Универзитет у Крагујевцу
Факултет инжењерских наука

Милош С. Матејић

НОВИ ПРИСТУП ПРОЈЕКТОВАЊУ И ОПТИМИЗАЦИЈИ ЦИКЛОИДНИХ ПРЕНОСНИКА СНАГЕ

Докторска дисертација

Крагујевац, 2019. година

ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ	
I	***Аутор***
Име и презиме:	Милош Матејић
Датум и место рођења:	04. 06. 1988. год., Јагодина
Садашње запослење:	Асистент
II	***Докторска дисертација***
Наслов:	НОВИ ПРИСТУП ПРОЈЕКТОВАЊУ И ОПТИМИЗАЦИЈИ ЦИКЛОИДНИХ ПРЕНОСНИКА СНАГЕ
Број страница:	185
Број слика:	118
Број библиографских података:	106
Установа и место где је рад израђен:	Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу
Научна област (УДК):	621.83.061.4
`Ментор:	**др Мирко Благојевић**, ред. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу
III	***Оцена и одбрана***
Датум пријаве теме:	05. 06. 2015. год.
Број одлуке и датум прихватања теме докторске дисертације:	IV-04-484/18 од 09. 09. 2015. год.
Комисија за оцену научне заснованости теме и испуњености услова кандидата:	1. **др Мирко Благојевић**, ван. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 2. **др Ненад Марјановић**, ред. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 3. **др Лозица Ивановић**, ван. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 4. **др Зорица Ђорђевић**, ван. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 5. **др Блажа Стојановић**, доцент, Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 6. **др Милан Рацков**, доцент, Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду.
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:	1.**др Ненад Марјановић**, ред. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 2.**др Лозица Ивановић**, ред. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 3.**др Зорица Ђорђевић**, ред. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 4.**др Блажа Стојановић**, ван. проф., Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, 5.**др Милан Рацков**, ван. проф., Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду.
Датум одбране докторске дисертације:	

Својој породици
у знак захвалности.

Породица је основни стуб сваког друштва. Овом приликом желим да се захвалим својој породици, која ми је пружила несебичну подршку и пуно разумевање у току целокупне израде ове докторске дисертације.

Велику захвалност дугујем ментору, професору Мирку Благојевићу. Професор Мирко Благојевић ми је пружио изузетну подршку у току израде докторске дисертације и пре свега давао веома корисне савете и искрене и добронамерне сугестије.

За подршку при изради ове докторске дисертације, посебно у њеној завршној фази, велику захвалност дугујем и члановима Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације који су овај рад својим сугестијама и предлозима учинили бољим.

Овде морам да искористим прилику да се захвалим свим колегама са катедре за Машинске конструкције и механизацију као и другим колегама са Факултета инжењерских наука који су ми пружали подршку и разумевање у току свих фаза израде ове докторске дисертације.

Резиме

Циклоредуктори припадају групи планетарних преносника снаге. Појавили су се у првој половини XX века и од тада је њихова употреба у константној експанзији. Иновативни приступ пројектовању циклоредуктора представља основни предмет истраживања докторске дисертације. У оквиру ових истраживања представљен је свеобухватан преглед литературних извора везаних за проблематику циклоидних преносника снаге. Затим су веома детаљно описане у пракси најчешће коришћене концепције једностепених и двостепених циклоредуктора. Посебна пажња је посвећена аналитичким и експерименталним моделима за одређивање степена искоришћења. За један конкретан једностепени циклоредуктор извршен је прорачун степена искоришћења, а затим су добијени резултати потврђени и експерименталним путем.

У оквиру дисертације развијени су и математички модели за одређивање динамичке стабилности свих представљених концепција циклоредуктора. Посебна пажња је посвећена оптимизацији циклоидних преносника снаге.

У програмском пакету *AUTODESK Inventor* развијена је апликација за параметарско моделирање једностепених и двостепених циклоредуктора описаних концепција. У оквиру апликације могуће је извршити и комплетан прорачун свих виталних делова циклоредуктора, као и прорачун степена искоришћења. Развијена апликација представља један потпуно нови приступ пројектовању и оптимизацији циклоидних преносника снаге.

На крају дисертације изнета су закључна разматрања, као и правци будућих истраживања у области циклоредуктора.

Кључне речи: циклозупчаник, циклоредуктор, концепције циклоредуктора, степен искоришћења, динамичка анализа, оптимизација, експертски систем, *CAD* пројектовање

Summary

The cycloid reducers belong to a group of planetary power transmissions. They appeared in the first half of the XX century and since then their application has been in constant expansion. An innovative approach to designing a cycloid reducer is the basic subject of doctoral dissertation research. Within this research, a comprehensive overview of the literature sources related to the problem of cycloidal reducers is presented. They are then described in detail in the practice of the most commonly used concepts of single and double stage cycloid reducers. Special attention has been paid to analytical and experimental models for determining efficiency. For one particular cycloid reducer, the calculation of the efficiency was performed, and then the obtained results were confirmed experimentally.

In the framework of the dissertation, mathematical models for determining the dynamic stability of all presented concepts of cycloid reducers have been developed. Special attention is paid to the optimization of cycloidal reducers.

In the *AUTODESK Inventor* software package, parametric modeling of the single-stage and double-stage cycloid reducer of the described concepts has been developed. Within the application, it is possible to perform a complete calculation of all cycloid reducer vital parts, as well as a calculation of the efficiency. The developed application is a completely new approach to the design and optimization of power transmission gearboxes.

At the end of the dissertation, the final considerations, as well as the directions of future research in the field of cycloid reducer, are presented.

Key words: cycloidal gear, cycloid reducer, cycloid reducer conception, efficiency, dynamic analysis, optimization, expert system, CAD design

Садржај

Садржај i

Списак коришћених ознака iv

Списак слика ix

Списак табела xiii

1. Увод 1

2. Преглед досадашњих истраживања 3
   - 2.1 Концепције циклоидних преносника снаге 4
   - 2.2 Профил и геометрија циклоидних преносника снаге 6
   - 2.3 Анализа сила код циклоидних преносника снаге 8
   - 2.4 Динамичка анализа и анализа напонско-деформационог стања циклоидних преносника снаге 8
   - 2.5 Анализа степена искоришћења циклоидних преносника снаге 10
   - 2.6 Оптимизација циклоидних преносника снаге 10
   - 2.7 Остала истраживања у области циклоидних преносника снаге 10

3. Предмет и циљ рада 12
   - 3.1 Предмет рада 12
   - 3.2 Циљ рада 12

4. Профил зупца циклозупчаника и анализа концепција циклоидних преносника снаге 14
   - 4.1 Математичко-геометријска формулација профила зупца циклозупчаника 15
   - 4.2 Класични једностепени циклоредуктор (концепција SS-2RCG) 18
   - 4.3 Једностепени циклоредуктор код кога се циклозупчаници спрежу клизањем, *Non-pin wheel* циклоредуктор (концепција SS-2SCG) 20
   - 4.4 Класични двостепени циклоредуктор (концепција DS-4RCG) 21
   - 4.5 Нова концепција двостепеног циклоредуктора (концепција DS-2RCG) 22

5. Анализа степена искоришћења циклоредуктора 25
   - 5.1 Прорачун степена искоришћења циклоредуктора – модел Малхотре 26
   - 5.2 Прорачун степена искоришћења циклоредуктора - модел Горле 28
   - 5.3 Прорачун номиналног степена искоришћења – модел Кудријавцева 30
   - 5.4 Прорачун тренутног степена искоришћења – модел Кудријавцева 33
   - 5.5 Пројектовање, израда и монтажа једностепеног циклоредуктора 34
   - 5.6 Експериментално одређивање степена искоришћења циклоредуктора 37
   - 5.7 Дискусија рачунских и експерименталних резултата одређивања степена искоришћења циклоредуктора 42

6. Динамичка анализа циклоидних преносника снаге 45
   - 6.1 Формирање динамичког модела циклоидних преносника снаге 45
   - 6.2 Динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције 46
   - 6.3 Динамички модел *Non-pin wheel* једностепеног циклоредуктора 51
   - 6.4 Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора 53

6.5 Тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора 54
6.6 Динамички модел двостепеног циклоредуктора нове концепције 56
6.7 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником 59
6.8 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником 66
6.9 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника 72
6.10 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника 78
6.11 Нови тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора нове концепције, [50] 83
6.12 Резултати анализе нових тродимензионалних динамичких модела циклоредуктора 93
6.12.1 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником 95
6.12.2 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником 97
6.12.3 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника 98
6.12.4 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника 100
6.12.5 Резултати динамичке анализе нове концепције двостепеног циклоредуктора 101
6.13 Дискусија добијених резултата 103

7. Прорачун виталних елемената циклоидних преносника снаге 105
7.1 Прорачун обртних момената циклоредуктора 105
7.2 Прорачун пречника улазног и излазног вратила циклоредуктора 106
7.3 Прорачун параметара циклозупчаника 107
7.4 Прорачун ширине циклозупчаника 108
7.5 Прорачун ексцентар чауре и провера усвојеног лежаја 109
7.6 Прорачун пречника ваљка и осовинице централног зупчаника 110
7.7 Прорачун пречника излазног ваљка и излазне осовинице 111
7.8 Прорачун деформација ваљка централног зупчаника 113
7.9 Прорачун деформација излазне осовинице 115

8. Оптимизација циклоидних преносника снаге 116
8.1 Формулација оптимизационог проблема у пројектовању циклоидних преносника снаге 117
8.2 Израда математичког модела за оптимизацију циклоидних преносника снаге 118
8.3 Избор оптимизационе методе 120
8.4 Тестирање модела и добијених решења 122

9. Интеграција постигнутих резултата у CAD пројектовање циклоидних преносника снаге 131
9.1 Структура апликације у коју је уграђен експертски систем за пројектовање циклоидних преносника снаге 132
9.2 Интеграција апликације за прорачун и пројектовање циклоредуктора у софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* 134

9.3 Окружење за прорачун и пројектовање циклозупчаника 136
9.4 Окружење за прорачун и пројектовање циклоидних зупчастих парова 138
9.5 Окружење за прорачун и пројектовање једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником..... 140
9.6 Остала окружења за пројектовање и прорачун једностепених циклоредуктора..... 150
9.7 Окружење за пројектовање и прорачун двостепеног циклоредуктора нове концепције.. 152

10. Закључна разматрања 156

11. Литература..... 161

Списак коришћених ознака

A_0 – Површина попречног пресека осовинице

b_{CZ} – Ширина циклозупчаника

b – Прорачунска ширина циклозупчаника

B – Матрица пригушења

C – Каталошка динамичка моћ ношења лежаја

C – Матрица крутости

C_a – Котрљајућа кружница

C_b – Основна кружница

c_{ij} – Крутост у интеракцији два елемента

d_a – Полупречник теменог круга циклозупчаника

d_{cz} – Полупречник ексцентар чауре, унутрашњи пречник игличастог лежаја

d_f – Полупречник подножног круга циклозупчаника

d_{kt} – Полупречник котрљајног тела игличастог лежаја

D_m – Пречник лежаја циклозупчаника

d_0 – Пречник осовинице ваљка централног зупчаника

D_0 – Пречник ваљка централног зупчаника

d_{VK} – Пречник осовинице излазног ваљка

D_{VK} – Пречник излазног ваљка

e – Растојање тачке које описује скраћену епитрохоиду од центра котрљајуће кружнице, величина ексцентрицитета

E – Модул еластичности

E_k – Кинетичка енергија

E_p – Потенцијална енергија

F_{din} – Динамичка сила која делује на зубац циклоредуктора

F_E – Тренутна сила ексцентра

F_{Kj} – Тренутна излазна сила на *j*-том ваљку излазног механизма

f_{max} – Максимална деформација, тј. угиб осовинице излазних ваљака

$|F_{Ni}|$ – Апсолутна нормална сила на *i*-том ваљку централног зупчаника

F_{Ni} – Тренутна нормална сила на *i*-том ваљку централног зупчаника

F_{Nmax} – Максимална нормална сила

F_{Tj} – Сила на додирној површини између осовинице и отвора

F_μ – Сила трења

$f(x)$ – Функција или функције циља

$g(x)$ – Скуп ограничења дефинисаних једнакостима или неједнакостима између променљивих оптимизације

i – Преносни однос

i_{CR} – Преносни однос циклоредуктора

I_x – Момент инерције осовинице ваљка централног зупчаника

J_i – Момент инерције елемента циклоредуктора

K – Фактор облика рукавца вратила

k – Коефицијент трења котрљања у лежају, k=0,005

K_3 – Фактор који зависи од фактора корекције циклозупчаника

k_{ij} – Пригушење у интеракцији два елемента

K_y – Фактор који зависи од фактора корекције циклозупчаника

l – Растојање између ослонаца ваљака централног зупчаника

$\mathbf{M}$ – Матрица маса

m_i – Маса елемента циклоредуктора

n_{iz} – Излазни број обртаја

n_{ul} – Улазни број обртаја

p – Радни напон на притисак

P_{VK} – Снага која се губи услед трења на контакту излазни ваљци - циклозупчаник

p_T – Критични напон на притисак

P_{ul} – Улазна снага (снага на улазном вратилу)

q – Еквидистантно растојање

q_i – Генералисане координате система

Q_i^N – Конзервативне силе

$\{Q\}$ – Вектор генералисаних сила

$\{\ddot{q}\}$ – Вектор генералисаних убрзања

$\{\dot{q}\}$ – Вектор генералисаних брзина

$\{q\}$ – Вектор генералисаних померања

r – Полупречник подеоног круга централног зупчаника

R_0 – Полупречник кружнице по којој су распоређени отвори на циклозупчанику

r_1 – Полупречник непокретне кружнице циклозупчаника

R_a – Полупречник котрљајуће кружнице

R_b – Полупречник основне кружнице

S – Степен сигурности

S_T – Степен сигурности на површински притисак

S_τ – Степен сигурности на смицање

T_3 – Обртни момент на циклозупчанику

T_h – Побудни обртни момент за динамичку анализу

T_{iz} – Излазни обртни момент

T_T – Момент трења

T_{ul} – Улазни обртни момент (обртни момент на улазном вратилу)

u – Број ваљака излазног механизма

v – Интензитет вектора резултујућих брзина

v_{Kj} – Брзина клизања

w_{max} – Величина максималне вредности укупне деформације

w_{max1} – Максимална контактна деформација

w_{max2} – Максимална деформација услед савијања ваљка централног непокретног зупчаника

$\boldsymbol{x}$ – Интензитет вектора резултујућих померања

x_{ij} – Укупно померање

y_i – Генералисана координата транслације

z_1 – Број зубаца циклозупчаника

z_2 – Број ваљака централног зупчаника

α – Угао међусобног положаја почетне тачке додира основне и котрљајуће кружнице у односу на центар основне кружнице

β – Угао заокретања котрљајуће кружнице

δ_{ec} – Дебљина зида ексцентар чауре

ξ – Фактор корекције профила циклозупчаника

η – Степен искоришћења

η_{CR} – Номинални степен искоришћења циклоредуктора, претпостављени степен искоришћења циклоредуктора

θA – Виртуелни рад од конзервативних сила

θ_i – Генералисана координата ротације

λ – Помоћни угао за описивање почетног положаја

μ_3 – Фактор коефицијента трења између ваљака централног зупчаника и осовиница

μ_c – Коефицијент трења клизања између ваљка централног зупчаника и његове осовинице

μ_{Kj} – Коефицијент трења клизања на контакту осовиница и отвора

μ_{Ni} – Коефицијент трења на контакту циклозупчаник-ваљци централног зупчаника-централни зупчаник

μ_{VK} – Коефицијент трења између излазних ваљака и осовиница

μ'_{VK} – Коефицијент трења клизања између излазног ваљка и његове осовинице

μ_{r1} – Коефицијент трења котрљања у лежају

μ_{r2} – Коефицијент трења котрљања у контакту између циклозупчаника и излазних ваљака

μ_{r3} – Коефицијент трења котрљања у контакту између циклозупчаника и ваљака централног зупчаника

μ_{s1} – Коефицијент трења клизања у контакту између осовинице и излазних ваљака

μ_{s2} – Коефицијент трења клизања у контакту између осовинице и ваљка централног зупчаника

ρ – Полупречник кривине циклозупчаника у тачки контакта

ρ_1 – Полупречник кривине ваљка централног зупчаника ($\rho_1 = q$)

ρ_2 – Полупречник кривине циклозупчаника ($\rho_2 = \rho_0 - q$)

ρ_{ek} – Еквивалентни полупречник кривине

σ_{doz} – Дозвољени нормални напон

σ_{Hd} – Дозвољени напон на зупцу циклозупчаника

$[\tau]$ – Критични напон на смицање

τ – Радни напон на смицање

τ_{doz} – Дозвољени напон увијања

$\tau_{D(-1)}$ – Трајна динамичка чврстоћа при напону на увијање

Φ – Функција дисипације система

ϕ – Помоћни угао

$\varphi_{1,0}$ – Почетна угаона позиција

ψ – Укупни губици снаге услед трења између елемената циклоредуктора

ψ_1 – Губитак снаге услед трења у ваљцима централног зупчаника

ψ_2 – Губитак снаге услед трења на ваљцима излазног механизма

ψ_3 – Губитак снаге услед трења у лежају ексцентар чауре

$|\omega_3|$ – Апсолутна угаона брзина циклозупчаника (угаона брзина излазног вратила)

ω_i – Угаона брзина унутрашњег прстена лежаја на ексцентру

ω_{in} – Угаона брзина улазног вратила

ω_{iz} – Угаона брзина излазног вратила

$|\omega_{Ni}|$ – Релативна брзина обртања између ваљка и циклозупчаника

ω_{o} – Угаона брзина спољашњег прстена лежаја на ексцентру

Списак слика

Слика 2-1 Шема првог циклоидног преносника снаге, [1] 3
Слика 2-2 Првобитна хала за производњу циклоредуктора, [4] 3
Слика 2-3 Модификована концепција циклоредуктора из 1932. године, [3] 4
Слика 2-4 Шематски приказ SWING LINK *циклоредуктора, [5]* 5
Слика 2-5 Шема двостепеног циклоредуктора нове концепције, [8] 6
Слика 2-6 Генерисање профила зупца циклозупчаника, [15] 6
Слика 2-7 Утицај корекције профила на носивост циклозупчаника, [15] 7
Слика 2-8 Приказ дејства сила на циклозупчанику, [15] 8
Слика 2-9 МКЕ анализа циклозупчаника, [50] 9
Слика 4-1 FINE CYCLO *концепција цикоредуктора (концепција без празног хода)* 15
Слика 4-2 Генерисање еквидистанте скраћене епитрохоиде 16
Слика 4-3 Одређивање помоћног угла φ 17
Слика 4-4 Класични једностепени циклоредуктор 18
Слика 4-5 Приказ склопа класичног једностепеног циклоредуктора 19
Слика 4-6 Растављени једностепени циклоредуктор класичне концепције: 1) улазно вратило са ексцентар чауром и лежајима; 2) циклозупчаници; 3) ваљци и осовинице централног зупчаника; 4) излазни ваљци и осовинице; 5) излазно вратило 19
Слика 4-7 Модел једностепеног циклоредуктора код кога се циклозупчаници спрежу клизањем 20
Слика 4-8 Растављени склоп једностепеног циклоредуктора код кога се циклозупчаници спрежу клизањем: (1) улазно вратило са ексцентар чауром и лежајима; (2) циклозупчаници; (3) кућиште са непокретним централним зупчаником; 4) излазни ваљци и осовинице; 5) излазно вратило 21
Слика 4-9 3D модел двостепеног циклоредуктора класичне концепције 21
Слика 4-10 Растављени склоп класичног двостепеног циклоредуктора: (1) улазно вратило првог степена преноса са ексцентар чауром и лежајима-улазно вратило редуктора; (2) циклозупчаници првог степена преноса; (3) ваљци и осовинице централног зупчаника првог степена преноса; (4) излазни ваљци и осовинице првог степена преноса; (5) излазно вратило првог степена преноса, тј. улазно вратило другог степена преноса са ексцентар чауром и лежајима; (6) циклозупчаници другог степена преноса; (7) ваљци и осовинице централног зупчаника другог степена преноса; (8) излазни ваљци и осовинице другог степена преноса; (9) излазно вратило другог степена преноса-излазно вратило редуктора 22
Слика 4-11 3D модел двостепеног циклоредуктора нове концепције 23
Слика 4-12 Растављени склоп двостепеног циклоредуктора нове концепције: (1) улазно вратило редуктора са ексцентар чаурама и лежајима; (2) циклозупчаник првог степена преноса; (3) ваљци и осовинице непокретног централног зупчаника првог степена преноса; (4) прелазни механизам; (5) циклозупчаник другог степена преноса; (6) ваљци и осовинице обртног централног зупчаника другог степена преноса; (7) покретни централни зупчаник другог степена преноса; (8) излазно вратило редуктора 23
Слика 5-1 Нова концепција циклоредуктора, [64,65] 28
Слика 5-2 а) фактор K_3; б) фактор K_y 31
Слика 5-3 3D модел и приказ склопа новопројектованог циклоредуктора 35
Слика 5-4 Процес израде циклозупчаника 35
Слика 5-5 Процес монтаже циклоредуктора: а) монтажа осовиница и ваљака централног зупчаника; б) повезивање циклозупчаника и излазних ваљака; в) повезивање циклозупчаника и централног зупчаника; г) склопљени циклоредуктор 36
Слика 5-6 Расклопљени циклоредуктор 36
Слика 5-7 Испитни сто G.U.N.T AT 200*: 1) опруга са динамометром за мерење улазног обртног момента; 2) електромотор; 3) пужни редуктор; 4) фреквентни регулатор напона за подешавање броја обртаја и јачине струје кочнице; 5) коаксијални редуктор; 6) електромагнетна кочница; 7) полуга кочнице; 8) спојница* 37

Слика 5-8 Носач аналогног динамометра 38
Слика 5-9 Уграђени дигитални динамометар за мерење излазне силе на полузи кочнице 38
Слика 5-10 Аналогни динамометар за мерење улазне силе 39
Слика 5-11 Уградња и подешавање дигиталног динамометра 39
Слика 5-12 Подешавање фреквентног регулатора 39
Слика 5-13 Одређивање степена искоришћења коришћењем давача силе: а) давач улазне силе са носачем; б) давач излазне силе са носачем; в) систем за аквизицију података 41
Слика 5-14 Услови рада циклоредуктора коришћени за мерење сила 42
Слика 5-15 Губици снаге услед трења при одређивању номиналног степена искоришћења 43
Слика 5-16 Резултати рачунског и експерименталног одређивања степена искоришћења 43
Слика 6-1 Динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције, [50] 47
Слика 6-2 Non-pin wheel *концепција циклоредуктора, [60]* 51
Слика 6-3 Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора, [94] 53
Слика 6-4 Динамички модел хибридног тростепеног преносника, [95] 55
Слика 6-5 Динамички модел другог степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције, [50] 57
Слика 6-6 Елементи једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника 59
Слика 6-7 Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора са једним циклозупчаником 60
Слика 6-8 Геометријске мере једностепеног циклоредуктора 61
Слика 6-9 Шематски приказ алгоритма за решавање система једначина кретања једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника 65
Слика 6-10 Елементи циклоредуктора концепције non-pin wheel *са једним циклозупчаником* 66
Слика 6-11 Тродимензионални динамички модел non-pin wheel *концепције једностепеног циклоредуктора са једним циклозупчаником* 67
Слика 6-12 Геометријске мере циклоредуктора non-pin wheel *концепције* 68
Слика 6-13 Саставни елементи једностепеног циклоредуктора са два циклозупчаника 72
Слика 6-14 Динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције 73
Слика 6-15 Елементи non-pin wheel *концепције једностепеног циклоредуктора са два циклозупчаника* 78
Слика 6-16 Тродимензионални динамички модел non-pin wheel *једностепеног циклоредуктора са два циклозупчаника* 79
Слика 6-17 Саставни елементи двостепеног циклоредуктора нове концепције 84
Слика 6-18 Тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора нове концепције 85
Слика 6-19 Геометријске мере двостепеног циклоредуктора нове концепције 86
Слика 6-20 Дијаграм улазног, побудног обртног момента T_h добијен експерименталним путем 94
Слика 6-21 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником 95
Слика 6-22 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником 96
Слика 6-23 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником 96
Слика 6-24 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора концепције non-pin wheel *са једним циклозупчаником* 97
Слика 6-25 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel *концепције са једним циклозупчаником* 97
Слика 6-26 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel *концепције са једним циклозупчаником* 98
Слика 6-27 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника 98
Слика 6-28 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника 99
Слика 6-29 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника 99

Слика 6-30 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel *концепције са два циклозупчаника* *100*
Слика 6-31 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel *концепције са два циклозупчаника* *100*
Слика 6-32 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel *концепције са два циклозупчаника* *101*
Слика 6-33 Дијаграм интензитета укупног померања за циклозупчанике оба степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције *101*
Слика 6-34 Дијаграм интензитета укупне брзине за циклозупчанике оба степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције *102*
Слика 6-35 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за циклозупчанике оба степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције *102*
Слика 6-36 Упоредни дијаграм динамичких сила за: SS-1SCG *(једностепени циклоредуктор* non-pin wheel *концепције са једним циклозупчаником),* SS-1RCG *(једностепени циклоредуктор класичне концепције са једним циклозупчаником),* SS-1SCG-1 *(једностепени циклоредуктор* non-pin wheel *концепције са два циклозупчаника – први зупчаник),* SS-1SCG-2 *(једностепени циклоредуктор* non-pin wheel *концепције са два циклозупчаника – други зупчаник),* SS-1RCG-1 *(једностепени циклоредуктор класичне концепције са два циклозупчаника – први зупчаник),* SS-1RCG-2 *(једностепени циклоредуктор класичне концепције са два циклозупчаника – други зупчаник),* DS-2RCG-1 *(двостепени циклоредуктор нове концепције – зупчаник првог степена преноса) и* DS-2RCG-2 *(двостепени циклоредуктор нове концепције – зупчаник другог степена преноса)* *103*
Слика 7-1 Мере ексцентар чауре *109*
Слика 7-2 Мере ваљка и осовинице централног зупчаника *110*
Слика 7-3 Димензије излазног ваљка и излазне осовинице *112*
Слика 7-4 Одређивање деформација ваљака непокретног централног зупчаника, [50] *113*
Слика 7-5 Шема оптерећења излазне осовинице *115*
Слика 8-1 Начин функционисања генетског алгоритма *121*
Слика 8-2 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 0,25 kW *123*
Слика 8-3 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 0,75 kW *124*
Слика 8-4 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 3 kW *124*
Слика 8-5 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 7,5 kW *125*
Слика 8-6 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 0,25 kW *125*
Слика 8-7 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 0,75 kW *126*
Слика 8-8 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 3 kW *126*
Слика 8-9 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 7,5 kW *127*
Слика 8-10 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 0,25 kW *128*
Слика 8-11 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 0,75 kW *128*
Слика 8-12 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 3 kW *129*
Слика 8-13 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 7,5 kW *129*
Слика 9-1 Иницијална идеја за интеграцију резултата у CAD *софтвер* *131*
Слика 9-2 Шема експертског система за пројектовање циклоидних преносника снаге *132*
Слика 9-3 Структура апликације у којој је уграђен експертски систем за пројектовање циклоидних преносника снаге *133*
Слика 9-4 Начин интегрисања апликације у софтверски пакет Autodesk INVENTOR 2019 ..... *134*
Слика 9-5 Приказ апликације за пројектовање циклоидних преносника снаге *135*
Слика 9-6 Део основног кода за управљање апликацијом *136*
Слика 9-7 Корисничка форма за комуникацију са окружењем Generate Custom Cycloid Gear *136*
Слика 9-8 Генерисани циклозупчаник из окружења Generate Custom Cycloid Gear *137*
Слика 9-9 Корисничка форма за комуникацију са окружењем за генерисање циклоидних зупчастих парова *138*
Слика 9-10 Илустрација дефинисања параметара у оквиру фајла склопа *139*
Слика 9-11 Потпрограм за повезивање елемената циклоидног зупчастог пара са склопом *139*

Слика 9-12 Изглед генерисаног циклоидног зупчастог пара из корисничке форме окружења Generate Custom Cycloid Gear Pair *140*
Слика 9-13 Прва картица окружења Single Stage CR With 1 Rolling Gear *141*
Слика 9-14 Картица за подешавање и прорачун циклоидног озубљења у окружењу Single Stage CR With 1 Rolling Gear *142*
Слика 9-15 Картица за избор материјала и прорачун вратила у окружењу Single Stage CR With 1 Rolling Gear *143*
Слика 9-16 Картица за избор и прорачун радног века игличастог лежаја на ексцентар чаури *144*
Слика 9-17 Картица за избор материјала и прорачун ширине циклозупчаника *145*
Слика 9-18 Картица за прорачун осовиница централног зупчаника и излазних осовиница *146*
Слика 9-19 Картица за проверу деформација и угиба осовиница централног зупчаника и излазних осовиница *147*
Слика 9-20 Картица за прорачун стварног степена искоришћења пројектованог циклоредуктора *148*
Слика 9-21 Пројектовани једностепени циклоредуктор: а) везивање помоћу прирубнице; б) везивање помоћу стопица *149*
Слика 9-22 Излазни резултат окружења Single Stage CR With 1 Sliding Gear*: а) са везивањем помоћу прирубнице; б) са везивањем помоћу стопица* *151*
Слика 9-23 Излазни резултат окружења Single Stage CR With 2 Rolling Gears*: а) са везивањем помоћу прирубнице; б) са везивањем помоћу стопица* *151*
Слика 9-24 Излазни резултат окружења Single Stage CR With 2 Sliding Gears*: а) са везивањем помоћу прирубнице; б) са везивањем помоћу стопица* *152*
Слика 9-25 Прва картица у окружењу Double Stage – New Concept *која се односи на унос општих параметара* *153*
Слика 9-26 Друга картица у окружењу Double Stage – New Concept *која се односи на унос параметара озубљења овог редуктора* *154*
Слика 9-27 Излазни резултат Double Stage – New Concept*: а) са везивањем помоћу прирубнице на предњем поклопцу; б) са везивањем помоћу прирубнице на задњем поклопцу;* *155*

Списак табела

Табела 5-1 Полазни подаци за пројектовање циклоредуктора *34*
Табела 5-2 Параметри за одређивање рачунске вредности степена искоришћења *42*
Табела 5-3 Резултати испитивања степена искоришћења *44*
Табела 6-1 Параметри једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег зупчаника *64*
Табела 6-2 Параметри једностепеног циклоредуктора non-pin wheel концепције са једним циклозупчаником *71*
Табела 6-3 Параметри неопходни за решавање динамичког модела једностепеног циклоидног редуктора класичне концепције са два циклоидна зупчаника *77*
Табела 6-4 Величине неопходне за решавање динамичких једначина циклоредуктора non-pin wheel *концепције* *83*
Табела 6-5 Параметри двостепеног циклоредуктора нове концепције *92*
Табела 6-6 Преглед броја динамичких једначина по концепцијама *93*
Табела 7-1 Прорачун параметара циклозупчаника *107*
Табела 8-1 Функције циља у пројектовању циклоидних преносника снаге *118*
Табела 8-2 Функција ограничења у пројектовању циклоидних преносника снаге *120*
Табела 8-3 Коришћене снаге за тестирање свих концепцијских решења *122*
Табела 8-4 Улазни параметри оптимизације за тестирање свих концепцијских решења *122*
Табела 8-5 Кретање допустивих решења за концепцијско решење К5 ..... *127*
Табела 9-1 Резултати добијени експортовањем параметара из корисничке форме окружења Generate Custom Cycloid Gear *137*
Табела 9-2 Резултати прорачуна циклоредуктора добијени експортовањем у .xlsx *формату* *149*

1. Увод

Машински систем или машина је комплексан производ који је намењен извршењу неке функције у циљу смањења, олакшавања или потпуног искључивања људског рада. Машински систем се састоји од извора снаге (погонска машина, погонски мотор) и извршиоца функције (радне машине). У пракси је готово увек неопходно да се параметри снаге и кретања погонске машине прилагоде потребама радне машине. У ту сврху се најчешће користе преносници снаге. Они могу бити следећи: механички, хидраулички, пнеуматски, електрични и др. Међу најраспрострањенијим преносницима снаге налазе се механички преносници. Због њихове широке примене нужан је и неопходан рад на њиховом усавршавању, подизању степена искоришћења, смањењу њиховог негативног утицаја на животну средину, како у раду, тако и у производњи ових преносника.

Механичким преносницима се називају механизми (уређаји) који служе за пренос снаге уз одговарајуће промене обртног момента, брзине, а понекад и за промене облика или закона кретања. Механички преносници се обично уграђују између извора снаге (погонских мотора) и радне машине. Широка примена механичких преносника условљена је следећим захтевима:

- потребне брзине радних машина се обично не подударају са номиналним брзинама мотора који чине извор снаге;
- велика већина транспортних и технолошких машина и уређаја захтева смањење брзине и могућност рада са великим обртним моментима;
- велика већина погонских мотора се израђује, по правилу, за равномерно обртно кретање, док је код машина често потребно прилагођавање овог кретања радној машини уз задати закон измене кретања или брзина;
- због одређених стандарда и прописа често се дешава да погонски мотор не сме да буде директно везан за радну машину, па је неопходно уградити механички преносник.

Испуњење горе наведених захтева се постиже различитим механичким преносницима: зупчастим, фрикционим, каишним, ланчаним и др.

Механички преносници могу бити изведени са константним или са променљивим преносним односом. Могућа је и њихова комбинација. Међу механичким преносницима са константним преносним односом једну од најраспрострањенијих врста чине зупчасти преносници. Постоји више подела зупчастих преносника снаге: према положају оса вратила, према врсти зупчаника који се користе у преносницима, према врсти кретања које зупчаници обављају. Према врсти кретања зупчаника могу се поделити на преноснике снаге чији зупчаници имају обртно кретање око једне осе и на планетарне преноснике. Планетарни преносници снаге могу да буду изведени са зупчаницима који имају еволвентно озубљење, са зупчаницима који имају циклоидно озубљење или комбиновани преносници. Пример комбинованог планетарног преносника снаге је када је у првом степену преноса уграђен планетарни преносник снаге са еволвентним озубљењем, а у другом степену преноса циклоидни преносник.

Током последњих деценија циклоидни преносници снаге су нашли веома широку примену у инжењерској пракси. Најчешће се користе као циклоредуктори, док могућност њихове примене у улози мултипликатора и двосмерних преносника снаге није још увек детаљно истражена. Циклоидни преносници снаге имају читав низ веома добрих радних карактеристика, које им дају предност у односу на конвенционалне преноснике: широк опсег могућих преносних односа, изузетно компактна конструкција, низак ниво буке и вибрација, веома поуздан рад у условима изражених динамичких

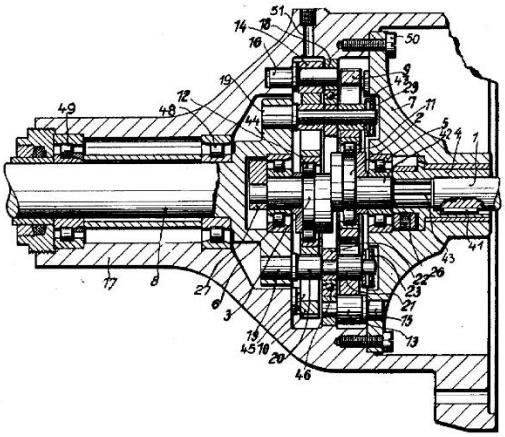
оптерећења, мала маса, могућност преношења великог обртног момента, велики степен искоришћења,... Примењују се код робота, сателита, уређаја за манипулацију, дизаличних машина, транспортера, обновљивих извора енергије (ветрогенератори, мини хидроелектране,...) и др. Иако припадају новијој генерацији преносника снаге, цена им је у новоу са ценама конвенционалних преносника, што је такође веома значајно.

У доступним литературним изворима истраживачи су се бавили проучавањем циклоидних преносницика снаге анализирајући их са два, а највише са три битна аспекта. У оквиру ове докторске дисертације развијен је нови приступ пројектовању и оптимизацији циклоидних преносника снаге који у обзир узима читав низ параметара који су готово подједнако битни за дуготрајан и поуздан рад ове врсте преносника снаге (избор концепције, прорачун степена искоришћења, провера динамичке стабилности,...).

Оригиналност ове докторске дисертације се огледа у томе што је већина критеријума битних за пројектовање циклоидних преносника снаге директно укључена у процес пројектовања. Извршена је анализа утицаја различитих критеријума на исход пројектовања циклоидних преносника снаге према задатим условима рада. На овај начин се уз помоћ развијене апликације применом досадашњих истраживања и знања врло лако може доћи до функционалног модела циклоидног преносника снаге за задате услове рада.

2. Преглед досадашњих истраживања

Циклоидни преносници снаге припадају групи планетарних преносника. Ови преносници спадају у ред најмлађих механичких преносника снаге. Циклоидни преносник снаге (циклоредуктор) изумео је немачки инжењер Лоренц Конард Бранен (*Lorenz Konard Braren*) двадесетих година прошлог века. Он је предао захтев за патент циклоредуктора 4. децембра 1928. године, [1]. Шема овог преносника приказана је на слици 2-1.



Слика 2-1 Шема првог циклоидног преносника снаге, [1]

Одмах пошто му је одобрен патент, Лоренц Бранен је напустио посао конструктора у предузећу *Friedrich Deckel*, где је радио на пословима конструкције фотоапарата. По напуштању посла основао је предузеће *Cyclo GmbH* у Минхену, [2]. Предузеће почиње да се бави масовном производњом циклоредуктора, а Лоренц ради на усавршавању свог патента. Након значајних унапређења прве концепције, поднео је захтев за још један патент побољшаног циклоредуктора који је одобрен 12. јула 1932. године, [3]. Предузеће наставља да се успешно развија и повећава обим посла. Првобитна хала за производњу циклоредуктора је приказана на слици 2-2.

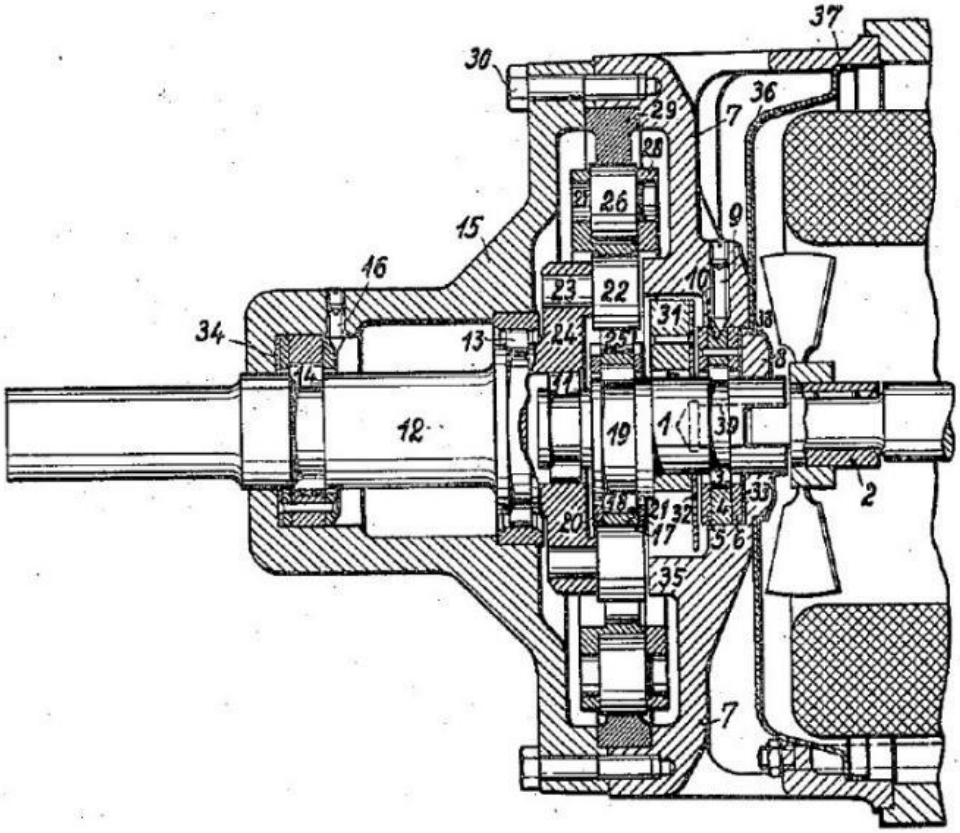
Слика 2-2 Првобитна хала за производњу циклоредуктора, [4]

Предузеће је посећивало и бројне сајмове технике на којима је представљало своје циклоредукторе. На сајму у Лајпцигу се десила прекретница. Склопљена је сарадња са великом компанијом *Sumitomo Machinery Co* из Јапана. Лоренц Бранен је умро 1953. године, али сарадња између ових компанија и даље траје. Данас се компанија зове *SUMITOMO CORPORATION* и представља једну од највећих компанија за производњу циклоидних преносника снаге у свету.

Од самих почетака развоја циклоредуктора, кроз своју кратку историју, они представљају веома атрактивну тему за истраживаче и научнике широм света. Циклоидни преносници снаге су истраживани са више различитих аспеката: развој нових концепција, усавршавање профила и геометрије циклозупчаника, испитивање оптерећења и напрезања појединих делова циклоредуктора, испитивање степена искоришћења, оптимизација и др. У овој докторској дисертацији ће бити дат хронолошки преглед достигнућа у области циклоидних преносника снаге према аспектима истраживања. Пошто су многи радови из ове области мултидисциплинарни (нпр. проучава се динамичко понашање и облик профила циклозупчаника), направљена је подела према доминантној области у раду.

2.1 Концепције циклоидних преносника снаге

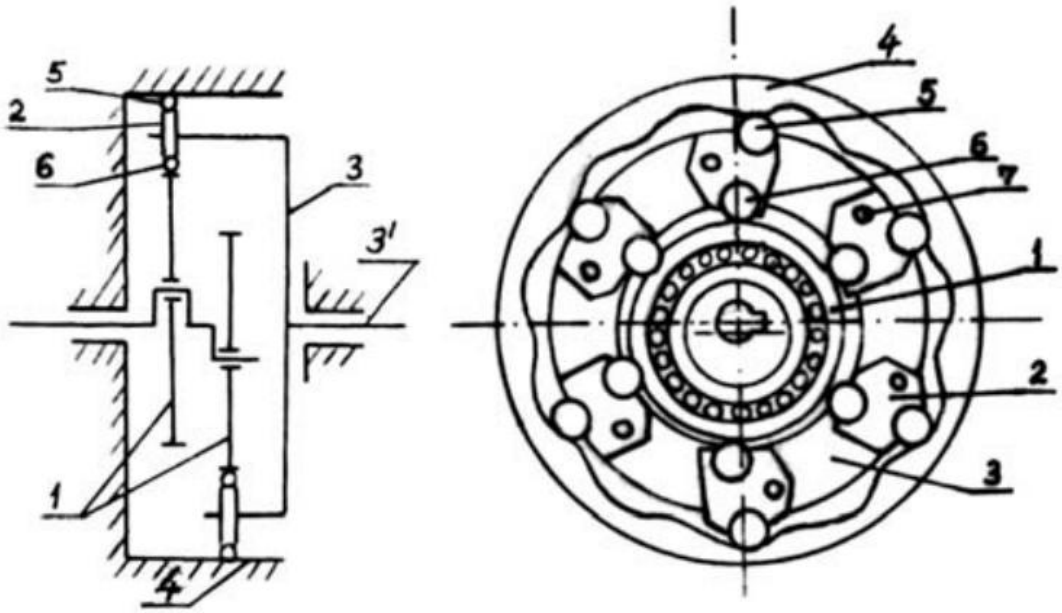
Прве концепције циклоидних преносника снаге дефинисао је свакако Лоренц Бранен, [1, 3]. На слици 2-3 приказана је концепција циклоредуктора (патент Лоренца Бранена из 1932. године).



Слика 2-3 Модификована концепција циклоредуктора из 1932. године, [3]

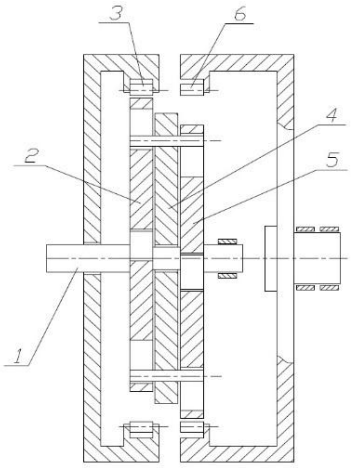
Са слике 2-3 се види да је први циклоредуктор био једностепени, са једним циклозупчаником. Оваква концепција са једним циклозупчаником је имала одређених проблема које су правиле вибрације у раду овог механичког преносника. Ове проблеме је успешно решила компанија

SUMITOMO додавањем још једног циклозупчаника. Овај други зупчаник је помоћу ексцентричног вратила био заокренут за 180^0 у односу на први што је скоро елиминисало вибрације у раду. Најчешће концепције циклоидних преносника снаге се базирају на циклозупчаницима са спољашњим озубљењем. У овом случају се уместо зубаца централног зупчаника постављају ваљци који се спрежу са зупцима циклозупчаника. Друга концепција циклоидних преносника снаге је таква да се централни зупчаник израђује са циклоидним профилом, [5]. Овакав редуктор је познат под називом *CYCLOIDAL SWING LINK SPEED REDUCER*. Принцип рада овог редуктора се заснива на коришћењу „клацкалица“ које се налазе на излазном механизму и које на крајевима поседују ваљке. Ваљци, који се налазе на унутрашњим крајевима клацкалица, котрљају се по ексцентар чаури која се окреће заједно са улазним вратилом. На спољашњим крајевима клацкалице се такође налазе ваљци који се котрљају по централном зупчанику, који је израђен са циклоидним профилом. На овај начин је целокупно функционисање циклоредуктора сведено на трење котрљања, што знатно повећава степен искоришћења овог преносника. На слици 2-4 је приказана шема функционисања *SWING LINK* циклоредуктора.



Слика 2-4 Шематски приказ SWING LINK *циклоредуктора, [5]*

Централни зупчаник са ваљцима је могуће директно интегрисати у кућиште циклоидног преносника снаге, или га направити одвојено, па интегрисати у кућиште, [6]. Бао (*Bao*) [6] је извео концепцију циклоредуктора са четири циклозупчаника по једном степену преноса. Он је за концепцију са четири циклозупчаника по једном степену преноса направио и детаљну динамичку анализу. Паскал (*Pascale*) и Патик (*Patic*) [7] су за потребе истраживања развили циклоредуктор са централним зупчаником са унутрашњим озубљењем и експериментално утврдили његов степен искоришћења. Благојевић [8] је развио потпуно нову концепцију двостепеног циклоредуктора. Његов редуктор се разликује по томе што се за један степен преноса користи само један циклозупчаник. Овај редуктор има и веома добро динамичко уравнотежење пошто су циклозупчаници заокренути за 180^0 један у односу на други. Шема овог редуктора приказана је на слици 2-5.



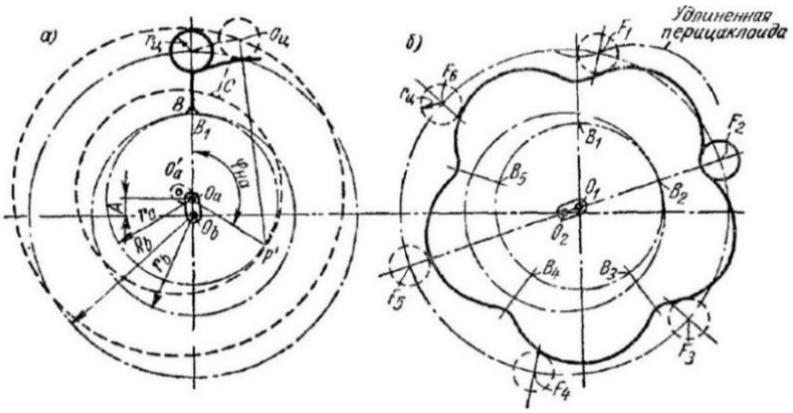
Слика 2-5 Шема двостепеног циклоредуктора нове концепције, [8]

Гончаров (*Goncarov*) [9] је у оквиру истраживања у докторској дисертацији искористио концепцију класичног циклоредуктора и модификовао је тако да овај редуктор може да обавља функцију варијатора. Тошихиро (*Toshihiro*) и Канеко (*Kaneko*) [10, 11] су за потребе истраживања отишли даље од Гончарова и направили прототип циклоидног варијатора и обавили експерименталне анализе истог. Сенсингер (*Sensinger*) и Липси (*Lipsey*) [12] су направили занимљиву компаративну анализу карактеристика класичног циклоредуктора и таласног редуктора. Долчинков (*Dolchinkov*) [13] је направио концепт циклоредуктора који уместо ваљака има чланкасти ланац. Веома иновативну концепцију циклоредуктора предложио је Ефременков (*Efremenkov*), [14]. Он је предложио циклоредуктор који има и централни и планетарни зупчаник са циклоидним озубљењем.

На основу детаљне анализе наведених литературних извора, одлучено је да се у овој докторској дисертацији разматрају следеће концепције: класични једностепени циклоредуктор, једностепени циклоредуктор код кога се циклозупчаник спреже клизањем са централним зупчаником (*non-pin wheel* једностепени циклоредуктор), класични двостепени циклоредуктор, као и новоразвијени двостепени циклоредуктор, [8].

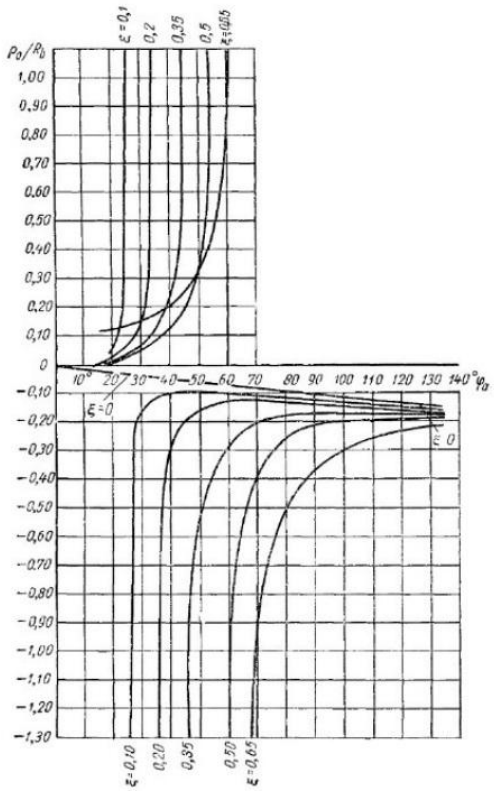
2.2 Профил и геометрија циклоидних преносника снаге

Једначине за генерисање профила зупца циклозупчаника, као и начин генерисања профила први је описао Кудријавцев (*Kudrijavcev*), [15]. У својој књизи посветио је цело поглавље циклоредукторима. Начин генерисања профила зупца циклозупчаника приказан је на слици 2-6.



Слика 2-6 Генерисање профила зупца циклозупчаника, [15]

Кудријавцев је такође први увео појам кориговања профила зупца циклозупчаника. Коефицијент кориговања профила је уведен да би се ублажило дејство сила које се јављају на циклозупчанику при раду циклоредуктора. Коефицијент кориговања профила је означио са ξ. Кудријавцев је испитао и утицај коефицијента кориговања профила зупца циклозупчаника на носивост циклозупчаника, слика 2-7.

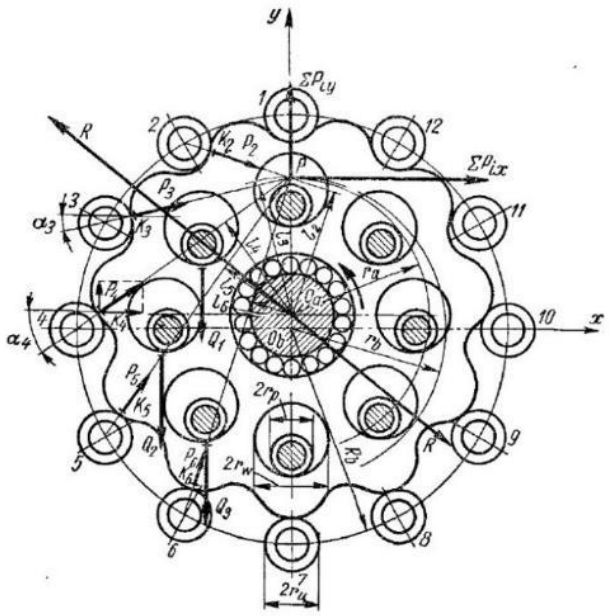


Слика 2-7 Утицај корекције профила на носивост циклозупчаника, [15]

Након овог испитивања Кудријавцев је закључио да се коефицијент кориговања профила зупца циклозупчаника креће у интервалу ξ=0,1÷0,65. Коефицијенти кориговања и начин кориговања профила су од тада били предмет многих студија и истраживања у области циклоидних преносника снаге. Један од првих радова о начину генерисања профила циклоидног озубљења написали су Литвин (*Litvin*) и Фенг (*Feng*), [16]. Они су развили детаљан математички модел као и компјутерски програм за генерисање профила циклоидног озубљења. Бланш (*Blanche*) и Јанг *Yang* [17,18] су први анализирали појаву зазора у циклоидним преносницима који се јавља услед одступања при изради. Ликсинг (*Lixing*) [19] се бавио оптимизацијом профила циклозупчаника ради смањења интензитета сила које се јављају при раду циклоидног преносника снаге. Лаи (*Lai*) [20, 21] је изучавао математичко дефинисање једначина спрезања и параметризацију циклозупчаника помоћу диференцијалне геометрије и софтверских пакета *ACAD* и *ProE*. Многи аутори су се бавили тематиком како корекција профила циклоидног озубљења утиче на дистрибуцију сила код циклоидних преносника снаге, [22-31] . Бо (*Bo*) [31] је испитивао утицај корекције профила циклозупчаника на подмазивање и триболошке карактеристике циклоредуктора. Он је и експериментално потврдио своје математичке моделе. Шиеј (*Hsieh*) [32] је дао изузетан допринос овој области тако што је спровео испитивање корекције профила циклозупчаника на динамичко понашање виталних елемената циклоредуктора. Шиеј је у овом истраживању дао и компаративну анализу утицаја некоригованог и коригованог профила на динамичке карактеристике циклоредуктора.

2.3 Анализа сила код циклоидних преносника снаге

Анализа сила код циклоидних преносника снаге представља основ за димензионисање виталних елемената ових преносника. Прву анализу сила које се јављају код циклоидних преносника спровео је Кудријавцев [15]. Анализа сила је приказана на слици 2- 8.



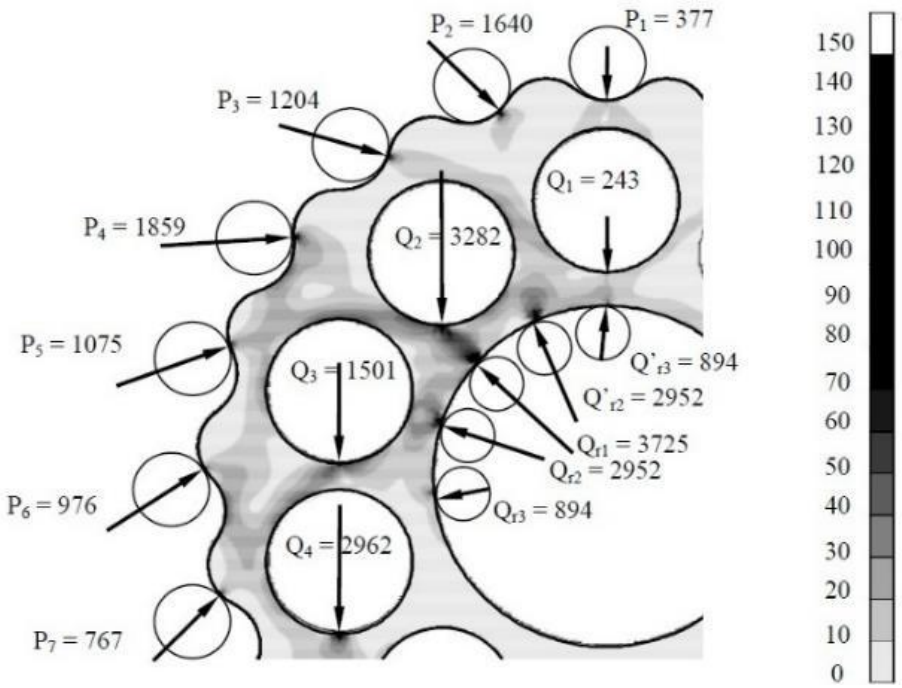
Слика 2-8 Приказ дејства сила на циклозупчанику, [15]

Ишида (*Ishida*) [33] се бавио анализом сила и напона у зупцима циклозупчаника. Ликсинг (*Lixing*) [34] је дефинисао изразе за прорачун сила које се јављају на ваљцима и осовиницама циклоредуктора. Чумурава (*Chumurawa*) и Локиец (*Lokiec*) [35] су направили прецизан математички модел за одређивање вредности сила на циклозупчанику при променљивој еквидистанти. На овај начин су решили проблем израчунавања интензитета сила за било коју корекцију профила. Јанкевич (*Jankevich*) и Лазуренко (*Lazurenko*) [36] су потврдили моделе дистрибуције сила на циклозупчанику у софтверском пакету *ANSYS*. Шеу (*Sheu*) [37] је извео детаљну кинетостатичку анализу циклоредуктора. Менг (*Meng*) [38] је проширио анализу сила и на њихово дејство на ексцентар чауру-вратило. Многи аутори су се бавили анализом дистрибуције сила, како експериментално тако и применом методе коначних елемената (МКЕ), [39-45]. Ванг (*Wang*) [46] је дефинисао математички модел за одређивање силе клизања на циклозупчанику као и утицај ове силе на степен искоришћења. Федосовски (*Fedosovskii*) [47] је анализирао утицај геометрије профила циклозупчаника на дистрибуцију и интензитет сила. Михаилидис (*Mihalilidis*) [48] је извршио анализу утицаја сила на подмазивање и степен искоришћења циклоредуктора. Најприхватљивији модел у погледу прецизности и практичне примењивости дали су Чумурава и Локиец.

2.4 Динамичка анализа и анализа напонско-деформационог стања циклоидних преносника снаге

Одређени број истраживања је везан за анализу напонско – деформационог стања виталних елемената преносника снаге са циклоидним озубљењем у статичким и динамичким условима рада. Ова област је од посебног значаја зато што се у зависности од режима рада преносника, као и од одговарајуће концепције, добијају веома различити резултати. Велики допринос овој области је дао Чумурава [49] који је поставио темеље испитивања циклоредуктора коришћењем *методе коначних*

елемената. За своја истраживања користио је софтверски пакет *MSC Patran/Nastran*. На слици 2-9 је приказан резултат једне од првих МКЕ анализа циклозупчаника.



Слика 2-9 МКЕ анализа циклозупчаника, [50]

Веома битан допринос развоју и разумевању динамичког понашања циклоредуктора дао је Благојевић [50] у својој докторској дисертацији. У том истраживању креиран је динамички модел циклоредуктора нове концепције и спроведен је низ симулација у софтверском пакету *Matlab/SIMULINK*. Извршена је експериментална верификација резултата добијених у оквиру симулација. За концепцију редуктора са унутрашњим циклоидним озубљењем, изразе за добијање контактних напона при спрезању извео је Јанићи (*Ianici*), [51]. Занг (*Zhang*) [52,53] је развио тродимензионални динамички модел комплетног циклоредуктора. Тубе (*Thube*) и Бобак (*Bobak*) [54,55] су први спровели анализу динамичког понашања циклоредуктора у *CAD* софтверу *AD Inventor*. Благојевић [56] је спровео МКЕ анализу за нову концепцију двостепеног циклоредуктора. Лиу (*Liu*) [57] се бавио анализом крутости контакта циклозупчаник-ваљак централног зупчаника. Кумар (*Kumar*) [58] је анализирао одређивање коефицијента пригушења у динамичким моделима циклоредуктора. Ови радови су од посебног значаја за изучавање динамичких карактеристика циклоредуктора и за креирање динамичких модела. Шиеј [32,59,60] је изучавао динамичко понашање циклоредуктора са разним варијантама профила зупца циклозупчаника и централног циклозупчаника. Ху (*Xu*) и Јанг (*Yang*) [61] су проучавали динамичке појаве у ексцентричном вратилу циклоредуктора.

Истраживања везана за динамичко понашање циклоредуктора и уопште циклоидних преносника снаге су од веома великог значаја, како при побољшању старих концепција ових преносника, тако и при пројектовању нових. Разумевање динамичких појава у циклоидним преносницима снаге несумњиво води ка веома брзом развоју овог типа преносника у смислу повећања динамичке издржљивости, смањења вибрација у раду, повећања радног века, увођењу нових материјала у њихово пројектовање и др.

2.5 Анализа степена искоришћења циклоидних преносника снаге

Степен искоришћења циклоидних преносника снаге је свакако један од најбитнијих аспеката пројектовања истих. Први математички модел за одређивање степена искоришћења циклоредуктора дефинисао је Кудријавцев, [15]. Малхотра (*Malhotra*) је значајно унапредио модел Кудријавцева, [62]. Косе (*Kosse*) и Владис (*Vladis*) су испитивали како вишеструко повећање улазног обртног момента утиче на степен искоришћења циклоредуктора, [63]. Горла (*Gorla*) је направио компаративну анализу експерименталног и теоријског начина одређивања степена искоришћења циклоредуктора, а затим на основу добијених резултата креирао нови математички модел, [64,65]. Благојевић [66] је спровео истраживање утицаја трења које се јавља у контакту циклозупчаника и одговарајућих ваљака на степен искоришћења циклоредуктора. Зах (*Zah*) је дефинисао процедуру за термичку анализу циклоредуктора, [67]. Тоноли (*Tonoli*) [68] је истраживао утицај режима рада без подмазивања на степен искоришћења циклоредуктора. Михаилидис је извео експерименталну верификацију Малхотрине методе за испитивање степена искоришћења код циклоредуктора, [69].

Свака од ових метода које су обрађене у наведеним радовима поред теоријског модела има и експерименталну верификацију. Одступања теоријских модела од експерименталних резултата нису велика, те се с тога било која од ових метода може користити као валидан алат у пројектовању циклоидних преносника снаге.

2.6 Оптимизација циклоидних преносника снаге

Један од најмање истражених аспеката циклоидних преносника снаге је њихова оптимизација. Нагое (*Neagoe*) [70] се бавио оптимизацијом профила зупца циклозупчаника. Сенсингер (*Sensinger*) [71] је дефинисао веома квалитетан математички модел за прорачун и вишекритеријумску оптимизацију циклоредуктора. Киан (*Qian*) [72] се такође бавио вишекритеријумском оптимизацијом циклоредуктора. Као оптимизациону методу користио је *PSO* (*Particle Swarm Optimization*) алгоритам. Линшан (*Linshan*) [73] је креирао веома добар математички модел за сопствену оптимизациону методу направљену у сврху оптимизације циклоредуктора. Марјановић [74] је развио алгоритам за оптимизацију класичних редуктора, с тим што је примењен приступ да алгоритам према снази и преносном односу сам бира оптималну концепцију класичног редуктора и накнадно врши његову оптимизацију према задатим критеријумима. Другарин (*Drugarin*) и Викториа (*Victoria*) [75] су први користили *GA* (*Genethic algorithm*) у сврху оптимизације циклоредуктора. Ху [76] је извео структурну оптимизацију циклозупчаника у циљу смањења његове масе. Ванг [77] је спровео оптимизацију циклоредуктора коришћењем *GA* методе, али са много напреднијим математичким моделом у односу на истраживање приказано у раду [75].

2.7 Остала истраживања у области циклоидних преносника снаге

Поред наведених доминантних досадашњих истраживања у области циклоидних преносника снаге, последњих година је извесна пажња посвећена магнетним циклоредукторима. Захваљујући пре свега својим добрим радним карактеристикама (одсуство механичких оштећења, нема потребе за подмазивањем, могућност преношења великих обртних момената, висок степен искоришћења, ...) магнетни циклоредуктори се све чешће користе.

Јоргенсен (*Jorgensen*) је развио методологију за прорачун излазног обртног момента и степена искоришћења магнетних циклоредуктора, [78,79]. Чикирел-Узиел (*Chicurel-Uziel*) је реализовао веома значајна експериментална истраживања ове врсте преносника, [80].

Циклоидни преносници снаге се у извесним случајевима могу користити и као мултипликатори. Поготово је интересантна њихова примена код обновљивих извора енергије (ветрогенератори и мини хидроелектране), [81,82].

У сваком случају, магнетни циклоидни преносници снаге и цикломултипликатори представљају једну атрактивну, интересантну и веома инспиративну област истраживања.

3. Предмет и циљ рада

У оквиру овог поглавља веома детаљно је представљен предмет рада као и главни циљеви докторске дисертације засновани на полазним хипотезама, које су наведене у циљевима рада.

3.1 Предмет рада

Предмет истраживања, које је представљено у овом раду, је нови приступ пројектовању и оптимизацији циклоидних преносника снаге. То подразумева изналажење најбољег могућег конструкцијског решења циклоидног преносника, узимајући у обзир следеће критеријуме: избор концепције преносника у зависности од његове примене, степен искоришћења, динамичку стабилност, димензије, масу, запремину и др. Сви ови аспекти су коришћени као критеријуми у процесу изградње експертског система за пројектовање циклоидних преносника снаге. За реализацију процеса вишекритеријумске оптимизације направљен је математички модел који узима у обзир главне елементе циклоидних преносника снаге. Резултати вишекритеријумске оптимизације, као и резултати истраживања осталих аспеката циклоредуктора, интегрисани су у *CAD* пројектовање циклоидних преносника снаге. На крају је приказан експертски систем који на основу улазних параметара даје *CAD* модел комплетне конкретне конструкције циклоидног преносника снаге. Предности оваквог приступа се огледају у општем побољшању конструкције циклоидних преносника снаге, у доста краћем времену пројектовања, у смањењу укупног времена потребног за производњу ових преносника, ...

3.2 Циљ рада

Основни циљеви ове докторске дисертације су:

- свеобухватна и веома детаљна анализа досадашњих истраживања у области циклоидних преносника снаге,
- избор најчешће коришћених и најквалитетнијих концепцијских решења циклоредуктора,
- анализа постојећих математичких модела за одређивање вредности степена искоришћења циклоидних преносника снаге као и експериментална верификација добијених резултата,
- анализа динамичког понашања циклоидних преносника снаге,
- израда адаптивних динамичких модела за сва концепцијска решења у циљу одређивања динамичких параметара преносника,
- дефинисање критеријума вишекритеријумске оптимизације и њихово рангирање,
- израда математичког модела и спровођење вишекритеријумске оптимизације циклоидних преносника снаге и
- интеграција постигнутих резултата у експертски систем за CAD пројектовање циклоидних преносника снаге.

Највећи број питања у области циклоидних преносника снаге, а за која не постоје адекватни одговори, постављена су при прегледу литературних извора. Отворена су нова поља истраживања која до сада нису била разматрана.

Полазне хипотезе у оквиру ове докторске дисертације су:

1. могуће је направити селекцију при избору извођења циклоидног преносника снаге у зависности од захтеваних карактеристика преносника;
2. за одабрана концепцијска решења могуће је одредити вредности степена искоришћења;
3. могуће је дефинисати адаптивне динамичке моделе за сва набројана извођења циклоидног преносника снаге;
4. могуће је извршити оптимизацију динамичке стабилности циклоидног преносника снаге;
5. могуће је извршити вишекритеријумску оптимизацију циклоидног преносника снаге;
6. резултате вишекритеријумске оптимизације је могуће интегрисати у *CAD* пројектовање циклоидних преносника снаге и
7. могуће је изградити експертски систем унутар *CAD* софтвера који омогућава добијање готове конструкције циклоидног преносника снаге.

Да би се прва хипотеза доказала, неопходно је да се изврши евалуација свих понуђених концепција. За све концепције потребно је направити препоруке о њиховом избору на основу захтеваних улазних карактеристика. Прорачун и оптимизација параметара преносника треба да буду изведени за све одабране концепције. На основу препорука корисник врши селекцију концепције преносника.

За одређивање степена искоришћења потребно је пре свега изабрати одговарајућу методу. Може се одређивати, како на основу геометрије преносника, тако и на основу његових унутрашњих оптерећења. За одабрана концепцијска решења неопходан је прорачун степена искоришћења за сваку концепцију посебно.

Дефинисање адаптивних динамичких модела је неопходно да би се одредиле динамичке силе на елементима циклоидних преносника снаге независно од њихове величине и улазних карактеристика. На основу података о унутрашњим динамичким силама биће извршено димензионисање виталних елемената циклоидних преносника.

Оптимизација динамичке стабилности подразумева избор најповољнијег конструкцијског решења циклоидног преносника како би се што више смањили негативни утицаји динамичких сила на радни век. Овде ће бити укључени и резултати добијени приликом поступка доказивања претходне хипотезе, како би се направио најбољи избор концепције циклоредуктора.

Како претходно описане хипотезе представљају супротносмерно постављене променљиве вишекритеријумске оптимизације, неопходно је изабрати методу која овај проблем може да реши. Такође је битно да резултати оптимизације, који ће бити интегрисани у пројектовање циклоидних преносника, буду једнозначно дефинисани.

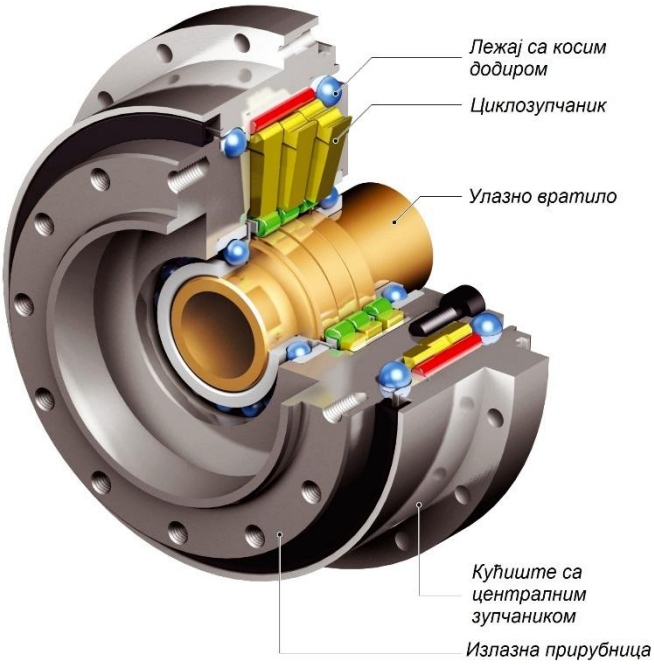
Претпоследња хипотеза има за циљ да све претходне хипотезе и кораке овог истраживања обједини и да их интегрише у *CAD* пројектовање циклоидних преносника снаге. На основу захтеваних улазних карактеристика циљ је да се добије конкретан функционални модел циклоидног преносника.

Последња хипотеза се односи на израду експертског система за пројектовање циклоидних преносника снаге. Да би експертски систем квалитетно одговорио постављеном задатку, неопходно је укључити све резултате добијене у оквиру ове докторске дисертације.

4. Профил зупца циклозупчаника и анализа концепција циклоидних преносника снаге

Поред конвенционалних, планетарних и таласних редуктора, циклоредуктори се све чешће користе у савременој машиноградњи, поготово када је неопходно остварити велики преносни однос. Њихова примена је доживела експанзију захваљујући одличним радним карактеристикама које поседују:

- ✓ **Веома дуг и поуздан радни век.** Због избора квалитетних материјала, прецизне израде, добре контроле квалитета и пажљиве монтаже, циклоредуктори имају јако дуг и поуздан радни век, [50]. Још један разлог је, свакако, и готово потпуно одсуство трења клизања при спрезању циклозупчаника и централног зупчаника.
- ✓ **Велики дијапазон преносних односа.** Преносни однос за један степен преноса циклоредуктора једнак је броју зубаца циклозупчаника. Ова особина циклоредукторима омогућава постизање преносног односа у веома широком опсегу. За једностепене циклоредукторе преносни однос се креће у интервалу од i=3 до i=119, за двостепене максимална теоријска вредност преносног односа је $i=119^2$, а за тростепене $i=119^3$, [83].
- ✓ **Поуздан рад у условима динамичких оптерећења.** Код циклоредуктора се за сваки степен преноса користе по два идентична циклозупчаника међусобно заокренута за угао од 180˚. Захваљујући томе, центрифугалне силе које потичу од циклозупчаника се међусобно потиру, па је циклоредуктор веома погодан за рад у условима са честим покретањима и заустављањима. Захваљујући и релативно малим масама циклозупчаника, инерцијалне силе су такође доста мање у односу на еволвентне зупчанике. С обзиром да је више од половине ваљака централног зупчаника истовремено у спрези са зупцима циклозупчаника, циклоредуктор је веома отпоран и на велика краткотрајна ударна оптерећења.
- ✓ **Висок степен искоришћења.** Како је код већине концепција циклоредуктора трење клизања у великој мери замењено трењем котрљања, ови преносници снаге имају веома висок степен искоришћења. Код једностепених циклоредуктора степен искоришћења је приближно 95% при пуном оптерећењу, док је код двостепених приближно 85%, [50,83,84]. Циклоредуктори имају највећу вредност степена искоришћења при улазном броју обртаја од око 1500 min^{-1}, [65]. Са порастом улазног броја обртаја вредност степена искоришћења полако опада.
- ✓ **Веома мали празан ход при покретању и заустављању.** Циклоредуктори имају веома мали празан ход при покретању и заустављању. У последњих 20 година компанија *SUMITOMO* је развила нову концепцију циклоредуктора под називом *FINE CYCLO* код које је празан ход готово потпуно одсутан, [84]. На слици 4-1 је приказано ово концепцијско решење код кога се користе три циклозупчаника за један степен преноса међусобно заокренута за 120˚.



Слика 4-1 FINE CYCLO *концепција цикоредуктора (концепција без празног хода)*

- ✓ **Низак ниво буке и мале вибрације.** Пошто при спрезању циклозупчаника са осталим елементима редуктора не долази до дисконтинуитета у контакту, ниво буке и вибрација је сведен на минимум што у многоме утиче на све ширу заступљеност циклоредуктора у индустрији.
- ✓ **Мања маса и габарити у односу на друге типове редуктора.** Захваљујући изузетно компактној конструкцији, маса циклоредуктора је значајно мања у односу на конвенционалне вишестепене редукторе истих радних карактеристика. Такође, имају и знатно мање габаритне мере, па се препоручују за уградњу на местима на којима постоје просторна ограничења.

Највећи проблем у производњи циклоредуктора је изузетно висока прецизност њихове израде. Посебну осетљивост имају када је у питању осно растојање. И најмања одступања ове димензије веома неповољно утичу на радне карактеристике циклоредуктора.

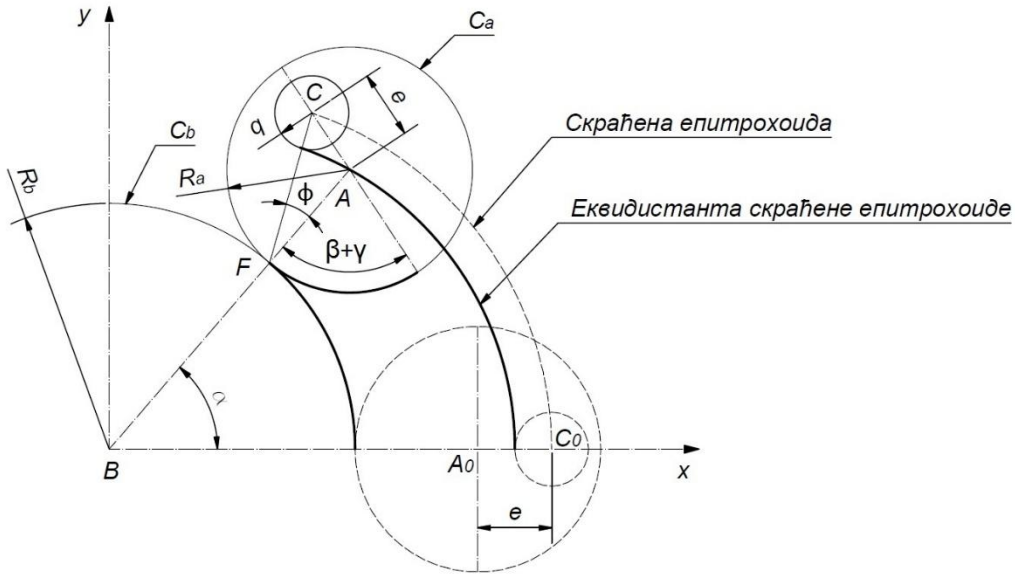
У савременој индустријској пракси циклоредуктори имају веома широку примену. Најчешће се користе у индустрији робота, код алатних машина, у процесној опреми, код транспортних машина,... Највећи произвођачи циклоредуктора у свету су: *SUMITOMO, SPINEA, NABTESCO,* и др.

