УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

ПЕДАГОШКИ ФАКУЛТЕТ У ЈАГОДИНИ

Мр Александра Михајловић

РАЗВИЈАЊЕ КРЕАТИВНОСТИ У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ МЕТОДОМ ОТВОРЕНОГ ПРИСТУПА

Докторска дисертација

Јагодина, 2012. година

ИДЕНТИФИКАЦИЈА СТРАНИЦА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I Аутор

Име и презиме:	Мр Александра Михајловић
Датум и место рођења:	13.8.1975. године, Јагодина
Садашње запослење:	Педагошки факултет у Јагодини, асистент

II Докторска дисертација

Наслов:	Развијање креативности у почетној настави математике методом отвореног приступа
Број страница:	283
Број слика:	78
Број библиографских података:	127
Установа и место где је рад израђен:	Педагошки факултет у Јагодини, Јагодина
Научна област (УДК):	Методика математике (371.3::51)
Ментор:	Проф. др Милана Егерић

III Оцена и одбрана

Датум пријаве теме:	25.2.2009.
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације:	1164/16, 4.9.2009.

Комисија за оцену подобности теме и кандидата:

Проф. др Мирко Дејић, редовни професор Учитељског факултета у Београду

Проф. др Милана Егерић, редовни професор Педагошког факултета у Јагодини

Проф. др Бранислав Поповић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Крагујевцу

Комисија за оцену докторске дисертације:

Проф. др Мирко Дејић, редовни професор Учитељског факултета у Београду

Проф. др Милана Егерић, редовни професор Педагошког факултета у Јагодини

Проф. др Бранислав Поповић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Крагујевцу

Комисија за одбрану докторске дисертације:

Проф. др Мирко Дејић, редовни професор Учитељског факултета у Београду

Проф. др Милана Егерић, редовни професор Педагошког факултета у Јагодини

Проф. др Бранислав Поповић, ванредни професор Природно-математичког факултета у Крагујевцу

Датум одбране дисертације: ________________________________

САДРЖАЈ

АПСТРАКТ

Тема докторске дисертације је теоријско проучавање и експериментално истраживање могућности развијања креативности у почетној настави математике методом отвореног приступа. У циљу сагледавања свеобухватног оквира могућности развијања математичке креативности први део дисертације базира се на теоријским разматрањима о појму, схватањима креативности уопште и у математици, о начинима подстицања креативности, о концепцији наставе засноване на коришћењу методе отвореног приступа и проблемима отвореног и затвореног типа. На основу теоријског сагледавања досадашњих проучавања и истраживања израђен је модел експерименталног програма наставе засноване на методи отвореног приступа.

У другом делу дисертације извршена је евалуација датих теоријских разматрања. Односно, експерименталним путем испитиван је утицај створеног модела експерименталног програма на повећање нивоа развијености креативног мишљења и способности ученика млађег школског узраста и повећање образовних ефеката. Општа хипотеза, да ће примена модела наставе математике заснованог на методи отвореног приступа значајно допринети повећању нивоа развијености креативних способности ученика, као и повећању васпитно–образовних ефеката, потврђена је методом педагошком експеримента са паралелним групама. Истраживање је спроведено током другог полугођа школске 2009/2010. године. Обухваћена су 162 ученика трећег разреда три основне школе општине Јагодина. Од укупног броја ученика 82 ученика су радила применом модела експерименталног програма (експериментална група), док је 80 ученика радило на традиционалан начин (контролна група). Групе су уједначене по полу, по успеху из математике на крају првог полугођа трећег разреда, по стручној спреми родитеља, по општим интелектуалним способностима, по нивоу математичких знања и по нивоу развијености опште и математичке креативности. У раду су коришћене и помоћне методе: метода теоријске анализе, дескриптивна метода и моделовање.

Конкретан резултат нашег истраживања је да ученици експерименталне групе показују боље резултате по питању математичких знања и виши ниво развијености опште и математичке креативности у односу на ученике контролне групе. Осим тога, потврђене су и остале посебне хипотезе истраживања: не постоји повезаност нивоа

развијености креативности са полом ученика и експериментални програм у значајној мери утиче на повећање интересовања и мотивације ученика за предмет.

Развијање креативности представља један од најважнијих задатака математичког образовања. Обзиром да важан део образовног процеса представљају учитељи, желели смо да испитамо у којој мери су упознати са појмом креативности у настави математике и начинима њеног развијања. Резултати показују да, без обзира што учитељи исказују позитиван став према подстицању креативности, ипак не поседују довољно знања о примени неких савремених метода и система за њено развијање код ученика млађег школског узраста.

Кључне речи: почетна настава математике, метода отвореног приступа, проблеми отвореног и затвореног типа, математичка креативност, постигнућа ученика, развијање креативности, ставови ученика, ставови учитеља.

ABSTRACT

This doctoral dissertation aims to study theoretically and explore experimentally the possibilities of encouraging and fostering creativity in lower grades of primary school by using the method of open-ended approach. In order to get a comprehensive view of the framework of possibilities for nurturing mathematical creativity, the first part of the dissertation deals with theoretical considerations of concepts, comprehension of general and mathematical creativity, different ways of fostering creativity, and the concept of teaching by open-ended approach and by using open-ended and closed problems. After reviewing previous studies and research we have created a model of experimental programme of teaching by open-ended approach.

In the second part of the dissertation evaluation of theoretical background is presented. Furthermore, through an experiment we examine the influence of the created model on the level of creative thinking and abilities of students in lower grades of elementary school and also the effects of the model on mathematical knowledge. The dissertation general hypothesis that the use of a teaching model based on an open-ended approach will significantly increase the level of creative abilities of students and educational effects, is confirmed with the method of pedagogical experiment with parallel groups. The research was conducted during the second semester of 2009/2010 academic year. The research involved 162 third grade students of three elementary schools in Jagodina, 82 of whom were taught by the method of open-ended approach (experimental group), using ready-made materials of the experimental programme, while 80 were taught in the traditional way (control group). The groups were unified by gender, achievement in mathematics at the end of the first semester of third grade, by the parents' educational background, by the level of mathematical knowledge and by the level of general and mathematical creativity. Subsidiary methods of research are methods of theoretical analysis, descriptive method and modelling.

The concrete result of the research is that students in the experimental group show, on average, better results than the control group in terms of mathematical knowledge, and also higher level of general and mathematical creativity. In addition, all specific research hypotheses related to the experimental group have been confirmed: there is no relationship between students achievement and level of general and mathematical creativity with gender; the experimental programme influences significantly the interests and motivation of students for the subject.

Developing creativity is one of the most important tasks of mathematical education. Since teachers are one of the main components of educational process, we wanted to do a survey and examine to what degree they are familiar with the concept of creativity in mathematics teaching and with the ways of developing it. The survey results show that, although teachers show positive attitudes to fostering creativity, they do not possess enough knowledge about implementing some innovative methods and instructional systems for developing it in lower grades of primary school.

Key words: primary mathematics teaching, method of open-ended approach, open-ended and closed problems, mathematical creativity, students' achievement, developing creativity, students' attitudes, teachers' attitudes.

I УВОД

Савремене друштвене промене стављају пред наставнике и ученике, односно пред школу као једну динамичну институцију, нове захтеве и улоге који морају бити у складу са тим сталним променама. Креативни појединци представљају битан фактор друштвеног развоја, тако да друштво које „кочи“ развој креативности нових генерација заправо успорава свој сопствени развој. Данашње друштво тежи формирању стваралачке и креативне личности. Ученике, стога, треба образовати тако да стално иду у корак са временом, да прихвате новине и да и сами буду креатори промена.

Један од најбитнијих задатака који се стављају пред наставника јесте стварање васпитно-образовних услова у којима ће сваки ученик максимално и свестрано да развије своју личност и да се брзо и успешно укључи у живот. Наставник ће бити успешан у реализацији овог задатка ако сваком ученику омогући испољавање његових креативних потенцијала и ако га подстиче на креативност.

Све ово представља разлог посвећивању све више пажње одабиру оних облика рада, наставних метода и система у настави који стварају услове за максимални развој мишљења и способности сваког детета. До знања ученици могу доћи на разне начине, али ће ипак најквалитетнија бити она знања која су стечена сопственим сазнајним напорима. Као последица ове тежње, јављају се бројни иновативни модели у настави, чији је циљ стављање ученика у положај активног субјекта, истраживача, сарадника, једног од креатора наставног процеса и корисника најразноврснијих извора информација. Један од таквих наставних модела је модел отворене наставе који се заснива на примени методе отвореног приступа.

Тема ове дисертације јесте примена методе отвореног приступа у почетној настави математике и испитивање њеног утицаја на образовне ефекте наставе, као и на ниво развијености креативног мишљења ученика уопште и у математици. Разлог разматрања ове теме лежи у чињеници да су образовни ефекти и постигнућа у математичком образовању нашег образовног система недовољно добри. Резултати PISA тестирања за 2009. годину показују да се наши ученици налазе далеко испод просека када су у питању резултати на тестовима математичке писмености и да око 40 процената ученика узраста од 15 година показује функционалну неписменост, односно не поседује знања и вештине неопходне за даље школовање и професионални развој и не уме да своје знање примени у пракси. Циљ разматрања теме наше дисертације је унапређивање свакодневне наставне праксе и њено обогаћивање методичким поступцима који произилазе из напред наведеног. Сматрамо да експериментални програм развијен у оквиру истраживања може бити користан ресурс учитељима у настојању да се подстакне и развија креативност ученика у почетној настави математике.

Дисертација је подељена на теоријска разматрања и експериментални део, при чему теоријска разматрања представљају базу експерименталном делу.

У теоријским разматрањима извршили смо увид у досадашња истраживања и сагледали:

- појам опште креативности (различита схватања и теорије, историјски преглед, однос креативности и интелигенције, имагинације и образовања)
- појам математичке креативности (различити приступи, схватања и дефиниције, однос математичке креативности и наставе математике)
- основе методе отвореног приступа (појам и карактеристике, проблеми отвореног и затвореног типа)
- могућности мерења и развијања математичке креативности
- предлоге стратегија за креирање проблема отвореног типа у почетној настави математике.

На основу теоријског разматрања конструисан је и примењен модел експерименталног програма који је приказан у експерименталном делу истраживања. У експерименталном делу размотрени су образовни ефекти овог модела, његов утицај на развој опште и математичке креативности, као и на интересовање, мотивацију и ставове ученика.

II ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИСТРАЖИВАЊА

2.1. КРЕАТИВНОСТ

> *„Основни циљ образовања је створити људе који ће бити способни да креирају и раде нове ствари, а не само да понављају оно што су друге генерације већ урадиле – дакле, људе који су креативни, инвентивни и истраживачи.“*
>
> *Жан Пијаже* (Jean Piaget)

Проучавање и истраживање креативности има дугу историју. Многи значајни мислиоци су размишљали и писали о креативности. Платон је сматрао да је креативност повезана са оним што нам муза диктира, Ајнштајн је често говорио о машти и креативности, истичући да је „машта важнија од знања“. Креативност се најпре везивала искључиво за област уметности, а почетком 20. века на Западу почињу дискусије о креативности у науци и неким другим областима. Целокупна историја истраживања о креативности може се поделити на период до и после 1950. године (Kaufman, 2009, стр. 9). Пре 1950. године постоји мали број озбиљних истраживања која су се бавила креативношћу. Као преломни тренутак и почетак систематског истраживања креативности обично се сматра предавање Џ. П. Гилфорда испред Америчке психолошке асоцијације на Пенсилванијском државном колеџу 1950. године које је носило наслов *Креативност*. На предавању се дискутовало о томе да се мере постигнућа (првенствено када су у питању школски тестови) заснивају на питањима и задацима који усмеравају мишљење према једном тачно одређеном одговору. Насупрот овом конвергентном мишљењу, напомиње Гилфорд, пажњу треба усмерити на до тада занемаривано дивергентно мишљење. Психологија је почела да се бави питањем разумевања, употребе и развоја људских креативних потенцијала.

На основу проучене литературе, у овом поглављу даћемо преглед најзначајнијих приступа и теорија креативности, неке од најраширенијих дефиниција креативности, приказаћемо развој схватања о креативности кроз историју и нека становишта о узајамној вези креативности и интелигенције.

2.1.1. РАЗЛИЧИТА СХВАТАЊА И ДЕФИНИЦИЈЕ КРЕАТИВНОСТИ

Схватања о креативности кретала су се од гледишта да се креативност може научити као и било шта друго, па до мистичног става да се она граничи са нечим абнормалним. Недостатак одговарајућег научног модела за проучавање креативности спречавао је развој ове дисциплине. До прекретнице у истраживању креативности дошло је 50-их година прошлог века. Постоје велика неслагања када је у питању дефинисање креативности, па самим тим и велики број различитих дефиниција. Неке од њих се усредсређују на индивидуалне карактеристике појединаца чији се рад или дело сматрају креативним. Неке узимају у обзир сам производ, односно дело, док се неке фокусирају на креативни процес. Ипак, заједничко за већину ових дефиниција су два битна критеријума за процену креативности, а то су новина (оригиналност) и сврсисходност (прикладност). Перкинс (Perkins, 1988, према Starko, 2005, стр. 5), на пример, дефинише креативност на следећи начин:

- Креативни резултат је онај који је оригиналан и прикладан.
- Креативна личност је личност која у потпуности вешто и рутински ствара креативне резултате.

По Барону (Barron 1988, према Арар, Рачки, 2003, стр. 4) креативност представља способност стварања дела које је ново, оригинално и прикладно. Већина истраживача се слаже у томе да је креативност процес производње нечега што је и оригинално и вредно (Sternberg, 1996, Ibidem). Одувек је било спорно питање како дефинисати креативност као јединствени конструкт који подједнако добро објашњава рад многих великих научника, уметника, музичара, али и обичних људи. Врхунски ниво креативности подразумева прављење великог искорака у односу на претходна постигнућа. Да би се постигла креативност, идеје и производи морају бити нови. Поставља се, међутим, питање: „За кога морају бити нови?“. Да ли је, на пример, вишегодишњи рад неког истраживача креативан ако је он дошао до неког великог открића, а затим сазнао да га је потпуно независно од њега открио неки други истраживач неколико недеља раније? С друге стране, већина деце млађих разреда основне школе ствара идеје које су јединствене у свету и то пре него што се њихови покушају почну сматрати креативним. У складу са овим, према Б. Драшковић (1998, стр. 55), можемо разликовати два основна приступа који се условно могу свести на схватање креативности у ужем и ширем смислу. На основу првог приступа креативност се ограничава само на ретке изабранике у уметности и науци и сматра се да се о оригиналности, најважнијој карактеристици стваралачког производа или процеса, може говорити само када добијамо непоновљиве идеје и производе (креативност са великим „К“). Други приступ креативност види као особину која долази до изражаја при решавању свакодневних проблема у било којој области активности и живота (креативност са малим „к“). А. Џ. Старко (Starko, 2005, стр. 6), усваја следеће становиште: да би се сматрао креативним, производ или идеја мора бити оригинална или необична за индивидуалног ствараоца. Друга битна карактеристика креативности је сврсисходност, односно прикладност. Наиме, нешто може бити оригинално и необично, али не и прикладно. Прикладност зависи и од времена и од културе, али и од области у којој посматрамо креативност. Радови многих познатих сликара попут Ван Гога и Манеа нису били прихваћени од стране њихових савременика, али данас представљају дела врхунске уметности. Такође, многе културе се разликују у схватању природе саме креативности. У западној култури феномен креативности је оријентисан према производу и заснован је на оригиналности, док се у неким источним и традиционалним културама креативност схвата као индивидуални развој, духовно путовање или еволуција у општој култури заједнице.

Амабил (Amabile 1983, према Арар, Рачки, 2003, стр. 4) истиче да креативност није једна карактеристика личности или општа способност, већ карактеристика понашања које је производ посебне конфигурације карактеристика личности, когнитивних способности и социјалног окружења. У процену креативности,по њему, потребно је укључити и социјални консензус.

2.1.2. РАЗЛИЧИТИ ПРИСТУПИ ПРОУЧАВАЊУ ФЕНОМЕНА КРЕАТИВНОСТИ – ИСТОРИЈСКИ ОСВРТ

Када говоримо о креативности, не постоје једнозначни одговори јер се креативности може приступати на различите начине. Стернберг (Sternberg, 1999, стр. 490) наводи да се сва истраживања у области креативности на основу приступа могу поделити у шест категорија: мистични, прагматични, психодинамички, психометријски, когнитивни и социоперсонални. Слично Стернбергу, Лубарт (Lubart, 1994, према Sriraman, 2004, стр. 21) описује пет приступа креативности: мистични, психодинамички, когнитивни, социјално-психолошки и конфлуентни.

Мистични приступ проучавању креативности полази од тога да је креативност резултат божанске инспирације – „дар од Бога“ или је духовни процес. Креативна особа је виђена као празан суд који је божанско биће испуњавало инспирацијом. Појединац би затим „исипао“ добијене идеје, стварајући производ из другог света (Sternberg, Lubart, Kaufman, 2005, стр. 352). Ако бисмо се, на пример, осврнули на историјски развој математике, Блез Паскал је тврдио да су многа од његових размишљања дошла директно од Бога. Чувени алгебриста 19. века, Леополд Кронекер, рекао је да је „Бог створио целе бројеве, све остало је створио човек“ (према Sriraman, 2004, стр. 22). Кронекер је веровао да све остале бројеве, које је човека створи, треба избегавати. Овакво схватање креативности као духовног процеса научницима је стварало потешкоће у проучавању и истраживању овог феномена. Будући да се веровало како је креативност резултат нечега што није са овога света, сматрало се да ту нема места за науку.

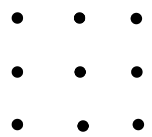
Прагматични приступ био је усмерен првенствено на развијање креативности, а не на њено разумевање, још мање на проверавање ваљаности претпоставки и идеја о њој. Неки аутори сматрају да је овакав став био подједнако штетан за научно проучавање креативности као и мистични. Као неки од главних заговорника овог приступа помињу се Едвард Де Боно, Озборн, Гордон (Sternberg, Lubart, Kaufman, 2005, стр. 353). Они су се бавили праксом, а не теоријом креативности. Предложили су употребу неких техника и алата који треба да охрабре људе да мисле креативно и да поспеше креативну продуктивност (међу најпознатијим су „thinking hats“, „brainstorming“ и сл.). Међутим, без обзира што се неке од ових техника сматрају корисним, овом прилазу креативности недостаје основа у озбиљним психолошким теоријама, као и релевантна емпиријска истраживања која би све ово потврдила. Пример прагматичног приступа јесте Пољино наглашавање коришћења разних облика хеуристике за решавање математичких проблема различите сложености. Тако се хеуристика може видети као механизам доношења одлука који води математичара одређеним путем, чији резултат може или не мора бити плодан.

Психодинамички приступ проучавању креативности заснива се на идеји да креативност произлази из тензије између свесне реалности и несвесних напора (Hadamard, 1945, Poencare, 1945, Sternberg, 2000, Wallas, 1926, Wertheimer, 1945, према Sriraman, 2004, стр. 22). Пример овог приступа је четворостепени гешталтистички модел. Треба поменути да је овај модел служио као инспирација многим савременим моделима решавања проблема (Polya, 1945, Schoenfeld, 1985, Lester, 1985, Ibidem, стр. 21). Рани психодинамички приступ коришћен је за састављање студија случаја о познатим стручњацима попут Алберта Ајнштајна, али су бихевиористи овај прилаз критиковали због тешкоћа у мерењу предложених теоријских поставки.

Мистични, прагматични и психодинамички приступ представљају неексперименталне прилазе проучавању феномена креативности.

Психометријски приступ се заснива на одређивању појма креативности уз помоћ „папира и оловке“. Најбољи пример јесу тестови креативног мишљења, које је направио Torrance (1974), а које користе многи програми за даровите у основним и средњим школама у идентификацији даровитости. Торенсов циљ био је да наставницима дâ „оруђе“ потребно за подржавање креативности у свакодневној наставној пракси. Ови тестови се састоје од више вербалних и сликовних задатака који захтевају вештину решавања проблема и дивергентно мишљење. Њима се мери флуентност, флексибилност, оригиналност (статистичка реткост одговора) и елаборација (Sternberg, 2000, према Sriraman, 2004, стр. 22). Стернберг сматра да постоје и позитивне и негативне стране психометријског приступа. Позитивна страна је то што тестове могу користити и они који нису стручни, јер су лаки за употребу и објективно се бодују. Негативна страна је у томе што нумеричка оцена не даје никакво објашњење о појму креативности. Истраживачи инсистирају на испитивању и других продуката појединаца (цртежи, писани радови итд.) које би проценио тим стручњака, уместо ослањања само на нумеричку оцену.

Когнитивни приступ проучавању креативности се базира на разумевању „менталне репрезентације и процеса који су у основи људске мисли“ (Sternberg, 2000, Ibidem). Вајсберг (Weisberg, 1993, Ibidem) претпоставља да се креативност заснива на коришћењу уобичајених когнитивних процеса и резултира стварањем оригиналних и необичних производа. По њему, ови процеси су резултат когнитивних процеса који делују на већ постојеће знање у меморији индивидуе. Један конкретан пример овог приступа јесте задатак који су Вајсберг и Алба (Weisberg, Alba, 1981, према Sternberg, Lubart, Kaufman, 2005, стр. 356) дали испитаницима да реше (проблем 9 тачака). Од њих се тражило да не подижући оловку са папира повежу свих 9 тачака (слика 1), али тако што ће кроз сваку тачку проћи тачно једном. Проблем захтева промену усмерености мишљења (флексибилност) или тзв. мишљење изван „кутије“, односно изван шаблона.



Слика 1. Проблем 9 тачака

Социоперсонални приступ се усредсређује на личне и мотивационе варијабле и на културно-друштвено окружење као изворе креативности.

Већина савремене литературе о креативности указује на то да је креативност резултат сливања једног или више фактора претходно поменутих категорија. Овакав „конфлуентни“ приступ стекао је кредибилитет, тако да у оквиру њега постоје бројне теорије чији је циљ боље разумевање креативности. Три најчешће помињана конфлуентна прилаза креативности јесу системски приступ, еволуирајући системски приступ и приступ инвестиционе теорије.

2.1.3. КРЕАТИВНОСТ ИЗ ПЕРСПЕКТИВЕ НЕКИХ ПСИХОЛОШКИХ ШКОЛА И ПРАВАЦА

Скоро свака значајнија психолошка школа изнела је и своју теорију креативности (психоаналитичка, бихевиористичка, хуманистичка, гешталтистичка, теорија трансфера и интерперсонална теорија креативности). Различити аутори су посматрали овај феномен из различитих теоретских перспектива. Они теоретичари који верују да је људско понашање у великој мери резултат несвесних напора виде креативност другачије од оних који сматрају да се понашање може боље објаснити свесним учењем кроз искуство.

Психоаналитичке теорије објашњавају људско понашање, развој и карактеристике личности као нешто што бива обликовано снажним несвесним процесима. Такве теорије покушавају да открију невидљиве потребе које мотивишу поступке појединаца, често се осврћући на догађаје из детињства да би објасниле одрасло понашање. Фројд креативност, као и већину других облика понашања, повезује са сублимацијом нагона који воде порекло из „ида“[1] сматрајући при том да креативност представља здраву форму сублимације јер користи неостварене несвесне нагоне за стваралачке сврхе (Starko, 2005, стр. 49). Крис (Kris, 1976, Ibidem, стр. 50) тврди да је у основи креативног процеса

[1] Фројд у човековој психолошкој структури разликује три чиниоца: ид, его и суперего. Ид представља исконске биолошке нагоне човека, его је центар рационалне свесности и ефективне делатности, а суперего представља моралне и етичке вредности и норме друштва. Его је посредник између ида и суперега. (Leeming, Madden, Marlan, 2009, стр. 422)

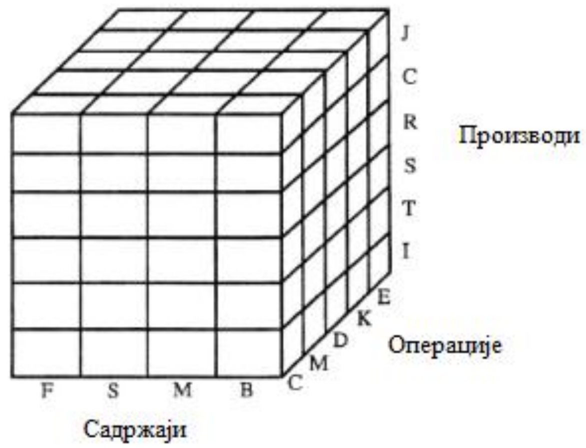
регресија, односно да су креативни појединци способни да створе „дечије“ стање ума у коме је свесном разуму лакше да приступи несвесним идејама. Он указује на две фазе креативног процеса – фазу инспирације која произлази из неконтролисаних и несвесних процеса и фазу елаборације која је вођена свесним „егом“. За разлику од Фројда, Кјуби (Kubie, 1958, према Starko, 2005, стр. 50) истиче да креативност не води порекло од несвесног, већ од предсвесног, односно да „плива“ између свесног и несвесног. Јунг (Jung, 1972, Ibidem, стр. 51), такође, верује у важност личног искуства и несвесног ума у креативној продукцији. Међутим, он сматра да креативне идеје долазе од тзв. колективног несвесног (колективно наслеђе, низ наслеђених образаца који је еволуирао кроз људску историју стварајући предиспозицију појединаца да мисле на одређен начин). Неки психоаналитичари су били заинтересовани за проучавање везе између траума, неуроза и креативности. Ротенберг (Rothenberg, 1990, према Runco, 2007, стр. 29) је проучавао креативни процес кроз интервјуе и експерименте са уметницима, књижевницима и научницима. Он је успео да идентификује специфичне креативне процесе мишљења за које је сматрао да су транслогични и својствени људима креативним у различитим областима и који разликују креативне људе од осталих. Први процес мишљења је назвао јанусијански процес (по римском богу Јанусу). Сматрао је овај процес свесном, рационалном процедуром. У њему се истовремено размишља о супротностима, које се повезују на нов и креативан начин. У другом, хомоспацијалном процесу мишљења, појединац спаја два или више изолована ентитета стварајући нов и креативан производ (Ibidem, стр. 130). Мада је Ротенберг, као и остали психоаналитичари, заинтересован за несвесне мисаоне процесе, његов опис карактерише креативне процесе као нешто што се налази под свесном контролом креативног појединца (здрава, логичка контрола нелогичких менталних конекција).

Бихевиористи, за разлику од психоаналитичара, виде људске активности као резултат низа стимулуса и одговора. Бихевиористичка школа мишљења претпоставља да се научне методе могу примењивати само на понашање које се може мерити и опажати, односно да су мисли и осећања „бескорисни“ у тумачењу понашања јер се не могу непосредно опажати и мерити. Бихевиористи анализирају како људи уче неко понашање и како се то понашање може мењати. Они повезују надражаје из окружења или искуство појединца са његовим понашањем – ако су неки поступци или акције праћени пријатним последицама, онда ће се оне највероватније понављати за разлику од оних које су праћене непријатним последицама. Скинер сматра да је свака акција, поступак појединца, резултат његових претходних искустава, стимулуса и одговора. Мада то делује спонтано, креативност настаје као резултат регруписања несвесног психичког материјала. По овом мишљењу, дакле, не постоји истински оригинално понашање или идеје, осим чињенице да су оне неминован производ јединственог претходног индивидуалног искуства (Runco, 2007, стр. 55). Медник (1962, Ibidem) такође сматра да је продукција идеја резултат стимулуса и одговора, али по њему креативне идеје настају од посебне врсте одговора, који повезују удаљене, неповезане концепте. Појединци који чешће доводе у везу овакве концепте имају више изгледа да ће дати креативне идеје од других. Нека истраживања, наводи Рунко (Glover, Gary, 1976, Holman, Goerz, Baer, 1977, Eisenberg, Cameron, 1996, Eisenberg, Armeli, Pretz, 1998), наглашавају улогу и утицај награде на ново и оригинално понашање. Специфични типови понашања (флуентност, флексибилност, оригиналност и елаборација) повећавали су се када су награђивани. Ово значи да уколико наставник жели да ученици генеришу више оригиналних идеја, он треба да награди ученике када манифестују такво понашање.

Хуманистичке теорије се фокусирају на нормалан раст и развој менталног здравља. Оне креативност виде као кулминацију здравог менталног развоја. Маслоу (Maslow, 1971, према Runco, 2007, стр. 150) је сматрао да сви људи имају хијерархију потреба. На самом дну налазе се физиолошке потребе неопходне за основно преживљавање. Идући ка врху, наводи потребу за сигурношћу и безбедношћу, за љубављу и брижним односима, самопоштовањем и самоактуализацијом. Маслоу (Maslow, 1971, према Gomes, 2005, стр. 21) је записао да се „концепт креативности и концепт здраве, самоактуализирајуће, остварене људске особе све више приближавају један другоме и да ће се вероватно испоставити да они представљају исту ствар“. Маслоу је указао, такође, на постојање две врсте креативности: специјалне креативности талента и самоактуализирајуће креативности. Прва креативност је независна од квалитета и здравља карактера, а подразумева мукотрпан рад и дисциплину. Ова креативност се среће код креативних генија. Друга, самоактуализирајућа креативност, представља манифестацију менталног здравља и пута према самоактуализацији. Означава и наслеђе сваког људског бића и може се срести у било ком аспекту људског понашања. Маслоу је сматрао да је једна од битних и суштинских способности за ову врсту креативности способност слободног изражавања идеја без самокритике. И Роџерс (Rogers, 1961, према Runco, 2007, стр. 57) креативност сагледава као производ здравог људског развоја, а као покретач, извор креативности наводи људску потребу за самоактуализацијом. Роџерс сматра да су за креативност битне и карактеристике попут отворености за искуства, фокуса на унутрашњу евалуацију и способности „играња“ са елементима и појмовима (замишљање и стварање немогућих комбинација, генерисање необичних претпоставки).

Креативност се у већини случајева најснажније повезује са когнитивним способностима. Когнитивна истраживања креативности, као једно од подручја когнитивне психологије, фокусирају се на истраживање когнитивних процеса приликом израде генеративних задатака, решавања проблема, доношења одлука, обраде информација, као и код специфичних когнитивних способности попут флуентности асоцијација и изражавања, флексибилности, оригиналности.

Гилфордов модел структуре интелекта (Structure of the Intellect, SOI) сложен је модел који обухвата 180 компоненти (у првобитној верзији укључивао је 120 компоненти). Компоненте су формиране комбинацијом различитих типова садржаја, операција и производа (слика 2).



Слика 2. Гилфордов модел структуре интелекта

За разлику од претходних модела интелигенције, Гилфордов модел укључује дивергентно мишљење, односно мишљење о много могућих одговора на дато питање. Гилфорд (Guilford, према Sternberg, 1999, стр. 82) је идентификовао неколико компоненти дивергентног мишљења које су дале основу за велики број истраживања и процењивања креативности. Ове компоненте обухватају флуентност (генерисање великог броја идеја), флексибилност (генерисање различитих типова идеја или коришћење различитих приступа), оригиналност (способност стварања, генерисања нових, необичних, иновативних идеја) и елаборацију (додавање, допуњавање идеја ради њиховог поправљања). Гилфорд је издвојио две категорије способности које повезује са креативношћу. Прву категорију чине све компоненте његовог модела које садрже дивергентну продукцију. Друга категорија је повезана са трансформацијама, способношћу да се поново размотри постојеће искуство или знање да би се произвела нова форма. Гилфорд, такође, наглашава важност осетљивости за проблеме и евалуацију у генерисању и процењивању креативних идеја. Сматра да је креативност интелектуална функција, образац когнитивних сила које обухватају способности продукције дивергентних одговора на разноврсне задатке. На сличан начин су још неки савремени психолози покушали да идентификују когнитивне процесе који леже у основи креативности. Они креативност не виде као мистериозну силу која се разликује од других људских искустава, већ као манифестацију исте врсте процеса који се срећу у другим типовима мишљења.

Перкинс (Perkins, 1981, 1988, 1994, према Runco, 2007, стр. 53) је испитивао повезаност уобичајених когнитивних процеса и изузетних процеса који се везују за креативност. Многе теорије и идеје о креативности произашле су из интроспективних извештаја креативних појединаца. Перкинс је сматрао да би се много потпунији и тачнији извори за разумевање креативног процеса добили из непосредних извештаја и сведочења појединаца (описа креативног процеса које би стваралац дао истовремено или непосредно након стварања). Перкинс је користио овакве описе и приказе других истраживања као доказ за своје теорије. Сматрао је да је креативни процес састављен од уобичајених мисаоних процеса који се користе на необичан начин. Претпоставио је да је креативност карактеристика састављена од способности, когнитивних стилова, вредности, уверења и тактике. Ове компоненте повећавају могућност да ће појединац користити уобичајене мисаоне ресурсе како би изабрао оригиналну идеју или решење из мноштва таквих идеја и решења. Мада није пронашао одговарајућу основу да издвоји способности специфичне за креативност, оставио је ово као отворену могућност за нека друга истраживања. Когнитивни стилови се односе на начин на који појединац прилази проблему и обради информација. Према Перкинсу, неки такви обрасци могу подстаћи креативност. Он сматра да је утицај вредности и уверења прилично јасан јер појединци који више вреднују креативност, имају и више изгледа да буду креативни. Постоје и специфичне тактике које могу повећати креативност, било да су повезане са неком специфичном облашћу или се односе на неке опште хеуристике.

Вајсберг (Weisberg, 1986, Ibidem, стр. 65) је сматрао да се до решења проблема долази постепено на основу претходног искуства, да се оно не појављује одједном као

„блесак“ мишљења. По његовој теорији, креативност не постоји као јединствен процес. Он је веровао да свака људска активност представља нешто што се дешава у јединственом времену и окружењу, па се стога може сматрати новом. По Вајсбергу, како наводи Рунко, креативност може, мада се састоји од веома обичних процеса, да има изузетне ефекте. Вајсберг је сматрао да креативни производи започињу индивидуалним коришћењем личног искуства као основе у прилажењу неком проблему. Оспоравао је идеју дивергентног мишљења. У прилог томе навео је да су производи многих креативних појединаца настајали постепено, почевши од једне идеје која је затим еволуирала до оне крајње и успешне. Дакле, нова идеја заправо није нова, већ само представља логичко проширење већ постојећих идеја. Вајсберг (према Runco, 2007, стр. 67) сматра да се креативност може „појачати“ на два начина: повећањем експертизе (односно стручности, уз омогућавање појединцу да сазна што више о оном што је урађено пре њега у одговарајућој области) и повећањем посвећености и упорности (појединцу треба омогућити да настави са радом чак и онда када почетни покушаји пропадну). Тврдио је да је „удубљивање“ у неку дисциплину основни кључ висококреативног понашања.

Други креативни когнитивисти су проучавали како основне когнитивне структуре, тако и процесе који резултирају креативним мишљењем. Креативни когнитивни приступ се фокусира првенствено на креативне процесе који доводе до креативних идеја (Smith, Ward, Finke, 1997, стр. 2). Овај приступ подразумева да је оригинално мишљење суштински део људске когниције, а не привилегија резервисана само за мали број изузетних појединаца (Ward, Smith, Finke, 1999, према Drulak, 2005, стр. 9). Креативност се појављује у широком дијапазону активности, од веома обичних процеса развоја појмова и употребе језика до стварања идеја које представљају фундаментална померања у различитим областима. Сваки пут када схватимо неку нову идеју, креирали смо нову когнитивну структуру. Са овог становишта, способност генерисања нових идеја повезаних са свакодневним мишљењем користи когнитивне процесе сличне онима у мишљењу које обично препознајемо као креативно (Ward, Smith, Finke, 1999, према Runco, 2007, стр. 67). Креативни когнитивни приступ види креативне идеје као природни резултат примене основних мисаоних операција на већ постојеће структуре знања. Важна карактеристика овог приступа је веће наглашавање основних концептуалних процеса, у односу на глобалне мисаоне стратегије. Вард, Смит и Вајд (Ward, Smith, Vaid, 1997, Ibidem, стр. 68) су поделили процес креативне когниције на четири главне категорије.

Концептуална комбинација представља повезивање две различите идеје на нов начин. Концептуална експанзија је развлачење концепата како би се направило место новим искуствима или открићима до којих се дошло на основу претходних искустава. Метафоре, аналогије и ментални модели користе постојеће идеје како би се схватили, интерпретирали или проширили на изглед различити концепти. Ако би се идентификовали процеси повезани са више иновативних резултата, онда би било могуће подстаћи креативно деловање.

Међу најсложеније теорије креативности спадају тзв. системске теорије, које креативности приступају као интеракцији између појединца и његовог окружења. По овим теоријама, механизми ума нису довољни да би се објаснио креативни процес. Као што и појединац утиче на свет око себе, тако и окружење утиче на креативност. Уопштено гледано, системске теорије проучавају изузетну креативност, односно ону која доноси темељне и неповратне промене у свету или у одговарајућој области. Један од системских теоретичара, Фелдман, препознао је да сложене интеракције утичу на функционисање високе креативности. Навео је седам димензија које могу усмеравати креативни процес: когнитивни процеси, социјални и емоционали процеси, породични аспекти, образовање и учење, карактеристике области и поља, социокултурални контекстуални аспекти и историјски фактори, догађаји и трендови (Runco, 2007, стр. 72). Фелдман сматрао да се креативност развија дуж наведених вишеструких димензија. Проучавао је изузетну креативност, а самим тим и изузетан, неуниверзални развој који обухвата развојне промене својствене висококреативним појединцима. Сва људска бића пролазе кроз унутрашњу трансформацију када њихови когнитивни системи одговарају на интеракције са светом. Фелдман је Пијажеовим процесима који су одговорни за све промене у мисаоним структурама (асимилација и акомодација) додао и трећи процес – трансформацију. У оквиру овог процеса ум конструише идеје и слике које нису засноване на искуству. Трансформације могу водити дубокој когнитивној реорганизацији која омогућава појединцу да види свет на нов и јединствен начин. Фелдман је, такође, веровао да су креативни напори инспирисани креативношћу других, па је зато битно да постоји интеракција са креативним стручњацима.

Још једна од системских теорија креативности јесте тзв. инвестициона теорија креативности (Sternberg, Lubart, 1991, 1993, Sternberg, O’Hara, 1999, Ibidem, 2007, стр. 73). Дословно, по овој теорији појединац мора „куповати“ по ниским, а „продавати“ по високим ценама да би достигао креативност. Овде се ради о инвестирању у идеје.

Креативни појединци траже идеје које су необичне и нове, али нису прихваћене, а затим убеђују поље у вредност тих идеја. Када идеје постану прихваћене, они дозвољавају другима да их користе, док се они окрећу новим. По овој теорији, на креативни учинак утиче шест интерактивних ресурса: интелектуални процеси, знање, интелектуални стил, личност, мотивација и окружење. Стернберг и Лубарт (Sternberg, Lubart, 1991, 1993, Runco, 2007, стр. 74) објаснили су интелектуалне процесе креативности истим моделом који су користили за разумевање других интелектуалних активности. Стернберг је дао тзв. тријархијски модел интелигенције који укључује компоненту нарочито повезану са креативним увидом (надахнућем, блеском). Он сматра да је селективно кодирање (издвајање битних од небитних информација) од посебног значаја за креативни увид. Друге компоненте интелигенције битне за креативност јесу дефинисање проблема, стратегијско коришћење дивергентног мишљења, селективна комбинација и селективна компарација информација. Што се тиче улоге знања у креативности, инвестициона теорија указује да и мала, али и екстремно велика количина знања могу ограничити креативност. У првом случају, креативни појединац не може да ствара јер је његова база знања премала, а у другом случају превише знања у области може ограничити способност појединца да пронађе нову перспективу. Стернберг и Лубарт су такође приметили везу креативности са неким специфичним особинама личности попут толеранције на неодређеност, унутрашње мотивације и умерене спремности на преуизимање ризика. Као што је сматрао да се интелигенција може развијати, Стернберг (Sternberg, 2000) је веровао да се креативност може повећати кроз специфичне изборе (на пример, избор да се редефинише проблем или да се преузму свесни ризици).

Чиксентмихаљи је креативност посматрао као интеракцију између личности, производа и окружења. Његов компонентни модел креативности укључује три аспекта: појединца, домен и поље (Арар, Рачки, 2003, стр. 5). Појединац ствара неке варијације у информацијама које добија од културе у којој живи. Ове промене настају уз помоћ когнитивних процеса, мотивације и особина личности. Креативни појединци нису креативни у вакуму. Они стварају у оквиру домена, односно одређене области, а ово захтева солидну базу знања. „Ново има смисла само у односу на старо“ (Sriraman, 2004, стр. 23). На креативну продукцију утиче и поље. Поље се састоји од људи који контролишу или утичу на домен, евалуирају и одређују вредност нове идеје. У неким областима, попут уметности, могуће је да појединци стварају дела које поље није прихватило у времену када су настала. У науци је тешко постати утицајан без могућности објављивања резултата рада у правим научним часописима и на правим конференцијама. Чиксентмихаљи и Селигман (Csikszentmihalyi, Seligman, 2000, према Чорко, Вранић, 2007, стр. 614) наглашавају важност истраживања начина на који институције као што су школе и радне организације могу подстаћи оригинално мишљење уместо да га спутавају.

Хауард Гарднер (Howard Gardner, 1983, према Runco, 2007, стр. 80), сходно својој теорији о вишеструкој интелигенцији, сматра да су појединци креативни на посебан, доменски специфичан начин. Мада појединци могу бити креативни у више од једне области, Гарднерова дефиниција креативности приказује креативно функционисање не као општу личну карактеристику, већ у оквиру одређене области.

Људи су креативни када решавају проблеме, креирају производе или постављају питања у домену на начин који је у основи нов, али је напослетку прихваћен у одређеном културалном окружењу (Charyton, Snelbecker, 2007, стр. 213). Домен у којем је појединац креативан под утицајем је појединачних врста интелигенције, личности, социјалне подршке. Гарднер је своја истраживања базирао на студијама случаја неких познатих креативних људи (Сигмунд Фројд, Алберт Ајнштајн, Пабло Пикасо, Игор Стравински, Т. С. Елиот, Марта Грејем, Махатма Ганди). Пронашао је велика варирања у типовима интелектуалних способности у различитим доменима. Систем симбола којима креативни појединци морају овладати, као и врсте активности којима се морају бавити веома се разликују у оквиру различитих дисциплина.

Без обзира на постојање разлика између појединих теорија креативности, ипак се могу издвојити и неке заједничке карактеристике које су нам пружиле теоријску основу за ово истраживање. Неколико теорија указује да креативност захтева време, упорност и мотивацију, као и солидну базу знања. Активности на часу које се завршавају у року од неколико минута или имају превише једноставне захтеве не пружају ученицима могућност да уложе већи напор, да развијају посвећеност задатку и генеришу креативне идеје. Већина теоретичара се слаже да су појединци креативни у одређеној области и да им је потребна база знања и вештина у оквиру те области да би остварили успех. Они, такође, сматрају да појединце треба научити разноврсним вештинама испитивања, истраживања и креативности у различитим дисциплинама. Неки проучаваоци наглашавају да је увид кључан елемент у креативном процесу. Стернберг сматра да увид представља специфичну групу когнитивних процеса који се могу појачати кроз вежбање. За неке је увид резултат несвесних процеса које је тешко проценити. Други поричу било какву улогу увида. Ипак, већина теоретичара истиче важност стратегија, процеса или навика ума које подстичу појаву креативних идеја (на пример, генерисање аналогија, дефинисање проблема, потрага за већим бројем решења и сл.). Овакве стратегије се могу научити и усавршити.

2.1.4. КРЕАТИВНА ЛИЧНОСТ, КРЕАТИВНИ ПРОЦЕС, КРЕАТИВНИ ПРОИЗВОД И УТИЦАЈ СРЕДИНЕ

Креативност се може посматрати из четири перспективе: личности, процеса, производа и утицаја средине (Richards, 1999, стр. 734). Због постојања великог броја дефиниција креативности, појавиле су се критике да је овај појам превише обиман да би се могао проучавати. Као одговор на ове критичке примедбе, Родс (Rhodes, 1961) је намеравао да пронађе једну јединствену дефиницију креативности. Проучио је бројне студије и пронашао више од 50 дефиниција креативности (Miller, 1992, стр. 11). Запазио је, при том, да нису све дефиниције међусобно искључиве, већ се преклапају и испреплетане су. Анализирајући садржај дефиниција, издвојио је четири фундаментална аспекта истраживања. Сваки од ових аспеката има свој академски идентитет, али тек у целини, сматра Родс, они делују функционално. Та четири аспекта су личност, процес, производ и утицај окружења (тзв. „Four Ps“ приступ). Овај приступ чини један општи оквир и за данашња истраживања креативности. Нека од њих су усмерена на личност, поједина истраживања се баве самим процесом, постоје истраживање креативних производа, као и она која испитују утицај социјалног и физичког окружења и интеракције са појединцем. Већина радова проучава ове компоненте као неодвојиве и испреплетане делове једне целине.

КРЕАТИВНА ЛИЧНОСТ

Велики број истраживања о креативности концентрисао се на проналажење карактеристика личности које разликују креативне од некреативних појединаца. Досадашња сазнања о личности креативних појединаца говоре о њиховим особинама, интелектуалним способностима, знању, стиловима мишљења, мотивацији и статусу у друштву. По Карсону (Carson, 1999, према Арар, Рачки, 2003, стр. 6), особине креативних личности су следеће:

- Отвореност ка унутрашњим и спољашњим искуствима

- Способност мишљења које иде „против“ логике
- Сензитивност, осетљивост
- Истрајност
- Проналажење реда у хаосу
- Често постављање питања „Зашто?“
- Релативна одсутност репресије или супресије
- Толеранција на двосмисленост, неодређеност
- Спремност за развој, раст, мењање.

Мада се често помиње много карактеристика, већина истраживача се концентрише на мањи број особина које су по претпоставци код креативних особа присутније него код некреативних. Креативности треба прилазити у односу на различите критеријуме попут старости, пола, професије (на пример, научници наспрам уметника). Без обзира на међусобне разлике креативних особа, без обзира да ли су у питању уметници, научници, постоји значајно слагање у мишљењу да они деле неке опште заједничке карактеристике. Све креативне особе морају бити талентоване у свом пољу рада, али креативност зависи више од особина темперамента него од талента (Averill, Nunley, 1992, према Арар, Рачки, 2003, стр. 6). Када је у питању научна креативност, наводе се карактеристике као што су ниска друштвеност, агресивност, доминација и повученост (Stumpf, 1995, Ibidem). Док се проналажење проблема у уметности карактерише као унутрашњи и лични напор да се сагледа тема, изразе властите емоције, екстернализују унутрашња стања и упути на нову социјалну реалност, проналажење проблема у науци се обично одређује као проналажење рупа или противуречности у постојећем знању, доживљавање потешкоћа када неко постојеће решење не задовољава или се опажања не поклапају са постојећим менталним моделом феномена (Ochse, 1993, Ibidem).

Када су у питању разлике између личности креативне и некреативне деце, Торенс (Torrance, 1963, према Baer, Oldham, Hollingshead, Jacobsohn, 2005, стр. 69) запажа да креативни дечаци показују више „женских“, а креативне девојчице више „мушких“ карактеристика у односу на своје некреативне вршњаке. Посматрајући феномен креативности кроз историју, примећује се да је постојало више креативних мушкараца него жена у различитим пољима уметности, музике, књижевности, науке и технике. У савременим истраживањима то се објашњава као последица учења стереотипних улога полова. Еманципацијом женског пола смањила се разлика у манифестовању креативности између жена и мушкараца.

Лубарт (Lubart, 1994, према Арар, Рачки, 2003, стр. 7) из великог броја истраживања извлачи пет карактеристика битних за креативност: толеранција на неодређеност, отвореност ка новим искуствима, спремност на ризике, самопоуздање и истрајност. Толеранција на неодређеност је битна за периоде несигурности када нам се не поклапају сви „делићи" решаваног проблема и када треба узети у обзир велики опсег различитих опција. Постојање ове толеранције подразумева довољно времена да се разреше тешки аспекти проблема. Отвореност ка новим искуствима обухвата спремност за испробавање нових идеја, спремност за истраживање, радозналост у свету сопствених идеја и у свету у коме живимо. Хелсон (Helson, 1999, према Runco, 2007, стр. 296) сматра ову карактеристику једном од кардиналних за креативност. Лубарт (Lubart, 1994, према Арар, Рачки, 2003, стр. 7) указује на умерену повезаност између отворености и успеха на тесту дивергентног мишљења. Он, такође, скреће пажњу на емпиријске податке који говоре да су креативне особе мање склоне групном конформизму од некреативних. Спремност на ризик подразумева неке облике понашања који одступају од просечног, уобичајеног и који често могу бити изложени критици, одбацивању јер одскачу од општег мишљења. Самопоуздање заузима веома важно место у структури креативне личности. Уколико немају довољно самопоуздања, креативне особе вероватно неће ни покушати да своје вештине развију до максимума. Истрајност је још једна особеност у биографијама креативних људи. Фелдхусен (Feldhusen, 1995, Ibidem) као карактеристике које се рано јављају код познатих научника, књижевника, уметника издваја две групе интелектуалних домена: 1. Рано овладавање знањем и вештинама у одговарајућој области и знаци високе интелигенције; 2. Особине из домена личности попут високог самопоуздања, високог нивоа енергије, ране посвећености учењу и раду, интензивне независности и индивидуалности. Дејси и Ленон (Dacey and Lennon, 1998, према Pratt, Norris, Marler, 2008, стр. 218) наводе листу од десет карактеристика које имају удела у креативности: толеранција на неодређеност, мишљење изван шаблона, замишљање другачијег коришћења објеката од оригиналног, флексибилност, спремност за преузимање ризика, наклоност према комплексности и асиметрији, спремност да се одложи награда, ослобођеност стереотипног мишљења о улози полова, истрајност и храброст.

КРЕАТИВНИ ПРОЦЕСИ

Примарни мисаони процеси су ирационални, док су секундарни рационални и оријентисани на реалност. Претпоставља се да је примарно мишљење повезано са стварањем нових идеја, а да се секундарни процеси односе на селекцију употребљивих идеја. Гилфорд сматра да се дивергентно мишљење разликује од примарног процеса и да представља свесни, намерни процес који се може побољшати учењем. Долази до изражаја кроз флуентност, флексибилност и оригиналност мишљења. Оно што Гилфорд назива конвергентним мишљењем, слично је секундарном процесу. То је логичко и фокусирано мишљење које се мери традиционалним тестовима интелигенције.

Резултати бројних истраживања креативности указују да креативни појединци имају приступ примарним процесима мишљења. С обзиром да је ово мишљење асоцијативно, верује се да повећава вероватноћу креативног увида. Креативни процес се односи на смер мисли или акција које доводе до креативног производа. Различити истраживачи су предлагали различите моделе као одговор на питање како се одвија и од којих етапа или компоненти се састоји креативан процес наводећи неједнак број етапа (три, четири или пет). Силвано Ариети (Silvano Arieti, 1976, према Westendorf, Buss, Zedan, 2009, стр. 2) издваја осам модела процеса креативног мишљења који су се појавили у периоду од 1908. до 1964. године. Након тога се јављају и многи додатни модели. Заједничка карактеристика већине ових модела јесте да сви зависе од баланса између аналитичког и синтетичког мишљења и обично описују креативни процес као низ етапа које се наизменично смењују између ових стања. Један од најраширенијих и најранијих модела креативног процеса приписује се Грахаму Валасу. По Валасовом моделу (Wallas, 1926, према Torrance, 1988, стр. 45) постоје четири фазе: препарација, инкубација, илуминација и верификација. Код неких других аутора наводи се још једна фаза, тзв. фаза осећаја тешкоће (Ochse, 1993, према Арар, Рачки, 2003, стр. 11). У основи Валасовог модела налази се имплицитна теорија да је креативно мишљење несвесни процес који се не може усмеравати и да су креативно и аналитичко мишљење међусобно комплеметарни, а не супротни.

Прва фаза креативне активности, препарација, обухвата прелиминарну анализу проблема, прикупљање информација и материјала и иницијалног и свесног рада на решавању проблема. Ова фаза, такође, укључује стицање потребних вештина и знања кроз опште образовање пре започињања рада на специфичном задатаку (Lubart, 1994, према Арар, Рачки, 2003, стр. 11). Друга фаза, инкубација, односи се на: 1) активно процесуирање које је слично свесном раду; 2) лагано, аутоматско ширење активације памћења; 3) пасивно заборављање површних детаља и претходних покушаја решавања проблема; 4) асоцијативну „игру“ између елемената проблема. Креативни појединац може кружити између инкубације и препарације док год су му потребне додатне информације. Може се десити и да један део проблема буде у фази препарације, а други део у фази инкубације. За инкубацију је карактеристично и то да особа не мора увек свесно да размишља о проблему, већ се активност решавања проблема наставља и изван свесног напора. Инкубација понекад траје неколико тренутака, али некада може трајати и неколико година. Илуминација се појављује онда кад идеја постане свесно доступна појединцу. Често је описују као изненадни блесак, надахнуће или увид. Валас је сматрао да илуминацији често претходи интуитивни осећај да идеја надолази. Ова фаза је осетљива, лако може бити ометена спољашњим прекидима или покушајима пожуривања доласка до идеје. Креативна илуминација се може појавити на необичним местима (док се возимо градским превозом, шетамо, туширамо се и сл.). Када дође до „блеска“ креативне идеје, она мора да се евалуира, развије и „дотера“ кроз фазу верификације. Ако се у овој фази покаже да идеја не функционише, следи повратак претходним фазама (инкубацији или препарацији). Уколико идеја функционише, креативни производ треба да се презентује јавности. Да би био прихваћен, овај креативни производ мора да задовољи неке важне социјалне критеријуме. Торенс (Torrance, 1988, стр. 45) напомиње да се Валасов модел данас налази у основи већине систематских програма за тренирање креативног мишљења.

Барон (Barron, 1988, према Таромоу, 2006, стр. 269) ставља нагласак на подсвесне и случајне процесе у свом четворофазном моделу, тзв. моделу психичке креације. По њему, основне фазе креативног процеса јесу концепција, бременитост, рођење и одгајање „бебе“. Наиме, према овом моделу ум мора најпре да буде припремљен (концепција, слично Валасовој фази препарације). Баронов модел укључује и време, напор, тежњу за „рођењем“, изненадну појаву „светлости“, односно надахнућа и даље развијање идеје.

За разлику од оних модела који креативност представљају као „магични“ процес, преовлађују модели који нагињу теорији по којој се нове идеје појављују из свесних напора да се направи баланс између анализе и маште. Росман (Rossman, 1931, Ibidem) је на пример, на основу упитника који је попунило 710 проналазача, проширио Валасове четири фазе на седам: 1. опсервација потреба или тешкоћа; 2. анализа потреба; 3.

истраживање свих доступних информација; 4. формулација свих објективних решења; 5. критичка анализа ових решења, уочавање предности и недостатака; 6. рађање нових идеја – изума; 7. експериментисање како би се тестирала најповољнија решења, њихова селекција и усавршавање до коначне форме. Алекс Озборн (Alex Osborn, 1953, према Таромоу, 2006, стр. 270), творац „олује мозгова“ (*brainstorming*), даје свој модел креативног процеса који се састоји од седам корака: 1. оријентација, односно указивање на проблем; 2. препарација, тј. сакупљање погодних података; 3. анализа, разрада, рашчлањавање релевантног материјала; 4. генерисање идеја, акумулисање алтернатива ради идеја; 5. инкубација, примиривање, очекивање илуминације; 6. синтеза, састављање ситних „делића“ и 7. евалуација, процена резултата.

У неколико новијих модела креативног процеса појављује се систематска комбинација техника за усмеравање креативности. Парнс (Parnes, 1992), као и Исаксен и Трефлингер (Isaksen, Trefflinger, 1985, Ibidem) издвајају шест корака у свом популарном моделу *Креативног решавања проблема* (Creative problem Solving, CPS): 1. проналажење циља; 2. проналажење чињеница; 3. проналажење проблема; 4. проналажење идеја; 5. проналажење решења и 6. проналажање сагласности. Трећи и четврти корак захтевају ново и необично, креативно мишљење, док су за преостале кораке потребне традиционалне вештине и аналитичко мишљење.

Поједини аутори (Mumford, Reiter-Palmon, Redmond, 1994, према Арар, Рачки, 2003, стр. 11) праве разлику између проналажења (опажања да нешто недостаје), постављања (изражавања) и конструисања проблема (развијање детаљне репрезентације проблема). Финке, Вард и Смит (Finke, Ward, Smith, 1992, Ibidem) предлажу нешто другачији модел који укључује две фазе, генеративну и експлоративну (тзв. „Geneplore“ модел). Генеративна фаза односи се на конструисање слабо формулисаних идеја названих прединвентивне структуре. Ова фаза подразумева оно што представљају активности препарације и инкубације. Генеративни компонентни процеси обухватају „пљусак“ знања, асоцијације идеја, синтезу, трансформације и аналогијски трансфер. Експлоративна фаза се односи на испитивање, елаборацију и тестирање прединвентивних структура. По генеплор моделу постоји циклично кретање између генеративне и експлоративне фазе.

КРЕАТИВНИ ПРОИЗВОД

Креативни производи се могу јавити у великом броју облика и форми од којих не морају све бити опипљиве и трајне. То може бити: понашање, одређено дело, идеје, ствари итд. Уопштено, креативни производ је свако дело које задовољава три критеријума: одговор треба да буде нов, ефикасан у третирању неких изазова и да буде од вредности појединцу или друштву (Lubart, 1999, стр. 298). При томе, могуће је разликовати практичну, естетску и психосоцијалну врсту користи за појединца или друштво. Поред овога, одговор треба да буде оригиналан, односно да рефлектује унутрашње, а не спољашње подстицаје (Averill, Nunley, 1992, према Арар, Рачки, 2003, стр. 11).

Да би се нешто прогласило креативним производом, најчешће се као критеријум користи „новина“ производа. Међутим, „новина“ не постоји у апсолутном смислу те речи, тако да треба узети у обзир неки оквир, у смислу да нешто може бити ново само у односу на старо. Производ може бити нов када је у питању нека особа, али стар и већ познат у односу на друштво. Појединац је дошао до нечег за њега новог, што је неко раније већ открио, а да он то не зна. На пример, ученик је сам, својим радом открио неку математичку законитост, али она већ дуго представља саставни део математичког наслеђа. Треба водити рачуна и о томе да неће сваки нов или необичан одговор истовремено бити и креативан. Стога треба правити разлику између креативног и ексцентричног, бизарног, насумичног. Такође, неки производи могу да буду непризнати и непрепознати као креативни у једном времену, да би се много касније увидела њихова јединственост, новина и оригиналност.

Креативни производи се често сматрају материјалним индикаторима креативности. Због тога су се развиле бројне методе идентификовања креативних производа и испитивања нивоа креативности у њима (Puccio, Murdock, 1999, према McLean, 2004, стр. 5).

УТИЦАЈ СРЕДИНЕ

Када говоримо о креативности, креативном процесу и производу, треба да одговоримо на још једно питање. Како некога уверити да је неки рад креативан? Психолози се према креативности најчешће односе као према индивидуалном процесу и феномену који се одвија у уму појединца. За разлику од њих, већина историчара и социолога креативност виде као неизбежан резултат културалних процеса. Чиксентмихаљи (Csikszentmihalyi, 2005, Al-Sulaiman, 2009, стр. 44) објашњава креативност као веома сложену интеракцију између појединца, поља и културе. На креативне способности утиче велики број важних фактора средине. Овде се убрајају и културалне и личне баријере које могу инхибирати креативне способности. Џонс (Jones, 1984, Ibidem) је класификовао те факторе као стратегијске или опажајне (на пример, вредности, веровања, морал и друге особине стечене у оквиру друштва и представе о себи), и групу баријера које могу пригушити напоре појединаца да функционишу креативно. Еквал и Тангеберг (Ekvall and Tangeberg, 1986, Ibidem) су идентификовали десет друштвених чинилаца који утичу на креативне мисаоне способности: изазов и мотивација, слобода, подршка нових идеја, поверење, отвореност, живахност и динамичност, духовитост, дискусија, супротстављање и спремност за ризик.

Креативност је двоструко зависна од социјалног контекста: онтолошки – критички сегмент друштва одлучује о томе шта јесте или није креативно и емпиријски – реализација креативних идеја зависи од подршке неке социјалне групе (Арар, Рачки, 2003, стр. 12). Друштва се разликују по томе колико пажње посвећују препознавању нових идеја. Када се једном постигне договор о томе шта је креативно, онда социјални миље мора да подржава креативну особу како би испунила сопствени потенцијал. Креативни подухвати су под великим утицајем тренутних интереса и духа времена. Према неким новијим разматрањима, треба разликовати социјално прихватљиве од социјално неприхватљивих облика креативности, односно позитивну креативност од негативне (James, Clark, Cropanzano, 1999, Ibidem, стр. 13). Код позитивне креативности исходи и циљеви се односе на решавање проблема или побољшање процеса и производа. За разлику од ње, негативна креативност се ставља у службу повреде, уништења или постизања неправедне или незаслужене предности.

2.1.5. КРЕАТИВНОСТ, ИНТЕЛИГЕНЦИЈА И ИМАГИНАЦИЈА

ДЕФИНИЦИЈА И НЕКЕ ЗНАЧАЈНИЈЕ ТЕОРИЈЕ ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ

Интелигенција представља широку тему, тако да је, слично као и код креативности, тешко дати исцрпну дефиницију ове појаве. Различито дефинисање интелигенције међу психолозима потиче од разлика у психолошким правцима којима поједини од њих припадају. Неки истраживачи сматрају да је интелигенција једна, општа способност, док други верују да интелигенција обухвата велики број способности, вештина и талената.

Британски психолог Спирман (1863–1945) сматрао је да постоји једна општа когнитивна способност која се може мерити и нумерички изразити. Овај фактор Спирман је означио симболом G. Поред овог, идентификовао је и већи број специфичних фактора, који доказују да свака интелектуална операција садржи и један специфичан елеменат, који у сваком појединачном случају припада само тој операцији и разликује се од елемената свих других интелектуалних операција. Овај фактор означио је симболом S. Спирман је поставио основу за факторско-аналитичка проучавања постигнућа испитаника и формулисао је прву теорију, познату као двофакторска теорија или теорију G-фактора као основног. Бине (Binet) је у првим формулацијама своје теорије интелигенције заступао уверење о постојању једне опште способности. Касније износи мишљење које овај став доводи у сумњу. Наиме, указује на неколико различитих процеса који су присутни током решавања проблема, али су и узајамно повезани.

Терстон (Thurstone, 1938, према Рот, Радоњић, 1974, стр. 125–126) је понудио другачију теорију интелигенције. Он сматра да интелигенција као једна општа способност не постоји. Терстон је на основу својих истраживања утврдио да постоји седам примарних мисаоних способности, тј. фактора:

1. спацијални (просторни) фактор је способност која се састоји од представљања, замишљања односа у простору;
2. перцептивни фактор је способност решавања задатака помоћу података који су опажајно присутни;

3. нумерички фактор представља способност решавања једноставних и рутинских рачунских операција;
4. вербални фактор односи се на способност разумевања речи, њихових односа и вербалног закључивања;
5. фактор памћења ангажује памћење бројева, слова или речи;
6. вербална флуентност или фактор речитости је способност брзог операсања издвојеним речима, као и способност брзе продукције речи;
7. фактор индуктивног закључивања је способност проналажења правила међу датим подацима.

На основу ове теорије Терстон је конструисао тест интелигенције познат као „тест примарних менталних способности" (test of Primary Mental Abilities – PMA).

Треба поменути и тзв. хијерархијске теорије способности. Берт (Burt, 1949, према Хрњица, 1994, стр. 188) је у заснивању свог модела интелектуалних способности пошао од теорије о хијерархијској структури свести. Сматрао је да се ментални процеси и ментални систем састоје од система унутар система. По њему, постоји више нивоа способности (сензорни, перцептивни, асоцијативни, релациони). Берт по начину схватања релација разликује две групе људи. У прву групу спадају особе које карактерише експлицитан или аналитички начин схватања релација, а у другу групу особе које проблемима прилазе на синтетички начин. Тако, Берт разликује дедуктивни и индуктивни тип мислиоца.

Кател (Cattel, 1971, Ibidem, стр. 189) заступа мишљење да поред ужих и ширих групних фактора постоје и два општа фактора, а не само један. Он је развио теорију о флуидној и кристализованој интелигенцији. Флуидна интелигенција је релативно независна од васпитања и искуства и под утицајем је наслеђа. Најзначајнији индикатор флуидне интелигенције јесте општа способност откривања релација у новим областима искуства. Њу чине интелектуалне особине као што су: индукција, обим памћења, асоцијативно памћење, опажање односа апстрактних фигура, способност класификације фигура, семантичке релације и семантичка класификација. За разлику од ње, кристализована интелигенција је резултат искуства, учења и средине. Фактори кристализоване интелигенције су: вербална способност, способност резоновања и нумеричка способност. Ова врста интелигенције достиже максимум после двадесете године и не опада са старошћу. Вернон (Vernon, Ibidem, стр. 190) је изнео низ доказа да флуидна интелигенција није независна од културе и да се способности у основи оба вида интелигенције развијају на исти начин.

Гилфорд (Guilford, 1967, према Драшковић, 1998, стр. 90-92) својим тродимензионалним моделом структуре интелекта објашњава начин интелектуалног функционисања и систематизује све различите начине на које људи мисле. Три димензије структуре треба да репрезентују укрштање три основне варијације: постоје извесне операције, комбиноване са неком врстом садржаја и неким производима. Дакле, сваки интелектуални задатак се може класификовати по (1) свом садржају, (2) менталној операцији која се користи за његово решавање, и (3) производу који је резултат те операције. Даље, Гилфорд класификује садржаје у четири категорије: фигуралне, симболичке, семантичке и бихевиоралне. Када су у питању операције, Гилфорд одређује пет група: когниција, памћење, дивергентна продукција, конвергентна продукција и евалуација. Изведене операције са одређеним садржајима дају менталне производе и класификоване су у шест категорија: јединице, класе, релације, системи, трансформације и импликације.

Четири врсте садржаја, пет врста операција и шест врста производа даје укупно 120 ћелија ($4 \cdot 5 \cdot 6$). До сада је познато око стотину фактора. Главни недостатак овог модела је у томе што постоји могућност да неки фактор не може да се сврста у категоријалне оквире предложене за њихову класификацију.

Хауард Гарднер (Howard Gardner, 1983, Ibidem, стр. 89) износи једно сасвим ново и другачије гледиште људских интелектуалних активности. Он даје нову дефиницију интелигенције као могућности стварања производа који је препознатљив од стране друштва или културе. Према њему, ученик који постиже одличан успех из математике или књижевности подједнако је интелигентан као и ученик који без икаквих потешкоћа може да одсвира компликовану композицију. Гарднер истиче постојање најмање седам облика интелигенције: лингвистичке, логичко-математичке, просторне, музичке, интерперсоналне, интраперсоналне и телесно-кинестетичке (табела 1).

