



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА



Милутин Н. НИКОЛИЋ

Модификација покрета робота при
двоножном кретању или стајању у
присуству ограничења или поремећаја

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Нови Сад, 2015



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:			
Идентификациони број, ИБР:			
Тип документације, ТД:	Монографска публикација		
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал		
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација		
Аутор, АУ:	Милутин Н. Николић		
Ментор, МН:	Проф. др Бранислав Боровац		
Наслов рада, НР:	Модификација покрета робота при двоножном кретању или стајању у присуству ограничења или поремећаја		
Језик публикације, ЈП:	Српски		
Језик извода, ЈИ:	Српски		
Земља публикавања, ЗП:	Република Србија		
Уже географско подручје, УГП:	Војводина		
Година, ГО:	2015.		
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт		
Место и адреса, МА:	Трг Доситеја Обрадовића 6, Нови Сад		
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	9/147/64/0/50/0/1		
Научна област, НО:	Роботика		
Научна дисциплина, НД:	Хуманоидна роботика		
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Хуманоидни роботи, компензација поремећаја, приоритетизација задатака, модификација кретања, динамички баланс		
УДК			
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука у Новом Саду		
Важна напомена, ВН:			
Извод, ИЗ:	<p>У тези су анализирани карактеристичне компензационе стратегије, за које је учено да их човек често примењује. На основу анализе су дефинисане предности и мане сваке од стратегија. Након тога је приказан систем за приоритетизацију задатака, ради истраживања могућности симултане реализације више задатака. Да би се омогућило укључивање различитих задатака и ограничења развијен је формални начин њиховог записивања. Посебна пажња је дата ограничењима која настају као последица контакта са околином. Развијена је методологија којом се утврђује да ли неки од постојећих контаката може бити раскинут а да жељени покрет буде изводив, као и да ли је ради реализације намераваног покрета потребно успоставити нови контакт. Укључивањем ограничења у систем за приоритетизацију је добијена методологија за модификацију покрета у присуству ограничења.</p>		
Датум прихватања теме, ДП:	25.3.2015.		
Датум одбране, ДО:			
Чланови комисије, КО:	Председник:	др Душан Сурла, професор емеритус	
	Члан:	др Зора Коњовић, редовни професор	
	Члан:	др Филип Кулић, редовни професор	
	Члан:	др Драган Шешлија, редовни професор	Потпис ментора
	Члан:	др Вељко Поткоњак, редовни професор	
	Члан, ментор:	др Бранислав Боровац, редовни професор	



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic publication
Type of record, TR :	Textual printed material
Contents code, CC :	PhD thesis
Author, AU :	Milutin N. Nikolić
Mentor, MN :	Prof. Branislav Borovac, PhD
Title, TI :	Modification of the motion of bipedal robot during walking and standing in the presence of disturbances and constraints
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	Vojvodina
Publication year, PY :	2014.
Publisher, PB :	Author's reprint
Publication place, PP :	Trg Dositeja Obradovića 6, Novi Sad
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	9/147/64/0/50/0/1
Scientific field, SF :	Robotics
Scientific discipline, SD :	Humanoid Robotics
Subject/Key words, S/KW :	Humanoid robots, Disturbances compensation, Task prioritization, Motion modification, Dynamic balance
UC	
Holding data, HD :	The Library of Faculty of technical sciences, Novi Sad, Serbia
Note, N :	
Abstract, AB :	<p>The thesis analyzes the characteristic compensation strategies, which are observed to be often applied by men. Based on the analysis benefits and disadvantages each of the strategies are defined. After that, the task prioritization framework is shown, which enables simultaneous realization of multiple tasks. In order to include different tasks and constraints in the framework, the formal way of their notation is developed. Special attention is given to the constraints that arise as a consequence of contacts with the environment. Methodology for determining whether some of the existing contacts can be broken, but that the desired movement is feasible, and whether it is necessary to establish a new contact for the realization of the intended movement. By including the constraints in the task prioritization framework, methodology for modification of the movement in the presence of constraints is obtained.</p>
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	25.3.2015.
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	President: Prof. Dušan Surla
	Member: Prof. Zora Konjović
	Member: Prof. Filip Kulić
	Member: Prof. Dragan Šešljija
	Member: Prof. Veljko Potkonjak
	Member, Mentor: Prof. Branislav Borovac
	Menthor's sign

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ

Апстракт

Факултет техничких наука

Департман за Индустијско инжењерство и менаџмент

Докторска теза

Модификација покрета робота при двоножном кретању или стајању у присуству ограничења или поремећаја

Милутин Н. Николић

Овај рад се бави проблемима компензације поремећаја и модификације покрета приликом кретања и стајања двоножних робота. Анализа компензационих покрета је обухватила стратегије код којих се компензациони покрет врши само скочним зглобом, скочним зглобом и куком, као и стратегију код које се компензација врши искоракком. Детаљном анализом теоретских резултата и резултата добијених симулацијом, добијено је да компензација симултаним кретањем у скочном зглобу и куку има знатне предности у односу на компензацију само скочним зглобом. Овом стратегијом се не могу компензовати поремећаји највећег интензитета, због чега ће у неким ситуацијама морати да се употреби компензација искоракком, код које је за успешно компензовање поремећаја од суштинског значаја прави избор места на које робот треба да искорачи. Приликом анализе ограничења, посебна пажња је посвећена контактима, који уводе везе у систем. Како *ZMP* не води рачуна о проклизавању, изведен је нови услов за постојаност контакта који урачунава трење и проклизавање. Развијена је методологија за синтезу покрета целим телом у присуству ограничења, која приоритетизује задатке и ограничења. Управљачки моменти су срачунавани на основу низа задатака и ограничења која треба да обави, тако да су задаци и ограничења вишег приоритета обављани без обзира на стање задатака и ограничења нижег приоритета. Систем за приоритетизацију задатака се показао као добра платформа која омогућава аутоматску модификацију покрета, како би се задовољила одређена ограничења. Уз мале измене скупа задатака, систем може да генерише потпуно другачија понашања робота. Овај систем може омогућити роботима да делују у реалном човековом окружењу, због своје особине да може да се прилагоди поремећајима и променама, и да може аутоматски да модификује своје кретање у случају појаве нових ограничења.

Захвалница

Пре свега, захваљујем свом ментору проф. Др Браниславу Боровцу, који ме је увео у свет роботике. Имао сам привилегију да ме својим знањем и искуством води не само кроз свет науке већ и кроз свакодневни живот.

Захвалан сам и колегама који су, уз ментора, имали стрпљења и разумевања за мене задњих неколко година и који су ми рад учинили лакшим, лепшим и успешнијим.

Посебно сам захвалан мени блиским особама које су ме подржавале на овом путу и које су ми помогле да стигнем до краја. Ваше присуство ми је свакодневицу учинило занимљивом и испуњеном.

Хвала вам пуно!

Садржај

Апстракт	i
Захвалница	ii
Садржај	iii
Списак илустрација	v
Скраћенице	vii
1 Увод	1
1.1 Предмет истраживања	2
1.2 Преглед структуре тезе	5
2 Досадашњи резултати	7
3 Класификација поремећаја и компензационе стратегије за одржавање динамичког баланса	16
3.1 Анализа компензационих покрета	19
3.1.1 Компензација само скочним зглобом	21
3.1.2 Компензација симултаним кретањем у скочном зглобу и куку	23
3.1.3 Компензација искоракком	28
4 Симулациони резултати компензације великих поремећаја	31
4.1 Опис модела хуманоидног робота	32
4.1.1 Моделовање контакта између стопала и подлоге	33
4.1.2 Укупан модел система	34
4.2 Компензација кретањем скочног зглоба	35
4.3 Компензација симултаним кретањем скочног зглоба и кука	38
4.4 Компензација искоракком	41
4.4.1 Робот стоји у тренутку деловања поремећаја	41
4.4.2 Робот хода у тренутку деловања поремећаја	48
5 Систем за приоритетизацију	55
5.1 Типови задатака	57
5.2 Слагање задатака	58

5.2.1	Остваривост задатака	60
5.3	Укључивање ограничења зависних од координата у зглобовима	61
5.3.1	Неједнакости које су линеарне по убрзањима у зглобовима	61
5.3.2	Неједнакости независне од убрзања	63
5.4	Систем за приоритетизацију за роботске системе са везама	64
5.5	Укључивање ограничења зависних од управљачких момената	65
6	Класификација ограничења	68
6.1	Конструкциона ограничења и спречавање нежељених контаката	68
6.2	Ограничења везана за контакте са околином	72
7	Вишеструки контакти и промена њихове конфигурације	77
7.1	Основне поставке	77
7.2	Кинематика система са контактима	79
7.3	Контактне силе и ограничења	81
7.3.1	Контактне силе за равански случај	82
7.4	Динамика система	85
7.4.1	Дозвољена област убрзања	88
7.4.2	Промена конфигурације контаката	90
7.4.3	Премештање центра масе	92
7.5	Случај када су сви контакти у једној равни	93
7.6	Контактни услови за једно стопало	96
8	Симулациони резултати модификације кретања	98
8.1	Модел робота	99
8.2	Компензација дејства спољашње силе	100
8.3	Подизање терета непознате тежине	105
8.4	Ход по равном терену	108
8.4.1	Пролазак испод препреке	114
8.5	Пењање уз стрму раван	118
9	Закључак	123
9.1	Правци даљег истраживања	126
	Додатак: Модел крутог тела са вискоеластичним слојем	127
	Библиографија	130

Списак илустрација

3.1	Карактеристични компензациони покрети	19
3.2	Двосегментни планарни механизам	20
3.3	Кретање система током компензације скочним зглобом	23
3.4	Кретање двосегментног система при компензацији кретањем у куку и скочном зглобу	24
3.5	Поређење кретања добијених коришћењем различитих компензационих стратегија	26
3.6	Резултати поређења компензационих покрета	27
3.7	Систем непосредно након искорака	29
4.1	Механичка структура робота са 46 сегмената и 45 зглобова.	32
4.2	Двосегментно стопало са означеним контактним тачкама.	34
4.3	Компензациони покрет у скочном зглобу добијен симулацијом	37
4.4	Кретање <i>ZMP</i> -а и <i>CM</i> -а при компензацији скочним зглобом	38
4.5	Функција која обезбеђује глатки прелаз	40
4.6	Кретање добијено компензацијом скочним зглобом и куком	41
4.7	Кретање <i>ZMP</i> -а и <i>CM</i> -а приликом компензације скочним зглобом и куком	41
4.8	Начин одређивања места на које робот треба да искорачи	43
4.9	Зглоб са опругом и пригушницом	45
4.10	Кретање добијено компензацијом искоракком	47
4.11	Кретање <i>ZMP</i> -а и <i>СМР</i> -а при компензацији искоракком	47
4.12	Место деловања поремећајне силе	48
4.13	Кретање добијено искоракком када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s у правцу x -осе	49
4.14	Кретање <i>ZMP</i> -а и <i>СМР</i> -а, за случај са сл. 4.13	49
4.15	Кретање добијено искоракком када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 22.5 km/s у правцу x -осе	50
4.16	Кретање <i>ZMP</i> -а и <i>СМР</i> -а, за случај са сл. 4.15	50
4.17	Кретање добијено искоракком када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s под углом од 15° у односу на x -осу	51
4.18	Кретање <i>ZMP</i> -а и <i>СМР</i> -а, за случај са сл. 4.17	51
4.19	Кретање добијено искоракком када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s под угловима од 30° , 45° , 60° и 75° у односу на x -осу	52
4.20	Кретање <i>ZMP</i> -а и <i>СМР</i> -а, за случајеве са сл. 4.19	53

4.21	Кретање добијено искоракком када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s у правцу y -осе	54
4.22	Кретање ZMP -а и $СМР$ -а, за случај са сл. 4.21	54
7.1	Робот у који хода у неструктурираној околини	78
7.2	Приказ теоријског конуса трења и апроксимираног конуса трења	82
7.3	Начин моделирања површинског контакта.	83
7.4	Робот који стоји изнад подлоге упирући се о два вертикална зида	87
7.5	Померање центра масе при искоракку	92
7.6	Представљање раванског контакта у случају када робот стоји са оба стопала на хоризонталној површини	94
7.7	Конвексни омотач два стопала	96
7.8	Стопало са шестоосним сензором силе и контактом у четири тачке	97
8.1	Схема кинематске структуре робота	99
8.2	Кретање добијено приоритетизацијом задатака када поремећај сила делује у правцу x -осе	103
8.3	Кретање добијено приоритетизацијом задатака када поремећај сила делује у смеру супротном од x -осе	103
8.4	Кретање добијено приоритетизацијом задатака када поремећај сила делује у правцу y -осе	104
8.5	Кретање добијено приоритетизацијом задатака када поремећај сила делује под углом од 60° у односу на x -осу	104
8.6	Кретање добијено приоритетизацијом задатака када робот подиже терет непознате масе	109
8.7	Ход по површини са високим коефицијентом трења добијен приоритетизацијом	112
8.8	Ход по површини са ниским коефицијентом трења добијен приоритетизацијом	113
8.9	Ход са провлачењем испод препреке висине $1.55m$ добијен приоритетизацијом	116
8.10	Ход са провлачењем испод препреке висине $1.5m$ добијен приоритетизацијом	117
8.11	Подизање робота уз стрму раван под углом од 45°	120
8.12	Кретање $СМ$ -а током пењања уз стрму раван	121
A.1	Схема контакта између крутог тела са вискоеластичним слојем и недеформабилне подлоге.	128

Скраћенице

CM	центар масе, енг. C enter of M ass
CM_P	пројекција центра масе, енг. C enter of M ass P rojection
CoP	центар притиска, енг. C enter of P ressure
ZMP	тачка нула момента, енг. Z ero M oment P oint
DoF	степен слободе, енг. D egree of F reedom

Посвећено мојим родитељима и мојој сестри

Поглавље 1

Увод

Може се очекивати да ће у будућности роботи напустити индустријске хале и да ће постати уобичајено да помажу људима у обављању свакодневних задатака. Да је та ера већ почела, најбољи пример тога је чињеница да је, већ комерцијано доступан, робот-усисивач који је у стању да аутономно усиса прашину у просторији и да сам допуни батерије. Поред њега, ту су и роботи-водичи у музејима, а тренутно се врло интензивно ради на развоју робота који би могли бити коришћени у школама и болницама. Уз то велики број истраживања се бави развојем робота који би служили као помоћ старим и немоћним особама као и особама са инвалидитетом. Такође се развијају и роботи који би служили као помоћ у њиховој терапији.

Имајући у виду чињеницу да ће роботи у будућности деловати у непосредној човековој околини, као на пример у канцеларијама, становима, болницама итд..., коегзистенција у животу и раду људи и робота је неизбежна. Роботи ће почети да напуштају индустријска постројења где су услови строго дефинисани и уређени и почети да делују у непосредној човековој околини која је слабо уређена и слабо структурирана. Чињеница да ће роботи делити простор са људима намеће два посебна захтева: а) деловање са ефикасношћу блиској човековој и б) прикладно понашање (прихватљиво за човека). Ефикасно деловање се огледа, са једне стране, у ефикасном обављању задатака, који се углавном односе на манипулацију објектима из непосредне околине. Како је човекова околина прилагођена управо човеку, очекује се да је за реализацију ових задатака хуманоидна структура робота најподеснија. Стога, начин на који се објектима манипулише, трајекторија руке и начин хватања приликом манипулације, морају бити слични човековим. Такође је потребно водити рачуна да се при кретању избегне нежељени контакт са предметима у околини.

Са друге стране, ефикасно деловање се не може замислити без ефикасног кретања. Околина у којој се човек креће је, по многим аспектима, „нерегуларна“, тј. садржи

степенице, прагове и подове различитих нивоа, што кретање точковима чини практично немогућим. Пошто се не може очекивати да ће околина у већој мери бити преуређена тако да одговара потребама робота, решење које се природно намеће је кретање помоћу ногу. Истовремено, о ефикасности двоножног кретања хуманоида најчешће судимо упоређујући га са кретањем човека који своју способност двоножног кретања вежба непрестано од самог рођења, крећући се по различитим подлогама и у различитим условима. Такође је важно запазити да човек веома лако мења начин хода у случају да се неки од услова промене. Приликом повреде или неке друге сметње, човек аутоматски мења свој начин хода коришћењем других група мишића чиме се избегава нежељен бол на уштрб ефикасности или естетике кретања. Још један битан аспект, који мора бити остварен, је одржавање усправне позе робота и динамичког баланса хода у присуству поремећаја. Пошто су неке врсте поремећаја увек присутне током кретања, компензација њихових ефеката и одржавање динамичког баланса је од суштинског значаја за реализацију кретања.

1.1 Предмет истраживања

Приликом хода робота циклично се понавља одређен скуп покрета. Уколико је ход „уобичајен“ (ход право по равној површини, пењање уз или силазак низ степенице ...) може се рећи да робот треба да прати унапред одређене референтне трајекторије у сваком од зглобова. Референтне трајекторије у зглобовима се генеришу тако да током хода робот пролази наизменично кроз једноослоначку и двоослоначку фазу, непрестано премештајући позицију стопала. Осим тога, приликом синтезе референтних трајекторија мора се обратити пажња да је робот у сваком тренутку динамички балансиран. У идеалним условима и уколико је модел робота на основу кога је синтетизован референтан ход (скуп референтних трајекторија за сваки зглоб) идентичан реалном систему, робот ће само тачним праћењем референтних трајекторија у сваком од зглобова моћи да хода.

Као што је већ речено, поремећаји су увек присутни током кретања и они могу бити веома различити, било у погледу врсте, било у погледу ефекта на локомоциони систем. Једина, нама позната, класификација је дата у [1] и базирана је на интензитету поремећаја, тј. на степену угрожавања динамичког баланса. На основу тога колико угрожава динамички баланс, разликујемо *мале*, *средње* и *велике* поремећаје. Мали поремећаји су они који узрокују малу грешку у праћењу референтне трајекторије и одступању *ZMP*-а од референтног положаја и могу се компензовати не прекидајући кретање које је у току већ само његовом благом модификацијом. Код средњих

поремећаја, иако губитак динамичког баланса и пад нису директна претња, компензацију поремећаја је немогуће извести на исти начин као и код малих поремећаја. Мада се кретање робота као целине се не прекида потребно је делом система извршити одлучнију компензациону акцију чиме би се положај *ZMP*-а довео ближе референтном, како би се кретање могло наставити без пада. Велики поремећаји су они чији ефекти директно угрожавају динамички баланс и пад система непосредно прети.

Мали поремећаји су увек присутни и не могу бити избегнути. Тачка нула момента (*Zero Moment Point (ZMP)*) уведена од стране Вукобратовића [2–4] је индикатор динамичког баланса који се најефикасније користи за компензовање малих поремећаја. Последица малих поремећаја је релативно мало одступање *ZMP*-а од референтне вредности, тако да динамички баланс није директно угрожен, али се мора компензовати да би се спречило повећање одступања које би изазвало пад. Управљање треба да компензује ефекте поремећаја при чему хуманоид наставља извршавање покрета. Синтетизовано управљање треба да узме у обзир два међусобно контрадикторна захтева: да очува динамички баланс (да спречи пад) и да истовремено води рачуна о антропоморфности кретања целог система. Компензациони покрет који испуњава само један захтев, може угрозити извршавање другог. На пример, кретањем у зглобовима тако да се умањи или поништи грешка праћења референтних трајекторија у зглобовима може, као нежељени ефекат, произвести додатно одступање *ZMP*-а од референтне локације. Исто тако, компензациони покрет који за циљ има само да спречи пад, квари антропоморфност покрета. Начин како испунити ова два супростављена захтева истовремено је дат у [5, 6]. Треба још једном напоменути да се компензација малих поремећаја може реализовати без напуштања извршавања тренутног задатка. Међутим, компензација великих поремећаја (они поремећаји чије дејство представља директну опасност по динамички баланс) захтева другачији приступ. Примарни циљ је спречити пад робота. Када је претња од пада уклоњена, систем може да настави са реализацијом претходно прекинутог задатка.

Сама локомоција (уз неизбежни задатак одржања динамичког баланса) служи само да би робота довели на одређено место, на коме је потребно извршити одређени задатак. Један од најчешћих задатака који робот треба да обави је манипулација предметима из околине. Да би то могао да обави, робот мора да дохвати и ухвати објекте, при чему треба да одабере трајекторије узимајући у обзир низ ограничења. Трајекторије треба да буду такве да приликом њихове реализације не долази до судара са предметима из околине, не долази до судара између делова робота, да углови у зглобовима не прелазе своје конструкционо одређене границе и слично.

Истовремено, одржање динамичког баланса и усправне позе је предуслов за реализацију хода и обављање било ког од ових задатака. То значи да кретање робота мора да задовољи читав низ ограничења како би робот успешно обавио задатак.

Ограничења која се постављају пред робота могу бити различите природе. Прва група ограничења је последица механичке конструкције робота и чињенице да робот има тело које заузима одређени простор. Да би се избегло самооштећивање робота мора се водити рачуна да се током кретања удова избегне нежељен контакт између делова тела самог робота. Осим тога, сви зглобови имају ограничен опсег кретања одређен самом конструкцијом, а уграђеним актуатором у посматраном зглобу је ограничен и обртни момент којим се може деловати у зглобу. Осим тога, од карактеристика, начина повезивања и врсте актуатора зависе ограничења која се односе на максималне брзине и убрзања као и снагу која се може постићи у зглобу. Електрични систем, такође, има своја ограничења, као што су максимална снага напајања и максимална струја.

Други скуп ограничења, који робот мора да испуни, намеће околина у којој робот делује. Приметимо опет да је и овде, први подскуп ограничења чисто кинематског типа, односно избегавање нежељеног контакта са објектима из околине. Једини контакти са околином који могу постојати у регуларним ситуацијама двоножног кретања су контакти између стопала и подлоге и између шаке робота и предмета који се хвата. Док нежељени контакт робот треба да избегне, приликом жељеног контакта, робот мора да испуни одређен скуп услова који ће обезбедити постојаност жељеног контакта.

Ограничења везана за саму конструкцију робота су увек присутна, док су ограничења која произилазе из интеракције са околином променљива. То значи да се мења конфигурација контаката, а самим тим и динамичка ограничења која она уведе. Такође се позиција предмета у околини робота може мењати током времена. Већина ових ограничења није присутна увек, већ се приликом појаве ограничења, покрет мора модификовати тако да сва ограничења буду задовољена. Пред робота у једном тренутку, може бити постављен већи број задатака и ограничења, где сваки од њих захтева да одређен број зглобова буде актуиран истовремено. Обзиром да хуманоидни роботи поседују велики број степени слободе и да су веома редундантни, могуће је да обављају више задатака истовремено, при чему испуњавају постављена ограничења. У случају да није могуће истовремено реализовати све постављене задатке (сваки задатак реализује друга група степени слободе) потребно је одредити који задаци имају већи значај, па њиховој реализацији треба дати виши приоритет.

То ствара потребу за системом за приоритетизацију¹ задатака, који мора да испуни следеће захтеве:

- Укључити ограничења и њима додели приоритете, тако да ће ограничење вишег приоритета бити задовољено без обзира на задатаке и ограничења нижег приоритета,
- Може да обезбеди симултано извршавање више задатака, поређаних по приоритету, где ће се задаци вишег приоритета извршавати без обзира на стање задатака нижег приоритета,
- Може да укључи кинематске и динамичке аспекте управљања роботом и посматра их на исти начин
- Може да се адаптира на промене у динамици система, промене у околини и нетачности параметара

Овакав систем за приоритетизацију задатака развијен је као део докторске дисертације.² Осим тога, детаљно су размотрена ограничења и начини како се врши њихово укључивање у горе наведени систем и њихов утицај на цело кретање.

Посебно је обрађен проблем контаката који могу да настану током кретања уколико се локомоциони систем ослања на околину. Акцент се ставља на ограничења која такви контакти намећу, јер она одређују да ли је одређен покрет могуће извршити са тренутном конфигурацијом контаката.

1.2 Преглед структуре тезе

Теза има следећу структуру. Након увода следи поглавље 2 у коме је дат преглед досадашњих резултата, који се могу наћи у литератури. Прво ће бити речи о начинима компензације поремећаја, да би се након тога дао опис тренутног стања по питању система за приоритетизацију задатака и ограничења. Након тога, у поглављу 3 је дата класификација поремећаја и након тога ће бити разматране компензационе стратегије за сваку класу поремећаја. Прво су идентификовани карактеристични компензациони покрети, а након тога је извршена њихова теоријска анализа. На крају је дато образложење зашто се баш они користе и шта су предности и мане

¹У литератури на енглеском језику овакав систем се назива оквиром за приоритетизацију (енг. *Prioritization Framework*).

²Основна идеја о приоритетизацији је развијена кроз рад [7] али је радовима аутора ове тезе систем проширен

сваког од њих. После теоријске анализе, у поглављу 4, је извршена верификација добијених теоријских резултата симулацијом.

Након дискусије о поремећајима и начинима њихове компензације, пажња је преусмерена на модификацију покрета. У поглављу 5 је изведен систем за приоритетизацију задатака, који ће служити као основни алат за модификацију кретања у присуству ограничења. Систем је детаљно описан и дат је алгоритам за његово коришћење, односно на који начин се добија управљање за све зглобове робота. Класификација ограничења је дата у поглављу 6, са акцентом на начин на који се ограничења додају у систем за приоритетизацију. Како су контактни услови веома битни за робота и његово кретање поглавље 7 је у потпуности посвећено њима. Почеће се од локалних услова који свака тачка у контакту мора да задовољи. На основу тога су изведени услови које мора да задовољи тело које је у раванском контакту са подлогом. Разматра се какав глобални утицај контакти имају на кретање робота, а део је посвећен случају када су сви контакти у истој равни. Уведен је индикатор постојаности контакта који узима у обзир и треће, након чега је одређено која кретања робота су могућа са тренутном конфигурацијом контаката. У поглављу 8 су симулацијом потврђена и верификована разматрања везана за модификацију кретања. Најпре се разматрају случајеви са ограничењима чије испуњење не захтева промену конфигурације контаката, након чега се разматрају случајеви са комплекснијим ограничењима која захтевају промену конфигурације контаката. У последњем поглављу 9 су дати закључци и дискусија.

Након тога, у додатку је дат опис потребних модела и једначина за симулацију. У додатку је дат модел крутог тела са вискоеластичним слојем који је искоришћен за моделирање контаката између робота и околине.

Поглавље 2

Досадашњи резултати

Најважнији задатак, који се пред локомоционе системе поставља, је одржавање динамичког баланса, јер је то услов који нужно мора бити испуњен да би локомоциони систем ходао. Током последње деценије, појавио се велики број радова на тему одржавања динамичког баланса током двоножног хода у присуству поремећаја. Велики број студија разматра модификацију начина премештања ногу и кретања остатка система¹ како би систем начинили робусним на поремећаје. Вибер [8] је користио линеаран *MPC (Model Predictive Control)* и предвиђање позиције *ZMP*-а како би била омогућена модификација покрета у реалном времену. У зависности од стања система, жељено кретање центра масе (*CM*) би било поново срачунавано како би се, на основу тога, могло израчунати кретање ногу и трупа. Када дође до поремећаја, стање система се мења и тиме се мењају почетни услови за рачунање нове трајекторије *CM*-а. Након престанка деловања поремећаја, његови ефекти се и даље осећају јер је поремећај пренео одређену количину кретања на робота. Управљачки систем је такав да, након поремећаја, трајекторија *CM*-а конвергира ка референтној, чиме се анулира одступање настало као последица поремећаја. На овај начин, аутор је успео да модификује ход, чиме га је учинио робусним на поремећаје. Симулацијом је потврђено да робот може да очува динамички баланс ако на њега делује импулсна сила двоструког интензитета од тежине робота током $25ms$. Фаражи и др. [9] су креирали хијерархијски контролер за ход робота који се састоји од три нивоа. На највишем нивоу, линеарни *MPC* контролер је искоришћен за одређивање оптималних позиција стопала на ослоначкој површини. На основу позиције стопала, на другом нивоу, се синтетише кретање *CM*-а, на основу чега се срачунава кретање базног сегмента и ногу робота. На последњем нивоу се рачунају управљачки моменти за све зглобове. Ово је омогућило роботу кретање робусно на шум сензора и

¹Начин премештања ногу током корака и кретање остатка система ћемо називати шаблоном хода, енгл. *Walking pattern*.

нетачности параметара модела. Робот је могао да се креће на косом и неравном терену без познавања његове конфигурације. Уз то, робот је мењањем места искорака могао да компензује импулсне поремећаје интензитета $3Ns$.

Парк и др. [10] су развили алгоритам који компензује одступање ZMP -а мењајући вертикалну компоненту убрзања трупа. Како се позиција ZMP -а у односу на центар стопала, рачуна као однос момента за центар стопала и интензитета вертикалне силе, уколико се повећа вертикална сила, а да се при томе интензитет момената не мења, њихов однос се смањује. Из тог разлога, позиција ZMP -а се помера ка центру стопала. Уколико се појави поремећај и ZMP се приближи ивици стопала, додавањем вертикалне силе ће се смањити његово одступање. Вертикална сила се повећава убрзавањем трупа у вертикалном правцу. Уколико се труп подигне превише, робот неће бити у стању да искорачи на жељену тачку јер ће се јавити сингуларни положај ноге која врши искорак. Како би се то избегло, позиција трупа се постепено враћа на референтну вредност, када је ZMP унутар сигурне зоне. Кокура и др. [11] су, на основу разлике између тренутног момента количине кретања и момента количине кретања хода без поремећаја, мењали место на коју ће бити спуштена нога у фази преноса као и момент количине кретања мењајући ротацију трупа. Саборн и др. [12] су развили алгоритам који омогућава скакутање бипеда без стопала, али тако да је робусно на поремећаје. Коришћењем $CMAC$ неуронских мрежа, на основу информације о угловима у зглобовима ослоначке ноге и нагнутоности трупа, аутори су у реалном времену генерисали покрет ноге у фази преноса. Тиме се мења место на коме ће доћи до контакта између ноге робота и подлоге, како би робот у новонасталим условима сачувао динамички баланс и наставио да хода. Брзина хода ће се променити као последица поремећаја, а њом је управљано мењањем нагнутоности трупа. Тако генерисан ход се показао робусним на присуство спољашњих поремећаја и на промену конфигурације терена по којем се робот креће.

Осим тога, развијено је неколико алгоритама који омогућавају ход по неравном или нагнутом терену. Ким и др. [13] су искористили повратну информацију са жироскопа како би модификовали жељене углове у скочним зглобовима тако да се омогући пун контакт између стопала и подлоге док труп остаје вертикалан. Ренер и др. [14] су детектовали поремећаје користећи жироскоп као сензор нагнутоности трупа. Упоређивали су очитане вредности са вредностима приликом референтног хода без поремећаја, и у зависности од разлике у нагнутоности је било примењен један од два претходно дефинисана покрета. Ако је детектован поремећај слабог интензитета, брзина хода би се смањила на пола, чиме се смањује интензитет убрзања у зглобовима, као и интензитет центрифугалних и Кориолисових сила. Ако је интензитет детектованог поремећаја већи од одређене вредности, робот би се зауставио и чучнуо. Тиме би се смањила висина CM -а и робот би био преведен у

позу у којој би само поремећај изразито великог интензитета довео до пада робота. Када би дејство поремећаја престало и када би били неутралисани његови ефекти, робот би наставио са нормалним ходом. На овај начин, аутори су успели да смање вероватноћу пада за 70%.

Неколико студија се бави предвиђањем појаве великих поремећаја како би робот могао да заузме одговарајућу позу која би смањила вероватноћу пада, т.ј. повећала вероватноћу очувања динамичког баланса. Канзаки и др. [15] су изазивали поремећај ударом тега у виду клатна. Како би предвидели тренутак удара тега, како би начинили роботски систем крућим и довели га у повољнију позу за компензацију наступајућег поремећаја, користили су стерео визију. Аутори су разматрали случај у коме робот мирује док стоји усправно са обе ноге на подлози. Знајући да ће поремећај померити ZMP у правцу његовог деловања, робот би померио пројекцију CM -а (која је и референтна позиција ZMP -а) у правцу супротном од деловања поремећаја. Пошто је у случају да робот мирује, растојање између пројекције центра масе (CM) и ZMP -а директно сразмерно интензитету поремећаја, на овај начин ће се повећати дозвољено одступање, а да при томе ZMP остане унутар ослоначке површине. Тиме се максимизује интензитет поремећаја који робот може да компензује. Прат и др. [16] су анализирали два карактеристична покрета којима се компензују поремећаји, односно компензацију скочним зглобом и компензацију скочним зглобом и куком. На основу тренутне количине кретања коју је поремећај пренео на робота и његових параметара, аутори су дефинисали регион на површини о коју се ослањају стопала, тако да уколико робот стоји у том региону он може потпуно да компензује поремећај користећи једну од две наведене стратегије. Ако се овај регион преклапа са ослоначком површином, поремећај је могуће компензовати без искорака. Међутим, уколико се овај регион и ослоначка површина не преклапају искорак је неопходан за компензацију поремећаја. Регион је дефинисан у зависности од тренутног стања система и максималног момента који може да оствари актуатор у куку. Робот је моделован као двосегментно инверзно клатно. Витман и др. [17] су дефинисали измењен центар масе, додајући на вектор позиције центра масе део који је пропорционалан моменту инерције трупа и углу за који је нагнут. Тиме је робот који је моделован као двоструко инверзно клатно сведен на једносегментно линеарно инверзно клатно. Тако су методе компензације разрађене за једносегментно клатно, могле бити искоришћене на двосегментно инверзно клатно које боље моделује хуманоидног робота. Овај приступ је показао своју робусност приликом стајања и хода робота. Стивенс [18] је одредио тачку на коју робот треба да искорачи да би се опоравио од великог поремећаја. Узимајући у обзир да се искорак увек завршава двоослоначком фазом, аутор је прво дефинисао стратегије одржавања динамичког баланса у овој фази, на основу чега је одредио најповољније позиције стопала за

компензацију поремећаја. Искорак се врши тако да се добије најповољнија конфигурација стопала у двоослоначкој фази. У оба претходно наведена рада коришћени су веома упроштени планарни модели робота без стопала, чиме је момент који делује у скочном зглобу аутоматски занемарен и ослоначка површина је сведена на једнодимензионалну дуж.

Исти аутор је у раду [19] дефинисао управљачку структуру која на основу жељеног кретања *СМ*-а рачуна управљачке моменте у свим зглобовима, имајући на уму динамику система. Показало се да развијени управљачки систем може да компензује поремећаје током стајања и хода робота. Робот је у стању да носи непознат терет, што се сматра поремћајем, током хода. У раду [20] је представљен приступ за компензацију поремећаја при чему је коришћен потпуни динамички модел робота са 18 степени слободе. На основу динамичког модела робота изведена је веза између позиције *ZMP*-а и убрзања у зглобовима. Уколико се, услед појаве поремећаја, јави одступање позиције *ZMP*-а од жељене на основу изведене везе модификује се кретање горњег дела робота, тачније трупа и руку. Овим приступом, робот је могао да компензује мале и средње поремећаје током једноослоначке фазе хода. Како је дужина искоракa увек била фиксна, робот није у стању да компензује поремећаје који захтевају промену позиције на коју робот врши искорак.

У случају да се пад услед поремећаја не може избећи, потребно је опасност од механичких оштећења, која могу настати као последица пада, смањити на најмању могућу меру. Начин за реализацију управо таквог пада је предложен у раду Канехире и др. [21].

Избор стратегије компензације (покрета који треба извршити да би се компензовао поремећај) је и даље недовољно истражена област, тако да истраживања о начину на који то раде људи дају значајан допринос бољем разумевању проблема. Маки и Мекилрој [22] су показали да се стратегије базиране на „промени положаја и величине ослонца“ употребљавају чак и када је *СМ* доста далеко од ивице ослоначке површине. Субјекти експеримента су преферирали промену положаја и величине ослонца (искорак) у односу на стратегије код којих се ослоначка површина не мења, као што је компензација куком и скочним зглобом. Студија је извршена на примеру одржања позе.

Када се разматра о модификацији кретања, основни проблем је како модификовати покрет да би се задовољило одређено ограничење а да се притом минимално одступа од жељене форме покрета. Пошто је хуманоидни робот редундантан, односно има више зглобова него што му је потребно за обављање задатка, могуће је модификовати ход у одређеној мери тако да ограничења буду задовољена а да глобално понашање робота остане непромењено.

Велики број истраживања је посвећен проучавању кинематске редундантности [23–26], која је често неопходна за генерисање трајекторија уз избегавање препрека. Код редундантних робота није могуће једнозначно одредити кретање зглобова робота на основу жељеног кретања врха кинематског ланца. Уобичајене методе се заснивају на дефинисању специфичног критеријума оптималности, како би се из скупа решења одабрало једно [24, 27–29] које најбоље задовољава задати критеријум.

Велики напредак је учињен увођењем управљачке методе, која омогућава истовремено управљање кретањем и силом врха робота [30]. Овај приступ је касније проширен у систем за приоритетизацију задатака [7, 31, 32], који је омогућавао да се више задатака извршава истовремено, тако да извршавање једних не утиче на друге. Уколико задатке поређамо по приоритету, могуће је да секундарни задаци буду извршени без утицаја на примарне, тј. оне вишег приоритета. Управљање је било базирано на сукцесивном пројектовању задатака у простор нуле свих претходних задатака, чиме је сваки задатак био извођен у простору нуле свих задатака вишег приоритета. У том тренутку систем није могао бити примењен на системе са ограничењима, недовољно актуиране системе и системе са више контаката. Овај недостатак је размотрен у [33], где су аутори представили сједињен систем за генерисање покрета целим телом који интегрише манипулацију, локомоцију и различита динамичка ограничења. Мада је предуслов за реализацију било ког задатка код двоножних робота одржавање динамичког баланса [5], овај захтев је изостављен из разматрања. Како би динамички баланс био одржан, центар притиска (*CoP*) сваког контакта (контакт између стопала и подлоге је добар пример) мора бити унутар ослоначке површине. У раду [34] је *CoP* одржаван на предефинисаној позицији, која се налазила у тежишту контактне површине, чиме се очувавао динамички баланс. Са овим додатком, омогућено је да се систем за приоритетизацију примени на ходајућим роботима, те су исти аутори креирали јавно доступан софтвер [35] са циљем да се искористи систем за синтезу покрета целим телом на стварним роботима.

Код стварних роботских система актуатори у сваком од зглобова имају ограничен опсег кретања, а ограничене су и угаоне брзине и угаона убрзања. Начини на који могу да се задовоље ова ограничења су дати у [36, 37], при чему су постављена ограничења на максимални допуштен интензитет угаоних брзина и угаоних убрзања била превазилажена различитим приступом. У раду [36] аутори су дали опис компензационог метода са којим су могли да остваре максималну брзину (убрзање) у спољашњим координатама док су одржавали брзину (убрзање) у зглобовима унутар унапред задатих граница. Алгоритам сатурације у простору нуле [37], сукцесивно избацује из употребе зглобове који ће прећи дозвољене границе уколико се буде користило убрзање које је добијено као решење оптимизационог проблема са

минималном нормом. Иако је проблем очувања углова, угаоних брзинама и убрзања у сваком зглобу унутар предефинисаних граница успешно решен, не спомиње се начин на који се ограничења зависна од углова, угаоних брзина и убрзања, могу укључити у систем за приоритетизацију. Та ограничења могу бити много сложенија од једноставног избегавања достизања граница сатурације. Начин на који се комплексна ограничења записана у облику неједнакости могу разрешити, као и начин на који се неједнакостима може доделити приоритет је дат у раду [38]. Да би се разрешио тај проблем аутори су трансформисали ограничења у облику неједнакости у диференцијалну неједнакост и искористили Гронвал-Белманову неједнакост како би задовољили ограничења. Овде, као и у свим осталим радовима који се баве ограничењима у облику неједнакости, све је било дато на кинематском нивоу тако да одређена динамичка ограничења нису могла бити разматрана.

Неки аспекти извођења задатака и увођења динамичких ограничења су дати у [34]. У том раду, управљање је тако дефинисано да је позиција CoP -а одржавана у унапред дефинисаној тачки, што у општем случају није потребно. На пример, како би постојао поуздан контакт и како би се избегло одвајање стопала од подлоге, неопходно је само да CoP буде у оквиру ослоначке површине (а не на њеној ивици) и да су контактне силе позитивне, тј. да стопало гура подлогу. Пооштравањем захтева да CoP буде на одређеној позицији, простор, у којем се може остварити задатак нижег приоритета, је знатно смањен без стварне потребе. У том случају, одређени степени слободе ($DoFs$) су коришћени само да се одржи тачна позиција CoP -а. У случају када тачна позиција није захтевана већ само да се налази унутар дефинисаних граница, ти зглобови се могу искористити за испуњавање неког задатка нижег приоритета.

Лимитирана способност актуатора да покрећу зглобове такође представља ограничење. У стварности, може доћи до сатурације момента који производи актуатор што такође треба избећи. Уколико до тога ипак дође, то може довести до одступања добијеног кретања од жељене трајекторије, чак и за задатке највишег приоритета, што може довести до тога да цео управљачки систем постане неупотребљив. Кратка дискусија о овом проблему и ефектима сатурације момената у зглобовима на брзину кретања врха робота је дата у [39]. Аутори су доказали хипотезу да спортиста голфер користи максимално могућ момент који мишићи могу да створе како би остварио жељено линеарно убрзање врха палице за голф.

Иако је систем за приоритетизацију доста напредовао и био написан у неколико различитих облика, и даље постоји простор да се он унапреди. На пример, ни један од претходних облика не може да уведе задатке који су зависни од угаоних убрзања зглобова, као што не могу да се уведу ни ограничења у облику неједнакости која

су линеарно зависна од убрзања зглобова. У наведеним радовима ни једна верзија система за приоритетизацију не може да обухвати све споменуте аспекте. Када се разматрају контактне силе и моменти [33, 34, 39] није дефинисан систематски приступ за укључивање ограничења у облику неједнакости. Чест начин решавања овог проблема је увођење потенцијалног поља које гура систем од граница допустивих опсега у зглобовима. У случају ограниченог момента који може бити саопштен у зглобу, ова метода постаје неконзистентна и може доћи до нарушавања осталих ограничења у зглобовима. Када се само води рачуна о ограничењима која се односе на зглобове и ограничењима у облику неједнакости, динамика система је занемарена [36–38]. Осим тога, приступ превазилажењу ограничења на брзине и убрзања се међусобно разликују. Сви претходни системи за приоритетизацију су веома зависни од познавања тачног модела робота и ни један од њих не спомиње шта би се десило уколико параметри самог робота нису потпуно познати. На пример, нико не разматра сличај када би робот требало да носи тег непознате тежине. Овакав поремећај може имати озбиљне последице на одржавање ограничења унутар задатих граница.

Аутор је кроз свој већ публикован рад [40] развио систем за приоритетизацију задатака који може да укључи ограничења зависна од углова, брзина и убрзања зглобова и њима додели приоритете, да укључи кинематске и динамичке аспекте управљања роботом и посматра их на исти начин, и који може да се адаптира на промене у динамици система, промене у околини и нетачности параметара. У њему се користи сукцесивно решавање квадратног оптимизационог проблема са линеарним ограничењима. Сви задаци нижег приоритета се обављају у простору нуле свих задатака вишег приоритета и ограничења која су достигла своју границу. Овај оквир је искоришћен за синтезу хода по клизавој површини у [41]. Како би се избегло проклизавање ногу приликом хода, уведено је ограничење интензитета контактних сила које произилази из Кулоновог трења.

У овој тези ће систем за проиритизацију бити додатно проширен са неколико аспеката, од којих, као посебно значајно проширење, сматрамо увођење контактних услова за све активне контакте. Током разматрања контаката и њиховог утицаја на кретање тела биће примењен приступ преузет из теорије хватања. Овај приступ је искоришћен пошто су проблем хватања и хода слични по томе што постоје вишеструки контакти између робота и објекта, и по томе што је неопходно обезбедити постојаност контаката. Разлика је у томе, што се код хватања води рачуна о кретању објекта који се хвата док се робот сматра стационарним, док је код хода ситуација обрнута. Објекат је стационаран док се води рачуна о кретању робота. Постоје два основна типа хватања [42], први је затварање по облику, где се стабилност хватања гарантује тиме што објекат геометријски не може да исклизне из хвата. Други тип

је затварање по сили, где се стабилност гарантује постојањем контактних сила које омогућавају стабилан хват. За затварање по сили, потребан је мањи број контаката, али је услов, који контактне тачке морају да задовоље, комплекснији, и хват је мање робусан на поремећаје, јер је затварање по облику теоријски отпорно на поремећаје бесконачног интензитета [42]. У реалности ограничење постоји, јер се не могу саопштити моменти бесконачно великог интензитета у зглобовима шаке која хвата. Ради анализе хвата уведена је матрица хватања која даје везу између контактних сила и њиховог утицаја на кретање објекта [43]. Тај концепт ће бити искоришћен приликом хода, како би се дефинисао утицај сила које делују на робота, на кретање целокупног ходајућег система и за дефинисање услова остваривости кретања као целине.

Основни индикатор динамичког баланса ZMP , уведен је од стране проф др. Миомира Вукобратовића [2–4]. У свим радовима се претпоставља да су стопала у контакту са хоризонталном подлогом и да је треће довољно велико да нема проклизавања. Осим тога, подразумева се да, осим контаката између стопала и подлоге, нема осталих контаката робота са околином. Постојаност контакта се одређује провером да ли је ZMP унутар ослоначке површине. Одређен број аутора покушао је да уопшти овај услов. У [44, 45] је предложено да се уведе појам генерализованог ZMP -а да би се могли размотрити случајеви када постоје додатни контакти, као у случају када су и руке и ноге робота у контакту са околином. Област могућих контактних сила и момената (FSW од енг. *feasible solution of wrench*) је у [46] искоришћен за проверу постојаности контаката у случају да робот хода по неравном терену. У [47] је дефинисан услов који контактне силе морају да задовоље да би покрет могао да се оствари. Узете су у обзир гравитационе и инерцијалне силе које морају бити уравнотежене контактним силама, па њихов збир мора да буде у простору контактних сила које је могуће остварити. Изведен услов који морају задовољити контактне силе може бити искоришћен и у ситуацијама када контакти између стопала и подлоге нису у истој равни, када се не може претпоставити да је треће довољно велико да нема проклизавања и када се робот ослања руком о околину. У овим случајевима основне претпоставке везане за ZMP нису испуњене.