4.1 Математичко-геометријска формулација профила зупца циклозупчаника

Витални елемент циклоредуктора је свакако зупчаник са циклоидним озубљењем – *циклозупчаник*. Као профил зупца циклозупчаника користи се нека од кривих линија из фамилије циклоида. Највећа предност циклоидног озубљења у односу на еволвентно јесте чињеница да су у процесу спрезања у контакту конвексна и конкавна површина или конвексна и конвексна површина,

што изузетно повољно утиче на смањење хабања зубаца зупчаника и равномернију расподелу контактних притисака, [83].

Основна крива линија за генерисање профила зупца циклозупчаника припада породици циклоида и назива се трохоида. Трохоида представља криву линију коју описује тачка везана за котрљајућу кружницу на удаљености *e* од центра поменуте кружнице, при њеном котрљању без клизања по обиму основне кружнице, [86]. У зависности од тога да ли се котрљајућа кружница котрља са спољашње или са унутрашње стране постоје *епитрохоиде* и *хипотрохоиде*. Уколико је растојање *e* веће од полупречника котрљајуће кружнице, трохоида је продужена, док је у супротном скраћена. За генерисање профила зупца циклозупчаника најчешће се користи *еквидистанта скраћене епитрохоиде*. На слици 4-2 је дата илустрација генерисања ове криве линије.



Слика 4-2 Генерисање еквидистанте скраћене епитрохоиде

Ознаке са слике 4-2 су:

C_a – котрљајућа кружница,

C_b – основна кружница,

R_a – полупречник котрљајуће кружнице,

R_b – полупречник основне кружнице,

α – угао међусобног положаја почетне и тренутне тачке додира основне и котрљајуће кружнице у односу на центар основне кружнице,

β – угао заокретања котрљајуће кружнице,

γ – помоћни угао за описивање почетног положаја,

e – растојање тачке *C* која описује скраћену епитрохоиду од центра котрљајуће кружнице, величина ексцентрицитета,

q – еквидистантно растојање и

ϕ – помоћни угао.

На основу слике 4-2 могу се написати једначине скраћене епитрохоиде, [87]:

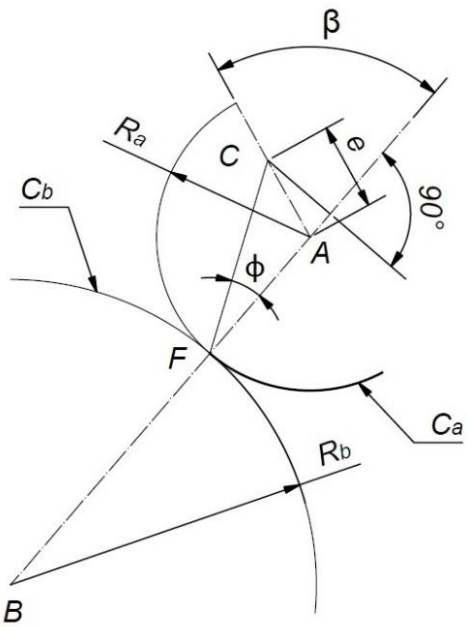
$$\begin{aligned} x &= \left(R_b + R_a\right)\cdot\cos\alpha + e\cdot\cos\left(\alpha+\beta\right) \\ y &= \left(R_b + R_a\right)\cdot\sin\alpha + e\cdot\sin\left(\alpha+\beta\right) \end{aligned} \tag{4.1}$$

Напомена: У једначинама (4.1) узето је да је γ=0^0, тј. да скраћена епитрохоида почиње у темену циклозупчаника.

Једначине еквидистанте скраћене епитрохоиде имају следећи облик:

$$\begin{aligned} x &= (R_b + R_a)\cdot\cos\alpha + e\cdot\cos(\alpha+\beta) - q\cdot\cos(\alpha+\phi) \\ y &= (R_b + R_a)\cdot\sin\alpha + e\cdot\sin(\alpha+\beta) - q\cdot\sin(\alpha+\phi) \end{aligned} \tag{4.2}$$

Да би се дошло до коначног облика једначина еквидистанте скраћене епитрохоиде (4.2), неопходно је да се математички дефинише помоћни угао ϕ. Троугао ΔACF је приказан на слици 4-2, док је на слици 4-3 дат његов увећани приказ.



Слика 4-3 Одређивање помоћног угла ϕ

Угао ϕ је могуће изразити помоћу косинусне теореме из троугла ΔACF:

$$\overline{CF} = \sqrt{R_a^2 + e^2 + 2\cdot R_a\cdot e\cdot\cos\beta} \tag{4.3}$$

Са слике 4-3 се може закључити да важи релација:

$$\overline{CF}\cdot\sin\phi = e\cdot\sin\beta \tag{4.4}$$

На основу израза (4.3) и (4.4) добија се једначина:

$$\sin\phi = \frac{\left(\frac{e}{R_a}\right)\cdot\sin\beta}{\sqrt{1+\left(\frac{e}{R_a}\right)^2 + 2\cdot\left(\frac{e}{R_a}\right)\cdot\cos\beta}} \tag{4.5}$$

Са слике 4-3 такође се може уочити да важи релација:

$$\overline{CF} \cdot \cos\phi = R_a + e \cdot \cos\beta \,. \tag{4.6}$$

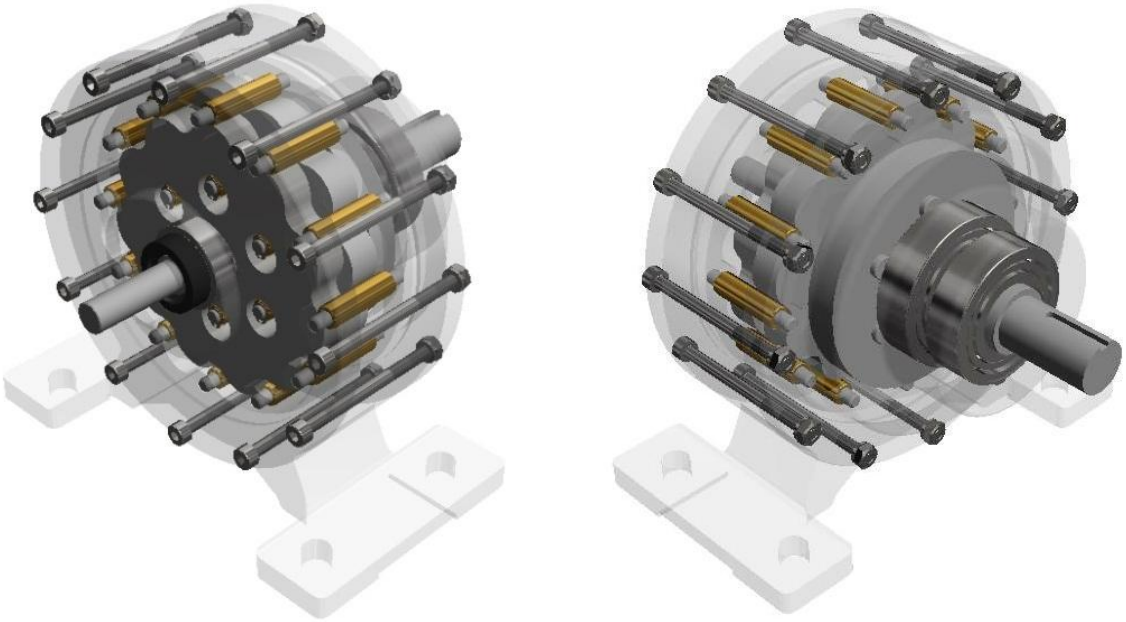
На основу израза (4.3) и (4.6) може се извести израз:

$$\cos\phi = \frac{1 + \left(\frac{e}{R_a}\right) \cdot \cos\beta}{\sqrt{1 + \left(\frac{e}{R_a}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{e}{R_a}\right) \cdot \cos\beta}} \,. \tag{4.7}$$

Помоћу израза (4.5) и (4.7) се изводи облик једначина еквидистанте скраћене епитрохоиде дат изразима (4.2).

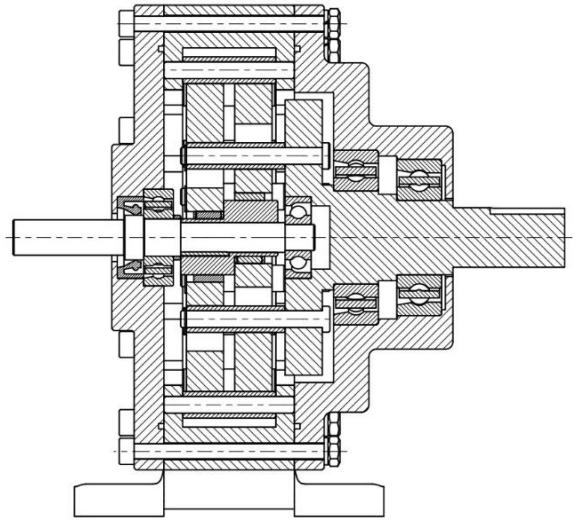
4.2 Класични једностепени циклоредуктор (концепција SS-2RCG)

Од свих циклоредуктора најједноставнију концепцију има класични једностепени циклоредуктор. Њихов највећи произвођач је јапанско-немачка корпорација *SUMITOMO DRIVE TECHNOLOGIES*. Преносни однос једностепеног циклоредуктора се креће од *i*=3 па чак до *i*=119, [83]. Цена им је у рангу цена класичних редуктора. Одликује их и низак ниво буке. Инсталација ових циклоредуктора је могућа на моторима снаге од 0,12 *kW* па све до 55 *kW*. На слици 4-4 је дат модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције развијен за потребе истраживања.



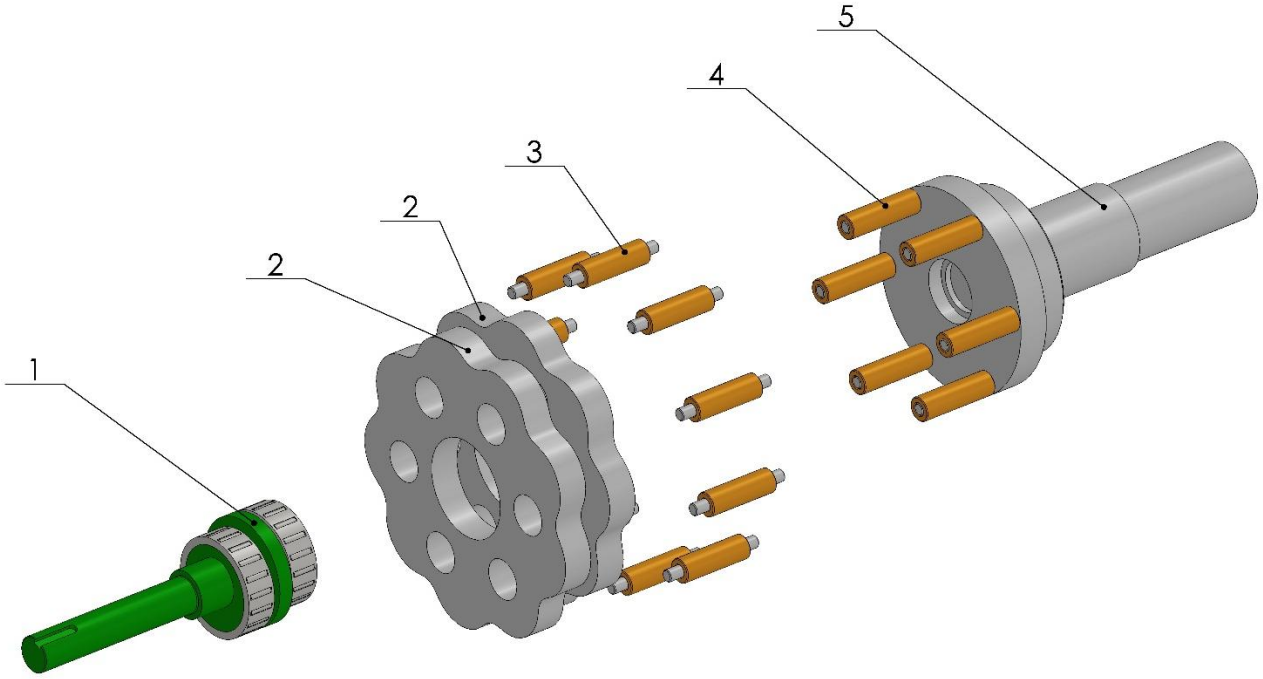
Слика 4-4 Класични једностепени циклоредуктор

Преносни однос једностепеног циклоредуктора приказаног на слици 4-4 је *i*=11 и конструисан је за улазну снагу од 0,34 *kW*. На слици 4-5 је дат приказ склопа овог редуктора.



Слика 4-5 Приказ склопа класичног једностепеног циклоредуктора

Циклоредуктори имају веома сложен принцип рада. На слици 4-6 је приказан растављени склоп једностепеног циклоредуктора класичне концепције.



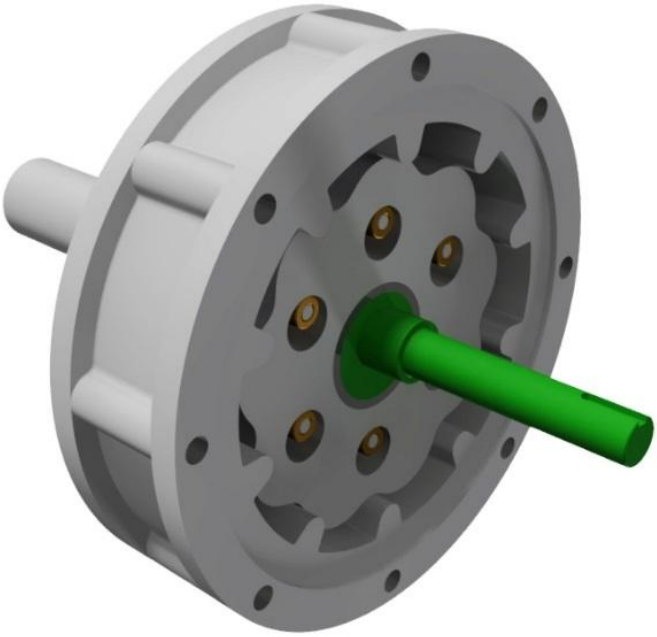
Слика 4-6 Растављени једностепени циклоредуктор класичне концепције: 1) улазно вратило са ексцентар чауром и лежајима; 2) циклозупчаници; 3) ваљци и осовинице централног зупчаника; 4) излазни ваљци и осовинице; 5) излазно вратило

Приликом обртања улазног вратила (1) обрће се и ексцентар чаура на којој се налазе игличасти лежаји. Преко игличастих лежаја циклозупчаницима (2) је омогућено релативно обртање око ексцентар чауре. Осовинице и ваљци централног зупчаника (3) су уграђени у кућиште које има улогу непокретног централног зупчаника. Ваљци централног зупчаника (3) се спрежу са зупцима циклозупчаника (2). Резултат овог спрезања је планетарно обртање циклозупчаника око осе

редуктора. Обртање циклозупчаника (2) око своје осе се врши у супротном смеру од смера обртања ексцентар чауре и улазног вратила (1). Излазни обртни момент се преко излазих ваљака (4), који пролазе кроз отворе у циклозупчаницима, преноси на излазно вратило (5). Према описаном принципу рада, смер обртања излазног вратила је супротан смеру обртања улазног вратила. Циклозупчаник има један зубац мање у односу на број ваљака непокретног централног зупчаника. Само у неким одређеним случајевима могуће је извести да циклозупчаник има два зупца мање. Док се улазно вратило обрне за један пун круг, циклозупчаник се обрне у супротном смеру за један зубац, што значи да је преносни однос једностепеног циклоредуктора једнак броју зубаца циклозупчаника. Као што се види са слике 4-5, једностепени циклоредуктор класичне концепције има два циклозупчаника међусобно заокренута за 180˚. Овакво извођење значајно доприноси динамичкој стабилности циклоредуктора.

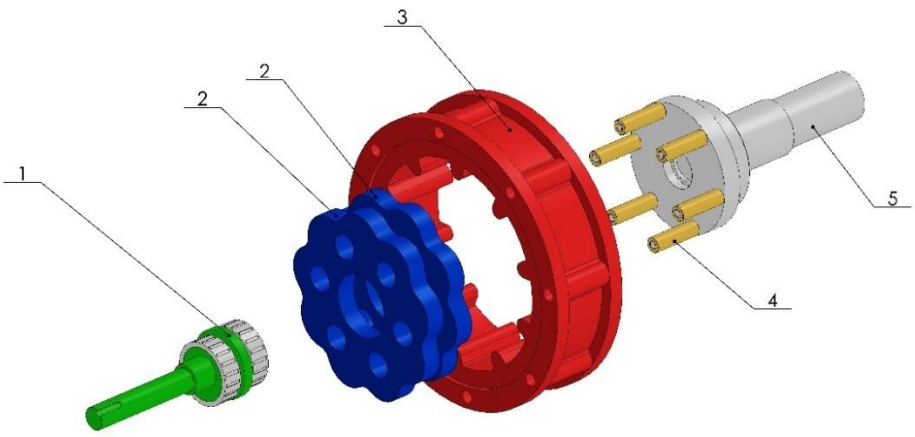
4.3 Једностепени циклоредуктор код кога се циклозупчаници спрежу клизањем, *Non-pin wheel* циклоредуктор (концепција SS-2SCG)

За разлику од једностепеног циклоредуктора класичне концепције (SS-2RCG), код кога се зупци циклозупчаника спрежу са обртним ваљцима централног зупчаника, код ове концепције циклоредуктора се уместо обртних ваљака користе непокретни полукружни сегменти. Ове две концепције су веома сличне, једино што је трење котрљања у контакту зубаца циклозупчаника и ваљака централног зупчаника замењено трењем клизања, [60]. На слици 4-7 приказан је 3D модел ове концепције циклоредуктора.



Слика 4-7 Модел једностепеног циклоредуктора код кога се циклозупчаници спрежу клизањем

Недостатак ове концепције је што су контактни напони на боковима зубаца циклозупчаника значајно већи него у случају класичне концепције једностепеног циклоредуктора, а најзначајнија предност јесте веома мали празни ход, [60]. На слици 4-8 дат је приказ растављеног склопа циклоредуктора код кога се циклозупчаници спрежу клизањем.

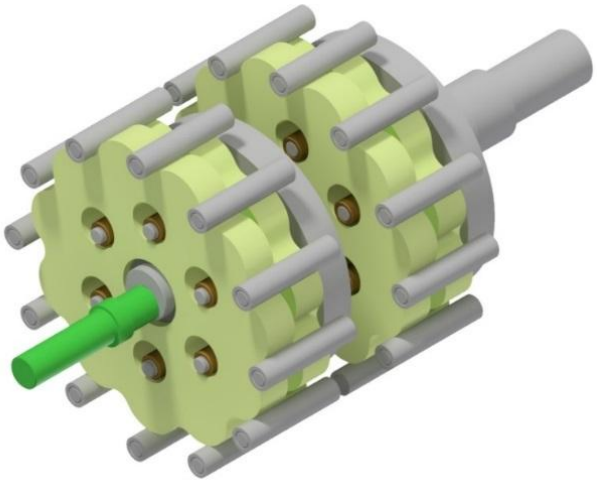


Слика 4-8 Растављени склоп једностепеног циклоредуктора код кога се циклозупчаници спрежу клизањем: (1) улазно вратило са ексцентар чауром и лежајима; (2) циклозупчаници; (3) кућиште са непокретним централним зупчаником; 4) излазни ваљци и осовинице; 5) излазно вратило

Једностепени циклоредуктор концепције SS-2SCG има веома сличан принцип рада као и класични једностепени циклоредуктор. Једина разлика је, као што је већ речено, у томе што се уместо обртних ваљака централног зупчаника користе непокретни полукружни сегменти. Сви остали параметри ове две концепције су идентични (смерови обртања, преносни однос,...).

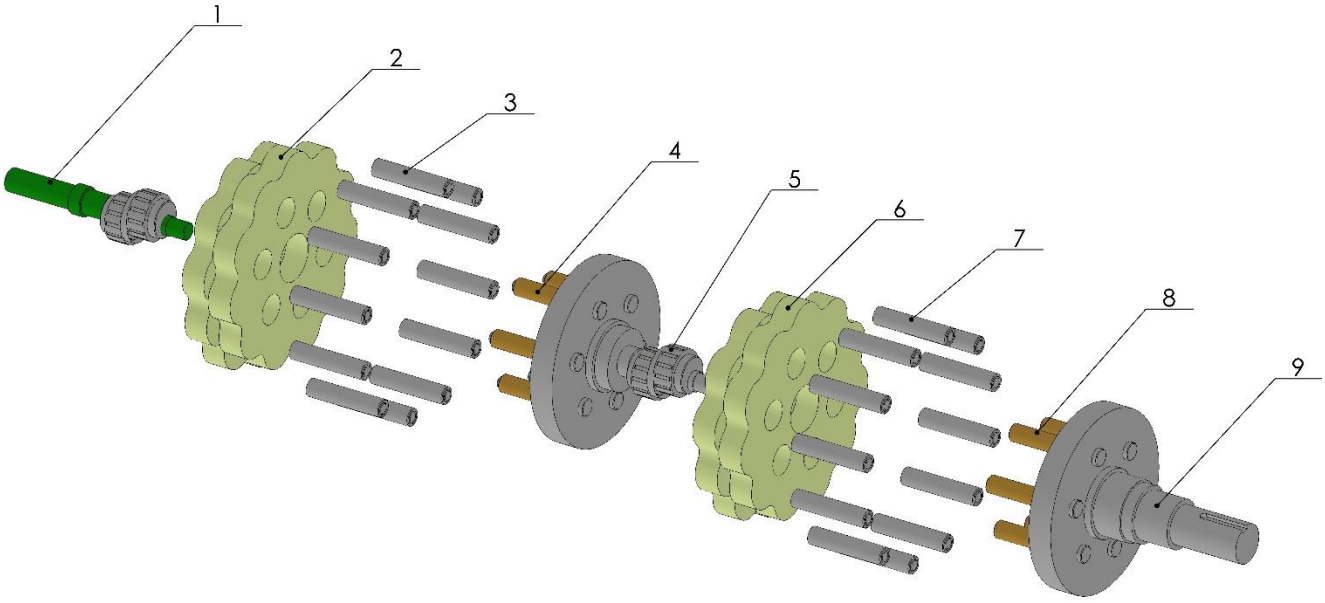
4.4 Класични двостепени циклоредуктор (концепција DS-4RCG)

Класични двостепени циклоредуктор се састоји од два саосна класична једностепена циклоредуктора. Излазно вратило првог степена преноса је уједно и улазно вратило другог степена преноса. Ови редуктори се у пракси израђују са преносним односима од i=104 па до i=731, [83]. Теоријски, могуће је остварити преносни однос чак и до i=14161. Међутим, у практичној примени оваква решења нису присутна и то из два разлога: потреба за оваквим преносним односима је доста ретка и њихова израда би била веома скупа. На слици 4-9 је приказан 3D модел класичног двостепеног циклоредуктора (без кућишта).



Слика 4-9 3D модел двостепеног циклоредуктора класичне концепције

Оваква концепција циклоредуктора има укупно четири циклозупчаника (по два за сваки степен преноса). Због динамичке уравнотежености најбоље је да преносни однос оба степена преноса буде идентичан. Међутим, могућа су и другачија решења (да преносни однос првог степена преноса буде значајно већи у односу на други, и обрнуто). Ово би омогућило остваривање готово сваког жељеног преносног односа из препорученог опсега за двостепене циклоредукторе, али би значајно утицало на цену и сложеност конструкције. На слици 4-10 је дат приказ растављеног склопа класичног двостепеног циклоредуктора са означеним виталним елементима.

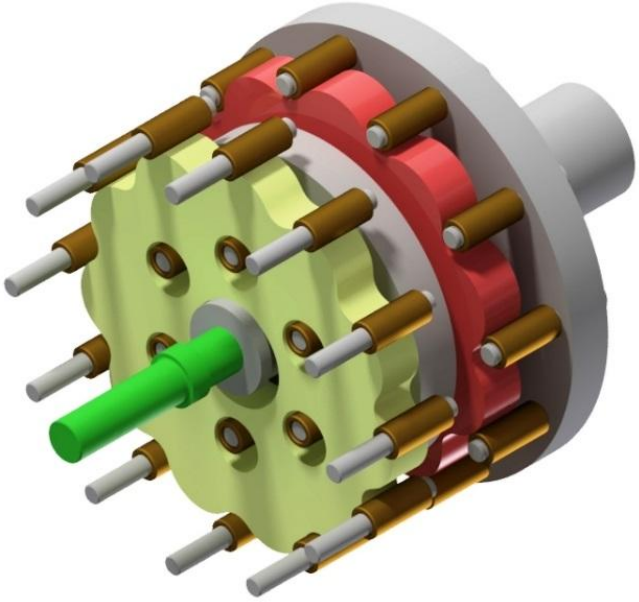


Слика 4-10 Растављени склоп класичног двостепеног циклоредуктора: (1) улазно вратило првог степена преноса са ексцентар чауром и лежајима-улазно вратило редуктора; (2) циклозупчаници првог степена преноса; (3) ваљци и осовинице централног зупчаника првог степена преноса; (4) излазни ваљци и осовинице првог степена преноса; (5) излазно вратило првог степена преноса, тј. улазно вратило другог степена преноса са ексцентар чауром и лежајима; (6) циклозупчаници другог степена преноса; (7) ваљци и осовинице централног зупчаника другог степена преноса; (8) излазни ваљци и осовинице другог степена преноса; (9) излазно вратило другог степена преноса-излазно вратило редуктора

Обзиром да се двостепени циклоредуктор класичне концепције састоји од два саосна једностепена циклоредуктора, смерови обртања улазног и излазног вратила су идентични.

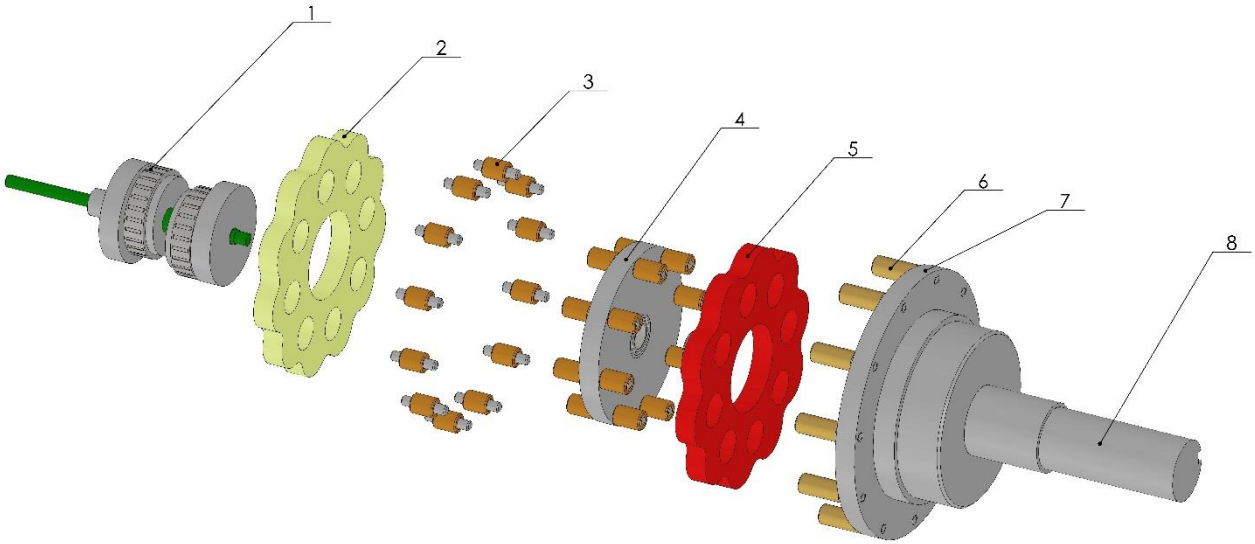
4.5 Нова концепција двостепеног циклоредуктора (концепција DS-2RCG)

Новом концепцијом двостепеног циклоредуктора [50] направљен је огроман напредак у пројектовању ове врсте механичких преносника снаге. За разлику од класичних двостепених циклоредуктора где се за сваки степен преноса користе по два циклозупчаника, код ове концепције се користи један циклозупчаник по степену преноса. Циклозупчаници првог и другог степена преноса су међусобно заокренути за угао од 180˚. На овај начин у многоме је повећана њихова компактност, тј. смањене су димензије и маса редуктора. Динамичка стабилност постигнута код класичних концепција циклоредуктора задржана је на сличан начин и у овој новој концепцији. Оба циклозупчаника се налазе на истом вратилу које је за први степен преноса погонско, док код другог степена преноса то вратило служи само за улежиштење. 3D модел ове концепције двостепеног циклоредуктора дат је на слици 4-11.



Слика 4-11 3D модел двостепеног циклоредуктора нове концепције

Како се код ове концепције двостепеног циклоредуктора користи само по један циклозупчаник по степену преноса, принцип рада је нешто сложенији у односу на класични двостепени циклоредуктор. Растављени склоп двостепеног циклоредуктора нове концепције приказан је на слици 4-12.



Слика 4-12 Растављени склоп двостепеног циклоредуктора нове концепције: (1) улазно вратило редуктора са ексцентар чаурама и лежајима; (2) циклозупчаник првог степена преноса; (3) ваљци и осовинице непокретног централног зупчаника првог степена преноса; (4) прелазни механизам; (5) циклозупчаник другог степена преноса; (6) ваљци и осовинице обртног централног зупчаника другог степена преноса; (7) покретни централни зупчаник другог степена преноса; (8) излазно вратило редуктора

Приликом обртања улазног вратила са ексцентар чауром и лежајима (1) такође долази до сложеног кретања циклозупчаника првог степена преноса (2), који се слободно обрће око осе ексцентар чауре и око осе редуктора. На овај начин циклозупчаник (2) врши планетарно кретање.

Ваљци непокретног централног зупчаника првог степена преноса (3) су утиснути у кућиште редуктора и спрежу се са зупцима циклозупчаника првог степена преноса (2). Ваљци прелазног механизма (4) пролазе кроз отворе у циклозупчаницима (2) и (5). Прелазни механизам (4) се обрће у смеру супротном од смера обртања улазног вратила. Диск прелазног механизма се слободно обрће око осе редуктора. Услед овакве међусобне везе, оба циклозупчаника имају једнаке угаоне брзине. Централни зупчаник другог степена преноса (7) заједно са ваљцима (6) је код ове концепције покретан и он у ствари прихвата резултујуће кретање и обртни момент. Чврсто је повезан са излазним вратилом (8) и обрће се у истом смеру као и улазно вратило, што значи да и код ове концепције нема промене смера обртања, као и код класичне концепције двостепеног циклоредуктора.

5. Анализа степена искоришћења циклоредуктора

Анализа степена искоришћења циклоредуктора представља веома комплексан и атрактиван задатак, како за инжењерску праксу тако и за науку зато што је то још увек недовољно истражен аспект ових преносника снаге. Међу најпознатијим и најприхватљивијим до сада су се издвојила три теоријска модела одређивања степена искоришћења. Први модел је дефинисао Кудријавцев [15] и то на два начина: први начин на основу само геометријских карактеристика циклоредуктора без узимања у обзир радних услова (режим рада, снага, број обртаја, и др.). Други начин узима у обзир и услове и режиме рада циклоредуктора. Други модел за одређивање степена искоришћења циклоредуктора извео је индијски научник Малхотра [62], а трећи и најновији модел Горла [64,65].

Одређивање степена искоришћења код свих претходно наведених теоријских модела се темељи на одређивању губитака снаге у контактима појединих елемената циклоредуктора услед трења клизања или котрљања. Поменути губици се јављају у контактима следећих елемената:

- ✓ **Губитак снаге услед трења у лежају циклозупчаника који се налази на ексцентар чаури.** Овај губитак зависи од величине и врсте лежаја, величине котрљајних тела, коефицијента трења котрљања у лежају, величине силе на ексцентар чаури и угаоне брзине.
- ✓ **Губитак снаге услед трења котрљања између излазних ваљака и отвора у циклозупчанику.** У овим контактима је доминантно присутно трења котрљања, па су губици снаге веома мали, готово занемарљиви. Како је број излазних ваљака релативно мали у односу на број ваљака централног зупчаника, код неких модела овај губитак је занемарен, [64,65].
- ✓ **Губитак снаге услед трења котрљања између зубаца циклозупчаника и ваљака централног зупчаника.** У овим контактима се јавља трење котрљања, па су губици снаге веома мали и зависе само од коефицијента трења котрљања и нормалне силе.
- ✓ **Губитак снаге услед трења клизања између излазних ваљака и излазних осовиница.** Излазни ваљци су најчешће директно уграђени на одговарајуће осовинице, па се јављају губици услед трења клизања. Овај контакт се понаша као клизни спој. Величине које директно утичу на губитке у овом контакту су: пречник излазне осовинице (унутрашњи пречник излазног ваљка), коефицијент трења клизања, брзина клизања и излазна сила.
- ✓ **Губитак снаге услед трења клизања између ваљака и осовиница централног зупчаника.** У највећем броју концепција, ваљци централног зупчаника су уграђени директно на осовинице. Пошто је број ових контаката велики, баш овде се услед трења клизања и јављају највећи губици снаге. Највећи утицај на губитке снаге имају: пречник осовинице (унутрашњи пречник ваљка), коефицијент трења клизања, брзина клизања и нормална сила.

У наставку овог поглавља биће детаљно описана сва три претходно наведена модела за одређивање степена искоришћења циклоредуктора. За експерименталну верификацију је одабран модел који је дефинисао Кудријавцев као најподеснији за практичну примену у пројектовању циклоредуктора. Он ће касније бити коришћен као један од главних критеријума пројектовања циклоредуктора.

5.1 Прорачун степена искоришћења циклоредуктора – модел Малхотре

Према овом моделу, прорачун степена искоришћења циклоредуктора се заснива на одређивању укупног рада сила трења који се оствари при елементарном угаоном померању циклозупчаника $d\theta$, [62]. Када се циклозупчаник обрне за угао $d\theta$, тада ће се улазно вратило обрнути за угао $i \cdot d\theta$, док ће се ваљци централног зупчаника обрнути за угао $(i+1) \cdot d\theta$. У овом случају i представља преносни однос циклоредуктора, односно број зубаца циклозупчаника. Укупан рад сила трења, као што је наведено на почетку овог поглавља, састоји се од пет компонената:

- ✓ Елементарни рад dW_1 услед трења у лежају циклозупчаника на ексцентар чаури:

$$dW_1 = \mu_{r1} \cdot F_E(\theta) \cdot \frac{D_m}{d_{kt}} \cdot i \cdot d\theta \tag{5.1}$$

где су:

μ_{r1} – коефицијент трења котрљања у лежају,

$F_E(\theta)$ – тренутна вредност силе ексцентра,

D_m – пречник лежаја циклозупчаника и

d_{kt} – пречник котрљајног тела лежаја.

- ✓ Елементарни рад dW_2 услед трења котрљања између излазних ваљака и циклозупчаника:

$$dW_2 = \mu_{r2} \cdot \sum_{j=1}^{q} F_{Kj}(\theta) \cdot i \cdot d\theta \tag{5.2}$$

где су:

μ_{r2} – коефицијент трења котрљања између излазних ваљака и циклозупчаника,

$F_{Kj}(\theta)$ – тренутна вредност излазне силе на j-том излазном ваљку и

q – број излазних ваљака који у датом моменту учествују у спрезању са циклозупчаником.

- ✓ Елементарни рад dW_3 услед трења котрљања између зубаца циклозупчаника и ваљака централног зупчаника:

$$dW_3 = \mu_{r3} \cdot \sum_{i=1}^{p} F_{Ni}(\theta) \cdot (i+1) \cdot d\theta \tag{5.3}$$

где су:

μ_{r3} – коефицијент трења котрљања између зубаца циклозупчаника и ваљака централног зупчаника,

$F_{Ni}(\theta)$ – тренутна вредност нормалне сила на *i*-том ваљку централног зупчаника и

p – број ваљака централног зупчаника који у датом моменту учествују у процесу преношења оптерећења.

- ✓ Елементарни рад dW_4 услед трења клизања између излазних ваљака и излазних осовиница :

$$dW_4 = \mu_{s1} \cdot \sum_{j=1}^{q} F_{Kj}(\theta) \cdot \frac{d_{VK}}{2} \cdot i \cdot d\theta \tag{5.4}$$

где су:

μ_{s1} – коефицијент трења клизања између излазних ваљака и излазних осовиница и

d_{VK} – пречник излазне осовинице.

- ✓ Елементарни рад dW_5 услед трења клизања између ваљака и осовиница централног зупчаника:

$$dW_5 = \mu_{s2} \cdot \sum_{i=1}^{p} F_{Ni}(\theta) \cdot \frac{d_0}{2} \cdot (i+1) \cdot d\theta \tag{5.5}$$

где су:

μ_{s2} – коефицијент трења клизања између ваљака и осовиница централног зупчаника и

d_0 – пречник осовинице централног зупчаника.

На основу једначина (5.1)-(5.5) долази се до укупног елементарног рада сила трења *dW*, који је једнак збиру појединачних елементарних компоненти:

$$dW = dW_1 + dW_2 + dW_3 + dW_4 + dW_5 \tag{5.6}$$

Тренутни степен искоришћења циклоредуктора η се може израчунати на основу следећег израза:

$$\eta = \frac{T_{ul} \cdot i \cdot d\theta - dW}{T_{ul} \cdot i \cdot d\theta} \tag{5.7}$$

где је:

T_{ul} – обртни момент на улазном вратилу.

Уколико би се једначина (5.6) интегралила за период од једног обртаја улазног вратила, односно за 1/*n* обртаја циклозупчаника, могао би да се одреди рад сила трења по једном обртају улазног вратила:

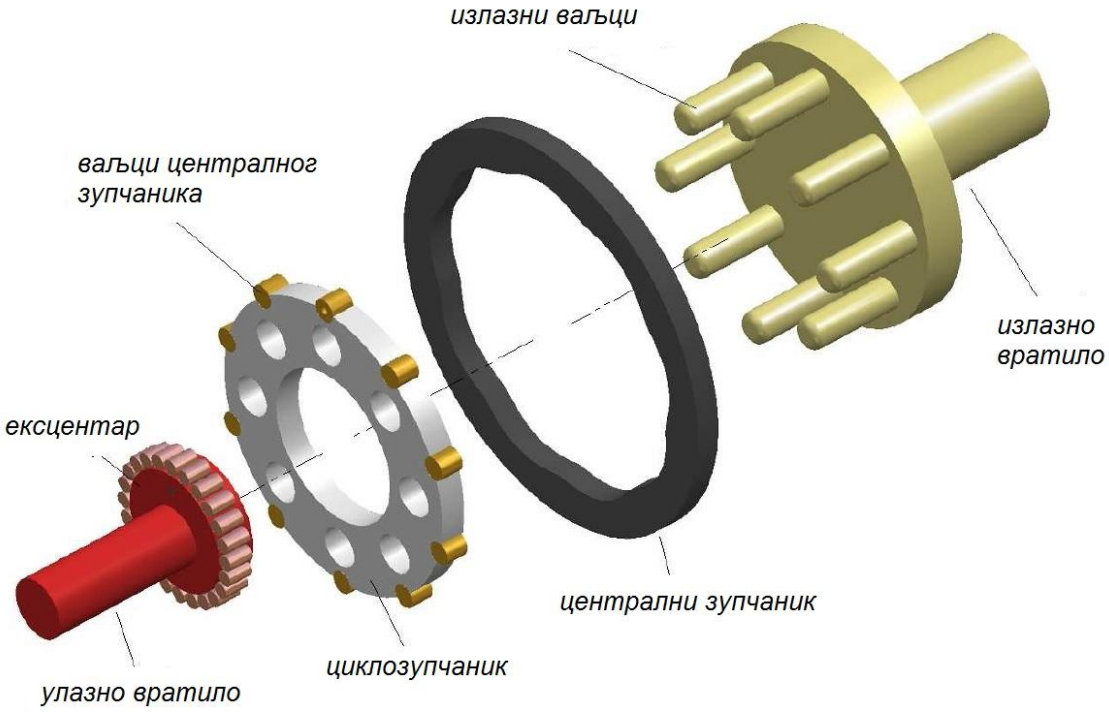
$$W = \int_0^{\frac{2\pi}{i}} dW = \frac{\mu_{r1} D_m i}{d_{kt}} \int_0^{\frac{2\pi}{i}} F_E(\theta) d\theta + i\left(\mu_{r2} + \frac{\mu_{s1} d_{VK}}{2}\right) \int_0^{\frac{2\pi}{i}} \sum_{j=1}^{q} F_{Kj}(\theta) d\theta + (i+1)\left(\mu_{r3} + \frac{\mu_{s2} d_0}{2}\right) \int_0^{\frac{2\pi}{i}} \sum_{i=1}^{p} F_{Ni}(\theta) d\theta \tag{5.8}$$

Коначно, степен искоришћења циклоредуктора се израчунава као:

$$\eta = \frac{T_{ul} \cdot 2\pi - W}{T_{ul} \cdot 2\pi} \tag{5.9}$$

5.2 Прорачун степена искоришћења циклоредуктора - модел Горле

Детаљна методологија прорачуна степена искоришћења циклоредуктора по овом моделу описана је у литератури, [64,65]. За потребе истраживања развијена је нова концепција циклоредуктора приказана на слици 5-1.



Слика 5-1 Нова концепција циклоредуктора, [64,65]

Ова концепција циклоредуктора се по начину функционисања доста разликује од концепција представљених у поглављу 4. Код ове концепције на циклозупчанику су уграђени ваљци који се спрежу са централним зупчаником. Централни зупчаник је направљен тако да заправо он има унутрашње циклоидно озубљење. На овај начин се габарити кућишта редуктора значајно смањују.

Прорачун степена искоришћења ове концепције се као и код других метода базира на одређивању парцијалних губитака снаге услед трења у контактима одговарајућих елемената циклоредуктора. Овај модел за прорачун степена искоришћења се не би требало користити у пуном капацитету за концепције представљене у поглављу 4, пошто су губици услед сила трења у контактима нешто другачије природе у односу на представљене концепције.

Код овог модела прорачуна једначине за губитке снаге су развијене на основу упрошћеног прорачуна сила и кинематичке анализе. Губици снаге који се јављају услед трења у контактима елемената циклоредуктора, а узети су у обзир при прорачуну су:

- ✓ **Губитак снаге услед трења котрљања између погонског вратила и циклозупчаника** (овај контакт је идентичан са контактом описаним на почетку поглавља).
- ✓ **Губитак снаге услед трења клизања између излазних осовиница и отвора у циклозупчанику** (у овом контакту је очигледна разлика у односу на претходни модел, јер је трење котрљања замењено трењем клизања обзиром да код ове концепције нису предвиђени излазни ваљци већ само излазне осовинице).

- ✓ **Губитак снаге услед трења у контакту циклозупчаник - ваљци централног зупчаника - централни зупчаник** (у овом контакту се јавља трење клизања на делу контакта циклозупчаник - ваљци централног зупчаника, док се на делу контакта ваљци централног зупчаника - централни зупчаник јавља трење котрљања).

Из изложене анализе контаката међу одговарајућим елементима циклоредуктора види се да у односу на претходни модел прорачуна степена искоришћења постоје три уместо претходних пет локација на којима се губици јављају и то:

- ✓ Губитак снаге у контакту између погонског вратила и циклозупчаника:

$$W_{\mathrm{Tul}} = T_{\mathrm{ul}} \cdot \left(\omega_{\mathrm{i}} - \omega_{\mathrm{o}}\right) \tag{5.10}$$

где су:

ω_{i} – угаона брзина унутрашњег прстена лежаја на ексцентру,

ω_{o} – угаона брзина спољашњег прстена лежаја на ексцентру,

T_{ul} – улазни обртни момент који се израчунава на основу израза:

$$T_{\mathrm{ul}} = \mu \cdot F_{\mathrm{E}} \cdot \frac{D_{\mathrm{m}}}{2} \tag{5.11}$$

где су:

μ - коефицијент трења у лежају,

F_{E} – тренутна вредност силе ексцентра и

D_{m} – пречник лежаја.

- ✓ Губитак снаге у контакту између излазних осовиница и отвора у циклозупчанику:

$$W_{\mathrm{Kj}} = F_{\mathrm{Tj}} \cdot v_{\mathrm{Kj}} \text{ (по једној осовиници)} \tag{5.12}$$

где су:

F_{Tj} – сила на додирној површини између осовинице и отвора,

v_{Kj} – брзина клизања која се у референтном координатном систему израчунава на основу израза:

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{Kj}}(x) &= e \cdot \sin\left(\phi_{1,0} \frac{i-1}{i}\right) \cdot \frac{i-1}{i} \cdot \omega_{\mathrm{in}} \\ v_{\mathrm{Kj}}(y) &= e \cdot \cos\left(\phi_{1,0} \frac{i-1}{i}\right) \cdot \frac{i-1}{i} \cdot \omega_{\mathrm{in}} \end{aligned} \tag{5.13}$$

где су:

ω_{in} – угаона брзина улазног вратила,

$\varphi_{1,0}$ – почетна угаона позиција и

e – величина ексцентрицитета.

Укупан губитак за све излазне осовинице у контакту се израчунава на основу израза:

$$W_{\mathrm{K}} = \sum_{j=1}^{i} \mu_{\mathrm{Kj}} \cdot F_{\mathrm{Kj}} \cdot v_{\mathrm{Kj}} \tag{5.14}$$

где су:

μ_{Kj} – коефицијент трења клизања у контакту осовиница и отвора и

F_{Kj} – излазна сила на *j*-ој излазној осовиници.

- ✓ Губитак снаге у контакту циклозупчаник-ваљци централног зупчаника-централни зупчаник:

$$W_{Ni} = q \cdot \sin\left(\arctan\left(\mu_{Ni}\right)\right) \cdot \left|F_{Ni}\right| \cdot \left|\omega_{Ni}\right| \text{ (губитак за један ваљак)} \tag{5.15}$$

где су:

q – полупречник ваљка,

μ_{Ni} – коефицијент трења на контакту циклозупчаник-ваљци централног зупчаника-централни зупчаник,

$|F_{Ni}|$ – апсолутна вредност нормалне силе на *i*-том ваљку централног зупчаника и

$|\omega_{Ni}|$ - апсолутна вредност релативне брзине између ваљка централног зупчаника и циклозупчаника која се израчунава према следећем изразу:

$$\left|\omega_{Ni}\right| = \frac{\omega_{in}}{i \cdot q} \sqrt{\left(R_b + R_a\right)^2 + i^2 \cdot e^2 - 2 \cdot i \cdot e \cdot \left(R_b + R_a\right) \cdot \sin\left(\left(1 - \frac{1}{i}\right) \cdot \phi_{1,0}\right)} \tag{5.16}$$

Укупан губитак снаге за све ваљке у контакту се израчунава на основу израза:

$$W_N = \sum_{i=1}^{n} W_{Ni} \tag{5.17}$$

Укупни губици снаге једнаки су суми претходно описаних појединачних губитака. Коначни израз за израчунавање степена искоришћења по овој методи је:

$$\eta = \frac{P_{ul} - \left(W_{Tul} + W_K + W_N\right)}{P_{ul}} \tag{5.18}$$

где је:

P_{ul} – снага на улазном вратилу.

5.3 Прорачун номиналног степена искоришћења – модел Кудријавцева

Прорачун номиналног степена искоришћења по овој методи је први пут представљен у књизи Кудријавцева [15] из 1966. године. Овај прорачун узима у обзир само геометријске параметре циклоредуктора и вредности коефицијената трења. Номинални степен искоришћења се израчунава према једначини:

$$\eta = \frac{1 - \psi}{1 + z_1 \cdot \psi} \tag{5.19}$$

где су:

η – номинални степен искоришћења циклоредуктора,

ψ – укупни губици снаге услед трења између елемената циклоредуктора и

z_1 – број зубаца циклозупчаника.

Укупни губици снаге услед трења у циклоредуктору се могу израчунати према једначини:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 \tag{5.20}$$

где су:

ψ_1 – губитак снаге услед трења код ваљака централног зупчаника,

ψ_2 – губитак снаге услед трења на излазним ваљцима и

ψ_3 – губитак снаге услед трења у лежају ексцентра.

Губитак снаге услед трења код ваљака централног зупчаника се израчунава на следећи начин:

$$\psi_1 = \frac{K_3 \cdot \mu_3}{z_2} \tag{5.21}$$

где су:

K_3 – фактор који узима у обзир корекцију зупца циклозупчаника (за губитке ψ_1),

μ_3 – коефицијент трења између ваљака централног зупчаника и осовиница и

z_2 – број ваљака централног зупчаника.

Дијаграм за одређивање фактора K_3 је дат на слици 5-2*а*. Да би се одредио губитак снаге ψ_1 непходно је да се одреди и коефицијент трења између ваљака централног зупчаника и осовиница:

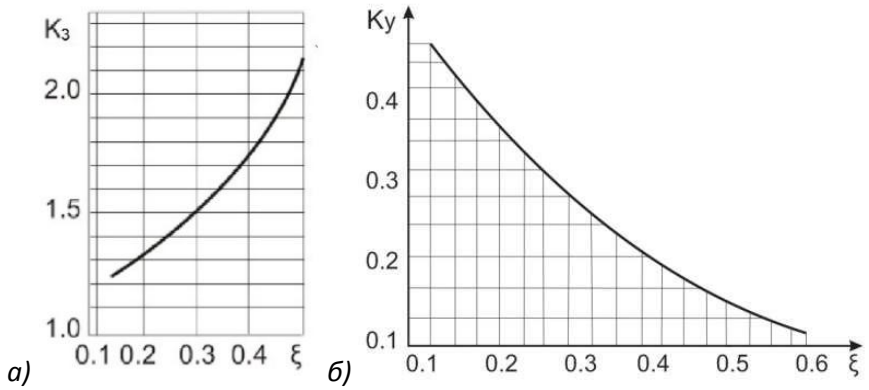
$$\mu_3 = \frac{d_0}{D_0} \cdot \mu_C \tag{5.22}$$

где су:

d_0 – пречник осовинице централног зупчаника,

D_0 – пречник ваљка централног зупчаника и

μ_C – коефицијент трења клизања између ваљка централног зупчаника и осовинице.



Слика 5-2 а) фактор K_3; б) фактор K_Y

Губитак снаге услед трења на излазним ваљцима се одређује на сличан начин као и губици код ваљака централног зупчаника:

$$\psi_2 = \frac{4 \cdot e \cdot \mu_{VK}}{\pi \cdot R_0} \tag{5.23}$$

где су:

e – величина екцентрицитета,

μ_{VK} –коефицијент трења између излазних ваљака и осовиница и

R_0 – полупречник кружнице по коме су распоређени отвори на циклозупчанику.

Коефицијент трења између излазних ваљака и осовиница се одређује помоћу једначине:

$$\mu_{VK} = \frac{d_{VK}}{D_{VK}} \cdot \mu'_{VK} \tag{5.24}$$

где су:

d_{VK} – пречник излазне осовинице,

D_{VK} – спољашњи пречник излазног ваљка и

μ'_{VK} – коефицијент трења клизања између излазног ваљка и његове осовинице.

Пошто су код излазних ваљака и ваљака централног зупчаника најчешће исти материјали у контакту, претпоставља се да су коефицијенти трења μ'_{VK} и μ_c једнаки.

Губитак снаге услед трења у лежају ексцентра се одређује према следећој једначини:

$$\psi_3 = 1{,}63 \cdot \left(1 + \frac{d_{cz}}{d_{kt}}\right) \cdot \frac{k}{r_2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{4}{\pi} \cdot \frac{r_2}{R_0} - K_y\right)^2} \tag{5.25}$$

где су:

d_{cz} – пречник ексцентар чауре,

d_{kt} – полупречник котрљајног тела лежаја,

k – коефицијент трења котрљања у лежају, k=0,005,

r_2 – полупречник покретне кружнице и

K_y – фактор који узима у обзир корекцију зупца циклозупчаника (за губитке ψ_3).

Дијаграм за избор фактора K_y је приказан на слици 5-2*б*. Фактори K_y и K_3 се одређују на основу вредности фактора корекције профила циклозупчаника ξ.

5.4 Прорачун тренутног степена искоришћења – модел Кудријавцева

Прорачун тренутног степена искоришћења циклоредуктора по методи Кудријавцева се у основи врши истоветно као и прорачун номиналног степена искоришћења (5.19), с тим да се губици ψ_2 и ψ_3 одређују на другачији начин. У овим губицима снаге, за одређивање тренутног степена искоришћења циклоредуктора, учествују и угаоне брзине и обртни моменти. Губитак снаге услед трења на излазним ваљцима се за овај случај израчунава помоћу једначине:

$$\psi_2 = \frac{P_{VK}}{T_3 \cdot |\omega_3|} \tag{5.26}$$

где су:

P_{VK} – снага која се губи услед трења у контакту излазних ваљака и циклозупчаника,

T_3 – обртни момент на циклозупчанику и

$|\omega_3|$– апсолутна вредност угаоне брзине циклозупчаника (угаона брзина излазног вратила).

Снага која се губи на излазним ваљцима се израчунава помоћу израза:

$$P_{VK} = \frac{4 \cdot T_3}{\pi \cdot R_0} \cdot e \cdot |\omega_3| \cdot \mu_{VK} \tag{5.27}$$

где су:

R_0 – полупречник кружнице по коме су распоређени отвори на циклозупчанику,

e – величина ексцентрицитета и

μ_{VK} –коефицијент трења између излазних ваљака и осовиница (објашњено како се рачуна у поглављу 5.3).

Обртни момент на циклозупчанику се израчунава помоћу релације:

$$T_3 = 0{,}55 \cdot T_{iz} \tag{5.28}$$

где је:

T_{iz} – излазни обртни момент.

Угаона брзина циклозупчаника је:

$$|\omega_3| = \frac{n_{ul} \cdot \pi}{30 \cdot z_1} \tag{5.29}$$

где је:

n_{ul} – улазни број обртаја.

Губитак снаге услед трења у лежају ексцентра ψ_3 се одређује према следећој једначини:

$$\psi_3 = 1{,}25 \frac{T_T}{T_3} \tag{5.30}$$

где је:

T_T – момент трења.

Момент трења се одређује према следећем изразу:

$$T_T = 1{,}3 \cdot k \cdot \left(1 + \frac{d_{cz}}{d_{kt}}\right) \cdot F_\mu \tag{5.31}$$

где су:

d_{cz} – пречник ексцентар чауре, тј. унутрашњи пречник лежаја,

d_{kt} – пречник котрљајног тела лежаја,

k – коефицијент трења котрљања у лежају, k=0,005 и

F_μ – сила трења.

Величина силе трења се израчунава као:

$$F_\mu = \frac{T_3}{r_2}\sqrt{1 + \left(\frac{4}{\pi} \cdot \frac{r_2}{R_0} - K_y\right)^2} \tag{5.32}$$

где су:

r_2 – полупречник покретне кружнице,

R_0 – полупречник кружнице по коме су распоређени отвори на циклозупчанику и

K_y – фактор који узима у обзир корекцију зупца циклозупчаника (за губитке ψ_3).

5.5 Пројектовање, израда и монтажа једностепеног циклоредуктора

За експерименталну верификацију прорачуна степена искоришћења по методи Кудријавцева направљен је један конкретни једностепени циклоредуктор. Метода Кудријавцева је изабрана зато што је најподеснија за практичну примену. На основу карактеристика испитног стола, дефинисани су полазни подаци за пројектовање редуктора (табела 5-1), [83,84,88].

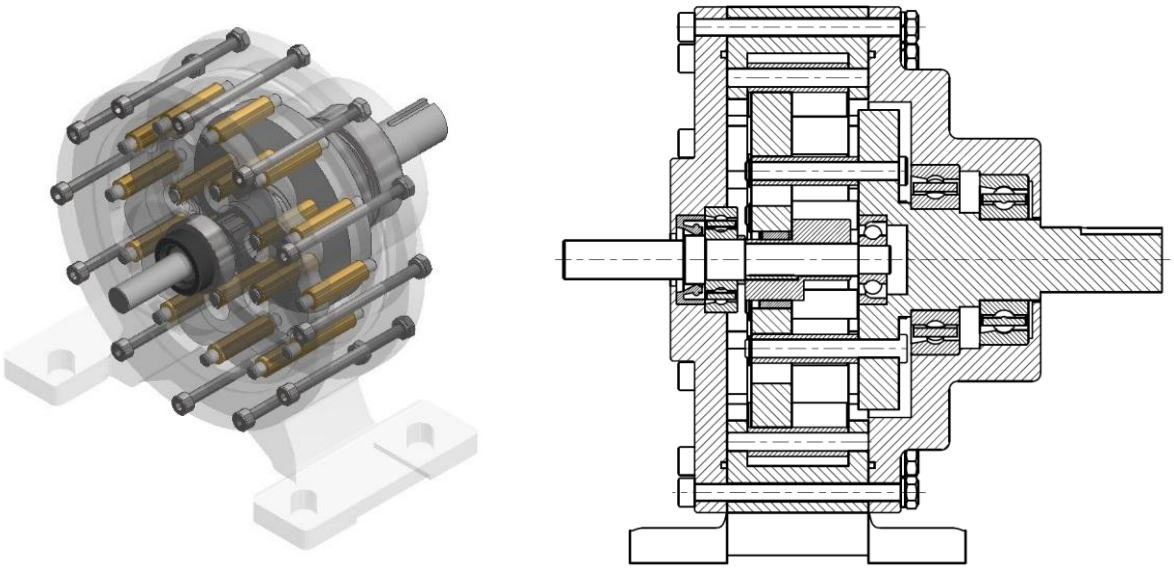
Табела 5-1 Полазни подаци за пројектовање циклоредуктора

Назив вечичине	Ознака	Вредност	Јединица
Улазна снага ЕМ	*P*	0,34	*kW*
Улазни број обртаја ЕМ	*n*	1400	min^{-1}
Распоред отвора за везивање за испитни сто	*AxB*	115x53	*mm*
Осна висина редуктора	*H*	75	*mm*

Идеја за избор материјала при пројектовању циклоредуктора проистекла је из реалних потреба прехрамбене индустрије за циклоредукторима од пластичних материјала. Овакви преносници снаге су данас све чешће предмет веома озбиљних истраживања, [89,90].

Пластични материјали су изабрани за израду следећих елемената: кућишта, поклопаца, ваљака централног зупчаника, излазних ваљака и циклозупчаника. Остали елементи су израђени од челика C45 (Č1530). Овакав корак води ка драстичном смањењу укупне масе циклоредуктора и бољој апсорпцији вибрација које се јављају у току рада при реалним радним условима. За убрзање процеса конструисања коришћен је алгоритам за аутоматско генерисање појединих елемената редуктора и

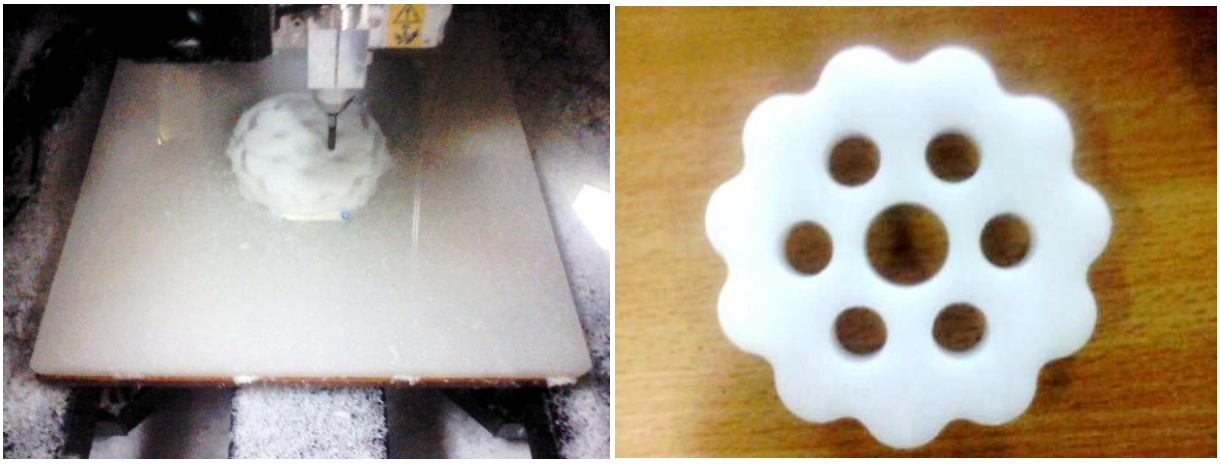
тестирање функционалности његових кинематских карактеристика, [91]. Новопројектовани циклоредуктор је приказан на слици 5-3.



Слика 5-3 3D модел и приказ склопа новопројектованог циклоредуктора

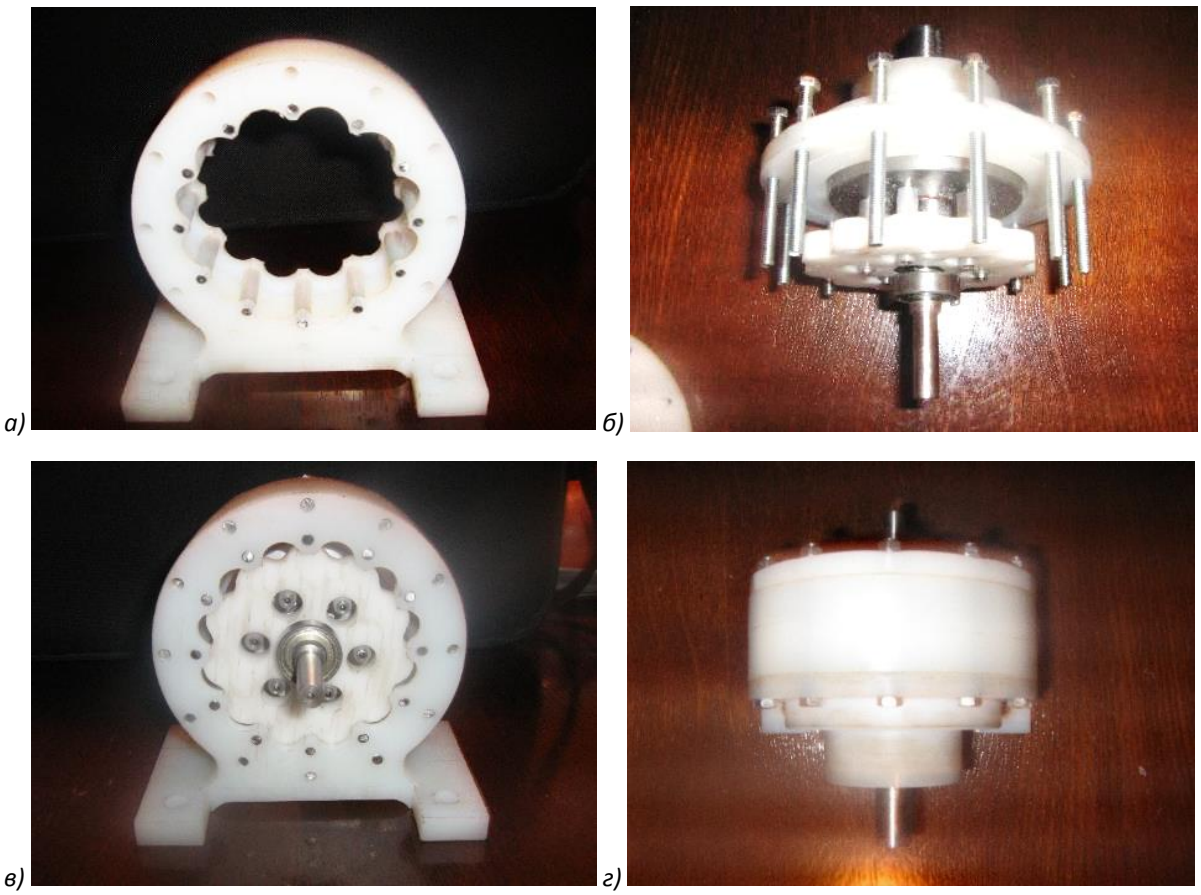
Са склопног цртежа се може приметити да новопројектовани циклоредуктор има само један циклозупчаник. Други циклозупчаник је намерно изостављен како би се резултати мерења улазног и излазног обртног момента користили у динамичкој анализи. Изостављање уравнотежавајућег циклозупчаника према претходно приказаним математичким моделима за прорачун степена искоришћења нема утицај на добијене резултате.

Циклозупчаник је израђен на глодалици *Roland Modella MDX-40a*, слика 5-4.



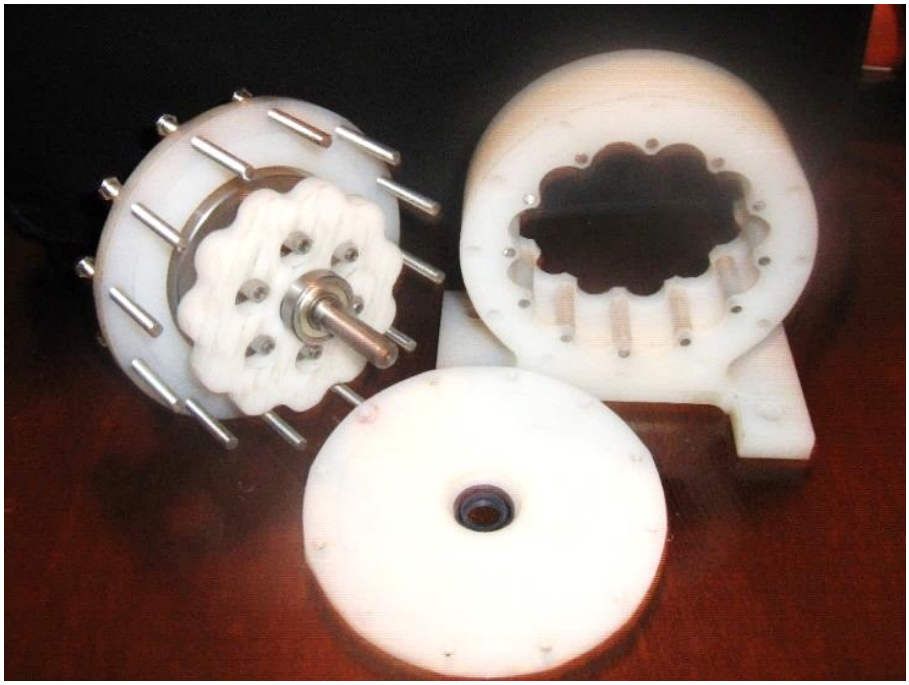
Слика 5-4 Процес израде циклозупчаника

Процес монтаже циклоредуктора приказан је на слици 5-5.



Слика 5-5 Процес монтаже циклоредуктора: а) монтажа осовиница и ваљака централног зупчаника; б) повезивање циклозупчаника и излазних ваљака; в) повезивање циклозупчаника и централног зупчаника; г) склопљени циклоредуктор

Након монтаже извршена је провера функционалности и демонтажа како би се установило да ли је неки од елемената оштећен приликом монтаже. Расклопљени циклоредуктор је приказан на слици 5-6.



Слика 5-6 Расклопљени циклоредуктор

5.6 Експериментално одређивање степена искоришћења циклоредуктора

Експериментална верификација резултата прорачуна степена искоришћења по моделу Кудријавцева (представљеним у поглављима 5.3 и 5.4) изведена је на испитном столу G.U.N.T. AT 200, слика 5-7 . Испитни сто ради по принципу отвореног кола снаге.

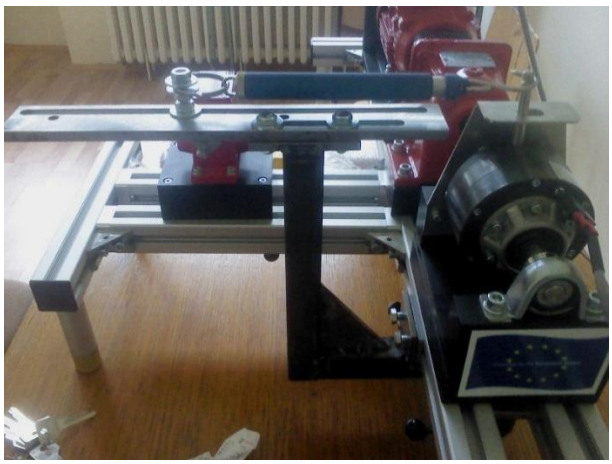
Слика 5-7 Испитни сто G.U.N.T AT 200: 1) опруга са динамометром за мерење улазног обртног момента; 2) електромотор; 3) пужни редуктор; 4) фреквентни регулатор напона за подешавање броја обртаја и јачине струје кочнице; 5) коаксијални редуктор; 6) електромагнетна кочница; 7) полуга кочнице; 8) спојница

Испитни сто је намењен испитивању коаксијалних и пужних редуктора. Ово испитивање је реализовано тако што је уместо коаксијалног редуктора на испитни сто постављен пројектовани једностепени циклоредуктор. Подешавање улазног броја обртаја је могуће у опсегу од 0 до 3000 min^{-1}. Када је у питању снага, могуће је испитивати редукторе стандардних снага од 0,12; 0,18; 0,25 и 0,34 *kW*.

Опис принципа рада испитног стола:

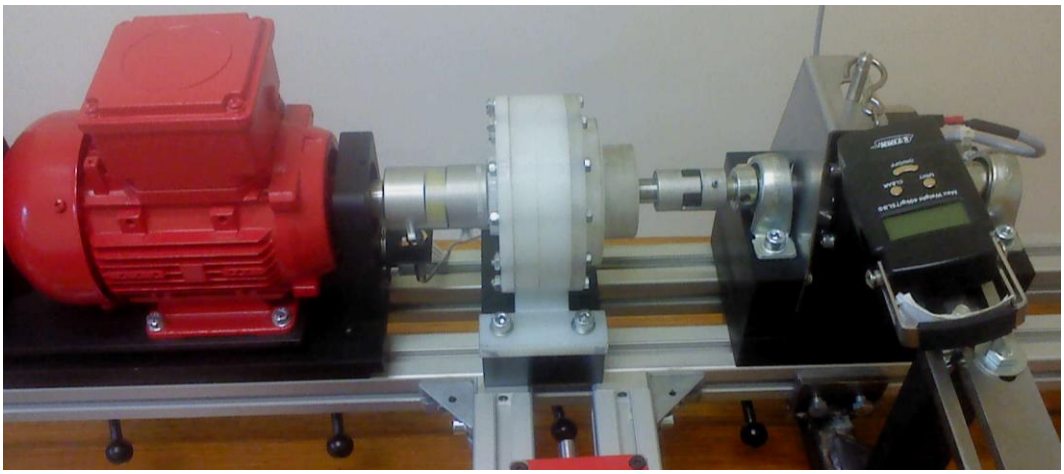
- постоље електромотора (2) је зглобно ослоњено и опругом са динамометром (1) му је ограничено обртање у смеру обртања мотора;
- електромотор (2) је спојницом (8) на којој се налази енкодер за очитавање броја обртаја, повезан са испитиваним редуктором;
- модул са електромагнетном кочницом (6) и полугом кочнице (7) се поставља на излазно вратило редуктора;
- улазни обртни момент се мери на опрузи са динамометром (1), а излазни на полузи кочнице (7);
- са фреквентног регулатора (4) се очитава број обртаја, и на основу њега, улазног и излазног обртног момента се израчунава вредност улазне и излазне снаге, а затим и вредност степена искоришћења;
- јачина струје кочнице се повећава док полуга којом је везана опруга са динамометром не достигне хоризонтални положај.

Због поузданости резултата мерења, експеримент је изведен на два начина: аналогним начином мерења силе и мерењем силе помоћу давача. Оба начина мерења силе су извршена према истим режимима рада. На слици 5-8 је приказан носач динамометра пројектован наменски баш за овај експеримент. Изведен је тако да се лако монтира на испитни сто и да има задовољавајућу крутост за мерење силе полуге на електромагнетној кочници.



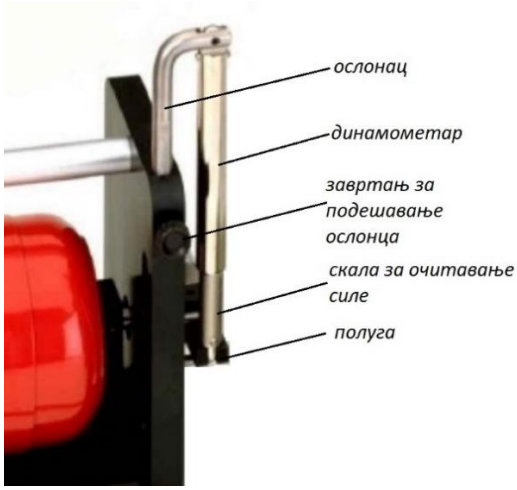
Слика 5-8 Носач аналогног динамометра

Како је динамометар приказан на слици 5-8, веома захтеван за процес мерења (при свакој промени улазних параметара мора се мењати положај ослонца динамометра), на апаратуру је монтиран дигитални динамометар без система за аквизицију података, слика 5-9. Предност овог дигиталног динамометра је мали ход извлачења па се за сва мерења не мора мењати положај динамометра на носачу. Још једна његова велика предност је и очитавање бројне вредности силе на екрану динамометра.



Слика 5-9 Уграђени дигитални динамометар за мерење излазне силе на полузи кочнице

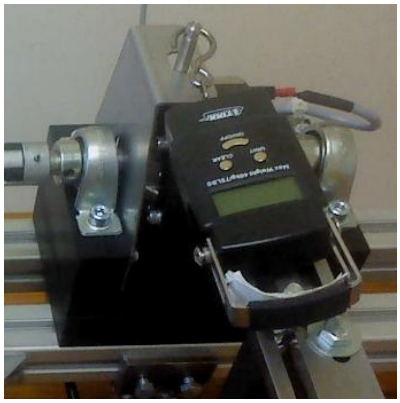
Мерење улазне силе је изведено динамометром који је фабрички уграђен на испитни сто. Код коришћења овог динамометра постоје две отежавајуће околности при мерењу: прва се односи на подешавање динамометра при свакој промени режима експеримента, док се друга односи на очитавање. Наиме, сваки пут када се промени улазни обртни момент и сила кочења, као што је претходно наведено, полуга за коју је везан динамометар се мора довести у хоризонтални положај. Тек тада је могуће очитавање улазне силе, тј. улазног обртног момента. Ове отежавајуће околности значајно продужавају време трајања експерименталних испитивања, а прецизност измерених резултата битно зависи од људског фактора. Аналогни динамометар за мерење и очитавање улазне силе приказан је на слици 5-10.



Слика 5-10 Аналогни динамометар за мерење улазне силе

Одређивање степена искоришћења аналогним начином мерења се врши у пет корака:

1. На полугу кочнице се поставља дигитални динамометар. Да би мерење било успешно, овај динамометар мора увек да буде затегнут и полуга кочнице не сме да додирује носач кочнице, тј. требало би да се налази на средини отвора за мерење. Почетни положај зависи од хода динамометра. У овом случају се поставља тако да пре мерења полуга додирује носач кочнице, слика 5-11.



Слика 5-11 Уградња и подешавање дигиталног динамометра

2. У другом кораку се задаје улазни број обртаја електромотора и јачина струје кочнице. Улазни број обртаја електромотора се задаје према плану режима рада за мерење, док се јачина струје кочнице повећава док динамометар не буде затегнут. Фреквентни регулатор је приказан на слици 5-12.

Слика 5-12 Подешавање фреквентног регулатора

3. Трећи корак представља очитавање улазне силе и одређивање улазног обртног момента и улазне снаге. Очитавање улазне силе је илустровано на слици 5-10. Када се очита улазна сила приступа се одређивању улазног обртног момента и улазне снаге. Најпре се на основу задатог број обртаја на фреквентном регулатору израчунава угаона брзина:

$$\omega_{ul} = \frac{n_{ul} \cdot \pi}{30} \tag{5.33}$$

где су:

ω_{ul} – улазна угаона брзина и

n_{ul} – улазни број обртаја, (фреквентни регулатор).

Потом се одређује улазни обртни момент:

$$T_{ul} = F_1 \cdot l_1 \tag{5.34}$$

где су:

T_{ul} – улазни обртни момент,

F_1 – сила очитана на улазном динамометру (слика 5-10) и

l_1 – дужина полуге код улазног динамометра (за овај случај износи 50 *mm*).