Лингвистичка интелигенција	даровитост у језичким подручјима читања, писања, слушања и говора
Логичко-математичка интелигенција	висока могућност квалитетног решавања проблема и разумевања математичких појмова
Просторна интелигенција	могућност замишљања менталних слика; осетљивост на боју, линију, облик, форму, простор и њихове односе
Телесно-кинестетичка интелигенција	Експертизам у коришћењу целог тела за изражавање идеја и осећања, као и коришћење руку за трансформацију ствари; укључује вештине као што су координација, равнотежа, снага, еластичност, брзина, итд.
Музичка интелигенција	Даровитост у разумевању, разликовању, трансформисању и изражавању музичких форми
Интерперсонална интелигенција	Високо развијене способности разумевања туђих осећања, намера, мотивације и расположења; осетљивост на боју и тон гласа, говор лица, тела и осталих облика невербалне комуникације
Интраперсонална интелигенција	Високо развијена способност разумевања себе, својих предности, потреба; свесност властитих осећања, намера, мотивације, жеља, темперамента, поседовање самодисциплине

Табела 1. Различити облици интелигенције по Х. Гарднеру

У школама се највећа пажња посвећује лингвистичкој и логичко-математичкој интелигенцији, чиме се ученици код којих преовлађује неки од других типова интелигенције стављају у неравноправан положај. На пример, ученик са развијеном интерперсоналном интелигенцијом лакше ће учити у групи него индивидуално радећи на наставним листићима. Или, ученик са развијеном просторном интелигенцијом, постизаће боље резултате ако му се уз објашњење неког појма покажу пропратне слике, скице или модели.

Иако све ове интелигенције можемо разматрати одвојено, оне се најчешће користе у комбинацији. На пример, за решавање неког математичког задатка користимо математичко-логичку интелигенцију, приликом читања задатка користимо лингвистичку, када цртамо скицу – просторну интелигенцију итд.

Роберт Стернберг (Sternberg, 1999, стр. 81) дефинише креативност као мисаону активност усмерену ка сврсисходној адаптацији, селекцији и обликовању реалног окружења битног за живот појединца. Стернберг (Sternberg, 1987, према Pal, Pal, Tourani, 2004, стр. 184) даје тзв. триархичку теорију интелигенције. По њој, постоје три типа интелигенције.

1. Аналитичка интелигенција је оно што обично сматрамо академском способношћу. Омогућава нам да решавамо проблеме и да стичемо нова знања. Вештине решавања проблема обухватају обраду информација, комбиновање и упоређивање делова информација и генерисање решења.
2. Креативна интелигенција се дефинише као способност сналажења у новим ситуацијама и успешно повезивање са искуством и способност брзог повезивања нових ситуација са већ познатим. Све ово утиче да проблеме решавамо много брже.
3. Практична интелигенција омогућава људима да се прилагоде захтевима средине.

Међутим, иако не постоји једна, стандардна дефиниција интелигенције, ипак се међу наведеним одређењима могу наћи извесне сличности. У великом броју случајева дефиниције интелигенције говоре о истој ствари, али другим речима. Интелигенција је способност да се разумеју сложене идеје, да се прилагодимо средини, да учимо из искуства и да се мисаоно ангажујемо како бисмо превазишли потешкоће и препреке (Neisser, 1996, према Kim, Cramond, Van Tassel-Baska, 2010, стр. 395). Интелигенција је и способност утврђивања веза и односа, способност апстрактног мишљења, брзог успешног учења, а самим тим и способност решавања проблема и сналажења у новим и непознатим ситуацијама.

КРЕАТИВНОСТ И ИНТЕЛИГЕНЦИЈА

Веза између креативности и интелигенције најбоље се објашњава фразом „зависи“ (Starko, 2010, стр. 55). Односно, ово зависи од дефиниције и начина мерења који се користе за процену креативности и интелигенције. Једна од најраспрострањенијих претпоставки ове везе је тзв. теорија прага (threshold theory). По овој теорији, испод одређеног прага (приближно 120 IQ) постоји јака, позитивна веза између креативности и интелигенције. Дакле, што је особа интелигентнија, вероватније је да ће бити креативна. Изнад овог прага, међутим, веза се показује слабијом, односно, високоинтелигентна особа може бити високо или умерено креативна. Од ове тачке, по наведеној теорији, интелигенција не представља више предиктор креативности.

Гилфорд, у оквиру свог тродимезионалног модела структуре интелекта, дефинише креативност као део интелигенције, односно сматра да она представља интелектуалну функцију. Ипак, већина теоретичара прави разлику између креативности и интелигенције. Они који претпостављају да је креативност резултат истих основних когнитивних процеса као и други мисаони процеси признају да је продукција нових и необичних, прикладних идеја одвојена од продуковања тачних, аналитичких, али неоригиналних идеја. Али искуство и здрав разум указују на постојање везе између креативности и интелигенције. Било би веома изненађујуће да изузетан креативни допринос потиче од особе са озбиљно ограниченом интелигенцијом. Без обзира на изузетна достигнућа неких појединаца са синдромом саванта, неизмерна већина проналазака, научних открића, великих литерарних дела и уметничких иновација очигледно су дела интелигентних људи.

Један од ранијих покушаја да се документује веза између креативности и интелигенције дао је Кокс (Cox, 1926, према Chamorro-Premuzic, 2007, стр. 134). Своје истраживање засновао је на проучавању биографских мера креативности и интелигенције. Он је ретроспективно проценио интелигенцију и ниво креативног утицаја 301 истакнуте личности које су живеле у периоду између 1450. и 1850. године. Без обзира на ограничења његове методологије, закључци до којих је дошао дали су интересантне и прелиминарне податке о вези креативности и интелигенције. Корелација је, по њему, била значајна, али умерена. Кокс је тврдио да већу улогу од интелигенције може имати истрајност. Мек Кинон (Mac Kinnon, 1978, према Starko, 2010, стр. 83) је педесетих година прошлог века открио минималну везу између креативности и интелигенције код креативних архитеката, писаца и научника. Пронашао је ниску, позитивну повезаност између интелигенције и креативности код математичара. Његова открића нису значила да архитекте и писци нису креативни, већ да најинтелигентнији субјекти нису били обавезно и најкреативнији. Било је тешко или немогуће предвидети креативност на основу њихових IQ резултата.

Барон (Barron, 1969, према Starko, 2010, стр. 83) је испитивао везу између креативности и интелигенције у различитим дисциплинама. Пронашао је умерену везу упоређујући све резултате, али за оне са IQ већим од 120 веза је била мала. Он је такође указивао на минимални коефицијент интелигенције који је неопходан за креативна достигнућа. Рое (Roe, 1952, Ibidem) је проучавала креативне научнике са сличним резултатима. Утврдила је да, мада је IQ креативних научника био генерално висок и облици интелигенције су варирали у односу на област науке, веза између креативности и интелигенције њених испитаника није била јака. Она је претпоставила да је за инвентивне и сложене доприносе у науци потребан минималан ниво интелигенције, али изнад тог нивоа други фактори постају битни.

Идеја о постојању прага када је у питању веза креативности и интелигенције још увек је једна од најраширенијих теорија. Стернберг (Sternberg, 2003, стр. 95) наводи три налаза која се тичу конвенционалних схватања интелигенције (изражене и мерене IQ фактором) и креативности. Као прво, креативни људи теже испољавању интелигенције која је изнад просека. Друго, када је IQ изнад 120, изгледа да није толико битан за креативност као када је испод 120. Треће, корелација креативности са IQ фактором варира, од слабе до умерене. Ово делимично зависи од аспеката креативности и интелигенције који се мере, као и од начина мерења и области у којој се креативност манифестује.

Постоје и неки напори да се прави разлика између висококреативних и високоинтелигентних појединаца. Једно од најпознатијих истраживања спровели су Гецел и Џексон (Getzel, Jackson, 1962, према Starko, 2010, стр. 83). У овој студији истраживачи су процењивали интелигенцију и креативност ученика средњих школа помоћу IQ тестова и тестова дивергентног мишљења. По њима, очигледно је да појединци са интелигенцијом испод просека неће бити креативни. Али они чија су постигнућа на тестовима интелигенције висока, не морају бити међу онима који постижу високе резултате на тестовима креативности. Гецел и Џексон су, такође, открили нешто интересантно. Наиме, испоставило се да наставници више воле високоинтелигентне од просечних ученика. С друге стране, то није био случај и са висококреативним појединцима. Ово нас наводи на размишљање да су креативни ученици у школама можда изложенији ризику да не дођу до изражаја и развију у потпуности своје способности.

На основу прегледа постојећих студија и истраживања, Стернберг (Sternberg, 1999, стр. 82) наводи пет могућих веза креативности и интелигенције: креативност је део интелигенције; интелигенција је део креативности; интелигенција и креативност се преклапају у некој мери; креативност је интелигенција; креативност нема никакве везе са интелигенцијом. Теорије о преклапању креативности и интелигенције преовлађују, али и остале имају своје заговорнике.

Рунко (Runco, 1991, према Starko, 2010, стр. 84) напомиње да је неколико истраживача емпиријски испитивало теорију прага и да постоји велики број резултата који се међу собом разликују. Закључци су додатно отежани чињеницом да популација и начини мерења веома варирају између разних студија. У сопственом истраживању Рунко не потврђује теорију прага и не налази значајну везу између креативности и интелигенције. Ипак, он утврђује значајну корелацију између резултата на тестовима постигнућа и креативности.

Ким (Kim, 2005, стр. 63) је на основу мета-анализе 21 студије које су проучавале везу креативности и интелигенције пронашла слабу корелацију између IQ резултата и резултата на тестовима креативности који не подржавају теорију прага[2]. Утврдила је да тестови креативности који се задају и раде у окружењу налик игри имају мању повезаност са резултатима тестова интелигенције од оних тестова креативности који се раде у строжим условима, на традиционалан начин. Такође је открила и да су креативност и интелигенција снажније повезани у старијим узрасним групама него код деце млађег узраста.

С обзиром да нема универзално усаглашеног начина мерења ни креативности ни интелигенције, веза између ова два конструкта се не може јасно дефинисати, бар за сада. Ипак, изгледа да постоји веза када је у питању креативност одраслих. Висок ниво креативног постигнућа одраслих је праћен најмање високом просечном интелигенцијом. Ова веза је нејасна када је у питању млађи узраст, што упућује на

[2] Мета-анализа је истраживање и статистичка техника која омогућава истраживачима да прикупе велики број студија и истраживања о неком питању и да статистички обједине и сумирају све податке у један суштински закључак.

закључак да се креативни потенцијали ученика са нижим коефицијентом интелигенције не смеју занемарити.

КРЕАТИВНОСТ И ИМАГИНАЦИЈА

„Машта је важнија од знања. Знање је ограничено, док машта обухвата цео свет.“

Ајнштајн

Све што је човек направио, целокупан свет културе представља производ људске имагинације и креативности на њој засноване. Термин имагинација се најпре односио на способност замишљања и представљања раније опажених објеката. С временом, значење се донекле променило, тако да данас имагинација означава процес стварања слика о садржајима који никад раније нису доживљени или који су чак нереални и немогући (Рот, Радоњић, 1974, стр. 114). Петер Лиљедахл (Peter Liljedahl, 2009, стр. 446) описује имагинацију као способност да се ствари виде другачијим него што јесу, способност да се превазиђе стварно и конструише и оно што је могуће и оно што је немогуће. Појам имагинативног мишљења одговара појму дивергентног мишљења, а појам реалистичког мишљења се подудара са појмом конвергентног мишљења.

Велики број аутора сматра да је имагинација креативна и да је заслужна за сву креативност. По Виготском, имагинација је стваралачка делатност која проистиче из способности човековог мозга да комбинује, прерађује и од елемената ранијег искуства ствара нове представе и ново понашање (Виготски, 2005, према Максић, 2009, стр. 264). Ова стваралачка делатност имагинације зависи од богатства и разноврсности ранијег искуства човека јер управо оно даје материјал из којег се стварају производи имагинације. С. Максић сматра да је подстицање дечје маште пожељан услов за развој креативности у младости и одраслом добу (Максић, 2006, Ibidem). По Гауту (Gaut, 2003, стр. 153), имагинација је мишљење о нечему без обавезе да то буде истинито или да постоји. Гаут, такође, даје два модела везе креативности и имагинације – модел приказа и модел потраге. По њему, креативним делима није потребна имагинација јер има случајева када ~~се~~ креативност није праћена појавом имагинације. Као један од примера он наводи случај Бертранда Расела. Наиме, Расел је забележио како му се често дешавало да када се ујутру пробуди, зна решење проблема који претходно вече није успео да реши. Нешто слично се догодило и Фридриху фон Кекулеу, хемичару. Он је тврдио да је открио прстенасту структуру бензеновог молекула док је седећи поред огњишта сањао змију која прождире свој реп. По Гауту, у оба случаја креативност се појавила кроз сан, а не кроз имагинацију. Заправо, ово се, по М. Бинију (Beaney M., 2005, стр. 195), може схватити као поновно размишљање о нечему што је сањано, и то размишљање ствара креативно дело. Бини, међутим, сматра да се ово поновно размишљање може сматрати имагинацијом, па оспорава Гаутов став да је креативност могућа без ње.

Гаут указује да није све што је имагинација и креативно, и као пример наводи фантазију. Фантазија је врста имагинације, али је ретко када креативна. Бини сматра да иако имагинација не мора да укључује креативност, креативност може укључити имагинацију.

Модел приказа, о коме говори Гаут, подразумева да имагинација приказује резултате креативности креативном појединцу, али она сама по себи не генерише резултате, већ они произлазе из неких других извора као што су, рецимо, несвесни процеси. Примери Расела и Кекулеа илуструју овај модел. Имагинација у том случају служи само да би се идеја приказала свесном делу личности и има само периферну улогу у креативности. Креативност је тада „пасивна". Нова идеја се појавила једноставно као „блесак" у уму креативног појединца. Насупрот пасивној, постоји „активна" креативност. Појављује се када појединац активно трага за различитим решењима свесно покушавајући да примени разне приступе и након ове активности долази до решења. Код активне креативности појединац користи своју имагинацију као део креативног процеса, а не као нешто што бележи већ завршен креативни процес. Дакле, имагинација представља средишњи аспект тог процеса.

Други модел, модел потраге, даје креативности улогу у самом креативном процесу. Када креативни појединац дође до нове идеје, сматрамо да је савладао велики број корака и могућности по неком логичком редоследу. Креативна личност има јаку и моћну имагинацију која јој омогућава да замисли ствари много шире и дубље од некреативне и да прикупи битна потенцијална решења и одабере оно којие је најпогодније у датим условима. Просто тражење великог броја могућности налик је механичком процесу који одлично може да изврши и рачунар. Међутим, Гаут напомиње да највећи део креативности лежи у томе да се изврши преселекција мањег скупа могућности, а не у томе да се испита што више различитих случајева.

Гаут верује да је имагинација средство, а не извор креативности. М. Бини ипак сматра да постоји и трећи модел улоге имагинације у креативној активности, називајући га модел веза. Имагинација може да буде повезана са приказом или потрагом за идејама, али оно што је битно јесте повезивање једне са другом идејом. И у овом случају имагинација може бити средство креативног процеса, али приликом стварања веза између различитих идеја могла би бити схваћена и као извор креативности. Петер Лиљедахл сматра да се имагинација не сме посматрати као „сиромашан рођак" креативности. Напротив, тврди он, имагинација је извор креативности (Liljedahl, 2009, стр. 448).

Бернадет Дафи (Duffy, 2006, стр. 22) истиче да креативност увек укључује имагинацију. Када стварамо нове конекције, често користимо сопствену способност имагинације како бисмо се одвојили од непосредног окружења, интернализовали своју перцепцију и истражили широк опсег могућности. И Дафи напомиње да нисмо увек креативни када користимо имагинацију. На пример, дечја измишљена игра се може понављати, односно деца могу просто подражавати неке познате улоге или сценарио. Дафи наводи дефиницију имагинације и креативности која може појаснити разлику између њих: док је имагинација способност да се створи слика нечега што не постоји, креативни елемент се састоји у претварању наше имагинације у стварност.

Дафи бележи да се креативно мишљење појављује када деца генеришу исходе, показују имагинацију и оригиналност и када могу да расуђују о вредности оног што су урадила. Ако желимо да утврдимо да ли је наш час стимулисао креативно мишљење, требало би да проверимо да ли су ученици користили своју имагинацију, да ли су генерисали своја питања, претпоставке, идеје и исходе, да ли су развијали вештине и технике кроз креативне активности и расуђивањем процењивали сопствени креативни рад.

Роберт Фишер (Fisher, 2004, стр. 9) сматра да се креативност може схватити као оваплоћена имагинација. Имагинативна активност је процес којим генеришемо нешто што је оригинално. Имагинација омогућава уму да замисли слике и идеје онога што није стварно доступно чулима. Може се односити на способност прогнозирања, планирања и предвиђања могућих последица. Фишер разликује два типа имагинације. Репродуктивна имагинација је способност замишљања присуства спољашњих објеката који у ствари нису присутни (као када се, на пример, подсећамо неких ранијих догађаја и искустава). Репродуктивна имагинација је карактеристика оних који се прилагођавају, стварају нове идеје ослањајући се на или прилагођавајући постојеће. Продуктивна имагинација је способност ума да формира појмове даље од оних који воде порекло од спољашњих објеката. Ово је карактеристика иноватора који стварају нове појмове из постојећих идеја. Фишер наводи да је имагинација суштинска не само за нашу креативност већ и за спремност да прихватимо и ценимо креативност других.

2.1.6. КРЕАТИВНОСТ И ОБРАЗОВАЊЕ

По Закону о основама система образовања и васпитања Републике Србије један од експлицитно наведених циљева јесте „развој стваралачких способности, креативности, естетске перцепције и укуса“ (члан 4, тачка 3), али и „оспособљавање за решавање проблема, повезивање и примену знања и вештина у даљем образовању, професионалном раду и у свакодневном животу“ (члан 4, тачка 5). Takође, у општим исходима образовања и васпитања наводи се, између осталог, да „(с)истем образовања мора да обезбеди све услове да деца, ученици и одрасли постижу опште исходе, односно буду оспособљени да [...] идентификују и решавају проблеме и доносе одлуке користећи критичко и креативно мишљење“ (члан 5).

У оквиру Правилника о наставном програму у прва четири разреда основне школе као један од задатака већине предмета помиње се развијање и подстицање креативних способности и стваралачког мишљења, имагинације, стваралачког ангажовања, креативне продукције. Када је у питању почетна настава математике, наводи се да она треба да развија ученикову способност посматрања, опажања и логичког, критичког, стваралачког и апстрактног мишљења. Међутим, без обзира на све ово, не постоје конкретни примери и предлози који би наставницима помогли у остваривању ових циљева и задатака, као што не постоји ни одговарајућа подршка, а ни семинари на којима би се наставници обучавали за креативну наставу.

Омогућити ученицима да буду креативни у учионици значи омогућити им да:

- да преиспитују и оспоравају тврђења, односно подстицати њихову радозналост, охрабривати их да постављају и одмеравају оправданост питања, дозвољавати им да не следе увек уобичајена правила;
- праве конекције и уочавају везе, подстицати их да користе латерално мишљење и праве асоцијације између ствари које обично нису повезане;

- дају претпоставке, односно предвиђају, замишљају, виде могућности, постављају питања облика „а шта ако...“ или „а шта ако није...“, стварају слике алтернативних могућности и виде ствари из различитих перспектива;
- истражују различите идеје и опције, испробавају алтернативне и свеже приступе, подстицати их да држе умове „отвореним“ и да модификују своје идеје како би постигли креативне резултате;
- критички врше рефлексију својих и туђих идеја, поступака и исхода, да користе повратне информације и да конструктивно критикују своја запажања.

Како би се овакво понашање охрабрило, потребно је увести промене и у школе и у образовне системе, али у начине на који наставници предају. Стернберг сматра да је најбољи начин да развијамо креативност код деце тај што ћемо им сами бити модел, односно, уместо да деци говоримо како да развијају креативност, треба да им то покажемо (Sternberg, према Morris, 2006, стр. 4).

Креативна настава се може описати на два начина: као креативно подучавање или подучавање за креативност. Креативно подучавање подразумева да наставници користе маштовите приступе како би учење учинили што занимљивијим, активнијим, узбудљивијим и ефективнијим. Подучавање за креативност се најбоље може описати као коришћење оних облика наставе који су намењени да код ученика развијају њихово сопствено креативно мишљење и понашање. Међутим, треба напоменути да подучавање за креативност неизоставно укључује и креативно подучавање. Наставници не могу развијати креативне способности својих ученика ако је њихова креативност неоткривена или потиснута. Наставник мора бити и сам отворен за различите приступе настави и спреман да експериментише.

Креативни наставник мора да буде стручан у својој области, али ово није једини и довољан услов. Неопходно је да користи технике које ће подстицати радозналост, самопоштовање и самопоуздање ученика. Наставник мора да препозна када је потребно охрабрити ученика и када је његово самопоуздање угрожено. Мора да успоставља равнотежу између структурираног учења и прилика за самостално учење и ангажовање. Такође мора истовремено и подједнако да води рачуна и о потребама групе ученика, и о потребама појединца.

Подучавање за креативност није једноставно, али може донети задовољство и испуњење не само ученицима већ и самим наставницима. Нажалост, у највећем броју школа наставници не наилазе на неопходну практичну подршку и помоћ у развијању оваквих приступа настави. У образовним системима, садржаји и наставне методе најчешће су у великој мери прописани. Наставнику се не пружа могућност веће слободе у њиховом избору, а све ово прети да охрабри наставнички конформизам и пасивност. Дакле, имамо својеврстан парадокс. С једне стране, стручњаци и научници у пољу привреде, индустрије, науке и технологије говоре да је за успешну будућност потребно имати људе који знају да мисле, који су креативни и иновативни, а ипак су наши образовни системи конципирани тако да дају супротне резултате. Постоји потреба да се наставницима омогући већи степен аутономије и креативности у подучавању и учењу.

Ипак, наставници могу да охрабрују и подстичу креативност у својим учионицама тако што ће ученицима давати више времена да истражују и неће се мешати, нарочито када су ученици потпуно продуктивно ангажовани и мотивисани да заврше задатке. Креираће примамљиво и подстицајно окружење у учионицама омогућавајући ученицима да касније комплетирају свој започет и незавршен рад и остављајући им простора за размишљање и маштање. Треба да обезбеде богате, интересантне и корисне материјале и ресурсе које ће користити за подучавање и учење. У разреду треба да створе такву климу у којој ће ученици осећати да су грешке прихватљиве и охрабрују ученике да преузимају ризик. При томе су одговарајућа галама, бука и аутономија прихватљиви јер представљају показатељ ученичке активности.

2.2. МАТЕМАТИЧКА КРЕАТИВНОСТ

2.2.1. РАЗЛИЧИТИ ПРИСТУПИ, СХВАТАЊА И ДЕФИНИЦИЈЕ МАТЕМАТИЧКЕ КРЕАТИВНОСТИ

Математика се као интелектуална област налази на врху хијерархијске листе области када је у питању присутност креативности у њеним активностима или у њеним резултатима. Стога је иронија то што је за већину ученика широм света математика један од школских предмета који је најмање повезан са креативношћу. Мада је изворна математичка активност уско испреплетана са креативношћу, већини ученика школовање обезбеђује врло мало прилика да искусе овај аспект области математике.

Математичка креативност омогућава развој области математике уопште. Стални пораст броја часописа посвећених математичким истраживањима сведочи о развоју математике. Основни покретач овог развоја – креативност математичара, није била предмет великог броја истраживања. Најчешће је случај да већина математичара није заинтересована за анализирање мисаоног процеса чији је резултат математичка творевина (Ervynck, 1991, према Sriraman, 2004, стр. 19). Најранији познат покушај проучавања математичке креативности представља један обиман упитник објављен у француском часопису L'Enseigement Mathematique 1902. године. Овај упитник и предавање о креативности, које је одржао славни математичар 20. века Анри Поенкаре испред Друштва за психологију, инспирисали су његовог колегу Жака Хадамарда, другог истакнутог математичара, да истражује психологију математичке креативности. Хадамард (Hadamard, 1945, Ibidem) је спровео једно неформално испитивање међу истакнутим математичарима и научницима у Америци, укључујући Џорџа Биркофа (George Birkhoff), Ђорђа Пољу (George Polya) и Алберта Ајнштајна (Albert Einstein), о менталним сликама које се користе док се ради математика. Хадамард је, под утицајем гешталт психологије тога времена, сматрао да креативни процес математичара прати четвороетапни модел: препарација, инкубација, илуминација, верификација. Међутим, четвороетапни гешталтистички модел представља карактеризацију креативног процеса математичара, али сам по себи не дефинише креативност. Како се дефинише математичка креативност? Шта је она заправо? Да ли је то када неки математичар открије нову теорему? Да ли се, када ученик открије нешто већ познато, али за њега ново, такође ради о креативности?

Математичка креативност се обично описује као проницљивост или „избор“ (Poincare, 1948, према Sriraman, 2004, стр. 19). По Поенкареу, „креирање“ се не састоји у прављењу бескорисних комбинација, већ у прављењу оних које су корисне и којих има веома мало. Поенкаре се ослања на чињеницу да само „одговарајућа“ комбинација малог броја идеја резултира креативним схватањем, док већина таквих комбинација не даје креативан резултат. Оваква карактеризација математичке креативности делује прилично нејасно. Поенкареова метафора „избор“ може се схватити као способност математичара да изабере пажљиво између питања (или проблема) која дају нешто ново, насупрот онима која не доноси ништа ново. Али ова интерпретација не решава чињеницу да Поенкареова дефиниција креативности запоставља проблем новине, тј. оригиналности.

Прва етапа креативности односи се на напоран рад како би се схватио проблем. Поенкаре је ово назвао прелиминарним периодом свесног рада. Овај период се још назива и припремна етапа (Hadamard, 1945, Ibidem, стр. 20). У другој етапи, етапи инкубације, проблем се оставља по страни неко време и ум је окупиран другим проблемима. У трећој етапи решење се изненада појављује док је математичар можда заузет и неким другим неповезаним активностима. „Ова појава неочекиване илуминације је јасан знак дугог, несвесног претходног рада“ (Poincare, 1948, Ibidem). Хадамард је ово назвао етапом илуминације. Међутим креативни процес се не завршава овом етапом. Четврта, финална етапа састоји се у усменом и писменом исказивању и изражавању резултата. Овај „гешталтистички модел“ има и неке недостатке. Наиме, модел се углавном примењује на проблеме које су првенствено поставили математичари, игноришући на тај начин фасцинирајући процес којим се развијају права питања. Моделом се у великој мери описује шта се „дешава“ у фазама инкубације и илуминације до несвесног напора. Одговор на проблем како се питања развијају делимично даје Ервинк (Ervync 1991, Ibidem) у свом тростепеном моделу математичке креативности. Он креативност описује кроз три етапе. Прва етапа (етапа 0), названа прелиминарна техничка етапа, састоји се од „неке врсте техничке или практичне примене математичких правила и процедура, при чему онај који их користи није свестан теоријских основа“. Друга етапа (етапа 1) је етапа алгоритамске активности, која се превасходно састоји од извођења математичких техника, као што је експлицитна примена неког алгоритма више пута. Трећа етапа (етапа 2) назива се креативна (концептуална, конструктивна) активност. У овој етапи се појављује „права“ математичка креативност и састоји се од неалгоритамског доношења одлука. Ове одлуке могу бити широко дивергентне природе и увек укључују могућност избора. Мада Ервинк покушава да опише процес којим математичари долазе до питања кроз своју карактеризацију етапе 0 и етапе 1, његов опис математичке креативности је сличан онима које су дали Поенкаре и Хадамард, а употреба израза „неалгоритамско доношење одлука“ аналогна је Поенкареовој употреби метафоре „избор“.

Математичка образовна литература указује на веома мали број покушаја да се експлицитно дефинише математичка креативност. На основу прегледа литературе која је покушала да дâ дефиницију математичке креативности, Ерик Ман проналази преко 100 савремених дефиниција креативности и закључује да је недостатак једне опште и прихваћене дефиниције представљао кочницу за веће истраживачке напоре у овој области (Eric Mann, 2005, стр. 7). Руски психолог Крутетски помиње креативност у контексту ученикових способности да апстрахује и генерализује математички садржај. Ђорђ Поља је покушао да дâ хеуристику за решавање математичких проблема сличну методама које користе искусни математичари. Он је запазио да у „покушају да решимо проблем, сагледавамо различите аспекте тог проблема, разматрамо га поново и поново у нашим мислима, и то варирање проблема је суштинско за наш рад“ (Polya G., 1954, према Sriraman, 2004, стр. 20). Поља придаје велики значај употреби разних облика хеуристике за решавање математичких проблема различите сложености. Када разматрају прихватљивост математичких претпоставки, математичари користе мноштво различитих стратегија. У тражењу видљивих образаца или шаблона, они користе такву хеуристику као што је (1) верификовање резултата, (2) узастопно верификовање више резултата, (3) верификовање немогућег резултата, (4) извођење закључака по аналогији и (5) продубљивање аналогије.

Пишући о математичкој креативности Ејкен (Aieken, 1973, стр. 409) наводи неколико дефиниција. По Карлтоновој (1959) креативно мишљење је оно које доводи до повећања знања. Спрејкер (1960) креативност дефинише као способност да се произведе оригинална и необична, али примењива метода решавања математичких проблема. По Ромеју (1970), креативност је способност комбиновања идеја, ствари, техника или приступа на нов начин. Лејкок (1970) говори о креативној математици, способности да се дати проблем анализира на много начина, да се уоче обрасци, сличности и разлике и да се на основу онога што се радило у сличним ситуацијама одлучи о методи приступа проблему у непознатој ситуацији. Ејкен истиче да се прве две дефиниције односе на креативни производ, док последње две наглашавају креативни процес. Међутим, оне не обухватају субјективни доживљај креативности о коме говоре Поенкаре и Хадамард. Рунко (Runco, 1993, стр. IX) креативност описује као мултидимензионални конструкт, односно конструкт који има више аспеката и укључује: дивергентно и конвергентно мишљење, постављање и решавање проблема, самоизражавање, унутрашњу мотивацију, став за преиспитивање и самопоуздање. Као што смо напоменули, уобичајено мишљење је да креативност и математика немају ништа једно с другим. Међутим, већина математичара се с тим не слаже. Хејлок (Haylock, 1987, према Mann, 2005, стр. 7) је сумирао многе покушаје дефинисања математичке креативности. Један од приступа, наводи Хејлок, укључује способност да се виде нове везе између поступака и области примене и да се праве асоцијације између евентуално неповезаних идеја. Крутетски говори о математичкој креативности у контексту постављања проблема, инвентивности, независности и оригиналности. Кисветер (Kiesswetter, 1983, према Pehkonen, 1997, стр. 63) тврди, на основу сопственог искуства, да је флексибилно мишљење једна од компоненти креативности, најважнија способност коју успешан решавач проблема треба да има. Други осим флексибилности концепту математичке креативности додају и концепте флуентности и оригиналности (Haylock, 1997, стр. 68). Холанд (Holland, 2000, према Mann, 2005, стр. 7) прикључује и елаборацију (проширивање или побољшавање метода) и осетљивост (конструктивни критицизам стандардних метода). Синг (Singh, 1988, Ibidem, стр. 8) дефинише математичку креативност као процес формулисања хипотеза које се односе на узрок и последице у математичким ситуацијама, тестирање и поново тестирање ових хипотеза и прављење модификација и коначно саопштавање резултата.

Студије математичке креативности су покушавале да мере математичку креативност или у облику флексибилности, флуентности и оригиналности одговора ученика на постављене проблеме или у облику развијања и постављања математичких проблема у некој датој ситуацији. У свом раду о креативној способности у математици, Балка (Balka, 1974, Ibidem) наводи обиман скуп критеријума за мерење математичке креативне способности. Обухватио је и конвергентно и дивергентно мишљење, при чему је конвергентно мишљење окарактерисао као откривање образаца и напуштање установљених менталних диспозиција, а дивергентно мишљење дефинисао као формулисање математичких хипотеза, евалуацију необичних математичких идеја, осетљивост за оно што недостаје у проблему, растављање општег проблема на посебне потпроблеме. Ман наглашава, правећи критички осврт на Балкине критеријуме, да је напуштање установљених менталних диспозиција дефинишућа карактеристика у покушајима других да разумеју креативног математичара.

Крутетски и Хејлок су, наводи Ман, сматрали да је превазилажење фиксације у мишљењу неопходно да би се креативност појавила. Они су се фокусирали на напуштање менталних склопова који ограничавају креативност појединца док решава проблем. Испробавање различитих приступа решавању проблема, на систематски начин, може се помешати са испољавањем математичке креативности. У својим ранијим радовима, Хејлок је дискутовао о разлици између креативности и тога да се буде систематичан у решавању математичких проблема. Примењујући научене стратегије, може се догодити да ученик систематски примењује разноврсне методе да би решио проблем, али да се при томе не креће у правцу креативног, и да не истражује области изван свог сопственог света знања.

Карлтон (Carlton, 1959, према Mann, 2005, стр. 9) је анализирала образовне концепте 14 еминентних математичара у неким областима попут креативног мишљења, менталног раста и развоја и сл. Издвојила је листу од 21 карактеристике потенцијално креативних појединаца у математици. Међутим, није пронашла само једну дефинишућу карактеристику креативног талента у математици, већ је закључила да ће математички креативно дете испољити неки подскуп ових карактеристика. Њена анализа указала је на разлику између два типа креативних математичких умова. Наиме, неки од математичара из њене студије сматрали су да постоји разлика између логичких и интуитивних умова. Математичари са интуитивним умом описани су као они који користе геометријску интуицију, способни су да виде у простору, имају дар да виде крај издалека, док они са логичким умом раде на основу строгих дефиниција, расуђују аналогијом и крећу се корак по корак кроз велики број елементарних операција. Бишоп (Bishop, 1981, према Pehkonen, 1997, стр. 63), слично томе, наводи да су нам у математици потребна два различита међусобно комплементарна мода мишљења: креативно мишљење, за које је типична „интуиција“ и аналитичко мишљење, за које је типична „логика“. По њему, је вербалност, која је увек једнодимензионална, повезана са логиком, а визуелност, која је обично дводимензионална или тродимензионална, повезана је са интуицијом.

Успех у школској математици, где се таленат често мери брзином и тачношћу рачунања, лакши је за логички, формални и брзи ум. Тестови интелигенције мере само брзе активности ума, не узимају у обзир снагу дуготрајних напора који су одлика озбиљних студија појединаца и честе подсвесне мисаоне активности у таквим искуствима (Cajori, 1928). Хадамард (Hadamard, 1945) је сматрао да креативност у математици захтева интуитивни ум са широким временом за рефлексију и инкубацију идеја. Због овог прекида између времена за рефлексију и мерења брзине рачунања, многи ученици који имају потенцијал да дају значајне доприносе постају застрашени и прилагођавају се већини, поричући своју креативну природу (Csikszentmihalyi, Wolfe, 2000, према Mann, 2005, стр. 10).

Леикен и Клос (Leiken, Kloss, 2011, стр. 1) говоре о креативности као личној способности која се може развијати код ученика, и праве разлику између релативне и апсолутне креативности. Апсолутна креативност је повезана са великим историјским открићима, односно са открићима на глобалном нивоу. Примери апсолутне креативности се могу видети у открићима Фермае, Хилберта, Римана и других изузетних математичара. Релативна креативност се односи на открића појединаца у оквиру посебне референтне групе и на људску имагинацију која ствара нешто ново. Силвер наводи да се математичка креативност у школској математици обично повезује са решавањем или постављањем проблема (Silver, 1997). Квон, Парк и Парк (Kwon, Park, Park, 2006) предложили су два главна критеријума у дефинисању математичке креативности: креирање новог знања и флексибилна способност решавања проблема. Чиу (Chiu, 2009, према Aizikovitsh-Udi, Amit, 2011, стр. 1088) је повезао математичку креативност са способношћу ученика да решавају рутинске и нерутинске проблеме и да се приближе „лоше“ структурираним проблемима. У нашем истраживању математичку креативност посматрамо као релативну и повезујемо је са решавањем и постављањем математичких проблема.

Можемо закључити да постоје два главна правца у дефинисању математичке креативности, а они се односе на креирање нових знања и на флексибилну способност решавања проблема. Наставни прилаз у школској математици у великој мери зависи од тога који приступ креативности се наглашава. Међутим, оно што је суштински важно са гледишта учитеља јесте изабирање одговарајућег задатка за ученике и њихово контекстуално знање. Од добро изабраног проблема зависи да ли ће ученик бити добро вођен према генерализацији свог задатка учења и креирању новог знања и ли ће усавршити своје способности решавања проблема. У оквиру нашег истраживања развили смо програм који користи проблеме отвореног типа за које сваки појединачни ученик може понудити своје сопствено решење у зависности од сопствених способности.

2.2.2. МАТЕМАТИЧКА КРЕАТИВНОСТ И НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ

Креативност је тема која се често занемарује у настави математике. Наставници обично мисле да је логика у математици на првом месту, а да креативност није толико важна у учењу математике. С друге стране, ако узмемо у обзир математичара који долази до нових резултата у математици, не можемо занемарити његово коришћење креативног потенцијала. Какав је онда значај креативности у оквиру школске математике?

Наставници много говоре о креативности, али је мало оних који је одобравају код својих ученика, а још је мањи број оних који код својих ученика васпитавају ову особину. Често се испоставља да су креативни ученици они за које наставници сматрају да су „чудновати“, да не разумеју очигледне истине, да не могу да усвоје оно што други с лакоћом усвајају. Описују их као ученике којима на памет падају чудновате идеје, који о свему имају своје мишљење, свој став који се најчешће веома разликује од уобичајеног. Њихови поступци и активности су несхватљиви већини ученика, наставника и родитеља. Велики је број истакнутих личности које су у току школовања наставници нису примећивали. Креативним особама немогућност директног усвајања било ког садржаја смета да прихвате „очигледне“ истине. То је разлог зашто им је теже да уче него да креирају.

На почетку школовања дете се одликује жељом да стваралачки мисли. Радознало је, у потрази за новим и непознатим. Школа је на известан начин спутава огромну дечју радозналост и жељу за сазнавањем света и појава. Креативност је нешто што може бити уништено у току живота, како у младости, тако и у зрелом добу. Појединац, најчешће, тих околности није свестан. Није способан да види оно што је могао постати, а ни оно што је, можда, било изгубљено или му недостаје. Нека истраживања (Мајер, Вернон, Торенс, Андерсен, Пијаже и др.) указала су на чињеницу да способности стваралачког мишљења деце опадају са узрастом ученика (Шпијуновић, 2005). Млађа деца углавном, показују већи степен креативности од старије деце. У прилог овоме иде и то да је велики број познатих математичара своје стваралаштво испољио управо у раној младости (Дејић, Ћебић, Михајловић, 2009). Торенс (према Шпијуновић, 1994, стр. 62) је утврдио да креативно мишљење у већини случајева бележи пораст од првог до трећег разреда, а онда нагли пад на почетку четвртог разреда, поновни раст за време петог и шестог разреда и још један пад на почетку седмог разреда[3].

Ово би се можда могло објаснити начином на који ученици уче математику. Наиме, у редовној настави има много стереотипног, а мало истраживачког рада. Интелектуалне могућности ученика се превише оптерећују и исцрпљују меморисањем чињеница, појмова и правила, а веома мало пажње се посвећује развијању и неговању креативног мишљења. И сам наставник је често спутан преопширним програмом и неадекеватним материјалним и техничким условима. У учионицама се мишљење ученика усмерава у једном правцу, не допушта се одступање од стереотипног, уобичајеног, често шаблонског начина решавања математичких проблема и тако се пропуштају прилике повољне за развој креативног мишљења.

Велики допринос истраживању креативног мишљења у области математике у нашим условима дао је Радомир Квашчев. Поред тога што је указивао на природу и карактеристике стваралачког мишљења, Квашчев је указао и на путеве којима се стваралачко мишљење може развијати. У својим истраживањима он је показао да се поједине компоненте стваралачког мишљења могу развијати одговарајућим вежбањем. По његовим резултатима, чланови експерименталне групе су развили оригиналност и флексибилност као способност стваралачког мишљења. К. Шпијуновић (1994) такође сматра да се стваралачко мишљење може развијати у процесу математичког образовања ако се развија свака од способности (флуентност, флексибилност, оригиналност, елаборација, редефиниција и осетљивост за проблеме).

Као што смо већ напоменули, креативност не треба схватити као нешто што је својствено само изузетним појединцима, већ као оријентацију и тенденцију према математичкој способности чији се развој може подстаћи у широј школској популацији. Развијање креативности представља један од најважнијих задатака математичког образовања. Овоме можемо допринети коришћењем различитих облика, средстава и метода рада, при чему нарочито важну улогу има решавање и постављање проблема, самим тим и проблемска настава, учење откривањем, диференцирана, индивидуализована и менторска настава.

[3] Ово је један од разлога зашто смо одлучили да наше истраживање спроведемо у трећем разреду основне школе.

2.3. МЕТОДА ОТВОРЕНОГ ПРИСТУПА

Традиционална настава и облици рада и даље доминирају у настави математике у основним и средњим школама. Оваква настава се може описати као један „зачарани" круг који се састоји од: предавања и демонстрације чињеница и поступака, увежбавања научених поступака и метода, испитивања и оцењивања успешности репродукције. Ученици представљају пасивне рецепторе, примаоце знања. Начин усвајања и процењивања знања се базира на репродукцији градива, а занемарени су сви остали видови активности ученика, попут решавања и постављања проблема, истраживачког, кооперативног рада и сл.

Као последица доминације оваквих облика рада, ученици из школе излазе са слабим знањима и још слабијим умењима. Резултати PISA тестирања за 2009. годину показују да се наши ученици налазе далеко испод просека када су у питању резултати на тестовима математичке писмености (мада су резултати у односу на 2006. годину бољи). Око 40 процената ученика узраста од 15 година показало је функционалну неписменост, што значи да више од трећине српских ученика није усвојило знања и вештине неопходне за даље школовање и професионални развој и не уме да своје знање примени у пракси (Бауцал А., Павловић-Бабић Д., 2010., стр. 50).

Савремено друштво у коме живимо поставља захтев за стицање употребљивих знања и вештина. Од ученика се очекује не само да репродукују стечена знања већ и да их успешно примењују у различитим, релевантним ситуацијама у свакодневном животу, а не само у школи. Да бисмо остварили овакве циљеве, неопходно је извршити промишљање садржаја и увести и користити ефикасне стратегије и методе учења. Ученици морају да постану активни конструктори властитог знања, а не пасивни примаоци. Ана Пешикан (Пешикан А., 2010, стр. 160) наводи да се у школама најмање остварују васпитно-образовни циљеви као што су: формирање умења решавања проблема, способност примене стечених знања у новим ситуацијама, развијање самосталности у учењу и интелектуалном раду, развијање способности комуницирања и дијалога. Све ово указује да у настави математике треба нешто променити.

Саливен, Бурк и Скот (Sullivan P., Bourke D., Scott A., 1997, стр. 88) напомињу како се данас велики број математичких едукатора слаже да ће повољни услови за учење бити максимални када ученици:

- активно учествују у математичким истраживањима;
- користе као основу своје постојеће знање и искуство;
- бивају охрабрени да развијају и користе своје сопствене стратегије;
- осећају самопоуздање да ризикују и праве грешке и
- бивају способни да комуницирају са другима и објашњавају им и излажу своје идеје.

По њима, кључно је да и наставници и ученици препознају допринос самог ученика процесу учења и да ученици могу да дају прилог решењима и начину доласка до решења. Можемо, према томе, закључити да је императив идентификовање стратегије за стварање таквих прилика за учење које би се могле применити у учионицама. Јасно је да се не може променити квалитет учења увођењем и организовањем нових стратегија, а коришћењем старих, конвенционалних вежби. Потребно је идентификовати задатке који ће истовремено задовољити циљеве курикулума и унапредити активно учење.

Као што смо раније написали, традиционална, конвенционална настава се најчешће састоји од тога да наставник објашњава и демонстрира једну или више вежби, а затим ученици понављају демонстриране вежбе на сличним примерима (дрил). Ако је повратна информација негативна, онда се ученицима даје још вежбања, а ако је позитивна онда се разреду задају нове вежбе. Стога није необично то што већина ученика математику види као скуп правила и вежби.

Повећана забринутост због тога што школе производе младе који пасивно слушају и експерти су за инертно меморисање знања, за извршавање поједностављених, шаблонских задатака – покренула је иницијативу за усвајање тзв. отвореног приступа у учењу математике (Foong, 2000, стр. 50). Наставници се охрабрују да развијају окружења за учење у којима ће њихови ученици имати више времена и простора за рефлексију, дискусију и самостално истраживање. У таквим разредима наставници обезбеђују ученицима отворено окружење за учење у форми проблема отвореног типа који су интегрисани и постављени у контекст реалног живота.

2.3.1. ПОЈАМ И КАРАКТЕРИСТИКЕ МЕТОДЕ ОТВОРЕНОГ ПРИСТУПА

Метода отвореног приступа развила се у Јапану седамдесетих година прошлог века (Pehkonen, 1999, стр. 56). Решавање проблема представља главни фокус јапанског математичког курикулума још од педесетих година 20. века. Неколико публикација имало је кључан утицај на то како се решавање проблема користи у математичком образовању Јапана и подстакло је низ истраживања у овој области. Једна од тих публикација била је Пољина књига „Како решити математички задатак?“. Јапански истраживачи и наставници су заједнички радили на наставној студији чији је циљ био унапређивање наставе математике, а свој рад базирали су на Пољине четири фазе у решавању проблема. У периоду између 1971. и 1976. године спроведено је истраживање у облику низа пројеката о методама евалуације мисаоних способности вишег реда у математичком образовању. Како Нохда (Nohda, 2000, стр. 40) наводи, под мисаоним способностима вишег реда подразумевало се да, као прво, ученици буду у могућности да математизују неку ситуацију и да се затим „изборе“ са њом. Односно, да буду способни да уоче битан аспекат проблема у складу са њиховим начином мишљења тако што ће користити сопствено стечено знање математике, да га интерпретирају на математички начин и да примене технике које им највише одговарају (Shimada, Becker 1997). Као друго, подразумевало се да ученици буду способни да сарађују са осталим ученицима у решавању математичког проблема. (Shimada, 1972, према Nohda, 2000, стр. 40). Шимада и остали су развили тзв. проблеме отвореног типа како би извршили евалуацију активности ученика. Проблеми отвореног типа заправо су били проблеми са отвореним исходом. Један такав проблем са отвореним исходом дефинисали су као проблем који је формулисан тако да има више од једног тачног одговора. У почетку су у истраживању учествовала четири истраживача: Шигеру Шимада, Тошио Савада, Јошихико Хашимото и Кеничи Шибуја, да би се неколико година касније истраживању прикључио и већи број истраживача и наставника основних и средњих школа. Основна идеја истраживања била је коришћење проблема који су имали отворен исход. Из овога је као један од резултата проистекла метода отвореног приступа, коју је Шимада са осталима објавио 1977. у књизи „Отворени приступ: нов предлог за наставу математике“ (The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics).

Квон, Парк и Парк (Kwon, Park&Park, 2006, стр. 52) дефинишу отворени приступ као педагошку стратегију чији је циљ стварање креативних математичких активности које стимулишу радозналост и сарадњу ученика у смеру решавања и савлађивања математичких проблема. Нохда и Бекер (Nohda N., Becker J. P., 1990, стр. 203) наглашавају да је циљ наставе отвореног приступа истовремено подстицање креативних активности ученика и њиховог математичког мишљења у решавању проблема. Другим речима, и активности ученика и математичко мишљење морају бити изведене до свог максимума. Према томе, неопходно је да сваки ученик има слободу да напредује у решавању проблема у складу са својим сопственим способностима и интересовањима. Коначно, овакав приступ настави омогућава ученицима развијање математичке интелигенције. Разредне активности са математичким идејама се подразумевају и у исто време ученици са вишим способностима учествују у великом броју различитих математичких активности, док ученици са слабијим способностима такође могу уживати у математичким активностима.

На овај начин, ученицима се нуди прилика да истражују са стратегијама које њима одговарају (односно са којима се осећају сигурније), и пружа им се могућност веће елаборације у решавању математичких проблема. Као резултат, добијамо богатији развој математичког мишљења и, у исто време, подстичемо креативне активности сваког ученика. Ово је основна идеја методе отвореног приступа дефинисана као наставна метода у којој су активности интеракције између математике и ученика отворене за разноврсне приступе решавању проблема.

Следеће што треба разјаснити јесте шта значи да су активности интеракције између математичких идеја и понашања ученика отворене у решавању проблема. Нохда и Бекер (Ibidem) ово објашњавају са три аспекта:

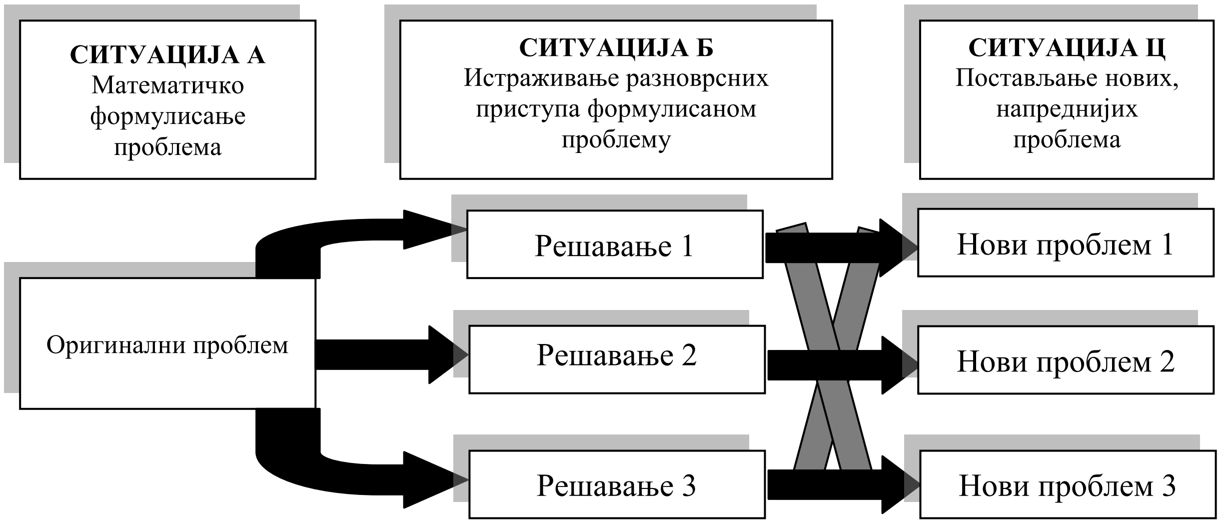
1. активности ученика су развијене отвореним приступом;
2. проблем који користи отворени приступ укључује математичке идеје;
3. отворени приступ мора бити у хармонији са интерактивним активностима под 1. и 2.

Нохда (Nohda, 2000, стр. 41) напомиње да свака образовна активност ученика мора отворити садашње учење ка будућем, односно сваки ученик мора да стекне неопходне квалификације како би могао да свој живот учини успешним. Чак и у школској математици треба узети у обзир да се сваки ученик подстиче да пронађе свој сопствени начин живота и да може да допринесе друштву целокупним својим бићем, пуном снагом на основама математичког осећаја, знања, вештина, начина мишљења и сл. Зато морамо да обезбедимо максималне прилике и најбоље окружење за учење за сваког ученика у било којој врсти образовних активности. У настави математике од наставника се очекује да помажу ученицима у разумевању и елаборирању својих математичких идеја што је могуће више у односу на своја постигнућа, диспозиције и сл. Међутим, настава која се ослања само на логику наставника не може, наводи Нохда, отворити „срце“ ученика, чак и када су процеси и производи математички атрактивни за наставника. С друге стране, настава која у потпуности и некритички прихвата све идеје ученика, завршиће активностима лошег математичког квалитета и опет неће отворити „срца“ ученика према математици. Настава која користи методу отвореног приступа има циљ да сви ученици уче математику у складу са сопственим математичким снагама, што је пропраћено одређеним степеном одлучности у њиховом учењу могућношћу да врше математичку елаборацију квалитета њиховог процеса и производа.

Према Нохди (Nohda, 2000, стр. 42) настава која користи методу отвореног приступа подразумева поштовање три принципа. Први принцип се односи на аутономност активности ученика. По њему, потребно је ценити вредност активности ученика и наставник мора да научи да буде неутралан, односно да се не меша намећући свој начин мишљења или метод решавања проблема. Други принцип је везан за еволуциону и интегралну природу математичког знања. Садржај математике је теоретски и систематичан. Што је неко знање више суштинско, то ће богатије бити и аналогијско, опште знање које произлази из њега. Нохда ово тумачи на следећи начин: „знања која су више суштинска отварају врата шире“ (Ibidem, стр. 42). Трећи принцип се тиче наставниковог пробитачног доношења одлука у разреду. Наиме, на часовима математике наставник често наилази на неочекиване идеје ученика. У тим приликама наставницима припада важна улога, а то је да омогуће овим идејама да потпуно заживе како би и други ученици могли да упознају њихову важност.

Настава која користи методу отвореног приступа у општем случају се састоји од три ситуације:

1. математичко формулисање проблема;
2. истраживање разноврсних приступа формулисаном проблему;
3. постављање нових, напреднијих проблема.



Слика 3. Структура часа на коме се користи метода отвореног приступа (Нохда, 2000, стр. 42)

Прва ситуација се односи на то да наставник показује ученицима оригиналну ситуацију или проблем, а ученици затим покушавају да га формулишу као математички проблем у складу са сопственим искуством и стеченим знањем. Од ученика се онда очекује да пронађу решења на основу свог искуства (ситуација 2). Наставник упућује ученике да дискутују о вези између великог броја предложених решења проблема и води их да интегришу на изглед неповезана решења у она која су софистициранија. На крају, ученици покушавају да поставе општије проблеме на основу својих активности у ситуацији 2 (ситуација 3).

Ради бољег разумевања методе отвореног приступа, потребно је дефинисати појмове проблема отвореног и затвореног типа и проучити њихове врсте и карактеристике.

2.3.2. МАТЕМАТИЧКИ ПРОБЛЕМИ, РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА

По Пехконену (Pehkonen, 2007, стр. 1) сврха школског образовања у свакој земљи је, у већој или мањој мери, развијање независне, самоуверене, мотивисане и мултиталентоване личности способне да критички мисли, која ће успешно одговорити на изазове у различитим друштвеним условима у току свог живота. Опште је прихваћено мишљење да решавање проблема представља снажно средство развијања мисаоних способности вишег степена. Даље, наводи Пехконен, по стандардима Националног савета наставника математике (National Council of Teachers of Mathematics NCTM) решавање проблема није само циљ, већ и средство учења математике. Бити добар решавач проблема доноси велике предности и у свакодневном животу и на радном месту. Решавање проблема представља интегрални део целокупног учења математике.

У многим земљама широм света решавање проблема јесте циљ експлицитно садржан у математичком курикулуму. Проучавајући математичку литературу о решавању проблема, Пехконен (Pehkonen, 1997, стр. 64) издваја неколико разлога због којих се решавању проблема у настави математике даје централна позиција и ове разлоге сврстава у четири главне категорије: 1. решавање проблема развија опште когнитивне способности; 2. решавање проблема подстиче креативност; 3. решавање проблема је део процеса примене математике; 4. решавање проблема мотивише ученике за учење математике.

У математичкој литератури под проблемом подразумевамо дату ситуацију или задатак када је појединац приморан да повезује познате информације на нов начин како би дати задатак извршио (Kantowski, 1980, Ibidem). Ако појединац одмах препозна акције које су потребне да би урадио задатак, онда ће за њега то бити рутински задатак. Стога је појам *проблем* ограничен временом и појединцем, односно да ли ће нешто бити проблем зависи од особе која га решава.

Дјуи (Dewey, 1933, према Avcu&Avcu, 2010, стр. 1282) проблем дефинише као све оно што изазива забуну код појединца, ствара ситуацију са изазовом и чини његова досадашња уверења несигурним. Крол и Милер (Kroll, Miller, 1993), наводе Авку и Авку, сматрају да је неки задатак проблем ако садржи корак који је препрека у настављању решавања. Да би нека ситуација представљала проблем, појединац мора бити свестан те ситуације и заинтересован за њено решавање, али и немоћан у проналажењу решења (Lester, 1980, Ibidem). Дакле, да би нека ситуација представљала проблем, потребно је да буде изазовна, нова, да изазове збуњеност код решавача и да решавач буде спреман и мотивисан да је реши. У зависности од различитих приступа, проблеми се деле на две врсте: рутинске и нерутинске проблеме. Поља (Polya, 1957, стр. 172) сматра да се рутински проблеми формирају додавањем различитих података већ решеним проблемима. Решавају се без коришћења нових ствари, односно само применом познатих алгоритама и то корак по корак. Алтун (Altun, 2005, према Avcu&Avcu, 2010, стр. 1283) напомиње да рутински проблеми играју важну улогу у развијању вештина рачунања. Обично се могу решити коришћењем неког наученог алгоритама и захтевају један, два или више корака у решавању. Мејер и Хегерти (Mayer, Hegarity, 1996, стр. 32) истичу да рутински проблем постоји онда када онај који га решава зна начин налажења тачног решења и зна да је тај начин решавања одговарајући за дати проблем. За разлику од рутинских, нерутински проблеми поред развијања вештина рачунања, захтевају да се изврши организација датих података, њихово класификовање, да се уоче и успоставе везе (Jurdak, 2006, према Avcu&Avcu, 2010, стр. 1283). Осим тога, нерутински проблеми постоје када решавач не зна како да реши проблем и не може одмах да види решење јер није очигледно (Mayer, Hegarity, 1996, стр. 32).

Сам поступак решавања проблема Пољa дефинише као покушај налажења погодног поступка да се достигне жељена тачка, али немогућност да се достигне очекивани циљ. Према Бранку (Branca, 1980, према Rickard, 2005, стр. 2), решавање проблема у школској математици може се посматрати као циљ, процес или базична вештина, при чему свака интерпретација повлачи за собом различите импликације на наставу и учење решавања проблема. Баруди (Baroody, 1993, према Avcu&Avcu, 2010, стр. 1283) заступа став да решавање проблема представља наставну методу која захтева математичко мишљење. Међутим, не треба га схватити само као методу или стратегију давања смисла некој ситуацији, већ и као мишљење које се користи за решавање неалгоритамских ситуација. По Шонфелду (Schoenfeld, 1992), решавање проблема није повезано само са оним што је познато, већ и са тим како и када се ово знање користи. Постоји неколико различитих приступа у настави математике која је усмерена на решавање математичких проблема. Најпознатију поделу дао је Хатфилд (Hatfield, 1978, према Kayan, 2007, стр. 16), а о њој говоре и Шредер и Лестер (Schroeder&Lester, 1998, Ibidem, стр. 33). Према овој подели постоје три основна приступа у настави усмереној на решавање математичких проблема: настава путем решавања проблема, настава за решавање проблема и настава о решавању проблема. У настави путем решавања проблема математичке теме се уводе, износе ученицима тако што им се презентује одговарајући проблем. Односно, проблеми су средство којим се уводе и подучавају математички садржаји и поступци. Могу се користити и да покрену дискусију о одговарајућој теми или да мотивишу ученике да уче и савладају одређене садржаје.Према томе, у настави путем решавања проблема, проблеми се првенствено користе као средства за учење математике. Осим што могу служити као средство за увежбавање основних рачунских вештина, проблеми се често користе да би показали каква је веза између математичких садржаја и реалног света (Baroody, Coslick, 1998, стр. 2–11). У настави за решавање проблема, да би решили проблеме, ученици примењују знање које су стекли на часовима математике. Другим речима, математика се учи да би ученици могли да науче да решавају проблеме. Од ученика се очекује да решавају и рутинске и нерутинске проблеме док уче математику. Наставници упознају ученике са стратегијама помоћу задатака и вежби који укључују неке реалне животне ситуације. У настави о решавању проблема, уче се опште стратегије решавања проблема. Проблеми служе за увежбавање стратегија решавања. Ово обично подразумева да наставници објашњавају и илуструју Пољин четворофазни модел решавања проблема или њему сличан и посебне хеуристике за извршавање ових фаза. У пракси се ова три приступа често преклапају и користи се интегрисани приступ.

2.3.3. ПРОБЛЕМИ ОТВОРЕНОГ ТИПА

У отвореном приступу о коме говори Шимада, нагласак је на проблемима чији исход није везан за само један тачан одговор. Међутим, у методи отвореног приступа коју користимо у нашем истраживању, проблеми отвореног типа схватају се много шире. Најопштије, *проблем отвореног типа* је проблем који је отворен за многа различита решења (Becker, 1997, Nohda, 2000, према Kwon, Park, Park, 2007). Дефиниција проблема отвореног типа, међутим, варира од истраживача до истраживача. Такахаши (Takahashi, 2001 према Yan, Fong, 2005, стр. 1) проблеме отвореног типа дели на две врсте: проблеме са једним решењем, али са више разноврсних приступа решавању проблема и проблеме са више тачних решења, односно одговора. Да би дефинисали појам проблема отвореног типа, Пехконен и Фунг (Pehkonen, 1997a, Foong, 2002), на пример, најпре дефинишу проблеме затвореног типа. *Проблем затвореног типа* је „добро структуриран“ проблем у смислу да су захтеви јасно формулисани и постоји један јединствен и тачан одговор који се увек може пронаћи на одређен, фиксиран начин. Другим речима, проблем је затворен ако су почетна и циљна ситуација (почетни услови и циљ) затворени, тј. јасно објашњени, задати. Овакав проблем не пружа могућност коришћења дивергентног мишљења. Затворени проблеми обухватају рутинске задатке који се користе за увежбавање правила и поступака, као и нерутинске проблеме који су засновани на коришћењу хеуристичких метода решавања проблема. Ако су почетна и циљна ситуација отворени, односно нису затворени, онда имамо проблем отвореног типа (табела 2). Стога, проблем који је „отворен“ било у погледу својих почетних услова, било када је реч о циљевима, и који је по исходу отворен за дивергентно мишљење, може се сматрати проблемом отвореног типа. Проблеми отвореног типа се у литератури још називају и некомплетним (Kwon, Park, Park, 2007), неструктурираним или „лоше" структурираним проблемима (Leung, 1997).

Према овој дефиницији, Пехконен (Pehkonen, 1997a, стр. 8) у односу на „отвореност" почетне или циљне ситуације издваја три врсте проблема отвореног типа. У проблеме отвореног типа убраја: истраживања, постављање или генерисање проблема, реалне животне ситуације (real-life ситуације), пројекте, проблемска поља (problem fields), проблеме без експлицитно постављених питања и тзв. проблем-варијације (тзв. метод "what-if"). Група проблема попут реалних животних ситуација може обухватити и неколико врста отворених проблема.

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">Циљна ситуација</td></tr>
<tr><td>Затворена
(тј. Јасно задата)</td><td>Отворена</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Почетна ситуација</td><td>Затворена
(тј. Јасно задата)</td><td>затворени
проблеми</td><td>• проблеми са отвореним исходом (open-ended)
• реалне животне ситуације
• истраживања
• проблемска поља
• проблем-варијације</td></tr>
<tr><td>Отворена</td><td>• реалне животне ситуације
• проблем-варијације</td><td>• реалне животне ситуације
• проблем-варијације
• пројекти
• постављање проблема</td></tr>
</table>

Табела 2. Класификација проблема у зависности од њихове полазне и циљне ситуације (Pehkonen, 1997a, стр. 9)

Неки математички едукатори користе реч „истраживачки" као синоним за „отворени", како би спречили забуну са нерешеним проблемима математике (Ibidem).

Слично подели коју даје Пехконен, Рајтман (Reitman, 1965 према Leung, 1997, стр. 26) говори о „добро" и „лоше" структурираним проблемима. По њему, проблем је добро структуриран ако су објекти, операције и циљеви добро дефинисани. Рајтман је идентификовао четири категорије проблема у зависности од тога колико добро су дата (почетна) и коначна стања (циљеви) спецификована:

- недефинисана дата (почетна) и недефинисана коначна стања (циљеви);
- недефинисана дата (почетна) и добро дефинисана коначна (циљеви) стања;
- добро дефинисана дата (почетна) и недефинисана коначна стања (циљеви);
- добро дефинисана дата (почетна) и добро дефинисана коначна стања (циљеви).

С обзиром да у прве три категорије има недефинисаних компоненти, следи да су само проблеми у последњој категорији добро структурирани. Под „недефинисаним“ Рајтман подразумева и „лоше дефинисане“ случајеве. Прве три категорије су, стога, познате као лоше структурирани проблеми. Лоше структурирани проблеми отварају разне могућности за постављање и формулисање проблема јер онај ко поставља проблем, мора самостално да дефинише почетна стања, циљ или и једно и друго.

Лондон (London, 1993 према Kwon, Park, Park, 2006, стр. 53) издваја три карактеристике проблема отвореног типа. По њему, проблеми отвореног типа подразумевају три фазе: упознавање проблема, испитивање проблема и упорност у решавању. Потребно је да проблеми ученицима пружају прилику за дивергентна решења и да им омогућавају да врше евалуацију. Такође, морају бити приступачни за сваког ученика и морају подразумевати извесно време за решавање. Квон и др. (Ibidem) проблемима отвореног типа сматрају проблеме који имају следеће три карактеристике: прво, почетна тачка проблема је релативно јасна, али решења за његов циљ могу варирати; друго, ученик може бирати сопствени одговарајући приступ и објаснити разлог његовог избора; треће, то су проблеми у којима ученик може користити вишедимензионалне мисаоне вештине и ангажовати дивергентно мишљење у потрази за сопственим решењем.

Савада (Sawada, 1997, према Takahashi, 2000, стр. 4) наводи пет предности решавања проблема отвореног типа:

- ученици активније учествују на часу и могу да изражавају своје идеје слободније и чешће;
- ученици имају бољу прилику да користе своје математичко знање и вештине у већој мери;
- сви ученици могу дати одговор на питање на свој и за себе значајан начин;

- часови са проблемима отвореног типа пружају ученицима сврсисходно и важно искуство расуђивања и закључивања;
- ученицима је пружена шанса да искусе испуњење када дођу до открића и да доживе потврду код својих вршњака.

Наиме, будући да код проблема отвореног типа постоји више могућих тачних одговора и решења и ученици имају прилику да пронађу сопствена, онда решавање проблема отвореног типа обезбеђује окружење које је слободно и пуно подршке за ученика. По Такахашију (Takahashi, 2000, стр. 4), ученици су активни и радознали и желе да пронађу и друга решења. При томе могу да упоређују и дискутују о својим решењима са осталим ученицима. Све ово ствара могућност за вођење интересантног и богатог дијалога у учионици. Пошто постоји много различитих решења датог отвореног проблема, онда ученици бирају за њих најбољи начин долажења до одговора и стварају оригинална решења. Кроз упоређивање и дискусију у разреду ученици су интринзички мотивисани да другим ученицима образлажу своја решења. А ово представља велику прилику за развијање математичког мишљења. У обзир треба узети чињеницу да у одељењима имамо ученике различитих способности, могућности и интересовања. Стога треба водити рачуна да у активностима на часу учествују сви ученици, односно час мора бити разумљив сваком ученику. Проблеми отвореног типа ученицима пружају могућност да пронађу своје сопствене одговоре.

