

Природно-математички факултет
Радна заједница заједничких послова
НОВИ САД

Примљено: 21. 11. 1993

Орг. јед.	Сл.	Број	Одговор
0603	55/1		

**IZVEŠTAJ KOMISIJE O OCENI DOKTORSKE
DISERTACIJE**
kandidata Bodroža-Pantić mr Olge

Kandidat Olga Bodroža-Pantić uradila je i predala doktorsku disertaciju pod naslovom „ODREDJIVANJE BROJEVA 1-FAKTORA I 2-FAKTORA NEKIH KLASA GRAFOVA”. Rezultati rada izloženi su u obimu od 92 stranice kucanog teksta od čega je 12 strana dodatak koji sadrži računarske programe korišćene u radu.

Istraživanja u ovom radu odnose se na određivanje broja 1-faktora i 2-faktora nekih klasa grafova.

Određivanje broja r -faktora u nekim klasama grafova, zbog svog značaja u fizici i hemiji kao i drugim oblastima ljudske delatnosti, predstavlja jedan od aktuelnih problema u teoriji grafova.

Na primer, svaki 1-faktor Dekartove sume lanaca (DSL) $P_m \times P_n$ (pravougaone mreže) predstavlja poseban način interakcije najbližih suseda između α i β spinova smeštenih naizmenično u mreži metala anti-feromagnetika (problem dimera). Broj 1-faktora za ovaj tip grafa, kad se izvrši ekstrapolacija na mrežu beskonačne veličine, daje posebnu funkciju za magnetne i termodinamičke osobine kristala (Ising problem) a takodje i funkciju za kinetiku adsorpcije dvoatomnih molekula, recimo, molekula kiseonika na čistu površinu metala.

U hemiji su pak, od bitnog značaja heksagonalni sistemi, popularno nazvani „saće”. Kostur molekula benzenoidnog ugljovodonika predstavlja heksagonalni sistem a svakoj Kekulé strukturi ovog ugljovodonika odgovara jednoznačno određen 1-faktor odgovarajućeg heksagonalnog sistema.

Ustanovljeno je da stabilnost i mnoga druga svojstva nekih iz ove grupe ugljovodonika stoje u vezi sa brojem Kekulé struktura, te otuda i proizilazi veliki interes u hemiji za prebrojavanje 1-faktora određenih heksagonalnih sistema.

Počevši sa algoritmima koje su predložili Gordon i Davison pojavili su se mnogi radovi o problemu nalaženja Kekulé struktura benzenoidnog ugljovodonika. Doprinosom velikog broja poznatih hemičara i graf-teoretičara kao što su Balaban, Tomescu, Gutman, Herndon, Hosoya, Sachs, Trinajstić,

Cyvin,

Farrell i drugi, ovo polje istraživanja je poslednjih godina znatno ubrzano.

Rad se sastoji iz dva dela.

Prvi deo se bavi 1-faktorima heksagonalnih sistema heksagonalnog oblika, heksagonalnih lanaca kao i kvadratnih lanaca.

Dokazuje se eksplicitna formula za broj Kekulé struktura benzenoidnog sistema heksagonalnog oblika $O(k, m, n)$. Gordon i Davison su 1951.god. publikovali kombinatorne formule koje daju broj 1-faktora (Kekulé struktura) za grafove $O(n, n, n)$ i $O(m, m, n)$ koje pripisuju M.R.Everetu i M.Woodger-u. Ni Everet ni Woodger nisu obelodanili metod kojim su došli do tih formula. Cyvin je 1986.god došao do uopštenja formula Everett-a i Woodgera ali dokaz ponovo nije dat.

U tezi je dokazana Cyvin-ova formula za broj 1-faktora grafa $O(k, m, n)$. Tehnika dokaza je zasnovana na primeni modifikacije John-Sachs-ove teoreme.

Takodje, u tezi se dobija veći broj rekurentnih relacija i algebarskih izraza koji se odnose na broj 1-faktora heksagonalnog (nerazgranatog) lanca koji se sastoji od n linearno sastavljenih segmenata i uspostavlja njihova veza sa Fibonačijevim brojevima.

