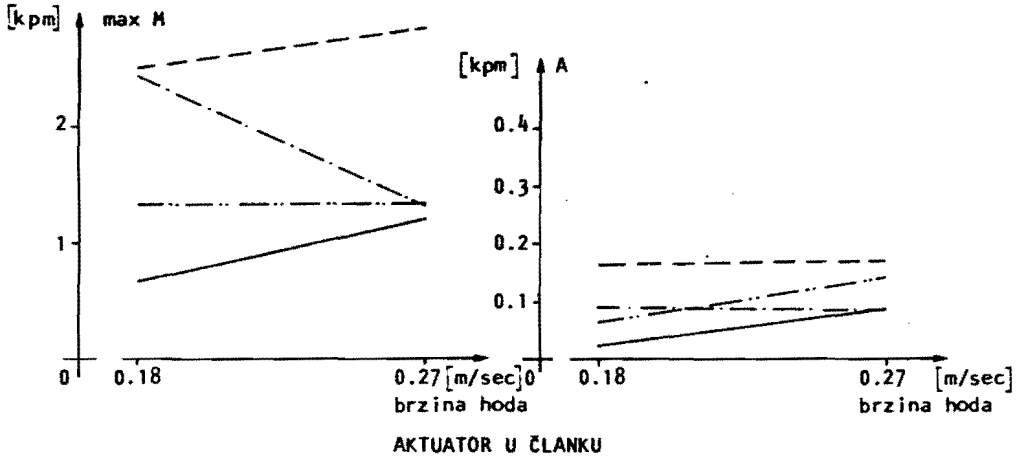
Sl. 5.: Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu

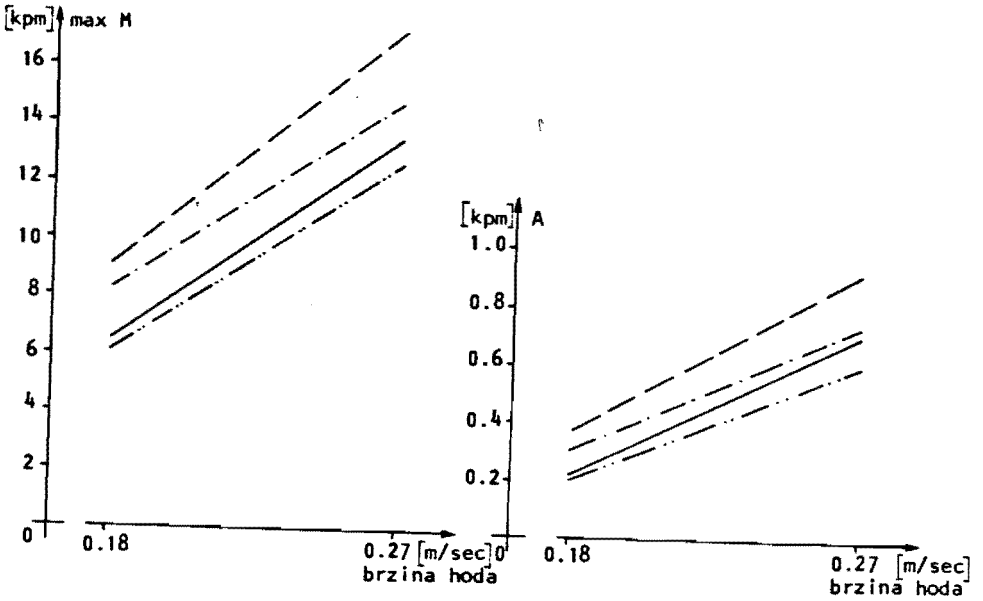


Sl. 6.: Zbir snaga

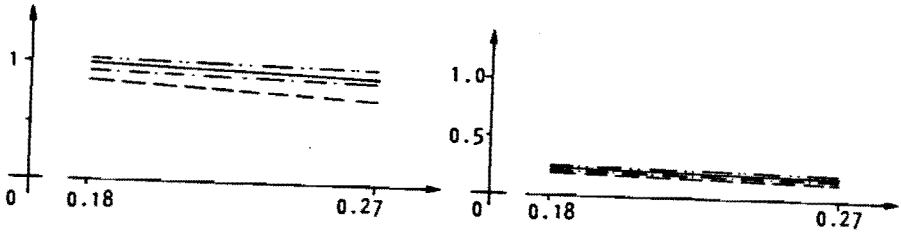
Sl. 7.: Maksimalna vrednost vertikalne komponente sila reakcije

MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA PO JEDINICI VREMENA (A) U FUNKCIJI BRZINE HODA ZA RAZLIČITO T I ISTU DUŽINU KORAKA ($s=0,4$) ZA SIMETRIČAN TIP HODA SA JEDNOOSLONAČKOM FAZOM

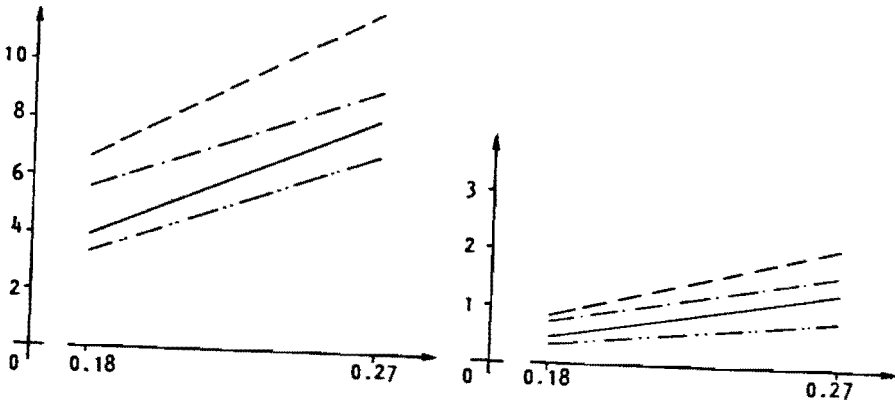




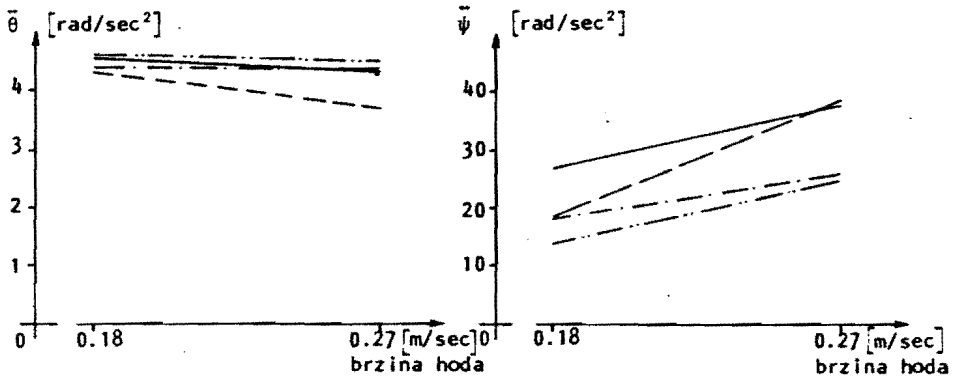
AKTUATOR KARLIČNOG DELA



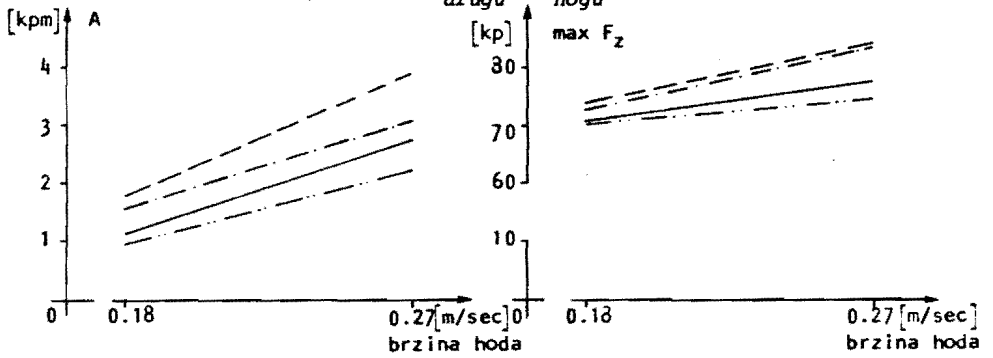
AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U FRONTALNOJ RAVNI



AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI



Sl. 9. Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu



Sl. 10. Zbir snaga

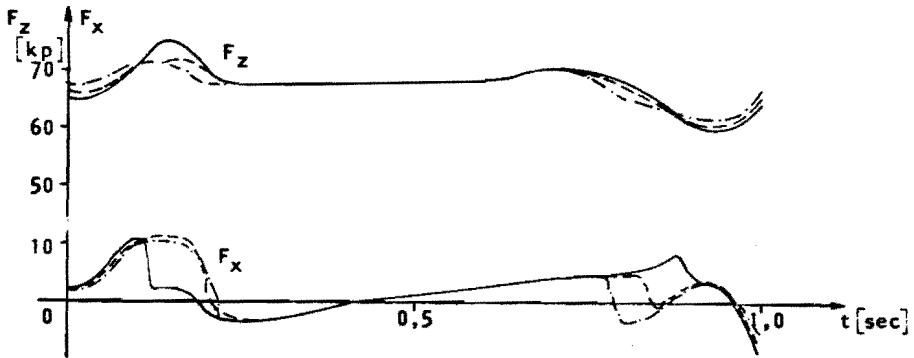
Sl. 11. Maksimalna vrednost vertikalne komponente sile reakcije

SILE REAKCIJE I POGONSKI MOMENTI ZA SIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM SA
DVOOSLONAČKOM FAZOM ZA $T=2$ sec I $S=1$

	Δx (m)	Δy (m)	t (sec)
zakon TOM-a	0,5 S	d	od 0 do 0,01p
1	0	0	od 0,01 do (1-0,01p)
	-0,5 S	d	od (1-0,01p) do 1

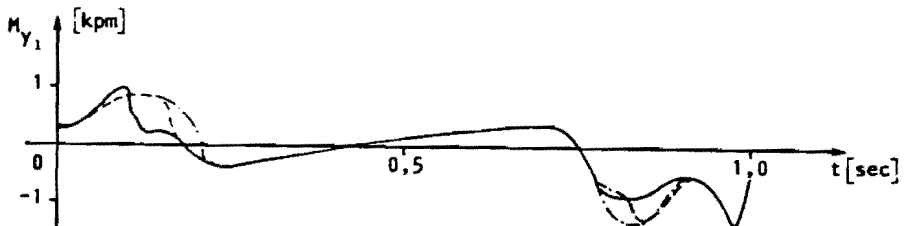
Period trajanja dvoosloniće faze u odnosu na pun korak izražen u procentima p:

20% —————
30% - - - - -
40% - · - · - ·

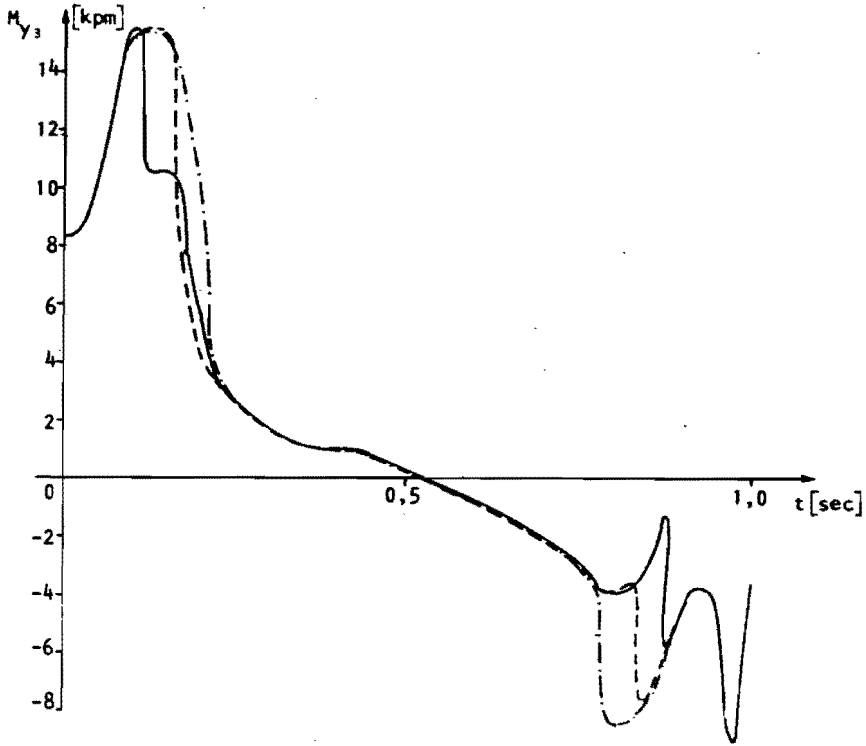


Sl. 12/1: Sračunate sile reakcije

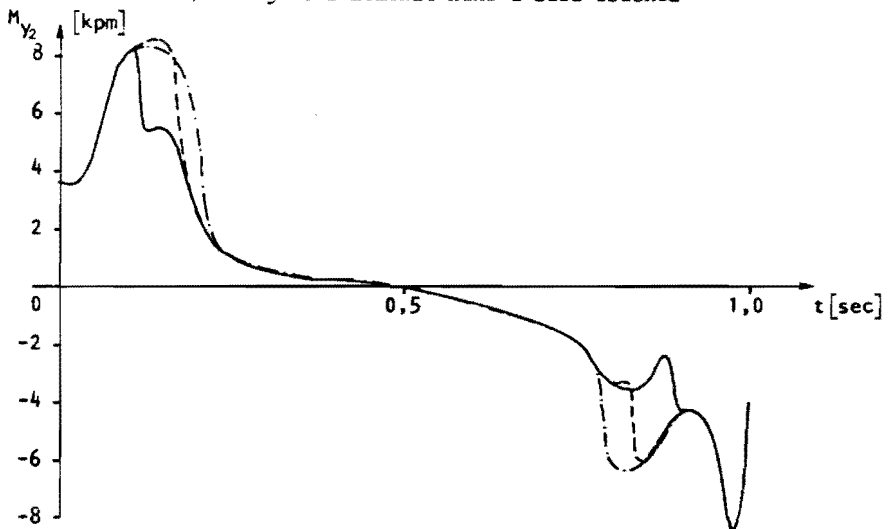
POGONSKI MOMENTI U SAGITALNOJ RAVNI



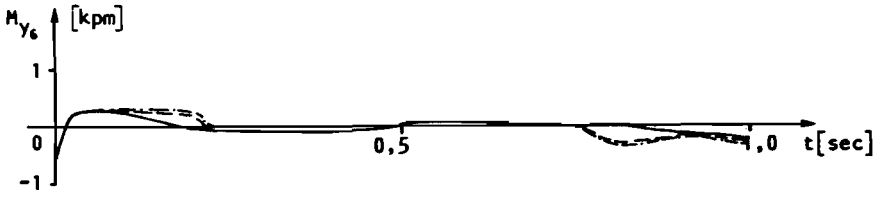
Sl. 12/2: Pogonski momenat skočnog zgloba u fazi oslonca



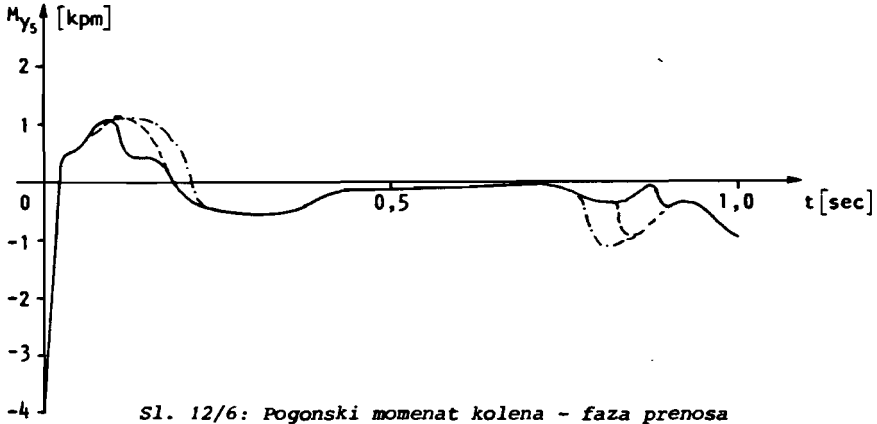
Sl. 12/4: Pogonski momenat kuka u fazi oslonca



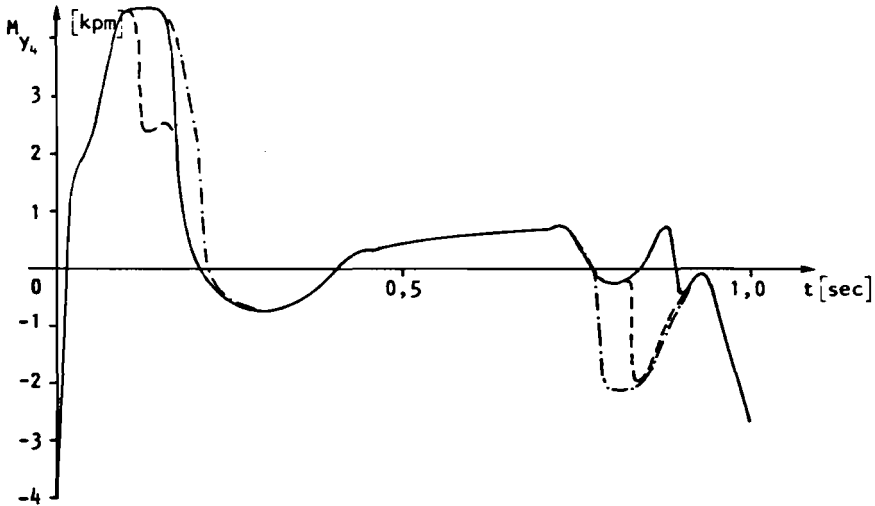
Sl. 12/3: Pogonski momenat kolena u fazi oslonca



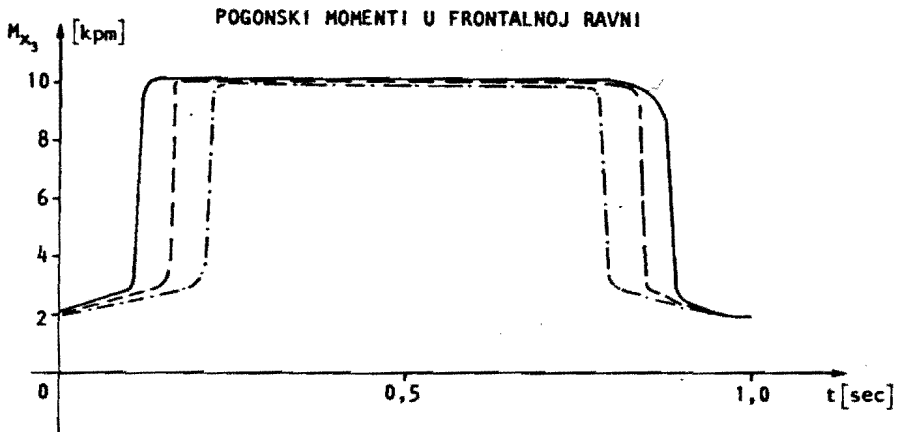
Sl. 12/5: Pogonski momenat skočnog zgloba - faza prenosa



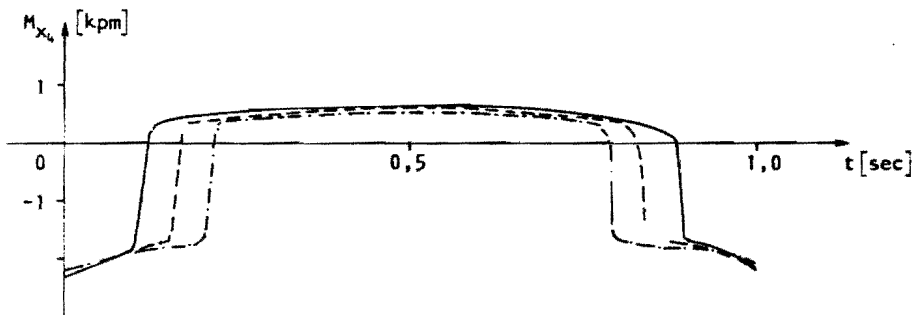
Sl. 12/6: Pogonski momenat kolena - faza prenosa



Sl. 12/7: Pogonski momenat kuka - faza prenosa



Sl. 12/8: Pogonski momenat kuka - faza prenosa

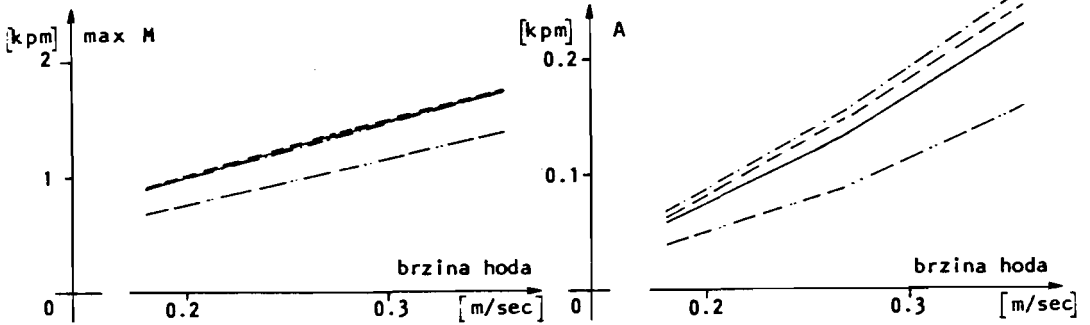


Sl. 12/9: Pogonski momenat kolena - faza prenosa

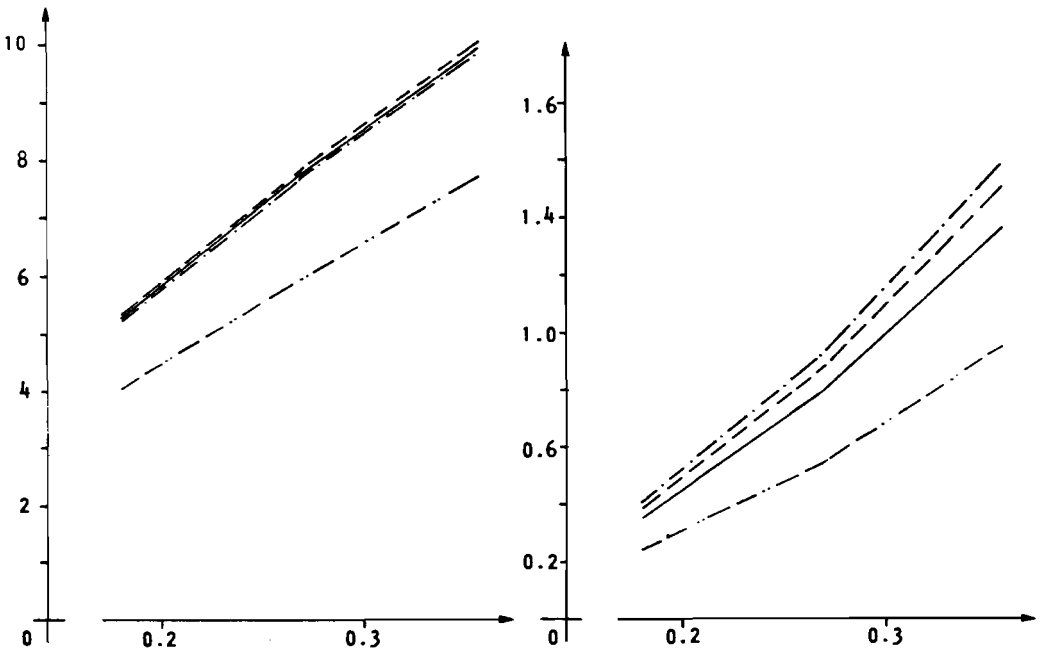
MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI BRZINE HODA ZA RAZLIČITE DUŽINE KORAKA I $T = 1,5$ sec ZA SIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM ZA RAZLIČITE PERIODE TRAJANJA DVOOSLONAČKE FAZE

zakon TOM-a		t [sec]	
Δx (m)	Δy (m)	te	za p=0
0	0	te	[0;1]
0.5S	d	te	[0;0,01p]
0	0	te	[(0,01p);(1-0,01p)]
-0.5S	d	te	[(1-0,01p);1]

