

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
УЧИТЕЉСКОГ ФАКУЛТЕТА
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

На седници Наставно научног већа Учитељског факултета у Београду, одржаној 13. јула 2018. године, на основу члана 81. Статута Факултета, Наставно-научно веће Учитељског факултета изабрало је Комисију за преглед и оцену докторске дисертације *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике*, кандидата Мике Ракоњац, у саставу др Александар Липковски, председник комисије, редовни професор на предмету Алгебра, Математички факултет Универзитета у Београду, др Јасмина Милинковић, ментор, ванредни професор на предмету Методика наставе математике, Учитељски факултет Универзитета у Београду, др Маријана Зељић, члан, ванредни професор на предмету Методика наставе математике, Учитељски факултет Универзитета у Београду и др Оливера Ђокић, члан ванредни професор на предмету Методика наставе математике, Учитељски факултет Универзитета у Београду. Прегледали смо, анализирали и оценили достављену дисертацију и подносимо Наставно – научно Већу

ИЗВЕШТАЈ

1. Основни подаци о кандидату и дисертацији

Ракоњац (Милун) Мика рођена је 1972. год. у Новој Вароши, где је завршила основну школу и гимназију. Дипломирала је 1995. год. на Природно – математичком факултету Универзитета у Крагујевцу на смеру *теоријска математика и примене* са средњом оценом 8,2. Докторске академске студије на Учитељском факултету Универзитета у Београду уписала је први пут 2007. год, а други пут 2016. год. Положила је све испите предвиђене планом и програмом докторских студија за научну област *методика наставе математике*. Веће научних области друштвено - хуманистичких наука Универзитета у Београду, на седници одржаној 26.12.2017. године дало је сагласност на одлуку Наставно-научног већа Учитељског факултета о приhvатању теме докторске дисертације Мике Ракоњац, под називом *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* и одређивању проф. др Јасмине Милинковић за ментора. Докторанд Мика Ракоњац је објавила следеће радове : 1.Лазић, Б, Ракоњац, М.(2011): Избор и структурирање аритметичких задатака.

Норма, 16 (1), 89-102. 2. Lipkovski, A, Rakonjac, M, Lazic, B. (2012). The connection of geometric and algebraic content in the sixth and seventh grade of primary school, In N. Brankovic (Eds.), *Theory and practice of connecting and integrating in teaching and learning process*, 137 – 157. Sombor: Pedagoški fakultet. 3. Ракоњац, М. (2013): Учење математичких појмова. *Норма*, XVIII, 2/2013, 305-316, Сомбор: Педагошки факултет. 4. Ракоњац, М. (2016): Ефекти геометријског моделовања алгебарских проблема у разредној настави, *Зборник радова Учитељског факултета у Ужицу*, XIX(18), стр. 167-178. 5. Ракоњац, М. (2017): Ефекат геометријске репрезентације особина релације једнакости на успешност решавања једначина у млађим разредима, *Настава математике*, LXII-3, стр. 21-28, Друштво математичара Србије. 6. Ракоњац, М. (2018): Утицај испитивања функционалне зависности између величина на успешност у решавању математичких проблема, *Зборник радова Учитељског факултета у Ужицу*, у штампи. 7. Ракоњац, М. (2018): Значај повезивања алгебарских и геометријских садржаја у почетној настави математике, саопштење на Научном скупу *Савремени приступи у професионалном развоју и раду васпитача и учитеља*, зборник резимеа, Учитељски факултет, Београд.

Докторска дисертација Мике Ракоњац *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* написана је на 202 стране компјутерски сложеног текста, 177 страна основног текста, 15 страна пописа извора и литературе и 20 страна прилога. Структурно, основни текст састоји се од увода и четири главе; свака од глава подељена је на поглавља, која представљају релативно самосталне целине. Наводимо наслове глава и наслове поглавља у оквиру сваке од њих. У уводном поглављу представљени су предмет и циљ истраживања са смерницама за реализацију унутарпредметне интеграције у оквиру наставе математике. **I** Теоријске основе истраживања: 1. Осврт на везу алгебре и геометрије кроз историју, 2. Појам интеграције у настави математике, 3. Дидактичко-методичке карактеристике повезивања математичких садржаја, 4. Средства за повезивање садржаја, 5. Активности повезивања садржаја, 6. Утицај успостављања веза између репрезентација на развој математичке писмености, 7. Интеграција алгебарских и геометријских садржаја у циљу разумевања и повезивања појмова. **II** Методологија истраживања: 1. Проблем и предмет истраживања, 2. Циљ и задаци истраживања, 3. Хипотезе истраживања, 4. Варијабле у истраживању, 5. Методе, технике и инструменти истраживања, 6. Узорак, организација и ток истраживања, 7. Статистичка обрада података. **III** Резултати и анализа истраживања: 1. Анализа резултата иницијалног тестирања, 2. Анализа резултата првог тестирања (Тест А), 3.

Анализа резултата другог тестирања (Тест Б), 4. Поређење успеха ученика на Иницијалном, Тесту А и Тесту Б, 5. Анализа концептуалног разумевања, 6. Анализа способности формирања и решавања линеарних једначина, 6. Анализа способности расуђивања о односима између величина, 7. Способност примене геометријских модела, 8. Трајност знања. **IV** Импликације и закључци: 1. Методичке импликације резултата истраживања и 2. Закључци. Дисертација садржи репрезентативне примере дидактичког материјала применљивог у настави, са циљем да се формира целовит, логички доследан и конзистентан систем знања код ученика.

2. Предмет и циљ дисертације

Предмет истраживања Мике Ракоњац биле су активности повезивања математичких садржаја у разредној настави, које су превасходно засноване на решавању проблема (који имају за циљ да ученицима омогуће откривање веза и односа), и њихов образовни ефекат. Акцент је стављен на интегративни приступ кроз унутарпредметно повезивање садржаја, у овом случају алгебарских и геометријских, у четвртом разреду основне школе. Успостављање математичких веза у експерименталној настави засновано је на претпоставци да ће ученик играти главну улогу у стварању веза.

Кандидат је као циљ истраживања истакао тражење одговора на два главна питања: 1) Да ли и на који начин ученици четвртог разреда основне школе могу да превазиђу когнитивну препреку између алгебре и геометрије? и 2) Који су ефекти повезивања алгебарских и геометријских садржаја? Докторска дисертација *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* имало је за циљ да допринесе бољем разумевању односа између алгебарског и геометријског размишљања. Општи циљ истраживања је била експериментална провера теоријског становишта о ефикасности интеграције геометријских и алгебарских садржаја у разредној настави, тј. утврђивање њене ефикасности у усвајању наставних садржаја, као и нивоа квалитета, обима и трајности знања ученика у односу на усвајање истих наставних садржаја традиционалним начином рада. Истраживан је први сусрет ученика узраста 10 година са логичком структуром математике, као и могућности и границе увођења алгебарског и геометријског моделовања путем решавања сврсисходних задатака у млађим разредима основне школе уз поштовање принципа теорије развијајуће наставе.

