



UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA



ALGORITMI STRATEŠKOG PLANIRANJA I OPTIMIZACIJE TRANSPORTA

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor:
Prof. dr Dubravko Čulibrk

Kandidat:
Karlo Bala

Novi Sad, 2021. godine

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA¹

Vrsta rada:	Doktorska disertacija
Ime i prezime autora:	Karlo Bala
Mentor (titula, ime, prezime, zvanje, institucija):	Prof. dr Dubravko Čulibrk, redovni profesor, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu
Naslov rada:	Algoritmi strateškog planiranja i optimizacije transporta
Jezik publikacije (pismo):	Srpski jezik (latinica)
Fizički opis rada:	Stranica: 147 Poglavlja: 4 Referenci: 85 Tabela: 37 Slika: 47 Grafikona: 30 Priloga:
Naučna oblast:	Industrijsko inženjerstvo i inženjerski menadžment
Uža naučna oblast (naučna disciplina):	Inženjerstvo informacionih sistema
Ključne reči / predmetna odrednica:	Transport, rutiranje vozila, optimizacija, planiranje, matrice rastojanja
Rezime na jeziku rada:	Predmet istraživanja doktorske disertacije su algoritmi za planiranje i optimizaciju transporta. Ciljevi rada su konstrukcija, testiranje i analiza predloženih algoritama. Razmatrana su tri problema planiranja transporta, problemi taktičkog planiranja, strateškog planiranja i strateško-taktičkog planiranja i sinhronizacije sa proizvodnjom, kao i jedan problem generisanja matrica rastojanja. Za svaki problem implementiran je algoritam, definisani test primeri, metodologija testiranja, analizirani rezultati, izvedeni zaključci i navedeni pravci za poboljšanja i dalja istraživanja. Za potrebe rešavanja problema taktičkog planiranja definisana je posebna struktura bazirana na stablima, algoritam odabiranja satelita i ciljna funkcija. Algoritam za strateško planiranje koristi strukturu kružne liste za kodiranje lokacija i vozila i generičku transformaciju. Modelirana je dinamika hlađenja za algoritam Simuliranog kaljenja u skladu sa veličinom test primera. Za strateško-taktički problem planiranja i sinhronizaciju

¹ Autor doktorske disertacije potpisao je i priložio sledeće obrasce:

5b – izjava o autorstvu;

5v – izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije i o ličnim podacima;

5g – izjava o korišćenju;

Ove Izjave se čuvaju na fakultetu u štampanom i elektronskom obliku i ne koriče se sa tezom.

	<p>sa proizvodnjom odabran je problem distribucije novina u Danskoj. Data je definicija problema, predloženi su model, struktura bazirana na stablima i transformacije. Definirano je dekodiranje plana transporta kao i način raspoređivanja novina na vozila. Za potrebe generisanja matrica rastojanja konstruisan je Algoritam konusa koji putem internet servisa preuzima deo putne mreže dok se preostala rastojanja potrebna za matricu preračunavaju uz pomoć Dijkstra algoritma. Rezultati testiranja algoritma taktičkog planiranja pokazali su da je moguće efikasno automatski odabirati pozicije satelita i ostariti uštedu u ukupnim troškovima. Kružna struktura i generička transformacija u algoritmu za strateško planiranje dali su rezultate koji su uporedivi sa najboljim rezultatima dostupnim u literaturi. Algoritam za strateško-taktičko planiranje i sinhronizaciju sa proizvodnjom uspeo je da pronađe nekoliko najboljih rešenja na test primerima iz literature i ostvari uštedu od 15% do 25% na realnim problemima iz prakse. Matrice generisane Dijkstra algoritmom iz rastojanja dobijenih primenom Algoritma konusa sadrže oko 50% optimalnih vremenskih i oko 80% optimalnih prostornih rastojanja. Testovi su pokazali da primena ovih matrica u softveru za optimizaciju daju rešenja istog kvaliteta kao i matrice dobijene preuzimanjem svih rastojanja grubom silom. Svi algoritmi implementirani su i koriste se u softverskim paketima u praksi.</p>
Datum prihvatanja teme od strane nadležnog veća:	22.02.2018.
Datum odbrane: (Popunjavanje odgovarajuća služba)	
Članovi komisije: (titula, ime, prezime, zvanje, institucija)	<p>Predsednik: dr Darko Stefanović, vanr. prof., Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu Član: dr Sonja Ristić, red. prof., Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu Član: dr Nenad Bjelić, vanr. prof., Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu Član: dr Milan Mirković, vanr. prof., Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu</p>
Napomena:	

KEY WORD DOCUMENTATION²

Document type:	Doctoral dissertation
Author:	Karlo Bala
Supervisor (title, first name, last name, position, institution)	PhD Dubravko Ćulibrk, Full Professor, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad
Thesis title:	Strategic planning and transport optimization algorithms
Language of text (script):	Serbian language (latin)
Physical description:	Pages: 147 Chapters: 4 References: 85 Tables: 37 Illustrations: 47 Charts: 30 Appendices:
Scientific field:	Industrial Engineering and Engineering Management
Scientific subfield (scientific discipline):	Information Systems Engineering
Subject, Key words:	Transport, vehicle routing, optimization, planning, distance matrices
Abstract in English language:	The subject of the doctoral dissertation research is algorithms for transport planning and optimization. The objectives of the work are the construction, testing, and analysis of the proposed algorithms. Three problems of transport planning, problems of tactical planning, strategic planning, and strategic-tactical planning and synchronization with the production were considered, as well as one problem of generating distance matrices. For each problem, an algorithm was implemented, test examples and testing methodology were defined, results, conclusions, and directions for improvements and further research were stated. For the purpose of solving the problem of tactical planning, a special structure based on trees, a satellite selection algorithm, and a target function have been defined. The strategic planning algorithm uses a circular list structure for coding locations and vehicles, and generic transformation. The cooling

² The author of doctoral dissertation has signed the following Statements:

5b – Statement on the authority,

5v – Statement that the printed and e-version of doctoral dissertation are identical and about personal data,

5g – Statement on copyright licenses.

The paper and e-versions of Statements are held at the faculty and are not included into the printed thesis.

	<p>schedule for the Simulated Annealing algorithm is modeled. The problem of newspaper distribution in Denmark was chosen for the strategic-tactical problem of planning and synchronization with production. The definition of the problem is given, the model is proposed, a structure based on trees, and transformations are presented. The decoding of the transport plan has been defined, as well as the manner of distributing newspapers on vehicles. For the purpose of generating distance matrices, a Cone Algorithm was constructed, which downloads a part of the road network via an Internet service, while the remaining distances required for the matrix are recalculated with the help of the Dijkstra algorithm. The results of testing the tactical planning algorithm have shown that it is possible to efficiently automatically select satellite positions and make savings in total costs. The circular structure and generic transformation in the strategic planning algorithm yielded results that are comparable to the best results available in the literature. The algorithm for strategic-tactical planning and synchronization with production managed to find some of the best solutions on test examples from the literature and achieved savings of 15% to 25% on real problems from practice. Matrices generated using the Dijkstra algorithm from distances obtained using the Cone Algorithm contain about 50% of the optimal time and about 80% of optimal spatial distances. Tests have shown that the application of these matrices in optimization software gives solutions of the same quality as matrices obtained by getting all distances by brute force. All algorithms are implemented and used in software packages in practice.</p>
Accepted on Scientific Board on:	22.02.2018.
Defended: (Filled by the faculty service)	
Thesis Defend Board: (title, first name, last name, position, institution)	<p>President: PhD Darko Stefanović, Assoc. Prof., Faculty of Technical Sciences University of Novi Sad Member: PhD Sonja Ristić, Full Prof., Faculty of Technical Sciences University of Novi Sad Member: PhD Nenad Bjelić, Assoc. Prof., Faculty of Transport and Traffic Engineering University of Belgrade Member: PhD Milan Mirković, Assoc. Prof., Faculty of Technical Sciences University of Novi Sad</p>
Note:	

Sadržaj

SADRŽAJ	6
1. UVOD.....	8
1.1. MOTIVACIJA.....	8
1.2. OPISI PROBLEMA I CILJEVI ISTRAŽIVANJA.....	9
1.3. METODE	11
1.4. PREGLED RADA I POSTIGNUTI REZULTATI	13
2. PREGLED LITERATURE	15
2.1. PROBLEMI RUTIRANJA VOZILA	15
2.1.1. <i>Problem trgovačkog putnika i proširenja</i>	16
2.1.1.1. Kompleksnost.....	16
2.1.1.2. Metode rešavanja	16
2.1.1.3. Metaheuristike.....	17
2.1.1.4. Simulirano kaljenje.....	18
2.1.1.4.1. Parametri	19
2.1.1.5. Proširenja i varijacije problema Trgovačkog putnika	21
2.1.2. <i>Problemi rutiranja vozila i odabira lokacija</i>	23
2.1.2.1. Tipovi problema	24
2.1.2.2. Taktičko planiranje - određivanje lokacija satelita	26
2.1.2.3. Strateško planiranje - određivanje lokacija skladišta	28
2.1.2.4. Strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom	30
2.2. MATRICE RASTOJANJA.....	32
2.2.1. <i>Aproksimacije rastojanja</i>	33
2.2.2. <i>Složenost preuzimanja</i>	34
2.2.3. <i>Generisanje matrica rastojanja</i>	35
3. PREDLOŽENI PRISTUP.....	37
3.1. TAKTIČKO PLANIRANJE - ODREĐIVANJE LOKACIJA SATELITA	37
3.1.1. <i>Struktura konfiguracije i transformacije</i>	37
3.1.2. <i>Skupovi test primera i parametri algoritma</i>	39
3.1.3. <i>Rezultati i analiza</i>	41
3.2. STRATEŠKO PLANIRANJE - ODREĐIVANJE LOKACIJA SKLADIŠTA	44
3.2.1. <i>Struktura konfiguracije i transformacije</i>	45
3.2.2. <i>Skupovi test primera i parametri algoritma</i>	50
3.2.3. <i>Rezultati i analiza</i>	53
3.3. STRATEŠKO-TAKTIČKO PLANIRANJE I SINHRONIZACIJA SA PROIZVODNJOM.....	56
3.3.1. <i>Definicija</i>	56
3.3.2. <i>Model i struktura konfiguracije</i>	59
3.3.2.1. Reprezentacija mreže.....	61
3.3.2.2. Plan zadataka	62
3.3.2.2.1. Dekodiranje plana.....	63
3.3.2.2.2. Raspoređivanje (dodeljivanje) novina.....	65
3.3.3. <i>Transformacije konfiguracije</i>	68
3.3.4. <i>Skupovi test primera i parametri algoritma</i>	70
3.3.4.1. Namenski generisani test primeri	70
3.3.4.2. 2E-LRP test primeri.....	71
3.3.4.3. Praktični primeri.....	72

3.3.4.4. Parametri algoritma	72
3.3.5. <i>Rezultati i analiza</i>	75
3.4. GENERISANJE MATRICA RASTOJANJA	78
3.4.1. <i>Vrste matrica</i>	78
3.4.1.1. Bazne matrice	78
3.4.1.2. Aproksimirane matrice	81
3.4.2. <i>Preuzimanje rastojanja</i>	83
3.4.2.1. Algoritam konusa	84
3.4.3. <i>Čuvanje putne mreže</i>	86
3.4.3.1. Usmereni multigraf	87
3.4.3.2. Linijski graf	88
3.4.4. <i>Skupovi test primera i način testiranja</i>	90
3.4.4.1. Skupovi geolokacija	90
3.4.4.2. Bazne matrice	91
3.4.4.3. Aproksimirane matrice	92
3.4.4.4. Poređenje matrica	93
3.4.5. <i>Rezultati i analiza</i>	94
3.4.5.1. Broj poziva servisa	95
3.4.5.2. Zbir svih rastojanja u matrici	98
3.4.5.3. Broj i veličina odnosa rastojanja	102
3.4.5.4. Odstupanja rastojanja u zavisnosti od udaljenosti geolokacija	107
3.4.5.4.1. Opšti trend	108
3.4.5.4.2. Kvalitet rastojanja za bliske geolokacije	110
3.4.5.4.3. Kvalitet rastojanja za udaljene geolokacije	112
3.4.5.4.4. Odnos multigrafa i linijskog grafa	113
3.4.5.5. Rezultati na realnim primerima	115
3.4.5.5.1. Prosečne vrednosti	115
3.4.5.5.2. Statistički testovi	120
4. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA	131
4.1. TAKTIČKO PLANIRANJE	131
4.2. STRATEŠKO PLANIRANJE	132
4.3. STRATEŠKO-TAKTIČKO PLANIRANJE I SINHRONIZACIJA SA PROIZVODNjom	132
4.4. GENERISANJE MATRICA RASTOJANJA	133
4.5. MOGUĆA POBOLJŠANJA I DALJE ISTRAŽIVANJE	135
BIBLIOGRAFIJA	137
SPISAK SLIKA	143
SPISAK TABELA	145
SPISAK GRAFIKONA	146

Poglavlje 1

Uvod

Transport ljudi i robe od velikog je ekonomskog i ekološkog značaja. Procena je da će do 2040. godine na zemlji živeti oko 9 milijardi ljudi i da će broj vozila sa sadašnjih oko 2 milijarde porasti na 4 milijarde [76].

Prema [74], industrija SAD troši više od 200 milijardi dolara godišnje na transport i preko 125 milijardi godišnje na skladištenje robe. U Evropi se na transport robe godišnje potroši oko 168 milijardi dolara. Procena je da troškovi transporta dostižu oko 50% logističkih troškova. Primera radi, u Kini 2007. godine troškovi transporta iznosili su 358 milijardi dolara, što je oko 54.4% ukupnih logističkih troškova [66].

Osim ekonomskog uticaja, transport ljudi i robe ima i veliki uticaj na životnu sredinu. Prema Američkoj agenciji za zaštitu životne sredine, udeo transporta kao generatora emisije ugljen dioksida (CO₂) 2014. godine bio je oko 26%. U razdoblju od 1990. do 2014. godine, kilometraža pređena od strane putničkih i lakih dostavnih vozila povećala se za 31%, dok se u istom razdoblju emisija CO₂ povećala za oko 17% [80]. Transport je i glavni izvor emisije azotnih oksida (NO_x), sumpor dioksida (SO₂) i ostalih čestica [55].

1.1. Motivacija

Upotreba softvera za planiranje i optimizaciju transporta omogućava značajne uštede u logističkim troškovima što se pozitivno odražava ne samo na korisnike softvera već i na životnu sredinu. Jedna od procena [77] je da korišćenje kompjuterizovanih procedura za planiranje procesa distribucije obično vode do uštede od 5% do 20%. Primena softvera za rešavanje pojednostavljenog problema sinhronizacije i optimizacije procesa proizvodnje i distribucije novina u Danskoj [2] dovela je do 10% uštede u ukupnom vremenu distribucije, 14% uštede u gorivu i 20% uštede u angažovanim vozilima.

Dugogodišnje iskustvo u radu sa klijentima pokazalo je da oni nemaju kapacitete ili nemaju motivaciju da sami dobavljaju validne podatke o vremenskim i prostornim rastojanjima između lokacija na kojima se nalaze objekti sa kojima sarađuju. Zajedničko svim klijentima je da žele objedinjeno rešenje tj. kompletan sistem za upravljanje distribucijom koji uključuje kako planiranje i optimizaciju tako i upravljanje putnim mrežama. Pokušaji specijalizacije na softveru koji omogućavaju samo optimizaciju nisu imali dovoljno uspeha u praksi. Upravo je

to glavni razlog za stav da se u praksi problem planiranja transporta i njegova optimizacija moraju objediniti sa problemom upravljanja putnim mrežama odnosno generisanjem matrica rastojanja. U skladu sa iskustvom, u ovom radu obrađena su oba problema.

1.2. Opisi problema i ciljevi istraživanja

Rad je posvećen analizi, razvoju i testiranju optimizacionih algoritama kao sastavnog dela softverskih sistema za strateško planiranje transporta. Kod klasičnih problema rutiranja vozila glavni zadatak je određivanje i optimizacija ruta vozila, dok su lokacije polazaka vozila kao i lokacije isporuke unapred fiksirane. U radu je istraživana posebna vrsta problema rutiranja vozila koji se još nazivaju i lokacijski problemi. Kod lokacijskih problema lokacije polazaka vozila nisu fiksirane već se i one mogu optimizovati tj. birati iz skupa dozvoljenih lokacija. Lokacije polazaka su skladišne lokacije gde se čuva roba. U zavisnosti od konkretnog problema skladišne lokacije mogu biti trajnog karaktera poput skladišta ili privremenog karaktera poput satelita.

Lokacije skladišta se obično planiraju tako da nakon izgradnje služe duži vremenski period. Kod problema planiranja transporta u više nivoa obično postoji više tipova dostavnih vozila, tako da skladišta istovremeno mogu da predstavljaju i lokacije polazaka i lokacije isporuke. Jedan tip vozila donosi robu u skladišta koja se tamo čuva sve dok se drugim tipom vozila ta roba ne dostavi krajnjim korisnicima. Kod jednostavnijih problema pretpostavka je da se roba uvek nalazi u skladištima i da ona služe samo kao polazne lokacije vozila. Kako se lokacije skladišta planiraju na duži vremenski period, takvo planiranje se obično naziva još i *strateško planiranje*.

Sateliti predstavljaju privremene lokacije u problemima transporta u više nivoa. U lokacijama satelita roba se ne čuva duže vreme i ne može da se skladišti. Vozilo koje donosi robu ne istovara robu u satelit već čeka sledeće vozilo tako da se primopredaja vrši direktno iz jednog vozila u drugo. Planiranje lokacija satelita može da se vrši mnogo češće od planiranja lokacija skladišta, ponekad i više puta u toku dana. Planiranje lokacija satelita naziva se još i *taktičko planiranje*.

Moguće je problem strateškog i taktičkog planiranja objediniti u jedan problem. Jedna od mogućih varijanti objedinjenog problema je kada vozila polaze iz skladišta zatim dolaze do satelita gde se roba pretovara u druga vozila koja dalje odnose robu do krajnjeg korisnika. Kod ovih problema neophodno je odabrati i pozicije skladišta i pozicije satelita. Ovakva vrsta planiranja naziva se *strateško-taktičko planiranje*.

Pomenuti strateško-taktički problem transporta moguće je dodatno proširiti sinhronizacijom procesa transporta sa procesom proizvodnje. Tipičan primer ovakvog problema je problem štampanja i distribucije novina. Osim skladišnih lokacija i krajnjih lokacija isporuke postoje i lokacije proizvodnje, u konkretnom primeru štamparije. Roba se iz proizvodnih lokacija prvo

doprema u skladišta gde se akumuliraju različite vrste robe. Dalje se iz skladišta roba transportuje direktno do krajnjih korisnika ili prvo do satelita, a zatim od satelita do krajnjih korisnika. U određenim slučajevima kada je potrebno dostaviti samo jednu vrstu robe ili se više vrsta robe proizvodi u istoj proizvodnoj lokaciji moguće je robu transportovati direktno iz proizvodne lokacije u satelite.

U proizvodnim lokacijama roba nije dostupna stalno već postoje tačno određeni trenuci indukovani procesom proizvodnje u kojima je roba dostupna. Glavni izazov prilikom planiranja i optimizacije transporta kod ove vrste problema predstavlja sinhronizacija dva procesa, procesa proizvodnje i procesa transporta i praćenje dostupnosti proizvoda kako u proizvodnim tako i u skladišnim lokacijama. Ovakav problem nazvan je *strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom*.

Da bi navedeni problemi mogli da se rešavaju u praksi u okviru stvarnog softvera za planiranje transporta neophodni su ulazni podaci. Podatke o vozilima i o lokacijama obezbeđuje klijent za kojeg se vrši optimizacija. Podaci koje klijent najčešće ne može da obezbedi su rastojanja između lokacija koje učestvuju u distribuciji. Za potrebe optimizacionog softvera neophodna su vremenska i prostorna rastojanja. Vremensko rastojanje predstavlja procenu koliko je vremena potrebno vozilu da bi stiglo iz jedne lokacije u drugu. Prostorna rastojanja predstavljaju dužinu najkraćeg puta između dve lokacije. Ova rastojanja su egzaktna i osim u slučajevima kada je neki od ključnih puteva zatvoren ili se izgradi novi put, uvek su ista. Vremenska rastojanja zavise od tipa vozila i menjaju se u zavisnosti od stanja na putevima tako da uvek predstavljaju aproksimaciju.

Trenutno ne postoji veliki izbor načina za preuzimanje rastojanja. Standardan način preuzimanja je pozivanjem internet servisa. Najpoznatiji servisi koji su dostupni na globalnom nivou i koji redovno ažuriraju putnu mrežu su „Bing Maps“, „Google Maps“ i „Here Maps“. Za svake dve lokacije koje učestvuju u planiranju distribucije neophodno je pozvati internet servis i dobiti odgovarajuća rastojanja. Problem koji se javlja prilikom dobavljanja rastojanja je kompleksnost preuzimanja. Broj mogućih rastojanja povećava se sa kvadratom broja lokacija i za veliki broj lokacija dobavljanje može da traje prilično dugo. Ako je potrebno često praviti plan distribucije može da se desi da softver ne uspe da dobavi podatke na vreme. Osim vremena potrebnog za preuzimanje rastojanja, problem može biti i cena, jer preuzimanje velike količine podataka nije besplatno. Ovaj problem nazvan je u radu *Generisanje matrica rastojanja*.

Problemi strateškog i problemi taktičkog planiranja mogu se posmatrati odvojeno, ali i zajedno kao jedan deo problema strateško-taktičkog planiranja sinhronizovanog sa proizvodnjom. U radu su ovi problemi analizirani i odvojeno i zajedno. Za sva tri problema, *strateško planiranje*, *taktičko planiranje* i *strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom* konstruisan je, analiziran i testiran po jedan algoritam. Za potrebe generisanja matrica rastojanja analiziran je i testiran algoritam za dobavljanje rastojanja pozivanjem internet servisa. Ovaj algoritam nazvan *Algoritam konusa* ne preuzima svih N^2 rastojanja gde

je N broj lokacija, već preuzima samo određena rastojanja kojih ima $C \times N$ gde je C konstanta. Preostala rastojanja neophodna za generisanje pune matrice preračunavaju se iz već preuzetih.

Ciljevi istraživanja su analiza, razvoj i testiranje efikasnih algoritama za rutiranje vozila i odabir lokacija, i algoritama za rad sa digitalnim putnim mrežama i generisanje matrica rastojanja. U krajnjoj instanci cilj je implementacija razvijenih algoritama u softverskim sistemima za planiranje transporta. Pojedinačni ciljevi koji su dodatno opisani u radu predstavljaju razvoj i implementaciju algoritama za:

1. *Taktičko planiranje* - određivanje lokacija satelita.

Konstruisati algoritam koji je u stanju da dinamički odabira pozicije satelita i istovremeno optimizuje rute vozila. Ako je moguće pokazati da upotreba satelita omogućuje uštedu u planiranju transporta u odnosu na planiranje transporta bez upotrebe satelita.

2. *Strateško planiranje* - određivanje lokacija skladišta.

Konstruisati algoritam koji je u stanju da dinamički odabira pozicije skladišta i istovremeno optimizuje rute vozila. Uporediti kvalitet algoritma sa rešenjima poznatim u literaturi.

3. *Strateško-taktičko planiranje i sinhronizaciju sa procesom proizvodnje*.

Definisati model problema i osmisliti algoritam koji je u stanju da istovremeno odabira pozicije skladišta, pozicije satelita i optimizuje rute vozila vodeći računa o dostupnosti proizvoda u proizvodnim i skladišnim lokacijama. Analizirati kvalitet rešenja dobijenih primenom predloženog algoritma.

4. Generisanje matrica rastojanja

Konstruisati algoritam linearne složenosti koji preuzima samo podskup rastojanja između unapred definisanih lokacija pozivanjem internet servisa i generiše matrice rastojanja. Uporediti tako generisane matrice sa matricama čija su rastojanja preuzeta grubom silom.

1.3. Metode

Za upoznavanje sa problemima planiranja i optimizacije transporta i prikupljanje znanja o problemima iz prakse korišćena je dugogodišnja komunikacija i saradnja sa klijentima, menadžerima projekata kao i zaposlenim radnicima u logistici. Pored znanja prikupljenog iz prakse analizirana su već postojeća rešenja za slične probleme koji se mogu pronaći u literaturi. Za ciklični razvoj svih algoritama predstavljenih u radu korišćene su metode dizajna [81], [31], dekompozicija (eng. *Top-down design*) i kompozicija (eng. *Bottom-up redesign*), kao i objektno orijentisane metode. Kao bazni algoritam za rešavanje svih

problema optimizacije transporta korišćena je metaheuristika Simulirano kaljenje (eng. *Simulated Annealing*). Parametri, strukture i transformacije koji se koriste u okviru metaheuristike Simulirano kaljenje konstruisani su u skladu sa potrebama svakog problema pojedinačno. Za svaki problem definisana je i posebna parametrizovana ciljna funkcija koja ima zadatak da usmerava pretragu korišćene metaheuristike.

Za potrebe rešavanja problema taktičkog planiranja korišćena je struktura stabla u kojoj čvorovi predstavljaju lokacije, a grane rute vozila. Uveden je veštački čvor nazvan „razdelnik“ koji u određenim slučajevima predstavlja satelit. Transformacija strukture vrši se premeštanjem čvora sa jednog mesta u stablu na drugo. Za testiranje algoritma korišćeni su Hombergerovi skupovi test primera [36] sa 200 i 400 lokacija isporuke. Za svaki test primer algoritam je pokretan ukupno 120 puta, 64 puta bez korišćenja satelita i 64 puta sa automatskim odabirom pozicija satelita. Testiranje kvaliteta algoritma za automatsko određivanje pozicija satelita vršeno je na nivou prosečnih rezultata dobijenih za svaki test primer.

Za algoritam namenjen rešavanju problema strateškog planiranja korišćena je kružna struktura u kojoj su kodirana skladišta, mušterije i vozila. Konstruisana je univerzalna transformacija koja se može primeniti na bilo kojem delu strukture i koja može da simulira mnogo različitih transformacija. Definisana je veličina test primera kao zbir broja skladišta i broja mušterija. Definisana je i dinamika hlađenja koja direktno zavisi od veličine test primera. Testiranje algoritma vršeno je na tri standardna skupa test primera: „Tizin“ [79], „Prodon“ [64] i „Bareto“ [12]. Algoritam je testiran u dve faze. Prva faza predstavlja fazu parametrizacije koja služi za aproksimaciju parametara dinamike hlađenja. U prvoj fazi algoritam je pokretan 64 puta za svaki test primer i svaku vrednost parametra. Druga faza predstavlja fazu optimizacije i oslanja se na vrednosti parametra dobijenih u prvoj fazi. Za svaki test primer algoritam je pokretan 128 puta. Za procenu kvaliteta algoritma korišćeni su rezultati za tri najbolja algoritma iz literature, MAPM [33], LRGS [65] i SALRP [83]. Poređenje je vršeno na nivou najboljih dobijenih rezultata.

Problem strateško-taktičkog planiranja i sinhronizacije sa proizvodnjom je specifičan tako da je prvo definisan model. Model se oslanja na mrežu „lokacija-vreme“ u kojoj čvorovi u mreži mogu da predstavljaju i lokacije i vremena, dok grane u mreži predstavljaju prelazak iz jedne lokacije u drugu ili iz jednog trenutka u drugi. Struktura koja se transformiše u okviru metaheuristike Simulirano kaljenje sastoji se od dve vrste lista. Lista prvog nivoa predstavlja vozila prvog, a lista drugog vozila drugog nivoa. Elementi liste su univerzalne strukture „Zadatak“ koje mogu da predstavljaju mušteriju, prelaz iz jedne lokacije u drugu ili prelaz iz jednog trenutka u drugi u okviru iste lokacije. Definisane su moguće transformacije na listama. Raspoređivanje proizvoda na vozila vrši se uz pomoć „Preflow-push“ algoritma. Algoritam se izvršava po fazama i za svaku fazu definisane su različite vrednosti parametara. Algoritam je testiran na 3 skupa test primera. Prvi skup je namenski generisan skup test primera koji po dimenzijama odgovara stvarnim problemima iz prakse. Drugi skup je 2E-LRP

skup test primera koji služi za testiranje problema rutiranja vozila i odabira lokacija u dva nivoa. Treći skup predstavljaju problemi iz prakse. U sklopu testiranja na prvom i drugom skupu test primera algoritam je pokretan po 30 puta. Na namenski generisanim test primerima mereno je prosečno odstupanje u odnosu na najbolje dobijeno rešenje i praćena je popunjenost vozila prvog i drugog nivoa. Na 2E-LRP skupu test primera poređeni su dobijeni rezultati sa najboljim rezultatima poznatim u literaturi. Testiranje na problemima iz prakse vršeno je od strane dispečera u Danskoj.

Za potrebe rešavanja problema generisanja matrica rastojanja konstruisan je „Algoritam konusa“ za dobavljanje rastojanja pozivanjem internet servisa. Osmišljena su dva načina čuvanja preuzetih rastojanja u obliku multigrafa i linijskog grafa. Kreirane su dve vrste matrica, bazne i aproksimirane. Rastojanja za bazne matrice preuzeta su grubom silom, dok su rastojanja za aproksimirane matrice preuzete korišćenjem algoritma konusa. Lokacije za koje se preuzimaju rastojanja i kreiraju matrice nalaze se na teritoriji Beograda i Srbije i predstavljaju stvarne lokacije prodajnih objekata. Ukupno je generisano 12 baznih i 240 aproksimiranih matrica u zavisnosti od parametara algoritma konusa. Testiranje rastojanja iz aproksimiranih matrica u odnosu na rastojanja u baznim matricama vršeno je direktno i indirektno. Direktnan način podrazumeva poređenje odgovarajućih rastojanja iz obe matrice. Indirektno testiranje podrazumeva upoređivanje rezultata dobijenih pokretanjem optimizacionog softvera koji rešava Problem trgovačkog putnika, a čiji su ulazni podaci bazne i aproksimirane matrice. Za svaku baznu i svaku aproksimiranu matricu optimizacioni softver pokretan je 64 puta. Dobijeni rezultati poređeni su ANOVA statističkim testom.

1.4. Pregled rada i postignuti rezultati

Rad je podeljen u četiri poglavlja. U prvom poglavlju dat je kratak uvod, motivacija, kratki opisi problema koji se analiziraju i ciljevi istraživanja i metode. Drugo poglavlje posvećeno je pregledu literature. Poglavlje je podeljeno na dve sekcije. U prvoj sekciji obrađeni su problemi rutiranja vozila, dok su u drugoj sekciji obrađeni problemi generisanja matrica rastojanja. U prvoj sekciji prvo se razmatra Problem trgovačkog putnika, njegova kompleksnost, metode rešavanja kao i moguća proširenja. Dalje se razmatraju problemi rutiranja vozila i odabira lokacija u okviru kojih se navode tipovi problema koji se rešavaju u radu: taktičko planiranje, strateško planiranje i strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom. U drugoj sekciji posvećenoj generisanju matrica rastojanja razmatraju se aproksimacije rastojanja, složenost preuzimanja i načini generisanja matrica. Treće poglavlje posvećeno je predloženim rešenjima. Poglavlje je podeljeno na četiri sekcije tako da se u svakoj sekciji obrađuje po jedan problem. U prvoj sekciji predstavljeno je rešenje za problem taktičkog planiranja. Ideje su bazirane na radovima [3], [4] i [8], dok su rezultati prošireni na veći broj test primera. U drugoj sekciji rešavan je problem strateškog planiranja. Ideje i rezultati bazirani su na radovima [9], [5] i [6]. Treća sekcija posvećena je problemu strateško-taktičkog planiranja i sinhronizacije sa proizvodnjom. Ideje i rezultati preuzete su

iz [7] i delimično iz [2]. U poslednjoj sekciji obrađen je problem generisanja matrica. Istraživanje i rezultati predstavljaju nadogradnju ideja predstavljenih u radovima [10] i [40]. U poslednjem, četvrtom poglavlju izvedena su zaključna razmatranja.

Za potrebe rešavanja problema taktičkog planiranja predstavljena je struktura konfiguracije, transformacija i algoritam koji dinamički odabira lokacije satelita. Pokazano je da upotreba satelita opravdava njihovo korišćenje i omogućava uštedu u pređenom putu na svim test primerima. Za potrebe rešavanja problema strateškog planiranja predstavljene su generička struktura i transformacija, kao i kodiranje lokacija u strukturu. Modelirana je dinamika hlađenja u odnosu na veličinu problema. Dobijeni rezultati na standardnim test primerima u rangu su najboljih rezultata u literaturi. Dodatna prednost algoritma, konkretno dinamike hlađenja je optimalnija upotreba raspoloživog vremena. Generička struktura i transformacija omogućavaju lako proširivanje problema dodatnim ograničenjima. Za potrebe strateško-taktičkog planiranja sinhronizovanog sa procesom proizvodnje definisan je potpuno nov model. Definisana je struktura *Zadatak* koja objedinjuje lokacije i tranzite i omogućava univerzalnu primenu transformacija na strukturu. Za raspoređivanje robe na vozila iskorišćen je „Preflow-push“ algoritam. Rezultati na generičkim test primerima pokazali su da je algoritam stabilan i da obezbeđuje zadovoljavajuću popunjenost vozila. Testiranje je dalo i nekoliko novih najboljih rezultata za 2E-LRP probleme. Primena algoritma u praksi omogućava uštedu od 15% - 25% u odnosu na postojeći proces planiranja. Za potrebe dobavljanja vremenskih i prostornih rastojanja putem internet servisa konstruisan je *Algoritam konusa*, dok je za čuvanje putne mreže korišćen linijski graf. Testiranje i analiza rezultata na generičkim i realnim test primerima pokazali su da za potrebe rutiranja vozila aproksimirane matrice nisu lošije od matrica dobijenih grubom silom.

Algoritmi za strateško i taktičko planiranje implementirani su za potrebe planiranja distribucije u firmi *Merkata*, kao i za potrebe još nekoliko kompanija. Algoritam za sinhronizaciju distribucije sa procesom proizvodnje implementiran je i koristi se u Danskoj za planiranje distribucije novina. Algoritam za generisanje digitalnih putnih mreža pozivanjem veb servisa deo je patenta prijavljenog u Norveškoj pod rednim brojem 20151236 i implementiran je u softverskim paketima „RouteCore“ i „RouteHorizon“.

Poglavlje 2

Pregled literature

U ovom poglavlju opisani su problemi rutiranja vozila i problemi generisanja matrica rastojanja. Objašnjen je Problem trgovačkog putnika, njegova proširenja i metode rešavanja. Dalje su predstavljeni problemi rutiranja vozila i odabira lokacija. Definisane su tri vrste lokacijskih problema: taktičko planiranje, strateško planiranje i strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom. Objašnjene su aproksimacije rastojanja i složenost njihovog preuzimanja. Navedeni su algoritmi koji se koriste za generisanje matrica rastojanja.

2.1. Problemi rutiranja vozila

Problemi rutiranja vozila spadaju u probleme kombinatorne optimizacije čije rešavanje ima za cilj smanjivanje ukupnih troškova transporta i skladištenja. Neke od najčešćih parametara koje se optimizuju su:

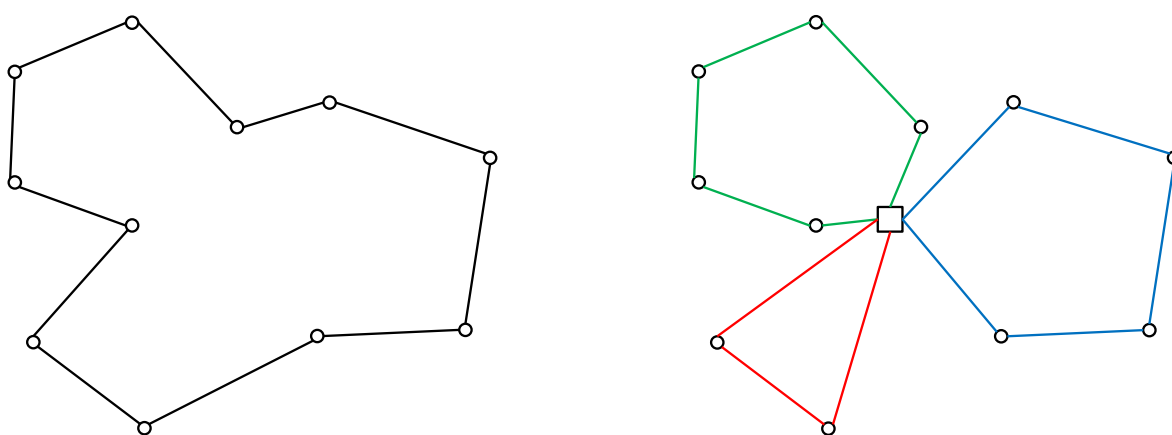
- broj vozila,
- pređeni put vozila,
- utrošeno vreme vozila,
- vreme čekanja klijenata.

Manji broj vozila smanjuje ukupne troškove. Vozila gube na vrednosti bez obzira da li se koriste ili ne, tako da ako je moguće, bolje je uraditi isti posao sa manjim brojem vozila. Manji pređeni put smanjuje troškove amortizacije vozila, troškove goriva i ukupan broj vozila koji je potreban za transport. Manje utrošeno vreme znači i manje troškove na plate vozača. Ponekad su navedene veličine u koliziji pa tako smanjivanje broja skladišta ili vozila može da poveća ukupan pređeni put vozila (na primer, skladišta ima manji broj pa su daleko od mesta isporuke). Smanjivanje pređenog puta može da poveća utrošeno vreme, kao što i smanjivanje utrošenog vremena može da poveća pređeni put (na primer, auto-putem se stiže brže, ali je duži put).

Kako se u praksi troškovi razlikuju od slučaja do slučaja cilj optimizacije je napraviti optimalan balans navedenih veličina.

2.1.1. Problem trgovačkog putnika i proširenja

Najstariji i jedan od najizučavanijih problema rutiranja predstavlja Problem trgovačkog putnika (eng. *Traveling Salesman Problem* - TSP) [84]. Ovaj problem svodi se na obilazak gradova najkraćim mogućim putem. Neka su dati gradovi i njihova međusobna rastojanja. Cilj rešavanja Problema trgovačkog putnika je obilazak svih gradova počev od prvog do poslednjeg i nazad, tako da se svi gradovi osim polaznog posete tačno jednom i da ukupan pređeni put bude minimalan (slika 1.a). Problem je formulisan još u devetnaestom veku od strane matematičara Vilijama Hamiltona i Tomasa Kirkmana i predstavlja osnovu svih problema rutiranja vozila. Rešavanje svakog problema rutiranja vozila zahteva i rešavanje Problema trgovačkog putnika kao njegovog potproblema.



Slika 1: ilustracija Problema trgovačkog putnika (a); uopštenje Problema trgovačkog putnika (b)

2.1.1.1. Kompleksnost

U teoriji kompleksnosti, Problem trgovačkog putnika pripada klasi NP-teških problema [44]. NP problemi su oni kod kojih se tačnost rešenja može proveriti u polinomijalnom vremenu korišćenjem determinističke Turingove mašine. NP-teški problemi su oni za koje se zna da su teški bar koliko i najteži NP problemi.

Jedno od najvećih otvorenih pitanja u teorijskom računarstvu je „*Da li za probleme čija se rešenja mogu proveriti u polinomijalnom vremenu postoje algoritmi koji mogu te probleme i da reše u polinomijalnom vremenu?*“. Ovo pitanje spada u jedno od 7 milenijumskih problema za čiji validan dokaz institut *Clay Mathematics Institute* nudi nagradu od 1.000.000 dolara. Iako je pitanje i dalje otvoreno, naučnici do sada nisu imali uspeha u kreiranju algoritma koji bi u polinomijalnom vremenu rešio NP problem. Kako svi problemi rutiranja vozila u svojoj osnovi imaju TSP, njihovo rešavanje teško je bar koliko i rešavanje TSP.

2.1.1.2. Metode rešavanja

Ako se uzme u obzir složenost i specifičnost problema rutiranja vozila i ako se pretpostavi da NP-teški problemi ne mogu da se reše u polinomijalnom vremenu (što je racionalna pretpostavka) kao i da se vreme potrebno za rešavanje povećava eksponencijalno u zavisnosti od dimenzije problema, jasno je da nije lako osmisliti efikasan algoritam za rešavanje. U najopštijem slučaju metode rešavanja problema rutiranja vozila (i problema kombinatorne optimizacije uopšte), mogu se podeliti u dve velike grupe:

1. *Egzaktne metode koje uvek daju globalno optimalno rešenje.* Da bi osigurali globalnost optimalnog rešenja ovi algoritmi pretražuju ceo prostor stanja koristeći se ponekad heuristikama za odsecanje grana koje garantovano ne dovode do optimalnog rešenja. U najpoznatije egzaktne algoritme spadaju A* (A-zvezda, eng. *A-star*) [42], Dinamičko programiranje i pretraživanja Grana i granica [48], Grana i cene [11] i Grana i odsecanja [60].
2. *Aproksimativne metode obuhvataju algoritme koji ne garantuju globalnu optimalnost dobijenih rešenja.* Ovi algoritmi mogu biti namenski kreirani za rešavanje određenog problema ili opšti koji se mogu primeniti na više različitih problema. Namenske heuristike ušle su u modu početkom šezdesetih godina u vreme kada su računari još bili u povoju i imali relativno niske performanse. Posebna klasa namenskih algoritama predstavljaju konstruktivne metode koje polaze od praznog rešenja i postepeno ga proširuju do potpunog. Najpoznatiji algoritam za rešavanje Problema trgovačkog putnika kao i drugih problema kombinatorne optimizacije je takozvani gramzivi algoritam (eng. *greedy algorithm*) [24] koji za sledeću posetu uvek bira najbližeg suseda. Još jedan od konstruktivnih algoritama je i Kristofides-Serdjukov algoritam [22], [72] koji se bazira na minimalnom razapinjućem stablu (eng. *minimum spanning tree*).

Sa poboljšanjem performansi računara istraživanja se sve više usmeravaju u pravcu aproksimativnih metoda i to od namenskih ka opštim heuristikama.

2.1.1.3. Metaheuristike

U oblasti kombinatorne optimizacije, metaheuristike predstavljaju krovni algoritam (drajver) koji usmerava pretraživanje u određenom pravcu. Metaheuristike se mogu koristiti i u kombinaciji sa nekim jednostavnijim algoritmima poput lokalne pretrage. Poslednjih godina velika pažnja posvećena je metaheuristikama, naročito onima koje su inspirisane procesima u prirodi. Metaheuristike se mogu podeliti po više osnova, a najčešće se dele prema širini pretrage i broju agenata.

U heuristike koje pretražuju lokalno spadaju iterativno lokalno pretraživanje (eng. *Iterated local search* - ILS) [52], Promenjiva pretraga suseda (eng. *Variable neighbourhood search* - VNS) [41], GRASP (eng. *Greedy randomized adaptive search procedure*) [34], itd. U

metaheuristike koje pretražuju globalno spadaju Simulirano kaljenje (eng. *Simulated Annealing* - SA) [46], Optimizacija kolonijom mrava (eng. *Ant Colony Optimization* - ACO) [30], Optimizacija rojem čestica (eng. *Particle Swarm Optimization* - PSO) [45], Genetski algoritam (eng. *Genetic algorithm* - GA) [68], kao i mnoge druge verzije evolutivnih algoritama poput Diferencijalne evolucije (eng. *Differential Evolution* - DE) [75]. Simulirano kaljenje i lokalna pretraživanja spadaju u metaheuristike koje se baziraju na jednom agentu (ažurira se uvek jedna konfiguracija, pamti se jedno stanje), dok algoritmi poput Optimizacija kolonijom mrava, Optimizacija rojem čestica i Genetski algoritam vrše pretraživanje stanja sa više agenata paralelno.

Na osnovu iskustva u rešavanju problema rutiranja vozila i upotrebe različitih algoritama za njihovo rešavanje, zbog svoje jednostavnosti, robustnosti i opštosti kao bazni algoritam odabrana je metaheuristika Simulirano kaljenje.

2.1.1.4. Simulirano kaljenje

Metaheuristika Simulirano kaljenje koristi se za globalno pretraživanje prostora stanja u problemima kombinatorne optimizacije. Ova metaheuristika nema specifičnih zahteva i pogodna je za rešavanje različitih klasa problema uključujući i probleme rutiranja vozila. Nastala je kao pokušaj simuliranja procesa kontrolisanog hlađenja istopljenog metala u metalurgiji. U metalurgiji metal se zagreva do tačke ključanja kako bi se razbila kristalna rešetka, nakon čega se postepeno i kontrolisano hladi. Cilj procesa je da se postepenim hlađenjem istopljenog metala uklone skriveni defekti u kristalnoj rešetki. Prilikom procesa hlađenja atomi teže da zauzmu stanje sa minimalnom ukupnom energijom.

Metaheuristika Simulirano kaljenje nezavisno je razvijena od strane Kirkpatricka, Gelata i Vekija [46] 1983-će, kao i Černija [27] 1985-te godine i od tada se zbog svoje jednostavnosti i opštosti intenzivno istražuje i koristi za rešavanje najtežih problema kombinatorne optimizacije. Kvalitet rešenja koje je moguće dobiti zavisi od kvaliteta vrednosti parametara, raspoloživog vremena za izvršavanje i efikasnosti implementacije.

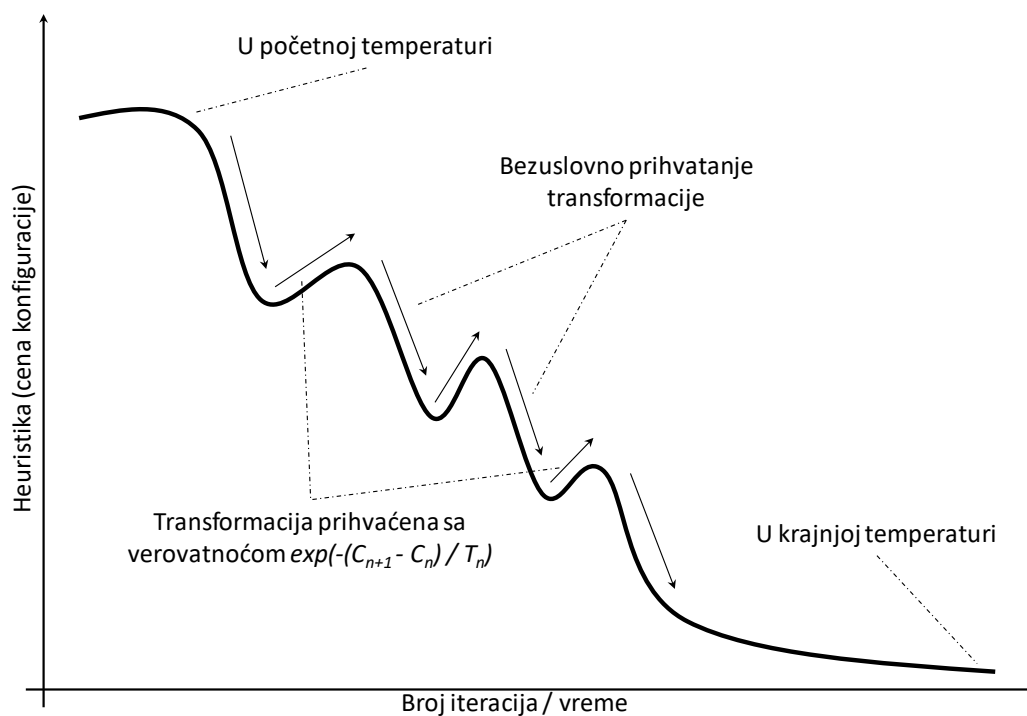
Po uzoru na proces hlađenja metala, SA na slučajan način transformiše konfiguraciju problema. U svakom koraku hlađenja može se (ali ne mora) menjati jedan, najčešće manji deo konfiguracije. Na odluku da li se konfiguracija menja ili ne utiče temperatura sistema T_n , cena konfiguracije C_n , cena izmenjene konfiguracije C_{n+1} i slučajno generisani broj p iz intervala $[0,1]$. U metaheuristici SA, cena konfiguracije ekvivalent je ukupnoj energiji sistema u metalurgiji.

Neka je C_n cena konfiguracije K_n , a C_{n+1} cena izmenjene konfiguracije K_{n+1} koja se dobija nakon transformacije t_n na konfiguraciji K_n . Ako je:

1. $C_{n+1} < C_n$ tada je transformacija t_n dovela do poboljšanja i nova konfiguracija smenjuje postojeću,

2. $C_{n+1} \geq C_n$ tada transformacija t_n nije dovela do poboljšanja i nova konfiguracija smenjuje postojeću ako je zadovoljen uslov $\exp(-(C_{n+1} - C_n) / T_n) > p$, gde je $\exp(x) = e^x$, a p slučajan broj iz intervala $[0,1]$.

Uslov $\exp(-(C_{n+1} - C_n) / T_n) > p$ omogućava prihvatanje transformacija koje dovode do konfiguracija sa većom cenom od postojeće. Ideja je da se algoritmu omogući iskakanje iz lokalnog ekstema. Kada je temperatura velika tada $-(C_{n+1} - C_n) / T_n \rightarrow 0$, odnosno $\exp(-(C_{n+1} - C_n) / T_n) \rightarrow 1$ što je skoro uvek veće od p , tako da se većina transformacija prihvata i nova konfiguracija smenjuje postojeću. Analogija u metalurgiji je da kada metal ključa tada se atomi u kristalnoj rešetki kreću haotično. Tokom procesa hlađenja sistema, temperatura T_n ima sve manju i manju ulogu u prihvatanju transformacija, a sve veću ulogu ima razlika između cena konfiguracija $(C_{n+1} - C_n)$. Kada se temperatura dovoljno smanji nova konfiguracija smenjuje postojeću samo kada je $C_{n+1} < C_n$. Broj p se bira na slučajan način iz intervala $[0,1]$ i koristi kako bi se u proseku manje loše transformacije češće prihvatale od onih jako loših. Ilustracija ponašanja metaheuristike SA data je na slici 2.



Slika 2: ilustracija ponašanja SA metaheuristike

2.1.1.4.1. Parametri

Za upravljanje metaheuristikom SA neophodna su 3 parametra:

1. početna temperatura sistema T_0 ,

2. krajnja temperatura sistem T_k i
3. dinamika hlađenja (parametar α).

Ne postoje univerzalne vrednosti parametara. Kirkpatrick, Gelat i Veki [46] predlažu da početna temperatura bude toliko velika da verovatnoća prihvatanja transformacije bude blizu 100%. Pao, Lam i Fong [61] navode kao početnu verovatnoću prihvatanja od oko 70%, dok Čen, Flan i Votson [21] predlažu inicijalnu verovatnoću prihvatanja transformacija od oko 97%.

Krajnja temperatura treba da bude ona koja obezbeđuje stabilnost sistema. U zavisnosti od raspodele energija sistema bira se i krajnja temperatura koja ne mora obavezno da bude 0. Dobra mera za krajnju temperaturu je trenutak kada se skoro sve transformacije kod kojih je $C_{n+1} > C_n$ odbacuju.

U literaturi je zabeleženo dosta različitih dinamika hlađenja sistema. Jedna od najpoznatijih dinamika hlađenja je eksponencijalna, definisana sa $T_n = T_0 a^n$ [46] gde je a parametar hlađenja. Često korišćena dinamika hlađenja je i linearna, definisana sa $T_n = T_0 - \mu n$, gde je μ parametar hlađenja. Od posebnog teorijskog značaja je logaritamska dinamika hlađenja $T_n = C / \log(n + d)$, data u [37]. Kako autori u [59] navode, „...ako je konstanta C veća ili jednaka najvećoj energetske barijeri u sistemu ovakva dinamika hlađenja sigurno vodi ka pronalaženju globalnog minimuma u sistemu ako vreme izvršavanja nije ograničeno“. U praksi, hlađenje sistema se najčešće vrši posle određenog broja iteracija (N), gde se broj N eksperimentalno optimizuje.

U algoritmima predstavljenim u radu namenjenim rešavanju problema rutiranja vozila i odabira lokacija (bez sinhronizacije sa proizvodnjom) korišćena je metaheuristika Simulirano kaljenje sa eksponencijalnom dinamikom hlađenja tako da se hlađenje vrši nakon svake prihvaćene transformacije. Početna temperatura birana je tako da se transformacije prihvataju sa verovatnoćom od oko 80%. Osnovni algoritam dat je sledećim pseudo-kodom:

procedure SA

```

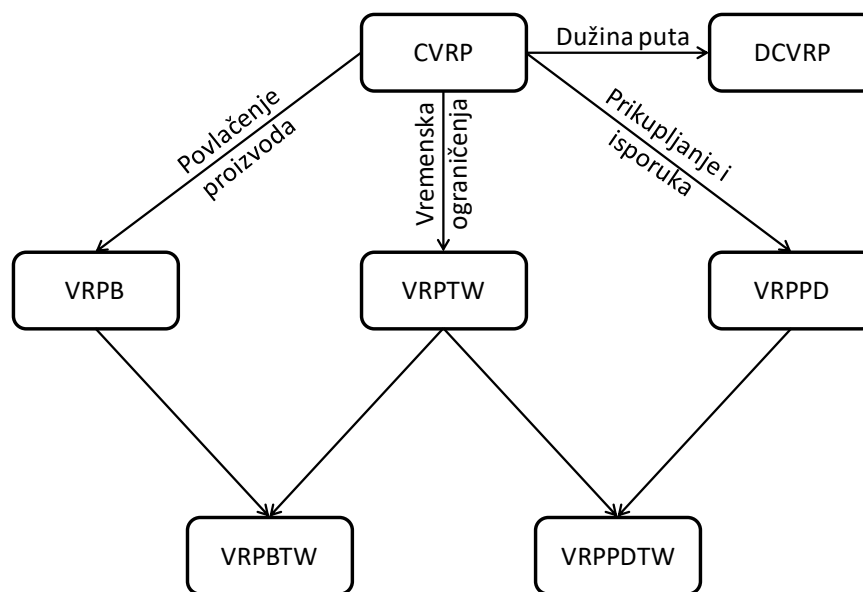
temp = pocetna_temperatura
konfig = pocetna_konfiguracija
while (temp > kranja_temperatura) do
    nova_konfig = TRANSFORMISI(konfig)
     $\Delta C = CENA(nova_konfig) - CENA(konfig)$ 
    if ( $\Delta C < 0$ ) or (RANDOM(0,1) >  $\exp(-\Delta C/temp)$ ) then
        konfig = nova_konfig
        temp = HLADI(temp)
    end
end
end
    
```

2.1.1.5. Proširenja i varijacije problema Trgovačkog putnika

Problemi rutiranja vozila predstavljaju uopštenje Problema trgovačkog putnika. Ako se trgovačkom putniku doda ograničenje kapaciteta odnosno količine robe koju može da ponese, jasno je da u nekim slučajevima jedan trgovački putnik nije dovoljan da se reši problem. Sličan problem nastaje i ukoliko trgovački putnik mora da stigne u svaki grad u nekom unapred određenom vremenskom intervalu. Dodatna ograničenja koja se uvode u TSP mogu da zahtevaju paralelno angažovanje više putnika (vozila), više mesta polazaka (skladišta), interakciju između putnika (pretovar robe iz vozila u vozilo) i slično. Ilustracija uopštenja Problema trgovačkog putnika prikazana je na slici 1.b.

Prvo algoritamsko rešenje problema isporuke goriva koji predstavlja uopštenje Problema trgovačkog putnika ponudili su Danzig i Ramser [28] 1959. godine. 1964. godine Klark i Rajt [23] su poboljšali postojeći Danzig-Ramserov pristup korišćenjem gramzivog algoritma.

Probleme rutiranja vozila moguće je klasifikovati na više načina. Standardan način klasifikacije dat je u [78] i prikazan na slici 3.



Slika 3: klasifikacija problema rutiranja

1. *Problemi rutiranja vozila sa ograničenjima kapaciteta (eng. Capacitated Vehicle Routing Problems - CVRP)*. Ovi problemi predstavljaju prvo uopštenje Problema trgovačkog putnika i čine osnovu za sve ostale probleme rutiranja vozila (slika 1.b). Neka su dati centralno skladište, mušterije koje potražuju proizvode i rastojanja između lokacija na kojima se nalaze skladište i mušterije. Neka je data i homogena flota vozila tako da svako vozilo ima ograničenje na maksimalan broj proizvoda koje može da ponese. Ciljevi rešavanja problema sastoje se od pronalaženja ruta vozila sa minimalnom ukupnom cenom takvih da:

- a. svako vozilo polazi iz skladišta i vraća se u skladište,
- b. svaka mušterija posećena je od strane samo jednog vozila tačno jednom, i
- c. broj/količina proizvoda onih mušterija koje obilazi vozilo ne premašuje kapacitet vozila.

Za troškove transporta najčešće se uzima ukupan pređeni put vozila, ali se u zavisnosti od varijacija problema mogu uzeti u obzir i cena (broj korišćenih) vozila, ukupno utrošeno vreme i slično.

2. *Problemi rutiranja vozila sa ograničenjima pređenog puta (eng. Distance-Constrained Vehicle Routing Problems - DCVRP)*. Kod najjednostavnije varijacije problema rutiranja vozila sa ograničenjima pređenog puta, ograničenja kapaciteta zamenjena su maksimalnom distancom koju vozila mogu da pređu u toku transporta. Moguće je i proširenje CRVP tako da se na ograničenja kapaciteta dodaju ograničenja pređenog puta. Rešavanje ovih problema najčešće za cilj ima smanjivanje troškova pređenog puta vozila uz poštovanje navedenih ograničenja.
3. *Problemi rutiranja vozila sa vremenskim ograničenjima (eng. Vehicle Routing Problems with Time Windows - VRPTW)*. Ovi problemi predstavljaju proširenje CRVP vremenskim ograničenjima. Neka svaka mušterija osim potražnje za proizvodima ima vremenski prozor kada je moguća dostava robe i vreme servisiranja koje predstavlja trajanje primopredaje. Obilazak mušterije i isporuka robe od strane vozila mora da se obavi tako da primopredaja robe počne najranije na početku i završi se najkasnije na kraju vremenskog prozora, uzimajući u obzir i vreme servisiranja. Vozilo koje stigne u lokaciju mušterije pre nego što je mušterija spremna da prihvati robu (pre početka vremenskog prozora) može da čeka.

Ciljevi rešavanja problema ostaju isti kao i kod CRVP uz dodatak da vozila moraju isporučivati robu mušterijama u skladu sa vremenskim ograničenjima svake mušterije.