Ови проблеми нуде ученицима разноврсне приступе, уз мала ограничења методе решавања коју користи ученик (Hancock, 1995 према Cooney, Sanchez и Ice, 2001, стр. 10). Могу варирати од једноставних питања која од ученика траже да прикаже рад на проблему до комплексних ситуација које захтевају формулисање хипотеза, објашњавање математичких ситуација, креирање нових повезаних проблема и прављење генерализација (Kulm, 1994 према Chan, 2007, стр. 2). Фунг (Foong, 2002, стр. 19) описује отворене проблеме као „лоше“ структуриране зато што подразумевају недостатак одређених података или претпоставки и не постоји утврђена процедура које би гарантовала тачно решење оваквог проблема. Због таквих когнитивних препрека ученици ће морати да прошире своје постојеће знање користећи друга средства и изворе како би решили проблемске ситуације.

Оно што проблеме отвореног типа чини атрактивним приступом у настави и учењу јесте њихова отворена природа која нуди својеврстан изазов за мисаоно ангажовање ученика. Верује се да ефективна употреба проблема отвореног типа подстиче и поспешује мишљење вишег реда и ствара основу за дубоко мишљење (Dyer, Moynihan, 2000 према Chan, 2007, стр. 2). Када ученик учи математику путем оваквог проблемског приступа, он се решавајући проблем „бори“ са тешкоћама, а не ослања се само на пуку репродукцију поступака или правила да би нашао решења. На овај начин поспешује се дубље разумевање математичких садржаја.

Ван ден Ховел-Панхуизен је у својој студији о проблемима отвореног типа видела корист у томе да ученици решавају реалистичне проблеме код којих дате информације нису потпуне, па морају да праве претпоставке о томе што недостаје (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996, Ibidem). Чан (Chan, 2007) помиње још неке предности коришћења отвореног приступа, као што су: повећање задовољства у раду и пружање значајних информација наставнику о томе како се ученици сналазе у процесу решавања проблема.

Упркос предностима проблема отвореног типа, није лако пронаћи одговарајуће математичке садржаје на основу којих се могу креирати и осмислити различите категорије ових проблема. Проблеми који преовлађују у настави математике у школама обично су затвореног типа и не остављају много простора за креативно мишљење.

Проблеми отвореног типа могу ученицима приуштити осећај постигнућа и испуњења јер чак и ученици са слабијим математичким способностима могу да изнесу своја мишљења у складу са сопственим способностима. Штавише, ученицима се нуди могућност да осете како је то бити прави и активни ученик математике у самосталном креирању проблема. Оно што је овде битно јесте да и наставник и ученик препознају допринос ученика у свим процесима учења и да сваки ученик има поверење у своју способност да пронађе сопствено решење. Могућност да ученици раде заједно једна је од кључних ставки у решавању проблема отвореног типа. Користећи међусобно искуство и дискутујући о проблему, ученици се ангажују у рефлектовању, давању претпоставки и образлагању. Хиберт, Карпентер и Фенема (Hiebert, Carpenter, Fennema et al., 1996, Ibidem) сматрају да су ученици који праве рефлексију о оном што раде и комуницирају једни са другима о томе, у најбољој позицији да изграде корисне везе у математици.

Једна од карактеристика креативног мишљења јесте дивергентно мишљење које је Гилфорд (Guilford, 1967, према Sak, Maker, 2005) дефинисао као акт трагања за разноврсношћу у решавању проблема без једног фиксираног одговора или размишљање у различитим перспективама. Такође, указао је да дивергентно мишљење повећава могућност доласка до оригиналних мисли. Зато што охрабрује дивергентне мисли, проблем отвореног типа даје допринос распламсавању (појачавању) дивергентног мишљења. У току трагања за различитим решењима и разноврсним приступима, ученици могу слободно доћи до многих идеја (флуентност), могу правити друге покушаје да развију (измисле) нове стратегије за бављење проблемом тамо где друге не успевају (флексибилност) и могу смислити веома паметне и неочекиване идеје (оригиналност). Једном речју, проблеми отвореног типа су веома ефективни у неговању математичке креативности.

Квон, Парк и Парк (Kwon, Park, Park, 2006) испитивали су утицај решавања проблема отвореног типа на развој појединих вештина дивергентног мишљења математичке креативности ученика седмог разреда (флуентност, флексибилност и оригиналност). Њихово истраживање обухватило је 398 ученика, који су били подељени у експерименталну и контролну групу. Ученици експерименталне групе пратили су специјално дизајниран програм који се састојао од 20 наставних јединица реализованих у периоду од осам месеци на часовима редовне наставе. Наставне јединице су садржале велики броја различитих задатака отвореног типа. Резултати истраживања показали су да је програм имао позитиван ефекат на развој дивергентног мишљења код ученика.

Ли (Lee, 2011) је испитивала утицај наставе која је користила проблеме са тзв. алтернативним начинима решавања (проблеми отвореног типа који се могу решити на више различитих начина) на постигнућа у решавању математичких проблема ученика осмог разреда основне школе у Тајвану. У испитивању је учествовало 28 ученика који су прошли програм у трајању од четири недеље (два часа недељно) где су решавани проблеми са више алтернативних начина доласка до решења. Наставне стратегије које је Ли развила и користила биле су засноване на методи отвореног приступа (давање довољно времена ученицима да у потпуности истраже проблем, дискусија о начину решавања са целим разредом, упоређивање различитих начина решавања и сумирање свега што је научено били су важни елементи ове наставне процедуре). Без обзира што су ученици остварили у просеку боље резултате на посттесту у односу на предтест, није нађена статистички значајна разлика. Ли ово образлаже кратким трајањем експерименталног програма и чињеницом да ученици нису поседовали довољно математичких предзнања како би могли да напредују и имају користи од програма.

ПРОБЛЕМСКИ КОНТИНУУМ

Коришћење конвергентног или дивергентног мишљења приликом решавања проблема зависи у највећој мери од избора типа проблема који презентујемо. односно, од тога да ли је проблем затвореног или отвореног типа. Хауард (Howard, 1983, према Sak, Maker, 2005, стр. 253) сматра да разлике у карактеристикама између проблема затвореног и отвореног типа представљају својеврсни континуум, и да се на основу тога ови проблеми могу разврстати у више од једне категорије. Гецелс и Чиксентмихаљи су сматрали да је начин на који појединац открива проблем суштина креативног процеса (Getzels, Csikszentmihalyi, 2001, према Gomez, 2007). Они су дали класификацију проблема која је заснована на три аспекта: формулација проблема, метода решавања и решење проблема (1976, према према Sak, Maker, 2005, стр. 253). Врсте проблема варирају у складу са спецификацијом формулације проблема, метода и решења, и то у односу на оног ко презентује проблем (на пример, наставника) и оног ко проблем решава (на пример, ученика). Идентификовали су три типа проблема. Прва два типа су добро структурирани (затворени) проблеми, док је трећи тип лоше структруиран, односно отворен. Шивер и Мејкер (Schiever, Maker, 1997) су ослањајући се на рад Гецелса и Чиксентмихаљија, издвајају додатна два типа проблема и прошириле оригиналну класификацију како би попуниле празнину између проблема првог и трећег типа. Ова класификација позната је под именом *Матрица проблемског континума* (табела 3).

Тип проблема	Проблем		Метод		Решење	
	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач
I	П	П	П	П	П	Н
II	П	П	П	Н	П	Н
III	**П**	**П**	**М**	**Н**	**М**	**Н**
IV	**П**	**П**	**Н**	**Н**	**Н**	**Н**
V	Н	Н	Н	Н	Н	Н

Табела 3. (Sak, Maker, 2005, стр. 254[4])

П = познат, Н = непознат, М = много (постоји много разноврсних метода решавања или решења и само презентер може да буде свестан тога).

[4] У табели су масним словима означени типови проблема које су додале Шивер и Мејкер.

Мејкер, касније, говори о шест типова проблема (Maker, 2005, стр. 74), при чему уместо проблема трећег типа убацује два нова типа проблема. По овој подели, проблем првог типа је онај проблем код кога су проблем и метод познати и за презентера и за решавача, али је решење проблема познато само презентеру. Задатак оног који решава јесте да примени познати метод и дође до решења које је већ познато презентеру. Проблем другог типа је по структури близак проблему првог типа, дакле, то је проблем који је познат и презентеру и решавачу, међутим метод и решење су познати презентеру, али не и решавачу. Проблем трећег типа је проблем који има више различитих метода решавања, а само једно тачно решење. Код проблема четвртог типа, постоји више од једне методе решавања и више од једног тачног решења. Методе и решења су познати особи која презентује проблем. Код проблема петог типа проблем је јасно дефинисан, али је број метода и решења неограничен, односно, онај који презентује проблем нема на уму неку одређену методу или решење – и методе и решења су непознати и презентеру и решавачу. Шести тип проблема је онај код кога ни проблем, ни метод, ни решење нису познати ни презентеру, ни решавачу. У овом случају решавач мора да дефинише проблем пре него што покуша да га реши. Јасно је да проблем овог типа допушта највећу индивидуалну креативност и захтева способност да се пронађе или дефинише проблем у датој ситуацији.

Креативност се обично процењује проблемима четвртог, а понекад и проблемима трећег који је више структуриран, али и петим неструктурираним типом. Проблеми првог и другог типа захтевају конвергентно мишљење. Проблеми трећег типа почињу да захтевају дивергентно мишљење, док проблеми четвртог, петог и шестог типа развијају најкреативније и најпродуктивније мишљење.

Сак и Мејкер (Sak, Maker, 2005, стр. 254) указују да класификација проблема по Проблемском континуму није ограничена само на наведене типове проблема, већ да представља континум и да се могу издвојити још специфичнији типови проблема.

За потребе нашег истраживања, а како бисмо смањили скокове између проблема затвореног и отвореног типа проширили смо овај модел континуума, тј. увели смо још два нова типа проблема (табела 4).

	Проблем		Метод		Решење	
	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач	Презентер	Решавач
I	Познат	Познат	Познат	Познат	Познат	Непознат
II	Познат	Познат	Познат	Непознат	Познат	Непознат
III	Познат	Познат	Више	Непознат	Познат	Непознат
IV	Познат	Познат	Познат	Непознат	Више	Непознат
V	Познат	Познат	Више	Непознат	Више	Непознат
VI	Познат	Познат	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат
VII	Непознат	Непознат	Познат	Познат	Познат	Познат
VIII	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат	Непознат

Табела 4. Проширена матрица континуума проблема (ПМКП)

Новина су проблеми IV и VII типа. Проблеми типа I, II, III, V, VI и VIII одговарају типовима које даје Мејкер (Maker, 2005). Проблем IV типа је јасно дефинисан и презентеру и решавачу, постоји један начин доласка до решења, а више решења. Метод је познат презентеру, као и решења. Код проблема VII типа презентеру и решавачу су познати метод и решење, али није познат проблем. Решавач мора да пронађе проблем који се може решити датом методом и чије решење ће бити једнако оном које је дато.

Навешћемо неколико примера различитих типова проблема у почетној настави математике по проширеној матрици континуума проблема (ПМКП) од којих смо неке користили у тесту креативног решавања математичких проблема.

Проблем I типа. Израчунај вредност израза 32 + 26 .

Проблем II типа. У првој прегради полице се налази 20 књига, а у другој 17. Колико има укупно књига на полици?

Проблем III типа. Сима има 50 динара. Како све може уситнити новац помоћу новчића од 1, 2, 5, 10 и 20 динара? Покажи све начине.

Проблем IV типа. Ком броју није место у низу 12, 15, 19, 21? Да ли постоји још неки одговор?

Проблем V типа. Користећи цифре 3, 6 и 9 напиши што више тачних једнакости.

Проблем VI типа. Ученицима дајемо један број и тражимо од њих да направе што више проблема који ће као одговор имати дати број.

Проблем VII типа. Ученицима се даје решен задатак (на пример, израз чија је вредност израчуната), а од њих се тражи да сами осмисле текст задатка који одговара датом изразу.

Проблем VIII типа. Ученицима се покаже нека слика, а они треба сами да напишу текст задатка који одговара слици и да потом реше задатак.

Сматрамо да се исто тако могу увести и додатни типови проблема, односно да наша класификација не исцрпљује све могућности, па ово остаје отворено питање за нека будућа истраживања.

DISCOVER МОДЕЛ КУРИКУЛУМА

Џун Мејкер (Maker, 2005) је развила јединствен начин евалуације постигнућа ученика (DISCOVER assessment модел) у коме децу посматра тим наставника, сарадника, специјалиста у образовању даровитих, билингвиста и других стручњака[5]. Првобитна идеја оваквог модела евалуације била је да се повећа учешће ученика из разних социјално угрожених група у програмима за даровите, али је касније проширен у модел идентификације способности и потенцијала све деце како би се њихове позитивне карактеристике уочиле и развијале. Мејкер је свој модел засновала на истраживањима психолога попут Гарднера, Стернберга и Сесија (H. Garder, R. Sternberg, S. Ceci) и на свом дугогодишњем раду. Проучавајући групу даровитих ученика, као и неке већ истакнуте научнике који су успешно превазишли многе тешкоће, случајно је открила као веома важан фактор изузетног успеха супериорну способност решавања комплексних проблема. DISCOVER пројекти су, у основи, били створени да испитују, категоризују и мере широк спектар стратегија решавања проблема. Мејкер је дошла до једне фасцинирајуће узајамне корелације – да се количина било које од доменски специфичних интелигенција коју поседује индивидуа може посматрати кроз вештине решавања проблема, а с друге стране вештине решавања проблема могу се побољшати учењем „кроз“ или „применом“ доменски специфичне интелигенције у којој је појединац најјачи.

На основу резултата поменутог модела евалуације израђен је DISCOVER курикулум модел. Овај модел заснован је на конструктивистичкој филозофији и веровању да деца најбоље уче када сама конструишу своје знање на основу вођених искустава која су отвореног типа, када сама доносе одлуке и изборе о сопственом учењу

[5] Пројекат је започет 1987. године под вођством Џун Мејкер на Универзитету у Аризони.

и када имају приступ великом броју разноврсних материјала. Подразумева проширивање и коришћење принципа програма за даровите ученике на учење и стандарде за децу свих способности.

Једна од битних одлика DISCOVER модела јесте да он укључује коришћење интердисциплинарне тематске наставе, односно тема које се обрађују кроз више различитих области. Још неки од битних принципа DISCOVER курикулум модела јесу подразумевано интегрисање вишеструких интелигенција и то кроз давање могућности избора ученику (ученик бира начин којим ће показати „шта зна", бира типове проблема које ће решавати, да ли ће радити сам или у групи, када и како ће приказати и представити свој рад/производ). Дакле, можемо рећи да је главна идеја овог модела курикулума да ученици користе своје (доминантне) доменски специфичне интелигенције да стимулишу учење у свим школским предметима, а нарочито у оним где показују слабији успех.

Кључну компоненту овог модела представља решавање проблема, односно развијање тзв. *матрице решавања проблема*. Матрица представља скуп искустава у решавању проблема заснован на различитим доменима интелектуалних способности и матрици проблемског континуума (различити типови проблема). У основи је дизајниран да моделује и унапређује способности решавања проблема у реалном контексту и окружењу. Укључивање проблема различитог типа у домену свих седам интелигенција, пише Шефер Ј. (2005), тако да се они односе на садржаје свих школских дисциплина, развија креативно понашање у свим областима људског интелекта. Основна идеја је да ученици у настави треба да бирају активности и задатке одређеног типа у оквиру појединих доменски специфичних интелектуалних способности, у зависности од индивидуалних капацитета и склоности. Ово обезбеђује да ће вежбање решавања проблема подстаћи и развити широк низ различитих способности. Наставници, заправо, користе матрицу решавања проблема да развију активности учења и помогну ученицима да одаберу себи одговарајуће начине учења. Свака активност у матрици је дизајнирана да развије веће компетенције у способностима и да обезбеди разумевање садржаја који се уче. Ученицима се обично дозвољава да изаберу проблеме одређеног типа у области која њима одговара.

Једно скорије истраживање, које је нама интересантно јер је спроведено након реализације нашег модела експерименталног програма, јесте оно у коме су у оквиру DISCOVER модела, Мејкер и Џо (Maker, Jo, 2011) испитивали утицај овог модела курикулума на математичко знање и креативност ученика из социјално угрожених средина. У истраживању је учествовало 835 ученика и 51 наставник из четири основне школе. Да би се јасно сагледали резултати њиховог истраживања, потребно је објаснити неке кораке и етапе. Мејкер и Џо су испитивали утицај модела на математичко знање и креативност ученика првог, другог, трећег, четвртог и петог разреда. Резултати о ефектима примене овог модела курикулума прикупљани су посебно контруисаним тестом који је користио проблеме различитог типа (I, II, IV и V из матрице проблемског континума). Нису постојале експериментална и контролна група у правом смислу речи, већ су групе чији су резултати упоређивани направљене на основу чињенице у којој мери наставник примењује принципе DISCOVER курикулум модела на својим часовима. Наиме, наставници су похађали радионице и семинаре о примени овог модела курикулума пре почетка истраживања. Подаци о наставницима и њиховом нивоу имплементирања модела у настави су прикупљани посматрањем најмање једног часа тог наставника у току године[6]. На основу прикупљених података ученици су сврстани у три групе на основу тога у којој мери су њихови наставници примењивали основне принципе модела у пракси: високи, средњи и низак ниво имплементације модела. Математичко знање ученика процењивано је резултатима на задацима I и II типа, а математичка креативност на основу резултата на задацима IV и V типа, и то је засебно бодована флуентност, а један заједнички скор је даван за флексибилност, оригиналност и елаборацију (ОФЕ).

Упоређујући резултате у глобалу, у односу на нивое имплементације, Мејкер и Џо нису нашли статистички значајну разлику у резултатима између ова три нивоа имплементације модела (независно од разреда). Међутим, показало се да постоји статистички значајна разлика у погледу математичке креативности код ученика другог и трећег разреда у односу на различите нивое имплементације модела. Ученици другог разреда из групе високог нивоа имплементације имали су значајно више резултате у математичкој креативности (за ОФЕ) од ученика из групе са средњим нивоом имплементације. С друге стране, код ученика трећег разреда свих нивоа имплементације постојала је статистички значајна разлика у резултатима и у математичком знању и у

[6] Мејкер и Џо упозоравају да нису сви опсервирани часови били часови математике, па је постојала могућност да наставник буде сврстан у неки од нивоа имплементације на основу свог рада на часовима других предмета. Односно, не мора да значи да наставник који у високој мери примењује DISCOVER курикулум модел у настави језика то исто ради и у настави математике и обрнуто.

креативности (и за флуентност и за ОФЕ). У првом, четвртом и петом разреду није пронађена статистички значајна разлика.

У ранијим студијама Мејкер (Maker, et. al, 2006) је са колегама испитивала утицај DISCOVER курикулум модела на општу креативност (која је мерена Урбан-Јеленовим тестом). Испоставило се да ученици из групе високог и средњег нивоа имплементације модела показују значајан пораст развијености креативности у поређењу са ученицима из групе ниског нивоа имплементације. Значајан пораст креативности забележен је и током друге године примене овог модела, али током треће године није забележена статистичка значајна разлика у развоју опште креативности, чак је дошло и до њеног пада по свим нивоима.

Мејкер и Џо истичу и препоручују да би наставници који примењују DISCOVER курикулум модел требало то више да чине у настави математике, а да би истраживачи требало да испитају ефекат већег броја различитих наставних стратегија у подручју доменски специфичних креативности. С обзиром да је постојала могућност да разврставање наставника по нивоима имплементације на основу опсервираних часова није било адекватно (бар када је у питању примена модела курикулума на часовима математике, јер је разврставање вршено и на основу опсервирања часова других предмета), аутори упозоравају да резултате до којих су дошли треба посматрати са опрезом.

2.4. МЕРЕЊЕ И РАЗВИЈАЊЕ МАТЕМАТИЧКЕ КРЕАТИВНОСТИ

2.4.1. МЕРЕЊЕ КРЕАТИВНОСТИ

Прве сугестије о техникама процене креативне имагинације срећу се још код Бинеа и Анрија (Binet&Henri, 1896, према Wakefield, 1987, стр. 2). Ипак, почетком континуираног развоја тестова креативности може се сматрати Гилфордов рад. Гилфорд је први увео појам „дивергентног мишљења“. У његовом моделу структуре интелекта дивергентна продукција једна је од базичних и важних менталних операција креативности. Уочавање важности способности дивергентног мишљења могло се наћи и у неким ранијим тестовима, на пример, код Бинеа. Прва верзија његових тестова интелигенције за децу укључивала је задатак дивергентне продукције (*Именуј све објекте које знаш, а који су округли*). Торенс и Гоф (Torrance&Goff, 1989, према С. Максић, 2006, Balchin T., 2008) су осамдесетих година двадесетог века регистровали не мање од 255 тестова за процењивање креативности. Поред Гилфордових тестова, међу најутицајнијима били су Торенсов тест креативног мишљења (Torrance Test of Creative Thinking), Медников тест удаљених асоцијација (Remote Associated test) и Валач–Коганов тест (Wallach–Kogan Test). Ови тестови концентрисали су се на мерење дивергентног мишљења, и то тако што су испитаника доводили у једноставну ситуацију у којој се од њега тражило да генерише највећи могући број идеја које дата ситуација дозвољава (на пример: *Наведи што више начина на које се може користити конзерва*).

Гилфорд (Guilford, 1967, према Cropley, 1997, стр. 53) је дизајнирао процедуре познате као Тест побољшања продукта (Product Improvement Test), Тест различитих употреба (Alternative Uses Test) и Тест последица (Consequences Test). У овим тестовима тражио се већи број одговора, које је требало дати у ограниченом времену. Гилфордов истраживачки тим је, радећи са овим и другим тестовима, установио осам фактора дивергентног мишљења: флуентност речи, асоцијативна флуентност, појмовна флуентност, оригиналност, адаптивна флексибилност, спонтана флексибилност, редефинисање и осетљивост за проблеме (према Максић, 2006, стр. 63).

Гецелс и Џексон (Getzels&Jackson, 1962, Ibidem) су правили разлику између интелигенције и креативности и сматрали су их двема димензијама интелекта. Користили су пет тестова за мерење креативности: асоцијација речи, употреба ствари, скривалице, приче и састављање проблема. Тест употребе ствари представља адаптацију Гилфордовог теста цигле и мери флексибилност. Тест скривалице мери способност налажења скривених геометријских структура у оквиру комплексног облика. Тест састављања математичких проблема тражи од испитаника да на основу датих информација састави што већи број проблема. При томе, бодује се број генерисаних проблема, подесност, комплексност и оригиналност тих проблема.

Торенсова батерија тестова ТТСТ може се сматрати екстензијом серије тестова које је дизајнирао Гилфорд. Ове тестове користили су у широкој мери и истраживачи и едукатори, највише због тога што су лаки за коришћење, могу се спровести колективно, формата су „папир и оловка“ и за њих постоје нормативни подаци. Торенсов тест има вербалну и фигуралну форму. Мери флуентност, флексибилност, оригиналност и елаборацију и може се применити индивидуално и групно. С обзиром да тест има ниску релијабилност, за оцењивање и скоровање потребан је обучен истраживач са искуством. Торенс је, за децу узраста од три до осам година, развио посебан Тест креативног мишљења у акцији и покрету (Thinking Creativity in Action and Movement – TCAM). На основу овог теста могу се израчунати скорови флуентности, оргиналности и имагинације.

Тестови креативности су у почетку имали предвиђено време за рад, али је касније дат предлог да се они задају без временских ограничења, односно у опуштеној атмосфери. Пример оваквог теста представља Валач–Коганова батерија, која се користи код ученика основне школе, а постоји и верзија за предшколски узраст. Састоји се од три вербална и два визуелна задатка (навођење, алтернативне употребе, сличности, значење шаре и значење линије). Задаци се скорују за оригиналност и број одговора. Аутори су сматрали да креативност има већи степен општости од интелигенције и да је суштински различита од интелигенције.

Међу често коришћене тестове мерења креативности спада и Медников тест асоцијација. По ауторима (Mednick&Mednick, 1964, према Максић, 2006, стр. 64), креативно мишљење се „састоји од образовања нових комбинација асоцијативних елемената, које испуњавају специфичне захтеве или су на неки начин употребљиве". Процес или решење биће креативнији што су елементи нових комбинација међусобно удаљенији. Тест се састоји од тридесет задатака, сваки задатак од по три речи и понуђених решења. Испитаник треба да направи што је могуће више комбинација од по три речи, тако да оне буду повезане по неком принципу. Креативност се мери преко броја и квалитета одговора.

У већини европских земаља користе се неки од горе поменутих тестова. За најчешће коришћен тест, TCTT, постоји адаптација у великом броју земаља. Од других тестова, у Немачкој су коришћени Вербални тест креативности (Schoppe, 1975) и Тест дивергентног мишљења (Meinberger, 1977), а у Великој Британији адаптација теста Виготског, која обухвата апстрактно и конкретно постигнуће (према Максић, 2006, стр. 65).

У Србији, адаптацијом и применом тестова креативности бавио се Квашчев. Квашчев је користио Гилфордове тестове, затим тестове Гецелса и Џексона, као и Барона, Фредерика, Вернона и Крачфилда (према Максић, 2006, стр. 65). Према Максић (2006, стр. 66), од других тестова који су адаптирани за рад са нашим испитаницима могу се издвојити: Тест вишеструких класификација (ТВК) аутора Бујас и Водановић и

Београдска верзија Торенсовог теста дивергентних способности (Шефер, 2000). ТВК тест је конструисан по угледу на Гилфордов тест дивергентне продукције и мери флексибилност, флуентност и оригиналност. Београдска верзија Торенсовог теста креативности састоји се од четири задатка, од којих су два типа формата „папир и оловка“, а два су вербална и траже усмене одговоре. На тесту се бодују флуентност (преко броја смислених одговора које даје испитаник), флексибилност (број употребљених ширих и ужих категорија у које се према класификацији могу сврстати одговори) и оригиналност (бодови се добијају за одговоре који су ретки у узорку одговора испитаника). Добар резиме тестова креативности направила је и Гојков (1995) са својом Батеријом за испитивање когнитивног стила.

Од новијих тестова креативности, добар представник је тзв. Тест мерења креативности помоћу цртежа (Test for Creative Thinking-Drawing Production, TCT-DP), који смо користили у нашем истраживању, на почетку, као иницијални тест за уједначавање група и на крају, као финални тест, за испитивање ефекта експерименталног програма. Аутори теста, Урбан и Јелен, развили су овај инструмент са намером да се примењује на испитаницима различитог узраста, за мерење и високих и ниских креативних потенцијала, а да буде једноставан и економичан за употребу. Тест, такође, представља покушај да се садржај што више одвоји од утицаја културе. Постоје две форме теста, А и Б, и могу се задавати ученицима заједно или засебно. Свака форма представља започет, а незавршен цртеж и састоји се од одређених фигуралних елемената (полукруг, тачка, крива линија, прав угао, испрекидана линија и незавршен квадратић изван великог квадратног оквира). Форма А и форма Б представљају заправо исте цртеже, али ротиране за 180°. Коначан продукт, цртеж, процењује се на основу 14 показатеља. Урбан и Јелен су тест развили у контексту гешталт теорије и сматрају да њихов тест омогућава да се креативна особа види као целовита личност. Проблем који решава испитаник је, према ауторима, отворен, односно мора да се открије. У току решавања задатка, испитаник се среће са разним ограничењима која треба да превазиђе. Тринаест показатеља се односи на оно што је нацртано, а четрнаести показатељ на време рада и то само под одређеним условима (ако је скор на претходних тринаест показатеља 25 и више). Аспекти креативности који се код овог теста скорују јесу:

- настављање (било која употреба, манипулација датим фигуралним елементима);

- попуњавање (допуна или довршавање уз помоћ коришћених, продужених или настављених фигуралних елемената);
- нови елементи (било која нова фигура или елемент);
- повезивање помоћу линија (односи се на нацртану везу између два континуирана фрагмента, нова или постојећа);
- повезивање које доприноси теми (оцењује се у којој мери је испитаник направио целовит цртеж);
- прекидање граница зависно од фрагмента (односи се на употребу незавршеног квадратића изван великог квадратног оквира);
- прекидање граница независно од фрагмента (односи се на било који намеран прекид границе који није повезан са незавршеним квадратићем);
- перспектива (односи се на било какво прелажење у тродимензионални простор);
- хумор (врши се вредновање духовите, експресивне или емоционалне моћи цртежа);
- неконвенционалност (обухвата четири показатеља: свака неуобичајена манипулација материјалом; коришћење надреалистичких, фикционих и апстрактних елемената; употреба комбинације симбол–фигура и нестереотипна употреба датих фигуралних елемената).

Према Максић и Ђуришић-Бојановић (2003, стр. 50), новија истраживања указују на потпуну индивидуалност креативног израза коју треба уважити већ у детињству. Тестови дивергентног мишљења се због широке употребе у последњим декадама погрешно називају тестовима креативности. Рунко (Runco, 2004, стр. 47) сматра да приликом мерења креативности није довољно да се тражи опште дивергентно мишљење пошто тестови дивергентног мишљења само процењују потенцијал за креативно мишљење. Дакле, мада су намењени мерењу битних мисаоних процеса који воде креативним идејама или продуктима, тестови дивергентног мишљења нам не говоре прецизно да ли ће деца спонтано користити мерене способности у реалним животним ситуацијама, односно да ли ће бити способни да селектују и развију креативне идеје из великог броја генерисаних идеја. Задаци на тестовима креативности се веома разликују од оних које срећемо у свакодневном животу, пре свега јер не допуштају трагање за проблемом. Поред флуентности, флексибилности и оригиналности, како наводе Максић и Ђуришић-Бојановић (2003, стр. 50), треба узети у обзир и квалитет идеја који укључује афективне садржаје, способност налажења и дефинисања проблема, као и вештине вредновања и процењивања. Осим когнитивних способности (као што је дивергентно мишљење), креативност произлази и из конативно-афективних фактора и фактора окружења. Већина савремених истраживања креативности инсистира на потреби за сваким од ова три аспекта схватања креативности (Lubart, 1999, према Mouchiroud, Lubart, 2001, стр. 383). Ово је разлог зашто на тестове дивергентног мишљења треба гледати као на делимичне индикаторе креативног потенцијала.

2.4.2. МЕРЕЊЕ МАТЕМАТИЧКЕ КРЕАТИВНОСТИ

Идентификовање креативног потенцијала у математици представља својеврстан изазов за данашње математичко образовање. Прва истраживања о идентификацији математичке креативности фокусирала су се на развој одговарајућих мерних инструмената. Ипак, прегледање и бодовање резултата добијених овим инструментима захтевало је много времена и подлегало је субјективности оцењивача због постојања великог броја разноврсних и могућих одговора. Стога је употреба ових инструмената у школама веома ограничена. Већина тестова математичке креативности креирана је и коришћена за сврхе истраживања самих аутора, тако да, без обзира на чињеницу да је развијено неколико тестова математичке креативности, у већини случајева не постоји документована употреба било ког од ових тестова, осим покушаја да се тај инструмент развије. Традиционални тестови који се користе за идентификацију математички даровитих ученика не идентификују креативност (Kim, Cho&Ahn, 2003 према Mann, 2005, стр. 2), већ вреднују тачност и брзину. Ово значи да се у образовним системима математички таленат углавном мери процењивањем вештина рачунања, док се креативности и решавању проблема посвећује мала пажња. У таквим околностима, наставници, родитељи, али и шира јавност виде мало разлога да обезбеде ученицима прилику да раде на богатим математичким задацима који захтевају дивергентно мишљење. Ограничавањем идентификације математичког талента на овакве методе игнорише се група ученика који нуде највећи потенцијал за напредак математике.

Хонг и Акви (Hong, Aqui, 2004, према Mann, 2009) су проучавали академски даровите ученике у математици и ученике са креативним талентом у математици и пронашли су значајне разлике у њиховим когнитивним стратегијама, и то у корист групе креативно талентованих, који су се показали когнитивно способнијим и сналажљивијим. Ове особине, заједно са упорношћу и жељом да се истраже алтернативне методе решавања проблема, представљају карактеристике потенцијално креативних математичких мислилаца које је издвојила Карлтон (Carlton, 1959) у својој анализи рукописа 14 изузетних математичара. Неки тестови математичке креативности имали су као основу управо ову анализу.

Џејмс Дан (James Dunn, 1975, стр. 327) издваја два приступа у мерењу математичке креативности. Први приступ се, по њему, односи на прогностичка мерења, док се други односи на мерење постигнућа. Тестови прогностичке природе користе се обично као инструменти за брже и лакше препознавање математички талентованих, односно за њихову селекцију. Ови тестови су углавном проистекли из истраживања која су покушавала да утврде каква веза постоји између математичке креативности (мерене овим тестовима) и опште креативности или интелигенције или можда неке друге варијабле. Ипак, њихова улога у образовању је, у највећем броју случајева, виђена као дијагностички инструмент. Џејмс Дан (Ibidem, стр. 328) издваја и описује три теста која по њему указују на општу природу прогностичких тестова.

Једно од најранијих истраживања у овој области вршио је Прус (Prouse, 1964, Ibidem). Он је направио тест који се састојао од 10 различитих ставки, односно задатака, од којих је седам мерило дивергентно, а три су мериле конвергентно мишљење. Овај тест се разликује од неких других тестова креативности јер је укључивао и ставке које су се односиле на конвергентно мишљење. Као критеријум за свој тест Прус је користио неке од карактеристика креативних математичара које је издвојила Карлтон. Четири карактеристике је поставио као базичне за свој тест:

„(1) Прави или види проблеме у подацима или ситуацији која не изазива неку посебну радозналост код остале деце.

(2) Тежи да генерализује одређене резултате налазећи заједничку особину за индукцију или уочавајући сличне обрасце аналогијом.

(3) Има живу машту која се односи на начин појављивања ствари у простору.

(4) Нуди више од једног прихватљивог одговора за проблем, при чему су та решења изузетно мудра или необична“ (према Dunn, 1975, стр. 328).

Једно од питања у Прусовом тесту захтева од ученика да користећи симболе рачунских операција и заграда, уколико им је то потребно, напишу што више тачних једнакости помоћу три дата броја у датом редоследу и знака једнакости. На пример, када би три дата броја била 2, 3 и 7, онда би могући одговори на ово питање били:

$$2^3 - 7 = 1$$

$(2 + 3) \cdot 7 = 35$ и сл.

За испољавање маште и креативности у овом примеру, по Дану, нема много могућности јер број одговора, као и оригиналност зависе од познавања математичких идеја.

Друго питање Прусовог теста нуди ученицима једну страницу на којој се налазе слике квадрата (који, како тест каже, представљају кришке хлеба квадратног облика) и тражи од њих да нацртају линије које ће поделити сваки квадрат на два једнака дела. У овом примеру, флуентност је процењивана као укупан број свих прихватљивих, односно коректних одговора (дупли одговори нису урачунати). Оригиналност или новина се одређивала реткошћу одговора у односу на све одговоре датог узорка. Треће питање, наводи Дан, Прус је преузео од Гецелса и Џексона (Getzels&Jackson, 1962) и назвао га је „Направи проблем" тест. Ово питање се састоји од текста датог у облику приче, а она садржи велики број тврђења која укључују бројеве. Од ученика се тражило да направи што више математичких проблема користећи информације садржане у причи. Није тражено да те проблеме реши. Остала питања у Прусовом тесту, која су се односила на дивергентно мишљење, сличног су типа, наглашава Дан.

Још један од тестова, које у свом раду наводи Дан, јесте тест који је осмислила Јенсен (Jensen, 1973, према Dunn, 1975, стр. 329). Она је у оквиру своје студије креирала тест који се састојао од пет ставки. Као основу користила је инструмент који су дали Гецелс и Џексон (1962). Тест је презентован у форми игре да би се избегли могући штетни утицаји које би проузроковала анксиозност. Ученицима је у оквиру пет задатака презентовано неколико различитих графика, табела и прича. Од њих се тражило да креирају што је могуће више проблема заснованих на понуђеним информацијама у оквиру сваког задатка.

Фостер (Foster, 1969, према Dunn, 1975, стр. 329) је развио два кратка теста математичке креативности. Први тест је укључивао креирање што више различитих скупова од шест карти, из шпила обичних играјућих карти. Други тест је, пише Дан, тражио од ученика да направе што је могуће више различитих сума користећи три дата броја и уобичајене математичке симболе. Разлика у односу на питање које је у свом тесту дао Прус била је што су бројеви могли да се користе по било којем редоследу.

Друга врста тестова, по Дану, односи се на мерење постигнућа. Бишоп (Bishop, 1968, Ibidem, стр. 330) је развио неке тестове дивергентног мишљења који су представљали напредак у односу на претходне. Новина се састојала у томе што је он у своје тестове укључио и проблеме отвореног типа:

„Два непарна броја дају као збир број 20. Који су то бројеви?

Напиши два питања која имају као свој одговор 20р.

(p + q) (r + s) = 36, нађи p, q, r и s“ (Dunn, 1975, стр. 330).

Да би мерио математичку креативност, Балка (Balka, 1974, према Fetterly, 2010, стр. 26) је дизајнирао инструмент који испитује дивергентне одговоре на неке одређене ситуације. Инструмент је нудио неколико сценарија, а садржај теста чинили су захтеви да се генерише што је више могуће карактеристика, веза или питања на основу понуђених ситуација. Ови одговори су се онда бодовали са аспекта три најчешће коришћене категорије у математичкој креативности: флексибилности, флуентности и оригиналности. За сваки сценарио, флуентност се бодовала у складу са бројем датих одговора, а флексибилност у складу са бројем различитих категорија одговора. Што се тиче оригиналности, најчешћи одговори добијали су нула бодова. Одговори који се појављују у само 4,99% узорка или мање сматрају се необичним, неуобичајеним и добијају један бод, а одговори који се појављују у 2% узорка или мање добијају 2 бода.

Балка је у свом инструменту користио постављање проблема у математици као меру математичке креативности. Задатке са постављањем и решавањем проблема су такође употребљавали и други аутори како би открили креативне појединце. Гецелс и Џексон (Getzels&Jackson, 1962, према Livne, Livne, Wight, 2007, стр. 401) користили су постављање проблема да мере креативност у математици, и то у смислу комплексности процедура за добијање решења и броја начина које су ученици предложили да би нашли одговор. Силвер (Silver, 1997, стр. 76) сматра да се креативност у математици може проценити кроз постављање и решавање проблема, у складу са оригиналношћу формулације или решења проблема. Мере креативних вештина решавања проблема такође су коришћене за мерење нивоа креативности у математици (Selby, Shaw&Houtz, 2005, према Livne, Livne, Wight, 2007, стр. 402). Без обзира на то, ове мере су представљале више концептуалне дескрипторе него реалне операционалне индикаторе математичке креативности.

Стернберг и др. (Sternberg et al, 2006, Ibidem) су у скорије време развили једну операционалну меру креативне интелигенције као допуну SAT тесту (тест за пријем на колеџе који је у широкој употреби у САД-у). Когнитивне креативне вештине су мерене помоћу питања са могућношћу вишеструког избора. У сваком питању се тражило од ученика да изаберу тачан одговор од четири понуђене опције. Мада су тестови са вишеструким избором једноставни за прегледање и бодовање, њихова процена више рефлектује коришћење стратегије покушаја и погрешака или погађања, него што представља поуздану меру креативног мишљења. Као контраст, опште креативно постигнуће мерено је у овој студији путем одговора на питања отвореног типа, која се сматрају најадекватнијим питањима за процену креативности. И код ових инструмената постоји проблем субјективности оцењивача, а и време потребно за прегледање и бодовање резултата није економично.

Ливне и Ливне (Livne&Livne, 1999, према Livne, Milgram, 2006, стр. 202) развили су инструмент *Multiscale Academic and Creative Abilities in Mathematics* (MACAM). Основа за креирање овог инструмента био је Милграмов 4x4 модел структуре даровитости (4x4 Structure of Giftedness Model). Овај модел садржи четири нивоа даровитости (изузетан, средњи, слаб, недаровит) и четири типа способности (општа интелигенција, специфична академска способност, опште оригинално/креативно мишљење и специфична креативна способност). Тестирање је изведено у Израелу и представља подршку бидимензионалном схватању даровитости у математици, академској и креативној.

Ли, Хванг и Сео (Lee, Hwang, Seo, 2003) су развили тест за мерење креативности ученика средњих школа у решавању математичких проблема отвореног типа, тзв. *Mathematical Creative Problem Solving Ability Test* (MCPSAT). Аутори су желели да развију тест који би се користио не само за математички даровит већ и за све остале ученике. Тест је намењен процени три категорије: флексибилности, флуентности и оригиналности одговора. Фокус ове студије био је више на налажењу начина за развијање математичке креативности, него на идентификацији креативног потенцијала ученика. На основу својих резултата, Ли и др. су препоручили коришћење теста MCPSAT као алата за стимулисање креативности и дивергентног мишљења, заједно са већом инклузијом проблема отвореног типа у општи курикулум. Прегледање и бодовање резултата MCPSAT теста, као и код осталих тестова, такође захтева доста времена. Ли, Хванг и Сео су одабрали пет проблема отвореног типа, које су преузели од Бекера и Шимаде (1997), Хејлока (1984), Кима и др. (1997) и Сонга (1988). Скоровање је вршено на следећи начин.

1. Флексибилност: колико типова категоризованих одговора ученик може да дâ. Ученицима се дозвољава да дају максимално 15 одговора за један проблем, па је стога максималан скор за флексибилност 15 бодова. На пример, ако се одговори ученика могу сврстати у три различите категорије, онда је скор флексибилности 3.
2. Флуентност: колико тачних одговора постоји у оквиру категоризованих одговора. Ако ученик да више тачних одговора у оквиру једне категорије, може му се дати скор максимално 5 бодова.
3. Оригиналност: колико је оригиналан одговор који други ученици нису пронашли. Односно, оригиналност се процењује релативном реткошћу одговора. Ли, Хванг и Сео су је мерили на следећи начин: фреквенција је анализирана у смислу колико је ученика дало исти тип одговора, а онда је одређиван проценат те фреквентности. Скоровање је вршено као што је приказано у табели 5.

3% и више: 0 бодова	више од 2%, а мање од 3%: 1 бод
више од 1%, а мање од 2%: 2 бода	испод 1%: 3 бода

Табела 5. Начин бодовања оригиналности

С обзиром да не постоји горња граница за број бодова код оригиналности, тестом се не сугерише укупан број бодова.

За потребе нашег истраживања, а у складу са теоријским разматрањима у овом и претходним поглављима, конструисали смо сопствени тест математичке креативности (Тест креативног решавања математичких проблема). Детаљне карактеристике и принципи коришћени за дизајнирање теста, као и начин бодовања објашњени су у поглављу о инструментима истраживања.

2.4.3. РАЗВИЈАЊЕ И ПОДСТИЦАЊЕ МАТЕМАТИЧКЕ КРЕАТИВНОСТИ

Још од најранијих дана код деце треба развијати особине својствене ствараоцима у области математике. На развијање компоненти стваралачког мишљења може се утицати израдом адекватних математичких задатака. У многим земљама широм света, решавање проблема је циљ експлицитно садржан у математичком курикулуму. Уобичајена дефиниција проблема у математичкој литератури (Kantowski 1980, према Pehkonen, 1997, стр. 64) јесте да користимо појам „проблем“ за задату ситуацију када је индивидуа присиљена да повезује познате информације на за њу нов начин у циљу решавања задатка. Ако одмах препозна које су акције потребне да би се урадио задатак, онда ће то бити рутинска ствар. Према томе, појам „проблем“ је детерминисан временом и индивидуом. По Б. Стевановићу (1979, према Дејић, Егерић, 2005, стр. 328) „тамо где се може доћи до циља лако, нема проблема“.

На питање зашто се решавању проблема даје централна позиција, не могу се лако дати задовољавајући одговори. Неки од разлога на које наилазимо у математичкој литератури јесу следећи: решавање проблема развија опште когнитивне вештине; решавање проблема подстиче развој креативности; решавање проблема мотивише ученике да уче математику. У САД је вршено испитивање мишљења велике групе испитаника (1981, NCMT, према Kantowski, 1981) међу којима су били учитељи и наставници основних школа, директори, представници родитеља, школски саветници и професори наставничких факултета. Сврха овог испитивања била је да се утврди који делови математичког курикулума заузимају највише место по важности. У свим групама решавању проблема дат је највиши ранг.

Осим решавања проблема, велики значај се придаје и постављању, формулисању проблема. Постављање проблема представља по многима карактеристику креативне активности и изузетног талента. Хадамард сматра да је способност идентификовања кључних питања истраживања индикатор изузетне даровитости у области математике. Дакле, можемо рећи да постављање проблема, заједно са њиховим решавањем, има централну улогу за област математике и математичко мишљење уопште. У литератури наилазимо на један број експеримената у којима ученици самостално генеришу проблеме које затим решавају они сами, други ученици из разреда или следећа генерација ученика. Ван дер Бринк (Van der Brink, 1987, према Silver, 1997, стр. 77) наводи један експеримент са ученицима првог разреда једне основне школе у Холандији. Ученици су написали и илустровали страницу са аритметичким задацима намењену деци која ће наредне године уписати први разред. Хили (Healy 1993, Ibidem**)** изводи сличан експеримент са ученицима средње школе у САД-у који назива „направи књигу“. Ученици уче геометријске садржаје при чему не користе комерцијални уџбеник, већ праве свој сопствени уносећи у њега све оно до чега долазе истраживањем. Скинер (Skinner, 1991, Ibidem) слично томе ангажује ученике првог разреда у постављању проблема који чине базу за касније активности решавања проблема. Ангажовање ученика у постављању и решавању проблема у свим овим случајевима подстиче развој флуентности, једне од кључних карактеристика креативности. На развој флуентности се може утицати и решавањем неструктурираних, отворених проблема. Ови проблеми отвореног типа нуде могућност постављања већег броја циљева и давања вишеструких тачних одговора. Чак и једноставнији примери проблема отвореног типа могу деци понудити значајне прилике да се баве проблемима са вишеструким интерпретацијама и могућим решењима. На пример, задатак који гласи: „*Полупречник круга уписаног у квадрат износи 6. Израчунај површину квадрата*“ једноставном преформулацијом можемо трансформисати у проблем отвореног типа: „*Полупречник круга уписаног у квадрат износи 6. Нађи све могуће податке о квадрату и кругу.*“ Многи аутори указују на потенцијалну корист решавања проблема код којих није наглашен циљ.

Овакав приступ настави у коме проблеме генеришу сами ученици тежи да ангажује ученике у постављању и решавању проблема. Као резултат, ученици треба да развију своју репрезентациону и стратегијску флуентност. Генерисањем многобројних решења датог проблема ученици развијају и креативну флексибилност. Сложени, неструктурирани проблеми, али и неки много једноставнији, могу ученицима пружити прилику за употребу различитих метода за решавање. Ученици индивидуално или у групама решавају проблем. Након тога, презентују се алтернативни приступи решавању проблема и дискутује о њима. Ово омогућава ученицима да упознају друге методе долажења до решења и самим тим да повећају своју флексибилност у приласку проблему.

Још један приступ настави који подстиче развој флексибилности развили су Браун и Вотерс (Brown&Waters, 1983, према Silver, 1997, стр. 78), под именом „What-if-not?“ („Шта-ако-није?“). Ова метода се састоји у томе да ученици генеришу нове проблеме из претходно решених варирајући услове или циљеве оригиналног проблема.

Многа од поменутих искустава у постављању и решавању проблема могу се користити и да код ученика развијемо разумевање важности и способност стварања оригиналних решења, метода решавања или проблема. На пример, код „What-if-not?” наставе, можемо охрабривати ученике да варирајући услове и циљеве неког познатог, створе проблем различит од било ког до тада генерисаног.

Према Едварду А. Силверу (Ibidem, стр. 79), креативност треба схватити не само као нешто својствено изузетним појединцима већ као оријентацију или тенденцију према математичкој активности чији се развој може подстаћи у широј школској популацији.

Иако креативност игра важну улогу у настави математике, наставници сматрају да је наставу путем постављања и решавања проблема тешко применити у учионици. Отежавајућа околност је и чињеница да је материјала намењен оваквој врсти наставе мало у односу на онај који подржава процедурални и механички приступ школској математици. Још један проблем са којим се срећемо у нашим основним школама јесте и то да већина наставника и учитеља сматра да постоји само један тачан одговор у математици и само један „прави“ начин да се неки математички проблем реши. Добар наставник је онај који зна да постоји велики број могућности да се приступи решавању неког проблема. Став наставника у великој мери утиче на развијање креативности ученика у настави математике. Наставник мора да прихвати, призна учеников прилаз проблему без обзира што се тај прилаз разликује од других, уобичајених. Ученицима увек треба омогућавати, када нам то наставни садржаји дозвољавају, да сами изводе правила, алгоритме и формулишу нове проблеме.

Фетерли (Fetterly, 2010) наводи како је велики број аутора предложио облике или начине развијања креативности. Никерсон (Nickerson, 1999) сматра да је за развијање креативности битно следеће: успоставити сврху и намеру; изградити базичне вештине; охрабривати стицање специфичног знања у области; стимулисати и награђивати радозналост и истраживачки дух; изграђивати мотивацију (нарочито унутрашњу); охрабривати самопоуздање и вољу за преузимањем ризика; ставити фокус на вештине и самотакмичење; подстицати и подржавати позитивна уверења о креативности; обезбеђивати прилике за избор и откриће; развијати метакогнитивне вештине; подучавати техникама за поспешивање испољавања креативног понашања и обезбеђивати баланс. Стернберг (Sternberg, 1996, према Fetterly, 2010, стр. 14) нуди наставницима дванаест стратегија да учине своје ученике креативнијим: (а) да буду и сами модел за креативност, (б) охрабривати преиспитивање претпоставки, (в) дозвољавати грешке, (г) охрабривати разумно преузимање ризика, (д) дизајнирати креативне задатке и начин оцењивања, (ђ) омогућити ученицима да сами дефинишу проблеме, (е) награђивати креативне идеје и производе, (ж) пружити довољно времена за креативно мишљење, (з) охрабривати толеранцију на неодређеност, (и) истицати да се креативни мислиоци стално срећу са препрекама у свом раду, (ј) имати вољу за развијањем, рашћењем и (к) препознати да је креативним мислиоцима потребно подстицајно окружење.

Ејкен (Aiken, 1973) тврди да „креативни наставник ствара креативне ученике“. По његовом мишљењу, наставник који подстиче креативност поставља математичке проблеме и питања вишег реда, а она омогућавају рефлексију, охрабрују дискусију у групама и целом разреду и обезбеђују могућности за посматрање и истраживање математичких веза. Јенсен (Jensen, 1976, према Fetterly, 2010, стр. 15) сматра да у основној школи охрабривање ученика у налажењу разноврсних метода, алтернативних алгоритама или јединствених решења проблема утиче на повећавање ученикових способности решавања проблема и на дивергентно мишљење. Виткомб (Whitcombe, 1988, Ibidem) инсистира на својеврсној равнотежи у математици преко свог тзв. АВС модела. По њему, А представља традиционалне и логичке алгоритме у математици. В је лепота или естетско расуђивање и мишљење у математици, као што је визуелизација, економичност, једноставност, елеганција, уређеност и уочавање структура, форми и релација. С означава интуитивне и креативне аспекте математике који се огледају у решавању проблема, истраживањима, уочавању законитости (патерна), правилности, у испољавању оригиналности, расуђивању, мишљењу, појмовима и стратегијама.

С обзиром да су решавање и постављање проблема централни за природу математике (као и за математичко мишљење), Силвер (Silver, 1997) је предложио да се математичка креативност може и треба развијати истраживачком наставом математике која користи неструктуриране проблеме или проблеме отвореног типа током процеса њиховог решавања и постављања. На тај начин, по Силверу (Ibidem, стр. 79), наставници помажу ученицима да прошире и развију репрезентациону и стратегијску флуентност и флексибилност и да користе креативне приступе у својим математичким активностима. Шрираман (Sriraman, 2004, стр. 32) сматра да је идентификовање и гајење креативног талента у математичкој учионици један од највећих интереса у пољу математичког образовања. Он наводи речи Ђорђа Поље да између рада ученика који покушава да реши неки тежак математички проблем и стваралаштва (инвенције) постоји разлика само у степену. Креирање оригиналне математике захтева висок ниво мотивације, упорности и рефлексије, а све ово се сматра индикаторима креативности. Шрираман примећује да већина литературе указује како најкреативније појединце привлачи комплексност, чега у школској математици и математичком курикулуму има веома мало. Школска математика и курикулум ретко користе проблеме са таквим математичким структурама које би од ученика захтевале дуготрајно ангажовање и самосталност у формулацији решења. Даље, аутор сматра како за испољавање математичке креативности у учионици ученицима треба давати прилику да се баве нерутинским проблемима који су комплексни и богате структуре, проблемима који захтевају не само мотивацију и упорност већ и значајну рефлексију. Шрираман (Sriraman, 2005) се, такође, залаже за пет принципа који, како он сматра, максимално утичу на појаву креативности ученика у основној школи:

1. гешталт принцип – слобода од времена и покрета;
2. естетски принцип – схватање вредности и лепоте необичног решења уз успостављање релација са уметношћу и науком;
3. принцип слободног тржишта – охрабривање преузимања ризика и нетипичног мишљења;
4. принцип учења – видети креативност као допринос, изазов познатим парадигмама и проширивање постојећег знања;
5. принцип несигурности – проблеми отвореног типа или „лоше“ постављени проблеми и толеранција на неодређеност.

Ромеј (Romey, 1970, према Fetterly, 2010, стр. 16) дефинише креативност као способност комбиновања идеја, ствари, техника или приступа на нов начин. Он сматра да је то тако не само из перспективе особе која ствара већ и из перспективе особе која посматра креативан рад. Ромеј посматра особу која ствара и особу која види и препознаје креативан рад као субјекте у учионици. Он препоручује неколико различитих начина да се креативност моделује за ученике, као на пример, успостављање реда којим се теме разматрају у настави, постављање проблема и питања, планирање часова, вођење часова, лабораторијске активности, стратегије испитивања и евалуација.

Рид (Reed, 1957, према Aiken,1973, стр. 26) наводи да креативан наставник математике користи проблеме који су оријентисани ка коришћењу и продубљивању искуства и охрабрује формулисање хипотеза и самостално расуђивање о решењима. На овај начин, наставник приписује велику вредност креативним напорима ученика и зна када и како да им помогне. Наставник који поштује ученика и показује да верује у његове мисаоне способности, подстиче ученика да самостално дође до неких математичких открића. Рид (Reed, 1957, према Fetterly, 2010, стр. 17) издваја десет питања која један добар и креативан наставник треба да постави себи.

1. Да ли помажем својим ученицима да идентификују аритметичке проблеме који су значајни за њих у животним ситуацијама?
2. Да ли дајем својим ученицима довољно времена да се мисаоно ангажују у решавању проблема пре него што им предложим методе решавања?
3. Да ли својим питањима охрабрујем ученике да самостално размишљају?
4. Да ли охрабрујем ученике да трагају за решењима проблема, а не за једним решењем?
5. Да ли показујем интересовање и одобравање за креативне напоре ученика чак и када су њихови одговори и решења незадовољавајући?
6. Да ли вреднујем креативно мишљење у истој мери као што вреднујем тачне одговоре на проблеме који захтевају примену алгоритама (дрил проблеме)?
7. Да ли охрабрујем ученике да врше евалуацију сопствених метода решавања проблема?
8. Да ли уочавам и препознајем разлике у способностима ученика да задатак реше на креативан начин?
9. Да ли чиним свесне напоре да помогнем ученицима да схвате да је аритметика квантитативан начин мишљења који нуди прилике за креативно мишљење?
10. Да ли уочавам креативност у својим наставним методама, начину на који организујем садржај курикулума и у свом личном понашању?

У свом виђењу математичке креативности, користећи четвороетапни гешталтистички модел, Пар (Parr, 1974, Ibidem) објашњава да феномен математичког стваралаштва има импликације не само за математичаре као научнике, већ и за наставу математике. У првој етапи препарације потребна су два основна фактора – знање и интуиција. Учионица обично наглашава знање, али може подстаћи и поспешити интуицију тако што ће за ученике обезбедити ситуације које ће им омогућити давање претпоставки о неким математичким сценаријима. Ово захтева да атмосфера у учионици буде пуна подршке. Током периода инкубације, ум се одмара и ставља у други план сувишне информације, тако да се путања решења проблема осветљава. Пар охрабрује наставнике математике да у овој етапи разбију процес на краће периоде, тако што ће презентовати одговарајуће и битне информације. То води у наредну етапу илуминације, у којој постоји стварна креативна активност, која није апсолутно логичко-интелектуална активност, већ представља *аха* ефекат креативности, односно открића. Током финалне етапе инкубације, ученици треба да разговарају, дискутују о математици, о њеној лепоти, естетици и елеганцији.

Традиционално лоша страна школске математике јесте пренаглашавање дрила. Креативности треба времена да се развије и она се развија на основу искуства (Mann, 2005, стр. 19). Ово се надовезује на Силверову тврдњу (Silver, 1997, стр. 75) да се креативност пре повезује са дугим периодима рада и рефлексије, него са изненадним увидом и да је подложна утицају наставе и искуства. Штавише, Хејлок (Haylock, 1997, стр. 69) износи да је превазилажење фиксација у мишљењу (и оних које се тичу садржаја, и оних које се тичу алгоритама) битно за стварање дивергентних производа и представља нешто што дотиче саму срж математичке креативности. Механичко извршавање алгоритама у математици, ригидност у решавању проблема и фиксација у мишљењу инхибирајући су фактори који шкоде томе да новим проблемима приступамо на имагинативан начин (McGannon, 1972, према Fetterly, 2010, стр. 18). Фетерли је запазио како многи аутори истичу да лоше структурирани проблеми, проблеми отвореног типа или проблеми са више решења, заједно са постављањем проблема, подржавају и подстичу математичку креативност у учионицама.

2.5. ПРОБЛЕМИ ОТВОРЕНОГ ТИПА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Највећу препреку за коришћење проблема отвореног типа за наставнике представља недостатак одговарајуће литературе и модела истих. Литература је на страном језику, у уџбеницима скоро да и нема других типова проблема осим оних затвореног типа. Са друге стране, припрема проблема оваквог типа захтева и више времена, али и промишљање да ли је неки проблем отвореног типа вредан у математичком смислу, односно која знања и вештине ће ученици стећи решавањем таквог проблема. У овом поглављу, указаћемо на могућности коришћења проблема отвореног типа и навешћемо неке примере у почетној настави математике (у првом, другом и четвртом разреду основне школе)[7]. Такође, као посебну целину издвојили смо наставне активности које су реализоване у склопу експерименталног програма у трећем разреду. Илустроваћемо и описаћемо њихову примену у оквиру различитих наставних тема и наставних јединица. Сматрамо да треба напоменути да не мора читав час бити посвећен решавању проблема отвореног типа, као и да се неки проблем отвореног типа не мора обавезно решавати само на једном часу. Дакле, време за рад на проблемима отвореног типа није фиксирано, утврђено. Циљ је омогућити ученицима да самостално конструишу математичке идеје развијајући тако не само своје знање и вештине, већ и своје мишљење и креативност. Осим веома сложених проблема отвореног типа, указаћемо и на неке једноставне, али веома корисне примере и питања отвореног типа.

2.5.1 КРЕИРАЊЕ ПРОБЛЕМА ОТВОРЕНОГ ТИПА

Математика у реалном свету и свакодневном животу

Наставници често говоре ученицима да је један од разлога што уче математику и то што се математика користи свуда. Ипак, у већини случајева, мали број наставника формира окружење за учење које ово и потврђује. Ученике треба подстицати да пишу

[7] Трећи разред смо изоставили у овом поглављу, јер су примери дати у оквиру описа наставних активности које су коришћене у експерименту, па је ово описано у експерименталном делу нашег истраживања.

саставе или извештаје о томе како се математика користи у свакодневном животу. На пример, ученицима се могу поставити следећа питања:

Где све можеш да видиш математику на делу када идеш од школе до куће?

Како и када све користиш математику изван школе?

Које мерне јединице користе твоји мама и тата и како?

Наведи занимања у којима се користи математика.

Како и када све користимо математику у спорту?

Да ли знаш неки пример коришћења математике у музици?

На овај начин стимулишемо и провоцирамо интересовање за математику. Исто тако, оваква питања нам дају увид у то колико су ученици научили и какво је њихово функционално знање.

Од „затвореног“ до „отвореног“ проблема

Проблеми затвореног типа из школских уџбеника се могу „отворити“ постављањем једноставних питања типа „а шта би било ако би...“ или „а шта би било ако не би...“ (табела 6). На овај начин мењамо, варирамо дате услове, а можемо тражити од ученика да то и сами раде. Различити ученици ће имати различите идеје и приступе. На тај начин подстаћи ћемо њихово математичко мишљење и добићемо информацију о њиховом знању и разумевању неких садржаја.

Проблем затвореног типа	Проблем отвореног типа
Израчунај обим троугла чије су странице дужина 3 cm, 4 cm и 5cm.	Колике могу бити странице троугла, ако му је обим 12cm?
Подели дату фигуру на осмине и осенчи једну осмину.	Ако фигура на слици представља осмину неке фигуре, како изгледа цела фигура? Нацртај. Можеш ли да пронађеш још неко решење?
Колико је $6 \cdot 5$?	Ако је одговор 30, како може да гласи питање?

Проблем затвореног типа	Проблем отвореног типа
Породица има троје деце. Они су желели да поделе 22 слаткиша, тако да два брата близанца добију исти број слаткиша и да најмлађа сестра добије 6. Колико је слаткиша добио сваки од браће?	Породица има троје деце. Они су желели да поделе 22 слаткиша, и тако да два брата близанца добију исти број слаткиша, а да најмлађа сестра добије оно што преостане. Колико је слаткиша могао да добије сваки од браће, а колико сестра?
Наведи неколико парних бројева.	Можеш ли да смислиш начин како да пронађеш све парне бројеве до 100? Да ли можеш да пронађеш још неки начин?

Табела 6. Од „затвореног" до „отвореног" проблема

Након решавања разноврсних задатака на једној страници у уџбенику можемо да тражимо од ученика да уоче и објасне сличности и разлике између решених задатака.

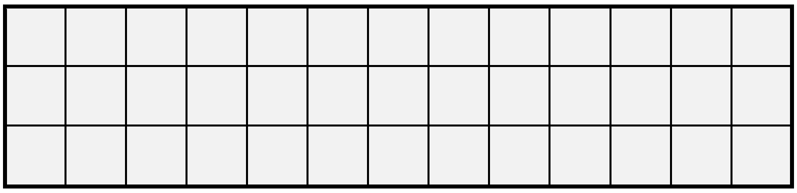
Можемо од ученика да тражимо да на основу датих бројевних израза или једнакости самостално формулишу различите текстуалне проблеме који ће одговарати запису или да након решавања неког текстуалног проблема смисле текст новог задатка који се може решити на исти начин.

Уместо саопштавања неких правила, својстава, законитости, можемо ученицима поставити једноставна питања која ће их навести да сами истражују, размишљају и закључују. На пример, уместо да после неколико урађених примера кажемо ученицима „множење представља вишеструко сабирање", боље је ученике питати „По чему су сабирање и множење слични?".

Коришћење илустрација за креирање проблема отвореног типа

Слика понекада може послужити као извор математичких идеја и подстаћи ученике на мишљење у већој мери него питања која се у већини случајева наводе у уџбеницима. Можемо да користимо и дате илустрације у уџбеницима, тако што ћемо преформулисати дате захтеве и питања.

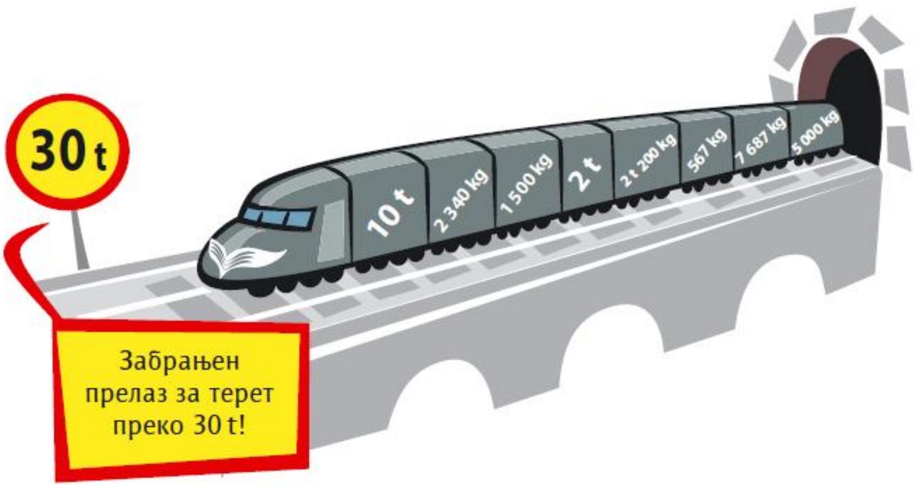
ПРИМЕР 1. Вера је направила модел правоугаоника као на слици 4 користећи 39 плочица квадратног облика.



Слика 4. Коришћење слика као извора за креирање проблема отвореног типа

Напиши што више питања која одговарају датој слици.

ПРИМЕР 2. Уместо задатка затвореног типа (уџбеник за четврти разред основне школе, Креативни центар, стр. 74) који гласи: Израчунај колико терета носи воз. Да ли воз сме да пређе мост? можемо од ученика тражити да запишу шта све могу да израчунају на основу слике.



Слика 5. Коришћење илустрација из уџбеника (Креативни центар, IV разред, стр. 74)

Писање на часовима математике

Писање о процесу мишљења представља прави изазов. Од ученика најпре можемо тражити да пишу и врше рефлексију о наученим математичким појмовима и садржајима. На пример: *Напиши шта си данас научио о разломцима, о обиму правоугаоника* и сл. Такође, можемо на основу њихових текстова да извршимо процену знања и разумевања одређених садржаја. На пример: О*бјасните својим речима шта значи рачунска операција множења. Објасните шта је најважније да знамо о разломцима.* Ученике постепено треба охрабривати да пишу о све сложенијим математичким појмовима. Такође, треба их подстицати да приликом писања користе разне цртеже, дијаграме, табеле и сл. Још једна могућност јесте да тражимо од ученика да пишу литерарне саставе о некој математичкој идеји, појму или садржају. На пример, у нашем истраживању смо као један од домаћих задатака тражили од ученика да напишу састав „Живот у земљи без бројева“. Ученици су имали задатак да користећи своју машту и знање, напишу како би изгледао живот људи у земљи у којој нико не зна за бројеве. Осим квалитетних литерарних радова, имали смо и могућност да стекнемо увид о знању, схватању и разумевању ученика о бројевима и рачунским операцијама. Такође, ово нам је помогло да стекнемо увид у њихово функционално знање и схватање улоге „бројева“ у свакодневном животу и реалном свету.

Још једна корисна вежба јесте тражити од ученика да поред сваког корака у решавању задатака пишу и одговарајуће објашњење и опис поступака (табела 7). Под описом подразумевамо да ученици записују речима кораке које користе у решавању задатка (на пример, од броја 120 одузели смо 32), а под објашњењем подразумевамо да се сваки корак образлаже (пошто је Ана имала укупно 120 динара, а књигу је платила 32 динара, количину новца која јој је остала одредићемо тако што ћемо од укупне суме новца одузети оно што је потрошила).