Heksagonalni lanac $P_{6,n}$ se može označiti na više načina. Interesanto je to da su različite formule dobijene u radu inspirisane različitim označavanjima heksagonalnog lanca. Naravno, lako se može svaka od tih formula zapisati u druga dva ekvivalentna oblika (za preostale načine označavanja).

Tošić i Stojmenović su izveli vezu izmedju 1-faktora pentagonalnih ($P_{5,n}$), kvadratnih ($P_{4,n}$) lanaca, s jedne strane, i 1-faktora heksagonalnih lanaca, s druge strane. Time bogatstvo formula za 1-faktore heksagonalnih lanaca je preneseno i na pentagonalne i kvadratne lance.

U radu se takodje daje i jedna nova formula za broj 1-faktora kvadratnih lanaca.

Drugi deo rada odnosi se na 2-faktore i u specijalnom slučaju povezane 2-faktore tj. Hamiltonove konture Dekartove sume lanaca i predstavlja nastavak istraživanja magistarskog rada **2-faktori Dekartove sume lanaca**.

U cilju odredjivanja broja 2-faktora $F_m(n)$ i broja Hamiltonovih kontura $H_m(n)$ u grafu $P_m \times P_n$ koriste se matrice prelaza pridruženih grafova i digrafova. Pridruživanjem odredjenih grafova (digrafova) grafovima $P_m \times P_n$

za m -fiksno problem 2-faktora (povezanih 2-faktora) se sveo na problem prebrojavanja svih puteva fiksne dužine u pridruženom grafu (digrafu) koji polaze i koji se završavaju u fiksnim podskupovima skupa čvorova. Kako se za brojeve tih puteva uvek može odrediti rekurentna relacija to se ovde dokazuje da se uvek može odrediti rekurentna relacija za broj 2-faktora i Hamiltonovih kontura grafa $P_m \times P_n$ za m -fiksno. Korišćenjem određenih svojstava ovih digrafova, matrice susedstva, pomoću kojih dolazimo do rekurentnih relacija za brojeve $F_m(n)$ i $H_m(n)$, se mogu redukovati i na taj način postići bolji rezultati (rekurentne relacije manjeg reda). Na ovaj način omogućeno je dobijanje novih rekurentnih relacija za $F_m(n)$ i $H_m(n)$ (za veće vrednosti m).

Odredjene su i generativne funkcije ovih nizova za neke fiksne vrednosti m .


Svi algoritmi u ovom radu implementirani su u PASCAL-u. Uradjen je veći broj programa kojima su dobijene redukovane matrice grafova G'_m za $m = 3, 4, 5, 6, 7$ i digrafova D_m za $m = 3, 4, 5, 6$, odredjene rekurentne relacije za nizove $F_m(n)$ i $H_m(n)$ i generativne funkcije ovih nizova. Poslednja dva programa su kompletno dati u dodatku.


Kandidat je u priloženom radu u potpunosti ostvario cilj formulisan u prijavi za izradu doktorske disertacije. Rad takodje pokazuje da je kandidat ovladao istraživačkim metodama u jednoj važnoj oblasti teorije grafova u kojoj ima još mnogo otvorenih problema. Pokazao je, takodje, da uspešno kombinuje teorijske metode i pristup uz korišćenje računara i da se u tom pravcu otvaraju nove mogućnosti istraživanja.

Komisija veoma pozitivno ocenjuje predati rad i predlaže Naučnom veću da kandidatu Olgi Bodroža-Pantić omogući odbranu doktorske disertacije pod naslovom „ODREDJIVANJE BROJEVA 1-FAKTORA I 2-FAKTORA NEKIH KLASA GRAFOVA ”.


U Novom Sadu,

Komisija:


1. Petrović dr Vojislav,
vanr.prof. PMF-a u Novom Sadu - predsednik


2. Tošić dr Ratko ,
red.prof.PMF-a u Novom Sadu - mentor


3. Gutman dr Ivan,
red.prof. PMF-a u Kragujevcu, dopisni član SANU


4. Doroslovački dr Rade,
docent FTN-a u Novom Sadu