На крају овог корака се одређује улазна снага P_{ul}:

$$P_{ul} = T_{ul} \cdot \omega_{ul} \tag{5.35}$$

4. Четврти корак се односи на одређивање излазног обртног момента и излазне снаге. На основу преносног односа редуктора прво се одређује излазна угаона брзина:

$$\omega_{iz} = \frac{\omega_{ul}}{i} \tag{5.36}$$

где су:

ω_{iz} – излазна угаона брзина и

i – преносни однос циклоредуктора.

Након излазне угаоне брзине одређује се излазни обртни момент:

$$T_{iz} = F_2 \cdot l_2 \tag{5.37}$$

где су:

T_{iz} – излазни обртни момент,

F_2 – сила очитана на излазном динамометру (слика 5-11) и

l_2 – дужина полуге кочнице (за овај случај износи 100 *mm*).

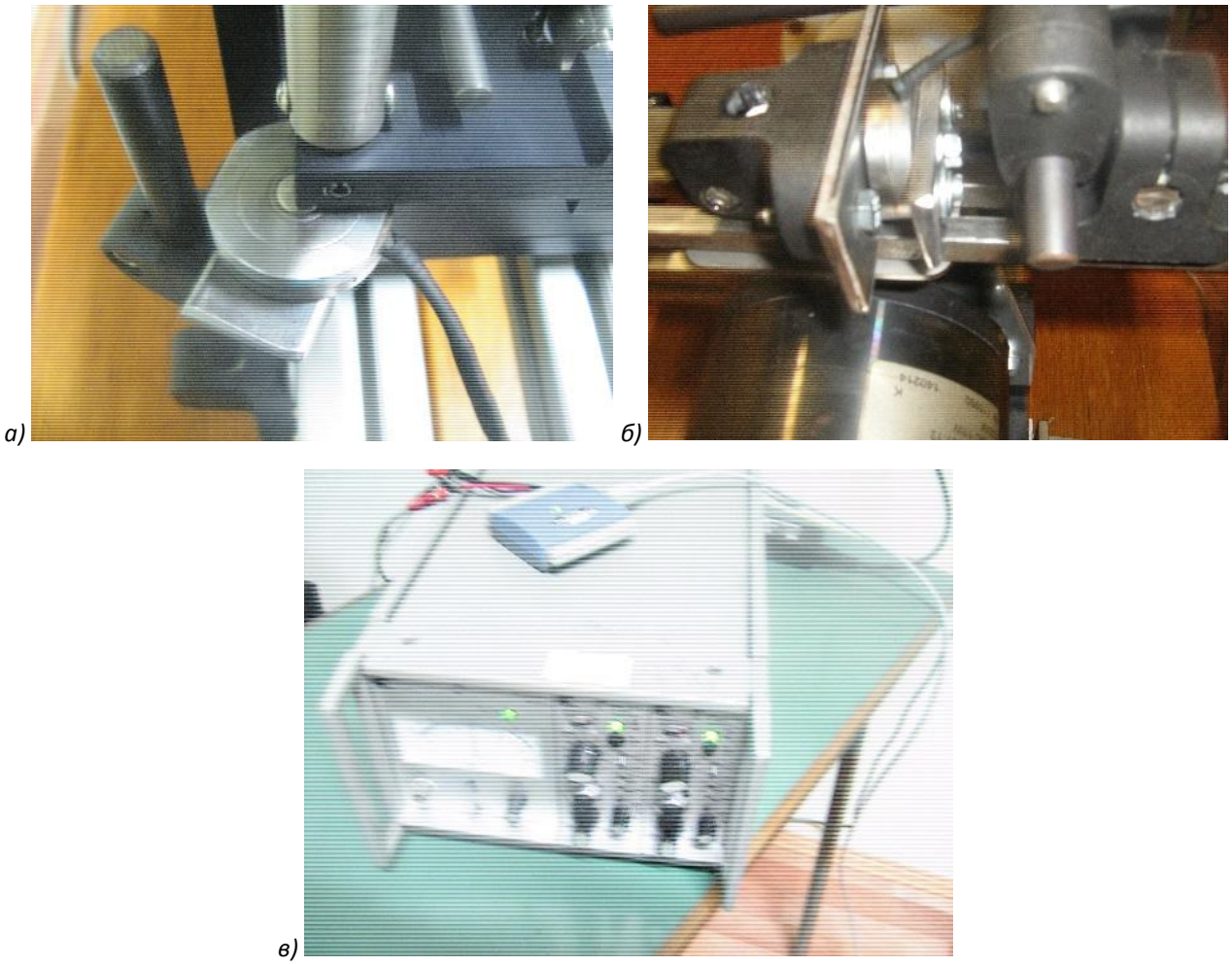
На крају овог корака се одређује излазна снага P_{iz}, помоћу следећег израза:

$$P_{iz} = T_{iz} \cdot \omega_{iz} \tag{5.38}$$

5. У петом кораку се одређује вредност степена искоришћења на основу улазне и излазне снаге:

$$\eta = \frac{P_{iz}}{P_{ul}} \tag{5.39}$$

Одређивање степена искоришћења коришћењем давача силе се врши слично као и са аналогним мерилима. Разлике у овом приступу су у томе што се на испитни сто додају: носачи сензора за мерење улазне и излазне силе, сензори који бележе величину силе у реалном времену и систем за аквизицију података. Додати елементи су приказани на слици 5-13.



Слика 5-13 Одређивање степена искоришћења коришћењем давача силе: а) давач улазне силе са носачем; б) давач излазне силе са носачем; в) систем за аквизицију података

У односу на аналогно мерење овде су због просторних ограничења при постављању давача силе оба крака l_1 и l_2 морала бити повећана за по 6 mm. Да би се постигла могућност подешавања позиције давача, искоришћени су модуларни подесиви носачи. Систем за аквизицију података се састоји од појачавача сигнала и јединице за аквизицију. Овај систем при мерењу директно шаље сигнал у рачунар, где се бележи вредност силе при експерименту у реалном времену. Како су давачи подешени на 10000 мерења у секунди, забележене вредности улазне силе при експерименту су даље искоришћене за креирање улазне функције обртног момента при динамичкој анализи циклоредуктора у датој поглављу 6.

Експерименти су изведени у условима рада без подмазивања, као и без додатног хлађења. Овакав поступак је изабран због тога што материјал од којег су израђени саставни делови циклоредуктора има самоподмазујућа својства.

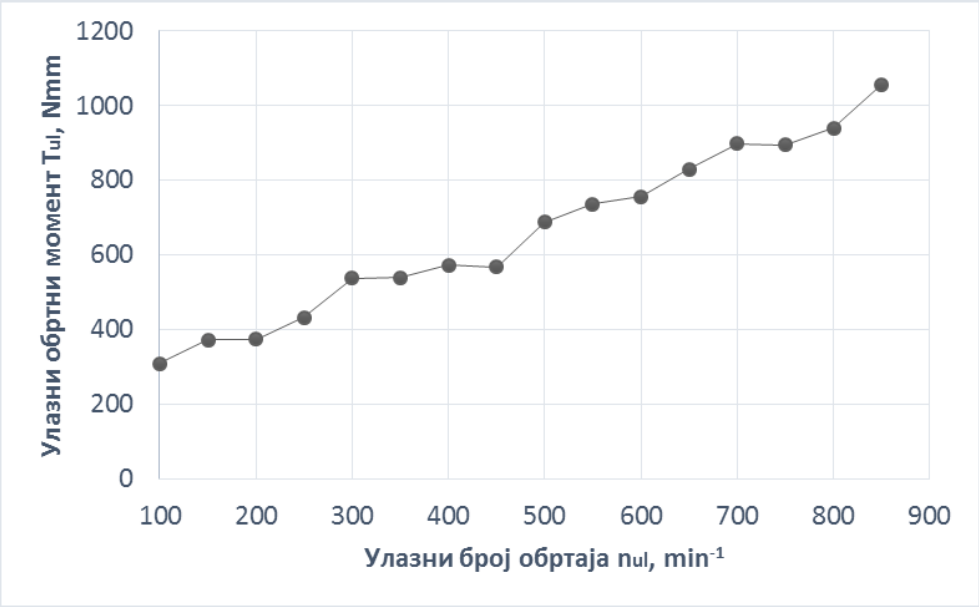
5.7 Дискусија рачунских и експерименталних резултата одређивања степена искоришћења циклоредуктора

Основни геометријски параметри испитиваног циклоредуктора, као и вредности одговарајућих коефицијената трења и осталих фактора дати су у табели 5-2.

Табела 5-2 Параметри за одређивање рачунске вредности степена искоришћења

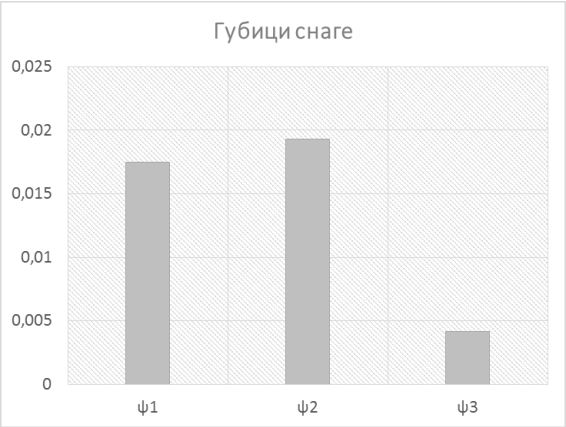
Назив	Ознака	Вредност	Јединица
Број зубаца циклозупчаника	z_1	11	-
Број ваљака централног зупчаника	z_2	12	-
Пречник осовинице ваљка централног зупчаника	d_0	4,5	*mm*
Пречник ваљка централног зупчаника	D_0	7,2	*mm*
Величина ексцентрицитета	e	2,5	*mm*
Фактор корекције профила циклозупчаника	ξ	0,35	-
Полупречник покретне кружнице	r_2	30	*mm*
Полупречник кружнице по коме су распоређени отвори на циклозупчанику	R_0	21,95	*mm*
Пречник осовинице излазног ваљка	d_{VK}	4,5	*mm*
Пречник излазног ваљка	D_{VK}	7,1	*mm*
Спољашњи пречник ексцентар чауре	d_{CZ}	15	*mm*
Пречник котрљајног тела лежаја	d_{kt}	2	*mm*
Коефицијент трења у ваљцима (контакт челик - ***POM***), [92]	$\mu_C=\mu'_{VK}$	0,21	-
Фактор K_3 (Слика 5-2а)	K_3	1,6	-
Фактор K_y (Слика 5-2б)	K_y	0,25	-

Вредности улазног обртног момента у функцији броја обртаја дате су на слици 5-14. Према плану експеримента обављено је по 16 мерења за оба режима у опсегу од 100 min^{-1} до 850 min^{-1} са поделом од 50 min^{-1}. Горња граница броја обртаја од 850 min^{-1} је утврђена експерименталним путем. При бројевима обртаја већим од 850 min^{-1} почеле су да се јављају значајне вибрације у раду циклоредуктора, као и повећана температура.



Слика 5-14 Услови рада циклоредуктора коришћени за мерење сила

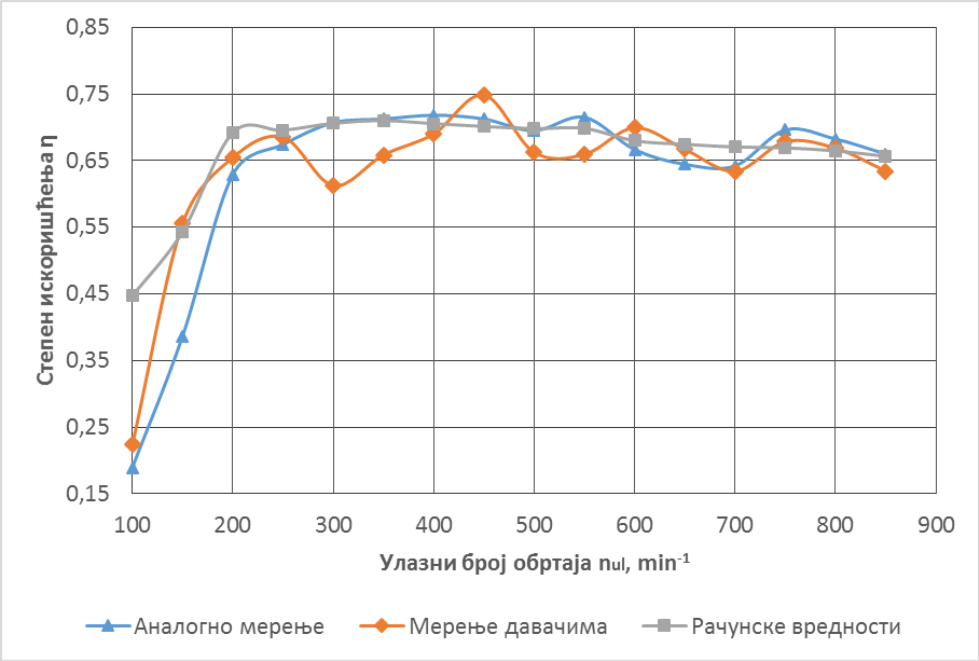
Рачунске вредности степена искоришћења циклоредуктора при одређеном броју обртаја и вредности улазног обртног момента су израчунате на основу модела Кудријавцева. Појединачне вредности губитака снаге ψ_1, ψ_2 и ψ_3 су приказане на слици 5-15 (за номинални степен искоришћења).



Слика 5-15 Губици снаге услед трења при одређивању номиналног степена искоришћења

Са слике 5-15 се види да се највећи губици снаге јављају при трењу клизања код излазних ваљака (ψ_2). Ово свакако из разлога што се на том месту преноси и највећи обртни момент. Мало мањи губици се јављају на ваљцима централног зупчаника (ψ_1). Најмањи губици снаге се јављају на месту лежаја ексцентра, што је и логично обзиром да се ради о чистом котрљању.

Да би се одредио тренутни степен искоришћења циклоредуктора за различите вредности улазног обртног момента и броја обртаја, било је неопходно да се одреди и коефицијент трења клизања за ове услове рада. Прорачун коефицијента трења клизања је обављен методом квадратног полинома, [64,65]. Резултати одређивања тренутног степена искоришћења, као и резултати експерименталних мерења су приказани на дијаграму на слици 5-16.



Слика 5-16 Резултати рачунског и експерименталног одређивања степена искоришћења

Код првог мерења добијене вредности у великој мери одступају од рачунске вредности степена искоришћења поготово када је у питању аналогно мерење. Већ код другог мерења одступања су знатно мања, док од трећег до последњег мерења одступања су у прихватљивим границама. У табели 5-3 су дате упоредне вредности рачунског степена искоришћења циклоредуктора, вредности степена искоришћења измерене аналогним путем као и вредности добијене помоћу давача за све испитиване режиме. Такође, дате су и израчунате вредности коефицијената трења клизања μ_C и μ_{VK}. Вредности коефицијената трења клизања за све случајеве су у препорученим границама, [92]. На основу дијаграма са слике 5-16 и табеле 5-3 види се да степен искоришћења циклоредуктора расте до броја обртаја од 300 min^{-1}. После тога степен искоришћења има устаљену вредност која се у великој мери поклапа са рачунском вредношћу тренутног степена искоришћења.

Табела 5-3 Резултати испитивања степена искоришћења

Ред. бр. мерења	T_{ul} *Nmm*	n_{ul} min^{-1}	$\mu_C=\mu_{VK}$	η рачунско	η аналогно	η давачи силе	Δ, % аналогно	Δ, % давачи силе
1.	308,55	100	0,323	0,447	0,189	0,224	57,67	49,93
2.	372,46	150	0,222	0,543	0,386	0,555	28,87	2,20
3.	374,37	200	0,114	0,692	0,629	0,654	9,09	5,42
4.	431,54	250	0,112	0,696	0,674	0,685	3,06	1,47
5.	537,86	300	0,106	0,706	0,707	0,612	0,11	13,25
6.	539,88	350	0,104	0,710	0,712	0,659	0,35	7,25
7.	572,77	400	0,107	0,706	0,718	0,690	1,78	2,19
8.	567,83	450	0,109	0,701	0,713	0,748	1,59	6,70
9.	687,34	500	0,111	0,698	0,695	0,662	0,44	5,11
10.	735,91	550	0,111	0,698	0,715	0,659	2,39	5,63
11.	756,46	600	0,122	0,680	0,667	0,699	1,96	2,86
12.	829,21	650	0,125	0,675	0,645	0,667	4,45	1,13
13.	898,26	700	0,127	0,670	0,642	0,634	4,23	5,44
14.	894,51	750	0,128	0,669	0,696	0,678	4,00	1,38
15.	940,37	800	0,131	0,665	0,683	0,669	2,68	0,61
16.	1057,14	850	0,136	0,657	0,660	0,634	0,50	3,38

Извођењем описаног експеримента доказано је да је рачунско одређивање степена искоришћења по моделу Кудријавцева веома поуздана метода и зато ће и бити коришћења у даљем раду.

6. Динамичка анализа циклоидних преносника снаге

Проучавање динамичког понашања преносника снаге пре свега подразумева проучавање промена сила, брзина и убрзања која се јављају у раду преносника. То је веома захтеван задатак који поред великог знања из ове области захтева и додатно увођење великог броја нових претпоставки.

Циклоидни преносник снаге важи за веома комплексан механички преносник, те се зато при проучавању његовог динамичког понашања морају узети у обзир све карактеристике које имају утицај на величину и ниво промене динамичких сила. На динамичке силе у највећој мери утичу следећи фактори:

- евентуалне грешке које се јављају при изради профила зупца циклозупчаника,
- грешке при изради и монтажи других елемената циклоидног преносника (ексцентар чауре, осовиница и ваљака централног зупчаника, излазних осовиница и ваљака и др.),
- неравномерна расподела улазног обртног момента на циклозупчанике,
- неравномерна расподела оптерећења на ваљке централног зупчаника,
- неравномерна расподела оптерећења на излазне ваљке,
- еластичне деформације централног зупчаника, излазних ваљака, кућишта и др., [50].

Један од највећих недостатака циклоидног озубљења је велика осетљивост на грешке у процесу израде. Циклозупчаници су посебно осетљиви на грешке када је у питању осно растојање. Ове грешке врло лако доводе до велике неравномерности расподеле оптерећења на поједине елементе циклоидног преносника снаге.

У овом поглављу ће бити описани постојећи динамички модели циклоидних преносника снаге на основу којих ће бити изведени побољшани модели који ће се касније користити у самом пројектовању циклоидних преносника.

6.1 Формирање динамичког модела циклоидних преносника снаге

За формирање динамичких модела машинских система неопходно је увести велики број претпоставки и апроксимација, па из тог разлога ни један од модела се не може сматрати апсолутно тачним. Сви постојећи модели циклоидних преносника снаге представљају веома упрошћену апроксимацију њиховог динамичког понашања. Дефинисање динамичких модела циклоидних преносника снаге је у литератури забележено на два начина:

- Формирањем система једначина кретања помоћу Лагранжових (*Lagrange*) једначина друге врсте, [50], или
- Формирањем система једначина кретања помоћу методе Рунге-Кута (*Runge-Kutta*), [93].

Оба принципа дају сличне резултате, с тим да се коришћењем Лагранжових једначина друге врсте добија резултат који даје реалнију слику о динамичком понашању преносника, јер се у обзир

узима већи број параметара. *Ова* метода се користи као основа и при решавању динамичких проблема у *CAD* софтверима. Због мање утицајних фактора у динамичким моделима, Рунге-Кута метода је далеко бржа од Лагранжових једначина друге врсте и лакша је за имплементацију у *CAD* окружење. Због реалније слике, за решавање унапређених динамичких модела биће коришћене Лагранжове једначина друге врсте.

Општи облик Лагранжових једначина друге врсте дат је изразом:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{\mathrm{k}}}{\partial \dot{q}_{\mathrm{i}}}\right)-\frac{\partial E_{\mathrm{k}}}{\partial q_{\mathrm{i}}}=-\frac{\partial E_{\mathrm{p}}}{\partial q_{\mathrm{i}}}-\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_{\mathrm{i}}}+Q_{\mathrm{i}}^{\mathrm{N}} \tag{6.1}$$

где су:

E_{k} – кинетичка енергија,

E_{p} – потенцијална енергија,

Ф – функција дисипације,

q_{i} – генералисане координате и

$Q_{\mathrm{i}}^{\mathrm{N}}$ – конзервативне силе.

У матричном облику, систем диференцијалних једначина кретања се може записати као:

$$\mathbf{M}\{\ddot{q}\}+\mathbf{B}\{\dot{q}\}+\mathbf{C}\{q\}=\{Q\} \tag{6.2}$$

где су:

M – матрица маса,

B – матрица пригушења,

C – матрица крутости,

$\{Q\}$ – вектор генералисаних сила,

$\{\ddot{q}\}$ – вектор генералисаних убрзања,

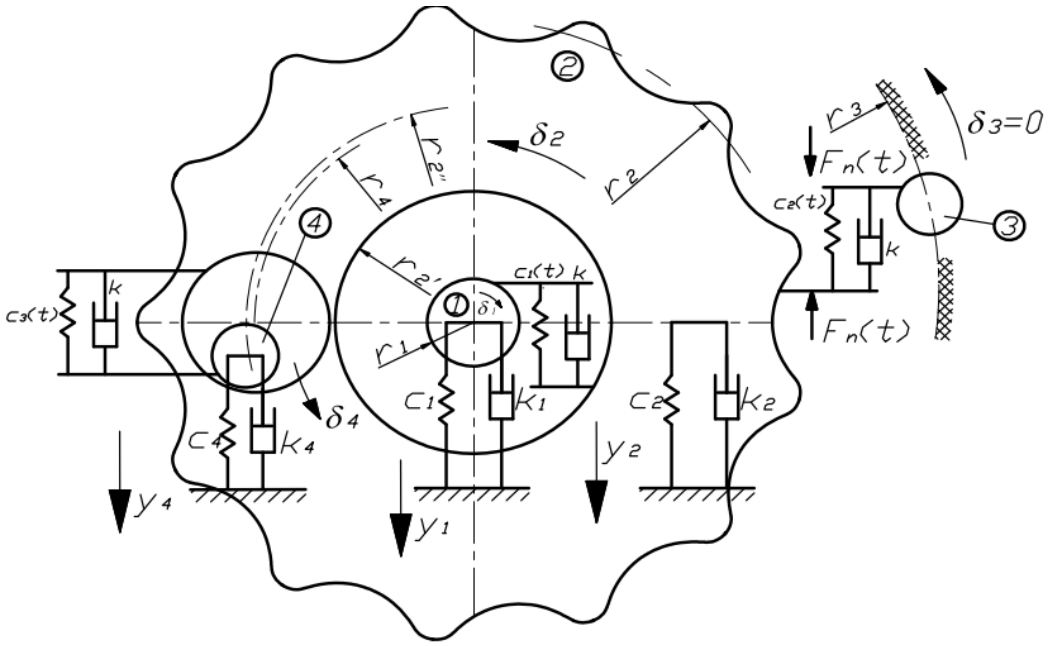
$\{\dot{q}\}$ – вектор генералисаних брзина и

$\{q\}$ – вектор генералисаних померања.

За решавање овако формираних, веома сложених динамичких модела биће коришћен софтверски пакет *MATLAB*.

6.2 Динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције

Динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције је формиран за случај када је централни зупчаник непокретан, [50]. Динамички модел овог циклоидног преносника је представљен на слици 6-1.



Слика 6-1 Динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције, [50]

Геометријске величине на слици 6-1 су:

r_1 – спољашњи полупречник ексцентар чауре,

r_2 – полупречник подеоног круга циклозупчаника,

r_2' – полупречник централног отвора на циклозупчанику,

r_2'' – полупречник круга циклозупчаника по коме су распоређени отвори за излазне ваљке,

r_3 – полупречник подеоног круга централног зупчаника и

r_4 – полупречник круга излазног механизма по коме су распоређени излазни ваљци.

Динамички модел приказан на слици 6-1 чине следећи елементи: улазно вратило са ексцентар чауром (m_1, J_1), циклозупчаник (m_2, J_2), непокретни централни зупчаник (m_3, J_3) и излазни механизам (m_4, J_4).

Ознаке са слике 6-1 су:

m_1 – маса улазног вратила са ексцентар чауром,

J_1 – момент инерције улазног вратила са ексцентар чауром,

m_2 – маса циклозупчаника,

J_2 – момент инерције циклозупчаника,

m_3 – маса централног зупчаника,

J_3 – момент инерције централног зупчаника,

m_4 – маса излазног механизма и

J_4 – момент инерције излазног механизма.

Остале ознаке приказане на слици 6-1 детаљно су објашњене у литератури, [50].

Елементи динамичког модела једностепеног циклоредуктора су ослоњени на следећи начин:

- улазно вратило са ексцентар чауром: еластичном везом крутости c_1 и пригушницом коефицијента пригушења k_1,
- циклозупчаник: еластичном везом крутости c_2 и пригушницом коефицијента пригушења k_2,
- централни зупчаник: еластичном везом крутости c_3 и пригушницом коефицијента пригушења k_3,
- излазни механизам: еластичном везом крутости c_4 и пригушницом коефицијента пригушења k_4.

Контакти између одговарајућих елемената циклоредуктора описани су на следећи начин:

- улазно вратило са ексцентар чауром-циклозупчаник: еластичном везом променљиве крутости c_1(t) и пригушницом коефицијента пригушења k,
- циклозупчаник-непокретни централни зупчаник: еластичном везом променљиве крутости c_2(t) и пригушницом коефицијента пригушења k,
- циклозупчаник-излазни механизам: еластичном везом променљиве крутости c_3(t) и пригушницом коефицијента пригушења k.

Побудна сила F_n(t) делује у контакту циклозупчаника и непокретног централног зупчаника. Укупно померање x у том контакту се према слици 6-1 може изразити као:

$$x = r_2\delta_2 - y_2 \tag{6.3}$$

Као што се може видети, померање x представља везу између ротације циклозупчаника δ_2 и његове транслације y_2.

Кинетичка енергија система је:

$$E_k = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\delta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\delta}_2^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\delta}_4^2 \tag{6.4}$$

Потенцијална енергија система је:

$$\begin{aligned} E_p = &\frac{1}{2}c_1y_1^2 + \frac{1}{2}c_2y_2^2 + \frac{1}{2}c_4y_4^2 + \frac{1}{2}c_1(t)\left[(y_2 - r_2'\delta_2) - (y_1 + r_1\delta_1)\right]^2 + \\ &+\frac{1}{2}c_2(t)\left[y_2 - r_2\delta_2\right]^2 + \frac{1}{2}c_3(t)\left[(y_4 - r_4\delta_4) - (y_2 + r_2''\delta_2)\right]^2 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Функција дисипације система је:

$$\begin{aligned} \Phi = &\frac{1}{2}k_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}k_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}k_4\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}k\left[(\dot{y}_2 - r_2'\dot{\delta}_2) - (\dot{y}_1 + r_1\dot{\delta}_1)\right]^2 + \\ &+\frac{1}{2}k\left[\dot{y}_2 - r_2\dot{\delta}_2\right]^2 + \frac{1}{2}k\left[(\dot{y}_4 - r_4\dot{\delta}_4) - (\dot{y}_2 + r_2''\dot{\delta}_2)\right]^2 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Виртуелни рад од конзервативних сила је:

$$\partial A = F_n(t)\, r_2 \partial\delta_2 \tag{6.7}$$

$$Q_{\delta 2} = F_{\mathrm{n}}(t) r_2 \tag{6.8}$$

Заменом добијених израза у једначину 6.1 добија се:

$$J_1\ddot{\delta}_1 + c_1(t)\left[\left(y_1 + r_1\delta_1\right) - \left(y_2 - r_2'\delta_2\right)\right]r_1 + k\left[\left(\dot{y}_1 + r_1\dot{\delta}_1\right) - \left(\dot{y}_2 - r_2'\dot{\delta}_2\right)\right]r_1 = 0 \tag{6.9}$$

$$m_1\ddot{y}_1 + c_1 y_1 + k_1\dot{y}_1 + c_1(t)\left[\left(y_1 + r_1\delta_1\right) - \left(y_2 - r_2'\delta_2\right)\right] + k\left[\left(\dot{y}_1 + r_1\dot{\delta}_1\right) - \left(\dot{y}_2 - r_2'\dot{\delta}_2\right)\right] = 0 \tag{6.10}$$

$$\begin{aligned} &J_2\ddot{\delta}_2 + c_1(t)\left[\left(y_1 + r_1\delta_1\right) - \left(y_2 - r_2'\delta_2\right)\right]r_2' + c_2(t)\left[r_2\delta_2 - y_2\right]r_2 + \\ &+c_3(t)\left[\left(y_2 + r_2''\delta_2\right) - \left(y_4 + r_4\delta_4\right)\right]r_2'' + k\left[\left(\dot{y}_1 + r_1\dot{\delta}_1\right) - \left(\dot{y}_2 - r_2'\dot{\delta}_2\right)\right]r_2' + \\ &+k\left[r_2\dot{\delta}_2 - \dot{y}_2\right]r_2 + k\left[\left(\dot{y}_2 + r_2''\dot{\delta}_2\right) - \left(\dot{y}_4 + r_4\dot{\delta}_4\right)\right]r_2'' = F_{\mathrm{n}}(t) r_2 \end{aligned} \tag{6.11}$$

$$\begin{aligned} &m_2\ddot{y}_2 + c_1(t)\left[\left(y_1 + r_1\delta_1\right) - \left(y_2 - r_2'\delta_2\right)\right] + c_2 y_2 + c_2(t)\left[r_2\delta_2 - y_2\right] + \\ &+c_3(t)\left[\left(y_2 + r_2''\delta_2\right) - \left(y_4 + r_4\delta_4\right)\right] + k\left[\left(\dot{y}_1 + r_1\dot{\delta}_1\right) - \left(\dot{y}_2 - r_2'\dot{\delta}_2\right)\right] + k_2\dot{y}_2 + \\ &+k\left[r_2\dot{\delta}_2 - \dot{y}_2\right] + k\left[\left(\dot{y}_2 + r_2''\dot{\delta}_2\right) - \left(\dot{y}_4 - r_4\dot{\delta}_4\right)\right] = 0 \end{aligned} \tag{6.12}$$

$$J_4\ddot{\delta}_4 - c_3(t)\left[\left(y_2 + r_2''\delta_2\right) - \left(y_4 + r_4\delta_4\right)\right]r_4 - k\left[\left(\dot{y}_2 + r_2''\dot{\delta}_2\right) - \left(\dot{y}_4 + r_4\dot{\delta}_4\right)\right]r_4 = 0 \tag{6.13}$$

$$m_4\ddot{y}_4 + c_4 y_4 + k_4\dot{y}_4 - c_3(t)\left[\left(y_2 + r_2''\delta_2\right) - \left(y_4 + r_4\delta_4\right)\right] - k\left[\left(\dot{y}_2 + r_2''\dot{\delta}_2\right) - \left(\dot{y}_4 + r_4\dot{\delta}_4\right)\right] = 0 \tag{6.14}$$

Добијени систем једначина је параметарски систем спрегнутих Лагранжових једначина другог реда. Овакав облик је погодан за коришћење при динамичком испитивању било које величине циклоредуктора описане концепције.

Код описаног динамичког модела циклоредуктора усвојено је да су крутости у одговарајућим спрегама и побудна сила временски променљиве функције. Да би динамичка анализа овог модела била могућа, потребно је усвојити да су крутости у контактима константне. У овом случају за величине крутости се усвајају просечне вредности, [50]. Побудна сила остаје временски промељива функција.

$$\begin{aligned} c_1(t) &= c_{01} = \mathrm{const} \\ c_2(t) &= c_{02} = \mathrm{const} \\ c_3(t) &= c_{03} = \mathrm{const} \end{aligned} \tag{6.15}$$

Када се усвојене крутости замене у једначинама (6.9) – (6.14), добија се систем Лагранжових једначина другог реда, које су линеарне и спрегнуте. У овом случају су сви коефицијенти константе.

Решавање описаног система једначина представља изузетно тежак задатак, који је готово немогуће решити без употребе рачунара и модерних софтверских алата. За решавање овог система једначина одабран је софтверски пакет *MATLAB* и његово окружење *Simulink*. Да би се приступило

решавању описаног динамичког система помоћу софтверског пакета *MATLAB*, неопходно је да се једначине (6.9) – (6.14) запишу у следећем облику:

$$\ddot{\delta}_1 = -\frac{c_{01}\cdot r_1}{J_1}y_1 - \frac{c_{01}\cdot r_1^2}{J_1}\delta_1 + \frac{c_{01}\cdot r_1}{J_1}y_2 - \frac{c_{01}\cdot r_1\cdot r_2'}{J_1}\delta_2 - \\ -\frac{k\cdot r_1}{J_1}\dot{y}_1 - \frac{k\cdot r_1^2}{J_1}\dot{\delta}_1 + \frac{k\cdot r_1}{J_1}\dot{y}_2 - \frac{k\cdot r_1\cdot r_2'}{J_1}\dot{\delta}_2 \tag{6.16}$$

$$\ddot{y}_1 = -\frac{c_1 + c_{01}}{m_1}y_1 - \frac{k_1 + k}{m_1}\dot{y}_1 - \frac{c_{01}\cdot r_1}{m_1}\cdot\delta_1 + \frac{c_{01}}{m_1}y_2 - \\ -\frac{c_{01}\cdot r_2'}{m_1}\cdot\delta_2 - \frac{k\cdot r_1}{m_1}\dot{\delta}_1 + \frac{k}{m_1}\dot{y}_2 - \frac{k\cdot r_2'}{m_1}\cdot\dot{\delta}_2 \tag{6.17}$$

$$\ddot{\delta}_2 = \frac{r_2}{J_2}F_n(t) - \frac{c_{01}\cdot r_2'}{J_2}\cdot y_1 - \frac{c_{01}\cdot r_2'\cdot r_1}{J_2}\cdot\delta_1 + \frac{c_{01}\cdot r_2' + c_{02}\cdot r_2 - c_{03}\cdot r_2''}{J_2}\cdot y_2 - \\ -\frac{c_{01}\cdot r_2'^2 + c_{02}\cdot r_2^2 + c_{03}\cdot r_2''^2}{J_2}\cdot\delta_2 + \frac{c_{03}\cdot r_2''}{J_2}\cdot y_4 + \frac{c_{03}\cdot r_2''\cdot r_4}{J_2}\cdot\delta_4 - \frac{k\cdot r_2'}{J_2}\cdot\dot{y}_1 - \frac{k\cdot r_2'\cdot r_1}{J_2}\cdot\dot{\delta}_1 + \\ +k\cdot\frac{r_2' + r_2 - r_2''}{J_2}\cdot\dot{y}_2 - k\cdot\frac{r_2'^2 + r_2^2 + r_2''^2}{J_2}\cdot\dot{\delta}_2 + \frac{k\cdot r_2''}{J_2}\cdot\dot{y}_4 + \frac{k\cdot r_2''\cdot r_4}{J_2}\cdot\dot{\delta}_4 \tag{6.18}$$

$$\ddot{y}_2 = -\frac{c_{01}}{m_2}\cdot y_1 - \frac{c_{01}\cdot r_1}{m_2}\cdot\delta_1 - \frac{c_2 - c_{01} - c_{02} + c_{03}}{m_2}\cdot y_2 - \frac{c_{01}\cdot r_2' + c_{02}\cdot r_2 + c_{03}\cdot r_2''}{m_2}\cdot\delta_2 + \frac{c_{03}}{m_2}\cdot y_4 + \\ +\frac{c_{03}\cdot r_4}{m_2}\cdot\delta_4 - \frac{k}{m_2}\cdot\dot{y}_1 - \frac{k\cdot r_1}{m_2}\cdot\dot{\delta}_1 - \frac{k_2 - k}{m_2}\cdot\dot{y}_2 - k\cdot\frac{r_2' + r_2 + r_2''}{m_2}\cdot\dot{\delta}_2 + \frac{k}{m_2}\cdot\dot{y}_4 - \frac{k\cdot r_4}{m_2}\cdot\dot{\delta}_4 \tag{6.19}$$

$$\ddot{\delta}_4 = \frac{c_{03}\cdot r_4}{J_4}\cdot y_2 + \frac{c_{03}\cdot r_4\cdot r_2''}{J_4}\cdot\delta_2 - \frac{c_{03}\cdot r_4}{J_4}\cdot y_4 - \frac{c_{03}\cdot r_4^2}{J_4}\cdot\delta_4 + \\ +\frac{k\cdot r_4}{J_4}\cdot\dot{y}_2 + \frac{k\cdot r_4\cdot r_2''}{J_4}\cdot\dot{\delta}_2 - \frac{k\cdot r_4}{J_4}\cdot\dot{y}_4 - \frac{k\cdot r_4^2}{J_4}\cdot\dot{\delta}_4 \tag{6.20}$$

$$\ddot{y}_4 = -\frac{c_4 + c_{03}}{m_4}\cdot y_4 - \frac{k_4 + k}{m_4}\cdot\dot{y}_4 + \frac{c_{03}}{m_4}\cdot y_2 + \frac{c_{03}\cdot r_2''}{m_4}\cdot\delta_2 - \\ -\frac{c_{03}\cdot r_4}{m_4}\cdot\delta_4 + \frac{k}{m_4}\cdot\dot{y}_2 + \frac{k\cdot r_2''}{m_4}\cdot\dot{\delta}_2 - \frac{k\cdot r_4}{m_4}\cdot\dot{\delta}_4 \tag{6.21}$$

Комплетно извођење једначина динамичког система је преузето из литературе, [50]. Овај динамички модел, поред тога што представља динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције, представља уједно и модел првог степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције, [50].

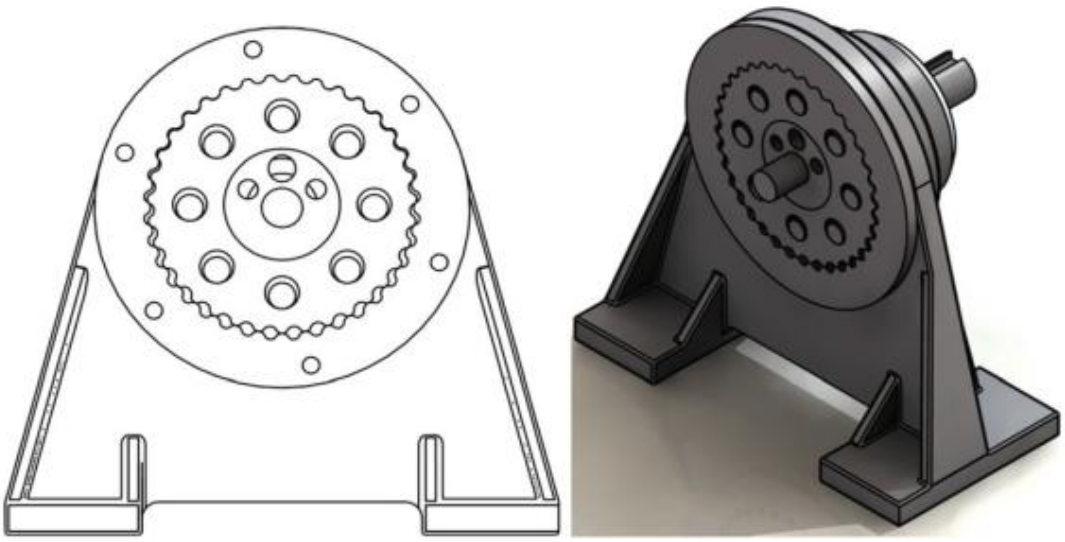
Представљени динамички модел једностепеног циклоредуктора је врло детаљан. Наиме, контакти при међусобној интеракцији елемената циклоредуктора су врло прецизно дефинисани. Масе и моменти инерције маса нису апроксимирани, већ су преузете тачне вредности из *CAD* модела. Побуда система је пулсирајући обртни момент на улазном вратилу. У обзир су узети сви параметри

раванског кретања елемената циклоредуктора. Представљени модел циклоредуктора има 6 степени слободе кретања, што доста верно описује стање у реалним условима рада.

Поред претходно описаних предности, представљени динамички модел има и одређене недостатке. Највећи недостатак овог модела је тај што у модел није уврштен други (уравнотежавајући) циклозупчаник. Такође, крутости елемената су преузете из литературе, а не на основу карактеристика материјала од којих су поједини елементи направљени.

6.3 Динамички модел *Non-pin wheel* једностепеног циклоредуктора

Као што је претходно наведено, циклоредуктор *non-pin wheel* концепције се разликује од класичних циклоредуктора по томе што уместо централног зупчаника са ваљцима има централни зупчаник са унутрашњим циклоидним озубљењем. Оваква концепција циклоредуктора је отпорнија на ударна оптерећења, а и знатно су мања одступања преносног односа. Циклоредуктор *non-pin wheel* концепције је приказан на слици 6-2.



Слика 6-2 Non-pin wheel концепција циклоредуктора, [60]

Hsieh је изводио упоредну анализу динамичког понашања класичне и *non-pin wheel* концепције циклоидног преносника, [59, 60]. За дефинисање динамичког модела Шиеј је користио методу *Transfer Method of Multi-body System*, [94]. Једначине кретања система према овој методи се могу записати на следећи начин:

$$\kappa \mathbf{s}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{F}(t)-\mathbf{M}\ddot{\mathbf{s}}\right)=0 \tag{6.22}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{s}}+\Omega_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\lambda=\mathbf{F}(t) \tag{6.23}$$

где су:

κ - број степени слободе система,

$\Omega_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}$ - Јакобијанова матрица,

λ - матрица Лагранжових множилаца,

$\mathbf{s}$ - матрица генералисаних координата,

$\mathbf{M}$ - матрица маса и

$\mathbf{F}(t)$ - матрица генералисаних сила.

Матрице генералисаних координата, маса и генералисаних сила могу бити записане у следећем облику:

$$\mathbf{s}=\begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix}, \mathbf{F}(t)=\begin{bmatrix} F_1(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{bmatrix}, \mathbf{M}=\begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \tag{6.24}$$

Ако сложени динамички систем има κ степени слободе кретања, онда се једначина кретања може записати у следећем облику:

$$\Omega(s,t)=0 \tag{6.25}$$

Коришћењем једначина (6.22) – (6.25) могу се записати једначине кретања за сваки степен слободе кретања појединачно:

$$\Omega_s\dot{\mathbf{s}}+\frac{\partial\Omega}{\partial t}=0 \tag{6.26}$$

$$\Omega_s\ddot{\mathbf{s}}+\frac{\partial(\Omega\dot{\mathbf{s}})}{\partial\mathbf{s}}\dot{\mathbf{s}}+2\frac{\partial\Omega_s}{\partial t}+\frac{\partial\Omega_t}{\partial t}=0 \tag{6.27}$$

где су:

$$\Omega_s=\frac{\partial\Omega}{\partial s}, \Omega_t=\frac{\partial\Omega_t}{\partial t} \tag{6.28}$$

Ова метода, *Transfer Method of Multi-body System*, доста подсећа на Лагранжове једначине друге врсте, како по начину дефинисања система, тако и по методама изражавања једначина кретања за све степене слободе појединачно.

Шиеј је представљени динамички модел решавао на два начина, [60]. Први начин решавања је био употребом симулација у софтверском пакету *SolidWorks*, док је други начин решавања била експериментална анализа. Тако је избегнуто решавање комплексних диференцијалних једначина у неком софтверу (*Mathematica, MATLAB,...*). Приликом извођења симулације путем *CAD* софтвера добро је што се врло прецизно (са *CAD* модела) одређују масе, моменти инерције и карактеристике материјала.

Велики недостатак овог приступа је тај што се на овај начин изоставља већи број параметара који битно утичу на рад циклоредуктора. Надомештање ових недостатака могуће је на следећи начин:

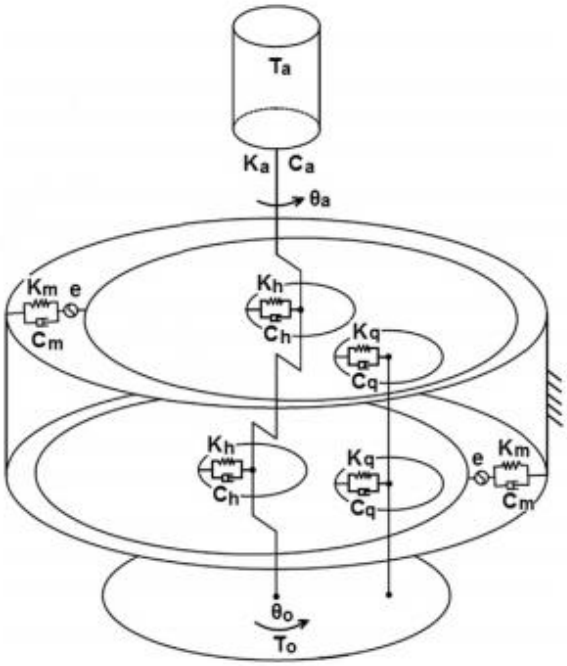
- дефинисањем детаљнијег динамичког модела,
- решавањем једначина кретања у неком од специјализованих софтвера (*Mathematica, MATLAB,...*) и
- уношењем свих значајних параметара у *CAD* симулацију.

На овај начин би се добили значајно прецизнији резултати који веродостојно описују динамичко понашање циклоидног преносника. Још једна од предности коришћења овог сета метода за

отклањање недостатака је тај што се детаљним динамичким моделом добија универзално решење проблема за задати тип циклоидног преносника.

6.4 Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора

Да би се динамичко понашање циклоредуктора што вернije описало, потребно је направити тродимензионални динамички модел, слика 6-3, [95].



Слика 6-3 Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора, [95]

Са слике 6-3 се може закључити да представљени динамички модел једностепеног циклоредуктора има 5 степени слободе кретања. Једначине кретања модела су дефинисане помоћу методе Рунге-Кута:

$$\begin{cases} I_a\ddot{\theta}_a + c_a\left(\dot{\theta}_a - \dot{\theta}_l\right) + k_a\left(\theta_a - \theta_l\right) = T_a \\ I_l\ddot{\theta}_l + 2c_h a^2\left(\dot{\theta}_l - \dot{\theta}_l'\right) + 2k_h a^2\left(\theta_l - \theta_l'\right) = c_a\left(\dot{\theta}_a - \dot{\theta}_l\right) + k_a\left(\theta_a - \theta_l\right) \\ I_{mi}\ddot{\theta}_{mi} + hc_q\left(\dot{\theta}_{mi} - \dot{\theta}_o\right)R_o^2 + hk_q\left(\theta_{mi} - \theta_o\right)R_o = \\ = \sum_{j=1}^{n} c_{mj}L_{mj}^2\left(\dot{\theta}_{li}'i_m - \dot{\theta}_{mi} - \frac{\dot{e}_j}{L_{mj}}\right) + \sum_{j=1}^{n} k_{mj}L_{mj}^2\left(\theta_{li}'i_m - \theta_{mi} - \frac{e_{2kj}}{L_{mj}}\right) \\ I_o\ddot{\theta}_o + T_o = hc_qR_o^2\left(\dot{\theta}_{m1} + \dot{\theta}_{m2} - 2\dot{\theta}_0\right) + hk_qR_o^2\left(\theta_{m1} + \theta_{m2} - 2\theta_0\right) \\ i = 1,2 \end{cases} \tag{6.29}$$

где су:

θ_a, θ_l, θ_m, θ_o - угаона померања,

c_a, c_q, c_h, c_m - крутости контаката,

k_a, k_q, k_h, k_m - коефицијенти пригушења контаката,

$\theta_l - \theta_l'$ - релативно померање циклозупчаника у односу на ексцентар,

T_o, T_a - улазни и излазни обртни моменти и

I_a, I_l, I_m, I_o - моменти инерције.

Значење осталих величина је дато у литератури, [95].

Овакав динамички модел има бројне предности, као што су:

- увођење уравнотежавајућег циклозупчаника,
- узимање у обзир грешке код преносног односа,
- боље сагледавање динамичког понашања,
- уведене су карактеристике материјала виталних елемената циклоредуктора,
- могућност одређивања силе у контакту између одговарајућих елемената.

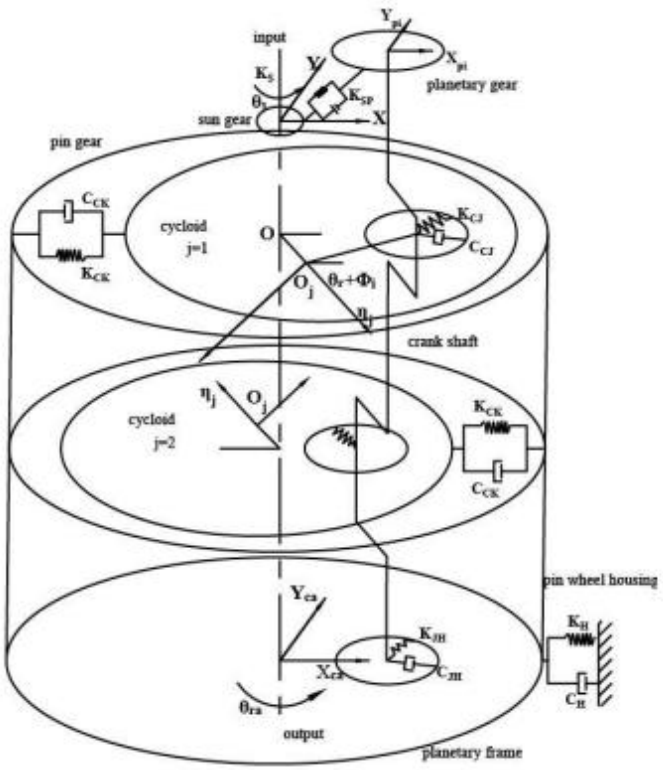
Међутим, наведени модел има и неке недостатке:

- моменти инерције елемената система су одређени апроксимативно,
- кретање циклозупчаника је сведено само на ротацију, иако он врши планетарно кретање,
- начин израчунавања појединих величина није најјасније објашњен (у истраживању је поменуто само да су коришћене методе Рунге-Кута).

Када би се код овог модела отклонили претходно поменути недостаци, добио би се изузетно добар динамички модел циклоидног преносника снаге. Главни недостатак модела је мањак једног степена слободе за планетарно кретање циклозупчаника, који може бити превазиђен увођењем додатног померања. Начин решавања модела би такође могао да буде промењен и прилагођен добијању што већег броја неопходних параметара за анализу (померања, брзине, убрзања и др.).

6.5 Тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора

Тродимензионални динамички модели су релативно нова појава у истраживању зупчастих преносника снаге. Стога, у области циклоидних преносника, је врло мало истраживања спроведено на ову тему. Тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора класичне концепције не постоји у литератури, а најприближнији овом моделу је динамички модел редуктора са слике 6-4. Он је направљен за специфични хибридни зупчасти преносник који за прва два степена преноса користи циклоредукторе, док је трећи степен преноса планетарни редуктор *A* концепције. У овом истраживању интересантно је понашање прва два степена преноса који чине циклоредуктори, [96].



Слика 6-4 Динамички модел хибридног тростепеног преносника, [95]

У поменутом истраживању коришћена је метода *Runge-Kutta*. Једначине кретања су дефинисане за сваки елемент преносника посебно:

- једначине кретања централног зупчаника:

$$\begin{cases} m_s\ddot{X}_s + F_{SX} + \sum_{i=1}^{2}\left(F_{SPi} + P_{SPi}\right)\sin\left(\theta_r + \phi_i - \alpha\right) = 0 \\ m_s\ddot{Y}_s + F_{SY} - \sum_{i=1}^{2}\left(F_{SPi} + P_{SPi}\right)\cos\left(\theta_r + \phi_i - \alpha\right) = 0 \\ J_s\ddot{\theta}_s + R_s\sum_{i=1}^{2}\left(F_{SPi} + P_{SPi}\right) - T_0 = 0 \end{cases} \tag{6.30}$$

- једначине кретања носача сателита:

$$\begin{cases} m_c\ddot{X}_c + \sum_{i=1}^{2}F_{JHX} - F_{HX} = 0 \\ m_c\ddot{Y}_c + \sum_{i=1}^{2}F_{JHY} - F_{HY} = 0 \\ J_r\ddot{\theta}_r + R_{sp}\sum_{i=1}^{2}F_{JHX}\sin\left(\theta_r + \phi_i\right) - R_{sp}\sum_{i=1}^{2}F_{JHY}\cos\left(\theta_r + \phi_i\right) + T = 0 \end{cases} \tag{6.31}$$

- једначине кретања планетарних зупчаника (са укљученим ексцентар вратилом):

$$\begin{cases} m_{cp}\left[\ddot{X}_{pi} - R_{sp}w_r^2\cos\left(\theta_r+\phi_i\right) - R_{sp}\ddot{\theta}_{ra}\sin\left(\theta_r+\phi_i\right)\right] - \\ -\left(F_{SPi}+P_{SPi}\right)\sin\left(\theta_r+\phi_i-\alpha\right) + \sum_{i=1}^{2}F_{CHX} - F_{JHX} = 0 \\ m_{cp}\left[\ddot{Y}_{pi} - R_{sp}w_r^2\sin\left(\theta_r+\phi_i\right) + R_{sp}\ddot{\theta}_{ra}\cos\left(\theta_r+\phi_i\right)\right] + \\ +\left(F_{SPi}+P_{SPi}\right)\cos\left(\theta_r+\phi_i-\alpha\right) + \sum_{i=1}^{2}F_{CHY} - F_{JHY} = 0 \\ J_{cp}\ddot{\theta}_{pi} + R_p\left(F_{SPi}+P_{SPi}\right) - e\sum_{i=1}^{2}F_{CJX}\sin\left(\theta_p+\psi_j\right) - e\sum_{i=1}^{2}F_{CJY}\cos\left(\theta_p+\psi_j\right) = 0 \end{cases} \tag{6.32}$$

- једначине кретања циклозупчаника:

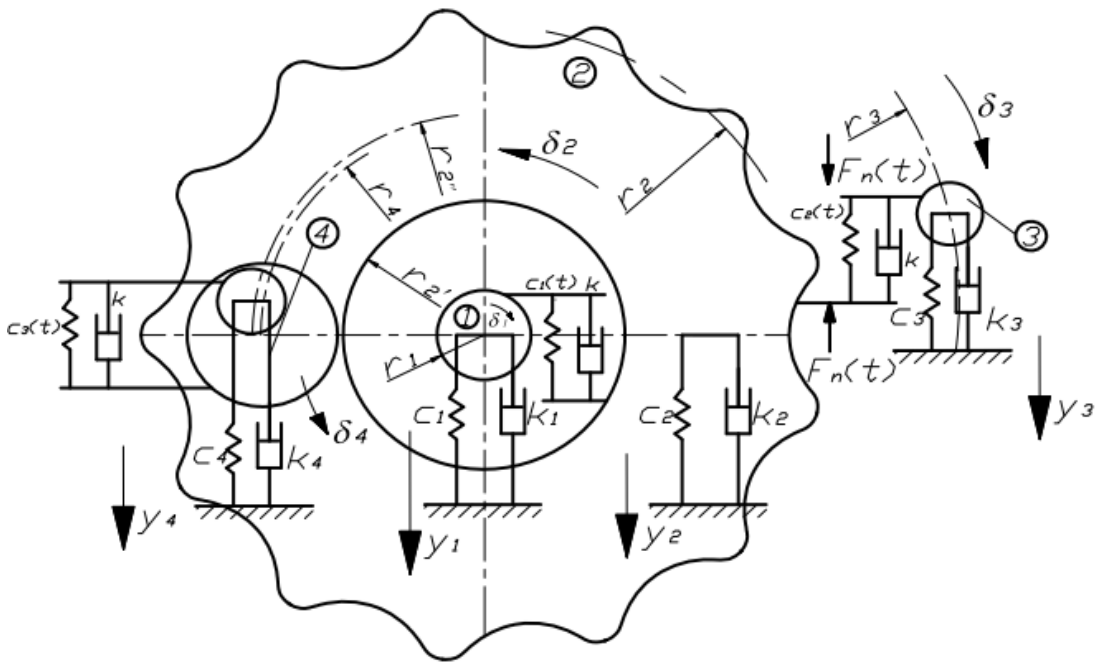
$$\begin{cases} m_b\left[\ddot{\eta}_{js}\cos\left(\theta_p+\psi_j\right) - ew_p^2\cos\left(\theta_p+\psi_j\right) - e\ddot{\theta}_{oj}\sin\left(\theta_p+\psi_j\right)\right] - \\ -\sum_{i=1}^{2}F_{CJX} - \sum_{k=m}^{n}\left(F_{CK}+P_{CK}\right)\cos\left(\alpha_{jk}+\theta_p+\psi_j\right) = 0 \\ m_b\left[\ddot{\eta}_{js}\sin\left(\theta_p+\psi_j\right) - ew_p^2\sin\left(\theta_p+\psi_j\right) - e\ddot{\theta}_{oj}\cos\left(\theta_p+\psi_j\right)\right] - \\ +\sum_{i=1}^{2}F_{CJY} - \sum_{k=m}^{n}\left(F_{CK}+P_{CK}\right)\sin\left(\alpha_{jk}+\theta_p+\psi_j\right) = 0 \\ J_o\ddot{\theta}_j - R_d\sum_{k=m}^{n}\left(F_{CK}+P_{CK}\right)\sin\alpha_{jk} + R_{oh}\sum_{i=1}^{2}F_{CJX}\sin\left(\theta_r+\phi_i\right) - R_{oh}\sum_{i=1}^{2}F_{CJY}\cos\left(\theta_r+\phi_i\right) = 0 \end{cases} \tag{6.33}$$

Вредности параметара и објашњења величина из једначина (6.30) – (6.33) су дата у литератури, [96].

Део динамичког модела који се односи на планетарни преносник концепције *A* је дат врло детаљно за разлику од дела динамичког модела који описује степене преноса са циклоредукторима. Највећи недостатак овог модела је изостављање уравнотежујућих циклозупчаника. Такође, недостатак приказаног модела је тај што је креиран наменски, па се не може видети шта би се десило уколико би се мењали улазни параметри (преносни однос, обртни момент, број обртаја и др.). Ови недостаци могу бити превазиђени додавањем по једног уравнотежујућег циклозупчаника за сваки степен преноса и креирањем општег динамичког модела код кога би улазни параметри били варијабилни.

6.6 Динамички модел двостепеног циклоредуктора нове концепције

Нова концепција двостепеног циклоредуктора се разликује од класичне концепције по томе што се користи један циклозупчаник по степену преноса. Динамички модел првог степена преноса нове концепције одговара једностепеном циклоидном преноснику класичне концепције, само без уравнотежујућег циклозупчаника, [50]. Овај део динамичког модела нове концепције циклоредуктора је детаљно описан у поглављу 6.2. Динамички модел другог степена преноса циклоредуктора нове концепције приказан је на слици 6-5.



Слика 6-5 Динамички модел другог степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције, [50]

Са слике 6-5 се може закључити да приказани динамички модел за други степен преноса има 8 степени слободе кретања. Централни зупчаник у другом степену преноса је покретан и обрће се око своје осе. Укупно померање у контакту зупца циклозупчаника и ваљка централног зупчаника описано је изразом:

$$x = r_2\delta_2 - y_2 + r_3\delta_3 - y_3 \tag{6.34}$$

Кинетичка енергија система је:

$$E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\delta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\delta}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2 + \frac{1}{2}J_3\dot{\delta}_3^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\delta}_4^2 \tag{6.35}$$

Потенцијална енергија система је:

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{p}} &= \frac{1}{2}c_1y_1^2 + \frac{1}{2}c_2y_2^2 + \frac{1}{2}c_3y_3^2 + \frac{1}{2}c_4y_4^2 + \frac{1}{2}c_1(t)\left[\left(y_2 - r_2'\delta_2\right) - \left(y_1 + r_1\delta_1\right)\right]^2 + \\ &+ \frac{1}{2}c_2(t)\left[\left(y_2 - r_2\delta_2\right) - \left(y_3 + r_3\delta_3\right)\right]^2 + \frac{1}{2}c_3(t)\left[\left(y_2 + r_2''\delta_2\right) - \left(y_4 + r_4\delta_4\right)\right]^2 \end{aligned} \tag{6.36}$$

Функција дисипације система је:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{2}k_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}k_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}k_3\dot{y}_3^2 + \frac{1}{2}k_4\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}k\left[\left(\dot{y}_2 - r_2'\dot{\delta}_2\right) - \left(\dot{y}_1 + r_1\dot{\delta}_1\right)\right]^2 + \\ &+ \frac{1}{2}k\left[\left(\dot{y}_2 - r_2\dot{\delta}_2\right) - \left(\dot{y}_3 + r_3\dot{\delta}_3\right)\right]^2 + \frac{1}{2}k\left[\left(\dot{y}_2 + r_2''\dot{\delta}_2\right) - \left(\dot{y}_4 + r_4\dot{\delta}_4\right)\right]^2 \end{aligned} \tag{6.37}$$

Виртуелни рад од конзервативних сила је:

$$\partial A = F_n(t) r_2 \partial\delta_2 + F_n(t) r_3 \partial\delta_3 \tag{6.38}$$

$$Q_{\delta 2} = F_n(t) r_2 \tag{6.39}$$

$$Q_{\delta 3} = F_n(t) r_3 \tag{6.40}$$

Применом једначине (6.1) добија се систем диференцијалних једначина који се може записати у матричном облику:

$$J\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{\delta}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{\delta}_3 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{\delta}_4 \\ \ddot{y}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} kr_1^2 & kr_1 & kr_1 r_2' & -kr_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ kr_1 & k_1 + k & kr_2' & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ kr_1 r_2' & kr_2' & k\left(\left(r_2'\right)^2 + \left(r_2''\right)^2 + r_2^2\right) & k\left(-r_2' + r_2'' - r_2\right) & kr_2 r_3 & kr_2 & -kr_4 r_2'' & -kr_2'' \\ -kr_1 & -k & k\left(-r_2' + r_2'' - r_2\right) & 3k + k_2 & -kr_3 & -k & -kr_4 & -k \\ 0 & 0 & kr_2 r_3 & -kr_3 & kr_3^2 & kr_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kr_2 & -k & kr_3 & k + k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -kr_2'' r_4 & -kr_4 & 0 & 0 & kr_4^2 & kr_4 \\ 0 & 0 & -kr_2'' & -k & 0 & 0 & kr_4 & k + k_4 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{\delta}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{\delta}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\delta}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{\delta}_4 \\ \dot{y}_4 \end{Bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} c_1(t) r_1^2 & c_1(t) r_1 & c_1(t) r_1 r_2' & -c_1(t) r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1(t) r_1 & c_1(t) + c_1 & c_1(t) r_2' & -c_1(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1(t) r_1 r_2' & c_1(t) r_2' & c_1(t)\left(r_2'\right)^2 + c_2(t) r_2^2 + c_3(t)\left(r_2''\right)^2 & -c_1(t) r_2' + c_3(t) r_2'' - c_2(t) r_2 & c_2(t) r_2 r_3 & c_2(t) r_2 & -c_3(t) r_4 r_2'' & -c_3(t) r_2'' \\ -c_1(t) r_1 & -c_1(t) & -c_1(t) r_2' + c_3(t) r_2'' - c_2(t) r_2 & c_1(t) + c_2(t) + c_3(t) + c_2 & -c_2(t) r_3 & -c_2(t) & -c_3(t) r_4 & -c_3(t) \\ 0 & 0 & c_2(t) r_2 r_3 & -c_2(t) r_3 & c_2(t) r_3^2 & c_2(t) r_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_2(t) r_2 & -c_2(t) & c_2(t) r_3 & c_2(t) + c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_3(t) r_2'' r_4 & -c_3(t) r_4 & 0 & 0 & c_3(t) r_4^2 & c_3(t) r_4 \\ 0 & 0 & -c_3(t) r_2'' & -c_3(t) & 0 & 0 & c_3(t) r_4 & c_4 + c_3(t) \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ y_1 \\ \delta_2 \\ y_2 \\ \delta_3 \\ y_3 \\ \delta_4 \\ y_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_n(t) r_2 \\ 0 \\ F_n(t) r_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{6.41}$$

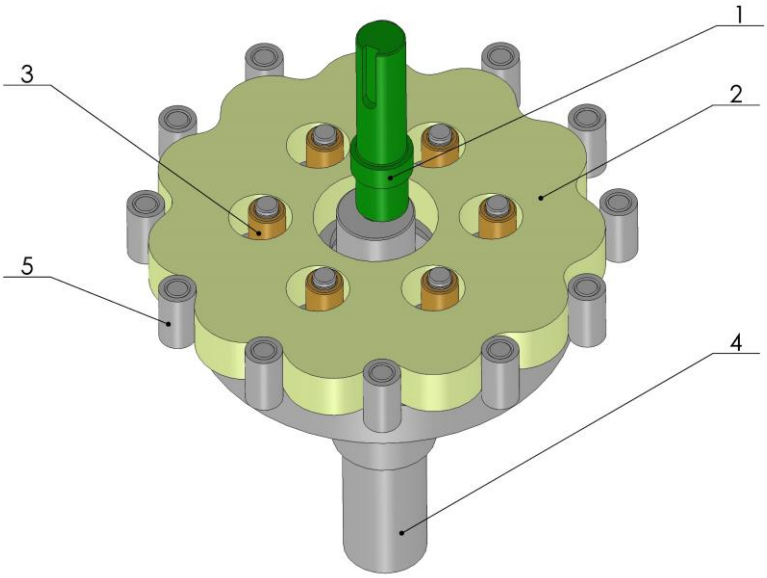
Добијени систем једначина је параметарски систем спрегнутих Лагранжових једначина другог реда. Представљени динамички модели оба степена преноса код нове концепције двостепеног циклоредуктора су врло детаљно изведени. Масе и моменти инерције нису апроксимирани, већ су преузете тачне вредности из *CAD* модела. Узети су у обзир сви параметри раванског кретања елемената циклоредуктора. Представљени модели имају 6 степени слободе кретања за први степен преноса и 8 степени слободе за други степен преноса.

Међутим, представљени динамички модели нове концепције циклоидног преносника имају и одређене недостатке: динамички модели првог и другог степена преноса нису повезани, нису узете у обзир карактеристике коришћених материјала и оба степена преноса су посматрана дводимензионално.

Ови недостаци могу бити превазиђени тако што би се уместо два раванска динамичка модела направио један тродимензионални модел. На овај начин постојећи модели би били значајно унапређени и видела би се јасно интеракција између два степена преноса.

6.7 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником

Дефинисање динамичког модела једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника изведено је у циљу одређивања утицаја уравнотежујућег циклозупчаника на динамичко понашање циклоредуктора. Претпоставка је да би редуктори без уравнотежујућег циклозупчаника требало да имају знатно већа динамичка оптерећења на циклозупчанику. Идеја за овакву врсту анализе наметнула се при проучавању динамичког модела приказаног у поглављу 6.2. Саставни елементи овог динамичког модела су представљени на слици 6-6.



Слика 6-6 Елементи једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника

Саставни елементи модела приказаног на слици 6-6 су:

1 – улазно вратило са ексцентар чауром,
2 – циклозупчаник,
3 – излазни ваљак,
4 – излазни механизам и
5 – ваљак централног зупчаника.

Померања и ослањања елемената модела:

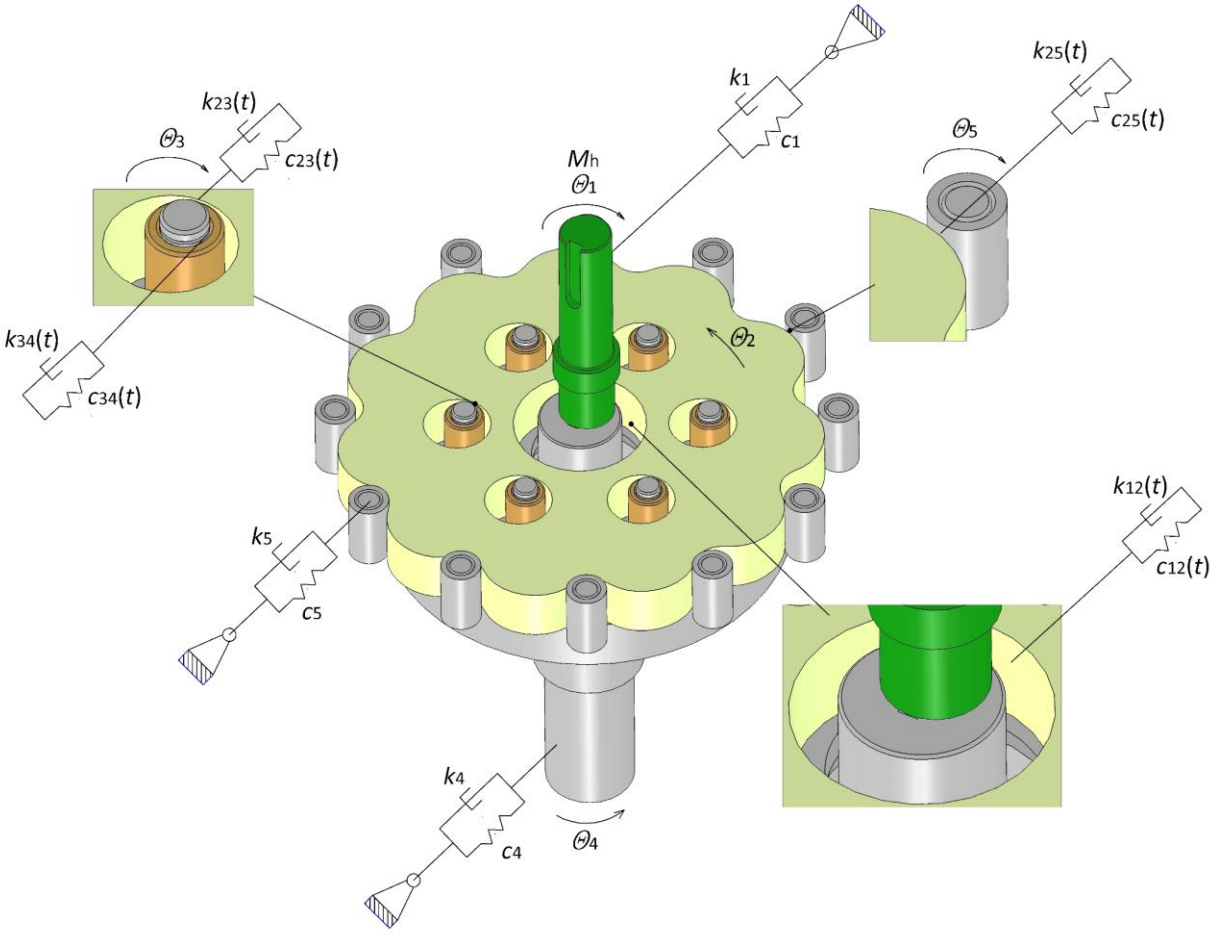
- Улазно вратило: *померања* (линијско померање y_1 и ротација око сопствене осе θ_1); *ослањање* (опруга крутости c_1 и пригушница са коефицијентом пригушења k_1);
- Циклозупчаник: *померања* (линијско померање y_2 и ротација око сопствене осе θ_2)
- Излазни ваљак: *померања* (линијско померање y_3 и ротација око сопствене осе θ_3)
- Излазно вратило: *померања* (линијско померање y_4 и ротација око сопствене осе θ_4); *ослањање* (опруга крутости c_4 и пригушница са коефицијентом пригушења k_4);
- Ваљак централног зупчаника: *померања* (линијско померање y_5 и ротација око сопствене осе θ_5); *ослањање* (опруга крутости c_5 и пригушница са коефицијентом пригушења k_5).

Услед непостојања аксијалних сила код циклоредуктора (и у случају да се аксијалне силе јаве услед дејства спољашњих сила, њихове величине су веома мале) померања која би постојала због њиховог дејства су искључена у разматрању овог модела.

Контакти између појединих елемената су моделирани на следећи начин:

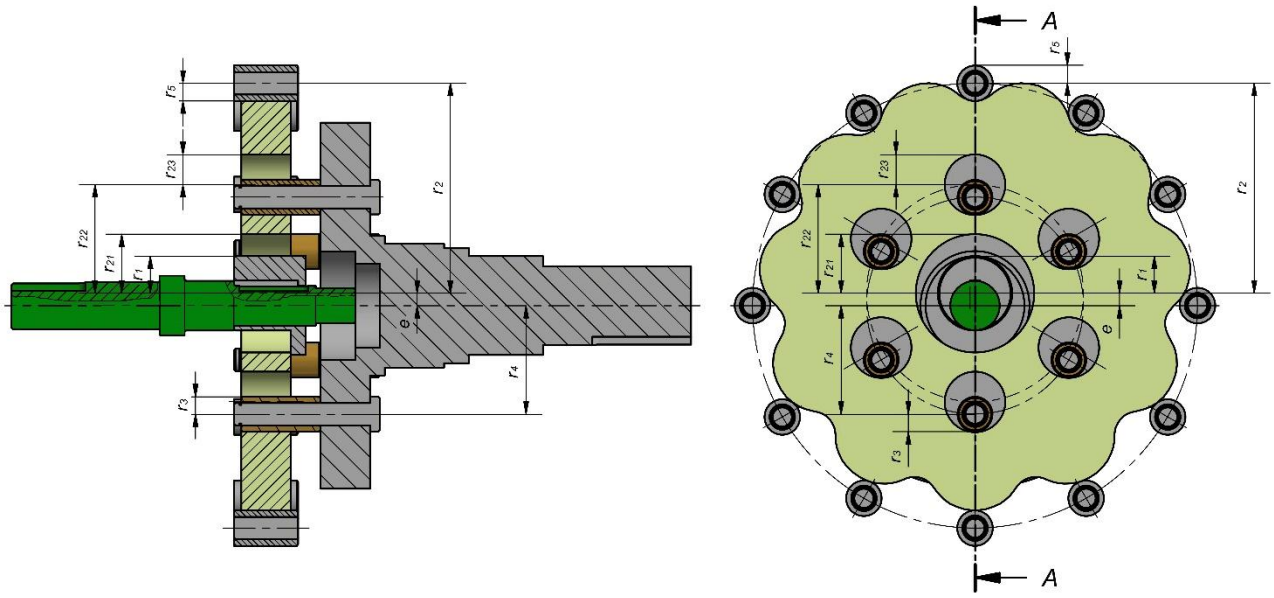
- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{12}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{12}(t)$,
- контакт излазног ваљака (3) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{23}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{23}(t)$,
- контакт излазног ваљка (3) и излазног механизма (4): еластична веза крутости $c_{34}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{34}(t)$ и
- контакт ваљка централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{25}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{25}(t)$.

Поставка тродимензионалног динамичког модела једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника је приказана на слици 6-7.



Слика 6-7 Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора са једним циклозупчаником

На слици 6-8 су дате геометријске мере елемената једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника које су неопходне за дефинисање једначина померања.



Слика 6-8 Геометријске мере једностепеног циклоредуктора

Мере дате на слици 6-8 су:

e – величина ексцентрицитета,
r_1 – полупречник ексцентар чауре,
r_2 – полупречник подеоног круга централног зупчаника умањен за величину ексцентрицитета e;
r_{21} – полупречник централног отвора на циклозупчанику,
r_{22} – полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику,
r_{23} – полупречник отвора за излазне ваљке на циклозупчанику,
r_3 – полупречник излазног ваљка,
r_4 – полупречник круга по коме су распоређени излазни ваљци и
r_5 – полупречник ваљка централног зупчаника.