ПРИМЕР 1. Ана је у књижари купила књигу за 32 динара. Колико јој је новца остало, ако знамо да је имала 120 динара?

Рачунање	Опис	Објашњење
120 – 32 = 88	Од броја 120 одузели смо 32.	Пошто је Ана имала укупно 120 динара, а књигу је платила 32 динара, количину новца која јој је остала одредићемо тако што ћемо од укупне суме новца одузети оно што је потрошила.

Табела 7. Детаљно записивање корака при решавању задатака

Од ученика можемо да тражимо да сами осмисле одређене математичке вежбе и задатке за своје другове из одељења, вршњаке, или можда за ученике који ће следеће године бити у истом разреду, у ком су они сада. На пример, као један од домаћих задатака у нашем истраживању тражили смо да ученици направе радни листић са задацима за ученике другог одељења. Ученицима се веома свиђа могућност да за тренутак и сами преузму улогу учитеља.

ПРИМЕР 2. Осмислите игру помоћу које би ученици првог разреда вежбали сабирање до 10. Напишите правила игре.

ПРИМЕР 3. Шта би ти урадио да направиш математику занимљивијом за ученике? Напиши.

Креирање ситуација или примера који задовољавају дате услове

Можемо да тражимо од ученика да направе ситуацију или пример који задовољава неке одређене услове. Питања оваквог типа захтевају да ученици препознају дефинишуће карактеристике датих математичких појмова. При томе, ученици морају применити оно што знају о појму и то применити како би пронашли одговарајући пример.

ПРИМЕР 1. Пронађи димензије неког квадрата и правоугаоника чији су обими (површине) једнаки. Покажи да твоји примери испуњавају овај услов. Покушај да објасниш зашто.

Разрешавање неспоразума

Основна идеја ове отворене активности је наставник ученицима износи два или више виђења неког математичког појма, поступка или правила, а затим тражи од ученика да изабере које је виђење тачно и да објасни зашто мисли тако.

ПРИМЕР 1. Јелена и Влада су рачунали збир бројева 347 и 486. Јелена је добила резултат 843, а Влада 733. Ко је од њих у праву, а ко је погрешио? Објасните где је начињена грешка и зашто. Да ли може да пронађете које још грешке могу да праве ученици код писменог сабирања троцифрених бројева?

ПРИМЕР 2. Сања је добила задатак да реши неједначину $12 \cdot x - 75 < 45$. Она сматра да је $x = 10$ једино решење. Објасни зашто Сањино решење није исправно.

Питање треба да буде такво да подстиче ученике да објашњавају своје расуђивање, а не само да репродукују неки алгоритам.

Постављање проблема

Постављање проблема је подједнако важно као и решавање. Ипак, у настави математике се овој активности посвећује мало времена. Већ смо напоменули да у математици као науци постављање, формулисање, генерисање проблема представља процес који захтева богато искуство и експертизу у области, али и креативно мишљење. „Открити“, односно поставити проблем не подразумева и његово решавање јер, као што смо напоменули, постоји велики број отворених и нерешених питања и проблема у математици. Када ученике ангажујемо у постављању проблема, тада их заправо стављамо у улогу математичара као научника. Наравно, проблеми које ученици постављају не могу се поредити са проблемима које постављају математичари, али им на овај начин нудимо могућност да искусе нешто другачији аспект математике.

Ученицима као извор за постављање проблема можемо понудити слике (из часописа, новина, књига и сл.), илустрације (из уџбеника), различите табеле, графиконе, дијаграме. Извор за генерисање проблема може бити и текст (на пример, нека прича, бајка, чланак из новина и сл.). Можемо користити и проблеме затвореног типа које налазимо у уџбеницима математике. Изостављањем питања и неких података из задатка, отварамо могућност да ученици сами генеришу што више проблема на основу оног што је дато.

ПРИМЕР 1. (Уџбеник за трећи разред основне школе, први део, Креативни центар, стр. 60) Оригинални задатак из уџбеника гласи: Наташа је сама код куће и може да телефонира колико жели. Прво је причала са Јеленом 22 минута. После је звала Сашку и са њом разговарала 28 минута дуже, а са Николом је разговор трајао 13 минута краће него са Сашком. Колико је разговарала са Сашком? Колико је трајао разговор са Николом? Са ким је најдуже разговарала? Са ким најкраће? Колико је укупно разговарала?

Модификација овог задатка би могла да буде изостављање питања. Тражимо од ученика да сами открију шта све можемо да израчунамо на основу датих података, односно да пронађу што више ствари које се могу израчунати на основу датих услова задатка.

ПРИМЕР 2. (Уџбеник за четврти разред основне школе, први део, Креативни центар, стр. 39) Искористићемо табелу дату у оквиру једног задатка у уџбенику математике за четврти разред (табела 8). Ученицима можемо приказати табелу и тражити од њих да сами формулишу што више текстуалних проблема који ће користити податке из дате табеле.

Држава	Број становника
Грчка	10 668 354
Италија	58 103 033
Аустрија	8 184 691
Србија	7 397 651
Немачка	82 431 390
Мађарска	10 006 835
Велика Британија	60 441 457

Табела 8. Изглед задатка датог у уџбенику

Решавање задатака на више начина

Већина математичких задатака се може решити на више начина. Ученике треба охрабривати да најпре задатак реше на свој сопствени начин, и треба прихватати све оне који су математички коректни. Такође, треба подстицати ученике да приликом решавања задатка користе различите видове репрезентације података (цртеже, дијаграме, табеле, графике и сл.).

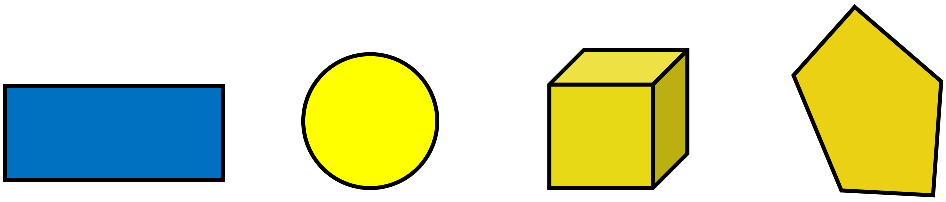
Математика у другим предметима

Кад год је то могуће, треба истакнути и користити везу математике и осталих предмета. На тај начин ученици ће схватити важност учења овог предмета. Математика се може користити и у истраживачким задацима у оквиру других предмета. Ученици могу добити задатак да истраже неку тему у оквиру предмета Природа и друштво. За бележење резултата користиће бројеве, табеле, цртаће дијаграме, односно користиће математику као алат.

2.5.2 ПРИМЕРИ ПРОБЛЕМА ОТВОРЕНОГ ТИПА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

ПРВИ РАЗРЕД

ПРИМЕР 1. Избаци уљеза. Тражимо од ученика да открију ком објекту није место на слици. Не постоји један тачан одговор.

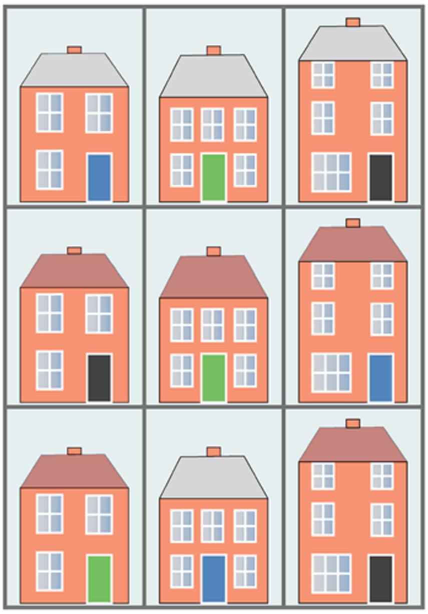


Слика 6. Избаци „уљеза“

Тражимо од ученика да открију ком објекту није место на слици. Не постоји један тачан одговор, критеријум по коме ће се одређивати ком објекту није место на слици зависи од ученика. За неке ученике биће то „дводимензионалност“, односно „тродимензионалност“ објекта, док ће за друге то можда бити боја. Неки од ученика могу сматрати да је „уљез“ круг јер је ограничен кривом линијом, а код свих осталих објеката имамо само праве линије итд.

ПРИМЕР 2. Израчунајте колико је 3 + 4. Помоћу чега можете да покажете да сте тачно израчунали? Нацртајте слику којом ћете то показати.

ПРИМЕР 3. У улици у којој живи Никола има девет кућа и оне изгледају као на слици. Распореди ове куће у групе на основу неке заједничке особине. На колико начина можемо да их распоредимо? Објасни.

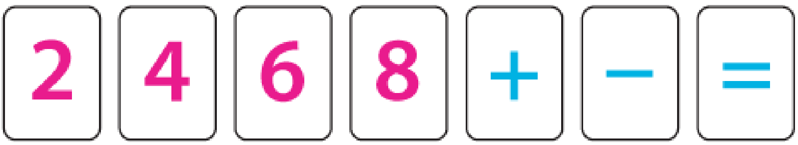


Слика 7. Класификовање објеката (релације величина)

ПРИМЕР 4. Пронађи све бројеве које можемо добити као збир приликом бацања две коцке. Шта мислите који збир ћемо најчешће добити бацајући две коцке?

Ученицима могу да раде на овом задатку самостално или у пару. Можемо им поделити по две коцкице и тражити од њих да бацањем уоче које суме би све могли да добију.

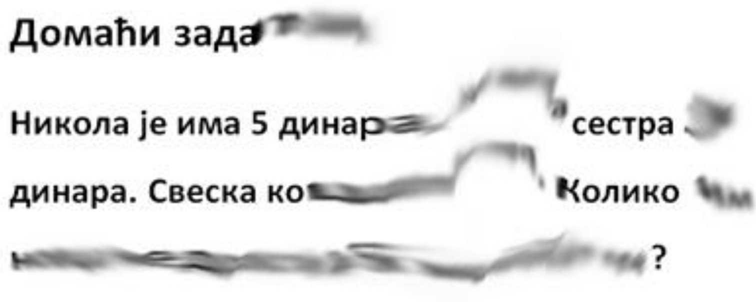
ПРИМЕР 5. Користећи дате картице, направи тачне једнакости.



Слика 8. Састављање једнакости

ПРИМЕР 6. Направи списак свих облика које уочаваш у својој учионици. Који од њих се најчешће појављују? Зашто мислиш да је тако?

ПРИМЕР 7. Марко је на путу до куће испустио листић са задатком који му је учитељица дала за домаћи. Листић је упао у бару, тако да када га је Марко извукао видео је да су се неки делови задатка избрисали. На слици можете видети шта је остало на Марковом листићу:



Слика 9. Изглед задатка

Покушајте да смислите како је све могао да гласи Марков задатак, па га онда решите.

ПРИМЕР 8. Упиши бројеве, тако да једнакост буде тачна __ + __ = 10. Да ли постоји само једно решење?

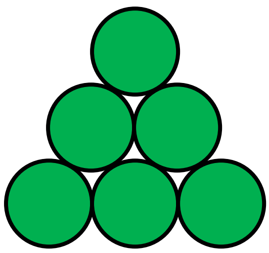
ДРУГИ РАЗРЕД

ПРИМЕР 1. Пронађи све троуглове који се могу направити помоћу седам палидрваца.

Слика 10. Нека од могућих решења задатка

Ученике подстичемо да на различите начине распоређују палидрвца и да покушају да открију што више решења.

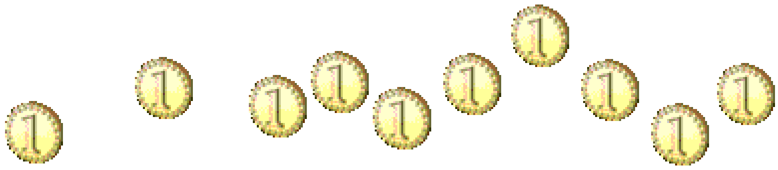
ПРИМЕР 2. Упиши бројеве од 1 до 6 у кругове, али тако да сваки број представља разлику два суседна броја која се налазе испод њега.



Слика 11. Изглед слике са „магичним круговима“

Пронађи што више решења. Смисли неки начин да бележиш решења како не би неко пропустио. Објасни своје размишљање.

ПРИМЕР 3. Бака је желела да изненади и обрадује своје три унуке. Решила је да умеси три пите са јабукама и да у сваку од њих стави златне новчиће. Како то може бака да уради, ако има укупно десет златних новчића и у сваку питу жели да стави најмање два?



Слика 12. Изглед дидактичког материјала

Ученицима можемо поделити моделе новчића од картона, а затим тражити од њих да пронађу одговарајући начин на који ће пратити различите могућности распоређивања новчића. Такође, можемо подстицати ученике да на свој начин представе процес решавања задатка (сликом, записивањем помоћу збира, прављењем листи итд.).

ПРИМЕР 4. Ако неки број поделимо са шест добићемо остатак 2. Који број то може да буде?

Основна идеја је увиђање да задатак има бесконачно много решења и налажење стратегија за одређивање неких могућности, односно уочавање одређених законитости.

ПРИМЕР 5. Погледај следећи низ: 1, 2, 4, 6, 8, 12. Пронађи број који је другачији од осталих. Обавезно запиши како си то закључио. Ако је могуће, пронађи што више одговора.

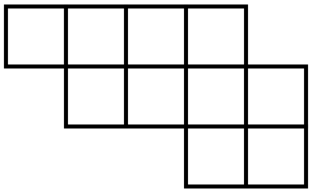
Веома је важно тражити од деце да образлажу, објашњавају и наводе разлоге зашто су се одлучили за неки одговор. У овом случају има више решења, односно одговора. На пример, ученици могу изабрати као одговор број 12, јер је то једини двоцифрени број. Или пак, то може бити број 8 јер су сви остали бројеви чиниоци броја 12, итд. Ученици развијају флуентност, али и оригиналност (дајући ретке, али тачне одговоре).

ПРИМЕР 6. Замисли да си заборавио колико је $9 \cdot 7$, али знаш да је $5 \cdot 7 = 20$. Како можеш, користећи ово, да пронађеш колико је $9 \cdot 7$?

Ово је једноставан пример, који због своје отворене природе нуди ученицима могућност да демонстрирају свој сопствени начин доласка до одговора.

ПРИМЕР 7. Миша је рачунао користећи калкулатор. Међутим, на калкулатору је дугме са бројем 5 покварено, па не ради. Како Миша може помоћу калкулатора да израчуна колико је $5 \cdot 8$, ако не може да користи дугме са бројем 5? Запишите и објасните.

ПРИМЕР 8. Колико има правоугаоника, а колико квадрата на датој слици?



Слика 13. Уочавање и пребројавање правоугаоника и квадрата

Мада у оба случаја постоји само један тачан одговор, отвореност се огледа у различитим приступима проблему. Наиме, треба подстицати ученике да пребројавање врше на начин који ће им омогућити да не изоставе ни једну фигуру. Ученици могу да цртају фигуре које броје, да их сенче, а могу и да их нумеришу и да их онда систематски записују (најпре оне које се састоје из једног, па из два, три и више делова).

ЧЕТВРТИ РАЗРЕД

ПРИМЕР 1. Наведи неке немогуће догађаје. Наведи неке догађаје који ће се сигурно догодити.

ПРИМЕР 2. Шта мислите, зашто пошта наплаћује пошиљке у односу на масу, а не величину пошиљке?

ПРИМЕР 3. Стефан је рачунао користећи калкулатор. Међутим, на калкулатору је дугме са бројем 3 покварено, па не ради. Како Стефан може помоћу калкулатора да израчуна колико је $23 \cdot 45$, ако не може да користи дугме са бројем 3? Запишите и објасните. Пронађите што више различитих начина (сличан пример као пример 7, други разред).

ПРИМЕР 4. Никола, Тома, Милица и Саша су користили калкулаторе да би урадили свој домаћи задатак. Задатак који је требало да реше био је да израчунају вредност израза $3 + 4 \cdot 6 : 2 - 5$. Свако од њих четворо користио је другачији калкулатор. Никола и Тома добили су као резултат 16, а Милица и Саша добиле су 10. Ниједно од њих четворо није погрешило у притискању дугмића, свако је унео редом бројеве и симболе као у изразу, али су им резултати ипак били другачији. Можете ли да откријете зашто? Можете ли да откријете како је сваки од калкулатора рачунао?

ПРИМЕР 5. Шта мислите, да ли је боље зарађивати 3000 динара недељно или 75 динара по једном сату рада? Који све фактори могу да утичу на вашу одлуку?

ПРИМЕР 6. Размислите и запишите које грешке може неко да направи множећи два двоцифрена броја.

На овај начин подстичемо критичко мишљење ученика. Задатак се не своди само на извођење поступка писменог множења вишецифрених бројева, већ тражимо од ученика да то знање примене. У овом случају добијамо много више информација о томе да ли су ученици заиста разумели поступак, или се ради само о механичкој примени алгоритма.

ПРИМЕР 7. Нацртајте правоугаоник чија је површина 12 cm^2.

Основна идеја је да ученици уоче да геометријске фигуре (у овом случају) правоугаоник могу имати једнаке површине, а при томе не морају бити подударне.

ПРИМЕР 8. Принцеза Илијана добила је за рођендан новог кућног љубимца – аустралијско пегасто прасе. Пошто јој њени родитељи не дозвољавају да га чува у дворцу она је решила да за њега огради један део краљевског врта. Тај део је облика правоугаоника чији је обим 30m. Колика може бити површина овог дела краљевског врта?

НАПОМЕНА: У старијим разредима можемо изоставити податак да је ограђен део облика правоугаоника, чиме се проблем још више отвара.

ПРИМЕР 9. Наставник може да тражи од ученика да напишу на почетку часа шта све знају о некој математичкој теми (на пример о разломцима), као и на крају часа.

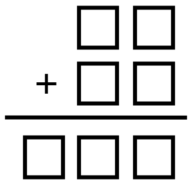
ПРИМЕР 10. Владимир се играо са коцкама. Направио је замак, који спреда гледано изгледа као на првој, а са стране као на другој слици.

Слика 14. Поглед на структуру од коцака спреда и са стране

Покушај да нацрташ како је изгледао његов замак. Можеш ли да нађеш више решења?

Овим проблемом истражују се везе између дводимензионалних и тродимензионалних објеката. Оваква активност помаже ученицима да визуелизују тродимензионалне објекте на основу њихове дводимензионалне репрезентације. Такође, ученике упућује да се у неким случајевима различити тродимезионални објекти могу представити истим дводимензионалним репрезентацијама.

ПРИМЕР 11. Попуни поља одговарајућим цифрама тако да рачун буде тачан.



Слика 15. Попуни поља да рачун буде тачан

Овде се ради о сабирању два двоцифрена броја чији збир треба да буде троцифрени број. Постоји 8100 различитих могућности да саберемо нека два двоцифрена броја, а од тога 4860 задовољава услов да је збир троцифрени број. Ако би ученици записивали, све могуће збирове, они би заправо извршили и вежбали сабирање велики број пута. Ако би их све записивали морали би да изаберу неки одређени критеријум по коме би то радили, а да не пропусте неку једнакост.

У почетку ће већина ученика записивати једнакост методом случајног избора. Ипак, очекујемо да ће један део ученика постепено почети да увиђа одређене законитости. Неки ће уочити да се одговарајуће суме налазе између једнакости 10 + 90 и 99 + 99. Ученици уопште могу пронаћи велики број израза облика 10 + 90, 11+89, …, 90+10 чија је вредност 100. Једна од могућности је да фиксирамо један од сабирака у сваком од ових израза. Дакле, имаћемо:

10 + 90, 10 + 91, 10 + 92, …, 10 + 98, 10 + 99 и ово је укупно 10 могућности;

11 + 89, 11 + 90, 11 + 91, …, 11 + 98, 11 + 99, а то је 11 могућности;

12 + 88, 12 + 89, 12 + 90, …, 12 + 98, 12 + 99, а то је 12 могућности;

…

89 + 11, 89 + 12, 89 + 13,…, 89 + 98, 89 + 99, а ово је 89 могућности.

Даље, биће

90 + 10, 90 + 11, …, 90 + 98, 90 + 99, укупно 90 могућности;

91 + 10, 91 + 11, …, 91 + 98, 91 + 99, укупно 90 могућности;

…

99 + 10, 99 + 11,…, 99 + 98, 99 + 99, укупно 90 могућности.

Има десет оваквих случајева, па је укупан број ових збирова $10 \cdot 90$.

Укупан број свих могућности биће:

$10 + 11 + 12 + ... + 88 + 89 + 10 \cdot 90 = 10 + 89 + 11 + 88 + ... + 49 + 50 + 10 \cdot 90 =$

$40 \cdot 99 + 10 \cdot 90 = 4860.$

ПРИМЕР 12. „Осмице“

Израчунајте вредности следећих израза, а затим покушајте да пронађете неку правилност по којој се јављају резултати.

$8 \cdot 8 + 13 =$

$88 \cdot 8 + 13 =$

$888 \cdot 8 + 13 =$

$8888 \cdot 8 + 13 =$

$88888 \cdot 8 + 13 =$

Да ли ће та правилност важити ако се број осмица повећава?

НАПОМЕНЕ: Ученици треба да открију правилност по којој се јављају одређени бројеви. Налажење „шеме“ по којој се бројеви појављују само је половина проблема.

Другу половину представља задатак да утврдимо да ли ће се бројеви „понашати“ по овој шеми бесконачно.

Решење проблема: Вредности датих израза су: 77, 717, 7117, 71117 и 711117.

Закључујемо да важи $8...8 \cdot 8 + 13 = 71...17$. Међутим, тражимо малу већу прецизност у одговору. Колико осмица ће дати колико јединица? Ако имамо једну осмицу, у резултату нема јединица; уколико имамо две осмице, у резултату се појављује једна јединица итд. Дакле, 6 осмица даће 5 јединица, n осмица даће n – 1 јединица. Другим речима, број јединица ће увек бити за један мањи од броја осмица. Како бисмо ово могли показати?

Посматрајмо најпре само следеће производе $8 \cdot 8 = 64$, $88 \cdot 8 = 704$, $888 \cdot 8 = 7104$, $8888 \cdot 8 = 71104$ итд. Сваки пут када допишемо још једну осмицу, производ се повећава као да смо првој цифри претходног производа додали 64. У сваком кораку број јединица се повећава за 1 (71...104). Ако број осмица означимо са n, број јединица биће n – 2. Када броју 71...104 додамо број 13 добићемо 71...17, па ће се број јединица повећати за 1. Дакле, n осмица даје n – 1 јединицу. А то је управо оно што смо претпоставили.

ПРИМЕР 13. „Узми два“

Играћемо стратегијску игру „Узми два“. Игра изгледа овако: ставићемо 5 жетона у један ред. Игра се тако што најпре игра један, па затим други играч. Сваки пут, играч има право да узме један или два жетона (по избору). Победник је онај који узме последњи жетон, тј. жетоне.

Треба да одговоримо на следећа питања:

1. Да ли можемо да нађемо како треба да игра први играч да би увек побеђивао (победничку стратегију)?
2. Да ли је игра „фер“? (Игра је „фер“ ако сваки играч има подједнаку шансу да победи.)

НАПОМЕНА: Проблем је отвореног типа. Ученицима не дајемо одговор на питање да ли је игра „фер“. Ако је „фер“, није битно ко почиње први са игром; сваки играч има подједнаку шансу да победи. Уколико није „фер“, треба да откријемо ко ће победити – први или други играч.

Отворени проблеми као што је овај спадају у теже проблеме, јер приликом њиховог решавања ученици треба да изаберу правац којим ће се кретати. Понекад је потребно да се игра одигра више пута, пре него што дођемо до тога који одговор треба да тражимо. Дакле, овакав проблем захтева много експериментисања.

Било би добро да се ученицима омогући да на овом проблему раде у пару. Важно је објаснити им да циљ игре коју играју није да победе противника, већ да покушају да пронађу победничку стратегију за играча који игра први. Учитељ може помоћи ученицима постављајући им питања попут „Шта сте уочили играјући ову игру? Ако си ти први играч, колико жетона треба да узмеш? Зашто?“ итд. Треба их охрабривати да покушају да примене своју стратегију играјући са другим паром ученика.

Решење проблема: Овај проблем је препоручљиво посматрати „уназад“, користећи методу инверзије. Играч који побеђује је онај који узима последњи жетон или последња два жетона. Назваћемо тог играча *играч А*. *Играч Б* је други играч који игра пре играча А. Он ће пред собом имати 3 жетона. Наиме, уколико би имао 2, онда би узимањем та два победио, уколико би имао 4, узео би 1, остала би 3 жетона, па би онда Б био у победничкој позицији. Према томе, три жетона представљају за играча Б губитничку позицију. Следећа губитничка позиција за играча Б јесте 6 жетона. То је због тога што играч Б тада може узети само 1 или 2 жетона, па ће преостати 5 или 4. Онда играч А узимањем два или једног жетона, оставља 3 жетона, што је – као што смо раније приметили губитничка позиција за играча Б.

На почетку наше игре било је 5 новчића. Први играч је једини који има могућност да уклони жетоне тако да их остане 3, тако да други играч буде у губитничкој позицији. Закључујемо, игра није „фер“.

Исто бисмо имали и ако би број жетона на почетку био 4. Узимањем једног жетона, преостаће три и опет први играч побеђује.

Са 6 жетона било би већ другачије. Без обзира како први играч одигра, други ће имати могућност да смањи број жетона на три, што га доводи у победничку позицију.

Проблем се може проширити тако што ћемо мењати број жетона на почетку игре.

Можемо закључити да, ако је број жетона на почетку производ броја 3, први играч губи, а уколико почетни број жетона није производ броја 3, први играч побеђује.

ПРИМЕР 14. Поштанске маркице

Пошта у Јагодини продаје само маркице које коштају 5 или 9 динара. Које све могу да буду вредности поштарине са овим маркицама?

Треба подстицати ученике да на различите начине приступају проблему. Задатак се може решити тако што ћемо редом записивати одговарајуће збирове или то можемо чинити користећи таблицу у коју ћемо уписивати вредности. Већина ученика може да изведе закључак који ће то бројеви бити, односно 5, 9, 10, 14, 15, 18, 19, 20, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30 и сви остали бројеви почевши од 32 па надаље. Од напреднијих ученика можемо тражити да оправдају своје расуђивање. Износимо један од могућих приступа проблему.

Решење проблема. Претпоставимо да је већина ученика почела тако што су рачунали могуће вредности поштарине у односу на број маркица сваке врсте. Није лоше подстицати ученике да ово чине на систематски начин. Могуће вредности поштарине биће бројеви 5, 9, 10, 14, 15, 18, 19, 20, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, а од 32 па на више, изгледа да све вредности долазе у обзир. То су редом 32, 33, 34, 35, 36,... Ако посматрамо све следеће бројеве, можемо уочити да ћемо их добити додавањем броја 5. Односно, 37 = 32 + 5, 38 = 33 + 5, 39 = 34 + 5, 40 = 35 + 5, 41 = 36 + 5 итд., поступак се понавља.

Ово је пример једног начина доласка до решења. Треба прихватити сваки начин доласка до решења који је тачан и логички оправдан. Од ученика треба тражити да расуђују и образлажу своје мишљење и поступке. Ученицима можемо дати проширење проблема за домаћи задатак, или можемо тражити од њих да смисле нове проблеме.

III ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ДЕО ИСТРАЖИВАЊА

3.1 МЕТОДОЛОГИЈА ИСТРАЖИВАЊА

3.1.1 ПРЕДМЕТ И ПРОБЛЕМ ИСТРАЖИВАЊА

Испитивање утицаја решавања математичких проблема отвореног типа на развој математичке креативности ученика може допринети унапређивању наставе математике у основним школама. Мада се увек говори о значају развијања креативности, то се веома мало примењује у наставној пракси. Разлог може бити недостатак одговарајућих модела за то.

Са педагошког аспекта значај овог истраживања огледа се у потреби оспособљавања личности за стваралаштво. Остварењу овог циља морају допринети сви облици васпитно-образовног рада у школама. Истраживање има и свој друштвени значај, јер је потребно васпитавати личности које неће мислити по „шаблону“, које неће своје мисли подређивати неприкосновеним ауторитетима, које ће стално трагати и бити отворене за нова сазнања.

Мада се и без научног истраживања може претпоставити да решавање проблема отвореног типа подстиче развој креативног мишљења, ипак се не може поуздано говорити о том утицају, а нарочито не о степену тог утицаја.

Проблем нашег истраживања јесте утицај примене методе отвореног приступа на развој креативности ученика млађег школског узраста. Да би се дао одговор на ово питање, потребно је сагледати наставне ефекте модела заснованог на методи отвореног приступа у развоју креативног мишљења деце и њиховом успеху из математике.

Према томе, основни предмет нашег истраживања јесте експериментално проучавање утицаја наставе засноване на методи отвореног приступа на ниво развијености креативних способности ученика млађег школског узраста, као и на процес учења и њихов успех из математике.

Експеримент има за циљ да се укаже на предност коришћења методе отвореног приступа када је у питању развијање креативног мишљења ученика млађег школског узраста. Такође, желимо да проверимо и оправданост модела наставе заснованог на методи отвореног приступа.

На основу досадашњих теоријских разматрања и наших сазнања утврдили смо да није било покушаја примене методе отвореног приступа као модела за развијање креативног мишљења и способности ученика млађег школског узраста у настави математике на начин на који то предлаже наш експериментални програм. У свету су спроведена нека експериментална истраживања о утицају решавања проблема отвореног типа на креативност или вештине решавања проблема ученика, али у старијим разредима основне школе (Kwon, Park, Park, 2006; Lee S.Y., 2011). С друге стране, Мејкер и Џо (Maker, Jo, 2011) су испитивале утицај наставног модела (DISCOVER curriculum model) на математичка знања и креативност ученика од првог до петог разреда основних школа. Њихов модел је подразумевао да ученици користе своје доминантне доменски специфичне интелигенције и бирају тип проблема (из матрице проблемског континуума) који њима одговара да би стимулисали учење у разним школским предметима.

Сматрамо да ће наше истраживање омогућити сагледавање наставе засноване на методи отвореног приступа са нових методичко-дидактичких аспеката што може да подстакне и друге истраживаче за нова проучавања. Такође, верујемо да ће ово истраживање бити солидан извор, модел и пример наставницима о проблемима отвореног типа и њиховој примени у настави математике, као и о методи отвореног приступа.

3.1.2 ЦИЉ И ЗАДАЦИ ИСТРАЖИВАЊА

Основни циљ овог истраживања проистиче из одлуке о избору и дефиницији предмета и проблема истраживања и састоји се у настојању да се на основу теоријских сазнања везаних за методу отвореног приступа и проблеме отвореног типа моделује дидактичко-методичка припрема часа, а затим експерименталним путем утврди њен утицај на повећање нивоа развијености креативног мишљења и способности ученика млађег школског узраста и повећање образовних ефеката.

Да би се дати циљ реализовао, потребно је остварити следеће задатке:

1. Критички проучити постојећу литературу, остала истраживања, проучавања о методи отвореног приступа, о проблемима отвореног типа, о креативности (уопште и у математици) и о њеном развијању и подстицању.
2. Израдити и проверити модел наставе засноване на методи отвореног приступа на нивоу наставног часа.
3. Упоредити постигнуте образовне ефекте (квалитет и обим математичких знања ученика) као последице експерименталне и класичне наставе.
4. Утврдити утицај експерименталног фактора на ниво развијености општег креативног мишљења и способности ученика.
5. Утврдити утицај експерименталног фактора на ниво развијености креативног мишљења ученика у математици.
6. Утврдити утицај експерименталног фактора на повећање мотивације и интересовања за учење математике.
7. Утврдити да ли постоји разлика у нивоу развијености креативног мишљења и способности у односу на пол ученика.
8. Испитати колико су учитељи упознати са појмовима као што су креативност, проблеми отвореног и затвореног типа, као и са начинима развијања креативности у настави математике.

3.1.3 ХИПОТЕЗЕ ИСТРАЖИВАЊА

Општа хипотеза истраживања

Претпостављамо да ће примена модела наставе математике заснованог на методи отвореног приступа значајно допринети повећању нивоа развијености креативних способности ученика, као и повећању васпитно-образовних ефеката.

Посебне хипотезе

1. На основу увида у досадашња теоријска проучавања и експериментална истраживања о примени методе отвореног приступа и њеном утицају на општу и математичку креативност, сматрамо да се може створити теоријско--методолошки ослонац за експериментално истраживање утицаја модела наставе засноване на методи отвореног приступа на развијање креативности у почетној настави математике

2. Претпоставља се да је могуће изградити и применити модел наставе математике који се заснива на методи отвореног приступа.
3. Претпоставља се да су образовни ефекти (квалитет и обим математичких знања) бољи код ученика из експерименталне групе.
4. Претпоставља се да је ниво развијености општег креативног мишљења и способности већи код ученика из експерименталне групе.
5. Претпоставља се да је ниво развијености креативног мишљења у решавању математичких проблема већи код ученика из експерименталне групе.
6. Мотивација и интересовање за учење математике знатно је веће код ученика експерименталне групе након спровођења експерименталног програма.
7. Претпоставља се да не постоји повезаност између пола ученика и развијености креативног мишљења и способности.
8. Претпоставља се да учитељи нису у довољној мери упознати са појмом креативности и начинима развијања креативности у настави математике.

3.1.4 МЕТОДЕ ИСТРАЖИВАЊА

У истраживању смо користили методу педагошког експеримента са паралелним групама, методу теоријске анализе и дескриптивну методу.

Метода експеримента представља основну методу овог истраживања и користили смо је за упоређивање ефеката наставе засноване на методи отвореног приступа и класичне наставе. Групе су приближно уједначене према полу, успеху из математике (на крају првог полугођа трећег разреда), образовном статусу родитеља, као и у погледу нивоа претходних знања из математике и нивоа развијености креативног мишљења у математици и уопште. У сваку од 3 експерименталне групе уведен је експериментални програм, док се настава у 3 контролне групе реализовала на традиционалан начин.

Метода теоријске анализе коришћена је приликом проучавања прикупљених теоријских и практичних сазнања и постојеће литературе о креативности уопште и креативности у математици, као и о методи отвореног приступа.

Дескриптивна метода примењена је код прикупљања података о ученицима (школски успех, успех из математике, образовни статус родитеља, резултати анкета, тестова) и учитељима, њихове обраде и интерпретације.

3.1.5 ТЕХНИКЕ И ИНСТРУМЕНТИ ИСТРАЖИВАЊА

У овом раду користили смо следеће истраживачке **технике**: тестирање, анкетирање и скалирање.

Од **инструмената** користили смо:

- тестове: иницијални тест знања (ТЗ1), иницијални тест креативног решавања математичких проблема (ТКРМП, форма А), финални тест знања (ТЗ2), финални тест креативног решавања математичких проблема (ТКРМП, форма В) (тестови конструисани за сврху овог истраживања), Равенов тест прогресивних матрица (РПМ), тест креативности (Урбан-Јеленов TCT-DP тест)[8]
- упитнике (два упитника за ученике и један упитник за учитеље).

ТЕСТ КРЕАТИВНОГ РЕШАВАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ПРОБЛЕМА (ТКРМП)

Након теоријског разматрања проблема математичке креативности и математичких проблема отвореног и затвореног типа конструисали смо тест креативног решавања математичких проблема (ТКРМП). Као основу за креирање питања у нашем тесту користили смо модел Проширене матрице континуума проблема (ПМКП) описане у поглављу 3. Тест се састоји од осам питања, од којих се прва два односе на конвергентно (проблеми затвореног типа), а преосталих шест на дивергентно мишљење (проблеми отвореног типа). Редни број питања у тесту одговара редним бројевима проблема који су наведени у табели ПМКП (стр. 72). Направљене су две форме теста, форма А и форма В. Форма А је коришћена као предтест у истраживању, а форма В као посттест. Ученици су имали на располагању два школска часа за решавање теста. Тестирани су групно, у групама од по 15 ученика. Тестирање су извршили учитељи уз претходне консултације са истраживачем и према његовим упутствима.

Пре спровођења овог истраживања, направљена је проба теста на узорку од 30 ученика трећег разреда. На основу резултата пилот-истраживања утврђено је време потребно за решавање теста и отклоњене су извесне нејасноће у формулацији питања теста.

[8] Детаљан опис и карактеристике овог теста дате су у поглављу 2.4.1, стр. 79

Тест ТКРМП (форма А)

За свако питање понаособ дали смо опис одговарајућег типа проблема, као и начин бодовања у табелама.

ЗАДАТАК 1. Израчунај 256+389.

Питање је затвореног типа. Поставка проблема, као и метод решавања познати су и ономе који презентује и ономе који решава проблем. Решење је познато само ономе ко презентује проблем.

Нетачан резултат	Тачан резултат
0	1

Табела 9. Начин бодовања за задатак 1

ЗАДАТАК 2. Ако је Марко имао 800 динара и у продавници је потрошио 320, колико му је новца остало?

У овом примеру, поставка проблема је позната и ономе који презентује и ономе који решава дати проблем. Метод и решење су познати само ономе ко презентује проблем.

Нетачан резултат	Тачна поставка задатка	Тачан резултат
0	1	2

Табела 10. Начин бодовања за задатак 2

Прва два питања процењују конвергентно мишљење. Од трећег питања вршили смо процену дивергентног мишљења преко четири компоненте: флуентности, флексибилности, оригиналности и елаборације. Користили смо следећа одређења ових компоненти.

- Под *флуентношћу* подразумевамо укупан број тачних, односно прихватљивих одговора. За сваки различит одговор ученицима је дат по 1 бод, с тим што су у оквиру једне категорије одговора могли да добију максимално 5 бодова (за 5 и више одговора који припадају истој категорији добијали су 5 бодова).
- *Флексибилност* подразумева промену дирекције у мишљењу, а овде се огледа у броју различитих категорија одговора, односно решења. За сваку различиту

категорију ученици су добијали по 1 бод. Није постојало ограничење за број категорија.

- *Оригиналност* се односи на нове, необичне, али коректне одговоре. Оригиналност смо сагледавали кроз фреквенцију појављивања одређених одговора. Најчешћи одговори су оцењивани са 0 бодова, ређи са 1, и они најређи са 2 бода[9]. Односно, одговори који се срећу код мање од 2% испитаника добијали су по 2 бода, они који се срећу код мање од 5% испитаника по 1 бод. Сви остали одговори добијали су по 0 бодова.
- *Елаборација* је процењивана као количина детаља у давању одговора, односно колико су одговори и решења садржајни, разумљиви и елегантни. За најелегантније и добро формулисане одговоре, богата и исцрпна објашњења ученици су добијали по 2 бода. За тачне и добро формулисане одговоре, али недовољно исцрпна објашњења ученици су добијали по 1 бод. За кратке и тачне одговоре, без објашњења или образложења, као и за нетачно дате одговоре ученицима је давано 0 бодова.

Проблеме 3, 5, 6, 7 и 8 користили смо за процену флуентности, проблеме 3, 4, 5, 6, 7 и 8 за процену флексибилности, проблеме 3, 4, 5, 6 и 7 за процену оригиналности, и проблеме 4, 7 и 8 за процену елаборације. Начин бодовања је у даљем тексту објашњен код сваког задатка.

ЗАДАТАК 3. Миша има 100 динара. Како све може уситнити новац помоћу новчаница од 5, 10, 20 и 50 динара? Покажи све начине.

Поставка проблема, као и метод и решење, познати су ономе ко презентује проблем, при чему постоји више начина. Ономе ко решава проблем позната је само поставка проблема.

НАЧИН БОДОВАЊА: Код овог питања бодују се флуентност (број различитих начина доласка до решења, односно одговора), флексибилност (број различитих категорија одговора) и оригиналност (статистичка реткост одговора на датом узорку) на већ описан начин.

[9] Код процене оригиналности користили смо Балкин критеријум (Balka, 1974, према Fetterly, 2010, стр. 26) одговори који се срећу код 2% узорка и мање добијају 2 бода, они који се срећу код мање од 4,99% узорка добијају 1 бод, а сви остали 0 бодова.

НАПОМЕНА: Код процене флексибилности сматрамо да треба назначити шта подразумевамо под различитим категоријама одговора. Нека је, на пример, ученик дао следеће одговоре:

100 = 20 + 20 +20 +10 + 10 +10 +10

100 = 20 + 10 + 20 + 10 + 20 + 10 + 10

100 = 50 + 50

100 = 2 · 50

Са аспекта флексибилности овде налазимо две различите категорије одговора. Прва два одговора примери су једне, а друга два примери су друге категорије. У прва два случаја ученик је користио исте сабирке, са различитим редоследом појављивања. Уколико их наводи као различите одговоре, значи да не разуме смисао и значај неких својстава аритметичких операција (комутативности сабирања). У другом случају, ради се о садржајно истим одговорима, само су репрезентације одговора различите.

ЗАДАТАК 4. Ком броју није место у низу 12, 17, 15, 21? Обавезно објасни зашто тако мислиш. Да ли постоји још неки одговор?

Поставка проблема је позната и ономе ко презентује и ономе ко решава задатак. Метода решавања позната је ономе ко презентује проблем. Решења су такође позната презентеру и има их више. За оног ко решава су непознати.

НАЧИН БОДОВАЊА: Код овог питања бодују се флексибилност (број различитих категорија датих одговора), оригиналност (статистичка реткост одговора на датом узорку) и елаборација (количина детаља у давању одговора, садржајност и елеганција одговора) на већ описан начин.

ЗАДАТАК 5. Користећи цифре 3, 5 и 2, напиши што више тачних једнакости.

Поставка проблема је позната и ономе ко решава и ономе ко презентује овај проблем. Ономе ко решава непознате су методе решавања и решења проблема. Презентеру су познате методе решавања (различите рачунске операције, коришћење једноцифрених или вишецифрених бројева), којих, као и решења, има више.

НАЧИН БОДОВАЊА: Код овог питања бодују се флуентност (број различитих начина доласка до решења), флексибилност (број различитих категорија) и оригиналност (статистичка реткост одговора на датом узорку) на већ описан начин.

НАПОМЕНА: Одговори 2 + 3 = 5, 3 + 2 = 5 представљају два различита одговора који припадају истој категорији, тј. за флуентност ученик би добио 2 бода, али за флексибилност 1. Слично, одговор 22 + 33 = 55 припада новој категорији, али уколико би ученик давао и одговоре облика 222 + 333 = 555, 2222 + 3333 = 5555 онда би се радило о истој категорији одговора.

ЗАДАТАК 6. Како све можеш добити 50?

Поставка проблема је позната и ономе ко решава и ономе ко презентује проблем. Метода решавања и решење проблема су непознати и једном и другом.

НАЧИН БОДОВАЊА: Код овог питања бодују се флуентност (број садржајно различитих одговора и решења), флексибилност (број различитих категорија датих одговора и решења) и оригиналност (статистичка реткост одговора на датом узорку) на већ описан начин.

НАПОМЕНА: Одговори попут 50 = 20 + 30, 50 = 30 + 20, 50 = 17 + 33, припадају једној категорији, па за флексибилност добијају 1 бод, а за флуентност 2 бода (јер су 50 = 20 + 30 и 50 = 30 + 20 садржајно исти). Код оригиналности узимамо у обзир и ретке и необичне, као и комплексне одговоре, који су притом и коректни.

ЗАДАТАК 7. Пера је решавао задатак и решио га је на следећи начин 483 + (483 – 234) = 483 + 249 = 732. Како је могао да гласи текст Periног задатка? Напиши што више различитих текстуалних задатака.

Код проблема овог типа поставка проблема није позната ни ономе ко презентује, ни ономе ко решава проблем. Метода решавања и решење познати су и једном и другом.

НАЧИН БОДОВАЊА: Код овог задатка бодује се флуентност (број различитих одговора), флексибилност (број различитих категорија датих одговора), оригиналност (статистичка реткост категорија одговора на датом узорку) и елаборација (количина детаља у давању одговора, садржајност и елеганција одговора – у овом случају текста формулисаних задатака) на већ описан начин.

На пример, ако је ученик формулисао следеће текстуалне задатке:

Броју 483 додај разлику бројева 483 и 234.

Сабери број 483 и разлику бројева 483 и 234,

за флуентност је добио 2 поена, за флексибилност 1 поен, за елаборацију 0, за оригиналност 0.

ЗАДАТАК 8. Погледај слику, размисли, затим напиши текст задатка који би одговарао слици, а онда реши тај задатак. Покушај да смислиш што више различитих текстуалних задатака.

Слика 16. Изглед слике на основу које треба осмислити текст задатака

Проблем овог типа је у потпуности отворен. Ни поставка, ни метода решавања, а ни решење проблема нису познати ни ономе ко презентује, ни ономе ко решава проблем. Ученик на основу дате ситуације (приказане сликом) треба да самостално формулише и реши проблем, а при томе самостално бира и методу решавања задатка.

НАЧИН БОДОВАЊА: Код овог примера бодују се флуентност (број различитих одговора, односно формулисаних текстуалних задатака), флексибилност (број различитих категорија формулисаних задатака) и елаборација (количина детаља, односно сложеност, садржајност и елеганција формулисаног текста и поступка решавања) на већ описан начин.

Тест ТКРМП форма В је модификована верзија форме А. Питања су истог типа као и код прве форме. Постоји разлика у нумеричким вредностима, рачунским операцијама и илустрацијама које се користе у тесту, али се заправо ради о концепцијски истим тестовима. Принцип и начин бодовања теста форме Б исти је као код теста форме А и зато га нисмо посебно описивали. Оба теста су дата у прилогу (стр. 276).

Сврха нашег теста је првенствено утврђивање нивоа развијености четири компоненте дивергентног мишљења (које представља важан елемент креативног мишљења) и испитивање ефеката експерименталног програма на ове компоненте. Тест је намењен свим ученицима трећег разреда основне школе без обзира на способности, интересовања и склоности. У будућим истраживањима намеравамо да испитамо дијагностичке могућности нашег теста у идентификовању ученика креативно даровитих за математику, као и његову примену на другим узрастима ученика.

ТЕСТОВИ ЗНАЊА, ТЗ1 И ТЗ2

Иницијални тест знања из математике (ТЗ1) односио се на познавање садржаја које ученици треба да усвоје у првом полугођу трећег разреда основне школе. Ученици су тестирани на почетку другог полугођа, крајем јануара 2010. године. За рад су имали два школска часа, што се показало као довољан временски оквир не само за решавање већ и за проверу урађених задатака[10]. Иницијални тест се, као и финални, састојао од 20 питања и задатака. У тесту смо користили задатке компензације и задатке решавања. Начин бодовања задатака, као и прерасподела бодова у сваком задатку дати су у табели 11.

Задатак	Бодовање	Укупан број бодова
1.	За сваки тачан одговор ученик добија по 1 бод	3 бода
2.	За сваки тачан одговор ученик добија по 1 бод	3 бода
3.	За тачно заокружен одговор ученик добија 2 бода	2 бода
4.	За сваки тачно уписан број ученик добија по 1 бод	3 бода
5.	За тачно примењен поступак одређивања непознатог умањеника ученик добија 1 бод. За тачан резултат ученик добија 1 бод. За урађену проверу тачности решавања једначине ученик добија 1 бод.	3 бода
6.	За сваки тачан одговор ученик добија по 1 бод.	4 бода
7.	За сваки тачан одговор ученик добија по 1 бод.	4 бода
8.	За тачно записан израз ученик добија 2 бода. За тачан резултат ученик добија 1 бод.	3 бода

[10] Пре почетка истраживања, урађено је пробно тестирање ученика на узорку од 30 ученика трећег разреда. У складу са овим тестирањем одређено је време за рад на тесту и отклоњене су неке нејасноће у формулацији питања и задатака.

Задатак	Бодовање	Укупан број бодова
9.	За сваки тачан одговор ученик добија по 1 бод.	7 бодова
10.	За сваки тачан одговор ученик добија по 1 бод.	3 бода
11.	За тачан поступак ученик добија 2 бода. За тачно резултат ученик добија 1 бод.	3 бода
12.	За сваки тачно повезан пар, ученик добија по 1 бод. За наведена тачно наведена својства сабирања која се користе у датим изразима ученик добија 1 бод.	5 бодова
13.	За сваки тачно дат одговор ученик добија по 1 бод.	4 бода
14.	За сваку тачно допуњену реченицу ученик добија по 1 бод.	4 бода
15.	За тачно израчунато растојање за оба возача ученик добија 2 бода. За тачно израчунато међусобно растојање ученик добија 1 бод.	3 бода
16.	За тачан графички приказ објеката и смерова кретања или тачно образложење у писаној форми ученик добија 2 бода. За тачан одговор ученик добија 1 бод.	3 бода
17.	За тачну поставку задатка (преко израза или једначине) ученик добија 1 бод. За тачан резултат ученик добија 1 бод.	2 бода
18.	Наводимо како се бодовање врши по корацима решавања задатка. Корак 1. 1 блок и 3 свеске коштају 140 динара 1 блок и једна свеска коштају 80 динара Ако умањимо прву суму за 80 динара добићемо цену 2 свеске. 140 – 80 = 60 (2 бода) Корак 2. Ако знамо цену две свеске, односно да коштају 60 динара, можемо да нађемо цену једне свеске дељењем са 2. 60 : 2 = 30 (1 бод) Корак 3. Цену једног блока добићемо када од новца којим је Никола платио један блок и свеску одузмемо цену свеске. 80 – 30 = 50 (1 бод)	4 бода

Задатак	Бодовање	Укупан број бодова
19.	Наводимо како се бодовање врши по корацима решавања задатка. Корак 1. Да би израчунали колико година има Влада, морамо најпре да нађемо колико деда има сада. Пошто ће деда кроз 6 година имати 90 година, ово значи да он сада има 90 – 6 = 84 године. (2 бода) Корак 2. Обзиром да је Влада 7 пута млађи од деде, ово значи да ћемо број његових година добити када поделимо дедине године са 7, односно 84 : 7 = 12. (2 бода)	4 бода
20.	За било које тачно образложење или графички приказ расуђивања ученик добија 2 бода. За тачан одговор ученик добија 1 бод.	3 бода

Табела 11. Начин бодовања задатака на тесту ТЗ1

Финални тест знања из математике (ТЗ2) коцепцијски је аналоган иницијалном тесту ТЗ1, али је укључивао и поједине садржаје обрађене у току другог полугођа трећег разреда. Начин бодовања је сличан прерасподели бодова теста ТЗ1 и дат је у табели 12.

Задатак	Бодовање	Укупан број бодова
1.	За сваки тачно дат одговор ученику даје по 1 бод	3 бода
2.	За сваки тачно дат одговор ученику се даје по 1 бод	3 бода
3.	За тачно заокружен одговор ученик добија 2 бода	2 бода
4.	За сваки тачно уписан број ученику се даје по 1 бод	3 бода
5.	За исправно примењен поступак одређивања непознатог чиниоца ученик добија 1 бод. За тачан резултат ученик добија 1 бод. За урађену проверу тачности поступка решавања једначине ученик добија 1 бод.	3 бода
6.	За сваки тачно дат одговор ученик добија по 1 бод.	4 бода

Задатак	Бодовање	Укупан број бодова
7.	За сваки тачан одговор ученик добија по 1 бод.	4 бода
8.	За тачно постављен израз ученик добија 2 бода. За тачан резултат ученик добија 1 бод.	3 бода
9.	За сваки тачно дат одговор ученик добија по 1 бод.	7 бодова
10.	За сваки тачно дат одговор ученик добија по 1 бод.	3 бода
11.	За тачно записан поступак рачунања ученик добија 2 бода. За тачан резултат ученик добија 1 бод.	3 бода
12.	За сваки тачно повезан пар, ученик добија по 1 бод. За тачно наведена својства множења коришћена у датим изразима ученик добија 1 бод.	5 бодова
13.	За сваки тачно дат одговор ученик добија по 1 бод.	4 бода
14.	За сваку тачно допуњену реченицу ученик добија по 1 бод.	4 бода
15.	За тачно израчунато растојање за сваки од камиона понаособ ученик добија 2 бода. За тачно израчунато међусобно растојање камиона ученик добија 1 бод.	3 бода
16.	За тачан графички приказ објеката и смерова кретања или тачно дато писмено образложење ученик добија 2 бода. За тачно дат одговор ученик добија 1 бод.	3 бода
17.	За тачно постављен задатак (преко израза или једначине) ученик добија 1 бод. За тачан резултат ученик добија 1 бод.	2 бода

Задатак	Бодовање	Укупан број бодова
18.	Наводимо како се бодовање врши по корацима решавања задатка. Корак 1. 1 књига и 4 свеске коштају 720 динара 1 књига и једна свеска коштају 270 динара Ако умањимо прву суму за 270 динара добићемо цену 3 свеске. 720 – 270 = 450 (2 бода) Корак 2. Ако знамо цену три свеске, тј. да заједно коштају 450 динара, онда можемо да нађемо цену једне свеске дељењем са 3. 450 : 3 = 150 (1 бод) Корак 3. Цену једне књиге добићемо када од новца који је потребан за куповину једне књиге и свеске, тј. од 270 динара одузмемо цену свеске. 270 – 150 = 120 (1 бод)	4 бода
19.	Наводимо како се бодовање врши по корацима решавања задатка. Корак 1. Да би израчунали колико година има Миша, морамо најпре да одредимо колико година има његова мама сада. Пошто ће мама кроз 4 године имати 40 година, ово значи да она сада има 40 – 4 = 36 година. (2 бода) Корак 2. Обзиром да је мама четири пута старија од Мише, ово значи да је он четири пута млађи од маме, па ћемо број његових година добити када поделимо мамине године са 4, односно 36 : 4 = 9. (2 бода)	4 бода
20.	За било које тачно образложење или графички приказ исправног расуђивања ученик добија 2 бода. За тачан одговор ученик добија 1 бод.	3 бода

Табела 12. Начин бодовања задатака на тесту Т32

3.1.6 УЗОРАК И ВАРИЈАБЛЕ ИСТРАЖИВАЊА

Истраживање је спроведено у укупно 6 одељења трећег разреда три основне школе[11]. Узорак је бројао укупно 162 ученика (првобитни узорак бројао је 180 ученика, али смо у узорку задржали само оне који су прошли сва тестирања и све часове експерименталног програма). Од тога су три одељења чинила експерименталну групу (82 ученика), а остала три одељења (80 ученика) чинила су контролну групу. Истраживање је трајало од почетка фебруара до средине јуна 2010. године.

Тестирање је обухватило ученике свих 6 одељења трећег разреда (експерименталне и контролне групе).

Анкетирањем су били обухваћени:

- ученици експерименталне групе три основне школе
- 157 учитеља из неколико општина Републике Србије.

Експериментални фактор, односно модел наставе засноване на методи отвореног приступа, представљао је независну варијаблу, а васпитно-образовни ефекти ове наставе (ниво развијености општих креативних способности мерен Урбан-Јеленовим тестом, ниво развијености математичке креативности мерен тестом креативног решавања математичких проблема ТКРМП, као и успех ученика и квалитет математичких знања мерен тестом ТЗ) представљали су зависне варијабле. Како смо желели да испитамо и постоји ли разлика у дејству експерименталног фактора у односу на пол испитаника, у другом делу истраживања пол ученика је представљао независну варијаблу, а резултати на Урбан-Јеленовом тесту и тесту креативног решавања математичких проблема зависне варијабле.

Групу у којој је примењиван експериментални фактор означаваћемо у даљем тексту као Е-групу, а групу која је радила на традиционалан начин као К-групу.

Уједначавање Е-групе и К-групе урађено је по неколико основа:

- пол ученика;
- стручна спрема родитеља;

[11] Једна основна школа физички је подељена на две школе због доступности ученицима, тако се једно одељење школе налази у једној, а друго одељење школе у другој згради на различитим крајевима града (центар и периферија). Из сваког одељења школе у истраживање су укључена по два одељења трећег разреда (једно као део експерименталне и једно као део конролне групе).

- успех ученика из математике на крају првог полугођа трећег разреда;
- резултати на тесту Равенових прогресивних матрица (РПМ);
- резултати иницијалног тестирања на Урбан-Јеленовом тесту креативности ТСТ-DP;
- резултати иницијалног тестирања на тесту знања (ТЗ);
- резултати иницијалног тестирања на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП).

Ученици свих одељења контролне и експерименталне групе имали су усаглашен наставни план и програм. Учитељи свих одељења користили су уџбенике истог издавача. Ученици једне школе су каснили са обрадом градива због одржавања школе у природи, тако да у једном периоду нису све наставне активности држане истовремено у свим школама.

Увидом у педагошку документацију школа у којима смо извршили истраживање установили смо битне карактеристике структуре узорка.

Структура ученика по полу

Број дечака у Е-групи и К-групи био је већи од броја девојчица, па је и укупан број дечака обухваћених истраживањем већи од укупног броја девојчица. Структура ученика по полу Е-групе и К-групе дата је у табели 13.

		Пол ученика		Укупно
		Мушки	Женски	
Експериментална	Број ученика	47	35	82
	%	57.3%	42.7%	100.0%
Контролна	Број ученика	46	34	80
	%	57.5%	42.5%	100.0%
Укупно	Број ученика	93	69	162
	%	57.4%	42.6%	100.0%

$\chi^2 = 0.001$, df = 1, p = 0.981

Табела 13. Статистички приказ структуре ученика по полу

Тестирањем χ^2 тестом дошли смо до сигнификантности од 0.981, па можемо тврдити да не постоји статистички значајна разлика између група када је у питању пол ученика.

Стручна спрема родитеља ученика

У категорију *висока стручна спрема* уврстили смо и родитеље са факултетским образовањем и оне са вишом школом (разлог је предуслов коришћења одређених статистичких поступака). Ученике смо затим разврстали у категорије на основу стручне спреме оба родитеља (ОС – основна и средња, СС – оба родитеља имају средњу стручну спрему, СВ – средња и висока, ВВ – оба родитеља су са високом стручном спремом)[12]. Стручна спрема родитеља свих ученика Е-групе и К-групе приказана је у следећој табели (табела 14).

		Стручна спрема родитеља				Укупно
		Основна и средња	Средња и средња	Средња и висока	Висока и висока	
Експериментална група	Број	11	56	7	8	82
	%	13.4%	68.3%	8.5%	9.8%	100.0%
Контролна	Број	9	44	18	9	80
	%	11.3%	55.0%	22.5%	11.3%	100.0%
Укупно	Број	20	100	25	17	162
	%	12.3%	61.7%	15.4%	10.5%	100.0%

$\chi^2 = 6.515$, df = 3, p = 0.089

Табела 14. Дистрибуција стручне спреме родитеља ученика

Тестирањем χ^2 тестом, а у складу са упоредним стручним спремама оба родитеља сваког ученика понаособ, дошли смо до сигнификантности од 0,089, па можемо констатовати да не постоји статистички значајна разлика између група.

Успех ученика из математике на крају првог полугодишта трећег разреда

Расподела оцена из математике на крају првог полугодишта трећег разреда дата је у табели 15.

[12] Није било ученика у категорији када оба родитеља имају основну стручну спрему.

	Оцена				Укупно ученика	Просечна оцена
	2	3	4	5		
Е-група Проценти	1 1.2%	7 8.5%	28 34.1%	46 56.1%	82 100.0%	4.45
К-група Проценти	0 0.0%	7 8.8%	30 37.5%	43 53.8%	80 100.0%	4.45

Табела 15. Успех ученика из математике на крају првог полугодишта 3. разреда

Тестирањем нормалности расподеле оцена из математике на крају првог полугодишта трећег разреда ученика Е-групе и К-групе дошли смо до следећих резултата (табела 16).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.343	0.000	82.13	3228.500	-0.194	0.846
К-група	0.337	0.000	80.86			

Табела 16. Статистички приказ успеха ученика из математике на крају првог полугодишта 3. разреда

Како је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом у оба случаја 0,000, Е-група и К-група немају нормалну расподелу. Применом Ман-Витнијевог теста установили смо да је p=0,846 (p>0.05), што значи да не постоји статистичка значајна разлика између успеха из математике на крају првог полугодишта ученика Е-групе и К-групе. Стога, можемо сматрати да су групе у овом погледу уједначене.

Успех ученика на тесту општих интелектуалних способности (Равенове прогресивне матрице)

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на тесту Равенових прогресивних матрица ученика Е- групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у табели 17.

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.069	0.200	76.53	2872.500	-1.366	0.172
К-група	0.109	0.021	86.59			

Табела 17. Статистички приказ резултата на тесту општих интелектуалних способности

С обзиром да је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу 0,200, а за К-групу 0,021, следи да Е-група има, а К-група нема нормалну расподелу. Аритметичка средина и медијан резултата К-групе (M_K=37,00, Mdn_K=38,00) су нешто виши од аритметичке вредности и медијана резултата Е-групе (M_E=35,34, Mdn_E=36,00). Применом Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,172 ($p>0,05$), па можемо констатовати да ова разлика између резултата на тесту Равенових прогресивних матрица ученика Е-групе и К-групе није статистичка значајна разлика, односно да су групе у овом погледу уједначене.

Структура узорка учитеља

Упитником за учитеље извршено је анкетирање узорка од 157 учитеља. Од укупног броја учитеља 58 учитеља је имало VI, а 99 је имало VII степен стручне спреме (један од учитеља је завршио магистарске студије)[13]. Односно, узорак је чинило 36,94% наставника и 63,06% професора разредне наставе. Структура узорка по степену стручне спреме дата је у табели 18.

Стручни степен	VI степен	VII степен
Број учитеља	58	99
Проценат	36,94 %	63,06 %

Табела 18. Приказ броја учитеља на основу степена стручне спреме

Учитељи који су анкетирани радили су у основним школама у општинама Јагодина, Крагујевац, Београд и Ниш. С обзиром да се те основне школе налазе у

[13] У даљем разматрању и анализи резултата анкетирања учитеља, оне који имају VI степен стручне спреме називаћемо наставницима, а оне са VII степеном стручне спреме називаћемо професорима.

великом броју различитих градова и села, а број учитеља у појединачним местима је мали, разврстали смо их на основу чињенице да ли се школа налази у градској или у сеоској средини. У градским школама радило је 139, а у сеоским школама 18 учитеља. Структура узорка дата је у табели 19.

	Градске школе	Сеоске школе
Број учитеља	139	18
Проценат	88,54%	11,46%

Табела 19. Приказ броја учитеља у односу на средину у којој се школа налази

Структура учитеља обухваћених истраживањем у односу на године радног стажа у просвети приказана је у табели 20.

	Године радног стажа						
	0 – 5	5 – 10	11 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 30	31 – 40
Наставници	1.72%	6.90%	13.79%	15.52%	18.97%	29.31%	13.79%
Професори	36.36%	24.24%	8.08%	10.10%	6.06%	13.13%	2.02%
Укупно	23.57%	17.83%	10.19%	12.10%	10.83%	19.11%	6.37%

Табела 20. Приказ броја учитеља у односу на године радног стажа

3.1.7 ОБРАДА ПОДАТАКА

На основу података које смо добили истраживањем, помоћу наведених истраживачких инструмената, извршили смо статистичку обраду података квалитативном и стандардном квантитативном анализом у складу са педагошким експериментом са паралелним групама.

Приликом статистичке обраде података користили смо софтверски пакет SPSS 13.0. Од статистичких мера коришћене су: фреквенције, проценти, графичко и табеларно приказивање, аритметичка средина, Kolmogorov-Smirnov тест нормалности, Shapiro-Wilk тест нормалности, Mann-Whitney тест, t-тест и Chi-square тест.

Kolmogorov-Smirnov тест коришћен је за испитивање нормалности расподеле добијених података на узорку већем од 50, а Shapiro-Wilk тест нормалности када је узорак био мањи од 50. У случају када је значајност (sig) посматране величине већа од 0,05, тада величина има нормалну расподелу, док ако је значајност мања од 0,05, величина нема нормалну расподелу. За тестирање значајности разлике посматраних величина ако бар једна нема нормалну расподелу, користили смо Mann-Whitney тест. Уколико је добијена сигнификантност величина код Mann-Whitney теста већа од 0,05, тада нема статистички значајне разлике између посматраних величина, а ако је та сигнификантност мања од 0,05, тада постоји статистички значајна разлика.

За тестирање значајности разлике посматраних величина у случају када обе величине имају нормалну расподелу користили смо t-тест. Праг сигнификантности овог теста је исти као праг сигнификантности Mann-Whitney теста. Chi-square тест смо користили у случајевима када су испитиване непараметријске расподеле узорака. Праг сигнификантности код овог теста је исти као праг сигнификантности Mann-Whitney теста.

За обраду података добијених анкетирањем учитеља користили смо фреквенције, проценте, табеларно приказивање и графичко приказивање.

3.1.8 ОРГАНИЗАЦИЈА И ТОК ИСТРАЖИВАЊА

Истраживање је спроведено у току другог полугођа школске 2009/2010. године у шест одељења трећег разреда три основне школе у јагодинској општини. Експериментални програм се састојао од 12 сценарија наставних активности различитих наставних тема које су реализоване током целог другог полугођа. Наставне јединице реализовао је сам аутор истраживања у сарадњи са учитељима у три одељења која су представљала експерименталну групу.

Наставни приступ у школској математици у великој мери зависи од тога да ли ћемо креативност схватити као нешто својствено само изузетним појединцима или као оријентацију и тенденцију према математичкој способности чији се развој може подстаћи у широј популацији ученика. Као што смо већ напоменули у теоријском делу рада, ми ћемо креативност посматрати у овом другом светлу. Дакле, креативност представља један од најбитнијих задатака математичког образовања. Оно што је суштински важно са гледишта учитеља јесте избор одговарајућег задатка за ученике и њихово контекстуално знање. Од добро изабраног проблема зависи да ли ће ученик бити вођен према генерализацији задатка учења и креирању новог знања, односно према побољшању својих способности решавања проблема. Стога, ово истраживање је развило програм који користи проблеме отвореног типа за које сваки појединачни ученик може понудити своје сопствено решење у зависности од сопствених способности, зато што ови проблеми могу обезбедити најбоља средства за гајење и проширивање креативности ученика.

Тестирање ученика тестом РПМ обавио је психолог. Ученици су тестирани групно (у групама од по 15 ученика). Тестирање ученика тестом TCT-DP урадио је сам истраживач у сарадњи са психологом (ученици су тестирани групно, у групама од по 10 ученика)[14]. Тестирање осталим тестовима обавио је истраживач у сарадњи са учитељима одељења у којима је вршено истраживање.

Пре спровођења нашег истраживања, извршено је пилот-истраживање у коме су ученици тестирани тестовима ТЗ1, ТЗ2, ТКРМП (форма А) и ТКРМП (форма В). На основу добијених резултата и запажања тестови су ревидирани и прилагођени ученици узраста трећег разреда.

3.1.9 ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ПРОГРАМ ИСТРАЖИВАЊА

У овом поглављу приказаћемо детаљно разрађене наставне активности нашег модела. Централни део сваког часа представљала је активност решавања проблема отвореног типа. Активности су спроведене у оквиру часова утврђивања, а већина проблема изабрана је тако да се надовеже на претходно обрађене наставне садржаје. Као што је већ поменуто, укупно је конструисано и изведено 12 сценарија за час. Нисмо посебно спецификовали називе наставних јединица јер се радило о часовима решавања проблема, тако да су наведени називи самих наставних активности. У једном од претходних поглавља описали смо структуру часа која користи методу отвореног приступа, тако да је овде нисмо посебно истицали (стр. 60).