4. *Problemi rutiranja vozila sa povlačenjem proizvoda (eng. Vehicle Routing Problem with Backhous - VRPB)*. Kod ovih problema postoje dve vrste mušterija. Klasične mušterije koje imaju potražnju za proizvodima i mušterije koje imaju višak proizvoda. Vozila mogu da obilaze mušterije sa potražnjom i da im dostavljaju robu. Takođe, vozila mogu da obilaze mušterije sa viškom robe i da je preuzimaju. Ako vozilo istovremeno obilazi obe vrste mušterija, prvo se obilaze mušterije koje potražuju proizvode, a zatim mušterije koje imaju višak. Ideja problema je da se istim vozilima pakupe viškovi proizvoda ukoliko postoje. Iz navedenog razloga vozila obično obilaze samo mušterije sa potražnjom ili mušterije sa potražnjom i mušterije sa viškom proizvoda. Vozila koja bi obilazila samo mušterije sa viškom robe najčešće nisu dozvoljena.

Ciljevi rešavanja problema sastoje se od pronalaženja ruta vozila sa minimalnom ukupnom cenom takvih da:

- a. svako vozilo polazi iz skladišta i vraća se u skladište,
 - b. svaka mušterija posećena je od strane samo jednog vozila tačno jednom,
 - c. opterećenje vozila (broj/količina proizvoda u vozilu) ni u jednom trenutku ne sme da bude negativno niti da premaši maksimalan kapacitet vozila, i
 - d. prilikom obilaska mušterija vozilo prvo obilazi mušterije sa potražnjom, a zatim ako ih ima i mušterije sa viškom proizvoda.
5. *Problemi rutiranja vozila sa povlačenjem i vremenskim ograničenjima (eng. Vehicle Routing Problem with Backhous and Time Windows - VRPBTW)*. Ovi problemi predstavljaju nadogradnju VRPB sa vremenskim ograničenjima.
6. *Problemi rutiranja vozila sa prikupljanjem i isporukom (eng. Vehicle Routing Problems with Pickup and Delivery - VRPPD)*. Za razliku od CRVP, kod ovakvih problema mušterije pored potražnje robe P mogu imati i višak robe V . Za svaku mušteriju poznat je izvor I odakle mušterija potražuje proizvode i destinaciju D gde se šalje višak proizvoda. Pretpostavlja se da vozilo u svakoj lokaciji prvo vrši isporuku, a zatim preuzima robu. Ciljevi rešavanja problema sastoje se od pronalaženja ruta vozila sa minimalnom ukupnom cenom takvih da:
- a. svako vozilo polazi iz skladišta i vraća se u skladište,
 - b. svaka mušterija posećena je od strane samo jednog vozila tačno jednom,
 - c. opterećenje vozila ni u jednom trenutku ne sme da bude negativno niti da premaši maksimalan kapacitet vozila,
 - d. za svaku mušteriju i , mušterija I_i koja je izvor, ako nije skladište mora biti opslužena istim vozilom pre mušterije i ,
 - e. za svaku mušteriju j , mušterija D_j koja je destinacija, ako nije skladište mora biti opslužena istim vozilom posle mušterije j .
7. *Problemi rutiranja vozila sa prikupljanjem i isporukom i vremenskim ograničenjima (eng. Vehicle Routing Problems with Pickup and Delivery and Time Windows - VRPPDTW)*. Ovi problemi predstavljaju nadogradnju problema VRPPD sa vremenskim ograničenjima.

2.1.2. Problemi rutiranja vozila i odabira lokacija

Za razliku od klasičnih problema rutiranja vozila, rutiranje vozila u kombinaciji sa odabirom lokacija predstavlja čitavu lepezu problema posvećenu objedinjavanju planiranja transporta i skladištenja. Ovi problemi poznati su u literaturi pod engleskim nazivom *Location-routing*

problems (LRP). Iako se iz samog naziva može zaključiti da je u pitanju jedna vrsta problema ipak je u pitanju čitava lepeza. Još su autori u [56] primetili da je naziv „*Location-routing problem* - LRP“ varljiv i da LRP ne opisuje samo jedan problem poput Problema trgovačkog putnika ili Veberovog [47] problema. Autori smatraju da LRP više ima značenje kao pristup modeliranju problema u okviru teorije odabira lokacija. Prema Brunsu [20], LRP se može tumačiti kao „problem planiranja lokacija uzimajući u obzir i planiranje ruta“.

Planiranje rutiranja vozila i odabira lokacija kod kojih postoje ograničenja kapaciteta vozila predstavljaju poseban slučaj u literaturi poznat pod engleskim nazivom *Capacitated LRP* ili skraćeno CLRP. Osim kapaciteta moguće je dodati i vremenska ograničenja od kojih zavisi kada je moguće posetiti određenu lokaciju i koliko ta poseta traje.

Kod problema odabira lokacija centralno pitanje je kako što optimalnije odabrati skladišne lokacije iz kojih vozila preuzimaju robu. U ovim problemima obično figurišu dve vrste skladišnih lokacija:

1. skladišta i
2. sateliti.

Kod problema odabiranja lokacija i rutiranja vozila, skladišta su lokacije u kojima se čuva roba i iz kojih polaze vozila. Obično postoji više potencijalnih lokacija skladišta od kojih je potrebno odabrati ona čije je korišćenje ekonomski opravdano. Za razliku od skladišta, sateliti su lokacije na kojima vozila razmenjuju robu. Najčešće su to parking mesta ili neke slične lokacije gde je moguće pretovariti robu iz jednog vozila u drugo.

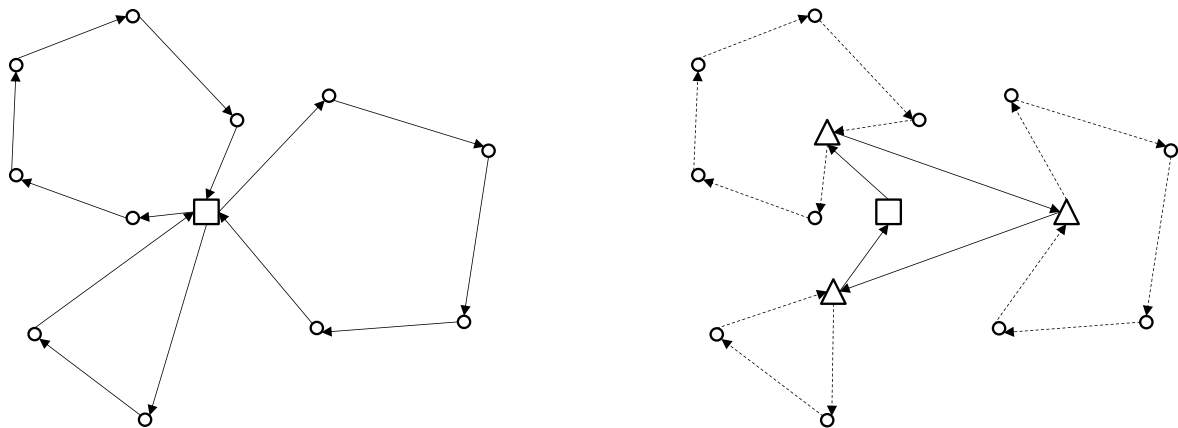
Opšti problem rutiranja vozila i odabira lokacije jednog skladišta i fiksnog broja vozila prvi su egzaktnim metodama rešavali Laporte i Nobert [49]. Laporte i saradnici [50] su proširili matematički model izborom više lokacija skladišta sa fiksnom cenom i maksimalnim kapacitetom.

2.1.2.1. Tipovi problema

U zavisnosti od problema moguće je odabirati pozicije skladišta iz kojih polaze vozila, pozicije satelita u kojima vozila razmenjuju robu ili odabirati pozicije i jednih i drugih.

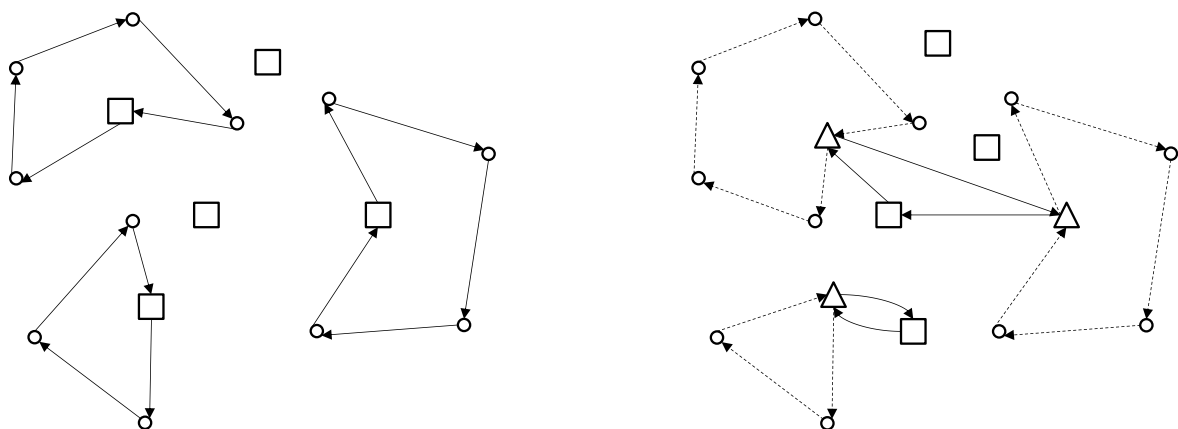
Na slikama 4 i 5 prikazane su ilustracije mogućih problema. Na svim slikama pravougaonici predstavljaju skladišta, trouglovi satelite, a krugovi mušterije. Vozila koja polaze iz skladišta predstavljena su punom, dok su vozila koja polaze iz satelita predstavljena isprekidanom linijom. Na slici 4.a prikazana je ilustracija klasičnog rutiranja gde vozila polaze iz centralnog skladišta. U kontekstu problema, reč centralno ne mora da znači da je skladište u sredini već da je jedino/glavno. Na slici 4.b prikazana je ilustracija rutiranja vozila sa odabirom satelita. Kada se koriste sateliti tada je transport najčešće (ali ne i obavezno) podeljen u dva nivoa.

Prvi nivo su vozila koja saobraćaju od skladišta do satelita, dok u drugom nivou vozila saobraćaju od satelita do mušterija.



Slika 4: problem rutiranja vozila sa centralnim skladištem (a); problem rutiranja vozila sa izborom satelita (b)

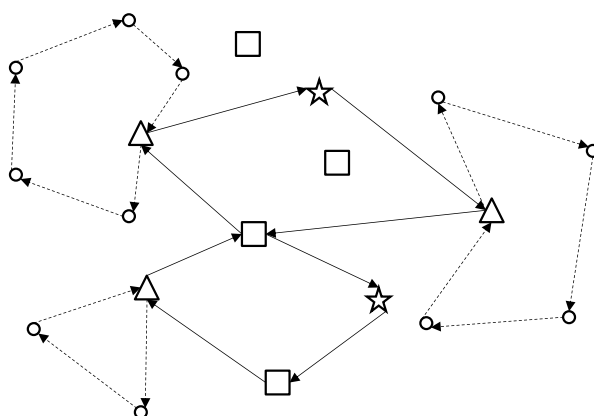
Na slici 5.a prikazana je ilustracija problema rutiranja vozila sa odabirom skladišta. Postoje više potencijalnih lokacija skladišta iz kojih polaze vozila i koja mogu da se koriste, ali i ne moraju. Na slici 5.b prikazana je ilustracija problema rutiranja vozila sa paralelnim odabirom skladišta i satelita.



Slika 5: problem rutiranja vozila sa izborom skladišta (a); izborom satelita i skladišta (b)

Planiranje se može vršiti kratkoročno ili dugoročno. Kratkoročno planiranje je ono koje se obično odnosi na određene dane, nedelje ili mesece. Dugoročno planiranje se obično vrši tako da plan traje više godina. Kratkoročno planiranje se obično naziva taktičko, dok se dugoročno planiranje naziva strateško. U probleme taktičkog planiranja obično se ubrajaju problemi određivanja ruta vozila i određivanja pozicija satelita. Rute kao i pozicije satelita mogu da se menjaju na dnevnom nivou jer ne zahtevaju izgradnju i održavanje. Kod problema strateškog planiranja obično se određuju pozicije skladišta. Skladišta se planiraju i izgrađuju tako da mogu da se koriste na duži vremenski period.

Navedene varijacije problema ponekad nisu dovoljno opšte da bi se po njihovom modelu mogli rešavati problemi koji se pojavljuju u praksi. Osim skladišnih lokacija ponekad se u praksi pojavljuju i lokacije u kojima se roba proizvodi. Dodatni nivo složenosti koji nastaje je problem sinhronizacije skladištenja i transporta sa proizvodnim procesom. Sinhronizacija sa proizvodnjom može se dodati na bilo koji od problema prikazanih na slikama 4 i 5. U najopštijem obliku sinhronizacija proizvodnje sa skladištenjem i transportom prikazana je na slici 6. Na prikazanoj slici proizvodne lokacije predstavljene su zvezdom. Ovakav problem mogao bi da se nazove Strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom.



Slika 6: problem rutiranja vozila, odabira lokacija i sinhronizacije sa proizvodnjom

Pregled brojnih varijacija i proširenja Problema rutiranja vozila i odabira lokacija može se naći u [32].

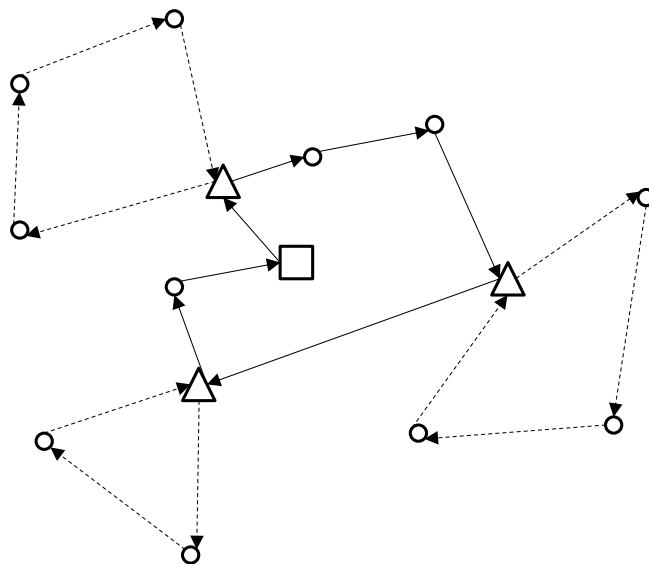
2.1.2.2. Taktičko planiranje - određivanje lokacija satelita

Problem taktičkog planiranja koji se razmatra u radu nastao je na bazi problema iz prakse i može se tumačiti kao nešto izmenjeni problem rutiranja i određivanja lokacija u dva nivoa u literaturi poznat pod engleskim nazivom *Two Echelon Location Routing problem* - 2E-LRP. Iako se transport odvija u dva nivoa problem je specifičan jer ne postoji razlika između vozila koja dostavljaju robu iz skladišta u satelite i vozila koja prevoze robu od satelita do krajnjih korisnika - mušterija. Vozilo koje dostavlja robu do satelita može ravnopravno sa ostalim vozilima da dostavlja robu mušterijama čak i u slučaju ako se vozila prvog i vozila drugog nivoa razlikuju.

Neka je data lokacija centralnog skladišta iz kojeg polaze vozila i neka su date lokacije mušterija. Za svake dve lokacije data su vremenska i prostorna rastojanja. Svaka mušterija traži određenu količinu proizvoda koja treba da bude dostavljena u tačno određeno vreme. Vreme dostave definisano je za svaku mušteriju posebno i njega određuje vremenski interval koji se sastoji od najranijeg i najkasnijeg trenutka kada je moguće izvršiti dostavu

robe. Dostava robe traje određeno vreme koje se naziva vreme servisiranja ili vreme dostave. Da bi dostava bila uspešna primopredaja robe mora da se obavi u okviru vremenskog intervala svake mušterije. Svaka mušterija predstavlja potencijalnu lokaciju satelita. U ovakvoj postavci problema pretpostavka je da se potencijalni sateliti nalaze samo na lokacijama mušterija. Da bi se obuhvatili i slučajevi kada se primopredaja robe vrši na nekoj lokaciji koji ne pripada ni jednoj mušteriji, takva lokacija može se proglašiti za mušteriju koja ne potražuje proizvode i nema vremenska ograničenja.

Vozila polaze iz centralnog skladišta i dostavljaju robu mušterijama. Svaka lokacija mušterije koju je posetilo vozilo postaje potencijalni satelit. Ako vozilo A poseti lokaciju mušterije M, iz iste lokacije može da pođe i vozilo B ako pritom preuzme robu iz vozila A. Nakon preuzimanja robe, oba vozila ravnopravno nastavljaju da obilaze preostale mušterije. Svako vozilo se nakon obilaska mušterija vraća u lokaciju iz koje je krenulo. Shodno tome, vozilo A se vraća u centralno skladište dok se vozilo B vraća u lokaciju M. Svako vozilo može samo jednom da bude dostavljač u satelit. Takođe, vozilo koje polazi iz satelita ne može posetiti usput neki drugi satelit, tj. ne može biti dostavljač za neko drugo vozilo. Ova dva uslova praktično ograničavaju problem na dva nivoa. Svaka mušterija može biti posećena od strane samo jednog vozila, osim satelita u kojima dolazi do interakcija dva ili više vozila. Sva vozila kojima se vrši distribucija su jednaka i ograničena su maksimalnim kapacitetom. Plan transporta obuhvata odabiranje podskupa potencijalnih lokacija satelita kao i rute vozila od centralnog skladišta do satelita i od satelita do mušterija. Ukupne troškove transporta predstavlja ukupan pređeni put svih vozila. Shematski prikaz problema prikazan je na slikama 7 i 9.a.



Slika 7: shematski prikaz problema taktičkog planiranja

Najsličniji problemi koji se pominju u literaturi su 2E-LRP problemi. Kod ovih problema postoji razlika između vozila prvog nivoa koja dopremaju robu do satelita i vozila drugog nivoa koja dopremaju robu do mušterija. Vozila prvog nivoa polaze iz skladišta, obilaze

satelite i vraćaju se nazad u skladište. Vozila drugog nivoa polaze iz satelita, obilaze mušterije i vraćaju se u satelit. Suštinska razlika između predstavljenog i 2E-LRP problema je što kod 2E-LRP problema vozila prvog nivoa ne mogu da opslužuju mušterije.

2E-LRP problemi kao podskup sadrže Problem rutiranja vozila sa vremenskim ograničenjima. U [17] prikazane su konstruktivne metode i algoritmi lokalne pretrage dok su u [18] prikazane metaheuristike za rešavanje problema rutiranja sa vremenskim ograničenjima. U radu [15] predstavljena je hibridna dvofazna heuristika koja kombinuje metaheuristiku SA i lokalnu pretragu. U prvoj fazi za minimizaciju broja vozila koristi SA dok se u drugoj fazi za minimizaciju pređenog puta koristi lokalna pretraga.

Varijacije 2E-LRP problema, matematički model, linearni program i rešenja problema sa najviše 50 mušterija mogu se naći u radu [38]. U radu [25] korišćena je kombinacija egzaktne metode grana i odsecanja i lokalne pretrage za dobijanje gornje i donje granice rešenja. Autori su naveli da se za veće probleme dobija kvalitetna donja granica, kao i da su probleme manjih i srednjih dimenzija uspeli da reše optimalno u prihvatljivom vremenskom intervalu. U radu [58] za rešavanje problema korišćen je GRASP algoritam potpomognut procesom učenja, dok je u radu [57] korišćena „multistart“ lokalna pretraga sa tabu listom. U radu [39] problem je rešavan uz pomoć metaheuristike roja čestica.

Kao baza za ovo istraživanje poslužili su radovi [3], [4] i [8]. Iz navedenih radova preuzeta je ideja algoritma za dinamičko određivanje satelita, a testiranje je dopunjeno i prošireno na veći broj različitih test primera i veći broj ponavljanja.

Ciljevi rešavanja problema su sledeći:

1. konstrukcija algoritma koji je u stanju da dinamički odabira lokacije satelita i rešava probleme rutiranja sa ograničenjima kapaciteta i vremena, i
2. provera da li postoji i kolika je ušteda prilikom korišćenja satelita u distribuciji robe u odnosu na klasično rutiranje bez upotrebe satelita.

2.1.2.3. Strateško planiranje - određivanje lokacija skladišta

Problem koji se razmatra u ovom delu poznat je u literaturi pod engleskim nazivom *Capacitated Location Routing Problem* - CLRP. Neka su unapred date potencijalne lokacije skladišta, lokacije isporuka (mušterije) i vozila. Svako skladište ima svoj kapacitet koji označava koliko je proizvoda dostupno na početku distribucije. Svaka mušterija potražuje određenu količinu robe koju je potrebno dostaviti iz skladišta koristeći vozila. Svako vozilo ima sopstveni kapacitet koji ograničava maksimalnu količinu proizvoda koju je moguće smestiti u vozilo. Kapacitet vozila može predstavljati težinu, zapreminu ili neku drugu fizičku veličinu. Takođe, moguće je definisati istovremeno više kapaciteta koji moraju biti zadovoljeni. U slučaju većeg broja kapaciteta, obično je jedna vrsta kapaciteta dominantna i

ona se uzima kao glavno ograničenje prilikom rešavanja. Za svake dve lokacije koje mogu biti lokacija skladišta ili lokacija isporuke unapred je određeno vremensko i prostorno rastojanje.

U određeno vreme vozila natovarena robom polaze iz skladišta, obilaze mušterije kojima isporučuju robu i vraćaju se nazad u skladište. Tipični troškovi koji se javljaju prilikom rešavanja problema su troškovi otvaranja/korišćenja skladišta, troškovi korišćenja/održavanja vozila, troškovi vozača, troškovi goriva itd.

Plan transporta obuhvata odabiranje podskupa potencijalnih lokacija skladišta iz kojih polaze vozila, kao i rute vozila od odabranih skladišta do lokacija isporuke i nazad. Rešavanja ovog problema podrazumeva kreiranje plana transporta robe tako da se minimizuju ukupni troškovi. U ukupne troškove spadaju: cena korišćenja skladišta, cena korišćenja vozila i ukupan pređeni put vozila. Matematički model i linearni program mogu se pronaći u radu [65].

Među prvim autorima koji su se krajem devedesetih godina dvadesetog veka bavili istraživanjem lokacijskih problema bili su Tizin i Burk [79]. Autori su rešavali probleme sa ograničenjima kapaciteta na rutama (vozilima) bez ograničenja kapaciteta na skladištima. Flota vozila je homogena, ali bez ograničenja na broj vozila. Za potrebe testiranja algoritma kreirali su test primere sa 100, 150 i 200 lokacija isporuke. Probleme su rešavali primenom dvofazne *Tabu pretrage* (eng. *Two-Stage Taboo Search* - TS) i zaključili da je njihov pristup pokazao značajno poboljšanje u odnosu na do tada poznate algoritme. Njihov rad je važan i zbog toga što su prvi definisali skup test primera koji se i danas koristi kao osnova za testiranje novih algoritama. Kasnije 2002. godine problem je proširen ograničenom heterogenom flotom vozila [84]. Autori su koristili algoritam Simuliranog kaljenja zajedno sa tabu listom. Problem su rešavali u dve faze, posebno problem lociranja i posebno problem rutiranja. U radu [1] vršeni su eksperimenti u kojima je iz svakog skladišta polazilo samo jedno vozilo. Kao početni plan rešavanja problema korišćen je rezultat dobijen rešavanjem relaksiranog linearnog programa. U nastavku je korišćena dvofazna tabu heuristika. Metoda je testirana samo na malim test primerima sa ne više od 30 lokacija isporuke. 2006. godine problem sa ograničenjima kapaciteta na skladištima i vozilima rešavan je u [64] u dve faze. Za potrebe prve faze rešavanja problema konstruisan je namenski GRASP algoritam (eng. *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*). GRASP je proširenje već poznatog „Clarke and Wright“ algoritma koji je poboljšan procesom učenja izbora skladišta. U drugoj fazi korišćena je post optimizacija algoritmom prevezivanja puteva (eng. *Path Relinking*). U već pomenutom radu [65] autori su kombinovali Lagranžovu relaksaciju sa granularnom tabu pretragom (eng. *Lagrangean Relaxation with Granular Taboo Search* - LRGTS). U prvoj fazi, rute zajedno sa lokacijama isporuke agregirane su u velike klasterne, na koje je primenjena Lagranžova relaksacija. U drugoj fazi rute su popravljane korišćenjem granularne tabu pretrage. U vreme kada su predstavili rešenje predloženi algoritam se pokazao bolji od već postojećih rešenja. Iste godine u [12] predložena je trofazna metoda bazirana na klasterizaciji. U prvoj fazi lokacije isporuke klasterizovane su u skladu sa kapacitetima vozila.

U drugoj fazi svaki klaster je slagan u rutu rešavanjem Problema trgovačkog putnika. U poslednjoj fazi dobijene rute dodeljivane su otvorenim skladištima. U [33] problem je rešavan korišćenjem memetičkog algoritma (MAPM) koji se sastoji od heuristike za inicijalno generisanje hromozoma, lokalnu pretragu i efikasnu transformaciju ukrštanja. Početna heuristika bazirana je na metodi klasterizacije koja uzima u obzir kapacitet skladišta, kapacitet vozila, broj vozila, i ukupan trošak. Za male i srednje probleme heuristika se pokazala komparabilnom u odnosu na druge pristupe. U [83] autori su predložili i testirali hibridnu metodu koja kombinuje metaheuristiku Simulirano kaljenje i lokalnu pretragu (SALRP - eng. *Simulated Annealing LRP*). Predloženu metodu testirali su na tri poznata skupa test primera. Uprkos nešto dužem vremenu rešavanja problema, ovaj pristup je najčešće davao najbolje rezultate u odnosu na druge algoritme. 2011. godine u [14] proban je algoritam Grana i odsecanja (eng. *Branch and Cut*) na problemima malih dimenzija. Predložena metoda bazirana je na nula-jedan linearnom modelu ojačanim dodatnim nejednakostima. Od skupa sa 34 test primera sa 5-10 potencijalnih skladišta i 20-88 lokacija isporuke 26 problema rešeni su optimalno. Algoritam koja je predstavljen u daljem tekstu nazvan je SAGLRP (eng. *Simulated Annealing Generic LRP*) baziran je na radovima [9], [5] i [6], iz kojih su preuzete ideje i rezultati.

Ciljevi rešavanja problema su sledeći:

1. konstrukcija algoritma koji je u stanju da u zavisnosti od veličine problema na efikasan način dinamički odabira lokacije skladišta i rešava probleme rutiranja sa ograničenjima kapaciteta,
2. upoređivanje rezultata dobijenih predloženim algoritmom sa rezultatima algoritama dostupnih u literaturi.

2.1.2.4. Strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom

Problem rutiranja, odabira lokacija i sinhronizacije sa proizvodnjom inspirisan je praktičnim problemom proizvodnje i distribucije novina (štampanog materijala) u Danskoj. Rešavanje problema rutiranja, odabira lokacija i sinhronizacije sa proizvodnjom podrazumeva rešavanje 3 potproblema. Prvi potproblem je klasičan problem rutiranja sa vremenskim ograničenjima. Drugi potproblem je problem odabira lokacija, a treći sinhronizacija sa proizvodnjom odnosno praćenje dostupnosti proizvoda kako u štamparijama tako i u skladištima.

Neka su date 4 vrste lokacija, štamparije, skladišta, sateliti i mušterije i neka su data vozila kojima se transportuje roba između datih lokacija:

- *Štamparije* su lokacije u kojima se štampa jedna ili više vrsta novina. Novine se štampaju konstantno ili u određenim vremenskim intervalima. Kada se naštampa dovoljna količina, novine se pakuju i spremaju za transport.

- *Skladišta* su lokacije u kojima se čuvaju novine koje su dopremljene iz štamparija ili iz drugih skladišta.
- *Sateliti* su lokacije (parking mesto ili neka slična lokacija) gde se novine mogu pretovariti iz jednog vozila u drugo, ali se u njima roba ne može čuvati na duži vremenski period.
- *Mušterije* su krajnje lokacije na koje se novine isporučuju.

Sve lokacije mogu imati tačno određeni vremenski interval u toku dana u kojem je dozvoljena primopredaja novina. Takav vremenski interval se obično naziva vremenski prozor.

Transport novina vrši se u dva nivoa zbog čega se koriste dve klase vozila:

1. U prvoj klasi najčešće se nalaze vozila velikog kapaciteta poput kamiona ili kombija. Njihov zadatak je da vrše transport novina između štamparija, skladišta i satelita. Kada se u štampariji proizvede dovoljna količina novina one se pakuju u vozila i šalju u skladišta i satelite. Novine se mogu transportovati i iz jednog skladišta u drugo ili iz skladišta u satelite. Transport novina iz satelita u skladišta nije predviđen. Prilikom transporta novina, vozilo prve klase može da obiđe više skladišta i satelita. Nakon što vozilo dostavi novine vraća se u lokaciju polaska. Vozila koja pripadaju prvoj klasi ne dostavljaju novine direktno mušterijama.
2. Za dostavljanje novina mušterijama koriste se vozila koja pripadaju drugoj klasi. To su najčešće vozila manjeg kapaciteta poput pikapova koja saobraćaju od skladišta ili satelita do mušterija. Vozila iz ove klase preuzimaju novine u skladištu ili satelitu i dostavljaju robu mušterijama. Nakon obilaska mušterija vozila se vraćaju u lokaciju polaska.

Do interakcije između vozila prve i vozila druge klase dolazi u skladištima i satelitima. Vozila iz prve klase dovoze novine u skladišta i satelite, dok robu iz skladišta i satelita odvoze vozila druge klase. U skladištima novine mogu da stoje neko vreme koje uglavnom nije ograničeno. Novine se mogu doneti jednog dana, a odneti drugog. U satelitima novine ne mogu da se skladište. Pošto se u satelitima primopredaja vrši direktno iz jednog vozila u drugo, svako čekanje na dolazak vozila druge klase znači da je vozilo prve klase blokirano. Iz tog razloga plan distribucije se obično kreira tako da čekanje na primopredaju novina u satelitima bude minimalno.

Cilj planiranja distribucije je da svaka mušterija primi novine koje potražuje uz minimalan utrošak resursa. Resursi mogu biti lokacije, vozila, gorivo, vreme, plate vozača i slično.

Među prvim naučnicima koji su bavili problemima distribucije novina u Danskoj i uopšte u svetu bili su Jakobsen i Madsen [43] i Madsen [53]. Rešavajući problem iz prakse postavili su osnovne konture problema distribucije u dva nivoa. Cilj rešavanja bio je da se odrede lokacije satelita, da se naprave rute od štamparija do satelita i od satelita do mušterija. Predstavili su uporedne rezultate za tri različite heuristike testirajući ih na primeru sa oko 4500 lokacija isporuke. Van Buer i saradnici [82] rešavali su probleme proizvodnje i distribucije srednje veličine. U radu su predstavili matematičku formulaciju i strategiju rešavanja problema. Kao glavni zaključak naveli su da je za smanjenje troškova distribucije najvažnija ponovna upotreba vozila koja su završila dostavu. Problem distribucije u kojem se uzima u obzir sinhronizacija sa proizvodnjom i vremenska ograničenja predstavljen je u radu [67] u kojem je za rešavanje problema korišćena tabu metaheuristika. Autori tvrde da se njihovim pristupom redukuje broj vozila za oko 18% i pređeni put za nešto više od 5%. Nešto pojednostavljen Problem sinhronizacije sa proizvodnjom i optimizacija distribucije novina u Danskoj rešavan je i u radu [2] u kojem je dat matematički model i linearni program. Problemi distribucije u dva nivoa ali bez sinhronizacije sa proizvodnjom rešavani su u radu [16] tabu, i u radu [26] multistart heuristikom. Perboli i saradnici su u radu [62] definisali matematički model i rešavali problem sa 50 mušterija. Model i rezultati koji su navedeni u daljem tekstu bazirani su na radu [7], dok su neke od ideja preuzete i iz [2].

2.2. Matrice rastojanja

Za praktično rešavanje problema rutiranja vozila neophodno je imati kvalitetne ulazne podatke za optimizacioni softver. U zavisnosti od konkretnog problema, ulazni podaci mogu biti lokacije objekata koji se posećuju (fabrike, skladišta, sateliti, mušterije), njihova ograničenja (kapaciteti, radno vreme, vreme prijema robe, vreme servisiranja, cena otvaranja objekta), vozila sa svojim troškovima korišćenja i kapacitetima, zatim prostorna i vremenska putna rastojanja između objekata i slično.

Iskustvo u radu sa klijentima na problemima optimizacije rutiranja vozila u Srbiji i Evropi pokazalo je da klijenti mogu da dostave dobre podatke o lokacijama i vozilima, ali nisu u stanju da obezbede kvalitetne podatke o putnoj mreži, konkretno rastojanja između objekata. Podaci su najčešće nepotpuni ili pogrešni što značajno povećava vreme neophodno za testiranje i sveukupno otežava razvoj softvera. Vremenom je ustanovljeno da kreiranje softvera za optimizaciju predstavlja samo pola posla, dok je druga polovina posla namenjena kreiranju kvalitetnih matrica rastojanja koje čine bitan deo ulaznih podataka u optimizacioni softver. Umesto konstantnog korigovanja pogrešnih i nepotpunih podataka bolje je problem rutiranja i problem generisanja rastojanja objediniti i ponuditi rešenje koje u tom smislu ne zavisi od klijenta.

Kreiranje ili dobavljanje kvalitetnih matrica rastojanja nije jednostavan zadatak. Osim nekolicine velikih korporacija poput Majkrosofta i Gugla, vrlo mali broj kompanija u stanju je

da čuva i održava globalnu digitalnu putnu mrežu. Za ostale firme i pojedince, održavanje digitalne putne mreže i generisanje matrica rastojanja u praksi može da predstavlja zahtevan problem. Ideja koja je predstavljena u ovom radu bazira se na zapažanju da je za određeni broj lokacija umesto kompletne putne mreže moguće iskoristiti jedan njen deo (podskup), koji za odabrane lokacije dovoljno dobro aproksimira kompletnu putnu mrežu. Taj deo putne mreže koji čini osnovu dobavljen je pozivanjem internet servisa i korišćen za izračunavanje aproksimiranih matrica rastojanja za unapred definisane lokacije. U daljem tekstu umesto standardnog pojma *Lokacija* koristi se pojam *Geolokacija*. *Geolokacija* je podatak koji se odnosi na fizičku lokaciju i sastoji se od geografske širine i geografske dužine

2.2.1. Aproksimacije rastojanja

Prilikom generisanja matrica rastojanja glavni cilj je dobiti što bolju aproksimaciju stvarnih putnih rastojanja između unapred definisanih geolokacija. Putno rastojanje je ono koje vozilo prelazi kada saobraća između dve geolokacije. Dve najčešće aproksimacije rastojanja su *Euklidsko* i *Menhetn* rastojanje.

Euklidsko rastojanje je najpoznatije, a ujedno i najkraće rastojanje. Ovo rastojanje predstavlja dužinu prave linije između dve tačke u N -dimenzionalnom Euklidskom prostoru (slika 8.a). Ako su date dve tačke X i Y sa svojim koordinatama $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ i $Y(y_1, y_2, \dots, y_n)$ u N -dimenzionalnom Euklidskom prostoru, tada je Euklidsko rastojanje između tačaka X i Y definisano sa:

$$D(X, Y) = ((x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2)^{1/2}$$

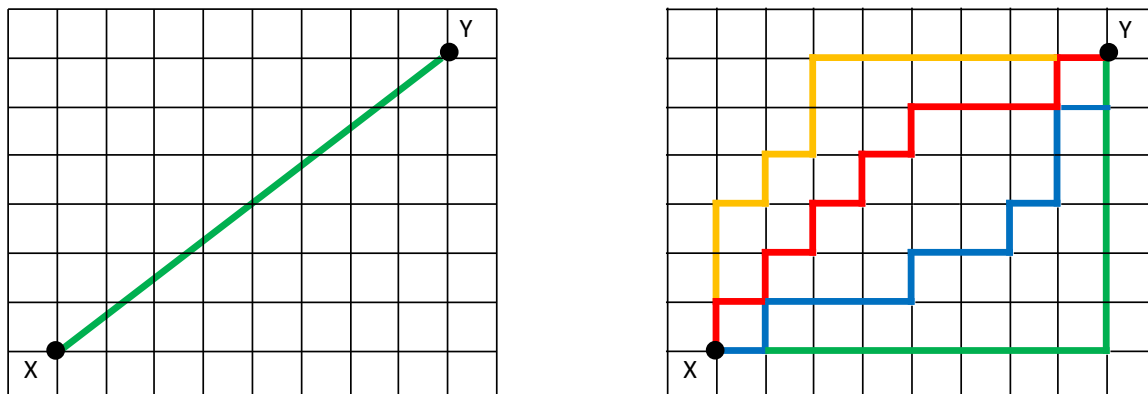
U putnim mrežama Euklidsko rastojanje je minimalno rastojanje između dve geolokacije i može se koristiti kao donja granica putnog rastojanja.

Menhetn rastojanje je dobilo naziv po rastojanju između geolokacija u ulicama na Menhetnu u Njujorku. Ulice na Menhetnu su ili paralelne ili su pod pravim uglom tako da podsećaju na rešetku. Ako su date dve tačke X i Y sa koordinatama $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ i $Y(y_1, y_2, \dots, y_n)$ u N -dimenzionalnom Euklidskom prostoru, tada Menhetn rastojanje između tačaka X i Y predstavlja sumu projekcija segmenata linije između tačaka X i Y (slika 35.b) koja je definisana sa:

$$D(X, Y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \dots + |x_n - y_n|$$

Za razliku od Euklidskog rastojanja kod kojeg postoji jedinstven, ujedno i najkraći put između dve tačke u Euklidskom prostoru, kod Menhetn rastojanja može postojati više puteva koji imaju istu dužinu, kao što je prikazano na slici 8.b. Menhetn rastojanje može se koristiti kao

gornja granica rastojanja između dve geolokacije u putnoj mreži, iako je moguće da stvarno rastojanje između dve geolokacije bude i veće (ako put zaobilazi neku prepreku poput jezera, planinskog venca i slično). Dužina stvarnog rastojanja u putnoj mreži najčešće je negde između Euklidskog i Menhetn rastojanja.



Slika 8: Euklidsko rastojanje između dve geolokacije (a); Menhetn rastojanja između dve geolokacije (b)

2.2.2. Složenost preuzimanja

Glavni problem prilikom preuzimanja rastojanja između dve geolokacije pozivanjem internet servisa je složenost koja postoji između broja geolokacija i broja mogućih rastojanja. U najopštijem slučaju, za svakih N lokacija neophodno je pozvati internet servis $N \times (N - 1)$ puta. U slučaju da internet servis dozvoljava, moguće je više manjih ruta (podruta) upakovati u jednu veliku rutu. U tom slučaju broj poziva je $(N \times (N - 1)) / C$ gde je C konstanta koja predstavlja broj upakovanih podruta. Bez obzira na veličinu konstante C , složenost preuzimanja svih rastojanja u matrici je kvadratna $O(N^2)$. Za veliki broj geolokacija takav način je nepraktičan iz najmanje dva razloga:

1. Vreme potrebno za preuzimanje svih rastojanja može biti vrlo veliko. U testiranom slučaju, u zavisnosti od kvaliteta internet konekcije i opterećenosti servisa moguće je bilo preuzeti između 2 i 4 rute po sekundi. Ako se uzme u obzir da se u jednu rutu pakuje 24 podruta dobija se brzina preuzimanja od oko 50 do 100 rastojanja po sekundi. U slučaju kada matrica treba da sadrži 10 hiljada geolokacija i 100 miliona rastojanja, potrebno je oko dve nedelje da bi se preuzela kompletna matrica. Za putnu mrežu koja je „živa” i koja se neprekidno menja i dopunjuje (ponekad i na dnevnom nivou), preuzimanje rastojanja između geolokacija grubom silom je skoro neizvodljivo.
2. Osim problema sa vremenom preuzimanja, problem može biti i cena poziva servisa. Svaki provajder nudi određeni broj poziva servisa besplatno na dnevnom nivou, ali

nakon što se dostigne dnevni limit ostali pozivi se naplaćaju. U slučaju Gugla, broj besplatnih poziva na dnevnom nivou iznosi 2.500 dok se svakih dodatnih 1000 poziva plaća 0.5\$. Ako se zanemari broj besplatnih poziva koji je relativno mali, za gorenavedenih 100 miliona rastojanja upakovanih u nešto više od 4 miliona ruta potrebno je izdvojiti nešto preko 4.000 \$.

2.2.3. Generisanje matrica rastojanja

Najveći broj radova na temu generisana matrica rastojanja posvećen je tehnikama ubrzanja njihovog kreiranja iz kompletne putne mreže. U zavisnosti od konkretnog problema ponekad je potrebno izračunati samo rastojanje između 2 geolokacije, a ponekad između više njih. U skladu sa tim poznato je više načina računanja: „jedan ka jedan“ (od jedne geolokacije ka drugoj geolokaciji), „jedan ka više“ (od jedne geolokacije istovremeno ka više geolokacija) i „više ka više“ (ili „svi ka svima“, kada je potrebno izračunati sve moguće kombinacije rastojanja između geolokacija).

Za računanje rastojanja „jedan ka jedan“ najčešće se koristi A^* (A-zvezda eng. *A-Star*) algoritam [42] i njegove modifikacije. Jedan od najpoznatijih algoritama za računanje rastojanja je Dijkstra algoritam [29] koji u jednom prolazu računa rastojanja „jedan ka više“ u $O(N \log N)$ vremenu, gde je N broj čvorova u grafu. Modifikovani Dijkstra algoritam koji se pokreće iz dva smera istovremeno [63] može se takođe koristiti za računanje „jedan ka jedan“ rastojanja. Pokazano je da je dvosmerni Dijkstra algoritam za potrebe računanja „jedan ka jedan“ rastojanja dva puta brži od originalnog [71]. Za računanje rastojanja „više ka više“ može se koristiti Flojd–Varšal algoritam [35] koji računa sva moguća rastojanja u $O(N^3)$ vremenu.

Predloženi algoritmi mogu se ubrzati ako se deo rastojanja preračuna unapred. Jedna od prvih tehnika zasnovanih na klasterizaciji putne mreže predložena je u [54]. Ideja je da se putna mreža podeli u klustere, a zatim u svakom klasteru preračunaju sva moguća rastojanja. Ubrzanje generisanja rastojanja moguće je postići i hijerarhijskim metodama koje koriste posledice teoreme o planarnim separatorima za grafove [51]. Hijerarhijske metode za generisanje rastojanja bazirane na hijerarhiji auto-puteva predložene su u [69] i [70], dok su algoritmi bazirani na tranzitnim tačkama predloženi u [13] i [71]. Generisanje rastojanja zasnovano na tranzitnim tačkama dobijenim pozivanjem internet servisa prikazano je u radovima [10] i [40] iz kojih su i preuzete ideje za korišćenje tranzitnih tačaka.

Ciljevi rešavanja problema generisanja matrica rastojanja su:

- konstrukcija algoritma za efikasno preuzimanje rastojanja putem internet servisa,
- generisanje aproksimiranih matrica rastojanja,

- testiranje aproksimiranih matrica u odnosu na matrice dobijene grubom silom na generičkim i realnim test primerima

Predstavljeni algoritam koji odabira podskup putne mreže i preuzima rastojanja nazvan je *Algoritam konusa*.

Poglavlje 3

Predloženi pristup

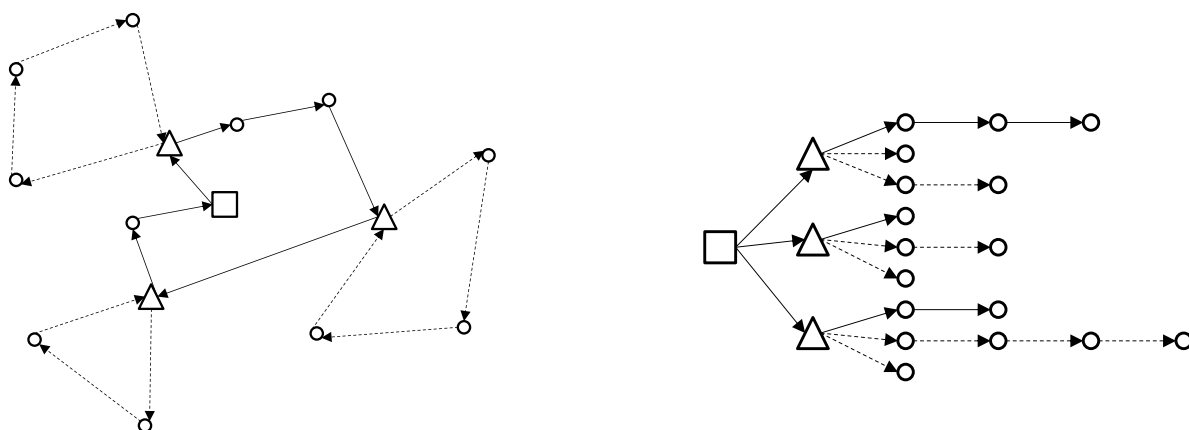
U ovom poglavlju predstavljena su rešenja i analize za probleme taktičkog planiranja, strateškog planiranja, strateško-taktičkog planiranja i sinhronizaciju sa proizvodnjom i generisanja matrica rastojanja.

3.1. Taktičko planiranje - određivanje lokacija satelita

U ovom delu razmatran je problem taktičkog planiranja. Opisane su struktura konfiguracije i transformacija koje se koriste u sklopu metaheuristike Simulirano kaljenje. Navedeni su i objašnjeni test primeri, način testiranja i ciljna funkcija. Na kraju su prikazani rezultati i njihova analiza.

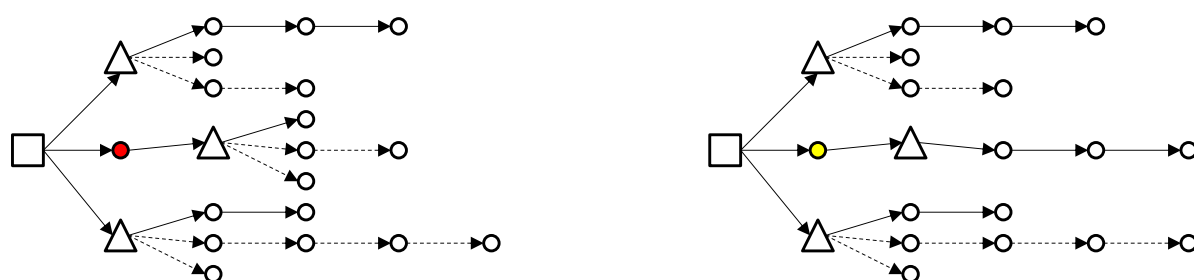
3.1.1. Struktura konfiguracije i transformacije

Shematski prikaz problema taktičkog planiranja prikazan je na slici 9.a, a struktura korišćena u rešenju na slici 9.b. Osnovna struktura za reprezentaciju ruta vozila je stablo. Pošto se vozila na kraju uvek vraćaju u lokaciju polaska, poslednja deonica rute u koju se vozilo vraća je jednoznačna i nije neophodno da bude inkorporirana u strukturu. Stablo se sastoji od čvorova skladišta (kvadrat na slici 9.b), čvorova razdelnika (veštački dodati čvorovi, trougao na slici 9.b) i čvorova mušterija (krug na slici 9.b). Čvorovi skladišta i razdelnika mogu imati više izlaznih grana, dok čvorovi mušterija mogu imati samo jednu. U korenu stabla nalazi se centralno skladište koje je povezano sa još N razdelnika. U početnom stanju sve mušterije vezane su za jedan, isti razdelnik.



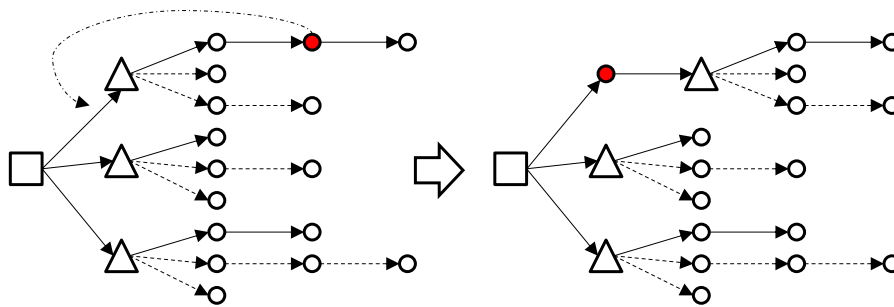
Slika 9: shematski prikaz problema (a); struktura stabla (b)

Razdelnici koji nisu direktno vezani za centralno skladište predstavljaju grananje na potencijalnim satelitima. Ukoliko između skladišta i razdelnika nema ni jedne mušterije kao na slici 9.b, podrazumeva se da rute polaze direktno iz skladišta. Ako između skladišta i razdelnika postoji mušterija, tada mušterija koja prethodi razdelniku predstavlja potencijalni satelit. Ukoliko sa razdelnika polazi više ruta, tada mušterija koja prethodi razdelniku predstavlja pravi satelit (mušterija obojena crvenom bojom, slika 10.a). Ako sa razdelnika polazi samo jedna ruta tada mušterija koja prethodi razdelniku nije pravi satelit već obična lokacija kroz koju prolazi vozilo (mušterija obojena žutom bojom, slika 10.b). Prva ruta koja polazi iz razdelnika (na slikama prikazana kao gornja strelica) predstavlja nastavak rute vozila koje je pošlo iz skladišta. Ostale rute koje polaze sa razdelnika (ako ih ima) su rute vozila koja polaze iz satelita.



Slika 10: primer pravog satelita u stablu (a); primer lažnog satelita u stablu (b)

Radi jednostavnosti implementirana je samo jedna transformacija koja se sastoji od prebacivanja mušterije sa jednog mesta u strukturi na drugo. Na slici 11 prikazan je primer kada mušterija nakon prebacivanja postaje satelit.



Slika 11: primer transformacije u stablu

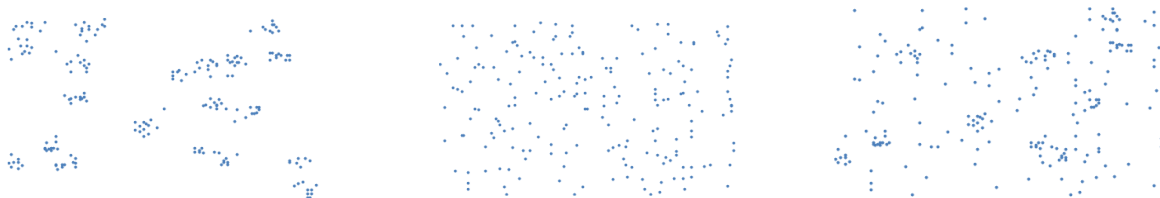
3.1.2. Skupovi test primera i parametri algoritma

Za potrebe testiranja algoritma korišćeni su Hombergerovi skupovi test primera [36] koji predstavljaju proširenje Solomonovih problema [73]. Ovi test primeri namenjeni su testiranju algoritama za rutiranje sa vremenskim ograničenjima. U centru se nalazi skladište, dok su mušterije raspoređene okolo. Test primeri su podeljeni po dva kriterijuma. Prvi kriterijum je klasterizacija, dok je drugi kriterijum širina vremenskog prozora.

Postoje tri grupe klasterizovanih test primera:

1. potpuno klasterizovani koji u nazivu imaju oznaku C (eng. *cluster*),
2. nasumično raspoređeni koji u nazivu imaju oznaku R (eng. *random*), i
3. kombinacija prve i druge vrste koji u nazivu imaju oznaku RC.

Prva grupa je model gde klasteri mogu predstavljati gradove koji su udaljeni i u kojima su grupisane mušterije. Druga grupa je model grada gde su pozicije mušterija ravnomerno raspoređene. Treća grupa je kombinacija prve dve grupe i verovatno u praksi najrealnija. Klasterizovani test primeri kreirani su tako da se u optimalnom slučaju jedan klaster može obići sa tačno jednim vozilom. Na slikama 12.a, 12.b i 12.c nalaze se ilustracije klasterizovanih, ravnomerno raspoređenih i kombinovanih problema.



Slika 12: test primeri grupe C (a); grupe R (b); grupe RC (c)

Druga podela test primera je na osnovu širine vremenskog prozora i tu postoje dve grupe:

1. problemi sa uskim prozorima koji u nazivu imaju oznaku 1 i
2. problemi sa širokim prozorima koji u nazivu imaju oznaku 2.

Test primeri sa uskim prozorima kreirani su sa ciljem da bi vozilo obilazilo mušterije u tačno određenom optimalnom redosledu. Kod test primera sa širokim prozorima vozila imaju veću slobodu po pitanju redosleda obilazaka mušterija u okviru istog klastera.

Opšti oblik naziva problema je XY_Z_U, gde je X oznaka klasterizacije, Y oznaka širine prozora, Z broj mušterija u stotinama i U redni broj problema. Na primer, oznaka RC2_4_2 predstavlja problem sa kombinovanom klasterizacijom, širokim prozorima i 400 mušterija (poslednji broj „2“ predstavlja redni broj problema).

Algoritam je testiran na skupovima sa 200 i 400 mušterija kojih ima ukupno 120. Spisak svih problema nalazi se u tabeli 1.

Tabela 1: spisak test primera											
200 mušterija						400 mušterija					
C		R		RC		C		R		RC	
C1_2_1	C2_2_1	R1_2_1	R2_2_1	RC1_2_1	RC2_2_1	C1_4_1	C2_4_1	R1_4_1	R2_4_1	RC1_4_1	RC2_4_1
C1_2_2	C2_2_2	R1_2_2	R2_2_2	RC1_2_2	RC2_2_2	C1_4_2	C2_4_2	R1_4_2	R2_4_2	RC1_4_2	RC2_4_2
C1_2_3	C2_2_3	R1_2_3	R2_2_3	RC1_2_3	RC2_2_3	C1_4_3	C2_4_3	R1_4_3	R2_4_3	RC1_4_3	RC2_4_3
C1_2_4	C2_2_4	R1_2_4	R2_2_4	RC1_2_4	RC2_2_4	C1_4_4	C2_4_4	R1_4_4	R2_4_4	RC1_4_4	RC2_4_4
C1_2_5	C2_2_5	R1_2_5	R2_2_5	RC1_2_5	RC2_2_5	C1_4_5	C2_4_5	R1_4_5	R2_4_5	RC1_4_5	RC2_4_5
C1_2_6	C2_2_6	R1_2_6	R2_2_6	RC1_2_6	RC2_2_6	C1_4_6	C2_4_6	R1_4_6	R2_4_6	RC1_4_6	RC2_4_6
C1_2_7	C2_2_7	R1_2_7	R2_2_7	RC1_2_7	RC2_2_7	C1_4_7	C2_4_7	R1_4_7	R2_4_7	RC1_4_7	RC2_4_7
C1_2_8	C2_2_8	R1_2_8	R2_2_8	RC1_2_8	RC2_2_8	C1_4_8	C2_4_8	R1_4_8	R2_4_8	RC1_4_8	RC2_4_8
C1_2_9	C2_2_9	R1_2_9	R2_2_9	RC1_2_9	RC2_2_9	C1_4_9	C2_4_9	R1_4_9	R2_4_9	RC1_4_9	RC2_4_9
C1_2_10	C2_2_10	R1_2_10	R2_2_10	RC1_2_10	RC2_2_10	C1_4_10	C2_4_10	R1_4_10	R2_4_10	RC1_4_10	RC2_4_10

Prilikom rešavanja problema, Simulirano kaljenje počinje na temperaturi $T_0 = 10000$ i završava se kada temperatura padne ispod $T_k = 0.1$. Hlađenje sistema vrši se po eksponencijalnoj formuli $T_n = T_0 \alpha^n$ ($T_n = T_{n-1} \alpha$) gde je parametar hlađenja $\alpha = 0.9995$. Hlađenje se vrši nakon svake prihvaćene transformacije. Svi test primeri, i oni manjih i oni većih dimenzija testiraju se sa istim parametrima hlađenja.

Za potrebe metaheuristike SA korišćena je jednostavna ciljna funkcija. Neka su data vozila V_i , $i = 1...N$, i neka je $P(V_i)$ pređeni put vozila V_i . Neka je $K(V)$ ukupan broj mušterija na kojima neko od vozila premašuje kapacitet i neka je $T(V)$ ukupan broj mušterija kod koje neko od vozila kasni. Ciljna funkcija tada je definisana sa:

$$Min: \sum P(V_i) + C_1 K(V) + C_2 T(V),$$

gde su C_1 i C_2 dovoljno velike konstante (oko 10000).

U definisanoj ciljnoj funkciji konstante C_1 i C_2 predstavljaju penale koji služe da postepeno smanjuju broj mušterija na kojima je premašen kapacitet vozila i kod kojih vozilo kasni sa primopredajom.

Za svaki test primer algoritam je testiran 64 puta, jednom sa fiksnim centralnim skladištem bez satelita i jednom sa dinamičkim izborom satelita. Algoritam je izvršavan ukupno $2 \times 120 \times 64 = 15360$ puta. Maksimalan broj dozvoljenih satelita kod automatskog biranja fiksiran je na 10.

Prikazani algoritam implementiran je u jeziku C++ i testiran na računaru AMD X4 sa 4GB ram memorije i operativnim sistemom Windows 10.

3.1.3. Rezultati i analiza

U literaturi ne postoje rezultati za varijaciju problema taktičkog planiranja koja se analizira u radu. Umesto poređenja sa drugim algoritmima naglasak je stavljen na poređenje rezultata dobijenih pokretanjem algoritma sa i bez mogućnosti automatskog odabiranja satelita.

Rezultati testiranja algoritma nalaze se u tabelama 2, 3, 4 i 5. U tabeli 2 prikazani su rezultati testiranja algoritma na test primerima sa 200, dok su u tabeli 3 prikazani rezultati na test primerima sa 400 mušterija. U prvoj koloni prikazan je naziv test primera, u drugoj prosečan broj odabranih satelita, u trećoj prosečan broj ruta, a u četvrtoj koloni prosečan broj ruta koje polaze iz satelita. U petoj koloni prikazan je prosečan ukupan put, a u šestoj koloni prosečno vreme testiranja u sekundama. Kolone od 2 do 6 podeljene su na po 2 potkolone. Prva prikazuje rezultate bez upotrebe satelita, dok druga kolona prikazuje rezultate sa automatskim izborom satelita. Poslednje 3 kolone prikazuju poređenje algoritma sa automatskim izborom satelita i algoritma bez korišćenja satelita po formuli $Auto/Bez - 100\%$.

