

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

-обавезна садржина- свака рубрика мора бити попуњена

(сви подаци уписују се у одговарајућу рубрику, а назив и место рубрике не могу се мењати или изоставити)

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовао комисију: 11.06.2014. године, Наставно-научно веће Природно-математичког факултета у Новом Саду на својој седници.</p> <p>2. Састав комисије са знаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ul style="list-style-type: none">• Марко Недељков, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, Србија, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, изабран 1.7.2005. године, председник• Klemens Fellner, редовни професор, Institute of Mathematics and Scientific Computing, University of Graz, Austria, ужа научна област: Примењена математика и анализа парцијалних диференцијалних једначина, изабран 1.06.2011 године, члан• Maria Groppi, ванредни професор, Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Parma, Italia, ужа научна област: Математичка физика, изабрана 23.12.2010. године, члан• Tommaso Ruggeri, редовни професор, Dipartimento di Matematica, Università degli studi di Bologna, Italia, ужа научна област: Математичка физика, изабран 1.11.1980. године, члан• Bérénice Grec, ванредни професор, Laboratoire MAP5, Université Paris Descartes, France, Примењена математика, изабрана септембра 2009. године, члан• Francesco Salvarani, научни сарадник, Dipartimento di Matematica F. Casorati, Università degli studi di Pavia, Italia, ужа научна област: Математичка физика, изабран 1.02.2002. године, члан• Laurent Desvillettes, редовни професор, CMLA, École Normale Supérieure de Cachan, France, ужа научна област: Примењена анализа, изабран 1.09.1994. године, ментор• Србољуб Симић, редовни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду, Србија, ужа научна област: Механика, изабран 13.1.2010. године, ментор

II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

1. Име, име једног родитеља, презиме: Милана, Милан, Павић
2. Датум рођења, општина, држава: 21.03.1986. Зрењанин, Србија
3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив: Природно-математички факултет, Мастер академске студије Примењена математика-модул Техноматематика, 2009-2010, Мастер математичар-примењена математика
4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија: 2010, Докторске академске студије – Математика
5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране: /
6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука: /

III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Математичко моделирање и анализа вишеатомских гасова и мешавина у контексту кинетичке теорије гасова и механике флуида

III TITLE OF THE DOCTORAL DISSERTATION:

Mathematical modelling and analysis of polyatomic gases and mixtures in the context of kinetic theory of gases and fluid mechanics

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Докторска дисертација „Математичко моделирање и анализа вишеатомских гасова и мешавина у контексту кинетичке теорије гасова и механике флуида ” кандидаткиње Милане Павић написана је на енглеском језику, са изводом на енглеском, српском и француском језику, на 142 странице А4 формата. Подељена је у два дела која садрже 4 поглавља, 3 слике, 3 табеле и 60 литературних навода. Садржај дисертације је следећи:

Увод: приказ модела и резултата рада

Увод

Нотација

I Део. Приказ модела

1. Опис кинетичких модела коришћених у тези

1. Опис једноатомских гасова

2. Опис мешавина једноатомских гасова

3. Опис вишеатомских гасова

4. Опис мешавина вишеатомских гасова

II Део. Приказ резултата

2. Принцип максимума ентропије за вишеатомске гасове

1. Принцип максимума ентропије за једноатомске гасове

2. Хеуристички приступ моделирању густих гасова

3. Једначине момената за вишеатомске гасове

4. Принцип максимума ентропије за вишеатомске гасове

5. Ојлерове једначине за вишеатомске гасове

6. Једначине 14 момената за вишеатомске гасове

3. Вишебрзински и вишетемпературни модели Ојлерових вишеатомских гасова

1. Израчунавање генеративних чланова за промену количине кретања

2. Израчунавање генеративних чланова за промену енергије

4. Дифузиона асимптотика кинетичког модела за мешавине једноатомских гасова

1. Формулација проблема

2. Доказ Теореме 4.3

3. Доказ Пропозиције 4.4

IV OVERVIEW OF THE DOCTORAL DISSERTATION:

Doctoral dissertation “*Mathematical modelling and analysis of polyatomic gases and mixtures in the context of kinetic theory of gases and fluid mechanics*” of the candidate Milana Pavić is written in English, with Abstract in English, Serbian and French. It is written on 142 pages of A4 format. It is divided in two Parts which contain 4 Chapters, 3 Figures, 3 Tables and 60 references. The Contents of the dissertation is the following:

Introduction: Presentation of models and results

Introduction

Notations

Part 1. Presentation of models

1. Description of the kinetic models used in this thesis

1. Description of monatomic gases

2. Description of mixtures of monatomic gases

3. Description of polyatomic gases

4. Description of mixtures of polyatomic gases

Part 2. Presentation of the results of the thesis

2. Maximum entropy principle for polyatomic gases

1. State of the art for monatomic gases

2. Heuristic viewpoint of the model for dense gases

3. Moment equations for polyatomic gases

4. Maximum entropy principle for polyatomic gases

5. Euler approximation for polyatomic gases obtained by means of the maximum entropy principle

6. The 14 moments approximation for polyatomic gases obtained by means of the maximum entropy principle
3. Multivelocity and multitemperature models of Eulerian polyatomic gases
 1. Computation of production term for the momentum exchange
 2. Computation of production term for the energy exchange
 3. Comparison of the models of extended thermodynamics and kinetic theory
4. Diffusion asymptotics of a kinetic model for the mixture of monatomic gases
 1. Statement of the problem
 2. Proof of Theorem 4.3
 3. Proof of Proposition 4.4

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Увод: приказ модела и резултата рада

У Уводу су изложене основне претпоставке кинетичке теорије гасова, уведен је појам функције расподеле брзина и извршена је класификација струјних режима на основу вредности Кнудсеновог броја. У овом делу је дат и кратак преглед најзначајнијих резултата и доприноса дисертације. На крају је дат преглед нотације коришћене у раду.

I Део. Приказ модела

1. Опис кинетичких модела коришћених у тези

У првом поглављу је дат детаљан опис кинетичких модела који ће бити коришћени у дисертацији. Најпре је изложена стандардна кинетичка теорија једноатомских гасова: анализирана је Болцманова једначина, колизиона трансформација и колициони интеграл, одређене су колизионе инваријанте и макроскопски закони одржања и на крају је доказана H -теорема. Затим је приказан модел мешавине једноатомских гасова и његове специфичности, које се односе на колизионе инваријанте и импликације у погледу макроскопских закона одржања, као и на H -теорему. Важан део овог поглавља се односи на кинетички опис вишеатомских гасова који изискује узимање у обзир унутрашње енергије молекула која се приликом судара размењује. У том циљу је изабран модел у ком се унутрашња енергија моделира помоћу једне непрекидне променљиве, што омогуће реконструкцију равнотежне калоричке једначине стања гаса. Размена унутрашње енергије је описана коришћењем Боргнаке-Ларсеновог поступка. И овде су одређене колизионе инваријанте и доказана је H -теорема. Показано је и да код вишеатомских гасова неравнотежни део тензора притиска има нетривијалан сферни део, који представља динамички притисак. Коначно, описан је и модел мешавине вишеатомских гасова са одговарајућом колизионом трансформацијом, колизионим интегралима, колизионим трансформацијама и H -теоремом. Наведени модели су коришћени у анализи у осталим поглављима дисертације.

II Део. Приказ резултата

2. Принцип максимума ентропије за вишеатомске гасове

Друго поглавље је посвећено принципу максимума ентропије за вишеатомске гасове. Наиме, један од метода решавања Болцманове једначине јесте формирање система једначина за моменте функције расподеле. Овај систем има хијерархијску структуру са растућим тензорским редом. Када се ограничи ред хијерархије јавља се проблем формирања затвореног система једначина – протоци у једначини највишег реда, као и генеративни чланови, морају бити изражени помоћу величина стања. Једно од решења овог проблема јесте примена принципа максимума ентропије. Њиме се одређује приближни облик неравнотежне функције расподеле који максимизира физичку ентропију и сагласна је са ограничењима – величинама стања израженим посредством момената функције расподеле. Овај метод је детаљно проучен у случају једноатомских гасова, што је приказано у првом делу поглавља. Затим су изложени резултати хеуристичког карактера који се односе на модел густих гасова у оквиру проширене термодинамике. Потом је, коришћењем модела вишеатомских гасова са непрекидном унутрашњом енергијом молекула, предложена нова хијерархијска структура једначина момената, која се састоји од стандардне хијерархије (аналогне оној која се јавља код једноатомских гасова) и независне хијерархије чију основу чини закон одржања енергије. Ова хијерархијска структура уопштава идеју уведenu у контексту проширене термодинамике. Да би се формирао затворен систем једначина искоришћен је принцип максимума ентропије. Најпре је репродукована равнотежна функција расподеле, а потом је одређена приближна неравнотежна функција расподеле са 14 момената. Помоћу ње су формиране макроскопске једначине за 14 момената и одређени су линеаризовани генеративни чланови у једначинама промене за проток количине кретања и проток енергије. Будући да је механизам интеракције молекула описан моделом промељивих крутих кугли, у генеративним члановима фигурише параметар чијом се адаптацијом могу репродуковати неке важне карактеристике, попут

Прантловог броја.