[14] Тест TCT-DP, као и приручник о начину бодовања смо добили од психолошке асоцијације Спирман. На основу узајамне преписке и образложења о разлозима коришћења теста у истраживању, података о самом истраживачу, односно аутору истраживања добили смо сагласност да користимо дати тест.

Наставна активност 1	**„Таблица сабирања“**
Наставна средства	Наставни листић са проблемом, презентација
Циљеви	Уочавање правилности и законитости, њихово уопштавање и примена, разумевање и вербално описивање бројевних законитости (патерна), развијање и коришћење различитих стратегија решавања проблема

„ТАБЛИЦА САБИРАЊА“

Проблем: Ана је играла једну игру. У први ред и у прву колону таблице (слика 17) унела је редом бројеве 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 и 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35. Затим је одлучила да сабере ове бројеве и то тако што је сабирала по један број из реда са бројем из колоне, а онда их уносила у одговарајуће поље у табели. Међутим, док је уносила ове збирове почела је да увиђа неке правилности. Покушај и сам да пронађеш што више правилности и искористи их да попуниш Анину табелу до краја.

+	3	6	9	12	15	18	21	24
5			14			23		
10		16						
15	18				30			
20								
25								
30								
35								

Слика 17. Изглед слике која је дата на слајду презентације

Проширење проблема

Замислите да је Анина таблица продужена бесконачно у оба правца, и по редовима и по колонама.

1. Који бројеви недостају?
2. Који бројеви се појављују само по једном?

3. Пронађи број после кога се сви бројеви после њега појављују у тој проширеној таблици. Који је најмањи такав број?
4. Пронађи број који се појављује два пута у таблици и после кога се сви остали бројеви појављују такође два пута. Који је најмањи такав број?
5. Колико пута се појављује број 60 у проширеној таблици?

Наставни кораци

1. Наставник најпре са ученицима решава једноставнији проблем. Тражи од ученика да попуне таблицу бројева до 100 (ова таблица има 10 редова и колона, а сваки ред представља једну десетицу прве стотине) и да при томе уоче неке правилности које им могу помоћи да унесу бројеве. На пример, сви бројеви у истој колони разликују се за 10, сви бројеви у истом реду разликују се за 1, сви бројеви по главној дијагонали разликују се за 11 и сл.
2. Наставник излаже ученицима проблем. Поставља им питања попут „Који број по вашем мишљењу треба да стоји у овом пољу?“ „А у овом?“ Након уношења неколико бројева тражи од њих да открију које бројеве даље треба да унесу, али без сабирања бројева у одговарајућем реду и колони.
3. Ученици раде на проблему у пару. Наставник проверава да ли су разумели шта треба да ураде. Ученици се договарају и трагају за решењима датог задатка.
4. Следи дискусија са целим одељењем у оквиру које наставник тражи од ученика да поделе своја решења са осталим ученицима у одељењу. Наставник проверава да ли траже правилности у појављивању одређених збирова и по дијагонали или користе неки други систематски начин. Тражи од ученика да објашњавају зашто правилност у појављивању збирова коју су уочили функционише.
5. Наставник дели ученике у хетерогене групе. Презентује ученицима проширени проблем. Подстиче их и охрабрује да покушају да га реше.
6. Када групе дођу до решења, следи дискусија у целом одељењу. Представник сваке групе износи решења до којих је дошла његова група. Наставник поставља питања ученицима да образложе зашто сматрају да њихово решење одговарајуће и исправно. Уколико остаје времена наставник тражи од ученика да сами осмисле своја питања везана за овај задатак. Тражи од ученика да издвоје најзанимљивију правилност која је уочена.

7. Наставник ученицима задаје домаћи задатак. Даје им упутства и дели листић са задатком.

НАПОМЕНА**:** Увиђање различитих правилности и законитости представља један од суштинских делова математике. Зато је веома важно од самог почетка охрабривати и подстицати децу да траже, уочавају правилности, чак и да их сами стварају кад год им се за то укаже прилика. Овде се ради о једном веома једноставном проблему, вежби сабирања. Од деце треба тражити да правилности уочавају у хоризонталном, вертикалном и дијагоналном правцу.

Решење проблема: Постоји велики број правилности у табели. Ми ћемо навести неке од њих. Бројеви које уносимо хоризонтално редом се повећавају за 3. Разлог овога је што су бројеви у реду које додајемо броју из колоне већи један од другог за 3. Слично, бројеви које уносимо вертикално редом се повећавају за 5. Бројеви у колонама које додајемо одговарајућем броју у реду су већи један од другог за 5. Посматрајући главну дијагоналу, можемо уочити да се овога пута сваки збир повећава за 8 у односу на претходни. Ово је зато што број који се налази у реду повећавамо за 3, а број који се налази у колони за 5 (3+5 = 8). Супротно, друга дијагонала која иде уназад (означена плавом бојом) садржи бројеве који се повећавају за 2. Разлог је то што се бројеви вертикално повећавају за 5, али се зато бројеви хоризонтално смањују за 3 (5-3 = 2). Од деце треба тражити да сами уочавају нове правилности и да их објашњавају (слика 18). На пример, уколико неки од ученика играју шах, онда они могу посматрати и поља која добијемо кретањем „скакача“ по табли (означена зеленом бојом).

+	3	6	9	12	15	18	21	24
5	8	11	14	17	20	23	26	29
10	13	16	19	22	25	28	31	34
15	18	21	24	27	30	33	36	39
20	23	26	29	32	35	38	41	44
25	28	31	34	37	40	43	46	49
30	33	36	39	42	45	48	51	54
35	38	41	44	47	50	53	56	59

Слика 18. Неке од могућих правилности

Решење проширења проблема

Видимо из таблице (слика 19) да колона „12“ почиње бројем 17. У колони „3“ имамо број 18, а у колони „9“ имамо број 19. С обзиром на то да се сви бројеви повећавају за 3 ако идемо по редовима, ово значи да ће се сви бројеви почевши од 17 па надаље појављивати у таблици. Да бисмо открили који бројеви недостају, онда треба да погледамо само поља са бројевима мањим од 17 (означено црвеном бојом). Видимо да су то бројеви: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 15.

+	3	6	9	12	15	18	21	24
5	8	11	14	17	20	23	26	29
10	13	16	19	22	25	28	31	34
15	18	21	24	27	30	33	36	39
20	23	26	29	32	35	38	41	44
25	28	31	34	37	40	43	46	49
30	33	36	39	42	45	48	51	54
35	38	41	44	47	50	53	56	59

Слика 19. Проширење проблема

Да бисмо пронашли бројеве који се појављују само једном, тражићемо бројеве који се појављују најмање два пута. Уз малу помоћ ученици треба да уоче да се бројеви изван дела означеног жутом бојом појављују два пута. Дакле, сада треба да погледамо бројеве унутар дела означеног жутом бојом да бисмо нашли оне који се појављују само једном. Сви ови бројеви појављују се само једном.

Сви бројеви после 16 појављују се најмање једном у таблици.

Сви бројеви после 23 појављују се најмање два пута у таблици.

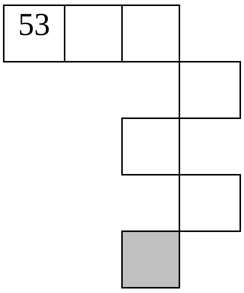
Како можемо добити 60? Као прво, 60 се не може појавити десно од колоне „60“, а ни испод реда „60“. Који бројеви онда у таблици могу као збир дати 60? Могли бисмо да записујемо све збирове и да проверавамо сабирајући редове и колоне али постоји лакши начин. Уствари, уочимо како све можемо добити 60:60 = 15·3+3·5, 60 = 10·3+6·5, 60 = 5·3+9·5.

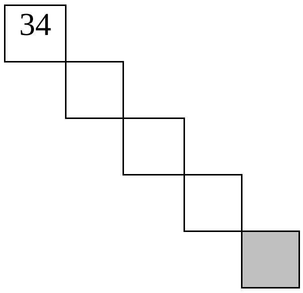
НАСТАВНИ ЛИСТИЋ СА ДОМАЋИМ ЗАДАТКОМ

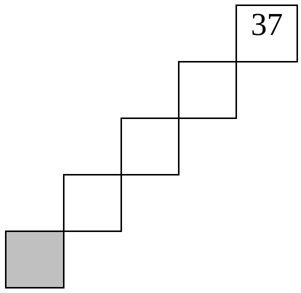
На слици је приказан почетни део табеле са бројевима до 100.

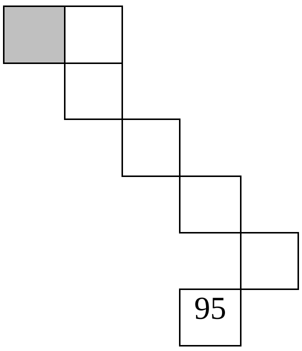
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

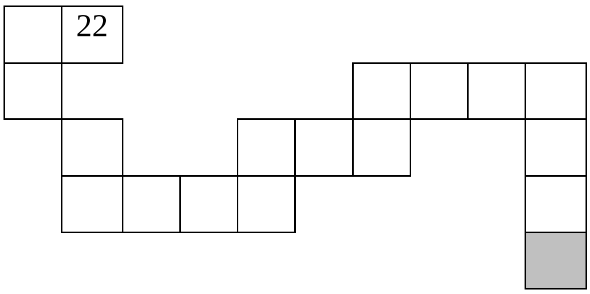
Испод су приказани неки делове те табеле. Без проширивања табеле, откријте које бројеве треба уписати у сива поља.

а) 

б) 

в) 

д) 

ђ) 

Наставна јединица 2	**„Џепарац“ (сабирање и множење)**
Наставна средства	Наставни листић са проблемом, новчићи од картона, презентација
Циљеви	Увежбавање поступака сабирања и множења, уочавање „брзине“ увећавања вредности израза у зависности од примењених рачунских операција, оспособљавање ученика да систематски прате резултате својих израчунавања и на основу њих изводе одговарајуће закључке.

„ЏЕПАРАЦ“ (САБИРАЊЕ И МНОЖЕЊЕ)

Проблем: Никола и Ана су се договорили да зараде џепарац помажући ујаку у радњи преко распуста. Ујак им је рекао да ће их плаћати на следећи начин: Ана ће за први дан на послу добити 10 динара, а за сваки наредни дан на послу биће плаћена 2 динара више него претходног дана. Никола ће за први дан добити 1 динар, али ће сваког наредног дана његова плата бити удвостручена у односу на претходни дан. На чијем месту би радије био и зашто?

Наставни кораци

1. Наставник дели ученицима листиће са текстом задатка. Затим чита проблем ученицима. Даје им време да самостално размисле о проблему.
2. Наставник анализира задатак са ученицима, тражећи од њих да уоче битне информације дате у задатку. Такође, охрабрује ученике и тражи од њих да образложе зашто су те информације важне.
3. Користи *brainstorming* технику приликом разговора о начинима да се реши проблем. Подсећа ученике да је битно и да изнађу, испланирају начин да прате свој рад (није довољно само напамет решити задатак, треба решавање записивати како би и остали разумели како је ученик решавао задатак).
4. Уколико се ученици не сналазе, наставник тражи од ученика да запишу на табли и у свескама шта се догађа са џепарцем за неколико првих дана.
5. Наставник дели ученике у мање и хетерогене групе. Охрабрује ученике да планирају начин на који ће пратити и записивати шта се дешава са џепарцем.

Док самостално раде, поставља им питања која траже од њих да упоређују укупне суме за сваки дан. Тражи од ученика у групи да образложе једни другима бројевне операције које користе и да објасне кораке које су направили да би дошли до решења. Групама које су дошле до решења чита проширење проблема.

6. Наставник тражи од представника група (које ученици самостално бирају) да поделе своја решења са осталима. Врши се дискусија са целим одељењем.
7. Ученици добијају листић са задацима за самосталан рад. Врши се анализа и провера решења.
8. Наставник чита ученицима задатак за домаћи и дели им одговарајући наставни листић.

Решење проблема: Овај проблем нема тачно одређено решење. Наиме, нигде у задатку није наведено колико дана ће деца радити. Ако раде 6 дана и мање, онда ће Ана зарадити више новца. Ако раде више од 6 дана, Никола ће зарадити више.

Циљ решавања проблема овог типа је да деца упореде брзину којом се увећава укупна сума када додајемо бројеве за два веће у односу на брзину увећавања суме када додајемо удвостручене бројеве. Овај проблем такође има потпору у реалном животу, када треба одлучити шта је исплативије.

Проширење проблема: После колико дана ће Анин и Николин ујак остати без новца?

	Ана	Укупно након толико дана	Никола	Укупно након толико дана
Први дан	10	10	1	1
Други дан	10 + 2 = 12	10 + 12 = 22	2 · 1 = 2	1 + 2 = 3
Т ећи дан	12 + 2 = 14	22 + 14 = 36	2 · 2 = 4	3 + 4 = 7
Четврти дан	14 + 2 = 16	36 + 16 = 52	2 · 4 = 8	7 + 8 = 15
Пети дан	16 + 2 = 18	52 + 18 = 70	2 · 8 = 16	15 + 16 = 31
Шести дан	18 + 2 = 20	70 + 20 = 90	2 · 16 = 32	31 + 32 = 63
Седми дан	12 + 2 = 22	90 + 22 = 112	2 · 32 = 64	63 + 64 = 127

Табела 21. Један од могућих начина праћења резултата

И на ово питање не постоји прецизан одговор. Деца треба да уоче да ће се сабирањем удвостручених бројева сума брже увећавати. Један од могућих начина за праћење резултата и њихово упоређивање је коришћење табеле. Ученици уписују колико Ана и Никола зараде за неколико првих дана (табела 21).

Односно, Ана ће за n-ти дан добити $10 + (n - 1) \cdot 2$ динара, а Никола ће добити 2^{n-1}. Када се n бесконачно повећава функција 2^{n-1} брже расте, па ће и вредност суме $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1}$ брже да расте од вредности суме $\sum_{n=1}^{\infty}[10 + (n-1) \cdot 2]$. Наравно, идеја је да деца то схвате на њима близак начин.

После 20 дана укупна сума ће прећи милион динара, а Анин и Николин ујак то највероватније неће моћи да исплати.

НАПОМЕНА**:** Ученици трећег разреда обрађују блок бројева до 1000. Ипак, сматрамо да ће се снаћи и у овом проблему с обзиром на то да у проширењу проблема наилазе на веће бројеве.

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ СА ЗАДАЦИМА ЗА САМОСТАЛНИ РАД

1. У ком случају ћеш добити већи резултат:
   а) када сабереш седам пута број 1 или када помножиш седам пута број 1 самим собом;
   б) када сабереш два пута број 2 или када га помножиш самим собом;
   в) када сабереш шест пута број 3 или када помножиш шест пута број 3 самим собом?
2. Шта је веће? Збир $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$ или производ $0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$? Можеш ли то да одредиш без рачунања?
3. Миша и Јоца су сабирали два броја: 248 и 397. Миша је добио збир 639, а Јоца је добио 539. Ко је од њих двојице у праву? Ко је погрешио? Шта мислите шта је заборавио да уради?

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ СА ДОМАЋИМ ЗАДАТКОМ

Аљоша жели да сам заради новац за екскурзију. Треба да крене на екскурзију за недељу дана и потребно му је да заради 850 динара.

Може да бира између два посла:

За први посао плата је 123 динара дневно; за други посао плата је првог дана 6 динара, а затим је сваког дана два пута већа него претходног.

Који посао треба да прихвати да би зарадио довољно новца за екскурзију? Покажите како сте дошли до решења.

А који посао би требао да прихвати ако би требало да крене на екскурзију за 8 дана?

Напишите када је бољи први посао, а када је бољи други посао.

Наставна активност 3	**Постављање проблема – „Палидрвца“**
Наставна средства	Презентација, палидрвца
Циљеви	Уочавање повезаности чланова секвенцијалног низа са њиховим редним местом, и употреба различитих стратегија за налажење везе између сукцесивних елемената бројевних и спацијалних елемената низова, постављање проблема, развијање компоненти креативног мишљења.

ПОСТАВЉАЊЕ ПРОБЛЕМА – „ПАЛИДРВЦА“

Проблем: Помоћу палидрваца направљени су квадрати као на слици (слика 20).

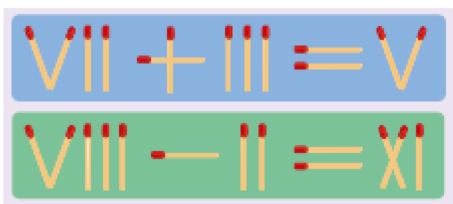
Слика 20. Изглед слике дате на слајду презентације

Ако би број направљених квадрата био 5, колико палидрваца би требало употребити?

Наставни кораци

1. На почетку часа наставник ради са ученицима неколико логичких задатака са палидрвцима:

   Померити по једно палидрвце тако да једнакости буду тачне.



Слика 21. Изглед апликације дате на табли

На четири шибице додајте још 5 да бисте добили 100.

Слика 22. Изглед апликације приказане на табли

2. Наставник дели сваком пару ученика палидрвца. Тражи од ученика да помоћу палидрваца направе један квадрат, а затим тражи да направе два квадрата. Пита ученике колико палидрваца су употребили. Пита их да ли је могуће направити два квадрата са мање палидрваца и како, односно који је најмањи број палидрваца потребан да би направили два квадрата. Изводи једног ученика који је пронашао најмањи број палидрваца потребан за два квадрата, да нацрта и покаже на табли како је то урадио.
3. Наставник чита проблем ученицима.
4. Тражи од ученика да размисле. Поставља им питања која треба да их подстакну да уоче бројевну законитост која се појављује, попут: *Колико палидрваца би вам требало да направите 3 или 4 оваква квадрата? Да ли можете да предвидите колико ће вам палидрваца требати за 5 квадрата? Зашто мислите тако? Објасните. Проверите. Да ли уочавате неку законитост везану за број палидрваца?* Подстиче ученике да најпре дискутују у пару.
5. Наставник тражи од ученика да сами запишу у својим свескама (сопственим речима) правилност коју су уочили и објашњење по ком су одредили број палидрваца за 5 квадрата.
6. Тражи од неколико ученика да прочитају шта су записали.
7. Као проширење овог проблема, наставник тражи од ученика да покушају сами да осмисле и запишу нова питања везана за овај проблем Наставник издваја најзанимљивија питања које су осмислили ученици, па тражи од осталих ученика да одговоре на њих.
8. У завршном делу часа наставник тражи од ученика да сами осмисле неколико својих задатака са палидрвцима (објашњава да не морају бити исти као задатак који су радили на часу, већ да сами осмисле задатке онако како то желе).
9. Наставник даје ученицима да за домаћи задатак напишу састав на тему „Живот у земљи без бројева“. Објашњава ученицима шта је њихов задатак, подстиче

их на кратку дискусију о томе како би изгледао живот људи у земљи у којој не би постојали бројеви.

НАПОМЕНА**:** Циљ овог задатка је да се ученицима пружи прилика да сами формулишу нове проблеме користећи генерализацију, аналогију, реверзибилно мишљење, а затим да те, „нове“, проблеме решавају. Ученици могу направити нове проблеме мењајући, на пример, број квадрата или облик дате фигуре. На основу датог проблема може се формулисати нов проблем варирањем неких од датих услова. На пример, „Колико квадрата можемо направити од 23 палидрвца?“, или „Ако променимо начин ређања палидрваца, колико нам најмање палидрваца треба да направимо 9 квадрата?“ и сл. У првом случају деца морају променити дирекцију мишљења, а у другом случају подстичемо их да креативно користе своју машту.

Наставна активност 4	**„Руковања“**
Циљеви	Уочавање правилности и законитости, развијање и коришћење различитих стратегија за систематско праћење рада на проблему, развијање компоненти креативног мишљења.
Наставна средства	Презентација

„РУКОВАЊА“

Проблем: На састанку је било шест бизнисмена. На почетку сви су се руковали једни с другима. Колико је укупно било руковања?

НАПОМЕНА: Основна идеја ове активности је да се ученици подстичу да проналазе различите начине да реше задатак, односно различите начине којима би систематски пратили број руковања. То могу чинити коришћењем разних цртежа, дијаграма, прављењем листи итд.

Наставни кораци

1. Наставник уводи ученике у проблем тако што изведе 3 ученика испред табле да играју људе на састанку и да се међусобно рукују.
2. Тражи од ученика да броје и бележе број руковања. Разговара са ученицима како се на други начин може показати да је било 3 руковања (нпр. црта се слика, прави се листа свих могућих случајева и сл.).
3. Наставник дели ученике на мање групе и чита проблем (налази се на слајду презентације). Од ученика у групама тражи да дискутују о задатку и о начинима како би могли да записују и прате број руковања. При томе користи *brainstorming* технику како би се у обзир узело што више могућности.
4. Упоредо док ученици раде наставник поставља питања да би фокусирао њихово мишљење на систематски рад и уочавање правилности/законитости. *Како пратите број руковања (помоћу цртежа, дијаграма, листе)? Колико руковања би било ако додате још једну особу? Шта примећујете са бројем руковања и бројем људи? Како можете да бележите свој рад како бисте уочили законитости?*

5. Наставник тражи од ученика да поделе своја решења са другима тако што представник сваке групе саопштава и презентује начин решавања. Упоређују се различити начини доласка до решења, а наставник подстиче ученике да уоче сличности и разлике.
6. У случају да је нека од група завршила раније са радом, наставник им задаје ***проширење проблема***: *Колико ће бити руковања на састанку ако знамо да су све особе дошле на састанак у пару и ако знамо да се партнери међусобно не рукују?*

Решење проблема: Један начин је да се најпре крене од мањег броја људи, нпр. троје. А затим треба тражити од ученика да постепено уводе по једну особу и да покушају да уоче неку правилност. Од помоћи могу бити питања: „Шта сте уочили за број руковања и број људи који се рукују?“, „Како ћете приказати свој рад да би сте лакше уочили неку правилност?“ итд.

Ако се двоје људи рукује, имаћемо само једно руковање.

Ако их је троје, број руковања је 3.

Ако их има четворо, биће још три руковања више, тј. 3+3 = 6 укупно.

Ако их је петоро, то значи још 4 руковања више, дакле 6+4 = 10.

За шесторо људи имаћемо још додатних 5 руковања, па је 10+5 = 15.

Други начин решавања састојао би се у следећем. Свака особа ће се руковати са свима осталима. Према томе, уколико имамо 6 особа, то значи да ће се свака особа појединачно руковати са 5 преосталих ($6 \cdot 5$). Међутим, пошто при сваком руковању увек имамо две особе које учествују, морамо укупан број руковања поделити са два $(6 \cdot 5) : 2$.

Проблем се може решити и цртањем дијаграма. Све особе представимо тачкама (или кружићима) и затим их повезујемо усмереним линијама (линије означавају руковање). Број линија је број руковања.

Можемо и сваку од особа обележити неким словом, нпр. особе А, Б, В, Г, Д, Ђ. Направићемо листу особа које ће се руковати. Руковаће се: АБ, АВ, АГ, АД, АЂ, БВ, БГ, БД, БЂ, ВГ, ВД, ВЂ, ГД, ГЂ, ДЂ. Укупно је било 15 руковања.

Наставна активност 5	**„Размена новца“**
Циљеви	Представљање одређене новчане суме помоћу комбинације мањих новчаних јединица, налажење и коришћење одговарајућих начина за систематско праћење свих могућности, развијање одређених компоненти креативног мишљења
Наставна средства	презентација, модели новчаница и новчића различитих апоена (или њихове скениране штампане слике)

„РАЗМЕНА НОВЦА“

Проблем: Ива је имала новчаницу од 50 динара. Ову новчаницу разменила је са својим братом Дарком за ситније апоене. Може ли разменити ову новчаницу за 6 ситнијих апоена? Који је највећи могући број апоена које Дарко може дати Иви?

Наставни кораци

1. Наставник разговара о новчаним јединицама које се користе у земљи. Пита ученике да наведу све апоене.
2. Тражи од ученика да на основу описа погоде коју новчаницу држи у руци, али тако да деца не виде о којој је новчаници реч (име личности на новчаници, боју новчанице итд.).
3. Наставник чита проблем целом одељењу (текст проблема је на презентацији).
4. Тражи од ученика да самостално размисле о томе како би могли да реше проблем, и да своје идеје запишу.
5. Наставник дели ученике у хетерогене групе. Задатак је да у групама најпре разговарају о томе како ће решити проблем. Ученици затим решавају проблем групним радом, наставник их обилази и поставља питања:

Кажите ми како решавате проблем. Зашто сте изабрали баш тај начин да решите проблем? Да ли постоје још неки апоени које сте могли да користите? Како знате да сте проверили све могућности? (Ова питања треба да их подстакну да проблем решавају систематски.)

6. Групе деле свој начин решавања и решења са осталим ученицима, тако што представник сваке групе презентује и објашњава како је његова група решавала задатак.
7. Уколико ученици нису уочили сва решења, наставник им указује на њих.
8. Наставник ученицима чита проширење проблема: *Да ли је Ива могла да размени новчаницу од 50 динара за 10 апоена?* Ученици самостално решавају задатак.
9. Домаћи задатак добијају на наставном листићу.

Решење проблема

Постоји најмање два одговора на постављено питање. Треба прихватити свако објашњење ученика како су дошли до решења.

Систематски приступ решавању проблема:

Јасно је да ако користимо веће апоене, онда можемо користити највише две новчанице од 20 динара. За преосталих 10 динара онда треба да користимо 4 апоена. Не можемо користити два новчића од 5 динара, али зато можемо користити један такав новчић. Онда за преосталих 5 динара морамо искористити најамње један новчић од 1 динара. Преостала два новчића морају бити од по 2 динара. Тако смо добили следеће решење: 20, 20, 5, 2, 2, 1.

Шта би било да смо користили само једну новчаницу од 20 динара? Онда можемо имати две, једну или ниједну новчаницу од 10 динара. Не можемо имати две новчанице од 10 динара, јер бисмо онда морали да направимо 10 динара помоћу три новчића, а то није могуће. Ако бисмо имали само једну новчаницу од 10 динара, онда би требали да помоћу 4 апоена направимо 20 динара. То можемо учинити једино коришћењем четири новчића од по 5 динара. Дакле, решење је: 20, 10, 5, 5, 5, 5. И остаје могућност да не користимо ниједну новчаницу од 10 динара. То значи да морамо направити 30 динара помоћу четири новчића. Ово није могуће, јер помоћу пет новчића можемо направити највише 25 динара (5 новчића од по 5 динара).

Највећи могући број новчаница од по 10 динара које можемо користити је четири (пет новчаница од по 10 динара је 50 динара, а треба нам шест апоена). Ово значи да за преосталих 10 динара треба да користимо два новчића. Ово је могуће ако користимо два пута по 5 динара. Решење је: 10, 10, 10, 10, 5, 5.

Ако бисмо користили три новчанице од по 10 динара, значи да преосталих 20 динара морамо направити помоћу три новчића. Међутим, највећи могући број динара је 15 динара (три пута по 5 динара). Према томе, нема више решења.

Који је највећи могући број новчића које би Дарко могао да да Иви за 50 динара?

Највећи могући број новчића бисмо имали ако би Дарко имао само новчиће од по 1 динар. Тада би имао 50 новчића.

Проширење проблема

Ово је, јасно, тежи задатак од оног са 6 апоена. У овом случају било би добро записивати одговоре до којих су ученици дошли и видети колико их могу наћи.

Обзиром да је $10 \cdot 5 = 50$, онда бар један новчић мора бити 5 динара или више. Систематски проверавамо све случајеве где Дарко има апоене од 20 динара, 10 динара и 5 динара. Решења су:

20, 20, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1;

20, 10, 10, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1;

20, 10, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1;

20, 10, 5, 5, 2, 2, 2, 2, 1, 1;

20, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 2, 2;

10, 10, 10, 10, 5, 1, 1, 1, 1, 1;

10, 10, 10, 10, 2, 2, 2, 2, 1, 1;

10, 10, 10, 5, 5, 5, 2, 1, 1, 1;

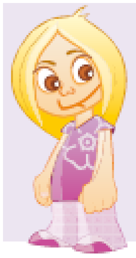
10, 10, 10, 5, 5, 2, 2, 2, 2, 2;

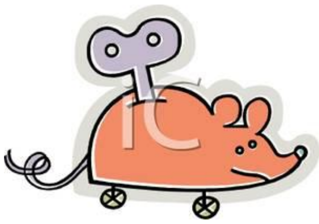
10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 1;

5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5.

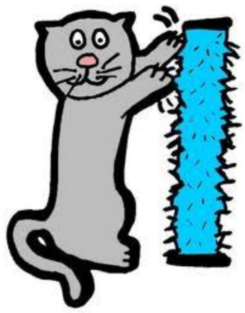
НАСТАВНИ ЛИСТИЋ СА ДОМАЋИМ ЗАДАТКОМ

Цица има 500 динара. Решила је да купи неке играчке за своју мацу па је отишла у продавницу играчака за кућне љубимце. Тамо су цене биле следеће:





Миш на навијање 10 динара	***Плишана играчка*** 50 динара	***Јастуче*** 100 динара



Корпа за кућне љубимце 200 динара	***Гребалица*** 250 динара	***Лопта*** 20 динара

Шта све може да купи Цица за своју мацу, а да јој не остане кусур?

Наставна активност 6	**„Замена места цифрама“**
Циљеви	Уочавање и вербално исказивање правилности и законитости, увежбавање поступка и својстава (сталност) сабирања, развијање и коришћење различитих стратегија решавања проблема, развијање компоненти креативног мишљења.
Наставна средства	презентација, наставни листић

„ЗАМЕНА МЕСТА ЦИФРАМА“

Проблем: Замисли неки двоцифрени број. Замени места цифрама тог броја, а затим сабери добијени број са бројем који си замислио.

Нађи што више бројева који ће, када се саберу са бројем који је добијен заменом места цифара тог броја (зваћемо га „обрнути број“), као збир дати двоцифрени број.

Шта сви ти бројеви имају заједничко?

Наставни кораци

1. Наставник уводи ученике у проблем тако што на табли записује два обрнута двоцифрена броја, нпр. 17 и 71, и пита ученике да наведу сличности и разлике између ових бројева. Када ученици уоче да су ово бројеви са „обрнутим“ односно замењеним местом цифара, онда се чита проблем. Наставник тражи од ученика да наведу пример неколико „обрнутих“ бројева.
2. Наставник преко неколико примера понавља алгоритам усменог и писменог сабирања двоцифрених бројева.
3. Од ученика се најпре тражи да раде на проблему индивидуално, а затим их наставник дели у мање групе. На овај начин сва деца имају могућност да се позабаве проблемом самостално пре него што своја „открића“ поделе са осталим ученицима.
4. Док обилази ученике, наставник их подстиче да међусобно дискутују и објашњавају како су дошли до решења. Кроз дискусију ученици упознају друге методе долажења до решења, чиме повећавају своју флексибилност у начину прилаза проблему. Наставник пита ученике како могу организовати

своје обрнуте бројеве како би могли уочити законитости у одговорима/решењима.

5. Групе деле своја решења са осталим ученицима тако што представник сваке групе презентује и објашњава оно до чега је дошла његова група. Кроз дискусију у целом одељењу, коју подстиче и води наставник, уочавају се још нека решења.
6. Наставник ученицима дели листић са проширењем проблема: *Да ли постоје неке правилности у случају када је резултат сабирања обрнутих бројева троцифрени број?* Ученици самостално раде на овом задатку. Наставник тражи од ученика да образлажу своја решења и тражи од неколико ученика да их запишу на табли.
7. Наставник даје ученицима задатак за домаћи да сами осмисле своје симболе за цифре 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Показује им неке симболе које су кроз историју користили разни народи (Египћани, Римљани, Индијанци, Стари Словени).

Решење проблема: При решавању овог проблема ученици могу пронаћи више правилности. Узмимо неколико примера, да бисмо видели шта ћемо добити:

13 + 31 = 44

26 + 62 = 88

47 + 74 = 121

54 + 45 = 99

68 + 86 = 154

Посматрајући наведене примере можемо уочити да, ако је збир цифара двоцифреног броја мањи од 10, онда је збир тог броја и броја који се добија заменом цифара мањи од 100.

Исто тако, можемо приметити да збир цифара двоцифреног броја одређује укупан збир, и то на следећи начин:

- ако је збир цифара двоцифреног броја нпр. 6, укупан збир бројева биће 66 (42 +24 = 66, 51 +15 = 66 итд.);
- ако је збир цифара двоцифреног броја 8, укупан збир бројева биће 88 итд.

Ученици могу уочити и да је укупан збир бројева у свим случајевима производ броја 11 и збира цифара.

Проширење проблема: Да ли постоје неке правилности у случају када је резултат сабирања обрнутих бројева троцифрени број?

НАПОМЕНЕ: При решавању овог проблема ученици увежбавају сабирање двоцифрених бројева. При томе, треба охрабривати ученике да другим ученицима саопштавају своје начине рачунања. Нека деца ће усмено вршити сабирање, док ће друга можда користити методу заокруживања. Веома је важно дозволити ученицима да размишљају на сопствени начин.

На пример, замислимо број 91. Заменом места цифара добићемо број 19. Збир бројева 91 и 19 рачунаћемо:

91 + 19 = 91 + 10 + 9 = 101 + 9 = 110 или

91 + 19 = (91 – 1) + (19 + 1) = 90 + 20 = 110 или

91 + 19 = 91 + 20 – 1 = 111 – 1 = 110.

Осим увежбавања сабирања, овај задатак даје могућност деци да се „играју“ са бројевима. Деца се охрабрују да уочавају законитости у својим одговорима. Осим тога што се продубљује схватање и разумевање бројева и њихових односа, оваквим задатком се подстиче развијање вештине решавања проблема и развијање креативности.

Наставна активност 7	**„Мапа с благом“**
Наставна средства	Наставни листићи, презентација
Циљеви	Сналажење на мапи, коришћење говорног језика за описивање смера кретања и растојања како би се одредила путања и место одређених објеката на мапи; развијање компоненти креативног мишљења, самостално осмишљавање нових проблема.[15]

„МАПА С БЛАГОМ“

Проблем: Капетан Црнобради је закопао своје благо, али је направио највећу грешку коју неки гусар може направити – изгубио је мапу са благом. На срећу, ипак није било све изгубљено. Сваки од верних чланова његове посаде запамтио је по неки детаљ са мапе.

„Сећам се да је мапа била облика квадрата са 5 пута 5 поља.“, рекао је капетан (то је било зато јер није умео да броји преко 5).

„На мапи се налазио низ од три дрвета, почевши од квадратног поља (1,1) према истоку“, сетио се Шепајући Цо.

„Зар нису на мапи биле и четири стене, почевши од поља (5,5) према југу?“, сетио се мали од палубе, „Сваку стену сте нацртали у посебном пољу“.

„Сада сам се сетио!“, узвикну капетан, „Закопао сам благо на пола пута између прве стене и првог дрвета!“

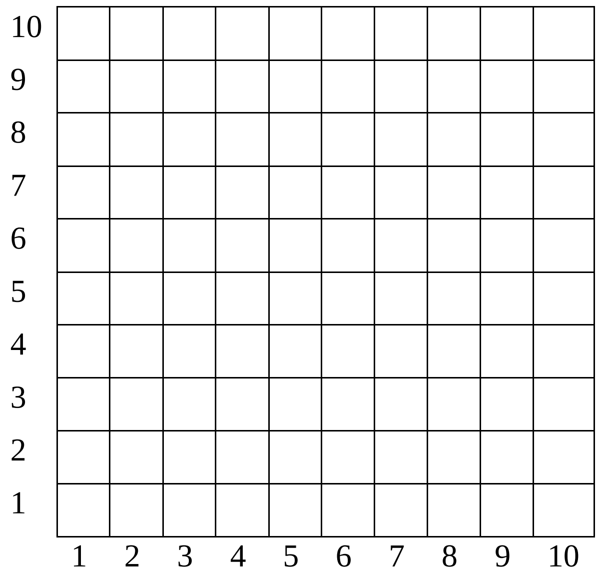
Да ли можете да нађете где је капетан Црнобради закопао своје благо?

Наставни кораци

1. Наставник показује ученицима квадратну мрежу (на слајду презентације) и води разговор о томе како бисмо могли да обележимо свако од поља квадратне мреже да бисмо се лакше снашли, оријентисали на тој мрежи (слика 23). Наставник објашњава да се сваком пољу једног реда може придружити број, а

[15] У основи ових садржаја леже неки садржаји аналитичке геометрије која се обрађује у старијим разредима и у средњој школи (координатни систем).

такође и сваком пољу једне колоне. На пример, пољу у првом реду и колони придружићемо пар бројева (1,1). Наставник тражи од ученика да запишу пар који одговара пољу у трећем реду, а деветој колони, тражи да нацртају дрво у пољу ком одговара пар (3,3) итд.



Слика 23. Изглед квадратне мреже која је приказана на слајду презентације

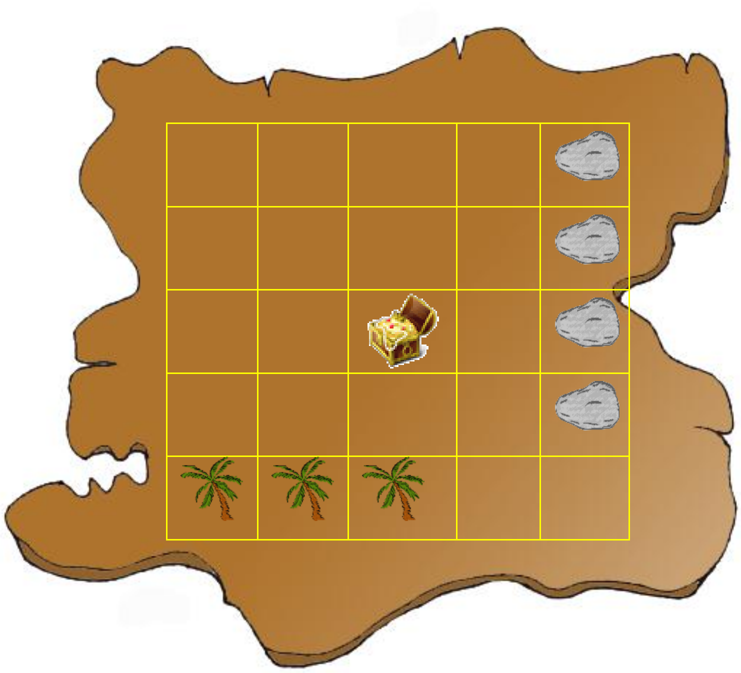
2. Започиње разговор са ученицима о мапама. Пита ученике да ли знају какве све мапе постоје, које све ознаке могу наћи на мапама, како се обележавају поједини објекти, које су стране света, како одређујемо стране света и сл. Од ученика тражи да прочитају и запишу положај објеката на понуђеној мапи са квадратном мрежом.
3. Стварање проблемске ситуације. Пита ученике да ли знају ко су гусари, да ли су чули за гусарске мапе и чему су оне служиле. Показује ученицима мапу једног „заборавног“ гусара. Та мапа је облика 5 x 5 поља (мрежа) и празна је. Пита их да ли желе да чују причу о заборавном гусару.
4. Наставник чита проблем ученицима, а ово је праћено презентацијом.
5. Наставник тражи од ученика да самостално размисле и да запишу идеје како би решили проблем. Наставник дели ученике на мање групе (до 5 чланова). Онда тражи од ученика да поделе своје идеје са другим ученицима у оквиру групе и да одаберу најбољу идеју и реше проблем.
6. Док ученици раде, наставник их обилази и проверава да ли умеју да користе мрежу и да се оријентишу на карти (стране света).

7. Када сви ученици лоцирају благо, наставник тражи од њих да поделе своја решења са осталима.
8. Наставник проширује проблем тако што од ученика тражи да направе сами своју мапу с благом и упутства за налажење блага (у овом кораку се заправо огледа отвореност проблема ове наставне активности). Ученици раде у паровима. Добијају наставне листиће са квадратном мрежом и мапом на којој је приказано пусто острво. Њихов задатак је да на празну мапу сами уцртају објекте и да напишу инструкције (7 реченица) за налажење блага.
9. Када неки пар ученика заврши онда таква два пара играју један против другог. Читају упутства једни другима наизменично, а победник је онај пар који пре открије где се налази благо на мапи.

НАПОМЕНЕ: Приликом решавања проблема треба цртати и интерпретирати мапу. У основи овог проблема су неки садржаји који се изучавају у старијим разредима основне школе (аналитичка геометрија).

Решење проблема

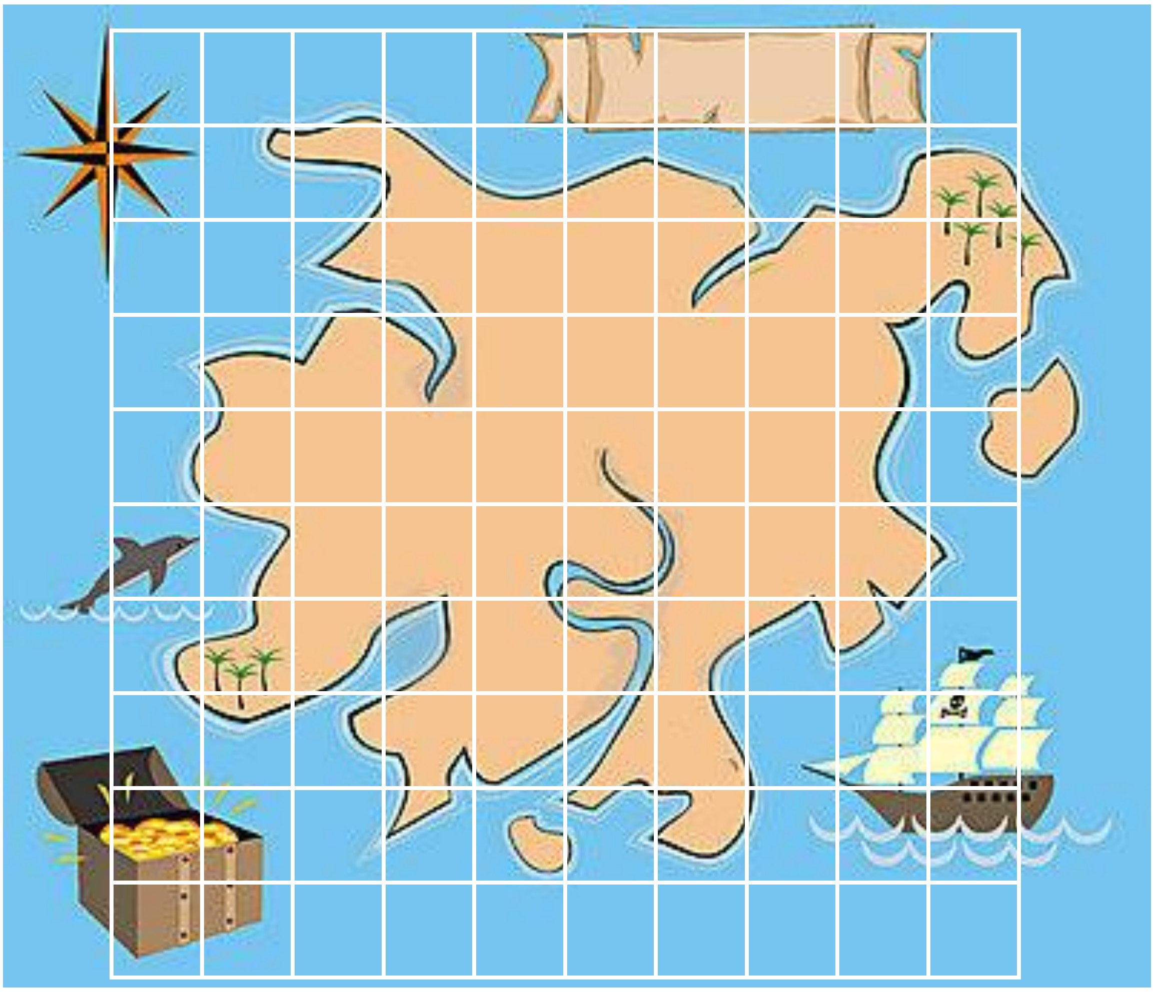
Потребно је све податке из приче представити на мапи (слика 24).



Слика 24. Решење проблема са мапом

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ

Добили сте мапу једног пустог острва. Ваш задатак је да уцртате неколико објеката на квадратној мрежи (један од тих објеката мора бити благо) и да напишете упутство за налажење блага. Упутство мора да садржи седам реченица (ни мање, ни више).



Наставна активност 8	**„Акваријум са рибицама“ (мерење запремине течности)**
Циљеви	Увежбавање односа између различитих мерних јединица за запремину течности, коришћење различитих начина и стратегија за систематско праћење резултата, самостално формулисање питања и проблема.
Наставна средства	Презентација, наставни листићи, судови

„АКВАРИЈУМ СА РИБИЦАМА“ (МЕРЕЊЕ ЗАПРЕМИНЕ ТЕЧНОСТИ)

Проблем: Мица је добила новог кућног љубимца – златну рибицу. Продавац јој је рекао да треба да стави рибицу у акваријум са тачно једним литром воде. Када је Мица дошла кући, желела је да измери тачно један литар воде. Међутим, открила је да има само два стаклена балона. У један може да стане 7 литара, а у други 4 литра воде. Да ли она може да помоћу ова два балона измери тачно један литар воде за акваријум? Како може то да уради? Помозите Мици!

Наставни кораци

1. Наставник понавља са ученицима мерне јединице за мерење запремине течности. Тражи од ученика да наведу примере објеката из њиховог окружења у које стају одређене количине течности. (Шта све има један литар? Шта има један децилитар? А два децилитра?). Решава неколико задатака у којима се тражи претварање мерних јединица.
2. Презентује проблем ученицима (приказан је на слајду презентације). Најпре, пита ученике које количине воде се могу добити лако помоћу ова два балона. Ученици могу да дају разне одговоре (и тачне и нетачне), нпр. 4l, 7l, 11l, 3l, 8l итд. Наставник прави листу ових одговора и тражи од ученика да сваки пут објасне како долазе до одговарајуће количине.
3. Вршећи анализу задатка, наставник проверава да ли су ученици добро разумели проблем.
4. Користећи *brainstorming* технику, наставник записује идеје ученика о начинима решавања задатка на табли, тако да ученици могу да их виде и користе када буду решавали проблем.

5. Ученици раде у пару на проблему. Наставник их подстиче да док раде обрате пажњу на следећа питања: *Који приступ решавању сте узели? Зашто? Може ли проблем да се реши на више начина/различитим методама? Како можете да проверите да ли је ваш одговор тачан? Да ли ћете искористити сваку кап воде приликом мерења или нешто морате да проспете? Које друге количине воде можете измерити помоћу ова два балона?*
6. Наставник охрабрује ученике да бележе свој рад на начин који ће показати како су дошли до свог закључка, односно решења (идеја је да ученици користе своје сопствене стратегије решавања проблема и различите облике репрезентације).
7. Ученици излажу своја решења, води се дискусија о различитим начинима решавања и различитим решењима. Неки парови ученика демонстрирају свој начин решавања користећи воду и балоне.
8. Као додатни захтев за ученике који су завршили раније наставник даје питање: *А како би Мица могла да измери тачно два литра? Може ли то да уради на више начина?*
9. Ако има времена, ученицима се даје проширење проблема (или као домаћи задатак): *Да ли можемо помоћу балона од 5 литара и од 3 литра да измеримо и сипамо у акваријум 4 литра воде?*
10. У завршном делу часа наставник тражи од ученика да сами смисле своје задатке, у којима ће помоћу 2 или више балона морати да измере неку одређену количину течности.

Решење проблема

Ученици ће проблем највероватније решити коришћењем методе погађања и проверавања. Најдиректније решење проблема је засновано на $2 \cdot 4 - 7 = 1$. Може се решити и на нешто компликованији начин: $3 \cdot 7 - 5 \cdot 4 = 1$.

1. Напунимо балон од 4 литра до врха.
2. Ово исипамо у балон од 7 литара. У њему остаје празно још 3 литра.
3. Још једном напунимо балон од 4 литра.
4. И ово опет сипамо у балон од 7 литара док га не напунимо.
5. Узевши у обзир да у балон од 7 литара може стати још 3 литра, ово значи да у балону од 4 литра преостаје још један литар.

6. Сипамо овај један литар у акваријум.

НАПОМЕНА: Било би добро приметити да, када једном добијемо један литар, онда можемо добити било коју количину само једноставним додавањем ових „јединица“. На пример, $2 \cdot 7 - 3 \cdot 4 = 2$. А постоји и друга могућност да без пресипања у акваријум измеримо тачно два литра:

1. Напунимо балон од 7 литара.
2. Исипамо ово у балон од 4 литра, а затим ту воду проспемо.
3. Преостала 3 литра из балона од 7 литара исипамо у балон од 4 литра. У балону од 4 литра се налазе сада 3 литра, што значи да има места за још један литар.
4. Опет напунимо балон од 7 литара, и сипамо воду у балон од 4 литра док га не напунимо.
5. У балону од 4 литра било је празног места за још само један литар, што значи да ће у балону од 7 литара преостати још 6 литара после сипања. Проспемо воду из балона од 4 литра.
6. Када сипамо преосталих 6 литара у балон од 4 литра, у балону од 7 литара остаће нам тачно 2 литра.

Проширење проблема

1. Напунимо балон од 5 литара до врха.
2. Сипамо ову количину у балон од 3 литра док га не напунимо. У балону од 5 литара остаје нам 2 литра.
3. Проспемо воду из балона од 3 литра, и пресипамо у њега преостала 2 литра из балона од 5 литара.
4. Опет напунимо балон од 5 литара.
5. Сипамо ову количину у балон од 3 литра док га не напунимо.
6. Како је у балону од 3 литра било празног места за још један литар, преостаће нам 4 литра у балону од 5 литара.
7. А ово сада сипамо у акваријум.

Да ли постоји још нека могућност?

Наставна активност 9	**Обим правоугаоника и квадрата**
Циљеви	Решавање задатака са више тачних решења, проналажење и коришћење различитих стратегија за решавање проблема, уочавање законитости, развијање компоненти креативног мишљења.
Наставна средства	Презентација, наставни листићи

ОБИМ ПРАВОУГАОНИКА И КВАДРАТА

Задатак: Нацртај правоугаоник чији је обим 20 cm.

Наставни кораци

1. Наставник обнавља са ученицима оно што су научили о обиму правоугаоника. Обнавља поступак израчунавања обима преко примера.
2. Решава најпре са ученицима следећи пример: *Које од понуђених димензија страница правоугаоника имају исти обим као правоугаоник чије су димензије 5m и 3m? а) 10m и 8m, б) 7m и 1m, в) 6m и 4m, г) 8m и 2m.* Подстиче ученике да изведу закључак да иако правоугаоници могу имати исту вредност обима, они не морају имати исте дужине страница.
3. Наставник чита ученицима проблем.
4. Ученици најпре индивидуално размишљају о проблему, бележе идеје, могућа решења, а затим наставник води дискусију са целим одељењем. Наставник тражи од ученика да образлажу ваки предлог, идеју, решење образлажу. Неки од ученика записују могућа решења на табли. Наставник подстиче ученике да уоче неке законитости у проналажењу решења датог проблема.
5. Наставник дели ученике у мање групе и дели свакој групи наставни листић са три задатка. Подстиче ученике да дискутују о проблемима, да систематски прате и записују резултате и да нађу што више тачних решења. Групама које раније заврше наставник даје проширење проблема.
6. Свака група дели своја решења са осталим групама тако што их представник групе презентује осталима. Наставник подстиче ученике да при томе образлажу и објашњавају свако тврђење или решење.

7. Наставник дели ученицима листиће са домаћим задацима. Задаци су дати на три нивоа, а ученици морају да ураде укупно 5 задатака по свом избору. Такође, оним ученицима који нису добили проширење проблема, а желе да га ураде, наставник даје листић са овим задатком.

Решење проблема

Број 20 разлажемо на збир два парна сабирка јер је $O=2a+2b$. Имамо следеће могућности: 20=2+18, 20=4+16, 20=6+14, 20=8+12, 20=10+10, остали случајеви се понављају (замена места сабирцима). Дакле, странице могу бити дужина: 1 и 9, 2 и 8, 3 и 7, 4 и 6, 5 и 5 (квадрат). Ученици могу приметити да је збир свих ових бројева 10, односно половина обима.

Можемо од ученика тражити да покушају да нађу још неке могућности, на пример, 5mm и 95mm итд. Овде имамо особину флексибилности.

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ

ЗАДАТАК 1. Фармер намерава да огради један део свог имања за овце. Има 18 m жице и жели да тај део буде правоугаоног облика. Како све он може да огради тај простор? Колике могу бити странице таквог правоугаоника?

Место за рад (ако нема довољно места, онда радите задатак у својој свесци):

ЗАДАТАК 2. Када нађете све правоугаонике чији је обим 18 m, нацртајте их на квадратној мрежи коју сте добили (1 m нека буде код вас 1 cm).

ЗАДАТАК 3. Шта мислите, који од нацртаних правоугаоника даје највише простора за кретање овцама? Зашто?

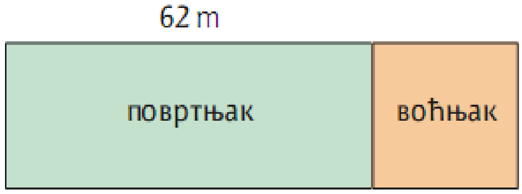
Додатни задатак: Ако то не мора да буде правоугаоник, како би све могла да изгледа та геометријска фигура чији је обим 18 m?

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ СА ДОМАЋИМ ЗАДАТКОМ

На овом листићу налазе се лакши, средњи и тежи задаци. Изабери обавезно 5 задатака по свом избору и уради их у свесци за домаћи. Наравно, ако желиш и знаш, можеш да решиш и више задатака.

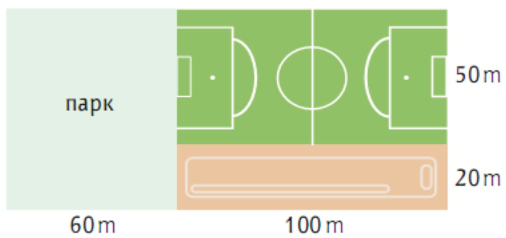
Лакши задаци ☺

1. Израчунај обим правоугаоника ако су му странице a = 8 cm, b = 3 dm.
2. Обим квадрата је 20 cm. Израчунај дужину странице тог квадрата.
3. На основу слике састави текст задатка и реши га.



Средњи задаци ☺☺

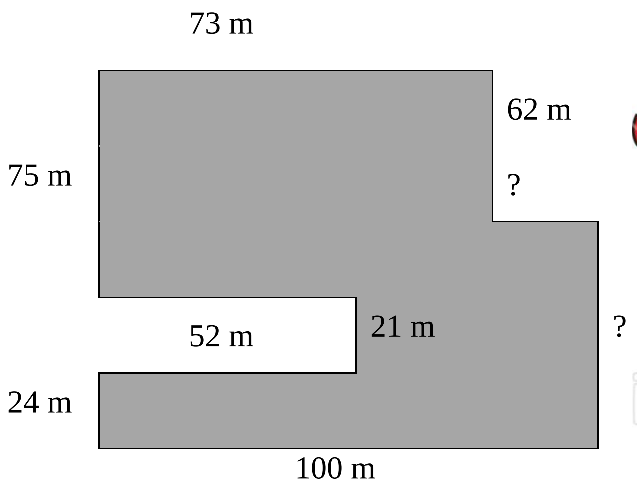
1. Дужина једне странице правоугаоника је 6 cm, а друга страница је два пута већа. Израчунај обим тог правоугаоника.
2. Обим једног спортског терена правоугаоног облика је 100 m. Ширина тог терена је 36 m. Колика је дужина тог терена?
3. На основу слике састави текст задатка и реши га.



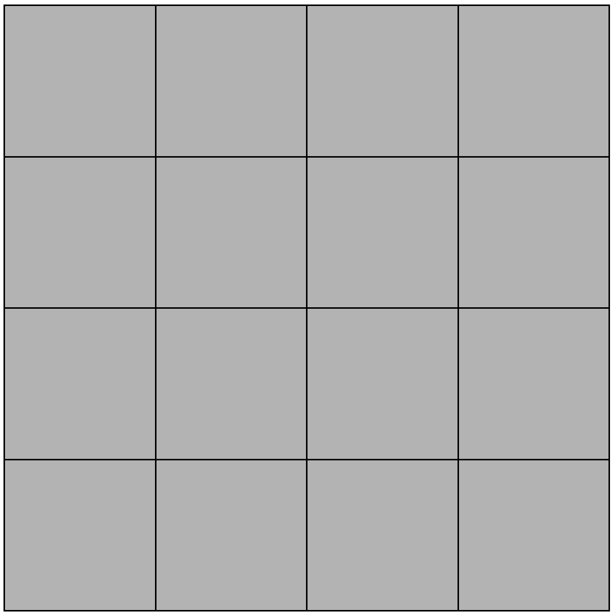
Тежи задаци ☺☺☺

1. Обим правоугаоника и квадрата је исти и износи 256 cm. Дужина једне странице правоугаоника четири пута је мања од дужине странице квадрата. Израчунај дужину друге странице правоугаоника.

2. Израчунај обим ове фигуре.



3. Нацртан је квадрат чија је страница 8 cm. Подељен је на 16 једнаких квадратића.



Коју бисмо фигуру добили када бисмо све квадратиће исекли и поређали један до другог тако да се суседни квадратићи додирују једном страницом?

Израчунај обим овако добијене фигуре.

Какве још фигуре можемо добити од тих квадратића? Нацртај неке од њих и израчунај обим тих фигура.

4. Обим правоугаоника је 1m 2 dm. Одреди дужине његових страница, ако је дужина 3 пута већа од ширине.

Наставна активност 10	**„Смисли задатак“**
Циљеви	Коришћење постојећег математичког знања за осмишљавање и постављање проблема, решавање отворених проблема VII и VIII типа, коришћење математичке терминологије, развијање културе усменог и писменог изражања, подстицање компоненти математичке креативности.
Наставна средства	Презентација, наставни листићи

„СМИСЛИ ЗАДАТАК“

Проблем: Ученицима дајемо задатак, а затим од њих тражимо да сами смисле друге, нове, задатке које могу решити без рачунања, ослањајући се на дати задатак. На пример, израчунај колико је 45 · 3, а затим на основу тога направи сам нове задатке које ћеш решити користећи оно што си већ израчунао.

Наставни кораци

1. Наставник са ученицима обнавља поступак множења двоцифреног и троцифреног броја једноцифреним.
2. Уводи ученике у проблем. Проверава да ли су ученици разумели шта је њихов задатак.
3. Ученици раде самостално на проблему. Потом наставник тражи од њих да поделе своје решење са другом из клупе.
4. Ученици саопштавају своја решења. Наставник тражи од њих да објасне оно што су урадили (шта су записали, зашто, шта су применили итд.).
5. Наставник указује ученицима на још неке могућности, понавља са ученицима нека својства множења.
6. Наставник дели ученицима наставне листиће (на три нивоа). Ученици се самостално одлучују за листић са одговарајућим нивоом. Индивидуално решавају задатке изабраног нивоа, а затим се врши провера кроз дискусију за сваки ниво.

7. Наставник дели ученике у мање хетерогене групе. Свакој групи дели листић са неком сликом из свакодневног живота. Групе треба да осмисле текстуални задатак који ће одговарати ситуацији са дате слике и да га реше. Представник сваке групе чита текст задатка одељењу и образлаже начин решавања. Када свака група заврши са презентацијом свог задатка бира се задатак са најбољим текстом, најтежи задатак, најзанимљивији задатак итд.
8. За домаћи задатак ученици треба да пронађу чланак у новинама са бројчаним подацима и да на основу њега осмисле текст неколико текстуалних задатака.

НАПОМЕНА: Математичка креативност се, у овом случају, огледа у броју различитих идеја које дају ученици. Овај задатак нема једно, јединствено решење, и као такав омогућава ученицима да развијају флуентност, флексибилност и оригиналност мишљења.

Навешћемо само неке од могућих одговора:

$45 \cdot 3 = 135$	$3 \cdot (40 + 5) = 135$
$3 \cdot 45 = 135$	$(6 : 2) \cdot 45 = 135$
$135 : 45 = 3$	$6 \cdot 45 = 270$ итд.
$3 \cdot 450 = 1350$	

НАСТАВНИ ЛИСТИЋИ

Први ниво

1. Напиши што више једнакости користећи бројеве 12, 4 и 3.
2. Израчунај колико је 18 · 3, а затим напиши сам нове задатке које ћеш решити на основу онога што си већ израчунао.
3. Погледај следећи израз: 284 · 3 =
   Напиши текст задатка који одговара овом изразу, а затим га реши.

Други ниво

1. Напиши што више једнакости користећи бројеве 18, 9, 2, 3 и 6.
2. Како све можеш да добијеш број 36?
3. Погледај следећи израз: 327 · 3 – 254 · 2 =
4. Напиши текст задатка који одговара овом изразу, а затим га реши.

Трећи ниво

1. Које све цифре можеш записати на цртицама тако да следећа неједнакост буде тачна: _2_ · 3 < 846? Смисли начин на који ћеш да пратиш и записујеш сва решења.
2. На основу израза: (863 – 428) · 3 + 246 · 2, напиши текст задатка који му одговара, а затим га реши.
3. Које све бројеве прве десетице можеш добити помоћу четири четворке и рачунских операција? Да ли можеш неки број добити на више начина?

Наставна активност 11	**Обим троугла**
Циљеви	Уочавање законитости при решавању проблема у геометрији, увиђање везе између страница било ког троугла, коришћење различитих стратегија решавања проблема, развијање аналитичког и критичког мишљења, подстицање компоненти креативног мишљења
Наставна средства	Презентација, наставни листићи, картонске траке, канапи

ОБИМ ТРОУГЛА

Задатак. Нацртај троугао чији је обим 12cm.

Наставни кораци

1. Наставник понавља са ученицима особине, врсте троуглова, појам обима и поступак израчунавања обима троугла.
2. Наставник чита ученицима проблем. Дели ученике у мање групе и тражи од њих да запишу решења проблема. Подстиче их да пронађу што више решења и да решавању проблема приступају систематично.
3. Групе читају све могуће комбинације бројева чији је збир 12. Наставник записује све случајеве које су ученици уочили на табли и, уколико нису запазили све, подстиче их да пронађу и остале могућности.
4. Наставник тражи од ученика да дају предлоге како би могли да провере да ли се у сваком од записаних случајева може конструисати троугао. У зависности од датих предлога, дели појединим групама канапе или картонске траке чији су мерни бројеви дужина једнаки сабирцима који су записани на табли, а поједине групе уз помоћ лењира и шестара проверавају могућност конструкције троуглова. Од ученика који су добили траке или канапе, тражи да у групама покушају да „направе“ троугао помоћу тих канапа или трака.
5. Наставник дели групама наставни листић са табелом и тражи од ученика да пронађу сабирке који могу бити мерни бројеви дужина страница троугла и да их упишу.

6. Када ученици заврше, наставник их подстиче да уоче зашто неки бројеви не могу бити мерни бројеви дужина страница троугла. Пита их шта је био проблем када су помоћу канапа или трака покушали да направе дати троугао (две траке заједно су биле краће од треће, па их не можемо спојити и сл.). Циљ је да уоче да збир дужина две странице мора бити већи од дужине треће странице. Не инсистира се на својству да свака страница мора бити већа од разлике друге две, оно се оставља за старије разреде. Ученици могу да дођу и до још неких запажања.
7. Ученици индивидуално раде задатке са наставних листића које им дели наставник. На листићима су задаци распоређени на три нивоа тежине. Ученици се самостално одлучују за одређени ниво тежине. Следи повратна информација по нивоима: ученици презентују своја решења, образлажу их, читају сва могућа решења, различите одговоре.
8. Наставник ученицима дели листић са домаћим задатком.

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ СА ТАБЕЛОМ

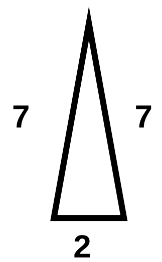
	1. страница	2. страница	3. страница	Цртање троугла
	3	4	5	могуће
	1	2	9	није могуће

НАСТАВНИ ЛИСТИЋИ СА ЗАДАЦИМА НА ТРИ НИВОА

Први ниво

1. Израчунај обим троугла чије странице имају дужине 1 m, 18 dm и 20 dm.
2. Нацртај троугао страница

   а) 2 cm, 3 cm и 45mm; б) 32 mm, 17 mm и 63 mm. Да ли је могуће нацртати троугао у оба случаја? Шта мислиш зашто?
3. Саставите текст задатка на основу дате слике:



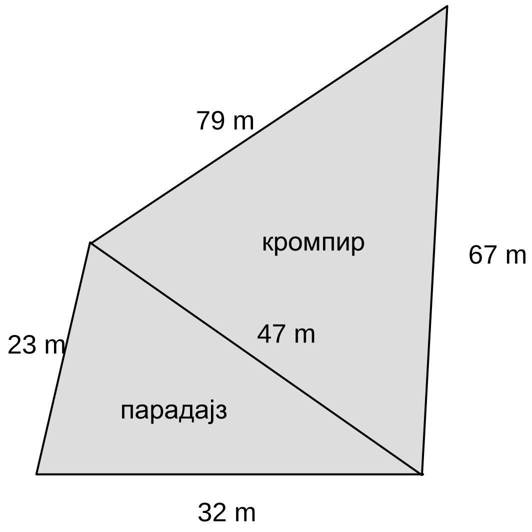
Други ниво

1. Израчунај дужину треће странице троугла чији је обим O = 120 mm, а једна од једнаких страница има дужину b = 50 mm.

2. Без цртања, а применом онога што сте научили на данашњем часу пронађите у ком случају се од следећих дужи може нацртати троугао:

   а) 112 cm, 239 cm и 351 cm; б) 254 m, 382 m и 567 m.

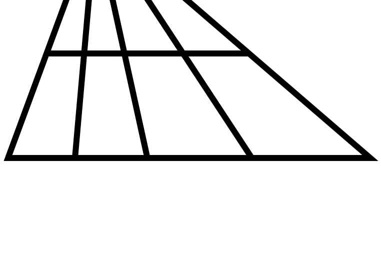
3. Саставите текст задатка на основу следеће слике:



Трећи ниво

1. Марко хоће да огради један део свог дворишта и да направи игралиште за свог кућног љубимца Кикија. Он жели да то игралиште буде троугаоног облика. Има 14 метара жице. Како све може изгледати ово игралиште? Колике могу бити странице тог троугла? (Упутство: уместо метара ви у својим свескама користите центиметре)

2. Једнакостранични троугао странице 12 cm има исти обим као и троугао чије су две странице дужине 137 mm и 119 mm. Одредите дужину треће странице.
3. Пребројте колико троуглова има на следећој слици. Објасните како сте бројали.