3. Основне хипотезе од којих се полазило у истраживању

Основна хипотеза је била да је алгебарско-геометријски интегративни приступ у настави математике је ефикасан у односу на обим, дубину и квалитет знања ученика у млађим разредима основне школе, тј. постоји разлика у постигнутом успеху између ученика експерименталне и контролне групе у корист ученика експерименталне групе.

Ефикасност повезивања алгебарских и геометријских садржаја може се показати у односу на дефинисане индикаторе ефикасности, на основу којих су формулисане помоћне хипотезе да ће након примене унутарпредметне интеграције у настави математике ученици изградити боље концептуално разумевање, развити већу способност формирања и решавања линеарних једначина, развити већу способност расуђивања о односу између величина, развити већу способност примене геометријских модела, имати већу трајност знања. У спроведеном експерименталном истраживању независну варијаблу чинили су методички приступ и одговарајући модели за интегрисану наставу садржаја за млађе разреде основне школе. Зависну варијаблу представљала су постигнућа ученика, односно резултати и исходи који су остварени наставом у експерименталној групи.

4. Коришћена литература у дисертацији

У дисертацији у списку литературе је наведено 258 библиографских јединица од којих 19 на српском језику.

- 1) Adler J, Pournara C & Graven M (2000). Integration within and across mathematics. *Pythagoras*, 53, 2-13.
- 2) Alsina, C. & Nelsen, B. R. (2006). *Math made visual: creating images for understanding mathematics*. Washington DC: Mathematical Association of America.
- 3) Amerom, B. A. (2002). *Reinvention of early algebra: developmental research on the transition from arithmetic to algebra.*, <http://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/874/full.pdf?sequence=18>
- 4) Антонијевић, Р. (2004). *Природа и ниво повезаности знања у настави*, докторска дисертација, Филозофски факултет, Београд
- 5) Антонијевић, Р. (2006). Повезаност знања у наставном програму и процесу наставе. *Сазнавање и настава*, (3-4), 230-240.

- 6) Антонијевић, Р. (2006). Појам „знање“ и облици знања у настави. *Иновације у настави*, XIX (2006/2), 94-104.
- 7) Arianrhod, R. (2003). *Einstein's Heroes: Imagining the World through the Language of Mathematics*. Brisbane: University of Queensland Press.
- 8) Arthur, JD, & Nance, RE. (2007). Investigating the use of software requirements and engineering techniques in simulation modeling. *Journal of Simulation*, 1(3), 159–174.
- 9) Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. (2011). *Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: Пос. для учителя* / Под ред. А.Г. Асмолова, Преузето из: <http://nshkola.ru/storage/archive/1403686243-1429335600.pdf>, страна 1.
- 10) Atiyah, M. (1982). What is geometry? *The Mathematical Gazette*, Vol.66, No.437, 179-184, Mathematical Institute, University of Oxford
- 11) Atiyah, M. (2001). Mathematics in the 20th Century, *American Mathematical Monthly*, 108(7), 654-666.
- 12) Atiyah, M. (2002). Las matemáticas en el siglo XX. Traducción en *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 50, 35-55
- 13) Afamasaga-Fuata'i, K. (2008). Students' conceptual understanding and critical thinking. *Australian Mathematics Teacher*. Vol. 64 Issue 2, p8-17.
- 14) Balka, D. S. (1974): Creative ability in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 21 (7), 633–636.
- 15) Ball, L. & Stacey, K. (2001). New literacies for mathematics: A new view of solving equations. *The Mathematics Educator*, 6(1), 55–62.
- 16) Bassok, M. (2001). Semantic alignments in mathematical word problems. In D. Gentner, K. J. Holyoak & B. N. Kokinov (Eds), *The analogical mind: Perspectives from cognitive science* (pp. 199–253). Cambridge, MA US: The MIT Press.
- 17) Battista, M. C. (1999). Spatial structuring in geometric reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 6, 171-177.
- 18) Becker, J. R. & Rivera, F. (2006). Establishing and Justifying Algebraic Generalization at the Sixth Grade Level. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 465-472. Prague: PME
- 19) Biggs, J. & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning*. Academic Press: New York.
- 20) Bingolbali, E. (2011). Multiple Solutions to Problems in Mathematics Teaching: Do Teachers Really Value Them?, *Australian Journal of Teacher Education*, 36(1), 18-30.
- 21) Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 175–203.) New York: Academic Press.
- 22) Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446
- 23) Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68.

- 24) Blum, W., & Ferri, R.B.(2009). Mathematical modeling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Applications*, 1(1), 45–58
- 25) Bobis, J., Sweller, J., & Cooper, M. (1993). Cognitive load effects in a primary-school geometry task. *Learning and Instruction*, 3(1), 1-21.
- 26) Borromeo Ferri, Rita (2013). Mathematical Modeling—The Teacher’s Responsibility, *Journal of Mathematics Education at Teachers College*. Преузето 12.8.2015. из: <file:///C:/Documents%20and%20Settings/Admin/My%20Documents/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B7%D0%B8%D0%BC%D0%B0%D1%9A%D0%B0/1069-3194-1-SM.pdf>
- 27) Bosch, M., Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition, *ICMI Bulletin*, 58, 51-63.
- 28) Bowden, J., & Marton, F. (1998). *The university of learning: Beyond quality and competence*. London: Kogan Page.
- 29) Bransford,JD, & Stein, BS. (1984). *The ideal problem solver. A guide for improving thinking, learning, and creativity*. New York, NY: Freeman
- 30) Braselton, S., & Decker, B. C. (1994). Using graphic organizers to improve the reading of mathematics. *The Reading Teacher*, 48, 276-281.
- 31) Brooks, Edward (1871). *The Normal Elementary Algebra: Containing the First Principles of the Science, Developed with Conciseness and Simplicity, for Common Schools, Academies, Seminaries and Normal Schools*. Philadelphia: Sower, Potts & Co.
- 32) Brown, G. Quinn, R. J.(2006). Algebra students' difficulty with fractions. *Australian Mathematics Teacher*. Vol. 62 Issue 4, p28-40.
- 33) Bruner, J. (1969). *On knowing: essays for the left hand*. Athaneum: New York
- 34) Bruner, J. (1973). *Beyond the information given*. New York: W.W. Norton & Company Inc.
- 35) Bruner, J. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge , MA: Harvard University.
- 36) Burrill, G.(1995). Algebra in the K-12 Curriculum. In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.56-59).U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37>
- 37) Bussi, M. G. B., Mariotti, M. A., & Ferri, F. (2005). Semiotic mediation in the primary school. In *Activity and Sign* (pp. 77-90). Springer US.
- 38) Bybee, R. W., Ferrini-Mundy, J., & LoucksHorsley, S. (1997). National standards and school science and mathematics. *School Science and Mathematics*, 97(7), 325-334
- 39) Bybee, RW. (2014). NGSS and the next generation of science teachers. *Journal of Science Teacher Education*, 25 (2), 211–221. doi:10.1007/s10972-014-9381-4.
- 40) Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics (fifth edition)*. Virginia Commonwealth University press.
- 41) Валиуллина, А.Р (2014). *Задачи в обучении математике*, Институт математики и механики им. Н. И Лобачевского, Казанский (Приволжский) федеральный университет, http://kpfu.ru/portal/docs/F1632877614/VKR_Valiullina.A..ruk..Shakirova.K.B.pdf
- 42) Vinner, S. (1997). The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought

- processes in mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 34(2), 97-129.
- 43) Vygotsky, L. S. (1974). *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori e altri scritti*. Firenze: Giunti.
- 44) Vygotsky, L.S.(1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*, M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner and E. Souberman, (eds.), Harvard University Press, Cambridge.
- 45) Vygotsky, L.S.(1986). *Thought and Language*, A. Kozulin, (ed.), M.I.T. Press, Cambridge
- 46) Vygotsky, L. S. (1987). *Il processo cognitivo*. Torino: Boringhieri.
- 47) Галиулина Е.Н.(2011). Открытые задачи в начальной школе, *Начальная школа*, No 2, 40-44.
- 48) Гашаров, Н.Г, Махмудов,Х.М. (2104). Дивергентные задачи — средство развития творческого мышления младших школьников, *Начальная школа*, No 2, 29-33.
- 49) Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7(2), 155–170. doi: 10.1207/s15516709cog0702_3
- 50) Gerofsky, S. (2004). *A man left Albuquerque heading east: word problem as genre in mathematics education* (Vol. 5). New York, NY: Peter Lang.
- 51) Giaquinto, M. (2007). *Visual thinking in mathematics* (Oxford: Oxford University Press)
- 52) Gilbert, J., Reiner, M. & Nakhleh, M. (2008). *Visualization: theory and practice in science education*. Dordrecht, The Netherlands: Springer
- 53) Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. *The roles of representation in school mathematics, 2001*, 1-23.
- 54) Good, T.L. & Brophy, J.E (1991). *Looking in classrooms*. New York: Harper Collins.
- 55) Gordillo, W.F.C.& Godino, J.D. (2014). Preservice Elementary Teacher’s Thinking about Algebraic Reasoning, *Mathematics Education*, 9(2), 147-162
- 56) Greenes, C., Cavanagh, M., Dacey, L., Findell, C., & Small, M. (2001). *Navigating through algebra in prekindergarten_Grade 2*. Reston , VA : National Council of Teachers of Mathematics.
- 57) Greer, B, Verschaffel, L, & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children’s experience. In W Blum, P Galbraith, HW Henn, & M Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI Study* (pp. 89–98). New York, NY: Springer
- 58) Gusev, V.A, Safuanov, I.S.(2003). *Thinking in images and its role in learning mathematics*, (pp.87-94), In Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S., & Peled, I. (Ed.), *Algebra in elementary school 1*. International group for the psychology of mathematics education.
- 59) Davis, J. (2013). Student understandings of numeracy problems: Semantic alignment and analogical reasoning. *Australian Mathematics Teacher*. Vol. 69 Issue 2, p.19-26
- 60) Далингер В.А.(1997). *Метод аналогии как средство обучения учащихся стереометрии: Учебное пособие*. Омск: Изд-во ОмГПУ
- 61) Devlin, K. (2001). *The Maths Gene: Why Everyone Has it, but Most People Don’t Use It*. London: Orion Books
- 62) Дејић, М. (2000). *Методика наставе математике*, Учитељски факултет, Јагодина

- 63) Department of Education (2006). *National Curriculum Statement Grades R-9 Orientation Programme — Grades 8 and 9: Part b: Mathematics facilitator's manual*. Pretoria: Government Printer.
- 64) Doerr, H.M. and English, L.D.(2003). 'A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data', *Journal for Research in Mathematics Education* 34, 110–136.
- 65) Drijvers, P.H.M. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment: Design research on the understanding of the concept of parameter*. Dissertation. Utrecht, the Netherlands: CD-B Press.
- 66) Driscoll, M.. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6–10*. Portsmouth , NH : Heinemann.
- 67) Duschl, RA, & Bybee, RW. (2014). Planning and carrying out investigations: an entry to learning and to teacher professional development around NGSS science and engineering practices. *International Journal of STEM Education*, 1(1), 12. doi:10.1186/s40594-014-0012-6.
- 68) Evan, R, & Lappan, G. (1994). Constructing meaningful understanding of mathematics content. In D Aichele & A Coxford (Eds.), *Professional development for teachers of mathematics* (pp. 128–143). Reston, VA: NCTM.
- 69) Einstein, A. and Infeld, L. (1938). *The Evolution of Physics*. New York: Simon and Schuster.
- 70) Ellerton, N. F. (1988). Exploring children's perception of mathematics through letters written by children. In A. Borbas(Ed.), *Proceedings of the Twelfth International Conference for the Psychology of Mathematics Education Vol. 1*, (pp.280–287). Veszprem (Hungary): International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- 71) El'konin, D.B. & Davydov, V.V. (1975). Learning capacity and age level: Introduction. In L. P.Steffe (Ed.). *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics, Volume 7, Children's capacity for learning mathematics* (pp. 1-11). Chicago , University of Chicago.
- 72) Engestroem, Y. (1987). *Learning by Expanding: an Activity Theoretical Approach to Developmental Research*. Helsinki: Orienta - Konsultit Oy.
- 73) English, L.D.(2002). 'Development of 10-year-olds' mathematical modeling', in A. Cockburn and E. Nardi (eds.), *Proceedings of the 26th International PME Conference*, University of East Anglia, Norwich, pp. 329–336
- 74) English, L.D. and Watters, J.J.(2005). 'Mathematical modeling in third-grade classrooms', *Mathematics Education Research Journal* 16, 59–80
- 75) English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in the Primary School: Children's Construction of a Consumer Guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-323.
- 76) Euler, Leonhard (1984). *Elements of Algebra*, translated by John Hewlett. New York: Springer-Verlag.
- 77) Eurydice. (2012). *Developing key competencies at school in Europe: challenges and opportunities for policy – 2011/12* (pp. 1–72).
- 78) Zawojewski, J. (2010). Problem solving versus modeling. In R.Lesh, P.L.Galbraith, C.R.Haines & A. Hurford

(Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp.237–243), New York: Springer.