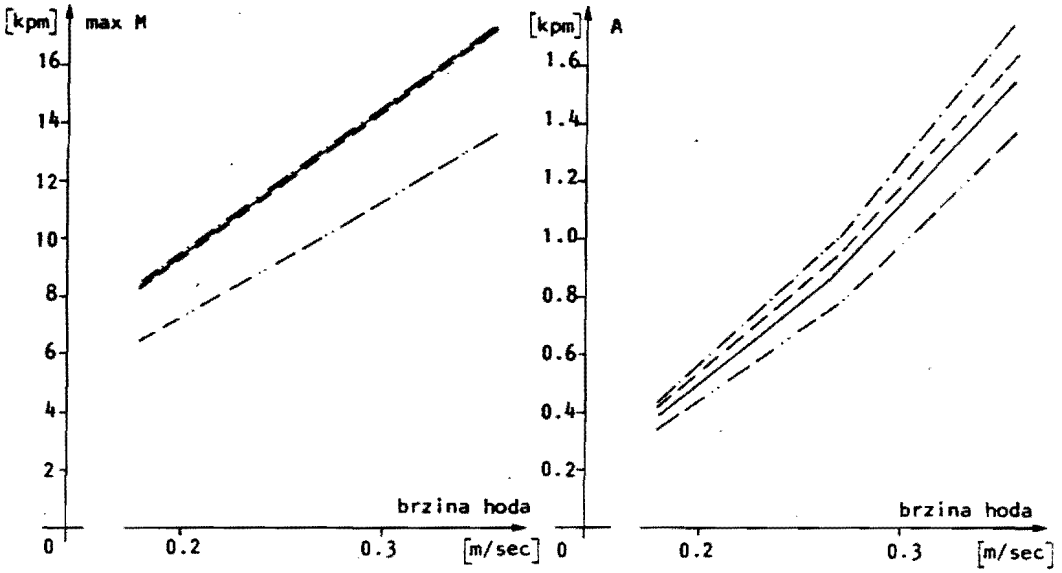
- p = 20% ———
- p = 30% - - - - -
- p = 40% - · - - -
- p = 0% - - - - -



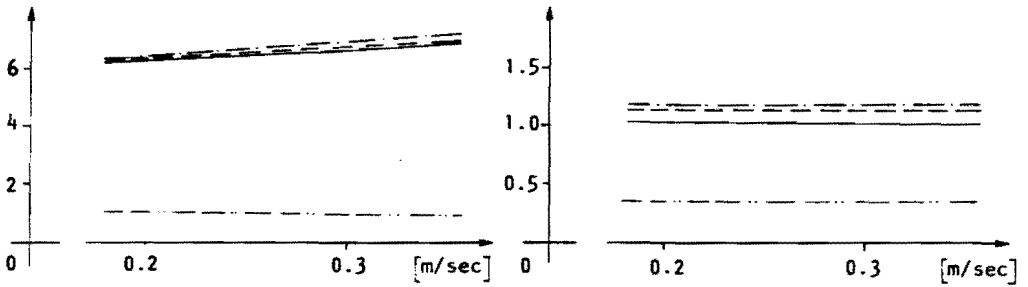
AKTUATOR U ČLANKU



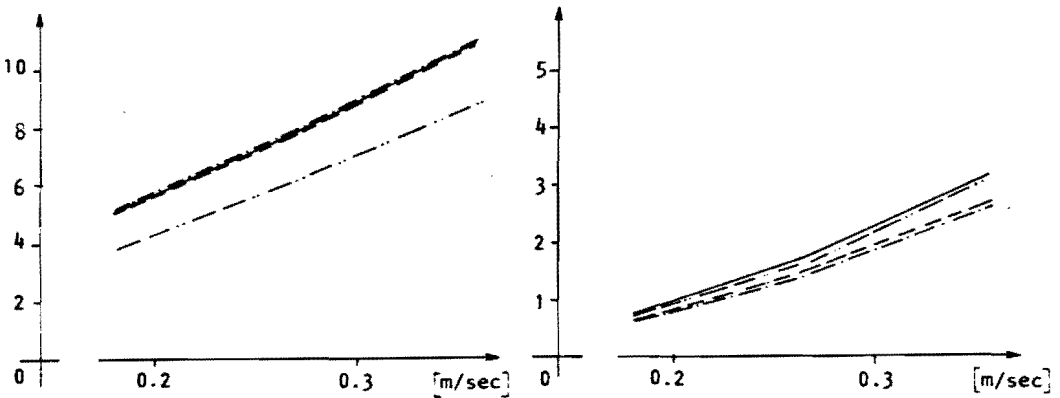
AKTUATOR U KOLENU



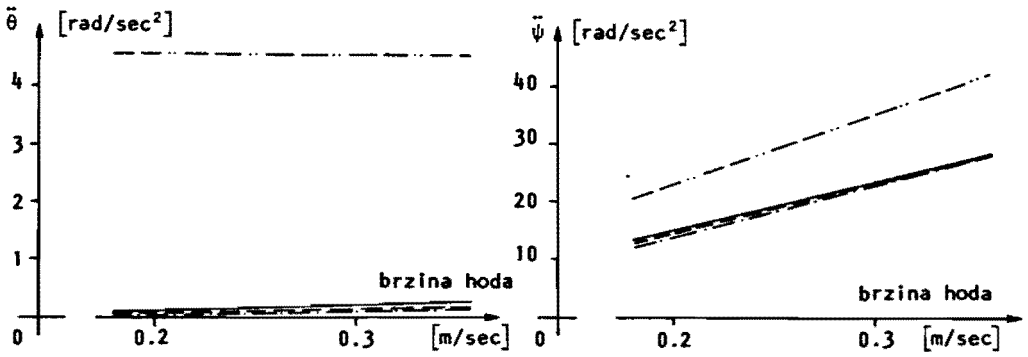
AKTUATOR KARLIČNOG DELA



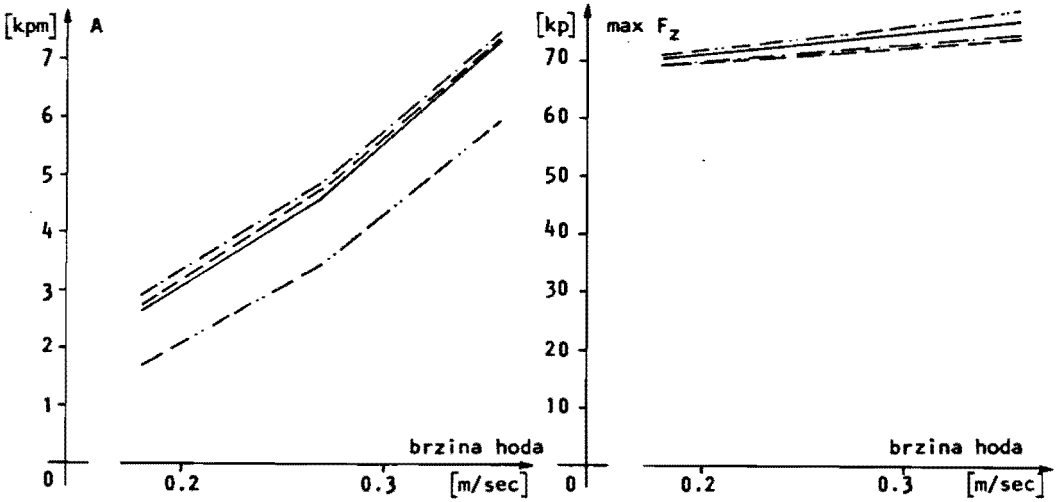
AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U FRONTALNOJ RAVNI



AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI



Sl. 14.: Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu



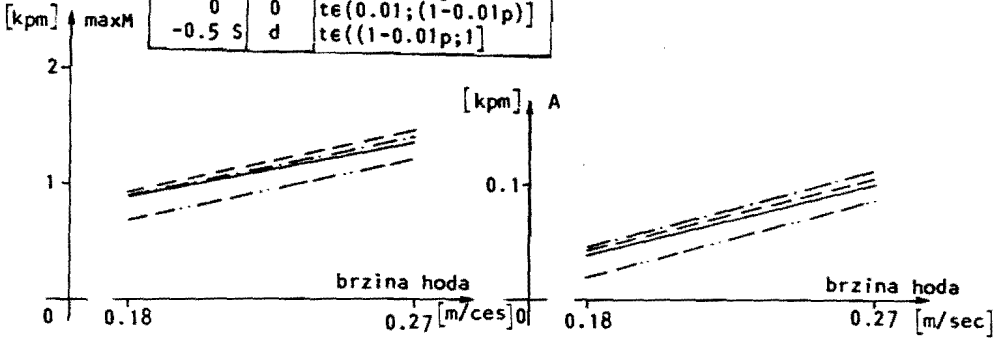
Sl. 15.: Zbir snaga

Sl. 16.: Maksimalna vrednost vertikalne komponente sila reakcije

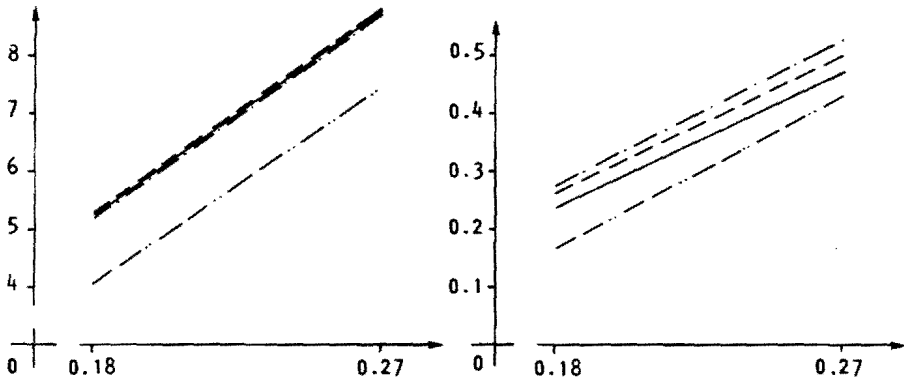
MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA PO JEDINICI VREMENA (A) U FUNKCIJI BRZINE HODA ZA RAZLIČITO T I ISTU DUŽINU KORAKA ($S=0.4$) ZA SIMETRIČNI TIP HODA PO RAVNOM ZA RAZLIČITE PERIODE TRAJANJA DVOOSLONAČKE FAZE

zakon TOM-a			
Δx [m]	Δy [m]	t	sec
0	0	$t \in [0; 1]$	za $p=0$
0.5 S	d	$t \in [0; 0.01p]$	
0	0	$t \in (0.01; (1-0.01p)]$	
-0.5 S	d	$t \in ((1-0.01p; 1]$	

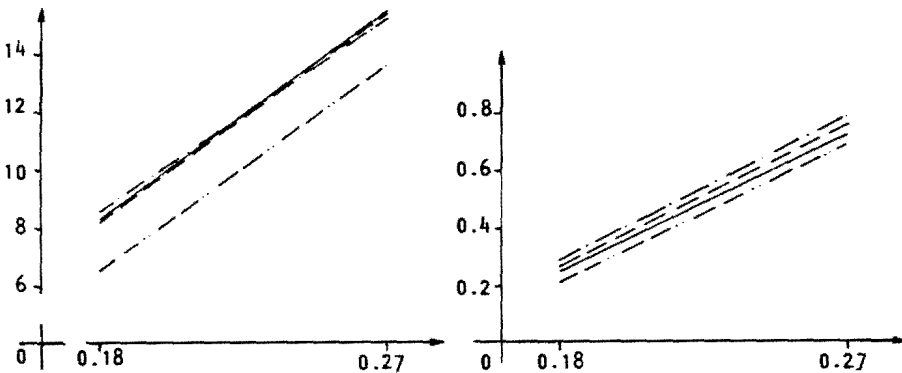
- p=20%
- p=30%
- p=40%
- p= 0%



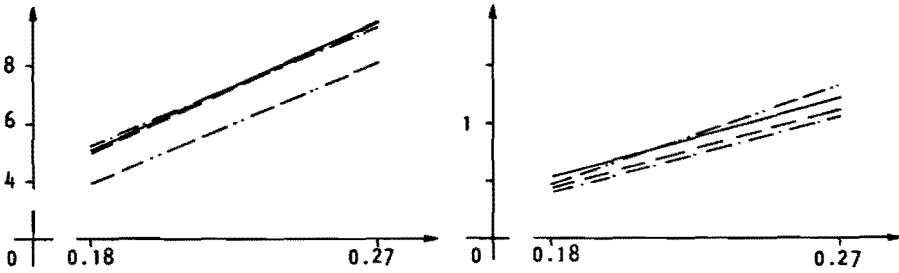
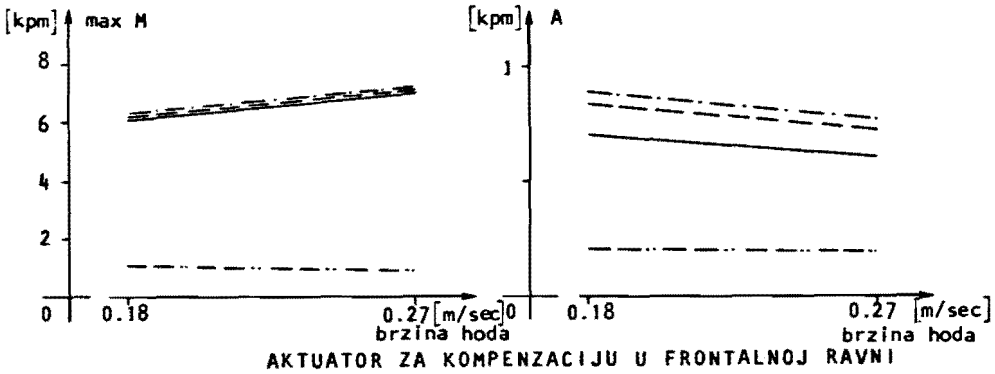
AKTUATOR U ČLANKU



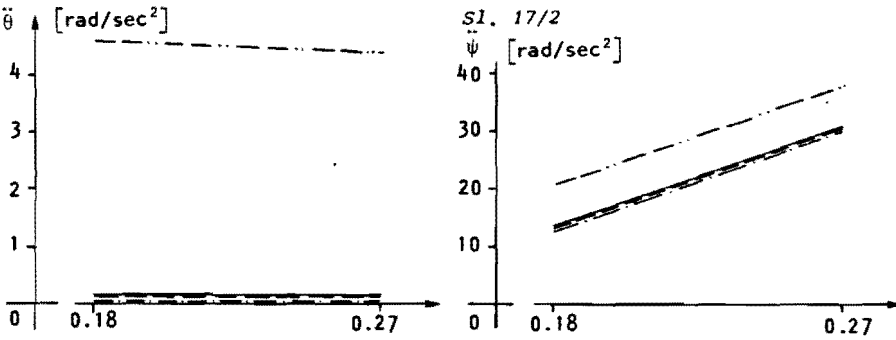
AKTUATOR U KOLENU



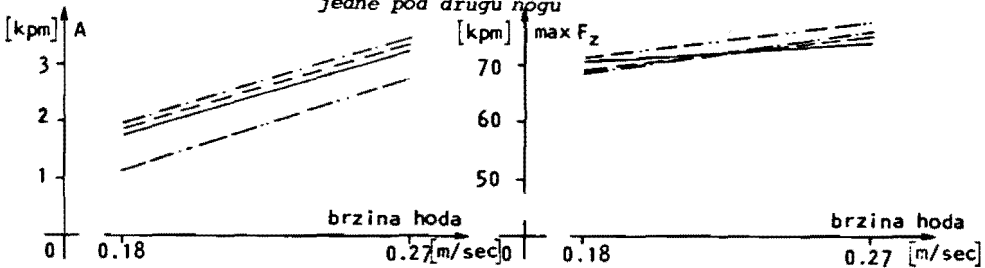
AKTUATOR KARLIČNOG DELA



AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI



Sl. 18.: Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu



Sl. 19.: Zbir snaga

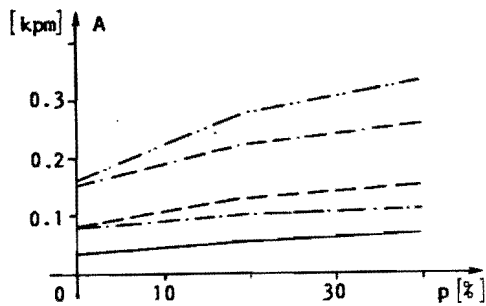
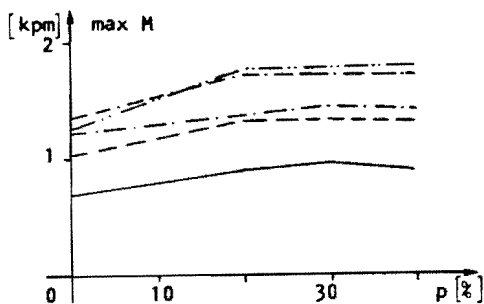
Sl. 20.: Maksimalna vrednost vertikalne komponente sile reakcije

MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI TRAJANJA DVOOSLONAČKE FAZE ZA RAZLIČITE BRZINE HODA

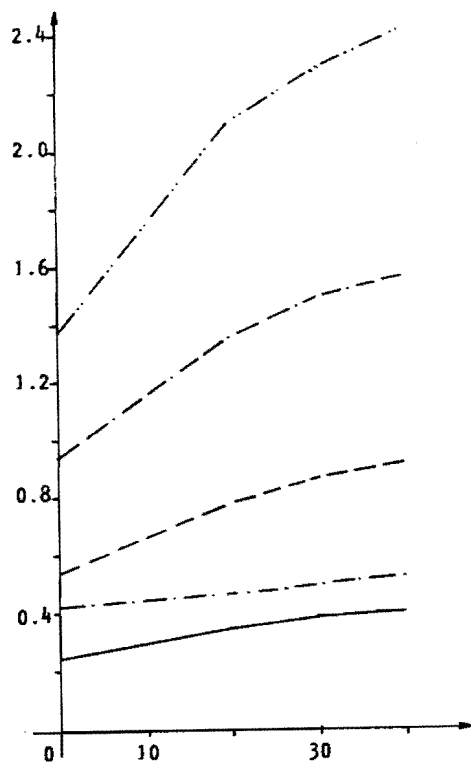
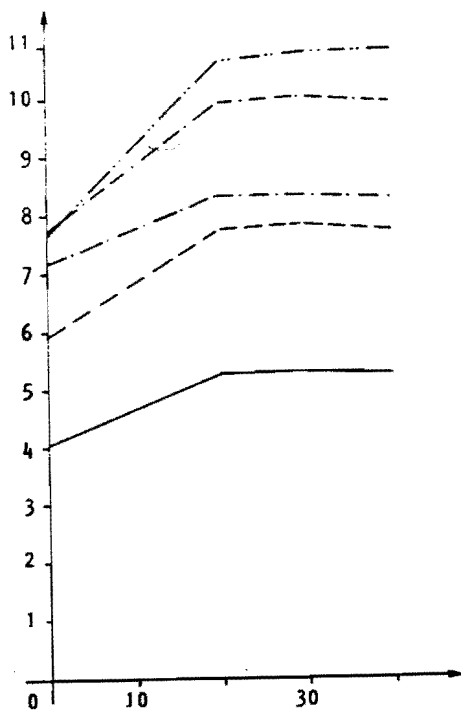
ZAKON TOM-a		
Δx	Δy	t [sec]
0	0	$t \in [0; 1]$ za $p=0$
0.5 S	d	$t \in [0; 0.01p]$
0	0	$t \in (0.01p; (1-0.01p))$
-0.5 S	d	$t \in ((1-0.01p); 1]$

SLUČAJ:

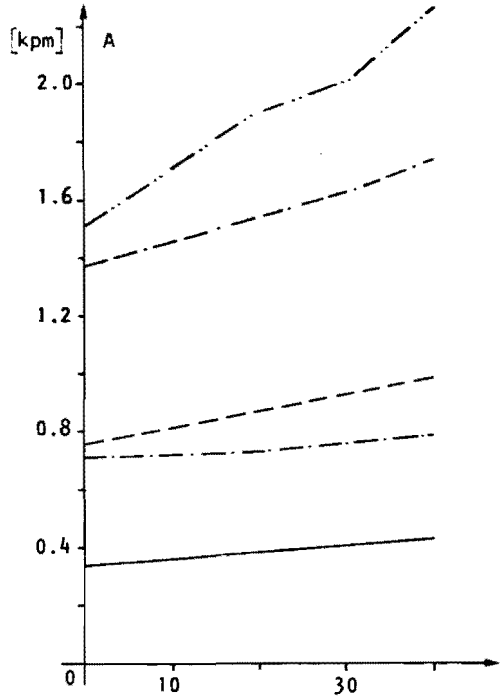
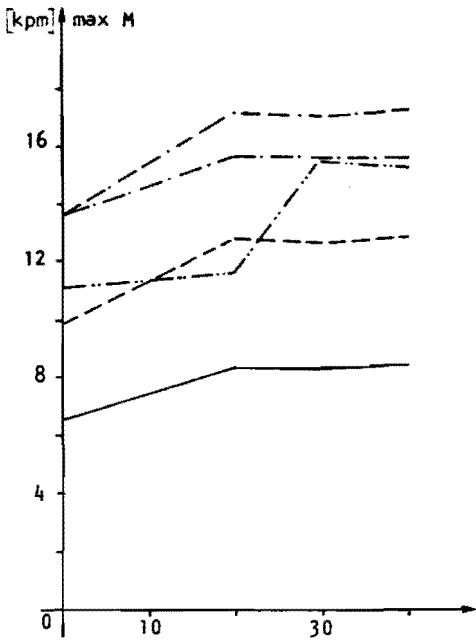
- T=1.5, S=0.4 —————
- T=1.5, S=0.6 - - - - -
- T=1.0, S=0.4 - · - · -
- T=2.0, S=1.0 - - - - -
- T=1.5, S=0.8 - - - - -



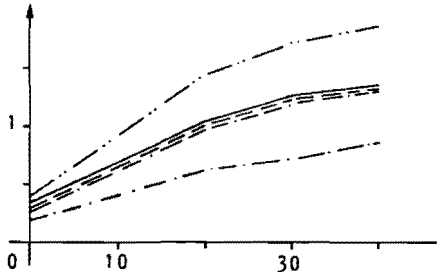
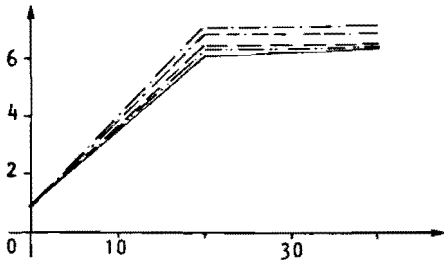
AKTUATOR U ČLANKU



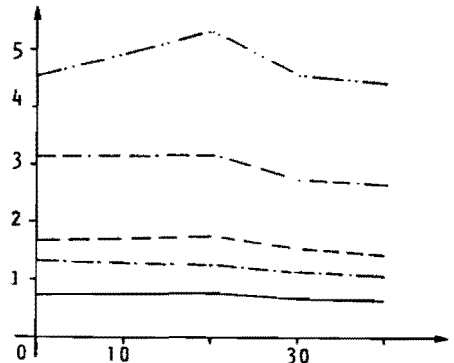
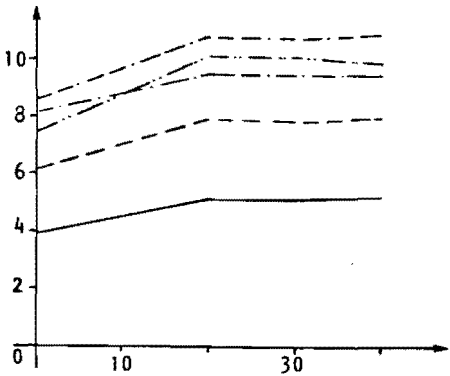
AKTUATOR U KOLENU



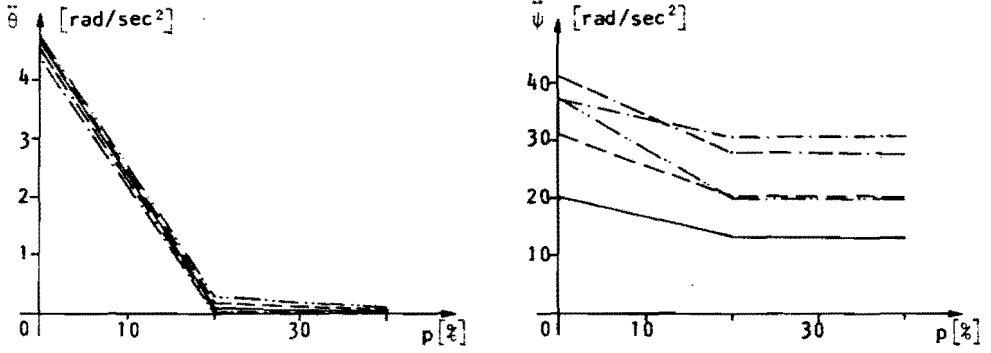
AKTUATOR KARLIČNOG DELA



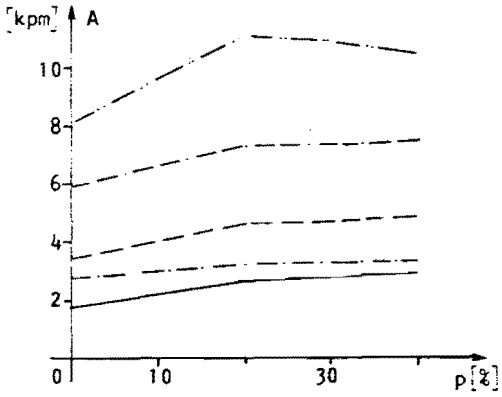
AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U FRONTALNOJ RAVNI



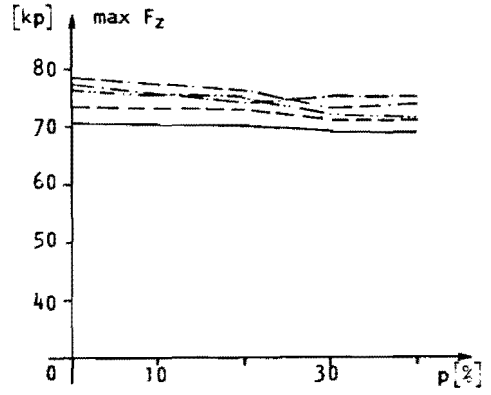
AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI



Sl. 22.: Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu



Sl. 23.: Zbir snaga



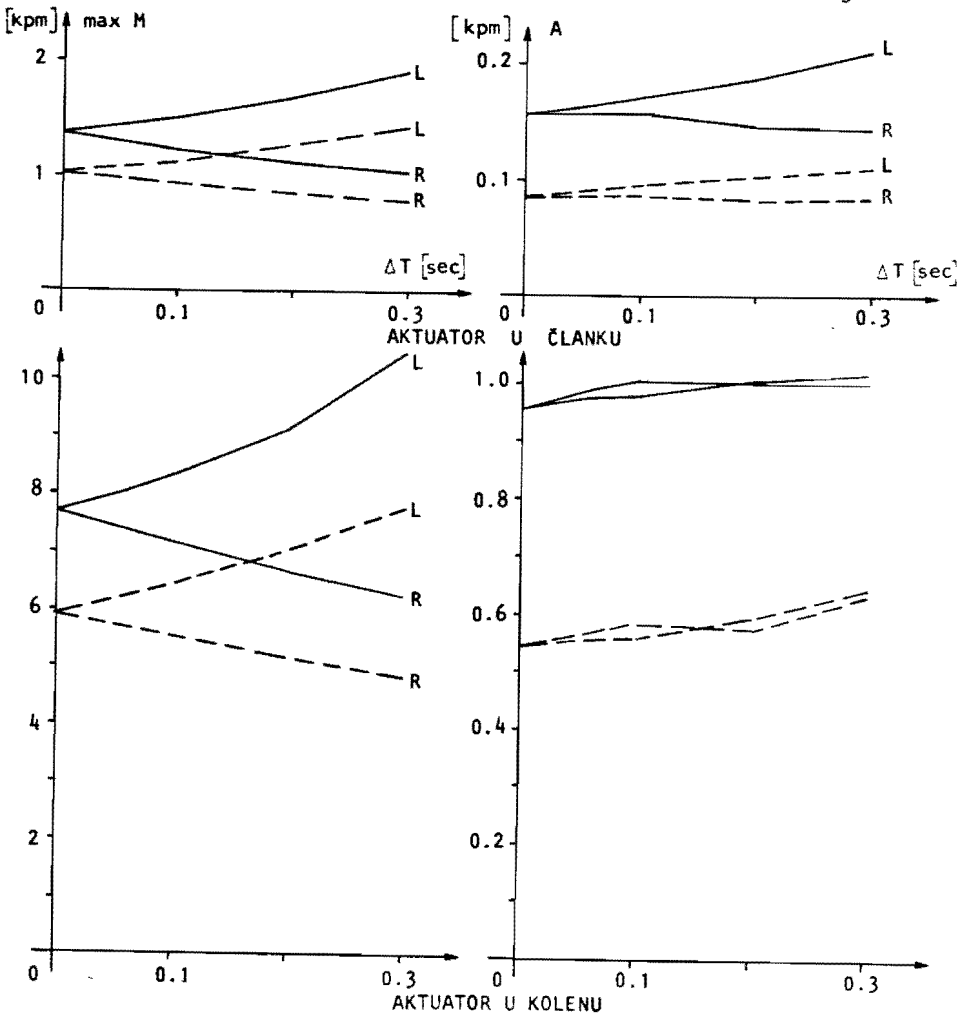
Sl. 24.: Maksimalna vrednost vertikalne komponente sile reakcije

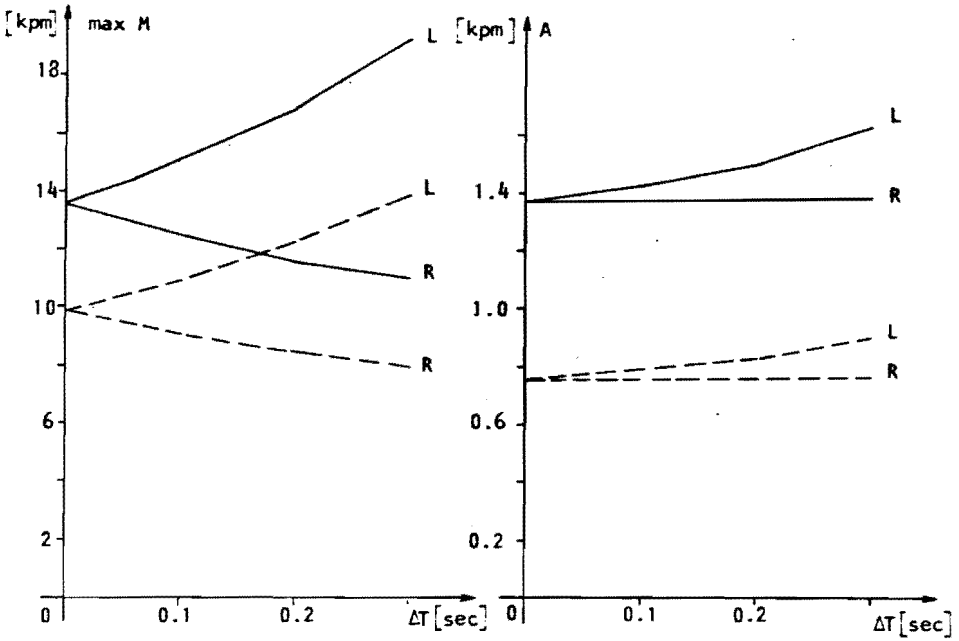
MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI RAZLIKE PERIODA OSLOMCA LEVE I DESNE NOGE ΔT I ISTU DUŽINU KORAKA, ZA NE-SIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM

FAZA OSLOMCA LEVE NOGE			FAZA OSLOMCA DESNE NOGE			ΔT
t (sec)	S	zakon TOM-a	t (sec)	S	zakon TOM-a	
0 - 0.75	0.8	I	0.75 - 1.5	0.8	I	0.00
0 - 0.72	0.8	I	0.72 - 1.5	0.8	I	0.06
0 - 0.70	0.8	I	0.70 - 1.5	0.8	I	0.10
0 - 0.65	0.8	I	0.65 - 1.5	0.8	I	0.20
0 - 0.60	0.8	I	0.60 - 1.5	0.8	I	0.30
0 - 0.75	0.6	I	0.75 - 1.5	0.6	I	0.00
0 - 0.72	0.6	I	0.72 - 1.5	0.6	I	0.06
0 - 0.70	0.6	I	0.70 - 1.5	0.6	I	0.10
0 - 0.65	0.6	I	0.65 - 1.5	0.6	I	0.20
0 - 0.60	0.6	I	0.60 - 1.5	0.6	I	0.30

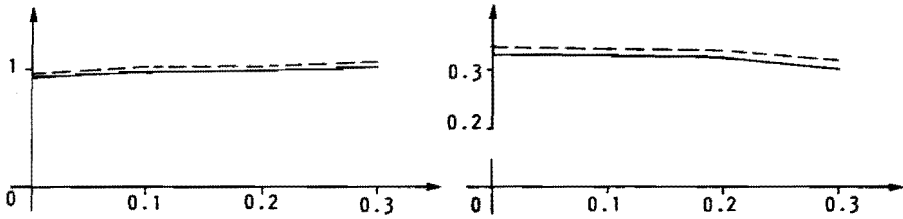
SLUČAJ: $T=1.5$ $S=0.8$ —————
 $T=1.5$ $S=0.6$ - - - - -

L - oznaka za levu nogu
R - oznaka za desnu nogu

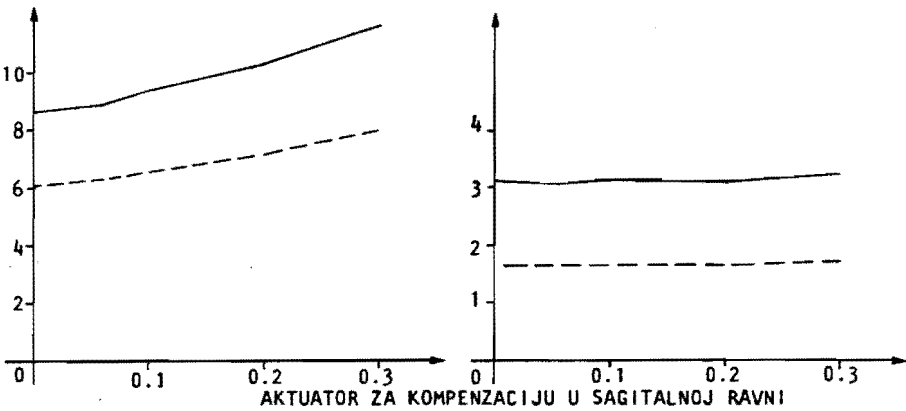




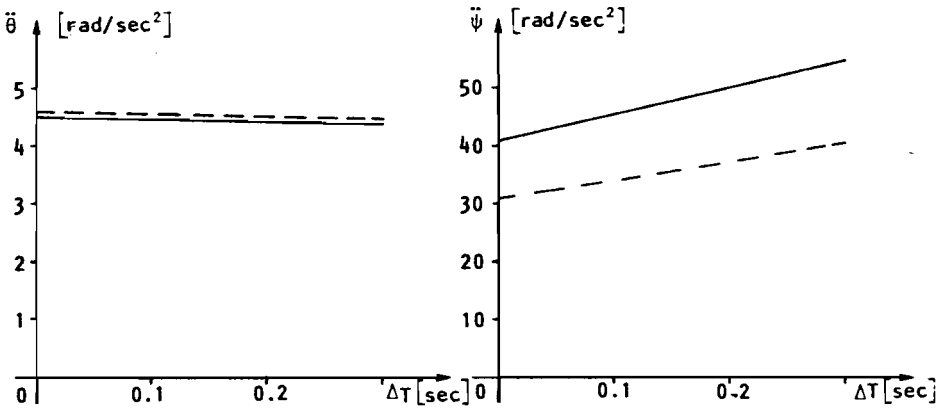
AKTUATOR KARLIČNOG DELA



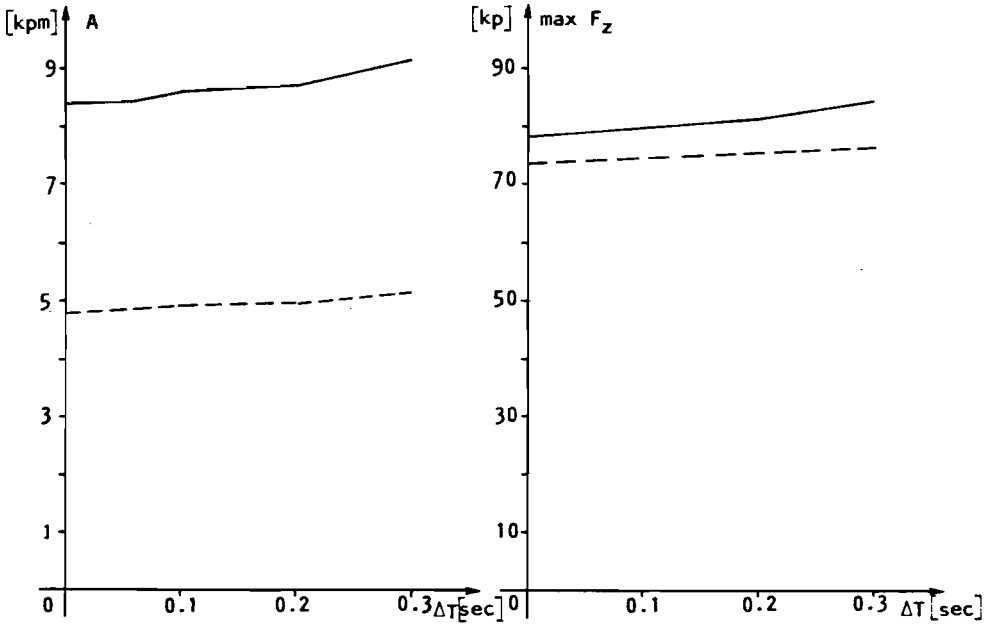
AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U FRONTALNOJ RAVNI



AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI



Sl. 26.: Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu



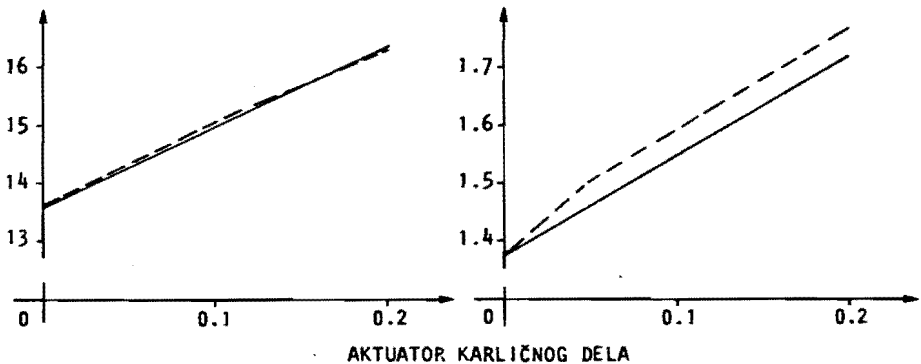
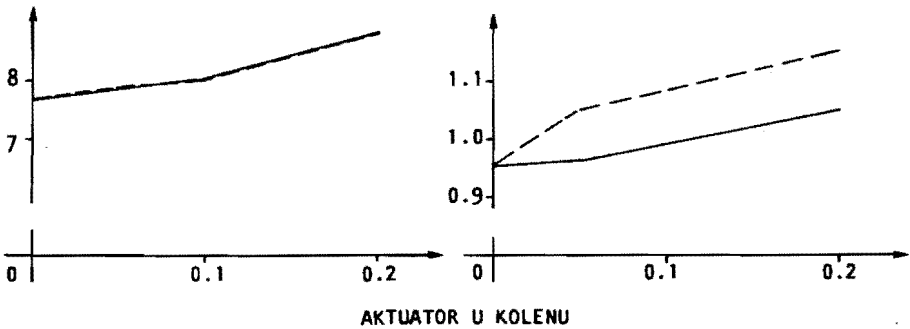
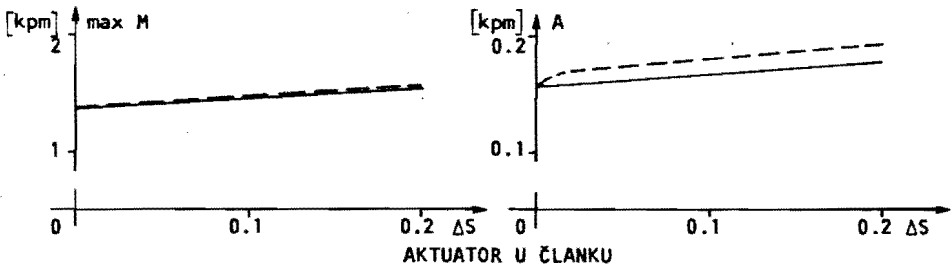
Sl. 27.: Zbir snaga

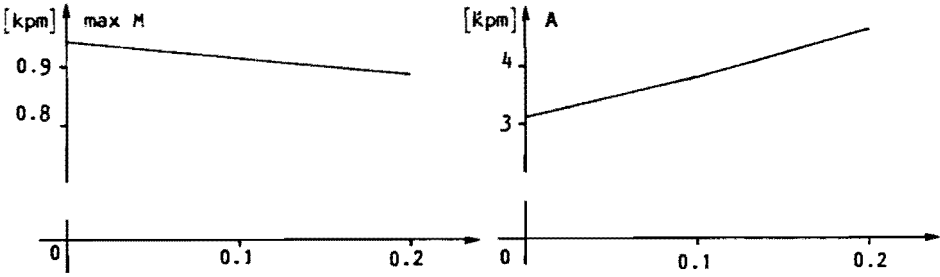
Sl. 28.: Maksimalne vrednosti vertikalne komponente ila reakcije

MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI RAZLIKE DUŽINA KORAKA LEVE I DESNE NOGE ZA NESIMETRIČAN TIP HODA PO RAVNOM