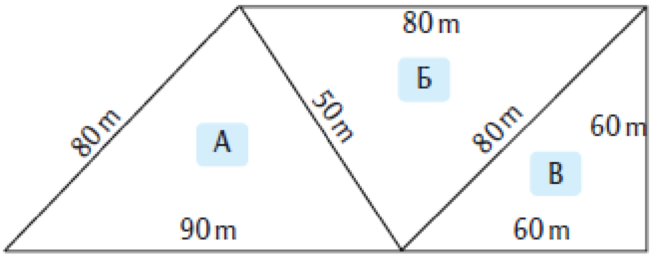


НАСТАВНИ ЛИСТИЋ СА ДОМАЋИМ ЗАДАТКОМ

Овај листић обавезно залепи у свеску за домаће задатке.

1. На слици су три имања: А, Б и В.
   - Колико метара жице треба спремити за ограде око имања А и Б?
   - А колико метара жице треба спремити за ограде око имања Б и В?
   - А колико за ограде око сва три имања?

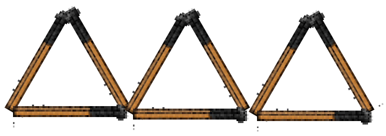
Важно: Не треба планирати дупле ограде!



2. Колико кошта жица којом је ограђена башта троугаоног облика димензија a=14 m, b=8 m и c=80dm, ако један метар жице кошта 9 динара? *Помоћ:* Шта овде треба прво да израчунаш?
3. Обим једног троугла је 67 cm, две странице су исте дужине, а трећа је за 5 cm краћа од једне од њих. Колике су дужине страница тог троугла?
4. Од 3 једнакостранична троугла, премештањем:

   а) 2 шибице направите 2 једнакостранична троугла.

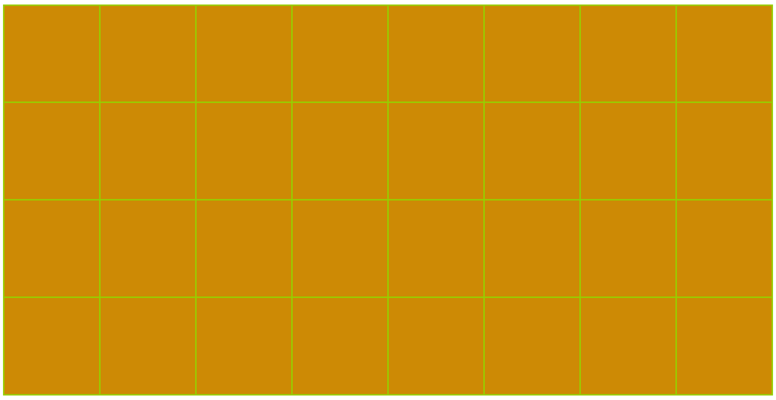
   б) 3 шибице направите 5 једнакостраничних троуглова.



Наставна активност 12	**Разломци**
Циљеви	Обнављање градива о разломцима, проширивање знања, примена знања у реалним ситуацијама, корелација са ликовном културом, подстицање креативног мишљења деце
Наставна средства	Наставни листићи, презентација, апликације

РАЗЛОМЦИ

Проблем: Деда Тоша је решио да среди своју башту правоугаоног облика. Желео је да на једној половини засади кромпир, на једној четвртини парадајз, на једној осмини да засади паприку, а на преосталом делу краставце. Како све он може да то уради? Помозите деда Тоши!



Слика 25. Изглед баште приказан на слајду презентације

Наставни кораци

1. Наставник понавља са ученицима оно што су научили о разломцима. Ученици решавају задатке у којима одређују делове фигура, и обрнуто записују разломцима одговарајуће делове фигура, одређују део броја и целину ако је дат део.
2. Ученици решавају проблем: *Поделити дати квадрат на два једнака дела.* Наставник их подстиче да то ураде на више начина. Тражи од ученика да најпре раде самостално, а затим да свој рад поделе са осталим ученицима. Показује им још неке начине на које могу поделити квадрат на једнаке делове. Може тражити од ученика да нацртају квадрат у својим свескама (са

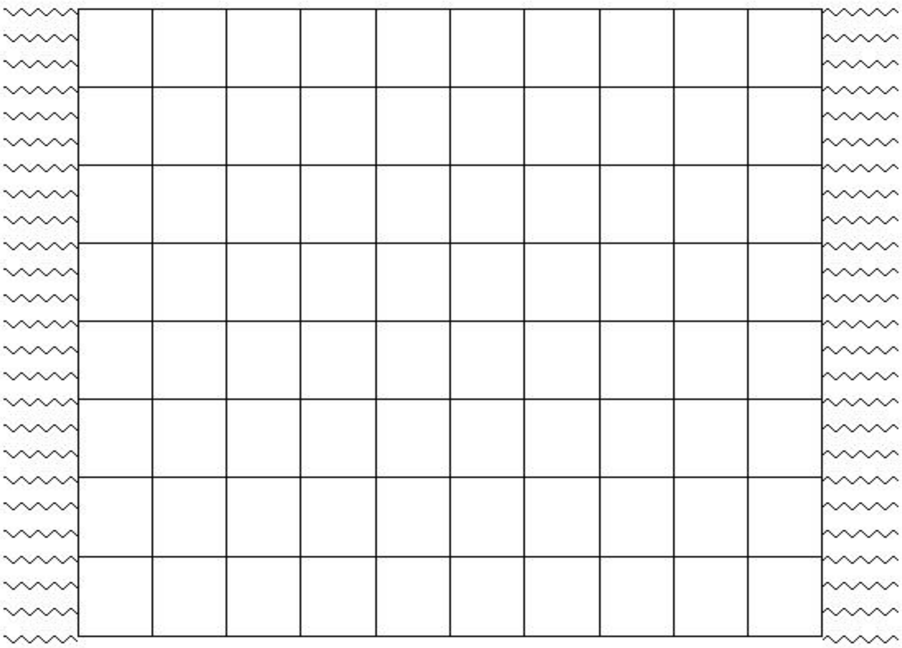
квадратићима) и да онда покушају да га поделе на два једнака дела на још неки начин.

3. Уводи ученике у проблем (задатак је дат на слајду презентације).
4. Ученици у пару решавају задатак. Наставник им поставља питања: *Да ли постоји још неки начин поделе баште? Како можемо бити сигурни да је то половина баште и сл.? Који део баште је преостао?*
5. Ученици деле своја решења са другим ученицима и објашњавају зашто је њихова подела добра.
6. У завршном делу часа (или за домаћи) ученици добијају наставни листић са задатком да нацртају мотив тепиха на квадратној мрежи облика правоугаоника, али тако да плавом бојом обоје половину, црвеном четвртину, једном осмином жуту и остало зеленом бојом. На овим задацима до изражаја долази не само њихово разумевање садржаја о разломцима, већ и примена у неким реалним животним ситуацијама, као и повезивање са наставом ликовне културе.

Решење проблема. Основна идеја лежи у чињеници да се задатак може решити на више начина. Ученици се подстичу да нађу што више различитих могућности и да при томе образлажу своје изборе. Такође, води се дискусија о „најадекватнијим“ решењима.

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ

Задатак: Цоца је одлучила да обоји шарено свој стари и досадни бели тепих. Сетила се да у гаражи има неколико различитих боја за текстил. Међутим, када је пронашла боје открила је да ниједном бојом не може да офарба цео тепих. Одлучила је да половину тепиха офарба плавом, четвртину црвеном, осмину жутом и оно што преостане зеленом бојом. Помози Цоци да на најлепши начин офарба свој тепих!



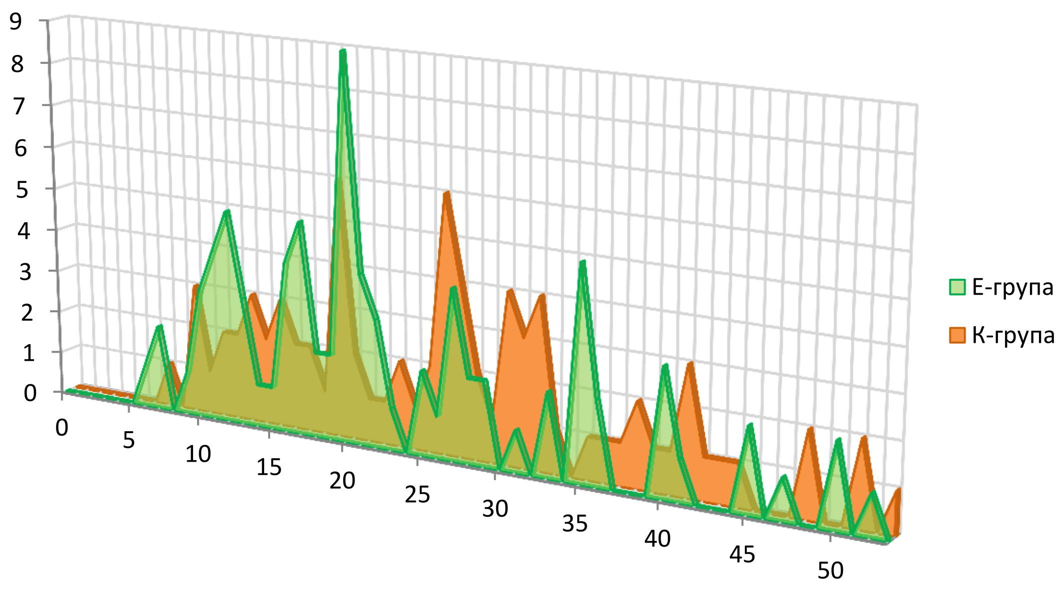
3.2 РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ЊИХОВА АНАЛИЗА

3.2.1 ИНИЦИЈАЛНО ТЕСТИРАЊЕ

РЕЗУЛТАТИ ИНИЦИЈАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА Е-ГРУПЕ И К-ГРУПЕ НА УРБАН-ЈЕЛЕНОВОМ ТЕСТУ КРЕАТИВНОСТИ

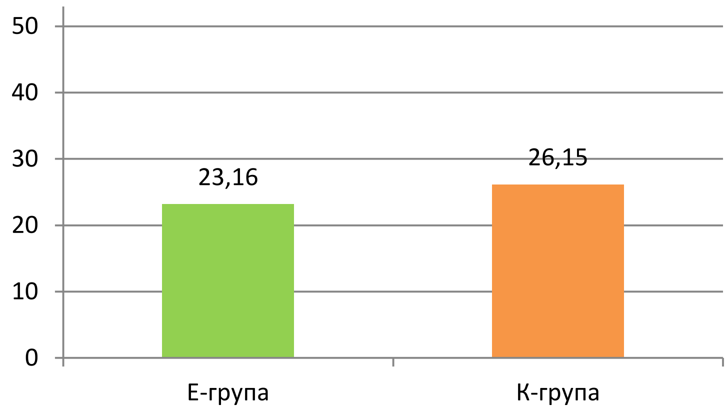
Као један од критеријума уједначавања Е-групе и К-групе послужио нам је Урбан-Јеленов тест креативности ТСТ-DP. Овај инструмент коришћен је за мерење опште креативности ученика обе групе. На почетку истраживања извршено је иницијално тестирање, које је поновљено након реализације експерименталног програма.

Након обраде података дошли смо до прерасподеле бодова по ученицима која је дата на слици 26. Укупан број бодова остварен на тесту представљен је на хоризонталној оси, а број ученика који су остварили тај број бодова дат је на вертикалној оси.



Слика 26. Приказ резултата иницијалног тестирања Урбан-Јеленовим тестом по броју освојених бодова

Ученици К-групе (M_K=26,15, Mdn_K=26,00) постигли су нешто више резултате од ученика Е-групе (M_E=23,16, Mdn_E=20,00) на Урбан-Јеленовом тесту креативности. Графички приказ просечног броја бодова ученика обе групе приказан је слици 27.



Слика 27. Приказ просечног броја бодова ученика на Урбан-Јеленовом тесту

Тестирањем нормалности расподеле укупног броја бродова постигнутих на Урбан-Јеленовом тесту TCT-DP ученика Е-групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели:

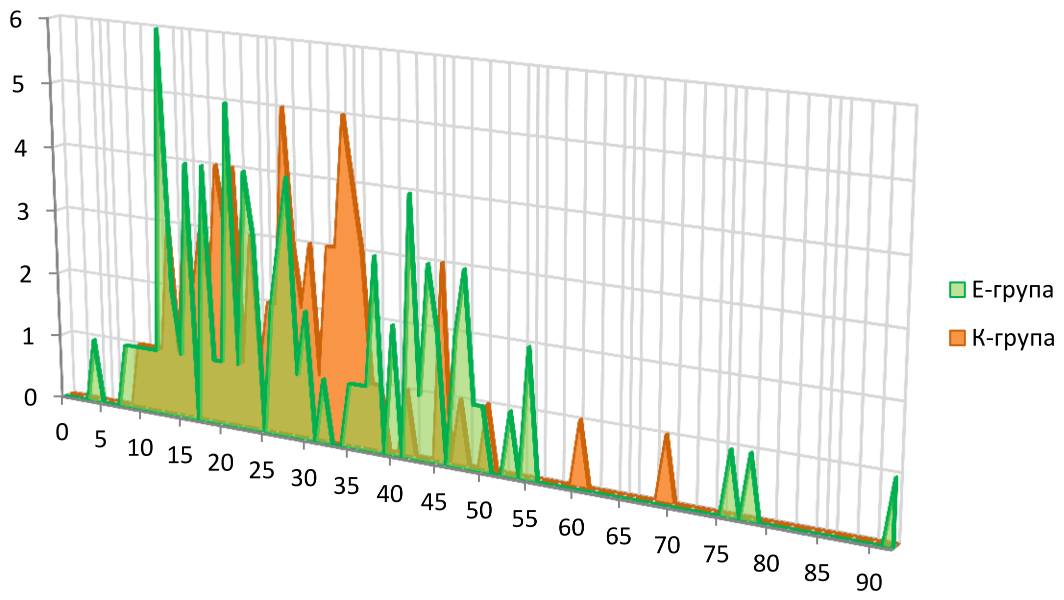
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.151	0.000	75.10	2755.500	-1.758	0.079
К-група	0.086	0.200	88.06			

Табела 22. Статистички приказ резултата Урбан-Јеленовог теста

Обзиром да није задовољена претпоставка о нормалној расподели, (Е-група нема, а К-група има нормалну расподелу) користили смо Ман-Витнијев тест за тестирање нулте хипотезе. Добили смо сигнификантност p=0,079 (p>0.05), чиме је потврђена нулта хипотеза, односно да не постоји статистичка значајна разлика између резултата на Урбан-Јеленовом тесту ученика Е-групе и К-групе. Групе се, стога, могу сматрати уједначеним.

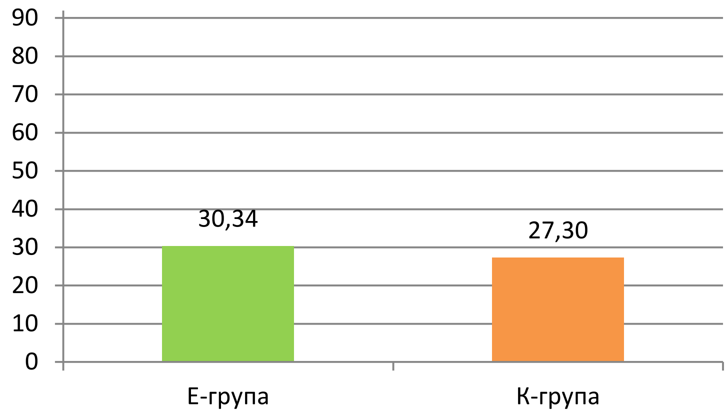
РЕЗУЛТАТИ ИНИЦИЈАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА Е-ГРУПЕ И К-ГРУПЕ НА ТЕСТУ КРЕАТИВНОГ РЕШАВАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ПРОБЛЕМА (ТКРМП-А)

Иницијални тест креативног решавања математичких проблема, форма А (ТКРМП-А) служио је као један од критеријума уједначавања Е-групе и К-групе. Након обраде података дошло се до прерасподеле бодова по ученицима дате на слици 28. Хоризонтална оса представља укупан број бодова остварен на тесту, а вертикална оса представља број ученика који су остварили тај број бодова.



Слика 28. Приказ резултата иницијалног тестирања тестом ТКРМП-А по броју освојених бодова

Графички приказ просечног броја бодова Е-групе и К-групе дат је на слици 29. Просечан број бодова ученика К-групе био је 27,30, а Е-групе нешто већи 30,34.



Слика 29. Приказ просечног броја бодова ученика на тесту ТКРМП-А

Тестирањем нормалности расподеле укупног броја бодова постигнутих на тесту ТКРМП-А ученика Е-групе и К-групе добили смо следеће резултате (табела 23).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.129	0.002	84.15	3063.000	-0.727	0.467
К-група	0.092	0.091	78.79			

Табела 23. Статистички приказ резултата теста ТКРМП-А

Претпоставка о нормалној расподели није испуњена, Е-група нема, а К-група има нормалну расподелу (сигнификантност за Е-групу је 0,002, а за К-групу 0,091). На основу резултата Ман-Витнијевог теста установљено је да је p=0,467 (p>0,05), па можемо тврдити да не постоји статистичка значајна разлика између резултата на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-А) ученика Е-групе (M_E=30,34, Mdn_E=27,00) и К-групе (M_K=27,0, Mdn_K=27,00). Групе можемо у овом погледу сматрати уједначеним.

Обзиром да су тестом креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-А) процењиване посебне компоненте креативног мишљења (флуентност, флексибилност, оригиналност и елаборација), испитали смо уједначеност Е-групе и К-групе по свакој од ових ставки појединачно. Такође, посебно је испитана и уједначеност група по постигнутим резултатима на задацима затвореног (први и други задатак) и отвореног типа (трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак) на истом тесту. У наставку је приказан кратак преглед статистике и анализа добијених резултата.

Резултати ученика Е-групе и К-групе на задацима затвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту ТКРМП-А када су у питању проблеми затвореног типа ученика Е- групе и К-групе дошли смо до следећих резултата (табела 24).

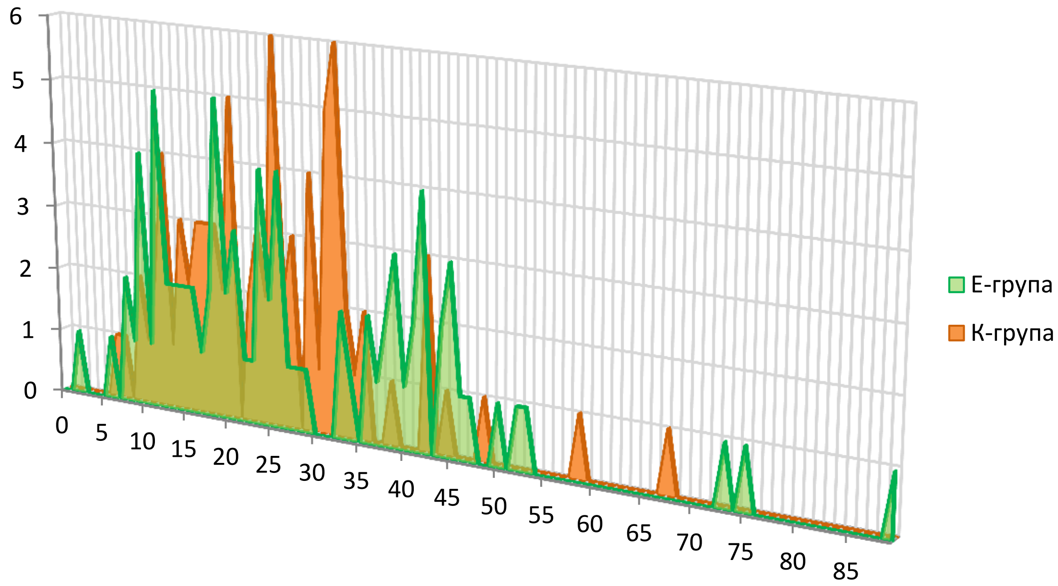
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.323	0.000	75.35	2776.000	-1.936	0.053
К-група	0.405	0.000	87.80			

Табела 24. Статистички приказ резултата на задацима затвореног типа

Обзиром да је сигнификантност добијена Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе 0,000 ($p<0{,}05$) следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добијено је да је $p=0{,}053$ ($p>0{,}05$), па можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између бодова остварених на задацима затвореног типа на тесту ТКРМП-А ученика Е-групе ($M_E=2.41$, $Mdn_E=3.00$) и К-групе ($M_K=2.61$, $Mdn_K=3.00$). Групе су уједначене када су у питању резултати на задацима затвореног типа.

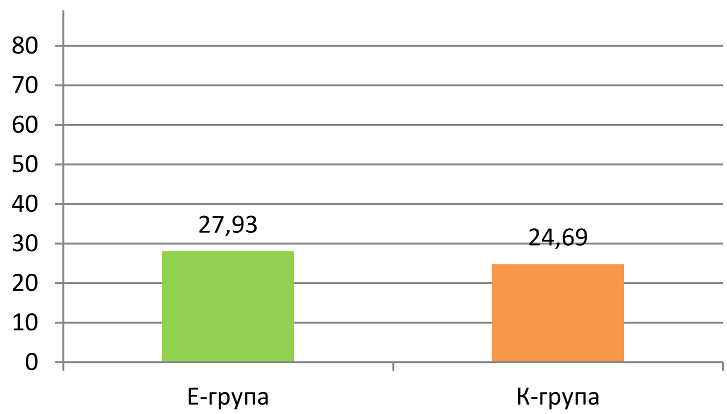
Резултати ученика Е-групе и К-групе на задацима отвореног типа

Трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак теста представљали су проблеме отвореног типа. Укупан број бодова остварен на задацима отвореног типа представљен је на хоризонталној, а број ученика који су остварили тај број бодова на вертикалној оси (слика 30).



Слика 30. Приказ резултата иницијалног тестирања на задацима отвореног типа по броју освојених бодова

Просечан број бодова на задацима отвореног типа ученика Е-групе 27,93 био је нешто већи од броја бодова К-групе 24,69. Графички приказ дат је на слици 31.



Слика 31. Приказ просечног броја бодова ученика на задацима отвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле укупног броја бодова остварених на задацима отвореног типа на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-А) ученика Е-групе и К-групе дошли смо до следећих резултата (табела 25).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.132	0.001	84.54	3030.500	-0.836	0.403
К-група	0.093	0.085	78.38			

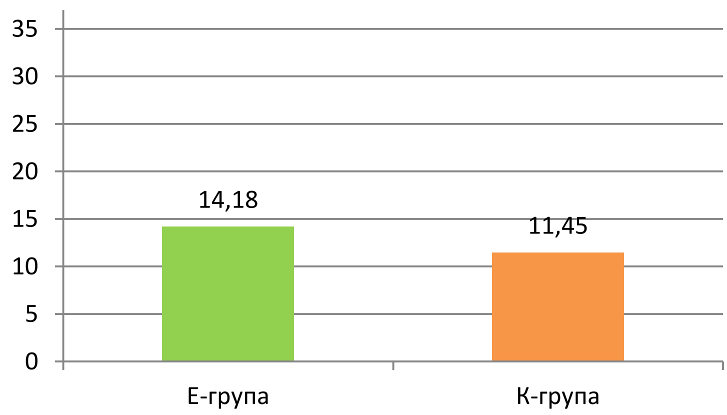
Табела 25. Статистички приказ резултата на задацима отвореног типа

Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу 0,001, а за К-групу 0,085, следи да Е-група нема, а К-група има нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста установили смо да је p=0,403 (p>0,05), што значи да не постоји статистичка значајна разлика између бодова остварених на задацима отвореног типа на тесту ТКРМП-А ученика Е-групе (M_E=27,93, Mdn_E=24,00) и К-групе (M_K=24,69, Mdn_K=24,50). Према томе, групе су и по овом питању уједначене.

Резултати ученика Е-групе и К-групе по појединачним компонентама креативног мишљења

Флуентност

Просечан број бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за флуентност приказан је на слици 32. Ученици Е-групе имали су нешто већи просечан број бодова 14,18 од ученика К-групе 11,45.



Слика 32. Приказ просечног броја бодова ученика за флуентност

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених за компоненту флуентност ученика Е-групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели:

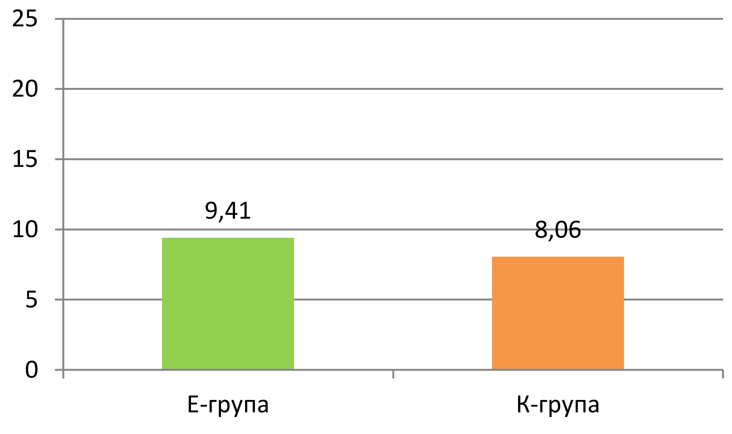
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.118	0.007	88.57	2700.500	-1.945	0.052
К-група	0.108	0.021	74.26			

Табела 26. Статистички приказ резултата добијених за флуентност

Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу 0,007, а за К-групу 0,021, следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је $p=0{,}052$ ($p>0{,}05$), па можемо тврдити да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флуентности на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-А) ученика Е-групе ($M_E=14{,}18$, $Mdn_E=12{,}50$) и К-групе ($M_K=11{,}45$, $Mdn_K=10{,}50$). Дакле, можемо сматрати да су групе у овом погледу уједначене.

Флексибилност

Графички приказ просечног броја бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за флексибилност дат је на слици 33. Просечан број бодова ученика Е-групе 9,41 био је нешто већи од просечног броја бодова ученика К-групе 8,06.



Слика 33. Приказ просечног броја бодова ученика за флексибилност

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених за компоненту флексибилност ученика Е-групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 27).

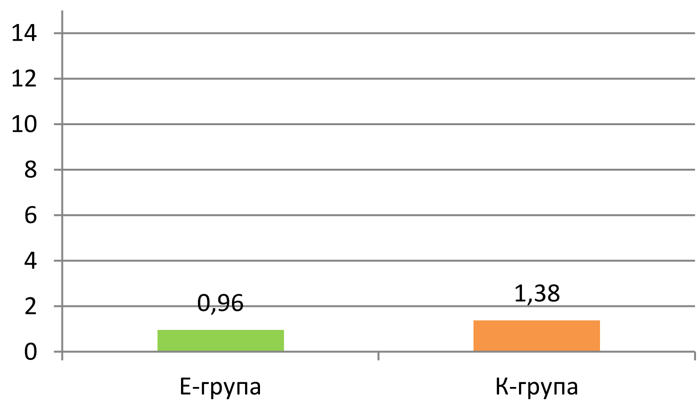
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.120	0.005	87.77	2765.500	-1.729	0.084
К-група	0.107	0.024	75.07			

Табела 27. Статистички приказ резултата добијених за флексибилност

Како је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу 0,005, а за К-групу 0,024, следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,084 (p>0.05), па можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флексибилности на тесту ТКРМП-А ученика Е-групе (M_E=9,41, Mdn_E=9.00) и К-групе (M_K=8.06, Mdn_K=8.00). Према томе, можемо рећи да су групе у овом погледу уједначене.

Оригиналност

Просечан број бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за оригиналност дат је на слици 34. Ученици К-групе имали су нешто већи просечан број бодова 1,37 од ученика Е-групе 0,96.



Слика 34. Приказ просечног броја бодова ученика за оригиналност

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених за компоненту оригиналност ученика Е-групе и К-групе добили смо резултате који су приказани у табели 28.

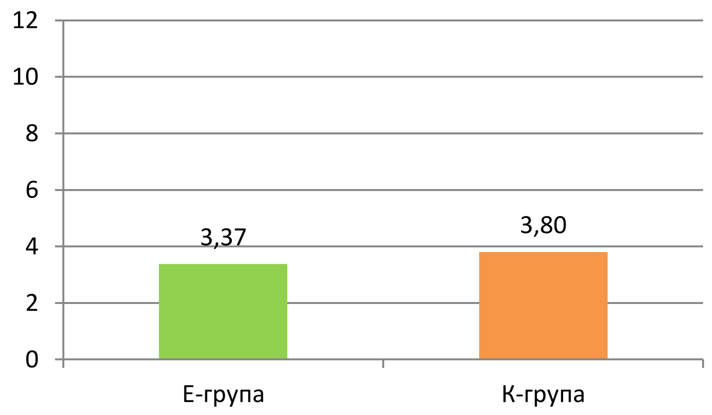
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.330	0.000	77.80	2976.500	-1.160	0.246
К-група	0.311	0.000	85.29			

Табела 28. Статистички приказ резултата добијених за оригиналност

Пошто је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе 0,000 ($p<0,005$), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Ман-Витнијевим тестом утврдили смо да је $p=0,246$ ($p>0,05$), што значи да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену оригиналности на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-А) ученика Е-групе ($M_E=0,96$, $Mdn_E=0,00$) и К-групе ($M_K=1,38$, $Mdn_K=0,00$). Групе се у овом погледу могу сматрати уједначеним.

Елаборација

Графички приказ просечног броја бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за елаборацију дат је на слици 35. Просечан број бодова ученика К-групе 3,80 био је нешто већи од просечног броја бодова ученика Е-групе 3,37.



Слика 35. Приказ просечног броја бодова ученика за елаборацију

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених за компоненту елаборација ученика Е-групе и К-групе дошли смо до резултата који су приказани у следећој табели (табела 29).

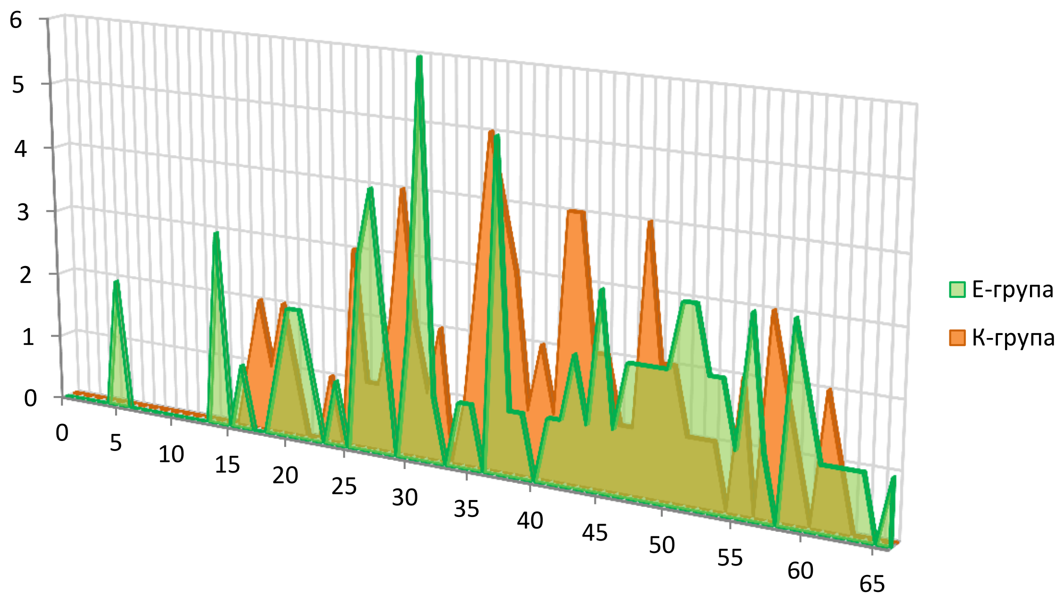
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.223	0.000	75.67	2802.000	-1.620	0.105
К-група	0.132	0.001	87.48			

Табела 29. Статистички приказ резултата добијених за елаборацију

С обзиром да је сигнификантност која је добијена Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе мања од 0,005 (за Е-групу је 0,000, а за К-групу је 0,001), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Применом Ман-Витнијевог теста добили смо да је $p=0{,}105$ ($p>0{,}05$), на основу чега можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену елаборације на тесту ТКРМП-А ученика Е-групе ($M_E=3{,}37$, $Mdn_E=2{,}00$) и К-групе ($M_K=3{,}80$, $Mdn_K=4{,}00$). Групе се у овом погледу могу сматрати уједначеним.

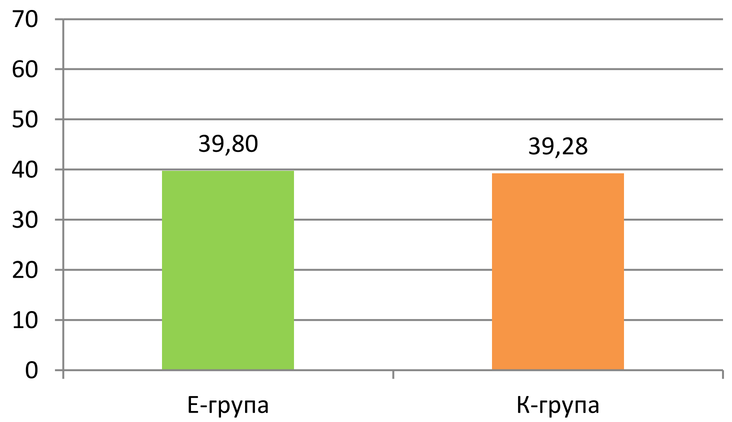
РЕЗУЛТАТИ ИНИЦИЈАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА Е-ГРУПЕ И К-ГРУПЕ НА ТЕСТУ ЗНАЊА

Иницијални тест знања служио је као један од критеријума уједначавања Е-групе и К-групе. Након обраде података дошли смо до прерасподеле бодова по ученицима приказане на слици 36. Хоризонтална оса представља укупан број бодова остварен на тесту, а вертикална оса представља број ученика који су остварили тај број бодова.



Слика 36. Приказ резултата иницијалног тестирања тестом знања по броју освојених бодова

Графички приказ просечног броја бодова ученика К-групе и Е-групе остварених на тесту знања дат је на слици 37. Просечан број бодова ученика Е-групе 39,80 био је незнатно већи од просечног броја бодова ученика К-групе 39,28.



Слика 37. Приказ просечног броја бодова ученика на тесту знања ТЗ1

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на тесту знања из математике ученика Е- групе и К-групе добили смо резултате који су дати у табели 30.

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		t-тест	
	Статистика	Sig.	t	Sig.
Е-група	0.088	0.180	0.250	0.803
К-група	0.047	0.200		

Табела 30. Статистички приказ резултата теста знања Т31

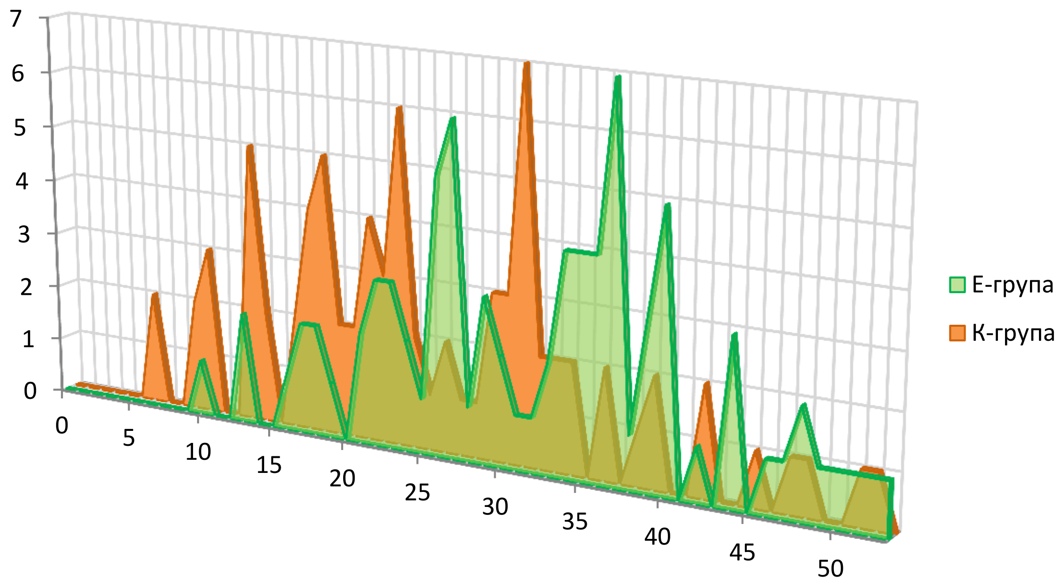
Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе већа од 0,05, следи да и Е-група и К-група имају нормалну расподелу. Коришћењем t-теста добили смо да је p=0,803 (p>0,05), па можемо тврдити да не постоји статистичка значајна разлика између резултата на тесту знања ученика Е-групе (M_E=39,80, Mdn_E=41,50) и К-групе (M_K=39,28, Mdn_K=38,50). Стога, можемо сматрати да су групе у овом погледу уједначене.

На основу добијених резултата иницијалног тестирања можемо констатовати да су по свим испитаним обележјима Е-група и К-група биле уједначене, односно наведена обележја су на једнак начин деловала у обе групе.

3.2.2 ФИНАЛНО ТЕСТИРАЊЕ

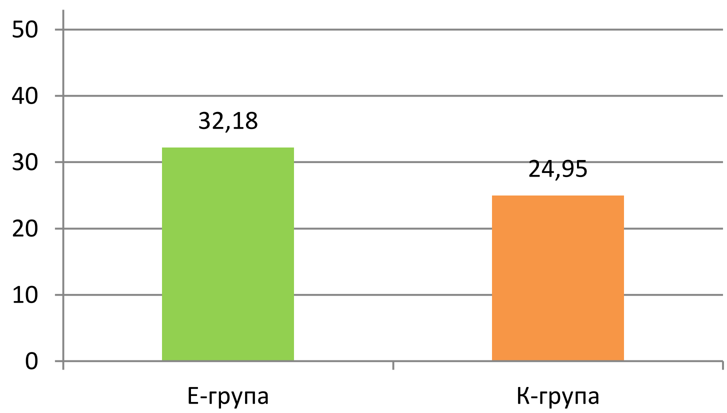
РЕЗУЛТАТИ ФИНАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА Е-ГРУПЕ И К-ГРУПЕ НА УРБАН-ЈЕЛЕНОВОМ ТЕСТУ КРЕАТИВНОСТИ

Након реализације експерименталног програма извршено је поновно тестирање ученика Урбан-Јеленовим тестом. Прерасподела остварених бодова на тесту по броју ученика приказана је на слици 38. На хоризонталној оси представљен је укупан број бодова остварен на тесту, а на вертикалној број ученика који су остварили тај број бодова.



Слика 38. Приказ резултата финалног тестирања Урбан-Јеленовим тестом по броју освојених бодова

Графички приказ просечног броја бодова ученика К-групе и Е-групе остварених на Урбан-Јеленовом тесту дат је на слици 39. Просечан број бодова ученика Е-групе износио је 32,18 и био је већи од просечног броја бодова ученика К-групе 24,95.



Слика 39. Приказ просечног броја бодова ученика на Урбан-Јеленовом тесту

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на Урбан-Јеленовом тесту ученика Е-групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 31).

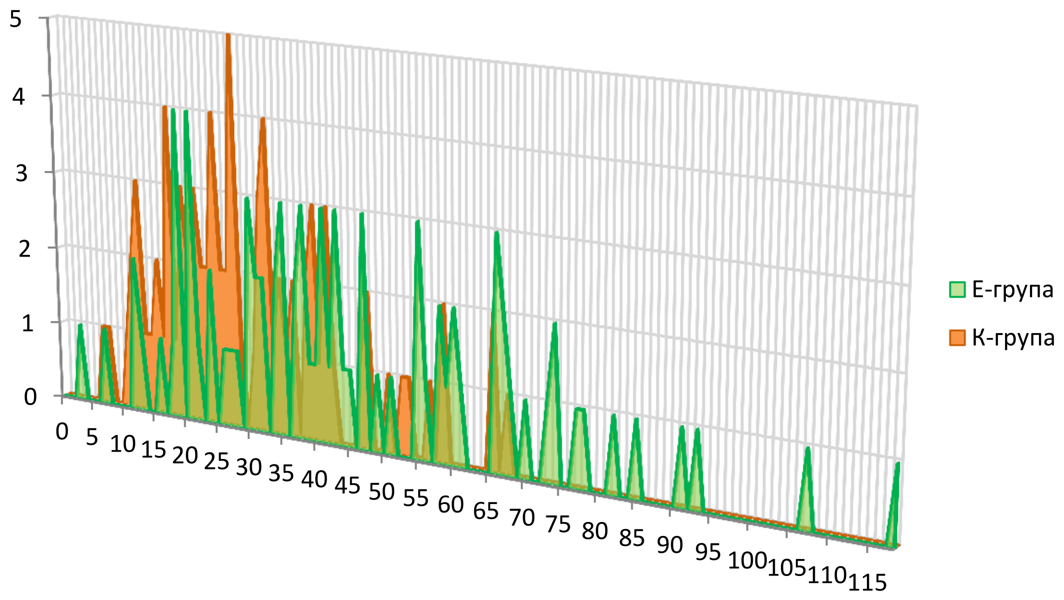
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		t-тест						
	Статистика	Sig.	t	df	Sig.	N	Аритметичка средина	Стандрадна девијација	Стандрадна грешка
Е-група	0.078	0.200	4.513	160	0.000	82	32.18	9.870	1.090
К-група	0.098	0.053				80	24.95	10.524	1.177

Табела 31. Статистички приказ резултата на Урбан-Јеленовом тесту

Сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе је већа од 0,05 (за Е-групу је 0,200, а за К-групу 0,053), па следи да обе групе имају нормалну расподелу. Применом t-теста утврђено је да је p=0,000 (p<0,05), на основу чега можемо констатовати да постоји статистичка значајна разлика између резултата на Урбан-Јеленовом тесту ученика Е-групе и К-групе. Ученици Е-групе остварили су боље резултате на тесту мерења опште креативности. Ово указује на чињеницу да експериментални програм има утицаја на повећање нивоа развијености општег креативног мишљења и способности.

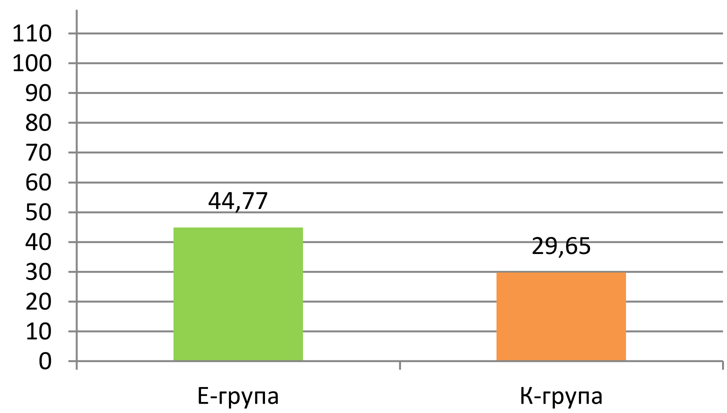
РЕЗУЛТАТИ ФИНАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА Е-ГРУПЕ И К-ГРУПЕ НА ТЕСТУ КРЕАТИВНОГ РЕШАВАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ПРОБЛЕМА ТКРМП-Б

По завршетку експерименталног програма извршено је финално тестирање ученика К-групе и Е-групе тестом креативног решавања математичких проблема, форма Б (ТКРМП-Б). Анализом резултата желели смо да испитамо да ли постоји статистички значајна разлика између финалних резултата К-групе и Е-групе. Прерасподела бодова по броју ученика приказана је на слици 40. Хоризонтална оса представља укупан број бодова остварен на тесту, а вертикална оса представља број ученика који су остварили тај број бодова.



Слика 40. Приказ резултата финалног тестирања на тесту ТКРМП-Б по броју освојених бодова

Графички приказ просечног броја бодова Е-групе и К-групе дат је на слици 41. Ученици Е-групе (M_E=44,77, Mdn_E=41,00) остварили су у просеку бољи успех од ученика К-групе (M_K=29,65, Mdn_K=27,00) на тесту ТКРМП-Б.



Слика 41. Приказ просечног броја бодова ученика на тесту ТКРМП-Б

Тестирањем нормалности расподеле укупних броја бодова остварених на тесту ТКРМП-Б ученика Е-групе и К-групе добијени су следећи резултати (табела 32).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.103	0.030	97.71	1950.500	-4.455	0.000
К-група	0.111	0.016	64.88			

Табела 32. Статистички приказ резултата на тесту ТКРМП-Б

Пошто је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе мања од 0,05 (за Е-групу је 0,030, а за К-групу 0,016), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. На основу резултата Ман-Витнијевог теста утврђено је да је p=0,000 (p<0,05), па можемо констатовати да постоји статистичка значајна разлика између резултата на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) ученика Е-групе и К-групе. Дескриптивна статистика дата је у табели 33.

	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијан	Интерквартил
експериментална	39.65-49.89	43.61	44.77	23.31	2.57	41.00	32
контролна	26.49-32.81	28.93	29.65	14.21	1.59	27.00	20

Табела 33. Приказ дескриптивне статистике

Анализом резултата финалног тестирања тестом креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) желели смо да испитамо да ли постоје статистички значајне разлике између ученика К-групе и Е-групе када су у питању појединачне компоненте креативног мишљења (флуентност, флексибилност, оригиналност и елаборација), као и укупан број бодова на задацима затвореног (први и други) и отвореног типа (трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак). У даљем тексту приказан је преглед статистике и анализа добијених резултата.

Резултати ученика Е-групе и К-групе на задацима затвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на тесту ТКРМП-Б за проблеме затвореног типа ученика Е-групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у табели 34.

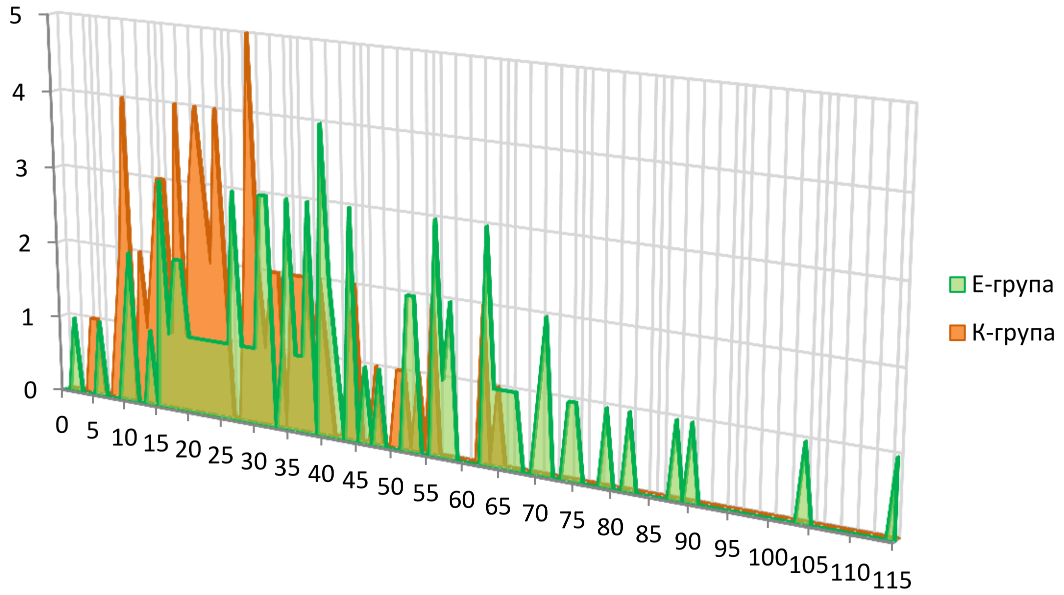
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.378	0.000	79.41	3109.000	-0.675	0.499
К-група	0.399	0.000	83.64			

Табела 34. Статистички приказ резултата на задацима затвореног типа

Обзиром да је сигнификантност добијена Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе 0,000, следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добијено је да је p=0,499 (p>0,05), па можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између бодова остварених на задацима затвореног типа на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) ученика Е-групе и К-групе.

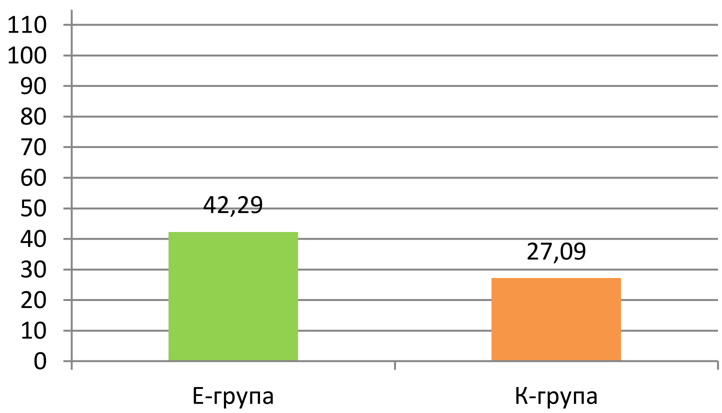
Резултати финалног тестирања ученика Е-групе и К-групе на задацима отвореног типа

Трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак теста представљали су проблеме отвореног типа. Укупан број бодова остварен на задацима отвореног типа представљен је на хоризонталној, а број ученика који су остварили тај број бодова на вертикалној оси (слика 42).



Слика 42. Приказ резултата финалног тестирања на задацима отвореног типа по броју освојених бодова

Ученици Е-групе постигли су у просеку више резултате (M_E=42,29, Mdn_E=38,00) од ученика К-групе (M_K=27,09, Mdn_K=24,00). Графички приказ просечног броја бодова дат је на слици 43.



Слика 43. Приказ просечног броја бодова ученика на задацима отвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на тесту ТКРМП-Б за проблеме отвореног типа (трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак) ученика Е-групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 35).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.108	0.020	98.18	1912.000	-4.584	0.000
К-група	0.112	0.014	64.40			

Табела 35. Статистички приказ резултата на задацима отвореног типа

Обзиром да је сигнификантност добијена Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе мања од 0,05 (за Е-групу је 0,020, а за К-групу је 0,014) следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добијено је да је p=0,000 ($p<0,05$), па можемо констатовати да постоји статистичка значајна разлика између бодова остварених на задацима отвореног типа на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) ученика Е-групе и К-групе. Дескриптивна статистика дата је у табели 36.

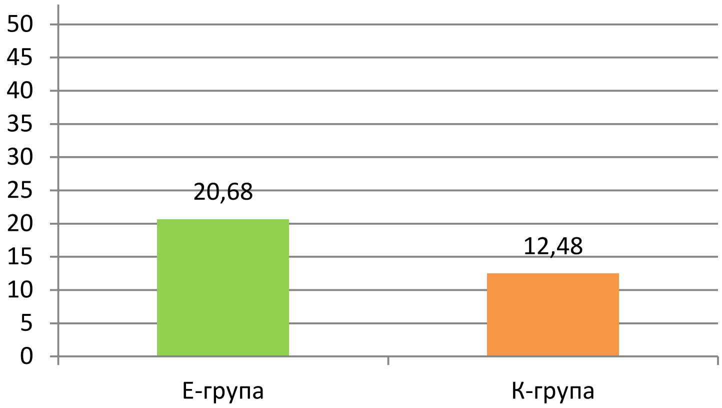
	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијан	Интерквартил
експериментална	37.25-47.34	41.09	42.29	22.97	2.54	38.00	31.50
контролна	23.97-30.21	26.36	27.09	14.02	1.57	24.00	19.50

Табела 36. Приказ дескриптивне статистике

Резултати ученика Е-групе и К-групе по појединачним компонентама креативног мишљења

Флуентност

Просечан број бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за флуентност приказан је на слици 44. Ученици Е-групе постигли су у просеку више резултате (M_E=20,68, Mdn_E=18,00) од ученика К-групе (M_K=12,48, Mdn_K=11,50).



Слика 44. Приказ просечног броја бодова ученика за флуентност

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту ТКРМП-Б за компоненту флуентност ученика Е- групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 37).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.112	0.013	99.85	1775.500	-5.045	0.000
К-група	0.144	0.000	62.69			

Табела 37. Статистички приказ резултата добијених за флуентност

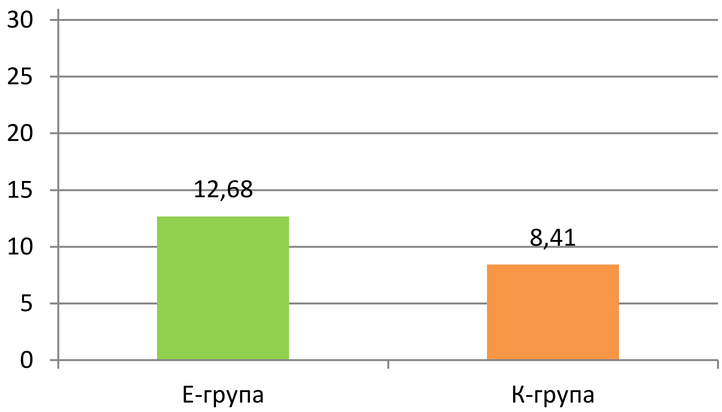
Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу 0,013, а за К-групу 0,000, следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је $p=0,000$ ($p<0,05$), па можемо закључити да постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флуентности на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) ученика Е-групе и К-групе. У следећој табели дат је преглед дескриптивне статистике (табела 38).

	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијан	Интерквартил
експериментална	18.23-23.14	20.17	20.68	11.17	1.23	18.00	17.00
контролна	11.13-13.82	12.11	12.48	0.67	1.57	11.50	6.00

Табела 38. Приказ дескриптивне статистике

Флексибилност

Графички приказ просечног броја бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за флексибилност дат је на слици 45. Ученици Е-групе остварили су у просеку више резултате (M_E=12,68, Mdn_E=11,50) од ученика К-групе (M_K=8,41, Mdn_K=8,00).



Слика 45. Приказ просечног броја бодова ученика за флексибилност

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту ТКРМП-Б за компоненту флексибилност ученика Е- групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у табели 39.

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.105	0.026	98.33	1900.000	-4.634	0.000
К-група	0.116	0.010	64.25			

Табела 39. Статистички приказ резултата добијених за флексибилност

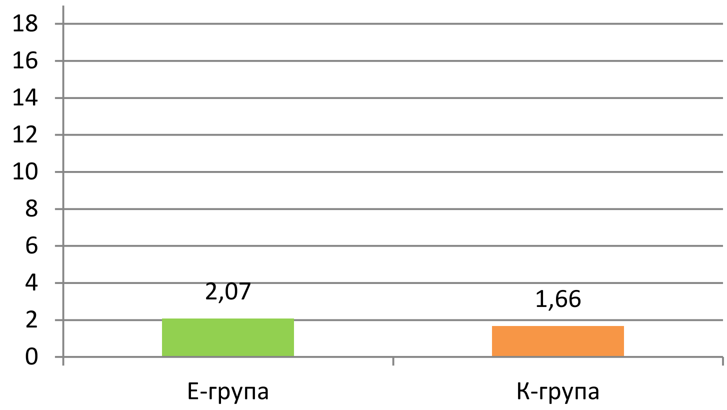
Како је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу 0,026, а за К-групу 0,010, следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,000 (p<0,05), па можемо констатовати да постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флексибилности на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) ученика Е-групе и К-групе. Дескриптивна статистика дата је у табели 40.

	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијан	Интерквартил
експериментална	11.29-14.07	12.32	12.68	6.32	0.70	11.50	9.00
контролна	7.51-9.31	8.19	8.41	4.03	0.45	8.00	6.00

Табела 40. Приказ дескриптивне статистике

Оригиналност

Просечан број бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за оригиналност дат је на слици 46. Ученици Е-групе имали су већи просечан број бодова 2,07 од ученика Е-групе 1,66.



Слика 46. Приказ просечног броја бодова ученика за оригиналност

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту ТКРМП-Б за компоненту оригиналност ученика Е- групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 41).

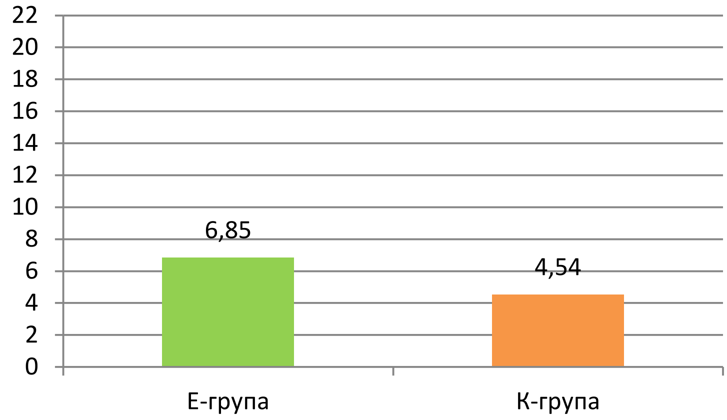
	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.262	0.000	83.20	3141.000	-0.489	0.625
К-група	0.260	0.000	79.76			

Табела 41. Статистички приказ резултата добијених за оригиналност

Пошто је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе 0,000 ($p<0,005$), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Без обзира што ученици Е-групе (M_E=2,07, Mdn_E=1,00) постижу нешто боље резултате по питању оригиналности од ученика К-групе (M_K=1,66, Mdn_K=1,00), Ман-Витнијевим тестом добили смо да је $p=0,625$ ($p>0,05$), на основу чега можемо констатовати да та разлика није статистички значајна.

Елаборација

Графички приказ просечног броја бодова ученика К-групе и Е-групе добијених за елаборацију дат је на слици 47. Ученици Е-групе постигли су више резултате (M_E=6,85, Mdn_E=5,50) од ученика К-групе (M_K=4,54, Mdn_K=4,00).



Слика 47. Приказ просечног броја бодова ученика за елаборацију

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) за компоненту елаборација ученика Е- групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 42).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.146	0.000	92.40	2386.500	-3.006	0.003
К-група	0.142	0.000	70.33			

Табела 42. Статистички приказ резултата добијених за елаборацију

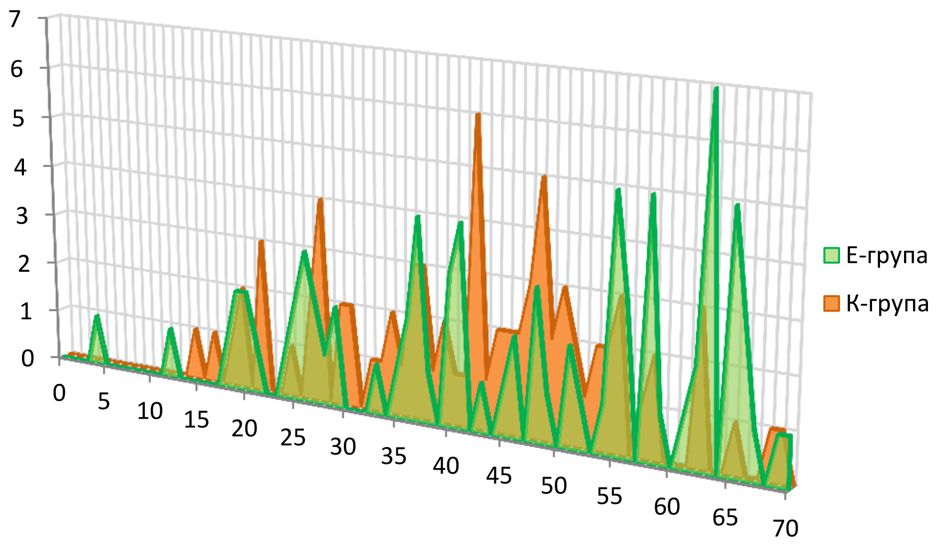
Обзиром да је сигнификантност која је добијена Колмогоров-Смирновим тестом за обе групе 0,000, следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Применом Ман-Витнијевог теста добили смо да је $p=0,003$ ($p<0,05$), на основу чега можемо констатовати да постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену елаборације на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) ученика Е-групе и К-групе.

	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијан	Интерквартил
експериментална	5.77-7.94	6.64	6.85	4.93	0.54	5.50	8.00
контролна	3.67-5.41	4.19	4.54	3.91	0.44	4.00	5.00

Табела 43. Приказ дескриптивне статистике

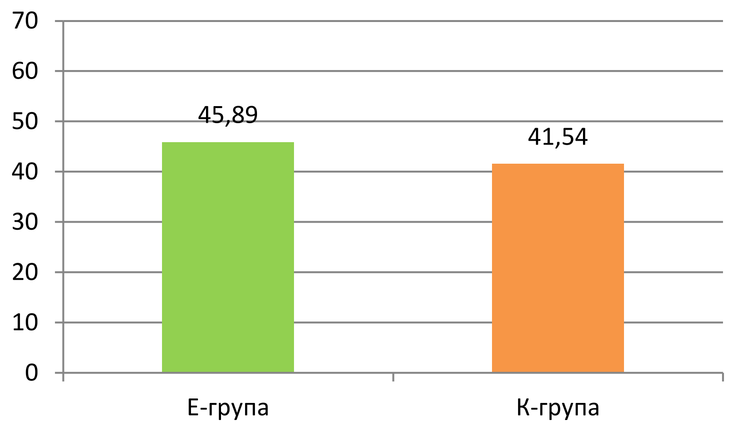
РЕЗУЛТАТИ ФИНАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УЧЕНИКА Е-ГРУПЕ И К-ГРУПЕ НА ТЕСТУ ЗНАЊА

Након спровођења експерименталног програма извршено је финално тестирање ученика Е-групе и К-групе тестом знања ТЗ2. Анализом резултата желели смо да утврдимо да ли постоји статистички значајна разлика између група када је у питању ниво знања. Прерасподела бодова по броју ученика приказана је на слици 48. Хоризонтална оса представља укупан број бодова остварен на тесту, а вертикална оса представља број ученика који су остварили тај број бодова.



Слика 48. Приказ резултата финалног тестирања на задацима отвореног типа по броју освојених бодова

Графички приказ просечног броја бодова ученика К-групе и Е-групе остварених на тесту знања дат је на слици 49. Ученици Е-групе постигли су више резултате (M_E=45,89, Mdn_E=48,00) од ученика К-групе (M_K=41,54, Mdn_K=42,00).



Слика 49. Приказ просечног броја бодова ученика на тесту знања ТЗ2

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на тесту знања из математике ученика Е- групе и К-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 44).

	Kolmogorov-Smirnov тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
Е-група	0.139	0.000	89.18	2650.500	-2.110	0.035
К-група	0.077	0.200	73.63			

Табела 44. Статистички приказ резултата на тесту знања ТЗ2

Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Колмогоров-Смирновим тестом за Е-групу 0,000, а за К-групу 0,200, следи да Е-група нема, а К-група има нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,035 (p<0,05), па можемо констатовати да постоји статистичка значајна разлика између резултата на тесту знања ученика Е-групе и К-групе. Дескриптивна статистика приказана је у табели 45.

	95% интервал поверења	5% побољшана вредност	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка	Медијан	Интерквартил
експериментална	42.31-49.47	46.47	45.89	16.29	1.80	48.00	27.00
контролна	38.67-44.40	41.56	41.54	12.88	1.44	42.00	18.00

Табела 45. Приказ дескриптивне статистике

Резултати нашег истраживања показали су да је експериментална група ученика постигла бољи успех од контролне када су у питању постигнућа на тесту опште математичке креативности (TCT-DP), на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б), и то нарочито када се ради о проблемима отвореног типа, али и када се ради о појединачним компонентама креативног мишљења (флуентност, флексибилност и елаборација). Једино, када је у питању оригиналност није нађена статистички значајна разлика без обзира на чињеницу да су ученици Е-групе у просеку и у овој компоненти показали боље резултате од ученика К-групе.

Резултати финалног тестирања потврђују већу ефикасност наставе засноване на методи отвореног приступа у односу на традиционалну наставу и сагласни су са резултатима неких других истраживања (Kwon, Park, Park, 2006; Maker, Jo, 2011; Lee S.Y., 2011). Програм је ефективан у подстицању флуентности, флексибилности и елаборације. Када је у питању оригиналност, претпостављамо да један од разлога зашто није било статистички значајне разлике може бити недовољно трајање експерименталног програма и да је за сагледавање његовог утицаја на оригиналност потребан дужи временски период.

Као што смо већ поменули у теоријском делу истраживања, до сличних резултата дошли су и Квон, Парк и Парк (Kwon, Park, Park, 2006). Наиме, они су испитивали утицај решавања проблема отвореног типа на развој појединих компоненти дивергентног мишљења математичке креативности ученика седмог разреда (флуентност, флексибилност и оригиналност). Показали су да је њихов експериментални програм, који је користио методу отвореног приступа, имао позитиван ефекат на све три компоненте. Сличне резултате добили су и Мејкер и Џо (Maker., Jo, 2011) применом свог DISCOVER курикулум модела (који је осим коришћења проблема различитог типа из матрице проблемског континума подразумевао и укључивање доменски специфичних интелигенција). Ли (Lee, 2011) је уочила боље резултате ученика осмог разреда поводом вештина решавања математичких проблема након примене модела наставе који је користио проблеме са више алтернативних начина доласка до решења. Ипак, разлика у резултатима предтеста и посттеста није била статистички значајна.

Ученици експерименталне групе нашег истраживања остварили су боље резултате од ученика контролне групе и на тесту знања. Штавише, постоји и разлика у квалитету и обиму знања. Одговори ученика Е-групе на посттесту су садржајнији, опширнији, већи је број ученика који образлажу своја решења, покушавају да реше задатак на више начина. Сматрамо да експериментални програм развијен у оквиру истраживања може бити користан ресурс учитељима у покушају да се подстакне и развије креативност ученика у почетној настави математике. Мишљења смо да коришћење методе отвореног приступа у настави математике на начин који сугерише наш рад може да буде важно полазиште у настојању да се почетна настава математике унапреди и усмери ка развијању и подстицању креативности.

3.2.3 УТИЦАЈ ПОЛА УЧЕНИКА НА РЕЗУЛТАТЕ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ПРОГРАМА

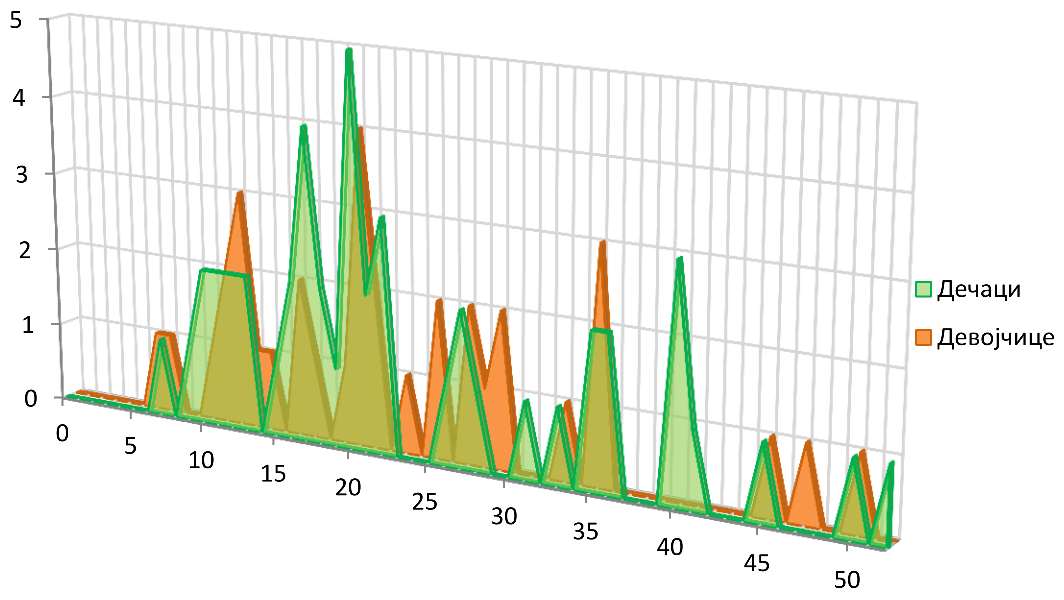
Обзиром да је једна од хипотеза била да развој математичких креативних способности не зависи од пола ученика, на иницијалном тестирању испитали смо уједначеност групе дечака и девојчица унутар Е-групе по више ставки: Равенове прогресивне матрице, Урбан-Јеленов тест, тест креативног решавања математичких проблема, тест знања.