Међутим, код двоножних робота се и даље користи ZMP као индикатор динамичког баланса. Основни разлог је што су ови, општији, услови веома сложени за проверу. Осим тога, позиција ZMP -а се може одредити директно на основу мерења положаја и интензитета силе реакције подлоге која делује на стопала, док је за проверу свих претходних услова потребан кинематски и динамички модел робота. У поглављу 7, када буде разматран утицај контаката на кретање робота, биће добијени услови које контактне силе морају да задовоље да би одређено кретање било оствариво. Међутим, уз то ће бити добијен и једноставан услов који се може проверити на

основу мерења, који служи за проверавање постојаности сваког контакта понаособ. Трење и произвољна оријентација стопала ће, такође, бити узети у обзир. Довољно је да се потврди постојаност свих контаката да би систем био динамички балансиран.

Поглавље 3

Класификација поремећаја и компензационе стратегије за одржавање динамичког баланса

Упркос привидне једноставности и лакоће реализације, ход је веома комплексна активност. Људи на почетку свог живота уче како да ходају током неколико месеци [48] (ова фаза се такође може називати *базичним учењем*), након чега човек вежба ход сво време, при чему га константно побољшава и профињује. То не важи само за реализацију основног хода (ход по равnoj површини, пењање и силажење уз и низ степенице итд...), већ учи и начине реаговања на све врсте поремећаја који се неминовно јављају. Стога је поређење хода хуманоидних робота са ходом човека веома озбиљан тест, при чему карактеристике хода човека представљају циљ којем непрестано тежимо и којем је веома тешко приближити се.

Главни задатак локомоционог система је да одржи усправну позу робота, т.ј. да се „одржи на ногама“, током стајања и ходања. За систем који реализује одржив ход без опасности од пада кажемо да је динамички балансиран. У присуству поремећаја (треба нагласити да су мали поремећаји увек присутни и да се не могу избећи), човек компензује ефекте поремећаја тако да они најмање утичу на реализацију активности коју је реализовао пре појаве поремећаја. Наравно, ако је поремећај исувише великог интензитета и прети опасност од пада, целокупну пажњу треба усмерити спречавању пада, док реализацију активности која је била у току пре појаве поремећаја треба напустити. По успешном завршетку компензације систем се може вратити задатку чија је реализација била прекинута.

Главни индикатор динамичког баланса је *ZMP* [2–4]. Докле год је *ZMP* унутар ослоначке површине систем ће бити динамички балансиран. Поремећај доводи до

померања позиције *ZMP*-а од референтне позиције ка некој од ивица ослоначке површине, док компензациони покрет треба да врати *ZMP* у блиску околину референтне позиције, т.ј. треба да га врати у „безбедну зону“.

Поремећаји се разликују у погледу ефекта на понашање хуманоида. Колико нам је познато, једина класификација поремећаја је дата у [1] и према њој се разликују мали, средњи и велики поремећаји. Категоризација је базирана на томе колико поремећај угрожава динамички баланс и могућност настављања реализације покрета који је извођен пре његове појаве. У свим случајевима је претпостављено да је хуманоид изводио референтни покрет у тренутку када почиње да делује поремећај. Претпоставимо да се као поремећај јавља краткотрајно дејство спољашње силе, мада поремећаји могу имати и друге узроке нпр. нерегуларност подлоге по којој робот хода. Постоје три групе поремећаја:

- (i) Због деловања спољашње силе **малог интензитета**, тачно праћење референтних трајекторија у зглобовима је поремећено, што за последицу има одступање стварног положаја *ZMP*-а од референтног. Међутим, дејство поремећаја је такво да не угрожава динамички баланс тренутно, али би се одступање повећавало уколико не би било компензовано, што би, после извесног времена, довело до пада система. Обзиром да се компензација изводи док је систем „на ногама“, није потребно прекидати реализацију намеравањег кретања, већ се оно изводи тако да се само модификује при чему је његов основни облик остао очуван. Одговарајуће управљање треба да врати систем на референтну трајекторију или што ближе њој.
- (ii) Претпоставимо да делује поремећајна сила **средњег интензитета**. У овом случају, као и у претходном, сила ремети тачно праћење трајекторија у зглобовима и повећава одступање позиције *ZMP*-а од његове референтне позиције. Да би се очувао динамички баланс, хуманоид мора да предузме „одлучније“ акције, (нпр. замахне рукама) како би обезбедио да *ZMP* остане унутар „сигурне зоне“ и да би након тога систем могао да се врати на референтно кретање.
- (iii) У случају поремећаја **великог интензитета**, тренутно се појављује опасност од пада и његово спречавање постаје задатак од примарног интереса. Стога се напуштају све активности које је систем до тог тренутка изводио и реализује се само покрет који треба да спречи пад (нпр. искорак), а када је та опасност отклоњена систем може да се врати задатку чија је реализација прекинута.

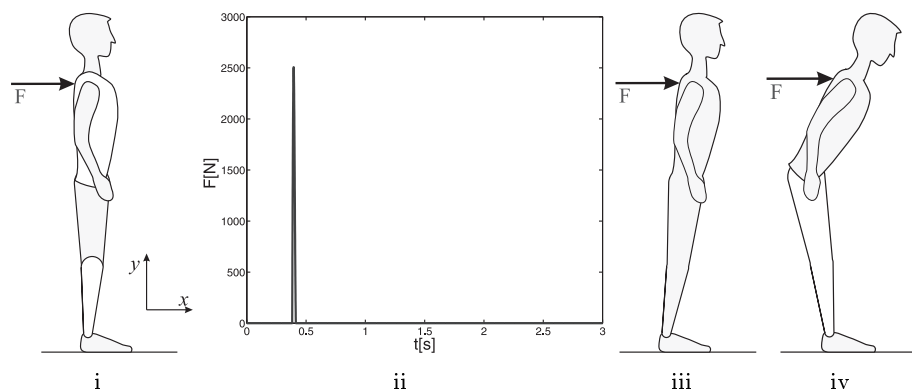
Свако одступање вектора стања у било ком зглобу узрокује одступање положаја ZMP -а од референтног. Такође, све нетачности модела робота (кинематске, динамичке ...) узрокују да синтетизовано референтно управљање не обезбеђује референтну позицију ZMP -а, па се ова одступања морају стално компензовати. Стога се проблем управљања ходом, чак и у одсуству спољашњих сила, своди на компензацију увек присутних малих поремећаја. Овај проблем је детаљно испитиван у радовима [5, 6].¹

У случају компензације великих поремећаја неопходно је водити рачуна о два захтева која морају **истовремено** бити испуњена компензационим покретом:

- (i) Силе индуковане компензационим покретом морају да делују тако да померају позицију ZMP -а, узурпирану деловањем поремећаја, ка референтном положају и да при томе стално остаје унутар ослоначке површине.
- (ii) Имајући на уму да деловање сила индукованих компензационим покретом траје кратко, **поза хуманоида на крају компензационог покрета мора бити таква да обезбеди динамички баланс када престане деловања сила које су последице кретања**. То значи, да на крају компензационог покрета пројекција CM -а система мора бити унутар ослоначке површине.

Ова два захтева намећу озбиљна ограничења. Наиме, компензациони покрети су врло често комплексни (већи број зглобова се покреће симултано) и човек их учи током савладавања вештине ходања путем покушаја и грешака, након чега бира и прихвата одговарајуће покрете које сматра најпогоднијим. То значи да је могуће посматрати карактеристичне начине компензације поремећаја које користи човек, и онда, анализирајући их, доћи до разлога зашто их човек користи баш такве.

¹Даћемо само кратак опис компензације малих поремећаја, само ради комплетности дискусије. У овом случају, управљање има двојаку улогу. Прва је да се минимизује одступање ZMP -а од референтне позиције и други је да, у највећој могућој мери, очува антропоморфност покрета што се постиже минимизацијом одступања стварног кретања система од референтног. Међутим, компензационе акције у зглобовима у којима желимо да кретање што више приближимо референтном, као негативан ефекат, мењају убрзања у зглобовима, што додатно води мењању интензитета и смера инерцијалних сила и као резултат тога се мења и позиција ZMP -а. Овај проблем је решен [5] непрестаним мењањем приоритета управљања: када је позиција ZMP -а близу референтној, што значи да динамички баланс није угрожен, управљање се фокусира на минимизацију одступања кретања у свим зглобовима робота од референтног. Међутим, уколико одступање позиције ZMP -а пређе унапред одређену дозвољену границу, управљање као приоритет узима очување динамичког баланса, т.ј. превенцију пада, управљачки закон се мења и прелази се на нову компензациону стратегију. Треба напоменути да овај прелазак не може бити скоковит већ постепен како би се избегле могуће нежељене промене кретања зглобова и индуковање нежељених сила. Стога, како би управљали ходом у присуству малих поремећаја, неопходно је непрекидно мерити стварну позицију ZMP -а, упоређивати је са референтном и на основу тога се одредити за компензациону стратегију.



Слика 3.1: i) Почетна поза хуманоида, ii) Профил силе која ствара поремећај, iii) Компензација кретањем само у скочном зглобу, iv) Симултано кретање у куку и скочном зглобу.

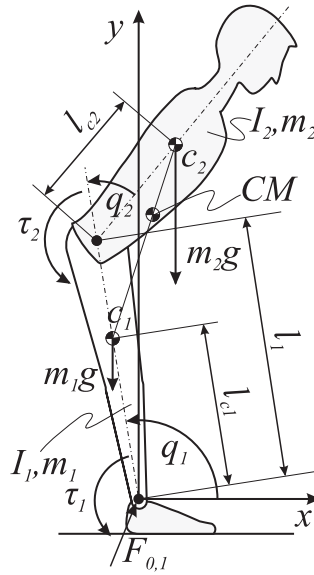
Посматрајмо случај² када хуманоид стоји усправно (сл. 3.1i), са оба стопала на земљи, и да при томе на његова леђа делује поремећај у облику импулсне силе, у хоризонталном правцу, на висини $h = 1.6 \text{ m}$. Профил силе која уноси поремећај је дат на сл. 3.1ii. У зависности од правца и интензитета поремећаја, постоје два карактеристична начина реаговања човека. Први је, да покуша да очува динамички баланс при чему неће подизати стопала са подлоге, а други је да искорачи у правцу деловања силе. У првом случају постоје два могућа сценарија. Први је да се изврши компензациони покрет симултано у оба скочна зглоба, где се цело тело креће као јединствен сегмент (сл. 3.1iii), т.ј као једноструко инверзно клатно. Други начин (сл. 3.1iv) је да се изврши компензациони покрет симултаним кретањем у скочном зглобу и куку, али тако да смерови угаоних брзина буду супротни. У том случају се систем може посматрати као да се састоји од само два сегмента, (сл. 3.1iv), где је први сегмент, сегмент ногу (бутина и потколеница), док други сегмент обухвата труп са вратом, главом и рукама. У наредном одељку су детаљније анализирна ова два случаја.

3.1 Анализа компензационих покрета

Анализираћемо два суштински различита типа компензационих покрета, т.ј. када се компензациона акција изводи само скочним зглобом а цело тело понаша као један сегмент (сл. 3.1iii) и када се компензација изводи симултано скочним зглобом и куком а цео систем се понаша ако двосегментни механизам (сл. 3.1iv).

Како бисмо анализирали оба типа покрета и одредили њихове основне карактеристике, формираћемо планарни модел хуманоида (сл. 3.2) у коме један сегмент

²Анализа која следи је део рада [49] који је аутор објавио током докторских студија



Слика 3.2: Двосегментни планарни механизам.

представља ноге, а други сегмент је труп заједно са главом и рукама. На тој слици је приказано и стопало, али се оно сматра фиксираним за подлогу и не креће се.

Кретање таквог система је описано следећом матричном диференцијалном једначином:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

где је:

$$H_{11} = m_1 l_{C1}^2 + I_1 + m_2 (l_1^2 + l_{C2}^2 + 2l_1 l_{C2} \cos q_2) + I_2 \quad (3.2)$$

$$H_{22} = m_2 l_{C2}^2 + I_2 \quad (3.3)$$

$$H_{21} = H_{12} = m_2 l_1 l_{C2} \cos q_2 + m_2 l_{C2}^2 + I_2 \quad (3.4)$$

$$h_1 = -m_2 l_1 l_{C2} \sin q_2 (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) + m_1 l_{C1} g \cos q_1 + m_2 g (l_{C2} \cos (q_1 + q_2) + l_1 \cos q_1) \quad (3.5)$$

$$h_2 = m_2 l_1 l_{C2} \sin q_2 (\dot{q}_2^2) + m_2 g l_{C2} \cos (q_1 + q_2) . \quad (3.6)$$

са ознакама датим на сл. 3.2. Треба приметити да су H_{11} , H_{12} , H_{21} и H_{22} већи од нуле. Кретање CM -а целог система је дато:

$$\ddot{\mathbf{r}}_{CM} = \frac{1}{m_1 + m_2} \left(\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \right) \quad (3.7)$$

где су:

$$A_{11} = -m_1 l_{C1} \sin q_1 - m_2 l_1 \sin q_1 - m_2 l_{C2} \sin (q_1 + q_2) \quad (3.8)$$

$$A_{12} = -m_2 l_{C2} \sin (q_1 + q_2) \quad (3.9)$$

$$A_{21} = m_1 l_{C1} \cos q_1 + m_2 l_1 \cos q_1 + m_2 l_{C2} \cos (q_1 + q_2) \quad (3.10)$$

$$A_{22} = m_2 l_{C2} \cos (q_1 + q_2) \quad (3.11)$$

$$a_1 = -m_1 l_{C1} \dot{q}_1^2 \cos q_1 - m_2 l_1 \dot{q}_1^2 \cos q_1 - m_2 l_{C2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \cos (q_1 + q_2) \quad (3.12)$$

$$a_2 = -m_1 l_{C1} \dot{q}_1^2 \sin q_1 - m_2 l_1 \dot{q}_1^2 \sin q_1 - m_2 l_{C2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \sin (q_1 + q_2) . \quad (3.13)$$

Пошто је у питању планарни модел позиција ZMP -а може бити израчуната на следећи начин:

$$ZMP_X = \tau_1 / F_{0,1Y} \quad (3.14)$$

где $F_{0,1Y}$ представља вертикалну компоненту силе реакције подлоге коју можемо израчунати на следећи начин:

$$F_{0,1Y} = (m_1 + m_2) (\ddot{r}_{CMY} + g) = \begin{bmatrix} A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + a_2 + (m_1 + m_2) g . \quad (3.15)$$

3.1.1 Компензација само скочним зглобом

Када се компензација врши само моментом у скочном зглобу, зглоб кука остаје непокретан па се вредност координате у том зглобу не мења (у усправном положају вредност тог угла је једнака нули), док су брзине и убрзања нула ($q_2 = 0$, $\dot{q}_2 = 0$, $\ddot{q}_2 = 0$). У том случају систем се креће као једносегментно инверзно физичко клатно и једначина (3.1) се своди на:

$$\ddot{q}_1 = H_{11}^{-1} (\tau_1 - h_1) . \quad (3.16)$$

Веза између позиције ZMP -а и погонског момена у случају када се цео систем апроксимира само једним сегментом се може извести из (3.14) и (3.15) те се добија:

$$\tau_1 = ZMP_X (L_{CM} \ddot{q}_1 \cos q_1 - L_{CM} \dot{q}_1^2 \sin q_1 + (m_1 + m_2) g) \quad (3.17)$$

где је:

$$L_{CM} = m_1 l_{C1} + m_2 l_1 + m_2 l_{C2} . \quad (3.18)$$

Комбиновањем једначина (3.5), (3.16) и (3.17) добија се веза између угаоног убрзања у скочном зглобу и позиције ZMP -а:

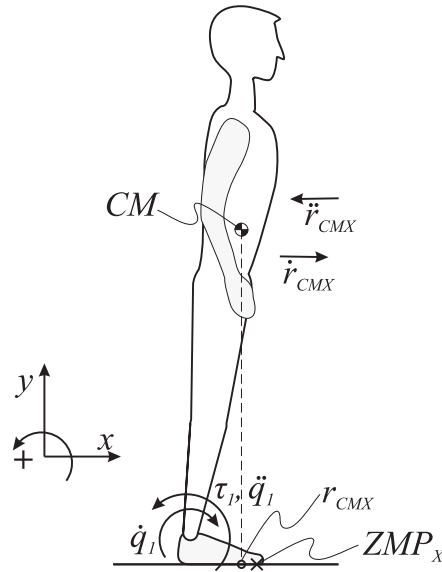
$$(H_{11} - ZMP_X L_{CM} \cos q_1) \ddot{q}_1 = -ZMP_X L_{CM} \dot{q}_1^2 \sin q_1 + ZMP_X (m_1 + m_2) g - g L_{CM} \cos q_1 . \quad (3.19)$$

Претпоставимо да у почетном тренутку хуманоид стоји мирно и да је то стање нагло поремећено деловањем силе, као што је скицирано на сл. 3.1i. Услед импулса који је сила пренела, хуманоид ће почети да ротира око скочног зглоба угаоном брзином³ \dot{q}_1 у правцу приказаном на сл. 3.3 (овај смер је означен као негативан) и CM ће се кретати у смеру деловања поремећаја (позитиван смер x -осе), што ће произвести померање CM -а ка прстима. Како би се опоравио од поремећаја, систем мора да генерише негативно убрзање CM -а у правцу x -осе, што се постиже позитивним угаоним убрзањем у скочном зглобу. На основу (3.16) може се видети да се, повећавањем момента у скочном зглобу генерише позитивно убрзање, које ће зауставити даље нагињање хуманоида и спречити да пројекција CM -а ($СМР$) изађе изван ослоначке површине. Као што је евидентно из (3.17), тај момент у скочном зглобу директно утиче на позицију ZMP -а, тако да са порастом момента расте и x -координата позиције ZMP -а, што значи да се ZMP помера ка прстима као што је приказано на сл. 3.3. Да би динамички баланс остао очуван, неопходно је престано држати ZMP унутар ослоначке површине (не сме достићи његову ивицу), тако да постоји максимални момент који можемо применити на скочни зглоб. Ако применимо момент већег интензитета, систем ће ротирати око прстију и динамички баланс ће бити изгубљен. Са друге стране, ако је момент недовољан да заустави кретање CM -а, доћи ће до пада и мора се применити нека друга стратегија.

Да резимирамо, да бисмо очували динамички баланс, ZMP мора бити унутар ослоначке површине. На позицију ZMP -а утичу све силе (гравитационе и инерцијалне) које делују на систем. Да бисмо сачували динамички баланс током компензационог покрета (док постоји кретање), ZMP мора бити унутар ослоначке површине, али $СМР$ не мора. На крају покрета (када се хуманоид заустави) сила реакције подлоге је једнака сили гравитације, што се може видети и из једначина (3.13) и (3.15). На основу тога и једначине (3.14), може се закључити да на крају покрета позиција ZMP -а зависи само од гравитационих сила. У том случају се ZMP и $СМР$ поклапају, па $СМР$ такође мора бити унутар ослоначке површине.

Из овога следи да погонски момент у скочном зглобу не сме бити већи од вредности одређене дозвољеним померањем ZMP -а, што значи да ће интензитет убрзања

³Њен интензитет зависи од импулса пренешеног на тело и масе хуманоида.



СЛИКА 3.3: Кретање система током компензације скочним зглобом.

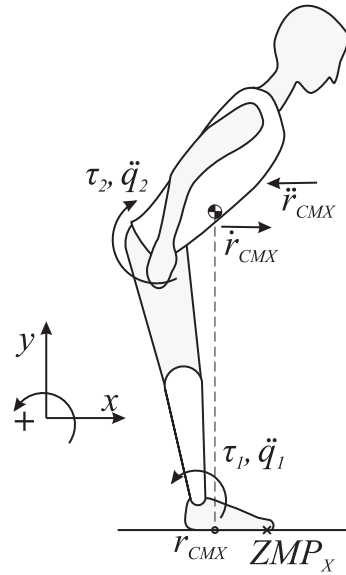
(успоревња) CM -а система имати максималну дозвољену вредност. Ако максималан дозвољени управљачки момент није довољан да заустави кретање CM -а пре него што његова пројекција изађе ван ослоначке површине, компензација само скочним зглобом није одговарајућа. У том случају потребно је искористити неку другу компензациону стратегију да би се избегао пад, на пример, симултано кретање у скочном зглобу и у куку. Када CM изађе ван ослоначке површине важи:

$$ZMP_x < (m_1 + m_2)^{-1} L_{CM} \cos q_1 . \quad (3.20)$$

Убацивањем ове неједнакости у израз (3.19) може се уочити да је угаоно убрзање у скочном зглобу негативно, што додатно убрзава CM . Управо то је разлог зашто није могуће зауставити кретање уколико је пројекција CM -а изван ослоначке површине. Важно је напоменути да се избор компензационе стратегије мора извршити одмах на почетку деловања поремећаја. Нисмо наишли на студије којима се јасно дефинише на основу чега се човек одлучује коју компензациону стратегију ће применити. Сматрамо да је овоме потребно посветити додатну пажњу.

3.1.2 Компензација симултаним кретањем у скочном зглобу и куку

Вратимо се на случај када хуманоид стоји усправно, без поремећаја који делује на њега (сл. 3.1i). Деловање поремећаја ће пренети на хуманоида одређену количину кретања и пројекција центра масе ће почети да се креће у правцу поремећаја (позитиван смер x -осе). Претпоставимо да хуманоид врши компензацију симултаним



Слика 3.4: Кретање двосегментог система при компензацији кретањем у куку и скочном зглобу.

кретањем скочног зглоба и кука као што је приказано на сл. (3.4). Кретање скочног зглоба ће директно утицати на померање центра масе система у смеру који је супротан поремећају, што доводи до смиривања и заустављања система.

У овом случају оба зглоба модела приказаног на сл. 3.2 су активна. На основу једначина кретања система (3.1) добијамо:

$$\ddot{q}_1 = (H_{11}H_{22} - H_{21}H_{12})^{-1} (H_{22}(\tau_1 - h_1) - H_{21}(\tau_2 - h_2)) \quad (3.21)$$

$$\ddot{q}_2 = (H_{11}H_{22} - H_{21}H_{12})^{-1} (-H_{12}(\tau_1 - h_1) + H_{11}(\tau_2 - h_2)) . \quad (3.22)$$

Пошто је матрица \mathbf{H} позитивно дефинитна, важи да је $H_{11}H_{22} - H_{21}H_{12} > 0$, $H_{ij} > 0$, па се на основу једначине (3.21) може закључити да уколико је момент у скочном зглобу τ_1 већи од h_1 , и момент у куку τ_2 мањи од h_2 , угаоно убрзање у скочном зглобу ће бити позитивно. То значи да ће ово убрзање тежити да ротира систем уназад. Слично томе, на основу једначине (3.22), може се закључити да ако је момент у скочном зглобу τ_1 већи од h_1 , и да је момент у куку τ_2 мањи од h_2 , угаоно убрзање кука ће бити негативно. То значи да ће се, у овом случају, торзо ротирати унапред око зглоба кука. Треба запазити да су h_1 и h_2 momenti у скочном зглобу у куку које генеришу Кориолисова, центрифугална и гравитациона сила. Када су угаоне брзине мале, онда, на основу једначина (3.5) и (3.6), можемо закључити да су h_1 и h_2 приближно једнаки моментима које ствара гравитациона сила у скочном зглобу и куку респективно.

Како би се зауставило кретање, убрзање CM -а хуманоида у правцу x мора бити негативно, као што је приказано на сл 3.4. Како је A_{11} по апсолутној вредности знатно веће од A_{12} (једначине (3.8) и (3.9)), много већи ефекат на кретање центра масе целог система има кретање скочног зглоба него торза (eq. (3.7)). На основу тога, да би зауставили систем неопходно је генерисати позитивно угаоно убрзање у скочном зглобу. Такође, позиција ZMP -а је у директној вези са моментом који је генерисан у скочном зглобу и та веза је дата изразом:

$$\begin{aligned} \tau_1 = ZMP_x & ((m_1 l_{c1} \cos q_1 + m_2 l_1 \cos q_2 + m_2 l_{c2} \cos (q_1 + q_2)) \ddot{q}_1 \\ & + m_2 l_{c2} \cos (q_1 + q_2) \ddot{q}_2 - m_1 l_{c1} \dot{q}_1^2 \sin q_1 - m_2 l_1 \dot{q}_1^2 \sin q_1 \\ & - m_2 l_{c1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \sin (q_1 + q_2) + (m_1 + m_2)g) . \end{aligned} \quad (3.23)$$

Као и у претходном случају, ова једначина одређује границу максималног момента τ_1 , који може бити саопштен у скочном зглобу. Међутим, максимали момент τ_1 не гарантује да ће угаоно убрзање у скочном зглобу бити позитивно и да ће доћи до успорења центра масе. Максимално угаоно убрзање које је могуће остварити у скочном зглобу у случају када је само скочни зглоб активан је:

$$\ddot{q}_1^{MAX} = H_{11}^{-1} (\tau_1^{MAX} - h_1) . \quad (3.24)$$

Максимално угаоно убрзање које је могуће остварити у скочном зглобу када су и скочни зглоб и кук активни је:

$$\ddot{q}_1^{MAX} = (H_{11}H_{22} - H_{21}H_{12})^{-1} (H_{22}(\tau_1^{MAX} - h_1) - H_{21}(\tau_2^{MIN} - h_2)) \quad (3.25)$$

Лако је показати да важи:

$$(H_{11}H_{22} - H_{21}H_{12})^{-1} H_{22} > H_{11}^{-1} . \quad (3.26)$$

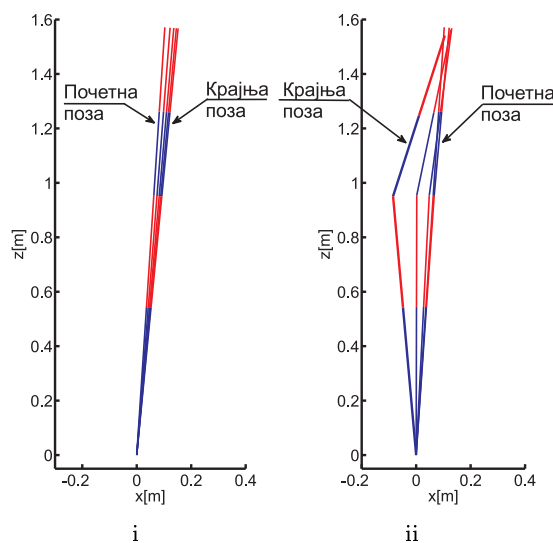
Одатле следи, да исти управљачки момент у скочном зглобу, у случају када је и кук активан, може да створи много веће угаоно убрзање у скочном зглобу него када је само скочни зглоб активан.

Стога, истовремено кретање скочног зглоба и кука може произвести значајно веће успорење центра масе система, то јест, у стању је да компензује знатно већи поремећај. Осим тога, на тај начин, се омогућава истовремено успоравање кретања центра масе и управљање позицијом ZMP -а. Уколико се, током компензационог покрета, пројекција центра масе нађе изван ослоначке површине, симултаним кретањем зглобова кука и скочног зглоба, пројекција центра масе се може „увући“ унутар ослоначке површине. Када се компензација врши кретањем само скочним зглобом,

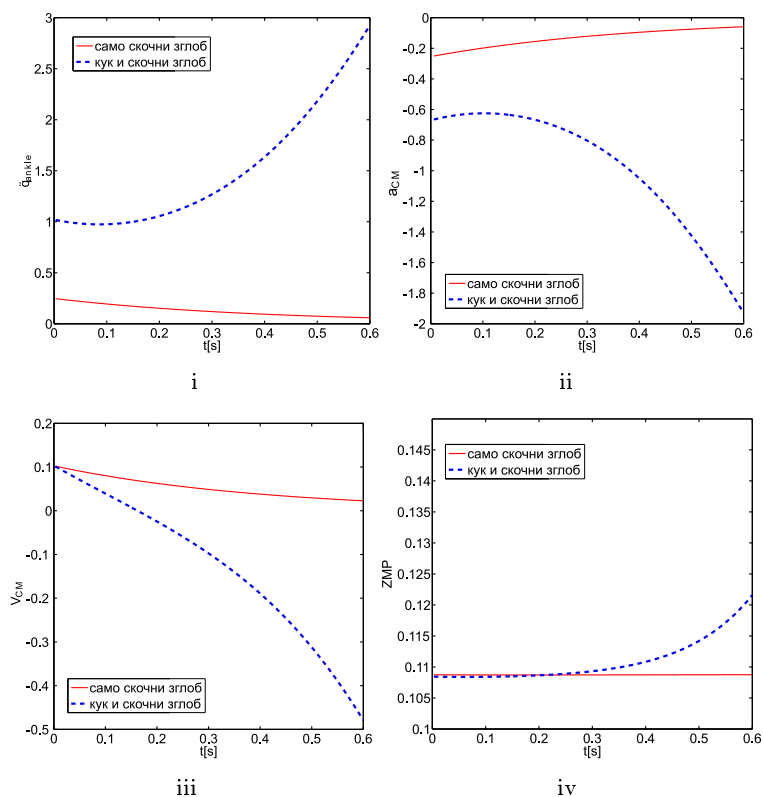
постојаће директна веза између угаоног убрзања скочног зглоба (а тиме и убрзање центра масе) и позиције ZMP -а (једначина (3.19)). Пошто ZMP мора бити унутар ослоначке површине, ово сужава маргину за успоравање кретања центра масе у x -правцу. Ово су разлози због којих компензација која укључује и скочни зглоб и кук може компензовати поремећаје већег интензитета у односу на случај када се компензација врши само скочним зглобом.

Међутим, ова стратегија има и своја ограничења. Из (3.15) се може видети да су угаона убрзања скочног зглоба и кука ограничена, јер је контакт између стопала и подлоге унилатералан (стопало може гурати подлогу, али је не може вући), тако да је вертикална компонента силе реакције подлоге увек усмерена нагоре. Максимална амплитуда обртног момента који могу да генеришу актуатори кука ограничава успорење центра масе. Може се десити да то успорење није довољно да би се компензовао поремећај.

Како бисмо нагласили разлику између карактеристика две компензационе стратегије и поткрепили претходну анализу, симулирали смо кретање двосегментног равског механизма приказаног на сл. 3.2. У почетном тренутку, систем стоји на подлози, благо нагнут напред и брзина центра масе је 0.1 m/s (посматрамо ситуацију која настаје непосредно након деловања силе). Прво је симулиран случај када је само скочни зглоб активан и саопштен је обртни момент константног интензитета $\tau_1 = 75 \text{ Nm}$. У случају када су оба зглоба активна, исто су саопштени обртни momenti константног интензитетом али различите амплитуде и смера $\tau_1 = 75 \text{ Nm}$ и $\tau_2 = -7 \text{ Nm}$. Одговарајући дијаграми приказани су на сл. 3.5. Као што се може



Слика 3.5: Остварено кретање када је активан i) само скочни зглоб и ii) скочни зглоб и кук.



Слика 3.6: i) Угаоно убрзање у скочном зглобу, ii) убрзање центра масе у правцу x -осе, iii) брзина центра масе у правцу x -осе iv) позиција ZMP -а у правцу x -осе

видети са слике, центар масе целог система на сл. 3.5i се и даље креће у позитивном смеру x -осе, док у се случају приказаном на сл. 3.5ii креће у негативном смеру x -осе.

Сл. 3.6i приказује остварено угаоно убрзање скочног зглоба. Уколико упоредимо вредности, може се се видети да је остварено убрзање скочног зглоба, уколико се симултано крећу и кук и скочни зглоб, знатно веће него угаоно убрзање када је активан само скочни зглоб, иако је момент у куку за ред величина мањи од момента у скочном зглобу. На сл. 3.6ii је приказано линеарно убрзање центра масе у правцу x -осе и евидентно је, да је интензитет убрзања много већи када се компензација врши истовременим кретањем кука и скочног зглоба. У том случају брзина центра масе опадне на нулу већ након $0.2 s$ ⁴ (Fig. 3.6iii). Међутим, ако је само активан скочни зглоб, брзина центра масе не пада на нулу током симулираног временског периода. Са сл. 3.6iv се види да се, током првих $0.2 s$, позиције ZMP -а у оба случаја поклапају. То значи да истовремено кретање оба зглоба не угрожава динамички баланс.

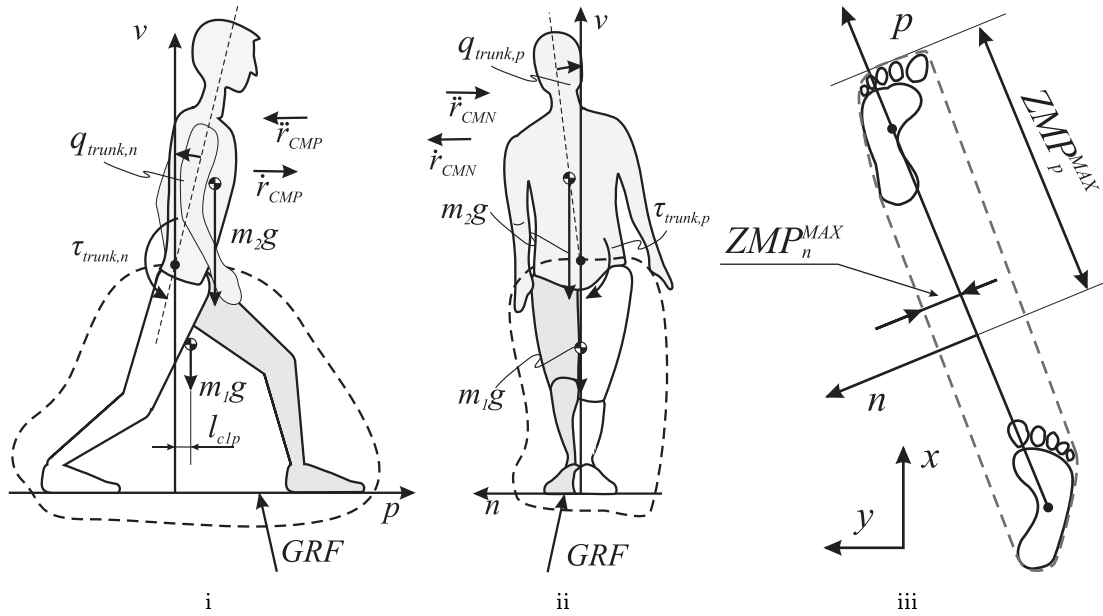
⁴Када се брзина центра масе спусти на нулу, компензациона стратегија се може променити на, нпр., компензацију само скочним зглобом.

Цела анализа је илустрована симулацијама у сагиталној равни, али се компензациони покрети такође могу вршити и у короналној (фронталној) равни. Из искуства знамо да човек компензује поремећаје на један од говре наведених начина. Избор стратегије која ће бити примењена, то јест, да ли ће се користити само скочни зглоб, скочни зглоб и кук, или искорак, је највише базиран на личном искуству. Човек вежба и увежбава ход годинама и праткично цео свој животни век профињује умеће очувања динамичког баланса у присуству поремећаја, адаптирајући их тренутним способностима мускулатурног система како би се ускладио са физиолошким променама које настају на човековом телу током година.

3.1.3 Компензација искорак

Трећи начин савладавања (компензације) поремећаја је искорак. Искорак је неизбежан када је поремећај такав да је динамички баланс тренутно изгубљен, па се искорак спречава пад. Међутим, нека истраживања су показала [22] да људи знатно чешће користе искорак, користећи га и у ситуацијама када би и другим стратегијама могли да савладају поремећај. Вероватан разлог за то је, што се тим чином истовремено удаљавају и од извора поремећаја. Након искорака кретање ће се зауставити и систем ће се смирити. Удар који је настао као последица контакта ноге која врши искорак и подлоге (у литератури познат као ударац петом) мора бити апсорбован од стране зглобова ногу, који након тога треба да се укруте. Када се ноге укруте, сва количина кретања биће пренета на труп и горњи тео тела, који ће наставити да се нагињу још неко време, док се не дисипира енергија и заустави кретање.

Слика 3.7 схематски приказује стање система непосредно након искорака. Оса p представља правац искорака и она повезује центре ослоначких површина оба стопала. Оса n лежи у хоризонталној равни и нормална је на осу p . Као што је већ речено, након искорака, ноге се укруте и преостала количина кретања се преноси на труп. Из тог разлога, постојаће одређена количина кретања у правцу искорака, која ће нагињати труп чиме ће повећавати $q_{trunk,n}$. Да би зауставили то кретање, на труп се мора деловати моментом који делује у правцу нормале на правац искорака $\tau_{trunk,n}$ (сл. 3.7i). Осим тога, постојаће и одређена количина кретања у правцу осе n , што ће за последицу имати нагињање трупа тако да се $q_{trunk,p}$ повећава. Да би зауставили ово кретање, неопходно је деловати моментом $\tau_{trunk,p}$ у правцу искорака на труп (сл. 3.7ii). Пошто су се ноге укрутилe, посматраћемо их као један сегмент масе m_1 . Труп заједно са рукама и главом ће такође бити посматран као један сегмент масе m_2 .



Слика 3.7: Систем непосредно након искорача: i) у правцу искорача, ii) у правцу нормалном на правац искорача, iii) позиција стопала и облик ослоначке површине.

Током периода смиривања, брзина центра масе треба да падне на нулу, уз услов да је динамички баланс очуван. Како би задовољили овај услов мора бити испуњено следеће:

$$\tau_{trunk,n} < ZMP_p^{MAX} GRF_v - m_1 g l_{c1p} \quad (3.27)$$

$$\tau_{trunk,p} < ZMP_n^{MAX} GRF_v \quad (3.28)$$

где ZMP_p^{MAX} представља максимално дозвољено одступање ZMP -а у правцу осе p (правац искорача), а ZMP_n^{MAX} максимално дозвољено одступање позиције ZMP -а у правцу нормале n , као што је приказано на сл. 3.7iii. GRF_v је вертикална компонента силе реакције подлоге, док је l_{c1p} растојање између центра масе сегмента ногу и зглоба, око кога се ротира сегмент тупа у правцу искорача p . Уколико неједнакост (3.27) није задовољена, робот ће ротирати око предње ивице ослоначке површине, док, ако није задовољена неједнакост (3.28) робот ће ротирати око бочне ивице ослоначке површине.

Из (3.27) и (3.28) се може видети да се много већи момент може аплицирати у зглобу око кога труп ротира у сагиталној равни (раван коју одређују правац искорача и вертикала) него на зглоб око кога ротира у фронталној равни, која је нормална на сагиталну и хоризонталну. Самим тим, могуће је реализовати много веће успорење центра масе у правцу искорача него у правцу нормалном на њега. Из тог разлога, искорак треба вршити тако, да након искорача, брзина центра масе у правцу осе n буде што је могуће мања. Ако је искорак у потпуности реализован на овај начин,

брзина у правцу нормале ће бити нула. У том случају ће се, након завршетка искорака, систем нагињати у потпуности у правцу осе p , што ће обезбедити веће успорење центра масе система пре него што се он у потпуности заустави. Покрет се мора зауставити тако да пројекција центра масе мора бити унутар ослоначке површине. Тиме се обезбеђује статички баланс система, када се робот у потпуности заустави.

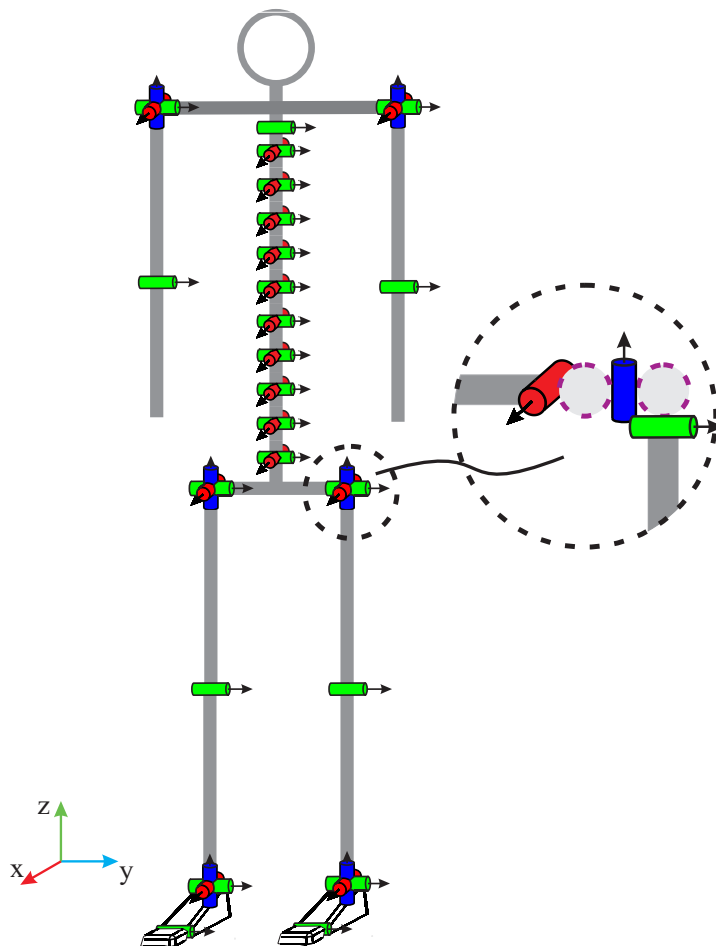
Поглавље 4

Симулациони резултати компензације великих поремећаја

У овом поглављу су представљени резултати симулације различитих начина компензације поремећаја. Коришћен је веома сложен модел хуманоидног робота који је прво детаљно описан. Посебна пажња је посвећена моделирању контакта између стопала и подлоге, који је због честе промене конфигурације контаката моделиран као контакт између вискоеластичног површинског слоја стопала и круте подлоге.

Прво је симулиран случај када у тренутку деловања силе на леђа робота, робот стоји мирно са оба стопала на подлози. Компензација се врши, прво, само кретањем скочног зглоба. Након тога је симулиран случај када је поремећајна сила већег интензитета тако да робот није у стању да успешно компензује поремећај користећи само скочни зглоб. Тада је вршена компензација симултаним кретањем скочног зглоба и кука. Трећи пример приказује случај када је сила превеликог интензитета да би се поремећај компензовао без премештања стопала. Због тога ће робот у овом случају бити приморан да изврши искорак.

Друга група симулација се односи на ситуацију када поремећај делује на робота који хода. Разматрано је неколико различитих случајева, при чему поремећај увек делује док је робот у једнослоначкој фази, док се мења само правац и интензитет поремећаја. Обзиром да је робот већ у једнослоначкој фази, у свим овим случајевима поремећај ће бити компензован искоракком.



Слика 4.1: Механичка структура робота са 46 сегмената и 45 зглобова.

4.1 Опис модела хуманоидног робота

Модел хуманоидног робота је веома сличан моделима коришћеним у радовима [5, 6, 50]. Робот је моделиран као зглобни механизам који се састоји од базног сегмента за који је везано неколико отворених кинематских ланаца. Сегменти робота су међусобно повезани ротационим зглобовима са само једним степеном слободе. На сл. 4.1 је приказана механичка структура робота са 45 зглобова. Зглобови са више степени слободе, нпр. скочни зглоб и кук, су представљени као низ зглобова са једним степеном слободе, повезани сегментима занемарљиве масе и димензија (фиктивни сегменти). Начин моделирања сферног зглоба је илустрован на примеру левог кука који је приказан сл. 4.1. Као базни сегмент је одабрана карлица. Њена позиција и оријентација у простору су дати помоћу три линеарне и три угаоне координате $\mathbf{X} = [x, y, z, \theta, \phi, \psi]^T$. За карлицу су везани остали кинематски ланци, од којих први ланац представља десну ногу; други ланац представља леву ногу; трећи ланац представља десетосегментни труп (сегменти су повезани зглобовима са два

степен слободе) и десну руку; четврти ланац представља десетосегментни труп заједно са левом руком. Глава је део сегмента који спаја оба рамена зглоба. Стопала су двосегментна, где између тела стопала и сегмента прстију постоји само један степен слободе.

Кретање сваког зглоба је задато једном генералисаном координатом $(q_2, q_3, \dots, q_{46})$.¹ Када урачунамо 6 координата потребних за задавање позиције базног сегмента у простору, добијамо да је укупан број степени слободе механизма 51, што значи да позицију система можемо описати следећим вектором:

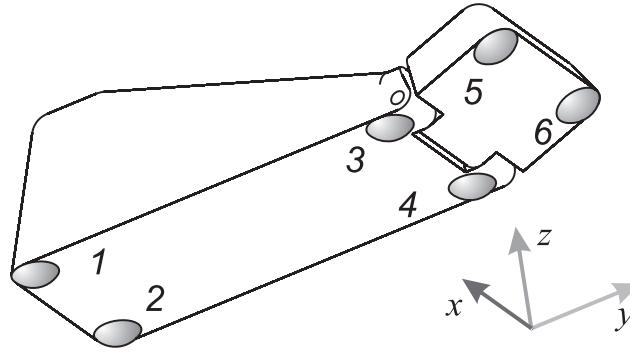
$$\mathbf{Q} = [\mathbf{X}^T \mathbf{q}^T]^T = [x, y, z, \theta, \phi, \psi, q_2, q_3 \dots q_{46}]^T \quad (4.1)$$

У сваком од зглобова постављен је по један актуатор који генерише управљачки момент τ_j , док су првих шест степени слободе из вектора \mathbf{Q} , т.ј. x, y, z, θ, ϕ и ψ неоснажени. Вектор управљачких момената је $\boldsymbol{\tau} = [\tau_2, \tau_3, \dots, \tau_{46}]^T$, проширен вектор генералисаних сила дужине 51 је $\mathbf{T} = [\mathbf{0}_{1 \times 6}, \boldsymbol{\tau}^T]^T = [0, \dots, 0, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_{46}]^T$. Сваки зглоб је актуиран моторима једносмерне струје са четкицама и сталним магнетима. Мотором се управља променом напона на намотајима. Да би се олакшало моделовање, без губљења општости, исти мотори су коришћени у сваком зглобу.

4.1.1 Моделовање контакта између стопала и подлоге

У свим симулираним случајевима робот стоји на подлози и о њу је ослоњен ногом, па на стопало робота делује сила реакције подлоге. Када се врши компензација скочним зглобом, или скочним зглобом и куком, оба стопала су све време у контакту са подлогом, али се интензитет и положај деловања контактне силе мења. Уколико се врши компензација искорак систем креће из двоослоначке фазе, након чега прелази у једноослоначку да би поново на крају завршио у двоослоначкој фази. У почетку, нога на коју се систем ослања је у контакту са подлогом, да би контакт био раскинут током једноослоначке фазе, како би, на крају искорака, поново дошло до контакта између стопала и подлоге. Осим тога, док постоји контакт између стопала и подлоге може доћи до проклизавања. Након завршеног искорака, потребно је зауставити систем, током чега може доћи до одвајања задње ноге од подлоге. Због свега тога, веома је битно моделовати контакт на одговарајући начин, т.ј. дефинисати модел који на најпрецизнији начин може да опише ефекте који се могу јавити између две површине у контакту.

