Пред. 26. IX 80

IZVEŠTAJ O DOKTORSKOJ DISERTACIJI MR KATARINE SURLA :

NESTACIONARNE ITERATIVNE METODE PRI REŠAVANJU OPERATORSKIH JEDNAČINA

Na sednici Komisije za doktorate održanoj 11 IX 1980 godine odredjeni smo za članove Komisije za pisanje Izveštaja o doktorskoj disertaciji Mr Katarine Surla pod naslovom: Nestacionarne iterativne metode pri rešavanju operatorskih jednačina .

I Z V E Š T A J

Doktorski rad Mr Katarine Surla se odnosi na savremenu problematiku vezanu za primenu metoda funkcionalne analize u numeričkoj matematici . Ta primena je dovela do nestacionarnih iterativnih postupaka koji se danas široko proučavaju zahvaljujući naglom razvitku računske tehnike .

U radu se posmatraju nestacionarni iterativni postupci oblika :

(1) $$z_n = T_n z_{n-1} + f \quad , z_o \in B$$
$$T_n x = Tx + \rho_n \quad , \rho_n \in B$$

u Banahovom parcijalno uredjenom prostoru B ,sa linearnim operatorom T .Metode oblika (1) imaju široku primenu pri rešavanju operatorske jednačine (2):

(2) $$x = Tx + f$$

Česti su slučajevi kada je operator T nedefinisan ili je nemoguće odrediti njegovu tačnu vrednost pa se zamenjuje približnim operatorima T_n koji se mogu menjati od koraka do koraka . Matematička formulacija problema fizike,tehnike,geodezije dovodi do zanemarivanja parametara od neznatnog opšteg uticaja ,odnosno do zamene polaznog operatora približnim.

Postupcima oblika (1) se ponekad ubrzava običan iterativni postupak i postiže veća ekonomičnost metoda .Prilagodjavanje klasičnih metoda numeričke matematike za rad na računaru dovodi do potrebe za menjanjem operatora od koraka do koraka ,od tačke do tačke u kojoj se traži rešenje.Pored toga greške zaokrugljivanja svaki stacionaran iterativni postupak prevode u nestacionaran .

Rad je podeljen u četiri dela koji sadrže ukupno 10 paragrafa .

U uvodnom delu su date osnovne oznake,definicije i teoreme. Drudi deo sadrži dva paragrafa.U paragrafu & 3 je ukratko prikazan razvitak nestacionarnih iterativnih postupaka . U paragrafu &4 je formiran jedan nestacionaran projektivno iterativni postupak za rešavanje Fredholmove integralne jednačine druge vrste primenom splajn aproksimacije .Rešenje se traži u n fiksiranih tačaka iterativnim postupkom . Integral se zamenjuje kvadraturnom formulom pri čemu se koristi izlazni kriterijum dat u radovima Rowlanda i Miela . Kandidat je u svojoj tezi uopštio rezultate Rowlanda i Miela na interpolacione kvadraturne formule i dobio pogodnije asimptotske ocene greške . Time je omogućeno prilagodjavanje rasporeda čvorova integracije ponašanju funkcije na intervalu integracije (Teorema 4.1 i 4.2) .Stalna promena broja čvorova integracije od tačke do tačke i od iteracije do iteracije ,koju zahteva navedeni kriterijum,rešena je upotrebom splajn funkcija .Ovim je omogućeno traženje rešenja u manjem broju tačaka sa većim stepenom tačnosti ,što predstavlja prednost u odnosu na poznate rezultate Atkinsona ,gde se za postizanje slične tačnosti rešavaju sistemi velikih dimenzija a pri tome nije data precizna ocena greške .Teoreme 4.3 ,4.4 i 4.5 se odnose na splajn sa najopštijim graničnim uslovima što omogućava široku primenu dobijenih rezultata . Uslovi teorema su vezani za izvode jezgra (poznata funkcija)i izvode splajna koji se jednostavno izračunavaju .

Treći deo se odnosi na rešavanje jednačine (2) sa monotonim operatorom T ,nestacionarnim iterativnim postupkom (1) . Rezultati paragrafa &5 se odnose na pozitivne linearne operatore . Pod pretpostavkom da postoje linearni pozitivni operatori A_k i B_k takvi da je :

$$-A_k x \leq \rho_n \leq B_k x \quad (n=k,k-1),k \text{ fiksirano}$$

postavljeni su uslovi na niz (1),iz kojih sledi egzistencija invarijantnog intervala za operator T' ,T'x=Tx+f .