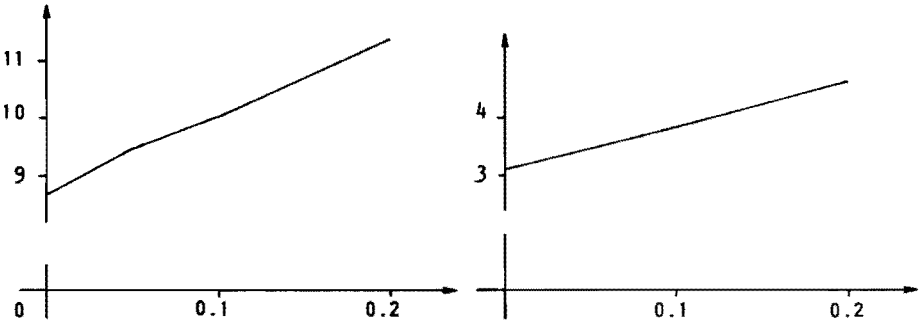
FAZA OSLOMCA LEVE NOGE			FAZA OSLOMCA DESNE NOGE			ΔS
t (sec)	S	zakon TOM-a	t (sec)	S	zakon TOM-a	
0 - 0.75	0.8	I	0.75 - 1.5	0.80	I	0.00
0 - 0.75	0.8	I	0.75 - 1.5	0.85	I	0.05
0 - 0.75	0.8	I	0.75 - 1.5	0.90	I	0.10
0 - 0.75	0.8	I	0.75 - 1.5	1.00	I	0.20

oznaka za desnu nogu - - - - - oznaka za levu nogu _____



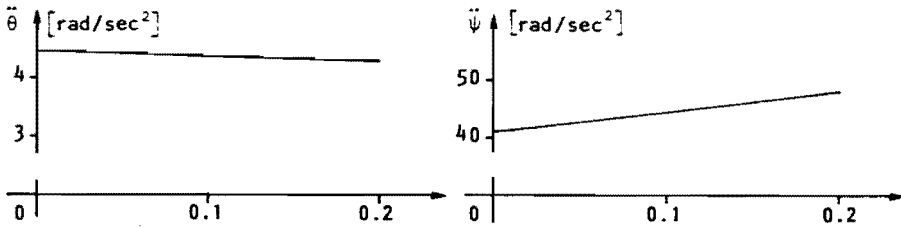


AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U FRONTALNOJ RAVNI

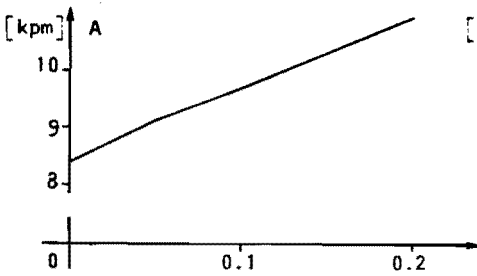


AKTUATOR ZA KOMPENZACIJU U SAGITALNOJ RAVNI

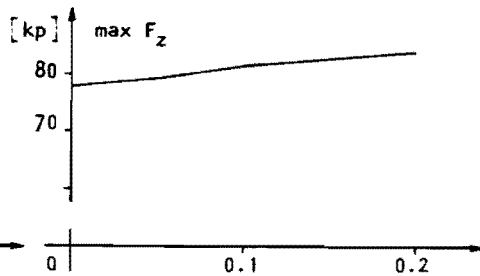
Sl. 29/2



Sl. 30.: Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu



Sl. 31.: Zbir snaga



Sl. 32.: Maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije

Faza oslonca leve noge		Faza oslonca desne noge		Maksimalna vrednost za F_z u kp	Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod leve pod desnu nogu u m/sec ² za		Maksimalna vrednost momenta u kpm za kompenzaciju u ravni		Mehanička snaga u toku punog koraka u kpm za kompenzaciju u ravni	
t (sec)	S	t (sec)	S		$\ddot{\delta}$	$\ddot{\psi}$	frontal.	sagital.	frontal.	sagital.
0 - 0,75	0,8	0,75 - 1,5	0,8	I	4,5058	41,3161	0,9450	8,6993	0,3295	3,1190
0 - 0,75	0,8	0,75 - 1,5	0,8	II	4,2782	42,0151	0,8515	11,4990	0,2980	4,2031
0 - 0,75	0,8	0,75 - 1,5	0,8	III	4,3718	41,6796	0,8935	10,5020	0,3122	3,8111
0 - 0,75	0,8	0,75 - 1,5	0,8	IV	4,5874	39,0923	0,9653	8,5901	0,3349	2,7789
0 - 0,75	0,8	0,75 - 1,5	0,8	V	4,5670	39,1033	0,9613	8,9183	0,3306	2,9146
0 - 0,72	0,8	0,72 - 1,5	0,8	I	4,4913	43,5558	0,9618	8,9397	0,3297	3,0520
0 - 0,72	0,8	0,72 - 1,5	0,8	II	4,2552	44,2962	0,8422	11,4720	0,2963	4,1558
0 - 0,72	0,8	0,72 - 1,5	0,8	III	4,3571	43,9306	0,8868	10,6930	0,3107	3,7449
0 - 0,72	0,8	0,72 - 1,5	0,8	IV	4,5922	41,3126	0,9663	8,9217	0,3343	2,7051
0 - 0,72	0,8	0,72 - 1,5	0,8	V	4,5599	41,3291	0,9439	9,4425	0,3290	2,8783

TABELA 1.: Uticaj zakona TOM-a na kompenzacione pokrete i skok ubrzanja

Faza oslonca leve noge				Faza oslonca desne noge				Mehanička snaga u toku punog koraka u kpm za							
t (sec)	S	Zakon TOM-a	t (sec)	S	Zakon TOM-a	aktuator u članku		aktuator u kolenu		aktuator karličnog dela		desne noge	1,3768		
						leve noge	desne noge	leve noge	desne noge	leve noge	desne noge				
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	I	0,1566	0,1566	0,9552	0,9552	1,3768	1,3768	1,3768	1,3768		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	II	0,1756	0,4353	0,9518	0,9490	1,5673	1,5673	1,7316	1,7316		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	III	0,1670	0,2107	0,9503	0,9227	1,5196	1,5196	1,6114	1,6114		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	IV	0,1637	0,2148	0,9790	0,8782	1,3661	1,3661	1,3417	1,3417		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	V	0,1643	0,2419	0,9845	0,9325	0,3956	0,3956	1,3900	1,3900		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	I	0,1648	0,1581	0,9722	0,9940	1,4034	1,4034	1,3678	1,3678		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	II	0,1833	0,4651	0,9906	0,8843	1,6037	1,6037	1,6820	1,6820		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	III	0,1746	0,2383	0,9892	0,8598	1,5489	1,5489	1,5609	1,5609		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	IV	0,1708	0,2237	0,9963	0,8263	1,3816	1,3816	1,2911	1,2911		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	V	0,1721	0,2665	1,0041	0,8528	1,4266	1,4266	1,3474	1,3474		

TABELA 2.: Uticaj zakona TOM-a na zadanu sinergiju

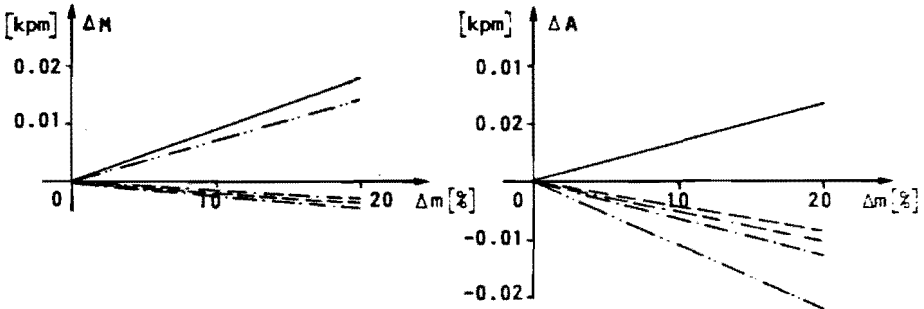
Faza oslonca leve noge			Faza oslonca desne noge			Maksimalna vrednost momenta u kpm za							
t (sec)	S	Zakon TOM-a	t (sec)	S	Zakon TOM-a	aktuator u članku		aktuator u kolenu		aktuator karličnog dela			
						leve noge	desne noge	leve noge	desne noge	leve noge	desne noge		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	I	1,3642	1,3642	7,7062	7,7062	13,616	13,616		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	II	1,3208	2,6754	8,2404	8,7334	15,698	16,310		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	III	1,3304	2,6498	7,9298	8,2808	15,018	15,496		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	IV	1,3988	1,3961	7,9547	6,3750	13,549	13,076		
0 - 0,75	0,8	I	0,75 - 1,5	0,8	V	1,3895	2,1487	7,8923	7,0966	13,868	13,236		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	I	1,4472	1,2896	8,0696	7,3770	14,412	12,926		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	II	1,4056	2,6749	8,7643	8,2920	16,621	15,532		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	III	1,4152	2,6455	8,4449	7,8390	15,931	14,657		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	IV	1,4867	1,1956	8,3561	5,9493	14,294	12,332		
0 - 0,72	0,8	I	0,72 - 1,5	0,8	V	1,2614	2,1321	7,8996	6,7210	14,799	12,563		

TABELA 3.: Uticaj zakona TOM-a na zadanu sinergiju

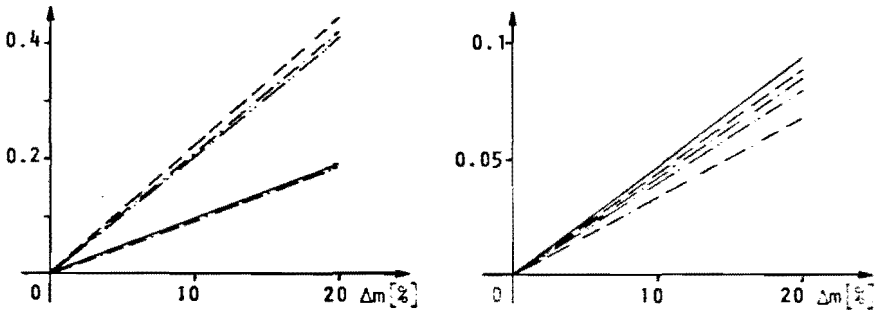
RAZLIKA MAKSYMALNE VREDNOSTI MOMENTA ΔM I RAZLIKA MEHANIČKE SNAGE U TOKU PUNOG KORAKA ΔA IZMEDJU AKTUATORA ZA DESNU I LEVU NOGU U FUNKCIJI SMANJENJA MASE DESNE NOGE U ODNOSU NA LEVU NOGU IZRAŽENE U PROCENTIMA ZA $T=1.5$ I $S=0.8$

zakon TOM-a

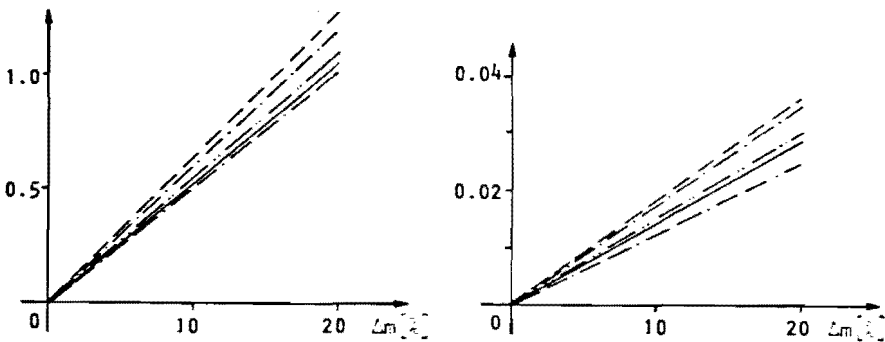
- I —————
- II - - - - -
- III - - - - -
- IV - - - - -
- V - - - - -



aktuator u članku

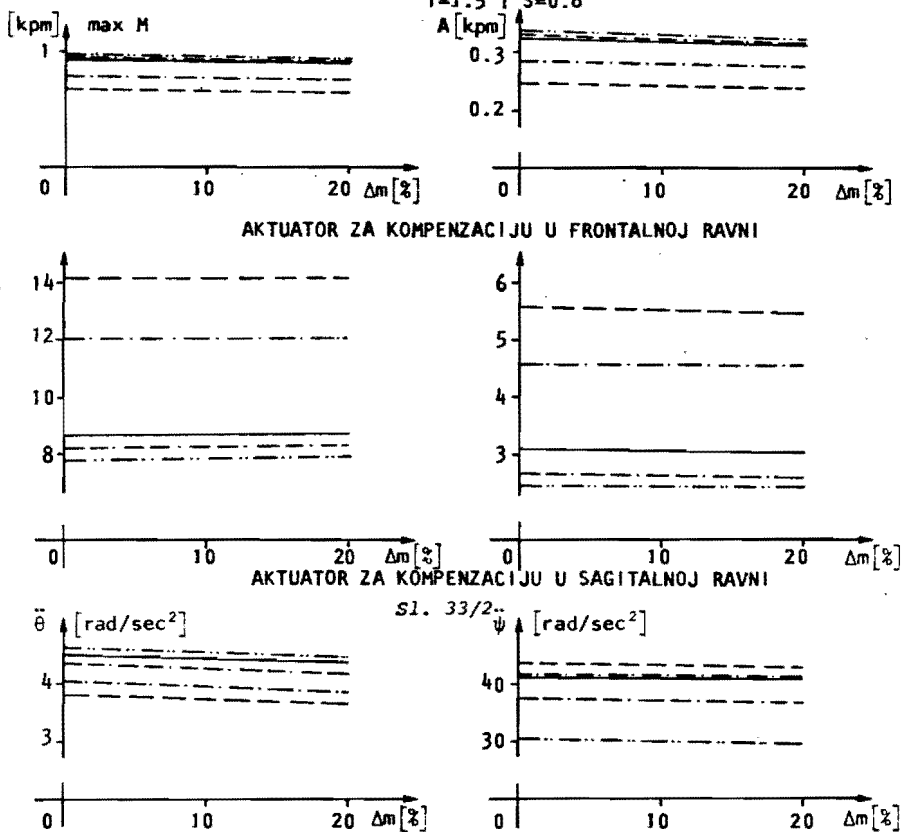


aktuator u kolenu

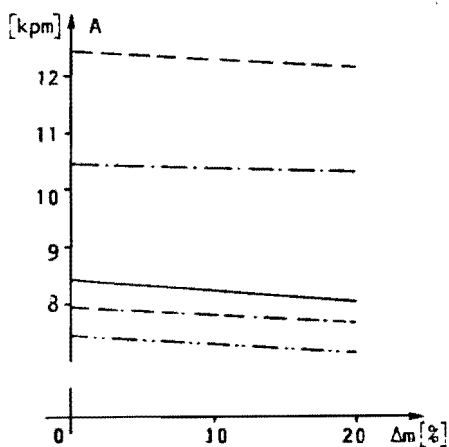


aktuator karličnog dela

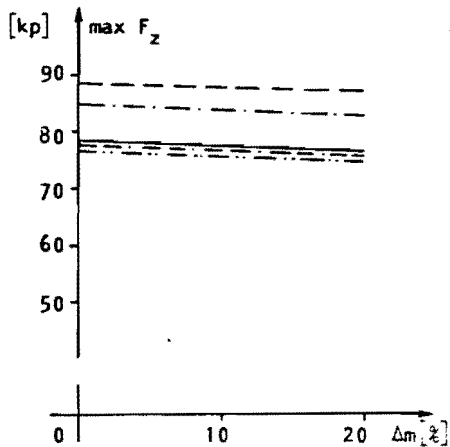
MAKSIMALNE VREDNOSTI MOMENTA ($\max M$) I MEHANIČKA SNAGA U TOKU PUNOG KORAKA (A) U FUNKCIJI SMANJENJA MASE DESNE U ODNOSU NA LEVU NOGU IZRAŽENE U PROCENTIMA ZA $T=1.5$ I $S=0.8$



Sl. 34.: Skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu



Sl. 35.: Zbir snaga



Sl. 36.: Maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije

L I T E R A T U R A

- [1] Vukobratović M., Hristić D.: "Realizacija veštačkog hoda", monografija, Institut za automatiku i telekomunikacije "Mihailo Pupin", Beograd, 1975.
- [2] Kljajić M., Trnkoczy A.: "Relationship Between Variability of Gait Parameters and Gait Cadence. A Basis for the Construction of Functional Electrical Stimulation Orthoses", 8th International Congress on Cybernetics, Namur, Sept. 6-11th 1976.
- [3] Stanić U. et al.: "Standardization of Kinematic Gait Measurements and Automatic Pathological Gait Pattern Diagnostics", Scandinavian Journal of Rehabilitation Medicine, Vol. 9, No. 3.
- [4] Vukobratović M. et al.: "Analysis of Energy Demand Distribution with Anthropomorphic Systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, New York, Dec. 1973.

ZAKLJUČAK

Centralni problem u ovom radu je analiza uticaja parametara na performanse antropomorfno hoda. Analiziran je uticaj parametara na ponašanje: kompenzacionih pokreta, maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snage u toku punog koraka za sve aktuatore, skoka ubrzanja trupa u frontalnoj i sagitalnoj ravni pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, ukupne snage svih aktuatora i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije. Maksimalne vrednosti pogonskih momenata odredjuju dimenzije i kvalitet materijala spojnica, torzionih cevi, poluga za prenos sila, kardanskih zglobova i slično. Najveća vrednost snage u toku punog koraka merodavna je za izbor elektromotora. Vertikalne sile reakcije uglavnom opterećuju glavne upornice, ležišta i odgovarajuće veze. Nagli skok ubrzanja trupa u sagitalnoj i frontalnoj ravni izaziva nagle promene pogonskih momenata i ugaonih brzina, odnosno snage, što stvara vrlo teške uslove rada za aktuatore.

Za simetrične slučajeve hoda izdvojeni su sledeći parametri: dužina koraka S , period trajanja koraka T , zakon TOM-a i period trajanja dvoosloničke faze p . Poznavanje uticaja ovih parametara u domenu funkcionalnih nominala, na gore navedene veličine i njihovu medjusobnu zavisnost, daje osnovu za adekvatan izbor aktivnih ortoza i bolje razumevanje prirode kretanja antropomorfno hoda.

U trenutku prelaska TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, dolazi do naglog skoka vrednosti za pogonske momente i potrebne snage za aktuatore u kuku, kolenu i skočnom zglobu. Razlog za ovo leži u naglom skoku ubrzanja u trenutku naizmeničnih promena

nogu u fazi oslonca. Premeštanje TOM-a u toku poluperioda trajanja koraka ispod istog stopala, izaziva najveći skok pogonskih momenata i potrebne snage za aktuator u skočnom zglobu, zatim u kolenu i karličnom delu. Prelazak sa dvoosloničke na jednoosloničku fazu u toku poluperioda izaziva najveći skok pogonskih momenata i potrebne snage za aktuator u kuku, zatim u kolenu i skočnom zglobu. Pogonski momenti su najveći kod aktuatora karličnog dela, dok se najveći deo energije troši na kretanje trupa. Ova razlika u vrednosti snaga pojavljuje se zbog toga što je ugaona brzina trupa znatno veća.

Uticao skup usvojenih trajektorija TOM-a na aktuator u članku je takav da su maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka najmanji kad se TOM kreće u toku poluperioda. Ukoliko je TOM na stopalu više unazad (bliže peti), kao i ako se duže zadržava u tom položaju, tada se:

- maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka smanjuju za aktuator u kolenu, kuku i kompenzaciji u sagitalnoj ravni, a povećavaju za kompenzaciju u frontalnoj ravni;
- rešenja kompenzacionih pokreta u sagitalnoj ravni pomeraju više "unazad", a rešenja kompenzacionih pokreta u frontalnoj ravni praktično ne zavise od izbora trajektorije TOM-a;
- skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu smanjuje u sagitalnoj a povećava u frontalnoj ravni;
- ukupna snaga svih aktuatora smanjuje i
- maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije smanjuju.

Uticao parametara T i S za sve usvojene trajektorije TOM-a i za različite vrednosti parametra p (uključujući i slučaj kada je $p = 0$), jeste sledeći: za povećanje brzine hoda preko parametra S , kompenzacioni pokreti u sagitalnoj ravni povećavaju se, dok kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni praktično ne zavise od promene dužine koraka; za povećanje brzine hoda preko parametra T , kompenzacioni pokreti u sagitalnoj ravni se povećavaju a u frontalnoj ravni smanjuju; skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu povećava se u sagitalnoj

ravni, a smanjuje u frontalnoj ravni za manje T; povećanje brzine hoda preko parametra S za $p = 0$, skok ubrzanja ima slabo izraženu tendenciju smanjenja a za p različito od nule slabo izraženu tendenciju povećanja.

Uticao povećanja brzine hoda u oba slučaja, manje T ili veće S, jeste sledeći:

- maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka povećavaju se kod aktuatora u članku, kolenu, karličnom delu i kompenzaciji u sagitalnoj ravni, dok se snaga u toku punog koraka smanjuje kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni;
- maksimalne vrednosti pogonskih momenata kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni, takodje se smanjuju za $p = 0$ a povećavaju za p različito od nule;
- ukupna snaga svih aktuatora se povećava;
- maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije se povećavaju i
- parametri T i S nemaju isti uticaj na dinamičke karakteristike antropomorfno sistema.

Maksimalne vrednosti pogonskih momenata kod aktuatora u članku, kolenu, karličnom delu i za kompenzaciju u sagitalnoj ravni, neznatno se razlikuju za period trajanja dvoosloničke faze od 20%, 30% i 40%, dok aktuator za kompenzaciju u frontalnoj ravni ima tendenciju povećanja za duži period trajanja dvoosloničke faze. Za $p = 0$, maksimalne vrednosti pogonskih momenata manje su za sve aktuatore od slučajeva kad je p različito od nule. Brzina hoda i period trajanja dvoosloničke faze imaju tendenciju suprotnog dejstva na maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije. Do izvesne brzine hoda ove veličine se smanjuju za duži period trajanja dvoosloničke faze, dok se za dalje povećanje brzine hoda ove veličine povećavaju za duži period trajanja dvoosloničke faze.

Uticao povećanja perioda trajanja dvoosloničke faze je ovakav:

- skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu smanjuje se u frontalnoj i sagitalnoj ravni;

- rešenja kompenzacionih pokreta u frontalnoj i sagitalnoj ravni se smanjuju i
- snaga u toku punog koraka povećava se kod aktuatora u članku, kolenu, karličnom delu i za kompenzaciju u frontalnoj ravni, dok se za kompenzaciju u sagitalnoj ravni smanjuje.

Za brži hod, maksimalne vrednosti pogonskih momenata, snaga u toku punog koraka, skok ubrzanja pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, kao i izbor zakona TOM-a, u frontalnoj i sagitalnoj ravni imaju tendenciju suprotnog dejstva za $p = 0$. Ovo dejstvo je znatno jače izraženo u sagitalnoj ravni. Pri p različito od nule, za brži hod, snaga u toku punog koraka i period trajanja dvooslonачke faze u frontalnoj i sagitalnoj ravni imaju takodje suprotno dejstvo. Ovo dejstvo je više izraženo u frontalnoj ravni.