79) Işık, C. (2011). Conceptual analysis of multiplication and division in fractions posed by pre-service elementary mathematics teachers. *Haccettepe University Journal of Education Faculty*, 41, 231-243.

80) Işık, C., & Kar, T. (2012). An error analysis in division problems in fractions posed by preservice elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(3), 2289-2309

81) Işık, C., Öcal, T., & Kar, T. (2013). Analysis of pre-service elementary teachers' pedagogical content knowledge in the context of problem posing. *Paper presented at the meeting of Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.*

82) Jacobs, V., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.

83) Јешић, С, Мишић, Д.(2008). *Савремене методе и нови приступи наставе математике у основној школи*, Герундијум, Београд

84) Jones, G., Langrall, C., Thornton, C. and Nisbet, S.(2002). 'Elementary school children's access to powerful mathematical ideas', in L.D. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Erlbaum, Mahwah, NJ, pp. 113–141.

85) Jones, K. (2010). *Linking geometry and algebra in the school mathematics curriculum*. In Z. Usiskin, K. Andersen & N. Zotto (Eds) *Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry*. Charlotte, NC: Infoage. pp203-215. ISBN: 9781607524724, http://eprints.soton.ac.uk/157017/1/Jones_linking_geometry_algebra_2010.pdf

86) Johanning, D. I. (2004). Supporting the development of algebraic thinking in middle school: A closer look at students' informal strategies. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 371–388.

87) Jupri, A., Drijvers, P. & Heuvel-Panhuizen, M.(2014). Student Difficulties in Solving Equations from an Operational and a Structural Perspective, *Mathematics Education*, 9(1), 39-55.

88) Kapur, J.N. (1990). Some thoughts on creativity in mathematics education. In J.N.Kapur (Ed.), *Fascinating world of mathematical sciences* (pp. 131–138). New Delhi: Mathematical Sciences Trust Society.

89) Kaput, J. J. (1995). Long-term algebra reform: Democratizing access to big ideas. In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.37-53).U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37>

90) Kaput, J. J. (1995b). A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?. <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED389539.pdf>

91) Kaput, J.J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.133-155). Routledge

92) Kaput, J. (2000). *Teaching and Learning a New Algebra with Understanding*.

National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, Dartmouth, MA. Office of Educational Research and Improvement (ED), Washington, DC.; National Science Foundation, Arlington, VA. Прейзето 17.8.2015. из: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf>

93) Kar, T. & Işık, C. (2014). Analysis of Problems Posed by Pre-service Primary Teachers about Adding Fractions in terms of Semantic Structures, *Mathematics Education*, 9(2), 135-146

94) Kasir, Daoud S. (1931). *The Algebra of Omar Khayyam*. New York: Teachers College of Columbia University.

95) Katz, V.J.(1995). The Development of Algebra and Algebra Education. In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.19-36). U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37>

96) Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. – In: D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, p. 390-419

97) Kieran, C.. (1996, July). *The changing face of school algebra*. Invited lecture for Eighth Congress of the International Congress in Math Education, Seville, Spain

98) Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.

99) Kılıç, C. (2013). Pre-Service Primary Teachers' Free Problem-Posing Performances in the Context of Fractions: An Example from Turkey, [*The Asia-Pacific Education Researcher*](#), Volume 22, Issue 4 ,677–686

100) Колягин Ю.М., Алексеенко О.Л. (1990). Интеграция школьного обучения, *Начальная школа*. № 9. С. 28–32

101) Kosko, K. W. & Wilkins, J. L. M.(2010). Mathematical Communication and Its Relation to the Frequency of Manipulative Use, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, Vol.5, No.2

102)

Köhler, A. D. A. (2002). The dangers of mathematical modeling. *The Mathematics Teacher*, 95(2), 140–145.

103) Крючкова, В.В (2006). Прием обобщения в циклах взаимосвязанных задач, Электронный информационный спутник газеты „Математика“, #4 (16—31 мая 2006 г.), <http://mat.1september.ru/download/e-mat04.pdf>

104) Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Edited by J. Kilpatrick & I. Wirszup. Chicago: University of Chicago Press

105) Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strasser, R. (2006). Teaching and Learning Geometry with Technology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense Publisher.

106) Laborde, C. (2010). Linking geometry and algebra through dynamic and interactive geometry. In Z. Usiskin, K. Andersen, & N. Zotto (Eds.), *Future curricular trends in school algebra and geometry: Proceedings of a conference*, 217-230. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

- 107) Lajoie, S.P.(1995). A Framework for Authentic Assessment in Mathematics. In T.A. Romberg(Ed.) *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp.19-37.).Albany, State University of New York Press.
- 108) Lamon, S. J. (1999). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- 109) Lamon, S. (2003). Beyond constructivism: An improved fitness metaphor for the acquisition of mathematical knowledge. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 435–448). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.
- 110) Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231–258.
- 111) Lee, M. S., & 李文生. (2015). Developing a dynamic geometry task platform for accessing students' perceptions of geometric properties through analysis of example spaces. *HKU Theses Online (HKUTO)*
- 112) Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. *Paper presented in the Working Group on Advanced Mathematical Thinking—CERME-5*, Cyprus.
- 113) Leikin, R. & Levav-Waynberg, A. (2008). Solution Spaces of Multiple-Solution Connecting Tasks as a Mirror of the Development of Mathematics Teachers' Knowledge. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 8(3), 233 -251.
- 114) Lesh, R. and G. Harel, (2003). *Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development*. *Mathematical Thinking & Learning*, 5(2/3): p. 157–189.
- 115) Leung Allen & Lee Arthur Man Sang (2013). Students' geometrical perception on a task-based dynamic geometry platform, *Educ Stud Math* (2013) 82:361–377 DOI 10.1007/s10649-012-9433-7
- 116) Lehrer, R. (2007). Introducing students to data representation and statistics. In K. Milton, H. Reeves, & T. Spencer (Eds.), *Mathematics: Essential for learning, essential for life* (Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Hobart, Vol. 1, pp. 22-41). Adelaide: AAMT.
- 117) Lewis, R. H. (2000). *Mathematics: The most misunderstood subject*. Accessed 4 February 2009 at <http://www.fordham.edu/mathematics/whatmath.html>
- 118) Lian, L.H. and Idris, N. (2006). Assessing Algebraic Solving Ability Of Form Four Students, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, Volume 1, Number 1,55-76
- 119) Липковски, А (2007). *Линеарна алгебра и аналитичка геометрија*, ЗУНС, Београд
- 120) Lonning, R. A, &DeFranco,T. C. (1997). Integration of science and mathematics: A theoretical model. *School Science and Mathematics*, 97(4), 212-215.
- 121) Lowrie, T. (2002). Designing a framework for problem posing: Young children generating open-ended tasks. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 3(3), 354–364