Tabela 2: rezultati na test primerima sa 200 mušterija

Test primer	Satelita		Ruta		Sat-ruta		Put		Vreme		Ruta	Put	Vreme
	Bez	Auto	Bez	Auto	Bez	Auto	Bez	Auto	Bez	Auto			
C1_2_1	0.00	0.77	23.41	23.67	0.00	0.92	3225.52	3182.48	12.12	11.91	1.13%	-1.33%	-1.77%
C1_2_2	0.00	1.23	23.00	23.72	0.00	1.66	3197.25	3224.85	10.04	9.90	3.13%	0.86%	-1.35%
C1_2_3	0.00	2.31	22.69	23.23	0.00	3.63	3215.71	3101.05	8.73	8.69	2.41%	-3.57%	-0.45%
C1_2_4	0.00	2.58	21.03	21.98	0.00	4.02	3067.17	2947.96	7.40	7.54	4.53%	-3.89%	1.92%
C1_2_5	0.00	1.25	22.95	24.03	0.00	1.83	3189.25	3196.75	11.64	11.52	4.70%	0.24%	-0.98%
C1_2_6	0.00	1.56	23.17	24.42	0.00	2.33	3156.25	3180.97	11.08	10.94	5.39%	0.78%	-1.22%
C1_2_7	0.00	1.52	22.59	23.66	0.00	2.44	3135.51	3100.14	10.88	10.77	4.70%	-1.13%	-1.06%
C1_2_8	0.00	2.42	22.17	23.47	0.00	3.84	3054.28	2970.72	9.11	9.16	5.85%	-2.74%	0.49%
C1_2_9	0.00	3.22	21.69	23.61	0.00	6.11	3011.29	2886.36	8.43	8.55	8.86%	-4.15%	1.42%
C1_2_10	0.00	3.94	21.52	23.66	0.00	7.30	3002.36	2837.90	7.45	7.92	9.95%	-5.48%	6.25%
C2_2_1	0.00	2.58	15.09	15.53	0.00	3.27	2507.34	2462.39	11.15	10.92	2.90%	-1.79%	-2.06%
C2_2_2	0.00	2.86	14.19	15.23	0.00	4.20	2390.73	2356.06	9.19	9.22	7.38%	-1.45%	0.32%
C2_2_3	0.00	2.91	12.72	14.03	0.00	3.98	2216.53	2208.28	8.24	8.49	10.32%	-0.37%	3.06%
C2_2_4	0.00	2.77	11.23	12.16	0.00	3.64	2109.58	2041.35	6.88	7.40	8.21%	-3.23%	7.63%
C2_2_5	0.00	3.03	14.03	15.27	0.00	4.38	2353.75	2334.66	9.45	9.52	8.80%	-0.81%	0.67%

Algoritmi strateškog planiranja i optimizacije transporta

C2_2_6	0.00	3.22	13.78	14.61	0.00	4.55	2335.61	2253.73	8.94	8.95	6.01%	-3.51%	0.15%
C2_2_7	0.00	2.58	13.50	14.14	0.00	3.50	2329.17	2287.45	8.66	8.63	4.75%	-1.79%	-0.31%
C2_2_8	0.00	3.30	13.06	13.81	0.00	4.88	2251.47	2178.75	8.43	8.52	5.74%	-3.23%	1.05%
C2_2_9	0.00	3.08	13.19	13.80	0.00	4.39	2261.98	2196.62	8.35	8.33	4.62%	-2.89%	-0.30%
C2_2_10	0.00	2.72	12.34	13.16	0.00	3.84	2195.75	2148.03	7.90	7.96	6.58%	-2.17%	0.78%
R1_2_1	0.00	2.30	29.91	31.50	0.00	4.22	5297.36	5164.37	12.73	12.78	5.33%	-2.51%	0.41%
R1_2_2	0.00	2.38	25.92	27.27	0.00	3.86	4537.06	4425.24	11.32	11.26	5.18%	-2.46%	-0.52%
R1_2_3	0.00	1.86	22.42	22.84	0.00	2.61	3863.09	3801.39	10.23	10.13	1.88%	-1.60%	-0.91%
R1_2_4	0.00	2.13	20.03	20.89	0.00	3.06	3456.08	3384.01	8.86	9.00	4.29%	-2.09%	1.62%
R1_2_5	0.00	3.97	25.64	28.09	0.00	7.58	4610.49	4441.43	12.86	13.03	9.57%	-3.67%	1.26%
R1_2_6	0.00	3.59	23.34	24.88	0.00	5.86	4070.66	3911.97	11.29	11.27	6.56%	-3.90%	-0.17%
R1_2_7	0.00	2.80	20.92	22.13	0.00	4.48	3604.06	3522.99	9.95	9.94	5.75%	-2.25%	-0.05%
R1_2_8	0.00	3.16	19.50	20.89	0.00	5.03	3344.17	3247.91	8.62	8.88	7.13%	-2.88%	3.01%
R1_2_9	0.00	4.80	23.42	25.59	0.00	8.70	4224.01	4045.98	12.41	12.50	9.27%	-4.21%	0.73%
R1_2_10	0.00	4.67	21.08	23.19	0.00	8.30	3752.82	3586.81	10.92	11.19	10.01%	-4.42%	2.51%
R2_2_1	0.00	6.17	19.58	23.06	0.00	11.63	4016.59	3765.11	10.55	11.44	17.80%	-6.26%	8.39%
R2_2_2	0.00	4.88	17.64	19.44	0.00	8.39	3622.29	3411.66	9.42	9.45	10.19%	-5.81%	0.30%
R2_2_3	0.00	4.33	15.22	16.31	0.00	6.75	3114.97	2937.39	8.55	8.59	7.19%	-5.70%	0.49%
R2_2_4	0.00	2.41	10.95	11.23	0.00	3.27	2427.29	2361.78	7.41	7.53	2.57%	-2.70%	1.58%
R2_2_5	0.00	5.55	16.77	19.42	0.00	8.88	3641.77	3437.05	10.63	10.82	15.84%	-5.62%	1.74%
R2_2_6	0.00	4.30	15.14	16.36	0.00	6.61	3283.16	3087.68	9.24	9.31	8.05%	-5.95%	0.76%
R2_2_7	0.00	3.50	12.84	13.98	0.00	4.94	2852.01	2736.96	8.21	8.29	8.88%	-4.03%	1.00%
R2_2_8	0.00	2.23	10.05	10.53	0.00	2.78	2334.86	2281.60	7.27	7.32	4.82%	-2.28%	0.69%
R2_2_9	0.00	4.47	15.75	17.33	0.00	7.11	3407.83	3229.58	10.32	10.30	10.02%	-5.23%	-0.15%
R2_2_10	0.00	3.63	13.63	14.58	0.00	4.94	3096.10	2995.25	9.83	9.71	7.00%	-3.26%	-1.18%
RC1_2_1	0.00	2.63	24.66	25.88	0.00	4.33	4018.61	3930.08	12.30	11.87	4.94%	-2.20%	-3.47%
RC1_2_2	0.00	2.44	22.89	23.84	0.00	3.66	3693.95	3601.38	10.37	10.01	4.16%	-2.51%	-3.47%
RC1_2_3	0.00	2.53	21.25	22.22	0.00	3.66	3436.05	3327.86	9.19	8.90	4.56%	-3.15%	-3.14%
RC1_2_4	0.00	2.97	19.91	21.13	0.00	4.47	3216.87	3096.75	7.81	7.85	6.12%	-3.73%	0.44%
RC1_2_5	0.00	3.31	23.33	24.83	0.00	5.73	3808.72	3682.23	11.06	10.80	6.43%	-3.32%	-2.34%
RC1_2_6	0.00	3.84	22.80	24.81	0.00	6.47	3734.61	3603.65	10.88	10.70	8.84%	-3.51%	-1.62%
RC1_2_7	0.00	4.41	22.11	24.27	0.00	7.86	3595.86	3408.11	10.14	10.12	9.75%	-5.22%	-0.17%
RC1_2_8	0.00	4.08	20.84	23.22	0.00	7.42	3447.69	3264.82	9.32	9.30	11.39%	-5.30%	-0.25%
RC1_2_9	0.00	4.03	20.77	23.16	0.00	7.14	3409.44	3261.61	9.23	9.27	11.51%	-4.34%	0.51%
RC1_2_10	0.00	4.64	20.27	22.98	0.00	8.23	3306.98	3114.68	8.68	8.78	13.42%	-5.82%	1.15%
RC2_2_1	0.00	5.70	17.88	20.44	0.00	9.73	3322.33	3115.76	9.78	9.96	14.34%	-6.22%	1.80%
RC2_2_2	0.00	4.55	16.34	17.94	0.00	7.64	3065.86	2874.34	8.81	8.63	9.75%	-6.25%	-2.07%
RC2_2_3	0.00	4.19	14.25	15.89	0.00	6.33	2786.08	2616.15	7.96	7.82	11.51%	-6.10%	-1.71%
RC2_2_4	0.00	2.72	11.39	11.98	0.00	3.81	2332.89	2250.54	6.70	6.68	5.21%	-3.53%	-0.34%
RC2_2_5	0.00	4.66	15.41	17.38	0.00	7.05	3059.83	2884.89	9.13	8.90	12.78%	-5.72%	-2.48%
RC2_2_6	0.00	4.48	15.36	17.11	0.00	7.06	3023.96	2842.19	9.18	8.98	11.39%	-6.01%	-2.18%
RC2_2_7	0.00	4.13	14.25	15.80	0.00	6.19	2818.54	2669.30	8.75	8.56	10.86%	-5.29%	-2.13%
RC2_2_8	0.00	3.56	13.09	14.38	0.00	5.08	2702.31	2587.36	7.95	7.73	9.79%	-4.25%	-2.80%
RC2_2_9	0.00	3.55	12.44	13.64	0.00	4.98	2616.98	2497.29	7.65	7.57	9.67%	-4.57%	-1.01%
RC2_2_10	0.00	3.30	11.52	12.78	0.00	4.20	2489.38	2399.87	7.38	7.29	10.99%	-3.60%	-1.27%

Tabela 3: rezultati na test primerima sa 400 mušterija

Test primer	Satelita		Ruta		Sat ruta		Put		Vreme		Rute	Put	Vreme
	Bez	Auto	Bez	Auto	Bez	Auto	Bez	Auto	Bez	Auto			
C1_4_1	0.00	0.23	51.98	52.31	0.00	0.44	9785.95	9800.57	63.79	59.26	0.63%	0.15%	-7.11%
C1_4_2	0.00	0.22	51.22	51.30	0.00	0.48	9743.67	9678.69	46.80	43.32	0.15%	-0.67%	-7.42%
C1_4_3	0.00	0.48	48.02	47.75	0.00	1.09	9402.91	9413.74	37.77	35.39	-0.55%	0.12%	-6.28%
C1_4_4	0.00	1.47	42.69	42.91	0.00	3.66	8630.73	8512.35	31.53	30.16	0.51%	-1.37%	-4.36%
C1_4_5	0.00	0.19	49.67	50.63	0.00	0.36	9383.52	9513.44	56.73	55.37	1.92%	1.38%	-2.38%
C1_4_6	0.00	0.33	51.14	51.11	0.00	0.78	9655.38	9554.62	53.67	51.64	-0.06%	-1.04%	-3.79%

Poglavlje 3. Rešenja

C1_4_7	0.00	0.38	48.72	48.88	0.00	0.89	9274.72	9232.75	52.54	50.80	0.32%	-0.45%	-3.30%
C1_4_8	0.00	0.70	48.08	48.69	0.00	1.88	8995.48	9023.60	43.79	42.46	1.27%	0.31%	-3.03%
C1_4_9	0.00	1.05	45.88	46.31	0.00	2.50	8688.03	8635.59	38.67	37.34	0.95%	-0.60%	-3.43%
C1_4_10	0.00	1.72	44.28	45.20	0.00	4.41	8476.52	8399.88	35.97	33.56	2.08%	-0.90%	-6.70%
C2_4_1	0.00	2.39	30.06	29.23	0.00	5.97	6184.78	6139.20	48.77	47.29	-2.75%	-0.74%	-3.04%
C2_4_2	0.00	3.06	29.61	29.20	0.00	8.42	6047.31	5925.34	38.86	36.96	-1.37%	-2.02%	-4.89%
C2_4_3	0.00	3.55	27.48	27.63	0.00	9.27	5740.24	5566.47	34.06	32.40	0.51%	-3.03%	-4.89%
C2_4_4	0.00	4.80	23.42	24.39	0.00	10.63	5124.41	4984.74	28.77	28.71	4.14%	-2.73%	-0.20%
C2_4_5	0.00	3.36	28.44	27.53	0.00	8.72	5822.66	5656.03	41.34	40.01	-3.19%	-2.86%	-3.21%
C2_4_6	0.00	3.91	27.53	27.03	0.00	10.48	5721.58	5475.43	38.50	36.98	-1.82%	-4.30%	-3.93%
C2_4_7	0.00	3.83	27.33	27.00	0.00	9.98	5691.88	5502.57	37.37	36.07	-1.20%	-3.33%	-3.47%
C2_4_8	0.00	4.09	25.75	26.08	0.00	10.66	5471.52	5250.32	36.14	35.14	1.27%	-4.04%	-2.77%
C2_4_9	0.00	3.97	26.08	26.38	0.00	9.91	5512.89	5312.76	36.10	34.95	1.14%	-3.63%	-3.19%
C2_4_10	0.00	4.16	24.03	24.53	0.00	9.52	5218.89	5047.72	33.61	33.03	2.08%	-3.28%	-1.72%
R1_4_1	0.00	0.28	55.20	55.31	0.00	0.55	12459.57	12425.28	58.42	58.43	0.20%	-0.28%	0.01%
R1_4_2	0.00	0.64	49.38	49.39	0.00	1.23	10926.62	10900.94	47.15	46.45	0.03%	-0.23%	-1.49%
R1_4_3	0.00	0.63	43.11	43.61	0.00	1.03	9477.78	9446.44	43.56	42.28	1.16%	-0.33%	-2.94%
R1_4_4	0.00	1.16	39.38	39.83	0.00	2.38	8697.52	8609.68	38.63	36.98	1.15%	-1.01%	-4.28%
R1_4_5	0.00	1.30	49.00	49.16	0.00	3.44	11005.53	10971.67	57.74	56.71	0.32%	-0.31%	-1.79%
R1_4_6	0.00	1.20	45.84	46.16	0.00	3.13	10129.42	10102.67	46.45	46.17	0.68%	-0.26%	-0.62%
R1_4_7	0.00	1.27	41.17	41.80	0.00	3.23	8999.08	8984.45	42.05	41.41	1.52%	-0.16%	-1.52%
R1_4_8	0.00	1.92	38.73	39.44	0.00	4.44	8489.47	8392.13	37.22	36.57	1.82%	-1.15%	-1.75%
R1_4_9	0.00	1.84	44.92	45.28	0.00	5.03	10234.53	10141.38	55.33	54.54	0.80%	-0.91%	-1.43%
R1_4_10	0.00	2.73	41.59	42.20	0.00	7.58	9428.60	9244.99	51.51	50.19	1.47%	-1.95%	-2.58%
R2_4_1	0.00	4.84	36.56	34.94	0.00	18.42	9436.44	9056.35	46.75	48.43	-4.44%	-4.03%	3.59%
R2_4_2	0.00	4.88	33.39	32.22	0.00	16.56	8556.71	8233.09	39.03	38.62	-3.51%	-3.78%	-1.06%
R2_4_3	0.00	4.89	28.34	28.03	0.00	14.73	7404.52	7024.57	34.74	34.32	-1.10%	-5.13%	-1.21%
R2_4_4	0.00	4.22	20.97	20.75	0.00	8.88	5834.38	5632.17	30.76	30.45	-1.04%	-3.47%	-0.99%
R2_4_5	0.00	5.02	32.48	30.92	0.00	17.00	8627.17	8231.11	46.68	46.83	-4.81%	-4.59%	0.31%
R2_4_6	0.00	4.48	29.66	28.72	0.00	14.41	7913.56	7551.91	39.25	38.38	-3.16%	-4.57%	-2.21%
R2_4_7	0.00	4.72	25.42	25.16	0.00	12.84	6893.77	6552.96	34.27	33.92	-1.04%	-4.94%	-1.02%
R2_4_8	0.00	3.81	19.55	19.55	0.00	7.86	5629.57	5434.87	30.21	30.32	0.00%	-3.46%	0.34%
R2_4_9	0.00	4.78	29.77	28.97	0.00	14.50	8023.08	7640.90	45.45	45.44	-2.68%	-4.76%	-0.03%
R2_4_10	0.00	4.92	27.02	26.94	0.00	12.81	7502.95	7182.70	43.54	43.44	-0.29%	-4.27%	-0.21%
RC1_4_1	0.00	0.64	49.20	49.50	0.00	1.38	10387.04	10353.56	53.31	52.12	0.60%	-0.32%	-2.23%
RC1_4_2	0.00	0.47	46.13	46.17	0.00	1.09	9619.46	9569.09	44.04	43.18	0.10%	-0.52%	-1.96%
RC1_4_3	0.00	1.08	42.59	43.14	0.00	2.09	8930.30	8910.32	37.35	36.77	1.28%	-0.22%	-1.55%
RC1_4_4	0.00	0.89	40.17	40.58	0.00	1.78	8461.93	8470.99	32.80	32.40	1.01%	0.11%	-1.20%
RC1_4_5	0.00	0.92	46.31	46.83	0.00	1.97	9865.28	9787.94	48.06	47.27	1.11%	-0.78%	-1.64%
RC1_4_6	0.00	0.97	46.02	46.14	0.00	2.19	9791.15	9636.22	48.03	46.80	0.27%	-1.58%	-2.57%
RC1_4_7	0.00	1.09	44.31	44.66	0.00	2.59	9435.05	9390.10	44.54	43.72	0.78%	-0.48%	-1.85%
RC1_4_8	0.00	1.59	42.61	42.92	0.00	3.83	9099.96	8996.10	41.55	40.74	0.73%	-1.14%	-1.96%
RC1_4_9	0.00	1.81	42.16	42.78	0.00	4.41	8993.62	8821.48	41.23	40.52	1.48%	-1.91%	-1.73%
RC1_4_10	0.00	2.48	40.88	41.88	0.00	6.56	8762.00	8591.91	38.67	38.39	2.45%	-1.94%	-0.72%
RC2_4_1	0.00	5.36	33.61	33.95	0.00	18.61	8249.73	7746.35	42.45	42.51	1.02%	-6.10%	0.15%
RC2_4_2	0.00	4.70	30.48	30.48	0.00	17.06	7557.64	7135.89	36.21	35.39	0.00%	-5.58%	-2.27%
RC2_4_3	0.00	4.48	26.69	26.45	0.00	13.50	6676.53	6300.80	32.31	31.63	-0.88%	-5.63%	-2.10%
RC2_4_4	0.00	4.33	20.42	20.67	0.00	9.30	5467.09	5172.45	27.63	27.71	1.22%	-5.39%	0.29%
RC2_4_5	0.00	5.31	29.80	30.23	0.00	16.16	7481.08	7096.21	39.60	38.84	1.47%	-5.14%	-1.93%
RC2_4_6	0.00	5.23	29.53	30.25	0.00	15.92	7443.92	7090.76	39.53	39.23	2.43%	-4.74%	-0.76%
RC2_4_7	0.00	5.47	28.11	28.67	0.00	14.84	7114.69	6704.87	37.26	36.81	2.00%	-5.76%	-1.21%
RC2_4_8	0.00	5.11	25.78	26.38	0.00	12.14	6740.31	6414.89	34.64	34.11	2.30%	-4.83%	-1.53%
RC2_4_9	0.00	5.28	24.81	25.64	0.00	12.45	6556.26	6201.07	33.66	33.34	3.34%	-5.42%	-0.93%
RC2_4_10	0.00	5.44	23.48	23.92	0.00	11.39	6220.39	5895.54	33.03	32.40	1.86%	-5.22%	-1.91%

U tabelama 4 i 5 prikazani su kumulativni rezultati. U prve 4 kolone prikazani su prosečni rezultati za grupu test primera sa uskim, dok su u naredne 4 kolone prikazani rezultati za

grupu test primera sa širokim prozorima. U poslednje 3 kolone prikazani su prosečni rezultati za obe vrste vremenskih prozora. U prvom redu prikazani su prosečni rezultati za klasterizovane, u drugom za ravnomerno raspoređene, a u trećem za kombinovane test primere. U četvrtom redu prikazani su rezultati za sve 3 vrste test primera. U poslednjem redu i poslednje 3 kolone prikazani su kumulativni rezultati za sve test primere.

Tabela 4: kumulativni rezultati na test primerima sa 200 mušterija

Grupa	Rute %	Put %	Vreme %	Grupa	Rute %	Put %	Vreme %	Rute %	Put %	Vreme %
C1_2	5.07%	-2.04%	0.32%	C2_2	6.53%	-2.12%	1.10%	5.80%	-2.08%	0.71%
R1_2	6.50%	-3.00%	0.79%	R2_2	9.23%	-4.69%	1.36%	7.87%	-3.84%	1.07%
RC1_2	8.11%	-3.91%	-1.24%	RC2_2	10.63%	-5.15%	-1.42%	9.37%	-4.53%	-1.33%
Prosek	6.56%	-2.98%	-0.04%	Prosek	8.80%	-3.99%	0.35%	7.68%	-3.49%	0.15%

Tabela 5: kumulativni rezultati na test primerima sa 400 mušterija

Grupa	Rute %	Put %	Vreme %	Grupa	Rute %	Put %	Vreme %	Rute %	Put %	Vreme %
C1_4	0.72%	-0.31%	-4.78%	C2_4	-0.12%	-2.99%	-3.13%	0.30%	-1.65%	-3.96%
R1_4	0.91%	-0.66%	-1.84%	R2_4	-2.21%	-4.30%	-0.25%	-0.65%	-2.48%	-1.04%
RC1_4	0.98%	-0.88%	-1.74%	RC2_4	1.48%	-5.38%	-1.22%	1.23%	-3.13%	-1.48%
Prosek	0.87%	-0.62%	-2.79%	Prosek	-0.28%	-4.23%	-1.53%	0.29%	-2.42%	-2.16%

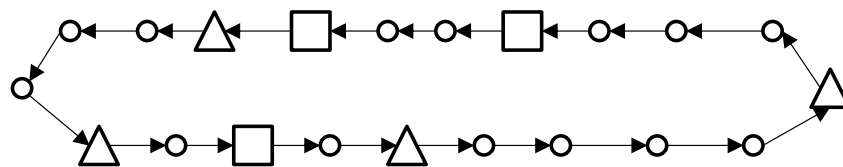
Na test primerima sa manjim brojem mušterija broj ruta kod algoritma sa automatskim biranjem satelita uvećan je za 5.80 do 9.37%, u proseku za 7.68%. Kod test primera sa većim brojem mušterija razlika u broju ruta je mnogo manja i kreće se od -0.65 do 1.23%, u proseku 0.29%. Na svim test primerima algoritam sa automatskim izborom satelita davao je bolje rezultate kada se posmatra ukupan pređeni put. Za test primere sa 200 mušterija rezultati su bolji za 2.04% do 3.91% na test primerima sa uskim prozorima, a 2.08% do 4.53% na test primerima sa širokim prozorima. Na test primerima sa 400 mušterija rezultati su bolji za 0.31% do 0.88% na test primerima sa uskim prozorima i 1.65% do 3.13% na test primerima sa širokim prozorima. Ukupno posmatrajući, algoritam je davao bolje rezultate na test primerima sa širokim prozorima. Istovremeno, od sve tri vrste klasterizacije algoritam se najbolje ponašao na kombinovanim, a najslabije na klasterizovanim test primerima. Razlog za takvo ponašanje algoritma je što su klasterizovani primeri kreirani sa namerom da se jedan klaster može obići sa tačno jednim vozilom, te kreiranje satelita i podela posla na više vozila najčešće nije optimalan izbor. Sveukupno, rezultati na manjim test primerima su bolji, a razlog bi mogao biti to što je tokom testiranja korišćeno relativno brzo hlađenje koje je verovatno prebrzo za veće test primere. Veći test primeri su kompleksniji i zahtevaju više vremena/iteracija po test primeru od manjih.

3.2. Strateško planiranje - određivanje lokacija skladišta

U ovom delu razmatran je problem strateškog planiranja. Opisane su struktura konfiguracije i objašnjena je univerzalna transformacija. Navedeni su i objašnjeni test primeri, način testiranja i ciljna funkcija. Na kraju su prikazani rezultati i njihova analiza.

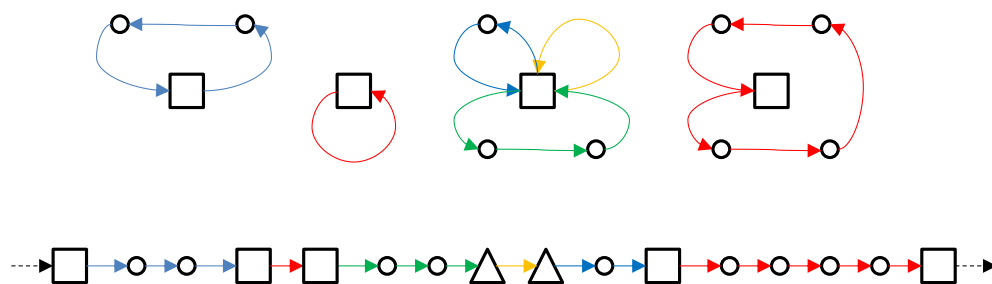
3.2.1. Struktura konfiguracije i transformacije

Shematski prikaz problema strateškog planiranja prikazan je na slici 5.a. Za potrebe efikasnog izvršavanja algoritma koristi se kružna lista sa markerima koji označavaju skladišta (kvadrati), mušterije (krugovi) i vozila (kvadrati za prvo vozilo koje polazi iz skladišta, trouglovi za ostala vozila) (slike 13, 14). Ideja je nezavisno razvijena, ali ima sličnosti sa strukturom koja je predložena u [83]. Razlika je što su autori razmeštali markere u linearnu strukturu zbog čega su morali da definišu različite transformacije u zavisnosti pozicije u strukturi (početak, kraj ili sredina). Prednost razmeštanja markera u kružnu listu je što nije potrebno definisati različite transformacije u zavisnosti od pozicije markera jer se sve pozicije mogu tretirati na isti način.



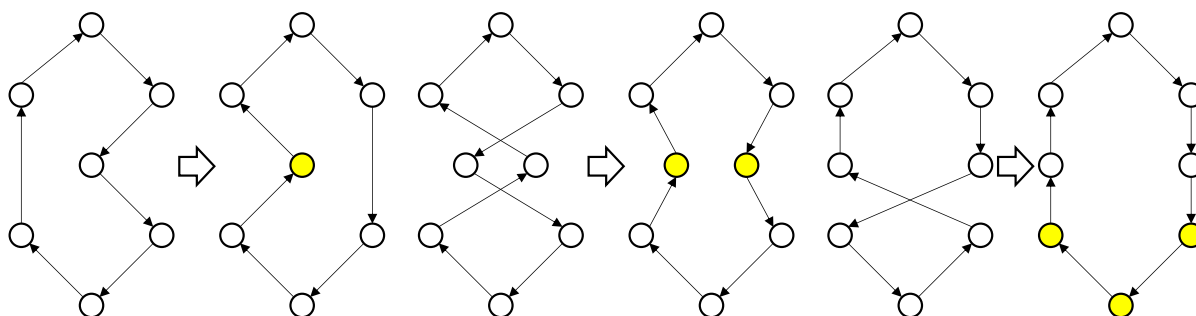
Slika 13: kružna lista sa markerima

Na slici 14 u gornjem redu shematski su prikazana skladišta, mušterije i vozila. U donjem delu slike prikazano je kodiranje markera u listu. Neka su data 4 skladišta. Prvo skladište ima jedno vozilo koje obilazi 2 mušterije. Drugo skladište ima samo jedno prazno vozilo. Treće skladište ima 3 vozila. Prvo vozilo obilazi 2 mušterije, drugo je prazno i treće obilazi jednu mušteriju. Poslednje skladište ima jedno vozilo koje obilazi 4 mušterije. U isečku liste koji je prikazan u donjem delu slike, posmatrajući sa leva na desno, prvi kvadrat istovremeno označava prvo skladište i prvo vozilo na tom skladištu. 2 kruga označavaju 2 mušterije. Drugi kvadrat označava drugo skladište koje je prazno i zato je slepljeno sa trećim skladištem. Prva 2 kruga trećeg skladišta pripadaju prvom vozilu. Drugo vozilo je prazno i zbog toga su prvi i drugi trougao slepljeni. Na drugom trouglu koji predstavlja treće vozilo ima jedna mušterija koja je predstavljena krugom. Poslednje skladište ima samo jedno vozilo koje obilazi 4 mušterije.



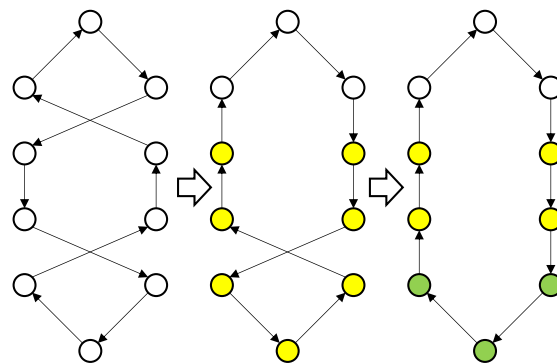
Slika 14: kodiranje markera u kružnu listu

Najvažniji zadatak transformacije je da protrese strukturu i omogući preskakanje potencijalnih barijera kako algoritam ne bi ostao zarobljen u lokalnom minimumu. Postoji nekoliko standardnih vrsta transformacija koje se često koriste u kombinaciji sa SA, a to su prebacivanje, zamena i inverzija (eng. „*2-opt*“). Navedene transformacije prikazane su na slikama 15. U radu [83], navedene transformacije korišćene su tako što su unapred definisane njihove učestalosti u zavisnosti od lokacija transformacije.



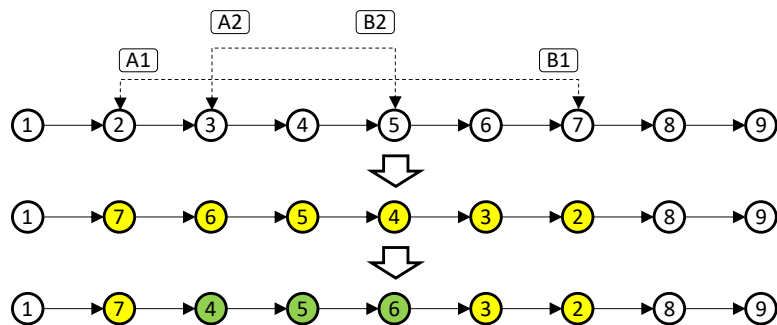
Slika 15: transformacije prebacivanje čvora (a); zamena čvorova (b); inverzija dela liste (c)

Transformacija koja je prikazana na slici 16 predstavlja generičku tj. univerzalnu transformaciju i može da simulira sve standardne transformacije kao i neke koje nemaju ime ili do sada uopšte nisu korišćene. Generička transformacija sastoji se od dve vezane transformacije inverzije. Svaka transformacija inverzije menja smer kretanja na invertovanom delu. Kao što je prikazano na slici 16, bazična ideja transformacije inverzije je da se izbegne ukrštanje puteva ako je moguće i pritom zadrži smer kretanja.



Slika 16: generička transformacija

Drugi način prikaza gde se jasno vidi da transformacija inverzije predstavlja obrtanje dela liste prikazan je na slici 17. Generička transformacija vrši dve inverzije, prvo na spoljašnjem intervalu (A_1, B_1), a zatim i na unutrašnjem (A_2, B_2). U konkretnom primeru datom na slici 17, marker 7 zamenjuje se za par markera {2, 3} i obrnuto. Istovremeno markeri 2 i 3 menjaju mesta. Markeri 4, 5 i 6 su zadržali početni redosled.



Slika 17: generička transformacija (zamena markera jedan za više)

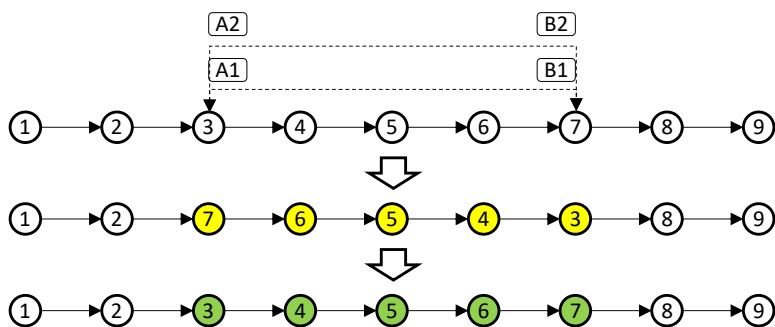
Da bi se odredili segmenti na kojima se vrše transformacije inverzije neophodno je na slučajan način odabrati četiri lokacije u listi. Odabiranje lokacija moguće je vršiti na više načina. Prvi način bio bi da se nasumično odaberu dve lokacije A_1 i B_1 . Nakon toga se na segmentu između A_1 i B_1 odabiraju dve nove lokacije A_2 i B_2 . Pretpostavlja se da je lokacija A_2 prva, a B_2 druga ukoliko se posmatra iz lokacije A_1 u smeru obrnutom od kazaljke na satu. Drugi način bi bio da se odmah nasumično odaberu četiri lokacije i da se prva odabrana lokacija proglašava za A_1 . Sledeće tri lokacije bile bi A_2, B_2 i B_1 ako se posmatra iz lokacije A_1 u pravcu obrnutom od kazaljke na satu. U algoritmu koji je predstavljen koristi se prvi način odabiranja lokacija u listi.

Prva transformacija inverzije menja mesta markerima u listi na segmentu (A_1, B_1), dok druga transformacija menja mesta markerima na segmentu (A_2, B_2). U zavisnosti od veličine i

pozicije segmenata, generička transformacija može da simulira više različitih standardnih i nestandardnih transformacija. Transformacije se mogu razvrstati u više zasebnih slučajeva.

Slučaj 1 (nulta transformacija): $A_2 = A_1$ i $B_2 = B_1$

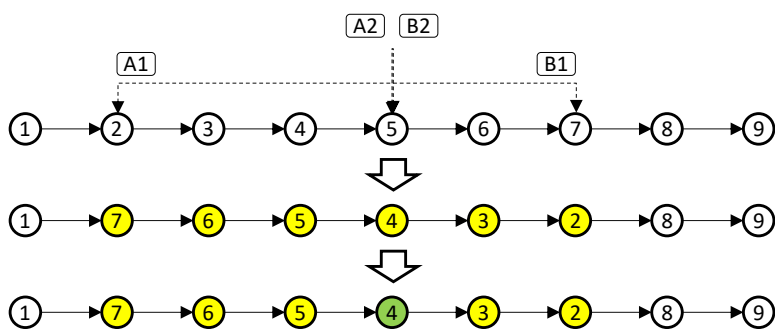
Ovo je slučaj koji se u praksi jako retko dešava i podrazumeva da se segmenti (A_1, B_1) i (A_2, B_2) poklapaju (slika 18). Ono što prva transformacija invertuje druga vrati u početno stanje, tako da je rezultat generičke transformacije u stvari nulta transformacija (struktura nije promenjena).



Slika 18: nulta transformacija

Slučaj 2: $A_2 = B_2$

Kada su lokacije A_2 i B_2 identične tada ne postoji unutrašnji segment. Cela generička transformacija svodi se na inverziju segmenta (A_1, B_1) što predstavlja klasičnu „2-opt“ transformaciju (slika 19).



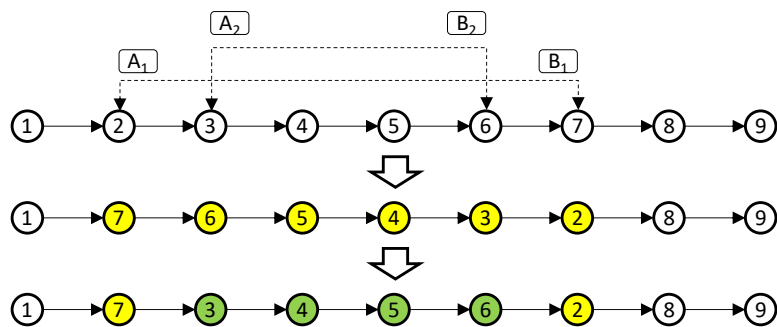
Slika 19: inverzija

Slučaj 3: $A_2 = A_1 + N$ i $B_2 = B_1 - M$

U zavisnosti od brojeva M i N koji definišu pozicije A_2 i B_2 moguće je ovaj slučaj razvrstati u nekoliko podslučajeva.

Slučaj 3.a: $N = 1$ i $M = 1$

Kada je $N = 1$ i $M = 1$ tada se svi markeri na segmentu (A_1, B_1) vrte na početnu poziciju, osim markera koji su baš na pozicijama A_1 i B_1 (slika 20). Ova generička transformacija praktično predstavlja zamenu markera jedan za jedan na pozicijama A_1 i B_1 .



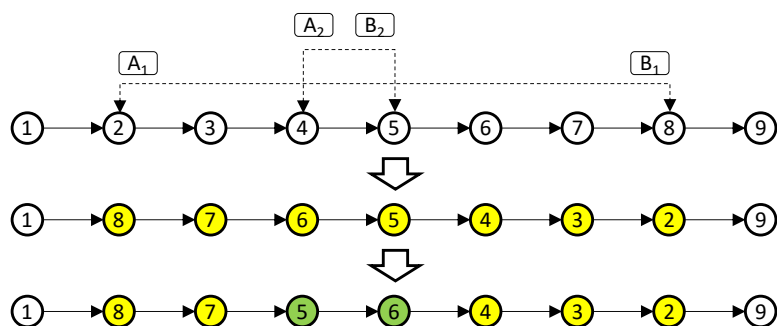
Slika 20: zamena markera jedan za jedan

Slučaj 3.b: $N = 1$ i $M > 1$ ili $N > 1$ i $M = 1$

Kada je bar jedan od brojeva N ili M jednak jedan, a drugi veći od 1 tada se dobija transformacija koja menja markere jedan za više kao što je već prikazano na slici 17.

Slučaj 3.c: $N > 1$ i $M > 1$

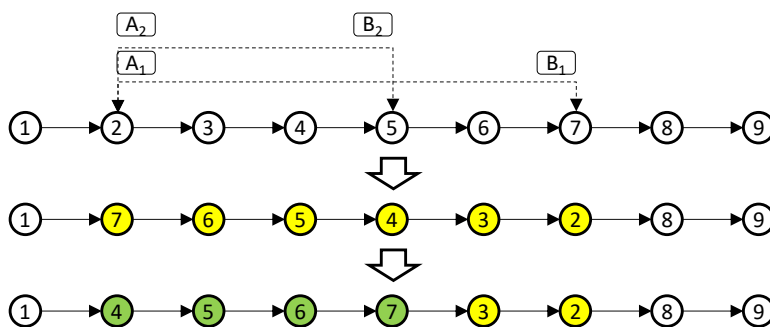
Ako su i N i M veći do 1 tada se dobija transformacija zamena više za više slika 21.



Slika 21: zamena markera više za više

Slučaj 3.d: $M = 0$ ili $N = 0$, $M \neq N$

Ukoliko je $M = 0$ ili $N = 0$ to znači da se lokacije A_1 i A_2 ili B_1 i B_2 poklapaju. Rezultat ovakve transformacije je premeštanje jedne ili više markera sa jedne pozicije na drugu (slika 22). Ako je jedan od brojeva M ili N jednak 1 tada generička transformacija predstavlja klasično premeštanje jednog markera sa jedne pozicije na drugu. Ako je M ili N veće od jedan tada se premešta više markera odjednom.



Slika 22: prebacivanje jednog ili više markera

U zavisnosti od pozicije markera transformacija može biti u okviru jednog vozila (zamena mesta lokacija koje se obilaze), može obuhvatiti više vozila (premeštanje dela lokacija koje se obilaze sa jednog vozila na drugo) ili čak i više skladišta (premeštanje kompletnih vozila sa jednog skladišta na drugo). Ne postoji nikakvo ograničenje prilikom generisanja transformacija tako da su svi rasporedi mogući. U zavisnosti od ostalih ograničenja neke transformacije SA neće prihvatiti.

3.2.2. Skupovi test primera i parametri algoritma

Algoritam je testiran na tri skupa test primera. Prvi skup sa 36 test primera nazvan „Tizin“ po jednom od autora predložen je u [79]. Ovi primeri sadrže 100, 150 i 200 lokacija isporuke i 10 ili 20 potencijalnih skladišta robe. Cena otvaranja svih skladišta je jednaka i ne postoji ograničenje na količinu robe smeštenu u skladištima. Drugi skup sa 30 test primera nazvan „Prodon“ preuzet je iz [64]. Broj potencijalnih skladišta je 5 ili 10 i zavisi od veličine problema. Mali test primeri koji imaju od 20 do 50 mušterija kombinovani su sa po 5 skladišta. Srednje veliki problemi sa 100 mušterija kombinovani su sa 5 do 10 skladišta, dok su veliki problemi sa 200 mušterija kombinovani sa po 10 skladišta. Za ove test primere karakteristično je da imaju ograničenje kapaciteta kako na skladištima tako i na vozilima, dok se cene otvaranja razlikuju za svako pojedinačno skladište. Treći skup test primera nazvan „Bareto“ preuzet je iz [12]. Ovaj skup ima 13 test primera gde se broj mušterija kreće od 21 do 150, a broj potencijalnih skladišta od 5 do 10. Kod ovih test primera ne postoji fiksna cena vozila. Spisak svih test primera sa njihovim karakteristikama dat je u tabeli 6. Spisak test primera podeljen je u tri velike kolone u zavisnosti od skupa kojem test primeri pripadaju. U P koloni nalazi se naziv test primera, u C koloni broj lokacija isporuke, a u D koloni broj skladišta.

Tabela 6: spisak test primera

„Tizin“						„Prodon“						„Bareto“		
P	C	D	P	C	D	P	C	D	P	C	D	P	C	D
P111112	100	10	P122212	200	10	20-5-1	20	5	100-10-1	100	10	Christ50	50	5
P111122	100	20	P122222	200	20	20-5-1b	20	5	100-10-1b	100	10	Christ75	75	10

Poglavlje 3. Rešenja

P111212	100	10	P123112	200	10	20-5-2	20	5	100-10-2	100	10	Christ100	100	10
P111222	100	20	P123122	200	20	20-5-2b	20	5	100-10-2b	100	10	Das88	88	8
P112112	100	10	P123212	200	10	50-5-1	50	5	100-10-3	100	10	Das150	150	10
P112122	100	20	P123222	200	20	50-5-1b	50	5	100-10-3b	100	10	Gaspelle	21	5
P112212	100	10	P131112	150	10	50-5-2	50	5	200-10-1	200	10	Gaspelle2	22	5
P112222	100	20	P131122	150	20	50-5-2b	50	5	200-10-1b	200	10	Gaspelle3	29	5
P113112	100	10	P131212	150	10	50-5-2BIS	50	5	200-10-2	200	10	Gaspelle4	32	5
P113122	100	20	P131222	150	20	50-5-2bBIS	50	5	200-10-2b	200	10	Gaspelle5	32	5
P113212	100	10	P132112	150	10	50-5-3	50	5	200-10-3	200	10	Gaspelle6	36	5
P113222	100	20	P132122	150	20	50-5-3b	50	5	200-10-3b	200	10	Min27	27	5
P121112	200	10	P132212	150	10	100-5-1	100	5				Min134	134	8
P121122	200	20	P132222	150	20	100-5-1b	100	5						
P121212	200	10	P133112	150	10	100-5-2	100	5						
P121222	200	20	P133122	150	20	100-5-2b	100	5						
P122112	200	10	P133212	150	10	100-5-3	100	5						
P122122	200	20	P133222	150	20	100-5-3b	100	5						

Kao krovni algoritam korišćena je metaheuristika SA sa eksponencijalnom dinamikom hlađenja $T_n = T_0 \alpha^n$ ($T_n = T_{n-1} \alpha$). Fiksiranje parametra α najčešće nije optimalno za sve vrste problema (kao što je primećeno prilikom rešavanja problema taktičkog planiranja) jer to praktično znači da se svi problemi rešavaju sa približno istim brojem iteracija. Očigledno je da problemi različitih dimenzija zahtevaju i različit broj iteracija. Manji problemi zahtevaju manji broj, dok veći problemi zahtevaju veći broj iteracija. Ako je vrednost parametra α premala, tada će se sistem prebrzo ohladiti i SA neće dovoljno dobro pretražiti potencijalni skup rešenja. Velika je verovatnoća da će se algoritam zaglaviti u lokalnom minimumu. Ako je vrednost parametra α prevelika tada se može desiti da algoritam bez potrebe iscrpljuje probleme malih dimenzija i radi mnogo duže nego što je potrebno. Za optimalnije korišćenje vremena (broja iteracija), neophodno je odabrati parametar α na efikasniji način. Način koji je ovde prikazan je odabiranje parametra α u zavisnosti od veličine test primera. Za potrebe testiranja veličina primera definisana je kao zbir broja mušterija i broja skladišta. Test primer „Das88“ koji se sastoji od 88 mušterija i 8 skladišta ima veličinu $88 + 8 = 96$.

Neka su data skladišta $S_i, i=1\dots N$ i neka je cena skladišta $C(S_i) > 0$ ako se skladište koristi i $C(S_i) = 0$ ako se skladište ne koristi. Neka su data vozila $V_j, j=1\dots M$ i neka je cena korišćenja vozila $C(V_j) > 0$ ako se vozilo koristi i $C(V_j) = 0$ ako se vozilo ne koristi. Neka je $K(S_i)$ kapacitet, a $O(S_i)$ opterećenje (broj proizvoda koji se potražuju) skladišta S_i i neka je $K(V_j)$ kapacitet, a $O(V_j)$ opterećenje vozila V_j . Neka je $P(V_j)$ ukupan pređeni put vozila j . Ciljna funkcija definisana je sa:

$$\text{Min: } \sum C(S_i) + \sum C(V_j) + \sum P(V_j) + C_1 \sum \Psi(O(S_i) - K(S_i)) + C_2 \sum \Psi(O(V_j) - K(V_j)),$$

gde su C_1 i C_2 dovoljno velike konstante (oko 1000), a $\Psi(x) = \max(0, x)$

Prve tri sume u ciljnoj funkciji predstavljaju ukupne troškove koji je potrebno optimizovati. Potrebno je smanjiti cenu otvaranja skladišta, cenu korišćenja vozila i ukupan pređeni put svih vozila. Preostale dve sume predstavljaju penale koji služe da održe rešenje u okviru zadatih ograničenja. Ako je opterećenje skladišta ili vozila veće od njihovog kapaciteta tada se razlika opterećenja i kapaciteta množi konstantama C_1 i C_2 i dodaje ukupnim troškovima. Ako je kapacitet veći od opterećenja tada nema penala.

Algoritam se izvršava u dve faze. Prva faza predstavlja fazu parametrizacije u kojoj se određuje parametar α u zavisnosti od veličine problema. U drugoj fazi testira se algoritam korišćenjem dobijenog parametra α u prvoj fazi.

U prvoj fazi svaki test primer testiran je sa 10 različitih vrednosti parametara α_i ($i = 1..10$). Parametar α_i biran je po formuli $\alpha_i = 1 - 1/2^j$, gde je $j = i + 5$. Formula za izračunavanje vrednosti parametra α_i odabrana je tako da se sa povećanjem vrednosti parametra i vrednost parametra α_i postepeno približava ka 1. Kada se j zameni u formulu dobijaju se sledeće vrednosti parametra α_i zaokružene na 8 decimala: $\alpha_1 = 0.98437500$, $\alpha_2 = 0.99218750$, $\alpha_3 = 0.99609375$, $\alpha_4 = 0.99804688$, $\alpha_5 = 0.99902344$, $\alpha_6 = 0.99951172$, $\alpha_7 = 0.99975586$, $\alpha_8 = 0.99987793$, $\alpha_9 = 0.99993896$ i $\alpha_{10} = 0.99996948$.

Za svaki test primer algoritam je pokretan 64 puta za svih 10 vrednost parametra α_i i beležena je prosečna vrednost rešenja. Tokom faze parametrizacije algoritam je pokrenut ukupno $(36 + 30 + 13) \times 64 \times 10 = 50560$ puta. Za svaki test primer k , od 10 mogućih vrednosti parametara α_{ki} izabrana je tačno jedna vrednost $\beta_k = \alpha_{ki}$. Vrednost β_k birana je tako da je to najmanji α_{ki} za koji važi da je razlika u kvalitetu prosečnih rezultata za vrednosti α_{kn} (najbolji) i α_{ki} manja od 0.5%. Neka je R_{ki} prosečan rezultat za vrednost parametra α_{ki} , a R_{kn} najbolji od svih R_{ki} , tada razliku u kvalitetu definišemo sa $D = (R_{ki} - R_{kn}) / R_{ki}$.

Primer za izbor parametra β_k test primera „100-10-1“ dat je u tabeli 7. U prvoj koloni dat je redni broj i parametra α , u drugoj $j = i + 5$, u trećoj vrednost parametra α_i zaokruženog na 6 decimala, u četvrtoj koloni prosečan rezultat (PR), a u poslednjoj razlika u odnosu na najbolji rezultat (PR_{naj}) po formuli $(PR - PR_{naj}) / PR$. U navedenom primeru najbolji rezultat je dat u poslednjem redu (α_{10}). Prvi rezultat koji je dovoljno dobar nalazi se u pretposlednjem redu jer je odstupanje od najboljeg rešenja manje od 0.5% (0.39%).

Tabela 7: primer izračunavanja parametra β_k				
Test primer „100-10-1“ (k=55)				
i	jj	α_{55i}	PR	$(PR - PR_{naj})/PR$ (%)
1	6	0.984375	327876	2.62%
2	7	0.992188	327563	2.53%
3	8	0.996094	326450	2.20%
4	9	0.998047	325479	1.91%

5	10	0.999023	324062	1.48%
6	11	0.999512	322890	1.12%
7	12	0.999756	321594	0.72%
8	13	0.999878	321287	0.63%
9	14	0.999939	320507	0.39% (<0.5%)
10	15	0.999969	320028	0.24%

Nakon što su izračunate sve vrednosti β_k , definisan je novi parametar $\beta_x = 1 - 1 / 2^y$, tako da promenjiva X predstavlja veličinu konkretnog test primera, a $y = A x^B$ funkciju od x . Cilj je pronaći vrednosti parametara A i B tako da funkcija $\beta_x = 1 - 1 / 2^y$ što je moguće bolje aproksimira svaku vrednost β_k . Za izračunavanje konstanti A i B korišćena je operacija interpolacije krive u programu MS Excel.

U drugoj fazi testiranja svaki test primer rešavan je 128 puta gde je parametar hlađenja β_x biran po formuli $\beta_x = 1 - 1 / 2^y$, $y = A x^B$. Prilikom rešavanja test primera beleženi su svi dobijeni rezultati iz kojih se mogu izračunati najbolji i prosečni, kao i vreme koje je algoritam potrošio rešavajući konkretan problem.

Za poređenje performansi odabrani su rezultati za tri najbolja algoritma iz literature, MAPM [33], LRGTS [65] i SALRP [83]. Nažalost, u literaturi nisu dati kompletni rezultati već samo najbolji i vreme koje je potrošeno na rešavanje. Kod nekih algoritama je kao najbolji rezultat prikazan i onaj koji je dobijen u fazi parametrizacije, a kod nekih ne. Nije navedeno ni koliko puta je ponavljan eksperiment tako da nije moguće koristiti standardne statističke testove za poređenje prosečnih vrednosti. Iz tog razloga, poređenje performansi vršeno je na nivou najboljih dobijenih rezultata i vremena koje je potrošeno za njihovo izračunavanje.

Prikazani algoritam implementiran je u jeziku C++ i testiran na računaru AMD X4 sa 4GB ram memorije i operativnim sistemom Windows 10.

3.2.3. Rezultati i analiza

U prvoj fazi testiranja svi test primeri rešavani su sa 10 različitih parametara hlađenja α_i po formuli $\alpha_i = 1 - 1 / 2_j$, gde je $j = i + 5$. Nakon odabiranja najboljih parametara β_k i interpolacije krive $\beta_x = 1 - 1 / 2^y$, gde je $y = A x^B$, dobijene su sledeće vrednosti konstanti: $A = 2.888$ i $B = 0.3455$. Konačno, parametar hlađenja α biran je po formuli $\alpha_x = 1 - 1 / 2^{2.888 y^{0.3455}}$, gde x predstavlja veličinu test primera.

Kompletni rezultati testiranja prikazani su u tabelama 8, 9, 10 i 11. U tabeli 8 prikazani su rezultati za „Tizin“ skup test primera [79], u tabeli 9 za „Prodon“ skup test primera [64] i u tabeli 10 za „Bareto“ skup test primera [12]. U tabeli 11 prikazani su zbirni rezultati za sva tri skupa test primera. U prvoj koloni tabele naveden je naziv problema, u drugoj najbolji

poznat rezultat (NPR). Za prva tri algoritma (MAPM, LRGTS i SALRP) navedene su po dve kolone. U prvoj koloni prikazano je odstupanje u odnosu na najboljeg mogućeg rešenja izraženo u procentima (Ods), a u drugoj ukupno vreme potrošeno na njegovo izračunavanje u sekundama (Vreme). Kod poslednjeg algoritma, u trećoj koloni prikazano je odstupanje prosečnih rezultata od najboljeg (POds), u četvrtoj koloni prosečno vreme računanja po jednom test primeru (PVreme). U poslednjoj koloni navedena je relativna standardna devijacija (RSD). U poslednjem redu prikazani su prosečni rezultati za sve test primere iz datog skupa.