¹Обратите пажњу да зглоб број 1 не постоји, што је последица тога што први сегмент није везан за подлогу већ се слободно креће у простору. Његова позиција и оријентација су дате вектором $\mathbf{X} = [x, y, z, \theta, \phi, \psi]^T$. Из тог разлога енумерација зглобова почиње од 2.



СЛИКА 4.2: Двосегментно стопало са означеним контактним тачкама.

Двосегментно стопало је правоугаоног облика са равном контактном површином, па је за егзактно описивање свих конфигурација контаката потребно посматрати контакт у само шест карактеристичних тачака, као што је приказано на сл. 4.2. Четири контактне тачке (1 до 4 са сл. 4.2) су у угловима тела стопала, док су контактне тачке 5 и 6 на врховима сегмента прстију. Посматрањем само ових шест контактних тачака, могуће је описати све конфигурације контакта између стопала и подлоге. Уколико је контакт са подлогом остварен са три или више неколинеарне тачке (од поменутих 6) контакт је равански. Уколико је контакт остварен у само две тачке, онда је он линијски, и уколико је остварен контакт између само једне контактне тачке и ослоначке површине, контакт између стопала и подлоге је тачкаст. Имајући у виду да робот има два стопала, укупан број тачака у којима се посматрају контакти је 12. Међутим, нису увек све тачке у контакту са подлогом. Тачан тренутак када долази до остваривања контакта или његовог раскидања, је одређен коришћењем слек променљивих (енг. *slack variables*)[51]. Да бисмо моделовали контакт између једне тачке и подлоге искористили смо модел крутог тела са вискоеластичним слојем. Модел је детаљније објашњен у додатку.

4.1.2 Укупан модел система

Сједињавањем модела механичке структуре робота и модела вискоеластичног контакта између роботског стопала и подлоге, укупни систем може бити описан следећом диференцијалном једначином:

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{h}_0 = \mathbf{T} + \sum_{i \in S} \mathbf{J}^{iT} \begin{bmatrix} \mathbf{F}^i \\ \boldsymbol{\delta}^i \times \mathbf{F}^i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

где $\ddot{\mathbf{Q}}$ представља вектор генералисаних убрзања система; \mathbf{H} представља матрицу инерције система; \mathbf{h}_0 је вектор колона брзинских ефеката и гравитационих момената; \mathbf{T} је вектор колона управљачких момената; S је скуп контактних тачака које

су у контакту са подлогом; δ^i и \mathbf{F}^i су вектори деформације и контактне силе за i -ту контактну тачку; \mathbf{J}^i је јакобијан срачунат за i -ту контактну тачку. Контактна сила, деформација и извод деформације се рачунају према процедури описаној у додатку.

Зглобови су погоњени електричним моторима, који се моделирају на следећи начин:

$$\begin{aligned} u_j &= R_r i_{rj} + C_e \dot{q}_j + L_r \dot{i}_{rj} \\ \tau_j &= C_m i_{rj} + B \dot{q}_j + J_r \ddot{q}_j. \end{aligned} \quad (4.3)$$

У овим једначинама, τ_j представља управљачки момент који производи актуатор у j -том зглобу; i_{rj} је струја намотаја у j -том актуатору; \dot{q}_j и \ddot{q}_j су угаоне брзиина и угаоно убрзање у j -том зглобу. Напон намотаја мотора j -тог актуатора је u_j . Параметри мотора су²: струјна константа C_m , напонска константа C_e , термичка отпорност намотаја ротора R_r , индуктивност намотаја ротора L_r , момент инерције ротора J_r и коефицијент вискозног трења B . Актуатором се управља мењањем напона намотаја мотора u_j . То значи да је укупан модел система дат једначином (4.2), заједно са још 45 диференцијалних једначина другог реда (4.3), које описују понашање актуатора постављених у сваки актуиран степен слободе.

4.2 Компензација кретањем скочног зглоба

Прво ћемо посматрати реализацију компензационог покрета коришћењем само скочног зглоба. У почетном тренутку, робот мирује, стојећи на подлози са обе ноге. Управљачки моменти у зглобовима су константни, и пошто кретања нема, уравнотежују само гравитационо оптерећење. Из тог разлога напоне на моторима ћемо држати константним односно:

$$u_j^{t_i} = u_j^0, \quad j \in \{2, \dots, 46\} \quad (4.4)$$

где је $u_j^{t_i}$ напон на намотајима мотора који актуира зглоб j у тренутку t_i , док је u_j^0 референтни напон, који пре појаве поремећаја, уравнотежује само гравитационо оптерећење у зглобовима. У одређеном тренутку, почиње да делује поремећајна сила у правцу x -осе амплитуде 510 N и профила приказаног на слици 3.1ii. Сила преноси на робота импулс од 18 kgm/s , који доводи до кретања CM -а брзином 0.21 m/s .

Непосредно након појаве поремећаја, започиње компензациона акција кретањем у скочном зглобу, која има за циљ да заустави кретање CM -а у правцу x -осе, али тако

²Подсетимо да су мотори у свим зглобовима исти.

да је динамички баланс све време очуван (ZMP мора бити унутар ослоначке површине). Осим тога, компензациони покрет треба да врати систем у почетно стање. Када се компензациони покрет заврши, позиција ZMP -а се поклапа са пројекцијом CM -а. Како је разлика позиција ZMP -а и CM -а приближно пропорционална убрзању центра масе, жељена позиција ZMP -а је срачуната тако да минимизује одступање позиције CM -а од њене позиције пре појаве поремећаја. Како бисмо управљали позицијом CM -а користићемо ПИД регулатор, где је управљачка величина жељена позиција ZMP -а. Грешку позиције CM -а, референтну позицију ZMP -а и грешку позиције ZMP -а рачунамо на следећи начин:

$$\Delta CM_X^{t_i} = CM_X^0 - CM_X^{t_i} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} {}^{ref}ZMP_X^{t_i} &= {}^{ref}ZMP_X^{t_{i-1}} + \Delta CM_X^{t_i} (K_{pcz} + K_{icz} + K_{dcz}) - \\ &\quad - \Delta CM_X^{t_{i-1}} (K_{pcz} + 2K_{dcz}) + \Delta CM_X^{t_{i-2}} K_{dcz} \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\Delta ZMP_X^{t_i} = {}^{ref}ZMP_X^{t_i} - ZMP_X^{t_i}. \quad (4.7)$$

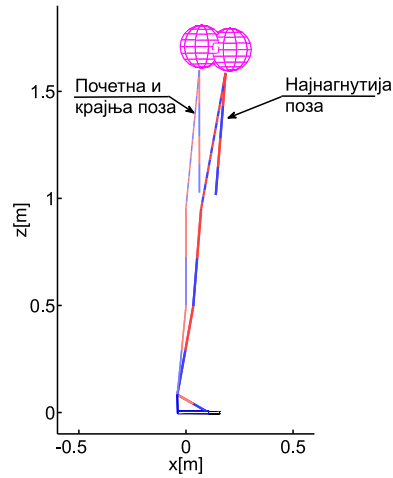
K_{pcz} , K_{dcz} и K_{icz} представљају коефицијенте пропорционалног, диференцијалног и интегралног појачања повратне спреге за управљање позицијом CM -а путем позиције ZMP -а. Коришћено управљање је дато једначином (4.6). Треба приметити да је овај ПИД регулатор записан у брзинској форми.

Покретањем скочног зглоба, управљаћемо позицијом ZMP -а. Узимајући у обзир да је систем симетричан, у оба мотора у скочним зглобовима (зглобови 8 и 16 са сл. 4.1), ће бити саопштен исти управљачки напон који је срачунат на следећи начин:

$$\begin{aligned} \Delta u_{8,16}^{t_i} &= \Delta u_{8,16}^{t_{i-1}} + \Delta ZMP_X^{t_i} (K_{pz} + K_{iz} + K_{dz}) - \\ &\quad - \Delta ZMP_X^{t_{i-1}} (K_{pz} + 2K_{dz}) + \Delta ZMP_X^{t_{i-2}} K_{dz} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$u_{8,16}^{t_i} = u_{8,16}^{t_{i-1}} + \Delta u_{8,16}^{t_i} \quad (4.9)$$

где $\Delta u_{8,16}^{t_i}$ представља инкремент управљачког напона у тренутку t_i за зглобове 8 и 16, срачунат коришћењем ПИД регулатора записаног у брзинској форми. Инкремент се додаје на управљачки напон из претходног тренутка, како би се добио управљачки напон у посматраном тренутку. K_{pz} , K_{dz} и K_{iz} представљају коефицијенте пропорционалног, диференцијалног и интегралног појачања повратне спреге, који служе за управљање позицијом ZMP -а променом напона у скочним зглобовима.



СЛИКА 4.3: Компензациони покрет у скочном зглобу добијен симулацијом.

Сви зглобови, осим два скочна, би требали да остану укрупњени. Због тога је референтна брзина једнака нули. Управљачки закон тада има облик:

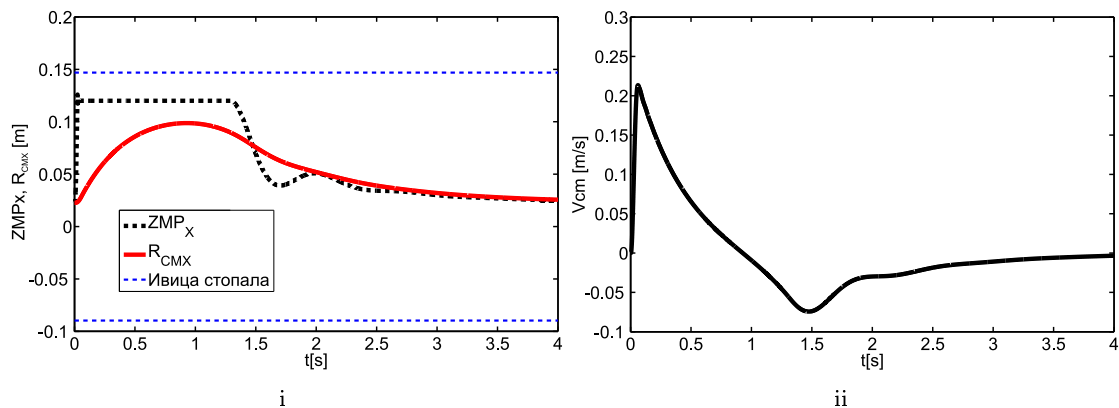
$$\Delta \dot{q}_j^{t_i} = -\dot{q}_j^{t_i} \quad (4.10)$$

$$u_j^{t_i} = u_j^{t_{i-1}} + \Delta \dot{q}_j^{t_i} (K_{pvj} + K_{ivj} + K_{dvj}) - \Delta \dot{q}_j^{t_{i-1}} (K_{pvj} + 2K_{dvj}) + \Delta \dot{q}_j^{t_{i-2}} K_{dvj}, \quad j \in \{2 \dots 46\} \setminus \{8, 16\}. \quad (4.11)$$

K_{pvj} представља коефицијент пропорционалног, K_{dvj} диференцијалног и K_{ivj} интегралног појачања повратне спреге, ПИД регулатора којим се регулише брзина у зглобу j .

На сл. 4.3 је приказан покрет који је добијен као резултат симулације понашања хуманоидног робота. Позиција CM -а пре поремећаја се поклапа са његовом референтном позицијом. Пошто је само скочни зглоб активан, угао у том зглобу пре појаве поремећаја је исти као угао у том зглобу када позиција CM -а достигне референтну вредност. Како су сви зглобови осим два скочна укрупњени, а углови у скочним зглобовима су исти на почетку и на крају покрета, следи да је почетна поза идентична коначној пози, као што је приказано на сл. 4.3. На слици је такође приказана поза у којој се налази робот када је највише нагнут унапред, и он одговара тренутку када је брзина CM -а у правцу x -осе пала на нулу, након чега се робот постепено враћа у почетну позу. На сл. 4.4i је приказано кретање ZMP -а и CM -а у правцу x -осе, док је на сл. 4.4ii приказана брзина кретања CM -а у истом правцу.

Као што се може видети са сл.4.4ii, на самом старту постоји нагли скок брзине CM -а, који је последица деловања поремећаја на труп. Максимална дозвољена референтна позиција ZMP -а (${}^{ref}ZMP_X^{MAX}$) је одабрана тако да је удаљена од предње



Слика 4.4: i) Позиција ZMP -а (дебела испрекидана линија), позиција CM -а (танка пуна линија) и ивице стопала (танка испрекидана линија) и ii) брзина CM -а у x правцу

ивице стопала за 25 mm . То обезбеђује, да у случају прескока или новог поремећаја, управљачки систем може да задржи ZMP унутар ослоначке површине, чиме ће очувати динамички баланс система. Након појаве поремећаја, референтна позиција ZMP -а врло брзо достиже своју максималну дозвољену вредност. Стварна позиција ZMP -а брзо постаје једнака референтној (сл. 4.4i). Након приближно 1 s брзина CM -а пада на нулу (сл. 4.4ii), након чега се CM постепено враћа на почетну позицију, и након 4 s робот се зауставља у потпуности. Позиција CM -а се поклапа са његовом позицијом пре деловања поремећаја. Уколико се интензитет поремећајне силе повећа и позиција CM -а настави да се креће у x -правцу тако да прекорачи максималну дозвољену позицију ZMP -а, угаоно убрзање у скочним зглобу ће постати позитивно (видети одељак 3.1.1) и робот ће пасти. Као што је евидентно са сл. 4.4i, позиција CM -а је близу максималној дозвољеној позицији ZMP -а, што значи да је интензитет поремећаја врло близу максималном интензитету који се може компензовати коришћењем ове стратегије.

4.3 Компензација симултаним кретањем скочног зглоба и кука

У другом симулираном случају, компензација се врши симултаним кретањем скочног зглоба и кука. У почетном тренутку, робот стоји мирно са оба стопала на подлози. Управљање пре појаве поремећаја је исто као и у претходном случају (једначина 4.4).

Сила која изазива поремећај делује на робота преносећи импулс од 43 kgm/s , који изазива кретање центра масе целог система. Непосредно након појаве поремећаја,

почиње компензациони покрет, симултано скочним зглобом и куком. Уз помоћ скочног зглоба поново ће бити регулисана позиција ZMP -а према једначинама (4.8) и (4.9). Разлика је у томе што ћемо, у овом случају, одмах усвојити да је референтна позиција ZMP -а једнака максималној дозвољеној позицији:

$${}^{ref}ZMP_X^{t_i} = {}^{ref}ZMP_X^{MAX} \quad (4.12)$$

која је ограничена димензијом стопала робота.

Уместо да се управља кретањем два зглоба кукуа (зглобови 4 и 12), робот ће се нагињати унапред кретањем првог зглоба трупа (зглоб 18). Нагињањем трупа се регулише позиција $СМР$ -а и њена референтна позиција је место где се $СМР$ налазио пре појаве поремећаја. Управљачки закон за овај зглоб је дат следећим изразом:

$$\begin{aligned} u_{18}^{t_i} &= u_{18}^{t_{i-1}} + \Delta C M_X^{t_i} (K_{pc} + K_{ic} + K_{dc}) - \\ &\quad - \Delta C M_X^{t_{i-1}} (K_{pc} + 2K_{dc}) + \Delta C M_X^{t_{i-2}} K_{dc}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

У претходној једначини K_{pc} је коефицијент пропорционалног, K_{ic} интегралног и K_{dc} диференцијалног појачања повратне спреге.

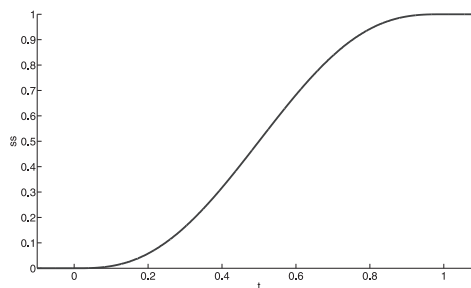
Слично претходном случају, сви зглобови, осим два скочна зглоба (8 и 16) и првог зглоба трупа (18), ће бити укрупњени. Управљање скочним зглобовима биће срачунато према једначинама (4.8) и (4.9), управљање трупом се срачунава на основу једначине (4.13), док су сви остали зглобови крути па се њихово управљање срачунава на основу једначина (4.10) и (4.11).

Када брзна $СМ$ -а постане довољно мала (назовимо тај временски тренутак T), компензациона стратегија прелази на компензацију само скочним зглобом. Међутим, кретање првог зглоба у трупу (зглоб 18) се не може тренутно зауставити, већ се то мора урадити постепено, како би се избегла појава нагле промена убрзања, а тиме и скок позиције ZMP -а. Из тог разлога, труп наставља са нагињањем. Првим зглобом трупа се управља на основу његове брзине:

$$\Delta \dot{q}_{18}^{t_i} = \left(1 - f \left(\frac{t_i - T}{0.8 \text{ s}} \right) \right) \dot{q}_{18}^T - \dot{q}_{18}^{t_i} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} u_{18}^{t_i} &= u_{18}^{t_{i-1}} + \Delta \dot{q}_{18}^{t_i} (K_{pv18} + K_{iv18} + K_{dv18}) - \\ &\quad - \Delta \dot{q}_{18}^{t_{i-1}} (K_{pv18} + 2K_{dv18}) + \Delta \dot{q}_{18}^{t_{i-2}} K_{dv18}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Функција f обезбеђује постепено опадање брзине зглоба трупа на нулу и његово заустављање. Како је вредност те функције (сл. 4.5) у почетном тренутку нула, референтна брзина је једнака тренутној. Након 0.8 s, што је предефинисано време



Слика 4.5: Функција која обезбеђује глатки прелаз.

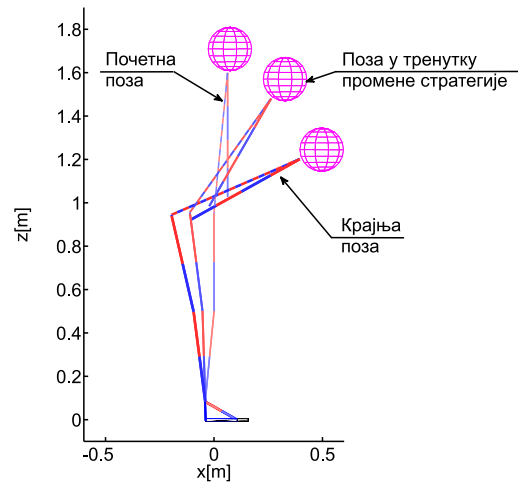
за заустављање трупа, вредност функције f постаје 1, тако да је референтна брзина у зглобу 18 једнака нули. Наравно, како би се зглоб зауставио, потребно је одговарајуће управљање које је дато једначином (4.15).

Управљање скочним зглобом и рачунање референтне позиције ZMP -а су исти као и приликом компензације само скочним зглобом (једначине (4.5)-(4.9)). Сви зглобови осим два скочна (8 и 16) и првог сегмента трупа (18), треба да остану крути, па се њихов управљачки закон не мења (једначине. (4.10) and (4.11)).

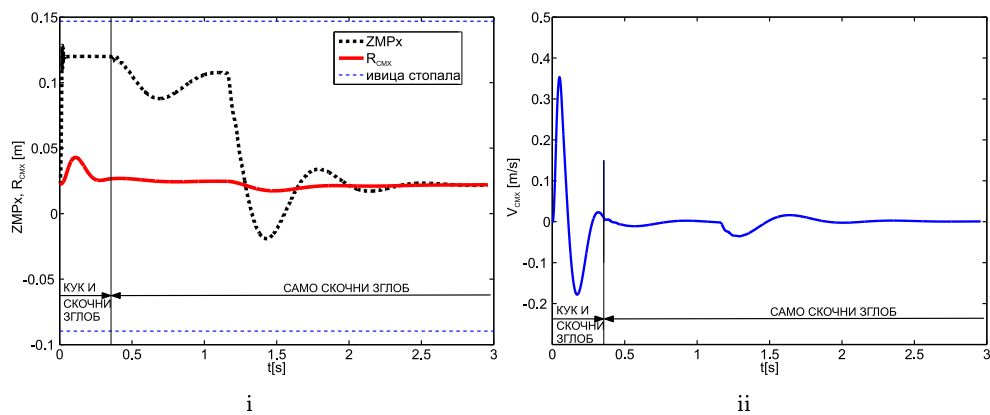
На слици 4.6 је приказано кретање робота у три карактеристична тренутка. На њој је приказана поза робота у тренутку када почиње да делује поремећај, у тренутку када се управљање пребацује са компензације скочним зглобом и куком на компензацију само скочним зглобом, и тренутак када се робот у потпуности зауставио.

На сл. 4.7i је приказано кретање ZMP -а и CM -а у правцу x -осе, док сл. 4.7ii приказује брзину CM -а у истом правцу. На обе слике је приказан тренутак преласка са компензације скочним зглобом и куком на компензацију само куком.

Као и у претходном случају, долази до наглог скока брзине CM , као последице деловања поремећаја, што се може уочити на сл. 4.7ii. Поређењем сл. 4.4ii и сл. 4.7ii може се видети да у случају компензације симулатим кретањем кука и скочног зглоба, брзина CM -а много брже падне на нулу, иако је поремећај више него двоструко већег интензитета. То је у складу са закључцима датим у одељку 3.1.2. Као што се може видети са сл. 4.7i, CM се веома мало креће током целог покрета и ни у ком тренутку не постоји опасност да ће CM изаћи ван ослоначке површине. Међутим на сл. 4.6 се може видети велико нагињање трупа (скоро 90°) што се не поклапа у потпуности са понашањем које уочава код људи. Који је интензитет поремећаја који се може компензовати на овај начин и кад је потребно пребацити се на искорак, је и даље отворено питање. Одговор на ово питање биће дат у неким од будућих истраживања.



Слика 4.6: Кретање добијено компензацијом скочним зглобом и куком.


 Слика 4.7: i) Позиција ZMP -а је приказана дебелом испрекиданом линијом док је позиција CM -а означена танком пуном линијом. Танке испрекидане линије предстаљају границе стопала ii) Брзина CM -а. Приказан је и тренутак пребацивања са компензације скочним зглобом и куком на компензацију скочним зглобом.

4.4 Компензација искоракком

4.4.1 Робот стоји у тренутку деловања поремећаја

Случај посматран у овом одељку је сличан претходним, али је овог пута поремећај много већег интензитета. У првом случају који ће овде бити разматран, робот мирује са оба стопала на подлози. Из тог разлога управљачки напони у свим зглобовима су константни и срачунати на основу једначине (4.4). Поремећај на тело преноси импулс интензитета 65 kgm/s , и да би се избегао пад, робот мора да искорачи. Током искорака ослоначка нога мора да буде попустљива и да се понаша као да у сваком зглобу постоје опруга и пригушница. Да би то остварили, управљачки

момент у зглобовима биће рачунат на следећи начин:

$${}^{ref}\tau_j^{t_i} = K_j (q_j^0 - q_j^{t_i}) - C_j \dot{q}_j^{t_i} \quad (4.16)$$

где је коефицијент еластичности означен са K_j док је коефицијент пригушења C_j . Управљање понашањем зглобова ослоначке ноге се врши тако да се оствари жељени погонски момент. Управљачки напон се срачунава на следећи начин:

$$\Delta\tau_j^{t_i} = {}^{ref}\tau_j^{t_i} - \tau_j^{t_i} \quad (4.17)$$

$$u_j^{t_i} = u_j^{t_{i-1}} + \Delta\tau_j^{t_i} (K_{p\tau} + K_{i\tau}) - \Delta\tau_j^{t_{i-1}} K_{p\tau} \quad (4.18)$$

где $K_{p\tau}$ представља пропорционално а $K_{i\tau}$ интегрално појачање повратне спреге. Имајући на уму да су сви актуатори исти, одговарајући коефицијенти су исти за све зглобове.

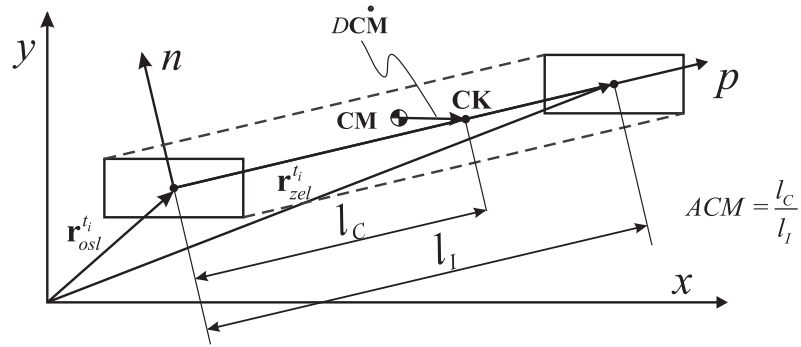
Током искорака, зглобови трупа, руку и сегмента прстију стопала ноге која је у фази преноса треба да остану крути. Из тог разлога, њима ће се управљати тако да угаоне брзине буду једнаке нули:

$$\Delta\dot{q}_j^{t_i} = -\dot{q}_j^{t_i} \quad (4.19)$$

$$u_j^{t_i} = u_j^{t_{i-1}} + \Delta\dot{q}_j^{t_i} (K_{pvj} + K_{iwj} + K_{dvj}) - \Delta\dot{q}_j^{t_{i-1}} (K_{pvj} + 2K_{dvj}) + \Delta\dot{q}_j^{t_{i-2}} K_{dvj}, \quad j \in \{17 \dots 46\}. \quad (4.20)$$

Да бисмо одредили управљање за ногу у преносу, прво је неопходно да одредимо место на које робот треба да искорачи. Жељена позиција стопала робота након искорака је дата на илустрацији 4.8. Центар ослоначке површине ослоначке ноге (нога која је све време у контакту са подлогом) је дат радијус вектором $\mathbf{r}_{osl}^{t_i}$. Позиција тачке на коју робот треба да спусти ногу која врши искорак је дата вектором $\mathbf{r}_{zel}^{t_i}$. Правац искорака p и правац нормалан на њега n , објашњени у одељку 3.1.3, су такође приказани.

Током фазе смиривања, пројекција CM -а система ће наставити да се креће док се коначно не заустави. Ту позицију ћемо означити са CK , и њу нисмо у стању да егзактно одредимо. Да бисмо проценили ту позицију, на тренутну позицију CM -а ћемо додати производ параметра D (одабраног на основу искуства) и брзине CM -а. Тиме смо претпоставили да пут који ће прећи центар масе пре него што се потпуно заустави, линеарно завистан од његове брзине. Усвојено је да се искорак врши тако да је коначна позиција $СМР$ -а (CK) на дужи која повезује центре стопала и да је



Слика 4.8: Начин одређивања места на које робот треба да искорачи.

позиција CK -а дефинисана параметром ACM^3 . На овај начин смо одредили жељене x и y координате центра стопала које врши искорак, где је z -координата благо негативна, како би се осигурао одговарајући контакт стопала и подлоге. Математички записано, добијамо следећу форму:

$$\begin{bmatrix} r_{zelX}^{t_i} \\ r_{zelY}^{t_i} \end{bmatrix} = \frac{1}{ACM} \left(\begin{bmatrix} CM_X^{t_i} \\ CM_Y^{t_i} \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} \dot{CM}_X^{t_i} \\ \dot{CM}_Y^{t_i} \end{bmatrix} \right) + \left(1 - \frac{1}{ACM} \right) \begin{bmatrix} r_{oslX}^{t_i} \\ r_{oslY}^{t_i} \end{bmatrix}$$

$$r_{zelZ}^{t_i} = -0.005 \text{ m.} \quad (4.21)$$

На основу тога ћемо израчунати жељену линеарну и угаону брзину стопала ноге у преносу:

$$\mathbf{v}_{zel}^{t_i} = \frac{1}{ACM} [CM_X^{t_i} \quad CM_Y^{t_i} \quad 0]^T + \frac{\mathbf{r}_{zel}^{t_i} - \mathbf{r}^{t_i}}{\Delta t_{step}} \quad (4.22)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{zel}^{t_i} = -\frac{\boldsymbol{\varphi}^{t_i}}{\Delta t_{rot}} \quad (4.23)$$

где Δt_{step} представља временску интервал од кога зависи трајање искорака. Трајање искорака (време које протекне од почетка искорака до тренутка када стопало поново оствари контакт са подлогом) је директно пропорционално овом временском интервалу и у нашем случају је $3.5\Delta t_{step}$. Важно је приметити да се дужина искорака не рачуна експлицитно. Време за које се врши искорак је увек исто, али поремећај већег интензитета ће произвести већу брзину CM -а, а самим тиме ће и $\mathbf{v}_{zel}^{t_i}$ бити веће. Као последица тога, искорак ће бити дужи. У симулацијама је коришћено $\Delta t_{step} = 0.085 \text{ s}$, што значи да ће трајање искорака бити приближно

³Параметри ACM и D су одабрани емпиријски. Ако је параметар ACM једнак 0.5, искорак се врши тако да је након заустављања система SMP тачно на пола између центара стопала. Уколико је параметар ACM једнак 1, искорак се врши тако да се коначна позиција SMP -а поклапа са центром предњег стопала. У симулацијама смо користили $ACM = 0.61$. Претпоставља се да се током смиривања правац брзине CM -а не мења, већ само интензитет брзине постепено опада. Ово значи да ће, током заустављања, CM прећи одређен пут у правцу брзине CM -а. Из тог разлога, ово растојање је апроксимирано производом параметра D и брзине CM -а. Параметар D је одабран да буде 0.05.

0.3 s. Временска интервал од кога зависи време ротације стопала Δt_{rot} , одређује време потребно да стопало постане паралелно стопалу ослоначке ноге, и ово време је приближно $\Delta t_{rot} = 0.06$ s. Пошто желимо да на крају искорак стопала буду паралелна, на основу тренутне оријентације стопала ноге у преносу φ^{t_i} и временске константе ротације стопала, могуће је одредити жељену угаону брзину стопала $\omega_{zel}^{t_i}$. На основу жељене линеарне и угаоне брзина стопала⁴ (једначине (4.22) и (4.23)) могуће је одредити жељену брзину у зглобовима ноге у преносу:

$$\left[{}^{ref} \dot{q}_{10}^{t_i}, {}^{ref} \dot{q}_{11}^{t_i}, \dots, {}^{ref} \dot{q}_{16}^{t_i} \right]^T = \mathbf{J}^+ \left(\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{zel}^{t_i} \\ \omega_{zel}^{t_i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{t_i} \\ \omega_1^{t_i} \end{bmatrix} \right). \quad (4.24)$$

Након што су срачунате жељене угаоне брзине у зглобовима за свих седам зглобова (10...16) ноге у преносу, може се одредити управљачки напон за моторе који се налазе у сваком од њих, што ће бити урађено на следећи начин:

$$\Delta \dot{q}_j^{t_i} = {}^{ref} \dot{q}_j^{t_i} - \dot{q}_j^{t_i}, \quad j \in \{10 \dots 16\} \quad (4.25)$$

$$u_j^{t_i} = u_j^{t_i-1} + \Delta \dot{q}_j^{t_i} (K_{pvj} + K_{ivj} + K_{dvj}) - \Delta \dot{q}_j^{t_i-1} (K_{pvj} + 2K_{dvj}) + \Delta \dot{q}_j^{t_i-2} K_{dvj}, \quad j \in \{10 \dots 16\}. \quad (4.26)$$

На почетку покрета, нога која врши искорак је ослоњена на подлогу. Из тог разлога прво се она мора подићи са земље да би искорак био могућ. То ће бити остварено тако што ће бити дефинисана жељена брзина стопала у z правцу током одређеног временског периода⁵. Усвојено је да је:

$$v_{zelZ}^{t_i} = 1.25 \text{ m/s}. \quad (4.27)$$

Нога која врши искорак поново остварује контакт са подлогом у временском тренутку T . Након тога, сви зглобови трупа (осим прва два)⁶, руку и зглоб сегмента прстију стопала треба да буду укрупњени. Због тога се тим зглобовима управља на основу брзина где је референтна брзина нула. Управљачки закон је дат изразима:

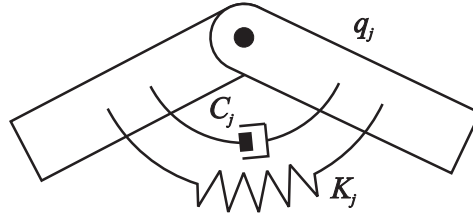
$$\Delta \dot{q}_j^{t_i} = -\dot{q}_j^{t_i} \quad (4.28)$$

$$u_j^{t_i} = u_j^{t_i-1} + \Delta \dot{q}_j^{t_i} (K_{pvj} + K_{ivj} + K_{dvj}) - \Delta \dot{q}_j^{t_i-1} (K_{pvj} + 2K_{dvj}) + \Delta \dot{q}_j^{t_i-2} K_{dvj}, \quad j \in \{17, 20 \dots 46\}. \quad (4.29)$$

⁴ Да бисмо одредили угаоне брзине у зглобовима ноге у преносу, неопходно је да знамо линеарну $\mathbf{v}_1^{t_i}$ и угаону $\omega_1^{t_i}$ брзину кука. Како свака нога има 7 зглобова, уместо инверзног јакобијана користићемо Мур-Пенрозов инверзни јакобијан.

⁵ Вредност ове брзине је одређена на основу покушаја. Може се рећи да човек учи и одређује брзину подизања стопала на основу искуства.

⁶ У овом случају труп врши компензацију у два правца, па је неопходно да се за њу искористе два зглоба са међусобно нормалним осама.



Слика 4.9: Зглоб са опругом и пригушницом

Као што је већ речено, када нога која врши искорак поново дође у контакт са подлогом, доћи ће до удара који морају да апсорбују зглобови ногу. Након иницијалне апсорпције удара, зглобови у ногама треба да се укруте. То значи да непосредно након контакта, зглобови треба да се понашају као да у себи садрже вискоеластични елемент (опругу и пригушницу) (сл. 4.9), а да затим треба да постану крути, што значи да се њима треба управљати тако да угаона брзина буде једнака нули. Јасно је да се непосредно након остваривања контакта, зглобовима мора управљати на основу момента, а да се на крају покрета зглобовима мора управљати на основу брзине. Како би се обезбедио глатак прелазак између ова два управљачка закона, искористићемо поново глатку функцију са сл. 4.5. Коначни израз за рачунање управљачког напона за зглобове ногу је:

$${}^{ref}\tau_j^{t_i} = K_j (q_j^T - q_j^{t_i}) - C_j \dot{q}_j^{t_i}, \Delta\tau_j^{t_i} = {}^{ref}\tau_j^{t_i} - \tau_j^{t_i}, \Delta\dot{q}_j^{t_i} = -\dot{q}_j^{t_i} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} u_j^{t_i} &= u_j^{t_{i-1}} + f\left(\frac{t_i - T}{0.45}\right) \left(\Delta\dot{q}_j^{t_i} (K_{pvj} + K_{ivj} + K_{dvj}) \right. \\ &\quad \left. - \Delta\dot{q}_j^{t_{i-1}} (K_{pvj} + 2K_{dvj}) + \Delta\dot{q}_j^{t_{i-2}} K_{dvj} \right) + \\ &\quad + \left(1 - f\left(\frac{t_i - T}{0.45}\right) \right) \left(\Delta\tau_j^{t_i} (K_{p\tau} + K_{i\tau}) - \Delta\tau_j^{t_{i-1}} K_{p\tau} \right) \quad j \in \{17, 20 \dots 46\} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Непосредно након остваривања контакта, вредност функције f је нула, па се управља само моментима у зглобовима, да би након 0.45 s вредност функције f постала један па ће управљање ће бити базирано само на угаоним брзинама.

Осим кретања зглобова ногу, кретање трупа се такође мора зауставити, што ће се остварити деловањем момената $\tau_{trunk,p}$ и $\tau_{trunk,n}$ на труп (видети сл. 3.7). Ти моменти се рачунају на следећи начин:

$$\tau_{trunk,n}^{t_i} = K_n (q_{trunk,n}^T - q_{trunk,n}^{t_i}) - C_n \dot{q}_{trunk,n}^{t_i} \quad (4.32)$$

$$\tau_{trunk,p}^{t_i} = K_p (q_{trunk,p}^T - q_{trunk,p}^{t_i}) - C_p \dot{q}_{trunk,p}^{t_i} \quad (4.33)$$

где су K_p , K_n , C_p и C_n коефицијенти крутости и пригушења, респективно у правцу искорака p и правцу нормале n . Имајући у виду да је ширина ослоначке површине у правцу нормале на правац искорака, знатно мања, не сме се дозволити велико

нагињање у овом правцу како би се избегло да *СМР* изађе ван ослоначке површине. Из тог разлога коефицијенти K_p и C_p треба да су већи од K_n и C_n . На основу једначина (4.32) и (4.33), жељени (референтни) моменти у прва два сегмента трупа се рачинају на следећи начин:

$${}^{ref}\tau_{18}^{t_i} = (\mathbf{e}_{18}^{t_i})^T (\tau_{trunk,n}\mathbf{n} + \tau_{trunk,p}\mathbf{p}) \quad (4.34)$$

$${}^{ref}\tau_{19}^{t_i} = (\mathbf{e}_{19}^{t_i})^T (\tau_{trunk,n}\mathbf{n} + \tau_{trunk,p}\mathbf{p}) \quad (4.35)$$

Вектори $\mathbf{e}_{18}^{t_i}$ и $\mathbf{e}_{19}^{t_i}$ су орт вектори оса ротације зглобова 18 и 19. Након одређеног времена неопходно је, такође, зауставити кретање трупа. Из тог разлога, управљање моментима ће постепено прећи на управљање по брзини током временског периода од 1.2 s. На основу тога следи:

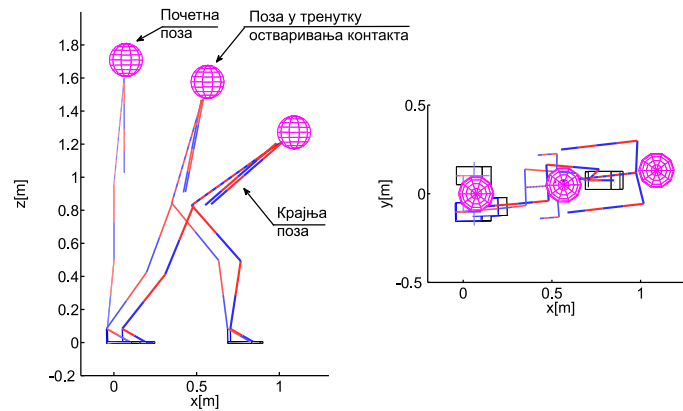
$$\Delta\tau_j^{t_i} = {}^{ref}\tau_j^{t_i} - \tau_j^{t_i}, \quad \Delta\dot{q}_j^{t_i} = -\dot{q}_j^{t_i} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} u_j^{t_i} = & u_j^{t_{i-1}} + f\left(\frac{t_i - T}{1.2}\right) \left(\Delta\dot{q}_j^{t_i} (K_{pvj} + K_{ivj} + K_{dvj}) \right. \\ & \left. - \Delta\dot{q}_j^{t_{i-1}} (K_{pvj} + 2K_{dvj}) + \Delta\dot{q}_j^{t_{i-2}} K_{dvj} \right) + \\ & + \left(1 - f\left(\frac{t_i - T}{1.2}\right) \right) \left(\Delta\tau_j^{t_i} (K_{p\tau} + K_{i\tau}) - \Delta\tau_j^{t_{i-1}} K_{p\tau} \right) \quad j \in \{18, 19\} \end{aligned} \quad (4.37)$$

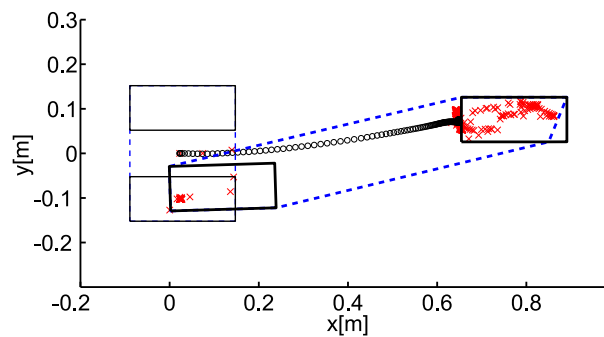
На сл. 4.10 је приказан покрет добијен симулацијом компензације искорак, коришћењем претходно описане управљачке структуре. Приказане су три карактеристичне позе робота: почетна поза, поза у тренутку поновног остваривања контакта између ноге која врши искорак и подлоге и поза робота у тренутку када се систем у потпуности зауставио. На сл. 4.11 је илустровано кретање позиција *СМР*-а и *ZMP* током целог покрета. Позиција *ZMP*-а је означена са 'x', док је позиција *СМР*-а означена круговима. Маркер је исцртаван на сваких 10 ms током покрета. Правоугаоници исцртани пуним линијама представљају отиске стопала на ослоначкој површини на почетку (танка линија) и на крају покрета (дебела линија). Полигони исцртани испрекиданим линијама представљају границу ослоначке површине на почетку (танка линија) и на крају (дебела линија) покрета. Исто означавање је искоришћено и на сликама 4.14, 4.16, 4.18, 4.20 and 4.22.

Треба приметити да ослоначка површина (приказана испрекиданом линијом) не мора да садржи у потпуности отиске стопала, што се може десити када део стопала није у контакту са подлогом.

Са сл. 4.10 се може видети да је на почетку покрета *ZMP* испод десног стопала, и да његова позиција скаче на позицију испод левог стопала када оно поново оствари



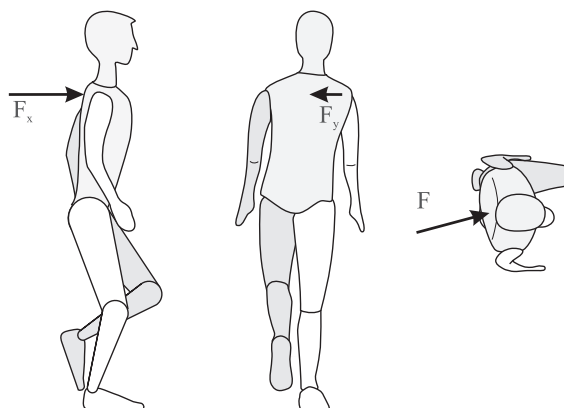
Слика 4.10: Кретање добијено компензацијом искорак, након деловања импулсног поремећаја интензитета 65 kgm/s у правцу x -осе. Покрет је на левом дијаграму приказан у сагиталној равни, док је на десном приказан у хоризонталној равни.



Слика 4.11: Кретање ZMP -а (означено са 'x') и CMP -а (означено круговима), за случај приказан на сл. 4.10.

контакт са подлогом. Док се систем смирује позиција ZMP -а се постепено приближава позицији CMP , која је на крају покрета мало иза предњег стопала. Такође се могу приметити одређене осцилације позиције ZMP -а у правцу нормалном на правац искорака.

Добијени резултат симулације је сагласан са начином на који људи врше компензацију искорак, користећи предњу ногу да апсорбују енергију удара и да се зауставе на крају покрета. Имајући у виду да је већи део фазе смиривања позиција ZMP -а испод предњег стопала, вертикална компонента силе реакције подлоге која делује на задње стопало је врло мала или у неким случајевима чак једнака нули. Као последица тога долази до одвајања стопала од подлоге и до проклизавања, што се може уочити и на симулираном случају. Стопало се померило унапред за приближно 0.1 m . Такође запажамо да се позиција леве ноге током искорака не помера само у правцу x , већ и у правцу y , што је у сагласности са начином на који се изводи искорак.

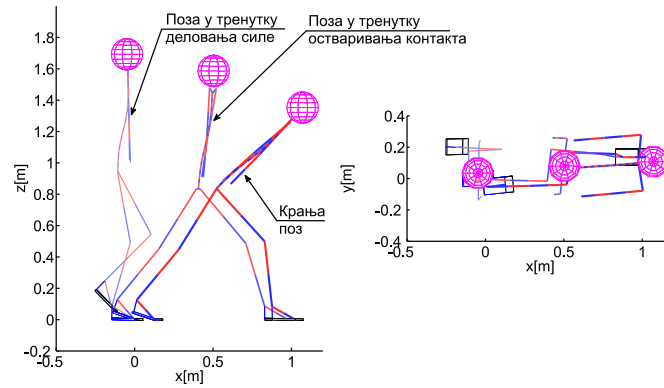


СЛИКА 4.12: Место деловања поремећајне силе приказано у сагиталној, фронталној и хоризонталној равни.

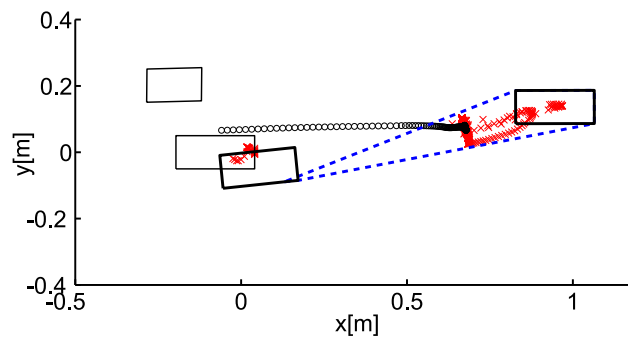
4.4.2 Робот хода у тренутку деловања поремећаја

У овом одељку је размотрен случај када сила делује на робота док хода (сл. 4.12). Обзиром да се систем већ креће, он већ поседује одређену количину кретања која је приближно 115 kgm/s . У тренутку деловања силе, робот је у једноослоначкој фази, тако да нема смисла разматрати компензацију симултаним кретањем скочног зглоба и кука, па ћемо само разматрати компензацију искоракком. Сила која уноси поремећај ће увек бити хоризонталној, истог интензитета и деловаће на леђа робота. Правац деловања силе ће бити вариран. Укупно седам случајева је симулирано. У првом симулираном случају, сила делује у сагиталној равни, док у последњем случају сила делује у фронталној равни. Осталих пет случајева је еквидистантно распоређено између ова два, тако да су углови између силе и сагиталне равни 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° и 90° . Интензитет силе је тако одабран да је робот увек приморан да изврши компензацију искоракком како би очувао динамички баланс. Симулиран је и додатни случај, у коме је интензитет силе двоструко мањи, а сила делује у правцу x -осе.