- 122) Luo, F. (2009). Evaluating the effectiveness and insights of pre-service elementary teachers' abilities to construct word problems for fraction multiplication. *Journal of Mathematics Education*, 2(1), 83–98
- 123) Margenau, H. (1961, reprint 1983). *Open Vistas*. Woodbridge, CT: Ox Bow Press.
- 124) Marton, F., Runesson, U., & Tsui, A. (2004). The space of learning. In F. Marton and A. Tsui (Eds.), *Classroom discourse and the space of learning* (pp. 3-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, INC Publishers
- 125) Marton, F. & Tsui, A.B.M. (2004). *Classroom Discourse and the Space of Learning*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- 126) Mason, J. (1989). Mathematical abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the Learning of Mathematics*, 9 (2), 2–8.
- 127) Mason, J. & Johnston-Wilder, S. (2004). *Fundamental Constructs in Mathematics Education*. London: RoutledgeFalmer.
- 128) MacGregor, M., & Price, E. (1999). An exploration of aspects of language proficiency and algebra learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 449-467.
- 129) Maclaurin, Colin (1756). *A Treatise of Algebra in Three Parts*, 2d ed. London: Millar and Nourse.
- 130) May, Kenneth O., and Henry Van Engen (1959). "Relations and Functions." In *The Growth of Mathematical Ideas, Grades K–12*, Twenty-fourth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 65-110. Washington, D.C.: NCTM.
- 131) Mayer, J. & Land, R. (2005). Threshold concepts and troublesome knowledge (2): Epistemological considerations and a conceptual framework for teaching and learning. *Higher Education*, 49(3), 373–388.
- 132) Milinkovic, J (2009). Pupils active learning in integrated mathematics and technical education class: a case study. In I. Radovanovic and Z. Zaclona (Eds): *Student in Contemporary Learning and Teaching*, 97-109. Beograd: Učiteljski fakultet.
- 133) Милинковић, Ј. (2011). *Елементи интегративног приступа у уџбеницима, Иновације у настави XXIV*, 2011/1, стр. 53-63, Учитељски факултет, Београд
- 134) Milinković, J, Bogavac, D(2011). *Montessori method as a basis for intergated mathematics learning*, *Metodički obzori* 11, vol. 6(2011)1.
- 135) Milinković J.(2015). Conceptualizing Problem Posing via Transformation, In [Singer, F.M.](#), [Ellerton, N.F.](#), [Cai, J.](#)(Ed.), *Mathematical Problem Posing From Research to Effective Practice*, pp 47-70 , [Research in Mathematics Education](#), <http://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-6258-3>
- 136) Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49.
- 137) Mullis, I. V., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y., & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011 Assessment Frameworks*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.
- 138) McAllister, C. J., & Beaver, C. (2012). Identification of error types in preservice teachers' attempts to create fraction story problems for specified operations. *School Science and Mathematics* 112(2), 88;98.

- 139) Nagy, R. (2013). [Building a solid foundation from which to launch our future mathematicians](#) *Australian Mathematics Teacher*. Vol. 69 Issue 3, p. 20-25.
- 140) *Наставни програм математике за основну школу у РС*, Службени гласник–Просветни гласник, број 10/2004, 1/2005. Београд
- 141) *Наставни програм за четврти разред основног образовања и васпитања* (2015), Београд: Завод за унапређивање васпитања и образовања.
(Преузето 13.6.2015, из <http://www.zuov.gov.rs/dokumenta/CRPU/Osnovne%20skole%20PDF/Prvi%20ciklus%20osnovnog%20obrazovanja%20i%20vaspitanja/4%20Nastavni%20program%20za%20cetvrti%20Orazred%20osnovnog%20obrazovanja%20i%20vaspitanja.pdf>)
- 142) National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- 143) National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- 144) National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM
- 145) Nelsen, B. R. (1993). *Proofs without words: Exercises in visual thinking*. Washington DC: Mathematical Association of America
- 146) Nelsen, B. R. (2000). *Proofs without words: More exercises in visual thinking*. Washington DC: Mathematical Association of America
- 147) Noë, A. (2004). *Action in perception*. Cambridge: MIT Press
- 148) *Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања – математика* (2011). Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.
- 149) Osborne, J. (2014). Teaching scientific practices: meeting the challenge of change. *Journal of Science Teacher Education*, 25 (2), 177–196. doi:10.1007/s10972-014-9384-1.
- 150) *Педагошка енциклопедија 1-2* (1989), ЗУНС, Београд
- 151) *Педагошки лексикон* (1996), ЗУНС, Београд
- 152) Пијаже, Ж. (1983). *Порекло сазнања*. Полит, Београд
- 153) Piaget, J. (1985). *The Equilibration of Cognitive Structures*. Cambridge MA: Harvard.
- 154) PISA (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy: A Framework for PISA*. Publisher: OECD.
- 155) Pogrow, S. (1988). Teaching thinking to at-risk elementary students. *Educational Leadership*, 45(7), 79–85.
- 156) Подходова, Н.С. (2011). Моделирование как универсальное учебное действие при изучении математики, *Начальная школа*, № 9, Министерство образования Российской Федерации, Москва
- 157) Поља, Ђ. (1956). *Како ћу решити математички задатак*, Школска књига, Загреб.
- 158) Polya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton, NJ: Lawrence Erlbaum
- 159) Presmeg, N. (2006). Semiotics and the “Connections” Standard: Significance of Semiotics for Teachers of Mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, Volume 61, [Issue 1-2](#), pp 163-182. Преузето из: <http://link.springer.com/article/10.1007/s10649-006-3365-z>
- 160) Presmeg, N. C. (2006b). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics*

education: Past, present and future (pp. 205–235). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers

161) Prouse, H. L. (1964). The construction and use of a test for the measurement of certain aspects of creativity in seventh grade mathematics. *Dissertation Abstracts International*, 26(1), 394.