3. Вишебрзински и вишетепературни модели Ојлерових вишеатомских гасова

У овом поглављу је анализирана хидродинамичка апроксимација Болцманових једначина за мешавину вишеатомских гасова. Полазећи од претпоставке да је учестаност судара молекула исте компоненте много већа од учестаности судара молекула различитих компоненти изведена је локално равнотежна расподела која садржи густине, брзине и температуре компонената. Ове величине, које представљају независне величине стања гасне мешавине, морају задовољити систем једначина промене масе, количине кретања и енергије за сваку компоненту. Генеративни чланови описују узајамну интеракцију компонената. Добијени модел је аналоган моделу мешавине Ојлерових флуида изведеном у оквирима проширене термодинамике, у ком је структура генеративних чланова одређена на основу компатибилности са ентропијском неједнакошћу. Користећи модел променљивих кругих кугли и локално равнотежну расподелу, полазећи од колизионих интеграла одређени су генеративни чланови за једначине промене количине кретања и енергије у случају мешавине инертних гасова. Добијени резултати су искоришћени за поређење са резултатима проширене термодинамике у линеарној апроксимацији, у околини средње брзине и средње температуре мешавине. На овај начин су одређени феноменолошки коефицијенти у вишетепературном моделу проширене термодинамике, који се у оквирима те теорије не могу одредити.

4. Дифузиона асимптотика кинетичког модела за мешавине једноатомских гасова

Ово поглавље се бави анализом дифузионе асимптотике за систем класичних Болцманових једначина који описује мешавину једноатомских гасова. Дифузиона асимптотика подразумева скалирање макроскопских аргумената функција расподела – времена и положаја у простору – помоћу параметра који се физички интерпретира као дужина слободног пута. На тај начин добијамо скалиране Болцманове једначине. Потом сваку функцију расподеле формално развијамо у степени ред по овом параметру. Уврштавањем формалног реда у скалирану Болцманову једначину и изједначавањем израза уз исти степен малог параметра добијамо систем једначина. Прва једначина нам говори да се развој функција расподела врши у околини равнотежне расподеле, на основу H -теореме. Друга једначина је линеарна функционална једначина за функцију која описује прву пертурбацију функција расподела. За разлику од једнокомпонентних гасова, непозната функција је заправо вектор чија се свака компонента односи на прву пертурбацију функције расподеле за одређену компоненту мешавине. Добијену функционалну једначину можемо решити помоћу Фредхолмове алтернативе. Пошто нула простор линеарног оператора није тривијалан, потребно је одредити адјунговани оператор. Приметимо да је у случају једнокомпонентних гасова овај оператор самоадјунгован. Фредхолмова алтернатива даје егзистенцију решења посматране функционалне једначине, али је за њену примену потребно доказати компактност одређеног оператора. Када су масе молекула једнаке, могуће је проширити Градову стратегију, која третира једнокомпоненте гасове, на случај мешавина. У случају различитих молекуларних маса, предложен је нов приступ који подразумева смену променљивих на основу колизионих трансформација. Овај приступ је валидан само када се посматрају молекули различитих маса.

Литература

Литература наведена у овој дисертацији садржи 60 библиографских јединица.

V EVALUATION OF THE INDIVIDUAL PARTS OF THE DOCTORAL DISSERTATION:

Introduction: Presentation of models and results

In the Introduction the basic assumptions of the kinetic theory of gases are presented; the notion of velocity distribution function is introduced and classification of flow regimes is given according to the value of Knudsen number; a short overview of the most important results and contributions of the dissertation is also provided. At the end, the notation used in the thesis is explained.