У првом посматраном случају, сила делује у правцу x -осе на робота у покрету и преноси на њега импулс интензитета 45 kgm/s . На сл. 4.13 је приказан робот у три карактеристичне позе: у тренутку када делује сила, у тренутку када нога у преносу поново остварује контакт са подлогом и када је покрет завршен. Кретање позиција $СМР$ -а и $ЗМР$ -а, као и позиција стопала и облик ослоначке површине су дати на сл. 4.14. Приказана је и пројекција стопала ноге у фази преноса у тренутку деловања силе, које у том тренутку не остварује контакт са подлогом. Из тог разлога ослоначке површине у том тренутку обухвата цело стопало ослоначке ноге. Важно је нагласити да је управљачки закон исти као и приликом компензације искоракком у случају када сила делује док робот стоји. Међутим, постоје две разлике, обзиром да се систем креће. Прво, управљачки напони пре појаве поремећаја нису константни,



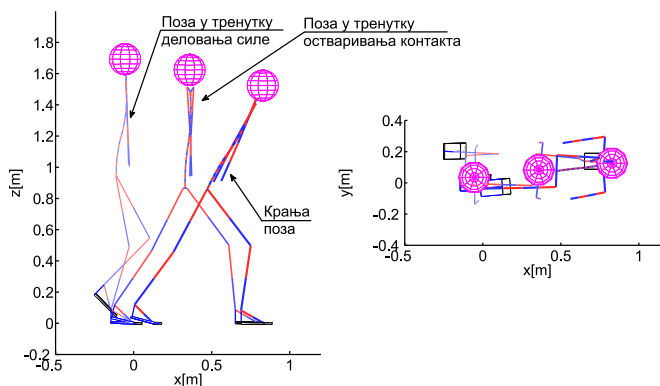
Слика 4.13: Кретање добијено искоракoм када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s у правцу x -осе. Леви дијаграм представља покрет у сагиталној равни, десни дијаграм представља поглед у хоризонталној равни.



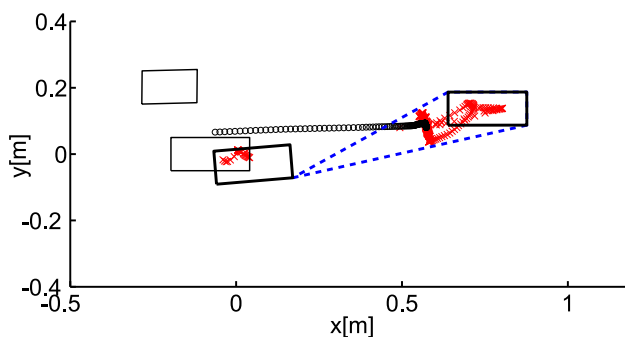
Слика 4.14: Кретање ZMP -а (означено са 'x') и CMP -а (означено круговима), за случај приказан на сл. 4.13.

већ су једнаки референтном управљању. Друга разлика се огледа у чињеници да је, у тренутку појаве поремећаја, нога која врши искорак већ у ваздуху, па неће бити потребе да је подиже на почетку искорака.

Имајући у виду да се систем креће у тренутку појаве поремећаја, компензацијом искоракoм ће се добити дужи искорак него у случају када поремећај делује на робота који мирује, што се може видети упоређивањем сл. 4.10 и 4.14. Такође, на сл. 4.14 примећујемо да задње стопало није у потпуности у контакту са подлогом, већ само ивица сегмената прстију. То је такође видљиво и на сл. 4.13, где се може видети да је пета задње ноге одвојена од подлоге. Са слика 4.13 и 4.14 се види да је дошло до померања оба стопала приликом заустављања система. Предње стопало се померило искључиво због проклизавања. Задње стопало се одвојило од подлоге, и након одређеног времена се поново спустило на подлогу, што је довело до релативно великог помераја позиције задњег стопала током фазе смиривања. Запажа се да на крају покрета постоје осцилације позиције ZMP -а у правцу нормалном на правац искорака.



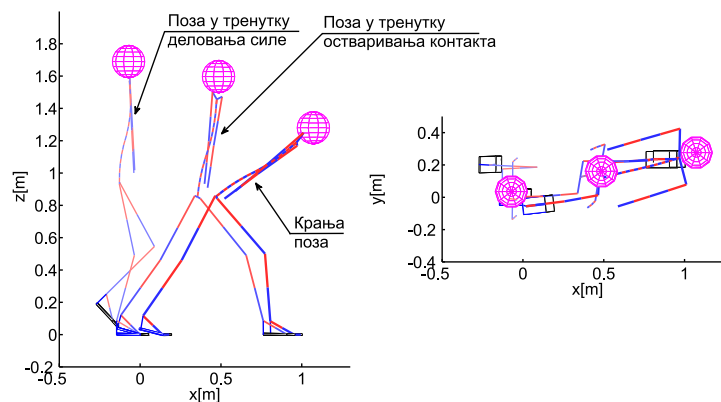
Слика 4.15: Кретање добијено искоракот када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 22.5 km/s у правцу x -осе. Леви дијаграм представља покрет у сагиталној равни, десни дијаграм представља поглед у хоризонталној равни.



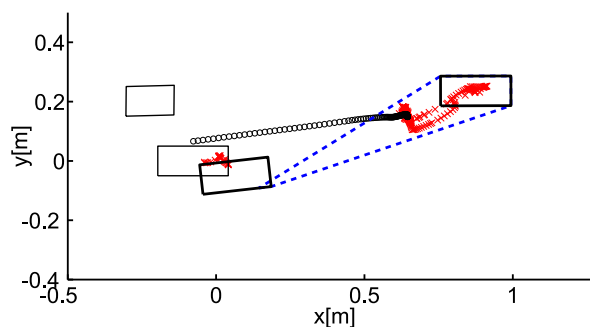
Слика 4.16: Кретање ZMP -а (означено са 'x') и CMP -а (означено круговима), за случај приказан на сл. 4.15.

Ради поређења, симулиран је исти случај (сила делује у x -правцу на робота који хода), али са поремећајем слабијег интензитета, који преноси на робота импулс од 22.5 kgm/s (двоструко мањи него у претходном случају). Добијени компензациони покрет је приказан на сл. 4.15, док је кретање CMP -а и ZMP као и позиције стопала и ослоначке површине приказано на сл. 4.16.

Поређењем слика 4.14 и 4.16, може се уочити да је поремећај слабијег интензитета проузроковао краћи искорак (али не двоструко краћи) у правцу x -осе. Искорак у працу y -осе је остао приближно исти, пошто сила која уводи поремећај није додала импулс у овом правцу. У овом случају, као и у претходном, постоје осцилације позиције ZMP -а у правцу нормалном на правац искорака са амплитудом која је приближно једнака оној из претходног случаја. Као што је евидентно са слика 4.13 и 4.15, слабији поремећај је проузроковао мање нагињање трупа. Како је понашање система у оба случаја слично, једино су ефекти приликом деловања снажнијег поремећаја више наглашени, приликом симулације наредних случајева, биће коришћен поремећај већег интензитета.



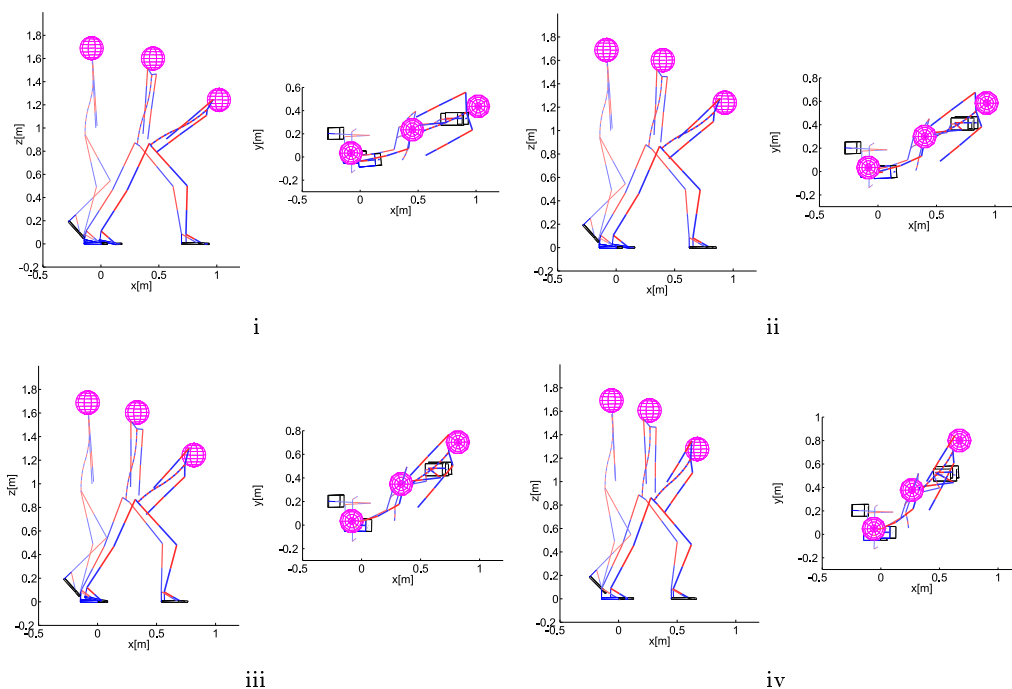
Слика 4.17: Кретање добијено искораком када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s под углом од 15° у односу на x -осу. Леви дијаграм представља покрет у сагиталној равни, десни дијаграм представља поглед у хоризонталној равни.



Слика 4.18: Кретање ZMP -а (означено са 'x') и CMP -а (означено круговима), за случај приказан на сл. 4.17.

У следећем примеру поремећај великог интензитета (преноси импулс од 45 kgm/s на робота) делује на робота у ходу, али сила делује под углом од 15° у односу на x -осу. Добијени покрет је приказан на сл. 4.17, док је кретање CMP -а и ZMP -а приказано на сл. 4.18.

У овом случају, по први пут се може приметити веће кретање CMP -а у правцу y -осе, што се јасно види са сл. 4.18. Искорак је мало краћи али је веће бочно померање. У овом случају, по први пут, имамо бочно нагињање трупа (сл. 4.17) уместо чистог нагињања трупа унапред, што је био случај у претходно симулираним ситуацијама. Слично њима, и овде долази до одвајања задњег стопала од подлоге током фазе смиривања система, што узрокује значајно померање задњег стопала у односу на његову почетну позицију. Такође, контакт је остварен целим предњим стопалом и само сегментом прстију задњег стопала (сл. 4.18). Као и у претходним случајевима и овде постоје осцилације позиције ZMP -а у правцу нормалном на правац искорача. Сlike 4.14 4.18 показују да је амплитуда тих осцилација већа у случају када сила делује под углом од 15° у односу на x -осу.

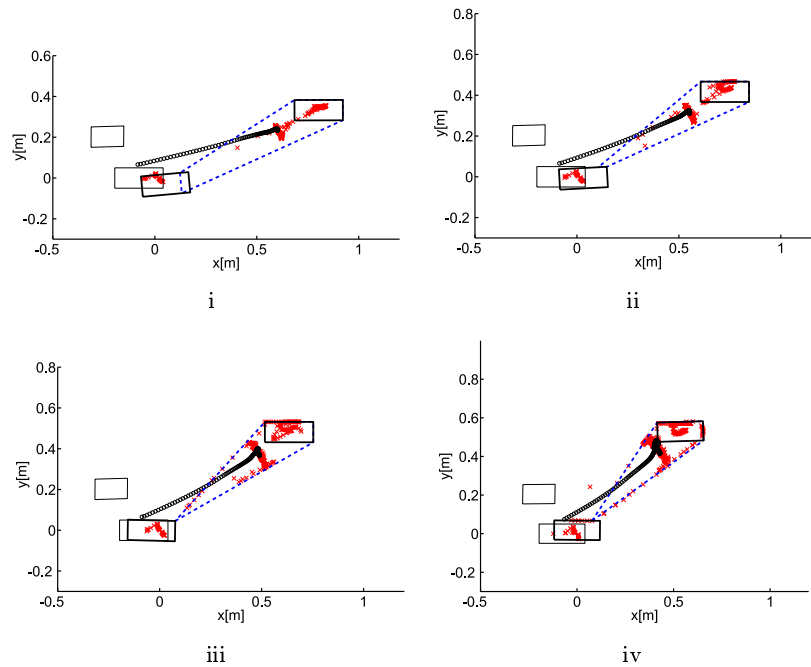


СЛИКА 4.19: Кретање добијено искоракoм када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s под угловима од i) 30° , ii) 45° , iii) 60° и iv) 75° у односу на x -осу. Леви дијаграм представља покрет у сагиталној равни, десни дијаграм представља поглед у хоризонталној равни.

Наредна четири случаја се односе на ситуације када поремећај истог интензитета делује на робота који хода, али су углови деловања поремећаја у односу на правац x -осе редом 30° , 45° , 60° и 75° . Ови случајеви неће бити анализирани одвојено, пошто их карактерише само повећана манифестација ефеката наведених у претходном случају. Како расте угао деловања поремећаја, тако расте и кретање стопала које врши искорак у y -правцу, чинећи искорак ширим. Такође, порастом угла смањује се x компонента поремећаја, што ће довести до мањег кретања стопала које врши искорак у x -правцу, чинећи искорак краћим. Бочно нагињање трупа, као и осцилације позиције ZMP -а у правцу нормалном на правац кретања, постају све више наглашени. На сл. 4.19 је приказан добијен покрет за сва четири случаја, док је на сл. 4.20 приказано одговарајуће кретање ZMP -а и $СМР$ -а.

У последњем симулираном случају, поремећај делује у правцу y -осе на робота који хода. Добијени покрет је приказан на сл. 4.21, док је кретање ZMP -а и $СМР$ -а приказано на сл. 4.22.

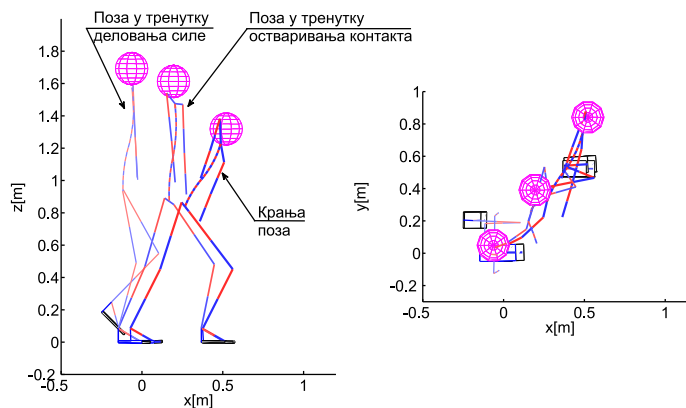
Упоредићемо случајеве када поремећај делује само у правцу x -осе (слике 4.13 и 4.14) и када делује само у правцу y -осе (слике 4.21 и 4.22). Обзиром да робот у оба случаја хода у правцу x -осе, постоји већ одређена количина кретања у правцу x -осе, док је количина кретања у правцу y -осе занемарљива. Када поремећај делује у правцу



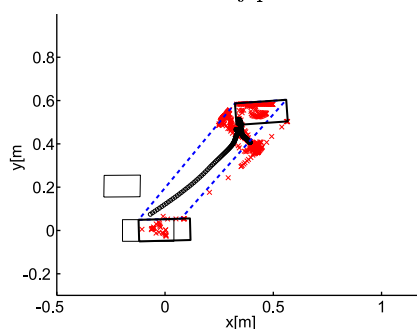
Слика 4.20: Кретање ZMP -а (означено са 'x') и CM -а (означено круговима), за случајеве приказане на сл. 4.19.

x -осе, он додаје роботу одређену количину кретања у правцу x -осе. Као последица тога, брзина робота у x -правцу ће се повећати, што за последицу има дугачак искорак у правцу хода (у посматраном случају то је приближно $1m$, (Fig. 4.14)). Уколико сила делује у y правцу, брзина CM -а у правцу x ће остати непромењена, што ће проузроковати нешто краћи искорак (приближно $0.5m$, сл. 4.22). Међутим, у овом случају, брзина CM -а у правцу y ће значајно порастити, што ће резултовати дужим искорак у правцу y -осе, и он је приближно $0.5 m$ (сл. 4.22). Када поремећај делује у правцу x осе, брзина CM -а у правцу y осе се неће променити значајно (сл. 4.14).

Треба запазити да уколико сила делује у правцу x осе, труп се доминантно нагиње у правцу x осе (сл. 4.13), док у случају када сила делује у правцу y -осе, труп се нагиње и у оба правца. У другом случају (поремећај делује у правцу y осе), током фазе смиривања система, задње стопало се одваја од подлоге, што доводи до одређеног померања стопала у односу на позицију у тренуку деловања поремећаја.



СЛИКА 4.21: Кретање добијено искоракoм када поремећај делује на робота који се креће, додајући импулс интензитета 45 km/s у правцу y -осе. Леви дијаграм представља покрет у сагиталној равни, десни дијаграм представља поглед у хоризонталној равни.



СЛИКА 4.22: Кретање ZMP -а (означено са 'x') и COP -а (означено круговима), за случај приказан на сл. 4.21.

Поглавље 5

Систем за приоритетизацију

Као што је већ раније речено, у сваком тренутку, се од робота може очекивати да обавља већи број задатака истовремено, где сваки од задатака захтева ангажман одређеног броја степени слободe робота. Осим тога, при обављању задатака, кретање робота мора да буде такво да су сва ограничења постављена пред њега задовољена. Врло често због присуству ограничења, као и због самог броја задатака неће бити могуће реализовати све задатке истовремено. Одатле се јавља потреба за системом за приоритетизацију, који ће омогућити да се задаци и ограничења испуњавају по приоритету, односно да се прво испуњавају важнији задаци (задаци вишег приоритета), да би се затим испуњавали мање важни задаци (нижег приоритета) у мери у којој дозвољавају ограничења и задаци вишег приоритета.

У овом поглављу је редефинисан систем за приоритетизацију приказан у [7, 31, 32]. Поступак за приоритетизовање задатака је сличан поступку приказаном у [52], где се поступак зауставља већ на другом задатку. Посматрајмо роботски систем са n степени слободe. Генерализована координата, брзина и убрзање у i -том зглобу су означени са q_i , \dot{q}_i , \ddot{q}_i . Зглоб покреће момент τ_i . Диференцијална једначина другог реда која описује динамику система записана у матричном облику је:

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_0 = \boldsymbol{\tau} \quad (5.1)$$

где је \mathbf{H} позитивно дефинитна матрица инерције, \mathbf{h}_0 је вектор који се састоји од брзинских и гравитационих ефеката, $\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n]^T$ је вектор убрзања у зглобовима и $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$ је вектор управљачких момената.

Претпоставимо да систем треба да изврши задатак који може бити записан у облику:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \quad (5.2)$$

где је матрица \mathbf{A} димензија $m \times n$, док је \mathbf{b} вектор дужине m . Скалар m представља димензионалност задатка који треба да се изврши. Циљ је да се нађе одговарајући вектор погонских момената $\boldsymbol{\tau}$, који треба саопштити систему описаном диференцијалном једначином (5.1) тако да је задатак дат путем (5.2) испуњен. Потребан управљачки моменат се може добити минимизацијом еуклидске норме у облику:

$$\begin{aligned} \text{минимизуј} \quad & \|\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{b}\|_2^2 \\ \text{тако да} \quad & \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_0 = \boldsymbol{\tau} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Значај матрице $\mathbf{A}\mathbf{H}^{-1/2}$ је приказан у [53, 54], због чега је оптимизациони проблем преписан у следећу форму:

$$\begin{aligned} \text{минимизуј} \quad & \|\mathbf{B}\ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}\|_2^2 \\ \text{тако да} \quad & \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T} \end{aligned} \quad (5.4)$$

где је $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{H}^{-1/2}$ матрица задатка, а уведене смене су: $\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{H}^{1/2}\ddot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{p} = \mathbf{H}^{-1/2}\mathbf{h}_0$ и $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1/2}\boldsymbol{\tau}$. Након елиминације $\ddot{\mathbf{r}}$ из (5.4), добија се квадратни оптимизациони проблем без ограничења у облику:

$$\text{минимизуј} \quad \|\mathbf{B}\mathbf{T} - (\mathbf{b} + \mathbf{B}\mathbf{p})\|_2^2 \quad (5.5)$$

чије опште решење гласи:

$$\mathbf{T} = \mathbf{B}^+ (\mathbf{b} + \mathbf{B}\mathbf{p}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B}) \mathbf{u} \quad (5.6)$$

где \mathbf{B}^+ представља Мур-Пенрозову псеудо инверзну матрицу матрице \mathbf{B} . Матрица \mathbf{I} је јединична матрица димензије $n \times n$, док је \mathbf{u} произвољан вектор дужине n . Део који множи \mathbf{u} у (5.6) представља простор нуле матрице задатка \mathbf{B} . Уколико уврстимо (5.6) у (5.1), добија се:

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_0 = \mathbf{H}^{1/2} \left(\mathbf{B}^+ (\mathbf{b} + \mathbf{B}\mathbf{H}^{-1/2}\mathbf{h}_0) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B}) \mathbf{u} \right) \quad (5.7)$$

Једнакост (5.7) је веома слична фундаменталној једначини система крутих тела са везама записаним у генералисаним координатама [54]. Врло значајна импликација једнакости (5.7) је, да уколико се жели да се систем креће према постављеном задатку (5.2), управљачки моменат који треба применити мора бити у облику десне стране једначине (5.7). Тај управљачки моменат се састоји из два дела, први је фиксан и може бити одређен решавањем оптимизационог проблема (5.4). Други део је произвољан, али такав да не утиче на испуњавање задатка датог са (5.2). Вектор \mathbf{u} је произвољан, али се налази у простору нуле матрице задатка, тако да вредност

вектора \mathbf{u} не утиче на испуњавање задатка. Уколико је ранг матрице задатка \mathbf{B} мањи од n , њен простор нуле има више од само једног тривијалног елемента, док је $\mathbf{I} - \mathbf{B}^+\mathbf{B}$ различита од нула матрице. Ако простор нуле матрице \mathbf{B} има више од једног елемента, присуство произвољног члана \mathbf{u} обезбеђује да постоји бесконачан број различитих вектора погонских момента $\boldsymbol{\tau}$ који могу бити примењени на систем, тако да задатак (5.2) остаје испуњен. То нам даје могућност да одаберемо вектор \mathbf{u} на такав начин да неки задатак нижег приоритета буде у потпуности или делимично испуњен. Задацима нижег приоритета се може управљати у простору нуле задатака вишег приоритета. Ово запажање је основа на којој ћемо изградити цео систем за приоритетизацију задатака.

5.1 Типови задатака

Прво ћемо дати опис задатака који се могу написати у облику (5.2). Најједноставнији случај је када се задатак може написати као функција генералисаних координата и времена:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{x}_{des} \quad (5.8)$$

Овде \mathbf{x}_{des} представља вектор жељених координата дужине m , изражен у односу на посматран задатак. Диференцирањем два пута по времену израза (5.8) добија се:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \ddot{\mathbf{q}} + \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right) \dot{\mathbf{q}} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} = \ddot{\mathbf{x}}_{des} \quad (5.9)$$

Тиме је задатак (5.8) написан у облику (5.2), где је $\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}$ и $\mathbf{b} = \ddot{\mathbf{x}}_{des} - \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right) \dot{\mathbf{q}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t}$.

Примери задатака из ове класе су: дохватање тачке у околини робота, управљање координатама зглобова, управљање позицијом CM -а и слично. Сви они могу бити записани у облику (5.2).

Следећи тип задатака, осим што зависи од координата зглобова и времена зависи и од брзина кретања зглобова и може бити записан на следећи начин:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{x}_{des} \quad (5.10)$$

Уколико ту једнакост диференцирамо по времену t , добиће се следећа форма:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \ddot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} = \dot{\mathbf{x}}_{des} \quad (5.11)$$

Поново је добијен задатак написан у форми (5.2), где је $\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$ и $\mathbf{b} = \dot{\mathbf{x}}_{des} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t}$. Задатак овог типа је аплицирање константне силе на вискоеластично тело, управљање позицијом *ZMP*-а ако контакт између стопала и подлоге не сматрамо крутим, котрљање точка на некој површини и остали.

Последњи тип задатка који се може записати у облику (5.2) је задатак који зависи од координата, брзина и убрзања зглобова као и времена. У том случају облик функције није произвољан већ мора бити линеаран по убрзањима зглобова и може бити записан у облику:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{d}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{x}_{des} \quad (5.12)$$

Ова једнакост се врло једноставно може трансформисати у облик (5.2). Примери задатака овог типа су управљање позицијом *ZMP*-а и интензитетом силе реакције подлоге када је контакт између стопала и подлоге моделиран као контакт два крута тела.

5.2 Слагање задатака

У претходном делу, развили смо све потребне предуслове да бисмо формирали систем за приоритетизацију задатака. Циљ нам је да управљамо роботом чија динамика је описана диференцијалном једначином (5.1) тако да робот треба да испуни p задатака датих са:

$$\mathbf{A}_i \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{b}_i \quad i = 1 \dots p \quad (5.13)$$

где је величина матрице¹ \mathbf{A}_i , $m_i \times n$, уз $m_i \leq n$, док су дужине вектора \mathbf{b}_i су m_i . Задаци су приоритетизовани тако да први задатак има највиши приоритет и да p -ти задатак има најнижи приоритет. Задаци вишег приоритета ће бити реализовани без обзира на задатке нижег приоритета. Уз то, задаци нижег приоритета ће бити реализовани тако да не ометају извршавање задатака вишег приоритета. Пошто је први задатак највишег приоритета мора се прво решити:

$$\begin{aligned} &\text{минимизуј} \quad \|\mathbf{B}_1 \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}_1\|_2^2 \\ &\text{тако да} \quad \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T} \end{aligned} \quad (5.14)$$

где је матрица $\mathbf{B}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{H}^{-1/2}$. Као што је већ речено опште решење овог минимизационог проблема је:

$$\mathbf{T} = \mathbf{B}_1^+ (\mathbf{b}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{p}) + \mathbf{N}_1 \mathbf{u}_1. \quad (5.15)$$

¹Приметите да је n број степени слободе система, m_i представља ред i -тог задатка.

Матрица \mathbf{N}_1 представља простор нуле матрице задатка \mathbf{B}_1 , и рачуна се као $\mathbf{N}_1 = \mathbf{I} - \mathbf{B}_1^+ \mathbf{B}_1$. Вектор \mathbf{u}_1 је дужине n , и може бити одабран произвољно. У даљем тексту, први сабирак са десне стране једнакости (5.15) ће бити означавањан као \mathbf{T}_1 .

На овај начин, оптимални погонски моменти за извршавање првог задатка су одређени. Моменти за обављање задатка другог по приоритету тек треба да буду срачунати. Они ће се налазити у простору нуле задатка највишег приоритета, да би се обезбедило да не утичу на његово извршавање. На основу тога се закључује да је неопходно израчунати \mathbf{u}_1 , које ће се добити као решење следећег оптимизационог проблема:

$$\begin{aligned} & \text{минимизуј} \quad \|\mathbf{B}_2 \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}_2\|_2^2 & (5.16) \\ & \text{тако да} \quad \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_1 + \mathbf{N}_1 \mathbf{u}_1 \end{aligned}$$

Линеарно ограничење у (5.16) је добијено када се управљачки моменат израчунат на основу (5.15) уврсти у ограничење оптимизационог проблема (5.14). Сличном процедуром којом је решен (5.14), може се добити опште решење проблема (5.16):

$$\mathbf{u}_1 = (\mathbf{B}_2 \mathbf{N}_1)^+ (\mathbf{b}_2 - \mathbf{B}_2 (\mathbf{T}_1 - \mathbf{p})) + \mathbf{N}_2 \mathbf{u}_2 \quad (5.17)$$

Сада, добијена матрица \mathbf{N}_2 представља простор нуле производа матрице задатка \mathbf{B}_2 и простора нуле матрице \mathbf{B}_1 , т.ј, $\mathbf{N}_2 = \mathbf{I} - (\mathbf{B}_2 \mathbf{N}_1)^+ \mathbf{B}_2 \mathbf{N}_1$. Слично као и у предходном случају од сада ће $(\mathbf{B}_2 \mathbf{N}_1)^+ (\mathbf{b}_2 - \mathbf{B}_2 (\mathbf{T}_1 - \mathbf{p}))$ бити означавањан као \mathbf{T}_2 .

Након израчунавања одговарајућих управљачких момената за оптимално извршавање секундарног задатка, можемо ићи даље и одредити управљачке моменте за трећи задатак. Међутим, након ове две итерације у стању смо да запишемо рекурзивну формулу за рачунање жељених управљачких момената за све остале задатке. Сваки од њих ће бити извршен у простору нуле свих задатака вишег приоритета. Тако да је матрица $\mathbf{N}_{i|prev}$ дефинисана као простор нуле свих задатака вишег приоритета од задатка i , $\mathbf{T}_{i|prev}$ је дефинисан као сума свих погонских момената које треба аплицирати у зглобове робота да би се извршили сви задаци вишег приоритета од задатка i . Обзиром да не постоји задатак који је вишег приоритета од првог због униформности нотације ћемо дефинисати:

$$\mathbf{T}_{1|prev} = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (5.18)$$

$$\mathbf{N}_{1|prev} = \mathbf{I}_{n \times n} \quad (5.19)$$

Жељени управљачки моменти за све задатке се могу израчунати на основу следећих израза:

$$\mathbf{T}_i = (\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev})^+ (\mathbf{b}_i - \mathbf{B}_i (\mathbf{T}_{i|prev} - \mathbf{p})) \quad (5.20)$$

$$\mathbf{T}_{i+1|prev} = \mathbf{T}_{i|prev} + \mathbf{N}_{i|prev} \mathbf{T}_i \quad (5.21)$$

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{I} - (\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev})^+ \mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev} \quad (5.22)$$

$$\mathbf{N}_{i+1|prev} = \mathbf{N}_{i|prev} \mathbf{N}_i \quad (5.23)$$

Важно је да се напомене да су матрице \mathbf{N}_i и $\mathbf{N}_{i|prev}$ симетричне и идемпотентне, што за \mathbf{N}_i следи из њене дефиниције, а за $\mathbf{N}_{i|prev}$ се лако може доказати математичком индукцијом. Укупан вектор управљачких момената који треба да буду саопштени роботу да би се извршио скуп од p задатака узимајући у обзир приоритете је дат са:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}^{1/2} \sum_{i=1}^p \mathbf{N}_{i|prev} \mathbf{T}_i = \mathbf{H}^{1/2} \mathbf{T}_{p+1|prev} \quad (5.24)$$

5.2.1 Остваривост задатака

У овом одљку ћемо се укратко бавити минимумом који се добија решавањем наведених оптимизационих проблема. Уколико је тај минимум једнак нули, систем ће пратити жељену трајекторију без грешке, односно, задатак ће бити испуњен у потпуности. Уколико је остварен минимум већи од нуле, постојаће одређено одступање између жељене и остварене трајекторије, па ће извршавање задатка бити само делимично. Како би нашли оптимално решење за i -ти задатак, морамо да решимо следећи оптимизациони проблем:

$$\begin{aligned} \text{минимизуј} \quad & \|\mathbf{B}_i \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}_i\|_2^2 \quad (5.25) \\ \text{тако да} \quad & \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_{i|prev} + \mathbf{N}_{i|prev} \mathbf{u}_{i-1} \end{aligned}$$

Када се реши оптимизациони проблем, вредност функције која је минимизована је:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{B}_i \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}_i\|_2^2 &= \|\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev} \mathbf{u}_{i-1} - (\mathbf{b}_i - \mathbf{B}_i (\mathbf{T}_{i|prev} - \mathbf{p}))\|_2^2 = \quad (5.26) \\ &= \left\| \left(\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev} (\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev})^+ - \mathbf{I} \right) (\mathbf{b}_i - \mathbf{B}_i (\mathbf{T}_{i|prev} - \mathbf{p})) \right\|_2^2 \end{aligned}$$

Уколико матрица $\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev}$ има пун ранг m_i (број редова матрице \mathbf{B}_i) њена Мур-Пенрозова псеудо инверзна матрица је:

$$(\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev})^+ = (\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev})^T \left(\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev} (\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev})^T \right)^{-1} \quad (5.27)$$

па је вредност норме $\|\mathbf{B}_i \mathbf{r} - \mathbf{b}_i\|_2^2$ једнака нули. То значи да уколико матрица $\mathbf{B}_i \mathbf{N}_{i|prev}$ има пун ранг, задатак је остварив и не постоји одступање од жељене трајекторије. Ако је ранг матрице мањи од m_i , задатак ће бити обављен само делимично, што значи да ће постојати одређено одступање добијеног кретања од жељеног.

5.3 Укључивање ограничења зависних од координата у зглобовима

Осим испуњавања задатака, робот мора да задовољи и одређена ограничења, као нпр.: „угао у 5. зглобу не сме да буде изнад 40° “, „сила реакције подлоге мора бити преко $300N$ “, „ ZMP мора бити унутар ослоначке површине“ итд. Ова ограничења могу бити записана само у облику неједнакости. Од суштинског значаја је њима баратати на одговарајући начин и укључити их у предложен систем за приоритетизацију задатака. Као и у случају задатака, постоје три типа ограничења и то су²:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, t) \preceq \mathbf{x}_{limit} \quad (5.28)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \preceq \mathbf{x}_{limit} \quad (5.29)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{d}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \preceq \mathbf{x}_{limit} \quad (5.30)$$

Како би одредили управљачки момент, решава се оптимизациони проблем (5.3). Јасно се види да је решење дато у виду два непозната вектора $\ddot{\mathbf{q}}$ и $\boldsymbol{\tau}$. Врло је једноставно укључити ограничење (5.30) у такав оптимизациони проблем, пошто је начин решавања квадратног оптимизационог проблема са линеарним ограничењима записаним у облику једнакости и неједнакости добро познат. Обзиром да диференцирање не мора да очува знак неједнакости $((f(x) \leq g(x)) \not\Rightarrow (f'(x) \leq g'(x)))$ за $\forall x \in \text{dom}f \cap \text{dom}g$, у овом случају није могуће, као у случају задатака који су записани као једнакости, диференцирати их како би добили исти облик за сва три типа ограничења у облику неједнакости. Из тог разлога, неједнакости ћемо третирати на нешто другачији начин.

5.3.1 Неједнакости које су линеарне по убрзањима у зглобовима

Претпоставимо да је роботу задат извршан број задатака и наметнута ограничења. Укупан број задатак и ограничења је p . При томе је k -то ограничење записано као

²Знак ' \preceq ' представља неједнакост између елемената вектора, односно важи следеће: $\mathbf{u} \preceq \mathbf{x} \Leftrightarrow u_i \leq x_i, i = 1 \dots m$

неједнакост у облику:

$$\mathbf{A}_k \ddot{\mathbf{q}} \preceq \mathbf{b}_k \quad (5.31)$$

задавањем матрице \mathbf{A}_k и вектора \mathbf{b}_k . Веома је лако, ограничење облика (5.30) пребацити у ову форму. Пошто нема потребе да се тачно прати референтна трајекторија, потребно је решити проблем изводљивости записан у следећој форми:

$$\begin{aligned} \text{нађи} \quad & \mathbf{u}_{k-1} \\ \text{тако да} \quad & \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_{k|prev} + \mathbf{N}_{k|prev} \mathbf{u}_{k-1} \\ & \mathbf{B}_k \ddot{\mathbf{r}} \preceq \mathbf{b}_k \end{aligned} \quad (5.32)$$

где је $\mathbf{B}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{H}^{-1/2}$. Овај систем је еквивалентан следећем:

$$\begin{aligned} \text{нађи} \quad & \mathbf{u}_{k-1} \\ \text{тако да} \quad & \mathbf{B}_k \mathbf{N}_{k|prev} \mathbf{u}_{k-1} \preceq \mathbf{b}_k - \mathbf{B}_k (\mathbf{T}_{k|prev} - \mathbf{p}) \end{aligned} \quad (5.33)$$

Уколико систем (5.33) није остварив (не постоји такво u_{k-1} да су сва ограничења задовољена), треба одредити који делови ограничења k нису задовољени и минимизовати интензитет прекорачења неједнакости. То ће нам дати најбоље могуће решење, пошто није могуће испунити k -то ограничење у потпуности.

Уколико је оптимизациони проблем (5.33) остварив, сигурни смо да постоји решење и да се ограничење k може испунити. Међутим, не знамо како да одаберемо решење, то јест, који је одговарајући управљачки моменат који можемо применити. Уколико је ограничење k најнижег приоритета, онда треба применити управљачки момент који је добијен решавањем проблема изводљивости (5.33). Уколико постоји неки задатак нижег приоритета, он ће нам послужити да одредимо одговарајући управљачки момент, пошто ћемо за њега решавати оптимизациони проблем облика:

$$\begin{aligned} \text{минимизуј} \quad & \|\mathbf{B}_{k+1} \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}_{k+1}\|_2^2 \\ \text{тако да} \quad & \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_{k+1|prev} + \mathbf{N}_{k+1|prev} \mathbf{u}_k \\ & \mathbf{B}_k \ddot{\mathbf{r}} \preceq \mathbf{b}_k \end{aligned} \quad (5.34)$$

Како управљачки момент и простор нуле нису рачунати за ограничење k , важи да је $\mathbf{T}_{k+1|prev} = \mathbf{T}_{k|prev}$ и $\mathbf{N}_{k+1|prev} = \mathbf{N}_{k|prev}$. Како је систем (5.32) остварив, могуће је наћи решење минимизационог проблема (5.34) и тако добијено \mathbf{u}_k ће бити једнако \mathbf{T}_{k+1} .

Да бисмо нашли простор нуле задатка $k + 1$, дефинисаћемо два скупа, где први

садржи индексе неједнакости које су стриктно испуњене након оптимизације $S = \{i | \mathbf{B}_{k,i} \ddot{\mathbf{r}} < b_{k,i}\}$, и други скуп који му је комплементаран и представља скуп индекса неједнакости које су достигле знак једнакости, односно $\bar{S} = \{i | \mathbf{B}_{k,i} \ddot{\mathbf{r}} = b_{k,i}\}$. Приликом одређивања момената за извршавање следећег задатка, $k + 2$, мора се водити рачуна да они буду у простору нуле задатка $k + 1$. Осим тога, он мора да се изврши тако да сва претходна ограничења остану задовољена. То значи да морају да буду у простору нуле $\mathbf{B}_{k\bar{S}}$, тако да се простор нуле задатка $k + 1$ редефинише као:

$$\mathbf{N}_{k+1} = \mathbf{I} - \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{k+1} \\ \mathbf{B}_{k\bar{S}} \end{bmatrix} \mathbf{N}_{k+1|prev} \right)^+ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{k+1} \\ \mathbf{B}_{k\bar{S}} \end{bmatrix} \mathbf{N}_{k+1|prev} \quad (5.35)$$

Неједнакости чији индекси припадају скупу \bar{S} , су достигле своје граничне вредности и самим тиме не сме се дозволити да се решење „креће“ у тим правцима. То је разлог додавања неједнакости чији индекси припадају скупу \bar{S} на матрицу задатка \mathbf{B}_{k+1} када се рачуна њен простор нуле. Неједнакости из скупа S су далеко од својих граница, па се та маргина може искористити за реализацију неког задатка нижег приоритета. Неједнакости из овог скупа ће се пропагирати тако да оне буду ограничења типа неједнакости приликом решавања следећег оптимизационог задатка. Редефинисање простора нуле на начин дат у (5.35) смањује димензионалност проблема без непотребног губљења степени слободе.

5.3.2 Неједнакости независне од убрзања

Почећемо од неједнакости које се могу записати у облику (5.28). Уколико је неједнакост задовољена у посматраном тренутку, циљ је да се обезбеди да иста неједнакост буде задовољена за сваки тренутак у будућности. Функција са леве стране знака неједнакости (5.28) може бити развијена по времену у Тејлоров ред узимајући у обзир прва два елемента. Како неједнакост (5.28) мора увек бити задовољена можемо записати:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}_0, t_0) + \left. \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{q}, t)}{dt} \right|_{t=t_0} T + \left. \frac{d^2\mathbf{f}(\mathbf{q}, t)}{dt^2} \right|_{t=t_0} \frac{T^2}{2} \preceq \mathbf{x}_{limit} \quad (5.36)$$

где су t_0 и \mathbf{q}_0 посматрани тренутак и вектор углова у зглобовима у посматраном тренутку, док је T временски интервал у којем посматрамо знак неједнакости. Даљим диференцирањем (5.36) се добија:

$$\mathbf{f}|_{t=t_0} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} \right) \Big|_{t=t_0} T + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \ddot{\mathbf{q}} + \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right) \dot{\mathbf{q}} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} \right) \Big|_{t=t_0} \frac{T^2}{2} \preceq \mathbf{x}_{limit} \quad (5.37)$$

која је линеарна по убрзањима у зглобовима и може се записати у облику (5.30). Убрзања у зглобовима која задовољавају неједнакост (5.37) гарантују да уколико убрзања у зглобовима остану константна, неједнакост (5.28) ће бити задовољена до

тренутка $t_0 + T$. Већи временски интервал T ће произвести нижу границу за максимално дозвољено убрзање у зглобовима $\ddot{\mathbf{q}}$, што ће узроковати спорије покрете. Веће T ће, такође, апроксимацију функције Тејлоровим редом учинити нетачнијом. Скраћивањем временског интервала T , дозвољена убрзања у зглобовима ће се увећати и покрет ће моћи да буде бржи, али када неједнакост (5.28) дође близу достизања једнакости, велика убрзања ће бити потребна да би се зауставило кретање система у раду ограничења. Уколико постоји засићење у актуаторима, може се десити да је немогуће постићи довољно велика убрзања и онда би неједнакости (5.28) могле бити нарушене. То значи да временски интервал T мора бити пажљиво одабран и да мора постојати маргина урачуната у ограничења.

За ограничења записана у облику (5.29) процедура трансформисања у ограничење линеарно по убрзањима у зглобовима је слична претходној. Једина разлика је што се функција са леве стране (5.29) апроксимира Тејлоровим редом првог реда. Коначан резултат је:

$$\mathbf{f}|_{t=t_0} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \ddot{\mathbf{q}}} \ddot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} \right) |_{t=t_0} T \preceq \mathbf{x}_{limit} \quad (5.38)$$

Убрзања у зглобовима која задовољавају неједнакост (5.38) обезбеђују, да уколико је убрзање у зглобовима константно, неједнакост (5.29) буде задовољена до тренутка $t_0 + T$.

5.4 Систем за приоритетизацију за роботске системе са везама

До сада смо дискутовали о роботским системима без веза, што углавном не одговара стварној ситуацији. У случајевима када робот остварује интеракцију са својом околином, готово је сигурно да ће постојати контакти, што ће уводити везе у систем. Када хуманоидни робот стоји и када се креће, стопала су му у контакту са подлогом, што представља везу. Оба типа веза, холономне и не холономне могу бити описане на следећи начин [54]:

$$\mathbf{A}_0 \ddot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{b}_0 \quad (5.39)$$

Убрзања у зглобовима система без веза (5.1) су:

$$\mathbf{a} = \mathbf{H}^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}_0) \quad (5.40)$$

Према [54], остварено убрзање система са везама је:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{a} + \mathbf{H}^{-1/2} \left(\mathbf{A}_0 \mathbf{H}^{-1/2} \right)^+ (\mathbf{b}_0 - \mathbf{A}_0 \mathbf{a}) \quad (5.41)$$

што може бити записано као:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{B}_0^+ (\mathbf{b}_0 + \mathbf{B}_0 \mathbf{p}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}_0^+ \mathbf{B}_0) \mathbf{T}. \quad (5.42)$$

$$\text{минимизуј } \|\mathbf{B}_i \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}_i\|_2^2 \quad (5.43)$$

$$\text{тако да } \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_c + \mathbf{N}_c \mathbf{T}_{i|prev} + \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{i|prev} \mathbf{u}_{i-1}$$

Једино је дефиниција матрице \mathbf{N}_i промењена и сада је:

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{I} - (\mathbf{B}_i \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{i|prev})^+ \mathbf{B}_i \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{i|prev}. \quad (5.44)$$

На овај начин је систем за приоритетизацију задатака прилагођен употреби и за роботске системе са везама. Везе уводе у систем додатне силе и као последица тога више не постоји једнозначно решење инверзног динамичког проблема. Односно, на основу управљачких момената увек можемо срачунати кретање у зглобовима, међутим на основу убрзања можемо добити бесконачан број управљачких момената који могу да произведу одређено кретање. Могу се јавити одређени моменти у зглобовима чије деловање, због присуства веза, не производи никакво кретање. Ти моменти се називају унутрашњим оптерећењем и њихово дејство само додатно напреже систем.

5.5 Укључивање ограничења зависних од управљачких момената

Осим ограничења која се односе на координате зглобова, могу постојати и ограничења која се односе на управљачке моменте. Сам начин актуације уводи ова ограничења. Осим тога, контактне силе директно зависе од момената у зглобовима. Могу постојати ограничења на контактним силама која произилазе из природе контаката. Како више не можемо једнозначно срачунати погонске моменте на основу убрзања, ограничења на погонске моменте не можемо написати у облику (5.31). Из тог разлога њих морамо третирати нешто другачије. Срећом, начин на који ћемо их третирати је врло сличан начину на који смо третирали ограничења која се односе на убрзања.

Претпоставимо да робот треба да изврши p задатака уз присуство ограничења, где је k -то ограничење записано као неједнакост у облику:

$$\mathbf{A}_k \mathbf{H}^{-1} \boldsymbol{\tau} \preceq \mathbf{b}_k \quad (5.45)$$

Као и у случају ограничења која се односе на убрзање ово ограничење ће бити пребачено у жељену форму:

$$\mathbf{B}_k \mathbf{T} \preceq \mathbf{b}_k \quad (5.46)$$

Слично неједнакостима која су линеарна у односу на убрзања зглобова, прво треба да проверимо да ли је ограничење изводљиво. То ћемо добити решавањем следећег система:

$$\begin{aligned} \text{нађи} \quad & \mathbf{u}_{k-1} \\ \text{тако да} \quad & \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_c + \mathbf{N}_c (\mathbf{T}_{k|prev} + \mathbf{N}_{k|prev} \mathbf{u}_{k-1}) \\ & \mathbf{B}_k (\mathbf{T}_{k|prev} + \mathbf{N}_{k|prev} \mathbf{u}_{k-1}) \preceq \mathbf{b}_k \end{aligned} \quad (5.47)$$

Уколико овај систем нема решења, поново ћемо наћи минималан број ограничења из овог задатка која су прекорачена и минимизовати интензитет за који је прекорачена неједнакост. Уколико је овај систем остварив, онда ћемо пропагирати ово ограничење на следећи задатак. У односу на укључивање ограничења зависних од убрзања у зглобовима једино се форма ограничења разликује, док је остало практично исто. На исти начин се проверава да ли је систем остварив, и исте акције се предузимају када систем јесте остварив и када није. На исти начин се и пропагирају ограничења на задатке нижег приоритета.

Ово је и последњи додатак систему за приоритетизацију. Све то треба склопити у једну процедуру. Псеудо код алгоритма којим се илуструје предложена процедура је дат алгоритмом 1. Овима је добијен коначни облик система за приоритетизацију. Приказана процедура срачунава управљачке моменте за све зглобове на основу задатих матрице и вектора веза и листе задатака која робот треба да изврши и ограничења која робот треба да задовољи. Задаци и ограничења ће бити испуњавани у простору нуле везе, тако да ће систем покушати да задовољи задатак и ограничење вишег приоритета без обзира на стање ограничења и задатака нижег приоритета.