162) Prouse, H. L. (1967). Creativity in mathematics. *The Mathematics Teacher*, 60, 876–879.

163) Puig, L. & Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

164) Purdum-Cassidy, B., Nesmith, S., D. Meyerand, R. & Cooper, S. (2015). What are they asking? An analysis of the questions planned by prospective teachers when integrating literature in mathematics, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(1), 79-99.

165) Radford, L. (2006). The anthropology of meaning. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 39–65.

166) Ракоњац, М. (2016): Ефекти геометријског моделовања алгебарских проблема у разредној настави, *Зборник радова Учитељског факултета у Ужицу*, XIX(18), стр. 167-178.

167) Ракоњац, М. (2017): Ефекат геометријске репрезентације особина релације једнакости на успешност решавања једначина у млађим разредима, *Настава математике*, LXII2-3, стр. 21-28, Друштво математичара Србије

168) Рашковић, М, Икодиновић, Н (2010). *Приче о малим и великим бројевима*, ЗУНС, Београд

169) Romberg, T.A. & Kaput, J.J. (1999). Mathematics Worth Teaching, Mathematics Worth Understanding. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.3-17). Routledge

170) Ruiz, N., Bosch, M., & Gascón, J. (2007). The functional algebraic modelling at secondary level. In *Comunicación presentada en el 5º Congreso de la Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática. Lárnaca (Chipre)* (pp. 22-26).

171) Santi, G. (2011). Objectification and semiotic function. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 285-311.

172) Саранцев Г.И (2001). *Методология методики обучения математике*. Саранск

173) Senk, S. L., Beckmann, C. E., & Thompson, D. R. (1997). Assessment and grading in high school mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(2), 187-215.

174) Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.

175) Silver, E.A. & Kenney, P.A. (1995). Sources of Assessment Information for Instructional Guidance in Mathematics. In T.A. Romberg (Ed.) *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 38-68), Albany, State University of New York Press..

176) Silver, E. A., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C., & Font Strawhun, B. T. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom.

Journal of Mathematical Behavior, 24, 287–301

- 177) Силоврић, В. (1989). *Како саставити, објавити и оцијенити знанствено дјело*. Загреб: Медицинска наклада.
- 178) Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and Understanding Multiplicative Relationships: A Study of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 472-494
- 179) Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- 180) Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*, Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates
- 181) Skemp, R. (2002). Instrumental and relational understanding. In D. Tall & M. Thomas (Eds.), *Intelligence, learning and understanding in mathematics: A tribute to Richard Skemp*. Flaxton, QLD: Post Pressed.
- 182) Skinner, B. F. *Science and Human Behavior*. New York: Free Press, 1953. *About Behaviorism*. New York: Alfred A. Knopf, 1974.
- 183) Славская К.А. (1966). Детерминация процесса мышления, *Исследование мышления в советской психологии*. - М.: Наука, стр.175 - 224.
- 184) Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In J. L. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp.133–160). New York: Taylor & Francis Group
- 185) Sowder, L. & Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *Mathematics Teacher*, 91(8), 670–675.
- 186) Steen, L. A. (2003). Data, shapes, symbols: Achieving balance in school mathematics. <http://www.asclegg.co.uk/downloads/maths/pisa/Data%20Steen.pdf>
- 187) Stein M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80
- 188) Stenmark, J.K. (1989). *Assessment Alternatives in Mathematics*, EQUALS publications, University of California.
- 189) Stephens, A. (2008). What "counts" as algebra in the eyes of preservice elementary teachers? *Journal of Mathematical Behavior*, 27, 33-47
- 190) Стошић-Миљковић, Д, Маринковић, Б.(2007). *Математички практикум*, КММ, Архимедес, Београд
- 191) Stoyanova, E. (2000). Empowering students' problem solving via problem posing: The art of framing "good" questions. *Australian Mathematics Teacher*, 56(1), 33–37
- 192) Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem posing. *Australian Mathematics Teacher*, 59(2), 32–40.
- 193) Streefland, L. (1995). Zelf algebra maken [Making algebra yourself]. *Nieuwe Wis-krant*, 15(1), 33-37
- 194) Sullivan, P., & Clarke, D. (1991). The Assessment Implications of Open-ended Tasks in Mathematics. In M. Stephens & J. Izard (Ed.) *Reshaping Assessment Practices: Assessment in the Mathematical Sciences Under Challenges*, Victoria, National Library of Australia.
- 195) Сухаревская, Е. (2006). Особенности интегрированного обучения в начальных классах, [Начальная школа №1/2006](http://nsc.1september.ru/article.php?ID=200600101), издательского дома „Первое сентября“, <http://nsc.1september.ru/article.php?ID=200600101>

- 196) Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.
- 197) Sfard, A. & Linchevski, L. (1994). The Gains and Pitfalls of Reification – The Case of Algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.
- 198) Shafer, M.C. & Romberg, T.A. (1999). Assessment in Classrooms That Promote Understanding. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.159-184). Routledge
- 199) Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S., & Peled, I. (2003). Algebra in Elementary School. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 127-134.
- 200) Schmalz, R. (1973): Categorization of questions that mathematics teachers ask. *Mathematics Teacher*, 66(7). Reston, VA: NCTM
- 201) Schoenfeld, A.H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A.H Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189–215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- 202) Schoenfeld, A.H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of 'well-taught' mathematics courses. *Educational Psychologist*, 23(2), 145-166.
- 203) Schoenfeld, A. (2012). *Problematizing the didactic triangle*. *ZDM*, 44 (5), 587-599.
- 204) Swan, M. (2005). *Improving Learning in Mathematics: Challenges and Strategies*. Retrieved September 3, 2014, from: https://www.asms.sa.edu.au/wpcontent/uploads/2013/04/Improving_learning_in_maths-UK.pdf
- 205) Tall, D. (2004, July). Thinking through three worlds of mathematics. In Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 281-288).
- 206) Tahta, D. (1980). About geometry. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 2–9.
- 207) Thomas, N. & Mulligan, J. T. (1995). Dynamic imagery in children's representations of number. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 5-26
- 208) Thompson, T. (2008). Mathematics Teachers' Interpretation of Higher-Order Thinking in Bloom's Taxonomy, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, Volume 3, Number 2
- 209) Thornton, S. (2001). A picture is worth a thousand words. In A. Rogerson (Ed.), *New ideas in mathematics education: Proceedings of the International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project* (pp. 251–256).
- 210) Tyminski, A. M., Zambak, V. S., Drake, C. & Land, T.J. (2014). Using representations, decomposition, and approximations of practices to support prospective elementary mathematics teachers' practice of organizing discussions, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(5), 463-487.
- 211) Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12: NCTM 1988 Yearbook* (pp. 8–19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics..