Dominantni uticaj na skok ubrzanja u frontalnoj ravni je parametar p , tj. period trajanja dvooslonачke faze. Već za $p = 20\%$, skok ubrzanja dobija brojne vrednosti blizu nule. Ove vrednosti za duži period trajanja dvooslonачke faze teže nuli i imaju suprotan znak. Dominantni uticaj na skok ubrzanja u sagitalnoj ravni ima izbor zakona TOM-a.

Za nesimetrične slučajeve hoda izdvojeni su sledeći parametri: različito vreme oslonca leve i desne noge u toku trajanja punog koraka, različita dužina koraka leve i desne noge, različit zakon TOM-a u fazi oslonca za levu i desnu nogu i različita masa leve i desne noge. Analiza nesimetričnih slučajeva hoda od posebnog je interesa za pojačanje mišićne aktivnosti i za rehabilitaciju hemiplegnih pacijenata.

Uticaj povećanja razlike perioda oslonca leve i desne noge za istu brzinu hoda je sledeći:

- maksimalne vrednosti pogonskih momenata kod aktuatora u članku, kolenu i karličnom delu smanjuju se u odnosu na simetrične slučajeve hoda za nogu sa dužim periodom oslonca, a povećava se za nogu sa kraćim periodom oslonca;
- razlike maksimalne vrednosti pogonskih momenata leve i desne noge povećavaju se kod aktuatora u članku, kolenu i karličnom delu;
- snaga u toku punog koraka kod aktuatora u članku i karličnom

- delu praktično se ne menja u odnosu na simetrične slučajeve hoda za nogu sa dužim periodom trajanja oslonca, a povećava se za nogu sa kraćim periodom oslonca;
- snaga u toku punog koraka kod aktuatora u kolenu ima tendenciju povećanja u odnosu na simetrične slučajeve hoda za obe noge a razlika snage za levu i desnu nogu nema striktno izraženo povećanje;
 - maksimalne vrednosti pogonskih momenata povećavaju se kod aktuatora za kompenzaciju u sagitalnoj ravni i frontalnoj ravni (ovo povećanje je više izraženo u sagitalnoj ravni, dok se u frontalnoj ravni veoma malo razlikuju od vrednosti za simetrične slučajeve hoda);
 - snaga u toku punog koraka kod aktuatora za kompenzaciju u sagitalnoj ravni i frontalnoj ravni malo se razlikuje od vrednosti za simetrične slučajeve hoda;
 - skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, smanjuje se u odnosu na simetrične slučajeve hoda u frontalnoj a povećava u sagitalnoj ravni;
 - ukupna snaga svih aktuatora i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije povećavaju se u odnosu na simetrične slučajeve hoda i
 - oblast kompenzacionih pokreta proširuje se u sagitalnoj ravni.

Kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni pomeraju se u pravcu one noge kod koje se povećava period trajanja oslonca.

Uticaj povećanja brzine hoda preko povećanja dužine koraka jedne noge u odnosu na drugu nogu je ovakav:

- maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka kod aktuatora u članku, kolenu i karličnom delu povećavaju se u odnosu na simetrične slučajeve hoda za obe noge;
- maksimalne vrednosti pogonskih momenata praktično su jednake kod odgovarajućih aktuatora za levu i desnu nogu;
- snaga u toku punog koraka veća je za nogu sa dužim korakom u odnosu na nogu sa kraćim korakom u članku, kolenu i karličnom delu;
- maksimalne vrednosti pogonskih momenata kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni smanjuju se u odnosu na simetri-

čne slučajeve hoda, a povećavaju se za kompenzaciju u sagitalnoj ravni;

- snaga u toku punog koraka povećava se u odnosu na simetrične slučajeve hoda kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj i sagitalnoj ravni;
- skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, smanjuje se u odnosu na simetrične slučajeve hoda u frontalnoj a povećava u sagitalnoj ravni;
- ukupna snaga svih aktuatora i maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije povećavaju se u odnosu na simetrične slučajeve hoda;
- kompenzacioni pokreti povećavaju se u sagitalnoj ravni (ovi pokreti su malo veći u periodu oslonca noge sa dužim korakom);
- kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni praktično ne zavise od povećanja razlike dužine koraka za levu i desnu nogu i
- odstojanja kompenzacionih pokreta na polovini koraka su veoma mala u odnosu na simetrične slučajeve hoda.

Uticaj različitih zakona TOM-a u fazi oslonca za levu i desnu nogu je takav da je razlika maksimalne vrednosti pogonskih momenata i razlika snaga u toku punog koraka za levu i desnu nogu izražena u procentima najveća kod aktuatora u skočnom zglobu. Ako zakon TOM-a ispod stopala jedne noge ostaje isti, a ukoliko je TOM na stopalu više unazad (bliže peti), kao i ako se duže zadržava u tom položaju, ispod stopala druge noge, tada se:

- maksimalne vrednosti pogonskih momenata i snaga u toku punog koraka smanjuju kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj ravni a povećavaju za kompenzaciju u sagitalnoj ravni;
- skok ubrzanja trupa pri prelasku TOM-a ispod jedne pod drugu nogu, povećava u frontalnoj a smanjuje u sagitalnoj ravni;
- maksimalne vrednosti vertikalne komponente sila reakcije smanjuju;
- kompenzacioni pokreti u sagitalnoj ravni smanjuju;
- kompenzacioni pokreti u frontalnoj ravni praktično ne zavise od izbora zakona TOM-a za levu, odnosno za desnu nogu;
- odstojanje kompenzacionih pokreta na polovini koraka u odnosu

na simetrične slučajeve hoda u sagitalnoj ravni su veća, ako se više razlikuju odgovarajući pokreti za različite zakone TOM-a kod simetričnih slučajeva hoda i

- uslovi ponovljivosti na polovini koraka u frontalnoj ravni su praktično ispunjeni.

Uticao smanjenja mase jedne u odnosu na drugu nogu, izraženo u procentima, pri čemu jedna noga ostaje uvek iste mase, jeste sledeći:

- za sve usvojene trajektorije TOM-a maksimalne vrednosti momenata i snaga u toku punog koraka veća su kod aktuatora u kolenu i karličnom delu za nogu sa manjom masom (ovaj zaključak odnosi se i na aktuator u članku samo za zakon TOM-a kod koga se TOM ne pomera u toku poluperioda, a za ostale slučajeve usvojenih trajektorija TOM-a navedene veličine su veće kod aktuatora u članku za nogu sa većom masom) i
- mada se ukupna masa sistema smanjuje, maksimalne vrednosti pogonskih momenata praktično se ne razlikuju od simetričnih slučajeva hoda kod aktuatora za kompenzaciju u frontalnoj i sagitalnoj ravni.

U trećem delu rada prikazana je primena splajn aproksimacije za sintezu zadane sinergije pomoću periodičnog kubnog splajna i jedan način za sračunavanje prelaznih dinamičkih režima antropomorfno hoda pomoću splajna petog stepena defekta 3. Osnovna pogodnost periodičnog kubnog splajna za sintezu zadane sinergije je u dobijanju neprekidne funkcije i njenog neprekidnog prvog i drugog izvoda, tako da u procesu numeričke integracije nije potrebno vršiti dodatnu interpolaciju. Pored toga, prvi i drugi izvod periodičnog kubnog splajna konvergiraju izvodima aproksimirane funkcije.

Promena dinamičkih parametara u toku realizacije antropomorfno hoda zahteva prelazak sa jedne memorisane programske trajektorije na drugu. Za realizaciju prelaska sa jedne na drugu trajektoriju potrebno je izvršiti sintezu prelaznih dinamičkih režima antropomorfno hoda na određenom vremenskom intervalu. Ovaj zadatak je rešen tako što su sve funkcije (ge-

neralisane koordinate) antropomorfnog sistema (od kojih neke mogu biti i unapred propisane), aproksimirane splajnom petog stepena sa nametnutim graničnim uslovima. Na bazi gradijentnog postupka formiran je globalni iterativni postupak za određivanje nepoznatih funkcija u obliku splajna. Formiran je i lokalni iterativni postupak na bazi odstupanja ubrzanja generalisanih koordinata. Kriterijum valjanosti dobijenih aproksimacija splajn funkcijama zasnovan je na odstupanju TOM-a od nominalne trajektorije. Ako ovaj poremećaj izaziva dovoljno male momente, tako da se može koristiti stabilizacija zasnovana na linearizaciji dinamičkih jednačina oko nominalne sinergije, izlazni kriterijum je zadovoljen.

D O D A T A K

BIDYN PROGRAM

U ovom delu biće prikazana dopunjena varijanta programa BIDYN, čija je upotreba i listing data u Monografiji*. Dopuna se odnosi na mogućnost sračunavanja kompenzacione sinergije za simetrične slučajeve hoda sa dvoosloničkom fazom i nesimetrične slučajeve hoda. Na bazi ulaznih podataka program se automatski podešava za simulaciju odgovarajućeg tipa hoda.

Opis programa BIDYN

Program je realizovan na digitalnom računaru VARIAN-73 u Institutu za matematiku u Novom Sadu. Zbog nedovoljnog računskog dela radne memorije ovog računara, program BIDYN podeljen je na dva segmenta BIDYN1 i BIDYN2. U prvom segmentu učitavaju se ulazni podaci na bazi kojih se program podešava za obradu datog tipa hoda. Zatim se u radnoj memoriji pomoću potprograma OVLAY preko segmenta BIDYN1 unosi segment BIDYN2 u kojem se realizuju globalni i lokalni iterativni postupak za rešavanje sistema (2.34.) - (2.35.) sa graničnim uslovima (2.39.), gde je $P = T/2$ za simetrične i $P = T$ za nesimetrične slučajeve hoda. Poziv ovog potprograma u FORTRAN-u je:

* M. Vukobratović i D. Hristić, *Lokomocioni roboti i antropomorfni mehanizmi, III deo, realizacija veštačkog hoda. Institut "Mihailo Pupin", Beograd, 1975.*

CALL OVLAY (type, reload, name)

Opis parametra:

- type - 0 - unošenje i izvršavanje segmenta sa imenom name,
1 - unošenje segmenta,
- reload - 0 - bezuslovno unošenje segmenta u memoriju,
1 - unošenje segmenta u memoriju ukoliko se on već
ne nalazi u memoriji,
- name - ime segmenta sastavljenog od 6 ASCII znakova.

U glavnom programu se pomoći potprograma OVLAY poziva još i potprogram MINV za izračunavanje inverzne matrice.

U računskom delu radne memorije stalno su smešteni program BIDYN sa potprogramima SUPP, NIODES, ISPIS i SISTEM, dok se prema programu naizmenično postavljaju potprogrami BIDYN1, BIDYN2 i MINV. Listing programa dat je na sl. A.2.

Opis zajedničkih područja potprograma

COMMON/SER/ sadrži Decart-ove koordinate težišta segmenta za tekuće vreme XX. Tekuće vreme znači trenutak u kojem se sračunavaju desne strane diferencijalnih jednačina. COMMON/SEV/ sadrži brzine i ubrzanja težišta segmenata za tekuće vreme XX. COMMON/CO/ sadrži ubrzanja kompenzacionog kretanja u hodu za tekuće vreme XX i vektore sa sadržajem teksta za tip hoda. COMMON/GAITE/ sadrži dinamiku kinematičkog algoritma hoda. COMMON/RXX/ sadrži sile reakcije u TOM-u za tekuće vreme XX. COMMON/AMOMA/ sadrži parametre za identifikaciju zakona TOM-a. COMMON/DJD/ sadrži vrednost indeksa performanse, korak integracije, brojač iteracija, parametar COMP za prelazak sa lokalnog na gradijentni postupak i parametar ITEST koji povezuje segmente BIDYN1 i BIDYN2 u jedinstvenu celinu. COMMON/A/ sadrži ulazne i izlazne veličine za potprogram NIODES. COMMON/ZB/ sadrži odgovarajuće veličine potrebne za nastavak rada po odgovarajućim potprogramima. COMMON/AINV/ sadrži ulazne i izlazne veličine za potprogram MINV.

Potprogram BIDYN1

ULAZ:

- I kartica prva i druga kartica sadrže tekst kojim se defini-
- II kartica - še tip hoda (FORMAT(20A4)),
- III kartica - sadrži faktore: vreme PERL, PERR i amplitude SFL,
SFR za skaliranje hoda leve odnosno desne noge
(FORMAT(4F20.8)),
- IV kartica - sadrži dužinu polukoraka leve i desne noge (FORMAT
(2F20.8)),
- V kartica - sadrži periode trajanja dvoosloničke faze izražene
u procentima u odnosu na period trajanja levog i de-
snog polukoraka,
- VI kartica - sadrži identifikatore za zakon TOM-a leve i desne no-
ge u periodu trajanja jednoosloničke faze i za zakon
TOM-a leve i desne noge u periodu trajanja dvooslo-
načke faze i parametar INS (FORMAT(5I5)). Ako je INS=0
onda se radi o simetričnim, a ako je INS=1 onda o
nesimetričnim slučajevima hoda,
- VII kartica - sadrži vektor maksimalnih apsolutnih dozvoljenih
greški integracije (FORMAT(4F20.8)),
- VIII kartica - sadrži pretpostavljene početne vrednosti vektora
stanja (FORMAT(4F20.8)).

Podaci za dinamiku kinematičkog algoritma hoda učitavaju se sa
datoteke sa imenom GAIT.

IZLAZ:

Programom je predviđeno štampanje identifikacionog naslova za tip hoda, faktore skaliranja, broja iteracija potrebnih za dobijanje ponovljivih rešenja, propisano kretanje TOM-a, prvobitne vrednosti vektora stanja. Ako su zadovoljeni uslovi ponovljivosti, program štampa nominalnu dinamiku kompenzacije i sile reakcije u tačkama dodira. Izlazni listing prikazan je na sl. A.8.

Modifikacije u potprogramu. Gradijentni algoritam se prebacuje na lokalni algoritam osetljivosti kada tekuća vrednost indeksa performanse bude $DE \leq COMP$. U datom potprogramu je $COMP=4$, što se može izmeniti modifikacijom naredbe br. 145.

Ukoliko se prvom integracijom dinamičkih jednačina sistema dobije indeks performanse $DE \geq 15$ programski je pretpostavljeno da je rešenje suviše daleko i ide se na novi izbor početnih vrednosti. Ovo se može izmeniti modifikacijom naredbe br. 271.

Ako je $DE \leq 10^{-3}$ smatra se da je rešenje zadovoljavajuće tačnosti. Ova tačnost može se promeniti modifikacijom naredbe br. 161 i 278.

Kontrolne i poruke o greškama. Ako prva integracija daje isuviše veliki indeks performanse ($DE \geq 15$) programski se pretpostavlja da bi iteracioni postupak trajao dugo i štampa:

TOO FAR FROM SOLUTION, TRY NEW INITIAL VALUE.

Potom se čitaju nove početne vrednosti.

Listing potprograma dat je na sl. A.3.

Potprogram BIDYN2

U ovom potprogramu realizovan je globalni i lokalni iterativni postupak. Ako je $INS=0$ onda se indeks performanse određuje prema izrazu (2.40.), komponente gradijenta za globalni iterativni postupak po izrazu (2.41.), matrica osetljivosti po

izrazu (2.44.) i vektor B po izrazu (2.43.). Ako je $INS=1$ onda se indeks performanse određuje prema izrazu (2.46.), komponente gradijenta po izrazu (2.47.), matrica osetljivosti po izrazu (2.48.) i vektor B po izrazu (2.49.).

Gradijentni algoritam se prebacuje na lokalni algoritam osetljivosti kada tekuća vrednost indeksa performanse bude manja od COMP.

U ovom potprogramu štampaju se glavni parametri iteracionog postupka.

Modifikacije u potprogramu. Programski se održava strogo monotona konvergencija indeksa performanse postepenim polovljenjem koraka STEP ukoliko to nije ispunjeno. Ako zahtev nije ispunjen ni posle 5 uzastopnih polovljenja programski se pretpostavlja da rešenje ne postoji. Ova granica se može izmeniti pomoću naredbe br. 203.

Zadovoljavajuća tačnost rešenja ($DE = 10^{-3}$) može se promeniti modifikacijom naredbe br. 195.

Maksimalan broj iteracija je 99. Ovaj broj može se promeniti modifikacijom naredbe br. 119.

Kontrolne i poruke o greškama. Kada se tačnost ne postiže u 99-toj iteraciji, štampa se poruka:

UNABLE TO FIND SOLUTION IN 100 ITERATIONS

Posle ove poruke program je završen.

Programski se kontroliše da li konvergencija ide izvesnom brzinom. Brzina konvergencije je zadovoljavajuća ako je indeks performanse veći od jedan i razlika indeksa performanse za dve uzastopne iteracije veća od 0,01. Ako ovi uslovi nisu ispunjeni štampa se poruka:

SLOW CONVERGENCE

Potom se čita nova pretpostavljena početna vrednost vektora stanja.

Ako uslov strogo monotone konvergencije indeksa performanse DE ne može da se dobije u 5 uzastopnih polovljenja koraka

STEP štampa se poruka:

NO CONVERGENCE, STEP TOO SMALL.

Posle ove poruke program je završen.

Kada je nadjeno rešenje, preko parametra ITEST štampa se nominalna kompenzaciona dinamika u potprogramu BIDYN1.

Listing potprograma je dat na sl. A.4.

Potprogram NIODES

Ovo je standardni potprogram za integraciju sistema od N diferencijalnih jednačina prvog reda na datom intervalu i sa datim početnim uslovima. Korišćena je Adams-Moulton-ova integraciona metoda sa Runge-Kutta metodom na početnom delu integracionog intervala.

Opis potprograma. Korišćenje:

CALL NIODES (SISTEM,ISPIS,IFL,IER)

Opis parametara:

- SISTEM - naziv potprograma koji sadrži diferencijalne jednačine prvog reda,
- ISPIS - naziv potprograma koji kontroliše tok integracije,
- IFL - broj delova osnovnog koraka integracije (izlazna veličina),
- IFR - parametar greške, dobija se prenosom iz potprograma ISPIS, za IER = 1 integracija prekinuta pre kraja intervala integracije TB.

Opis zajedničkog područja /A/:

COMMON /A/N,TO,TB,HA,POC(20),EPS(20),YY(20)

Opis COMMON liste:

- N - broj diferencijalnih jednačina prvog reda;
- TO,TB- granice integracije;
- HA - početni korak integracije. Posle svakog koraka HA sta-

nje sistema je moguće kontrolisati i ispisati pomoću potprograma ISPIS. Maksimalni broj polovljenja koraka HA je deset;

POC(I)- vektor početnog stanja sistema;

EPS(I)- vektor maksimalnih apsolutnih dozvoljenih greški integracije;

YY(I)- vektor stanja sistema na kraju integracije (izlaz).

Potprogram SISTEM

Ovaj potprogram se koristi za računanje desne strane matrice diferencijalne jednačine (2.34.) - (2.35.). Usvojeni model lokomocionog bipeda sastoji se od 12 segmenata povezanih zglobovima. Kao posledica kinematsko-dinamičkih veza između segmenata sistema formule za koordinate sistema i njihove izvode su rekurentnog tipa. Indeksiranje zglobova sistema prikazano je na sl. 21. (glava 4.).

Opis potprograma. Korišćenje:

CALL SISTEM (XX,DV,PD)

Opis parametara:

XX - vreme

DV - vektor stanja

PD - izvod vektora stanja.

Geometrija modela i mase su sadržane u DATA karticama potprograma. Podešavanje potprograma za određeni model vrši se prema uputstvima datim u modifikacijama potprograma.

Listing potprograma dat je na sl. A.5.

Ovaj potprogram koristi potprogram SUPP, kojim se definiše zakon kretanja TOM-a.

Modifikacije potprograma. Parametri modela sadržani su u DATA karticama potprograma. Da bi se potprogram podesio za od-

redjeni model, skup DATA naredbi treba da se modifikuje na odgovarajući način. Simboli korišćeni u DATA naredbama imaju sledeće značenje:

- O - polovina dužine butnog dela,
- Q - visina rastojanja težišta gornjeg dela trupa od pojasa,
- RR - visina ramenog zgloba u odnosu na pojas,
- E - polovina dužine nadlaktice,
- SS - polovina dužine podlaktice,
- H - visinsko rastojanje skočnog zgloba od težišta stopala,
- D - širina karlice,
- FF - rastojanje ramenog zgloba od uzdužne ose vrata,
- U - visina skočnog zgloba iznad gazeće površine stopala,
- PP - visina težišta karlice iznad zgloba kuka (sve navedene dužine treba izraziti u metrima),
- All - ugao između podlaktice i poprečne ravni trupa (u radijanima),
- AM(1) = AM(10) - masa potkolenice,
- AM(2) = AM(9) - masa butnog dela,
- AM(3) - masa karlice,
- AM(4) - masa trupa,
- AM(5) = AM(7) - masa nadlaktice,
- AM(6) = AM(8) - masa podlaktice,
- AM(11) = AM(12) - masa stopala (sve vrednosti masa su normalizovane i date su u $\text{kg}/9,81 \text{ m/sec}^2$).

Centralni momenti u odnosu na sistem Oxyz (sl. A.1.) za odgovarajuće štapove obeleženi su sa: C5X1, C5X2, C5X6, C5X9, C5X10, C5X11, C5Y1, C5Y2, C5Y4, C5Y5, C5Y6, C5Y7, C5Y8, C5Y9, C5Y10, C5Y11, C5Y12, C5Z1, C5Z2, C5Z5, C5Z6, C5Z7, C5Z8, C5Z9, C5Z10, C5Z11 (vrednosti ovih momenata inercije treba da su u kgm^2).

Potprogram SUPP

U ovom potprogramu definisane su strukturne promene desne strane jednačina (2.34.) i (2.35.), usled diskretizacije pitanje TOM-a, i poziva se u potprogramu SISTEM.

Opis potprograma. Korišćenje:

CALL SUPP (JM,T1,T2,BE1,BE2,XX,TT1,TT2,S,D,XREL,YREL,JMP)

Opis parametara:

- JM - identifikator za zakon TOM-a u periodu jednooslonačke faze,
- T1,T2 - vremenske granice u kojima je TOM u (0,0),
- BE1 - X-koordinata za TOM (BE1,0) u periodu od T2 do TT2,
- BE2 - X-koordinata za TOM (-BE2,0) u periodu od TT1 do T1,
- XX - tekuće vreme integracije,
- TT1,TT2 - vremenski intervali (0,TT1) i (TT2,TT2+TT1) u kojima traje dvooslonačka faza,
- S - dužina polukoraka,
- D - širina karlice,
- XREL - X-koordinata TOM-a,
- YREL - Y-koordinata TOM-a,
- JMP - identifikator za zakon TOM-a u periodu dvooslonačke faze.