Takodje je uspostavljena veza izmedju niza (1) i stacionarnog niza $x_n=Tx_{n-1}+f$,$x_o=z_{k-2}$,preko koje je dobijena aposte riorna ocena greške i ubrzanje postupka (1) . Teoreme 5.1 i 5.3 ,5.5 i 5.7 na različite načine postavljaju uslove na niz (1) iz kojih primenom Leme 5.1 sledi egzistencija invarijantnog intervala za operator T' .Teoreme 5.2,5.4,5.6 i 5.8 daju odgovarajuće rezultate za slučaj kada su operatori A_k i B_k komutativni sa operatorom T .

Teorema 5.9 daje uslove koji obezbedjuju konvergenciju postupka dobijenog primenom predhodnih teorema na koracima sa indeksom k,k+1. Pri tome se primećuje da mogućnosti za primenu ovih rezultata opadaju sa porastom broja iteracija, što je u tesnoj vezi sa tolerancijom sa kojom je zadat operator T i sa kojom se izračunavaju iteracije .

Paragraf &6 se odnosi na monotono opadajuće operatore . Ovde se preko niza (1) dobija uži interval od onog koji daje alternativni iterativni niz što dovodi do ubrzanja iterativnog postupka i preciznije ocene greške .

Teorema 6.5 daje uslove koji garantuju da će intarval odredjen na koraku k+1 biti uži od onog odredjenog na k-tom koraku .

U paragrafu &7 se predpostavlja poznavanje jedne pozitivne sopstvene vrednosti i odgovarajućeg nenegativnog elementa za dati operator T . Teoreme 7.1 i 7.2 daju egzisteniju invarijantnog intervala za pozitivan operator a Teorema 7.4 za negativan operator.

Teorema 7.5 koristi kontrakciju i daje ocenu greške za dvostrani nestacionarni postupak čiji su početni elementi odredjeni nekom od teorema 7.1 ili 7.2 .

U slučaju kada je $A_k=B_k=0$ rezultati ovog dela se svode na poznate rezultate Albrechta i Colatza .

U četvrtom delu je prikazana primena dobijenih rezultata na rešavanje sistema linearnih integralnih jednačina . Rezultati paragrafa &8proširuju rezultate Albrechta ,koji se odnose na monotone matrice . Teorema 8.1 daje konstrukciju početnih elemenata za dvostrani iterativni postupak i iteracije se izvode sa jednim operatorom za razliku od navedenih rezultata gde se koriste dve različite matrice . U paragrafu &9 se posmatraju linearne integralne jednačine sa nenegativnim i nepozitivnim jezgrom .Na nestacionarni postupak opisan u paragrafu &4 prikazana je primena teorema iz drugog dela .

Takodje je prikazana primena Teoreme 5.2 na rešavanje sistema linearnih jednačina postupkom Poljakova čime je omogućeno da se bez zahteva kontrakcije dobije egzistencija rešenja i konvergencija postupka . Treba napomenuti da i u slučaju kada je zadovoljen uslov kontrakcije Teorema 9.2 omogućuje da se na osnovu malog broja iteracija dobiju značajne informacije o rešenju .

U paragrafu & 10 su dati numerički primeri i rezultati dobijeni na kompjuteru koji takodje dokazuju značajne prednosti rezultata dobijenih u ovom radu ,u odnosu na ranije poznate rezultate iz ove oblasti .

Na osnovu izloženog može se zaključiti da je kandidat u potpunosti ušao u jednu veoma savremenu oblast numeričke matematike uspešno primenjujući metode funkcionalne analize i da je u ovoj oblasti dobio značajne rezultate koji imaju raznovrsnu primenu te predlažemo da se rad Mr Katarine Surla : Nestacionarne iterativne metode pri rešavanju operatorskih jednačina prihvati kao uspešno uradjena doktorska disertacija i kandidat pozove na odbranu .

Akademik Dr Bogoljub Stanković
redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Novi Sad 21 IX 1980

Dr P. Pejović

Dr Pavle Pejovič ,vanredni profesor
Fakulteta organizacionih nauka
u Beogradu

Dr Olga Hadžić,vanredni profesor
Prirodno-matematičkog fakulteta u
Beogradu