Алгоритам 1 Процедура за одређивање управљачких момената

```

1:  $\mathbf{N}_c \leftarrow \mathbf{I}, \mathbf{T}_c \leftarrow \mathbf{0}$ 
2:  $\mathbf{C}_a \leftarrow [], \mathbf{C}_\tau \leftarrow []$ 
3:  $\mathbf{d}_a \leftarrow [], \mathbf{d}_\tau \leftarrow []$ 
4: if систем са везама then
5:    $\mathbf{N}_c := \mathbf{I} - \mathbf{B}_0^+ \mathbf{B}, \mathbf{T}_c := \mathbf{B}_0^+ (\mathbf{b}_0 + \mathbf{B}_0 \mathbf{p})$ 
6: end if
7: for сваки задатак и ограничење  $i$  do
8:   if ограничење then
9:     if зависно од убрзања then
10:       $\mathbf{C}_a := \begin{bmatrix} \mathbf{C}_a \\ \mathbf{B}_i \end{bmatrix}; \mathbf{d}_a \leftarrow \begin{bmatrix} \mathbf{d}_a \\ \mathbf{b}_i \end{bmatrix}$ 
11:     else if зависно од момената then
12:       $\mathbf{C}_\tau := \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\tau \\ \mathbf{B}_i \end{bmatrix}; \mathbf{d}_\tau \leftarrow \begin{bmatrix} \mathbf{d}_\tau \\ \mathbf{b}_i \end{bmatrix}$ 
13:     end if
14:     Реши: нађи  $\mathbf{u}$ 
15:     тако да:  $\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_c + \mathbf{N}_c \mathbf{T}_{prev} + \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{prev} \mathbf{u}$ 
16:       $\mathbf{C}_a \ddot{\mathbf{r}} \preceq \mathbf{d}_a$ 
17:       $\mathbf{C}_\tau (\mathbf{T}_{prev} + \mathbf{N}_{prev} \mathbf{u}) \preceq \mathbf{d}_\tau$ 
18:     if систем остварив then
19:       continue
20:     end if
21:      $\bar{S}_a := \{k | \mathbf{C}_{ak} \ddot{\mathbf{r}} \geq d_{ak}\}; S_a := \{k | \mathbf{C}_{ak} \ddot{\mathbf{r}} < d_{ak}\}$ 
22:      $\bar{S}_\tau := \{k | \mathbf{C}_{\tau k} \ddot{\mathbf{r}} \geq d_{\tau k}\}; S_\tau := \{k | \mathbf{C}_{\tau k} \ddot{\mathbf{r}} < d_{\tau k}\}$ 
23:      $\mathbf{N}_{prev} := \mathbf{N}_{prev} \left( \mathbf{I} - \left( \begin{bmatrix} \mathbf{C}_a \bar{S}_a \\ \mathbf{C}_\tau \bar{S}_\tau \end{bmatrix} \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{prev} \right)^+ \begin{bmatrix} \mathbf{C}_a \bar{S}_a \\ \mathbf{C}_\tau \bar{S}_\tau \end{bmatrix} \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{prev} \right)$ 
24:     else if задатак then
25:       Реши: минимизуј  $\|\mathbf{B}_i \ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{b}_i\|_2^2$ 
26:       тако да:  $\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{p} = \mathbf{T}_c + \mathbf{N}_c \mathbf{T}_{prev} + \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{prev} \mathbf{u}$ 
27:       $\mathbf{C}_a \ddot{\mathbf{r}} \preceq \mathbf{d}_a$ 
28:       $\mathbf{C}_\tau (\mathbf{T}_{prev} + \mathbf{N}_{prev} \mathbf{u}) \preceq \mathbf{d}_\tau$ 
29:       $\bar{S}_a := \{k | \mathbf{C}_{ak} \ddot{\mathbf{r}} = d_{ak}\}; S_a := \{k | \mathbf{C}_{ak} \ddot{\mathbf{r}} < d_{ak}\}$ 
30:       $\bar{S}_\tau := \{k | \mathbf{C}_{\tau k} \ddot{\mathbf{r}} = d_{\tau k}\}; S_\tau := \{k | \mathbf{C}_{\tau k} \ddot{\mathbf{r}} < d_{\tau k}\}$ 
31:       $\mathbf{N}_{prev} := \mathbf{N}_{prev} \left( \mathbf{I} - \left( \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ \mathbf{C}_a \bar{S}_a \\ \mathbf{C}_\tau \bar{S}_\tau \end{bmatrix} \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{prev} \right)^+ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ \mathbf{C}_a \bar{S}_a \\ \mathbf{C}_\tau \bar{S}_\tau \end{bmatrix} \mathbf{N}_c \mathbf{N}_{prev} \right)$ 
32:     end if
33:      $\mathbf{T}_{prev} := \mathbf{T}_{prev} + \mathbf{N}_{prev} \mathbf{u};$ 
34:      $\mathbf{C}_a := \mathbf{C}_a S_a; \mathbf{d}_a := \mathbf{d}_a S_a$ 
35:      $\mathbf{C}_\tau := \mathbf{C}_\tau S_\tau; \mathbf{d}_\tau := \mathbf{d}_\tau S_\tau$ 
36:   end for
37:  $\boldsymbol{\tau} \leftarrow \mathbf{H}^{1/2} \mathbf{T}_{prev}$ 

```

Поглавље 6

Класификација ограничења

У овом поглављу ће бити више речи о врстама ограничења са којима се робот може сусрести. Робот у сваком тренутку треба да задовољи сва ограничења са којима се сусреће јер незадовољавање неког од њих може имати негативне последице. У најблажем случају, уколико робот не задовољи неко од ограничења само неће обављати своју функцију, мада може доћи и до озбиљнијих последица (пада робота, оштећења механичког и електричног система робота, оштећења предмета у околини робота, ...). Посебно је важно да се напомене да, уколико је робот у интеракцији са човеком, немогућност робота да задовољи сва ограничења може довести до повређивања човека. Из тог разлога је веома битно размотрити сва ограничења која морају бити задовољена.

Природа ограничења може бити различита, и ми ћемо их поделити у две велике групе. У прву спадају ограничења која произилазе из конструкције робота и конфигурације његове околине, док је друга група везана за ограничења која обезбеђују да неће доћи до нежељеног контакта са околином. Ова група је издвојена јер су ограничења која намећу контакти од суштинског значаја за интеракцију са околином и одржање динамичког баланса.

6.1 Конструкциона ограничења и спречавање нежељених контаката

Општа ограничења углавном произилазе из конструкције робота и из природе околине у којој робот делује. Под конструкцијом робота се подразумева механичка конструкција робота, избор и врста актуатора и управљачки систем.

Први пример конструкционог ограничења јесте да се сваки зглоб може померати само у одређеном опсегу. Овај услов се за зглоб i може записати као:

$$q_i^{min} \leq q_i \leq q_i^{max}, \quad (6.1)$$

где су q_i^{min} и q_i^{max} минимална и максимална дозвољена вредност координате у i -том зглобу. Примећујемо да је ово ограничење облика (5.28). На основу дискусије у одељку 5.3.2 закључује се да ово ограничење морамо развити у Тејлоров ред како бисмо могли да га уврстимо у систем за приоритетизацију. Ограничење записано у жељеној форми је:

$$\frac{T^2}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{q}_i \preceq \begin{bmatrix} q_i^{max} - q_i - T\dot{q}_i \\ -q_i^{min} + q_i + T\dot{q}_i \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

где је T временски интервал током кога се посматра ограничење.

Следеће ограничење је ограничење наметнуто брзинама, и оно је, такође, везано за сваки зглоб понаособ. Електрични актуатори имају ограничен број обртаја при одређеном напону. Наравно, напон је могуће повећати, али то може довести до оштећења намотаја ротора или статора, па се зато повећавање напона не препоручује. Стога, у зависности од максималне брзине обртања електричног мотора и степена редукције, постоји ограничење на максималну генерализану брзину зглоба. Оно се може записати у облику:

$$\dot{q}_i^{min} \leq \dot{q}_i \leq \dot{q}_i^{max}, \quad (6.3)$$

где су \dot{q}_i^{min} и \dot{q}_i^{max} минимална и максимална дозвољена вредност брзине i -тог зглоба. Као и у претходном случају, искористићемо развој у Тејлоров ред како бисмо добили облик који се може уврстити у систем за приоритетизацију:

$$T \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \ddot{q}_i \preceq \begin{bmatrix} \dot{q}_i^{max} - \dot{q}_i \\ -\dot{q}_i^{min} + \dot{q}_i \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

Поред тога, ограничен је и управљачки момент τ_i који се може саопштити у сваком од зглобова. Код електричних мотора момент је директно сразмеран струји, те већи момент захтева већу струју у намотајима. Услед веће струје и термогеног отпора мотор се греје и уколико се топлота не дисипира долази до прегревања мотора, чиме се може оштетити његова унутрашња структура. Овај тип ограничења се може записати у облику:

$$\tau_i^{min} \leq \tau_i \leq \tau_i^{max} \quad (6.5)$$

Ово је ограничење на управљачке моменте и врло лако се може записати у облику (5.46). Самим тим оно се врло лако може уврстити у систем за приоритетизацију

задатака. Последња два ограничења се могу прекорачити, али само током веома кратког временског интервала. Уколико је прекорачење ових ограничења кратко-трајно и није учестало, оно неће имати негативне последице. Међутим, уколико је то прекорачење дуготрајно или учестало, доћи ће до трајног оштећења актуатора.

Треба обратити пажњу и на снагу која се захтева од актуатора. Уколико је захтевана снага у одређеном тренутку већа од снаге коју може да обезбеди актуатор, робот неће бити у стању да оствари жељену трајекторију у зглобу. Ово ограничење се јавља када актуатор убрзава кретање, односно када управљачки момент и угациона брзина у зглобу делују у истом правцу. У случају да момент у зглобу делује у супротном правцу од угане брзине мотор успорава кретање и снага у зглобу је негативна. Тиме мотор смањује кинетичку енергију која се мора дисипирати на одређени начин. Најчешће се кинетичка енергија трансформише у топлоту коју је потребно одводити, те уколико систем није у стању да то обезбеди, долази до загревања система и његовог евентуалног прегоревања. Из тог разлога, потребно је ограничити и снагу коју актуатор дисипира. На основу тога се закључује да, уколико је снага у зглобу позитивна, мора бити мања од снаге коју актуатор може обезбедити, док уколико је снага негативна, по апсолутној вредности мора бити мања од снаге коју управљачки систем може да дисипира. То се може записати на следећи начин:

$$-P_{di}^{max} < \dot{q}_i \tau_i < P_i^{max} \quad (6.6)$$

где су P_{di}^{max} и P_i^{max} максимална снага дисипације и максимална активна снага у i -том зглобу. Ово ограничење се лако записује у облику (5.46) у ком га можемо укључити у систем за приоритетизацију. Треба обратити пажњу да је снага срачуната у (6.6), снага у самом зглобу, а не снага коју производи актуатор. Како између актуатора и зглоба може постојати вишестепени редуктор, да би се добила сама снага на актуатору потребно је све помножити са одговарајућим коефицијентом корисног дејства.

Код робота су најчешће сви актуатори везани на исти извор напајања који има ограничену максималну снагу. Уколико је актуаторима потребна већа снага него што електрични извор напајања може да обезбеди, може доћи до пада напона на излазу извора напајања, што ће у најмању руку, довести до тога да зглобови робота не прате жељене трајекторије. Међутим, то може довести и до ресетовања и гашења контролера који управљају целим роботом, што свакако теба избећи. Из тог разлога, потребно је ограничити укупну снагу у свим зглобовима. То се може записати на следећи начин:

$$\dot{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\tau} < P^{max} \quad (6.7)$$

где је $\dot{\mathbf{q}}$ вектор свих угаоних брзина и $\boldsymbol{\tau}$ вектор погонских момената у свим зглобовима. Као и у претходном случају, и овде се могу узети у обзир коефицијенти корисног дејства за сваки зглоб. Међутим, ова формулација није у потпуности тачна. Нека један од зглобова успорава кретање, односно снага у њему је негативна. На основу тога се добија да укупна снага у осталим зглобовима може бити већа од P^{max} . Међутим, пошто се у зглобу у коме је снага негативна, дисипира енергија и тиме неповратно губи, не може се искористити за покретање других зглобова. На основу тога се закључује да укупна снага у осталим зглобовима поново не сме прећи P^{max} . Одатле добијамо мало стриктнији услов, а то је да укупна снага у свим зглобовима у којима је снага позитивна не сме прећи P^{max} . Тај услов се може записати на нешто сложенији начин:

$$\begin{aligned} \dot{q}_i \tau_i &\leq p_i \\ p_i &\geq 0 \\ \sum_{i=1}^n p_i &< P^{max} \end{aligned} \tag{6.8}$$

Овде су уведене нове променљиве p_i , које можемо посматрати као „максималну активну снагу“ у сваком од зглобова. На основу тога, претходне услове можемо интерпретирати на следећи начин: снага у зглобу треба да буде мања од максималне активне снаге, затим, максимална активна снага мора бити увек већа од нуле и сума максималних активних снага у свим зглобовима мора бити мања од максималне снаге напајања. Ово ограничење је зависно од момената у зглобовима. Због увођења нових променљивих, овај услов се не може једноставно убацити у систем за приоритетизацију као што је то урађено у претходним случајевима. Да би се овај услов укључио потребно је да у цео систем додамо и променљиве p_i , како би се могла наметнути ограничења зависна од њих.

Робот се састоји из сегмената, од којих сваки заузима одређену запремину у простору, па је неопходно спречити појављивање нежељеног контакта између сегмената робота, тј. њиховог судара. Контакт између сегмената робота производи унутрашње опретерећење које може довести до механичких оштећења. Нежељени контакт у најбољем случају може довести до тога да робот не прати жељену трајекторију, док врло често може довести до оштећења робота.

Поред контакта између сегмената робота, треба избећи појављивање нежељеног контакта између робота и околине. Једини контакти који су пожељни, су контакти између стопала робота и подлоге, као и контакти између шака робота и објекта којим се манипулише, док све остале контакте треба избећи. Да ли ће доћи до контакта између робота и околине зависи само од координата у зглобовима. До контакта не

долази уколико је минимално растојање између сегмената робота, као и робота и околине веће од нуле. То се може записати у облику:

$$d_{min}(\mathbf{q}, t) > 0 \quad (6.9)$$

Одавде се види да је растојање функција углова у зглобовима робота и времена. Растојање је зависно од времена пошто се околина робота може мењати током времена. Ова неједнакост је облика (5.10). У одељку 5.3.2 је описано како се ограничење овог типа уводи у систем за приоритетизацију. Важно је да се нагласи да је рачунање минималног растојања веома сложено. Минимално растојање зависи од облика сегмената робота и од облика околине. Робот и околина се могу моделовати као скуп крутих тела, и потребно је одредити растојања између сваког пара крутих тела и на основу тога одредити минимално растојање.

6.2 Ограничења везана за контакте са околином

Контакти са околином су од суштинског значаја за деловање робота, јер му омогућавају да се креће кроз околину. Осим тога, да би робот манипулисао објектима мора постојати контакт између његове шаке и објеката. Контакти уводе везе, а самим тиме и ограничења која робот мора да задовољи. Између објеката у контакту јавља се контактна сила¹, која такође мора да задовољи одређене услове. Од посебног значаја су контакти стопала са подлогом при чему је положај *ZMP*-а индикатор динамичког баланса. Позиција *ZMP*-а се одређује као однос момената који делују у равни контакта и компоненте силе реакције подлоге нормалне на раван контакта. Из тог разлога, потребан услов за одржање динамичког баланса, да се *ZMP* налази унутар ослоначке површине, представља ограничење на контактне силе и моменте. Као што је добро познато, за ходајуће роботе, од суштинског је значаја задовољити ово ограничење.

Имајући у виду да контакти уводе везе, кретање система са контактима (везама) више не може бити у потпуности произвољно. Уколико посматрамо контакт између стопала и подлоге, лако се може уочити да стопало не може продрети у подлогу, што значи да је његово кретање у том правцу онемогућено, док кретање остатка робота може бити произвољно. Што се више покушава да се продре стопалом у подлогу то се јавља већа контактна сила. У [55] је дата обсервација да је контактна сила директно пропорционална тежњи да се наруши ограничење које уноси веза.

¹Контакт између стопала и подлоге је добар пример, где је сила реакције подлоге, у ствари контактна сила

Повећане контактне силе уносе додатно оптерећење у систем, те жељено кретање робота треба да је што више у сагласности са ограничењем које уноси веза.

Уколико постоје везе у систему, где је једначина везе дата једначином (5.39), дејство контактне силе се уводи у једначину динамике система крутих тела (5.1) на следећи начин:

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_0 = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{A}_0^T \mathbf{F} \quad (6.10)$$

где је \mathbf{F} реакција везе која се јавља, док је \mathbf{A}_0 матрица везе. Дужина вектора \mathbf{F} је једнака броју редова матрице \mathbf{A}_0 .² У одељку 5.4 је дата једначина кретања система крутих тела у присуству веза (5.41). Комбиновањем те једначине са једнакошћу (5.40), узимајући у обзир да за матрице које имају пун ранг важи $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$ као и чињеницу да је матрица \mathbf{H} позитивно дефинитна и симетрична, може се добити следеће:

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_0 = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{A}_0^T (\mathbf{A}_0 \mathbf{H}^{-1} \mathbf{A}_0^T)^{-1} (\mathbf{b}_0 - \mathbf{A}_0 \mathbf{H}^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}_0)) \quad (6.11)$$

Упоредивањем ове једначине са једначином (6.10) се лако добија израз за контактну силу:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{A}_0 \mathbf{H}^{-1} \mathbf{A}_0^T)^{-1} (\mathbf{b}_0 - \mathbf{A}_0 \mathbf{H}^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}_0)) \quad (6.12)$$

одакле се види да је контактна сила линеарно зависна од управљачких момената. Из тог разлога, свако ограничење линеарно зависно од силе је такође линеарно зависно од управљачког момента у зглобовима. Одатле следи да се свако ограничење линеарно зависно од силе може врло једноставно уврстити у систем за приоритетизацију задатака.

Када не би постојала веза у систему, убрзања система би била једнака $\mathbf{H}^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}_0)$. Међутим, ограничење захтева да је $\mathbf{A}_0 \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{b}_0$, па се може видети да је „тежња“ управљачких момената да наруше ограничење које уводи веза управо $\mathbf{b}_0 - \mathbf{A}_0 \mathbf{H}^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}_0)$. Из једначине (6.12) се лако примети да је контактна сила директно пропорционална тежњи да се наруши веза, као што је већ раније наведено. Коefицијент пропорционалности је $(\mathbf{A}_0 \mathbf{H}^{-1} \mathbf{A}_0^T)^{-1}$.

Као што је приказано, систем крутих тела може имати више од једне везе. За сваку од веза се јавља по једна контактна сила. Погодан пример је робот који стоји са обе ноге на подлози. Јасно је да делује по једна сила на свако стопало робота и да је онемогућено кретање стопала у одређеним правцима. У том случају, постоје две матрице везе, једна за лево стопало \mathbf{A}_{0L} и једна за десно \mathbf{A}_{0R} . Укупну матрицу везе

²На пример, уколико посматрајмо површински контакт између два тела. Веза намеће ограничење, па не може доћи ни до translације ни до ротације између тела у контакту, па матрица везе има шест редова. Као реакција везе јавља се сила која има три компоненте уз момент који има још три компоненте, што је укупно шест.

ћемо добити када спојимо те две матрице:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{0L} \\ \mathbf{A}_{0R} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Сила која ће бити добијена на основу једначине (6.12) ће се такође састојати из силе која делује на лево стопало \mathbf{F}_L и силе која делује на десно стопало \mathbf{F}_R , односно:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Уколико у систему постоји више од две везе, на сличан начин ћемо направити једну матрицу везе. Такође, сила коју срачунамо ће имати сличан облик овде добијеном, где ће све силе које се јављају као последице веза бити послогане у један вектор.

Што се тиче ограничења која се односе на силе, она пре свега зависе од природе контакта. Посматрајмо на пример контакт између стопала и подлоге који ограничава translацију стопала у сва три правца, као и све три ротације. Стопало које је у контакту са подлогом не може да промени ни своју позицију ни оријентацију. Као последица ограничења, јављају се три силе које ограничавају линеарно кретање и три момената која ограничавају ротацију.

Међутим, тих шест компоненти не могу бити у потпуности произвољне, већ морају задовољавати одређена ограничења која произилазе из природе контакта. Контакт између стопала и подлоге је унilaterалан, односно стопало може само да „гура“ а не и да „вуче“ подлогу. То за последицу има, да компонента силе нормална на подлогу мора бити позитивна. Уколико овај услов није задовољен (по природи ствари та сила не може бити негативна, већ само једнака нули) долази до одвајања стопала од подлоге. Уколико је стопало ослоначко, по сваку цену се мора избећи његово одвајање од подлоге. Међутим, уколико нога треба да изврши искорак, одвајање стопала од подлоге је неминовно. Када се стопало одвоји од подлоге, ограничење везе престаје да важи, што самом стопалу даје већу слободу кретања, али се губи и контактна сила чиме се смањује опсег кретања центра масе система. Осим ограничења на нормалну компоненту силе, постоје ограничења и која се односе њену тангенцијалну компоненту. Сила трења представља тангенцијалну компоненту силе реакције везе, те ограничења која важе за силу трења морају бити испуњена. Овај услов је нешто сложенији и о њему ће бити више речи у следећем одељку.

Када је стопало робота у површинском контакту са подлогом, као реакција везе се јавља трокомпонентна сила и трокомпонентни момент. Позиција тачке нула момента, односно *ZMP*-а, се одређује као однос компоненти момента за одређену тачку унутар контактне повишине, које делују у равни контакта и компоненте силе нормалне

на раван. Уколико се добијени положај ZMP -а налази унутар ослоначке површине, контакт је одржив и стопало неће ротирати. Међутим, уколико се ZMP нађе на ивици ослоначке површине, доћи ће до ротације стопала око те ивице, што доводи до сепарације дела стопала од ослоначке површине. Као последица тога робот ће изгубити динамички баланс и почети да пада. Ову ситуацију треба избећи јер се појављује неоснажен степен слободе између стопала робота и подлоге, због чега више неће постојати једнозначна веза између углова у зглобовима и позиција делова робота у глобалним координатама. Тиме што је наметнуто ограничење на позицију ZMP -а, индиректно је наметнуто ограничење на однос тангенцијалних момената и инензитета нормалне компоненте силе реакције подлоге. Поред тога, постоји и ограничење на компоненту момента нормалну на раван контакта коју уравнотежују силе трења. Ово ограничење је нешто комплексније и биће разматрано у наредном одељку.

Наравно, ограничења везана за контакте уводе и кинематска ограничења. Основно ограничење у посматраном случају јесте да се позиција и оријентација стопала не мења. Кретање остатка тела може бити произвољно, али уз ограничење да стопало стоји у месту. Исувише велики број веза, може резултовати тиме да се робот уопште не може кретати. Све брзине и убрзања у зглобовима морају бити у простору нуле ограничења. Уколико жељена убрзања нису у простору нуле ограничења, јавиће се контактна сила и робот неће бити у стању да у потпуности оствари жељена убрзања у свим зглобовима. Из тог разлога, чињеницу да се робот мора кретати у простору нуле ограничења не смемо занемарити приликом планирања кретања.

Током рада робота могу се јавити ситуације у којима робот није у стању да задовољи постављена ограничења. Поред тога, може се јавити да уколико робот задовољи ограничења, није у стању да успешно обави задатак који је пред њега постављен. У оба случаја неминовно је да дође до раскидања контакта и, уколико је то потребно, до његовог поновног успостављања на неком другом месту. У наредном поглављу детаљно ће бити разматрани услови које робот мора да задовољи да би могао да раскине одређени контакт, али тако да је и даље у могућности да оствари жељено кретање. То ће нам дати одговор на питање који контакт робот треба да раскине у ситуацији када више не може да испуни сва ограничења која намећу контакти. Осим тога биће разматрани услови које робот мора да задовољи да би могао да оствари жељено кретање. Тиме ће бити дат одговор на којој позицији поново треба да се оствари контакт како би робот могао успешно да обави постављени задатак.

Постоје још неке ситуације где робот није у могућности да оствари жељено кретање без увођења додатних контаката. Уколико робот треба да се креће уз падину, ограничење коју намеће трење има веома важну улогу. Уколико је коефицијент трења

0.9, што је приближно једнако коефицијенту трења приликом кретања по бетону, робот неће бити у стању да стоји мирно на падини која је под углом од 45° , већ ће доћи до проклизавања стопала робота. У том случају, да би се робот попео, мора се променити конфигурација контаката. Робот ће морати да се ослања рукама о неки рукохват или да се придржава за неки други објекат у околини. На овај начин робот ће моћи да генерише додатне силе које ће му омогућити да се попе уз стрму раван без проклизавања стопала. Овај случај ће бити детаљно разматран када се будемо бавили симулационом верификацијом система за приоритетизацију задатака искоришћеног за модификацију кретања у присуству ограничења.

Поглавље 7

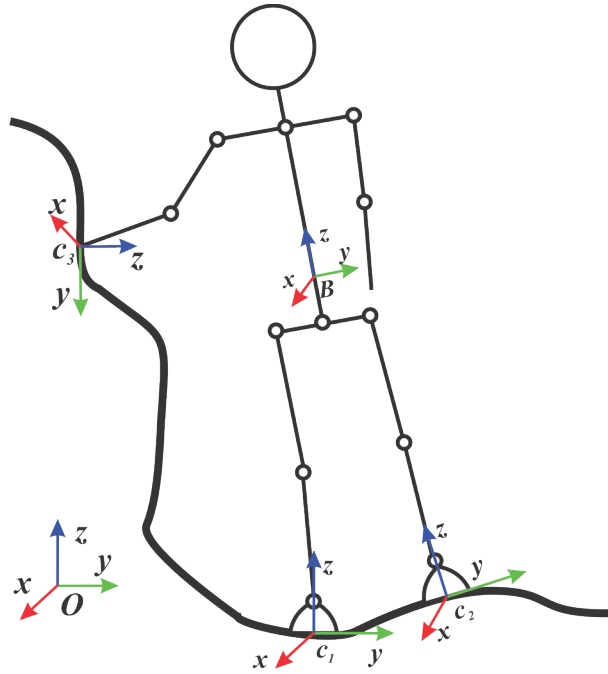
Вишеструки контакти и промена њихове конфигурације

У овом поглављу ће бити речи о начину на који робот остварује интеракцију са околином, која се остварује преко контаката који уводе ограничења на кретање робота. Између тела у контакту, јавља се контактна сила која одржава ограничење уведено као резултат контакта задовољеним. Биће размотрена два типична облика контакта. Први је тачкасти, док је други тип површински контакт, где је сегмент са робота (најчешће стопало) у контакту са околином у најмање три тачке. Као резултат се јавља контактна сила и момент који ограничавају линеарно као и ротационо кретање сегмента робота који остварује контакт.

Прво ће бити изведене једначине које карактеришу кинематска ограничења. Након тога ће се говорити о ограничењима која морају да испуне контактне силе како не би дошло до раздвајања контакта и проклизавања (код тачкастог и раванског контакта) и ротације око ивице контактне површи (код раванског контакта). На основу тога, биће дефинисан скуп кретања која робот може да оствари са тренутном конфигурацијом контаката. Затим ће бити речи о потребним условима да робот може да оствари жељено кретање приликом раскидања контакта. Уколико није у стању да оствари жељено кретање, биће дат предлог како да премести позицију центра масе да би жељено кретање било оствариво.

7.1 Основне поставке

Претпоставимо да робот стоји са обе ноге на земљи и да је једном руком ослоњен о вертикални зид. Овакав случај је приказан на сл. 7.1. Контакт између робота и



Слика 7.1: Робот у који хода у неструктурираној околини са контактима.

околине се остварује у три тачке c_1 , c_2 и c_3 и свакој постоји непокретни координатни систем везан за подлогу тако да је оса z нормала на површину, док су остале две осе (x и y) у равни тангенте. Њихове позиције су задате векторима \mathbf{r}_{c1} , \mathbf{r}_{c2} и \mathbf{r}_{c3} , док су оријентације координатних система задате матрицама ротације \mathbf{R}_{c1} , \mathbf{R}_{c2} и \mathbf{R}_{c3} . Ове тачке су непокретне и на њих кретање робота не утиче, јер су то тачке на површини са којом робот долази у контакт.

Позиција базног сегмента робота B је дата у односу на глобални координатни систем O , помоћу вектора који садржи три translације $[x \ y \ z]^T$ и три ротације $[\phi \ \theta \ \psi]^T$. Робот поседује n ротационих зглобова и $n + 1$ сегмената. Самим тиме укупан број степени слободе система је $N = n + 6$. Сваки степен слободе је дефинисан једном генерализованом координатом q_i ; $i = 1 \dots N$. Важно је да се напомене да првих 6 степени слободе одговарају координатама које описују позицију и оријентацију базног сегмента.

Са друге стране, на роботу се налазе три тачке T_1 , T_2 и T_3 које долазе у контакт са тачкама c_1 , c_2 и c_3 , респективно, и њихов положај није познат пре остваривања контакта. Тек након осваривања контаката можемо одредити које су то тачке у околини са којима робот долази у контакт (c_1 , c_2 и c_3) и које су то тачке на роботу (T_1 , T_2 и T_3) које остварују контакт са околином. Треба обратити пажњу да је контакт између стопала и подлоге равански, што значи да бесконачан број тачака

стопала робота долази у контакт са подлогом, тачке T_2 и T_3 можемо одабрати произвољно од оних које остварују контакт са подлогом. Најчешће се бира тако да ове тачке буду у геометријском тежишту површи стопала у контакту. За разлику од тачака из околине, позиције (\mathbf{r}_{T1} , \mathbf{r}_{T2} и \mathbf{r}_{T3}) тачака на роботу и оријентације сегмената на којима се оне налазе (\mathbf{R}_{T1} , \mathbf{R}_{T2} и \mathbf{R}_{T3}) зависе од самог кретања робота и генерализаних координата q_i ; $i = 1 \dots N$ које описују његово кретање.

7.2 Кинематика система са контактима

Претпоставимо да је контакт између шаке и спољашње површи тачкаст, чиме се онемогућава релативно линеарно кретање између шаке и спољашње површине, али је, у овом случају, могућа њена ротација око контактне тачке. У реалности, овај контакт је такође површински, међутим када се дланом робот ослони о зид, ротација руке око зглоба шаке је могућа, због чега је узета претпоставка да је контакт тачкаст. Што се тиче стопала, претпоставићемо да је више тачака на стопалу у контакту са површином, чиме се остварује површински контакт, који онемогућава кретање у свих шест праваца (три ротације и три translације). На сваком од стопала посматраћемо једну референтну тачку. Површински контакт не дозвољава translацију те тачке, као ни ротацију целог стопала. У том случају важе следећи услови:

$$\mathbf{r}_{c1} = \mathbf{r}_{T1}(\mathbf{q}) \quad \mathbf{R}_{c1} = \mathbf{R}_{T1}(\mathbf{q}) \quad (7.1)$$

$$\mathbf{r}_{c2} = \mathbf{r}_{T2}(\mathbf{q}) \quad \mathbf{R}_{c2} = \mathbf{R}_{T2}(\mathbf{q}) \quad (7.2)$$

$$\mathbf{r}_{c3} = \mathbf{r}_{T3}(\mathbf{q}) . \quad (7.3)$$

Другачије речено, позиција тачака на стопалу и оријентација сегмената стопала се морају поклапати са позицијом тачака и оријентацијом координатних система на површини са којима долазе у контакт, док се само позиција шаке мора поклапати са позицијом контактне тачке. Оријентација шаке може бити произвољна и она може слободно ротирати око контактне тачке c_3 . Уколико је то испуњено, диференцирањем једначина (7.1-7.3) по времену добија се услов који брзине морају испунити:

$$\mathbf{J}_1 \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (7.4)$$

$$\mathbf{J}_2 \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (7.5)$$

$$\mathbf{J}_{3L} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \quad (7.6)$$

где је \mathbf{J}_i Јакобијан срачунат за тачку i , који се састоји из линеарног \mathbf{J}_{iL} и ротационог \mathbf{J}_{iR} дела, односно:

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{iL} \\ \mathbf{J}_{iR} \end{bmatrix}_{6 \times N}. \quad (7.7)$$

Он даје везу између генералисаних брзина q_i , $i = 1 \dots N$ и позиције и угаоне брзине тачке за коју је срачунат. Пошто су тачке на површини са којом је робот у контату фиксне, њихове линеарне и угаоне брзине и убрзања су једнака нули. Да би тачке на роботу остале у контакту са тачкама на површини, њихове линеарне и угаоне брзине и убрзања такође морају бити једнаки нули. Једначине (7.4-7.6) се могу написати у компактнијем облику:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_{3L} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (7.8)$$

где је $\bar{\mathbf{J}}$ композитни Јакобијан свих контаката. Из тога следи да је:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}}) \mathbf{u} \quad (7.9)$$

где је $\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}}) = \mathbf{I} - \bar{\mathbf{J}}^+ \bar{\mathbf{J}}$ простор нуле матрице $\bar{\mathbf{J}}$, са $\bar{\mathbf{J}}^+$ је означена Мур-Пенрозова псеудо инверзна матрица матрице $\bar{\mathbf{J}}$. Вектор \mathbf{u} је произвољан вектор дужине N . Ово као резултат има веома важан закључак, а то је да су генералисане брзине система у простору нуле Јакобијана свих контаката, односно да се систем мора кретати у простору нуле ограничења. То значи да угаоне брзине у зглобовима морају бити такве да се тачке контакта T_1 , T_2 и T_3 не померају и да стопала не мењају оријентацију. Даље, уколико је $rank(\bar{\mathbf{J}}) \geq N$, систем се уопште не може кретати јер је у том случају $\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})$ нула-матрица. То значи, да у том, случају имамо прекомерно ограничен систем. Уколико применимо тај услов на посматрани систем видимо да за $N \leq 15$ систем неће уопште моћи да се креће, односно да систем мора имати више од 15 степени слободе да би било могуће било какво кретање система са сл. 7.1.

Ограничење на генералисана убрзања можемо добити диференцирањем једначине (7.8) по времену, чиме се добија:

$$\bar{\mathbf{J}} \ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{0}, \quad (7.10)$$

где је $\bar{\mathbf{A}} = \dot{\bar{\mathbf{J}}} \dot{\mathbf{q}}$, тј. вектор Кориолисових и центрифугалних убрзања која су настала као последица кретања система. На основу тога добијамо израз за сва могућа убрзања која систем може остварити тако да нема раскидања контаката:

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\bar{\mathbf{J}}^+ \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}}) \mathbf{u} \quad (7.11)$$

где је опет \mathbf{u} вектор димензије N , али независан од оног у једначини (7.9). Види се да се генерализовано убрзање мора састојати од две компоненте. Прва поништава Кориолисова и центрифугалана убрзања, док се друга компонента налази у нула простору ограничења. Убрзања у простору нуле ограничења не утичу на убрзања тачака у контакту, односно, у посматраном случају, на убрзања оба стопала и шаке робота.

7.3 Контактне силе и ограничења

У тачкама у којима се остварује контакт робота са околином природа контакта намеће услове који контактне силе морају да испуне како би се контакт одржао. Уколико неки од тих услова није задовољен, доћи ће до раскидања контакта или до проклизавања објекта у контакту.

Обзиром на њихову природу за све контакте робота са околином, који се јављају у посматраном случају, сматраћемо да су унилатерални. Како је већ дефинисано да је правац осе z , правац нормале на површину са којом је остварен контакт, за нормалну компоненту силе којом околина делује на робота важи:

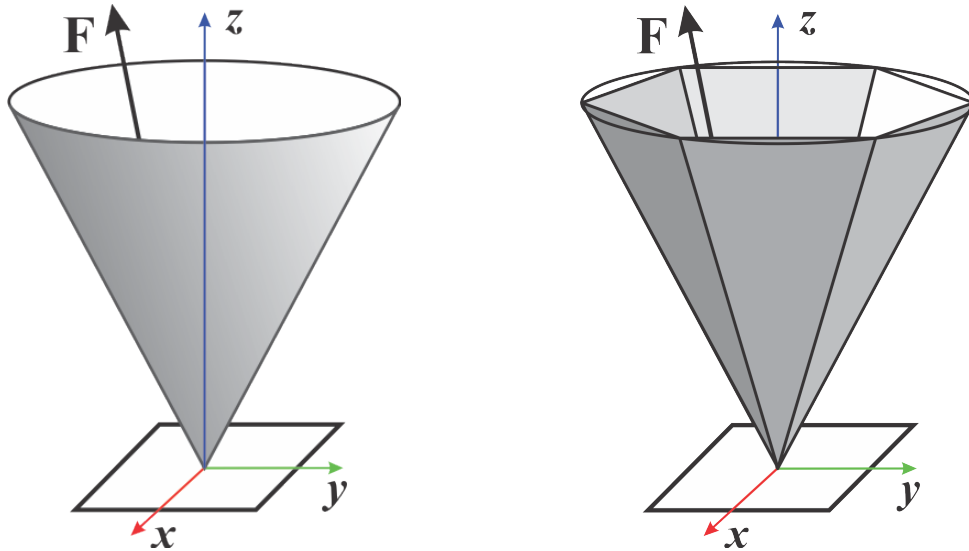
$$F_z \geq 0. \quad (7.12)$$

Поред ограничења на нормалну компоненту контактне силе, постоји ограничење на њене тангенцијалне компоненте које се јављају услед трења. Пошто не постоји релативно кретање између тачака у контакту, користићемо најједноставнији модел трења, односно суво Кулоново трење. Услов који, у овом случају, тангенцијалне силе морају да задовоље можемо написати у следећем облику:

$$F_x^2 + F_y^2 \leq \mu^2 F_z^2 \quad (7.13)$$

Геометријка интерпретација ова два услова јесте да се сила мора налазити унутар конуса, који креће из тачке контакта и чији је угао при врху дефинисан коефицијентом трења μ . Тај конус, се назива и конусом трења и његова илустрација је дата на сл. 7.2. Треба обратити пажњу на чињеницу, да уколико је коефицијент трења 0, овај конус се редукује на полуправу која се поклапа са позитивним смером осе z .

До сада смо имали искључиво линеарне једначине, међутим ограничење по сили је квадратног типа. Да би олакшали рачуницу и начинили ограничење компатибилним са системом за приоритетизацију, један конус ћемо апроксимирати одређеним бројем



Слика 7.2: Теоријски конус трења и апроксимирани конус трења.

равни, где је минималан број три. На сл. 7.2 је приказана апроксимација конуса помоћу 6 равни. Што већи број равни будемо користили то ће апроксимација бити ближа стварном конусу, али нам то може представљати проблем касније. Ако је s број равни, онда услове (7.12) и (7.13) можемо представити једним линеарним условом:

$$\mathbf{S}_\mu \mathbf{s} \succeq \mathbf{0}_{s \times 1} \quad (7.14)$$

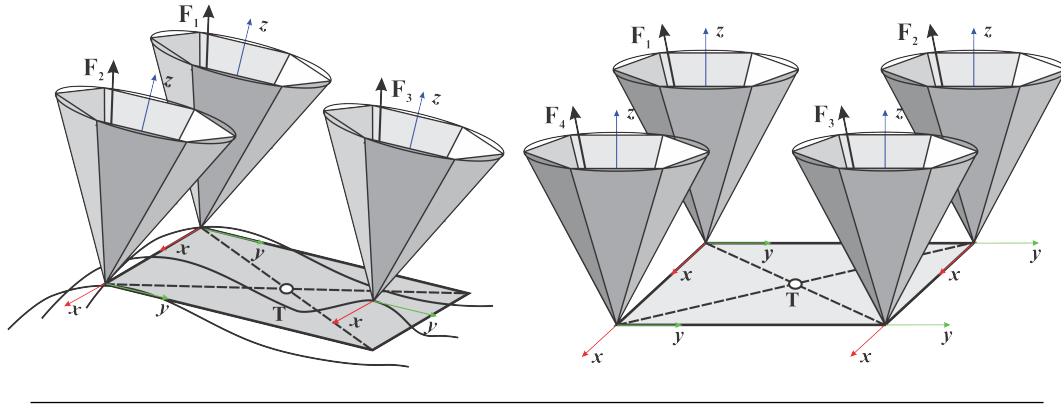
где свака колона матрице \mathbf{S}_μ представља по једну раван апроксимираниог конуса и има облик:

$$\mathbf{S}_{\mu k} = \left[\sin \frac{2k\pi}{s} \quad -\cos \frac{2k\pi}{s} \quad \mu \right]; \quad k = 0 \dots s-1. \quad (7.15)$$

Овај услов важи важи за контакт у једној тачки, где је сила изражена у локалном координатном систему везаном за тачку са којом је робот у контакту и код кога се правац z осе поклапа са правцем нормале. Међутим контакт између стопала и ослонца је површински. Да бисмо то превазишли, површински контакт ћемо посматрати као скуп дискретних тачкастих контаката распоређених по ободу површне.

7.3.1 Контактне силе за равански случај

У општем случају, површински контакт може да буде између закривљене површи и стопала што се моделира разматрањем минимално три неколинеарне тачке, пошто оне одређују раван. Уколико претпоставимо да је стопало круто, правоугаоног облика и да је у контакту са равном површи, посматраћемо контакт у четири тачке. На сл. 7.3 приказан је начин моделирања површинског контакта између подлоге и



Слика 7.3: Начин моделирања површинског контакта.

равног соптала. Пошто посматрамо контакт у четири тачке, посматраће се и четири контактне силе, свака са компонентама у три правца, што је укупно дванаест сила. Међутим, контакт крутог тела са подлогом у најмање три тачке ограничава линеарно кретање у три правца и ротацију у три правца, тако да реакција подлоге може садржати само шест међусобно независних компоненти. Односно, подлога на стопало робота делује трокомпонентном силом (која ограничава линеарно кретање) и трокомпонентним моментом (који ограничава ротационо кретање). Пошто је стопало круто, закључујемо да претходно наведених дванаест сила није међусобно независно. Та међусобна зависност мора бити укључена у ограничења која морају важити за контактне силе и моменте у случају равнског контакта.

Разултујућа сила и момент за тачку T приказану за систем са сл. 7.3 је:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_T \\ \mathbf{M}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ [\mathbf{r}_1^T]_{\times} & [\mathbf{r}_2^T]_{\times} & [\mathbf{r}_3^T]_{\times} & [\mathbf{r}_4^T]_{\times} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_3 \\ \mathbf{F}_4 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{G}}_P \bar{\mathbf{F}}. \quad (7.16)$$

Вектори \mathbf{r}_1^T до \mathbf{r}_4^T су вектори положаја контактних тачака у односу на референтну тачку T . \mathbf{F}_1 до \mathbf{F}_4 су контактне силе у свакој од те четири тачке, од којих се може формирати један вектор $\bar{\mathbf{F}} = [\mathbf{F}_1^T \ \mathbf{F}_2^T \ \mathbf{F}_3^T \ \mathbf{F}_4^T]^T$. Матрица $\bar{\mathbf{G}}_T$ је матрица контаката за стопало. Ознаком $[\mathbf{u}]_{\times}$ је представљена кососиметрична матрица која представља оператор векторског производа, односно $[\mathbf{u}]_{\times} \mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$, где су \mathbf{u} и \mathbf{v} прозивиљни тродимензионални вектори. За произвољан вектор $\mathbf{u} = [u_x \ u_y \ u_z]^T$, матрица има следећи облик:

$$[\mathbf{u}]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

Из једначине (7.16) се могу изразити силе које делују у свакој од четири конактне тачке:

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{G}}_T^+ \begin{bmatrix} \mathbf{F}_T \\ \mathbf{M}_T \end{bmatrix} + \mathbf{N}(\bar{\mathbf{G}}_T) \mathbf{u} \quad (7.18)$$

где је $\mathbf{N}(\bar{\mathbf{G}}_T) = \mathbf{I} - \bar{\mathbf{G}}_T^+ \bar{\mathbf{G}}_T$ простор нуле матрице $\bar{\mathbf{J}}$, са $\bar{\mathbf{G}}_T^+$ је означена Мур-Пенрозова псеудо инверзна матрица матрице $\bar{\mathbf{G}}_T$ и \mathbf{u} произвољан вектор дужине 12. Види се да се контактна сила састоји из два сабирка, први представља компоненте сила које утичу на резултујућу силу у референтној тачки док други сабирак представља силе које се налазе у простору нуле матрице контакта $\bar{\mathbf{G}}_T$ и оне се међусобно поништавају. Међутим, пошто је реч о крутом телу и планарном контакту друга компонента не постоји, па важи:

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{G}}_T^+ \begin{bmatrix} \mathbf{F}_T \\ \mathbf{M}_T \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

За све четири силе мора важити ограничење дато са (7.14) па закључујемо да важи:

$$\bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{F}} \succeq 0 \quad (7.20)$$

где је $\bar{\mathbf{S}}$ композитна матрица конуса трења облика:

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_\mu & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{S}_\mu \end{bmatrix}_{12 \times 12} . \quad (7.21)$$

Комбинацијом једначина (7.19) и (7.20) добија се услов који контактна сила \mathbf{F}_R и момент \mathbf{M}_R морају да задовоље:

$$\bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{G}}_T^+ \begin{bmatrix} \mathbf{F}_T \\ \mathbf{M}_T \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_T \\ \mathbf{M}_T \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}. \quad (7.22)$$

где је уведена нова матрица $\mathbf{Z} = \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{G}}_T^+$ коју ћемо назвати **матрицом динамичког баланса**. Ова матрица је константна уз претпоставку да је рачуната у координатном систему везаном за стопало и да је остварен пун површински контакт. Уколико је само део стопала у контакту са подлогом, промениће се матрица $\bar{\mathbf{G}}_T$, па ће се тиме променити и матрица \mathbf{Z} .¹ Да би сви чланови једначине (7.22) били изражени у односу на исти координатни систем сила и момент ће морати бити изражени у координатном систему везаном за стопало.

¹Ово исто важи и уколико је стопало двосегментно, уколико је само сегмент прстију у контакту са подлогом, матрица динамичког баланса ће се разликовати од случаја када су у контакту са подлогом оба сегмента.

