

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовao комисију 13.6.2019. године, Наставно-научно веће Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p>2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <p>1. др Ненад Теофанов, редовни професор, уже научна област Анализа и вероватноћа, изабран у звање 01.10.2010. године, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, председник.</p> <p>2. др Ђурђица Такачи, редовни професор, уже научна област Анализа и вероватноћа, изабрана у звање 10.3.1997, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, ментор.</p> <p>3. др Мирјана Ивановић, редовни професор, уже научна област Рачунарске науке и информатика, изабрана у звање 29.04.2002, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, члан.</p> <p>4. др Петар Ђапић, ванредни професор, уже научна област Алгебра и математичка логика, изабран у звање 01.06.2018, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, члан.</p> <p>5. др Светлана Шпановић, редовни професор, уже научна област Педагошке науке, изабрана у звање 17.9.2013, Педагошки факултет у Сомбору, Универзитет у Новом Саду, члан.</p>
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Радослав (Славко) Божић</p> <p>2. Датум рођења, општина, држава: 14.11.1987, Нови Сад, Србија</p> <p>3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив Основне студије: Универзитет у Новом Саду, Природно – математички факултет, Департман за математику и информатику, студијски програм Математика, Дипломирани математичар Мастер студије: Универзитет у Новом Саду, Природно – математички факултет, Департман за математику и информатику, Примењена математика, Мастер математичар</p> <p>4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија 2013, Доктор методике наставе природних наука - математика</p>

5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране: -----

6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука: -----

III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Методичка обрада функција са параметрима уз помоћ рачунара

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Докторска дисертација написана је на српском језику, у А4 формату и штампана у колору. Садржи

- 8 поглавља,
- 167 страна,
- 87 јединица литературе,
- 16 табела, 49 слика, 4 графикана и 9 прилога.

У докторској дисертацији је елаборирано истраживање које се односи на примену савремених технологија у настави математике на универзитетском нивоу. Истраживање се заснива на комбиновању различитих наставних метода, са циљем унапређења квалитета знања студената у области реалних функција и њихових особина. Бројна ранија истраживања бавила су се применом методе колаборативног рада у настави, као и употребом савремене технологије у наставном процесу. У докторској дисертацији описане су наставне методе које се заснивају на примени динамичког софтвера у испитивању особина функција, односно класа (фамилија) функција, комбиноване са методама колаборативног, односно индивидуалног рада студената. Коришћењем погодног динамичког софтвера, израђени су едукативни материјали који се могу користити у настави, како у високом, тако и у средњем образовању. Спроведена су појединачна истраживања, која су имала за циљ утврђивање степена утицаја примене новог методског приступа на постигнућа студената у посматраној области. Резултати сваког од истраживања су статистички анализирани. Ова анализа је показала да примена образовног софтвера *GeoGebra* у оквиру колаборативног рада доприноси побољшању квалитета знања студената у области геометријских трансформација заснованих на трансформацијама функција, као и да примена вишеструких репрезентација у рачунарском окружењу, током колаборативног рада, доприноси бољем познавању појма функције од стране студената. Такође је показано да примена динамичког образовног софтвера *GeoGebra* доприноси бољим постигнућима студената у учењу особина функција са параметрима и њихових извода, као и утицају вредности параметара на особине функција. Поред наведеног, утврђено је да учење у колаборативном окружењу доприноси побољшању квалитета знања студената у посматраној области. Дата су закључна разматрања, која садрже дискусију о резултатима спроведених истраживања, као и смернице за имплементацију новог методског приступа у наставни процес и евентуална даља истраживања.

Докторска дисертација подељена је у 8 поглавља (Уводни део – 9 страна, Теоријске основе истраживања – 24 стране, Опис новог методског приступа заснованог на примени динамичког софтвера – 18 страна, Прво експериментално истраживање – 28 страна, Друго експериментално истраживање – 18 страна, Треће експериментално истраживање – 15 страна, Четврто експериментално истраживање – 15 страна, Закључна разматрања – 8 страна, Литература – 7 страна, Прилози – 13 страна, Биографија – 2 стране). На почетку докторске дисертације налазе се Предговор и Садржај, а на крају неопходна кључна документација на српском и енглеском језику.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

У **првом поглављу** докторске дисертације, кандидат је јасно и концизно приказао основна полазишта у истраживању, истичући актуелност, потребу и значај одабраног предмета истраживања, као и проблемска питања којима се студија бави. Циљ и карактер истраживања експлицитно су одређени и операционализовани кроз истраживачке задатке и општу хипотезу. У

уводном делу прецизно је дата структура дисертације уз сажет приказ тока и резултата истраживања.

У **другом поглављу** дисертације приказан је теоријски оквир истраживања који је адекватно структуриран, даје јасан и свеобухватан увид у предмет истраживања и представља добру основу за формулисање истраживачког нацрта. Кандидат је користио значајан број релевантне и актуелне литературе, што указује да добро и продубљено познаје изабрани проблем истраживања. Анализиран је конструктивистички приступ учењу, као и примена методе колаборативног рада у наставном процесу и могућности примене ове методе у рачунарском окружењу. Затим су анализирани репрезентације у математици. Посебна пажња је посвећена вишеструким репрезентацијама и визуелизацији математичких садржаја који се односе на функције и њихове особине. Анализирани су предности и ограничења примене вишеструким репрезентацијама у настави, са акцентом на примену динамичког софтвера у формирању мултирепрезентативног окружења.

У **трећем поглављу** анализирани су могућности примене динамичког софтвера у обради наставних садржаја који се односе на функције. Дат је преглед неколико најзаступљенијих софтверских пакета, који се могу користити у испитивању функција и њихових особина. Анализирани су предности и недостаци ових софтверских пакета. Такође су описани наставни материјали који се могу користити код обраде наставних садржаја који се односе на функције. Описан је нови методски приступ у обради ових наставних садржаја, заснован на примени динамичког софтвера и раду у окружењу динамичких репрезентација.

У **четвртном поглављу** описано је прво од четири експериментална истраживања, која су представљена у овој дисертацији. Овим истраживањем показано је да примена динамичког софтвера *GeoGebra*, у оквиру колаборативног рада, омогућава студентима да боље савладају трансформације функција, појам функције и да, самим тим, доприноси бољим постигнућима студената у оквиру почетног дела курса математичке анализе. Детаљно је анализиран колаборативни рад студената на трансформацијама функција, а дати су и примери студентских решења појединих задатака. Анализирани су различити приступи које су студенти имали у решавању задатака, како током колаборативног рада, тако и за на тесту, који су решавали индивидуално и без коришћења рачунара. Задаци за тест су креирани тако да омогућавају да се провери у којој мери су студенти савладали трансформације функција, али и појам функције и особине функције уопште. Показано је да алгебарска и графичка репрезентација функције, посматране заједно, као и динамичке особине образовног софтвера *GeoGebra*, омогућавају квалитетнији приказ трансформација функција, проузрокованих променом вредности параметара, што доприноси побољшању квалитета знања студената у области геометријских трансформација заснованих на трансформацијама функција.

У **петом поглављу** описано је истраживање које је имало за циљ да се докаже да примена вишеструким репрезентација у *GeoGebra* динамичком окружењу, током колаборативног рада, помаже студентима у учењу особина функција датих са променљивим параметрима, укључујући и анализу утицаја параметара на особине функција. Наиме, током претходног истраживања уочено је да студенти недовољно добро познају особине функција са параметрима, односно да слабије познају утицај вредности параметара на особине функције. Будући да је потврђено да примена динамичког софтвера доприноси побољшању квалитета знања студената о трансформацијама функција, насталих под утицајем одређених параметара, очекивано је да ће примена динамичког софтвера значајно допринети побољшању постигнућа студената у области испитивања особина функција са параметрима и анализе утицаја параметара на особине функција. Ова претпоставка је потврђена детаљном анализом студентских радова и анализом тестова које су студенти решавали, а где је уочено је да се студенти експерименталне групе, који су радили са рачунаром, знатно боље сналазе у раду са већим бројем променљивих параметара.

У **шестом поглављу** је описано истраживање чији је циљ био да се покаже да примена динамичких вишеструким репрезентација, у *GeoGebra* окружењу, током индивидуалног рада, омогућава студентима да боље савладају особине извода функције и међусобну зависност особина функције и особина њеног првог извода, те да се боље оспособе за примену извода у испитивању особина функција. Наиме, током прва два истраживања није придат значај испитивању особина функција.

применом извода функције. Познавање особина извода функције, као и оспособљеност за примену извода, од изузетног је значаја за испитивање функција уопште, али и за даље успешно савладавање градива математичке анализе, те је, из овог разлога, спроведено још једно истраживање, које је описано у шестом поглављу, а надовезује се на претходно, описано у петом поглављу. Током увежбавања градива, од студената је захтевано да испитују особине функција са и без параметара, као и њихових извода. Такође је захтевано да упореде особине функција и њихових извода и да опишу међусобну зависност ових особина. Посматране су фамилије полиномних, рационалних, експоненцијалних, логаритамских и тригонометријских функција, због тога што се поменуте функције најчешће изучавају у оквиру математичке анализе, као и због тога што имају највећу примену у науци, економији и сл. Анализом рада студената и резултата теста показано је да студенти који су током увежбавања градива користили рачунар (експериментална група) примењују већи број различитих приступа у испитивању особина функција и њихових извода у односу на студенте који су радили без рачунара (контролна група). Статистичка анализа резултата теста показала је да су постигнућа студената експерименталне групе значајно боља у односу на постигнућа контролне групе, што потврђује претпоставку да примена динамичких вишеструких репрезентација у *GeoGebra* окружењу доприноси бољем познавању особина функција са параметрима и њихових извода од стране студената.

У седмом поглављу описано је истраживање које се према свом главном циљу разликовало у односу на претходна три истраживања. Наиме, ово истраживање је имало за циљ испитивање утицаја примене колаборативног рада на постигнућа студената, као и ближе сагледавање организације рада студената унутар колаборативних група, те упоређивање њихових приступа у решавању задатака у динамичком окружењу. Анализа резултата рада студената у овом истраживању вршена је непосредним посматрањем рада колаборативних група, анализом писаних и електронских радова које су студенти доставили, а резултати теста које су студенти решавали су и статистички анализирани. По потреби, појединим студентима су постављена питања у циљу отклањања недоумица у вези са њиховим идејама, односно приступима њихових група у решавању задатака. Ова анализа је показала да колаборативни рад студентима омогућује да, кроз сталну дискусију и размену мишљења, успешније примењују погодности рада у окружењу динамичког софтвера, те да потпуније сагледају особине једне или више класа функција, као и да упоређују и утврђују сличности и разлике између особина сродних класа функција. Статистичка анализа резултата теста показала је да су постигнућа студената експерименталне групе значајно боља у односу на постигнућа контролне групе, чиме је потврђена претпоставка да примена методе колаборативног рада доприноси бољим постигнућима студената у посматраној области.

У осмом поглављу дисертације кандидат је интегрисао закључке теоријског и емпиријског дела истраживања и представила их јасно и концизно. Дате су педагошке импликације спроведеног истраживања и опште препоруке које би биле од значаја за ефикасну реализацију описаног методског приступа у наставној пракси. Такође су назначене и смернице за даља истраживања. У делу Литература, коришћене литературне јединице коректно су наведене и омогућавају увид у проблематику која је изложена у дисертацији.

Комисија је позитивно оценила све делове докторске дисертације.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

Božić, R., Takači, Đ. & Stankov, G. (2019). *Influence of dynamic software environment on students' achievement of learning functions with parameters*. Interactive Learning Environments. DOI: 10.1080/10494820.2019.1602842. (M22)

Božić, R., Hasić, A. and Romano, D. A. (2018). *Models of the Mathematical Curriculum for the VI Middle School grades developed in B&H, Croatia, Montenegro and Serbia*, 21-29, in: MackShelley and Mustafa Pehlivan (Eds.). Education Research Highlights in Mathematics, Science and Technology 2018. (M45)

Božić, R., Hasić, A., Jovanova, B. and Romano, D. A. (2018). *Geometrics Objects in the Final Grade of Middle Schools in B&H, Croatia, Macedonia, Montenegro, Serbia, and Turkey and Students' Progress of Geometrical Thinking which their Mathematical Curricula Enable*. IMVI Open Mathematical Education Notes, 8(2), 47-59, DOI: 10.7251/OMEN1802047B. (M53)

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У докторској дисертацији приказани су оригинални дидактичко-методички модели засновани на примени савремене технологије у настави/учењу, односно на примени динамичког софтвера и иновативних наставних материјала, креираних помоћу динамичког софтвера, у изучавању наставних садржаја који се односе на функције са параметрима и њихове особине. Приказане су могућности примене ових дидактичко-методичких модела у оквиру колаборативног и индивидуалног рада студената, кроз нови методски приступ, који подразумева рад у оквиру вишеструких репрезентација функција, са акцентом на динамичку репрезентацију.

Нови методски приступ је имплементиран у високошколску наставу, а дате су и смернице за имплементацију овог приступа у доуниверзитетском образовању. У периоду од 2015. до 2017. године реализована су четири педагошка експеримента у којима је учествовало укупно 618 студената прве године основних академских студија физике, хемије и информатике на Природно – математичком факултету у Новом Саду. Током сваког истраживања, студенти су били подељени у експерименталну и контролну групу, при чему су ове групе имале приближно једнак број чланова. Предзнање студентата експерименталне и контролне групе у области функција било је уједначено, што је потврђено статистичком анализом прелиминарног тестирања студената.

Прво експериментално истраживање описано у овој дисертацији спроведено је током првог семестра академске 2015/2016. године. Овим истраживањем обухваћен је 271 студент прве године основних академских студија хемије, физике и информатике. Будући да је, током истраживања, коришћен образовни софтвер *GeoGebra*, студенти су се на почетку истраживања изјаснили о томе да ли су упознати са радом у *GeoGebra* окружењу. На основу резултата овог изјашњавања, студенти су распоређени у експерименталну, односно контролну групу (студенти експерименталне групе су касније, током истраживања, користили образовни софтвер *GeoGebra*, док су студенти контролне групе радили без коришћења рачунара). Прелиминарним тестирањем студената проверено је њихово предзнање у области функција у установљено је да је предзнање студената експерименталне и контролне групе уједначено. Током овог истраживања, у обе групе (експерименталној и контролној) примењена је метода колаборативног рада, а приликом формирања колаборативних група такође су коришћени резултати прелиминарног тестирања, како би се постигла међусобна уједначеност колаборативних група по питању знања студената, али и хетерогеност унутар самих група. Током истраживања, студенти су испитивали особине функција са параметрима, са нагласком на анализу трансформација функција, проузрокованих променама вредности одређених параметара. Студенти експерименталне групе су користили рачунар и посматрали трансформације функција у *GeoGebra* окружењу, док су студенти контролне групе радили без рачунара, примењујући у раду класичну методу испитивања функција и анализе њихових трансформација. Након завршетка колаборативног рада на испитивању функција са параметрима, знање студената у овој области је тестирано. Тест, који су студенти решавали без рачунара, био је идентичан за студенте експерименталне и контролне групе. Задаци су креирани тако да омогуће проверу овладавања градивом у вези са појмом и особинама функција, са нагласком на утицај променљивих параметара на ове особине и трансформације функција. Статистичка анализа резултата теста показала је значајну предност експерименталне у односу на контролну групу, чиме је утврђено да примена динамичког софтвера *GeoGebra*, у оквиру колаборативног рада, омогућава студентима да боље савладају трансформације функција, појам функције и да, самим тим, доприноси бољим постигнућима студената у оквиру почетног дела курса математичке анализе.

Друго и треће експериментално истраживање спроведено је током првог семестра академске 2016/2017. године, а њима је обухваћено 227 студената прве године основних академских студије хемије и физике. Ова два истраживања надовезују се једно на друго, с тим да су студенти, током другог истраживања, радили такође у колаборативним групама, док је, током трећег истраживања,

примењена метода индивидуалног рада. Студенти обухваћени овим истраживањима су такође били прелиминарно тестирани на почетку курса, односно на почетку академске године, а њихово распоређивање у експерименталну и контролну групу извршено је на начин на који је то урађено и у првом истраживању. У другом истраживању посматран је рад студената на испитивању функција са параметрима, са акцентом на испитивање утицаја појединих параметара на особине функција, док је у трећем истраживању посматран рад студената на испитивању особина функција и њихових извода, као и на испитивању међусобне зависности особина функција и извода, те зависности поменутих особина од вредности променљивих параметара. Слично као у првом истраживању, студенти су у ова два истраживања решавали тест чији су резултати статистички анализирани. У оба случаја, статистичка анализа је показала значајну предност студената експерименталне групе у односу на студенте контролне групе, што указује на то да примена динамичког софтвера и рад у окружењу динамичких вишеструких репрезентација значајно доприноси побољшању постигнућа студената у области испитивања особина функција са параметрима и анализе утицаја параметара на особине функција и њихових извода, те да омогућава студентима да боље сагледају међусобну зависност особина функције и њеног извода.

Четврто експериментално истраживање спроведено је током првог семестра академске 2017/2018. године, а њиме су, као и у претходним истраживањима, обухваћени студенти прве године основних академских студија хемије и физике. Овога пута, истраживањем је обухваћено 120 студената. У овом истраживању посвећено је више пажње раду са фамилијама функција, односно анализи сличности и разлика међу особинама функција које припадају истим фамилијама, као и сличности међу различитим фамилијама функција. Главни циљ истраживања био је испитивање утицаја примене колаборативног рада на постигнућа студената, као и ближе сагледавање организације рада студената унутар колаборативних група. Прелиминарно тестирање студената, као и формирање експерименталне и контролне групе, није се битније разкиковало у односу на претходна истраживања. У овом истраживању, сви студенти су имали могућност коришћења рачунара, с тим да је код студената експерименталне групе примењена метода колаборативног, а код студената контролне групе метода индивидуалног рада. Слично као и у прва три истраживања, студенти су решавали тест, чији су резултати статистички анализирани. На основу непосредног посматрања и анализе рада студената, те увида у материјале које су креирали током колаборативног, односно индивидуалног рада, као и на основу статистичке анализе резултата теста (која је показала значајну предност студената експерименталне групе у односу на студенте контролне групе), утврђено је да примена методе колаборативног рада доприноси бољим постигнућима студената у области испитивања особина фамилија функција.

Кроз експериментални рад са студентима потврђено је да је, у реалним условима у којима се одржавају наставни часови у високошколским установама, реализација описаног методског приступа могућа и, штавише, да је препоручљиво да се што чешће користи због вишеструких предности које има у односу на традиционалне методе и поступке у наставној пракси.

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Експлицитно навести позитивну или негативну оцену начина приказа и тумачења резултата истраживања.

Истраживачке активности, статистичке методе и добијени резултати у дисертацији представљају одговарајућу научну апаратуру за приказивање утицаја примене вишеструких репрезентација у рачунарском окружењу, током колаборативног рада, на испитивање особина функција са параметром, на квалитет знања студената и реализацију побољшања резултата у учењу и разумевању наставних садржаја из области функција и њихових примена на решавање проблема.

Текст је читљив, јасан, повезан и разумљив. Кандидат је фокусиран на тему, а теоријске основе су одлично протумачене и повезане са експерименталним истраживањима. Кандидат је показао да влада методологијом научног рада јер је самосталним истраживањем дошао до релевантних научних знања. Резултати говоре да примена новог методског приступа, заснованог на употреби динамичког софтвера, током обраде и увежбавања наставних садржаја који се односе на функције са параметрима доприноси бољим постигнућима студената у поменутој области.

На основу начина приказивања и тумачења резултата истраживања, може се констатовати да рад садржи оригиналне научне резултате који задовољавају захтеве нивоа докторске дисертације.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Експлицитно навести да ли дисертација јесте или није написана у складу са наведеним образложењем, као и да ли она садржи или не садржи све битне елементе. Дати јасне, прецизне и концизне одговоре на 3. и 4. питање:

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме

Докторска дисертација Радослава Божића написана је у складу са образложењем наведеним у пријави теме.

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе

Докторска дисертација садржи све битне елементе који представљају оригиналан научни допринос, написана је и структурирана у складу са захтевима за израду научног дела.

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци

Докторска дисертација је теоријско-експерименталног карактера, и у складу са тим истичу се њени оригинални доприноси савременој методици наставе математике.

Теоријски допринос дат је кроз критички компаративни преглед савремене литературе из области методике наставе математике, при чему се кандидат фокусирао на научне и стручне радове који се односе на вишеструке репрезентације у рачунарском окружењу, током колаборативног рада, у настави. У докторској дисертацији посебна пажња посвећена је проучавању литературе из математичке анализе, намењене средњошколском и високошколском нивоу учења математике.

Посебно се истиче допринос експерименталног дела докторске дисертације, који се односи на примену нових методичких приступа изучавању наставних садржаја из области функција у наставном процесу.

Допринос се огледа у примени новог приступа обради појмова математичке анализе, са посебним акцентом на функције на високошколском нивоу учења математике, што је увело одговарајуће иновације у раду са студентима.

У докторској дисертацији је представљен и детаљно објашњен целокупан експериментални наставни процес реализован са студентима, уз планску и систематску примену рачунара и колаборативног рада током целог наставног процеса.

Експерименталним делом који се односи на спроведена истраживања, емпиријски је утврђен утицај предложених нових методичких поступака у раду на квалитет знања студената, који се односе на функције.

Докторска дисертација и предлози који су јасно истакнути у оквиру закључних разматрања отварају могућности за спровођење нових истраживања у циљу даљег испитивања утицаја предложених иновативних приступа на знања из различитих специфичних области математике, али и других наука.

4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања

У докторској дисертацији нема недостатака који би утицали на резултат истраживања.

X ПРЕДЛОГ:

На основу укупне оцене дисертације, **комисија предлаже да се докторска дисертација Радослава Божића под називом „Методичка обрада функција са параметрима уз помоћ рачунара“ прихвати, а кандидату одобри одбрана.**

Нови Сад, 20.6.2019.

Комисија

др Ненад Теофанов, редовни професор,
председник

др Ђурђица Такачи, редовни професор, ментор

др Мирјана Ивановић, редовни професор, члан

др Петар Ђапић, ванредни професор, члан

др Светлана Шпановић, редовни професор, члан

НАПОМЕНА: Члан комисије који не жели да потпише извештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије, дужан је да унесе у извештај образложење односно разлоге због којих не жели да потпише извештај.