

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Милан Д. Игњатовић

**ДИНАМИКА НАЕЛЕКТРИСАЊА КОРОНЕ  
У ЦИЛИНДРИЧНОЈ ГЕОМЕТРИЈИ УСЛЕД  
АТМОСФЕРСКИХ ПРАЖЊЕЊА**

докторска дисертација

Београд, 2021

UNIVERSITY OF BELGRADE  
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Milan D. Ignjatović

**DYNAMICS OF LIGHTNING INDUCED  
CORONA CHARGE IN CYLINDRICAL  
GEOMETRY**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2021

**Ментор:**

др Јован Цветић, редовни професор  
Универзитет у Београду - Електротехнички факултет

**Чланови комисије:**

др Милош Вујисић, ванредни професор  
Универзитет у Београду - Електротехнички факултет

др Весна Јавор, ванредни професор  
Универзитет у Нишу - Електронски факултет

др Жељко Ђуришић, ванредни професор  
Универзитет у Београду - Електротехнички факултет

др Драган Олћан, ванредни професор  
Универзитет у Београду - Електротехнички факултет

Датум одбране:

## *Изјава захвалности*

*Велику захвалност дугујем ментору, професору др Јовану Цветићу на пруженој шанси и поверењу које ми је указао. Својим ентузијазмом и љубављу према науци био је велика подршка током докторских студија.*

*Захваљујем се колегама са Електротехничког факултета и др Драгану Павловићу на корисним саветима и занимљивим дискусијама.*

*Коначно, дисертацију посвећујем својој породици којој сам захвалан на безусловној љубави и показаном стрпљењу.*

**Наслов дисертације:** Динамика наелектрисања короне у цилиндричној геометрији услед атмосферских пражњења

**Сажетак:** Корона је парцијално пражњење које се јавља у нехомогеном електричном пољу у ваздуху на атмосферском притиску. Представља спољни део канала атмосферског пражњења и јавља се око жичаних проводника у присуству пренапона. Удари атмосферских пражњења су један од најчешћих узрока кварова на надземним водовима и разводним постројењима. Када атмосферско пражњење удари у надземни вод, ударни талас пренапона се простира дуж проводника. Инјектована струја атмосферског пражњења је последица неутрализације наелектрисања у корона омотачу током фазе повратног удара. Поред тога, корона која се формира око проводника надземног вода је ефекат који највише утиче на временску зависност импулса током простирања. Долази до смањења амплитуде и стрмине импулса, што се узима у обзир приликом пројектовања заштите. Дисертација се бави изучавањем корона пражњења у цилиндричној геометрији, какво постоји код канала атмосферског пражњења и високонапонских жичаних проводника. Разматраће се динамика наелектрисања корона пражњења које се јавља при негативном поларитету напона, с обзиром да негативна силазна атмосферска пражњења чине већину свих пражњења између облака и земље.

За анализу расподеле наелектрисања унутар канала атмосферског пражњења током повратног удара коришћен је генерализовани модел са путујућим струјним извором. Претпостављено је да унутар корона омотача постоје две зоне наелектрисања чије су границе одређене радијалним електростатичким пољем које има доминантан утицај. Уведена је нова генерална функција радијалне расподеле наелектрисања унутар зона. Валидност усвојених модела је проверавана поређењем са резултатима мерења блиског електричног поља до којих су ранија истраживања дошла у експериментима вештачки изазваних атмосферских пражњења. Показано је да се појава премашаја позитивног електричног поља може објаснити разматрањем рефлексија струјних импулса од земље. Извршена је провера претпоставке да је електрично поље унутар канала у претежно радијалном правцу и спроведена је процедура оптимизације вредности полупречника канала атмосферског пражњења, како би се узео у обзир утицај вертикалног електричног поља.

Инжењерски модели короне који се користе за процену укупног генерисаног наелектрисања у зависности од примењеног напона се заснивају на феноменолошком опису физичких процеса током пражњења. Ради провере физичких претпоставки које се најчешће усвајају, коришћен је детаљан физички дрифт-дифузиони модел кинетике честица. Решавањем једначина континуитета за честице које учествују у пражњењу, долази се до просторне расподеле и временске зависности концентрација честица и електричног поља око жице. Зависност генерисаног наелектрисања од примењеног напона ( $QV$  крива) добијена дрифт-дифузионим моделом је показала добро слагање са резултатима мерења у експериментима спроведеним у ранијим истраживањима. Приказана је детаљна теоријска анализа процеса пражњења који је подељен у три фазе. Показано је да се дрифт-дифузиони модел може имплементирати код прорачуна простирања ударног таласа дуж надземног вода. Притом се мора извести модификација вредности коефицијената јонизације, како би се узео у обзир ефекат стримера који представљају танка филаментарна пражњења.

**Кључне речи:** атмосферско пражњење, повратни удар, корона, дрифт-дифузиони модел,  $QV$  крива, ударни талас

**Научна област:** Електротехника и рачунарство

**Ужа научна област:** Физика плазме

**Dissertation title:** Dynamics of lightning induced corona charge in cylindrical geometry

**Abstract:** Corona is a partial discharge that occurs in nonuniform electric field in air under atmospheric pressure. Corona sheath represents the outer part of the lightning channel and the corona discharge is generated around wire conductors in the presence of overvoltages. Lightning strike is one of the most significant cause of failures on power lines and substations. When the lightning strikes the overhead wire, surge wave starts to travel along the transmission line. Injected lightning current is the consequence of the charge neutralization inside the corona sheath during the return stroke phase. Besides, corona discharge around the wire is the most significant effect that causes the distortion of the travelling pulse. Decrease of the pulse amplitude and steepness is considered during protection design. In this dissertation, corona discharge is studied in cylindrical geometry of lightning channel and wires. The charge dynamics in the corona of the negative polarity will be analyzed, since the negative downward lightning is the most frequent type of the discharges between clouds and ground.

Generalized travelling current source model is used for the analysis of the charge distribution inside the lightning channel during the return stroke. It is hypothesized that there are two zones of charges in the corona sheath, with the boundaries determined by the dominant radial electrostatic field. New generalized function for the radial distribution of charge inside the zones is introduced. Validity of the adopted models is checked by the comparison with the results of the measured near electric field in the triggered lightning experiments which were performed by Miki. It is showed that the positive electric field overshoot can be explained by considering current reflections from the ground. The assumption that the electric field inside the lightning channel is predominantly in the radial direction is checked and the procedure for determining the lightning channel radius considering vertical electric field is developed.

Engineering models of the corona discharge which are used for the estimation of the total generated charge depending on the voltage magnitude are based on a phenomenological description of the physical processes. The detailed physical drift-diffusion model for the particle kinetics is used to investigate the validity of the most common assumptions adopted in the formulation of engineering models. The radial distribution and time dependence of the particles' concentrations and the electric field are obtained by solving the continuity equations for the particles participating in the discharge. Total generated charge dependence versus voltage magnitude (QV curve) showed good agreement with the results of the experiments performed by Cooray and Noda. Detailed theoretical analysis of the three stage discharge process is presented. It is showed that the drift-diffusion model can be implemented for the calculation of the travelling surge wave along the overhead wire. For that, the modification of the ionization coefficient value must be performed in order to take into account the effect of the thin filamentary discharges called streamers.

**Keywords:** lightning, return stroke, corona, drift-diffusion model, QV curve, surge wave

**Scientific field:** Electrical and Computer Engineering

**Research area:** Plasma Physics

# Садржај

<b>1</b>	<b>Увод</b>	<b>1</b>
1.1	Атмосферска пражњења између облака и земље . . . . .	4
1.2	Утицај атмосферских пражњења на енергетски систем . . . . .	9
1.3	Корона пражњење . . . . .	14
1.4	Циљеви дисертације . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Динамика канала атмосферског пражњења током повратног удара</b>	<b>17</b>
2.1	TCS модели повратног удара . . . . .	20
2.2	Утицај коефицијента рефлексије од земље . . . . .	24
2.3	Корона омотач . . . . .	27
2.3.1	Радијална зависност просторне густине наелектрисања . . . . .	28
2.3.2	Нумеричка процедура . . . . .	30
2.3.3	Оптимизација вредности полупречника канала . . . . .	34
2.4	Електрично поље у непосредној близини канала . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Модел пражњења у гасу</b>	<b>39</b>
3.1	Физичке основе дрифт-дифузионог модела . . . . .	41
3.2	Процеси у гасу . . . . .	44
3.2.1	Јонизација . . . . .	46
3.2.2	Припајање електрона . . . . .	47
3.2.3	Одвајање електрона са негативног јона . . . . .	48
3.2.4	Рекомбинација . . . . .	49
3.2.5	Процеси на површинама . . . . .	49
3.3	Дрифт-дифузиони модел короне . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Нумеричке методе за решавање једначина дрифт-дифузионог модела</b>	<b>55</b>
4.1	Алгоритам корекције флукса (FCT) . . . . .	55
4.2	Решавање 1D система једначина методом коначних разлика . . . . .	58
4.2.1	Примена FCT алгоритма . . . . .	61
4.2.2	Рачунање електричног поља . . . . .	61
4.3	Решавање 2D система једначина методом коначних елемената . . . . .	62
4.3.1	Примена FCT алгоритма . . . . .	66
4.3.2	Рачунање електричног поља . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Симулација корона пражњења у цилиндричној геометрији</b>	<b>71</b>
5.1	Прва фаза пражњења . . . . .	72
5.2	Друга фаза пражњења . . . . .	75
5.3	Трећа фаза пражњења . . . . .	76
5.4	QV криве у коаксијалној конфигурацији . . . . .	77
5.5	QV криве код надземних водова . . . . .	82

<b>6 Простирање ударног таласа дуж надземног вода</b>	<b>85</b>
6.1 Једначине струје и напона ударног таласа . . . . .	87
6.2 Прорачун простирања ударног таласа . . . . .	89
6.3 Резултати прорачуна . . . . .	91
<b>7 Закључак</b>	<b>95</b>



# Глава 1

## Увод

Муње и громови су величанствене небеске појаве које су од давнина обузимале пажњу људи због своје разорне моћи. Ватра која силази са небеса уз блесак светлости и гласну тутавау инспирисала је многобројне митове старих народа. До појаве олујних облака долази у највећој мери током летњих месеци услед појачаног загревања површине земље и влажности ваздуха. Због тога се на глобалном нивоу највећа активност атмосферских пражњења одвија у тропским областима. Већина пражњења која потичу од електричне активности облака не стижу до земље, већ се дешавају унутар самих облака или између различитих олујних облака. Током олује долази и до појаве пражњења и светлосних ефеката између облака и нижих слојева јоносфере, која су у литератури на енглеском језику названа *blue starters*, *blue jets*, *red sprites* и *elves* [1].

Атмосферска пражњења изазивају страдање људи и објеката на земљи. Ударима су посебно подложни високи објекти, висока дрвећа и издигнути облици рељефа. Обим штете се знатно повећава ширењем пожара које изазивају атмосферска пражњења. Такође, удари у делове енергетског система као што су надземни водови и разводна постројења могу довести до прекида снабдевања електричном енергијом великог броја људи и обуставу рада индустријских постројења [2].

Заштита објеката на земљи се постиже постављањем добро уземљеног проводника на уздигнутом положају у односу на објекат. Проводник пресреће канал атмосферског пражњења који се простира између облака и земље и спроводи струју у земљу чиме објекат остаје заштићен [3]. У принципу, савршена заштита се може постићи стављањем објекта у затворено метално кућиште довољне дебљине зидова које представља Фарадејев кавез. Тада би струја атмосферског пражњења протицала дуж спољних зидова кућишта, без последица по сам објекат. Тиме је омогућена и заштита од утицаја електромагнетског поља услед атмосферског пражњења. Добру апроксимацију Фарадејевог кавеза представљају аутомобили, авиони и зграде са челичном конструкцијом.

Научно истраживање атмосферског пражњења се кроз историју заснивало на посматрању и феноменолошком описивању ове природне појаве, које је претходило суштинском разумевању физичких процеса. Први који је увидео везу између електричних појава и удара грома је амерички научник и политичар *Benjamin Franklin*. Сматрао је да муња представља електричну варницу на великој удаљености и 1752. године је предложио експеримент којим би доказао своју тврдњу. Експеримент је извршио *Dalibard*, *Franklin*-ов пријатељ, 10. маја 1752. године у француском селу *Marly-la-Ville* у близини Париза. Током олује постављена је висока гвоздена шипка изолована од земље са које су могле да се опазе електричне варнице. То је био први доказ да олујни облаци садрже наелектрисање. Сам *Franklin* је извео сличан експеримент у којем се метална жица подизала до веће висине помоћу змаја. Такође, предложио је и принцип заштите зграда од удара атмосферског пражњења коришћењем уземљене металне шипке - громобрана. Испрва, *Franklin* је погрешно

сматрао да ће метална шипка на неки начин испразнити наелектрисање из олујног облака. Касније је дошао до исправног закључка да узмељена метална шипка представља алтернативну путању атмосферског пражњења којом се обезбеђује сигуран пут наелектрисања до земље.

Даљи развој технологије током XIX и XX века омогућио је мерења различитих ефеката који су последица атмосферског пражњења, као што су емитована светлост, електромагнетско поље, струја у тачки удара и звук. Изучавање структуре атмосферског пражњења и физичких процеса који се притом дешавају почело је развојем техника фотографије и спектроскопије. Камере високе временске резолуције су успеле да покажу да се једно атмосферско пражњење састоји од више удара. *Schonland* [4] је са сарадницима током тридесетих година XX века у Јужној Африци показао да се удар састоји од фазе лидера који путује ка земљи и спушта наелектрисање из облака, а затим следи фаза повратног удара који креће од земље и путује ка облаку. Такође, примећено је да се лидер првог удара разликује по томе што путује у корацима, док се код наредних удара који чине атмосферско пражњење креће континуално.

*Pockels* је 1900. године први проценио максималну вредност струје атмосферског пражњења на основу преостале магнетизације у комаду базалта који је постављен близу места удара. Систематско снимање временске зависности струје при удару атмосферског пражњења је извршио *Berger* [5] током седамдесетих година XX века у Швајцарској на планини *Monte San Salvatore* код језера Лугано. Тамо су постављена два метална јарбола висине 70 m у које је током 11 година ударило 1196 атмосферских пражњења. Подаци о вредностима параметара струјних импулса које је измерио *Berger* још увек представљају релевантну литературу. Сам врх брда *Monte San Salvatore* се налази на 915 m надморске висине и издиже се 640 m изнад језера Лугано.

*Wilson* [6] је двадесетих година XX века изнео закључке о расподели наелектрисања унутар облака на основу мерења електричног поља на земљи. При временским условима када је небо ведро, електрично поље на тлу је усмерено ка земљи и означава се као негативно, а интензитет износи око 100 V/m. Након формирања или доласка олујних облака електрично поље мења знак и бива усмерено ка облаку, а интензитет се повећава и износи између 1 kV/m и 10 kV/m. *Simpson* [7, 8] је крајем тридесетих и почетком четрдесетих година XX века први измерио електрично поље и ваздушни притисак унутар самог облака помоћу ваздушних балона. Мерења електричног поља изнад облака помоћу авиона је извршио *Gunn* [9] и касније *Imyanitov* [10].

Значајан допринос проучавању атмосферских пражњења донела је могућност њиховог вештачког изазивања. Ово се постиже ракетом која се лансира ка наелектрисаном облаку и за коју је причвршћена узмељена метална жица. Ракете су дужине око 1 m и могу бити направљене од различитих материјала, од пластике до челика. Жице су од челика или бакра и пречника око 0.2 mm. Да би се одредио повољан тренутак када треба лансирати ракету, мери се електрично поље на земљи. Сматра се да вредности електричног поља између 4 kV/m и 10 kV/m указују на постојање наелектрисања у облаку потребног за почетак негативног силазног атмосферског пражњења. Процент успешног изазивања пражњења након лансирања ракета је нижи код озбиљнијих олуја, јер је већа вероватноћа да генерисано наелектрисање облака буде испражњено услед природног атмосферског пражњења унутар облака или ка земљи пре него што ракета достигне довољну висину. Први који је разматрао могућност изазивања атмосферских пражњења помоћу жице причвршћене за ракету је *Newman* [11] и успешно је извршио иницијацију пражњења 1960. године са истраживачких пловила на источној обали Флориде. Прва атмосферска пражњења вештачки изазвана са тла су изведена у Француској 1973. године у *Saint-Privat d'Allier* [12].

Потпуни механизам развоја атмосферског пражњења и тачна слика физичких и хе-

мијских процеса у облаку и унутар канала који се простире неколико километара нису још увек утврђени. Теорије и модели који описују различите стадијуме атмосферског пражњења су углавном феноменолошке природе. Разлог за то је што истраживања у контролисаним лабораторијским условима нису могућа и у питању је појава која се дешава на великим растојањима и тешко доступним деловима атмосфере. При формулисању феноменолошких модела полази се од непосредних опажања и мерења и основних поставки физике пражњења у гасу. Поготово је од значаја изучавање стримера, дугих електричних варница и корона пражњења које је могуће извести у лабораторијским условима.

Развој физике пражњења у гасу је скопчан са открићима у области атомске физике. Након експеримената са катодним зрацима које је извршио *Thompson* на самом крају XIX века, постало је јасно да су носиоци наелектрисања који чине електричну струју углавном електрони. У присуству електричног поља електрони се убрзавају и ступају у еластичне и нееластичне сударе са осталим честицама присутним у гасу - неутралним атомима и молекулима који могу бити у побуђеном стању и јонима који могу бити позитивно и негативно наелектрисани. При сударима такође може доћи до емисије фотона који ступају у даље реакције. Од посебног значаја за развој електричног пражњења су неконзервативни судари током којих долази до производње или губитака носилаца наелектрисања као што су јонизација, припајање електрона и рекомбинација. Наелектрисане честице које убрзавају под дејством електричног поља, приликом судара са неутралним молекулима предају енергију и успоравају. Средња брзина којом се електрони крећу назива се брзином дрифта. Као и остали транспортни коефицијенти, брзина дрифта зависи од односа примењеног електричног поља и концентрације молекула гаса. Осим због присуства електричног поља, честице се крећу и услед дифузије која представља процес преласка честица из области више концентрације у област ниже концентрације.

*Townsend* је проучавао електрични пробој у гасу на ниском притиску који се налази између паралелних плоча на блиском међусобном растојању на којем је електрично поље униформно. При стандардним условима гасови представљају изолаторе. Међутим, када примењено електрично поље достигне критичну вредност долази до пробоја којег карактерише нагло повећање струје, што је праћено емисијом светлости. Струја која се коначно успоставља се мери у функцији примењеног напона између електрода. Критична вредност напона при којој долази до пробоја зависи од вредности производа притиска гаса  $p$  и размака између електрода  $d$ . Та зависност је представљена *Paschen*-овом кривом која има минимум, што значи да ће постојати вредност производа  $pd$  на којој се пробој дешава при најнижој вредности напона.

Вредност концентрације електрона у посматраном гасу и примењеном електричном пољу ће зависити од тога у ком односу су присутни процеси производње електрона као што су сударна јонизација, фотојонизација или одвајање електрона са негативног јона и процеси губитака електрона као што су припајање или рекомбинација. Од наведених процеса у ваздуху на атмосферском притиску највећу улогу имају сударна јонизација и припајање. *Townsend*-ов коефицијент јонизације  $\alpha$  се дефинише као број јонизационих судара по јединици дужине које доживи електрон крећући се у смеру електричног поља. Слично, коефицијент припајања  $\eta$  се дефинише као број судара по јединици дужини током којих је дошло до припајања електрона. На ниским вредностима електричног поља је  $\alpha < \eta$ , процеси губитака електрона су доминантни и не постоје услови за умножавање броја електрона. Међутим, са порастом интензитета електричног поља коефицијент јонизације постаје већи од коефицијента припајања и долази до експоненцијалног умножавања електрона, што је неопходан услов да би дошло до пробоја. Критична вредност електричног поља при којој је  $\alpha = \eta$  у ваздуху при стандардним условима притиска и температуре износи око 2.6 MV/m.

Експоненцијалним умножавањем електрона долази до формирања лавине, која запо-

чиње са малим бројем иницијалних електрона. У *Townsend*-овом експерименту иницијални електрони су обезбеђени осветљавањем површине катоде ултраљубичастим зрачењем што је изазивало емисију електрона са ње. Када процес пробоја одмакне, пражњење се одржава и секундарном емисијом електрона са катоде услед удара позитивних јона. Међутим, и без вештачке генерације, у гасу постоји одређени број слободних електрона у услед космичких зрака и природне радиоактивности. Сматра се да у ваздуху постоји равнотежна концентрација од 1000 електрона у  $1 \text{ cm}^3$  [13]. Када је електрично поље довољног интензитета, лавина може започети од само једног иницијалног електрона. Развој лавине се одвија у супротном смеру од смера вектора електричног поља и јонизациони талас путује ка аноди. Рекомбинација електрона на аноди може зауставити развој лавине пре него што електрично поље које потиче од умножених електрона почне да утиче на електрично поље услед примењеног напона на електродама, као што је то случај у *Townsend*-овом експерименту. Са друге стране, ако постоји довољно простора за развој лавине електрони ће се умножити до те мере да ће доћи до промене вредности електричног поља у простору између електрода. У том тренутку лавина прелази у филаментарно пражњење које се назива стример.

Стримери представљају цилиндричну структуру која се састоји од главе стримера у којој долази до израженог процеса фотојонизације и која пропагира кроз простор остављајући за собом слабо јонизовани реп. Могу се простирати у оба смера, ка аноди и ка катоди, при чему имају различите физичке карактеристике. Стримери који се крећу ка аноди се означавају као негативни, а који се крећу ка катоди као позитивни, према смеру електричног поља дуж којег се крећу. Ако је размак између електрода кратак стримери могу да га премосте и долази до пробоја у виду варнице. У случају када је размак између електрода већи, у простору између постоји нехомогено електрично поље чија вредност на некој удаљености од електроде може да спадне испод критичне вредности за простирање стримера. На атмосферском притиску тада долази до формирања короне око проводника која представља парцијално пражњење, јер не долази до пробоја целог простора између електрода. У корони се може формирати много стримера који потичу из исте основе. Струја стримера доводи до загревања ваздуха што може довести до појаве термалне јонизације. Проводљивост тада порасте и стримери из исте основе формирају лидер који је на потенцијалу електроде. У глави лидера се генерише електрично поље великог интензитета које генерише нове стримере који даље шире димензије лидера. Атмосферско пражњење између облака и земље управо представља пробој на великом растојању до којег долази механизмом простирања лидера.

## 1.1 Атмосферска пражњења између облака и земље

Атмосферска пражњења између облака и земље се могу поделити на силазна и узлазна према смеру кретања лидера. Поред тога, атмосферска пражњења се могу означити као позитивна или негативна у зависности од знака наелектрисања у облаку из којег лидер креће (код силазних пражњења) или ка којем лидер путује (код узлазних пражњења). На овај начин могу се разликовати четири типа атмосферских пражњења према знаку наелектрисања и смеру кретања. У дисертацији ће се разматрати ефекти негативног силазног атмосферског пражњења, с обзиром да ови удари чине око 90% свих пражњења између облака и земље. Негативна узлазна пражњења се углавном јављају при удару у високе објекте. Позитивна узлазна пражњења се дешавају на почетку или крају олује и могу бити доминантни тип у зимском периоду. Карактерише их до два пута већа вредност амплитуде струје у односу на негативна силазна атмосферска пражњења и дуже трајање импулса струје при чему постоји само један повратни удар.

Атмосферска пражњења углавном настају из облака типа кумулонимбус који има

облик наковња. Током летњих месеци загрејани ваздух са значајном количином влаге се шири и почиње да се диже. Са порастом висине атмосферски притисак опада, па се топли ваздух шири још више и тиме се хлади. Услед смањења температуре влага се кондензује у микроскопске капљице које се са земље опажају као облак. Олујни облаци се у вертикалном правцу пружају на висинама од 3 km до 20 km, а у хоризонталном правцу на растојањима од 3 km до 50 km, при чему се могу кретати брзинама у опсегу од 20 km/h до 30 km/h.

Тачан начин на који долази до генерисања наелектрисања у облаку је тешко одредити, с обзиром да је у питању феномен који се дешава на великим растојањима и тесно је повезан са бројним физичким и хемијским процесима у облаку. Наелектрисања се углавном налазе на честицама воде у течном или чврстом стању које се називају хидрометеорима. Расподела наелектрисања унутар облака се поједностављено може представити са три зоне у вертикалном правцу. Оваква структура наелектрисања је утврђена на основу мерења електричног поља на земљи, унутар и изнад облака. У горњој зони налази се укупно позитивно наелектрисање, а у средњој негативно. Доња зона је мањих димензија и представља цеп позитивног наелектрисања. Прве две зоне се сматрају главним зонама које формирају електрични дипол.

Механизам електрификације облака подразумева процесе генерације наелектрисања хидрометеора и процес раздвајања наелектрисања различитог поларитета који потом следи. На већој висини хидрометеори су углавном ситне честице ледених кристала и хладних водених капљица које се налазе у течном стању, иако је температура испод тачке мржњења. Ове честице су сувише ситне да би под дејством гравитације почеле да падају и представљају честице које чине облак. Са друге стране, крупније честице крупне представљају падавине које се при свом кретању ка земљи сударају са ситнијим честицама облака. Експерименти у лабораторијским условима [14] су показали да крупније честице крупне при овим сударима постају негативно наелектрисане када је температура нижа од критичне вредности, што јесте случај на овим висинама. Са друге стране, ситније честице облака остају позитивно наелектрисане. Процес услед којих долази до преласка наелектрисања није довољно познат. Позитивно наелектрисане честице облака остају на првобитној висини, а негативно наелектрисане честице крупне падају у ниже области облака и на тај начин долази до формирања зоне позитивног наелектрисања која се налази изнад зоне са негативним наелектрисањем. Поменути експерименти су показали да када је температура изнад критичне, честице крупне постају позитивно наелектрисане, мада постоји утицај величине и концентрације ситнијих честица. Сматра се да је ово узрок постојања доње зоне позитивног наелектрисања, где је температура виша у односу на горње делове облака.

Максималне вредности електричног поља које су измерене унутар облака се налазе у опсегу од 0.25 MV/m до 1 MV/m. При атмосферском притиску и сувом ваздуху критична вредност електричног поља при којој долази до пробоја и формирања стримера износи 3 MV/m. Ова вредност опада са смањењем вредности притиска до којег долази на већим висинама. Такође, на смањење вредности пробојног електричног поља утиче и присуство хидрометеора. Када се ови фактори узму у обзир процењује се да се вредност пробојног електричног поља унутар облака креће у опсегу од 1 MV/m до 1.5 MV/m. Ове вредности су ипак веће од максималних вредности које су измерене. *Imyanitov* [10] ово објашњава тиме да се највећи део наелектрисања у облаку налази у ограниченим областима чије димензије износе пар стотина метара, што је много мање у поређењу са димензијама целокупног облака. Поред тога, услед пражњења које убрзо следи након нагомилавања наелектрисања, овакве структуре се не одржавају дуго времена. Из тог разлога је балонима, ракетама и авионима тешко да пронађу области у којима постоје веће вредности електричног поља. Просечна густина наелектрисања у облаку облака износи 0.3 nC/m<sup>3</sup> до 3 nC/m<sup>3</sup>, док у мањим областима може достићи и вредност неколико десетина nC/m<sup>3</sup>.

Механизам на основу којег настаје пробој који иницира атмосферско пражњење није дефинитивно утврђен. Постојање овог иницијалног пробоја се може директно закључити на основу посматрања светлосних ефеката у облаку неколико стотина милисекунди пре него што се појави лидер. *Clarence* и *Malan* [15] су закључили да до иницијалног пробоја долази услед вертикалног пражњења између центра негативног наелектрисања и центра доњег позитивног наелектрисања. Са друге стране, иницијални пробој се може објаснити и процесима пражњења унутар зоне негативног наелектрисања која се пружају у хоризонталном правцу [16].

Удар атмосферског пражњења се манифестује тако што лидер путује од облака ка земљи и након спајања долази до фазе повратног удара који путује од земље назад до облака. Током једног атмосферског пражњења обично има више удара (сваки се састоји од фазе лидера и фазе повратног удара), најчешће три до пет, али забележено је чак и 26 удара. Први удар је специфичан по томе што се лидер простире кроз ваздух у којем раније није било електричног пробоја. Из тог разлога лидер првог удара не путује равномерно константном брзином ка земљи, већ се креће дискретно у корацима, због чега је добио назив степ лидер (*step* на енглеском језику значи корак). Такође, долази до гранања и формирања различитих путања дуж којих се наелектрисање из облака креће ка земљи. Сваки корак степ лидера траје око  $1\ \mu\text{s}$  и простире се на растојању реда величине десетине метара. Време између два узастопна корака износи  $20\ \mu\text{s}$  до  $50\ \mu\text{s}$ . Коначно, просечна брзина којом се степ лидер креће је  $2 \cdot 10^5\ \text{m/s}$ . На свом путу степ лидер производи проводни канал између наелектрисања у облаку и земље депонујући негативно наелектрисање реда величине неколико кулона дуж канала. Током кретања степ лидера одржава се потенцијална разлика између врха лидера (који је на потенцијалу облака) и земље која износи пар десетина MV.

Како се степ лидер приближава земљи, електрично поље на њеној површини се повећава, посебно на издигнутим деловима рељефа, високим објектима или дрвећу. Када електрично поље превазиђе критичну вредност долази до појаве једног или више позитивних лидера који се са земље крећу ка горе, ка врху надлазећег негативно наелектрисаног степ лидера. Уколико позитивни лидер потиче са равнотерена, спајање два лидера се дешава на висини од неколико десетина метара изнад земље. Ако позитивни лидер потиче са неког високог објекта, тачка спајања се може налазити и на висини од неколико стотина метара. Одређивање тренутка спајања је важно при пројектовању заштите. Након спајања долази до успостављања проводног канала између облака и земље, што означава почетак фазе повратног удара.

Повратни удар се креће дуж већ успостављеног канала од земље ка облаку неутралишући негативно наелектрисање које је претходно депоновано. Оба процеса, и лидер и повратни удар ефективно транспортују негативно наелектрисање из облака у земљу. Током фазе повратног удара не мора увек доћи до потпуног неутралисања свог негативног наелектрисања у каналу, а са друге стране може доћи и до депоновања вишка позитивног наелектрисања дуж канала. Брзина којом се креће таласни фронт повратног удара је између трећине и половине брзине светлости и опада како напредује ка облаку. Струја повратног удара представља импулс амплитуде око 30 kA који максималну вредност достиже за пар микросекунди. Време за које је потребно да вредност струје опадне на половину максималне вредности износи пар десетина микросекунди. Услед велике вредности струје долази до загревања канала до температуре изнад 30000 K и успостављања притиска изнад 1 MPa. Ово доводи до наглог ширења канала и формирања звучног ударног таласа, познатијег као гром.

Зависност струје дуж канала током повратног удара је немогуће мерити, али се сматра да је сразмерна осветљености канала. Када повратни удар стигне до тачке гранања канала, обично наступа повећана емисија светлости на том месту услед брзог пражњења бочних

грана кроз главни канал ка земљи. Сматра се да је ово узрок појаве другог максимума вредности струје који се опажа у временској зависности струје у тачки удара.

Нови удар започиње лидером који се поново спушта од облака ка земљи, али овај пут по већ успостављеном каналу током претходног удара. Из тог разлога не креће се у корацима, већ континуално дуж канала и назива се дарт лидер (dart на енглеском значи стрела). Брзина простирања дарт лидера је доста већа од просечне брзине степ лидера и износи  $10^7$  m/s. Приликом кретања прати путању којом је прошао таласни фронт претходног повратног удара и занемарује различите гране канала које су постојале. На свом путу депонује негативно наелектрисање укупне количине наелектрисања око 1 С. Процес спајања са земљом је сличан као код степ лидера, с тим што је позитивни лидер који се креће ка облаку мање изражен и до спајања долази на нижој висини од десетак метара. Струјни импулс наредног повратног удара има амплитуду која износи од 10 kA до 15 kA, а брзина таласног фронта повратног удара је слична као код првог повратног удара.

Канал који је оформио лидер током кретања од облака до земље се моделује наелектрисаним корона омотачем [17, 18] који се налази око централног језгра пречника око 2 cm које је веома проводљиво и кроз које тече сва вертикална струја. Са теоријске тачке гледишта током фазе лидера наелектрисање се депонује на танком језгру канала атмосферског пражњења. Генерише се јако електрично поље које је претежно у радијалном правцу и чија јачина превазилази критичну вредност за пробој у ваздуху. Одбојне електростатичке силе померају наелектрисање од језгра све док вредност радијалног електричног поља не падне испод критичне. Спољна граница канала атмосферског пражњења је одређена вредношћу пробојног електричног поља у ваздуху. Последица овога је да се формира канал лидера који се састоји од танког језгра и корона омотача. Радијална расподела наелектрисања у корона омотачу остаје непозната, али се често узима да је слична као код короне која се формира у лабораторијским експериментима пражњења у коаксијалној геометрији [19]. Према овом моделу сво наелектрисање је депоновано унутар корона омотача. Струја атмосферског пражњења током повратног удара не представља директно пражњење наелектрисања у облаку, већ је последица неутрализације наелектрисања корона омотача.

Након импулса струје повратног удара може уследити стална струја вредности неколико десетина до неколико стотина ампера која може трајати до неколико стотина милисекунди. До ове појаве углавном не долази након првог, већ током наредних повратних удара. Мерења *Brook et al.* [20] показују да до дуготрајних сталних струја долази након удара са релативно малим протеклим наелектрисањем који се дешавају након удара са великим протеклим наелектрисањем. Извор ове сталне струје је директно пражњење наелектрисања из облака, а не депонованог наелектрисања у каналу. Поред сталне струје, може доћи и до генерисања импулса који трају неколико стотина микросекунди који се називају М компоненте.

У временском интервалу између краја фазе повратног удара и следећег дарт лидера постоје Ј и К процеси који се дешавају у облаку. Ј процеси представљају прераспodelу наелектрисања унутар облака током временског периода од пар десетина милисекунди. До њих долази услед тежње таласног фронта повратног удара да настави свој пут унутар облака, па се формира позитивни лидер ка центру негативног наелектрисања у облаку. Одговор на формирање позитивног лидера је К процес који представља негативни стример који потиче од врха позитивног лидера назад ка каналу. На тај начин оба процеса доводе до транспорта додатног негативног наелектрисања дуж постојећег канала, али за разлику од дарт лидера овде наелектрисање не путује кроз до земље. Није утврђено да ли су Ј и К процеси неопходни за иницијацију дарт лидера.

Време које протекне између два наредна повратна удара је неколико десетина милисекунди, а може бити и неколико стотина милисекунди ако се јави дуготрајна стална струја. Типично укупно време целокупног атмосферског пражњења је неколико стотина

милисекунди и притом протекне наелектрисање од пар десетина кулона. Процењује се да је укупна енергија атмосферског пражњења од 10 MJ до 10 GJ. Не постоји консензус који удео енергије одговара различитим ефектима атмосферског пражњења као што су звук, загревање, светлост и електромагнетско зрачење.

Фаза повратног удара представља етапу атмосферског пражњења током које долази до највише општењења на објектима на земљи и емитује се највише светлости. Наелектрисање канала и његова расподела пре самог почетка повратног удара има кључни утицај на генерисање струје у тачки удара, као и на динамику корона омотача током пражњења. Самим тим, утиче и на електрично поље које се формира унутар и у околини канала. Мерења на основу којих би се могла одредити расподела наелектрисања дуж целог канала још увек нису изведена. Подужна густина наелектрисања у дну канала се може проценити из мерења вредности електричног поља у околини од 200 m од канала [21]. Вредности добијене на овај начин показују да просечна подужна густина наелектрисања близу земље има изражену линеарну корелацију са максималном вредношћу струје наступајућег повратног удара [22].

Расподела наелектрисања канала атмосферског пражњења на почетку и током фазе повратног удара може се проценити коришћењем инжењерских модела повратних удара. Код ове класе модела временска зависност струје дуж канала  $i(z, t)$  на свакој висини  $z$  се може одредити познавањем временског облика импулса у тачки удара  $i_0(t) = i(z = 0, t)$ . Тада се може израчунати и временска зависност подужне густине наелектрисања дуж канала  $q(z, t)$  решавањем једначине континуитета по дужини канала

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -\frac{\partial q(z, t)}{\partial t}, \quad (1.1)$$

а затим и електромагнетско поље на различитим удаљеностима од канала. Инжењерски модели се могу поделити у две групе: модели преносног вода (енг. Transmission line - TL) и модели са путујућим струјним извором (енг. Travelling Current Source - TCS).

TL модели подразумевају струјни извор који се налази на дну канала и који генерише дефинисани струјни импулс који путује дуж канала ка облаку. Импулс путује без дисторзије, а различите варијанте модела омогућавају атенуацију импулса са пређеном висином. Помоћу израза који је формулисао *Rakov* [1] могуће је представити струју канала код различитих TL модела и неких основних TCS модела

$$i(z, t) = u(t - z/v_f)P(z)i_0(t - z/v), \quad (1.2)$$

где је  $u$  Хевисајдова функција,  $v_f$  брзина таласног фронта повратног удара који се креће ка облаку,  $v$  је брзина простирања струјног таласа, а  $P(z)$  је фактор атенуације који зависи од висине. Хевисајдова функција у изразу 1.2 обезбеђује да је струја на делу канала до којег још није стигао таласни фронт повратног удара једнака нули. Део канала испод таласног фронта повратног удара се означава као активирани део канала. Код TL модела брзина којом се простире струјни талас  $v$  је једнака брзини таласног фронта повратног удара. Код првобитног TL модела који је формулисао *Uman* [23], фактор атенуације је једнак јединици. Касније су уведени модели код којих вредност струје опада линеарно са висином  $P(z) = 1 - z/H$  и експоненцијално опада са висином  $P(z) = \exp(-z/\lambda)$ .

Модели из класе са путујућим струјним извором посматрају таласни фронт повратног удара као струјни извор који путује ка облаку и на свом путу неутралише наелектрисање у корона омотачу и инјектује струјни импулс дуж језгра. Модели који припадају овој класи су *Bruce-Golde* модел [24], *Heidler*-ов модел са путујућим струјним извором (TCS) [25], модел *Diendorfer-Uman* (DU) [26] и модификовани DU модел [27]. Такође, састављен је и генералисани модел повратног удара са путујућим струјним извором (GTCS) [28] из којег се могу извести сви претходно поменути модели.



Поред инжењерских постоје и друге класе модела повратних удара. Електромагнетски модели апроксимирају канал атмосферског пражњења са антеном са губицима. До расподеле струје дуж канала се долази решавањем Максвелових једначина. Модели кола са расподељеним параметрима посматрају канал атмосферског пражњења као вертикални вод који је описан вредностима за отпорност, индуктивност и капацитивност по јединици дужине. До вредности за напон и струју дуж канала се долази решавањем једначина телеграфичара. Физички модели у којима се анализира динамика гаса решавањем хидродинамичких једначина одржања масе, количине кретања и енергије описују кратки цилиндрични плазмени стуб који представља део канала атмосферског пражњења кроз који протиче дефинисана струја.

Инжењерски модели имају мали број променљивих параметара и не инсистира се на прецизној слици физичких процеса током повратног удара. Канал је прав, вертикалан и занемарује се гранање канала, што је оправдано у првих сто метара од земље. Смисао коришћења инжењерских модела је слагање између мереног електромагнетског поља на удаљеностима од 2 m до 100 km од канала са вредностима које предвиђа модел. Процене електромагнетског поља се могу користити за прорачун индукованих напона на енергетским водовима и телекомуникационим системима. Ипак, комбинацијом инжењерског модела повратног удара са моделом корона омотача долази се до првих закључака о динамици наелектрисања унутар канала атмосферског пражњења. Овај поступак захтева прорачун који је једноставнији него код осталих класа модела. Притом, иако је код осталих класа модела структура канала током повратног удара дефинисана детаљније и са више параметара, не значи нужно да су модели тачнији, јер је немогуће узети у обзир све процесе који се дешавају, а постоји и доста непознаница.

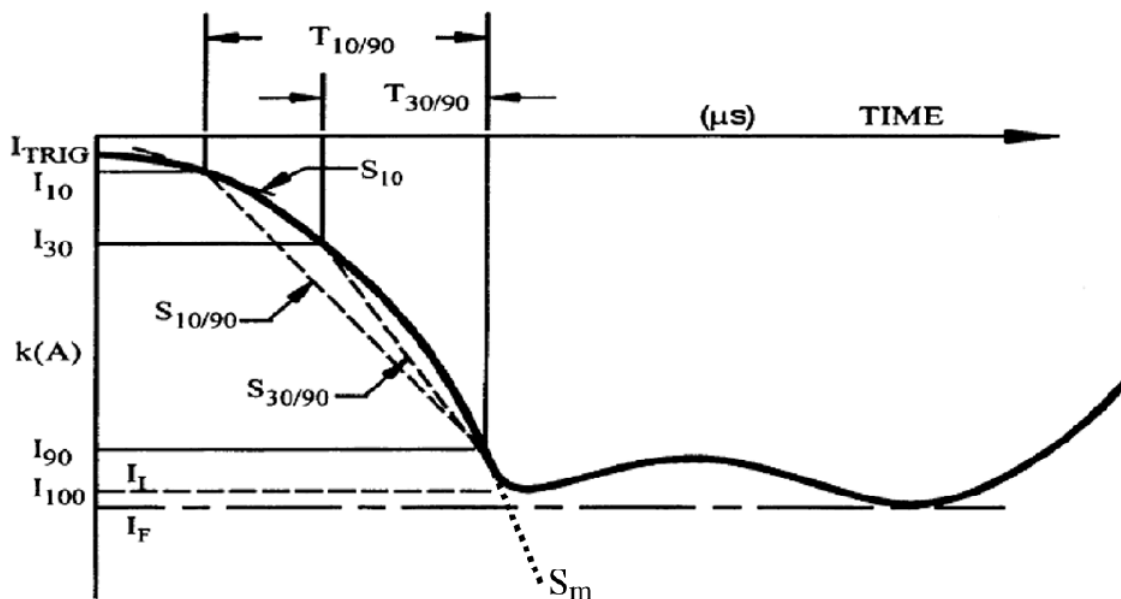
## 1.2 Утицај атмосферских пражњења на енергетски систем

Удари атмосферских пражњења су један од најчешћих узрока кварова на енергетским водовима и постројењима. С обзиром да је у питању природни феномен који зависи од метеоролошких услова, атмосферска пражњења се не могу поуздано предвидети, али се њихов утицај на енергетски систем током одређеног временског периода може проценити. Изолација се пројектује тако да ризик од кварова буде минималан, узимајући у обзир статистичке податке о атмосферском пражњењу у датом подручју, али и економски фактор цене конструкције [2].

Велики број удара погађа управо надземне водове који се простиру на великим растојањима и пределима разноликог рељефа. Пренапони који се јављају услед удара атмосферског пражњења путују дуж проводника и могу стићи до разводних постројења. Упутства према којима се пројектује заштита енергетских водова од атмосферских пражњења одређена су стандардима IEEE [29, 30], IEC [31] и CIGRE [32]. До пренапона на надземним водовима може доћи услед директних удара атмосферских пражњења, али и индиректно услед индукције при удару атмосферског пражњења у околини. Ради пројектовања заштите потребно је проценити број удара у току године по јединици дужине надземног вода  $N_s$  у датом подручју и временску зависност струје у тачки удара.

Временска зависност импулса струје у тачки удара атмосферског пражњења описана је параметрима као што су време чеља и зачеља, амплитуда и стрмина. Време зачеља  $t_T$  се дефинише као време након којег вредност струје опадне на половину максималне вредности. Времена чеља  $t_{10/90}$  и  $t_{30/90}$  су дефинисана у односу на тачке у којима струја достиже 10 %, 30 %, 90 % максималне вредности,  $I_{10}$ ,  $I_{30}$ ,  $I_{90}$  респективно, као што је илустровано на слици 1.1. Према томе дефинишу се и стрмина  $S_{10/90}$  и  $S_{30/90}$  као коефицијент правца

праве која спаја тачке у којима струја достиже вредности  $I_{10}$  и  $I_{90}$ , односно  $I_{30}$  и  $I_{90}$ . Разлог за дефиниције параметара у односу на обе вредности  $I_{10}$  и  $I_{30}$  је што је одређивање  $I_{10}$  мање поуздано. Импулс струје садржи два максимума, од којих је први означен са  $I_I$ , а други са  $I_F$ .



Слика 1.1: Параметри струјног импулса према дефиницијама CIGRE, преузето из [32]

Струјни импулс карактерише кратко време чела током којег се максимална вредност достиже за пар микросекунди, а затим вредност опада у пар десетина микросекунди. Ради тестирања опреме и изолације у лабораторијским условима импулс струје атмосферског пражњења се моделује стандардним импулсом чије је време чела  $1.2\mu s$ , а време зачеља  $50\mu s$  [1]. Стандардни импулс атмосферског пражњења  $1.2/50\mu s$  се може изразити аналитички помоћу *Heidler*-ове функције, која се користи за моделовање временског облика струје [25, 33].

Реалне вредности параметара струјног импулса током атмосферског пражњења се описују статистички и могу се представити лог-нормалном расподелом

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta x} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(x/M)}{\beta}\right]^2\right). \quad (1.3)$$

Вредности медијане  $M$  и стандардног одступања логаритма посматраног параметра су одређене на основу података из мерења које је извео *Berger* [5]. У случају негативних силазних пражњења вредности параметара су приказане у табелама 1.1 и 1.2 за први и наредне ударе, респективно.

Табела 1.1: Вредности параметара импулса струје за први удар негативног силазног пражњења према [5]

Параметри	$I_F$ [kA]	$t_{10/90}$ [ $\mu s$ ]	$t_{30/90}$ [ $\mu s$ ]	$t_T$ [ $\mu s$ ]	$S_{10/90}$ [kA/ $\mu s$ ]	$S_{30/90}$ [kA/ $\mu s$ ]
$M$	31.1	5.63	3.83	77.5	5.0	7.2
$\beta$	0.484	0.576	0.553	0.577	0.645	0.622

Табела 1.2: Вредности параметара импулса струје за наредне ударе негативног силазног пражњења према [5]

Параметри	$I_F$ [kA]	$t_{10/90}$ [ $\mu$ s]	$t_{30/90}$ [ $\mu$ s]	$t_T$ [ $\mu$ s]	$S_{10/90}$ [kA/ $\mu$ s]	$S_{30/90}$ [kA/ $\mu$ s]
$M$	12.3	0.75	0.67	30.2	15.4	20.1
$\beta$	0.530	0.921	1.013	0.933	0.944	0.967

Вероватноћа да је амплитуда струје једнака или већа од неке вредности  $I$  се може представити расподелом

$$P(I) = \frac{1}{1 + \left(\frac{I}{31}\right)^{2.6}}, \quad (1.4)$$

до које је дошао *J. G. Anderson* и коју је усвојио IEEE. Што се тиче броја удара током једног атмосферског пражњења, вероватноћа је приказана у табели 1.3, као и кумулативна вероватноћа да број удара буде већи од одређеног [2].

