



UNIVERZITET U NIŠU  
ELEKTRONSKI FAKULTET



**Nikola B. Simić**

**PROJEKTOVANJE KVANTIZERA U  
ALGORITMIMA ZA KOMPRESIJU  
SIGNALA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Niš, 2019.



UNIVERSITY OF NIŠ  
FACULTY OF ELECTRONIC ENGINEERING



**Nikola B. Simić**

# **THE DESIGNING OF QUANTIZERS IN SIGNAL COMPRESSION ALGORITHMS**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2019.

# ZAHVALNICA

*Zahvaljujem se svima koji su bezrezervno pomogli izradu ove doktorske disertacije, a posebno mom mentoru prof. dr Zoranu Periću koji dugo godina prati moj razvoj i novim idejama usmerava istraživanja. Pored toga, veliku zahvalnost dugujem i doc. dr Milanu Saviću na nesebičnoj stručnoj pomoći i ličnoj podršci koju mi je pružio od početka naše saradnje kao i prilikom izrade ove disertacije.*

*Zahvaljujem se i doc. dr Jeleni Nikolić na mnogobrojnim sugestijama u toku zajedničkog istraživanja kao i svim ostalim članovima komisije na komentarima upućenim prilikom završne obrade disertacije.*

*Na kraju, najtoplije se zahvaljujem članovima moje porodice koji su mi pružali bezgraničnu podršku tokom školovanja.*

*Autor*

## Podaci o doktorskoj disertaciji

Mentor: dr Zoran Perić, redovni profesor, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet

Naslov: Projektovanje kvantizera u algoritmima za kompresiju signala

Rezime:

Algoritmi za kompresiju signala predstavljaju neizostavni element u mnogim savremenim sistemima za digitalnu obradu signala, naročito u multimedijalnim sistemima gde se vrši prenos ogromne količine podataka ka velikom broju korisnika, pri čemu nije od interesa rekonstrukcija signala bez ikakvih gubitaka informacija na prijemu. Digitalizacija signala se u opštem slučaju vrši kroz tri koraka – odmeravanje, kvantizaciju i enkodovanje.

Sa stanovišta razvoja algoritama za kodovanje i kompresiju signala, najvažniji korak predstavlja kvantizacija, kojom se vrši diskretizacija signala po amplitudi. Projektovanje kvantizera nije jednoznačno određeno i zavisi od prirode ulaznog signala, željenog kvaliteta rekonstruisanog signala na prijemu, kompleksnosti koja utiče na vreme procesiranja i željenog stepena kompresije. Iako je do sada razvijen veliki broj tipova kvantizera, može se reći da je oblast još uvek nedovoljno istražena i da ima prostora za pružanje doprinosa. Procesiranje signala se najčešće vrši u vremenskom ili prostornom domenu a najčešće upotrebljavan tip kvantizera predstavlja skalarni uniformni kvantizer, zbog svoje jednostavnosti. Međutim, napredni algoritmi kodovanja i kompresije koriste kompleksnije tehnike robusne i adaptivne kvantizacije, vrlo često vrše i transformaciju signala u frekvencijski domen a sve popularnija je upotreba i različitih tehnika predikcije i mašinskog učenja.

U ovoj disertaciji je predstavljena analiza nekih od popularnih tehnika kvantizacije u savremenim algoritmima kodovanja i kompresije kako kontinualnih tako i diskretnih ulaznih signala i predlaže se više hibridnih modela s ciljem dobijanja novih rešenja niske kompleksnosti koja pružaju srednji i visok stepen kompresije. Eksperimenti su sprovedeni nad skupom realnih signala i kao reprezentativni primeri uzeti su test govorni signal u slučaju kontinualnih signala, odnosno skup standardnih monohromatskih slika u slučaju diskretnih signala. Pored toga, koriste se i Monte Karlo simulacije za potvrđivanje nekih od razvijenih teorijskih modela. Procena performansi vrši se korišćenjem objektivnih mera a razvijen je i teorijski model procene performansi u slučaju predloženog modifikovanog algoritma blok odsečnog kodovanja.

Naučna oblast: Elektrotehničko i računarsko inženjerstvo

Naučna disciplina: Telekomunikacije

Ključne reči:

Kvantizacija, Kompresija, Kodovanje izvora informacija, Transformaciono kodovanje, Diferencijalno kodovanje, Adaptacija, Modelovanje, Slika, Govor.

UDK:

(621.391+621.394.14):004

CERIF  
klasifikacija:

T 121

Tip licence  
Kreativne  
zajednice:

**CC BY-NC-ND**

## Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor: dr Zoran Perić, full professor, University of Niš, Faculty of Electronic Engineering

Title: The Designing of Quantizers in Signal Compression Algorithms

Abstract:

Signal compression algorithms represent an indispensable element in many modern digital signal processing systems, especially in multimedia systems where a large amount of data is transferred to a large number of users, whereby it is not of interest to reconstruct the signal without any loss of information at the receiving end. Generally speaking, signal digitization is performed in three steps – sampling, quantization and encoding.

From the standpoint of the development of signal coding and compression algorithms, the most significant step is quantization, which performs discretization of signal amplitudes. The designing of quantizers is not uniquely determined and it depends on the nature of the input signal, the desired quality of the reconstructed signal at the receiving end, as well as the complexity that affects the processing time and the desired compression ratio. Although a large number of quantizer types have been developed so far, it can be said that the area is still insufficiently explored and that there is room for contributions. Signal processing is usually performed in the time or spatial domain, and the most commonly used type of quantizer is a scalar uniform quantizer due to its simplicity. However, advanced coding and compression algorithms use more complex robust and adaptive quantization techniques, they often perform signal transformation into a frequency domain and there is an increasing popularity of utilizing various prediction and machine learning techniques.

In this dissertation, an analysis of some of the popular quantization techniques in modern coding and compression algorithms for both continuous and discrete input signals is presented and several hybrid models are proposed in order to obtain some novel low-complexity solutions that provide medium and high compression ratios. The experiments are performed by processing a set of natural signals and the representative examples taken are a test speech signal in the case of continuous signals, as well as a set of standard monochromatic images in the case of discrete signals. In addition, Monte Carlo simulations are used to validate some of the developed theoretical models. Performance estimation is performed using objective measures and a theoretical model for performance estimation is developed in the case of the proposed modified block truncation coding algorithm.

Scientific Field: Electrical and Computer Engineering

Scientific  
Discipline:

Telecommunications

Key Words:

Quantization, Compression, Source coding, Transform coding,  
Differential coding, Adaptation, Modelling, Image, Speech.

UDC:

(621.391+621.394.14):004

CERIF  
Classification:

T 121

Creative  
Commons  
License Type:

**CC BY-NC-ND**

# Sadržaj

Spisak slika.....	xi
Spisak tabela.....	xiii
1. Uvod.....	1
2. Osnovi kvantizacije.....	7
2.1 Skalarna kvantizacija.....	10
2.1.1 Uniformna skalarna kvantizacija.....	11
2.1.2 Neuniformna skalarna kvantizacija.....	13
2.1.3 Iterativni Lojd-Maksov algoritam.....	14
2.1.4 Kompanding kvantizacija.....	15
2.1.5 Logaritamski zakoni kompresije.....	16
2.2 Vektorska kvantizacija.....	18
2.2.1 Projektovanje vektorskih kvantizera.....	19
2.2.2 Generalizovani Lojdov algoritam.....	21
2.2.3 Linde-Buzo-Grejov algoritam.....	22
2.2.4 Vektorski kvantizeri zasnovani na upotrebi strukture.....	22
2.2.5 Polarni kvantizeri.....	23
3. Osnovi kodovanja i kompresije signala.....	26
3.1 Osnovi digitalne obrade slika.....	28
3.2 Osnovi digitalne obrade govora.....	30
4. Blok odsečno kodovanje.....	33
4.1 Projektovanje deo-po-deo uniformnog kvantizera sa Golomb-Rajs kodovanjem i primena u algoritmu za blok odsečno kodovanje slike.....	34
4.1.1 Projektovanje deo-po-deo uniformnog kvantizera za diskretne ulazne odmerke.....	35
4.1.2 Algoritam za procesiranje slika.....	39
4.1.3 Analitički model za procenu performansi.....	39
4.1.4 Numerički rezultati i diskusija.....	46
4.1.5 Poređenje performansi sa drugim modelima.....	51
4.2 Dvostepeni neprilagođeni kvantizer za Laplasov izvor.....	55
4.2.1 Model kvantizacije.....	56
4.2.2 Analiza performansi projektovanja dvostepenog neprilagođenog kvantizera.....	59



4.2.3	Projektovanje neuniformnih kvantizera za diskretan ulazni signal i primena u algoritmu za kodovanje i kompresiju slike .....	64
4.2.4	Algoritam za kodovanje i kompresiju slike.....	67
4.2.5	Numerički rezultati.....	69
4.3	Algoritam za kodovanje i kompresiju slika zasnovan na kodovanju sa više modova i adaptaciji unapred .....	73
4.3.1	Algoritam za kodovanje i kompresiju .....	74
4.3.2	Numerički rezultati.....	77
4.4	Semilogaritamski kvantizer za Laplasov izvor .....	80
5.	Kodovanje slike zasnovano na linearnoj predikciji i dvomodnoj kvantizaciji .....	86
5.1	Performanse algoritma za kodovanje slike zasnovanog na linearnoj predikciji i dvomodnoj kvantizaciji.....	91
5.2	Poređenje performansi predloženog algoritma sa performansama BTC i DP – DPCM modela .....	93
6.	Transformaciono kodovanje .....	97
6.1	Diskretna kosinusna transformacija .....	98
6.2	Diskretna malotalasna transformacija.....	99
6.3	Adamarova transformacija.....	104
6.4.	Algoritam za kodovanje i kompresiju slike zasnovan na Adamarovoj transformaciji i jednostavnoj vektorskoj kvantizaciji .....	105
6.4.1	Algoritam kodovanja i kvantizacija .....	106
6.4.2	Eksperimentalni rezultati.....	110
6.4.3	Analiza rezultata i poređenje sa drugim modelima .....	117
7.	Optimalna kompanding kvantizacija za Gausov izvor .....	122
7.1	Projektovanje kompanding kvantizera zasnovano na deo-po-deo linearnoj aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće signala Gausovog izvora .....	125
7.1.1	Analiza performansi predloženog jednomodnog rešenja kompanding kvantizacije.....	130
7.2	Projektovanje dvomodnog kompanding kvantizera zasnovano na deo-po-deo linearnoj aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće signala Gausovog izvora.....	131
7.2.1	Analiza performansi predloženog dvomodnog rešenja kompanding kvantizacije.....	135
7.2.2	Poređenje sa optimalnim kompandorom.....	139
8.	Inteligentni algoritmi procesiranja signala .....	142
8.1	Kompresija koeficijentata neuronskih mreža.....	143

8.2 Struktura kvadratnog stabla u algoritmima kodovanja i kompresije .....	145
8.3 Kodovanje govornog signala zasnovano na višenivoskoj Delta modulaciji i LMS algoritmu .....	147
8.3.1 Projektovanje kvazilogaritamskog kvantizera za kvantovanje signala razlike .....	148
8.3.2 Numerički rezultati.....	150
9. Zaključak .....	153
Literatura .....	157
Spisak objavljenih radova autora.....	171
Biografija autora .....	177
IZJAVE AUTORA .....	178
IZJAVA O AUTORSTVU .....	179
IZJAVA O ISTOVETNOSTI ELEKTRONSKOG I ŠTAMPANOG OBLIKA	
DOKTORSKE DISERTACIJE .....	180
IZJAVA O KORIŠĆENJU .....	181

## Spisak slika

Sl. 2.1 Klasifikacija kvantizera.....	7
Sl. 2.1.4.1 Kompanding kvantizacija.....	16
Sl. 2.2.1.1 2D vektorski kvantizer. ....	19
Sl. 4.1.3.1 Histogram varijansi i model zasnovan na Inverznoj Gausovoj raspodeli. ....	42
Sl. 4.1.3.2 Zavisnost ukupne srednje bitske brzine $R_{GR}$ od varijanse ulaznog signala za različite vrednosti parametra $\hat{\sigma}$ (M1 model). ....	44
Sl. 4.1.4.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Babun; (b) Most; (c) Par; (d) Avion; (e) Kolica; (f) Lena; (g) Paprike; (h) Brod; (i) Ulica; (j) Crkva. ....	47
Sl. 4.1.4.2 Teorijski PSQNR - analitički model. ....	48
Sl. 4.1.4.3 Ukupna srednja bitska brzina – analitički modeli. ....	49
Sl. 4.1.4.4 Teorijski dobitak – poređenje sa radom [25] za $N = 16$ i $L = 8$ . ....	49
Sl. 4.1.5.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Papagaj; (b) Klovn; (c) Voće; (d) Devojčica.....	54
Sl. 4.1.5.2 Rekonstruisane standardne test slike sa Sl. 4.1.5.1 ( $\hat{\sigma} = 15$ , $N = 16$ , $L = 8$ ): (a) Papagaj; (b) Klovn; (c) Voće; (d) Devojčica. ....	54
Sl. 4.2.2.1 Odnos varijansi kontinualnog i diskretizovanog signala (CDSVR).....	60
Sl. 4.2.2.2 SQNR za $N_1 = 256$ i različiti broj reprezentacionih nivoa drugog kvantizera. ....	61
Sl. 4.2.2.3 SQNR za $N_1 = 512$ i različiti broj reprezentacionih nivoa drugog kvantizera. ....	61
Sl. 4.2.2.4 SQNR za različite vrednosti parametra $k$ ( $N_1 = 256$ , $N_2 = 16$ ).....	62
Sl. 4.2.2.5 SQNR za različite vrednosti parametra $k$ ( $N_1 = 256$ , $N_2 = 32$ ).....	62
Sl. 4.2.4.1 Algoritam kodovanja i kompresije slika. ....	68
Sl. 4.2.5.1 Težinska funkcija. ....	70
Sl. 4.2.5.2 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Lena, (b) Brod, (c) Ulica. ....	72
Sl. 4.2.5.3 Standardne test slike sa Sl. 4.2.5.2 nakon rekonstrukcije predloženim algoritmom ( $N = 32$ , $\hat{\sigma}_d = 15$ ): (a) Lena, (b) Brod, (c) Ulica. ....	72
Sl. 4.3.2.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: a) Lena; b) Avion. ....	79
Sl. 4.3.2.2 Standardne test slike sa Sl. 4.3.2.1 nakon rekonstrukcije predloženim algoritmom ( $Th_1 = 6$ , $Th_2 = 8$ ) : a) Lena; b) Avion.....	79
Sl. 4.4.1 Maksimalni SQNR u zavisnosti od vrednosti parametra $A$ za različiti broj reprezentacionih nivoa $N$ . ....	82
Sl. 4.4.2 SQNR za iterativno sračunate vrednosti parametra $x_{max}$ i različite vrednosti parametara $x_{in}$ i $N$ .....	83

Sl. 5.1 Šema linearne predikcije ( $n = 16, m = 4$ ).	87
Sl. 5.2 Histogram varijansi.	89
Sl. 5.3 Algoritam kodovanja i kompresije slike zasnovan na linearnoj predikciji vrednosti piksela i dvomodnoj kvantizaciji.	90
Sl. 5.1.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Lena, (b) Ulica, (c) Brod.	92
Sl. 5.1.2 Standardne test slike sa Sl. 5.1.1 nakon rekonstrukcije predloženim algoritmom ( $N = 32$ ).	92
Sl. 6.1.1 Šema formiranja cik-cak sekvence DCT koeficijenata u JPEG standardu.	99
Sl. 6.2.1 Primena Harovog malog talasa na standardnu test sliku Lena; (a) srednja vrednost (B); (b) vertikalne promene (V); (c) horizontalne promene (H); (d) dijagonalne promene (D); (e) originalna slika.	103
Sl. 6.4.1.1 Ulazni signal za vektorsku kvantizaciju – 3D i 2D histogrami: a) Lena, b) Ulica, c) Čamac, d) Babun.	109
Sl. 6.4.1.2 Određivanje Voronojevih regiona i reprezentacionih nivoa – Lena: a) $N = 2$ ; b) $N = 4$ .	113
Sl. 6.4.2.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima, rezolucije $512 \times 512$ piksela: a) Lena, b) Ulica, c) Brod i d) Babun.	115
Sl. 6.4.2.2 Standardne test slike sa Sl. 6.4.2.1, posle procesiranja predloženim algoritmom ( $N = 4$ ): a) Lena, b) Ulica, c) Brod i d) Babun.	116
Sl. 6.4.3.1 Poređenje performansi predloženog modela sa drugim sličnim modelima.	119
Sl. 7.1.1 Poređenje kompresorskih funkcija.	128
Sl. 7.2.1 Funkcija gustine verovatnoće signala na ulazu neograničenog kompadding kvantizera ( $M = 5, t_{\max} = 1.89$ ).	134
Sl. 7.2.1.1 Apsolutna razlika između performansi sračunatih teorijskim modelom i pomoću simulacije ( $M = 5$ ).	138
Sl. 7.2.1.2 Zavisnost SQNR-a od dužine frejma $M$ ( $N = 64$ ).	139
Sl. 8.3.2.1 Ažuriranje težinskog koeficijenta i signal razlike za dati primer segmenta ulaznog signala.	150
Sl. 8.3.2.2 SNR u zavisnosti od inicijalne vrednosti težinskog koeficijenta $a_{\text{initial}}$ i parametra $\eta$ .	151
Sl. 8.3.2.3 Kvadratna greška odmerak-po-odmerak između ulaznog i rekonstruisanog signala – primer jednog frejma.	152

## Spisak tabela

Tabela 4.1.4.1 Poređenje eksperimentalnih i teorijskih rezultata – srednja ukupna bitska brzina i PSQNR .....	50
Tabela 4.1.4.2 Srednja ukupna bitska brzina i PSQNR za različite vrednosti parametara $N$ i $L$ .....	51
Tabela 4.1.5.1 Poređenje performansi sistema sa rezultatima objavljenim u [25] za skup od tri standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena, Ulica i Brod)....	52
Tabela 4.1.5.2 Performanse sistema u slučaju standardnih test slika sa Sl. 4.1.5.1 ( $L=8$ , $\hat{\sigma} = 15$ ).....	55
Tabela 4.2.2.1 SQNR za različite vrednosti parametara $k$ i $N_2$ ( $N_1 = 256$ ).....	63
Tabela 4.2.2.2 Srednji SQNR za različite podopsege varijansi ulaznog signala u zavisnosti od vrednosti parametra $k$ ( $N_1 = 256$ ; $N_2 = 32$ ) .....	64
Tabela 4.2.5.1 Poređenje eksperimentalnih i teorijskih rezultata predloženog modela .	71
Tabela 4.2.5.2 Eksperimentalni dobitak predloženog modela u odnosu na model zasnovan na deo-po-deo uniformnoj kvantizaciji.....	73
Tabela 4.3.2.1 Eksperimentalni rezultati dobijeni korišćenjem predloženog algoritma kodovanja i kompresije zasnovanog na kvantizaciji sa tri moda.....	78
Tabela 4.4.1 Performanse sistema ( $x_{in} = 8$ ) .....	84
Tabela 4.4.2 Performanse sistema ( $x_{in} = 10$ ) .....	84
Tabela 5.1.1 Eksperimentalni rezultati primene predloženog algoritma kodovanja i kompresije .....	93
Tabela 5.2.1 Eksperimentalni rezultati primene klasičnog BTC modela u predloženi algoritam kodovanja i kompresije ( $N = 32$ ).....	94
Tabela 5.2.2 Poređenje performansi predloženog modela kodovanja i kompresije sa performansama modela iz rada [25] .....	95
Tabela 6.4.2.1 Eksperimentalni rezultati primene predloženog modela kodovanja i kompresije slike.....	114
Tabela 7.1.1.1 Performanse predloženog modela.....	131
Tabela 7.2.1.1 SQNR predloženog dvomodnog modela kvantizacije.....	136
Tabela 7.2.1.2 SQNR predloženog dvomodnog modela kvantizacije u slučaju kada se pretpostavlja da signal na ulazu neograničenog kvantizera ima Gausovu raspodelu ( $L = 2$ ).....	137
Table 7.2.2.1 Dobitak koji pruža predloženi model kvantizacije u odnosu na optimalni neuniformni komparator. ....	141

## 1. Uvod

Digitalizacija predstavlja proces koji značajno transformiše sve aspekte društva i tradicionalnog poslovanja dugi niz godina i koji danas uzima sve veći zamah. Značaj digitalizacije se ogleda u pogodnijem obliku skladištenja informacija i mogućnostima brze, gotovo trenutne razmene podataka preko telekomunikacionih i računarskih mreža, čime se poslovanje značajno pojednostavljuje i ubrzava.

U savremenim računarskim sistemima terminom „podatak” najčešće se označava sekvenca brojeva ili još uopštenije vektor [1]. Nešto ređe, terminom „podatak” mogu se označavati i signali, što je izraženije u popularnoj literaturi kada se govori o diskretnim signalima. U najopštijem slučaju, terminom „signal” se označava sekvenca ili talasni oblik čija vrednost u bilo kom trenutku vremena, kontinualnom ili diskretnom, može imati realnu ili diskretnu skalarnu vrednost ili može biti vektor [1]. Signalima se na ovaj način, pored signala kontinualne prirode, mogu smatrati i mirne slike kod kojih umesto vremenskog domena, amplituda zavisi od dve prostorne promenljive, odnosno pokretne slike (video signal) kod kojih amplituda zavisi od dve prostorne i jedne vremenske promenljive [1]. U ovoj disertaciji na dalje biće korišćen termin „signal” u opštem, izvornom obliku, kojim se opisuje ulaz različitih delova sistema za kodovanje i kompresiju dok će se pod „izvorom signala” smatrati uređaj koji proizvodi signale.

Digitalizacija signala odvija se tipično kroz tri osnovna koraka. Prvi korak predstavlja odmeravanje signala. U slučaju kontinualnih 1D signala, poput audio signala, govora, EKG-a i drugih medicinskih signala, odmeravanje predstavlja diskretizaciju signala u vremenskom domenu, dok u slučaju mirne slike, odmeravanje predstavlja prostornu diskretizaciju [2]. Drugi korak u oba spomenuta slučaja predstavlja proces kvantizacije kojim se vrši diskretizacija signala po amplitudi. Na kraju, treći korak obuhvata proces kodovanja, koje može biti sa fiksnom ili promenljivom dužinom kodnih reči. Ponekad, proces kvantizacije može obuhvatiti drugi i treći osnovni korak opisanog postupka digitalizacije i tada kvantizer može biti predstavljen kao enkoder čiji izlaz je binarni niz jedinica i nula, dok se prilikom rekonstrukcije dobijaju diskretne amplitude na izlazu iz dekodera. Preciznije rečeno, svi signali se pretvaraju u binarni niz jedinica i nula,

koji se organizuje dalje u odgovarajuće strukture podataka i šalje kroz telekomunikacioni kanal [3–4]. Sa razvojem interneta, porastom broja korisničkih uređaja, naročito prenosivih uređaja sa autonomnim napajanjem ograničenog kapaciteta, kao i sa razvojem sistema koji umrežavaju više fizičkih uređaja preko Interneta stvari (eng. *Internet of Things*, IoT) i računarstva u oblaku (eng. *Cloud computing*), osim diskretizacije, sve veći značaj ima i kompresija signala i podataka kako bi se optimizovala podrška sistemima za skladištenje, zahtevao manji propusni opseg, manja snaga za komunikaciju unutar mreža i kako bi se smanjilo potrebno vreme za prenos informacija, posebno onih koje inače zahtevaju veliku količinu memorije [5–9].

U zavisnosti od kvaliteta rekonstruisanog signala, algoritmi za kodovanje i kompresiju signala mogu se podeliti u dve osnovne kategorije. Prvu kategoriju čine algoritmi koji pružaju bešumnu kompresiju, kod kojih nakon primene tehnika kompresije rekonstruisani signal postaje identičan sa ulaznim signalom [3]. Ipak, ovi algoritmi pružaju vrlo mali stepen kompresije i primenjuju se u sistemima gde je od velike važnosti činjenica da prilikom procesa kompresije ne dolazi do unošenja distorzije koja bi mogla da utiče na detekciju u osetljivim aplikacijama, poput onih koje vrše obradu medicinskih signala. Sa druge strane, algoritmi kompresije sa gubicima pružaju znatno veću kompresiju u odnosu na prethodno opisanu grupu algoritama, pri čemu rekonstruisani signal nije potpuno identičan sa originalnim zbog unete distorzije [3].

Kvantizacija predstavlja proces kojim se vrednosti iz ulaznog skupa amplituda, koji u opštem slučaju može biti beskonačan, mapiraju u izlazni ograničen skup vrednosti i predstavlja osnovnu i najvažniju funkcionalnost analogno-digitalnih (A/D) konvertora, kao i najvažniji element algoritama kompresije sa gubicima [2–4]. Uzimajući u obzir masovni razvoj digitalnih servisa i tehnologija obrade signala, osnovna motivacija za realizaciju ove disertacije je dublje sagledavanje uticaja kvantizacije na procesiranje kako kontinualnih tako i prethodno diskretizovanih signala u savremenim algoritmima kodovanja i kompresije s ciljem predlaganja novih enkodera (kodera) i dekodera sa srednjim i visokim stepenom kompresije. Srž doprinosa kod predloženih novih kodnih šema predstavlja projektovanje različitih modela kvantizera, koje se vrši matematičkom analizom modela za različiti broj nivoa kvantovanja  $N$  i razmatrani ulazni signal. Pogodnim projektovanjem kvantizera, odnosno podelom amplitudskog opsega kvantizera na  $N$  ćelija i definisanjem skupa od  $N$  reprezentacionih nivoa (ili vektora), vrši se

optimizacija performansi rekonstruisanog signala na prijemu. Pružanje višeg kvaliteta interpretacije signala na prijemu za pretpostavljeni stepen kompresije u odnosu na postojeća rešenja slične kompleksnosti predstavlja drugi osnovni zahtev u savremenim istraživanjima, pored redukovanja količine podataka neophodne za procesiranje signala (skladištenje, prenos i predstavljanje u autonomnim sistemima nakon obrade). Stoga se projektovanje vrši tako da se minimizuje distorzija u posmatranim uslovima. Kao objektivne mere kvaliteta rekonstruisanog signala na izlazu iz kvantizera koriste se u ovoj disertaciji SQNR (odnos signal/šum kvantizacije) i PSQNR (vršni odnos signal/šum kvantizacije), odnosno SNR (odnos signal/šum) i PSNR (vršni odnos signal/šum) u slučaju da se procenjuje kvalitet signala na izlazu iz čitavog sistema za kodovanje i kompresiju. Ne umanjujući opštost rešenja koja će biti predstavljena kao doprinos disertacije, eksperimentalni rezultati biće analizirani u slučaju govornog signala, kao predstavnika kontinualnih signala, odnosno mirne slike kao predstavnika diskretnih signala.

U literaturi se definišu dva osnovna tipa kvantizera – skalarni i vektorski [1, 4]. Skalarnim kvantizerima ulazni odmerci originalnog signala se procesiraju pojedinačno, dok se vektorskim kvantizerima istovremeno procesira skup (vektor) od nekoliko uzastopnih ulaznih odmeraka. I u jednom i u drugom slučaju, ulazni odmerak, koji u opštem slučaju može imati amplitudu čija vrednost pripada beskonačnom skupu, zaokružuje se na neku od vrednosti iz konačnog skupa čime se nepovratno unosi greška koja predstavlja šum kvantizacije, odnosno distorziju signala. U disertaciji će biti razmatrano projektovanje više vrsta skalarnih kvantizera (uniformni, deo-po-deo uniformni, neuniformni, kompanding i semilogaritamski) kao i jednostavnih vektorskih kvantizera.

Disertacija je podeljena na devet poglavlja koja su podeljena na odeljke. Formule, slike i tabele u disertaciji označene su tako da poslednji broj ukazuje na redni broj formule, slike ili tabele u odeljku definisanom preostalim brojevima.

Nakon uvodnog poglavlja, dat je pregled opšte teorije kvantizacije signala i prikazane su najvažnije odlike kao i međusobne razlike najznačajnijih tipova kvantizera – skalarnih, vektorskih i polarnih. Prikazana je klasifikacija skalarnih kvantizera i izdvojene su njihove najvažnije prednosti ali i nedostaci.



U trećem poglavlju disertacije prikazan je opis formata slike i govornog signala i dat je osvrt na neke od važnijih tehnika kodovanja i kompresije.

U četvrtom poglavlju dat je pregled dosadašnjeg razvoja algoritama blok odsečnog kodovanja (BTC) za kompresiju monohromatskih slika sa sivim tonovima (eng. *grayscale images*). Originalni algoritam predložen je davne 1979. godine [10], dok je u narednim godinama predloženo više nadogradnji ovog algoritma [11–25]. Među najznačajnijim primenama algoritma, smatra se njegova implementaciji u okviru „Mars patfajnder” misije američke Nacionalne vazduhoplovne i svemirske administracije (NASA) iz 1997. godine kao algoritma kompresije slika dobijenih pomoću Rover vozila [12–14], kao i primena kod LCD panela [15–18]. U okviru ovog poglavlja predložen je nov model kodovanja i kompresije slika zasnovan na projektovanju i primeni deo-po-deo uniformnih kvantizera i Golomb-Rajs kodovanju u modifikovanom BTC algoritmu. Značajan doprinos ogleđa se u tome što je razvijen i teorijski model za procenu performansi algoritma, s obzirom na to da je izražen nedostatak teorijskih modela u okviru literature za kodovanje i kompresiju slika, zbog njihove kompleksnosti. Teorijski model zasnovan je na modelovanju varijansi razlika između vrednosti piksela unutar blokova i srednje vrednosti svih piksela unutar posmatranog bloka i u tu svrhu predlaže se Inverzna Gausova raspodela kao pogodno rešenje. Drugi doprinos u okviru četvrtog poglavlja ogleđa se u predlaganju novog dvostepenog neprilagođenog kvantizera projektovanog za diskretan izvor. Laplasov izvor se pokazao vrlo pogodnim za modelovanje signala u BTC algoritmima [25]. Međutim, kako slika predstavlja već diskretizovani signal, projektovanje kvantizera se vrši isključivo na osnovu statističkih parametara tako diskretizovanog signala dok je informacija o originalnom kontinualnom signalu nedostupna. Stoga se u ovoj disertaciji predlaže nova mera performansi kvantovanog signala CDSVR (eng. *continuous-to-discrete-signal-variance ratio*), kako bi se upotpunila slika o uticaju gubitka informacije o varijansi kontinualnog signala na procenjene performanse komprimovanog signala. Na kraju, treći značajan doprinos u okviru četvrtog poglavlja ogleđa se u predlaganju novog algoritma BTC kodovanja, zasnovanog na kodovanju sa više modova i adaptaciji unapred na varijansu blokova razlika. U ovom slučaju predloženo je rešenje koje je zasnovano na naizmeničnom korišćenju dva optimalna Lojd-Maks kvantizera i jednog adaptivnog uniformnog kvantizera pri čemu svaki od kvantizera ima različiti broj reprezentacionih nivoa kako bi

se ukupna srednja bitska brzina redukovala pogodnim odabirom kvantizera unutar svakog bloka prilikom procesiranja, odnosno kako bi ostvaren stepen kompresije bio što veći uz pružanje visokog kvaliteta rekonstruisane slike. Na kraju poglavlja, razmatrano je projektovanje semilogaritamskih kvantizera za Laplasov izvor, s obzirom na to da postoje prva istraživanja primene BTC algoritama za kodovanje i kompresiju govornog signala.

U petom poglavlju predložen je nov model kodovanja i kompresije slike zasnovan na linearnoj predikciji vrednosti piksela i dvomodnoj kvantizaciji. Za razliku od algoritama zasnovanih na BTC kodovanju, koji su predloženi u četvrtom poglavlju, model predložen u petom poglavlju pruža viši stepen kompresije, dominantno zbog uvođenja novih modela enkodera. Pokazano je da predložena šema linearne predikcije pruža zadovoljavajuću rekonstrukciju vrednosti piksela u oko 30% blokova, u kojima se stoga ne vrši dodatna kvantizacija. U ostalim blokovima vrši se dvomodna kvantizacija pomoću uniformnog i deo-po-deo uniformnog kvantizera, koji su projektovani posebno za primenu u predloženom algoritmu.

U šestom poglavlju dat je pregled važnijih tehnika transformacionog kodovanja i predložen je novi algoritam kodovanja i kompresije slike zasnovan na Adamarovoj transformaciji i primeni jednostavnih vektorskih kvantizera, projektovanih za ovu namenu. Predloženi model pruža znatno više stepene kompresije u odnosu na modele koji su predloženi u četvrtom i petom poglavlju. Osim toga, pokazuje se da predloženi model pruža bolji odnos stepena kompresije i kvaliteta rekonstruisanog signala u odnosu na znatno kompleksnija rešenja koja uključuju metode mašinskog učenja i računski kompleksnijih tehnika transformacionog kodovanja poput malotalasne (eng. *wavelet*) i kurvlet (eng. *curvelet*) transformacija.

U sedmom poglavlju predložen je model kompadding kvantizacije zasnovan na linearizaciji funkcije gustine verovatnoće FGV (eng. *Probability density function*, PDF) ulaznog signala. Značaj ovakvog modela kvantizacije posebno se ogleda kod signala koji mogu da se opišu Gausovom FGV, s obzirom na to da ne postoji rešenje u zatvorenom obliku u slučaju optimalne kompadding kvantizacije. Značaj jednostavnog rešenja u zatvorenom obliku vrlo je važan kod algoritama za kodovanje i kompresiju govornog signala koji zahtevaju malu kompleksnost. Predloženi model pruža rešenje u zatvorenom obliku uz performanse bliske optimalnim. Pored toga, predložen je i novi model

dvomodne kvantizacije zasnovan na naizmeničnom korišćenju kvantizera projektovanih za ograničen i neograničen izvor. Korišćenjem različitih modova, poboljšavaju se performanse rekonstruisanog signala s obzirom na to da se projektovani fiksni kvantizeri adaptiraju na karakteristike rama (frejma), koji se procesira pomoću prekidačke logike.

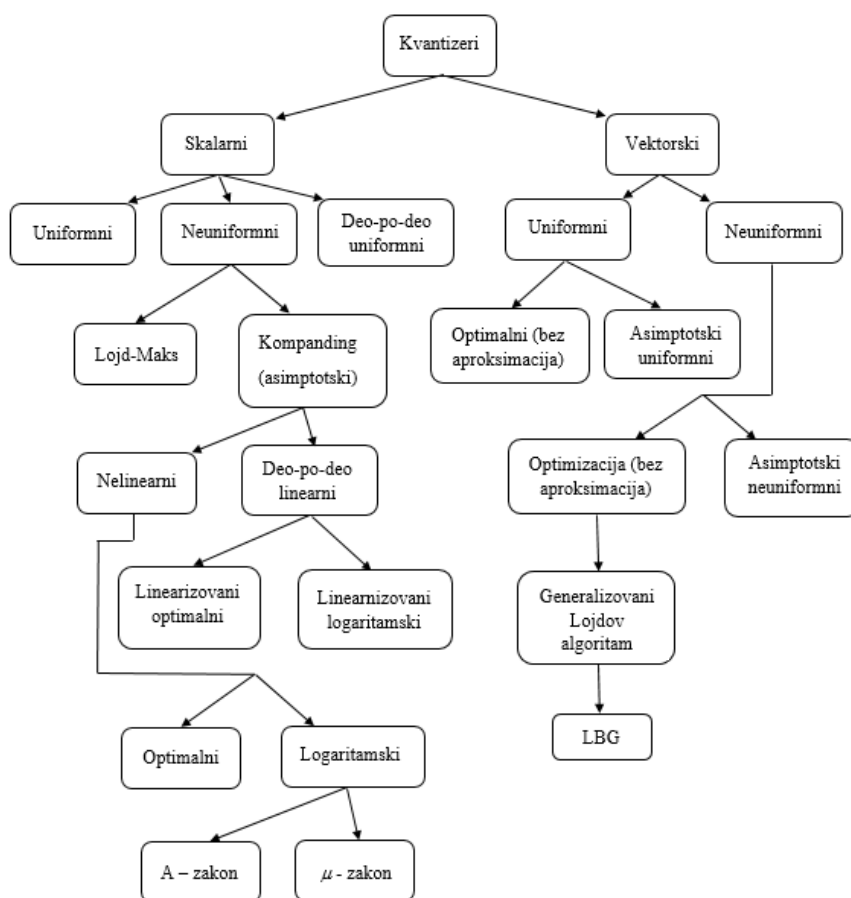
U osmom poglavlju dat je pregled nekih od naprednih tehnika obrade signala. Prikazane tehnike u sprezi sa tradicionalnim modelima kodovanja i kvantizacije mogu pružiti nova poboljšanja rešenja, čak i nove pravce istraživanja. Kao deo naprednije tehnike procesiranja i kvantizacije, prikazano je novo rešenje kodovanja i kompresije govornog signala zasnovano na upotrebi delta modulacije (DM) i metoda najmanjih kvadrata (eng. *Least Mean Squares*, LMS).

Konačno, deveto poglavlje je posvećeno zaključku. U ovom poglavlju izvedeni su zaključci i naglašeni su doprinosi ove disertacije vezani za svaki od predloženih modela, bazirani na teorijskim i eksperimentalnim rezultatima prikazanim u prethodnim poglavljima. Osim toga, dati su i nagoveštaji i razmišljanja o budućim pravcima istraživanja. Na kraju je dat spisak literature korišćene u ovoj disertaciji, pri čemu se može uočiti da je veći deo rezultata proisteklih kao doprinos ove disertacije već verifikovan kroz objavljivanje u časopisima sa impakt faktorom i zbornicima sa domaćih i međunarodnih konferencija koji su citirani u okviru literature.

## 2. Osnovi kvantizacije

Kvantizacija predstavlja jednu od najvažnijih tehnika koja se primenjuje u algoritmima za kodovanje i kompresiju signala sa gubicima i njihov je neizostavni deo. Ovom tehnikom se skup velikog broja ulaznih vrednosti, koji u opštem slučaju može biti beskonačan, predstavlja konačnim skupom sa znatno manjim brojem mogućih vrednosti [3]. Prvi i najprostiji primer kvantizacije predstavlja zaokruživanje brojeva. Značaj kvantizacije u obradi signala pojavio se sa potrebom uvođenja A/D konverzije i prvi put je prepoznat kod impulsno kodovane modulacije za obradu amplitude signala [1, 4].

Uređaj koji obavlja kvantizaciju naziva se kvantizer. Zavisno od prirode skupa mogućih vrednosti ulaznog signala i željenih performansi signala na izlazu, moguće je izvršiti klasifikaciju kvantizera kao na Sl. 2.1.



Sl. 2.1 Klasifikacija kvantizera.

Osnovna podela kvantizera je na skalarne i vektorske [1–4]. Ova podela se vrši prema tome koliko se odmeraka ulaznog signala procesira istovremeno i praktično vektorska kvantizacija predstavlja uopštenje skalarne kvantizacije [1]. Kod skalarne kvantizacije u svakom diskretnom trenutku vremena vrši se obrada samo jednog ulaznog odmerka dok kod vektorske kvantizacije dolazi do grupisanja ulaznih odmeraka koji se zatim mapiraju reprezentacionim vektorom što može pružiti veću kompresiju.

Dalja podela skalarnih kvantizera vrši se prema načinu određivanja ćelija (koriste se još i termini particije ili oblasti odlučivanja) i reprezentacionih nivoa i to na uniformne, deo-po-deo uniformne i neuniformne kvantizere. Kako i samo ime kaže, uniformni kvantizeri imaju podeljen čitav amplitudski opseg na ćelije jednake širine, pri čemu se reprezentacioni nivoi nalaze na sredini ćelija. Ovakve kvantizere je najjednostavnije realizovati. Ipak, većina signala u prirodi nema uniformnu raspodelu amplituda pa ovakvi kvantizeri ne mogu pružiti visoke performanse već se mahom koriste u slučaju kada je mala kompleksnost projektovanja od velikog značaja. Nešto bolje performanse mogu pružiti deo-po-deo uniformni kvantizeri koji imaju nešto veću kompleksnost i predstavljaju korak između uniformnih i neuniformnih kvantizera. Za razliku od njih, neuniformni kvantizeri mogu pružiti znatno bolje performanse kod kvantizacije signala koji imaju neuniformnu raspodelu amplituda. Optimalne performanse se ostvaruju pomoću kvantizera koji se projektuje korišćenjem Lojd-Maksovog algoritma optimizacije. Međutim, kompleksnost ovakvog projektovanja kvantizera značajno raste sa povećanjem broja reprezentacionih nivoa tako da se u praktičnim primenama vrlo često koristi kompanding kvantizacija. Kompanding kvantizaciju je moguće realizovati korišćenjem logaritamske kompresorske funkcije u slučaju da se zahtevaju visoke performanse u širokom opsegu varijansi ulaznog signala ili korišćenjem optimalne kompresorske funkcije. Poslednja podela skalarnih kompanding kvantizera sa logaritamskim zakonom kompresije može se izvršiti na kvantizere sa implementiranim  $\mu$  odnosno  $A$  zakonom kompresije, kao dva najznačajnija načina aproksimiranja logaritamske funkcije. Projektovanje kompanding kvantizera može se pojednostaviti linearizacijom kompresorske funkcije čime je nastala klasa deo-po-deo linearnih kompanding kvantizera. Ovi kvantizeri pružaju suboptimalne performanse, ali je njihov značaj veliki kod primena gde je mala kompleksnost rešenja od velikog značaja. U ovoj disertaciji predlaže se i projektovanje kompanding kvantizera zasnovano na aproksimaciji

funkcije gustine verovatnoće, kojim se dobija deo-po-deo nelinearna kompresorska funkcija. Projektovanje ovakvog tipa kvantizera je još uvek relativno neistraženo a ovde se pokazuje da može pružiti performanse bliske onim koje se dobijaju optimalnom kompresorskom funkcijom u slučaju Gausovog izvora uz značajno manju kompleksnost.

Kako vektorska kvantizacija predstavlja uopštenje skalarne kvantizacije, osnovnu klasifikaciju vektorskih kvantizera moguće je izvršiti na uniformne i neuniformne, kao i u slučaju skalarne kvantizacije, pri čemu se deo-po-deo uniformni kvantizeri javljaju kao kompromisno rešenje između ova dva tipa. Od posebnog značaja su neuniformni vektorski kvantizeri s obzirom na to da mogu pružiti optimalne performanse i veliki broj tipova neuniformnih vektorskih kvantizera je konstruisan do danas. U opštem slučaju, nije moguće izvesti izraze za optimalno projektovanje u zatvorenom obliku već se koristi iterativni algoritamski pristup. Generalizovani Lojdov algoritam predstavlja uopšteno optimizaciono rešenje nastalo kao proširenje optimalnog rešenja u slučaju skalarne kvantizacije. Međutim, koncept Generalizovanog Lojdovog algoritma je takav da pronalaženje optimalne kodne knjige zahteva poznavanje gustina u  $k$ -dimenzionalnom prostoru, višestruku integraciju i poznavanje geometrije Voronojevih regiona pa je najčešće teško primenjiv osim za mali broj vektora. Kao specijalni slučaj ovog algoritma nastao je LBG (eng. *Linde-Buzo-Gray*) algoritam za diskretne izvore, kojim se projektovanje kvantizera vrši na osnovu trening skupa i koji ima široku primenu u algoritmima za kompresiju podataka. Drugu značajnu klasu neuniformnih vektorskih kvantizera čine kvantizeri projektovani na osnovu asimptotske teorije, koji pružaju performanse bliske optimalnim uz značajno manju kompleksnost. Tu se posebno izdvajaju rešenja zasnovana na upotrebi strukturnih ograničenja kodne knjige, poput kvantizera sa strukturom rešetke. Među značajnim rešenjima javljaju se još i kvantizeri zasnovani na asimptotskoj teoriji koja uključuje geometriju izvora koji se posmatra kao i uniformnoj raspodeli na ekvidistantnim površinama (sferni i piramidalni). Konačno, kao veoma značajan tip vektorskih kvantizera javljaju se polarni kvantizeri koji predstavljaju proste vektorske kvantizere u 2D prostoru i koji se koriste za kvantizaciju signala kružno simetričnih izvora.

## 2.1 Skalarna kvantizacija

Skalarna kvantizacija predstavlja tehniku kodovanja i kompresije signala kod koje se u svakom diskretnom trenutku vremena vrši procesiranje samo jednog odmerka ulaznog signala. Ona predstavlja neizostavni deo A/D konvertora, a razvijen je i veliki broj skalarnih kvantizera za različite namene, ne samo u obradi kontinualnih već i diskretnih izvora [1–4, 8, 25, 30–57]. Skalarna kvantizacija može se definisati kao preslikavanje  $Q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , gde  $\mathbb{R}$  predstavlja skup realnih brojeva a  $\mathbb{C}$  označava skup koji se naziva „kodna knjiga kvantizera” i koji se sastoji iz  $N$  elemenata,  $\mathbb{C} = (y_1, y_2, \dots, y_N) \subset \mathbb{R}$ , pri čemu važi  $y_1 < y_2 < \dots < y_N$  [1]. Praktično, skalarni kvantizer se projektuje tako što se teorijski skup vrednosti amplituda ulaznog signala, koji u opštem slučaju može biti beskonačan, potpuno segmentira na nepreklapajuće ćelije, određene pragovima odlučivanja  $x_i$ ,  $0 \leq i \leq N$ , a zatim se svakoj oblasti pridruži reprezentacioni nivo iz skupa  $\mathbb{C}$ , tako da važi  $x_0 < y_1 < x_1 < y_2 < x_2 < \dots < y_N < x_N$ . U literaturi se poslednji prag odlučivanja  $x_N$  vrlo često označava i sa  $x_{max}$  jer predstavlja i maksimalnu amplitudu granularnog regiona, dok se kod simetričnih kvantizera prag  $x_0$  označava i kao  $-x_{max}$  [1]. Pridruživanje reprezentacionih nivoa ćelijama kvantizera definiše se kompresorskom funkcijom kvantizera.

Kako je proces skalarne kvantizacije u opštem slučaju nepovratan, tj. nije moguće u opštem slučaju rekonstruisati tačnu vrednost ulaznog odmerka, poželjno je koristiti što veći broj ćelija, odnosno skup  $\mathbb{C}$  sa što više reprezentacionih nivoa kako bi kvalitet rekonstruisanog signala bio što bolji. Ipak, sa povećanjem broja reprezentacionih nivoa dolazi do povećanja neophodnog broja bita po odmerku za kodovanje i prenos signala, pa je zahtevana količina memorije veća što povlači i širi zahtevani propusni opseg. Ovo je upravo i optimizacioni problem skalarne kvantizacije – projektovati granice odlučivanja i definisati reprezentacione nivoe tako da ulazni signal bude što bolje digitalizovan koristeći što manji broj bita za kodovanje. Problem optimizacije zavisi od prirode ulaznog signala, tj. njegove funkcije gustine verovatnoće, kao i od toga da li je zahtev projektovati robusni kvantizer u širokom opsegu varijansi ulaznog signala ili je zahtev maksimizovati performanse za određenu varijansu. Ukupan broj bita po odmerku za prenos kroz telekomunikacioni kanal koji zahteva skalarni kvantizer može se proračunati sledećim izrazom [30]:

$$r = \log_2 N \quad (2.1.1)$$

U narednim poglavljima biće opisani neki od najznačajnijih tipova skalarnih kvantizera i biće izložene njihove najznačajnije prednosti i mane.

### 2.1.1 Uniformna skalarna kvantizacija

Skalarni uniformni kvantizeri predstavljaju najjednostavniji i ujedno najčešće korišćeni tip skalarnih kvantizera. Ovi kvantizeri se nazivaju još i linearnim [1]. Projektovanje ovog tipa kvantizera vrši se tako da su sve ćelije unutar granularnog regiona jednake širine, odnosno da su sve granice odlučivanja ekvidistantne. Reprerentacioni nivoi se nalaze na sredini ćelija, tako da ekvidistantnost važi i u njihovom slučaju. Neka je potrebno izvršiti projektovanje uniformnog skalarnog kvantizera na simetričnom intervalu  $[-x_{\max}, x_{\max}]$  koristeći  $N$  reprerentacionih nivoa. Projektovanje se vrši uvođenjem parametra  $\Delta$  koji se naziva „korak kvantizacije”. Kako je ukupna širina intervala jednaka  $2x_{\max}$ , parametar  $\Delta$  se izračunava kao [1, 3]:

$$\Delta = \frac{2x_{\max}}{N}. \quad (2.1.1.1)$$

Konačno, pragovi odlučivanja uniformnog kvantizera  $x_i$  i reprerentacioni nivoi  $y_i$  se određuju pomoću sledećih izraza, respektivno [1, 3]:

$$x_i = -x_{\max} + i\Delta, \quad i = 0, \dots, N, \quad (2.1.1.2)$$

$$y_i = -x_{\max} + \left(i - \frac{1}{2}\right)\Delta, \quad i = 0, \dots, N. \quad (2.1.1.3)$$

Uniformni kvantizeri su najpogodniji za procesiranje signala koji se mogu opisati uniformnom ili nekom drugom ograničenom raspodelom. U ovim slučajevima potrebno je izabrati  $x_{\max}$  tako da ima vrednost maksimalne amplitude signala na ulazu. Na taj način, kvantizer se projektuje tako da se svi odmerci ulaznog signala nalaze unutar granularnog regiona. Ovo znači da distorzija prekoračenja ne postoji, te da je ukupna distorzija rekonstruisanog signala jednaka granularnoj distorziji [4]:



$$D = D_g = \sum_{i=1}^N \int_{x_{i-1}}^{x_i} (x - y_i)^2 p(x) dx, \quad (2.1.1.4)$$

gde  $p(x)$  označava funkciju gustine verovatnoće ulaznog signala. U slučaju velikog broja reprezentacionih nivoa  $N$ , širina ćelija je relativno mala, pa je funkcija gustine verovatnoće signala približno konstantna unutar intervala i može se aproksimativno uzeti da je  $p(x_i) \approx p(y_i)$  za  $x \in [x_{i-1}, x_i]$ . Zamenom ove aproksimacije kao i izraza (2.1.1.2) i (2.1.1.3) u izraz (2.1.1.4), dobija se [4]:

$$\begin{aligned} D &= \sum_{i=1}^N \int_{-x_{\max} + (i-1)\Delta}^{-x_{\max} + i\Delta} \left( x - \left( -x_{\max} + \left( i - \frac{1}{2} \right) \Delta \right) \right)^2 p(x) dx \\ &= \sum_{i=1}^N p(y_i) \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} t^2 dt = \frac{\Delta^2}{12} \sum_{i=1}^N P_i. \end{aligned} \quad (2.1.1.5)$$

U prethodnom izrazu,  $P_i$  predstavlja verovatnoću  $i$ -te ćelije. Kako u razmatranom slučaju ne postoji distorzija prekoračenja, važi:

$$\sum_{i=1}^N P_i = 1, \quad (2.1.1.6)$$

pa je konačan izraz za distorziju signala [1, 3, 4]:

$$D = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{x_{\max}^2}{3N^2}. \quad (2.1.1.7)$$

Međutim, signali sa ograničenom a posebno sa uniformnom raspodelom amplituda nisu tako česti u prirodi i signali poput govora i slike imaju skoro isključivo neuniformnu raspodelu koja zahteva i proračun distorzije prekoračenja prilikom proračuna performansi rekonstruisanog signala. Ipak, uniformna kvantizacija može se koristiti i kod signala sa neuniformnom raspodelom zbog svoje jednostavnosti i robusnosti. U tom slučaju suma verovatnoća svih ćelija unutar granularnog regiona nije jednaka jedinici, s obzirom na to da deo signala ima veće amplitude od maksimalne amplitude granularnog regiona. Tada se granularna distorzija signala može izračunati kao [4, 34, 57]:

$$D_g = \frac{\Delta^2}{12} P_g = \frac{x_{\max}^2}{3N^2} P_g, \quad (2.1.1.8)$$

pri čemu  $P_g$  predstavlja verovatnoću da amplituda signala ima vrednost koja pripada granularnog regionu:

$$P_g = \int_{-x_{\max}}^{x_{\max}} p(x) dx. \quad (2.1.1.9)$$

Cilj projektovanja je definisati pragove odlučivanja i reprezentacione nivoe tako da ukupna distorzija bude minimalna. Kako i granularna distorzija i distorzija prekoračenja zavise od maksimalne amplitude granularnog regiona  $x_{\max}$ , minimizacioni problem za posmatranu FGV signala rešava se numerički kao [34]:

$$\frac{\partial D}{\partial x_{\max}} = 0. \quad (2.1.1.10)$$

Projektovanje kvantizera se najčešće vrši za referentnu snagu ulaznog signala  $\sigma_0^2$ . Ukoliko sa  $x_{\max}^{\text{opt}}$  označimo vrednost maksimalne amplitude granularnog regiona za koju se postiže minimalna distorzija rekonstruisanog signala, važiće [34]:

$$x_{\max}^{\text{opt}} = k\sigma_0^2. \quad (2.1.1.11)$$

U prethodnom izrazu parametar  $k$  predstavlja faktor opterećenja kvantizera i njegovo numeričko određivanje u određenim primenama, kada nije moguće jednostavno izvršiti minimizaciju izrazom (2.1.1.10), predstavlja deo problema projektovanja koji je razmatran u narednim poglavljima disertacije.

## 2.1.2 Neuniformna skalarna kvantizacija

U prethodnom poglavlju naglašeno je da su uniformni kvantizeri pogodan odabir u slučaju procesiranja signala sa uniformnom ili ograničenom raspodelom. Ipak, većina realnih signala u prirodi nema uniformnu raspodelu, poput govora ili slike koji se razmatraju u ovoj disertaciji. Stoga je znatno pogodnije koristiti neuniformne kvantizere za procesiranje ovakvih signala, ukoliko se ne zahteva mala kompleksnost sistema, jer pružaju znatno viši kvalitet rekonstruisanog signala.

Osnovna prednost neuniformne kvantizacije je ta što se projektovanje kvantizera vrši tako da se pragovi odlučivanja i reprezentacioni nivoi proračunavaju uzimajući u obzir statistike ulaznog signala, tj. njegovu funkciju gustine verovatnoće. To znači da su ćelije kvantizera nejednake širine u slučaju signala sa neuniformnom raspodelom, odnosno da ćelije i reprezentacioni nivoi nisu ekvidistantni. Ćelije su gušće projektovane u delu realne ose gde se nalaze amplitude čija je viša verovatnoća pojavljivanja. Ovo dalje povlači da je moguće procesirati znatno širi dinamički opseg pri zahtevanoj bitskoj brzini u odnosu na uniformnu kvantizaciju, a obe činjenice dovode do toga da je kvalitet rekonstruisanog signala viši nego u slučaju uniformne kvantizacije.

Neuniformne kvantizere moguće je projektovati na dva načina: primenom Lojd-Maksovog iterativnog algoritma i primenom kompanding tehnike.

### 2.1.3 Iterativni Lojd-Maksov algoritam

Lojd-Maksovim iterativnim algoritmom projektuju se optimalni neuniformni kvantizeri [1, 4, 58, 59]. Ovim iterativnim algoritmom vrši se minimizacija distorzije kvantizera za posmatranu funkciju gustine verovatnoće  $p(x)$  ulaznog signala. Ideja je da se u svakoj iteraciji algoritma konstruiše novi kvantizer, odnosno da se odrede nove granice odlučivanja i reprezentacioni nivoi određenim pravilima, a da tako projektovani kvantizer obezbeđuje rekonstrukciju signala sa manjom distorzijom nego kvantizer u prethodnoj iteraciji. Cilj je da se iterativnim postupkom projektuju kvantizeri tako da performanse rekonstruisanog signala konvergiraju ka optimalnim, odnosno da se izvrši minimizacija distorzije.

Iterativni Lojd-Maksov algoritam sastoji se iz sledećih koraka [1, 3, 4, 61, 62]:

1. Inicijalizacija algoritma kodnom knjigom  $C_0 = \{y_1^{(0)}, y_2^{(0)}, \dots, y_N^{(0)}\}$ , inicijalizacija brojača iteracija  $m = 0$  i inicijalizacija distorzije  $D^{(0)}$ .
2. Uvećanje vrednosti brojača iteracija na vrednost  $m = m + 1$ , izvršenje Lojd-Maksove iteracije na tekuću kodnu knjigu čime se generišu nova kodna knjiga  $C_m$  kao i novi pragovi odlučivanja  $X_m = \{x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, \dots, x_N^{(m)}\}$ .

3. Proračun distorzije kvantizera  $D^{(m)}$  i poređenje sa distorzijom u prethodnoj iteraciji  $D^{(m-1)}$ . Ukoliko je relativna greška  $\delta(m)$  između ove dve vrednosti relativno mala, odnosno ukoliko je manja ili jednaka od zadanog praga, iterativni algoritam se prekida i kvantizer iz tekuće iteracije predstavlja traženi optimalni kvantizer. U suprotnom, algoritam se vraća na korak 2.

U drugom koraku Lojd-Maksovog algoritma, pod iteracijom koja se sprovodi izvršava se proračun pragova odlučivanja i reprezentata koji čine kodnu knjigu. Reprezentanti se određuju pravilom centroida [1, 3, 4, 61, 62]:

$$y_i = \frac{\int_{x_{i-1}}^{x_i} xp(x)dx}{\int_{x_{i-1}}^{x_i} p(x)dx}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.1.3.1)$$

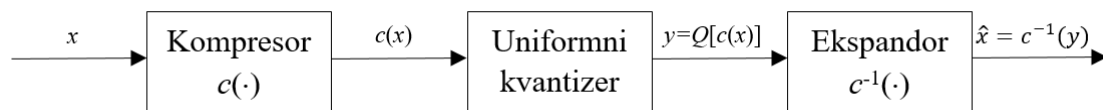
dok se uslovom najbližeg suseda (eng. *nearest neighbor condition*) određuju pragovi odlučivanja i pokazuje se da se optimalni prag odluke nalazi na sredini između dva susedna reprezentata [1, 3, 4, 61, 62]:

$$x_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}, \quad i = 1, \dots, N - 1. \quad (2.1.3.2)$$

#### 2.1.4 Kompanding kvantizacija

Projektovanje optimalnih neuniformnih kvantizera korišćenjem Lojd-Maksovog iterativnog algoritma značajno se usložnjava sa povećanjem broja reprezentacionih nivoa kvantizera tako da je za veliki broj nivoa korišćenje ovog algoritma nepraktično zbog dugog vremena procesiranja. Kao alternativno rešenje koristi se tehnika kompanding kvantizacije koja pruža asimptotski bliske performanse optimalnim i može se realizovati kao redna veza kompresora, uniformnog kvantizera i ekspandora [3, 4, 60], kao na Sl. 2.1.4.1.

Projektovanje kompanding kvantizera praktično se zasniva na određivanju prenosne karakteristike kompresora  $c(x)$  [61]. Ulazni signal  $x$  nakon obrade u kompresoru, vodi se do uniformnog kvantizera pomoću kog se vrši kvantovanje i dobija signal  $y = Q[c(x)]$ . Na kraju, kvantovani odmerci se procesiraju pomoću ekspandora čija



#### Sl. 2.1.4.1 Kompanding kvantizacija.

prenosna karakteristika je jednaka inverznoj karakteristici kompresora i dobija se rekonstruisani signal  $\hat{x}$ . Karakteristika kompresora  $c(x)$  ima nelinearni oblik tako da pojačava znatno više male amplitude signala, koje imaju i znatno višu verovatnoću pojavljivanja, nego velike amplitude koje se retko javljaju (u slučaju signala sa neuniformnom raspodelom koji su od interesa). Ovo je i osnovna ideja kompadding kvantizacije koja se koristi umesto ideje da se korak kvantizacije uniformno dalje smanjuje, što bi zahtevalo znatno više bitske brzine [3]. Posle obrade kompresorom, funkcija gustine verovatnoće komprimovanog signala je bliža uniformnoj raspodeli nego funkcija gustine verovatnoće ulaznog signala pa se stoga dalje koristi uniformna kvantizacija.