7.4 Динамика система

Овај одељак се бави динамиком система, односно кретањем центра масе. У претходном одељку смо добили ограничење на смеру нормалне компоненте контактне силе, као и ограничења на контактне моменте и тангенцијалне компоненте контактних сила. С обзиром да постоје ограничења на контактне силе, јасно је да ће постојати ограничење на кретање центра масе. На основу Њутн-Ојлерових једначина за цео систем можемо написати:

$$m\mathbf{a}_{CM} = m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{T1} + \mathbf{F}_{T2} + \mathbf{F}_3 \quad (7.23)$$

$$\dot{\mathbf{L}}_{CM} = \mathbf{r}_1^{CM} \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{M}_1 + \mathbf{r}_2^{CM} \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{r}_3^{CM} \times \mathbf{F}_3 \quad (7.24)$$

где је m маса целог система, \mathbf{g} гравитационо убрзање, \mathbf{F}_{T1} сила и \mathbf{M}_{T1} момент, који се јављају као последица раванског контакта првог стопала, \mathbf{F}_{T2} сила и \mathbf{M}_{T2} момент, који се јављају као последица раванског контакта другог стопала, \mathbf{F}_3 сила која делује у тачки c_3 , \mathbf{L}_{CM} момент количине кретања робота, \mathbf{r}_{CM} вектор положаја центра масе укупног роботског система, $\mathbf{r}_{t1}^{CM} = \mathbf{r}_{t1} - \mathbf{r}_{CM}$, $\mathbf{r}_{T2}^{CM} = \mathbf{r}_{T2} - \mathbf{r}_{CM}$ и $\mathbf{r}_3^{CM} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_{CM}$ вектори положаја у којима делују силе у односу на центар масе. Сви вектори су изражени у односу на координатни систем O (сл. 7.1). Уколико све силе и моменте уврстимо у један вектор:

$$\bar{\mathbf{F}} = \left[\mathbf{F}_{T1}^T \quad \mathbf{M}_{T1}^T \quad \mathbf{F}_{T2}^T \quad \mathbf{M}_{T2}^T \quad \mathbf{F}_3^T \right]^T \quad (7.25)$$

изрази (7.23) и (7.24) се могу написати као:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\mathbf{g} \\ 0 \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{G}}\bar{\mathbf{F}}. \quad (7.26)$$

Где је $\bar{\mathbf{G}}$ матрица контаката² која има облик:

$$\bar{\mathbf{G}} = \left[\mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2 \quad \mathbf{G}_3 \right] \quad (7.27)$$

где су матрице \mathbf{G}_1 , \mathbf{G}_2 и \mathbf{G}_3 парцијалне матрице контакта које зависе од његове природе. Уколико је i -ти контакт тачкаст, парцијална матрица контакта има облик:

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ [\mathbf{r}_i^{CM}]_{\times} \end{bmatrix}. \quad (7.28)$$

²У теорији хватања, матрица се $\bar{\mathbf{G}}$ назива матрицом хватања.

Уколико је i -ти контакт равански, парцијална матрица контакта има облик:

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ [\mathbf{r}_{Ti}^{CM}] & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}. \quad (7.29)$$

Из једначине (7.26) се види да матрица контакта $\bar{\mathbf{G}}$ пресликава 15-димензиони простор сила и момената у 6-димензионални простор убрзања центра масе и промене момента количине кретања. То практично значи да колико год контактних сила имали, може постојати само шест независних компоненти, док се све остале компоненте налазе у простору нуле $\mathbf{N}(\bar{\mathbf{G}})$ и оне се међусобно поништавају. Такође, силе у простору нуле уносе унутрашње оптерећење у робота, чиме се додатно оптерећује механичка структура и актуатори у зглобовима робота. Из тог разлога оне су неповољне, али без тих компоненти сила у неким случајевима не би било могуће остварити жељено кретање, јер не би било могуће испунити ограничење које је наметнуто контактним силама (7.14) и (7.22).

Један пример оваквог сценарија је дат на сл. 7.4, где робот стоји упирући се између два зида. Убрзање центра масе и извод момента количине кретања у овом случају једнаки нули, и потпуно је јасно да у овом случају силе трења држе систем у равнотежи, а нормалне компоненте сила морају бити присутне да би било могуће остварити потребно трење. Управо нормалне силе изазивају унутрашње оптерећење, али без њих не би било могуће испунити услов (7.14). Међутим, то ограничење важи само уколико су силе изражене у локалном координатном систему. Тако да услови који силе и моменти морају да задовоље постају:

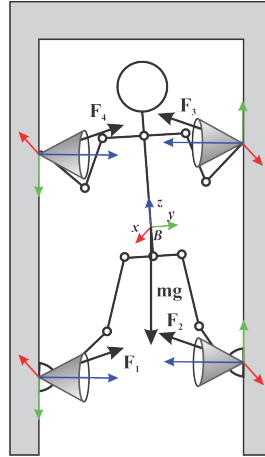
$$\mathbf{Z}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^T \mathbf{F}_{T1} \\ \mathbf{R}_1^T \mathbf{M}_{T1} \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (7.30)$$

$$\mathbf{Z}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{R}_2^T \mathbf{F}_{T2} \\ \mathbf{R}_2^T \mathbf{M}_{T2} \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (7.31)$$

$$\mathbf{S}_\mu \mathbf{R}_3^T \mathbf{F}_3 \succeq 0. \quad (7.32)$$

Овај скуп ограничења се опет може записати у компактнијој форми:

$$\bar{\mathbf{W}}\bar{\mathbf{F}} \succeq 0 \quad (7.33)$$



Слика 7.4: Робот који стоји изнад подлоге упирући о два вертикална зида. Силе трења компензују гравитационо убрзање, док нормалне обезбеђују силе трења и истовремено уносе унутрашње оптерећење

где је $\bar{\mathbf{W}}$ матрица ограничења облика:

$$\bar{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_1^T \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{R}_2^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_2^T \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \dots & \mathbf{S}_\mu \mathbf{R}_3^T \end{bmatrix}. \quad (7.34)$$

одакле се добија ограничење на све силе и моменте, а самим тиме и ограничење на кретање центра масе, његово линеарно убрзање и промену момента количине кретања.

Количина кретања $\mathbf{p}_{CM} = m\mathbf{v}_{CM}$ и момент количине кретања за центар масе \mathbf{L}_{CM} , линеарно зависе од брзина система па се може записати:

$$\mathbf{p}_{CM} = m\mathbf{J}_{CM}\dot{\mathbf{q}} \quad (7.35)$$

$$\mathbf{L}_{CM} = \beta_{CM}\dot{\mathbf{q}} \quad (7.36)$$

из чега следи да су убрзање центра масе и извод момента количине кретања:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\mathbf{J}_{CM} \\ \beta_{CM} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} m\dot{\mathbf{J}}_{CM} \\ \dot{\beta}_{CM} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{m}_0 \quad (7.37)$$

Комбинацијом овог израза и једначине (7.11) добија се ограничење на убрзање центра масе и извода момента количине кретања:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} = -\mathbf{M}\bar{\mathbf{J}}^+\mathbf{A} + \mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})\mathbf{u} + \mathbf{m}_0. \quad (7.38)$$

Одатле добијамо услов за кретање центра масе услед кинематских ограничења. Жељено убрзање центра масе и промена момента количине кретања је кинематски оствариво уколико постоји такво \mathbf{u} да је једначина (7.38) задовољена. Важно је приметити да уколико матрица $\mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})$ има пун ранг (односно 6), кинематски је оствариво било које кретање центра масе. Уколико је тај ранг мањи, услед кинематских ограничења произвољно кретање неће бити могуће, већ ће само одређен подскуп кретања бити остварив. Потребан услов да матрица $\mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})$ има пун ранг је да матрица \mathbf{M} има ранг 6, што је генерално задовољено осим у неким специфичним сингуларним случајевима. Ранг матрице $\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})$ је $N - \text{rank}(\bar{\mathbf{J}})$, где ранг матрице $\bar{\mathbf{J}}$ не може бити већи од броја колона који је у посматраном случају 15. Одатле следи $\text{rank}(\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})) \geq 6$ уколико је $N \geq 21$. Тиме се добија да је свако убрзање центра масе и промена момента количине кретања остварива уколико матрица \mathbf{M} није сингуларна и број зглобова је већи или једнак 21.

Комбинацијом кинематских и динамичка ограничења добијамо укупан услов за остваривост кретања роботског система.

Теорема 7.1. *Систем чије је кретање задато диференцијалном једначином (7.26) може остварити жељено убрзање центра масе \mathbf{a}_{CM} и промену момента количине кретања $\dot{\mathbf{L}}_{CM}$ уколико постоји вектор \mathbf{u} , силе \mathbf{F}_{T1} , \mathbf{F}_{T2} и \mathbf{F}_3 и моменти \mathbf{M}_{T1} , \mathbf{M}_{T2} тако да је задовољена једнакост (7.38) и неједнакост (7.33)*

Доказ ове теореме следи из претходне дискусије. Њена користност се огледа у два аспекта, први је да на основу контакта можемо одредити дозвољену област убрзања, док је други аспект, да на основу жељеног убрзања можемо одредити које контакте можемо уклонити, а да кретање буде оствариво. Ово ће бити продискутовано у наредним одељцима.

7.4.1 Дозвољена област убрзања

Као што је већ раније наведено, кинематска ограничења и ограничења на контактне силе одређују која кретања центра масе су могућа. Уколико желимо да нам се робот креће на унапред прописан начин или да модификујемо тренутно кретање, морамо бити сигурни да робот може да га оствари. За ово ћемо користити претходно

наведену теорему 7.1 и описати тачну процедуру за проверу да ли је жељено кретање могуће.

Претпоставимо да су контакти и њихове позиције познате. Прво је потребно проверити је да ли је кинематски могуће остварити жељено убрзање. Односно, да ли постоји решење једначине (7.38). У [54] је дато да систем једначина:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (7.39)$$

има решење, ако и само ако, важи:

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^+\mathbf{b} = \mathbf{b} \quad (7.40)$$

Ако тај услов применимо на једначину (7.38) добијамо:

$$\left(\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})(\mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}}))^+ \right) \left(\begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} + \mathbf{M}\bar{\mathbf{J}}^+\mathbf{A} + \mathbf{m}_0 \right) = \mathbf{0}. \quad (7.41)$$

Другим речима, уколико је тај услов задовољен, жељено кретање је кинематски могуће. Врло се лако види да, уколико је $\text{rank}(\mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})) = 6$ овај услов је задовољен, као што је већ раније речено. Међутим, уколико је тај ранг мањи од 6 и даље је могуће остварити одређена кретања центра масе, при чему ће она бити ограничена на само неке правце.

Након провере кинематских услова, потребно је проверити и динамичке услове који се односе на контактне силе. Из једначине (7.26) можемо одредити потребне контактне силе:

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{G}^+ \begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} + \mathbf{N}(\mathbf{G})\mathbf{u}. \quad (7.42)$$

Из овог израза је очигледно да је први сабирак са десне стране, онај део сила који утиче на кретање центра масе, док други сабирак представља силе које стварају унутрашње оптерећење у систему. Унутрашње оптерећење је већ спомињано у једначини (7.18), када су рачунате контактне силе за случај раванског контакта. Међутим, тада унутрашње оптерећење, у смислу момената у зглобовима који не поризводе кретање већ се међусобно поништајаву и поништавају дејство спољашњих сила, није постојало јер смо само посматрали једно круто тело. Како сад имамо систем крутих тела, унутрашње може постојати и оно додатно уноси оптерећење мотора и конструкције робота. Оно се не сме занемарити јер постоје покрети који нису оствариви без унутрашњег оптерећења, као што је приказано на примеру на сл. 7.4.

Када то уврстимо у услов (7.33) добијамо следеће:

$$\bar{\mathbf{W}}\mathbf{N}(\mathbf{G})\mathbf{u} \succeq -\bar{\mathbf{W}}\mathbf{G}^+ \begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} \quad (7.43)$$

што представља ограничење на кретање центра масе. Уколико постоји \mathbf{u} такво да је претходни услов задовољен жељено убрзање је могуће остварити. Поставља се питање како проверити постојање овог вектора. Да би се то проверило потребно је решити следећи линеарни програм:

$$\begin{aligned} & \text{минимизуј} && s && (7.44) \\ & \text{уз ограничења} && -\bar{\mathbf{W}}\mathbf{N}(\mathbf{G})\mathbf{u} - \bar{\mathbf{W}}\mathbf{G}^+ \begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} \preceq s \\ & && s \geq 0. \end{aligned}$$

Када се реши дати линеарни програм добијају се вредности \mathbf{u} и s . Уколико је $s = 0$ постоји такво \mathbf{u} да је задовољена неједнакост (7.33). Међутим уколико је $s > 0$ неједнакост (7.33) није могуће задовољити, што значи да робот не може да оствари жељено убрзање.

7.4.2 Промена конфигурације контаката

Робот који се креће кроз простор ходајући на две ноге може, током хода, да се ослања о објекте у околини, при чему је неопходно да се контактне тачке, било стопала било прсти шаке, премештају. Међутим, уколико се неки контакт раскине, може се десити да ће постати немогуће да робот оствари жељено кретање. Из тог разлога, потребан нам је услов којим можемо одредити да ли одређен контакт може бити раскинут или не, а да кретање може да се настави на планирани начин.

Претпоставимо да са свим тренутно активним контактима робот може да оствари жељено кретање. Уколико посматрамо кинематику система без одређеног контакта, прво морамо одредити нови композитни јакобијан који неће садржати јакобијан за контакт који уклањамо, чиме добијамо редуковани јакобијан $\bar{\mathbf{J}}'$. Како редуковани јакобијан има мање врста од првобитног композитног јакобијана, његов ранг може бити само мањи или једнак рангу првобитног композитног јакобијана. На основу тога закључујемо да матрица $\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}}')$ има ранг барем као $\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})$, одакле опет следи да матрица $\mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}}')$ мора имати већи или једнак ранг од ранга матрице $\mathbf{M}\mathbf{N}(\bar{\mathbf{J}})$. То практично значи, да је простор могућих убрзања након уклањања контакта већи или једнак простору могућих убрзања пре уклањања контакта. Пошто смо претпоставили да са свим контактима робот може да оствари жељено кретање, јасно је да

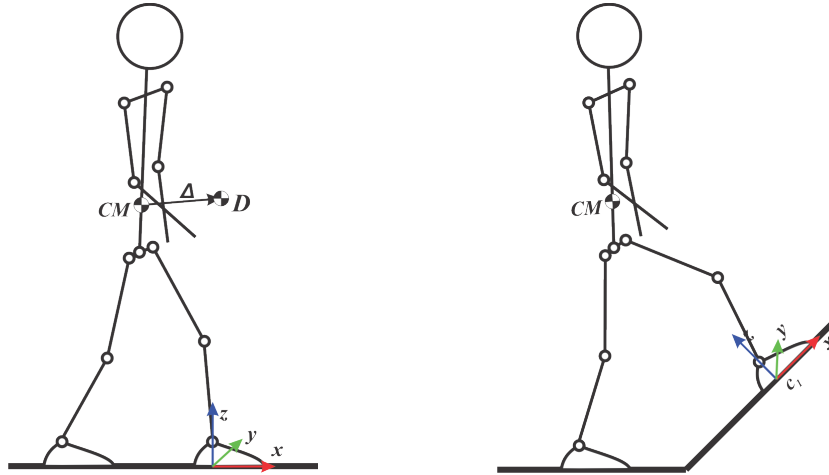
ће и са избаченим контактима моћи да оствари то исто убрзање. Уклањањем контаката врши се релаксација кинематских ограничења, па услов (7.41) није потребно проверавати за $\bar{\mathbf{J}}'$.

Други важан аспект је, да ли жељено кретање може да буде остварено тако да су испуњени услови које намеће динамика система. Уколико контакт не постоји, не постоји ни одговарајућа контактна сила, па из тог разлога морамо избацити силе које одговарају том контакту из вектора сила $\bar{\mathbf{F}}$, чиме се добија редуковани вектор сила $\bar{\mathbf{F}}'$. Осим тога, морамо избацити колоне које одговарају тим силама из матрице контаката $\bar{\mathbf{G}}$, чиме се добија редукована матрица контаката $\bar{\mathbf{G}}'$. Исто тако, потребно је избацити одговарајуће врсте и колоне из композитне матрице ограничења $\bar{\mathbf{W}}$ чиме добијамо редуковану матрицу ограничења $\bar{\mathbf{W}}'$. Да би проверили да ли је жељено кретање оствариво морамо решити следећи линеарни програм:

$$\begin{aligned} & \text{минимизуј} && s && (7.45) \\ & \text{уз ограничења} && -\bar{\mathbf{W}}'\mathbf{N}(\mathbf{G}')\mathbf{u} - \bar{\mathbf{W}}'\mathbf{G}'^+ \begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} \preceq s \\ & && s \geq 0. \end{aligned}$$

Као и у претходном случају, уколико је $s = 0$, кретање је могуће остварити. На први поглед, делује да се уклањањем контакта релаксира и услов који уведе динамичка ограничења јер је смањен број неједнакости у линеарном програму, и овај услов је самим тиме мање стриктан од услова (7.44). Међутим, уклањањем контакта смањује се и димензионалност система и простор сила које могу да делују на тело, чиме се смањује простор могућих убрзања и кретања центра масе. То постаје потпуно јасно уколико се ствари посматрају из другог угла. Систем без контакта је у динамичком смислу еквивалентан систему са контактом, уколико фиксирамо да је одговарајућа сила нула. Уз претпоставку да систем може да оствари кретање, закључује се да је систем, када су неки контакти раскинути, само специјални случај система са свим контактима. Одатле следи да су могућа кретања система са избаченим контактом само подскуп могућих кретања система са свим контактима.

На основу ове дискусије, видимо да уколико уклонимо контакт простор могућих кретања се повећава са кинематског аспекта, а смањује са динамичког аспекта. Како је могуће кретање негде у пресеку та два простора закључујемо да се уклањањем контаката смањује простор могућих кретања система. Да ли је одређено кретање могуће, може се одредити на основу решења линеарног програма (7.45).



Слика 7.5: Померање центра масе при искораку.

7.4.3 Премештање центра масе

Уколико робот није у стању да раскине неки контакт, јер би то довело до пада робота, можемо прво преместити центар масе на позицију на којој се може остварити жељено убрзање без контакта који се жели раскинути. Поставља се питање да ли та позиција уопште постоји и како је одредити. Нека је робот у двоослоначкој фази и жели да искорачи задњом ногом, што значи да ће морати да раскине контакт између ње и подлоге. Два примера такве ситуације дата су на сл. 7.5.

Центар масе ћемо померити за вектор Δ у тачку D . Укупна сила и момент који контактне силе стварају за ту тачку је:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_D \\ \mathbf{M}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{CM} \\ \mathbf{M}_{CM} - \Delta \times \mathbf{F}_{CM} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{G}}' \bar{\mathbf{F}}' + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{CM} \times \Delta \end{bmatrix} \quad (7.46)$$

где су \mathbf{F}_{CM} и \mathbf{M}_{CM} укупне силе и моменти које стварају контактне силе за центар масе. Како желимо да остваримо одређено убрзање центра масе, потребно је да важи:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_D \\ \mathbf{M}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} \quad (7.47)$$

На основу тога се добија међусбна везу између редукованог вектора сила \mathbf{F}' и вектора за који се помера центар масе Δ :

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{G}}' \bar{\mathbf{F}}' + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ [m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g}]_{\times} \end{bmatrix} \Delta. \quad (7.48)$$

Имајући на уму ограничења која контактне силе морају да задовоље, решавањем наредног линеарног програма може се одредити да ли постоји Δ , као и његову вредност:

$$\begin{aligned}
 & \text{минимизуј} && s && (7.49) \\
 & \text{уз ограничења} && \begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \\ -\bar{\mathbf{W}}'\bar{\mathbf{F}} \leq s \\ s \geq 0. \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{G}}'\bar{\mathbf{F}}' + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ [m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g}]_{\times} \end{bmatrix} \Delta
 \end{aligned}$$

Као и у претходним случајевима променљива s говори да ли постоји вектор Δ за који ћемо померити центар масе тако да је жељено кретање оствариво. Уколико је $s > 0$, значи да са тренутном конфигурацијом контаката није могуће померити центар масе тако да након раскидања контакта робот може да оствари жељено убрзање центра масе и промену количине кретања. У том случају пре раскидања контакта мора се опет, на неки начин, променити конфигурација, на пример додавањем нових контаката (ослањање рукама) или манипулацијом постојећих контаката у границама дозвољеног кретања. Овакав случај је дат на десном делу слике 7.5. У овој ситуацији, уколико је нагиб стрме равни, уз коју робот треба да се попне, већи од угла трења, не постоји начин да робот, ослањајући се само на предњу ногу, стоји непомично у једноослоначкој фази. Како год се робот позиционирао, постојаће компонента контактне силе која ће га гурати уназад. Да би робот превазишао овакву ситуацију, мора додатно да се ослони рукама о околину.

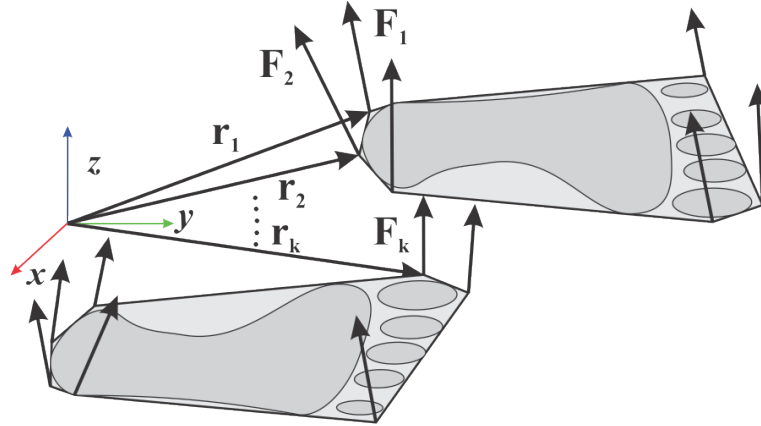
Уколико је $s = 0$, значи да постоји тражено Δ и да се робот може померити на другу позицију, како би могао да оствари жељено кретање. Линеарни програм (7.49) ће дати неко решење али оно није једино. Након што је добијено да жељено Δ постоји, можемо га одредити тако што ћемо минимизовати неку функцију, на пример дужину вектора, чиме добијамо минимално померање центра масе. Још један добар критеријум је минимизација контактних сила, чиме добијамо да се центар масе помера на место где му је опсег дозвољених убрзања највећи.

7.5 Случај када су сви контакти у једној равни

Посматрајмо најједноставнији случај када робот стоји са обе ноге на равни $z = 0$. Ослоначка површина је дефинисана полигоном са k темена. Равански контакт ћемо представити као скуп тачкастих контаката који се налазе у теменима ослоначког полигона. Позиције контаката су дате векторима $\mathbf{r}_i = [r_i^x \ r_i^y \ 0]^T$ што је приказано на

сл. 7.6. Приметимо да је закривљени облик стопала апроксимиран затвореном део-по-део линеарном кривом и да се контактна сила разматра у теменима конвексног омотача које прекрива стопало. Ако претпоставимо да нема проклизавања, онда се матрица \mathbf{S}_μ своди на:

$$\mathbf{S}_\mu = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7.50)$$



Слика 7.6: Представљање раванског контакта у случају када робот стоји са оба стопала на хоризонталној површини

Уколико желимо да остваримо одређено убрзање центра масе и одређену промену момента количине кретања, укупна сила \mathbf{F}_R свих контаката и резултујући момент \mathbf{M}_R свих контактних сила за центар масе морају бити једнаки:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_R \\ \mathbf{M}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\mathbf{a}_{CM} - m\mathbf{g} \\ \dot{\mathbf{L}}_{CM} \end{bmatrix} \quad (7.51)$$

Јасно је да се резултујућа сила и момент за центар масе рачунају као:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_R \\ \mathbf{M}_R \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{G}}\bar{\mathbf{F}} \quad (7.52)$$

Резултујућу силу и момент можемо срачунати за тачку која се налази у равни у којој се налазе контактне тачке, тако да су резултујући momenti у правцима тангенцијалним на раван једнаки нули. Положај те тачке је задат координатом $\mathbf{r}_{ZMP} = [r_{ZMP}^x \ r_{ZMP}^y \ 0]^T$. За ту тачку важи:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_R \\ 0 \\ 0 \\ M_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ [\mathbf{r}_{CM} - \mathbf{r}_{ZMP}]_\times & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_R \\ \mathbf{M}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ [\mathbf{r}_{CM} - \mathbf{r}_{ZMP}]_\times & \mathbf{I} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{G}}\bar{\mathbf{F}} \quad (7.53)$$

Одакле следи:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_R \\ 0 \\ 0 \\ M_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{I} \\ [\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{ZMP}]_\times & [\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_{ZMP}]_\times & \dots & [\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{ZMP}]_\times \end{bmatrix} \bar{\mathbf{F}} \quad (7.54)$$

Позиција тачке у равни се задаје са две координате, тако да позицију тачке у којој су тангенцијалне компоненте момента нула, можемо одредити из четврте и пете колоне претходне једначине. Када издвојимо само те две врсте добија се:

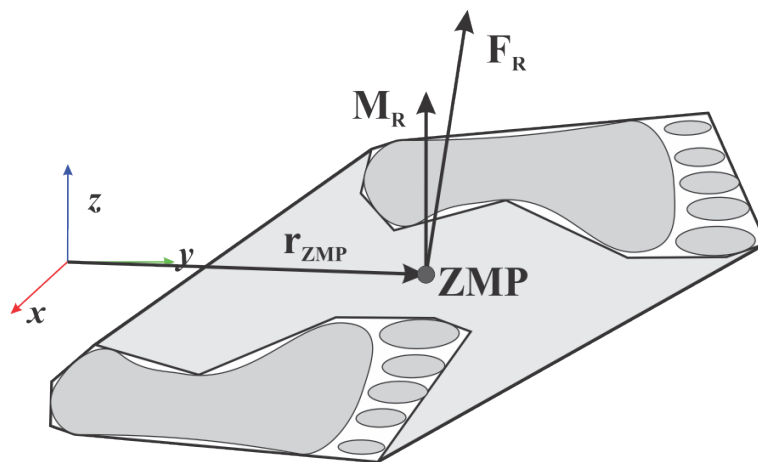
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_1^y - r_{ZMP}^y & 0 & 0 & r_2^y - r_{ZMP}^y & \dots & 0 & 0 & r_k^y - r_{ZMP}^y \\ 0 & 0 & r_{ZMP}^x - r_1^x & 0 & 0 & r_{ZMP}^x - r_2^x & \dots & 0 & 0 & r_{ZMP}^x - r_k^x \end{bmatrix} \bar{\mathbf{F}} \quad (7.55)$$

одакле следи :

$$\begin{bmatrix} r_{ZMP}^x \\ r_{ZMP}^y \end{bmatrix} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k F_i^z} \sum_{i=1}^k F_i^z \begin{bmatrix} r_i^x \\ r_i^y \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^k w_i \begin{bmatrix} r_i^x \\ r_i^y \end{bmatrix} \quad (7.56)$$

Обзиром да морају важити ограничења дата условом (7.20), и да је у овом случају матрица ограничења дата једначином (7.50), закључује се да су све вертикалне компоненте контактних сила веће од нуле, односно $F_i^z \geq 0$. Самим тиме је и њихова сума већа од нуле па су и сви коефицијенти w_i већи или једнаки нули. Поред тога, лако је уочити да је $\sum_{i=1}^k w_i = 1$. Одатле следи да је позиција тачке у којој су тангенцијални momenti нула, конвексна комбинација позиција тачака у којима посматрамо контакте. То значи да се тачка у којој су momenti у тангенцијалној равни нула, мора налазити унутар конвексног омотача свих тачака у контакту, што је илустровано на сл. 7.7. Обзиром да коефицијенти w_i не морају бити стриктно већи од нуле, већ неки од њих могу бити једнаки нули, тачка у којој су тангенцијалне компоненте момента нула може бити и на ободу конвексног омотача. То је гранични случај и у том случају, жељено кретање ће бити могуће, међутим у том случају се је равански контакт редукован на линијски контакт, односно стопало ће моћи да ротира око ивице. То доводи до губитка динамичког баланса система, јер се појавио неоснажен степен слободе између стопала и подлоге. Из тог разлога се приликом провере динамичког баланса ивица ослоначке површине изоставља из разматрања.

Концепт тачке у којој су тангенцијалне компоненте момента нула, је добро познат у двоножној локомоцији. Уведен је од стране проф Миомира Вукобратовића који га је назвао *ZMP* од енглеског *zero moment point* [2, 3]. Тачка нула момента (*ZMP*) је тачка унутар конвексног омотача ослоначке површине у којој су тангенцијални momenti нула. Уколико та тачка постоји и налази се унутар конвексног омотача а



СЛИКА 7.7: Конвексни омотач два стопала

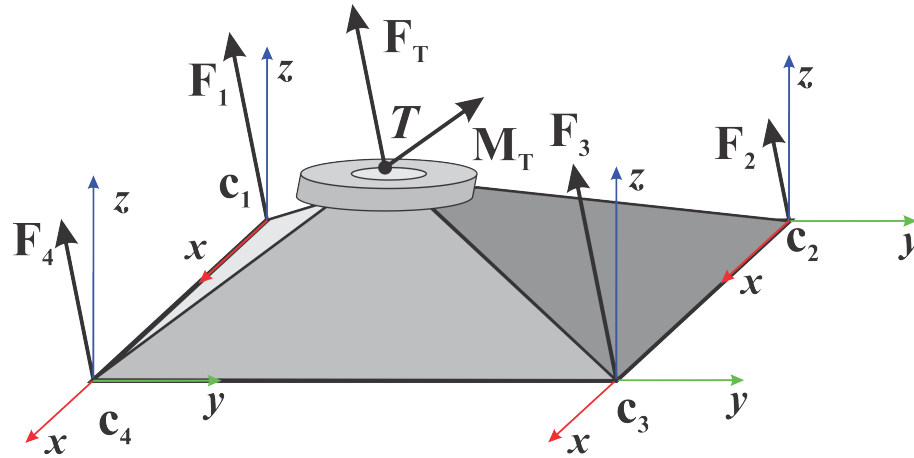
не на његовој ивици, за систем кажемо да је динамички балансиран [1–4] и да нема релативног кретања између стопала и подлоге.

У овом одељку је добијено да, уз претпоставку да нема проклизавања из услова који намеће унилатералност контакта између робота и околине (7.20), следи добро познат услов везан за ZMP , његово постојање и његову позицију. Самим тиме је услов о остваривости покрета задат теоремом 7.1 општији од услова које намеће ZMP . За разлику од њега, услов дат теоремом 7.1 се може применити у случајевима када нису сви контакти у истој равни и када се не може претпоставити да нема проклизавања. Међутим, дати услов је знатно теже проверити него услов везан за ZMP , па га треба користити само у ситуацијама када ZMP не задовољава наше потребе.

7.6 Контактни услови за једно стопало

Када се посматрају данашњи ходајући роботи уочава се честа конструкција где је стопало круто, са шестоосним сензором силе и момента у скочном зглобу (сл. 7.8). Сензор служи за детекцију интензитета и правца контактне силе и момента, на основу кога се одређује позиција ZMP -а. Међутим, ZMP не даје информацију о томе да ли ће стопало проклизавати или не. Одатле се поставља питање, да ли законитости изведене у претходним одељцима можемо искористити за детекцију постојаности контакта: да ли има ротације око ивице стопала (за шта као индикатор можемо користити ZMP) и да ли постоји проклизавање.

Посматрајмо систем приказан на сл. 7.8. У тачки T се налази сензор силе. Површински контакт између стопала и подлоге задат је контактом у четири тачке $c_1, c_2,$



Слика 7.8: Стопало са шестоосним сензором силе и контактом у четири тачке

c_3 и c_4 , у којим делују силе \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{F}_3 и \mathbf{F}_4 . Резултантна сила у тачки T је \mathbf{F}_T , док је резултантни момент \mathbf{M}_T и ову величину можемо мерити и сматрати познатом.³ Ова сила и момент морају да испуњавају ограничења (7.22) која произилазе из типа контакта, односно његове унилатералности, и Кулоновог трења.

Раније је уведена нова матрица $\mathbf{Z} = \bar{\mathbf{S}}\bar{\mathbf{G}}_T^+$ коју смо назвали матрицом динамичког баланса. Ова матрица је константна, уз претпоставке да је срачуната у координатном систему везаном за стопало и да је остварен пун површински контакт. Уколико је само део стопала у контакту са подлогом, промениће се матрица $\bar{\mathbf{G}}_T$, па ће се тиме променити и матрица \mathbf{Z} .

Измерена сила и момент морају да испуне услов (7.22) да би контакт био постојан, односно да нема проклизавања и ротације око ивице стопала. Уколико тај услов није задовољен, доћи ће или до проклизавања или до ротације стопала око ивице. Одавде немамо јасан индикатор да ли је дошло до ротације или до проклизавања. Међутим, позиција ZMP -а је индикатор ротације стопала, тако да, уколико је ZMP унутар контактне површине, а услов (7.22) није испуњен, значи да је дошло до проклизавања. Услов да је ZMP унутар ослоначке површине се, такође, може написати у облику (7.22), уколико за матрицу ограничења узмемо ону дату једначином (7.50), чиме је проклизавање занемарено, већ се води рачуна само о унилателарности контакта. Матрицу динамичког баланса срачунату са тим вредностима ћемо означавати са \mathbf{Z}_0 и називаћемо је матрицом ZMP -а.

³У стварности се мери збир ове силе и гравитационе силе која делује на стопало. Масу стопала можемо сматрати познатом, такође и његову оријентацију можемо измерити или израчунати. Одатле се може одредити правац и смер гравитације као и момент који она ствара за тачку P , па се једноставним одузимањем добија део који стварају контактне силе.

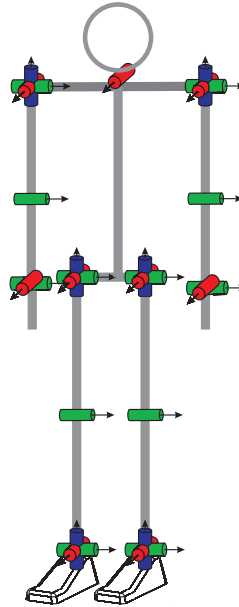
Поглавље 8

Симулациони резултати модификације кретања

У овом поглављу је илустрована модификација кретања, кроз постављање читавог низа задатака које робот треба да обави. Уз то, пред робота су постављена ограничења која он мора да задовољи. Управљање ће бити синтетизовано коришћењем система за приоритетизацију задатака, који ће аутоматски модификовати кретање тако да буду поштована сва ограничења, али да при томе задаци буду испуњени у што је могуће већој мери. Прво је укратко описан модел робота, након чега су представљени резултати симулација које илуструју модификацију покрета коришћењем система за приоритетизацију покрета.

Симулирани случајеви су тако одабрани да покривају, све аспекте модификације покрета и приказују сва ограничења која се могу ставити пред робота. Почеће се од робота који стоји у месту и компензује дејство спољашње силе која делује на леђа робота. Биће приказан начин на који се може изкористити систем за приоритетизацију задатака како би се добило понашање описано у поглављима која се баве компензацијом поремећаја. Као резултат јавиће се компензација куком и скочним зглобом. Након тога, биће симулиран случај код кога робот подиже терет непознате масе, где ће управљачки систем морати да се адаптира непознатој маси, како би био у стању да задовољи сва ограничења и да успешно обави све задатке.

У неколико наредних примера се разматрају ситуације које могу настати током хода. Први сценарио се бави роботом који хода по равној подлози, са ниским и високим коефицијентом трењас. Том приликом робот ће морати да задовољи разне контактне услове како би избегао пад. Следећи сценарио је врло сличан претходном, где ће робот морати да хода, али у простору ограничене висине, те ће морати да се сагне. Последњи симулирани сценарио ће бити када робот треба да се пошне уз стрму раван



Слика 8.1: Схема кинематске структуре робота

нагнуту под углом од 45° . Да би то могао да уради, робот ће морати да оствари нове контакте рукама.

8.1 Модел робота

Модел хуманоидног робота је врло сличан ономе који се користи при симулацији компензације великих поремећаја. Основна разлика је у томе, што је труп једносегментан и што је стопало једносегментно, што више одговара стварној конструкцији већине савремених робота. На сл. 8.1 је приказана кинематска структура робота са 27 зглобова. Као базни сегмент је усвојена карлица. Хуманоидни робот се састоји из пет кинематских ланаца, где први ланац представља десну, други леву ногу, трећи ланац представља десну, четврти леву руку и пети кинематски ланац представља главу.

Позиција сваког од зглобова је дата једном генералисаном координатом. Узимајући у обзир 6 координата које су потребне за позиционирање базног сегмента у простору, укупан број степени слободе је 33, те је вектор генералисаних координата $\mathbf{q} = (x, y, z, \phi, \theta, \psi, q_7, q_8, \dots, q_{33})^T$. Стопала су једносегментна и правоугаоног облика. На оба стопала се налазе по четири вискоеластичне контактне тачке које служе за одређивање контактних сила. Процедура за одређивање контактних сила је дата на крају дисертације, у додатку. Диференцијална једначина динамике система је дата изразом (5.1).

За разлику од претходног случаја, овде није моделиран погон у зглобовима. Из тог разлога, управљачка величина није више напон, већ је момент у зглобу, који је директно добијен као излаз из система за приоритетизацију задатака. Како првих 6 степени слободе нису оснажени, вектор управљачких момената је облика $\boldsymbol{\tau} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, \tau_7, \tau_8, \dots, \tau_{33})^T$.

8.2 Компензација дејства спољашње силе

Резултати симулације се баве ситуацијом када робот стоји са обе ноге на подлози и сила делује на леђа. Није унапред задата никаква компензациона стратегија, већ је само одређен скуп задатака које робот треба да испуни и ограничења која мора да задовољи. Ни један од тих задатака и ограничења, не специфицира на који начин треба извршити компензациони покрет, већ је само одређена коначна поза робота и ограничења која робот не сме да наруши. Као последица тога, појавиће се компензација скочним зглобом и куком.

Прво треба запазити да роботски систем садржи две везе. Позиције и оријентације левог и десног стопала се не мењају током времена. Да бисмо то ограничење могли да уврстимо у систем за приоритетизацију задатака морамо га записати у облику (5.39), што значи да морамо одредити матрицу \mathbf{A}_0 и вектор ограничења \mathbf{b}_0 . Када су разматрани контакти, добијен је услов који морају испуњавати генералисана убрзања у зглобовима (7.10), одакле добијамо:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_L \\ \mathbf{J}_R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_0 = - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{J}}_L \\ \dot{\mathbf{J}}_R \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}, \quad (8.1)$$

где су \mathbf{J}_L и \mathbf{J}_R јакобијани за центре левог и десног стопала респективно.

Највиши приоритет, у посматраном случају, имају ограничења, чиме се обезбеђује структурални интегритет робота. Другим речима, тиме се обезбеђује да не дође до оштећења робота. Ограничење највишег приоритета је да управљачки моменти у свим зглобовима морају бити унутар дефинисаних граница. То је ограничење интензитета момената облика (6.5). Друго ограничење по приоритету је да су углови у зглобовима у предефинисаним границама. То је ограничење на убрзања облика (6.2).

Уколико су та два ограничења испуњена, обезбеђено је да неће доћи до оштећења зглобова. Међутим, то не гарантује да неће доћи до пада робота. Како би се избегао пад робота, контакти које стопала остварују са подлогом морају бити постојани. Знајући да постоје само два контакта између робота и околине, и да је раван у

којој је остварен контакт између стопала и подлоге хоризонтална, то ограничење ће имати следећи облик:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}. \quad (8.2)$$

Матрице \mathbf{Z}_L и \mathbf{Z}_R представљају матрице динамичког баланса за лево и десно стопало респективно. Ово ограничење је постављено на управљачке моменте, где је веза између контактних сила \mathbf{F}_R , \mathbf{F}_L и управљачког момента $\boldsymbol{\tau}$ дата изразом (6.12).

Након ограничења, долазе задаци који обезбеђују да се робот понаша на одређени начин. Први задатак, који робот треба да обави, је да његов CM буде изнад центра ослоначке површине. Овај задатак обезбеђује да, након завршеног компензационог покрета, робот може да стоји усправно без опасности од пада. Други задатак, који је уједно и задатак најнижег приоритета, је задатак очувања почетне позе. Како би се одредило жељено убрзање у координатама задатака, за сваки од њих је искоришћен пропорционално диференцијални (ПД) контролер са сатурацијом брзине:

$$\ddot{\mathbf{x}}_{k|des} = -k_{k|v} (\dot{\mathbf{x}}_k - \nu \dot{\mathbf{x}}_{k|des}) \quad (8.3)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{k|des} = \frac{k_{k|p}}{k_{k|v}} \nabla V_k \quad \nu = \min \left(1, \frac{v_{k|max}}{\|\dot{\mathbf{x}}_{k|des}\|_2} \right) \quad (8.4)$$

где су $k_{k|p}$ и $k_{k|v}$ пропорционална и диференцијална појачања за k -ти задатак; $\dot{\mathbf{x}}_{k|des}$ представља жељену брзину у координатама задатка и $v_{k|max}$ представља максимални интензитет брзине у координатама задатка. Потенцијално поље за задатак k је означено са V_k . Матрица задатка \mathbf{A}_k и вектор задатка \mathbf{b}_k , као и потенцијална поља за задатке позиционирања центра масе и одржавање позе су:

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{J}_{CM|xy}, \quad V_4 = \left\| \begin{bmatrix} x_{CM} - x_{center} \\ y_{CM} - y_{center} \end{bmatrix} \right\|_2^2, \quad \mathbf{b}_4 = \ddot{\mathbf{x}}_{4|des} - \dot{\mathbf{J}}_{CM|xy} \dot{\mathbf{q}} \quad (8.5)$$

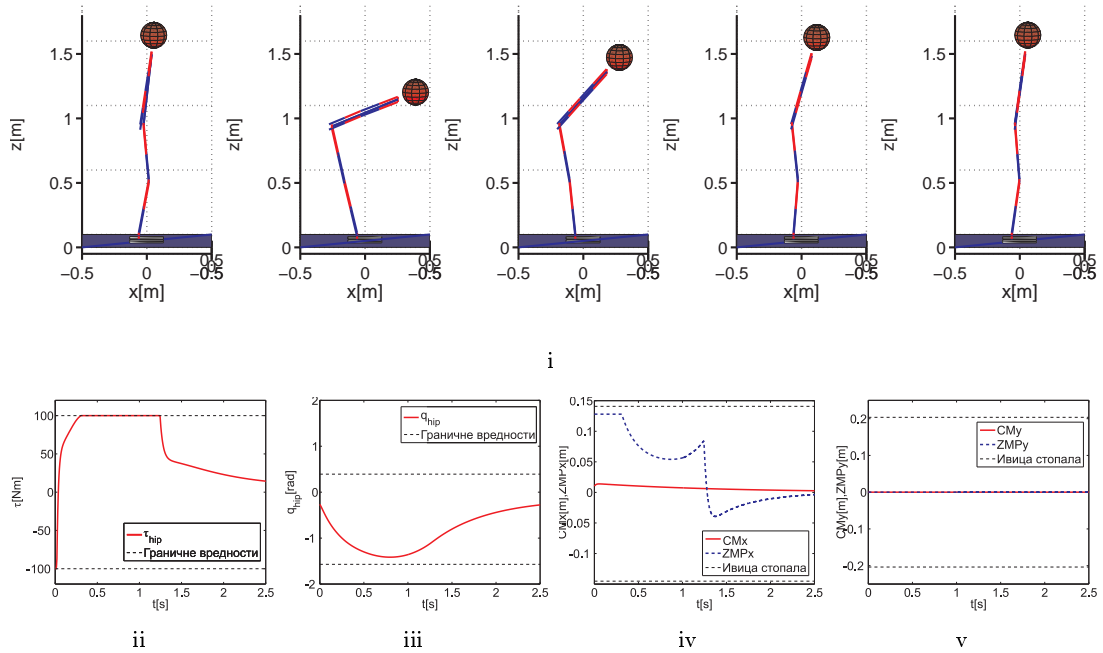
$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{27 \times 6} & \mathbf{I}_{27 \times 27} \end{bmatrix}, \quad V_5 = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{27 \times 6} & \mathbf{I}_{27 \times 27} \end{bmatrix} (\mathbf{q} - \mathbf{q}_0) \right\|_2^2, \quad \mathbf{b}_5 = \ddot{\mathbf{x}}_{5|des} \quad (8.6)$$

У изразу (8.5), $\mathbf{J}_{CM|xy}$ представља јакобијан везан за CM система у правцима x и y . Он је димензија 2×33 . Скалари x_{center} и y_{center} представљају координате центра ослоначке површине, док су x_{CM} и y_{CM} тренутне координате CM -а. Приметите да се z координатом не управља, при чему висина CM -а није прецизно дефинисана. У изразу (8.6) вектор \mathbf{q}_0 представља координате у почетном тренутку. Како првих 6 степени слободе није актуирано, нисмо у могућности да њима управљамо директно. Из тог разлога, су у матрици задатка одржања позе \mathbf{A}_5 првих 6 колона нуле. Из истог разлога, из норме коју желимо да минимизујемо, је изузето првих шест координата.