РЕЗУЛТАТИ ИНИЦИЈАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УНУТАР Е-ГРУПЕ У ОДНОСУ НА ПОЛ УЧЕНИКА

Урбан-Јеленов тест

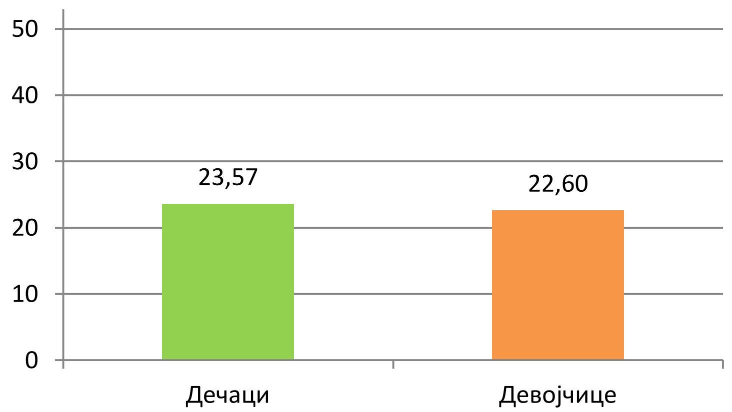
На почетку истраживања испитали смо да ли су група дечака и девојчица Е-групе уједначене по резултатима на иницијалном Урбан-Јеленовом тесту. Након обраде података дошли смо до прерасподеле бодова по полу ученика која је дата на слици 50.

Укупан број бодова остварен на тесту представљен је на хоризонталној оси, а број ученика који су остварили тај број бодова дат је на вертикалној оси.



Слика 50. Приказ резултата иницијалног тестирања Урбан-Јеленовим тестом по броју освојених бодова

Дечаци су постигли нешто више резултате од девојчица на Урбан-Јеленовом тесту креативности. графички приказ просечног броја бодова ученика обе групе приказан је слици 51.



Слика 51. Приказ просечног броја бодова дечака и девојчица на Урбан-Јеленовом тесту

Тестирањем нормалности расподеле резултата остварених на Урбан Јеленовом тесту дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у табели 46.

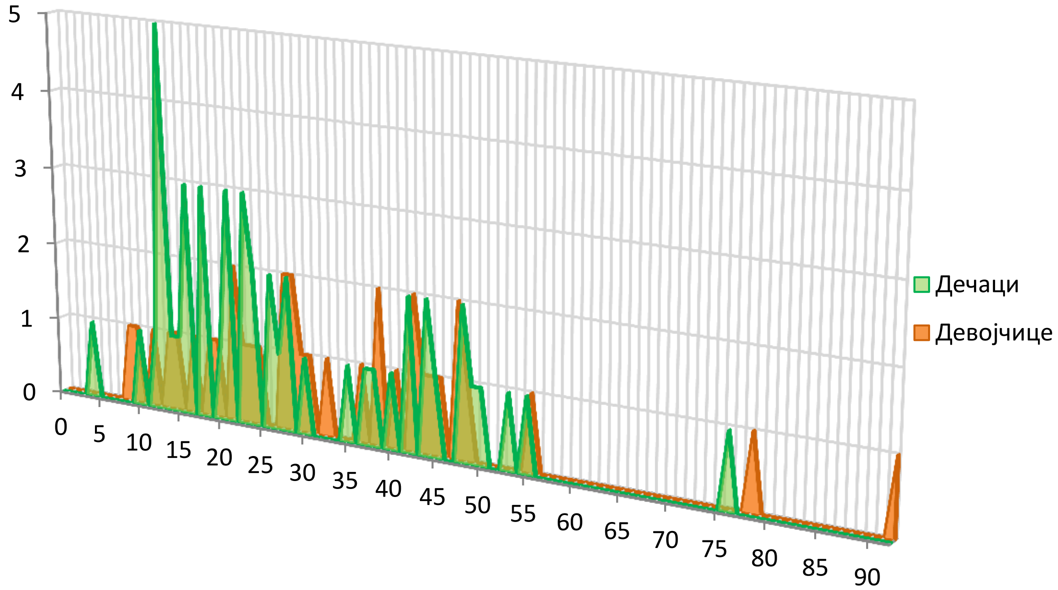
	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.922	0.004	42.17	791.000	-0.296	0.767
девојчице	0.940	0.058	40.60			

Табела 46. Статистички приказ резултата на Урбан-Јеленовом тесту

Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за дечаке 0,004, а за девојчице 0,058, следи да дечаци немају имају, а девојчице имају нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је $p=0{,}767$ ($p>0{,}05$), па можемо тврдити да не постоји статистичка значајна разлика између резултата на Урбан-Јеленовом тесту између дечака ($M_1=23{,}57$, $Mdn_1=20{,}00$) и девојчица групе ($M_2=22{,}60$, $Mdn_2=20{,}00$) Е-групе. Стога, можемо сматрати да су дечаци и девојчице у овом погледу уједначени.

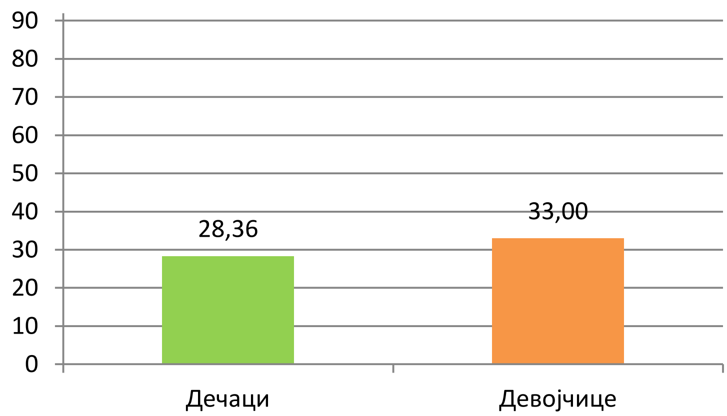
Успех на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-А)

Након обраде података дошли смо до прерасподеле бодова по полу ученика која је дата на слици 52. Укупан број бодова остварен на тесту представљен је на хоризонталној оси, а број ученика који су остварили тај број бодова дат је на вертикалној оси.



Слика 52. Приказ резултата иницијалног тестирања тестом ТКРМП-А по броју освојених бодова

Просечан број бодова које су оствариле девојчице 33,00 је већи од броја бодова које су остварили дечаци 28,36. Графички приказ дат је на слици 53.



Слика 53. Приказ просечног броја бодова дечака и девојчица на тесту ТКРМП-А

Тестирањем нормалности расподеле укупног броја бодова остварених на тесту ТКРМП-А дечака и девојчица Е-групе добили смо следеће резултате (табела 47).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.923	0.004	38.84	697.500	-1.173	0.241
девојчице	0.903	0.005	45.07			

Табела 47. Статистички приказ резултата на тесту ТКРМП-А

Пошто је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за обе групе ученика мања од 0,05 (за Е-групу је 0,004, а за К-групу 0,005), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. На основу резултата Ман-Витнијевог теста утврђено је да је p=0,241 (p>0,05), чиме је потврђена нулта хипотеза. Односно, не постоји статистичка значајна разлика између резултата на тесту креативног решавања математичких проблема дечака (M_1=28,36, Mdn_1=24,00) и девојчица (M_2=33,00, Mdn_2=29,00) Е-групе. Групе можемо у овом погледу сматрати уједначеним.

Успех на задацима затвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на тесту ТКРМП-А за проблеме затвореног типа дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 48).

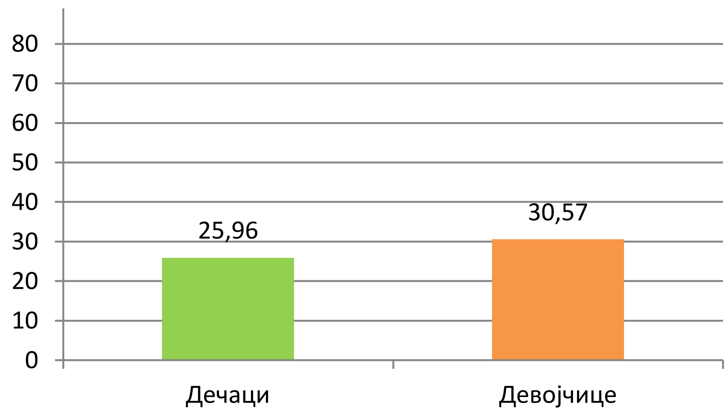
	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.744	0.000	40.54	777.500	-0.470	0.638
девојчице	0.722	0.000	42.79			

Табела 48. Статистички приказ резултата на задацима затвореног типа

Обзиром да је сигнификантност добијена Шапиро-Вилковим тестом за обе групе 0,000 (p<0,05) следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добијено је да је p=0,638 (p>0,05), па можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између бодова остварених на задацима затвореног типа на тесту креативног решавања математичких проблема између дечака (M_1=2,40, Mdn_1=2,00) и девојчица (M_2=2,43, Mdn_2=3,00) Е-групе. Групе се могу сматрати уједначеним у овом погледу.

Успех на задацима отвореног типа

Девојчице су постигле нешто више резултате од дечака када су у питању задаци отвореног типа (трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак) на тесту ТКРМП-А. Просечан број бодова ученика графички је приказан на слици 54.



Слика 54. Приказ просечног броја бодова дечака и девојчица на задацима отвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле укупног броја бодова остварених на тесту ТКРМП-А за проблеме отвореног типа дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 49).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.924	0.004	38.90	700.500	-1.144	0.252
девојчице	0.899	0.004	44.99			

Табела 49. Статистички приказ резултата на задацима отвореног типа

Обзиром да је сигнификантност добијена Шапиро-Вилковим тестом за обе групе 0,004 следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добијено је да је p=0,252 (p>0,05), па можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између бодова остварених на задацима отвореног типа између дечака (M_1=25,96, Mdn_1=21,00) и девојчица (M_2=30,57, Mdn_2=26,00) Е-групе.

Успех по појединачним компонентама креативног мишљења

- ***Флуентност -***

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту креативног решавања математичких проблема за компоненту флуентност дечака и девојчица Е- групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 50).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.936	0.013	39.55	731.000	-0.859	0.390
девојчице	0.943	0.071	44.11			

Табела 50. Статистички приказ резултата добијених за флуентност

С обзиром да је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за дечаке 0,013, а за девојчице 0,071, следи да група дечака нема, а група девојчица има нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,390 (p>0,05), па можемо тврдити да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флуентности на тесту ТКРМП-А дечака (M_1=13,55, Mdn_1=12,00) и девојчица (M_2=15,03, Mdn_2=13,00) Е-групе. Стога, можемо сматрати да су групе у овом погледу уједначене.

- ***Флексибилност -***

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту креативног решавања математичких проблема за компоненту флексибилност дечака и девојчица Е- групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 51).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.949	0.040	39.78	741.500	-0.762	0.446
девојчице	0.906	0.006	43.81			

Табела 51. Статистички приказ резултата добијених за флексибилност

Како је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за групу дечака 0,040, а за групу девојчица 0,006, следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,446 (p>0,05), чиме смо установили да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флексибилности на тесту ТКРМП-А дечака (M_1=8,94, Mdn_1=8,00) и девојчица (M_2=10,06, Mdn_2=10,00) Е-групе. Групе се, према томе, могу сматрати уједначеним у овом погледу.

- ***Оригиналност*** -

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту ТКРМП-А за компоненту оригиналност дечака и девојчица Е- групе дошли смо до резултата који су дати у табели 52.

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.505	0.000	37.95	655.500	-1.823	0.068
девојчице	0.565	0.000	46.27			

Табела 52. Статистички приказ резултата добијених за оригиналност

Пошто је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за обе групе 0,000 (p<0,005), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Ман-Витнијевим тестом добили смо да је p=0,068 (p>0,05), на основу чега можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену оригиналности на тесту ТКРМП-А дечака (M_1=0,56, Mdn_1=0,00) и девојчица (M_2=1,51, Mdn_2=0,00) Е-групе. Можемо рећи да су групе се у овом погледу уједначене.

- ***Елаборација -***

Тестирањем нормалности расподеле бодова добијених на тесту креативног решавања математичких проблема за компоненту елаборација дечака и девојчица Е- групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 53).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.852	0.000	38.39	676.500	-1.400	0.162
девојчице	0.894	0.003	45.67			

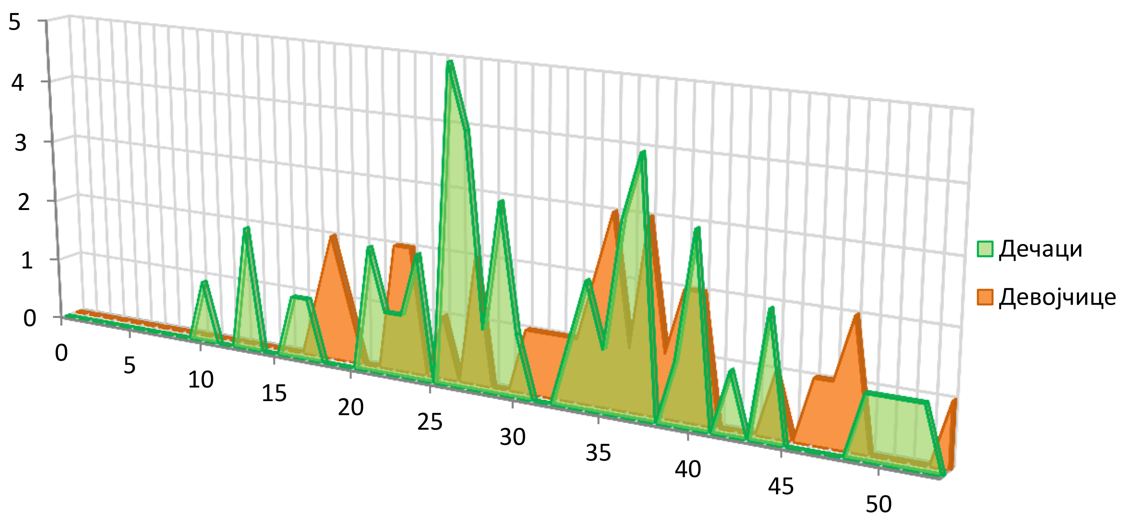
Табела 53. Статистички приказ резултата добијених за елаборацију

Обзиром да је сигнификантност која је добијена Шапиро-Вилковим тестом за обе групе мања од 0,005 (за групу дечака је 0,000, а за групу девојчица је 0,003), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Применом Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,162 (p>0,05), на основу чега можемо констатовати да не постоји статистичка значајна разлика између резултата по питању бодова за процену елаборације на тесту ТКРМП-А дечака (M_1=2,91, Mdn_1=2,00) и девојчица (M_2=3,97, Mdn_2=2,00) Е-групе. Групе се по овом питању могу сматрати уједначеним.

РЕЗУЛТАТИ ФИНАЛНОГ ТЕСТИРАЊА УНУТАР Е-ГРУПЕ У ОДНОСУ НА ПОЛ УЧЕНИКА

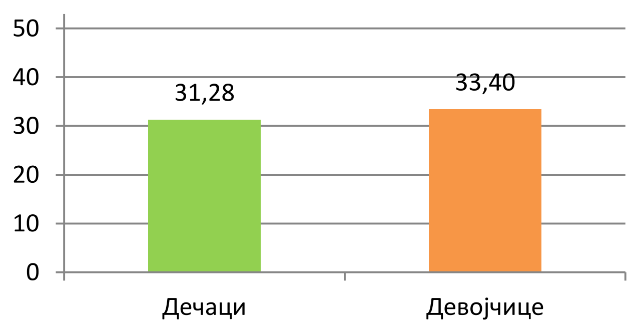
Урбан-Јеленов тест

После обраде података дошли смо до прерасподеле бодова по полу ученика (слици 55). Укупан број бодова остварен на тесту представљен је на хоризонталној оси, а број ученика који су остварили тај број бодова дат је на вертикалној оси.



Слика 55. Приказ резултата финалног тестирања Урбан Јеленовим тестом по броју освојених бодова

Девојчице су постигле нешто више резултате од дечака на Урбан-Јеленовом тесту креативности (посттест). Просечан број бодова дечака и девојчица Е-групе приказан је слици 56.



Слика 56. Приказ просечног броја бодова дечака и девојчица на Урбан-Јеленовом тесту

Тестирањем нормалности расподеле резултата добијених на Урбан Јеленовом тесту дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 54).

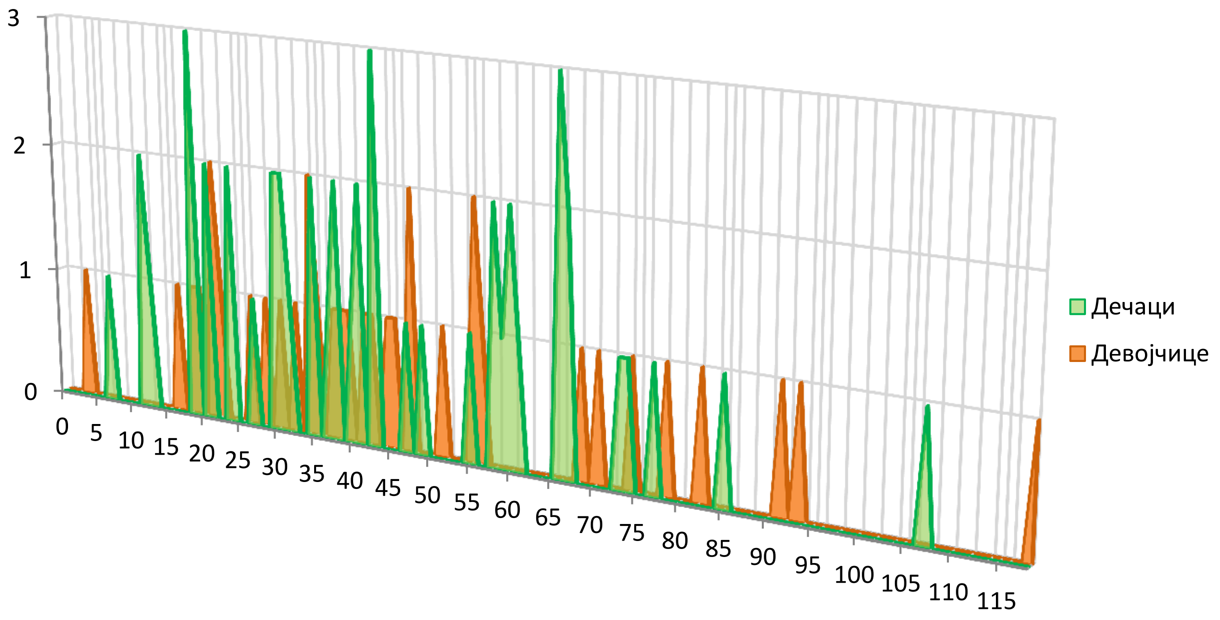
	Shapiro-Wilk тест нормалности		t-тест						
	Статистика	Sig.	t	df	Sig.	N	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка
Дечаци	0.979	0.564	-0.963	80	0.338	47	31.28	10.118	1.476
Девојчице	0.967	0.366				35	33.40	9.534	1.612

Табела 54. Статистички приказ резултата на Урбан-Јеленовом тесту

Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за дечаке 0,564, а за девојчице 0,366, следи да обе групе имају нормалну расподелу. Коришћењем t-теста добили смо да је p=0,338 (p>0,05), па можемо констатовати да не постоји статистички значајна разлика између резултата на Урбан-Јеленовом тесту између дечака (M_1=31,28, Mdn_1=29,00) и девојчица (M_2=33,40, Mdn_2=35,00) Е-групе.

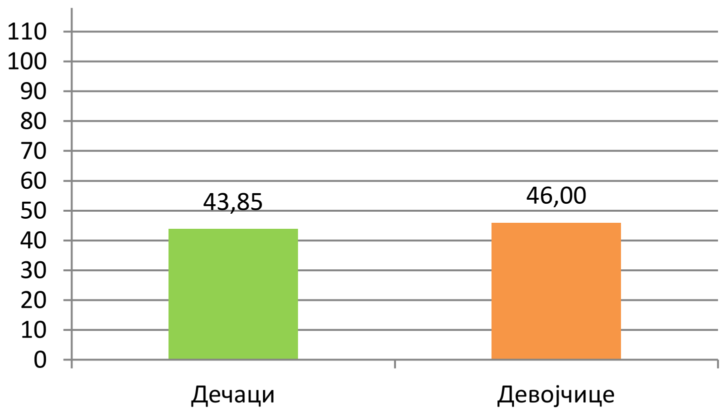
Успех на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б)

Прерасподела бодова дечака и девојчица Е-групе дата је на слици 57. Хоризонтална оса представља укупан број бодова остварен на тесту, а вертикална број ученика који су остварили тај број бодова.



Слика 57. Приказ резултата финалног тестирања тестом ТКРМП-Б по броју освојених бодова

Просечан број бодова који су оствариле девојчице 46,00 је већи од броја бодова које су остварили дечаци 43,85. Графички приказ дат је на слици 58.



Слика 58. Приказ просечног броја бодова дечака и девојчица на тесту ТКРМП-Б

Тестирањем нормалности расподеле укупних резултата добијених на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) девојчица и дечака Е-групе добили смо следеће резултате (табела 55).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		t-тест						
	Статистика	Sig.	t	df	Sig.	N	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка
Дечаци	0.966	0.194	-0.411	80	0.682	47	43.85	21.947	3.201
Девојчице	0.941	0.061				35	46.00	25.312	4.279

Табела 55. Статистички приказ резултата на тесту ТКРМП-Б

Пошто је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за обе групе ученика већа од 0,05 (за Е-групу је 0,194, а за К-групу 0,061), следи да обе групе имају нормалну расподелу. На основу резултата t-теста утврђено је да је p=0,682 (p>0,05), па можемо констатовати да не постоји статистички значајна разлика између резултата на тесту ТКРМП-Б дечака (M_1=43,85, Mdn_1=41,00) и девојчица (M_2=46,00, Mdn_2=41,00) Е-групе.

Успех на проблемима затвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле бодова постигнутих на тесту ТКРМП-Б за проблеме затвореног типа дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 56).

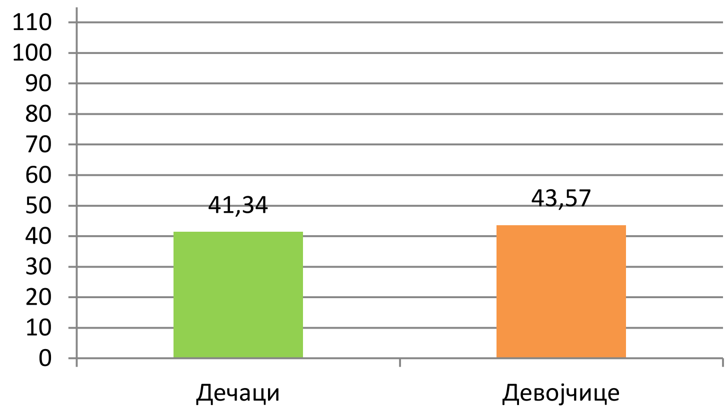
	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.692	0.000	41.81	808.000	-0.158	0.875
девојчице	0.698	0.000	41.09			

Табела 56. Статистички приказ резултата на задацима затвореног типа

Обзиром да је сигнификантност добијена Шапиро-Вилковим тестом за обе групе 0,000 (p<0,05) следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добијено је да је p=0,875 (p>0,05), па можемо констатовати да не постоји статистички значајна разлика између бодова остварених на задацима затвореног типа на тесту креативног решавања математичких проблема између дечака (M_1=2,51, Mdn_1=3,00) и девојчица (M_2=2,43, Mdn_2=3,00) Е-групе.

Успех на задацима отвореног типа

Девојчице су постигле нешто више резултате од дечака када су у питању задаци отвореног типа (трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак) на тесту ТКРМП-Б. Просечан број бодова ученика графички је приказан на слици 59.



Слика 59. Приказ просечног броја бодова дечака и девојчица на задацима отвореног типа

Тестирањем нормалности расподеле бодова остварених на тесту ТКРМП-Б за проблеме отвореног типа (трећи, четврти, пети, шести, седми и осми задатак) дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у табели 57.

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.964	0.156	40.87	793.000	-0.277	0.782
девојчице	0.936	0.044	42.34			

Табела 57. Статистички приказ резултата на задацима отвореног типа

С обзиром да је сигнификантност добијена Шапиро-Вилковим тестом за групу дечака 0,156, а за групу девојчица 0,044, следи да група дечака има, а група девојчица нема нормалну расподелу. Коришћењем Ман-Витнијевог теста добијено је да је p=0,782

($p>0{,}05$), чиме је нулта хипотеза потврђена. Између бодова остварених на задацима отвореног типа на тесту креативног решавања математичких проблема дечака ($M_1=41{,}34$, $Mdn_1=38{,}00$) и девојчица ($M_2=43{,}57$, $Mdn_2=38{,}00$) Е-групе не постоји статистички значајна разлика.

Успех по појединачним компонентама креативног мишљења

- ***Флуентност -***

Тестирањем нормалности расподеле бодова постигнутих на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) за компоненту флуентност дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су приказани у следећој табели (табела 58).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		t-тест						
	Статистика	Sig.	t	df	Sig.	N	Аритметичка средина	Стандрадна девијација	Стандрадна грешка
Дечаци	0.955	0.071	-0.380	80	0.705	47	20.28	10.870	1.586
Девојчице	0.944	0.073				35	21.23	11.707	1.979

Табела 58. Статистички приказ резултата добијених за флуентност

Обзиром да је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за обе групе већа од 0,05 следи да обе групе имају нормалну расподелу. Коришћењем t-теста добили смо да је $p=0{,}705$ ($p>0{,}05$), па можемо закључити да не постоји статистички значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флуентности на тесту ТКРМП-Б дечака ($M_1=20{,}28$, $Mdn_1=18{,}00$) и девојчица ($M_2=21{,}23$, $Mdn_2=19{,}00$) Е-групе.

- ***Флексибилност -***

Тестирањем нормалности расподеле бодова остварених на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) за компоненту флексибилност дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у табели 59.

	Shapiro-Wilk тест нормалности		t-тест						
	Статистика	Sig.	t	df	Sig.	N	Аритметичка средина	Стандардна девијација	Стандардна грешка
Дечаци	0.953	0.055	-0.355	80	0.724	47	12.47	6.167	0.900
Девојчице	0.945	0.077				35	12.97	6.604	1.116

Табела 59. Статистички приказ резултата добијених за флексибилност

Како је сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за обе групе већа од 0,05 (за групу дечака је 0,055, а за групу девојчица 0,077), следи да обе групе имају нормалну расподелу. Коришћењем t-теста добили смо да је p=0,724 (p>0,05), па можемо закључити да не постоји статистички значајна разлика између резултата по питању бодова за процену флексибилности на тесту ТКРМП-Б дечака (M_1=12,47, Mdn_1=12,00) и девојчица (M_2=12,97, Mdn_2=11,00) Е-групе.

- ***Оригиналност*** **-**

Тестирањем нормалности расподеле бодова остварених на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) за компоненту оригиналност дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 60).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.739	0.000	40.34	768.000	-0.535	0.593
девојчице	0.652	0.000	43.06			

Табела 60. Статистички приказ резултата добијених за оригиналност

Сигнификантност коју смо добили Шапиро-Вилковим тестом за обе групе је 0,000 (p<0,005), одакле следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Ман-Витнијевим тестом добили смо да је p=0,593 (p>0,05), на основу чега можемо констатовати да не постоји статистички значајна разлика између резултата по питању бодова за процену оригиналности на тесту ТКРМП-А) дечака (M_1=1,74, Mdn_1=1,00) и девојчица (M_2=2,51, Mdn_2=1,00) Е-групе.

- ***Елаборација -***

Тестирањем нормалности расподеле бодова постигнутих на тесту креативног решавања математичких проблема (ТКРМП-Б) за компоненту елаборација дечака и девојчица Е-групе дошли смо до резултата који су дати у следећој табели (табела 61).

	Shapiro-Wilk тест нормалности		Mann-Whitney тест			
	Статистика	Sig.	Средња вредност рангова	U	Z	Sig.
дечаци	0.918	0.003	41.06	802.000	-0.193	0.847
девојчице	0.936	0.043	42.09			

Табела 61. Статистички приказ резултата добијених за елаборацију

Пошто је сигнификантност која је добијена Шапиро-Вилковим тестом за обе групе мања од 0,005 (за групу дечака је 0,003, а за групу девојчица је 0,043), следи да ниједна од група нема нормалну расподелу. Применом Ман-Витнијевог теста добили смо да је p=0,847 (p>0,05), чиме смо потврдили нулту хипотезу. Односно, утврдили смо да не постоји статистички значајна разлика између резултата по питању бодова за процену елаборације на тесту ТКРМП-Б дечака (M_1=6,85, Mdn_1=5,00) и девојчица (M_2=6,86, Mdn_2=6,00) Е-групе.

Наша хипотеза да не постоји повезаност између пола ученика и развијености креативног мишљења и способности је потврђена. Резултати ученика експерименталне групе показују да не постоји статистичка значајна разлика у резултатима дечака и девојчица на Урбан-Јеленовом тесту креативности, као ни на тесту креативног решавања математичких проблема ТКРМП, односно поводом развијености опште и математичке креативности. Такође, није утврђена ни статистичка значајна разлика у постигнућу на задацима затвореног, ни отвореног типа, као ни када су у питању бодови за појединачне компоненте креативног мишљења. Можемо констатовати да је наш експериментални програм независан од полне структуре ученике.

3.2.4 РЕЗУЛТАТИ АНКЕТИРАЊА УЧЕНИКА

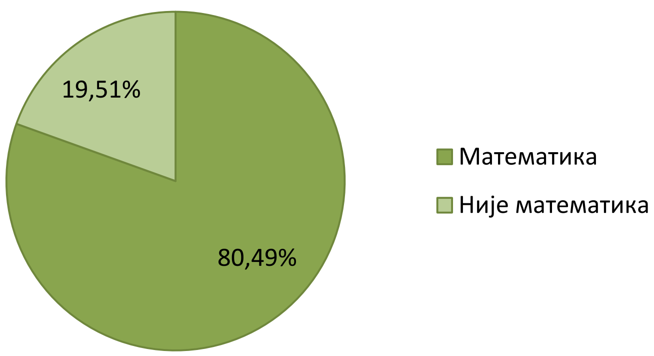
Ученици Е-групе су анкетирани на почетку и на крају истраживања. Желели смо да испитамо да ли је наш експериментални програм имао утицај на став ученика, њихово интересовање и ниво мотивације за учење математике.

РЕЗУЛТАТИ ПРВОГ АНКЕТИРАЊА

Прва анкета састојала се од 6 питања. Питања су била отвореног, затвореног и комбинованог типа. Нека питања су поновљена у другој анкети.

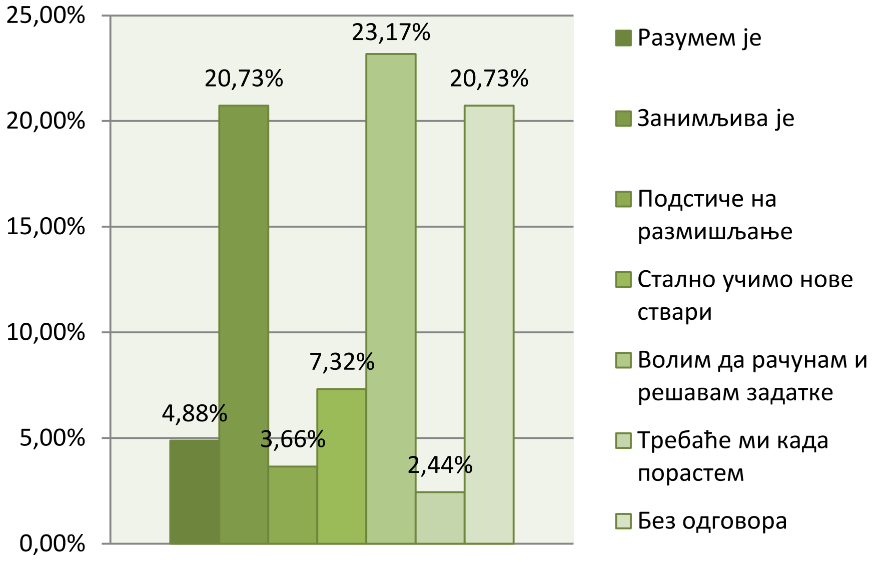
ПИТАЊЕ 1. Наведи називе три омиљена предмета које учиш у школи.

На ово питање одговорили су сви ученици. Од укупног броја ученика 80,49% издвојило је математику као један од три омиљена предмета, док је 19,51% навело остале предмете (слика 60). Сматрамо да је овај податак охрабрујући, односно указује на то да учитељи развијају љубав према предмету код ученика. Будући да се у старијим разредима смањује број ученика који воле математику, ово указује да постоји неки пресудан тренутак од кога се поменута ситуација мења, односно проценат ученика који воле математику почиње да опада. Желели смо да сазнамо разлоге због којих ученици издвајају математику као омиљен, односно неомиљен предмет.



Слика 60. Приказ одговора ученика на питање бр. 1

Сви одговори ученика разврстани су у неколико категорија и њихова дистрибуција приказана је на слици 61. Неки ученици су давали и по више одговора на ово питање, а приказан је проценат у односу на укупан број ученика експерименталне групе. На овај део питања није одговорило 20,73% ученика.



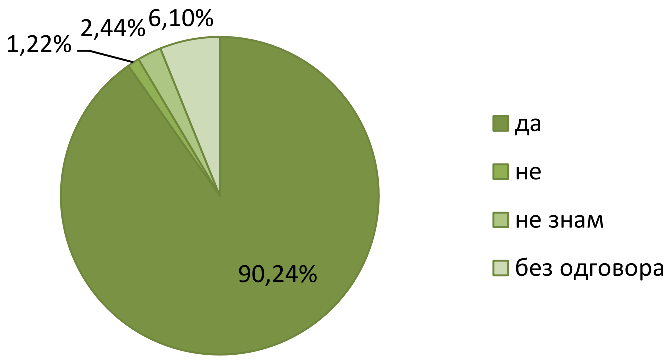
Слика 61. Дистрибуција одговора ученика

Највећи проценат укупног броја ученика одговара да им је математика један од омиљених предмета зато што воле да рачунају и решавају математичке задатке (23,17%) и зато што им је занимљива (20,73%). Нешто мањи проценат даје одговоре попут: „волим математику јер стално учимо нове ствари“ (7,32%), „разумем је“ (4,88%), „подстиче на размишљање“ (3,66%) и „требаће ми када порастем“ (2,44%).

Када су у питању ученици којима математика није један од омиљених предмета, 4,88% у односу на укупан број ученика одговорило је да је тешка, 3,66% да се превише учи, а 7,32% није навело никакво образложење.

ПИТАЊЕ 2. Да ли је важно учити математику? Зашто?

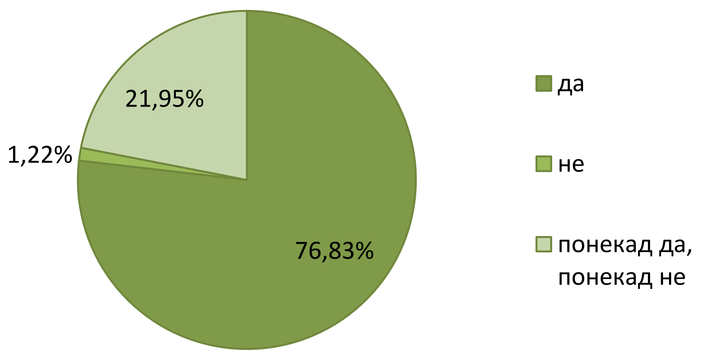
Потврдно је одговорило 90,24% ученика, негативно 1,22%, а 2,44% са „не знам“, док 6,10% ученика није одговорило на питање (слика 62).



Слика 62. Приказ одговора ученика на питање бр. 2

Од ученика смо тражили да објасне зашто сматрају да је важно учити математику. Образложење није дало 32,93% ученика. Највећи проценат укупног броја ученика као разлог зашто је битно учити математику одговара да им је потребна за свакодневни живот и посао (31,71%), да им треба када купују у продавници одговара 20,73% и да им је потребна за даље школовање сматра 4,88%.

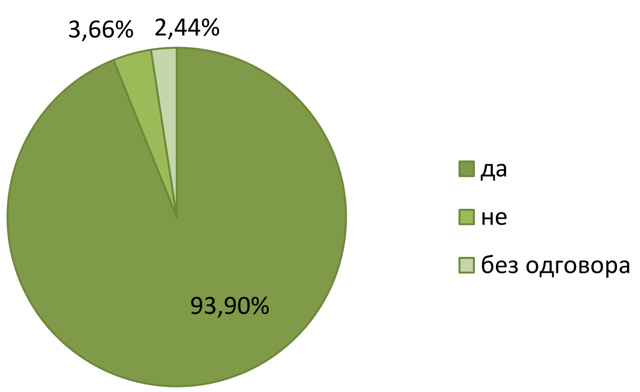
ПИТАЊЕ 3. Да ли су ти часови математике занимљиви?



Слика 63. Приказ одговора ученика на питање бр. 3

Већина ученика, односно 76,83%, одговара да су им часови математике занимљиви, 21,95% ученика даје одговор да су им часови понекад занимљиви, а понекад нису и само 1,22% одговара негативно (слика 63). Сматрамо да је оваква ситуација задовољавајућа, да учитељи успевају да одрже мотивацију и интересовање ученика за математику на завидном нивоу.

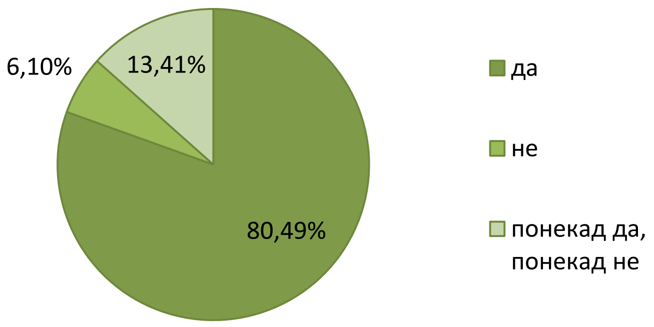
ПИТАЊЕ 4. Да ли волиш да решаваш занимљиве математичке задатке?



Слика 64. Приказ одговора ученика на питање бр. 4

Интересантан податак је да чак 93,90% ученика одговара да воли да решава занимљиве математичке задатке (слика 64). С обзиром да је у претходном питању мањи проценат ученика (76,83%) одговорио да су им часови математике занимљиви, ово указује да треба увести још неке елементе занимљиве математике (конкретне предлоге дали су сами ученици приликом одговарања на питање број 6).

ПИТАЊЕ 5. Да ли волиш да решаваш задатке које добијаш за домаћи из математике?

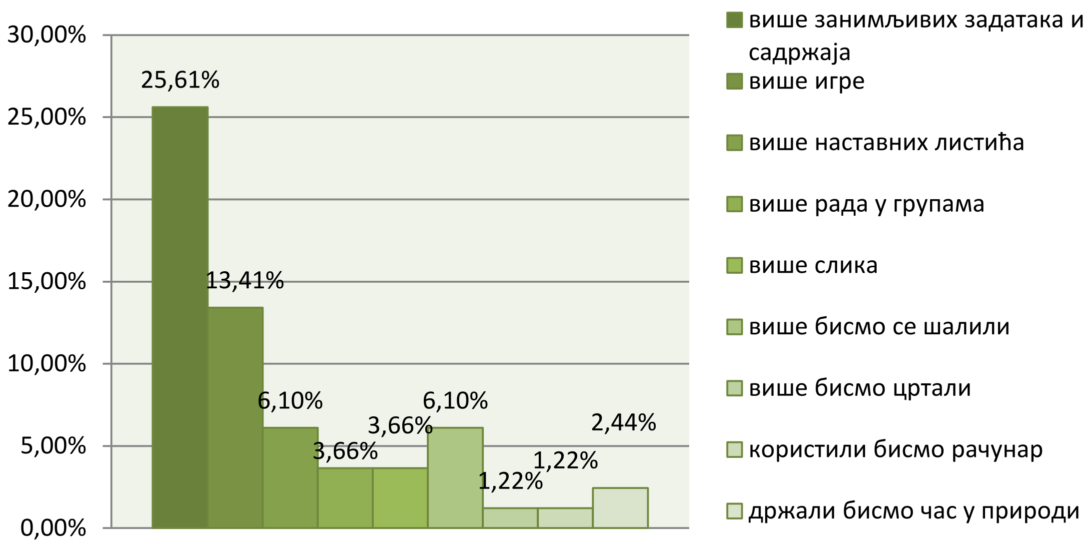


Слика 65. Приказ одговора ученика на питање бр. 5

Највећи проценат укупног броја ученика воли да решава задатке које добија за домаћи (80,49%), да понекад воле, а понекад не воле одговара 13,41%, и 6,10% ученика не воли да решава задатке које добија за домаћи (слика 65).

ПИТАЊЕ 6. Шта би ти променио/променила на часовима математике када би био/била учитељ/учитељица?

На ово питање одговорило је 63,41% укупног броја ученика. Њихове одговоре разврстали смо у неколико категорија и приказали их на слици 66.



Слика 66. Дистрибуција одговора ученика на питање бр. 6

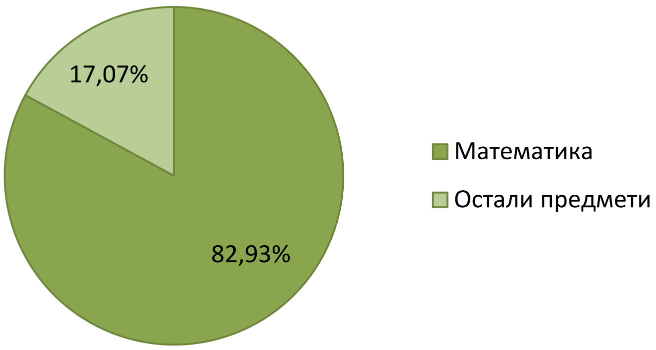
Највећи проценат ученика би увео више занимљивих садржаја и задатака (25,61%) и више „игре“ (13,41%). Ово је у складу са одговорима на питања број 3 и 4. Мањи проценат ученика би на часовима математике користио већи број наставних листића (6,10%), више хумора (6,10%), више групног облика рада (3,66%) и користио би већи број слика и илустрација (3,66%).

РЕЗУЛТАТИ ДРУГОГ АНКЕТИРАЊА

Друга анкета садржала је 7 питања, која су била отвореног, затвореног и комбинованог типа. Ученицима су поново постављена два питања из прве анкете (питање број 1 и питање број 7). Желели смо да испитамо да ли је дошло до неке промене у ставовима ученика.

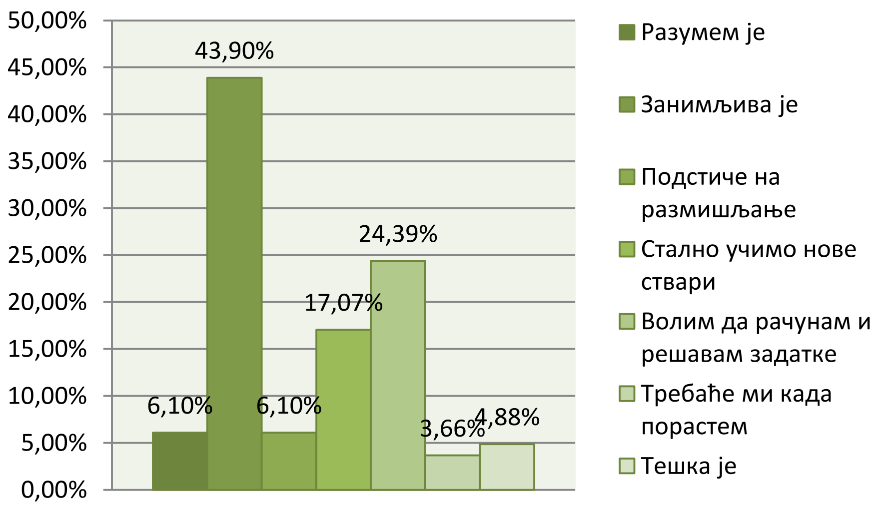
ПИТАЊЕ 1. Наведи називе три омиљена предмета које учиш у школи.

На ово питање одговорили су сви ученици. Дистрибуција одговора ученика на основу тога да ли су ученици навели математику као један од омиљених предмета дата је на слици 67.



Слика 67. Приказ одговора ученика на питање бр. 1

Број ученика који су математику издвојили као омиљен предмет нешто је већи у односу на период пре почетка истраживања. Ученицима је, као и у првој анкети, постављено и додатно питање зашто је математика један од њихових омиљених предмета. Сви одговори ученика разврстани су у неколико категорија и њихова дистрибуција приказана је на слици 68. Неки од ученика су давали по више одговора на ово питање, а приказан је проценат у односу на укупан број ученика експерименталне групе.



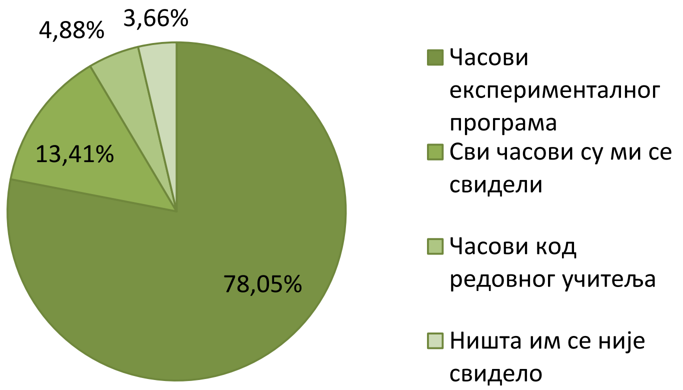
Слика 68. Дистрибуција одговора ученика

Ако упоредимо са одговорима из прве анкете, можемо уочити да је знатно већи проценат ученика који наставу математике описују као занимљиву 43,90% (на првом анкетирању овако је одговорило 20,73% ученика). Проценат ученика који као разлог зашто им је математика један од омиљених предмета одговарају да воле да рачунају и решавају математичке задатке (24,39%) сличан је као у првом анкетирању (23,17%). Већи је и проценат оних који одговарају да воле математику јер стално уче нове ствари (17,07%), јер је разумеју (6,10%), јер подстиче на размишљање (6,10%). Мање од 5% укупног броја ученика даје и следеће одговоре: „математика ми је омиљен предмет јер је тешка" (4,88%) и „требаће ми када порастем" (3,66%).

Када су у питању ученици којима математика није један од омиљених предмета, 3,66% у односу на укупан број ученика одговорило је да је тешка, мање од 2% да се превише учи и да не воле да рачунају. Одговор није дало 4,88% ученика.

ПИТАЊЕ 2. Шта ти се највише свидело и шта ти је било најзанимљивије на часовима математике ове године?

Питање је било отвореног типа, тако да су одговори ученика сврстани у неколико категорија. Посматрано у односу на укупан број ученика, 78,05% је издвојило часове експерименталног програма, 13,41% је одговорило да су им се сви часови свиђали, 4,88% је навело садржаје који су остварени на часовима које је држао учитељ, а 3,66% ученика је одговорило да им се ништа није свидело (слика 69).

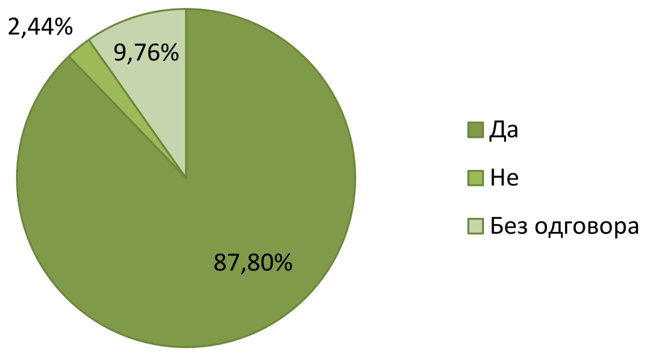


Слика 69. Приказ одговора ученика на питање бр. 2

Интересантно је да је од ученика који су одговорили да им математика није омиљен предмет 42,86% одговорило да су им се од свих математичких садржаја највише свидели часови експерименталног програма.

ПИТАЊЕ 3. Да ли су ти се свидели часови математике које ти је одржала наставница математике (аутор истраживања)?

Потврдно је одговорило 87,80% ученика, 2,44% ученика су одговорила негативно, а 9,76% ученика није одговорило на ово питање (слика 70).

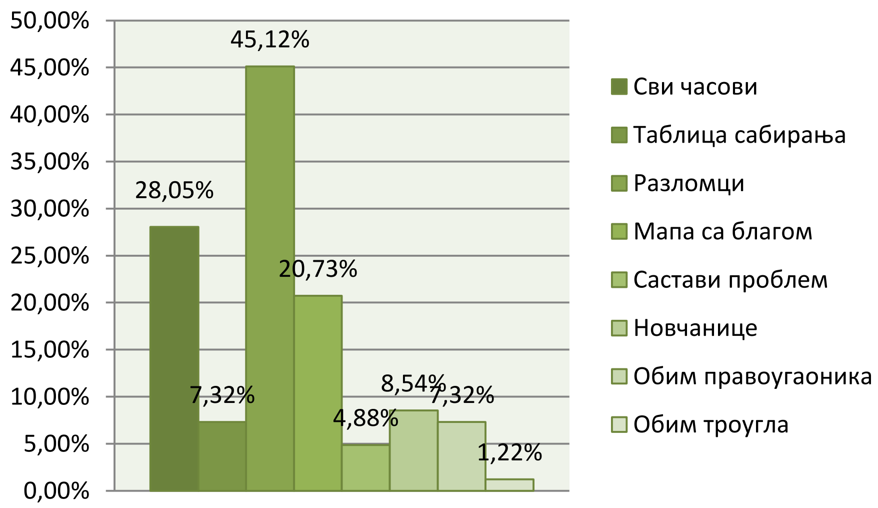


Слика 70. Приказ одговора ученика на питање бр. 3

Занимљив је податак да је 50% ученика којима математика није један од омиљених предмета одговорило да су им се свиђали часови које је одржао аутор истраживања, јер су, како су они образложили, били занимљиви.

ПИТАЊЕ 4. Шта ти се највише свидело на часовима математике које ти је одржала наставница?

Одговори ученика дати су на слици 71. Треба напоменути да су ученици због отворености питања понекад наводили по више наставних активности као омиљене.



Слика 71. Приказ одговора ученика на питање бр. 4

Зашто? Сви одговори ученика су разврстани у неколико категорија. Највећи проценат ученика је одговорио да су им се часови свиђали јер су били веома занимљиви 53,66%. Да су им се часови свидели јер су објашњења била добра и све су разумели одговорило је 9,76% ученика, исти проценат као разлог наводи то што је предавач користио савремену технологију (рачунар и пројектор), а 7,32% ученика образлаже то тиме што се користио велики број слика и апликација. Мање од 4% ученика наводи и следеће: свидело ми се то што су задаци били сложени и тешки; допало ми се јер смо учили кроз игру; користили смо велики број наставних листића и радили смо у групи.

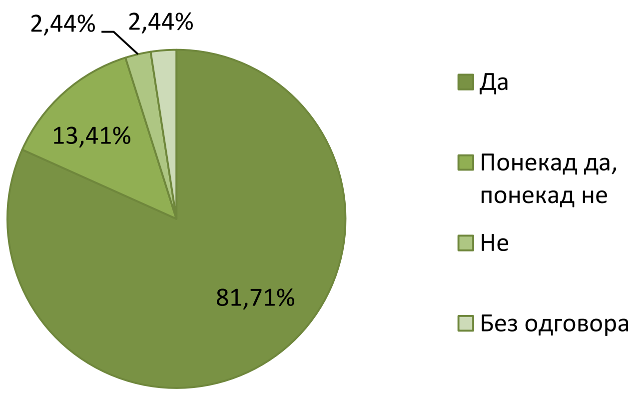
ПИТАЊЕ 5. Шта ти се најмање допало на часовима математике које ти је одржала наставница?

На ово питање 93,90% ученика је одговорило са „све ми се допало“, док је 6,10% ученика навело три активности које им се нису допале. Међу ове три активности 3,66% ученика је навело „Разломци“, а 1,22% одговара да су то били часови на којима су се радили задаци са обимом и запремином течности. На захтев да образложе свој одговор, 3,66% ученика одговорило је да је тешко.

Интересантно је уочити да већина ученика која није одговорила на питање 3, на питање 5 одговара да су им се свидели сви часови експерименталног програма.

ПИТАЊЕ 6. Да ли су ти се свиђали домаћи задаци које ти је давала наставница?

Са „да“ је одговорило 81,71% ученика, 13,41% ученика је одговорило „понекад да, понекад не“, а 2,44% ученика су одговорила са „не“ (слика 72). На питање није одговорило 2,44% ученика. Видимо да је став ученика према домаћим задацима сличан као према задацима које добијају за домаћи од свог учитеља.



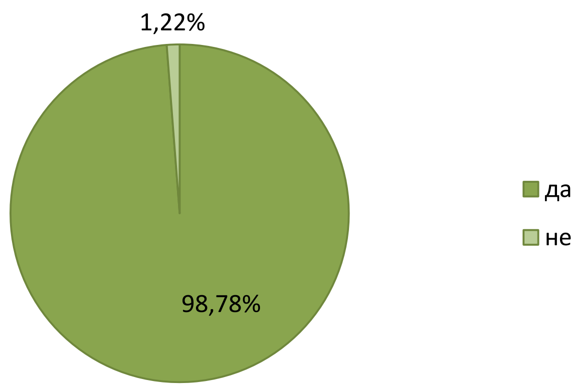
Слика 72. Приказ одговора ученика на питање бр. 6

Ученици који су одговорили да су им се свиђали домаћи задаци образложили су то дајући одговоре попут: „занимљиви су“ (46,34%), „могли смо да решавамо задатке на свој начин“ (6,10%), „тешки су“ (4,88%), „лаки су“ (4,88%), „подстичу на размишљање“ (4,88%).

Ученици који су одговорили негативно као разлог наводе да им задаци за домаћи нису били занимљиви. Од 13,41% ученика који су одговорили са „понекад да, понекад не“ мањи проценат је као образложење навео да им нису сви задаци били интересантни и да је било потребно много рачунати. Интересантан је податак да је 35,71% ученика којима математика није један од омиљених предмета одговорило да су им се свиђали домаћи задаци.

ПИТАЊЕ 7. Да ли је важно учити математику? Зашто?

На ово питање су одговорили сви ученици (слика 73). Потврдно је одговорило 98,78% ученика, што је више у односу на резултате прве анкете (90,24%). Знатно већи проценат ученика (73,17%) као образложење зашто је важно учити математику одговара да им је потребна за свакодневни живот и посао (код првог анкетирања овако је одговорило 31,71% ученика), а мањи проценат као образложење наводи да им је потребна када купују у продавници (9,76%) и да им треба за даље школовање (6,10%). Образложење није дало 17,07% ученика.



Слика 73. Приказ одговора ученика на питање бр. 7

На основу резултата анкетирања ученика можемо уочити позитивне ефекте експерименталног програма на ставове, интересовања и мотивацију ученика. Охрабрујуће је што већи проценат ученика одговара да су им часови занимљиви и реагује позитивно на наставне активности (23,17% више него у првом анкетирању). У односу на резултате првог анкетирања већи је и проценат ученика који сматрају да је важно учити математику (за 8,54% више ученика), а порастао је и проценат одговора на питање зашто је то важно, као и квалитет самих одговора. Као позитиван ефекат можемо нагласити и чињеницу да су часови експерименталног програма били занимљиви и ученицима којима математика није један од омиљених предмета.

3.2.5 РЕЗУЛТАТИ АНКЕТИРАЊА УЧИТЕЉА

Настава као систем представља једно широко дидактичко и методичко подручје, које подразумева активно, самостално и креативно учешће ученика у свим фазама наставног процеса. Међутим, упркос томе, у пракси још увек преовладава традиционална настава у којој се улога наставника пренаглашава, а ученик је у позицији објекта. Још увек доминира фронтални облик рада и монолошка метода, сама комуникација између ученика и наставника је једносмерна, док повратна информација о постигнућима ученика најчешће изостаје. Основни циљ процеса учења према традиционалном гледишту јесте богаћење или гомилање знања, при чему се количина чињеница и података које би ученици требало да усвоје повећава из дана у дан. Насупрот овом становишту, конструктивистичка теорија сазнања заступа уверење да се процес учења одвија тако што ученици активно граде или конструишу знање, приликом чега се активирају дивергентни процеси мишљења (Шевкушић, 2006). Ово је разлог зашто се у настави приступа одабиру оних облика рада, наставних метода и система који стварају услове за максималан развој мишљења и способности деце. Ученици до знања могу доћи на најразличитије начине, али ће најквалитетнија бити знања стечена самосталним сазнајним напорима. У складу са овим јављају се бројни иновативни модели у настави, чији је циљ стављање ученика у положај активног субјекта, истраживача, сарадника, једног од креатора наставног процеса и корисника најразноврснијих извора информација. Један од таквих наставних модела јесте и модел отворене наставе који се заснива на примени методе отвореног приступа.

Према нашим досадашњим сазнањима, модел отворене наставе се не примењује у основним школама у Србији. Овом анкетом смо, ипак, желели да испитамо да ли су учитељи упознати са појмом такве наставе, односно са методом отвореног приступа, типом математичких проблема који се користе у оквиру ове наставе и да ли овакве проблеме користе у свом раду на часовима математике. Такође, намера нам је била да испитамо ставове и мишљења учитеља о могућностима развијања креативности у настави математике на млађем школском узрасту, као и њихово виђење везе математике као предмета и креативности. Упитник се састојао од 11 питања која су била отвореног, затвореног и комбинованог типа. Прва три питања односила су се на опште податке о учитељима као што су: назив и седиште основне школе, стручна спрема учитеља и године радног стажа. Структура узорка учитеља детаљно је анализирана у поглављу 3.1.6.

ПИТАЊЕ 4. Шта је по Вашем мишљењу најважнији циљ математике као предмета у млађим разредима основне школе?

Питање је било отвореног типа. Металскиј (1989., према М. Дејић, М.Егерић, 2005) циљеве математике дели на специфичне и опште. У специфичне циљеве, који проистичу из математике као науке, можемо набројати: развијање интересовања и љубави према математици; развијање геометријске интуиције, уочавање геометријских облика; развијање математичког мишљења и математичких способности (моћ апстраховања, математичка инутиција, проналазачко мишљење, нумерички фактор итд.); развијање научног мишљења које се примењује у математици итд. Општи циљеви се, осим у настави математике, постижу и у другим предметима. Могу бити образовно-развојни, васпитни и практични. Образовно-развојни циљ се постиже кроз стицање систематизованих математичких знања и максимално развијање умних и других способности ученика. Практични се огледа у оспособљавању ученика да стечена знања, умења и навике могу успешно да примене у животу (из овог циља проистиче један од важних принципа, а то је веза наставе са свакодневним животом).

Све одговоре учитеља разврстали смо у неколико категорија. Неки учитељи су давали више одговора на ово питање. Као што се може видети (табела 62) највећи проценат учитеља издваја као најважније опште циљеве наставе математике, односно највећи проценат учитеља сматра да је најважнији циљ математике као предмета оспособљавање ученика за примену стеченог знања и решавање проблема у свакодневном животу (43,95%) и развијање логичког мишљења (42,04%). Мањи проценат анкетираних учитеља као најважнији циљ математике истиче усвајање садржаја предвиђених наставним планом и програмом (22,29%); развијање мишљења и мисаоних операција (12,10%); усвајање и разумевање основних рачунских операција (10,83%); развијање способности закључивања (10,19%); развијање поступности, систематичности и прецизности у раду (9,55%); развијање креативног мишљења и способности, као и маште (6,37%) и стварање солидне базе математичког знања за даље школовање (4,46%). У табели нисмо приказали одговоре које је дао мали број учитеља (мање од 4%), али сматрамо да их треба споменути: развијање способности запажања и уочавања; развијање љубави према предмету; развијање критичког мишљења и изграђивање научног погледа на свет.

Интересантно је, али и помало поражавајуће, да веома мали проценат учитеља као један од најважнијих циљева наводи развијање и подстицање креативног мишљења (мада по Закону о основама система образовања и васпитања Републике Србије ово представља један од експлицитно наведених циљева, а такође се и у оквиру Правилника о наставном програму у прва четири разреда основне школе помиње као један од задатака). При томе, ниједан од учитеља са радним стажом преко 30 година не помиње развијање креативности. Нема већих разлика када је у питању дистрибуција одговора у односу на степен образовања или средину у којој се школа налази.

	Оспособљавање ученика за примену стеченог знања и решавање проблема у свакодневном животу	Развијање логичког мишљења	Усвајање и разумевање основних рачунских операција	Развијање способности закључивања	Развијање мишљења и мисаоних операција	Развијање поступности, систематичности и прецизности у раду	Стварање солидне базе математичког знања за даље школовање	Развијање креативног мишљења и способности, као и маште	Усвајање садржаја предвиђених наставним планом и програмом
VI	46.55%	37.93%	10.34%	5.17%	5.17%	8.62%	5.17%	10.34%	25.86%
VII	42.42%	44.44%	11.11%	13.13%	16.16%	10.10%	4.04%	4.04%	20.20%
Укупно	43.95%	42.04%	10.83%	10.19%	12.10%	9.55%	4.46%	6.37%	22.29%

Табела 62. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 4 у односу на стручну спрему

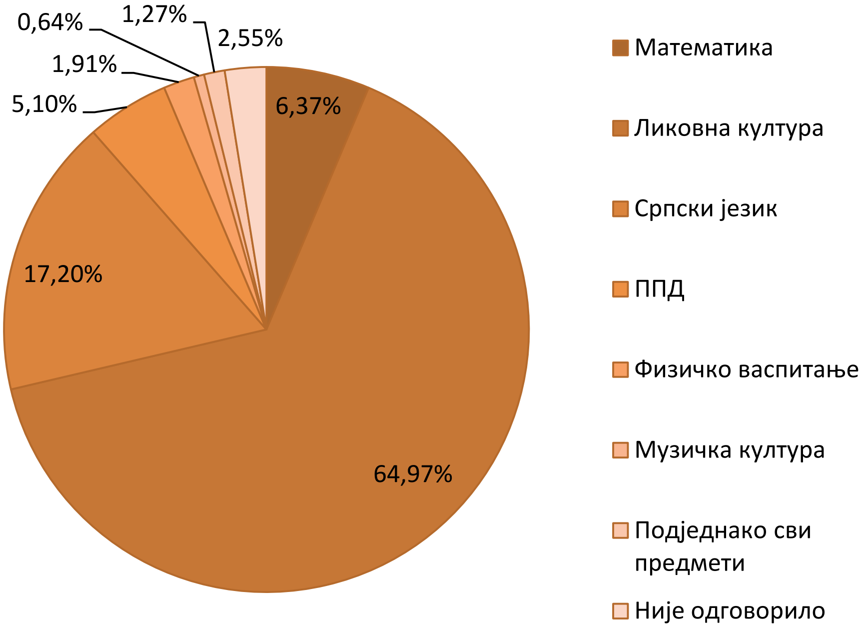
ПИТАЊЕ 5. Поређајте школске предмете по степену њихове повезаности са креативношћу (од оних за које сматрате да су највише повезани до оних најмање повезаних).

	Математика	Ликовна култура	Српски језик	ППД	Физичко васпитање	Музичка култура	Подједнако сви предмети	Није одговорило
VI	5.17%	67.24%	17.24%	3.45%	3.45%	0.00%	1.72%	1.72%
VII	7.07%	63.64%	17.17%	6.06%	1.01%	1.01%	1.01%	3.03%
Укупно	6.37%	64.97%	17.20%	5.10%	1.91%	0.64%	1.27%	2.55%

Табела 63. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 5 у односу на стручну спрему

Када је у питању повезаност школских предмета са креативношћу, највећи проценат учитеља, као што је и очекивано, на прво место ставља ликовну културу (64,97%), затим српски језик (17,20%), а онда следе математика (6,37%) и познавање природе и друштва (5,10%). Најмањи број учитеља сматра да постоји повезаност физичког васпитања (1,91%) и, што је изненађујуће, музичке културе (0,64%) са креативношћу (слика 74). Занемарљив је и број оних који сматрају да су сви школски предмети повезани са креативношћу. На основу анализе датих одговора можемо претпоставити да учитељи у највећем броју случајева креативност везују за уметничку област и стваралаштво, и то ликовно, док је веома мало њих повезује са осталим уметничким и научним областима. Сматрамо да је највероватнији разлог недовољна упознатост са самим појмом и феноменом креативности, манифестовањем, начином подстицања и развијања креативног мишљења.

Нема значајнијих разлика у одговорима учитеља када је у питању степен образовања, или средина у којој се школа налази. Нешто већи проценат учитеља који имају између 11 и 20 година радног стажа (71,43%), и оних који раде преко 30 година у просвети (70%) ставља на прво место ликовну културу, у односу на оне који раде мање од 10 година (63,08%) и између 21 и 30 година (59,57%).



Слика 74. Веза школских предмета и креативности по одговорима учитеља

Можемо уочити да мали број учитеља ставља математику као предмет на прво место када је у питању њена повезаност са креативношћу. У следећој табели приказали смо број учитеља у процентима у односу на место које додељују математици као предмету по степену њене повезаности са креативношћу (табела 64).

	Прво	Друго	Треће	Четврто	Пето	Шесто	Седмо	Подједнако сви предмети	Није одговорило	Није на листи
VI	5.17%	8.62%	13.79%	15.52%	10.34%	22.41%	6.90%	1.72%	1.72%	13.79%
VII	7.07%	9.09%	16.16%	24.24%	23.23%	10.10%	1.01%	1.01%	3.03%	5.05%
Укупно	6.37%	8.92%	15.29%	21.02%	18.47%	14.65%	3.18%	1.27%	2.55%	8.28%

Табела 64. Место математике као предмета по степену повезаности са креативношћу

Највећи број учитеља ставља математику на четврто (21,02%) или пето (18,47%) место. Ако анализирамо одговоре на основу степена стручне спреме, уочавамо да највећи проценат укупног броја професора ставља математику на четврто, а највећи проценат укупног броја наставника ставља математику на шесто место. На прво место је ставља свега 6,37%, док је 8,28% уопште не ставља на листу предмета повезаних са креативношћу. Анализирајући ово последње у односу на стручну спрему, примећујемо да од укупног броја наставника 13,79% уопште не ставља математику на листу предмета, док то чини мањи проценат укупног броја професора (5,05%). Без обзира што они са вишим степеном образовања показују позитивнији став када се ради о уочавању везе између креативности и математике као школског предмета, ови одговори ипак сугеришу да треба посветити више пажње појму и феномену креативности у факултетском образовању учитеља.