Part 1. Presentation of models

1. Description of the kinetic models used in this thesis

Chapter 1 contains detailed description of kinetic models used in the dissertation. Firstly, standard kinetic theory of monatomic gases is presented: the Boltzmann equation, collision transformation and collision integral are analyzed, collision invariants are determined, as well as macroscopic conservation laws. At the end, the proof of H -theorem is given. After that, the model of a mixture of monatomic gases is described. Particular attention is devoted to collision invariants and their implications with regard to macroscopic conservation laws and H -theorem. Important part of this Chapter is devoted to kinetic description of polyatomic gases, which must take into account communicable internal energy of the molecules. To that end the model with continuous internal energy variable is used, which permits reconstruction of standard caloric equation of state for ideal gases in equilibrium. Exchange of internal energy is described using Borgnakke-Larsen procedure. The collision invariants are determined and H -theorem is proved. It is also shown that in the case of polyatomic gases non-equilibrium part of pressure tensor has nontrivial spherical part, which represents the dynamical pressure. Finally, the model of a mixture of polyatomic gases is described along with collision transformation, collision integrals, collision invariants and H -theorem. These models are used in the rest of the thesis.

Part 2. Presentation of the results of the thesis

2. Maximum entropy principle for polyatomic gases

Chapter 2 is devoted to the maximum entropy principle for polyatomic gases. Namely, one of the methods of solution of the Boltzmann equation is derivation of the system of equations for the moments of distribution function. This system possesses hierarchical structure with increasing tensorial order. When the hierarchy is truncated at certain order one faces the closure problem – fluxes in the highest order equation, as well as production terms, have to be expressed in terms of state variables. One possibility for solution is application of the maximum entropy principle. It determines the approximate form of non-equilibrium distribution function which maximizes physical entropy subject to constraints – state variables expressed as moments of the distribution function. This method is studied in detail in the case of monatomic gases. Heuristic viewpoint of the model of dense gases, developed within the framework of extended thermodynamics, is then presented. Using the model of polyatomic gases with continuous internal energy a new hierarchical structure of moment equations is proposed. It consists of standard “momentum” hierarchy, analogous to the one in monatomic case, and an independent “energy” hierarchy whose first member is energy conservation law. This hierarchy generalizes the idea presented in the context of extended thermodynamics. Maximum entropy principle is then used as a mean for obtaining the closed system of moment equations. First, equilibrium distribution is recovered. After that an approximate non-equilibrium distribution with 14 moments is determined. It was then used for derivation of macroscopic equations for 14 moments, as well as linearized production terms in the balance laws for momentum and energy flux. Since the molecular interaction was described by the variable hard sphere model, production terms contain a parameter whose value could be adapted in order to reproduce certain important characteristics of the system, e.g. the Prandtl number.

3. Multivelocitory and multitemperature models of Eulerian polyatomic gases

In this Chapter hydrodynamic limit of Boltzmann equations for the mixture of polyatomic gases is analyzed. Starting from the assumption that collision frequency for the molecules of the same species is much higher than the one for the molecules of different species, local equilibrium distribution is derived which depends on densities, velocities and temperatures of the species. These variables, which are independent state variables of the gaseous mixture, must obey the balance laws of mass, momentum and energy for each species. Production terms describe the mutual interaction of the species. The model obtained at this level of approximation is analogous to the model of the mixture of Eulerian fluids derived in the context of extended thermodynamics, where the structure of production terms is dictated by the entropy inequality. Using the variable hard sphere model local equilibrium distribution, the production terms for the balance laws of momentum and energy are derived in the case of mixture of non-reacting gases. These results are used for comparison with the

results of extended thermodynamics in linear approximation, in the neighborhood of average velocity and average temperature of the mixture. In such a way the phenomenological coefficients were determined in the multitemperature model of extended thermodynamics, since this cannot be done within the framework of this theory.

4. Diffusion asymptotics of a kinetic model for the mixture of monatomic gases

This Chapter is devoted to the analysis of diffusion asymptotics for the system of classical Boltzmann equations describing the mixture of monatomic gases. Diffusion asymptotics assumes scaling of macroscopic variables – time and position – by means of parameters that can be interpreted as the mean free path. The scaled Boltzmann equations are obtained in this way. After that, we use formal asymptotic expansion for each distribution function and decompose the Boltzmann equations into a system of recurrence equations. The first equation implies that the asymptotic expansion is performed in the neighborhood of equilibrium distribution, in accordance with H -theorem. The second equation is linear functional equation which determines the first perturbation. In contrast to the case of a single gas, unknown function is a vector whose components describes the first perturbation of the equilibrium distribution for each species of the mixture. This functional equation can be solved using Fredholm alternative. Since the null-space of the operator is nontrivial adjoint operator has to be determined (in monatomic case it is self-adjoint). Fredholm alternative yields the existence of solution of the functional equation, provided certain operator is compact. When species have the same atomic masses one may apply Grad's strategy directly. Here, a new approach is proposed based upon change of variables using collision transformations. It can be applied only to mixtures with different atomic masses of species.