Tabela 8: rezultati na „Tizin“ skupu test primera

Test primer	NPR	MAPM		LRGTS		SALRP		SAGLRP				
		Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	POds	PVreme	RSD
20-5-1	54793.0	0.4%	0.2	0.0%	0.3	0.0%	19.8	0.0%	0.1	0.1%	0.1	0.4%
20-5-1b	39104.0	0.0%	0.2	0.0%	0.3	0.0%	15.0	0.0%	0.1	0.0%	0.1	0.0%
20-5-2	48908.0	0.0%	0.1	0.0%	0.4	0.0%	19.3	0.0%	0.1	0.1%	0.1	0.4%
20-5-2b	37542.0	0.0%	0.2	0.0%	0.3	0.0%	15.0	0.0%	0.0	0.0%	0.1	0.0%
50-5-1	90111.0	0.6%	1.8	0.1%	2.6	0.0%	74.7	0.0%	3.3	1.5%	3.0	1.3%
50-5-1b	63242.0	2.4%	1.8	0.0%	3.2	0.0%	57.7	0.0%	3.0	3.0%	3.6	3.0%
50-5-2	88298.0	0.6%	2.4	0.0%	3.4	0.0%	95.0	0.2%	2.3	1.8%	3.2	0.8%
50-5-2b	67308.0	1.1%	2.5	0.9%	2.9	0.0%	58.6	0.0%	2.4	0.8%	3.5	0.5%
50-5-2BIS	84055.0	0.0%	2.6	0.0%	4.2	0.0%	66.1	0.0%	5.1	0.1%	3.2	0.2%
50-5-2bBIS	51822.0	0.5%	1.7	0.0%	3.2	0.0%	74.7	0.0%	1.8	0.6%	3.1	0.4%
50-5-3	86203.0	1.4%	2.3	0.0%	3.1	0.0%	74.0	0.0%	2.5	1.0%	2.8	0.9%
50-5-3b	61830.0	0.1%	2.0	0.0%	4.9	0.0%	58.2	0.0%	2.8	1.8%	4.1	0.6%
100-5-1	275419.0	1.5%	27.6	2.4%	26.3	0.0%	348.6	0.2%	34.9	1.0%	42.5	0.4%
100-5-1b	213615.0	1.2%	23.2	1.4%	34.5	0.0%	268.9	0.2%	75.6	1.3%	46.9	0.4%
100-5-2	193671.0	3.0%	17.4	1.0%	35.8	0.0%	348.6	0.0%	66.9	0.9%	49.7	0.4%
100-5-2b	157150.0	1.5%	22.4	0.1%	36.4	0.0%	211.5	0.0%	58.8	0.4%	65.3	0.3%
100-5-3	200079.0	2.0%	21.6	0.8%	28.7	0.0%	250.3	0.1%	44.1	0.9%	39.6	0.4%
100-5-3b	152441.0	1.4%	20.3	0.6%	33.3	0.0%	196.7	0.0%	73.5	1.5%	53.4	1.0%
100-10-1	287983.0	12.2%	37.4	9.9%	24.7	0.0%	270.0	9.5%	44.6	11.3%	57.2	0.3%
100-10-1b	231763.0	17.1%	29.5	16.6%	36.0	0.0%	202.6	2.3%	67.7	16.7%	63.0	0.3%
100-10-2	243590.0	4.3%	39.1	0.6%	24.6	0.0%	260.6	0.1%	39.5	0.7%	60.9	0.4%
100-10-2b	203988.0	1.3%	29.8	0.5%	31.6	0.0%	199.3	0.0%	86.1	0.5%	61.2	0.4%
100-10-3	250882.0	7.9%	35.4	1.1%	29.0	0.0%	338.1	1.0%	50.8	2.1%	50.9	2.1%
100-10-3b	204317.0	5.8%	39.8	0.2%	36.5	0.0%	240.3	0.1%	32.6	1.0%	68.8	1.6%
200-10-1	477248.0	2.8%	517.5	1.3%	345.1	0.0%	1428.1	0.0%	464.0	0.6%	546.5	0.2%
200-10-1b	377083.0	10.5%	379.1	0.8%	463.0	0.3%	1335.8	0.0%	835.1	3.5%	852.4	1.0%
200-10-2	449530.0	14.0%	554.3	0.5%	280.6	0.1%	1795.1	0.0%	528.4	1.1%	562.2	2.0%
200-10-2b	374330.0	1.5%	367.4	0.2%	321.0	0.0%	1245.1	0.1%	841.7	2.4%	693.7	1.4%
200-10-3	472472.0	5.1%	424.8	1.2%	212.9	0.0%	1776.0	0.5%	545.4	1.1%	508.6	0.2%
200-10-3b	362817.0	7.2%	290.2	0.6%	272.0	0.0%	1326.4	0.0%	980.3	0.6%	778.8	0.2%
Prosek		3.6%	96.5	1.36%	76.7	0.0%	422.3	0.5%	163.1	1.9%	154.3	0.7%

Tabela 9: rezultati na „Prodon“ skupu test primera

Test primer	NPR	MAPM		LRGTS		SALRP		SAGLRP				
		Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	POds	PVreme	RSD
P111112	1467.7	3.9%	32.4	1.8%	31.5	0.0%	369.2	0.0%	91.5	3.0%	79.9	2.0%
P111122	1449.2	5.4%	40.7	1.5%	35.6	0.0%	273.5	0.0%	86.7	2.9%	106.8	1.9%
P111212	1394.8	2.1%	27.6	1.7%	36.2	0.0%	230.9	0.0%	53.0	2.1%	70.4	1.5%
P111222	1432.3	3.5%	36.2	4.2%	36.4	0.0%	420.4	0.0%	105.2	2.3%	99.7	1.4%

Poglavlje 3. Rešenja

P112112	1167.2	2.8%	27.7	0.5%	31.9	0.0%	348.1	0.0%	29.9	1.4%	80.2	1.1%
P112122	1102.2	1.9%	34.3	1.2%	42.7	0.0%	342.3	0.0%	92.6	1.5%	89.7	1.4%
P112212	791.7	2.8%	22.5	0.3%	38.0	0.0%	359.6	0.0%	53.3	0.7%	51.8	0.6%
P112222	728.3	2.7%	37.3	0.3%	49.3	0.0%	418.1	0.0%	76.1	0.5%	95.5	0.3%
P113112	1238.5	2.8%	21.5	1.9%	36.8	0.0%	300.3	0.0%	43.6	2.8%	59.3	1.5%
P113122	1245.3	2.2%	36.0	0.5%	47.7	0.0%	427.8	0.1%	82.1	0.7%	92.9	0.7%
P113212	902.3	1.1%	20.3	0.2%	35.1	0.0%	290.5	0.0%	56.8	3.9%	60.9	3.1%
P113222	1018.3	0.4%	38.4	0.5%	62.6	0.0%	315.6	0.0%	70.2	1.3%	72.5	0.9%
P121112	2276.9	4.7%	308.0	0.8%	418.3	0.1%	1327.9	0.0%	1077.5	3.1%	1280.8	2.0%
P121122	2163.3	5.8%	410.0	5.3%	458.4	1.0%	1454.6	0.0%	1184.9	3.6%	1335.8	1.4%
P121212	2216.0	2.6%	311.4	2.6%	376.8	1.3%	1319.4	0.0%	1279.4	3.2%	1286.6	1.0%
P121222	2239.5	4.7%	418.9	6.1%	436.3	0.1%	1427.6	0.0%	1641.4	2.4%	1463.1	1.5%
P122112	2085.6	2.5%	338.0	1.0%	350.5	0.2%	1320.3	0.0%	778.3	1.7%	832.7	0.9%
P122122	1696.6	6.5%	370.0	4.4%	377.0	1.4%	1400.3	0.0%	822.7	3.5%	1126.3	1.6%
P122212	1454.5	2.9%	242.7	0.9%	322.2	0.8%	1299.2	0.0%	1347.7	1.1%	1002.8	0.5%
P122222	1082.5	1.2%	308.5	0.5%	505.0	0.4%	1429.0	0.0%	1180.6	0.4%	1055.8	0.2%
P123112	1966.8	4.0%	282.8	0.3%	412.8	0.2%	1317.5	0.0%	961.3	2.3%	932.5	1.0%
P123122	1918.9	9.0%	399.2	3.1%	406.1	0.0%	1411.7	0.2%	815.7	2.6%	845.5	1.0%
P123212	1761.9	1.5%	199.0	1.2%	352.8	0.8%	1313.8	0.0%	605.3	0.9%	600.0	0.8%
P123222	1392.4	1.2%	296.3	0.3%	529.8	0.1%	1427.4	0.0%	1119.2	3.4%	776.4	2.1%
P131112	1922.6	4.4%	113.0	1.9%	128.5	0.0%	743.3	0.1%	421.3	2.9%	318.8	1.7%
P131122	1833.5	3.0%	161.4	2.6%	144.2	0.0%	835.1	0.0%	276.3	4.0%	373.7	1.6%
P131212	1977.2	2.9%	100.0	0.4%	111.0	0.1%	456.3	0.0%	184.7	3.7%	382.5	1.6%
P131222	1801.4	3.0%	132.4	3.0%	144.1	0.0%	833.0	0.0%	297.3	3.2%	462.9	1.9%
P132112	1446.4	4.3%	117.7	0.1%	166.6	0.1%	749.7	0.0%	226.8	2.7%	310.6	1.8%
P132122	1441.9	1.0%	166.1	1.2%	154.8	0.0%	827.7	0.0%	490.5	3.8%	396.4	1.3%
P132212	1204.4	3.0%	106.7	0.2%	161.4	0.1%	752.4	0.0%	280.4	0.6%	269.0	0.8%
P132222	929.8	1.2%	142.4	0.5%	196.1	0.1%	841.8	0.0%	430.7	0.9%	385.5	1.7%
P133112	1704.6	1.9%	92.8	0.9%	143.8	0.0%	741.7	1.0%	224.1	3.8%	224.5	1.3%
P133122	1392.7	2.4%	128.4	2.6%	155.7	0.5%	832.5	0.0%	361.7	1.6%	411.3	0.7%
P133212	1201.2	1.9%	88.5	0.2%	153.8	0.0%	755.6	0.8%	179.5	2.2%	248.7	1.3%
P133222	1152.2	6.9%	134.9	0.6%	223.0	0.0%	837.0	0.0%	261.6	0.3%	357.8	0.1%
Prosek		3.2%	159.6	1.5%	203.1	0.2%	826.4	0.1%	480.3	2.3%	490.0	1.3%

Tabela 10: rezultati na „Bareto“ skupu test primerov

Test primer	NPR	MAPM		LRGTS		SALRP		SAGLRP				
		Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	POds	PVreme	RSD
Christ50	565.6	5.9%	2.3	0.0%	3.8	0.0%	52.8	0.0%	2.4	4.2%	3.6	1.8%
Christ75	844.4	2.0%	9.8	2.6%	9.4	0.0%	126.8	0.5%	33.5	2.9%	25.5	1.1%
Christ100	833.4	3.4%	25.5	2.0%	44.5	0.0%	330.8	0.0%	43.5	2.3%	95.6	1.1%
Das88	355.8	0.3%	17.3	0.0%	34.2	0.0%	226.9	0.0%	34.8	3.0%	46.5	1.6%
Das150	43919.9	1.6%	156	0.2%	255.0	0.0%	577.0	0.0%	203.0	1.7%	264.1	1.1%
Gaspelle	424.9	1.1%	0.2	0.0%	0.3	0.0%	18.3	0.0%	0.0	0.1%	0.2	0.5%
Gaspelle2	585.1	0.0%	0.2	4.6%	0.3	0.0%	16.6	0.0%	0.1	0.6%	0.1	1.6%
Gaspelle3	512.1	0.6%	0.4	0.0%	0.8	0.0%	23.9	0.0%	0.3	1.3%	0.2	1.1%
Gaspelle4	562.2	1.7%	0.6	1.7%	0.8	0.0%	27.0	0.0%	0.3	0.2%	0.6	0.7%
Gaspelle5	504.3	0.0%	0.5	6.0%	1.0	0.0%	25.1	0.0%	0.2	0.1%	0.4	0.7%
Gaspelle6	460.4	0.0%	0.8	5.4%	1.4	0.0%	31.7	0.0%	0.7	0.0%	1.9	0.2%
Min27	3062.0	0.0%	0.4	0.0%	1.0	0.0%	23.3	0.0%	0.3	0.0%	0.3	0.0%
Min134	5709.0	4.5%	49.6	4.2%	110.5	0.0%	522.4	0.0%	178.7	3.3%	159.6	1.7%
Prosek		1.6%	20.3	2.1%	35.6	0.0%	154.0	0.0%	38.3	1.5%	46.1	1.0%

Tabela 11: zbirni rezultati za sva 3 skupa test primera

MAPM		LRGTS		SALRP		SAGLRP				
Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	Ods	Vreme	POds	PVreme	RSD
3.1%	112.7	1.6%	127.6	0.1%	562.3	0.2%	287.1	2.0%	289.5	1.0%

Ako se posmatraju zbirni rezultati najbolje performanse postigao je algoritam SALRP sa prosečnim odstupanjem od 0.1%. Algoritam SALRP je postigao najbolje rezultate na „Tizin“ i „Bareto“ test primerima, sa prosečnim odstupanjima od 0% (zaokruženim na 3 decimale). Predloženi SAGLRP algoritam postigao je najbolje rezultate na „Prodon“ test primerima sa prosečnim odstupanjem od 0.1%. Rezultati bi bili i bolji da iz nekog razloga predloženi algoritam nije imao poteškoća sa rešavanjem „100-10-1“ test primera iz „Tizin“ skupa, gde je odstupanje od najboljeg rešenja bilo 9.5%. Razlog odstupanja je što algoritam nije uspeo da nađe minimalan broj otvorenih skladišta što je značajno povećalo konačnu cenu rešenja. Odstupanje prosečnih rešenja dobijenih kombinacijom rezultata iz 128 pokušaja su u granicama od 2%, dok je relativna standardna devijacija 1%.

3.3. Strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom

U ovom delu razmatran je problem strateško taktičkog planiranja i sinhronizacije sa proizvodnjom. Kako konkretan problem nije u literaturi rešavan u obliku u kome je predstavljan prvo je data definicija. Dalje su predloženi model, struktura konfiguracije i transformacije. Opisani su test primeri, način testiranja, definisani su ciljna funkcija i parametri algoritma. Na kraju su prikazani rezultati i analiza.

3.3.1. Definicija

Formalna, matematički precizna definicija data je u radovima [7] i [19]. U daljem tekstu definicija problema data je opisno.

Lokacije: postoje 4 vrste lokacija koje se mogu podeliti na proizvodne (štampanje), skladišne (skladišta i sateliti) i potrošačke (mušterije). Proizvodne i skladišne lokacije zovu se objekti.

Proizvodnja: svaka štamparija ima svoj plan proizvodnje (štampanja) novina. Plan proizvodnje u jednoj štampariji podrazumeva da se u svakom trenutku tačno zna koliko je koje vrste novina naštampano i spremno za dalju distribuciju.

Potražnja: svaka mušterija potražuje unapred definisanu količinu određenih vrsta novina. Pored toga, mušterija ima vremenska ograničenja data u obliku vremenskog prozora u okviru kojeg se može vršiti primopredaja novina. Primopredaja zahteva određeno vreme

koje se zove vreme isporuke ili vreme servisiranja. Vreme isporuke mora biti manje od širine vremenskog prozora mušterije.

Plan distribucije: distribucija se vrši uz pomoć dostavnih vozila prve i vozila druge klase. Plan distribucije sastoji se od ruta vozila. Ruta predstavlja sekvencu lokacija za koje se tačno zna kada je vozilo došlo u lokaciju, kada ju je napustilo i koliko novina je ostalo u vozilu nakon svake isporuke. Količina isporučenih novina dobija se kao razlika količine novina u vozilu pre i posle posete lokacije.

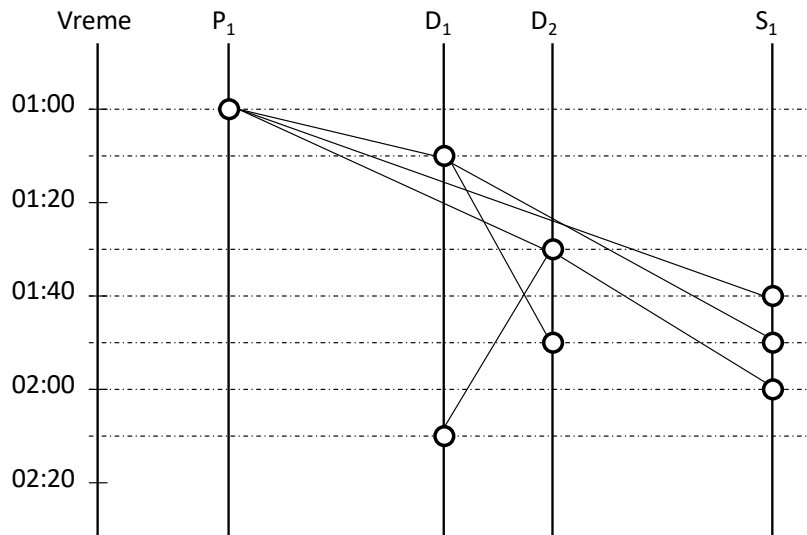
Tranziti: dve uzastopne lokacije kroz koje prolazi vozilo naziva se tranzit. Minimalno vreme koje je potrebno da vozilo stigne iz jedne lokacije u drugu zove se vreme tranzita. Tranzit između dve lokacije je dopustiv ako je vreme koje je vozilo potrošilo od polaska iz prve do dolaska u drugu lokaciju veliko bar koliko i vreme tranzita za te dve lokacije (ako plan distribucije predviđa da vozilo stiže iz jedne lokacije u drugu brže nego što je definisano vremenom tranzita, to znači da takav tranzit nije moguć, tj. plan distribucije nije dobar).

Za dve lokacije L_1 i L_2 tranzit je dozvoljen ako je:

1. L_1 štamparija, a L_2 neki od skladišnih objekata, ili
2. L_1 skladište, a L_2 neki od skladišnih objekata.

Vremena posećivanja objekata: za svaki proizvodni i skladišni objekat postoje tačno definisani trenuci u kojima vozilo može da ih poseti. Ti trenuci indukovani su planom proizvodnje i dozvoljenim tranzitima. Trenutak kada se u štampariji pojavi spreman kontigent novina za transport i vreme tranzita između štamparija i skladišta/satelita generiše tačno jedan trenutak u skladištu/satelitu kada je taj kontigent robe dostupan.

Primer vremena posećivanja objekata prikazan je na slici 23. Neka je data štamparija (P_1), 2 skladišta (D_1 i D_2) i satelit (S_1) sa sledećim međusobnim simetričnim vremenskim rastojanjima definisanim u minutama: $t(P_1, D_1) = 10$, $t(P_1, D_2) = 30$, $t(P_1, S_1) = 40$, $t(D_1, D_2) = 40$, $t(D_1, S_1) = 40$ i $t(D_2, S_1) = 30$. Na slici 23 vertikalne linije predstavljaju objekte, dok horizontalne linije predstavljaju dozvoljene tranzite između objekata. Krugovi na vertikalnim linijama predstavljaju dozvoljena vremena dolazaka i polazaka vozila iz objekata. Vremena dolazaka i polazaka u objektima generisana su vremenom kada su u štampariji P_1 dostupne novine i vremenom tranzita između objekata.



Slika 23: vremena posećivanja objekata

Nivoi distribucije: postoje dva nivoa distribucije. Prvi nivo distribucije odvija se između štamparija, skladišta i satelita. U drugom nivou distribucije vozila posećuju skladišta, satelite i mušterije. U skladu sa nivoima distribucije vozila su razvrstana u dve klase. Za transport novina koriste se homogene klase vozila, što znači da su vozila u okviru iste klase identična. Svako vozilo ima definisan maksimalni kapacitet koji je isti među vozilima iste klase.

U prvom nivou distribucije vozilo preuzima novine u štampariji ili skladištu i isporučuje u skladišta i satelite. Pretpostavlja se da se utovar i istovar vrše trenutno tj. da utovar i istovar novina ne zahtevaju dodatno vreme. U praksi uvek postoji određeno vreme rezervisano za manipulaciju robom, ali u samoj definiciji problema nije neophodno jer se uvek može veštački povećati vreme tranzita.

Da bi ruta koja pripada prvom nivou distribucije bila dopustiva neophodno je da budu zadovoljeni sledeći uslovi:

1. vozilo obilazi samo objekte (štamparije, skladišta i satelite, bez mušterija),
2. svaki tranzit je dopustiv,
3. vozilo stiže u objekat u vreme koje je dozvoljeno za posetu objekta (unapred definisana vremena posećivanja objekata, primer slika 23),
4. kada vozilo prvog nivoa stigne u satelit ono ne čeka na dolazak vozila drugog nivoa već se isporuka odvija trenutno i oba vozila odmah nastavljaju dalje,
5. ako vozilo prolazi kroz nedozvoljeni tranzit tada se za to vozilo smatra da ne prenosi robu, i
6. prilikom svakog tranzita ukupna količina robe ne sme da premaši maksimalan kapacitet vozila.

U drugom nivou distribucije vozilo preuzima potrebnu količinu novina u skladištu ili satelitu, obilazi mušterije kojima isporučuje novine i vraća se u početnu lokaciju.

Da bi ruta drugog nivoa bila dopustiva neophodno je da ispunjava sledeće uslove:

1. vozilo preuzima robu u skladištu ili satelitu,
2. sve lokacije (osim prve) koje posećuje vozilo su mušterije,
3. svaki tranzit je dopustiv,
4. vozilo mora da zadovoljava vremenska ograničenja mušterija,
5. ukupna potražnja za novinama onih mušterija koje obilazi vozilo ne sme da premaši maksimalan kapacitet vozila, i
6. do svake mušterije stiže potrebna količina novina.

Skladištenje novina: prema planu distribucije, za svaki objekat (štamparija, skladište, satelit) u svakom trenutku se tačno zna koliko kojih novina ima u objektu. Plan distribucije je dopustiv ako zadovoljava sledeće uslove:

1. sve rute su dopustive,
2. svaka mušterija je posećena tačno jednom,
3. u skladištima ni u jednom trenutku ne sme da se pojavi manjak proizvoda, i
4. u satelitima ni u jednom trenutku ne sme da se pojavi ni manjak ni višak proizvoda.

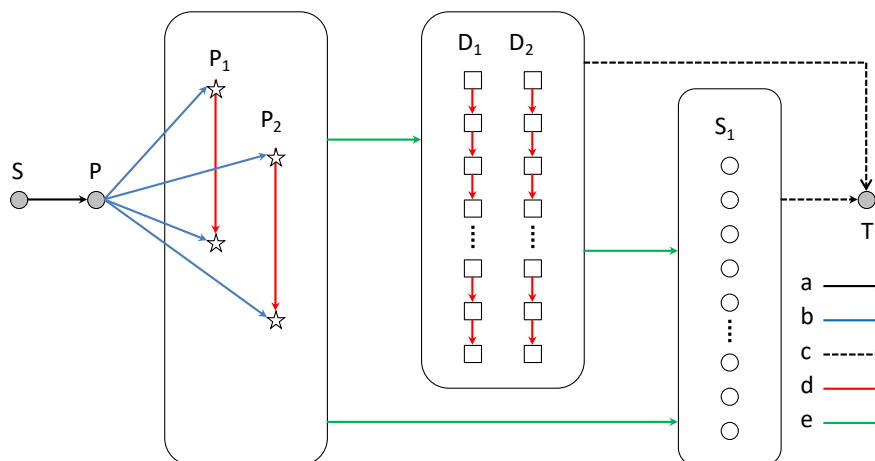
Troškovi: troškovi distribucije obuhvataju troškove upotrebe vozila i troškove ukupno pređenog puta vozila. Troškovi upotrebe vozila su dominantni i smatra se da je od dva plana distribucije bolji onaj za čije je sprovođenje potreban manji broj vozila. Ukoliko dva plana distribucije zahtevaju isti broj vozila, bolji je onaj plan po kojem vozila prelaze manji put.

Ciljevi rešavanja problema su sledeći:

1. konstrukcija algoritma koji rešava probleme rutiranja, odabira lokacija i sinhronizacije sa proizvodnjom,
2. provera kako se algoritam ponaša na generičkim i praktičnim test primerima.

3.3.2. Model i struktura konfiguracije

Neka je data mreža lokacija i vremena koja je osnovna „struktura“ modela i koja se sastoji od čvorova i grana. Shematski prikaz modela dat je na slici 24.



Slika 24: model, mreža lokacija-vreme

Čvorovi mreže predstavljaju tačku u dvodimenzionalnom sistemu lokacija-vreme. Grane predstavljaju prelazak iz jedne tačke u drugu. Ideja korišćenja ovakve mreže je da se na univerzalan način opiše prelazak iz jedne lokacije u drugu kao i prelazak iz jednog vremenskog trenutka u drugi u okviru istih ili različitih lokacija.

U skladu sa primerom datim na slici 24, skup čvorova u mreži lokacija-vreme sastoji se od dve vrste čvorova:

1. čvorovi koje predstavljaju štamparije (zvezda), skladišta (kvadrat) i satelite (krug) u tačno određeno vreme, i
2. pomoćni čvorovi S, P, T (sivi krugovi) koji predstavljaju izvor (ukupna potražnja novina), proizvodnju i ponor (akumulirana potražnja novina u čvoru).

Grane u mreži lokacija-vreme predstavljaju prelazak iz jednog čvora u drugi. Postoje 5 tipova grana:

1. grana iz čvora S u čvor P (označena sa „a“ na slici 24) služi da se u mrežu uvedu sve novine koje potražuju mušterije,
2. grane iz čvora P u čvorove štamparija (označene sa „b“ na slici 24) modeliraju vremena u kojima se štampaju novine,
3. grane koje polaze iz čvorova skladišta i satelita (označene sa „c“ na slici 24) predstavljaju ukupnu potražnju mušterija u određenom čvoru,
4. grane u okviru objekata (štamparije, skladišta, označene sa „d“ na slici 24) predstavljaju protok novina kroz vreme u okviru jednog objekta, i
5. grane koje predstavljaju dopustive tranzite (označene sa „e“ na slici 24) između štamparija, skladišta i satelita.

3.3.2.1. Reprezentacija mreže

U skladu sa predloženom mrežom koristi se univerzalna struktura *Zadatak* koja može da predstavlja i čvorove i grane. Svaki zadatak sadrži informaciju o tipu, lokacijama i vremenskim ograničenjima. Shema zadatka prikazana je na slici 25.a.

Tip zadatka može biti objekat (štamparija, skladište, satelit), mušterija ili tranzit. Lokacija zadatka mogu biti početna i krajnja lokacija. Vremenska ograničenja zadatka su najraniji početak, najkasniji završetak i vreme trajanja.

Ako je tip zadatka mušterija (slika 25.b) tada se za predstavljanje mušterije koristi jedan zadatak sa sledećim vrednostima osobina:

- tip je 1 (mušterija),
- početna i krajnja lokacija je mušterija,
- vremenska ograničenja su najraniji početak dostave, najkasniji završetak dostave i vreme trajanja dostave (vremenski prozor i vreme servisiranja)

1 (mušterija)		
Mušterija		Mušterija
P. dostave	Z. dostave	V. servisiranja

1 (mušterija)		
Mušterija		Mušterija
P. dostave	Z. dostave	V. servisiranja

Slika 25: shema zadatka (a); zadatak tipa 1 (b)

Za predstavljanje objekata (slika 26.a) koristi se lista zadataka sa sledećim vrednostima:

- tip svakog zadatka u listi je 2 (objekat),
- za svaki zadatak u listi početna i krajnja lokacija je baš taj objekat,
- najraniji početak i najkasniji završetak su jednaki i takvi da svaki zadatak odgovara tačno jednom dopustivom trenutku u objektu. Vreme trajanja za sve zadatke u listi je 0.

Tranziti (slika 26.b) se predstavljaju jednim zadatkom koji sadrži sledeće vrednosti:

- tip zadatka je 3 (tranzit),
- lokacije su dve uzastopne lokacije kroz koje prolazi vozilo,

- vremena zadatka su vreme polaska iz prve lokacije, vreme dolaska u drugu lokaciju i vreme provedeno u putu.

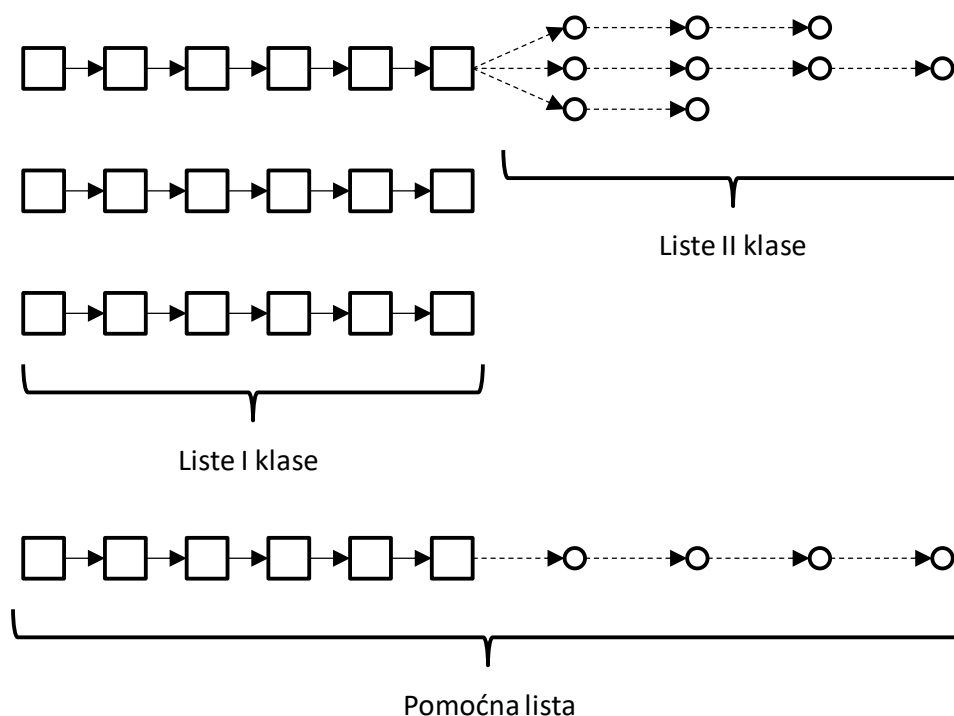
2 (objekat)		
Objekat		Objekat
D. trenutak	D. trenutak	0

3 (tranzit)		
Lokacija 1		Lokacija 2
Polazak	Dolazak	V. putovanja

Slika 26: zadatak tipa 2 (a); tipa 3 (b)

3.3.2.2. Plan zadataka

Kompletan plan predstavljen je listama zadataka. Lista ima onoliko koliko ukupno ima vozila uz dodatak jedne pomoćne liste gde se smeštaju svi neiskorišćeni zadaci. Primer reprezentacije plana zadataka prikazan je na slici 27. Svako vozilo predstavljeno je jednom listom zadataka. Kako postoje dve klase vozila koja saobraćaju u dva nivoa distribucije, tako postoje i dve klase lista. Prva klasa lista odgovara vozilima prvog nivoa, a druga klasa lista vozilima drugog nivoa distribucije. Jednoj listi prvog nivoa moguće je pridružiti više lista drugog nivoa. Liste prvog nivoa distribucije mogu da sadrže zadatke tipa 2 i 3 (zadatke objekata i zadatke tranzita) koji su na slici 27 predstavljeni kvadratom. Liste drugog nivoa distribucije mogu da sadrže zadatke tipa 1 (zadatke mušterija) koje su predstavljene krugom. Pomoćna lista može da sadrži zadatke svih tipova.

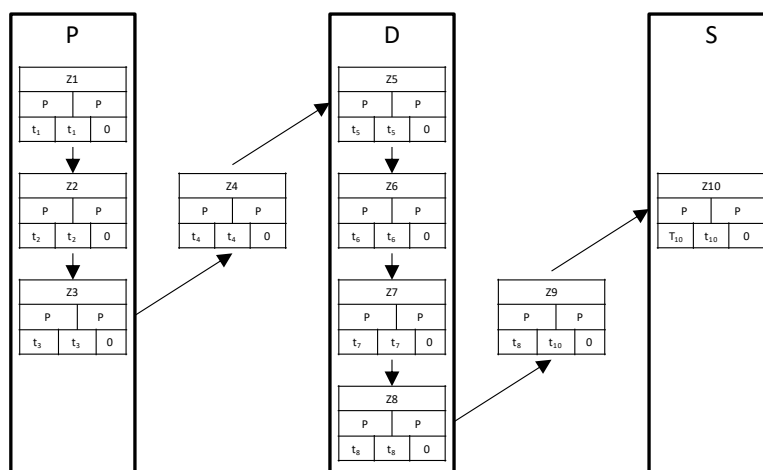


Slika 27: reprezentacija plana zadatka

3.3.2.2.1. Dekodiranje plana

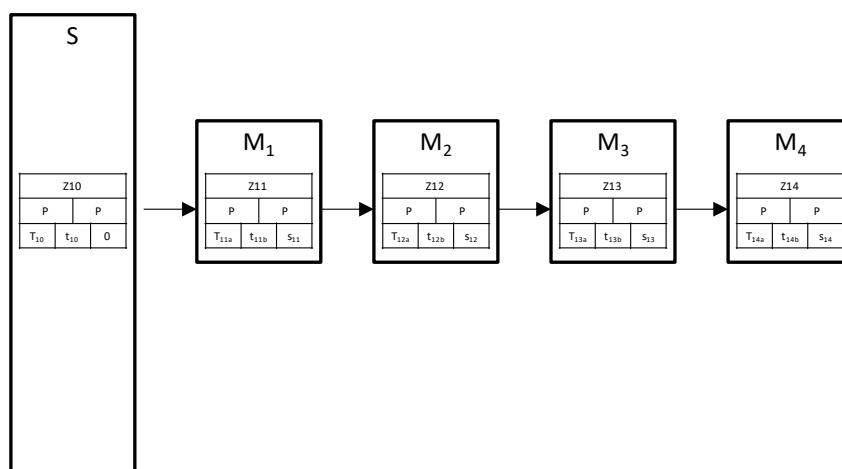
Da bi se dobio konkretan plan nepohodno je konvertovati liste zadataka u vremena dolazaka i odlazaka vozila. Neka su kao primer date liste zadataka Z_1, \dots, Z_{10} prvog i Z_{11}, \dots, Z_{14} drugog nivoa distribucije čije su strukture prikazane na slikama 28 i 29.

Na slici 28 prikazana je lista prvog nivoa distribucije koja obuhvata zadatke sa 3 objekta: štamparije obeležene slovom P, skladišta obeleženog slovom D i satelita obeleženog slovom S. U štampariji su u trenucima t_1, t_2 i t_3 dostupni kontigenti naštampanih novina koji su modelirani zadacima Z_1, Z_2 i Z_3 . Zadatak Z_4 predstavlja tranzit između štamparije P i skladišta D koji povezuje trenutke t_3 i t_5 . Zadaci Z_5, Z_6, Z_7 i Z_8 koji pripadaju skladištu D modeliraju trenutke t_5, t_6, t_7 i t_8 u kojima je moguće transportovati novine dalje. Zadatak Z_9 predstavlja tranzit između skladišta D i satelita S i povezuje trenutke t_8 i t_{10} . Zadatak Z_{10} predstavlja trenutak kada su novine dostupne u satelitu S.



Slika 28: lista zadataka prvog nivoa distribucije

Na slici 29 prikazana je lista drugog nivoa koja obuhvata zadatke koji pripadaju satelitu S i mušterijama M_1 , M_2 , M_3 i M_4 . Na satelitu S, t_{10} predstavlja trenutak kada su novine dostupne za transport. Dolasci vozila u mušterije modelirani su trenucima t_{11a} , t_{12a} , t_{13a} i t_{14a} , a odlasci trenucima t_{11b} , t_{12b} , t_{13b} , t_{14b} . Vremena s_{11} , s_{12} , s_{13} i s_{14} predstavljaju vremena servisiranja mušterija. Trenutak t_{11a} mušterije M_1 indukovan je trenutkom t_{10} polaska vozila iz satelita S i rastojanjem između satelita i mušterije M_1 . Trenutak t_{11b} indukovan je trenutkom t_{11a} i vremenom servisiranja s_{11} .



Slika 29: lista zadataka drugog nivoa distribucije

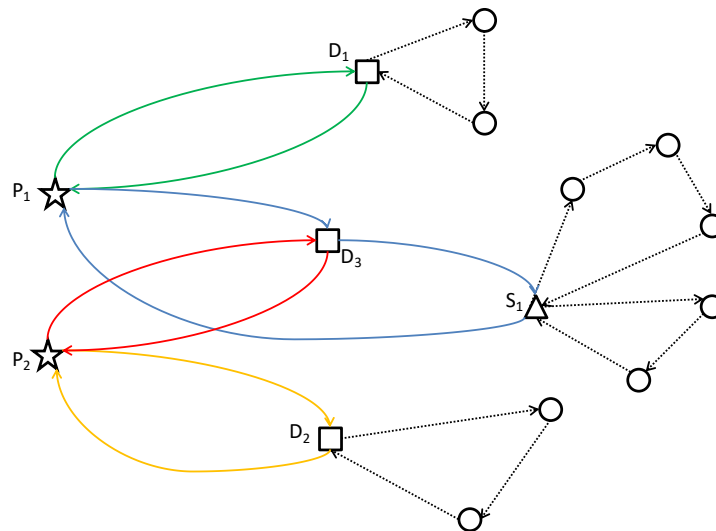
Vremena dolazaka i odlazaka vozila dobijena na osnovu lista prikazanih na slikama 28 i 29 dat je u tabeli 12. U prvoj koloni se nalazi oznaka rute, u drugoj oznaka lokacije, u trećoj vreme dolaska u lokaciju i u poslednjoj vreme odlaska iz lokacije. Oznaka R1-1 predstavlja rutu vozila prvog nivoa distribucije koje polazi iz štamparije P u trenutku t_3 i stiže u skladište D u trenutku t_5 . U trenutku t_8 vozilo polazi iz skladišta D, prolazi kroz satelit S u trenutku t_{10} i stiže nazad u štampariju P u trenutku $t_{10} + T(S, P)$. $T(S, P)$ predstavlja vreme potrebno da vozilo stigne iz satelita S u štampariju P. Oznaka R2-1 predstavlja rutu vozila drugog nivoa

distribucije koje polazi iz satelita S u trenutku t_{10} i obilazi mušterije M_1 do M_4 . Nakon obilazaka mušterija vozilo se vraća u satelit u trenutku $t_{14b} + T(M_4, S)$.

Tabela 12: vremena polazaka i dolazaka vozila			
Ruta	Lokacija	Dolazak	Odlazak
R1-1	P	$t_{10} + T(S, P)$	t_3
	D	t_5	t_8
	S	t_{10}	t_{10}
R2-1	S	$t_{14b} + T(M_4, S)$	t_{10}
	M_1	t_{11a}	t_{11b}
	M_2	t_{12a}	t_{12b}
	M_3	t_{13a}	t_{13b}
	M_4	t_{14a}	t_{14b}

3.3.2.2. Raspoređivanje (dodeljivanje) novina

Dopustiv plan zadataka nije dovoljan da bi se opisala distribucija. Da bi plan distribucije bio kompletan neophodno je znati za svako vozilo kada, gde i koliko novina preuzima i isporučuje. Problem se javlja kada nije moguće na jednoznačan način odrediti iz kojih se lokacija povlače proizvodi. Jedan od primera prikazan je na slici 30. Neka štamparije P_1 i P_2 štampaju istu vrstu novina. Prilikom obilazaka mušterija na satelitu S_1 teško je unapred odrediti iz koje štamparije i u koje vreme treba povući novine. Ako se previše novina preuzme iz štamparije P_1 može da se desi da mušterije na skladištu D_1 ostanu bez novina. Isto može da se desi i prilikom preuzimanja novina iz štamparije P_2 . U datom primeru problem bi se možda mogao premostiti ako bi se prvo opsluživale mušterije na skladištima D_1 i D_2 pošto su skladišta povezana samo sa po jednom štamparijom, međutim u nekom komplikovanijem slučaju takav zaključak ne bi mogao da se izvede.



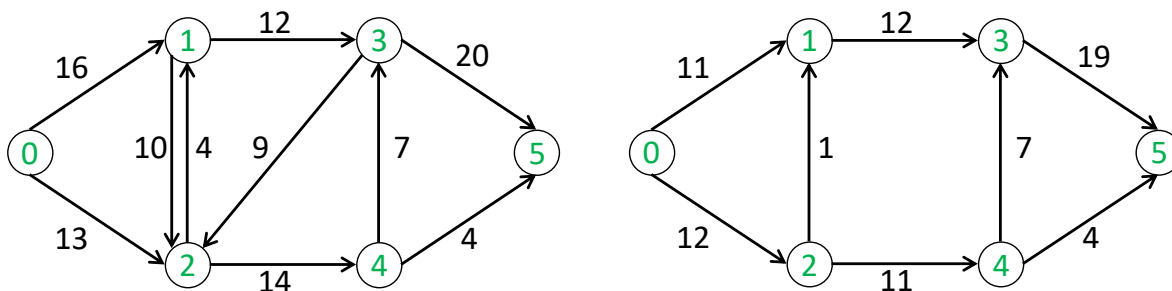
Slika 30: problem raspoređivanje novina

U skladu sa modelom i mrežom lokacija-vreme, za dopustiv plan zadatka protok proizvoda je dopustiv ako zadovoljava sledeće uslove:

1. za svaki proizvod protok kroz svaku granu je nenegativan,
2. za svaki proizvod protok proizvoda je manji ili jednak kapacitetu za grane tipa 1), 2), 3),
3. za svaki dopustiv tranzit zbir protoka svih proizvoda ne sme biti veći od kapaciteta tranzita, i
4. zbir protoka na izvoru jednak je zbiru protoka na ponoru.

Za svaki dopustiv plan zadatka takav da je svaki zadatak tipa 3 aktivan, postoji dopustiv plan distribucije ako postoji dopustiv protok proizvoda kroz mrežu (Lema 1 [7]).

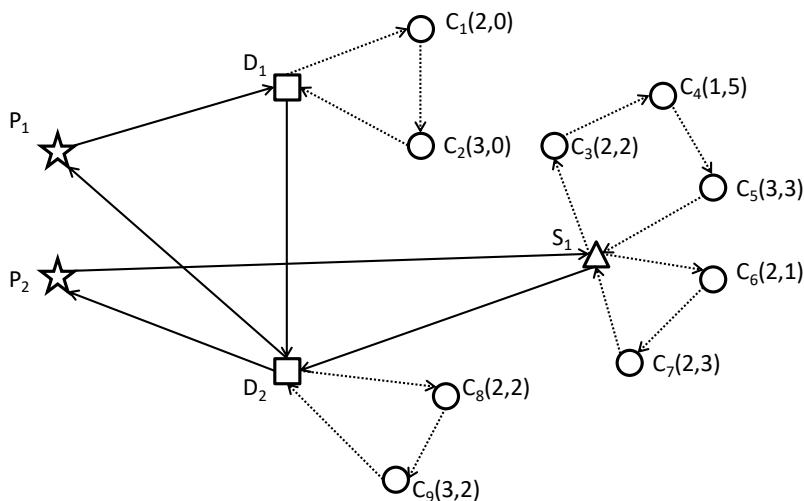
Za izračunavanje dopustivog protoka kroz mrežu koristi se *Preflow-push* algoritam [24]. *Preflow-push* algoritam izračunava maksimalan protok kroz mrežu. Ilustracija maksimalnog protoka kroz mrežu data je na slikama 31. Na obe slike čvor 0 predstavlja izvor, čvor 5 ponor. Na slici 31.a prikazani su kapaciteti grana, dok je na slici 31.b prikazan maksimalan protok kroz mrežu od izvora do ponora.



Slika 31: „Preflow-push“ algoritam kapacitet grana (a); maksimalni protok (b)

Za predstavljanje plana distribucije neophodno je definisati opterećenje u svakoj lokaciji koja se nalazi na nekoj od ruta. Ako su plan zadataka i plan protoka dopustivi tada opterećenje $O(L)$ u nekoj lokaciji L predstavlja broj novina od svake vrste koji ostaje u vozilu nakon što se proizvodi isporuče u lokaciju L . Koristeći opterećenja moguće je definisati plan distribucije kao u narednom primeru.

Neka su date 2 štamparije (zvezde), 2 skladišta (kvadrati), 1 satelit (trougao) i 9 mušterija (krugovi) kao na slici 32. Pune linije označavaju vozila prvog nivoa (štamparije, skladišta, sateliti), dok isprekidane linije označavaju vozila drugog nivoa (mušterije).



Slika 32: primer potražnje novina od strane mušterija

Štamparije su obeležene slovom P, skladišta slovom D, sateliti slovom S i mušterije slovom C. U štampariji P_1 štampa se prva vrsta, a u štampariji P_2 druga vrsta novina. Potražnja mušterija za novinama prikazana je u zagradama. Prvi broj u zagradi predstavlja potražnju za novinama prve, dok drugi broj u zagradi predstavlja potražnju za novinama druge vrste. Neka štamparija P_1 naštampa po 10 novina u trenutku 0 i 60, a štamparija P_2 po 9 novina u trenutku 45 i 90. Sve mušterije imaju ista vremenska ograničenja predstavljena intervalom od 0 do 300. Neka su vremenska rastojanja između objekata simetrična i data u tabeli 13.

Rastojanja između dve mušterije ili između objekta i mušterije kao i vreme isporuke su 10. Za ovako definisan primer jedan od mogućih planova distribucije dat je u tabeli 14.

	P ₁	P ₂	D ₁	D ₂	S ₁
P ₁	-	-	10	30	40
P ₂	-	-	30	10	40
D ₁	10	30	-	40	40
D ₂	30	10	40	-	30
S ₁	40	40	40	30	-

Za rutu prvog nivoa R1-1, vozilo preuzima 20 novina prve vrste. U objektu D₁ isporučuje 5 novina i opterećenje ostaje 15. Preostalih 15 novina isporučuje u objekat D₂ i opterećenje ostaje 0. Za rutu drugog nivoa R2-1, vozilo preuzima 5 novina, u lokaciji C₁ isporučuje 3 novine prve vrste i ostaje opterećenje 2. Nakon toga isporučuje i preostale 2 novine u lokaciji C₂ i opterećenje ostaje 0.

Ruta	Lokacija	Dolazak	Odlazak	N ₁	N ₂
R1-1	P ₁	140	60	20	0
	D ₁	70	70	15	0
	D ₂	110	110	0	0
R1-2	P ₂	180	90	0	18
	D ₂	100	100	10	14
	S ₁	130	130	0	0
R2-1	D ₁	120	70	5	0
	C ₁	80	90	3	0
	C ₂	100	110	0	0
R2-2	S ₁	200	130	6	10
	C ₃	140	150	4	8
	C ₄	160	170	3	3
	C ₅	180	190	0	0
R2-3	S ₁	180	130	4	4
	C ₆	140	150	2	3
	C ₇	160	170	0	0
R2-4	D ₂	160	110	5	4
	C ₈	120	130	3	2
	C ₉	140	150	0	0

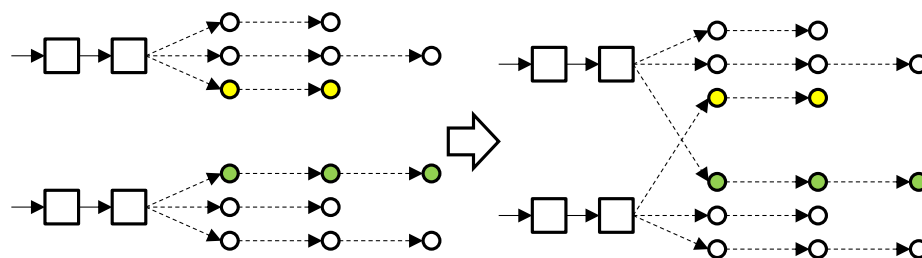
3.3.3. Transformacije konfiguracije

Da bi se dobio dopustiv i što bolji plan distribucije neophodno je vršiti transformacije plana u smeru njegovog poboljšanja. Transformacija plana podrazumeva razmeštanje zadataka sa jedne liste na drugu. Razmeštanje zadataka vrši se na listama u oba nivoa. Transformacije na listama prvog nivoa nezavisne su od transformacija na listama drugog nivoa i obrnuto. Nakon svake transformacije mreže pokreće se *Preflow-push* algoritam i ažurira se opterećenje na svakom vozilu.

Transformacije koje su definisane su sledeće:

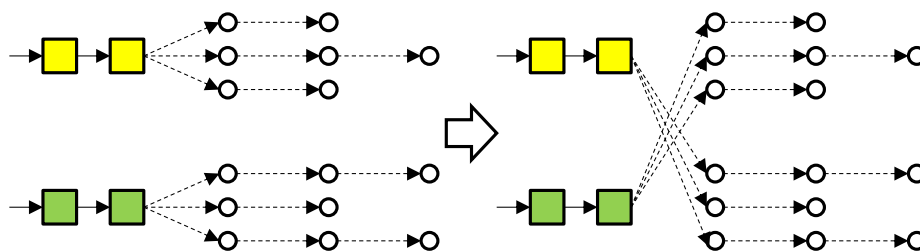
1. prebacivanje zadatka,
2. zamena zadatka,
3. zamena kompletnih lista drugog nivoa,
4. zamena kompletnih lista prvog nivoa,
5. inverzija dela liste drugog nivoa,
6. ukrštanje lista drugog nivoa.

Transformacija 1 predstavlja klasično prebacivanje zadatka sa jedne liste na drugu. Obe liste moraju biti ili istog nivoa ili jedna od lista može biti pomoćna. Prebacivanje zadataka u okviru iste liste nije dozvoljeno. Primer transformacije prebacivanja nalazi se na slici 15.a. Transformacija 2 predstavlja zamenu zadataka u okviru lista istog nivoa. Jedna od lista bože biti i pomoćna lista. Zamene u okviru iste liste nisu dozvoljene. Primer transformacije zamene nalazi se na slici 15.b. Transformacija 3 predstavlja prebacivanje liste drugog nivoa sa jedne liste prvog nivoa na drugu. Ova transformacija prikazana je na slici 33.



Slika 33: zamena kompletne liste drugog nivoa

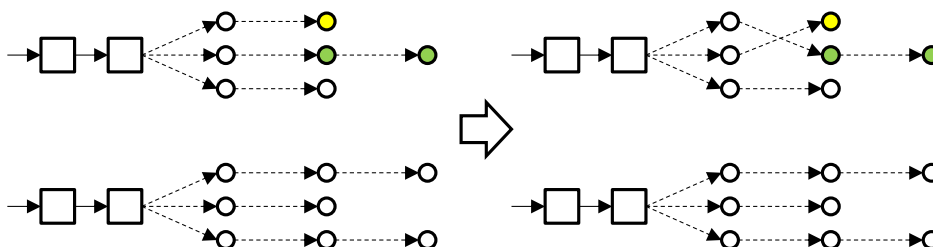
Transformacija 4 predstavlja zamenu lista prvog nivoa, odnosno zamenu svih lista drugog nivoa odjednom, sa jedne liste prvog nivoa na drugu. Primer za ovu transformaciju dat je na slici 34.



Slika 34: zamena kompletne liste prvog nivoa

Transformacija 5 predstavlja klasičnu inverziju („2-opt“) na listi drugog nivoa. Primer „2-opt“ transformacije nalazi se na slici 15.c.

Poslednja transformacija predstavlja ukrštanje lista drugog nivoa i prikazana je na slici 35.



Slika 35: ukrštanje lista drugog nivoa

3.3.4. Skupovi test primera i parametri algoritma

Kako predstavljeni problem do sada nije rešavan i ne postoje opšteprihvaćeni test primeri za njegovo rešavanje, neophodno je generisati test primere koji su slični problemima koji se javljaju u praksi. Pošto se u praksi zahtevi klijenata menjaju tokom razvoja softvera često se dešava da se teorijski algoritam blago modifikuje prema potrebama klijenata.

Za potrebe testiranja algoritma korišćene su dve vrste veštački generisanih test primera. Prvi skup test primera je baš namenski kreiran za testiranje predloženog algoritma. Drugi je standardni 2E-LRP skup test primera namenjen testiranju algoritama za odabir lokacija i rutiranje u 2 nivoa. Predloženi algoritam uz male izmene primenjen je i na realnom problemu distribucije novina u Danskoj.

3.3.4.1. Namenski generisani test primeri

Ovi test primeri generisani su tako da veličinom i složenošću odgovaraju realnom problemu distribucije novina u Danskoj. Zajedničko za sve test primere je da sadrže dve štamparije za proizvodnju novina, dva skladišta i četiri satelita. Broj mušterija je fiksiran na 500, 1000 i

2000 dok je broj vrsta novina fiksiran na 1, 2 i 4. Za sve moguće kombinacije broja mušterija i vrsta novina generisan je po jedan test primer.

Vreme proizvodnje u štamparijama definisano je kao ceo broj koji se može tumačiti i kao minut. Na svakih pola sata štampaju se novine završno sa 240-tim minutom. Potražnja za novinama od strane mušterija generisana je na slučajan način iz opsega [0, 1200]. Najranije vreme dolaska vozila do mušterija definisano je iz opsega [0, 180], dok je najkasnije vreme polaska od mušterije definisano iz opsega [360, 600]. Sve lokacije, štamparije, skladišta, sateliti i mušterije nalaze se u krugu čiji je poluprečnik 10000 minuta. Vozila prvog nivoa imaju kapacitet od 40000, dok vozila drugog nivoa imaju kapacitet 10000 novina.

Spisak test primera dat je u tabeli 15. U prvoj koloni naveden je naziv test primera, u drugoj broj mušterija (Muš), u trećoj broj vrsta novina (VrN), a u poslednjoj koloni ukupna potražnja (UKP). Naziv test primera dat je u obliku c-X-p-Y gde je X broj mušterija, a Y broj vrsta novina. Problem c-2000-p-4 predstavlja problem sa 2000 mušterija i 4 vrste novina.

Tabela 15: spisak namenski generisanih test primera			
Test primer	Muš	VrN	UKP
c-500-p-1	500	1	287420
c-500-p-2	500	2	294340
c-500-p-4	500	4	296980
c-1000-p-1	1000	1	449400
c-1000-p-2	1000	2	460340
c-1000-p-4	1000	4	449890
c-2000-p-1	2000	1	603270
c-2000-p-2	2000	2	602290
c-2000-p-4	2000	4	602870

3.3.4.2. 2E-LRP test primeri

Ovi test primeri namenjeni su testiranju algoritama za rešavanje problema odabira lokacija i rutiranja u dva nivoa bez sinhronizacije sa proizvodnjom. U centru se nalazi jedno skladište iz kojeg se vozilima prvog nivoa roba transportuje do satelita. Od satelita do mušterija roba se transportuje vozilima drugog nivoa. Broj mušterija biran je iz skupa {20, 50, 100, 200}, dok je broj satelita biran iz skupa {5, 10}. Potražnja mušterija za proizvodima generisana je na slučajan način iz opsega [11, 20]. Naziv problema dat je u formatu X-Y-Z-2e, gde je X broj mušterija, Y broj satelita, dok Z označava „jačinu“ klasterizacije mušterija i može biti 1, 2 ili 3. Z = 1 označava ravnomernu raspodelu mušterija u prostoru. Skup sadrži ukupno 30 test primera. Spisak svih 2E-LRP test primera i njihovih karakteristika nalaze se u tabeli 16. U prvoj i petoj koloni tabele nalazi se naziv problema, u drugoj i šestoj broj mušterija (Muš), u trećoj i sedmoj broj satelita (Sat), i u četvrtoj i poslednjoj koloni vrta klasterizacije (Klas).

Tabela 16: spisak 2E-LRP test primera

Naziv	Muš	Sat	Klas	Naziv	Muš	Sat	Klas
20-5-1-2e	20	5	1	100-5-2b-2e	100	5	2
20-5-1b-2e	20	5	1	100-5-3-2e	100	5	3
20-5-2-2e	20	5	2	100-5-3b-2e	100	5	3
20-5-2b-2e	20	5	2	100-10-1-2e	100	10	1
50-5-1-2e	50	5	1	100-10-1b-2e	100	10	1
50-5-1b-2e	50	5	1	100-10-2-2e	100	10	2
50-5-2-2e	50	5	2	100-10-2b-2e	100	10	2
50-5-2b-2e	50	5	2	100-10-3-2e	100	10	3
50-5-2BIS-2e	50	5	2	100-10-3b-2e	100	10	3
50-5-2bBIS-2e	50	5	2	200-10-1-2e	200	10	1
50-5-3-2e	50	5	3	200-10-1b-2e	200	10	1
50-5-3b-2e	50	5	3	200-10-2-2e	200	10	2
100-5-1-2e	100	5	1	200-10-2b-2e	200	10	2
100-5-1b-2e	100	5	1	200-10-3-2e	200	10	3
100-5-2-2e	100	5	2	200-10-3b-2e	200	10	3

3.3.4.3. Praktični primeri

Motivacija za konstruisanje algoritma za rutiranje sa vremenskim ograničenjima, odabirom lokacija i sinhronizaciju sa proizvodnjom potiče od problema distribucije novina u Danskoj. Algoritam je primenjen u više regiona u Danskoj u kojima se broj mušterija kretao između 500 i 2200, a broj vrsta novina od 1 do 3. Zahtevi mušterija su malo drugačiji nego u prikazanom modelu. Pojedine mušterije potražuju različite vrste novina u različitim vremenskim intervalima koji se ne preklapaju. Sa stanovišta algoritma takvi slučajevi se mogu posmatrati kao različite mušterije koje se nalaze na istoj adresi. U realnim primerima broj štamparija i skladišta je najviše 3 dok je broj satelita najviše 10. Za razliku od modela, u realnom primeru postoje više od dva tipa vozila koje se razlikuju po svojim karakteristikama. Dodatno ograničenje u odnosu na model je što pojedini tipovi vozila nemaju dozvolu ulaska u centralne delove gradova.

3.3.4.4. Parametri algoritma

Kao bazni algoritam koristi se metaheuristika Simulirano kaljenje. Standardni parametri su početna temperatura T_0 , krajnja temperatura T_k i dinamika hlađenja. U svim fazama algoritma korišćena je eksponencijalna dinamika hlađenja definisana sa $T_n = T_{n-1} \alpha$. Sve vrednosti parametara algoritma prikazane su u tabeli 17. U prvoj koloni nalazi se naziv parametra. Kolone 2, 3 i 4 predstavljaju podfaze prve faze izvršavanja algoritma. U poslednjoj koloni nalaze se vrednosti parametara u drugoj fazi izvršavanja algoritma.

Tabela 17: parametri algoritma				
Parametar	F-1.a	F-1.b	F-1.c	F-2
C_1	0	0	0	1000
C_2	0	1000	10000	0
C_3	0	1000	1000	1
C_4	100000	100000	100000	0
C_5	0.01	0.01	0.01	0.01
a	-	0.25	0.1	0
b_1 (skladište)	-	1.0	0.9	0.9
b_2 (satelit)	-	0.3	0.1	0.1
T_d	-	20	30	-
T_0	10.0	5.0	-	2.5
T_k	0.1	0.1	0.1	0.1
α	0.9999	0.9999	0.9999	0.9925

Pošto je problem dosta složen, algoritam je podjeljen u faze. U svakoj od faza postoji cilj ka kojem teži algoritam. Usmeravanje algoritma vrši se korigovanjem koeficijenata u ciljnoj funkciji u zavisnosti od faze u kojoj se algoritam nalazi.

Za potrebe ciljne funkcije korišćene su sledeće veličine:

- N_r - ukupan broj angažovanih vozila na ruti r prvog nivoa,
- TrV_i - ukupan broj tranzita vozila V_i prvog nivoa,
- ND_r - ukupan broj vozila drugog nivoa na ruti r prvog nivoa koja polaze iz skladišta,
- NS_r - ukupan broj vozila drugog nivoa na ruti r prvog nivoa koja polaze iz satelita,
- M_r - ukupan broj mušterija na ruti r prvog nivoa, i
- D_r - ukupan pređeni put svih vozila na ruti r prvog nivoa.

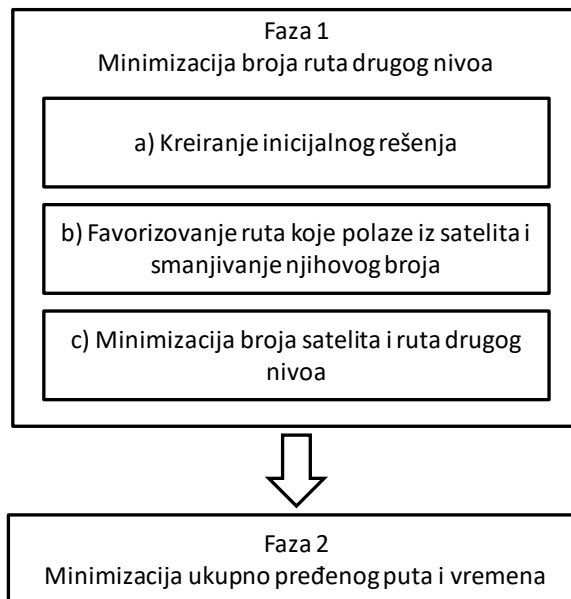
Ciljna funkcija koja odgovara jednoj ruti prvog nivoa može se zapisati u sledećem obliku:

$$C_r = C_1 N_r + C_2 \sum (TrV_i)^a + C_3 ((ND_r)^{b1} + (NS_r)^{b2}) + C_4 \ln(M_r+1) + C_5 D_r$$

Ukupni troškovi koji se optimizuju predstavljaju zbir troškova svih ruta prvog nivoa:

$$Min: \sum C_r$$

Faze algoritma prikazane su na slici 36, a vrednosti svih parametara optimizacije po fazama navedeni su u tabeli 17.



Slika 36: faze algoritma

- U fazi 1.a algoritma, zadaci se prebacuju sa pomoćne liste sve dok se svi zadaci mušterija ne prebace sa pomoćne liste na liste drugog nivoa. Faza 1.a se završava kada se formira rešenje koje je dopustivo.
- U narednoj fazi (1.b) cilj je aktivirati što je moguće više satelita. Aktiviranje satelita postiže se tako što se vrednost parametra b_2 bira da bude manja od parametra b_1 . Manja vrednost parametra b_2 omogućava da cena aktiviranja satelita bude manja od cene aktiviranja skladišta. Vrednost parametra $a < 1$ indirektno omogućuje postepeno dekomponovanje ruta prvog nivoa. Smanjivanje broja ruta drugog nivoa kontrolisano je vremenom dekompozicije T_d . Za vreme T_d rute drugog nivoa se biraju na slučajan način i podstiče se njihova dekompozicija. Ukoliko se u okviru vremena T_d broj ruta drugog nivoa smanji, vreme rada algoritma se resetuje i algoritam nastavlja sa izvršavanjem faze 1.b. Kada za vreme T_d algoritam ne uspe da smanji broj ruta drugog nivoa, faza 1.b se završava.
- U fazi 1.c vrši se grupisanje ruta drugog nivoa i minimizacija broja satelita uzimajući u obzir geografske pozicije mušterija. Jedan deo ruta drugog nivoa prebacuje se sa satelita na skladišta i na taj način smanjuje broj satelita. Podsticanje grupisanja ruta drugog nivoa postiže se tako što se vrednost parametra b_1 smanjuje ($b_1 < 1$).
- U fazi 2 primarni zadatak je lokalna optimizacija. Pozicije skladišta i satelita uglavnom se ne menjaju i broj vozila se ne povećava, dok se optimizuju rute drugog nivoa kako bi se smanjio pređeni put. Forsiranje optimizacije pređenog puta postiže se tako što

se zanemaruje broj tranzita i broj mušterija na rutama drugog nivoa ($C_2 = C_4 = 0$) i tako što se favorizuje pređeni put u odnosu na broj vozila drugog nivoa ($C_1, C_5 \gg C_3$).

Prikazani algoritam implementiran je u jeziku C++ i testiran na računaru Intel I5-4440M sa 8GB ram memorije i operativnim sistemom Windows 10.

3.3.5. Rezultati i analiza

U nastavku su prikazani i analizirani rezultati rešavanja namenski generisanih, 2E-LRP i praktičnih test primera. Za svaki namenski i 2E-LRP test primer algoritam je pokretan 30 puta.

Kompletni rezultati rešavanja namenski generisanih test primera prikazani su u tabeli 18. U prvoj koloni nalaze se nazivi test primera, u drugoj najbolji dobijeni rezultati (Min), a u trećoj prosečni rezultati (Prosek). U četvrtoj koloni izračunato je prosečno odstupanje u odnosu na najbolje rezultate (PrOds), a u petoj koloni prikazano je vreme rada algoritma u sekundama (VrRada). Za kolone 2, 3, i 4 navedena su po četiri reda, ukupan broj vozila korišćen u transportu (Vozila), ukupno pređeni put vozila (PrPut), ukupno vreme provedeno u transportu (UkVreme) i ukupni troškovi transporta (UkTroš). U poslednjem redu izračunat je prosek prosečnih odstupanja.

Tabela 18: rezultati za namenski generisane test primere				
	Min	Prosek	PrOds	VrRada
Test primer	Vozila	Vozila	Vozila	
	PrPut	PrPut	PrPut	
	UkVreme	UkVreme	UkVreme	
	UkTroš	UkTroš	UkTroš	
c500p1	43	43.9	2.09 %	1184
	256,730	264,927	3.19 %	
	339,193	352,377	3.89 %	
	45,636	46,549.30	2.00 %	
c500p2	45	46	2.30 %	1183
	325,487	341,199	4.83 %	
	418,627	433,831	3.63 %	
	48,350	49,445.30	2.26 %	
c500p4	44	45.5	3.33 %	1186
	334,798	346,046	3.36 %	
	418,878	437,038	4.34 %	
	47,444	48,927.10	3.13 %	
c1000p1	68	69	1.52 %	1188
	396,153	403,495	1.85 %	

	571,486	592,103	3.61 %	
	72,005	73,068.30	1.48 %	
c1000p2	68	70.6	3.77 %	1191
	480,876	495,210	2.98 %	
	656,735	677,428	3.15 %	
	73,075	75,518.80	3.34 %	
c1000p4	67	68.3	1.89 %	1198
	476,546	490,895	3.01 %	
	656,431	676,124	3.00 %	
	71,905	73,175.60	1.77 %	
c2000p1	93	93.9	0.93 %	1222
	540,242	554,120	2.57 %	
	889,438	912,055	2.54 %	
	98,457	99,407.90	0.97 %	
c2000p2	92	94.7	2.93 %	1248
	700,260	732,560	4.61 %	
	1,055,744	1,108,754	5.02 %	
	99,169	102,025.60	2.88 %	
c2000p4	90	92.1	2.33 %	1267
	671,426	694,615	3.45 %	
	1,039,649	1,075,346	3.43 %	
	97,048	99,046.20	2.06 %	
Prosek			2.35 %	
			3.32 %	
			3.62 %	
			2.21 %	

Kako je problem dosta kompleksan i test primeri su velikih dimenzija, trenutno ne postoji alat koji bi dobro procenio donju granicu odnosno minimalne troškove. Umesto toga procena je vršena u odnosu na najbolja dobijena rešenja.

Prosečno odstupanje broja vozila kreće se od 0.93% do 3.7%, pređenog puta od 1.85% do 4.83%, potrošenog vremena od 2.54% do 5.02% i ukupnih troškova od 0.97% do 3.34%. Najveće pojedinačno odstupanje zabeleženo je kod ukupno potrošenog vremena i iznosi 5.02%. Ako se posmatra prosek prosečnih odstupanja za sve test primere dobija se da je odstupanje broja vozila 2.35%, pređenog puta 3.32%, ukupnog vremena 3.62% i ukupnih troškova 2.21%. Tokom testiranja prosečna popunjenost vozila prvog nivoa bila je 87%, dok je prosečna popunjenost vozila drugog nivoa bila 93%.

U tabeli 19 prikazani su rezultati rada algoritma na 2E-LRP test primerima. U prvoj koloni nalazi se naziv test primera, u drugoj najbolje do sada pronađeno rešenje (NajReš), u trećoj najbolje rešenje dobijeno primenom predloženog algoritma (Reš). U četvrtoj koloni navedeno je odstupanje od najboljeg poznatog rešenja (Ods) i u poslednjoj koloni navedeno

je vreme rada algoritma u sekundama (VrRada). U poslednjem redu izračunato je prosečno odstupanje i prosečno vreme rada algoritma. Rešenje test primera predstavlja ukupne troškove rutiranja koji se računaju kao zbir cena otvaranja satelita, cena korišćenja vozila i pređenog puta vozila.

Tabela 19: rezultati za 2E-LRP test primere					
Test primer	NajReš	Reš	Odst	VrRada	
20-5-1-2e	89075	89055	-0.02 %	103.0	
20-5-1b-2e	61863	62288	0.69 %	101.5	
20-5-2-2e	85290	84467	-0.96 %	101.0	
20-5-2b-2e	60838	60824	-0.02 %	100.7	
50-5-1-2e	134855	131187	-2.72 %	109.6	
50-5-1b-2e	101530	101750	0.22 %	109.0	
50-5-2-2e	132159	132359	0.15 %	99.7	
50-5-2b-2e	110547	110545	0.00 %	99.9	
50-5-2BIS-2e	122654	123971	1.07 %	108.1	
50-5-2bBIS-2e	105776	107781	1.90 %	100.9	
50-5-3-2e	128379	128854	0.37 %	106.3	
50-5-3b-2e	104006	103982	-0.02 %	106.0	
100-5-1-2e	320130	329822	3.03 %	99.2	
100-5-1b-2e	258205	258865	0.26 %	98.4	
100-5-2-2e	234179	232221	-0.84 %	97.6	
100-5-2b-2e	195426	195094	-0.17 %	97.7	
100-5-3-2e	245944	244571	-0.56 %	97.6	
100-5-3b-2e	195254	196005	0.38 %	97.5	
100-10-1-2e	358939	372715	3.84 %	99.5	
100-10-1b-2e	302584	331494	9.55 %	99.2	
100-10-2-2e	306303	322478	5.28 %	101.1	
100-10-2b-2e	264389	266576	0.83 %	100.5	
100-10-3-2e	313249	316514	1.04 %	99.7	
100-10-3b-2e	266383	289667	8.74 %	99.3	
200-10-1-2e	554598	604397	8.98 %	104.3	
200-10-1b-2e	452286	450057	-0.49 %	99.7	
200-10-2-2e	502173	543391	8.21 %	101.9	
200-10-2b-2e	425311	466226	9.62 %	98.9	
200-10-3-2e	533732	577364	8.17 %	103.2	
200-10-3b-2e	418800	421481	0.64 %	99.6	
Prosek			2.24 %	101.35	

Na skupu od 30 test primera prosečno odstupanje algoritma bilo je 2.24%. Iako je za pojedine test primere odstupanje dosta veliko (9.62% za test primer „200-10-2b-2e“),

predloženi algoritam uspeo je da pronađe 10 novih najboljih rešenja. Za 18 test primera dobijeno odstupanje manje je od 1%, a za 23 test primera manje od 5%. Kako se u literaturi uvek navode samo najbolja rešenja, bez preciznih podataka o kompletnim rezultatima teško je napraviti neko opširnije poređenje. Zbog toga što različiti autori testiraju algoritme na različitim računarima vreme potrebno za izvršavanje takođe nije precizan podatak iako se uvek navodi.

Testiranje na praktičnim primerima vršeno je od strane dispečera zaduženog za distribuciju novina u Danskoj. Poređenje je vršeno u odnosu na dotadašnji proces distribucije. Testiranje je pokazalo da se primenom softvera u kojem je implementiran predloženi algoritam u zavisnosti od regiona može postići ušteta ukupnih troškova od 15-25%. Osim za planiranje distribucije, algoritam je moguće koristiti i za strateško planiranje odnosno planiranje izmeštanja objekata (štamparija i skladišta) na bolje lokacije. Procena algoritma je da bi izmeštanje štamparija na nove lokacije omogućilo dodatnu uštedu od oko 4%.

3.4. Generisanje matrica rastojanja

U ovom delu objašnjen je način kreiranja baznih i aproksimiranih matrica i njihovo korišćenje. Definisan je *Algoritam konusa* koji određuje redosled preuzimanja rastojanja putem internet servisa kao i načini za čuvanje preuzetih rastojanja. Navedeni su skupovi test primera i način testiranja. Na kraju su prikazani rezultati i njihova analiza.

3.4.1. Vrste matrica

Za potrebe testiranja prezentovanog algoritma korišćene su dve vrste matrica, *bazne* i *aproksimirane*. Bazne matrice predstavljaju osnovu za poređenje i kod njih su sva rastojanja preuzeta grubom silom tj. pozivanjem internet servisa. Aproksimirane matrice su one kod kojih je određen broj rastojanja preuzet pozivanjem internet servisa, dok su preostala rastojanja preračunata korišćenjem Dijkstra algoritma iz već preuzetih rastojanja.

3.4.1.1. Bazne matrice

Bazne matrice služe kao osnova za ocenjivanje kvaliteta aproksimiranih matrica. Ove matrice se preuzimaju grubom silom pozivanjem internet servisa.

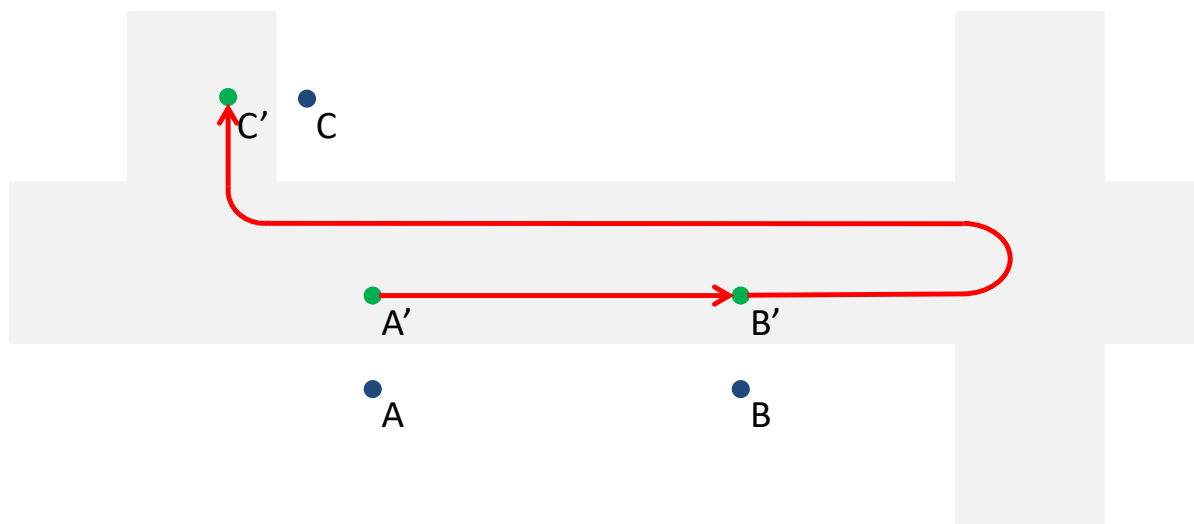
Preuzimanje rastojanja baznih matrica nailazi na dva problema. Prvi problem je složenost preuzimanja koji je opisan ranije, dok je drugi problem nepreciznost. Najlogičniji ali istovremeno i najzahtevniji način preuzimanja rastojanja bio bi da se za svake dve geolokacije pozove servis. Tako dobijena rastojanja optimizacioni softver kasnije koristi i deo po deo sastavlja u jednu rutu.

Neka vozilo redom obilazi nekoliko geolokacija i vraća se u početnu geolokaciju ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A$). Može da se desi da ukupna dužina rute bude različita od zbira rastojanja između pojedinačnih geolokacija:

$$|A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A| \neq |A \rightarrow B| + |B \rightarrow C| + |C \rightarrow D| + |D \rightarrow E| + |E \rightarrow A|$$

Softveri za upravljanje putnim mrežama uvek teže da postignu optimalnu putanju između dve geolokacije. Bez znanja o redosledu posećivanja geolokacija ukupno rastojanje dobijeno sabiranjem pojedinačnih rastojanja ponekad generiše optimističku procenu vremena ili pređenog puta u celoj ruti. Optimistička procena je ona kod koje je vreme ili pređeni put kraće nego što je realno.

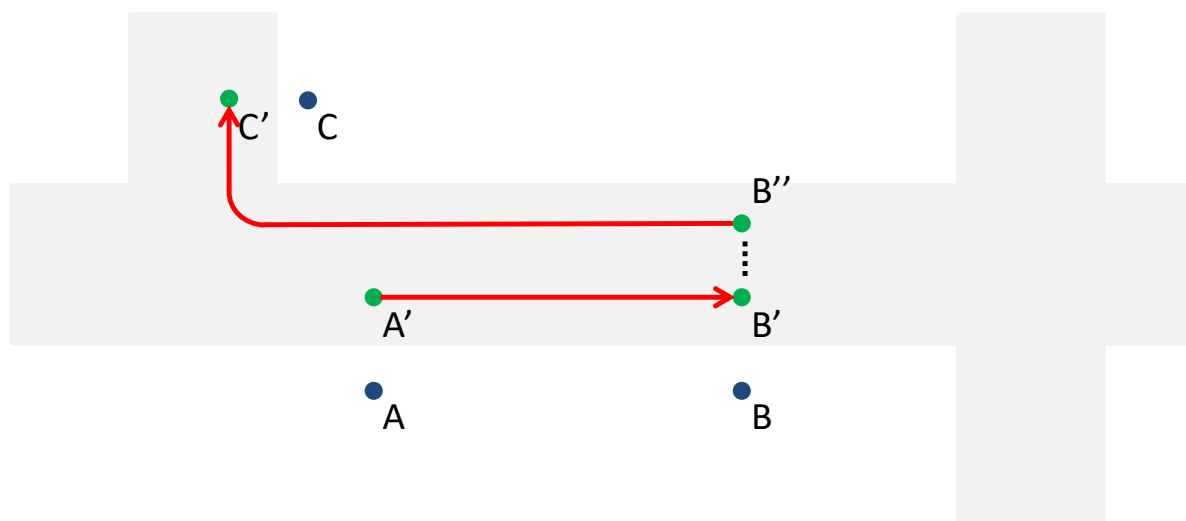
Neka su date 3 geolokacije A, B, C i vozilo koje polazi iz geolokacije A, prolazi kraj geolokacije B i stiže do geolokacije C. Ako se internet servis pozove sa sve tri geolokacije kao parametrima poziva može da nastane putanja kao što je data na slici 37.



Slika 37: ruta vozila koje obilazi tri geolokacije u kontinuitetu

Geolokacije A, B i C nalaze se pored puta i servis ih je mapirao u geolokacije A', B' i C' koje se nalaze na putu. Prilikom obilaska geolokacije B', vozilo dolazi do raskrsnice, pravi polukružno okretanje i vraća se prema geolokaciji C'.

Ako se na istom delu putne mreže servis poziva posebno za rastojanja $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$ može da se desi da servis na drugačiji način mapira geolokacije A, B i C na put. Tipičan primer prikazan je na slici 38.

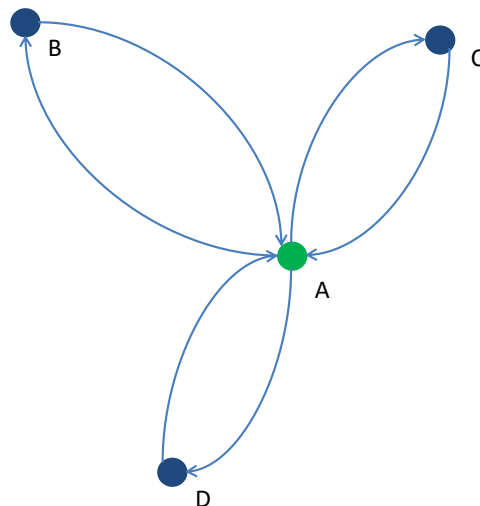


Slika 38: ruta vozila koje obilazi tri geolokacije sa prekidom u geolokaciji B

Kod putanje vozila od geolokacije A do geolokacije B, geolokacija B je mapirana u geolokaciju B' koja se nalazi na istoj strani puta kao i geolokacija A', dok je kod putanje vozila iz geolokacije B u geolokaciju C, ta ista geolokacija B mapirana u geolokaciju B'' koja se nalazi na suprotnoj strani puta u odnosu na geolokaciju B'. Kako su rastojanja preuzimana u dva različita poziva, servis nema znanje o tome da su rastojanja A→B i B→C deo iste rute. Anomalija kao što je prikazana na slici 38 može da se pojavi u različitim varijacijama (na primer nepropisno skretanje ulevo) kod kojih je zajedničko to da se prekidi ruta mapiraju na različita mesta na putu. Treba napomenuti da nije primećeno javljanje ove anomalije na autoputevima već uglavnom na putevima kod kojih suprotne trake nisu fizički odvojene (ne postoji ostrvo između traka ili dupla puna linija).

Kako bi se bar delimično ublažio problem složenosti preuzimanja matrica, korišćena je mogućnost internet servisa da se više podruta upakuje u jednu rutu.

U slučaju preuzimanja baznih matrica, jedini podaci potrebni za preuzimanje su: početna geolokacija, krajnja geolokacija i vremensko i prostorno rastojanje. Prilikom preuzimanja rastojanja, podrute se pakuju u rutu tako da se iz početne geolokacije pravi „cvet“ čije latice predstavljaju putanje od početne do ostalih geolokacija i nazad. Primera radi, neka su geolokacije obeležene slovima A, B, C, D i neka se računaju rastojanja „od“ i „do“ geolokacije A. U tom slučaju, podrute su pakovane u internet poziv na sledeći način: A→B→A→C→A→D→A (slika 39). Ako se u jednu rutu mogu upakovati 24 podrute (limit kod pojedinih internet servisa), u jednom pozivu moguće je dobiti 12 rastojanja „iz“ i 12 rastojanja „u“ početnu geolokaciju.



Slika 39: primer redosleda obilazaka geolokacija prilikom pakovanja podruta

Kako se matrice kreiraju apriori i služe kao ulazni podatak u optimizacioni softver, redosled obilazaka geolokacija od strane vozila nije poznat unapred. Matrice koje su apriori generisane na ovaj način nikada ne mogu biti optimalne za svaki redosled obilazaka geolokacija. Neka su podrute u rutu upakovane kao na slici 37, tako da se prvo obilazi geolokacija A, zatim geolokacija B i na kraju geolokacija C. Ako optimizacioni softver odluči da promeni redosled obilazaka, može da se desi da generisana matrica rastojanja ne bude optimalna. Ako se ipak izbegne pakovanje više podruta u jednu rutu i za svake dve geolokacije poziva servis za dobijanje rastojanja, može se javiti problem previše optimističkih rastojanja. Potencijalno najbolje rešenje bi bilo da se internet servis poziva za sve moguće trojke geolokacija, ali bi takva vrsta preuzimanja zbog ogromnog broja mogućih kombinacija bila previše zahtevna.

3.4.1.2. Aproksimirane matrice

Cilj korišćenja aproksimiranih matrica je smanjenje broja poziva internet servisa potrebnih za njihovo generisanje, uz uslov da se ne izgubi mnogo na kvalitetu dobijenih rastojanja. Za N geolokacija, složenost preuzimanja bazne matrice je $O(N^2)$. Prilikom preuzimanja rastojanja za aproksimirane matrice broj poziva je linearizovan tako da je internet servis pozivan $C \times N$ puta. Složenost ovakvog načina preuzimanja je linearna $O(N)$, što za veliki broj geolokacija može da predstavlja ozbiljnu uštedu u vremenu i novcu.

U opštem slučaju aproksimirana matrica ne mora da bude savršena, već je potrebno da bude dovoljno dobra aproksimacija optimalne matrice za problem koji se rešava. Pošto vremenska rastojanja između geolokacija nisu apsolutna već zavise od mnogo faktora poput tipa vozila, doba dana, trenutne gužve na putu i slično, matrice koje sadrže vremenska rastojanja uvek predstavljaju aproksimaciju.

Matrica koja se odlično ponaša u kontekstu rutiranja vozila, može biti potpuno neupotrebljiva u nekom drugom kontekstu i obrnuto. Kako se aproksimirane matrice pre svega koriste kao ulazni podatak u optimizacioni softver za rutiranje vozila, procena kvaliteta takvih matrica najbitnija je u kontekstu rutiranja.

Da bi broj poziva internet servisa mogao da se smanji bez većih gubitaka u kvalitetu kasnije generisanih matrica rastojanja, neophodno je odabrati dobar podskup putne mreže. Za kvalitetno odabiranje podskupa putne mreže korišćena su znanja dobijena posmatranjem i analizom rada ljudi zaduženih za logistiku i rezultata dobijenih upotrebom optimizacionih softvera.

Prilikom planiranja transporta, glavni cilj optimizacionog softvera može biti skraćenje ukupnog pređenog puta vozila, smanjenje potrošnje goriva, skraćenje vremena obilaska geolokacija ili smanjenje ukupnog broja vozila neophodnih za realizaciju transporta. Iskustvo logističara i analiza rezultata optimizacionih softvera pokazali su da vozila treba da obilaze geolokacije koje su blizu jedna druge. Vrlo je redak slučaj da vozila obilaze daleke geolokacije bez zaustavljanja u geolokacijama koje se nalaze usput. Ukoliko je potrebno poslati vozilo u daleku geolokaciju, obilazak se planira tako da se usput obiđe što je više moguće geolokacija koje se nalaze na putu ili blizu direktnog puta između početne i krajnje geolokacije.

Vozila transportuju proizvode od skladišta ka prodavnicama i kapacitet vozila je obično takav da jedno vozilo može da opslužuje više prodavnica istovremeno. Pošto su vozila i vozači najskuplji resursi, neracionalno je slati poluprazno vozilo na put. Optimizacioni softver se uvek trudi da popuni kapacitet vozila i obiđe što je moguće veći broj geolokacija bez ponovnog punjenja vozila.

Uzimajući u obzir da vozila retko kada saobraćaju direktno iz početne u krajnju geolokaciju već obilaze i geolokacije između, prva pretpostavka koja se uzima u obzir prilikom kreiranja algoritma za dobavljanje rastojanja je da:

1. za kvalitet konačnog plana transporta mnogo je važnije imati optimalna rastojanja između bliskih nego između dalekih geolokacija.

U idealnom slučaju (koji nije realan) postoji direktan pravolinijski put iz jedne geolokacije u drugu, rastojanje između geolokacija je Euklidsko i ne postoji potreba da se čuva kompletna matrica rastojanja jer bi svako rastojanje moglo da se računa u hodu primenom Pitagorine teoreme. U praksi putna mreža nije homogena, negde ima više puteva, negde manje, geolokacije na koje se isporučuju proizvodi su često neravnomerno raspoređene po terenu i između njih ne postoji direktan pravolinijski put.

Takođe, u putnoj mreži nemaju svi putevi istu važnost i frekvenciju upotrebe. U međugradskom saobraćaju najviše se koriste magistralni i auto putevi, a u gradskom

saobraćaju bulevari. Upravo ta nehomogenost putne mreže i činjenica da se do mnogih geolokacija stiže koristeći iste deonice puta olakšava izbor podskupa putne mreže iz kojeg se kasnije može generisati matrica rastojanja.

Druga pretpostavka koja direktno utiče na kreiranje algoritma za preuzimanje rastojanja je da je:

2. prilikom izbora podskupa putne mreže mnogo je važnije preuzeti rastojanja sa puteva sa većom frekvencijom nego sa puteva sa manjom frekvencijom saobraćaja.

Algoritam za preuzimanje rastojanja dizajniran je u skladu sa gorenavedenim pretpostavkama.

3.4.2. Preuzimanje rastojanja

Prilikom automatskog preuzimanja rastojanja uz pomoć internet servisa, osim unapred poznatih geolokacija softver nema nikakvo znanje o specifičnostima putne mreže. Znanje o putnoj mreži se postepeno akumulira pozivanjem internet servisa. Algoritam treba da bude osmišljen tako da pored unapred definisanih geolokacija pokrije i što više deonica puteva sa većom frekvencijom saobraćaja koristeći što je moguće manje poziva internet servisa. Konačan rezultat upotrebe algoritma za preuzimanje rastojanja mora biti deo putne mreže iz kojeg se mogu generisati aproksimirane matrice zadovoljavajućeg kvaliteta.

Za potrebe ovog rada za preuzimanje rastojanja koristi se servis *Microsoft Bing Maps* koji se nalazi na adresi <http://dev.virtualearth.net/REST/V1/Routes>. Primer odgovora ovog internet servisa dat je na slici 40.

```

    <Resources>
      <Route>
        <Id>v69,h1227498535,i0,a0,cen-
        US,dAAAAAAAAAA1,y0,s1,m1,o1,t4,wdVq3Qe1nRkCdL_ZefHU0QA2~A8C9QPooGC4FBADgAeUqLT
        <BoundingBox>
          ...
        </BoundingBox>
        <DistanceUnit>Kilometer</DistanceUnit>
        <DurationUnit>Second</DurationUnit>
        <TravelDistance>0.849</TravelDistance>
        <TravelDuration>188</TravelDuration>
        <TravelDurationTraffic>188</TravelDurationTraffic>
        <TrafficDataUsed>None</TrafficDataUsed>
        <TrafficCongestion>None</TrafficCongestion>
        <RouteLeg>
          <TravelDistance>0.849</TravelDistance>
          <TravelDuration>188</TravelDuration>
          <Cost>0</Cost>
          <ActualStart>
            <Latitude>44.811922</Latitude>
            <Longitude>20.45892</Longitude>
          </ActualStart>
          <ActualEnd>
            <Latitude>44.811957</Latitude>
            <Longitude>20.463655</Longitude>
          </ActualEnd>
          <ItineraryItem>
            <TravelMode>Driving</TravelMode>
            <TravelDistance>0.279</TravelDistance>
            <TravelDuration>36</TravelDuration>
            <ManeuverPoint>
              <Latitude>44.811922</Latitude>
              <Longitude>20.45892</Longitude>
            </ManeuverPoint>
            <Instruction maneuverType="DepartStart">Head northwest on Ulica Kraljice Nat
            <CompassDirection>northwest</CompassDirection>
            <Detail>
              <ManeuverType>DepartStart</ManeuverType>
              <StartPathIndex>0</StartPathIndex>
              <EndPathIndex>3</EndPathIndex>
              <Name>Ulica Kraljice Natalije</Name>
              <CompassDirection>327</CompassDirection>
            </Detail>
          </ItineraryItem>
        </RouteLeg>
      </Route>
    </Resources>
    
```

Slika 40: primer odgovora Bing Maps internet servisa

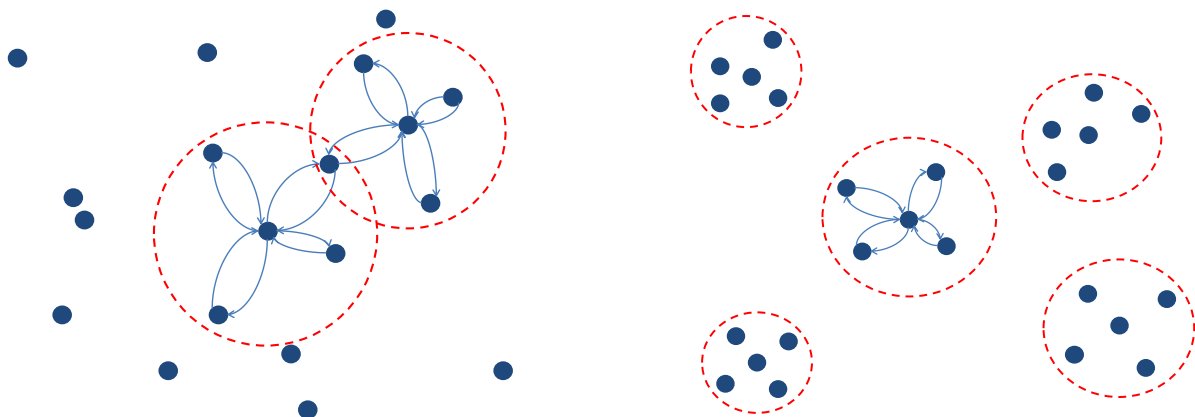
Za algoritam konusa ključan podatak su manevarske tačke u rutama. U odgovoru servisa kao što je prikazano na slici 40, kompletna putanja vozila počinje od oznake *<Route>*. Za svaku rutu kao odgovor dobija se najpre dužina puta u kilometrima *<TravelDistance>* i vreme puta u sekundama *<TravelDuration>*. Kompletna ruta sastoji se od više podruta koje su označene sa *<RouteLeg>* i koje su ograničene geolokacijama prolaska vozila. Pošto geolokacije za koje se traži putanja najčešće nisu na putu već pored, servis će ih korigovati i smestiti na put (kao što je ilustrovano na slikama 37 i 38). Tačne geolokacije početka i kraja podrute date su okviru oznaka *<ActualStart>* i *<ActualEnd>*. Svaka podruta takođe sadrži podatke o ukupnoj dužini i vremenu trajanja. Geolokacije kroz koje prolazi vozilo u okviru određene podrute *<ItineraryItem>* sadrže podatke o dužini puta i trajanju pojedinačne deonice. Konačno, manevarske tačke *<ManeuverPoint>* sadrže latitudu i longitudu geolokacija koje razdvajaju deonice podruta.

3.4.2.1. Algoritam konusa

Ako se pođe od zapažanja da je potrebno što bolje proceniti rastojanja između bliskih geolokacija, jednostavan algoritam mogao bi da se definiše na sledeći način:

- Za svaku geolokaciju X i N najbližih geolokacija Y_i , $i=1..N$ pozvati internet servis N puta i dobiti rastojanja $X \rightarrow Y_i$ i $Y_i \rightarrow X$ (slika 41.a).

Lokacija koja se povezuje sa susednim geolokacijama pozivanjem internet servisa u daljem tekstu zvaće se *referentna* geolokacija. Kao i u slučaju baznih matrica, poziv je moguće optimizovati pakovanjem više manjih ruta u jednu veliku što bi dalo određeno ubrzanje. Glavni nedostatak ovakvog pristupa je što kao rezultat mogu da se dobiju rastojanja koja ne povezuju sve geolokacije. Najbolji primer takvog problema je kada geolokacije nisu uniformno raspoređene već su grupisane u više odvojenih klastera (slika 41.b). Kako se referentne geolokacije povezuju samo sa sebi najbližim geolokacijama, može da se desi da geolokacije iz različitih klastera ne budu povezane. Da bi algoritam povezao geolokacije iz susednih klastera, broj poziva servisa N mora biti veći ili bar jednak broju geolokacija u samom klasteru (ako u klasteru ima M geolokacija, potrebno je $M-1$ poziva da bi se pokrio klaster i bar još jedan poziv prema geolokaciji iz susednog klastera). Ako su geolokacije podeljene u dva velika klastera sa približno istim brojem geolokacija, tada broj poziva za svaku geolokaciju mora biti veći od polovine ukupnog broja geolokacija, što je jako mnogo.



Slika 41: primer povezivanja bliskih geolokacija (a); klasterizovanih geolokacija (b)

Tipičan primer za odvojene klasterne geolokacije su gradovi. Iako bi geolokacije u okviru istog grada verovatno bile povezane, geolokacije iz različitih gradova mogle bi ostati nepovezane.

Malo manje drastičan primer je kada su geolokacije neravnomerno raspoređene, tako da algoritam nije u stanju da pronađe najkraći put između nekih geolokacija (iako takav put u putnoj mreži postoji), zato što povezuje najbliže sa najbližim geolokacijama (isprekidana crvena linija, slika 42.a).

Čak i kod ravnomerno raspoređenih geolokacija ostaje još dodatni problem pronalaženja glavnih saobraćajnica. Vozila se obično kreću autoputevima i bulevarima kada idu na dalek put. Da bi se pokupila rastojanja na važnim putevima potrebno je ponekad pozvati internet servis za geolokacije koje su udaljene.

Analiza nedostataka navedenog pristupa pokazala je da je najveći problem nepovezivanje geolokacija u smerovima gde su susedne geolokacije daleko u odnosu na referentnu geolokaciju (sve bliske geolokacije nalaze se sa iste strane referentne geolokacije). Da bi se premostio problem povezivanja udaljenih klastera početna ideja je modifikovana. Za skup

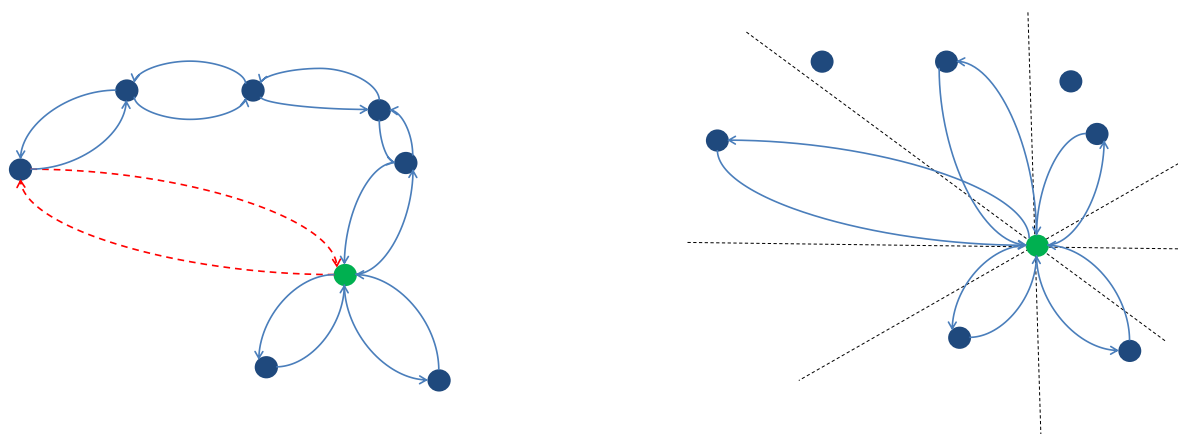
geolokacija koje se povezuju sa referentnom geolokacijom ne biraju se globalno najbliže geolokacije već najbliže u određenim smerovima. U praksi to znači da se 2-D prostor oko referentne geolokacije podeli na više jednakih konusa (slika 42.b) iz kojih se onda bira određeni broj najbližih geolokacija za povezivanje. Predloženi pristup nazvan *Algoritam konusa* definisan je sledećim pseudokodom:

```

L = broj_lokacija
K = broj_konusa
N = povezanih_lokacija_po_konusu

for l = 1 to L // proći kroz sve geolokacije
    Podeliti 2-D prostor na K jednakih konusa ca centrom u l
    for k = 1 to K // proći kroz sve konuse oko referente geolokacije l
        for n = 1 to N // proći kroz sve lokacije za povezivanje iz konusa k
            Preuzeti rastojanja(l→n, n→l)
        end
    end
end
end

```



Slika 42: neravnomerno raspoređene geolokacije (a); podela 2-D prostora na konuse jednakih veličina

3.4.3. Čuvanje putne mreže

Za potrebe generisanja matrica rastojanja dovoljno je sačuvati odabrane geolokacije polazaka i dolaska, i rastojanja između njih. Pojednostavljena putna mreža može se predstaviti kao usmereni graf kod kojeg su geolokacije modelirane čvorovima grafa, a rastojanja granama.

Prilikom pozivanja internet servisa, kao rezultat poziva dobijaju se rute sa početnim, zaustavnim i krajnjim geolokacijama, zajedno sa manevarskim tačkama na putanjama

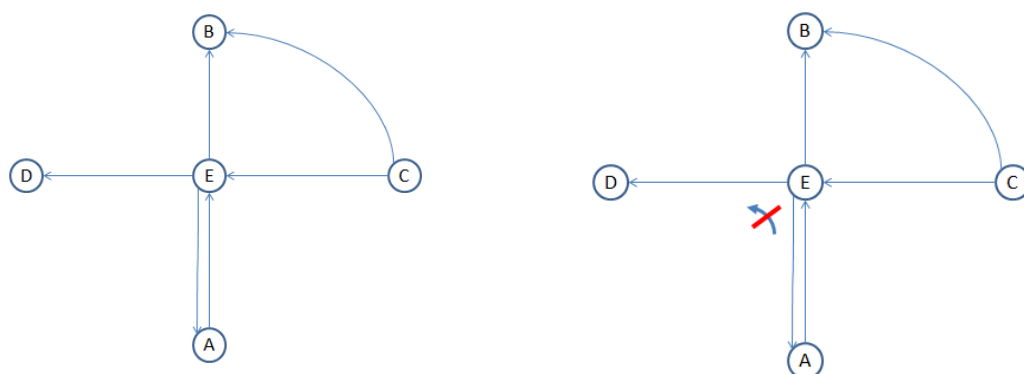
između tih geolokacija. Manevarske tačke su geolokacije u kojima vozilo menja pravac, brzinu, način vožnje i slično. One su namenjene pre svega GPS uređajima koji na osnovu njih prikazuju informacije vozaču. Sa stanovišta predloženog algoritma, najvažnije manevarske tačke su one koje se nalaze na raskrsnicama puteva jer su to geolokacije na kojima se ukrštaju različite rute. Dobijeni podaci o putnoj mreži zajedno sa početnim geolokacijama čuvaju se u grafu. Za čuvanje putne mreže predstavljene su dve reprezentacije čiji će kvalitet biti testiran.

3.4.3.1. Usmereni multigraf

Putna mreža modelirana je korišćenjem usmerenog multigrafa (u daljem tekstu samo multigraf) tako da je svaka geolokacija predstavljena čvorom u grafu, dok su vremenska i prostorna rastojanja predstavljena usmerenim granama (slika 43.a). Svaka grana u grafu ima po dve težine, jednu za prostorno, a drugo za vremensko rastojanje.

Najjednostavniji način čuvanja putne mreže bi bio korišćenjem neusmerenog grafa, međutim treba primetiti da prostorna i vremenska rastojanja nisu simetrična tako da neusmereni graf nije dobra reprezentacija. Simetriju prostornih rastojanja najčešće narušavaju jednosmerne ulice, tako da je vozilo prinuđeno da vozi u krug kako bi se vratilo u početnu geolokaciju. Kod vremenskih rastojanja osim jednosmernih ulica, simetriju mogu da naruše semafori koji ne sinhronizuju saobraćaj na isti način u različitim smerovima. Na prometnim raskrsnicama skretanje ulevo obično zahteva mnogo više vremena od skretanja udesno pošto vozilo koje skreće ulevo polazi poslednje jer ima najmanji prioritet. U urbanim sredinama gde ima puno raskrsnica i vlada gužva u saobraćaju ovaj efekat može biti prilično izražen.

Primena usmerenog multigrafa donekle rešava problem asimetrije rastojanja. Nažalost, ni ovakva reprezentacija nije potpuno precizna jer nije moguće modelirati sva pravila koja postoje u saobraćaju. Tipičan primer ovog problema je modeliranje zabranjenog skretanja ulevo (slika 43.b).



Slika 43: primer modeliranja - putne mreže multigrafom (a); zabranjenog skretanja ulevo (b)

Prilikom preuzimanja ruta, u svakoj raskrsnici dobija se jedna ili više manevarskih tačaka u kojima se rute seku. Neka je data raskrsnica kao na slici 43.b. Putanje od tačke A do tačke B i tačke C do tačke D seku se u tački E koja predstavlja manevarsku tačku i nalazi se u centru raskrsnice. Neka je skretanje ulevo iz tačke A u tačku D zabranjeno. Ako se putanja od tačke A do tačke D preuzima deo po deo, tako što se kombinuju delovi putanja od tačke A do tačke E i od tačke E do tačke D dobija se putanja koja u saobraćaju nije dozvoljena. Problem se dakle javlja prilikom kombinovanja delova različitih ruta.

Može se primetiti da su anomalije koje se javljaju prilikom čuvanja putne mreže uz pomoć usmerenog multigrafa vrlo slične kao kod baznih matrica čija su rastojanja preuzeta grubom silom gde se svako rastojanje preuzima u posebnom pozivu internet servisa.

Kvalitet matrica dobijenih iz usmerenog multigrafa može dati dosta dobru sliku o kvalitetu matrica koje bi eventualno mogle biti preuzete grubom silom pozivanjem servisa za svako rastojanje odvojeno.

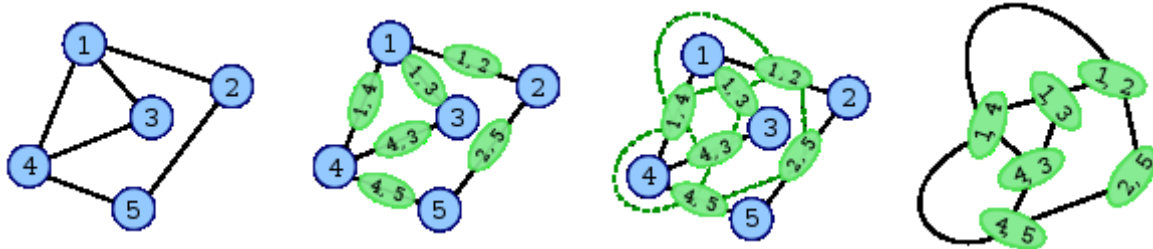
3.4.3.2. Linijski graf

Rešenje problema kombinovanja različitih ruta je da se vozilu dozvoli prolaz kroz zajedničku manevarsku tačku u određenom smeru samo ako je kompletna deonica puta dobijena pozivanjem internet servisa deo već neke rute. Neka je data raskrsnica kao na slici 43.b. Ako su pozivanjem servisa dobijene samo rute $\dots \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow \dots$ i $\dots \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow \dots$ tada prolaz vozila od tačke A do tačke D nije dozvoljen. Ukoliko se pozivanjem servisa kao deo neke rute dobije i putanja $\dots \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow \dots$ prolaz je naravno dozvoljen i tada se grane $A \rightarrow E$ i $E \rightarrow D$ dodaju u graf. Problem je što običan usmereni multigraf nije u stanju da primi informaciju o tome da li deonica puta koja se sastoji od tri povezane geolokacije pripada istoj ili različitim rutama. Da bi se znalo da li tri uzastopne geolokacije pripadaju istoj ruti neophodno je definisati odnos između svake dve grane koje imaju zajednički čvor. Za potrebe modeliranja rute između tri geolokacije korišćen je linijski graf.

Linijski graf $L(G)$ nekog proizvoljnog neusmerenog grafa G je je graf koji prikazuje odnos između grana u grafu G . Ako je dat graf G i njegov linijski graf $L(G)$ tada:

- svaka grana $X-Y$ u grafu G predstavlja čvor X/Y u grafu $L(G)$
- dva čvora u grafu $L(G)$ su susedna ako i samo ako odgovarajuće grane dele zajednički čvor u grafu G

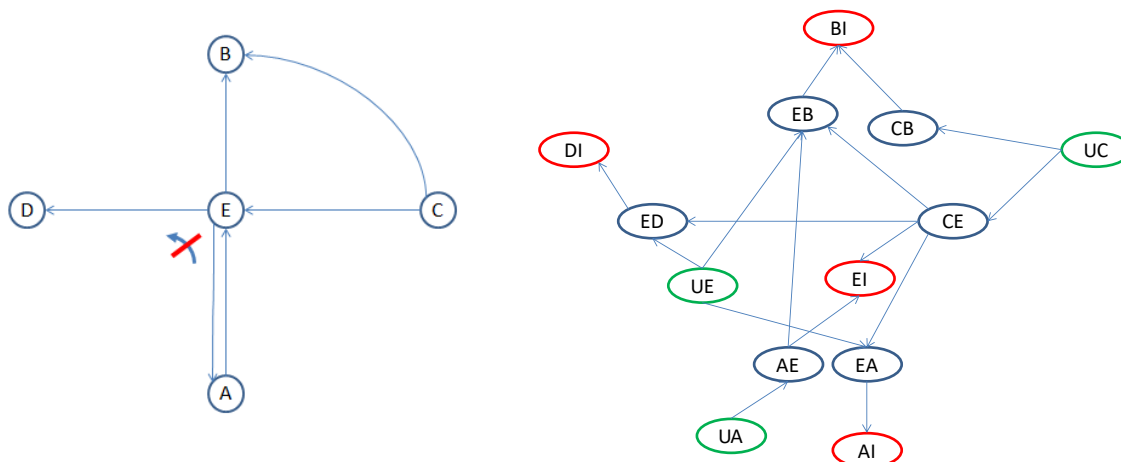
Primer kreiranja linijskog grafa prikazan je na slikama 44.a, 44.b, 44.c i 44.d³. Na slici 44.a prikazan je običan neusmereni graf kod kojeg su čvorovi prikazani plavom bojom i obeleženi brojevima od 1 do 5. Na slici 44.d prikazan je odgovarajući linijski graf kod kojeg su čvorovi obeleženi parom krajnjih tačaka za odgovarajuću granu iz neusmerenog grafa. Primera radi čvor 1|3 linijskog grafa odgovara grani koja spaja čvorove 1 i 3 u početnom grafu. Čvor 1|3 povezan je sa čvorovima 1|2, 1|4 i 4|3 zato što su grane 1-2, 1-4 i 4-3 u početnom grafu susedne grani 1-3 preko čvorova 1 i 3. Na sličan način kao na slikama 44.x linijski graf može se generisati i iz usmerenog grafa.



Slika 44: neusmereni graf (a); pretvaranje grana u čvorove (b); povezivanje čvorova (c); linijski graf (d)

U slučaju raskrsnice sa zabranjenim skretanjem ulevo kao što je na slici 45.a (43.b), linijski graf koji dobro modelira raskrsnicu mogao bi da izgleda kao graf na slici 45.b. Da bi se u linijskom grafu objedinili svi ulazi i svi izlazi iz nekog čvoru, neophodno je veštački dodati ulazne (UX_i) i izlazne (X_iI) čvorove. Na slici 45.b čvorovi UA, UC i UE predstavljaju ulazne čvorove u linijskom grafu i oni odgovaraju čvorovima u početnom grafu koji imaju izlazne grane (čvorovi A, C i E). Čvorovi BI, DI i EI predstavljaju izlazne čvorove u linijskom grafu i odgovaraju čvorovima početnog grafa koji imaju ulazne grane (čvorovi A, B, D i E). Kako u linijskom grafu nema čvora AD skretanje vozila iz tačke A u tačku D preko tačke E nije moguće. Čvor AD je izbačen iz linijskog grafa jer putanja $A \rightarrow E \rightarrow D$ u početnom grafu ne pripada istoj ruti.

³ Slike i objašnjenje kreiranja linijskog grafa preuzeti su sa Vikipedije (https://en.wikipedia.org/wiki/Line_graph)



Slika 45: multigraf bez zabranjenog skretanja ulevo (a); linijski graf sa zabranjenim skretanjem (b)

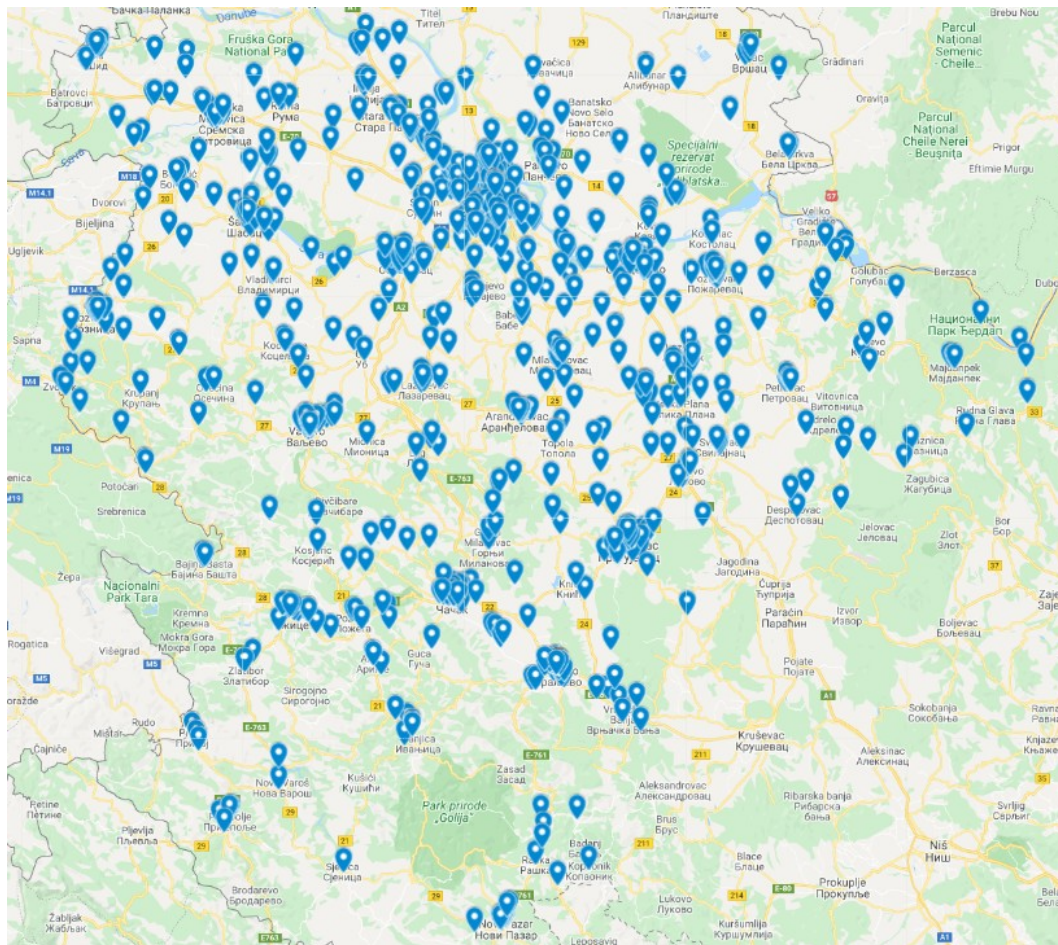
3.4.4. Skupovi test primera i način testiranja

Za testiranje algoritama namenjenih radu sa digitalnim putnim mrežama i generisanju matrica rastojanja za sada još uvek ne postoje standardni test primeri. Za potrebe testiranja predloženog algoritma konusa korišćeni su namenski napravljeni testovi koji su sastavljeni od geolokacija stvarnih prodajnih objekata na teritoriji Srbije.

3.4.4.1. Skupovi geolokacija

Skupovi geolokacija podeljeni su u dve grupe. U prvoj grupi nalaze se geolokacije birane iz urbane sredine (teritorija Beograda), dok se u drugoj grupi nalaze geolokacije kombinovane iz urbanih i manje urbanih sredina sa teritorije Srbije (bez Vojvodine). Broj lokacija na odgovarajućoj teritoriji dat je u tabeli 20, a pozicije svih geolokacija prikazane su na slici 46.

Tabela 20: teritorije i broj odabranih geolokacija		
	Beograd	Srbija
Broj geolokacija	200	200
	500	500
	1000	1000



Slika 46: prikaz pozicija geolokacija na mapi

3.4.4.2. Bazne matrice

Procena kvaliteta predloženog algoritma konusa vršena je direktnim i indirektnim poređenjem aproksimiranih matrica sa baznim. Direktno poređenje podrazumeva poređenje rastojanja između istih geolokacija u aproksimiranim i baznim matricama. Indirektno poređenje podrazumeva poređenje rezultata dobijenih primenom softvera za rutiranje čiji su ulazni podaci rastojanja dobijena iz aproksimiranih i baznih matrica. Svaka matrica sadrži vremenska i prostorna rastojanja između svake dve geolokacije. Za svaki skup geolokacija kreirane su po dve bazne matrice. Prva bazna matrica kreirana je tako da prioritet kreiranja bude minimalno vreme između dve geolokacije, dok je prilikom kreiranja druge matrice prioritet bio minimalan put. Za potrebe testiranja aproksimiranih matrica generisano je ukupno 12 baznih matrica koje su date u tabeli 21. U prvoj i trećoj koloni prikazana je teritorija na kojoj se nalaze geolokacije. U drugoj i četvrtoj koloni dat je ukupan broj geolokacija na odabranoj teritoriji. U trećoj i šestoj koloni prikazan je prioritet kreiranja matrice.

Tabela 21: spisak baznih matrica

Teritorija	Broj lokacija	Prioritet kreiranja	Teritorija	Broj lokacija	Prioritet kreiranja
Beograd	200	Ukupno vreme	Srbija	200	Ukupno vreme
Beograd	200	Pređeni put	Srbija	200	Pređeni put
Beograd	500	Ukupno vreme	Srbija	500	Ukupno vreme
Beograd	500	Pređeni put	Srbija	500	Pređeni put
Beograd	1000	Ukupno vreme	Srbija	1000	Ukupno vreme
Beograd	1000	Pređeni put	Srbija	1000	Pređeni put

3.4.4.3. Aproksimirane matrice

Testiranje aproksimiranih matrica treba da pokaže koliko su aproksimirane matrice kvalitetne i upotrebljive za korišćenje u optimizacionom softveru. Kako je preuzimanje rastojanja aproksimiranih matrica vršeno korišćenjem algoritma konusa, testiranje treba da pokaže i kako broj konusa i broj geolokacija po konusu utiče na kvalitet preuzetih rastojanja.

Za svaku baznu matricu kreirano je po 20 aproksimiranih, što čini ukupno 240 matrica čiji se kvalitet testira. Za svaki način čuvanja putne mreže (multigraf, linijski graf) kreirano je po 10 matrica. Broj konusa na koje je podeljen 2-D prostor je 8, 16, 32 i 64. Broj geolokacija u konusu biranih za povezivanje sa referentnom geolokacijom je 1, 2, 4 i 8, za 8 konusa, 1, 2 i 4 za 16 konusa, 1 i 2 za 32 konusa i 1 za 64 konusa.

Spisak svih aproksimiranih matrica koji odgovaraju jednoj baznoj matrici dat je u tabeli 22. U prvoj koloni nalazi se redni broj matrice. U drugoj koloni dat je način čuvanja putne mreže. Putna mreža čuvana u multigrafu obeležena je sa MG, dok je putna mreža čuvana u linijskom grafu obeležena sa LG. U trećoj koloni dat je broj konusa na koji je podeljen prostor za svaku referentnu geolokaciju, dok je u četvrtoj koloni dat broj odabranih geolokacija u svakom konusu. U poslednjoj koloni je dat ukupan broj povezanih geolokacija (proizvod broja konusa i broja odabranih geolokacija po konusu). Treba naglasiti da je u poslednje 2 kolone prikazan maksimalan broj geolokacija po konusu i maksimalan broj povezanih geolokacija. U slučaju geolokacija koje se nalaze na rubu neke teritorije, neki od konusa će imati manje geolokacija ili će biti potpuno prazni.

Tabela 22: spisak aproksimiranih matrice

Rb	Način čuvanja	Broj konusa	Geolokacija po konusu	Povezanih geolokacija
1	MG	8	1	8
2	LG	8	1	8
3	MG	8	2	16

4	LG	8	2	16
5	MG	16	1	16
6	LG	16	1	16
7	MG	8	4	32
8	LG	8	4	32
9	MG	16	2	32
10	LG	16	2	32
11	MG	32	1	32
12	LG	32	1	32
13	MG	8	8	64
14	LG	8	8	64
15	MG	16	4	64
16	LG	16	4	64
17	MG	32	2	64
18	LG	32	2	64
19	MG	64	1	64
20	LG	64	1	64

3.4.4.4. Poređenje matrica

Poređenje aproksimiranih matrica sa baznim vrši se direktno i indirektno. Prvi način je sintetički i podrazumeva direktno poređenje rastojanja iz aproksimiranih matrica sa rastojanjima iz baznih matrica. Direktno poređenje vrši se na 3 različita načina:

- a) Kreiranje globalne ocene kvaliteta aproksimiranih matrica. Poredi se zbir svih rastojanja iz aproksimirane matrice sa zbirom svih rastojanja iz aproksimirane matrice, $Q = \sum A_{ij} / \sum B_{ij}$, gde je B_{ij} rastojanje između geolokacija i i j u baznoj matrici, dok je A_{ij} rastojanje između istih geolokacija u aproksimiranoj matrici.
- b) Prebrojavanje odnosa rastojanja između dve geolokacije. Ideja je da se prebroji koliko rastojanja ima mala, koliko srednja, a koliko velika odstupanja u aproksimiranoj matrici u odnosu na baznu. Neka je A_{ij} rastojanje u aproksimiranoj, a B_{ij} rastojanje u baznoj matrici za geolokacije i i j . Neka je odnos definisan sa $C_{ij} = A_{ij} / B_{ij}$, i neka su dati intervali K_l definisani sa: $[0, 1.001)$, $[1.001, 1.002)$, $[1.002, 1.005)$, $[1.005, 1.01)$, $[1.01, 1.02)$, $[1.02, 1.05)$, $[1.05, 1.1)$, $[1.1, 1.2)$, $[1.5, 2)$ i $[2, 5)$, $[5, \infty)$. Za svaki interval K_l prebrojava se koliko odnosa C_{ij} upada u interval K_l .
- c) Kreiranje lokalne ocene kvaliteta aproksimiranih matrica u zavisnosti od Euklidskog rastojanja između dve geolokacije. Poredi se zbir svih rastojanja iz podskupa L_i bazne matrice sa zbirom svih rastojanja iz podskupa L_i aproksimirane matrice, $Q^L = \sum A_{ij}^L / \sum B_{ij}^L$, gde je B_{ij}^L rastojanje između geolokacija i i j u baznoj matrici tako da rastojanje B_{ij} pripada podskupu L , dok je A_{ij}^L rastojanje između istih geolokacija u istom podskupu u aproksimiranoj matrici. Umesto poređenja kompletne matrice u kojima su

pomešana velika i mala rastojanja ideja je da se poređenje vrši posebno na manjim, srednjim i velikim rastojanjima. Podskupovi L_i se kreiraju u odnosu na Euklidsko rastojanje između dve geolokacije. Ukupno je definisano sledećih 10 podskupova (rastojanja u podskupovima prikazana su kilometrima): [0,1), [1,2), [2, 5), [5, 10), [10, 20), [20, 50), [50, 100), [100, 200), [200, 500) i [500, 1000).

Drugi način poređenja je praktičan i predstavlja indirektno poređenje rastojanja matrica. Umesto rastojanja u baznim i aproksimiranim matricama porede se rezultati dobijeni primenom softvera za optimizaciju. Proverava se da li i u kojoj meri aproksimirane matrice utiču na kvalitet rezultata prilikom rešavanja realnih problema.

Kako je cilj testiranja procena kvaliteta matrica u kontekstu problema rutiranja, potrebno je odabrati problem za koji postoji stabilan algoritam koji daje dobra rešenja. Za testiranje na realnim primerima odabran je Problem trgovačkog putnika iz sledećih razloga:

- spada u NP-teške probleme,
- jedan je od najstarijih i najbolje izučenih problema rutiranja,
- nalazi se u osnovi svih problema rutiranja vozila,
- algoritam rešavanja je relativno jednostavan.

Za svaku aproksimiranu i odgovarajuću baznu matricu, rešava se Problem trgovačkog putnika N puta. Prilikom rešavanja problema za svaku pojedinačnu matricu koriste se sve geolokacije čija se rastojanja nalaze u matrici. Rešavanje se vrši upotrebom metaheuristike Simulirano kaljenje.

Hlađenje počinje na temperaturi $T_0 = 2000$ i završava se kada temperatura sistema padne ispod $T_k = 5$. Početna i krajnja temperatura odabrane su eksperimentalno tako da se u početnoj temperaturi prihvataju sve transformacije, dok se u krajnjoj temperaturi prihvataju samo transformacije koje doprinose poboljšanju rešenja. Sistem se hladi po eksponencijalnoj dinamici $T_n = T_0 \alpha^n$ ($T_n = T_{n-1} \alpha$) nakon svake prihvaćene transformacije, gde je parametar hlađenja $\alpha = 0.9999$. Za potrebe menjanja konfiguracije koristi se transformacija inverzije (slika 13.c).

3.4.5. Rezultati i analiza

Primarni cilj algoritma konusa je smanjenje broja poziva internet servisa a samim tim i smanjenje vremena i troškova potrebnih za preuzimanje putne mreže. Pre prelaska na pregled i analizu kvaliteta generisanih matrica dat je pregled broja poziva internet servisa prilikom preuzimanja rastojanja.

3.4.5.1. Broj poziva servisa

Broj poziva servisa za teritoriju Beograda, teritoriju cele Srbije i različit broj geolokacija dat je u tabelama 23, 24, 25 i 26. Podaci su razvrstani u tabele u odnosu na ukupan broj geolokacija sa kojima se vrši povezivanje iz referentne geolokacije. U tabeli 23 prikazani su podaci za povezivanje referentne geolokacije sa okolnih 8, u tabeli 24 sa 16, u tabeli 25 sa 32, i u tabeli 26 sa 64 geolokacija.

U svim tabelama prva kolona označava teritoriju (TE), druga broj geolokacija na toj teritoriji (BRG), a treća broj konusa (BRK) na koji je podeljena teritorija posmatrana iz pojedinačne (referentne) geolokacije. U četvrtoj koloni dat je broj povezanih geolokacija po konusu (PGK), dok je u petoj koloni dat ukupan broj povezanih geolokacija iz referentne geolokacije (UPG). U šestoj koloni nalazi se broj podruta upakovanih u jednu rutu (PR). U sedmoj koloni dat je teorijski minimalan potreban broj poziva servisa (MBP) uzimajući u obzir broj pakovanih podruta, dok je u osmoj koloni dat broj poziva internet servisa koji je dobijen eksperimentalno (EBP). U devetoj koloni se nalazi broj poziva koji bi bio potreban ako bi se svako rastojanje dobavljalo grubom silom (GS) i pritom podrute pakovale idealno u jedan poziv. U poslednjoj koloni dat je odnos broja poziva servisa dobijen eksperimentalno i broj poziva potrebnih prilikom dobavljanja rastojanja grubom silom.

U tabeli 23 prikazani su podaci za povezivanje referentne geolokacije sa 8 okolnih. Za svaku referentnu geolokaciju servis je pozvan jednom, a ukupno onoliko puta koliko geolokacija ima na datoj teritoriji.

Tabela 23: broj poziva servisa za 8 biranih geolokacija po konusu

TE	BRG	BRK	PGK	UPG	PR	MBP	EBP	GS	EBP/GS (%)
Bg	200	8	1	8	24	67	200	1659	12.06%
Sr	200	8	1	8	24	67	200	1659	12.06%
Bg	500	8	1	8	24	167	500	10396	4.81%
Sr	500	8	1	8	24	167	500	10396	4.81%
Bg	1000	8	1	8	24	334	1000	41625	2.40%
Sr	1000	8	1	8	24	334	1000	41625	2.40%

U tabeli 24 prikazan je broj povezanih geolokacija koji je dupliran sa okolnih 8 na 16. Ukupan broj povezanih geolokacija dobijen je kao kombinacija 8 konusa sa po 2 birane geolokacije i 16 konusa sa jednom biranom geolokacijom po konusu. I dalje je dovoljan po jedan poziv servisa za svaku geolokaciju tako da je ukupan broj poziva jednak broju geolokacija.

Tabela 24: broj poziva servisa za 16 biranih geolokacija po konusu

TE	BRG	BRK	PGK	UPG	PR	MBP	EBP	GS	EBP/GS (%)
----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	----	------------

Bg	200	8	2	16	24	134	200	1659	12.06%
Bg	200	16	1	16	24	134	200	1659	12.06%
Sr	200	8	2	16	24	134	200	1659	12.06%
Sr	200	16	1	16	24	134	200	1659	12.06%
Bg	500	8	2	16	24	334	500	10396	4.81%
Bg	500	16	1	16	24	334	500	10396	4.81%
Sr	500	8	2	16	24	334	500	10396	4.81%
Sr	500	16	1	16	24	334	500	10396	4.81%
Bg	1000	8	2	16	24	667	1000	41625	2.40%
Bg	1000	16	1	16	24	667	1000	41625	2.40%
Sr	1000	8	2	16	24	667	1000	41625	2.40%
Sr	1000	16	1	16	24	667	1000	41625	2.40%

Tabela 25 prikazuje broj poziva servisa kada se referentna geolokacija povezuje sa 32 okolne. Broj konusa varira od 8 do 32, a broj geolokacija od 1 do 4 po konusu, tako da ukupan broj povezanih geolokacija ostane konstantan. Za povezivanje 32 geolokacije iz referentne geolokacije jedan poziv servisa nije dovoljan i potrebno je najmanje dva. Za različit broj konusa i isti broj odabranih okolnih geolokacija na istoj teritoriji potreban je različit broj poziva servisa.

Tabela 25: broj poziva servisa za 32 birane geolokacije po konusu

TE	BRG	BRK	PGK	UPG	PR	MBP	EBP	GS	EBP/GS (%)
Bg	200	8	4	32	24	267	338	1659	20.37%
Bg	200	16	2	32	24	267	316	1659	19.05%
Bg	200	32	1	32	24	267	295	1659	17.78%
Sr	200	8	4	32	24	267	345	1659	20.80%
Sr	200	16	2	32	24	267	315	1659	18.99%
Sr	200	32	1	32	24	267	284	1659	17.12%
Bg	500	8	4	32	24	667	922	10396	8.87%
Bg	500	16	2	32	24	667	893	10396	8.59%
Bg	500	32	1	32	24	667	870	10396	8.37%
Sr	500	8	4	32	24	667	921	10396	8.86%
Sr	500	16	2	32	24	667	902	10396	8.68%
Sr	500	32	1	32	24	667	877	10396	8.44%
Bg	1000	8	4	32	24	1334	1905	41625	4.58%
Bg	1000	16	2	32	24	1334	1852	41625	4.45%
Bg	1000	32	1	32	24	1334	1823	41625	4.38%
Sr	1000	8	4	32	24	1334	1886	41625	4.53%
Sr	1000	16	2	32	24	1334	1842	41625	4.43%
Sr	1000	32	1	32	24	1334	1816	41625	4.36%

Za svaku teritoriju i svaki broj geolokacija bilo je potrebno manje poziva servisa ukoliko su se okolne geolokacije birale iz većeg broja konusa. Do razlika dolazi zbog geolokacija koje se nalaze na rubu pokrivene teritorije. Geolokacije koje se nalaze na rubu u određenim smerovima nemaju okolnih geolokacija sa kojima bi bile povezane. Kada bi se okolne geolokacije birale iz jednog konusa (pun krug), tada bi se uvek birao maksimalan broj okolnih geolokacija bez obzira na poziciju referentne geolokacije. Sa povećanjem broja konusa, razgraničenje između površina na kojima ima geolokacija i onih na kojima ih nema je preciznije, te se prostor iz kojih se biraju okolne geolokacije smanjuje.

Odnos broja poziva u zavisnosti od teritorije za isti broj konusa i odabranih geolokacija po konusu nije velika. Za datih 200 geolokacija najveća razlika u broju poziva servisa je 21% (345 u odnosu na 284). Sa povećanjem broja geolokacija na određenoj teritoriji razlika u broju poziva se smanjuje. Na teritoriji sa 1000 geolokacija najveća razlika u odnosu broju poziva je oko 4% (1886 u odnosu na 1816).

U tabeli 26 dati su podaci o broju poziva servisa kada je referenta geolokacija povezivana sa 64 okolne. Broj konusa varira od 8 do 64, a broj odabranih geolokacija po konusu od 1 do 8, tako da ukupan broj povezanih okolnih geolokacija bude 64. Kao i u tabeli 25, za istu teritoriju i isti broj geolokacija na datoj teritoriji, broj poziva internet servisa smanjuje se sa povećanjem broja konusa. Sa povećanjem broja konusa i ukupnog broja odabranih okolnih tačaka smanjuje se i razlika u broju poziva u odnosu na veličinu teritorije.

Tabela 26: broj poziva servisa za 64 birane geolokacije po konusu

TE	BRG	BRK	PGK	UPG	PR	MBP	EBP	GS	EBP/GS (%)
Bg	200	8	8	64	24	534	512	1659	30.86%
Bg	200	16	4	64	24	534	480	1659	28.93%
Bg	200	32	2	64	24	534	456	1659	27.49%
Bg	200	64	1	64	24	534	426	1659	25.68%
Sr	200	8	8	64	24	534	503	1659	30.32%
Sr	200	16	4	64	24	534	468	1659	28.21%
Sr	200	32	2	64	24	534	440	1659	26.52%
Sr	200	64	1	64	24	534	411	1659	24.77%
Bg	500	8	8	64	24	1334	1382	10396	13.29%
Bg	500	16	4	64	24	1334	1356	10396	13.04%
Bg	500	32	2	64	24	1334	1326	10396	12.75%
Bg	500	64	1	64	24	1334	1273	10396	12.25%
Sr	500	8	8	64	24	1334	1391	10396	13.38%
Sr	500	16	4	64	24	1334	1362	10396	13.10%
Sr	500	32	2	64	24	1334	1329	10396	12.78%
Sr	500	64	1	64	24	1334	1286	10396	12.37%

Bg	1000	8	8	64	24	2667	2859	41625	6.87%
Bg	1000	16	4	64	24	2667	2809	41625	6.75%
Bg	1000	32	2	64	24	2667	2779	41625	6.68%
Bg	1000	64	1	64	24	2667	2727	41625	6.55%
Sr	1000	8	8	64	24	2667	2861	41625	6.87%
Sr	1000	16	4	64	24	2667	2808	41625	6.75%
Sr	1000	32	2	64	24	2667	2774	41625	6.66%
Sr	1000	64	1	64	24	2667	2715	41625	6.52%

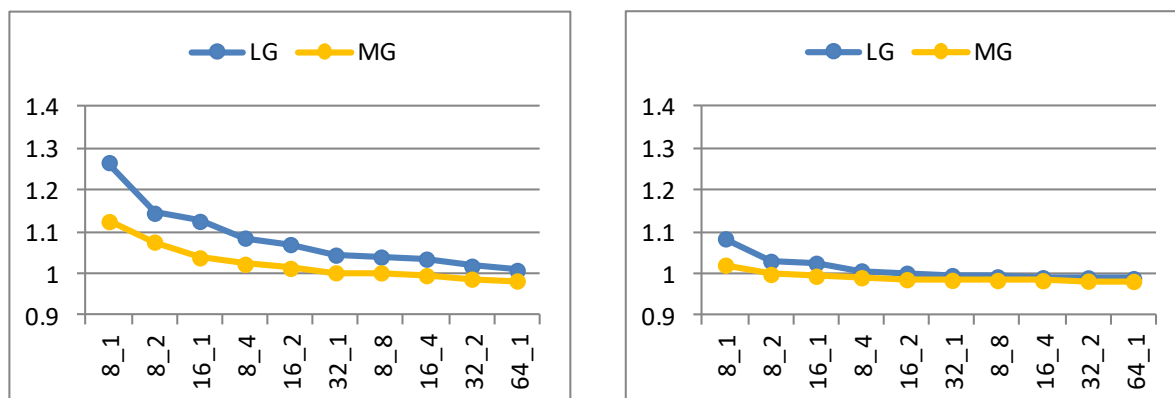
Prilikom preuzimanja putne mreže biranjem 64 konusa iz referentne geolokacije, za datih 1000 geolokacija ukupan broj poziva servisa dobijen eksperimentalno predstavlja samo oko 6.5% od broja poziva potrebnih da se putna mreža preuzme grubom silom što predstavlja uštedu od oko 93.5%.

3.4.5.2. Zbir svih rastojanja u matrici

Prvi od direktnih načina za poređenje kvaliteta aproksimiranih matrica je poređenje zbira svih rastojanja u matricama. Poređenje se vrši prvo za početnih 200, zatim 500 i na kraju 1000 geolokacija. Za svaki broj geolokacija prvo se vrši poređenje za matrice generisane po prioritetu najmanjeg ukupnog vremena, a zatim i po prioritetu najkraćeg puta.

Rezultati su prikazani u obliku grafikona. U nazivu grafikona nalazi se teritorija (Beograd ili Srbija), broj lokacija i parametar optimizacije (vreme ili put). Date su dve serije podataka, jedna za putnu mrežu koja je modelirana kao multigraf (MG) i jedna za putnu mrežu koja je modelirana kao linijski graf (LG). Na horizontalnoj osi nalaze se kategorije čiji nazivi odgovaraju broju konusa i broju povezanih geolokacija po konusu, tako da njihov proizvod pokazuje ukupan broj povezanih geolokacija iz referentne geolokacije. Na vertikalnoj osi nalaze se odnosi između aproksimirane i bazne matrice. Što je odnos manji, to je aproksimirana matrica kvalitetnija. Kako bazne matrice nisu optimalne za svaki redosled obilazaka geolokacija, odnos rezultata aproksimirane i bazne matrice može biti manji od 1.

Na prva dva grafikona (grafikoni 1.a i 1.b) nalaze se rezultati za teritoriju Beograda i 200 definisanih geolokacija.



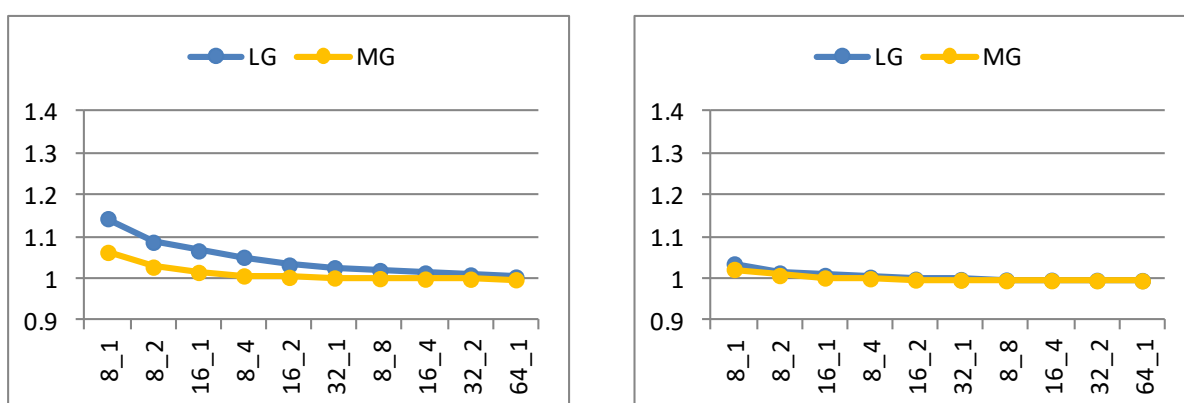
Grafikon 1: odnos rastojanja aproksimiranih i baznih matrica na 200 geolokacija u Beogradu - vremenskih (a); prostornih (b)

Ako se posmatra konstantan broj konusa i povećan broj odabranih geolokacija po konusu primeti se značajno poboljšanje u kvalitetu aproksimiranih matrica. Matrica dobijena algoritmom sa 8 konusa i 4 odabrane geolokacije po konusu bolja je od matrice dobijene algoritmom sa 8 konusa i jednom ili dve odabrane geolokacije po konusu. Sličan ali manje izražen trend važi i za matrice dobijene algoritmom sa 16 i 32 konusa.

Interesantniji su rezultati ako se posmatraju aproksimirane matrice sa jednakim brojem ukupno povezanih geolokacija. Za isti broj povezanih geolokacija, aproksimirana matrica je bolja ako su geolokacije birane iz većeg broja konusa.

Primetno je i da algoritam bolje aproksimira matrice u kojima je prioritet bila prostorno rastojanje.

Na grafikonima 2 nalaze se rezultati za teritoriju Srbije i 200 definisanih geolokacija.

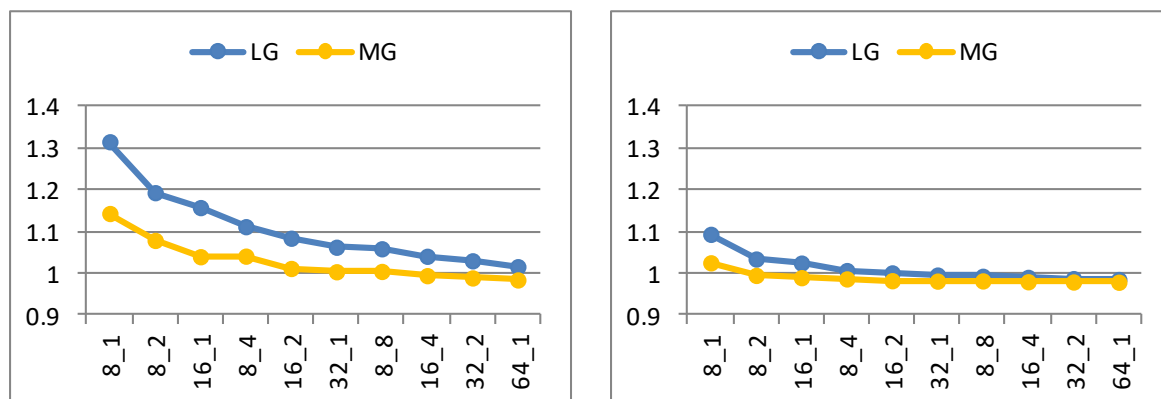


Grafikon 2: odnos rastojanja aproksimiranih i baznih matrica na 200 geolokacija u Srbiji - vremenskih (a); prostornih (b)

Rezultati su vrlo slični kao i za teritoriju Beograda. Veći broj povezanih geolokacija iz istog broja konusa daje bolju aproksimiranu matricu. Za konstantan broj ukupno povezanih

geolokacija iz referentne geolokacije, rezultat je bolji ako se poveća broj konusa. Prostorna rastojanja bolje su aproksimirana od vremenskih. Primetno je i da su matrice bolje aproksimirane na teritoriji Srbije nego na teritoriji Beograda.

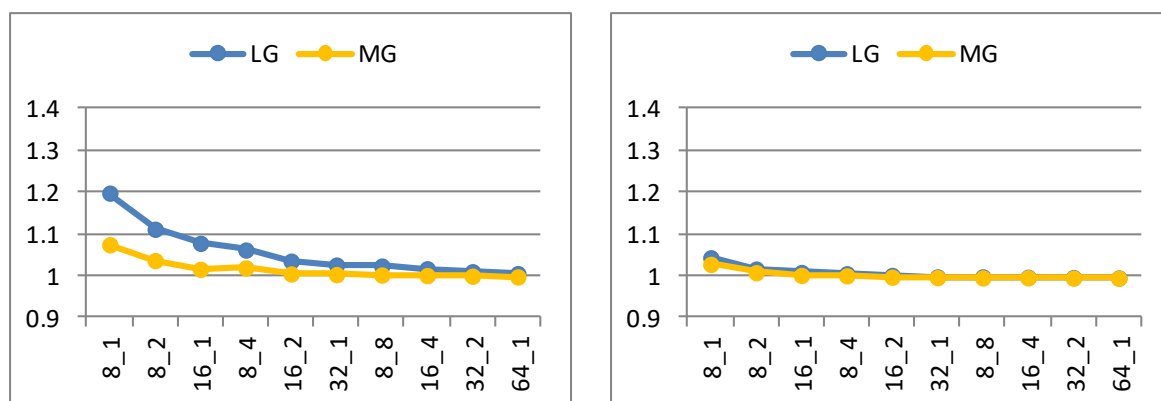
Na grafikonima 3 nalaze se rezultati za teritoriju Beograda sa 500 definisanih geolokacija.



Grafikon 3: odnos rastojanja aproksimiranih i baznih matrica na 500 geolokacija u Beogradu - vremenskih (a); prostornih (b)

Trend koji je zabeležen na teritoriji sa 200 definisanih geolokacija ponavlja se i kada je unapred definisano 500 geolokacija. I dalje važi da za isti broj konusa veći broj povezanih geolokacija po konusu daje bolje rezultate. Takođe važi i da za isti broj ukupno povezanih geolokacija bolji rezultati se dobijaju ako su povezane geolokacije birane iz većeg broja konusa. Prostorne distance su i dalje bolje aproksimirane od vremenskih.

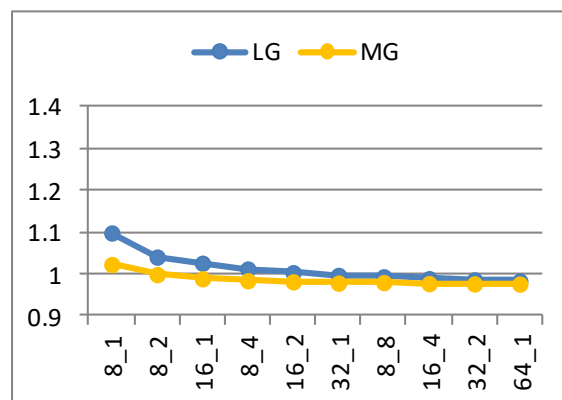
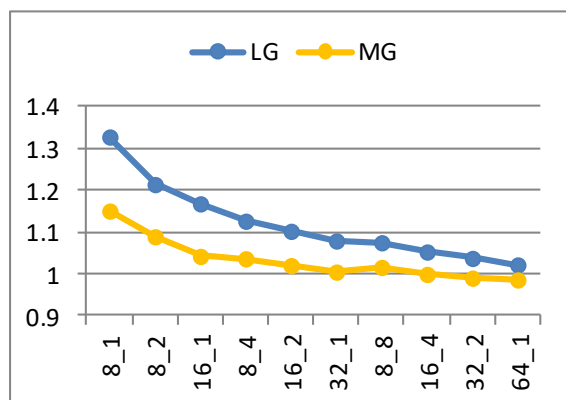
Na grafikonima 4 prikazani su rezultati za teritoriju Srbije i 500 definisanih geolokacija.



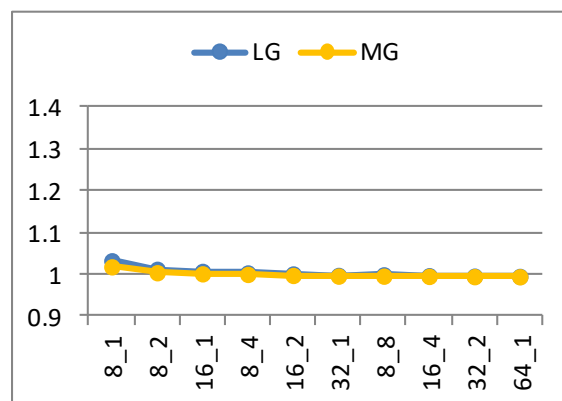
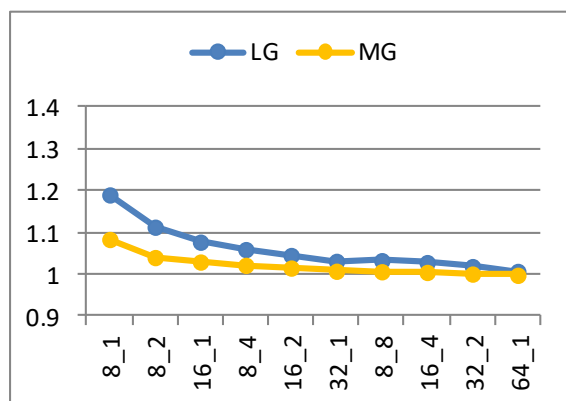
Grafikon 4: odnos rastojanja aproksimiranih i baznih matrica na 500 geolokacija u Srbiji - vremenskih (a); prostornih (b)

Povećanje broja odabranih geolokacija po konusu ili povećanje broja konusa pri konstantnom broju ukupno povezanih geolokacija iz referentne geolokacije i dalje daje bolje rezultate. Prostorna rastojanja su i dalje bolje aproksimirana od vremenskih. Aproksimirane matrice su bolje na većoj teritoriji (Srbija) nego na manjoj (Beograd).

Na grafikonima 5 i 6 dati su rezultati za Beograd i Srbiju sa unapred definisanih 1000 geolokacija. Trend koji je važio za teritoriju Beograda i Srbije sa definisanih 200 i 500 geolokacija nije se bitno promenio. Za konstantan broj konusa povećanje broja odabranih geolokacija po konusu očekivano daje bolju aproksimiranu matricu. Za isti broj ukupno povezanih geolokacija iz referente geolokacije bolji rezultati se dobijaju ako su geolokacije birane iz većeg broja konusa. Prostorna rastojanja su bolje aproksimirana od vremenskih dok se bolji rezultati dobijaju za veću teritoriju.



Grafikon 5: odnos rastojanja aproksimiranih i baznih matrica na 1000 geolokacija u Beogradu - vremenskih (a); prostornih (b)



Grafikon 6: odnos rastojanja aproksimiranih i baznih matrica na 1000 geolokacija u Srbiji - vremenskih (a); prostornih (b)

U svim slučajevima, pri konstantnom broju konusa povećanje broja odabranih geolokacija po konusu uvek daje bolji rezultat. Ovakav rezultat je potpuno očekivan i logičan jer povećanje broja odabranih geolokacija po konusu ne može da škodi kvalitetu, a pritom povećava i ukupan broj poziva servisa. U najgorem slučaju povećanje broja odabranih geolokacija po konusu ne bi trebalo da dovede do lošijeg rezultata.

Rezultati sa svim brojem predefinisanih geolokacija i različitom veličinom teritorije pokazuju da je bolje birati konstantan broj povezanih geolokacija iz većeg broja konusa. Jedan od razloga mogao bi da bude to što se pronalaze optimalni putevi ka daljim geolokacijama koje su usamljene. Što je veći broj konusa to su konusi uži, tako da se pravci u kojima se povezuju geolokacije ravnomernije raspoređeni. Što je konus uži to je veća šansa da algoritam povezuje dalje geolokacije. Posledica je i da se na taj način bolje pronalaze važne saobraćajnice poput magistralnih i autoputeva.

Algoritam bolje aproksimira matrice kod kojih je prilikom kreiranja prioritet bio ukupno pređeni put od matrica kod kojih je prioritet kreiranja bilo ukupno vreme. Zbog čega je tako potrebna je dodatna analiza, ali se može pretpostaviti da Euklidsko rastojanje ma koliko bilo neprecizno ipak bolje aproksimira prostorno nego vremensko rastojanje.

Za sve rezultate zajedničko je i da su matrice dobijene iz putne mreže čija je reprezentacija bila modelirana kao multigraf „bolje“ od matrica čija je putna mreža bila modelirana kao linijski graf. Ovaj rezultat takođe je logičan ako se uzme u obzir da multigraf u obliku u kojem je predstavljen nije u stanju da modelira određene zabrane u saobraćaju poput nedozvoljenog skretanja ulevo. Prilikom kreiranja aproksimiranih matrica algoritam je birao kraće, ali nedozvoljene puteve, zbog čega su rastojanja u aproksimiranim matricama manja. Na većoj teritoriji gde dominiraju dugačke deonice puta ovaj efekat je značajno manji pa se i matrice dobijene iz usmerenog multigrafa i linijskog grafa manje razlikuju u kvalitetu.

U određenim slučajevima rezultati pokazuju da su i aproksimirane matrice kreirane iz linijskih grafova bolje od baznih matrica, što znači da bazne matrice nisu potpuno optimalne za svaki redosled obilazaka geolokacija. Prilikom mapiranja početne i krajnje geolokacije na put postoji određena fleksibilnost za odabiranje mesta odakle počinje i gde se završava ruta. U zavisnosti od toga da li je potrebno krenuti levo ili desno iz početne geolokacije, servis za mapiranje može da početak rute fleksibilno smesti na pravu stranu puta. Kada je navedena geolokacija deo već neke rute i nalazi se negde u sredini takva fleksibilnost ne postoji. Primera radi, (možda) može da se desi da rastojanja između geolokacija C i D nisu ista kada se obilaze samo dve geolokacije ($C \rightarrow D$) i kada se obilazi više geolokacija gde su C i D tranzitne geolokacije ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$). Korišćenje povezanosti manevarskih tačaka omogućava Dijkstra algoritmu dodatnu fleksibilnost i mogućnost da kombinuje delove različitih ruta i donekle popravi nedostatke koji se javljaju zbog unapred definisanog redosleda obilazaka geolokacija.

3.4.5.3. Broj i veličina odnosa rastojanja

Zbir svih rastojanja u matricama daje opštu sliku o kvalitetu matrica. Ono što se iz zbira rastojanja ne vidi je broj rastojanja u aproksimiranoj matrici koji nije optimalan, koliko su odstupanja velika i gde se pojavljuju.

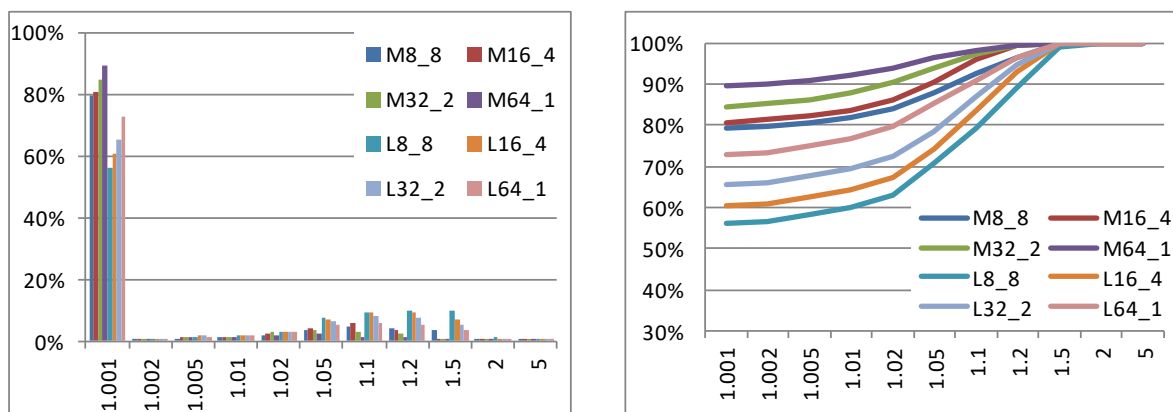
Prilikom računanja ukupnog odnosa rastojanja za celu matricu, nije vidljivo da li ima veliki broj malih ili mali broj velikih odstupanja. Odnos pojedinačnog rastojanja računa se kao količnik rastojanja iz aproksimirane i odgovarajućeg rastojanja iz bazne matrice. Ako je odnos jednak 1 (100%) tada je rastojanje u aproksimiranoj matrici jednako odgovarajućem rastojanju u baznoj matrici. Odnosi koji su veći od 1 pokazuju da je rastojanje u aproksimiranoj matrici veće, a samim tim i lošije od rastojanja u baznoj matrici i obrnuto. Prilikom tumačenja rezultata, reč „optimalan“ koristi se malo slobodnije tako da se rastojanja čiji je odnos manji od 1.001 (odstupanje manje od 1‰) smatraju za optimalna. U određenim slučajevima može da se desi da su rastojanja u aproksimiranoj matrici bolja nego u baznoj (odnos manji od 1). Takva rastojanja se neće brojati posebno već će se svrstati u klasu optimalnih rastojanja.

Kako bi se bliže odredio broj i veličina odstupanja, odnosi rastojanja klasifikovani su u sledeće disjunktne intervale: $[0, 1.001)$, $[1.001, 1.002)$, $[1.002, 1.005)$, $[1.005, 1.01)$, $[1.01, 1.02)$, $[1.02, 1.05)$, $[1.05, 1.1)$, $[1.1, 1.2)$, $[1.5, 2)$, $[2, 5)$, i $[5, \infty)$. Na primer, interval $[1.02, 1.05)$ obuhvata sva rastojanja u aproksimiranoj matrici koja su veća bar za 2% u odnosu na odgovarajuća rastojanja u baznoj matrici, ali istovremeno nisu veća za 5% procenata.

Analiza se ne vrši za sve moguće kombinacije teritorija, broja lokacija, broja konusa, geolokacija po konusu i prioriteta jer je broj kombinacija jako velik. Neće biti testirane teritorije sa 200, već samo sa 500 i 1000 početnih geolokacija. Broj konusa i broj biranih geolokacija po konusu odabran je tako da ukupan broj povezanih geolokacija iz referentne geolokacije bude 64 (8×8 , 16×4 , 32×2 i 64×1). Početne geolokacije birane su sa teritorije Beograda i teritorije cele Srbije, prioriteta prilikom kreiranja matrica su vreme i dužina puta. Testirane matrice dobijene su iz putnih mreža koje su modelirane kao multigraf i linijski graf.

Za svaku teritoriju, broj lokacija i prioritet, data su po dva grafikona. Grafikoni koji su na levoj strani prikazuju koliki procenat od ukupnog broja rastojanja upada u određeni interval u zavisnosti od odnosa. Na horizontalnoj osi nalaze se kategorije koje predstavljaju granice intervala odnosa. Na vertikalnoj osi prikazan je procenat od ukupnog broja rastojanja čija odstupanja upadaju u određen interval. U legendi se nalaze nazivi koji odgovaraju parametrima algoritma konusa. Slovo M u legendi označava način čuvanja putne mreže pomoću multigrafa, dok slovo L označava čuvanje putne mreže uz pomoć linijskog grafa. Prvi broj predstavlja broj konusa, dok drugi broj predstavlja broj biranih geolokacija po konusu. Grafikoni koji su na desnoj strani prikazuju kumulativni prikaz istih podataka.

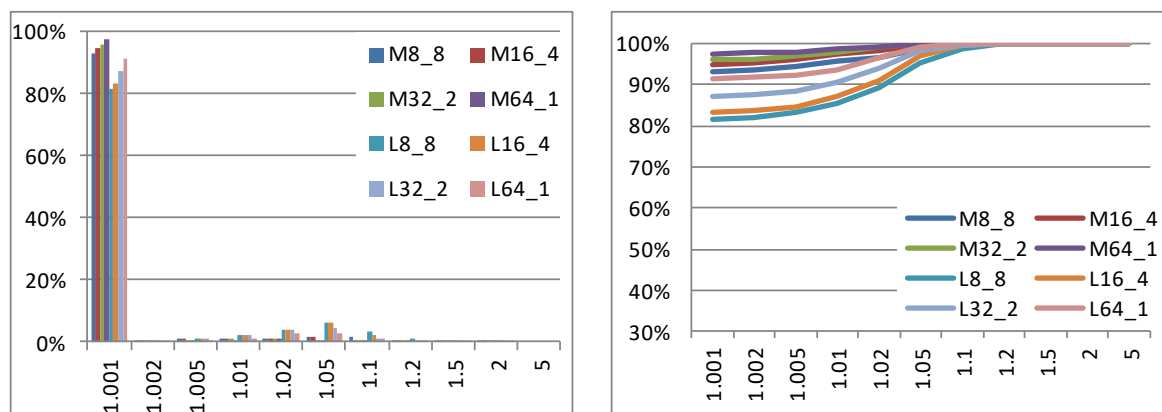
Na grafikonima 7 prikazani su rezultati za teritoriju Beograda sa biranih 500 geolokacija i vremenom kao prioritetom prilikom preuzimanja rastojanja.



Grafikon 7: procenat vremenskih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 500 geolokacija u Beogradu (a); kumulativni prikaz (b)

Za sve parametre algoritma važi da je više od 50% rastojanja u aproksimiranoj matrici optimalno (odstupanje manje od jednog promila). Za oba načina modeliranja putne mreže pokazalo se da za isti broj povezanih geolokacija veći broj konusa daje bolje rezultate. Očekivano, aproksimirane matrice dobijene iz putne mreže čuvane kao multigraf zbog veće slobode prilikom modeliranja daju više optimalnih rastojanja. Ako se posmatraju najbolji parametri za matrice dobijene iz putne mreže modelirane linijskim grafom vidi se da oko 80% rastojanja imaju odstupanja koja su manja od 5%.

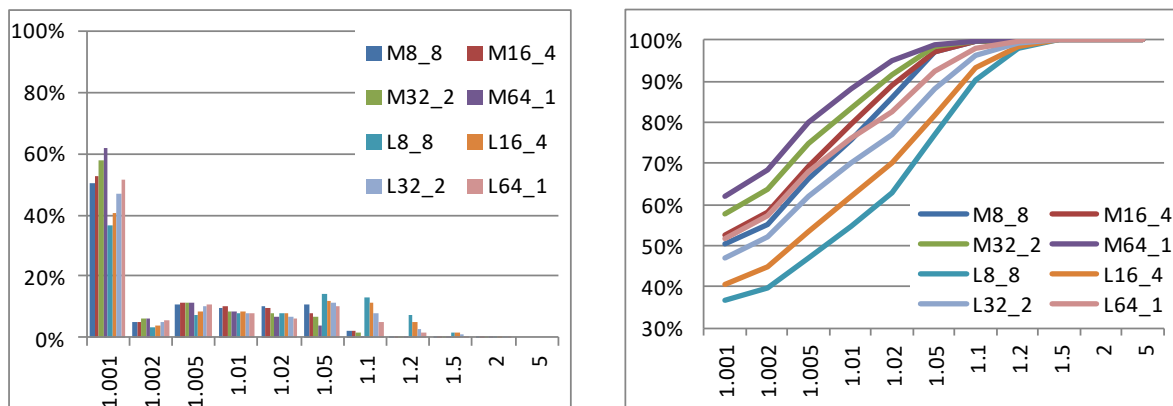
Grafikoni 8 prikazuju rezultate za teritoriju Beograda sa 500 početnih geolokacija i dužinom puta kao prioritetom prilikom preuzimanja rastojanja.



Grafikon 8: procenat prostornih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 500 geolokacija u Beogradu (a); kumulativni prikaz (b)

U slučaju dužine puta kao prioriteta preuzimanja rastojanja, za sve kombinacije parametara algoritma, više od 80% rastojanja je optimalno. Slično kao i na prethodna dva grafikona, veći broj konusa za isti broj povezanih geolokacija daje bolje rezultate. Za sve parametre algoritam bolje aproksimira rastojanja koja su preuzeta kada je prioritet bio dužina puta.

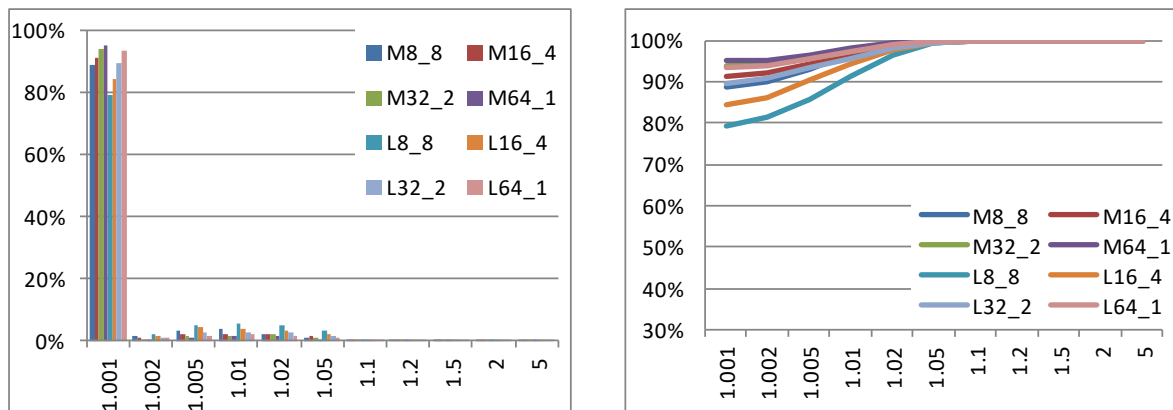
Na grafikonima 9 prikazani su rezultati za 500 početnih geolokacija na teritoriji Srbije i vremenom kao prioritetom prilikom dobavljanja rastojanja.



Grafikon 9: procenat vremenskih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 500 geolokacija u Srbiji (a); kumulativni prikaz (b)

Rezultati su slični kao i na grafikonima 8, osim što su procenti optimalnih rastojanja manji. Algoritam daje bolje rezultate kada se isti broj početnih geolokacija nalazi na manjoj teritoriji.

Grafikoni 10 prikazuju rezultate za teritoriju Srbije sa 500 početnih geolokacija i dužinom puta kao prioritetom prilikom dobavljanja rastojanja.

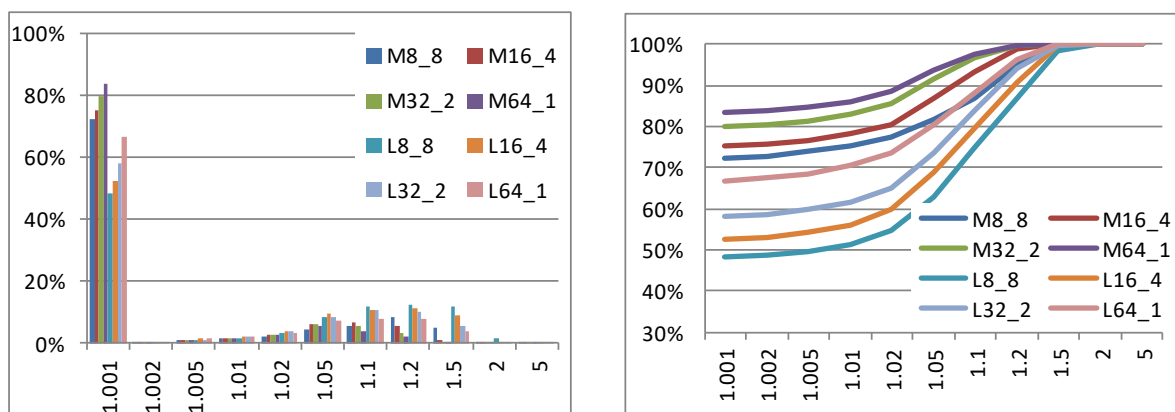


Grafikon 10: procenat prostornih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 500 geolokacija u Srbiji (a); kumulativni prikaz (b)

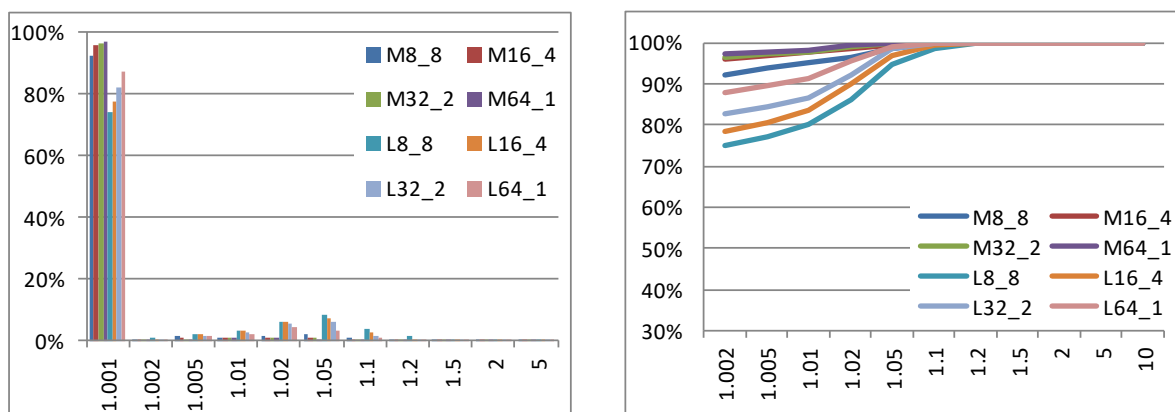
Rezultati za teritoriju Srbije su slični kao i za teritoriju Beograda. Kada se rastojanja preuzimaju sa dužinom puta kao prioritetom, algoritam skoro podjednako dobro aproksimira rastojanja i na većoj i na manjoj teritoriji.

Na grafikonima od 11 do 14 prikazani su rezultati za teritorije Beograda i Srbije sa duplo gušćim rasporedom geolokacija. Na grafikonima 11 i 11 prikazani su rezultati za teritoriju Beograda sa 1000 početnih geolokacija i vremenom kao prioritetom prilikom dobavljanja

rastojanja. Na grafikonima 12 prikazani su rezultati na istoj teritoriji, ali sa pređenim putem kao prioritonom preuzimanja rastojanja.

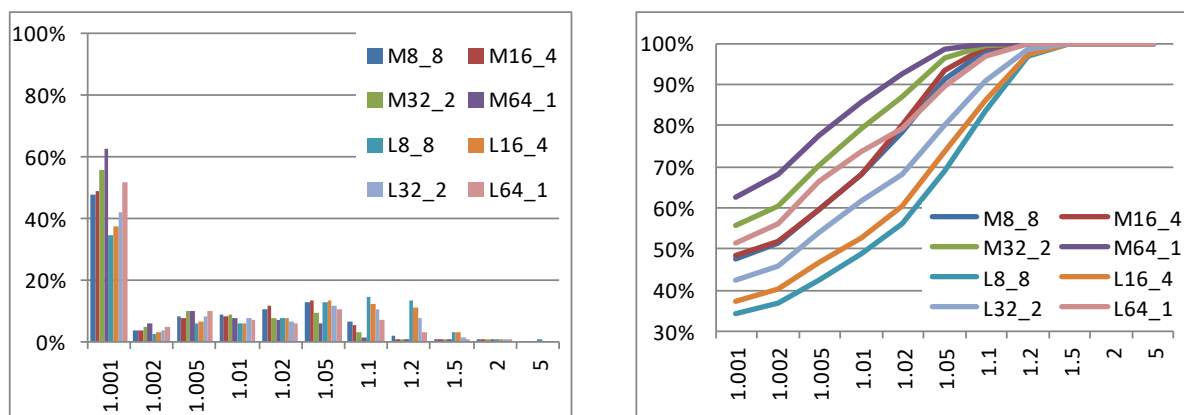


Grafikon 11: procenat vremenskih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 1000 geolokacija u Beogradu (a); kumulativni prikaz (b)

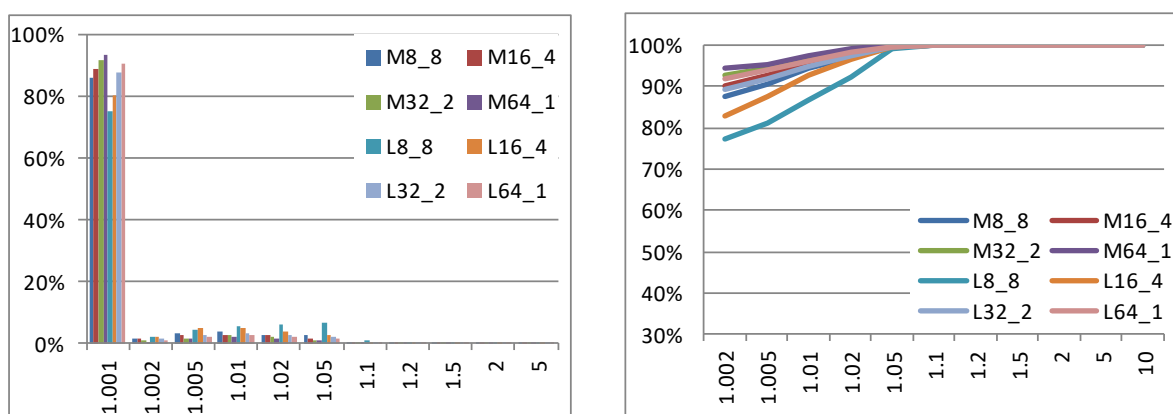


Grafikon 12: procenat prostornih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 1000 geolokacija u Beogradu (a); kumulativni prikaz (b)

Na grafikonima 13.a i 13.b prikazani su rezultati za teritoriju cele Srbije sa 1000 geolokacija i vremenom kao parametrom za preuzimanje rastojanja. Grafikoni 14.a i 14.b prikazuju teritoriju Srbije sa istim brojem geolokacija i pređenim putem kao parametrom preuzimanja rastojanja.



Grafikon 13: procenat vremenskih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 1000 geolokacija u Srbiji (a); kumulativni prikaz (b)



Grafikon 14: procenat prostornih rastojanja koja upadaju u određeni interval na 1000 geolokacija u Srbiji (a); kumulativni prikaz (b)

Ako se poredе rezultati po veličini teritorije, zajedničko je da za isti broj geolokacija više optimalnih rastojanja ima na manjoj teritoriji. Matrice koje su generisane sa pređenim putem kao prioritetom bolje su aproksimirane od matrica koje su generisane sa vremenom kao prioritetom. Matrice dobijene iz multigrafa imaju više optimalnih rastojanja od matrica generisanih iz linijskog grafa. Razlika je naročito izražena na teritoriji Beograda gde je najbolji rezultat dobijen iz multigrafa bolji od najboljeg dobijenog iz linijskog grafa. Na teritoriji cele Srbije gde su veće razdaljine dominantne, razlika u kvalitetu rastojanja je mnogo manja. Reč kvalitet treba shvatiti uslovno, jer kako je već navedeno u matricama generisanim iz multigrafa postoje određene greške.

3.4.5.4. Odstupanja rastojanja u zavisnosti od udaljenosti geolokacija

Do sada su prikazana ukupna odstupanja na nivou celih matrica i procenat odstupanja u zavisnosti od veličine odstupanja. U ovom delu analizirana su odstupanja rastojanja u zavisnosti od Euklidske udaljenosti između dve geolokacije za koje se rastojanje računa. Cilj ove analize je provera da li algoritam konusa bolje aproksimira rastojanja između bliskih ili između dalekih geolokacija.

Sva rastojanja klasifikovana su u disjunktne podskupove u zavisnosti od Euklidske udaljenosti između para geolokacija za koje je rastojanje računato. U prvi podskup spadaju sva rastojanja između parova geolokacija čija je Euklidska udaljenost manja od jednog kilometra, u drugi podskup spadaju rastojanja između geolokacija čija je Euklidska udaljenost veća ili jednaka jednom kilometru, ali manja od dva, i tako redom. Sva rastojanja između parova geolokacija razvrstana su u sledećih 10 podskupova: [0,1), [1,2), [2, 5), [5, 10), [10, 20), [20, 50), [50, 100), [100, 200), [200, 500) i [500, 1000). U poslednji podskup spadaju rastojanja kod kojih je Euklidska udaljenost između geolokacija veća ili jednaka 500, ali manja od 1000 kilometara, što je dovoljno da se pokrije cela teritorija Srbije.

Za svaki podskup računa se ukupan zbir rastojanja u baznim i aproksimiranim matricama. Odnos između zbira u aproksimiranoj matrici i zbira u baznoj matrici predstavlja kvalitet aproksimiranih rastojanja iz odgovarajućeg podskupa. Što je odnos manji, to je kvalitet aproksimiranih rastojanja bolji.

Analiza je vršena za iste parametre kao i kod analize broja i veličine odstupanja rastojanja, što znači da nisu testirane teritorije sa 200, već samo sa 500 i 1000 početnih geolokacija. Ukupan broj povezanih geolokacija iz referente geolokacije je 64. Početne geolokacije birane su sa teritorije Beograda i cele Srbije, prioriteti prilikom kreiranja matrica su vreme i dužina puta. Testirane matrice dobijene su iz putnih mreža koje su modelirane kao multigraf i linijski graf.

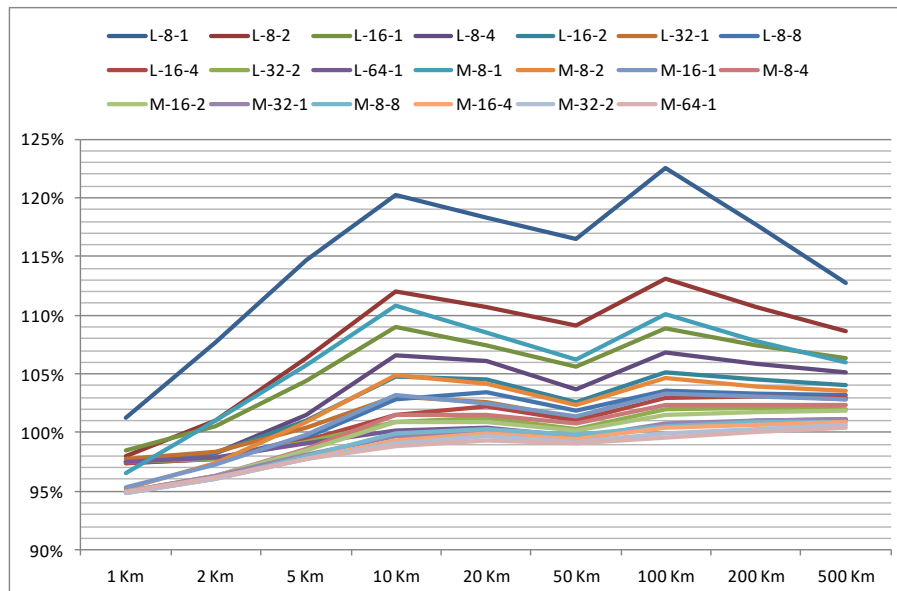
3.4.5.4.1. Opšti trend

Na grafikonima 15, 16 i 17 prikazani su rezultati sa područja cele Srbije sa maksimalnih 1000 geolokacija. Cilj prikaza je da se vidi opšti trend koji postoji na velikoj teritoriji sa velikim brojem geolokacija.

Na grafikonu 15 prikazani su rezultati poređenja matrica po osnovu vremena, dok su na grafikonu 16 prikazani rezultati poređenja matrica po osnovu dužine puta. Na grafikonu 17 su takođe prikazani rezultati po osnovu dužine puta, ali je prikaz uvećan, kako bi se bolje video trend.

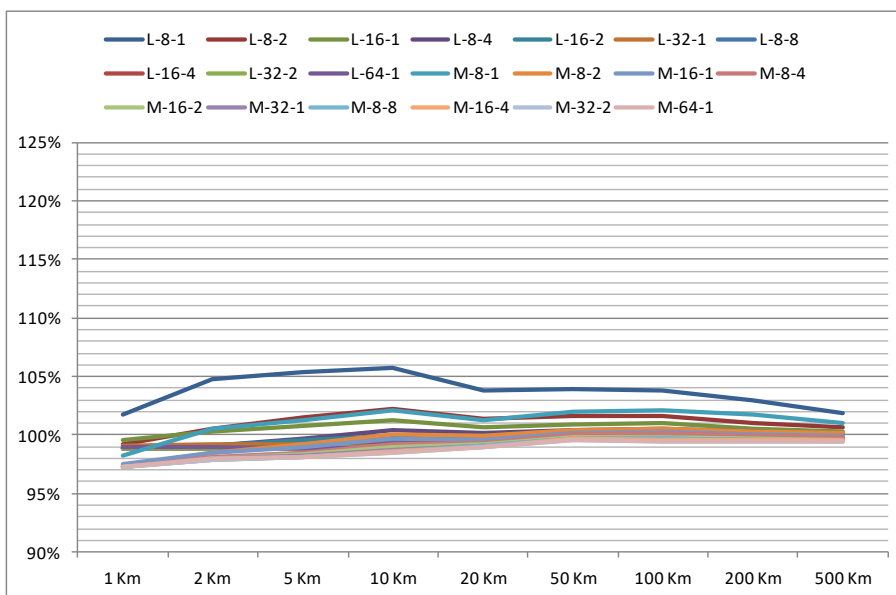
Algoritam koji je korišćen u procesu generisanja putne mreže zapisan je u legendi u obliku X-Y-Z, gde X označava vrstu grafa u kojem se čuva putna mreža, (M – multigraf, L – linijski graf), Y označava broj konusa, a Z broj geolokacija po konusu. Proizvod X i Y daje ukupan broj povezanih geolokacija iz referentne geolokacije. Procenat prikazan na vertikalnoj osi

predstavlja odnos zbira svih rastojanja iz generisane matrice i zbira svih rastojanja iz bazne matrice. Na horizontalnoj osi prikazana su Euklidska rastojanja između geolokacija (1 Km prikazuje odnos svih rastojanja manjih od jednog kilometra, 2 Km predstavlja odnos svih rastojanja manjih od 2 kilometra i većih od jednog kilometra, i tako redom).



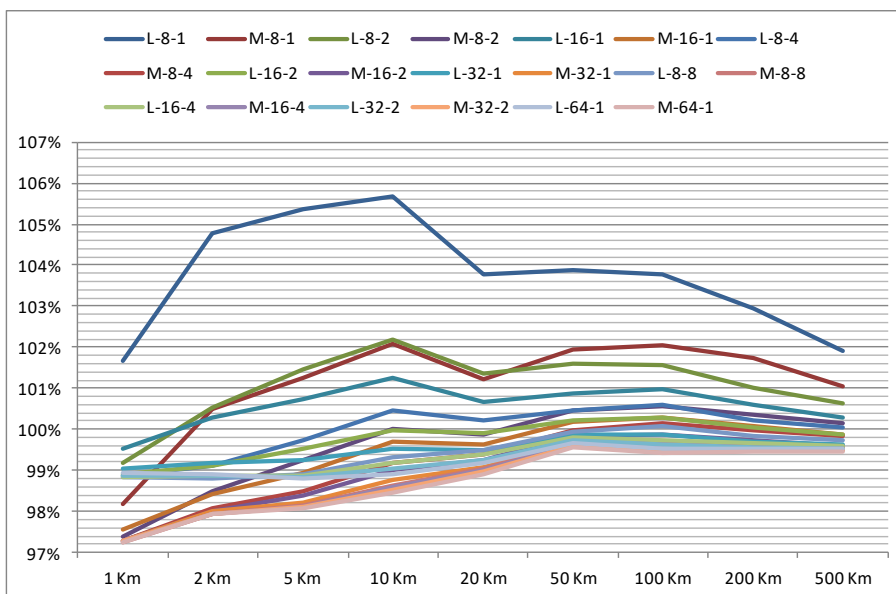
Grafikon 15: odstupanja vremenskih rastojanja u odnosu na udaljenost na 1000 geolokacija u Srbiji

Iako postoje značajne razlike u kvalitetu generisanih matrica, svi algoritmi pokazuju slično ponašanje. Aproximirane matrice daju najbolje rezultate na malim rastojanjima između geolokacija. Kvalitet matrica opada sve do rastojanja od oko 10 kilometara. Za rastojanja veća od 100 kilometara kvalitet matrica ili stagnira ili se čak i poboljšava (za određene parametre algoritma). Pošto su algoritmi kreirani sa idejom da se dobiju što je moguće kvalitetnija rastojanja između bliskih geolokacija, logično je da su rezultati najbolji između bliskih geolokacija. Kod jako udaljenih geolokacija, najveći deo rastojanja čine autoputevi i magistralni putevi kojih nema mnogo, zbog čega se kvalitet aproksimiranih matrica za lošije algoritme blago povećava. Za parametre koji daju najbolje rezultate, kvalitet matrica je približno isti kako za udaljenosti do 10 kilometara tako i za udaljenosti do 500 kilometara.