Listing potprograma dat je na sl. A.6.

Potprogram ISPIS

Ovaj potprogram koristi se u potprogramu NIODES za kontrolu toka integracije.

Opis potprograma. Korišćenje:

CALL ISPIS (T,DEP,IER)

Opis parametara:

- T - vreme,
- DET - vektor stanja,
- IER - videti opis ovog parametra u potprogramu NIODES.

Listing potprograma je dat na sl. A.7.

Potprogram MINV

Ovo je standardni SSP potprogram za određivanje inverzne matrice od date matrice A dimenzije $N \times N$, standardnom Gauss-Jordan-ovom metodom.

Opis potprograma. Korišćenje:

CALL MINV (A,N,D,L,M)

Opis parametara:

- A - ulazna matrica, na čije se mesto smešta izlazna inverzna matrica date matrice A,
- N - red matrice A,
- D - vrednost determinante,
- L - radni vektor dimenzije N,
- M - radni vektor dimenzije N.

U programu BIDYN ovaj potprogram je pozivan na sledeći način:

CALL OVLAY (0,0,6HMINV)

Parametri potprograma MINV prenose se iz glavnog programa u potprogram preko zajedničkih područja /A/ i /AINV/.

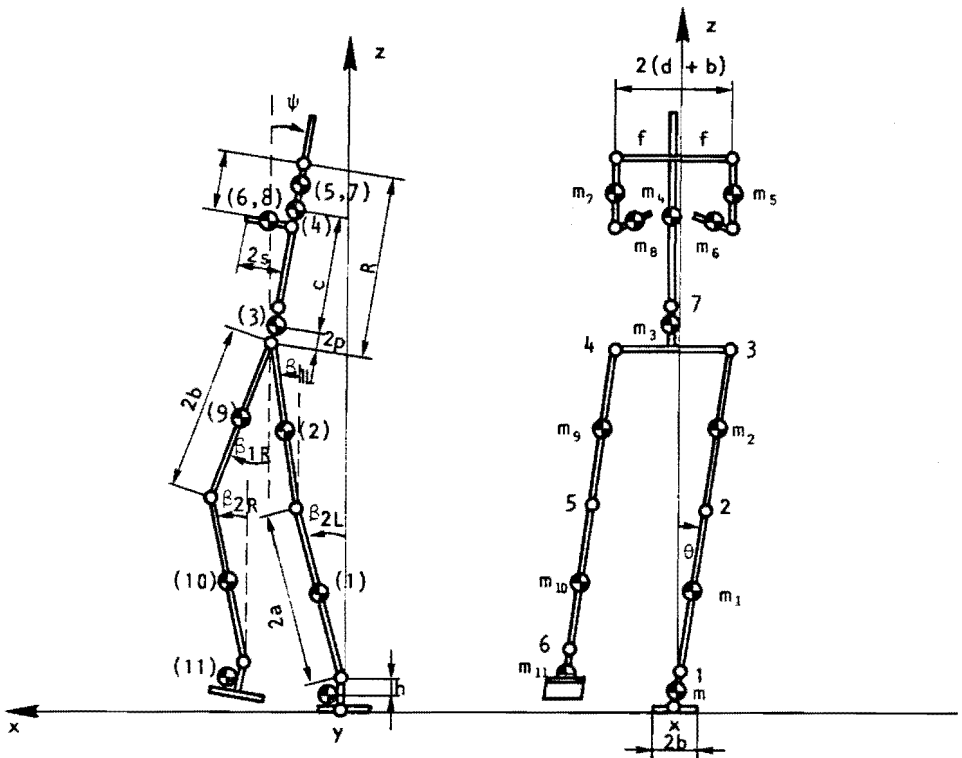
Z A K L J U Č A K

U ovom dodatku prikazana je upotreba programa BIDYN pomoću kojeg se sračunavaju kompenzacioni pokreti za model čija je konfiguracija prikazana na sl. A.1.

Izvesni kompenzacioni pokreti dobijeni pomoću ovog programa prikazani su u drugoj glavi. Dobijeni su kompenzacioni pokreti za simetrične slučajeve hoda po ravnom i unapred programiranim preprekama, uz i niz stepenice, za različite vrednosti sledećih parametara: period trajanja koraka, dužina koraka, za-

kon tačke nula momenta (TOM) i period trajanja dvoosloničke faze. Pored toga dobijeni su kompenzacioni pokreti i za nesimetrične slučajeve hoda za različite vrednosti sledećih parametara: različito vreme oslonca leve i desne noge u toku trajanja punog koraka, različita dužina koraka leve i desne noge, različit zakon kretanja TOM-a u fazi oslonca za levu i desnu nogu i različita masa leve i desne noge.

Program BIDYN zajedno sa programima MOMA i SERVO namenjeni su za detaljnu analizu hoda bipeda.



Sl. A.1.: Usvojena konfiguracija antropomornog modela

PAGE 2 04/02/80 51JN VORTEX FTH IV

```
49 ZVPR2(R2),VPR3(R2),VOR1(M2),VOR2(M2),VOR3(R2)
50 COMMON /AINV/DO,A(1,4),LP(4),MR(4)
51 CONTINUE
52 CALL GVLAY(0,0,6,HRIDYMI)
53 IF(ITEST.EQ.10) GO TO 10
54 CONTINUE
55 CALL OVLAY(0,0,6,HRIDYM2)
56 IF(ITEST.EQ.2290) GO TO 20
57 GO TO 11
58 CONTINUE
59 CALL OVLAY(0,0,6,HRINV )
60 GO TO 12
61 GO STOP
62 ENN
0 ERRORS COMPILATION COMPLETE
```

```

1 C *****
2 C *
3 C *
4 C *
5 C *
6 C *
7 C *
8 C *
9 C *****
10 C SUBROUTINE BIDYH1 *****
11 C *
12 C *
13 C *
14 C *
15 C *
16 C *
17 C *
18 C *
19 C *
20 C *
21 C *
22 C *
23 C *
24 C *
25 C *
26 C *
27 C *
28 C *
29 C *
30 C *
31 C *
32 C *
33 C *
34 C *
35 C *
36 C *
37 C *
38 C *
39 C *
40 C *
41 C *
42 C *
43 C *
44 C *
45 C *
46 C *
47 C *
48 C *
*****
SUBROUTINE BIDYH1
EXTERNAL SYSTEM, ISPIS
DIMENSION TFCB(13)
COMMON/ZB/ZS(4),XS(4),D(4),G(4),B(4),ZNPX(4)
COMMON/A,N,T0,T8,HA,ZM(4),EPS(4),DEP(4)
COMMON /UJD/ DE,PR,DELTA,DELTA,PERL,CUMP,JN,J8,IJEST
COMMON /RX/ FX,FY,FZ
COMMON /AROMA/ JHL,JHR,JPL,JPR,T11,T2L,T1R,T2R,SL,SR,T1,T2,
*RE1,BE2,PERH,SPL,SER,PROCL,PROCR
COMMON/CD/ P(2),MP(4),ML1(20),ML2(20)
COMMON /SE/ZX(12),Y(12),Z(12)
COMMON/SEV/XP(12),YP(12),ZP(12),XPP(12),YPP(12),ZPP(12)
COMMON/GAITE/ BL1(82),BL2(82),HL3(82),VPL1(82),VPL2(82),VPL3(82),
1VOL1(82),VOL2(82),VOL3(82),MR1(82),MR2(82),RV3(82),VPR1(82),
2VPR2(82),VPR3(82),VDR1(82),VDR2(82),VDR3(82)
COMMON /AINV/DD,A(4,4),L/P(4),D/P(4)
DATA IFCB(1),I(8,10)/2HGA,2HIT,2H /
FORMAT(10X,' STATE VECTOR INITIAL VALUE ',4F20.8)
FORMAT(10X,' STATE VECTOR TERMINAL VALUE ',4F20.8)
FORMAT(1H,'10X', PERFORMANCE INDEX
,4F20.8///)
FORMAT(10F5.3)
FORMAT(1H,'7X',TIME,'9X',THETA,'7X',IPSI,'8X',DTMETH,'7X',DPSI,'
5X',FORCE X,'5X',FORCE Y,'5X',FORCE Z,'5X',OMETHETA,'7X',
* '10P911',7X,'(SEC)',8X,'(RAD)',5X,'(RAD/SEC)',
* '3X','(RAD/SEC)',4X,'(KP)',8X,'(KP)',5X,'(RAD/SEC**
*2),(RAD/SEC**2)'//)
1011 FORMAT(4F20.8)
8000 FORMAT(20A4)
8010 FORMAT(1H,'20A4)
8020 FORMAT(1H1,47X,'HIPPON'S SUBTIL DYNAMICS'/// FUR)
8040 FORMAT(1H0,20X,'SUPPORT LOGIC'//)
8041 FORMAT(1H,'20X',DELX,'F6.3', DELY,'F6.3', FUR TIME ,
*F6.3', TO ',F6.3)
8070 FORMAT(1H0,10X,'THE FAT FROM SOLUTION',17X,NEW INITIAL VALUE)
8050 FORMAT(1H0,10X,'UNABLE TO FIND SOLUTION IN',14,' ITERATIONS)
8030 FORMAT(1H0,'SCALE FACTORS',T30,IPERZ',F7.4,10X,'SFO',F7.4,
*X,'AND',F5.1,'% OVERAPPLIED)
8041 FORMAT(1H0,'SCALE FACTORS FOR LEFT LEG',T80,IPERL',F7.4,10X,
*ISOFM',F7.4,5X,'AND',F8.1,'% OVERAPPLIED)
8042 FORMAT(1H,'SCALE FACTORS FOR RIGHT LEG',T30,IPERR',F7.4,10X,

```

```

49 *SFO=1,F7.4,SX,1AND,F5.1,IX UVELAP,PI,RI)
50 9001 FORMAT(6I5)
51 IN=4
52 IX=3
53 IFCITEST,EQ,513) GO TO 513
54 IFCITEST,EQ,4000) GO TO 4000
55 HEAD(14,0000) HLI
56 HEAD(14,0000) HL2
57 HEAD(14,1011) PERL,PERR,SFL,SFR
58 HEAD(14,1011) SL,SM
59 HEAD(14,1011) PROCL,PMUCH
60 YL=PERL-TIL
61 YR=PERL-TIL
62 YL=PERR-PRINC/R200.0
63 YR=PERR-TIR
64 C
65 C READ PRESCRIBED SYNERGY OF GAIT
66 C
67 CALL VORPER(33,48,IFCH,0)
68 IFCR(4)=1
69 READ(33) (BL1(I),I=1,41),(VPL1(I),I=1,41),(VDL1(I),I=1,41),
70 (BR1(I),I=1,41),(VPR1(I),I=1,41),(VDR1(I),I=1,41),
71 (BL2(I),I=1,41),(VPL2(I),I=1,41),(VDL2(I),I=1,41),
72 (BR2(I),I=1,41),(VPR2(I),I=1,41),(VDR2(I),I=1,41),
73 (BL3(I),I=1,41),(VPL3(I),I=1,41),(VDL3(I),I=1,41),
74 (BR3(I),I=1,41),(VPR3(I),I=1,41),(VDR3(I),I=1,41)
75 DO 1310 I=42,82
76 II=I-41
77 BL1(II)=BL1(II)
78 BL2(II)=BL2(II)
79 BL3(II)=BL3(II)
80 BR1(II)=BR1(II)
81 BR2(II)=BR2(II)
82 BR3(II)=BR3(II)
83 VPL1(II)=VPL1(II)
84 VPL2(II)=VPL2(II)
85 VPL3(II)=VPL3(II)
86 VPR1(II)=VPR1(II)
87 VPR2(II)=VPR2(II)
88 VPR3(II)=VPR3(II)
89 VDL1(II)=VDL1(II)
90 VDL2(II)=VDL2(II)
91 VDL3(II)=VDL3(II)
92 VDR1(II)=VDR1(II)
93 VDR2(II)=VDR2(II)
94 VDR3(II)=VDR3(II)
95 1310 VDR3(II)=VDR3(II)
96 C

```


97 C SCALE FACTORS

```

98 C
99 DD 1320 I=1,82
100 ALF=1./PERR
101 IF(I.GT.1.AND.I.LT.43) ALF=1./PERL
102 SF1=SF1*ALF
103 SF2=SF1*ALF
104 SR1=SR1*ALF
105 SR2=SR1*ALF
106 BL1(I)=SFL*BL1(I)
107 BL2(I)=SFL*BL2(I)
108 BL3(I)=SFL*BL3(I)
109 BR1(I)=SFR*BR1(I)
110 BR2(I)=SFR*BR2(I)
111 BR3(I)=SFR*BR3(I)
112 VPL1(I)=SFI*VPL1(I)
113 VPL2(I)=SFI*VPL2(I)
114 VPL3(I)=SFI*VPL3(I)
115 VPR1(I)=SRI*VPR1(I)
116 VPR2(I)=SRI*VPR2(I)
117 VPR3(I)=SRI*VPR3(I)
118 VDR1(I)=SF2*VDR1(I)
119 VDR2(I)=SF2*VDR2(I)
120 VDR3(I)=SF2*VDR3(I)
121 VOL1(I)=SR2*VOL1(I)
122 VOL2(I)=SR2*VOL2(I)
123 VOL3(I)=SR2*VOL3(I)

```

124 C SET INTEGRATION AND ITERATION PARAMETERS

```

125 C
126 C K = NO. OF SAMPLES IN GAIT DATA
127 C N = DIMENSION OF THE STATE VECTOR
128 C DELTA = TIME INTERVAL BETWEEN SAMPLES
129 C DELTR = TIME INTERVAL BETWEEN SAMPLES
130 C COMP = TEST VALUE FOR THE PERF. INDEX. IF PERF.INDEX IS LT.COMP
131 C THE ALGORITHM IS SWITCHED FROM GRADIENT TO LOCAL.
132 C JMR,JPR = SUPP. LOGIC IDENTIFIER FOR TIME PERL TO PERL*PERR
133 C JML,JPL = SUPP. LOGIC IDENTIFIER FOR TIME PERL TO PERL*PERR
134 C JMS = PARAMETER FOR WHICH THE PROGRAM IS ADJUSTED FOR THE
135 C CASE OF SYMMETRICAL (INS=0) AND ASYMMETRICAL (INS #1)
136 C MODE OF LOCALIZATION
137 C
138 C 5010 K=41
139 DE=1.0
140 ZERO=0.
141 N=4
142 DELTA=PERL/ELDAT(K-1)
143 DELTR=PERR/ELDAT(K-1)
144

```

PAGE 4 04/02/80 BIDYA VURTEX FTN IV

```

145 CUMPR4,0
146 READ(IN,8001) JML,JMR,JPL,JPR,IMS
147 C
148 C
149 C WRITE SUPPORT LOGIC
150 C
151 WRITE(IX,8020)
152 WRITE(IX,8010) HLI
153 WRITE(IX,8010) HLI
154 IFC(IMS,ER,1) GO TO 524
155 WRITE(IX,8080) PERL,SFL,PRMCL
156 GO TO 525
157 524 WRITE(IX,8091) PERL,SFL,PROCL
158 WRITE(IX,8092) PERH,SFR,PRMCH
159 C
160 C TEST IF ACCURACY IS SATISFIED .
161 C
162 525 IF(DE,LE,1,E-3) WRITE(IX,111) JM
163 WRITE(IX,8040)
164 JM=JML
165 JP=JPL
166 T1Z=T1L
167 T2Z=T2L
168 SZ=SL
169 TZ=0,0
170 526 IF(T1Z,ER,3) GO TO 528
171 IF(J,T1Z,FLOAT(JP)
172 DD 527 J=1,JP
173 X1=FLOAT(J-1)*TFJ
174 X2=FLOAT(J)*TFJ
175 CALL SUPP(JM,T1,T2,8E1,8E2,X2,T1Z,T2Z,8Z,0,17,XREL,YREL,JP)
176 X1=X1*TZ
177 X2=X2*TZ
178 527 WRITE(IX,8041) XREL,YREL,X1,X2
179 528 X2=T1Z*0,025
180 CALL SUPP(JY,T1,T2,BE1,8E2,X2,T1Z,T2Z,8Z,0,17,XREL,YREL,JP)
181 Y1=T1*TZ
182 Y2=T2*TZ
183 T1Z=T1Z+TZ
184 T2Z=T2Z+TZ
185 IF(Y1Z,LT,T1,AND,Y1,LY,T2Z) GO TO 405
186 Y1=TI2
187 GO TO 406
188 405 XREL=8E2
189 WRITE(IX,8041) XREL,ZERO,T1Z,T1
190 406 IF(T1Z,LT,T2,AND,T2,LY,T2Z) GO TO 407
191 WRITE(IX,8041) ZERO,ZERO,T1,T2Z
192 GO TO 410
193 407 WRITE(IX,8041) ZERO,ZERO,T1,T2

```

```

193 WRITE(IX,8041) BE1,ZERU,T2,TZ
194 410 IF(T1Z.EQ.0.) GO TO 40A
195 T1Z=T1Z-TZ
196 T2Z=T2Z-TZ
197 DO 529 J=1,JP
198 XI=FLOAT(J-1)*TFJ+T2Z
199 X2=FLOAT(J)*TFJ+T2Z
200 CALL SUPP(J4,T1,T2,BE1,BE2,X2,T1Z,T2Z,SZ,0.17,XREL,YREL,JP)
201 XI=X1+TZ
202 X2=X2+TZ
203 529 WRITE(IX,8041) XREL,YREL,X1,X2
204 408 IF(INS.EQ.0) GO TO 409
205 IF(TZ.NE.0.0) GO TO 40A
206 TZ=PERL
207 JM=JHP
208 JP=JPR
209 T1Z=T1R
210 T2Z=T2R
211 SZ=SR
212 GO TO 526
213 409 IF(DEL.E1.E=3) GO TO 131
214 C
215 C FIRST GUES OF STATE VECTOR INITIAL VALUE.
216 C
217 READ(I4,1011)(EPS(J),J=1,4)
218 513 READ(I4,1011)(DEP(J),J=1,4)
219 C
220 C DEP(1) = 1000. - TERMINATES THE RUN
221 C
222 IF(DEP(1)=1000.) 770, 10, 770
223 STEP=1.
224 JB=0
225 DO 3 J=1,4
226 -P(J)=1.0
227 ZN(J)=DEP(J)
228 ZS(J)=DEP(J)
229 IF(INS.EQ.1) GO TO 131
230 -P(1)=1.0
231 -P(3)=1.0
232 131 IF(DEL.E1.E=3) WRITE(IX,251)
233 JMO
234 C
235 C INTEGRATE DYNAMIC EQ. TO THE END OF STEP.
236 C
237 TMO=0.
238 TR=PERL
239 H=MOELI
240 CALL NIUDFS(SYSTEM,ISPIS,IFL,IFK)

```

```

241 IF(IEP.EQ.1)GO TO 513
242 IF(INS.EQ.0) GO TO 702
243   00 701 J=1,4
244   ZNPM(J)=ZC(J)
245   701 ZN(J)=ZPM(J)
246   Y=PERL
247   Y=PERL+PERR
248   H=DELTR
249   CALL MIDRES(MISTEN,ISPIS,IFL,IEH)
250   IF(IEP.EQ.1)GO TO 513
251   00 404 J=1,4
252   404 ZN(J)=ZNPM(J)
253   702 CONTINUE
254   IF(ITEST.EQ.10) GO TO 10
255   WRITE(IX,2)(ZS(J),J=1,4)
256   00 6 J=1,4
257   XS(J)=ZEM(J)
258   WRITE(IX,77)(XS(J),J=1,4)
259   C      COMPUTE PERF. INDEX.
260   C
261   C
262   DE=0.0
263   00 135 J=1,4
264   135 DE=DE+(ZS(J)+WP(J)*XS(J))*2
265   DE=ORT(DE)
266   WRITE(IX,81) DE
267   C
268   C      IF TOO FAR FROM SOLUTION GO FOR THE NEXT GUES OF STATE VECTOR
269   C      INITIAL VALUE.
270   C
271   IF(DE.LE.15.) GO TO 533
272   WRITE(IX,4070)
273   GO TO 513
274   533 PR=DE
275   C
276   C      TEST IF ACCURACY IS SATISFIED .
277   C
278   IF(DE.LE.1.E-3) GO TO 4000
279   C
280   C      SAVE THE VALUE OF THE PERF. INDEX.
281   C
282   RETURN
283   10 ITEST=10
284   RETURN
285   4000 ITEST=10
286   GO TO 523
287   END
0 ERRORS COMPILATION COMPLETE

```

```

1 C *****
2 C SUBROUTINE BIDYN2 *****
3 C *****
4 C *****
5 C *****
6 C *****
7 C *****
8 C *****
9 C *****
10 C *****
11 C *****
12 C *****
13 C *****
14 C *****
15 C *****
16 C *****
17 C *****
18 C *****
19 C *****
20 C *****
21 C *****
22 C *****
23 C *****
24 C *****
25 C *****
26 C *****
27 C *****
28 C *****
29 C *****
30 C *****
31 C *****
32 C *****
33 C *****
34 C *****
35 C *****
36 C *****
37 C *****
38 C *****
39 C *****
40 C *****
41 C *****
42 C *****
43 C *****
44 C *****
45 C *****
46 C *****
47 C *****
48 C *****

```

SUBROUTINE BIDYN2
EXTERNAL SYSTEM,ISPLS
COMMON/ZR/Z9(4),XS(4),D(4),G(4),R(4),ZNP(4)
COMMON/AN,TU,TB,HA,ZN(4),EPS(4),DEP(4)
COMMON/DJ/DJ,DE,PH,DELTA,DELTA,PERL,COMP,JN,JB,ITEST
COMMON/RXX/FX,FX,FZ
COMMON/AMOM/JML,JHR,JPL,JPR,TIL,TBL,TIR,TIR,T24,SL,SR,T1,T2,
*BL,HE2,PERB,SFL,SFR,PROCL,PROCR
COMMON/CO/PX(2),PP(4),ML1(20),HL2(20)
COMMON/SER/X(12),Y(12),Z(12)
COMMON/SEV/VP(12),ZP(12),VPP(12),ZPP(12)
COMMON/GAITE/HL1(82),BL2(82),BL3(82),VPL1(82),VPL2(82),VPL3(82),
VPL1(82),VPL2(82),VPL3(82),VK1(82),VK2(82),VK3(82),VPR1(82),
VPR2(82),VPR3(82),VDR1(82),VDR2(82),VDH3(82)
COMMON/AINV/DD,A(4,4),LP(4),MP(4)
FORMAT(1H,'INTEGRATIONS',I4)
FORMAT(1H,'IN. VAL.',T30,4F20.8)
FORMAT(1H,'IN. VAL. PERTB.',T30,4F20.8)
FORMAT(1H,'NORMLZD. IN. VAL. PERTB.',T30,4F20.8)
FORMAT(1H,'ITERMNL. VAL.',T30,4F20.8)
FORMAT(1H,'PERF. INDEX',T30,4F20.8//)
FORMAT(1H0,'10X,'NO CONVERGENCE, STEP TOO SMALL')
FORMAT(1H0,'10X,'ITERATION',I6)
FORMAT(1H0,'10X,'UNABLE TO FIND SOLUTION IN',I4,' ITERATIONS')
FORMAT(1H0,'10X,'SLOW CONVERGENCE')
IM=5
STEP=1
IF(ITEST,EW,2290) GO TO 2290