Bibliography

Bibliography cited in this dissertation contains 60 references.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

VI THE LIST OF SCIENTIFIC PAPERS PUBLISHED OR ACCEPTED FOR PUBLICATION

1. L. Boudin, B. Grec, M. Pavić, F. Salvarani. Diffusion asymptotics of a kinetic model for gaseous mixtures, *Kinetic and Related Models*, vol. 6, no.1 (2013), 137–157 (M21)
2. M. Pavić, T. Ruggeri, S. Simić. Maximum entropy principle for rarefied polyatomic gases, *Physica A* 392 (2013) 1302–1317 (M21)
3. L. Boudin, B. Grec, M. Pavić-Čolić, F. Salvarani. A kinetic model for polytropic gases with internal energy, *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 13 (2013) 353–354 (M33)
4. M. Pavić-Čolić, S. Simić. Moment equations for polyatomic gases, *Acta Applicandae Mathematicae*, in press (2014), DOI 10.1007/s10440-014-9928-6 (M22)

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У дисертацији је показана примена принципа максимума ентропије на вишеатомске гасове, која је омогућила формирање затвореног система једначина за моменте функције расподеле. Показано је и да се, насупротив једној хијерархији макроскопских једначина у случају једноатомских гасова, овде на природан начин формирају две хијерархије. У случају модела са 14 момената утврђено је да се код вишеатомских гасова као нова величина стања појављује динамички притисак. Код мешавина вишеатомских гасова је показано да се вишебрзинска и вишетемпературна хидродинамичка апроксимација на Ојлеровом нивоу може извести само под претпоставком о знатно већој учестаности судара молекула исте компоненте. Под овим условима су одређени генеративни чланови и извршена је њихова компарација са генеративним члановима у вишетемпературног модела у проширеној термодинамици. У случају мешавина једноатомских гасова је анализирана дифузиона асимптотика. Показано је да прва пертурбација асимптотског решења у околини равнотежне расподеле представља решење једне функционалне једначине. Егзистенција решења је доказана коришћењем Фредхолмове алтернативе, што захтева задовољавање услова компактности. Својство компактности је доказано применом новог метода који се значајно разликује од поступка развијеног за једнокомпонентне гасове.

VII CONCLUSION I.E. RESULTS OF THE RESEARCH

In this dissertation maximum entropy principle was applied to polyatomic gases, which enabled closure of the system of moment equations. It was shown that, in contrast to the monatomic case, moment equations are structured in two hierarchies. It was shown that in 14 moments model there appears dynamical pressure as a new state variable. For the mixture of polyatomic gases it was shown that multivelocity and multitemperature hydrodynamic limit at Euler level can be derived under the assumption of much greater collision frequency among the molecules of the same species. Productions terms were determined and compared with the model derived within extended thermodynamics. In the case of mixture of monatomic gases diffusion asymptotics was analyzed. It was shown that first perturbation of distribution functions around equilibrium satisfy a functional equation. Existence of the solution is proved using Fredholm alternative, which needs specific compactness properties. Those compactness properties are proved by a new method which is significantly different from the procedure developed for single component gases.

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Дисертација је написана у сагласности са принципима писања ове врсте радова. Резултати истраживања и њихово тумачење су приказани на одговарајући начин и Комисија их позитивно оцењује.

VIII EVALUATION OF THE PRESENTATION AND INTERPRETATION OF THE RESULTS

Dissertation is written in accordance with the principles of writing of this kind of text. Results of the research and their interpretation are presented in appropriate way and Committee highly appreciate them.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

IX FINAL EVALUATION OF THE DOCTORAL DISSERTATION:

Експлицитно навести да ли дисертација јесте или није написана у складу са наведеним образложењем, као и да ли она садржи или не садржи све битне елементе. Дати јасне, прецизне и концизне одговоре на 3. и 4. питање:

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме

Дисертација је у потпуности написана у складу са образложењем датим у пријави теме.

1. Is the dissertation written in accordance with the description given in the application of the thesis

The dissertation is written in complete accordance with the description given in the application of the thesis.