Postoje dve osnovne grupe kompadding kvantizera. Prvu grupu čine kvantizeri čija je kompresorska funkcija nelinearna i oni se dalje dele na optimalne kompaddinge i kompadding kvantizere zasnovane na logaritamskom zakonu kompresije. Ipak, praktična realizacija nelinearnih kvantizera vrlo često nije jednostavna niti je pogodna u sistemima male kompleksnosti, tako da se u literaturi javljaju različita aproksimativna rešenja. Deo-po-deo linearni kompadding kvantizeri čini drugu osnovnu grupu pored nelinearnih kompadding kvantizera i u ovoj disertaciji poseban akcenat biće na linearizaciji optimalnih kompadding kvantizera za Gausov izvor, kojima je posvećeno čitavo sedmo poglavlje disertacije.

#### 2.1.5 Logaritamski zakoni kompresije

Pored optimalne kompresorske funkcije koja pruža maksimalni kvalitet rekonstrukcije za referentnu varijansu ulaznog signala, široku primenu u kompadding kvantizaciji imaju i logaritamski zakoni kompresije koji pružaju visoke performanse

rekonstruisanog signala u širokom opsegu varijansi signala na ulazu. Drugim rečima, logaritamska kompadding kvantizacija robusna je na promene statističkih karakteristika ulaznog signala. Zbog ove osobine, logaritamska kompadding kvantizacija predstavlja i najznačajniju vrstu kompadding kvantizacije [1]. Međutim, logaritamska prenosna karakteristika predstavlja idealizaciju i ima nekoliko ozbiljnih nedostataka. Najznačajniji nedostatak je taj što prenosna karakteristika ne prolazi kroz koordinatni početak i da karakteristika menja znak za signale malih amplituda. Drugim rečima,  $c(x) = -\infty$  kada  $x \rightarrow 0^+$ , odnosno  $c(x) = +\infty$  kada  $x \rightarrow 0^-$ .

Do sada su standardizovana dva modela koji predstavljaju modifikacije logaritamskog zakona kompresije: semilogaritamski  $A$ -zakon i kvazilogaritamski  $\mu$ -zakon kompresije. Ove dve modifikacije logaritamske prenosne karakteristike našle su široku primenu, naročito u sistemima digitalne telefonije i obrade govornog signala [1–4].

Evropski PCM standard G. 711 za prenos digitalnog govornog signala sa 8 bita po odmerku koristi semilogaritamski  $A$ -zakon kompresije koji se definiše sa [1–4]:

$$c(x) = \begin{cases} \frac{A}{1 + \ln A} |x| \operatorname{sgn}(x), & 0 \leq |x| \leq \frac{x_{\max}}{A} \\ \frac{x_{\max}}{1 + \ln A} \left( 1 + \ln \left( A \frac{|x|}{x_{\max}} \right) \right) \operatorname{sgn}(x), & \frac{x_{\max}}{A} \leq |x| \leq x_{\max}. \end{cases} \quad (2.1.5.1)$$

Ovaj zakon kompresije karakteriše linearna zavisnost u okolini koordinatnog početka, tj. za male amplitude, dok se za obradu signala velikih amplituda koristi logaritamska karakteristika. Granica između ova dva regiona prenosne karakteristike definiše se pomoću bezdimenzionog parametra  $A$ , koji u slučaju G. 711 standarda ima vrednost  $A = 87,6$  [1, 61].

Digitalna telefonija u Severnoj Americi i Japanu zasniva se na upotrebi kvazilogaritamskog  $\mu$ -zakona kompresije, čija prenosna karakteristika se dobija translacijom logaritamske karakteristike, kako bi prenosna karakteristika presećala apscisu u koordinatnom početku [1–4, 61, 62]:

$$c(x) = \frac{x_{\max}}{\ln(1 + \mu)} \ln \left( 1 + \mu \frac{|x|}{x_{\max}} \right) \operatorname{sgn}(x), \quad 0 \leq x \leq x_{\max}. \quad (2.1.5.2)$$

U prethodnom izrazu, parametar  $\mu$  je bezdimenziona veličina i kod američkog PCM standarda uzima vrednost  $\mu = 255$ .

Bezdimenzioni parametri  $A$  i  $\mu$  u ovim zakonima kompresije služe za određivanje odnosa između najmanjeg i najvećeg koraka kvantizacije, odnosno za određivanje stepena kompresije [1].

## 2.2 Vektorska kvantizacija

Za razliku od skalarnih kvantizera koji se najčešće koriste kao deo A/D konvertora, vektorski kvantizeri se uglavnom koriste u slučaju kada je ulazni signal već digitalizovan. Vektorskom kvantizacijom moguće je pružiti znatno više stepene kompresije u odnosu na skalarnu kvantizaciju i ona predstavlja deo naprednih rešenja [1].

Striktno rečeno, vektorski kvantizer dimenzije  $k$  i veličine  $N$  može se definisati kao preslikavanje vektora (ili „tačke”) iz  $k$ -dimenzionalnog Euklidskog prostora,  $\mathbb{R}^k$ , u konačan skup  $C$ , koji predstavlja kodnu knjigu i koji sadrži  $N$  kodnih reči koje predstavljaju izlazne kodne vektore [1, 28]:

$$Q: \mathbb{R}^k \rightarrow C, \quad (2.2.1)$$

gde  $C = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N)$ ,  $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^k$  za svako  $i$ ,  $1 \leq i \leq N$ .

Ukoliko označimo bitsku brzinu po odmerku sa  $R$ , svaki  $k$ -dimenzionalni vektor se koduje sa  $kR$  bita. Stoga, ukupan broj tačaka kvantizera je  $2^{kR}$  a broj bita po dimenziji vektora (tj. odmerku) koji se koristi za predstavljanje ulaznog vektora može se izračunati pomoću sledećeg izraza [1, 3, 9, 28, 29, 30]:

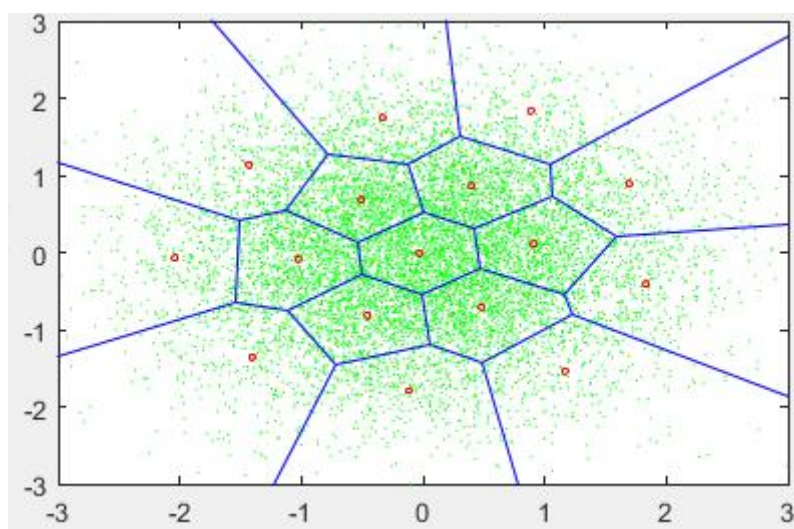
$$R = \frac{1}{k} \log_2 N. \quad (2.2.2)$$

Kako se kvantizeri projektuju tako da je broj kodnih reči paran broj, vrlo često su i simetrični, može se uočiti da projektovana bitska brzina zavisi od koraka  $1/k$ , što znači da može uzimati i realne vrednosti a ne samo celobrojne kao kod skalarne kvantizacije. Ovo je jedna od većih prednosti ovog tipa kvantizera jer na ovaj način je moguće ostvariti

i bitske brzine manje od 1 bita po odmerku, što nije moguće u slučaju skalarne kvantizacije ukoliko se ne primenjuje i kodovanje sa promenljivom dužinom kodnih reči.

### 2.2.1 Projektovanje vektorskih kvantizera

Projektovanje vektorskih kvantizera svodi se na određivanje kodne knjige za posmatrani izvor signala [63]. Drugim rečima, potrebno je izvršiti optimalnu podelu  $k$ -dimenzionalnog prostora na particije  $R_1, R_2, \dots, R_K$  i odrediti optimalnu kodnu knjigu  $C$  koja se sastoji iz  $N$   $k$ -dimenzionalnih vektora. Optimizacija podele  $k$ -dimenzionalnog prostora i određivanje optimalne kodne knjige vrši se koristeći dva uslova optimalnosti: uslov najbližih suseda (eng. *nearest neighbors condition*) i uslov centroida [1]. Particije koje se jednoznačno formiraju pomoću uslova najbližih suseda nazivaju se Voronojevi regioni odnosno Voronojeve particije (eng. *Voronoi partitions*) [63]. Jedan primer optimizovanog 2D vektorskog kvantizera sa  $N = 16$  reprezentacionih vektora dat je na Sl. 2.2.1.1. Reprezentacioni vektori označeni su crvenim tačkama, zelene tačke predstavljaju ulazne vektore dok su plavim linijama označene granice Voronojevih regiona.



Sl. 2.2.1.1 2D vektorski kvantizer.



Neka je  $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  mera distorzije između ulaznog signala organizovanog u ulazni vektor  $\mathbf{x}$  i reprezentacionog vektora  $\mathbf{y}$ . Ova mera može se definisati pomoću srednje kvadratne greške kao [1, 63]:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 = \sum_{i=1}^k (x_i - y_i)^2. \quad (2.2.1.1)$$

Ovako definisana distorzija vrlo je pogodna za procenu performansi u slučaju kodovanja talasnog oblika signala kao i kod slike.

Prema uslovu najbližih suseda, optimalna podela  $k$ -dimenzionalnog prostora  $\mathbb{R}^k$  na particije, za zadatu kodnu knjigu  $C$ , zadovoljava sledeći uslov [1]:

$$R_i = \{\mathbf{x} : d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_i) \leq d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_j), \forall j \neq i\}. \quad (2.2.1.2)$$

Može se zapaziti da prema ovom uslovu, enkoder se definiše tako da  $i$ -toj particiji  $R_i$  pripadaju sve tačke prostora kojima je izlazna tačka  $\mathbf{y}$  bliža od bilo koje druge izlazne tačke, pri čemu se Euklidsko rastojanje između ulazne tačke  $\mathbf{x}$  i izlazne tačke  $\mathbf{y}$  uzima prilikom poređenja.

Uslovom centroida bira se reprezentaciona tačka unutar posmatrane particije. Kada se koristi Euklidsko rastojanje u okviru mere distorzije, centroid predstavlja statističku srednju vrednost tačaka iz particije  $R_i$  [1]:

$$\mathbf{y}_i = \text{cent}(R_i) = E(\mathbf{x} | \mathbf{x} \in R_i). \quad (2.2.1.3)$$

Uslovi optimalnosti predstavljaju osnovu za projektovanje vektorskih kvantizera. Rešenje u zatvorenom obliku koje pruža optimalno projektovanje vektorskih kvantizera ne postoji, te su stoga razvijena numerička rešenja koja vrše optimizaciju projektovanja. Praktično, projektovanje vektorskih kvantizera vrši se uvođenjem iterativnog postupka koji koristi uslove optimalnosti. Za određivanje optimalne kodne knjige i particija pri projektovanju vektorskih kvantizera neophodno je definisati i uslov koji ispituje konvergenciju iterativnog postupka. Najznačajniji algoritmi koji se koriste prilikom projektovanja vektorskih kvantizera su Generalizovani Lojdov (GL) algoritam i Lind-Buzo-Grejev algoritam (LBG) [1].

## 2.2.2 Generalizovani Lojdov algoritam

Generalizovani Lojdov algoritam je pogodan za koiršćenje u sistemima male kompleksnosti koji koriste jednostavne kodne knjige. Algoritam se definiše pomoću sledećih koraka [1]:

1. Inicijalizovati kodnu knjigu  $C_1 = \{y_i, i = 1, \dots, N\}$ , postaviti brojač iteracija na  $m = 1$  i postaviti prag  $\varepsilon$ , koji se koristi za ispitivanje konvergencije.
2. Odrediti particije  $R_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) primenom uslova najbližih suseda na kodnu knjigu  $C_m$  u  $m$ -toj iteraciji, prema izrazu (2.2.1.2). Ukoliko se više reprezentacionih tačaka nalazi na istom rastojanju od ulazne tačke, ulazna tačka se dodeljuje particiji sa najmanjim indeksom.
3. Koristeći uslov centroida kao u izrazu (2.2.1.3), naći optimalnu kodnu knjigu u narednoj iteraciji  $C_{m+1} = \{\text{cent}(R_i); i = 1, \dots, N\}$ , kao skup centroida za particije formirane u prethodnom koraku.
4. Ispitati konvergenciju dobijenog rešenja poređenjem relativne promene distorzije sa pragom  $\varepsilon$ . Ukoliko je  $(D_{m-1}/D_m) < \varepsilon$ , prekida se izvršavanje iterativnog algoritma i tekuće particije i kodna knjiga se uzimaju kao optimalno rešenje. U suprotnom, uvećati brojač iteracija za 1 i vratiti se na korak 2. algoritma.

Generalizovanim Lojdovim algoritmom dobija se kodna knjiga koja nema pravilnu strukturu. Uspešnost projektovanja u velikoj meri zavisi od nekoliko faktora. Kao prvo, proračun centroida zahteva poznavanje  $k$ -dimenzionalne funkcije gustine verovatnoće što je najčešće veoma kompleksan zahtev koji se ne može ispuniti. Osim toga, čak i ako je poznata u analitičkom obliku  $k$ -dimenzionalna funkcija gustine verovatnoće, proračun centroida zahteva rešavanje  $k$ -tostrukih integrala što dovodi do usložnjavanja čitavog algoritma. Zbog toga, Generalizovani Lojdov algoritam je pogodan za primenu u sistemima koji koriste jednostavne kodne knjige i male kompleksnosti, gde je moguće uočavanjem geometrijskih struktura dodatno uprostiti projektovanje kvantizera [9].

Drugi značajan problem prilikom projektovanja je izbor inicijalne kodne knjige. Od inicijalizacije zavise uspešnost i brzina konvergencije. Neke od najpoznatijih tehnika

inicijalizacije su slučajno kodovanje, odsecanje (eng. *pruning*), produktno kodovanje i cepanje (eng. *splitting*) [1].

### 2.2.3 Linde-Buzo-Grejev algoritam

LBG algoritam se vrlo često koristi u sistemima za kompresiju podataka [2]. Iterativni postupak je zasnovan na Generalizovanom Lojdovom algoritmu, pri čemu nije neophodno poznavanje funkcije gustine verovatnoće ulaznog signala niti je potrebno definisati geometrijski Voronojeve regione kao u opštem slučaju ukoliko je nepoznata gustina ili je nemoguće njeno integraljenje u slučaju višedimenzionalnih prostora. Projektovanje se vrši na osnovu skupa ulaznih podataka koji predstavlja *training set* i sam algoritam je pogodan i za velike kodne knjige ili višedimenzionalne prostore. Izbor *training seta* i ukupan broj vektora u njemu može značajno uticati na uspešnost projektovanja. S jedne strane, što je veći *training set*, imamo više informacija o ulaznom signalu, ali je neophodno uskladiti i ukupan broj vektora sa dužinom *training sekvence* [1]. Ostali koraci algoritma su isti kao u slučaju GL algoritma, tako da je moguće posmatrati LBG algoritam kao njegov specijalni slučaj za diskretan izvor.

### 2.2.4 Vektorski kvantizeri zasnovani na upotrebi strukture

Projektovanje optimalnog vektorskog kvantizera moguće je izvršiti korišćenjem Generalizovanog Lojdovog algoritma. Međutim, opisani problemi koji nastaju prilikom projektovanja mogu značajno da uspore proces ili da zahtevaju hardver značajne snage u slučaju velikih kodnih knjiga ili prostora sa mnogo dimenzija. Pogodno uvođenje strukturnih pravilnosti, poput geometrijskih struktura, može ubrzati projektovanje kvantizera uz zadržavanje performansi bliskih optimalnim. Ovakav pristup je osnova asimptotske teorije projektovanja vektorskih kvantizera. Uvođenjem pravilnosti položaja kodnih vektora, značajno se ubrzava proces pretraživanja kodne knjige, pa se pronalaženje najbližeg vektora u okviru uslova najbližih suseda značajno pojednostavljuje. Najznačajniji tip vektorskih kvantizera zasnovanih na upotrebi

strukture su kvantizeri sa strukturom rešetke (eng. *lattice quantizers*), a pored njih značajni su još i geometrijski kvantizeri i kvantizeri sa strukturom stabla.

Vektorski kvantizeri sa strukturom rešetke značajni su jer imaju strukturu visoke regularnosti [1]. Ipak, kada se ovi kvantizeri primene na signale koji imaju neuniformne raspodele, pružaju performanse značajno slabije od optimalnih [64]. Međutim, ukoliko se koristi deo-po-deo uniformni kvantizer čije projektovanje je zasnovano na strukturi rešetke, performanse su bolje i bliske optimalnim [64].

U skalarnoj kvantizaciji razmatraju se 1D problemi. Projektovanje u slučaju uniformnih kvantizera može se posmatrati i kao odsecanje rešetke, pri čemu rešetka predstavlja skup ekvidistantnih tačaka koje se prostiru duž čitave realne ose. U slučaju vektorskih kvantizera, posmatra se  $k$ -dimenzionalni problem ( $k \in \mathbb{N}$ ), odnosno moguće je posmatrati  $k$ -dimenzionalne rešetke. Analogno prostiranju u 1D prostoru, tačke unutar rešetki u  $k$ -dimenzionalnom prostoru imaju osobinu da svaka tačka ima okruženje kao i svaka druga tačka. Ovo je i osobina koja potvrđuje regularnost rešetke, s obzirom na to da svaka tačka „vidi” isto geometrijsko okruženje, što vodi do toga da se bilo kojom translacijom tačaka dobija ista rešetka [1]. Kod rešetki, oblik ćelija ima značajan uticaj na distorziju signala i zavisno od problema i njegove dimenzionalnosti upotrebu nalaze ćelije koje predstavljaju regularne heksagone i paraleloipede [1]. Kvantizeri sa strukturom rešetke mogu se primenjivati na rešavanje složenijih problema poput pokrivanja sfernih i piramidalnih oblika [3].

### 2.2.5 Polarni kvantizeri

Projektovanje suboptimalnih vektorskih dvodimenzionalnih kvantizera za obradu signala koji nastaju od kružno simetričnih izvora može se pogodno vršiti u polarnim koordinatama ( $r$  i  $\theta$ ) i ova klasa kvantizera se naziva polarnim kvantizerima [1, 65-88]. Iako suboptimalni, razvijena su rešenja koja pružaju svega 0.17 dB slabiji kvalitet rekonstrukcije u odnosu na optimalne vektorske kvantizere u 2D prostoru [82]. Smanjenje kompleksnosti projektovanja ovih kvantizera u odnosu na projektovanje 2D kvantizera u Dekartovim koordinatama zasnovano je na činjenici da su kružno simetrični izvori

opisani konturama konstantne funkcije gustine verovatnoće [71-80]. Veza između polarnih i Dekartovih koordinata definisana je izrazima:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (2.2.5.1)$$

$$\theta = \arctan \frac{y}{x}. \quad (2.2.5.2)$$

Slično, funkciju gustine verovatnoće  $p(x, y)$  moguće je predstaviti u polarnim koordinatama:

$$p(r, \theta) = Jp(x, y) \Big|_{x=r \cos \theta; y=r \sin \theta}, \quad (2.2.5.3)$$

gde  $J$  označava Jakobijan:

$$J = \begin{vmatrix} \partial x / \partial r & \partial x / \partial \theta \\ \partial y / \partial r & \partial y / \partial \theta \end{vmatrix}. \quad (2.2.5.4)$$

Jedan čest primer kružno simetričnog izvora predstavlja dvodimenzionalni izvor  $p(x, y)$  gde su  $x$  i  $y$  nezavisne Gausove slučajne promenljive nulte srednje vrednosti:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad -\infty < x < +\infty, \quad (2.2.5.5)$$

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad -\infty < y < +\infty. \quad (2.2.5.6)$$

Kako su  $x$  i  $y$  nezavisne slučajne promenljive, dvodimenzionalni izvor ima funkciju gustine verovatnoće:

$$p(x, y) = p(x)p(y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (2.2.5.7)$$

dok se u polarnim koordinatama dobija:

$$p(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad 0 \leq r < +\infty; 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (2.2.5.8)$$

Posmatrano u polarnim koordinatama, funkcije gustine verovatnoće su:

$$p(r) = \int_0^{2\pi} p(r, \theta) d\theta = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (2.2.5.9)$$

$$p(\theta) = \int_0^{+\infty} p(r, \theta) dr = \frac{1}{2\pi}. \quad (2.2.5.10)$$

Kako je  $p(\theta)=1/(2\pi)$ , izvor je kružno simetričan.

Reprezentacioni nivoi faza su uniformno raspodeljeni po prstenovima, a nakon što se odrede amplitudski nivoi kao konture konstantne funkcije gustine, nivoi faza su raspodeljeni po kružnici [70]. Cilj je projektovati ćelije tako da je njihova površina mala u okolini koordinatnog početka s obzirom na činjenicu da je verovatnoća pojavljivanja dvodimenzionalnih vektora tu veća. U skladu sa tim, ćelije se projektuju tako da njihova površina postaje sve veća udaljavanjem od koordinatnog početka. Zahtev prilikom projektovanja je predstavljanje vektora izvora u polarnim koordinatama, koji se dalje obrađuju skalarnim kvantizerima [71–83]. U zavisnosti od tipa skalarnih kvantizera koji se koriste za kvantizaciju amplitude i faze, razlikuju se uniformna polarna kvantizacija i neuniformna polarna kvantizacija [70]. Druga podela polarnih kvantizera je na produktne i neograničene polarne kvantizere [30, 70]. Razlika između njih ogleda se u broju faznih nivoa na amplitudskim nivoima. U slučaju produktne polarne kvantizacije, broj faznih nivoa na svim amplitudskim nivoima je jednak, dok kod neograničenih polarnih kvantizera nije konstantan a može biti i optimizovan ako se vrši optimizacija broja faznih nivoa za svaki amplitudski nivo. Optimizovani polarni kvantizeri pružaju viši kvalitet rekonstruisanog signala, međutim imaju i veću kompleksnost projektovanja.

### 3. Osnovi kodovanja i kompresije signala

Kompresija signala predstavlja proces smanjenja neophodne količine podataka koja se zahteva za predstavljanje i njegovo čuvanje sa zadatim kvalitetom rekonstrukcije. Postoji mnogo sistema za predstavljanje signala u digitalnom obliku tako da je moguće isti signal, odnosno istu informaciju, predstaviti na više različitih načina različitim algoritmima, koji zahtevaju različitu količinu memorije. Cilj kompresije je smanjenje neophodne količine podataka za predstavljanje signala i njegovo čuvanje u memoriji, održavajući isti (ili približno isti) kvalitet rekonstrukcije. Ovo je moguće učiniti uklanjanjem redundantnih informacija. U slučaju besumne kompresije, radi se o redundantni kodovanja pri čemu su krajnje granice kompresije određene Šenonomovom entropijom [3]. Sa druge strane, kompresija bez gubitaka razmatra i smanjenje vremenske i prostorne redundanse, kao i „nevažnih informacija“ koje predstavljaju preostale dve važne grupe redundantnih informacija [27].

Mnogi signali imaju visok stepen korelacije između susednih odmeraka tako da je moguće pogodnim kodovanjem i transformacijama organizovati proces kompresije tako da nije neophodno čuvati podatke o svakom originalnom odmerku zasebno. Osim toga, moguće je kodovati amplitude iz transformisanih domena koji se organizuju tako da imaju znatno užu dinamički opseg što može dodatno poboljšati stepen kompresije. U slučaju kontinualnih 1D signala, odmeravanje se vrši u vremenskom domenu pa se tu govori o vremenskoj redundantnosti. Nasuprot tome, signal je predstavljen u 2D prostoru u slučaju slike i tu se vrši prostorno odmeravanje pa govorimo o prostornoj redundantnosti.

Nakon odmeravanja, svaki odmerak koduje se sa određenim brojem bita prema zakonu kompresije koji se primenjuje. Međutim, broj simbola unutar koda je često veći nego što je neophodno za precizno kodovanje većeg dela sekvence signala pa se za smanjenje ove kodne redundantnosti uspešno koriste kodovi sa promenljivom dužinom kodnih reči. Ovi kodovi ne unose distorziju a smanjuju neophodnu bitsku brzinu. Neki od najpoznatijih kodova ovog tipa su Hafmanov, Golomb-Rajsov i Lempel-Zivov (LZW) [2, 3].

Na kraju, pojam „nevažnih informacija” se javlja u literaturi kao vid redundantnosti i odnosi se na nemogućnost čula čoveka da opaze mnogobrojne detalje, što je naročito izraženo kod slike, tj. 2D nizova. Ljudski vizuelni sistem zanemaruje mnoge detalje a osim toga i u autonomnim sistemima nije uvek neophodno imati signal visokog kvaliteta ukoliko njegova namena to ne nalaže.

Uzimajući u obzir sve tri opisane grupe redundantnosti, algoritmi za kodovanje i kompresiju moraju biti pažljivo projektovani kako bi zadovoljili namenu i željeni kvalitet rekonstruisanog signala. Za procenu kvaliteta rekonstruisanog signala nakon kompresije, u ovoj disertaciji se koriste objektivne mere performansi. U slučaju da se procenjuje kvalitet rekonstruisanog signala na izlazu iz samog kvantizera, upotrebljava se odnos signal-šum kvantizacije (eng. *Signal-to-Quantization-Noise Ratio*, *SQNR*). Ova mera performansi definiše se kao logaritamski odnos snage signala i snage greške kvantizacije i meri se u decibelima (dB) [1–4, 30, 91, 92]:

$$SQNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\sigma^2}{D} \right) [\text{dB}]. \quad (3.1)$$

U prethodnom izrazu  $\sigma^2$  predstavlja varijansu ulaznog signala dok je pomoću  $D$  označena ukupna distorzija signala, tj. snaga greške kvantizacije.

Pored SQNR-a, kvalitet rekonstruisane slike na izlazu iz kvantizera može se pogodnije proceniti vršnim odnosom signal-šum kvantizacije (eng. *Peak Signal-to-Quantization-Noise Ratio*, *PSQNR*) [1–4]:

$$PSQNR = 10 \log_{10} \left( \frac{x_{\max}^2}{MSE} \right) [\text{dB}], \quad (3.2)$$

gde  $x_{\max}$  označava maksimalnu vrednost intenziteta piksela originalne slike i u slučaju monohromatskih slika sa sivim tonovima važi  $x_{\max} = 255$ , dok  $MSE$  označava srednju kvadratnu grešku između piksela originalne i rekonstruisane slike:

$$MSE = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x[i, j] - x[i, j]^*)^2, \quad (3.3)$$

gde se sumiranje vrši za sve piksele slike rezolucije  $m \times n$ ,  $x$  označava originalnu vrednost piksela a  $x^*$  označava rekonstruisanu vrednost piksela nakon dekodovanja.



U slučaju da se performanse mere na izlazu iz čitavog algoritma kodovanja i kompresije a ne na izlazu iz kvantizera, mere performansi se definišu na isti način pri čemu se uzima rekonstruisani signal na izlazu iz sistema a ne kvantizera. Tada mere performansi predstavljaju odnos signal-šum (eng. *Signal-to-Noise Ratio*, *SNR*), odnosno vršni odnos signal-šum (eng. *Peak Signal-to-Noise Ratio*, *PSNR*) čitavog sistema.

Pored objektivnih mera performansi koje se koriste za procenu kvaliteta rekonstruisanog signala, u ovoj disertaciji se koristi i srednja ukupna bitska brzina koja predstavlja standardnu meru za procenu kvaliteta ostvarene kompresije [1–4, 30]. Definisanje ove mere performansi neophodno je za svaki algoritam kodovanja i kompresije zasebno, a razlikuje se i u slučaju skalarnih i vektorskih kvantizera, tako da će biti definisana u svakom narednom poglavlju za svaki posmatrani algoritam. Najčešće jedinice mere koje se u ovom slučaju koriste su: bit po pikselu [bpp] i bit po odmerku [bps] (eng. bit per sample, bit/sample).

### 3.1 Osnovi digitalne obrade slika

Signal slike može se predstaviti kao dvodimenzionalna analogna funkcija  $f(x, y)$  [26, 89]. Nakon prostorne diskretizacije i kvantovanja, dobija se digitalna slika rezolucije  $m \times n$ , koja se sastoji iz dvodimenzionalnog skupa odmeraka koji su podeljeni u  $m$  vrsta i  $n$  kolona. Ovi odmerci se nazivaju pikselima i pomoću njih se definiše intenzitet boje svakog prostornog elementa slike. U zavisnosti od vrste digitalnih slika, pikseli se mogu opisati različitim brojem bita i to [26]:

- 1 bit – binarne slike,
- 4 bita – računarska grafika,
- 8 bita – monohromatske slike sa sivim tonovima („crno-bele“ slike),
- 24 (RGB) ili 32 (CMYK) bita – slike u boji.

U ovoj disertaciji, eksperimenti u slučaju diskretnog ulaznog signala su sprovedeni procesirajući skup monohromatskih slika sa sivim tonovima, ne gubeći opštost predloženih rešenja. Naime, višekanalne slike u boji sastoje se iz nekoliko kanala od kojih se svaki koduje sa istim brojem bita kao i monohromatske slike sa sivim tonovima pa

svaki od kanala zasebno može se smatrati kao monohromatski kanal. Stoga se na ovaj način pojednostavljuje analiza. Osim toga, monohromatske slike sa sivim tonovima zbog svoje manje kompleksnosti imaju veliki značaj u aplikacijama za prepoznavanje oblika, detekciju ivica, satelitskim telekomunikacijama kao i u ugrađenim sistemima (eng. *embedded systems*) koji imaju posebne zahteve uključujući i što kraće vreme procesiranja, odnosno što manju kompleksnost proračuna. Značaj ovakvih slika je veliki i u medicini, posebno radiologiji, ali zbog neophodne preciznosti medicinskih sistema u njima se primenjuju uglavnom algoritmi bešumne kompresije. Sa druge strane, višekanalni RGB (eng. *Red Green Blue*) model boja ima značaj u svakodnevnom korišćenju fotografija i video sadržaja poput televizijskog, dok se CMYK model (eng. *Cyan Magenta Yellow black*) koristi prvenstveno za štampu [3, 63].

Nakon izbora palete boja, tj. broja bita po pikselu koji se koristi za digitalni zapis, vrši se odabir metoda kompresije koji se primenjuje. Drugim rečima, korisnik bira format u kome će se slika čuvati u memoriji. Kako je cilj ove disertacije projektovanje kvantizera i njihova primena u algoritmima za kodovanje i kompresiju signala, poželjno je da kao ulazni signal imamo slike zapisane u formatu bez prethodno obavljene kompresije. U literaturi se za ove namene najčešće upotrebljava bitmap (.bmp) format koji predstavlja jedan od prvih formata digitalnih slika. Ovim formatom se u datoteku skladišti svaki piksel pojedinačno sa određenim brojem bita zavisno od odabrane palete boja, bez kompresije podataka. Stoga su eksperimenti sprovedeni nad skupom standardnih test slika zapisanih u formatu bitmapa, koji će biti opisan u narednim poglavljima. Od ostalih poznatih formata slika, danas značajnu primenu imaju i sledeći formati [3, 63]:

- RAW – sadrži sve informacije koje je senzor primio uz minimalno procesiranje. Ovaj format zavisno od uređaja koji snima sadržaj.
- tiff (eng. *Tagged Image File Format*) – pogodan za čuvanje rasterske grafike i predstavlja standardni format za štampanje. Ne unosi gubitke prilikom kompresije.
- JPEG (eng. *Joint Photographic Experts Group*) – format koji uključuje kompresiju sa gubicima. Najčešće korišćeni format u svakodnevnom radu sa slikama jer pruža visok stepen kompresije za arhiviranje.

- JP2 (JPEG 2000) – Format svakodnevnju upotrebu i arhiviranje slika, nastao kao naslednik JPEG formata sa fleksibilnijim mogućnostima.
- gif (eng. *Graphic Interchange Format*) – Format koji je nastao radi brže razmene grafičkih podataka preko internet. Danas se povremeno koristi za prikaze slika na internet stranicama, posebno za prikaze banera, dugmadi i sličnih objekata. Ima ograničenu paletu boja a može da pruža i transparentnost i animaciju.
- PNG (eng. *Portable Network Graphics*) – Naslednik .gif formata koji koristi kompresiju bez gubitaka. Koristi se za rasterske slike.
- MPEG – Format koji je postao standard za kompresiju pokretne slike. Zasnovan na JPEG-u, pri čemu se koduje razlika između susednih slika u vremenskom domenu.

### 3.2 Osnovi digitalne obrade govora

Koreni digitalne obrade govornog signala vezuju se za razvoj *SIGSALY* sistema koji je omogućio nesmetanu komunikaciju između vojnih jedinica savezničkih sila u Drugom svetskom ratu. Ovaj sistem je zasnovan na upotrebi Impulsno kodne modulacije (eng. *Pulse – Code Modulation, PCM*) i predstavlja prvi vid digitalne razmene govornog signala [93]. Nakon toga dolazi do značajnijih istraživanja vezanih za digitalnu obradu govornog signala koja su posvećena razvoju fiksnih digitalnih telefonskih mreža. Široko prihvaćeni koder koji se u njima koristi je standardizovan pod G.711 standardom od strane Međunarodne telekomunikacione unije (eng. *International Telecommunication Union, ITU*). Ovaj koder je zasnovan na PCM tehnici sa  $\mu$  ili *A* zakonom kompresije i predstavlja koder talasnog oblika. Kako glas obuhvata opseg frekvencija od približno 300 Hz do 3.4 kHz, uzeto je prema Nikvistovom kriterijumu da je frekvencija odmeravanja govornog signala u ovim sistemima 8 kHz, što znači da je digitalni signal koji se prenosi ograničen na opseg do 4 kHz, što je u skladu sa prirodom govora [4, 91, 92, 94, 95].

Ipak, fiksna digitalna telefonija zahteva visok kvalitet rekonstruisanog govornog signala što povlači i relativno mali stepen kompresije PCM kodera. Nakon inicijalnih

rešenja, došlo je do razvoja novih adaptivnih koderata talasnog oblika zasnovanih na Adaptivnoj diferencijalnoj impulsnoj kodnoj modulaciji (ADPCM) koji zahtevaju nešto nižu bitsku brzinu. Međutim, mnoge aplikacije poput sistema mobilne telefonije ne zahtevaju toliko visok kvalitet rekonstruisanog govornog signala kako bi se efikasno koristili mobilni uređaji sa autonomnim napajanjem. Razvojem globalnog sistema za mobilnu komunikaciju (eng. *Global System for Mobile Telecommunications, GSM*), podstakao je i razvoj parametarskih koderata od kojih je ACELP koder (eng. *Algebraic code-excited linear prediction*) zaživeo kao standardno rešenje [3, 91].

Koderi govornog signala mogu se podeliti zavisno od primenjenih kodnih tehnika u tri osnovne kategorije – kodere talasnog oblika, parametarske kodere i hibridne kodere. Koderi talasnog oblika koduju signal tako da teže što vernijem očuvanju talasnog oblika ulaznog signala. Oni mogu da pruže viši kvalitet rekonstruisanog signala u odnosu na parametarske kodere jer sa povećanjem bitske brzine ne dolazi brzo do zastoja porasta kvaliteta rekonstruisanog signala kao kod parametarskih koderata. Koderi talasnog oblika poznati su decenijama i do sada je veliki broj različitih rešenja predložen. Danas se koriste sve više i u ugrađenim sistemima zbog niske cene proizvodnje, niskog nivoa korišćenja računarskih resursa i visokog kvaliteta rekonstruisanog govornog signala [4, 90–92, 94–96].

Drugu važnu grupu čine parametarski koderi čiji princip rada je zasnovan na očuvanju statističkih parametara ulaznog signala. Njihov primarni zadatak nije očuvanje talasnog oblika govornog signala već pružanje funkcionalnih i razumljivih rešenja uz uštedu potrebne bitske brzine nakon kodovanja, pa pružaju nešto slabije performanse nakon rekonstrukcije. Arhitekture parametarskih koderata mogu uključiti i šeme procene parametara na osnovu prethodno rekonstruisanih odmeraka čime se vrši dodatna ušteda bitske brzine i spektra [4, 90–92, 94–96].

Konačno, hibridni koderi predstavljaju tip koderata čije funkcionalnosti imaju pojedine osobine i koderata talasnog oblika i parametarskih koderata. Ovi koderi teže da rekonstruišu što vernije talasni oblik ulaznog signala uz zadržavanje parametarskog pristupa [4, 90, 92, 94, 96].

Poslednjih godina došlo je do razvoja potpuno drugačijih pristupa projektovanju sistema za kodovanje i kompresiju. Nikvistova teorema i Nikvistov kriterijum, kojim se definiše frekvencija odmeravanja signala, ostavljeni su po strani uvođenjem inovativnog metoda komprimovanog očitavanja signala (eng. *compressive sensing, CS*). Ovim metodom moguće je sa velikom tačnošću rekonstruisati ulazni signal uz značajno manji broj odmeraka. Sam metod zahteva mogućnost predstavljanja signala u nekom od domena u retkom obliku (eng. *sparse representation*), što se najčešće vrši primenom neke od tehnika transformacionog kodovanja [26, 97–99]. Među ostalim novim pristupima za kodovanje i kompresiju govornog signala izdvajaju se i oni zasnovani na mašinskom učenju koji adaptiraju kodne knjige zavisno od trenutnih parametara signala koji se uče [100]. Uzimajući u obzir da u mnogim primenama, poput vojnih sistema za prenos govora [101], nije neophodno obezbediti visok nivo rekonstruisanog govornog signala već se zahtevaju i performanse u vidu otpornosti na grube greške pri prenosu ili mala kompleksnost, posebno poglavlje u kome se razmatraju neke od naprednih tehnika kodovanja i kompresije signala koje mogu pružiti rešenja male kompleksnosti nalazi se na samom kraju ove disertacije. Štaviše, prikazano je i jednostavno rešenje kodovanja i kompresije govornog signala koje je zasnovano na višenivoskoj Delta modulaciji i LMS algoritmu učenja. Eksperimenti su sprovedeni testirajući test govorni signal dobijen koristeći frekvenciju odmeravanja 8 kHz i koji je sačuvan u .wav (eng. *Waveform Audio File*) formatu. Većina .wav datoteka sadrži nekompresovani PCM format, što je slučaj i u sprovedenom eksperimentu. Od ostalih formata za čuvanje govornog i audio signala mogu se izdvojiti [3]:

- Raw – Koristi se uglavnom za PCM audio podatke, ali nema širu primenu osim za tehnička testiranja.
- mp3 (eng. *MPEG-1 Audio Layer 3*) – predstavlja najčešći format za čuvanje govornog i audio signala kada je reč o kompresiji sa gubicima.
- FLAC (eng. *Free Lossless Audio Codec*) – jedan od popularnijih formata za čuvanje govornog i audio signala kada je reč o bešumnoj kompresiji.

## 4. Blok odsečno kodovanje

Blok odsečno kodovanje (eng. *Block Truncation Coding*, BTC) predstavlja tehniku digitalne obrade slika i smatra se jednim od klasičnih metoda kodovanja i kompresije. Originalni algoritam razvijen je u Sjedinjenim Američkim Državama na Perdu univerzitetu (eng. *Purdue University*) i predstavljen je 1979. godine. Namena originalnog algoritma je kodovanje i kompresija mirnih monohromatskih slika sa sivim tonovima [10]. Primarna ideja algoritma je očuvanje statističkih karakteristika piksela unutar blokova nakon segmentacije na nepreklapajuće blokove rezolucije  $4 \times 4$  piksela i u originalnom algoritmu postiže se stepen kompresije 4. Prilikom procesiranja, proračunavaju se srednja vrednost i varijansa svih piksela unutar svakog bloka kao statistički parametri i nad blokovima se primenjuje kvantizer sa dva reprezentaciona nivoa, čiji dizajn je prilagođen lokalnim statistikama piksela unutar svakog pojedinačnog bloka. Do danas, predloženo je više poboljšanih modela originalnog algoritma [11, 15–24]. Zajednička karakteristika ove klase algoritama je mala kompleksnost pa nisu zahtevni za implementaciju. Iako BTC algoritmi ne pružaju visok stepen kompresije u poređenju s algoritmima zasnovanim na transformacionom kodovanju, savremena rešenja obezbeđuju sve bolje performanse rekonstruisane slike, dok kratko vreme procesiranja čini ovu klasu algoritama pogodnom za hardverske primene [13–18].

BTC algoritam se koristi i u okviru algoritama za kodovanje i kompresiju video signala (pokretne slike) i bio je implementiran unutar strukture Rover vozila poslatog na Mars 1997. godine, kao deo svemirske misije „Mars patfajnder” američke Nacionalne vazduhoplovne i svemirske administracije NASA [12–14]. Danas, BTC algoritmi se koriste kod LCD (eng. *Liquid Crystal Display*) panela za kompresiju video sadržaja koji se skladišti u frejm memoriji panela neposredno pre primene overdrajv (eng. *overdrive*) tehnike, prvenstveno zbog svoje kompleksnosti. Overdrajv tehnika koristi se za poboljšanje karakteristike vremenskog odziva panela i upotrebljava se radi smanjenja zamućenja koje može nastati prilikom pokreta (eng. *motion blur*). Napredni BTC algoritmi koriste vertikalnu međublokovsku korelaciju kako bi se poboljšala efikasnost kompresije i poznata rešenja dostižu stepen kompresije 12, što predstavlja tri puta viši

stepen kompresije u odnosu na originalni algoritam [16]. U ovom poglavlju predlaže se dalji razvoj BTC algoritama. Originalni algoritam koristi jednobitni kvantizer a poznata su i adaptivna rešenja. Modifikacije koje se primenjuju kod LCD panela razmatraju i primenu vertikalno izduženih blokova prilikom segmentacije ( $2 \times 8$  i  $2 \times 16$  piksela). U ovom poglavlju se predlaže nekoliko različitih načina projektovanja kvantizera kao i modifikacija algoritma. Kao prvo, predlaže se projektovanje višebitnog deo-po-deo uniformnog kvantizera koji se koristi zajedno sa Golomb-Rajs kodovanjem u okviru algoritma BTC kodovanja i koje je razmatrano u radu [45]. Projektovanje i modifikacije algoritma prati i teorijski model procene performansi koji se takođe predlaže a koji je značajan zbog malog broja teorijskih modela u okviru oblasti kodovanja i kompresije slike. Dalje, predlažu se višestepena rešenja skalarne kvantizacije i analiziraju se uticaji neprilagođene kvantizacije, koji su izloženi u radovima [102, 103]. Predlaže se i adaptivno rešenje za kodovanje i kompresiju slika zasnovano na kodovanju sa više modova i adaptaciji unapred, predstavljeno u radu [104]. Na kraju poglavlja se izlaže i doprinos projektovanju semilogaritamskih kvantizera za Laplasov izvor [44], s obzirom na to da postoje prva istraživanja koja razmatraju upotrebu BTC algoritma za procesiranje govornog i audio signala [105, 106].

#### 4.1 Projektovanje deo-po-deo uniformnog kvantizera sa Golomb-Rajs kodovanjem i primena u algoritmu za blok odsečno kodovanje slike

Odabir fiksnog skalarnog kvantizera za procesiranje signala sa amplitudama jedinične varijanse predstavlja zahtevan problem, dok izbor i projektovanje robusnog fiksnog skalarnog kvantizera za procesiranje signala šireg opsega varijansi predstavlja još teži problem i do sada nije teorijski rešen [45]. Pored prirode samog signala, zahtevi koji moraju biti razmatrani prilikom projektovanja kvantizera i stvaranja strukture algoritma su traženi stepen kompresije i vremensko kašnjenje prilikom procesiranja.

U opštem slučaju, najveću robusnost mogu pružiti uniformni kvantizeri. Međutim, prilikom procesiranja neuniformnih signala poput slike, uniformni kvantizeri ne pružaju visok kvalitet rekonstruisanog signala zbog prirode ulaznog signala. Sa druge strane, neuniformni kvantizeri predstavljaju znatno kompleksnije rešenje. Kako je to već

izloženo u drugom poglavlju ove disertacije, deo-po-deo uniformni kvantizeri predstavljaju aproksimaciono rešenje, tj. korak između uniformne i neuniformne kvantizacije. Ovi kvantizeri mogu pružiti značajno viši kvalitet rekonstruisanog signala nego uniformni kvantizeri dok im je kompleksnost značajno manja od neuniformnih kvantizera, kako optimalnog komandora tako i Lojd-Maksovog iterativnog algoritma.

U ovom odeljku izloženo je projektovanje deo-po-deo uniformnog kvantizera projektovanog za primenu u BTC algoritmu. Ideja je da se analizira upotreba višebitnih kvantizera s obzirom na to da originalni algoritam koristi jednobitne kvantizere. Kako se vrši projektovanje sa više reprezentacionih nivoa u cilju dobijanja što boljeg kvaliteta rekonstruisanog signala, kvantizacija je praćena Golomb-Rajs kodovanjem, kako bi se smanjila sveukupna bitska brzina koja se zahteva. Ovakav kvantizer se analizira kao deo modifikovanog BTC algoritma i predstavljen je u radu [45].

#### 4.1.1 Projektovanje deo-po-deo uniformnog kvantizera za diskretne ulazne odmerke

Kako se u algoritmima za kompresiju slike vrši komprimovanje prethodno diskretizovanog signala, čest je slučaj da se projektovanje kvantizera za primenu u ovakvim algoritmima vrši u dve faze [25]. U prvoj fazi vrši se diskretizacija kontinualnog signala pomoću uniformnog kvantizera  $Q_0$ , definisanog sa  $N_0$  nivoa kvantovanja, pri čemu broj nivoa zavisi od željenog formata slike i sistema boja koji se koristi. U slučaju monohromatskih slika sa sivim tonovima i formata .bmp koje razmatramo, pikseli su opisani pomoću 256 nijansi označenih od 0 do 255. Međutim, kako ovakav kvantizer primenjujemo kod blok odsečnog kodovanja slike, tj. ulazni signal kvantizera predstavlja razliku između originalne vrednosti piksela i srednje vrednosti svih piksela u bloku, koja predstavlja lokalni statistički parametar, teorijski opseg ulaznih amplituda teži opsegu  $(-255, 255)$ , zavisno od veličine blokova, pa je neophodno koristiti kvantizer sa  $N_0 = 512$  nivoa kvantovanja. Nakon ovakve diskretizacije signala, izlazni nivoi  $Q_0$  kvantizera, definisani kao  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{N_0}\}$ , dalje se komprimuju u drugoj fazi pomoću kvantizera  $Q_1$ , definisanog pomoću malog ili srednjeg broja kvantizacionih nivoa  $N$ , pri čemu važi uslov  $N < N_0$ . Svrha ove faze je dodatna kompresija.



Poznato je iz literature da je moguće modelovati Laplasovom raspodelom izvor signala koji predstavlja razliku između originalnih vrednosti piksela i srednje vrednosti piksela u lokalnom bloku kome pikseli pripadaju [4]. Stoga, pretpostavljamo da na ulazu kvantizera  $Q_0$  imamo Laplasov izvor bez memorije i da je ulazni signal nulte srednje vrednosti:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|x|}{\sigma}\right), \quad (4.1.1.1)$$

gde  $\sigma$  predstavlja standardnu devijaciju signala.

Na ulaz u kvantizer  $Q_1$  dovodi se diskretizovani signal dobijen posle procesiranja kvantizerom  $Q_0$ . Kako je broj nivoa kvantovanja kvantizera  $Q_0$  jednak  $N_0$ , ukupno imamo toliko mogućih različitih vrednosti ulaznog signala u kvantizer  $Q_1$  i njihove verovatnoće su [45]:

$$P(x_i) = \int_{x_i}^{x_{i+1}} p(x) dx = \frac{1}{2} \left( \exp\left(-\frac{\sqrt{2}x_i}{\sigma}\right) - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}x_{i+1}}{\sigma}\right) \right), \quad (4.1.1.2)$$

pri čemu je  $i = 1, \dots, N_0$ .

Projektovanje deo-po-deo uniformnog kvantizera  $Q_1$  vrši se na sledeći način. Prvo, projektuje se deo-po-deo uniformni kvantizer za jediničnu varijansu. Njegovi pragovi odlučivanja proračunavaju se na osnovu dizajna optimalnog komandora, čija kompresorska funkcija je definisana kao [4, 45]:

$$c(x) = -1 + 2 \frac{\int_{t_{\max}}^x p^{1/3}(t) dt}{\int_{-t_{\max}}^{t_{\max}} p^{1/3}(t) dt}, \quad (4.1.1.3)$$

gde je maksimalna amplituda signala označena sa  $t_{\max}$ . Dalje, pragovi odlučivanja kvantizera definišu se kao [45]:

$$\varphi_i^{\sigma=1} = \frac{3}{\sqrt{2}} \log \left( \frac{2iM + (N - 2iM) \exp\left(-\frac{\sqrt{2}}{3} t_{\max}^{\sigma=1}(N)\right)}{N} \right), \quad 0 \leq i \leq L/2, \quad (4.1.1.4)$$

$$\varphi_i^{\sigma=1} = \frac{3}{\sqrt{2}} \log \left( \frac{N}{2N - 2iM + (2iM - N) \exp\left(-\frac{\sqrt{2}}{3} t_{\max}^{\sigma=1}(N)\right)} \right), \quad L/2 < i \leq L. \quad (4.1.1.5)$$

U jednačinama (4.1.1.4) i (4.1.1.5),  $M$  označava broj izlaznih nivoa kvantizera u svakom segmentu i jednak je  $M = N/L$ , dok je optimalna maksimalna amplituda signala za jediničnu varijansu označena sa  $t_{\max}^{\sigma=1}$  i njene vrednosti se mogu naći u [31]. Optimalne vrednosti zavise od broja reprezentacionih nivoa. Na primer,  $t_{\max}^{\sigma=1} = 6.01$  za  $N = 16$  reprezentacionih nivoa, dok je  $t_{\max}^{\sigma=1} = 7.91$  za  $N = 32$ .

Širina ćelija unutar  $i$ -tog regiona kvantizera jednaka je [45]:

$$\Delta_i = \frac{\varphi_i^{\sigma=1} - \varphi_{i-1}^{\sigma=1}}{M}. \quad (4.1.1.6)$$

Pragovi odlučivanja deo-po-deo uniformnog kvantizera, projektovanog za jediničnu varijansu, definišu se sa [45]:

$$\omega_{i,j}^{\text{opt}} = \varphi_i^{\sigma=1} + j \cdot \Delta_i, \quad 0 \leq i \leq L; 1 \leq j \leq M. \quad (4.1.1.7)$$

Reprezentacioni nivoi proračunavaju se pomoću izraza [45]:

$$y_{i,j}^{\text{opt}} = \varphi_i^{\sigma=1} + \left( \frac{2j-1}{2} \right) \Delta_i, \quad 0 \leq i \leq L; 1 \leq j \leq M. \quad (4.1.1.8)$$

U jednačinama (4.1.1.4) – (4.1.1.8) pomoću  $i$  je označen segment dok  $j$  označava izlazne nivoa unutar posmatranog segmenta. Zbog činjenice da kompresorska funkcija  $c(x)$ , definisana jednačinom (4.1.1.3), preslikava ulazni opseg kvantizera u opseg  $(-t_{\max}, t_{\max})$ , pri čemu važi  $t_{\max}^{\sigma=1} \ll x_{N_0}$ , denormalizacija se vrši korišćenjem diskretne varijanse za projektovanje  $\hat{\sigma}$  na sledeći način [45]:

$$\omega_{i,j} = \omega_{i,j}^{\text{opt}} \cdot \hat{\sigma}, \quad 0 \leq i \leq L; 1 \leq j \leq M, \quad (4.1.1.9)$$

$$y_{i,j} = y_{i,j}^{\text{opt}} \cdot \hat{\sigma}, \quad 0 \leq i \leq L; 1 \leq j \leq M. \quad (4.1.1.10)$$

Konačno, reprezentacioni nivoi mogu se zapisati koristeći jedinstveno indeksiranje, radi jednostavnosti [45]:

$$y_k = y_{i,j}, \quad k = 1, \dots, N, \quad (4.1.1.11)$$

gde se indeks  $k$ , koji zamenjuje indeksiranje pomoću  $i$  i  $j$  iz jednačina (4.1.1.9) – (4.1.1.10), dobija kao  $k = (i - 1)M + j$ .

Posle kvantizacije pomoću  $Q_0$  i  $Q_1$  kvantizera, predlaže se upotreba kodovanja sa promenljivom dužinom kodnih reči kako bi se povećao stepen kompresije. Izlazni odmerci nakon kvantizacije enkoduju se korišćenjem Golomb-Rajs enkodera. Kako bi se primenio Golomb-Rajs kod opisan parametrom  $m = 2^k$ , potrebno je podeliti  $N$  reprezentacionih nivoa u  $S$  segmenata [45]. Uzevši u obzir da su pragovi odlučivanja i reprezentacioni nivoi kvantizera  $Q_1$  simetrični oko nule, uzimamo da je  $S = L/2$ , tj. da je parameter  $S$  jednak broju regiona u pozitivnom opsegu kvantizera  $Q_1$ , kako bi se pojednostavio dizajn enkodera. Na ovaj način, svaki region Golomb-Rajs kodera pokriva odgovarajući simetrični opseg kvantizera  $Q_1$  i u pozitivnom i u negativnom opsegu. Regioni su indeksirani sa  $0, 1, \dots, S-1$ , a ukupan broj reprezentacionih nivoa je jednak [45]:

$$N = S \cdot m. \quad (4.1.1.12)$$

Prilikom ovakvog organizovanja procesa enkodovanja, može se videti da parametar  $m$  predstavlja broj izlaznih nivoa u svakom segmentu kodovanja sa promenljivom dužinom kodnih reči. Konačno, kodna reč  $j$ -og regiona ( $0 \leq j \leq S - 1$ ) se formira kao  $\underbrace{XX}_j 0 \underbrace{x \dots x}_k$  i njegova dužina je [45, 107]:

$$l_j = j + k + 1 \text{ [bits]}. \quad (4.1.1.13)$$

#### 4.1.2 Algoritam za procesiranje slika

U ovom odeljku biće ukratko izložen algoritam kodovanja i kompresije zasnovan na modifikovanom BTC algoritmu koji koristi kvantizer sa Golomb-Rajs kodovanjem, opisan u prethodnom odeljku. Algoritam procesira blokove i piksele sleva na desno i odozgo naniže i sastoji se iz sledećih koraka [45]:

1. Slika se učitava i deli na skup nepreklapajućih blokova dimenzija  $n \times n$  (razmatra se u okviru eksperimenta slučaj  $n = 4$ , kao i kod originalnog algoritma). Svaki blok se dalje procesira zasebno.
2. Proračunava se srednja vrednost svih piksela unutar bloka  $x_{av}$ . Ova vrednost se kvantuje uniformnim kvantizerom sa 6 bita kao u [34] i kvantovana vrednost  $\hat{x}_{av}$  se prenosi do dekodera.
3. Formira se blok razlika rezolucije  $n \times n$ , čiji elementi se dobijaju kao razlike između vrednosti piksela ulaznog bloka  $x_{i,j}$  i kvantovane srednje vrednosti svih piksela unutar bloka  $\hat{x}_{av}$ . Elementi bloka razlike se proračunavaju kao:

$$d_{i,j} = x_{i,j} - \hat{x}_{av}, \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n. \quad (4.1.2.1)$$

4. Elementi bloka razlika  $d_{i,j}$  se kvantuju pomoću predloženog kvantizera  $Q_1$ , opisanog u odeljku 4.1.1.
5. Kvantovani elementi bloka razlika  $\hat{d}_{i,j}$  se binarno koduju Golomb-Rajs kodom i prenose do dekodera.
6. Nakon prijema vrednosti  $\hat{x}_{av}$  i  $\hat{d}_{i,j}$ , vrednosti piksela se rekonstruišu u dekoderu:

$$\hat{x}_{i,j} = \hat{d}_{i,j} + \hat{x}_{av}, \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n. \quad (4.1.2.2)$$

7. Vratiti se na korak 2 algoritma dok se svi blokovi ne procesiraju.

#### 4.1.3 Analitički model za procenu performansi

Drugi najvažniji doprinos koji je predstavljen u radu [45] predstavlja novi analitički model za teorijsku procenu performansi kompresije predloženog algoritma

kodovanja i kompresije. Optimizacija projektovanja deo-po-deo uniformnog kvantizera sa Golomb-Rajs kodom za Laplasov izvor i njegova primena u algoritmu blok odsečnog kodovanja slike su izloženi u prethodna dva odeljka. Međutim, kako je u literaturi kodovanja i kompresije slika izražen nedostatak analitičkih modela za procenu performansi, svaki pomak u kreiranju teorijskih modela je važan te je zaseban odeljak posvećen novom modelu.