- 212) Usiskin, Z. (2004). *Should all students study a significant amount of algebra?* Keynote at the Dutch National Mathematics Days (NWD) [keynote also in *Nieuw Archief voor Wiskunde*, June 2004, 147-151]
- 213) Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.). (1999). *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- 214) Fey, James T., and Richard A. Good (1985). Rethinking the Sequence and Priorities of High School Mathematics Curricula. In *The Secondary School Mathematics Curriculum*, 1985 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 43–52. Reston, Va.: NCTM
- 215) Fey, J. (1995). What Is the Appropriate K-12 Algebra Experience for Various Students? In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.63-66).
- U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37>
- 216) Fluellen, J. (2007). *Algebra and analogy for kids. A teacher inquiry plan occasional paper #4*. Retrieved from <http://www.eric.ed.gov.ezp01.library.qut.edu.au/contentdelivery/servlet/ERICServlet?accno=ED497836>
- 217) Francisco, JM, & Maher, CA. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: insights from a longitudinal study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3), 361–372.
- 218) Hallagan, J. E. (2006). The case of Bruce: a teacher's model of his students' algebraic thinking about equivalent expressions. *Mathematics Education Research Journal*, 18(1), 103-123.
- 219) Hart, Walter W. (1951). *A Second Course in Algebra*. 2d ed., enlarged. Boston: D. C. Heath & Co.
- 220) Haylock, D. W. (1987a). Mathematical creativity in school children. *The Journal of Creative Behavior*, 21(1), 48–59.
- 221) Haylock, D. W. (1987b). A framework for assessing mathematical creativity in school children. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 59–74.
- 222) Haylock, D. W. (1997). Recognizing mathematical creativity in school children. *International Reviews on Mathematical Education*, 29 (3), 68–74.
- 223) Hewitt, D. (1992). Train spotters' paradise. *Mathematics Teaching*, 140, 6–8.
- 224) Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- 225) Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, edited by Douglas A. Grouws. New York: Macmillan. 65-97.
- 226) Hiebert, J., Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1997). *Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- 227) Hiebert, J., Morris, A., K., Berk, D., & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), 47-61. doi: 10.1177/0022487106295726

- 228) Hollingsworth, H., Lokan, J. & McCrae, B. (2003). *Teaching mathematics in Australia: Results from the TIMSS video study* (TIMSS Australia Monograph No. 5). Camberwell, Vic.: Australian Council for Educational Research.
- 229) House, P. A. & Coxford, A. F. (1995). *Connecting Mathematics across the Curriculum*, 1995 Yearbook. NCTM.
- 230) Huerta, M. P. (2009). On Conditional Probability Problem Solving Research – Structures and Contexts, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, Volume 4, Number 3
- 231) Huntley, M. A., Rasmussen, C. L., Villarubi, R. S., Sangtong, J., & Fey, J. T. (2000). Effects of Standards-Based Mathematics Education: A Study of the Core-Plus Mathematics Project Algebra and Functions Strand. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 328-361.
- 232) Cai, J., Lew, H. C., Morris, A., Moyer, J. C., Ng, S. F., & Schmittau, J. (2005). The development of students' algebraic thinking in earlier grades. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 5-15.
- 233) Cankoy, O. (2003). Perceptions of preservice elementary teachers in Turkish Republic of Northern Cyprus about difficulty level of mathematical problems. *Hacettepe University Journal of Education Faculty*, 25, 26–30.
- 234) [Cankoy, O.\(2014\). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations, *International Journal of Science and Mathematics Education*, Volume 12, Issue 1, pp 219-238.](#)
- 235) Carpenter, T.P. & Lehrer, R. (1999). Mathematics Worth Teaching, Mathematics Worth Understanding. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.19-32). Routledge
- 236) Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K., Hiebert, J., Piet Human, P., Murray, H., Olivier, A. & Wearne, D. (1999). Learning Basic Number Concepts and Skills as Problem Solving. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.45-61). Routledge.
- 237) Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). Children's mathematics: Cognitively guided instruction. Portsmouth, NH: Heinemann
- 238) Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37, 87-115
- 239) CECJA(2002). Decreto 148/2002 por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educacion Secundarion Obligatoria en Andalucia. *Boletin Oficial de la Junta de Andalucia*. 75.June 27.2002.
- 240) Clarke, D. (1992). The role of assessment in determining mathematics performances. In G.C.Leder (Ed.) *Assessment and Learning of Mathematics* (pp.145-168). Australian Council for Educational Research, Victoria, Australia.
- 241) Collins, A. (1987). Cognitive Apprenticeship: Teaching the Craft of Reading, Writing, and Mathematics. Technical Report No. 403.
- 242) Confrey, J., & Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2/3), 135–164.
- 243) Coxeter, H. S. M., & Greitzer, S. L. (1967). *Geometry revisited*. New York: Mathematical Association of America

- 244) Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47).
- 245) Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 117–151.
- 246) Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage. (2d edition: 1991)
- 247) Chevallard, Y, Bosch, M.&Gascon, J.(1997). *Estudior matematicas*. El eslabon perdido entre la ensenanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE/Horsori.(Преузето 15.6.2015, из https://curriculares.files.wordpress.com/2011/09/el_eslabon_perdido.pdf)
- 248) Čadež, T.H. and Kolar, V.M (2015). *Understanding of mathematically gifted students' approaches to problem solving*, in Kolar-Begović,Kolar-Šuper,Đurđević-Babić (eds.),[*Higher Goals in Mathematics Education*](#), Josip Juraj Strossmayer University of Osijek,pp. 27-39.(<http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED557785.pdf>)
- 249) Шамић, М. (1984). *Како настаје научно дјело*. Свјетлост ООУР Издавачка дјелатност, Сарајево
- 250) Шимлеша, П. (1980). *Дидактика*, Педагошко-књижевни збор, Загреб.
- 251) Queensland Studies Authority (2004). *Mathematics Years 1 to 10 Syllabus*. Springhill, Qld: Author. Retrieved from http://www.qsa.qld.edu.au/downloads/p_10/kla_math_syll.pdf
- 252) Wadsworth, B. J. (1996). *Piaget's Theory of Cognitive and Affective Development (5th ed.)*.White Plain, NY: Longman Publishers.
- 253) Warren, E. (2005). Young children's ability to generalise the pattern rule for growing patterns. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 305- 312). Melbourne: Program Committee.
- 254) Wells, G.(1999). *Dialogic Inquiry in Education: Towards a Sociocultural Practice and Theory of Education*, Cambridge University Press, New York.
- 255) Wells, G.(2000). 'Dialogic inquiry in education', in C.D. Lee and P. Smagorinsky (eds.),*Vygotskian Perspectives on Literacy Research: Constructing Meaning through Collaborative Inquiry*,Cambridge University Press, New York, pp. 51–85
- 256) Wright, V. (1997). *Assessing mathematical processes in algebra*. Unpublished Research dissertation. University of Waikato.
- 257) Whitson, J.A.(1997). 'Cognition as a semiotic process: From situated mediation to critical reflective transcendence', in D. Kirshner and J.A. Whitson (eds.), *Situated Cognition: Social, Semiotic, and Psychological Perspectives*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah,New Jersey, pp. 97–149.
- 258) Yildirim, T. P., Shuman, L., Besterfield-Sacre, M., & Yildirim, T. P. (2010). Model eliciting activities: assessing engineering student problem solving and skill integration processes. *International Journal of Engineering Education*, 26(4), 831-845.

5. Остварени резултати и научни допринос дисертације

Потврда претпоставке о позитивној корелацији између квалитета знања и повезивања наставних садржаја указује на то да раскорак између алгебре и геометрије може да се савлада путем избора адекватних наставних активности, које утичу на развој теоријског мишљења. Резултати истраживања Мике Ракоњац указују на чињеницу да успостављање веза између алгебарских и геометријских садржаја представља основу за разумевање основних математичких појмова и релација. Наиме, анализом резултата рада ученика експерименталне групе, може се закључити да су ученици млађих разреда, уз примену интегративног приступа у изучавању математичких садржаја, у могућности да се ангажују у следећим активностима: 1) користе вишеструке репрезентације математичких концепата (појмова, функционалних односа), које су од кључног значаја за разумевање и обједињавање математичких садржаја у целину, 2) успешно се „крећу“ између репрезентација, односно препознају алгебарску репрезентацију еквивалентну геометријској и обрнуто, 3) препознају исту идеју у различитим репрезентацијама, 4) решавају проблеме применом алгебарске и њој еквивалентне геометријске репрезентације, 5) препознају различита значења алгебарских симбола приказујући алгебарске изразе, обрасце или једначине у геометријском контексту, 6) представљају и анализирају релације између квантитативних варијабли (где променљиве нису слова која означавају непознате бројеве, већ квантитативне особине објеката, које се мењају у зависности од промене других величина)

Емпиријске потврде иду у прилог закључку да наведене активности подстичу ученике у остваривању следећих циљева и задатака: 1) стицање способности за анализу и примену различитих репрезентација, 2) изучавање садржаја истовремено и са оперативног и са структурног аспекта, чиме се подстиче развој не само процедуралног, већ и релационог расуђивања, 3) откривање линеарних веза између варијабли приказаних вербалним, табеларним, геометријским или симболичким моделима, 4) трансформисање алгебарских израза и геометријских модела у алтернативне еквивалентне облике, 5) успостављање везе између аритметике и алгебре фокусирањем на односе, а не на израчунавања, тј. примена особина бројева и операција у математичким трансформацијама, а не просто рачунање уз прописан редослед поступака, 6) самостално повезивање различитих математичких појмова и операција уз примену адекватног дидактичког материјала (сврсисходних проблема), 7) стицање

различитих увида у математичке проблеме, 8) изучавање математичких садржаја доживљава се као активност решавања проблемских ситуација, 9) примена стечених способности у широком спектру математичких ситуација ученике води у свет формалног математичког размишљања. Резултати тестирања подржавају и став да су ученици у могућности да науче геометрију више од основних појмова и препознавања једноставних фигура.

Полазећи од тога да се математичко образовање може посматрати из перспективе Наставног плана и програма, наставних активности и сазнајних могућности ученика, неопходно је да се питање интегративног приступа у настави математике размотри са сва три наведена гледишта. Иако Наставни план и програм ученицима основне школе пружа могућност да стекну целовито математичко знање, највећи утицај на то шта и како ученици уче имају наставници. Другим речима, успех у настојању да се развије математичко размишљање у великој мери зависи од способности наставника да подстакне начин размишљања ученика. У том смислу, резултати истраживања Мике Ракоњац наводе на потребу: 1) испитивање односа између (предметног, педагошког) знања наставника и садржаја наставних активности неопходних за реализацију интегрисане наставе математике, тј. у којој мери знања наставника доприносе настави математике у погледу интеграције и које врсте способности и која знања наставника су предуслов за њено успешно спровођење, 2) додатних емпиријских истраживања, која се односе на проблеме у спровођењу интегративног приступа, јер као препрека спровођења унутарпредметне интеграције у оквиру наставе математике може бити недостатак адекватног дидактичког материјала, стручне литературе и детаљних смерница за њену реализацију

Научни значај дисертације је у давању одговора на методичка питања кроз: сагледавање психолошко-педагошке основе за реализацију унутарпредметне интеграције у настави математике, разматрање теоријске основе за изградњу методичких модела и њихову примену у настави, емпиријско истраживање и потврђивање претпоставки статистичком методом.

6. Закључак

Један од кључних захтева у наставном процесу јесте усвајање повезаних знања, а не појединачних чињеница, јер систем математичких знања чини јединствену целину. Изнети резултати докторске дисертације Мике Ракоњац потврђују могућност и указују на путеве постизања интегрисаних знања математичких садржаја. Резултати указују на чињеницу да успостављање веза између алгебарских и геометријских садржаја представља основу за разумевање основних математичких појмова и релација као и на развој логичко математичког мишљења, у коју улази способности визуелне анализе слика, уочавања релација између елемената, трансформисања и комбиновања, чиме је омогућено сагледавање проблема на нов начин и откривање структурно-функционалних веза између елемената.

Будући да на основу свега изнетог, можемо закључити да је докторска дисертација *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* коју је поднела Мика Ракоњац у потпуности урађена према одобреној пријави као и да представља оригинално и самостално научно дело, сматрамо да су се стекли услови за њену јавну одбрану. Стога Наставно научно Већу Учитељског факултета у Београду предлажемо да прихвати докторску дисертацију *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* докторанда Мике Ракоњац и одобри њену јавну одбрану.

Београд, 10.8.2018.год.

Комисија:

проф. др Александар Липковски, председник Комисије
Математички факултет Универзитета у Београду

проф. др Јасмина Милинковић, ментор
Учитељски факултет Универзитета у Београду

проф. др Маријана Зељић
Учитељски факултет Универзитета у Београду

др Оливера Ђокић
Учитељски факултет Универзитета у Београду