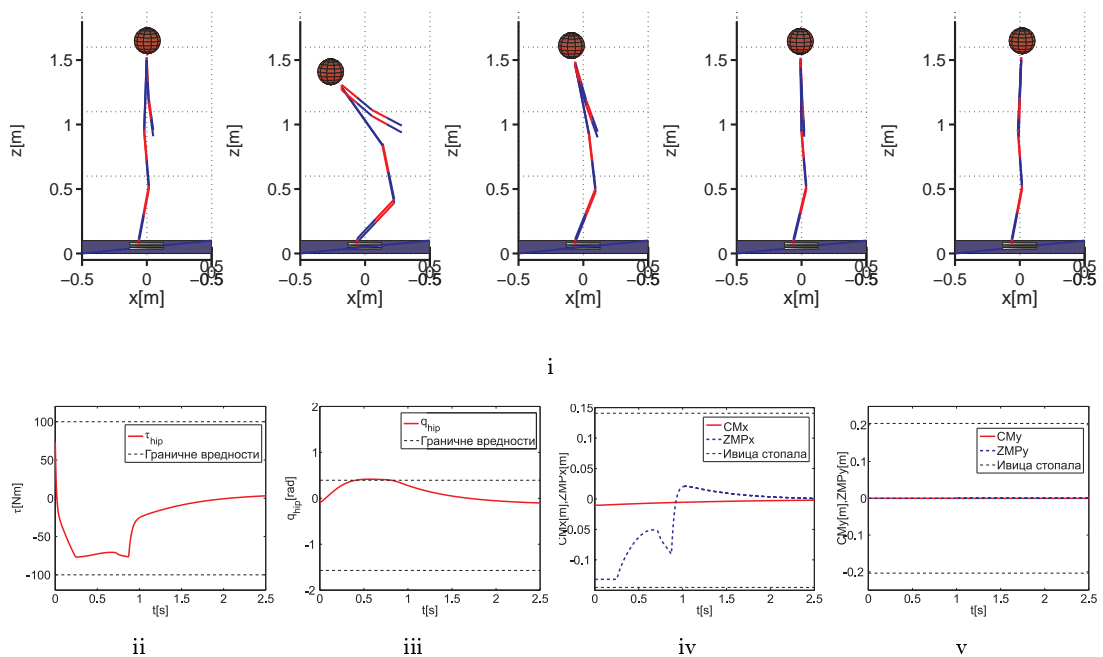
У почетном тренутку, робот стоји усправно са оба стопала на подлози. Управљачки моменти у свим зглобовима су константни и одговарају гравитационим оптерећењима. У одређеном тренутку, импулсна сила почиње да делује на леђа робота. У првом случају, сила делује у правцу x осе са трајањем од $0.05s$ и амплитуде $1100N$. Сила преноси на робота импулс интензитета $39kgm/s$, што доводи до кретања CM -а. Симулација почиње када сила престане да делује. Резултати симулације су приказани на сл. 8.2. Лако се може уочити, да се врши компензација симултаним кретањем у скочном зглобу и куку. Добијени покрет је веома сличан покрету добијеном у поглављу 4, иако начин извођења ове стратегије није експлицитно описан ни једним задатком. Зглобови у куку су скоро достигли своје максималне координате (сл. 8.2ii), како би зауставили кретање трупа које је последица деловања поремећајне силе. Кретање ZMP -а и CM -а је приказано на сликама 8.2iv и 8.2v. У правцу y -осе не постоји никакво кретање, пошто је систем симетричан у односу на сагиталну раван и поремећај делује у правцу x . На сл. 8.2iv се уочава нагло померање ZMP -а у правцу x -осе, која достиже своју гоњу границу. Након завршене компензације поремећаја, позиција ZMP -а се постепено креће ка центру стопала да би се, на крају, поклапала са позицијом CM -а, што одговара случају када се систем смири. Као последица деловања поремећаја, јавило се изражено кретање у куковима, чији су углови дошли близу своје доње границе, али је нису прекорачили (сл. 8.2iii). За то време, зглобови колена се само незнатно крећу (сл. 8.2i) пошто је простор за кретање колена врло мали и угао у њему врло брзо достиже своју горњу границу.

Када сила делује у супротном смеру позитивног смера x -осе (сл. 8.3) ситуација је мало другачија. Главна разлика је у томе што се робот нагиње уназад па је кретање кука врло мало, док је знатно веће кретање у колена. Резултати симулације када сила делује на груди робота у смеру супротном од смера x -осе и амплитуде $1000N$ су приказани на сл. 8.3. Управљачки систем је потпуно исти као и у претходном случају. Као што је очекивано, добијено је значајно кретање колена и мало кретање кука. На сликама 8.3ii и 8.3iii се види да координата кука, врло брзо, достиже своју највећу вредност и да у овом случају не долази до сатурације погонског момента у актуатору. То је потпуно другачије од претходног случаја и поклапа се са резултатима приказаним у [49, 56, 57]. Осим промене смера кретања, не постоји значајна промена кретања ZMP -а и CM -а.

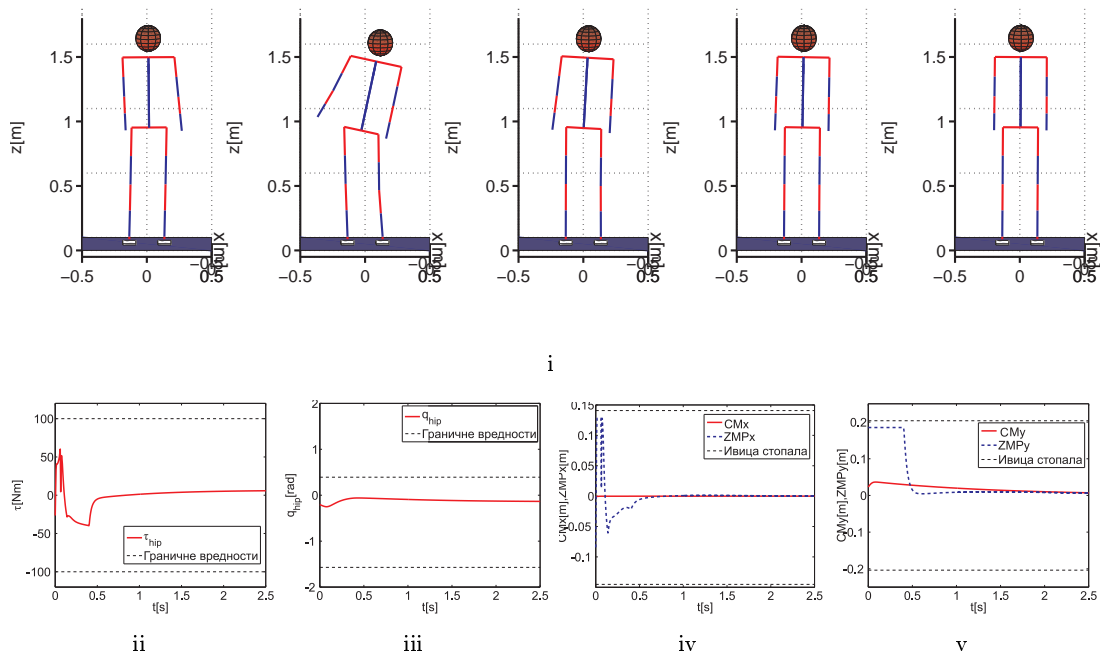
Како би показали да управљачки систем заснован на систему за приоритетизацију задатака може да компензује поремећаје које делују и у осталим правцима, симулирана су два додатна случаја. Резултати симулације када поремећај амплитуде $1600N$ делује у правцу y -осе, су приказани на сл. 8.4. Као и у претходним случајевима, поремећај је компензован симултаним кретањем скочног зглоба и кук, а ли у



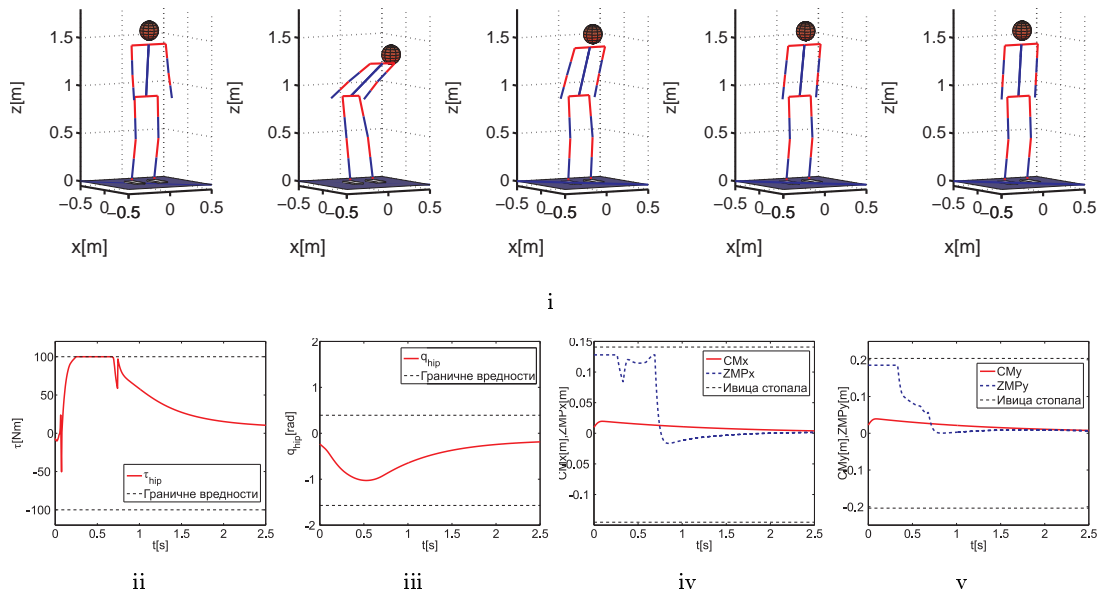
Слика 8.2: Кретање добијено симуирањем система када поремећај делује у правцу x - осе: i) покрет, ii) момент у куку iii) угао у куку iv) кретање ZMP -а и CM -а у правцу x v) кретање ZMP -а и CM -а у правцу y



Слика 8.3: Кретање добијено симуирањем система када поремећај делује у смеру супротном од x - осе: i) покрет, ii) момент у куку iii) угао у куку iv) кретање ZMP -а и CM -а у правцу x v) кретање ZMP -а и CM -а у правцу y



Слика 8.4: Кретање добијено симулирањем система када поремећај делује у правцу y - осе: i) покрет, ii) момент у куку iii) угао у куку iv) кретање ZMP -а и CM -а у правцу x v) кретање ZMP -а и CM -а у правцу y



Слика 8.5: Кретање добијено симулирањем система када поремећај делује под углом од 60° у односу на x -осу: i) покрет, ii) момент у куку iii) угао у куку iv) кретање ZMP -а и CM -а у правцу x v) кретање ZMP -а и CM -а у правцу y

фронталној равни. У овом случају, постоји кретање ZMP и CM (слике 8.4iv и 8.4v) у правцима x и y -осе. Кретање у правцу y -осе је очекивано, јер у том правцу делује поремећај, док се кретање у правцу x -осе јавља као последица асиметрије система у односу на фронталну раван у којој делује сила. Иако је интензитет поремећаја већег интензитета него у претходном случају, компензациони покрет је трајао краће. То је последица чињенице да је ослоначка површина шира у правцу y него у правцу x , због чега се може применити већи моменат који зауставља нагињање у y правцу. Самим тиме, успорење у правцу y је знатно веће због чега је потребно мање времена да се систем заустави. Овај резултат је конзистентан са закључцима из одељка 3.1.3.

У последњем симулираном случају овог сценарија, хоризонтална сила делује на леђа робота под углом од 60° степени у односу на сагиталну раван. Амплитуда јој је $1800N$ и резултати симулације су приказани на сл. 8.5. Робот је у стању да компензује поремећај нагињући се на прави начин. Време потребно за компензацију y компоненте поремећајне силе, је краће него време потребно за компензацију x компоненте (слике 8.5iv и 8.5v), такође због веће ширине ослоначке површине у правцу y него у правцу x .

8.3 Подизање терета непознате тежине

У сценарију којим ћемо се бавити у овом одељку, пред робота је постављен задатак да подигне објекат непознате масе са земље. Како је цео управљачки систем веома завистан од тачности модела робота, овај сценарио је од великог значаја. Он је одабран како би се приказао начин на који се може превазићи утицај нетачности модела. Да би се то постигло, биће уведена одређена побољшања у систем за приоритетизацију задатака. Да тих додатак нема, у присуству нетачности модела, нека од ограничења би могла бити врло лако нарушена, што би учинило цео систем неконзистентним. Из тог разлога, од суштинског значаја је разрешити овај проблем.

Током целог покрета, односно од тренутка подизања објекта са подлоге па до његовог позиционирања на жељену локацију, робот је непрестано ослоњен са обе ноге на подлогу. Због тога, ограничења која робот треба да задовољи и задаци које робот треба да испуни, су исти као и у претходном случају. Да би се терет подигао са постоља, потребно је да шаке робота прате одређену трајекторију. Из тог разлога, додат је један задатак који се односи на праћење задате трајекторије шакама робота. Тај задатак је већег приоритета од одржавања позиције центра масе робота изнад ослоначке површине. Сва ограничења и задаци које робот треба да обави поређана по приоритету су: „управљачки моменти у свим зглобовима морају да су унутар дозвољених граница“, „координате у зглобовима морају да буду унутар дозвољеног

опсега“, „контакти између стопала и подлоге морају бити постојани“, „помери руке робота од почетне до крајње позиције“, „*СМ* мора бити изнад центра ослоначке површине“, „одржи позу робота да је што ближа почетној“. Све матрице задатака и ограничења осим за задатак померања руку, су дате приликом разматрања претходног симулационог сценарија. Матрице задатка и потенцијално поље за задатак померања руку су:

$$\mathbf{A}_{3\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{lH} \\ \mathbf{J}_{rH} \end{bmatrix}, V_{3\frac{1}{2}} = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{lH} - \mathbf{r}_{lH|des} \\ \mathbf{r}_{rH} - \mathbf{r}_{rH|des} \end{bmatrix} \right\|_2^2, \mathbf{b}_{3\frac{1}{2}} = \ddot{\mathbf{x}}_{3\frac{1}{2}|des} - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{J}}_{lH} \\ \dot{\mathbf{J}}_{rH} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (8.7)$$

где \mathbf{J}_{lH} и \mathbf{J}_{rH} представљају јакобијан везан за линеарно кретање леве и десне шаке робота. Вектори \mathbf{r}_{lH} и \mathbf{r}_{rH} представљају тренутну позицију леве и десне руке у спољашњим координатама, док $\mathbf{r}_{lH|des}$ и $\mathbf{r}_{rH|des}$ представљају њихове жељене вредности.

Како би савладали задатак подизања непознатог терета, у систем је уведен естиматор поремећаја [58]. Обзервер непознатог улаза [59] је искоришћен као естиматор константног поремећаја. Код тог типа естиматора, поремећај је уведен као улаз у линеаризован систем, те из тог разлога прво морамо урадити линеаризацију повратне спреге система. Када се изврши линеаризација повратне спреге динамике система дате (5.41), добија се следећи израз:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{u} \quad (8.8)$$

где је \mathbf{u} вектор жељених убрзања у зглобовима, који се може искористити за срачунавање потребних управљачких момената $\boldsymbol{\tau}$:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}^{1/2} \mathbf{N}_c \mathbf{H}^{1/2} (\mathbf{u} - \mathbf{H}^{-1/2} \mathbf{B}_0^+ \mathbf{b}_0) + \mathbf{h}_0 \quad (8.9)$$

\mathbf{B}_0 , \mathbf{b}_0 и \mathbf{N}_c су матрице везе и матрица простора нуле. Када се појави поремећај, динамика система се нешто разликује, те линеаризовани систем има облик:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (8.10)$$

где \mathbf{d} представља вектор поремећаја. Одавде се види да је поремећај посматран кроз његов утицај на промену убрзања у зглобовима. Поремећај производи додатне моменте у зглобовима који делују на систем и динамика система крутих тела у којем не постоје везе (5.1), у присуству поремећаја је:

$$\mathbf{H} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_0 = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_d \quad (8.11)$$

где је $\boldsymbol{\tau}_d$ вектор момената у зглобовима који су последица поремећаја. На основу

једначина (5.40), (5.41), (8.10) и (8.11), за систем крутих тела који садржи везе се може се добити следеће:

$$\boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{H}^{1/2} \mathbf{N}_c \mathbf{H}^{1/2} \mathbf{d} \quad (8.12)$$

Како би урачунали утицај овог вектора на динамику система, увешћемо благу измену у систем за приоритетизацију задатака. Променићемо дефиницију вектора \mathbf{p} , први пут споменутог у (5.4):

$$\mathbf{p} = \mathbf{H}^{-1/2} (\mathbf{h}_0 - \boldsymbol{\tau}_d) \quad (8.13)$$

Из једнакости (8.12) следи, да уколико можемо да естимирамо одступање стварног убрзања у зглобовима од очекиваног убрзања (срачунатог на основу модела) насталог као последица поремећаја, можемо срачунати естимиран вектор момената у зглобовима који се јављају као последица поремећаја. Како бисмо естимирали то убрзање, претпоставићемо да је оно константно и креираћемо проширени модел динамике система (8.10):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (8.14)$$

На основу проширеног модела динамике система (8.14), изведен је модел естиматора стања и поремећаја:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} \\ \dot{\hat{\mathbf{q}}} \\ \hat{\mathbf{d}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} \\ \dot{\hat{\mathbf{q}}} \\ \hat{\mathbf{d}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \\ \mathbf{L}_3 \end{bmatrix} (\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}) \quad (8.15)$$

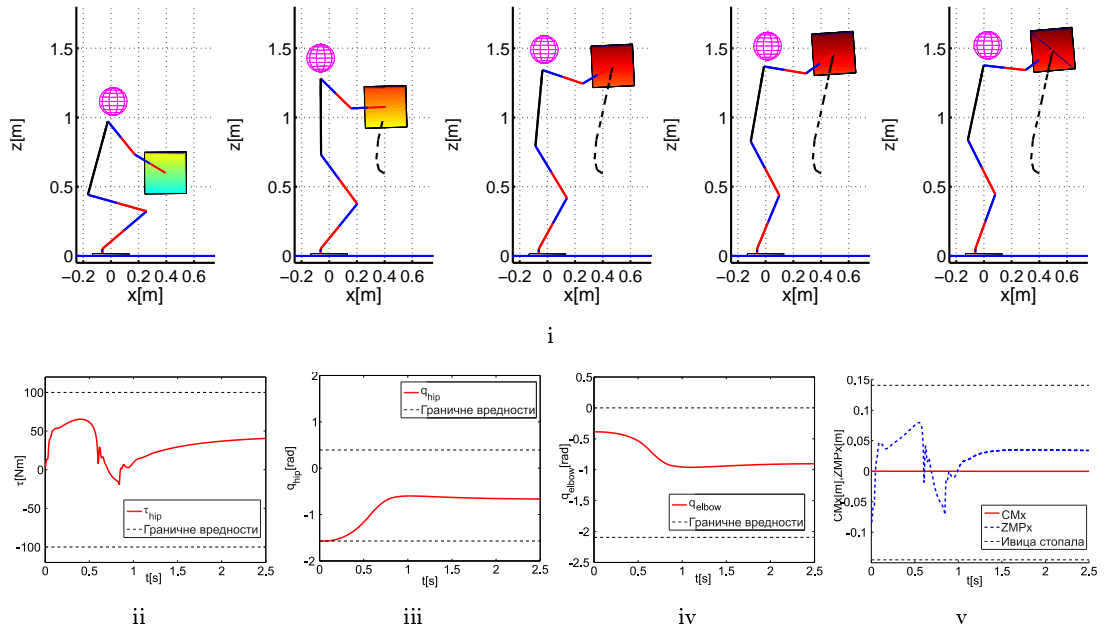
Вектори $\hat{\mathbf{q}}$, $\dot{\hat{\mathbf{q}}}$ и $\hat{\mathbf{d}}$ представљају естимацију углова и брзина у зглобовима и поремећаја. Матрице \mathbf{L}_1 , \mathbf{L}_2 и \mathbf{L}_3 представљају појачања за одређивање поремећаја на основу грешке естимираних углова у зглобовима. Појачања су одабрана тако да су полови естиматора три пута бржи од полова процеса. У сваком временском тренутку се једначина (8.15) интегрални како би се добила актуелна естимирана стања и како би могли срачунати моменте $\boldsymbol{\tau}_d$ (коришћењем израза (8.12) и $\hat{\mathbf{d}}$) који се јављају као последица поремећаја. Ови моменти су потребни како би се срачунали управљачки моменти за сваки од зглобова.

У почетном тренутку симулације, робот стоји у благом чучњу са обе ноге на подлози, док му руке само додирују објекат који треба да подигне. Моменти у свим зглобовима су константни и одговарају гравитационим оптерећењима. Кутија чија,

је маса $5kg$, на почетку стоји на постољу и роботу маса објекта није позната. Задатак који робот треба да испуни је да подигне кутију са постоља и држи је испред себе у висини главе. Резултати симулације су приказани на сл. 8.6. Добијени покрет је приказан на сл. 8.6i, где испрекидане линије прате путању леве шаке. Јасно се може видети да на почетку покрета, трајекторија шаке одступа од жељене линеарне трајекторије, што је директна последица непознатог терета. Естиматор поремећаја конвергира врло брзо, па је систем за приоритетизацију у стању да компензује утицај непознатог терета. Са исте слике се види да врло брзо, шаке почињу да се крећу линеарно ка циљној позицији, што је омогућила конвергенција естиматора поремећаја. Управљачки момент кука је приказан на сл. 8.6ii. Трајекторија угла кука је приказана на сл. 8.6iii, одакле се може запазити да је угао кука у почетном тренутку на својој максималној вредности. Ограничење уведена на вредности углова у зглобовима (6.2) не дозвољава да се прекорачи максимална вредност. Са слике се види да је управљачки систем, упркос ношењу непознатог терета, био у стању да одржи угао кука унутар граница. На сл. 8.6iv се може видети угао у лакту који је, такође, све време унутар конструкционо дефинисаних граница. Последња слика (сл. 8.6v) приказује кретање ZMP -а и CM -а у правцу x осе. Интересантно је приметити да на крају симулације, иако робот стоји мирно, позиције ZMP -а и CM -а ипак не поклапају. Узрок томе је то што је приказани CM робота не садржи непознату масу, већ само масу робота. На позицију ZMP -а утичу силе којима подлога делује на стопала робота. Како те силе треба да уравнотеже гравитацију која делује на робота и на кутију, тежина кутије утиче на позицију ZMP -а

8.4 Ход по равном терену

Следећи симулирани сценарио је ход по равном терену. Ход је један од основних задатака који се ставља пред хуманоидне роботе, јер без хода робот не би могао ефикасно да делује у човековој околини. Са аспекта модификације кретања, ход је занимљив, јер се непрестано мора водити рачуна о одржању динамичког баланса како би се избегао пад. Поред тога, корисно је испитати како треба модификовати ход да би се роботу омогућио ход по површини са малим коефицијентом трења. Основни покрет је у потпуности иста као и у случају високог коефицијента трења, али су ограничења нешто строжија. Прво ће бити симулиран ход по равној подлози са високим коефицијентом трења (нпр. ход по бетону) и то ће бити репер са којим ћемо поредити остале случајеве. Други симулиран случај ће бити ход по површини са ниским коефицијентом трења (нпр. ход по леду). Последњи случај ће бити поново ход по површини са високим коефицијентом трења, али са ограниченом



Слика 8.6: Кретање добијено симулирањем система задатака када робот подиже терет непознате масе: i) покрет, ii) момент у куку iii) угао у куку iv) угао у левом лакту v) кретање ZMP -а и CM -а у правцу x

висином. То одговара случају кад робот треба да хода кроз коридор са спуштеном таваницом.

Током хода, робот циклично пролази кроз две различите фазе, двоослоначку и једноослоначку фазу. У обе фазе робот треба да задовољи одређен скуп ограничења и да испуни одређен број задатака. Током једноослоначке фазе, робот треба да испуни један задатак више, што је последица чињенице да робот током једноослоначке фазе мора да премести стопало ноге у фази преноса са позиције иза себе на позицију испред себе.

Током хода контакти стопала са подлгом представљају везе. У зависности од фазе у којој се робот налази, робот може имати једну или две везе. Уколико се робот налази у двоослоначкој фази и матрица и вектор везе се рачунају исто као и у претходним случајевима (8.1). Уколико је робот у једноослоначкој фази, матрица и вектор ограничења су:

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{J}_O \quad \mathbf{b}_0 = -\dot{\mathbf{J}}_O \dot{\mathbf{q}}, \quad (8.16)$$

где је \mathbf{J}_O , јакобијан за центар стопала ослоначке ноге, те ако је робот ослоњен на леву ногу онда је $\mathbf{J}_O = \mathbf{J}_L$, односно $\mathbf{J}_O = \mathbf{J}_R$ када је робот ослоњен на десну ногу.

Као и у претходном случају, највиши проритет има ограничење да управљачки моменти у свим зглобовима морају бити унутар дефинисаних граница и оно је дато

изразом (6.5). Да не би дошло до пада робота, систем све време мора бити динамички балансиран, односно контакти морају бити постојани. Уколико је робот у двоослоначкој фази то ограничење има исти облик као и у претходном случају (неједнакост (8.2)). Уколико је само једна нога у контакту са подлогом онда то ограничење поприма нешто једноставнији облик:

$$\mathbf{Z}_O \mathbf{F}_O \succeq \mathbf{0}. \quad (8.17)$$

где је \mathbf{Z}_O матрица динамичког баланса ослоначке ноге и \mathbf{F}_O је сила која делује на ослоначку ногу. Слично претходном случају, $\mathbf{Z}_O = \mathbf{Z}_L$ и $\mathbf{F}_O = \mathbf{F}_L$ ако је лева нога у контакту са подлогом, односно $\mathbf{Z}_O = \mathbf{Z}_R$ и $\mathbf{F}_O = \mathbf{F}_R$ ако је десна нога у контакту са подлогом.

Поред ограничења, робот мора да обави одређени скуп задатака како би ходао. Први задатак који треба да испуни, јесте да центар масе прати одређену трајекторију. За разлику од претходног где се CM позиционира да буде изнад центра ослоначке површине, овде CM прати одређену трајекторију. Такође, у овом случају, се управља и z -координатом центра масе, тако да она буде константна током целог покрета. Жељено убрзање CM -а у хоризонталној равни се срачунава на основу тренутне и планиране позиције стопала у наредном временском периоду [60]. Матрица и вектор задатка су:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_3 &= \mathbf{J}_{CM}, \quad \mathbf{b}_3 = \ddot{\mathbf{x}}_{3|des} - \dot{\mathbf{J}}_{CM} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{3|des} &= \mathbf{a}_{CM|des} + K_{v3} (\mathbf{v}_{CM|des} - \mathbf{v}_{CM}) + K_{p3} (\mathbf{r}_{CM|des} - \mathbf{r}_{CM}) \end{aligned} \quad (8.18)$$

Матрица \mathbf{J}_{CM} представља јакобијан везан за центар масе. Вектори $\mathbf{r}_{CM|des}$, $\mathbf{v}_{CM|des}$, $\mathbf{a}_{CM|des}$ представљају жељену позицију, брзину и убрзање CM -а, који су добијени на основу тренутне и будуће позиције стопала робота. Вектори \mathbf{r}_{CM} и \mathbf{v}_{CM} представљају тренутну позицију и CM -а система, док су K_{v3} и K_{p3} диференцијално и пропорционално појачање повратних спрега.

Осим померања центра масе, током једноослоначке фазе, робот треба да премешта и ногу у фази преноса. Из тог разлога, пред робота је постављен још један задатак који се извршава само током једноослоначке фазе. Нога која је у преносу, треба да прати прописану трајекторију. За синтезу трајекторије стопала, искоришћена је апроксимација трајекторије полиномом. На основу почетне и крајње позиције, брзине и убрзања, и на основу жељене позиције на половини покрета одређени су параметри полинома. Истовремено се управља и позицијом и орјентацијом стопала, где се жели стопало увек буде паралелно са подлогом. Матрица и вектор задатка

је:

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{J}_P, \quad \mathbf{b}_4 = \ddot{x}_{4|des} - \dot{\mathbf{J}}_P \dot{\mathbf{q}} \quad (8.19)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_{4|des} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{P|des} \\ \boldsymbol{\alpha}_{P|des} \end{bmatrix} + K_{v4} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{P|des} \\ \boldsymbol{\omega}_{P|des} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{v}_P \\ \boldsymbol{\omega}_P \end{bmatrix} \right) + K_{p4} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{r}_{P|des} \\ \boldsymbol{\phi}_{P|des} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_P \\ \boldsymbol{\phi}_P \end{bmatrix} \right)$$

Матрица \mathbf{J}_P представља јакобијан ноге у преносу. Уколико је робот ослоњен на леву ногу онда је $\mathbf{J}_P = \mathbf{J}_R$, док је $\mathbf{J}_P = \mathbf{J}_L$ уколико је робот ослоњен на десну ногу. Вектори $\mathbf{r}_{P|des}$, $\mathbf{v}_{P|des}$, $\mathbf{a}_{P|des}$ представљају жељену позицију, брзину и убрзање стопала у преносу, док $\boldsymbol{\phi}_{P|des}$, $\boldsymbol{\omega}_{P|des}$ и $\boldsymbol{\alpha}_{P|des}$ представљају жељену оријентацију, угаону брзину и угаоно убрзање стопала у преносу. Ове вредности су срачунате на основу полинома искоришћених за синтезу трајекторија. Вектори \mathbf{r}_P , \mathbf{v}_P представљају тренутну позицију и брзину стопала ноге у преносу, док $\boldsymbol{\phi}_P$ и $\boldsymbol{\omega}_P$ представљају тренутну оријентацију и угаону брзину стопала ноге у преносу. Параметри K_{v4} и K_{p4} су диференцијално и пропорционално појачање.

Наредни задатак који робот треба да испуни, јесте да хода тако да труп не мења своју оријентацију током хода. То одговара начину на који роботи тренутно ходају. За управљање овим задатком се користи ПД регулатор са сатурацијом брзине (8.3). Матрица, вектор задатка и потенцијално поље су:

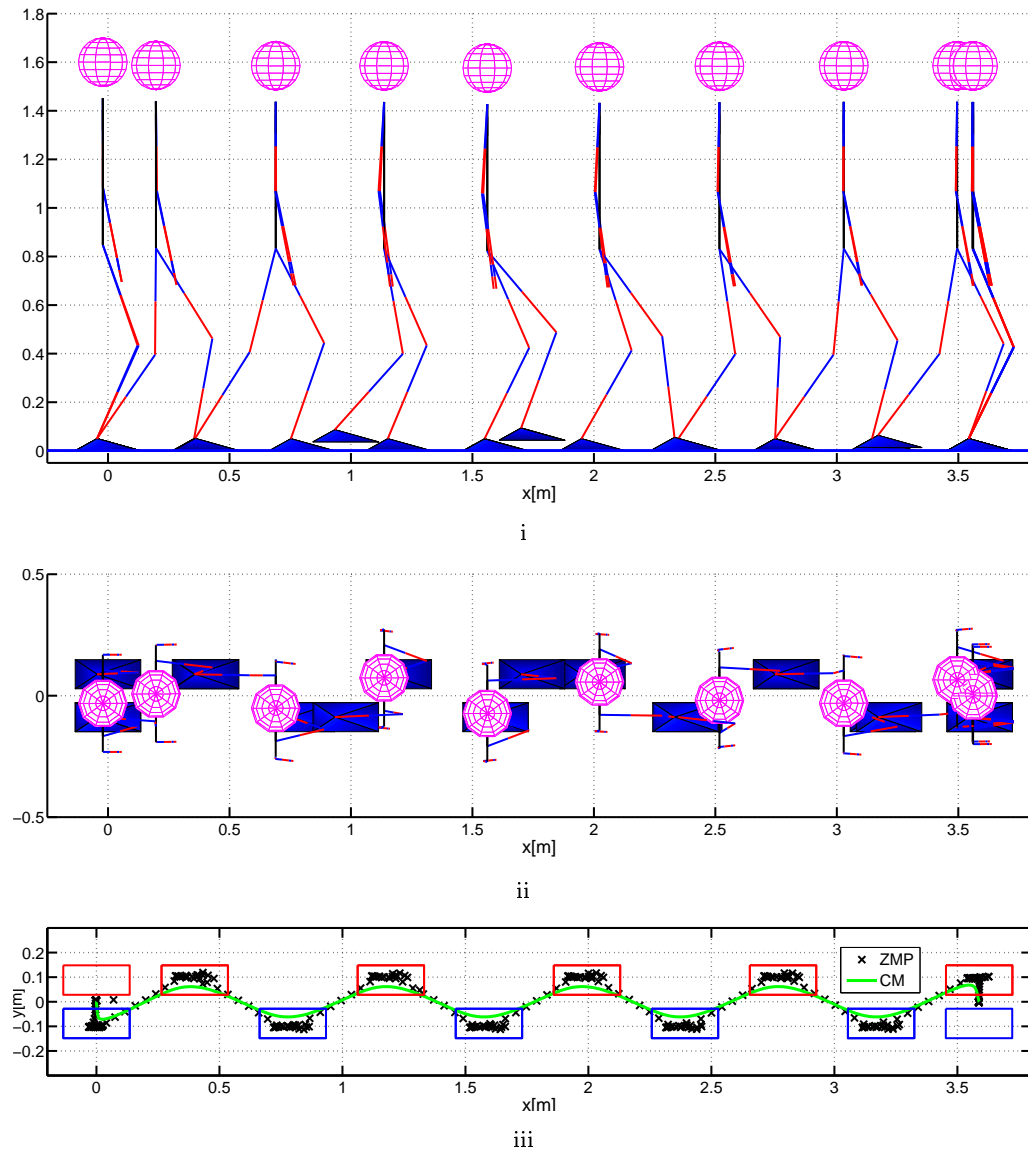
$$\mathbf{A}_5 = \mathbf{J}_{trunkR}, \quad V_5 = \left\| \boldsymbol{\phi}_{trunk} \right\|_2^2, \quad \mathbf{b}_5 = \ddot{\mathbf{x}}_{5|des} - \dot{\mathbf{J}}_{trunkR} \dot{\mathbf{q}} \quad (8.20)$$

Матрица \mathbf{J}_{trunkR} представља јакобијан везан за оријентацију трупа, док је $\boldsymbol{\phi}_{trunk}$ тренутна оријентација трупа релативно у односу на глобални координатни систем.

Последњи задатак је исти као и у претходном случају, а то је да поза робота буде што блискија почетној. Његова матрица задатка, вектор задатка и потенцијално поље су дати изразом (8.6).

Први случај који је симулиран (сл. 8.7) је ход по површини са високим коефицијентом трења $\mu = 0.85$ коришћењем система за приоритетизацију задатака. Дужина искорача (растојање између два стопала у двоослоначкој фази, посматрано у правцу хода) је $0.4m$. Време између два искорача је $1.1s$, где робот 30% времена проведе у двоослоначкој фази, док преосталих 70% времена проведе у једноослоначкој фази. Просечна брзина хода робота је $1.3km/h$.

Са слика 8.7i и 8.7ii се уочава да труп током хода не мења оријентацију, што значи да је задатак, да труп не мења оријентацију, у потпуности испуњен. Поред тога, уочљиво је да се руке крећу, али незнатно. Ово је очекивано, пошто је очување позе задатак најнижег приоритета, па сви претходни задаци и ограничења спречавају да се последњи задатак испуни у потпуности. На сл. 8.7iii је приказана трајекторија

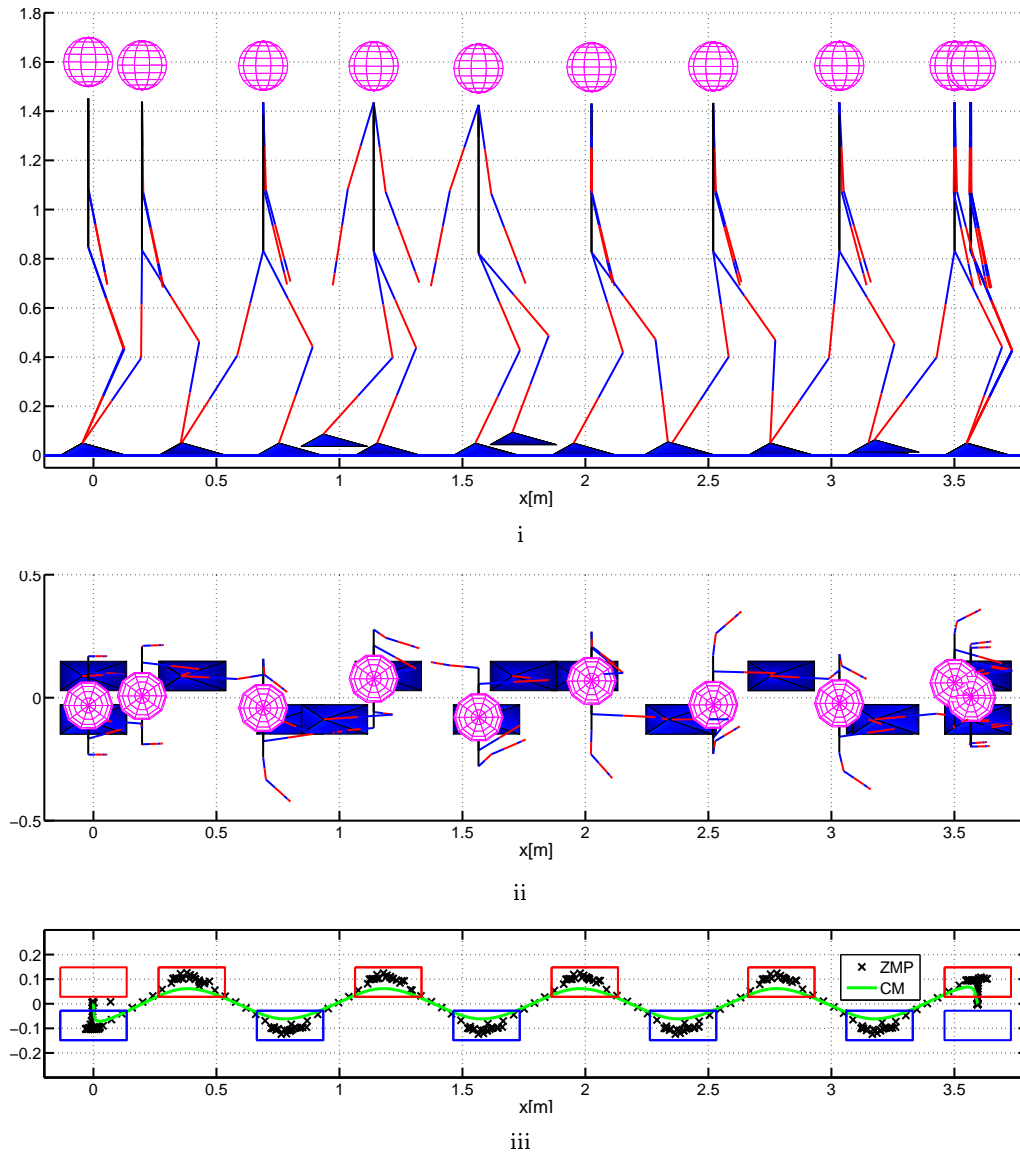


Слика 8.7: Ход по површини са високом коефицијентом трења добијен приоритетизацијом: i) покрет гледан са стране, ii) поглед од горе iii) кретање ZMP и CM

CM -а и ZMP , као и позиције стопала када су у контакту са подлогом. Примећује се да је позиција ZMP -а, све време, унутар ослоначке површине, што значи да је све време испуњено ограничење да сви контакти морају бити постојани.

Следећи случај који је симулиран је ход по површини са ниским коефицијентом трења $\mu = 0.25$. Остало је све исто као и у претходном случају. Мањи коефицијент трења сужава конус трења који одређује могући скуп сила реакције подлоге. Самим тиме, ограничење везано за постојаност контакта је много стриктније, и управљачки систем мора да задовољи та ограничења.

На сл. 8.8 су приказани резултати симулација. Са слика 8.8i и 8.8ii се види да труп



Слика 8.8: Ход по површини са високим коефицијентом трења добијен приоритетизацијом: i) покрет гледан са стране, ii) поглед од горе iii) ZMP и CM

робота не мења оријентацију током целог хода. Међутим, за разлику од претходног случаја, овде се запажа изражено кретање руку, што подсећа на начин на који се човек креће по површини са ниским коефицијентом трења. На сл. 8.8iii је приказана трајекторија CM -а и ZMP -а. Уколико те трајекторије упоредимо са трајекторијама добијеним у претходном случају, видимо да се оне скоро у потпуности поклапају.

На основу добијеног кретања се закључује, да строжија ограничења на контактне силе утичу само на задатак са најнижим приоритетом. Сви остали задаци су у потпуности испуњени, док се појавило израженије махање рукама, што омогућава да контактне силе буду у прописаним границама. Ово је у сагласности са принципима на којима је изграђен систем за приоритетизацију, односно да се задаци вишег приоритета извршавају без обзира на задатке нижег приоритета. То занчи, да ако

робот није у стању да испуни све задатке истовремено, први које неће бити испуњен је задатак најнижег приоритета, што се управо десило у овом случају.

8.4.1 Пролазак испод препреке

Код следећег случаја вертикалан простор је ограничен, па робот мора да се сагне како би прошао испод препреке. Да би се то постигло, убачено је неколико додатних задатака и ограничења које робот треба да изврши. Уз то, неколико параметара хода је промењено како би робот могао да га изврши.

Након ограничења везаног за постојаност контакта, поново је додато ограничење на координате у зглобовима. У претходна два случаја, ово ограничење није било активно, јер током целог хода није постојала опасност да ће неки зглоб изаћи ван свог опсега. Убачено ограничење је облика (6.2)

Следеће ограничење представља сигурносни захтев да робот неће ударити главом у препреку. Другим речима захтева се да је минимално растојање између главе робота и препреке 5cm . Како је глава робота сфера полупречника 10cm , ово ограничење је еквивалентно ограничењу да је минимално растојање између центра главе и препреке 15cm . Ово ограничење је дато изразом (6.9). Ово ограничење би требало да проузрокује да се глава робота спусти током проласка испод препреке.

Поред ова два ограничења, додат је и задатак да се руке не померају, који је постављен као први задатак по приоритету. Током истраживања се показало да, уколико робот није у стању да испуни све задатке, руке имају тенденцију да се неконтролисано крећу. Из тог разлога је забрањено било какво кретање рукама.

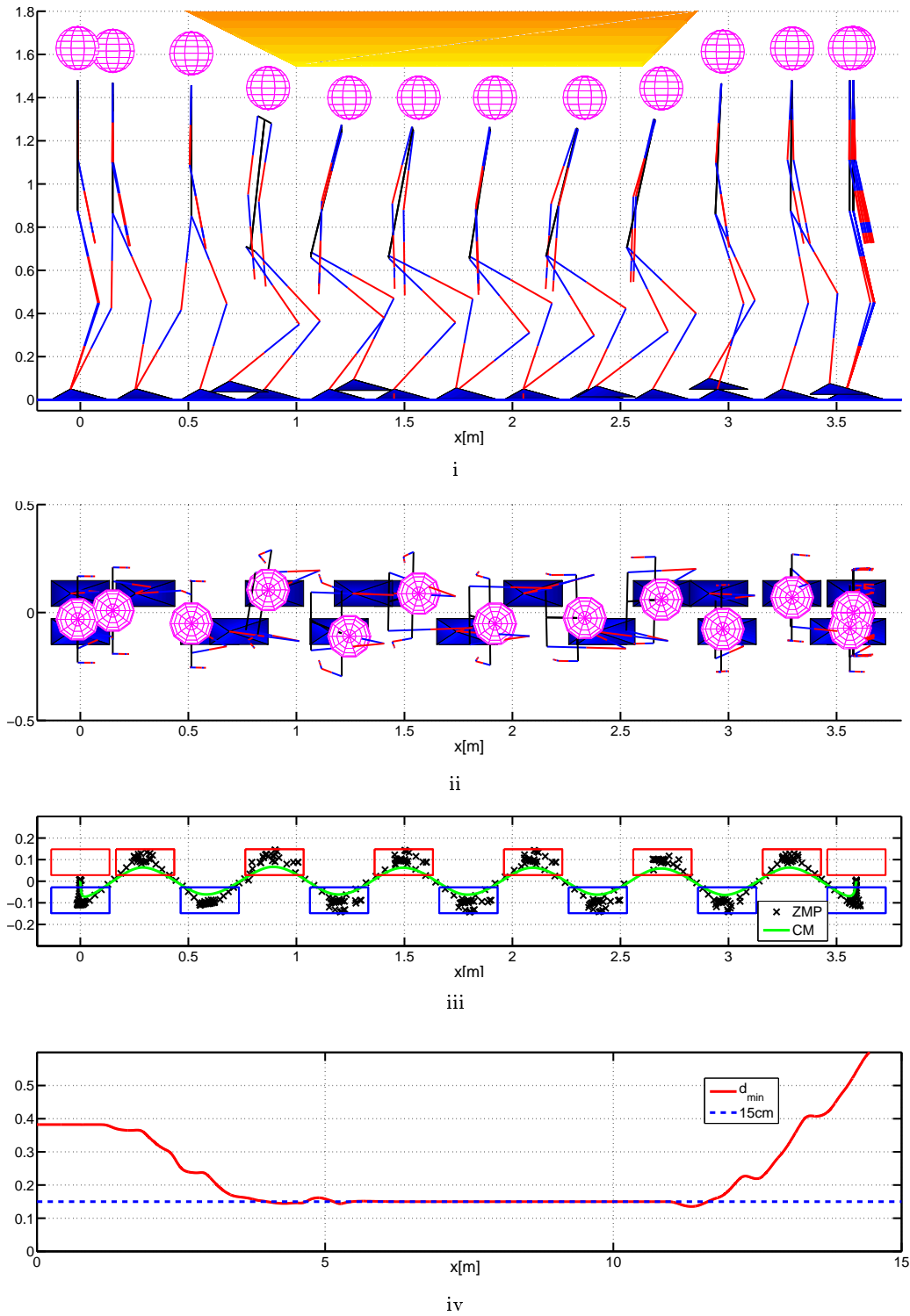
Поред додатих нових ограничења и задатака, неки од постојећих су промењени. Дужина искорака је смањена са 0.4m на 0.3m . Такође, више се не управља висином CM -а, како би се омогућило да се робот спусти испод препреке.

