

ПРИМЉЕНО:	22 МАРТ 2002
ОРГАНИЗ.ЈЕД.	БРОЈ

NASTAVNO-NAUČNOM VEĆU
PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA U
NOVOM SADU

Predmet: Izveštaj o oceni doktorske disertacije autora mr Ivica Bošnjaka,
pod naslovom

”O ALGEBRAMA KOMPLEKSA”

Odlukom Nastavno-naučnog veća Prirodno-matematičkog fakulteta done-
toj na VIII sednici održanoj 21.3.2002. godine, imenovani smo u Komisiju
za ocenu doktorske disertacije pod naslovom

”O ALGEBRAMA KOMPLEKSA”

Na osnovu pregledane doktorske disertacije, Komisija podnosi sledeći

I Z V E Š T A J

Ovaj rad se bavi algebraama kompleksa i stepenim konstrukcijama uopšte. Stepene konstrukcije predstavljaju pokušaj da se struktura koja postoji medju elementima datog skupa ”podigne” na nivo podskupova tog skupa. Kako je cela teorija ”stepenih” algebri počela u teoriji grupa, u kojoj se podskup nosača zove i kompleks, onda se algebre indukovane na partitivnom skupu nosača zovu najčešće ”algebre kompleksa”, mada mnogi autori koriste i izraz ”global algebre”.

Stepene konstrukcije su danas definisane i izučavane od strane raznih autora u raznim oblastima matematike. Mnogi od ovih autora često nisu bili upoznati sa radom ostalih i njihovi napori bili su ograničeni na primenu u jednoj uskoj oblasti. Tako, recimo, motivacija za izučavanje varijeteta algebri kompleksa dolaze iz modalne logike, što je detaljno demonstrirano u poznatom ekspozitornom radu Goldblatta iz 1989. godine. U teorijskom računarstvu stepena konstrukcija se pojavljuje kod stepenih domena (”powerdomains”). U poslednje vreme u teorijskom računarstvu nalaze svoje mesto i stepeni grafovi. Oni se naime koriste kao modeli konkurentnih sistema.

Chris Brink je prvi autor koji je uvideo nedostatak jednog opštijeg prilaza ovoj tematiki. Izmedju ostalog, njegova namera je bila da pokaže kako se iste

ideje pojavljuju u raznim granama matematike u kojima dolazi do primene stepenih konstrukcija. Naročitu pažnju posvetio je primenama u univerzalnoj algebri, jer su se tu, već na nivou bazičnih pojmove otvorila mnoga zanimljiva pitanja. Ova doktorska teza predstavlja pokušaj da se na neka od pokrenutih pitanja da odgovor.

Teza sadrži tri poglavlja, 48 naslova u literaturi i 118+xii stranica štampa nog teksta.

Prvo poglavlje ovog rada sadrži pregled poznatih rezultata iz ove oblasti. U prvom odeljku razmatra se veza algebri kompleksa sa osnovnim operatorima univerzalne algebre. U drugom odeljku dati su poznati rezultati Gautama i Grätzer-Laksera o identitetima koji se prenose sa algebre (varijeteta) na algebru kompleksa (varijetet algebri kompleksa). U sledeća tri odeljka prikazani su rezultat o globalnoj odredjenosti pojedinih klasa algebri. U šestom odeljku uvedene su algebre kompleksa relacijskih struktura. Ako u definiciju uključimo skupovno-teoretske operacije, ove algebre su Booleove algebre sa operatorima. U nastavku sekciјe dokazana je teorema reprezentacije Jónssona-Tarskog za dobre Booleove algebre sa operatorima. Sedmi odeljak sadrži rezultate iz poznatog rada R. Goldblatta o varijetetima čiji se članovi mogu predstaviti kao algebre kompleksa relacijskih struktura i o vezi ovih varijeteta sa modalnim logikama. U osmom odeljku razmatrane su relacijske strukture kompleksa i ukazano je na njihovu primenu u teorijskom računarstvu. U devetom odeljku dat je dokaz teoreme Grätzer-Whitneya o varijetetima relacijsko-operacijskih struktura zatvorenim u odnosu na formiranje stepenih struktura.