Табела 1.3: Вероватноћа броја удара током атмосферског пражњења

Број удара	1	2	3	4	5	6	7	8	9	>10
Вероватноћа	0.45	0.14	0.09	0.08	0.07	0.04	0.03	0.02	0.02	0.06
Кумулативно	1.00	0.55	0.41	0.32	0.24	0.17	0.13	0.10	0.08	0.06

Да би се одредио број атмосферских пражњења који у току године погоди надземни вод или разводно постројење потребно је знати годишњу густину пражњења ка земљи  $N_g$  у датом подручју, која се изражава у броју удара у години по квадратном километру. *Brooks* је још 1925. године проценио да се на глобалном нивоу сваке секунде дешава 100 атмосферских пражњења, што одговара просечној вредности густине пражњења од  $6 \text{ km}^{-2}\text{god}^{-1}$ . Ако се усвоји да пражњења која погоде место на површини земље чине 25% укупног броја атмосферских пражњења, долази се до просечне глобалне вредности за густину пражњења ка земљи  $N_g = 1.5 \text{ km}^{-2}\text{god}^{-1}$ . Олујни облаци поред грмљавине производе и кишу, па су многи истраживачи желели да утврде везу између атмосферских пражњења и падавина. Вршене су процене вредности количине падавина по броју атмосферских пражњења која се десе током олује. Међутим, утврђена је велика разноликост података који доста зависе од локације, типа олује и других метеоролошких фактора.

Густина пражњења ка земљи  $N_g$  се директно одређује вишегодишњим мерењима броја удара у неком подручју. До података о ударима атмосферских пражњења се долази помоћу мерача броја удара и система за локацију атмосферских пражњења. Такође, вредност  $N_g$  се може проценити на основу података добијених помоћу сателита са детекторима електромагнетског зрачења. Мерачи броја удара садрже антену помоћу које се региструје да ли израчено електрично или магнетско поље прелази дефинисану вредност прага. На овај начин, сваки мерач ће поред атмосферских пражњења ка земљи на основу којих се одређује вредност  $N_g$ , регистровати и пражњења унутар и између облака. Из тог разлога је потребно број пражњења добијен помоћу мерача помножити корекционим фактором, да би се искључио број оних пражњења која нису ударила у земљу. Системи за локацију атмосферских пражњења представљају мрежу више мерних станица које су успостављене у више држава како би се мапирале вредности густине пражњења ка земљи на великим подручјима.

С друге стране, ако оваква мерења нису вршена,  $N_g$  се може проценити према броју дана у години у којима се дешавају атмосферска пражњења. Овај број дана се назива кераунички ниво  $T_d$ . Према *Eriksson*-у [34] густина пражњења ка земљи је тада

$$N_g = 0.04T_d^{1.25} \quad [\text{broj udara/km}^2/\text{god}]. \quad (1.5)$$

Још један начин на који се може проценити  $N_g$  је преко броја сати грмљавинске активности у току године  $T_h$ , при чему CIGRE [32] предлаже линеарну зависност.

$$N_g = 0.05T_h \quad [\text{broj udara/km}^2/\text{god}]. \quad (1.6)$$

Предност коришћења керауничког нивоа  $T_d$  је најпре у томе да широм света постоје подаци скупљани више деценија од стране метеоролошких служби. Са друге стране, број сати грмљавинских активности  $T_h$  јесте теоријски потпунији податак, јер кераунички ниво  $T_d$  не разликује величину и трајање олује која се може јавити у току дана. Ипак, *Dulzon* и *Rakov* [1] препоручују коришћење керауничког нивоа  $T_d$ , јер су критеријуми одређивања вредности  $T_h$ , почетка и краја олује мање поуздани и заснивају се на субјективним опажањима људи. Такође, утврдили су да годишњи број кварова на надземним водовима има бољу корелацију са керауничким нивоом.

Када је утврђена вредност  $N_g$ , тада се број удара у надземни вод у години по јединици дужине  $N_s$  одређује преко

$$N_s = N_g \frac{28h^{0.6} + b}{10} \quad [\text{broj udara/100 km/god}], \quad (1.7)$$

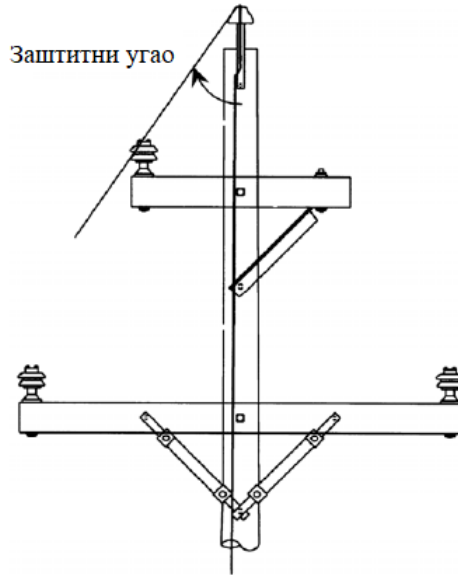
где је  $h$  средња висина на којој се налази заштитно уже, а  $b$  растојање између заштитних ужади. До израза 1.7 се дошло разматрањем геометријског модела задњег корака степ лидера непосредно пред удар [34].

Ради заштите фазних проводника од удара атмосферских пражњења изнад њих се постављају заштитна ужад која су уземљена и чији циљ је да пресретну пут степ лидера. Позиција заштитних ужади је одређена заштитним углом који заклапа вертикална линија која пролази кроз центар заштитног ужета и линија која спаја центре фазног проводника и заштитног ужета, као што је приказано на слици 1.2. У Србији се примењује заштитни угао од 30 степени. Приликом удара атмосферског пражњења у стуб или заштитно уже, потенцијал конзоле стуба у односу на фазни проводник може превазићи вредност подносивог напона изолације и јавља се повратни прескок са конзоле стуба на фазни проводник. Долази до формирања електричног лука између електрода које чине заштитну арматуру изолације. Сматра се да се при удару у стуб 80% струје из канала грома простире кроз сам стуб, а преосталих 20% кроз заштитно уже, подједнако на обе стране. Приликом прорачуна пренапона који се у овом случају јављају стуб се може моделовати концентрисаном индуктивношћу или кратким водом.

Приликом приближавања степ лидера надземном воду, постоји вероватноћа да атмосферско пражњење избегне заштитну ужад и удари директно у фазни проводник. Струја из канала атмосферског пражњења  $I_0$  се дели на два једнака дела који се простиру лево и десно дуж фазног проводника од места удара. То значи да није дошло до одбијања струјног импулса назад ка облаку и да је импеданса канала атмосферског пражњења једнака половини карактеристичне импедансе фазног проводника  $Z_c$ . Амплитуда напонског таласа који се простире по фазном проводнику је тада

$$U = Z_c \frac{I_0}{2} \quad (1.8)$$

Код надземних водова чији је називни напон већи од 110 kV при прорачуну пренапона и анализи очекиваног броја кварова треба узети у обзир и вредност радног напона коју може имати фазни проводник у тренутку удара. С обзиром да је време за које вредност ударног импулса атмосферског пражњења падне на половину максималне вредности



Слика 1.2: Дефиниција заштитног угла према [30]

реда величине десетина микросекунди, може се сматрати да је вредност радног напона константна и дата изразом

$$U = U_m \cos \theta, \quad (1.9)$$

где је  $U_m$  максимална вредност радног напона, а  $\theta$  вредност почетне фазе у тренутку пражњења. Како се атмосферско пражњење може догодити у било којем тренутку периоде радног напона, вредност  $\theta$  представља случајну величину у интервалу  $[0, 2\pi]$ .

Број директних удара у фазни проводник у години је дефинисан као *SFR* (енг. *Shielding Failure Rate*) и до њих долази при мањим струјама атмосферског пражњења. Маскималне струје атмосферског пражњења при којима може доћи до директних удара у фазни проводник су око 20 кА. При већим струјама атмосферског пражњења заштитна ужад успевају да пресретну пут степ лидера, чиме се ствара могућност повратног прескока. Број повратних прескока у години је дефинисан као *BFR* (енг. *Backflash Rate*).

Након избијања ударног импулса, пренапонски талас почиње да се простира дуж фазног проводника. Притом се на суседним фазним проводницима индукују напони чија вредност може бити критична. На свом путу пренапонски талас наилази на оближње стубове и коначно може стићи до разводног постројења. У случају директног удара у фазни проводник на најближим стубовима може доћи до прескока са фазног проводника ка конзоли стуба, чији годишњи број је дефинисан као *SFFOR* (енг. *Shielding Failure Flashover Rate*). Када пренапонски талас стигне до разводног постројења, мерни и енергетски трансформатори су посебно осетљиви на стрмину импулса. Амплитуда и стрмина су најважнији параметри који одређују опасност импулса који стиже до разводног постројења и постоје методи за процену њихових вредности [35].

Приликом прорачуна простирања напонских и струјних таласа дуж надземног вода услед директних удара атмосферских пражњења главни ефекат који утиче на промену облика напонског импулса током простирања је корона која се формира око проводника [36]. Корона пражњење изазива атенуацију и дисторзију таласа услед губитака који се јављају због јонизације ваздуха. Део напонског таласа који се налази изнад прага короне ће се простирати брзином која је мања од брзине светлости [37].

### 1.3 Корона пражњење

Корона је парцијално пражњење које се дешава око оштрих електрода са малим радијусом кривине као што су игле, жице и ивице при чему се формира јако нехомогено електрично поље у ваздуху на атмосферском притиску. Пражњење се назива парцијалним зато што не долази до пробоја у ваздуху у целом простору између електрода, већ само око оштре електроде где интензитет електричног поља има довољно велику вредност како би дошло до јонизације молекула гаса и генерисања наелектрисаних честица. У области далеко од електроде, вредност јачине електричног поља је недовољна за генерацију наелектрисаних честица тако да је могућност формирања варнице између електрода искључена. У инжењерској пракси ефекти корона пражњења се користе код електростатичких пресипитатора [38, 39], производње озона [40], одређивања величине честица аеросоли [41], механизма провођења топлоте код хлађења електронских уређаја [42], модификације протока ваздуха [43], декомпозиције нестабилних органских једињења [44], површинског третирања филмова од полимера [45], поларизације електрета [46].

С обзиром да коефицијенти јонизације и припајања нису константни, већ зависе од односа интензитета електричног поља и концентрације молекула гаса, пробојно електрично поље у ваздуху ће зависити од атмосферских услова, ваздушног притиска  $p$  и температуре  $T$ . Поред тога, у случају короне пражњење се одвија у нехомогеном електричном пољу чија просторна расподела зависи од геометријског облика електроде, посебно уз саму површину. Из тог разлога ће критични напон који је потребан за појаву короне зависити и од облика електроде. Притом, утицај на критичну вредност напона имају све неравнине које могу постојати на површини електроде и које локално повећавају вредност интензитета електричног поља. *Peek* [47, 48] је почетком XX века истраживао појаву короне око жица и дошао до емпиријске формуле за критично електрично поље за појаву короне између коаксијалне жице и цилиндра

$$E_c = 3.15\delta \left( 1 + \frac{0.308}{\sqrt{\delta r[\text{cm}]}} \right) \frac{\text{MV}}{\text{m}}, \quad (1.10)$$

где је  $\delta = \frac{pT_0}{p_0T}$  корекциони фактор (вредности  $p_0 = 1.013 \text{ mbar}$  и  $T_0 = 293\text{K}$  представљају стандардне атмосферске услове), а  $r$  је полупречник жице изражен у  $\text{cm}$ .

Корона се највише изучава око жице са коаксијалним цилиндром или изнад проводне равни и у геометрији игле или штапа изнад проводне равни. Постоје различите физичке карактеристике корона пражњења у зависности од поларитета примењеног напона. До пробоја долази у временском периоду реда величине пар десетина наносекунди. Електрони имају главну улогу при формирању корона пражњења јер сударима обезбеђују производњу позитивних и негативних јона. Такође, на временској скали пробоја може се сматрати да су електрони једине честице које се крећу и да се брзина дрифта јона може занемарити. У случају негативне короне електрони се крећу у супротном смеру од катоде и на свом путу генеришу најпре позитивне јоне у јаком електричном пољу. Како долазе у област даље од катоде, где је интензитет електричног поља нижи, процес припајања постаје доминантан и долази до генерације негативних јона. Оваква структура наелектрисања ствара појачано електрично поље уз саму катоду. Са друге стране, у случају позитивне короне електрично поље уз површину аноде опада. Разлог за то је што се током пробоја око електроде генерише наелектрисање истог знака (позитивно), јер се електрони крећу у смеру ка аноди на чијој површини се рекомбинују.

Када је примењени напон једносмеран, струја короне може бити стална или се јавља у облику периодичних импулса. У случају негативне короне у ваздуху јављају се *Trichel*-ови импулси [49] који имају стрму предњу ивицу, трају пар десетина наносекунди и имају стабилно време понављања. Режим са *Trichel*-ови импулсима се јавља код електронегативних

гасова који имају афинитет према електрону у које спадају кисеоник и угљен-диоксид. Разлог за успостављање импулса је што се при пробоју око електроде генеришу негативни јони који обарају електрично поље и гасе пражњење. Током времена између импулса, негативно електрисање се одаљава од катоде, при чему се поново успоставља електрично поље довољно за пробој и процес се понавља. Период понављања импулса расте са примењеним негативним напонем и може трајати од пар до стотину микросекунди. Када је примењени напон довољно висок, пулсирајући режим престаје и успоставља се стална струја.

У случају када се примењује напонски импулс, чија је вредност у почетном тренутку једнака нули, а затим достиже максимум и опада, до пробоја може доћи у различитим тренуцима у зависности када је тачно дошло до појаве иницијалних електрона. Генерација електрона услед космичких зрака или природне радиоактивности је стохастички догађај који се не може прецизно предвидети, па долази до појаве статистичког времена кашњења код пражњења услед импулса стрме предње ивице. Код једносмерног напона статистичко време кашњења нема утицај на процес пробоја, јер је вредност напона константна, кад год дошло до иницирања бурне јонизације. Са друге стране, код пражњења услед напонских импулса статистичко време кашњења ће имати утицај на промену вредности напона од тренутка почетка пробоја. Вредност времена кашњења опада са повећањем амплитуде импулса, па у случају стандардног импулса атмосферског пражњења нема пресудан утицај на укупно генерисано наелектрисање короне.

Код система за пренос електричне енергије корона се формира око надземних проводника високонапонских далековаода и губици услед корона пражњења могу бити поредиви са Џуловим губицима. Опажа се светлосним и звучним ефектима који указују на присуство пражњења. Са друге стране, у случају присуства пренапона на надземним водовима корона је користан ефекат, јер обара амплитуду и стрмину ударног импулса, чинећи га мање опасним по опрему у разводном постројењу. Ефекат генерисања наелектрисања око проводника услед корона пражњења је нелинеаран. Без короне зависност генерисаног наелектрисања од примењеног напона би била линеарна и њихов однос је капацитивност надземног вода. Ако примењени напон има довољно велику вредност, корона ће се формирати око проводника и наелектрисање ће почети да цури у околни простор што чини да зависност наелектрисања и напона постане нелинеарна функција. Ова зависност је представљена  $QV$  кривом која се може користити за одређивање динамичке капацитивности потребне за укључивање ефекта короне у прорачун простирања пренапона.  $QV$  крива се може одредити експериментално мерењем наелектрисања током пражњења у цилиндричној геометрији [19] или током пражњења на дугачком проводнику који је постављен на некој висини изнад земље [50]. Такође, предложени су различити инжењерски модели короне који се могу користити за процену  $QV$  крива [19, 51, 52].

Корона пражњење се може описати једначинама континуитета за једну или више врста честица које учествују у пражњењу. При моделовању, корона се обично симулира за случај једносмерних пражњења код електростатичких пресипитатора [38], HVDC енергетских водова [53] и код анализе Трихелових импулса [54, 55]. Равнотежна расподела наелектрисања се може израчунати помоћу методе карактеристичних линија, методе коначних елемената, методе симулације наелектрисања, итд. Сви ови методи захтевају додатно познавање интензитета електричног поља на површини проводника и обично се усваја *Kaptsov*-а хипотеза, према којој је електрично поље уз саму электроду константно током пражњења и једнако вредности добијеној помоћу *Peek*-ове формуле 1.10. Симулацијом динамике позитивних и негативних једносмерних корона пражњења бавили су се *Morrow* [56], *Napartovich*, [57], *Sattari* [54]. *Li* [58] је анализирао позитивно корона пражњење при ударном импулсу, али је коришћен једноставан модел једне врсте честица.

## 1.4 Циљеви дисертације

Поред тога што чини саставни део самог канала атмосферског пражњења, корона је најзначајнији ефекат који утиче на временску зависност ударног импулса пренапона током простирања дуж надземних водова. Из ових разлога је анализа динамике наелектрисања у корони кључна за разумевање процеса повратног удара и простирања пренапонских таласа дуж вода. Модел короне би требало да буде једноставан и да не захтева сложен математички прорачун, како би нашао примену у широј инжењерској пракси. Са друге стране, да би се постигла тачна процена количине генерисаног наелектрисања, потребно је узети у обзир разноврсне физичке механизме. Извршаваће сложених прорачуна који захтевају састављање рачунарских програма, имплементацију нумеричких метода и дуже време извршења кода је оправдано са становишта научног истраживања короне и доласка до нових закључака који се могу користити за формулисање једноставнијих модела.

Први циљ дисертације је анализа расподеле наелектрисања у каналу атмосферског пражњења коришћењем генерисаног модела повратног удара са путујућим струјним извором (GTCS модел). Разматраће се цилиндрични модел корона омотача који се састоји из две зоне. Зона 1 се налази око језгра канала и садржи укупно позитивно наелектрисање. Зона 2 окружује зону 1 и садржи укупно негативно наелектрисање. Биће испитан утицај различитих расподела наелектрисања унутар зона на динамику канала повратног удара атмосферског пражњења. Оправданост усвојеног модела ће бити проверена слагањем рачунатог електричног поља са мереним вредностима при експериментима вештачки изазваних атмосферских пражњења.

Други циљ дисертације је моделовање и нумеричка симулација короне око цилиндричног проводника услед негативног стандардног импулса атмосферског пражњења. Динамика честица у јонизованом гасу се описује дрефт-дифузионим моделом који представља једначине континуитета за електроне, јоне и ексцитоване честице. Овај модел омогућава детаљну анализу физичких и хемијских процеса који се одвијају током пражњења. На основу резултата симулације просторне и временске зависности концентрације честица и вредности електричног поља, може се одредити укупно генерисано наелектрисање у зависности од примењеног напона ( $QV$  крива). Познавање еволуције концентрација појединачних честица, позитивног и негативног наелектрисања је од значаја за састављање и разматрање једноставнијих инжењерских модела короне.

Трећи циљ дисертације је примена резултата симулације короне на анализу простирања негативног ударног таласа атмосферског пражњења дуж надземног вода. Макроскопски гледано, корона повећава капацитивност вода и доводи до појаве проводности ваздуха између жичаног проводника и земље. Током простирања импулса ове величине се могу одредити на основу симулације  $QV$  крива, која ће бити извршена коришћењем претходно утврђеног дрефт-дифузионог модела. Овај модел омогућава да се узму у обзир разне физичке и хемијске реакције које се дешавају у области проводника надземног вода. Од посебног интереса је одредити како корона утиче на амплитуду и стрмину импулса током простирања, јер су то најважнији параметри који одређују опасност импулса који стиже до разводног постројења.



## Глава 2

# Динамика канала атмосферског пражњења током повратног удара

Мерења електричног поља у непосредној близини канала атмосферског пражњења је извео *Miki* [59]. Закључци и објашњења изведена из тих експеримената омогућила су боље схватање временске еволуције корона омотача током повратног удара и поуздану процену подужне густине наелектрисања близу земље. Експерименти су изведени у војној бази *Camp Blanding* на Флориди (САД) где постоји систем за вештачко изазивање атмосферских пражњења.

Услед описаног поступка вештачког изазивања атмосферског пражњења, процеси који се дешавају код првог удара који одмах наступа су другачији него код природних атмосферских пражњења. Ракета се креће брзином око 200 m/s и када достигне висину између 200 m и 300 m појачано електрично поље око врха ракете изазива позитивно наелектрисан лидер који се простире навише ка облаку. Долази до испаравања жице и успостављања проводног канала између облака и земље. Када позитивни лидер стигне до центра негативног наелектрисања у облаку, успоставља се континуална струја којом се празни негативно наелектрисање из облака ка земљи и која траје пар стотина милесекунди. Након ове почетне фазе вештачки изазваног атмосферског пражњења наступају наредни удари који се састоје од дарт лидера који путује од облака ка земљи и повратног удара и који су идентични као код природних атмосферских пражњења.

Временска зависност струје повратног удара се може разликовати од осталих импулса по томе што непосредно пред повратни удар не протиче стална струја. Код инжењерских модела повратног удара струја у тачки удара представља улазну величину, с обзиром да се може директно мерити. Стога постоји потреба да се временска зависност струје изрази у аналитичком облику. Поред тога, измерена временска зависност струје садржи шум и сирови подаци нису погодни за прорачун. У досадашњим истраживањима атмосферских пражњења коришћене су разне математичке функције које треба да представе струју у тачки удара. Поред тога што се зависност струје користи код модела повратног удара, аналитичка функција је такође потребна за прорачун параметара атмосферских пражњења и електромагнетског поља. Зато је битно да функција буде на једноставан начин интегрална и диференцијабилна.

Аналитичка функција која се често користи за представљање временске зависности струје у тачки удара је *Heidler*-ова функција [25].

$$i_0(t) = I_0 \frac{(t/\tau_1)^n}{1 + (t/\tau_1)^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right). \quad (2.1)$$

Експоненцијална функција у изразу 2.1 добро описује задњу ивицу импулса и опадање вредности струје, док разломак описује предњу ивицу импулса. Коефицијенти функције

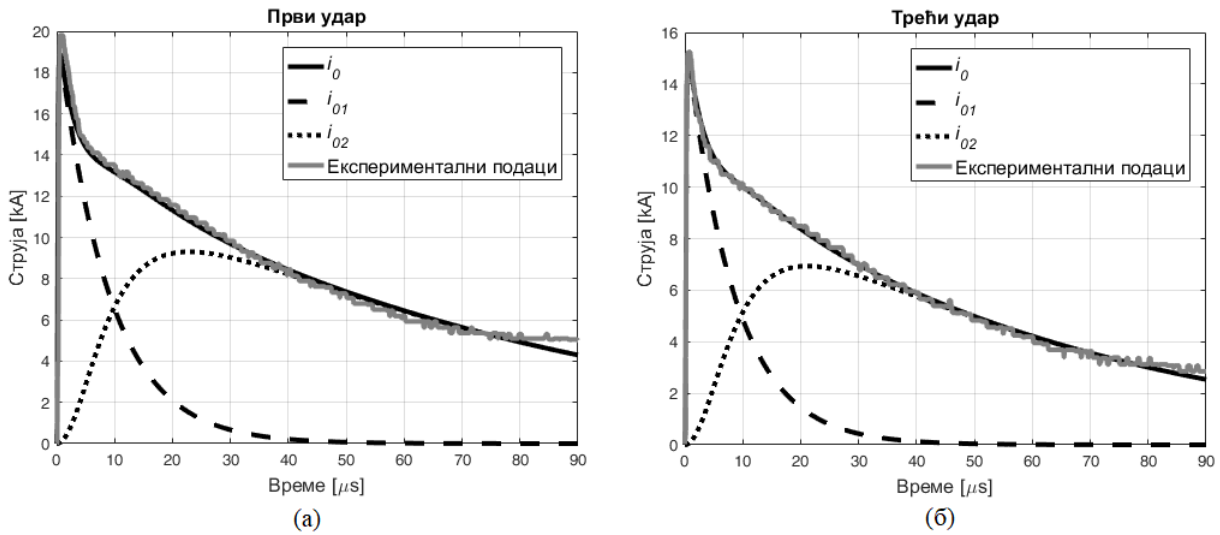
2.1  $I_0$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  и  $n$  се могу одредити из измерених параметара струје атмосферског пражњења као што су максимална вредност, време пораста до максималне вредности, максимум првог извода и трансфер наелектрисања. *Heidler*-ова функција показује висок степен флексибилности у избору вредности параметара. До слагања са измереним вредности величина карактеристичних за атмосферско пражњење може се доћи коришћењем различитих функција са другачијим вредностима коефицијената. Који скуп вредности коефицијената ће бити коришћен у изразу 2.1 коначно зависи од упоређивања вредности израчунатог и мереног електромагнетског поља. Најбоље фитовање података добијених из мерења се добија када се користе две функције које представљају две компоненте струје у тачки удара. Укупна струја у тачки удара се може изразити у аналитичком облику:

$$i_0(t) = I_1 + I_2, \quad I_j = I_{mj} \frac{(t/\tau_{1j})^{n_j}}{1 + (t/\tau_{1j})^{n_j}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{2j}}\right), \quad j = 1, 2. \quad (2.2)$$

На слици 2.1 су приказана два импулса струје повратног удара које је измерио *Miki* током једног атмосферског пражњења означеног у раду [59] са S0033. Струја првог повратног удара након дарт лидера је приказана на слици 2.1а, а на слици 2.1б је приказана струја трећег повратног удара. Поред експерименталних резултата, приказане су и аналитичке функције 2.2 којима је представљен импулс струја. Вредности параметара у изразу 2.2 су приказане у табели 2.1.

Табела 2.1: Вредности параметара функције струје 2.2

Удар S0033	$I_{m1}$ [kA]	$n_1$	$\tau_{11}$ [ $\mu$ s]	$\tau_{21}$ [ $\mu$ s]	$I_{m2}$ [kA]	$n_2$	$\tau_{12}$ [ $\mu$ s]	$\tau_{22}$ [ $\mu$ s]
Први удар	20.403	4	0.19364	8.7766	15.228	2	9.9791	71.801
Трећи удар	16.332	4	0.21292	8.2649	12.257	2	10.012	57.569



Слика 2.1: Струја у тачки удара при атмосферском пражњењу S0033 из [59] а) први удар б) трећи удар

*Rubinstein* је крајем осамдесетих и почетком деведесетих година XX века у *Kennedy Space Center*, који се такође налази на Флориди, мерио и анализирао временску зависност вертикалног електричног поља услед вештачки изазваних атмосферских пражњења. Мерења су вршена на удаљености од 500 m и 30 m [60] и установљено је да временска зависност вертикалног електричног поља има облик асиметричног латиничног слова V. Дно слова V које представља негативни пик електричног поља означава тренутак у којем

фаза лидера прелази у фазу повратног удара. Предња ивица импулса представља раст интензитета електричног поља услед надолазећег лидера, а задња ивица представља нагло опадање интензитета електричног поља услед неутрализације наелектрисања у каналу током повратног удара.

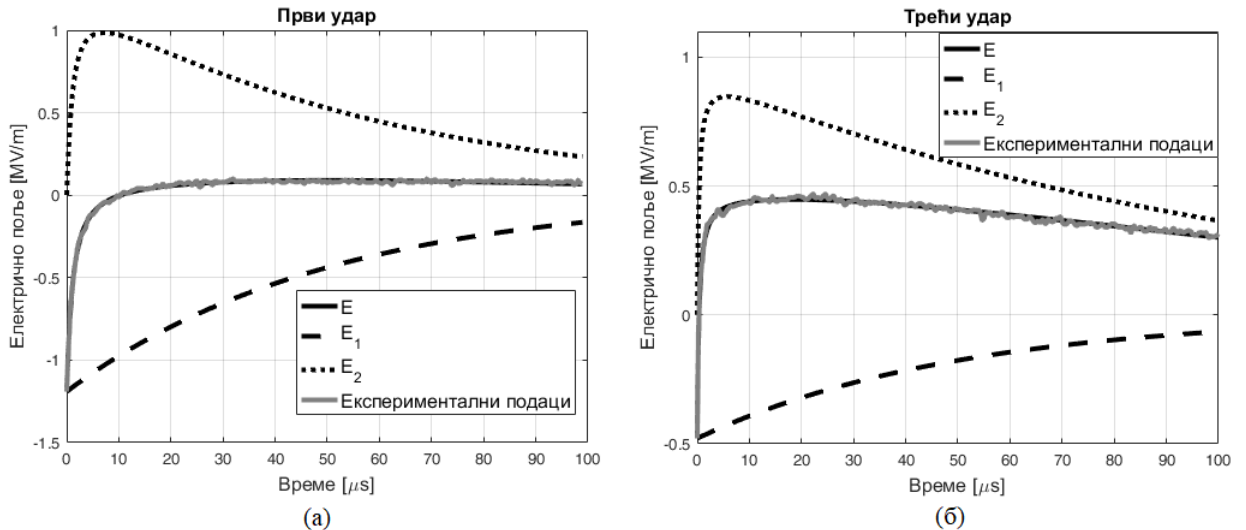
*Miki* је успео да изврши мерења и вертикалног и хоризонталног електричног поља на јако малим растојањима од места спајања канала вештачки изазваног атмосферског пражњења. Мерења су извршена помоћу Покелсових сензора на растојањима 0.1 – 1.6 m. Истовремено је мерена и струја у дну канала, као и електрично поље на удаљеностима од 5 m, 15 m и 30 m. Максимуми хоризонталног електричног поља су измерени код 8 различитих удара и њихове вредности се крећу у опсегу од 495 kV/m до 1.2 MV/m при чему је средња вредност 821kV/m. Временска зависност електричног поља је представљена помоћу аналитичких функција  $E_1$  и  $E_2$

$$E(t) = E_1 + E_2, \quad E_1 = E_{m1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{21}}\right), \quad E_2 = E_{m2} \frac{(t/\tau_{12})^n}{1 + (t/\tau_{12})^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{22}}\right) \quad (2.3)$$

На слици 2.2 су приказана мерења хоризонталног електричног поља измерена на растојању од 10 cm при повратним ударима атмосферског пражњења означеног у раду [59] са S0033 и којима одговарају снимљени импулси струје приказани на слици 2.2. Поред експерименталних резултата, приказане су и аналитичке функције 2.3 којима је представљена временска зависност електричног поља. Вредности параметара у изразу 2.3 су приказане у табели 2.2.

Табела 2.2: Вредности параметара функције електричног поља 2.3

Удар S0033	$E_{m1}$ [MV/m]	$\tau_{21}$ [ $\mu$ s]	$E_{m2}$ [MV/m]	$n$	$\tau_{12}$ [ $\mu$ s]	$\tau_{22}$ [ $\mu$ s]
Први удар	-1.191	50	1.244	1.136	1.1	59.22
Трећи удар	-4.79	50	9.43	1.028	0.34	105.955



Слика 2.2: Хоризонтално електрично поље на растојању од 10 cm при атмосферском пражњењу S0033 из [59] а) први удар б) трећи удар

Нови и детаљнији резултати мерења су касније објављени у раду [61] где су изведени нови закључци и објашњења процеса корона пражњења током фазе повратног удара. Мерења блиског електричног поља приказана на слици 2.2 су извршена на висини 2 m

од земље. Електрично поље у почетку има негативну вредност и опада, што је очекивано понашање с обзиром да је дарт лидер депоновао негативно наелектрисање које се током повратног удара неутралише. Међутим, након што вредност електричног поља падне на нулу, долази до појаве позитивног електричног поља. Овај ефекат премашаја позитивног електричног поља постоји код две трећине снимљених резултата мерења. Са слика 2.2а и 2.2б види се да је позитивно електрично поље много више изражено код трећег удара него код првог, као и да много раније наступа.

## 2.1 TCS модели повратног удара

Код модела са путујућим струјним извором канал лидера се третира као наелектрисани вод, а струја повратног удара се генерише таласом потенцијала земље који се простира од земље ка облаку. Када таласни фронт повратног удара стигне до неке висине канала лидера, потенцијал тог сегмента се мења са потенцијала облака на вредност блиску потенцијалу земље. Ово узрокује ослобађање везаног наелектрисања у корона омотачу које прелази на језгро, што доводи до радијалне струје короне. Према томе, сегменти на свакој висини канала се могу третирати као струјни извори који се укључују када до њих стигне таласни фронт повратног удара. Генерисани струјни импулси се крећу дуж језгра ка земљи брзином светлости.

Основне принципе који су присутни код TCS модела су први изнели *Wagner* и *Hileman* [62]. Претпоставили су да је за неутрализацију корона омотача потребно неко одређено време, па се струја короне може представити опадајућом експоненцијалном функцијом. Притом је брзина простирања струје короне низ канал током повратног удара бесконачна. У класу TCS модела спада и модел који су саставили *Bruce* и *Golde* [24]. Они су усвојили да је струја на сваком сегменту канала преко којег је прешао таласни фронт повратног удара једнака струји у тачки удара.

Код TCS модела који је развио *Heidler* [25] улазни параметри су струја у тачки удара и брзина таласног фронта повратног удара. Сматра се да се на одређеном сегменту канала неутрализација корона омотача дешава тренутно када таласни фронт повратног удара достигне висину на којој се сегмент налази, па се генерисана струја короне може представити Дираковом делта функцијом. Брзина простирања струјних импулса низ канал је једнака брзини светлости. Последица оваквог описа пражњења наелектрисања из корона омотача јесте да је струја у тачки удара у неком тренутку  $t$  једнака вредности струје која је била на висини  $z$  у тренутку  $t - z/c$

$$i_0(t) = i\left(z, t - \frac{z}{c}\right). \quad (2.4)$$

Инверзијом израза 2.4 добија се да је временска зависност струје дуж канала атмосферског пражњења према *Heidler*-овом моделу

$$i(z, t) = i_0\left(t + \frac{z}{c}\right)u\left(t - \frac{z}{v}\right), \quad (2.5)$$

где је  $i_0$  струја у тачки удара, а  $v$  је брзина таласног фронта повратног удара која се најчешће усваја да је једнака трећини брзине светлости. Хевисајдова функција  $u\left(t - \frac{z}{v}\right)$  обезбеђује да је у делу канала изнад таласног фронта повратног удара струја једнака нули.

Решавањем једначине континуитета 1.1 коришћењем израза 2.5 добија се подужна количина наелектрисања која је убачена у канал

$$q(z, t) = \frac{i_0(z/v^*)}{v^*} - \frac{i_0(t + z/c)}{c}, \quad t \geq z/v, \quad v^* = \frac{vc}{v + c}, \quad (2.6)$$

где је  $v^*$  редукована брзина повратног удара. Други члан у изразу 2.6 зависи од времена и опада на нулу како  $t$  тежи бесконачности, што представља крај процеса повратног удара. Како након неутрализације корона омотача убачена подужна количина наелектрисања мора бити једнака негативној вредности почетне подужне густине наелектрисања  $q_0(z)$  непосредно пре почетка повратног удара, добија се

$$q_0(z) = -\frac{i_0(z/v^*)}{v^*}. \quad (2.7)$$

Недостатак овог модела је то што се јавља дисконтинуитет струје на месту таласног фронта повратног удара, па самим тим јавиће се и дисконтинуитети у израченом електромагнетском пољу. *Diendorfer* и *Uman* [26] су отклонили овај недостатак увођењем претпоставке да до неутрализације наелектрисања у корона омотачу не долази тренутно, већ је смањење почетне количине наелектрисања описано експоненцијалном функцијом.

Јован Цветић, професор Електротехничког факултета у Београду, формулисао је генерализовани TCS модел - GTCS [28]. Према GTCS моделу, елементарни сегмент канала дужине  $dz$  се активира када преко њега пређе таласни фронт повратног удара и постаје елементарни струјни извор. Уместо експоненцијалне функције која код DU модела описује пражњење, GTCS модел уводи функцију пражњења  $f$  која није унапред дефинисана. Одабиром одговарајуће функције пражњења могли би се поновити резултати претходних модела из групе TCS модела. Подужна густина наелектрисања канала је дата са

$$q(z, t) = q_0(z)f(u), \quad u = t - \frac{z}{v}, \quad t > \frac{z}{v}. \quad (2.8)$$

Овде је усвојено да је облик функције пражњења  $f(u)$  исти на свакој висини канала. Зависност подужне густине наелектрисања од висине канала и времена се алтернативно може описати и преко функције пуњења  $f^+$ , где је  $f = 1 - f^+$ . Функцијом пражњења се представља збирни ефекат свих физичких процеса у корона омотачу током фазе повратног удара и задовољава следеће ставке:

$$\begin{aligned} (a) \quad & f(u \leq 0) = 1 \\ (b) \quad & f(u \geq 0) \geq 0 \\ (c) \quad & f(u \rightarrow \infty) = 0 \\ (d) \quad & df(u \geq 0)/du \leq 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Ставка (а) произилази из чињенице да је пре почетка пражњења подужна густина наелектрисања једнака почетној, а ставке (b), (c) и (d) указују да након почетка пражњења подужна густина наелектрисања монотono опада на нулу.

Струја коју генерише елементарни струјни извор на висини  $z$  је

$$di_g(z, t) = q_0(z) \frac{\partial f(t - z/v)}{\partial t} dz. \quad (2.10)$$

Струја у тачки удара је представљена као интеграл свих струјних импулса који потичу од елементарних сегмената канала који су активирани и који путују ка дну канала брзином светлости. Компонента струје у тачки удара која потиче од струјног извора  $di_g(z, t)$  је

$$di_0(t) = di_g(z, t - \frac{z}{c}) = q_0(z) \frac{\partial f(t - z/v - z/c)}{\partial t} dz. \quad (2.11)$$

Коначан израз за струју у тачки удара добија се интегралом до активне висине канала  $h_a = v^*t$  с обзиром да је аргумент функције  $f$  у изразу 2.11 једнак  $t - z/v^*$  и ставку (а) из 2.9. Ово је последица тога што струјни импулси који потичу од сегмената који се налазе

између активне висине канала  $h_a$  и висине на којој се налази таласни фронт повратног удара  $h = vt$  још нису стигли до дна канала. Коначно, према GTCS моделу израз за струју у тачки удара је дат са

$$i_0(t) = \int_0^{h_a} q_0(z) \frac{\partial}{\partial t} f(t - z/v^*) dz. \quad (2.12)$$

Да би се одредила временска зависност струје дуж канала атмосферског пражњења  $i(z, t)$ , потребно је уопштити анализу којом се дошло до струје у тачки удара за сваку висину  $z$ . Тада се према GTCS моделу добија да је

$$i(z, t) = \int_z^{h_{az}} q_0(\xi) \frac{\partial}{\partial t} f(t - \xi/v^* + z/c) d\xi, \quad h_{az} = v^*(t + z/c). \quad (2.13)$$

Даље унапређење GTCS модела је омогућено увођењем одбијања струјних импулса од земље [63]. Тада се поред силазних импулса који путују у смеру ка дну канала, јављају и узлазни импулси који путују ка облаку услед одбијања од земље. Струја у тачки удара ће имати компоненту која потиче од силазних импулса  $i_{0d}$  и компоненту која потиче од узлазних импулса  $i_{0u}$ . Силазна компонента је већ одређена у претходној анализи интегралом у изразу 2.12, а при рефлексијама од земље струја у тачки удара ће имати и додатну узлазну компоненту. У тачки удара на висини  $z = 0$  важи да је

$$i_{0/u} = \Gamma i_{0/d} \quad (2.14)$$

где је  $\Gamma$  коефицијент рефлексије од земље. Вредност овог коефицијента је у опсегу  $|\Gamma| < 1$ . Теоријски, ако је проводљивост земљишта бесконачна, вредност коефицијента  $\Gamma$  је једнака 1. Међутим, код добро уземљених структура при чему је проводљивост земље коначна вредност коефицијента је мања од 1. На пример, за торањ *Peissenberg* коефицијент рефлексије је  $\Gamma = 0.7$  [64]. Када је проводљивост земљишта ниска, импеданса земљишта може бити већа од карактеристичне импедансе канала и тада је вредност коефицијента у опсегу од -1 до 0. Вредност коефицијента рефлексије од земље има изразито нелинерну зависност од јачине струје у тачки удара [65, 66, 67]. Да би се узели у обзир нелинеарни ефекти, уводи се временски зависна функција коефицијента рефлексије  $\Gamma$ . Укупна струја у тачки удара представља збир силазне и узлазне компоненте

$$i_0(t) = i_{0/d}(t) + i_{0/u}(t) = (1 + \Gamma)i_{0/d} = (1 + \Gamma) \int_0^{v^*t} q_0(z) \frac{\partial}{\partial t} f(t - z/v^*) dz. \quad (2.15)$$

Када се рефлексије од земље не узимају у обзир тада је  $\Gamma = 0$  и израз 2.15 се своди на израз 2.12.

Подужна густина наелектрисања се може израчунати ако су познате струја у тачки удара и функција пражњења канала. Струја у тачки удара се добија директним мерењима, а функција пражњења се може проценити на основу мерења електричног поља у блиској околини канала. Израз 2.15 представља Волтерину једначину прве врсте и до решења за зависност почетне густине наелектрисања дуж канала се може доћи нумеричким путем. Временска зависност струје у тачки удара и функције пражњења је позната на домену у опсегу  $[0, T]$ . Домен се дели на  $N - 1$  једнаких временских интервала  $\Delta T = T/(N - 1)$ , при чему су у тренуцима  $t_k = k \cdot \Delta T$  дефинисане вредности струје  $i_{0k}$  и првог извода функције пражњења  $f'_k$ , где је  $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ . Тачке дуж канала у којима се рачуна подужна густина наелектрисања морају бити дефинисане кораком  $\Delta z = v^* \Delta T$ . Висине на којима се рачуна  $q_0(z)$  су онда дате са  $z_j = j \cdot \Delta z$ , где је  $j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ . То значи да ако су функција струје и функција пражњења познате до тренутка  $T$ , онда се

почетна подужна густина наелектрисања може израчунати до висине  $H = v^*T$ . Временски интервали и кораци по висини канала су одабрани тако да  $j$ -тој висини одговара  $k$ -ти временски тренутак, при чему је  $z_j = v^*t_k$ . Вредност првог извода функције пражњења у изразу 2.15 у тренутку  $t_k$  и на висини  $z_j$  је тада

$$f'\left(t_k - \frac{z_j}{v^*}\right) = f'\left(k \cdot \Delta T - j \cdot \frac{\Delta z}{v^*}\right) = f'\left((k-j) \cdot \Delta T\right) = f'_{k-j}. \quad (2.16)$$

Интергал 2.15 се може апроксимирати методом суме површина правоугаоника

$$i_{0k} = (1 + \Gamma) \sum_{j=0}^{k-1} q_{0,j} f'_{k-j} \Delta z. \quad (2.17)$$

Из суме у изразу 2.17 се може издвојити члан који садржи вредност подужне густине наелектрисања  $q_{0,k-1}$  на висини  $z_{j=k-1}$ .

$$\frac{i_{0k}}{(1 + \Gamma)\Delta z} = \sum_{j=0}^{k-2} q_{0,j} f'_{k-j} + q_{0,k-1} f'_1. \quad (2.18)$$

Одавде се може изразити подужна густина наелектрисања на висини  $z_{k-1} = (k-1) \cdot \Delta z$

$$q_{0,k-1} = \frac{1}{f'_1} \left[ \frac{i_{0k}}{(1 + \Gamma)\Delta z} - \sum_{j=0}^{k-2} q_{0,j} f'_{k-j} \right]. \quad (2.19)$$

Помоћу израза 2.19 може се израчунати вредност  $q_0$  на некој висини, ако су познате вредности на осталим нижим висинама. Полази се од дна канала где је  $z = 0$ , а затим се израз 2.19 редом примењује за сваку следећу висину на којој се рачуна подужна густина наелектрисања.

Милица Таушановић [68] је применила GTCS модел са рефлексијама од земље за анализу подужне густине наелектрисања канала и динамике корона омотача користећи мерења које је извршио *Miki* [59]. Искористићене су снимљене временске зависности струје у тачки удара и хоризонталног електричног поља на растојању од  $r_0 = 10$  cm у првом повратном удару при атмосферском пражњењу означеном са S0033 и које су приказане на сликама 2.1a и 2.2a. Електрично поље је мерено на висини  $z_0 = 2$  m на којој је подужна густина наелектрисања  $q_0 = q(z_0)$ . Тачка мерења има координате  $(r_0, z_0)$ , па је ако се узме у обзир израз 2.8 рачуната временска зависност електричног поља дата са

$$E(t) = \frac{q_0 f(t)}{2\pi\epsilon_0 r_0} \quad (2.20)$$

До израза 2.20 се дошло применом Гаусовог закона на бесконачно дугачку и равномерно наелектрисану нит подужним наелектрисањем  $q_0$ . Овде се сматра да је електрично поље мерено довољно близу канала да наелектрисање које се налази испод и изнад  $z_0 = 2$  m не доприноси значајно интензитету електричног поља и да је тачка мерења довољно високо да се утицај лика услед проводне земље може занемарити. Иако је електрично поље мерено на врло малом растојању од вертикалне осе канала, израз 2.20 подразумева да се тачка мерења налази изван спољне границе канала атмосферског пражњења и да корона омотач није захватио сензоре електричног поља.

Измерена вредност електричног поља у почетном тренутку повратног удара је  $E_0 = E(t=0) = -1.2$  MV/m. Како је према ставци (а) у изразу 2.9 функција пражњења у почетном тренутку  $f(t=0) = 1$ , вредност подужне густине наелектрисања на висини  $z_0 = 2$  m је дата са

$$q_0 = 2\pi\epsilon_0 r_0 E_0 = 6.67 \mu\text{C}/\text{m}. \quad (2.21)$$

Временска зависност функције пражњења је на основу израза 2.20 и 2.21 дата са

$$f(t) = \frac{E(t)}{E_0} \quad (2.22)$$

Вредност електричног поља пада на нулу у тренутку  $t = 10 \mu\text{s}$ , након чега добија позитивне вредности. Последица тога је да би након овог тренутка према изразу 2.22 функција пражњења имала негативне вредности, што није физички прихватљиво и не би задовољавала ставке из 2.9. Зато је битно да се израз 2.22 примењује до тренутка  $t = 10 \mu\text{s}$ , што је довољно да се израчуна подужна густина наелектрисања до висине  $H = 750 \text{ m}$ , када је брзина повратног удара  $v = c/3$ .

Са становишта TL модела премашај позитивног електричног поља се објашњава експанзијом корона омотача преко позиције сензора електричног поља, при чему позитивне радијалне струје из језгра неутралишу негативно наелектрисање у корона омотачу током повратног удара. То би значило да се измерено електрично поље  $E(t)$  не би могло користити за процену функције пражњења према изразу 2.20. Ипак, у складу са резултатима GTCS модела биће показано да је полупречник канала атмосферског пражњења на висини 2 m мањи од растојања од 10 cm на којем је мерено електрично поље.

Да би се израчунала подужна густина наелектрисања дуж канала решавањем једначине 2.15 потребно је још усвојити вредности коефицијента рефлексије  $\Gamma$  и брзине повратног удара  $v$ . На слици 2.3 су приказани резултати апсолутне вредности почетне подужне густине наелектрисања за различите брзине повратног удара када је коефицијент рефлексије  $\Gamma = 0$ . Израчунате криве показују неравномерну расподелу подужне густине наелектрисања са израженим пиком близу земље.