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе

Дисертација садржи све битне елементе: преглед стања у области истраживања, преглед литературе и оригиналне резултате у поглављима 2, 3 и 4.

2. Does the dissertation contain all important elements

The dissertation contains all important elements: review of the state of the art, review of the literature and original results in Chapters 2, 3, and 4.

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци

За модел вишеатомских гасова са непрекидном унутрашњом енергијом молекула први пут је изведена приближна неравнотежна функција расподеле применом принципа максимума ентропије. Такође је први пут показано, у оквиру кинетичке теорије, да се као последица постојања унутрашње енергије молекула јавља двојна хијерархија макроскопских једначина, за коју су у случају модела 14 момената одређени сви елементи неопходни за добијање затвореног система једначина.

У мешавинама вишеатомских гасова је први пут изведена хидродинамичка апроксимација вишебрзинског и вишетемпературног модела на Ојлеровом нивоу и први пут су у оквиру кинетичке теорије изведени генеративни чланови коришћењем модела променљивих крутих кугли.

У мешавинама једноатомских гасова је извршена анализа дифузионе асимптотике система и први пут је дискутована егзистенција њеног решења у околини равнотежне расподеле. За то је коришћена Фредхолмова алтернатива, чију је примену омогућила компактност одређеног оператора. Нови резултати се састоје у нетривијалном проширењу поступака развијених за једнокомпонентне гасове, што захтева нови доказ компактности оператора у случају молекула различитих маса.

3. What is the original scientific contribution of the thesis

For the model of polyatomic gases with continuous internal energy, the nonequilibrium distribution function is for the first time derived using maximum entropy principle. It was also shown for the first time, within the context of kinetic theory, that existence of internal energy of the molecules implies existence of two hierarchies of moment equations. In the 14 moments model all the necessary elements were determined in order to obtain the closed system.

In the mixture of polyatomic gases hydrodynamic limit of multivelocity and multitemperature model at Euler level is derived for the first time. Production terms for the variable hard spheres model also present a new result within the context of kinetic theory.

In the mixture of monatomic gases, the diffusion asymptotics is studied and its existence in the neighborhood of the equilibrium is discussed for the first time. To that end Fredholm alternative is used thanks to the compactness of a specific operator. The novelty comes from the nontrivial extension of the techniques developed for single component gases, which requires a new proof of compactness of the operator in the case of molecules with different masses.

4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања

Комисија није уочила недостатке који би утицали на резултате изложене у дисертацији.

4. Shortcomings of the dissertation

The Committee did not recognize any shortcoming whatsoever which could have influenced the results of the dissertation

X ПРЕДЛОГ:

На основу укупне оцене дисертације Комисија предлаже да се докторска дисертација под насловом „Математичко моделирање и анализа вишеатомских гасова и мешавина у контексту кинетичке теорије гасова и механике флуида ” кандидаткиње Милане Павић прихвати, а кандидаткињи одобри и закаже одбрана.

X PROPOSAL OF THE COMMITTEE:

In accordance with the overall evaluation of the dissertation and Committee proposes acceptance of the doctoral dissertation entitled “*Mathematical modelling and analysis of polyatomic gases and mixtures in the context of kinetic theory of gases and fluid mechanics*” of the candidate Milana Pavić, and permission for public defense of the thesis.

НАВЕСТИ ИМЕ И ЗВАЊЕ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ
ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

Марко Недељков, редовни професор,
Природно-математички факултет
Универзитет у Новом Саду, председник

Tommaso Ruggeri, редовни професор
Dipartimento di Matematica
Università degli studi di Bologna, члан

Klemens Fellner, редовни професор
Institute of Mathematics and Scientific
Computing, University of Graz, члан

Maria Groppi, ванредни професор
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università degli studi di Parma, члан

Bérénice Grec,
Laboratoire MAP5
Université Paris Descartes, члан

Francesco Salvarani,
Dipartimento di Matematica F. Casorati
Università degli studi di Pavia, члан

Laurent Desvillettes, редовни професор
CMLA, Ecole Normale Supérieure de Cachan
ментор

Србољуб Симић, редовни професор
Факултет техничких наука
Универзитет у Новом Саду, ментор

НАПОМЕНА: Члан комисије који не жели да потпише извештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије, дужан је да унесе у извештај образложење односно разлоге због којих не жели да потпише извештај.