Grafikon 16: odstupanja prostornih rastojanja u odnosu na udaljenost na 1000 geolokacija u Srbiji

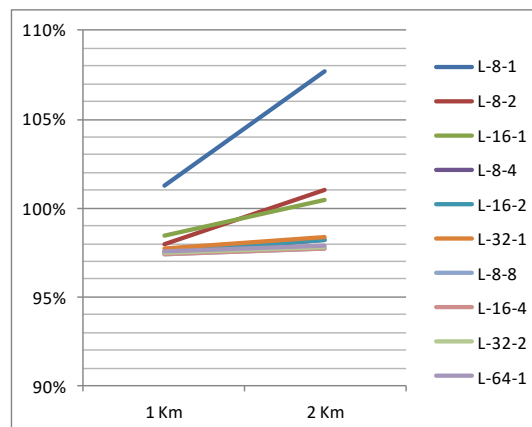
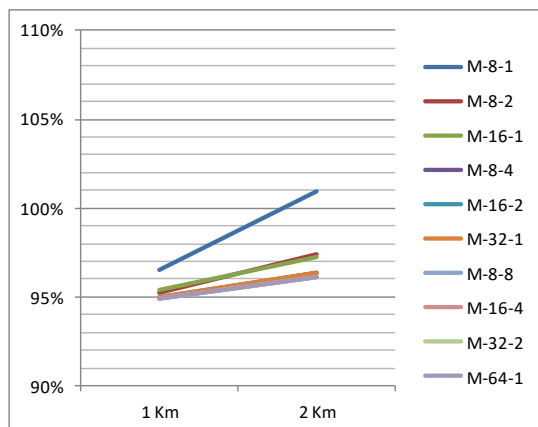
Matrice koje su aproksimirane za optimizaciju pređenog puta, ponašaju se slično matricama koje su aproksimirane za optimizaciju potrošenog vremena. Trend je vrlo sličan, a razlika je u tome što su matrice za pređeni put sveukupno kvalitetnije pa su razlike u kvalitetu algoritama manje, što se najbolje vidi ako se rezultati zumiraju kao na grafikonu 17.



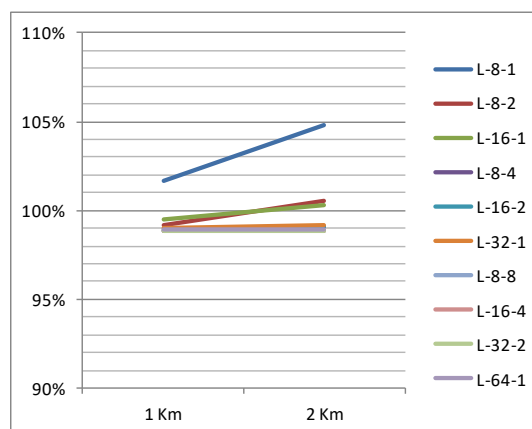
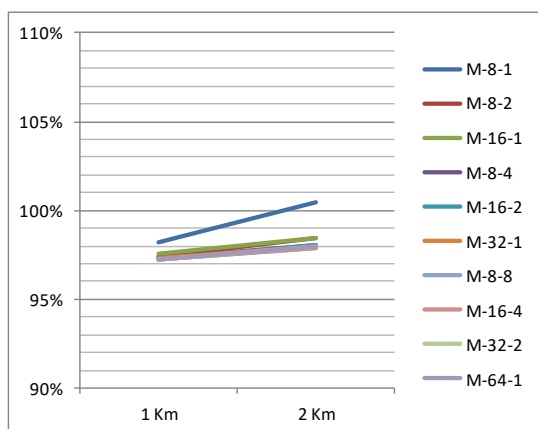
Grafikon 17: odstupanja prostornih rastojanja u odnosu na udaljenost na 1000 geolokacija u Srbiji (uveličan prikaz)

3.4.5.4.2. Kvalitet rastojanja za bliske geolokacije

Na grafikonima 18.a, 18.b, 19.a i 19.b prikazani su rezultati za geolokacije sa teritorije cele Srbije čija su rastojanja manja od 2 kilometra. Na grafikonima 18.a i 19.a prikazani su rezultati za matrice dobijene iz putne mreže čuvane u multigrafu dok su na grafikonima 18.b i 19.b prikazani rezultati dobijeni iz putne mreže koja je čuvana u linijskom grafu.

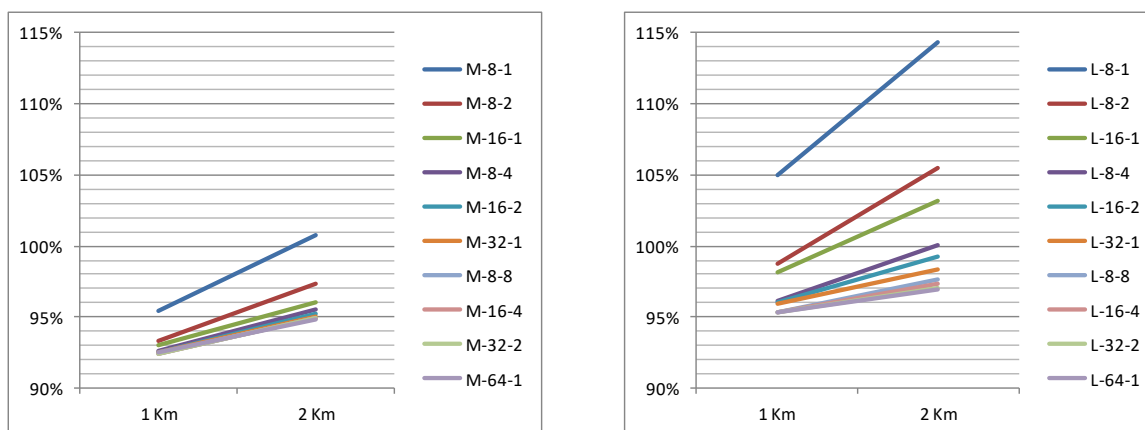


Grafikon 18: odstupanja vremenskih rastojanja na udaljenosti do 2km na 1000 geolokacija u Srbiji za multigraf (a); linijski graf (b)



Grafikon 19: odstupanja prostornih rastojanja na udaljenosti do 2km na 1000 geolokacija u Srbiji za multigraf (a); linijski graf (b)

Na rastojanjima do 2 kilometra, rezultati su klasterizovani u zavisnosti od broja povezanih geolokacija iz referentne geolokacije. Klasterizacija se najbolje može videti na primeru grafikona 20.b na kojem su prikazani rezultati na teritoriji Beograda i vremenom kao parametrom prilikom generisanja matrice.

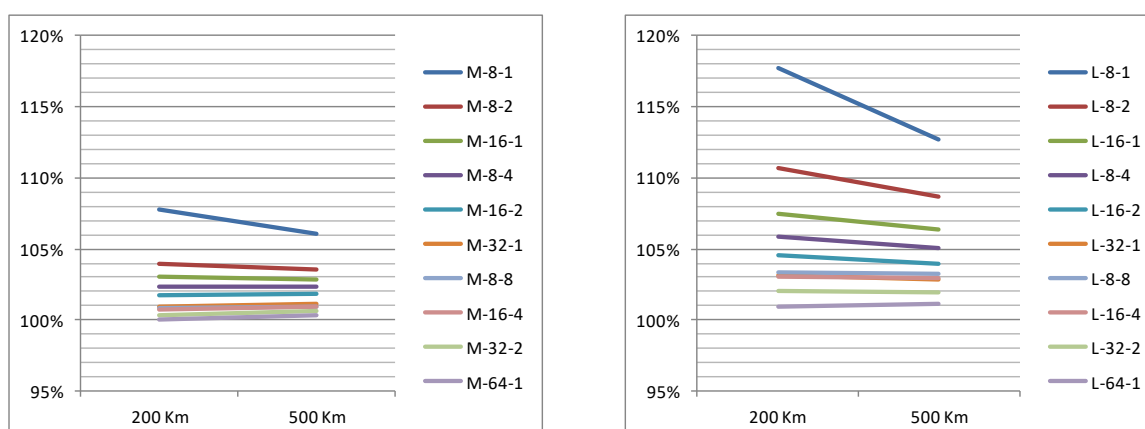


Grafikon 20: odstupanja vremenskih rastojanja na udaljenosti do 2km na 1000 geolokacija u Beogradu za multigraf (a); linijski graf (b)

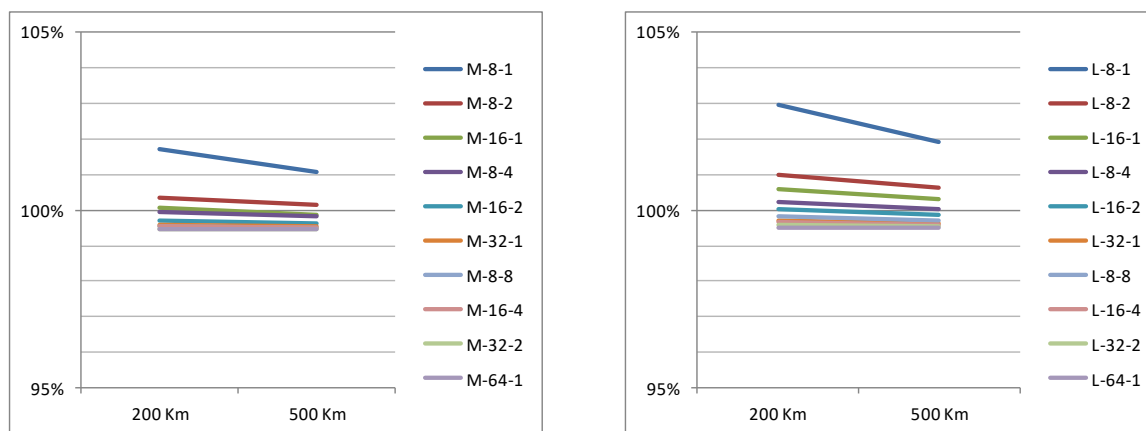
Veći broj povezanih geolokacija daje bolje rezultate. Najlošiji rezultat dobijen je kada je referentna geolokacija povezana sa 8, dok su najbolji rezultati dobijeni kada je referentna geolokacija povezana sa 64 susedne geolokacije. Za isti broj povezanih geolokacija i rastojanja manja od jednog kilometra dobijaju se približno isti rezultati za različit broj konusa. Već za rastojanja veća od jednog kilometra dolazi do raslojavanja rezultata tako da za isti broj povezanih geolokacija bolje rezultate daju algoritmi koji koriste veći broj konusa. Rezultat koji je pomalo iznenađujući uzimajući u obzir rezultate na kompletnim matricama je da je su na malim rastojanjima bolje aproksimirane matrice koje su generisane sa vremenom kao parametrom preuzimanja rastojanja.

3.4.5.4.3. Kvalitet rastojanja za udaljene geolokacije

Na grafikonima 21.a, 21.b, 22.a, i 22.b dati su rezultati za test primer sa teritorije cele Srbije sa 1000 geolokacija, tako da su Euklidska rastojanja između geolokacija od 200 do 500 kilometara.



Grafikon 21: odstupanja vremenskih rastojanja na udaljenostima većim od 200km na 1000

geolokacija u Srbiji za multigraf (a); linijski graf (b)

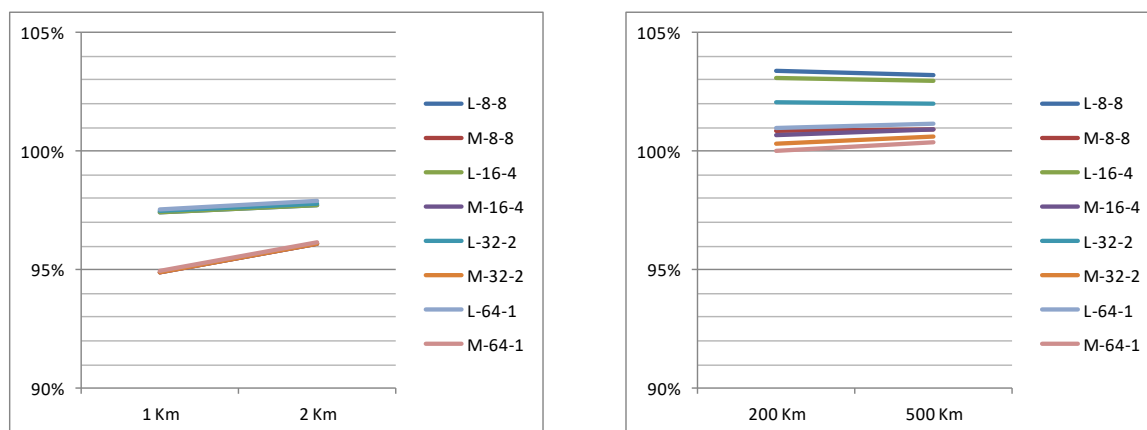
Grafikon 22: odstupanja prostornih rastojanja na udaljenostima većim od 200km na 1000 geolokacija u Srbiji za multigraf (a); linijski graf (b)

Na sva 4 prikazana grafikona algoritam koji koristi više povezanih geolokacija daje bolje rezultate. Za isti broj povezanih geolokacija, bolje rezultate daje algoritam koji je koristio veći broj konusa. Za veća rastojanja između geolokacija vidljiv je trend smanjivanja razlike u kvalitetu rezultata između različitih algoritama. Kako na velikim udaljenostima dominiraju autoputevi kojih nema mnogo može se pretpostaviti da bi za veća rastojanja razlika u kvalitetu matrica bila još manja.

Dok na malim rastojanjima aproksimirane matrice daju bolje rezultate u odnosu na bazne kada se kao parametar preuzimanja koristi vreme, na velikim rastojanjima je obrnuto. Zbog toga što velika rastojanja dominiraju u ukupnom zbiru rastojanja u matrici, logično je što kod odnosa ukupnih rastojanja u matrici bolje rezultate daju matrice sa putem kao parametrom preuzimanja rastojanja.

3.4.5.4.4. Odnos multigrafa i linijskog grafa

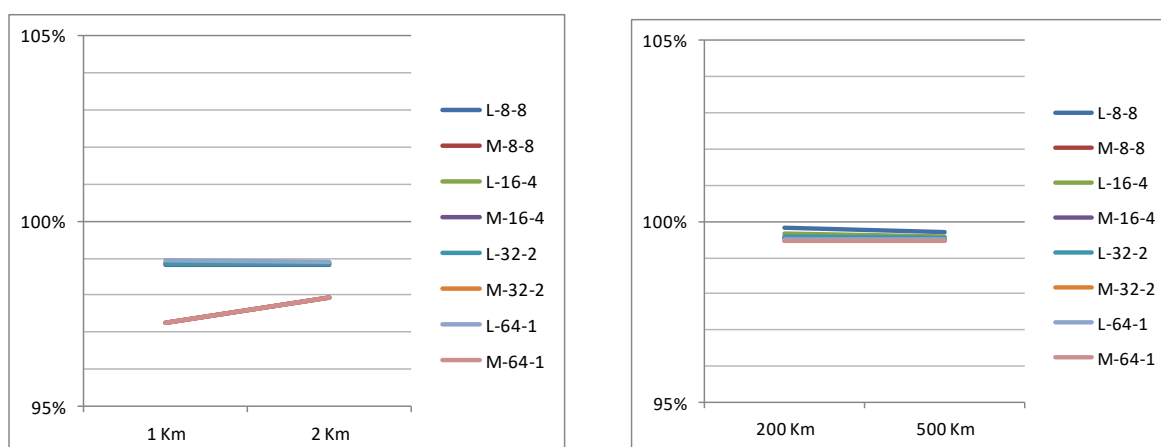
Na grafikonima 23.a, 23.b, 24.a i 24.b prikazano je poređenje kvaliteta rastojanja dobijenih iz putnih mreža koje su čuvane u multigrafu i linijskom grafu. Grafikoni označeni sa „a“ prikazuju rezultate za mala, dok grafikoni označeni sa „b“ prikazuju rezultate za velika rastojanja. Broj povezanih geolokacija iz referentne geolokacije je 64 (broj konusa puta broj povezanih geolokacija po konusu je 64).



Grafikon 23: odstupanja vremenskih rastojanja na 1000 geolokacija u Srbiji na rastojanjima do 2km (a); preko 200km (b)

Na primeru sa 1000 geolokacija sa područja Srbije i vremenom kao parametrom prilikom preuzimanja rastojanja vidi se da kod geolokacija na maloj Euklidskoj udaljenosti postoji razlika u kvalitetu rastojanja. Kod geolokacija koje su na velikoj Euklidskoj udaljenosti, razlika u kvalitetu je manja. U putnoj mreži baziranoj na multigrafu nije modelirano zabranjeno skretanje ulevo i zabranjeno polukružno skretanje. Kod raskrsnica gde je dozvoljeno skretanje ulevo, najčešće nije potrebna ista količina vremena kada se produžava pravo i kada se skreće ulevo. Kombinacijom prolazaka kroz raskrsnicu iz različitih pravaca dobija se vreme koje je kraće nego što je realno potrebno da bi vozilo skrenulo levo.

Greška koja se generiše kombinovanjem putanja iz različitih pravaca mnogo je izraženija u urbanim sredinama gde su geolokacije međusobno bliske i gde ima puno raskrsnica. Kod geolokacija koje su na velikoj udaljenosti najveći deo puta čine auto i magistralni putevi gde nema mnogo raskrsnica, pa je samim tim i relativna greška manja.



Grafikon 24: odstupanja prostornih rastojanja na 1000 geolokacija u Srbiji na rastojanjima do 2km (a); preko 200km (b)

Kada se na istom području posmatraju prostorna rastojanja vidi se sličan trend kao i kod vremenskih rastojanja. Razlika u kvalitetu putne mreže postoji, ali je ona nešto manja.

Na svim do sada prikazanim rezultatima vidi se da algoritam daje bolje rezultate ako se za isti broj povezanih geolokacija koristi veći broj konusa. Na malim rastojanjima matrice generisane iz multigrafa daju bolje rezultate od matrica generisanih iz linijskog grafa. Na većim rastojanjima ta razlika je manja jer kod dužih ruta na većoj teritoriji raskrsnice i semafori imaju značajno manji uticaj.

Iako su testovi na kompletnim matricama pokazali da algoritam konusa bolje aproksimira prostorna rastojanja, kada se rastojanja u matrici podele na podskupove vidi se da na malim rastojanjima matrice generisane sa vremenom kao prioritetom preuzimanja daju bolje rezultate od matrica kod kojih je prilikom preuzimanja rastojanja korišćena dužina puta kao prioritet. Jedan od razloga mogao bi biti taj da su bazne matrice preuzete po prioritetu vremena slabije od matrica preuzetih po prioritetu dužine puta.

3.4.5.5. Rezultati na realnim primerima

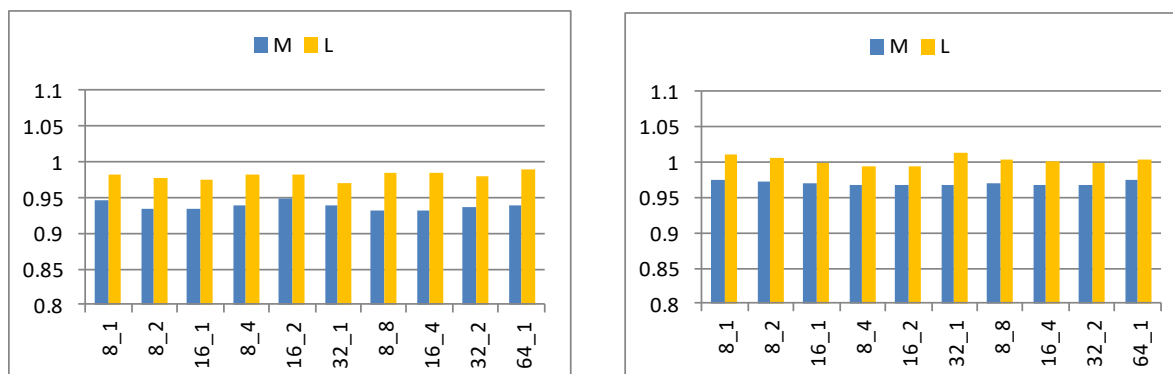
Cilj poslednjeg testa je provera kako se aproksimirane matrice ponašaju prilikom rešavanja konkretnog optimizacionog problema. Za potrebe testiranja korišćen je poznati problem Trgovačkog putnika koji je rešavan 64 puta za svaku baznu i sve odgovarajuće aproksimirane matrice.

3.4.5.5.1. Prosečne vrednosti

Na grafikonima od 25 do 30 prikazani su odnosi prosečnih rezultata dobijenih korišćenjem rastojanja iz aproksimiranih i prosečnih rastojanja iz odgovarajućih baznih matrica. Visina stubića predstavlja odnos aproksimirane i bazne matrice. Na levoj strani dati su rezultati za optimizaciju vremena, dok su na desnoj strani dati rezultati za optimizaciju puta. Na grafikonu plavom bojom i slovom M obeleženi su rezultati za matricu dobijenu iz putne mreže čuvane kao multigraf, dok su žutom bojom i slovom L obeleženi rezultati za matricu dobijenu iz putne mreže čuvane u linijskom grafu. Broj na vertikalnoj osi predstavlja odnos rezultata dobijenih primenom aproksimirane i bazne matrice. Oznaka na horizontalnoj osi označava parametre algoritma konusa gde prvi broj označava broj konusa, dok drugi broj označava broj geolokacija po konusu. Oznake su poređane po ukupnom broju odabranih geolokacija (broj konusa puta broj geolokacija po konusu) od najmanjeg do najvećeg posmatrano sa leva na desno.

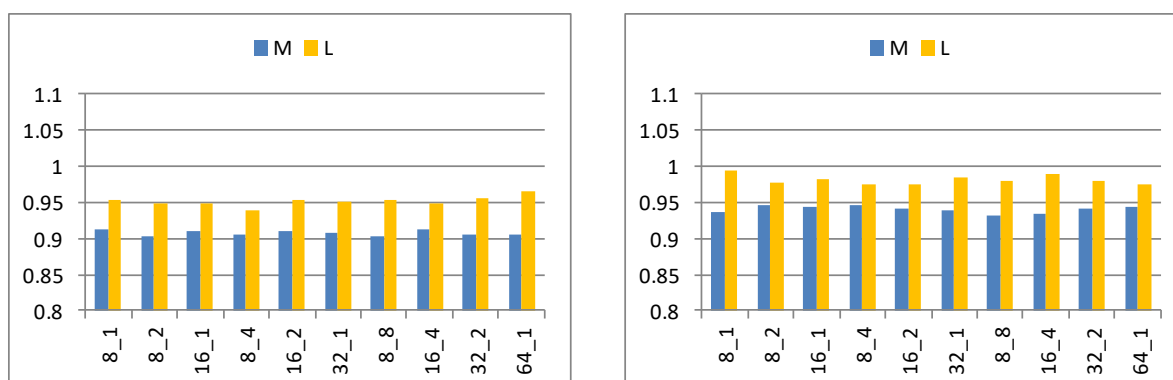
U ovom delu analiza rezultata vršena je vizuelnom inspekcijom grafikona bez dodatnih statističkih testova te ocene „bolji“ ili „lošiji“ treba posmatrati u tom kontekstu. Što je aproksimirana matrica bolja, to je odnos prikazan na grafikonu manji i obrnuto.

Rezultati dobijeni na teritoriji Beograda sa 200 geolokacija (grafikoni 25) pokazuju da su matrice generisane iz multigrafa dale bolje rezultate od matrica generisanih iz linijskog grafa. Kada je u pitanju optimizacija vremena, sve matrice su dale bolje rezultate od bazne matrice. Kod optimizacije pređenog puta matrice generisane iz linijskog grafa dale su približno isti rezultat kao i bazna matrica, dok su matrice generisane iz multigrafa dale najbolje rezultate.



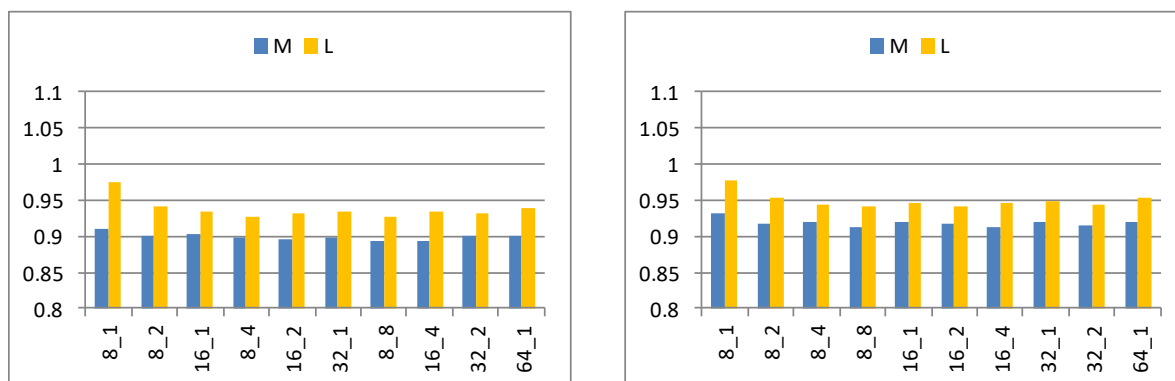
Grafikon 25: odnosi prosečnih rezultata na 200 lokacija u Beogradu dobijenih optimizacijom vremena (a); puta (b)

Rezultati dobijeni na teritoriji Beograda sa 500 geolokacija (grafikoni 26) veoma su slični rezultatima dobijenim na istoj teritoriji sa 200 geolokacija (grafikoni 25). Mala razlika je da su na teritoriji Beograda sve aproksimirane matrice bolje od baznih.



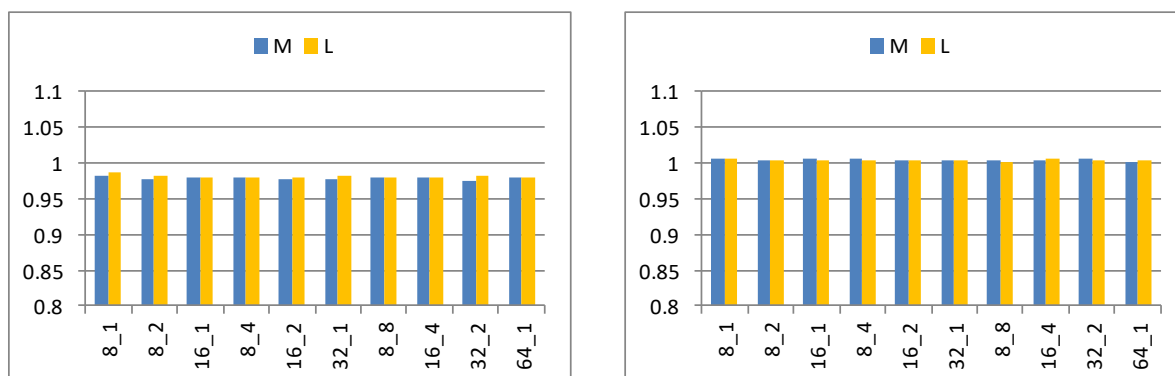
Grafikon 26: odnosi prosečnih rezultata na 500 lokacija u Beogradu dobijenih optimizacijom vremena (a); puta (b)

Trend koji je važio za teritoriju Beograda za 200 i 500 geolokacija (grafikoni 25 i 26) važi i za 1000 geolokacija (grafikoni 27). Primetno je da su se sve aproksimirane matrice bolje pokazale pri optimizaciji vremena nego optimizaciji puta. Povećanje broja geolokacija (gustine) na teritoriji Beograda dodatno je doprinelo boljem rezultatu svih aproksimiranih matrica.



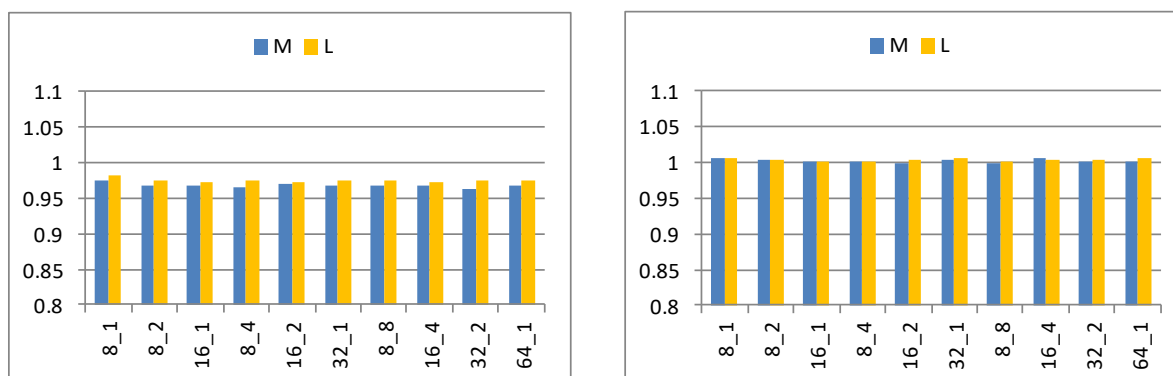
Grafikon 27: odnosi prosečnih rezultata na 1000 lokacija u Beogradu dobijenih optimizacijom vremena (a); puta (b)

Na teritoriji Srbije sa 200 odabranih geolokacija (grafikoni 28), sve matrice optimizovane za uštedu vremena daju bolje prosečne rezultate od bazne matrice. Za razliku od matrica optimizovanih za vreme, sve matrice optimizovane po kriterijumu pređenog puta dale su lošiji rezultat od baznih matrica. Razlika je vrlo mala i iznosi svega nekoliko promila. Razlike između matrica generisanih iz multigrafa i matrica generisanih iz linijskog grafa su mnogo manje nego na teritoriji Beograda (grafikoni 25 do 27) i nisu uvek u korist matrica generisanih iz multigrafa.



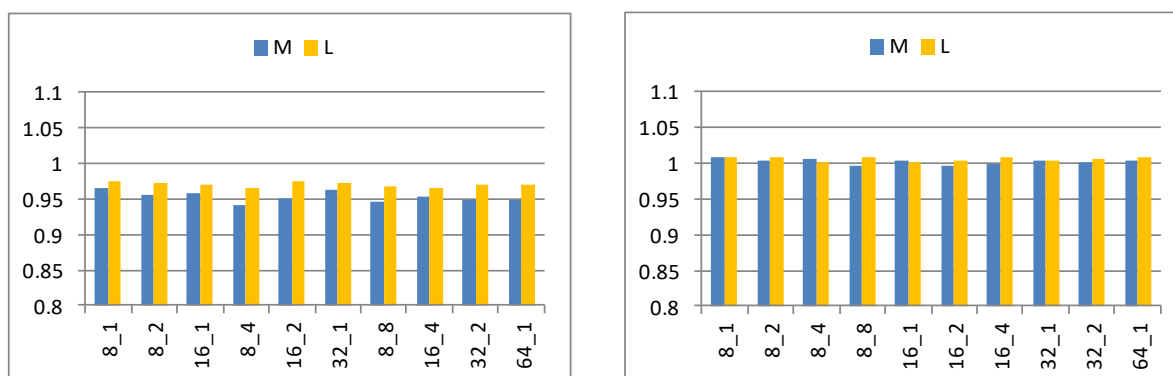
Grafikon 28: odnosi prosečnih rezultata na 200 lokacija u Srbiji dobijenih optimizacijom vremena (a); puta (b)

Povećanje broja geolokacija na teritoriji Srbije sa 200 na 500 (grafikoni 29) donosi male promene u rezultatima. Kod optimizacije vremena sada za svaki parametar algoritma konusa, matrice generisane iz multigrafa daju bolje rezultate od matrica generisanih iz linijskog grafa. Kod optimizacije ukupnog puta nije došlo do te vrste separacije rezultata, ali se pojavljuju matrice koje daju bolje rezultate od baznih matrica, mada su razlike vrlo male.



Grafikon 29: odnosi prosečnih rezultata na 500 lokacija u Srbiji dobijenih optimizacijom vremena (a); puta (b)

Na teritoriji Srbije sa 1000 geolokacija (grafikoni 30) aproksimirane matrice dale su nešto bolje prosečne rezultate nego na istoj teritoriji sa 500 geolokacija (grafikoni 29). Kod optimizacije vremena matrice dobijene iz multigrafa uvek su dale bolje rezultate od matrica dobijenih iz linijskog grafa. Optimizacija ukupnog puta daje rezultate koji su dosta nekonzistentni i iz njih je teško izvući konačan zaključak.



Grafikon 30: odnosi prosečnih rezultata na 1000 lokacija u Srbiji dobijenih optimizacijom vremena (a); puta (b)

Iz vizuelne analize prikazanih grafikona ipak se mogu izvesti određeni zaključci o opštim trendovima. Povećanje gustine geolokacija na određenoj teritoriji pogoduje aproksimiranim matricama. Prilikom optimizacije vremena, matrice dobijene iz multigrafa skoro uvek daju bolje rezultate od matrica dobijenih iz linijskog grafa i pritom sve aproksimirane matrice daju bolje rezultate od baznih matrica. Kod optimizacije pređenog puta rezultati dobijeni iz aproksimiranih matrica jako su slični rezultatima dobijenih iz baznih matrica i dosta zavise od gustine geolokacija. Kod test primera sa najgušćim rasporedom geolokacija (Beograd, 1000 geolokacija, grafikoni 27), aproksimirane matrice daju vidno bolje rezultate od baznih matrica dok kod primera sa ređim rasporedom geolokacija (Srbija, 200 geolokacija, grafikoni 27) bazne matrice daju marginalno bolje rezultate od aproksimiranih matrica. U svim slučajevima aproksimirane matrice daju bolje rezultate prilikom optimizacije vremena nego prilikom optimizacije puta. Ovi rezultati su u skladu sa sintetičkim rezultatima prikazanim na

grafikonima 18 i 19 u kojima se vidi da je na malim rastojanjima razlika između aproksimiranih i baznih matrica veća u kontekstu vremena nego u kontekstu puta. Rezultati takođe potvrđuju pretpostavku da su za probleme rutiranja bitnija precizna rastojanja između bliskih nego između udaljenih geolokacija.

Rezultati aproksimiranih matrica dobijenih iz multigrafa mogu da daju sliku o tome kakvi bi rezultati bili kada bi se rastojanja preuzimala grubom silom bez pakovanja više podruta u jedan poziv. Prilikom optimizacije vremena dobitak u odnosu na bazne matrice kreće se oko 1% do 2% na teritoriji Srbije i oko 3% do 5% na teritoriji Beograda. Optimizacija ukupnog puta ne bi donela značajnu prednost ovako generisanih matrica naročito ne na celoj teritoriji Srbije. Treba još jednom naglasiti da bi preuzimanje rastojanja grubom silom bez pakovanja više ruta u jedan poziv dalo optimističku procenu rastojanja jer ne bi sva pravila saobraćaja bila uzeta u obzir.

U tabeli 27 za svaki parametar algoritma konusa prebrojano je koliko je puta dao najbolje, a koliko puta najlošije rezultate na svim aproksimiranim matricama i svim test primerima. U prvoj koloni nalazi se broj konusa (K), u drugoj broj geolokacija po konusu (L / K). U trećoj koloni dat je ukupan broj povezanih geolokacija iz posmatrane geolokacije (broj konusa puta broj geolokacija po konusu - Uk L), a u četvrtoj (Ozn) oznaka algoritma koja je skladu sa oznakama datim u ranijim grafikonima. U petoj koloni (Najbolji) nalazi se broj koliko je puta algoritam dao najbolji, a u poslednjoj koloni (Najlošiji) koliko je puta algoritam dao najlošiji rezultat.

Tabela 27: broj najlošijih i najboljih rezultata u zavisnosti od parametara					
K	L / K	Uk L	Ozn	Najbolji	Najlošiji
8	1	8	8_1	0	16
8	2	16	8_2	1	0
8	4	32	8_4	7	1
8	8	64	8_8	4	1
16	1	16	16_1	1	0
16	2	32	16_2	3	1
16	4	64	16_4	2	2
32	1	32	32_1	2	1
32	2	64	32_2	2	0
64	1	64	64_1	2	2

Iz rezultata prikazanih u tabeli 8 jedino što se sa sigurnošću može zaključiti da je algoritam preuzimanja koji koristi 8 konusa sa po jednom biranom geolokacijom iz konusa ubedljivo najlošiji. Ako se posmatra broj koliko puta je neki algoritam najbolji onda je to algoritam sa parametrima 8 konusa i 4 odabrane geolokacije po konusu. Algoritam sa ovim parametrima ne bi trebao da bude bolji od recimo algoritma sa 8 konusa i 8 biranih geolokacija po

konusu. Jedini razlog može biti slučajnost prilikom rešavanja Problema trgovačkog putnika. Za detaljnije poređenje korišćeni su statistički testovi.

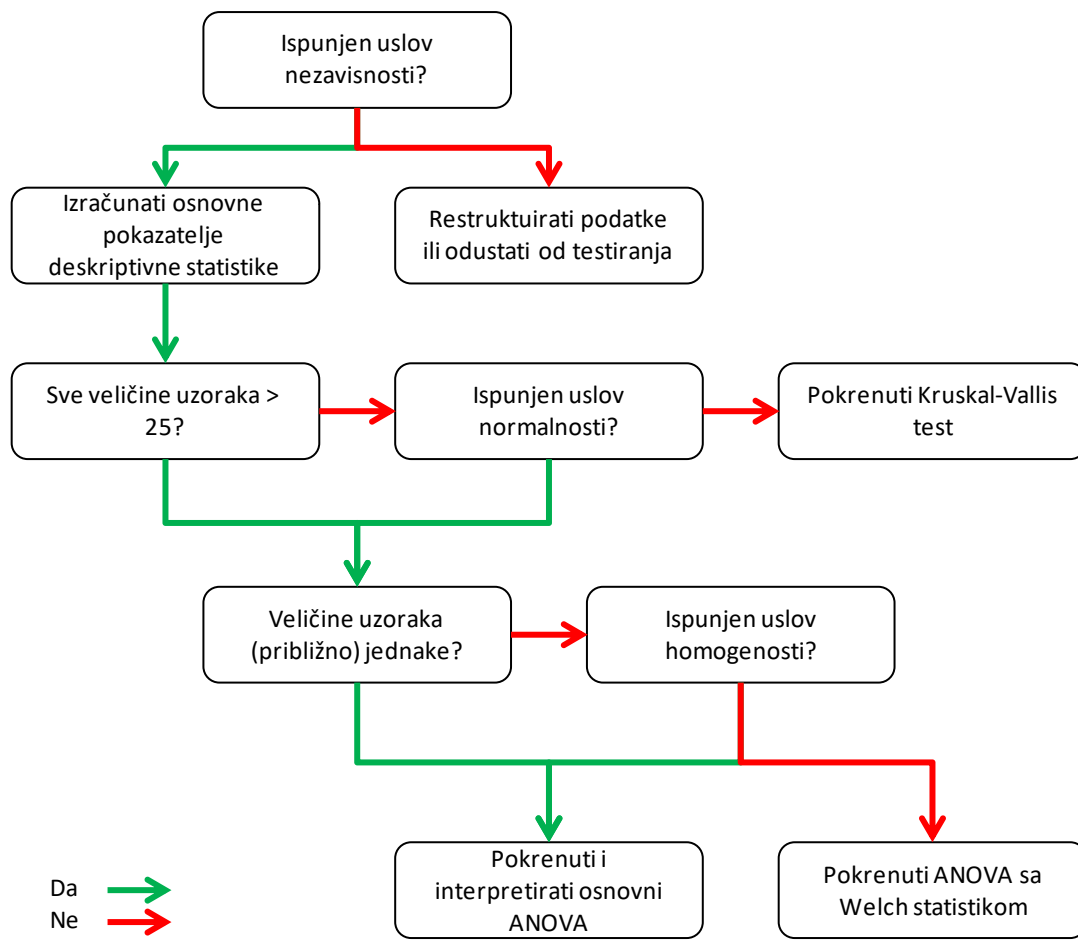
3.4.5.5.2. Statistički testovi

Samo posmatranjem prosečnih rezultata na grafikonima 25 do 30 teško je utvrditi da li je neka aproksimirana matrica značajno bolja od druge. Kako bi se utvrdilo da li postoje statistički značajne razlike u kvalitetu generisanih matrica korišćen je ANOVA test iz softverskog paketa SPSS firme IBM. ANOVA je skraćenica dobijena iz reči „analiza varijanse“ (“analysis of variance”) i predstavlja statističku tehniku za testiranje da li tri ili više populacija imaju istu srednju vrednost.

Da bi ANOVA test mogao pouzdano da se primeni neophodno je da podaci zadovoljavaju sledeće 3 pretpostavke:

1. Nezavisnost: rezultat eksperimenta ne utiče na rezultate ostalih eksperimenata.
2. Normalnost: podaci iz svake populacije prate normalan raspored. Test normalnosti nije neophodan za uzorke čija je veličina veća od 25.
- Homogenost varijansi: varijanse svih populacija su međusobno iste. Ovaj uslov je neophodan samo za uzorke različitih dimenzija.

Algoritam testiranja preuzet je iz uputstva za upotrebu ANOVA testa i prikazan je na slici 47.



Slika 47: algoritam testiranja ANOVA

Kako uzorci dobijeni primenom TSP algoritma zadovoljavaju sva tri uslova, ANOVA se može primeniti bez primene dodatnih testova.

Za svaki test primer koji je naveden u tabeli 21 urađen je po jedan ANOVA test na jednoj grupi uzoraka. Grupa uzoraka sastoji se od 21 podgrupe. Prvih 10 podgrupa uzoraka dobijene su pokretanjem algoritma Problema trgovačkog putnika korišćenjem aproksimiranih matrica generisanih iz multigrafa sa različitim parametrima algoritma konusa (8_1, 8_2, 8_4, 8_8, 16_1, 16_2, 16_4, 32_1, 32_2, 64_1). Drugih 10 podgrupa uzoraka dobijene su pokretanjem algoritma Problema trgovačkog putnika korišćenjem aproksimiranih matrica generisanih iz linijskog grafa sa istim parametrima algoritma konusa. Poslednja podgrupa uzoraka dobijena je pokretanjem algoritma Problema trgovačkog putnika korišćenjem bazne matrice.

Cilj testiranja je utvrđivanje da li u okviru jedne grupe uzoraka postoji statistički značajna razlika u kvalitetu matrica dobijenih na osnovu različitih parametara algoritma konusa. Za granicu značajnosti testiranja korišćena je vrednost $\alpha = 0.05$. Kod test primera za koje je ANOVA dala rezultat manji od granice značajnosti α neophodno je uraditi dodatne testove kako bi se utvrdilo koje matrice u okviru jedne grupe odstupaju po kvalitetu. Za dodatno

testiranje gde se svaka matrica testira u odnosu na svaku drugu matricu iz iste grupe korišćen je Šefeov post-hok test.

Rezultati osnovnog ANOVA testa prikazani su u tabeli 28. Svaki red tabele odgovara jednom ANOVA testu primenjenog na jednu grupu uzoraka koja odgovara jednom test primeru. U prvoj koloni dat je opis test primera (teritorija, broj geolokacija, parametar optimizacije), u drugoj statistika testa F i u trećoj p vrednost.

Test primer			F	p
Teritorija	Br. lokacija	Optimizacij a		
BG	200	vreme	25.175	.000
BG	500	vreme	44.768	.000
BG	1000	vreme	79.467	.000
BG	200	put	10.224	.000
BG	500	put	17.292	.000
BG	1000	put	30.727	.000
SR	200	vreme	12.204	.000
SR	500	vreme	12.110	.000
SR	1000	vreme	17.561	.000
SR	200	put	1.206	.240
SR	500	put	0.962	.507
SR	1000	put	1.170	.272

Iz rezultata prikazanih u tabeli 28 može se zaključiti da se u svim grupama izuzev poslednje tri mogu pronaći statistički značajne razlike u kvalitetu matrica. Rezultati dobijeni za poslednje tri grupe koje obuhvataju testiranje matrica na teritoriji Srbije optimizovane po parametru pređenog puta nisu dali statistički značajan rezultat. Statistički posmatrano, nije moguće pokazati da postoje razlike u kvalitetu matrica što je u skladu sa vizuelnom inspekcijom grafikona 28.b, 29.b i 30.b gde se vidi da se razlike mere u promilima.

U narednim tabelama (29 - 37) prikazani su rezultati post-hok testova za grupe matrica kod kojih je ANOVA test dao statistički značajne rezultate.

U prvom redu tabela 29 do 37 nalazi se opis problema, parametar optimizacije, broj geolokacija i teritorija. U drugom i trećem redu kao i u prvoj i drugoj koloni nalaze se oznake generisanih matrica. Prvih 10 oznaka rezervisane su za matrice generisane iz multigrafa, sledećih 10 oznaka za matrice generisane iz linijskog grafa, dok poslednja kolona označava baznu matricu. Rezultati post-hok testova zaokruženi su na 2 decimale i prikazani u obliku simetrične matrice. Statistički značajni rezultati na nivou $\alpha = 0.05$ obeleženi su crvenom bojom. Bojenje je vršeno u skladu sa stvarnom vrednošću rezultata (ne u odnosu na

Poglavlje 3. Rešenja

zaokruženi prikaz rezultata), tako da je na nekim mestima u tabeli rezultat 0.05 obojen, dok na drugim mestima nije.

Na teritoriji Beograda sa 200 geolokacija i vremenom kao parametrom optimizacije (tabela 29) vidi se da većina matrica generisanih iz multigrafa daje statistički bolje rezultate od matrica generisanih iz linijskog grafa.

Tabela 29: rezultati post-hok testova za vremenska rastojanja na 200 geolokacija u Beogradu

		Multigraf										Linijski graf										
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B
Multigraf	8_1		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.14	0.42	0.68	0.08	0.09	0.87	0.05	0.03	0.20	0.01	0.00	
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
	8_8	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.01	0.06	0.17	0.00	0.00	0.37	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.29	0.64	0.85	0.19	0.21	0.96	0.14	0.09	0.39	0.03	0.00	
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.01	0.05	0.15	0.00	0.00	0.35	0.00	0.00	0.01	0.00	
	16_4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	
	32_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00	0.02	0.07	0.00	0.00	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00	0.02	0.08	0.00	0.00	0.23	0.00	0.00	0.01	0.00	
Linijski graf	8_1	0.14	0.00	0.00	0.01	0.29	0.01	0.00	0.00	0.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	
	8_2	0.42	0.00	0.00	0.06	0.64	0.05	0.00	0.00	0.02	0.02	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	
	8_4	0.68	0.01	0.01	0.17	0.85	0.15	0.01	0.01	0.07	0.08	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.76	
	8_8	0.08	0.00	0.00	0.00	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	16_1	0.09	0.00	0.00	0.00	0.21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	16_2	0.87	0.06	0.04	0.37	0.96	0.35	0.03	0.03	0.19	0.23	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.51
	16_4	0.05	0.00	0.00	0.00	0.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00
	32_1	0.03	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00
	32_2	0.20	0.00	0.00	0.02	0.39	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.98
	64_1	0.01	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.99	0.92	0.76	1.00	1.00	0.51	1.00	1.00	0.98	1.00		

Kada se gustina geolokacija na teritoriji Beograda poveća (tabela 30), razlika postaje izraženija. Izuzetak je algoritam sa 8 konusa i jednom geolokacijom koji se nije pokazao bolji od matrica dobijenih iz linijskog grafa. Istovremeno, sve aproksimirane matrice su dale bolje rezultate od bazne matrice.

Tabela 30: rezultati post-hok testova za vremenska rastojanja na 500 geolokacija u Beogradu

		Multigraf	Linijski graf
--	--	-----------	---------------

		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B	
Multigraf	8_1		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.01	0.49	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_8	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16_4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00	0.01	0.55	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00	0.00	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	32_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Linijski graf	8_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_2	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.00
	8_4	0.49	0.01	0.03	0.02	0.31	0.19	0.55	0.16	0.04	0.06	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	0.32	0.00
	8_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_1	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	0.00
	16_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_4	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.99	0.00	
	32_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00
	32_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00
	64_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.99	0.32	1.00	0.98	1.00	0.99	1.00	1.00		1.00	0.02
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02		

Skoro identični rezultati dobijeni su i na teritoriji Beograda sa 1000 odabranih geolokacija (tabela 31). Sve matrice osim jedne dale su bolje rezultate od bazne matrice. Za matrice iz iste grupe (multigraf, linijski graf) post-hok testovi nisu pokazali da postoji statistički značajna razlika.

Tabela 31: rezultati post-hok testova za vremenska rastojanja na 1000 geolokacija u Beogradu

		Multigraf										Linijski graf										B
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	
Multigraf	8_1		1.00	1.00	0.77	1.00	0.98	0.85	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.72	0.64	0.10	0.34	0.05	0.11	0.20	0.00	0.00
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_8	0.77	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.09	0.07	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16_2	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16_4	0.85	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	32_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Poglavlje 3. Rešenja

Linijski graf	8_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	
	8_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.94	0.96	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	
	8_4	0.72	0.01	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.94		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.00
	8_8	0.64	0.01	0.00	0.00	0.07	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.96	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_1	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_2	0.34	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_4	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00
	32_1	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00
	32_2	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00
	64_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		

Na teritoriji Beograda sa 200 geolokacija i dužinom puta kao parametrom optimizacije (tabela 32) Šefeov post-hok test nije pokazao statistički značajnu razliku između aproksimiranih i bazne matrice. Postoje određene razlike koje se pojavljuju između matrica koje pripadaju različitim grupama (multigraf, linijski graf).

Tabela 32: rezultati post-hok testova za prostorna rastojanja na 200 geolokacija u Beogradu

		Multigraf										Linijski graf										
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B
Multigraf	8_1		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.29	0.59	0.99	0.82	0.93	0.99	0.88	0.18	0.96	0.79	0.93
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.25	0.54	0.99	0.78	0.91	0.99	0.85	0.15	0.95	0.76	0.91
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.06	0.20	0.89	0.42	0.62	0.89	0.52	0.03	0.72	0.38	0.63
	8_8	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.08	0.26	0.93	0.51	0.71	0.93	0.61	0.04	0.79	0.47	0.71
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.13	0.36	0.96	0.62	0.80	0.96	0.72	0.07	0.87	0.59	0.80
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.05	0.18	0.88	0.39	0.60	0.88	0.50	0.02	0.69	0.36	0.60
	16_4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.04	0.14	0.84	0.34	0.54	0.84	0.44	0.02	0.64	0.31	0.54
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.03	0.13	0.82	0.30	0.50	0.82	0.40	0.01	0.60	0.28	0.51
	32_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.05	0.18	0.88	0.39	0.60	0.88	0.49	0.02	0.69	0.36	0.60
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.27	0.57	0.99	0.80	0.92	0.99	0.87	0.17	0.96	0.78	0.92
Linijski graf	8_1	0.29	0.25	0.06	0.08	0.13	0.05	0.04	0.03	0.05	0.27		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	8_2	0.59	0.54	0.20	0.26	0.36	0.18	0.14	0.13	0.18	0.57	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	8_4	0.99	0.99	0.89	0.93	0.96	0.88	0.84	0.82	0.88	0.99	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	8_8	0.82	0.78	0.42	0.51	0.62	0.39	0.34	0.30	0.39	0.80	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	16_1	0.93	0.91	0.62	0.71	0.80	0.60	0.54	0.50	0.60	0.92	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	16_2	0.99	0.99	0.89	0.93	0.96	0.88	0.84	0.82	0.88	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	
	16_4	0.88	0.85	0.52	0.61	0.72	0.50	0.44	0.40	0.49	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	
	32_1	0.18	0.15	0.03	0.04	0.07	0.02	0.02	0.01	0.02	0.17	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	
	32_2	0.96	0.95	0.72	0.79	0.87	0.69	0.64	0.60	0.69	0.96	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	
	64_1	0.79	0.76	0.38	0.47	0.59	0.36	0.31	0.28	0.36	0.78	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		
B	0.93	0.91	0.63	0.71	0.80	0.60	0.54	0.51	0.60	0.92	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		

Povećanje gustine geolokacija na teritoriji Beograda sa 200 na 500 nije bitno uticalo na rezultate dobijene post-hok testom (tabela 33).

Tabela 33: rezultati post-hok testova za prostorna rastojanja na 500 geolokacija u Beogradu

		Multigraf										Linijski graf											
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B	
Multigraf	8_1		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.15	0.22	0.04	0.02	0.20	0.00	0.01	0.04	0.21	0.00		
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.01	0.69	0.78	0.42	0.25	0.76	0.06	0.19	0.41	0.77	0.00		
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.01	0.71	0.80	0.45	0.27	0.78	0.06	0.20	0.43	0.79	0.00		
	8_8	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.03	0.05	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00	0.01	0.05	0.00		
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.01	0.66	0.76	0.39	0.23	0.74	0.05	0.17	0.37	0.75	0.00		
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.38	0.48	0.16	0.08	0.46	0.01	0.05	0.15	0.47	0.00	
	16_4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00	0.10	0.16	0.03	0.01	0.14	0.00	0.01	0.03	0.15	0.00	
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00	0.29	0.38	0.11	0.05	0.36	0.01	0.03	0.10	0.37	0.00	
	32_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00	0.43	0.54	0.20	0.10	0.52	0.01	0.07	0.19	0.53	0.00	
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.51	0.62	0.25	0.13	0.59	0.02	0.09	0.24	0.60	0.00		
Linijski graf	8_1	0.00	0.01	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	8_2	0.15	0.69	0.71	0.03	0.66	0.38	0.10	0.29	0.43	0.51	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	
	8_4	0.22	0.78	0.80	0.05	0.76	0.48	0.16	0.38	0.54	0.62	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	
	8_8	0.04	0.42	0.45	0.01	0.39	0.16	0.03	0.11	0.20	0.25	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	16_1	0.02	0.25	0.27	0.00	0.23	0.08	0.01	0.05	0.10	0.13	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	16_2	0.20	0.76	0.78	0.04	0.74	0.46	0.14	0.36	0.52	0.59	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96
	16_4	0.00	0.06	0.06	0.00	0.05	0.01	0.00	0.01	0.01	0.02	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	32_1	0.01	0.19	0.20	0.00	0.17	0.05	0.01	0.03	0.07	0.09	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00
	32_2	0.04	0.41	0.43	0.01	0.37	0.15	0.03	0.10	0.19	0.24	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00
	64_1	0.21	0.77	0.79	0.05	0.75	0.47	0.15	0.37	0.53	0.60	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.96
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.98	0.96	1.00	1.00	0.96	1.00	1.00	1.00	0.96			

Tek kada se broj geolokacija na teritoriji Beograda poveća na 1000 (tabela 34) dolazi do promene u rezultatima post-hok testa. Sve osim jedne aproksimirane matrice sada daju bolje rezultate od bazne matrice.

Tabela 34: rezultati post-hok testova za prostorna rastojanja na 1000 geolokacija u Beogradu

		Multigraf										Linijski graf											
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B	
Multigraf	8_1		1.00	1.00	0.94	1.00	1.00	0.97	1.00	0.99	1.00	0.00	0.75	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.80	0.00	
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.40	0.50	0.23	0.59	0.19	0.09	0.39	0.01	0.00		
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.02	0.64	0.74	0.45	0.81	0.40	0.23	0.64	0.02	0.00		
	8_8	0.94	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.09	0.14	0.04	0.19	0.03	0.01	0.09	0.00	0.00	

Poglavlje 3. Rešenja

	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.02	0.69	0.78	0.50	0.85	0.45	0.27	0.69	0.03	0.00
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.38	0.48	0.22	0.57	0.18	0.08	0.38	0.00	0.00
	16_4	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.13	0.19	0.06	0.26	0.04	0.02	0.13	0.00	0.00
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00	0.04	0.77	0.85	0.60	0.90	0.54	0.35	0.77	0.05	0.00
	32_2	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00	0.00	0.22	0.30	0.11	0.38	0.09	0.03	0.22	0.00	0.00
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00	0.02	0.67	0.77	0.48	0.83	0.43	0.26	0.67	0.03	0.00
Linijski graf	8_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.74	0.03	0.02	0.08	0.01	0.10	0.20	0.03	0.69	0.68	
	8_2	0.75	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.00	0.04	0.00	0.02	0.74		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_4	1.00	0.40	0.64	0.09	0.69	0.38	0.13	0.77	0.22	0.67	0.03	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_8	1.00	0.50	0.74	0.14	0.78	0.48	0.19	0.85	0.30	0.77	0.02	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_1	1.00	0.23	0.45	0.04	0.50	0.22	0.06	0.60	0.11	0.48	0.08	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_2	1.00	0.59	0.81	0.19	0.85	0.57	0.26	0.90	0.38	0.83	0.01	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_4	1.00	0.19	0.40	0.03	0.45	0.18	0.04	0.54	0.09	0.43	0.10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00
	32_1	0.99	0.09	0.23	0.01	0.27	0.08	0.02	0.35	0.03	0.26	0.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00
	32_2	1.00	0.39	0.64	0.09	0.69	0.38	0.13	0.77	0.22	0.67	0.03	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00
	64_1	0.80	0.01	0.02	0.00	0.03	0.00	0.00	0.05	0.00	0.03	0.69	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		

Na teritoriji Srbije sa malim brojem geolokacija (200) i vremenom kao parametrom optimizacije (tabela 35) sve aproksimirane matrice osim jedne dale su bolje rezultate od bazne matrice. Matrica dobijena algoritmom sa 8 konusa i jednom povezanom geolokacijom iz linijskog grafa pokazala se lošija od većine matrica iz iste grupe.