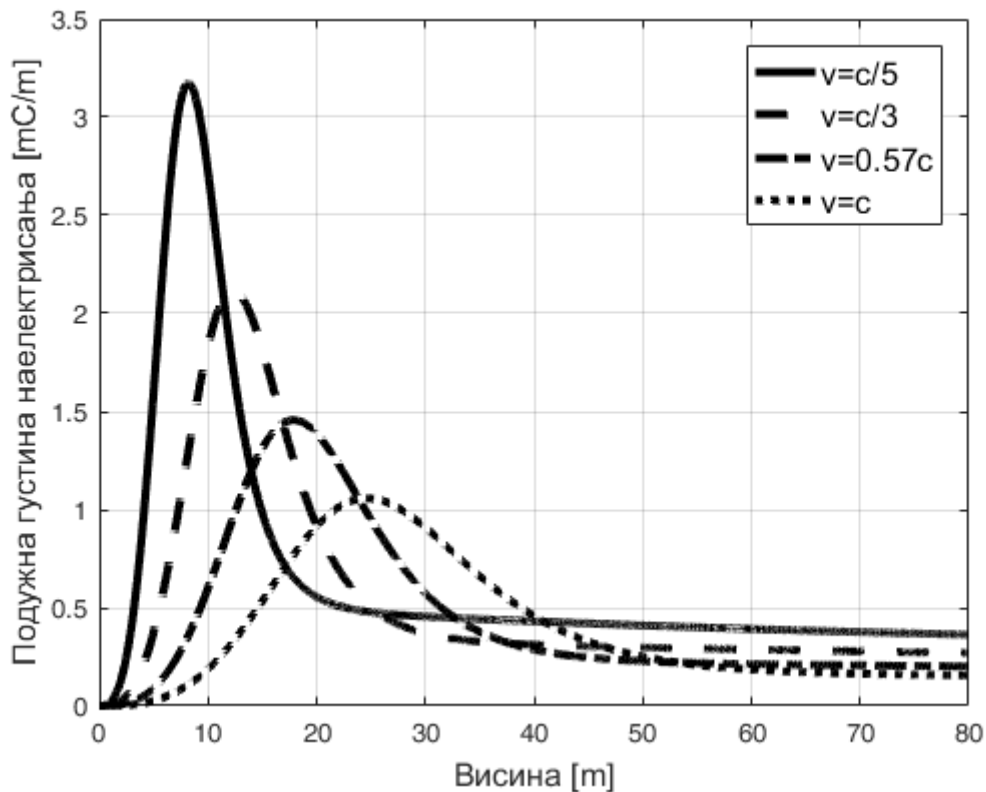
Са смањењем усвојене вредности брзине повратног удара максимална вредност подужне густине наелектрисања је већа и налази се на нижој висини. Након висине од 50 m подужна густина наелектрисања је углавном равномерна, односно врло споро опада. Од свих крива које се могу добити различитим вредностима брзине повратног удара, само једна ће задовољити услов 2.21, што је према 2.20 неопходно да би рачуната вредност електричног поља била у складу са измереном вредношћу. У случају када је вредност коефицијента рефлексије  $\Gamma = 0$ , та неопходна вредност брзине повратног удара је  $v = 0.57c$  и одговарајућа расподела подужне густине наелектрисања је приказана на слици 2.3. За неку другачију вредност коефицијента рефлексије и неопходна брзина повратног удара ће бити другачија. На слици 2.4 су приказани резултати прорачуна за вредност коефицијента рефлексије  $\Gamma = 1$ . Вредност брзине повратног удара која задовољава услов 2.21 је  $v = 0.44c$ . Може се закључити да са повећањем вредности коефицијента рефлексије опада максимална вредност подужне густине наелектрисања, висина на којој се пик налази, као и брзина повратног удара неопходна да би на висини  $z_0 = 2 \text{ m}$  подужна густина наелектрисања била  $q_0 = 6.67 \mu\text{C}/\text{m}$ .

Проширени GTCS модел [69] поред рефлексија струјних импулса од земље уводи и анализу рефлексија од таласног фронта који путује ка облаку, као и атенуацију импулса током кретања дуж канала. Према овој модификацији струјни импулси генерисани на активiranом сегменту канала се не крећу само ка дну канала, већ се струјни импулс дели на две компоненте од којих једна путује ка земљи, а друга ка облаку.

## 2.2 Утицај коефицијента рефлексије од земље

Када атмосферско пражњење удари у објекат, струја пролази до земље кроз уземљење. Када у околини проводника уземљења електрично поље превазиђе критичну вредност,



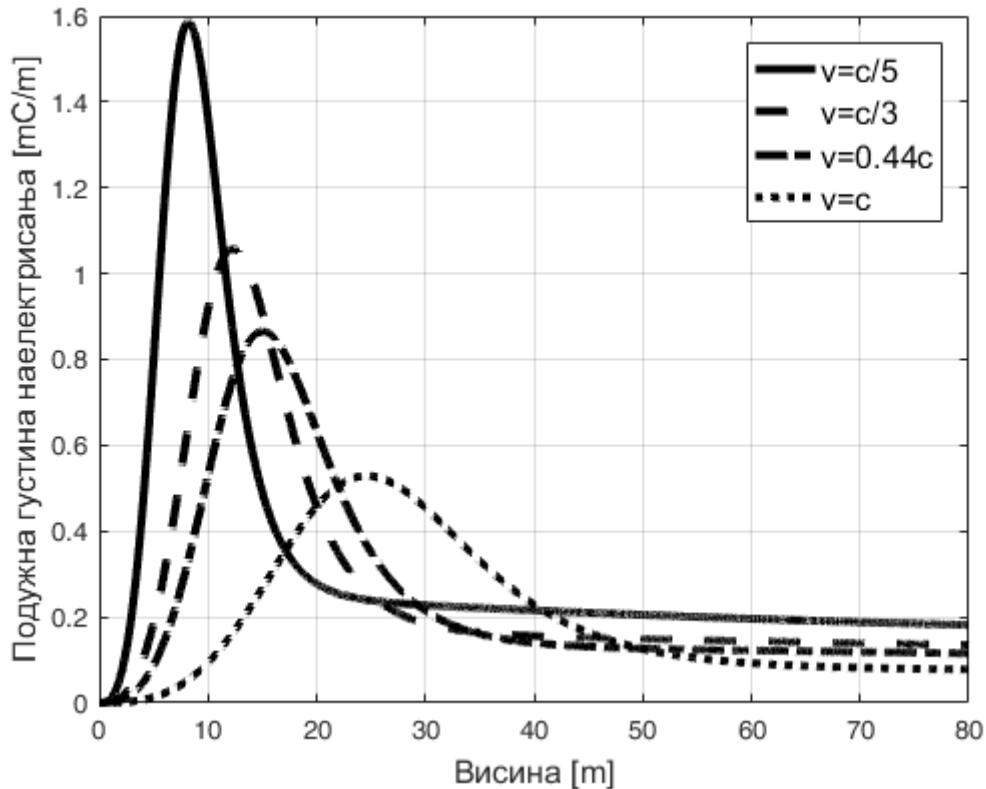


Слика 2.3: Апсолутна вредност почетне подужне густине наелектрисања за  $\Gamma = 0$  према [68]

долази до пробоја у земљишту. Експериментална испитивања су одавно показала да је импеданса уземљења при великим импулсима струје много мања у односу када се примењује наизменична струја [70]. Долази се до закључка да је дошло до смањења отпорности земљишта у зони јонизације услед пражњења. Експерименти који су спроведени у претходним деценијама показали су да се отпорност земљишта опорави на првобитну вредност за време трајања репа импулса. У том периоду долази до повећања отпорности земљишта услед процеса дејонизације [67].

Код хомогеног и изотропног земљишта отпорност је иста у свим правцима. Према *Liew* и *Darveniza* [71], процес јонизације земљишта се може поделити у три зоне означене са (a), (b) и (c). У зони (a) струја расте и продире кроз земљиште, а отпорност остаје константна све док густина струје не пређе критичну вредност. У зони (b) када је вредност густине струје већа од критичне, развија се процес јонизације и вредност отпорности постаје мања од вредности при нижим густинама струје. У зони (c) струја опада и вредност отпорности се враћа на првобитну вредност. *Wang et al.* [67] су увели нову зону (d) која се налази између зона (b) и (c), која је означена као зона варничења. Када у овој зони густина струје пређе неку одређену вредност, отпорност земљишта пада на врло ниску вредност близу нули. *Liu et al.* [72] су проценили да отпорност опада у опсегу 1 – 5% првобитне вредности.

*Wang et al.* [67] су израчунали полупречник варничења када се примењује импулс струје  $8/20 \mu\text{s}$  при чему су максималне вредности импулса од 1 до 30 kA. Резултати прорачуна су показали да вредност полупречника варничења скаче са 0.54 на 3.78 m, што се дешава када струја достигне вредност 15 kA. Када је максимална вредност струје већа од 15 kA полупречник варничења постаје доста већи услед интензивног варничења и пробоја у земљишту. Овај резултат се добро слаже са експерименталним мерењима тригерованих



Слика 2.4: Апсолутна вредност почетне подужне густине наелектрисања за  $\Gamma = 1$  према [68]

атмосферских пражњења које су спровели *Rakov et al.* [66].

Током експеримената са тригерованим атмосферским пражњењима *Rakov et al.* [66] су проценили полупречник варничења на основу површинских лукова који се могу оптички детектовати при различитим максималним вредностима струје повратног удара. Снимили су значајан број радијалних филаментарних лучних пражњења која се простиру од тачке удара дуж површине земље. Овакав тип лучних пражњења је детектован код свих удара када је максимум струје изнад 15 kA. Када је максимум струје мањи од 15 kA проценат удара код којих се јављају лучна пражњења је био мањи од 100% и даље је опадао како се вредност максимума струје смањивала.

Струја у тачки удара је према изразу 2.2 подељена на две компоненте. На тај начин је постигнуто одлично слагање фитоване криве са измереним обликом импулса струје. Такође, тиме је омогућена примена нелинеарних одлика коефицијента рефлексије од земље у складу са претходно поменутих експерименталних закључцима. Усвојено је да се за две компоненте струје дефинишу два различита коефицијента рефлексије. Временска еволуција коефицијента рефлексије је описана експоненцијалном функцијом

$$\Gamma_i(t) = \Gamma_{0i} e^{-k_i t}, \quad i = 1, 2 \quad (2.23)$$

где је  $\Gamma_{0i}(i_{0i})$  нелинеарни коефицијент рефлексије од земље у тачки удара (зависи од максималне струје), а  $k_i$  је константа експоненцијалног опадања. Понашање коефицијента рефлексије узима у обзир промену отпорности земљишта и различито је за две компоненте струје.

Код брзе компоненте струје чија максимална вредност превазилази 15 kA зона варничења се формира у земљишту услед чега долази до смањења отпорности земље на веома ниску вредност, коју задржава до краја фазе повратног удара [65, 67]. Према уведеној

апроксимацији отпорност земљишта је једнака нули, па постоји велико неслагање између импеданси канала и земље. Струјни импулси се у потпуности одбијају, па је почетна вредност коефицијента рефлексије једнака  $\Gamma_{01} = 1$ . Пошто је предња ивица струје  $i_{01}$  веома кратка (испод  $1 \mu s$  према слици 2.1), ова вредност постоји у самом почетку пражњења ( $t \approx 0$  у једначини 2.23). У одељку 2.4 ће бити показано да када је коефицијент рефлексије једнак јединици, компонента струје не доводи до генерисања додатног транзијентног наелектрисања дуж језгра канала.

Код споре компоненте струје  $i_{02}$ , максимална вредност струје има нижу вредност од 15 kA, па је вредност коефицијента рефлексије  $\Gamma_{02}$  мања од 1. Према томе, рефлексија ове компоненте струје увек генерише додатно негативно транзијентно подужно наелектрисање дуж језгра. Другим речима, коначна отпорност земљишта узрокује додатно негативно електрично поље око језгра, односно унутар и око корона омотача.

Након што вредност струје у тачки удара досегне максималну вредност, вредност струје опада, а отпорност земљишта расте. Разлика између импеданси канала и земље се смањује, што узрокује смањење коефицијента рефлексије. Из тог разлога функција којом се представља временска зависност коефицијента рефлексије треба да буде опадајућа. Теоријски, једначина 2.23 показује да вредност коефицијента рефлексије од земље пада на нулу када  $t \rightarrow \infty$ , што значи да импеданса земље постаје једнака карактеристичној импеданси канала, па не долази до рефлексија. Ипак, вредности параметара у изразу 2.23 су такве да током измереног облика струје у тачки удара (око  $100 \mu s$ ) увек постоји разлика импеданси и долази до струјних рефлексија.

Уместо израза 2.23 могу се користити и сложеније функције како би се добило боље слагање са мереним електричним пољем. Ипак, овде је коришћен једноставан математички израз из неколико разлога. Циљ је да се што једноставније објасни постојање премашаја позитивног електричног поља (слика 2.2) увођењем новог ефекта. То представља први покушај да се утицај транзијентног наелектрисања (генерисаног услед струјних рефлексија од земље) повеже са физиком корона омотача. Поред тога, понашање отпорности земље током повратног удара је познато само описно, док је детаљна анализа процеса још увек предмет истраживања. Из тих разлога избор функције 2.23 представља добар почетак. Коначно, потребно је спровести додатна мерења електричног поља у околини канала како би се утврдила тачнија функција коефицијента рефлексије од земље.

## 2.3 Корона омотач

Сматра се да доминантан утицај на кретање наелектрисања у корона омотачу има електростатичко поље. Претпоставља се да је вредност пробојног електричног поља при условима атмосферског пражњења према *Baum*-у и *Baker*-у  $2 \text{ MV/m}$  [73], док *Kodali et al.* усвајају вредност  $1 \text{ MV/m}$  [74]. Обично се усваја да је сво наелектрисање канала пре самог почетка повратног удара депоновано унутар корона омотача чији је полупречник реда величине неколико метара, док се сва аксијална струја креће кроз веома проводљиво језгро чији је полупречник око  $1 \text{ cm}$  [75, 1].

Процес неутрализације наелектрисања у корона омотачу може се представити позитивним наелектрисањем које надлази из језгра и неутралише негативно наелектрисање које постоји у почетном тренутку. На тај начин формирају се две зоне у корона омотачу (слика 2.5). Овакав приступ су први пут увели *Maslowski* и *Rakov* [76] за случај TL групе модела. Зона 1 садржи укупно позитивно наелектрисање и окружује језгро. Зона 2 садржи негативно наелектрисање и окружује зону 1. Спољна граница зоне 2 представља границу канала атмосферског пражњења и одређена је вредношћу критичног пробојног поља у ваздуху при одређеним атмосферским условима (усваја се  $2 \text{ MV/m}$  [73]). Граница зоне 1 је одређена критичним пољем за простирање позитивних стримера кроз већ јонизовани

канал (око 1 MV/m [19]).

*Maslowski et al.* [77] су предложили два начина на које долази до пражњења корона омотача и промене наелектрисања у зонама. Један начин је да наелектрисање у зони 2 експоненцијално опада, при чему је спољни полупречник канала константан током пражњења. Други начин подразумева смањивање полупречника зоне 2, па самим тим и скупљање спољне границе канала. Показали су да ова два приступа показују сличне резултате ако је константа опадања наелектрисања (повезана са дифузијом негативног наелектрисања из зоне 2 у зону 1) реда величине пар стотина микросекунди. Оба начина се могу посматрати као генерализација првобитно предложеног модела у [76].

Таушановић *et. al* [68] су применили модел са скупљањем зоне 2 код GTCS модела повратног удара, што је донело занимљиве резултате у погледу подужне густине наелектрисања канала и брзине повратног удара.

Имплементација GTCS модела у оквиру модела корона омотача омогућава анализу динамике наелектрисања у каналу атмосферског пражњења. За одређивање временске зависности полупречника зона, као и брзине ширења и скупљања зона потребно је усвојити и профил радијалне зависности густине наелектрисања. У литератури често се усвајају два случаја: да је густина константна дуж полупречника и да је електрично поље константно унутар зоне. Код GTCS модела константна густина наелектрисања је коришћена у [68], а константно електрично поље у [78] и [79]. Модели короне у оквиру TL модела повратног удара [76, 77] претпостављају константу густину наелектрисања.

У радовима [80, 81] уведена је нова функција којом се може представити профил радијалне зависности густине наелектрисања

$$\rho = \rho_0 \frac{e^{-r/\lambda}}{r^m}, \quad (2.24)$$

где је  $\rho_0$  константа нормирања густине наелектрисања,  $r$  је радијална удаљеност од осе језгра, а  $\lambda$  и  $m$  су параметри. Ова функција нам даје довољно слободе да истражујемо утицај различитих радијалних профила, а истовремено се избегава озбиљније нумеричко решавање једначина коришћењем гама функција. Модел корона омотача описан функцијом 2.24 се може примењивати подједнако и код TCS и TL класа модела повратног удара

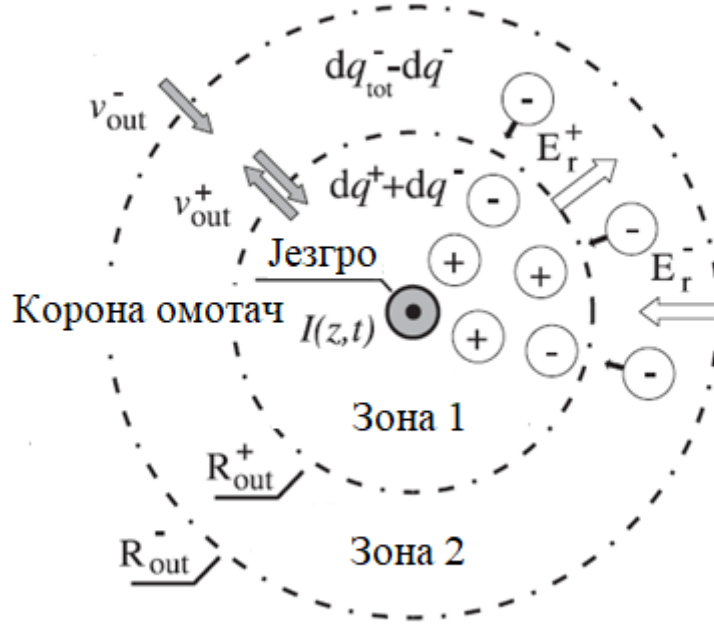
### 2.3.1 Радијална зависност просторне густине наелектрисања

Спољна граница корона омотача, а самим тим и целокупног канала атмосферског пражњења је одређена вредношћу пробојног електричног поља  $E_r^-$ . Наелектрисање у корона омотачу се пружа све до области у којој интензитет електричног поља постаје мањи од вредности пробојног поља. Полупречник зоне 2  $R_{out}^-$  је дат са

$$R_{out}^- = \frac{q_0^+(1-f^+)}{2\pi\epsilon_0|E_r^-|}, \quad (2.25)$$

где је  $f^+$  функција пуњења, а  $q_0^+$  је апсолутна вредност почетне подужне густине наелектрисања. Тиме производ  $q_0^+ f^+$  представља временску зависност позитивне подужне густине наелектрисања које надлази из језгра и неутралише корона омотач.

Функција 2.24 се користи за представљање радијалне зависности густине наелектрисања у обе зоне. Ради једноставности усвојено је да су вредности параметара  $\lambda$  и  $m$  исте у обе зоне, а константе нормирања густине наелектрисања у зонама 1 и 2 морају бити различите,  $\rho_0^+$  и  $\rho_0^-$  респективно. Предност коришћења функције 2.24 је и то што се одговарајућим избором вредности параметара могу добити профили који су већ анализирани у литератури. На пример, модел короне са константном густином наелектрисања се добија када је  $\lambda \rightarrow \infty$ ,  $m = 0$ . Код модела са константним електричним пољем густина наелек-



Слика 2.5: Модел корона омотача према [78]

трисања је инверзно пропорционална радијалној координати, па се добија  $\lambda \rightarrow \infty$ ,  $m = 1$ . Вредности константи  $\rho_0^+$  и  $\rho_0^-$  се добијају тако што интеграл густине наелектрисања по попречном пресеку канала мора бити једнак подужној густини наелектрисања. Како зона 1 садржи позитивно наелектрисање канала, добија се

$$q_0^+ f^+ = \int_0^{R_{out}^+} \rho_0^+ \frac{e^{-r/\lambda}}{r^m} r dr d\varphi = 2\pi \rho_0^+ I_1, \quad I_1 = \int_0^{R_{out}^+} \frac{e^{-r/\lambda}}{r^{m-1}} dr, \quad (2.26)$$

Слично у зони 2 имамо

$$-q_0^+ = \int_0^{R_{out}^-} \rho_0^- \frac{e^{-r/\lambda}}{r^m} r dr d\varphi = 2\pi \rho_0^- I_2, \quad I_2 = \int_0^{R_{out}^-} \frac{e^{-r/\lambda}}{r^{m-1}} dr, \quad (2.27)$$

У општем случају вредности константи нормирања су

$$\rho_0^+ = \frac{q_0^+ f^+}{2\pi \cdot I_1}, \quad \rho_0^- = -\frac{q_0^+}{2\pi \cdot I_2}. \quad (2.28)$$

Интеграл  $I_1$  и  $I_2$  у 2.26 и 2.27 се могу изразити преко непотпуне гама функције  $\gamma(s, x)$  као

$$I = \lambda^{2-m} \gamma(2-m, R/\lambda), \quad \gamma(s, x) = \int_0^x t^{s-1} e^{-t} dt. \quad (2.29)$$

С обзиром да је граница зоне 1 одређена вредношћу  $E_r^+$ , потребно је наћи електрично поље унутар канала, решавајући једначину Гаусовог закона у диференцијалној форми  $\rho = \epsilon_0 \text{div} \vec{E}$ . У цилиндричној геометрији једначина постаје

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (2.30)$$

где су  $E_r$ ,  $E_\varphi$  и  $E_z$  радијална, азимутална и аксијална компонента електричног поља у корона омотачу. Усвојено је да у зонама 1 и 2 постоји диелектрична пермитивност вакуума. На основу претпоставке да је просторно наелектрисање азимутално хомогено, други члан у 2.30 је једнак нули. Из анализе флукса електричног поља користећи Гаусов закон у интегралној форми који се примењује на део корона омотача, показано је да се трећи члан у 2.30 може занемарити у односу на први. Коначно се добија

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r} = \frac{\rho^+ + \rho^-}{\varepsilon_0}. \quad (2.31)$$

Када се 2.24 замени у 2.31 добија се

$$\frac{\partial(rE_r)}{\partial r} = \frac{r\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0^+ + \rho_0^-}{\varepsilon_0} \frac{e^{-r/\lambda}}{r^{m-1}}. \quad (2.32)$$

Након интеграције добија се

$$\int_0^{R_{out}^+ E_r^+} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r} dr = \frac{\rho_0^+ + \rho_0^-}{\varepsilon_0} \int_0^{R_{out}^+} \frac{e^{-r/\lambda}}{r^{m-1}} dr \rightarrow R_{out}^+ E_r^+ = \frac{\rho_0^+ + \rho_0^-}{\varepsilon_0} I_1. \quad (2.33)$$

Замењујући изразе 2.28 за константе  $\rho_0^+$  и  $\rho_0^-$  добија се

$$R_{out}^+ = \frac{q_0^+}{2\pi\varepsilon_0 E_r^+} \left( f^+ - \frac{I_1(R_{out}^+)}{I_2(R_{out}^-)} \right) = \frac{2B}{\xi} \left( f^+ - \frac{I_1(R_{out}^+)}{I_2(R_{out}^-)} \right), \quad (2.34)$$

где је  $\xi = E_r^+ / |E_r^-|$ ,  $B = q_0^+ / (4\pi\varepsilon_0 |E_r^-|)$ . Брзина експанзије зоне 1 се добија као

$$v_{out}^+ = \frac{dR_{out}^+}{du} = \frac{2B}{\xi} \left( \frac{df^+}{du} - \frac{d}{du} \left( \frac{I_1}{I_2} \right) \right), \quad (2.35)$$

где је  $u = t - z/v$  нормализовано време,  $z$  је висина на каналу, а  $v$  брзина повратног удара.

### 2.3.2 Нумеричка процедура

Непозната  $R_{out}^+$  се не може експлицитно изразити из једначине 2.34. Стога се решење добија користећи итеративни поступак. Прво се једначина 2.34 преуреди да би се интеграл  $I_1$  изразио у облику

$$I_1(R_{out}^+) = I_2(R_{out}^-) [f^+ - R_{out}^+ \xi / (2B)]. \quad (2.36)$$

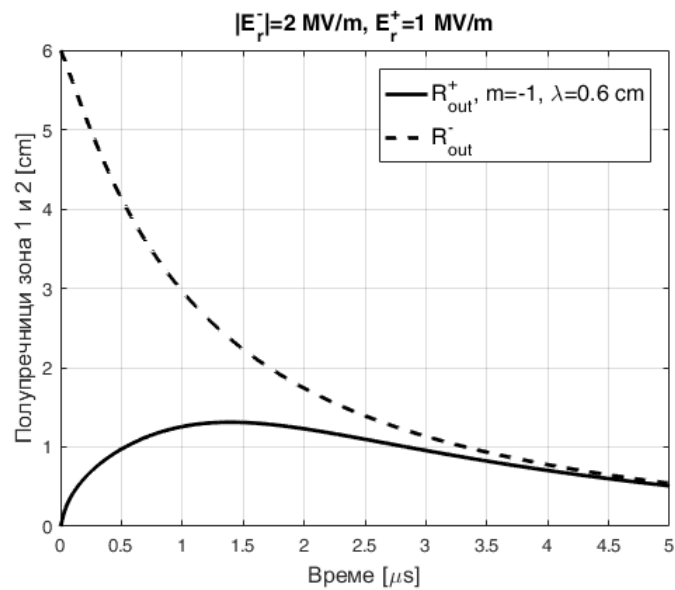
Први корак је да се усвоји прва вредност за  $R_{out}^+$  која може бити нула или нека друга позитивна вредност. Када се користећи усвојену вредност  $R_{out}^+$  израчуна израз са десне стране једнакости 2.36 добија се вредност  $I_1$  са леве стране једнакости.

Ако је  $I_1 > 0$  нова вредност  $R_{out}^+$  се добија на основу инверзне непотпуне гама функције. Ова итеративна процедура се понавља све док се не постигне ковергенција ка коначној вредности  $R_{out}^+$ . Међутим, у неком од итеративних корака може се догодити да се за неки временски тренутак добије вредност  $I_1 < 0$ . У том случају инверзна непотпуна гама функција се не може одредити, па се за рачунање нове вредности  $R_{out}^+$  користи израз 2.34. Описана нумеричка процедура је реализована у програмском пакету MATLAB [82].

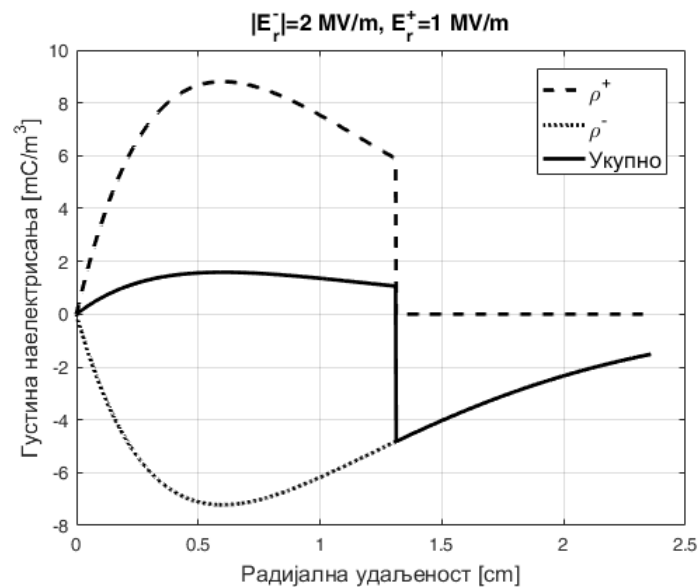
Резултат прорачуна полупречника зона је приказан на слици 2.6. Усвојене су вредности параметара критичног електричног поља на границама зона  $|E_r^-| = 2 \text{ MV/m}$  и

$E_r^+ = 1 \text{ MV/m}$ . Максимум полупречника зоне 2 у почетном тренутку је 6 cm, што је мање од растојања  $r_0 = 10 \text{ cm}$  на којем је мерено електрично поље на основу којег је процењена функција пражњења. То значи да је у складу са предложеним моделом корона омотача исправна претпоставка да током повратног удара корона омотач није стигао до сензора електричног поља.

На слици 2.7 приказана је густина наелектрисања у тренутку  $t = 1.5 \mu\text{s}$  када вредност полупречника зоне 1 достигне максималну вредност. Оштар дисконтинуитет густине наелектрисања који се може видети на слици 2.7 представља границу између две зоне. Према овом моделу густина наелектрисања у језгру је једнака нули (за  $r = 0$ ) што представља реалнију претпоставку од тога да је густина наелектрисања константа, с обзиром на велику проводљивост језгра. Позитивна густина наелектрисања у зони 1 не прелази вредност од  $2 \text{ mC/m}$ . Време пражњења корона омотача је реда величине  $10 \mu\text{s}$ , што је брже од времена струје у тачки удара.

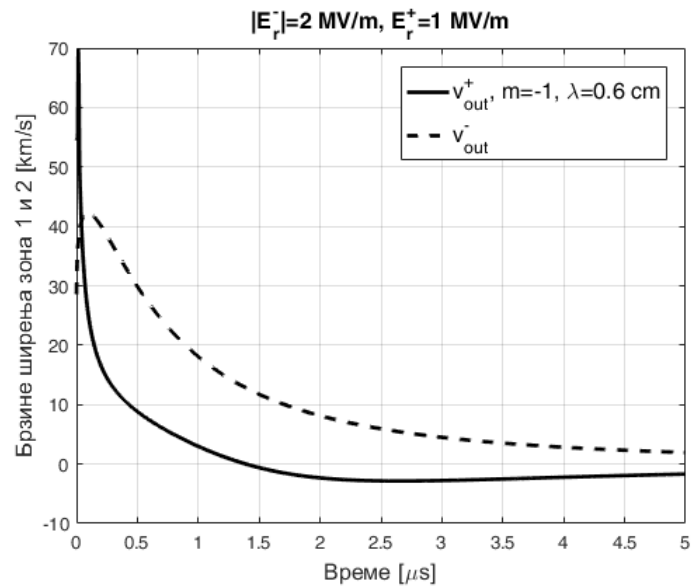


Слика 2.6: Временска зависност полупречника зона 1 и 2 према [81]

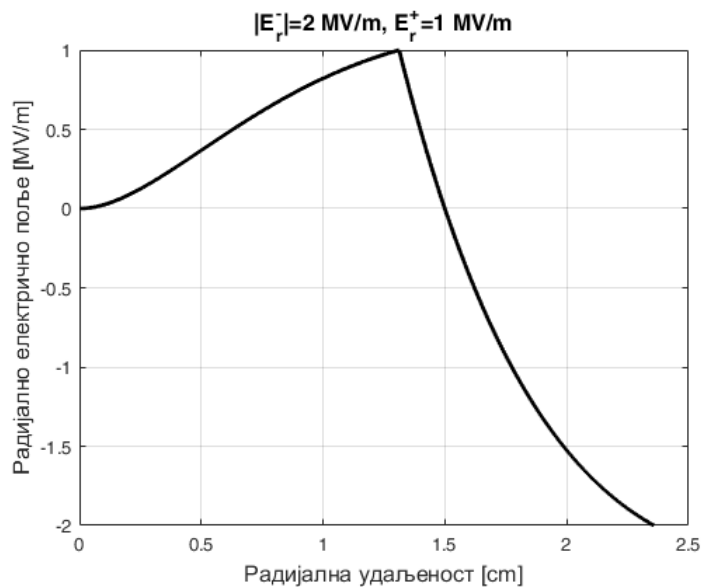


Слика 2.7: Густина наелектрисања у зонама 1 и 2 у тренутку  $t = 1.5 \mu\text{s}$  према [81]

Брзине померања спољашње границе зона 1 и 2 су реда величине десетине километара у секунди (слика 2.8). На самом почетку повратног удара брзина  $v_{out}^+$  почиње нагло да опада. Максимум ове брзине је већи од брзине скупљања зоне 2 ( $v_{out}^-$ ), али брзо пада на вредност једнаку нули у  $t = 1.5 \mu s$ . Након тог тренутка почиње скупљање зоне 1. На слици 2.9 је приказана зависност електричног поља у корона омотачу у зависности од радијалне удаљености. У зони 1 електрично поље расте приближно линеарно од нуле до  $1 \text{ MV/m}$ , а затим опада до вредности  $-2 \text{ MV/m}$ , што одговара усвојеним вредностима пробојног електричног поља на границама зона. Унутар зоне 2 електрично поље по други пут добија вредност једнаку нули у тачки  $r = 1.5 \text{ cm}$ . Током пражњења та тачка се помера тако да се све време налази у зони 2.



Слика 2.8: Брзине померања спољних граница зона 1 и 2 према [81]

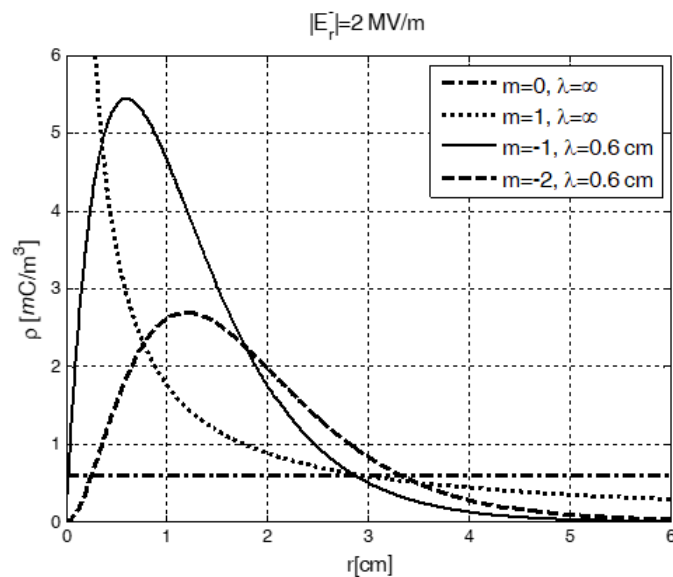


Слика 2.9: Радијално електрично поље унутар корона омотача према [81]

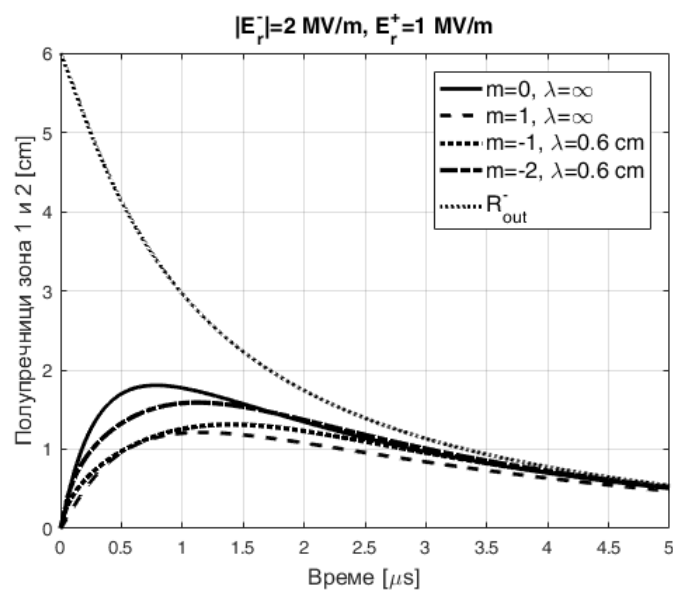
Урађена је анализа утицаја различитих вредности параметара у 2.24. На слици 2.10 је приказана зависност почетне густине наелектрисања у корона омотачу од радијалне уда-



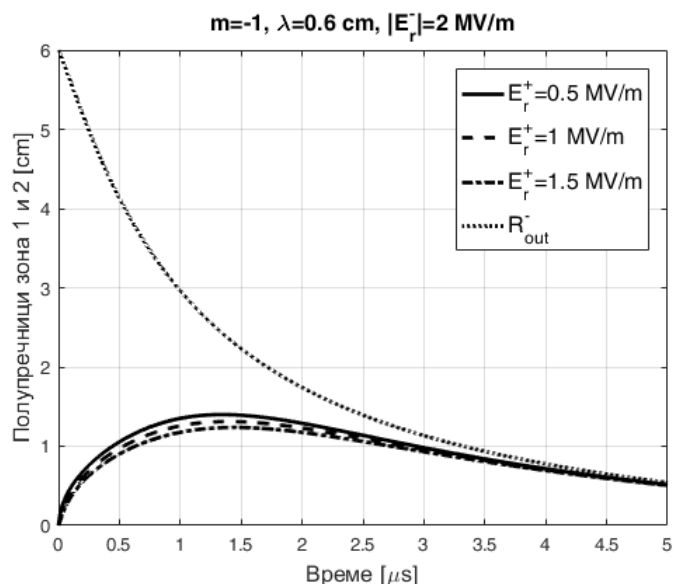
љености за различите вредности параметара  $\lambda$  и  $m$ . Могуће је представити веома различите радијалне профиле наелектрисања укључујући и оне испитиване у претходним студијама. Све расподеле су нормиране према истом повратном удару. Случајеви ( $m = 0, \lambda \rightarrow \infty$ ) и ( $m = 1, \lambda \rightarrow \infty$ ) имају нереалну вредност густине наелектрисања у језгру канала које одступа од  $\rho(r \rightarrow 0) \rightarrow 0$ . На слици 2.11 је приказана временска зависност полупречника зона у случају различитих радијалних профила густине наелектрисања представљених на слици 2.10. Максимална и минимална вредност полупречника зоне 1  $R_{out}^+$  одговарају случајевима константне густине наелектрисања и константног електричног поља унутар корона омотача, респективно. На слици 2.12 је анализиран утицај вредности пробојног електричног поља на граници зоне 1  $E_r^+$ . Показано је да са великим смањењем вредности  $E_r^+$  не долази до великог повећања  $R_{out}^+$ .



Слика 2.10: Почетна негативна подужна густина наелектрисања за различите вредности параметара у 2.24 према [81]



Слика 2.11: Временска зависност полупречника зона 1 и 2 за различите вредности параметара у 2.24 према [81]



Слика 2.12: Временска зависност полупречника зона 1 и 2 за различите вредности прободног електричног поља на граници зоне 1 према [81]

### 2.3.3 Оптимизација вредности полупречника канала

У претходним разматрањима вредности електричног поља дуж полупречника канала атмосферског пражњења су рачунате узимањем у обзир једино радијалне компоненте електричног поља. На одређеној висини на којој је вредност апсолутне подужне густине наелектрисања  $q_0^+$ , електрично поље дуж полупречника канала је рачунато тако да се сматра да је подужна густина наелектрисања канала константна по висини и једнака  $-q_0^+$ , па отуда одсуство вертикалне компоненте електричног поља. *Maslowski* и *Rakov* [76] су показали да је ова апроксимација оправдана у случају TL групе модела.

Према резултатима GTCS модела приказаним на сликама 2.3 и 2.4 подужна густина наелектрисања има изражени пик на висинама 15 m до 20 m изнад земље. Вертикална компонента електричног поља може бити изражена на висинама где подужна густина наелектрисања нагло расте или опада и потребно је испитати утицај на вредност полупречника канала. Анализирана је зависност полупречника канала од висине непосредно пред почетак повратног удара и формирања зоне 1. Наелектрисање унутар корона омотача је тада искључиво негативно и усвојена је униформна расподела наелектрисања. Према 2.25 полупречник зоне 2 дуж канала атмосферског пражњења је

$$R_{max}^-(z) = \frac{q_0^+(z)}{2\pi\epsilon_0|E_r^-|}, \quad (2.37)$$

а просторна густина наелектрисања унутар корона омотача је

$$\rho(z) = -\frac{q_0^+(z)}{R_{max}^-(z)^2\pi}, \quad (2.38)$$

Радијално и вертикално електрично поље дуж саме спољне границе канала се рачуна преко троструких интеграла по запремини канала, при чему је потребно узети у обзир и наелектрисање лика које се формира услед проводљивог земљишта. Елементарна запремина канала у цилиндричном координатном систему је  $dV = r dr d\theta d\xi$ , где је  $r$  радијална координата,  $\theta$  је угао, а  $\xi$  је висина. Горња граница интеграције дуж висине канала  $\xi = H$ , односно доња граница интеграције лика  $\xi = -H$  се изабере довољно високо да се допринос наелектрисања изван те границе може занемарити. Изрази за укупно, радијално и

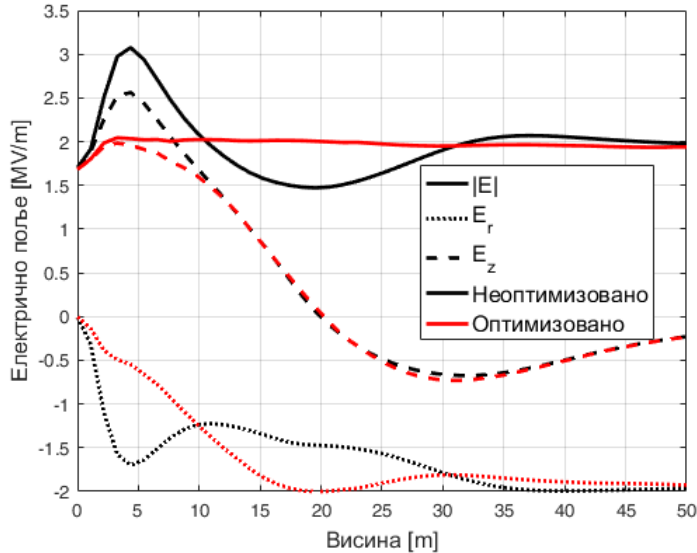
вертикално електрично поље су

$$\begin{aligned}
 E_{tot} &= \sqrt{E_r^2 + E_z^2}, \\
 E_r(z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\xi=-H}^H \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{R_{max}^-(\xi)} \frac{\rho(\xi)dV}{R^2} \vec{e}_R \cdot \vec{e}_r, \\
 E_z(z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\xi=-H}^H \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{R_{max}^-(\xi)} \frac{\rho(\xi)dV}{R^2} \vec{e}_R \cdot \vec{e}_z,
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

где су  $\vec{e}_r$  и  $\vec{e}_z$  јединични вектори радијалне и вертикалне осе, а  $\vec{e}_R$  је јединични вектор удаљености  $R$  која је дата са

$$R^2 = R_{max}^-(z)^2 + r^2 - 2rR_{max}^-(z) \cos \theta + (z \mp \xi)^2. \tag{2.40}$$

На слици 2.13 су црном бојом приказане вредности укупног електричног поља и радијалне и вертикалне компоненте дуж спољне границе канала одређене према 2.37, користећи изразе 2.39 и 2.38. Коришћена је вредност пробојног електричног поља  $|E_r^-| = 2 \text{ MV/m}$ . Добијена вредност укупног електричног поља на ободу канала је у складу са усвојеном вредношћу  $|E_r^-|$  на висинама изнад 30 m. На нижим висинама долази до одступања услед пика подужне густине наелектрисања. Вертикална компонента електричног поља је највише изражена близу земље због утицаја лика који истовремено смањује вредност радијалне компоненте. На висини од 5 m укупно електрично поље има максимум који износи 3 MV/m и превазилази усвојену вредност пробојног поља за 50%. Негативно вертикално електрично поље опада са порастом висине и на 20 m пада на нулу, након чега добија позитивну вредност. Управо на тој висини и укупно електрично поље има минималну вредност 1.5 MV/m, што је за 25% мање од усвојене вредности. Позитивно вертикално електрично поље изнад 20 m добија малу вредност која опада са висином и изнад 30 m остаје доминантна радијална компонента која је једнака усвојеној вредности пробојног електричног поља.



Слика 2.13: Компоненте електричног поља дуж спољне границе канала према [69]

Може се закључити да на висини до 30 m GTCS модел не даје резултате који су конзистентни са усвојеном вредношћу пробојног електричног поља на спољној граници канала атмосферског пражњења. Ово се може исправити нумеричком процедуром оптимизације вредности полупречника канала [83] тако да интензитет укупног електричног

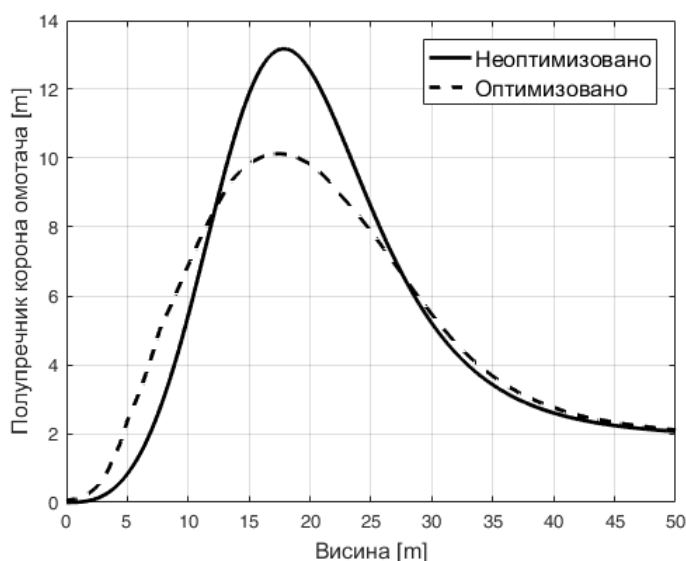
поља на спољној граници канала буде једнак усвојеној вредности  $E_{bd} = 2 \text{ MV/m}$ , а не само интензитет радијалне компоненте. Улазни подаци који су потребни да би се дошло до нове оптимизоване вредности полупречника канала су као и раније подужна густина наелектрисања  $q_0(z)$  и радијална зависност просторне густине наелектрисања за коју је усвојено да је униформна. У питању је итеративни нумерички поступак при којем се у сваком  $n$ -том кораку ажурира вредност полупречника канала  $R_{max}^{-(n)}$ . Улазну вредност полупречника канала  $R_{max}^{-(0)}$  треба изабрати тако да генерисано електрично поље на спољној граници канала значајно превазилази усвојену вредност  $E_{bd}$ . У конкретном прорачуну оптимизованог полупречника канала који је приказан на слици 2.14 коришћена је униформна вредност  $R_0 = 0.2 \text{ m}$ , при чему рачунате вредности електричног поља достижу  $100 \text{ MV/m}$ . У свакој итерацији просторна густина наелектрисања  $\rho^{(n)}$  је одређена вредношћу полупречника канала из претходне итерације  $R_{max}^{-(n-1)}$  као

$$\rho^{(n)}(z) = -\frac{q_0^+(z)}{R_{max}^{-(n-1)}(z)^2 \pi}, \quad (2.41)$$

За такву структуру канала у посматраној  $n$ -тој итерацији одређује се крива  $R_{bd}^{(n)}$  ван спољне границе канала која представља геометријско место тачака у којима је укупно електрично поље једнако  $E_{bd}$ . Вредност полупречника канала након  $n$ -те итерације је тада геометријска средина  $R_{bd}^n$  и полупречника канала из претходне итерације

$$R_{max}^{-(n)} = \sqrt{R_{bd}^{(n)} \cdot R_{max}^{-(n-1)}}. \quad (2.42)$$

Итеративни поступак се понавља до конвергенције вредности полупречника канала на свакој висини. Процедура оптимизације је реализована састављањем програмског кода који је писан програмским језиком С [84]. На слици 2.14 су упоредно приказани неоптимизовани полупречник канала дат изразом 2.37 и оптимизована вредност добијена описаним нумеричким поступком. Маскимална вредност полупречника је након оптимизације опала 30 %, али је остала на истој висини од приближно 17.4 m. Такође, на висини до 12 m оптимизована вредност полупречника је већа од неоптимизоване.



Слика 2.14: Оптимизована и неоптимизована вредност полупречника канала атмосферског пражњења према [69]

## 2.4 Електрично поље у непосредној близини канала

Појава премашаја позитивног електричног поља код већине мерења хоризонталног електричног поља које је извео *Miki* на растојању 10 cm од осе канала се може објаснити помоћу GTCS модела са рефлексијама од земље, ако се у узме у обзир наелектрисање протекло кроз језгро. Резултати мерења приказани у [61] показују да се потпуна дисипација наелектрисања у корона омотачу дешава након пар милисекунди, што је дуго времена након што је струја у тачки удара престала да тече. С обзиром да се код две трећине резултата мерења електричног поља у случају негативних атмосферских пражњења јавља премашај позитивног електричног поља, може се закључити да је у корона омотачу остало позитивно наелектрисање.

У својој анализи модела повратног удара *Thottappillil et al.* [85] дефинишу две компоненте подужне густине наелектрисања на сваком сегменту канала. Поред наелектрисања депонованог у корона омотачу које је до сада једино узимано у обзир, постојаће и компонента наелектрисања које је протекло дуж језгра услед проласка струјних импулса генерисаних из корона омотача. Транзијентна подужна густина наелектрисања услед простирања силазних и узлазних струјних импулса су једнака  $-i_{0/d}(t)/c$  и  $i_{0/u}(t)/c$ , респективно. Коришћењем једначина 2.14 и 2.15, укупна транзијентна подужна густина наелектрисања је једнака

$$q_{tr}(t) = \frac{i_{0/u} - i_{0/d}}{c} = -\frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} \frac{i_0(t)}{c}. \quad (2.43)$$

При уобичајеним условима важи да је  $0 \leq \Gamma < 1$ , па је транзијентна подужна густина наелектрисања дата са 2.43 негативна.

Укупно позитивно наелектрисање које је генерисано у каналу током повратног удара не мора да буде једнако апсолутној вредности негативног наелектрисања лидера које постоји у почетку, осим у специјалном случају када нема струјних рефлексија од земље. Из тог разлога у већини случајева расподеле подужног наелектрисања које је депоновано на почетку и које је генерисано током повратног удара не морају да се поклапају. У анализи која је извршена у раду [86] је показано да долази до генерације вишка позитивног наелектрисања у корона омотачу око језгра.

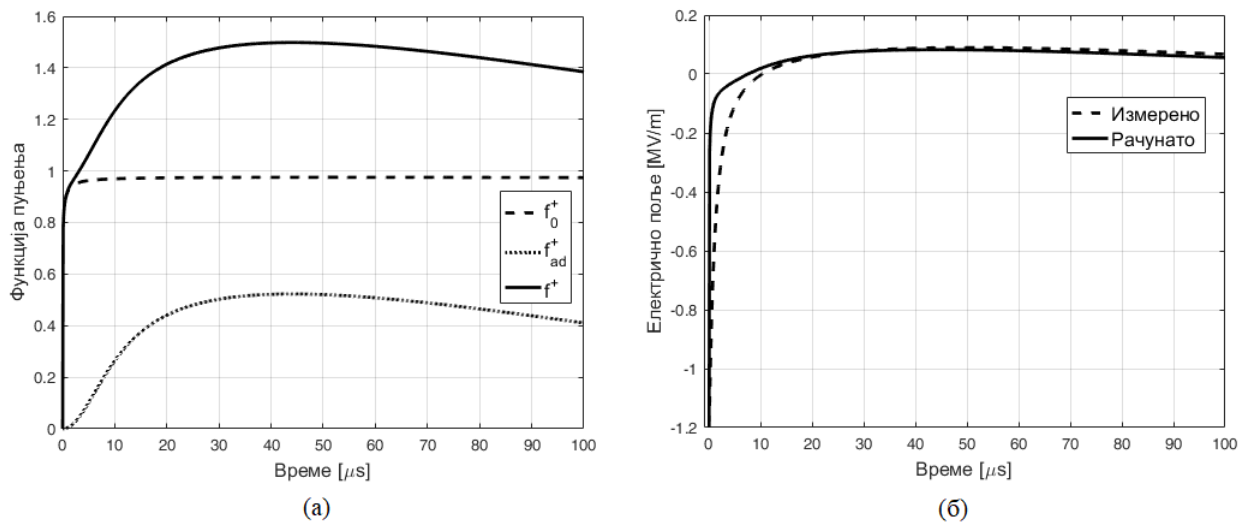
Пражњење корона омотача је последица потенцијалне разлике  $U_{CO}$  између језгра и неке удаљене референтне тачке на површи земље, на великој удаљености од језгра. Ако су језгро канала и земља идеални проводници, та потенцијална разлика је једнака нули. Ако се усвоје вредности полупречника језгра  $R_C$  и удаљености референтне тачке  $R_O$ , потенцијална разлика  $U_{CO}$  се може одредити као интеграл електричног поља дуж ове удаљености. Притом се у области унутар канала атмосферског пражњења електрично поље рачуна усвајањем модела корона омотача. У раду [86] је коришћен модел корона омотача са дифузијом наелектрисања, при чему негативно наелектрисање у зони 2 експоненцијално опада и прелази у зону 1. Из услова да је  $U_{CO} = 0$  се одређује функција пуњења, која се може представити преко збира две компоненте

$$f^+ = f_0^+ + f_{ad}^+, \quad (2.44)$$

које су приказане на слици 2.15а.

Компонента  $f_{ad}^+$  се јавља услед транзијентног наелектрисања на језгру и дата је изразом

$$f_{ad}^+(t) = \frac{\ln(R_O/R_C)}{cq_0^+} \left[ \sum_{i=1}^2 i_0(t) \frac{1 - \Gamma_i}{1 + \Gamma_i} \right] / \left[ \frac{1}{2} + \ln \left( \frac{R_O}{R_{out}^+} \right) \right], \quad (2.45)$$



Слика 2.15: (а) Функција пуњења са компонентама, (б) Поређење рачуног електричног поља и измерених вредности у експерименту који је извршио *Miki*, преузето из [86]

где су  $\Gamma_i$  коефицијенти рефлексије зависни од времена према функцији 2.23, као што је објашњено у одељку 2.2. Када би се занемарило транзијентно наелектрисање које се формира дуж језгра, преостала би само компонента  $f_0^+$  чија вредност не прелази 1 и не може да опише позитивни премашај електричног поља. Нелинеарни процеси у земљишту током пражњења доводе до велике промене отпорности земљишта, чинећи је зависном од струје у тачки удара. Ово доводи до појаве рефлексија струјних импулса од тачке удара која јако утиче на расподелу наелектрисања дуж канала, поготово у близини тла. Може се закључити да су физички процеси који се дешавају изнад и испод површине земље повезани и не могу се разматрати одвојено.

На слици 2.15б је приказано поређење временске зависности електричног поља измерено у експерименту који је извршио *Miki* (први удар S0033) и вредности електричног поља које су израчунате описаним приступом. И поред усвајања једноставних претпоставки, добијају се веома добра слагања теорије и експеримента. Тиме је објашњен ефекат појаве премашаја позитивног електричног поља, као и ефекти транзијентних импеданси земљишта који су примећени у експериментима тригераних атмосферских пражњења и у лабораторијским експериментима *Kosztaluk*-а [65] и *Wang*-а [67].

## Глава 3

# Модел пражњења у гасу

Јонизовани гас у којем је дошло до дисоцијације атома и молекула на позитивно наелектрисане јоне и негативно наелектрисане електроне се може назвати плазмом, ако задовољава одређене критеријуме [90, 91]. Термин "плазма" је први увео *Langmuir* 1928. године изучавајући тињаво пражњење које се дешава на ниском притиску (1 Pa – 10 kPa) и које карактерише ниска вредност струје ( $10^{-4} - 10^{-1}$  A) при напонима од неколико стотина до пар хиљада волти [13]. Плазма се често назива и четвртим стањем материје с обзиром да додавањем топлоте гасу долази до делимичне или потпуне јонизације гаса. Тада су све честице у гасу, наелектрисане и неутралне, на истој температури, па се плазме настале на овакав начин означавају као равнотежне или "топле". Поред довођења топлоте гасу, плазме могу настати и примењеним електричним пољем чији је интензитет довољан да покрене процесе сударне јонизације на начин на који је описан у првом поглављу. Због своје мале масе, електрони се значајно убрзавају у електричном пољу и добијају кинетичку енергију, што доводи до пораста температуре електрона у односу на остале крупне честице које остају на температури средине, па се пражњење означава као неравнотежно или "хладно". Пример равнотежног пражњења је лучно пражњење које се дешава на атмосферском притиску и карактерише га велика вредност струје (1 A – 100 kA) при ниској вредности напона која не прелази пар десетина волти. У неравнотежна пражњења спада већ поменуто тињаво пражњење, а на атмосферском притиску корона и стримери.

Развојем техника дијагностике плазме дошло се до великог броја података о вредностима коефицијената који описују транспорт и реакције наелектрисаних честица и који се користе за описивање процеса корона пражњења. Током корона пражњења ваздух је слабо јонизован, што значи да су доминантне реакције судара између електрона и неутралних молекула. У времену између судара, одступање трајекторије електрона од праве линије услед Кулонових интеракција дугог домета се може занемарити.

На фундаменталном нивоу, кретање честица у гасу се може описати принципима кинетичке теорије и статистичке физике. Функција расподеле  $N$  честица представља функцију у  $6N$ -димензионалном фазном простору, при чему се за сваку  $i$ -ту честицу дефинише вектор положаја са три просторне координате  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$  и вектор импулса са три координате  $\vec{p}_i = (p_{ix}, p_{iy}, p_{iz})$ . Свака тачка у  $6N$ -димензионалном фазном простору представља једно стање система, односно дефинише векторе положаја и импулса сваке честице. Функција расподеле  $F_N$  на тај начин представља густину вероватноће да се систем нађе у неком стању. Временска еволуција система се у фазном простору приказује кривом која представља трајекторију система. Трајекторије различитих система се не могу сећи због тога што је временска еволуција сваког система једнозначно дефинисана почетним условима. Према томе, густина вероватноће се може посматрати као нестишљиви флуид у фазном простору за који важи

$$\frac{dF_N}{dt} = 0, \quad F_N = F_N(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N, t). \quad (3.1)$$

Израз 3.1 се назива *Liouville*-ова једначина и тотални извод по времену функције  $F_N$  се може развити као

$$\frac{dF_N}{dt} = \frac{\partial F_N}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \dot{r}_i \frac{\partial F_N}{\partial \vec{r}_i} + \sum_{i=1}^N \dot{p}_i \frac{\partial F_N}{\partial \vec{p}_i} = 0. \quad (3.2)$$

Уместо да се анализира сувише компликована функција од  $6N + 1$  променљивих, *Liouville*-ова једначина се може развити у систем једначина у којем фигуришу редуковане функције расподеле за  $k = 1, 2, \dots, N$  честица које се дефинишу преко интеграла у фазном простору

$$F_k(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_k, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_k) = \int F_N \prod_{i=k+1}^N d\vec{r}_i d\vec{p}_i \quad (3.3)$$

Систем једначина у којем фигуришу редуковане расподеле  $F_k$  се назива ВВГКУ ланац према *Bogoliubov, Born, Green, Kirkwood, Yvon*. Усвајањем одговарајућих и оправданих физичких претпоставки, ВВГКУ ланац се може распрегнути и свести на жељени број једначина у којима фигурише мали број  $k$ -честичних функција расподеле. Једначина у којој фигурише само једночестична функција расподеле  $f \equiv F_1$  је чувена Болцманова једначина коју је 1872. године извео аустријски физичар *Ludwig Boltzmann*. Болцманова једначина је основа за проучавање кретања наелектрисаних честица код неравнотежних и нискотемпературних плазми у којима доминирају судари са неутралним атомима и молекулима.

За електроне који се крећу у електричном пољу  $\vec{E}$ , Болцманова једначина је дата са

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f - \frac{e\vec{E}}{m} \cdot \nabla_v f = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}, \quad (3.4)$$

где је једночестична функција расподеле изражена преко вектора брзине уместо импулса  $f = f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ ,  $e$  је елементарно наелектрисување,  $m$  је маса електрона,  $\nabla_v = (\frac{\partial}{\partial v_x}, \frac{\partial}{\partial v_y}, \frac{\partial}{\partial v_z})$  је градијент по координатама брзине, а  $(\frac{\partial f}{\partial t})_{coll}$  је члан који описује сударе. Функција  $f$  се може нормирати на број електрона који се налази у гасу. Тада се вредности макроскопских величина концентрације  $n$  и флукса  $\vec{\Gamma}$  могу израчунати као

$$n(\vec{r}, t) = \int f d^3\vec{v}, \quad \vec{\Gamma}(\vec{r}, t) = \int \vec{v} f d^3\vec{v} = n\langle \vec{v} \rangle. \quad (3.5)$$

У термодинамичкој равнотежи једночестична функција расподеле електрона је дата Максвел-Болцмановом расподелом

$$f_0(\vec{r}, \vec{v}) = n_0 \left( \frac{m}{2\pi k_B T_e} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( - \frac{mv^2}{2k_B T_e} \right) \exp \left( \frac{e\Phi(\vec{r})}{k_B T_e} \right), \quad (3.6)$$

где је  $n_0$  средња концентрација,  $\Phi(\vec{r})$  је потенцијал,  $k_B$  је Болцманова константа и  $T_e$  је температура електрона.

Израз 3.4 представља интегро-диференцијалну једначину са седам променљивих коју није могуће егзактно решити нити извести ефикасан прорачун коришћењем нумеричких метода. Болцманову једначину је могуће апроксимирати хидродинамичким моделом до којег се долази одређивањем момената Болцманове једначине који подразумевају интеграцију по координатама брзина. На тај начин се долази до система једначина у којем фигуришу само макроскопске величине као што су концентрација и флукс. Транспортни



и реакциони коефицијенти у једначинама хидродинамичког модела зависе од вредности односа интензитета електричног поља и концентрација гаса. До њихових вредности се може доћи експерименталним техникама или се могу израчунати решавањем Болцманове једначине за дату вредност константног и униформног електричног поља под претпоставком да је расподела електрона блиска равнотежној.

### 3.1 Физичке основе дрефт-дифузионог модела

Одређивањем момента нултог реда, односно интеграљењем Болцманове једначине по координатама брзина долази се до једначине континуитета

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \langle \vec{v} \rangle) = G \quad (3.7)$$

где су према изразу 3.5 дефинисана концентрација  $n$ , а аргумент под градијентом је флукс  $\vec{\Gamma}$ . Члан  $G$  са десне стране претходног израза представља интеграл члана судара по координатама брзина

$$G = \int \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} d^3 \vec{v} \quad (3.8)$$

Само при неконзервативним сударима ће интеграл 3.8 бити различит од нуле, тако да је потребно узети у обзир само сударе електрона са неутралним молекулама који доводе до промене броја електрона, као што су јонизација и припајање. Притом се сматра да у гасу не долази до промене равнотежне концентрације неутралних молекула  $N_0$ . Члан судара  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}$  се у том случају може представити као

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} = \pm \nu_k f, \quad (3.9)$$

где је  $\nu_k$  представља фреквенцију судара неконзервативне реакције, а знак зависи од тога да ли судар доводи до производње или губитка електрона. За одређену врсту судара дефинише се ефикасни пресек  $\sigma_k$  чија вредност зависи од интензитета брзине електрона, па је фреквенција судара једнака  $\nu_k = \sigma(v) N_0 v$ . Коначно вредност  $G$  се може добити као

$$G = \pm \int \sigma(v) N_0 v f d^3 \vec{v} \quad (3.10)$$

Једначина континуитета 3.7 представља парцијалну диференцијалну једначину за временску и просторну зависност концентрације  $n(\vec{r}, t)$ . Да би се дошло до решења потребно је прво одредити изразе за  $\langle \vec{v} \rangle$  и  $G$  које зависе од интензитета електричног поља, али и од вредности саме концентрације електрона. Електрично поље је нехомогено и мења се током пражњења, тако да ће и вредности  $\langle \vec{v} \rangle$  и  $G$  бити функције просторних координата и времена. До вредности  $\langle \vec{v} \rangle$  и  $G$  се долази решавањем Болцманове једначине у константном и хомогеном електричном пољу. Расподела  $f$  је тада симетрична по координатама брзина у односу на правац електричног поља, па се вредности  $f$  могу мењати само у том правцу. У том случају, користећи сферни координатни систем за координате брзина, Болцманова једначина се може изразити као

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cos \theta \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{e}{m} E \left( \cos \theta \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\sin^2 \theta}{v} \frac{\partial f}{\partial \cos \theta} \right) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}, \quad (3.11)$$

где је усвојено да је електрично поље у  $z$  правцу. Следећи корак је увођење апроксимација

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = n(\vec{r}, t) \cdot F(\vec{v}), \quad F(\vec{v}) = F_0(v) + F_1(\vec{v}), \quad F_1 \ll F_0. \quad (3.12)$$

Тиме је функција расподеле представљена као производ концентрације која зависи само од просторних координата и функције  $F$  која зависи само од координата брзине. При условима у којима расподела електрона не одступа много од равнотежне, функција  $F$  се може представити као збир равнотежне вредности  $F_0(v)$  која је изотропна и пертурбације  $F_1(\vec{v})$ .

Вредност  $G$  на основу израза 3.10 и 3.12 је

$$G = \pm N_0 \int_{v=0}^{+\infty} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sigma(v) v n(\vec{r}, t) F_0(v) v^2 \sin\theta d\theta d\varphi dv = \pm 4\pi N_0 n(\vec{r}, t) \int_0^{+\infty} \sigma(v) F_0(v) v^3 dv, \quad (3.13)$$

где је занемарен допринос  $F_1$  у интегралу 3.10. Флукс је на основу израза 3.5 и 3.12

$$\vec{\Gamma} = n(\vec{r}, t) \int \vec{v} F_1(\vec{v}) d^3\vec{v}, \quad (3.14)$$

при чему је интеграл  $F_0$  по координатама брзина једнак нули, јер је функција изотропна.

При условима у којима расподела електрона не одступа много од равнотежне, сударни члан се може представити као

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = -\nu_r(f - f_0) = -\nu_r n(\vec{r}, t) F_1(\vec{v}), \quad (3.15)$$

где је  $\nu_r$  фреквенција судара електрона услед којих долази до релаксације на равнотежну вредност функције расподеле  $f_0$ . Коришћењем апроксимација 3.12 и израза 3.15 Болцманова једначина 3.5 постаје

$$\vec{v} F_0(v) \cdot \nabla n(\vec{r}, t) - \frac{e\vec{E}}{m} n(\vec{r}, t) \cdot \nabla_v F_0(v) = -\nu_r n(\vec{r}, t) F_1(\vec{v}). \quad (3.16)$$

Извод по времену је једнак нули јер је електрично поље константно и успоставља се стационарно стање. При рачунању вредности градијената  $\nabla$  и  $\nabla_v$  занемарен је допринос  $F_1$ . Израз 3.16 се може преуредити, па се добија

$$n(\vec{r}, t) F_1(\vec{v}) = -\frac{1}{\nu_r} F_0(v) \vec{v} \cdot \nabla n + \frac{en(\vec{r}, t)}{m\nu_r} \vec{E} \cdot \nabla_v F_0(v) \quad (3.17)$$

Израз за флукс 3.14 постаје

$$\vec{\Gamma} = - \int \frac{1}{\nu_r} F_0(v) \vec{v} [\vec{v} \cdot \nabla n] d^3\vec{v} + \int \frac{en(\vec{r}, t)}{m\nu_r} \vec{v} [\vec{E} \cdot \nabla_v F_0(v)] d^3\vec{v} \quad (3.18)$$

На основу претходног израза 3.18 закључује се да флукс има две компоненте. Прва компонента зависи од градијента концентрације и представља кретање услед дифузије, а друга компонента представља дрифт услед електричног поља. Компонента флуksа услед дифузије  $\vec{\Gamma}_D$  је

$$\vec{\Gamma}_D = - \int_{v=0}^{+\infty} \frac{v^2 F_0(v)}{\nu_r} dv \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta \int_{\varphi=0}^{2\pi} \vec{v} [\vec{v} \cdot \nabla n(\vec{r}, t)] d\varphi. \quad (3.19)$$

Како важи релација ортогоналности

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} v_i v_j \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{4\pi}{3} v^2 \delta_{ij}, \quad (3.20)$$

интеграл 3.19 постаје

$$\vec{\Gamma}_D = -\frac{4\pi}{3}\nabla n(\vec{r}, t) \int_{v=0}^{+\infty} \frac{v^4 F_0(v)}{\nu_r} dv \quad (3.21)$$

Компонента флукса услед дрефта  $\vec{\Gamma}_W$  је

$$\vec{\Gamma}_W = \frac{en(\vec{r}, t)}{m} \int_{v=0}^{+\infty} \frac{v^2}{\nu_r} dv \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta \int_{\varphi=0}^{2\pi} \vec{v}[\vec{E} \cdot \nabla_v F_0(v)] d\varphi \quad (3.22)$$

Како важи да је  $\nabla_v F_0 = \frac{dF_0(v)}{dv} \frac{\vec{v}}{v}$ , интеграл 3.22 постаје

$$\vec{\Gamma}_W = \frac{en(\vec{r}, t)}{m} \int_{v=0}^{+\infty} \frac{v}{\nu_r} \frac{dF_0(v)}{dv} dv \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta \int_{\varphi=0}^{2\pi} \vec{v}[\vec{E} \cdot \vec{v}] d\varphi \quad (3.23)$$

Опет на основу ортогоналности 3.20 добија се

$$\vec{\Gamma}_W = \frac{4\pi}{3} \frac{en(\vec{r}, t)\vec{E}}{m} \int_{v=0}^{+\infty} \frac{v^3}{\nu_r} \frac{dF_0(v)}{dv} dv \quad (3.24)$$

Израз за укупан флукс се може представити у облику:

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma} &= \vec{\Gamma}_W + \vec{\Gamma}_D = n\vec{W} - D\nabla n, \\ \vec{W} &= \frac{4\pi}{3} \frac{e\vec{E}}{m} \int_{v=0}^{+\infty} \frac{v^3}{\nu_r} \frac{dF_0(v)}{dv} dv, \\ D &= \frac{4\pi}{3} \int_{v=0}^{+\infty} \frac{v^4 F_0(v)}{\nu_r} dv. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Коначно, једначина дрефт-дифузионог модела 3.7 којом се описује просторна зависност и временска еволуција концентрације електрона је

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (Wn - D\nabla n) = G. \quad (3.26)$$

Вредности коефицијената  $W$ ,  $D$  и  $G$  се према изразима 3.13 и 3.25 могу израчунати ако је позната функција  $F_0(v)$ . До ње се долази решавањем Болцманове једначине 3.11 развојем функције  $F$  из израза 3.12 у сферне хармонике, при чему се узимају у обзир прва два члана [92]

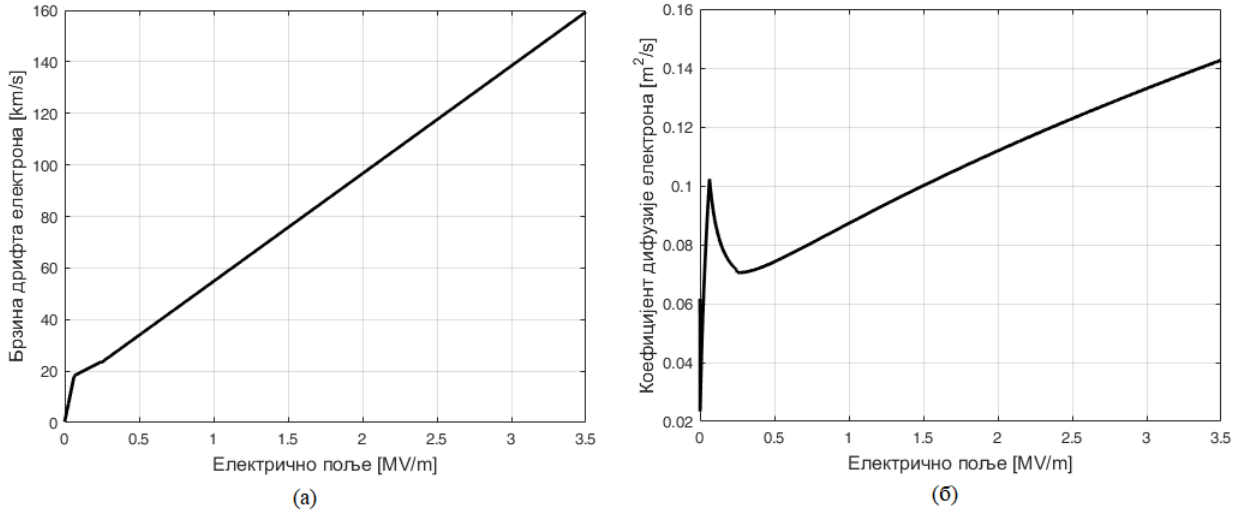
$$F(\vec{v}) = F_0(v) + \cos\theta \tilde{F}_1(v) \quad (3.27)$$

Програми који решавају Болцманову једначину, као што је BOLSIG+, захтевају као улазне параметре ефикасне пресеке за све реакције које се желе узети у у обзир. На основу решења Болцманове једначине долази се до вредности транспортних и реакционих коефицијената који се приказују у таблицама за различите вредности  $E/N_0$ . Такође, у литератури се могу наћи апроксимативни аналитички изрази за приказивање зависности вредности транспортних и реакционих коефицијената од количника  $E/N_0$ . При прорачунима изведеним у овој дисертацији коришћене су изрази које је користио *Morrow* [93]

$$\vec{W}_e = -\frac{\vec{E}}{E} \cdot \begin{cases} 6.87 \cdot 10^{24}(E/N_0) + 338 \text{ m/s}, & E/N_0 \leq 2.6 \cdot 10^{-21} \text{ Vm}^2 \\ 7.2973 \cdot 10^{23}(E/N_0) + 1.63 \cdot 10^4 \text{ m/s}, & 2.6 \cdot 10^{-21} \text{ Vm}^2 < E/N_0 < 10^{-20} \text{ Vm}^2 \\ 1.03 \cdot 10^{24}(E/N_0) + 1.3 \cdot 10^4 \text{ m/s}, & 10^{-20} \text{ Vm}^2 < E/N_0 < 2 \cdot 10^{-19} \text{ Vm}^2 \\ 7.4 \cdot 10^{23}(E/N_0) + 7.1 \cdot 10^4 \text{ m/s}, & E/N_0 > 2 \cdot 10^{-19} \text{ Vm}^2 \end{cases} \quad (3.28)$$

$$D_e = 0.3341 \cdot 10^9 [E/N_0 \cdot 10^4]^{0.54069} |W_e|/E \text{ m}^2\text{s}^{-1}; \quad (3.29)$$

За концентрацију молекула у ваздуху која одговара стандардним атмосферским условима зависност вредности транспортних коефицијената електрона, брзине дрифта  $W_e$  и коефицијента дифузије  $D_e$ , од интензитета електричног поља је приказана на слици 3.1.



Слика 3.1: Транспортни коефицијенти електрона у ваздуху на атмосферском притиску а) брзина дрифта, б) коефицијент дифузије

Што се тиче позитивних и негативних јона, може се сматрати да њихова брзина дрифта линеарно зависи од електричног поља. У ваздуху је брзина дрифта позитивних јона  $W_p$  и негативних јона  $W_n$  дата изразима

$$\vec{W}_p = 2.34 \cdot 10^{-4} \frac{P_0}{p} \vec{E} \text{ m/s}, \quad (3.30)$$

$$\vec{W}_n = -\vec{E} \cdot \begin{cases} 1.86 \cdot 10^{-4} \frac{p_0}{p} \text{ m/s}, & E/N \leq 5 \cdot 10^{-20} \text{ Vm}^2 \\ 2.7 \cdot 10^{-4} \frac{p_0}{p} \text{ m/s}, & E/N > 5 \cdot 10^{-20} \text{ Vm}^2 \end{cases} \quad (3.31)$$

Код описивања кинетике јона у дрифт-дифузионом моделу дифузија јона као тешких честица се занемарује.

## 3.2 Процеси у гасу

У нискотемпературној и слабо јонизованој плазми доминантни процеси су судари између електрона и неутралних атома и молекула, па природа плазме зависи од гаса у којем се пражњење одвија. Са друге стране, код плазме великог степена јонизације, природа гаса је релативно небитна, зато што су доминантне реакције између наелектрисаних честица. Судар је стохастички процес до којег долази када се две честице довољно приближе једна другој тако да њихова интеракција није више занемарљива. Време интеракције између електрона и молекула је реда величине  $10^{-16}$  s и сматра се да се судар дешава без утицаја спољашње силе и да важе закони одржања енергије и импулса [94]. Постоје и процеси у којима учествују три честице, код којих је трећа честица неопходна како би се задовољили закони одржања.

Судари које доживљава електрон током кретања у гасу могу бити еластични или нееластични. Код еластичних судара одржава се укупна кинетичка енергија честица, док се

код нееластичних судара део кинетичке енергије конвертује у потенцијалну енергију једне или више честица. Посебна особина судара између електрона и молекула је њихова велика разлика у маси, па је при еластичном судару губитак енергије електрона занемарљив. Са друге стране, при нееластичном судару долази до потпуног преноса енергије. Пример нееластичних судара је када долази до ексцитације електрона у молекулима на више електронске, ротационе или вибрационе енергијске нивое, што доводи до појаве нееластичних губитака на нижим енергијама. Ако је енергија упадног електрона довољно велика, молекул се може ексцитовати на основно стање наелектрисаног јона и долази до јонизације, а додатни електрон је слободан да напусти молекул. Такође, при нееластичном судару може доћи до рекомбинације наелектрисаних честица различитог знака и долази до формирања неутралног молекула или се може спојити са неутралном честицом и долази до настајања тешке наелектрисане честице.

Да би се одредили чланови  $G$  у једначини 3.26 који представљају производњу или губитке наелектрисаних честица потребно је анализирати неконзервативне сударе. Израз 3.13 се може писати као

$$G = \pm n(\vec{r}, t) K \left( \frac{|\vec{E}(\vec{r}, t)|}{N_0} \right), \quad (3.32)$$

где је  $K$  стопа сударног процеса изражена у  $s^{-1}$ . Уместо стопе, могу се дефинисати *Townsend*-ови просторни коефицијенти  $\alpha_j$  који представљају број догађаја по јединици дужине коју пређе електрон, изражено у  $m^{-1}$ . Тада је израз 3.32

$$G = \pm n(\vec{r}, t) W_e \alpha_j \left( \frac{|\vec{E}(\vec{r}, t)|}{N_0} \right). \quad (3.33)$$

На слици 3.2 је приказана зависност *Townsend*-ових коефицијената од интензитета електричног поља за процесе јонизације и припајања електрона у ваздуху при атмосферском притиску.

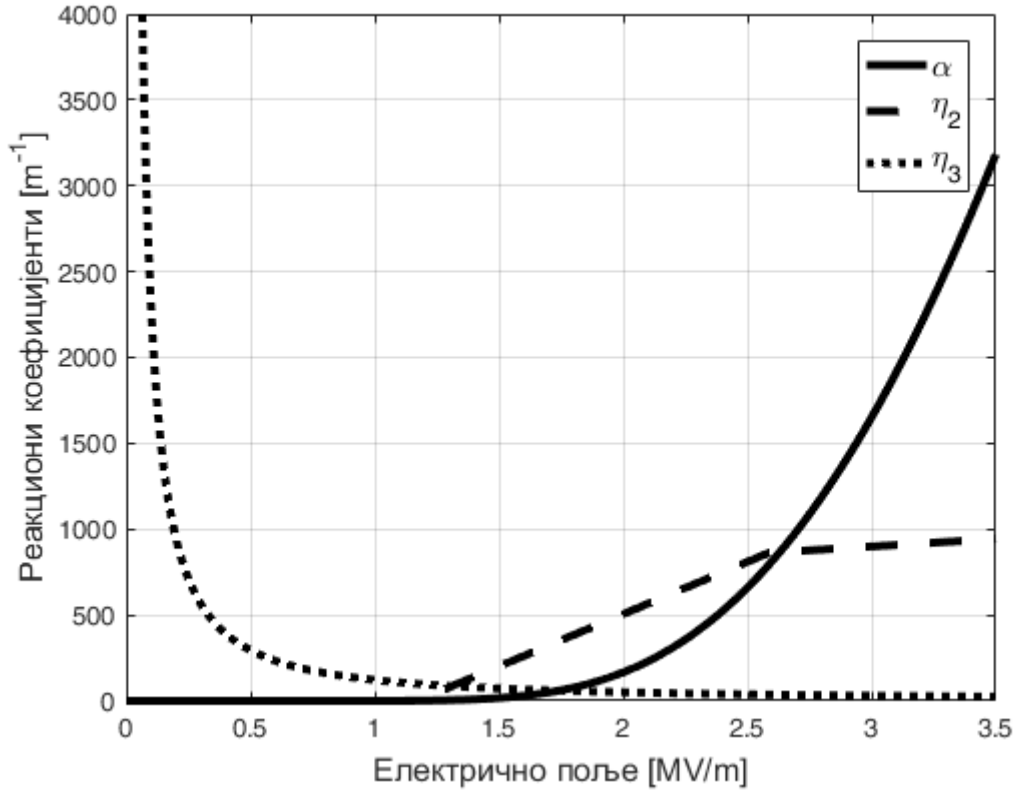
Концентрација позитивних јона се састоји углавном од  $N_2^+$  и  $O_2^+$  јона који су генерисани услед сударне јонизације или фотојонизације. Негативни  $O^-$  и  $O_2^-$  јони се генеришу услед два различита процеса припајања електрона у ваздуху [95]. Када је јачина електричног поља велика, најзначајнији процес припајања електрона је дисоцијативно припајање приликом судара два тела



тако да се генеришу негативни  $O^-$  јони. Негативни  $O_2^-$  јони се генеришу услед припајања електрона приликом судара три тела



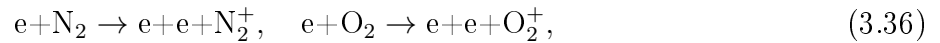
што је доминантан процес када је јачина електричног поља ниска, где је  $M = \{N_2, O_2\}$ . Сударна јонизација и припајање електрона при судару два тела имају заједничку особину да постоји енергија прага, односно минимална енергија која је потребна да би се процес догодио. Стога је за ниске вредности електричног поља стопа занемарљива, а затим нагло скаче. Припајање електрона има праг на мањој вредности електричног поља него јонизација, па зато постоји вредност електричног поља када стопа јонизације постаје једнака стопи припајања. Мало изнад те вредности је тачка електричног пробоја у електронегативним гасовима.



Слика 3.2: Реакциони коефицијенти електрона у ваздуху на атмосферском притиску за сударну јонизацију  $\alpha$ , припајање  $\eta_2$  и припајање услед судара три тела  $\eta_3$

### 3.2.1 Јонизација

Реакција сударне јонизације у ваздуху се може догодити када слободни електрон ступи у реакцију са неутралним молекулом азота или кисеоника



Губитак енергије примарног електрона је једнак енергији јонизације молекула  $E_i$  која код  $O_2$  износи  $12.5 \text{ eV}$ , а код  $N_2$  износи  $15.6 \text{ eV}$ . Преостала енергија се након судара распоређује на енергије два електрона. Зависност *Townsend*-овог коефицијента  $\alpha$  од односа интензитета електричног поља и концентрације молекула гаса приказана на слици 3.2 за случај атмосферског притиска је дата изразом

$$\alpha/N_0 = \begin{cases} 6.619 \cdot 10^{-21} \exp[-5.593 \cdot 10^{-19}/(E/N_0)] \text{ m}^2, & E/N_0 \leq 1.5 \cdot 10^{-19} \text{ Vm}^2 \\ 2 \cdot 10^{-20} \exp(-7.248 \cdot 10^{-19}/(E/N_0)) \text{ m}^2, & E/N_0 > 1.5 \cdot 10^{-19} \text{ Vm}^2 \end{cases} \quad (3.37)$$

Електрони који немају довољно велику енергију да изазову јонизацију, могу довести до екситације молекула. Приликом деекситације молекула емитују се фотони који могу узроковати даљу јонизацију молекула чија је енергија јонизације мања од енергије упадног фотона. Ова реакција се назива фотојонизација и може се представити изразом



где је  $M$  неутрални молекул, а  $h$  је Планкова константа. Енергија упадног фотона је  $h\nu$ , па је енергија ослобођеног електрона једнака  $h\nu - E_i$ . Члан који описује фотојонизацију

$G_{ph}$  се рачуна коришћењем модела *Zheleznyak*-а [96], а детаљи прорачуна у цилиндричној геометрији се могу наћи у [97].

Према моделу *Zheleznyak*-а извор фотона који припадају ултраљубичастом спектру су ексцитовани молекули азота. Фотоне апсорбују молекули кисеоника што доводи до процеса фотојонизације. Члан  $G_{ph}$  у једначини 3.26 услед процеса фотојонизације се рачуна као

$$G_{ph} = \int I(r')M(r, r')dr'. \quad (3.39)$$

Функција  $I(r')$  под интегралом 3.39 представља интензитет емисије зрачења са позиције на којој је радијална координата једнака  $r'$ . Овде је претпостављено да постоји радијална симетрија у бесконачно дугачком цилиндру, што је модел који ће бити коришћен за анализу корона пражњења између коаксијалне жице и цилиндра. Интензитет емисије је пропорционалан стопи јонизације услед судара

$$I = \xi \frac{p_q}{p + p_q} \alpha |\vec{W}_e| n_e, \quad (3.40)$$

где је  $\xi = 0.2$  и  $p_q = 30 \text{ Torr}$ . Функција  $M$  представља геометријски члан чије се вредности не мењају током пражњења и дата је са

$$M = r' \int_{z=-\infty}^{+\infty} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{f(R)}{4\pi R^2} d\varphi dz, \quad (3.41)$$

где је  $R = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\varphi) + z^2}$  растојање у цилиндричном координатном систему. Функција  $f(R)$  у изразу 3.41 представља апсорпцију зрачења на удаљености  $R$  и дата је са

$$f(R) = \frac{\exp(-\chi_{min} p_{O_2} R) - \exp(-\chi_{max} p_{O_2} R)}{R \log \frac{\chi_{max}}{\chi_{min}}}, \quad (3.42)$$

где је  $\chi_{min} = 0.035 \text{ cm}^{-1} \text{ Torr}^{-1}$ ,  $\chi_{max} = 2 \text{ cm}^{-1} \text{ Torr}^{-1}$  и  $p_{O_2} = 0.2p$ .

### 3.2.2 Припајање електрона

Електронегативни молекули, као што је кисеоник, имају својство да привлаче слободне електроне при чему долази до припајања и формирања негативног јона. Тиме се из гаса уклањају електрони који су се кретали великим брзинама, што омета развој пражњења. Основно енергијско стање негативног јона је нешто ниже од основног енергијског стања неутралног молекула. Енергија која се ослободи приликом формирања негативног јона назива се афинитет према електрону који код молекула  $O_2$  износи  $0.451 \text{ eV}$ , а код атома  $O$  износи  $1.461 \text{ eV}$ .

Реакција 3.34 представља дисоцијативно припајање и зависност *Townsend*-овог коефицијента припајања  $\eta_2$  од односа интензитета електричног поља и концентрације молекула гаса у ваздуху је дата са

$$\eta_2/N_0 = \begin{cases} 6.089 \cdot 10^{-12}(E/N_0) - 2.893 \cdot 10^{-23}; \text{ m}^2, & E/N_0 \leq 1.05 \cdot 10^{-19} \text{ Vm}^2 \\ 8.889 \cdot 10^{-13}(E/N_0) + 2.567 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2, & E/N_0 > 1.05 \cdot 10^{-19} \text{ Vm}^2 \end{cases} \quad (3.43)$$

Зависност 3.43 при атмосферском притиску је приказана на слици 3.2. *Townsend*-ов коефицијент припајања  $\eta_3$  за реакцију 3.35 је такође приказан на слици 3.2, а зависност је дата изразом

$$\eta_3/N_0^2 = 4.7778 \cdot 10^{-69} [E/N_0 \cdot 10^4]^{-1.2749} \text{ m}^5. \quad (3.44)$$

### 3.2.3 Одвајање електрона са негативног јона

Одвајање електрона са негативног јона представља супротну реакцију од процеса припајања електрона. На повишеним вредностима електричног поља до одвајања електрона долази током судара јона са неутралним молекулима. У ваздуху на атмосферском притиску до одвајања електрона са  $O_2^-$  јона долази при реакцији



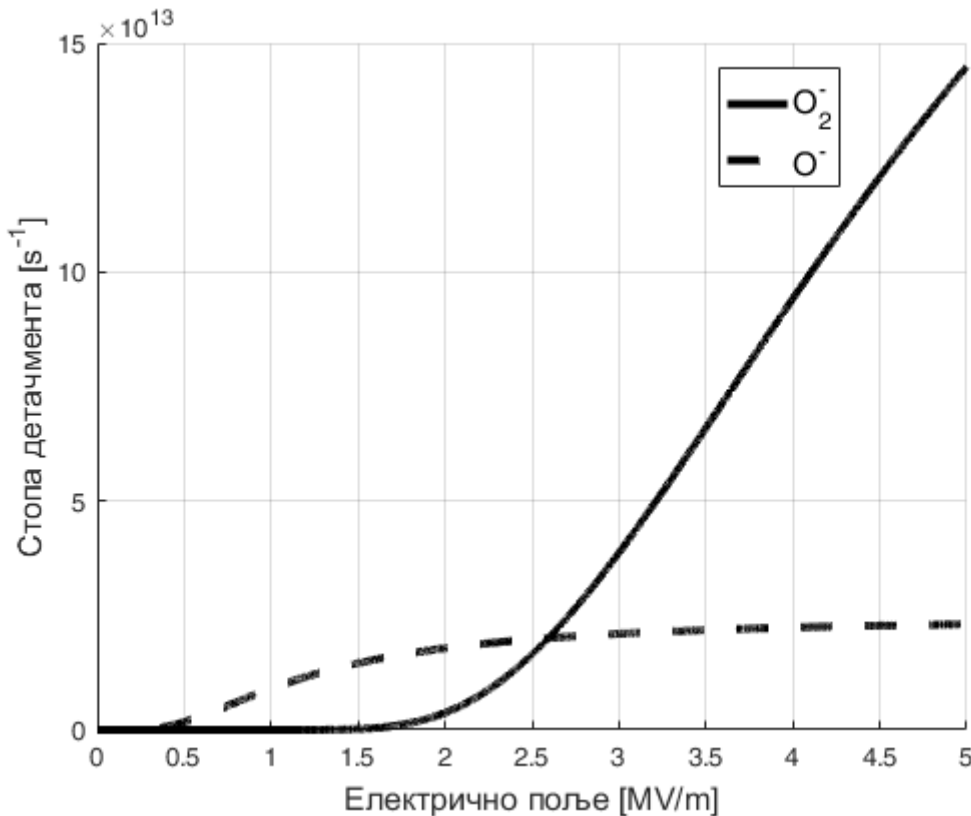
где је  $M = \{N_2, O_2\}$ . Стопа одвајања електрона са  $O_2^-$  јона је дата изразом

$$k_{det} = N_0 \cdot 1.24 \cdot 10^{-17} \exp \left[ - \left( \frac{179}{8.8 + E/N_0 \cdot 10^{21}} \right)^2 \right] s^{-1}, \quad (3.46)$$

који је преузет из [95]. Зависност стопе одвајања електрона од електричног поља у ваздуху на атмосферском притиску је приказана на слици 3.3. Поред реакције 3.45 у ваздуху је заступљено и асоцијативно одвајање електрона са  $O^-$  јона услед судара са молекулима азота



чија је стопа такође приказана на слици 3.3.



Слика 3.3: Стопа одвајања електрона са  $O_2^-$  и  $O^-$  јона у ваздуху на атмосферском притиску

У одсуству електричног поља или при врло ниским вредностима интензитета електричног поља доминантан процес је припајање електрона при судару три тела и сви слободни електрони брзо формирају негативне  $O_2^-$  јоне. Из тог разлога је управо процес одвајања електрона са  $O_2^-$  јона дат реакцијом 3.45 кључан за формирање иницијалних електрона којима започиње процес пражњења. Иако се на слици 3.3 може видети да је на



нижим вредностима електричног поља већа стопа одвајања електрона са  $O^-$  јона, сама концентрација  $O^-$  јона је мања у областима где електрично поље има ниже вредности, па је овај процес занемарен при моделовању корона пражњења.

### 3.2.4 Рекомбинација

Када се позитивно и негативно наелектрисане честице довољно међусобно приближе долази до рекомбинације и губитака наелектрисања. Приликом рекомбинације електрона са позитивним јонима до рекомбинације може доћи отпуштањем фотона или формирањем неутралног молекула у побуђеном стању, који се потом деексцитује при судару са трећом честицом. При високој вредности притиска изражена је и рекомбинација позитивних и негативних јона. Временска еволуција концентрације позитивно и негативно наелектрисаних честица,  $n_+$  и  $n_-$  респективно, се описује једначином

$$\frac{dn_+}{dt} = \frac{dn_-}{dt} = -\beta n_+ n_-, \quad (3.48)$$

где је  $\beta$  коефицијент рекомбинације. При нумеричком прорачуну корона пражњења према дрифт-дифузионом моделу коришћена је вредност  $\beta = 2 \cdot 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , која је усвојена из [93].

### 3.2.5 Процеси на површинама

Постоји велики број процеса до којих може доћи услед интеракције честица у плазми и металних површина. Код негативне короне је од интереса узети у обзир процесе који се дешавају на катоди и који доводе до производње и губитака наелектрисаних честица. Енергија коју је потребно додати електрону чија енергија одговара Фермијевом нивоу да би напустио метал назива се излазни рад и представља карактеристику материјала. Ова количина енергије се може обезбедити на различите начине, услед удара позитивних јона, фотона, загревањем метала или електричним пољем великог интензитета.

Негативно електрично поље усмерава позитивне јоне ка катоди. Када се јон приближи металној површини катоде може доћи до емисије електрона са катоде у зависности од енергијских нивоа упадне честице. Притом се из метала морају избацити два електрона од којих ће један послужити за неутрализацију позитивног јона, а други ће негативним електричним пољем бити одвучен у област даље од катоде. Однос флуксева емитованих електрона са катоде и упадних позитивних јона је једнак секундарном емисионом коефицијенту  $\gamma_i$ . Ако је катода жица полупречника  $R_1$ , концентрација емитованих електрона уз саму површину  $n_{ei}$  је тада

$$n_{ei} = \gamma_i \frac{|W_p(r = R_1)|}{|W_e(r = R_1)|} n_p(r = R_1), \quad (3.49)$$

где је  $n_p$  концентрација јона.

Електрони у металу могу добити довољну количину енергије као би напустили метал и дејством фотона, када је енергија фотона већа од излазног рада метала. Концентрација електрона емитованих услед фотоелектрилног ефекта уз саму површину катоде  $n_{eph}$  се може израчунати помоћу проширеног модела *Aleksandrova* [98, 99]:

$$n_{eph} = \frac{\gamma_{ph}}{|W_e(r = R_1)|} \int_{R_1}^{R_2} \alpha n_e |W_e| g(r) e^{-\mu(r-R_1)} \frac{r}{R_1} dr, \quad (3.50)$$

где је  $\gamma_{ph}$  коефицијент фотоемисије,  $\mu = 6 \text{ cm}^{-1}$  је коефицијент апсорпције фотона у ваздуху и  $g(r)$  је геометријски фактор дат са

$$g(r) = g_{radial}(r) \cdot g_{axial}(r), \quad (3.51)$$

$$g_{radial}(r) = \frac{1}{\pi e^{-\mu(r-R_1)}} \int_0^{\sin^{-1}(R_1/r)} e^{-\mu(r \cos \varphi - \sqrt{R_1^2 - r^2 \sin^2 \varphi})} d\varphi, \quad (3.52)$$

$$g_{axial}(r) = \frac{2}{\pi e^{-\mu(r-R_1)}} \int_0^{\pi/2} e^{-\mu(r-R_1)/\cos \varphi} d\varphi. \quad (3.53)$$

Ради прорачуна корона пражњења применом дрефт-дифузионох модела користиће се вредности коефицијената секундарне емисије  $\gamma_i = 0.01$  [56] и  $\gamma_{ph} = 0.0015$  [100].

До емисије електрона са катоде може доћи и услед загревања метала током пражњења чиме се повећава кинетичка енергија електрона. С обзиром да је корона нискотемпературно неравнотежно пражњење током којег не долази до загревања гаса, овај ефекат се може занемарити. Такође, применом јаког електричног поља долази до сужавања потенцијалне баријере коју електрони морају савладати да би напустили метал. Тада постоји вероватноћа за појаву ефекта тунеловања електрона кроз баријеру. Међутим, овај ефекат постаје изражен код електричног поља чији је интензитет реда величине  $10^8 \text{ V/m}$  што су вредности далеко изнад оних које се јављају током корона пражњења.

