

- 1 - 04 - 1987			
Орг јед.	Брј	Класа	Предмет
03	237/4		

Naučnom veću Prirodno-matematičkog
fakulteta u Novom Sadu

Naučno veće PMF-a u Novom Sadu na svojoj sednici održanoj 19. marta 1987. godine odredilo je komisiju za ocenu doktorske disertacije mr Đure Paunića pod naslovom "Algebarske n-arne strukture".

Komisija u sastavu:

1. Milić dr Svetozar, redovan profesor PMF u Novom Sadu, predsednik,
2. Stojaković dr Zoran, redovan profesor PMF u Novom Sadu,
3. Čupona dr Georgi, akademik, redovan profesor Matematičkog fakulteta u Skopju,
4. Ušan dr Janez, redovan profesor PMF u Novom Sadu

na osnovu pregleda podnete doktorske disertacije podnosi sledeći

I Z V E Š T A J

Razvoj matematike ukazao je da binarne algebarske strukture nisu dovoljne i da je uvođenje n-arnih algebarskih operacija nužno za dalji razvoj algebre i njenih primena. Intenzivno izučavanje ovih struktura vezano je za poslednjih dvadesetak godina i danas se već može reći da one predstavljaju celovitu teoriju koja je obrađena u više poznatih monografija eminentnih matematičara. Na ovakav razvoj teorije različitih algebarskih struktura nesumnjivo je uticao i buran razvoj kompjuterskih nauka i glavnog oslonca tog razvoja - diskretne matematike (tj. matematike "bez neprekidnosti"). Budući razvoj matematike zahteva dalje uopštavanje pojma n-arnih algebarskih struktura - tako su se pojavile vektorsko-vrednosne algebarske strukture, čije je izučavanje

počelo pre nekoliko godina.

Kandidat je u svojoj disertaciji izučavao navedenu problematiku i u tome dao vidan doprinos.

Disertacija je podeljena na šest delova - uvod, četiri glave i literaturu.

U prvom, uvodnom delu je dat istorijat problematike koja je kasnije izučavana i prikazani su u sažetom obliku rezultati na kojima se zasniva dalja razrada teze.

U prvoj glavi rada je proučavan sledeći problem: Kakva svojstva ima n -kvazigrupa koja se poklapa sa svojim σ -parastrofima, za svako σ iz G , gde je G podgrupa simetrične grupe S_{n+1} . Neki specijalni slučajevi ovakvih n -kvazigrupa su ranije izučavani, a u ovom radu razmatran je opšti slučaj, kada je G proizvoljna podgrupa grupe S_{n+1} .

U slučaju binarnih kvazigrupa se dobijaju polusimetrične kvazigrupe koje su veoma opširno izučavane, a dopuštaju i vrlo interesantnu kombinatornu interpretaciju kao Mendelsonovi sistemi trojki. Ako je $G = S_3$ tada se dobijaju totalno simetrične kvazigrupe čija je jedna klasa ekvivalentna Štajnerovim sistemima trojki, koji su veoma blisko povezani sa nizom kombinatornih i geometrijskih konstrukcija.

U n -arnom slučaju je najinteresantniji slučaj $G = C_{n+1}$, koji omogućava da se algebarskim metodama proučavaju razna uopštenja nekih poznatih kombinatornih struktura. Za samoortogonalne polusimetrične kvazigrupe su dokazane teoreme koje uopštavaju rezultate većeg broja autora. Pokazano je da

postoji samoortogonalna ciklična n -kvazigrupa za svako $q =$

$p_1^{a_1} b_1 \dots p_m^{a_m} b_m$, gde su p_1, \dots, p_m prosti brojevi, a a_1, \dots, a_m

prirodni brojevi takvi da je $p_i^{a_i} \equiv 1 \pmod{s_i}$, gde je $s_i > 1$ delitelj od $n+1$, $i=1, \dots, m$, a b_i proizvoljni prirodni brojevi.