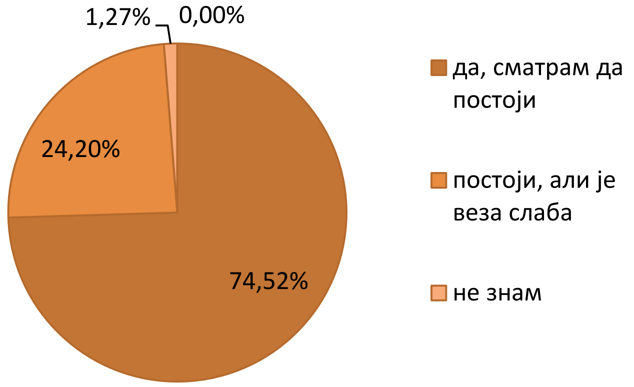
Када је у питању средина у којој учитељи раде, нисмо уочили значајне разлике у одговорима. Можемо констатовати да је помало забрињавајуће то што ипак има учитеља који уопште не уочавају повезаност математике као наставног предмета и креативности.

ПИТАЊЕ 6. Да ли сматрате да постоји веза између математике (као науке) и креативности? (Заокружите један од понуђених одговора)

	Да, сматрам да постоји	Постоји, али је веза слаба	Не, математика нема никакве везе са креативношћу	Не знам
VI	65.52%	31.03%	0.00%	3.45%
VII	79.80%	20.20%	0.00%	0.00%
Укупно	74.52%	24.20%	0.00%	1.27%

Табела 65. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 6 у односу на стручну спрему

Већина учитеља сматра да постоји повезаност математике и креативности (98,72%). Од тога 24,20% учитеља сматра да је та веза слаба, а 74,52% да је веза јака (слика 75). Интересантно је упоредити ове резултате са одговорима на претходно питање. Без обзира што сматрају да постоји веза математике и креативности, мали број учитеља математику као наставни предмет ставља на прво место у односу на степен повезаности са креативношћу.



Слика 75. Одговори учитеља на питање бр. 6

Већи је проценат учитеља са факултетским образовањем који сматрају да постоји јака веза између математике и креативности (79,80%), а од оних са вишом школом то тврди 65,52%. Сматрамо да је охрабрујуће што ниједан учитељ није одговорио да не постоји ова веза. Такође, већи је проценат учитеља који раде у градским школама од оних који раде у сеоским школама а сматрају да постоји јака веза између математике као науке и креативности. Не постоје значајне разлике у одговорима учитеља у односу на године радног искуства у просвети.

Занимљива је чињеница да од броја учитеља који математику уопште нису ставили на листу школских предмета повезаних са креативношћу 76,92% одговара да сматра како постоји јака веза математике као науке и креативности, а 23,08% да веза постоји, али је слаба.

ПИТАЊЕ 7. Да ли користите повезаност математике и креативности на својим часовима? Ако сте одговорили потврдно, молимо Вас да наведете неки пример из праксе (који користите на својим часовима).

Интересантно је упоредити одговоре учитеља на ово питање са одговорима на претходно питање. Мада 98,72% учитеља сматра да постоји веза математике и креативности, само 65,61% укупног броја учитеља одговара потврдно да ту врсту повезаности и користи на својим часовима и наводи примере из праксе. Разлози могу лежати у чињеници да не постоји адекватна литература на нашем језику, бар када је у питању настава математике. С друге стране, постоји могућност да учитељи нису у довољној мреи упознати са неким стратегијама и методама којима се у настави математике може подстицати креативност.

Стога, без обзира на позитивну чињеницу да је већина учитеља свесна да постоји веза математике и креативности, мали број њих ту креативност на својим часовим подстиче и развија.

	Самостално осмишљавање текста задатка	Самостално измишљање и осмишљавање математичких игара	Склапање слика и различитих цртежа коришћењем датих геометријских облика	Решавање задатака на више начина	Симулирање и решавање проблема везаних са свакодн. животом	Израда модела и наставних средстава за неке наст. јединице	Писање литерарних састава о математичким појмовима	Успостављање корелације са наставом других предмета	Решавање задатака из занимљиве математике	Коришћење цртежа, графичких приказа приликом решавања задатака	Подстицање ученика да траже оригиналне путеве доласка до решења
VI	10.34%	3.45%	6.90%	3.45%	8.62%	6.90%	3.45%	17.24%	13.79%	0.00%	1.72%
VII	16.16%	2.02%	3.03%	2.02%	7.07%	8.08%	2.02%	4.04%	21.21%	4.04%	4.04%
Укупно	14.01%	2.55%	4.46%	2.55%	7.64%	7.64%	2.55%	8.92%	18.47%	2.55%	3.19%

Табела 66. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 7 у односу на стручну спрему

На ово питање одговор је дало 65,61% укупног броја учитеља, односно 58,62% наставника и 69,70% професора. Неки учитељи су наводили и по више примера. Све одговоре разврстали смо у неколико категорија, а њихова дистрибуција приказана је у табели 65. Чињеница да трећина укупног броја учитеља (34,39%) није одговорила на ово питање може указати на недовољну упознатост са појмом креативности и могућностима њеног развијања у настави математике. Посматрано у односу на степен стручне спреме, на ово питање одговор није дало 41,38% укупног броја наставника, док то исто није учинио мањи проценат укупног броја професора (30,30%).

Ако упоредимо одговоре учитеља по годинама радног стажа, највише је одговора оних који имају мање од 10 година радног искуства у просвети (61,54%) и оних који раде између 20 и 30 година (78,72%). Анализирајући примере које су учитељи навели, наилазимо на следеће податке: највећи проценат укупног броја учитеља наводи да креативност код својих ученика подстиче тако што припрема и са ученицима решава задатке из занимљиве математике (18,47%) и подстиче ученике да самостално осмишљавају текст задатака на основу датог израза, једнакости или слике (14,01%). Нешто мањи проценат укупног броја учитеља одговара да креативност развија успостављајући корелацију са садржајима других предмета (8,92% и то највише са ликовном културом и српским језиком), симулирајући и заједно са ученицима решавајући проблеме повезане са свакодневним животним ситуацијама (7,64%) и израђујући заједно са ученицима моделе и наставна средства за поједине наставне јединице (7,64%).

Мање од 5% укупног броја учитеља наводи и одговоре попут: склапање слика и различитих цртежа коришћењем датих геометријских облика; самостално измишљање и осмишљавање математичких игара; решавање задатака на више начина; писање литерарних састава о математичким појмовима; коришћење цртежа и графичких приказа приликом решавања задатака; подстицање ученика да траже оригиналне путеве до решења.

Одговоре мање од 2 % укупног броја учитеља нисмо приказали у табели, али сматрамо да је интересантно поменути неке од њих: од ученика се тражи да издвоје математичке садржаје из неке приче, бајке, новина; решавају се задаци који имају више тачних решења; користе се непотпуни задаци (изостављено питање, захтев задатка, па га ученици морају самостално формулисати); од ученика се тражи да сликом представе неки израз, једнакост итд.

Ако упоредимо одговоре наставника и професора, можемо уочити да највећи проценат укупног броја наставника креативност развија успостављајући корелацију математичких садржаја са наставом других предмета (17,24%), док то чини знатно мањи проценат укупног броја професора, свега 4,04%. Највећи проценат укупног броја професора креативност подстиче и развија решавајући задатке из занимљиве математике (21,21%), а тако одговара и 13,79% укупног броја наставника. Коришћење занимљивих задатака на часовима математике више упућује на креативност самих наставника, односно на њихово креативно подучавање. Ово је, наравно, битан предуслов за развијање креативности самих ученика. Ипак, од одабира тих задатака и садржаја зависи да ли ће они подстицати креативност ученика у изналажењу самосталних начина доласка до решења или ће захтевати примену већ увежбаних алгоритама.

Одговори попут: самостално осмишљавање текста задатака на основу датог израза, једнакости или слике; симулирање и решавање проблема који су везани и произлазе из свакодневних животних ситуација; склапање нових слика, различитих цртежа коришћењем датих геометријских облика; самостално измишљање и осмишљавање математичких игара; решавање задатака на више начина; писање литерарних састава о математичким појмовима; подстицање ученика да траже оригиналне путеве доласка до решења представљају примере подучавања за креативност, односно развијања и подстицања креативног мишљења и способности. Нажалост, њих је, осим првог, као одговоре навео веома мали проценат учитеља. У сваком случају подучавање за креативност подразумева и креативност самих наставника, односно креативно подучавање.

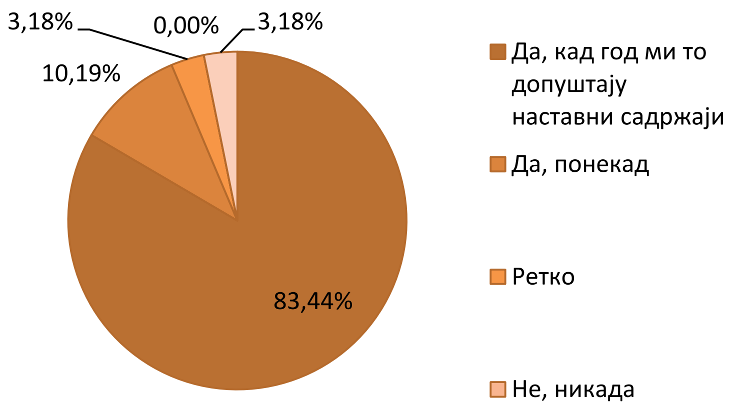
ПИТАЊЕ 8. Да ли на својим часовима указујете на повезаност математике и других наставних предмета?

	Да, кад год ми то допуштају наставни садржаји	Да, понекад	Ретко	Не, никада	Без одговора
VI	75.86%	13.79%	1.72%	0.00%	8.62%
VII	87.88%	8.08%	4.04%	0.00%	0.00%
Укупно	83.44%	10.19%	3.18%	0.00%	3.18%

Табела 67. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 8 у односу на стручну спрему

За разумевање и успешну примену математичких знања потребно је вршити хоризонтално повезивање са садржајима осталих наставних предмета. На овај начин ученици стичу функционална знања, врши се интегрисање наставних садржаја, буди се интелектуална радозналост ученика и подстиче креативност. У свакодневним животним ситуацијама проблеми на које наилази индивидуа су готово увек спој више различитих области. Са друге стране, проблеми на које наилазимо у свакодневном животу никада немају само једно тачно решење или један тачно утврђен начин решавања. Често је потребно донети одлуку о избору најадекватније стратегије решавања, као и одлучити се за „најбоље“ од тачних решења. У настави математике проблеми отвореног типа могу пружити ученицима могућност да искусе овакве ситуације. Све ово је разлог зашто смо желели да испитамо да ли наставници врше корелацију са другим предметима, као и да ли и у којој мери користе примере повезане са реалним животним ситуацијама.

Охрабрујуће је што је већина учитеља, односно 83,44%, одговорила да успоставља корелацију са наставом других предмета. Понекад то чини 10,19% укупног броја учитеља, а ретко 3,18% (слика 76). Нема учитеља који не успостављају везу са наставом других предмета. На ово питање није одговорило 3,18% учитеља, од који су сви наставници.



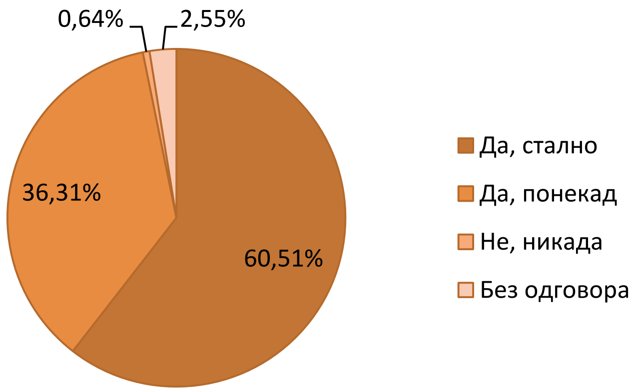
Slika 76. Одговори учитеља на питање бр. 8

Већи проценат укупног броја професора 87,78% успоставља корелацију, док то чини 75,86% укупног броја наставника. Нисмо уочили никакве законитости ни разлике када је у питању средина у којој се школа налази или када су у питању године радног стажа учитеља. Интересантно је поменути да 100% укупног броја учитеља са преко 30 година радног стажа одговара да стално изводи корелацију. Ово се можда може образложити годинама радног искуства.

Додатни захтев овог питања био је да учитељи наброје и укратко опишу математичке садржаје које повезују са српским језиком, ликовном културом, музичком културом, физичким васпитањем и познавањем природе и друштва (свет око нас).

Највећи проценат укупног броја учитеља навео је примере математичких садржаја које повезује са музичком културом 47,13% и наставом предмета познавања природе и друштва (свет око нас) 45,86%. Следе затим српски језик 43,95% и ликовна култура и физичко васпитање са 41,40%. Ово упућује да за сваки предмет више од половине учитеља не врши повезивање математичких садржаја са наставом тог предмета. Сматрамо да би у току студија требало у већој мери вршити међупредметну корелацију, као и организовати програме стручног усавршавања који би учитељима пружили довољно информација и примера о овом питању.

ПИТАЊЕ 9. Да ли на својим часовима користите математичке задатке/проблеме везане за неке свакодневне животне ситуације?



Слика 77. Одговори учитеља на питање бр. 9

Већина учитеља, односно 60,51%, одговара да стално користи задатке који су повезани са свакодневним животним ситуацијама, а 36% учитеља да то чини понекад (слика 77). Занемарљив је број оних који никада не користе овакве задатке у својој настави. Половина укупног броја наставника је одговорила да стално повезује наставу са свакодневним животом, док то чини већи проценат укупног броја професора, односно 66,67%. Занимљиво је да већи проценат укупног броја учитеља који раде у сеоским школама (66,67%) одговара да стално користи примере и задатке повезане са свакодневним животом. Овако одговара 59,71% укупног броја професора.

	Да, стално	Да, понекад	Не, никада	Без одговора
VI	50.00%	43.10%	0.00%	6.90%
VII	66.67%	32.32%	1.01%	0.00%
Укупно	60.51%	36.31%	0.64%	2.55%

Табела 68. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 9 у односу на стручну спрему

Већи проценат учитеља са више година радног стажа одговара да стално користи овакве проблеме (68,09% оних који раде од 21 до 30 година, и 60% оних са преко 30 година стажа), док тако одговара 58,46% оних који раде мање од 10 година, и 54,29% оних који у просвети раде од 11 до 20 година. Као што смо већ напоменули у раду, проблеми са којима се срећемо у реалном животу готово никада неће имати само једно тачно решење или начин решавања. Понекад ћемо морати сами да „измислимо" стратегију решавања, као и да сами дефинишемо неке од почетних услова проблема. Како би се ученици што више оспособили за решавање проблема у свакодневном животу неопходно је, кад год је то могуће, користити проблеме са реалним контекстом.

Највећи проценат укупног броја учитеља као разлоге за коришћење примера и задатака који имају основу у свакодневним животним ситуацијама наводи да им је једноставније да ученицима објасне апстрактне математичке садржаје ако их повежу са конкретним реалним примерима (22,93%) и да се на тај начин ученици оспособљавају за примену стечених знања и сналажење у животу (22,29%). Од осталих одговора сматрамо да треба поменути следеће: ученици боље разумеју и брже усвајају градиво ако се наводе примери из свакодневног живота (9,55%), примери из свакодневног живота утичу на већу мотивацију и интересовање ученика за предмет (6,37%).

Пре давања одговора на питања број 10 и 11, наставницима су најпре објашњени термини отворен и затворен тип проблема, с обзиром да су, према нашим сазнањима, у нашој земљи модел отворене наставе, метода отвореног приступа, проблеми отвореног и затвореног типа релативно нови и непознати појмови. Још један разлог лежи у чињеници да је постојала могућност да наставници користе проблеме овог типа у свом раду без познавања одговарајућих термина. Резултати добијени на питањима 10 и 11 су у извесној мери контрадикторни, о чему ће бити речи у даљем тексту.

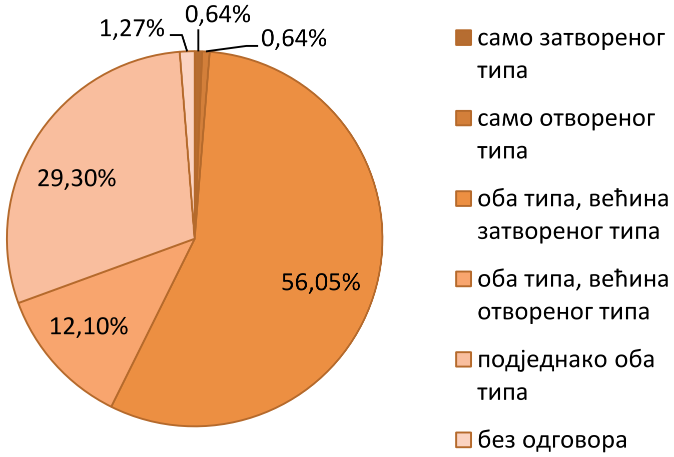
ПИТАЊЕ 10. Да ли на часовима математике користите само задатке затвореног типа или користите и задатке отвореног типа? Заокружите један од понуђених одговора.

Расподела одговора учитеља приказана је у следећој табели:

	Само затвореног типа	Само отвореног типа	Оба типа, већина затвореног типа	Оба типа, већина отвореног типа	Подједнако оба типа	Без одговора
VI	1.72%	0.00%	50.00%	10.34%	34.48%	3.45%
VII	0.00%	1.01%	59.60%	13.13%	26.26%	0.00%
Укупно	0.64%	0.64%	56.05%	12.10%	29.30%	1.27%

Табела 69. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 10 у односу на стручну спрему

Највећи проценат учитеља 56,05% одговорио је да користе проблеме оба типа, али да су у већини случајева то проблеми затвореног типа. Половина укупног броја наставника одговара овако, док то чини већи проценат професора (59,60%). Значајан проценат учитеља одговара да подједнако користи обе врсте проблема, чак 29,30%. Занимљиво је и да се 12,10% учитеља изјашњава да у већој мери користе проблеме отвореног типа (слика 78). Резултати добијени одговорима на ово питање су у извесној мери у контрадикцији са одговорима на питање број 11.



Слика 78. Одговори учитеља на питање бр. 10

ПИТАЊЕ 11. Замолићемо Вас да поделите са нама Ваше искуство из праксе. Наведите по један пример задатка затвореног и отвореног типа.

Скоро су сви учитељи навели и добро формулисали проблем затвореног типа (98,73% учитеља), само два учитеља нису одговорила на ово питање. Када су у питању проблеми отвореног типа 47,77% учитеља одговорило на ово питање, свега 14,01% учитеља је добро формулисало проблем отвореног типа, а 38,22% учитеља није добро формулисало проблем (наводили су проблеме затвореног типа, рутинске или нерутинске текстуалне проблеме).

	Добро формулисан проблем	Није добро формулисан	Није дало одговор
VI	15.52%	29.31%	55.17%
VII	13.13%	43.43%	43.43%
Укупно	14.01%	38.22%	47.77%

Табела 70. Дистрибуција одговора учитеља на питање бр. 11 у односу на стручну спрему

Ово нам указује на чињеницу да велики број учитеља није упознат са појмом проблема отвореног и затвореног типа, као ни са сврхом њиховог коришћења у настави математике. Разлози могу бити недостатак одговарајуће литературе и семинара о моделу отворене наставе и развијању математичке креативности. С друге стране, с обзиром на питање број 4 и одговоре учитеља, можемо констатовати да један број учитеља ипак користи проблеме и питања отвореног типа, не знајући заправо да су то проблеми који се могу подвести под овај појам.

Најмањи проценат учитеља који су добро формулисали проблеме налази се међу учитељима који имају више од 20 и мање од 10 година радног стажа. Анализирали смо врсте задатака отвореног типа које су навели учитељи. Неки су формулисали више проблема отвореног типа. Свих 14,01% учитеља су навели задатак који има више тачних решења. Од осталих врста проблема отвореног типа мање од 2% укупног броја учитеља наводило је следеће проблеме: осмишљавање текста задатка на основу датог израза; писање математичке приче (односно литерарног састава о одређеним математичким појмовима); давање непотпуног задатка (односно, задатка који не садржи питање, већ се од ученика тражи да на основу датих података осмисле што више захтева) и навођење примера из свакодневног живота у којима користимо одређена математичка знања.

Резултати питања број 10 и питања број 11 су, као што смо већ напоменули, на известан начин контрадикторни. Мада је 97,45% учитеља навело да користи проблеме отвореног типа (у мањој или већој мери) у свом раду са децом, после питања број 11 на које је мали број учитеља одговорио можемо констатовати да не поседују довољно знања о оваквим проблемима. Велики број учитеља не прави разлику између проблема отвореног типа и сложених или нестандардних математичких задатака. Све ово намеће потребу да се проблемима отвореног типа и развијању креативности посвети већа пажња у образовању и усавршавању учитеља. У свету проблеми оваквог типа одавно чине неизбежни део курикулума. Нажалост, у нашим школским уџбеницима у потпуности преовлађују проблеми затвореног типа, а не постоји одговарајућа литература о проблемима отвореног типа на нашем језику.

На основу досадашњих одговора учитеља верујемо да постоји добра воља и спремност за развијање и подстицање креативности, али да су, нажалост, учитељи за то недовољно оспособљени. Можемо закључити да за већину учитеља математика није предмет који је на врху, али ни на зачељу када је у питању повезаност са креативношћу. Садашње стање у пракси могло би се побољшати и унапредити променом постојећих садржаја и увођењем нових у програме редовних студија на факултетима, као и организовањем стручних семинара који би осим незаобилазних теоријских знања, пружили и солидна знања о примени и ефектима проблема отвореног типа у пракси, и о стратегијама њиховог креирања и коришћења у подстицању и развијању креативности. Такође, треба размислити и о изради уџбеника који би и ученицима и наставницима понудили више могућности за рад на задацима отвореног типа.

3.3 ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА

У овом раду дали смо приказ експерименталног истраживања којим смо покушали да утврдимо ефекат наставног модела који примењује методу отвореног приступа на развој креативности, као и на знања ученика у почетној настави математике. Приказу експерименталног истраживања претходио је теоријски део у коме су обрађени неки основни проблеми и питања о креативности уопште, о математичкој креативности, о методи отвореног приступа и проблемима отвореног типа, као и о могућностима развијања креативности у почетној настави математике. Посебна пажња посвећена је стратегијама креирања питања, проблема и активности отвореног типа, као и предлогу садржаја који се могу користити за подстицање и развијање математичке креативности ученика млађег школског узраста.

На основу резултата овог истраживања могу се извести следећи закључци.

Општа хипотеза да ће обрада наставних јединица уз помоћ посебно припремљеног материјала за учење заснованог на методи отвореног приступа значајно допринети повећању нивоа развијености креативних способности ученика, као и повећању васпитно-образовних ефеката је потврђена.

На основу теоријских разматрања о досадашњим проучавањима и истраживањима о методи отвореног приступа, о општој и математичкој креативности изграђен је један теоријско-методолошки ослонац за експериментално проучавање утицаја модела наставе засноване на методи отвореног приступа у почетној настави математике (хипотеза 1) на општу и математичку креативност, као и на математичка знања ученика. Ово је створило могућност за спровођење компаративне анализе наших резултата са резултатима неких ранијих истраживања. Интересантно је истаћи, с обзиром на истраживања новијег датума и друга која су и даље у току, да примена методе отвореног приступа, односно проблема отвореног типа у настави математике, и даље представља прилично актуелну тему у свету. По нашим досадашњим сазнањима, оавј рад представља јединствен начин примене проблема отвореног типа на узрасту трећег разреда основне школе у нашим условима. Без обзира на велики број радова и истраживања о примени проблема отвореног типа, и чињеницу да велики број теоретичара и истраживача пише о утицају ових проблема на дивергенто, а самим тим и креативно мишљење ученика, не постоји велики број експерименталних истраживања која то и потрвђују.

На основу резултата теоријског дела истраживања израдили смо модел наставе заснован на методи отвореног приступа. Модел експерименталног програма се састојао од 12 наставних активности решавања проблема отвореног типа. Примењен је успешно у настави трећег разреда основне школе (овим је потврђена хипотеза 2).

Ученици експерименталне групе су у просеку постигли боље резултате од ученика контролне групе када су у питању резултати на тесту знања. Такође, показало се да постоји и разлика у квалитету и обиму знања. Решења и одговори ученика експерименталне групе на финалном тестирању били су опширнији, потпунији и садржајнији. Приметан је већи број ученика који дају образлажења зашто су користили одређен поступак решавања, а такође има и ученика који су покушали да на више начина реше задатак. Ако све ово узмемо у обзир, заједно са анализом резултата истраживања, можемо констатовати тачност постављене посебне хипотезе 3, односно да су образовни ефекти, обим, ниво и квалитет математичких знања ученика експерименталне групе значајно виши од ученика контролне групе.

Експериментални програм довео је до значајних резултата на пољу повећања нивоа развијености опште и математичке креативности, чиме су потврђене посебне хипотезе 3 и 4. Показало се да ученици експерименталне групе остварују боље резултате и манифестују виши ниво развијености општег креативног мишљења од ученика контролне групе. Такође, ученици експерименталне групе су показали виши ниво развијености математичке креативности. Анализирано по врсти проблема решаваних на тесту, ученици експерименталне групе су остварили знатно боље резултате на проблемима отвореног типа (проблеми 3, 4, 5, 6, 7 и 8) од ученика контролне групе. Када су у питању посебне компоненте креативности, експериментална група остварује боље скорове и у флуентности, флексибилности и елаборације, док у оригиналности постоји разлика у корист експерименталне групе, али се није показала значајном. Такође, не постоји статистички значајна разлика ни у резултатима решавања проблема затвореног типа (проблеми 1 и 2).

Показало се да пол ученика нема утицаја на резултате примене експерименталног програма. Девојчице и дечаци су остварили сличне резултате на тестовима опште и математичке креативности, па се хипотеза 7 показала тачном. Такође, нема разлике ни у резултатима дечака и девојчица решавања проблема затвореног и отвореног типа, као ни у појединачним компонентама креативног мишљења (флуентност, флексибилност, оригиналност и елаборација).

Потврђена је и наша претпоставка да су мотивација и интересовање за учење математике ученика знатно већи након спровођења експерименталног програма (хипотеза 6). Већи проценат ученика часове математике описује као занимљиве у односу на период пре примене нашег наставног модела (за 23,17% више ученика). Већи је и проценат ученика који сматрају да је битно учити математику (за 8,54%). А да су им часови експерименталног програма били занимљиви изјашњавају се и ученици којима математика није један од омиљених школских предмета.

Претпоставка да учитељи нису у довољној мери упознати са појмом креативности и начинима развијања креативности у почетној настави математике показала се тачном (хипотеза 8). На основу анализе резултата анкетирања учитеља, сматрамо да постоји позитиван став и спремност учитеља за развијање и подстицање креативности, али, нажалост, не и довољна оспособљеност. За већину учитеља математика није предмет који је на врху, али ни на зачељу када је у питању повезаност са креативношћу. Већина учитеља сматра да постоји повезаност математике као науке и креативности (98,72%), али значајно мањи број учитеља користи ову везу и развија креативност у настави математике (65,61%). Да учитељи нису упознати са концептом и појмом проблема отвореног и затвореног типа показују и њихови одговори, односно само је 14,01% учитеља добро формулисало пример проблема отвореног типа који користи у свом наставном раду. Постојеће стање у пракси могло би се побољшати и унапредити реформом постојећих садржаја и увођењем нових у програме редовних студија на факултетима, као и организовањем стручних семинара који би осим незаобилазних теоријских, пружили и солидна знања о примени и ефектима проблема отвореног типа у пракси, и о стратегијама њиховог креирања и коришћења у подстицању и развијању креативности. Још једна слаба тачка садашње наставне праксе је недостатак одговарајуће литературе на српском језику, као и чињеница да у постојећим уџбеницима скоро да уопште нема проблема отвореног типа и садржаја којима се може подстицати креативно мишљење ученика.

Сматрамо да о значају овог рада можемо говорити са три аспекта.

Теоријски значај се огледа у критичком сагледавању и приказивању досадашњих радова и истраживања о настави заснованој на методи отвореног приступа, и о могућностима и разлозима њене примене у наставној пракси. Такође, од важности је и то што су расветљена нека битна питања везана за појам опште и математичке креативности, за различите начине и могућности подстицања и развијања креативног мишљења уопште и у настави математике.

Практични значај се огледа у конструисању и примени модела наставе засноване на методи отвореног приступа. Сматрамо да експериментални програм развијен у оквиру истраживања може бити користан ресурс учитељима у покушају да се подстакне и развије креативност ученика у почетној настави математике. Мишљења смо да коришћење методе отвореног приступа у настави математике на начин који сугерише наш рад може да буде важно полазиште у настојању да се почетна настава математике унапреди и усмери ка развијању и подстицању креативности. У оквиру поглавља о задацима отвореног типа дали смо примере задатака који се могу користити у оквиру редовне (или додатне) наставе математике. Такође, представили смо неке стратегије креирања проблема отвореног типа који могу бити корисни учитељима.

Научни значај истраживања огледа се у резултатима добијеним експерименталним проучавањем ефеката наставе засноване на примени методе отвореног приступа. Показало се да је могуће израдити овакав модел наставе и применити га на узрасту ученика млађих разреда у нашим школским условима. Такође, потврђено је да овакав модел значајно утиче на образовне ефекте наставе и на ниво развијености опште и математичке креативности ученика. Мишљења смо да наше истраживање може послужити као полазна тачка за нека будућа истраживања било у области наставе математике или наставе других предмета. Сматрамо да се отварају и нека нова питања која би требало проучити и истражити – испитивање утицаја решавања математичких проблема отвореног типа током дужег периода на креативно, критичко и функционално мишљење ученика; могућности примене методе отвореног приступа на млађим узрастима (школски и предшколски узраст); испитивање утицаја наставе засноване на методи отвореног приступа на савладавање садржаја различитих математичких области.

IV ЛИТЕРАТУРА

1. Avcu S., Avcu R. (2010): *Pre-service elementary mathematics teachers' use of strategies in mathematical problem solving*, Procedia Social and Behavioral Sciences 9, стр. 1282–286
2. Aieken L. R. (1973): *Ability and creativity in mathematics*, Review of educational research, Vol. 43, No. 4, стр. 405 – 423
3. Aizikovitsh-Udi E., Amit M. (2011): *Developing the skills of critical and creative thinking by probability teaching*, Procedia Social and Behavioral Sciences 15, стр. 1087–1091, http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042811004228
4. *Al-Sulaiman N. (2009): Cross-Cultural Studies and Creative Thinking Abilities,* Umm Al-Qura University Journal of Educational & Psychologic Sciences, Vol. 1, No.1, Moharram 1430, стр. 42 – 92
5. Арар Љ., Рачки Ж. (2003), *Природа креативности*, Психологијске теме, Vol. 12 No. 1 Просинац 2003., стр. 3 – 22, http://hrcak.srce.hr/file/19581
6. Baer M., Oldham G. R., Hollingshead A. B., Jacobsohn G. C. (2005): *Revisiting the Birth Order – Creativity Connection: The Role of Sibling Constellation*, Creativity Research Journal, Vol 17, No. 1, стр. 67 – 77
7. Balchin T. (2008): *Improving the Quality of G&T Nominations: Tackling Creativity*. Gifted Education International, 24(1), p. 26-44.
8. Baroody A. J., Coslick R. T. (1998): *Fostering children's mathematical power: an investigative approach to K-8 mathematics instruction*, Lawrence Erlbaum Associates, Inc., стр. 632
9. Бауцал А., Павловић-Бабић Д. (2010): *PISA 2009 у Србији: први резултати*, Институт за психологију Филозофског факултета у Београду, Центар за примењену психологију, Београд, стр. 80
10. Beaney M. (2005): *Imagination and Creativity*, The Open University, стр. 301
11. Gaut B. (2003): *Creativity and imagination, The Creation of Art, New Essays in Philosophical Aesthetics*, Gaut B., Livingston P. (Eds.), Cambridge University Press, стр. 148 – 173

12. Gomes J. J. M. (2005): *Using a Creativity-Focused Science Program to Foster General Creativity in Young Children: A Teacher Action Research Study (dissertation),* Fielding Graduate University, www.amshq.org/research/dissertationGomes.pdf, стр. 197
13. Дејић М. (1997): *Математичке способности и њихово развијање*, Зборник 3, Виша школа за образовање васпитача, Вршац, стр. 172-178
14. Дејић М., Егерић М. (2005): *Методика наставе математике*, Учитељски факултет у Јагодини, Јагодина, стр. 328
15. Дејић М., Ћебић С., Михајловић А. (2009): *Математичка даровитости и креативност*, Регионални центар за таленте „Михајло Пупин“, Панчево, стр. 230
16. Дејић М., Милинковић Ј., Ђокић О. (2009): *Уџбеник за четврти разред основне школе*, први и други део, четврто издање, Креативни центар, Београд
17. Diezmann Carmel M. (2004): *Assessing learning from mathematics inquiry: Challenges for students, teachers and researchers*, In Proceedings Mathematical Association of Bictoria Conference, Melbourne, стр. 80-85.
18. Драшковић Б. (1998): *Даровити и образовна одисеја: Све је почело питањем: Менторски рад-да или не?*, АБЦ Графика, Београд, стр. 95
19. Drulak P. (2005): *Metaphors and Creativity in International Politics, Research Cluster „Discourse, Politics, Identity“,* Working Paper No. 3, Lancaster: Institute for Advanced Studies at Lancaster University, www.lancs.ac.uk/ias/researchgroups/dpi/docs/dpi-wp3-2005-drulak.doc, стр. 21
20. Dunn J. (1975): *Tests of creativity in mathematics*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 6 : 3, стр. 327 – 332
21. Duffy B. (2006): *Supporting Creativity and Imagination in the Early Years*, Open University Press, стр. 190
22. Zhu Y., Tan-Foo K. F. (2005): *An analysis of Singapore secondary students' performance on open-ended tasks in mathematics,* Paper presented at the international conference on education, Redesigning Pedagogy: Research, Policy, Practice, National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore, http://hdl.handle.net/10497/3344
23. Zhu Y., Tan-Foo K. F. (2005a): *An analysis of Singapore secondary students' performance on one authentic open-ended mathematics task,* ICMI Regional Conference: The 3rd East Asia Regional Conference on Mathematics Education,

Shanghai, Nanjing, and Hangzhou, China, http://conference.nie.edu.sg/paper/Converted%20Pdf/ab00417.pdf

24. Kantowski M. G. (1981): *Problem solving*, in E. Fennema (Ed.), Mathematics education research, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), стр. 111-126
25. Kaufman J. C. (2009): *Creativity 101*, Springer Publishing Company, 256 стр.
26. Kayan F. (2007): *A study on preservice elementary mathematics teachers' mathematical problem solving beliefs*, The graduate school of social sciences of middle east technical university (master thesis), Ankara, 181 стр., http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12608104/index.pdf
27. Квашчев Р. (1971): *Развијање стваралачких способности код ученика*, Приручник за наставнике, Завод за издавање уџбеника, Београд, 386 стр.
28. Kim K. H. (2005): *Can Only Intelligent People Be Creative: A Meta-Analysis*, The Journal of Secondary Gifted Education, Vol. XVI, No. 2/3, Prufrock Press, стр. 57 – 66.
29. Kim H. K. (2006): *Can we trust creativity tests?* A review of the Torrance tests of creative thinking (TTCT), Creativity Research Journal, Vol. 18, No. 1, стр. 3-14
30. Kim K. H., Cramond B., VanTassel-Baska J. (2010): *The Relationship between Creativity and Intelligence*, The Cambridge Handbook of Creativity, Kaufman J. C., Sternberg R. J. (Eds.), Cambridge University Press, стр. 395 – 412.
31. Köhler H. (1997): *Acting artist-like in the classroom*, Stuttgart, ZDM, http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/, стр. 88-93
32. Kwon O. N., Park J. S., Park J. H. (2006): *Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach*, Asia Pacific Education Review, Vol. 7, No. 1, стр. 51 – 61
33. Lee K. S., Hwang D., Seo J. J. (2003): *A development of the test for mathematical creative problem solving ability*, Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education, Vol. 7, No. 3, стр. 163 – 189
34. Lee S.Y. (2011): *The Effect of Alternative Solutions on Problem Solving Performance*, International journal for mathematics teaching and learning, Centre for innovation in mathematics teaching, University of Plymouth, electronical journal, http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/lee.pdf
35. Leeming D.A., Madden K., Marlan S. (Eds.) (2009): *Encyclopedia of psychology and religion*, Volume 2, Springer, 997 стр.

36. Leiken R., Kloss Y. (2011): *Mathematical creativity of 8th and 10th grade students*, The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Proceedings, http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/7/Leikin_Kloss_CERME7-WG7.pdf
37. Leung S. K. S. (1997): *On the open-ended nature in mathematical problem posing*, Use of open-ended problems in mathematics classroom, Department of Teacher Education, University of Helsinki, стр. 26-33
38. Liljedahl P. (2009): *Imagination*, *Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent*, Kerr B., Wells B. (Eds.), Vol. 1, SAGE Publications, стр. 446 – 448
39. Livne N. L., Milgram R. M. (2006): *Academic versus creative abilities in mathematics: Two components of the same construct*, Creativity Research Journal, Vol. 18, No. 2, стр. 199 – 212
40. Livne N. L., Livne O. E., Wight C. A. (2007): *Automated assessment of creative solutions in mathematics through comparative parsing*, Creativity – A Handbook for Teachers, World Scientific Publishing Co., стр. 399 – 422
41. Lubart T. (1999): *Componential Models*, *Encyclopedia of Creativity*, Runco M. A., Pritzker S. R. (Eds.), Vol 1, Ae-h, Academic Press, San Diego CA, London, стр. 295 - 300
42. Maker C. J. (2005): *The DISCOVER Project: Improving Assessment and Curriculum for Diverse Gifted Learners*, The National Research Center on the gifted and talented, University of Connecticut, University of Virginia, Yale University, 223 стр.
43. Maker C. J., Omar, M., Lisa S., Ching C., K., Ahmed M., Ugur S. (2006): *The DISCOVER curriculum model: Nurturing and enhancing creativity in all children*, Korean Educational Development Institute (KEDI) Journal of Educational Policy, 3 (2), стр. 99-121.
44. Maker J., Schiever W. (2010): *Curriculum development and teaching strategies for gifted learners (3rd ed.)*, Austin, TX: Pro-Ed., 482 стр.
45. Maker J. C., Jo S. (2011): *The Effect of the DISCOVER Curriculum Model On Mathematical Knowledge and Creativity*, Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education, Volume 3, Issue 1, стр. 1-17.
46. Максић С., Ђуришић-Бојановић М. (2003): *Мерење креативности деце помоћу тестова, Зборник института за педагошка истраживања*, бр. 35, стр. 45 – 62
47. Максић С. (2006): *Подстицање креативности у школи*, Институт за педагошка истраживања, Београд, 260 стр.

48. Максић С., Павловић З. (2009): *Вредновање дечје маште у европском културно-историјском контексту*, Социологија, часопис за социологију, социјалну психологију и социјалну антропологију, vol. 51, бр. 3, стр. 263 – 277
49. Mann E. L. (2005): *Mathematical Creativity and School Mathematics: Indicators of Mathematical Creativity in Middle School Students*, A dissertation submitted in Partial fulfillment of the requirements for the degree od Doctor of Philosophy at the University of Connecticut, 130 стр.
50. Mann E. L. (2009): *The search for mathematical creativity: identifying creative potential in middle school students*, Creativity Research Journal, 21 (4), стр. 338 – 348
51. Maslow A. (1971): *The farther reaches of human nature*, New York: Penguin Books, 407 стр.
52. Mayer R. E., Hegarty M. (1996): *The process of understanding mathematical problems, The nature of mathematical thinking* (Eds. Sternberg R. J., Ben-Zeev T.), Lawrence Erlbaum Associates, стр. 29 – 54
53. Meissner H. (2005): *Creativity and Mathematics Education – Challenges to Provoke Creativity*, Proceedings of the 3rd East Asia Regional Conference on Mathematics Education (EARCOME 3), Chair-Paper for the Symposium on "Creativity and Mathematics Education", Shanghai, China стр. 6, http://math.ecnu.edu.cn/earcome3/sym1/sym104.pdf
54. Miller B. J. (1992): *The use of outdoor-training initiative to enhance the understanding of creative problem solving*, State University of New York, College at Buffalo, Center for Studies in Creativity, 121 стр.
55. Михајловић А. (2006): *Развијање креативности у почетној настави математике*, Иновације у настави, часопис за савремену наставу, Учитељски факултет, Београд, стр.76–81
56. Михајловић А., Вуловић Н. (2010): *Содействие развитию творческого потенциала учащихся на уроках математики путем решения задач откръiтого типа*, Герценовские чтения – началъное образование, Том 1, ВВМ, Санкт-Петербург, стр. 131-136
57. Morris W. (2006): *Creativity - Its Place in Education*, Future Edge Ltd., стр. 8, Retrieved on December 2010, http://www.ijea.org/index.html
58. Mouchiroud C., Lubart T. (2001): *Children's original thinking: empirical examination of alternative measures derived from divergent thinking tasks*, The Journal of Genetic Psychology, 162 (4), стр. 382-401

59. McLean E.M., *Examining the Relationship between Individuals' Creative Products* and their Creativity Styles, Buffalo State College, State University of New York, 2004., www.buffalostate.edu/orgs/cbir/readingroom/theses/Mcleaemt.pdf*, 138 стр.*
60. Nickerson R. S. (1999): *Enhancing creativity*, In R. J. Sternberg (Ed.), Handbook of creativity, New York, NY: Cambridge University Press, стр. 392-430
61. Nohda N., Becker J. P. (1990): *Paradigm of 'open-approach' method in the mathematics classroom activities – focus on mathematical problem-solving*, Proceedings of the annual conference of the international group for the psychology of mathematics education with the north American chapter 12th PME-NA Conference, Volume 2, стр. 201 – 208
62. Nohda N. (1991): *Paradigm of the "open-approach" method in mathematics teaching: Focus on mathematics problem solving*, Zentralblatt fur Didaktik der Mathematics, 23 (2), стр. 32-37.
63. Nohda N. (1995): *Teaching and evaluating using "open-ended problems" in classroom*, Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, 27(2), стр. 57-61.
64. Nohda N. (2000): *Teaching by Open-Approach Method in Japanese Mathematics Classroom*, Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Hiroshima, Japan, Volume 1, стр. 39 – 53
65. Pal H.R., Pal A., Tourani P. (2004): *Theories of intelligence*, Everyman's Science VOL. XXXIX NO. 3, стр. 187 – 191
66. Pelfrey R. (2000): *Open-ended questions for mathematics*, Appalachian Rural Systemic Initiative, 85 стр., http://www.uky.edu/OtherOrgs/ARSI/www.uky.edu/pub/arsi/openresponsequestions/mathorq.pdf
67. Pehkonen E. (1995): *Using open-ended problem in mathematics*, Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, 27(2), стр. 67-71.
68. Pehkonen E. (1997): *The State-of-Art in Mathematical Creativity*, Fostering of Mathematical Creativity, Helsinki, ZDM, http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/, стр. 63-67
69. Pehkonen E. (1997a): *Introduction to the concept "open-ended" problem*, Use of open-ended problems in mathematics classroom, Research report 176, Helsinki Univ., Dept. of Teacher Education, стр. 8 – 11

70. Pehkonen E. (1999): *Open-ended problems: a method for an educational change*, Proceedings of 4th Pan-Hellenic Conference with International Participation "DIDACTICS OF MATHEMATICS & INFORMATICS IN EDUCATION", Rethimno, Greece, стр. 56-62
71. Pehkonen E. (2007): *Problem solving in mathematics education in Finland*, Unpublished manuscript, University of Helsinki at Finland, Retrieved on February 2012, http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/ALL/Papers/PEHKON.pdf
72. Пешикан А. (2010): *Савремени поглед на природу школског учења и наставе: социо-конструктивистичко гледиште и његове практичне импликације*, Психолошка истраживања, Vol. XIII (2), стр. 157-184
73. Polya G. (2004): *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*, Princeton University Press, 2004, 288 стр.
74. Поповић Б. (2007): *Збирка задатака из математике за оне који желе и могу више за трећи разред*, Завод за уџбенике и наставна средства, 175 стр.
75. Правилник о наставном плану и програму РС: Правилник о наставном плану и програму за први, други, трећи и четврти разред основног образовања и васпитања и наставном програму за трећи разред основног образовања, Службени гласник РС, бр. 62/03, 64/03, 58/04 и 62/04.
76. Pratt J. D., Norris D. N., Marler L. E. (2008): *Research Frontiers for the Creative Class*, 2008, стр. 215 – 222, http://nciia.org/conf08/assets/pub/pratt.pdf
77. Rickard A. (2005): *Evolution of a teacher's problem solving instruction: A case study of aligning teaching practice with reform in middle school mathematics*, Research in Middle Level Education Online, Vol. 29, No. 1, стр. 15, http://www.nmsa.org/Publications/RMLEOnline/tabid/101/Default.aspx
78. Richards R. (1999): *Four Ps of Creativity*, Encyclopedia of Creativity, Runco M. A., Pritzker S. R. (Eds.), Vol 1, Ae-h, Academic Press, San Diego CA, London, стр. 733 - 742
79. Рот, Н., Радоњић С. (1974): *Психологија, уџбеник за други разред гимназије*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 256 стр.
80. Runco M. A. (1993): *Creativity as an Educational Objective for Disadvantaged Students*, Research Center on the Gifted and Talented, No. 9306, 57 стр.
81. Runco M. A. (2004): *Divergent thinking, creativity and giftedness, Definitions and conceptions of giftedness* (Ed. Sternberg R. J.), Corwin Press&A Sage Publications Company, стр. 47 – 62

82. Runco M. A. (2007): *Creativity. Theories and Themes: Research, Development, and Practice*, Elsevier Academic Press, Burlington MA, 492 стр.
83. Sak U., & Maker C. J. (2005): *Divergence and convergence of mental forces in open and closed mathematical problems*, International Education Journal, 6 (2), стр. 252-260
84. Silver E. A. (1997): *Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing*, Pittsburgh (USA), ZDM, стр. 75-80
85. Smith S. M., Ward T. B., Finke R. A. (1997): *Introduction-Cognitive Processes in Creative Contexts*, The Creative Cognitive Approach (ed. Smith, Ward, Finke), Bradford Books, 357 стр.
86. Sriraman B. (2004): *The Characteristics of Mathematical Creativity*, The Mathematics Educator, Vol. 14, No. 1, стр 19-34.
87. Sriraman B. (2005): *Are giftedness and creativity synonyms in mathematics*, The Journal of Secondary Gifted Education. 17(1), стр. 20-36.
88. Sriraman B. (2009): *The Characteristics of Mathematical Creativity*, ZDM Mathematics Education, ZDM Mathematics Education, 41, стр. 13–27
89. Sriraman B., Lee K.H. (Ed.) (2011): *The Elements of Creativity and Giftedness*, Sense Publishers, Roterdam, Boston, Taipei, 240 стр.
90. Starko A. J. (2005): *Creativity in the classroom: Schools of curious delight*, Third Edition, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Malwah, New Jersey, London, 499 стр.
91. Starko A. J. (2010): *Creativity in the classroom: Schools of curious delight*, Fourth Edition, Routledge, Taylor&Francis Group, New Jersey, London, 356 стр.
92. Sternberg R.J. (1981): *A componential theory of intellectual giftedness*, Gifted child Quarterly 25(2), стр. 86-93
93. Sternberg R. J. (1999): *Intelligence, Encyclopedia of Creativity*, Runco M. A., Pritzker S. R. (Eds.), Vol 2, Ae-h, Academic Press, San Diego CA, London, стр. 81 - 88
94. Sternberg R. J. (Ed.) (1999): *Handbook of Creativity*, Cambridge University Press, 490 стр.
95. Sternberg R. J. (2003): *Wisdom, Intelligence, and Creativity Synthesized*, Cambridge University Press, 235 стр.
96. Sternberg J. R., Lubart T. I., Kaufman J. C., Pretz J. E. (2005): *Creativity*, The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning, Cambridge University Press, стр. 351 – 370

97. Стефановић А. (2009): *Уџбеник за трећи разред основне школе, први и други део*, пето издање, Креативни центар, Београд
98. Sullivan P., Bourke D., Scott A. (1997): *Learning mathematics through exploration of open-ended tasks: describing the activity of classroom participants*, Use of open-ended problems in mathematics classroom, Research report 176, Helsinki Univ., Dept. of Teacher Education, стр. 88 – 105
99. Shimada S., Becker P.J. (1997): *The open-ended approach: a new proposal for teaching mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, 175 стр.
100. Schoenfeld A. H. (1992): *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*, In D. Grouws (Ed.), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning New York: MacMillan, стр. 334 – 370
101. Takahashi A. (2000): *Open-ended Problem Solving and Computer Instantiated Manipulatives (CIM)*, Topic Study Group 5 at the 9th International Congress on Mathematical Education (ICME-9), Tokyo/Makuhari, Japan, Retrieved on November 2011, http://students.ed.uiuc.edu/takahash/ICME9-CIM.pdf
102. Tapomoy D. (2006): *Strategic Approach to human resource management – concept, tool and application*, Atlantic Publishers&Distributors, New Delhi, 401 стр.
103. Torrance E. P. (1988): *The Nature of Creativity As Manifest in It's Testing*, Sternberg R. J. (Ed.), The nature of Creativity, Cambridge University Press, Cambridge, England, стр. 43 – 75
104. Urban K. K., Jellen H. G. (2010): *Test for creative thinking-drawing production (TCT-DP), Manual*, 2nd Edition, Pearson Assessment&Information GmbH, Frankfurt/M, 74 стр.
105. Fetterly J. M. (2010): *An exploratory study of the use of a problem-posing approach on pre-service elementary education teachers' mathematical creativity, beliefs, and anxiety*, Dissertation, Florida State University, School of Teacher Education, 99 стр., http://etd.lib.fsu.edu/theses/available/etd-07312010-124514/
106. Fisher R. (2004): *What is creativity?*, Unlocking Creativity: Teaching Across the Curriculum, Fisher R., Williams M. (Eds.), David Fulton Publishers, стр. 6 – 20
107. Foong P. Y. (2000): *Open-ended problems for higher-order thinking in mathematics*, Teaching and Learning, 20(2), стр. 49-57

108. Foong P. Y. (2002): *The role of problems to enhance pedagogical practices in the Singapore mathematics classroom*, The Mathematics Educator, Vol. 6, No. 2, стр. 15-31
109. Foong P.Y. (2002): *Using short open-ended mathematics questions to promote thinking and understanding*, In A.. Rogerson (Ed.), Proceedings of the International Conference: The Humanistic Renaissance in Mathematics Education, Retrieved February 2009, стр. 135-140, http://math.unipa.it/~grim/SiFoong.pdf
110. Hashimoto Y. (1997): *The methods of fostering creativity through mathematical problem solving*, Yokohama National University, ZDM, http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/, стр. 86-87
111. Haylock D. W. (1987): *A framework for assessing mathematical creativity in school children*, Educational Studies in Mathematics, 18, стр. 59-74.
112. Haylock D W. (1997): *Recognizing Mathematical Creativity in Schoolchildren*, ZDM, Vol. 29, No. 3, стр. 68 – 74
113. Хрњица С. (1994): *Општа психологија са психологијом личности*, Научна књига, Београд, 188 стр.
114. Chan, C.M.E. (2007): *Using open-ended mathematics problems: A classroom experience (Primary)*, In C. Shagar & R. B. A. Rahim (Eds.), Redesigning pedagogy: Voices of practitioners, Singapore: Pearson Education South Asia, стр. 129-146
115. Charyton C., Snelbecker G. E. (2007): *General, Artistic and Scientific Creativity Attributes of Engineering and Music Students*, Creativity Research Journal, Vol. 19, Nos. 2–3, стр. 213–225
116. Chamorro-Premuzic T. (2007): *Personality and Individual Differences*, Blackwell Publishing, Malden MA, Oxford, Victoria, 201 стр.
117. Cooney T. J., Sanchez W. B., Ice, N. F. (2001): *Interpreting Teachers' Movement toward Reform in Mathematics Assessment*, Mathematics Educator, vol. 11, No. 1, стр. 10-14
118. Craft A. (2001): *An analysis of research and literature on creativity in education*, Report prepared for the Qualifications and Curriculum Authority, www.euvonal.hu/images/creativity_report.pdf, 37 стр.
119. Cropley A. J. (1997): *More ways than one: fostering creativity*, Ablex Publishing Corporation, Norwood, New Jersey, 134 стр.

120. Чорко И., Вранић А. (2007): *Утицај информације о постојећим дјелима у одређеној домени креативности нових дјела*, Друштвена истраживања, Vol. 16, No. 3 (89), http://hrcak.srce.hr/file/29811, стр. 613 – 625
121. Шевкушић С. (2006): *Кооперативно учење и квалитет знања*, С. Крњајић (прир.): Претпоставке успешне наставе, Институт за Педагошка истраживања, Београд, стр. 179-202
122. Шефер Ј. (2005): *Креативне активности у тематској настави*, Институт за педагошка истраживања, Београд, 238 стр.
123. Шпијуновић К. (2005): *Развијање стваралачког мишљења ученика као циљ и задатак математичког образовања*, Зборник радова Учитељског факултета, бр. 6, Ужице, стр. 221-230
124. Шпијуновић К. (1994): *Такмичење из математике и развијање стваралачког мишљења ученика*, Институт за педагогију и андрагогију Филозофског факултета, Београд, стр. 180
125. Wakefield J. F. (1987): *The outlook for creativity tests*, Paper presented at the Council for Exceptional Children’s Topical Conference on the Future of Special Education (Orlando, FL), стр. 34
126. Westendorf S., Buss K., Zedan H. (2009): *Mining for Behavioural Knowledge and Information in the Creative Processes*, Institute of Creative Technologies, STRL, стр. 10, dmu-ca.ioct.dmu.ac.uk/publication/papers/paper_mining_sascha.pdf
127. http://nzmaths.co.nz/problem-solving, New Zealand Maths, New Zealand Ministry of Education, Retrieved on March 2008

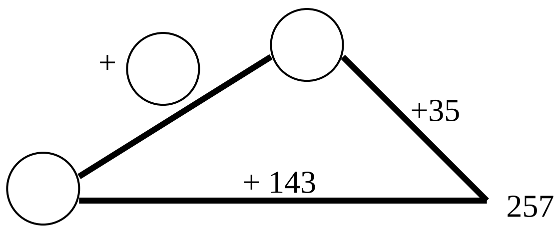
V ПРИЛОЗИ

5.1 ТЕСТ ЗНАЊА (ТЗ1)

Покажи шта знаш!

Презиме и име: ________________________________

Разред и одељење: ______________

1.	Запиши цифрама број који садржи: а) три стотине девет десетица осам јединица ______ б) две стотине шест јединица ______ в) осам стотина три десетице ______. 
2.	Напиши словима бројеве: 690 ____________________________ 358 ____________________________ 702 ____________________________.
3.	На четири полице налази се по 12 тегли. Ана је са три полице узела по 5 тегли. Како се израчунава број преосталих тегли на полицама? Заокружи тачан израз! а) 4·12+3·5 б) 4·12 - 3·5 в) 4·12 – 5 г) (4+12) – (3+5)
4.	Попуни празне кружиће тако да добијеш тачне збирове: 

5. Решење једначине x – 132 = 723 је:

<u>Место за рачунање:</u>

Одговор: Решење једначине је ___.

6. Број за 3 већи од 12 је ___.
Број 3 пута већи од 12 је ___.
Број 3 пута мањи од 12 је ___.
Број за 3 мањи од 12 је ___.

7. Настави попуњавање следеће таблице:

Израз	18:3+6	18: (3+6)	13·7–3	13·(7–3)
Вредност израза				

8. У једној згради живи 215 станара, а у другој 27 више. Колико станара живи у обе зграде?

<u>Место за рад:</u>

Одговор:
____.

9. Обој истом бојом једнаке дужине:

670mm	524cm	4m 8cm	1km
90cm	4m 8dm	260m	3dm
26dm	1000m	6dm 7cm	900mm
408cm	300mm	5m 24cm	480cm

10. 

Допуни:

2dm 3cm + 3dm 5cm = ______cm
562mm = ____dm ___cm ___mm
1km – 235m = ____m

11.	Аутобус је кренуо у 16h 45 min. Вожња је трајала 3h 30 min. Када је стигао на одредиште? <u>Место за рад:</u> Одговор: ____.
12.	Без рачунања повежи стрелицом исте збирове. 172 + 436 — 279 + 254 + 482 263 + 391 — 743 + (164 + 103) 254 + 279 + 482 — 391 + 263 (743 + 164) + 103 — 436 + 172 Која сте својства сабирања користили овде? ____________________________________ ____.
13.	Провери и у кружић упиши слово Т за тачан резултат, а слово Н за нетачан резултат. 439 – 275 = 174 ○ 363 + 281 = 644 ○ 957 – 594 = 363 ○ 695 + 287 = 972 ○
14.	Допуни следеће реченице тако да буду тачне: Ако један сабирак повећамо за 630, збир ће се __________ за __________. Ако умањилац смањимо за 46, разлика ће се ___________ за _____. Ако умањеник ___________ за 247, разлика ће се смањити за 247. Збир се неће променити ако један сабирак повећамо за 428, а други сабирак _________ за ____.

15.

Два возача су пошла у исто време из истог места. Један се кретао брзином од 100km на час, а други 120km на час. Колико су се удаљили од места с којег су пошли после два часа? Колико су били удаљени један од другог после тачно два часа?

<u>Место за рад:</u>

Одговор: ____
____.

16.

Мара је кренула у биоскоп који се налази у њеној улици, западно од њене куће, на раздаљини од 200m. Када је стигла до биоскопа, сетила се да су карте код другарице која станује у истој улици, источно од биоскопа, на раздаљини од 400m. Отишла је код ње и заједно су прешле 200m на запад. Докле су стигле? Нека ти цртеж помогне у рачунању.

<u>Место за рад:</u>

17.

Од уштеђеног новца Цица је купила књигу Острво с благом која кошта 863 динара. Продавачица јој је вратила кусур 37 динара. Колика је била Цицина уштеђевина?

<u>Место за рад:</u>

Одговор:
____.

18. 

За један блок и три свеске Саша је платио 140 динара, а за један блок и једну свеску Никола је платио 80 динара. Колико у тој продавници кошта један блок?

<u>Место за рад:</u>

Одговор:

____
____.

19. Влада је седам пута млађи од свога деде, а његов деда ће кроз 6 година имати тачно 90 година. Колико година има Влада?

<u>Место за рад:</u>

Одговор:

____.

20. Јелен, вук и зец учествовали су на шумској олимпијади. Такмичили су се у трчању. Сваки од њих заузео је једно од прва три места. Зец није био ни први ни трећи. Вук такође није постао шампион. Које место је заузео вук?

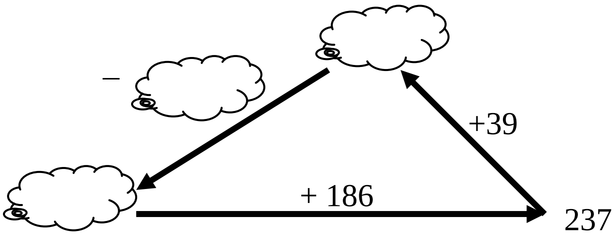
БРАВО! Стигао си до краја!

5.2 ТЕСТ ЗНАЊА (ТЗ2)

Покажи шта знаш!

Презиме и име: __________________________________

Разред и одељење: ______________

<table>
<tr><td>1.</td><td>Који је то број који садржи:
а) седам стотина пет десетица?______
б) четири стотине пет јединица? ______
в) пет стотина шест десетица осам јединица? ______.
</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Напиши словима бројеве:
293 ______________________________
301 ______________________________
759 ______________________________.</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>На пет тањира налази се по 12 колача. Мама је на четири тањира ставила још по 7 колача. Како се израчунава укупан број колача на тањирима? Заокружи тачан израз!
а) 5·12 – 4·7
б) 5·12 + 4
в) 5·12 + 4·7
г) 5·12 + 7</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Попуни празне облаке тако да добијеш тачне резултате (прати стрелице):

</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Решење једначине 4 · x = 648 је:

<u>Место за рачунање:</u>

Одговор: Решење једначине је _______.</td></tr>
</table>

6. Број 8 пута мањи од 32 је ___.
Број за 8 мањи од 32 је ___.
Број за 8 већи од 32 је ___.
Број 8 пута већи од 32 је ___.

7. Настави попуњавање следеће таблице онако како је започето:

Израз	18:3+6	25 · 4 – 2	25 · (4 – 2)	17·3+4	17·(3+4)
Вредност израза	12				

8. Андреја у једном џепу има 481 динар, а у другом 58 динара мање. Колико укупно новца има Андреја у оба џепа?

<u>Место за рад:</u>

Одговор: ____.

9. Обој истом бојом једнаке величине:

620mm	524cm	5m 9cm	1km
30cm	5m 9dm	62m	4dm
620dm	1000m	6dm 2cm	300mm
509cm	400mm	5m 24cm	590cm

10. Допуни:

5dm 6cm + 2dm 3cm = ______cm
289mm = ____dm ___cm ___mm

11. Брод је испловио у 13h 30 min из прве луке. Путовао је 5h 45 min до друге луке. У колико сати је брод упловио у другу луку?

<u>Место за рад:</u>

Одговор: ____.

12. Без рачунања повежи стрелицом исте збирове.

$283 \cdot 3$	$2 \cdot (4 \cdot 107)$
$627 + 293$	$261 + 352 + 318$
$352 + 261 + 318$	$3 \cdot 283$
$(2 \cdot 4) \cdot 107$	$627 + 293$

Која сте својства сабирања и множења користили овде? ________________________
____.

13. Провери и у кружић упиши слово Т за тачан резултат, а слово Н за нетачан резултат.

$538 - 365 = 173$ ○ $3 \cdot 204 = 612$ ○

$374 + 397 = 761$ ○ $630 : 9 = 7$ ○

14. Допуни следеће реченице тако да буду тачне:

Ако један чинилац смањимо 2 пута, производ ће се ___________ 2 пута.
Ако један чинилац повећамо 3 пута, производ ће се ___________ ____ пута.
Ако један чинилац ___________ 32 пута, производ ће се смањити 32 пута.
Производ се неће променити ако један чинилац смањимо 27 пута, а други чинилац _________ ____ пута.

15. 

Два камиона су кренула са истог стоваришта у исто време. Један се кретао брзином од 120km на час, а други 90km на час. Колико су се удаљили од места с којег су кренули после четири часа вожње? Колико су били удаљени један од другог после тачно четири часа?

<u>Место за рад:</u>

Одговор: ____
____.

16. Мира је кренула пешице у библиотеку која се налази у њеној улици, северно од њене куће, на раздаљини од 250m. Када је стигла до библиотеке, сетила се да јој је књига остала код баке која станује у истој улици, јужно од библиотеке, на растојању од 500m. Отишла је код ње, узела књигу, а онда се вратила 250m на север. Докле је Мира стигла? Нека ти цртеж помогне у рачунању.

Место за рад:

17. 

Марко је за рођендан добио новац од баке и деке. Одлучио је да купи велику карту света која кошта 847 динара. Продавачица му је вратила кусур 38 динара. Колико је новца Марко добио од баке и деке?

Место за рад:

Одговор:

18. Књига и четири свеске коштају 720 динара, а књига и једна свеска 270 динара. Израчунај колика је цена књиге, а колика свеске?

Место за рад:

Одговор:

19.	Мама је сада четири пута старија од Мише. Ако ће мама кроз четири године имати 40 година, колико Миша има година сада?  <u>Место за рад:</u> Одговор: ____.
20.	Анђела је старија од Горана и млађа од Мирка. Иван је старији од Катарине и млађи од Анђеле. Ко је најстарији?  а) Анђела б) Горан в) Иван г) Катарина д) Мирко.
	БРАВО! Стигао си до краја!

5.3 ТЕСТ КРЕАТИВНОГ РЕШАВАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ПРОБЛЕМА (ТКРМП-А)

Математички тест - Употреби кликере!

Презиме и име ______________________________

Разред и одељење: ______________

1.	Израчунај 256+389. <u>Место за рад:</u> Одговор: Збир бројева 256 и 389 је _______.
2.	Ако је Марко имао 800 динара и у продавници је потрошио 320, колико му је новца остало? <u>Место за рад:</u> Одговор: ____.
3.	Миша има 100 динара. Како све може уситнити новац помоћу новчаница од 5, 10, 20 и 50 динара? Покажи све начине. <u>Место за рад:</u>

4.	Коме броју није место у низу 12, 17, 15, 21? Да ли постоји само једно решење? <u>Место за рад и објашњење:</u>
5.	Користећи цифре 3, 5, 2 напиши што више тачних једнакости. <u>Место за рад:</u>
6.	Како све можеш добити 50? <u>Место за рад:</u>

7.	Пера је решавао задатак и решио га је на следећи начин 483+(483 – 234) = 234 + 249 = 483. Како је могао да гласи текст Периног задатка? Напиши што више различитих текстуалних задатака. <u>Место за рад:</u>

8. Погледај слику, размисли, затим напиши текст задатка који би одговарао слици, а онда реши тај задатак. Покушај да смислиш што више различитих текстуалних задатака.

<u>Место за рад:</u>

5.4 ТЕСТ КРЕАТИВНОГ РЕШАВАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ПРОБЛЕМА (ТКРМП-Б)

Математички тест - Употреби кликере!

Презиме и име ______________________________

Разред и одељење: ______________

1.	Израчунај 274·3. <u>Место за рад:</u> Одговор: Збир бројева 274 и 3 је _______.
2.	Ако је Сима имао укупно 900 динара и у продавници је платио 438 динара за књигу, колико му је новца остало? <u>Место за рад:</u> Одговор: ____.
3.	Тата је Софији дао 30 динара. Како све тата може дати Софији ових 30 динара ако користи новчиће од 1, 2, 5, 10 и 20 динара? Прикажи и испиши све начине које можеш да нађеш. <u>Место за рад:</u>

4.	Коме броју није место у низу 12, 13, 15, 18, 21? Објасни зашто тако мислишМоже ли још неки број да буде „уљез“ (тј. да не припада овом низу бројева)? Место за рад:
5.	Користећи цифре 2, 4 и 8 напиши што више тачних једнакости. Место за рад и објашњење:
6.	Како све можеш добити 48? Место за рад:

7.	Кристина је решавала задатак и решила га је на следећи начин $234+3\cdot 234 = 234 + 702 = 936$. Како је све могао да гласи текст Кристининог задатка? Напиши неколико различитих текстуалних задатака. <u>Место за рад:</u>

8. Погледај слику, уочи шта је све на њој, размисли, затим напиши текст задатка који би одговарао слици, а онда реши тај задатак. Покушај да смислиш што више различитих текстуалних задатака.

<u>Место за писање текста задатка:</u>