Analitički model koji se predlaže razmatra predloženi modifikovani algoritam blok odsečnog kodovanja opisan u odeljku 4.1.2, koji koristi deo-po-deo uniformni kvantizer sa Golomb-Rajs kodom, čije projektovanje je predstavljeno odeljku 4.1.1. Teorijski model procene performansi je zasnovan na modelovanju histograma varijansi gde razlika između vrednosti piksela i srednje vrednosti piksela u lokalnom bloku predstavlja ulazni signal. Prethodno pomenuti histogram varijansi dobijen je na osnovu procesiranja ulaznog skupa od deset standardnih test monohromatskih slika sa sivim tonovima (*Babun, Most, Par, Avion, Kolica, Lena, Paprike, Brod, Ulica i Crkva*), prikazanih na Sl. 4.1.4.1. U toku istraživanja i stvaranja modela, razmatrano je više vrsta raspodela, od kojih su neke Rejljeva, Lognormalna, Birbaum-Saunders i modifikacije Laplasove raspodele. Ipak, najbolje slaganje između eksperimentalnih rezultata i teorijskog modela dobijeno je korišćenjem Inverzne Gausove raspodele koje se definiše sa [45]:

$$f(x) = \left( \frac{\lambda}{2\pi x^3} \right)^{1/2} \exp \left( \frac{-\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x} \right), \quad (4.1.3.1)$$

gde je sa  $\mu$  označena srednja vrednost ( $\mu > 0$ ),  $\lambda$  predstavlja parametar oblika a ulazni opseg je definisan na pozitivnom delu realne ose, tj.  $x \in (0, +\infty)$ . Parametri Inverzne Gausove raspodele se procenjuju pomoću metoda maksimalne verodostojnosti (eng. *Maximum Likelihood Estimation*, MLE) koji predstavlja jedan od standardnih metoda i verovatno najznačajniji trenutno. Među ostalim sličnim metodima, izdvaja se još i metod najmanjih kvadrata (eng. *Least Squares Estimation*, LSE). Ukoliko pretpostavimo da su  $x_1, x_2, \dots, x_n$  nezavisne i jednako raspoređene opservacije, funkcija verodostojnosti se definiše sa [45]:

$$L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta), \quad (4.1.3.2)$$

gde je  $\theta$  vektor parametara. Posle zamene jednačine (4.1.3.1) u (4.1.3.2), dobija se funkcija verodostojnosti za Inverznu Gausovu raspodelu [45]:

$$L(\mu, \lambda) = \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^{\frac{n}{2}} \left( \prod_{i=1}^n \frac{1}{X_i^3} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( \frac{n\lambda}{\mu} - \frac{\lambda}{2\mu^2} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i} \right). \quad (4.1.3.3)$$

Kako funkcije  $L(\mu, \lambda)$  i  $\log(L(\mu, \lambda))$  dostižu maksimume za iste vrednosti parametara, često je lakše naći maksimume koristeći prirodni logaritam, pretpostavljajući da je funkcija verodostojnosti u logaritamskom obliku diferencijabilna. Konačno, nepoznati parametri se u ovom slučaju proračunavaju kao [45]:

$$\frac{d \log L(\mu, \lambda)}{d\mu} = 0 \Rightarrow \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad (4.1.3.4)$$

$$\frac{d \log L(\mu, \lambda)}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \hat{\lambda} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{X_i} - \frac{1}{\hat{\mu}} \right) \right)^{-1}. \quad (4.1.3.5)$$

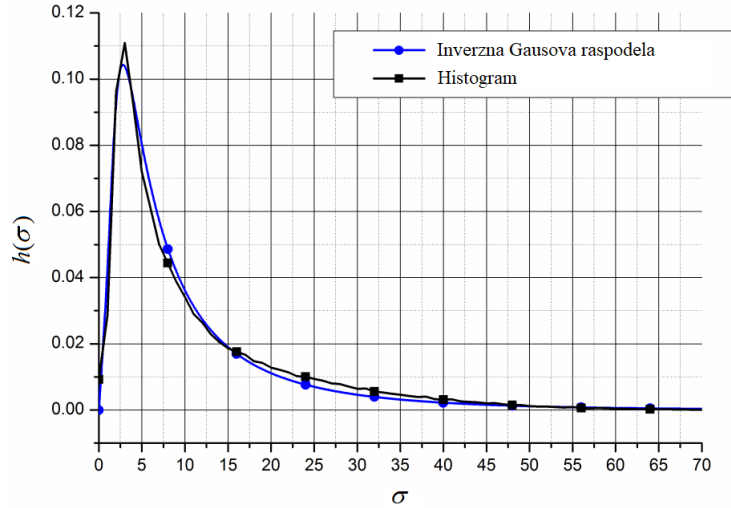
Kako bi se transformisala Inverzna Gausova funkcija u funkciju gustine verovatnoće (Sl. 4.1.3.1), nepoznati parametri se proračunavaju analogno jednačinama (4.1.3.4) i (4.1.3.5), respektivno:

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^g h(\sigma_i) \sigma_i, \quad (4.1.3.6)$$

$$\hat{\lambda} = \left( \sum_{i=1}^g h(\sigma_i) \left( \frac{1}{\sigma_i} - \frac{1}{\hat{\mu}} \right) \right)^{-1}, \quad (4.1.3.7)$$

gde parametar  $g$  predstavlja broj razmatranih diskretnih varijansi  $\sigma_i$  ulaznog signala dok  $h(\sigma_i)$  predstavlja težinsku funkciju dobijenu na osnovu posmatranog skupa standardnih slika. Korišćenjem predloženog metoda koji je opisan u ovom odeljku, dobija se da parametri funkcije imaju vrednosti  $\hat{\mu} = 11$  i  $\hat{\lambda} = 8.4$  za razmatrani skup od deset standardnih slika. Na Sl. 4.1.3.1 prikazani su histogram varijansi i odgovarajući teorijski

model, dobijen korišćenjem Inverzne Gausove raspodele za proračunate vrednosti parametara  $\mu$  i  $\lambda$ , korišćenjem jednačina (4.1.3.6) i (4.1.3.7).



Sl. 4.1.3.1 Histogram varijansi i model zasnovan na Inverznoj Gausovoj raspodeli.

Za proračun ukupne srednje bitske brzine predložili smo dva modela u radu [45]. Prvi model je precizniji i zasniva se na egzaktnom dizajnu predloženog deo-po-deo uniformnog kvantizera (M1 model). U ovom slučaju, svi diskretni pragovi odlučivanja i reprezentacioni nivoi se koriste u istoj formi kao i za proračun PSQNR-a. Drugi model je neprecizniji ali se pomoću njega dobijaju analitički izrazi u zatvorenom obliku. Model se zasniva na primeni optimalne kompadding tehnike i uključuje dodatnu grešku u proračun ali dobijeni izrazi su relativno jednostavni i model ne zahteva memorisanje velikog broja pragova odlučivanja niti memorisanje reprezentacionih nivoa (M2 model).

Kako je već rečeno, M1 model koristi dizajn deo-po-deo uniformnog kvantizera čija kompresorska funkcija je definisana jednačinom (4.1.1.3). Kako se smatra da je izvor signala u slučaju blok odsečnog kodovanja slike takav da se može opisati Laplasovom funkcijom gustine verovatnoće, kompresorska funkcija može se definisati kao [45]:

$$c_1(x) = \frac{1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}x}{3\hat{\sigma}}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}t_{\max}}{3\hat{\sigma}}\right)}, x \geq 0. \quad (4.1.3.8)$$

Nakon kvantizacije, ulazni signal se koduje kodnim rečima promenljive dužine. Kako je definisano u formuli (4.1.1.13), dužina kodne reči  $l_j$  zavisi od definisanih regiona Golomb-Rajs koda a verovatnoće da se ulazni signal koduje kodnom reči dužine  $l_j$  su [45]:

$$P_0(\sigma, \hat{\sigma}) = 2 \int_0^{d_1} p(x) dx = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2} \cdot d_1}{\sigma}\right), \quad (4.1.3.9)$$

$$P_j(\sigma, \hat{\sigma}) = 2 \int_{d_j}^{d_{j+1}} p(x) dx = \exp\left(-\frac{\sqrt{2} \cdot d_j}{\sigma}\right) - \exp\left(-\frac{\sqrt{2} \cdot d_{j+1}}{\sigma}\right), \quad 1 \leq j \leq S-2, \quad (4.1.3.10)$$

$$P_{S-1}(\sigma, \hat{\sigma}) = 2 \int_{d_{S-1}}^{d_S} p(x) dx = \exp\left(-\frac{\sqrt{2} \cdot d_{S-1}}{\sigma}\right) - \exp\left(-\frac{\sqrt{2} \cdot d_S}{\sigma}\right). \quad (4.1.3.11)$$

U jednačinama (4.1.3.9) – (4.1.3.11) kao i jednačinama (4.1.3.15) – (4.1.3.17) sa  $d_i$  ( $1 \leq i \leq S-1$ ) su označeni pragovi odlučivanja i važi  $d_i(\hat{\sigma}) = \omega_{i-1, M}$ , dok je  $d_S = 255$ . Funkcija gustine verovatnoće signala je označena sa  $p(x)$  i ima oblik Laplasove raspodele, definisane jednačinom (4.1.1.1). Konačno, srednja bitska brzina za signal određene varijanse može se izračunati kao [45]:

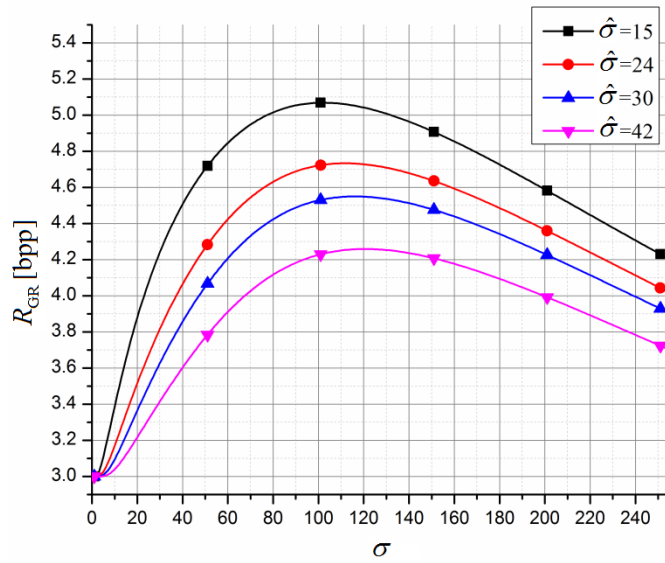
$$R_{GR} = \sum_{j=0}^{S-1} l_j \cdot P_j(\sigma, \hat{\sigma}), \quad (4.1.3.12)$$

gde  $\sigma$  predstavlja varijansu razlika između vrednosti piksela i srednje vrednosti svih piksela u lokalnom bloku kome piksel pripada i predstavlja ulazni signal kvantizera. Zavisnost ukupne srednje bitske brzine od varijanse ulaznog signala prikazana je na Sl. 4.1.3.2. Može se uočiti da srednja vrednost bitske brzine jako zavisi od varijanse ulaznog signala. Stoga je neophodno uvesti težinsku funkciju varijansi u proračun jer se posmatra ulazni signal u širokom opsegu varijansi. Prema tome, ukupna srednja bitska brzina modela M1 se dobija korišćenjem težinske funkcije za usrednjavanje i uzimanjem u obzir neophodnog broja bita za prenos srednje vrednosti svih piksela u bloku  $x_{av}$  (odjeljak 4.1.2) [45]:

$$R_{M1} = \sum_{i=1}^{255} \sum_{j=0}^{S-1} w(\sigma_i) \cdot l_j \cdot P_j(\sigma_i, \hat{\sigma}) + r_{av}. \quad (4.1.3.13)$$



Verovatnoće segmenata  $P_j(\sigma_i, \hat{\sigma})$  u izrazu (4.1.3.13) su definisane pomoću izraza (4.1.3.9) – (4.1.3.11), gde se pragovi odlučivanja dobijaju korišćenjem kompresorske funkcije definisane jednačinom (4.1.3.8). Broj bita potreban za prenos srednje vrednosti svih piksela u bloku  $x_{av}$  označen je sa  $r_{av}$  i ima vrednost 0.375 bpp. Zbog poređenja, umesto Inverzne Gausove raspodele označene sa  $w(\sigma_i)$ , koristi se tačan histogram na osnovu koga su dobijeni parametri teorijskog modela  $h(\sigma_i)$ . Na sličan način je izvršeno usrednjavanje i u izrazima (4.1.3.18) i (4.1.3.20), kako bi se dobili ukupna srednja bitska brzina i PSQNR modela M2, respektivno.



Sl. 4.1.3.2 Zavisnost ukupne srednje bitske brzine  $R_{GR}$  od varijanse ulaznog signala za različite vrednosti parametra  $\hat{\sigma}$  (M1 model).

Drugi teorijski model za procenu srednje bitske brzine (M2) zasniva se na primeni optimalne komandning tehnike i predstavlja neprecizniji model, jer deo-po-deo uniformni kvantizer nema optimalnu kompleksorsku funkciju, ali ovakav model procene ima manju kompleksnost. Kompresorska funkcija ovakvog kvantizera definiše se sa [45]:

$$c_2(x) = 1 - e^{-\frac{\sqrt{2}x}{3\hat{\sigma}}}, \quad x \geq 0. \quad (4.1.3.14)$$

Verovatnoće granularnih regiona definisanih ovakvom kompresorskom funkcijom, jednake su [45]:

$$P_0(\sigma, \hat{\sigma}) = 2 \int_0^{d_1} p(x) dx = 1 - \left(1 - \frac{m}{N}\right)^{\frac{3\hat{\sigma}}{\sigma}}, \quad (4.1.3.15)$$

$$P_j(\sigma, \hat{\sigma}) = 2 \int_{d_j}^{d_{j+1}} p(x) dx = \left(1 - j \frac{m}{N}\right)^{\frac{3\hat{\sigma}}{\sigma}} - \left(1 - (j+1) \frac{m}{N}\right)^{\frac{3\hat{\sigma}}{\sigma}}, \quad 1 \leq j \leq S-2, \quad (4.1.3.16)$$

$$P_{S-1}(\sigma, \hat{\sigma}) = 2 \int_{d_{S-1}}^{d_S} p(x) dx = \left(1 - (S-1) \frac{m}{n}\right)^{\frac{3\hat{\sigma}}{\sigma}}. \quad (4.1.3.17)$$

Konačno, ukupna srednja bitska brzina, prema modelu M2 dobija se upotrebom težinske funkcije za usrednjavanje i uzimanjem u obzir potreban broj bita  $r_{av}$  za prenos informacije o srednjoj vrednosti svih piksela u lokalnom bloku, slično kao i u slučaju M1 modela [45]:

$$R_{M2} = \sum_{i=1}^{255} \sum_{j=0}^{S-1} w(\sigma_i) \cdot l_j \cdot P_j(\sigma_i, \hat{\sigma}) + r_{av}. \quad (4.1.3.18)$$

U jednačini (4.1.3.18), za razliku od jednačine (4.1.3.13), verovatnoće segmenata  $P_j(\sigma_i, \hat{\sigma})$  su definisane pomoću izraza (4.1.3.15) – (4.1.3.17), dok su su pragovi odlučivanja dobijeni korišćenjem kompresorske funkcije iz izraza (4.1.3.14).

BTC algoritam predstavlja metod kompresije sa gubicima što znači da se deo ulazne informacije nepovratno gubi tokom procesa kvantizacije. Kako bi se izmerio kvalitet rekonstruisanog signala, proračunava se distorzija signala ( $D$ ), koja predstavlja standardnu meru procene performansi. Može se proračunati u ovom slučaju kao [25, 45]:

$$D = 2 \sum_{k=1}^{N/2} \sum_{j=1}^{q_k} (t_{k,j} - y_k)^2 P(t_{k,j}), \quad (4.1.3.19)$$

gde su  $t_{k,j} \in Z_k$  ulazni nivoi koji se kvantuju pomoću izlaznog nivoa  $y_k$ , dok parametar  $q_k$  označava broj ulaznih nivoa koji se mapira pomoću izlaznog nivoa  $y_k$ , gde važi da je

$\sum_{k=1}^{N/2} q_k = N_0 / 2$ . Dalje,  $Z_k$  označava nepreklapajuće i nenegativne podskupove ulaznog

skupa  $X$ , gde važi  $Z_k = \{x_{k1}, \dots, x_{kq_k}\}$  i  $\bigcup_{k=1}^{N/2} Z_k = X^+$ , dok je sa  $X^+$  označen podskup koji

se sastoji od svih nenegativnih elemenata skupa  $X$ . Pomoću izraza (4.1.1.2) su definisane verovatnoće pojavljivanja ulaznih odmeraka. Konačno, kvalitet rekonstruisanih slika dobijenih predloženim modelom, računa se uzimajući u obzir težinsku funkciju  $w(\sigma_i)$  koja služi za usrednjavanje posmatranog skupa slika. U tom slučaju vršni odnos signal-šum kvantizacije označavamo sa  $PSQNR_{\text{wav}}$  i računamo kao [45]:

$$PSQNR_{\text{wav}} = \sum_{\sigma_i=1}^{255} w(\sigma_i) PSQNR \text{ [dB]}, \quad (4.1.3.20)$$

gde je

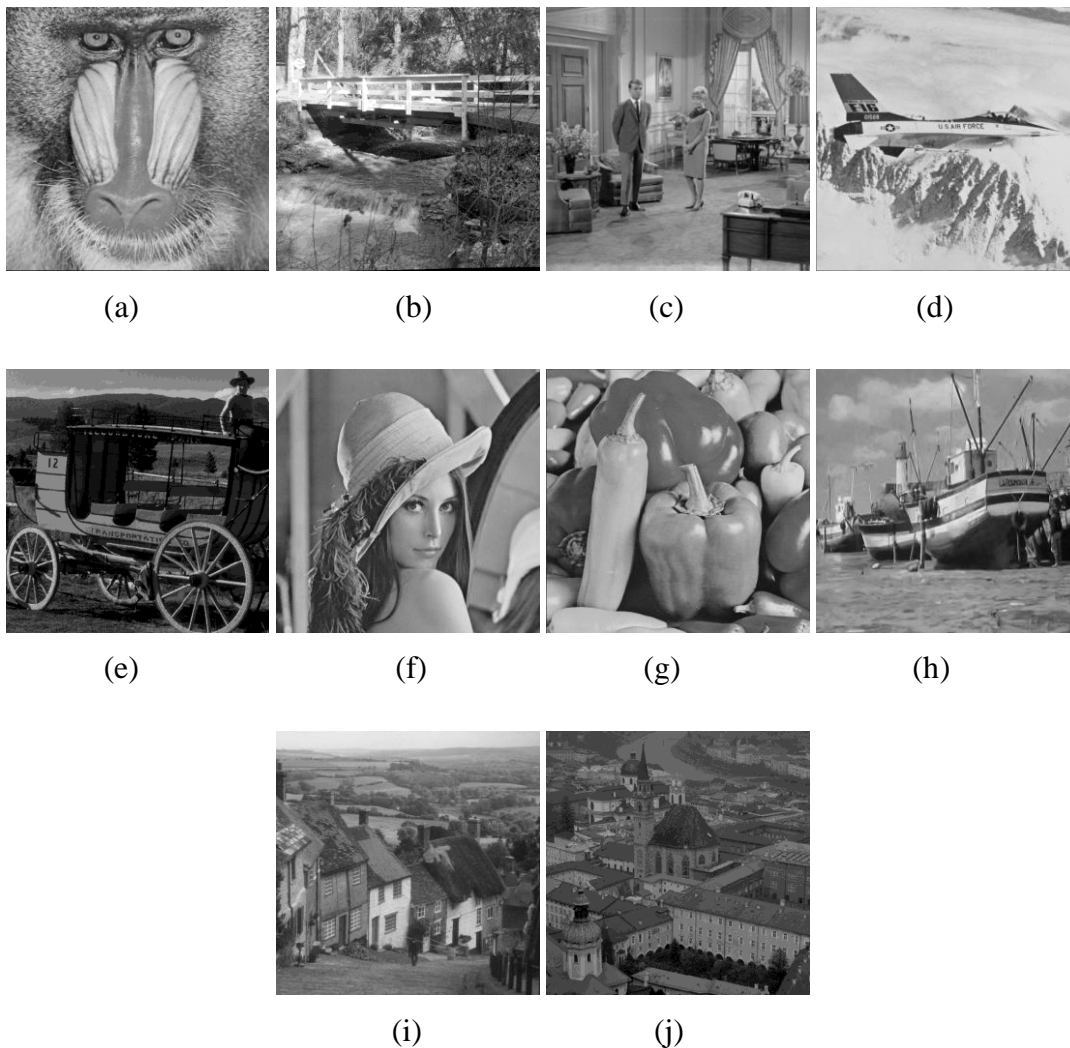
$$PSQNR = 10 \log_{10} \frac{x_{\text{max}}^2}{D} \text{ [dB]}. \quad (4.1.3.21)$$

U prethodnoj jednačini,  $x_{\text{max}}$  predstavlja najveću moguću teorijsku vrednost piksela slike i za razmatrane monohromatske slike sa sivim tonovima iznosi  $x_{\text{max}} = 255$ .

#### 4.1.4 Numerički rezultati i diskusija

U ovom odeljku se izlažu eksperimentalni rezultati primene predloženog modela kvantizera za kodovanje i kompresiju slika modifikovanim BTC algoritmom. Pored eksperimentalnih rezultata, prikazani su i rezultati dobijeni razvijenim teorijskim modelom i dato je poređenje eksperimentalnih i teorijskih rezultata. Eksperiment je izvršen za skup od deset standardnih test monohromatskih slika sa sivim tonovima (*Babun, Most, Par, Avion, Kolica, Lena, Paprike, Brod, Ulica i Crkva*) rezolucije  $n \times n$  piksela ( $n = 512$ ). Ove slike su prikazane na Sl. 4.1.4.1. Za razliku od teorijskih proračuna, eksperimentalno izmeren kvalitet PSQNR-a rekonstruisane slike dobija se koristeći srednju kvadratnu grešku kao u izrazu (3.1).

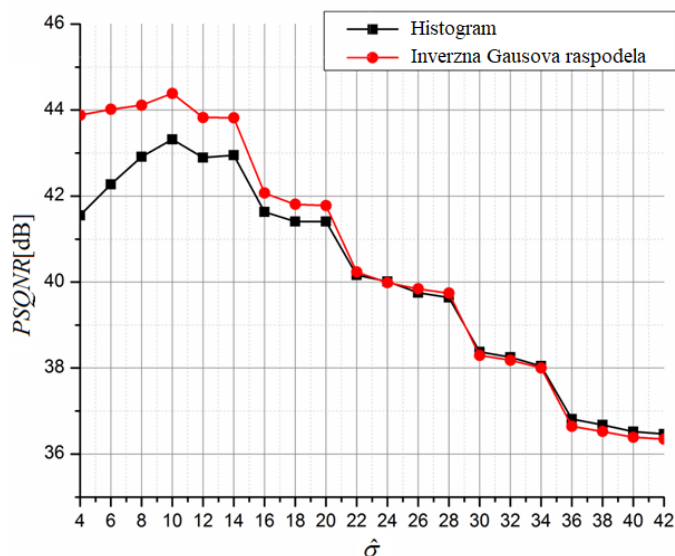
Prvo se izlaže detaljna analiza za slučaj kada je broj reprezentacionih nivoa  $N = 16$  a broj segmenata aproksimacije  $L = 8$ . Ovaj slučaj je izabran zbog njegove male kompleksnosti i velikog uticaja Golomb-Rajs kodovanja ( $k = 2$ ) [45]. Poređenje vrednosti PSQNR-a, dobijenih predloženim teorijskim modelom na osnovu primene Inverzne Gausove raspodele, sa teorijskim vrednostima dobijenim korišćenjem tačnog histograma varijansi prikazno je na Sl. 4.1.4.2.



Sl. 4.1.4.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Babun; (b) Most; (c) Par; (d) Avion; (e) Kolica; (f) Lena; (g) Paprike; (h) Brod; (i) Ulica; (j) Crkva.

Može se uočiti da se poklapanje između predloženog rešenja u zatvorenom obliku, zasnovanog na Inverznoj Gausovoj raspodeli, i analitičkog rešenja zasnovanog na tačnom histogram varijansi, poboljšava sa povećanjem vrednosti diskretne varijanse za projektovanje  $\hat{\sigma}$ . Ipak, određena razlika između modela postoji za niže vrednosti parametra  $\hat{\sigma}$ , koja nastaje zbog neusklađenosti varijansi između dva koraka kvantizacije [102, 45] kao i zbog toga što modelovanje korišćenjem Inverzne Gausove raspodele nije idealno za male varijanse. Posmatrajući Sl. 4.1.4.2, može se uočiti da se najbolje performanse dobijaju za vrednosti parametra  $\hat{\sigma}$  koje su bliske srednjoj vrednosti modelovanog ulaznog signala (za Inverznu Gausovu raspodelu sa Sl. 4.1.3.1 dobijena

vrednost je  $\hat{\mu} = 11$ ), čime se dodatno opravdava termin „diskretna varijansa za projektovanje” [102, 45].

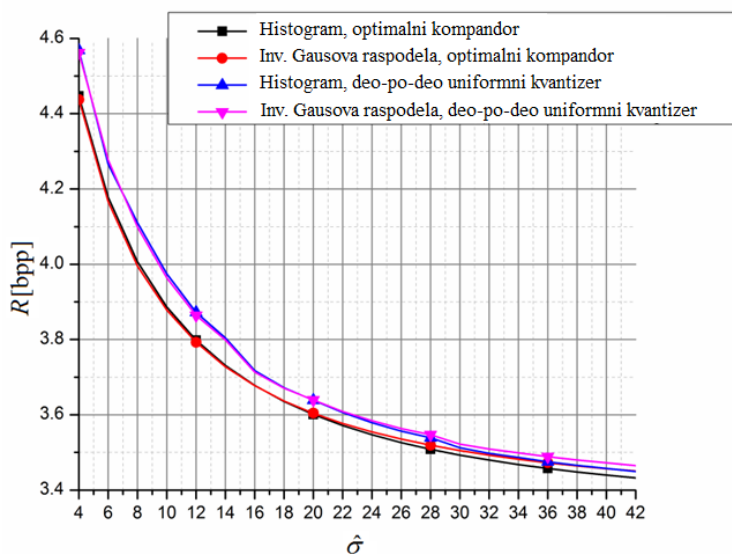


Sl. 4.1.4.2 Teorijski  $PSQNR$  - analitički model.

Nakon proračuna  $PSQNR$ -a, od interesa je prikaz performansi u pogledu ukupne srednje bitske brzine koja se dobija modelima M1 i M2, odnosno upotrebom tačnih histograma i modela zasnovanih na Inverznoj Gausovoj raspodeli. Slučaj kada je broj reprezentacionih nivoa  $N = 16$  a broj segmenata aproksimacije  $L = 8$  prikazan je na Sl. 4.1.4.3 koristeći izraze (4.1.3.13) i (4.1.3.18). Kao i kod proračuna  $PSQNR$ -a, performanse proračunate predloženim modelom, upoređene su sa performansama koje se sračunavaju korišćenjem tačnog histograma. Može se primetiti da teorijske performanse sračunate korišćenjem deo-po-deo uniformnog kvantizera (M1 model) u odnosu na performanse sračunate korišćenjem dizajna optimalnog komandora (M2 model), predviđaju nešto više vrednosti ukupne srednje bitske brzine. U nastavku biće pokazano da su rezultati dobijeni M1 modelom nešto precizniji, što je i bilo očekivano.

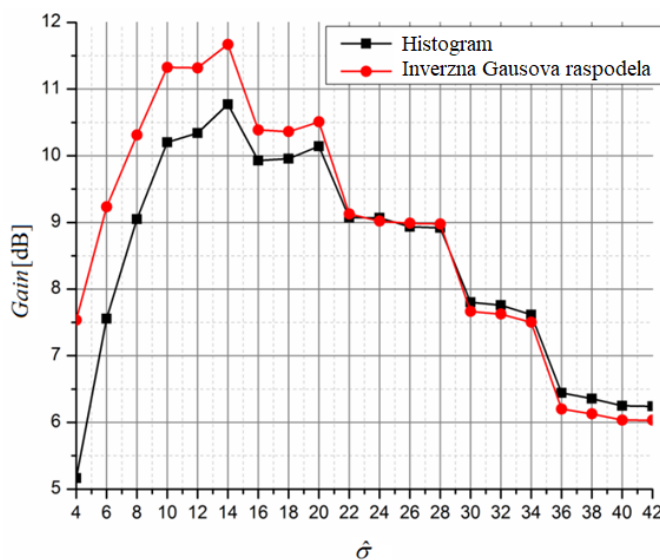
Teorijski rezultati mogu se uporediti i sa drugim sličnim modelima. S obzirom da je od interesa porediti rešenja slične kompleksnosti, u ovom poglavlju je izloženo poređenje s rezultatima prikazanim u radu [25]. Odgovarajući rezultati iz rada [25], za slučaj primene deo-po-deo uniformnog kvantizera su:  $PSQNR_{inf} = 35.32\text{dB}$  i  $R_{inf} = 4.375$  bpp. Kako bismo uporedili M1 model sa modelom iz [25], moramo uključiti

u razmatranje i poznato pravilo koje kaže da se vrednost PSQNR-a povećava ili smanjuje za 5.5 dB u slučaju kada se bitska brzina menja za 1 bpp kod srednjih bitskih brzina [25].



Sl. 4.1.4.3 Ukupna srednja bitska brzina – analitički modeli.

Na Sl. 4.1.4.4 je prikazan teorijski dobitak predloženog modela u zavisnosti od vrednosti diskretne varijanse za projekovanje ( $\hat{\sigma}$ ) u odnosu na model iz rada [25].



Sl. 4.1.4.4 Teorijski dobitak – poređenje sa radom [25] za  $N = 16$  i  $L = 8$ .

Može se primetiti sa Sl. 4.1.4.4 da se predloženim modelom procenjuje dobitak vrlo blizak onom koji se procenjuje korišćenjem tačnog histograma (razlika je  $\Delta < 1$  dB) za vrednosti diskretne varijanse za projektovanje  $\hat{\sigma} > 12$ . Osim toga, izraženo je i sve

bolje poklapanje procena između modela koje se javlja sa povećanjem vrednosti parametra  $\hat{\sigma}$  i da je za vrednosti parametra  $\hat{\sigma} > 22$  razlika manja od 0.25 dB, što je praktično zanemarljivo. Uočava se da predloženi model ostvaruje najveći dobitak u opsegu  $\hat{\sigma} \in [14,16]$  pa se u daljoj analizi posebno razmatraju eksperimentalne performanse za ove vrednosti parametra  $\hat{\sigma}$ . Za prikaz performansi uzima se na dalje skup  $\hat{\sigma} = \{12,14,15,16,24,30\}$  i u Tabeli 4.1.4.1 su prikazani eksperimentalni i odgovarajući teorijski rezultati u slučaju  $N = 16$  i  $L = 8$ .

Tabela 4.1.4.1 Poređenje eksperimentalnih i teorijskih rezultata – srednja ukupna bitska brzina i PSQNR

$\hat{\sigma}$	Srednja ukupna bitska brzina $R$ [bpp]					$PSQNR$ [dB]		
	M1 model		M2 model		Eksperiment	Teorijski model		Eksperiment
	$R^{hist}$	$R^{Inv. G}$	$R^{hist}$	$R^{Inv. G}$	$R^{ex}$	$PSQNR^{hist}$	$PSQNR^{Inv. G}$	$PSQNR^{ex}$
12	3.8720	3.8643	3.7985	3.7924	3.9257	42.8945	43.8275	40.1194
14	3.8044	3.7986	3.7311	3.7276	3.8987	42.9537	43.8193	40.8063
15	3.7547	3.7501	3.7031	3.7009	3.8694	41.6060	42.3193	41.3739
16	3.7171	3.7135	3.6781	3.6772	3.8360	41.6322	42.0689	41.0867
24	3.5793	3.5842	3.5471	3.5546	3.6572	40.0148	39.9896	40.9050
30	3.5121	3.5220	3.4931	3.5050	3.5733	38.3763	38.2929	39.6773

Kao što se moglo primetiti i na Sl. 4.1.4.3, može se uočiti i iz Tabele 4.1.4.1 da bitska brzina opada sa povećanjem vrednosti parametra  $\hat{\sigma}$ . Performanse koje predviđaju teorijski modeli M1 i M2 u pogledu bitskih brzina, vrlo su bliske eksperimentalnim rezultatima, pri čemu je M1 model nešto precizniji što je i očekivano. Osim toga, postoji odlično slaganje rezultata u slučaju korišćenja tačnog histograma ( $R^{hist}$ ) i slučaja kada se koristi Inverzna Gausova raspodela ( $R^{Inv. G}$ ). Kako se ovi rezultati razlikuju na drugu decimalu, može se zaključiti da predloženi model koji koristi Inverznu Gausovu raspodelu ima visoku tačnost. U slučaju procene PSQNR-a ove razlike su nešto veće. Međutim, apsolutne razlike između teorijski procenjenog PSQNR-a i eksperimentalnih rezultata ne prelaze 1 dB kada je  $\hat{\sigma} \in \{15, 16, 24\}$ . Uzimajući u obzir prethodni zaključak da najveći dobitak postoji u opsegu  $\hat{\sigma} \in [14,16]$ , može se zaključiti da slučaj  $\hat{\sigma} = 15$  pruža najbolje sveukupne performanse [45]. U Tabeli 4.1.4.2 prikazane su performanse predloženog algoritma kodovanja i kompresije u slučaju  $\hat{\sigma} = \{15, 16, 24\}$  za različite

vrednosti broja reprezentacionih nivoa i segmenata aproksimacije, pri čemu je brzina procenjena preciznijim modelom M1.

Tabela 4.1.4.2 Srednja ukupna bitska brzina i PSQNR za različite vrednosti parametara  $N$  i  $L$

$N$	$L$	$\hat{\sigma}$	$R^{\text{hist}}$ [bpp]	$R^{\text{Inv. G}}$ [bpp]	$R^{\text{ex}}$ [bpp]	$PSQNR^{\text{hist}}$ [dB]	$PSQNR^{\text{Inv. G}}$ [dB]	$PSQNR^{\text{ex}}$ [dB]
16	4	15	4.6771	4.6838	4.4271	40.8748	41.5134	40.8935
		24	4.5268	4.5427	4.3802	37.6488	38.0756	39.1120
		30	4.4748	4.4952	4.3654	36.1054	36.4777	37.8268
32	4	15	5.6553	5.6720	5.4179	45.6322	46.3163	45.4106
		24	5.5130	5.5379	5.3710	43.3062	43.8258	44.2079
		30	5.4549	5.4850	5.3563	42.5318	43.0339	43.0973
	8	15	4.7340	4.7393	4.6939	46.6803	47.4487	46.3190
		24	4.5525	4.5670	4.5379	45.4434	45.9896	45.2847
		30	4.4987	4.5177	4.4839	43.7051	44.1817	45.3434
	16	15	4.4131	4.3769	4.3364	46.7983	47.5733	46.6716
		24	4.0102	3.9907	3.9568	45.5497	46.0716	45.8032
		30	3.8550	3.8423	3.8180	43.8754	44.3203	45.8192

Kao što se i očekivalo, može se videti iz Tabele 4.1.4.2 da sa povećanjem broja reprezentacionih nivoa  $N$  dolazi do poboljšanja kvaliteta rekonstruisanog signala, što je i slučaj sa povećanjem broja segmenata aproksimacije  $L$  za fiksnu vrednost  $N$ .

#### 4.1.5 Poređenje performansi sa drugim modelima

U ovom odeljku je dato poređenje performansi predloženog modela sa performansama drugih modela slične kompleksnosti objavljenih u [8, 25, 108].

U radu [8] predstavljen je algoritam kodovanja i kompresije koji će detaljno biti opisan u petom poglavlju, kao jedan od doprinosa ove disertacije. Metod se zasniva na linearnoj predikciji vrednosti piksela i dvomodnoj kvantizaciji i koristi blokovsko procesiranje, poput BTC algoritama. Ovaj model pruža veću kompresiju tako da je za poređenje neophodno koristiti pravilo o očekivanoj promeni PSQNR-a za 5.5 dB sa promenom bitske brzine za 1 bpp, kao i kod ostalih poređenja u disertaciji. Najbolji odnos bitske brzine i PSQNR-a u radu [8] dobijen je za  $N = 16$  reprezentacionih nivoa. U tom slučaju dobijeni su rezultati:  $R = 2.71$  bpp i  $PSQNR = 32.83$  dB, koji predstavljaju



usrednjene performanse za skup od 3 slike (Lena, Ulica i Brod) [45]. U Tabeli 4.1.5.1 može se uočiti da za isti broj reprezentacionih nivoa  $N = 16$  i u najboljem slučaju za  $\hat{\sigma} = 15$  i  $L = 8$ , ostvaruju se usrednjene performanse za isti skup slika  $PSQNR = 42.831$  dB i  $R = 3.8694$  bpp. Svodeći rezultate iz [8] na istu bitsku brzinu koristeći opisano pravilo o promeni PSQNR-a, dobijaju se ekvivalentni rezultati:  $PSQNR = 39.2067$  dB i  $R = 3.8694$  bpp, što znači da model opisan u ovom poglavlju ostvaruje dobitak od  $Gain_{eswa} = 3.6243$  dB u odnosu na model iz [8], uz napomenu da model iz [8] može da ostvari više stepene kompresije [45].

Tabela 4.1.5.1 Poređenje performansi sistema sa rezultatima objavljenim u [25] za skup od tri standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena, Ulica i Brod)

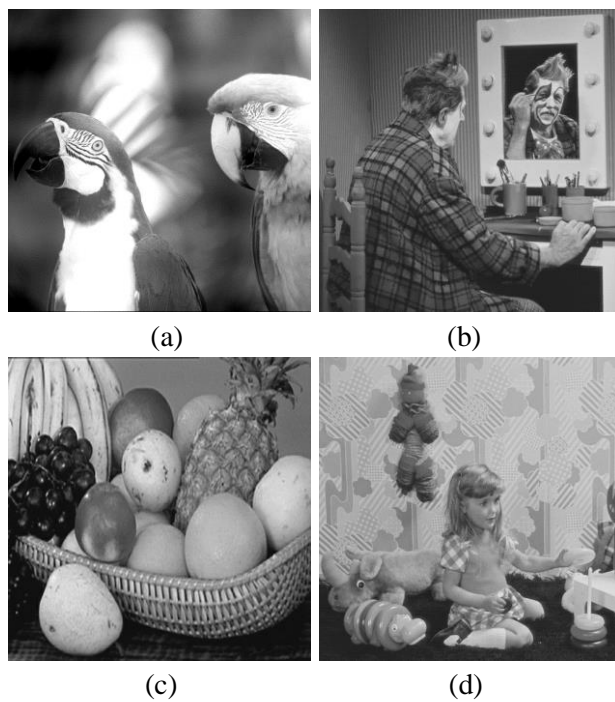
$N$	$L$	$\hat{\sigma}$	$PSQNR^{ex}$ [dB]	$R^{ex}$ [bpp]	$PSQNR^{inf}$ [dB]	$R^{inf}$ [bpp]	$Gain^d$ [dB]	$Gain^{total}$ [dB]
16	4	15	42.045	4.504	33.037	4.375	9.008	8.299
		24	39.963	4.435			6.926	6.596
		30	38.468	4.412			5.431	5.228
	8	15	42.831	3.869	35.817	4.375	7.014	9.797
		24	41.895	3.657			6.078	10.027
		30	40.443	3.573			4.626	9.037
32	4	15	46.556	5.496	40.058	5.375	6.498	5.833
		24	45.311	5.432			5.253	4.940
		30	44.065	5.408			4.007	3.826
	8	15	47.778	4.704	42.380	5.375	5.398	9.089
		24	46.177	4.490			3.797	8.665
		30	46.225	4.490			3.845	8.713
	16	15	48.214	4.631	42.640	5.375	5.574	9.666
		24	46.502	4.162			3.862	10.534
		30	46.494	3.974			3.854	11.560

U Tabeli 4.1.5.1 prikazani su eksperimentalni rezultati. Sa  $PSQNR^{inf}$  i  $R^{inf}$  su označene performanse sistema objavljenog u [25],  $Gain^d$  označava dobitak u PSQNR-u nastao zbog drugačijeg projektovanja fiksnog kvantizera koje je predloženo, dok je  $Gain^{tot}$  ukupni dobitak koji nastaje zbog drugačijeg projektovanja i upotrebe Golomb-Rajs kodovanja. Može se uočiti da u slučaju kada je  $L = 4$ , primena Golomb-Rajs kodovanja nije pogodna i da su ostvarene bitske brzine više nego u slučaju fiksne kvantizacije iz [25], pa je i dobitak manji. Ipak, jasno se uočava da u svim ostalim slučajevima dolazi do

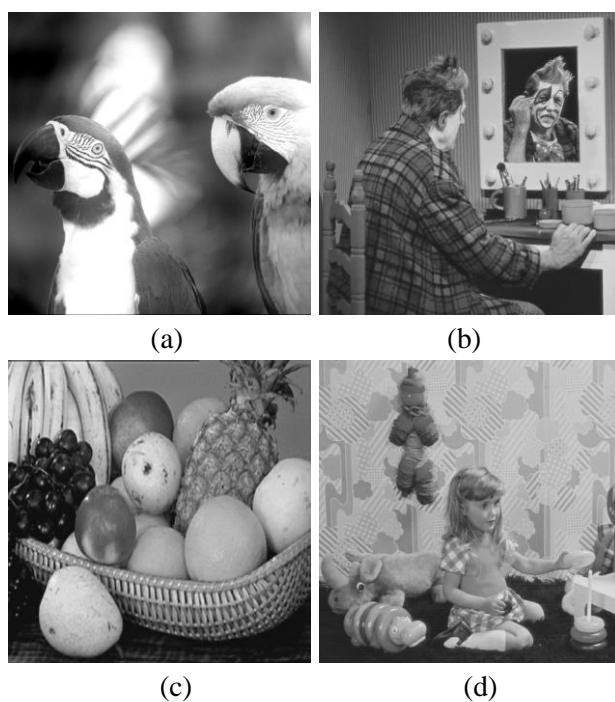
smanjenja bitske brzine korišćenjem Golomb-Rajs kodovanja i da je dobitak predloženog sistema do 11.56 dB [45].

U radu [108] je predstavljen adaptivni BTC algoritam koji uključuje kvantizaciju u kojoj je proračun pragova odlučivanja i reprezentacionih nivoa zasnovan na ispitivanju prisustva ivica objekata na slici, kako bi se poboljšao kvalitet rekonstruisane slike na mestima prelaza između površina drugačije boje. Prikazani su rezultati u slučaju slike Lena (PSQNR = 36.9919 dB i stepen kompresije CR = 3.1087) kao i slike Ulica (PSQNR = 36.3085 dB i stepen kompresije CR = 2.8586). Uzimajući u obzir da su standardne test slike u .bmp formatu i da se koduju sa 8 bita po pikselu, zahtevane bitske brzine za njihovo procesiranje su  $R = 2.5734$  bpp za sliku Lena i  $R = 2.7986$  bpp za sliku Ulica [45]. Najveći dobitak predloženi algoritam u odnosu na sistem iz rada [25] ostvaruje za parametre  $N = 32$ ,  $L = 16$  i  $\hat{\sigma} = 30$ , pa ih uzimamo kao relevantne za poređenje. Dobijeni rezultati u ovom slučaju za sliku Lena su: PSQNR = 46.624 dB i  $R = 3.721$  bpp, dok u slučaju slike Ulica: PSQNR = 46.258 dB,  $R = 3.852$  bpp. Nakon svođenja rezultata iz [108] na istu bitsku brzinu koja se zahteva predloženim modelom, dobijaju se performanse u slučaju slike Lena: PSQNR = 43.3037 dB,  $R = 3.721$  bpp, odnosno u slučaju slike Ulica: PSQNR = 42.1022 dB,  $R = 3.852$  bpp. Poređenjem ovako transformisanih rezultata sa rezultatima koji se dobijaju predloženim modelom, zaključuje se da predloženi model ostvaruje dobitak u slučaju slike Lena  $\text{Gain}_{\text{Lena}} = 3.3203$  dB, odnosno u slučaju slike Ulica  $\text{Gain}_{\text{Street}} = 4.1558$  dB [45].

Na kraju, analizira se opštost predloženog teorijskog modela. Ova analiza se vrši razmatranjem estimacije performansi za različite parametre, koja je nastala na osnovu modela stvorenog procesirajući 10 standardnih slika (Sl. 4.1.4.1) i upoređivanjem sa eksperimentalnim rezultatima dobijenih procesiranjem novog skupa slika prikazanog na Sl. 4.1.5.1, koji nije procesiran tokom stvaranja teorijskog modela. Na Sl. 4.1.5.2 prikazane su rekonstruisane slike sa Sl. 4.1.5.1 kada su parametri sistema  $N = 16$ ,  $L = 8$  i  $\hat{\sigma} = 15$ .



Sl. 4.1.5.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Papagaj;  
 (b) Klovni; (c) Voće; (d) Devojića.



Sl. 4.1.5.2 Rekonstruisane standardne test slike sa Sl. 4.1.5.1 ( $\hat{\sigma} = 15$ ,  $N = 16$ ,  
 $L = 8$ ): (a) Papagaj; (b) Klovni; (c) Voće; (d) Devojića.

U Tabeli 4.1.5.2 su prikazani usrednjeni eksperimentalni rezultati za skup slika sa Sl. 4.1.5.1 koji se dobijaju procesiranjem predloženim algoritmom kompresije ( $PSQNR^{ex}$  i  $R^{ex}$ ), teorijski rezultati koji se dobijaju razvijenim modelom na osnovu skupa od 10 slika sa Sl. 4.1.4.1 ( $PSQNR^{th}$  i  $R^{th}$ ) kao i apsolutne razlike između teorijskih i eksperimentalnih rezultata ( $\Delta_{PSQNR}$  i  $\Delta_R$ ).

Tabela 4.1.5.2 Performanse sistema u slučaju standardnih test slika sa Sl. 4.1.5.1  
( $L=8$ ,  $\hat{\sigma} = 15$ )

$N$	$PSQNR^{ex}$	$R^{ex}$	$PSQNR^{th}$	$R^{th}$	$\Delta_{PSQNR}$ [dB]	$\Delta_R$ [bpp]
16	42.4828	3.7235	42.3193	3.7501	0.1635	0.0266
32	47.1250	4.7145	47.4487	4.7393	0.3237	0.0248

Može se uočiti da razvijeni teorijski analitički model vrlo dobro predviđa eksperimentalne performanse i u ovom slučaju ( $\Delta_{PSQNR} \ll 1$  db i  $\Delta_R \ll 0.2$  bpp). Osim toga, može se uočiti posmatrajući Sl. 4.1.5.1 i Sl. 4.1.5.2 da praktično ne postoje vizuelne razlike između originalnih i rekonstruisanih slika [45].

## 4.2 Dvostepeni neprilagođeni kvantizer za Laplasov izvor

Dvostepena kvantizacija predstavlja metod diskretizacije i kompresije signala koji je sve popularniji u prethodnim godinama [36, 86, 109–112]. Osnovu ovakvog postupka kvantizacije čine dva kvantizera čije projektovanje se vrši na različite načine jer imaju drugačije uloge u okviru postupka. G. 711 standard koristi dva stepena pri čemu prvi stepen kvantizacije koristi manji broj reprezentacionih nivoa u odnosu na drugi stepan. Funkcionalnost prvog stepena u ovom slučaju jeste određivanje regiona u kome se nalazi ulazni odmerak koji se procesira dok drugi stepen određuje nivo unutar regiona [4, 30, 113]. Pored ovakvog postupka dvostepene kvantizacije, poznat je i model koji se sastoji iz dva međusobno povezana kvantizera [30]. U ovom slučaju, prvi stepen kvantizacije vrši diskretizaciju analognog signala dok drugi stepen služi za dodatnu kompresiju. Preporuka je da u ovom slučaju drugi stepen kvantizacije zahteva bitsku brzinu nižu za 4 bita po odmerku u odnosu na prvi stepen kvantizacije [102]. Međutim, pojedine primene ovakvog postupka kvantizacije ne uključuju ovaj uslov kao optimalno rešenje, poput

algoritama za procesiranje slike. U ovom poglavlju se predstavlja istraživanje objavljeno u [102]. U njemu su izložena poboljšanja ovakvog modela kvantizacije i daje se nova mera procene performansi koja na još jedan način sagledava problem da je informacija o varijansi kontinualnog signala često nepoznata, već da postoji samo informacija o diskretizovanom signalu, kao što je to najčešće slučaj u algoritmima za kompresiju slika.

#### 4.2.1 Model kvantizacije

Kvantizer u prvom stepenu dvostepene kvantizacije vrši A/D konverziju pri čemu ulazni signal može biti iz opsega  $(-\infty, +\infty)$ , pa se stoga bira fiksni skalarni uniformni kvantizer sa velikim brojem nivoa za diskretizaciju. Ovaj kvantizer označavamo sa  $Q_1$  i definišemo da ima  $N_1$  reprezentacionih nivoa. Kako drugi stepen kvantizacije ima zahtev da pruži dodatnu kompresiju, bira se da njegov broj reprezentacionih nivoa bude  $N_2 < N_1$  i ovaj kvantizer označavamo sa  $Q_2$ . S obzirom na značajno manji broj nivoa koji ima kvantizer  $Q_2$ , biramo da ovaj stepen kvantizacije koristi fiksni skalarni neuniformni kvantizer kako bi kvalitet rekonstruisanog signala bio što viši. U ranijim istraživanjima nisu sagledavane promene statističkih parametara ulaznog signala nakon diskretizacije ili su parametri bili nepoznati pre same diskretizacije, pa se stoga javljalo određeno odstupanje teorijskih proračuna u odnosu na eksperimentalne rezultate. Ovde se analizira i određuje kako promene karakteristika signala nakon A/D konverzije utiču na performanse čitavog sistema [102].

S obzirom na to da je u algoritmima za kompresiju signala zasnovanim na BTC algoritmu ulazni signal opisan Laplasovom raspodelom, razmatramo na ulazu u dvostepeni kvantizer kontinualni ulazni signal koji se opisuje Laplasovom funkcijom gustine verovatnoće nulte srednje vrednosti i bez memorije, kao u izrazu (4.1.1.1).

Slično kao i u izrazima (2.1.1.2) i (2.1.1.3) definišemo pragove odlučivanja i reprezentacione nivoe uniformnog kvantizera  $Q_1$  u pozitivnom opsegu, respektivno [34]:

$$x_i = i \times \Delta = i \times \frac{2x_{\max}}{N_1}, \quad i = 0, \dots, N/2, \quad (4.2.1.1)$$

$$y_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2} = \frac{2i-1}{N_1} x_{\max}, \quad i = 1, \dots, N/2, \quad (4.2.1.2)$$

gde  $x_{\max}$  označava maksimalnu amplitudu granularnog regiona. Optimalne vrednosti ovog parametra zavise od broja reprezentacionih nivoa i mogu se naći u [34]. Kako je kvantizer simetričan, dalje se razmatra samo pozitivan opseg.

Kako bismo izmerili promenu karakteristika signala nakon A/D konverzije, tj. procesiranja kvantizerom  $Q_1$ , predložili smo novu meru performansi u radu [102], koja pruža uvid u odnos između varijansi kontinualnog i diskretizovanog signala *CDSVR* (eng. *continuous-to-discrete signal variance ratio*):

$$CDSVR = 10 \log \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} [\text{dB}]. \quad (4.2.1.3)$$

U prethodnom izrazu,  $\sigma_x^2$  predstavlja varijansu kontinualnog signala dok  $\sigma_y^2$  označava varijansu diskretizovanog signala, nakon procesiranja kvantizerom  $Q_1$ . Ovi parametri definišu se pomoću sledećih izraza [4, 102]:

$$\sigma_x^2 = \sigma_{\text{reff}}^2 \times 10^{\frac{\sigma_x^2[\text{dB}]}{10}}, \quad (4.2.1.4)$$

$$\sigma_y^2 = 2 \sum_{i=1}^{N/2} y_i^2 \times P_i. \quad (4.2.1.5)$$

U prethodnim izrazima,  $\sigma_{\text{reff}}^2$  predstavlja referentnu varijansu,  $\sigma = \sigma_x$  za proračun  $\sigma_y^2$  u izrazu (4.2.1.5) dok  $P_i$  označavaju verovatnoće diskretnih ulaznih nivoa kvantizera  $Q_2$ :

$$P_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} p(x) dx = \frac{1}{2} \left( \exp \left\{ -\frac{\sqrt{2}x_i}{\sigma} \right\} - \exp \left\{ -\frac{\sqrt{2}x_{i+1}}{\sigma} \right\} \right). \quad (4.2.1.6)$$

Projektovanje neuniformnog kvantizera  $Q_2$  vrši se u dva koraka. Prvo se vrši projektovanje optimalnog komandora sa  $N_2$  reprezentacionih nivoa za jediničnu standardnu devijaciju ( $\sigma = 1$ ). Nakon toga, analiziraju se varijacije opsega uvođenjem koeficijenta proporcionalnosti  $k$ . Kompresorska funkcija komandora mapira opseg  $(-\infty, +\infty)$  u opseg  $(-1, 1)$  i definiše se sa [31, 102]:

$$c(x) = -1 + 2 \frac{\int_{-\infty}^x p^{1/3}(t) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} p^{1/3}(t) dt}. \quad (4.2.1.7)$$

Granice odlučivanja i reprezentacioni nivoi dobijeni na ovaj način definišu se pomoću sledećih izraza, respektivno [31, 102]:

$$t'_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \log \left( \frac{N_2}{2(N_2 - i) + (2i - N_2) \exp\left\{\frac{-\sqrt{2}}{3} t_{\max}\right\}} \right), \quad (4.2.1.8)$$

$$\omega'_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \log \left( \frac{N_2}{2(N_2 - i) + 1 + (2i - 1 - N_2) \exp\left\{\frac{-\sqrt{2}}{3} t_{\max}\right\}} \right), \quad (4.2.1.9)$$

gde je  $\log(x)$  prirodni logaritam, važi  $N_2/2 < i \leq N_2$ , dok  $t_{\max}$  označava maksimalnu amplitudu optimalnog kompadding kvantizera projektovanog za jediničnu varijansu, čija vrednost zavisi od broja reprezentacionih nivoa  $N$  i čije se vrednosti mogu naći u [31]. Kako je kvantizer simetričan, ispunjeno je [102]:

$$t'_i = -t'_{N_2-i}, \quad 0 < i \leq N_2/2, \quad (4.2.1.10)$$

$$\omega'_j = -\omega'_{N_2-j}, \quad 1 < j \leq N_2/2. \quad (4.2.1.11)$$

Konačno, granice odlučivanja i reprezentacioni nivoi kvantizera  $Q_2$  računaju se kao [102]:

$$t_i = t'_i \times k, \quad N_2 < i \leq N_2/2, \quad (4.2.1.12)$$

$$\omega_j = \omega'_j \times k, \quad 1 < j \leq N_2/2. \quad (4.2.1.13)$$

#### 4.2.2 Analiza performansi projektovanja dvostepenog neprilagođenog kvantizera

Pored nove mere performansi koja je uvedena u prethodnom poglavlju, performanse sistema analiziramo proračunavajući vrednosti ukupne distorzije i SQNR-a. Granularna distorzija i distorzija prekoračenja koje nastaju prilikom procesiranja signala dvostepenim kvantizerom, mogu se izračunati pomoću sledećih izraza, respektivno [25, 102]:

$$D_g = 2 \sum_{i=N_2/2}^{N_2} \sum_{j=1}^{r_i} (y_{ij} - \omega_i)^2 P(y_{ij}), \quad (4.2.2.1)$$

$$D_o = 2 \sum_{j=N_2-s}^{N_2} (y_j - \omega_{\max})^2 P(y_j) + 2 \int_{x_{\max}}^{+\infty} (x - \omega_{\max})^2 p(x) dx. \quad (4.2.2.2)$$

U izrazu za granularnu distorziju, parametar  $r_i$  označava broj ulaznih nivoa koji se mapira sa  $\omega_i$  dok  $y_{ij}$  predstavljaju izlazne nivoe kvantizera  $Q_1$ . U izrazu za distorziju prekoračenja,  $\omega_{\max} = \omega_{N_2}$  dok  $s$  označava broj izlaznih nivoa kvantizera  $Q_1$  koji se ne nalaze u okviru projektovanog ulaznog opsega kvantizera  $Q_2$ . Ukupna distorzija računa se kao zbir granularne distorzije i distorzije prekoračenja:

$$D = D_g + D_o. \quad (4.2.2.3)$$

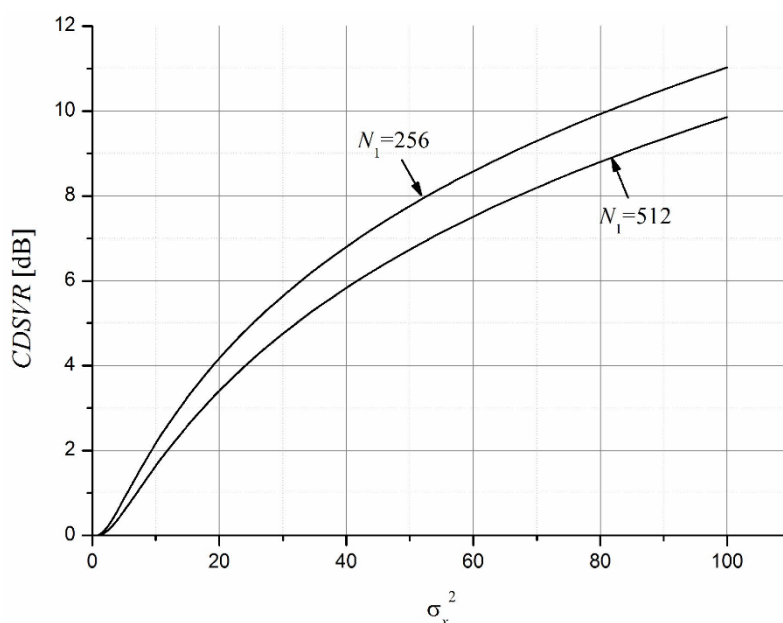
Na kraju, SQNR se računa prema formuli (3.1).

U ostatku odeljka uvodimo oznake kojima će se razlikovati numerički rezultati dobijeni predloženim modelom od onih koji se dobijaju postojećim metodima proračuna. Kako se kod standardnog modela ne uzima u obzir promena statistika signala nakon prvog stepena kvantizacije, kvalitet rekonstruisanog signala u ovom slučaju označavamo sa  $SQNR(\sigma_x^2)$ , dok rezultate dobijene predloženim modelom označavamo sa  $SQNR(\sigma_y^2)$ .

Na Sl. 4.2.2.1 prikazana je zavisnost predložene mere performansi, CDSVR-a, od  $\sigma_x^2$  [102]. Može se uočiti da postoji razlika u proceni performansi u slučajevima kada se koristi  $\sigma_x^2$  odnosno  $\sigma_y^2$  kao ulazni parametar. Razlika između vrednosti CDSVR-a u ova dva slučaja sve se više povećava sa porastom varijanse ulaznog kontinualnog signala u oba razmatrana slučaja ( $N_1 = 256$  i za  $N_1 = 512$  reprezentacionih nivoa). Ovo znači da je kvantizer koji se razmatra neprilagođen jer dolazi do značajne razlike između varijansi



ulaznog kontinualnog signala  $\sigma_x^2$  i diskretizovanog signala  $\sigma_y^2$ , odnosno projektovanje drugog stepena kvantizacije za jediničnu varijansu ne pruža dovoljno dobre rezultate u širokom opsegu ulaznih varijansi, što se i moglo očekivati. Pored toga, može se primetiti da CDSVR ima nižu vrednost u slučaju većeg broja reprezentacionih nivoa  $N_1$ , što se može objasniti većim gubitkom informacije ukoliko je upotrebljen manji broj reprezentacionih nivoa za diskretizaciju kontinualnog signala, tj. u okviru A/D konverzije pomoću kvantizera  $Q_1$ . Stoga, može se očekivati da teorijska procena SQNR-a bude viša u slučaju modela koji koristi  $\sigma_y^2$ , kao što je potvrđeno i eksperimentalnim putem [103].

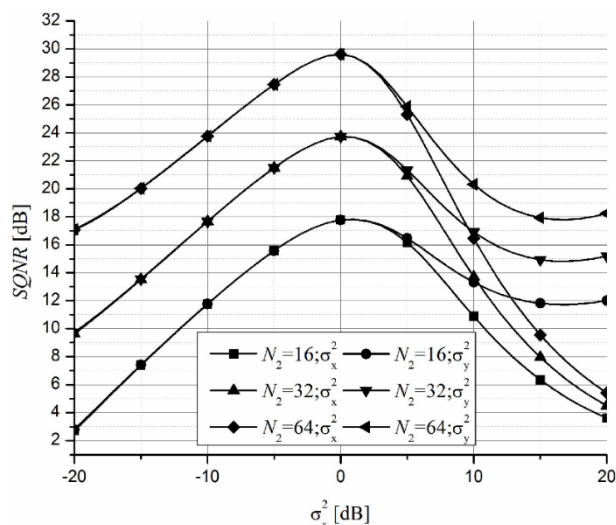


Sl. 4.2.2.1 Odnos varijansi kontinualnog i diskretizovanog signala (CDSVR).

