

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ПР	24. 02. 2020		
С			
05	120/19	-	-

Институт је сатласат.
Факултет Природно-математичке науке

Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу

На седници Наставно-научног већа Природно-математичког факултета у Крагујевцу одржаној 11.12.2019. године (број одлуке 680/XII-1) и на седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 22.01.2020. године (број одлуке IV-01-6/6) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације Раде Мутавцић под насловом „Оцена грешке у стандардним квадратурама и квадратурама за Фуријеове коефицијенте Гаусовог типа”. Рада Мутавцић је поднела рукопис своје докторске дисертације Наставно-научном већу Природно-математичког факултета на оцену. Чланови Комисије су детаљно прегледали рукопис, проценили научни квалитет дисертације и указали кандидату на потребне корекције. Кандидат је усвојио све предлоге Комисије и уградио их у финалну верзију дисертације, чиме су се стекли сви услови да Комисија поднесе следећи извештај.

1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у Нумеричкој анализи, посебно Нумеричкој интеграцији

Докторска дисертација „Оцена грешке у стандардним квадратурама и квадратурама за Фуријеове коефицијенте Гаусовог типа” припада научној области Математика, односно ужој научној области Нумеричка анализа. Спроведена истраживања и добијени резултати припадају Нумеричкој интеграцији која представља посебан део Нумеричке анализе. Проучавају се формуле за приближна израчунавања одређених интеграла - квадратурне формуле, међу којима се формуле са максималним могућим степеном тачности називају Гаусове квадратурне формуле. У последња два века оне се интезивно истражују. 1969. године је објављен метод за њихову ефикасну и нумерички стабилну конструкцију у раду Голуба и Велша.

Са друге стране, веома интересантан проблем је оцена остатака у Гаусовим квадратурним формулама. Једну врло занимљиву методу предложио је 1964. године руски математичар и инжењер Кронрод, уводећи касније назване Гаус-Кронродове квадратурне формуле. Тако је настала

теорија Гаус-Кронродових квадратурних формула, које су често називане квадратурним формулама 20. века.

У овој дисертацији су добијене ригорозне оцене грешке за Кронродове екстензије за уопштене Мичели-Ривлинове формуле за рачунање Фуријеових коефицијената, као и за Гаус-Лобатоове квадратурне формуле (које су блиске Гаусовим квадратурним формулама) за једну важну класу тежинских функција – Берштај-Сегеове тежинске функције у случају аналитичких интеграната. Добијене оцене су упоређене са стварном грешком, али и са оценама које је за интегранде аналитичке на круговима који садрже интервал интеграције добио грчки математичар Нотарис.

Још раније је показано да у случају неограничених интервала и класичних тежинских функција Гаус-Кронродове формуле не постоје. У последње време је неегзистенција доказана и у случајевима интервала коначне дужине од стране аустријског математичара Персторфера и његових сарадника. Тако се јавила потреба за конструкцијом алтернатива Гаус-Кронродових квадратурних формула. Једна таква алтернатива је предложена у виду усредњених квадратурних формула Гаусовог типа, које су уведене у радовима Лорија и Спалевића објављеним у часопису *Mathematics of Computation*. Посебно су од интереса са становишта једноставне нумеричке конструкције усредњене квадратуре које је увео Спалевић (*Mathematics of Computation*, 2007), јер захтевају готово исти нумерички напор за конструкцију као и стандардне Гаусове квадратурне формуле. Рада Мутавцић је у својој дисертацији обавила испитивање усредњених гаусовских квадратурних формула и скраћења једног типа таквих формула за једну класу тежинских функција које је недавно посматрао Миловановић. Како је примена ових квадратурних формула немогућа у случају класе подинтегралних функција које нису дефинисане ван интервала интеграције ако квадратурна формула има чворова који не припадају интервалу интеграције, значајно питање којим се у дисертацији бавила Рада Мутавцић је питање унутрашњости (интерналности) усредњених гаусовских квадратура и скраћења једног њиховог типа. Истраживање је базирано како на класичним знањима математике, тако и на савременим методама Теорије апроксимација, Нумеричке анализе, Нумеричке интеграције, посебно Теорије усредњених квадратура која се развија у последњем периоду.

На основу увида у научне резултате истраживања изнетих у докторској дисертацији Раде Мутавцић, Комисија је закључила да ова докторска дисертација представља значајан допринос у области Нумеричке анализе, специјално Нумеричке интеграције.

2. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у области Нумеричке анализе

На основу увида у постојећа истраживања и научне доприносе из области Нумеричке анализе, посебно Нумеричке интеграције, Комисија сматра да је докторска дисертација Раде Мутавцић оригинално научно дело чија тема није била предмет досадашњих истраживања. То је потврђено објављеним радовима у врхунским међународним часописима са SCI листе, на основу резултата до којих је Рада Мутавцић дошла у дисертацији.