U drugoj glavi su ispitivane n -grupe (Q, f) koje su jednake sa jednim svojim parastrofom i n -kvazigrupe koje zadovoljavaju oslabljeni asocijativni zakon. Kako se n -grupa naj-

češće definiše kao n -kvazigrupa koja je ujedno i n -polugrupa, a pošto ovi uslovi nisu nezavisni, to se može naći ekvivalentna definicija koja zahteva manje proveru i prema tome je pogodnija za rad. Ovde su posebno razmatrane klase G - n -kvazigrupa i G - n -grupa u čijoj definiciji se uslovi za asocijativnost mogu još više oslabiti.

Koristeći Hosu-Gluskinovu teoremu o reprezentaciji operacije n -grupe pomoću binarne grupe dobijen je potpun opis G - n -grupa pomoću binarnih grupa.

Treća glava je posvećena multikvazigrupama. Multikvazigrupe su uvedene kao prirodno uopštenje pojma n -kvazigrupe. (n,m) -kvazigrupa (ili multikvazigrupa ili vektorsko-vrednosna kvazigrupa) je (n,m) -grupoid koji ispunjava uslove koji predstavljaju uopštenje rešivosti odgovarajućih jednačina. Multikvazigrupe imaju razne interpretacije: svaka multikvazigrupa je ekvivalentna sistemu od m jako ortogonalnih n -kvazigrupa a takođe je ekvivalentna i multidimenzionim geometrijskim rešetkama.

U radu je najpre dokazana egzistencija klase nelinearnih multikvazigrupa, a zatim su razmatrane multikvazigrupe koje zadovoljavaju prirodna uopštenja asocijativnog zakona, komutativnog zakona ili prirodno uopštenje neutralnog sloga. U nastavku je izložena jedna konstrukcija klase multikvazigrupa koje uopštavaju medijalne n -kvazigrupe.

U četvrtoj glavi su razmatrani problemi u vezi sa (m,n) -prstenima koji se dosta razlikuju od ranije proučavanih struktura. Naime u prethodnim glavama su razmatrani algebarski sistemi sa jednom n -arnom operacijom, ili sa više operacija iste vrste definisanih nad jednim istim skupom, dok je (m,n) -prsten algebarska struktura sa dve operacije: komutativna m -grupa, (koja se obično naziva aditivna m -grupa), i n -polugrupa, (koja se obično naziva multiplikativna n -polugrupa), koje su povezane distributivnošću. (m,n) -prstene su uveli G. Čupona i D. Boccioni.

U tezi je posebno izučavana problematika povezana sa homomorfnim preslikavanjem jednog (m,n) -prstena u drugi, pri čemu se neka multiplikativna n -potpolugrupa prvog (m,n) -prstena preslikava u multiplikativnu n -potpolugrupu drugog (m,n) -prstena koja je n -grupa. Kako je pri tom naročito interesan-

tan slučaj kad je homomorfizam monomorfizam, to je izučavan i slučaj kad je multiplikativna n -polugrupa (m,n) -prstena kancellativna u odnosu na neku svoju n -potpolugrupu. Konstrukcija koja je opisana je uopštenje klasične konstrukcije lokalizacije u binarnom slučaju, a takođe i konstrukcije količničkog (m,n) -prstena koju su dobili Crombez i Timm.


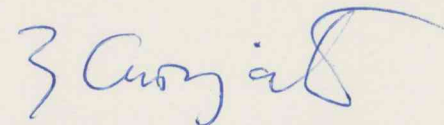
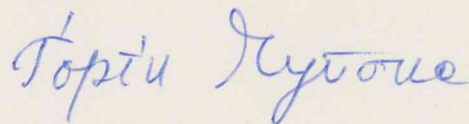

Na kraju je navedena obimna literatura iz koje se vidi da se kandidat temeljno upoznao sa dosadašnjim rezultatima u ovoj oblasti.

Originalni rezultati mr Đure Paunića predstavljaju značajan doprinos ovoj problematici.

Na osnovu svega izloženog komisija predlaže da se rad mr Đure Paunića "Algebarske n -arne strukture" prihvati kao doktorska disertacija i odobri kandidatu da je javno brani.

Novi Sad,
26. mart 1987.

Komisija:

1. 
Milić dr Svetozar, redovan profesor PMF u N. Sadu, predsednik
2. 
Stojaković dr Zoran, redovan profesor PMF u N. Sadu
3. 
Čupona dr Georgi, redovan profesor P M F u Skopju
4. 
Ušan dr Janez, redovan profesor PMF u Novom Sadu