Druge poglavlje ima sedam odeljaka. Osim teorema 2.1-2.5 rezultati ovog poglavlja su originalni i dobijeni su u saradnji sa Rozálijom Madarász. U prvom odeljku razmatrana je veza izmedju faktor algebri i algebri kompleksa i date su stepene verzije teorema o izomorfizmu. Ključni pojam ovog odeljka, pojam dobre faktor relacije, uveden je u drugom odeljku, gde su dokazane neke osnovne osobine ovih relacija. Dobre relacije predstavljaju uopštenje kongruencija, ali za razliku od njih, skup dobrih relacija neke algebre uredjen inkluzijom biće mreža ako i samo ako su sve relacije na posmatranoj algebri dobre. Ovo tvrdjenje dokazano je u trećem odeljku. Teoreme o izomorfizmu ne mogu se proširiti sa kongruencija na klasu svih dobrih relacija. Ovo pitanje razmatrano je u četvrtom odeljku, gde su uvedene neke klase relacija (šire od klase kongruencija) za koje važe uopštene verzije teorema o izomorfizmu. U petom odeljku je pokazano da se, kada se pomenute klase urede inkluzijom,

dobijaju algebarske mreže i ispitivan je medjusobni odnos tih mreža. U šestom odeljku dokazane su stepene verzije teorema o izomorfizmu, za šta je bilo potrebno uvesti nove klase dorih relacija, S-dobre, H-dobre i vrlo dobre relacije. Stepene relacije koje se ovde koriste potiču iz teorijskog računarstva, gde igraju veoma važnu ulogu u modelovanju nedeterminističkih programa. U sedmom odeljku ispitano je šta se dobije kada se stepenjuje relacije iz pomenutih klasa.

U trećem poglavlju razmatrana su neka pitanja u vezi sa stepenim grafovima. Prvi odeljak ovog poglavlja sadrži spisak osnovnih pojmova i oznaka. U drugom odeljku dokazane su neke osnovne osobine stepenih grafova, dok su u trećem odeljku navedeni rezultati drugih autora o globalnoj odredjenosti grafova. U četvrtom, petom i šestom odeljku dokazana je globalna odredjenost nekih klasa grafova, a u sedmom odeljku globalna odredjenost klase algebri koja je dobijena algebraizacijom turnira. Svi rezultati četvrtog, petog, šestog i sedmog odeljka su originalni.

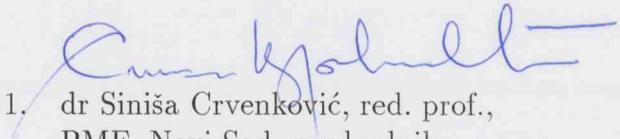
ZAKLJUČAK I PREDLOG

Na osnovu detaljnog čitanja teze može se primetiti da je kandidat temi koja je navedena u naslovu prišao vrlo studiozno, da je proučio svu dostupnu literaturu povezanu sa datom problematikom i da ima sposobnost integralnog prilaza matematičkim problemima. S druge strane, na osnovu originalnih rezultata koji su izloženi u drugom i trećem poglavlju teze, kandidat je pokazao da je sposoban da rešava konkretne probleme, i da dobijene rezultate korektno izloži. Izloženi dokazi su uvek jasne strukture i oslobođeni nepotrebnog detaljisanja. Komisija želi posebno da naglasi da kandidat u izloženim dokazima često pokazuje inventivnost i sposobnost da probleme reši na originalan način, ne koristeći previše gotove "sheme" i analogije sa dokazima koji se mogu naći u literaturi.

Na osnovu podnetog izveštaja i zaključka Komisija pozitivno ocenjuje doktorsku disertaciju kandidata mr Ivica Bošnjaka, pod naslovom

”O ALGEBRAMA KOMPLEKSA”

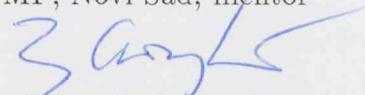
i predlaže Nastavno-naučnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu da ovaj prihvati pozitivnu ocenu doktorske disertacije.



1. dr Siniša Crvenković, red. prof.,
PMF, Novi Sad, predsednik



2. dr Rozalija S. Madaras, red. prof.,
PMF, Novi Sad, mentor



3. dr Zoran Stojaković, red. prof.
PMF, Novi Sad, član



4. dr Vojislav Petrović, red. prof.,
PMF, Novi Sad, član