COMPUTE GRADIENT(G)

VARIATE THE STATE VECTOR INITIAL VALUE

DO 1001 JJ=1,4
DO 1000 J=1,4
DEP(JJ)=ZS(J)
DEP(JJ)=DEP(JJ)+0.005

```

49      30 1002 J=1,4
50      1002 ZN(J)=DEP(J)
51      C
52      C      INTEGRATE FROM THE NEW INITIAL VALUE.
53      C
54      TO=7.0
55      TP=PERL
56      HANDELTYL
57      CALL NI00FS(SYSTEM,ISPI5,IPL,IER)
58      IF(IER.EQ.1)GO TO 513
59      IF(IMS.EQ.0) GO TO 702
60      DO 701 J=1,4
61      ZNP(J)=ZN(J)
62      701 ZN(J)=DEP(J)
63      TP=PERL
64      TP=PEPL+PERR
65      HANDELTYH
66      CALL NI00FS(SYSTEM,ISPI5,IPL,IER)
67      IF(IER.EQ.1)GO TO 513
68      DO 404 J=1,4
69      404 ZN(J)=ZNP(J)
70      702 CONTINUE
71      C
72      C      COMPUTE GRADIENT COMPONENTS.
73      C
74      503 DO 49 J=1,4
75      49  G(J)=DEP(J)-XS(J)
76      0(JJ)=ZN(JJ)-ZS(JJ)
77      C
78      C      TEST FOR CHOOSING THE ITERATION ALGORITHM
79      C
80      IF(DE.GT.COMP)GO TO 2000
81      C
82      C      COMPUTE SENSITIVITY MATRIX
83      C
84      DO 650 J=1,4
85      650  A(J,J)=D(J)/D(JJ)
86      GO TO 1001
87      C
88      C      GRADIENT COMPONENTS
89      C
90      2000 CONTINUE
91      G(JJ)=ZS(JJ)+HP(JJ)*XS(JJ)
92      DO 400 J=1,4
93      400  G(JJ)=G(JJ)+IZS(JJ)+HP(JJ)*XS(JJ)+HP(JJ)*D(J)/D(JJ)
94      G(JJ)=G(JJ)/DE
95      1001 CONTINUE
96      C

```

```

PAGE 3 04/02/60 BIDYN VORTEX FTN IV
97 C TEST FOR CHOOSING THE ITERATION ALGORITHM
98 C
99 C IF(DE.GT,COMP)GO TO 3000
100 C
101 C SOLVE THE SENSITIVITY EQUATION IN LOCAL ALGORITHM
102 C
103 C DO 401 J=1,4
104 C A(J,J)=A(J,J)+HP(J)
105 C 401 B(J)=HP(J)+ZS(J)-XS(J)
106 C ITEST=2290
107 C RETURN
108 C
109 C 2290 CONTINUE
110 C DO 2299 J=1,4
111 C G(J)=0.
112 C DO 2299 JJ=1,4
113 C G(J)=G(J)+A(J,JJ)*B(JJ)
114 C 2299 CONTINUE
115 C STEPS=STEP
116 C 3000 JB=JH+1
117 C
118 C CONTROL OF ITERATIONS NUMBER
119 C
120 C IF(JB.GT,99) GO TO 10
121 C WRITE(IX,110) JB
122 C WRITE(IX,43)(G(J),J=1,4)
123 C *****
124 C
125 C NORMALIZATION
126 C *****
127 C *****
128 C
129 C SUM=40.,AMAX1(ABS(G(1)),ABS(G(2)))
130 C IF(SUM.LE,1.) GO TO 80
131 C DO 103 J=1,4
132 C G(J)=G(J)/SUM
133 C 103 WRITE(IX, 44)(G(J),J=1,4)
134 C
135 C PERTURBATION OF INITIAL VALUE
136 C
137 C 60 JN=JN+1
138 C
139 C COMPUTE PERTURBATED INITIAL VALUE
140 C
141 C DO 8 J=1,4
142 C DEP(J)=ZS(J)-STEP*G(J)
143 C 8 ZN(J)=DEP(J)
144 C

```

```

145 C *****
146 C *****
147 C INTEGRATE AND SAVE REACTION FORCES, STATE VECTOR AND
148 C ACCELERATIONS.
149 C *****
150 C *****
151 C *****
152 C      Y=0.0
153 C      Y=PERL
154 C      H=DELTA
155 C      CALL NUDGES(SISTEN,ISPIS,IFL,IFR)
156 C      IF(IEP.EQ.1)GO TO 513
157 C      IF((NS*F4.0) GO TO 704
158 C      DO 703 J=1,4
159 C      ZMOM(J)=ZM(J)
160 C      Z=Z(J)*DEP(J)
161 C      Y=DELTA*PERM
162 C      H=DELTA
163 C      CALL NUDGES(SISTEN,ISPIS,IFL,IFR)
164 C      IF(IEP.EQ.1)GO TO 513
165 C      DO 705 J=1,4
166 C      Z=Z(J)*ZMOM(J)
167 C      Z=Z(J)*ZMOM(J)
168 C      704 CONTINUE
169 C *****
170 C *****
171 C *****
172 C COMPUTE PERFORMANCE INDEX
173 C *****
174 C *****
175 C *****
176 C      DE=0.0
177 C      DO 177 J=1,4
178 C      9 DE=DE+(Z(J)*MP(J)*DEP(J))**2
179 C      DE=SQRT(DE)
180 C      WRITE(IX,NS) JH
181 C      WRITE(IX,SP)(ZN(J),J=1,4)
182 C      WRITE(IX,79)(DEP(J),J=1,4)
183 C      WRITE(IX,80) DE
184 C *****
185 C *****
186 C *****
187 C      TEST FOR CONVERGENCE.
188 C      IF(DE.GT.PR)GO TO 12
189 C *****
190 C *****
191 C *****
192 C      TEST IF THE CONVERGENCE IS TOO SLOW WHEN TOO FAR FROM SOLUTION
193 C      IF((PR-DE).LE.0.001.AND.NF.GT.5.) GO TO 514

```



```

193 C TEST IF ACCURACY IS SATISFIED .
194 C
195 C IF (OF.LF.1.E-3) GO TO 0000
196 C
197 C TRY WITH HALVED STEP OF GRADIENT ALGORITHM
198 C
199 C JH=0
200 C PR=DE
201 C GO TO 05
202 C STEP=0.5*STEP
203 C IF (N=5) GO, 60, 06
204 C STEP=1
205 C DO 35 J=1,4
206 C XS(J)=REN(J)
207 C DO 120 J=1,4
208 C ZS(J)=ZS(J)
209 C GO TO 51
210 C WRITE (14,07)
211 C GO TO 513
212 C 514 WRITE (14,0000)
213 C 515 IF (ST=513
214 C RETURN
215 C 4000 IF (ST=0000
216 C RETURN
217 C 10 WRITE (14,0050) JA
218 C JTEST=17
219 C RETURN
220 C END
0 ERRORS COMPILATION COMPLETE

```

```

1 C *****
2 C SUBROUTINE SISTE(X,X,DV,PD)
3 C *****
4 C *
5 C *
6 C *
7 C *
8 C *
9 C *
10 C *
11 C *
12 C *
13 C *
14 C *
15 C *
16 C *
17 C *
18 C *
19 C *
20 C *
21 C *
22 C *
23 C *
24 C SUBROUTINE SISTE(X,X,DV,PD)
25 C REAL L
26 C DIMENSION DV(4),PD(4),A*(12)
27 C DIMENSION V(12),C(12),P(12),H(12),C(12),
28 C I(12),S(12),Y(12)
29 C DIMENSION XZ(7),YZ(7),ZZ(7),RX(11),RY(11),RZ(11)
30 C COMMON/COX/ P*(2),WP(4)
31 C COMMON /SER/ X(12),Y(12),Z(12)
32 C COMMON /AROMA/ JH,JH,JPL,JPL,TL,TL,I18,I18,SL,SR,I1,I2,
33 C *RE1,RE2,PERF,SFL,SFR,PNJCL,PNDCR
34 C COMMON/SEV/XP(12),YP(12),ZP(12),XPP(12),ZPP(12)
35 C COMMON/GATE/ BL1(82),BL2(82),HL1(82),VPL1(82),VPL2(82),VPL3(82),
36 C *VOL1(82),VOL2(82),VOL3(82),BR1(82),BR2(82),BR3(82),VOR3(42)
37 C *VPR2(42),VPR3(82),VDRI(32),VDR2(82),VDR3(42)
38 C COMMON /DJO/ DE,PR,DELT,DELTP,PERL,CUMP,JN,JH,I1E3T
39 C COMMON/AN,TO,TH,HA,ZH(4),EPS(4),DEP(4)
40 C *
41 C *
42 C *
43 C *
44 C *
45 C *
46 C *
47 C *
48 C *

```

```

49 DATA C5X1, C5X2, C5X9, C5X10/.0039, .0112, .0112, .0112, .0039/
50 DATA C5Z1, C5Z2, C5Z9, C5Z10/.00036, .003, .003, .0039/
51 DATA XZ1, XZ2, XZ9, XZ10/.00352, 0.0082, 0.0082, 0.00352/
52 UM=0.03
53 L=2.
54 V(12)=0.
55 H(12)=0.
56 A(12)=0.
57 B(12)=0.
58 C(12)=0.
59 R(12)=0.
60 S(12)=0.
61 V(12)=0.
62 YP(12)=0.
63 IF(TB.GT.PEHL) GO TO 5002
64 DELT=DELTL
65 O4P=0
66 XXJ=XX/DELT
67 J=INT(XXJ)+1
68 XXTK=XX-DELT*FLOAT(J)
69
70 C SUPPORT LOGIC
71 C
72 CALL SUPRCJML, T1, T2, BE1, BE2, XX, T1L, T2L, SL, O, XREL, YREL, JPL)
73 GO TO 5003
74 5002 DELT=DELTR
75 OMP=0
76 XXJ=(XX-PEHL)/DELT
77 J=INT(XXJ)+1
78 XXTK=XX-DELT*FLOAT(J)-PEHL
79 J=J+1
80 XRX=XX-PEHL
81 C
82 C SUPPORT LOGIC
83 C
84 CALL SUPRCJMR, T1, T2, BE1, BE2, XX4, T1R, T2R, SR, O, XREL, YREL, JPR)
85 T1=T1+PEHL
86 T2=T2+PEHL
87 5003 CONTINUE
88 C
89 C LINEAR INTERPOLATION
90 C
91 IF(J.EQ.1.OR.J.FQ.42) J=J+1
92 HL1=(AL1(J)-SL1(J-1))*XXTEK/DELT+HL1(J)
93 HL2=(BL1(J)-BL1(J-1))*XXTEK/DELT+HL1(J)
94 HL3=(CL1(J)-CL1(J-1))*XXTEK/DELT+HL2(J)
95 HL4=(DL1(J)-DL1(J-1))*XXTEK/DELT+HL2(J)
96 HL5=(EL1(J)-EL1(J-1))*XXTEK/DELT+BL3(J)

```

```

97  U31*(VPL1(J)-VPL1(J-1))*XXTEK/DELT+VR3(J)
98  PL1*(VPL1(J)-VPL1(J-1))*XXTEK/DELT+VPL1(J)
99  PL2*(VPL2(J)-VPL2(J-1))*XXTEK/DELT+VPL2(J)
100  PR1*(VPR1(J)-VPR1(J-1))*XXTEK/DELT+VPR1(J)
101  PR2*(VPR2(J)-VPR2(J-1))*XXTEK/DELT+VPR2(J)
102  PL1*(VPL1(J)-VPL1(J-1))*XXTEK/DELT+VPL1(J)
103  CL2*(VPL2(J)-VPL2(J-1))*XXTEK/DELT+VPL2(J)
104  PR1*(VPR1(J)-VPR1(J-1))*XXTEK/DELT+VPR1(J)
105  PR2*(VPR2(J)-VPR2(J-1))*XXTEK/DELT+VPR2(J)
106  PL3*(VPL3(J)-VPL3(J-1))*XXTEK/DELT+VPL3(J)
107  PR3*(VPR3(J)-VPR3(J-1))*XXTEK/DELT+VPR3(J)
108  PL3*(VPL3(J)-VPL3(J-1))*XXTEK/DELT+VPL3(J)
109  VR3*(VVR3(J)-VVR3(J-1))*XXTEK/DELT+VVR3(J)
110  C
111  C
112  C
113  ST1=SI(OV(1))
114  C01=COS(OV(1))
115  C01=C01**2
116  S11=SI1**2
117  STR=SI(OV(2))
118  C02=COS(OV(2))
119  S11=SI4(C01)
120  SLP=SI4(CL2)
121  SR1=SI4(PR1)
122  SR2=SI4(PR2)
123  CL1=COS(AL1)
124  CL2=COS(AL2)
125  CR1=COS(M1)
126  CR2=COS(M2)
127  SL3=SI4(CL3)
128  SR3=SI4(PR3)
129  CL3=COS(AL3)
130  CR3=COS(M3)
131  IF(X.LF.T1)GO TO 5011
132  IF(X.LF.T2)GO TO 5012
133  GO TO 5013
134  5011 X(12)=HE2*CL3+UH*SL3
135  Z(12)=HE2*SL3+UH*CL3
136  XZ(1)=HE2*CL3+U*SL3
137  Z7(1)=HE2*SL3+U*CL3
138  XP(12)=PL3*(UH*CL3-HE2*SL3)
139  ZP(12)=PL3*(HE2*CL3+U*SL3)
140  P(12)=UL3*(UH*CL3-HE2*SL3)-PL3**2*(HE2*CL3+UH*SL3)
141  T(12)=UL3*(HE2*CL3+UH*SL3)+PL3**2*(HE2*SL3-UH*CL3)
142  GO TO 30
143  5012 X(12)=0.
144  Z(12)=0

```

CALCULATE THE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

```

145 XZ(1)=0.
146 Z7(1)=0.
147 XP(12)=0.
148 ZP(12)=0.
149 FP(12)=0.
150 TP(12)=0.
151 C *****
152 C *****
153 C *****
154 C *****
155 C *****
156 C *****
157 C *****
158 C *****
159 C *****
160 3013 GU TO 30
161 X(12)=-BE1*CL3+UH*SL3
162 Y(12)= BE1*SL3+UH*CL3
163 X(11)=-BE1*CL3+UH*SL3
164 Z(11)=BE1*SL3+UH*CL3
165 XP(12)=PL3*(BE1*SL3+UH*CL3)
166 ZP(12)=PL3*(BE1*CL3+UH*SL3)
167 P(12)=OL3*(BE1*SL3+UH*CL3)+PL3**2*(BE1*CL3+UH*SL3)
168 T(12)=OL3*(BE1*CL3+UH*SL3)+PL3**2*(BE1*SL3+UH*CL3)
169 30 X(11)=C01*SL2+X(12)+H*SL3
170 X(2)=L*X(1)+U*C01*SL1
171 X(3)=R(2)+O*C01*SL1
172 X(4)=X(3)+O*SI2
173 X(5)=X(3)+*(RR+E)*SI2
174 X(6)=X(3)+*(RR-L+E)*SI2+SS*A11+C12
175 X(7)=X(5)
176 X(9)=X(5)
177 X(9)=X(3)+1*C01*SR1
178 X(10)=X(3)+(L+U*SR1+F*SR2)*C01
179 X(11)=X(3)+(L+O*SR1+L+F*SR2 )*C01+H*SR3
180 C *****
181 C *****
182 C *****
183 *****
184 *****
185 *****
186 *****
187 *****
188 *****
189 *****
190 *****
191 *****
192 *****

```

SL. A.5.: nastavak

```

193 Y(11)=Y(10)-(F*CRP )*SI1
194 C
195 C
196 C
197 Z - COORDINATES
198
199 Z(1)=F*CL2*CO1+Z(12)+H*CL3
200 Z(2)=Z(1)+(F*CL2+H*CL1)*CO1
201 Z(3)=Z(2)+H*CL1*CO1*PP
202 Z(4)=Z(3)+H*CO2
203 Z(5)=Z(4)-(H*E)*G02
204 Z(6)=Z(5)-E*CO2+SS*A11*SI2
205 Z(7)=Z(6)
206 Z(8)=Z(6)
207 Z(9)=Z(9)+(H*CL1-CR1)*CO1
208 Z(10)=Z(9)-(H*CR1+F*CR2)*CO1
209 Z(11)=Z(10)-F*CR2*CO1-H*CR3
210 DO 33 J=1,12
211 X(J)=X(J)+XREL
212 Y(J)=Y(J)+YREL
213 C
214 C
215 C
216 C
217 THE END OF COORDINATES EVALUATION
218
219 X - VELOCITIES
220
221 XP(1)=F*DV(3)*SI1*SL2+F*PL2*CO1*CL2*XP(12)+H*PL3*CL3
222 XP(2)=L*XP(1)-H*DV(3)*SI1*SL1+H*PL1*CO1*CL1
223 XP(3)=XP(2)+DV(3)*H*SI1*SL1+H*PL1*CO1*CL1
224 XP(4)=XP(3)+H*DV(4)*CO2
225 XP(5)=XP(3)+(H*E)*DV(4)*CO2
226 XP(6)=XP(3)-(H*E)*DV(4)*CO2-SS*DV(4)*A11*SI2
227 XP(7)=XP(3)
228 XP(8)=XP(6)
229 XP(9)=XP(3)+H*DV(3)*SI1*SN1+H*PR1*CO1*CR1
230 XP(10)=XP(1)+(L*H*PR1+CR1+F*PR2*CR2)*CO1-DV(3)
231 L*(L*H*SI1+F*SR2)*SI1
232 XP(11)=XP(3)+(L*H*PR1*CR1+L*F*PR2*CR2 )*CO1-DV(3)*L*U*
233 18N1*L*F*SR2 )*SI1+H*PR3*CR3
234 C
235 C
236 C
237 Y - VELOCITIES
238
239 YP(1)=F*PL2*SL2*SI1+F*DV(3)*CL2*CO1
240 YP(2)=L*YP(1)-H*PL1*SI1*SI1*H*DV(3)*CL1*CO1
241 YP(3)=YP(2)-H*PL1*SI1*SI1+H*DV(3)*CL1*CO1
242 YP(4)=YP(3)
243 YP(5)=YP(4)
244 YP(6)=YP(5)
245 YP(7)=YP(4)
246 YP(8)=YP(7)

```

```

PAGE 6 04/02/80 810YN VUKTEX FTM IV
241 YP(9)=YP(3)+U*PR1*SR1*SI1+U*DV(3)*CR1*CU1
242 YP(10)=YP(3)+(L*O*PR1*SR1+P*PR2*SR2)*SI1+DV(3)*(L*O*CR1+P*CR2)*CU1
243 YP(11)=YP(3)+(L*F*PR2*SR2+L*O*PR1*SR1 )*SI1+DV(3)*
244 1(L*F*CR2+L*O*CR1 )*CU1
245
246 Z = VELOCITIES
247
248 ZP(1)=(F*PL2*SL2*CO1-F*DV(3)*CL2*SI1+ZP(12)-H*PL3*SL3
249 ZP(2)=ZP(1)-(F*PL2*SL2+U*PL1*SL1)*CO1+DV(3)*(F*CL2+O*CL1)*SI1
250 ZP(3)=ZP(2)-O*PL1*SL1*CO1+DV(3)*O*CL1*SI1
251 ZP(4)=ZP(3)-L*DV(4)*SI2
252 ZP(5)=ZP(3)+E*DV(4)*SI2+SR*DV(4)*A11*CU2
253 ZP(6)=ZP(5)
254 ZP(7)=ZP(5)
255 ZP(8)=ZP(6)
256 ZP(9)=ZP(2)-O*(PL1*SL1-PR1*SR1)*CO1+O*(CL1*CR1)*SI1+DV(3)
257 ZP(10)=ZP(3)+(O*PR1*SR1+P*PR2*SR2)*CO1+DV(3)*(U*CR1+P*CR2)*SI1
258 ZP(11)=ZP(10)+F*PR2*SR2*CO1+P*DV(3)*CR2*SI1+P*PR3*SR3
259
260 THE END VELOCITIES EVALUATION
261
262 THE ACCELERATIONS OF THE LOGICOMUTION SYSTEM
263
264 CLEAR THE ACCELERATION VECTOR
265
266
267 DO 23 KNULA=1,11
268 V(KNULA)=0.
269 W(KNULA)=0.
270 P(KNULA)=0.
271 A(KNULA)=0.
272 S(KNULA)=0.
273 C(KNULA)=0.
274 R(KNULA)=0.
275 S(KNULA)=0.
276 T(KNULA)=0.
277 CONTINUE
278
279 MAGNITUDES NECESSARY IN SECOND DERIVATES OF COORDINATES
280
281 A = ACCELERATION COEFFICIENTS (V, W, P)
282
283 V(1)=F*SI1*SL2
284 P(1)=F*CO1*SL2+DV(3)*O*F*DV(3)*PL2*SI1*CL2+F*DL2*CO1*CL2*F*PL2*
285 1*DV(3)+SI1*CL2*(F*PR1*SR1+P*PR2*SR2)*CO1*SL2
286 2*P(12)+O*(O*PL1*CL1*CO1+O*PL3*CL3*CO1)
287 V(2)=O*SI1*SL1
288 P(2)=O*DV(3)*O*SI1*SL1+O*DV(3)*O*(O*PL1*SL1*CO1+O*PL3*CL3*CO1)*CL1*CO1*PL1