Укупна померања у контактима се могу записати изразима:

- Померање у контакту лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2):

$$x_{12} = \left(\left(e + r_1\right)\theta_1 + y_1\right) - \left(\left(e + r_{21}\right)\theta_2 + y_2\right) \tag{6.42}$$

- Померање у контакту излазног ваљка (3) и циклозупчаника (2):

$$x_{23} = \left(\left(r_{22} + r_{23}\right)\theta_2 + y_2\right) - \left(r_3\theta_3 + y_3\right) \tag{6.43}$$

- Померање у контакту излазног ваљака (3) и излазног механизма (4):

$$x_{34} = \left(r_3\theta_3 + y_3\right) - \left(r_4\theta_4 + y_4\right) \tag{6.44}$$

- Померање у контакту ваљка централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2):

$$x_{25} = \left(r_2\theta_2 + y_2\right) - \left(r_5\theta_5 + y_5\right) \tag{6.45}$$

Кинетичка енергија се може записати изразом:

$$E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2+\frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2+\frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3^2+\frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2+ \\ +\frac{1}{2}J_4\dot{\theta}_4^2+\frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2+\frac{1}{2}J_5\dot{\theta}_5^2+\frac{1}{2}m_5\dot{y}_5^2 \tag{6.46}$$

Потенцијална енергија је дата једначином:

$$E_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}c_1y_1^2+\frac{1}{2}c_4y_4^2+\frac{1}{2}c_5y_5^2+\frac{1}{2}c_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1+y_1\right)-\left((e+r_{21})\theta_2+y_2\right)\right]^2+ \\ +\frac{1}{2}c_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\theta_2+y_2\right)-\left(r_3\theta_3+y_3\right)\right]^2+\frac{1}{2}c_{25}(t)\left[\left(r_2\theta_2+y_2\right)-(r_5\theta_5+y_5)\right]^2+ \\ +\frac{1}{2}c_{34}(t)\left[\left(r_3\theta_3+y_3\right)-\left(r_4\theta_4+y_4\right)\right]^2 \tag{6.47}$$

Функција дисипације је:

$$\Phi=\frac{1}{2}k_1\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}k_4\dot{y}_4^2+\frac{1}{2}k_5\dot{y}_5^2+\frac{1}{2}k_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1+\dot{y}_1\right)-\left((e+r_{21})\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)\right]^2+ \\ +\frac{1}{2}k_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)-\left(r_3\dot{\theta}_3+\dot{y}_3\right)\right]^2+\frac{1}{2}k_{25}(t)\left[\left(r_2\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)-\left(r_5\dot{\theta}_5+\dot{y}_5\right)\right]^2+ \\ +\frac{1}{2}k_{34}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3+\dot{y}_3\right)-\left(r_4\dot{\theta}_4+\dot{y}_4\right)\right]^2 \tag{6.48}$$

Виртуелни рад од конзервативних сила је:

$$\partial \mathrm{A}=F_{\mathrm{n}}(t)(r_1+e)\partial\theta_1=T_{\mathrm{h}}(t)\partial\theta_1 \tag{6.49}$$

$$Q_{\theta 1}=F_{\mathrm{n}}(t)(r_1+e)=T_{\mathrm{h}}(t) \tag{6.50}$$

Систем једначина кретања једностепеног циклоредуктора са једним циклозупчаником:

$$\ddot{\theta}_1=-\theta_1\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)^2}{J_1}-y_1\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\theta_2\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}+y_2\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}- \\ -\dot{\theta}_1\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)^2}{J_1}-\dot{y}_1\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\dot{\theta}_2\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}+\dot{y}_2\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\frac{T_{\mathrm{h}}(t)}{J_1} \tag{6.51}$$

$$\ddot{y}_1=-y_1\frac{c_1}{m_1}-\theta_1c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1}-y_1\frac{c_{12}(t)}{m_1}+\theta_2c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}+y_2\frac{c_{12}(t)}{m_1}- \\ -\dot{y}_1\frac{k_1}{m_1}-\dot{\theta}_1k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1}-\dot{y}_1\frac{k_{12}(t)}{m_1}+\dot{\theta}_2k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}+\dot{y}_2\frac{k_{12}(t)}{m_1} \tag{6.52}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_2 &= \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} \\ &+ y_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + y_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} + y_5 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \\ &+ \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} + \\ &+ \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + \dot{y}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} + \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2}\end{aligned} \tag{6.53}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_2 &= -\theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \\ &- \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_2}\end{aligned} \tag{6.54}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\ &+ \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3}\end{aligned} \tag{6.55}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\ &- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \\ &\dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\ &- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} +\end{aligned} \tag{6.56}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_4 &= \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} + \\ &+ \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4}\end{aligned} \tag{6.57}$$

$$\ddot{y}_4 = -y_4 c_4 \frac{1}{m_4} + \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} -$$
$$-\dot{y}_4 k_4 \frac{1}{m_4} + \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} \tag{6.58}$$

$$\ddot{\theta}_5 = \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - y_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} +$$
$$+\dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} \tag{6.59}$$

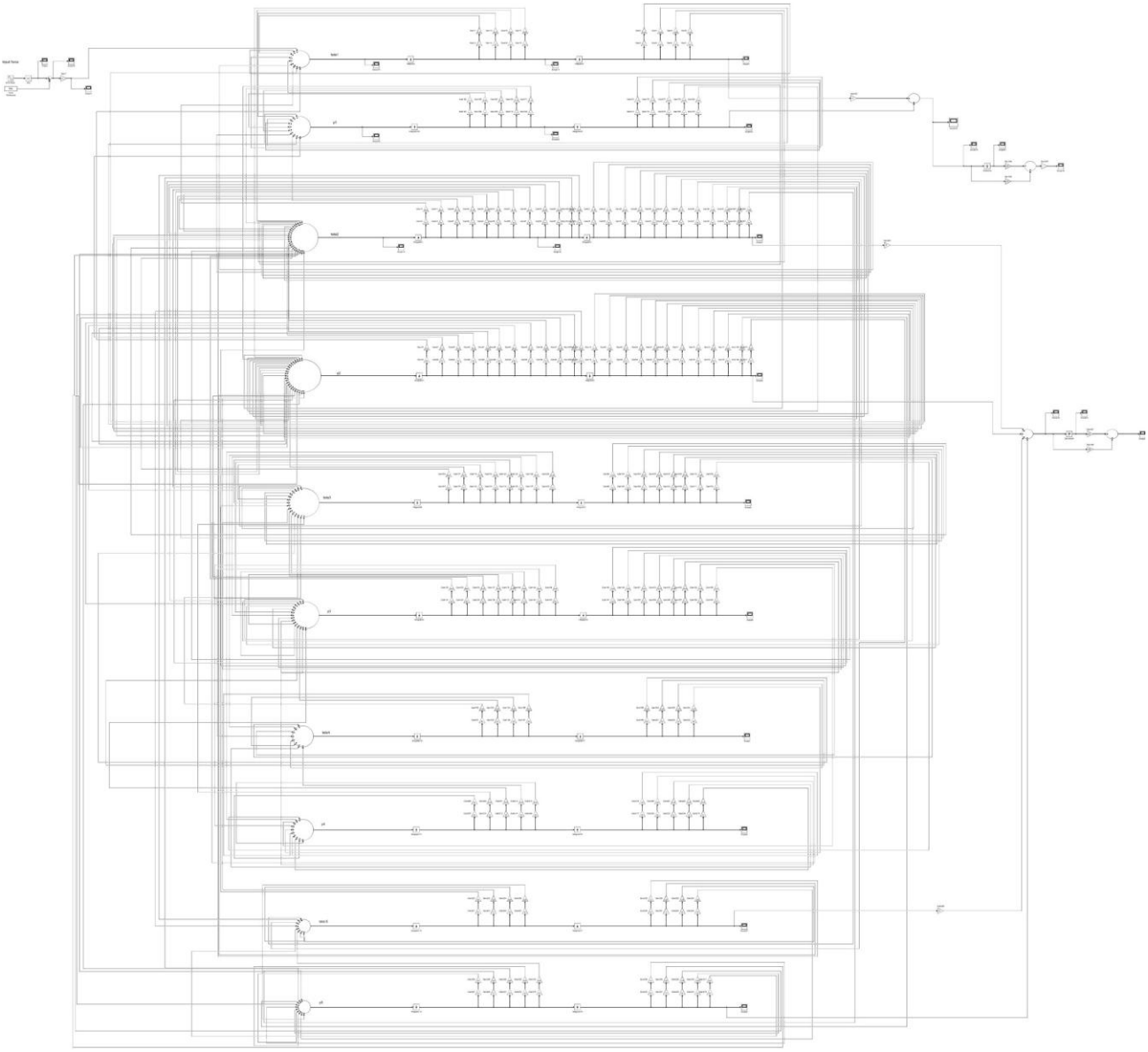
$$\ddot{y}_5 = -y_5 c_5 \frac{1}{m_5} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} -$$
$$-\dot{y}_5 k_5 \frac{1}{m_5} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} \tag{6.60}$$

Параметри једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника су дати у табели 6-1. Вредности параметара су измерене са *CAD* модела, осим пригушења и крутости.

Табела 6-1 Параметри једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег зупчаника

Назив	Ознака	Вредност	Јединица
Величина ексцентрицитета	e	2,5	*mm*
Полупречник ексцентар чауре	r_1	7,5	*mm*
Полупречник централног отвора на циклозупчанику	r_{21}	11,95	*mm*
Полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику	r_{22}	21,95	*mm*
Полупречник отвора на циклозупчанику	r_{23}	6,1	*mm*
Полупречник подеоног круга централног зупчаника умањен за величину ексцентрицитета	r_2	45	*mm*
Полупречник по коме су распоређени излазни ваљци	r_3	21,95	*mm*
Полупречник излазног ваљка	r_4	3,55	*mm*
Полупречник ваљка централног зупчаника	r_5	3,55	*mm*
Момент инерције улазног вратила са ексцентар чауром	J_1	21,95	$kgmm^2$
Момент инерције циклозупчаника	J_2	183,343	$kgmm^2$
Момент инерције излазног ваљка	J_3	1,901	$kgmm^2$
Момент инерције излазног механизма	J_4	271,00	$kgmm^2$
Момент инерције ваљка централног зупчаника	J_5	1,901	$kgmm^2$
Маса улазног вратила са ексцентар чауром	m_1	0,052	*kg*
Маса циклозупчаника	m_2	0,342	*kg*
Маса излазног ваљка	m_3	0,003	*kg*
Маса излазног механизма	m_4	0,458	*kg*
Маса ваљка централног зупчаника	m_5	0,003	*kg*
Коефицијент пригушења ослонца улазног вратила	k_1	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца улазног вратила	c_1	$1{,}2\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца излазног механизма	k_4	0,35	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца излазног механизма	c_4	$1{,}3\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца ваљка централног зупчаника	k_5	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца ваљка централног зупчаника	c_5	$1{,}1\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења контакта улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник	k_{12}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости контакта улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник	c_{12}	$1{,}7\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења контакта циклозупчаник - излазни ваљак	k_{23}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости контакта циклозупчаник - излазни ваљак	c_{23}	$3{,}5\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења контакта излазни ваљак - излазни механизам	k_{34}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент пригушења контакта излазни ваљак – излазни механизам	c_{34}	$3{,}2\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења контакта циклозупчаник - ваљак централног зупчаника	k_{25}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости контакта циклозупчаник - ваљак централног зупчаника	c_{25}	$1{,}45\times10^6$	*N/mm*

Вредности коефицијената крутости и коефицијената пригушења, како у ослонцима тако и у контактима су преузете из литературе [50,61]. Њихове вредности у контактима су променљиве величине, и у алгоритму за симулацију овог динамичког модела је остављена могућност дораде ових функција. Алгоритам за динамичку симулацију модела је направљен у софтверском пакету *MATLAB* у окружењу *SIMULINK*. Изглед алгоритма за решавање система једначина (6.51-6.60) приказан је шематски на слици 6-9.

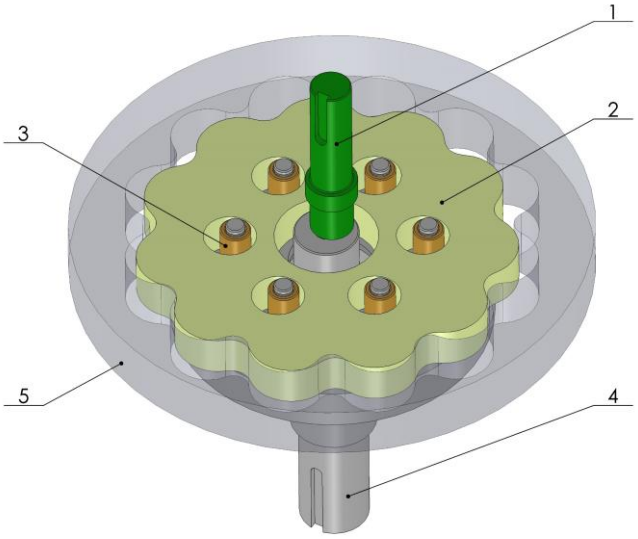


Слика 6-9 Шематски приказ алгоритма за решавање система једначина кретања једностепеног циклоредуктора без уравнотежујућег циклозупчаника

Алгоритмом приказаним на слици 6-9 је могуће решавати једначине кретања одговарајућег циклоредуктора било које величине уколико су познате његове карактеристике наведене у табели 6-1. Одатле се може закључити да је једначинама (6.51-6.60) добијено универзално параметарско решење описаног динамичког проблема.

6.8 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником

Концепција *non-pin wheel* се по начину функционисања доста разликује у односу на све друге концепције циклоредуктора. Наиме, код класичних концепција редуктора, као и код концепције *pin-wheel* постоје или ваљци или цилиндри централног зупчаника који се спрежу са циклозупчаником. Код *non-pin wheel* циклоредуктора спрезање се већински обавља клизањем између циклозупчаника и централног зупчаника. Пошто се спрезање одвија клизањем, претпоставка је да ће динамичке силе бити са знатно мањим осцилацијама него код *pin-wheel* и класичне концепције. Динамичка анализа изведена је аналогно анализи представљеној у претходном поглављу 6.7. Саставни делови ове концепције циклоредуктора приказани су на слици 6-10.



Слика 6-10 Елементи циклоредуктора концепције non-pin wheel са једним циклозупчаником

Саставни елементи модела приказаног на слици 6-10 су:

1 – улазно вратило са ексцентар чауром,
2 – циклозупчаник,
3 – излазни ваљак,
4 – излазни механизам и
5 – централни зупчаник са унутрашњим озубљењем.

Померања и ослањања елемената модела:

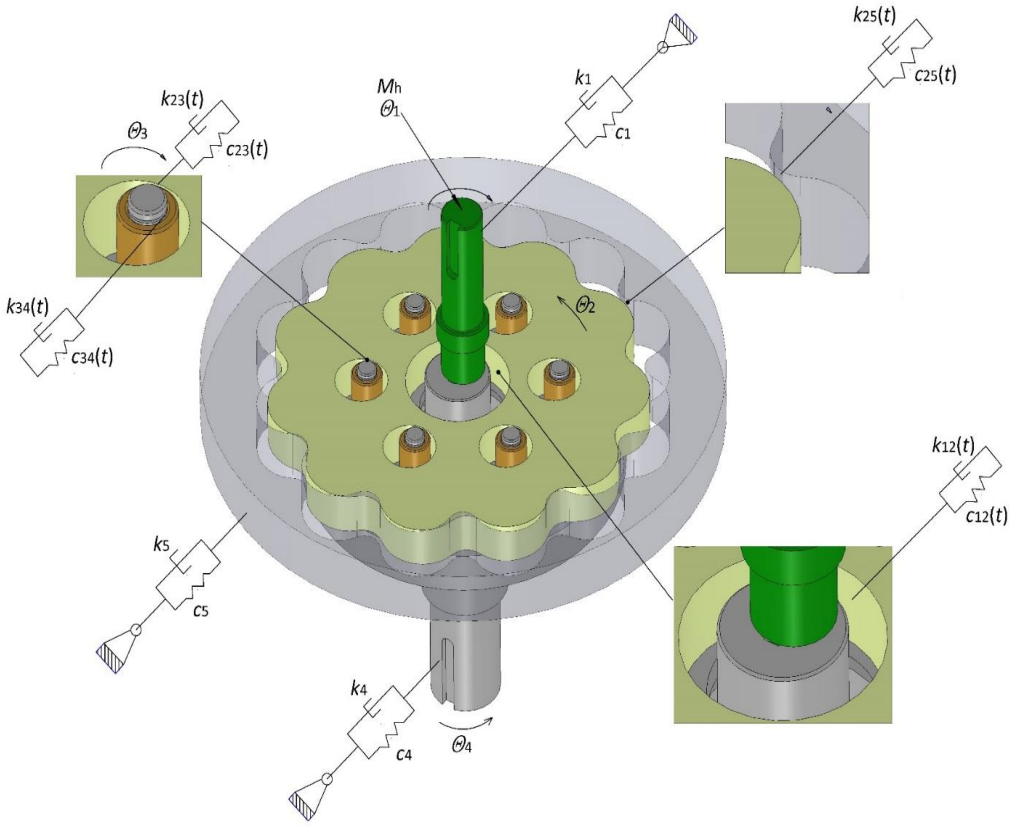
- Улазно вратило: *померања* (линијско померање y_1 и ротација око сопствене осе θ_1); *ослањање* (опруга крутости c_1 и пригушница са коефицијентом пригушења k_1);
- Циклозупчаник: *померања* (линијско померање y_2 и ротација око сопствене осе θ_2)
- Излазни ваљак: *померања* (линијско померање y_3 и ротација око сопствене осе θ_3)
- Излазно вратило: *померања* (линијско померање y_4 и ротација око сопствене осе θ_4); *ослањање* (опруга крутости c_4 и пригушница са коефицијентом пригушења k_4);
- Централни зупчаник са унутрашњим озубљењем: *померања* (линијско померање y_5); *ослањање* (опруга крутости c_5 и пригушница са коефицијентом пригушења k_5).

Померања услед евентуалног дејства аксијалних сила су искључена у разматрању овог модела, исто као што је био случај и у претходном поглављу 6.7.

Контакти између појединих елемената циклоредуктора концепције *non-pin wheel* су моделирани на следећи начин:

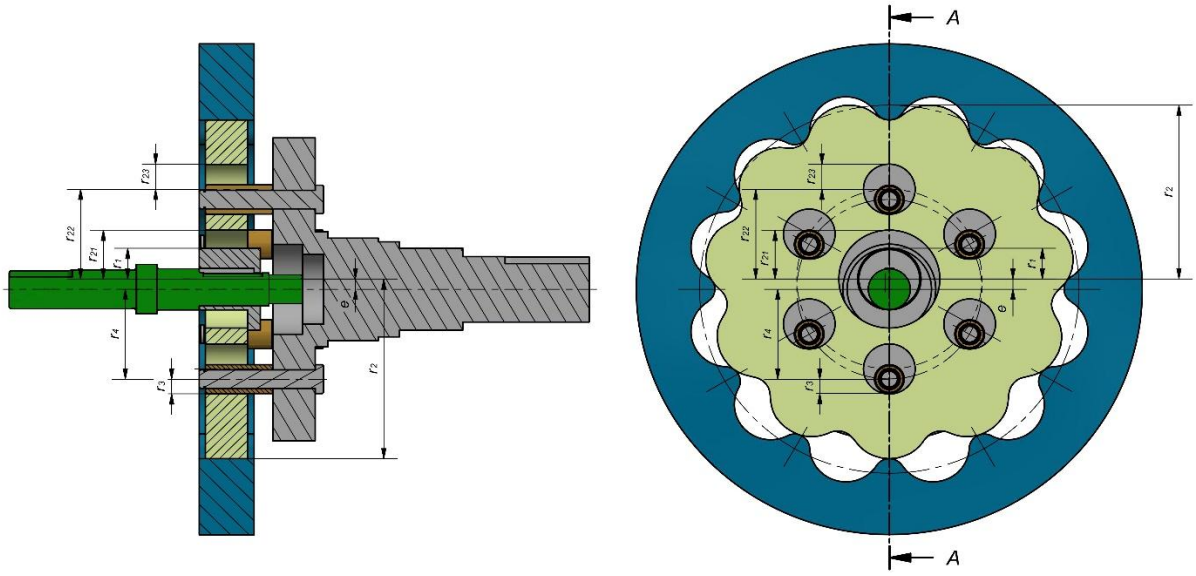
- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{12}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{12}(t)$;
- контакт излазног ваљака (3) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{23}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{23}(t)$;
- контакт излазног ваљка (3) и излазног механизма (4): еластична веза крутости $c_{34}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{34}(t)$ и
- контакт централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{25}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{25}(t)$.

Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником је приказан на слици 6-11.



Слика 6-11 Тродимензионални динамички модел non-pin wheel концепције једностепеног циклоредуктора са једним циклозупчаником

Како би биле дефинисане једначине померања, као и у претходном поглављу 6.7, неопходно је дефинисати геометријске мере елемената ове концепције циклоредуктора, слика 6-12.



Слика 6-12 Геометријске мере циклоредуктора non-pin wheel концепције

Означене мере на слици 6-12 су:

e – величина ексцентрицитета,
r_1 – полупречник ексцентар чауре,
r_2 – полупречник подеоног круга централног зупчаника умањен за величину ексцентрицитета e,
r_{21} – полупречник централног отвора на циклозупчанику,
r_{22} – полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику,
r_{23} – полупречник отвора за излазне ваљке на циклозупчанику,
r_3 – полупречник излазног ваљка и
r_4 – полупречник круга по коме су распоређени излазни ваљци.

Укупна померања у контактима се могу записати изразима:

- Померање у контакту лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2):

$$x_{12} = \left(\left(e + r_1\right)\theta_1 + y_1\right) - \left(\left(e + r_{21}\right)\theta_2 + y_2\right) \tag{6.61}$$

- Померање у контакту излазног ваљка (3) и циклозупчаника (2):

$$x_{23} = \left(\left(r_{22} + r_{23}\right)\theta_2 + y_2\right) - \left(r_3\theta_3 + y_3\right) \tag{6.62}$$

- Померање у контакту излазног ваљка (3) и излазног механизма (4):

$$x_{34} = \left(r_3\theta_3 + y_3\right) - \left(r_4\theta_4 + y_4\right) \tag{6.63}$$

- Померање у контакту централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2):

$$x_{25} = \left(r_2\theta_2 + y_2\right) - y_5 \tag{6.64}$$

Кинетичка енергија је:

$$E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2+\frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2+\frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3^2+\frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2+\frac{1}{2}J_4\dot{\theta}_4^2+\frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2+\frac{1}{2}m_5\dot{y}_5^2 \tag{6.65}$$

Потенцијална енергија је:

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{p}}&=\frac{1}{2}c_1y_1^2+\frac{1}{2}c_4y_4^2+\frac{1}{2}c_5y_5^2+\frac{1}{2}c_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1+y_1\right)-\left((e+r_{21})\theta_2+y_2\right)\right]^2+\\&+\frac{1}{2}c_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\theta_2+y_2\right)-\left(r_3\theta_3+y_3\right)\right]^2+\frac{1}{2}c_{25}(t)\left[\left(r_2\theta_2+y_2\right)-y_5\right]^2+\\&+\frac{1}{2}c_{34}(t)\left[\left(r_3\theta_3+y_3\right)-\left(r_4\theta_4+y_4\right)\right]^2\end{aligned} \tag{6.66}$$

Функција дисипације система је:

$$\begin{aligned}\Phi&=\frac{1}{2}k_1\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}k_4\dot{y}_4^2+\frac{1}{2}k_5\dot{y}_5^2+\frac{1}{2}k_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1+\dot{y}_1\right)-\left((e+r_{21})\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)\right]^2+\\&+\frac{1}{2}k_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)-\left(r_3\dot{\theta}_3+\dot{y}_3\right)\right]^2+\frac{1}{2}k_{25}(t)\left[\left(r_2\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)-\dot{y}_5\right]^2+\\&+\frac{1}{2}k_{34}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3+\dot{y}_3\right)-\left(r_4\dot{\theta}_4+\dot{y}_4\right)\right]^2\end{aligned} \tag{6.67}$$

Виртуелни рад од конзервативних сила је:

$$\partial \mathrm{A}=T_{\mathrm{h}}(t)\partial\theta_1 \tag{6.68}$$

$$Q_{\theta 1}=T_{\mathrm{h}}(t) \tag{6.69}$$

Систем једначина кретања једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције је:

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_1&=-\theta_1\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)^2}{J_1}-y_1\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\theta_2\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}+y_2\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}-\\&-\dot{\theta}_1\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)^2}{J_1}-\dot{y}_1\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\dot{\theta}_2\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}+\dot{y}_2\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\frac{T_{\mathrm{h}}(t)}{J_1}\end{aligned} \tag{6.70}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_1&=-y_1\frac{c_1}{m_1}-\theta_1c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1}-y_1\frac{c_{12}(t)}{m_1}+\theta_2c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}+y_2\frac{c_{12}(t)}{m_1}-\\&-\dot{y}_1\frac{k_1}{m_1}-\dot{\theta}_1k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1}-\dot{y}_1\frac{k_{12}(t)}{m_1}+\dot{\theta}_2k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}+\dot{y}_2\frac{k_{12}(t)}{m_1}\end{aligned} \tag{6.71}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_2 &= \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} \\ &+ y_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + y_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + y_5 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \\ &+ \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} + \\ &+ \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + \dot{y}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2}\end{aligned} \tag{6.72}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_2 &= -\theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \\ &- \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_2}\end{aligned} \tag{6.73}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\ &+ \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3}\end{aligned} \tag{6.74}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\ &- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \\ &\dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\ &- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} +\end{aligned} \tag{6.75}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_4 &= \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} + \\ &+ \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4}\end{aligned} \tag{6.76}$$

$$\ddot{y}_4 = -y_4 c_4 \frac{1}{m_4} + \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \\ -\dot{y}_4 k_4 \frac{1}{m_4} + \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} \tag{6.77}$$

$$\ddot{y}_5 = -y_5 c_5 \frac{1}{m_5} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \\ -\dot{y}_5 k_5 \frac{1}{m_5} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \tag{6.78}$$

За динамички модел представљен једначинама (6.70-6.78) се може рећи да је врло сличан динамичком моделу приказаном у претходном поглављу. Разлика у начину спрезања код ова два модела доводи до тога да динамички модел концепције *non-pin wheel* има 9 степени слободе кретања система, тј. за један степен слободе мање у односу на модел класичне концепције са једним циклозупчаником. Ово је проузроковано тиме што је код концепције *non-pin wheel* централни зупчаник статичан, и код њега се у обзир узима само радијално померање. Параметри динамичког модела једностепеног циклоредуктора концепције *non-pin wheel* са једним циклозупчаником дати су у табели 6-2.

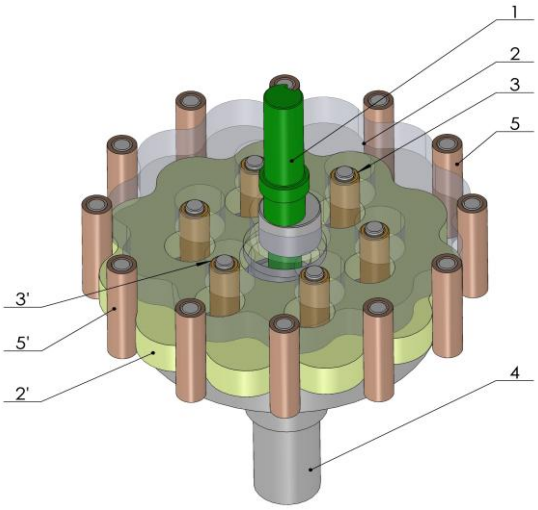
Табела 6-2 Параметри једностепеног циклоредуктора non-pin wheel концепције са једним циклозупчаником

Назив	Ознака	Вредност	Јединица
Величина ексцентрицитета	e	2,5	*mm*
Полупречник ексцентар чауре	r_1	7,5	*mm*
Полупречник централног отвора на циклозупчанику	r_{21}	11,95	*mm*
Полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику	r_{22}	21,95	*mm*
Полупречник отвора на циклозупчанику	r_{23}	6,1	*mm*
Полупречник подеоног круга централног зупчаника умањен за величину ексцентрицитета	r_2	45	*mm*
Полупречник по коме су распоређени излазни ваљци	r_3	21,95	*mm*
Полупречник излазног ваљка	r_4	3,55	*mm*
Момент инерције улазног вратила са ексцентар чауром	J_1	21,95	$kgmm^2$
Момент инерције циклозупчаника	J_2	183,343	$kgmm^2$
Момент инерције излазног ваљка	J_3	1,901	$kgmm^2$
Момент инерције излазног механизма	J_4	271,00	$kgmm^2$
Маса улазног вратила са ексцентар чауром	m_1	0,052	*kg*
Маса циклозупчаника	m_2	0,342	*kg*
Маса излазног ваљка	m_3	0,003	*kg*
Маса излазног механизма	m_4	0,458	*kg*
Маса централног зупчаника	m_5	0,488	*kg*
Коефицијент пригушења ослонца улазног вратила	k_1	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца улазног вратила	c_1	$1{,}2\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца излазног механизма	k_4	0,35	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца излазног механизма	c_4	$1{,}3\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца ваљка централног зупчаника	k_5	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца ваљка централног зупчаника	c_5	$1{,}1\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник	k_{12}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник	c_{12}	$1{,}7\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник - излазни ваљак	k_{23}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник - излазни ваљак	c_{23}	$4{,}8\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге излазни ваљак - излазни механизам	k_{34}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент пригушења спреге излазни ваљак – излазни механизам	c_{34}	$3{,}2\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник - ваљак централног зупчаника	k_{25}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник - ваљак централног зупчаника	c_{25}	$1{,}15\times10^6$	*N/mm*

Коефицијенти крутости и пригушења код овог модела су усвојени из литературе, [61]. Да би се овај динамички модел потврдио неопходна је његова експериментална верификација. Алгоритам за решавање представљених спрегнутих једначина кретања изгледа слично као алгоритам приказан на слици 6-9.

6.9 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника

Код једностепеног редуктора класичне концепције постоје два циклоидна зупчаника која се међусобно динамички уравнотежују у раду. У овом поглављу ће бити представљен такав циклоредуктор. Овај динамички модел је постављен слично као и претходна два модела, као тродимензионални. Успостављањем оваквог динамичког модела, могуће је, упоређивањем са динамичким моделом са једним циклозупчаником, направити анализу колики утицај има уравнотежујући зупчаник на понашање динамичких сила у раду циклоредуктора. Разлика у односу на модел описан у поглављу 6.6 је та што је овде додат уравнотежујући циклозупчаник. Саставни елементи овог динамичког модела приказани су на слици 6-13.



Слика 6-13 Саставни елементи једностепеног циклоредуктора са два циклозупчаника

Саставни елементи модела приказаног на слици 6-13 су:

1 – улазно вратило са ексцентар чауром,
2 – циклозупчаник,
2’ – уравнотежујући циклозупчаник,
3 – излазни ваљак спрегнут са циклозупчаником 2,
3’ – излазни ваљак спрегнут са циклозупчаником 2’,
4 – излазни механизам,
5 – ваљак централног зупчаника спрегнут са циклозупчаником 2 и
5’ – ваљак централног зупчаника спрегнут са циклозупчаником 2’.

Померања и ослањања елемената модела су следећа:

- Улазно вратило: *померања* (линијско померање y_1 и ротација око сопствене осе θ_1); *ослањање* (опруга крутости c_1 и пригушница са коефицијентом пригушења k_1);

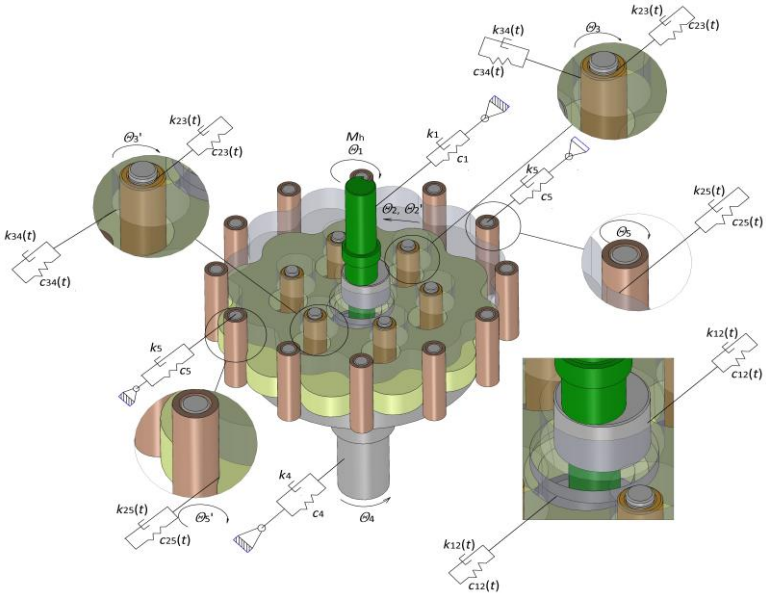
- Циклозупчаник 2 и 2’: *померања* (линијско померање y_2 и y'_2 и ротација око сопствене осе θ_2 и θ'_2)
- Излазни ваљак 3 и 3’: *померања* (линијско померање y_3 и y'_3 и ротација око сопствене осе θ_3 и θ'_3)
- Излазно вратило: *померања* (линијско померање y_4 и ротација око сопствене осе θ_4); *ослањање* (опруга крутости c_4 и пригушница са коефицијентом пригушења k_4);
- Ваљак централног зупчаника: *померања* (линијско померање y_5 и ротација око сопствене осе θ_5); *ослањање* (опруга крутости c_5 и пригушница са коефицијентом пригушења k_5).

Код овог динамичког модела, као код претходних изостављене су аксијалне силе.

Контакти између појединих елемената циклоредуктора су моделирани на следећи начин:

- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{12}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{12}(t)$;
- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2′): на исти начин као и претходни контакт (1 –2);
- контакт излазног ваљака (3) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{23}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{23}(t)$;
- контакт излазног ваљака (3′) и циклозупчаника (2′): на исти начин као и претходни контакт (2-3);
- контакт излазног ваљка (3) и излазног механизма (4): еластична веза крутости $c_{34}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{34}(t)$;
- контакт излазног ваљка (3′) и излазног механизма (4): на исти начин као и претходни контакт (3-4);
- контакт ваљка централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{25}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{25}(t)$;
- контакт ваљка централног зупчаника (5′) и циклозупчаника (2′): на исти начин као и претходни контакт (2-5).

Поставка тродимензионалног динамичког модела једностепеног циклоредуктора класичне концепције (са уравнотежујућим циклозупчаником) је приказана на слици 6-14.



Слика 6-14 Динамички модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције

Померања код првог зупчаника су истоветна померањима на моделу описаном у поглављу 6.6. Померања за додате елементе динамичког модела се могу записати слично као и померања која су описана претходно једначинама (6.42 – 6.45).

Кинетичка енергија динамичког модела приказаног на слици 6-14 је:

$$E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\theta}_4^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}J_5\dot{\theta}_5^2 + \frac{1}{2}m_5\dot{y}_5^2$$
$$\frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2'^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2'^2 + \frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3'^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3'^2 + \frac{1}{2}J_5\dot{\theta}_5'^2 + \frac{1}{2}m_5\dot{y}_5'^2 \tag{6.79}$$

Потенцијална енергија је:

$$\begin{aligned}
E_{\mathrm{p}} &= \frac{1}{2}c_1y_1^2 + \frac{1}{2}c_4y_4^2 + \frac{1}{2}c_5y_5^2 + \frac{1}{2}c_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1 + y_1\right) - \left((e+r_{21})\theta_2 + y_2\right)\right]^2 - \frac{1}{2}c_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1 + y_1\right) - \left((e+r_{21})\theta_2' + y_2'\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}c_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\theta_2 + y_2\right) - \left(r_3\theta_3 + y_3\right)\right]^2 - \frac{1}{2}c_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\theta_2' + y_2'\right) - \left(r_3\theta_3' + y_3'\right)\right]^2 \\
&+ \frac{1}{2}c_{25}(t)\left[\left(r_2\theta_2 + y_2\right) - (r_5\theta_5 + y_5)\right]^2 - \frac{1}{2}c_{25}(t)\left[\left(r_2\theta_2' + y_2'\right) - (r_5\theta_5' + y_5')\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}c_{34}(t)\left[\left(r_3\theta_3 + y_3\right) - \left(r_4\theta_4 + y_6\right)\right]^2 - \frac{1}{2}c_{34}(t)\left[\left(r_3\theta_3' + y_3'\right) - \left(r_4\theta_4 + y_6\right)\right]^2
\end{aligned} \tag{6.80}$$

Функција дисипације је:

$$\begin{aligned}
\Phi &= \frac{1}{2}k_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}k_4\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}k_5\dot{y}_5^2 + \frac{1}{2}k_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1 + \dot{y}_1\right) - \left((e+r_{21})\dot{\theta}_2 + \dot{y}_2\right)\right]^2 - \frac{1}{2}k_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1 + \dot{y}_1\right) - \left((e+r_{21})\dot{\theta}_2' + \dot{y}_2'\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\dot{\theta}_2 + \dot{y}_2\right) - \left(r_3\dot{\theta}_3 + \dot{y}_3\right)\right]^2 - \frac{1}{2}k_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\dot{\theta}_2' + \dot{y}_2'\right) - \left(r_3\dot{\theta}_3' + \dot{y}_3'\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{25}(t)\left[\left(r_2\dot{\theta}_2 + \dot{y}_2\right) - \left(r_5\dot{\theta}_5 + \dot{y}_5\right)\right]^2 - \frac{1}{2}k_{25}(t)\left[\left(r_2\dot{\theta}_2' + \dot{y}_2'\right) - \left(r_5\dot{\theta}_5' + \dot{y}_5'\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{34}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3 + \dot{y}_3\right) - \left(r_4\dot{\theta}_4 + \dot{y}_4\right)\right]^2 - \frac{1}{2}k_{34}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3' + \dot{y}_3'\right) - \left(r_4\dot{\theta}_4 + \dot{y}_4\right)\right]^2
\end{aligned} \tag{6.81}$$

Систем спрегнутих динамичких једначина за једностепени циклоредуктор са уравнотежујућим циклозупчаником, прилагођен решавању у софтверском пакету *MATLAB*, има следећи облик

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_1 &= -\theta_1 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)^2}{J_1} - y_1 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \theta_2 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} + y_2 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} - \\
&- \theta_2' \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} - y_2' \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} - \\
&- \dot{\theta}_1 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)^2}{J_1} - \dot{y}_1 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \dot{\theta}_2 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} + \dot{y}_2 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \frac{T_{\mathrm{h}}(t)}{J_1} - \\
&- \dot{\theta}_2' \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} - \dot{y}_2' \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1}
\end{aligned} \tag{6.82}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_1 &= -y_1\frac{c_1}{m_1} - \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1} - y_1\frac{c_{12}(t)}{m_1} + \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} + y_2\frac{c_{12}(t)}{m_1} - \\
&- \theta_2' c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} - y_2'\frac{c_{12}(t)}{m_1} - \\
&- \dot{y}_1\frac{k_1}{m_1} - \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1} - \dot{y}_1\frac{k_{12}(t)}{m_1} + \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} + \dot{y}_2\frac{k_{12}(t)}{m_1} - \\
&- \dot{\theta}_2' k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} - \dot{y}_2'\frac{k_{12}(t)}{m_1}
\end{aligned} \tag{6.83}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_2 &= \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} \\ &+ y_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + y_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} + y_5 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \\ &+ \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} + \\ &+ \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + \dot{y}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} + \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2}\end{aligned} \tag{6.84}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_2 &= -\theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \\ &- \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_2}\end{aligned} \tag{6.85}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}'_2 &= -\theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} - y_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \theta'_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} + y'_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \theta'_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} - \\ &- y'_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \theta'_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} - y'_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \theta'_2 c_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} - y'_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} - \theta'_5 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} - y'_5 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} - \\ &- \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} - \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \dot{\theta}'_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} + \dot{y}'_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \dot{\theta}'_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} - \\ &- \dot{y}'_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \dot{\theta}'_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} - \dot{y}'_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \dot{\theta}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} - \dot{y}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} - \dot{\theta}'_5 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} - \dot{y}'_5 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2}\end{aligned} \tag{6.86}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}'_2 &= \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} - y_1 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} + y'_2 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} + \\ &+ y'_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} + y'_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} + y'_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} + y'_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} + \\ &+ \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} - \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} + \dot{y}'_2 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} + \\ &+ \dot{y}'_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} + \dot{y}'_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} + \dot{y}'_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} + \dot{y}'_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_2}\end{aligned} \tag{6.87}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\ &+ \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3}\end{aligned} \tag{6.88}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\
&-\theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \\
&\dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\
&-\dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} +
\end{aligned} \tag{6.89}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_3' &= -\theta_2' c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} - y_2' c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_3' c_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + y_3' c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\
&+\theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + y_3' c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} - y_4 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\
&-\dot{\theta}_2' k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} - \dot{y}_2' k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_3' k_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + \dot{y}_3' k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\
&+\dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_4' k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} - \dot{y}_4' k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3}
\end{aligned} \tag{6.90}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_3' &= -\theta_2' c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} - y_2' c_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_3' c_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} + y_3' c_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \\
&+\theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} + y_3' c_{34}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} - y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} - \\
&-\dot{\theta}_2' k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} - \dot{y}_2' k_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_3' k_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} + \dot{y}_3' k_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \\
&+\dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} + \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_3}
\end{aligned} \tag{6.91}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_4 &= \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \\
&-\theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} - y_3' c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} \\
&+\dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} \\
&-\dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} - \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4}
\end{aligned} \tag{6.92}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_4 &= -y_4 c_4 \frac{1}{m_4} + \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \\
&-\theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} - y_3' c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \\
&-\dot{y}_4 k_4 \frac{1}{m_4} + \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \\
&-\dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} - \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{1}{m_4}
\end{aligned} \tag{6.93}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_5 &= \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - y_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} + \\
&+\dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5}
\end{aligned} \tag{6.94}$$

$$\ddot{y}_5 = -y_5 c_5 \frac{1}{m_5} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \\ -\dot{y}_5 k_5 \frac{1}{m_5} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} \tag{6.95}$$

$$\ddot{\theta}'_5 = -\theta'_2 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} - y'_2 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} + \theta'_5 c_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} + y'_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \\ -\dot{\theta}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} - \dot{y}'_2 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} + \dot{\theta}'_5 k_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} + \dot{y}'_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} \tag{6.96}$$

$$\ddot{y}'_5 = -y_5 c_5 \frac{1}{m_5} - \theta'_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} - y'_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} + \theta'_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} + y'_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} + \\ +\dot{y}'_5 k_5 \frac{1}{m_5} - \dot{\theta}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} - \dot{y}'_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} + \dot{\theta}'_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} + \dot{y}'_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} \tag{6.97}$$

Параметри динамичког модела једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклоидна зупчаника су дати у табели 6-3.

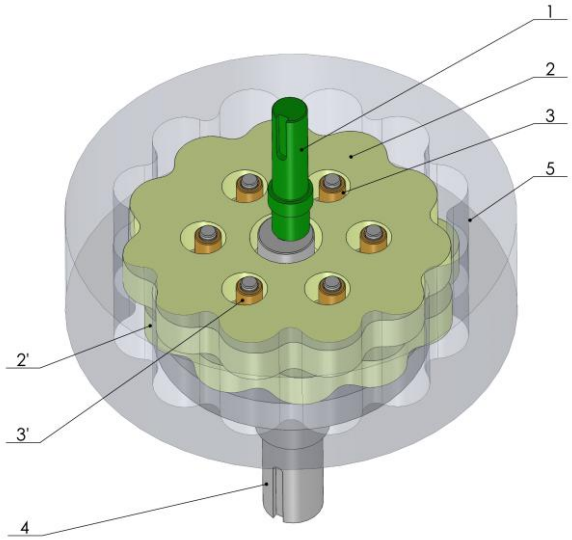
Табела 6-3 Параметри неопходни за решавање динамичког модела једностепеног циклоидног редуктора класичне концепције са два циклоидна зупчаника

Назив	Ознака	Вредност	Јединица
Величина ексцентрицитета	e	2,5	*mm*
Полупречник ексцентар чауре	r_1	7,5	*mm*
Полупречник централног отвора на циклозупчанику	r_{21}	11,95	*mm*
Полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику	r_{22}	21,95	*mm*
Полупречник отвора на циклозупчанику	r_{23}	6,1	*mm*
Полупречник подеоног круга централног зупчаника умањен за величину ексцентрицитета	r_2	45	*mm*
Полупречник по коме су распоређени излазни ваљци	r_3	21,95	*mm*
Полупречник излазног ваљка	r_4	3,55	*mm*
Полупречник ваљака централног зупчаника	r_5	3,55	*mm*
Момент инерције улазног вратила са ексцентар чауром	J_1	21,95	$kgmm^2$
Момент инерције циклозупчаника	J_2	183,343	$kgmm^2$
Момент инерције излазног ваљка	J_3	1,901	$kgmm^2$
Момент инерције излазног механизма	J_4	271,00	$kgmm^2$
Момент инерције ваљка централног зупчаника	J_5	1,901	$kgmm^2$
Маса вратила са ексцентар чауром	m_1	0,052	*kg*
Маса циклозупчаника	m_2	0,342	*kg*
Маса излазног ваљка	m_3	0,003	*kg*
Маса излазног механизма	m_4	0,458	*kg*
Маса ваљка централног зупчаника	m_5	0,003	*kg*
Коефицијент пригушења ослонца улазног вратила	k_1	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца улазног вратила	c_1	$1{,}2\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца излазног механизма	k_4	0,35	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца излазног механизма	c_4	$1{,}3\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца ваљка централног зупчаника	k_5	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца ваљка централног зупчаника	c_5	$8{,}5\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклоозупчаник	k_{12}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник	c_{12}	$1{,}7\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник - излазни ваљак	k_{23}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник - излазни ваљак	c_{23}	$3{,}5\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге излазни ваљак - излазни механизам	k_{34}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге излазни ваљак – излазни механизам	c_{34}	$3{,}2\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник - ваљак централног зупчаника	k_{25}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник - ваљак централног зупчаника	c_{25}	$1{,}45\times10^6$	*N/mm*

Као што је претходно речено уравнотежујући циклозупчаник и његови параметри једнаки су параметрима описаним у поглављу 6.6. Коефицијенти крутости и пригушења и за један и за други циклозупчаник су једнаки.

6.10 Нови тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника

За концепцију *non-pin wheel* се, у иначе оскудној литератури, могу наћи само подаци за динамичко понашање ове концепције са једним циклозупчаником, [60]. У овом поглављу биће представљена динамичка анализа *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника. Као и код класичне концепције циклоредуктора, и овде други циклозупчаник служи за динамичко уравнотежавање унутрашњих сила које се јављају при раду циклоредуктора. Саставни елементи ове концепције циклоредуктора приказани су на слици 6-15.



Слика 6-15 Елементи non-pin wheel концепције једностепеног циклоредуктора са два циклозупчаника

Саставни елементи модела приказаног на слици 6-15 су:

1 – улазно вратило са ексцентар чауром,
2 – циклозупчаник,
2’ – уравнотежујући циклозупчаник,
3 – излазни ваљак спрегнут са циклозупчаником 2,
3’ – излазни ваљак спрегнут са циклозупчаником 2’,
4 – излазни механизам и
5 – централни зупчаник са унутрашњим озубљењем спрегнут са циклозупчаницима 2 и 2’.

Померања и ослањања елемената модела:

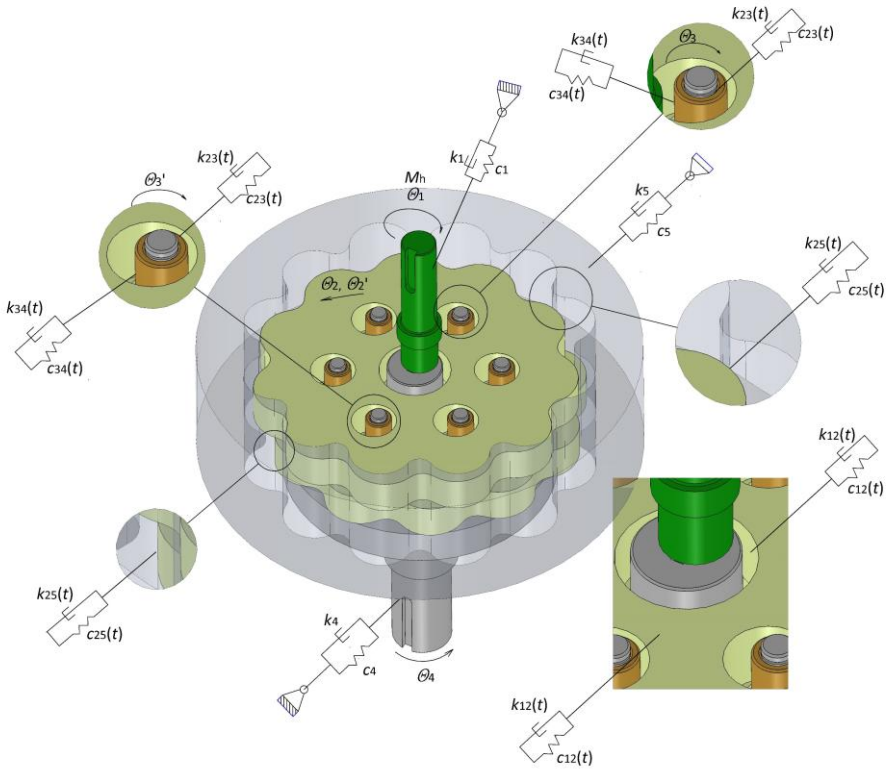
- Улазно вратило: *померања* (линијско померање y_1 и ротација око сопствене осе θ_1); *ослањање* (опруга крутости c_1 и пригушница са коефицијентом пригушења k_1);
- Циклозупчаник 2 и 2’: *померања* (линијско померање y_2 и y'_2 и ротација око сопствене осе θ_2 и θ'_2)
- Излазни ваљак 3 и 3’: *померања* (линијско померање y_3 и y'_3 и ротација око сопствене осе θ_3 и θ'_3)
- Излазно вратило: *померања* (линијско померање y_4 и ротација око сопствене осе θ_4); *ослањање* (опруга крутости c_4 и пригушница са коефицијентом пригушења k_4);

- Централни зупчаник са унутрашњим озубљењем: померања (линијско померање y_5); *ослањање* (опруга крутости c_5 и пригушница са коефицијентом пригушења k_5).

Контакти између појединих елемената циклоредуктора концепције *non-pin wheel* са два циклозупчаника су моделирани на следећи начин:

- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{12}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{12}(t)$;
- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2′): на исти начин као и претходни контакт (1 –2);
- контакт излазног ваљака (3) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{23}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{23}(t)$;
- контакт излазног ваљака (3′) и циклозупчаника (2′): на исти начин као и претходни контакт (2 – 3);
- контакт излазног ваљка (3) и излазног механизма (4): еластична веза крутости $c_{34}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{34}(t)$;
- контакт излазног ваљка (3′) и излазног механизма (4): на исти начин као и претходни контакт (3 –4);
- контакт централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{25}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{25}(t)$ и
- контакт централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2′): на исти начин као и претходни контакт (2 –5).

Тродимензионални динамички модел једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника приказан је на слици 6-16.



Слика 6-16 Тродимензионални динамички модел non-pin wheel једностепеног циклоредуктора са два циклозупчаника

Померања код првог циклозупчаника су иста као и померања циклозупчаника на моделу описаном у поглављу 6.7. Померања за додате елементе динамичког модела се могу записати на сличан начин као и померања која су описана претходно једначинама (6.61 – 6.64) у поглављу 6.7.

Кинетичка енергија *non-pin wheel* циклоредуктора са два циклозупчаника је:

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{k}} &= \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2+\frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2+\frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3^2+\frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2+\frac{1}{2}J_4\dot{\theta}_4^2+\frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2+\frac{1}{2}J_5\dot{\theta}_5^2+\frac{1}{2}m_5\dot{y}_5^2\\ &\frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2'^2+\frac{1}{2}m_2\dot{y}_2'^2+\frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3'^2+\frac{1}{2}m_3\dot{y}_3'^2+\frac{1}{2}m_5\dot{y}_5'^2\end{aligned} \tag{6.98}$$

Потенцијална енергија овог модела је:

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{p}} &= \frac{1}{2}c_1y_1^2+\frac{1}{2}c_4y_4^2+\frac{1}{2}c_5y_5^2+\frac{1}{2}c_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1+y_1\right)-\left((e+r_{21})\theta_2+y_2\right)\right]^2-\frac{1}{2}c_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1+y_1\right)-\left((e+r_{21})\theta_2'+y_2'\right)\right]^2+\\ &+\frac{1}{2}c_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\theta_2+y_2\right)-\left(r_3\theta_3+y_3\right)\right]^2-\frac{1}{2}c_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\theta_2'+y_2'\right)-\left(r_3\theta_3'+y_3'\right)\right]^2+\\ &\frac{1}{2}c_{25}(t)\left[\left(r_2\theta_2+y_2\right)-y_5\right]^2-\frac{1}{2}c_{25}(t)\left[\left(r_2\theta_2'+y_2'\right)-y_5\right]^2+\\ &+\frac{1}{2}c_{34}(t)\left[\left(r_3\theta_3+y_3\right)-\left(r_4\theta_4+y_4\right)\right]^2-\frac{1}{2}c_{34}(t)\left[\left(r_3\theta_3'+y_3'\right)-\left(r_4\theta_4+y_4\right)\right]^2\end{aligned} \tag{6.99}$$

Функција дисипације система је изражена следећом једначином:

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{1}{2}k_1\dot{y}_1^2+\frac{1}{2}k_4\dot{y}_4^2+\frac{1}{2}k_5\dot{y}_5^2+\frac{1}{2}k_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1+\dot{y}_1\right)-\left((e+r_{21})\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)\right]^2-\frac{1}{2}k_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1+\dot{y}_1\right)-\left((e+r_{21})\dot{\theta}_2'+\dot{y}_2'\right)\right]^2+\\ &+\frac{1}{2}k_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)-\left(r_3\dot{\theta}_3+\dot{y}_3\right)\right]^2-\frac{1}{2}k_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\dot{\theta}_2'+\dot{y}_2'\right)-\left(r_3\dot{\theta}_3'+\dot{y}_3'\right)\right]^2+\\ &+\frac{1}{2}k_{25}(t)\left[\left(r_2\dot{\theta}_2+\dot{y}_2\right)-y_5\right]^2-\frac{1}{2}k_{25}(t)\left[\left(r_2\dot{\theta}_2'+\dot{y}_2'\right)-y_5\right]^2+\\ &+\frac{1}{2}k_{34}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3+\dot{y}_3\right)-\left(r_4\dot{\theta}_4+\dot{y}_4\right)\right]^2-\frac{1}{2}k_{34}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3'+\dot{y}_3'\right)-\left(r_4\dot{\theta}_4+\dot{y}_4\right)\right]^2\end{aligned} \tag{6.100}$$

Систем спрегнутих динамичких једначина за једностепени циклоредуктор *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника има следећи облик:

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_1 &= -\theta_1\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)^2}{J_1}-y_1\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\theta_2\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}+y_2\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}-\\ &-\theta_2'\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}-y_2'\cdot c_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}-\\ &-\dot{\theta}_1\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)^2}{J_1}-\dot{y}_1\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\dot{\theta}_2\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}+\dot{y}_2\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}+\frac{T_{\mathrm{h}}}{J_1}-\\ &-\dot{\theta}_2'\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1}-\dot{y}_2'\cdot k_{12}(t)\cdot\frac{e+r_1}{J_1}\end{aligned} \tag{6.101}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_1 &= -y_1\frac{c_1}{m_1}-\theta_1c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1}-y_1\frac{c_{12}(t)}{m_1}+\theta_2c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}+y_2\frac{c_{12}(t)}{m_1}-\\ &-\theta_2'c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}-y_2'\frac{c_{12}(t)}{m_1}-\\ &-\dot{y}_1\frac{k_1}{m_1}-\dot{\theta}_1k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1}-\dot{y}_1\frac{k_{12}(t)}{m_1}+\dot{\theta}_2k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}+\dot{y}_2\frac{k_{12}(t)}{m_1}-\\ &-\dot{\theta}_2'k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1}-\dot{y}_2'\frac{k_{12}(t)}{m_1}\end{aligned} \tag{6.102}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_2 &= \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} \\ &+ y_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + y_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + y_5 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \\ &+ \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} + \\ &+ \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + \dot{y}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2}\end{aligned} \tag{6.103}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_2 &= -\theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \\ &- \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\ &- \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_2}\end{aligned} \tag{6.104}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}'_2 &= -\theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} - y_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \theta'_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} + y'_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \theta'_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} - \\ &- y'_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \theta'_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} - y'_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \theta'_2 c_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} - y'_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} - y'_5 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} - \\ &- \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} - \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \dot{\theta}'_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} + \dot{y}'_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} + \dot{\theta}'_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} - \\ &- \dot{y}'_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \dot{\theta}'_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} - \dot{y}'_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} - \dot{\theta}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} - \dot{y}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} - \dot{y}'_5 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2}\end{aligned} \tag{6.105}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}'_2 &= \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} - y_1 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} + y'_2 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} + \\ &+ y'_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} + y'_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \theta'_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} + y'_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} + y'_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} + \\ &+ \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} - \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} + \dot{y}'_2 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} + \\ &+ \dot{y}'_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} + \dot{y}'_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{\theta}'_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} + \dot{y}'_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_2} + \dot{y}'_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_2}\end{aligned} \tag{6.106}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\ &+ \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3}\end{aligned} \tag{6.107}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\ &-\theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \\ &\dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\ &-\dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} +\end{aligned} \tag{6.108}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_3' &= -\theta_2' c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} - y_2' c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_3' c_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + y_3' c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\ &+\theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + y_3' c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} - y_4 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\ &-\dot{\theta}_2' k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} - \dot{y}_2' k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_3' k_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + \dot{y}_3' k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\ &+\dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} + \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_4' k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} - \dot{y}_4' k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3}\end{aligned} \tag{6.109}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_3' &= -\theta_2' c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} - y_2' c_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_3' c_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} + y_3' c_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \\ &+\theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} + y_3' c_{34}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} - y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} - \\ &-\dot{\theta}_2' k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} - \dot{y}_2' k_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_3' k_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} + \dot{y}_3' k_{23}(t)\frac{1}{m_3} + \\ &+\dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} + \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_3}\end{aligned} \tag{6.110}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_4 &= \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} - y_3' c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} \\ &+\dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} - \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4}\end{aligned} \tag{6.111}$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_4 &= -y_4 c_4\frac{1}{m_4} + \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \theta_3' c_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} - y_3' c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \\ &-\dot{y}_4 k_4\frac{1}{m_4} + \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \dot{\theta}_3' k_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} - \dot{y}_3' k_{34}(t)\frac{1}{m_4}\end{aligned} \tag{6.112}$$

$$\begin{aligned}
&\ddot{y}_5+\ddot{y}_5'=-y_5c_5\frac{1}{m_5}+\theta_2c_{25}(t)\frac{r_2}{m_5}+y_2c_{25}(t)\frac{1}{m_5}-y_5c_{25}(t)\frac{1}{m_5}-\\
&-\dot{y}_5k_5\frac{1}{m_5}+\dot{\theta}_2k_{25}(t)\frac{r_2}{m_5}+\dot{y}_2k_{25}(t)\frac{1}{m_5}-\dot{y}_5k_{25}(t)\frac{1}{m_5}\\
&-y_5c_5\frac{1}{m_5}-\theta_2'c_{25}(t)\frac{r_2}{m_5}-y_2'c_{25}(t)\frac{1}{m_5}+y_5'c_{25}(t)\frac{1}{m_5}+\\
&+\dot{y}_5'k_5\frac{1}{m_5}-\dot{\theta}_2'k_{25}(t)\frac{r_2}{m_5}-\dot{y}_2'k_{25}(t)\frac{1}{m_5}+\dot{y}_5'k_{25}(t)\frac{1}{m_5}
\end{aligned} \tag{6.113}$$

Величине које фигуришу у динамичким једначинама циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са два зупчаника дате су у табели 6-4.

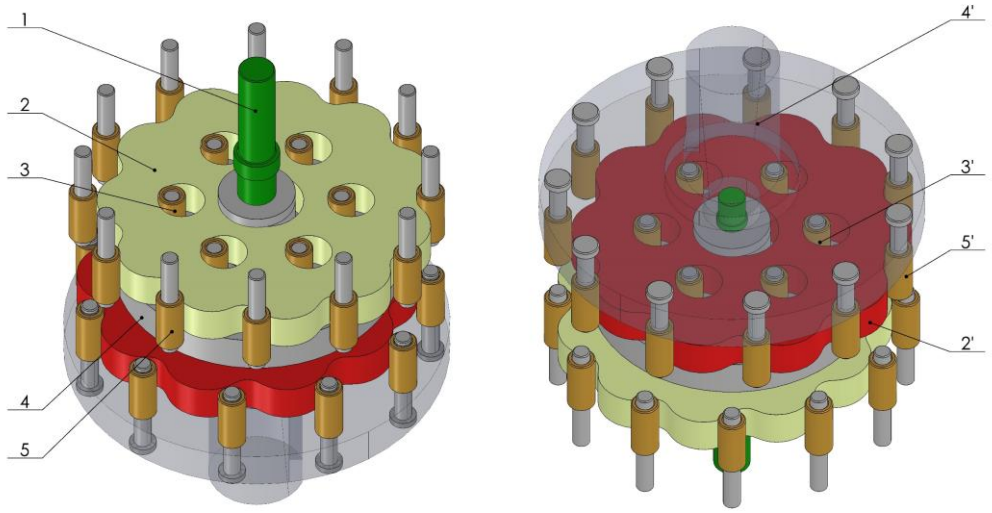
Табела 6-4 Величине неопходне за решавање динамичких једначина циклоредуктора non-pin wheel концепције

Назив	Ознака	Вредност	Јединица
Величина ексцентрицитета	e	2,5	*mm*
Полупречник ексцентар чауре	r_1	7,5	*mm*
Полупречник централног отвора на циклозупчанику	r_{21}	11,95	*mm*
Полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику	r_{22}	21,95	*mm*
Полупречник отвора на циклозупчанику	r_{23}	6,1	*mm*
Полупречник подеоног круга централног зупчаника умањен за величину ексцентрицитета	r_2	45	*mm*
Полупречник по коме су распоређени излазни ваљци	r_3	21,95	*mm*
Полупречник излазног ваљка	r_4	3,55	*mm*
Момент инерције улазног вратила са ексцентар чауром	J_1	21,95	$kgmm^2$
Момент инерције циклозупчаника	J_2	183,343	$kgmm^2$
Момент инерције излазног ваљка	J_3	1,901	$kgmm^2$
Момент инерције излазног механизма	J_4	271,00	$kgmm^2$
Маса вратила са ексцентар чауром	m_1	0,052	*kg*
Маса циклозупчаника	m_2	0,342	*kg*
Маса излазног ваљка	m_3	0,003	*kg*
Маса излазног механизма	m_4	0,485	*kg*
Маса централног зупчаника	m_5	0,458	*kg*
Коефицијент пригушења ослонца улазног вратила	k_1	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца улазног вратила	c_1	$1{,}2\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца излазног механизма	k_4	0,35	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца излазног механизма	c_4	$1{,}3\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца централног зупчаника	k_5	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца централног зупчаника	c_5	$8{,}5\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник	k_{12}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник	c_{12}	$1{,}7\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник - излазни ваљак	k_{23}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник - излазни ваљак	c_{23}	$3{,}5\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге излазни ваљак - излазни механизам	k_{34}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге излазни ваљак – излазни механизам	c_{34}	$3{,}2\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник - централни зупчаник	k_{25}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник - централни зупчаник	c_{25}	$1{,}45\times10^6$	*N/mm*

И у овом моделу, као и у претходно описаном у поглављу 6.8, за додате елементе у динамичким једначинама коришћене су исте вредности за крутости и пригушења за уравнотежујуће елементе (ако се за циклозупчаник користе коефицијенти c_{12} и k_{12} исти коефицијенти се користе и за уравнотежујући циклозупчаник 2').

6.11 Нови тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора нове концепције, [50]

Начин рада двостепеног циклоредуктора нове концепције детаљно је описан у поглављу 4.5. У овом поглављу ће бити представљен и анализиран тродимензионални динамички модел ове нове концепције. За разлику од динамичког модела овог редуктора који је дефинисан по независним степенима преноса (поглавља 6.2 и 6.5), овде је изведен један тродимензионални динамички модел за цели преносник. Елементи двостепеног редуктора нове концепције приказани су на слици 6-17.



Слика 6-17 Саставни елементи двостепеног циклоредуктора нове концепције

Двостепени циклоредуктор нове концепције је на слици 6-17 приказан у два изометријска погледа због бољег прегледа саставних елемената:

1 – улазно вратило са ексцентар чауром,
2 – циклозупчаник првог степена преноса,
3 – ваљци прелазног механизма који представља излазни механизам првог степена преноса и улазни елемент другог степена преноса,
4 – прелазни механизам који представља излазни механизам првог степена преноса и улазни елемент другог степена преноса,
5 – ваљци непокретног централног зупчаника првог степена преноса,
2’ – циклозупчаник другог степена преноса,
3’ – улазни ваљци прелазног механизма 4 спрегнути са циклозупчаником 2’,
4’ – излазни механизам другог степена преноса (покретни централни зупчаник) и
5’ – покретни излазни ваљци.

Померања и ослањања елемената модела:

- Улазно вратило: *померања* (линијско померање y_1 и ротација око сопствене осе θ_1); *ослањање* (опруга крутости c_1 и пригушница са коефицијентом пригушења k_1);
- Прелазни механизам који представља излазни механизам првог степена преноса и улазни елемент другог степена преноса: *померања* (линијско померање y_4 и ротација око сопствене осе θ_4); *ослањање* (опруга крутости c_4 и пригушница са коефицијентом пригушења k_4);
- Ваљци непокретног централног зупчаника првог степена преноса: *померања* (линијско померање y_5 и ротација око сопствене осе θ_5); *ослањање* (опруга крутости c_5 и пригушница са коефицијентом пригушења k_5);
- Излазно вратило, чврсто повезано са покретним централним зупчаником другог степена преноса: *померања* (линијско померање y_4' и ротација око сопствене осе θ_4'); *ослањање* (опруга крутости исте као код прелазног механизма c_4 и пригушница са коефицијентом пригушења k_4);

Како би се олакшало сагледавање овог врло комплексног динамичког модела, контакти у првом и другом степену преноса биће описани засебно.

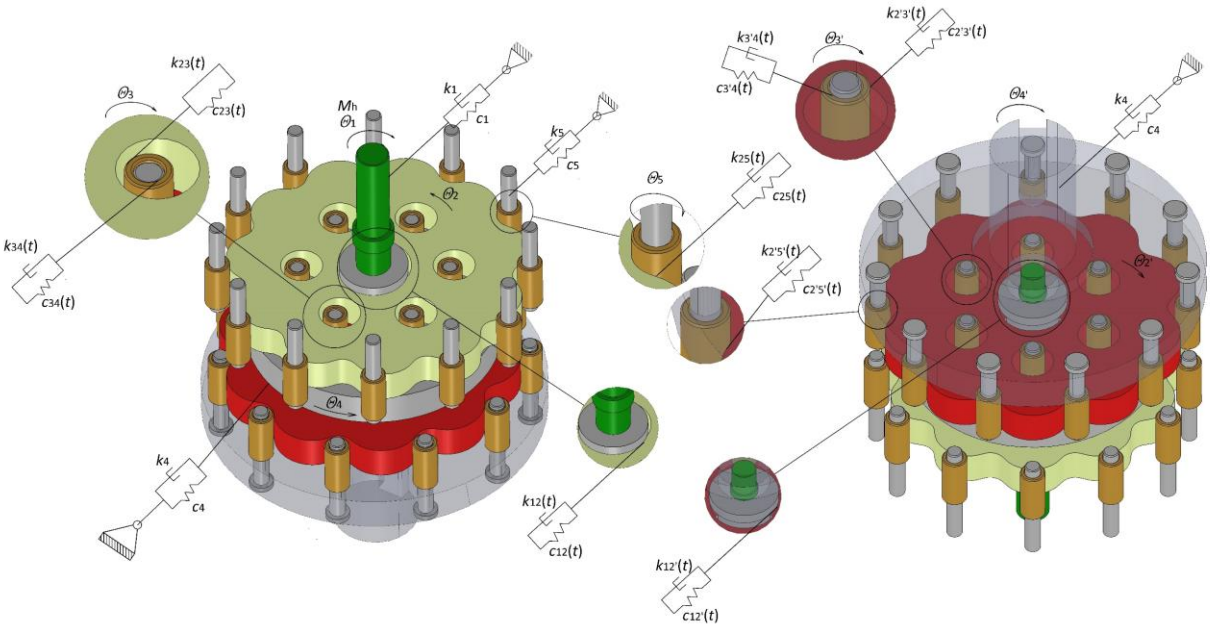
Контакти у првом степену преноса:

- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{12}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{12}(t)$;
- контакт излазног ваљака (ваљка прелазног механизма) првог степена преноса (3) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{23}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{23}(t)$;
- контакт излазног ваљка (3) и излазног (прелазног) механизма (4): еластична веза крутости $c_{34}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{34}(t)$;
- контакт ваљка непокретног централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2): еластична веза крутости $c_{25}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{25}(t)$.

Контакти у другом степену преноса:

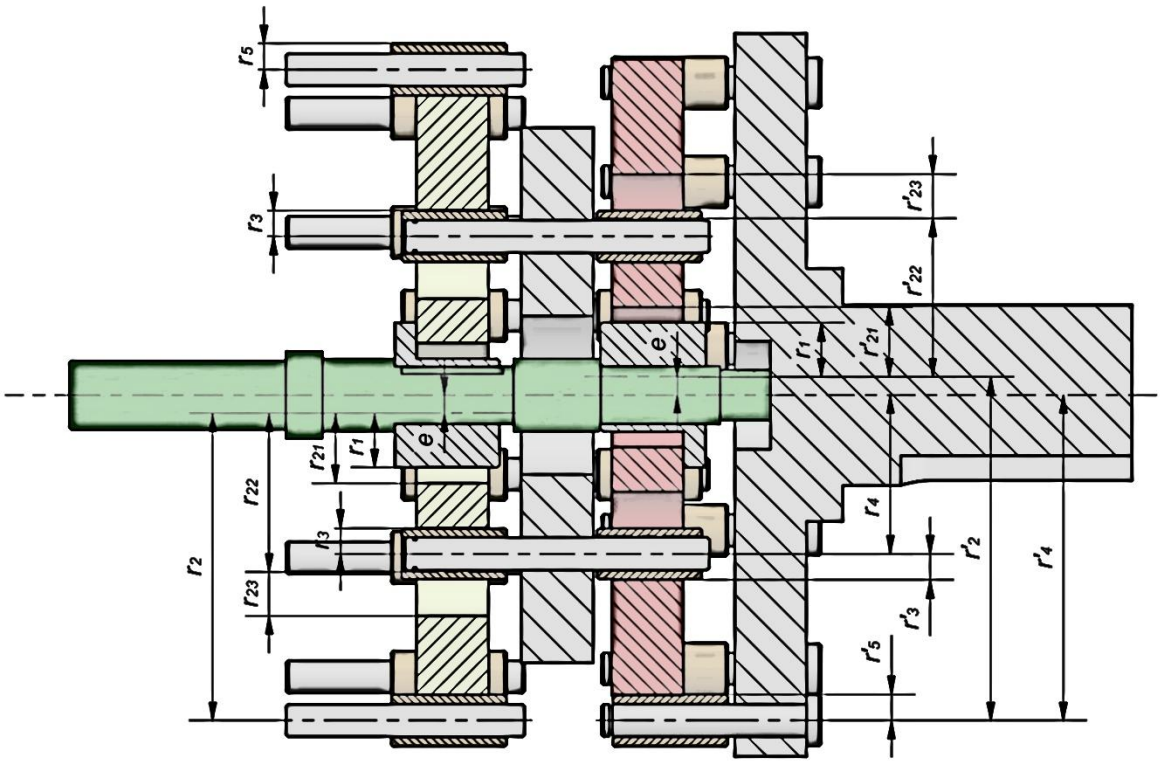
- контакт лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (улазно вратило са ексцентар чауром пролази кроз прелазни механизам (4)) (1) и циклозупчаника (2'): еластична веза крутости $c_{12'}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{12'}(t)$;
- контакт ваљка прелазног механизма другог степена преноса (3') и циклозупчаника (2'): еластична веза крутости $c_{2'3'}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{2'3'}(t)$;
- контакт ваљка прелазног механизма дугог степена преноса (3') и прелазног механизма (4): еластична веза крутости $c_{3'4}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{3'4}(t)$,
- контакт ваљка покретног централног зупчаника другог степена преноса (5') и циклозупчаника другог степена преноса (2'): еластична веза крутости $c_{2'5'}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{2'5'}(t)$ и
- контакт ваљка покретног централног зупчаника другог степена преноса (5') и излазне осовинице другог степена преноса (4') (покретног централног зупчаника): еластична веза крутости $c_{4'5'}(t)$ и пригушница са коефицијентом пригушења $k_{4'5'}(t)$.

Све крутости и сви коефицијенти пригушења су при решавању динамичких једначина третирани као константе вредности. Тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора нове концепције приказан је на слици 6-18.



Слика 6-18 Тродимензионални динамички модел двостепеног циклоредуктора нове концепције

На слици 6-19 су дате геометријске мере елемената двостепеног циклоредуктора нове концепције које су неопходне да би се дефинисале једначине кретања.



Слика 6-19 Геометријске мере двостепеног циклоредуктора нове концепције

Означене мере на слици 6-19 су:

e – величина ексцентрицитета,

r_1 – полупречник ексцентар чауре,

r_2 – полупречник подеоног круга централног зупчаника првог степена преноса умањен за величину ексцентрицитета,

r_{21} – полупречник централног отвора на циклозупчанику првог степена преноса,

r_{22} – полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику првог степена преноса,

r_{23} – полупречник отвора за ваљке на циклозупчанику првог степена преноса,

r_3 – полупречник излазног ваљка првог степена преноса,

r_4 – полупречник кружнице по коме су распоређени ваљци на прелазном механизму,

r_5 – полупречник ваљка непокретног централног зупчаника првог степена преноса,

r'_{21} – полупречник централног отвора на циклозупчанику другог степена преноса,

r'_{22} – полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику другог степена преноса,

r'_{23} – полупречник отвора за ваљке на циклозупчанику другог степена преноса,

r'_3 – полупречник улазног ваљка за други степен преноса,

r'_4 – полупречник кружнице по коме су распоређени ваљци на покретном централном зупчанику другог степена преноса и

r'_5 – полупречник ваљка покретног централног зупчаника другог степена преноса.