3. Преглед остварених резултата кандидата у области Математике, специјално Нумеричке анализе

Рада Мутавцић до сада има два објављена рада са SCI листе категорије M22 и један рад у националном часопису категорије M51, два саопштења на скуповима међународног значаја штампана у изводу (категорије M34), што укупно чини пет библиографских јединица.

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

[1] **R. M. Mutavdžić**, A. V. Pejčev, M. M. Spalević, Error bounds for Kronrod extension of generalizations of Micchelli-Rivlin quadrature formula for analytic functions, *Electron. Trans. Numer. Anal.*, 50 (2018), 20-35 [M22, ISSN 1068-9613, IF(2017)=1.138].

[2] **R. M. Mutavdžić**, A. V. Pejčev, M. M. Spalević, The error bounds of Gauss-Lobatto quadratures for weights of Bernstein-Szego type, *Appl. Anal. Discrete Math.*, 13 (3) (2019), 733-745 [M22, ISSN 1452-8630 (printed), ISSN 2406-100X (online)].

Научни радови објављени у научним часописима националног значаја (M50):

[1] **R. M. Mutavdžić**, Generalized averaged Gaussian formulas for certain weight functions, *Kragujevac Journal of Mathematics*, 46 (2) (2022), 295-305 [M51].

Саопштења на међународним скуповима штампана у изводу (M34):

[1] Rada M. Mutavdžić, Aleksandar V. Pejčev, Error bounds for Kronrod extension of generalizations of Micchelli-Rivlin quadrature formula for analytic functions, *Approximation and Computation – Theory and Applications*, Belgrade, Serbia, November 30 – December 2, 2017, Book of Abstracts, p. 37.

[2] Rada M. Mutavdžić, Aleksandar V. Pejčev, Miodrag M. Spalević, Error bounds for Kronrod extension of generalizations of Micchelli-Rivlin quadrature formula for analytic functions, *The 14th Serbian Mathematical Congress*, Kragujevac, Serbia, May 16 – 19, 2018, Book of Abstracts, p. 169, ISBN 978-86-6009-055-5.

4. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Планирани обим истраживачког рада, циљеви, методолошки приступ у остваривању истраживања, који су прецизирани у оквиру поступка предлагања теме докторске дисертације, су реализовани.

5. Научни резултати докторске дисертације

Рада Мутавцић има на основу резултата из докторске дисертације објављена или прихваћена за штампу два рада са SCI листе, оба категорије M22, један рад у националном часопису категорије M51 и два саопштења на

скуповима међународног значаја штампана у изводу М34, што укупно чини пет библиографских јединица.

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (М20):

[1] **R. M. Mutavdžić**, A. V. Pejčev, M. M. Spalević, Error bounds for Kronrod extension of generalizations of Micchelli-Rivlin quadrature formula for analytic functions, *Electron. Trans. Numer. Anal.*, 50 (2018), 20-35. [M22, ISSN 1068-9613, IF(2017)=1.138]

[2] **R. M. Mutavdžić**, A. V. Pejčev, M. M. Spalević, The error bounds of Gauss-Lobatto quadratures for weights of Bernstein-Szego type, *Appl. Anal. Discrete Math.*, 13 (3) (2019), 733-745 [M22, ISSN 1452-8630 (printed), ISSN 2406-100X (online)].

Научни радови објављени у научним часописима националног значаја (М50):

[1] **R. M. Mutavdžić**, Generalized averaged Gaussian formulas for certain weight functions, *Kragujevac Journal of Mathematics*, 46 (2) (2022), 295-305 [M51].

Саопштења на међународним скуповима штампана у изводу (М34):

[1] Rada M. Mutavdžić, Aleksandar V. Pejčev, Error bounds for Kronrod extension of generalizations of Micchelli-Rivlin quadrature formula for analytic functions, *Approximation and Computation – Theory and Applications*, Belgrade, Serbia, November 30 – December 2, 2017, Book of Abstracts, p. 37.

[2] Rada M. Mutavdžić, Aleksandar V. Pejčev, Miodrag M. Spalević, Error bounds for Kronrod extension of generalizations of Micchelli-Rivlin quadrature formula for analytic functions, *The 14th Serbian Mathematical Congress*, Kragujevac, Serbia, May 16 – 19, 2018, Book of Abstracts, p. 169, ISBN 978-86-6009-055-5.