```


337 ISL2*CU1+DV(3)**2*CL2*SI11
 338 A(2)=0*CL1*CU1
 339 C(2)=0*(DL1*SL1*SI1+PL1**2*CL1*SI1+L*PI1+DV(3)*SL1*CU1+DV(3)**2
 340 1*CL1*SI1)
 341 A(2)=L*A(1)+A(2)
 342 C(2)=C(2)+L*C(1)
 343 A(3)=0*CL1*CU1
 344 C(3)=0*(DL1*SL1*SI1+PL1**2*CL1*SI1+L*PI1+DV(3)*SL1*CU1+DV(3)**2
 345 1*CL1*SI1)
 346 A(3)=A(2)+A(3)
 347 C(3)=C(2)+C(3)
 348 A(4)=A(3)
 349 C(4)=C(3)
 350 A(5)=A(4)
 351 C(5)=C(4)
 352 A(6)=A(5)
 353 C(6)=C(5)
 354 A(7)=A(6)
 355 C(7)=C(6)
 356 A(8)=A(7)
 357 C(8)=C(7)
 358 A(9)=0*CR1*CU1
 359 C(9)=0*(DR1*SI1*SI1+PR1**2*CR1*SI1+L*PH1+DV(3)*SR1*CU1+DV(3)**2*
 360 1*CR1*SI1)
 361 A(9)=A(9)+A(3)
 362 C(9)=C(9)+C(3)
 363 A(10)=(L*A*CR1+F*CR2)*CU1
 364 C(10)=(L*U*DR1*SI1+L*U*PI1+L*U*PR1+2*CR1+F*PH2*SR2+F*PR2**2*CR2)*SI1+L*
 365 1*DV(3)*(L*U*PY1*SR1+F*PR2*SR2)*CU1+DV(3)**2*(L*U*CR1+F*CR2)*SI1
 366 A(10)=A(10)+A(3)
 367 C(10)=C(10)+C(3)
 368 A(11)=(L*F*CR2*L*U*CR1)*CU1
 369 C(11)=(L*F*DP2*SR2+L*F*PR2*2*CR2+L*U*DR1*SR1+L*U*PH1**2*CR1
 370 1)*SI1+L*DV(3)*(L*F*PR2*SR2+L*U*PK1*SR1
 371 2)*CU1+DV(3)**2*(L*F*CR2+L*U*CR1)*SI1
 372 A(11)=A(11)+A(3)
 373 C(11)=C(11)+C(3)

Z = ACCELERATION COEFFICIENTS (R,S,T)

374 C
 375 C
 376 C
 377 R(1)=F*CL2*SI1
 378 T(1)=F*(DL2*SL2*CU1+PL2**2*CL2*CU1-L*PI2+DV(4)*SL2*SI1+DV(3)**2
 379 1*CL2*CU1)
 380 2*T(12)=0*(UL3*SL3*PL3**2*CL3)
 381 R(2)=(L*F*CL2+U*CL1)*SI1
 382 T(2)=(L*F*DL2*SL2+L*F*PL2**2*CL2+U*DL1*SL1+U*PL1**2*CL1)*CU1+
 383 1*DV(3)*(L*F*PL2*SL2+U*PL1*SL1)*SI1+DV(3)**2*(L*F*CL2+U*CL1)*CU1
 384 2*T(12)=0*(UL3*SL3*PL3**2*CL3)

```

385 R(3)=0*CU1*SI1
386 T(3)=0*(OL1*SL1*CO1+PL1**2*CL1*CO1-L*DV(3)*PL1*SL1*SI1+DV(3)**2
387 1*CO1*CL1)
388 F(3)=R(3)+R(2)
389 T(3)=T(3)+T(2)
390 R(4)=R(3)
391 S(4)=0*SI2
392 T(4)=0*DV(4)**2*CU2
393 Y(4)=Y(4)+Y(3)
394 R(5)=R(3)
395 S(5)=(HK-E)*SI2
396 T(5)=DV(4)**2*(HK-L*E)*CO2+SS*A11*SI2)
397 Y(5)=Y(5)+Y(3)
398 R(6)=R(3)
399 S(6)=(RR-L*E)*SI2-SS*A11*CO2)
400 T(6)=DV(4)**2*(HK-L*E)*CO2+SS*A11*SI2)
401 Y(6)=Y(6)+Y(3)
402 R(7)=R(3)
403 S(7)=S(3)
404 T(7)=T(3)
405 R(8)=R(6)
406 S(8)=S(6)
407 T(8)=T(6)
408 W(9)=R(3)+0*CR1*SI1
409 T(9)=T(3)+0*(OH1*SR1*CU1+PR1**2*CR1*CO1-L*DV(3)*PR1*SR1*SI1+DV(3)
410 1**2*CR1*CO1)
411 R(10)=R(9)+(0*CR1+F*CR2)*SI1
412 T(10)=T(9)-L*DV(3)*(0*PR1*SR1+F*PR2*SR2)*SI1+(0*DR1*SR1+D*PR1**2
413 1*CR1+F*DR2*SR2+F*PR2**2*CH2)*CO1+DV(4)**2*(0*CR1+F*CR2)*CO1
414 R(11)=R(10)+F*CP2*SI1
415 T(11)=T(10)+F*(DR2*SR2+PR2**2*CR2*DV(3)**2*CR2)*CO1-L*F*DV(3)
416 **q2*SI2*SI1
417 **h*(DR3*SK3+PR3**2*CR3)
418 *****
419 C *****
420 C *****
421 C *****

```

DYNAMIC EQUATION FOR ZERO MOMENT POINT (ZMP)

```

E11=0.
E12=0.
E1=0.
E21=0.
E22=0.
E2=0.
NO 20 J=1,12
E11=E11+A*(J)*(V(J)*Z(J)-R(J)*X(J))
E12=E12+A*(J)*(W(J)*Z(J)-S(J)*X(J))
E1=E1+AM(J)*(P(J)+Z(J)-T(J))*X(J)+0*X(J)
E21=E21+AM(J)*(R(J)+Y(J)-A(J)+Z(J))

```

```

433 E22=E22+AM(J)*S(J)*Y(J)
434 R0 E2=E2+AM(J)*(T(J)*Y(J)-C(J)*Z(J)+G*Y(J))
435 E12=E12+CSY4+CSY5+CSY6+CSY7+CSY8
436 E1=E1+CSY1+0L2+CSY2+0L1+CSY9+DR1+CSY10+DR2+CSY11+DR3
437 E21=E21+CSX1+CSX2+CSX9+CSX10+CSX11

```

C THE END OF DYNAMIC EQUATION RIGHT HAND SIDE EVALUATION

C THE SOLUTION OF DYNAMIC EQUATION FOR ZMP

```

442 C
443 DET=E12*E21-E11*E22
444 PD(1)=DV(3)
445 PD(2)=DV(4)
446 PD(3)=(E1*E22-E2*E12)/DET
447 PD(4)=(E2*E11-E1*E21)/DET

```

C *****

C COMPUTE THE FORCES OF REACTION AT ZMP

```

452 C
453 E11=0.
454 E12=0.
455 E1=0.
456 E21=0.
457 E2=0.
458 E31=0.
459 E32=0.
460 E3=0.
461 DO 31 J=1,12
462 F11=E11+AM(J)*V(J)
463 F12=E12+AM(J)*W(J)
464 E1=E1+AM(J)*P(J)
465 E21=E21+AM(J)*A(J)
466 E2=E2+AM(J)*C(J)
467 F31=E31+AM(J)*R(J)
468 F32=E32+AM(J)*S(J)
469 E3=E3+AM(J)*T(J)+G
470 FX=PD(3)*E11+PD(4)*E12+E1
471 FV=PD(3)*E21+E2
472 FZ=PD(3)*E31+PD(4)*E32+E3

```

C ACCELERATIONS AT THE CENTERS OF GRAVITY

```

473 C
474 C
475 C
476 UU 323 J=1,12
477 YPP(J)=V(J)+PD(3)*W(J)+PD(4)*P(J)
478 YPP(J)=A(J)+PD(3)*W(J)+PD(4)*C(J)
479 ZPP(J)=R(J)+PD(3)*S(J)+PD(4)*T(J)
480 PK(1)=PD(3)

```

PAGE 11 04/02/80 RTDYN VORTEX FTH IV

481 PW(2)=PD(4)
482 RETURN
483 END
0 ERRORS COMPILATION COMPLETE

```

1 C *****
2 C SUBROUTINE SUPP(JM,T1,T2,BE1,BE2,XX,TT1,TT2,S,D,XREL,YREL,JMP)
3 C *****
4 C
5 C
6 C
7 C
8 C
9 C
10 C
11 C
12 C
13 C
14 C
15 C
16 C
17 C
18 C
19 C
20 C
21 C
22 C
23 C
24 C
25 C
26 C
27 C
28 C
29 C
30 C
31 C
32 C
33 C
34 C
35 C
36 C
37 C
38 C
39 C
40 C
41 C
42 C
43 C
44 C
45 C
46 C
47 C
48 C

```

 SUBROUTINE SUPP(JM,T1,T2,BE1,BE2,XX,TT1,TT2,S,D,XREL,YREL,JMP)

 PURPOSE
 DEFINITION OF ZMP MOTION

 DESCRIPTION OF PARAMETERS
 - IDENTIFIER FOR ZMP WITHIN SINGLE-SUPPORT PHASE
 - TIME LIMITS FOR WHICH ZMP IS IN (0,0)
 - X-COORDINATE FOR ZMP(BE1,0) FOR TIME T2 TO TT2
 - X-COORDINATE FOR ZMP(BE2,0) FOR TIME TT1 TO T1
 - TIME
 - TIME INTERVALS (0,TT1) AND (TT2,TT2+TT1) FOR
 DOUBLE-SUPPORT PHASE
 - HALF LENGTH OF THE STEP
 - WIDTH OF THE PELVIS
 - X-COORDINATE OF ZMP
 - Y-COORDINATE OF ZMP
 - IDENTIFIER FOR ZMP WITHIN DOUBLE-SUPPORT PHASE

```

SUBROUTINE SUPP(JM,T1,T2,BE1,BE2,XX,TT1,TT2,S,D,XREL,YREL,JMP)
DIMENSION TSM1(5),TSM2(5),BMND(5),FRNT(5)
DATA TSM1 / 0.000, 0.000, 0.000, 0.200, 0.200 /
DATA TSM2 / 0.000, 0.300, 0.500, 1.000, 0.600 /
DATA FRNT / 0.000, 0.030, 0.035, 0.000, 0.030 /
DATA BMND / 0.000, 0.000, 0.000, 0.020, 0.020 /
T1= TSM1(JM)
T2= TSM2(JM)
BE1=FRNT(JM)
BE2=BMND(JM)
IF(TT1.EQ.0.) GO TO 14
IF(XX.GT.TT1.AND.XX.LT.TT2) GO TO 14
BE1=0
BE2=0
IF(XX.GT.TT1) GO TO 7
GO TO (1,2,4),JMP
1 YREL=0
RETURN
2 IF(XX.GT.TT1/2.0) GO TO 3
XREL=0.75*S
YREL=1.50*D
RETURN
3 XREL=0.25*S

```

```

40 YREL=0.50*0
41 RETURN
42 4 IF (XX,LE,TT1/3,0) GO TO 5
43 YREL=0.17*8
44 YREL=0.34*0
45 RETURN
46 5 XREL=0.83*8
47 YREL=1.66*0
48 RETURN
49 6 XREL=0.50*8
50 YREL=0
51 RETURN
52 7 GO TO (8,9,11),JMP
53 8 XREL=0.5*8
54 YREL=0
55 RETURN
56 9 Y=TT2+TT1/2,0
57 IF (XX,GT,1) GO TO 10
58 XREL=0.25*8
59 YREL=0.50*0
60 RETURN
61 10 XREL=0.75*8
62 YREL=1.50*0
63 RETURN
64 11 Y=TT2+TT1/3,0
65 IF (XX,LE,1) GO TO 12
66 Y=TT1/3,0
67 IF (XX,LE,1) GO TO 13
68 XREL=0.83*8
69 YREL=1.66*0
70 RETURN
71 12 XREL=0.17*8
72 YREL=0.34*0
73 RETURN
74 13 XREL=0.50*8
75 YREL=0
76 RETURN
77 14 XREL=0,0
78 YREL=0,0
79 RETURN
80 0 ERRORS COMPILATION COMPLETE

```

```

1 C *****
2 C SUBROUTINE ISPIS(T,DEP,IER) *****
3 C *
4 C *
5 C *
6 C *
7 C *
8 C *
9 C *
10 C *
11 C *
12 C *
13 C *
14 C *
15 C *
16 C *
17 C *
18 C *
19 C *
20 C *
21 C *
22 C *
23 C *
24 C *
25 C *
26 C *
27 C *
28 C *
29 C *
30 C *
31 C *
32 C *
33 C *
34 C *
35 C *
36 C *
37 C *
38 C *
39 C *
40 C *
41 C *
0 ERRORS COMPILATION COMPLETE

```

 SUBROUTINE ISPIS(T,DEP,IER)

 PURPOSE

 DESCRIPTION OF THE PARAMETERS IN SUBROUTINE NIODES

 T = TIME
 DEP = STATE VECTOR
 IER = SEE DESCRIPTION OF THE PARAMETERS IN SUBROUTINE NIODES

 SUBROUTINE ISPIS(T,DEP,IER)
 DIMENSION DEP(4)
 COMMON /UJD/ DE,PR,DELTA,DELTR,PERL,COMP,JN,JB,ITEST
 COMMON /RXX/ FX,FY,FZ
 COMMON/CO/ P4(2),WP(4),ML1(20),ML2(20)
 IX=5
 IF(DE.LE.1.E-3) GO TO 150

 CONTROL FOR POSSIBLE DIVERGENCE. IF SOLUTION TENDS TO DIVERGE
 GO FOR THE NEXT GUES OF STATE VECTOR INITIAL VALUE.

 RF=0.
 DO 134 J=1,2
 134 HF=RF+DEP(J)*2
 IF(RF.LT.1000.) RETURN
 WRITE(IH,9029) T
 WRITE(IH,9030)
 IER=1
 RETURN
 150 WRITE(5,96)T,(DEP(I),I=1,4),FX,FY,FZ,PW(1),PW(2)
 RETURN
 8029 FORMAT(1H ,10X,'TIME INDEX',F10.5)
 8030 FORMAT(1H ,10X,'STATE VECTOR NORM IS TOO BIG, TRY NEW INITIAL VALU
 *E1)
 96 FORMAT(1H ,10F12.4)
 END

WIPEDI'S HOEIVAL DYNAMICS

FOR
 SYMMETRICAL
 GAIT UPON LEVEL GROUND

SCALE FACTORS	PER = .7500	SFD = .0000	AND 40.0% OVERLAPPING	
SUPPORT LOGIC				
DELX = .195 DELY =	.255 FOR TIME	0.000 TO	.075	
DELX = .065 DELY =	.085 FOR TIME	.075 TO	.150	
DELX = 0.000 DELY =	0.000 FOR TIME	.150 TO	.600	
DELX = .065 DELY =	.085 FOR TIME	.600 TO	.675	
DELX = .195 DELY =	.255 FOR TIME	.675 TO	.750	
STATE VECTOR INITIAL VALUE	-.00200000	.11000001	.28999996	.70000005
STATE VECTOR TERMINAL VALUE	-.04635059	-.30685172	-.50419569	-.37725174
PERFORMANCE INDEX	1.17648440			
ITERATION 1				
IN. VAL. PERTB.	-.0039409	.0698366	.04319568	.17627621
NORMALZD. IN. VAL. PERTB.	-.00110735	.02500000	.01648935	.06300416
INTEGRATIONS 1				
NEW IN. VAL.	-.00310735	.1349999	.30545926	.76380420
TERMINL. VAL.	-.02785917	-.13648272	-.44281113	.05921368
PERF. INDEX	.76809835			
ITERATION 2				
IN. VAL. PERTB.	-.00205601	.05338377	.02777727	.10686502
NORMALZD. IN. VAL. PERTB.	-.00086284	.02499999	.01300829	.05004470
INTEGRATIONS 1				
NEW IN. VAL.	-.00407019	.15999997	.31646750	.81384697
TERMINL. VAL.	-.01236352	-.01477814	-.39155924	.43805697
PERF. INDEX	.46978038			
ITERATION 3				
IN. VAL. PERTB.	-.00117767	.02795074	.01509195	.06103263
NORMALZD. IN. VAL. PERTB.	-.00106040	.02499999	.01376123	.05599162
INTEGRATIONS 1				
NEW IN. VAL.	-.00515059	.18499994	.33224869	.86984062
TERMINL. VAL.	.00380504	.17317033	-.33855269	.84637761
PERF. INDEX	.02705554			
ITERATION 4				
IN. VAL. PERTB.	-.00014726	.00000218	.00148312	.00913468
INTEGRATIONS 1				
NEW IN. VAL.	-.00529785	.18497666	.33367181	.87697639
TERMINL. VAL.	.00529748	.18484492	-.33367538	.87503023
PERF. INDEX	.00005531			

BIPED'S NOMINAL DYNAMICS

FOR
SYMMETRICAL
BAPT UPON LEVEL GROUND

SCALE FACTORS PER 7500 SFUW .8000 AND 40.03 OVERLAPPING
SOLUTION FINISH IN 4 ITERATIONS

SUPPORT LOGIC

DELTA* .195 DELTA .835 FOR TIME 0.000 TO .075
DELTA* .045 DELTA .955 FOR TIME .075 TO .150
DELTA* 0.000 DELTA 0.000 FOR TIME .150 TO .400
DELTA* .045 DELTA .955 FOR TIME .400 TO .575
DELTA* .195 DELTA .835 FOR TIME .575 TO .750

TIME (SEC)	THETA (RAD)	PBI (RAD)	DTMETHA (RAD/SEC)	DRBI (RAD/SEC)	FORCE X (RP)	FORCE Y (RP)	FORCE Z (RP)	DTMETHA (RAD/SEC)	DRBI (RAD/SEC)
0.0000	-.0033	.1850	.3337	.8790	5.2714	4.8379	56.8213	1.0018	5.8806
0.0157	-.0012	.2022	.3358	.8566	5.3521	5.0682	65.8204	1.1449	5.8893
0.0313	0.0080	.2208	.3372	1.0162	5.4795	5.4795	87.0512	1.2397	1.0619
0.0469	0.0133	.2395	.4017	.9512	15.2050	6.1393	70.3106	1.3699	66.2376
0.0625	0.0231	.2551	.4290	.7349	16.5867	6.7350	78.5214	1.5067	-12.7267
0.0781	0.0358	.2652	.4413	.4432	16.0238	-4.1271	74.7946	1.5845	-20.2303
0.0937	0.0494	.2704	.4116	.0366	16.3345	-3.7895	74.9156	1.6164	-19.8237
0.1093	0.072	.2661	.4010	-.2836	6.0443	-3.4278	72.4434	1.5319	-14.8939
0.1249	0.0954	.2323	.3773	-.4935	0.0573	6.3193	70.0134	1.5205	-7.6737
0.1405	0.0815	.2314	.3366	-.3863	-.2208	6.1072	68.3206	1.4849	-2.4037
0.1561	0.0874	.2403	.3053	-.6154	-2.1535	-7.7039	68.2911	1.4781	1.5094
0.1717	0.0733	.2462	.2794	-.8340	-2.3891	-7.4818	69.4027	1.4701	-1.3708
0.1873	0.0777	.2148	.2407	-.9734	-2.3174	-7.3664	66.4186	1.4597	-5.9728
0.2029	0.0821	.2031	.2098	-.9678	-1.9284	-7.0642	66.3074	1.4570	-9.5210
0.2185	0.0837	.1768	.1803	-.9340	-1.6695	-6.9498	66.2355	1.4587	-12.013
0.2341	0.0914	.1538	.1512	-.8640	-1.4316	-6.6763	66.1360	1.4524	-13.949
0.2497	0.0935	.1310	.1230	-.8694	-.1499	-6.6544	66.0381	1.4803	-15.474
0.2653	0.0940	.1163	.0953	-.8408	.4347	-6.5507	66.0017	1.4433	-16.2013
0.2809	0.0868	.1260	.0410	-.8655	.7839	-6.4489	66.0174	1.4480	-16.9429
0.2965	0.0884	.1260	.0410	-.8438	1.0407	-6.4489	66.0322	1.4376	-17.3248
0.3121	0.0885	.1142	.0141	-.8138	1.3054	-6.4297	66.0518	1.4331	-17.6625
0.3277	0.0863	.1030	-.0128	-.7814	1.5712	-6.4281	66.0726	1.4333	-17.9580
0.3433	0.0898	.0924	-.0307	-.7403	2.0403	-6.4493	66.0943	1.4395	-18.2354
0.3589	0.0940	.0827	-.0466	-.6830	2.3697	-6.4900	66.1133	1.4507	-18.4713
0.3745	0.0930	.0740	-.0641	-.6167	2.7042	-6.5523	66.1281	1.4677	-18.6733
0.3901	0.0835	.0663	-.0941	-.5377	3.0429	-6.6344	66.1319	1.4899	-18.8477
0.4057	0.0800	.0599	-.1219	-.4500	3.2884	-6.7393	66.1281	1.5298	-18.9832
0.4213	0.0859	.0551	-.1494	-.3534	3.4781	-6.9817	66.1174	1.5897	-19.0825
0.4369	0.0820	.0531	-.1761	-.2510	3.7032	-7.2018	66.1251	1.6650	-19.1478
0.4525	0.0780	.0540	-.2018	-.1271	4.1660	-7.3859	66.0993	1.7123	-19.1808
0.4681	0.0731	.0577	-.2242	.0301	4.0452	-7.5303	66.1700	1.7332	-19.1832
0.4837	0.0677	.0662	-.2368	.4273	3.5229	-7.5303	66.3047	1.7412	-19.1478
0.4993	0.0610	.0768	-.2342	.8316	3.3462	-7.5791	66.4046	1.7312	-19.0825
0.5149	0.0550	.0908	-.2145	.8316	3.1145	-7.7490	65.5314	1.6322	-18.9417
0.5305	0.0481	.1071	-.1876	.9004	2.4917	-8.0000	65.2279	1.4946	-18.7197
0.5461	0.0413	.1238	-.1532	.9133	1.6117	-8.1334	63.1014	1.2815	-18.403
0.5617	0.0340	.1410	-.1130	.8729	0.7044	-8.5304	62.3677	1.0670	-18.0970
0.5773	0.0260	.1582	-.0655	.8144	0.1164	-9.0435	61.6635	0.8423	-17.8153
0.5929	0.0181	.1651	-.0172	.6444	-.3402	-9.5843	60.9833	0.6433	-17.5514
0.6085	0.0118	.1710	-.0342	-.3447	-.8102	-10.1437	60.2132	0.4743	-17.3040
0.6241	0.0053	.1859	-.0337	-.8740	-12.7414	-10.7284	61.0099	0.3458	-17.0744