Укупна померања у контактима за први степен преноса се могу записати једначинама:

- Померање у контакту лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2):

$$x_{12} = \left(\left(e + r_1\right)\theta_1 + y_1\right) - \left(\left(e + r_{21}\right)\theta_2 + y_2\right) \tag{6.114}$$

- Померање у контакту ваљка прелазног механизма (3) и циклозупчаника (2):

$$x_{23} = \left(\left(r_{22} + r_{23}\right)\theta_2 + y_2\right) - \left(r_3\theta_3 + y_3\right) \tag{6.115}$$

- Померање у контакту излазних ваљака (3) и прелазног механизма (4):

$$x_{34} = \left(r_3\theta_3 + y_3\right) - \left(r_4\theta_4 + y_4\right) \tag{6.116}$$

- Померање у контакту ваљка централног зупчаника (5) и циклозупчаника (2):

$$x_{25} = \left(r_2\theta_2 + y_2\right) - (r_5\theta_5 + y_5) \tag{6.117}$$

Укупна померања у контактима за други степен преноса се могу записати једначинама:

- Померање у контакту лежаја на улазном вратилу са ексцентар чауром (1) и циклозупчаника (2’):

$$x_{12'} = \left(\left(e + r_1\right)\theta_1 + y_1\right) - \left(\left(e + r'_{21}\right)\theta'_2 + y'_2\right) \tag{6.118}$$

- Померање у контакту ваљка прелазног механизма (3’) и циклозупчаника (2’):

$$x_{2'3'} = \left(\left(r'_{22} + r'_{23}\right)\theta'_2 + y'_2\right) - \left(r_3\theta'_3 + y'_3\right) \tag{6.119}$$

- Померање у контакту ваљка прелазног механизма (3’) и прелазног механизма (4):

$$x_{3'4} = \left(r_3\theta'_3 + y'_3\right) - \left(r_4\theta_4 + y_4\right) \tag{6.120}$$

- Померање у контакту ваљка покретног централног зупчаника (5’) и циклозупчаника (2’):

$$x_{2'5'} = \left(r'_2\theta'_2 + y'_2\right) - (r_5\theta'_5 + y'_5) \tag{6.121}$$

- Померање у контакту ваљка покретног централног зупчаника (5’) и излазног механизма (4’):

$$x_{4'5'} = \left(r_5\theta'_5 + y'_5\right) - \left(r'_4\theta'_4 + y'_4\right) \tag{6.122}$$

После дефинисања свих неопходних величина и њихових односа, према једначини (6.1) се могу записати изрази за кинетичку, потенцијалну енергију и функцију дисипације система. Израз за кинетичку енергију гласи:

$$\begin{aligned} E_k = {} & \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\theta}_4^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}J_5\dot{\theta}_5^2 + \frac{1}{2}m_5\dot{y}_5^2 + \\ & + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2'^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2'^2 + \frac{1}{2}J_3\dot{\theta}_3'^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3'^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\theta}_4'^2 + \frac{1}{2}m_4\dot{y}_4'^2 + \frac{1}{2}J_5\dot{\theta}_5'^2 + \frac{1}{2}m_5\dot{y}_5'^2 \end{aligned} \tag{6.123}$$

Потенцијална енергија је:

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{p}} &= \frac{1}{2}c_1 y_1^2 + \frac{1}{2}c_4 y_4^2 + \frac{1}{2}c_5 y_5^2 + \frac{1}{2}c_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1 + y_1\right) - \left((e+r_{21})\theta_2 + y_2\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}c_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\theta_2 + y_2\right) - \left(r_3\theta_3 + y_3\right)\right]^2 + \frac{1}{2}c_{25}(t)\left[\left(r_2\theta_2 + y_2\right) - (r_5\theta_5 + y_5)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}c_{34}(t)\left[\left(r_3\theta_3 + y_3\right) - \left(r_4\theta_4 + y_4\right)\right]^2 \\
&+ \frac{1}{2}c_4 y_4'^2 + \frac{1}{2}c_{12'}(t)\left[\left((e+r_1)\theta_1 + y_1\right) - \left((e+r_{21}')\theta_2' + y_2'\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}c_{2'3'}(t)\left[\left((r_{22}'+r_{23}')\theta_2' + y_2'\right) - \left(r_3\theta_3' + y_3'\right)\right]^2 + \frac{1}{2}c_{3'4}(t)\left[\left(r_3\theta_3' + y_3'\right) - \left(r_4\theta_4 + y_4\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}c_{2'5'}(t)\left[\left(r_2'\theta_2' + y_2'\right) - (r_5\theta_5' + y_5')\right]^2 + \frac{1}{2}c_{4'5'}(t)\left[\left(r_5\theta_5' + y_5'\right) - \left(r_4'\theta_4' + y_4'\right)\right]^2
\end{aligned}
\tag{6.124}
$$

Функција дисипације система је:

$$
\begin{aligned}
\Phi &= \frac{1}{2}k_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}k_4 \dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}k_5 \dot{y}_5^2 + \frac{1}{2}k_{12}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1 + \dot{y}_1\right) - \left((e+r_{21})\dot{\theta}_2 + \dot{y}_2\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{23}(t)\left[\left((r_{22}+r_{23})\dot{\theta}_2 + \dot{y}_2\right) - \left(r_3\dot{\theta}_3 + \dot{y}_3\right)\right]^2 + \frac{1}{2}k_{25}(t)\left[\left(r_2\dot{\theta}_2 + \dot{y}_2\right) - \left(r_5\dot{\theta}_5 + \dot{y}_5\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{34}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3 + \dot{y}_3\right) - \left(r_4\dot{\theta}_4 + \dot{y}_4\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_4 \dot{y}_4'^2 + \frac{1}{2}k_{12'}(t)\left[\left((e+r_1)\dot{\theta}_1 + \dot{y}_1\right) - \left((e+r_{21}')\dot{\theta}_2' + \dot{y}_2'\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{2'3'}(t)\left[\left((r_{22}'+r_{23}')\dot{\theta}_2' + \dot{y}_2'\right) - \left(r_3\dot{\theta}_3' + \dot{y}_3'\right)\right]^2 + \frac{1}{2}k_{3'4}(t)\left[\left(r_3\dot{\theta}_3' + \dot{y}_3'\right) - \left(r_4\dot{\theta}_4 + \dot{y}_4\right)\right]^2 + \\
&+ \frac{1}{2}k_{2'5'}(t)\left[\left(r_2'\dot{\theta}_2 + \dot{y}_2\right) - (r_5\dot{\theta}_5' + \dot{y}_5')\right]^2 + \frac{1}{2}k_{4'5'}(t)\left[\left(r_5\dot{\theta}_5' + \dot{y}_5'\right) - \left(r_4'\dot{\theta}_4' + \dot{y}_4'\right)\right]^2
\end{aligned}
\tag{6.125}
$$

Као побуда система узет је, као и у претходним моделима, улазни момент T_{h}. Систем спрегнутих једначина кретања за двостепени циклоредуктор нове концепције, прилагођен решавању у софтверском пакету *MATLAB*, у окружењу *SIMULINK* се може записати у следећем облику:

$$
\begin{aligned}
\ddot{\theta}_1 &= -\theta_1 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)^2}{J_1} - y_1 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \theta_2 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} + y_2 \cdot c_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} - \\
&- \dot{\theta}_1 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)^2}{J_1} - \dot{y}_1 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \dot{\theta}_2 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} + \dot{y}_2 \cdot k_{12}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \frac{T_{\mathrm{h}}(t)}{J_1} - \\
&- \theta_1 \cdot c_{12'}(t) \cdot \frac{(e+r_1)^2}{J_1} - y_1 \cdot c_{12'}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \theta_2' \cdot c_{12'}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} + y_2' \cdot c_{12'}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} - \\
&- \dot{\theta}_1 \cdot k_{12'}(t) \cdot \frac{(e+r_1)^2}{J_1} - \dot{y}_1 \cdot k_{12'}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1} + \dot{\theta}_2' \cdot k_{12'}(t) \cdot \frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_1} + \dot{y}_2' \cdot k_{12'}(t) \cdot \frac{e+r_1}{J_1}
\end{aligned}
\tag{6.126}
$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_1 &= -y_1\frac{c_1}{m_1} - \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1} - y_1\frac{c_{12}(t)}{m_1} + \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} + y_2\frac{c_{12}(t)}{m_1} - \\
&-\dot{y}_1\frac{k_1}{m_1} - \dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1} - \dot{y}_1\frac{k_{12}(t)}{m_1} + \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} + \dot{y}_2\frac{k_{12}(t)}{m_1} - \\
&-\theta_1 c_{12'}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1} - y_1\frac{c_{12'}(t)}{m_1} + \theta_2' c_{12'}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} + y_2'\frac{c_{12'}(t)}{m_1} - \\
&-\dot{\theta}_1 k_{12'}(t)\frac{(e+r_1)}{m_1} - \dot{y}_1\frac{k_{12'}(t)}{m_1} + \dot{\theta}_2' k_{12'}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_1} + \dot{y}_2'\frac{k_{12'}(t)}{m_1}
\end{aligned} \tag{6.127}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_2 &= \theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} \\
&+y_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + y_3 c_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} + y_5 c_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \\
&+\dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{21})}{J_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})^2}{J_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{J_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})^2}{J_2} + \\
&+\dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_2} + \dot{y}_3 k_{12}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{J_2} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2^2}{J_2} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2} + \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_2} + \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_2}{J_2}
\end{aligned} \tag{6.128}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_2 &= -\theta_1 c_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + y_1 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - y_2 c_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\
&-y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \\
&-\dot{\theta}_1 k_{12}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + \dot{y}_1 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{12}(t)\frac{(e+r_{21})}{m_2} - \dot{y}_2 k_{12}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_2} - \\
&-\dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_2} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_2} - \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_2} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_2}
\end{aligned} \tag{6.129}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_2' &= \theta_1 c_{12'}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{2'1})}{J_2'} + y_1 c_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})}{J_2'} - \theta_2' c_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})^2}{J_2'} - y_2' c_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})}{J_2'} - \theta_2' c_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})^2}{J_2'} \\
&+y_2' c_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})}{J_2'} + \theta_3' c_{12'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})r_3}{J_2'} + y_3' c_{12'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})}{J_2'} + \theta_2' c_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}^2}{J_2'} + y_2' c_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}}{J_2'} + \theta_5' c_{2'5'}(t)\frac{r_{2'} r_5}{J_2'} + y_5' c_{2'5'}(t)\frac{r_2}{J_2'} + \\
&+\dot{\theta}_1 k_{12'}(t)\frac{(e+r_1)(e+r_{2'1})}{J_2'} + \dot{y}_1 k_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})}{J_2'} - \dot{\theta}_2' k_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})^2}{J_2'} - \dot{y}_2' k_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})}{J_2'} - \dot{\theta}_2' k_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})^2}{J_2'} + \\
&+\dot{y}_2' k_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})}{J_2'} + \dot{\theta}_3' k_{12'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})r_3}{J_2'} + \dot{y}_3' k_{12'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})}{J_2'} + \dot{\theta}_2' k_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}^2}{J_2'} + \dot{y}_2' k_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}}{J_2'} + \dot{\theta}_5' k_{2'5'}(t)\frac{r_{2'} r_5}{J_2'} + \dot{y}_5' k_{2'5'}(t)\frac{r_2}{J_2'}
\end{aligned} \tag{6.130}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_2' &= -\theta_1 c_{12'}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + y_1 c_{12'}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2' c_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})}{m_2} - y_2' c_{12'}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2' c_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})}{m_2} - \\
&- y_2' c_{2'3'}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_3' c_{2'3'}(t)\frac{r_3}{m_2} - y_3' c_{2'3'}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_2' c_{2'5'}(t)\frac{r_2}{m_2} - y_2' c_{2'5'}(t)\frac{1}{m_2} - \theta_5' c_{2'5'}(t)\frac{r_5}{m_2} - y_5' c_{2'5'}(t)\frac{1}{m_2} - \\
&- \dot{\theta}_1 k_{12'}(t)\frac{(e+r_1)}{m_2} + \dot{y}_1 k_{12'}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2' k_{12'}(t)\frac{(e+r_{2'1})}{m_2} - \dot{y}_2' k_{12'}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2' k_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})}{m_2} - \\
&- \dot{y}_2' k_{2'3'}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_3' k_{2'3'}(t)\frac{r_3}{m_2} - \dot{y}_3' k_{2'3'}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_2' k_{2'5'}(t)\frac{r_2}{m_2} - \dot{y}_2' k_{2'5'}(t)\frac{1}{m_2} - \dot{\theta}_5' k_{2'5'}(t)\frac{r_5}{m_2} - \dot{y}_5' k_{2'5'}(t)\frac{1}{m_2}
\end{aligned} \tag{6.131}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\
&- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\
&+ \dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})r_3}{J_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\
&- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_3}{J_3}
\end{aligned} \tag{6.132}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_3 &= \theta_2 c_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + y_2 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_3 c_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\
&- \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \\
&\dot{\theta}_2 k_{23}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + \dot{y}_2 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_3 k_{23}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{23}(t)\frac{1}{m_3} - \\
&- \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_3} + \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_3} +
\end{aligned} \tag{6.133}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_3' &= \theta_2' c_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})r_3}{J_3} + y_2' c_{2'3'}(t)\frac{r_3}{J_3} - \theta_3' c_{2'3'}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3' c_{2'3'}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\
&- \theta_3' c_{3'4'}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - y_3' c_{3'4'}(t)\frac{r_3}{J_3} + \theta_4 c_{3'4'}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + y_4 c_{3'4'}(t)\frac{r_3}{J_3} + \\
&+ \dot{\theta}_2' k_{2'3'}(t)\frac{(r_{2'2}+r_{2'3})r_3}{J_3} + \dot{y}_2' k_{2'3'}(t)\frac{r_3}{J_3} - \dot{\theta}_3' k_{2'3'}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3' k_{2'3'}(t)\frac{r_3}{J_3} - \\
&- \dot{\theta}_3' k_{3'4'}(t)\frac{r_3^2}{J_3} - \dot{y}_3' k_{3'4'}(t)\frac{r_3}{J_3} + \dot{\theta}_4 k_{3'4'}(t)\frac{r_3 r_4}{J_3} + \dot{y}_4 k_{3'4'}(t)\frac{r_3}{J_3}
\end{aligned} \tag{6.134}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_3' &= \theta_2' c_{2'3'}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + y_2' c_{2'3'}(t)\frac{1}{m_3} - \theta_3' c_{2'3'}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3' c_{2'3'}(t)\frac{1}{m_3} - \\
&- \theta_3' c_{3'4'}(t)\frac{r_3}{m_3} - y_3' c_{3'4'}(t)\frac{1}{m_3} + \theta_4 c_{3'4'}(t)\frac{r_4}{m_3} + y_4 c_{3'4'}(t)\frac{1}{m_3} + \\
&\dot{\theta}_2' k_{2'3'}(t)\frac{(r_{22}+r_{23})}{m_3} + \dot{y}_2' k_{2'3'}(t)\frac{1}{m_3} - \dot{\theta}_3' k_{2'3'}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3' k_{2'3'}(t)\frac{1}{m_3} - \\
&- \dot{\theta}_3' k_{3'4'}(t)\frac{r_3}{m_3} - \dot{y}_3' k_{3'4'}(t)\frac{1}{m_3} + \dot{\theta}_4 k_{3'4'}(t)\frac{r_4}{m_3} + \dot{y}_4 k_{3'4'}(t)\frac{1}{m_3}
\end{aligned} \tag{6.135}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_4 &= \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} + \\
&+ \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3 r_4}{J_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4^2}{J_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{J_4}
\end{aligned} \tag{6.136}$$

$$\ddot{y}_4 = -y_4 c_4 \frac{1}{m_4} + \theta_3 c_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + y_3 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \theta_4 c_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - y_4 c_{34}(t)\frac{1}{m_4} -$$
$$-\dot{y}_4 k_4 \frac{1}{m_4} + \dot{\theta}_3 k_{34}(t)\frac{r_3}{m_4} + \dot{y}_3 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} - \dot{\theta}_4 k_{34}(t)\frac{r_4}{m_4} - \dot{y}_4 k_{34}(t)\frac{1}{m_4} \tag{6.137}$$

$$\ddot{\theta}'_4 = -\theta'_4 c_{4'5'}(t)\frac{r_{4'} r_5}{J_{4'}} - y'_4 c_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_{4'}} + \theta'_5 c_{4'5'}(t)\frac{r_5^2}{J_{4'}} + y'_5 c_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_{4'}} -$$
$$-\dot{\theta}'_4 k_{4'5'}(t)\frac{r_{4'} r_5}{J_{4'}} - \dot{y}'_4 k_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_{4'}} + \dot{\theta}'_5 k_{4'5'}(t)\frac{r_5^2}{J_{4'}} + \dot{y}'_5 k_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_{4'}} \tag{6.138}$$

$$\ddot{y}'_4 = -y'_4 c_{4'} \frac{1}{m_{4'}} - \theta'_4 c_{4'5'}(t)\frac{r_{4'}}{m_{4'}} - y'_4 c_{4'5'}(t)\frac{1}{m_{4'}} + \theta'_5 c_{4'5'}(t)\frac{r_5}{m_{4'}} + y'_5 c_{4'5'}(t)\frac{1}{m_{4'}} -$$
$$-\dot{y}'_4 k_4 \frac{1}{m_4} - \dot{\theta}'_4 k_{4'5'}(t)\frac{r_{4'}}{m_{4'}} - \dot{y}'_4 k_{4'5'}(t)\frac{1}{m_{4'}} + \dot{\theta}'_5 k_{4'5'}(t)\frac{r_5}{m_{4'}} + \dot{y}'_5 k_{4'5'}(t)\frac{1}{m_{4'}} \tag{6.139}$$

$$\ddot{\theta}_5 = \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} + y_2 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - y_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} +$$
$$+\dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} \tag{6.140}$$

$$\ddot{y}_5 = -y_5 c_5 \frac{1}{m_5} + \theta_2 c_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + y_2 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \theta_5 c_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} - y_5 c_{25}(t)\frac{1}{m_5} -$$
$$-\dot{y}_5 k_5 \frac{1}{m_5} + \dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2}{m_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{m_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{1}{m_5} \tag{6.141}$$

$$\ddot{\theta}'_5 = \theta'_2 c_{2'5'}(t)\frac{r_{2'} r_5}{J_5} + y'_2 c_{2'5'}(t)\frac{r_5}{J_5} - \theta'_5 c_{2'5'}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - y'_5 c_{2'5'}(t)\frac{r_5}{J_5} +$$
$$+\theta'_4 c_{4'5'}(t)\frac{r_{4'} r_5}{J_5} + y'_4 c_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_5} - \theta'_5 c_{4'5'}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - y'_5 c_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_5} +$$
$$+\dot{\theta}_2 k_{25}(t)\frac{r_2 r_5}{J_5} + \dot{y}_2 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} - \dot{\theta}_5 k_{25}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - \dot{y}_5 k_{25}(t)\frac{r_5}{J_5} +$$
$$+\dot{\theta}'_4 k_{4'5'}(t)\frac{r_{4'} r_5}{J_5} + \dot{y}'_4 k_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_5} - \dot{\theta}'_5 k_{4'5'}(t)\frac{r_5^2}{J_5} - \dot{y}'_5 k_{4'5'}(t)\frac{r_5}{J_5} \tag{6.142}$$

$$\ddot{y}'_5 = -y'_5 c'_5 \frac{1}{m_5} + \theta'_2 c_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}}{m_5} + y'_2 c_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} - \theta'_5 c_{2'5'}(t)\frac{r_5}{m_5} - y'_5 c_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} +$$
$$+\theta'_4 c_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}}{m_5} + y'_4 c_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} - \theta'_5 c_{2'5'}(t)\frac{r_5}{m_5} - y'_5 c_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} -$$
$$-\dot{y}'_5 k_{5'} \frac{1}{m_5} + \dot{\theta}'_2 k_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}}{m_5} + \dot{y}'_2 k_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} - \dot{\theta}'_5 k_{2'5'}(t)\frac{r_5}{m_5} - \dot{y}'_5 k_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} +$$
$$+\dot{\theta}'_4 k_{2'5'}(t)\frac{r_{2'}}{m_5} + \dot{y}'_4 k_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} - \dot{\theta}'_5 k_{2'5'}(t)\frac{r_5}{m_5} - \dot{y}'_5 k_{2'5'}(t)\frac{1}{m_5} - \tag{6.143}$$

Представљени систем спрегнутих динамичких једначина има чак 18 степени слободе кретања. Овако велики број степени слободе кретања чини представљени систем изузетно тешким за решавање, чак и употребом специјализованих софтвера. У табели 6-5 су дати неопходни параметри за решавање овог система једначина.

Табела 6-5 Параметри двостепеног циклоредуктора нове концепције

Назив	Ознака	Вредност	Јединица
Величина ексцентрицитета	e	2,5	*mm*
Полупречник ексцентар чауре	r_1	7,5	*mm*
Полупречник централног отвора на циклозупчанику првог степена преноса	r_{21}	11,95	*mm*
Полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику првог степена преноса	r_{22}	21,95	*mm*
Полупречник отвора на циклозупчанику првог степена преноса	r_{23}	6,1	*mm*
Полупречник подеоног круга централног зупчаника првог степена преноса умањен за величину екцентрицитета	r_2	45	*mm*
Полупречник излазног ваљка првог степена преноса	r_3	3,55	*mm*
Полупречник по коме су распоређени излазни ваљци првог степена преноса	r_4	21,95	*mm*
Полупречник ваљка непокретног централног зупчаника првог степена преноса	r_5	3,55	*mm*
Полупречник централног отовора на циклозупчанику другог степена преноса	r'_{21}	11,95	*mm*
Полупречник круга по коме су распоређени отвори на циклозупчанику другог степена преноса	r'_{22}	21,95	*mm*
Полупречник отвора на циклозупчанику другог степена преноса	r'_{23}	6,1	*mm*
Полупречник подеоног круга централног зупчаника другог степена преноса	r'_2	45	*mm*
Полупречник ваљка прелазног механизма другог степена преноса	r'_3	3,55	*mm*
Полупречник круга по коме су распоређени ваљци покретног централног зупчаника другог степена преноса	r'_4	45	*mm*
Полупречник ваљка покретног централног зупчаника другог степена преноса	r'_5	3,55	*mm*
Момент инерције улазног вратила са ексцентар чауром	J_1	21,95	$kgmm^2$
Момент инерције циклозупчаника првог степена преноса	J_2	183,343	$kgmm^2$
Момент инерције ваљка прелазног механизма првог степена преноса	J_3	1,901	$kgmm^2$
Момент инерције прелазног механизма	J_4	115,335	$kgmm^2$
Момент инерције ваљка непокретног централног зупчаника другог степена преноса	J_5	1,901	$kgmm^2$
Момент инерције циклозупчаника другог степена преноса	J'_2	167,299	$kgmm^2$
Момент инерције ваљка прелазног механизма другог степена преноса	J'_3	1,901	$kgmm^2$
Момент инерције покретног централног зупчаника другог степена преноса	J'_4	508,350	$kgmm^2$
Момент инерције ваљка непокретног централног зупчаника 5 првог степена преноса	J'_5	1,901	$kgmm^2$
Маса вратила са ексцентар чауром 1	m_1	0,052	*kg*
Маса циклозупчаника првог степена преноса	m_2	0,342	*kg*
Маса излазног ваљка првог степена преноса	m_3	0,003	*kg*
Маса прелазног механизма	m_4	0,300	*kg*
Маса ваљка непокретног централног зупчаника првог степена преноса	m_5	0,003	*kg*
Маса циклозупчаника другог степена преноса	m_2	0,355	*kg*
Маса улазног ваљка другог степена преноса	m_3	0,003	*kg*
Маса покретног централног зупчаника другог степена преноса	m_4	0,780	*kg*
Маса ваљка покретног централног зупчаника другог степена преноса	m_5	0,003	*kg*
Коефицијент пригушења ослонца улазног вратила	k_1	0,28	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца улазног вратила	c_1	$1{,}7\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца прелазног механизма	k_4	0,25	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца прелазног механизма	c_4	$1{,}8\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења ослонца ваљка непокретног централног зупчаника првог степена преноса	k_5	0,35	*Ns/mm*
Коефицијент крутости ослонца ваљка непокретног централног зупчаника првог степена преноса	c_5	$1{,}9\times10^5$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник п.с.п.	k_{12}	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге улазно вратило са ексцентар чауром – циклозупчаник п.с.п.	c_{12}	$2{,}5\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник п.с.п. - излазни ваљак првог степена преноса	k_{23}	0,45	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник п.с.п. - излазни ваљак првог степена преноса	c_{23}	$3{,}8\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге излазни ваљак п.с.п. - излазни механизам првог степена преноса	k_{34}	0,35	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге излазни ваљак п.с.п. – излазни механизам првог степена преноса	$\boldsymbol{c_{34}}$	$3{,}8\times10^6$	***N/mm***
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник п.с.п. – ваљак непокретног централног зупчаника	k_{25}	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник п.с.п. – ваљак непокретног централног зупчаника	c_{25}	$1{,}85\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник д.с.п. – улазни ваљак другог степена преноса	$k_{2'3'}$	0,3	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник д.с.п. – улазни ваљак другог степена преноса	$c_{2'3'}$	$1{,}0\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге улазни ваљак другог степена преноса – прелазни механизам	$k_{3'4}$	0,45	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге улазни ваљак другог степена преноса – прелазни механизам	$c_{3'4}$	$3{,}6\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге циклозупчаник другог степена преноса – ваљак покретног централног зупчаника д.с.п.	$k_{2'5'}$	0,35	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге циклозупчаник другог степена преноса – ваљак покретног централног зупчаника д.с.п.	$c_{2'5'}$	$4{,}5\times10^6$	*N/mm*
Коефицијент пригушења спреге покретни централни зупчаник другог степена преноса – ваљак покретног централног зупчаника другог степена преноса	$k_{4'5'}$	0,5	*Ns/mm*
Коефицијент крутости спреге покретни централни зупчаник другог степена преноса – ваљак покретног централног зупчаника другог степена преноса	$c_{4'5'}$	$6{,}52\times10^6$	*N/mm*

6.12 Резултати анализе нових тродимензионалних динамичких модела циклоредуктора

За потребе истраживања у оквиру ове докторске дисертације, након детаљне анализе постојећих динамичких модела, направљено је пет нових тродимензионалних динамичких модела циклоредуктора. Ови модели су детаљно описани у претходним поглављима и њихове једначине су прилагођене решавању у софтверском пакету *MATLAB* (окружење *SIMULINK*). Преглед броја једначина, тј. степени слободе кретања по моделу, приказан је у табели 6-6. Динамички модели су побројани респективно како су навођени у претходним поглављима.

Табела 6-6 Преглед броја динамичких једначина по концепцијама

Ред. бр. модела	Назив концепције	Ознака концепције	Број једначина
1.	Класични једностепени циклоредуктор са једним циклозупчаником	SS-1RCG	10
2.	*Non-pin wheel* једностепени циклоредуктор са једним циклозупчаником	SS-1SCG	9
3.	Класични једностепени циклоредуктор са два циклозупчаника	SS-2RCG	16
4.	*Non-pin wheel* једностепени циклоредуктор са два циклозупчаника	SS-2SCG	13
5.	Нова концепција двостепеног циклоредуктора са два циклозупчаника	DS-2RCG	18

За концепције класичног и *non-pin wheel* циклоредуктора направљени су посебни независни динамички модели са по једним и са по два циклозупчаника, како би се утврдио утицај додавања другог, уравнотежујућег циклозупчаника на динамичко понашање циклоредуктора. Код свих динамичких модела разматран је случај једноструке спреге, тј. случај када је у спрези само један зубац циклозупчаника са одговарајућим ваљком централног зупчаника. Разлог за ову претпоставку је тај што је ово најнеповољнији случај спрезања, и као такав се може користити као меродаван за пројектовање циклоредуктора. Једнострука спрега је разматрана и код постојећих динамичких модела циклоредуктора, [50,53-61]. Побуда система је улазни обртни момент T_h. Интензитет овог обртног момента је према препорукама из литературе [15] подељен у односу 55-45% на први и други циклозупчаник, респективно. Да би израчунавање динамичке силе F_{din} која делује на зупце циклозупчаника било могуће, потребно је прво одредити интензитет вектора резултујућих померања $\boldsymbol{x}$ и интензитет вектора резултујућих брзина $\boldsymbol{v}$. Динамичка сила F_{din} се израчунава према следећем изразу, [50]:

$$F_{din} = c \cdot \mathbf{x} + k \cdot \mathbf{v}, \tag{6.144}$$

где су:

F_{din} – динамичка сила која делује на зубац циклозупчаника,

c – коефицијент крутости одговарајуће спреге,

$\boldsymbol{x}$ – интензитет вектора резултујућег померања,

k – коефицијент пригушења одговарајуће спреге и

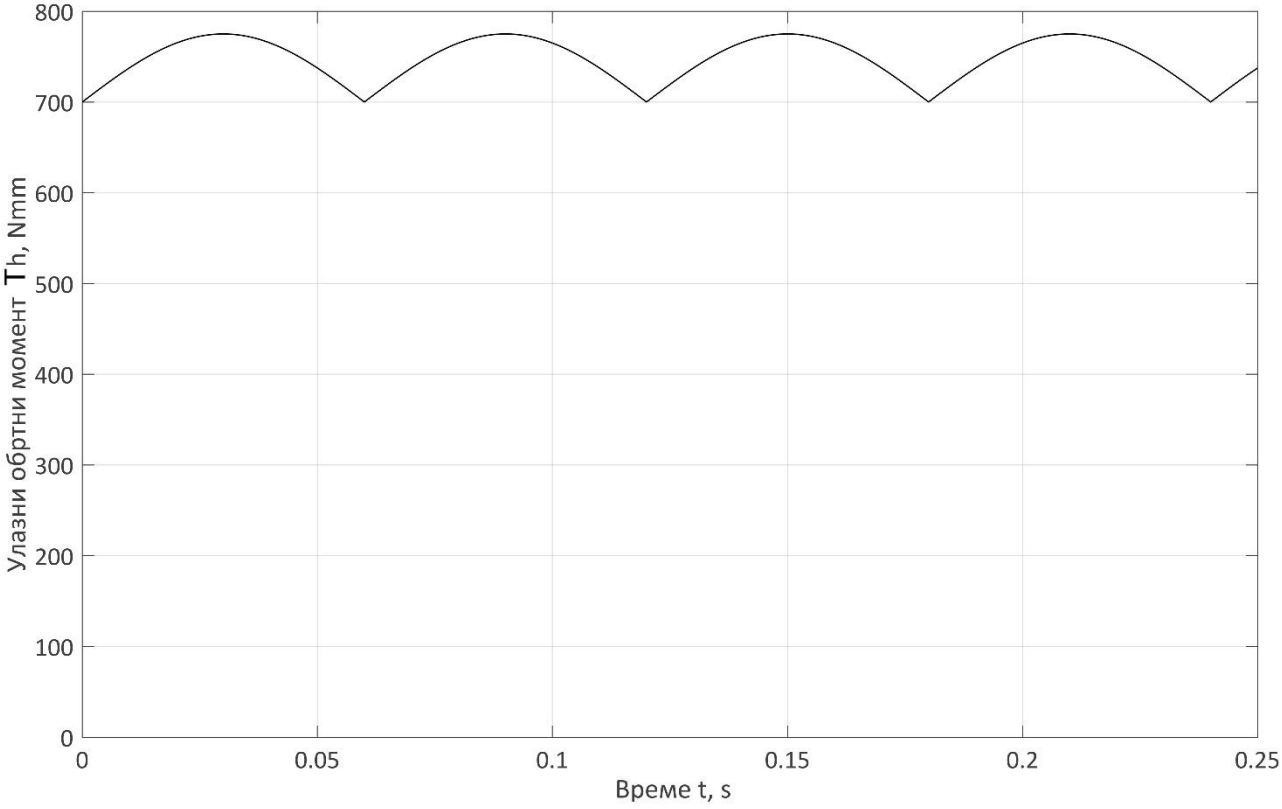
v – интензитет вектора резултујуће брзине.

Како би решавање једначина кретања било убрзано, за све вредности пригушења и крутости у контактима које зависе од времена уведена је претпоставка:

$$k_i(t) = \text{const}$$
$$c_i(t) = \text{const} \tag{6.145}$$

Међутим, код свих креираних динамичких модела у модулу *SIMULINK* остављена је могућност да се касније изврши превођење свих крутости и пригушења из константних у временски променљиве вредности што у реалности и јесу.

Одређивање природе функције побудног обртног момента извршено је експерименталним мерењем улазне силе, као што је описано у поглављу 5.6. Дијаграм улазног обртног момента T_h у функцији времена приказан је на слици 6-20.

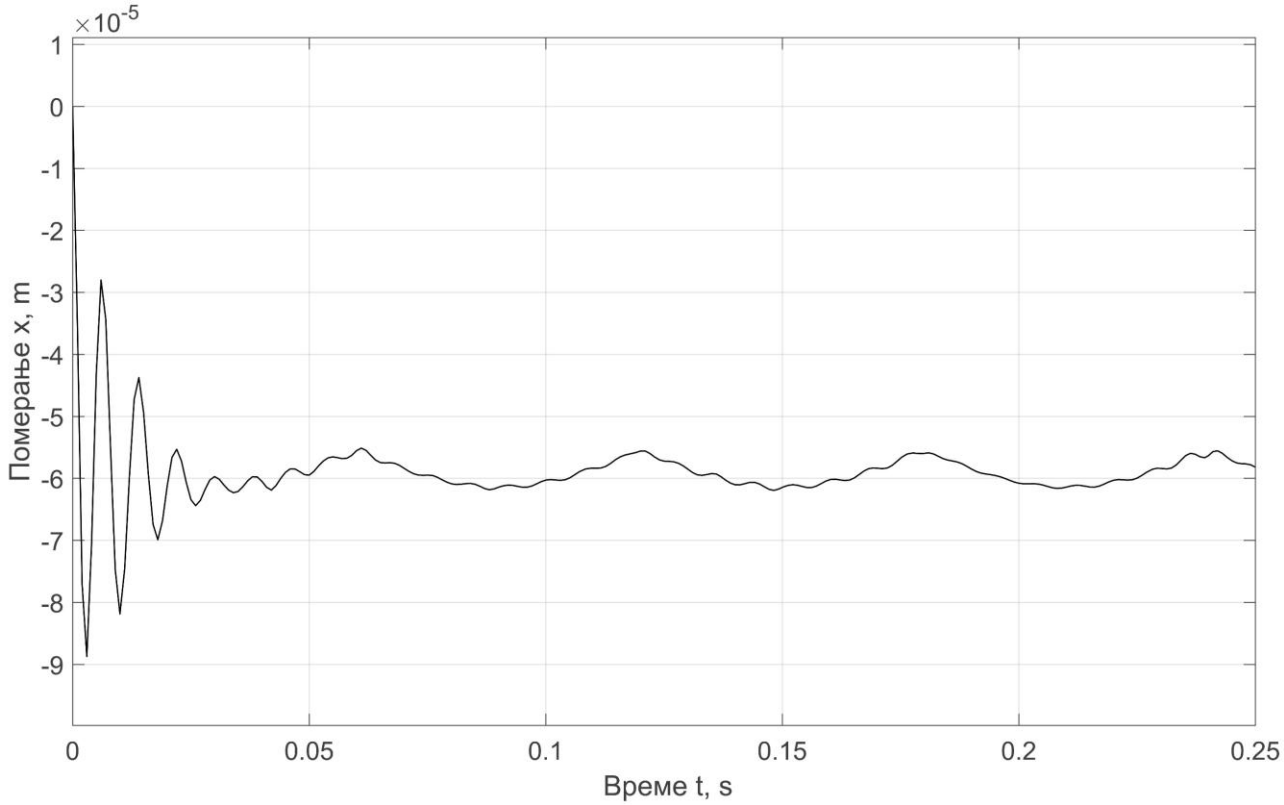


Слика 6-20 Дијаграм улазног, побудног обртног момента T_h добијен експерименталним путем

Побудни обртни момент T_h је измерен за све вредности према режимима рада циклоредуктора описаним у поглављу 5.7. Као репрезентативна вредност изабран је обртни момент при 900 min^{-1} чије се вредности крећу у интервалу 700 ÷ 800 *Nmm*. Као ток функције обртног момента изабрана је функција |sin x| као најприближнија измереним вредностима, и као функција која се у литератури најчешће користи за побуду система, [50,97].

6.12.1 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником

Како би се одредио интензитет динамичке силе која делује на зупце циклозупчаника, неопходно је одредити интензитет вектора укупног померања. Интензитет вектора укупног померања приказан је дијаграмом на слици 6-21.



Слика 6-21 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником

Друга неопходна компонента за одређивање динамичке силе која делује на зубац циклозупчаника је интензитет резултујућег вектора брзине. Интензитет вектора брзине је приказан дијаграмом на слици 6-22. Како би се потврдила веродостојност симулације динамичког система, неопходно је добијене резултате за вредности динамичке силе упоредити са максималном нормалном силом у контакту зупца циклозупчаника и ваљка непокретног централног зупчаника F_{Nmax}, која се израчунава на основу израза, [15]:

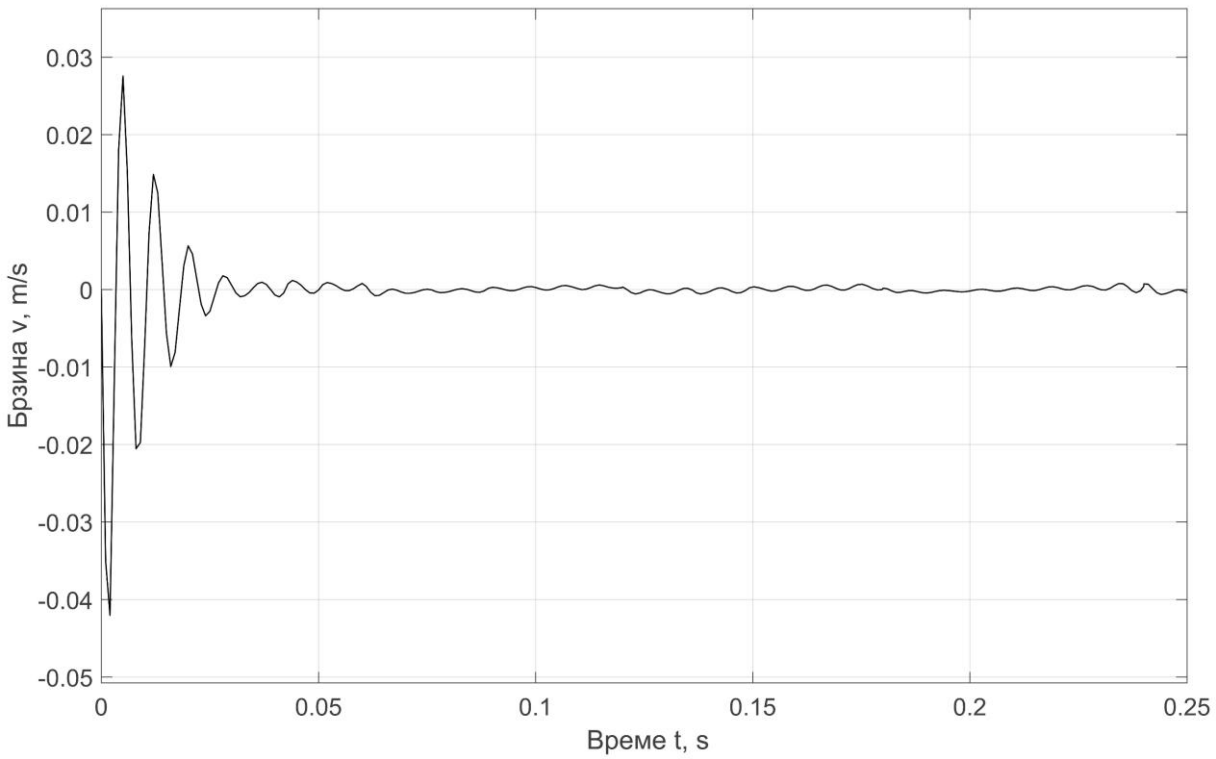
$$F_{\mathrm{Nmax}} = \frac{4 \cdot T_3}{r_1 \cdot z_2} = \frac{4 \cdot 5280}{27{,}5 \cdot 12} = 64 \text{ N} \tag{6.146}$$

где су:

T_3 – обртни момент на циклозупчанику, [15,85];

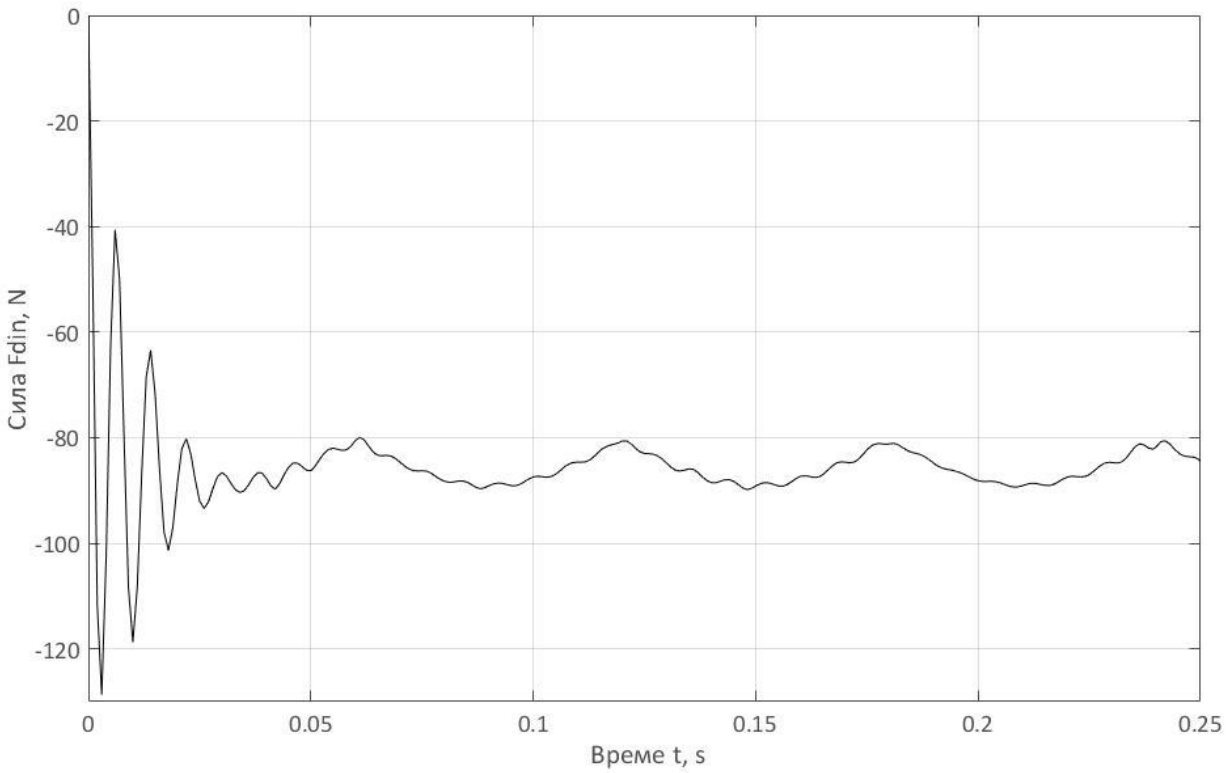
r_1 – полупречник непокретне кружнице циклозупчаника и

z_2 – број зубаца непокретног централног зупчаника (односно број непокретних ваљака).



Слика 6-22 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником

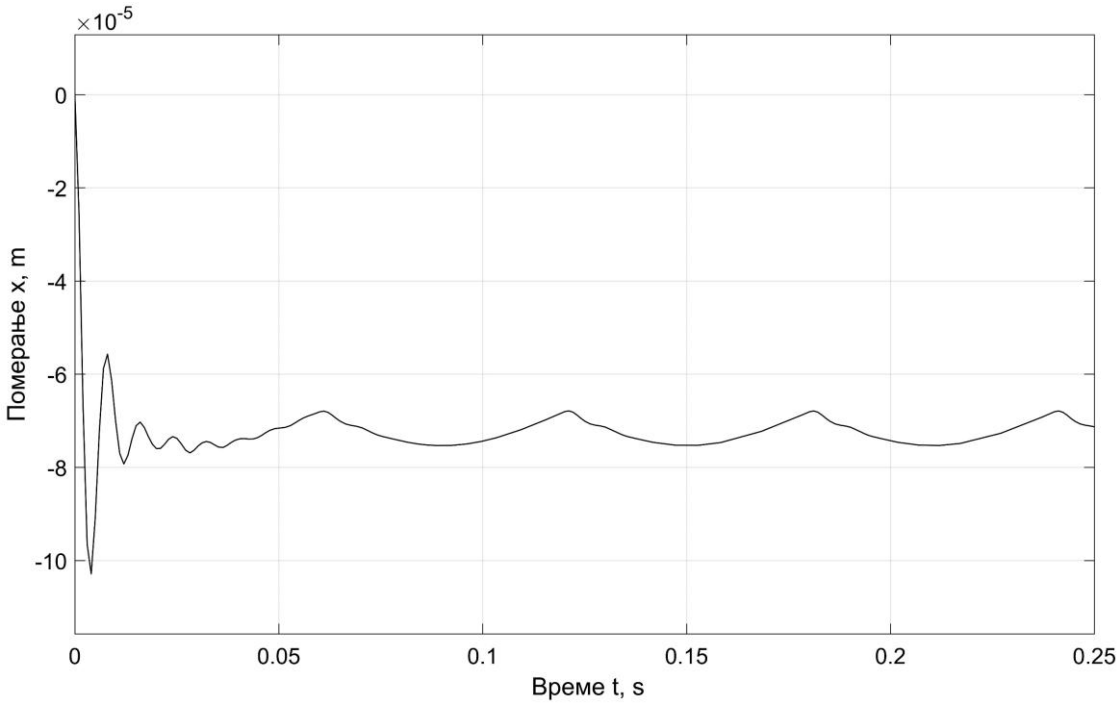
На слици 6-23 је приказан дијаграм динамичке силе F_{din} за модел циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником.



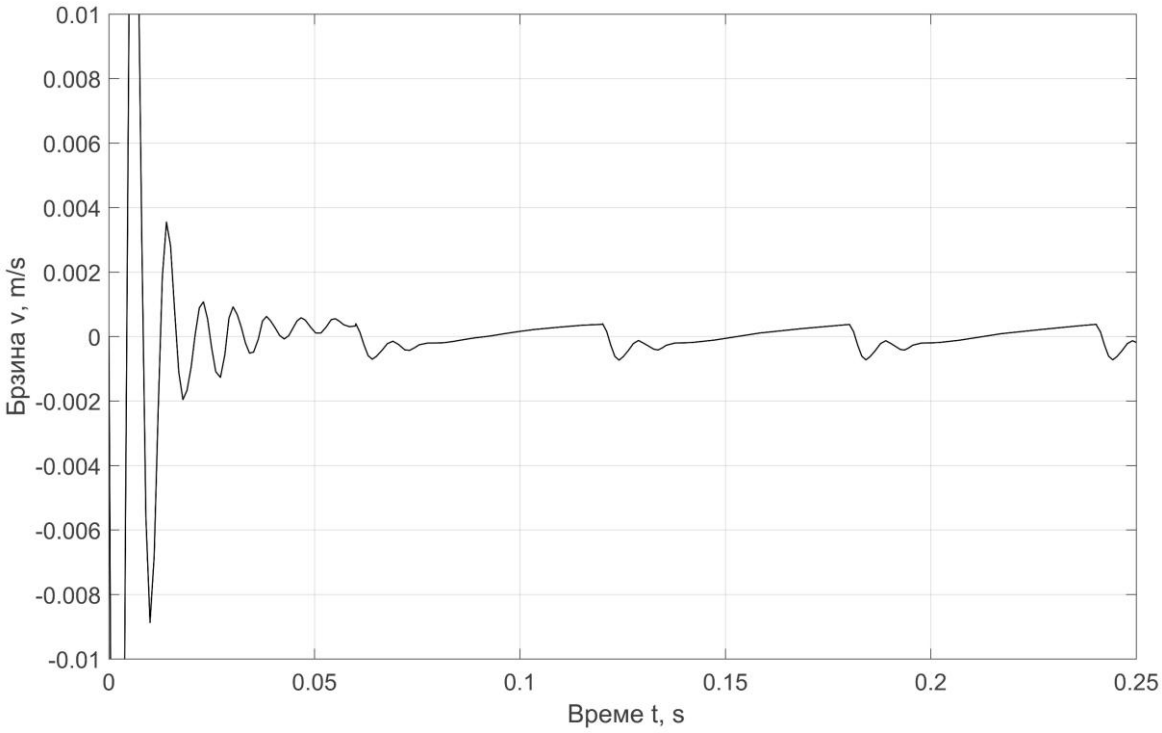
Слика 6-23 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником

6.12.2 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником

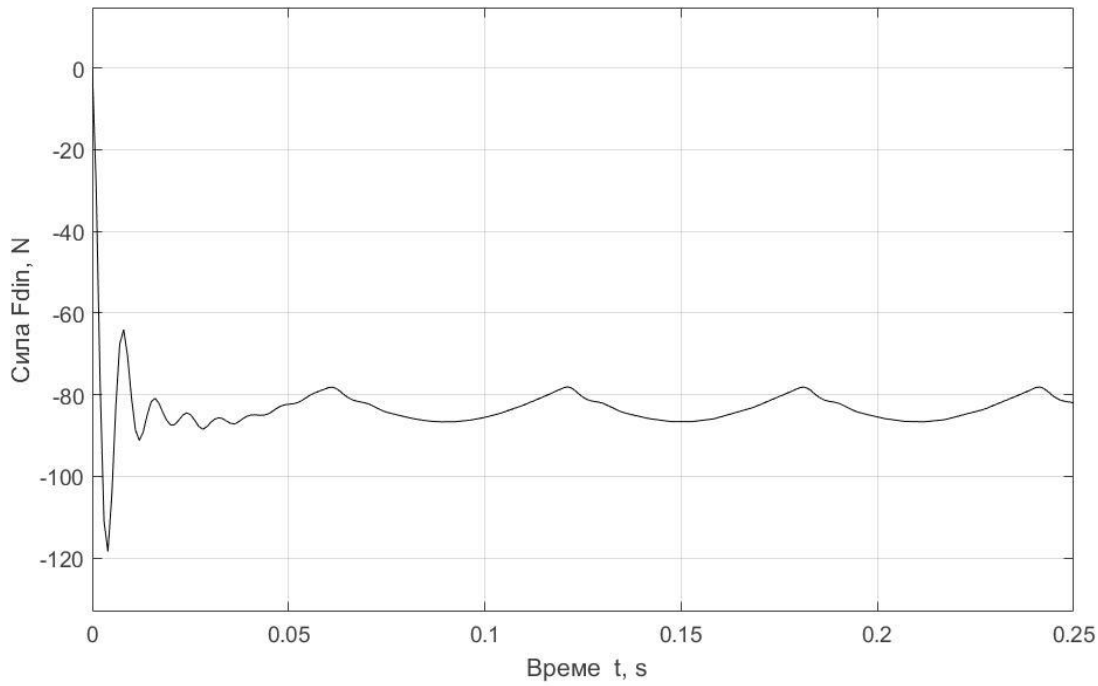
На сликама 6-24, 6-25 и 6-26 су респективно приказани: дијаграм померања, дијаграм брзине и дијаграм динамичке силе добијени симулацијом у програмском пакету *MATLAB* према подацима из табеле 6-2 за модел циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником.



Слика 6-24 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора концепције non-pin wheel са једним циклозупчаником



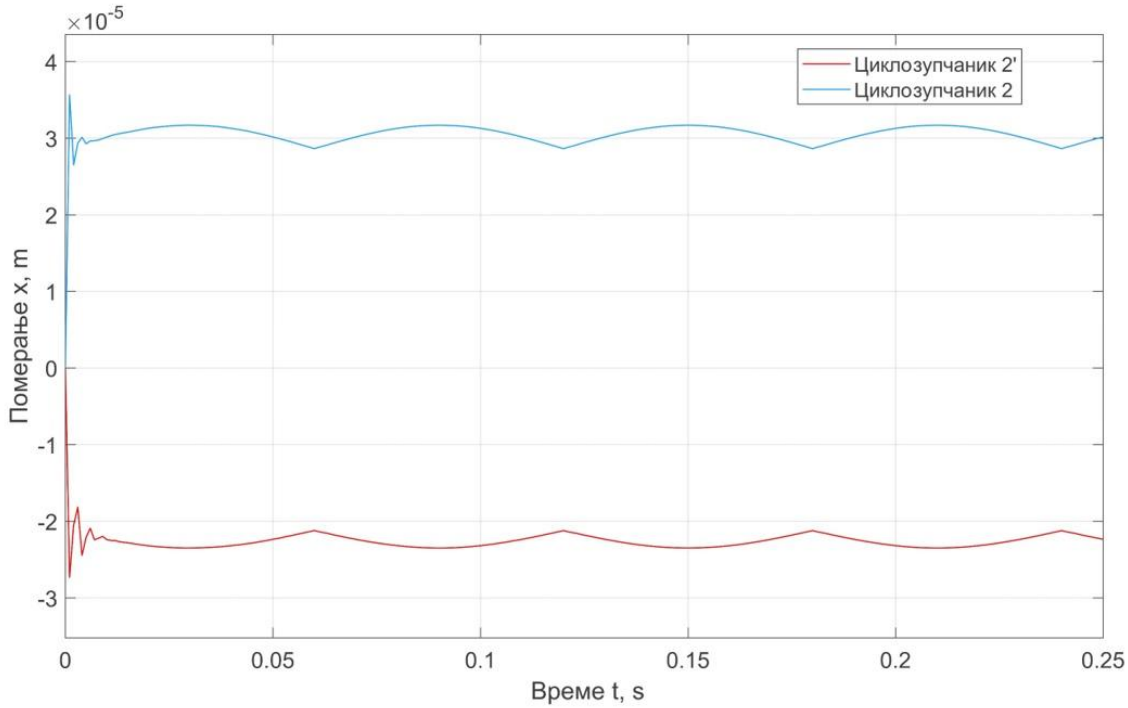
Слика 6-25 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel концепције са једним циклозупчаником



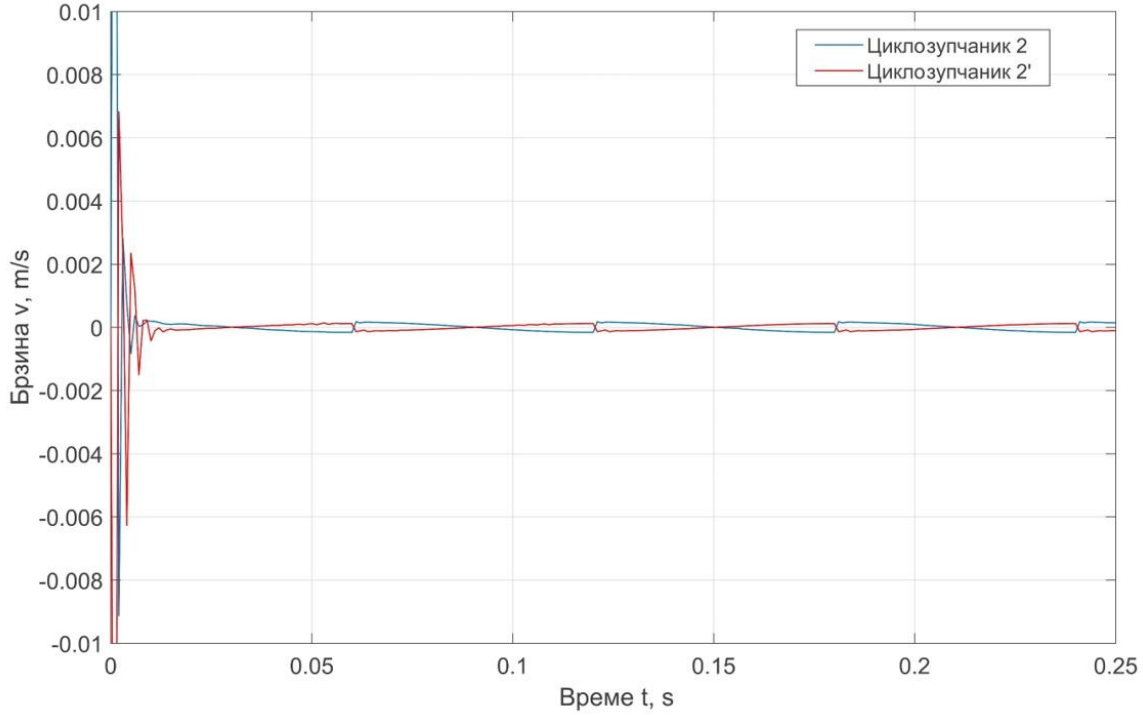
Слика 6-26 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel концепције са једним циклозупчаником

6.12.3 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника

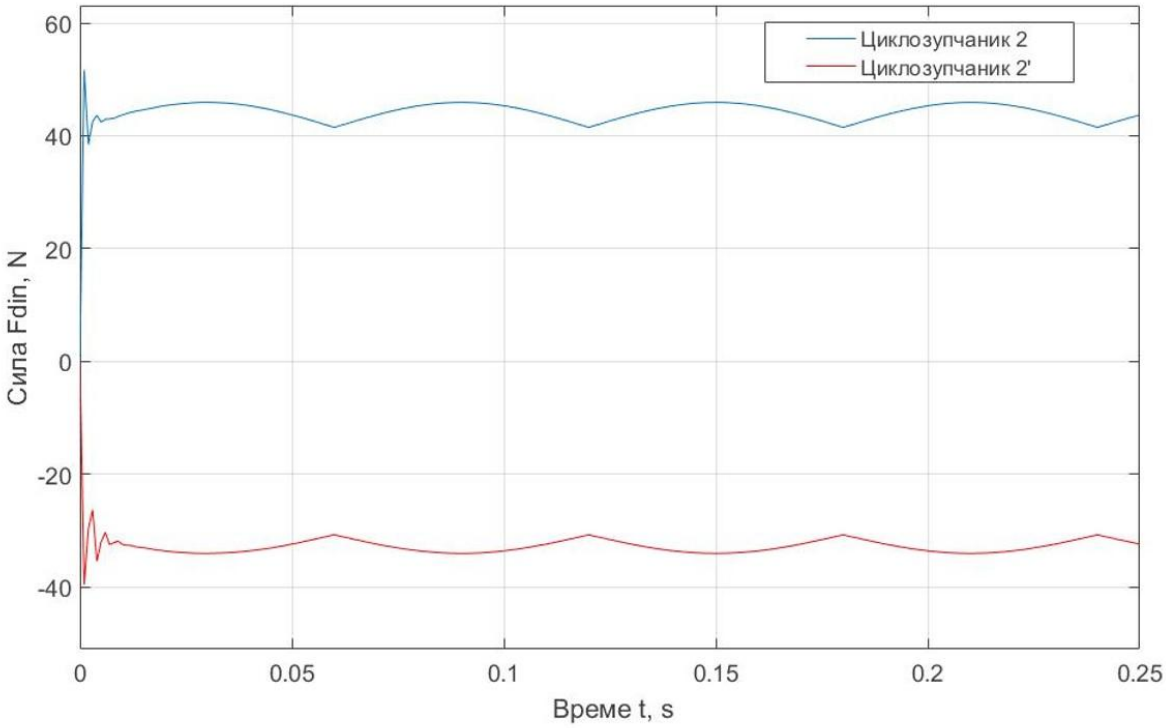
На сликама 6-27, 6-28 и 6-29 су респективно приказани: дијаграм померања, дијаграм брзине и дијаграм динамичке силе. Симулација је изведена према подацима из табеле 6-3 за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника. Дијаграми су генерисани тако да прате све карактеристике код оба циклозупчаника.



Слика 6-27 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника



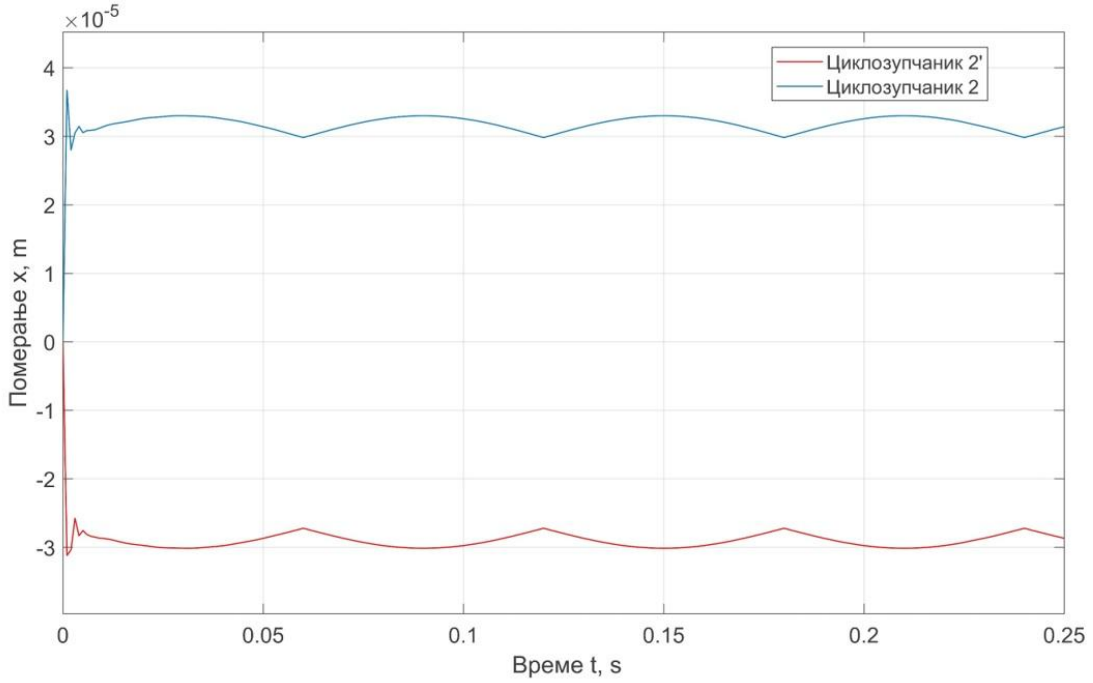
Слика 6-28 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника



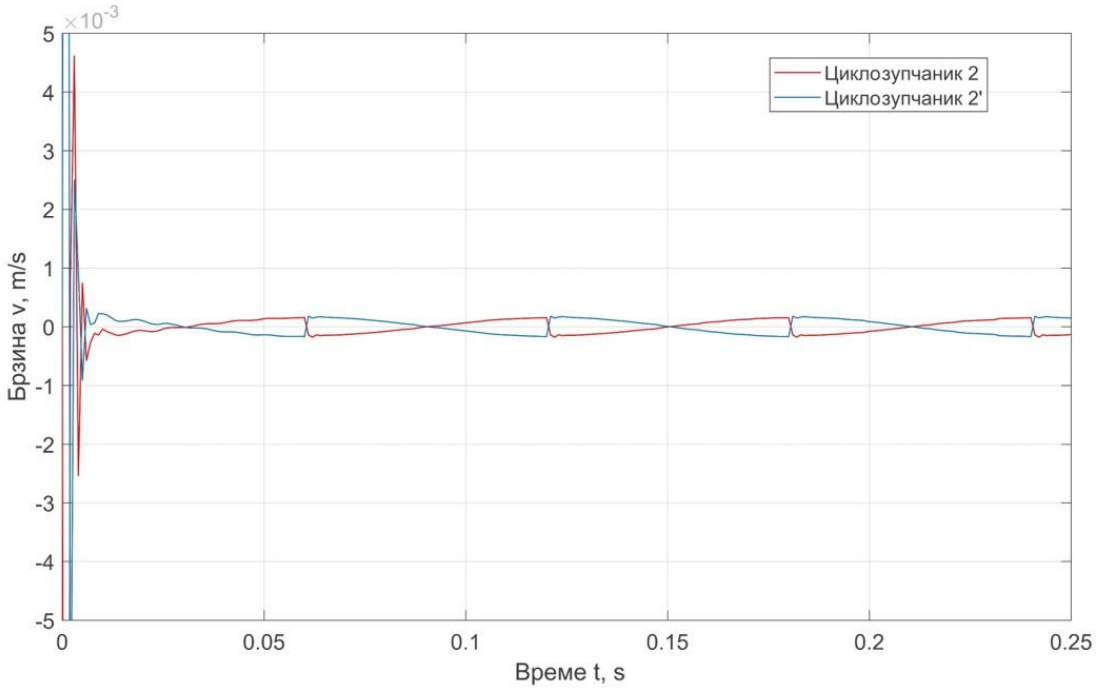
Слика 6-29 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника

6.12.4 Резултати динамичке анализе једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника

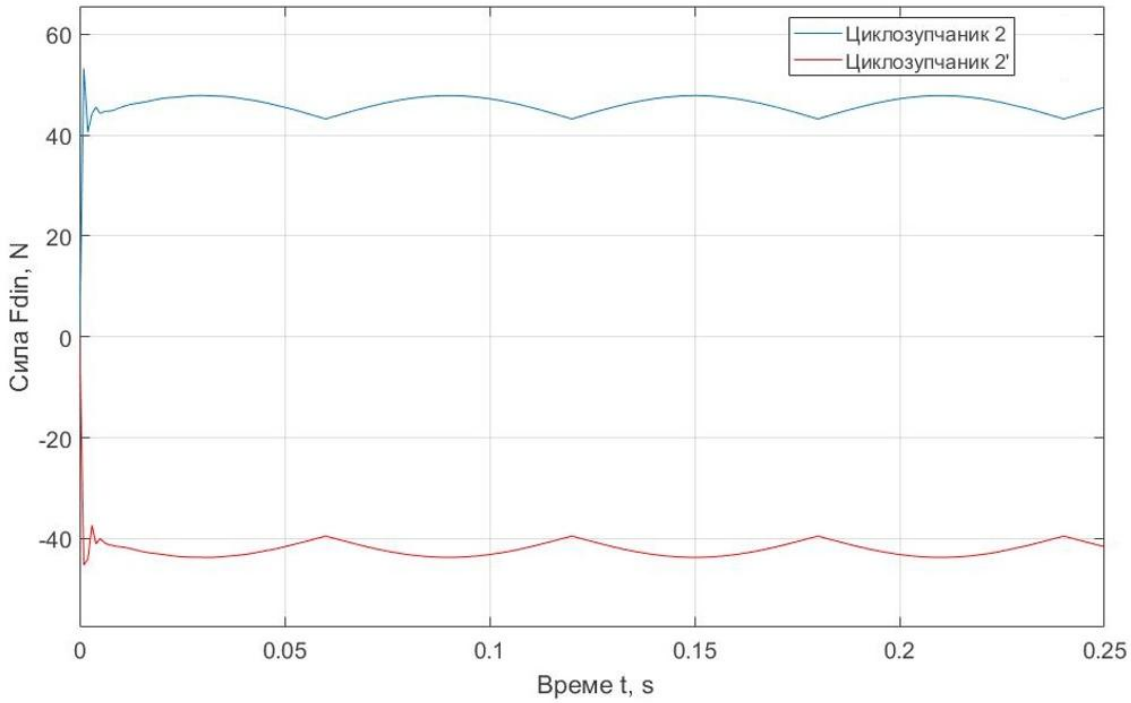
На сликама 6-30, 6-31 и 6-32 су респективно приказани: дијаграм померања, дијаграм брзине и дијаграм динамичке силе. Симулација у програмском пакету *MATLAB* је изведена према подацима из табеле 6-4. На све три слике приказани су подаци за оба циклозупчаника.



Слика 6-30 Дијаграм интензитета вектора укупног померања за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel концепције са два циклозупчаника



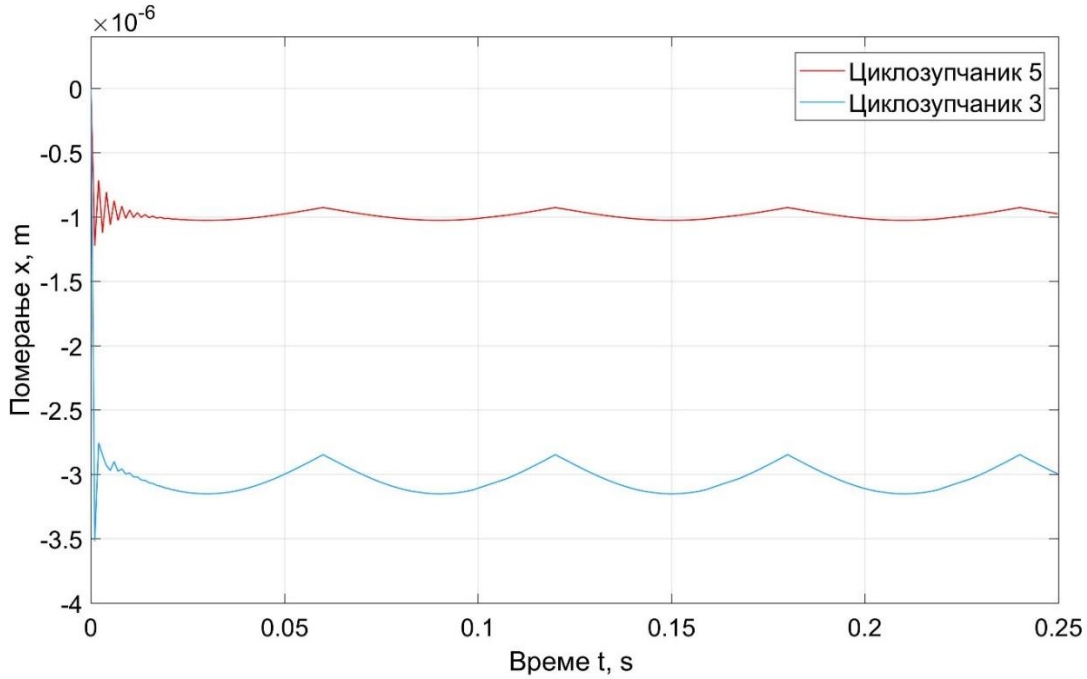
Слика 6-31 Дијаграм интензитета вектора резултујуће брзине за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel концепције са два циклозупчаника



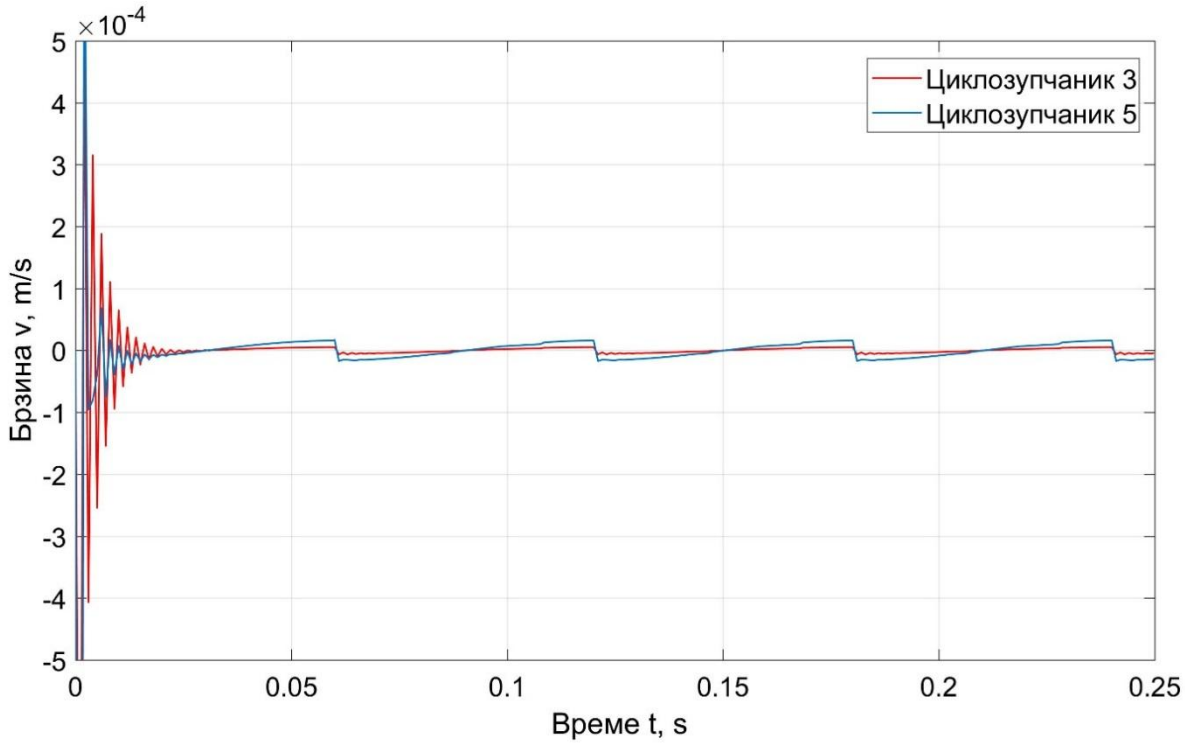
Слика 6-32 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за модел једностепеног циклоредуктора non-pin wheel концепције са два циклозупчаника

6.12.5 Резултати динамичке анализе нове концепције двостепеног циклоредуктора

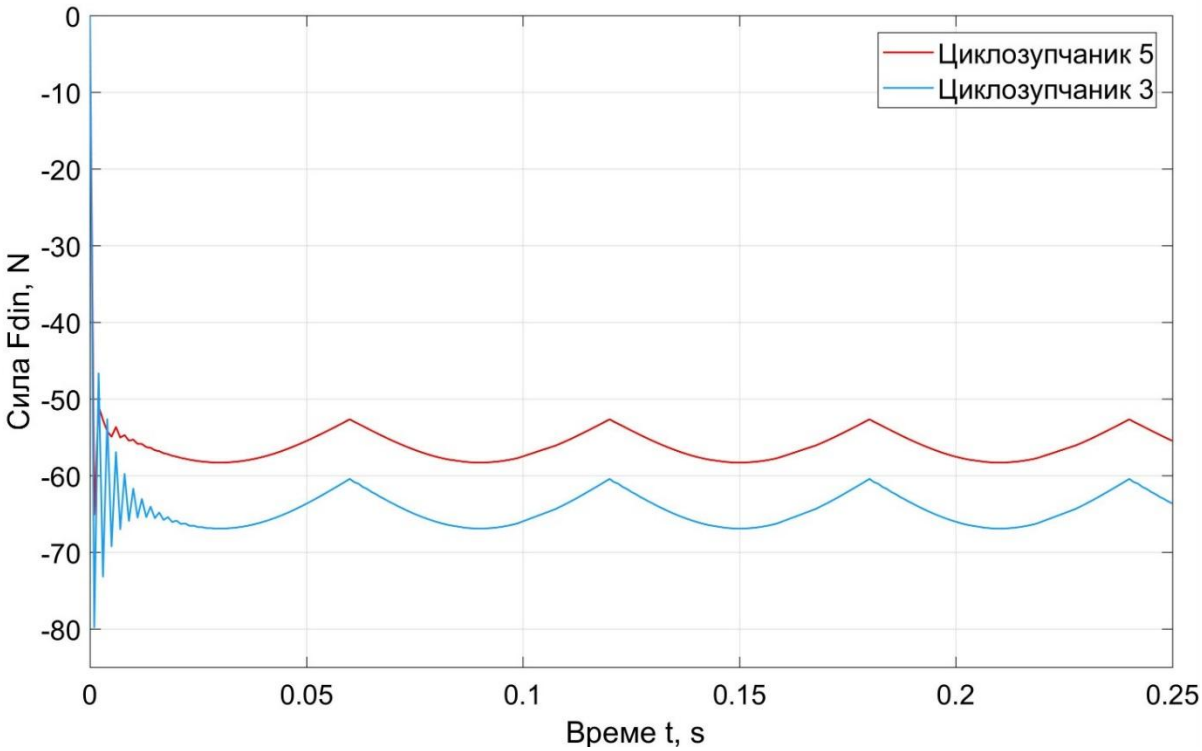
На сликама 6-33, 6-34 и 6-35 су респективно приказани интензитети вектора резултујућег померања, резултујуће брзине и динамичке силе за циклозупчанике оба степена преноса нове концепције двостепеног циклоредуктора.



Слика 6-33 Дијаграм интензитета укупног померања за циклозупчанике оба степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције



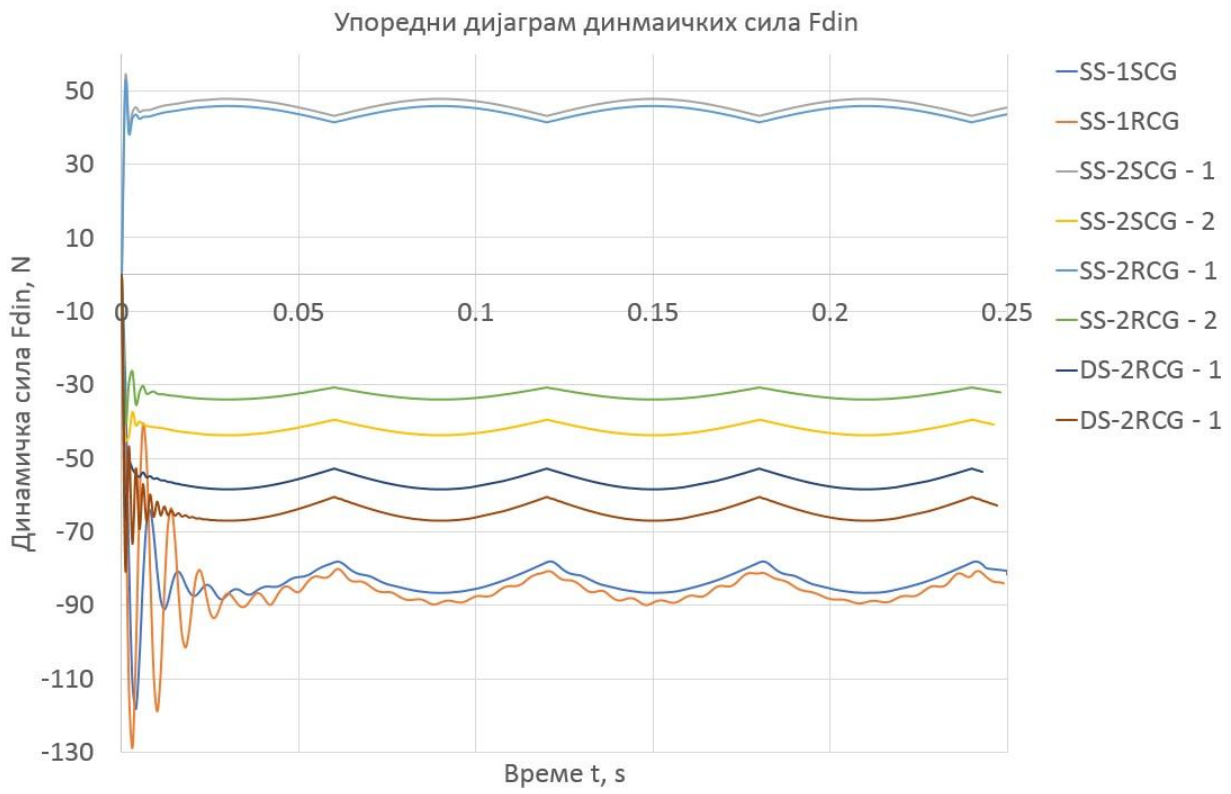
Слика 6-34 Дијаграм интензитета укупне брзине за циклозупчанике оба степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције



Слика 6-35 Дијаграм интензитета динамичке силе F_{din} за циклозупчанике оба степена преноса двостепеног циклоредуктора нове концепције

6.13 Дискусија добијених резултата

Како би се стекао бољи увид у добијене резултате новоформираних тродимензионалних динамичких модела различитих концепција циклоредуктора креиран је упоредни дијаграм динамичких сила и приказан на слици 6-36.