6. Применљивост и корисност резултата у теорији и пракси

Гаусовске квадратурне формуле, које су истраживане у овој дисертацији, служе за апроксимацију одређених интеграла. Међу свим квадратурама оне су најефектније, тј. имају највећи могући степен тачности. Интензивно се испитују више од 200 година. Често је од интереса оценити остатак у њима. У ту сврху користе се Гаус-Кронродове квадратуре, те генерализоване усредњене квадратурне формуле и њихове скраћене варијанте. Широка је палета области, како у науци, тако и у другим гранама људског стваралаштва, где се користе гаусовске квадратурне формуле. У овој дисертацији су анализирани методе за оцену остатка у Гаус-Лобатовим квадратурним формулама и Кронродовим екстензијама за уопштене Мичели-Ривлинове квадратурне формуле. Још су анализирани и уопштене усредњене Гаусове формуле, као и скраћење једног њиховог типа. Истраживања су веома актуелна, како са разних аспеката математике (математичке анализе, алгебре, функционалне анализе, теорије мере, теорије апроксимација, комплексне анализе и др.), тако и са разних аспеката израчунавања (програмирања, научног израчунавања, и др.). Осим за оцену грешке у Гаусовим квадратурним формулама, генерализоване усредњене квадратурне формуле су од значаја што са незнатно више нумеричког напора могу да послуже за тачнија израчунавања од самих Гаусових формула. Налазе примену у апроксимацији матричних функција и функционала, анализи електронских мрежа, квантној хромодинамици и статистици, као и у решавању линеарних дискретних слабо-условљених проблема. У једном недавно објављеном чланку (*Linear Algebra and its Applications* (2016) 502, 299-326) ове су формуле искоришћене за испитивање особина како индиректних електронских мрежа (Email, Autobahn, Yeast, Power, Internet, Collab., Facebook, и др.), тако и директних (Airlines, Celegans, Air500, Twitter, Wikipedia, Slashdot, Vfem, и др.).

7. Начин презентовања резултата научној јавности

Текст дисертације је написан на укупно 86 страна и садржи 13 табела и 2 слике. Резултати до којих је кандидат дошао представљени су у докторској дисертацији јасно и прецизно. Дисертација је подељена на увод и пет глава: у

прве две главе су приказане теоријске основе, а у преостале три су описани оригинални резултати кандидата. Текст садржи списак литературе у коме је цитирано 55 библиографских јединица. Саставни делови дисертације су и биографија кандидата и насловне стране научних радова у којима су резултати дисертације објављени. Научни резултати докторске дисертације презентовани су до сада преко саопштења на 3 међународне конференције, а објављени у 2 рада штампана у научним часописима међународног значаја и једном научном часопису националног значаја.

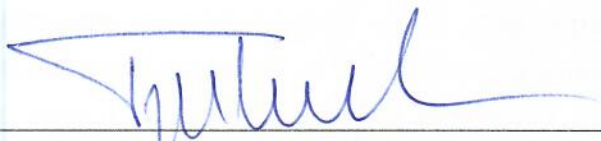
ЗАКЉУЧАК

Поднети рукопис докторске дисертације Раде Мутавцић под насловом: „Оцена грешке у стандардним квадратурама и квадратурама за Фуријеове коефицијенте Гаусовог типа” представља оригинални научни рад из области нумеричке анализе урађен под менторством проф. др Миодрага Спалевића и др Александра Пејчева. Приказани резултати у дисертацији добијени у анализи оцене грешке за Гаус-Лобатоове формуле за Берштајн-Сегеове тежинске функције и Кронродове екстензије за уопштене Мичели-Ривлинове квадратурне формуле за аналитичке интегранде, као и испитивању интерналности усредњених Гаусовских квадратурних формула и њихових скраћених варијанти актуелни су, савремени и од користи у многим гранама науке, и чине основу за будућа истраживања у овој области нумеричке интеграције.

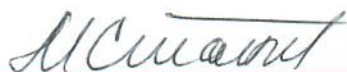
Квалитет научних резултата ове докторске дисертације верификован је њиховим публикавањем у виду три научна рада и два саопштења на међународним конференцијама.

Сходно наведеном, мишљења смо да су испуњени сви научни, стручни и административни услови за прихватање наведене докторске дисертације као оригиналног научног рада. У том смислу предлажемо Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу да Ради Мутавцић одобри јавну одбрану докторске дисертације под наведеним насловом.

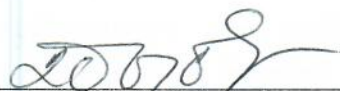
К о м и с и ј а:



Академик др Градимир Миловановић, редовни професор у пензији
Математички институт САНУ, Београд
Ужа научна област: Нумеричка анализа и теорија апроксимације



Др Марија Станић, редовни професор, председник комисије
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама



Др Дејан Бојовић, ванредни професор
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама



Др Бранислав Поповић, ванредни професор у пензији
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Методика, историја и филозофија математике



Др Татјана Томовић, доцент
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама