

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

Жарко М. Росић

**МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ У
ПРОБЛЕМИМА СИНТЕЗЕ ЛИНЕАРНОГ
АНТЕНСКОГ НИЗА**

Докторска дисертација

Београд, 2018. године

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF ORGANIZATIONAL SCIENCES

Žarko M. Rosić

**OPTIMIZATION METHODS IN PROBLEMS
OF THE LINEAR ANTENNA ARRAY
SYNTHESIS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2018.

Резиме

Предмет истраживања ове докторске дисертације је анализа линеарног антенског низа, анализа методе комбинације две претраге за синтезу линеарног антенског низа и примена представљене методе на проблеме синтезе линеарног антенског низа.

Антиена је уређај који служи за слање (емитовање) и пријем електромагнетне енергије. Одашиљачка антиена претвара једнодимензиони талас из преносне структуре у тродимензиони просторни талас, усмеравајући при томе енергију у жељеном правцу (према пријемној антени). Код једне антене дијаграм зрачења је релативно широк и са малом вредношћу усмерености (добитком).

У многим системима јавља се потреба за дијаграмом зрачења који има високу вредност усмерености. Дијаграм зрачења може да се побољша уколико међусобно повежемо неколико малих антена. Конфигурација међусобно повезаних антена назива се антенски низ. Дијаграм зрачења антенског низа са идентичним елементима зависи од: геометрије низа, побуде елемената низа, фазе елемената низа и растојања између елемената антенског низа. Перформанса комуникационих система зависи од дизајна антенског низа.

У телекомуникационим системима пожељно је да дијаграм зрачења има уску ширину главног снопа зрачења да би остварио велику усмереност сигнала и да има низак ниво бочних лобова (тј. нежељеног зрачења у нежељеном правцу) да би биле потиснуте сметње од других система. Ове две карактеристике су у супротности, односно уколико желимо да једну карактеристику побољшамо, потребно је да другу карактеристику ослабимо. У пракси је пожељније да систем има ниске нивое бочних лобова него уску ширину главног снопа зрачења. У неким случајевима јављају се електромагнетне сметње на одређеним правцима. Оне штетно утичу на перформансу система и због тога је потребно да на тим правцима дијаграм зрачења има најмању могућу вредност. Тај процес смањења дијаграма зрачења по одређеним правцима назива се „постављање просторних нула“.

Проблем синтезе антенског низа се изучава више од пола века. Методе које се користе за синтезу антенског низа можемо да поделимо у две групе: егзактне методе за решавање овог проблема и метахеуристичке методе. Прво су се појавиле егзактне методе, али због

нелинеарности проблема ове методе се све ређе примењују. Највећа мана егзактних метода за решавање проблема синтезе антенског низа је што са порастом броја променљивих експоненцијално расте време доласка до решења. Развојем рачунара и њихове брзине рада све се више улажу напори у истраживању метахеуристичких метода. Метахеуристика је неегзактне метода која налази “добра” решења проблема у оквиру разумног времена.

У датој дисертацији приказан је нови приступ решавању проблема синтезе линеарног антенског низа, који користи метахеуристичку методу. Презентовани приступ даје добре резултате у разумном времену.

Такође, презентовани приступ може имати веома значајну улогу при дизајну линеарног антенског низа, јер због повећаног електромагнетског загађења, постављање нула на правцима са којих се појављују сметње има све већи значај код радара, сонара и бежичне комуникације. Овај приступ поред постављања нула, потискује и нивое бочних лобова у циљу избегавања интерференције са другим изворима зрачења.

Дисертација је организована на следећи начин:

Историјски развој антена, проблема линеарног антенског низа и њиховог решавања приказани су у првој глави. У другој глави је објашњен појам антене. Представљен је и линеарни антенски низ, његова структура и његове карактеристике које ће нам бити битне при решавању проблема синтезе линеарног антенског низа. У тој глави се формално дефинишу оптимизациони проблеми синтезе линеарног антенског низа који се разматрају у тези. У трећој глави је приказан општи проблем глобалне оптимизације и принципи његовог решавања, као и методе решавања које су имплементирани у програмском пакету Matlab. У глави четири су приказана оригинална истраживања. Разматран је проблем одређивања амплитуде побуде елемената антенског низа тако да максимум бочних лобова буде минималан. Предложена је нова метода за решавање овог проблема која је показала добре резултате при поређењу са другим постојећим методама. Поред овог проблема, разматран је и комплекснији проблем код кога се тражи да дијаграм зрачења има минимални ниво бочних лобова са уским или широким нулама на задатим правцима из којих се јављају сметње. Добијени резултати су упоређени са већ постојећим резултатима у

којима су се користиле друге метахеуристичке методе и установљено је да описан приступ даје боље резултате.