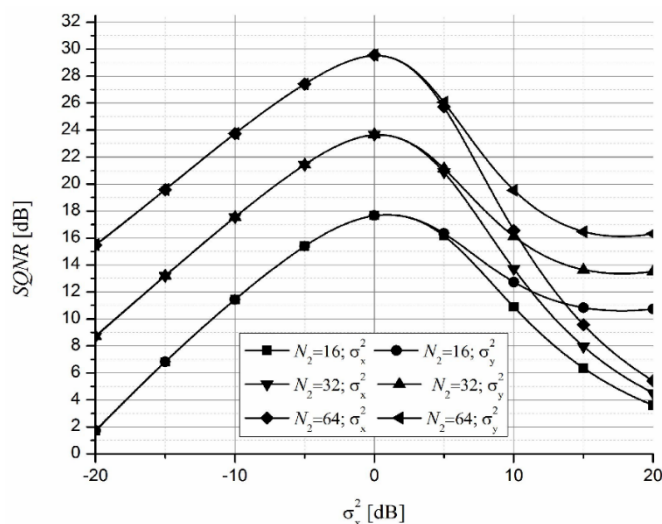
Na Sl. 4.2.2.2 i Sl. 4.2.2.3 prikazan je teorijski SQNR signala na izlazu iz čitavog sistema za opseg varijansi kontinualnog signala  $\sigma_x^2$  širine 40 dB. SQNR je procenjen na dva načina – korišćenjem informacije o kontinualnoj varijansi  $\sigma_x^2$  (SQNR( $\sigma_x^2$ )), odnosno korišćenjem informacije o varijansi  $\sigma_y^2$  u slučaju kada ne postoji informacija o kontinualnoj varijansi (SQNR( $\sigma_y^2$ )). Poređenjem performansi u ova dva slučaja, može se uočiti da postoji odlično poklapanje u slučaju kada je  $\sigma_x^2 < 5$  dB. Međutim, značajne

razlike između ova dva načina procene performansi uočavaju se za više vrednosti varijansi kontinualnog signala, zbog izraženog neprilagođenja [102].

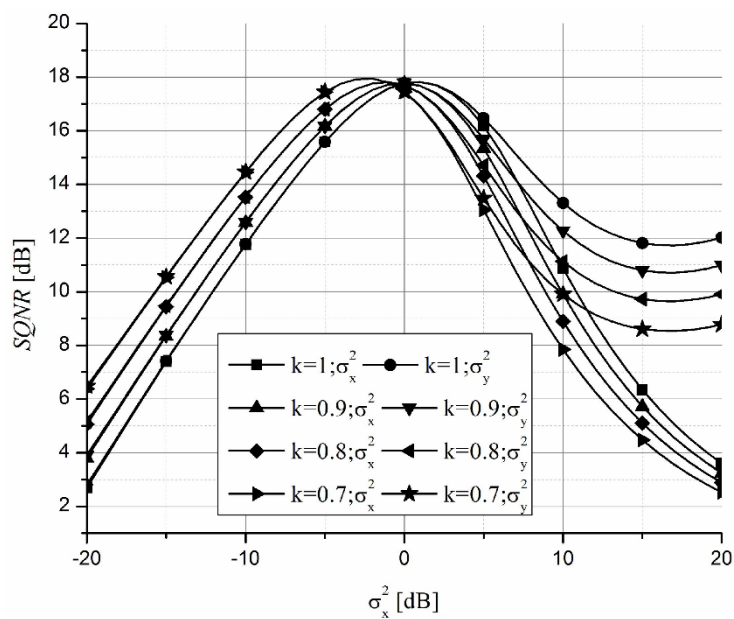
Na Sl. 4.2.2.4 i Sl. 4.2.2.5 prikazana je teorijska procena SQNR-a u istom opsegu ulaznih varijansi kao na prethodne dve slike, ali za različite vrednosti koeficijenta proporcionalnosti  $k$  i broja reprezentacionih nivoa  $N_2$  u slučaju fiksnog broja reprezentacionih nivoa  $N_1$  [102].



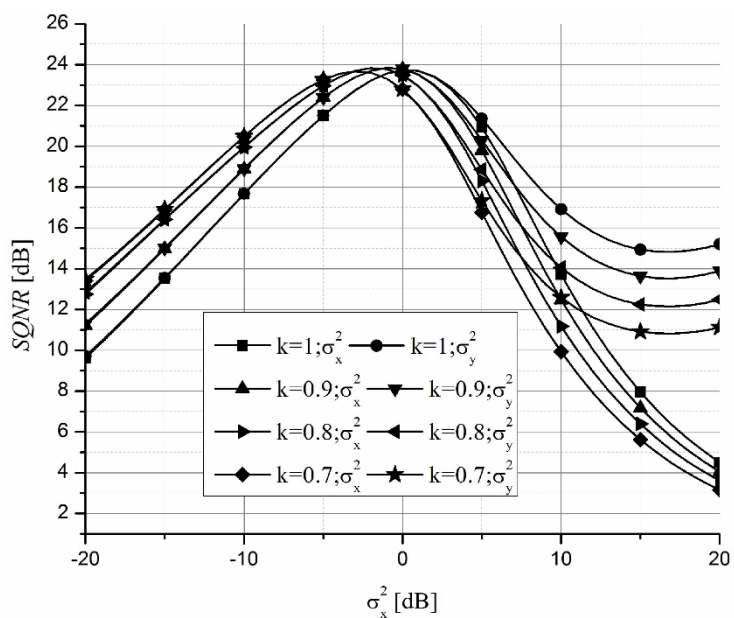
Sl. 4.2.2.2 SQNR za  $N_1 = 256$  i različiti broj reprezentacionih nivoa drugog kvantizera.



Sl. 4.2.2.3 SQNR za  $N_1 = 512$  i različiti broj reprezentacionih nivoa drugog kvantizera.



Sl. 4.2.2.4 SQNR za različite vrednosti parametra  $k$  ( $N_1 = 256$ ,  $N_2 = 16$ ).



Sl. 4.2.2.5 SQNR za različite vrednosti parametra  $k$  ( $N_1 = 256$ ,  $N_2 = 32$ ).

Može se uočiti sa ovih grafika da se pikovi na krivama transliraju ulevo sa smanjenjem vrednosti koeficijenta proporcionalnosti, dok apsolutne vrednosti, koje se dostižu u njima, ostaju približno jednake. Osim toga, može se uočiti da u opsegu niskih varijansi kontinualnog signala ( $\sigma_x^2 < 0$  dB), SQNR izlaznog signala ima sve bolje vrednosti sa smanjivanjem vrednosti koeficijenta  $k$ . Sa druge strane, vrednost SQNR smanjuje se sa smanjenjem vrednosti parametra  $k$  u slučaju kada je  $\sigma_x^2 < 5$  dB i to važi za oba razmatrana modela ( $SQNR(\sigma_x^2)$  i  $SQNR(\sigma_y^2)$ ) [102].

U Tabeli 4.2.2.1 prikazane su srednje vrednosti SQNR-a (označen sa  $SQNR_{av}$ ) za različite vrednosti parametara  $k$  i  $N_2$  [102].

Tabela 4.2.2.1 SQNR za različite vrednosti parametara  $k$  i  $N_2$  ( $N_1 = 256$ )

$k$	$N_2 = 16$		$N_2 = 32$	
	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$
1	11.00236	12.60121	15.60852	17.66160
0.9	11.04911	12.55164	15.74937	17.67307
0.8	11.10471	12.49266	15.72813	17.49095
0.7	11.10435	12.35924	15.37577	16.98225

Srednje vrednosti prikazane u Tabeli 4.2.2.1 odnose se na odgovarajuće grafički prikazane rezultate na Sl. 4.2.2.4 i Sl. 4.2.2.5 u opsegu varijansi ulaznog kontinualnog signala  $\sigma_x^2 \in [-20$  dB, 20 dB]. Posmatrajući prikazane rezultate, može se zaključiti da promene parametra  $k$  ne utiču značajno na ukupni usrednjeni SQNR posmatranog sistema u zadanom opsegu.

Tabela 4.2.2.2 prikazuje srednji SQNR za različite podopsege varijansi ulaznog kontinualnog signala  $\sigma_x^2$  u zavisnosti od parametra  $k$ . Može se uočiti da parametar  $k$  utiče na ukupni srednji SQNR u svim podopsezima i da njegov uticaj raste sa smanjenjem širine opsega [102].

Tabela 4.2.2.2 Srednji SQNR za različite podopsege varijansi ulaznog signala u zavisnosti od vrednosti parametra  $k$  ( $N_1 = 256$ ;  $N_2 = 32$ )

$k$	$\sigma_x^2 \in [-10, 20]$ dB		$\sigma_x^2 \in [-20, 10]$ dB		$\sigma_x^2 \in [-10, 10]$ dB	
	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$ [dB]
1	16.39667	19.09979	18.09774	18.44468	20.44655	20.94060
0.9	16.11152	18.64390	18.53039	18.88257	20.38928	20.89165
0.8	15.63079	17.95074	18.75263	19.09579	20.04918	20.53874
0.7	14.99498	17.10880	18.53101	18.86237	19.47140	19.94448
	$\sigma_x^2 \in [-5, 15]$ dB		$\sigma_x^2 \in [-15, 5]$ dB		$\sigma_x^2 \in [-5, 5]$ dB	
	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_x^2)$ [dB]	$SQNR_{av}(\sigma_y^2)$ [dB]
1	18.25484	20.04838	20.09190	20.13460	22.70497	22.77518
0.9	17.70619	19.42230	20.67117	20.72220	22.68575	22.77255
0.8	16.92263	18.51965	20.98754	21.04420	22.30115	22.39910
0.7	16.00386	17.48337	20.86813	20.93039	21.62943	21.73864

#### 4.2.3 Projektovanje neuniformnih kvantizera za diskretan ulazni signal i primena u algoritmu za kodovanje i kompresiju slike

Model dvostepene neprilagođene kvantizacije koji je opisan u prethodnom odeljku teorijski, iskorišćen je kao osnova za dalje projektovanje s ciljem projektovanja sistema pogodnog za kodovanje i kompresiju slika koristeći modifikovani BTC algoritam. Rezultate ovog istraživanja prikazali smo u [103]. Kako je već opisano u prethodnom odeljku, u prvom koraku kvantizacije vrši se diskretizacija analognog signala pomoću uniformnog kvantizera  $Q_0$ , kako bi se pripremio diskretni ulazni signal, dok se neuniformni kvantizer  $Q$ , čije projektovanje razmatramo u ovom poglavlju, primenjuje u drugom koraku kako bi se obezbedila dodatna kompresija.

U prvom koraku, odmerci kontinualnog signala se kvantuju fiksnim uniformnim kvantizerom  $Q_0$  koji se opisuje sa  $N_0$  reprezentacionih nivoa,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{N_0}\}$ , i maksimalnom amplitudom granularnog regiona  $x_{max}$ , koja zavisi od prirode ulaznog signala [103]. U slučaju osmobicitnih monohromatskih slika sa sivim tonovima, pikseli mogu uzimati vrednosti od 0 do 255, pa je u tom slučaju  $x_{N_0} = 255$ . U modifikovanim

BTC algoritmima vrši se kvantizacija razlika između vrednosti piksela i srednje vrednosti piksela unutar bloka kome piksel pripada, tako da je u ovom slučaju ukupan maksimalni teorijski broj nivoa  $N_0 = 512$ . Sa druge strane, odmerci kontinualnog signala mogu se opisati samo kao slučajne promenljive, pošto je nepoznata informacija o ulaznom signalu [103]. U teoriji verovatnoće, poznato je da se slučajne promenljive mogu opisati funkcijom gustine verovatnoće koja pruža relativnu procenu verovatnoće da slučajni odmerak uzme posmatranu vrednost. Kao što je i spomenuto u ranijim poglavljima, poznato je da je moguće uspešno modelovati razliku između vrednosti piksela i srednje vrednosti svih piksela unutar bloka kome posmatrani piksel pripada korišćenjem Laplasove raspodele nulte srednje vrednosti kao u izrazu (4.1.1.1).

Drugi korak u postupku kvantizacije obuhvata kvantizaciju diskretnih izlaznih odmeraka dobijenih posle procesiranja kvantizerom  $Q_0$ . U ovom slučaju, koristi se kvantizer  $Q$  koji se opisuje pomoću  $N$  reprezentacionih nivoa, pri čemu je  $N < N_0$ . Verovatnoće ulaznih nivoa kvantizera  $Q$  u slučaju signala opisanog pomoću Laplasove FGV se dobijaju prema izrazu (4.2.1.6). Kompresorska funkcija ima oblik kao u (4.2.1.7), dok izraze (4.2.1.8) i (4.2.1.9) možemo da pojednostavimo razdvajanjem pozitivnih i negativnih opsega i svedemo da su pragovi odlučivanja [31, 103]:

$$t_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \log\left(\frac{2i}{N}\right) \quad 0 \leq i \leq \frac{N}{2}, \quad (4.2.3.1)$$

$$t_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \log\left(\frac{N}{2(N-i)}\right) \quad \frac{N}{2} \leq i \leq N. \quad (4.2.3.2)$$

i reprezentacioni nivoi [31, 103]:

$$\omega_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \log\left(\frac{2i}{N} - 1\right) \quad 1 \leq i \leq \frac{N}{2}, \quad (4.2.3.3)$$

$$\omega_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \log\left(\frac{N}{2(N-i)} + 1\right) \quad \frac{N}{2} \leq i \leq N. \quad (4.2.3.4)$$

U izrazima (4.2.3.1) – (4.2.3.4), prirodni logaritam je označen pomoću  $\log(x)$ . Na ovaj način, projektovani opseg kvantizera je  $(-t_N, t_N)$ . Međutim, kako ovakav opseg nije

prilagođen teorijskim vrednostima koje se mogu javiti u BTC algoritmu, neophodno je izvršiti denormalizaciju granica odlučivanja i reprezentacionih nivoa.

Zbog činjenice da se u algoritmima za kodovanje i kompresiju slike, uključujući BTC algoritme, zahteva upotreba kvantizera sa malim brojem reprezentacionih nivoa zbog većeg stepena kompresije, kod našeg projektovanja važiće  $t_N < x_{N0}$ . Stoga, denormalizaciju vršimo uvođenjem diskretne varijanse za projektovanje  $\hat{\sigma}_d$ . Denormalizaciju vršimo množenjem pragova odlučivanja i reprezentacionih nivoa pomoću uvedene varijanse [103]:

$$x_i = t_i \cdot \hat{\sigma}_d, \quad 0 \leq i < N, \quad (4.2.3.5)$$

$$y_i = \omega_i \cdot \hat{\sigma}_d, \quad 1 \leq i \leq N. \quad (4.2.3.6)$$

Maksimalna amplituda granularnog regiona može se odrediti na nekoliko načina [31], a ovde koristimo najjednostavniji metod kako bismo mogli da postavimo poslednji reprezent na sredini opsega za odlučivanje. U slučaju kada je  $x_N < x_{N0}$ , distorzija prekoračenja postoji. Sa druge strane, ukoliko je  $x_N > x_{N0}$ , opseg  $[x_{N0}, x_N]$  biće neiskorišćen pa će postojati viša granularna distorzija.

Ukoliko uslovi unutar sistema zahtevaju projektovanje kvantizera sa neiskorišćenim opsegom (slučaj  $x_N > x_{N0}$ ), predlažemo dodatnu modifikaciju uvođenjem još jednog parametra za denormalizaciju ( $\Delta$ ). Zadatak ovog parametra je da adaptira opseg  $[-x_N, x_N]$ , koji je formiran u prethodnom koraku, u opseg  $[-x_r, x_r]$ , pri čemu  $x_r$  označava maksimalnu željenu vrednost opsega. Stoga, parametar denormalizacije  $\Delta$  definišemo sa:

$$\Delta = x_r / x_N. \quad (4.2.3.7)$$

Konačno, pragovi odlučivanja i reprezentacioni nivoi kvantizera  $Q$  u slučaju kada je  $x_N > x_{N0}$  su:

$$x'_i = x_i \cdot \Delta, \quad 0 \leq i < N, \quad (4.2.3.8)$$

$$y'_i = y_i \cdot \Delta, \quad 1 \leq i \leq N. \quad (4.2.3.9)$$

Kvalitet rekonstruisanog signala na izlazu iz sistema merimo procenjujući teorijski ukupnu distorziju koja se sastoji iz granularne distorzije ( $D_g$ ) i distorzije prekoračenja ( $D_o$ ) koje se u ovom slučaju definišu kao [103]:

$$D_g = 2 \sum_{i=1}^{N/2} \sum_{j=1}^{k_i} (x_{ij} - y_i)^2 P(x_{ij}), \quad (4.2.3.10)$$

$$D_o = 2 \sum_{j=1}^s (x_j - y_{N/2})^2 P(x_j). \quad (4.2.3.11)$$

Parametar  $k_i$  u izrazu (4.2.3.10) predstavlja broj ulaznih nivoa koji se kvantuju pomoću  $y_i$ , dok  $x_{ij} \in X$ . Dalje, parametar  $s$  u izrazu (4.2.3.11) označava ukupan broj teorijskih vrednosti piksela koje nisu smeštene u projektovanom opsegu dok  $x_j \in X$ . Ovaj parametar proračunavamo kao [103]:

$$s = x_{N_0} - x_N. \quad (4.2.3.12)$$

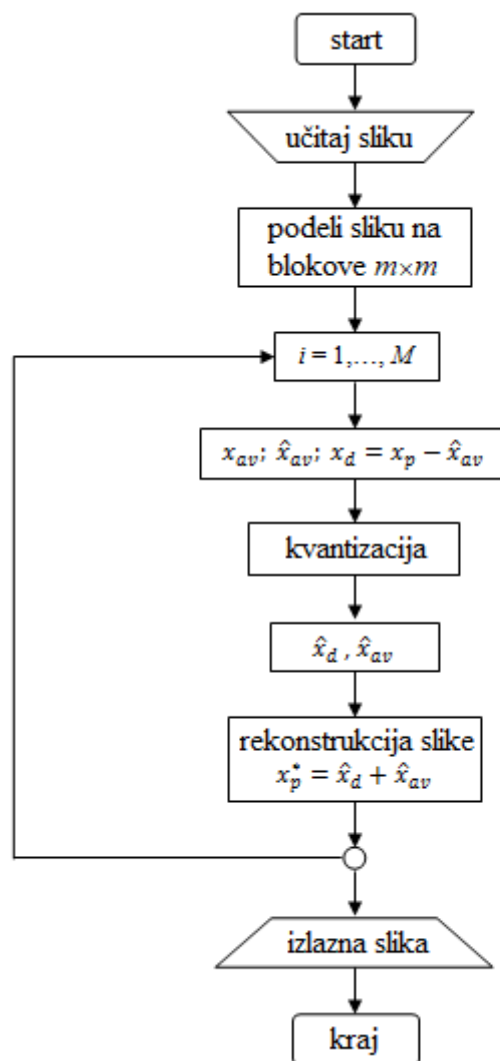
Na kraju, ukupnu distorziju sistema proračunavamo kao zbir granularne distorzije i distorzije prekoračenja kao u izrazu (4.2.2.3).

#### 4.2.4 Algoritam za kodovanje i kompresiju slike

Neuniformni kvantizer, čije projektovanje je predstavljeno u prethodnom poglavlju, testiran je u algoritmu za kodovanje i kompresiju slike i rezultate smo prikazali u [103]. Grafički prikaz algoritma dat je na Sl. 4.2.4.1. i sastoji se iz sledećih koraka:

1. Slika se deli na  $M$  nepreklapajućih blokova rezolucija  $m \times m$ .
2. Svaki blok se procesira nezavisno, slanjem podataka i rekonstrukcijom informacija na prijemu. Algoritam procesira piksele sleva na desno i s vrha naniže.
3. Srednja vrednost svih piksela u bloku ( $x_{av}$ ) računa se a zatim kvantuje ( $\hat{x}_{av}$ ) fiksnim uniformnim kvantizerom. Kako bi se smanjila greška koja se pravi prilikom procesa rekonstrukcije, koriste se vrednosti koje su dostupne u dekoderu prilikom procesa kodovanja.





Sl. 4.2.4.1 Algoritam kodovanja i kompresije slika.

4. Formira se blok razlika rezolucije  $m \times m$  piksela. Elementi blokova označeni su sa  $d_{i,j}$  i dobijaju se pomoću izraza:

$$d_{i,j} = x_{i,j} - \hat{x}_{av}, \quad (4.2.4.1)$$

gde  $x_{i,j}$  predstavljaju originalne vrednosti piksela, pri čemu je  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, m$ . Iz literature je poznato da elementi ovakvog bloka mogu se opisati Laplasovom funkcijom gustine verovatnoće [1, 25, 103], kao i da mogu uzimati samo celobrojne vrednosti  $[-x_{N_0}, x_{N_0}]$ .

5. Elementi bloka razlika kvantuju se korišćenjem fiksnog neuniformnog kvantizera čije projektovanje je izloženo u odeljku 4.2.3. Kvantovane elemente označavamo sa  $\hat{d}_{i,j}$ , kodujemo sa  $\log(N)$  bita i prenosimo do prijemnika.
6. Rekonstrukcija vrednosti piksela na prijemu se vrši pomoću sledećeg izraza:

$$\hat{x}_{i,j} = \hat{d}_{i,j} + \hat{x}_{av}. \quad (4.2.4.2)$$

Distorzija koja nastaje prilikom obrade signala u okviru eksperimenta, može se proračunati kao:

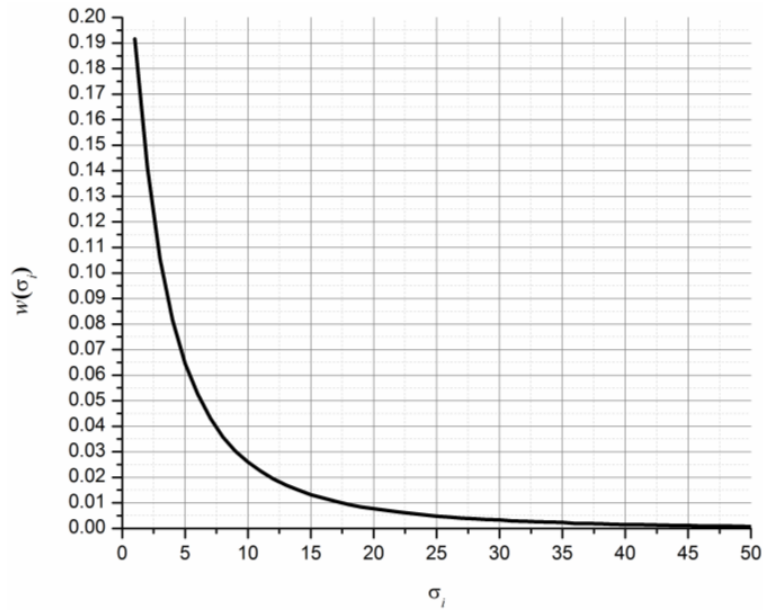
$$D = \frac{1}{m \times m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (x_{i,j} - \hat{x}_{i,j})^2 = \frac{1}{m \times m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (d_{i,j} - \hat{d}_{i,j})^2. \quad (4.2.4.3)$$

#### 4.2.5 Numerički rezultati

U ovom odeljku analiziraju se performanse algoritma za kodovanje i kompresiju slika koji koristi neuniformni kvantizer, čije projektovanje je opisano u odeljku 4.2.3 a koji je predložen u radu [103]. Eksperiment je sproveden nad skupom od tri standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena, Ulica i Brod). Rezultati su upoređeni sa sličnim metodom koji koristi deo-po-deo uniformnu kvantizaciju [25], a izvršeno je i poređenje eksperimentalnih i teorijskih rezultata kako bi se teorijski model verifikovao.

Performanse sistema procenjujemo korišćenjem dve standardne mere performansi – srednje ukupne bitske brzine  $R_b$  i vršnog odnosa signal-šum kvantizacija PSQNR. Srednja ukupna bitska brzina zavisi od ukupnog broja reprezentacionih nivoa  $N$  kao i broja bita potrebnih za prenos dodatne informacije o  $\hat{x}_{av}$ . Sa druge strane, PSQNR se računa prema izrazu (3.2), uzimajući u obzir da je  $x_{N_0}$  maksimalna amplituda signala.

Za teorijsku procenu je neophodno uvesti i težinsku funkciju s obzirom na to da se odmerci na ulazu kvantizera ne pojavljuju sa jednakim verovatnoćama [25, 103]. Težinska funkcija u linearnom domenu za razmatrani skup slika prikazana je na Sl. 4.2.5.1. Sa druge strane, eksperimentalne rezultate dobijamo kao i kod ostalih BTC algoritama, mereći srednju kvadratnu grešku između piksela ulazne i rekonstruisane slike.



Sl. 4.2.5.1 Težinska funkcija.

Na Sl. 4.2.5.1, standardna devijacija razlika između vrednosti piksela i srednje vrednosti svih piksela unutar bloka kome posmatrani piksel pripada, označena je sa  $\sigma_i$ .

Teorijska procena PSQNR-a posle uvođenja težinske funkcije  $w(\sigma_i)$  vrši se na sledeći način [103]:

$$PSQNR_{wav} = \sum_{\sigma_i=1}^{255} w(\sigma_i) PSQNR(\sigma_i) \text{ [dB]}. \quad (4.2.5.1)$$

Eksperimentalni rezultati dobijeni nakon procesiranja slika predloženim algoritmom kao i odgovorajući teorijski rezultati dobijeni korišćenjem težinske funkcije prikazani su u Tabeli 4.2.5.1. Posmatranjem prikazanih rezultata može se uočiti da eksperimentalni rezultati dobro prate rezultate dobijene teorijskom procenom, dok relativna razlika postoji zbog neidealnog modelovanja ulaznog signala Laplasovom funkcijom gustine verovatnoće kao i zbog usrednjavanja rezultata za skup slika [102, 103]. Može se jasno uočiti da se najbolji teorijski i eksperimentalni rezultati dobijaju za vrednosti diskretnih varijansi za projektovanje ( $\hat{\sigma}_d = 17, N = 32$ , odnosno  $\hat{\sigma}_d = 15, N = 64$ ) koje obezbeđuju da je ulazni opseg kvantizera  $Q$  što bliži opsegu  $(-152, 152)$  [25, 103, 104]. Ovo dalje znači da uzimamo  $x_r = 152$ .

Tabela 4.2.5.1 Poređenje eksperimentalnih i teorijskih rezultata predloženog modela

$N$	$\hat{\sigma}_d$	$PSQNR_{wav}$ [dB]	$PSQNR_{ex}$ [dB]	$x_N$	$R_b$ [bpp]
32	15	46.82	47.57	132	5.375
	17	46.43	46.94	149	
	29	44.59	44.51	255	
64	15	49.38	51.57	154	6.735
	24	49.00	50.85	247	
	29	48.01	48.50	298	

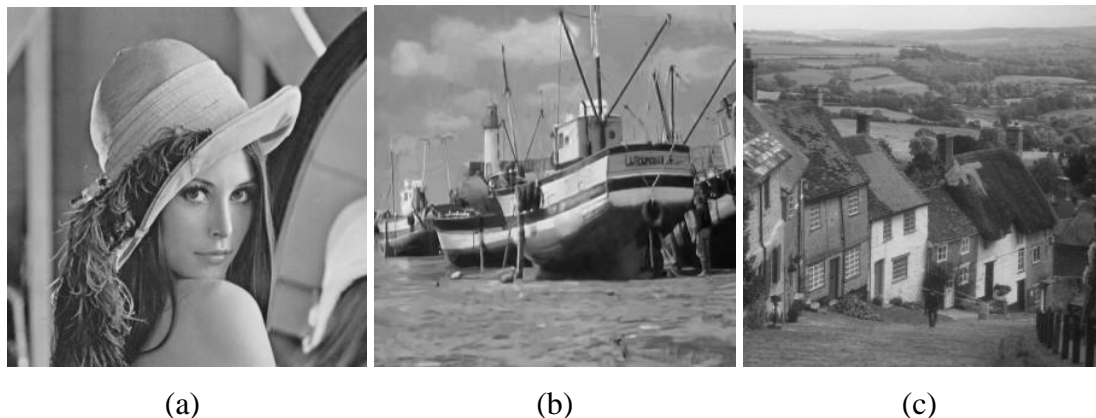
Može se uočiti da u slučaju  $N = 64$ ,  $\hat{\sigma}_d = 29$ , ne postoji distorzija prekoračenja pošto je opseg  $(-298, 298)$  širi od teorijskog opsega  $(-255, 255)$  i da širina granularnog regiona nije adaptirana teorijskim vrednostima. U ovom slučaju, pragovi odlučivanja i reprezentacioni nivoi računaju se pomoću izraza (4.2.3.7) – (4.2.3.9). Ipak, ovakva modifikacija zahteva dodatne hardverske zahteve, duže vreme procesiranja kao i informaciju o  $x_r$  za specifične namene, zavisno od prirode ulaznog signala, pa se ne preporučuje ovakav pristup osim ako nije neophodan. Na Sl. 4.2.5.2. prikazan je skup originalnih test monohromatskih slika sa sivim tonovima rezolucije  $512 \times 512$  piksela dok su na Sl. 4.2.5.3 prikazane rekonstruisane slike dobijene nakon procesiranja predloženim algoritmom za  $N = 32$  reprezentacionih nivoa i u slučaju  $\hat{\sigma}_d = 15$ .

Posmatrajući rekonstruisane slike sa Sl. 4.2.5.3 i upoređujući sa originalnim slikama na Sl. 4.2.5.2, može se uočiti da postoji dobro vizuelno poklapanje između originalnih i komprimovanih slika.

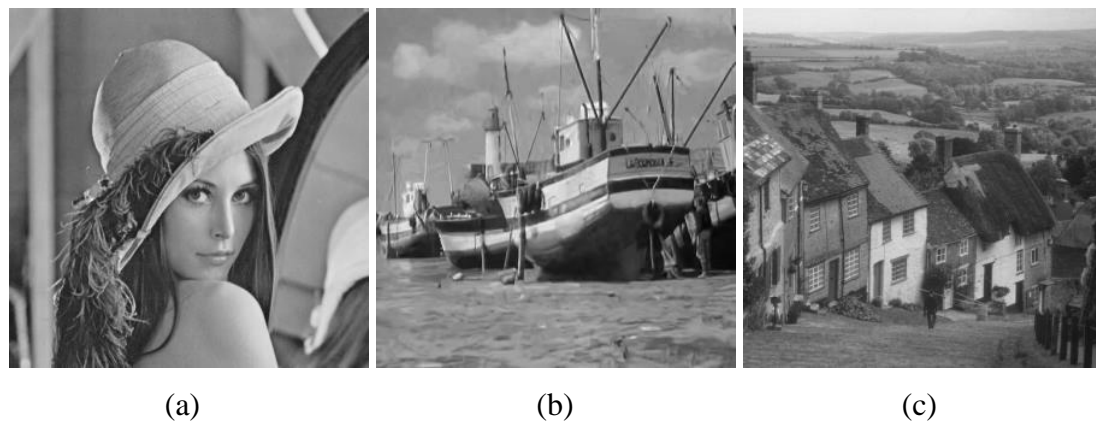
Rezultate koji se dobijaju upotrebom predloženog modela kodovanja i kompresije poredimo u nastavku sa modelom slične kompleksnosti, koji je zasnovan na upotrebi deo-po-deo uniformnog kvantizera projektovanog za diskretan ulazni signal [25]. Ekvivalentne rezultate iz [25] uzimamo za  $N = 32$  nivoa i  $L = 16$  segmenata ( $PSQNR_{ex(32)}^{inf} = 42.64$  dB,  $R = 5.375$  bpp), što je najbliža moguća kompleksnost neuniformnoj kvantizaciji koja se u ovom radu koristi. Teorijski dobijen PSQNR za ovaj slučaj je  $PSQNR_{th(32)}^{inf} = 42.29$  dB. S obzirom na to da u predloženom modelu

razmatramo performanse za istu bitsku brzinu, eksperimentalni dobitak koji se ostvaruje predloženim modelom računamo pomoću izraza:

$$Gain[\text{dB}] = PSQNR_{ex} [\text{dB}] - PSQNR_{eq(N)}^{\text{inf}} [\text{dB}]. \quad (4.2.5.2)$$



Sl. 4.2.5.2 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Lena, (b) Brod, (c) Ulica.



Sl. 4.2.5.3 Standardne test slike sa Sl. 4.2.5.2 nakon rekonstrukcije predloženim algoritmom ( $N = 32$ ,  $\hat{\sigma}_d = 15$ ): (a) Lena, (b) Brod, (c) Ulica.

Kako model koji je ovde predložen razmatra i slučaj za  $N = 64$  nivoa, a model s kojim poredimo performanse ne opisuje taj slučaj, neophodno je rezultate iz [25] svesti na ekvivalentne korišćenjem poznatog pravila da je očekivana promena PSQNR-a jednaka 5.5 dB u slučaju promene bitske brzine za 1 bpp u razmatranom opsegu bitskih brzina. Uzimajući u obzir da je razlika u zahtevanoj bitskoj brzini između slučajeva za  $N = 32$  i  $N = 64$  nivoa jednaka 1 bpp, ekvivalentni PSQNR iz rada [25] je

$PSQNR_{eq(64)}^{inf} = 42.640 + 1 * 5.5 = 48.14$  [dB]. U Tabeli 4.2.5.2 prikazan je dobitak koji se proračunava poređenjem rezultata iz Tabele 4.2.5.1 sa rezultatima  $PSQNR_{ex(re)}^{inf}$  i  $PSQNR_{eq(64)}^{inf}$  iz [25].

Tabela 4.2.5.2 Eksperimentalni dobitak predloženog modela u odnosu na model zasnovan na deo-po-deo uniformnoj kvantizaciji

$N$	$\hat{\sigma}_d$	Gain [dB]
32	15	4.93
	17	4.30
	29	1.87
64	15	3.43
	24	2.71
	29	0.36

Posmatrajući rezultate iz Tabele 4.2.5.2, može se uočiti da algoritam kodovanja i kompresije zasnovan na BTC algoritmu i predloženom projektovanju neuniformnog kvantizera ostvaruje između 0.36 dB i 4.93 dB viši PSQNR u odnosu na algoritam BTC kodovanja zasnovan na upotrebi deo-po-deo uniformnog kvantizera sa  $L = 16$  segmenata u slučaju razmatranih bitskih brzina.

Osim toga, upoređujući teorijsku procenu PSQNR-a iz Tabele 4.2.5.1 sa  $PSQNR_{th(32)}^{inf}$ , može se zaključiti da i predloženi teorijski model zasnovan na upotrebi diskretne varijanse za projektovanje procenjuje do 4.52 dB viši PSQNR u odnosu sistem s kojim poredimo rezultate, što potvrđuje i verodostojnost eksperimentalnog dobitka.

### 4.3 Algoritam za kodovanje i kompresiju slika zasnovan na kodovanju sa više modova i adaptaciji unapred

Do sada je u literaturi predloženo više rešenja kodovanja i kompresije slika zasnovanih na BTC algoritmu i njihove najvažnije odlike mogu se sistematizovati na sledeći način. Upotreba deo-po-deo uniformnog kvantizera u postupku kompresije pruža dobre performanse u slučaju visokih bitskih brzina [25]. Sa druge strane, upotreba optimalnih kvantizera je znatno pogodnija za niže bitske brzine.

Uniformna kvantizacija pruža nešto niži kvalitet rekonstruisane slike pa se stoga preporučuje korišćenje adaptivnih tehnika uz ovaj vid kvantizacije. U [114] predstavljen je metod za kodovanje i kompresiju slika zasnovan na BTC algoritmu u kome je dato projektovanje i fisknog i adaptivnog uniformnog kvantizera sa više nivoa, projektovanog za diskretni ulazni signal. U [115] predložen je algoritam za kodovanje i kompresiju monohromatskih slika sa sivim tonovima, zasnovan na upotrebi uniformnih kvantizera sa adaptacijom unapred, projektovanih za diskretan ulazni signal. U algoritmu se koristi segmentacija slike na makro i mikro blokove pri čemu je razlika između vrednosti piksela i srednje vrednosti svih piksela unutar mikro bloka kome piksel pripada uzeta kao ulazni signal za adaptivne uniformne kvantizere, čije projektovanje je opisano u [34].

U ovom poglavlju biće opisan algoritam predložen u [104], koji je razvijen na temeljima algoritma iz [115]. Algoritam koji se predstavlja koristi kvantizaciju sa više modova. Sistem se sastoji iz dva optimalna kvantizera i jednog adaptivnog uniformnog kvantizera projektovanog za diskretni ulazni signal. Odluka o korišćenju kvantizera, tj. o modu kvantizacije, donosi se na osnovu maksimalne vrednosti amplitude ulaznog signala (tj. vrednosti piksela) koja se javlja u tekućem mikro bloku i njenim poređenjem sa optimalnim pragovima koje eksperimentalno određujemo. Korišćenjem ovakvog metoda kodovanja i kompresije ostvaruju se izuzetno visoke performanse rekonstruisane slike.

#### 4.3.1 Algoritam za kodovanje i kompresiju

U ovom odeljku dat je opis algoritma kodovanja i kompresije slika koji smo predložili u [104]. Algoritam je zasnovan na kvantizaciji sa više modova i za svaki mod koristi se drugačiji kvantizer. Prva dva moda koriste fiksne optimalne kvantizere sa  $N = 4$  i  $N = 8$  reprezentacionih nivoa, respektivno, dok treći mod koristi adaptivni uniformni kvantizer sa  $N = 16$  nivoa. Projektovanje optimalnih kvantizera vrši se prema istom postupku kao u [116].

Parametre koji služe prilikom odabira modova definišemo kao pragove odlučivanja i označavamo ih sa  $Th_1$ ,  $Th_2$  i  $Th_3$ , pri čemu indeks označava redni broj moda.

Algoritam se izvršava prema sledećim koracima [104]:

1. Podeliti sliku na skup nepreklapajućih blokova rezolucije  $l \times l$ .
2. Proračunati srednju vrednost svih piksela unutar bloka ( $x_{av}$ ), kvantovati ( $\hat{x}_{av}$ ) i preneti vrednost do dekodera.
3. Formirati blok razlike između originalnih vrednosti piksela i srednje vrednosti svih piksela u posmatranom bloku koja je dostupna u dekoderu, tako da se novi elementi blokova izračunavaju kao:

$$x_{diff} = x - \hat{x}_{av} \quad (4.3.1.1)$$

4. *Biranje moda i kvantizacija* predstavljaju naredni korak. Proces kvantizacije zavisi od definisanja vrednosti pragova odlučivanja kao i od definisanja pravila odlučivanja koje kaže da je dovoljno da makar jedan element unutar bloka razlike ima veću vrednost od praga  $Th_3$  da bi se koristio adaptivni uniformni kvantizer (treći mod rada). Ukoliko je ovo izabrani mod, pre samog procesa kvantizacije računa se standardna devijacija svih elemenata bloka razlike  $\sigma$ , zatim se kvantuje ( $\hat{\sigma}$ ) i šalje u dekoder. Drugi mod rada bira se ukoliko svi elementi unutar blokova imaju vrednosti manje od vrednosti praga  $Th_3$  a makar jedan element bloka ima vrednost veću od vrednosti praga  $Th_2$  i tada se koristi optimalni kvantizer sa  $N = 8$  reprezentacionih nivoa. Na kraju, optimalni kvantizer sa  $N = 4$  reprezentacionih nivoa koristi se ukoliko svi elementi bloka razlike imaju vrednosti manje ili jednake od vrednosti praga  $Th_1$  (prvi mod rada).
5. Nakon postupka kvantizacije, preneti kvantovanu vrednost ( $\hat{x}_{diff}$ ) do dekodera. Ukoliko je izabran treći mod rada, adaptacija se vrši na osnovu kvantovane standardne devijacije bloka razlike ( $\hat{\sigma}$ ).
6. Vratiti se na korak 2 dok se ne procesiraju svi blokovi.

Algoritam procesira blokove i piksele unutar blokova sleva na desno, i s vrha naniže. Rekonstruisane vrednosti piksela koje se dobijaju nakon rekonstrukcije unutar dekodera proračunavaju se pomoću izraza:

$$x^* = \hat{x}_{av} + \hat{x}_{diff} \quad (4.3.1.2)$$

U opisanom algoritmu, parametri koji su označeni pomoću  $(\cdot)^\wedge$  predstavljaju kvantovane vrednosti dok su rekonstruisane vrednosti dostupne u dekoderu označene



pomoću  $(\cdot)^*$ . Kako su u dekoderu dostupne kvantovane vrednosti  $\hat{x}_{av}$ ,  $\hat{x}_{diff}$  i  $\hat{\sigma}$ , u koraku 5 algoritma adaptacija se vrši korišćenjem kvantovane vrednosti  $\hat{\sigma}$  a ne sračunate standardne devijacije  $\sigma$ .

Adaptivni uniformni kvantizer koristi se samo u slučaju ukoliko najmanje jedan element unutar bloka razlika koji se procesira ima vrednost višu od praga  $Th_2$ . Ova vrsta kvantizera definiše se maksimalnom amplitudom ( $x_{max}^{adapt}$ ), brojem reprezentacionih nivoa  $N$  (u predloženom algoritmu  $N = 16$ ) i korakom kvantizacije  $\Delta$ . Maksimalna amplituda i korak kvantizacije zavise od standardne devijacije elemenata bloka koja se prenosi do dekodera. Mogu se izračunati korišćenjem sledećih izraza, respektivno:

$$x_{max}^{adapt} = k \cdot \hat{\sigma}, \quad (4.3.1.3)$$

$$\Delta = \frac{2x_{max}^{adapt}}{N}. \quad (4.3.1.4)$$

U prethodna dva izraza, parametar  $k$  predstavlja koeficijent proporcionalnosti dok korak kvantizacije  $\Delta$  mora imati celobrojnu vrednost, s obzirom na to da ulazni signal ima diskretne ulazne vrednosti [115]. Stoga, maksimalna amplituda mora biti celobrojni umnožak od  $N/2$ , tj.  $x_{max}^{adapt} = \Delta \cdot N/2$ . Međutim  $k \cdot \hat{\sigma}$  nije uvek jednako celobrojnom umnošku od  $N/2$ , tj. važi  $j \cdot N/2 \leq k \cdot \hat{\sigma} < (j+1) \cdot N/2$ , gde  $j$  predstavlja celobrojni brojač. Kako bi se pokrio čitav opseg pozitivnih vrednosti, uvodimo sledeće pravilo:

$$\begin{aligned} & \text{for}(j = 1; j \leq 2 \cdot 255 / N; j++) \\ & \quad \text{if}(k \cdot \hat{\sigma} \geq j \cdot N/2 \text{ and } k \cdot \hat{\sigma} < (j+1) \cdot N/2) \\ & \quad \quad \text{if}(k \cdot \hat{\sigma} \leq j \cdot N/2 + s) \\ & \quad \quad \quad \text{then } x_{max}^{adapt} = j \cdot N/2; \text{ break} \\ & \quad \quad \quad \text{else } x_{max}^{adapt} = (j+1) \cdot N/2; \text{ break.} \end{aligned} \quad (4.3.1.5)$$

U prethodnom pravilu, parametar  $s$  predstavlja optimalni parametar odlučivanja i može uzeti vrednosti između 0 i  $(N/2-1)$ . Vrednost parametra  $s$  zavisi od broja reprezentacionih nivoa  $N$  i vrste slike koja se procesira. Stoga, poželjno je numerički odrediti njegovu vrednost za željenu klasu slika, uzimajući u obzir vrednost parametra  $N$ . Uvedeno pravilo

razmatra samo pozitivan opseg vrednosti ulaznog signala s obzirom na to da je kvantizer simetričan [25].

Kvalitet kompresije meri se srednjom ukupnom bitskom brzinom koja predstavlja standardnu meru performansi i koja se u slučaju predloženog algoritma računa kao:

$$R_{av}[\text{bpp}] = (A+B+C)/N_{\text{pixels}} \quad (4.3.1.6)$$

gde parametre  $A$ ,  $B$  i  $C$  definišemo kao:

$$A = N_1 \cdot (r_{av} + N_{pb} \cdot r_{diff1} + r_{dec1}), \quad (4.3.1.7)$$

$$B = N_2 \cdot (r_{av} + N_{pb} \cdot r_{diff2} + r_{dec2}), \quad (4.3.1.8)$$

$$C = N_3 \cdot (r_{av} + N_{pb} \cdot r_{diff3} + r_{dec3} + r_{\sigma}). \quad (4.3.1.9)$$

Uveli smo parametre  $r_{av}$ ,  $r_{diff}$  i  $r_{\sigma}$  koji definišu broj bita koji se koristi za prenos informacija o  $\hat{x}_{av}$ ,  $\hat{x}_{diff}$  i  $\hat{\sigma}$ , respektivno, pri čemu  $r_{diff}$  za svaki od tri kvantizera uzima drugačiju vrednost zbog različitog broja reprezentacionih nivoa. Pored toga,  $r_{dec}$  definiše broj bita koji se koristi za prenos dodatne informacije dekeru o modu kvantizacije koji se koristi. Na kraju,  $N_i$  ( $i=1,2,3$ ),  $N_{pb}$  i  $N_{\text{pixels}}$  označavaju ukupan broj blokova koji se procesira posmatranim kvantizerom, ukupan broj piksela u svakom bloku i ukupan broj piksela na slici, respektivno. Indeksi 1, 2 i 3 odnose se na prvi, drugi i treći mod kvantizacije.

#### 4.3.2 Numerički rezultati

Predloženi algoritam testira se na skupu od tri standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena, Ulica i Brod) rezolucije  $512 \times 512$  piksela, pri čemu je svaki piksel opisan sa 8 bita po pikselu, koji stoga uzimaju vrednosti između 0 i 255. Kvalitet rekonstruisanih slika merimo pomoću PSQNR-a koji je definisan izrazom (3.2).

Uzimamo da je veličina nepreklapajućih blokova, na koje se deli slika, rezolucije  $4 \times 4$  piksela (tj.  $l = 4$ ), što predstavlja najčešći slučaj u algoritmima zasnovanim na BTC kodovanju. Iz literature je poznato da razlika između originalnih vrednosti piksela i

srednje vrednosti svih piksela unutar posmatranog bloka ovih dimenzija gotovo nikad ne izlazi iz opsega (-152, 152) [25], pa stoga uzimamo da je  $Th_3 = 152$ . Što se preostalih parametara sistema tiče, srednju vrednost svih piksela unutar bloka kvantujemo uniformnim kvantizerom sa 16 reprezentacionih nivoa a varijansu bloka kvantujemo uniformnim kvantizerom sa 64 reprezentacionih nivoa ( $r_{av} = 4$ ,  $r_{\sigma} = 6$ ). Na kraju, optimalne vrednosti parametara  $Th_1$  i  $Th_2$  određujemo eksperimentalno, dok se optimizacija parametara  $k$  i  $s$  vrši za svaku kombinaciju pragova  $Th_1$  i  $Th_2$ , kao što je i prikazano u Tabeli 4.3.2.1.

Posmatrajući rezultate prikazane u Tabeli 4.3.2.1, može se uočiti značajno smanjenje srednje ukupne bitske brzine u odnosu na model iz rada [115], dok je kvalitet PSQNR-a približno isti. Kao i u ranijim odeljcima radi poređenja performansi, koristi se pravilo koje kaže da je očekivana promena PSQNR-a jednaka 5.5 dB ukoliko dođe do promene bitske brzine od 1bpp [25, 115].

Tabela 4.3.2.1 Eksperimentalni rezultati dobijeni korišćenjem predloženog algoritma kodovanja i kompresije zasnovanog na kvantizaciji sa tri moda

$Th_1$		4	5	6	4	5	6	4	5	6
$Th_2$		8	8	8	9	9	9	10	10	10
Lena	PSQNR [dB]	45.60	45.29	44.75	45.27	44.98	44.51	44.85	44.59	44.16
	$R_{av}$ [bpp]	3.98	3.89	3.79	3.92	3.83	3.72	3.87	3.78	3.67
	$(k, s)$	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)
Avion	PSQNR [dB]	44.82	44.66	44.46	44.72	44.55	44.33	44.56	44.39	44.20
	$R_{av}$ [bpp]	3.59	3.51	3.45	3.56	3.48	3.43	3.54	3.46	3.40
	$(k, s)$	(2.6,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)	(2.5,2)
Ulica	PSQNR [dB]	46.08	45.97	45.77	45.67	45.58	45.39	45.11	45.03	44.86
	$R_{av}$ [bpp]	4.37	4.34	4.31	4.32	4.38	4.25	4.25	4.23	4.19
	$(k, s)$	(2.3,2)	(2.4,2)	(2.4,2)	(2.4,2)	(2.4,2)	(2.4,2)	(2.3,2)	(2.3,2)	(2.3,2)

Radi poređenja, posmatrajmo najbolje rezultate iz Tabele 1 u [115] na primeru slike Lena: PSQNR = 46.225 dB i  $R = 4.52$  bpp. Posmatrajmo slučaj predloženog algoritma kada su parametri  $Th_1 = 6$  i  $Th_2 = 8$ . U posmatranom slučaju, performanse koje

se ostvaruju predloženim modelom na primeru slike Lena su:  $PSQNR = 44.75$  dB i  $R = 3.79$  bpp. Razlika koja postoji u bitskim brzinama između posmatranog primera predloženog modela i modela sa kojim poredimo rezultate iznosi  $4.52 - 3.78 = 0.74$  bpp, tako da je ekvivalentni PSQNR modela sa kojim poredimo rezultate  $PSQNR_{eq} = 46.225 - 0.74 * 5.5 = 42.16$  dB, što je 2.59 dB manje nego kod predloženog modela. Daljim posmatranjem, može se uočiti da su rezultati dobijeni predloženim modelom bolji i od rezultata prikazanih u Tabeli 2 iz rada [115]. Na Sl. 4.3.2.1 predstavljene su dve originalne test monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena i Avion), dok su na Sl. 4.3.2.2 date slike rekonstruisane predloženim algoritmom.

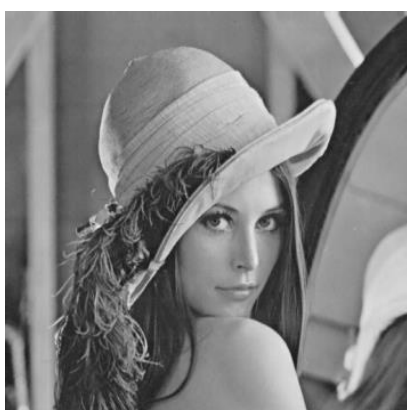


a) Lena



b) Avion

Sl. 4.3.2.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: a) Lena; b) Avion.



a) Lena



b) Avion

Sl. 4.3.2.2 Standardne test slike sa Sl. 4.3.2.1 nakon rekonstrukcije predloženim algoritmom ( $Th_1 = 6$ ,  $Th_2 = 8$ ) : a) Lena; b) Avion.

#### 4.4 Semilogaritamski kvantizer za Laplasov izvor

Logaritamski zakoni kompresije danas imaju značaj prvenstveno u algoritmima za kodovanje i kompresiju govornog signala zbog toga što pružaju visok kvalitet rekonstruisanog signala u širokom opsegu varijansi ulaznog signala, kako je to i opisano u poglavlju 2.1.5 ove disertacije. Međutim, postoje prva istraživanja o primeni algoritama modifikovanog blok odsečnog kodovanja za kodovanje i kompresiju govornog signala [105, 106] pa je ovaj odeljak posvećen projektovanju semilogaritamskog kvantizera za Laplasov izvor.

Jedan od najznačajnijih problema prilikom projektovanja kvantizera je određivanje optimalne širine granularnog regiona za dati izvor signala. Značaj određivanja optimalne širine granularnog regiona kod projektovanja optimalnog komandora za Laplasov izvor analiziran je u radovima [111, 117], dok je u slučaju kvazilogaritamskog kvantizera i istog izvora analiziran u [118]. U slučaju semilogaritamskog  $A$ -zakona kompresije, ne postoji rešenje u zatvorenom obliku kojim se određuje optimalna vrednost širine granularnog regiona već samo numerička iterativna rešenja, što je osnovni motiv istraživanja i doprinosa koji smo predstavili u radu [44], a koje se izlaže u ovom odeljku.

Neka je ulazni signal nulte srednje vrednosti i bez memorije, što znači da se može opisati izrazom (4.1.1.1). Osim toga, neka je  $\sigma = 1$ , radi jednostavnosti izlaganja. Kompresorska funkcija prema semilogaritamskog  $A$ -zakonu kompresije definisana je izrazom (2.1.5.1). Kako je kvantizer neograničen, ukupna distorzija signala predstavlja sumu granularne distorzije i distorzija kao u izrazu (4.2.2.3). Kako se prenosna karakteristika semilogaritamskog kvantizera sastoji iz dva veća segmenta koje karakterišu linearni i logaritamski nagib, granularna distrozija može se sračunati kao suma distorzija unutar ovih segmenata, koje označavamo sa  $D_{g1}$  i  $D_{g2}$  [44]:

$$D_{g1} = \frac{2x_{\max}^2 (1 + \ln(A))^2}{3N^2 A^2} \int_0^{x_{\max}/A} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}x} dx, \quad (4.4.1)$$

$$D_{g2} = \frac{2(1 + \ln(A))^2}{3N^2} \int_{x_{\max}/A}^{x_{\max}} x^2 \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}x} dx. \quad (4.4.2)$$

Daljim rešavanjem jednačina (4.4.1) i (4.4.2) dobijaju se konačni izrazi za granularnu distorziju [44]:

$$D_{g1} = \frac{x_{\max}^2 (1 + \ln(A))^2}{3N^2 A^2} \left( 1 - e^{-\frac{x_{\max} \sqrt{2}}{A}} \right), \quad (4.4.3)$$

$$D_{g2} = \frac{(1 + \ln(A))^2}{3N^2 \sqrt{2}} \left( -e^{-x_{\max} \sqrt{2}} \left( \sqrt{2} + x_{\max} (2 + \sqrt{2} x_{\max}) \right) + e^{-\frac{x_{\max} \sqrt{2}}{A}} \left( \sqrt{2} + \frac{x_{\max}}{A^2} (2A + \sqrt{2} x_{\max}) \right) \right). \quad (4.4.4)$$

Distorzija prekoračenja može se izračunati pomoću [44]:

$$D_{ov} = 2 \int_{x_{\max}}^{\infty} (x - x_{\max})^2 p(x) dx = e^{-\sqrt{2} x_{\max}}. \quad (4.4.5)$$

Kao što se može primetiti iz izraza (4.4.3) – (4.4.5), distorzija signala jako zavisi od izbora maksimalne amplitude granularnog regiona  $x_{\max}$ . Sa povećanjem širine granularnog regiona s jedne strane dolazi do povećanja granularne distrozije, dok sa druge strane distorzija prekoračenja postaje sve manja. Pored vrednosti ovog parametra, ukupna distorzija zavisi i od izbora vrednosti parametra  $A$ . Povećanje vrednosti parametra  $A$  pruža bolju robusnost kvantizera ali i niži maksimalni SQNR koji se ostvaruje. Kako ne postoji analitičko rešenje u zatvorenom obliku za proračun optimalne vrednosti širine granularnog regiona, ona se određuje najčešće numeričkim pretraživanjem. Na Sl. 4.4.1 prikazane su optimalne vrednosti SQNR-a za različite vrednosti parametra  $A$  i broja reprezentacionih nivoa  $N$ , pri čemu je vrednost širine granularnog regiona optimizovana numerički za svaku pojedinačnu konfiguraciju.

Numeričko određivanje optimalne vrednosti parametra  $x_{\max}$  ipak nije poželjan pristup s obzirom na vreme procesiranja koje može biti značajno u adaptivnim i sistemima sa velikim brojem reprezentacionih nivoa. Minimizacijom ukupne distorzije:

$$\frac{\partial}{\partial x_{\max}} D_{tot} = 0, \quad (4.4.6)$$

nije moguće dobiti analitičko rešenje u zatvorenom obliku. Jedan od generalnih pristupa koji se koristi za rešavanje ovakvih problema je pronalaženje pogodne iterativne funkcije

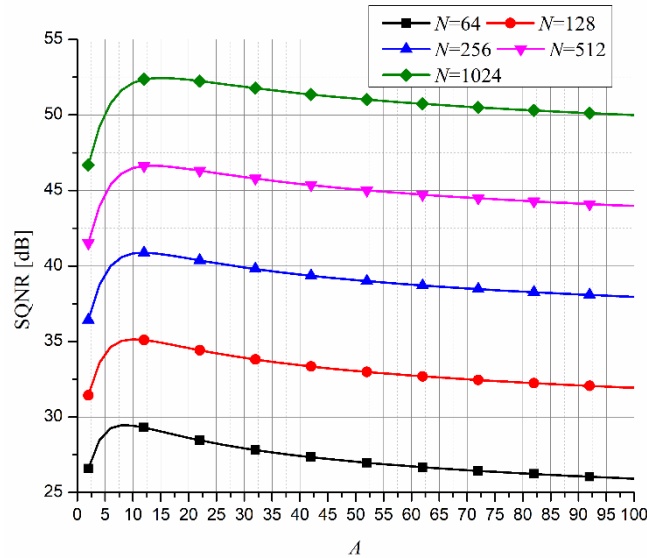
[119]. Rešavanjem jednačine (4.4.6) može se dobiti nekoliko mogućih rešenja koja se mogu koristiti u okviru iterativnog algoritma, ali kako je cilj mala kompleksnost kako bi rešenje što brže konvergiralo, predložili smo rešenje u formi  $x^{(i+1)} = g(x^{(i)})$  [44]:

$$x_{\max}^{(i+1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{3N^2 \sqrt{2}}{(1 + \ln A)^2 \left( \frac{2x_{\max}^{(i)}}{A^2} \left( 1 - e^{-\frac{\sqrt{2}x_{\max}^{(i)}}{A}} \right) + C_1 \right)}, \quad (4.4.7)$$

gde je  $C_1 = \sqrt{2}(x_{\max}^{(i)})^2 e^{-\sqrt{2}x_{\max}^{(i)}}$ .

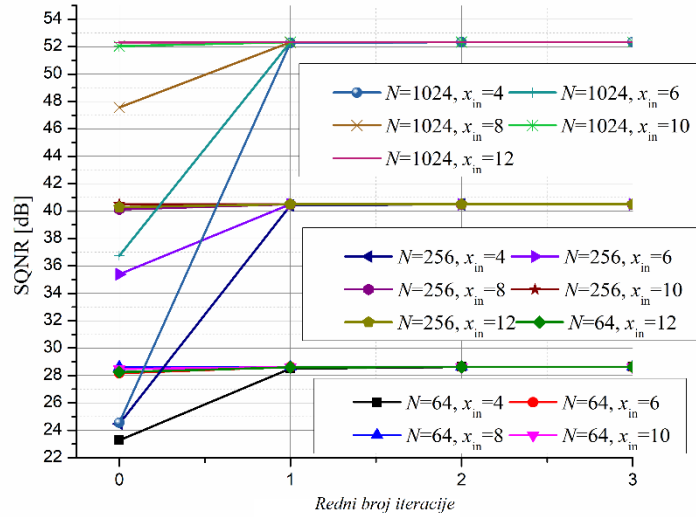
Određivanje optimalne vrednosti iterativnim pristupkom zahteva i određivanje optimalne inicijalne vrednosti  $x_{\text{in}} = x_{\max}^{(0)}$  kao i kriterijuma za zaustavljanje iterativnog procesiranja. Kao kriterijum zaustavljanja algoritma definišemo pravilo da između dve iteracije postoji razlika u ostvarenom SQNR-u manja od 0.005 dB što predstavlja praktično zanemarljivu razliku [44]:

$$SQNR(x_{\max}^{(i+1)}) - SQNR(x_{\max}^{(i)}) < 5 \cdot 10^{-3} \text{ dB}. \quad (4.4.8)$$



Sl. 4.4.1 Maksimalni SQNR u zavisnosti od vrednosti parametra A za različiti broj reprezentacionih nivoa N.

Na Sl. 4.4.2 prikazane su vrednosti SQNR-a u zavisnosti od rednog broja iteracije po kojoj se računa  $x_{\max}$ , za različite vrednosti parametara  $N$  i  $x_{in}$ . U svim slučajevima je uzeta vrednost parametra  $A = 20$ , s obzirom na to da se pokazala kao vrednost koja pruža performanse bliske optimalnim [44].



Sl. 4.4.2 SQNR za iterativno sračunate vrednosti parametra  $x_{\max}$  i različite vrednosti parametara  $x_{in}$  i  $N$ .

Može se nedvosmisleno uočiti, posmatrajući Sl. 4.4.2, da u svim prikazanim slučajevima zadovoljavajuća vrednost parametra  $x_{\max}$  se dostiže za samo nekoliko iteracija. Osim toga, može se primetiti da izbor inicijalne vrednosti širine granularnog regiona značajno utiče na ostvareni SQNR te da se u slučaju kada je  $x_{in} \geq 8$  vrednosti bliske optimalnim dobijaju već u prvoj iteraciji, tj. bez upotrebe iterativnog algoritma. U nastavku se ova osobina koristi za predlaganje analitičkog rešenja u zatvorenom obliku. Osim toga, pokazalo se da u izazu (4.4.1) parametar  $C_1$  ne utiče značajno na sračunate numeričke vrednosti. Uzimajući u obzir ove dve činjenice, predložili smo analitičko rešenje u zatvorenom obliku za proračun maksimalne amplitude granularnog regiona semilogaritamskog kvantizera za Laplasov izvor [44]:

$$x_{\max}^{\text{proposed}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{3N^2 A^2}{\sqrt{2} x_{in} (1 + \ln A)^2 (1 - e^{-\sqrt{2} x_{in} / A})}. \quad (4.4.9)$$

Detaljne performanse ovakvog modela kvantizacije prikazane su u Tabeli 4.4.1 kada je  $x_{in} = 8$ , odnosno Tabeli 4.4.2 kada je  $x_{in} = 10$ .



Tabela 4.4.1 Performanse sistema ( $x_{in} = 8$ )

N	A	Iterativni postupak			Analitičko rešenje		Numerička optimizacija		Relativna greška $x_{max}$		Relativna greška SQNR	
		$x_{max1}$	Br. It.	SQNR <sub>1</sub> [dB]	$x_{max2}$	SQNR <sub>2</sub> [dB]	$x_{max}$	SQNR [dB]	$\delta_1^{sp}$ [%]	$\delta_2^{sp}$ [%]	$\delta_1^{sq}$ [%]	$\delta_2^{sq}$ [%]
64	10	6.9321	2	29.4371	6.7851	29.4328	6.9156	29.4371	0.23859	1.88704	0	0.01461
	20	7.7702	1	28.6214	7.8140	28.6214	7.7889	28.6215	0.24009	0.32225	3.49E-4	3.49E-4
	50	8.9178	1	27.0425	9.3536	27.0422	9.0630	27.0426	1.60212	3.20644	3.70E-4	0.00148
	87.6	9.1681	1	26.1230	10.3570	26.1238	9.8773	26.1240	7.1801	4.85659	0.00383	7.66E-4
128	10	7.7582	1	35.1454	7.7654	35.1455	7.7855	35.1456	0.35065	0.25817	5.69E-4	2.85E-4
	20	8.7504	1	34.5656	8.7942	34.5651	8.6771	34.5660	0.84475	1.34953	0.00116	0.0026
	50	9.8980	1	33.0547	10.3339	33.0541	10.0017	33.0548	1.03682	3.32144	3.03E-4	0.00212
	87.6	10.1484	1	32.1414	11.3373	32.1423	10.8672	32.1425	6.6144	4.32586	0.00342	6.22E-4
256	10	8.7385	1	40.8260	8.7456	40.8257	8.6575	40.8278	0.9356	1.01761	0.00441	0.00514
	20	9.7307	1	40.4983	9.7745	40.4972	9.5532	40.5005	1.85802	2.3165	0.00543	0.00815
	50	10.8783	1	39.0661	11.3142	39.0649	10.8947	39.0661	0.15053	3.8505	0	0.00307
	87.6	11.1286	1	38.1599	12.3175	38.1605	11.7766	38.1610	5.50244	4.59301	0.00288	0.00131
512	10	9.5184	2	46.4865	9.7259	46.4769	9.5377	46.4866	0.20235	1.97322	2.15E-4	0.02087
	20	10.7109	1	46.4178	10.7548	46.4160	10.4320	46.4235	2.6735	3.09433	0.01228	0.01616
	50	11.8585	1	45.0761	12.2944	45.0742	11.7802	45.0761	0.66467	4.36495	0	0.00422
	87.6	12.1089	1	44.1783	13.2978	44.1785	12.6692	44.1791	4.42254	4.96164	0.00181	0.00136
1024	10	10.4009	2	52.1269	10.7061	52.1058	10.4269	52.1271	0.24936	2.67769	3.84E-4	0.04086
	20	11.2799	2	52.3346	11.7350	52.3212	11.3175	52.3347	0.33223	3.68898	1.91E-4	0.0258
	50	12.8388	1	51.0844	13.2747	51.0818	12.6682	51.0847	1.34668	4.78758	5.87E-4	0.00568
	87.6	13.0892	1	50.1963	14.2780	50.1960	13.5612	50.1969	3.48052	5.28567	0.0012	0.00179
Sr. vr.			1.2					1.9963	3.10695	0.00197	0.00786	

Tabela 4.4.2 Performanse sistema ( $x_{in} = 10$ )

N	A	Iterativni postupak			Analitičko rešenje		Numerička optimizacija		Relativna greška $x_{max-a}$		Relativna greška SQNR-a	
		$x_{max1}$	Br. It.	SQNR <sub>1</sub> [dB]	$x_{max2}$	SQNR <sub>2</sub> [dB]	$x_{max}$	SQNR [dB]	$\delta_1^{sp}$ [%]	$\delta_2^{sp}$ [%]	$\delta_1^{sq}$ [%]	$\delta_2^{sq}$ [%]
64	10	6.958	2	29.4367	6.5489	29.3992	6.9156	29.4371	0.616	5.303	0.0014	0.12875
	20	7.540	1	28.6176	7.5431	28.6177	7.7889	28.6215	3.192	3.156	0.0136	0.01328
	50	9.022	1	27.0426	9.0572	27.0426	9.0630	27.0426	0.458	0.064	0	0
	87.6	10.0	0	26.1240	10.0526	26.1240	9.8773	26.1240	1.242	1.775	0	0
128	10	7.818	2	35.1453	7.5291	35.1262	7.7855	35.1456	0.423	3.293	8.54E-4	0.0552
	20	8.695	2	34.5660	8.5234	34.5643	8.6771	34.5660	0.209	1.771	0	0.00492
	50	10.0	0	33.0548	10.0375	33.0548	10.0017	33.0548	0.017	0.358	0	0
	87.6	10.0	0	32.1407	11.0328	32.1425	10.8672	32.1425	7.98	1.524	0.0056	0
256	10	8.675	2	40.8277	8.5094	40.8212	8.6575	40.8278	0.207	1.711	2.45E-4	0.01617
	20	9.501	1	40.5003	9.5037	40.5003	9.5532	40.5005	0.549	0.518	4.94E-4	4.94E-4
	50	10.982	1	39.0661	11.0177	39.0660	10.8947	39.0661	0.802	1.129	0	2.56E-4
	87.6	11.848	1	38.1610	12.0131	38.1609	11.7766	38.1610	0.608	2.008	0	2.62E-4
512	10	9.489	1	46.4859	9.4897	46.4859	9.5377	46.4866	0.509	0.503	0.0015	0.00151
	20	10.481	1	46.4234	10.4839	46.4233	10.4320	46.4235	0.471	0.498	2.15E-4	4.31E-4
	50	11.962	1	45.0759	11.9980	45.0758	11.7802	45.0761	1.546	1.849	4.44E-4	6.66E-4
	87.6	12.829	1	44.1791	12.9933	44.1789	12.6692	44.1791	1.26	2.558	0	4.53E-4
1024	10	10.469	1	52.1265	10.4699	52.1265	10.4269	52.1271	0.408	0.412	0.0012	0.00115
	20	11.461	1	52.3329	11.4642	52.3329	11.3175	52.3347	1.271	1.296	0.0034	0.00344
	50	12.943	1	51.0840	12.9783	51.0839	12.6682	51.0847	2.166	2.448	0.0014	0.00157
	87.6	13.809	1	50.1968	13.9736	50.1966	13.5612	50.1969	1.825	3.041	1.99E-4	5.98E-4
Sr. vr.			1.05					1.288	1.761	0.00153	0.01146	

Pored SQNR-a kao mere performansi koristimo i relativne greške u proceni optimalne vrednosti  $x_{\max}$  kao i relativne greške koja nastaje između optimalne vrednosti SQNR-a sračunate na osnovu numerički određenog praga kao i SQNR-a dobijenog koristeći predloženi analitički izraz (4.4.9):

$$\delta_i^{sp} = \frac{|x_{\max i} - x_{\max}|}{x_{\max}} \times 100\%, \quad (4.4.10)$$

$$\delta_i^{sq} = \frac{|SQNR_i - SQNR|}{SQNR} \times 100\%, \quad (4.4.11)$$

gde indeks  $i$  može uzeti vrednosti 1 i 2, pri čemu se  $i = 1$  odnosi na iterativno određivanje maksimalne amplitude granularnog regiona dok se  $i = 2$  odnosi na predloženo analitičko rešenje u zatvorenom obliku.

Posmatrajući prethodne dve tabele može se uočiti da je neophodan broj iteracija (Br. It.) za zadovoljenje zahteva iterativnog algoritma u proseku manji u slučaju kada je  $x_{in} = 10$ . Osim toga, srednje relativne greške su u proseku niže za  $x_{in} = 10$  a dobijene vrednosti SQNR-a su veoma bliske optimalnim s obzirom na to da su relativne razlike mnogo manje od 0.1%, što je praktično zanemarljivo. Uzimajući u obzir ove činjenice, predložen je konačni analitički oblik za određivanje maksimalne amplitude granularnog regiona semilogaritamskog kvantizera za Laplasov izvor i skup bitskih brzina 6 – 10 bita po odmerku (razmatran je set od 64 do 1024 reprezentacionih nivoa) [44]:

$$x_{\max}^{\text{closed-form}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{0.21 \cdot N^2 A^2}{(1 + \ln A)^2 (1 - \exp(-14.14/A))}. \quad (4.4.12)$$

## 5. Kodovanje slike zasnovano na linearnoj predikciji i dvomodnoj kvantizaciji

U prethodnom poglavlju izložene su osnove blok odsečnog kodovanja i kompresije i analizirana je primena više vrsta naprednih višebitnih kvantizacionih tehnika u modifikovanim algoritmima. U ovom poglavlju izlaže se dalji razvoj ove vrste algoritama i predstavlja se rešenje koje smo objavili u [8], a koje po svojoj kompleksnosti izlazi iz okvira standardnih algoritama blok odsečnog kodovanja. Kao glavna ideja razvoja algoritma koristi se činjenica da su susedni pikseli slike visoko korelisani u opštem slučaju [4]. Poznato procesiranje po blokovima unapređeno je uvođenjem tehnike linearne predikcije vrednosti piksela u preprocesiranju, DPCM tehnike i novog modela kvantizacije varijanse piksela unutar bloka, koja se sastoji iz dva moda. Cilj algoritma je da se pomoću tehnika linearne predikcije smanji broj blokova koji se kvantuje, odnosno da se bez kvantizacije izvrši pogodna rekonstrukcija vrednosti piksela na osnovu prethodno dekodovanih vrednosti piksela slike. Algoritam se sastoji iz sledećih koraka [8]:

1. Ulazna slika rezolucije  $n \times n$  deli se na skup nepreklapajućih blokova piksela rezolucije  $m \times m$ , pri čemu je  $m < n$ .
2. *Linearna predikcija* predstavlja drugi korak i sastoji se iz nekoliko faza.
  - 2.1 Vrednosti svih piksela koji pripadaju prvoj vrsti slike, prvoj koloni slike, kao i svih piksela koji se nalaze u gornjem levom uglu preostalih blokova (Sl. 5.1), prenose se tačno do dekodera, tj. bez primene kvantizacije.
  - 2.2 Ukoliko sa  $I[i,j]$  označimo originalne vrednosti piksela, gde  $(i,j)$  predstavljaju koordinate piksela na slici, linearnu predikciju vrednosti piksela vršimo proračunavanjem sledeća tri parametra:

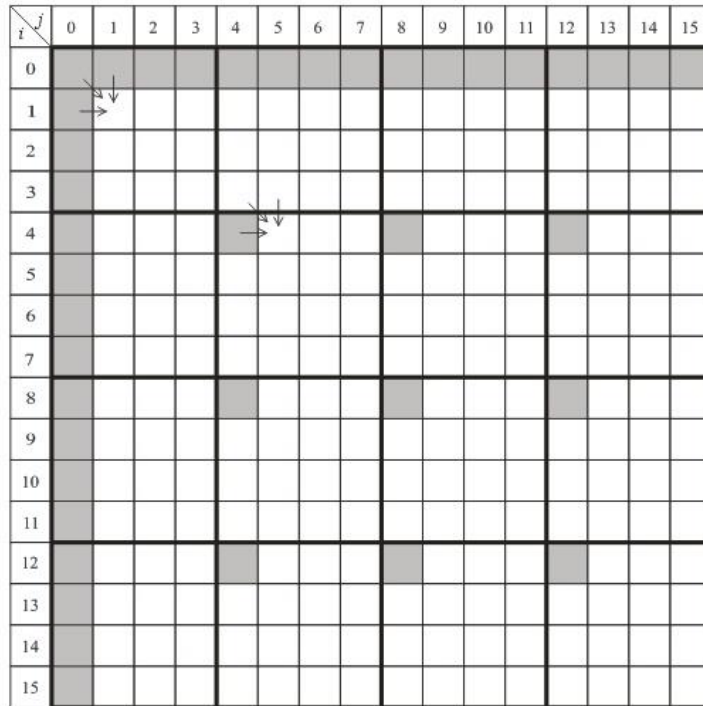
$$p_1 = 0.5 \times I[i-1, j] + 0.5 \times I[i, j-1], \quad (5.1)$$

$$p_2 = 0.5 \times I[i-1, j-1] + 0.5 \times I[i, j-1], \quad (5.2)$$

$$p_3 = 0.5 \times I[i-1, j-1] + 0.5 \times I[i-1, j]. \quad (5.3)$$

Konačno, vrednost piksela koja se dobija linearnom predikcijom računa se tako da svi parametri imaju jednake težine, tj. kao:

$$p[i, j] = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3}. \quad (5.4)$$



Sl. 5.1 Šema linearne predikcije ( $n = 16, m = 4$ ).

Ideja doprinosa ovakve šeme linearne predikcije ogleda se u tome što se prenosi tačna vrednost jednog dodatnog piksela unutar blokova koji ne sadrže piksele prve vrste i prve kolone, za razliku od slučaja u rešenju predstavljenom u [4]. Na ovaj način se ispravlja u određenoj meri efekat akumulacije greške koja nastaje prilikom predikcije, s obzirom na to da se predikcija vrši na osnovu vrednosti koje su prethodno predviđene šemom predikcije.

3. *Kvantizacija* predstavlja treći korak i obavlja se nad pikselima unutar blokova koji posle linearne predikcije nemaju rekonstruisane vrednosti dovoljno bliske originalnim. Kao parametar pomoću kojeg se određuje da li je potrebno vršiti kvantizaciju piksela, koristi se varijansa između originalnog bloka piksela i bloka dobijenog posle linearne predikcije:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{m \times m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (I[i, j] - p[i, j])^2}. \quad (5.5)$$

Odluka o tome da li je potrebno vršiti kvantizaciju donosi se upoređivanjem varijanse dobijene pomoću prethodnog izraza sa pragom odlučivanja  $T_{h1}$  – ukoliko je vrednost varijanse veća od praga, neophodno je izvršiti dodatnu kvantizaciju razlika između originalnih vrednosti piksela i piksela dobijenih pomoću linearne predikcije u posmatranom bloku, kako bi se kompenzovala akumulirana greška predikcije. U ovom slučaju, rekonstruisana vrednost piksela dobija se pomoću sledećeg izraza:

$$\hat{I}[i, j] = p[i, j] + Q(d_{i,j}), \quad (5.6)$$

pri čemu  $d_{i,j}$  predstavlja razliku između originalne vrednosti piksela  $I[i,j]$  i vrednosti dobijene nakon predikcije  $p[i,j]$ :

$$d_{i,j} = I[i, j] - p[i, j]. \quad (5.7)$$

Predloženi model kvantizacije sastoji se iz dva moda. Prvi mod kvantizacije zasnovan je na upotrebi fiksnog deo-po-deo uniformnog kvantizera dok je drugi mod odabran tako da koristi fiksni uniformni kvantizer. Ideja ovakve dvomodne kvantizacije je da se većina blokova kvantuje pomoću finijeg kvantizera (deo-po-deo uniformnog), s obzirom na to da se visoke vrednosti varijansi retko javljaju (Sl. 5.2). Ipak, zbog osobine da uniformni kvantizer može pružiti veću robusnost na velike promene amplitude ulaznog signala, projektovanje drugog moda vršimo tako da pruža pogodniju rekonstrukciju u slučaju visokih varijansi pa se kombinacijom ova dva moda dobijaju performanse bolje nego jednomodnim kvantizerom. Uvodi se prag  $T_{h2}$  koji služi za donošenje odluke o izboru moda i definiše se tako da se koristi deo-po-deo uniformni kvantizer ukoliko je  $\sigma < T_{h2}$ , dok se u suprotnom koristi uniformni kvantizer. Ukoliko je  $\sigma < T_{h1}$ , nema dodatne kvantizacije i dodatnog prenosa podataka, tako da važi:

$$\hat{I}[i, j] = p[i, j]. \quad (5.8)$$

Informacija o tome da li se vrši dodatni prenos podataka, koduje se pomoću jednog dodatnog bita na nivou bloka.

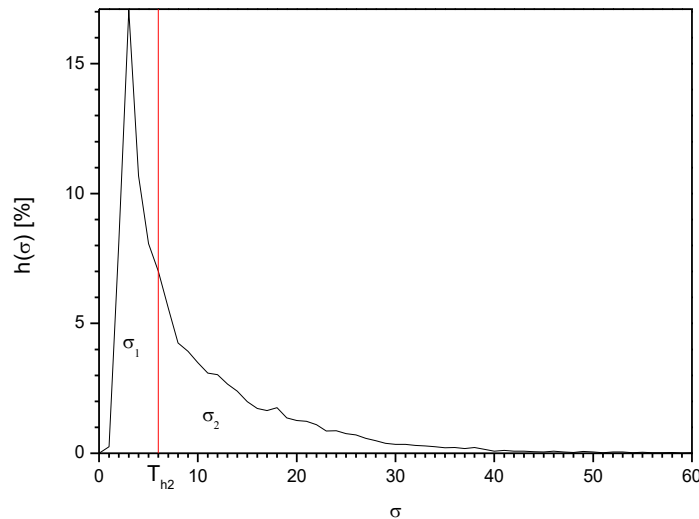
4. Blokovi piksela se procesiraju sleva na desno i odozgo naniže, dok se ne procesiraju svi blokovi.

Projektovanje kvantizera koji se koriste u dvomodnoj kvantizaciji zasnovano je na analizi histograma varijansi razlika između blokova originalnih vrednosti piskela i blokova piksela dobijenih nakon linearne predikcije. Ovakav histogram varijansi, dobijen na osnovu skupa od tri standardne monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena, Ulica i Brod), prikazan je na Sl. 5.2. Kako prag  $T_{h2}$  služi za odlučivanje o izboru moda kvantizera, definišu se reprezentacione varijanse za opsege  $[0, T_{h2}]$  i  $[T_{h2}, 255]$ , koristeći sledeće izraze, respektivno:

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} \sigma_{1i} h(\sigma_{1i})}{\sum_{i=1}^{N_1} h(\sigma_{1i})}, \quad (5.9)$$

$$\hat{\sigma}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_2} \sigma_{2i} h(\sigma_{2i})}{\sum_{i=1}^{N_2} h(\sigma_{2i})}. \quad (5.10)$$

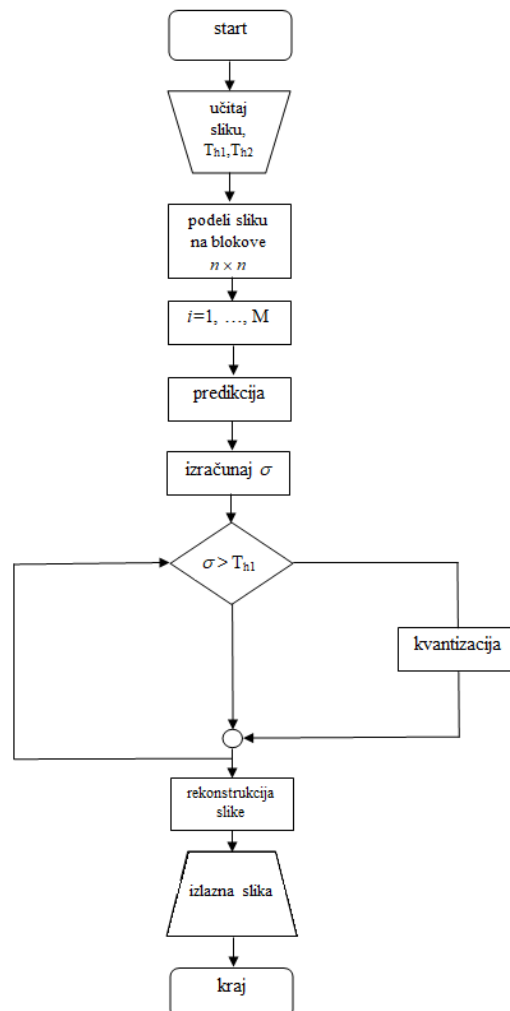
U izrazima (5.9) i (5.10),  $N_1$  i  $N_2$  predstavljaju ukupan broj odmeraka u opsezima  $[0, T_{h2}]$  i  $[T_{h2}, 255]$ , respektivno.  $\sigma_{1,i}$ ,  $i = 1, \dots, N_1$  predstavljaju vrednosti varijansi u opsegu  $[0, T_{h2}]$ , dok  $\sigma_{1,i}$ ,  $i = 1, \dots, N_2$  predstavljaju vrednosti varijansi u opsegu  $[T_{h2}, 255]$ .



Sl. 5.2 Histogram varijansi.

Projektovanje deo-po-deo uniformnog kvantizera  $Q_1$  vrši se tako što se definiše maksimalna amplituda granularnog regiona kao  $x_{max1} = k_1 \hat{\sigma}_1$ , a zatim se  $N$  reprezentacionih nivoa grupiše u  $L$  segmenata, tako da u svakom segmentu se nalazi

$M = N / L$  uniformno raspoređenih reprezentacionih nivoa [25, 115]. Maksimalna amplituda granularnog regiona uniformnog kvantizera  $Q_2$  definiše se kao  $x_{max2} = k_2 \hat{\sigma}_2$ , ukupan broj reprezentacionih nivoa ostaje nepromenjen i jednak  $N$ , dok je širina koraka kvantovanja  $\Delta = 2x_{max2} / N$  [34]. Treba napomenuti da  $\Delta$  mora imati celobrojnu vrednost s obzirom na to da se vrši obrada diskretnog ulazanog signala i da je neophodno da izlaz bude u diskretnom obliku. Stoga,  $x_{max2}$  uzima takođe celobrojnu vrednost koja je umnožak od  $N / 2$ . Ukoliko je  $k_2 \hat{\sigma}_2 > j \frac{N}{2}$ , gde  $j$  uzima celobrojnu vrednost, maksimalnu amplitudu granularnog regiona izračunavamo kao  $x_{max2} = (j + 1) \frac{N}{2}$ , kako bi se pokrio što širi opseg mogućih ulaznih vrednosti. Celokupni algoritam kodovanja prikazan je na Sl. 5.3.



Sl. 5.3 Algoritam kodovanja i kompresije slike zasnovan na linearnoj predikciji vrednosti piksela i dvomodnoj kvantizaciji.

## 5.1 Performanse algoritma za kodovanje slike zasnovanog na linearnoj predikciji i dvomodnoj kvantizaciji

Kao i kod ostalih opisanih algoritama za kodovanje i kompresiju slika, kvalitet rekonstruisane slike procenjujemo koristeći PSQNR definisan izrazom (3.2).

Kao drugu meru performansi koristimo srednju bitsku brzinu, koja predstavlja standardnu meru performansi i služi za procenu kvaliteta kompresije rekonstruisane slike. Za model kodovanja koji je opisan u prethodnom odeljku, ukupnu srednju bitsku brzinu definišemo kao [8]:

$$R[\text{bpp}] = (A+B+C)/N_{\text{pixels}}, \quad (5.1.1)$$

pri čemu važi:

$$A = \left( 2n + N_{bl} - \frac{2n}{m} \right) r_r, \quad (5.1.2)$$

$$B = N_{bl} \cdot r_{inf} + N_1 \cdot r_1 + N_2 \cdot r_2, \quad (5.1.3)$$

$$C = (N_{b1} + N_{b2}) \cdot (m \times m - k) \cdot r_Q \quad (5.1.4)$$

U prethodnim izrazima,  $N_{\text{pixels}}$  predstavlja ukupan broj piksela i jednak je  $n \times n$ , ukupan broj blokova na slici je označen sa  $N_{bl}$  i jednak je  $N_{bl} = \frac{n \times n}{m \times m}$ ,  $r_r$  označava broj bita koji se koristi kako bi se tačna vrednost piksela prenela do dekodera,  $r_{inf}$  označava broj bita potreban za prenos dodatne informacije,  $r_Q$  označava broj bita koji se koristi za prenos kvantovanih vrednosti piksela dok  $r_1$  i  $r_2$  označavaju broj bita neophodan za prenos informacije o tome da li se za procesiranje blokova koristi fiksni deo-po-deo uniformni kvantizer ili fiksni uniformni kvantizer. Na kraju,  $N_{b1}$  i  $N_{b2}$  označavaju broj blokova koji se kvantuju fiksnim deo-po-deo uniformnim kvantizerom i fiksnim uniformnim kvantizerom, respektivno, parametar  $k$  označava ukupan broj tačno prenetih piksela unutar bloka i može uzeti vrednosti  $2m-1$  (u slučaju prvog bloka u gornjem levom uglu),  $m$  (u slučaju ostalih blokova koji pripadaju prvoj koloni ili prvoj vrsti slike) ili 1 (u slučaju svih ostalih blokova).



Eksperimentalni rezultati primene predloženog algoritma kodovanja na skup od tri standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena, Ulica i Brod) prikazani su u Tabeli 5.1.1, dok su originalne i rekonstruisane slike za  $N = 32$  reprezentacionih nivoa prikazane na Sl. 5.1.1 i Sl. 5.1.2, respektivno. Rezultati su prikazani za  $N = 16$  i  $N = 32$  reprezentacionih nivoa i predstavljaju srednje vrednosti performansi za čitav skup, dok su vrednosti pragova  $T_{h1}$  i  $T_{h2}$  optimizovane numerički kako bi PSQNR imao maksimalnu moguću vrednost. Može se primetiti da ne postoji značajna vizuelna razlika između originalnih i rekonstruisanih slika.



Sl. 5.1.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima: (a) Lena, (b) Ulica, (c) Brod.



Sl. 5.1.2 Standardne test slike sa Sl. 5.1.1 nakon rekonstrukcije predloženim algoritmom ( $N = 32$ ).

Tabela 5.1.1 Eksperimentalni rezultati primene predloženog algoritma kodovanja i kompresije

	$N = 16$	$N = 32$
$T_{h1}$	5.5	4.5
$T_{h2}$	6.5	6.0
$PSQNR$ [dB]	32.83	35.86
$R$ [bpp]	2.71	3.62

## 5.2 Poređenje performansi predloženog algoritma sa performansama BTC i DP – DPCM modela

Poređenje različitih modela kodovanja i kompresije zahteva upoređivanje ostvarenih performansi PSQNR-a i bitske brzine istovremeno, tj. upoređivanje njihovog odnosa kod različitih rešenja. Kako je u slučaju kodovanja i kompresije slike čest slučaj da dva različita modela vrše kodovanje zahtevajući bitske brzine koje nisu jednake, upoređivanje modela se vrši razmatrajući performanse modela za bliske bitske brzine, uzimajući u obzir pravilo da je očekivana promena PSQNR-a kod uniformnih kvantizera jednaka 4.5 dB do 5.5 dB u slučaju kada se ukupna srednja bitska brzina promeni za 1 bpp, a ukupna srednja bitska brzina je između 2 bpp i 8 bpp [25, 115]. Uzimajući u obzir strožiji uslov (5.5 dB) kao što je to bio slučaj i u prethodnim poglavljima, u daljem tekstu biće poređene performanse predloženog modela sa modelima BTC i DP – DPCM (eng. *Double predictor differential pulse-code modulation*) kodovanja.

Model kodovanja i kompresije iz rada [25] predstavlja modifikovani algoritam BTC kodovanja koji koristi višebitnu kvantizaciju i zasnovan je na upotrebi deo-po-deo uniformnog kvantizera. Sa druge strane, model koji se opisuje u ovom poglavlju predstavlja nadogradnju jer pruža mogućnost izbora između uniformnog i deo-po-deo uniformnog kvantizera a uz to izlazi iz okvira klasičnog BTC kodovanja jer koristi linearnu predikciju tako da se ne kvantuju dodatno svi blokovi.

U Tabeli 5.2.1 prikazani su rezultati primene dvomodne kvantizacije u algoritmu modifikovanog BTC kodovanja iz rada [25], koji ne uključuje linearnu predikciju. Rezultati su usrednjeni za skup od tri standardne test slike sa Sl. 5.1.1. Može se uočiti da sa smanjenjem vrednosti praga  $T_{h1}$  dolazi do poboljšanja kvaliteta rekonstruisane slike,

što nije slučaj prilikom procesiranja slika predloženim algoritmom sa linearnom predikcijom jer su optimalni rezultati dobijeni za  $T_{h1} = 4.5$  (Tabela 5.1.1) [8].

Tabela 5.2.1 Eksperimentalni rezultati primene klasičnog BTC modela u predloženi algoritam kodovanja i kompresije ( $N = 32$ )

$T_{h1}$	$T_{h2}$	PSQNR [dB]	R [bpp]
5	6.5	26.45	2.64
4		28.91	3.16
3		33.06	4.02
2		39.06	5.16
1		44.04	5.37
0		44.31	5.43

U slučaju kada je  $T_{h1} = 0$  a  $T_{h2} = 6.5$  dobijen je najviši kvalitet PSQNR-a i performanse su: PSQNR = 44.31 dB a R = 5.43 bpp. Ukoliko uporedimo ove performanse, koristeći pravilo o očekivanoj promeni PSQNR-a sa promenom bitske brzine, sa odgovarajućim performansama iz Tabele 5.1.1 (slučaj  $N = 32$ ), može se zaključiti da predloženi model koji uključuje linearnu predikciju pruža bolje performanse i to za 35.86 dB -  $(44.31 \text{ dB} - (5.43 \text{ bpp} - 3.62 \text{ bpp}) * 5.5 \text{ dB/bpp}) = 1.505 \text{ dB}$ . Ovakav rezultat ukazuje na značaj upotrebe linearne predikcije i daljim istraživanjem i poređenjem s performansama iz [25], došlo se do sledećih zaključaka [8]:

- Linearna predikcija pruža zadovoljavajuću rekonstrukciju u oko 30 % blokova pa njih nije neophodno dodatno kvantovati što pruža uštedu ukupne bitske brzine.
- Predloženi model ne uvećava značajno kompleksnost algoritma zbog svoje linearnosti.

Ukoliko se porede performanse predloženog dvomodnog algoritma koji uključuje linearnu predikciju sa nemodifikovanim (tj. jednomodnim) algoritmom iz rada [25], ostvareni dobitak je još veći i prikazan je u Tabeli 5.2.2 [8].

Tabela 5.2.2 Poređenje performansi predloženog modela kodovanja i kompresije sa performansama modela iz rada [25]

	$N = 16$		$N = 32$	
	$PSQNR$ [dB]	$R$ [bpp]	$PSQNR$ [dB]	$R$ [bpp]
Rezultati iz [25]	35.820	4.37	42.640	5.37
Ekvivalentni rezultati iz [25]	26.690	2.71	33.015	3.62
Predloženi model sa predikcijom	32.830	2.71	35.860	3.62
<i>Dobitak</i> [dB]	6.140		2.845	

Predloženi model u nastavku poredimo i sa modelom kodovanja i kompresije koji je zasnovan na upotrebi dvostrukog prediktora i DPCM kodovanju, pri čemu je slika segmentirana koristeći metod kvadratnog stabla (eng. *QuadTree*) s promenljivom veličinom blokova [120]. Dvostruki prediktor se koristi za procenu u svakom bloku slike i predstavlja nešto kompleksniji metod procene u odnosu na predloženi linearni prediktor, a uz to i primena kvadratnog stabla i segmentacija s promenljivom dužinom blokova je kompleksnija tehnika od fiksne segmentacije koju primenjujemo.

Procena performansi u ovom slučaju vrši se koristeći SNR, zbog dostupnosti ovih podataka u radu [120], a kao primer test slike je uzeta Lena, kao standardna monohromatska slika sa sivim tonovima. SNR se u ovom slučaju može sračunati kao [8]:

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{A^2}{MSE} \right) [\text{dB}], \quad (5.2.1)$$

gde se srednja kvadratna greška (MSE) računa prema izrazu (3.3) a parametar  $A$  je definisan kao [8]:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N_{pixels}} x_i^2}{N_{pixels}}. \quad (5.2.2)$$

Dobijeni rezultati predloženim algoritmom u ovom slučaju su:  $SNR = 27.056$  dB i  $R = 2.71$  bpp ( $N = 16$ ), odnosno  $SNR = 30.09$  dB i  $R = 3.62$  bpp ( $N = 32$ ). Sa druge strane, rezultat dobijen koristeći algoritam iz rada [120] je:  $SNR = 22.79$  dB i  $R = 3$  bpp.

Koristeći pravilo o poređenju performansi za različite bitske brzine, uočava se da predloženi model ostvaruje dobitak od 5.89 dB ( $N = 16$ ), odnosno 3.89 dB ( $N = 32$ ) [8].

Na kraju, treba naglasiti da bez obzira na mnoge prednosti ovog algoritma, postoji i nekoliko ograničenja. Najvažnije ograničenje je to što algoritam ne pruža ovako visoke performanse za specifične skupove slika koje nisu visoko korelisane. Ukoliko susedni pikseli slika nemaju visoku korelaciju, veći broj blokova mora da se kvantuje dodatno pa raste zahtevana bitska brzina. Osim toga, razmatrani su slučajevi za relativno nizak i srednji broj reprezentacionih nivoa ( $N = 16$  i  $N = 32$ ), pa je doprinos algoritma kod slika koje imaju oštrije detalje manji. Ipak, predložena šema linearne predikcije potencijalno može imati primenu i u algoritmima koji nisu zasnovani na blok odsečnom kodovanju a moguće su i različite modifikacije šeme što će biti deo budućih istraživanja.

## 6. Transformaciono kodovanje

Transformaciono kodovanje predstavlja neizostavnu tehniku u algoritmima kodovanja i kompresije sa gubicima koji pružaju visok stepen kompresije. Najčešće je sam proces transformacionog kodovanja reverzibilan i moguće je rekonstruisati u potpunosti ulazni signal korišćenjem inverzne transformacije. Međutim, smisao ove vrste kodovanja u algoritmima za kodovanje i kompresiju sa gubicima zaokružen je procesom kvantizacije transformacionih koeficijenata, kojim se efikasno vrši kompresija. U slučaju slike, postupkom transformacionog kodovanja vrši se transformacija signala iz prostornog u frekvencijski domen, dok se kod kontinualnih signala vrši transformacija iz vremenskog u frekvencijski domen.

Ideja primene transformacionog kodovanja u algoritmima za kodovanje i kompresiju signala dolazi iz činjenice da mnogi signali, poput govora i slike, imaju visoku korelaciju između susednih odmeraka u vremenskom ili prostornom domenu. Transformacionim kodovanjem vrši se dekorelacija signala a dekorelacijom dolazi do smanjenja redundantnosti signala, odmerci postaju nezavisni, nose veću količinu informacija pa su pogodniji za dalju kvantizaciju [2]. Kako dolazi do smanjenja redundantnosti signala, moguće je koristiti manji broj bita po odmerku u odnosu na algoritme koji ne uključuju transformaciono kodovanje, pa je i stepen kompresije veći. Optimalno rešenje u smislu dekorelacije i sabijanja energije predstavlja Karhunen-Leova transformacija (eng. *Karhunen – Loève Transform*, KLT). Međutim, ova transformacija je vrlo zahtevna za implementaciju jer zahteva poznavanje kovarijanse signala (autokorelacionih koeficijenata), rešenje za sopstvene vektore matrice kovarijansi i kompleksan metod adaptacije, pa se u praksi primenjuju najčešće druga suboptimalna rešenja [121]. Danas su tehnike transformacionog kodovanja zastupljene u mnogim rešenjima koja predstavljaju vrhunac trenutne tehnologije poput JPEG i JPEG2000 standarda za digitalnu kompresiju slika u kojima se primenjuju diskretna kosinusna transformacija (eng. *Discrete Cosine Transform*, DCT) i diskretna malotalasna transformacija (eng. *Discrete Wavelet Transform*, DWT), respektivno [122, 123, 124].

## 6.1 Diskretna kosinusna transformacija

Diskretna kosinusna transformacija nekog realnog, diskretnog i jednodimenzionalnog signala  $p(x)$ , koji se sastoji iz  $M$  odmeraka, definiše se jednačinom [121, 122]:

$$D(k) = \sqrt{\frac{2}{M}} C(k) \sum_{x=0}^{M-1} p(x) \cos \left[ \left( x + \frac{1}{2} \right) \frac{k\pi}{M} \right], \quad k = 0, 1, \dots, M-1, \quad (6.1.1)$$

gde je:

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & k = 0 \\ 1, & k \geq 1 \end{cases}. \quad (6.1.2)$$

Inverzna diskretna kosinusna transformacija kojom se rekonstruiše jednodimenzionalni ulazni signal na osnovu transformacionih koeficijenata definiše se kao [121]:

$$p(x) = \sqrt{\frac{2}{M}} C(x) \sum_{k=0}^{M-1} D(k) \cos \left[ \left( x + \frac{1}{2} \right) \frac{k\pi}{M} \right], \quad x = 0, 1, \dots, M-1. \quad (6.1.3)$$

Postoje i drugi oblici definisanja transformacije, međutim prethodne definicije se najčešće upotrebljavaju jer je ovako definisana transformacija ortogonalna [122]. Osim toga, značajni su i višedimenzionalni oblici diskretne kosinusne transformacije, među kojima nas naročito interesuje 2D oblik zbog upotrebe u algoritmima za kodovanje i kompresiju mirnih slika. U ovom slučaju, transformacija se primenjuje u opštem obliku nad  $N \times M$  odmeraka signala, čije vrednosti su opisane funkcijom  $p(x, y)$ , i ima oblik [125]:

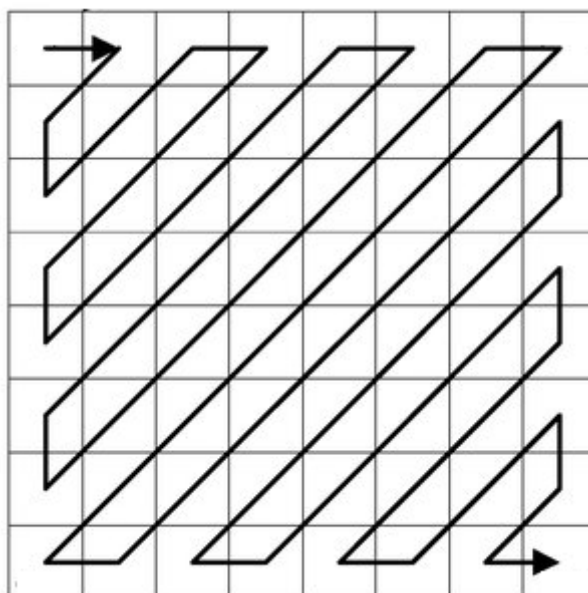
$$D(i, j) = \frac{2}{\sqrt{N \cdot M}} C(i) C(j) \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} p(x, y) \cos \left[ \left( x + \frac{1}{2} \right) \frac{i\pi}{M} \right] \cos \left[ \left( y + \frac{1}{2} \right) \frac{j\pi}{N} \right], \quad (6.1.4)$$

gde su  $C(i)$  i  $C(j)$  definisani pomoću (6.1.2) a  $i = 1, 2, \dots, M$ ;  $j = 1, 2, \dots, N$ . Slično, inverzna transformacija se u slučaju 2D signala može izračunati kao:

$$p(x, y) = \frac{2}{\sqrt{N \cdot M}} C(x) C(y) \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} D(i, j) \cos \left[ \left( x + \frac{1}{2} \right) \frac{i\pi}{M} \right] \cos \left[ \left( y + \frac{1}{2} \right) \frac{j\pi}{N} \right], \quad (6.1.5)$$

gde je  $x = 1, 2, \dots, M$ ;  $y = 1, 2, \dots, N$ .

2D oblik DCT transformacije iskorišćen je i u okviru JPEG standarda za kodovanje i kompresiju mirnih slika sa gubicima [125]. Prema standardu, pikseli slike se grupišu u blokove dimenzija  $8 \times 8$  piksela koji predstavljaju ulazni signal, dok je izlaz skup od 64 DCT koeficijenata po svakom bloku. Nakon toga se koeficijenti procesiraju u okviru postupka kvantizacije čime se unosi distorzija ali i vrši komprimovanje signala. Konačno, kvantovani koeficijenti se organizuju u cik-cak (eng. *zig-zag*) sekvencu kao na Sl. 6.1.1, tako da niskofrekventne komponente se nalaze pre visokofrekventnih unutar sekvence, čime se olakšava proces entropijskog kodovanja za koje se koristi Hafmanov kod. Naime, veliki broj koeficijenata tipičnih izvora ima vrednosti bliske nuli pa se kodovanje ovih koeficijenata ne vrši [125].



Sl. 6.1.1 Šema formiranja cik-cak sekvence DCT koeficijenata u JPEG standardu.

## 6.2 Diskretna malotalasna transformacija

JPEG2000 predstavlja aktuelni standard kodovanja i kompresije slika koji ima značajno kompleksniji algoritam kodovanja u odnosu na JPEG standard i koji je zasnovan na upotrebi diskretne malotalasne transformacije. Osnovne funkcije transformacije podsećaju na male talase, odnosno talasiće (eng. *wavelet*), pa otuda dolazi i naziv



transformacije. Ovaj standard pruža značajno veće stepene kompresije mirnih slika i omogućio je ubrzani razvoj različitih multimedijalnih sadržaja. Pored toga što se diskretna malotalasna transformacija koristi u algoritmima za kodovanje i kompresiju slika, ima i širi značaj u algoritmima za detekciju ivica na slici, zatim za poboljšanje kvaliteta kao i za otklanjanje šuma iz slika [126].

Počeci matematičke analize „malim talasima” vezuju se za istraživanja mađarskog matematičara Alfreda Hara (eng. *Alfréd Haar*) i početak 20. veka dok se ekspanzija desila osamdesetih godina 20. veka [127].

Jedna od osnovnih varijanti malotalasne transformacije je Harov mali talas, koji će biti opisan u nastavku, a pored njega u literaturi veliki značaj ima i familija Dabušijevih (eng. *Ingrid Daubechies*) malih talasa čije varijante su sastavni deo JPEG2000 standarda. Ingrid Dabuši je upotpunila Harov rad konstrukcijom različitih familija ortonormiranih bazisa talasića [127].

Bez gubljenja opštosti, pretpostavimo da se vrši procesiranje slika kvadratne rezolucije i neka su dimenzije slike  $m \times m$ . Harov mali talas konstruisan je na temeljima ideje filtriranja signala pomoću filtera propusnika niskih frekvencija (eng. *lowpass filter*) i filtera propusnika visokih frekvencija (eng. *highpass filter*) koji predstavljaju konvolucione filtre. Kako se primenom ovih filtara vrši usrednjavanje signala, ali nije moguće izvršiti inverznu rekonstrukciju, tj. dobiti natrag ulazne vrednosti iz usrednjenih, pogodno je kombinovati ove dve vrste filtra. Ukoliko filter propusnik niskih frekvencija označimo sa  $h = (h_0, h_1) = (1/2, 1/2)$  i ukoliko  $\mathbf{x}$  predstavlja ulaznu sekvencu podataka, a  $\mathbf{y}$  izlaznu sekvencu, primenom ovog filtra dobija se sledeća zavisnost [126]:

$$y_n = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2}x_{n-1}. \quad (6.2.1)$$

Sa druge strane, primenom filtra propusnika visokih frekvencija, definisanog kao  $g = (g_0, g_1) = (1/2, 1/2)$ , dobija se da je izlaz filtra  $\mathbf{z}$  definisan kao:

$$z_n = \frac{1}{2}x_n - \frac{1}{2}x_{n-1}. \quad (6.2.2)$$

Može se uočiti da ukoliko su dostupne vrednosti  $y$  i  $z$  sekvenci, moguće je rekonstruisati natrag ulazni signal  $x$ . Transformacija Harovim malim talasom upravo vrši ovakvu transformaciju signala i definiše je matrica sledećeg oblika [126]:

$$W_N = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}. \quad (6.2.3)$$

Koeficijent  $\sqrt{2}$  se koristi za skaliranje kako bi matrica  $W_N$  bila ortogonalna, pa je jednostavno dobiti inverznu matricu koja je jednaka  $W_N^{-1} = W_N^T$  [126]. Konačno, 1D malotalasna transformacija dobija se kao  $y = W_N x$ , gde  $x$  predstavlja ulazni a  $y$  izlazni vektor. Kako su  $x$  i  $y$  vektori, diskretna malotalasna transformacija na ovaj način može se primeniti samo na kolone ili vrste, zasebno. Međutim, kako slika predstavlja 2D visokokorelisani signal, od interesa je primeniti transformaciju i na kolone i na vrste istovremeno. Ovo se postiže tako što 2D malotalasna transformacija predstavlja proizvod 1D transformacione matrice, ulaznog bloka slike i inverzne 1D transformacione matrice. Ukoliko je dimenzija transformacione matrice  $N = 4$ , dobija se [126]:

$$W_4 A W_4^T = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (6.2.4)$$

Konačno, dobija se transformisana matrica koja može da se predstavi u obliku [126]:

$$C = W_4 A W_4^T = 2 \begin{bmatrix} B & V \\ H & D \end{bmatrix}, \quad (6.2.5)$$

gde se matrica  $C$  sastoji iz transformisanih koeficijenata koji se mogu organizovati u podmatrice  $B$ ,  $V$ ,  $H$  i  $D$  [126]:

$$B = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} & a_{13} + a_{14} + a_{23} + a_{24} \\ a_{31} + a_{32} + a_{41} + a_{42} & a_{33} + a_{34} + a_{43} + a_{44} \end{bmatrix}, \quad (6.2.6)$$

$$V = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (a_{12} + a_{22}) - (a_{11} + a_{21}) & (a_{14} + a_{24}) - (a_{23} + a_{13}) \\ (a_{32} + a_{42}) - (a_{31} + a_{41}) & (a_{34} + a_{44}) - (a_{33} + a_{43}) \end{bmatrix}, \quad (6.2.7)$$

$$H = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (a_{21} + a_{22}) - (a_{11} + a_{12}) & (a_{23} + a_{24}) - (a_{13} + a_{14}) \\ (a_{41} + a_{42}) - (a_{31} + a_{32}) & (a_{43} + a_{44}) - (a_{33} + a_{34}) \end{bmatrix}, \quad (6.2.8)$$

$$D = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21}) & (a_{13} + a_{24}) - (a_{14} + a_{23}) \\ (a_{31} + a_{42}) - (a_{32} + a_{41}) & (a_{33} + a_{44}) - (a_{34} + a_{43}) \end{bmatrix}. \quad (6.2.9)$$

Ukoliko ulazni blok organizujemo pomoću četiri podmatrice

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad (6.2.10)$$

pri čemu važe jednakosti  $A_{11} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ ,  $A_{12} = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}$ ,  $A_{21} = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix}$  i

$A_{22} = \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$ , može se uočiti da elementi podmatrice  $B$  predstavljaju srednje

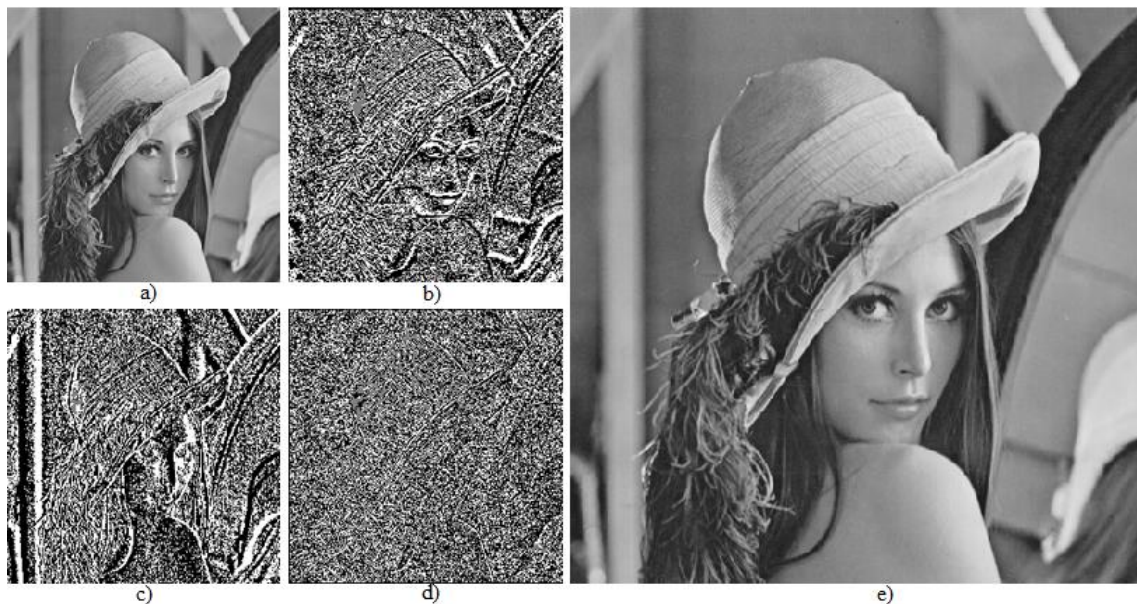
vrednosti opisanih podmatrica matrice  $A$ , odnosno zamućenje (eng. *blur*). Dalje, podmatrica  $V$  predstavlja težinsku razliku suma kolona unutar podmatrica matrice  $A$ , tj. vertikalne promene između ulazne slike  $A$  i zamućene slike  $B$ . Slično, podmatrica  $H$  predstavlja horizontalne promene, dok podmatrica  $D$  predstavlja dijagonalne promene između ulazne slike  $A$  i zamućene slike  $B$  [126]:

Ukoliko je ulazni blok, koji u opštem slučaju može da predstavlja i čitavu sliku, dimenzija  $N \times M$ , a koeficijenti dobijeni nakon transformacije su  $C = W_N A W_M^T$ , ulazni blok se dobija invertovanjem 2D malotalasne transformacije kao [126]:

$$W_N^T C W_M = W_N^T W_N A W_M^T W_M = (W_N^T W_N) A (W_M^T W_M) = I_N A I_M = A, \quad (6.2.11)$$

gde su  $I_N$  i  $I_M$  jedinične matrice dimenzija  $N \times N$  i  $M \times M$ , respektivno.

Ovim je opisan postupak malotalasne transformacije, koristeći Harov mali talas. Na slici 6.2.1 prikazan je primer primene Harovog malog talasa na standardnu test monohromatsku sliku sa sivim tonovima (Lena), rezolucije 512×512 piksela.



Sl. 6.2.1 Primena Harovog malog talasa na standardnu test sliku Lena; (a) srednja vrednost ( $B$ ); (b) vertikalne promene ( $V$ ); (c) horizontalne promene ( $H$ ); (d) dijagonalne promene ( $D$ ); (e) originalna slika.

Glavna prednost kod algoritama za kodovanje i kompresiju slika pomoću malotalasne transformacije je ta što je moguće primeniti transformaciju iterativno nekoliko puta, zavisno od željenog stepena kompresije i dozvoljenog vremena procesiranja. Naime, na isti način kako se transformacija primenjuje na originalnu ulaznu

sliku, moguće je primeniti transformaciju i na kodovanu podmatricu  $B$ , koja nosi informaciju o srednjim vrednostima blokova i nosi najveću informaciju u odnosu na podmatrice  $V$ ,  $H$  i  $D$ .

### 6.3 Adamarova transformacija

Adamarova transformacija, poznata još i kao Volš – Adamarova (eng. *Walsh – Hadamard*) transformacija, se definiše pomoću matrice transformacije  $H_m$  kojom se ulazni vektor realnih brojeva  $\mathbf{x}_n$ , čija je dužina  $2^m$ , transformiše u vektor transformacionih koeficijenata  $\mathbf{x}_k$  dužine  $2^m$ , pružajući frekvencijsku dekorelaciju. Matrica transformacije može se definisati rekurzivno na sledeći način [121]:

$$H_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} H_{m-1} & H_{m-1} \\ H_{m-1} & -H_{m-1} \end{bmatrix}. \quad (6.3.1)$$

Adamarova transformacija može se definisati i pomoću Kronekerovog proizvoda (en. *Kronecker product*)  $\otimes$  između dve matrice,  $H_m = H_1 \otimes H_{m-1}$ , u slučaju kada je  $m > 1$ , pri čemu važi [121]:

$$H_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (6.3.2)$$

Primenom jednakosti (6.3.2) u definicioni izraz (6.3.1), može se zaključiti da i za  $m > 1$ , matrica se sastoji samo iz elemenata 1 i -1, što čini transformaciju vrlo pogodnom za brza izračunavanja. Za razliku od DCT-a, ova transformacija nije asimptotski optimalna, pa pruža slabije performanse ali ima važnost u algoritmima i primenama koji zahtevaju malu kompleksnost [121] ili zahtevaju mali propusni opseg. Danas postoji čitav niz različitih modifikacija zasnovanih na Adamarovoj matrici koje imaju specifične primene u mobilnoj telefoniji, satelitskim telekomunikacijama, prepoznavanju oblika, optičkim komunikacijama, kriptografiji i drugim oblastim digitalne obrade signala [128].

#### 6.4. Algoritam za kodovanje i kompresiju slike zasnovan na Adamarovoj transformaciji i jednostavnoj vektorskoj kvantizaciji

Savremeni algoritmi za kodovanje i kompresiju slike dominantno koriste tehnike skalarne kvantizacije koja se upotrebljava u koracima diskretizacije transformacionih koeficijenata, intenziteta vrednosti piksela ili statističkih parametara blokova [4, 9]. Za razliku od primene skalarne kvantizacije, primena vektorske kvantizacije se znatno ređe može naći u literaturi vezanoj za kodovanje i kompresiju slike iako se vektorskom kvantizacijom pruža znatno viši stepen kompresije u opštem slučaju. Osim toga, vektorski kvantizeri u aktuelnim rešenjima se primenjuju uglavnom direktno nad vrednostima intenziteta piksela originalne slike, što zahteva relativno veliku kodnu knjigu (8 do 1024 kodnih reči), kako bi se postigao zadovoljavajući kvalitet rekonstruisane slike. [9, 129] Povećanje veličine kodne knjige dalje povlači i sve veći broj iteracija neophodnih za optimizaciju particija i kodnih reči, što konačno dovodi do dužeg vremena procesiranja. Ove činjenice predstavljaju inicijalnu motivaciju za kreiranje algoritma za kodovanje i kompresiju slika zasnovanog na jednostavnoj vektorskoj kvantizaciji, koji može pružiti i relativno visok stepen kompresije a koji smo predstavili u radu [9].

Algoritam je zasnovan na vektorskoj kvantizaciji koeficijenata dobijenih nakon primene Adamarove transformacije na ulazni signal. Koristi se najjednostavniji oblik Adamarove transformacije, odnosno razmatra se  $H_1$  matrica kao u izrazu (6.3.2). Glavna ideja prilikom konstrukcije algoritma bila je mala kompleksnost, pa se vodeći idejom jednostavnosti u algoritmu primenjuje jednostavna vektorska kvantizacija sa malim brojem  $k$ -dimenzionalnih reprezentacionih vektora (razmatramo slučajeve sa  $N = 2$  i  $N = 4$  vektora, dimenzija  $2 \times 1$  i  $4 \times 1$ ). Algoritam koji se izlaže predstavlja nastavak istraživanja i predlaganja novih rešenja kodovanja i kompresije kojima je osnova blokovsko procesiranje. Za razliku od opisanih modela u odeljku 4.1 [45] i 5. poglavlju [8] ove disertacije, u kojima su predstavljena nova rešenja koja pružaju visok kvalitet rekonstruisanog signala za relativno visoke i srednje bitske brzine, respektivno, algoritam koji se izlaže u ovom poglavlju ima za cilj da obezbedi visok stepen kompresije i predstavlja logični nastavak prethodnih istraživanja grupe autora. Samo projektovanje fiksnih vektorskih kvantizera obavlja se koristeći Generalizovani Lojldov algoritam, koji

je opisan u odeljku 2.2.2. U ovom slučaju GL algoritam dodatno pojednostavljujemo definisanjem optimalnih geometrijskih particija vektorskog kvantizera.

#### 6.4.1 Algoritam kodovanja i kvantizacija

Algoritam kodovanja i kompresije se sastoji iz sledećih koraka [9]:

1. Učitvanje slike.
2. Podeliti sliku na skup nepreklapajućih blokova veličine  $m \times m$  (makro blokovi), izračunati srednju vrednost svih piksela u blokovima ( $x_{av}^{macro}$ ) a zatim poslati kvantovane vrednosti ( $\hat{x}_{av}^{macro}$ ) u dekođer.
3. Podeliti makro blokove na skup nepreklapajućih mikro blokova veličine  $n \times n$ , a zatim izračunati srednje vrednosti svih piksela u mikro blokovima ( $x_{av}^{micro}$ ). Nakon toga, izračunati razlike između kvantovanih srednjih vrednosti piksela u makro blokovima i srednjih vrednosti piksela u mikro blokovima  $x_{av}^d = \hat{x}_{av}^{macro} - x_{av}^{micro}$  i te informacije kvantovati i preneti u dekođer ( $\hat{x}_{av}^d$ ).
4. Formirati *blok razlika* veličine  $n \times n$ , čiji elementi se dobijaju kao razlika originalne vrednosti piksela ulazne slike i kvantovanih vrednosti koje se dobijaju u koracima dva i tri ovog algoritma [9]:

$$d_{i,j} = x_{i,j} - (\hat{x}_{av}^{macro} - \hat{x}_{av}^d), \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n. \quad (6.4.1.1)$$

5. Formirati *transformisani blok*  $T_{n \times n}$ , sa elementima  $t_{i,j}$ , transformišući elemente  $d_{i,j}$  s vrha bloka naniže, počev od krajnjeg levog elementa bloka u prvoj vrsti, primenjujući Adamarovu transformaciju opisanu  $H_1$  matricom na svaku drugu kolonu unutar bloka.
6. Izračunati srednju vrednost svih parnih kolona transformisane slike unutar svakog makro bloka ( $x_{av}^{even}$ ), enkodovati je pomoću  $r_{even}$  bita i poslati je u dekođer.
7. Primeniti predloženi model vektorske kvantizacije na neparne kolone transformisane slike i poslati kvantovane vrednosti  $\hat{t}_{i,j}$  prijemu.
8. Posle prijema  $\hat{t}_{i,j}$ ,  $\hat{x}_{av}^{macro}$ ,  $\hat{x}_{av}^d$  i  $\hat{x}_{av}^{even}$ , rekonstruisana vrednost piksela dobija se kao:

$$x_{i,j}^* = \hat{d}_{i,j} + (\hat{x}_{av}^{\text{macro}} - \hat{x}_{av}^d), \quad (6.4.1.2)$$

gde se elementi  $\hat{d}_{i,j}$  dobijaju dekodovanjem prenesenih vrednosti transformisanih blokova, koristeći inverznu Adamarovu transformaciju i  $\hat{x}_{av}^{\text{even}}$ .

9. Vratiti se na Korak 4. dok se ne procesiraju svi blokovi.

10. Izlaz

U prethodnom algoritmu, pomoću  $(\cdot)^\wedge$  su označene kvantovane vrednosti, dok su pomoću  $(\cdot)^*$  označene rekonstruisane vrednosti dobijene nakon dekodovanja. Pragovi odlučivanja i reprezentacioni nivoi skalarnog kvantizera koji se koriste za dobijanje  $\hat{x}_{av}^d$  određuju se optimizacijom ukupne distorzije diskretnog ulaza. Treba napomenuti i da optimizacija zavisi od izbora parametara vektorskog kvantizera u predloženom algoritmu kao i funkcije gustine verovatnoće diskretnog ulaznog signala [9].

Projektovanje vektorskih kvantizera je već opisano u 2. poglavlju ove disertacije. Jedna od važnih činjenica koja je izložena u tom poglavlju je da se za konstrukciju vektorskih kvantizera u algoritmima za kodovanje i kompresiju signala najčešće koristi Generalizovani Lojdov ili Linde-Buzo-Grejov algoritam. Podsećanja radi, važna razlika u osobinama ovih algoritama je da LBG algoritam i njegove modifikacije pružaju optimalnu kodnu knjigu u algoritmima koji imaju velike kodne knjige, što nije slučaj u algoritmu koji se izlaže u ovom poglavlju pa je GL algoritam logičan izbor za projektovanje vektorskih kvantizera u ovom slučaju. Detaljan opis algoritma dat je u odeljku 2.2.2, a ukratko projektovanje vektorskog kvantizera vrši se na sledeći način [9]:

*Korak 1:* Za inicijalnu kodnu knjigu  $C_m = \{y_i, i = 1, \dots, N\}$  naći Voronojeve regione (optimalne particije) koristeći uslov najbližih suseda:

$$R_i = \{x : d(x, y_i) < d(x, y_j); \forall j \neq i\}. \quad (6.4.1.3)$$

Ukoliko je  $d(x, y_i) = d(x, y_j)$  za posmatrano  $x$ , u jednom ili više slučajeva  $j \neq i$ , izabrati  $R_j$  sa najmanjim  $j$  i dodeliti  $x$ .

*Korak 2:* Naći optimalnu kodnu knjigu koristeći uslov centroida za ćelije.

Inicijalizacija kodne knjige vrši se najčešće slučajnim vrednostima kod Generalizovanog Lojdovog algoritma. Međutim, vrlo je značajno izvršiti inicijalizaciju



na pogodan način ukoliko je to moguće, kako bi se smanjilo vreme procesiranja potrebno za projektovanje i do sada je predloženo nekoliko rešenja [130 – 131].

Zbog jednostavnosti realizacije i postizanja većeg stepena kompresije, algoritam koji je predložen koristi samo  $N = 2$  ili  $N = 4$  reprezentacionih vektora, dok su dimenzije vektora  $2 \times 1$  i  $4 \times 1$ . Ovakav odabir parametara omogućava nam i iscrtavanje 3D histograma raspodele ulaznog signala, što dalje dovodi do sagledavanja većih površina na kojima je dominantna raspodela signala kao i do definisanja geometrijskih principa za određivanje Voronojevih regiona  $R_1$  i  $R_2$  [9]. U ovom slučaju se kao ulazni signal koristi transformisana razlika između originalnih vrednosti piksela i srednje vrednosti svih piksela unutar bloka kome posmatrani piksel pripada. Na ovom primeru se uočava da je moguće definisati u Dekartovom koordinatnom sistemu osu simetrije  $x = -y$ , odnosno  $t_{i,j} = t_{i+1,j}$  kao na Sl. 6.4.1.1 [9].

Reprezenti optimalne kodne knjige određuju se koristeći uslov centroida, koji primenjujemo kao:

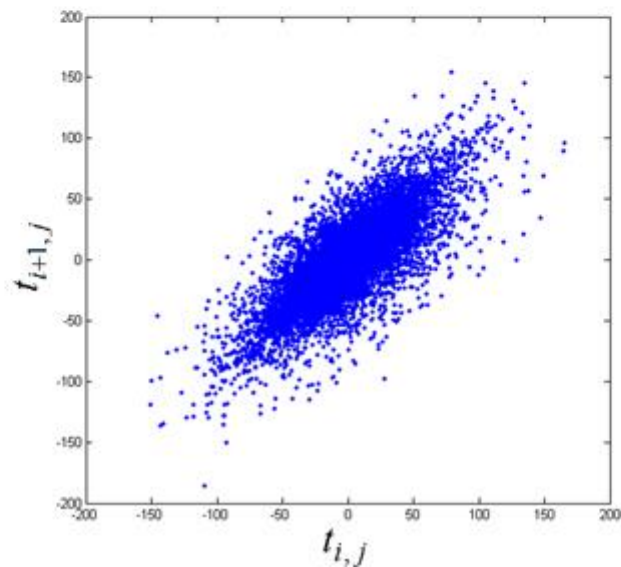
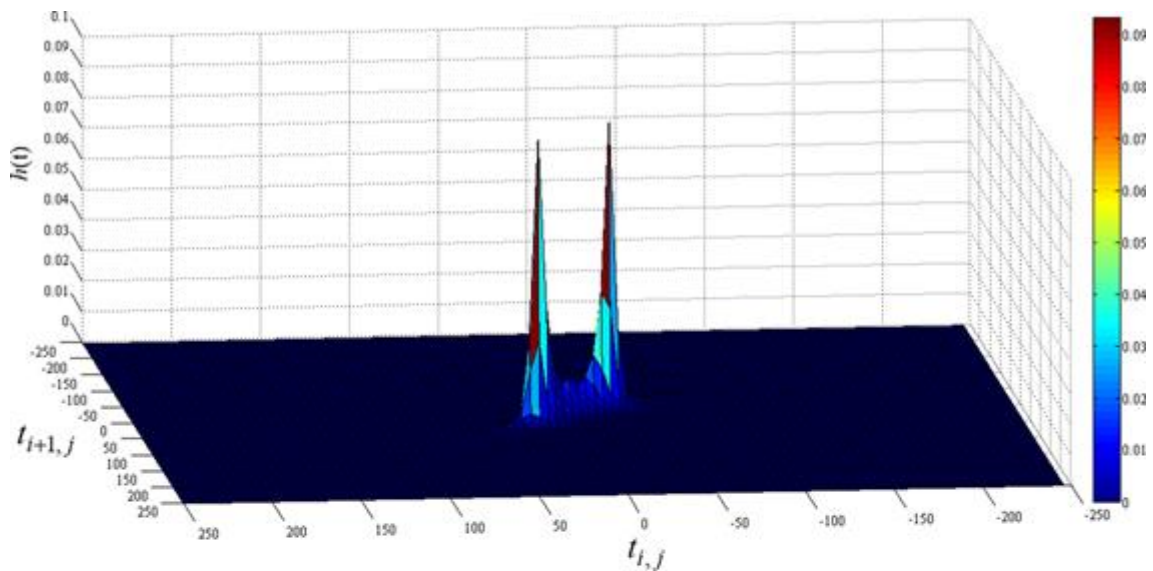
$$y_i = \frac{\int_{R_i} t \cdot h(t) dt}{\int_{R_i} h(t) dt}, i = 1, \dots, N. \quad (6.4.1.4)$$

U prethodnom izrazu,  $t$  predstavlja ulazni trening vektor formiran kao  $(t_{i+1,j}, t_{i,j})$ , dok  $h(t)$  predstavlja verovatnoću pojavljivanja posmatranog vektora dobijenu pomoću 3D histograma, usrednjenog za skup slika koje se koriste u okviru eksperimenta (Sl. 6.4.1.1).

Pogodnost predloženog projektovanja ogleda se u tome što se uvođenjem ovako definisanih geometrijskih particija i korišćenjem malog broja vektora znatno pojednostavljuje iterativni proces. Naime, centriodi koji se na ovaj način dobijaju u prvoj iteraciji za  $R_1$  i  $R_2$ , korišćenjem generalizovanog Lojdovog algoritma, istovremeno su i optimalna rešenja. Na ovaj način, iterativni proces se isključuje iz postupka projektovanja i dobijeni kvantizeri postaju fiksni, što predstavlja značajno pojednostavljenje u odnosu na vektorske kvantizere koji zahtevaju dugo vreme procesiranja za projektovanje [9].

Slično kao i u slučaju  $N = 2$  vektora, projektovanje u slučaju  $N = 4$  vektora zasniva se na određivanju geometrijskih particija, uzimajući u obzir prethodno definisanu liniju regresije za slučaj  $N = 2$  vektora. Željene particije dobijaju se deljenjem Voronojevih

regiona dobijenih za slučaj  $N = 2$  vektora kao na Sl. 6.4.1.2. Dodatni pragovi su paralelni sa onim u slučaju  $N = 2$  vektora i prolaze kroz tačke gde se nalaze njihovi optimalni reprezentanti, s obzirom na to da se u okolini tih tačaka nalazi najveća gustina [9]. Optimizaciju je moguće eventualno dodatno izvršiti u njihovoj okolini za svaku sliku posebno, ali dosadašnji rezultati ne pokazuju opravdanost takvog postupka.



a)

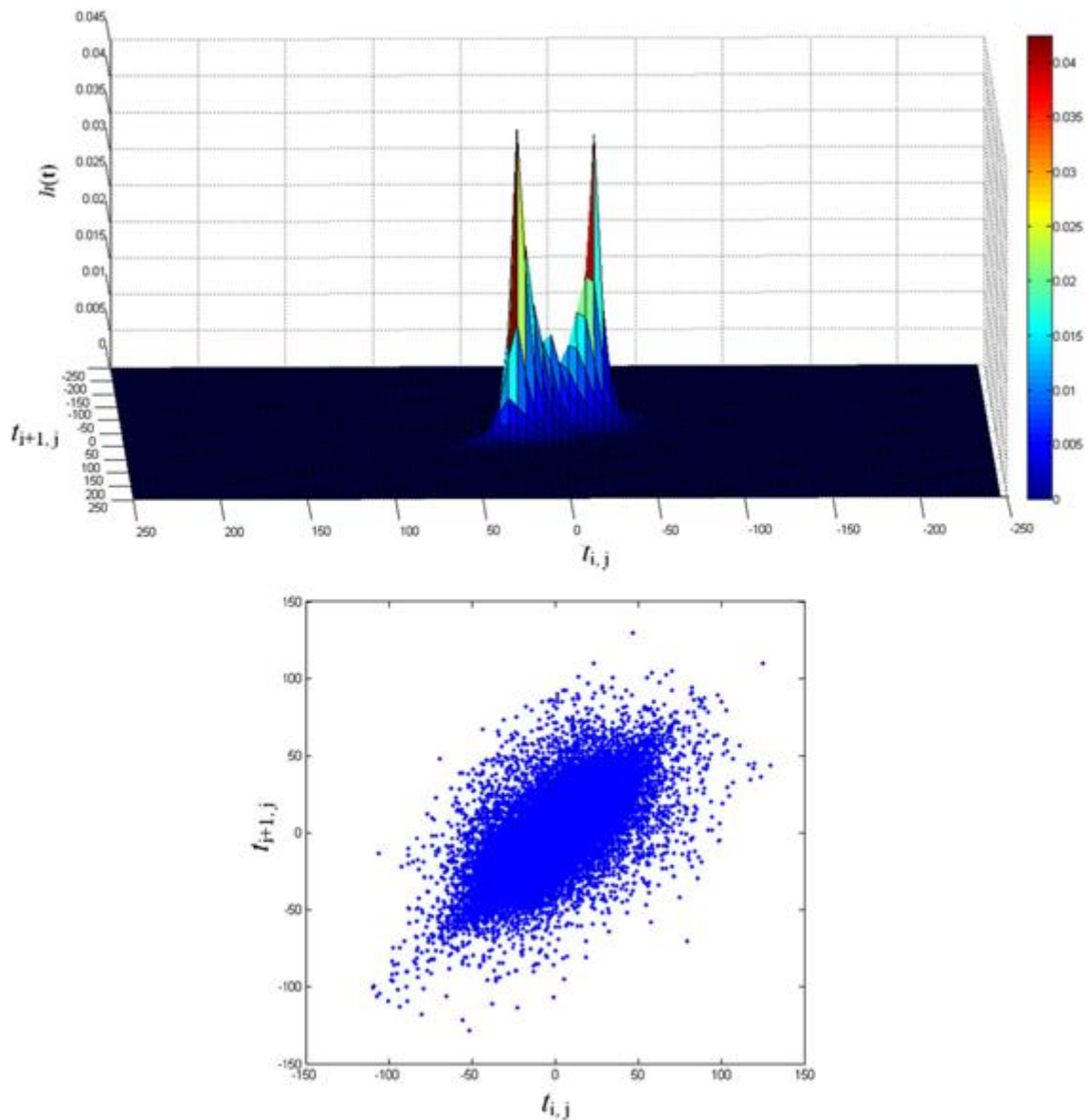
Sl. 6.4.1.1 Ulazni signal za vektorsku kvantizaciju – 3D i 2D histogrami: a)

Lena, b) Ulica, c) Čamac, d) Babun.

#### 6.4.2 Eksperimentalni rezultati

Procena performansi predloženog algoritma vrši se koristeći standardne objektivne mere procene: PSNR definisan izrazom (3.2) i srednju ukupnu bitsku brzinu koja pruža uvid u ostvareni stepen kompresije predloženog rešenja.

Potreban broj bitova po dimenziji kod vektorske kvantizacije definiše se sa [29]:



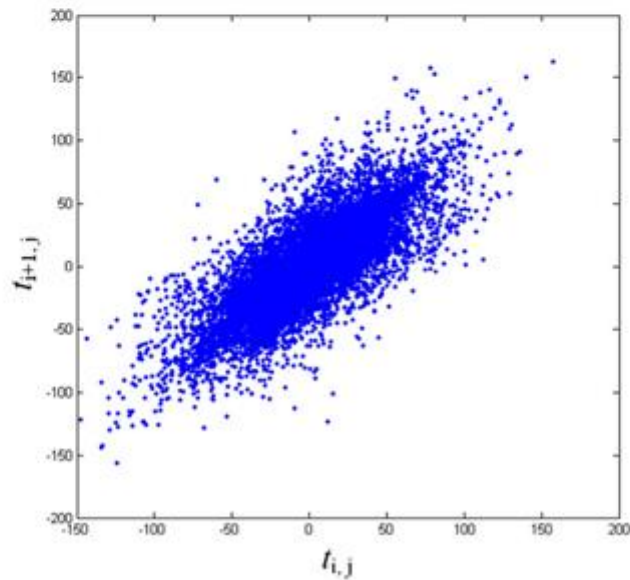
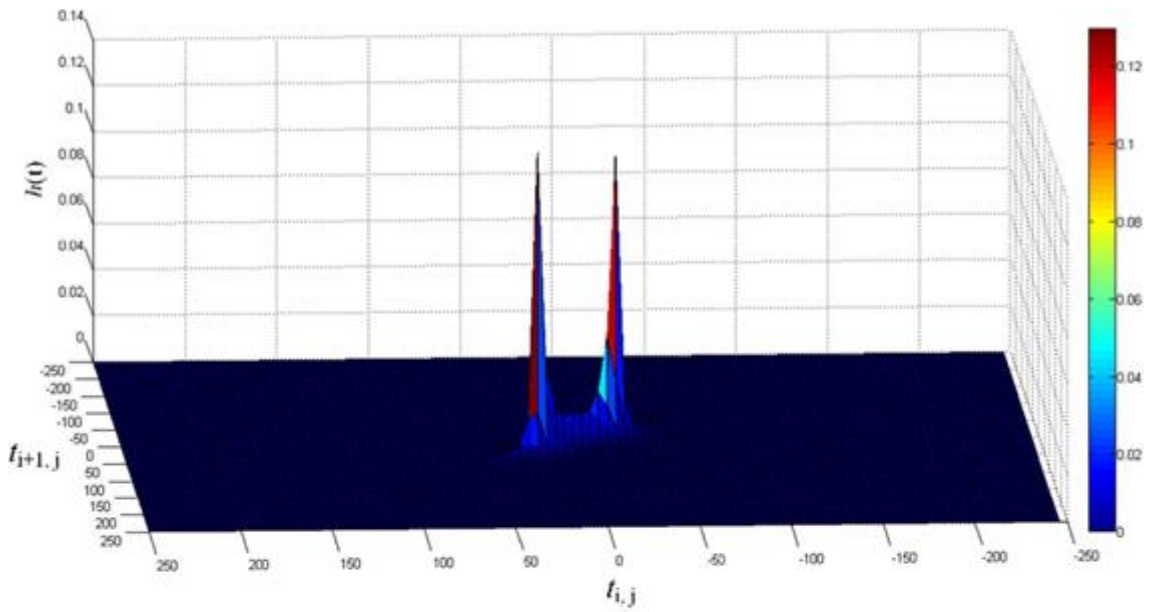
b)

Sl. 6.4.1.1 (nastavak),

$$R_v = \frac{1}{k} \log_2 N [\text{bpp}], \quad (6.4.2.1)$$

gde se kodna knjiga sastoji od  $N$   $k$ -dimenzionalnih vektora.

Udeo u ukupnoj srednjoj bitskoj brzini ima i prenos niza parametara koji predstavljaju dodatnu informaciju. Srednji broj bita koji je neophodan za prenos informacije o srednjoj vrednosti piksela unutar makro bloka  $\hat{x}_{av}^{\text{macro}}$ , definišemo kao [9]:



c)

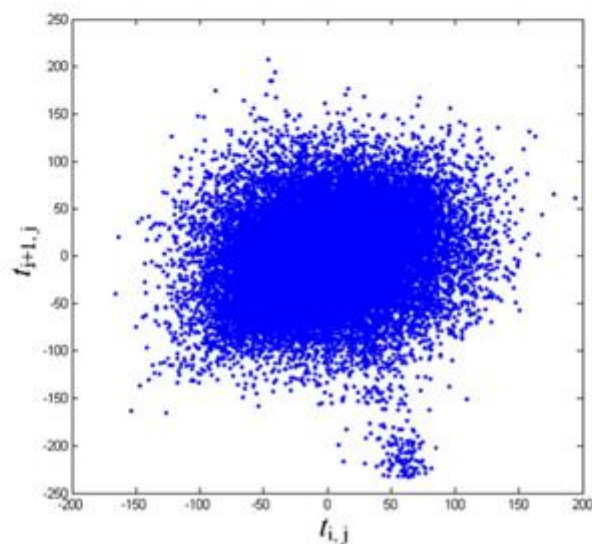
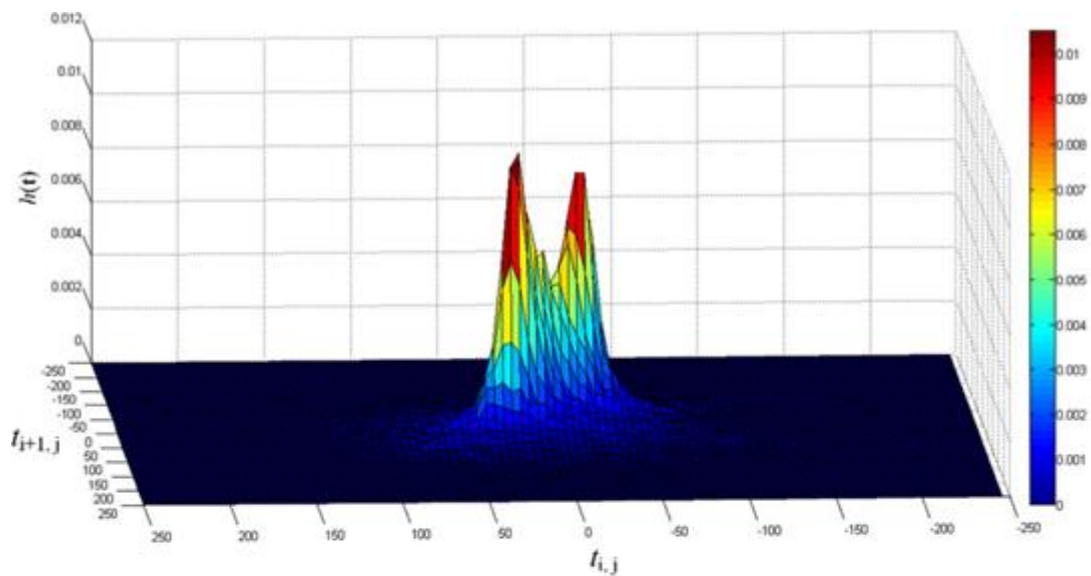
Sl. 6.4.1.1 (nastavak),

$$R_{\text{macro}} = \frac{r_{\text{macro}}}{m \times m} [\text{bpp}], \quad (6.4.2.2)$$

pri čemu se srednja vrednost prenosi egzaktno, pomoću  $r_{\text{macro}} = 8$  bita.

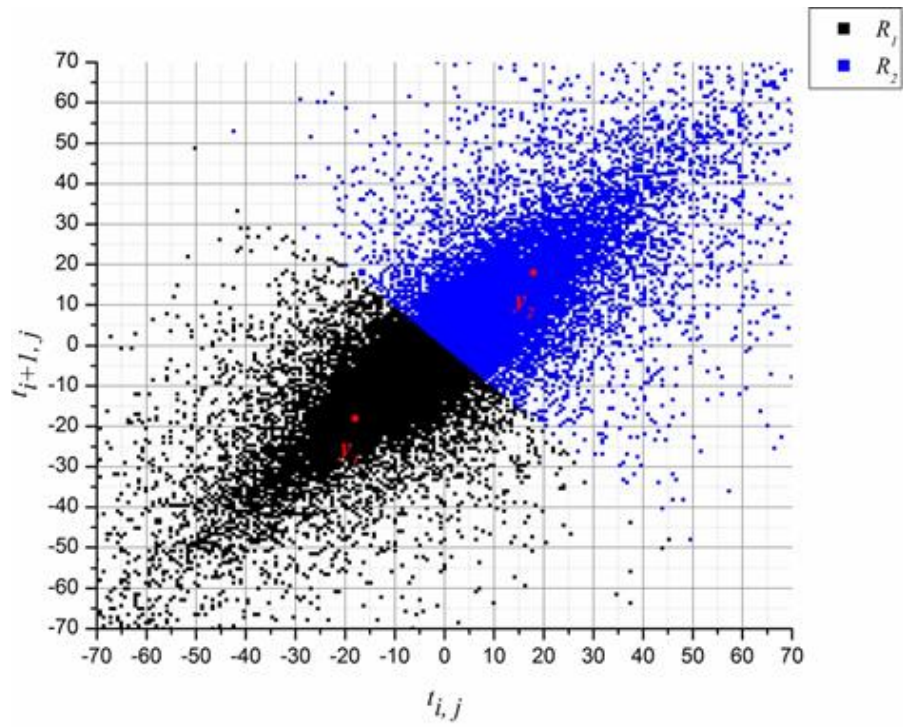
Srednji broj bita potreban za prenos informacije o razlici između srednje vrednosti piksela unutar makro bloka i mikro bloka  $\hat{x}_{av}^d$  definišemo kao [9]:

$$R_{\text{micro}} = \frac{r_{\text{micro}}}{n \times n} [\text{bpp}]. \quad (6.4.2.3)$$

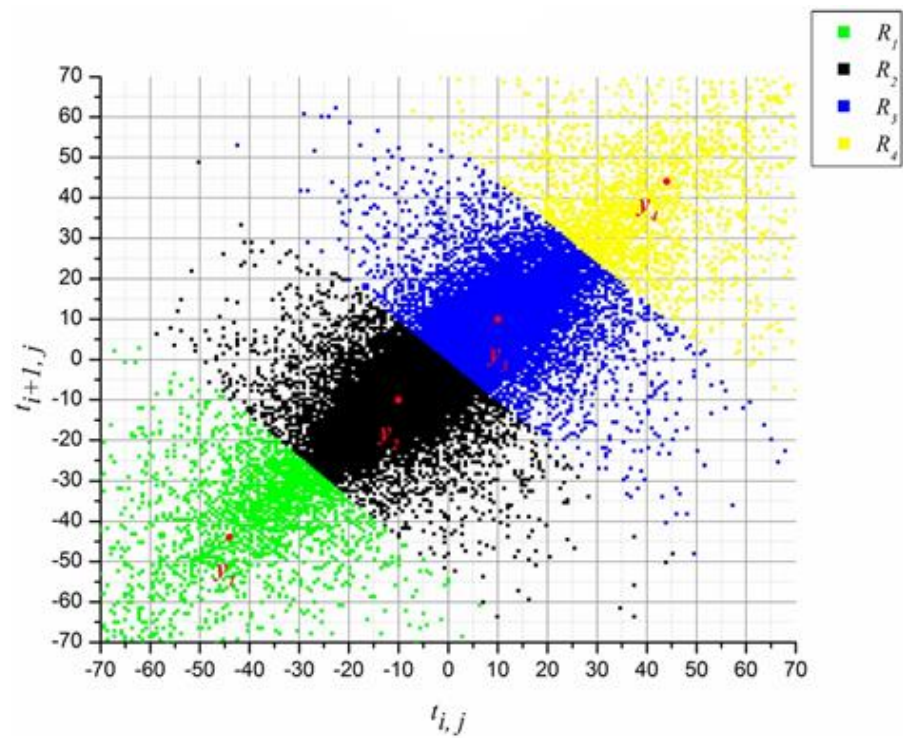


d)

Sl. 6.4.1.1 (nastavak).



a)



b)

Sl. 6.4.1.2 Određivanje Voronojevih regiona i reprezentacionih nivoa – Lena: a)  $N = 2$ ; b)  $N = 4$ .

U eksperimentalnoj analizi razmatran je uticaj korišćenja 0, 1, 2 i 3 bita za kodovanje informacije o  $r_{\text{micro}}$  na performanse čitavog sistema. Na ovaj način, vrši se analiza mogućnosti povećanja stepena kompresije korišćenjem diferencijalnog kodovanja, bez značajnog gubitka kvaliteta rekonstruisane slike [9].

S obzirom na to da se vektorska kvantizacija primenjuje samo na neparne kolone transformisane slike (tj. na niskofrekventnu komponentu posle primene Adamarove transformacije koja uključuje i uticaj parnih kolona), neparne kolone unutar makro blokova se koduju korišćenjem  $\frac{r_{\text{even}}}{m \times m}$  bpp, gde  $r_{\text{even}}$  uzima vrednost između 0 i 8 bita u eksperimentalnoj analizi, zavisno od željene bitske brzine, tj. stepena kompresije, i histograma srednjih vrednosti (Tabela 6.4.2.1). Konačno, srednju ukupnu bitsku brzinu predloženog modela kodovanja i kompresije slike definišemo kao [9]:

$$R = 0.5R_v + R_{\text{macro}} + R_{\text{micro}} + \frac{r_{\text{even}}}{m \times m} [\text{bpp}]. \quad (6.4.2.4)$$

U prethodnom izrazu,  $R_v$  se množi sa 0.5 jer se vektorska kvantizacija primenjuje samo na neparne kolone na slici, tj. na polovinu ukupnog broja piksela.

Eksperimenti su izvršeni procesirajući skup od četiri standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima (Lena, Ulica, Brod i Babun), koje su prikazane na Sl. 6.4.2.1, dok su na Sl. 6.4.2.2 prikazane rekonstruisane slike posle procesiranja predloženim algoritmom za slučaj  $N = 4$  iz Tabele 6.4.2.1.

Tabela 6.4.2.1 Eksperimentalni rezultati primene predloženog modela kodovanja i kompresije slike.

Parametri sistema					Performanse					Vreme procesiranja [s]
$m$	$r_{\text{micro}}$ [bits]	$N$	$r_{\text{even}}$	$k$	Slika $R$ [bpp]	Lena	Ulica	Brod	Babun	
16	0	2	0	4×1	0.15625	22.6135	23.7919	22.3333	19.1932	1.0099
16	1	2	0	4×1	0.21875	25.2429	25.7397	24.7951	19.8868	1.0240
16	2	2	0	4×1	0.28125	26.8450	26.3228	26.1100	20.0707	1.0401
16	1	2	0	2×1	0.34375	26.0641	25.9679	25.8131	20.6400	1.0133
16	2	2	0	2×1	0.40625	27.3382	27.1535	26.8263	20.8603	1.1302
16	3	2	0	2×1	0.46875	27.6622	27.2324	27.0015	20.9277	1.0355
8	2	2	sr.vr.	2×1	0.57813	28.1871	27.5906	27.3638	20.9488	1.1765
8	2	4	sr.vr.	2×1	0.82813	29.9929	29.0265	29.2635	21.9555	1.1739



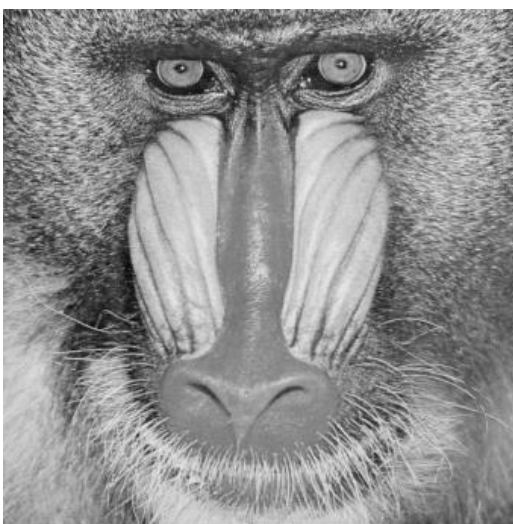
a)



b)



c)



d)

Sl. 6.4.2.1 Standardne test monohromatske slike sa sivim tonovima, rezolucije  $512 \times 512$  piksela: a) Lena, b) Ulica, c) Brod i d) Babun.

U Tabeli 6.4.2.1 prikazno je osam različitih konfiguracija sistema kako bi se pokrio značajan opseg bitskih brzina. Moguće su i drugačije konfiguracije unutar opsega, ali su prikazane opcije koje pružaju najbolje performanse. Recimo, nije neophodno koristiti veći broj bita od 3 za kodovanje  $r_{\text{micro}}$  jer ne dolazi do značajnijeg rasta PSNR-a sa porastom srednje bitska brzine. Vektorska kvantizacija se u svim slučajevima primenjuje samo na neparne kolone slike. Može se primetiti da je za postizanje veće kompresije, odnosno bitskih brzina nižih od 0.28125 bpp, neophodno koristiti četvorodimenzionalne vektore.





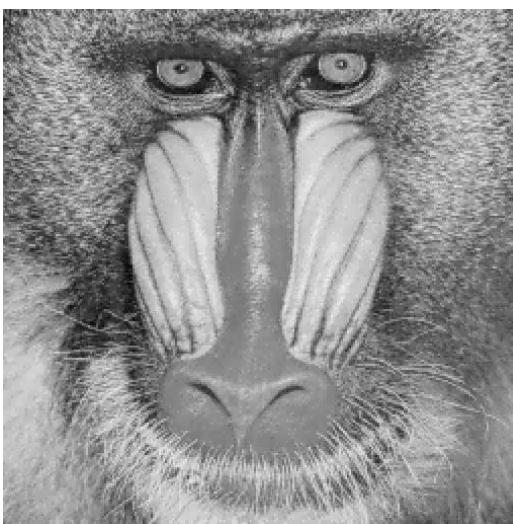
a)



b)



c)



d)

Sl. 6.4.2.2 Standardne test slike sa Sl. 6.4.2.1, posle procesiranja predloženim algoritmom ( $N = 4$ ): a) Lena, b) Ulica, c) Brod i d) Babun.

Pored toga, zanimlja pojava u rezultatima je i ta da je PSNR u slučaju bitske brzine 0.28125 bpp viši u odnosu na slučaj bitske brzine 0.34375 bpp za sve sem jedne razmatrane test slike. U ova dva slučaja se koriste vektori različitih dimenzija ali i različite vrednosti parametra  $r_{\text{micro}}$ , pa se može zaključiti da je algoritam kodovanja i kompresije osetljiviji na optimalnu kvantizaciju parametra  $\hat{x}_{\text{av}}^{\text{d}}$  nego na povećanje dimenzija vektora [9]. Na kraju, može se uočiti da PSNR raste sa povećanjem kodne knjige, broja bita za kodovanje  $\hat{x}_{\text{av}}^{\text{even}}$  ili sa smanjenjem dimenzije makro bloka  $m$ , kao što se i moglo očekivati.

Takođe, može se uočiti i da ne postoji značajna vizuelna razlika između originalnih i rekonstruisanih slika.

Simulacija je izvršena korišćenjem Matlab programskog jezika i 64-bitnog Windows 8.1 operativnog sistema, pri čemu se hardverska konfiguracija sastoji od sledećih komponenti: Intel® Core™ i5-4590 CPU 3.30 GHz, 16GB DDR3 RAM, AMD Radeon R7 240 grafička karta. Prikazano vreme procesiranja u Tabeli 6.4.2.1 je usrednjeno za čitav skup razmatranih slika a mereno je za postupak enkodovanja [9].

#### 6.4.3 Analiza rezultata i poređenje sa drugim modelima

Kako je vrlo teško napraviti teorijski model za procenu performansi algoritama za kodovanje i kompresiju slike i generalno postoji nedostatak teorijskih modela u literaturi, poređenje performansi predloženog algoritma vrši se poređenjem eksperimentalnih rezultata procesirajući isti skup standardnih test slika [9]. Predloženi algoritam poredi se sa drugim rešenjima slične ili nešto veće kompleksnosti, koja uključuju multirezolucione transformacije poput malotalasne i kurvlet transformacije, SVM (eng. *support vector machine*) ili CVM (eng. *core vector machine*) kao tehnike mašinskog učenja, fraktalno kodovanje slike, odnosno linearnu predikciju i dvomodnu kvantizaciju.

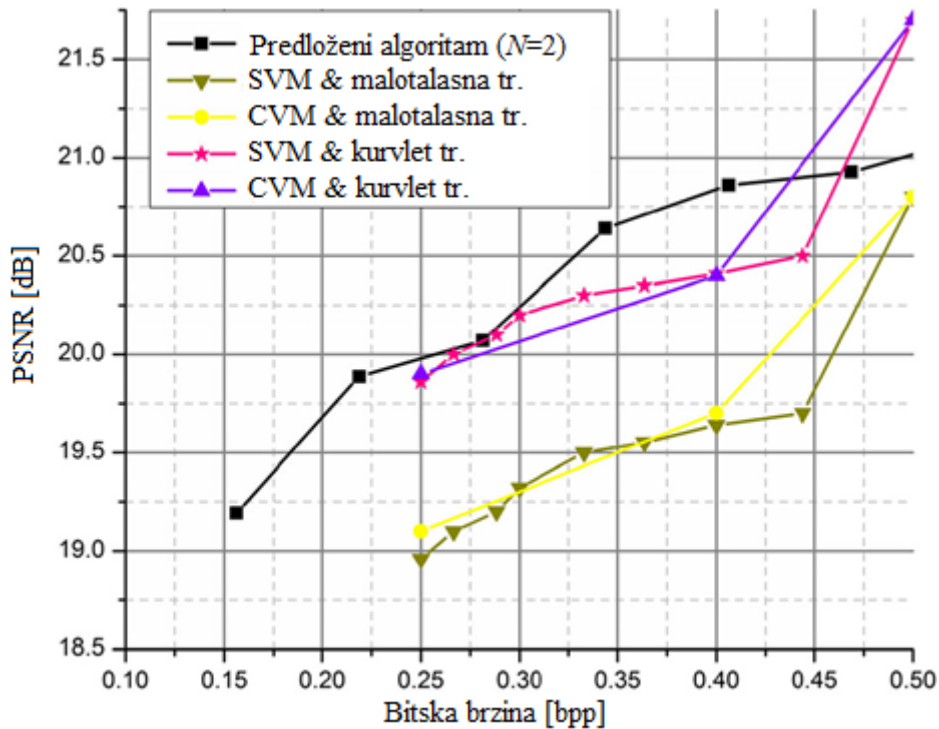
U radu [132] predstavljen je model kodovanja i kompresije slike koji je nešto kompleksniji od algoritma koji je izložen u ovom poglavlju, s obzirom na to da primenjuje transformaciju kompleksniju od Adamarove, kao i da koristi metod mašinskog učenja koji zahteva relativno dugo vreme procesiranja. Model se zasniva na upotrebi druge generacije kurvlet transformacije i SVM regresiji. Nakon dekompozicije slike, vrši se izbor različitih skala kurvlet koeficijenata za entropijsko i aritmetičko kodovanje. Nakon toga, DPCM kodovanje se primenjuje za enkodovanje nižeg podopsega dok se SVM regresija koristi pri finijem kodovanju [9]. Osim ovog modela, u nastavku su prikazani i rezultati primene CVM umesto SVM regresije, kao i malotalasne umesto kurvlet transformacije.

Ukoliko posmatrano peti slučaj iz Tabele 6.4.2.1, može se uočiti da su ostvarene performanse za test sliku Lena: PSNR = 27.3382 dB i R=0.40625 bpp. S druge strane,

sistem predstavljen u [132] pruža PSNR = 26.71 dB, korišćenjem malotalasne transformacije, odnosno PSNR = 27.26 dB u slučaju kurvlet transformacije, za stepen kompresije CR = 20, što odgovara bitskoj brzini R = 0.4 bpp. Poređenjem ovih rezultata, može se uočiti da predloženi model pruža za 0.6285 dB viši PSNR u odnosu na slučaj primene malotalasne transformacije, odnosno 0.0782 dB u odnosu na slučaj primene kurvlet transformacije za približno isti stepen kompresije [9].

Slično, kvalitet rekonstruisane slike posle procesiranja predloženim modelom za istu bitsku brzinu u slučaju test slike Babun je PSNR = 20.8603 dB, dok model iz [132] pruža PSNR = 19.64 dB u slučaju malotalasne transformacije, odnosno PSNR = 20.41 dB u slučaju kurvlet transformacije (CR = 20). Poređenjem performansi može se zaključiti da predloženi model pruža 1.2203 dB viši PSNR u odnosu na primenu malotalasne transformacije, odnosno 0.4503 dB u odnosu na primenu kurvlet transformacije [9]. Ipak, treba napomenuti da u svim prethodno spomenutim slučajevima postoji razlika u bitskoj brzini koja iznosi 0.00625 bpp. Kako bismo demonstrirali superiornost predloženog modela, možemo uporediti performanse modela u slučaju različitih bitskih brzina, pri čemu predloženi model pruža i viši stepen kompresije. Na primer, model predstavljen u radu [132] pruža performanse: PSNR = 20.80 dB i CR = 16 (odgovara brzini R = 0.5 bpp) korišćenjem malotalasne transformacije. Sa druge strane, predloženi model pruža performanse: PSNR = 20.8603 dB i R = 0.40625 bpp u slučaju iste slike, pa se može uočiti da predloženi model pruža 0.0603 dB viši kvalitet rekonstruisane slike uz istovremeno viši stepen kompresije, tj. bitsku brzinu nižu za  $0.5 \text{ bpp} - 0.40625 \text{ bpp} = 0.09375 \text{ bpp}$  [9].

Detaljno poređenje performansi predloženog modela za razmatrani opseg brzina i rezultata iz [132] dato je na Sl. 6.4.3.1 za sliku Babun. Može se uočiti da predloženi model pruža bolje performanse od modela sa kojim poredimo performanse u slučaju malotalasne transformacije za bitske brzine do 0.5 bpp, dok u slučaju druge generacije kurvlet transformacije, predloženi model pruža bolje performanse do brzine 0.45 bpp [9].



Sl. 6.4.3.1 Poređenje performansi predloženog modela sa drugim sličnim modelima.

Uzimajući u obzir čitavu prethodu diskusiju, može se zaključiti da predloženi model kodovanja i kompresije pruža sličan ili bolji odnos PSNR/R za visoke stepene kompresije u odnosu na model iz [132], što je izuzetno važno zbog manje kompleksnosti i vremena procesiranja.

Za razliku od SVM regresije, CVM regresija predstavlja superiorniju tehniku i njenim korišćenjem model iz [133] pruža nešto bolje performanse. Međutim, predloženi model i u ovom slučaju pruža bolje performanse za visoke stepene kompresije, tj. niže bitske brzine. Posmatrajući rezultate date u Tabeli 3 u radu [133], može se uočiti da metod pruža PSNR = 19.1 dB u slučaju malotalasne transformacije, odnosno PSNR = 19.9 dB u slučaju kurvlet transformacije, uz stepen kompresije CR = 32 u slučaju test slike Babun. Sa druge strane, predloženi model pruža PSNR = 19.8868 dB uz R = 0.21875 bpp, što odgovara stepenu kompresije CR = 36.5. Takođe, posmatrajući Sl. 7 (a) iz [133], može se uočiti da metod pruža PSNR oko 21 dB za stepen kompresije CR = 30 i CR = 32 u slučaju test slike Lena. Sa druge strane, uočava se iz Tabele 6.4.2.1 da predloženi model pruža PSNR = 25.2429 dB za bitsku brzinu R = 0.21875 bpp, što odgovara stepenu

kompresije  $CR = 36.5$ . Na osnovu svega ovoga, može se zaključiti da predloženi model pruža oko 4 dB viši PSNR uz istovremeno viši stepen kompresije za posmatrani slučaj [9].

Osim poređenja odnosa PSNR-a i bitske brzine, veoma važno je uporediti i kompleksnost algoritama. Može se uočiti u [133] da vreme procesiranja iznosi između 20 i 55 sekundi u slučaju test slike Lena, što se i moglo očekivati zbog upotrebe tehnika učenja a što je neuporedivo duže od vremena procesiranja koje zahteva predloženi model a koje je dato u Tabeli 6.4.2.1, bez obzira na razlike koje postoje u korišćenom hardveru prilikom simulacije.

Kako bismo uporedili performanse predloženog algoritma sa modelom koji uključuje linearnu predikciju i dvomodnu kvantizaciju, a koji smo predložili u 5. poglavlju ove disertacije kao model za srednje bitske brzine, posmatramo skup od tri standardne test slike (Lena, Ulica i Brod) i najviše razmatrane bitske brzine prikazane u ovom poglavlju (tj. najmanje stepene kompresije, kako bi performanse bile što bliže u pogledu bitskih brzina), imajuću u vidu da algoritam sa kojim poredimo rezultate, pruža najbolje performanse upravo za srednje bitske brzine. U slučaju  $N = 4$  vektora, predloženi model pruža srednji PSNR = 29.428 dB za spomenuti skup slika, uz bitsku brzinu  $R = 0.82813$  bpp. Sa druge strane, algoritam zasnovan na linearnoj predikciji i dvomodnoj kvantizaciji iz [8], pruža srednji PSNR = 32.830 dB uz zahtevanu bitsku brzinu  $R = 2.71$  bpp. Kako bismo mogli da uporedimo ove rezultate, neophodno je da svedemo poređenje na istu bitsku brzinu, u čemu koristimo pravilo da je očekivani porast PSNR-a jednak 5.5 dB sa promenom bitske brzine za 1 bpp, za posmatrane vrednosti bitskih brzina, kao što smo činili i u ranijim poglavljima prilikom poređenja. Na osnovu ovoga, lako se proračunava da predloženi model kodovanja i kompresije zasnovan na Adamarovoj transformaciji i jednostavnoj vektorskoj kvantizaciji pruža srednji dobitak od 6.95 dB za posmatrani skup test slika u odnosu na model zasnovan na linearnoj predikciji i dvomodnoj kvantizaciji [9].

Na kraju, predloženi model kodovanja i kompresije slika poredimo sa modelom zasnovanim na fraktalnom kodovanju slika koji koristi i diskretnu malotalasnu transformaciju. Metod predstavljen u [134] pruža PSNR = 25.8212 dB za stepen kompresije  $CR = 15.6$ , dok slični drugi metodi fraktalnog kodovanja slika sa drugačijim

optimizacijama pružaju PSNR = 23.8441 dB (DCT klasifikacija), PSNR = 23.8773 dB (optimizacija zasnovana na rojevima čestica, eng. *particle swarm optimization*) i stepen kompresije CR = 16.5161 (Tabela 1 iz [134]) u slučaju test slike Lena rezolucije 256×256 piksela. Sa druge strane, predloženi model kodovanja i kompresije pruža performanse PSNR = 25.1597 dB i R = 0.46875 bpp (CR = 17) za istu sliku. Stoga, moguće je zaključiti da predloženi model pruža sličan ili bolji kvalitet rekonstruisane slike uz za nijansu viši stepen kompresije, pri čemu je vreme procesiranja predloženim modelom neuporedivo kraće što se i moglo očekivati jer predloženi model koristi fiksne kvantizere. Naime, vreme procesiranja korišćenjem modela fraktalnog kodovanja slika iznosi između 34 i 190 sekundi prema Tabeli 1 iz [134].

## 7. Optimalna kompadding kvantizacija za Gausov izvor

Sistemi koji se bave prenosom govornog signala najčešće imaju među zahtevima malu kompleksnost kodovanja i kompresije kako ne bi postojalo primetno kašnjenje signala, odnosno kako bi se vršio prenos signala u realnom vremenu. Ovo znači da se prilikom projektovanja kvantizera koji se koriste u algoritmima za kompresiju uvek uzima u obzir odnos ostvarene kompresije i kvaliteta rekonstruisanog signala kao značajan kriterijum projektovanja. Kako je to već opisano u 3. poglavlju ove disertacije, koderi govornog signala mogu se podeliti u najopštijoj klasifikaciji na kodere talasnog oblika i parametarske kodere [4, 135], mada se u literaturi sve češće javljaju i hibridni koderi koji kombinuju osobine obe grupe koderi.

Govorni signal se može opisati Gausovom funkcijom gustine verovatnoće u slučaju da se snaga signala sporo menja i da su odmerci ulaznog signala uzimani u intervalima kraćim od 5 ms [136]. Funkcija gustine verovatnoće Gausovog izvora, nulte srednje vrednosti definiše se kao [4]:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad (7.1)$$

gde  $\sigma$  označava standardnu devijaciju ulaznog signala.

Osnovu koderi talasnog oblika čine skalarni kvantizeri sa fiksnom dužinom kodnih reči. Kako odmerci signala koji se opisuju Gausovom raspodelom ne prate uniformnu raspodelu, nije pogodno koristiti uniformne kvantizere, koji predstavljaju najjednostavniji tip skalarnih kvantizera, za kodovanje i kompresiju govora ukoliko se želi visok kvalitet rekonstruisanog signala. Zbog toga su današnji standardi za kodovanje i kompresiju govornog signala zasnovani na upotrebi logaritamskih zakona kompresije, o čemu je takođe bilo reči u 3. poglavlju disertacije. Logaritamski zakoni kompresije pružaju robusna rešenja u širokom opsegu varijansi ulaznog signala. Međutim, optimalni zakon kompresije i dalje pruža viši kvalitet rekonstruisanog signala za posmatranu referentnu varijansu za koju je projektovan.

Optimalna kompadding kvantizacija predstavlja tehniku kvantizacije koja je vrlo efikasna u slučaju projektovanja nelinearnih kvantizera sa velikim brojem nivoa i njen značaj postaje sve veći s razvojem hardvera s obzirom na to da adaptivna rešenja zasnovana na optimalnom zakonu kompresije pružaju performanse bliske iterativnom Lojd-Maksovom algoritmu uz znatno manju kompleksnost [4]. Poznato je da Lojd-Maksov algoritam pruža minimalnu distorziju rekonstruisanog signala opisanog pomoću zadate funkcije gustine verovatnoće. Međutim, kompleksnost ovakvog načina projektovanja značajno raste sa povećanjem broja reprezentacionih nivoa, s obzirom na to da je algoritam iterativan. Sa druge strane, savremeni servisi zahtevaju upotrebu velikog broja reprezentacionih nivoa kako bi kvalitet rekonstruisanog signala bio što bolji.

Neuniformna kvantizacija može se realizovati pomoću kompadding tehnike procesiranjem signala kroz tri koraka. Praktično, kompadding kvantizacija se definiše kao redna veza neuniformne kompresorske funkcije  $c(\cdot)$ , uniformne kvantizacije i neuniformne ekspanzorske funkcije  $c^{-1}(\cdot)$ . Poznato je da optimalna kompresorska funkcija koji obezbeđuje maksimalni odnos signal-šum kompadding kvantizacije ima oblik [41]:

$$c(x) = x_{\max} \frac{\int_0^x p^{1/3}(t) dt}{\int_0^{x_{\max}} p^{1/3}(t) dt}, \quad 0 \leq x \leq x_{\max}, \quad (7.2)$$

gde  $x_{\max}$  predstavlja maksimalnu amplitudu granularnog regiona.

Kako u ovom slučaju razmatramo Gausov izvor, zamenom izraza (7.1) u izraz (7.2), dobija se posebno rešenje za kompresorsku funkciju ovog izvora koje nije u zatvorenom obliku [41]:

$$c(x) = \begin{cases} \frac{1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{|x|}{\sqrt{6}\sigma}\right)}{1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{x_{\max}}{\sqrt{6}\sigma}\right)} \operatorname{sgn}(x), & |x| \leq x_{\max}, \end{cases} \quad (7.3)$$

s obzirom na to da u prethodnom izrazu  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  predstavlja specijalnu funkciju koja se definiše kao [41]:



$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} \exp(-t^2) dt. \quad (7.4)$$

Kako projektovanje optimalnog kompadding kvantizera za Gausov izvor zahteva rešavanje integralnih jednačina, uvođenje kompadding tehnike gubi smisao jer dolazi do povećanja kompleksnosti [36, 41]. Projektovanje i realizacija optimalnog nelinearnog kompadding kvantizera za Gausov izvor ima veliki teorijski značaj ali ne i praktični s obzirom na to da ne postoji analitičko rešenje u zatvorenom obliku za projektovanje kvantizera, kao ni za procenu performansi. U literaturi se javljaju dva pristupa rešavanju ovih problema koja nude asimptotska rešenja. Prvi pristup razmatra samo teorijsku procenu performansi i zasnovan je na izvođenju asimptotskih formula [36, 137], dok se drugi pristup bavi i teorijskom procenom performansi i projektovanjem [37, 38]. Ideja implementirana u okviru projektovanja u pristupu iz [37], zasnovana je na linearizaciji kompresorske funkcije aproksimacionim splajn (eng. *spline*) funkcijama prvog reda, pri čemu je kao rešenje veće preciznosti predložen dizajn koji koristi dvomodnu kvantizaciju.

U ovom poglavlju se predlaže projektovanje kompadding kvantizera zasnovano na deo-po-deo linearnoj aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće Gausovog izvora nulte srednje vrednosti i jedinične varijanse. Motivacija za ovakav pristup dolazi iz činjenice da linearna aproksimacija funkcije gustine verovatnoće sa nejednakim brojem reprezentacionih nivoa unutar segmenata vodi do nelinearne aproksimacije kompresorske funkcije, što hipotetički može pružiti performanse bliske optimalnim u slučaju Gausovog izvora uz mali broj segmenata aproksimacije, manji nego u slučaju direktne linearizacije kompresorske funkcije. Aproksimacija funkcije gustine verovatnoće u ovom slučaju vrši se za izvor kod koga je poznat analitički oblik funkcije koja se aproksimira, a aproksimacije izvora imaju značaj i u slučaju kada nije moguće odrediti u zatvorenom obliku funkciju gustine verovatnoće [138].

Prve teorijske procene performansi pokazale su da ovakav model kvantizacije pruža performanse bliske optimalnim u pogledu ostvarenog SQNR-a [41, 139], pri čemu su relativne razlike između SQNR-a dobijenih predloženim i optimalnim rešenjima manje od 2% u slučaju malog broja reprezentacionih nivoa, dok za veliki broj nivoa razlike su manje od 1%. Osim toga, prva istraživanja vršili smo i u slučaju Laplasovog i Gama izvora, ali ovi slučajevi nemaju toliki praktični značaj kao Gausov izvor [140, 141]. U

ovom poglavlju se stoga predlaže kompletno projektovanje ovakvog modela kvantizacije i to u slučaju i jednomodnog i naprednog dvomodnog rešenja, koje je posebno razmatrano i čija opšta teorija je upotpunjena u domenu procene performansi. Kako se adaptivna rešenja zasnivaju na projektovanju kvantizera za referentnu varijansu, izvedeni su izrazi u zatvorenom obliku za projektovanje kvantizera i za procenu performansi za jediničnu varijansu bez gubljenja opštosti. Nakon projektovanja, ilustrovane su performanse i izvršena je analiza za različite parametre sistema.

### 7.1 Projektovanje kompanding kvantizera zasnovano na deo-po-deo linearnoj aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće signala Gausovog izvora

Projektovanje novog modela kvantizacije zasniva se na ekvidistantnosti granica odlučivanja koje pokrivaju amplitudski opseg kvantizera kao i na nejednakom broju ćelija unutar segmenata. Kao jedno od rešenja najmanje kompleksnosti, koristimo splajn funkcije prvog reda, tako da aproksimativna funkcija gustine verovatnoće ima oblik [41]:

$$p_i^1(x) = a_i x + b_i, \quad x \in [x_{i-1}^{\text{seg}}, x_i^{\text{seg}}], \quad i = 1, \dots, L. \quad (7.1.1)$$

Kako su kompanding kvantizeri simetrični, razmatramo nadalje samo pozitivan opseg amplituda. Stoga  $L$  predstavlja ukupan broj segmenata aproksimacije u pozitivnom opsegu, dok  $a_i$  i  $b_i$  predstavljaju koeficijente splajn funkcije aproksimacije prvog reda i definisani su sledećim izrazima [41]:

$$a_i = \frac{p(x_i^{\text{seg}}) - p(x_{i-1}^{\text{seg}})}{x_i^{\text{seg}} - x_{i-1}^{\text{seg}}}, \quad i = 1, \dots, L, \quad (7.1.2)$$

$$b_i = p(x_{i-1}^{\text{seg}}) - a_i x_{i-1}^{\text{seg}}, \quad i = 1, \dots, L. \quad (7.1.3)$$

U prethodnim izrazima, granice segmenata aproksimacije označene su sa  $x_i^{\text{seg}}$  a kako segmente postavljamo tako da imaju jednaku širinu, granice segmenta se mogu dobiti pomoću [41]:

$$x_i^{\text{seg}} = i \frac{x_{\text{max}}}{L}, \quad i = 0, \dots, L, \quad (7.1.4)$$

gde maksimalnu amplitudu granularnog regiona  $x_{max}$  definišemo kao [36, 41]:

$$x_{max} = x_L^{seg} = \sigma \sqrt{6 \ln N} \left[ 1 - \frac{\ln \ln N}{4 \ln N} - \frac{\ln(3\sqrt{\pi})}{2 \ln N} \right], \quad (7.1.5)$$

gde  $N$  označava ukupan broj reprezentacionih nivoa. U ovoj analizi, predlažemo projektovanje tako da se prvi i poslednji reprezentacioni nivo dobijaju iz uslova centroida, pa je ukupan broj reprezentacionih nivoa u prvom kvadrantu jednak [41]:

$$\sum_{i=1}^L \frac{N_i}{2} = \frac{N-2}{2}, \quad (7.1.6)$$

pri čemu se broj ćelija u svakom aproksimacionom segmentu u pozitivnom opsegu,  $N_i/2$ , može sračunati pomoću uslova [41]:

$$\frac{N_i/2}{(N-2)/2} = \frac{c(x_i^{seg}) - c(x_{i-1}^{seg})}{c(x_L^{seg})}. \quad (7.1.7)$$

Kako je izabrano da poslednji reprezentacioni nivo  $y_N$  nije definisan koristeći kompresorsku funkciju već se računa koristeći uslov centroida, ovaj element kodne knjige se računa kao [41]:

$$y_N = \frac{\int_{x_{max}}^{+\infty} xp(x)dx}{\int_{x_{max}}^{+\infty} p(x)dx}. \quad (7.1.8)$$

Uvodeći deo-po-deo linearnu aproksimaciju funkcije gustine verovatnoće u proces projektovanja kvantizera, kompresorska funkcija takođe postaje posredno segmentirana. Zamenom jednačine (7.1.1) u jednačinu (7.2), dobija se oblik kompresorske funkcije za aproksimativnu funkciju gustine verovatnoće [41]:

$$c_i^1(x) = x_{max} \frac{\int_0^x (p_i^1(x))^{1/3} dx}{\int_0^{x_{max}} (p(x))^{1/3} dx} = \frac{x_{max}}{C_0} \begin{cases} \int_0^x (p_i^1(t))^{1/3} dt, & i=1, \\ \left( \sum_{j=1}^{i-1} \int_{x_{j-1}^{seg}}^{x_j^{seg}} (p_j^1(t))^{1/3} dt + \int_{x_{i-1}^{seg}}^x (p_i^1(t))^{1/3} dt \right), & i=2, \dots, L, \end{cases} \quad (7.1.9)$$

pri čemu parametar  $C_0$  ima konstantnu vrednost i izračunava se pomoću sledećeg izraza [41]:

$$C_0 = \int_0^{x_{\max}} (p(t))^{1/3} dt = const. \quad (7.1.10)$$

Pored parametra  $C_0$ , uvodimo i dodatne parametre koji imaju konstantnu vrednost, kako bi se pojednostavio matematički zapis kompresorske funkcije. Parametre  $C_i$  ( $i = 1, \dots, L$ ) definišemo na sledeći način [41]:

$$C_i = \begin{cases} 0, & i = 1, \\ \frac{x_{\max}}{C_0} \sum_{j=1}^{i-1} \int_{x_{j-1}^{\text{seg}}}^{x_j^{\text{seg}}} (p_j^l(t))^{1/3} dt = const, & i = 2, \dots, L. \end{cases} \quad (7.1.11)$$

Konačno, daljim sređivanjem izraza (7.1.9), uzimajući u obzir izraze definisane sa (7.1.10) i (7.1.11), dobijen je izraz u zatvorenom obliku za kompresorsku funkciju kompanding kvantizera čije je projektovanje zasnovano na deo-po-deo linearnoj aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće signala Gausovog izvora [41]:

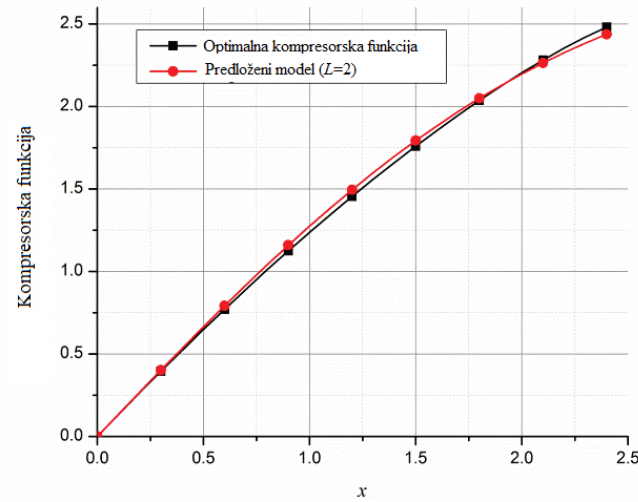
$$c_i^l(x) = \frac{3x_{\max}}{4a_i C_0} \left[ (a_i x + b_i)^{4/3} - (p_i^l(x_{i-1}^{\text{seg}}))^{4/3} \right] + C_i, \quad i = 1, \dots, L. \quad (7.1.12)$$

Dobijeno rešenje u zatvorenom obliku predstavlja najveću prednost razvijenog modela kvantizacije s obzirom na to da je praktična implementacija ovakvog rešenja jednostavnija u poređenju sa optimalnim nelinearnim kompandrom koji zahteva rešavanje integralnih jednačina. Pored definisanja kompresorske funkcije kompandora izrazom (7.1.12), kao i procesa uniformne kvantizacije, potpuno rešenje kompanding modela zahteva i rešenje za inverznu kompresorsku funkciju ekspandora, koju predstavljamo takođe u zatvorenom obliku sledećim izrazom [41]:

$$(c_i^l)^{-1}(x) = \frac{1}{a_i} \left\{ \left[ (x - C_i) \frac{4a_i C_0}{3x_{\max}} + (p_i^l(x_{i-1}^{\text{seg}}))^{4/3} \right]^{3/4} - b_i \right\}, \quad i = 1, \dots, L. \quad (7.1.13)$$

Na Sl. 7.1.1 prikazan je grafički prikaz kompresorske funkcije optimalnog linearnog kompandora definisanog izrazom (7.3) kao i predloženog aproksimacionog rešenja definisanog izrazom (7.1.12) u najjednostavnijem razmatranom slučaju koji predstavlja i

najgrublju aproksimaciju ( $N = 16, L = 2$ ) [41]. Prikaz je dat oko koordinatnog početka u pozitivnom opsegu amplituda.



Sl. 7.1.1 Poređenje kompresorskih funkcija.

Može se primetiti da kompresorska funkcija predloženog modela dobro prati ponašanje optimalne kompresorske funkcije, a s povećanjem broja reprezentacionih nivoa i segmenata aproksimacije razlike postaju sve manje i vizuelno zanemarljive, pa nisu prikazane.

Konačno, granice odlučivanja  $x_{i,j}$  i reprezentacioni nivoi  $y_{i,j}$  unutar  $i$ -tog segmenta i  $j$ -te ćelije definišemo kao:

$$x_{i,j} = (c_i^1)^{-1}(j\Delta_i), \quad i = 1; j = 1, \dots, N_i / 2, \quad (7.1.14)$$

$$y_{i,j} = (c_i^1)^{-1}\left(\frac{2j-1}{2}\Delta_i\right), \quad i = 1; j = 1, \dots, N_i / 2, \quad (7.1.15)$$

$$x_{i,j} = (c_i^1)^{-1}(c_{i-1}^1(x_{i-1}^{\text{seg}}) + j\Delta_i), \quad i = 2, \dots, L; j = 1, \dots, N_i / 2, \quad (7.1.16)$$

$$y_{i,j} = (c_i^1)^{-1}\left(c_{i-1}^1(x_{i-1}^{\text{seg}}) + \frac{2j-1}{2}\Delta_i\right), \quad i = 2, \dots, L; j = 1, \dots, N_i / 2. \quad (7.1.17)$$

U prethodnim jednačinama,  $\Delta_i$  označava korak kvantizacije unutar  $i$ -tog aproksimacionog segmenta. Koraci po segmentima nemaju jednake širine i definišemo ih kao:

$$\Delta_i = \begin{cases} \frac{2c_i^1(x_i^{\text{seg}})}{N_i}, & i = 1, \\ \frac{2(c_i^1(x_i^{\text{seg}}) - c_i^1(x_{i-1}^{\text{seg}}))}{N_i}, & i = 2, \dots, L. \end{cases} \quad (7.1.18)$$

Performanse rekonstruisanog signala u slučaju optimalnog nelinearnog komandora procenjujemo koristeći SQNR prema izrazu (3.1). Kako amplitude ulaznog signala nisu ograničene, ukupna distorzija se sastoji iz sume granularne distorzije i distorzije prekoračenja, koje su u ovom slučaju definisane pomoću sledećih izraza, respektivno:

$$D_g = \sum_{j=2}^{N-1} \int_{x_{j-1}}^{x_j} (x - y_j)^2 p(x) dx, \quad (7.1.19)$$

$$D_o = 2 \int_{x_{\max}}^{+\infty} (x - y_N)^2 p(x) dx. \quad (7.1.20)$$

U izrazu za granularnu distorziju, sumiranje se vrši od 2 do  $N-1$  a ne od 1 do  $N$ , zbog odluke da se prilikom projektovanja prvi i poslednji reprezentacioni nivo definišu uslovom centroida a ne kompresorskom funkcijom. Ovako definisani izrazi za distorziju predstavljaju egzaktnu procenu. Međutim, zbog svoje jednostavnosti se mnogo češće u praksi koristi rešenje zasnovano na upotrebi Benetovog integrala, koje predstavlja asimptotsko rešenje procene performansi [36]:

$$D_g = \frac{x_{\max}^2}{3(N-2)^2} \int_{-x_{\max}}^{x_{\max}} \frac{p(x)}{[c'(x)]^2} dx. \quad (7.1.21)$$

Zamenom izraza (7.1.1), (7.1.5) i (7.1.12) u (7.21), izvodi se izraz za procenu granularne distorzije predloženog jednomodnog rešenja kvantizacije:

$$D_g^l = \frac{2C_0^2}{3(N-2)^2} \sum_{i=1}^L \frac{3}{4a_i} \left[ (p_i^l(x_i^{\text{seg}}))^{4/3} - (p_i^l(x_{i-1}^{\text{seg}}))^{4/3} \right], \quad (7.1.22)$$

dok se izraz za granularnu distorziju izvodi zamenom izraza (7.1) u izraz (7.1.20):

$$D_o = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (x_{\max} - 2y_N) \exp\left\{-\frac{x_{\max}^2}{2}\right\} + (1 + y_N^2) \operatorname{erfc}\left(\frac{x_{\max}}{\sqrt{2}}\right). \quad (7.1.23)$$

Može se uočiti iz izraza (7.1.23) da distorzija prekoračenja ne zavisi od broja segmenata aproksimacije.

### 7.1.1 Analiza performansi predloženog jednomodnog rešenja komandring kvantizacije

U Tabeli 7.1.1.1 prikazane su numeričke vrednosti SQNR-a predloženog modela kvantizacije ( $SQNR^L$ ) u slučaju ulaznog signala jedinične varijanse i za različite vrednosti parametara sistema – broja segmenata aproksimacije i ukupnog broja reprezentacionih nivoa. Pored toga, dati su i asimptotski teorijski rezultati u slučaju nelinearnog optimalnog komandora ( $SQNR^{NOC}$ ), dobijeni na osnovu Benetovog integrala.

Može se uočiti iz Tabele 7.1.1.1 da su procenjene performanse predloženog modela bliske optimalnim, a da u nekim slučajevima je čak procenjen i za nijansu bolji kvalitet rekonstruisanog signala, što je nemoguće. Ovo se može objasniti nedovoljnom preciznošću Benetovog integrala, posebno za mali broj reprezentacionih nivoa i mali broj segmenata aproksimacije [36]. Stoga su u Tabeli 7.1.1.1 prikazane i relativne razlike u proceni SQNR-a između ova dva metoda kako bi se lakše detektovale najveće razlike, koristeći izraz [41]:

$$\delta_{SQNR} = \frac{|SQNR^L - SQNR^{NOC}|}{SQNR^{NOC}} \cdot 100 [\%]. \quad (7.1.1.1)$$

Tabela 7.1.1.1 Performanse predloženog modela

$N$	$L$	$SQNR^L$ [dB]	$SQNR^{NOC}$ [dB]	$\mathcal{E}$ [%]
16	2	19.9569	19.7356	1.12132
	4	20.1412		2.05517
	8	20.1566		2.1332
32	2	25.7711	25.7562	0.05785
	4	25.9145		0.61461
	8	25.9611		0.79554
64	2	31.5304	31.7768	0.77541
	4	31.7762		0.00189
	8	31.8598		0.2612
128	2	37.3505	37.7974	1.18236
	4	37.6956		0.26933
	8	37.8159		0.04895

Može se uočiti da se sa povećanjem broja reprezentacionih nivoa, kao i segmenata aproksimacije, smanjuje relativna razlika ostvarenih performansi u odnosu na performanse koje se ostvaruju pomoću nelinearnog optimalnog komandora, što je rezultat kako boljeg projektovanja tako i bolje procene Benetovim integralom u ovim slučajevima. Jedine veće nepravilnosti se mogu uočiti u slučaju predloženog sistema za  $N=16$  reprezentacionih nivoa. Ova pojava se dešava jer je u pitanju najgrublja aproksimacija kod koje dolazi do grube procene broja reprezentacionih nivoa unutar segmenata, pa je samim tim i gubitak informacija najveći [41].

## 7.2 Projektovanje dvomodnog komping kvantizera zasnovano na deo-po-deo linearnoj aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće signala Gausovog izvora

Ideja dvomodne kvantizacije u literaturi se javlja u slučajevima kada je potrebno kreirati sofisticirana rešenja koja obezbeđuju visok kvalitet rekonstruisanog signala [37]. Skalarni kvantizeri predstavljaju jednostavnu klasu tehnika kvantizacije, međutim stepen kompresije koji se može ostvariti njima nije toliko dobar kao u slučaju vektorske kvantizacije sa višedimenzionim vektorima [37]. Kao rezultat toga, došlo se do ideje alternativne primene dva moda skalarne kvantizacije kod koje je jedan kvantizer ograničen i projektovan tako da bolje pokrije statistički gledano dominantnije vrednosti



amplituda ulaznog signala, dok se u ostalim slučajevima koristi neograničen kvantizer. Ova ideja posebno dolazi do izražaja prilikom procesiranja signala po frejmovima, što je najčešće i slučaj u savremenim telekomunikacionim mrežama.

Upotreba skalarnih kvantizera sa prekidačkom tehnikom kod procesiranja signala po frejmovima predstavlja relativno nov pristup koji se tek razvija, a koji je formiran na osnovama vektorskog pristupa [37, 39, 142–143]. Ovde koristimo sistem dvomodne kvantizacije koji se sastoji iz ograničenog i neograničenog fiksnog deo-po-deo neuniformnog kompadding kvantizera, sličan kao u [37]. Odluka o izboru ograničenog ili neograničenog kvantizera za pojedinačni frejm svodi se na upoređivanje amplituda svih odmeraka unutar pojedinačnog frejma sa pragom koji je jednak maksimalnoj amplitudi granularnog regiona ograničenog kvantizera  $t_{max}$ . Drugim rečima, ukoliko makar jedan odmerak unutar pojedinačnog frejma ima amplitudu veću od vrednosti izabranog praga  $t_{max}$ , tada se koristi neograničeni kvantizer za procesiranje čitavog frejma. U suprotnom, koristi se ograničeni kvantizer. Na ovaj način, sistem je projektovan tako da se koristi činjenica da kvantizer čija je manja maksimalna amplituda granularnog regiona obezbeđuje viši kvalitet rekonstrukcije za isti broj reprezentacionih nivoa. Stoga, maksimalne amplitude granularnih regiona ograničenog i neograničenog kvantizera treba odabrati tako da je dominantna upotreba ograničenog kvantizera, uzimajući u obzir dinamiku čitavog signala i minimizujući ukupnu distorziju.

Na osnovu sprovedenih simulacija ovakvog procesiranja signala po frejmovima različite dužine  $M$ , uočili smo da iako ulazni signal ima Gausovu raspodelu, dolazi do izobličenja karakteristika funkcija gustine verovatnoće kako kod ograničenog kvantizera (što se i dalo očekivati zbog ograničene prirode), tako i kod neograničenog kvantizera. Ova izobličenja mogu biti blaga, ali i značajna, zavisno od maksimalne amplitude granularnog regiona ograničenog kvantizera  $t_{max}$  kao i dužine frejma  $M$ .

U ovom poglavlju predlažu se izrazi koji opisuju funkcije gustine verovatnoće ograničenog ( $p_r(x)$ ) i neograničenog kvantizera ( $p_u(x)$ ):

$$p_r(x) = \frac{p(x)}{2 \int_0^{t_{max}} p(x) dx}, \quad (7.2.1)$$

$$p_u(x) = \begin{cases} \frac{M-1}{M} p(x), & 0 \leq x < t_{\max}, \\ \frac{1}{M} \left( M-1 + \frac{1}{2 \int_{t_{\max}}^{+\infty} p(x) dx} \right), & x \geq t_{\max}. \end{cases} \quad (7.2.2)$$

Posmatrajući prethodni izraz, može se zaključiti da se funkcija gustine verovatnoće neograničenog kvantizera sastoji iz dva regiona. Na osnovu činjenica da se sistem projektuje tako da je dovoljno da makar jedan odmerak unutar frejma ima amplitudu veću od  $t_{\max}$ , verovatnoće odmeraka koji se procesiraju neograničenim kvantizerom a čije amplitude su manje od  $t_{\max}$ , približno su  $(M-1)/M$  puta manje od funkcije gustine verovatnoće ulaznog signala  $p(x)$ . Zamenom izraza (7.1) u izraz (7.2.1) dobija se konačni izraz za funkciju gustine verovatnoće signala na ulazu ograničenog kvantizera dvomodnog sistema kvantizacije u slučaju Gausovog izvora:

$$p_r(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi - 2A}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}, \quad (7.2.3)$$

gde je  $A$  konstanta koja zavisi od  $t_{\max}$ , koju definišemo kao:

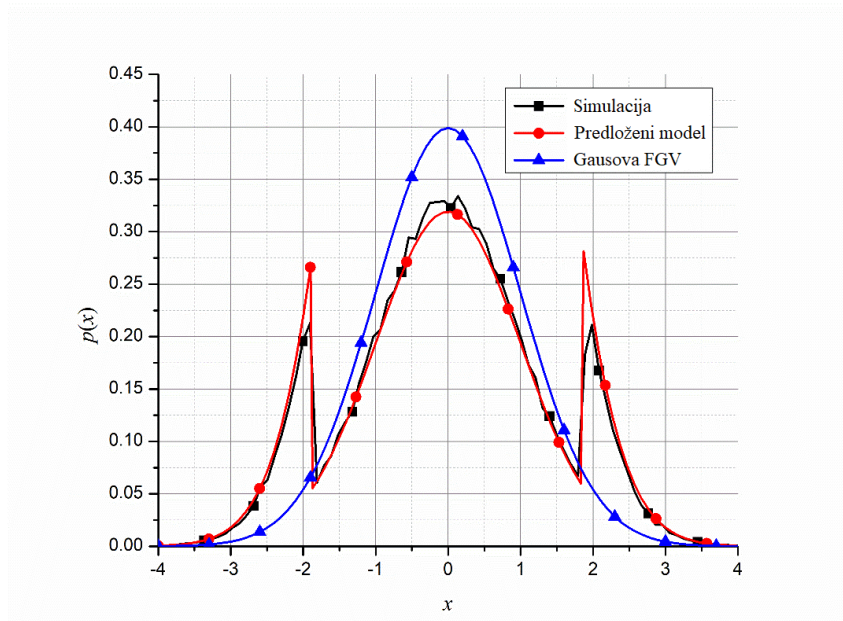
$$A = \int_{t_{\max}}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx = \text{const.}, \quad (7.2.4)$$

dok se zamenom izraza (7.1) u (7.2.2) dobija konačni izraz za funkciju gustine verovatnoće signala na ulazu neograničenog kvantizera u slučaju Gausovog izvora:

$$p_u(x) = \begin{cases} \frac{M-1}{M\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}, & 0 \leq x < t_{\max}, \\ \frac{\sqrt{2}(M-1)A + \sqrt{\pi}}{2AM\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}, & x \geq t_{\max}. \end{cases} \quad (7.2.5)$$

Predloženi teorijski model funkcije gustine verovatnoće signala na ulazu neograničenog kvantizera dobijen je analizirajući Monte Karlo simulacije i funkciju gustine verovatnoće Gausovog izvora. Simulacija je izvršena za milion frejmova i može se primetiti dobro vizuelno slaganje između teorijskog modela i simulacije na Sl. 7.2.1, dok će numerička

potvrda teorijskog modela kao i objašnjenje izbora parametara sistema biti diskutovani u narednom odeljku sa numeričkim rezultatima.



Sl. 7.2.1 Funkcija gustine verovatnoće signala na ulazu neograničenog kompadding kvantizera ( $M = 5$ ,  $t_{\max} = 1.89$ ).

Ukupna distorzija rekonstruisanog signala koji se dobija nakon procesiranja predloženim dvomodnim modelom kvantizacije mora da uključi u proračun distorzije signala koje nastaju prilikom procesiranja signala koristeći i ograničen i neograničen kvantizer, tako da se ukupna distorzija proračunava kao [37, 39]:

$$D = P_r D_g^r + P_u (D_g^u + D_o^u), \quad (7.2.6)$$

gde  $D_g^r$  i  $D_g^u$  označavaju granularne distorzije signala koje nastaju procesiranjem pomoću ograničenog i neograničenog kvantizera, respektivno, dok  $D_o^u$  označava distorziju prekoračenja koja nastaje procesiranjem signala neograničenim kvantizerom. Treba napomenuti da distorzija prekoračenja ne postoji kod ograničenog kvantizera zbog njegove prirode. Osim toga,  $P_r$  i  $P_u$  označavaju verovatnoće pojavljivanja frejmova koji se procesiraju ograničenim i neograničenim kvantizerom, respektivno, i mogu se izračunati kao [40]:

$$P_r = \left( 1 - 2 \int_{t_{\max}}^{+\infty} p(x) dx \right)^M, \quad (7.2.7)$$

$$P_u = 1 - P_r. \quad (7.2.8)$$

Slično kao i kod jednomodnog rešenja, kompresorska i ekspanzorska funkcija, izrazi za granularnu distorziju ograničenog i neograničenog kvantizera kao i izraz za distorziju prekoračenja neograničenog kvantizera izvode se koristeći isti postupak, ali razmatrajući funkcije gustine verovatnoće definisane izrazima (7.2.3) i (7.2.5) umesto (7.1). U narednom odeljku biće demonstrirana važnost uvođenja predloženog teorijskog modela funkcije gustine verovatnoće signala na ulazu neograničenog kvantizera (izraz 7.2.5).

### 7.2.1 Analiza performansi predloženog dvomodnog rešenja kompadding kvantizacije

Performanse predloženog modela dvomodne kvantizacije prikazane su u Tabeli 7.2.1.1 za različite vrednosti parametara sistema. Vrednosti SQNR-a sračunate su za različiti broj reprezentacionih nivoa (od  $N = 16$  do  $N = 256$ ), zatim za  $L = 2$  i  $L = 4$  segmenata aproksimacije, kao i frejmove male dužine ( $M = 5$  i  $M = 6$ ). Poslednji ulazni parametar sistema,  $t_{\max}$ , određujemo numerički za ovakav fiksni dizajn, minimizacijom ukupne distorzije.

Rezultati označeni pomoću  $\text{SQNR}^{\text{theory}}$  odnose se na teorijski proračun SQNR-a dok su pomoću  $\text{SQNR}^{\text{simulation}}$  označeni rezultati dobijeni pomoću Monte Karlo simulacije. Posmatrajući rezultate iz Tabele 7.2.1.1, može se uočiti da i teorijski rezultati i oni dobijeni pomoću simulacije dobro prate promene parametara sistema ( $N$  i  $M$ ). Uočava se da dolazi do rasta SQNR-a sa porastom broja reprezentacionih nivoa  $N$  i to oko 6 dB u slučaju promene bitske brzine za 1 bit/sample. Osim toga, uočava se da je SQNR nešto manji sa povećanjem veličine frejma jer dolazi do nešto slabijeg izbora kvantizera po odmerku, što se objašnjava činjenicom da raste verovatnoća upotrebe neograničenog kvantizera pa samim tim izostaje finija kvantizacija za koju je zadužen ograničen kvantizer.

Tabela 7.2.1.1 SQNR predloženog dvomodnog modela kvantizacije

$N$	$L$	$M$	$t_{\max}$	$SQNR^{\text{theory}}$ [dB]	$SQNR^{\text{simulation}}$ [dB]	$P^r$ [%]	$P^u$ [%]
16	2	5	1.91	21.6349	21.5379	74.88	25.12
		6	1.97	21.5047	21.4359	73.97	26.03
	4	5	1.93	21.6236	21.4070	75.89	24.11
		6	1.99	21.4954	21.1808	75.07	24.93
32	2	5	2.03	27.5892	27.6126	80.54	19.46
		6	2.09	27.462	27.5193	79.90	20.10
	4	5	2.02	27.6244	27.7543	80.13	19.87
		6	2.08	27.4959	27.4485	79.46	20.54
64	2	5	2.13	33.5107	33.5340	84.47	15.53
		6	2.18	33.3899	33.4293	83.73	16.27
	4	5	2.09	33.6141	33.8926	82.98	17.02
		6	2.15	33.4881	33.5534	82.49	17.51
128	2	5	2.21	39.4231	39.4480	87.16	12.84
		6	2.26	39.3089	39.3532	86.53	13.47
	4	5	2.13	39.5953	39.7205	84.47	15.53
		6	2.19	39.4725	39.5553	84.05	15.95
256	2	5	2.27	45.3419	45.3232	88.98	11.02
		6	2.32	45.2332	45.2222	88.40	11.60
	4	5	2.17	45.5729	45.5934	85.82	14.18
		6	2.23	45.4534	45.5127	85.51	14.49

Ipak, može se primetiti da uvođenje većeg broja segmenata aproksimacije pruža dobitak koji nije opravdan s obzirom na veću kompleksnost, pogotovu za  $N = 16$  i  $N = 32$  reprezentacionih nivoa.

Kako bi se pokazala važnost uvođenja predloženog modela funkcije gustine verovatnoće signala na ulazu neograničenog kvantizera, Tabela 7.2.1.2 prikazuje rezultate koji se dobijaju korišćenjem neograničene Gausove funkcije gustine verovatnoće na ulazu neograničenog kvantizera umesto predloženog modela, što je dosadašnja praksa u literaturi. Drugim rečima, smatra se da ulaz sistema i ulaz neograničenog kvantizera procesiraju signale koji mogu da se opišu identičnim funkcijama gustine verovatnoće. Kako je već demonstrirano da se u slučaju  $L = 2$  segmenta aproksimacije dobijaju rezultati bliski optimalnim, slučaj za  $L = 4$  segmenta neće biti dalje razmatran. Ovo potvrđuje i početnu hipotezu da se linearizacijom funkcije gustine verovatnoće zahteva manji broj segmenata aproksimacije nego direktnom linearizacijom kompresorske funkcije za pružanje performansi bliskih optimalnim, imajući u vidu da je u radu [37] demonstrirano kako sa povećanjem broja segmenata aproksimacije kompresorske

funkcije dolazi do značajnijeg porasta kvaliteta rekonstruisanog signala, što se i moglo očekivati. Kao i kod razmatranja rezultata u Tabeli 7.2.1.1,  $t_{\max}$  se i u ovom slučaju dobija minimizacijom ukupne distorzije, pa se vrednosti  $t_{\max}$  neznatno razlikuju u tabelama 7.2.1.1 i 7.2.1.2.

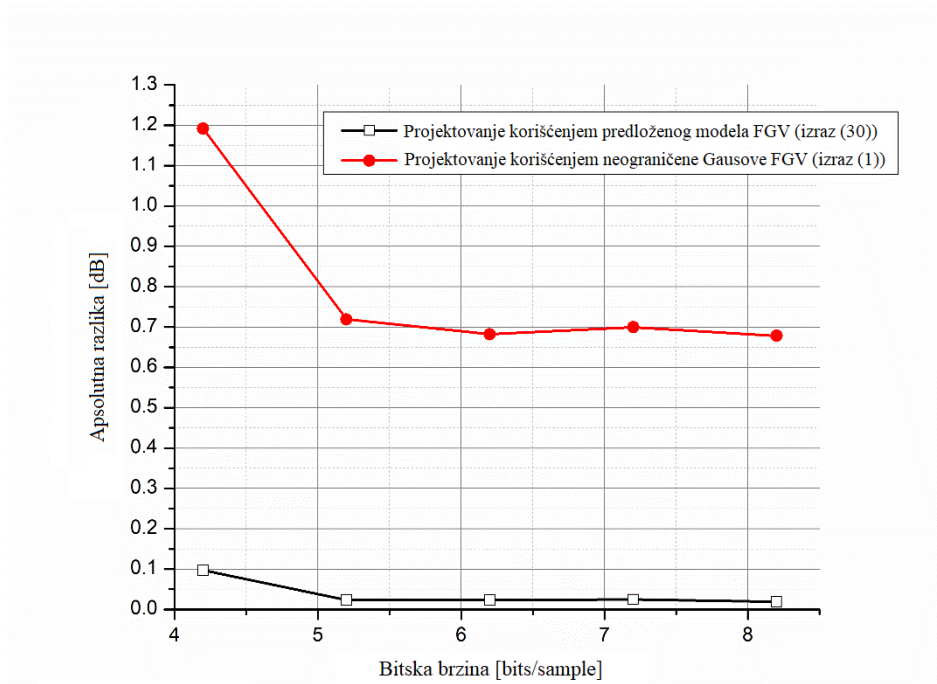
Tabela 7.2.1.2 SQNR predloženog dvomodnog modela kvantizacije u slučaju kada se pretpostavlja da signal na ulazu neograničenog kvantizera ima Gausovu raspodelu ( $L = 2$ )

$N$	$M$	$t_{\max}$	$SQNR_G^{\text{theory}}$ [dB]	$SQNR_G^{\text{simulation}}$ [dB]
16	5	1.86	22.4686	21.2768
	6	1.92	22.2987	21.3696
32	5	1.92	28.3421	27.6230
	6	1.98	27.6230	27.3087
64	5	1.98	34.2316	33.5495
	6	2.03	33.5495	33.3879
128	5	2.02	40.1377	39.4382
	6	2.08	39.9851	39.3516
256	5	2.06	46.0613	45.3829
	6	2.12	45.9128	45.2807

Analizirajući rezultate iz Tabele 7.2.1.1 i Tabele 7.2.1.2, može se uočiti da projektovanje sistema predloženim modelom funkcije gustine verovatnoće pruža do 0.26 dB bolje performanse za  $N \leq 32$  reprezentacionih nivoa u odnosu na rezultate dobijene korišćenjem neograničene Gausove raspodele. Međutim, rezultati postaju približniji sa porastom broja reprezentacionih nivoa i gotovo su jednaki za  $N \geq 64$  reprezentacionih nivoa s obzirom na to da je broj nivoa relativno veliki, dok manje razlike postoje zbog preciznosti simulacije kao i drugačijih skupova optimalnih vrednosti  $t_{\max}$ .

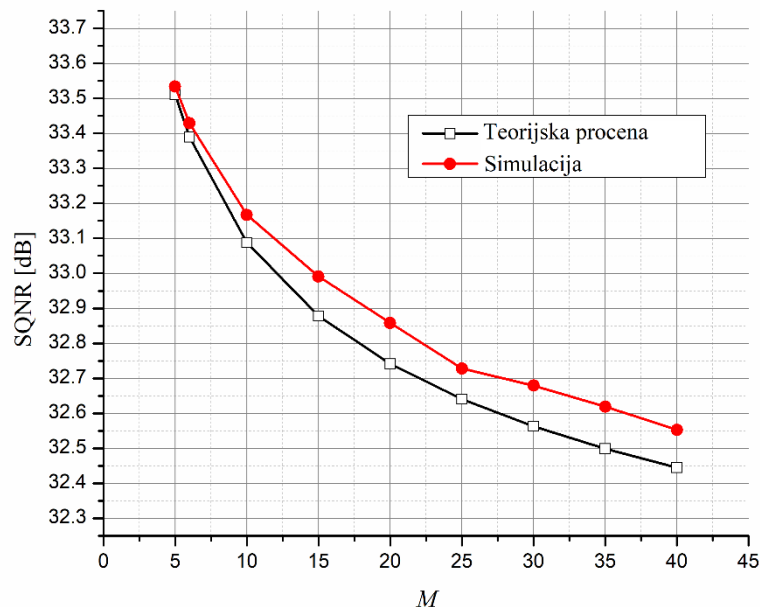
Upoređujući teorijske i eksperimentalne rezultate u Tabelama 7.2.1.1 i 7.2.1.2, može se zapaziti da su teorijski rezultati dobijeni korišćenjem predloženog modela funkcije gustine verovatnoće signala na ulazu neograničenog kvantizera znatno bliži rezultatima simulacije i da imaju veoma dobro poklapanje sa njom, za razliku od teorijskih rezultata dobijenih korišćenjem neograničene Gausove raspodele. Jedina uočljiva razlika između teorijskih rezultata dobijenih predloženim modelom i rezultata dobijenih simulacijom, može se uočiti za  $N = 16$  reprezentacionih nivoa, što se i može očekivati jer je predložen teorijski model zasnovan na upotrebi Benetovog integrala koji

ima manju preciznost za mali broj reprezentacionih nivoa [36]. Ipak, čak i u tom slučaju, razlika između rezultata dobijenih predloženim teorijskim modelom i pomoću simulacije iznosi manje od 0.1 dB, što se može smatrati zanemarljivim. Apsolutna razlika između teorijskih rezultata i rezultata dobijenih pomoću simulacija prikazana je na Sl. 7.2.1.1 za oba slučaja.



Sl. 7.2.1.1 Apsolutna razlika između performansi sračunatih teorijskim modelom i pomoću simulacije ( $M = 5$ ).

Posmatrajući Sl. 7.2.1.1, može se nedvosmisleno uočiti da uvođenje predloženog modela funkcije gustine verovatnoće za opis signala na ulazu neograničenog kvantizera prema izrazu (7.2.5) pruža znatno bolje poklapanje sa rezultatima dobijenim nakon simulacije u odnosu na klasično korišćenje neograničene Gausove raspodele. Predloženi teorijski model pruža između 0.66 dB i 1.09 dB bolju procenu performansi. Na ovaj način, izvršena je demonstracija značaja uvođenja predloženog modela FGV-a. Na kraju, Sl. 7.2.1.2 prikazuje teorijski dobijene rezultate i odgovarajuće rezultate dobijene simulacijom za različite vrednosti dužine frejma  $M$  za primer  $N = 64$  reprezentacionih nivoa.



Sl. 7.2.1.2 Zavisnost SQNR-a od dužine frejma  $M$  ( $N = 64$ ).

Može se uočiti sa Sl. 7.2.1.2 da svi prethodni zaključci važe i za različite dužine frejma – SQNR se smanjuje sa povećanjem dužine frejma i postoji mala razlika između teorijskih i eksperimentalnih rezultata koja blago raste sa povećanjem dužine frejma.

## 7.2.2 Poređenje sa optimalnim komparatorom

Nakon poređenja teorijskih rezultata sa odgovarajućim rezultatima dobijenim koristeći Monte Karlo simulaciju, u ovom poglavlju dato je poređenje performansi predloženog modela kvantizacije sa performansama nelinearnog optimalnog komparatora koji pruža performanse bliske teorijski optimalnim. Performanse poredimo teorijski i kao validan model za poređenje koristimo metod u kome su izvedene asimptotske formule za određivanje srednje kvadratne greške i SQNR neprilagođenog fiksno skalarnog MSE-optimalnog kvantizera za Gausov izvor [36]. U radu [36] je izveden izraz za granularnu



distorziju (odnosno „unutrašnju distorziju” kako je navedeno u samom radu, eng. *inner distortion*) u slučaju blagog neprilagođenja:

$$D_i \approx \frac{\sqrt{3}\pi}{2} \frac{\sigma_q^2}{\sqrt{3-2\rho^2}} \frac{1}{N^2}, \quad (7.2.2.1)$$

gde  $\sigma_q^2$  predstavlja referentnu varijansu za koju je projektovan kvantizer,  $N$  je ukupan broj reprezentacionih nivoa dok  $\rho$  označava stepen neprilagođenja između referentne standardne devijacije i standardne devijacije ulaznog signala.

Za distorziju prekoračenja (odnosno „spoljašnju distorziju” kako je označeno u radu [36], eng. *outer distortion*), u slučaju blagog neprilagođenja je izveden izraz:

$$D_o \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_q^2 \frac{\rho(2\rho^4 - 2\rho^2 + 1)}{(x_N / \sigma_q)^3} \exp\left\{-\frac{x_N^2}{2\sigma_p^2}\right\}, \quad (7.2.2.2)$$

gde  $\sigma_p^2$  predstavlja varijansu ulaznog signala dok je  $x_N$  maksimalna amplituda granularnog regiona kao i u modelu koji se predlaže, definisana pomoću izraza (7.1.5). Kako smo bez gubljenja opštosti u predloženom modelu koristili slučaj kada ulazni signal ima jediničnu varijansu i kada je kvantizer projektovan za jediničnu referentnu varijansu, uzimamo da je stepen neprilagođenja  $\rho = 1$ , odnosno da je  $\sigma_q^2 = 1$ .

S obzirom na to da model iz [36] procesira signal odmerak po odmerak a ne frejm po frejm kao predloženi dvomodni model kvantizacije, neophodno je definisati dobitak kvantizacije kako bismo uporedili ova dva modela. Naime, kod procesiranja frejm po frejm neophodno je preneti i dodatni bit po frejmu koji nosi informaciju o tome da li se za procesiranje posmatranog frejma koristi ograničeni ili neograničeni kvantizer. Stoga postoji izvesna razlika u bitskim brzinama modela koji se porede, što je neophodno uzeti u obzir, slično kao i kod algoritama za kodovanje i kompresiju slike u ranijim poglavljima

disertacije. Kako se radi o kvantizaciji sa srednjim i relativno velikim brojem reprezentacionih nivoa, očekivana promena SQNR-a iznosi 6 dB sa promenom bitske brzine za 1 bit po odmerku [4]. Biramo najmanju dužinu frejma od razmatranih ( $M = 5$ ) kako bi model bio što bliži procesiranju odmerak po odmerak, odnosno kako bismo poredili sisteme što približnije kompleksnosti. Dobitak kvantizacije definišemo kao:

$$Gain[\text{dB}] = SQNR^{theory} - 10 \log_{10} \left( \frac{\sigma_q^2}{D_i + D_o} \right) - \frac{6}{M} [\text{dB}]. \quad (7.2.2.3)$$

U Tabeli 7.2.2.1 prikazan je procenjen teorijski dobitak, dobijen u slučaju analize teorijskih performansi predloženog modela za  $L = 2$  segmenta aproksimacije i u poređenju s performansama modela iz rada [36] u slučaju jedinične varijanse. Može se uočiti da predloženi model ostvaruje dobitak u svim razmatranim slučajevima i da je model posebno pogodan za mali broj reprezentacionih nivoa ( $N \leq 32$ ). Značajan dobitak koji se procenjuje za ovakav broj reprezentacionih nivoa potiče ne samo od primene dvomodne kvantizacije već i od tačnijeg izvođenja asimptotskih formula u odnosu na model iz [36].

Table 7.2.2.1 Dobitak koji pruža predloženi model kvantizacije u odnosu na optimalni neuniformni komparator.

$N$	16	32	64	128	256
$Gain^{S, Na}$ [dB]	1.6051	1.0481	0.7306	0.5207	0.3703

## 8. Inteligentni algoritmi procesiranja signala

Klasični metodi kodovanja i kompresije signala zasnivaju se na kreiranju što preciznijih matematičkih modela, pri čemu je fokus na stvaranju jednostavnih linearnih i stacionarnih modela [144]. Pionirski počeci digitalnog procesiranja signala vezuju se za digitalni prenos govora sistemom zasnovani na PCM-u, za vreme Drugog svetskog rata. U narednim decenijama došlo je do stvaranja ogromnog broja sistema za obradu i prenos govora, slike, video, medicinskih i drugih signala. Međutim, paradigme koje su se koristile u algoritmima za kodovanje i kompresiju se nisu značajno menjale sve do nedavno, već su samo unapređivane stvaranjem novih, elegantnijih i bržih rešenja zasnovanih na jačem hardveru i pogodnijem matematičkom aparatu [96].

U poslednjih desetak godina izražen je značajan napredak u razvoju računara što je omogućilo značajno širu primenu drugačijih pristupa u procesiranju signala, od kojih su neki već bili od ranije poznati ali ne i primenjivani zbog hardverskih ograničenja. Današnji sistemi se sve više okreću novim paradigmama kod kojih se pomera fokus sa perceptualnog ka kognitivnom procesiranju signala. Pomeranje sa linearnog matematičkog domena ka nelinearnom procesiranju signala omogućeno je različitim adaptivnim tehnikama statističkog i mašinskog učenja, među kojima se adaptivne neuronske mreže izdvajaju kao najpopularnija tehnika [96, 100, 144].

Cilj ovog poglavlja je pružanje kraćeg pregleda nekih od inteligentnih algoritama za obradu signala i pružanje uvida u potencijalne pravce daljeg istraživanja u oblasti primene i projektovanja kvantizera u savremenim algoritmima. Osim toga, biće prikazan i novi model digitalne obrade govornog signala, koji koristi delta modulaciju i LMS algoritam, koji predstavlja jednostavnu tehniku učenja.

## 8.1 Kompresija koeficijenata neuronskih mreža

Veštačke neuronske mreže (Artificial Neural Network - ANN) predstavljaju vrlo moćan metod zaključivanja koji se koristi u sve većem broju sistema u okviru komunikaciono-informacionih tehnologija, naročito prilikom rešavanja problema u okviru procesiranja signala i prepoznavanja oblika. U osnovi se sastoje iz većeg broja slojeva i čvorova koji vrše njima definisane operacije koje vode ka zaključivanju [145 – 148].

Sa razvojem hardvera u poslednjih nekoliko decenija, broj aplikacija u kojima se koriste neuronske mreže ubrzano raste tako da danas postoji veliki broj primera primene ne samo na personalnim računarima već se često koriste i u mobilnim uređajima, sensorima i drugim manjim uređajima koji imaju ograničene hardverske performanse i napajanje. Osnovne funkcionalnosti neuronskih mreža mogu se podeliti na treniranje i zaključivanje. Ono što neuronske mreže izdvaja od drugih metoda mašinskog učenja je njihova karakteristika da tačnost klasifikacije (ili u opštem slučaju zaključivanja) koju sprovode, raste sa porastom veličine trening skupa podataka, za razliku od drugih linearnih modela mašinskog učenja čija tačnost brzo stagnira sa porastom količine trening podataka [145]. Današnji modeli mogu da sadrže već i preko milijardu težina u okviru mreža, od kojih svaka težina može uzimati realne vrednosti, tako da je izuzetno važno uključiti i algoritme kompresije prilikom treniranja kako bi se sam proces ubrzao uz zadržavanje visokog kvaliteta zaključivanja, kao i da bi se omogućilo korišćenje kompleksnijih aplikacija na uređajima sa jednostavnijim performansama [145]. Zbog svega toga je od izuzetne važnosti stvaranje novih algoritama kompresije koeficijenata neuronskih mreža pa se može očekivati i brži razvoj kvantizacionih tehnika u ovoj oblasti.

Kvantizacija neuronskih mreža se može posmatrati i kao ograničena optimizacija. U optimalnom slučaju, kompresija neuronskih mreža znači pronalaženje komprimovane mreže koja pruža (lokalno) najmanji gubitak. U [146] se definiše model kompresije kao ograničen optimizacioni problem:

$$\min_{w, \Theta} L(w) \text{ s.t. } w = \Delta(\Theta). \quad (8.1.1)$$

U prethodnom izrazu, pomoću  $w$  su označene težine neuronske mreže pri čemu važi  $w \in \mathbb{R}^p$ ,  $L(w)$  je funkcija gubitaka koja se minimizuje, dok ograničenje  $w = \Delta(\Theta)$  ukazuje na to da težine moraju biti rezultat dekompresije niskodimenzionalnog parametarskog vektora  $\Theta$ , što u posmatranom slučaju odgovara procesu kvantizacije.

Rešavanje ovog problema moguće je izvršiti pomoću efikasnog LC (eng. *learning compression*) algoritma zasnovanog na učenju kompresije. Pogodnost ovakvog rešenja ogleda se u tome što su razdvojeni procesi koji zavise od vrste podataka (gubitak) i oni koji su nezavisni od ulaza (kvantizacija težina). Prvo se koristi proširen Lagranžov metod [146]:

$$\begin{aligned} l_A(w, \Theta, \lambda; \mu) &= L(w) - \lambda^T (w - \Delta(\Theta)) + \frac{\mu}{2} \|w - \Delta(\Theta)\|^2 \\ &= L(w) + \frac{\mu}{2} \left\| w - \Delta(\Theta) - \frac{1}{\mu} \lambda \right\|^2 - \frac{1}{2\mu} \|\lambda\|^2. \end{aligned} \quad (8.1.2)$$

gde su procene Langražovih multiplikatora označene sa  $\lambda \in \mathbb{R}^p$ .

Langražov metod u osnovi radi tako što se prvo fiksira inicijalna vrednost parametra  $\mu$  ( $\mu \geq 0$ ), a zatim se optimizuje  $l_A(w, \Theta, \lambda; \mu)$  preko  $(w, \Theta)$ . Dalje, vrši se procena Langražovih multiplikatora kao  $\hat{\lambda} \leftarrow \lambda - \mu(w - \Delta(\Theta))$  i nakon toga se povećava vrednost parametra  $\mu$ . U (8.1.2) sve norme su oblika  $\|\cdot\|_2$ . Konačno, kako bi se optimizovala funkcija  $l_A(w, \Theta, \lambda; \mu)$  preko  $(w, \Theta)$ , koristi se optimizacija koja se sastoji iz dva koraka koja se naizmenično primenjuju [146]:

1. Učenje (*korak L*): Uključuje optimizaciju regularizovane verzije gubitka, koja povlači optimizaciju prema trenutno kvantovanim težinama:

$$\min_w L(w) + \frac{\mu}{2} \left\| w - \Delta(\Theta) - \frac{1}{\mu} \lambda \right\|^2. \quad (8.1.3)$$

U slučaju neuronskih mreža, može se rešiti algoritmom stohastičkog gradijentnog spusta (eng. *Stochastic Gradient Descent, SGD*)

2. Kompresija (*korak C*): U ovom slučaju ovaj korak je ekvivalentan sa korakom kvantizacije jer se ne primenjuju druge tehnike kompresije:

$$\min_{\Theta} \left\| \mathbf{w} - \frac{1}{\mu} \lambda - \Delta(\Theta) \right\|^2 \Leftrightarrow \Theta = \Pi \left( \mathbf{w} - \frac{1}{\mu} \lambda \right). \quad (8.1.4)$$

Rešenje ovog problema je ekvivalentno optimalnoj kvantizaciji trenutnih realnih vrednosti težina  $\mathbf{w} - (1/\mu)\lambda$  i može se posmatrati kao nalaženje njihove ortogonalne projekcije  $\Pi(\mathbf{w} - (1/\mu)\lambda)$  na izvodljiv skup neuronskih mreža [146].

## 8.2 Struktura kvadratnog stabla u algoritmima kodovanja i kompresije

Cilj algoritama za kodovanje i kompresiju slike sa gubicima je reorganizacija zapisa informacija o originalnim vrednostima piksela tako da se manja količina podataka skladišti i koristi za komunikaciju nego što bi se to zahtevalo bez kompresije. Većina standardizovanih algoritama koristi blokovsko procesiranje slike pri čemu se zbog jednostavnosti slika deli na nepreklapajuće blokove fiksnih dimenzija. Međutim, slika predstavlja signal koji nije stacionaran u prostoru što znači da ne sadrže svi blokovi istu količinu informacija [149]. Blokovi u kojima dolazi do preklapanja između površina različitih objekata, koji se nalaze na slici, zahtevaju precizniju kvantizaciju od blokova u kojima dominiraju nijanse samo jedne boje, tj. od onih blokova u kojima je korelacija između vrednosti piksela visoka. Zbog toga se primenjuju različita adaptivna rešenja kako bi se efekat nestacionarnosti ublažio.

Kvadratna stabla (eng. *QuadTree*) predstavljaju tip strukture podataka koji može da se koristi u algoritmima za kodovanje i kompresiju slike kako bi se izvršila dekompozicija slike na odvojene prostorne blokove. Već je rečeno da se slika najčešće deli na blokove jednakih veličina zbog jednostavnosti. Ipak, s razvojem tehnologije omogućava se efikasna implementacija i kompleksnijih tehnika poput kvadratnog stabla, kojom je moguće razložiti prostor, tj. piksele slike, u blokove prilagodljivih veličina i adaptivno identifikovati tip kvantizera koji je najpogodniji za korišćenje prilikom kodovanja određenog bloka. Naime, kvadratnim stablima vrši se rekurzivna dekompozicija prostora tako da se skladište samo važne ili zanimljive informacije o prostoru [150]. U slučaju slike, posmatra se dvodimenzionalni prostor i dekompozicija

počinje odabirom čvora korena stabla što je najčešće čitava slika. Dekompozicijom se svaki čvor deli na četiri kvadranta sve dok postoje zanimljive informacije unutar novih čvorova ili dok se ne dostigne unapred zadata minimalna rezolucija ćelije. Krajnji čvorovi nazivaju se listovima i odgovaraju površinama koje se ne dele dalje rekurzivnim postupkom a u slučaju slike predstavljaju regione sa uniformnim bojama. Ovakvom dekompozicijom moguće je hijerarhijski čuvati informacije o pikselima u nekim regionima slike, s obzirom na to da postoji visoka korelacija između vrednosti susednih piksela pa i susednih blokova, pa nije neophodno čuvati u memoriji informaciju o svakom pojedinačnom pikselu [150].

Analogno sa dekompozicijom 2D prostora, razvijena je slična struktura kod koje se u 3D prostoru koristeći površine paralelne sa koordinatnim osama vrši dekompozicija regiona u 8 novih čvorova, pa se ta struktura naziva oktalno stablo (eng. *octree*) [150]. Ovakva struktura je pogodna za dekompoziciju 3D slika. U opštem slučaju, nije neophodno izabrati kvadratnu površinu prostora koja se uzima za definisanje skupa podataka, mada je to pogodno kod kodovanja i kompresije slike, već je moguće izabrati i kubične ili hiperkubične regione. Pored toga, kvadratna stabla se mogu koristiti i za predstavljanje više različitih vrsta prostornih podataka, poput tačaka, pravougaonika, poligona, površina i krivolinijskih objekata dok namene prevazilaze oblast kodovanja i kompresije signala [150–151]. Kvadratna stabla se primenjuju i u oblastima računarske grafike, baza podataka, robotike, prepoznavanja oblika, geografskih informacionih sistema.

Do danas su razvijene različite varijante kvadratnih stabla koje zavise od primene ali svim varijantama je zajedničko obavezno definisanje rekurzivnog postupka dekompozicije. Kao važan element rekurzivnog postupka definiše se kriterijum zaustavljanja rekurzije i zavisno od njega postoje kvadratna stabla fiksne rezolucije, promenljive rezolucije i hibridna stabla [150].

Iako tehnike zasnovane na strukturi stabla mogu optimizovati proces segmentacije, i dalje je od velike važnosti optimizacija parametara koji se koduju koristeći tehnike kvantizacije, što se i moglo videti u odeljku 5.2 ove disertacije prilikom poređenja performansi algoritma izloženog u 5. poglavlju a objavljenog u radu [8], sa algoritmom koji koristi segmentaciju kvadratnim stablom iz rada [120]. Stoga, pravci budućih

istraživanja koja nameravamo da sprovedemo uključice i analizu primene struktura kvadratnog stabla i dalju optimizaciju tehnika kvantizacije za specifične namene.

### 8.3 Kodovanje govornog signala zasnovano na višenivoskoj Delta modulaciji i LMS algoritmu

Govor predstavlja nestacionarni proces čija snaga značajno varira u toku vremena, što rezultira širokim dinamičkim opsegom. Međutim, ukoliko se posmatraju kratki vremenski intervali (do 30 ms), govor se može smatrati stacionarnim procesom, pa statističke karakteristike govornog signala unutar ovakvih vremenskih intervala mogu se dobro predvideti [152]. Upravo ove dve osobine govornog signala koriste se za kreiranje mnogih rešenja kodovanja i kompresije, dok se uvođenje transformacionog kodovanja koristi u modelima koji pružaju visok stepen kompresije i to pre koraka kvantizacije.

Motivacija za predlaganje ovog inteligentnog rešenja kodovanja dolazi iz činjenice što ordinarna i višenivoska Delta modulacija, koje predstavljaju vrlo jednostavne metode kodovanja, koriste linearnu predikciju prvog reda sa fiksnom težinom (jednakom jedinici), što u opštem slučaju ne mora biti optimalno rešenje. Poželjno je izvršiti adaptaciju težina i to činimo uvođenjem algoritma najmanjih kvadrata (eng. *Least Mean Squares*, LMS) u proces kodovanja. LMS algoritam predstavlja tehniku čija popularnost raste zbog male računске kompleksnosti, dokaza konvergencije u stacionarnim okruženjima i stabilnog ponašanja u slučaju primene aritmetike konačne preciznosti [152 – 153]. U radu [152] smo predstavili rešenje čiji algoritam se sastoji iz sledećih koraka:

1. Učitati ulazni odmerak govornog signala  $x(n)$ .
2. Sračunati signal razlike:

$$e_{\text{diff}}(n) = x(n) - a(n) \cdot x_{\text{rec}}(n-1), \quad (8.3.1)$$

gde  $x_{\text{rec}}(n-1)$  predstavlja rekonstruisanu vrednost prethodnog ulaznog odmerka iz lokalnog dekodera dok  $a(n)$  predstavlja težinski koeficijent, dobijen koristeći LMS algoritam. Prilikom inicijalizacije parametara sistema uzete su sledeće vrednosti:  $x_{\text{rec}}(0) = 0$  i  $a(1) = 0.90$ . Optimalna inicijalna vrednost težinskog



koeficijenta zavisi od frekvencije odmeravanja govornog signala. U eksperimentalnoj analizi koristimo govorni test signal odmeren pomoću frekvencije od 8 kHz, pa je stoga inicijalna vrednost težinskog koeficijenta 0.90. U slučaju viših frekvencija odmeravanja, korelacija između susednih odmeraka raste pa se preporučuje upotreba više vrednosti inicijalne težine, čak do 0.99. Inicijalnu težinu čija je vrednost manja od 0.90 treba koristiti u slučaju kada je frekvencija odmeravanja manja od 8 kHz.

3. Kvantovati signal razlike  $e_{diff}(n)$  koristeći kvazilogaritamski kvantizer (odjeljak 8.3.1). Dobijeni kvantovani odmerci označeni su pomoću  $e_{qun}(n)$ .
4. Ažurirati vrednost težinskog koeficijenta koristeći sledeći izraz:

$$a(n+1) = a(n) + \eta \cdot e_{qun}(n) \cdot x_{rec}(n), \quad (8.3.2)$$

gde  $\eta$  predstavlja korak parametra stope učenja, koji se ponaša kao mera memorije LMS algoritma. Naime, memorijski raspon u kome LMS algoritam pamti prethodne podatke povećava se sa smanjenjem vrednosti parametra  $\eta$ . Stoga, preciznost LMS algoritma je veća za male vrednosti parametra  $\eta$ , ali u tom slučaju algoritam konvergira sporije. Ovde se analiziraju vrednosti koje pripadaju sledećem skupu vrednosti:  $\eta \in (10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5})$ .

5. Vratiti se na Korak 1 dok se ne procesiraju svi odmerci.

### 8.3.1 Projektovanje kvazilogaritamskog kvantizera za kvantovanje signala razlike

Algoritam kodovanja i kompresije govornog signala koji je opisan u prethodnom odeljku, vrši procesiranje govornog signala odmerak po odmerak i ne uključuje nikakav vid adaptacije na statističke parametre signala unutar manjih frejmova, zbog jednostavnosti rešenja. Stoga, upotreba nelinearnih kvazilogaritamskih kvantizera nameće se kao logično rešenje za kvantovanje signala razlike kako bi se ostvario što finiji kvalitet rekonstruisanog signala u širokom opsegu ulaznih varijansi, imajući u vidu njihovu dobru robustnost.

Poznato je iz literature da se razlika susednih odmeraka govornog signala može opisati pomoću Laplasove funkcije gustine verovatnoće pa se ona uzima za opisivanje ulaznog signala razlike kod projektovanja posmatranih nelinearnih kvazilogaritamskih

kvantizera [136, 152] prema izrazu (4.1.1.1). Bez gubljenja opštosti uzima se da ulazni odmerci imaju nultu srednju vrednost i da je izvor bez memorije.

Prema  $\mu$ -zakonu kompresije, kompresorska funkcija kvazilogaritamskog kvantizera projektovanog za Laplasov izvor definiše se sa [4, 152]:

$$c(x) = \frac{x_{\max}}{\ln(1 + \mu)} \ln \left( 1 + \mu \frac{|x|}{x_{\max}} \right) \operatorname{sgn}(x), |x| \leq x_{\max}. \quad (8.3.1.1)$$

U prethodnom izrazu,  $x_{\max}$  označava maksimalnu amplitudu granularnog regiona kvantizera dok  $\mu$  predstavlja faktor kompresije.

Koristeći ovako definisanu kompresorsku funkciju, dalje se izvode izrazi za granice odlučivanja i reprezentacione nivoe koji u slučaju jedinične varijanse imaju oblik [4, 152]:

$$x_i = \frac{x_{\max}}{\mu} \left( \exp \left\{ \frac{2i}{N} \ln(1 + \mu) \right\} - 1 \right), \quad (8.3.1.2)$$

$$y_i = \frac{x_{\max}}{\mu} \left( \exp \left\{ \frac{2(i - 0.5)}{N} \ln(1 + \mu) \right\} - 1 \right), \quad (8.3.1.3)$$

gde  $N$  predstavlja ukupan broj reprezentacionih nivoa dok je  $i = 1, 2, \dots, N/2$ . Treba napomenuti da je kvantizer simetričan i da prethodna dva izraza određuju granice odlučivanja i reprezentacione nivoe u pozitivnom opsegu amplituda, dok su vrednosti u negativnom opsegu jednake po apsolutnoj vrednosti.

Kako je predloženi algoritam kodovanja i kompresije neadaptivni, neophodno je izvršiti prilagođenje granularnog regiona, granica odlučivanja i reprezentacionih nivoa za posmatrani problem jer u opštem slučaju ulazni signal nema jediničnu varijansu. Širenje (ili redukovanje) spomenutih parametara do željenih vrednosti vršimo korišćenjem sledećih izraza [152]:

$$x'_i = k \sqrt{\sigma_{\text{in}}^2 (2(1 - \rho))} x_i, \quad (8.3.1.4)$$

$$y'_i = k \sqrt{\sigma_{\text{in}}^2 (2(1 - \rho))} y_i. \quad (8.3.1.5)$$

U prethodnim izrazima  $k$  predstavlja koeficijent proporcionalnosti koji se određuje eksperimentalno,  $\sigma_{in}$  predstavlja standardnu devijaciju ulaznog signala dok  $\rho$  predstavlja koeficijent korelacije ulaznog signala i definiše se pomoću sledećeg izraza [152]:

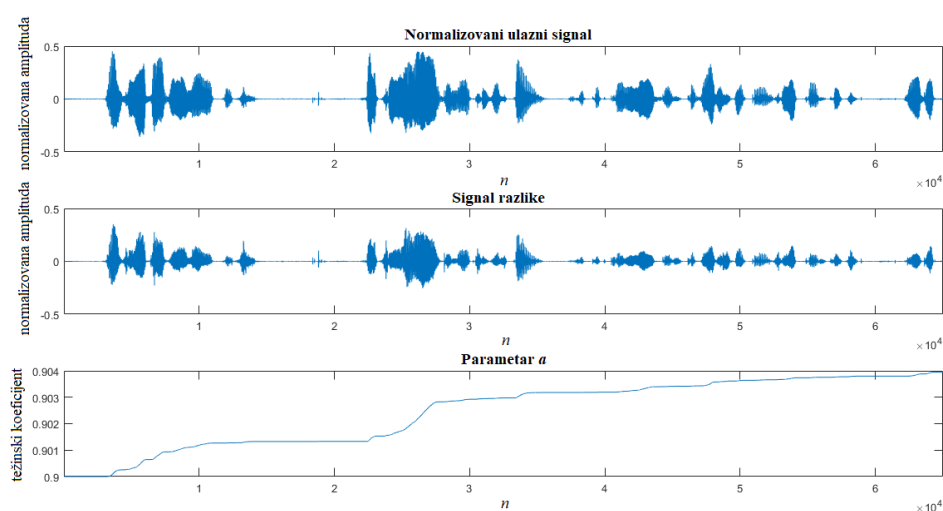
$$\rho = \frac{\sum_{n=1}^{M-1} x(n) \cdot x(n+1)}{\sum_{n=1}^M (x(n))^2}, \quad (8.3.1.6)$$

gde  $M$  predstavlja ukupan broj odmeraka ulaznog signala.

### 8.3.2 Numerički rezultati

Ulazni test govorni signal koji se koristi u eksperimentalnoj analizi snimljen je u Laboratoriji za akustiku Elektronskog fakulteta, Univerziteta u Nišu. Govorni signal je dužine jednog minuta, odmeren je pomoću frekvencije odmeravanja od 8 kHz. Statistički parametri ovako odmerenog signala su: srednja vrednost signala  $\mu_s = 1.47 \cdot 10^{-5}$  dok je varijansa  $\sigma^2 = 0.0021$  [152].

Segment ulaznog signala u dužini od 65,000 odmeraka, signal razlike kao i kretanje toka težinskog koeficijenta prikazani su na Sl. 8.3.2.1. Inicijalne vrednosti parametara sistema su  $\eta = 10^{-4}$  i  $a(1) = 0.90$ .



Sl. 8.3.2.1 Ažuriranje težinskog koeficijenta i signal razlike za dati primer segmenta ulaznog signala.

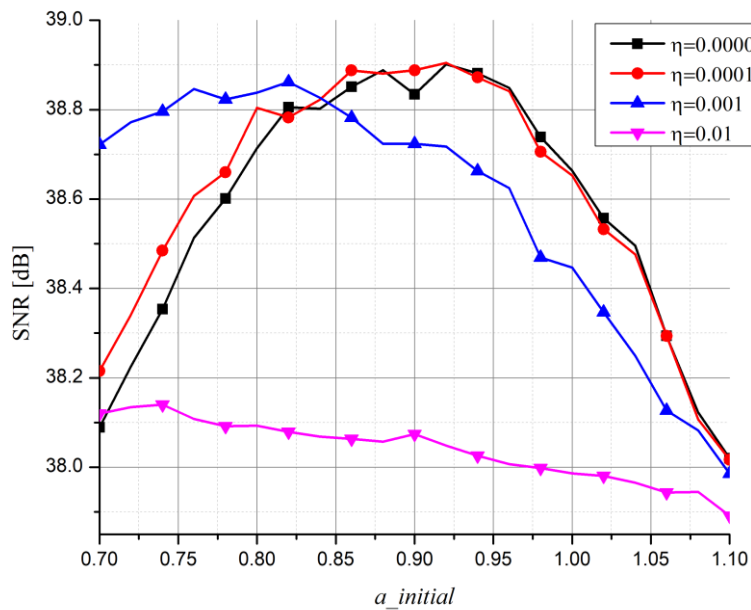
Standardna mera performansi koju koristimo za procenu kvaliteta rekonstruisanog signala na izlazu sistema je SNR, koji je u ovom slučaju definisan pomoću:

$$SNR = 10 \log \frac{\frac{1}{M} \sum_{n=1}^M (x(n))^2}{MSE} \text{ [dB]}. \quad (8.3.2.1)$$

Srednja kvadratna greška označena je sa MSE i definiše se kao:

$$MSE = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M e^2(n) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M (x(n) - x_{rec}(n))^2. \quad (8.3.2.2)$$

Na Sl. 8.3.2.2 prikazane su performanse sistema za različite vrednosti inicijalnih vrednosti parametara  $a(1) = a\_initial$  i  $\eta$ .