### 3.3 Дрефт-дифузиони модел короне

Динамика наелектрисања короне се у општем случају описује једначинама континуитета за све честице које учествују у пражњењу, као што су електрони, јони и ексцитоване честице. Према моделу коришћеном у дисертацији узети су у обзир концентрације електрона  $n_e$ , позитивних јона  $n_p$ , негативних  $O^-$  и  $O_2^-$  јона,  $n_{O^-}$  и  $n_{O_2^-}$  респективно. Најпре ће се анализирати пражњење које се јавља између коаксијално постављених жице и цилиндра. Да би се добиле једноставне једначине по једној просторној димензији занемарени су ефекти крајева и сматра се да су жица и цилиндар бесконачно дугачки. Једначине дрефт-дифузионог модела 3.26 у цилиндричној геометрији при чему постоји радијална симетрија дате су следећим изразима:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\Gamma_e)}{\partial r} = G_{ph} + n_e(\alpha - \eta_2 - \eta_3)|W_e| - n_e n_p \beta + k_{det} n_{O_2^-} \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\Gamma_p)}{\partial r} = G_{ph} + n_e \alpha |W_e| - (n_e + n_{O^-} + n_{O_2^-}) n_p \beta \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial n_{O^-}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\Gamma_{O^-})}{\partial r} = n_e \eta_2 |W_e| - n_{O^-} n_p \beta \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial n_{O_2^-}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\Gamma_{O_2^-})}{\partial r} = n_e \eta_3 |W_e| - n_{O_2^-} n_p \beta - k_{det} n_{O_2^-} \quad (3.57)$$

На десној страни једначина 3.54-3.57 налазе се чланови који описују производњу и губитке честица услед сударне јонизације, припајања електрона при сударима два тела и три тела, рекомбинације и одвајања електрона са негативних  $O_2^-$  јона, који су описани коефицијентима  $\alpha$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$ ,  $\beta$  и  $k_{det}$ , респективно. Члан  $G_{ph}$  представља генерисање електрона и позитивних јона услед фотојонизације. Флуксеви наелектрисаних честица су дати са

$$\Gamma_e = W_e n_e - D \frac{\partial n_e}{\partial r}, \quad \Gamma_p = W_p n_p, \quad \Gamma_{O^-} = W_n n_{O^-}, \quad \Gamma_{O_2^-} = W_n n_{O_2^-}, \quad (3.58)$$

где су  $\Gamma_e$  флуks електрона,  $\Gamma_p$  флуks позитивних јона, а  $\Gamma_{O^-}$  и  $\Gamma_{O_2^-}$  флуksеви негативних  $O^-$  и  $O_2^-$  јона. Брзине дрифта електрона, позитивних јона и негативних јона су означене са  $W_e, W_p, W_n$ , респективно, а  $D$  је коефицијент дифузије електрона. Дифузија тешких јона је занемарена тако да флуksеви јона имају само компоненту услед дрифта.

Концентрација позитивних јона се састоји углавном од  $N_2^+$  и  $O_2^+$  јона који су генерисани услед сударне јонизације и фотојонизације. Негативни  $O^-$  и  $O_2^-$  јони се анализирају засебно како би се узео у обзир процес одвајања електрона од  $O_2^-$  јона услед њихових судара са молекулима  $O_2$  [101]. Поред тога, ове две врсте негативних јона се генеришу услед два различита процеса припајања електрона у ваздуху [95].

Вредности транспортних и реакционих коефицијената су усвојене из [93] и оне зависе од односа јачине електричног поља и концентрације молекула ваздуха у свакој тачки. Овде је усвојена апроксимација локалног поља, што значи да се електрони брзо релаксирају на равнотежну расподелу брзина [102]. Зато је потребно рачунати електрично поље у свакој тачки простора и у сваком временском кораку, па су једначине континуитета 3.54-3.57 спрегнуте са *Poisson*-овом једначином за потенцијал  $\Phi$

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) = - \frac{e(n_p - n_e - n_{O^-} - n_{O_2^-})}{\epsilon_0}. \quad (3.59)$$

Електрично поље се затим рачуна усвајајући електростатичку апроксимацију

$$E = -\text{grad}\Phi = - \frac{\partial\Phi}{\partial r} \vec{e}_r \quad (3.60)$$

Полупречници централне жице и спољашњег цилиндра су означени са  $R_1$  и  $R_2$  респективно. Потребно је дефинисати граничне услове за систем парцијалних једначина 3.54-3.57 и 3.59. Напонски импулс се примењује на централну электроду, а спољашњи цилиндар је уземљен, па су гранични услови за *Poisson*-ову једначину 3.59:

$$\Phi(r = R_1) = V(t), \quad \Phi(r = R_2) = 0, \quad (3.61)$$

где је  $V(t)$  вредност примењеног напона у тренутку  $t$ . Што се тиче једначина континуитета 3.54-3.57 битни су гранични услови на централној електроди, јер се сви значајни процеси током пражњења одвијају у околини жице. Спољни цилиндар је у сваком тренутку пражњења довољно удаљен од жице, тако да електрично поље у његовој близини не достиже критичну вредност која је потребна за јонизацију. Пошто су концентрације наелектрисаних честица на спољној граници занемарљиве, резултати симулације не зависе од граничних услова на спољном цилиндру. Из тог разлога може се усвојити да концентрације наелектрисаних честица на спољној граници имају вредност која је једнака нули

$$n_e(r = R_2) = n_p(r = R_2) = n_{O^-}(r = R_2) = n_{O_2^-}(r = R_2) = 0. \quad (3.62)$$

Значајан процес који се мора узети у обзир код негативног корона пражњења је секундарна емисија електрона са катоде услед удара позитивних јона и фотоемисије. Оба ефекта се математички моделују преко граничног услова за електроне на катоди.

$$n_e(r = R_1) = n_{ei} + n_{eph}, \quad (3.63)$$

где су чланови  $n_{ei}$  и  $n_{eph}$  дати изразима 3.49 и 3.50 и означавају чланове услед удара позитивних јона и фотоемисије, респективно.

Што се тиче граничних услова за јоне на катоди, усваја се претпоставка да и позитивни и негативни јони могу да напусте међуелектродни простор кроз централну жицу, па дефинишемо *Neumann*-ове граничне услове. Ово је неопходно зато што ће симулација

показати да централна електрода мења поларитет у једном тренутку током пражњења иако примењени напон увек има негативну вредност током целокупног трајања процеса пражњења. Коначно, гранични услови на централној жици су

$$\left. \frac{\partial n_p}{\partial r} \right|_{r=R_1} = \left. \frac{\partial n_{O^-}}{\partial r} \right|_{r=R_1} = \left. \frac{\partial n_{O_2^-}}{\partial r} \right|_{r=R_1} = 0. \quad (3.64)$$

Потребно је још дефинисати почетне услове за концентрације наелектрисаних честица. Под стандардним условима температуре и притиска чист ваздух је одличан изолатор. Међутим, увек постоје неки електрони који се генеришу услед космичких зрака, природне радиоактивности и других феномена тако да се сваке секунде произведе 10 парова електрона и јона у  $1 \text{ cm}^3$ . Када нема електричног поља ови слободни електрони постоје веома кратко услед њиховог припајања на молекуле кисеоника, па је равнотежна концентрација парова позитивних и негативних јона око  $1000 \text{ cm}^{-3}$ . Стога се усваја да иницијално постоји 1000 парова позитивних и негативних  $O_2^-$  јона у  $1 \text{ cm}^3$  [13], док је почетна концентрација електрона и негативних  $O^-$  јона једнака нули

$$n_p(t=0) = n_{O_2^-}(t=0) = 10^9 \text{ m}^{-3}, \quad n_e(t=0) = n_{O^-}(t=0) = 0. \quad (3.65)$$

Ради једноставности усвајамо да су у почетном тренутку концентрације наелектрисаних честица хомогене у простору између електрода. Почетни електрони који су потребни да би дошло до лавинске мултипликације ће бити генерисани у процесима секундарне емисије са катоде и одвајања са негативних  $O_2^-$  јона. У стварности, постојаће одређено време кашњења почетка корона пражњења. Ово временско кашњењење је последица тога што је производња почетних електрона стохастички догађај. Овде је временско кашњење занемарено пошто се значајно смањује у условима повећане влажности ваздуха, што је случај код услова када постоје атмосферска пражњења.

Након што су израчунати резултати симулације за концентрације наелектрисаних честица и јачину електричног поља, укупно подужно наелектрисање  $Q(t)$  се добија као

$$Q(t) = \int_0^t I_p(t') dt', \quad (3.66)$$

где је  $I_p$  подужна густина струје (по дужини цилиндра), која се добија помоћу *Sato-Morrow* формуле [103]

$$I_p = \frac{e}{V} \int \vec{\Gamma} \cdot \vec{E}_L dS + \frac{\varepsilon_0}{V} \int \frac{\partial \vec{E}_L}{\partial t} \cdot \vec{E}_L dS, \quad (3.67)$$

где је  $\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_p - \vec{\Gamma}_e - \vec{\Gamma}_{O^-} - \vec{\Gamma}_{O_2^-}$ ,  $dS = r dr d\varphi$  је елементарна површ попречног пресека жице и цилиндра у поларном координатном систему, а  $\vec{E}_L$  је Лапласово електрично поље које би постојало у простору између електрода када не би било генерисаног просторног наелектрисања. У случају коаксијалне конфигурације жице и цилиндра оно износи

$$E_L = \frac{V}{r \ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (3.68)$$

Израз за  $I_p$  постаје

$$I_p = \frac{2\pi e}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \int_{R_1}^{R_2} \Gamma dr + \frac{2\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (3.69)$$

Први члан у 3.69 представља компоненту струје услед кретања наелектрисања у јонизованом гасу. Други члан представља капацитивну струју која тече кроз цилиндрични кондензатор услед временски променљивог напона.

Подужно наелектрисање  $Q$  које се добија једначином 3.66 представља укупно подужно наелектрисање које протиче кроз спољно електрично коло од почетка напонског импулса. Оно се може израчунати и на други начин као сума две компоненте

$$Q = Q_\rho + Q_C, \quad (3.70)$$

где је  $Q_\rho$  подужно наелектрисање у простору између електрода, а  $Q_C$  је подужно наелектрисање које се налази на самој централној жици. Компонента  $Q_\rho$  се рачуна тако што се просторна густина наелектрисања у простору између електрода  $\rho = e(n_p - n_e - n_{O^-} - n_{O_2^-})$  интегралом по попречном пресеку. Вредност  $Q_C$  компоненте се рачуна из услова да интеграл електричног поља мора бити једнак примењеном напону у сваком тренутку. Укупно електрично поље на месту где је спољашњи цилиндар износи

$$E(r = R_2) = \frac{Q_\rho + Q_C}{2\pi\epsilon_0 R_2}. \quad (3.71)$$

Тада се две компоненте подужног наелектрисања могу израчунати као:

$$Q_\rho = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \rho r dr, \quad Q_C = 2\pi\epsilon_0 R_2 E(r = R_2) - Q_\rho. \quad (3.72)$$

Електрично поље се такође може представити као збир две компоненте  $E_\rho$  и  $E_C$  које су генерисане од стране наелектрисања  $Q_\rho$  и  $Q_C$ , респективно

$$E_\rho = \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \frac{\rho(r')}{\epsilon_0} r' dr', \quad E_C(r) = \frac{Q_C}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.73)$$

Израчунавање компонената електричног поља и њихових доприноса укупном напону је неопходно за анализу расподеле наелектрисања у простору између електрода и на површини централне жице.



## Глава 4

# Нумеричке методе за решавање једначина дрифт-дифузионог модела

Да би се извршила детаљна теоријска анализа физичких процеса током корона пражњења потребно је решити једначине дрифт-дифузионог модела за две конфигурације: коаксијално постављених жице и цилиндра и жице постављене изнад равни. Из тог разлога потребно је развити програм који решава једначине у 2D геометрији. У случају коаксијалне конфигурације због радијалне симетрије проблем се може свести на решавање 1D једначина по радијалној координати, што значајно смањује време рачунања. Ово је од посебног значаја код анализе простирања импулса дуж вода код којег је потребно вршити симулацију корона пражњења у више тачака дуж вода у исто време.

Код обе конфигурације напон се примењује на жицу, док су на нултом потенцијалу цилиндар код коаксијалне конфигурације, односно бесконачна раван код конфигурације жице изнад равни. Поред дефинисане геометрије и примењеног напона, још је једино потребно одредити притисак и температуру ваздуха као променљиве параметре. Коначан резултат симулације представљају временска зависност и просторна расподела концентрација сваког типа честица појединачно  $n(\vec{r}, t)$  и електричног поља  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ .

Вредности транспортних и реакционих коефицијената су унапред познати и дати изразима у поглављу 3. Оне зависе од односа  $E/N_0$ , где је  $N_0$  концентрација молекула у ваздуху која се може одредити преко једначине стања идеалног гаса  $p = N_0 k_B T$ , када су познате вредности притиска  $p$  и температуре ваздуха  $T$ .

При решавању 1D система једначина коришћен је метод коначних разлика, а при решавању 2D система једначина коришћен је метод коначних елемената. Проблем који се јавља код решавања једначина континуитета код обе геометрије је нагомилавање нумеричке грешке током времена и појаве лажних осцилација и нумеричке дифузије. Ова појава при нумеричком решавању једначина континуитета ће бити приказана на једноставном примеру анализираном у одељку 4.1. Зато је непоходно применити алгоритам корекције флукса (на енглеском Flux Corrected Transport - FCT) развијен у [104, 105]. Програмски код за решавање једначина дрифт-дифузионог модела је писан програмским језиком C [84]. У случају прорачуна у 2D геометрији коришћена је CUDA платформа за паралелно програмирање имплементирана на графичким картицама [106].

### 4.1 Алгоритам корекције флукса (FCT)

Проблеми који се јављају код нумеричког решавања једначине континуитета могу се приказати на једноставном примеру правоугаоног профила концентрације честица који се креће дуж  $x$  осе константном брзином  $W_0$ . Нумеричка шема потребна за решавање једначина по времену добија се помоћу *Lax-Wendroff* метода. Полази се од једначине кон-

тинуитета

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nW) = 0. \quad (4.1)$$

Развојем концентрације  $n(x, t)$  у Тејлоров ред по времену у тренутку  $t_0$  и узимањем у обзир члана другог реда добија се

$$n(x, t) \approx n(x, t_0) + \frac{\partial n}{\partial t}(t - t_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2}(t - t_0)^2 \quad (4.2)$$

Када се искористи израз 4.1 први и други извод по времену се могу написати као

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(nW), \quad \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial x}(nW) \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left( W \frac{\partial n}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( W \frac{\partial}{\partial x}(Wn) \right) \quad (4.3)$$

Коначно према 4.2 и 4.3 добија се

$$n(x, t) \approx n(x, t_0) - \frac{\partial}{\partial x}(nW)(t - t_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( W \frac{\partial}{\partial x}(Wn) \right) (t - t_0)^2 \quad (4.4)$$

Када је у тренутку  $t_0$  концентрација у свакој тачки  $n_i$  позната, тада је вредност концентрације у наредном временском кораку  $t = t_0 + \Delta t$ , која се означава са  $n_i^{(1)}$ , једнака

$$n_i^{(1)} = n_i - \frac{\Delta t}{x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}}} \left[ n_{i+\frac{1}{2}} W_{i+\frac{1}{2}} - n_{i-\frac{1}{2}} W_{i-\frac{1}{2}} \right] + \frac{\Delta t^2}{2(x_{i+\frac{1}{2}} - x_{i-\frac{1}{2}})} \left[ W_{i+\frac{1}{2}} \frac{W_{i+1} n_{i+1} - W_i n_i}{x_{i+1} - x_i} - W_{i-\frac{1}{2}} \frac{W_i n_i - W_{i-1} n_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right], \quad (4.5)$$

где су

$$\Delta t = t - t_0, \quad x_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{x_i + x_{i\pm 1}}{2}, \quad W_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{W_i + W_{i\pm 1}}{2}, \quad n_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{n_i + n_{i\pm 1}}{2}. \quad (4.6)$$

Када је брзина константна и једнака  $W_0$ , а мрежа тачака равномерно распоређена дуж  $x$  осе са кораком  $\Delta x$ , шема 4.5 постаје

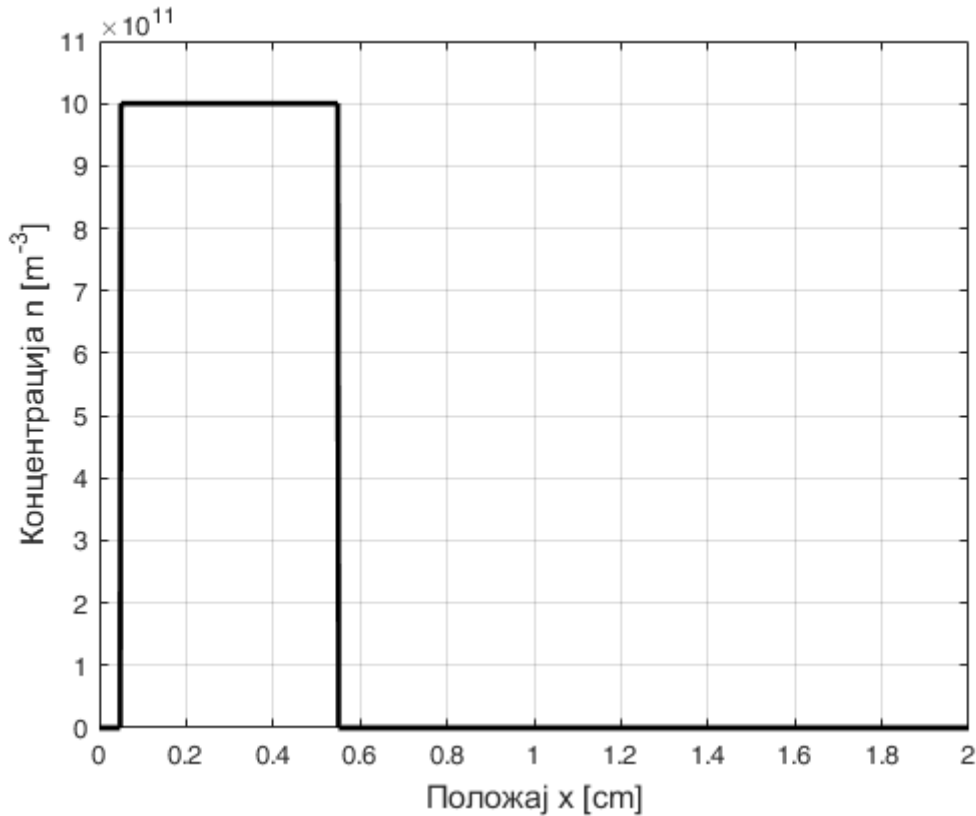
$$n_i^{(1)} = n_i - \frac{\Delta t W_0}{2\Delta x} (n_{i+1} - n_{i-1}) + \frac{\Delta t^2 W_0^2}{2\Delta x^2} (n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}) \quad (4.7)$$

Добијена нумеричка шема биће примењена на случај када је брзина једнака  $W_0 = 3.7 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а почетна концентрација приказана на слици 4.1. Очекује се да ће профил концентрације током кретања дуж  $x$  осе одржавати правоугаони облик. Међутим, применом 4.7 добија се решење које садржи изражене нумеричке осцилације. Добијени профил концентрације након 18 ps приказан је на слици 4.2.

Појава ових нумеричких осцилација је управо разлог због којег се на добијено решење примењује алгоритам корекције флуksа који се састоји од два корака. Први корак је да се на шему 4.7 дода члан који представља вештачку нумеричку дифузију како би се поништиле лажне осцилације. Члан вештачке дифузије је једнак  $a_D(n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1})$ , где је  $a_D$  константа чија се вредност најчешће усваја да је једнака  $\frac{1}{8}$ . Нумеричка шема која се користи за решавање једначине континуитета сада постаје

$$n_i^{(1)} = n_i - \frac{\Delta t W_0}{2\Delta x} (n_{i+1} - n_{i-1}) + \frac{\Delta t^2 W_0^2}{2\Delta x^2} (n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}) + \frac{1}{8} (n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}), \quad (4.8)$$





Слика 4.1: Почетна концентрација

при чему је у изразу 4.7 додат члан вештачке дифузије. Решење које се добија применом ове нумеричке шеме 4.8 је приказано на слици 4.3.

Овај поступак је заиста довео до нестанка лажних осцилација, али је услед вештачке дифузије дошло до израженог расплињавања правоугаоног профила. Да би се уклонио ефекат јаке дифузије на добијено решење се примењује поступак антидифузије који представља други и крајњи корак алгоритма корекције флукса. Члан вештачке дифузије се може написати у облику

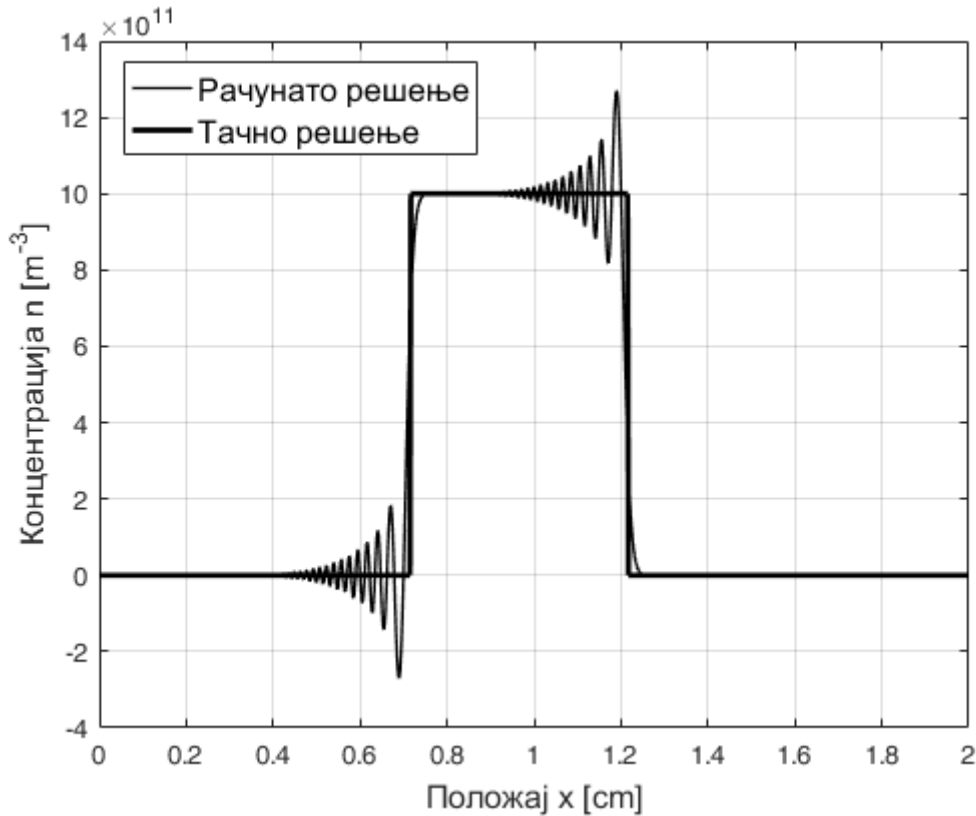
$$\frac{1}{8}(n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}) = \frac{1}{8}[n_{i+1} - n_i - (n_i - n_{i-1})] = f_i - f_{i-1}, \quad (4.9)$$

где је  $f_i = \frac{1}{8}(n_{i+1} - n_i)$  дифузиони флукс. Према 4.8 сваки члан  $f_i$  који је додат у  $i$ -тој тачки, одузет је у тачки  $i - 1$ , тако да се одржава укупан број честица. У овом кораку потребно је одузети вишак дифузије који доводи до расплињавања, а да се поново не јаве лажне осцилације. То се постиже тако што се антидифузиони члан  $AD_i$  дефинише као негативна вредност члана вештачке дифузије, при чему се вредности дифузионог флукса лимитирају на  $\tilde{f}_i$

$$AD_i = -\tilde{f}_i + \tilde{f}_{i-1} \quad (4.10)$$

Лимитирање вредности дифузионог флукса је спроведено тако да додавање антидифузионог члана добијеном решењу не доведе до појаве нових локалних максимума или минимума, односно да не повећава већ постојеће локалне екстремуме.

$$\tilde{f}_i = \text{sgn}(n_{i+1} - n_i) \cdot \max \left[ 0, \min \left( \text{sgn}(n_{i+1} - n_i) \cdot (n_i - n_{i-1}), |f_i|, \text{sgn}(n_{i+1} - n_i) \cdot (n_{i+2} - n_{i+1}) \right) \right] \quad (4.11)$$



Слика 4.2: Концентрација након 18 ns

Коначно решење  $\tilde{n}_i^{(1)}$  се добија додавањем антидифузионог члана на претходно добијене вредности  $n_i$

$$\tilde{n}_i^{(1)} = n_i + AD_i. \quad (4.12)$$

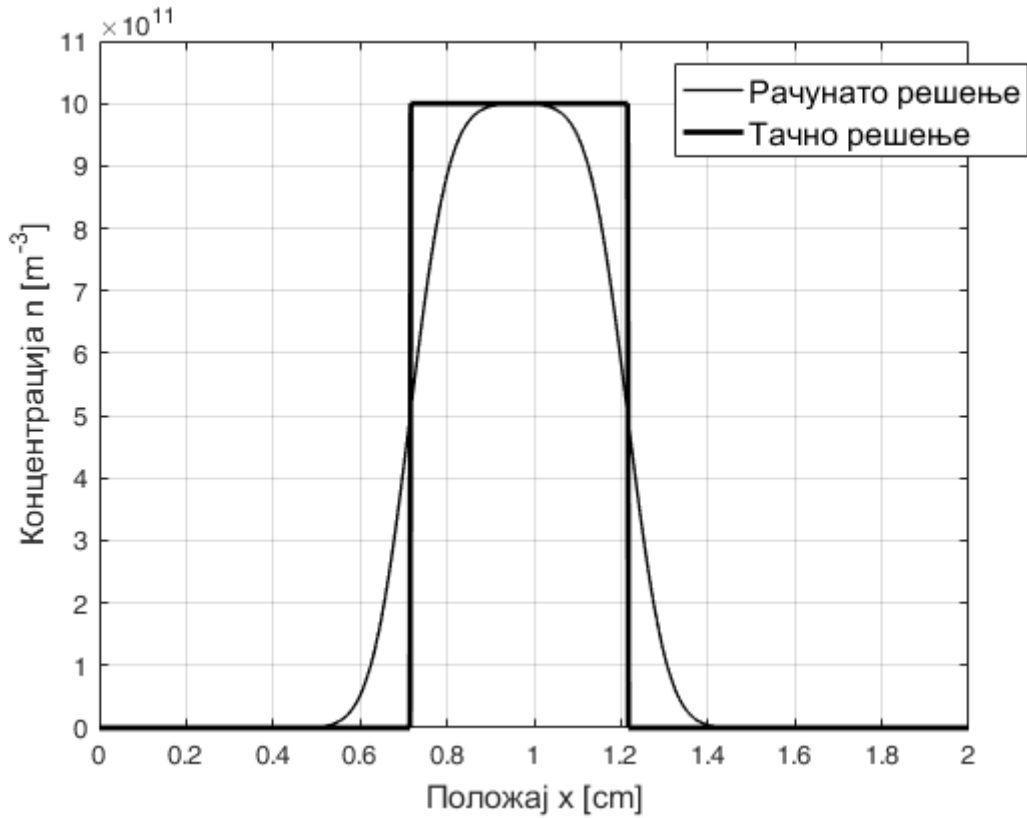
На слици 4.4 је приказано решење након потпуне примене алгоритма корекције флукса. Израчунато решење је показало сасвим задовољавајуће слагање са тачним профилем концентрације.

## 4.2 Решавање 1D система једначина методом коначних разлика

Једначина континуитета у поларном координатном систему када постоји радијална симетрија је

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rnW - rD \frac{\partial n}{\partial r}) = G, \quad (4.13)$$

где је  $t$  време,  $r$  радијална координата,  $n$  је концентрација,  $W$  је брзина дрифта,  $D$  коефицијент дифузије, а  $G$  представља збирни члан који обухвата све процесе генерације и рекомбинације честица. Једначина 4.13 се решава методом коначних разлика. Потребно је дефинисати тачке у простору у којима ће се рачунати вредности концентрације. Код корона пражњења сви процеси се дешавају у блиској околини централне жице где се јавља велики градијент концентрације честица. Из тог разлога потребно је формирати густу мрежу тачака близу централне жице, док у области даље од жице и ближе спољашњем



Слика 4.3: Концентрација након 18 ns

цилиндру мрежа тачака може бити ређа, што је од значаја да би се скратило време прорачуна. Оваква нехомогена мрежа тачака се постиже тако што је радијална координата  $i$ -те тачке  $r[i]$  одређена према формули

$$r[i] = R_1 + a \left( e^{-\frac{i}{\lambda}} - 1 \right), \quad \lambda = \frac{N - 1}{\ln[1 + (R_2 - R_1)/a]}, \quad (4.14)$$

где је  $a$  константа,  $i = 0, 1, \dots, N - 1$  и  $N$  је укупан број тачака на мрежи.

До нумеричке шеме за израчунавање концентрације у сваком следећем временском кораку може се стићи помоћу *Lax-Wendroff* метода тако што се прво разматра само кретање честица услед дрифта.

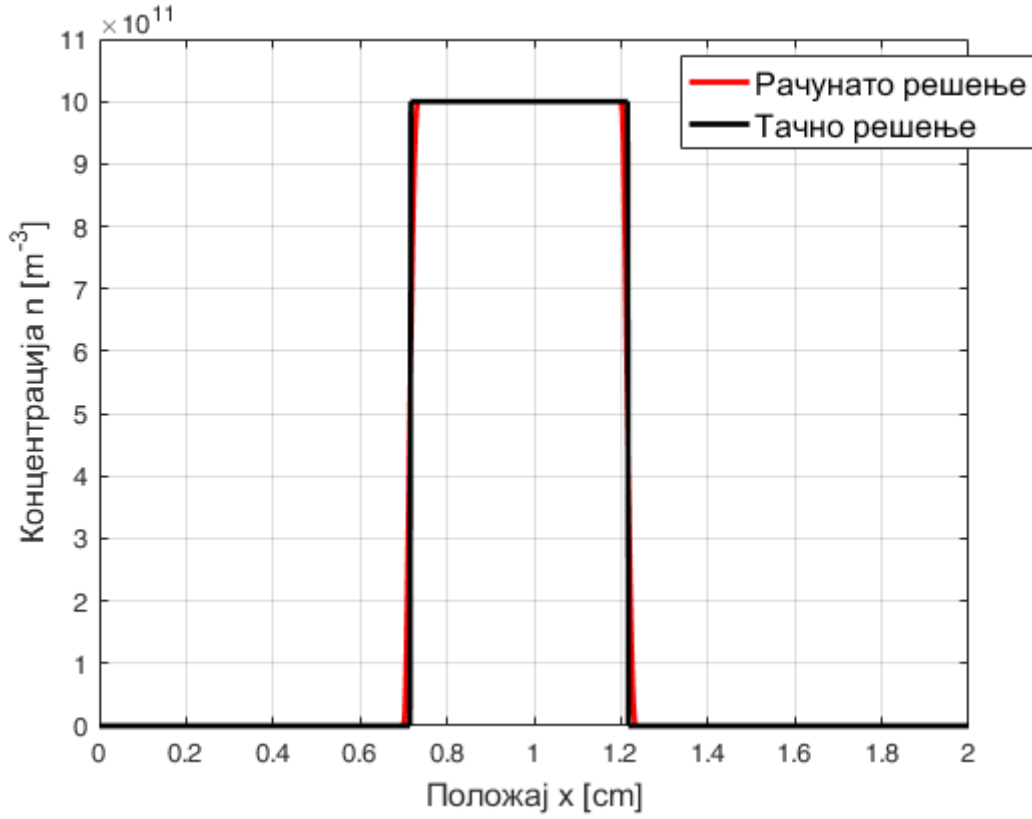
$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rnW) = 0, \quad (4.15)$$

Када се искористи израз 4.15 први и други извод концентрације по времену се могу написати као

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rnW), \quad \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rnW) \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rW \frac{\partial n}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( W \frac{\partial}{\partial r} (rnW) \right) \quad (4.16)$$

Користећи развој концентрације у Тејлоров ред 4.2 и изразе 4.16 добија се

$$n(x, t) \approx n(x, t_0) - \frac{t - t_0}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rnW) + \frac{(t - t_0)^2}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left( W \frac{\partial}{\partial r} (rnW) \right) \quad (4.17)$$



Слика 4.4: Концентрација након 18 ns

Вредност концентрације у наредном временском кораку  $n_i^{(1)}$  након времена  $\Delta t$  рачуна се преко нумеричке шеме која се добија када се за сваку  $i$ -ту тачку чија је радијална координата  $r_i$  цео претходни израз 4.17 интегрални по површини кружног прстена у границама од  $r_{i-1/2} = (r_i + r_{i-1})/2$  до  $r_{i+1/2} = (r_i + r_{i+1})/2$ . Величина те површине  $\Delta S_i$  износи

$$\Delta S_i = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{r=r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} r dr d\varphi = \pi(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) \quad (4.18)$$

Након интеграције израз 4.17 постаје

$$\begin{aligned} n_i^{(1)} \Delta S_i = & n_i \Delta S_i - \Delta t 2\pi \left( r_{i+1/2} n_{i+1/2} W_{i+1/2} - r_{i-1/2} n_{i-1/2} W_{i-1/2} \right) + \\ & \Delta t^2 \pi \left[ W_{i+1/2} \frac{r_{i+1} W_{i+1} n_{i+1} - r_i W_i n_i}{r_{i+1} - r_i} - W_{i-1/2} \frac{r_i W_i n_i - r_{i-1} W_{i-1} n_{i-1}}{r_i - r_{i-1}} \right], \end{aligned} \quad (4.19)$$

На решење  $n_i^{(1)}$  дато изразом 4.19 треба применити алгоритам корекције флукса, као што ће бити објашњено у одељку 4.2.1. На тако добијене кориговане вредности  $n_i^{FCT}$  додају се чланови који представљају дифузију и реакције честица према 4.13

$$\begin{aligned} n_i^{(1)} = & n_i^{FCT} + \frac{\Delta t}{\Delta S_i} \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r D \frac{\partial n}{\partial r} \right) + G \right] 2\pi r dr \\ = & n_i^{FCT} + \frac{2\pi \Delta t}{\Delta S_i} \left( r_{i+1/2} D_{i+1/2} \frac{n_{i+1} - n_i}{r_{i+1} - r_i} - r_{i-1/2} D_{i-1/2} \frac{n_i - n_{i-1}}{r_i - r_{i-1}} \right) + \Delta t G_i. \end{aligned} \quad (4.20)$$

### 4.2.1 Примена FCT алгоритма

Алгоритам корекције флуksа се примењује прво решавајући једначину 4.15, а чланови који представљају дифузију, генерацију и рекомбинацију честица се додају накнадно. Мора се водити рачуна да примена алгоритма корекције флуksа у цилиндричном координатном систему не сме довести до нарушавања конзервативности укупног броја честица. Једначина 4.15 се може довести на облик парцијалне диференцијалне једначине 4.1 на којој је спроведена примена FCT алгоритма тако што се дефинише нова функција  $F$

$$n(r, t) = \frac{F(r, t)}{r}. \quad (4.21)$$

Када извршимо замену 4.21 у једначину 4.15 добијамо

$$\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{F}{r} W \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (FW) = 0 \quad (4.22)$$

Израз 4.22 представља исту парцијалну диференцијалну једначину као 4.1, па се даљи поступак алгоритма корекције флуksа спроводи над функцијом  $F(r, t) = r \cdot n(r, t)$ .

$$r_i \cdot n_i^{FCT} = r_i \cdot n_i^{(1)} + \frac{1}{8} \left( r_{i+1} n_{i+1} - 2r_i n_i + r_{i-1} n_{i-1} \right) - \tilde{f}_i + \tilde{f}_{i-1} \quad (4.23)$$

$$\tilde{f}_i = \text{sgn}(F_{i+1} - F_i) \cdot \max \left[ 0, \min \left( \text{sgn}(F_{i+1} - F_i) \cdot (F_i - F_{i-1}), |f_i|, \text{sgn}(F_{i+1} - F_i) \cdot (F_{i+2} - F_{i+1}) \right) \right] \quad (4.24)$$

### 4.2.2 Рачунање електричног поља

Електрично поље се рачуна на истој мрежи као и једначине континуитета честица. Уместо да се *Poisson*-ова једначина решава применом диференцијалних шема метода коначних разлика за диференцијалне једначине другог реда, овде се електрично поље решава директно из Гаусовог закона. Укупно електрично поље се представља као збир две компоненте

$$E = E_\rho + E_C \quad (4.25)$$

где су  $E_\rho$  и  $E_C$  дате изразом 3.73. Такође, можемо дефинисати и компоненте напона  $V_\rho$  и  $V_C$  које представљају доприносе укупном напону од стране компоненти електричног поља  $E_\rho$  и  $E_C$ , респективно. Компонента  $E_\rho$  се може одмах израчунати када је позната радијална зависност просторне густине наелектрисања. Напон  $V_\rho$  ће бити једнак

$$V_\rho = \int_{R_2}^{R_1} E_\rho(r') dr' = - \int_{R_1}^{R_2} E_\rho(r') dr' \quad (4.26)$$

За познату вредност примењеног напона у датом тренутку, напон  $V_C$  се може одредити као

$$V_C = V - V_\rho \quad (4.27)$$

Тада је компонента електричног поља  $E_C$  једнака

$$E_C = \frac{V_C}{r \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (4.28)$$

Коначно, када су познате обе компоненте електричног поља могуће је одредити укупно електрично поље према 4.25.

Оваквим приступом решавање електричног поља се своди на рачунање интеграла, што се нумерички значајно брже рачуна у односу на решавање система једначина који би се добио применом метода коначних разлика. Поред тога, на овај начин се при самом рачунању електричног поља добијају и вредности компоненти  $E_\rho$  и  $E_C$  које су значајне за теоријску анализу физике корона пражњења. Интеграла су решавани трапезоидним методом.

### 4.3 Решавање 2D система једначина методом коначних елемената

При решавању једначина на домену који представља 2D геометријску структуру најбољи избор је користити метод коначних елемената. Домен над којим се решава систем једначина је издељен на одређени број троуглова. Темена троуглова називају се чворови и представљају тачке у којима се рачуна решење једначина, односно вредности концентрација. На тај начин могуће је повећати број тачака у делу простора у којем се очекују већи градијенти концентрација. Поред тога, могуће је тачније представљање различитих облика електрода и граница домена тако што се чворови постављају тачно на површини електроде, према аналитичким изразима.

Овде ће прорачуни бити изведени на домену који представља површину између две кружнице са заједничким центром. Једначине је потребно решавати само у области у којој за дати напонски импулс постоји значајна генерација наелектрисаних честица. Мања кружница полупречника  $R_1$  представља границу површине жице, док већа кружница полупречника  $R_D$  представља спољну границу домена ван којег је концентрација честица једнака нули. Чворови су постављени на  $N_r$  концентричних кружница чији су полупречници дати изразом 4.14, при чему је растојање између тачака на истој кружници еквидистантно. На свакој од тих кружница налази се  $N_\varphi$  тачака. Положаји чворова на једној кружници су ротирани у односу на положаје тачака на суседним кружницама за угао  $\pi/N_\varphi$ , тако да је свака тачка једне кружнице подједнако удаљена од две најближе тачке са суседних кружница.

Троуглови се формирају између тачака које припадају двома суседним кружницама. Свака тачка једне кружнице чини троугао са две најближе тачке из суседних кружница. Укупан број чворова  $N_{ch}$  и укупан број троуглова  $N_{tr}$  дати су изразима

$$N_{ch} = N_r N_\varphi, \quad N_{tr} = 2N_\varphi(N_r - 1). \quad (4.29)$$

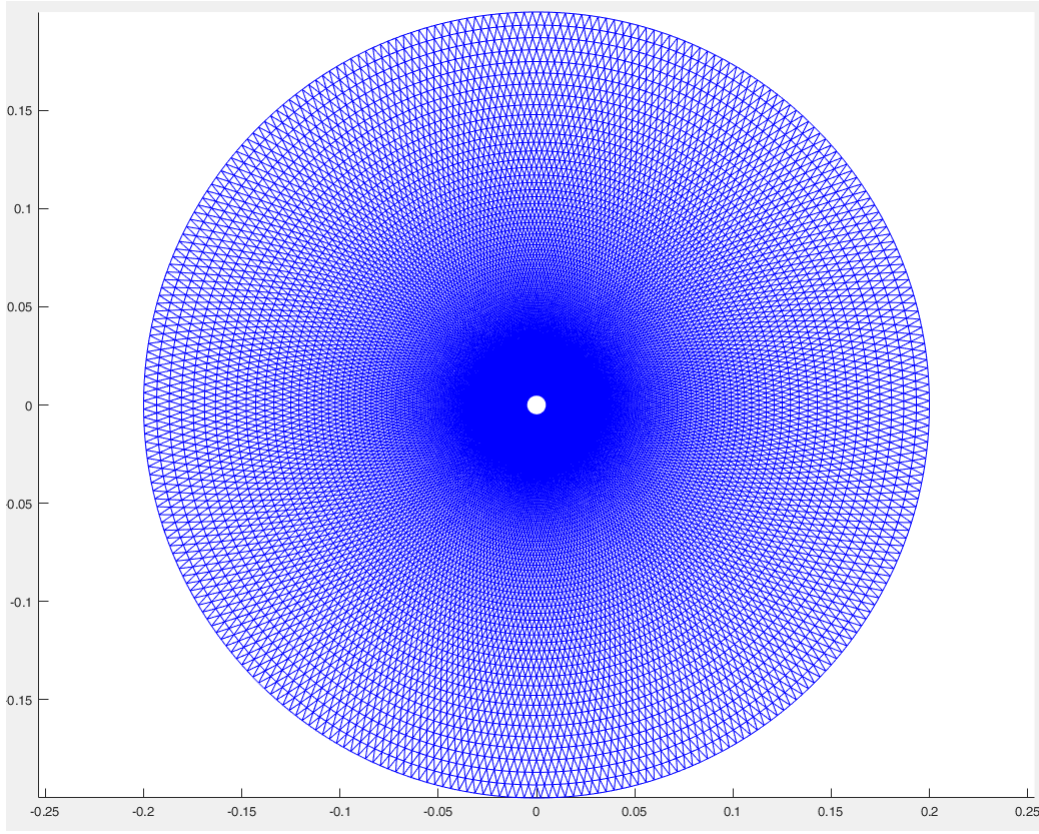
Пример формирање мреже чворова и троуглова приказан је на слици 4.5.

За сваки чвор појединачно дефинише се базисна функција  $\Psi_i(x, y)$  која има вредност различиту од нуле на домену којег чине сви околни троуглови чије је једно од темена посматрани чвор. Преостала темена у овим троугловима називају се суседни чворови. Вредност базисне функције  $\Psi_i(x, y)$  у посматраном  $i$ -том чвору једнака је јединици и линеарно опада ка суседним чворовима у којима је једнака нули (слика 4.6). То значи да ће на сваком троуглу формирање мреже бити дефинисане три базисне функције које потичу од три темена. Компонента базисне функције на одређеном троуглу која потиче од темена  $i$  је означена са  $\varphi_i$  и у аналитичком облику дата са

$$\varphi_i(x, y) = A_{i1} + A_{i2}x + A_{i3}y, \quad (4.30)$$

где су  $A_{i1}$ ,  $A_{i2}$  и  $A_{i3}$  константе чије су вредности одређене на основу граничних услова

$$\varphi_i(x = x_i, y = y_i) = 1, \quad \varphi_i(x = x_j, y = y_j) = 0, \quad j \neq i. \quad (4.31)$$



Слика 4.5: Пример формирање мреже чворова и троуглова

Укупна базисна функција  $\Psi_i(x, y)$  се може писати као

$$\Psi_i(x, y) = \sum_{\Delta} \varphi_i(x, y), \quad (4.32)$$

где  $\sum_{\Delta}$  означава суму по свим околним троугловима чије је заједничко теме чвор  $i$ .