Кључне речи: Линеарни антенски низ, Фактор низа, Бочни лобови, Синтеза линеарног антенског низа, Метахеуристике, Оптимизација

Научна област: Операциона истраживања

Ужа научна област: Глобална оптимизација

ABSTRACT

The primary goals of this dissertation are: analysis of the linear antenna array; analysis of a method combining two searches for the linear antenna array synthesis; and the application of the method presented to the problems of the linear antenna array synthesis.

Antenna is a device used for sending (broadcasting) and receiving electromagnetic energy. The transmitter antenna converts the one-dimensional wave from the transmission structure into a three-dimensional spatial wave, directing energy in the desired direction (to the receiving antenna). The radiation pattern of a single element is relatively wide and with low values of directivity (gain). In many systems, there is a need for a radiation pattern that has a high values of directivity. The radiation pattern can be improved if we connect several small antennas. Configuration of interconnected antennas is called an antenna array. The radiation pattern of an antenna array with identical elements depends on: the geometry of the array, the excitation amplitude of elements, the phase of the elements of the array and the distance between the elements of the antenna array. The performance of communication systems depends on the design of the antenna array.

In telecommunication systems, it is preferable for a radiation diagram to have a narrow main beam in order to achieve high directivity, and to have a low side lobe level (i.e., unwanted radiation in an unwanted direction) in order to suppress interference from other systems. These two characteristics are in contrast, that is, if we want to improve one characteristic, it is necessary to weaken another characteristic. In practice, it is more desirable for a system to have a low side lobe level than a narrow main beam. In some cases, electromagnetic pollution occurs in certain directions. It has a detrimental effect on the system performance, and therefore it is necessary that the radiation pattern has the lowest possible value in these directions. This process of reducing the radiation diagram in certain directions is called the "placement of null".

The problem of antenna array synthesis has been studied for more than half a century. The methods used for antenna array synthesis can be divided into two groups: exact methods for solving this problem, and metaheuristic methods. Exact methods were the first to appear, but due to the non-linearity of the problem, the application of this method has later decreased. The biggest drawback of exact methods in solving the problem of antenna array synthesis is that, as the number of

variables increases exponentially, so increases the time of finding the solution. With the development of computers and their speed, efforts are increasingly being made to explore metaheuristic methods. Metaheuristics is a non-exact method that finds "good" solutions for a problem within a reasonable timeframe.

In this dissertation, a new approach is presented to solve the problem of linear antenna array synthesis, one which uses the metaheuristic method. The presented approach gives good results in a reasonable time.

Also, the presented approach can play a very important role in the design of the linear antenna array, because, due to the increased electromagnetic pollution, the placement of null on the directions from which the disturbances occur is of increasing importance in radar, sonar and wireless communication. In addition to the placement of null, this approach also suppresses side lobes levels in order to avoid interference with other sources of radiation.

This dissertation is organized as follows:

The historical development of the antennas, the problems of the linear antenna array synthesis are shown in the first chapter. The second chapter explains the concept of the antenna. A linear antenna array, its structure and its characteristics are presented, all of which will be important for solving the problem of the antenna arraysynthesis. This chapter outlines the optimization problems of the linear antenna series synthesis that are considered throughout the dissertation. The third chapter presents the general problem of global optimization and the principles of its solution, as well as the methods of solution implemented in the Matlab software package. In the chapter four, original research is presented. We consider the problem of determining the excitation amplitude of the antenna arrayelements so that the maximum of the side lobes is minimal. A new method for solving this problem has been proposed, which has shown good results in comparison with other, already existing methods. In addition to this problem, a more complex problem has also been considered, requiring the radiation diagram to have a minimum side lobe level with narrow or wide nulls on the given directions from which the interference occurs. The obtained results were compared with already existing results, for which other metaheuristic methods had been used, and it was established that the described approach obtains better results.

Key words: Linear antenna array, Array factor, Side lobe, Linear antenna array synthesis, Metaheuristics, Optimization

Scientific discipline: Operational research

Scientific subdiscipline: Global optimization

Садржај

1. Увод.....	1
2. Анализа линеарног антенског низа.....	4
2.1. Теорема о мултипликацији карактеристика.....	7
2.2 Карактеристике дијаграма зрачења	8
2.3. Оптимизациони проблеми синтезе линеарног антенског низа.....	14
3. Проблеми глобалне оптимизације и методе решавања	17
3.1. Проблем глобалне оптимизације	17
3.2. Методе решавања.....	22
3.2.1 Multistart приступ.....	24
3.2.2. Претраживање расејавањем (scatter search)	26
3.2.3. Генетски алгоритми	29
3.2.4. Оптимизација ројем честица	33
3.2.5. Cat swarm optimization.....	35
4. Нови хеуристички приступ за израчунавање проблема синтезе линеарног антенског низа	38
4.1. Синтеза антенског низа коришћењем комбинације две оптимизационе претраге	38
4.2. Потискивање бочних лобова и постављање нула на жељеним правцима	44
4.2.1. Потискивање бочних лобова и постављање нула на жељеним правцима без узајамног балансирања	44
4.2.2. Потискивање бочних лобова и постављање нула на жељеним правцима коришћењем тежинских коефицијената.....	51
5. Закључак.....	58
Литература.....	59
Биографија аутора	65