Слика 6-36 Упоредни дијаграм динамичких сила за: SS-1SCG (једностепени циклоредуктор non-pin wheel концепције са једним циклозупчаником), SS-1RCG (једностепени циклоредуктор класичне концепције са једним циклозупчаником), SS-1SCG-1 (једностепени циклоредуктор non-pin wheel концепције са два циклозупчаника – први зупчаник), SS-1SCG-2 (једностепени циклоредуктор non-pin wheel концепције са два циклозупчаника – други зупчаник), SS-1RCG-1 (једностепени циклоредуктор класичне концепције са два циклозупчаника – први зупчаник), SS-1RCG-2 (једностепени циклоредуктор класичне концепције са два циклозупчаника – други зупчаник), DS-2RCG-1 (двостепени циклоредуктор нове концепције – зупчаник првог степена преноса) и DS-2RCG-2 (двостепени циклоредуктор нове концепције – зупчаник другог степена преноса)

Са слике 6-36 се види да се највећа вредност динамичке силе јавља код једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником. Ова вредност одступа од прорачунске вредности максималне нормалне силе у интервалу 13÷22%. Код једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником јавља се 2÷4% мања вредност динамичке силе. Такође је приметно да су осцилације динамичке силе у току рада циклоредуктора код овог типа преносника мање у односу на класичне концепције. Одступање вредности максималне прорачунате нормалне силе у односу на динамичку силу се креће у интервалу од 11÷19%. У случају да се у обе концепције уведе још по један циклозупчаник, вредности динамичких сила се скоро двоструко смањују и имају супротне знакове у току рада циклоредуктора. Овај резултат је добар показатељ да је увођење два циклозупчаника по степену преноса оправдано са становишта динамичког

уравнотежења. Код двостепеног циклоредуктора нове концепције динамичке силе имају сличне вредности као код концепција једностепених циклоредуктора са једним циклозупчаником.

Одступања која се јављају приликом симулација динамичке силе и прорачуна максималне вредности нормалне силе су велика. Из тог разлога је у прорачун ширине циклозупчаника уведен фактор увећања динамичке силе K_f. Препорука аутора за усвајање овог фактора је да се он креће у границама 1,1÷1,5 у зависности од услова рада. Да би се извео детаљнији закључак на тему фактора увећања динамичке силе код прорачуна ширине циклозупчаника потребно је да се новоформирани динамички модели додатно испитају са различитим комбинацијама улазних параметара.

7. Прорачун виталних елемената циклоидних преносника снаге

Пројектовање циклоредуктора представља један веома сложен задатак у инжењерској пракси. Литература из области прорачуна и пројектовања циклоредуктора је веома оскудна, [15,50,86, 87]. Ток прорачуна виталних елемената циклоредуктора подразумева:

1. прорачун обртних момената,
2. прорачун пречника улазног и излазног вратила,
3. прорачун параметара циклозупчаника,
4. прорачун ширине циклозупчаника,
5. прорачун ексцентар чауре и провера усвојеног лежаја,
6. прорачун пречника ваљка и осовинице централног зупчаника,
7. прорачун пречника излазног ваљка и излазне осовинице,
8. прорачун деформација ваљка централног зупчаника,
9. прорачун деформација излазне осовинице и
10. прорачун номиналног степена искоришћења (детаљно објашњен у поглављу 5.3).

Као улазни параметри прорачуна циклоредуктора најчешће се узимају снага и број обртаја на улазном вратилу као и жељени преносни однос редуктора.

7.1 Прорачун обртних момената циклоредуктора

У оквиру овог поглавља дефинисан је поступак прорачуна обртних момената на улазном и излазном вратилу као и обртних момената на циклозупчаницима.

Интензитет обртног момента на улазном вратилу се одређује на основу улазне снаге P_{ul} и улазног броја обртаја n_{ul}. Улазни обртни момент се одређује помоћу израза:

$$\left.\begin{array}{l} P_{ul} \\ n_{ul} \Rightarrow \omega_{ul} = \dfrac{n_{ul} \cdot \pi}{30} \end{array}\right\} T_{ul} = \frac{P_{ul}}{\omega_{ul}} \tag{7.1}$$

где су:

P_{ul} – снага на улазном вратилу,

n_{ul} – број обртаја улазног вратила,

ω_{ul} – угаона брзина улазног вратила и

T_{ul} – обртни момент на улазном вратилу.

На основу улазног обртног момента и жељеног преносног односа циклоредуктора, излазни обртни момент се може одредити помоћу израза:

$$T_{iz} = T_{ul} \cdot \eta_{CR} \cdot i_{CR} \tag{7.2}$$

где су:

T_{iz} – излазни обртни момент,

η_{CR} – претпостављени степен искоришћења циклоредуктора и

i_{CR} – жељени преносни однос циклоредуктора.

Напомена: За једностепене циклоредукторе треба усвајати η_{CR}≈0,96, а за двостепене η_{CR}≈0,88, [87].

Код циклоредуктора код којих се за један степен преноса користи само један циклозупчаник, обртни момент на циклозупчанику је једнак излазном обртном моменту (ако се занемаре губици), тј.:

$$T_3 = T_{iz} \tag{7.3}$$

Када се за један степен преноса користе по два циклозупчаника, према препорукама из литературе [15,50,85] обртни момент на једном циклозупчанику се израчунава на основу следећег израза:

$$T_3 = 0{,}55 \cdot T_{iz} \tag{7.4}$$

док је на другом циклозупчанику обртни момент:

$$T_3' = 0{,}45 \cdot T_{iz} \tag{7.5}$$

где су T_3 и T_3' обртни моменти на циклозупчаницима.

Код свих новоразвијених динамичких модела циклоредуктора са два циклозупчаника усвојено је да на првом циклозупчанику делује обртни момент T_3, а на другом T_3'.

7.2 Прорачун пречника улазног и излазног вратила циклоредуктора

Код прорачуна пречника улазног и излазног вратила неопходно је да се у обзир узму карактеристике материјала од којих су вратила израђена, као и начин спајања вратила и спојнице на улазном и излазном вратилу (веза клином, ожљебљени спој,...). Прорачун за оба вратила се спроводи истоветно. Вратила се прорачунавају као лака, тј. узима се у обзир само наизменично променљиво оптерећење вратила на увијање. Најпре се одређује дозвољени напон на увијање према изразу:

$$\tau_{doz} = \frac{\tau_{D(-1)}}{K \cdot S} \tag{7.6}$$

где су:

τ_{doz} – дозвољени напон на увијање,

$\tau_{D(-1)}$ – трајна динамичка чврстоћа при напону на увијање [85],

K – фактор облика рукавца вратила [85] и

S – степен сигурности, [85].

После одређивања дозвољеног напона на увијање, приступа се одређивању пречника вратила према изразу:

$$d_{\text{ul-iz}} = \sqrt{\frac{5 \cdot T_{\text{ul-iz}}}{\tau_{\text{doz}}}} \tag{7.7}$$

Напомена: За прорачун улазног вратила се користи индекс $_{\text{ul}}$ док се за прорачун излазног вратила користи $_{\text{iz}}$.

Када се одреди рачунски пречник вратила, врши се прорачун стандардног пречника. Веза вратила и обода спојнице се најчешће остварује клином или еластичном чивијом.

7.3 Прорачун параметара циклозупчаника

Улазни подаци код прорачуна параметара циклозупчаника су поред преносног односа, коефицијент кориговања профила ξ и полупречник централног зупчаника *r* (полупречник круга по коме су распоређени ваљци централног зупчаника). Кориговање профила циклозупчаника се врши да би се добила повољнија расподела оптерећења на зупцима, као и већа вредност еквивалентног радијуса кривине (ова величина ће се користити код одређивања ширине циклозупчаника). Коефицијент кориговања профила се креће од ξ=0,15 до ξ=0,5. Најчешће коришћена вредност овог коефицијента је ξ≈0,35. Вредност полупречника централног зупчаника *r* се усваја према габаритним захтевима, а уколико неки од елемената у даљем току не задовољи прорачун, ова вредност се повећава. Поступак прорачуна осталих параметара циклозупчаника је дат у табели 7-1, [87].

Табела 7-1 Прорачун параметара циклозупчаника

Назив и ознака величине	Израз за израчунавање
Полупречник покретне кружнице r_2	$r_2 = r \cdot (1 - \xi)$
Број зубаца циклозупчаника z_1	$z_1 = \lvert i_{\text{CR}} \rvert$
Број ваљака централног зупчаника z_2	$z_2 = z_1 + 1$
Величина ексцентрицитета *e*	$e = \frac{r_2}{z_2}$
Полупречник непокретне кружнице r_1	$r_1 = r_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}$
Полупречник ваљка централног зупчаника *q*	$q = 0{,}08 \cdot r$
Полупречник теменог круга циклозупчаника d_a	$d_a = 2 \cdot r + 2 \cdot e - 2 \cdot q$
Полупречник подножног круга циклозупчаника d_f	$d_f = 2 \cdot r - 2 \cdot e - 2 \cdot q$
Полупречник котрљајуће кружнице R_a	$R_a = \frac{r}{i_{\text{CR}} + 1}$
Полупречник основне кружнице R_b	$R_b = r - R_a$
Помоћни угао ϕ	$\phi = \arctan\left(\frac{\sin\beta}{\frac{R_a}{e} + \cos\beta}\right)$

Табела 7-1 Наставак

Назив и ознака величине	Израз за израчунавање
Угао међусобног положаја почетне и тренутне тачке додира основне и котрљајуће кружнице у односу на центар основне кружнице, α	$\alpha = \frac{R_a}{R_b} \cdot \beta$
Једначине скраћене епитрохоиде	$x = (R_b + R_a) \cdot \cos\alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta)$ $y = (R_b + R_a) \cdot \sin\alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta)$
Једначине еквидистанте скраћене епитрохоиде	$x = (R_b + R_a) \cdot \cos\alpha + e \cdot \cos(\alpha + \beta) - q \cdot \cos(\alpha + \phi)$ $y = (R_b + R_a) \cdot \sin\alpha + e \cdot \sin(\alpha + \beta) - q \cdot \sin(\alpha + \phi)$

7.4 Прорачун ширине циклозупчаника

Као код прорачуна вратила и код прорачуна ширине циклозупчаника неопходно је да се на почетку изврши избор материјала. Циклозупчаници се израђују од сличних материјала као и конични и цилиндрични зупчаници (челици за побољшање, челици за цементацију, ...).

Прво се израчунава дозвољени напон на зупцу циклозупчаника:

$$\sigma_{Hd} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_H} \tag{7.8}$$

где су:

σ_{Hlim} - динамичка издржљивост бокова зубаца, [85] и
S_H - степен сигурности против разарања бокова зубаца (S_H=1,2).

Након тога је неопходно одредити максималну силу која се јавља на зупцу циклозупчаника F_{Nmax} и која се одређује помоћу израза (6.146). За израчунавање ширине циклозупчаника потребан је еквивалентни полупречник кривине ρ_{ek}, који се израчунава помоћу израза:

$$\rho_{ek} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \tag{7.9}$$

где су:

ρ_1 – полупречник кривине ваљка централног зупчаника ($\rho_1 = q$),

ρ_2 – полупречник кривине циклозупчаника ($\rho_2 = \rho_0 - q$) и

ρ_0 – полупречник кривине центра ваљка централног зупчаника.

Величина полупречника кривине центра ваљка централног зупчаника се израчунава помоћу једначине:

$$\rho_0 = \frac{r \cdot \left[1 + (1-\xi)^2 - 2 \cdot (1-\xi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2}\right)\right]^{3/2}}{(z_2 + 1) \cdot (1-\xi) \cdot \cos\left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2}\right) - z_2 \cdot (1-\xi)^2 - 1} \tag{7.10}$$

где је угао $\beta_1 = 50^0$, према препорукама из литературе, [87].

На крају се долази до израза за прорачун ширине циклозупчаника b_{CZ}:

$$b_{CZ} = \frac{F_{Nmax} \cdot E}{5,72 \cdot \rho_{ek} \cdot \sigma_{Hd}^2} \tag{7.11}$$

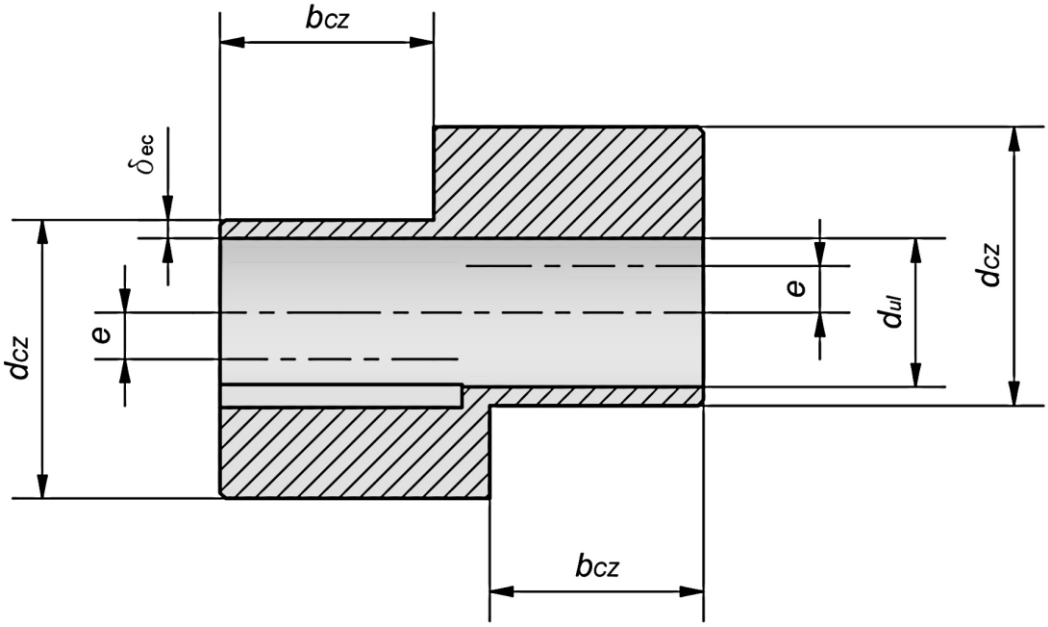
где је:

E – модул еластичности материјала (за челик вредност модула еластичности је E=2,1x10^5 N/mm^2).

Уколико је ширина циклозупчаника већа од ширине лежаја на ексцентар чаури, онда се усваја прва већа стандардна вредност, а уколико је ширина циклозупчаника мања од ширине лежаја онда се за ширину зупчаника усваја ширина лежаја.

7.5 Прорачун ексцентар чауре и провера усвојеног лежаја

Прорачун ексцентар чауре се своди на одређивање њених геометријских мера на основу: пречника улазног вратила, минималне препоручене дебљине зида чауре, величине ексцентрицитета и ширине циклозупчаника. Мере ексцентар чауре су приказане на слици 7-1.



Слика 7-1 Мере ексцентар чауре

Спољашњи пречник ексцентар чауре се одређује према изразу преузетом из литературе [87]:

$$d_{CZ} = d_{ul} + 2 \cdot e + 2 \cdot \delta_{ec} \tag{7.12}$$

где је минимална дебљина зида чауре једнака δ_{ecmin} = 3,5 mm, [87].

Када се одреди пречник d_{CZ} приступа се његовој стандардизацији према изабраној серији лежаја циклозупчаника (лежаја ексентар чауре). Изузетно, код снага мањих од 0,75 kW минимална дебљина зида ексцентар чауре може бити и мања како би се димензије уклопиле у избор лежаја. Из израза (7.12) се види да се лежај не бира на основу оптерећења, већ на основу габаритних ограничења.

Због тога је неопходно проверити радни век на тај начин изабраног лежаја. Провера се врши на основу интензитета силе на ексцентар чаури F_{ec} , [71] :

$$F_{ec} = \frac{T_{iz}}{e \cdot z_1} \tag{7.13}$$

Израз за дужину радног века лежаја L_h гласи, [85]:

$$L_h = \left(\frac{C}{F_{ec}} \right)^{\alpha} \frac{10^6}{60 \cdot n_{ul}} \tag{7.14}$$

где су:

C –динамичка моћ ношења лежаја и

α – фактор облика котрљајног тела лежаја (за цилиндрична тела α=10/3, док је за сферна котрљајна тела α=3).

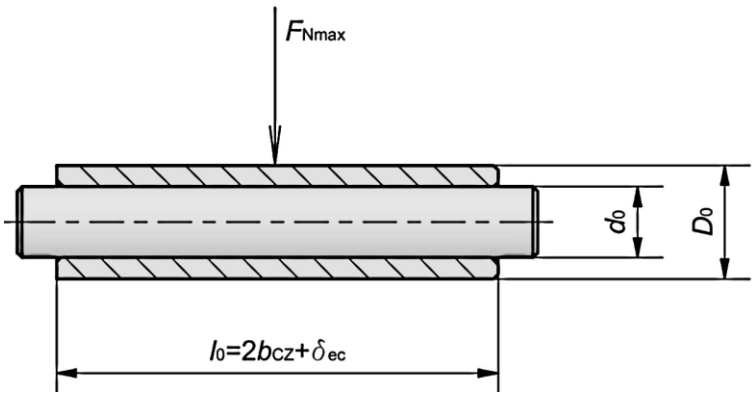
Уобичајено је да захтевани радни век лежаја L_h буде већи од 5000 сати, па ће ова вредност бити усвојена као доња граница радног века лежаја.

7.6 Прорачун пречника ваљка и осовинице централног зупчаника

Пречник ваљка централног зупчаника D_0 се одређује из услова спрезања циклозупчаника са централним зупчаником према изразу:

$$D_0 = 2 \cdot q \tag{7.15}$$

За пречник оосовинице ваљка централног зупчаника d_0 се обично усваја прва стандардна вредност пречника већа од 1/2 пречника ваљка централног зупчаника. Мере ваљка и осовинице централног зупчаника приказане су на слици 7-2.



Слика 7-2 Мере ваљка и осовинице централног зупчаника

Са слике 7-2 се види да на приказани склоп делује сила F_{Nmax}, што је и најнеповољнији случај оптерећења осовинице. Услед дејства ове силе јављају се напони на површински притисак и смицање осовинице.

Најпре је потребно усвојити материјал осовинице и ваљка централног зупчаника. Често се за материјал осовинице и ваљка бира исти материјал као и материјал циклозупчаника. Затим се прорачунавају следеће величине, [85]:

- критични напон на притисак, p_T и

$$p_T = 1{,}2 \cdot R_e \tag{7.16}$$

где је R_e вредност границе течења изабраног материјала,

- критични напон на смицање, [τ]

$$[\tau] = 0{,}8 \cdot R_e \tag{7.17}$$

- радни напон на притисак p и

$$p = \frac{F_{Nmax}}{d_0 \cdot b_{CZ}} \tag{7.18}$$

- радни напон на смицање τ

$$\tau = \frac{F_{Nmax}}{i \cdot A_0} \tag{7.19}$$

где су:

i – број попречних пресека осовинице изложених смицању (за овај случај је i=2) и

A_0 – површина попречног пресека осовинице.

На крају ове процедуре се приступа провери степена сигурности, [85]:

- степен сигурности на површински притисак S_T и

$$S_T = \frac{p_T}{p} > S_{Tmin} = 2 \tag{7.20}$$

- степен сигурности на смицање S_τ

$$S_\tau = \frac{[\tau]}{\tau} > S_{\tau min} = 1{,}5 \tag{7.21}$$

Уколико провере напона не задовоље препоручене степене сигурности потребно је приступити или промени материјала, или повећању пречника осовинице d_0.

7.7 Прорачун пречника излазног ваљка и излазне осовинице

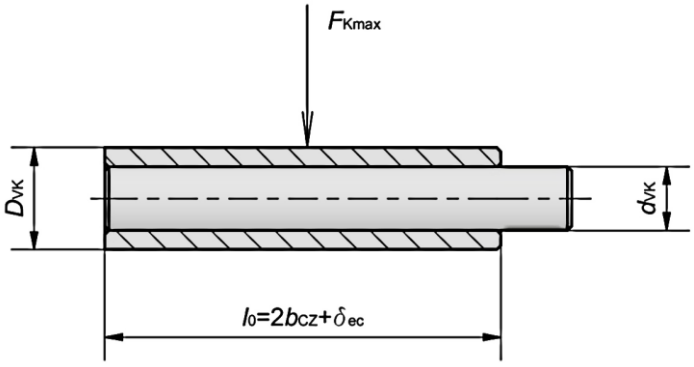
На слици 7-3 су приказане мере излазног ваљка и излазне осовинице. Прорачун пречника излазне осовинице се врши на основу максималне вредности излазне силе F_{Kmax} која се израчунава помоћу израза, [87]:

$$F_{Kmax} = 1{,}35 \cdot \frac{4 \cdot T_3}{R_0 \cdot u} \tag{7.22}$$

где су:

R_0 – полупречник круга по коме су распоређени отвори за излазне ваљке на циклозупчанику и

u – број ваљака излазног механизма (углавном се усваја да је u=6 или u=8).



Слика 7-3 Димензије излазног ваљка и излазне осовинице

Пошто се оптерећење на смицање сматра критичнијим, излазне осовинице ће бити прорачунате против разарања на смицање, а онда ће бити извршене провере које су описане у претходном поглављу. Пречник излазне осовинице се одређује према једначини, [85]:

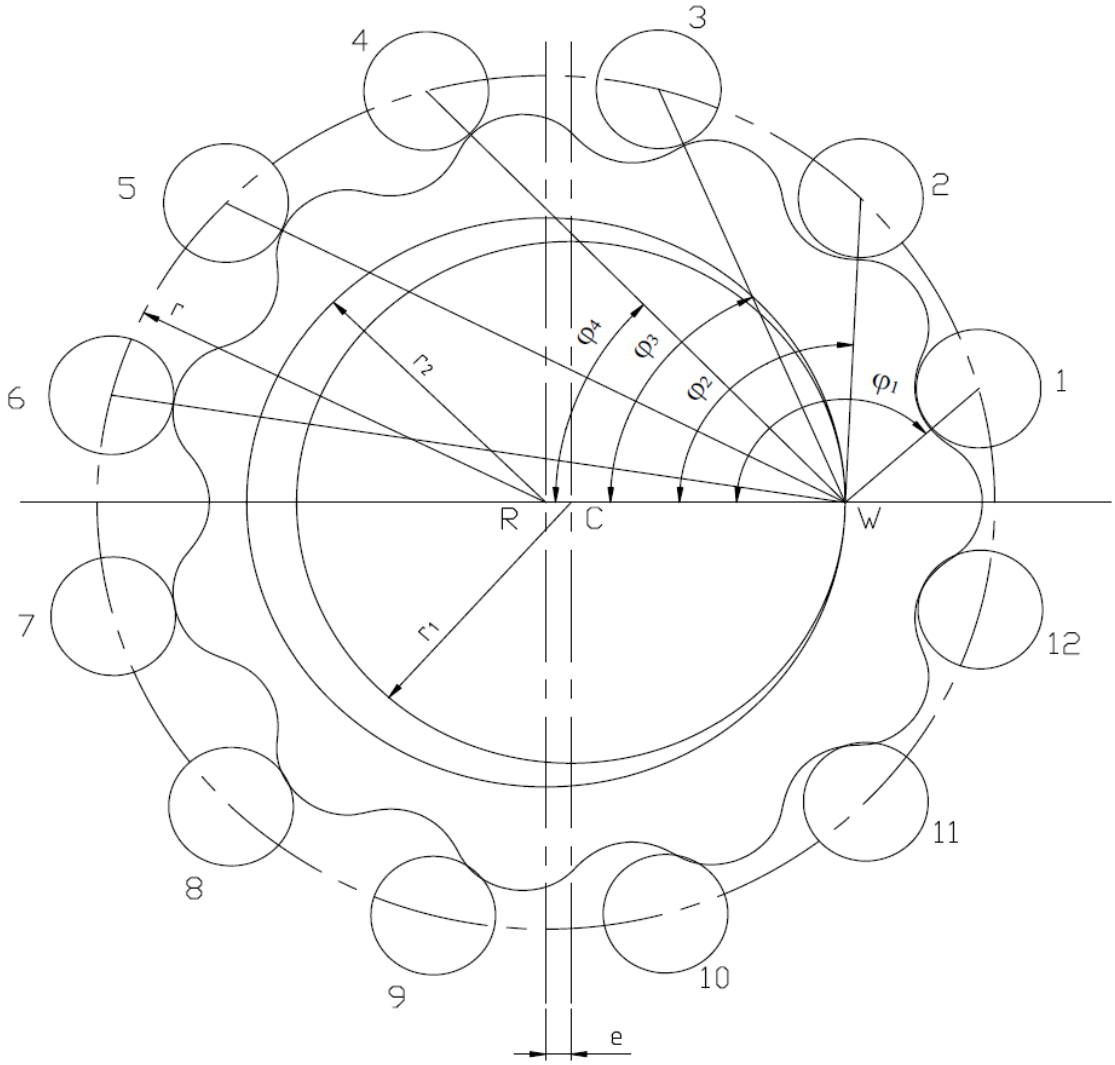
$$d_{VK} \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_{Kmax}}{\tau_{doz} \cdot \pi}} \tag{7.23}$$

Уколико се добије мања вредност од пречника d_0, препорука је да се усвоји исти пречник као и пречник осовинице ваљка централног зупчаника. У случају да степени сигурности разарања против смицања и површинског притиска нису задовољени може се приступити повећању броја излазних ваљака.

Пречник излазних ваљака D_{VK} се усваја конструкционо, а препорука је да његова вредност буде једнака или приближна вредности пречника ваљака централног зупчаника D_0.

7.8 Прорачун деформација ваљка централног зупчаника

Основне величине за прорачун деформација ваљка централног зупчаника су дате на слици 7-4.



Слика 7-4 Одређивање деформација ваљака непокретног централног зупчаника, [50]

Величина укупне деформације у тачки додира зупца циклозупчаника и ваљака непокретног централног зупчаника се може израчунати помоћу израза, [19,34,50]:

$$w_i = \frac{\sin\varphi_i}{\sqrt{1+\left(\frac{e\cdot z_2}{r}\right)^2 - 2\cdot\left(\frac{e\cdot z_2}{r}\right)\cdot\cos\varphi_i}}\cdot w_{max} \tag{7.24}$$

где је:

ϕ_i - угао између *i*-тог ваљка непокретног централног зупчаника и правца ексцентрицитета $\overline{CR}$,

e – величина ексцентрицитета,

w_{max} – величина максималне вредности укупне деформације,

z_2 – број ваљака непокретног централног зупчаника и

r – полупречник подеоног круга централног зупчаника.

Максимална вредност укупне деформације се израчунава сабирањем две компоненте:

$$w_{max} = w_{max1} + w_{max2}, \tag{7.25}$$

где су:

w_{max1} – максимална контактна деформација и

w_{max2} – максимална деформација услед савијања ваљка непокретног централног зупчаника.

Максимална контактна деформација се израчунава помоћу израза, [50]:

$$w_{max1} = \frac{2\cdot\left(1-\mu^2\right)}{E}\cdot\frac{F_{Nmax}}{\pi\cdot b}\cdot\left(\frac{2}{3}+\ln\frac{16\cdot q\cdot|\rho|}{C^2}\right) \tag{7.26}$$

где су:

ν – Поасонов број (ν =0,3),

E – модул еластичности (за челике E=2,05÷2,1·10^5 MPa),

F_{Nmax} – максимална вредност нормалне силе,

b_{CZ} – ширина циклозупчаника,

ρ – полупречник кривине циклозупчаника у тачки контакта и

C – константа.

Полупречник кривине циклозупчаника се израчунава као, [50]:

$$\rho = \frac{r\cdot\left[1+\left(\frac{e\cdot z_2}{r}\right)^2-2\cdot\left(\frac{e\cdot z_2}{r}\right)\cdot\cos\left(\frac{z_1\cdot\phi}{z_2}\right)\right]^{3/2}}{\left(1+z_2\cdot\frac{e\cdot z_2}{r}\right)-\left(z_2+1\right)\cdot\cos\left(\frac{z_1\cdot\phi}{z_2}\right)\cdot\left(\frac{e\cdot z_2}{r}\right)}-q \tag{7.27}$$

Вредност константе C се одређује помоћу израза, [50]:

$$C = 4{,}99\cdot10^{-3}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot\left(1-\mu^2\right)}{E}\cdot\frac{F_{Nmax}}{b}\cdot\frac{2\cdot|\rho|\cdot q}{|\rho|+q}} \tag{7.28}$$

Максимална вредност деформације услед савијања ваљка централног зупчаника се одређује следећом једначином:

$$w_{max2} = \frac{F_{Nmax}\cdot l^3}{48\cdot E\cdot I_x} \tag{7.29}$$

где су:

l – растојање између ослонаца ваљка централног зупчаника и

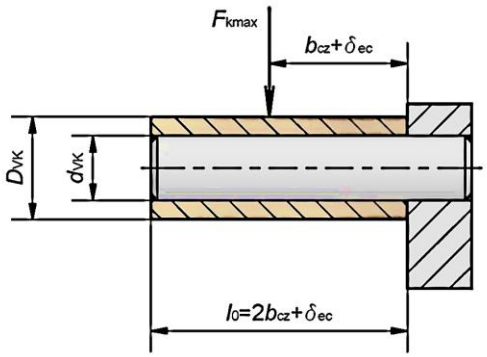
I_x – момент инерције осовинице ваљка централног зупчаника.

Момент инерције осовинице ваљка централног зупчаника се израчунава помоћу израза:

$$I_x = \frac{\left(\frac{q}{2}\right)^4 \cdot \pi}{4} = \frac{q^4 \cdot \pi}{64} \tag{7.30}$$

7.9 Прорачун деформација излазне осовинице

Излазна осовиница је свакако један од најкритичнијих делова циклоредуктора. При преносу обртног момента на излазно вратило, или други степен преноса она се понаша као оптерећена конзола. Илустрација оптерећења излазне осовинице дата је на слици 7-5.



Слика 7-5 Шема оптерећења излазне осовинице

Излазна осовиница је оптерећена излазном силом F_{Kmax}. Израчунавање интензитета ове силе је дато изразом (7.22). Како би се у обзир узео најкритичнији случај, деформација тј. угиб ове осовинице је одређен без чауре приказане на слици 7-5. Ова апроксимација је уведена као један вид степена сигурности. Деформација излазне осовинице се одређује помоћу следећег израза:

$$f_{max} = \frac{F_{kmax}}{6} \cdot \frac{\left(2 \cdot b_{cz} + \delta_{ec}\right)}{E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{2 \cdot b_{cz} + \delta_{ec}}{b_{cz} + \delta_{ec}}\right)^2 \cdot \left[3 - \frac{2 \cdot b_{cz} + \delta_{ec}}{b_{cz} + \delta_{ec}}\right] \tag{7.31}$$

где је:

f_{max} – максимална деформација, тј. угиб излазне осовинице.

Момент инерције I_x се рачуна помоћу израза:

$$I_x = \frac{d_{VK}^{\ 4} \cdot \pi}{64} \tag{7.32}$$

8. Оптимизација циклоидних преносника снаге

Оптимизација представља научну дисциплину која се бави проналажењем најбољег решења за одређени, математички дефинисани проблем, [98]. Долажењем до најбољег решења у области машиноградње постиже се: већи профит, уштеда у материјалу и енергији, повећање степена искоришћења и др. Увођењем процеса оптимизације у решавање неког проблема тежи се ка смањењу негативних ефеката (напора, трошкова производње итд.) и истовременом повећању позитивних ефеката (квалитета, профита итд.).

Величине које је неопходно дефинисати и које активно учествују у самом процесу називају се променљиве оптимизације. Избор броја и врсти променљивих оптимизације зависи од два фактора. Први фактор је врста проблема који се решава, а други је корисник који решава оптимизациони проблем. При дефинисању променљивих оптимизације потребно је водити рачуна да све променљиве које утичу на оптимизациони проблем буду укључене, а са друге стране потребно је водити рачуна и да се процес оптимизације не преоптерећује променљивима које не утичу или врло мало утичу на решење оптимизационог проблема.

Функција циља представља ону функцију којом се математички дефинише циљ оптимизације, или један од критеријума оптимизације. Уколико постоји више функција циља, или оптимизационих критеријума, онда се таква оптимизација назива вишекритеријумска. У зависности од тога да ли се решава једнокритеријумски или пак вишекритеријумски проблем врши се избор методе за спровођење процеса оптимизације.

Скуп ограничења представља математичке релације између променљивих оптимизације које су неопходне за описивање услова рада система за који се врши процес оптимизације. Скуп ограничења се може дефинисати низом математичких једнакости и неједнакости које међусобно повезују параметре оптимизације и елиминишу велики део решења која нису допустива.

Математички модел у оптимизацији представља функцију циља, или скуп функција циља чија су решења могућа уз задовољење свих ограничења из скупа ограничења. Прихватљив математички модел се најчешће добија итеративним процесом. Врло ретко се дешава да математички модел буде постављен из једног покушаја тако да комплетно описује оптимизациони задатак. Врло често се дешава да математички модел претрпи значајне измене (у смислу редефинисања функције циља и ограничења), да би у што већој мери описао оптимизациони задатак. Математички модел се најбоље може описати изразом:

$$(\min/\max) f(x) \text{ уз задовољење ограничења } g(x) \tag{8.1}$$

где су:

f(x) – функција или функције циља и

g(x) – скуп ограничења дефинисаних једнакостима или неједнакостима између променљивих оптимизације, [98].

Процес оптимизације циклоидних преносника снаге се реализује у два основна корака. Први корак је једнозначно дефинисање променљивих које учествују у оптимизацији, функција циља и њихових међусобних односа. Дефинисање променљивих оптимизације, функција циља и ограничења је врло сложен задатак. Успешно решавање овог задатка представља велики део решења оптимизационог процеса. Други корак је одабир оптимизационе методе и спровођење оптимизационог процеса. У другом кораку веома је битно да се у односу на проблем изабере метода која ће најефикасније да доведе до решења оптимизационог процеса. У литератури се могу пронаћи и детаљније анализе поступка решавања оптимизационих задатака, као што је следећа:

1. формулација проблема,
2. израда математичког модела који приказује реални систем,
3. избор и примена оптимизационе методе,
4. тестирање модела и добијених решења и
5. интеграција постигнутих резултата, [98].

У овом поглављу ће бити дат процес оптимизације, а у наредном ће бити детаљно представљена интеграција постигнутих резултата заједно са интеграцијом свих осталих резултата из претходних поглавља.

8.1 Формулација оптимизационог проблема у пројектовању циклоидних преносника снаге

У претходним поглављима ове докторске дисертације истражени су и детаљно описани главни критеријуми пројектовања циклоидних преносника снаге: концепције преносника, одређивање степена искоришћења (теоријски и експериментално), динамичке анализе одабраних концепција као и детаљан прорачун виталних елемената. Код свих описаних критеријума пројектовања односи параметара циклоидних преносника су углавном једнозначно дефинисани. Као критична места пројектовања циклоидних преносника снаге, на основу до сада представљеног материјала истраживања, показали су се избор полупречника подеоног круга централног зупчаника *r*, избор ширине циклозупчаника b_{CZ}, као и задовољење крутости излазних осовиница (потребно је да угиб ових осовиница не пређе максималну дозвољену вредност). Избор оптималних вредности описаних величина довео би до низа предности у пројектовању циклоидних преносника снаге:

- значајно смањење масе, запремине и габаритних мера циклоидних преносника,
- повећала би се поузданост у раду овог типа преносника и др.

Полупречник подеоног круга централног зупчаника *r* и ширина циклозупчаника b_{CZ} у пројектовању циклоидних преносника представљају две релативно независне величине, док крутост излазне осовинице директно зависи од обе ове величине. Из тог разлога одлучено је да полупречник подеоног круга централног зупчаника *r* и ширина циклозупчаника b_{CZ} представљају функције циља, док крутост излазне осовинице, тј. њен радни угиб представља функцију ограничења. Остали улазни параметри као што су нпр. улазна снага, улазни број обртаја и други, биће усвојени као непромењиве величине на основу података доступних из каталога [83,84] и искустава конструктора. Како би се покрио што већи број случајева, оптимизација ће бити спровођена за различите врсте концепција са порастом снаге према каталозима [83,84] уз константни број обртаја. Оваква формулација оптимизационог проблема захтева коришћење вишекритеријумске оптимизације.

8.2 Израда математичког модела за оптимизацију циклоидних преносника снаге

Израда математичког модела за оптимизацију циклоидних преносника снаге је највећим делом базирана на истраживању прорачуна виталних елемената циклоредуктора приказаног у претходном поглављу 7. Како би оптимизациони процес био успешан, неопходно је да функције циља и ограничења буду једнозначно дефинисане. Највећи проблем при формирању функција циља био је реверзно повезивање независних параметара са зависним улазним параметрима циклоидних преносника снаге, [99]. Повезивање параметара у функције циља приказано је у табели 8.1.

Табела 8-1 Функције циља у пројектовању циклоидних преносника снаге

Функција циља прорачуна полупречника централног зупчаника *r*

	Улазни параметри: - Коефицијент кориговања профила ξ се креће у интервалу ξ=0,15÷0,5. Најчешће коришћена вредност овог коефицијента је ξ≈0,35. - Број зубаца циклозупчаника z_1
Дефинисање функције циља:	
$r_2 = r \cdot (1-\xi)$	
$z_1 = \lvert i_{CR} \rvert$	
$z_2 = z_1 + 1$	
$e = \frac{r_2}{z_2}$	
$r_1 = r_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}$	
$q = 0{,}08 \cdot r$	
$d_a = 2 \cdot r + 2 \cdot e - 2 \cdot q$	
$d_f = 2 \cdot r - 2 \cdot e - 2 \cdot q$	
$R_a = \frac{r}{i_{CR}+1}$	
$R_b = r - R_a$	
$\phi = \arctan\left(\frac{\sin\beta}{\frac{R_a}{e}+\cos\beta}\right)$	
$\alpha = \frac{R_a}{R_b} \cdot \beta$	
$x = (R_b + R_a) \cdot \cos\alpha + e \cdot \cos(\alpha+\beta) - q \cdot \cos(\alpha+\phi)$ $y = (R_b + R_a) \cdot \sin\alpha + e \cdot \sin(\alpha+\beta) - q \cdot \sin(\alpha+\phi)$	
	Функција циља $f_1(x)$: $f_1(x) = \sqrt{x^2+y^2} + q$, при томе да се ова функција израчунава за случај када је угао β такав да функција циља представља величину *r*

Табела 8-1 Наставак

Функција циља прорачуна ширине циклозупчаника b_{CZ}	
	Улазни параметри: - Улазна снага P_{ul}, - Улазни број обртаја n_{ul}, - Динамичка издржљивост бокова зубаца, σ_{Hlim},[83], - Поасонов број ν (његове вредности се за челике крећу у границама ν=0,28÷0,32 у зависности од врсте челика), - Модули еластичности материјала E (вредност модула еластичности за челик је E=2,1x10^5 N/mm^2), - Степен сигурности против разарања бокова зубаца S_H=1,2 и - Угао β_1 = 50^0, према препорукама из литературе, [85].
Функција циља прорачуна ширине циклозупчаника b_{CZ}	
Дефинисање функције циља:	
$\left.\begin{array}{l} P_{ul} \\ n_{ul} \Rightarrow \omega_{ul} = \dfrac{n_{ul} \cdot \pi}{30} \end{array}\right\} T_{ul} = \dfrac{P_{ul}}{\omega_{ul}}$	
$T_{iz} = T_{ul} \cdot \eta_{CR} \cdot i_{CR}$	
$T_3 = T_{iz}$, један циклозупчаник по степену преноса $T_3 = 0{,}55 \cdot T_{iz}$, два циклозупчаника по степену преноса $T_3 = T_{ul} \cdot z_1 \left(\dfrac{1}{z_1 + 1} + z_1 \right)$, нова концепција двостепеног циклоредуктора	
$F_{Nmax} = \dfrac{4 \cdot T_3}{r_1 \cdot z_2}$	
$\sigma_{Hd} = \dfrac{\sigma_{Hlim}}{S_H}$	
$\rho_{ek} = \dfrac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$	
$\rho_0 = \dfrac{r \cdot \left[1 + (1-\xi)^2 - 2 \cdot (1-\xi) \cdot \cos\left(\dfrac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2} \right) \right]^{3/2}}{(z_2 + 1) \cdot (1-\xi) \cdot \cos\left(\dfrac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2} \right) - z_2 \cdot (1-\xi)^2 - 1}$	
	Функција циља $f_2(x)$: $f_2(x) = \dfrac{F_{Nmax} \cdot E}{5{,}72 \cdot \rho_{ek} \cdot \sigma_{Hd}^2}$

Повезивање променљивих оптимизације у функцију ограничења $g_1(x)$ дато је у табели 8.2.

Табела 8-2 Функција ограничења у пројектовању циклоидних преносника снаге

Функција ограничења максималног дозвољеног угиба излазног ваљка	
	Улазни параметри: – коефицијент максималног угиба излазне осовинице $f_K = 250 \div 500$. -максимални угиб излазне осовинице се рачуна као: $f_{Kmax} = l_{osovinice} / f_K$
Повезивање параметара: $F_{Kmax} = 1{,}35 \cdot \frac{4 \cdot T_3}{R_0 \cdot u}$ $I_x = \frac{q^4 \cdot \pi}{64}$	
	Функција ограничења $g_1(x)$: $g_1(x) = \frac{F_{kmax}}{6} \cdot \frac{(2 \cdot b_{cz} + \delta_{ec})}{E \cdot I_x} \cdot \left(\frac{2 \cdot b_{cz} + \delta_{ec}}{b_{cz} + \delta_{ec}} \right)^2 \cdot \left[3 - \frac{2 \cdot b_{cz} + \delta_{ec}}{b_{cz} + \delta_{ec}} \right] - f_{Kmax} \leq 0$

При формулацији овог математичког модела преносни однос, тј. број зубаца циклозупчаника z_1 је разматран као константна величина. Пошто се знатно веће силе јављају код преносника са мањим преносним односом, за све итерације оптимизације биће коришћено да је $z_1 = 11$. За веће преносне односе, тј. за веће бројеве зубаца зупчаника z_1 резултати спроведене оптимизације се могу користити као добра смерница у пројектовању таквих преносника.

8.3 Избор оптимизационе методе

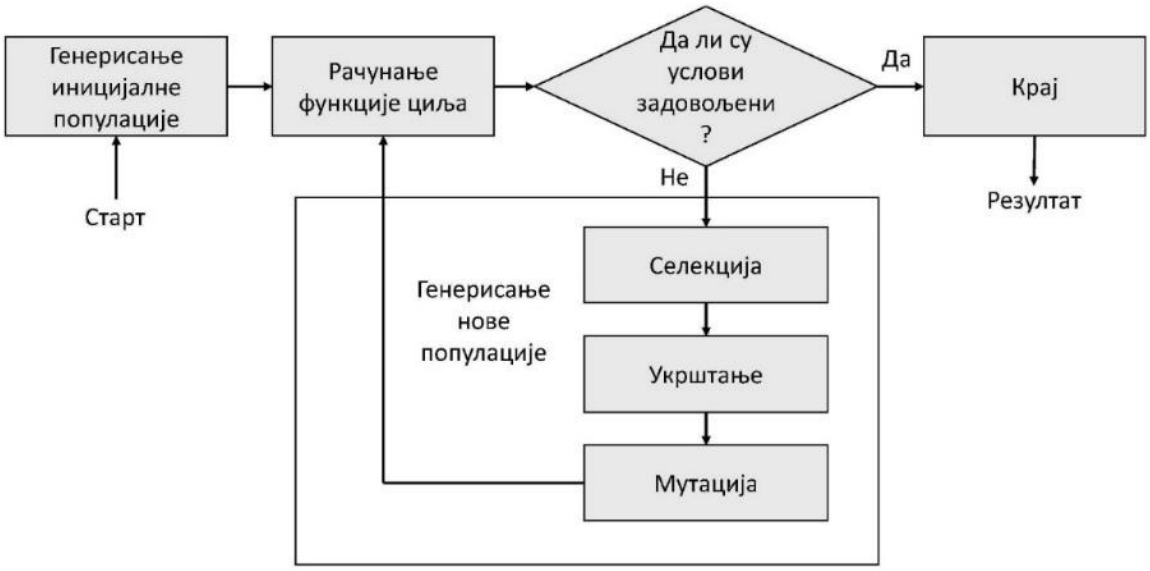
Оптимизацију циклоидних преносника снаге, према претходно формираном математичком моделу, је могуће спроводити на више начина:

- директно у CAD софтверу, што је и најограниченија метода пошто се у овим софтверима нуде углавном појединачни приступи као што су структурна оптимизација, оптимизација топологије итд.,
- коришћењем специфичних софтвера који одређују оптимално решење према задатом математичком моделу (*Matlab*, *CPLEX Optimizer*, *Gurobi* итд.) и враћањем оптималних параметара у модел,
- израдом сопственог алгоритма за оптимизацију којим се добијају оптимални параметри који се аутоматски уграђују у CAD модел и
- комбинацијом неких од претходно наведених начина, па чак и свих.

Какав вид оптимизације треба спроводити много зависи од комплексности система, критеријума оптимизације, ограничења, доступности метода оптимизације, доступности софтвера и др. Овде ће бити представљен приступ коришћењем софтвера *Matlab* са окружењем *Optimization Toolbox*. Овакав приступ је изабран ради скраћења времена потребног за оптимизацију, као и због веома једноставног приступа резултатима и њихове веома једноставне примене у интеграцији при пројектовању циклоидних преносника снаге.

Optimization Toolbox садржи више метода оптимизације. Пошто је математички модел дефинисан за употребу метода које подржавају вишекритеријумску оптимизацију одлучено је да се користи метода *Genethic Algorithm-GA*. Ова метода је одабрана зато што се показала као веома ефикасна при решавању инжењерских проблема, [100].

Генетски алгоритам спада у хеуристичке методе оптимизације које функционишу помоћу случајне претраге решења у задатим границама. Почетак претраге је случајан избор променљивих које фигуришу у математичком моделу, док се итеративним поступком, уз праћење одређених правила, врши приближавање оптималном решењу. Генерисање променљивих сваког новог решења се не своди само на претрагу блиских решења, него се претрага обавља по целом пољу претраживања, на основу претходно добијених резултата. Оваквом врстом претраге поља потенцијалних решења се избегавају локални екстреми функције циља и веома успешно се долази до глобалне екстремне вредности, оптималне вредности функције циља. У старијим хеуристичким методама претрага решења се сводила на претрагу ''тачка по тачка'', док се појавом генетског алгоритма, као и мноштва нових хеуристичких метода оптимизације, за одабир повољнијег решења користи колективно знање добијено у претходним итерацијама. Метода генетског алгоритма представља једну од најстаријих хеуристичких метода оптимизације. Генетски алгоритам је први у сврху оптимизације искористио Холанд (*Holland*), [101]. Ова оптимизациона метода користи еволуцију као своју математичку подлогу. Добијање оптималних решења на овај начин, се као и у природи, своди на опстајање и репродукцију најбољих решења, док се она лошија решења у току процеса оптимизације губе. Од свих хеуристичких метода оптимизације генетски алгоритам се у разним облицима задржао у употреби до данашњих дана, иако је развијено доста оптимизационих метода на овом принципу. Генетски алгоритам се може користити, како за решавање једнокритеријумских оптимизационих задатака, тако и за решавање вишекритеријумских проблема. Велика предност овог алгоритма је што је литература о њему лако доступна и што се неке његове варијанте могу наћи имплементиране у софтвере који имају велику корисничку базу. У софтверском пакету *Matlab* у окружењу *Optimization Toolbox* постоје две верзије генетског алгоритма: генетски алгоритам за једнокритеријумску и генетски алгоритам за вишекритеријумску оптимизацију. На слици 8-1 је дат начин функционисања генетског алгоритма.



Слика 8-1 Начин функционисања генетског алгоритма

На слици 8-1 је приказана општа структура генетског алгоритама и она је суштински увек таква. Од врсте оптимизационог задатка, зависе детаљи функционисања појединих блокова. У овој

докторској дисертацији неће бити речи о подешавању и коришћењу појединих фаза генетског алгоритма, већ ће он бити искоришћен као алат за оптимизацију из програмског пакета *Matlab*.

8.4 Тестирање модела и добијених решења

Предмет оптимизације циклоредуктора у овом поглављу била су следећа концепцијска решења:

1. једностепени циклоредуктор класичне концепције са једним циклозупчаником (К1),
2. једностепени циклоредуктор *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником (К2),
3. једностепени циклоредуктор класичне концепције са два циклозупчаника (К3),
4. једностепени циклоредуктор *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника (К4),
5. двостепени циклоредуктор нове концепције (К5).

Пошто концепцијске варијанте К1 и К2, имају међусобно идентичне моделе прорачуна коришћене за димензионисање преносника, за њих ће бити спроведена заједничка оптимизација, тј. биће тестиран и оптимизован исти математички модел. Исто важи и за концепције К3 и К4.

Тестирање свих концепција је изведено за услове различитих стандардних улазних снага реда величине од 0,12 до 15 *kW*, табела 8-3. Пошто највећа оптерећења трпе циклозупчаници са малим бројевима зубаца, уведен је доњи гранични бој зубаца који је коришћен за све итерације оптимизације (z_1=11). Као константне вредности у процесу оптимизације постављене су и карактеристике материјала циклозупчаника, као и коефицијент кориговања профила циклозупчаника. Такође је као улазни параметар за све итерације оптимизације, коришћена и стандардна вредност улазног броја обртаја n_{ul} = 1400 min^{-1}.

Табела 8-3 Коришћене снаге за тестирање свих концепцијских решења

Ред. бр.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Снага, *kW*	0,12	0,18	0,25	0,37	0,55	0,75	1,5	2,2	2,5	3	4	5,5	7,5	11	15

У табели 8-4 су дате вредности осталих улазних параметара који су дефинисани математичким моделима.

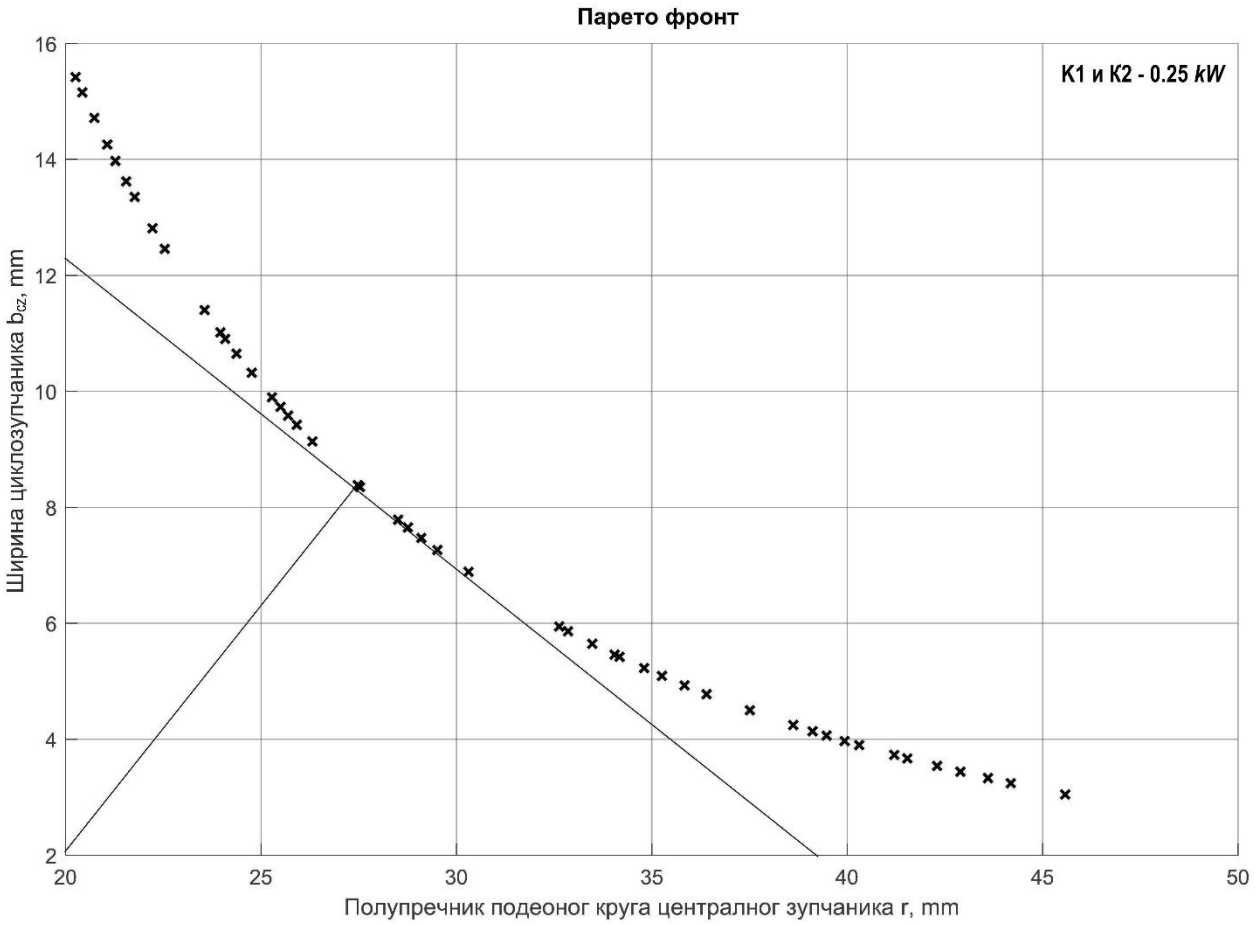
Табела 8-4 Улазни параметри оптимизације за тестирање свих концепцијских решења

Назив параметра	**Ознака**	**Вредност**
Број зубаца циклозупчаника	z_1	11
Број обртаја улазног вратила	n_{ul}	1400 min^{-1}
Фактор кориговања профила	ξ	0,35
Степен искоришћења циклоредуктора	η	0,97
Карактеристика материјала циклозупчаника	σ_{Hlim}	1070 *MPa*

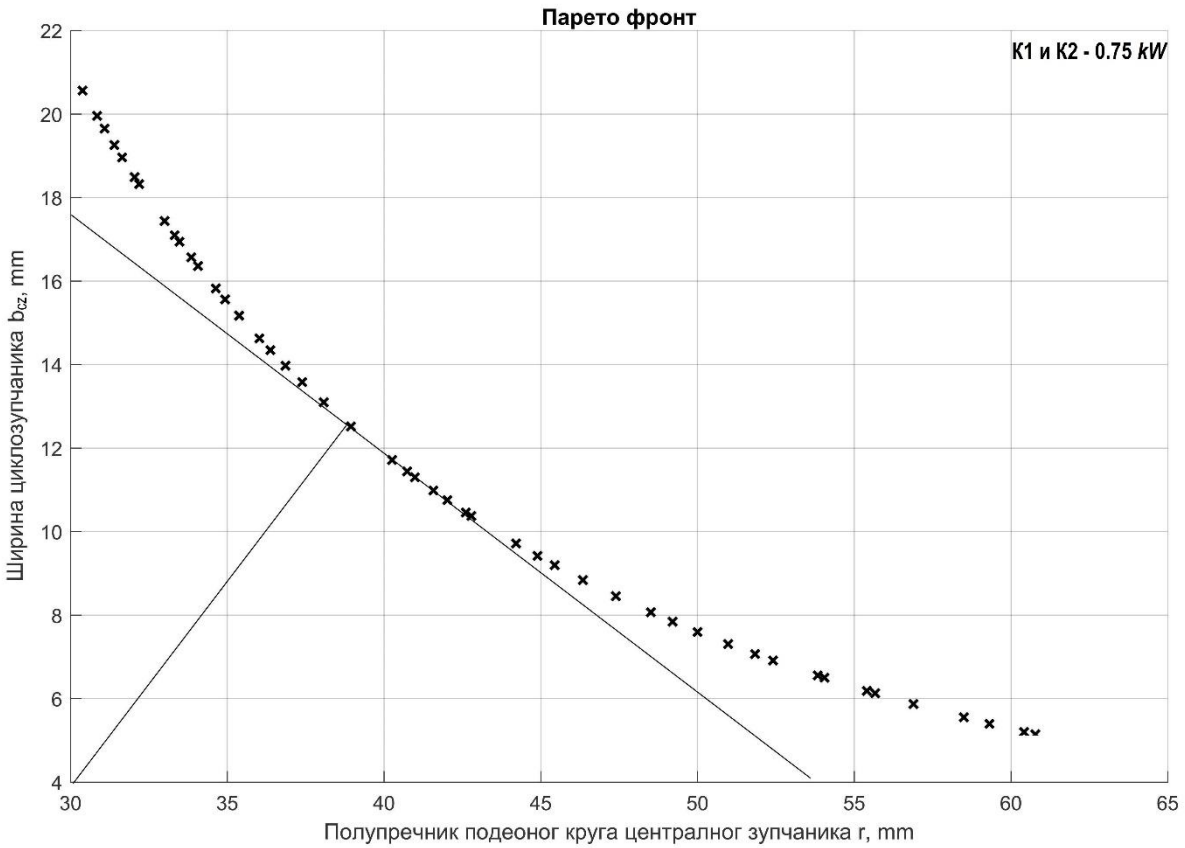
За приказ резултата оптимизације коришћен је **Парето фронт** дијаграм са кога се виде зависне вредности обе функције циља, описане у поглављу 8-2. Овај приказ је погодан зато што се поред оптималног решења на дијаграму виде и остала допустива решења која се могу користити услед неких

других геометријских и технолошких ограничења, а која нису уведена у описане варијанте математичког модела.

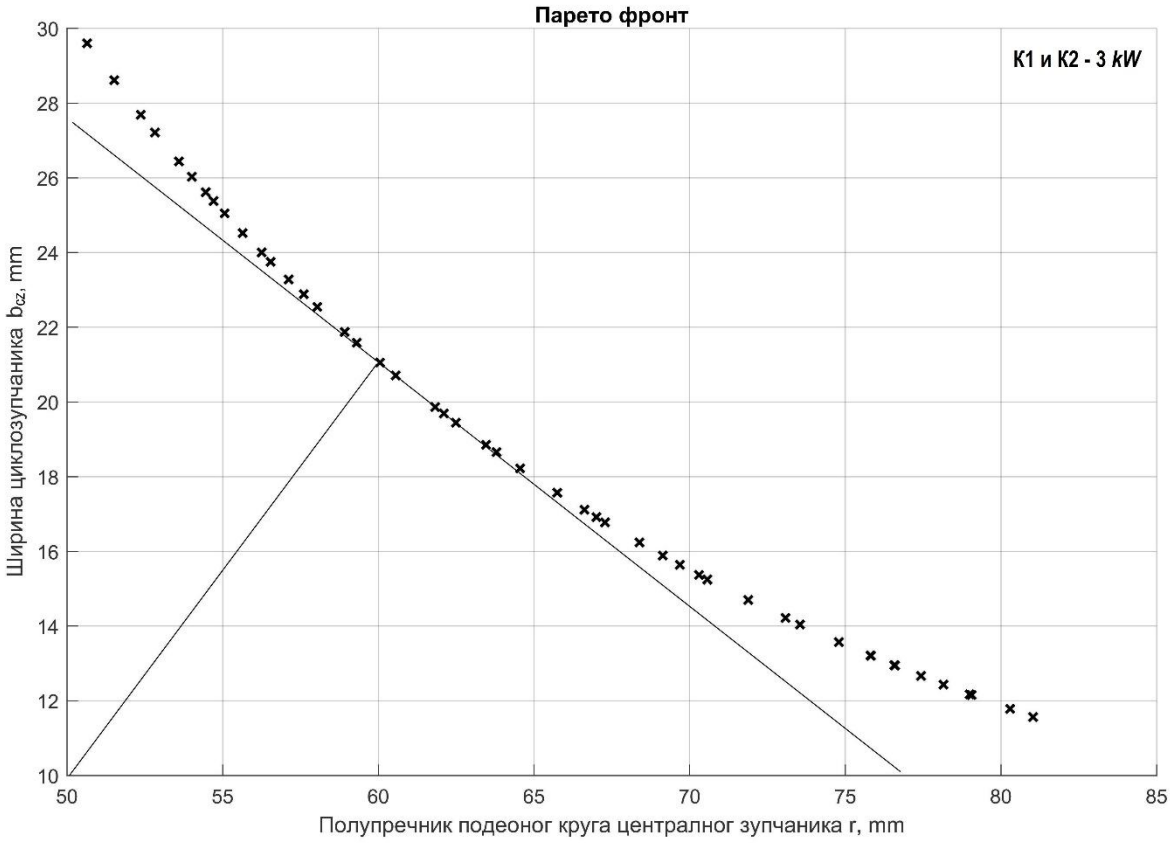
За тестирање концепцијских решења К1 и К2 као репрезентативни резултати оптимизационог процеса коришћене су итерације оптимизације за улазне снаге од 0,25 *kW*; 0,75 *kW*; 3 *kW* и 7,5 *kW*. На сликама 8-2, 8-3, 8-4 и 8-5 су приказани резултати оптимизације за наведене улазне снаге, респективно.



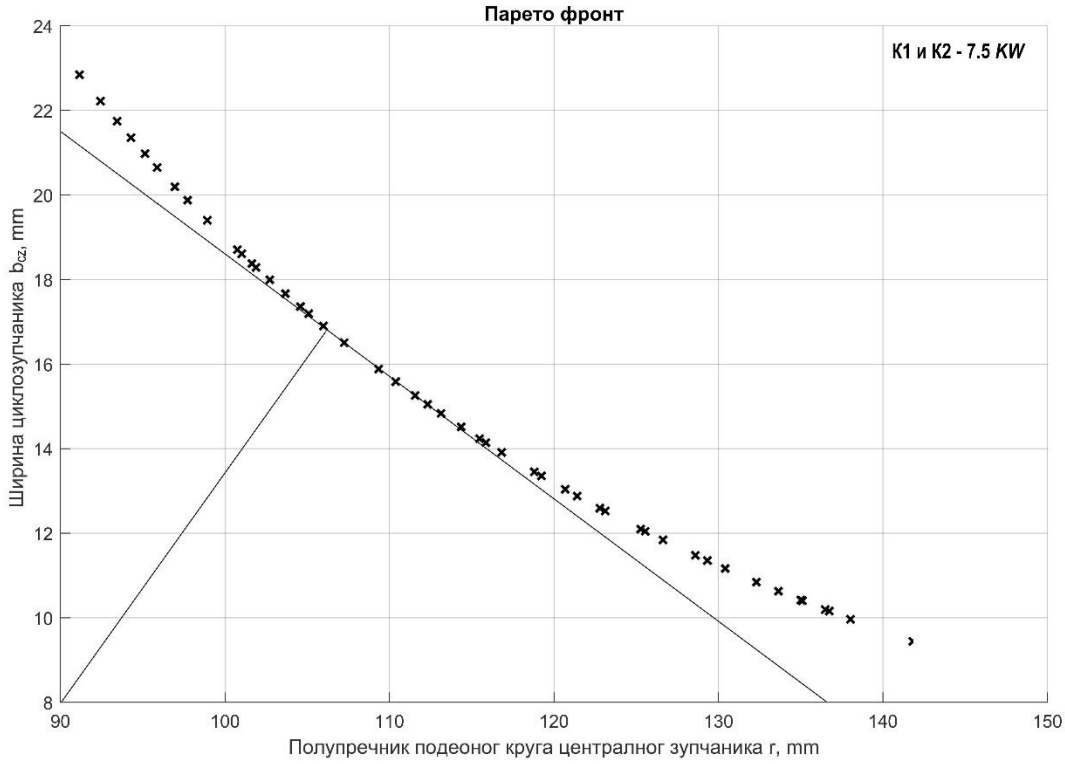
Слика 8-2 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 0,25 kW



Слика 8-3 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 0,75 kW

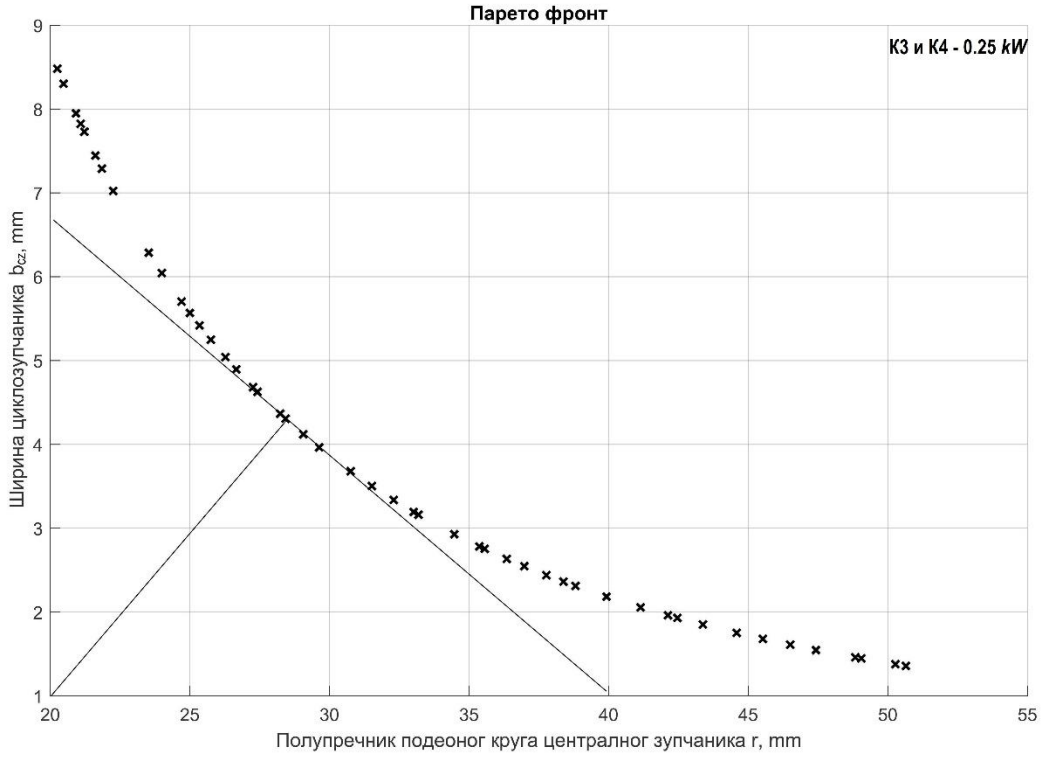


Слика 8-4 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 3 kW

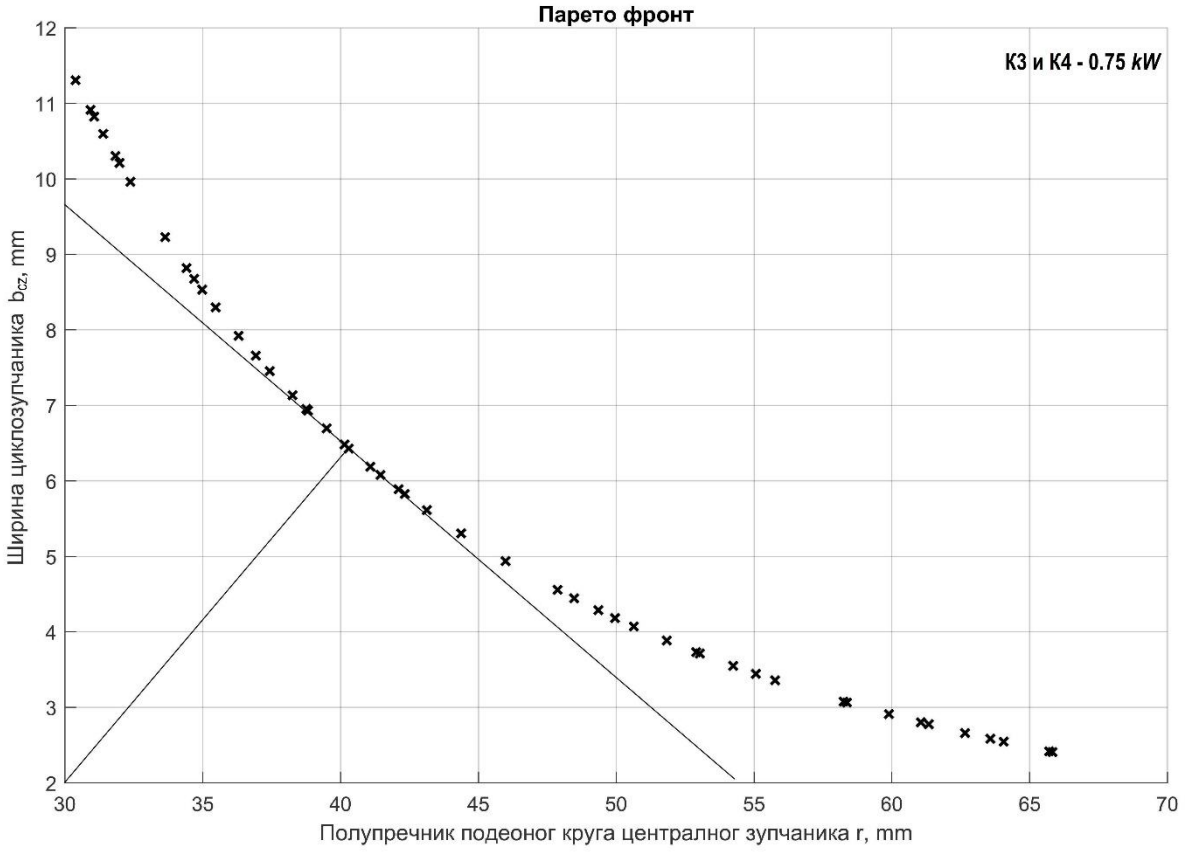


Слика 8-5 Резултати оптимизације концепцијских решења К1 и К2 за улазну снагу од 7,5 kW

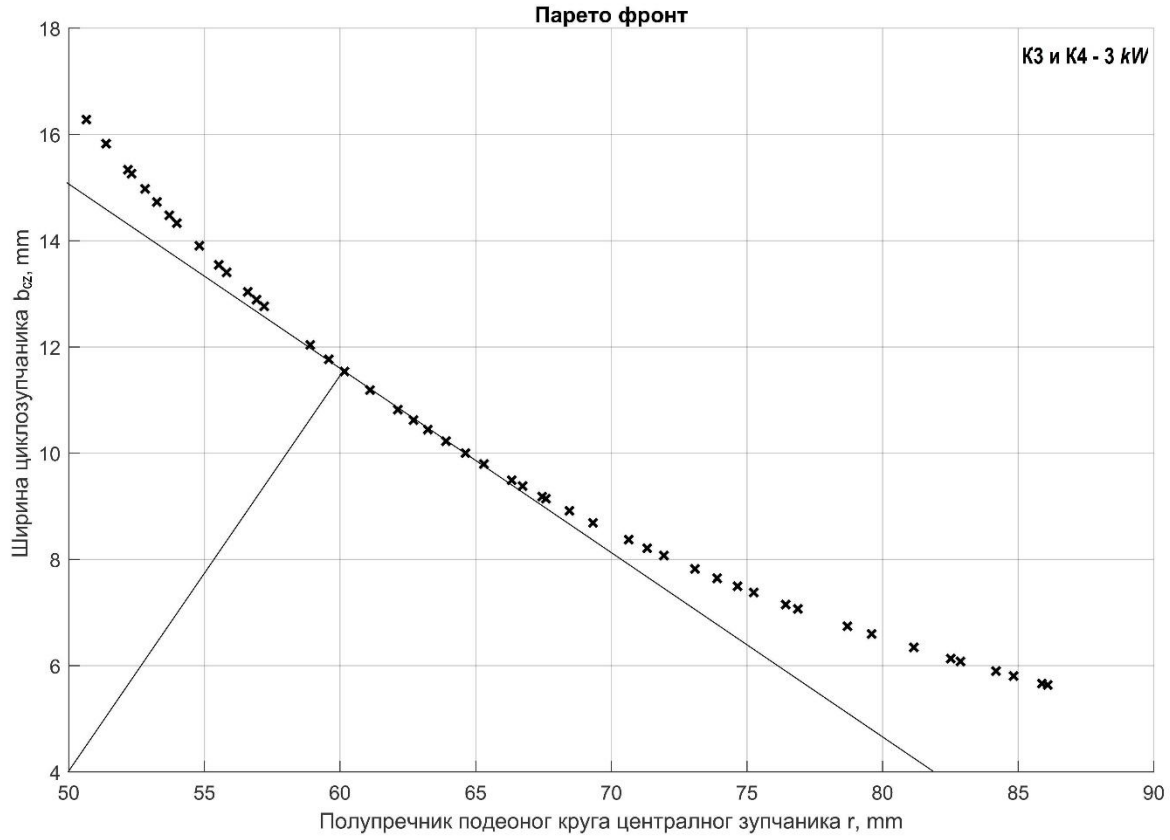
Код тестирања концепцијских решења К3 и К4 као репрезентативни резултати оптимизационог процеса такође су коришћене улазне снаге од 0,25 *kW*; 0,75 *kW*, 3 *kW* и 7,5 *kW*. На сликама 8-6, 8-7, 8-8 и 8-9 су приказани резултати оптимизације за наведене улазне снаге, респективно.



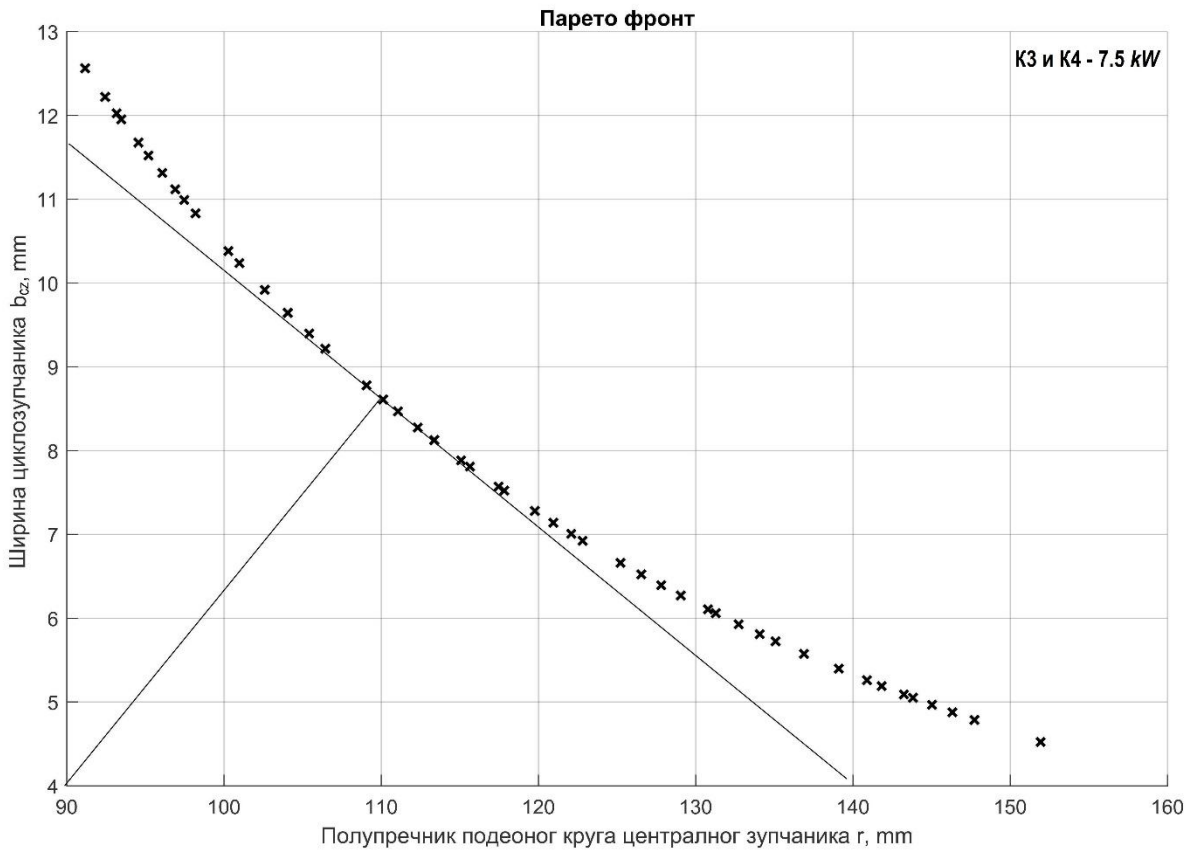
Слика 8-6 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 0,25 kW



Слика 8-7 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 0,75 kW



Слика 8-8 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 3 kW



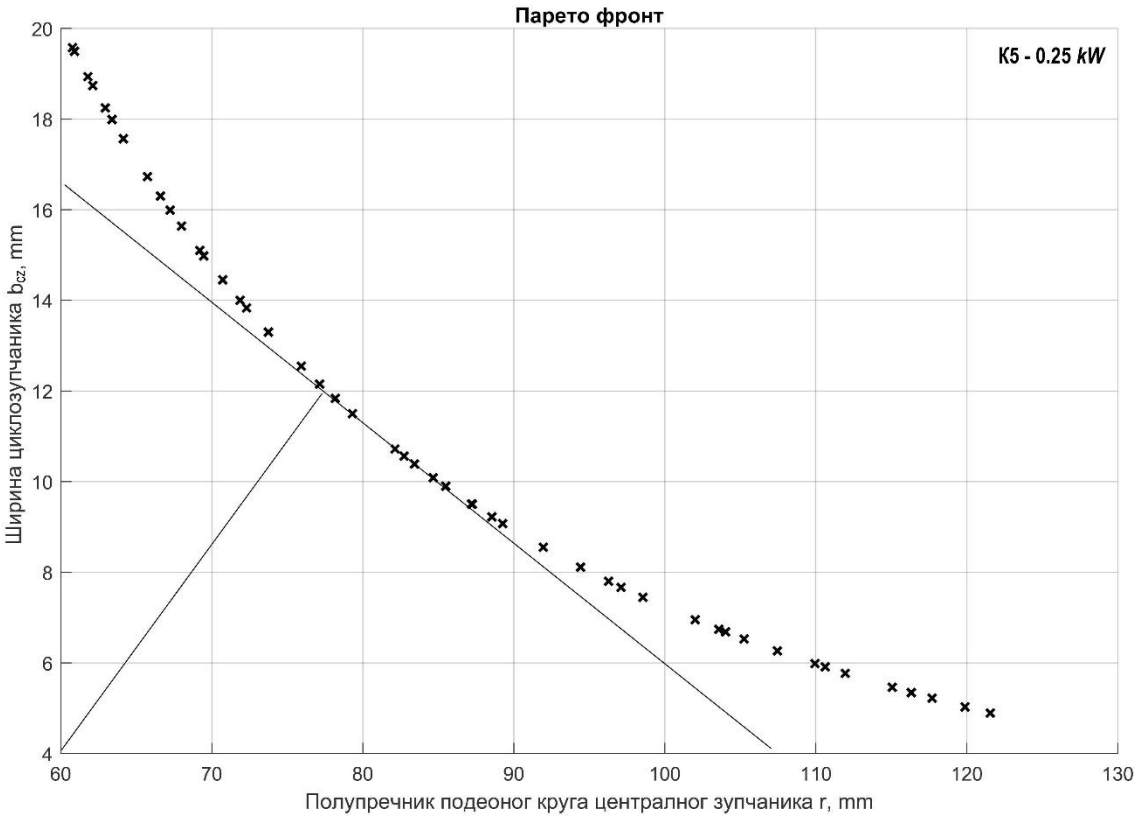
Слика 8-9 Резултати оптимизације концепцијских решења К3 и К4 за улазну снагу од 7,5 kW

Обзиром да концепцијско решење К5 представља једну сасвим нову конструкцију двостепеног циклоредуктора која је у литератури веома мало заступљена, у табели 8-5 је дато комплетно кретање допустивих решења математичког модела.

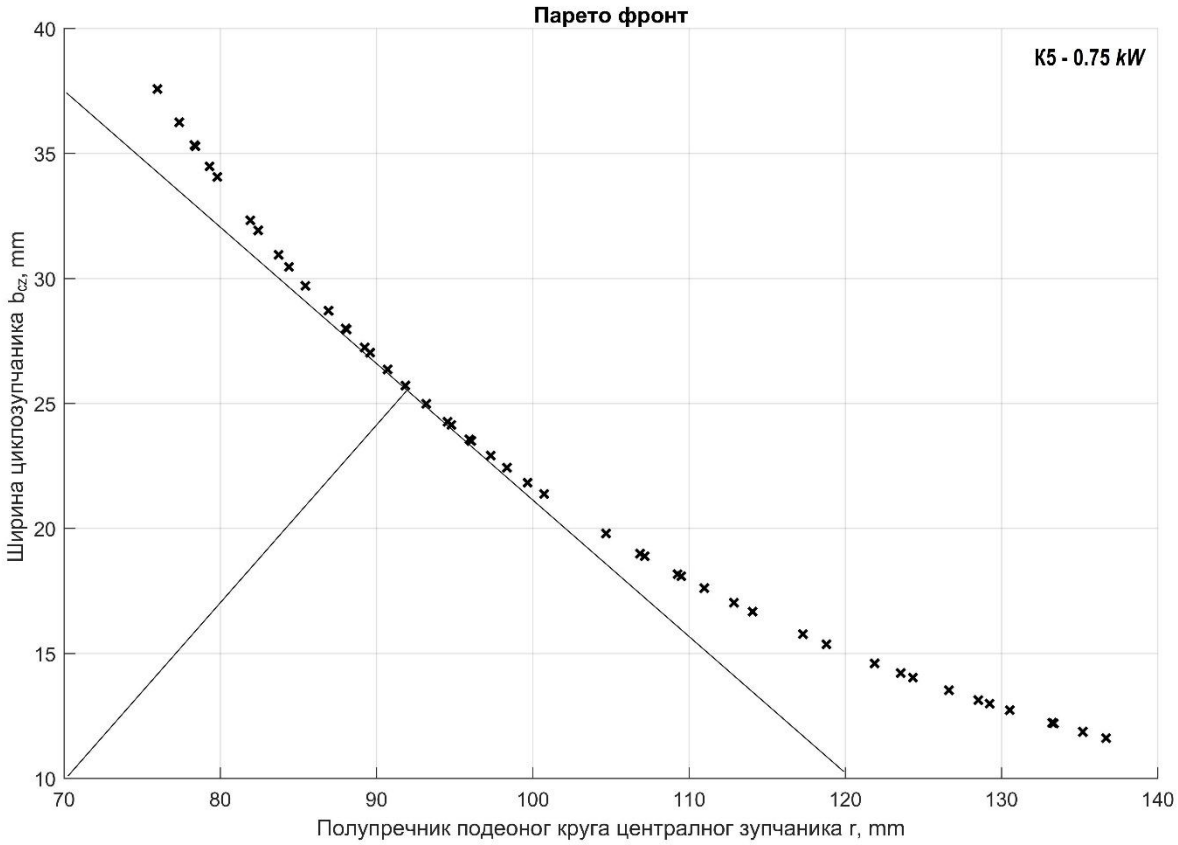
Табела 8-5 Кретање допустивих решења за концепцијско решење К5

Ред. бр.	Улазна снага, kW	Интервал полупречника подеоног круга централног зупчаника *r*, mm	Интервал ширине зупчаника b_{cz}, mm
1.	0,12	40÷60	8÷18
2.	0,18	55÷80	8÷19
3.	0,25	60÷90	9÷20
4.	0,37	70÷100	10÷22
5.	0,55	80÷104	15÷25
6.	0,75	90÷120	15÷27
7.	1,5	110÷150	18÷36
8.	2,2	130÷160	25÷38
9.	2,5	140÷170	25÷38
10.	3	150÷180	26÷45
11.	4	160÷200	30÷45
12.	5,5	180÷220	33÷48
13.	7,5	200÷250	35÷54
14.	11	250÷300	35÷52
15.	15	280÷340	38÷56

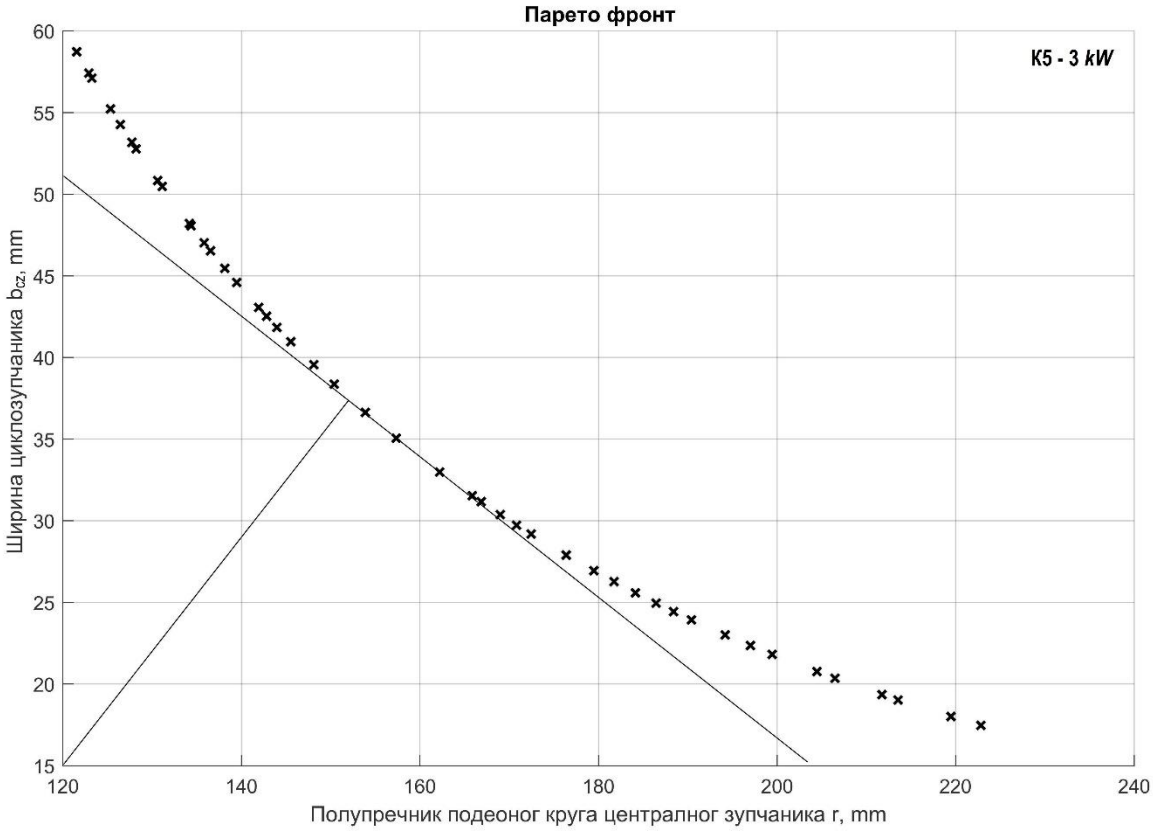
На сликама 8-10, 8-11, 8-12 и 8-13 респективно су дати резултати оптимизације за снаге од 0,25 *kW*; 0,75 *kW*; 3 *kW* и 7,5 *kW*.



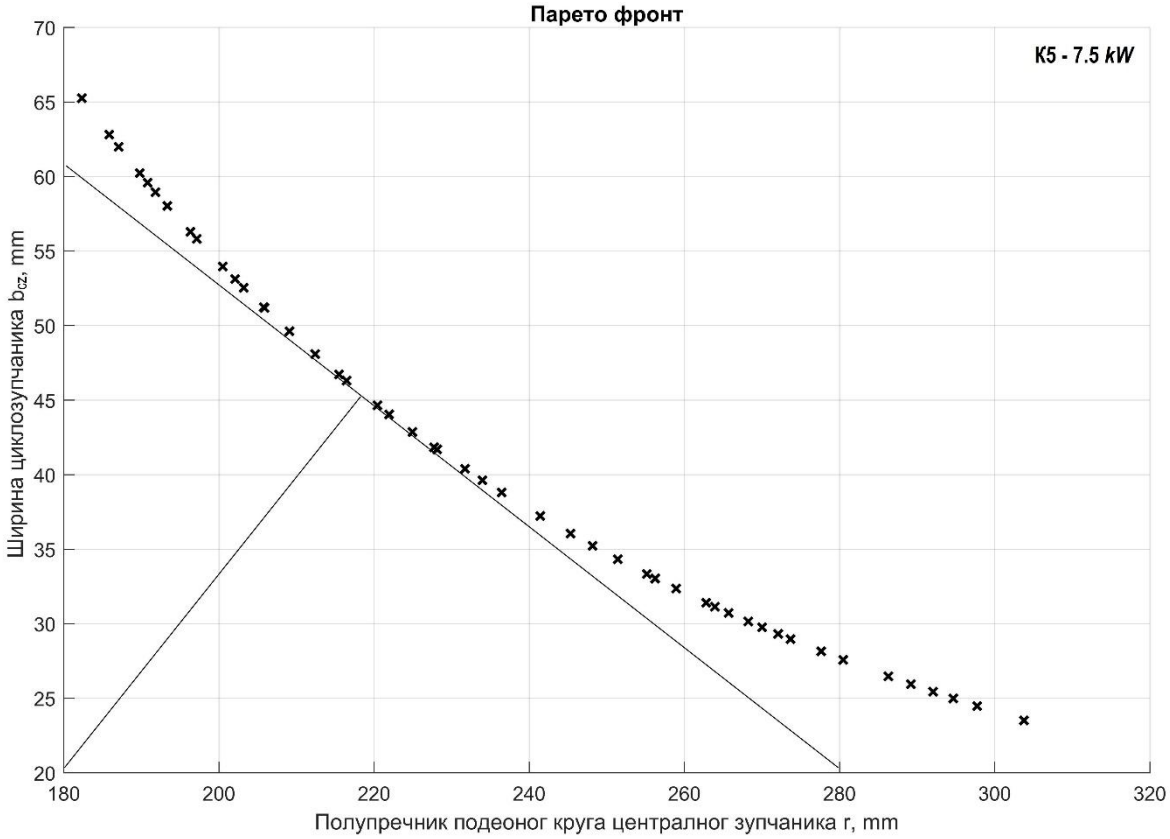
Слика 8-10 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 0,25 kW



Слика 8-11 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 0,75 kW



Слика 8-12 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 3 kW



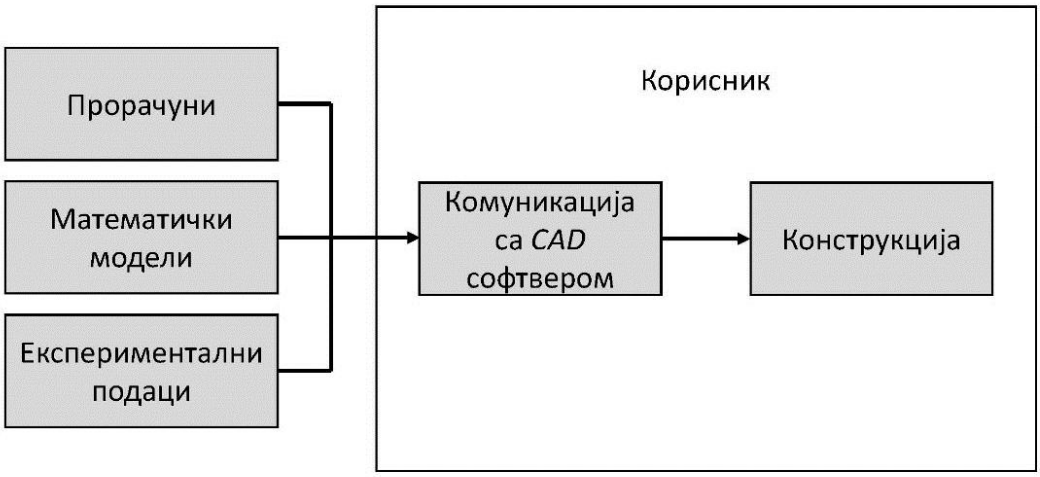
Слика 8-13 Резултати оптимизације концепцијског решења К5 за улазну снагу од 7,5 kW

Спровођењем поступка оптимизације добијени су резултати који су за различите концепције од 5% до 15% бољи у односу на резултате добијене класичним прорачуном. Добијено је значајно смањење масе, запремине и габаритних мера циклоредуктора.

Оптимизација је поред примера представљених у поглављу 8.4, спроведена и за све стандардне комбинације улазне снаге од 0,12 kW до 15 kW при улазном константном броју обртаја. Резултати оптимизације су у виду препорука интегрисани у *CAD* пројектовање циклоредуктора. Са изведеном оптимизацијом добијене су конкретне смернице везане за пројектовање циклоидних преносника снаге.

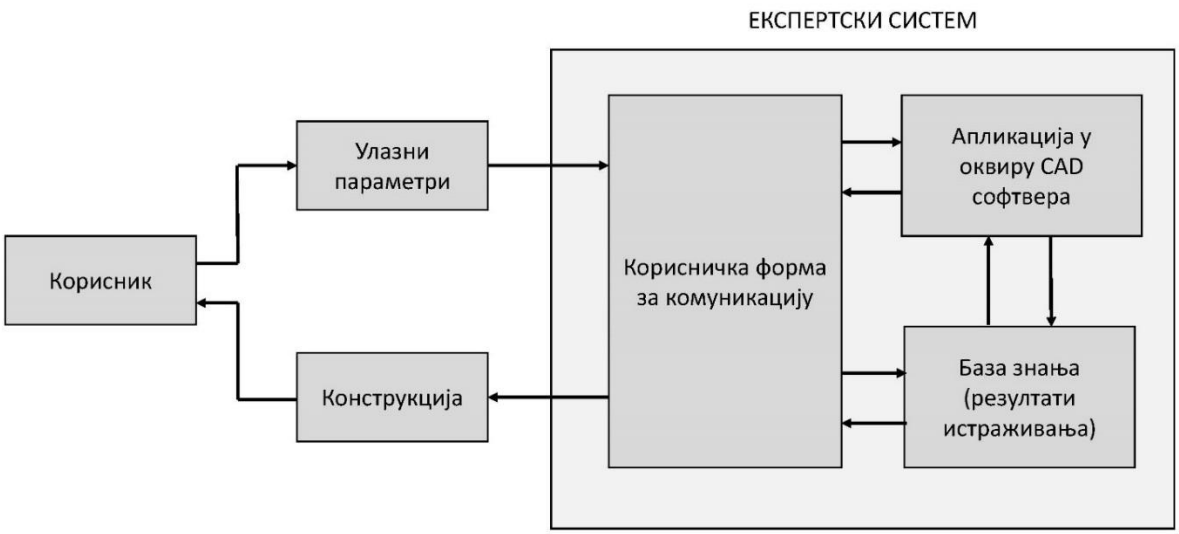
9. Интеграција постигнутих резултата у CAD пројектовање циклоидних преносника снаге

Последњи корак у реализацији овог истраживања је интеграција свих постигнутих резултата у *CAD* пројектовање циклоидних преносника снаге. Интеграција резултата истраживања обухвата интеграцију и систематизацију целокупних резултата и приступа представљених у претходним поглављима. Иницијална идеја је била да се у *CAD* пројектовање циклоидних преносника снаге уграде делови истраживања који би омогућили лакши и бржи начин пројектовања ових преносника снаге (прорачун основних параметара циклоидног озубљења, прорачун вратила и осталих виталних елемената циклоредуктора, прорачун степена искоришћења,...). Овакав приступ би свакако представљао новину и значајни напредак у пројектовању циклоидних преносника снаге. Иницијална идеја за интеграцију резултата приказана је на слици 9-1.



Слика 9-1 Иницијална идеја за интеграцију резултата у CAD софтвер

Међутим, детаљном и свеобухватном анализом постојећих решења у овој области, дошло се на идеју да се коришћењем комплетних остварених резултата у овој докторској дисертацији формира један експертски систем за пројектовање циклоидних преносника снаге, [102,103,104]. Задатак једног оваквог експертског система би био да на основу једнозначно дефинисаних улазних параметара изврши детаљну анализу свих обрађених концепцијских решења циклоредуктора узимајући у обзир све аспекте истраживања представљене у овој докторској дисертацији. Експертски систем за пројектовање циклоидних преносника снаге приказан је на слици 9-2.



Слика 9-2 Шема експертског система за пројектовање циклоидних преносника снаге

Са слике 9-2 се види да се на основу улазних параметара кориснику прослеђује готова конструкција циклоидног преносника снаге. Корисничка форма за комуникацију је двосмерно повезана са базом знања коју представљају резултати истраживања и подаци доступни из литературе. База знања је такође двосмерно повезана и са корисничком формом и са апликацијом која обрађује задате улазне параметре.

За интеграцију постигнутих резултата у експертски систем одабран је *CAD* софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* и то из два разлога: први разлог је његова доступност на пољу едукације и истраживања, док је други разлог поседовање одличне комуникације између овог *CAD* софтвера и програмског језика *VisualBasic* кроз окружење *iLogic*, [105]. Софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* има такође одличну комуникацију и са софтверима *MS Excel* и *MS Access*. Наведене предности овај софтверски пакет чине веома погодним за имплементацију експертских система у пројектовање и конструисање механичких преносника снаге.

9.1 Структура апликације у коју је уграђен експертски систем за пројектовање циклоидних преносника снаге

Структура апликације, као и сама апликација у коју је уграђен експертски систем за пројектовање циклоидних преносника снаге, у потпуности прати истраживање које је изложено у претходним поглављима ове докторске дисертације. Као део апликације, је преузет претходно развијени параметарски модел циклозупчаника, као и кинематски модели спрезања циклоидног озубљења аутоматизовани у софтверском пакету *Autodesk INVENTOR 2015*, [91].

Структура апликације је подељена на три целине:

- циклозупчаници и циклоидни зупчасти парови,
- једностепени циклоредуктори и
- двостепени циклоредуктор нове концепције, [50].

Прва целина се односи на генерисање *CAD* модела циклозупчаника и циклоидних зупчастих парова. У овој целини се поред *CAD* модела могу добити и израчунати параметри циклоидног

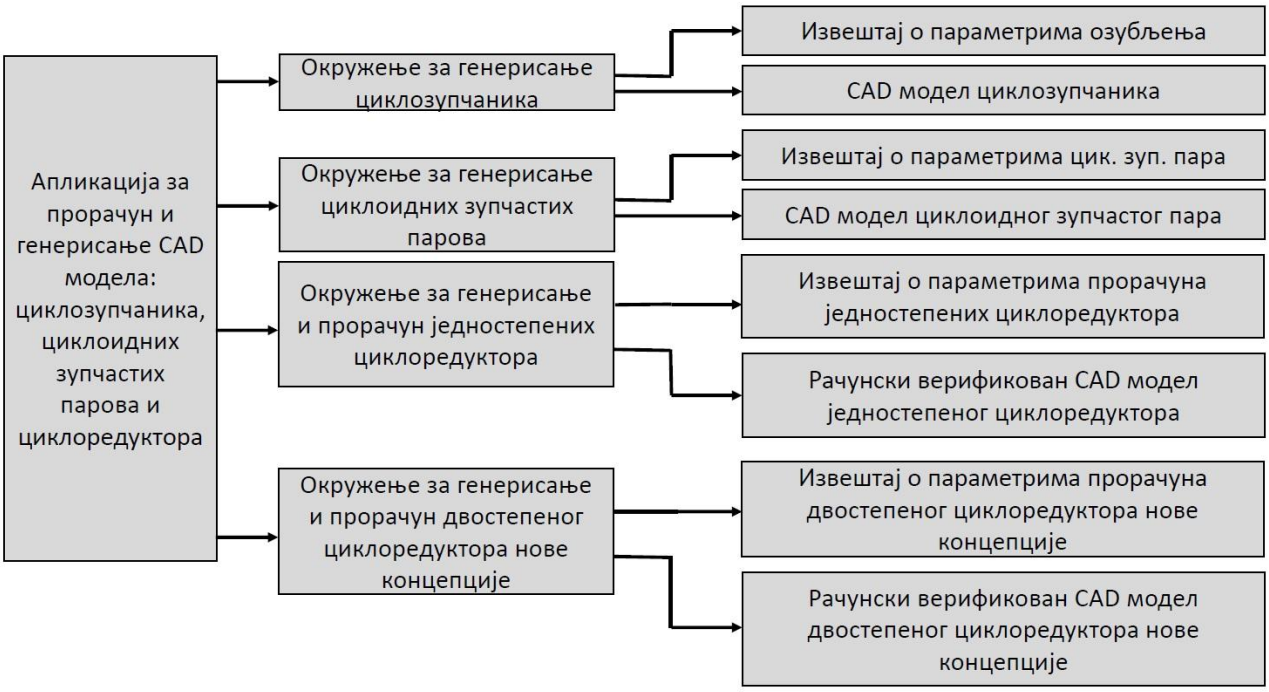
озубљења. Да би се избегле грешке код уноса улазних параметра, предвиђено је да у корисничкој форми стоје кратка упутства како се одређени дијалози користе.

У другој целини се налазе окружења за прорачун и генерисање *CAD* модела једностепених циклоредуктора. Ова целина се састоји из четири окружења и то:

- окружења за једностепене циклоредукторе класичне концепције са једним циклозупчаником,
- окружења за једностепене циклоредукторе *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником,
- окружења за једностепене циклоредукторе класичне концепције са два циклозупчаника и
- окружења за једностепене циклоредукторе *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника.

У корисничке форме свих ових окружења уведена су потребна ограничења како би унос улазних параметара био успешан.

Трећа целина апликације се односи на двостепени циклоредуктор нове концепције. Она је засебна због својих специфичности и због чињенице да се у њој разматра двостепени преносник снаге. Комплетна структура апликације је приказана на слици 9-3.



Слика 9-3 Структура апликације у коју је уграђен експертски систем за пројектовање циклоидних преносника снаге

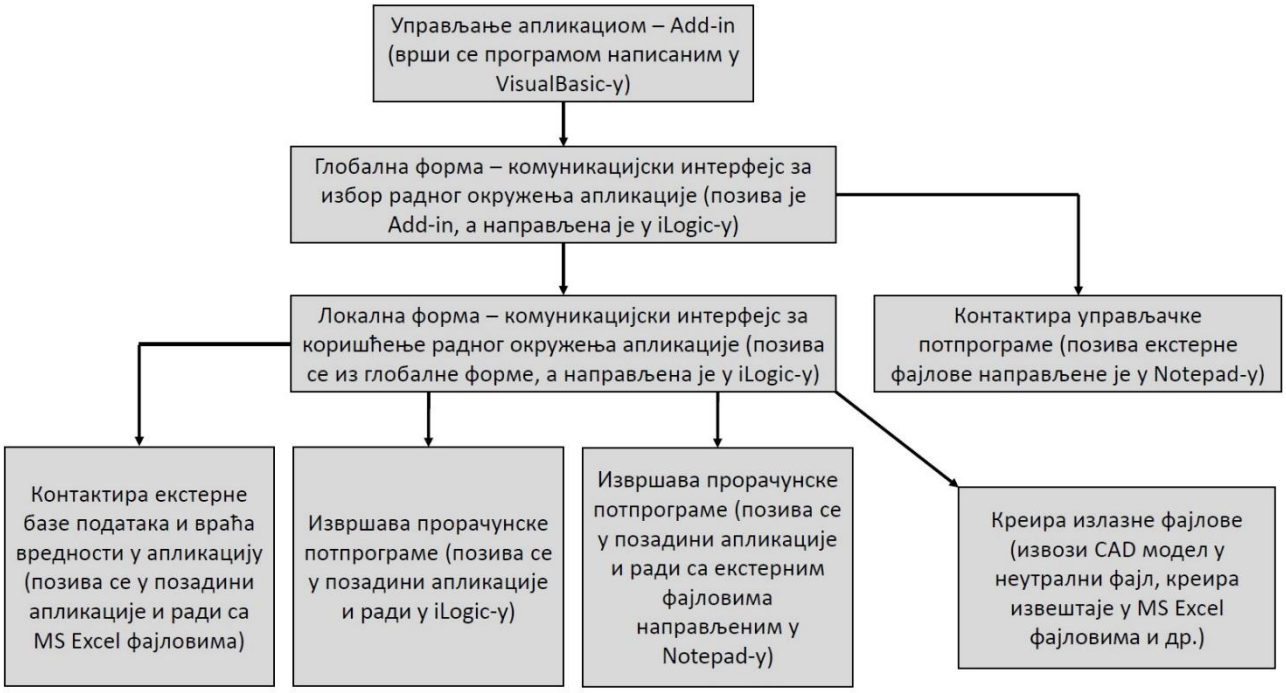
Са слике 9-3 се види да су сви модели циклоредуктора рачунски верификовани, тј. да је извршен веома детаљан прорачун свих виталних елемената редуктора. Извештаји о параметрима прорачуна се генеришу као посебни фајлови у *.xlsx* формату (*MS Excel* фајлови). Друга врста излаза из апликације су *CAD* модели у неутралном *.step* формату како би била омогућена лакша комуникација са другим софтверским пакетима. Апликација је интегрисана директно у софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* и позива се на исти начин као и друге апликације које постоје у овом софтверском пакету.

9.2 Интеграција апликације за прорачун и пројектовање циклоредуктора у софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019*

Први корак у интеграцији апликације за прорачун и пројектовање циклоредуктора у софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* је одређивање начина комуникације између овог софтверског пакета и корисника. Извођење комуникације је могуће на више начина:

- комуникација преко параметара који су уграђени у адаптивни *CAD* модел - основни ниво;
- комуникација преко фајлова других софтвера (*MS Excel, Notepad* и др.) - напредни ниво;
- комуникација преко *iLogic* корисничких форми - професионални ниво и
- комуникација преко програмских језика (*VisualBasic, C-Sharp* и др.) уз подршку претходне три варијанте - експертски ниво.

Пошто је одлучено да се уграде сви резултати истраживања ове докторске дисертације, изабрана је варијанта експертског нивоа уградње у софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019*. Ова варијанта је изабрана по угледу на окружење *Design* у софтверском пакету *Autodesk INVENTOR 2019*. Окружење *Design* је у прошлости постојало као самостални софтвер за прорачун машинских елемената (*MechSoft*) који се користио заједно са софтверима *Autodesk INVENTOR*, *SolidWorks* и др. Компанија *Autodesk* је купила овај софтвер и од њега је настало окружење *Design* [106], које је данас саставни део софтверског пакета *Autodesk INVENTOR*. На слици 9-4 је приказан начин интеграције апликације за пројектовање и прорачун циклоредуктора.

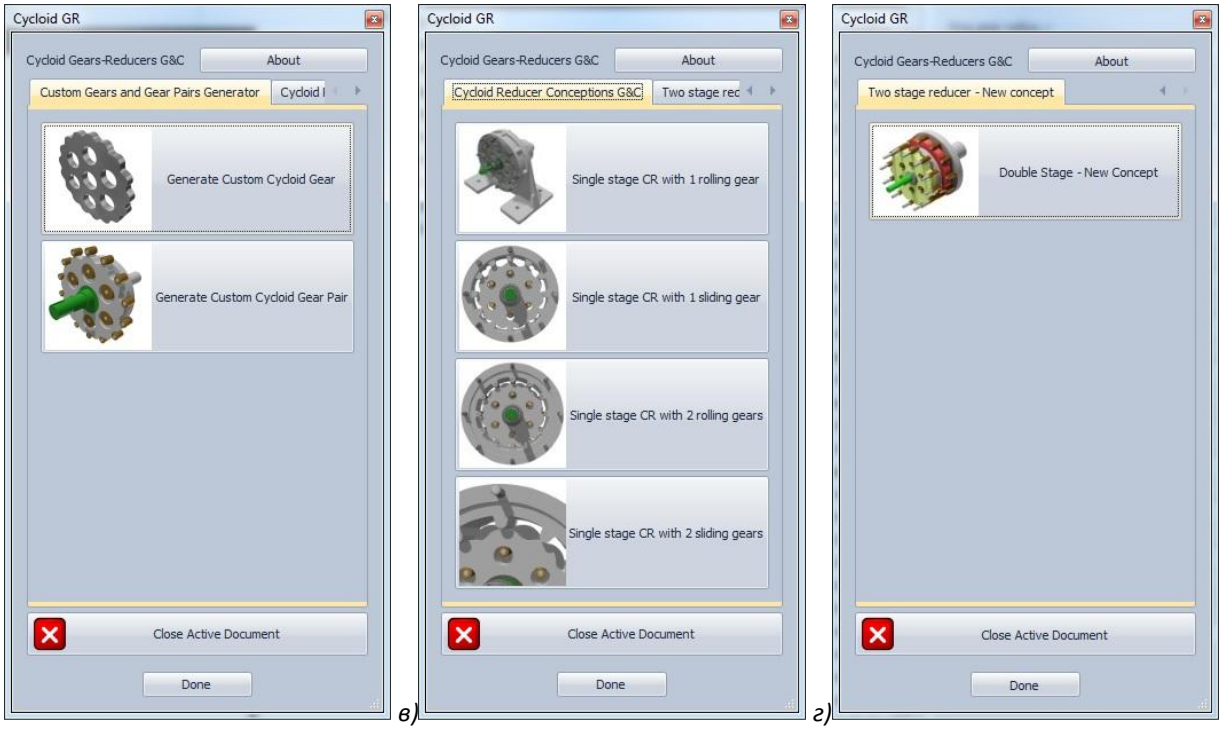


Слика 9-4 Начин интегрисања апликације у софтверски пакет Autodesk INVENTOR 2019

Са слике 9-4 се види да је основа за функционисање апликације направљена у програмском језику *VisualBasic* и да је у софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* инсталирана преко *Add-in* окружења. Ова основа служи за управљање апликацијом (позивање и затварање окружења, отварање и затварање докумената и др.). Све што се догађа у основи апликације одвија се у позадини и крајњем кориснику није видљиво. Крајњи корисник види тек глобалну форму која представља комуникацијски интерфејс за избор радног окружења апликације. Глобална форма је одабрана као алат из серије алата

iLogic, који припада *Autodesk INVENTOR*-у, због тога што је видљива у сваком тренутно активном документу. На слици 9-5 је приказано позивање апликације и њена глобална форма.

а)



б) в) г)

Слика 9-5 Приказ апликације за пројектовање циклоидних преносника снаге

а) позивање апликације командом CycloGR *б); глобална форма – картица за генерисање и прорачун циклозупчаника и циклоидних зупчастих парова; в) глобална форма – картица за генерисање и прорачун једностепених циклоредуктора; г) глобална форма – картица за генерисање и прорачун двостепеног циклоредуктора нове концепције*

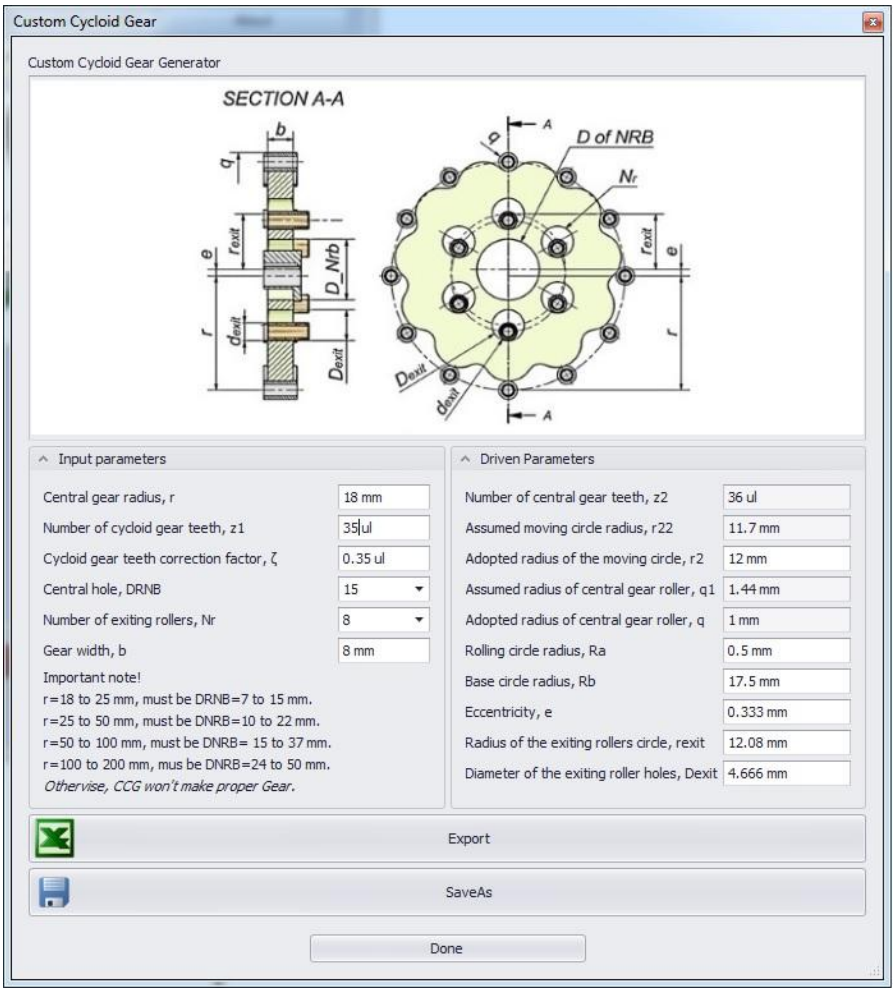
Са слике 9-5а се види да се апликација позива као корисничка команда, тј. као накнадно инсталирана апликација која изворно не припада софтверском пакету *Autodesk INVENTOR 2019*. Слике 9-5 (б,в и г) приказују изглед свих картица глобалне форме која у потпуности покрива структуру апликације описане у поглављу 9.1. Свака од команди са ових слика позива локалну форму која представља ново окружење за генерисање и прорачун појединачних елемената и склопова који су тема окружења које се позива. На слици 9-6 је приказан део основног кода *Add-in*-а за управљање апликацијом.

Слика 9-6 Део основног кода за управљање апликацијом

Основни код омогућава да се апликација за прорачун и пројектовање циклозупчаника и циклоредуктора може користити на било ком рачунару где је инсталиран софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019*.

9.3 Окружење за прорачун и пројектовање циклозупчаника

Окружење за прорачун и генерисање циклозупчаника се позива из прве картице глобалне форме (слика 9-5б) командом *Generate Custom Cycloid Gear*. Корисничка форма за комуникацију са овим окружењем је приказана на слици 9-7.



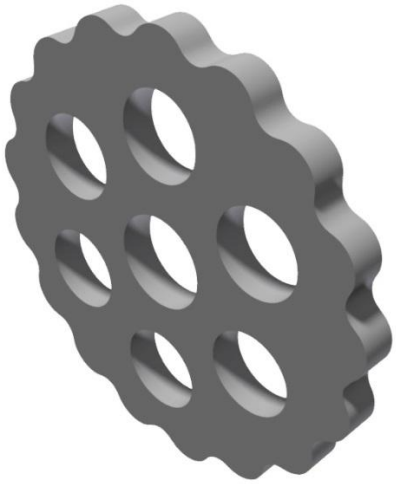
Слика 9-7 Корисничка форма за комуникацију са окружењем Generate Custom Cycloid Gear

Окружење за генерисање циклозупчаника представља основу за развој свих осталих окружења ове апликације, због тога што је циклозупчаник витални елемент циклоредуктора, а уједно је и најтежи за прорачун, моделирање и израду. Корисничка форма се састоји из: илустрације која служи као упутство за уношење улазних параметара, колоне за унос улазних параметара са препорукама за њихов избор, колоне са прорачунатим параметрима и команди за управљање моделом. Окружење за прорачун и генерисање циклозупчаника омогућава два излазна резултата. Први резултат је експортовање прорачунатих параметара у *.xlsx* формату (*MS Excel* фајл). Резултати који се добијају експортовањем параметара приказани су у табели 9-1.

Табела 9-1 Резултати добијени експортовањем параметара из корисничке форме окружења Generate Custom Cycloid Gear

Parameter Name	Value	Unit
Central gear radius, r	55	[mm]
Number of cycloidal gear teeth, z1	17	[ul]
Cycloidal gear teeth correction factor	0.35	[ul]
Number of exiting rollers, Nr	6	[ul]
Center hole diameter, D of NRB	22	[mm]
Gear width, bcz	8	[mm]
Number of central gear teeth, z2	18	[ul]
Assumed moving circle radius, r22	35.75	[mm]
Adopted moving circle radius, r2	36	[mm]
Assumed radius of cental gear roller, q1	4.4	[mm]
Adopted radius of cental gear roller, q	4	[mm]
Rolling circle radius, Ra	3.056	[mm]
Base circle radius, Rb	51.944	[mm]
Eccentricity, e	2	[mm]
Radius of the exiting rollers circle, rexit	30	[mm]
Diameter of the exiting roller holes, Dexit	20	[mm]
Exiting rollers diameter, dexit	8	[mm]

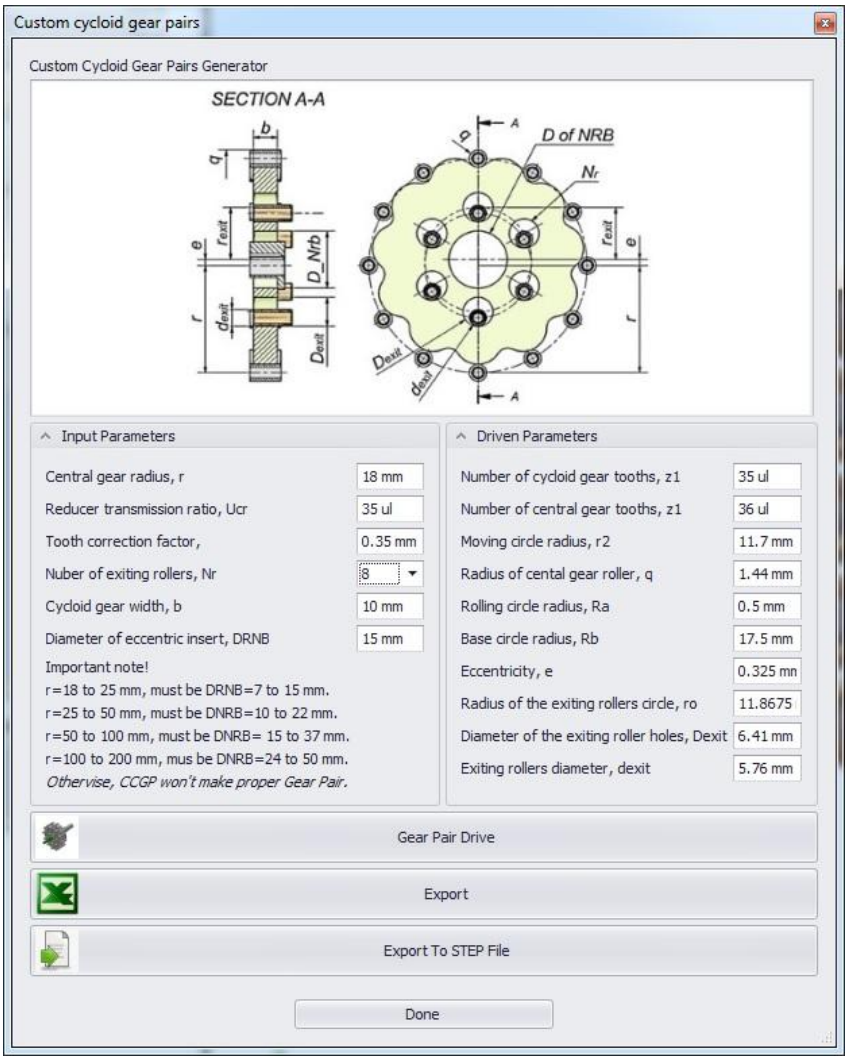
Други резултат је могућност за чување генерисаног циклозупчаника директно са корисничке форме командом *SaveAs* у *.ipt* формату (*AUTODESK Inventor* фајл). На слици 9-8 је приказан генерисани циклозупчаник.



Слика 9-8 Генерисани циклозупчаник из окружења Generate Custom Cycloid Gear

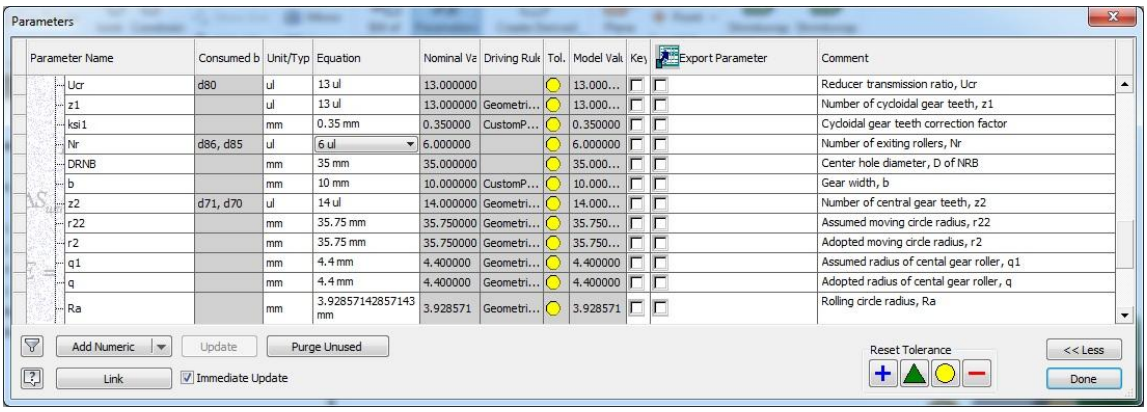
9.4 Окружење за прорачун и пројектовање циклоидних зупчастих парова

Друго окружење у апликацији за прорачун и пројектовање циклоредуктора је окружење за генерисање циклоидних зупчастих парова. Ово окружење се позива из прве картице глобалне форме (слика 9-5б) командом *Generate Custom Cycloid Gear Pair* и основа је за даљи развој разних концепција циклоредуктора. У овом окружењу се поред генерисања циклозупчаника и централног зупчаника генерише и кинематика овог циклоидног ваљкасто-зупчастог пара. На слици 9-9 је приказан изглед окружења за генерисање циклоидних зупчастих парова.



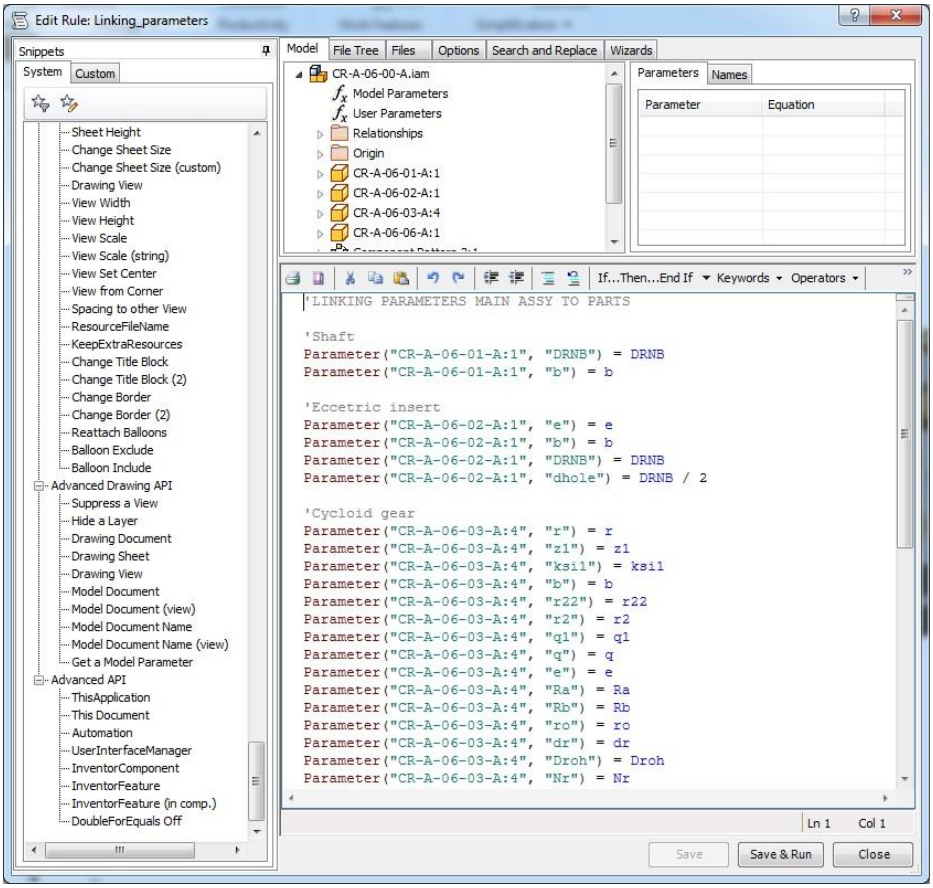
Слика 9-9 Корисничка форма за комуникацију са окружењем за генерисање циклоидних зупчастих парова

Окружење за генерисање циклоидних зупчастих парова је по изгледу врло слично окружењу за генерисање циклозупчаника. Међутим, у позадини ова два окружења се веома разликују. Прва разлика се огледа у томе да се код овог окружења поред циклозупчаника генерише и централни зупчаник, вратило са ексцентар чауром и излазни механизам. Генерисање више елемената подразумева да они морају бити генерисани као склоп. Да би корисничка форма могла да функционише на прави начин и без проблема у раду, потребно је да се склоп дефинише *top-down* техником. Ова техника подразумева да сви параметри, прорачуни и кинематске зависности буду дефинисани у фајлу склопа и да се из фајла склопа управља осталим елементима. На слици 9-10 је дата илустрација дефинисања параметара у оквиру фајла склопа.



Слика 9-10 Илустрација дефинисања параметара у оквиру фајла склопа

Када се параметри дефинишу у склопу потребно је да они буду повезани са свим појединачним елементима који чине саставни део склопа. Повезивање појединачних елемената са склопом је изведено помоћу потпрограма који је написан у окружењу *iLogic*. Део потпрограма за повезивање елемената са склопом је приказан на слици 9-11.

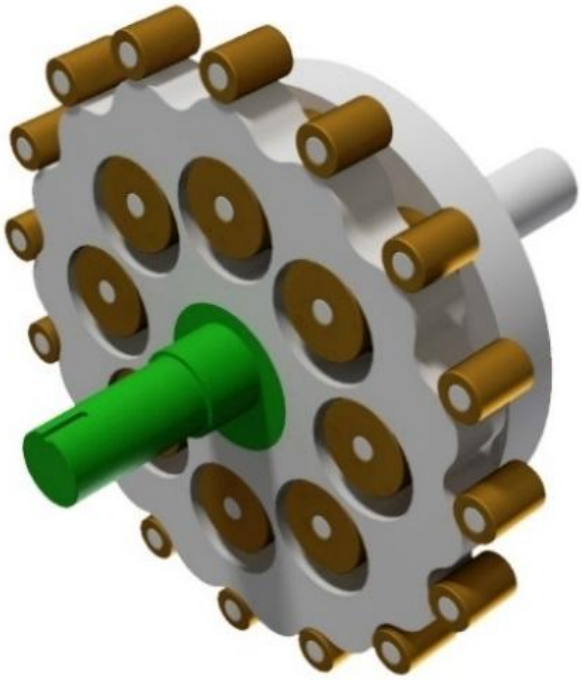


Слика 9-11 Потпрограм за повезивање елемената циклоидног зупчастог пара са склопом

Са слике 9-11 се види да сви параметри у склопу имају идентичне називе као у појединачним елементима. Овакав приступ је веома добар пошто знатно олакшава повезивање елемената са склопом и своди грешке приликом писања потпрограма на минимум.

За чување склопа је изабран неутрални *.step* формат фајла. Овај формат је изабран зато што у себи чува све елементе склопа и може се касније користити у било ком другом *CAD* софтверу. Чување генерисаног склопа се изводи командом *Export to STEP File* која се налази на дну корисничке форме за

генерисање циклоидних зупчастих парова. На слици 9-12 је приказан циклоидни зупчасти пар који се добија коришћењем описаног окружења.



Слика 9-12 Изглед генерисаног циклоидног зупчастог пара из корисничке форме окружења Generate Custom Cycloid Gear Pair

9.5 Окружење за прорачун и пројектовање једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником

Позивање овог окружења се врши комадом *Single Stage CR With 1 Rolling Gear* из друге картице апликације *CycloidGR* (слика 9-5в). Као основа за програмирање овог окружења коришћено је окружење представљено у поглављу 9.4. Окружење за прорачун и пројектовање једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником је подељено на осам целина, тј. осам картица:

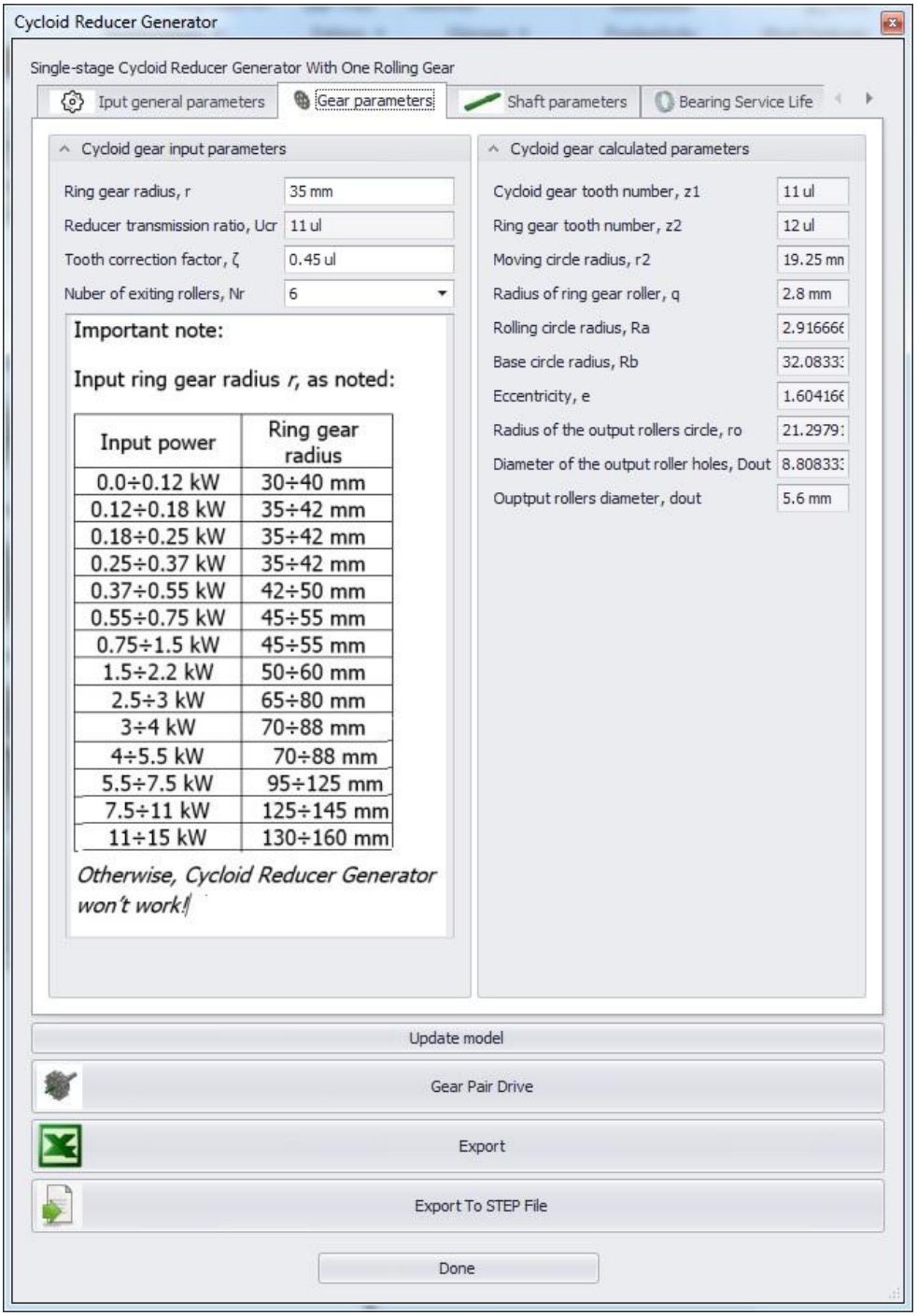
1. прва картица: унос општих параметара, индикатора успешности прорачуна и конфигуратора кућишта,
2. друга картица: дефинисање улазних параметара и прорачун циклозупчаника,
3. трећа картица: избор материјала и прорачун улазног и излазног вратила,
4. четврта картица: избор и прорачун лежаја циклозупчаника (лежаја на ексцентар чаури),
5. пета картица: избор материјала и одређивање ширине циклозупчаника,
6. шеста картица: димензионисање осовиница на централном зупчанику као и излазних осовиница,
7. седма картица: провера угиба и деформација осовиница централног зупчаника и излазних осовиница и
8. осма картица: одређивање степена искоришћења циклоредуктора.

Прва целина, тј. прва картица окружења за пројектовање и прорачун циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником приказана је на слици 9-13.

Слика 9-13 Прва картица окружења Single Stage CR With 1 Rolling Gear

Са слике 9-13 се види да се приказана картица састоји из четири дела. Први део се односи на унос општих података о циклоредуктору: улазне снаге, улазног броја обртаја, преносног односа и претпостављеног степена искоришћења. У другом делу картице су приказани резултати прорачуна сила и обртних момената на елементима циклоредуктора. Трећи део картице су обавештења о испуњавању захтева прорачуна у осталим картицама окружења. Четврти део се односи на избор типа кућишта циклоредуктора. У оквиру апликације направљена је табела са стандардизованим кућиштима према резултатима оптимизације и према каталозима компаније *SUMITOMO*, [86,87].

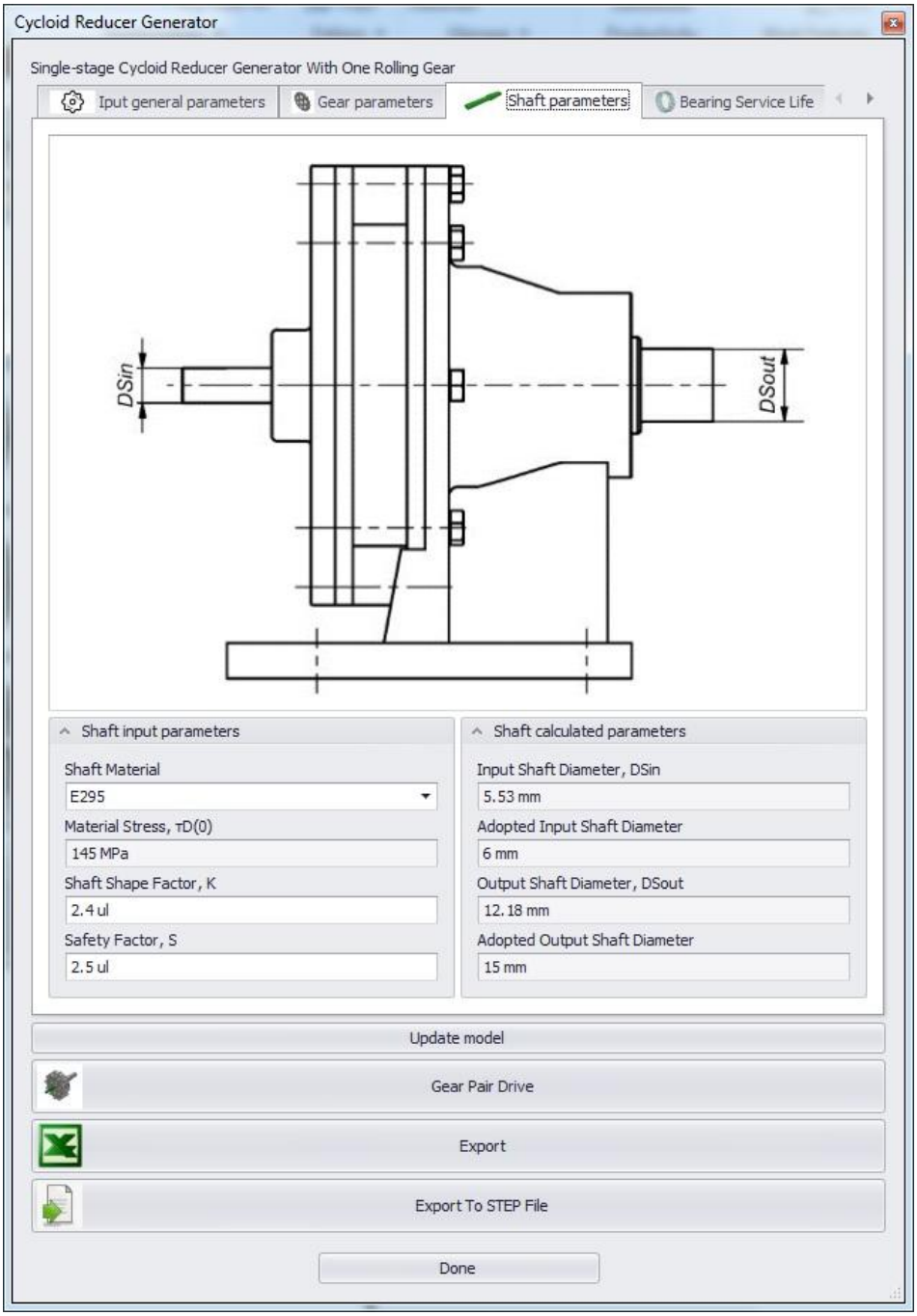
Друга целина, тј. друга картица која се односи на параметре озубљења циклозупчаника, приказана је на слици 9-14.



Слика 9-14 Картица за подешавање и прорачун циклоидног озубљења у окружењу Single Stage CR With 1 Rolling Gear

Приказана картица на слици 9-14 је подељена на два дела: улазни параметри са препорукама и излазни параметри. Код улазних параметара са препорукама уносе се: полупречник подеоног круга централног зупчаника, коефицијент корекције циклоидног озубљења и врши се избор броја излазних ваљака. У наставку поља са улазним параметрима се, као што је већ поменуто, налазе препоруке за избор полупречника подеоног круга централног зупчаника у односу на жељену улазну снагу које су добијене оптимизацијом (поглавље 8). У делу картице где се налазе излазни резултати дати су резултати прорачуна свих параметара циклоидног озубљења.

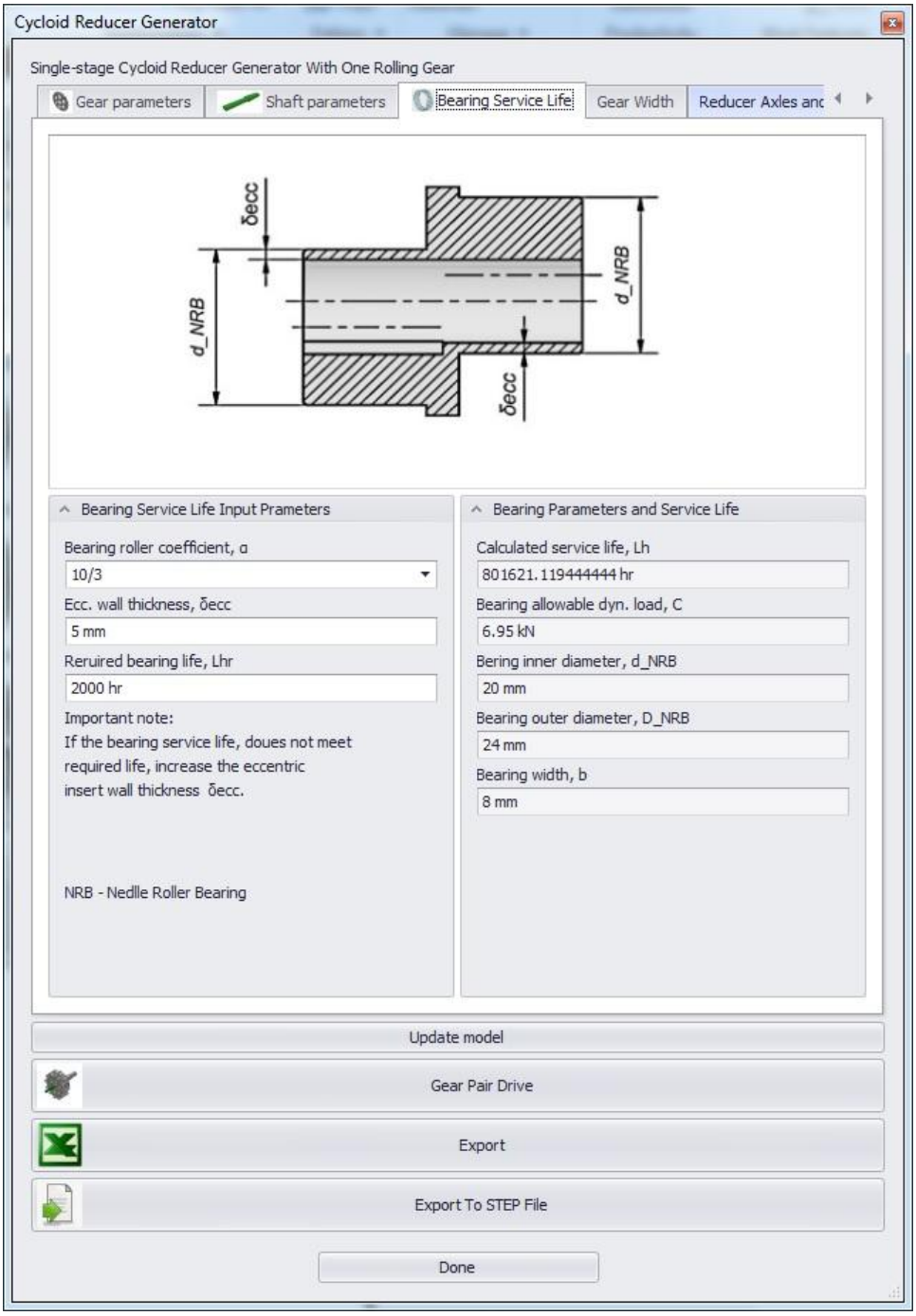
Трећа целина, тј. трећа картица окружења *Single Stage CR With 1 Rolling Gear*, која се односи на избор материјала и прорачун улазног и излазног вратила, приказана је на слици 9-15.



Слика 9-15 Картица за избор материјала и прорачун вратила у окружењу Single Stage CR With 1 Rolling Gear

На слици 9-15 се види да је картица за избор материјала и прорачун вратила подељена на два дела: на избор материјала и фактора за прорачун вратила и на прорачун и стандардизацију пречника вратила. Пречници вратила се стандардизују према првом већем пречнику лежаја у односу на прорачунату вредност вратила. Мере лежаја апликација бира из екстерне табеле која је повезана са апликацијом. Лежаји који се бирају у овом кораку су лежаји који служе за улежиштење улазног и излазног вратила. У горњем делу картице се налази илустрација на којој су означени пречници вратила који се прорачунавају.

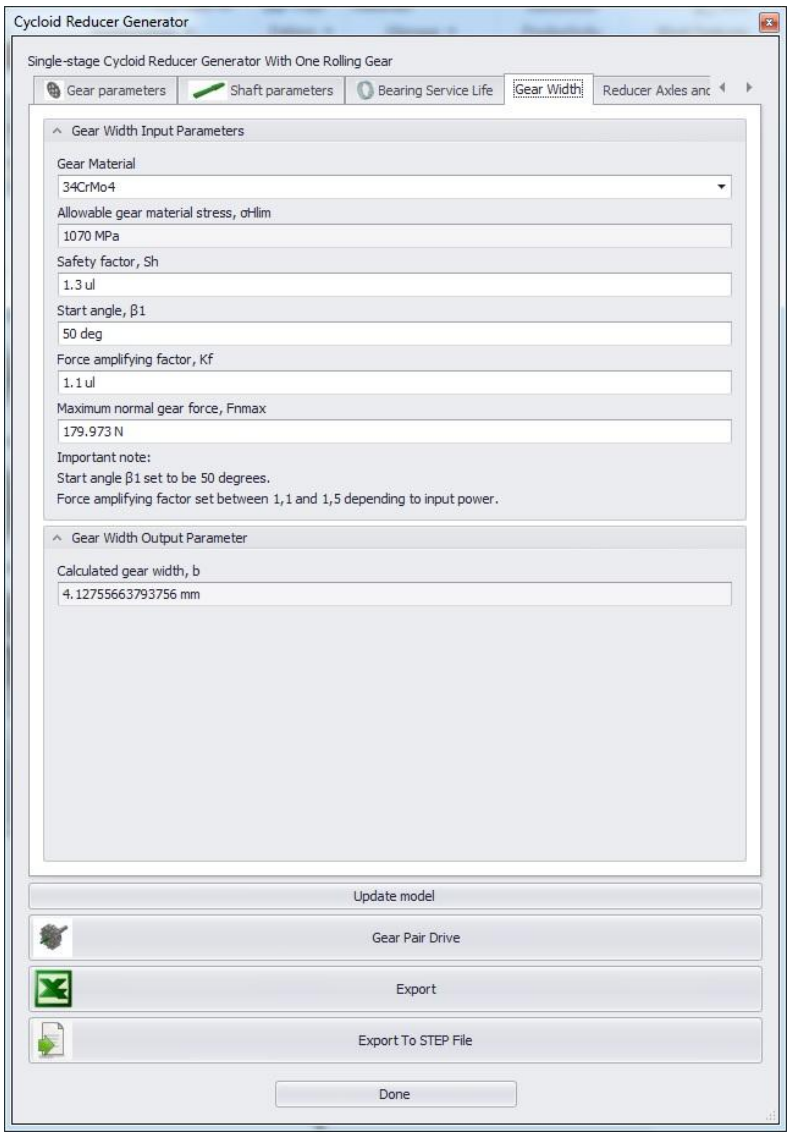
Четврта картица, тј. четврта целина овог окружења се односи на избор и прорачун игличастог лежаја циклозупчаника (лежаја ексцентар чауре). Ова картица је приказана на слици 9-16.



Слика 9-16 Картица за избор и прорачун радног века игличастог лежаја на ексцентар чаури

Картица приказана на слици 9-16 је подељена на два дела. Први део картице се односи на: избор коефицијента за прорачун лежаја у зависности од типа котрљајног тела, избор дебљине зида ексцентар чауре и задавање потребног броја радних сати лежаја. У првом делу картице је дато упутство како корисник треба да поступи у случају да прорачун лежаја не задовољава тражене критеријуме. Други део картице приказује израчунати радни век лежаја, његову динамичку моћ ношења као и димензије. Избор лежаја се врши из екстерне табеле која је директно повезана са апликацијом. У горњем делу картице је дата илустрација ексцентар чауре на коју се изабрани лежај уграђује.

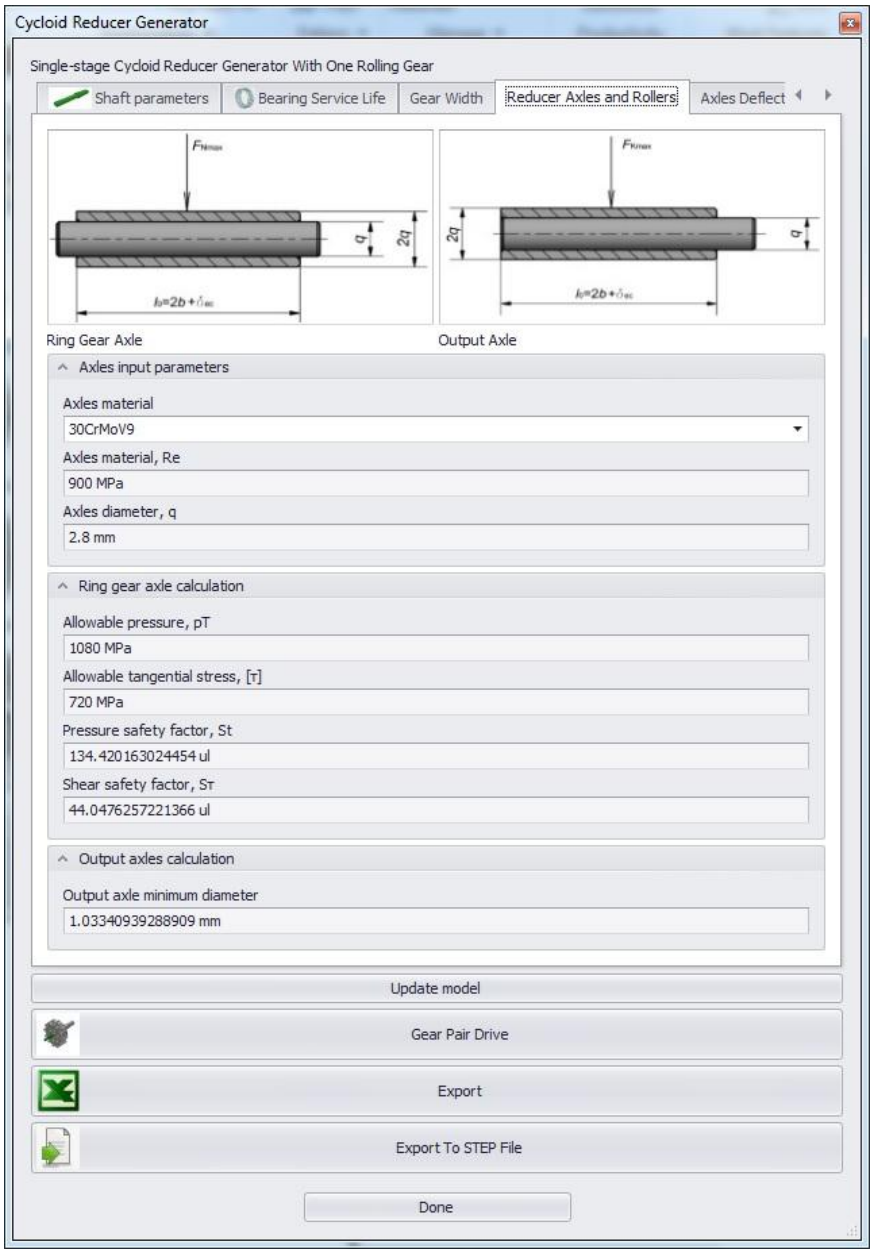
Пета картица, тј. пета целина окружења *Single Stage CR With 1 Rolling Gear*, се односи на избор материјала и прорачун ширине циклозупчаника. Ова картица је приказана на слици 9-17.



Слика 9-17 Картица за избор материјала и прорачун ширине циклозупчаника

Картица за избор материјала и прорачун ширине циклозупчаника је подељена на два дела. Први део се односи на избор материјала циклозупчаника и фактора који утичу на прорачун његове ширине. Поред стандардних фактора који су описани у поглављу 7.4, уведен је и фактор динамичке силе K_f који се односи на повећање прорачунске силе услед осцилација које се јављају у раду циклоредуктора. Овај фактор је уведен на основу истраживања динамичког понашања циклоредуктора описаног у поглављу 6. Како се ширина циклозупчаника бира на основу ширине игличастог лежаја ексцентар чауре, неопходно је да прорачунска ширина буде мања од поменуте ширине. У случају да овај услов није испуњен на првој картици ће се појавити упозорење да критеријуми прорачуна нису задовољени. У том случају корисник апликације се враћа на претходну картицу и врши избор игличастог лежаја веће ширине.

На слици 9-18 је приказана пета картица, тј. пета целина у пројектовању циклоредуктора. Ова картица се односи на прорачун осовиница централног зупчаника, као и на прорачун излазних осовиница.



Слика 9-18 Картица за прорачун осовиница централног зупчаника и излазних осовиница

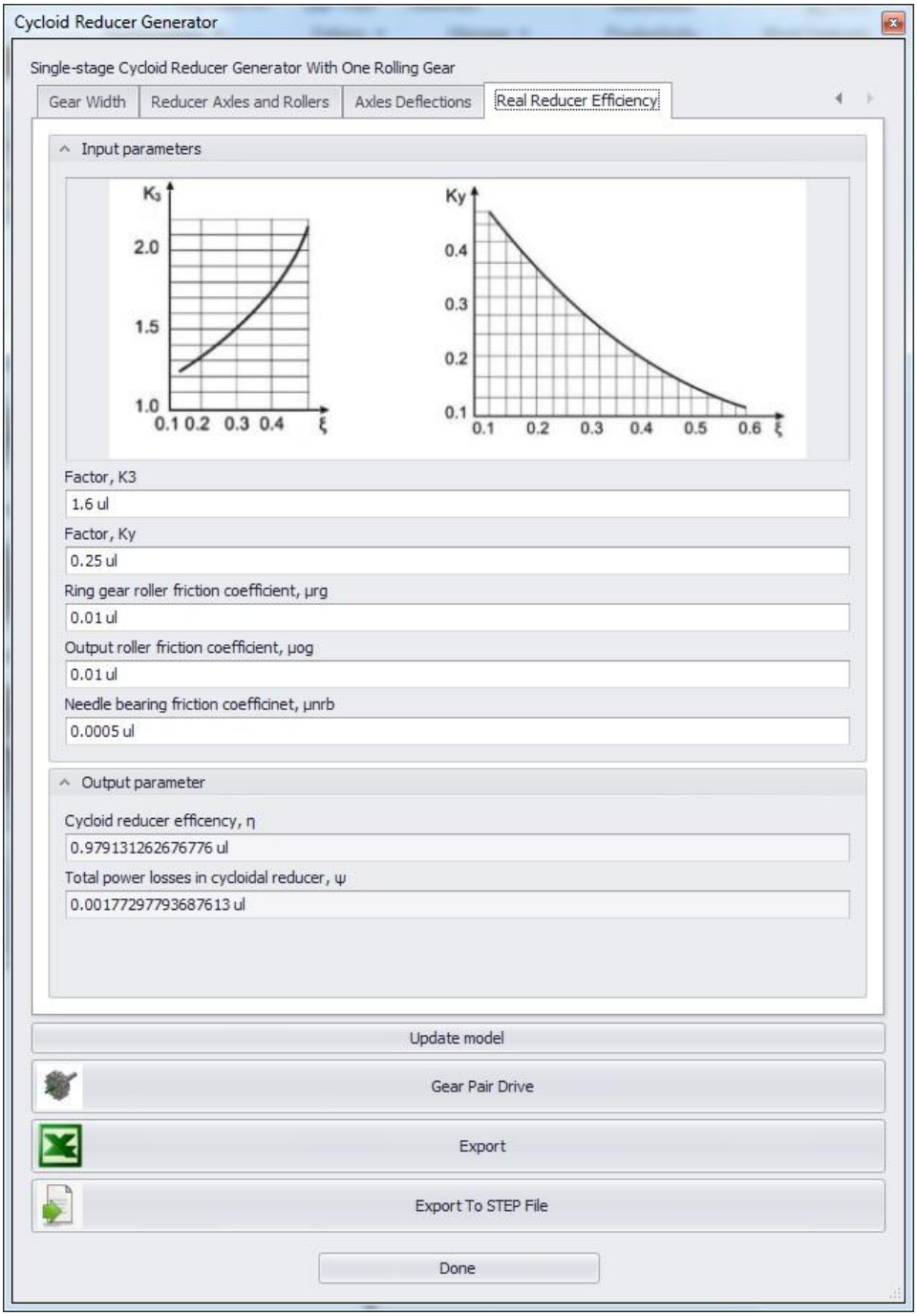
Картица за прорачун осовиница је подељена на три дела. Први део картице се односи на избор материјала осовиница и предлог пречника осовинице према препорукама из литературе, [50]. Други део се односи на проверу осовинице централног зупчаника на површински притисак и на смицање. Трећи део се односи на прорачун минималног пречника излазних осовиница. У горњем делу картице су дате илустрације оптерећења осовиница. Уколико су провере осовиница централног зупчаника задовољене и уколико је прорачунати пречник излазних осовиница мањи од препорученог, онда ће на првој картици (слика 9-13) изаћи обавештење да је прорачун циклоредуктора успешно извршен. У супротном се мора повећати полупречник подеоног круга централног зупчаника.

На слици 9-19 је дат изглед картице за прорачун и проверу угиба и деформација осовиница централног зупчаника и излазних осовиница.

Слика 9-19 Картица за проверу деформација и угиба осовиница централног зупчаника и излазних осовиница

Картица на слици 9-19 је подељена на четири дела. Први део картице се односи на прорачун дозвољене деформације осовинице централног зупчаника и то дељењем дужине осовинице са одговарајућим коефицијентом према препорукама из литературе, [83]. Други део картице се односи на прорачун радне деформације осовинице централног зупчаника, трећи део на прорачун дозвољеног угиба излазних осовиница, док се четврти део односи на прорачун радног угиба излазних осовиница. Уколико је радни угиб већи од дозвољеног, на првој картици (слика 9-13) ће се појавити обавештење да прорачун циклоредуктора није задовољио потребне критеријуме. У овом случају би се морало такође вршити повећавање подеоног пречника централног зупчаника.

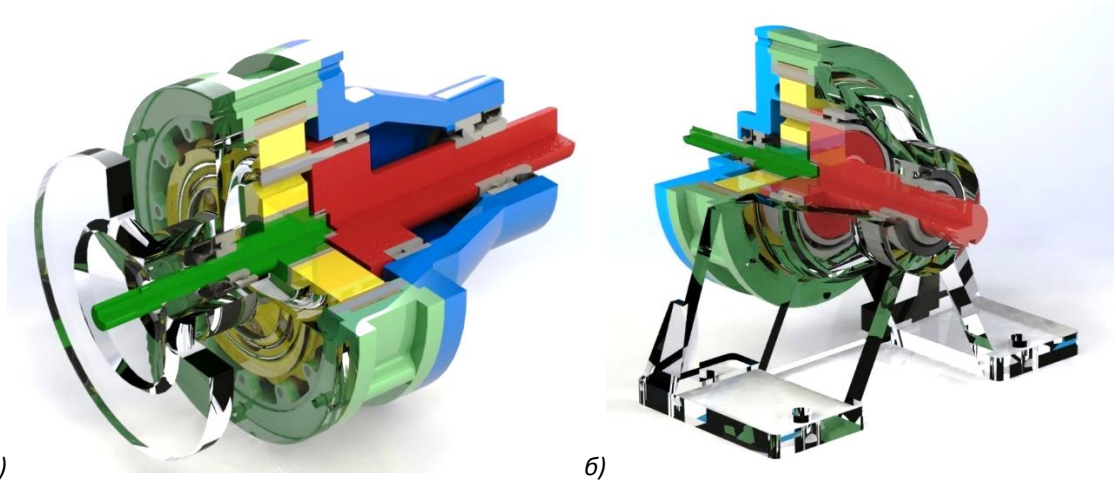
На слици 9-20 је приказана последња картица окружења *Single Stage CR With 1 Rolling Gear*. У овој картици се врши прорачун стварног степена искоришћења пројектованог циклоредуктора.



Слика 9-20 Картица за прорачун стварног степена искоришћења пројектованог циклоредуктора

Картица за прорачун стварног степена искоришћења циклоредуктора је подељена на два дела. Први део се односи на унос улазних параметара, док се други део односи на приказ прорачунатог стварног степена искоришћења и губитака који се јављају услед трења између елемената циклоредуктора. Детаљан опис поступка прорачуна стварног степена искоришћења објашњен је и експериментално верификован у поглављу 5.

На слици 9-21 су дати излазни резултати окружења за пројектовање и прорачун једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником.



а) *б)*

Слика 9-21 Пројектовани једностепени циклоредуктор: а) везивање помоћу прирубнице; б) везивање помоћу стопица

У табели 9-2 су дати резултати прорачуна пројектованог једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником који се добијају експортовањем резултата у *.xlsx* формату (*MS Excel* фајл).

Табела 9-2 Резултати прорачуна циклоредуктора добијени експортовањем у .xlsx формату

Reducer Gear Parameter Name	**Value**	**Unit**
Central gear radius, r	40	[mm]
Number of cycloidal gear teeth, z1	11	[ul]
Cycloidal gear teeth correction factor, ξ	0.45	[ul]
Number of output rollers, Nr	6	[ul]
Center hole diameter, D of NRB	45	[mm]
Gear width, b	16	[mm]
Number of ring gear teeth, z2	12	[ul]
Assumed moving circle radius, r22	22	[mm]
Adopted moving circle radius, r2	22	[mm]
Assumed radius of ring gear roller, q1	3.2	[mm]
Adopted radius of ring gear roller, q	3.2	[mm]
Rolling circle radius, Ra	3.333	[mm]
Base circle radius, Rb	36.667	[mm]
Eccentricity, e	1.833	[mm]
Radius of the output rollers circle, rexit	23.98333333	[mm]
Diameter of the output roller holes, Dcout	10.06666667	[mm]
Output rollers diameter, dout	6.4	[mm]
Reducer Power and Forces Parameter Name	Value	Unit
Input power, Pin	0.25	[kW]
Input RPM, nin	1400	[min-1]
Input torque, Tin	1705.204	[Nmm]
Input angular velocity, ωin	146.61	[s-1]
Max. normal forces on cycloidal gear, Fnmax	328.076	[N]
Max. force on eccentric insert, Fec	902.208	[N]
Max. force output rollers, Fkmax	372.419	[N]
Reducer Shafts Parameter Name	Value	Unit

Табела 9-2 Наставак

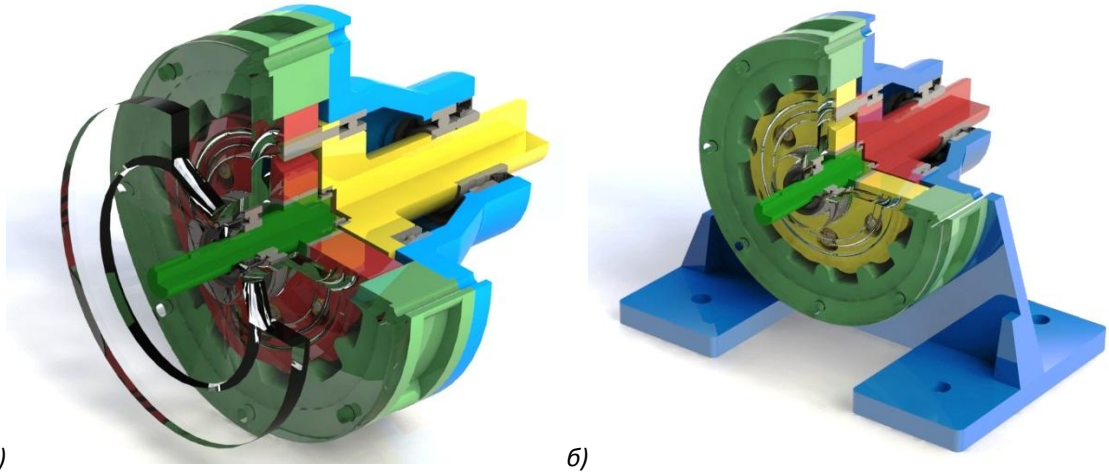
Shaft material	E295	[-]
Shaft allowable shear stress, τD(0)	145	[MPa]
Shaft shape factor, K)	2.4	[ul]
Shaft safety factor, S)	2.5	[ul]
Input shaft diameter, DSin)	7.07	[mm]
Output shaft diameter, DSout)	15.56	[mm]
Reducer eccentric insert bearings parameters	Value	Unit
Required bearing life	2000	[hrs]
Calculated bearing life	108329.7653	[hrs]
Bearing allowed dynamic load	6.95	[kN]
Bearing outer diameter	26	[mm]
Bearing inner diameter	22	[mm]
Bearing width	8	[mm]
Reducer gear width parameters	Value	Unit
Gear material	34CrMo4	[-]
Tooth breakage allowable stress, σHlim	1070	[MPa]
Stress safety factor	1.3	[ul]
Starting angle,β1	50	[deg]
Calculated gear width,bc	6.583672204	[mm]
Reducer axles parameters	Value	Unit
Axles material	30CrMoV9	[-]
Axles material property, Re	900	[MPa]
Allowable axle pressure, pT	1080	[MPa]
Allowable axle shear stress, [τ]	720	[MPa]
Ring gear axle pressure safety factor, St	84.27315622	[-]
Ring gear axle shear safety factor, Sτ	31.0971437	[-]
Minimum exiting axle diameter	1.405611667	[mm]
Max. ring gear axle deflection, fd1	0.072	[mm]
Max. ring gear axle deflection under contact force, wmax1	0.001368609	[mm]
Max. ring gear axle deflection under bending, wmax2	0.036877514	[mm]
Total ring gear axle deflection , wrg	0.038246122	[mm]
Max. output axle deflection, fd2	0.072	[mm]
Total output axle deflection, woat	0.027727238	[mm]
Reducer efficiency parameters	Value	Unit
Calculated efficieny, ηcr	0.979318622	[ul]
Reducer losses, ψ	0.001756753	[ul]

Из табеле 9-2 се види да су у експортованом извештају приказани сви резултати прорачуна једностепеног циклоредуктора у оквиру развијене апликације. Ово је веома значајна могућност апликације за истраживање различитих величина циклоредуктора са различитим улазним параметрима.

9.6 Остала окружења за пројектовање и прорачун једностепених циклоредуктора

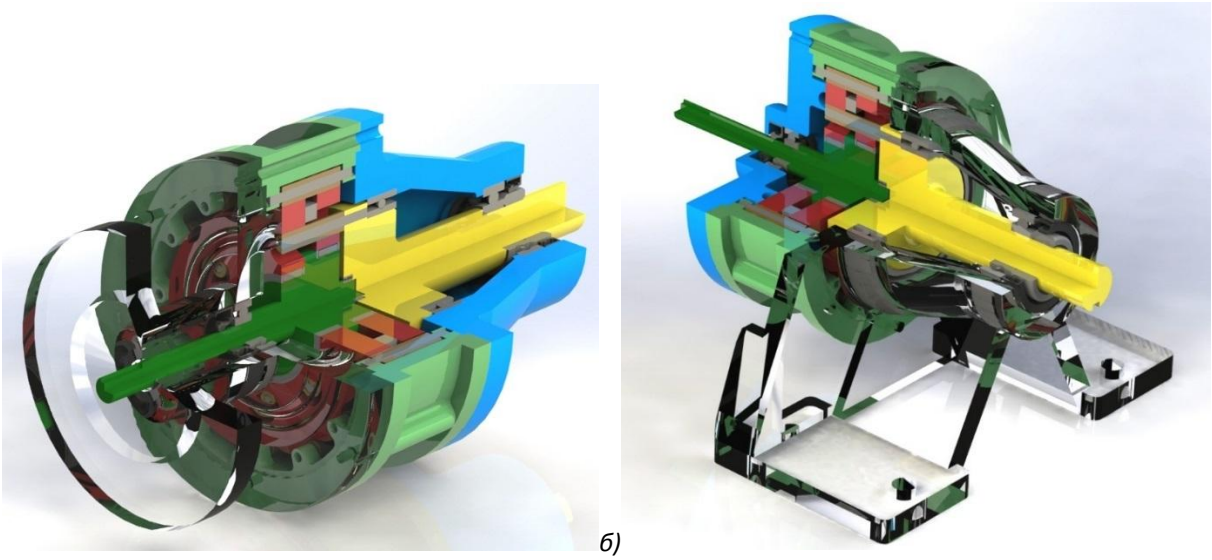
Претходним поглављем 9.5 је детаљно описано функционисање апликације у окружењу *Single Stage CR With 1 Rolling Gear*. Окружења за прорачун осталих концепција једностепених циклоредуктора неће бити детаљно описивана јер су веома слична описаном окружењу за прорачун и пројектовање једностепених циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником. У овом поглављу су дати резултати, тј. модели пројектованих једностепених циклоредуктора у осталим окружењима. У остала окружења за пројектовање и прорачун једностепених циклоредуктора спадају:

- окружење за прорачун и пројектовање једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником (*Single Stage CR With 1 Sliding Gear*), слика 9-22,
- окружење за пројектовање и прорачун једностепеног циклоредуктора класичне концепције са два циклозупчаника (*Single Stage CR With 2 Rolling Gears*), слика 9-23 и
- окружење за пројектовање и прорачун једностепеног циклоредуктора *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника (*Single Stage CR With 2 Sliding Gears*), слика 9-24.



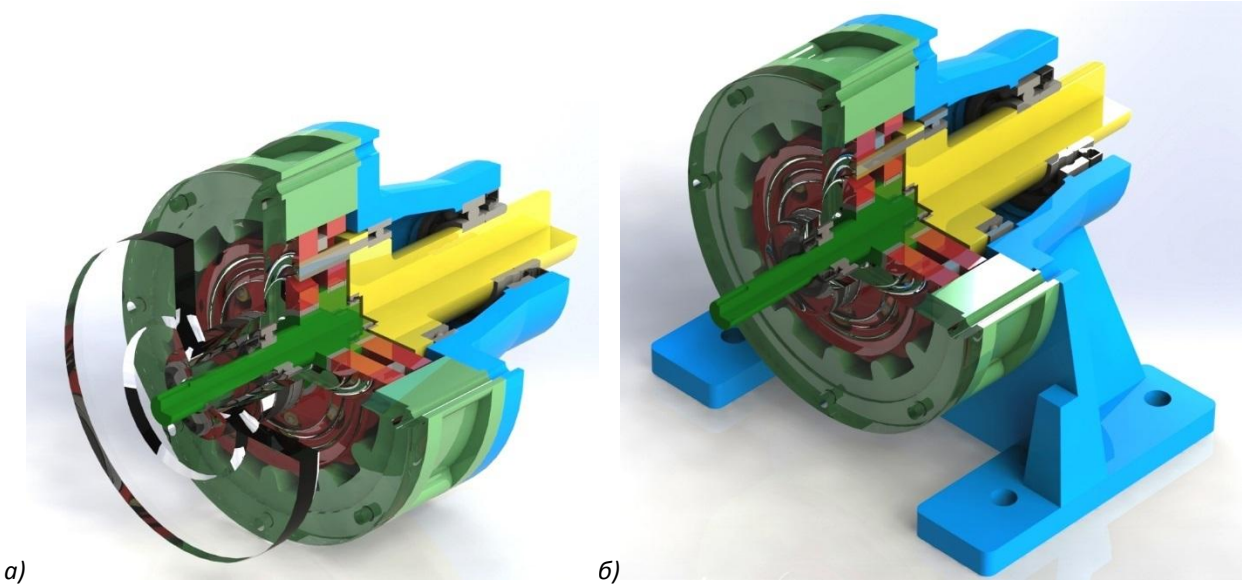
а) *б)*

Слика 9-22 Излазни резултат окружења Single Stage CR With 1 Sliding Gear: а) са везивањем помоћу прирубнице; б) са везивањем помоћу стопица



а) *б)*

Слика 9-23 Излазни резултат окружења Single Stage CR With 2 Rolling Gears: а) са везивањем помоћу прирубнице; б) са везивањем помоћу стопица



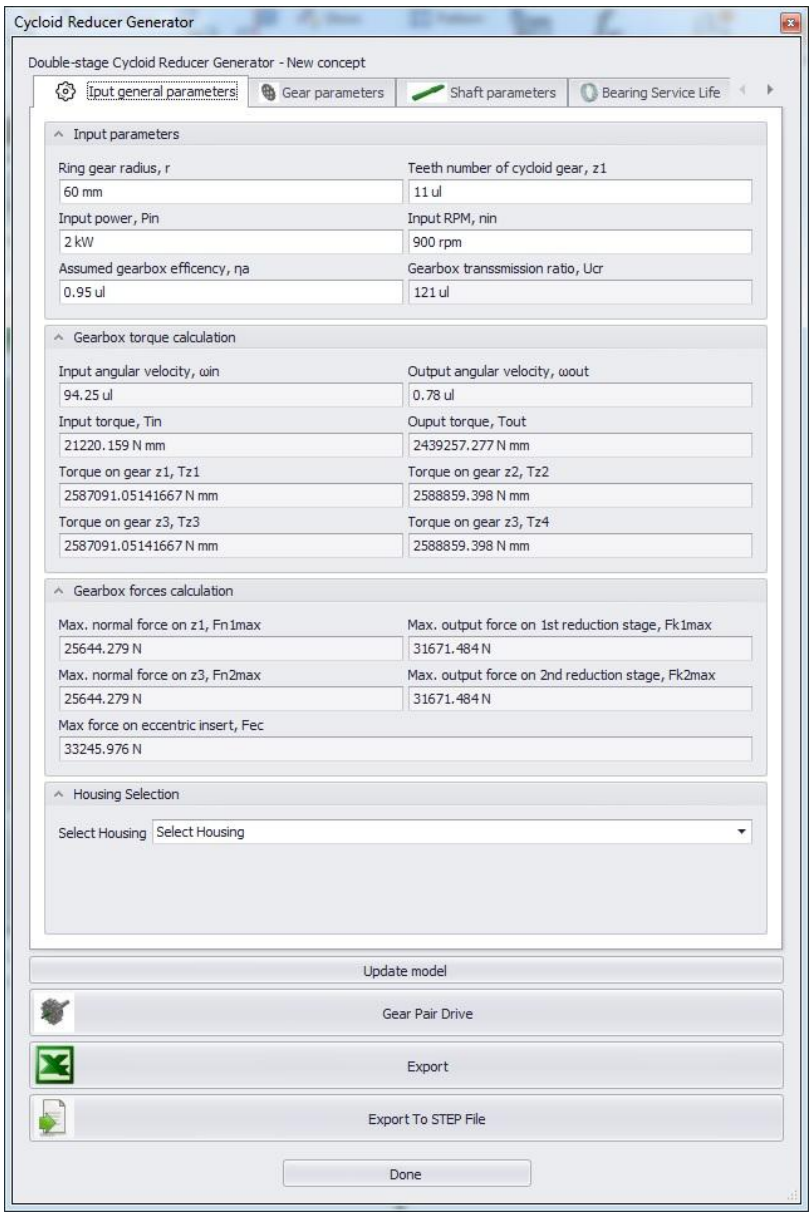
а) *б)*

Слика 9-24 Излазни резултат окружења Single Stage CR With 2 Sliding Gears: а) са везивањем помоћу прирубнице; б) са везивањем помоћу стопица

Разлике између окружења за пројектовање и прорачун једностепених циклоредуктора се огледају у начину прорачуна виталних елемената. Највећа разлика је у томе што се код концепција са два циклозупчаника оптерећење рачуна према једначинама (7.4) и (7.5). Разлика између класичних концепција циклоредуктора и *non-pin wheel* концепција је у томе што *non-pin wheel* концепције имају мањи број саставних елемената. Међутим, због спрезања клизањем ове концепције имају и нешто мањи степен искоришћења, као и другачији математички модел за одређивање истог. Још једна битна разлика је да се код *non-pin wheel* концепција не врши провера осовиница централног зупчаника, пошто оне у овим концепцијама и не постоје.

9.7 Окружење за пројектовање и прорачун двостепеног циклоредуктора нове концепције

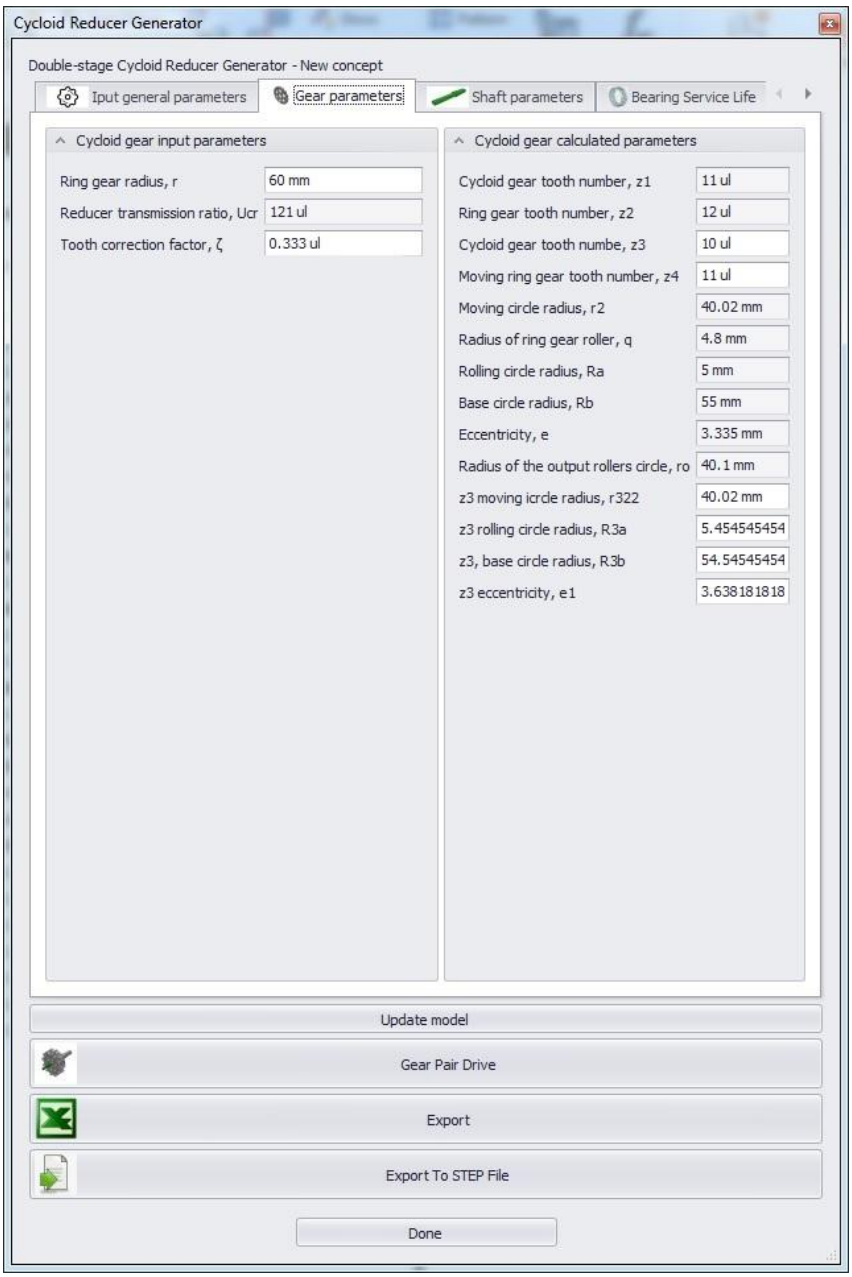
Двостепени циклоредуктори класичне концепције настају редним везивањем једностепених циклоредуктора у заједничком кућишту тако да није било потребе за развијањем посебног окружења у апликацији за њихов прорачун и пројектовање. Међутим, веома занимљив део истраживања ове докторске дисертације представља интеграција резултата пројектовања двостепеног циклоредуктора нове концепције у CAD окружење, [50]. Двостепени циклоредуктор нове концепције се, као што је у поглављу 4 описано, веома разликује од двостепених циклоредуктора класичне концепције. Највећа разлика се огледа у томе што овај нови тип циклоредуктора користи само по један циклозупчаник за сваки степен преноса. Међутим, при изради апликације се показало да је поступак прорачуна ове концепције изузетно захтеван и веома различит у односу на прорачун класичних циклоредуктора. Због тога се прве две картице у окружењу за прорачун овог типа циклоредуктора (*Double Stage – New Concept*) знатно разликују у односу на једностепене циклоредукторе. Број картица за прорачун у овом окружењу је истоветан као и број картица у окружењима за једностепене циклоредукторе. На слици 9-25 је приказана прва картица за прорачун двостепеног циклоредуктора нове концепције.



Слика 9-25 Прва картица у окружењу Double Stage – New Concept *која се односи на унос општих параметара*

Картица са слике 9-25 је подељена у четири дела. У првом делу се уносе улазни параметри двостепеног циклоредуктора нове концепције: полупречник подеоних кругова централних зупчаника (оба централна зупчаника имају исту вредност овог параметра), улазна снага, улазни број обртаја, претпостављени степен искоришћења и број зубаца циклозупчаника првог степена преноса. Овде је направљена разлика у томе што се полупречник подеоних кругова централних зупчаника бира као први параметар. Његов избор је пожељно вршити према табели 8-5, која представља оптимална решења за овај тип преносника. Други део ове картице се односи на прорачун обртних момената на елементима циклоредуктора, док се трећи део односи на прорачун сила. У четвртом делу картице се врши избор конфигурације кућишта.

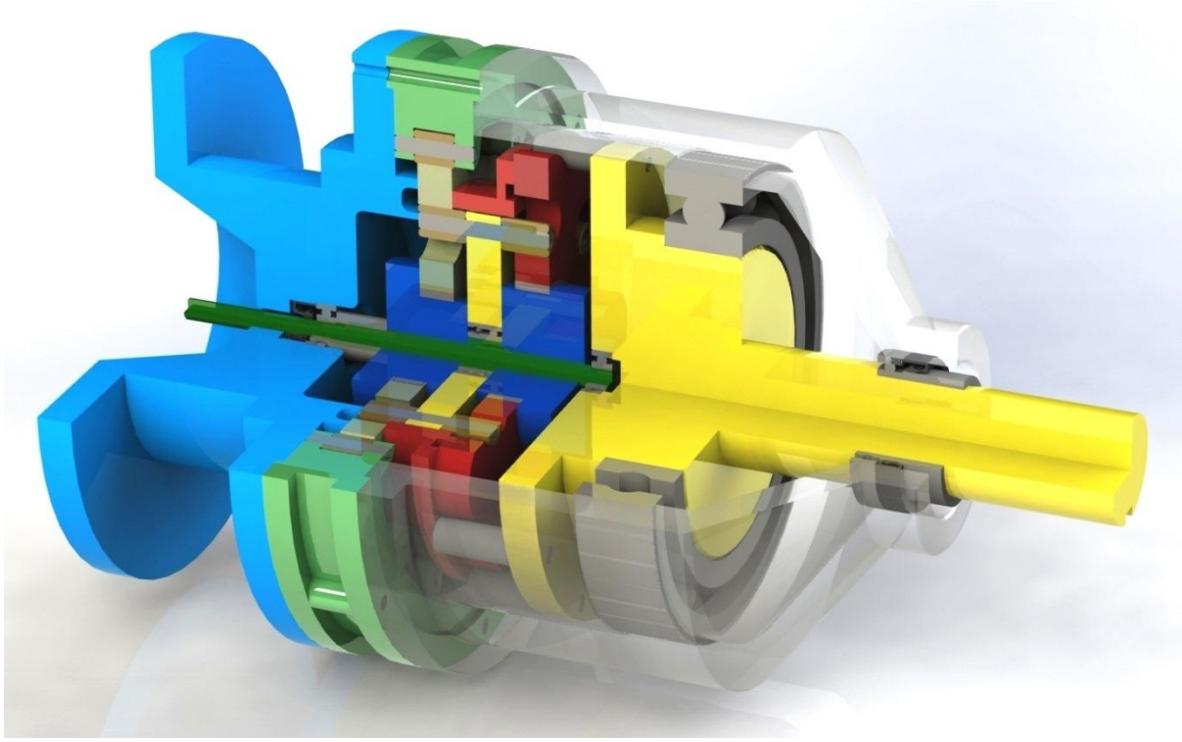
На слици 9-26 је приказана друга картица окружења за прорачун и пројектовање двостепеног циклоредуктора нове концепције.



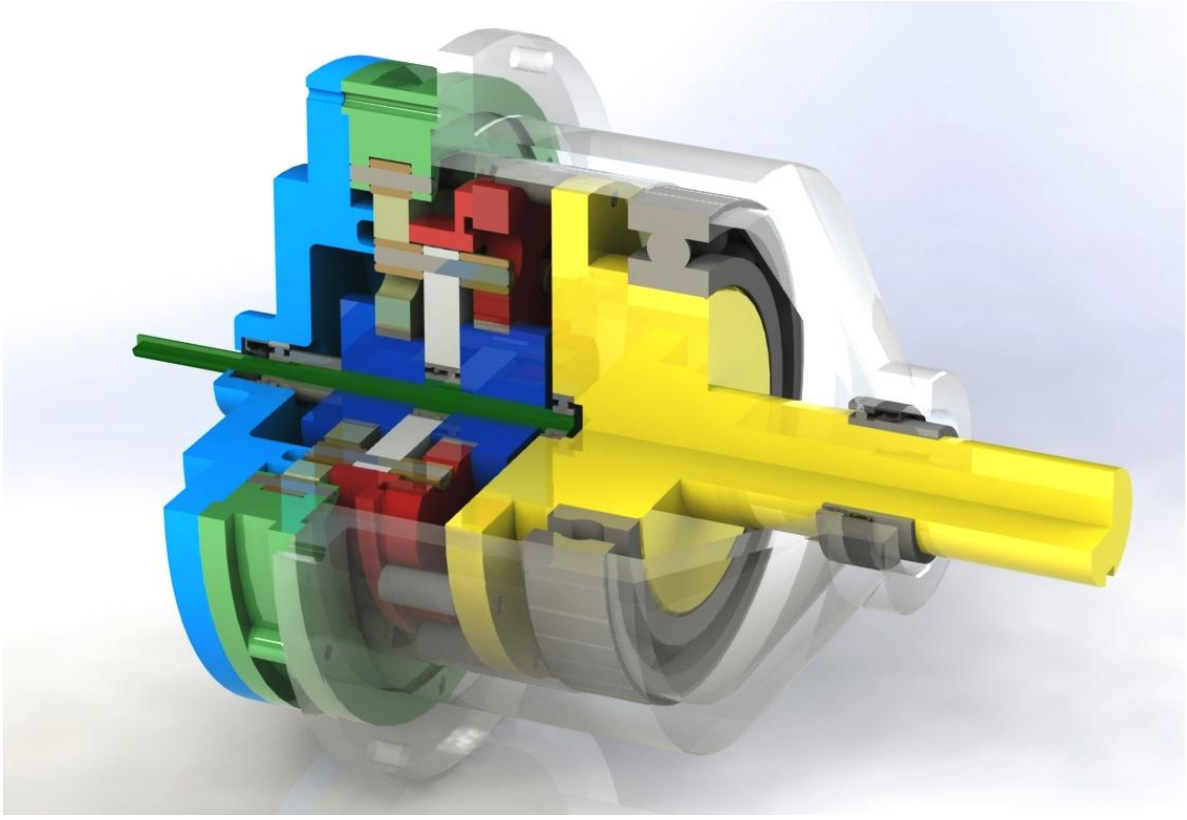
Слика 9-26 Друга картица у окружењу Double Stage – New Concept *која се односи на унос параметара озубљења овог редуктора*

У картици приказаној на слици 9-26 се врши подешавање параметара озубљења. У овој картици је могуће променити полупречник подеоних кругова централних зупчаника и подесити фактор корекције озубљења циклозупчаника. Ова картица се у односу на картице код једностепених цикоредуктора разликује у томе што приказује прорачунате параметре за оба циклозупчаника.

На слици 9-27 су дати излазни резултати окружења за пројектовање и прорачун двостепеног циклоредуктора нове концепције (*Double Stage – New Concept*).



а)



б)

Слика 9-27 Излазни резултат Double Stage – New Concept: а) са везивањем помоћу прирубнице на предњем поклопцу; б) са везивањем помоћу прирубнице на задњем поклопцу;

Приказане варијанте двостепеног циклоредуктора нове концепције се могу везивати прирубницама на предњем (слика 9-27а), или на задњем поклопцу (слика 9-27б). Овај двостепени циклоредуктор је већи по габаритима у односу на једностепене циклоредукторе класичне концепције, али је уједно и доста мањи од класичних двостепених циклоредуктора.

10. Закључна разматрања

Циклоредуктори припадају групи планетарних преносника снаге новије генерације. Имају веома широку лепезу добрих особина, као што су: поуздан и дуг радни век, могућност рада у условима великих динамичких оптерећења, широк спектар могућих преносних односа, висок степен искоришћења, изузетно компактна конструкција, повољне триболошке карактеристике и др. Изумитељ првог циклоредуктора је био немачки инжењер Лоренц Бранен. Он је свој патент реализовао 1928. год. Од тада па до данашњих дана циклоредуктори су нашли веома широку примену: код индустријских робота, у процесној техници, у транспортној опреми и др. Као новији тип преносника снаге циклоредуктори данас представљају веома атрактивно поље истраживања. Закључна разматрања су дата редом по поглављима. На крају закључних разматрања су таксативно набројани постигнути резултати и дати су правци будућих истраживања на ову тему.

У првом поглављу докторске дисертације дата су уводна разматрања. Наведене су дефиниције преносника снаге, описане основне радне карактеристике и област њихове примене. Приказани су разлози увођења механичких преносника као споне између погонске и радне машине. У овом поглављу је дата и генерална подела механичких преносника снаге. На крају првог поглавља је истакнута оригиналност докторске дисертације јер се пројектовању циклоредуктора приступа са више аспеката.

Друго поглавље представља детаљан преглед литературних извора везаних за проблематику циклоидних преносника снаге. Преглед је извршен и хронолошки и по областима истраживања. На почетку је дат историјски развој циклоредуктора, са освртом на експанзију њихове примене у машиноградњи, од настанка до данашњих дана. У наставку је дат осврт на истраживања најраспрострањенијих концепција циклоредуктора. Као посебна целина изложен је преглед радова на тему профила и геометрије циклоидног озубљења. Пионир истраживања у овој области је био Кудријавцев [15], који је у својој књизи једно цело поглавље посветио циклоредукторима. Посебно је анализиран и преглед литературних извора везаних за анализу оптерећења која се јављају на елементима циклоредуктора. Такође, дат је преглед литературе из области динамичког понашања циклоредуктора, а у наставку и преглед радова у којима се проучава степен искоришћења ових преносника снаге. Посебан аспект истраживања циклоредуктора је њихова оптимизација, за коју је такође дат преглед литературе. Кроз преглед литературе отворена су и многа питања на која савремена научна јавност покушава адекватно да одговори.

У трећем поглављу су представљени предмет и циљ рада. Предмет рада је свакако дефинисање новог приступа пројектовању и оптимизацији циклоидних преносника снаге узимајући у обзир следеће критеријуме: избор концепције преносника у зависности од његове примене, степен искоришћења, динамичка стабилност, димензије, маса и др. При постављању научних циљева вођено је рачуна о томе да се што већи број аспеката циклоидних преносника снаге укључи у њихово пројектовање. Постављени су следећи научни циљеви ове докторске дисертације: избор

концепцијског решења циклоидних преносника снаге, одређивање вредности степена искоришћења у зависности од избора концепцијског решења, израда адаптивних динамичких модела за сва концепцијска решења у циљу одређивања динамичких параметара преносника, дефинисање критеријума вишекритеријумске оптимизације и њихово рангирање, израда математичког модела и спровођење вишекритеријумске оптимизације циклоидних преносника снаге и интеграција постигнутих резултата у CAD пројектовање циклоидних преносника снаге. На основу побројаних научних циљева истраживања дефинисане су полазне хипотезе.

На почетку четвртог поглавља је дата и математичко-геометријска формулација профила зупца циклозупчаника. Затим су описане различите концепције једностепених циклоредуктора (од класичних концепција са једним или два циклозупчаника по степену преноса до *non-pin wheel* концепција циклоредуктора). Описане су и различите концепције двостепених циклоредуктора (класична и новоразвијена концепција са једним циклозупчаником по степену преноса). За све набројане концепције циклоредуктора детаљно је описан начин њиховог функционисања.

У петом поглављу је анализиран степен искоришћења циклоредуктора. Детаљно су описани познати математички модели за одређивања степена искоришћења ове врсте преносника, [62,65,15]. За потребе истраживања пројектован је и израђен једностепени циклоредуктор класичне концепције код кога је већина виталних елемената израђена од пластичних материјала. Ово свакако представља отварање новог поглавља у области циклоидних преносника снаге јер коришћење пластичних материјала доноси читав низ предности: драстично смањење масе, бољу апсорпцију вибрација, могућност употребе у агресивним срединама (хемијска и прехрамбена индустрија),... За новопројектовани редуктор извршен је прорачун номиналног и тренутног степена искоришћења. Затим је експерименталним путем извршена верификација аналитички добијених резултата. Дошло се и до закључка да циклоредуктор код кога је већина елемената израђена од пластичних материјала има високу вредност степена искоришћења у условима рада без подмазивања. Њихова једина уочена мана је релативно низак улазни број обртаја, што би се могло превазићи адекватним подмазивањем или хлађењем елемената редуктора.

Тема шестог поглавља је динамичка анализа циклоидних преносника снаге. Прво су анализирани постојећи динамички модели циклоредуктора (различити равански и тродимензионални модели једностепеног и двостепеног циклоредуктора). На основу познатих и представљених решења, њихових предности и недостатака, развијено је пет потпуно нових тродимензионалних динамичких модела за следеће концепције циклоредуктора: једностепени циклоредуктор класичне концепције са једним циклозупчаником, једностепени циклоредуктор *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником, једностепени циклоредуктор класичне концепције са два циклозупчаника, једностепени циклоредуктор *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника и двостепени циклоредуктор нове концепције. За све развијене динамичке моделе изведени су системи спрегнутих диференцијалних једначина кретања друге врсте које детаљно описију систем. За дефинисање ових динамичких модела коришћене су Лагранжове једначине друге врсте. Модели су описани и формирани у општим бројевима и могу се користити за било коју комбинацију улазних параметара. Решење ових модела је изведено у софтверском пакету *Matlab* у окружењу *Simulink*. Да би се потврдила ваљаност модела сви су тестирани према истим улазним параметрима. Као побуда система преузета је функција обртног момента која је добијена експерименталним путем. За све моделе су дати дијаграми померања, брзине и динамичке силе. Упоређивањем добијених резултата је закључено да се највећа вредност динамичке силе јавља код једностепеног циклоредуктора класичне концепције са једним циклозупчаником. Нешто мању вредност динамичке силе има једностепени циклоредуктор *non-pin wheel* концепције. Код ове концепције су и осцилације у току рада мање.

Увођењем још по једног циклозупчаника код обе концепције вредности динамичких сила се готово двоструко смањују. Овај резултат је добар показатељ да је коришћење два циклозупчаника по степену преноса оправдано са становишта динамичког уравнотежења циклоредуктора. Добру динамичку стабилност има и двостепени циклоредуктор нове концепције.

Одступања добијених вредности динамичке силе за различите концепције циклоредуктора од аналитички добијених вредности максималне нормалне силе су у интервалу 10÷25%. Из тог разлога се у прорачун одговарајућих елемената циклоредуктора, који се димензионишу на основу вредности максималне нормалне, силе уводи фактор увећања динамичке силе K_f. Препорука аутора је да се он креће у границама 1,1÷1,5 у зависности од услова рада и улазних снага (вредности ближе 1,1 за мање снаге).

Седмо поглавље се односи на прорачун виталних елемената циклоидних преносника снаге. Ово поглавље представља припрему математичког модела вишекритеријумске оптимизације као и основу за интеграцију резултата прорачуна у *CAD* пројектовање циклоредуктора. Као улазни параметри прорачуна узети су снага и број обртаја на улазном вратилу и жељени преносни однос циклоредуктора. Саставни делови прорачуна су: прорачун обртних момената, прорачун пречника улазног и излазног вратила, прорачун параметара циклозупчаника, прорачун ширине циклозупчаника, прорачун ексцентар чауре и провера усвојеног лежаја, прорачун пречника ваљка и осовинице централног зупчаника, прорачун пречника излазног ваљка и излазне осовинице, прорачун деформација ваљка централног зупчаника, прорачун деформација излазне осовинице и прорачун номиналног степена искоришћења.

У осмом поглављу је представљено извођење вишекритеријумске оптимизације циклоидних преносника снаге. Оптимизациони задатак је представљен и решен у следећим корацима: формулација проблема, израда математичког модела који описује реални систем, избор и примена оптимизационе методе, тестирање модела и добијених решења и интеграција постигнутих резултата. Као критеријуми ове оптимизације усвојени су пречник подеоног круга централног зупчаника и ширина циклозупчаника. Овакав избор критеријума је спроведен зато што пречник подеоног круга централног зупчаника и ширина циклозупчаника представљају две међусобно скоро независне супротстављене функције што се може видети у формулацији математичког модела. Преносни однос, тј. број зубаца циклозупчаника z_1 је разматран као константна величина. Пошто се знатно веће силе јављају код преносника са мањим преносним односом, за све итерације оптимизације је коришћено да је z_1 = 11. Спровођењем оптимизације добијени су резултати који су за различите концепције од 5% до 15% бољи у односу на резултате добијене класичним прорачуном. Оптимизацијом циклоидних преносника снаге се постигло значајно смањење масе, запремине и габаритних мера циклоредуктора. Оптимизација је поред примера представљених у поглављу 8.4, спроведена и за све стандардне комбинације улазне снаге од 0,12 *kW* до 15 *kW* при константном броју обртаја. Резултати оптимизације су у виду препорука интегрисани у *CAD* пројектовање циклоредуктора.

Девето поглавље је последњи корак у реализацији истраживања ове докторске дисертације. Интеграција резултата истраживања обухвата систематизацију и интеграцију целокупних резултата и приступа представљених у претходним поглављима. Иницијална идеја је била да се у *CAD* пројектовање циклоидних преносника снаге уграде делови истраживања који би омогућили лакши и бржи начин пројектовања ових преносника. Да би иницијална идеја интеграције резултата била реализована било је потребно да се на основу базе прикупљеног знања изгради експертски систем. За интеграцију постигнутих резултата у експертски систем одабран је *CAD* софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* и то из два разлога. Први разлог је његова доступност у сврхе едукације и истраживања, док је други разлог поседовање одличне комуникације између овог *CAD* софтвера и програмског језика

VisualBasic кроз окружење *iLogic*. Софтверски пакет *Autodesk INVENTOR 2019* има такође и веома брзу и ефикасну комуникацију са софтверима *MS Excel* и *MS Access*. Наведене предности овај софтверски пакет чине једним од најбољих решења за имплементацију експертских система у пројектовање и конструисање механичких преносника снаге. Интеграција резултата је изведена помоћу корисничких форми у виду апликације која репрезентује изграђени експертски систем. Направљена апликације се састоји из три целине. Прва целина се односи на генерисање *CAD* модела циклозупчаника и циклоидних зупчастих парова. У овој целини се поред *CAD* модела могу добити и прорачунати параметри циклоидног озубљења. Да би се избегле грешке код уноса параметра у корисничкој форми стоје кратка упутства како се одређени дијалози користе.

У другој целини се налазе окружења за прорачун и генерисање *CAD* модела једностепених циклоредуктора. Ова целина се састоји из четири окружења: окружења за једностепене циклоредукторе класичне концепције са једним циклозупчаником, окружења за једностепене циклоредукторе *non-pin wheel* концепције са једним циклозупчаником, окружења за једностепене циклоредукторе класичне концепције са два циклозупчаника и окружења за једностепене циклоредукторе *non-pin wheel* концепције са два циклозупчаника.

Трећа целина се односи на окружење за двостепене циклоредукторе нове концепције. У сваком од ових окружења су у корисничке форме уведена разна ограничења како би сваки унос улазних параметара био успешан. Направљена апликација може да генерише комплетне конструкције циклоредуктора у дијапазону снага 0,12 *kW* до 15 *kW*, при броју обртаја од 600 min^{-1} до 2700 min^{-1}. Преносни односи се крећу од 11 до 35, и за сва окружења су могући само као непарни бројеви. Да би се постигли преносни односи са парним бројевима потребне су одређене измене геометрије генерисања циклозупчаника.

Сва претходно описана поглавља чине целину која означава нови приступ у пројектовању циклоидних преносника снаге у односу на постојећа решења која се данас примењују. Коришћењем овог приступа добија се, поред научно значајних резултата, и велики допринос самој инжењерској пракси у процесу пројектовања циклоидних преносника снаге. На основу представљене дискусије могу се извести закључци о новинама које су постигнуте истраживањем у оквиру ове докторске дисертације:

- Извршена је детаљна систематизација доступних литературних извора према областима истраживања од самих почетака циклоредуктора па до данашњих дана;
- Израђен је, теоријски и експериментално испитан у условима рада без подмазивања једностепени циклоредуктор код кога је већина елемената направљена од пластичних материјала;
- Формирано је пет нових тродимензионалних динамичких модела циклоредуктора различитих концепција;
- За новоформиране тродимензионалне динамичке моделе направљени су алгоритми за њихово решавање у софтверском пакету *Matlab* у окружењу *Simulink* који подразумевају симулацију представљених концепција за било које улазне параметре;
- Експериментално је одређена природа функције улазног обртног момента;
- На основу динамичке анализе предложена је измена прорачуна ширине циклозупчаника увођењем фактора појачавања силе K_f;
- Извршена је систематизација комплетног прорачуна циклоредуктора различитих концепција;
- Изведен је израз за израчунавање угиба излазних осовиница;

- Спроведена је вишекритеријумска оптимизација за пет различитих концепција циклоредуктора за све стандардне улазне снаге 0,12 *kW* до 15 *kW*. На основу спроведене оптимизације направљене су препоруке за пројектовање сваке од оптимизованих концепција;
- На основу добијене базе знања направљен је експертски систем у виду апликације која је интегрисана у програмски пакет *AUTODESK Inventor 2019*, и као излаз даје комплетну конструкцију циклоредуктора.

Будући правци истраживања циклоидних преносника снаге могу бити оријентисани на следеће теме:

- Истраживање магнетних циклоредуктора;
- Истраживање циклоидних мултипликатора и двосмерних циклоидних преносника снаге;
- Развијање новог математичког модела за прорачун степена искоришћења циклоредуктора;
- Испитивање рада циклоредуктора са елементима од пластичних материјала у режимима са подмазивањем, вентилацијом или хлађењем;
- Анализа термичког понашања циклоредуктора;
- Тестирање формираних тродимензионалних динамичких модела у функцији различитих вредности улазних параметара;
- Истраживање коефицијената крутости и пригушења при спрезању;
- Оптимизација коефицијента корекције профила ξ;
- Усавршавање математичког модела оптимизације циклоредуктора;
- Проширивање апликације: новим концепцијама циклоредуктора (концепција са интегрисаним ваљцима, двостепени и тростепени циклоредуктори), новим методама за одређивање степена искоришћења, модулом за аутоматско генерисање техничке документације и др.

11. Литература

[1] L. K. Brarren: Gear transmission. U.S. Patent 1,694,031, December 4th, 1928.

[2] https://de.wikipedia.org/wiki/Lorenz_Braren, приступљено у августу 2017.

[3] L. K. Braren: Gear transmission. U.S. Patent 1,867,592, July 12th, 1932.

[4] https://www.pressebox.de/pressemitteilung/sumitomo-shi-cyclo-drive-germany-gmbh/Erfolgsprodukt-Cyclo-Getriebe-feiert-75-Geburtstag/boxid/59607, приступљено у августу 2017.

[5] S. Ianici, D. Ianici: DESIGN OF CYCLOIDAL SWING LINK SPEED REDUCER, 4. Simpozijum sa međunarodnim učešćem Konstruisanje, Oblikovanje i Dizajn-KOD, 30th-31st May, Palić, Serbia, pp. 183-186, 2006.

[6] J. Bao, H. Weidong, L. Qi, L. Lixing: RESEARCH OF OUTPUT-PIN-WHEEL CYCLOID DRIVE REDUCER, WASE International Conference on Information Engineering, 14th-15th August, Beidaihe, China, pp. 307-310, 2010.

[7] L. Pascale, P. C. Patic: CYCLOID REDUCERS STUDY APPLIED ON ORIENTATION MECHANISM, Robot, Vision and Signal Processing-RVSP, 21st-23rd November, Kaohsiung City, Taiwan, pp. 27-31, 2011.

[8] M. Blagojevic, N. Marjanovic, Z. Djordjevic, B. Stojanovic, A. Disic: A NEW DESIGN OF A TWO-STAGE CYCLOIDAL SPEED REDUCER, Journal of Mechanical Design, Vol. 133 No. 8, 2011.

[9] П.С. Гончаров: РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРЕЦЕССИОННОГО РЕДУЦИРУЮЩЕГО МЕХАНИЗМА С ПОДВИЖНЫМИ РОЛИКАМИ ДЛЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ЛЕБЕДКИ, Докторска дисертација, Могилев, 2013.

[10] Y. Toshihiro, Y. Hakozaki: DEVELOPMENT OF A DRIVE MECHANISM FOR A ROBOT WITH A CYCLO GEAR REDUCER, AND ITS APPLICATION TO A SEMI-CONTINUOUS VARIABLE TRANSMISSION GEAR, TENCON 2010:2010 IEEE Region 10 Conference, 21st-24th November, Fukuoka, Japan, pp. 604-610, 2010.

[11] Y. Toshihiro, M. Kaneko: MECHANISMS OF A CYCLO GEAR REDUCER WITH SEVERAL GEAR RATIOS, SICE Annual Conference-SICE, 20th-23rd August, Akita, Japan, pp. 2274-2279, 2012.

[12] J. W Sensinger, J. H. Lipsey: CYCLOID VS. HARMONIC DRIVES FOR USE IN HIGH RATIO, SINGLE STAGE ROBOTIC TRANSMISSIONS, 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation-ICRA, 14th-18th May, St. Paul, Minesota, USA, pp. 4130-4135, 2012.

[13] R. Dolchinkov: ВЕРИЖНО-ЦИКЛОИДНИ ПРЕДАВКИ, Компютърни науки и комуникации Vol. 2, No. 4, pp. 3-9, 2013.

[14] Е. А. Ефременков, С. Н. Сорокова, Е. Е. Кобза: ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДВУХПОЛЮСНОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ, Известия Томского политехнического университета, Vol. 323, No. 2, 2013.

[15] В. Н. Кудрявцев: ПЛАНЕТАРНЫЕ ПЕРЕДАЧИ-справочник, Москва, 1966.

[16] F. L. Litvin, P. H. Feng: COMPUTERIZED DESIGN AND GENERATION OF CYCLOIDAL GEARINGS, Mechanism and Machine Theory, Vol. 31. No. 7, pp. 891-911, 1996.

[17] J. G. Blanche, D. C. H. Yang: CYCLOID DRIVES WITH MACHINING TOLERANCES, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 111, No. 3, pp. 337-344, 1989.

[18] D. C. H. Yang, J. G. Blanche: DESIGN AND APPLICATION GUIDELINES FOR CYCLOID DRIVERS WITH MACHINING TOLERANCES, Mechanism and Machine Theory, Vol. 25, No. 5, pp. 487-501, 1990.

[19] L. Lixing: THE MODIFICATION MANNER FOR TOOTH PROFILE AND THE ANALYSIS OF FORCES ON THE CYCLOID DISK OF A CYCLOID SPEED REDUCER, Chinese Journal of Mechanical Engineering, Vol.22, No.1, 1986.

[20] H. S. Yan, T. S. Lai: GEOMETRY DESIGN OF AN ELEMENTARY PLANETARY GEAR TRAIN WITH CYLINDRICAL TOOTH-PROFILES, Mechanism and machine theory Vol. 37, No. 8, pp. 757-767, 2002.

[21] T. S. Lai: GEOMETRIC DESIGN OF ROLLER DRIVES WITH CYLINDRICAL MESHING ELEMENTS, Mechanism and machine theory, Vol. 40, No. 1, pp. 55-67, 2005.

[22] J. H. Shin, S. M. Kwon: ON THE LOBE PROFILE DESIGN IN A CYCLOID REDUCER USING INSTANT VELOCITY CENTER, Mechanism and Machine Theory, Vol. 41, No. 5, pp. 596-616, 2006.

[23] J. W. Hwang, C. F. Hsieh: GEOMETRY DESIGN AND ANALYSIS FOR TROCHOIDAL-TYPE SPEED REDUCERS: WITH CONJUGATE ENVELOPES, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, Vol. 30, No. 2, pp. 261-278, 2006.

[24] W. Y. Hwang, C. F. Hsieh: GEOMETRIC DESIGN USING HYPOTROCHOID AND NON-UNDERCUTTING CONDITIONS FOR AN INTERNAL CYCLOIDAL GEAR, Journal of Mechanical Design Vol. 129, No. 4, pp. 413-420, 2007.

[25] B. K. Chen, T. T. Fang, C. Y. Li, S. Y. Wang: GEAR GEOMETRY OF CYCLOID DRIVES, Science in China Series E: Technological Sciences, Vol. 51, No. 5, pp. 598-610, 2008.

[26] B. K. Chen, H. Zhong, J. Liu, C. Li, T. T. Fang: GENERATION AND INVESTIGATION OF A NEW CYCLOID DRIVE WITH DOUBLE CONTACT, Mechanism and Machine Theory, Vol. 49, pp. 270-283, 2012.

[27] Е.Е. Кобза, Е.А. Ефременков, В.Н. Демидов: АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЦИКЛОИДАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИС УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ, Известия Томского политехнического университета, Vol. 321, No.2, 2012.

[28] A. Dăscălescu: THE STUDY OF GEARING LINE'LIMITS OF THE CYCLOID GEAR WITH ROLLER TEETH, Scientific Bulletin Series C: Fascicle Mechanics, Tribology, Machine Manufacturing Technology, Vol. 27, No. 1, pp. 18-22, 2013.

[29] Y. Song, Q. Liao, S. Wei, L. Guo: RESEARCH ON PURE ROLLING CYCLOID-LIKE REDUCERS USED IN INDUSTRIAL ROBOT, IEEE International Conference on Information and Automation, 28th-30th July, Hailar, China, pp. 305-310, 2014.

[30] W. S. Lin, Y. P. Shih, J. J. Lee: DESIGN OF A TWO-STAGE CYCLOIDAL GEAR REDUCER WITH TOOTH MODIFICATIONS, Mechanism and Machine Theory, Vol. 79, pp. 184-197, 2014.

[31] W. Bo, J. Wang, G. Zhou, R. Yang, H. Zhou, T. He: MIXED LUBRICATION ANALYSIS OF MODIFIED CYCLOIDAL GEAR USED IN THE RV REDUCER, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, Vol. 230, No. 2, pp. 121-134, 2016.

[32] C. F. Hsieh: TRADITIONAL VERSUS IMPROVED DESIGNS FOR CYCLOIDAL SPEED REDUCERS WITH A SMALL TOOTH DIFFERENCE: THE EFFECT ON DYNAMICS, Mechanism and Machine Theory, Vol. 86, pp. 15-35, 2015.

[33] T. Ishida: TOOTH LOAD OF THIN RIM CYCLOIDAL GEAR, 7th International Power Transmission and Gearing Conference, 6th-9th October, San Diego, California, USA, pp. 565-571, 1996.

[34] L. Lixing, L. Xin, H. Weidong, Q. Yuanmei: ACCURATE FORCE ANALYSIS ON CYCLOID DRIVE, International Symposium MACHINES AND MESHANISMS, 2nd-5th September, Belgrade, Serbia, pp. 1-4, 1997.

[35] M. Chmurawa, A. Lokiec: DISTRIBUTION OF LOADS IN CYCLOIDAL PLANETARY GEAR (CYCLO) INCLUDING MODIFICATION OF EQUIDISTANT, 16th European Mechanical Dynamics User Conference, 14th-15th November, Marburg, Germany, pp. 1-11, 2001.

[36] M. Jankevich, Y. Lazurenko: THE ANALYSIS OF LOADS AND SELECTION OF EFFICIENT GEOMETRICAL PARAMETERS OF CICLOID GEARBOXES, International conference Power transmissions, Minsk, Belarus, 2003.

[37] K. B. Sheu, C. W. Chien, S. T. Chiou, T. S. Lai: KINETOSTATIC ANALYSIS OF A ROLLER DRIVE, Mechanism and machine theory, Vol. 39, No. 8, pp. 819-837, 2004.

[38]Y. Meng, C. Wu, L. Ling: MATHEMATICAL MODELING OF THE TRANSMISSION PERFORMANCE OF 2K–H PIN CYCLOID PLANETARY MECHANISM, Mechanism and Machine Theory, Vol. 42, pp. 776-790, 2007.

[39]P. Zhang, Z. An, Z. Yang: LOADS ANALYSIS AND FINITE ELEMENT SIMULATION FOR CYCLOID BALL PLANETARY TRANSMISSION, International Conference on Mechatronics and Automation-ICMA2009, 9th-12th August, Changchun, China, pp. 4534-4538, 2009.

[40]D. Tsetserukou, V. L. Basinuk, E. I. Mardosevich, A. V. Neviarouskaya: CONTACT FORCE DISTRIBUTION AMONG PINS OF TROCHOID TRANSMISSIONS, 21st International Congress of Theoretical and Applied Mechanics-ICTAM2004, 15th-21st August, Warsaw, Poland, 2004.

[41]S. Yingshi, T. Guan: THE MODELING AND SIMULATION METHOD TO CALCULATE FORCE IN THE EQUIVALENT SUBSTITUTION FLANK PROFILE TWO TOOTH DIFFERENCE CYCLOID PIN GEAR REDUCER CYCLOID GEAR, 2010 International Conference on Digital Manufacturing & Automation-ICDMA2010, 18th-20th December, Changcha, China, Vol. 2, pp. 729-733, 2010.

[42]A. Kniazeva, A. Goman: DEFINITION OF A LOADING ZONE OF A PLANETARY PIN REDUCER ECCENTRIC, Mehanica mashin, mehanizmov i materialov, Vol. 12, No. 3, pp. 40-44, 2010.

[43]J. Zhang, B. Chen, S. K. Lyu: MATHEMATICAL MODEL AND ANALYSIS ON CYCLOID PLANETARY GEAR, Second International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering-MACE2011, 15th-17th July, Inner Mongolia, China, pp. 400-403, 2011.

[44]S. J. Tsai, C. H. Huang, H. Y. Yeh, W. J. Huang: LOADED TOOTH CONTACT ANALYSIS OF CYCLOID PLANETARY GEAR DRIVES, 14th IFToMM World Congress, 25th-30th October, Taipei, Taiwan, pp. 227-234, 2015.

[45]S. J. Tsai, W. J. Huang, C. H. Huang: A COMPUTERIZED APPROACH FOR LOAD ANALYSIS OF PLANETARY GEAR DRIVES WITH EPITROCHOID-PIN TOOTH-PAIRS, International Conference on Gear Production, 5yh-7th October, Garching, Germany, pp. 307-317, 2015.

[46] S. Y. Wang, G. Tian, X. Jiang: ESTIMATION OF SLIDING LOSS IN A CYCLOID GEAR PAIR, International Journal of Advanced Computer Technology, Vol. 4, No. 20, pp. 462-469, 2012.

[47]M. E. Fedosovskii, S. A. Aleksanin, V. V. Nikolaev, I. M. Yegorov, V. I. Dunaev, R. V. Puctozerov: THE EFFECT OF A CYCLOID REDUCER GEOMETRY ON ITS LOADING CAPACITY, World Applied Sciences Journal, Vol. 24, No. 7, pp. 895-899, 2013.

[48]A. Mihailidis, E. Athanasopoulos, K. Agouridas: EHL FILM THICKNESS AND LOAD DEPENDENT POWER LOSS OF CYCLOID REDUCERS, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 230, No. 7-8, pp. 1303-1317, 2016.

[49]M. Chmurawa, A. John: NUMERICAL ANALYSIS OF FORCES, STRESS AND STRAIN IN PLANETARY WHEEL OF CYCLOIDAL GEAR USING FEM, 8th International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics, 19th-24th September, Liptovský Ján, Slovak Republic, 2000.

[50]М. Благојевић: НАПОНСКО И ДЕФОРМАЦИОНО СТАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА ЦИКЛОРЕДУКТОРА ПРИ ДИНАМИЧКИМ ОПТЕРЕЋЕЊИМА, Докторска дисертација, Универзитет у Крагујевцу, 2008.

[51]S. Ianici, D. Ianici, L. Coman: DESIGN OF CYCLOIDAL SWING LINK SPEED REDUCER, Machine design, pp. 65-68, 2008.

[52]Y. H. Zhang, J. J. Xiao, W. D. He: DYNAMICAL FORMULATION AND ANALYSIS OF RV REDUCER, International Conference on Engineering Computation-ICEC'09, 2nd-3rd May, Hong Kong, China, pp. 201-204, 2009.

[53]Y. H. Zhang, W. D. He, J. J. Xiao: DYNAMICAL MODEL OF RV REDUCER AND KEY INFLUENCE OF STIFFNESS TO THE NATURE CHARACTER, Third International Conference on Information and Computing-ICIC2010, 4th-6th June, Jiang Su, China, Vol. 1, pp. 192-195, 2010.

[54]S. V. Thube, T. R. Bobak: THE DYNAMIC SIMULATION AND ANALYSIS OF A CYCLOIDAL SPEED REDUCER, International Design Engineering Technical Conferences (IDETC) and Computers and Information in Engineering Conference (CIE), 28th-31st August, Wahington, DC, USA, pp. 471-479, 2011.

[55] S. V. Thube, T. R. Bobak: DYNAMIC ANALYSIS OF A CYCLOIDAL GEARBOX USING FINITE ELEMENT METHOD, AGMA Technical Paper, pp. 1-13, 2012.

[56] M. Blagojević, N. Marjanović, Z. Djordjević, B. Stojanović: STRESS AND STRAIN STATE OF SINGLE–STAGE CYCLOIDAL SPEED REDUCER, 7th international conference research and development of mechanical elements and systems-IRMES, 27th-28th April, Zlatibor, Serbia, pp. 553-558, 2011.

[57] J. Liu, S. Matsumura, B. Chen, H. Houjoh: TORSIONAL STIFFNESS CALCULATION OF DOUBLE-ENVELOPING CYCLOID DRIVE, Journal of Advanced Mechanical Design, Systems and Manufacturing, Vol. 6, No. 1, pp. 2-14, 2012.

[58] N. Kumar, V. Kosse, A. Oloyede: ANALYSIS OF THE DAMPING PROPERTIES OF HIGH-TRANSMISSION-RATIO CYCLOIDAL DRIVES, Applied Mechanics and Materials, Vol. 215, pp. 1038-1042, 2012.

[59] C. F. Hsieh: THE EFFECT ON DYNAMICS OF USING A NEW TRANSMISSION DESIGN FOR ECCENTRIC SPEED REDUCERS, Mechanism and Machine Theory, Vol. 80, pp. 1-16, 2014.

[60] C. F. Hsieh: DYNAMICS ANALYSIS OF CYCLOIDAL SPEED REDUCERS WITH PINWHEEL AND NON-PIN WHEEL DESIGNS, Journal of Mechanical Design, Vol. 136, No. 9, 2014.

[61] L. X. Xu, Y. H. Yang: DYNAMIC MODELING AND CONTACT ANALYSIS OF A CYCLOID-PIN GEAR MECHANISM WITH A TURNING ARM CYLINDRICAL ROLLER BEARING, Mechanism and Machine Theory, Vol. 104, pp. 327-349, 2016.

[62] S. K. Malhotra, M. A. Parameswaran: ANALYSIS OF A CYCLOID SPEED REDUCER, Mechanism and Machine Theory, Vol. 18, No. 6, pp. 491-499, 1983.

[63] V. Kosse: USING HYSTERESIS LOOP AND TORSIONAL SHOCK LOADING TO ASSESS DAMPING AND EFFICIENCY OF CYCLODRIVES, 4th International Congress on Sound and Vibration-ICSV14, 9th-12th July, Cairns, Australia, pp. 1-8, 2007.

[64] P. Davoli, C. Gorla, F. Rosa, C. Longoni, F. Chiozzi, A. Samarani: THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF A CYCLOIDAL SPEED REDUCER, 10th ASME International power transmission and gearing conference, 4th-7th September, Las Vegas, USA, 2007.

[65] C. Gorla, P. Davoli, F. Rosa, F. Chiozzi, A. Samarani: THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF A CYCLOIDAL SPEED REDUCER, Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 130, 2008.

[66] M. Blagojevic, M. Kocic, N. Marjanovic, B. Stojanovic, Z. Djordjevic, L. Ivanovic, V. Marjanovic: INFLUENCE OF THE FRICTION ON THE CYCLOIDAL SPEED REDUCER EFFICIENCY, Journal of the Balkan Tribological Association, Vol. 18, No. 2, pp. 217-227, 2012.

[67] M. Zah, D. Lates, V. Csibi: THERMAL CALCULATION FOR PLANETARY CYCLOIDAL GEARS WITH BOLTS, Acta Universitatis Sapientiae-Electrical & Mechanical Engineering, Vol. 4, pp. 103-110, 2012.

[68] A. Tonoli, N. Amati, F. Impinna, J. G. Detoni, S. Ruzimov, E. Gasparin, K. Abdivakhidov: INFLUENCE OF DRY FRICTION ON THE IRREVERSIBILITY OF CYCLOIDAL SPEED REDUCER, World Tribology Congress, 8th-13th September, Turin, Italy, Vol. 5, pp. 1-4, 2013.

[69] A. Mihailidis, E. Athanasopoulos, E. Okkas: EFFICIENCY OF A CYCLOID REDUCER, International Gear Conference, 26th-28th August, Lyon, France, Vol 2, pp. 794-803, 2014.

[70] M. Neagoe, D. Diaconescu, C. Jaliu, L. Pascale, R. Saulescu, S. Sisca: ON A NEW CYCLOIDAL PLANETARY GEAR USED TO FIT MECHATRONIC SYSTEMS OF RES, 11th International Conference Optimization of Electrical and Electronic Equipment-OPTIM 2008, 22nd-24th May, Brasov, Romania, pp. 439-448, 2008.

[71] J. W. Sensinger: UNIFIED APPROACH TO CYCLOID DRIVE PROFILE, STRESS, AND EFFICIENCY OPTIMIZATION, Journal of Mechanical Design, Vol. 132, No. 2, 2010.

[72] X. Qian, L. Zou, B. Guo: MULTI-OBJECTIVE MODERATE OPTIMIZATION IN CYCLOID DRIVE, 2010 International Conference Digital Manufacturing and Automation-ICDMA, , Vol. 1, pp. 968-971. , 2010.

[73] H. Linshan, L. Hao, D. Yunfu: THE OPTIMAL DESIGN OF THE 2K-V-TYPE CYCLOID-PIN REDUCER ON THE MODERN DESIGN METHOD, Digital Manufacturing and Automation (ICDMA), 2012 Third International Conference, 31st July- 2nd Augst, Gulin, China, pp. 927-930, 2012.

[74]N. Marjanovic, B. Isailovic, V. Marjanovic, Z. Milojevic, M. Blagojevic, M. Bojic: A PRACTICAL APPROACH TO THE OPTIMIZATION OF GEAR TRAINS WITH SPUR GEARS, Mechanism and Machine Theory, Vol. 53, pp. 1-16, 2012.

[75]C. Drugarin, V Anghel, M. A. Ahmad, V. Lyashenko: A STUDY OF NEW CYCLOID SWING LINK SPEED REDUCER BY USING ALGORITHMIC DESIGN, International Journal of Science and Research, Vol. 4, No. 5, pp. 408-411, 2015.

[76]J. Xu, L. Gu, S. Luo: STRUCTURE OPTIMIZATION OF CYCLOID GEAR BASED ON THE FINITE ELEMENT METHOD, Computer modelling & new technologies, Vol. 18, No. 9, pp. 34-39, 2014.

[77]J. Wang, S. Luo, D. Su: MULTI-OBJECTIVE OPTIMAL DESIGN OF CYCLOID SPEED REDUCER BASED ON GENETIC ALGORITHM, Mechanism and Machine Theory, Vol. 102, pp. 135-148, 2016.

[78]F. T. Jørgensen, T. O. Andersen, P. O. Rasmussen: THE CYCLOID PERMANENT MAGNETIC GEAR, In Industry Applications Conference, Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference Forty-First IAS Annual Meeting, 8th-12th October, Tampa, Florida, USA, Vol. 1, pp. 373-378, 2006.

[79]F. T. Jørgensen: DESIGN AND CONSTRUCTION OF PERMANENT MAGNETIC GEARS, PhD Disertation, Institute of Energy Technology, Aalborg University, 2010.

[80]R. Chicurel-Uziel: Cycloidal magnetic gear speed reducer, Modern Mechanical Engineering, Vol. 3, No. 4, pp. 147-151, 2013.

[81]C. Jaliu, D. Diaconescu, R. Saulescu: SPEED MULTIPLIERS FOR RENEWABLE ENERGY SYSTEMS-HYDRO AND WIND, International Conference on Renewable Energies and Power Quality-ICREPQ, 12th-15th March, Santander, Spain, Vol. 8, pp. 12-14, 2008.

[82]C. Jaliu, D. V. Diaconescu, M. Neagoe, and R. Săulescu: DYNAMIC FEATURES OF SPEED INCREASERS FROM MECHATRONIC WIND AND HYDRO SYSTEMS. PART I: STRUCTURE KINEMATICS, The Second European Conference on Mechanism Science EUCOMES 08, 17th-20th September, Cassino, Italy, pp. 351-359, 2009.

[83]Sumitomo Drive Technologies: Cyclo Drive 6000 Gearmotors & Speed Reducers, каталог, 2012.

[84]Sumitomo Drive Technologies: Fine Cyclo Zero Backslash Precision Gearboxes, каталог, 2011.

[85]В. Николић: МАШИНСКИ ЕЛЕМЕНТИ, Универзитетски уџбеник, Универзитет у Крагујевцу, Машински факултет, Крагујевац, 2004.

[86]Л. Ивановић: АНАЛИЗА ГЕОМЕТРИЈСКИХ ПАРАМЕТАРА НЕЕВОЛВЕНТНОГ ОБЛИКА ПРОФИЛА ЦИЛИНДРИЧНИХ ЗУПЧАНИКА, Магистарска теза, Универзитет у Крагујевцу, 1995.

[87]М. Благојевић: КИНЕМАТИЧКА И ДИНАМИЧКА АНАЛИЗА ЈЕДНОСТЕПЕНОГ ЦИКЛОРЕДУКТОРА, Магистарска теза, Универзитет у Крагујевцу, 2003.

[88]Rossi Motoriduttori: Coaxial Gear Reducers and Gearmotors E04, 2011.

[89]K. Biernacki: SELECTION OF THE OPTIMUM TOOTH PROFILE FOR PLASTIC CYCLOIDAL GEARS, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 228, No. 8, pp. 3395-3404, 2014.

[90]M. Blagojević, M. Matejić, N. Kostić, N. Petrović, N. Marjanović, B. Stojanović: THEORETICAL AND EXPERIMENTAL TESTING OF PLASTIC CYCLOID REDUCER EFFICIENCY IN DRY CONDITIONS, Journal of the Balkan Tribological Association, Vol.23, No.2, pp. 367-375, 2017.

[91]N. Petrović, M. Matejić, N. Kostić, M. Blagojević, N. Marjanović: PARAMETRIC MODELING OF A CYCLOID DRIVE RELATIVE TO INPUT SHAFT ANGLE, 3rd International Conference Mechanical Engineering in XXI Century-MASING, 17th–18th Septembar, Niš, Serbia, pp. 157-160, 2015.

[92]http://www.tribology-abc.com/abc/polymers.htm, приступљено у октобру 2016.

[93]T. Delin, C. Zheng: ON A GENERAL FORMULA OF FOURTH ORDER RUNGE-KUTTA METHOD, Journal Mathematical Sciences and Mathematical Education, Vol. 7, No. 2 pp. 1-10, 2012.

[94]H. Rahnejat: MULTI-BODY DYNAMICS: VEHICLES, MACHINES, AND MECHANISMS, John Wiley and sons, 1998.

[95]Z. Y. Ren, S. M. Mao, W. C. Guo, Z. Guo: TOOTH MODIFICATION AND DYNAMIC PERFORMANCE OF THE CYCLOIDAL DRIVE, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 85 pp. 857-866, 2017.

[96] F. Zhang, P. Li, P. Zhu, X. Yang, W. Jiang: ANALYSIS ON DYNAMIC TRANSMISSION ACCURACY FOR RV REDUCER, MATEC Web of Conferences- EDP Sciences, Vol. 100, 2017.

[97] M. Blagojević, M. Matejić, N. Kostić: DYNAMIC BEHAVIOUR OF A TWO-STAGE CYCLOIDAL SPEED REDUCER OF A NEW DESIGN CONCEPT, Technical Gazette – Tehnički Vjesnik, Vol.25, No.5, pp. 291-298, 2018.

[98] Н. Марјановић: ОПТИМИЗАЦИЈА ЗУПЧАСТИХ ПРЕНОСНИКА СНАГЕ, Монографија, Универзитет у Крагуевцу, Машински факултет, 2007.

[99] N. Kostić, M. Blagojević, N. Petrović, M. Matejić, N. Marjanović, DETERMINATION OF REAL CLEARANCES BETWEEN CYCLOIDAL SPEED REDUCER ELEMENTS BY THE APPLICATION OF HEURISTIC OPTIMIZATION, Transactions of FAMENA, Vol.42, No.1, pp. 15-26, ISSN 1333-1124, 2018.

[100] Д. Вучина: МЕТОДЕ ИНЖЕЊЕРСКЕ НУМЕРИЧКЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ, Универзитетски убеник, Свеучилиште у Сплиту, Факултет електротехнике, стројарства и бродоградње, 2005.

[101] J. Holland: ADAPTATION IN NATURAL AND ARTIFICIAL SYSTEMS, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

[102] F. Hayes-Roth, D. A. Waterman, D. B. Lenat: BUILDING EXPERT SYSTEM, Addison-Wesley Pubublications, 1983.

[103] I. Saric, A. Muminovic, M. Colic, S. Rahimic: DEVELOPMENT OF INTEGRATED INTELLIGENT COMPUTER-AIDED DESIGN SYSTEM FOR MECHANICAL POWER-TRANSMITTING MECHANISM DESIGN, Advances in Mechanical Engineering, Vol. 9, No. 7, 2017.

[104] I. Saric, A. J. Muminovic: DEVELOPMENT OF INTEGRATED INTELLIGENT CAD SYSTEM FOR SYNTHESIS AND STRESS-DEFORMATION ANALYSIS OF PRESSURE VESSELS, International Journal of Engineering & Technology Vol. 7, No. 1, 2018.

[105] https://knowledge.autodesk.com/support/inventor-products/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2018/ENU/Inventor-Help/files/GUID-AB9EE660-299E-408F-BBE1-AFE44C723F59-htm.html, приступљено у Октобру 2018.

[106] http://investors.autodesk.com/news-releases/news-release-details/autodesk-acquire-mechsoft-technology-advance-its-strategy, приступљено у Децембру 2018.