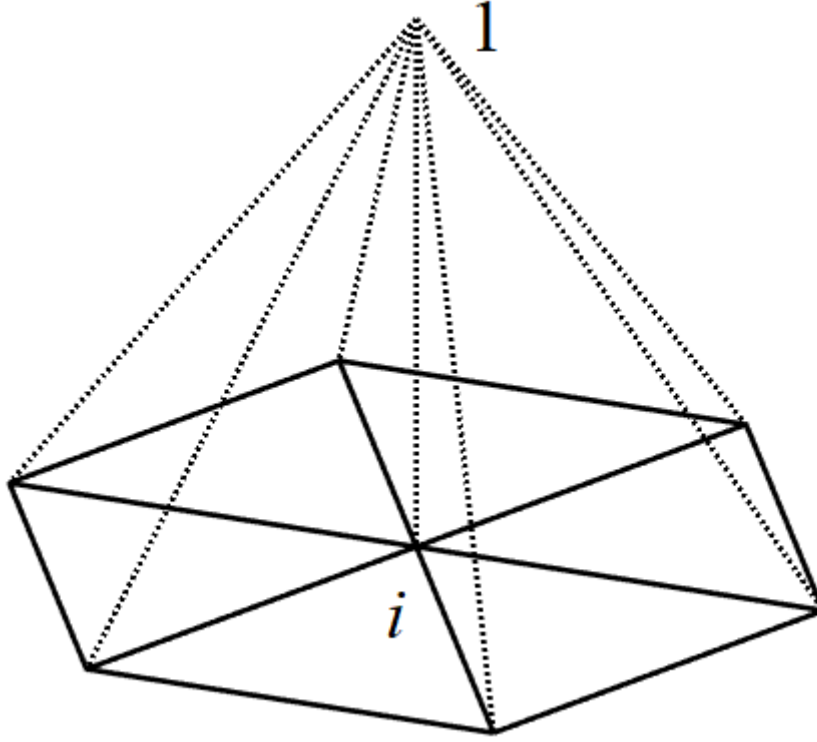
Поступак решавања једначине континуитета и формирање крајњег линеарног система једначина применом методе коначних елемената биће приказано на примеру електрона код којих постоји највише реакција и дифузија, тако да се једначине за остале честице лако закључују. Једначина континуитета за електроне у 2D је дата изразом

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nW_x) + \frac{\partial}{\partial y}(nW_y) - \frac{\partial}{\partial x}\left(D_e \frac{\partial n}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(D_e \frac{\partial n}{\partial y}\right) = n_e(\alpha - \eta_2 - \eta_3)|W_e| - n_e n_p \beta + k_{det} n_{O_2^-}. \quad (4.33)$$

Чланови са десне стране једнакости су већ дати у изразу 3.54, при чему је занемарена фотојонизација чији прорачун је доста сложен, а показате се да не доприноси значајно прорачуну QV криве. Брзина дрифта  $\vec{W}$  није константна у простору и зависи од координата  $x$  и  $y$ , па када се одреде изводи у 4.33 добија се

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial x} W_x + n \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial y} W_y + n \frac{\partial W_y}{\partial y} = \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(D_e \frac{\partial n}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_e \frac{\partial n}{\partial y}\right) + n(\alpha - \eta_2 - \eta_3)|W_e| - n n_p \beta + k_{det} n_{O_2^-}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Први извод концентрације у времену се одређује узимањем у обзир члана првог реда у Тејлоровом развоју 4.2. Вредност концентрације у наредном временском кораку  $n^{(1)}$  је тада једнака



Слика 4.6: Пример дефинисане базисне функције за чвор  $i$  над суседним троугловима

$$\begin{aligned}
 n^{(1)} = & n - \Delta t \left[ \frac{\partial n}{\partial x} W_x + n \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial y} W_y + n \frac{\partial W_y}{\partial y} \right] \\
 & + \Delta t \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_e \frac{\partial n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_e \frac{\partial n}{\partial y} \right) \right] + \Delta t \left[ n(\alpha - \eta_2 - \eta_3) |W_e| - nn_p \beta + k_{det} n_{O_2^-} \right].
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

Концентрација електрона се представља линеарном комбинацијом базисних функција  $n(x, y) = \sum n_j \Psi_j$ , при чему је  $n_j$  вредност концентрације у  $j$ -том чвору. Израз 4.35 тада постаје

$$\begin{aligned}
 \sum n_j^{(1)} \Psi_j = & \sum n_j \Psi_j - \Delta t \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum n_j \Psi_j \right) W_x + \left( \sum n_j \Psi_j \right) \frac{\partial W_x}{\partial x} \right] \\
 & - \Delta t \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \sum n_j \Psi_j \right) W_y + \left( \sum n_j \Psi_j \right) \frac{\partial W_y}{\partial y} \right] \\
 & + \Delta t \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( D_e \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum n_j \Psi_j \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_e \frac{\partial}{\partial y} \left( \sum n_j \Psi_j \right) \right) \right] \\
 & + \Delta t \left[ (\alpha - \eta_2 - \eta_3) |W_e| - \beta n_p \right] \sum n_j \Psi_j + \Delta t k_{det} \sum n_{O_2^-}^j \Psi_j
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

До линеарног система једначина непознатих вредности концентрација у чворовима се долази када се израз 4.36 помножи са базисном функцијом  $\Psi_i$ , а затим интегрални по површини домена. Овај поступак се изводи за сваки чвор и на тај начин добијамо систем  $N_{ch}$  једначина



$$\begin{aligned}
\sum n_j^{(1)} \int \Psi_i \Psi_j dx dy &= \sum n_j \int \Psi_i \Psi_j dx dy \\
&- \Delta t \left[ \sum n_j \int W_x \Psi_i \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} dx dy + \sum n_j \int \frac{\partial W_x}{\partial x} \Psi_i \Psi_j dx dy \right] \\
&- \Delta t \left[ \sum n_j \int W_y \Psi_i \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} dx dy + \sum n_j \int \frac{\partial W_y}{\partial y} \Psi_i \Psi_j dx dy \right] \\
&+ \Delta t \left[ \sum n_j \int \Psi_i \frac{\partial}{\partial x} \left( D_e \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \right) dx dy + \sum n_j \int \Psi_i \frac{\partial}{\partial y} \left( D_e \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \right) dx dy \right] \\
&+ \Delta t \sum n_j \int \left[ (\alpha - \eta_2 - \eta_3) |W_e| - \beta n_p \right] \Psi_i \Psi_j dx dy + \Delta t \sum n_{O_2}^j \int k_{det} \Psi_i \Psi_j.
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Интеграле у изразу 4.37 треба решавати део по део над сваким троуглом на којем су вредности подинтегралне функције различите од нуле. За први интеграл који се појављује у 4.37 се добија

$$\int \Psi_i \Psi_j dx dy = \sum_{\Delta_{ij}} \int \varphi_i \varphi_j dx dy, \quad \int \varphi_i \varphi_j dx dy = \begin{cases} P_{\Delta_{ij}}/6, & i = j \\ P_{\Delta_{ij}}/12, & i \neq j \end{cases} \tag{4.38}$$

Следећи тип интеграла који се јавља у 4.37 се рачуна као

$$\int W_x \Psi_i \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} dx dy = \sum_{\Delta_{ij}} W_x \int \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx dy, \quad \int \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx dy = A_{j2} P_{\Delta_{ij}}/3 \tag{4.39}$$

Овде  $\sum_{\Delta_{ij}}$  представља суму по троугловима чији су заједнички чворови  $i$  и  $j$ . Када је  $i \neq j$  у питању су два троугла чија је заједничка страница дуж која спаја чворове  $i$  и  $j$ , а када је  $i = j$  у питању су сви суседни троуглови који садрже тај чвор.  $P_{\Delta_{ij}}$  означава површину посматраног троугла. Брзина дрифта иначе зависи од вредности електричног поља које се рачуна за сваки троугао мреже, као што ће бити показано у одељку 4.3.2. Самим тим ће и брзина дрифта бити константна на сваком троуглу појединачно. Слично ће бити за верзију интеграла 4.39 који одговара кретању по  $y$  правцу

$$\int W_y \Psi_i \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} dx dy = \sum_{\Delta_{ij}} W_y \int \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} dx dy, \quad \int \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} dx dy = A_{j3} P_{\Delta_{ij}}/3 \tag{4.40}$$

У изразу 4.37 постоји још један тип интеграла у којем се појављује дифузија и који се рачуна као

$$\begin{aligned}
\int \Psi_i \frac{\partial}{\partial x} \left( D_e \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \right) dx dy &= - \int D_e \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} dx dy = - \sum_{\Delta_{ij}} D_e^{\Delta_{ij}} \int \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx dy, \\
&\int \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} dx dy = A_{i2} A_{j2} P_{\Delta_{ij}},
\end{aligned} \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned}
\int \Psi_i \frac{\partial}{\partial y} \left( D_e \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \right) dx dy &= - \int D_e \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} dx dy = - \sum_{\Delta_{ij}} D_e^{\Delta_{ij}} \int \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} dx dy, \\
&\int \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} dx dy = A_{i3} A_{j3} P_{\Delta_{ij}}.
\end{aligned} \tag{4.42}$$

За чворове који се налазе на границама домена уместо израза 4.37 потребно је дефинисати граничне услове. Током пражњења електрично поље у околини спољашњег цилиндра нема довољну вредност да би дошло до значајније генерације наелектрисаних честица, па се усваја да је на спољној граници домена  $n_i^{(1)}(r_i = R_D) = 0$ . Што се тиче граничних услова на катоди, концентрација електрона ће бити одређена секундарном емисијом електрона услед удара позитивних јона 3.49

$$n_i^{(1)} = \gamma_i n_p^i \frac{W_p^{\Delta_i^b}}{W_e^{\Delta_i^b}}, \quad (4.43)$$

где су  $W_e^{\Delta_i^b}$  и  $W_p^{\Delta_i^b}$  респективне вредности брзине електрона и јона рачунате на троуглу  $\Delta_i^b$  чије је теме посматрани чвор  $i$ , а преостала два темена се налазе на следећем кругу чворова. За позитивне и негативне јоне на катоди важиће *Neumann*-ов гранични услов који је дефинисан тако да извод по правцу нормалном на површину катоде буде једнак нули

$$\left( \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial x}, \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial y} \right) \cdot \left( \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}, \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \right) = 0. \quad (4.44)$$

Гранични услов 4.44 се примењује на сваки троугао  $\Delta_i^b$  на којем је концентрација дефинисана са  $\sum_{j=1}^3 n_j^{(1)} \varphi_j$ . Према 4.30 гранични услов постаје

$$\sum_{j=1}^3 n_j^{(1)} (x_i A_{j2} + y_i A_{j3}) = 0. \quad (4.45)$$

### 4.3.1 Примена FCT алгоритма

Израз 4.37 представља линеарни систем једначина непознатих вредности концентрација у чворовима  $n_j$ , који се у матричном облику може писати као

$$T \left[ \frac{\partial n}{\partial t} \right] = Kn, \quad (4.46)$$

где су елементи матрица  $T$  и  $K$  дефинисани преко интеграла из израза 4.37.

Решење овог система једначина довешће до појаве лажних осцилација, слично као код већ описаног 1D случаја у одељку 4.1. Утврђено је да до осцилација долази услед негативних вредности вандијагоналних елемената матрице  $K$  у 4.46 [107]. Из тог разлога поступа се даље по процедури алгоритма корекције флукса тако што се дода члан вештачке дифузије који треба да поништи ове негативне вредности. За 2D систем једначина члан вештачке дифузије се може дефинисати преко матрице  $D_{Nch}$  чији су елементи  $D_{ij}$ , где  $i$  и  $j$  представљају ознаке чворова. За свака два чвора који нису суседни, тј. нису заједничка темена неког троугла важи да је елемент  $D_{ij} = 0$ . Члан вештачке дифузије за чвор  $i$  се тада дефинише као  $\sum_j d_{ij} (n_j - n_i)$ , где су  $d_{ij}$  коефицијенти и додаје се у систем једначина

$$T \left[ \frac{\partial n}{\partial t} \right] = Kn + Dn \quad \rightarrow \quad \sum_j T_{ij} \left[ \frac{\partial n}{\partial t} \right]_j = \sum_j K_{ij} n_j + \sum_{j \neq i} d_{ij} (n_j - n_i) \quad (4.47)$$

Из 4.47 види се да је за вандијагоналне елементе  $D_{ij} = d_{ij}$ ,  $i \neq j$ , а елементи на дијагонали матрице су једнаки  $D_{ii} = -\sum_{i \neq j} d_{ij}$ . Да не би дошло до нарушавања конзервативности укупног броја честица мора важити да је  $D_{ij} = D_{ji}$ , односно  $d_{ij} = d_{ji}$  јер се на

тај начин члан  $d_{ij}(n_j - n_i)$  који се додаје на чвору означеном са  $i$ , одузима на чвору означеном са  $j$ . Поништавање вандијагоналних негативних вредности у матрици  $K$  се спроводи водећи рачуна о конзервативности тако да је

$$\begin{aligned} D_{ij} &= d_{ij} = \max(-K_{ij}, 0, -K_{ji}), \quad i \neq j, \\ D_{ii} &= -\sum_{i \neq j} d_{ij}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Следећи корак је дефинисање матрице антидифузије  $AD$  чији ће вандијагонални елементи бити једнаки негативној и лимитираној вредности матрице вештачке дифузије, па је

$$AD_{ij} = -C_{ij}D_{ij}, \quad i \neq j, \quad (4.49)$$

где су  $C_{ij}$  константе лимитирања чија је вредност између 0 и 1. Дијагонални чланови ће бити једнаки  $AD_{ii} = -\sum_{j \neq i} AD_{ij}$ , а због конзервативности укупног броја честица мора важити да је  $AD_{ij} = AD_{ji}$ . Ради потребе одређивања вредности константи  $C_{ij}$  једначина 4.47 се може писати као

$$n_i^{(1)} = n_i + \frac{\Delta t}{\tilde{T}_i} \sum_j K_{ij} n_j + \frac{\Delta t}{\tilde{T}_i} \sum_{j \neq i} d_{ij} (n_j - n_i) \quad (4.50)$$

где је  $\tilde{T}_i = \sum_j T_{ij}$ . На овај начин је процењена вредност која се додаје чвору  $i$  у сваком временском кораку. Чланови које треба додати како би се у потпуности поништила вештачка дифузија су  $A_{ij} = -\frac{\Delta t}{\tilde{T}_i} d_{ij} (n_j - n_i)$ . Међу члановима  $A_{ij}$  биће оних који имају негативну или позитивну вредност у зависности од знака  $n_j - n_i$ . Тако се укупни допринос чланова  $A_{ij}$  може представити као збир компоненте  $P_i^+$  која садржи само позитивне доприносе и компоненте  $P_i^-$  која садржи само негативне доприносе [108].

$$\sum_{j \neq i} A_{ij} = P_i^+ + P_i^-, \quad P_i^+ = \frac{\Delta t}{\tilde{T}_i} \sum_{j \neq i} \max[0, -d_{ij}(n_j - n_i)], \quad P_i^- = \frac{\Delta t}{\tilde{T}_i} \sum_{j \neq i} \min[0, -d_{ij}(n_j - n_i)]. \quad (4.51)$$

Такође за сваки чвор  $i$  можемо одредити  $Q_i^+$  и  $Q_i^-$  према

$$Q_i^+ = n_i^{\max} - n_i, \quad Q_i^- = n_i^{\min} - n_i, \quad (4.52)$$

где су  $n_i^{\max}$  и  $n_i^{\min}$  максимална и минимална вредност концентрације у свим суседним чворовима око чвора  $i$ , респективно. Тада можемо дефинисати две могућности за константе лимитирања  $C_{ij}^+$  и  $C_{ij}^-$  као

$$C_{ij}^+ = \begin{cases} \min\left(1, \frac{Q_i^+}{P_i^+}\right), & P_i^+ \neq 0 \\ 0, & P_i^+ = 0 \end{cases}, \quad C_{ij}^- = \begin{cases} \min\left(1, \frac{Q_i^-}{P_i^-}\right), & P_i^- \neq 0 \\ 0, & P_i^- = 0 \end{cases} \quad (4.53)$$

Коначно, константа лимитирања  $C_{ij}$  ће бити једнака

$$C_{ij} = \begin{cases} C_{ij}^+, & A_{ij} \geq 0 \\ C_{ij}^-, & A_{ij} < 0 \end{cases} \quad (4.54)$$

Још је потребно обратити пажњу да на основу израза 4.51-4.54 није нужно да ће важити  $C_{ij} = C_{ji}$  што би довело до нарушавања конзервативности укупног броја честица

током поступка примене алгоритма корекције флуksа. Из тог разлога се вредности константи лимитирања коригују тако да важи

$$C'_{ij} = C'_{ji} = \min(C_{ij}, C_{ji}), \quad (4.55)$$

где  $C'_{ij}$  и  $C'_{ji}$  означавају кориговане вредности.

### 4.3.2 Рачунање електричног поља

*Poisson*-ова једначина у 2D простору за потенцијал  $V(x, y)$  гласи

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{\rho(x, y)}{\epsilon_0}. \quad (4.56)$$

Вредности потенцијала  $V$  и густине  $\rho$  се преко базисних функција представљају у облику

$$V(x, y) = \sum_j V_j \Psi_j(x, y), \quad \rho(x, y) = \sum_j \rho_j \Psi_j(x, y) \quad (4.57)$$

где су  $V_j$  вредности потенцијала у чворовима које треба одредити,  $\rho_j$  вредности густине наелектрисања у чворовима добијене на основу познатих вредности концентрација наелектрисаних честица, а  $\Psi_j$  базисне функције. Заменом 4.57 у израз 4.56 добија се

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \sum_j V_j \Psi_j \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \sum_j V_j \Psi_j \right) = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_j \rho_j \Psi_j. \quad (4.58)$$

Линеарни ситем једначина за непознате вредности потенцијала се добија на сличан начин као у одељку 4.3, тако што се за  $i$ -ти чвор израз 4.58 помножи са  $\Psi_i(x, y)$ , а затим интеграл по површини домена. Решење *Poisson*-ове једначине задовољава израз

$$\sum_j V_j \int \Psi_i \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial x^2} dx dy + \sum_j V_j \int \Psi_i \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial y^2} dx dy = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_j \rho_j \int \Psi_i \Psi_j dx dy. \quad (4.59)$$

Интеграл који се јављају у изразу 4.59 су већ разматрани у одељку 4.3.

За чворове који се налазе на границама домена уместо израза 4.59 потребно је дефинисати граничне услове. Напонски импулс се увек примењује на жицу, па ће на чворове чија је радијална координата једнака полупречнику жице важити да је  $V_i(r_i = R_1) = U(t)$ , где је  $U(t)$  вредност напона у тренутку  $t$ . Ради уштеде у времену рачунања једначине дрифт-дифузионог модела се решавају само у области око жице у којем је електрично поље довољног интензитета да дође до значајне генерације наелектрисаних честица. Из тог разлога је потребно дефинисати граничне услове на спољној граници домена полупречника  $R_D$  који ће зависити од геометријског облика друге електроде и количине генерисаног наелектрисања. Уколико је спољна граница домена довољно удаљена од жице може се сматрати да је електрично поље у њеној околини исто као да се целокупно наелектрисање налази дуж осе жице. Тада постоје аналитички изрази за потенцијал при конфигурацији електрода коаксијално постављених жице и цилиндра и жице постављене изнад проводне равни. У случају корона пражњења жице и цилиндра полупречника  $R_2$ , потенцијал на спољној граници домена је дат са

$$V_i = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}{R_2}. \quad (4.60)$$

У случају корона пражњења око жице постављене на висини  $H$  изнад равни, потенцијал на спољној граници домена је дат са

$$V_i = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{x_i^2 + y_i^2}{x_i^2 + (y_i + 2H)^2}. \quad (4.61)$$

Укупно генерисано подужно наелектрисање  $Q$  се према изразу 3.70 састоји од компоненте наелектрисања на жици  $Q_C$  и компоненте наелектрисања између електрода  $Q_\rho$ , које се могу добити изразима

$$Q_\rho = \sum_i \rho_i \sum_{\Delta_{ii}} P_{\Delta_{ii}}/3, \quad Q_C = \epsilon_0 \frac{2\pi R_1}{N_\varphi} \sum_{\Delta_i^b} E_{\Delta_i^b}, \quad (4.62)$$

где  $\Delta_i^b$  означава троуглове мреже чија се два чвора налазе на површини жице, а  $E_{\Delta_i^b}$  је електрично поље на посматраном троуглу израчунато у претходном временском тренутку. Коначно, решавањем система једначина 4.59 заједно са граничним условима долази се до вредности потенцијала у чворовима мреже. Електрично поље се тада добија преко градијента

$$\vec{E} = -\text{grad}V, \quad E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}. \quad (4.63)$$

Коришћењем израза 4.57, 4.32 и 4.30 за сваки троугао мреже одређује се вредност електричног поља као

$$E_x = -\sum_{j=1}^3 V_j A_{j2}, \quad E_y = -\sum_{j=1}^3 V_j A_{j3}. \quad (4.64)$$



# Глава 5

## Симулација корона пражњења у цилиндричној геометрији

Извршена је симулација корона пражњења између жице полупречника  $R_1 = 3.5 \text{ mm}$  и спољашњег цилиндра чији је полупречник  $R_2 = 400 \text{ mm}$  [109]. Оваква конфигурација је коришћена у раду *Cooray*-а [19], где су приказани резултати експерименталних мерења QV крива када се примењују позитивни и негативни напонски импулси различитих амплитуда. *Cooray* је предложио једноставан инжењерски модел за процену QV криве који се често користи у литератури и инжењерској пракси. Иако је овај модел заснован на једноставним физичким претпоставкама, резултати су показали добро слагање са мерењима QV крива. Прорачун у оваквој геометрији омогућава поређење резултата симулације према дрифт-дифузионом моделу са експерименталним мерењима.

Мрежа тачака у којој се рачунају вредности концентрација честица и електричног поља је формирана према изразу 4.14, при чему је  $a = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ . Временски корак треба одабрати узимајући у обзир пре свега кретање електрона, пошто се они најбрже крећу. Укупно време симулације је  $50 \mu\text{s}$  и равномерно је подељено на  $10^7$  временских корака трајања  $0.005 \text{ ns}$ .

Спољашња електрода је уземљена, а на централну жицу је примењен стандардни импулс атмосферског пражњења чија је амплитуда  $292 \text{ kV}$ . Време чела напонског импулса је  $1.2 \mu\text{s}$ , а време зачеља  $50 \mu\text{s}$ . Измерени облик напонског импулса који је коришћен је фигован помоћу збира две *Heidler*-ове функције [33]

$$V = V_1 + V_2, \quad V_1(t) = V_{m1} \frac{(t/\tau_{11})^{n_1}}{1 + (t/\tau_{11})^{n_1}} e^{-t/\tau_{21}}, \quad V_2(t) = V_{m2} \frac{(t/\tau_{12})^{n_2}}{1 + (t/\tau_{12})^{n_2}} e^{-t/\tau_{22}}, \quad (5.1)$$

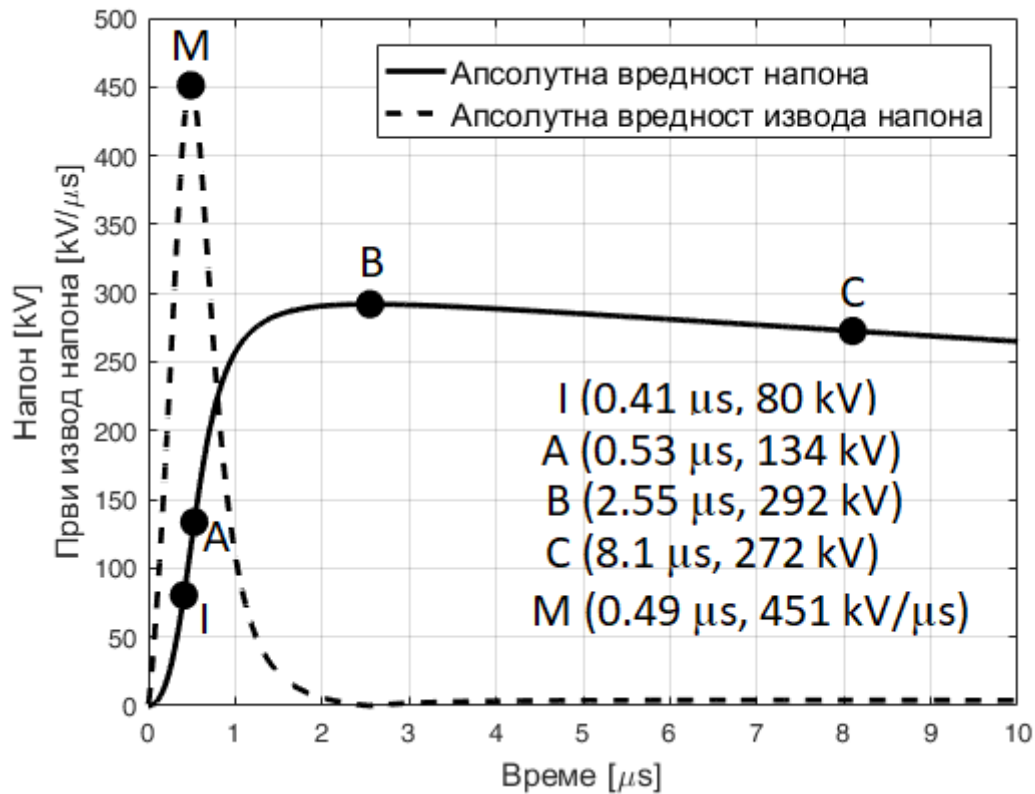
где су вредности параметара приказане у табели 5.1.

Табела 5.1: Вредности параметара напонског импулса

Параметри	$V_m$ [kV]	$n$	$\tau_{11}, \tau_{12}$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tau_{21}, \tau_{22}$ [ $\mu\text{s}$ ]
$V_1$	-142	2.2	0.5504	47.862
$V_2$	-167	4	0.58695	94.058

Апсолутна вредност напонског импулса је приказана на слици 5.1, као и извод напона по времену. Ради излагања детаљне теоријске анализе пражњења читав процес је подељен на три фазе. На графику су означене тачке које представљају тренутке у којима се током пражњења дешавају различити физички процеси. Прва фаза траје од почетка пражњења до краја процеса пробоја у гасу када наелектрисане честице достижу своје максималне вредности. Тачка I означава почетак бурне јонизације и наглог умножавања наелектрисаних честица током прве фазе пражњења. Убрзо након тога концентрације честица достижу

своје максималне вредности у тренутку који је означен тачком А, што представља крај прве фазе. Тренутак који раздваја другу и трећу фазу је означен тачком С када подужно наелектрисање које се налази на централној жици промени свој поларитет и укупна подужна густина наелектрисања достиже максималну вредност. Тачке В и М означавају максималне апсолутне вредности напона и првог извода напона, респективно.



Слика 5.1: Апсолутна вредност напонског импулса према изразу 5.1 и први извод напона, преузето из [109]

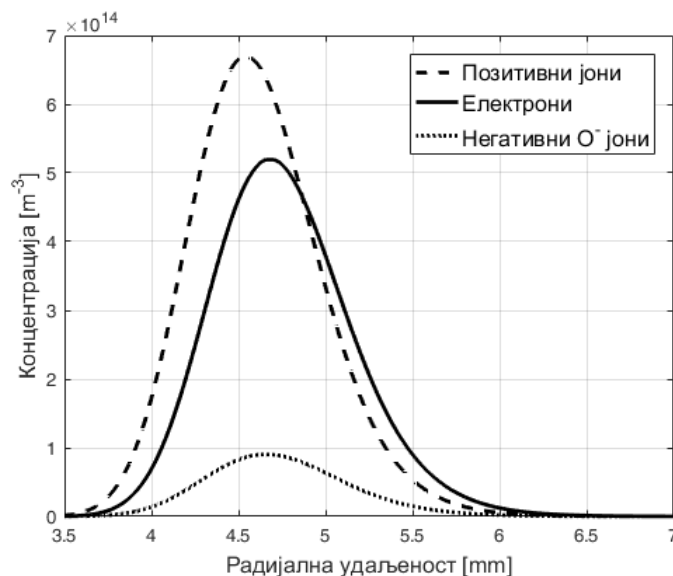
## 5.1 Прва фаза пражњења

У почетном тренутку напон је једнак нули и његова вредност почиње нагло да се повећава. Примењено електрично поље у почетку нема довољну вредност како би се догодило било који значајан утицај на промену расподеле почетне концентрације позитивних јона. Како позитивни јони пристижу до катоде долази до избијања електрона са површине жице. Концентрација електрона се такође повећава услед одвајања са  $\text{O}_2^-$  јона. Међутим, ови генерисани електрони нису довољни како би дошло до интензивне јонизације, све док интензитет електричног поља уз саму површину катоде не достигне одређену вредност. Симулација пражњења је показала да је ова критична вредност електричног поља уз површину катоде једнака  $4.8 \text{ MV/m}$  која се постиже у временском тренутку  $t = 0.41 \mu\text{s}$  од почетка симулације (тачка I на графику 5.1). Ова вредност се одлично слаже са вредношћу коју процењује Peek-ова емпиријска формула 1.10 на основу које се може одредити потребна вредност електричног поља како би дошло до појаве корона пражњења око жице у зависности од њеног полупречника.

Након што је започео процес бурне јонизације, концентрације свих честица нагло расту у околини централне жице и врло брзо се генерише просторно наелектрисање које



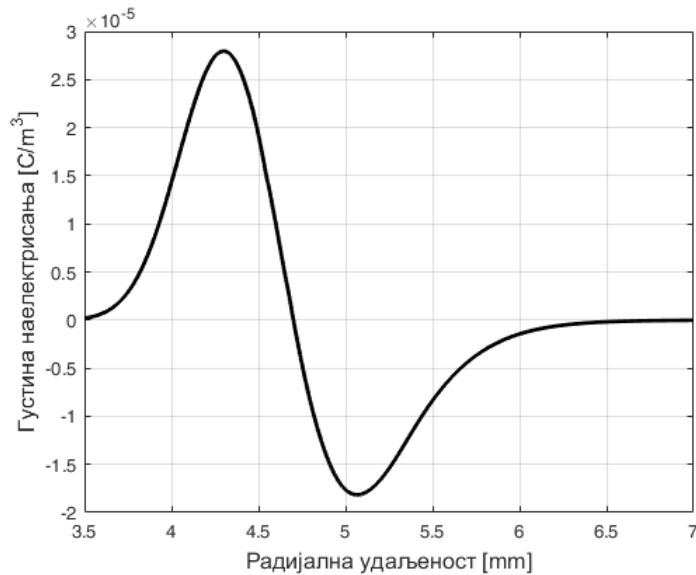
почиње да мења профил Лапласовог електричног поља. Електрони се крећу у смеру од жице ка спољашњем цилиндру услед утицаја негативног електричног поља. На свом путу електрони сударима генеришу позитивне и негативне јоне чија концентрација ће формирати пикове на некој удаљености од жице. На слици 5.2 су приказане концентрације честица у тренутку  $t = 0.44 \mu\text{s}$  који се дешава између тачака I и A. Максимум концентрације позитивних јона се формира на месту где је вредност радијалне координате  $4.55\text{mm}$ , односно на удаљености  $1.05\text{mm}$  од површине жице. Како се електрони крећу све даље од жице, улазе у област слабијег електричног поља, па се стопа јонизације смањује и процес припајања електрона при судару два тела постаје доминантан. Поред тога, електрони се крећу спорије због смањене брзине дрифта, што доводи до нагомилавања негативног наелектрисања у области даље од централне жице. Пик негативних  $\text{O}^-$  јона ће бити формиран на месту где је вредност радијалне координате  $4.7\text{mm}$ . Максимална вредност концентрације  $\text{O}^-$  јона је доста мања од максималне вредности концентрације позитивних јона и формира се на месту пика концентрације електрона. Укупна густина наелектрисања у простору између електрода у тренутку  $t = 0.44 \mu\text{s}$  је приказана на слици 5.3. Током прве фазе позитивни јони немају довољно времена да достигну жицу, а негативни јони се као и електрони крећу од жице, тако да генерисано просторно наелектрисање короне не напушта међуелектродни простор. Стога укупно подужно наелектрисање короне  $Q_C$  остаје једнако нули као и на почетку.



Слика 5.2: Концентрације наелектрисаних честица у  $0.44 \mu\text{s}$ , преузето из [109]

Структура просторног наелектрисања приказана на графицима 5.2 и 5.3 генерише позитивно електрично поље  $E_r$  дато са 3.73. Уз саму жицу електрично поље  $E_r$  је једнако нули и расте са удаљеношћу од жице формирајући оштар позитивни пик пошто преовладава концентрација позитивних јона. Максимална вредност се налази на удаљености  $1.2\text{mm}$  од жице (вредност радијалне координате од  $4.7\text{mm}$ ) где је густина наелектрисања једнака нули. Укупно наелектрисање у простору између електрода је једнако нули, па је вредност електричног поља  $E_r$  на месту спољашњег цилиндра једнако нули.

Тренутак када концентрација позитивних јона достиже свој максимум дешава се у тренутку  $t = 0.53 \mu\text{s}$  који је означен тачком A на графику 5.1. Ово се дешава само  $0.12 \mu\text{s}$  након почетка бурне јонизације означеном са тачком I. Концентрације свих честица, као и профил електричног поља у том тренутку приказани су на слици 5.4. Највише је изражен пик позитивних јона који се формира најближе површини жице (приближно  $0.1\text{mm}$ ).

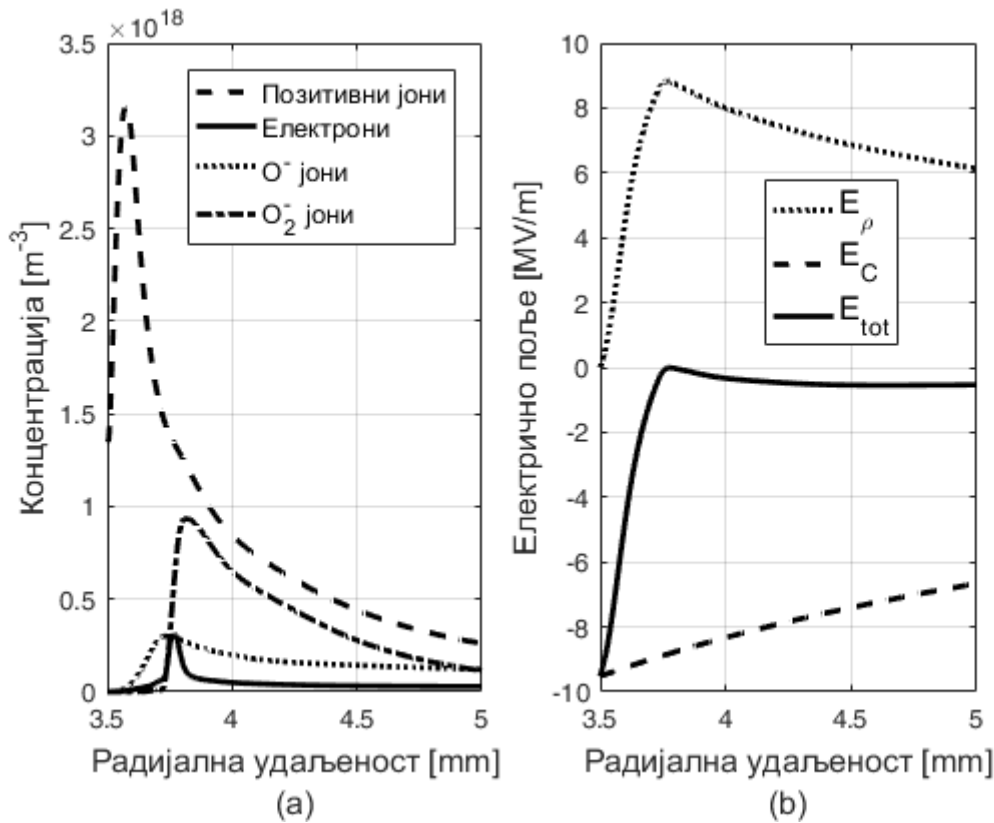


Слика 5.3: Густина наелектрисања у  $0.44 \mu s$ , преузето из [109]

Након овог тренутка активност електрона престаје и њихова концентрација постаје занемарљива у односу на концентрације јона. Стога више не долази до процеса јонизације и процес пробоја је завршен. На слици 5.4б се може видети да електрично поље нема довољну вредност да би дошло до процеса јонизације (што је око  $3MV/m$ ), осим у области која се налази  $0.1 mm$  уз саму жицу. У овој области електрично поље достиже веома високу вредност која је већа од вредности електричног поља које би иначе било успостављено да између електрода не постоји наелектрисање короне. Ипак, електрони су још раније одбијени од централне жице услед јаког негативног електричног поља, тако да висока вредност електричног поља око жице не доводи до даље јонизације. У области која се налази даље од жице долази до процеса припајања електрона тако да су сви електрони замењени  $O^-$  негативним јонима.

Појачана вредност електричног поља уз саму површину жице се може објаснити на следећи начин. Пошто компонента електричног поља  $E_\rho$  има позитивну вредност у целом простору између електрода и њен допринос укупном напону између спољашњег цилиндра и жице ће такође бити позитиван. Са друге стране примењени напон је негативан, што доводи до закључка да ће се на централној жици акумулирати негативно наелектрисање које ће генерисати негативно електрично поље  $E_C$  да би се надоместио позитиван допринос  $E_\rho$ . Због присуства позитивног електричног поља  $E_\rho$  на централној жици биће акумулирано више негативног наелектрисања него у случају да нема короне, што ће довести до појачаног електричног поља у околини жице које се може видети на слици 5.4б. Овакав профил електричног поља у случају негативне короне је познат из студије *Trichel*-ових импулса [49, 55]. Такође, ови резултати су слични онима који је добио *Morrow* из прорачуна негативне короне [56].

Након формирања максимума концентрације позитивних јона, они почињу да се крећу ка жици. То је последица дрефта позитивних јона ка катоди, али и стварања нових парова електрона и јона у правцу ка жици иако се електрони крећу у супротном правцу. Ово се може објаснити тиме да се електрони задржавају у области где електрично поље има вредност блиску нули, јер њихова брзина опада. Затим на том месту долази до генерације парова електрона и јона ка области јаког електричног поља, што је у смеру ка жици. Када концентрација позитивних јона достигне максималну вредност на удаљености  $0.1 mm$  од жице (слика 5.4а), област појачаног електричног поља ће бити ограничена на ту удаљеност.



Слика 5.4: (а) Концентрације честица и (б) укупно електрично поље у  $0.53 \mu\text{s}$ , преузето из [109]

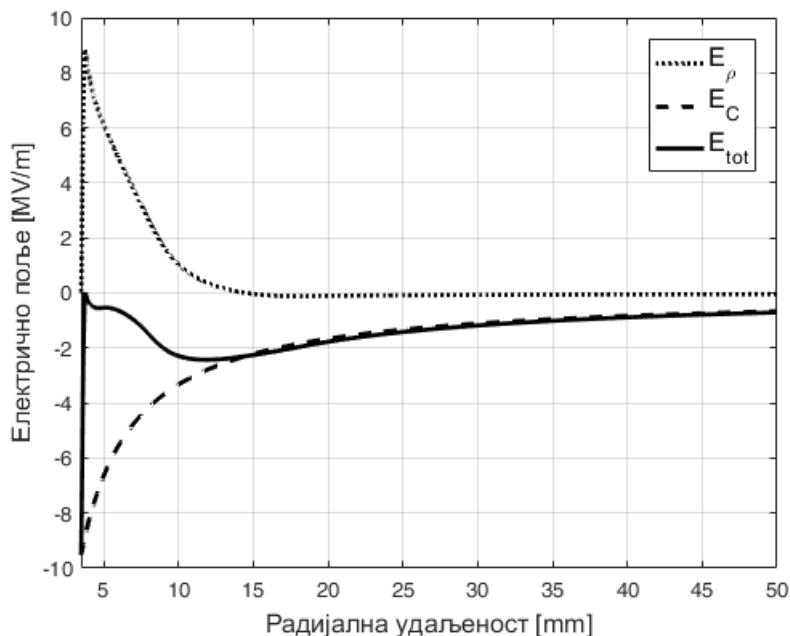
## 5.2 Друга фаза пражњења

Друга фаза представља период од тренутка када је завршен процес пробоја у  $0.53 \mu\text{s}$  до тренутка када наелектрисање које се налази на самој централној жици постане позитивно у тренутку  $8.1 \mu\text{s}$  (означен са тачком С на графику 5.1). Након што је процес пробоја завршен концентрација електрона остаје занемарљива до краја процеса пражњења, тако да су позитивни и негативни јони једине наелектрисане честице које постоје током ове фазе. Након почетка друге фазе напонски импулс врло брзо достиже свој максимум у  $2.55 \mu\text{s}$  и потом се вредност напона смањује веома споро, тако да на крају друге фазе спадне на 93 % своје максималне вредности. Зато се може усвојити да се напон током друге фазе не мења значајно и да промена вредности напона нема велики утицај на промену профила електричног поља.

На електрично поље током друге фазе највише утиче наелектрисање које напушта простор између електрода. Одмах након што је концентрација позитивних јона достигла максималну вредност на крају прве фазе, позитивни јони стижу до централне жице где долази до њихове неутрализације. Укупно наелектрисање у простору између електрода више није једнако нули и добија негативну вредност. Оно генерише негативно електрично поље које смањује вредност електричног поља  $E_\rho$ . Профили укупног електричног поља и компонента  $E_\rho$  и  $E_C$  су приказани на сликама 5.5 и 5.6. Структура електричног поља на почетку друге фазе је приказана на слици 5.5. Графици укупног електричног поља и компоненти у тренутку када напон достиже максималну вредност су приказани на слици 5.6. Може се видети да се вредност позитивног пика електричног поља  $E_\rho$  значајно смањи између ова два тренутка.

У области далеко од централне жице где укупно електрично поље има малу вредност

у  $0.53 \mu\text{s}$ , компонента  $E_\rho$  постаје изразито негативна у  $2.55 \mu\text{s}$ . Ово значи да је допринос електричног поља  $E_\rho$  укупном напону у  $2.55 \mu\text{s}$  негативан (слика 5.6) и нема потребе да се на жици акумулира негативно наелектрисање као пре. Стога негативно наелектрисање на жици  $Q_C$  и електрично поље  $E_C$  опадају значајно. То доводи до нестанка јаког негативног електричног поља у околини жице. Укупно електрично поље у области далеко од централне жице се не мења значајно током ове фазе.



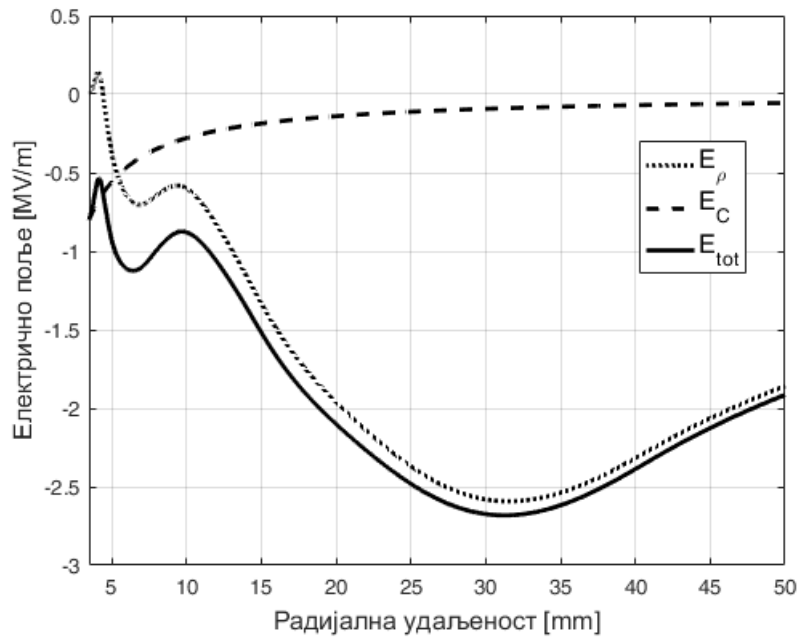
Слика 5.5: Компоненте електричног поља у  $0.53 \mu\text{s}$ , преузето из [109]

Након што је напон достигао максималну вредност у тренутку  $t = 2.55 \mu\text{s}$  (означен тачком В на графику 5.1) његова вредност почиње да опада. У неком тренутку вредност примењеног напона постаје једнака компоненти напона које генерише електрично поље  $E_\rho$ . Ово се дешава у  $8.1 \mu\text{s}$  и тада наелектрисање на жици има вредност једнаку нули, што означава крај друге фазе (означено тачком С на графику 5.1).

### 5.3 Трећа фаза пражњења

Како вредност напона наставља да опада, она постаје мања од напона који потиче од компоненте електричног поља  $E_\rho$ . Да би интеграл укупног електричног поља био једнак тренутној вредности напона, наелектрисање на централној жици мора имати позитивну вредност. То значи да ће електрично поље у околини жице постати позитивно и помераће позитивне јоне даље од жице, док ће се негативни јони кретати у смеру ка жици где долази до њихове неутрализације. Стога укупно негативно наелектрисање почиње да се смањује и допринос напону електричног поља  $E_\rho$  постаје мањи, што прати и смањење вредности напона, па се позитивно наелектрисање на жици повећава врло полако. Оваква структура електричног поља одговара просторној густини наелектрисања која је приказана на слици 5.7.

Нагомилавање негативних јона око жице формира танку зону негативног наелектрисања. Позитивно електрично поље које се налази око жице и негативно електрично поље које се налази даље од жице доводи до кретања јона тако да у једном делу простора концентрација позитивних јона превазилази концентрацију негативних јона формирајући зону позитивног наелектрисања. Као што се може видети на слици 5.7а, позитивна зона



Слика 5.6: Компоненте електричног поља у  $2.55 \mu s$ , преузето из [109]

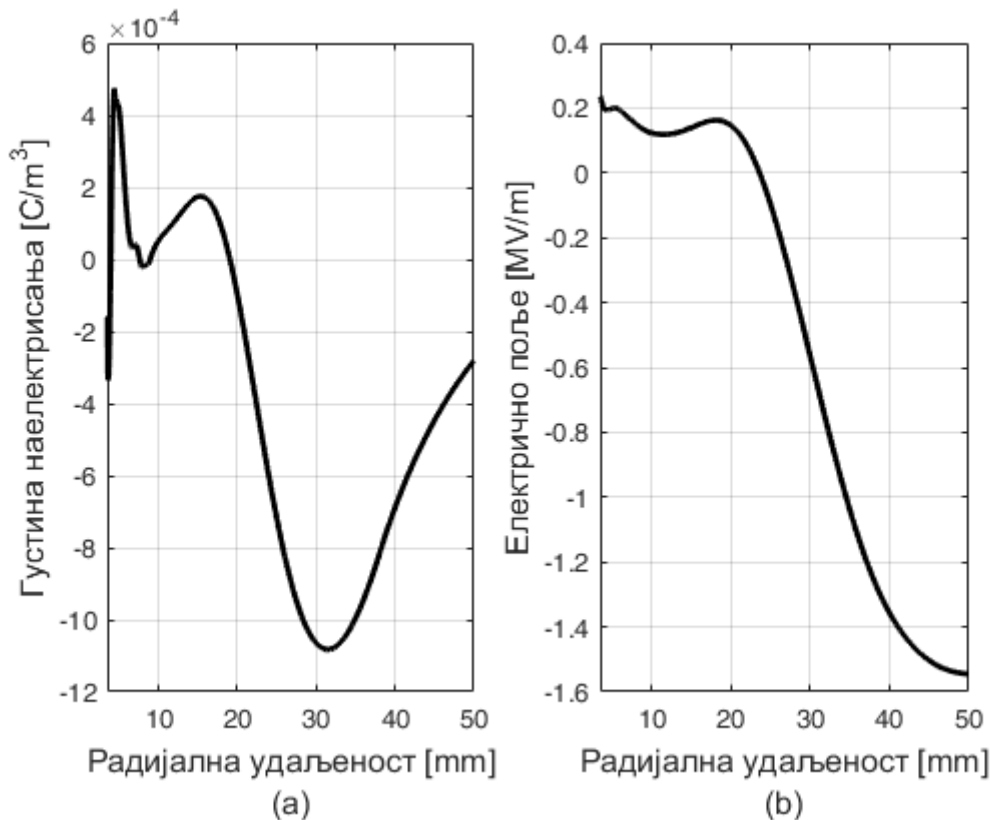
се састоји од два пика и протеже се до удаљености 19 mm од жице у тренутку  $t = 25 \mu s$ . Током наставка пражњења позитивна зона се помера даље од жице и на крају симулације ( $t = 50 \mu s$ ) протеже се до удаљености од 23 mm.

Концентрација електрона је занемарљива још од краја прве фазе, а концентрација јона је приказана на слици 5.8. Разлика између концентрација позитивних и негативних јона је значајна једино у области јаког негативног електричног поља које помера негативне јоне ка спољашњем цилиндру, а позитивне јоне ка жици. У области где постоји позитивно електрично поље, оно није довољног интензитета да раздвоји наелектрисања. Ово значи да је зона позитивног наелектрисања последица мале разлике између концентрација позитивних и негативних јона.

## 5.4 QV криве у коаксијалној конфигурацији

Након добијања резултата симулације за временску зависност и просторну расподелу концентрације честица може се израчунати укупна подужна густина наелектрисања која се састоји од две компоненте: наелектрисање које се налази у области између електрода  $Q_\rho$  и наелектрисање на самој централној жици  $Q_C$  према изразима 3.72. Када је позната временска зависност укупне подужне количине наелектрисања, за примењени напонски импулс се може одредити QV крива. Израчуната QV крива према дрефт-дифузионом моделу је приказана на слици 5.9. Тачке I, A, B и C одговарају вредностима напона у временским тренуцима означеним на слици 5.1.

У почетку, све док напон не достигне вредност од 92 kV зависност између подужне густине наелектрисања и напона је линеарна и њихов однос представља подужну капацитивност цилиндричног кондензатора. Линеарна зависност престаје када генерисано наелектрисање у простору између електрода почне да утиче на Лапласово електрично поље, што се дешава убрзо након почетка бурне јонизације у тренутку означеном са тачком I. У зависности од тога како су моделовани процеси на катоди, промена профила Лапласовог електричног поља се може догодити у другачијем тренутку времена, али то нема утицај на максималну вредност генерисаног наелектрисања и на каснији део процеса пражњења.

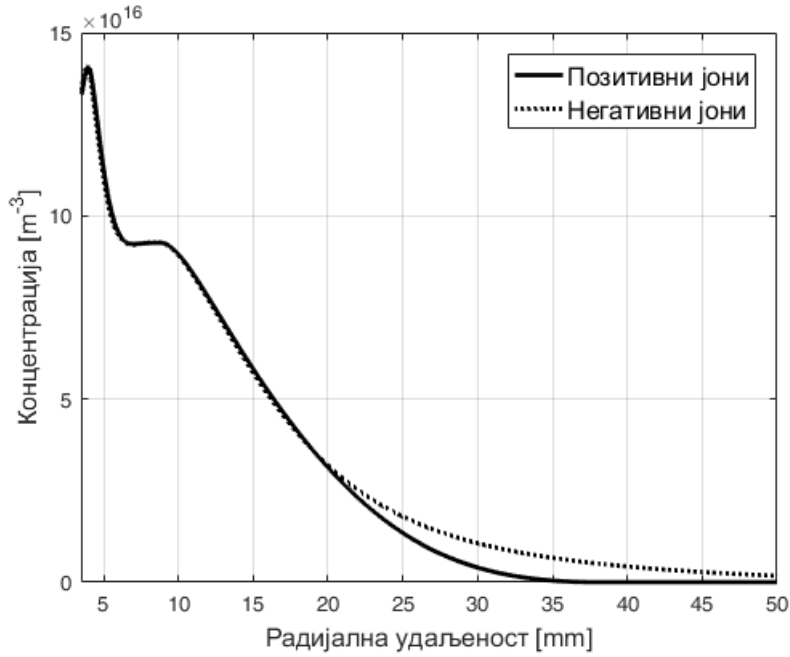


Слика 5.7: (а) Просторна густина наелектрисања и (б) електрично поље у  $25 \mu\text{s}$ , преузето из [109]

Ако би се при симулацији вредности коефицијената емисије електрона са катоде промениле за ред величине, вредност напона при којој долази до појаве короне би варирао између  $90 \text{ kV}$  и  $100 \text{ kV}$ . Тада би дошло до померања тачака I и A на графику QV криве у опсегу од неких  $10 \text{ kV}$ , али то не би имало утицај на положај тачака B и C на графику. Овде треба напоменути и да ефекат временског кашњења пробоја услед стохастичких процеса генерисања првих електрона може продужити линеарни део QV криве до веће вредности напона. Почетак бурне јонизације у тренутку  $t = 0.41 \mu\text{s}$  означен са тачком I би у том случају почео неких  $15 \text{ ns}$  касније, колико износи статистичко време кашњења према [110]. Овај период времена се може занемарити у односу на време означено са тачком I.

Како напон достиже своју максималну вредност у тачки B, расте и вредност генерисаног подужног наелектрисања око жице. QV крива садржи хистерезис зато што наелектрисање које је генерисано током периода када је вредност напона расла опада спорије него напон. На слици 5.9 су такође приказане вредности QV криве коју је измерио *Cooray* за исту конфигурацију електрода и примењеног напона, као и вредности QV криве израчунате према инжењерском моделу корона пражњења који је такође саставио *Cooray* у [19]. QV крива израчуната помоћу дрефт-дифузионог модела показује свеукупно добро слагање са резултатима експеримента, што потврђује да се дрефт-дифузиони модел може користити за процену QV криве у цилиндричној геометрији.

Резултат симулације QV криве показује да подужна густина наелектрисања не достиже своју максималну вредност у истом тренутку кад и напонски импулс. Подужна густина наелектрисања наставља да расте, иако је напон достигао максималну вредност у  $2.55 \mu\text{s}$  (означено тачком B на слици 5.9). Ова особина се може приметити на скоро свим резултатима мерења QV крива које је извршио *Cooray* [19] и резултати дрефт-дифузионог модела успешно симулирају овај ефекат. Другим речима, тренутак максималне вредности



Слика 5.8: Концентрација позитивних и негативних јона у  $25 \mu\text{s}$ , преузето из [109]

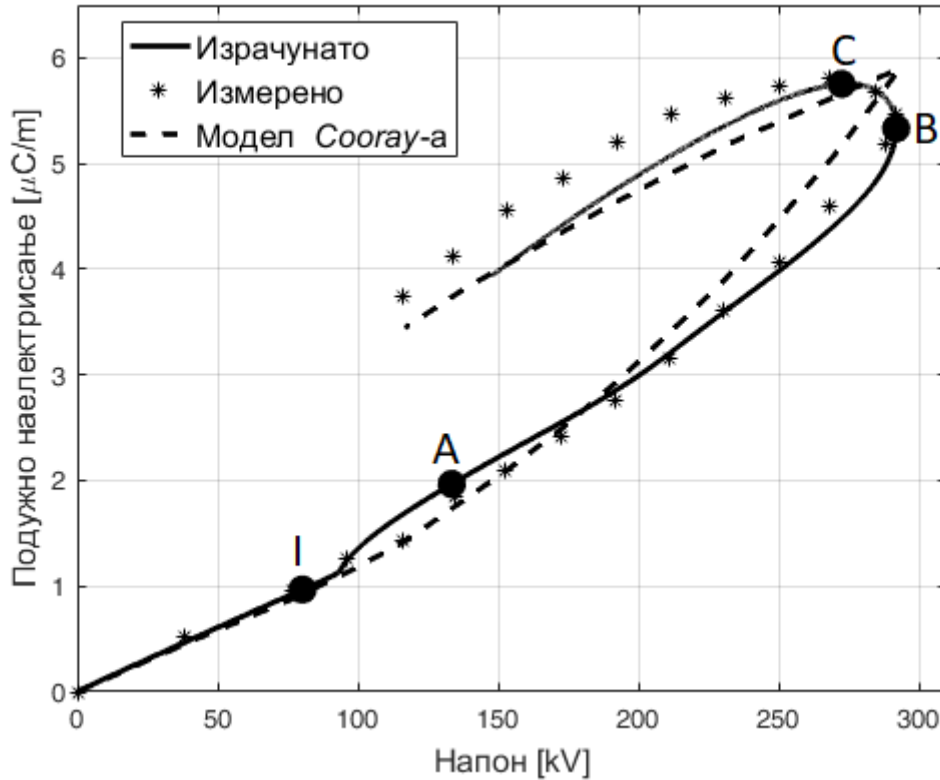
напона означен са тачком В се не поклапа са тренутком максималне вредности подужног наелектрисања означеним са тачком С. Овај ефекат се може објаснити тиме да негативно подужно наелектрисање наставља да расте због смањивања концентрације позитивних јона услед њихове неутрализације на површини жице све док наелектрисање на самој жици не промени знак. Промена поларитета наелектрисања на жици се дешава у тренутку  $t = 8.1 \mu\text{s}$  означеним са тачком С, што самим тим представља и тренутак када негативна подужна густина наелектрисања достиже максималну вредност.

На слици 5.10 су приказане временске зависности укупне подужне густине наелектрисања и компонената  $Q_p$  и  $Q_C$ . Такође је приказана и подужна густина наелектрисања  $Q_0$  која би постојала у случају да нема корона пражњења (када би жица и цилиндар били у вакууму)

$$Q_0 = C_0 V_p, \quad C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(R_2/R_1)}, \quad (5.2)$$

где је  $C_0$  подужна капацитивност цилиндричног кондензатора. У почетку пражњења укупна подужна количина наелектрисања је једнака  $Q_0$  све док генерисано наелектрисање у ваздуху не почне да утиче на Лапласово електрично поље. Током прве фазе наелектрисање има само  $Q_C$  компоненту. Када почне смањивање концентрације позитивних јона услед њихове неутрализације на површини жице у  $0.53 \mu\text{s}$ ,  $Q_C$  компонента се нагло смањује што означава крај прве фазе. У тренутку  $t = 8.1 \mu\text{s}$  када укупна подужна густина наелектрисања достиже максималну вредност,  $Q_C$  компонента је једнака нули, што означава крај друге фазе пражњења. Током треће фазе укупна подужна густина наелектрисања се смањује услед неутрализације негативних јона на површини жице.

Од тренутка краја прве фазе пражњења укупна подужна густина наелектрисања има већу вредност од  $Q_0$  услед утицаја короне. Разлика између укупне подужне густине наелектрисања и  $Q_0$  представља наелектрисање услед короне  $Q_{cor}$ . Извод по времену овог наелектрисања представља струју короне  $I_{cor}$  која се може додати у једначине која описује простирање струјних и напонских таласа дуж надземног вода [37]



Слика 5.9: Израчуната QV крива и резултати мерења према [19], преузето из [109]

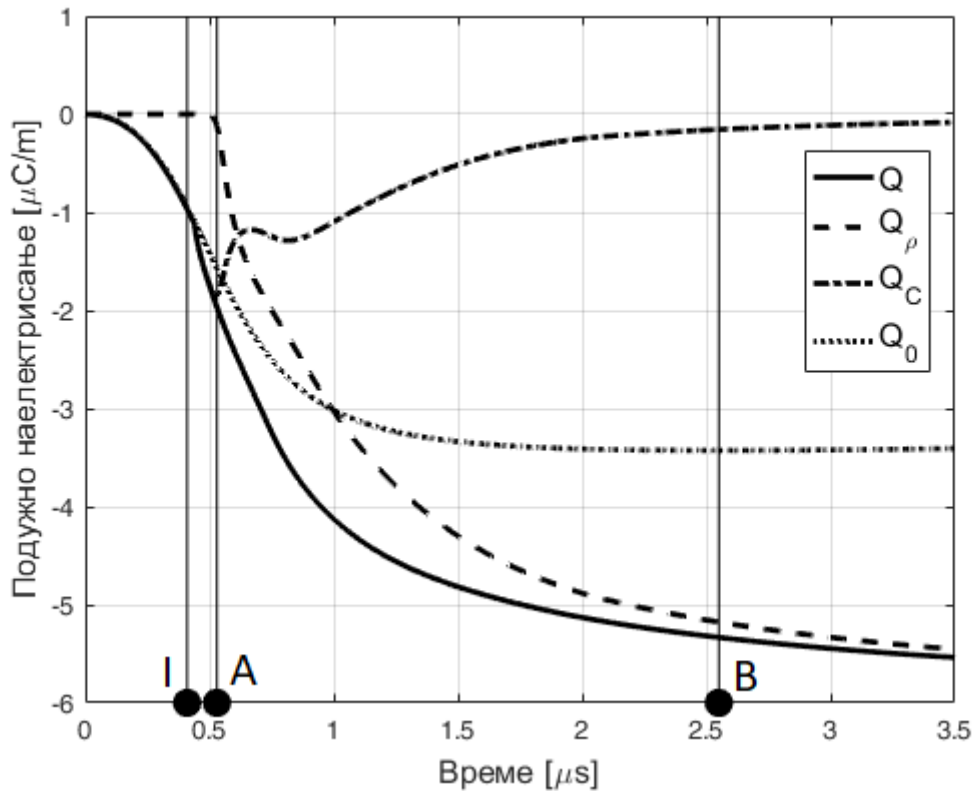
$$I_{cor} = \frac{dQ_{cor}}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dQ_0}{dt} = I - I_0, \quad (5.3)$$

где је  $I$  укупна струја, а  $I_0 = dQ_0/dt$  струја која би текла кроз цилиндрични кондензатор у вакууму. Укупна струја са компонентама  $I_0$  и  $I_{cor}$  је приказана на слици 5.11. Корона пражњење доводи до троструког повећања максималне вредности струјног импулса. Пик струјног импулса се формира између тренутака означеним са тачкама I и A. Тачан тренутак максималне вредности струје је у  $t = 0.45 \mu\text{s}$  што се не поклапа са тренутком у којем струја цилиндричног кондензатора достиже максималну вредност означеним са тачком M на графику 5.1.

У тренутку  $t = 0.72 \mu\text{s}$  долази до формирања другог мањег пика током друге фазе пражњења. Вредност струје у том тренутку је скоро два пута већа од струје која би текла кроз цилиндрични кондензатор у вакууму. Разлог са формирање овог пика је тај што је на почетку друге фазе неутрализација позитивних јона на површини жице јако наглашена, јер постоји максимална концентрација позитивних јона који се налазе у непосредној близини жице.

Различити једноставни инжењерски модели [19, 51, 52] су осмишљени како би се проценила QV крива и струја короне које се могу користити код прорачуна простирања транзијентних пренапона дуж надземног вода. Ови модели се обично заснивају на претпоставци да је наелектрисање око проводника генерисано стримерима који се иницирају када јачина електричног поља достигне одређену критичну вредност. Та критична вредност електричног поља одређује и полупречник короне. Обично се усваја да на свом путу стримери остављају за собом хомогену густину наелектрисања или се формира равномерно електрично поље. Инжењерски модели не узимају у обзир суштинске разлике у процесима позитивне и негативне короне, већ само користе различите вредности параметара.

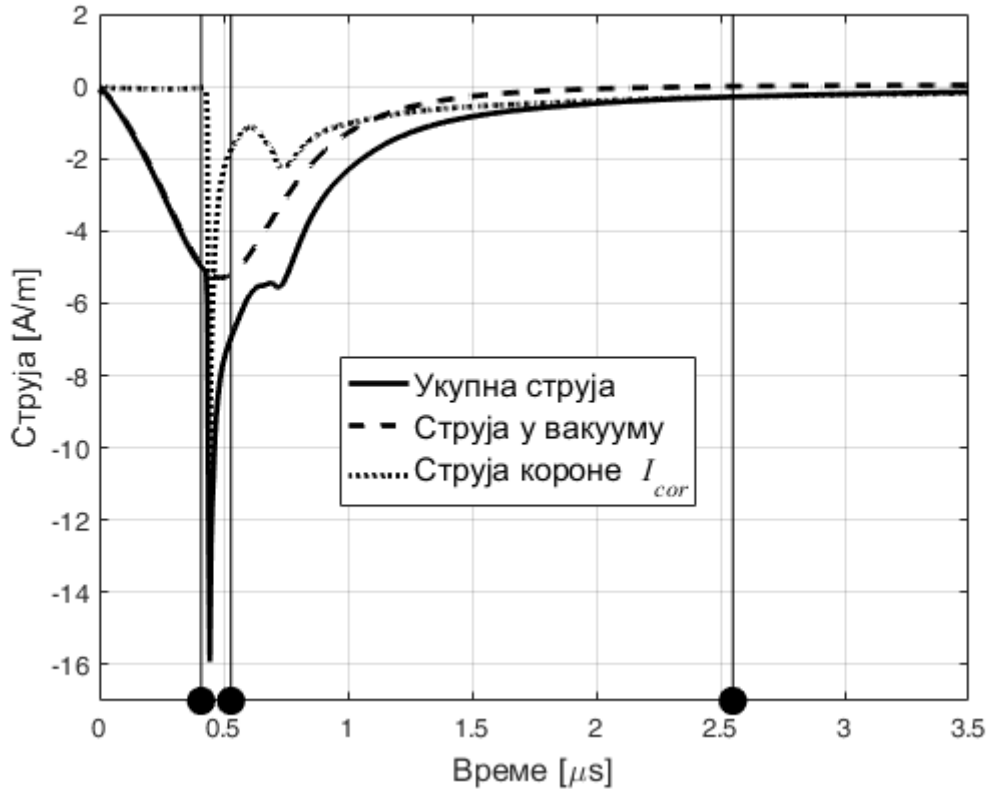




Слика 5.10: Укупно подужно наелектрисање са компонентама, преузето из [109]

Насупрот измереним вредностима  $QV$  криве и резултата дрефт-дифузионог модела приказаним на слици 5.9, модел који је саставио *Cooray* у [19] предвиђа да подужна количина наелектрисања опада одмах након што напонски импулс достигне максималну вредност. То се постиже најпре смањењем наелектрисања на самој жици које у неком тренутку мења поларитет. Када позитивно електрично поље уз саму жицу постане довољно велико, генеришу се позитивни стримери у области око жице што додатно смањује укупну количину негативног наелектрисања формирајући зону позитивног наелектрисања око жице. Према резултатима симулације на основу дрефт-дифузионог модела, до смањења укупне количине негативног наелектрисања такође долази услед смањења негативног наелектрисања на самој жици које у једном тренутку постаје позитивно. Међутим, резултати симулације према дрефт-дифузионом моделу не показују генерисање позитивних стримера или било ког другог процеса јонизације у овој фази, већ се негативно наелектрисање смањује услед тога што долази до неутрализације негативних јона на површини жице када наелектрисање на самој жици промени знак. Појава позитивних стримера би подразумевала значајну активност електрона као што је сударна јонизација или фотојонизација, али концентрација електрона је занемарљива од тренутка када је завршен процес пробоја у  $0.53 \mu s$ . Ипак, треба узети у обзир да су резултати дрефт-дифузионог модела добијени под претпоставком да је површина жице савршено глатка. Неравнине на површини жице које свакако постоје у реалним случајевима могу узроковати локално повећање електричног поља и прозводње наелектрисаних честица, што би могло довести до формирања позитивних стримера.

Симулација корона пражњења према дрефт-дифузионом моделу показује формирање зоне позитивног наелектрисања у близини жице током треће фазе пражњења (слика 5.7a), што је у складу са претпоставкама *Cooray*-овог модела, али се наелектрисање састоји само од јона. Поред тога, електрично поље у зони позитивног наелектрисања не прелази



Слика 5.11: Укупна струја са компонентама, преузето из [109]

вредност од  $0.2 \text{ MV/m}$  што није довољно за формирање позитивних стримера.

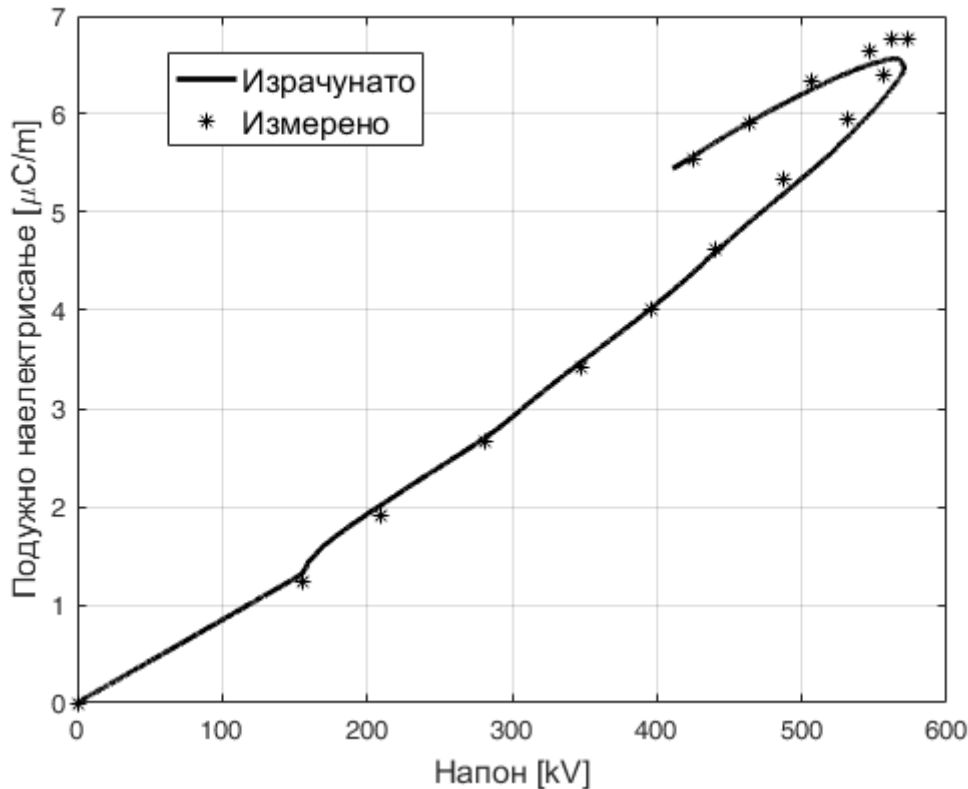
## 5.5 QV криве код надземних водова

Поставља се питање да ли се дрефт-дифузиони модел у цилиндричној коаксијалној геометрији може користити за симулацију QV крива у другачијој геометрији која постоји код надземних водова. *Noda* [50] је мерио QV криве за жицу која се налази  $1.83 \text{ m}$  изнад земље. Да би се проценила QV крива у конфигурацији жице изнад равни, покренут је већ састављени програм за симулацију пражњења у конфигурацији коаксијално постављених жице и цилиндра. Полупречник жице је исти као и у експерименту  $R_1 = 5 \text{ mm}$ , а усвојено је да полупречник спољашњег цилиндра буде једнак висини на којој се у експерименту налази жица изнад земље  $R_2 = 1.83 \text{ m}$ . Израчунате вредности подужне густине наелектрисања добијене на овај начин су веће од измерених вредности, што је и очекивано с обзиром да је капацитивност цилиндричног кондензатора већа од капацитивности жице изнад идеално проводне равни. Из тог разлога израчунате вредности за подужну густину наелектрисања треба помножити са коефицијентом  $k$  који представља однос капацитивности жице изнад равни  $C_p$  и капацитивности цилиндричног кондензатора  $C_0$

$$C_p = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(2R_2/R_1)}, \quad k = \frac{C_p}{C_0}. \quad (5.4)$$

На овај начин добија се веома добро слагање са резултатима експеримента. QV крива добијена корекцијом израчунатих резултата симулације и резултати мерења које је извршио *Noda* у случају напонског импулса амплитуде  $570 \text{ kV}$  су приказани на слици 5.12.

Тиме је показано да се прорачун у коаксијалној геометрији може сасвим тачно користити за процену QV криве код корона пражњења око жице изнад земље. Прорачун је



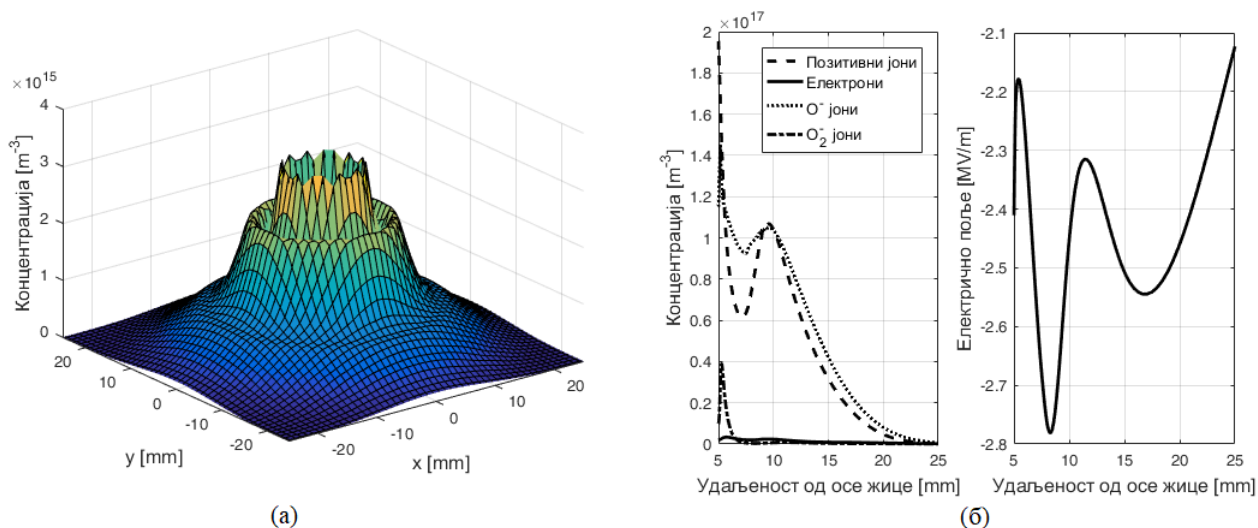
Слика 5.12: Израчуната крива и подаци према мерењима које је извршио *Noda*, преузето из [109]

такође изведен занемарујући члан  $G_{ph}$  у једначинама 3.54 и 3.55 који описује процес фотојонизације, како би се испитао утицај овог процеса на коначне резултате. Иако фотојонизација утиче на временску еволуцију концентрација честица током прве фазе пражњења, укупно генерисано наелектрисање се не мења значајно. На основу тога се може закључити да што се тиче процене QV криве помоћу дрефт-дифузионог модела, фотојонизација се може занемарити. То значајно доприноси скраћивању времена прорачуна, без великих последица по тачност.

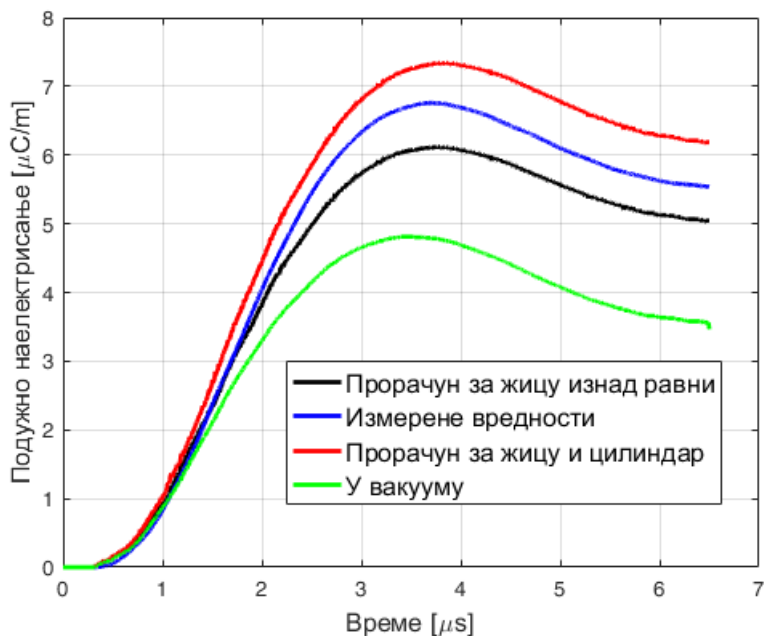
Тачна расподела концентрација честица око жице изнад земље која одступа од радијалне симетрије се може одредити на основу дрефт-дифузионог модела, ако се усвоји да је земља идеално проводна. Тада се једначине дрефт-дифузионог модела и *Poisson*-ова једначина решавају у 2D геометрији према поступку изложеном у одељку 4.3. На слици 5.13а је приказана концентрација електрона при 2D симулацији мерења које је извршио *Noda* у трнутку  $1.71 \mu\text{s}$ , када је пробој већ увелико у току. Координатни почетак се налази на оси жице, а негативан смер  $y$  осе на графику је усмерен ка земљи. Може се закључити да формирана концентрација електрона уопште не одступа од радијалне симетрије, јер је жица на довољном растојању од земље да наелектрисање лика не утиче значајно на електрично поље у блиској околини жице где се формира корона. На слици 5.13б су приказане зависности концентрација свих наелектрисаних честица и електричног поља дуж вертикалног правца према земљи у истом тренутку.

Добијање решења 2D симулације која показују радијалну симетрију је још један показатељ да се за процену QV криве за надземне водове може користити дрефт-дифузиони модел примењен на конфигурацију коаксијално постављених жице и цилиндра. На овај начин се такође постиже значајна уштеда у времену рачунања, с обзиром да се решавају само 1D једначине. Са друге стране, QV крива израчуната на основу 2D симулације ипак

има вредности које су ниже од измерених, као што се може видети на слици 5.14. Боље слагање са експерименталним резултатима се постиже скалирањем  $QV$  криве израчунате у коаксијалној геометрији, као што је приказано на слици 5.12. Ипак, скалирање не доводи до поклапања са резултатима 2D симулације, јер ефекат короне није линеарно сразмеран примењеном напону, односно капацитивности посматране конфигурације електрода.



Слика 5.13: (а) Концентрација електрона, (б) концентрације наелектрисаних честица и електрично поље у тренутку  $1.71 \mu s$



Слика 5.14: Прорачун подужног наелектрисања за мерења које је извршио *Noda*

## Глава 6

# Простирање ударног таласа дуж надземног вода

Путања којом се простиру надземни далеководи за пренос електричне енергије се одређује узимајући у обзир активност атмосферских пражњења у датом подручју. Потребно је напоменути да ово није најважнија ставка при пројектовању водова, већ се сагледава укупна цена конструкције вода, коришћених материјала, уземљења и заштитне опреме. Поред густине пражњења ка земљи  $N_g$ , изложеност вода атмосферским пражњењима зависи и од конфигурације терена. Већа вероватноћа за удар атмосферског пражњења ће бити ако вод прелази преко издигнутих облика рељефа као што су брда, планине и гребени. Са друге стране, околина се може искористити за заштиту од атмосферског пражњења, када вод пролази кроз долину између брда или је окружен шумом.

Битан фактор који утиче на ефекте атмосферских пражњења при удару у надземни вод су карактеристике земљишта. Када атмосферско пражњење удари у уземљене делове вода као што су заштитно уже или стуб, на њима се генеришу значајни напони који директно зависе од отпорности земљишта. При пројектовању уземљења далеководних стубова морају се узети у обзир карактеристике земљишта како би се смањила вредност импедансе уземљења. Отпорност земљишта нема константну вредност, већ зависи од типа земљишта, влаге, температуре, јачине струје и временске зависности струјног импулса. Најчешће се користе измерене вредности отпорности земљишта при ниским струјама и ниским фреквенцијама, а затим се користе модели јонизације земљишта. Високе вредности отпорности земљишта се јављају на стеновитом терену који постоји на врховима планина, па је ово још један разлог због којег треба избегавати овај тип терена.

Да би се проценила ефикасност заштитних ужади постављених изнад фазних проводника могу се користити електрогеометријски модели задњег корака степ лидера непосредно пред удар атмосферског пражњења. Ови модели се заснивају на идеји да се за сваку структуру може дефинисати ударно растојање тако да долази до пражњења у објекат када се путања степ лидера нађе у простору чије су тачке ближе од ударног растојања од објекта. Ударно растојање расте са повећањем струје атмосферског пражњења и могу се дефинисати различите вредности за ударно растојање према заштитном ужету, фазном проводнику или земљи. Зависност вредности ударног растојања од струје је дата изразом

$$r = AI^b, \quad (6.1)$$

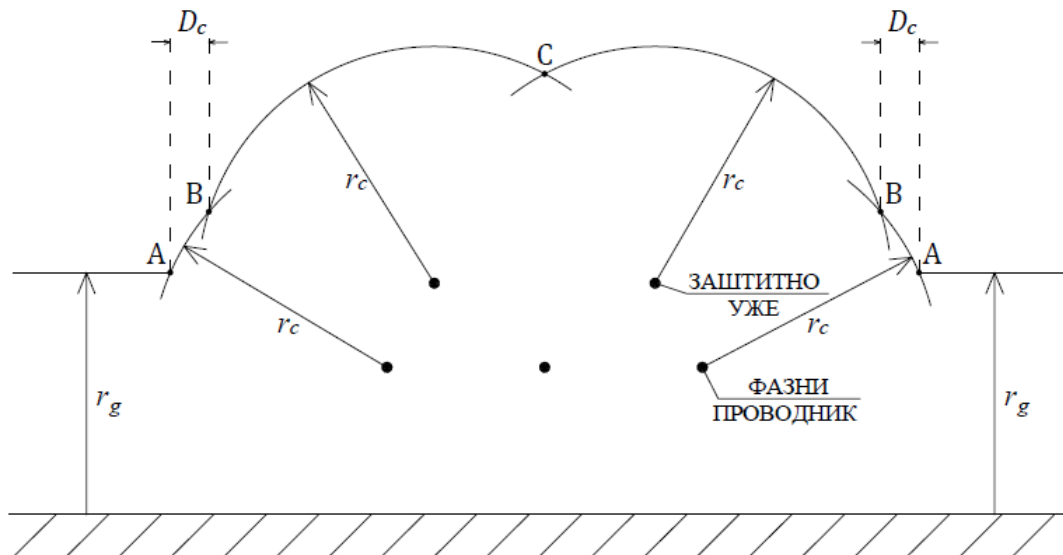
где се различите вредности константи  $A$  и  $b$  могу пронаћи у стандардима [32, 29].

На слици 6.1 је илустрован пример коришћења електрогеометријског модела за одређивање годишњег броја удара у фазни проводник  $SFR$ . Око заштитних ужади и фазних проводника су оцртане кружнице чији је полупречник једнак ударном растојању према надземној жици  $r_c$ , а изнад земље је нацртана хоризонтална линија на висини која је

једнака ударном растојању према земљи  $r_g$ . До удара атмосферског пражњења у фазни проводник могуће је доћи у областима чија је дужина означена са  $D_c$ . Број удара у фазни проводник у току године за дату вредност струје  $I$  се добија када се изложена површина  $2D_cL$  помножи са густином пражњења  $N_g$  у датој подручју на посматраној дужини вода  $L$ . Израз за  $SFR$  се добија када се узме у обзир расподела вероватноће за различите вредности струје атмосферског пражњења  $f(I)$

$$SFR = 2N_gL \int_{I=0}^{I_{max}} D_c(I)f(I)dI. \quad (6.2)$$

Дужина  $D_c$  зависи од струје атмосферског пражњења преко израза за ударно растојање 6.1 и опадаће са порастом вредности струје. За неку максималну вредност струје дужина  $D_c$  ће постати једнака нули, па је горња граница интеграције у изразу 6.2 означена са  $I_{max}$ . Тиме је одређена максимална вредност струје при којој може доћи до удара атмосферског пражњења у фазни проводник која износи 10-20 кА. Према стандарду CIGRE [32] може се усвојити да је доња граница интеграције у изразу 6.2 минимална струја од 3 кА, с обзиром да струја атмосферског пражњења не може бити једнака нули.



Слика 6.1: Пример конфигурације фазних проводника и заштитних ужади за одређивање SFR преузет из [32]

При удару атмосферског пражњења у заштитно уже долази до успостављања високог напона између заштитног ужета и фазног проводника преко ваздуха и преко изолације на стубу. Место на којем ће коначно доћи до повратног прескока зависи од односа напона и чврстоће изолације. Напонски талас се креће на обе стране од места удара, при чему је амплитуда напона једнака  $Z_g I / 2$ , где је  $Z_g$  карактеристична импеданса заштитног ужета. Вредност напона се смањује услед рефлексија од суседних стубова. Може се усвојити да се појава повратног прескока преко ваздуха на некој позицији између стубова може занемарити у поређењу са повратним прескоцима који се дешавају преко изолације на стубу. Критична вредност струје атмосферског пражњења  $I_c$  која је потребна да би дошло до повратног прескока зависи од подносивог напона изолације и отпорности уземљења. Број повратних прескока у години  $BFR$  се добија преко

$$BFR = 0.6N_sP(I \geq I_c), \quad (6.3)$$

где је  $N_s$  број удара у надземни вод у години по јединици дужине дат изразом 1.7, а  $P(I \geq I_c)$  је вероватноћа да је струја атмосферског пражњења већа од критичне вредности  $I_c$ . Множењем фактором 0.6 узимају се у обзир само повратни прескоци који настају приликом удара атмосферског пражњења у стубове.

У оба описана случаја, и услед удара атмосферског пражњења мимо заштитног ужета и услед повратног прескока, долази до простирања пренапонског ударног таласа ка разводном постројењу. Одређивање параметара импулса који стиже до постројења је неопходно ради одређивања највишег напона опреме у разводном постројењу и спровођења поступка координације изолације. Амплитуда и стрмина импулса ће зависити од удаљености места удара атмосферског пражњења од постројења и јачине струје. Број ударних импулса који стижу до постројења ће зависити од  $BFR$  и  $SFR$ . На тај начин се импулс који стиже до постројења дефинише статистички. Параметри импулса се могу одредити тако да се импулс јавља једном у одређеном временском периоду, које представља средње време између кварова. У многим случајевима се разматра само утицај повратних прескока, јер је већа амплитуда напона ударног таласа који се формира, а и  $BFR$  има веће вредности од  $SFR$ .

## 6.1 Једначине струје и напона ударног таласа

Надземни вод се моделује електричним колом са расподељеним параметрима. Ради анализе временске еволуције ударног таласа при простирању дуж вода довољно је узети у обзир један надземни проводник. Може се усвојити да је отпорност жице занемарљива и да је постављена у хоризонталном правцу изнад идеално проводне земље. На овај начин се поједностављује прорачун и корона се издваја као једини ефекат који утиче на модификацију временске зависности импулса. Напон и струја дуж вода су описани парцијалним диференцијалним једначинама

$$\frac{\partial V(t, x)}{\partial x} + L \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} = 0, \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial I(t, x)}{\partial x} + \frac{\partial Q(t, x)}{\partial t} = 0. \quad (6.5)$$

Изрази 6.4 и 6.5 представљају једначине телеграфичара, где је  $V(t, x)$  напон,  $I(t, x)$  струја,  $L$  подужна индуктивност, а  $Q(t, x)$  укупна подужна густина наелектрисања. Да би се узео у обзир ефекат короне потребно је израчунати укупну подужну гуштину наелектрисања  $Q(t, x)$ . У вакууму зависност подужне густине наелектрисања од напона је линеарна  $Q(t, x) = CV(t, x)$ , где је  $C$  подужна капацитивност. Подужна индуктивност и капацитивност једне надземне жице се могу израчунати преко формула

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{2h}{a} \right), \quad C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left( \frac{2h}{a} \right)}, \quad (6.6)$$

где је  $a$  полупречник жице, а  $h$  висина жице изнад земље. Брзина простирања таласа дуж вода  $v$  и импеданса вода  $Z$  су дате изразима

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Z = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (6.7)$$

Без короне, односно када би се вод налазио у вакууму, брзина простирања таласа је једнака брзини светлости. Талас се простире без слабљења и дисторзије, што значи да када талас

стигне до неке позиције дуж вода временска зависност импулса остаје иста. Напон и струја су повезани једноставном релацијом  $U = ZI$ .

Да би дошло до формирања короне на неком сегменту дуж жице, вредност напона мора постати већа од критичне вредности за иницијацију короне. То је вредност напона при којем електрично поље на површини жице постане једнако критичном електричном пољу које је дато *Peek*-овом формулом 1.10. Добија се да је критична вредност напона  $V_{kr}$  за формирање короне у случају жице која је постављена изнад идеално проводне равни дата изразом

$$V_{kr} = E_{Peek} \cdot a \ln \left( \frac{2h}{a} \right). \quad (6.8)$$

Појава короне утиче да ваздух око проводника постане проводан, па се може сматрати да ефективно долази до повећања пречника жице. То доводи до повећања капацитивности жице. Са друге стране индуктивност остаје непромењена, с обзиром да у корони постоје претежно радијалне струје, па се може сматрати да сва аксијална струја и даље тече кроз саму жицу. Последица овога је да брзина простирања импулса дуж вода опада и постаје мања од брзине светлости, па долази до кашњења дела импулса који се налази изнад прага короне. Поред тога, услед губитака у гасу долази до смањења амплитуде импулса. У погледу заштите од пренапонских импулса корона повољно утиче на дисторзију импулса, јер смањује вредност два параметра која описују колико је опасан импулс који стиже до разводног постројења, а то су амплитуда и стрмина.

Детаљна истраживања утицаја короне на простирање ударних импулса су спроведена током педесетих година XX века од стране *Wagner*-а и сарадника [111]. Напонски импулс је генерисан на једном крају жице дугачке 2185 m. На другом крају вод је завршен карактеристичном импедансом како не би дошло до рефлексија импулса. Временске зависности напона су мерене на неколико места дуж жице. Мерења су вршена за различите типове и пречнике проводника при позитивном и негативном поларитету напонског импулса. На слици 6.2 је приказан пример измерених импулса при негативном поларитету напона на жици пречника 42 mm која се налази на просечној висини од 15 m изнад земље.

Према стандарду IEEE за координацију изолације [112], смањење првобитне стрмине импулса  $S_0$  након пређеног растојања  $d$  се може описати једноставном формулом

$$S = \frac{S_0}{1 + S_0 d / K_s}, \quad (6.9)$$

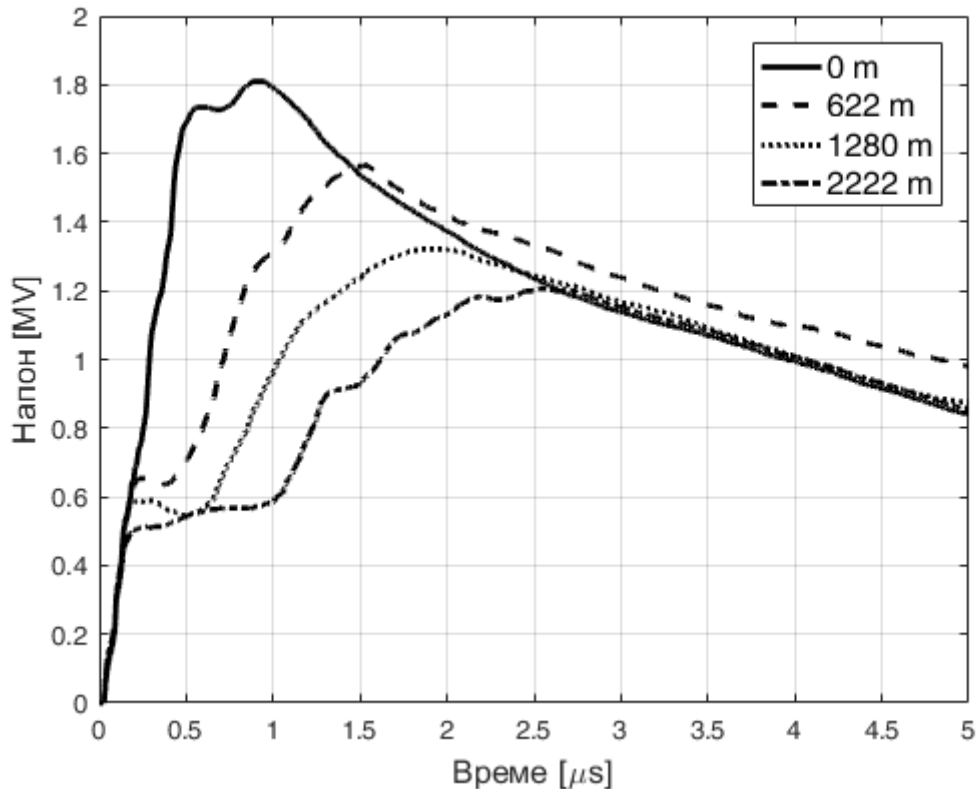
где је  $K_s$  константа. За пример мерења приказаном на слици 6.2 вредност константе  $K_s$  износи 1531 kVkm/ $\mu$ s. Процене вредности овог параметра за различите типове проводника се могу пронаћи у стандарду CIGRE [32]. Израз 6.9 се користи код одређивања облика импулса који стиже до разводног постројења при статистичком поступку координације изолације.

Да би се извршила детаљна симулација временске зависности струје и напона дуж вода решавањем једначина телеграфичара 6.4 и 6.5, потребно је усвојити модел генерације наелектрисања услед короне [113]. То се најчешће постиже коришћењем модела QV криве и одређивањем струје короне [37]. Подужна густина наелектрисања короне  $q_{cor}$  представља разлику између укупног наелектрисања и наелектрисања  $Q_0 = CV$  које би било генерисано у цилиндричном кондензатору у вакууму, где нема короне. Једначина 6.5 и израз за струју короне  $I_{cor}$  су тада

$$\frac{\partial I(t, x)}{\partial x} + C \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} = -I_{cor}, \quad I_{cor} = \frac{\partial q_{cor}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(Q - CV). \quad (6.10)$$

Уместо струје короне може се дефинисати и динамичка капацитивност која се додаје на капацитивност жице изнад равни. На тај начин се укупна подужна густина наелектрисања





Слика 6.2: Мерени импулс напона ударног таласа за различите вредности пређеног растојања дуж жице према [111]

одређује врло једноставно када је познат напон.

Временска зависност генерисаног наелектрисања процењена помоћу QV криве је упитна из два разлога. QV крива се иначе процењује за тачно дефинисану временску зависност напонског импулса. Насупрот томе, током простирања ударног таласа дуж вода долази до дисторзије импулса, па оригинална QV крива сигурно не одговара том случају, поготово када временски облик напона почне да одступа од првобитног стандардног облика. Други недостатак је што се подужна густина наелектрисања може проценити само до тренутка када напон достигне максималну вредност. Ови недостаци се могу у потпуности отклонити применом дрефт-дифузионог модела. Добро слагање резултата симулације са експериментима (слике 5.9 и 5.12) охрабрује да се дрефт-дифузиони модел користи код анализе простирања пренапона услед атмосферских пражњења дуж надземних вода. Иако овај приступ захтева више времена за прорачун у поређењу са коришћењем једноставних инжењерских модела короне, предност је повећана тачност и укључивање нелинеарног ефекта короне током целог трајања пражњења. Резултати детаљне анализе физичких процеса се затим могу користити за унапређивање инжењерских модела када је потребно брзо време рачунања.

## 6.2 Прорачун простирања ударног таласа

Да би се извршила симулација простирања ударног таласа дуж надземног вода потребно је решавати једначине дрефт-дифузионог модела 3.54-3.57 и *Poisson*-ову једначину 3.59 у спрези са једначинама телеграфичара 6.4 и 6.5. Члан  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  у једначини 6.5 представља струју по јединици дужине  $I_p$  која се формира на одређеном месту на жици услед кретања наелектрисања у равни попречног пресека жице, тако да је

$$I_p = \frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial I}{\partial x}. \quad (6.11)$$

Функција  $I_p(t)$  представља временску зависност импулса струјног генератора који се примењује на жицу дужине 1 m ради симулације корона пражњења између жице и цилиндра. Прорачун у 2D геометрији за тачну конфигурацију жице изнад равни би трајао доста времена, па се уместо тога врши прорачун у 1D, при чему се резултати скалирају према изразу 5.4, као што је објашњено у одељку 5.5. Вредност  $I_p$  се добија помоћу *Sato-Morrow* формуле 3.67, која у конфигурацији жице изнад равни постаје

$$I_p = \frac{2\pi e}{\ln \frac{2R_2}{R_1}} \int_{R_1}^{R_2} \Gamma dr + \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2R_2}{R_1}} \frac{\partial V}{\partial t} = I_\Gamma + I_W, \quad (6.12)$$

где је  $\Gamma$  укупни флукс наелектрисаних честица у равни попречног пресека жице који се формира на месту координате  $x$ . Први члан  $I_\Gamma$  у изразу 6.12 представља компоненту струје услед кретања наелектрисања у области око жице. Други члан представља капацитивну струју која тече кроз кондензатор којег чине жица и идеално проводна равна услед временски променљивог напона. Када нема короне први члан је једнак нули и добијамо једначине телеграфичара за вод у вакууму. Да би се одредио флукс  $\Gamma$  потребно је у принципу извршити симулацију корона пражњења у свакој тачки дуж вода.

Генератор импулса се налази на једном крају вода на позицији  $x = 0$  и временска зависност генерисаног напонског импулса дефинише гранични услов  $V(x = 0, t)$ . Укупно време симулације  $T$  се дели на  $N$  временских корака трајања  $\Delta t$ . Дефинишу се тачке дуж вода у којима се рачунају струја и напон, а ради формирања стабилне нумеричке шеме дужина корака  $\Delta x$  између суседних тачака не сме бити већа од  $c\Delta t$ . Напон се рачуна у тачкама чије су координате  $x_j$  и у временским тренуцима  $t_i$  који су дати са

$$x_j = j \cdot \Delta x, \quad t_i = i \cdot \Delta t, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, N - 1. \quad (6.13)$$

Струја се рачуна у тачкама које се налазе тачно између претходно дефинисаних тачака у којима се рачуна напон. Слично и у временском домену, струја се рачуна у тренуцима тачно између претходно дефинисаних тренутака у којима се рачуна напон, тако да је

$$x_{j+\frac{1}{2}} = \left(j + \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta x, \quad t_{i+\frac{1}{2}} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta t, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, N - 2. \quad (6.14)$$

Пошто импулс не може да путује брзином већом од брзине светлости, могу се одредити још два гранична услова  $I(x > ct) = 0$  и  $V(x > ct) = 0$ . Једначине телеграфичара се решавају тако што се за сваки тренутак редом одређује просторна расподела напона и струје дуж вода. Да би се могао одредити флукс  $\Gamma$  треба симулирати корона пражњење у свакој тачки мреже дуж вода, што подразумева одређивање радијалне расподеле концентрације честица и електричног поља. Ово би захтевало превише времена с обзиром да је за симулацију корона пражњења које траје  $5 \mu s$  потребно  $10^6$  корака, па се корона пражњење симулира само у неким тачкама дуж вода. Након добијања вредности напона у следећем временском тренутку, ажурурају се вредности концентрација честица и електричног поља, на основу којих се рачуна флукс  $\Gamma$  и интеграл  $I_\Gamma$ . До вредности  $I_\Gamma$  у преосталим тачкама мреже за које се није вршена симулација корона пражњења долази се линеарном интерполацијом.