Tabela 35: rezultati post-hok testova za vremenska rastojanja na 200 geolokacija u Srbiji

		Multigraf										Linijski graf										
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B
Multigraf	8_1		1.00	1.00	0.94	1.00	1.00	0.97	1.00	0.99	1.00	0.00	0.75	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.80	0.00	
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.40	0.50	0.23	0.59	0.19	0.09	0.39	0.01	0.00
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.02	0.64	0.74	0.45	0.81	0.40	0.23	0.64	0.02	0.00
	8_8	0.94	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.09	0.14	0.04	0.19	0.03	0.01	0.09	0.00	0.00
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.02	0.69	0.78	0.50	0.85	0.45	0.27	0.69	0.03	0.00
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.38	0.48	0.22	0.57	0.18	0.08	0.38	0.00	0.00
	16_4	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.13	0.19	0.06	0.26	0.04	0.02	0.13	0.00	0.00
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00	0.04	0.77	0.85	0.60	0.90	0.54	0.35	0.77	0.05	0.00
	32_2	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00	0.00	0.22	0.30	0.11	0.38	0.09	0.03	0.22	0.00	0.00
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00	0.02	0.67	0.77	0.48	0.83	0.43	0.26	0.67	0.03	0.00
Linijski graf	8_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.74	0.03	0.02	0.08	0.01	0.10	0.20	0.03	0.69	0.68	
	8_2	0.75	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.00	0.04	0.00	0.02	0.74		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	
	8_4	1.00	0.40	0.64	0.09	0.69	0.38	0.13	0.77	0.22	0.67	0.03	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	
	8_8	1.00	0.50	0.74	0.14	0.78	0.48	0.19	0.85	0.30	0.77	0.02	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	
	16_1	1.00	0.23	0.45	0.04	0.50	0.22	0.06	0.60	0.11	0.48	0.08	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_2	1.00	0.59	0.81	0.19	0.85	0.57	0.26	0.90	0.38	0.83	0.01	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00

16_4	1.00	0.19	0.40	0.03	0.45	0.18	0.04	0.54	0.09	0.43	0.10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
32_1	0.99	0.09	0.23	0.01	0.27	0.08	0.02	0.35	0.03	0.26	0.20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
32_2	1.00	0.39	0.64	0.09	0.69	0.38	0.13	0.77	0.22	0.67	0.03	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
64_1	0.80	0.01	0.02	0.00	0.03	0.00	0.00	0.05	0.00	0.03	0.69	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

Sa povećanjem gustine geolokacija na 500 na teritoriji Srbije (tabela 36) praktično se brišu razlike između aproksimiranih matrica. Jedino je bazna matrica ostala po rezultatima kao slabija od svih ostalih.

Tabela 36: rezultati post-hok testova za vremenska rastojanja na 500 geolokacija u Srbiji

		Multigraf										Linijski graf										
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B
Multigraf	8_1		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	1.00	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_2	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.15	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_4	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.90	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_8	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.83	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.79	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.19	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.69	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.07	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	32_2	0.96	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.01	0.98	1.00	1.00	0.99	1.00	0.99	0.95	0.98	1.00	0.00
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.61	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
Linijski graf	8_1	0.98	0.15	0.90	0.83	0.79	0.19	0.69	0.07	0.01	0.61		0.95	0.84	0.78	0.88	0.55	0.92	0.98	0.95	0.50	0.02
	8_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00	0.95		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.84	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_8	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.78	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.88	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.55	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.92	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00
	32_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	1.00	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.00
	32_2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00	0.95	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00
	64_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.50	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		

Povećanje broja geolokacija na 1000 na teritoriji Srbije (tabela 37) nije bitno uticalo na ocenu kvaliteta baznih matrica.

Tabela 37: rezultati post-hok testova za vremenska rastojanja na 1000 geolokacija u Srbiji

		Multigraf										Linijski graf										
		8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	8_1	8_2	8_4	8_8	16_1	16_2	16_4	32_1	32_2	64_1	B

Multigraf	8_1		1.00	0.09	0.61	1.00	0.97	1.00	1.00	0.83	0.82	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_2	1.00		0.90	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.62	0.82	1.00	1.00	0.99	0.74	1.00	0.93	0.96	0.96	0.00
	8_4	0.09	0.90		1.00	0.81	1.00	0.99	0.32	1.00	1.00	0.00	0.00	0.04	0.03	0.01	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_8	0.61	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.89	1.00	1.00	0.00	0.01	0.44	0.37	0.15	0.01	0.44	0.03	0.05	0.06	0.00
	16_1	1.00	1.00	0.81	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.76	0.91	1.00	1.00	1.00	0.84	1.00	0.97	0.98	0.99	0.00
	16_2	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.09	0.21	0.93	0.90	0.70	0.14	0.93	0.37	0.46	0.48	0.00
	16_4	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.29	0.52	0.99	0.99	0.93	0.40	0.99	0.70	0.78	0.80	0.00
	32_1	1.00	1.00	0.32	0.89	1.00	1.00	1.00		0.98	0.97	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	32_2	0.83	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98		1.00	0.01	0.05	0.70	0.63	0.35	0.03	0.70	0.11	0.16	0.18	0.00
	64_1	0.82	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	1.00		0.01	0.05	0.69	0.62	0.34	0.03	0.69	0.11	0.16	0.17	0.00
Linijski graf	8_1	1.00	0.62	0.00	0.00	0.76	0.09	0.29	0.98	0.01	0.01		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.08
	8_2	1.00	0.82	0.00	0.01	0.91	0.21	0.52	1.00	0.05	0.05	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.03
	8_4	1.00	1.00	0.04	0.44	1.00	0.93	0.99	1.00	0.70	0.69	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	8_8	1.00	1.00	0.03	0.37	1.00	0.90	0.99	1.00	0.63	0.62	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_1	1.00	0.99	0.01	0.15	1.00	0.70	0.93	1.00	0.35	0.34	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
	16_2	1.00	0.74	0.00	0.01	0.84	0.14	0.40	0.99	0.03	0.03	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	1.00	0.05
	16_4	1.00	1.00	0.04	0.44	1.00	0.93	0.99	1.00	0.70	0.69	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	1.00	0.00
	32_1	1.00	0.93	0.00	0.03	0.97	0.37	0.70	1.00	0.11	0.11	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	1.00	0.01
	32_2	1.00	0.96	0.00	0.05	0.98	0.46	0.78	1.00	0.16	0.16	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00	0.00
	64_1	1.00	0.96	0.00	0.06	0.99	0.48	0.80	1.00	0.18	0.17	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		0.00
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.03	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.01	0.00	0.00	

Rezultati post-hok testova za matrice na celoj teritoriji Srbije i ukupnim putem kao parametrom generisanja nisu neophodni jer ANOVA test nije pokazao značajnu statističku razliku u varijansama. Ipak, post-hok testovi su urađeni ali ni kod jednog para matrica nije se pojavio ni jedan statistički značajan rezultat.

Rezultati dobijeni pokretanjem TSP algoritma navode na sledeće zaključke:

1. Kada je parametar optimizacije vreme, na teritoriji Beograda većina matrica dobijenih iz multigrafa daje bolje rezultate od baznih matrica i matrica dobijenih iz linijskog grafa. U slučaju veće gustine geolokacija (500 i 1000), matrice dobijene iz linijskog grafa daju bolje rezultate od baznih matrica
2. Kada je na teritoriji Beograda parametar optimizacije bio ukupno pređeni put, postoji razlika u kvalitetu između matrica dobijenih iz multigrafa i matrica dobijenih iz linijskog grafa ali je ona manje izražena, tj. ređe se pojavljuje. Pri najvećoj gustini geolokacija (1000) matrice dobijene iz linijskog grafa su bolje od baznih matrica.
3. Na teritoriji cele Srbije sa vremenom kao parametrom optimizacije, razlika između matrica generisanih iz multigrafa i matrica generisanih iz linijskog grafa je mnogo ređa (sa 500 geolokacija na teritoriji Srbije praktično i nema razlike u rezultatima). Skoro sve aproksimirane matrice dale su bolje rezultate od bazne.

4. Na teritoriji cele Srbije sa ukupnim putem kao parametrom optimizacije testovi nisu pokazali ni jednu statistički značajnu razliku u kvalitetu matrica.

Poglavlje 4

Zaključna razmatranja

Rad je posvećen analizi i razvoju efikasnih algoritama za rutiranje vozila i odabir lokacija, i algoritama za rad sa digitalnim putnim mrežama i generisanje matrica rastojanja.

Obrađeni su problemi rutiranja vozila i odabira lokacija. Predstavljena su i analizirana tri algoritma za rešavanje problema rutiranja vozila. Prvi problem obuhvata taktičko planiranje, drugi strateško planiranje, a treći strateško-taktičko planiranje sa dodatkom sinhronizacije procesa transporta sa procesom proizvodnje i skladištenja. Poslednji problem posvećen je generisanju matrice rastojanja iz putne mreže preuzetom korišćenjem internet servisa. Za svaki problem konstruisan je algoritam i definisan proces testiranja.

U ovom poglavlju izvedena su zaključna razmatranja za navedene probleme i predložena su potencijalna poboljšanja predloženih algoritama i prostor za dalje istraživanje.

4.1. Taktičko planiranje

Za potrebe rešavanja problema taktičkog planiranja konstruisana je struktura podataka i algoritam za dinamičko odabiranje satelita. Algoritam je testiran na Hombergerovim problemima sa 200 i 400 lokacija isporuke. Test primeri su grupisani prema načinu klasterizacije (klasterizovane, ravnomerno raspoređene i kombinovano raspoređene lokacije isporuke) i širini prozora (uski i široki prozori). Troškovi optimizacije odnosno krajnji rezultat primene algoritma predstavlja ukupan pređeni put svih vozila. U poređenju sa algoritmom bez mogućnosti odabiranja satelita, algoritam sa dinamičkim odabirom satelita postigao je bolje rezultate na svim grupama test primera. Na test primerima sa 200 mušterija i uskim prozorima rezultati su bolji za 2.04% do 3.91%. Na test primerima sa širokim prozorima rezultati su bolji za 2.08% do 4.53%. Na test primerima sa 400 mušterija i uskim prozorima rezultati su bolji za 0.31% do 0.88%, dok su na test primerima sa širokim prozorima rezultati bolji za 1.65% do 3.13%. Algoritam za dinamičko odabiranje satelita postigao je prosečnu uštedu od 3.49% na manjim i 2.42% na većim test primerima. Rezultati nisu dobijeni iscrpljivanjem i cilj nije bio dobiti najbolji mogući rezultat već pokazati kolika ušteda može da se očekuje ukoliko se distribucija obogati upotrebom satelita. Testiranje algoritma za dinamičko odabiranje satelita pokazalo je da upotreba satelita u planiranju transporta može dovesti do uštede u vremenu i pređenom putu vozila. Iz dobijenih rezultata može se zaključiti kakvim bi firmama ovakav pristup bio koristan. S obzirom da se upotrebom satelita

smanjuje ukupan pređeni put i potrošeno vreme, a istovremeno povećava broj ruta (za neke primere manje za neke više), za firme bi verovatno bilo najbolje kada ne bi imali svoju flotu, već kada bi posao iznajmljivali vozačima koji imaju svoja vozila. Vozače bi plaćali po pređenom kilometru jer je tu najveća ušteda.

4.2. Strateško planiranje

Drugi predstavljeni algoritam posvećen je rešavanju problema strateškog planiranja. Konkretno problem koji je analiziran je problem rutiranja i određivanja lokacija skladišta sa ograničenjima kapaciteta na vozilima. Definisana je kružna struktura podataka u kojoj su kodirane lokacije kao i univerzalna transformacija na strukturi koja može da simulira više različitih transformacija. Definisana je veličina test primera i u skladu sa veličinom test primera modelirana je dinamika hlađenja uz pomoć koje se kontroliše vreme rada algoritma. Rešenje problema predstavlja ukupne troškove koji se sastoje od troškova upotrebe skladišta, troškova upotrebe vozila i troškova pređenog puta. Algoritam je testiran na 3 standardna skupa test primera iz literature, „Tizin“, „Prodon“ i „Bareto“. Prilikom testiranja predloženog algoritma eksperiment je ponovljen preko 60.000 puta na 79 različitih test primera. Rezultati koji su postignuti uporedivi su sa rezultatima najboljih algoritama dostupnih u literaturi. Na „Tizin“ skupu test primera algoritam je postigao prosečno odstupanje od 0.5% u odnosu na najbolja poznata rešenja, na „Prodon“ skupu test primera 0.1%, dok je na „Bareto“ skupu test primera prosečno odstupanje bilo 0.0%, zaokruženo na jednu decimalu. Na test primerima manjih dimenzija, algoritam je pronalazio najbolja rešenja trošeći mnogo manje vremena od SALRP algoritma, što pokazuje da modeliranje dinamike hlađenja u skladu sa veličinom problema ima smisla.

Prednost SAGLRP algoritma je što korišćenje univerzalne transformacije sa fleksibilnom strukturom podataka vrlo lako može da se prilagodi rešavanju sličnih problema sa dodatnim ograničenjima poput vremenskih prozora. Predstavljeni algoritam može da rešava probleme proizvoljne veličine. Jedino ograničenje je veličina RAM memorije potrebne za smeštanje matrice rastojanja. Ako se koriste Euklidska rastojanja tada praktično ne postoji nikakvo ograničenje u pogledu veličine test primera

Analiza literature pokazala je da iako se metaheuristika Simulirano kaljenje često koristi za rešavanje najtežih kombinatornih problema, ona nije toliko popularna kada su u pitanju problemi rutiranja. Rezultati dobijeni u ovom radu kao i radu [83] pokazali su da korišćenje SA samostalno ili u kombinaciji sa lokalnom pretragom (SALRP) daju vidno bolje rezultate od ostalih algoritama i mogu biti vrlo uspešno korišćeni za potrebe rešavanja problema odabira lokacija i rutiranja.

4.3. Strateško-taktičko planiranje i sinhronizacija sa proizvodnjom

Treći algoritam namenjen je rešavanju strateško-taktičkog planiranja sinhronizovanog sa procesom proizvodnje i skladištenja. Problem je specifičan i bazira se na praktičnom problemu distribucije novina u Danskoj. Definisani su model čija je osnova mreža „lokacija-vreme“ u kojoj čvorovi predstavljaju i lokacije i vremena, dok grane u mreži predstavljaju prelazak iz jedne lokacije u drugu ili iz jednog trenutka u drugi. Iz definisanog modela proistekla je struktura podataka koja se sastoji iz lista zadataka koje odgovaraju vozilima prvog i drugog nivoa. Na jednu listu prvog nivoa moguće je nadovezati više lista drugog nivoa. Elementi liste su univerzalne strukture „Zadatak“ koja može da predstavlja mušteriju, prelaz iz jedne lokacije u drugu ili prelaz iz jednog trenutka u drugi u okviru iste lokacije. Definisano je 6 vrsta transformacija koje se koriste za transformisanje strukture u okviru metaheuristike Simulirano hlađenje. Raspoređivanje proizvoda na vozila vrši se uz pomoć „Preflow push“ algoritma koji se izvršava nakon svake transformacije strukture. Definisana je parametrizovana ciljna funkcija u kojoj dominantnu ulogu ima broj korišćenih vozila. Algoritam se izvršava po fazama i za svaku fazu definisane su različite vrednosti parametara. Algoritam je testiran na 3 skupa test primera. Prvi skup je namenski generisan skup test primera koji po dimenzijama odgovara stvarnim problemima iz prakse. Drugi skup je 2E-LRP skup test primera koji služi za testiranje problema rutiranja vozila i odabira lokacija u 2 nivoa. Treći skup predstavljaju problemi iz prakse. U sklopu testiranja na prvom i drugom skupu test primera algoritam je pokretan po 30 puta. Na namenski generisanim test primerima mereno je prosečno odstupanje u odnosu na najbolje dobijeno rešenje i praćena je popunjenost vozila prvog i drugog nivoa. Na 2E-LRP skupu test primera poređeni su dobijeni rezultati sa najboljim rezultatima poznatim u literaturi. Testiranje na problemima iz prakse vršeno je od strane dispečera u Danskoj. Na namenski generisanim test primerima algoritam se pokazao kao stabilan i sva prosečna odstupanja od najboljeg rešenja manja su od 5%. Najmanja prosečna odstupanja od 2.21% postignuta su u ukupnim troškovima što je i najvažnije merilo. Osim malih prosečnih odstupanja postignuta je i dobra popunjenost vozila od 87% na vozilima prvog i 93% na vozilima drugog nivoa. Na standardnim 2E-LRP test primerima postignuto je prosečno odstupanje od 2.24%. Tokom rešavanja ovi test primera pronađeno je 10 novih najboljih rešenja. Rezultat je utoliko značajniji jer algoritam nije optimizovan za rešavanje 2E-LRP test primera te u toku rešavanja izvršava operacije koje nisu potrebne i koje ga dodatno opterećuju. Testiranje algoritma u realnim uslovima od strane dispečera na praktičnim primerima distribucije novina u Danskoj pokazalo je da je moguće ostvariti uštedu od 15-25% u odnosu na postojeći proces distribucije. Na kraju, algoritam je moguće koristiti i kao alat za strateško planiranje budućih lokacija za proizvodnju i skladištenje ili izmeštanje već postojećih.

4.4. Generisanje matrica rastojanja

Poslednji obrađen problem obuhvata preuzimanja rastojanja putem internet servisa i generisanje matrica rastojanja. Predstavljen je *Algoritam konusa* koji se koristi za

preuzimanje rastojanja kao i strukture za čuvanje putne mreže. Za potrebe generisanja matrica korišćene su geolokacije sa teritorije Beograda i teritorije Srbije. Test primeri sadrže po 200, 500 i 1000 geolokacija sa obe teritorije. Generisano je 12 baznih matrica rastojanja iz putnih mreža preuzetih grubom silom kao i 240 aproksimiranih matrica rastojanja generisanih iz putnih mreža preuzetih algoritmom konusa. Dobijene aproksimirane matrice testirane su u odnosu na baze na 4 načina. Prva 3 načina su direktna i podrazumevaju poređenje odgovarajućih rastojanja u baznim i aproksimiranim matricama. Poslednji način testiranja je indirektna i predstavlja poređenje rezultata dobijenih primenom softvera za rutiranje koji kao ulaz koristi rastojanja iz baznih i aproksimiranih matrica.

U odnosu na rastojanja dobavljena grubom silom korišćenje algoritma konusa omogućuje smanjenje broja poziva internet servisa. U zavisnosti od teritorije, broja geolokacija i parametara algoritma, moguće je bilo smanjiti broj poziva na svega 2.4% u odnosu na ukupan broj poziva potrebnih za dobavljanje putne mreže grubom silom.

Direktni testovi na kompletnim matricama pokazali su da algoritam konusa generiše bolje aproksimirane matrice ako se koristi veći broj konusa. Istovremeno, algoritam bolje aproksimira matrice kada je prioritet generisanja pređeni put. Matrice koje su generisane iz multigrafa dale su bolje rezultate od matrica generisanih iz linijskog grafa iz razloga što u multigraf nije moguće inkorporirati sva saobraćajna pravila poput zabranjenog skretanja ulevo. Analiza rastojanja u aproksimiranim matricama pokazala je da je moguće generisati oko 50% skoro optimalnih (razlika manja od 1 promila) rastojanja kada je parametar generisanja vreme i oko 80% skoro optimalnih rastojanja kada je parametar generisanja pređeni put. Kvalitet rastojanja zavisi i od Euklidske udaljenosti između geolokacija. Kod jako bliskih i jako dalekih geolokacija, aproksimirane matrice daju rastojanja koja nisu lošija nego kod baznih matrica. Dobar kvalitet aproksimiranih rastojanja za bliske geolokacije je direktna posledica algoritma koji je i dizajniran sa ciljem da što bolje aproksimira bliska rastojanja. Kod rastojanja između udaljenih geolokacija dominantnu ulogu imaju autoputevi i regionalni putevi kojih nema mnogo, pa vozila i nemaju mnogo izbora. Iako testovi kompletnih matrica pokazuju da algoritam konusa bolje aproksimira prostorna rastojanja između geolokacija, testovi na malim rastojanjima između geolokacija pokazali su da u tom slučaju bolje rezultate daju matrice koje su generisane kada je kriterijum preuzimanja rastojanja bio utrošeno vreme. Razlog za takvo ponašanje je verovatno u slabijem kvalitetu baznih matrica preuzetih po kriterijumu za ukupno vreme. U mnogim slučajevima aproksimirane matrice dobijene iz linijskog grafa daju bolja rastojanja od baznih matrica. Kako se unapred ne zna redosled obilazaka geolokacija nije moguće optimalno preuzimanje bazne matrice. Generisanje aproksimiranih matrica korišćenjem algoritma konusa i Dijkstra algoritma uspeva da premosti neke od nedostataka baznih matrica.

Indirektno testiranje rastojanja na realnim primerima rešavanjem Problema trgovačkog putnika pokazalo je da matrica rastojanja ne mora da bude optimalna da bi se uspešno koristila za rutiranje vozila. Kod problema rutiranja gde je broj mogućih ruta jako velik,

postoji mnogo različitih rešenja koja su blizu optimalnog. Algoritam je fleksibilan i uspeva da pronađe rute u kojima su baš ona rastojanja koja su dovoljno dobro aproksimirana. Statistički testovi su pokazali da se na velikoj teritoriji (cela Srbija) skoro sve matrice i aproksimirane i bazne ponašaju isto. Na manjoj teritoriji (Beograd), statistički najčešće najbolje rezultate dao je algoritam konusa sa najvećim brojem povezanih geolokacija (64).

Kako je dobavljanje kompletnih matrica dugotrajan i ponekad skup proces, jedan od načina da se proces ubrza i pojeftini je da se koriste aproksimirane matrice. Uzimajući u obzir sve testove, direktne i indirektno, može se zaključiti da korišćenje aproksimiranih matrica ne utiče negativno na kvalitet onih rastojanja koja su softveru neophodna za optimizaciju. Korišćenje aproksimiranih matrica može da donese značajnu uštedu u pogledu vremena i troškova preuzimanja rastojanja. Za teritoriju sa 1000 geolokacija i 64 konusa kao parametrom algoritma za preuzimanje rastojanja moguće je ostvariti uštedu od 93% do 94% u broju poziva. Za više geolokacija ušteda može biti i veća. Za veće teritorije sa manjom gustinom geolokacija moguće je, najviše zbog jednostavnosti, koristiti aproksimirane matrice generisane iz multigrafa iako one poseduju određene nedostatke. Za manje teritorije gde je gustina veća i gde je vreme bitan faktor bolje je koristiti matrice generisane iz linijskog grafa. Konačno, testovi su pokazali da ne postoji ni jedan razlog zbog kojeg bi za rešavanje problema rutiranja bazne matrice generisane grubom silom na način koji je opisan imale prednost u odnosu na aproksimirane matrice rastojanja.

4.5. Moguća poboljšanja i dalje istraživanje

U algoritmu za taktičko planiranje korišćena je samo jedna vrsta transformacija koja podrazumeva premeštanje čvora sa jedne pozicije u stablu na drugu. Osim korišćene transformacije moguće je iskoristiti i transformacije poput zamene čvorova i inverzije. Algoritam se bolje pokazao na manjim test primerima i to je verovatno posledica toga što su i manji i veći test primeri testirani sa istim parametrima. Dobro bi bilo preveriti da li usklađivanje dinamike hlađenja sistema sa veličinom test primera u metaheuristici Simulirano kaljenje daje bolje rezultate.

Kod algoritma za strateško planiranje struktura za predstavljanje lokacija i vozila dozvoljava jednostavno proširivanje problema bez velikih izmena. Generička transformacija se pokazala kao dobro rešenje jer može da se primeni na bilo kojem delu strukture. Jedno od mogućih proširenja bi bilo dodavanje više vrsta proizvoda i više vrsta kapaciteta. Moguće je i proširivanje mušterija vremenskim prozorima. Uz manje izmene kružna struktura može se korigovati tako da mogu da se rešavaju i problemi u više nivoa.

Problem strateško-taktičkog planiranja sinhronizovanog sa proizvodnjom je već u startu prilično sveobuhvatan i kompleksan i nema mnogo prostora za proširenje. Posebna poteškoća je što ne postoje standardni test primeri niti rezultati za poređenje. U tom smislu

korisno bi bilo bar približno odrediti donju granicu rešenja test primera kako bi se objektivnije mogao oceniti kvalitet algoritma.

Aproksimirane matrice pokazale su se dobro na primeru rešavanja Problema trgovačkog putnika koji je izabran zato što predstavlja osnovu svih problema rutiranja. Generisane matrice mogle bi se testirati i kao ulaz u softver koji rešava komplikovanije probleme rutiranja. U putnim mrežama ne važe sva rastojanja jednako za sve vrste vozila. Velika vozila često nemaju pristup jezgru grada i ne mogu da idu svim putevima kojima mogu da idu manja vozila. Grafovi koji se koriste za čuvanje putnih mreža mogu se proširiti tako da grane imaju više atributa koji odgovaraju različitim tipovima vozila.

Svi predstavljeni algoritmi provereni su u praksi i omogućavaju određenu uštedu resursa zbog čega su se još uvek koriste u sklopu softvera „RouteCore“ i „RouteHorizon“. Algoritam konusa deo je patenta prijavljenog u Norveškoj pod rednim brojem 20151236.

Bibliografija

1. Albareda-Sambola, M., Díaz, J. A., & Fernández, E. (2005). A compact model and tight bounds for a combined location-routing problem. *Computers & operations research*, 32(3), 407-428.
2. Bala, K. (2010). Optimizacija rutiranja vozila sa vremenskim ograničenjima
3. Bala, K., Brcanov, D., & Gvozdenovic, N. (2010). Meeting points positioning in Newspaper distribution. *Euro Working Group on Locational Analysis*, 65, 5.
4. Bala, K., Brcanov, D., & Gvozdenović, N. (2013, November). Finding Locations of Distribution Centres with Time Window restricted Customer Requests. In *Proceedings of the 1st Logistics International Conference, Belgrade, Serbia* (pp. 26-29).
5. Bala, K., Brcanov, D., & Gvozdenović, N. (2015). Solving Vehicle Routing Problems via Single Generic Transformation Approach. In *Proceedings of the 2nd Logistics International Conference* (pp. 38-42).
6. Bala, K., Brcanov, D., & Gvozdenović, N. (2016). Using simple simulated annealing with generic transformation to solve capacitated location routing problems. *Anali Ekonomskog fakulteta u Subotici*, (36), 177-193.
7. Bala, K., Brcanov, D., & Gvozdenović, N. (2017). Two-echelon location routing synchronized with production schedules and time windows. *Central European Journal of Operations Research*, 25(3), 525-543.
8. Bala, K., Brcanov, D., & Gvozdenović, N. (2011). Where to place cross-docking points?. *SOR'11 Proceedings*, 317.
9. Bala, K., Gvozdenović, N. (2014, October). Simplified Simulated Annealing metaheuristic for the Capacitated Location Routing Problem. In *SWORDS 2014 - Szeged WORKshop on Discrete Structures* (<http://www.domlab.hu/swords2014/abstract>).
10. Bala, K., Gvozdenović, N., & Mirkov, N. (2013, January). Extracting a transit geopoint set from routing API. In *Proceedings of the 12th International Symposium on Operational Research in Slovenia, SOR 2013*.
11. Barnhart, C., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Savelsbergh, M. W., & Vance, P. H. (1998). Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations research*, 46(3), 316-329.
12. Barreto, S., Ferreira, C., Paixao, J., & Santos, B. S. (2007). Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 968-977.
13. Bast, H., Funke, S., Sanders, P., & Schultes, D. (2007). Fast routing in road networks with transit nodes. *Science*, 316(5824), 566-566.

14. Belenguer, J. M., Benavent, E., Prins, C., Prodhon, C., & Calvo, R. W. (2011). A branch-and-cut method for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research*, 38(6), 931-941.
15. Bent, R., & Van Hentenryck, P. (2004). A two-stage hybrid local search for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, 38 (4), 515-530.
16. Boccia, M., Crainic, T. G., Sforza, A., & Sterle, C. (2010, May). A metaheuristic for a two echelon location-routing problem. In *International Symposium on Experimental Algorithms* (pp. 288-301). Springer, Berlin, Heidelberg.
17. Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005). Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms. *Transportation science*, 39(1), 104-118.
18. Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005). Vehicle routing problem with time windows, Part II: Metaheuristics. *Transportation science*, 39(1), 119-139.
19. Brcanov, D. (2013). Modelovanje i konstrukcija algoritama za optimizaciju troškova u distributivnim sistemima. Doktorski rad.
20. Bruns, A. (1998). Zweistufige Standortplanung unter Berücksichtigung von Tourenplanungsaspekten: primale Heuristiken und lokale Suchverfahren (Doctoral dissertation, Difo-Druck GmbH).
21. Chen, H., Flann, N. S., & Watson, D. W. (1998). Parallel genetic simulated annealing: a massively parallel SIMD algorithm. *IEEE transactions on parallel and distributed systems*, 9(2), 126-136.
22. Christofides, N. (1976). *Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem*. Carnegie-Mellon Univ Pittsburgh Pa Management Sciences Research Group
23. Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), 568-581.
24. Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to algorithms*. MIT press.
25. Contardo, C., Hemmelmayr, V., & Crainic, T. G. (2012). Lower and upper bounds for the two-echelon capacitated location-routing problem. *Computers & operations research*, 39(12), 3185-3199.
26. Crainic, T. G., Mancini, S., Perboli, G., & Tadei, R. (2011, April). Multi-start heuristics for the two-echelon vehicle routing problem. In *European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization* (pp. 179-190). Springer, Berlin, Heidelberg.
27. Černý, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of optimization theory and applications*, 45(1), 41-51.
28. Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6 (1), 80-91.

29. Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1), 269-271.
30. Dorigo, M. (1992). Optimization, learning and natural algorithms [Ph. D. thesis]. Politecnico di Milano, Italy.
31. Dresch, A., Lacerda, D. P., & Antunes, J. A. V. (2015). Design science research. In *Design science research* (pp. 67-102). Springer, Cham.
32. Drexler, M., & Schneider, M. (2015). A survey of variants and extensions of the location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 241(2), 283-308.
33. Duhamel, C., Lacomme, P., Prins, C., & Prodhon, C. (2008, October). A memetic approach for the capacitated location routing problem. In *Proceedings of the 9th EU/Meeting on Metaheuristics for Logistics and Vehicle Routing*, Troyes, France (Vol. 38, p. 39).
34. Feo, T. A., & Resende, M. G. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, 6(2), 109-133.
35. Floyd, R. W. (1962). Algorithm 97: shortest path. *Communications of the ACM*, 5(6), 345.
36. Gehring, H., & Homberger, J. (1999, May). A parallel hybrid evolutionary metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows. In *Proceedings of EUROGEN99* (Vol. 2, pp. 57-64). Springer Berlin.
37. Geman, S., & Geman, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, (6), 721-741.
38. Gonzalez-Feliu, J., Perboli, G., Tadei, R., & Vigo, D. (2008). The two-echelon capacitated vehicle routing problem.
39. Govindan, K., Jafarian, A., Khodaverdi, R., & Devika, K. (2014). Two-echelon multiple-vehicle location–routing problem with time windows for optimization of sustainable supply chain network of perishable food. *International Journal of Production Economics*, 152, 9-28.
40. Gvozdenović, N., Bala, K., Bošnjak, S., & Mirkov, N. (2014, October). Distance matrix generation via linear road sampling. In *SWORDS 2014 - Szeged WORKshop on Discrete Structures* (<http://www.domlab.hu/swords2014/abstracts.html>).
41. Hansen, P., Mladenović, N., & Pérez, J. A. M. (2010). Variable neighbourhood search: methods and applications. *Annals of Operations Research*, 175(1), 367-407.
42. Hart, P. E., Nilsson, N. J., & Raphael, B. (1968). A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. *IEEE transactions on Systems Science and Cybernetics*, 4(2), 100-107.
43. Jacobsen, S. K., & Madsen, O. B. (1980). A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem. *European Journal of Operational Research*, 5(6), 378-387.

44. Karp, R. M. (1972). Reducibility among combinatorial problems. In *Complexity of computer computations* (pp. 85-103). Springer, Boston, MA.
45. Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995, November). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.
46. Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598), 671-680.
47. Kulin, H. W., & Kuenne, R. E. (1962). An efficient algorithm for the numerical solution of the generalized Weber problem in spatial economics. *Journal of Regional Science*, 4(2), 21-33.
48. Land, A. H., & Doig, A. G. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*. v28.
49. Laporte, G., & Nobert, Y. (1981). An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location. *European Journal of Operational Research*, 6 (2), 224-226.
50. Laporte, G., Nobert, Y., & Arpin, D. (1986). An exact algorithm for solving a capacitated location-routing problem. *Annals of Operations Research*, 6(9), 291-310.
51. Lipton, R. J., & Tarjan, R. E. (1979). A separator theorem for planar graphs. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 36(2), 177-189.
52. Lourenço, H. R., Martin, O. C., & Stützle, T. (2019). Iterated local search: Framework and applications. In *Handbook of metaheuristics* (pp. 129-168). Springer, Cham.
53. Madsen, O. B. (1983). Methods for solving combined two level location-routing problems of realistic dimensions. *European Journal of Operational Research*, 12(3), 295-301.
54. Maue, J., Sanders, P., & Matijevic, D. (2010). Goal-directed shortest-path queries using precomputed cluster distances. *Journal of Experimental Algorithmics (JEA)*, 14, 3-2.
55. McKinnon, A. C., & Woodburn, A. (1996). Logistical restructuring and road freight traffic growth. *Transportation*, 23 (2), 141-161.
56. Nagy, G., & Salhi, S. (2007). Location-routing: Issues, models and methods. *European journal of operational research*, 177(2), 649-672.
57. Nguyen, V. P., Prins, C., & Prodhon, C. (2012). A multi-start iterated local search with tabu list and path relinking for the two-echelon location-routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(1), 56-71.
58. Nguyen, V. P., Prins, C., & Prodhon, C. (2012). Solving the two-echelon location routing problem by a GRASP reinforced by a learning process and path relinking. *European Journal of Operational Research*, 216(1), 113-126.
59. Nourani, Y., & Andresen, B. (1998). A comparison of simulated annealing cooling strategies. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 31(41), 8373.
60. Padberg, M., & Rinaldi, G. (1991). A branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems. *SIAM review*, 33(1), 60-100.

61. Pao, D. C. W., Lam, S. P., & Fong, A. S. (1999). Parallel implementation of simulated annealing using transaction processing. *IEE Proceedings-Computers and Digital Techniques*, 146(2), 107-113.
62. Perboli, G., Tadei, R., & Vigo, D. (2011). The two-echelon capacitated vehicle routing problem: models and math-based heuristics. *Transportation Science*, 45(3), 364-380.
63. Pohl, I. (1969). BI-DIRECTIONAL AND HEURISTIC SEARCH IN PATH PROBLEMS (No. SLAC-104). Stanford Linear Accelerator Center, Calif.
64. Prins, C., Prodhon, C., & Calvo, R. W. (2006). Solving the capacitated location-routing problem by a GRASP complemented by a learning process and a path relinking. *4OR*, 4(3), 221-238.
65. Prins, C., Prodhon, C., Ruiz, A., Soriano, P., & Wolfler Calvo, R. (2007). Solving the capacitated location-routing problem by a cooperative Lagrangean relaxation-granular tabu search heuristic. *Transportation Science*, 41(4), 470-483.
66. Qi, M., Lin, W. H., Li, N., & Miao, L. (2012). A spatiotemporal partitioning approach for large-scale vehicle routing problems with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(1), 248-257.
67. Russell, R., Chiang, W. C., & Zepeda, D. (2008). Integrating multi-product production and distribution in newspaper logistics. *Computers & Operations Research*, 35(5), 1576-1588.
68. Sampson, J. R. (1976). *Adaptation in natural and artificial systems* (John H. Holland).
69. Sanders, P., & Schultes, D. (2005, October). Highway hierarchies hasten exact shortest path queries. In *European Symposium on Algorithms* (pp. 568-579). Springer, Berlin, Heidelberg.
70. Schultes, D. (2005). Fast and exact shortest path queries using highway hierarchies. Master-Arbeit, Universität des Saarlandes, Saarbrücken.
71. Schultes, D. (2008, February). Route Planning in Road Networks. In *Ausgezeichnete Informatikdissertationen* (pp. 271-280).
72. Сердюков, А. И. (1978). О некоторых экстремальных обходах в графах. *Дискретный анализ и исследование операций*, (17), 76-79.
73. Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, 35(2), 254-265.
74. Srivastava, R., & Benton, W. C. (1990). The location-routing problem: considerations in physical distribution system design. *Computers & Operations Research*, 17(5), 427-435.
75. Storn, R., & Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11(4), 341-359.
76. Toro, E., Escobar, A., & Granada, M. (2016). Literature Review on the Vehicle Routing Problem in the Green Transportation Context. *Luna Azul*, 42 (1), 362 – 387.
77. Toth, P., & Vigo, D. (2001, January). An overview of vehicle routing problems. In *The vehicle routing problem* (pp. 1-26). Society for Industrial and Applied Mathematics.

78. Toth, P., & Vigo, D. (Eds.). (2002). The vehicle routing problem. Society for Industrial and Applied Mathematics.
79. Tuzun, D., & Burke, L. I. (1999). A two-phase tabu search approach to the location routing problem. *European journal of operational research*, 116(1), 87-99.
80. U.S. Environmental Protection Agency (EPA), Available at: <https://www.epa.gov/ghgemissions/sources-greenhouse-gas-emissions>. Accessed February, 1, 2017.
81. Vaishnavi, V. K., & Kuechler, W. (2015). *Design science research methods and patterns: innovating information and communication technology*. Crc Press.
82. Van Buer, M. G., Woodruff, D. L., & Olson, R. T. (1999). Solving the medium newspaper production/distribution problem. *European Journal of Operational Research*, 115(2), 237-253.
83. Vincent, F. Y., Lin, S. W., Lee, W., & Ting, C. J. (2010). A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 58(2), 288-299.
84. Voigt, B. F. (1831). *Der Handlungsreisende, wie er sein soll und was er zu thun hat, um Aufträge zu erhalten und eines glücklichen Erfolgs in seinen Geschäften gewiss zu sein*. Commis-Voageur, Ilmenau.
85. Wu, T. H., Low, C., & Bai, J. W. (2002). Heuristic solutions to multi-depot location-routing problems. *Computers & Operations Research*, 29(10), 1393-1415.

Spisak slika

SLIKA 1: ILUSTRACIJA PROBLEMA TRGOVAČKOG PUTNIKA (A); UOPŠTENJE PROBLEMA TRGOVAČKOG PUTNIKA (B)	16
SLIKA 2: ILUSTRACIJA PONAŠANJA SA METAHEURISTIKE	19
SLIKA 3: KLASIFIKACIJA PROBLEMA RUTIRANJA	21
SLIKA 4: PROBLEM RUTIRANJA VOZILA SA CENTRALNIM SKLADIŠTEM (A); PROBLEM RUTIRANJA VOZILA SA IZBOROM SATELITA (B)	25
SLIKA 5: PROBLEM RUTIRANJA VOZILA SA IZBOROM SKLADIŠTA (A); IZBOROM SATELITA I SKLADIŠTA (B)	25
SLIKA 6: PROBLEM RUTIRANJA VOZILA, ODABIRA LOKACIJA I SINHRONIZACIJE SA PROIZVODNJOM	26
SLIKA 7: SHEMATSKI PRIKAZ PROBLEMA TAKTIČKOG PLANIRANJA	27
SLIKA 8: EUKLIDSKO RASTOJANJE IZMEĐU DVE GEOLOKACIJE (A); MENHETN RASTOJANJA IZMEĐU DVE GEOLOKACIJE (B)	34
SLIKA 9: SHEMATSKI PRIKAZ PROBLEMA (A); STRUKTURA STABLA (B)	38
SLIKA 10: PRIMER PRAVOG SATELITA U STABLU (A); PRIMER LAŽNOG SATELITA U STABLU (B)	38
SLIKA 11: PRIMER TRANSFORMACIJE U STABLU	39
SLIKA 12: TEST PRIMERI GRUPE C (A); GRUPE R (B); GRUPE RC (C)	39
SLIKA 13: KRUŽNA LISTA SA MARKERIMA	45
SLIKA 14: KODIRANJE MARKERA U KRUŽNU LISTU	46
SLIKA 15: TRANSFORMACIJE PREBACIVANJE ČVORA (A); ZAMENA ČVOROVA (B); INVERZIJA DELA LISTE (C)	46
SLIKA 16: GENERIČKA TRANSFORMACIJA	47
SLIKA 17: GENERIČKA TRANSFORMACIJA (ZAMENA MARKERA JEDAN ZA VIŠE)	47
SLIKA 18: NULTA TRANSFORMACIJA	48
SLIKA 19: INVERZIJA	48
SLIKA 20: ZAMENA MARKERA JEDAN ZA JEDAN	49
SLIKA 21: ZAMENA MARKERA VIŠE ZA VIŠE	49
SLIKA 22: PREBACIVANJE JEDNOG ILI VIŠE MARKERA	50
SLIKA 23: VREMENA POSEĆIVANJA OBJEKATA	58
SLIKA 24: MODEL, MREŽA LOKACIJA-VREME	60
SLIKA 25: SHEMA ZADATAKA (A); ZADATAK TIPA 1 (B)	61
SLIKA 26: ZADATAK TIPA 2 (A); TIPA 3 (B)	62
SLIKA 27: REPREZENTACIJA PLANA ZADATAKA	63
SLIKA 28: LISTA ZADATAKA PRVOG NIVOVA DISTRIBUCIJE	64
SLIKA 29: LISTA ZADATAKA DRUGOG NIVOVA DISTRIBUCIJE	64
SLIKA 30: PROBLEM RASPOREĐIVANJE NOVINA	66
SLIKA 31: „PREFLOW-PUSH“ ALGORITAM KAPACITET GRANA (A); MAKSIMALNI PROTOK (B)	67
SLIKA 32: PRIMER POTRAŽNJE NOVINA OD STRANE MUŠTERIJA	67
SLIKA 33: ZAMENA KOMPLETNE LISTE DRUGOG NIVOVA	69
SLIKA 34: ZAMENA KOMPLETNE LISTE PRVOG NIVOVA	70
SLIKA 35: UKRŠTANJE LISTA DRUGOG NIVOVA	70
SLIKA 36: FAZE ALGORITMA	74
SLIKA 37: RUTA VOZILA KOJE OBILAZI TRI GEOLOKACIJE U KONTINUITETU	79
SLIKA 38: RUTA VOZILA KOJE OBILAZI TRI GEOLOKACIJE SA PREKIDOM U GEOLOKACIJI B	80
SLIKA 39: PRIMER REDOSLEDA OBILAZAKA GEOLOKACIJA PRILIKOM PAKOVANJA PODRUTA	81
SLIKA 40: PRIMER ODGOVORA BING MAPS INTERNET SERVISA	84
SLIKA 41: PRIMER POVEZIVANJA BLISKIH GEOLOKACIJA (A); KLASTERIZOVANIH GEOLOKACIJA (B)	85
SLIKA 42: NERAVNOMERNO RASPOREĐENE GEOLOKACIJE (A); PODELA 2-D PROSTORA NA KONUSE JEDNAKIH VELIČINA	86
SLIKA 43: PRIMER MODELIRANJA - PUTNE MREŽE MULTIGRAFOM (A); ZABRANJENOG SKRETANJA ULEVO (B)	88
SLIKA 44: NEUSMERENI GRAF (A); PRETVARANJE GRANA U ČVOROVE (B); POVEZIVANJE ČVOROVA (C); LINIJSKI GRAF (D)	89
SLIKA 45: MULTIGRAF BEZ ZABRANJENOG SKRETANJA ULEVO (A); LINIJSKI GRAF SA ZABRANJENIM SKRETANJEM (B)	90
SLIKA 46: PRIKAZ POZICIJA GEOLOKACIJA NA MAPI	91

Spisak tabela

TABELA 1: SPISAK TEST PRIMERA	40
TABELA 2: REZULTATI NA TEST PRIMERIMA SA 200 MUŠTERIJA.....	41
TABELA 3: REZULTATI NA TEST PRIMERIMA SA 400 MUŠTERIJA.....	42
TABELA 4: KUMULATIVNI REZULTATI NA TEST PRIMERIMA SA 200 MUŠTERIJA	44
TABELA 5: KUMULATIVNI REZULTATI NA TEST PRIMERIMA SA 400 MUŠTERIJA	44
TABELA 6: SPISAK TEST PRIMERA	50
TABELA 7: PRIMER IZRAČUNAVANJA PARAMETRA β_k	52
TABELA 8: REZULTATI NA „TIZIN“ SKUPU TEST PRIMERA.....	54
TABELA 9: REZULTATI NA „PRODON“ SKUPU TEST PRIMERA.....	54
TABELA 10: REZULTATI NA „BARETO“ SKUPU TEST PRIMERA.....	55
TABELA 11: ZBIRNI REZULTATI ZA SVA 3 SKUPA TEST PRIMERA.....	56
TABELA 12: VREMENA POLAZAKA I DOLAZAKA VOZILA	65
TABELA 13: RASTOJANJA IZMEĐU OBJEKATA.....	68
TABELA 14: PRIMER PLANA DISTRIBUCIJE.....	68
TABELA 15: SPISAK NAMENSKI GENERISANIH TEST PRIMERA	71
TABELA 16: SPISAK 2E-LRP TEST PRIMERA	72
TABELA 17: PARAMETRI ALGORITMA	73
TABELA 18: REZULTATI ZA NAMENSKI GENERISANE TEST PRIMERE	75
TABELA 19: REZULTATI ZA 2E-LRP TEST PRIMERE	77
TABELA 20: TERITORIJE I BROJ ODABRANIH GEOLOKACIJA.....	90
TABELA 21: SPISAK BAZNIH MATRICA	92
TABELA 22: SPISAK APROKSIMIRANIH MATRICE	92
TABELA 23: BROJ POZIVA SERVISA ZA 8 BIRANIH GEOLOKACIJA PO KONUSU	95
TABELA 24: BROJ POZIVA SERVISA ZA 16 BIRANIH GEOLOKACIJA PO KONUSU	95
TABELA 25: BROJ POZIVA SERVISA ZA 32 BIRANE GEOLOKACIJE PO KONUSU.....	96
TABELA 26: BROJ POZIVA SERVISA ZA 64 BIRANE GEOLOKACIJE PO KONUSU.....	97
TABELA 27: BROJ NAJLOŠIJIH I NAJBOLJIH REZULTATA U ZAVISNOSTI OD PARAMETARA	119
TABELA 28: ANOVA TEST	122
TABELA 29: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA VREMENSKA RASTOJANJA NA 200 GEOLOKACIJA U BEOGRADU	123
TABELA 30: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA VREMENSKA RASTOJANJA NA 500 GEOLOKACIJA U BEOGRADU	123
TABELA 31: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA VREMENSKA RASTOJANJA NA 1000 GEOLOKACIJA U BEOGRADU	124
TABELA 32: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA PROSTORNA RASTOJANJA NA 200 GEOLOKACIJA U BEOGRADU	125
TABELA 33: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA PROSTORNA RASTOJANJA NA 500 GEOLOKACIJA U BEOGRADU	126
TABELA 34: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA PROSTORNA RASTOJANJA NA 1000 GEOLOKACIJA U BEOGRADU	126
TABELA 35: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA VREMENSKA RASTOJANJA NA 200 GEOLOKACIJA U SRBIJI.....	127
TABELA 36: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA VREMENSKA RASTOJANJA NA 500 GEOLOKACIJA U SRBIJI.....	128
TABELA 37: REZULTATI POST-HOK TESTOVA ZA VREMENSKA RASTOJANJA NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI.....	128

Spisak grafikona

GRAFIKON 1: ODNOS RASTOJANJA APROKSIMIRANIH I BAZNIH MATRICA NA 200 GEOLOKACIJA U BEOGRADU - VREMENSKIH (A); PROSTORNIH (B)	99
GRAFIKON 2: ODNOS RASTOJANJA APROKSIMIRANIH I BAZNIH MATRICA NA 200 GEOLOKACIJA U SRBIJI - VREMENSKIH (A); PROSTORNIH (B)	99
GRAFIKON 3: ODNOS RASTOJANJA APROKSIMIRANIH I BAZNIH MATRICA NA 500 GEOLOKACIJA U BEOGRADU - VREMENSKIH (A); PROSTORNIH (B)	100
GRAFIKON 4: ODNOS RASTOJANJA APROKSIMIRANIH I BAZNIH MATRICA NA 500 GEOLOKACIJA U SRBIJI - VREMENSKIH (A); PROSTORNIH (B)	100
GRAFIKON 5: ODNOS RASTOJANJA APROKSIMIRANIH I BAZNIH MATRICA NA 1000 GEOLOKACIJA U BEOGRADU - VREMENSKIH (A); PROSTORNIH (B)	101
GRAFIKON 6: ODNOS RASTOJANJA APROKSIMIRANIH I BAZNIH MATRICA NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI - VREMENSKIH (A); PROSTORNIH (B)	101
GRAFIKON 7: PROCENAT VREMENSKIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 500 GEOLOKACIJA U BEOGRADU (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	104
GRAFIKON 8: PROCENAT PROSTORNIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 500 GEOLOKACIJA U BEOGRADU (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	104
GRAFIKON 9: PROCENAT VREMENSKIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 500 GEOLOKACIJA U SRBIJI (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	105
GRAFIKON 10: PROCENAT PROSTORNIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 500 GEOLOKACIJA U SRBIJI (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	105
GRAFIKON 11: PROCENAT VREMENSKIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 1000 GEOLOKACIJA U BEOGRADU (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	106
GRAFIKON 12: PROCENAT PROSTORNIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 1000 GEOLOKACIJA U BEOGRADU (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	106
GRAFIKON 13: PROCENAT VREMENSKIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	107
GRAFIKON 14: PROCENAT PROSTORNIH RASTOJANJA KOJA UPADAJU U ODREĐENI INTERVAL NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI (A); KUMULATIVNI PRIKAZ (B)	107
GRAFIKON 15: ODSUPANJA VREMENSKIH RASTOJANJA U ODNOSU NA UDALJENOST NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI	109
GRAFIKON 16: ODSUPANJA PROSTORNIH RASTOJANJA U ODNOSU NA UDALJENOST NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI	110
GRAFIKON 17: ODSUPANJA PROSTORNIH RASTOJANJA U ODNOSU NA UDALJENOST NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI (UVELIČAN PRIKAZ)	110
GRAFIKON 18: ODSUPANJA VREMENSKIH RASTOJANJA NA UDALJENOSTI DO 2KM NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI ZA MULTIGRAF (A); LINIJSKI GRAF (B)	111
GRAFIKON 19: ODSUPANJA PROSTORNIH RASTOJANJA NA UDALJENOSTI DO 2KM NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI ZA MULTIGRAF (A); LINIJSKI GRAF (B)	111
GRAFIKON 20: ODSUPANJA VREMENSKIH RASTOJANJA NA UDALJENOSTI DO 2KM NA 1000 GEOLOKACIJA U BEOGRADU ZA MULTIGRAF (A); LINIJSKI GRAF (B)	112
GRAFIKON 21: ODSUPANJA VREMENSKIH RASTOJANJA NA UDALJENOSTIMA VEĆIM OD 200KM NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI ZA MULTIGRAF (A); LINIJSKI GRAF (B)	112
GRAFIKON 22: ODSUPANJA PROSTORNIH RASTOJANJA NA UDALJENOSTIMA VEĆIM OD 200KM NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI ZA MULTIGRAF (A); LINIJSKI GRAF (B)	113
GRAFIKON 23: ODSUPANJA VREMENSKIH RASTOJANJA NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI NA RASTOJANJIMA DO 2KM (A); PREKO 200KM (B)	114
GRAFIKON 24: ODSUPANJA PROSTORNIH RASTOJANJA NA 1000 GEOLOKACIJA U SRBIJI NA RASTOJANJIMA DO 2KM (A); PREKO 200KM (B)	114

GRAFIKON 25: ODNOSI PROSEČNIH REZULTATA NA 200 LOKACIJA U BEOGRADU DOBIJENIH OPTIMIZACIJOM VREMENA (A); PUTA (B)	116
GRAFIKON 26: ODNOSI PROSEČNIH REZULTATA NA 500 LOKACIJA U BEOGRADU DOBIJENIH OPTIMIZACIJOM VREMENA (A); PUTA (B)	116
GRAFIKON 27: ODNOSI PROSEČNIH REZULTATA NA 1000 LOKACIJA U BEOGRADU DOBIJENIH OPTIMIZACIJOM VREMENA (A); PUTA (B)	117
GRAFIKON 28: ODNOSI PROSEČNIH REZULTATA NA 200 LOKACIJA U SRBIJI DOBIJENIH OPTIMIZACIJOM VREMENA (A); PUTA (B).....	117
GRAFIKON 29: ODNOSI PROSEČNIH REZULTATA NA 500 LOKACIJA U SRBIJI DOBIJENIH OPTIMIZACIJOM VREMENA (A); PUTA (B).....	118
GRAFIKON 30: ODNOSI PROSEČNIH REZULTATA NA 1000 LOKACIJA U SRBIJI DOBIJENIH OPTIMIZACIJOM VREMENA (A); PUTA (B)...	118

Овај Образац чини саставни део докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта који се брани на Универзитету у Новом Саду. Попуњен Образац укоричити иза текста докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта.

План третмана података

Назив пројекта/истраживања
Алгоритми стратешког планирања и оптимизације транспорта
Назив институције/институција у оквиру којих се спроводи истраживање
а) Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду б) в)
Назив програма у оквиру ког се реализује истраживање
Индустријско инжењерство и инжењерски менаџмент - докторска дисертација
1. Опис података
<i>1.1 Врста студије</i> <i>Укратко описати тип студије у оквиру које се подаци прикупљају</i> У овој студији нису прикупљани подаци <hr/> <hr/>
<i>1.2 Врсте података</i>

а) квантитативни

б) квалитативни

1.3. Начин прикупљања података

а) анкете, упитници, тестови

б) клиничке процене, медицински записи, електронски здравствени записи

в) генотипови: навести врсту _____

г) административни подаци: навести врсту _____

д) узорци ткива: навести врсту _____

ђ) снимци, фотографије: навести врсту _____

е) текст, навести врсту _____

ж) мапа, навести врсту _____

з) остало: описати _____

1.3 Формат података, употребљене скале, количина података

1.3.1 Употребљени софтвер и формат датотеке:

а) Excel фајл, датотека _____

б) SPSS фајл, датотека _____

в) PDF фајл, датотека _____

г) Текст фајл, датотека _____

д) JPG фајл, датотека _____

е) Остало, датотека _____

1.3.2. Број записа (код квантитативних података)

а) број варијабли _____

б) број мерења (испитаника, процена, снимака и сл.) _____

1.3.3. Поновљена мерења

а) да

б) не

Уколико је одговор да, одговорити на следећа питања:

а) временски размак измедју поновљених мера је

б) варијабле које се више пута мере односе се на _____

в) нове верзије фајлова који садрже поновљена мерења су именоване као _____

Напомене: _____

Да ли формати и софтвер омогућавају дељење и дугорочну валидност података?

а) Да

б) Не

Ако је одговор не, образложити

2. Прикупљање података

2.1 Методологија за прикупљање/генерисање података

2.1.1. У оквиру ког истраживачког нацрта су подаци прикупљени?

а) експеримент, навести тип _____

б) корелационо истраживање, навести тип _____

ц) анализа текста, навести тип _____

д) остало, навести шта _____

2.1.2 Навести врсте мерних инструмената или стандарде података специфичних за одређену научну дисциплину (ако постоје).

2.2 Квалитет података и стандарди

2.2.1. Третман недостајућих података

а) Да ли матрица садржи недостајуће податке? Да Не

Ако је одговор да, одговорити на следећа питања:

а) Колики је број недостајућих података? _____

б) Да ли се кориснику матрице препоручује замена недостајућих података? Да Не

в) Ако је одговор да, навести сугестије за третман замене недостајућих података

2.2.2. На који начин је контролисан квалитет података? Описати

2.2.3. На који начин је извршена контрола уноса података у матрицу?

3. Третман података и пратећа документација

3.1. Третман и чување података

3.1.1. Подаци ће бити депоновани у _____
репозиторијум.

3.1.2. URL адреса

3.1.3. DOI _____

3.1.4. Да ли ће подаци бити у отвореном приступу?

а) Да

б) Да, али после ембарга који ће трајати до _____

в) Не

Ако је одговор не, навести разлог _____

3.1.5. Подаци неће бити депоновани у репозиторијум, али ће бити чувани.

Образложење

3.2 Метаподаци и документација података

3.2.1. Који стандард за метаподатке ће бити примењен?

3.2.1. Навести метаподатке на основу којих су подаци депоновани у репозиторијум.

Ако је потребно, навести методе које се користе за преузимање података, аналитичке и процедуралне информације, њихово кодирање, детаљне описе варијабли, записа итд.

3.3 Стратегија и стандарди за чување података

3.3.1. До ког периода ће подаци бити чувани у репозиторијуму?

3.3.2. Да ли ће подаци бити депоновани под шифром? Да Не

3.3.3. Да ли ће шифра бити доступна одређеном кругу истраживача? Да Не

3.3.4. Да ли се подаци морају уклонити из отвореног приступа после извесног времена?

Да Не

Образложити

4. Безбедност података и заштита поверљивих информација

Овај одељак МОРА бити попуњен ако ваши подаци укључују личне податке који се односе на учеснике у истраживању. За друга истраживања треба такође размотрити заштиту и сигурност података.

4.1 Формални стандарди за сигурност информација/података

Истраживачи који спроводе испитивања с људима морају да се придржавају Закона о заштити података о личности

(https://www.paragraf.rs/propisi/zakon_o_zastiti_podataka_o_licnosti.html) и одговарајућег институционалног кодекса о академском интегритету.

4.1.2. Да ли је истраживање одобрено од стране етичке комисије? Да Не

Ако је одговор Да, навести датум и назив етичке комисије која је одобрила истраживање

4.1.2. Да ли подаци укључују личне податке учесника у истраживању? Да Не

Ако је одговор да, наведите на који начин сте осигурали поверљивост и сигурност информација везаних за испитанике:

- а) Подаци нису у отвореном приступу
 - б) Подаци су анонимизирани
 - ц) Остало, навести шта
-
-

5. Доступност података

5.1. Подаци ће бити

a) јавно доступни

б) доступни само уском кругу истраживача у одређеној научној области

ц) затворени

Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести под којим условима могу да их користе:

Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести на који начин могу приступити подацима:

5.4. Навести лиценцу под којом ће прикупљени подаци бити архивирани.

6. Улоге и одговорност

6.1. Навести име и презиме и мејл адресу власника (аутора) података

6.2. Навести име и презиме и мејл адресу особе која одржава матрицу с подацима

6.3. Навести име и презиме и мејл адресу особе која омогућује приступ подацима другим истраживачима