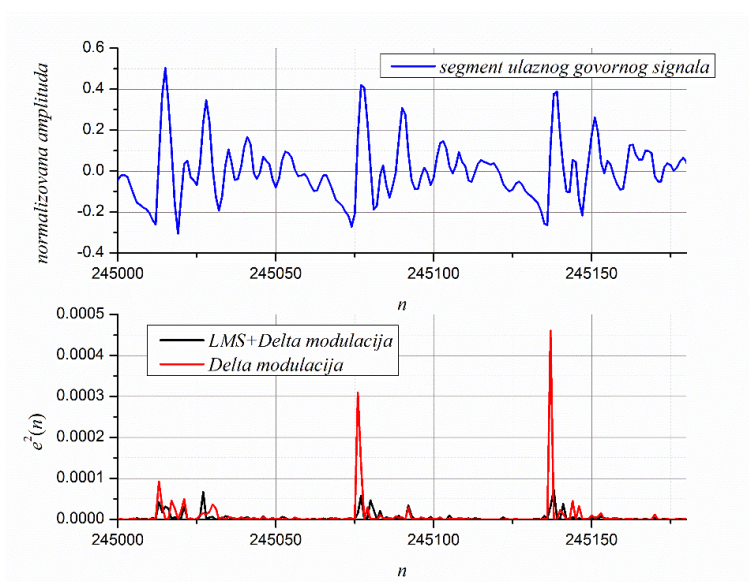


Sl. 8.3.2.2 SNR u zavisnosti od inicijalne vrednosti težinskog koeficijenta  $a\_initial$  i parametra  $\eta$ .

Posmatrajući Sl. 8.3.2.2 može se uočiti da model ne može da ostvari visoke performanse u slučaju kada je vrednost parametra  $\eta = 0.01$  u odnosu na ostale posmatrane vrednosti parametra  $\eta$ . Osim toga, može se uočiti da se najviša vrednost SNR-a ostvaruje u slučaju kada je  $\eta = 10^{-4}$ ,  $a\_initial = 0.9$  i u tom slučaju je  $SNR = 38.89$  dB. Zbog

optimalnosti ostvarenih performansi među razmatranim slučajevima, ovaj slučaj je prikazan na Sl. 8.3.2.1[152].

Svršishodnost uvođenja LMS algoritma za optimizaciju težinskog koeficijenta koji se koristi prilikom predikcije ulaznog odmerka, demonstrira se poređenjem sa slučajem kada su svi težinski koeficijenti jednaki jedinici (ne dolazi do ažuriranja težina), što odgovara klasičnoj Delta modulaciji. U ovom slučaju ostvaruje se  $SNR = 38.64$  dB, što znači da uvođenje LMS algoritma obezbeđuje dobitak od 0.25 dB posmatrajući čitav test govorni signal [152]. Međutim, procesiranje govornog signala se znatno češće obavlja po frejmovima znatno manje dužine, tako da dolazi do bolje adaptacije statističkih parametara unutar frejma, pa samim tim i značaj težinske funkcije raste. Stoga je na Sl. 8.3.2.3 prikazana kvadratna greška  $e^2(n)$  između ulaznih i rekonstruisanih odmeraka (definisana kao u izrazu (8.3.2.2)) u slučaju višenivoske Delta modulacije i predloženog algoritma na primeru jednog frejma dužine 180 odmeraka [152]. Posmatrajući grafik sa srednjim kvadratnim greškama, može se nedvosmisleno uvideti da uvođenje LMS algoritma značajno poboljšava rekonstrukciju signala na primeru jednog frejma. Može se očekivati da predloženi rešenje može pružiti još bolje performanse unutar algoritama zasnovanih na procesiranju po frejmovima, što će biti jedan od pravaca budućih istraživanja.



Sl. 8.3.2.3 Kvadratna greška odmerak-po-odmerak između ulaznog i rekonstruisanog signala – primer jednog frejma.

## 9. Zaključak

U ovom, završnom, poglavlju disertacije dat je pregled najvažnijih doprinosa, zaključaka i razmišljanja o budućim pravcima istraživanja proisteklih na osnovu sprovedenih istraživanja i izvršenih eksperimenata u toku studija. U disertaciji je data analiza savremenih tehnika i algoritama za kodovanje i kompresiju slike i govornog signala, kao tipičnih predstavnika kontinualnih i diskretnih izvora informacija. Na osnovu analiza došlo se do ideja za predlaganje više metoda za projektovanje različitih vrsta kvantizera, kao i kodnih šema. Ideje su u međuvremenu realizovane i većina je već verifikovana objavljivanjem većeg broja radova u međunarodnim časopisima sa impakt faktorom, časopisu Univerziteta kao i naučnim skupovima od nacionalnog ili međunarodnog značaja.

Rezultati prikazani u ovoj disertaciji daju uvid u mogućnosti razvoja novih sistema za kodovanje i kompresiju kontinualnih i diskretnih ulaznih signala. Predložena rešenja su testirana standardnim procedurama i moguće ih je praktično primeniti. Korišćene su objektivne mere performansi koje se dominantno upotrebljavaju u literaturi a pored toga je i predložena nova mera procene, pogodna za korišćenje u neprilagođenim višestepenim sistemima.

Najvažniji doprinosi disertacije sumirani su u nastavku poglavlja.

1. Predložen je modifikovani model blok odsečnog kodovanja za kodovanje i kompresiju slike zasnovan na upotrebi deo-po-deo uniformnog kvantizera i Golomb-Rajs kodovanja. Algoritam je projektovan za srednje bitske brzine tako da pruža visok kvalitet rekonstruisanog signala. Eksperimentalni rezultati pokazuju da predloženi model ostvaruje dobitak između 3.826 dB i 11.56 dB u odnosu na druge modele blok odsečnog kodovanja i kompresije, za posmatrani set test monohromatskih slika sa sivim tonovima i za različite vrednosti parametara sistema. Izvršena je egzaktna teorijska analiza predloženog modela i demonstrirano je kako je moguće efikasno modelovati varijanse blokova razlika pomoću Inverzne Gausove raspodele. Na osnovu ovog zaključka, predstavljen je novi analitički model za procenu performansi što predstavlja značajan doprinos

oblasti s obzirom na to da postoji deficit analitičkih modela u literaturi. Rezultati dobijeni pomoću teorijskih izraza i eksperimentalni rezultati poklapaju se sa tačnošću boljom od 1 dB u slučaju PSQNR-a, odnosno 0.2 bpp u slučaju ukupne srednje bitske brzine.

2. Analizirana je upotreba više različitih vrsta skalarnih kvantizera u modifikovanom algoritmu blok odsečnog kodovanja slike i predloženo je rešenje koje uključuje tri moda kvantizacije. Zavisno od maksimalne vrednosti signala koja se javlja unutar pojedinačnog bloka, predloženo je korišćenje uniformnog adaptivnog kvantizera sa  $N = 16$  reprezentacionih nivoa, odnosno fiksnih optimalnih kvantizera sa  $N = 8$  ili  $N = 4$  reprezentacionih nivoa. Dobijeni eksperimentalni rezultati pokazuju da ovakvo naizmenično korišćenje različitih vrsta kvantizera, sa različitim brojem reprezentacionih nivoa, pruža viši kvalitet rekonsutrisanog signala od drugih sličnih modifikovanih rešenja blok odsečnog kodovanja.
3. Analizirana su ograničenja kvantizacije koja se odvija kroz dva stepena, što je čest slučaj u sistemima gde posmatramo diskretan ulazni signal. Informacija o kontinualnom signalu na osnovu kog nastaje diskretni signal u prvom stepenu nije dostupna najčešće pa može doći do većih grešaka u proceni performansi zbog neprilagođene kvantizacije. Stoga, predložena je nova mera performansi (CDSVR) koja pruža uvid u promenu varijansi signala nakon prvog stepena diskretizacije i zaključeno je da u slučaju varijansi kontinualnog signala  $\sigma_x > 5$  dB može doći do grubih grešaka u modelovanju ukoliko vrednost ove varijanse nije poznata, pa je predloženo i projektovanje sistema koje je kasnije primenjeno i u slučaju monohromatskih slika.
4. Predstavljena je nova dvodimenzionalna tehnika linearne predikcije i predložen je algoritam kodovanja i kompresije slike, zasnovan na šemi predikcije i dvomodnoj kvantizaciji. Pokazano je da predložena šema linearne predikcije pruža zadovoljavajuću rekonstrukciju za oko 30% blokova slike, dok se u ostalima blokovima vrši dodatna kvantizacija. Dobijeni eksperimentalni rezultati pokazuju da predloženi algoritam kodovanja i kompresije pruža dobitak do 6.14 dB u odnosu na modifikovanu šemu blok odsečnog kodovanja i kompresije za posmatrani standardni set test slika, odnosno do 5.89 dB u odnosu na DPCM

model sa dualnim prediktorom koji koristi i segmentaciju pomoću kvadratnog stabla.

5. Predložen je novi algoritam kodovanja i kompresije slike zasnovana na jednostavnoj vektorskoj kvantizaciji i Adamarovoj transformaciji, koja predstavlja jednu od najjednostavnijih tehnika transformacionog kodovanja. Rešenja koja se javljaju u literaturi najčešće razmatraju primenu vektorske kvantizacije na originalne vrednosti piksela slike i zahtevaju relativno dugo vreme procesiranja zbog kompleksnosti koja je neophodna kako bi se postigao visok kvalitet rekonstruisane slike. Predloženo rešenje koristi jednostavne vektorske kvantizere sa samo  $N=2$  ili  $N=4$   $k$ -dimenzionalnih vektora, gde zbog jednostavnosti i postizanja visokog stepena kompresije uzimamo da parametar  $k$  uzima vrednosti 2 ili 4. Postupak projektovanja kvantizera je dodatno pojednostavljen definisanjem geometrijski particija za Voronojeve regione, čime se iterativni postupak definisanja regiona isključuje iz postupka projektovanja pa je i vreme procesiranja značajno kraće. Demonstrirano je da za visoke stepene kompresije predloženi model ostvaruje slične ili bolje performanse u pogledu odnosa PSNR-a i bitske brzine u odnosu na složenije modele, zasnovane na malotalasnoj ili kurvlet transformaciji i metodima klasifikacije poput SVM-a i CVM-a. Osim toga, pokazano je da predloženi model ostvaruje dobitak do 6.95 dB u odnosu na model kodovanja i kompresije zasnovan na šemi linearne predikcije.
6. Predložen je novi model kompadding kvantizacije za Gausov izvor, zasnovan na deo-po-deo linearnoj aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće. Izvedeni su izrazi u zatvorenom obliku za kompresorsku funkciju, inverznu kompresorsku funkciju i teorijsku procenu performansi, što je veliki nedostatak u slučaju optimalne kompadding kvantizacije za Gausov izvor kod koje izrazi zahtevaju rešavanje integralnih jednačina. Pored toga, analiziran je sistem dvomodne kvantizacije koji procesira odmerke po frejmovima, otkriveni su nedostaci postojećih modela i predložen je novi, precizniji model funkcije gustine verovatnoće signala na ulazu u neograničen kvantizer. Ostvareno je izuzetno visoko poklapanje između predloženog teorijskog modela procene performansi i eksperimentalnih rezultata. Teorijskim poređenjem performansi sa modelom



optimalnog komandora može se zaključiti da predloženi model pruža do 1.6 dB bolju procenu kvaliteta rekonstruisanog signala, što je rezultat kako boljeg projektovanja sistema i korišćenja dvomodne kvantizacije, tako i veće preciznosti izvedenih teorijskih izraza za procenu performansi.

7. Predstavljen je novi hibridni model za kodovanje i kompresiju govornog signala zasnovan na višenivoskoj Delta modulaciji koji uključuje jedan od najjednostavnijih inteligentnih algoritama učenja – LMS algoritam. Prvi dobijeni rezultati prikazuju da predloženi model, koji vrši adaptaciju težinske funkcije, ostvaruje dobitak od 0.25 dB prilikom procesiranja odmerak po odmerak test govornog signala. Međutim, inicijalni rezultati govore da poboljšanja mogu biti znatno veća prilikom procesiranja govora po frejmovima, što je znatno češći slučaj i što će biti predmet budućeg istraživanja. Takođe, razmatranje predikcije većeg reda od prvog biće analizirano kao moguće poboljšanje.

## Literatura

- [1] A. Gersho, R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 1992.
- [2] D. Salomon, *Data compression – The complete reference*, Springer, 4<sup>th</sup> edition, 2007.
- [3] K. Sayood, *Introduction to Data Compression*, Morgan Kaufmann, 5<sup>th</sup> edition, 2018.
- [4] N. S. Jayant, P. Noll, *Digital coding of waveforms*, Prentice-Hall, New Jersey, 1984.
- [5] E. Kougianos, S. P. Mohanty, G. Coelho, U. Albalawi, P. Sundaravadivel, “Design of a High-Performance System for Secure Image Communication in the Internet of Things”, *IEEE Access*, vol. 4, 2016, pp. 1222–1242.
- [6] C. J. Deepu, C–H. Heng, Y. Lian, “A Hybrid Data Compression Scheme for Power Reduction in Wireless Sensors for IoT”, *IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems*, vol. 11, no. 2, 2017, pp. 245–254.
- [7] X. Liu, G. Cheung, C-W. Lin, D. Zhao, W. Gao, “Prior-Based Quantization Bin Matching for Cloud Storage of JPEG Images”, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 27, no. 7, 2018, pp. 3222 – 3235.
- [8] M. Savic, Z. Peric, N. Simic, “Coding algorithm for grayscale images based on linear prediction and dual mode quantization”, *Expert Systems with Applications*, vol. 42, 2015, pp.7285–7291.
- [9] N. Simic, Z. H. Peric, M. Savic, “Image coding algorithm based on Hadamard transform and simple vector quantization”, *Multimedia Tools and Applications*, vol. 77, no. 5, 2018, pp. 6033–6049.
- [10] E. J. Delp, O. R. Mitchell, “Image Compression using Block Truncation Coding”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-27, no. 9, 1979, pp. 1135–1342.
- [11] M. D. Lema, O.R. Mitchell, “Absolute moment block truncation coding and its application to color images”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-32, no. 10, 1984, pp. 1148–1157.

[12] Rover Camera Instrument Description, NASA: [https://pdsimg.jpl.nasa.gov/data/mpfr-m-rvrcam-2-edr-v1.0/mprv\\_0001/document/rcinst.htm](https://pdsimg.jpl.nasa.gov/data/mpfr-m-rvrcam-2-edr-v1.0/mprv_0001/document/rcinst.htm)

[13] J. R. Matijevic, L.W. Avril, R.S. Banes, D.B. Bickler, R.S. Blomquist, G.S. Bolotin, D.F. Braun, D.R. Burger, B.K. Cooper, J. Crisp, F. Deligiannis, W.C. Dias, H.J. Eisen, D. Ferguson, B.H. Fujiwara, R.D. Galletly, G.S. Hickey, P. Jenkins, K.A. Jewett, E.J. Jorgensen, J. Kolecki, H.A. Kubo, G.A. Landis, W.E. Layman, L.H. Matthies, D.P. McQuarie, R.J. Menke, A.H. Mishkin, D.S. Mittman, H.J. Moore, J.C. Morrison, T.T. Nguyen, D.E. Noon, L. Oberle, T.R. Ohm, G.M. Shinn, D.L. Shirley, A.R. Sirota, C.B. Stell, S. Stevenson, H.W. Stone, L.F. Sword, H.C. Ta, A.D. Thompson, L.M. van Nieuwstadt, M.T. Wallace, L.-C. Wen, B.H. Wilcox, Y.C. Wu, “The Pathfinder Microrover”, *Journal of Geophysical Research*, vol. 102, no. E2, 1997, pp. 3989–4001.

[14] J. R. Matijevic, J. Crisp, R.S. Banes, D.B. Bickler, B.K. Cooper, H.J. Eisen, D. Ferguson, J. Gensler, A. Haldemann, F. Hartman, P. Jenkins, K.A. Jewett, J. Kolecki, G.A. Landis, S.L. Laubach, L.H. Matthies, A.H. Mishkin, H.J. Moore, J.C. Morrison, T.T. Nguyen, A.R. Sirota, H.W. Stone, S. Stride, L.F. Sword, J.A. Tarsala, A.D. Thompson, M.T. Wallace, R. Welch, E. Wellman, B.H. Wilcox, D. Wilt, “Characterization of the Martian Surface Deposits by the Mars Pathfinder Rover, Sojourner”, *Science*, vol. 278, no.5344, 1997, 1765–1768.

[15] Hao Pan, Xiao-Fan Feng, inventors; Sharp Laboratories of America, Inc., Camas WA (Us), assignee. Methods and systems for adaptive image data compression. United States patent US 7,683,908 B2. Mar. 23, 2010.

[16] S. Kim, D. Lee, J.-S. Kim, H.-J. Lee, “A block truncation coding algorithm and hardware implementation targeting 1/12 compression for LCD overdrive”, *Journal of Display Technology*, vol. 12, no.4, 2016, pp. 376–389.

[17] Y-H. Ko, J-H. Kim, S-W. Lee, H-S. Kang, “Dual Block Truncation Coding for Overdriving of Full HD LCD driver”, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 58, no. 1, February 2012, pp. 1–7.

[18] J-W. Han, M-C. Hwang, S-G. Kim, T-H. You, S-J. Ko, “Vector Quantizer based Block Truncation Coding for Color Image Compression in LCD Overdrive”, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 54, no. 4, November 2008, pp. 1839–1845.

- [19] J-M. Guo, Y-F. Liu, “Improved Block Truncation Coding Using Optimized Dot Diffusion”, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 23, no. 3, March 2014, pp. 1269–1275.
- [20] J-M. Guo, Y-F. Liu, “High Capacity Data Hiding for Error-Diffused Block Truncation Coding”, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 21, no. 12, December 2012, pp. 4808–4818.
- [21] J-M. Guo, H. Prasetyo, N-J. Wang, “Effective Image Retrieval System Using Dot-Diffused Block Truncation Coding Features”, *IEEE Transactions on Multimedia*, vol. 17, no. 9, September 2015, pp. 1576–1590.
- [22] J-M. Guo, C-C. Su, “Improved Block Truncation Coding Using Extreme Mean Value Scaling and Block-Based High Speed Direct Binary Search”, *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 18, no. 11, November 2011, pp. 694–697.
- [23] K-S. Choi, “Bit plane modification for improving MSE-near optimal DPCM-based block truncation coding”, *Digital Signal Processing*, Vol. 23, No. 4, July 2013, pp. 1171–1180.
- [24] X. Yu, M. Iwata, “Image compression based on BTC-DPCM and its data driven parallel implementation”, *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP 2005)*, 14<sup>th</sup> September 2005, Genova, Italy. doi: 10.1109/ICIP.2005.1529875.
- [25] M. S. Savic, Z. H. Peric, M. R. Dincic, “Coding Algorithm for Grayscale Images Based on Piecewise Uniform Quantizers”, *Informatica*, vol. 23, no. 1, 2012, pp. 125–140.
- [26] S. Stankovic, I. Orovic, E. Sejdic, *Multimedia Signals and Systems: Basic and Advanced Algorithms for Signal Processing*, 2<sup>nd</sup> edition, Springer, 2016.
- [27] R. C. Gonzales, R. E. Woods, *Digital Image Processing*, 3<sup>rd</sup> edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2008.
- [28] A. Gersho, “On the Structure of Vector Quantizers”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-28, no. 2, March 1982, pp. 157–166.

- [29] A. Ž. Jovanović, Z. H. Perić, “Geometric piecewise uniform lattice vector quantization of the memoryless Gaussian source”, *Information Sciences*, vol. 181, 2011, pp. 3043–3053.
- [30] R.M. Gray, D.L. Neuhoff, “Quantization”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 6, 1998, pp. 2325–2384.
- [31] Z. Perić, M. Petković, M. Dinčić, “Simple compression algorithm for memoryless Laplacian source based on the optimal companding technique”, *Informatica*, vol. 20, no. 1, 2009, pp. 99–114.
- [32] Z. Perić, M. Savić, M. Dinčić, D. Denić, M. Prašćević, “Forward adaptation of novel semilogarithmic quantizer and lossless coder for speech signals compression”, *Informatica*, vol. 21, no. 3, 2010, pp. 375–391.
- [33] Z. Perić, N. Simić, M. Savić, “Analysis and design of two stage mismatch quantizer for Laplacian source”, *Elektronika ir Elektrotehnika*, vol. 21, no.3, 2015, pp. 49–53.
- [34] M. Savić, Z. Perić, M. Dinčić, “Design of forward adaptive uniform quantizer for discrete input samples for Laplacian source”, *Electronics and Electrical Engineering*, vol. 9, no. 105, 2010, pp.73–76.
- [35] S. Liu, G. Wei, Y. Song, D. Ding, “Set-membership state estimation subject to uniform quantization effects and communication constraints”, *Journal of the Franklin Institute*, vol. 354, 2017, pp.7012–7027.
- [36] S. Na, “Asymptotic formulas for variance-mismatched fixed-rate scalar quantization of a Gaussian source”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 5, 2011, pp.2437–2441.
- [37] J. Nikolic, Z. Perić, A. Jovanović, “Two forward adaptive dual-mode companding scalar quantizers for Gaussian source”, *Signal Processing*, vol. 120, 2016, pp.129–140.
- [38] J. Nikolic, Z. Perić, L. Velimirović, “Simple Solution for Designing the Piecewise Linear Scalar Companding Quantizer for Gaussian Source”, *Radioengineering*, vol. 22, no. 1, 2013, pp.194–199.

- [39] Z. Peric, J. Nikolic, “High-quality Laplacian source quantisation using a combination of restricted and unrestricted logarithmic quantisers”, *IET Signal Processing*, vol. 6, no.7, 2012, pp.633–640.
- [40] Z. Peric, J. Nikolic, “An adaptive waveform coding algorithm and its application in speech coding”, *Digital Signal Processing*, vol. 22, 2012, pp. 99–209.
- [41] Z. H. Peric, N. Simic, A. Jovanovic, M. S. Savic, “Performance analysis of companding quantizer using piecewise linear approximation of the Gaussian source”, *Proceedings of 12th International Conference on Telecommunication in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS)*, Nis, Serbia, October 2015, pp. 27–30.
- [42] J. Xu, Y. Huan, K. Yang, Y. Zhan, Z. Zou, L-R. Zheng, “Optimized near-zero quantization method for flexible memristor based neural network”, *IEEE Access*, vol. 6, 2018, pp. 29320–29331.
- [43] D. R. Aleksic, Z. H. Peric, “Analysis and Design of Robust Quasilogarithmic Quantizer for the Purpose of Traffic Optimization”, *Information Technology and Control*, (2018), vol. 47, no. 4, 2018, pp. 615–622.
- [44] Z. H. Peric, S. B. Suzic, T. V. Delic, N. Simic, “Support Region of Semilogarithmic Quantizer for Laplacian Source”, *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 28, no. 4, 2018, pp. 64–67.
- [45] N. Simic, Z. H. Peric, M. S. Savic, “Coding Algorithm for Grayscale Images - Design of Piecewise Uniform Quantizer with Golomb-Rice Code and Novel Analytical Model for Performance Analysis”, *Informatica*, vol. 28, no. 4, 2017, pp. 703–724.
- [46] M. Z. Tancic, Z. H. Peric, N. Simic, “Modified Wideband Speech Coding System with Embedded G.711 Coders”, *Revue roumaine des sciences techniques - Serie Electrotechnique et Energetique*, vol. 62, no. 3, 2017, pp. 299–304.
- [47] M. Z. Tancic, Z. H. Peric, N. Simic, S. S. Tomic, “Performance of Quasi-Logarithmic Quantizer for Discrete Input Signal”, *Information Technology and Control*, vol. 46, no. 3, 2017, pp. 395–402.
- [48] M. R. Dinčić, Z. H. Perić A. Ž. Jovanović, “New Coding Algorithm Based on Variable-Length Codewords for Piecewise Uniform Quantizers”, *Informatica*, vol. 27, no. 3, 2016, pp. 527–248.

- [49] M. Z. Tancic, Z. H. Peric, S. S. Tomic, N. Simic, "Speech Signal Coding Using Forward Adaptive Quantization and Simple Transform Coding", *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 22, no. 3, 2016, pp. 74–77.
- [50] Z. H. Peric, L. Z. Velimirovic, M. S. Stankovic, A. Z. Jovanovic, "A Comprehensive Analysis of the Scalar Compandor Model Designed Using Spline Functions", *Revue roumaine des sciences techniques - Serie Electrotechnique et Energetique*, vol. 60, no. 3, 2015, pp. 283–291.
- [51] Z. H. Peric, M. S. Savic, S. R. Panic, "Semilogarithmic Nonuniform Vector Quantization of Two-Dimensional Laplacean Source for Small Variance Dynamics", *Radioengineering*, vol. 21, no. 1, 2012, pp. 99–103.
- [52] Z. H. Peric, J. R. Nikolic, "An adaptive waveform coding algorithm and its application in speech coding", *Digital Signal Processing*, vol. 22, no. 1, 2012, pp. 199–209.
- [53] V. M. Despotovic, Z. H. Peric, L. Z. Velimirovic, V. D. Delic, "Switched adaptive quantiser for speech compression based on optimal companding and correlation", *IET Signal Processing*, vol. 5, no. 7, 2011, pp. 701–707.
- [54] Z. H. Peric, M. R. Dincic, D. B. Denic, A. V. Jovic, "Forward Adaptive Logarithmic Quantizer with New Lossless Coding Method for Laplacian Source", *Wireless Personal Communications*, vol. 59, no. 4, 2011, pp. 625–641.
- [55] J. R. Nikolic, Z. H. Peric, "Lloyd-Max's algorithm implementation in speech coding algorithm based on forward adaptive technique", *Informatica*, vol. 19, no. 2, 2008, pp. 255–270.
- [56] Z. H. Peric, J. R. Nikolic, "An effective method for initialization of Lloyd-Max's algorithm of optimal scalar quantization for laplacian source", *Informatica*, vol. 18, no. 2, 2007, pp. 279–288.
- [57] G. Petkovic, Z. Peric, V. Despotovic, "Switched uniform scalar quantization adapted to mean and variance for speech coding", *Facta Universitatis, Series: Automatic Control and Robotics*, vol. 16, no. 3, 2017, pp. 263 – 274
- [58] S. Lloyd, "Least Squares Quantization in PCM", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, no. 2, 1982, pp. 129-136.
- [59] J. Max, "Quantizing for minimum distortion", *IRE, Transactions on Information Theory*, vol. 6, 1960, pp. 7-12.

- [60] N. Judell, L. Scharf, “A simple derivation of Lloyd’s classical result for the optimum scalar quantizer”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 32, no. 2, 1986, pp. 326–328.
- [61] Z. H. Perić, V. M. Despotović, J. R. Nikolić, A. Ž. Jovanović, N. B. Simić, *Praktikum iz Digitalnih telekomunikacija I sa MATLAB primerima*, Elektronski fakultet u Nišu, 2017.
- [62] G. Lukatela, D. Drajić, G. Petrović, R. Petrović, *Digitalne telekomunikacije*, Građevinska knjiga, Beograd, 1981.
- [63] A. C. Bovik, *Handbook of Image and Video Processing (Communications, Networking and Multimedia)*, 2<sup>nd</sup> edition, Elsevier, Academic Press, 2005.
- [64] A. Jovanovic, Z. Peric, “Geometric piecewise uniform lattice vector quantization of the memoryless Gaussian source”, *Information Sciences*, vol. 181, 2011, pp. 3043 –3053.
- [65] J. Bucklew, N. Gallager, “Two-dimensional quantization of bivariate circularly symmetric densities”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-25, no. 6, 1979, pp. 667–671.
- [66] J. Bucklew, N. Gallager, “Quantization schemes for bivariate Gaussian random variables”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-25, no. 5, 1979, pp. 537–543.
- [67] P. W. Moo, D. L. Neuhoff, “Optimal compressor functions for multidimensional companding”, *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Ulm, Germany, June 29 – July 4, 1997, p. 515.
- [68] P. W. Moo, D. L. Neuhoff, “Uniform polar quantization revisited”, *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Cambridge, MA, USA, 16–21 August, 1998, p. 100.
- [69] D. L. Neuhoff, “Polar quantization revisited”, *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Ulm, Germany, 29 June – 4 July, 1997, p. 60.
- [70] Z. H. Peric, A. Ž. Jovanović, *Geometrijska vektorska kvantizacija*, Elektronski fakultet u Nišu, 2010.
- [71] Z. Peric, D. Aleksic, “Asymptotic analysis of nonuniform polar quantization”, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, vol. 7, no. 2, 2003, pp. 92–96.
- [72] Z. Peric, D. Aleksic, “Asymptotic analysis of nonuniform optimal restricted polar quantization”, *Proceedings of 6<sup>th</sup> International Conference of Telecommunications in*



*Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service (TELSIKS 2003)*, vol. 2, Niš, Serbia, 1 – 3 October, 2003, pp. 649–651.

[73] Z. Peric, S. Bogosavljevic, “Asymptotic analysis of optimal piecewise uniform polar quantization”, *International journal of Radioengineering*, vol. 13, no. 2, 2004, pp. 26–30.

[74] Z. Peric, S. Bogosavljevic, D. Antic, M. Milojkovic, “Optimalna uniformna polarna kvantizacija u širokom opsegu volumena”, *Buka i vibracije XIX Konferencija sa međunarodnim učešćem*, Niš, 2004.

[75] Z. Peric, S. Bogosavljevic, I. Djordjevic, “The Iterative Polar Quantization and the Error Probability per Symbols of the Signal Constellation”, *TELSIKS*, vol. 1, Niš, 8–10 October, 1997, pp. 364–368.

[76] Z. Peric, S. Bogosavljevic, A. Jovanovic, “Optimal Polar Quantization of Complex Variables with Circularly Symmetric Densities”, *International Scientific Journal of Computing*, vol. 3, no. 3, 2004, pp. 110–119.

[77] Z. Peric, M. Dincic, A. Jovanovic, “Optimal log-polar image sampling”, *Journal of Communications Technology and Electronics*, vol. 54, no. 12, 2009, pp. 1397–1402.

[78] Z. Peric, I. Djordjevic, S. Bogosavljevic, M. Stefanovic, “Design of signal constellation for Gaussian channel by using iterative polar quantization”, *In Proceedings of 9<sup>th</sup> Mediterranean Electrotechnical Conference MELECON 98*, vol. 2, Tel-Aviv, Israel, May 1998, pp. 866–869.

[79] Z. Peric, O. Milanovic, A. Jovanovic, “Optimal Companding Vector Quantization for Circularly Symmetric Sources”, *Information Sciences*, vol. 178, no. 22, 2008, pp. 4375–4381.

[80] H. Pobloth, R. Vafin, B. Kleijn, “Multi-variete block polar quantization and an application to audio”, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 4, May 2004, pp. 197–200.

[81] P. Swaszek, “Uniform Spherical Coordinate Quantization of Spherically Symmetric Sources”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 33, no. 6, 1985, pp. 518–521.

[82] P. Swaszek, T. Ku, “Asymptotic Performances of Unrestricted Polar Quantizer”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 32, no. 2, 1986, pp. 330–333.

[83] S. Willson, “Magnitude/phase quantization of independent Gaussian varieties”, *IEEE Transaction on Communication*, vol. COM-28, 1980, pp. 1924–1929.

- [84] Z. Peric, M. Petkovic, J. Nikolic, A. Jovanovic, "Support region estimation of the product polar companded quantizer for Gaussian source", *Signal Processing*, vol. 143, 2018, pp. 140–145.
- [85] A. Jovanovic, Z. Peric, J. Nikolic, M. Dincic, "Asymptotic analysis and design of restricted uniform polar quantizer for Gaussian sources", *Digital Signal Processing*, vol. 49, 2016, pp. 24–32.
- [86] J. Nikolic, Z. Peric, A. Jovanovic, "Variance Mismatch Analysis of Unrestricted Polar Quantization for Gaussian Source", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 21, no. 5, pp. 540–544.
- [87] M. Dincic, Z. Peric, A. Jovanovic, "Optimal polar image sampling", *Opto-Electronics Review*, vol. 19, no. 2, 2011, pp. 249–255.
- [88] M. Petkovic, Z. Peric, A. Jovanovic, "An iterative method for optimal resolution-constrained polar quantizer design", *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 30, no. 2, 2011, pp. 574–589.
- [89] M. V. Popović, *Digitalna obrada slike*, Akademska misao, Beograd, 2006.
- [90] P. Sinha, *Speech Processing in Embedded Systems*, Springer US, 1st edition, 2010.
- [91] W. Chu, *Speech Coding Algorithms: Foundation and Evolution of Standardized Coders*, John Wiley & Sons, 1st edition, March 7, 2003.
- [92] L. Hanzo, C. Somerville and J. Woodard, *Voice and Audio Compression for Wireless Communications*, John Wiley & Sons - IEEE Press, 2nd edition, October 8, 2007.
- [93] J. D. Paul, "Re-creating the sigsaly quantizer: This 1943 analog-to-digital converter gave the allies an unbreakable scrambler", *IEEE Spectrum*, vol. 56, no. 2, 2019, pp. 16 – 17.
- [94] A. Kondozi, *Digital Speech: Coding for Low Bit Rate Communication Systems*, John Wiley & Sons, 2nd edition, October 20, 2004.
- [95] I. V. McLoughlin, *Speech and Audio Processing – a Matlab based Approach*, Cambridge University Press, 1st edition, 2016.
- [96] V. Delić, Z. Perić, M. Sečujski, N. Jakovljević, J. Nikolić, D. Mišković, N. Simić, S. Suzić, T. Delić, "Speech technology progress based on new machine learning paradigm", *Computational Intelligence and Neuroscience*, accepted for publishing.
- <https://www.hindawi.com/journals/cin/si/684693/>

- [97] R. Baraniuk, "Compressive sensing", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, no. 4, 2007, pp. 118–121.
- [98] E. J. Candes, M. B. Wakin, "An Introduction To Compressive Sampling", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, 2008, pp. 21–30.
- [99] D. Giacobello, M. G. Christensen, M. N. Murthi, S. H. Jensen, M. Moonen, "Retrieving Sparse Patterns Using a Compressed Sensing Framework: Applications to Speech Coding Based on Sparse Linear Prediction", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 17, no. 1, 2010, pp. 103–106.
- [100] M. Cernak, A. Asaei, A. Hyafil, "Cognitive speech coding: examining the impact of cognitive speech processing on speech compression", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 35, no. 3, 2018, pp. 97–109.
- [101] M. J. Ryan, M. R. Frater, *Tactical Communications for the Digitized Battlefield*, Artech House, 2002.
- [102] Z. H. Peric, N. Simic, M. Savic, "Analysis and Design of Two Stage Mismatch Quantizer for Laplacian Source", *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 21, no. 3, 2015, pp. 49–53.
- [103] N. Simic, Z. H. Peric, M. Savic, "Desing and implementation of non-uniform quantizers for discrete input samples and its application to an image processing algorithm", *Facta Universitatis, Series: Electronics and Energetics*, vol. 30, no. 3, 2017, pp. 417–427.
- [104] N. Simic, Z. Peric, M. Savic, "Improved algorithm for grayscale image compression based on multimode coding algorithm", *Revue roumaine des sciences techniques - Serie Electrotechnique et Energetique*, vol. 59, no. 3, 2014, pp. 315–323.
- [105] S. S. Tomic, Z. H. Peric, J. R. Nikolic, "Modified BTC Algorithm for Audio Signal Coding", *Advances in Electrical and Computer Engineering*, vol. 16, no. 4, 2016, pp. 31–38.
- [106] Z. H. Peric, S. S. Tomic, M. Z. Tancic, "High Quality Speech Signal Coding with the Application of BTC Algorithm", *Proceedings of 12th International Conference on Telecommunication in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS)*, Nis, Serbia, October 2015, pp. 23–26.

- [107] Z. Perić, M. Dincic, M. Petkovic, “Design of a hybrid quantizer with variable length code”, *Fundamenta Informaticae*, vol. 98, no. 2 – 3, 2010, pp. 233–256.
- [108] J. Mathews, M. S. Nair, “Adaptive block truncation coding technique using edge-based quantization approach”, *Computers & Electrical Engineering*, vol. 43, pp. 169–179.
- [109] S. Na, “Asymptotic formulas for mismatched fixed-rate minimum MSE Laplacian quantizers”, *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 15, 2008, pp. 13–16.
- [110] S. Na, “Variance-mismatched fixed-rate scalar quantization of Laplacian sources”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 57, no. 7, 2011, pp. 4561–4572.
- [111] S. Na, D. L. Neuhoff, “On the support of MSE-optimal, fixed-rate, scalar quantizers”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 7, 2001, pp. 2972–2982.
- [112] S. Na, D. L. Neuhoff, “Asymptotic MSE distortion of mismatched uniform scalar quantization”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 58, no. 5, 2012.
- [113] ITU-T Recommendation G.711.1 Wideband embedded extension for G.711 pulse code modulation, 2008.
- [114] M. Savić, Z. Perić, S. Panić, Quantizer design for multilevel BTC, *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, 12a/2011, R. 87 NR, pp. 153–155.
- [115] M. Savic, Z. Peric, M. Dincic, An Algorithm for Grayscale Images Compression based on the forward Adaptive Quantizer Designed for Signals with Discrete Amplitudes, *Electronics and Electrical Engineering – Kaunas: Technologija*, vol. 118, no. 2, 2012, pp. 13–16.
- [116] Z. Peric, A. Jovic, J. Nikolic, L. Velimirovic, D. Denic, Analysis of Differential Pulse Code Modulation with Forward Adaptive Lloyd-Max’s Quantizer for Low Bit-Rate Speech Coding, *Revue roumaine des sciences techniques - Serie Electrotechnique et Energetique*, vol. 58, no. 4, 2013 pp. 425–434.
- [117] S. Na, “On the support of fixed-rate minimum mean-squared error scalar quantizers for a Laplacian source”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 5, 2004, pp. 937–944.
- [118] D. Aleksic, Z. Peric, J. Nikolic, “Support region determination of the quasilogarithmic quantizer for Laplacian source”, *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. 88, no. 7A, 2012, pp. 130–132.

- [119] W. Cheney, D. Kincaid, *Numerical Mathematics and Computing*, Thomson Higher Education, Belmont, 2008.
- [120] J.-C. Wu, “Quadtree segmented double predictor DPCM image compression”, *International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering*, vol. 2 no. 11, 2014, pp. 6768–6775.
- [121] W. A. Pearlman, A. Said, *Digital signal compression: principles and practice*, Cambridge University Press, 2011.
- [122] H. S. Malvar, *Signal processing with lapped transforms*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1992.
- [123] J. R. Clarke, "Relation between the Karhunen-Loeve and cosine transforms," *IEE Proceedings F - Communications, Radar and Signal Processing*, vol. 128, Nov, 1981, pp. 359–360.
- [124] C. Christopoulos, A. Skodras, T. Ebrahimi, “The JPEG2000 still image coding system: an overview”, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 46, no. 4, 2000, pp. 1103–1127.
- [125] G. K. Wallace, “The JPEG still picture compression standard”, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 38, no. 1, 1992, pp. xviii – xxxiv.
- [126] P. J. van Fleet, *Discrete Wavelet Transformations: an Elementary Approach with Applications*, Wiley, 2008.
- [127] D. P. Radunović, *Talasići*, Akademska misao, Beograd, 2005.
- [128] K. J. Horadam, *Hadamard Matrices and Their Applications*, Princeton University Press, 2006.
- [129] M.-H. Horng, “Vector quantization using the firefly algorithm for image compression“, *Expert Systems with Applications*, vol. 39, 2012, pp. 1078–1091.
- [130] D. Rebollo-Monedero, J. Forne , E. Pallares, J. Parra-Arnau, “A modification of the Lloyd algorithm for k-anonymous quantization“. *Information Sciences*, vol. 222, 2013, pp. 185–202.
- [131] H. B. Kekre, T. K. Sarode, “New clustering algorithm for vector quantization using rotation of error vector“, *International Journal of Computer Science and Information Security (IJCSIS)*, vol. 7, no. 3, 2010, pp. 159–165.

- [132] Y. Li, Q. Yang, R. Jiao, "Image compression scheme based on curvelet transform and support vector machine", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, 2010, pp. 3063–3069.
- [133] Y. Li, Y. Wang, Q. Yang, "Curvelet based image compression via core vector machine", *Optik*, vol. 124, no. 21, 2013, pp. 4859–4866.
- [134] X.-Y. Wang, D.-D. Zhang, "Discrete wavelet transform-based simple range classification strategies for fractal image coding", *Nonlinear Dynamics*, vol. 75, 2014, pp. 439–448.
- [135] S. Keser, O. N. Gerek, E. Seke, M. B. Gulmezoglu, "A subspace based progressive coding method for speech compression", *Speech Communication*, 94, 2017, pp. 50–61.
- [136] S. Gazor, W. Zhang, "Speech probability distribution", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 10, no. 7, 2003, pp. 204–207.
- [137] J. Nikolic, Z. Peric, A. Jovanovic, "Novel approximations for the Q -function with application in SQNR calculation", *Digital Signal Processing*, vol. 65, 2017, pp. 71–80.
- [138] Z. Hashemifard, H. Amindavar, "PDF approximations to estimation and detection in time-correlated alpha-stable channels", *Signal Processing*, vol. 133, 2017, pp. 97–106.
- [139] N. Simić, N. Vučić, "Projektovanje kvantizera Gausovog izvora zasnovano na aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće", *Proceedings of Infoteh-Jahorina*, Bosna i Hercegovina, Vol. 12, mart 2013, pp. 1239–1243.
- [140] L. Velimirovic, Z. Peric, M. Stankovic, N. Simic, N. Vucic, "Design of Quantizer for Laplacian Source Based on the Probability Density Function Approximation", *Proceedings of TELFOR 2012*, Belgrade, Serbia, November 2012, pp. 807–810.
- [141] Z. Perić, N. Simić, M. Tančić, "Projektovanje i analiza performansi komponding kvantizera zasnovani na aproksimaciji Gama izvora", *Proceedings of Infoteh-Jahorina 2014*, Bosna i Hercegovina, mart 2014, pp. 409–413.
- [142] T. Eriksson, J. Linden, J. Skoglund, "Exploiting interframe correlation in spectral quantization: a study of different memory VQ schemes", *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Atlanta, USA, May 1996, pp. 765–768.
- [143] M. Yong, G. Davidsson, A. Gersho, "Encoding of LPC spectral parameters using switched-adaptive interframe vector prediction", *Proceedings of IEEE International*

*Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, New York, USA, 1988, pp. 402–405.

[144] S. Haykin, B. Kosko, *Intelligent signal processing*, IEEE Press, 2001.

[145] M. A. Carreira-Perpinan, “Model compression as constrained optimization, with application to neural nets. Part I: general framework.”, arXiv:1707.01209 [cs.LG].

[146] M. A. Carreira-Perpinan, Y. Idelbayev, “Model compression as constrained optimization, with application to neural nets. Part II: quantization”, arXiv:1707.04319 [cs.LG].

[147] Y. Xie, M. A. Jabri, “Analysis of the effects of quantization in multilayer neural networks using a statistical model”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 3, no. 2, 1992, pp. 334–338.

[148] S. Haykin, *Neural Networks and Learning Machines*, Pearson, 3<sup>rd</sup> edition, 2008.

[149] G.J. Sullivan, R.L. Baker, “Efficient quadtree coding of images and video“, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 3, no. 3, 1994, pp. 327–331.

[150] D. P. Mehta, S. Sahni, *Handbook of Data Structures and Applications*, 2<sup>nd</sup> edition, CRC Press, 2018.

[151] M. Manohar, P. S. Rao, S. S. Iyengar, “Template quadtrees for representing region and line data present in binary images“, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 51, no. 3, September 1990, pp. 338–354.

[152] N. Simić, Z. H. Perić, B. Denić, M. Tančić, “Speech Signal Coding Scheme Based on Multibit Delta Modulation and LMS algorithm”, *Proceedings of XIV International SAUM Conference on Systems, Automatic Control and Measurements*, Niš, Serbia, November 14th-16th, 2018.

[153] Paulo S.R. Diniz, *Adaptive filtering – Algorithms and Practical Implementation*, Springer, Boston, MA, 2013.

## Spisak objavljenih radova autora

### a) Radovi objavljeni u međunarodnim časopisima sa IMPACT faktorom (M21, M22, M23)

**a.1.** M. Savić, Z. Perić, N. Simić, “Coding Algorithm for Grayscale Images Based on Linear Prediction and Dual Mode Quantization”, *Expert Systems with Applications*, Vol. 42, Issue 21, 30 November 2015, Pages 7285–7291. Publisher: Elsevier. (M21, Impact Factor: 2.981).

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417415003735>

**a.2.** N. Simic, Z. Peric, M. Savic, “Coding algorithm for grayscale images - design of piecewise uniform quantizer with Golomb-Rice code and novel analytical model for performance analysis”, *Informatica*, Vol. 28, No. 4, pp. 703–724, 2017. Publisher: IOS Press. (M21, Impact Factor: 1.386).

<https://content.iospress.com/articles/informatica/inf1159>

**a.3.** N. Simic, Z. Peric, M. Savic, “Image coding algorithm based on Hadamard transform and simple vector quantization”, *Multimedia Tools and Applications*, 2018, Vol. 77, No. 5, pp 6033–6049. Publisher: Springer-Verlag New York, Inc. (M21, Impact Factor: 1.541).

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11042-017-4513-4>

**a.4.** V. Delić, Z. Perić, M. Sečujski, N. Jakovljević, J. Nikolić, D. Mišković, N. Simić, S. Suzić, T. Delić, “Speech technology progress based on new machine learning paradigm“, *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2019, accepted for publishing (M22, Impact Factor: 1.649).

<https://www.hindawi.com/journals/cin/si/684693/>

**a.5.** Z. H. Peric, S. B. Suzic, T. V. Delic, N. Simic, “Support Region of Semilogarithmic Quantizer for Laplacian Source”, *Elektronika ir Elektrotechnika*, Vol. 24, No. 4, 2018, pp. 64–67, (M23, Impact Factor: 1.088).



<http://eejournal.ktu.lt/index.php/elt/article/view/21481/9530>

**a.6.** M. Z. Tancic, Z. Peric, **N. Simic**, “Modified Wideband Speech Coding System with Embedded G. 711 Coders”, *Revue Roumaine des Sciences Techniques-Serie Electrotechnique et Energetique*, Vol. 62, No. 3, 2017, pp. 299–304. (M23, Impact Factor: 1.114).

<http://revue.elth.pub.ro/index.php?action=details&id=692>

**a.7.** M. Z. Tancic, Z. Peric, **N. Simic**, S. Tomic, “Performance of Quasi-Logarithmic Quantizer for Discrete Input Signal”, *Information Technology and Control*, Vol. 46, No. 3, 2017, pp. 395–402. (M23, Impact Factor: 0.800).

<http://itc.ktu.lt/index.php/ITC/article/view/16197>

**a.8.** M. Z. Tancic, Z. Peric, S. Tomic, **N. Simic**, “Speech Signal Coding Using Forward Adaptive Quantization and Simple Transform Coding”, *Elektronika ir Elektrotechnika*, Vol. 22, No. 2, 2016, pp. 74–77. (M23, Impact factor: 0.859).

<http://eejournal.ktu.lt/index.php/elt/article/view/15318>

**a.9.** Z. Perić, **N. Simić**, M. Savić, “Analysis and Design of Two Stage Mismatch Quantizer for Laplacian Source”, *Elektronika ir Elektrotechnika*, Vol. 21, No. 3, June 2015, Pages 49–53. (M23, Impact Factor: 0.561).

<http://www.eejournal.ktu.lt/index.php/elt/article/view/10380>

**a.10.** **N. Simić**, Zoran Perić, Milan Savić, “Improved Algorithm for Grayscale Image Compression Based on Multimode Coding Algorithm”, *Revue Roumaine des Sciences Techniques-Serie Electrotechnique et Energetique*, Tome: 59, Issue: 3, October 2014, pp. 315–323. (Impact Factor: 0.368).

<http://revue.elth.pub.ro/index.php?action=details&id=465>

**a.11.** M. Stefanović, S. R. Panić, **N. Simić**, P. Spalević, Č. Stefanović, “On the Macrodiversity Reception in the Correlated Gamma Shadowed Nakagami-M Fading”, *Technical Gazette*, Vol. 21/No. 3, June 2014, pp. 511–515. (M23, Impact Factor: 0.615)

[http://hrcak.srce.hr/index.php?show=clanak&id\\_clanak\\_jezik=182136&lang=en](http://hrcak.srce.hr/index.php?show=clanak&id_clanak_jezik=182136&lang=en)

**b) Radovi objavljeni u međunarodnim časopisima bez IMPACT faktora (M24, M52)**

**b.1.** N. Simic, Z. Peric, M. Savic, “Design and Implementation of Non-uniform Quantizers for Discrete Input Samples”, *Facta Universitatis, Series:Electronics and Energetics*, Vol. 30, No 3, September 2017, pp. 417–427. (M24)

<http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUElectEnerg/article/view/2279>

**b.2.** M. Savić, Z. Perić, N. Simić, “Analysis of the Impact of the Quantizer Range Choice on Compression and Quality of the Reconstructed Image”, *Facta Universitatis, Series: Electronics and Energetics*, Vol. 26, No 2, August 2013, Serbia, pp. 79–85. (M24)

<http://facta.junis.ni.ac.rs/eae/fu2k132/01.html>

**b.3.** V. Vučković, A. Stanišić, N. Simić, “Computer simulation and VR model of the Tesla's Wardencllyffe laboratory”, *Digital Applications in Archaeology and Cultural Heritage*, Vol. 7, 2017, pp. 42–50. Publisher: Elsevier. (M52)

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212054817300188>

**c) Radovi saopšteni na međunarodnim i nacionalnim naučnim skupovima i štampani u odgovarajućim zbornicima radova (M30, M60)**

**c.1.** N. Simić, Z. Perić, B. Denić, M. Tančić, “Speech Signal Coding Scheme Based on Multibit Delta Modulation and LMS algorithm”, *Proceedings of XIV International SAUM Conference on Systems, Automatic Control and Measurements*, Niš, Serbia, November 14th-16th, 2018.

**c.2.** Z. Peric, B. Denic, V. Despotovic, N. Simic, “Delta Modulation with Improved Prediction and Quasilogarithmic Quantizer for Laplacian Source”, *Proceedings of XIV International SAUM Conference on Systems, Automatic Control and Measurements*, Niš, Serbia, November 14th-16th, 2018.

**c.3.** Z. Peric, B. Denic, V. Despotovic, N. Simic, “Delta Modulation with Embedded G.711 Codec”, *Proceedings of 26th Telecommunications Forum (TELFOR)*, 20-21. November, Belgrade, 2018.

**c.4** Z. Perić, N. Simić, M. Savić, “Image Coding Algorithm Based on Modified Block Truncation Coding and Delta Modulation”, *Proceedings of 13th International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications – TELSIKS*, October 18–20, Niš, 2017, pp. 199–202.

**c.5.** N. Simić, D. Milović, “Watermarking scheme based on AMBTC compression technique and its robustness to Gaussian noise”, *Proceedings of XIII International SAUM Conference on Systems, Automatic Control and Measurements*, Niš, Serbia, November 09th–11th, 2016. (M33)

**c.6.** N. Simić, D. Milović, “The impact of Salt & Pepper noise on watermarking scheme based on AMBTC compression technique”, *Proceedings of 3rd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering IcETRAN 2016*, Zlatibor, Serbia, June 13–16, 2016, pp. EKI2.5.1-4. (M33)

**c.7.** Z. Perić, N. Simić, A. Jovanović, M. Savić, “Performance Analysis of Companding Quantizer using Piecewise Linear Approximation of Gaussian Source”, *Proceedings of 12th International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications – TELSIKS*, October 14–17, Niš, 2015, pp. 27–30. (M33)

**c.8.** N. Simić, M. Milovanović, D. Milović, “Analysis of the SC Macrodiversity Reception in the Presence of Gamma Shadowed Nakagami-m Fading”, *Proceedings of ICEST 2014*, June 25-27, Niš, 2014, pp. 215–218. (M33)

**c.9.** Z. Perić, N. Simić, M. Tančić, “Projektovanje i analiza performansi komponding kvantizera zasnovani na aproksimaciji Gama izvora”, *Proceedings of Infoteh-Jahorina 2014*, Bosna i Hercegovina, mart 2014, pp. 409–413. (M33)

**c.10.** N. Simić, M. Veljković, D. Milović, “First-Order Statistics Analysis of SC Macrodiversity over Gamma Shadowed Nakagami-m Fading Channels”, *Proceedings of XII International Conference SAUM 2014*, Niš, november 2014, pp. 328–331. (M33)

**c.11.** N. Simić, M. Veljković, M. Rakić, N. Stamenković, Z. Todorović, “Analiza prijema SC makrodiverziti sistema sa tri grane u prisustvu Gama senke i Rajsovog fedinga”, *Proceedings of Infoteh-Jahorina*, Bosna i Hercegovina, Vol. 12, mart 2013, pp. 399–403. (M33)

- c.12.** N. Simić, N. Vučić, "Projektovanje kvantizera Gausovog izvora zasnovano na aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće", *Proceedings of Infoteh-Jahorina 2013*, Bosna i Hercegovina, Vol. 12, mart 2013, pp. 1239–1243. (M33)
- c.13.** D. Krstić, M. Stefanović, N. Simić, A. Stevanović, "The Level Crossing Rate of the Ratio of Product of Two  $k$ - $\mu$  Random Variables and  $k$ - $\mu$  Random Variable", *Proceedings of 13th WSEAS International Conference on Electric Power Systems, High Voltages, Electric Machines (POWER '13)*, Chania, Crete Island, Greece, August 27–29, 2013. (M33)
- c.14.** L. Velimirovic, Z. Peric, M. Stankovic, N. Simic, N. Vucic, "Design of Quantizer for Laplacian Source Based on the Probability Density Function Approximation", *Proceedings of TELFOR 2012*, Belgrade, Serbia, November 2012, pp. 807–810. (M33)
- c.15.** N. Vucic, Z. Peric, N. Simic, "Two-Stage Quantizer with Golomb-Rice Coding", *Book of Abstracts – Third International Conference TAKTONS*, Novi Sad, 18–21. November, 2015, pp. 34–35. (M34)
- c.16.** N. Simic, N. Vucic, M. Veljkovic, Z. Peric, "Digitalna obrada grayscale slike", *Proceedings of IEEEESTEC-8th International Students' Projects Conference*, Niš, Novembar 2015, pp. 255–259. (M63)
- c.17.** N. Simić, Z. Perić, M. Savić, M. Savić, "Analiza uticaja izbora opsega kvantizera na kompresiju grayscale slika", *Proceedings of IEEEESTEC-7th International Students' Projects Conference*, Niš, November 2014, pp. 121–124. (M63)
- c.18.** N. Simić, Z. Perić, "Poboljšani proračun performansi kvantizera Gausovog izvora zasnovan na aproksimaciji funkcije gustine verovatnoće", *Proceedings of IEEEESTEC-6th International Students' Projects Conference*, Niš, november 2013, pp. 179–183. (M63)
- c.19.** N. Simić, "Makrodiverziteti prijem u prisustvu Nakagami-m fadinga i korelisane Gama senke", *Proceedings of IEEEESTEC-5th International Students' Projects Conference*, Niš, novembar 2012, pp. 71–74. (M63)

#### **d) Udžbenička literatura**

**d.1.** Z. Perić, V. Despotović, J. Nikolić, A. Jovanović, **N. Simić**, Praktikum iz digitalnih telekomunikacija I sa MATLAB primerima. Izdavač: Elektronski fakultet u Nišu, 2017. ISBN: 978-86-6125-191-7.

## Biografija autora

Nikola Simić rođen je u Nišu 16.04.1990. godine. Završio je osnovnu školu „Vuk Karadžić“ u Žitkovcu i školu za osnovnu muzičko obrazovanje „Vladimir Đorđević“ u Aleksincu 2005. godine kao nosilac Vukovih diploma i učenik generacije u obe škole. Završava dve srednje škole 2009. godine: prirodno-matematički smer Aleksinačke gimnazije kao nosilac Vukove diplome i učenik generacije, kao i Srednju muzičku školu u Nišu, instrumentalni odsek – klavir. U toku školovanja je višestruko nagrađivan na republičkim i međunarodnim takmičenjima iz matematike, fizike, ruskog jezika i klavira i nosilac je nagrada Fonda Dositeja i Kraljevskog Doma Karađorđevića za iskazan izvanredan uspeh.

Osnovne i master akademske studije završio je na Elektronskom fakultetu u Nišu (smer telekomunikacije) 2013. i 2014. godine, respektivno, s prosekom 10.00 i kao najbolji diplomirani student u generaciji na oba nivoa studija. Odbranjeni master rad proglašen je od strane fakulteta za najbolji u školskoj godini kao i od strane Matice srpske Pupinovom nagradom (I nagrada). Dobitnik je i dva srebrna znaka Univerziteta u Nišu i dve Svetosavske nagrade Grada Niša, a nagrađivan je i od strane kompanija Telenor, Filip Moris i *Huawei*. Angažovan je na projektu „Razvoj dijaloških sistema za srpski i druge južnoslovenske jezike“ kao stipendista Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije od aprila 2015, a u toku doktorskih studija bio je angažovan i u izvođenju nastave u okviru pet predmeta: Matematika I i II, Feding i smetnje u mobilnim telekomunikacijama, Digitalne telekomunikacije I, Kodovanje. Zaposlen je na Elektronskom fakultetu u Nišu od juna 2018, gde radi i danas kao istraživač-saradnik. Autor ili koautor je pomoćnog udžbenika i 33 naučno-istraživačka rada, od čega 11 u časopisima sa IMPACT faktorom. Recenzent je naučnih časopisa: *IEEE Signal Processing Letters*, *Multimedia Systems*, *ACM Transactions on Multimedia Computing Communications and Applications*, *Computational Intelligence and Neuroscience*, *Informatica* i *Journal of Food Process Engineering*. Redovni je član Matice srpske.

## **IZJAVE AUTORA**

## IZJAVA O AUTORSTVU

Izjavljujem da je doktorska disertacija, pod naslovom

# **Projektovanje kvantizera u algoritmima za kompresiju signala**

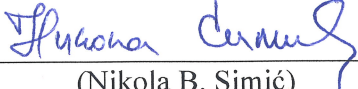
koja je odbranjena na Elektronskom fakultetu Univerziteta u Nišu:

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da ovu disertaciju, ni u celini, niti u delovima, nisam prijavljivao na drugim fakultetima, niti univerzitetima;
- da nisam povredio autorska prava, niti zloupotrebio intelektualnu svojinu drugih lica.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci, koji su u vezi sa autorstvom i dobijanjem akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada, i to u katalogu Biblioteke, Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Nišu, kao i u publikacijama Univerziteta u Nišu.

U Nišu, 25.06.2019.

Potpis autora disertacije:

  
(Nikola B. Simić)



**IZJAVA O ISTOVETNOSTI ELEKTRONSKOG I ŠTAMPANOG  
OBLIKA DOKTORSKE DISERTACIJE**

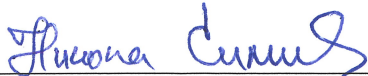
Naslov disertacije:

**Projektovanje kvantizera u algoritmima za  
kompresiju signala**

Izjavljujem da je elektronski oblik moje doktorske disertacije, koju sam predao za unosenje u **Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu**, istovetan štampanom obliku.

U Nišu, 25.06.2019.

Potpis autora disertacije:

  
\_\_\_\_\_  
(Nikola B. Simić)

## IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Nikola Tesla“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu unese moju doktorsku disertaciju, pod naslovom:

# Projektovanje kvantizera u algoritmima za kompresiju signala

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom obliku, pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju, unetu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, mogu koristiti svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons), za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)

2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)

3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade (CC BY-NC-ND)

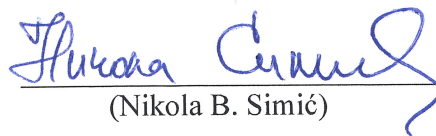
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)

5. Autorstvo – bez prerade (CC BY-ND)

6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

U Nišu, 25.06.2019.

Potpis autora disertacije:

  
(Nikola B. Simić)