Ако је напон у тренутку  $t_i$  познат, до вредности струје у тренутку  $t_{i+\frac{1}{2}}$  се долази преко једначине 6.4 формирањем диференчне шеме

$$\frac{V_{i,j} - V_{i,j-1}}{\Delta x} + L \frac{I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - I_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = 0. \quad (6.15)$$

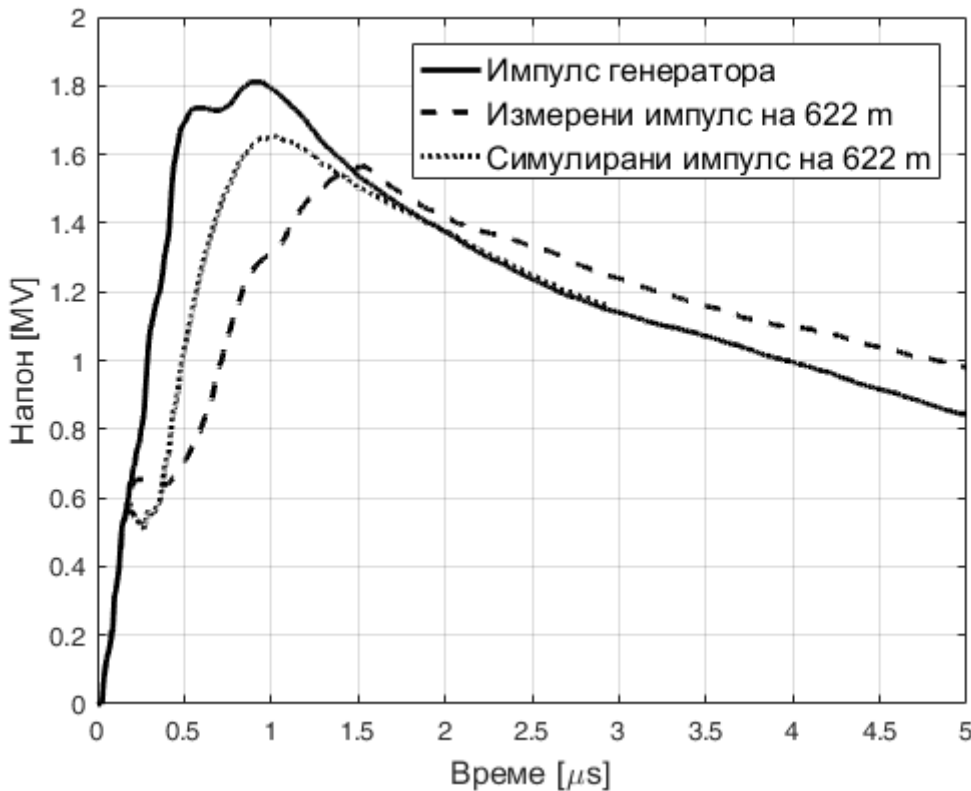
Затим се на основу једначина 6.5 и 6.12 долази до диференце шеме

$$\frac{I_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta x} = I_{\Gamma i,j} + \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2R_2}{R_1}} \frac{V_{i+1,j} - V_{i,j}}{\Delta t}, \quad (6.16)$$

преко које се може одредити напон у следећем временском тренутку. Након тога се описани нумерички поступак понавља за сваки следећи временски тренутак.

### 6.3 Резултати прорачуна

Прорачун је изведен за једну жицу полупречника  $a = 21 \text{ mm}$  која је постављена на висини  $h = 15 \text{ m}$  изнад земље [114]. Анализа овакве конфигурације представља покушај да се репродукују резултати експеримента који је извршио *Wagner* [111]. Напонски импулс који је произвео генератор и временски облик напона након што је талас прешао  $622 \text{ m}$  су приказани на слици 6.3. Добијени резултат временске зависности симулираног импулса је показао очекиване ефекте који се јављају услед короне, као што су дисторзија импулса и тачна вредност прага короне. Са друге стране, резултат симулације није дао решење за које постоји задовољавајуће поклапање за мереним вредностима. Може се закључити да ефекти короне израчунати коришћењем дрефт-дифузионог модела нису довољно наглашени и да мерени резултати показују веће кашњење и атенуацију импулса.



Слика 6.3: Симулација простирања ударног таласа после пређених  $622 \text{ m}$  према [114]

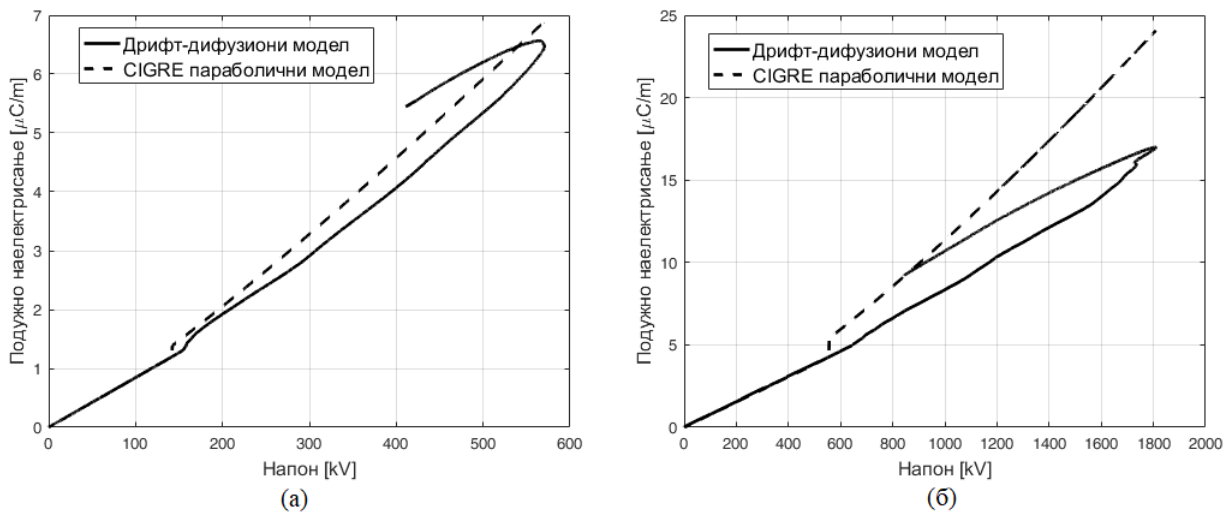
Да би се добили резултати који имају боље поклапање са измереним вредностима треба истражити зашто су резултати различити, иако је претходно показано добро поклапање рачунатих QV крива са експерименталним вредностима (слике 5.9 и 5.12). QV криве рачунате према дрефт-дифузионом моделу су из тог разлога поређене са QV кривама које предвиђају инжењерски модели. На слици 6.4 су приказана поређења симулираних

QV крива коришћењем дрефт-дифузионог модела са резултатима CIGRE параболичног модела [52]. Према моделу CIGRE генерисано наелектрисање се одређује преко динамичке капацитивности  $C_d$  која зависи од примењеног напона на основу израза

$$C_d = \begin{cases} C, & V \leq V_{kr}, \frac{\partial V}{\partial t} > 0 \\ C \cdot \beta \left(\frac{V}{V_{kr}}\right)^{\beta-1}, & V > V_{kr}, \frac{\partial V}{\partial t} > 0 \\ C, & \frac{\partial V}{\partial t} \leq 0 \end{cases} \quad (6.17)$$

где је у случају негативне короне  $\beta = 0.07 \cdot a[\text{cm}] + 1.12$ . На слици 6.4а су приказане QV криве за жицу полупречника 5 mm која је коришћена у конфигурацији експеримента који је извршио *Noda*. У одељку 5.5 је већ показано добро слагање ове криве са експерименталним резултатима. Може се закључити да и CIGRE модел даје задовољавајуће резултате у погледу вредности QV криве, али дрефт-дифузиони модел даје тачније решење.

Са друге стране, постоји значајно одступање између резултата QV криве у случају жице полупречника 21 mm (слика 6.4б) коришћене у конфигурацији експеримента који је извршио *Wagner*. CIGRE параболични модел предвиђа за 40% већу количину генерисаног подужног наелектрисања када напонски импулс достигне максималну вредност. Оправдана је претпоставка да у овом случају CIGRE параболични модел даје решење које је ближе реалним вредностима, с обзиром да приликом прорачуна простирања ударног таласа ефекти короне нису довољно наглашени када се користи дрефт-дифузиони модел.



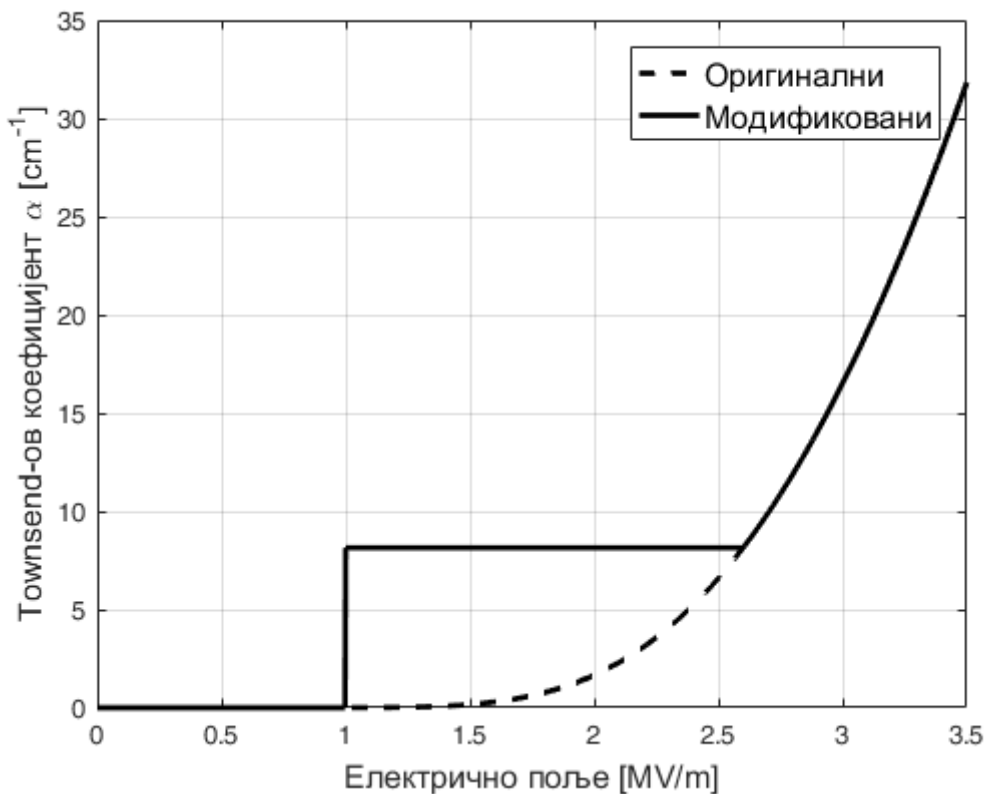
Слика 6.4: QV криве за жицу полупречника а) 5 mm и б) 21 mm

На основу резултата приказаним на слици 6.4 може се закључити да дрефт-дифузиони модел даје ниже вредности подужне густине наелектрисања од очекиваних када је полупречник жице већи од 10 mm. Разлика у резултатима код танких и ширих жица се може објаснити ефектом стримера. Структура просторног наелектрисања око жице није радијално симетрични флуид, како претпоставља дрефт-дифузиони модел. У стварности просторно наелектрисање се састоји од танких филаментарних пражњења - стримера. Ови филаменти имају главу у којој долази до јонизације и која путује кроз простор остављајући за собом слабо јонизовани реп [13]. Значајна карактеристика стримера је да могу да се простиру кроз простор између електрода и у областима где је јачина електричног поља мања од критичне вредности за сударну јонизацију (око 2.6 MV/m у сувом ваздуху). То је могуће зато што се електрично поље веома високог интензитета генерише у глави стримера и емитују се фотони који даље јонизују молекуле. Минимална вредност јачине

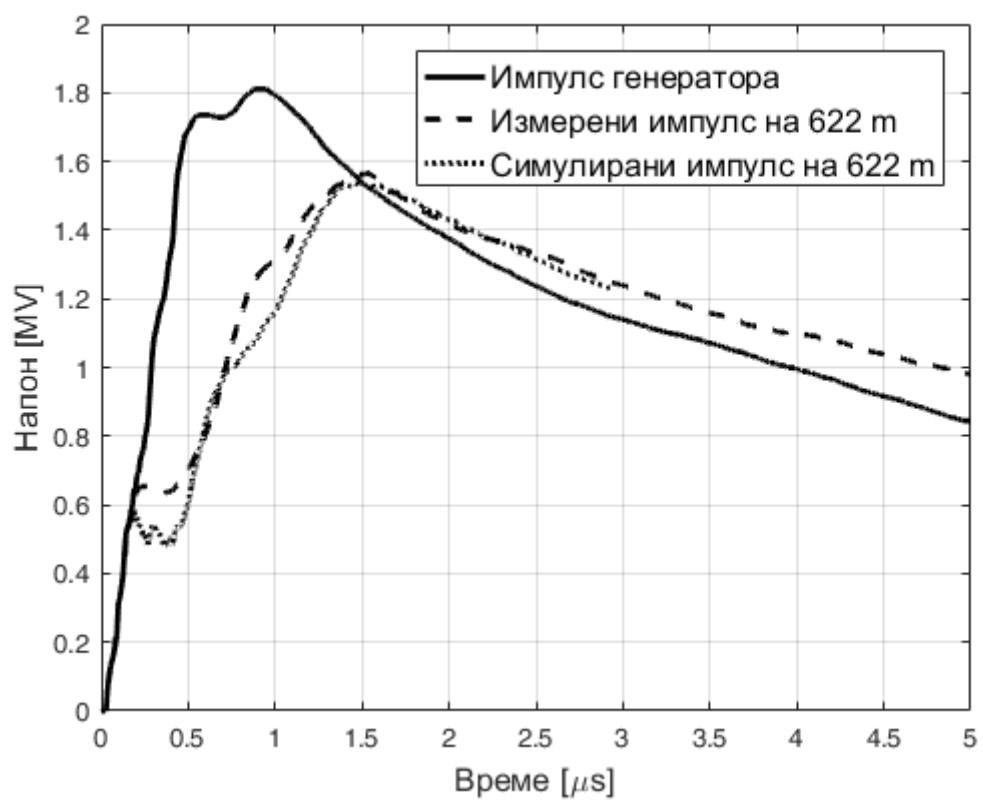
електричног поља да би се простирали позитивни стримери је  $0.5 \text{ MV/m}$ , а код негативних стримера је око  $1 \text{ MV/m}$ .

Због деловања стримера биће генерисано додатно наелектрисање у области даље од жице где електрично поље има ниже вредности интензитета, што се не може узети у обзир првобитним једначинама дрефт-дифузионог модела. Да би се моделовао овај ефекат, извршиће се модификација вредности *Townsend*-овог коефицијента  $\alpha$  који представља број генерисаних парова електрона и јона по јединици дужине. Циљ је да постоји генерација парова електрона и јона у свим областима где је интензитет електричног поља већи од  $1 \text{ MV/m}$ , што је критична вредност за простирање негативних стримера. При атмосферском притиску *Townsend*-ов коефицијент зависи само од јачине електричног поља (слика 6.5). Довољна вредност *Townsend*-овог коефицијента да би дошло до бурне јонизације се јавља када интензитет електричног поља достигне  $2.6 \text{ MV/m}$  и износи  $8.15 \text{ cm}^{-1}$ . Модификација зависности  $\alpha(E)$  је учињена тако да *Townsend*-ов коефицијент има ову вредност и када се интензитет електричног поља спусти до  $1 \text{ MV/m}$  (слика 6.5). Симулација извршена са овако измењеним коефицијентом  $\alpha$  је дала резултат који се дообро слаже са мереним обликом напона, што се може видети на слици 6.6.

Прорачун је изведен и за другачије модификације зависности *Townsend*-овог коефицијента од електричног поља. Испоставља се да је за промену коначног резултата једино потребно да вредност *Townsend*-овог коефицијента буде већа од  $8.15 \text{ cm}^{-1}$  када је интензитет електричног поља већи од  $1 \text{ MV/m}$ . Повећање *Townsend*-овог коефицијента изнад те вредности не утиче на промену укупног генерисаног наелектрисања, па нема утицај на промену облика импулса током простирања. Може се закључити да капацитивност проводника око којег постоји корона једино зависи од полупречника короне, а не од детаљне расподеле наелектрисаних честица око жице.



Слика 6.5: Модификација *Townsend*-овог коефицијента према [114]



Слика 6.6: Симулација простирања ударног таласа после пређених 622 m према [114]

# Глава 7

## Закључак

Динамика наелектрисања у негативној корони је кључна за изучавање процеса повратног удара атмосферског пражњења, као и ефеката који се јављају на надземним водовима приликом простирања ударног таласа. Први корак у анализи корона пражњења представља формулисање модела короне. Корона омотач је моделован једноставним инжењерским моделом по којем постоје две зоне наелектрисања у каналу, при чему се усваја радијална расподела наелектрисања унутар зона. За детаљну симулацију динамике наелектрисаних честице у пражњењу која се јавља око жичаних проводника је коришћен физички дрефт-дифузиони модел. Након имплементације модела, обрађена је пажња на слагање резултата са експерименталним мерењима доступним у литератури, као што је електрично поље у непосредној близини канала и  $QV$  криве жичаних проводника.

Сврха инжењерских модела повратног удара и динамике корона омотача је да обезбеде везу између струје у тачки удара и електричног поља у околини атмосферског пражњења моделујући расподелу наелектрисања дуж канала. Прорачуни извршени у дисертацији се ослањају на принципе TCS групе инжењерских модела повратног удара у комбинацији са моделом корона омотача. Пошло се од хипотезе да се структура наелектрисања унутар корона омотача може представити са две зоне. Спољне граница зона су дефинисане вредностима критичног пробојног поља, при чему се сматра да је доминантно електростатичко поље. Извршена је анализа оправданости претпоставке да је поље на граници зоне претежно у радијалном правцу. Дошло се до закључка да долази до генерисања значајног вертикалног електричног поља на висинама у којим долази до нагле промене подужне густине наелектрисања канала. Развијена је нумеричка процедура којом се оптимизацијом просторне густине наелектрисања добија зависност полупречника канала од висине за који је интензитет укупног електричног поља на граници једнак критичној вредности.

Анализирана је нова генерална једначина радијалне расподеле густине наелектрисања унутар корона омотача. Модели који су претходно испитивани у литератури се могу добити као специјални случајеви користећи одговарајуће вредности параметара. Испитан је утицај ових радијалних профила на динамику корона омотача. Нумерички прорачуни су показали да је нова функција показала велику флексибилност у моделовању различитих расподела наелектрисања. Притом се користе врло једноставни прорачуни. Резултати се могу користити за даље развијање модела короне у цилиндричној геометрији, као и истраживање динамике корона омотача током фазе повратног удара.

GTCS модел са струјним рефлексијама од земље је коришћен како би се објаснио позитивни премашај радијалног електричног поља, који се јавља код две трећине мерења које је извео *Miki*. Показано је да се овај ефекат може објаснити као последица непотпуних рефлексија струјних импулса од земље, при чему долази до генерисања транзијентног наелектрисања дуж језгра канала. Ово наелектрисање генерише додатно негативно електрично поље, што узрокује да се инјектује вишак позитивног наелектрисања у корона

омотач, како би дошло до пражњења канала. Слагање са експерименталним мерењима је постигнуто анализом временске зависности коефицијента рефлексије током повратног удара, које је у складу са резултатима лабораторијских експеримената доступним у литератури.

Изведена је детаљна теоријска анализа корона пражњења заснована на резултатима дрифт-дифузионог модела који описује кинетику наелектрисаних честица у јонизованом гасу. Процес пражњења је подељен у три фазе, при чему су показани резултати 1D и 2D симулације за концентрације наелектрисаних честица и електричног поља. Објашњена је појава да укупно генерисано наелектрисује наставља да расте и након тренутка у коме напонски импулс достиже максималну вредност. Ова појава је потврђена у различитим експериментима, а није узимана у обзир приликом састављања инжењерских модела. Проверена је претпоставка о постојању зона позитивног и негативног наелектрисујања у гасу. Утврђено је да заиста постоји зона позитивног наелектрисујања око самог проводника која је окружена зоном негативног наелектрисујања. Међутим, постојање зоне позитивних наелектрисујања није последица позитивних стримера, као што се обично усваја при састављању инжењерских модела, већ дрифта позитивних и негативних јона.

Решење дрифт-дифузионих једначина је показало добро слагање са експерименталним резултатима *Cooray*-а који је мерио  $QV$  криве током корона пражњења између коаксијално постављених жице и цилиндра. Програм који је развијен ради симулације пражњења према дрифт-дифузионом моделу је такође могао да процени  $QV$  криве које је мерио *Noda*, при корона пражњењу око жице која се налази на некој висини изнад земље. Ово је постигнуто тако што је покренута симулација за жицу чији је полупречник једнак полупречнику жице из експеримента, а полупречник спољашњег цилиндра је једнак висини жице изнад земље. Тако добијена подужна густина наелектрисујања је помножена са коефицијентом који представља однос капацитивности жице изнад идеално проводне равни и капацитивности симулираног цилиндричног кондензатора. Коначни резултат је показао добро слагање са експерименталним подацима што показује да је могуће користити дрифт-дифузиони модел како би се описао ефекат короне при простирању транзијентних пренапона дуж надземних водова.

У инжењерској пракси постоји потреба за одређивањем облика ударног импулса који стиже до разводног постројења, када атмосферско пражњење удари у надземни вод. Неопходно је одредити утицај короне која се тада формира око проводника и обара амплитуду и стрмину импулса. Дрифт-дифузиони модел је спрегнут са једначинама телеграфичара да би се симулирао ефекат короне током простирања ударног таласа. Утврђено је да се добро слагање са резултатима експеримента који је извршио *Wagner* може добити ако се модификују вредности *Townsend*-овог коефицијента јонизације. Тиме се узима у обзир ефекат стримера, танких филаментарних пражњења, који могу да се простиру и у областима електричног поља нижег интензитета. Стримери повећавају количину генерисаног наелектрисујања око жице и појачавају ефекат короне.

Изложена анализа микроскопских процеса коришћењем дрифт-дифузионог модела се може искористити за формулисање и корекцију једноставнијих инжењерских модела короне. Циљ будућег рада је и директно коришћење једначина дрифт-дифузионих једначина континуитета за моделовање корона омотача канала атмосферског пражњења, као што је то учињено у случају простирања ударног таласа дуж надземног вода. Дрифт-дифузиони модел радијално симетричне короне треба допунити како би се укључио ефекат генерације наелектрисујања у областима слабијег електричног поља услед формирања стримера. Анализа физичких и хемијских процеса која је у дисертацији изведена за случај негативне короне, може се извести и у случају корона пражњења када је примењени напон позитивног поларитета. Састављени рачунарски програми се могу искористити за решавање једначина дрифт-дифузионог модела пражњења око проводника другачије геометрије, као



што су проводници у снопу. Притом се може анализирати простирање импулса другачије временске зависности, као што су комутациони или привремени пренапони. Коначно, вредности транспортних и реакционих коефицијената зависе од концентрације молекула гаса, па се дрефт-дифузиони модел може користити за прорачун пражњења у гасу која се дешавају на различитим вредностима притиска, према потреби различитих примена у техници.



# Библиографија

- [1] V. A. Rakov, M. A. Uman, "Lightning, Physics and Effects", Cambridge University Press, 2003.
- [2] A. R. Hileman, "Insulation Coordination for Power Systems", Boca Raton, USA, Taylor & Francis, 1999.
- [3] M. A. Uman, "The Art and Science of Lightning Protection", Cambridge University Press, 2008.
- [4] B. F. J. Schonland, H. Collens, "Development of the Lightning Discharge", Nature, pp. 407-408, 1933.
- [5] K. Berger, R. B. Anderson, H. Kroninger, "Parameters of the Lightning Stroke", ELECTRA, pp. 23-27, 1975.
- [6] C.T.R. Wilson, "Investigations on Lightning Discharges and on the Electric Field of Thunderstorms", Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Vol. 221, pp. 73-115, 1921.
- [7] G. Simpson, F. J. Scrase, "The distribution of electricity in thunderclouds", Proc. Roy. Soc. A, Vol. 161, pp. 309-52, 1937.
- [8] G. Simpson, G. D. Robinson, "The distribution of electricity in thunderclouds. Pt. II", Proc. Roy. Soc. A, Vol. 177, pp. 281-329, 1941.
- [9] R. Gunn, "Electric field intensity inside of natural clouds", J. Appl. Phys. Vol. 19, pp. 481-4, 1948.
- [10] I. M. Imyanitov, Y. V. Chubarina, Y. M. Shvarts, "Electricity of clouds", Leningrad: Gidrometeoizdat (NASA Technical Translation from Russian NASA), 1971.
- [11] M. M. Newman, J. R. Stahmann, J. D. Robb, E. A. Lewis, S. G. Martin, S. V. Zinn, "Triggered lightning strokes at very close range". J. Geophys. Res., Vol. 72, N0.18, pp. 4761-4, 1967.
- [12] R. Fieux, C. Gary, P. Hubert, "Artificially triggered lightning above land", Nature, Vol. 257, pp. 212-14, 1975.
- [13] Y. Raizer: "Gas discharge physics", Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1991.
- [14] E. R. Jayaratne, C. P. R. Saunders, J. Hallett, "Laboratory studies of the charging of soft-hail during ice crystal interactions", Q.J.R. Meteor. Soc. Vol. 109. pp. 609-30, 1983.
- [15] N. D. Clarence, D. J. Malan, "Preliminary discharge processes in lightning flashes to ground", Q.J.R. Meteor. Soc. Vol. 83, pp. 161-72, 1957.

- [16] P. R. Krehbiel, M. Brook, R. McCrory, "An analysis of the charge structure of lightning discharges to the ground". *J. Geophys. Res.* Vol. 84, pp. 2432–56, 1979.
- [17] Б. Н. Горин, "Математическое моделирование главной стадии молнии", *Электричество*, No. 4, стр. 10–16, 1985.
- [18] S. J. Heckman, E. R. Williams, "Corona envelopes and lightning currents", *J. Geophys. Res.*, Vol. 94, 13287– 13294, 1989.
- [19] V. Cooray, "Charge and Voltage Characteristics of Corona Discharges in a Coaxial Geometry", *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol. 7, No. 6, pp. 734-743, Dec. 2000.
- [20] M. Brook, N. Kitagawa, E. J. Workman, "Quantitative study of strokes and continuing currents in lightning discharges to ground", *J. Geophys. Res.* Vol. 67, pp. 649–59, 1962.
- [21] D.E. Crawford, V.A. Rakov, M.A. Uman, G.H. Schnetzer, K.J. Rambo, M.V. Stapleton, R.J. Fisher, "The close lightning electromagnetic environment: dart-leader electric field change versus distance", *J. Geophys. Res.* Vol. 106, pp. 14909–14917, 2001.
- [22] V. Rakov, "Lightning discharges triggered using rocket and wire techniques", *Recent Res. Dev. Geophys.* Vol. 2, pp. 141–171, 1999.
- [23] M. A. Uman, D. K. McLain, "Magnetic field of the lightning return stroke", *J. Geophys. Res.* Vol. 74, pp. 6899–910, 1969.
- [24] C. E. R. Bruce, R. H. Golde, "The lightning discharge", *J. Inst. Electr. Eng.* 88 (6), 487–505, 1941.
- [25] F. Heidler, "Traveling current source model for LEMP calculation", 6th Symposium on EMC, Zurich, pp. 157–162, 1985.
- [26] G. Diendorfer, M. A. Uman, "An improved return stroke model with specified channel-base current", *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, pp. 13621–13644, 1990.
- [27] R. Thottappillil, M. A. Uman, "Lightning return stroke model with height-variable discharge time constant", *J. Geophys. Res.*, Vol. 99, pp. 22773–22780, 1994.
- [28] J.M. Cvetic, B.V. Stanic, "An improved return stroke model with specified channel-base current and charge distribution along lightning channel", *International Conference on Electromagnetics in Advanced Application (ICEAA)*, Torino, Italy, 1995.
- [29] IEEE Std 1243™, "IEEE Guide for Improving the Lightning Performance of Transmission Lines", 1997.
- [30] IEEE Std 1410™, "IEEE Guide for Improving the Lightning Performance of Electric Power Overhead Distribution Lines", 2010.
- [31] IEC 62305-1, "Protection against lightning - Part I: General principles", 2010.
- [32] CIGRE WG 33-01, *Guide to Procedures for Estimating the Lightning Performance of Transmission Lines*, Cigre Brochure 63, October 1991.
- [33] F. Heidler, J. M. Cvetic, B. V. Stanic, "Calculation of Lightning Current Parameters", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 14, No. 2, pp. 399-404, Apr. 1999.

- [34] A. J. Eriksson, "The Incidence of Lightning Strikes to Transmission Lines", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. PWRD-2, No. 3, pp. 859-870, 1987.
- [35] K. H. Weck and A. J. Eriksson, "Simplified Procedures for Determining Representative Substation Impinging Lightning Overvoltages", CIGRE Paper 33-16, 1988.
- [36] J. L. Evans, D. W. P. Thomas, S. Greedy, "Modeling the influence of corona discharge on high-voltage surges propagating along transmissionlines using TLM", IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC), Dresden, Germany, 2015.
- [37] V. Cooray and N. Theethayi, "Pulse Propagation Along Transmission Lines in the Presence of Corona and Their Implication to Lightning Return Strokes", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 56, No. 7, pp. 1948-1959, July 2008.
- [38] K. Adamiak, "Numerical models in simulating wire-plate electrostatic precipitators: A review", Journal of Electrostatics, Vol. 71, pp. 673-680, 2013.
- [39] M. Abdel-Salam, M. Nakano, A. Mizuno, "Corona-induced pressures, potentials, fields and currents in electrostatic precipitator configurations", J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 40, pp. 1919-1926, 2007.
- [40] T. Huiskamp, W. F. L. M. Hoeben, F. J. C. M. Beckers, E. J. M. van Heesch, A. J. M. Pemen, "(Sub)nanosecond transient plasma for atmospheric plasma processing experiments: application to ozone generation and NO removal", J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 50, No. 40, pp. 1-16, 2017.
- [41] A. Bouarouri, N. Jidenko, J. P. Borra, F. Gensdarmes, D. Maro, D. Boulaud, "Corona discharge used as an ion source for aerosol charging", 20th International conference on gas discharges and their applications, Orleans, France, 2014.
- [42] D. B. Go, R. A. Maturana, T. S. Fisher, S. V. Garimella, "Enhancement of external forced convection by ionic wind", International Journal of Heat and Mass transfer, Vol. 51, pp. 6047-6053, 2008.
- [43] L. Leger, E. Moreau, G. Artana, G. Touchard, "Influence of a DC corona discharge on the airflow along an inclined flat plate", Journal of Electrostatics, Vol. 51-52, pp. 300-306, 2001.
- [44] J. Jarrige, P. Vervisch, "Decomposition of three volatile organic compounds by nanosecond pulsed corona discharge: Study of by-product formation and influence of high voltage pulse parameters", Journal of Applied Physics, Vol. 99, 113303, 2006.
- [45] Y. Akishev, M. Grushin, A. Napartovich, N. Trushkin, "Novel AC and DC Non-Thermal Plasma Sources for Cold Surface Treatment of Polymer Films and Fabrics at Atmospheric pressure", Plasmas and Polymers, Vol. 7, pp. 261-289, 2002.
- [46] J. Zhang, C. Yin, C. Song, R. Liu, B. Li, "Numerical Simulation and Experiments on Mono-polar Negative Corona Discharge Applied in Nanocomposites", IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, Vol. 24, No. 2, pp. 791-797, 2017.
- [47] F. W. Peek, "The law of corona and the dielectric strength of air", 28th Annual Convention of the American Institute of Electrical Engineers, Chicago, III., June 26-30, 1911.
- [48] F. W. Peek, "Dielectric phenomena in HV engineering", McGraw-Hill, 1929.

- [49] G. W. Trichel, "The mechanism of the Negative Point to Plane Corona Near onset", *Physical Review*, Vol. 54, pp. 1078-1084, 1938.
- [50] T. Noda, T. Ono, H. Matsubara, H. Motoyama, S. Sekioka and A. Ametani, "Charge-Voltage Curves of Surge Corona on Transmission Lines: Two Measurement Methods", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, No. 1, pp. 307-314, Jan. 2003.
- [51] T. H. Thang, Y. Baba, N. Nagaoka, A. Ametani, J. Takami, S. Okabe, V. Rakov, "A Simplified Model of Corona Discharge on Overhead Wire for FDTD Computations", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 54, No. 3, pp. 585-593, 2012.
- [52] CIGRE WG 33, "Distorsion and attenuation of travelling waves caused by transient corona", *Cigre Brochure* 55, 1989.
- [53] Y. Park, R. Kumar Jha, C. Park, S. B. Rhee, J.H. Lee, C.G. Park, S. H. Lee, "Fully Coupled Finite Element Analysis for Ion Field Under HVDC Transmission Lines Employing Field Enhancement Factor", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 33, No. 6, pp. 2856-2863, 2018.
- [54] P. Sattari, C. F. Gallo, G. S. P. Castle, K. Adamiak. "Trichel pulse characteristics – negative corona discharge in air", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 44, No. 15, p. 155502, 2011.
- [55] C. Soria-Hoyo, F. Pontiga, A. Castellanos, "Particle-in-cell simulation of Trichel pulses in pure oxygen", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 40, pp. 4552-4560, 2007.
- [56] R. Morrow, "Theory of negative corona in oxygen", *Physical Review A*, Vol. 32, No. 3, pp. 1799-1809, Sept. 1985.
- [57] A. P. Napartovich, Y. S. Akishev, A. A. Deryugin, I. V. Kochetov, M. V. Pankin, N. I. Trushkin, "A numerical simulation of Trichel-pulse formation in a negative corona", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 30, p. 2726-2736, 1997.
- [58] W. Li, B. Zhang. R. Zeng, J. He, "Dynamical Simulation of Surge Corona With Time-Dependent Upwind Difference Method", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 46, No. 8, pp 3109-3112, 2010.
- [59] M. Miki, V.A. Rakov, K. J. Rambo, G.H. Schnetzer, and M.A. Uman, "Electric field near triggered lightning channels measured with Pockels sensors", *J. Geophys. Res.*, Vol.107, D16, 4277, doi:10.1029/2001JD001087, 2002.
- [60] M. Rubinstein, F. Rachidi, M. A. Uman, R. Thottappillil, V. A. Rakov, C. A. Nucci, "Characterization of vertical electric fields 500 m and 30 m from triggered lightning", *J. Geophys. Res.* Vol. 100, pp. 8863–72, 1995.
- [61] G. Maslowski, V. A. Rakov, M. Miki, "Some Inferences From Radial Electric Fields Measured Inside the Lightning-Channel Corona Sheath", *IEEE TRANSACTIONS ON ELECTROMAGNETIC COMPATIBILITY*, VOL. 53, NO. 2, pp. 390-394, 2011.
- [62] C.F. Wagner, A.R. Hileman, "The lightning stroke (1)", *AIEE Trans.* Vol. 77, pp. 229–242, 1958.
- [63] F. Heidler, "Review and extension of the TCS—model to consider the current reflections at ground and at the upper end of the lightning channel", *J. Lightning Res.* 1 pp. 40–50, 2007.

- [64] F. Fuchs, "On the transient behavior of the telecommunication tower at the mountain Hoher Peissenberg", Proc 27th ICLP, pp. 36–41, Birmingham, UK, 1998.
- [65] R. Kosztaluk, M. Loboda, D. Mukhedkar, "Experimental study of transient ground impedances", IEEE Trans. Power Appar. Syst. PAS-100 Vol. 11, pp. 4653-4660, 1981.
- [66] V.A. Rakov, M.A. Uman, K.J. Rambo, et al., "New insights into lightning processes gained from triggered-lightning experiments in Florida and Alabama", J. Geophys. Res. 103 (D12) pp. 14.117–14.130, 1998.
- [67] J.P. Wang, A.C. Liew, M. Darveniza, Extension of dynamic model of impulse behavior of concentrated grounds at high currents, IEEE Trans. Power Deliv. 20 (3), pp. 2160–2165, 2005.
- [68] M. Tausanovic, S. Markovic, S. Marjanovic, J. Cvetic and M. Cvejic, "Dynamics of a Lightning Channel Corona Sheath Using a Generalized Traveling Current Source Return Stroke Model – Theory and Calculations", IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility, Vol. 52, No.2, 2010.
- [69] M. Ignjatovic, F. Heidler, J. Cvetic, D. Pavlovic, R. Djuric, M. Ponjavic, D. Sumarac, Z. Trifkovic, N. Mijajlovic, "Generalized Traveling Current Source Return Stroke Model with Current Reflections and Attenuation Along the Channel", Proc. of the 32 rd International Conference on Lightning Protection ICLP, Shanghai, China, 2014.
- [70] H.M. Towne, "Impulse characteristics of driven grounds", Gen. Electr. Rev., pp. 605–609, 1929.
- [71] A.C. Liew, M. Darveniza, "Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths", Inst. Electr. Eng. Proc. 121 (2), pp. 123–135, 1974.
- [72] Y.Q. Liu, N. Theethayi, R. Thottappillil, et al., "An improved model for soil ionization around grounding system and its application to stratified soil", J. Electrostat. 60, pp. 203–209, 2004.
- [73] C. E. Baum, L. Baker, "Analytic return-stroke transmission line model". In: Gardner, R.L. (Ed.), Lightning Electromagnetics, Taylor and Frensis, Philadelphia, pp. 17–40, 1990.
- [74] V. Kodali, V. A. Rakov, M. A. Uman, K. J. Rambo, G. H. Schnetzer, J. Schoene, J. Jerauld, "Triggered lightning properties inferred from measured currents and very close electric fields", Atmos. Res. Vol. 75, pp. 335–376, 2005.
- [75] M. A. Uman, "The Lightning Discharge", Academic Press, New York, 1987.
- [76] G. Maslowski, V.A. Rakov, "A study of the lightning channel corona sheath", J. Geophys. Res., Vol. 111, D14110, 2006.
- [77] G. Maslowski, V. A. Rakov, J. M. Cvetic, M. Miki, "An Improved Model for Prediction of the Dynamics of Lightning Channel Corona Sheath", 20th Int. Zurich Symposium on EMC, Zurich, 2009.
- [78] J. Cvetic, P. Osmokrovic, F. Heidler and Z. Trifkovic, "Extension of Lightning Corona Sheath Model during Return Stroke", IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, Vol. 18, No. 5, pp. 1383-1392, 2011.

- [79] J. Cvetic, F. Heidler, S. Markovic, R. Radosavljevic, P. Osmokrovic, "Dynamics of a lightning corona sheath—A constant field approach using the generalized traveling current source return stroke model", *Atmospheric Research*, Vol.117, pp.122-131, 2012.
- [80] J. Cvetic, M. Ignjatovic, F. Heidler, D. Pavlovic, R. Djuric, M. Ponjavic, D. Sumarac, Z. Trifkovic, N. Mijajlovic, "Lightning Corona Sheath Dynamics Based on a Generalized Space Charge Distribution", *ICLP*, Shanghai, China, pp. 29-31, 2014.
- [81] M. Ignjatovic, F. Heidler, J. Cvetic, N. Mijajlovic, D. Pavlovic, "Space Charge Distribution Inside the Corona Sheath During a Return Stroke", *Proc. of the 33 rd International Conference on Lightning Protection ICLP*, Estoril, Portugal, 2016.
- [82] MATLAB Documentation, MathWorks. <http://www.mathworks.com/help/>
- [83] M. Ignjatovic, J. Cvetic, F. Heidler, S. Markovic, R. Djuric, "The influence of the breakdown electric field in the configuration of lightning corona sheath on charge distribution in the channel", *Atmospheric Research* Vol. 149, pp. 333–345, 2014
- [84] T. Rothwell, J. Youngman, "The GNU C Reference Manual", Free Software Foundation, 2015.
- [85] R. Thottappillil, V. Rakov, M. Uman, Distribution of charge along the lightningchannel: relation to remote electric and magnetic fields and to return stroke models, *J. Geophys. Res.* 102 (D6), pp. 6987–7006, 1997.
- [86] M. Tausanovic, M. Ignjatovic, J. Cvetic, F. Heidler, M. Alimpijevic, D. Pavlovic, "Influence of current reflections from the ground on corona sheath dynamics during the return stroke", *Electric Power Systems Research*, Vol. 143, pp. 84–98, 2017
- [87] A. Larsson, V. Cooray, "Charge distribution in the lightning leader channel", *Proceedings of 23rd International Conference on Lightning Protection*, Italy, pp. 56–60, 1996.
- [88] C.E. Baum, "Return stroke initiation", in: R.L. Gardner (Ed.), *Lightning Electromagnetics*, Hemisphere, New York, pp. 101–114, 1990.
- [89] V. Cooray, V.A. Rakov, N. Theethayi, "The lightning striking distance—revisited", *J. Electrostat.* 65, 296–306, 2007.
- [90] J.A. Bittencourt, "Fundamentals of Plasma Physics", Third Edition, Springer-Verlag, New York, 2004
- [91] F. F. Chen, "Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion", Third Edition, Springer International Publishing, Switzerland, 2016
- [92] G. J. M. Hagelaar, L. C. Pitchford, "Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models", *Plasma Sources Science and Technology*, Vol. 14, pp. 722-733, 2005
- [93] R. Morrow, J. J. Lowke, "Streamer propagation in air", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 30, pp. 614-627, 1997
- [94] T. Makabe, Z. Lj. Petrovic, "Plasma Electronics Applications in Microelectronic Device Fabrication", Second Edition, CRC Press Taylor & Francis Group, 2015
- [95] S. Pancheshnyi, "Effective ionization rate in nitrogen-oxygen mixtures", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 46, No. 15, 155201, 2013



- [96] M. B. Zhelezniak, A. K. Mnatsakanian, S. V. Sizykh, "Photoionization of nitrogen and oxygen mixtures by radiation from a gas discharge", *High. Temp.*, Vol. 20, pp. 367-362, 1982.
- [97] A. A. Kulikovskiy, "The role of photoionization in positive streamer dynamics", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 33, No. 12, pp. 1514-1524, 2000.
- [98] G. N. Aleksandrov, "Physical conditions for the formation of an alternating current corona discharge", *Soviet Phys. Tech. Phys.*, pp. 1714-1726, 1956.
- [99] Y. Zheng, J. He, B. Zhang, R. Zeng, Z. Yu, "Surface Electric Field for Negative Corona Discharge in Atmospheric Pressure Air", *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 39, No. 8, pp. 1644-1651, 2011.
- [100] J. Chen, J. Davidson, "Model of the Negative DC Corona Plasma: Comparison to the Positive DC Corona Plasma", *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, Vol. 23, No. 1, pp. 83-102, 2003.
- [101] A. A. Ponomarev, N. L. Aleksandrov, "Monte Carlo simulation of electron detachment properties for  $O_2^-$  ions in oxygen and oxygen:nitrogen mixtures", *Plasma Sources Sci. Technol.*, Vol 24, No. 3, 03501, 2015.
- [102] A. Luque, U. Ebert, "Density models for streamer discharges: Beyond cylindrical symmetry and homogenous media", *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, pp. 904-918, 2012.
- [103] R. Morrow, N. Sato, "The discharge current induced by the motion of charged particles in time-dependent electric fields; Sato's equation extended", *J. Phys. D: Appl. Phys*, Vol.32, pp. L20-L22, 1999.
- [104] J.P. Boris, D. L. Book, "Flux-Corrected Transport. I. SHASTA, A Fluid Transport Algorithm That Works", *Journal of Computational Physics*, Vol. 11, pp. 38-79, 1973.
- [105] D. L. Book, J. P. Boris, S. T. Zalesak, "Flux-Corrected transport in Finite-Difference Techniques for Vectorized Fluid Dynamics Calculations", New York, Springer, ch. 3, pp. 29-55, 1981.
- [106] J. Sanders, E. Kandrot, "CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming", Addison-Wesley, 2011.
- [107] D. Kuzmin, R. Löhner, S. Turek (Ed.), "Flux-Corrected Transport - Principles, Algorithms, and Applications", Second Edition, Springer, 2012.
- [108] S. T. Zalesak, "Fully Multidimensional Flux-Corrected Transport Algorithms for Fluids", *Journal of Computational Physics*, Vol. 31, pp. 335-362, 1979.
- [109] M. Ignjatovic, J. Cvetic, "Drift-diffusion model of corona discharge in coaxial geometry due to negative lightning impulse voltage", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 129, 106815, 2021.
- [110] S. Tao, S. Guangsheng, Y. Ping, W. Jue, Y. Weiqun, S. Yaohong, Z. Shichang, "An experimental investigation of repetitive nanosecond-pulse breakdown in air", *J Phys D: Appl Phys*, Vol.39, pp. 2192-7, 2006.
- [111] C.F.Wagner, I. W. Gross, B. L. Lloyd, "High-Voltage Impulse Tests on Transmission lines", *AIEE Trans.*, pp. 196-210, 1954.

- [112] IEEE Std 1313.2, "IEEE Guide for the Application of Insulation Coordination", 1999.
- [113] J. A. Martinez-Velasco (Ed.), "Power System Transients - Parameter Determination", Taylor and Francis Group, 2010.
- [114] M. Ignjatovic, J. Cvetic, D. Pavlovic, "The Influence of Corona on the Lightning Surge Propagation Along Transmission Lines", Proc. of the 6th International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering IcETRAN, pp. 103-106, Srebrno jezero, Serbia, 2019.

# Биографија аутора

Милан Игњатовић је рођен 8. новембра 1989. године у Београду. Завршио је Гимназију у Обреновцу као носилац Вукове дипломе. Електротехнички факултет Универзитета у Београду уписао је 2008. године, а дипломирао у августу 2012. године на Одсеку за физичку електронику, смер Наноелектроника, оптоелектроника и ласерска техника. Дипломски рад под насловом "Електронска структура цилиндричних графенских нанотачака" одбранио је са оценом 10 под менторством др Милана Тадића. Мастер студије на Електротехничком факултету уписао је у октобру 2012. године на модулу Наноелектроника, оптоелектроника и ласерска техника. Мастер рад под насловом "Утицај јачине пробојног електричног поља у корона омотачу на динамику повратног удара атмосферског пражњења" одбранио је у јуну 2013. године са оценом 10, под менторством др Јована Цветића. Докторске студије на Електротехничком факултету уписао је у октобру 2013. године на модулу Нуклеарна, медицинска и еколошка техника.

У априлу 2013. године запослио се на Електротехничком факултету у звању истраживач приправник као учесник на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја "Физички и функционални ефекти интеракције зрачења са електротехничким и биолошким системима". У јануару 2015. и 2018. године биран је у звање асистента за област Физичка електроника, на Катедри за микроелектронику и техничку физику. Више од пет година је обављао дужност секретара Катедре. На Електротехничком факултету у Београду, учествовао је у настави из предмета на свим годинама основних студија: Физика 1, Лабораторијске вежбе из физике, Материјали у електротехници, Простирање оптичких таласа, Физичка електроника гасова и плазме. Аутор или коаутор је четири рада публикованих у часописима са импакт фактором, 16 радова саопштених на међународним конференцијама као и 3 рада на скуповима националног значаја. Добитник је награде за најбољи рад у секцији Антене и простирање 6. IcETRAN конференције одржане на Сребрном језеру 3-6. јуна 2019. године.

## Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Милан Игњатовић

Број индекса 2013/5031

### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Динамика наелектрисања короне у цилиндричној геометрији услед атмосферских пражњења

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

У Београду, 24.5.2021.

Потпис аутора

Милан Игњатовић

образац изјаве о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Милан Игњатовић

Број индекса 2013/5031

Студијски програм Нуклеарна, медицинска и еколошка техника

Наслов рада : Динамика наелектрисања короне у цилиндричној геометрији услед атмосферских пражњења

Ментор др Јован Цветић, редовни професор

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

У Београду, 24.5.2021.

Потпис аутора

Милан Игњатовић

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Динамика наелектрисања короне у цилиндричној геометрији услед атмосферских пражњења

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

У Београду, 24.5.2021.

Потпис аутора

Милин Ђивковић

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.