На сл. 8.9 су приказани резултати симулације за случај када робот треба да се провуче испод препреке висине 1.55m . Са сл. 8.9i се може видети да је робот, да би прешао испод препреке, морао да спусти карлицу и да се мало нагне унапред. На сл. 8.9ii се види да труп робота, осим што је нагнут благо унапред, такође ротира и око вертикалне осе. Делује да би робот могао проћи испод препреке тако што би само спустио карлицу, док би труп остао у потпуности вертикалан. Међутим, у тој пози би дошло до прекорачења ограничења у зглобовима у колену и скочном зглобу. Из тог разлога карлица, је спуштена до одређене границе и робот је благо нагнут унапред како бу глава била испод препреке. Трајекторија ZMP -а и CM -а је приказана на сл. 8.9iii и одмах се примећује да постоје много веће флукуације

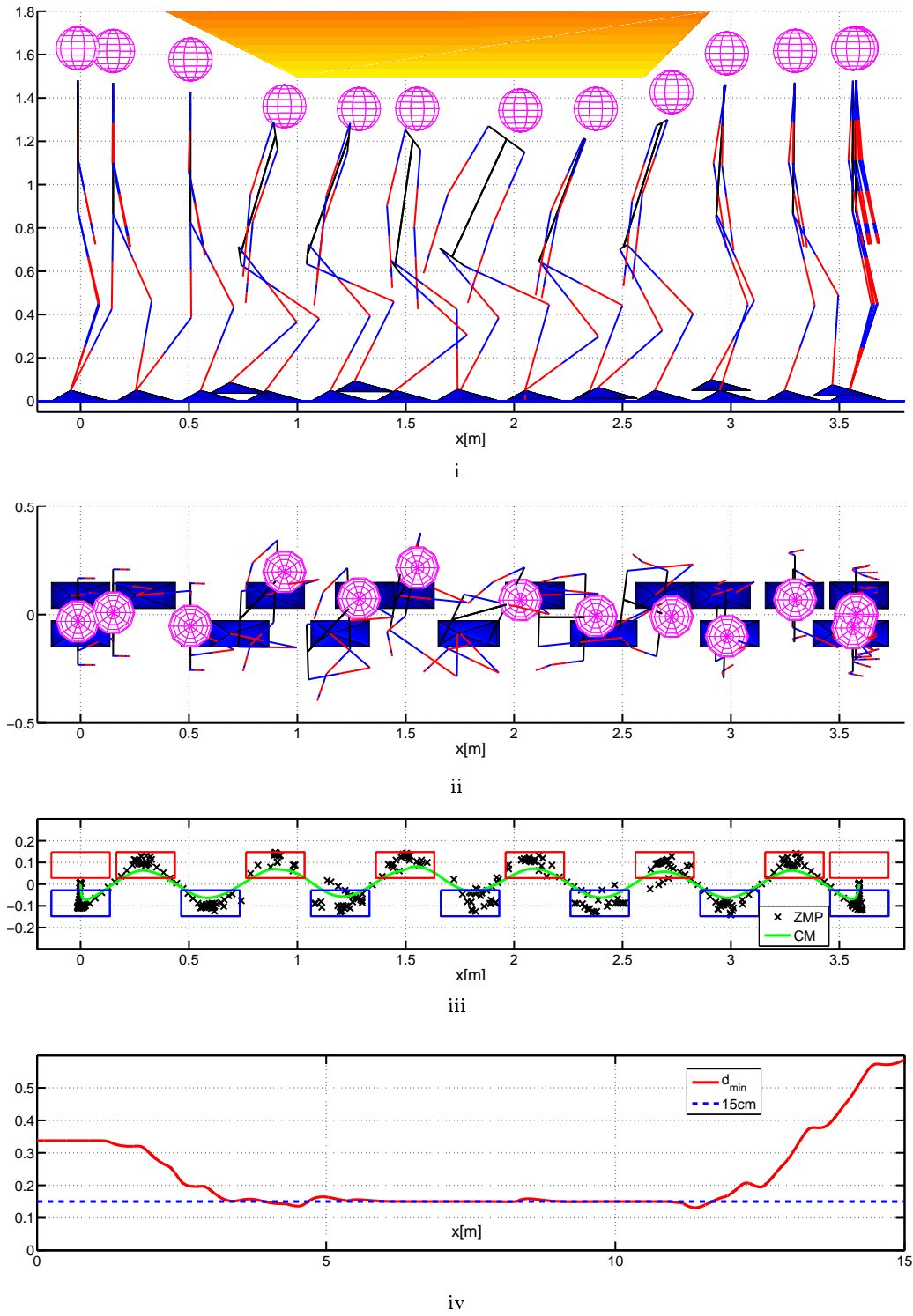
у позицији ZMP -а него у претходним случајевима. За ово постоји више узрока. Први је, то што је метод за синтезу трајекторије CM -а робота апроксимиран једноставним моделом колица која се крећу на постољу, и да је висина CM -а током целог покрета константна. Јасно је да висина CM -а током покрета није константна и да робот не одговара једноставном моделу, па се као последица тога јавља одступање позиције ZMP -а од центра ослоначке површине. Додатни узрок одступања је појава великих убрзања у зглобовима. Ова убрзања се јављају како би се зауставило прекорачење дозвољеног опсега кретања у зглобу, кад угаона координата дође близу границе. Упркос свему, динамички баланс је очуван све време, што је осигурано одговарајућим ограничењем које има већи приоритет и од одржавања координата у зглобовима унутар прописаних граница и од праћења прописане трајекторије CM -а.

На сл. 8.9iv је приказано минимално растојање главе робота од препреке. Постоје три сегмента. У првом се то растојање смањује како робот прилази препреци. У другом сегменту, растојање је тачно 15cm , што одговара периоду док се робот креће испод препреке. Током овог периода растојање главе робота од препреке је једнако минималном дозвољеном растојању све време и није никад веће од њега. То је последица тежње робота да усправи труп. У трећем сегменту, робот је прошао препреку, удаљава се од ње и ово растојање расте. Треба приметити да је у два кратка временска интервала ово ограничење нарушено за незнатну вредност. Разлог томе је што је препрека апроксимирана део-по-део линеарном кривом, те она није диференцијабилна на целом свом опсегу, па самим тиме ни функција растојања (6.9) није диференцијабилна. Ово прави проблем пошто развој у Тејлоров ред предпоставља да је функција бесконачно диференцијабилна у посматраној тачки. Због тога, када је глава најближа тачкама у којима се „ломи крива“, долази до благог прекорачења ограничења.

Уз претходни случај, симулирана је још једна ситуација, када робот треба да прође испод препреке висине 1.5m (у претходном случају висина препреке је била 1.55m). Иако не делује да 5cm прави велику разлику, на сл. 8.10 се види да се добијен покрет знатно разликује од претходног. Сви претходно описани ефекти су присутни, само што су у овом случају знатно наглашенији. Осим досадашњег нагињања трупа и ротације трупа око вертикалне осе, јавило се и изразито нагињање трупа у фронталној равни, што се види са слика 8.10i и 8.10ii. Поред тога, види се са слике 8.10iii да центар масе у једном тренутку не долази изнад ослоначког стопала (на приближно 1.8 метара). То показује да, у том временском периоду, управљачки систем не може ни да испрати жељену трајекторију центра масе, што је задатак вишег приоритета од држања трупа усправним. Из овога следи да је ова висина препреке врло близу минималној висини испод које робот може проћи коришћењем ове стратегије.



Слика 8.9: Ход са провлачењем испод препреке висине $1.55m$ добијен приоритетизацијом: i) покрет гледан са стране, ii) поглед од горе iii) ZMP и CM iv) растојање између центра главе и препреке



Слика 8.10: Ход са провлачењем испод препреке висине $1.50m$ добијен приоритетизацијом: i) покрет гледан са стране, ii) поглед од горе iii) ZMP и CM iv) растојање између центра главе и препреке

8.5 Пењање уз стрму раван

Последњи симулиран пример се бави сценаријом у којем робот треба да се успне уз стрму раван нагнуту под углом од 45° . Стрма раван је кратка, па робот може да је пређе само једим ослањањем ноге на њу. Угао од 45° је одабран, јер под тим углом робот неће моћи да се попне уз раван без додатних контаката. Шаке робота ће остварити додатне контакте. Овај сценарио је одабран да потврди резултате добијене у поглављу 7. У овој симулацији ће бити искоришћени услови за проверу да ли одређени контакт може бити раскинут (7.45) и да ли одређено кретање може бити остварено (7.44). У случајевима да нешто од ова два није могуће, искористићемо процедуру за одређивање вектора за који морамо преместити центар масе како би жељени покрет могао бити остварен (7.49).

Робот пролази кроз неколико фаза како би се попео уз препреку. Упркос томе, већина ограничења које робот треба да задовољи су иста као у претходним симулацијама. Ограничење највишег приоритета је, да су управљачки моменти у свим зглобовима унутар предефинисаних граница. То ограничење је дато изразом (6.5). Наредно ограничење је везано за постојаност свих контаката система са околином, и оно се може записати у облику (7.33). Матрица ограничења $\bar{\mathbf{W}}$ зависи од контаката који су у том тренутку остварени, што у овом случају зависи од фазе у којој се робот налази. У зависности од фазе, јављаће се тачкасти контакти, контакти по линији и равански контакти између робота и подлоге. Такође од конфигурације контаката ће зависити и матрица \mathbf{A}_0 и вектор везе система \mathbf{b}_0 .

Исто као и у претходним симулираним сценаријима, увек ће бити присутна три задатака, а то су: да центар масе прати прописану трајекторију (8.18), труп треба да увек буде усправан и да не мења оријентацију (8.20) и да углови у зглобовима буду што ближе њиховим почетним вредностима (8.6). За разлику од претходних случајева, у овом је робот статички балансиран, односно позиција центра масе је увек изнад ослоначке површине. За одређивање жељене позиције центра масе искоришћена је процедура за одређивање вектора за који се мора померити CM да би покрет био остварив (7.49). Осим тога, z -координатом CM -а се управља тако да буде увек на константној висини изнад подлоге. Након што је добијена нова жељена позиција CM -а, трајекторија коју он треба да оствари се добија апроксимацијом помоћу полинома.

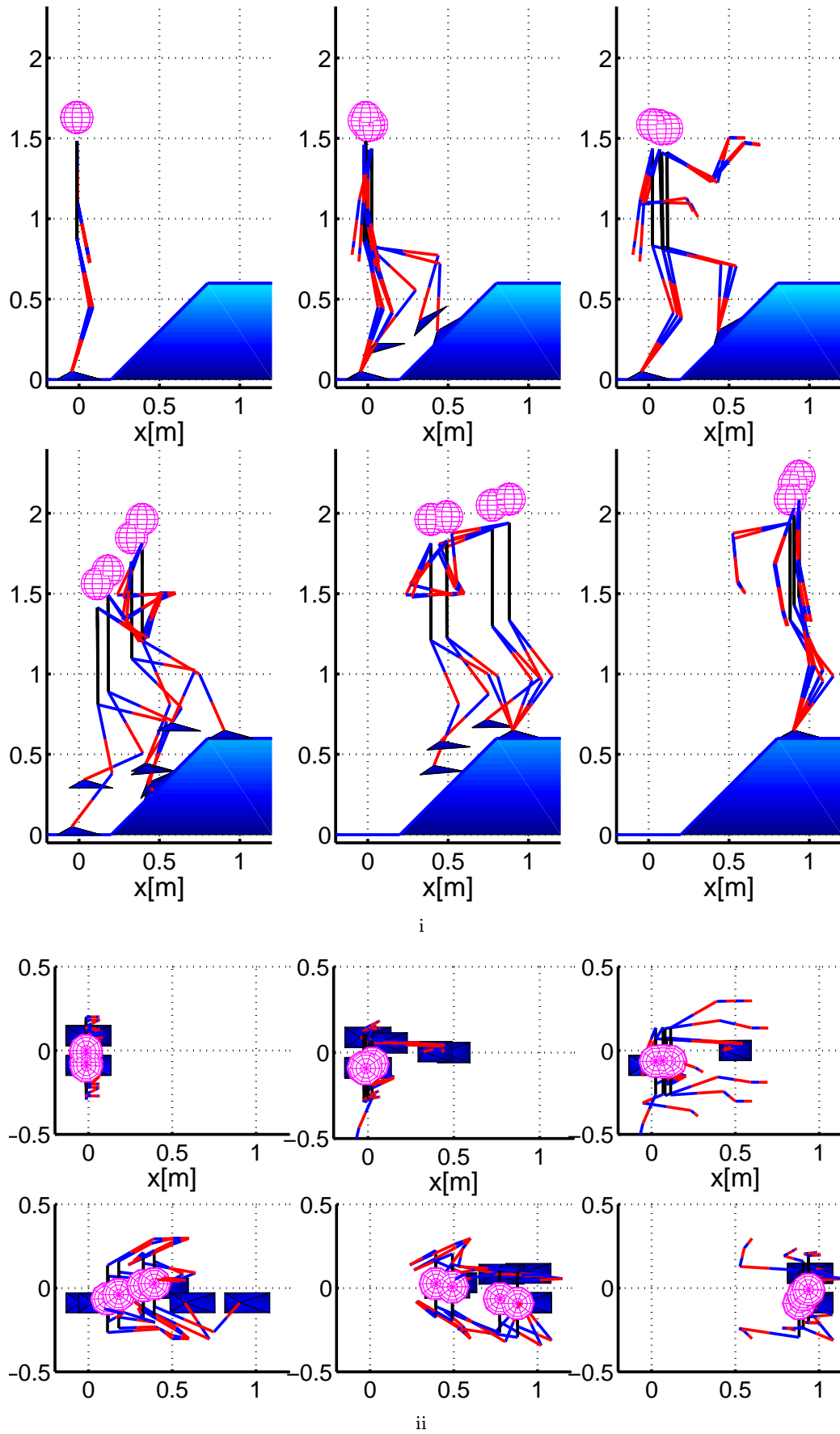
У случају да робот треба да премести ногу, у систем за приоритетизацију се додаје одговарајући задатак, који је записан у облику (8.19). Уз то, током једне од фаза биће потребно да робот помери обе шаке. Овај задатак има исти облик као и претходни, само се разликују тачке за које се рачуна јакобијан \mathbf{J}_P . Јакобијан се

срачунава за врхове прстију робота, које робот треба да доведе на одређену позицију како би се ухватио за вертикални зид. Потребно је да врхови прстију прате одређену трајекторију, која је добијена апроксимацијом полиномом, на основу почетних и крајњих позиција и оријентација прстију робота.

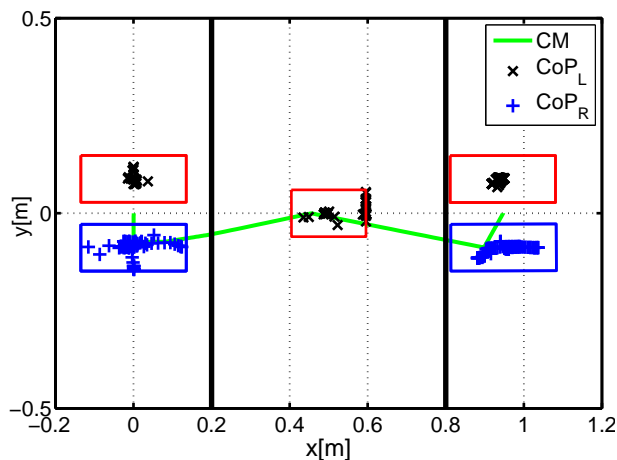
На сл. 8.11i је приказан покрет добијен симулацијом. Приказано је свих шест фаза кроз које робот пролази. На почетку симулације, робот стоји са обе ноге на подлози, и прво што треба да уради јесте да премести леву ногу са тренутне позиције и стави је на средину стрме равни. Пре него што робот почне са том акцијом, проверава се услов да ли контакт између левог стопала и подлоге може бити раскинут (7.45) а да притом убрзање центра масе буде нула. Добија се одговор да овај услов не може бити задовољен, па се прво мора преместити позиција центра масе, где је вектор за који он мора бити померен одређен на основу (7.49). Како робот није у стању да премести ногу, прва фаза је премештање позиције центра масе за добијени вектор. На крају ове фазе, центар масе ће се налазити изнад десног стопала, што се може видети са сл. 8.12. Након тога, у другој фази, робот премешта леву ногу и поставља је на стрму раван, при чему се центар масе не помера.

Да би се робот попео на стрму раван, треба да пребаци десну ногу на њен врх. Из тог разлога се проверава услов да ли робот у тренутној позицији, у којој је остао на крају друге фазе, може да раскине контакт десном ногом и пребаци је на врх стрме равни. Проверавањем услова (7.45) се добија да робот није у стању да пребаци ногу у тренутној пози. Након тога, провером услова (7.49) се добија да не постоји вектор за који се може померити центар масе, тако да робот може да раскине контакт који остварује десном ногом. То је очекиван резултат, пошто сила реакције подлоге не може бити чисто вертикална, због тога што је коефицијент трења мањи од један. Одатле следи да ће увек постојати убрзање CM -а у правцу супротном од x -осе, па неће постојати положај у коме ће бити могуће да робот премести ногу а да притом CM мирује. Из тог разлога, током треће фазе, треба променити конфигурацију контакта. Шаке остварују контакт са површином (нпр. вертикалним зидом или гелендером) која се налази изнад стрме равни. Центар масе се креће током ове фазе, тако да заузме позицију у којој је сума квадрата контактних сила минимална. Присутне су контактне силе између оба стопала и подлоге.

Након што је остварен контакт између шака и вертикалног зида, робот ће бити у стању да пребаци десну ногу на врх стрме равни. Ово се одвија у четвртој фази, при чему се помера и CM система на позицију у којој су контактне силе минималне и која ја на одређеној висини изнад стрме равни. Током ове фазе се појављује изражено унутрашње оптерећење, које је потребно да би контакти били постојани и да би се робот кретао на прописан начин. Сила којом се робот вуче рукама је, са



Слика 8.11: Подизање робота уз стрму раван под углом од 45° : i) покрет гледан са стране, ii) поглед од горе

СЛИКА 8.12: Кретање CM -а током пењања уз стрму раван

друге стране, уравнотежена силом реакције подлоге која делује на стопало. Треба приметити да су током ове фазе прсти леве ноге и шаке у контакту са околином. Пета се током покрета одваја од стрме равни.

У петој фази, робот треба да пребаци и леву ногу на врх стрме равни. Провером услова (7.45) се добије да са тренутном конфигурацијом контаката (шаке и десна нога), робот може да раскине контакт између прстију леве ноге и да је пребаци на врх стрме равни. Уз то, CM ће бити премештен на позицију која се налази изнад десног стопала. Током ове фазе се робот вуче рукама како би померио CM унапред. И у овој фази се јавља изражено унутрашње оптерећење, где је сила којом се робот вуче унапред поништава силу трења која се јавља између десног стопала и подлоге. Током последње фазе, робот је већ у двослоначкој фази на врху стрме равни и током ове фазе робот раскида контакт између шака и зида и заузима позу која је идентична пози са почетка покрета.

На сл. 8.12 је приказано кретање центра масе као и позиције стопала током покрета. Пошто током великог дела покрета, стопала нису у истој равни, ZMP није дефинисан, па су одвојено приказани CoP левог и CoP десног стопала. Пошто је поглед одозго, док је лево стопало на стрмој равни, његова пројекција на хоризонталну раван ће бити нешто краћа, што се може видети на сл 8.12. Уочава се да, док су стопала на равној површини, CoP сваког од стопала је унутар његове пројекције. Нешто другачије је у случају када је стопало на стрмој равни.

Један одређен временски период, CoP левог стопала је унутар његове пројекције на стрму раван, што се одвија током треће фазе, када је робот ослободен пуним стопалом на стрму раван и пружа руке унапред како би њима остварио контакт. Током четврте фазе, када робот пребацује десну ногу на стрму раван, само прсти левог стопала су у контакту са стрмом равни. Управо из тог разлога, у том временском

периоду CoP леве ноге се налази на ивици пројекције стопала, јер је управо то линија коју одређују прсти левог стопала. Десило се очекивано, а то је да кад је CoP на ивици ослоначке површине, долази до ротације стопала око те ивице. Уколико се говори о динамичком балансу и ZMP -у, овај догађај треба избећи по сваку цену. Међутим, услови уведени у поглављу 7 омогућавају управљање роботом чак и уколико је контакт између стопала робота и подлоге линијски. Методологија развијена у том поглављу је омогућила да проверимо да ли контакт између пете и подлоге може да буде раскинут а да робот буде у стању да изврши жељено кретање. У симулираном случају, провером је добијено да робот може да одигне пету а да при томе не дође до пада робота. Показало се да ограничења која су уведена за контакт у тачки и површински контакт, важе и уколико је контакт између два тела линијски.

Поглавље 9

Закључак

Овај рад се бави проблемима компензације поремећаја и модификације покрета приликом кретања и стајања двоножних робота. Иако делује да су то две засебне целине, обе се баве реализацијом покрета у реалном окружењу, где засигурно постоје поремећаји које робот треба да компензује и ограничења која робот треба да испуни.

Први део рада се бави проблемом компензације великих поремећаја, који директно угрожавају динамички баланс робота. У том случају је приоритет дат превенцији пада, односно обезбеђивању да се позиција *ZMP*-а налази унутар ослоначке површине све време. Како су разматрани поремећаји великог интензитета, приликом компензационих покрета, главну улогу имају инерцијалне силе. Међутим, оне трају веома кратко, само током брзог и енергичног дела покрета, након чега доминантан утицај на позицију *ZMP*-а имају гравитационе силе. Као последица тога, компензациони покрети морају бити такви да је, на крају покрета, робот у позицији која осигурава статички баланс. Ова два захтева су веома сложена. Човек искуством учи како да задовољи ова два веома сложена захтева, па је из тог разлога оправдано проучавати начин на који људи компензују велике поремећаје и пренети сазнања на хуманоидне роботе.

Компензационе стратегије су разматране на два скупа примера, док робот стоји и док се креће. Анализа је обухватила стратегије код којих се компензациони покрет врши само скочним зглобом, скочним зглобом и куком, као и стратегију код које се компензација врши искоракком. У првом разматраном случају, робот стоји са обе ноге на подлози у тренутку када поремећај делује на њега, док се у другом примеру поремећај јавља током једноослоначке фазе роботовог хода. Тренутак деловања поремећаја је увек исти, док је вариран правац деловања поремећаја.

Детаљном анализом теоретских резултата и резултата добијених симулацијом, добијено је да компензација симултаним кретањем скочног зглоба и кука има знатне предности у односу на компензацију само скочним зглобом. Овом стратегијом се не могу компензовати поремећаји највећег интензитета, због чега ће у неким ситуацијама морати да се употреби компензација искоракком. Код компензације искоракком за успешно компензовање поремећаја од суштинског значаја је прави избор места на које робот треба да искорачи.

Што се тиче другог дела тезе, прво је развијена методологија за синтезу покрета целим телом у присуству ограничења. Пред робота је постављен низ задатака и ограничења која треба да обави поштујући приоритете. Управљачки моменти су срачунавани минимизацијом квадрата еуклидске норме одступања остварене путање од жељене. Задаци су дефинисани у општој форми, која може да опише нехолономне задатке и системе. Показано је да систем за приоритетизацију задатака може да укључи и кинематске и динамичке аспекте управљања роботом. Ограничења су укључена у систем за приоритетизацију тако да њихово испуњавање захтева минимално кретање зглобова робота, чиме је омогућено роботу да обавља велики број задатака истовремено. Итеративна процедура за рачунање управљачких момената је модификована, како би се могло управљати системима са више веза и контаката и како би се могла наметнути ограничења на контактне силе.

Приликом анализе ограничења, посебна пажња је посвећена контактима, који уводе везе у систем. Контактне силе се јављају као последица веза. Изведени су услови који морају бити испуњени како би жељени покрет био остварив. На основу тога су добијени поступци за одређивање дозвољене области убрзања и за одређивање могућности раскидања неког од контаката. Уколико жељени покрет не може бити остварен, развијен је метод који проверава да ли је могуће извршити покрет уколико се CM налази на другој позицији. Уколико се добије да та позиција постоји, дат је одговор и на питање где се она налази. У истом поглављу, посебно је разматран случај када су сви контакти у равни, и добијено је да су услови, који морају бити испуњени да би жељени покрет био остварив општији, од услова за одржање динамичког баланса базираног на позицији ZMP -а. Како ZMP не води рачуна о проклизавању (претпоставља се да га нема), изведен је нови услов за постојаност контакта који урачунава трење и проклизавање. Овај новодобијени услов је лако проверити на основу директних мерења силе, и он даје информацију о постојаности контакта, односно о томе да ли долази до ротације, сепарације или проклизавања између два тела у контакту.

Током симулација, систем за приоритетизацију је искоришћен како би се синтезисао покрет целим телом који компензује поремећај. Дефинисани су задаци и

ограничења која робот треба да испуни, без експлицитног дефинисања компензационе стратегије. Компензација поремећаја симултаним кретањем кука и скочног зглоба се појавила као последица тежње робота да испуни постављене задатке и ограничења стављена пред њега. Добијени покрет је веома сличан ономе који је добијен у првом делу, као и онима у радовима [16–18, 49, 56, 57]. Након тога, додат је још само један задатак, и робот је приказао у потпуности другачије понашање, подижући терет непознате масе са подлоге. Како би се непозната маса уклопила у систем за приоритетизацију задатака, која је веома зависна од тачног модела, уведен је естиматор поремећаја. Овим симулацијама је показано да је систем за приоритетизацију задатака у стању да синтетиче комплексан покрет целим телом.

Следећи симулациони сценарио се бавио ходом робота, при чему су непрестано морали бити испуњени услови које намећу контакти. Без већих измена, синтетизован је роботски ход коришћењем система за приоритетизацију. Тај ход је врло лако прилагођен ситуацијама у којима робот хода по површини са ниским коефицијентом трења или пролази испод препреке. Прилагођавање је остварено поновним рачунањем матрице динамичког баланса у случају хода по површини са ниским коефицијентом трења, односно додавањем само једног новог ограничења у случају проласка испод препреке. Добијени покрети се видно разликују од почетног хода, где се та модификација јавља као последица модификације скупа задатака и ограничења који су дати систему за приоритетизацију. Последњи случај приказује пењање робота уз стрму раван, где је акценат стављен на процедуре развијене током анализе ограничења која уводе контакти. Искоришћене су следеће методе, које су развијене у оквиру тезе: метода за одређивање могућности раскидања контакта, метода за одређивање могућности остваривања кретања уколико се премести CM и метода за одређивање вектора за који се мора померити CM . Добијени покрет је веома комплексан, и током његове једне фазе, показало се да се, уз изведене услове, може синтетизовати такав покрет који захтева остваривање додатних контактата, што је у посматраном случају контакт између шака и вертикалног зида на врху стрме равни.

Систем за приоритетизацију задатака се показао као добра платформа која омогућава аутоматску модификацију покрета, како би се задовољила одређена ограничења. Систем је веома општ и може се видети да је у стању да буде искоришћен за синтезу покрета робота у различитим сценаријима, као и да је робустан на поремећаје који се могу јавити током рада робота. Уз мале измене скупа задатака, систем може да генерише потпуно другачија понашања робота. Овај систем може омогућити роботима да делују у реалном човековом окружењу, због своје особине да може да се прилагоди поремећајима и променама, и да може аутоматски да модификује своје кретање у случају појаве нових ограничења.

9.1 Правци даљег истраживања

Проблем који се јавља приликом коришћења система за приоритетизацију задатака јесте што је метода рачунски врло скупа. Уколико постоји пуно ограничења, због растуће комплексности, систем неће бити у стању да израчуна управљачке моменте довољно брзо, због чега се овај систем још не може искористити за управљање роботом у реалном времену. Из тог разлога, треба истражити могућности убрзавања процедуре. Један од могућих праваца је, да се тренутно секвенцијална процедура за рачунање управљачких момената паралелизује. Друга опција је да се врши редукција скупа ограничења, бирајући његов минимални подскуп који би обезбедио задовољење свих ограничења.

Компензационе стратегије искораком требале би да буду укључене у систем за приоритетизацију задатака, увођењем додатних ограничења и задатака. Тиме би цео систем постао робуснији и конзистентнији. Требало би, варирати позу робота у тренутку деловања поремећаја, као и интензитет и смер поремећаја, слично ономе што је урађено код компензације куком и скочним зглобом коришћењем система за приоритетизацију задатака.

Чак и када се то уради, постоје проблеми којим се нисмо бавили у овом раду. То је, пре свега, начин бирања компензационе стратегије у случају да постоји више могућих опција, као и одређивање граница у којима је специфична компензациона стратегија адекватна. Тиме се јавља потреба за стварањем когнитивног система, чији би циљ био да, на основу жељеног понашања робота и стања околине, дефинише задатке и ограничења која робот треба да испуни како би се добило жељено понашање, и да по потреби додаје и одузима ограничења и задатке, као и да им мења приоритет у зависности од стања околине. Когнитивни систем би увео нови ниво апстракције, јер би генерисао задатке и ограничења која робот треба да испуни, док би систем за приоритетизацију рачунао управљачке величине за сваки од зглобова.

Додатак

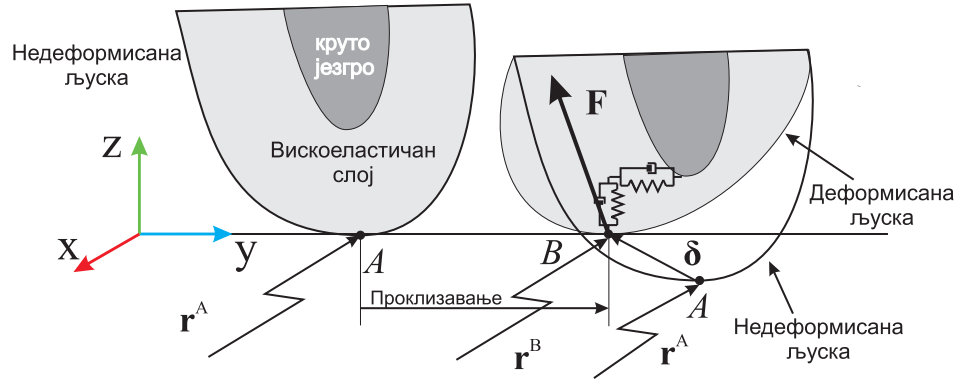
Модел крутог тела са вискоеластичним слојем

Круто тело са вискоеластичним слојем се може моделовати као тело са крутим, недеформабилним језгром обавијеним танким деформабилним слојем занемарљиве масе, као што је приказано на сл. [A.1](#). Модел контакта крутог тела са вискоеластичним слојем круте недеформабилне подлоге је добијен на основу [61–63]. Посматрајмо тачку A која се налази на површини вискоеластичног слоја. Та тачка терба да дође у контакт са подлогом, и сматраћемо да вискоеластични слој није деформисан пре него што је дошло до контакта. Када дође до контакта са подлогом, вискоеластични слој ће се деформисати и може доћи до проклизавања између тачке која је у контакту и подлоге. Након деформације и евентуалног проклизавања, тачка која је дошла у контакт са подлогом ће се поклапати са тачком B . Тачка A ће се налазити на месту где би се налазила тачка која долази у контакт са подлогом, да није дошло до деформације и да је тачка могла да продре у подлогу. Њена позиција и брзина су дате векторима \mathbf{r}^A и $\dot{\mathbf{r}}^A$ респективно. Позиција ове тачке не зависи од деформације већ само од кретања недеформабилног језгра.

Пошто нема продора крутог тела у подлогу, долази до њене деформације, и тачка која је дошла у контакт са подлогом се сада поклапа са тачком B . Подлога ће деловати на круто тело у тачки B , силом, која се састоји из нормалне компоненте и силе трења. У посматраном случају, искоришћен је модел Кулоновог сувог трења са коефицијентом трења μ . Вектори $\boldsymbol{\delta}$ и $\dot{\boldsymbol{\delta}}$ представљају вектор деформације и његов први извод. Позиција тачке B се може израчунати на основу следећих израза:

$$\mathbf{r}^B = \mathbf{r}^A + \boldsymbol{\delta} \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{\mathbf{r}}^B = \dot{\mathbf{r}}^A + \dot{\boldsymbol{\delta}} \quad (\text{A.2})$$



Слика А.1: Схематички приказ контакта између крутог тела са вискоеластичним слојем и недеформабилне подлоге.

Вискоеластичан слој је моделиран као изотропан Келвин-Војтов материјал, коефицијента еластичности K и коефицијента пригушења C . Одатле следи да се сила, којом подлога делује на тачку B , може срачунати на следећи начин:

$$\mathbf{F} = K\boldsymbol{\delta} + C\dot{\boldsymbol{\delta}} \quad (\text{A.3})$$

Собзиром да је усвојено да постоји суво Кулоново трење, постоји услов који нормална компонента силе реакције подлоге (F_z) и тангенцијалне компоненте силе реакције подлоге (F_x и F_y) морају задовољити:

$$F_x^2 + F_y^2 \leq \mu^2 F_z^2 \quad (\text{A.4})$$

Неопходно је извести једначине на основу којих се рачуна интензитет силе реакције подлоге \mathbf{F} и извода деформације $\dot{\boldsymbol{\delta}}$. Сам вектор деформације $\boldsymbol{\delta}$ се може добити интеграцијом његовог извода. На основу радова [61–63], можемо добити вредности силе реакције подлоге и извода деформације за три стања контакта:

- Уколико контакт није остварен:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= 0 \\ \dot{\boldsymbol{\delta}} &= -C^{-1}K\boldsymbol{\delta} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

- Уколико је контакт остварен и нема проклизавања:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= K\boldsymbol{\delta} - C\dot{\mathbf{r}}^A \\ \dot{\boldsymbol{\delta}} &= -\dot{\mathbf{r}}^A \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

- Уколико је контакт остварен и проклизавање постоји:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} &= (C^{-1}\lambda)^{-1} \mathbf{M}, \quad F_z = K\delta_z - C\dot{r}_z^A \\ \begin{bmatrix} \dot{\delta}_x \\ \dot{\delta}_y \end{bmatrix} &= \lambda \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{r}_x^A \\ \dot{r}_y^A \end{bmatrix}, \quad \dot{\delta}_z = -\dot{r}_z^A \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

где су:

$$\mathbf{M} = C^{-1}K \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{r}_x^A \\ \dot{r}_y^A \end{bmatrix}, \quad \lambda = C^{-1} - \sqrt{\frac{\mathbf{M}^T \mathbf{M}}{\mu^2 F_z^2}} \quad (\text{A.8})$$

Процедура за одређивање контактне силе и извода деформације је следећа:

1. Одредити позицију и брзину тачке A и проверити да ли је она у контакту са подлогом.
2. Уколико не постоји контакт између тачке A и подлоге, контактна сила и њена деформације се рачунају по једначини (A.5), што је уједно и крај процедуре.
3. Уколико постоји контакт између тачке A и подлоге, контактна сила и извод деформације се рачунају по једначини (A.6).
4. Проверити да ли тако добијене силе задовољавају услов који намеће кулоново суво треће (A.4).
5. Уколико је тај услов задовољен, не постоји проклизавање, чиме је процедура завршена.
6. Уколико није задовољена једнакост (A.4), постоји проклизавање и сила се рачуна према једначини (A.7).

Библиографија

- [1] Miomir Vukobratović, Branislav Borovac, and Veljko Potkonjak. Towards a unified understanding of basic notions and terms in humanoid robotics. *Robotica*, 25(01): 87–101, 2007.
- [2] Miomir Vukobratović and Davor Juricic. Contribution to the synthesis of biped gait. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, (1):1–6, 1969.
- [3] Miomir Vukobratović and J Stepanenko. On the stability of anthropomorphic systems. *Mathematical Biosciences*, 15(1):1–37, 1972.
- [4] Miomir Vukobratović and Branislav Borovac. Zero-moment point—thirty five years of its life. *International Journal of Humanoid Robotics*, 1(01):157–173, 2004.
- [5] Miomir Vukobratović, Branislav Borovac, Mirko Raković, Veljko Potkonjak, and Momčilo Milinović. On some aspects of humanoid robots gait synthesis and control at small disturbances. *International Journal of Humanoid Robotics*, 5(01):119–156, 2008.
- [6] Miomir Vukobratović, Branislav Borovac, and Mirko Raković. Comparison of pid and fuzzy logic controllers in humanoid robot control of small disturbances. In *Research and Education in Robotics—EUROBOT 2008*, pages 42–53. Springer, 2009.
- [7] Luis Sentis and Oussama Khatib. Task-oriented control of humanoid robots through prioritization. In *IEEE International Conference on Humanoid Robots*, 2004.
- [8] P-B Wieber. Trajectory free linear model predictive control for stable walking in the presence of strong perturbations. In *Humanoid Robots, 2006 6th IEEE-RAS International Conference on*, pages 137–142. IEEE, 2006.
- [9] Salman Faraji, Soha Pouya, and Auke Ijspeert. Robust and agile 3d biped walking with steering capability using a footstep predictive approach. *Robotics: Science and Systems (RSS), Berkeley, CA*, 2014.
- [10] Jong Hyeon Park and Hyun Chul Cho. An online trajectory modifier for the base link of biped robots to enhance locomotion stability. In *Robotics and Automation*,

2000. *Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on*, volume 4, pages 3353–3358. IEEE, 2000.
- [11] Taku Komura, Howard Leung, Shunsuke Kudoh, and James Kuffner. A feedback controller for biped humanoids that can counteract large perturbations during gait. In *Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on*, pages 1989–1995. IEEE, 2005.
- [12] Christophe Sabourin, Olivier Bruneau, and Gabriel Buche. Control strategy for the robust dynamic walk of a biped robot. *The International Journal of Robotics Research*, 25(9):843–860, 2006.
- [13] Jung-Yup Kim, Ill-Woo Park, and Jun-Ho Oh. Walking control algorithm of biped humanoid robot on uneven and inclined floor. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 48(4):457–484, 2007.
- [14] Reimund Renner and Sven Behnke. Instability detection and fall avoidance for a humanoid using attitude sensors and reflexes. In *Intelligent robots and systems, 2006 IEEE/RSJ international conference on*, pages 2967–2973. IEEE, 2006.
- [15] Shigeru Kanzaki, Kei Okada, and Masayuki Inaba. Bracing behavior in humanoid through preview control of impact disturbance. In *Humanoid Robots, 2005 5th IEEE-RAS International Conference on*, pages 301–305. IEEE, 2005.
- [16] Jerry Pratt, John Carff, Sergey Drakunov, and Ambarish Goswami. Capture point: A step toward humanoid push recovery. In *Humanoid Robots, 2006 6th IEEE-RAS International Conference on*, pages 200–207. IEEE, 2006.
- [17] Eric C Whitman, Benjamin J Stephens, and Christopher G Atkeson. Torso rotation for push recovery using a simple change of variables. In *Humanoid Robots (Humanoids), 2012 12th IEEE-RAS International Conference on*, pages 50–56. IEEE, 2012.
- [18] Benjamin Stephens. Humanoid push recovery. In *Humanoid Robots, 2007 7th IEEE-RAS International Conference on*, pages 589–595. IEEE, 2007.
- [19] Benjamin J Stephens and Christopher G Atkeson. Dynamic balance force control for compliant humanoid robots. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 1248–1255. IEEE, 2010.
- [20] Joshua Hill and Farbod Fahimi. Active disturbance rejection for walking bipedal robots using the acceleration of the upper limbs. *Robotica*, 33(02):264–281, 2015.

-
- [21] Fumio Kanehiro, Kenji Kaneko, Kiyoshi Fujiwara, Kensuke Harada, Shuuji Kajita, Kazuhito Yokoi, Hirohisa Hirukawa, Kazuhiko Akachi, and Takakatsu Isozumi. The first humanoid robot that has the same size as a human and that can lie down and get up. In *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1633–1639. IEEE, 2003.
- [22] Brian E Maki and William E McIlroy. The role of limb movements in maintaining upright stance: the “change-in-support” strategy. *Physical therapy*, 77(5):488–507, 1997.
- [23] Joel W Burdick. On the inverse kinematics of redundant manipulators: Characterization of the self-motion manifolds. In *Advanced Robotics: 1989*, pages 25–34. Springer, 1989.
- [24] John M Hollerbach and Ki Suh. Redundancy resolution of manipulators through torque optimization. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 3(4):308–316, 1987.
- [25] Gregory S Chirikjian. General methods for computing hyper-redundant manipulator inverse kinematics. In *Intelligent Robots and Systems' 93, IROS'93. Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 2, pages 1067–1073. IEEE, 1993.
- [26] Daniel R Baker and Charles W Wampler. On the inverse kinematics of redundant manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 7(2):3–21, 1988.
- [27] IA Gravagne and ID Walker. Avoiding discontinuities while using the minimum infinity norm to resolve kinematic redundancy. In *Advanced Intelligent Mechatronics, 1999. Proceedings. 1999 IEEE/ASME International Conference on*, pages 398–403. IEEE, 1999.
- [28] Ian A Gravagne and Ian D Walker. On the structure of minimum effort solutions with application to kinematic redundancy resolution. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 16(6):855–863, 2000.
- [29] Youshen S Xia, Gang Feng, and Jun Wang. A primal-dual neural network for online resolving constrained kinematic redundancy in robot motion control. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, 35(1):54–64, 2005.
- [30] Oussama Khatib. A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 3(1):43–53, 1987.

-
- [31] Luis Sentis and Oussama Khatib. Synthesis of whole-body behaviors through hierarchical control of behavioral primitives. *International Journal of Humanoid Robotics*, 2(04):505–518, 2005.
- [32] Oussama Khatib, James Warren, Vincent De Sapio, and Luis Sentis. Human-like motion from physiologically-based potential energies. In *On advances in robot kinematics*, pages 145–154. Springer, 2004.
- [33] Oussama Khatib, Luis Sentis, and Jae-Heung Park. A unified framework for whole-body humanoid robot control with multiple constraints and contacts. In *European Robotics Symposium 2008*, pages 303–312. Springer, 2008.
- [34] Luis Sentis, Jaeheung Park, and Oussama Khatib. Compliant control of multicontact and center-of-mass behaviors in humanoid robots. *Robotics, IEEE Transactions on*, 26(3):483–501, 2010.
- [35] Roland Philippsen, Luis Sentis, Oussama Khatib, et al. An open source extensible software package to create whole-body compliant skills in personal mobile manipulators. In *IROS*, pages 1036–1041, 2011.
- [36] Damir Omrčen, Leon Žlajpah, and Bojan Nemeč. Compensation of velocity and/or acceleration joint saturation applied to redundant manipulator. *Robotics and Autonomous Systems*, 55(4):337–344, 2007.
- [37] Fabrizio Flacco, Alessandro De Luca, and Oussama Khatib. Motion control of redundant robots under joint constraints: Saturation in the null space. In *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, pages 285–292. IEEE, 2012.
- [38] Oussama Kanoun, Florent Lamiraux, and P-B Wieber. Kinematic control of redundant manipulators: Generalizing the task-priority framework to inequality task. *Robotics, IEEE Transactions on*, 27(4):785–792, 2011.
- [39] Emel Demircan, Thor F Besier, and Oussama Khatib. Muscle force transmission to operational space accelerations during elite golf swings. In *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, pages 1464–1469. IEEE, 2012.
- [40] Milutin Nikolić, Branislav Borovac, Mirko Raković, and Srđan Savić. A further generalization of task-oriented control through tasks prioritization. *International Journal of Humanoid Robotics*, 10(03), 2013.
- [41] Milutin Nikolić, Borovac Branislav, and Mirko Raković. Walking on slippery surfaces: Generalized task-prioritization framework approach. In *Advances on Theory and Practice of Robots and Manipulators: Proceedings of Romansy 2014 XX*

- CISM-IFTToMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators*, pages 189–196. Springer, 2014.
- [42] Bruno Siciliano and Oussama Khatib. *Springer handbook of robotics*. Springer, 2008.
- [43] Beatriz León, Antonio Morales, and Joaquin Sancho-Bru. Robot grasping foundations. In *From Robot to Human Grasping Simulation*, pages 15–31. Springer, 2014.
- [44] Kensuke Harada, Hirohisa Hirukawa, Fumio Kanehiro, Kiyoshi Fujiwara, Kenji Kaneko, Shuuji Kajita, and Masaru Nakamura. Dynamical balance of a humanoid robot grasping an environment. In *Intelligent Robots and Systems, 2004.(IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 2, pages 1167–1173. IEEE, 2004.
- [45] Kensuke Harada, Shuuji Kajita, Kenji Kaneko, and Hirohisa Hirukawa. Dynamics and balance of a humanoid robot during manipulation tasks. *Robotics, IEEE Transactions on*, 22(3):568–575, 2006.
- [46] SAIDA Takao, Yasuyoshi Yokokohji, and Tsuneo Yoshikawa. Fsw (feasible solution of wrench) for multi-legged robots. In *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on*, volume 3, pages 3815–3820. IEEE, 2003.
- [47] Hirohisa Hirukawa, Shizuko Hattori, Kensuke Harada, Shuuji Kajita, Kenji Kaneko, Fumio Kanehiro, Kiyoshi Fujiwara, and Mitsuharu Morisawa. A universal stability criterion of the foot contact of legged robots-adios zmp. In *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, pages 1976–1983. IEEE, 2006.
- [48] Y Breniere and Blandine Bril. Development of postural control of gravity forces in children during the first 5 years of walking. *Experimental Brain Research*, 121(3):255–262, 1998.
- [49] Branislav Borovac, Milutin Nikolić, and Mirko Raković. How to compensate for the disturbances that jeopardize dynamic balance of a humanoid robot? *International Journal of Humanoid Robotics*, 8(03):533–578, 2011.
- [50] Miomir Vukobratović, Veljko Potkonjak, Kalman Babković, and Branislav Borovac. Simulation model of general human and humanoid motion. *Multibody System Dynamics*, 17(1):71–96, 2007.
- [51] JD Turner. On the simulation of discontinuous functions. *Journal of applied mechanics*, 68(5):751–757, 2001.

- [52] Yoshihiko Nakamura. *Advanced robotics: redundancy and optimization*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1990.
- [53] YY Fan, RE Kalaba, HH Natsuyama, and FE Udwadia. Reflections on the gauss principle of least constraint. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 127(3):475–484, 2005.
- [54] F. E. Udwadia and R. E. Kalaba. *Analytical Dynamics: A New Approach*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1996.
- [55] Firdaus E Udwadia and Robert E Kalaba. On the foundations of analytical dynamics. *International Journal of non-linear mechanics*, 37(6):1079–1090, 2002.
- [56] Branislav Borovac, Milutin Nikolić, and Mirko Raković. Disturbance compensation of standing humanoid robot-theory. In *Int. Scientific Conf. Industrial Systems-IS (15; Novi Sad, 2011)*, pages 90–96, 2011.
- [57] Branislav Borovac, M Nikolic, and M Rakovic. Disturbance compensation of standing humanoid robot-simulation. In *Int. Scientific Conf. Industrial Systems-IS (15; Novi Sad, 2011)*, pages 83–89, 2011.
- [58] S. Savić, B. Borovac, and M. Raković. Mechanical design and control algorithm for the arm of humanoid robot marko. In *The 6th PSU-UNS International Conference on Engineering and Technology (ICET-2013), Novi Sad, Serbia*, pages 1–5, may. 2013.
- [59] A. Radke and Zhiqiang Gao. A survey of state and disturbance observers for practitioners. In *American Control Conference, 2006*, pages 6 pp.–, 2006. doi: 10.1109/ACC.2006.1657545.
- [60] Shuuji Kajita, Fumio Kanehiro, Kenji Kaneko, Kiyoshi Fujiwara, Kensuke Harada, Kazuhito Yokoi, and Hirohisa Hirukawa. Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point. In *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1620–1626. IEEE, 2003.
- [61] Suresh Goyal, Elliot N Pinson, and Frank W Sinden. Simulation of dynamics of interacting rigid bodies including friction i: General problem and contact model. *Engineering with computers*, 10(3):162–174, 1994.
- [62] Suresh Goyal, Elliot N Pinson, and Frank W Sinden. Simulation of dynamics of interacting rigid bodies including friction ii: Software system design and implementation. *Engineering with computers*, 10(3):175–195, 1994.

- [63] Peng Song, Peter Kraus, Vijay Kumar, and Pierre Dupont. Analysis of rigid-body dynamic models for simulation of systems with frictional contacts. *Journal of Applied Mechanics*, 68(1):118–128, 2001.