1. Увод

Guglielmo Marconi је 1896. године, пред Лондонским збором демонстрирао бежичну комуникацију путем електромагнетских таласа. Пет година касније, 12. децембра 1901. године у 4:30 успешно је примио прву трансатланску поруку (видети [51]) од његовог асистента из Енглеске. Порука је била слово ‘S’ кодирано Морзеовом азбуком. Пријемна антена је била жица од двеста метара која је била везана за балон. Тај моменат представља рађање области радиокомуникација. Колумбија универзитет¹, 1906. године врши експеримент у коме је антена за слање била у облику кавеза. Од тог тренутка почиње развој дизајна антена у области радиокомуникација.

Примери разних врста антена и датуми њихових проналазака су дати у следећој листи:

- *Yagi-Uda Antenna* (1920);
- *Horn Antennas* (1939);
- *Antenna Arrays* (1940);
- *Parabolic Reflectors* (почетак 1950-тих);
- *Patch Antennas* (средина 1970-тих);
- *PIFA* (средина 1980-тих).

Антена у облику антенског низа, који је предмет истраживања ове дисертације, први пут је уведена у војној индустрији 1940. године. Са везивањем више малих антена у једну структуру добијен је бољи дијаграм зрачења од дијаграма зрачења једне антене. Велика предност линеарног антенског низа је што можемо да усмеримо главни сноп зрачења без физичког померања антене. Антенски низ има примену у радарским системима, у комуникацији са свемирским летелицама, руковођењем пројектилима, мобилној мрежи, слање телевизиских сигнала и тд...

Жељени дијаграм зрачења се може добити променом:

- амплитуда побуде елемената антенског низа;

¹ <http://www.w2aee.columbia.edu/history/antenna-history.html>

- фазе побуде антенског низа;
- структуре геометријског низа;
- растојања између елемената антенског низа.

Прву егзактну методу за дизајн антенског низа представио је Schelkunoff 1943. године (видети [4]). Код дијаграма зрачења јављају се бочни лобови који представљају нежељено зрачење у нежељеним правцима. Један од најважнијих захтева код дизајна антенског низа је потискивање врхова бочних лобова. Dolph је 1946. године представио методу која решава проблем потискивања бочних лобова. Ова метода се зове Dolph-Chebyshev-љева метода (видети [3], [8], [14], [21]), јер користи карактеристике Чебишевљевих полинома. Метода је постала популарна због могућности да корисник унесе жељени ниво бочних лобова. Код ове методе се добија оптимални ниво бочних лобова за најужу могућу ширину главног зрака. Метода се користи само ако је растојање између елемената $\frac{\lambda}{2}$, где је λ таласна дужина. Riblet је 1947. године показао да уз помоћ тежинских коефицијената Dolph-Chebyshev-љева метода може да се примени и на линеарни антенски низ код кога је растојање између елемената мање од $\frac{\lambda}{2}$ (за детаљније погледати [52]). Међутим, ова метода може да се примени само за линеарни антенски низ са непарним бројем елемената. Покушано је са решавањем проблема потискивањем бочних лобова за линеарни антенски низ који нема изотропне елементе преко Dolph-Chebyshev-љеве методе, али проблем није решен (видети [53]).

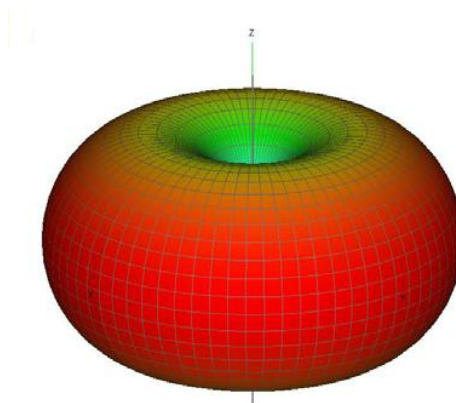
Истраживање метода синтезе антенског низа по растојању између елемената антенског низа до скоро је било занемарено. Разлог лежи у математичкој комплексности за проналажење оптималног решења за позицију и фазу елемената антенског низа. Захваљујући развоју рачунара и њихове брзине рачунања, синтеза антенског низа преко оптимизације растојања елемената антенског низа је могућа и све се више користи. Од пре неких десетак година све се већи акценат ставља на примену Метакхеуристичких метода за решавање ових проблема. Метакхеуристичке методе полако потискују егзактне методе због своје временске ефикасности. Код егзактних метода, време потребно за проналажење оптималног решења експоненцијално расте са порастом броја елемената антенског низа. Поред утрошеног

времена, постоји предност и у флексибилности. Метакхеуристичке методе су веома флексибилне и могу се применити на различите проблеме дизајна антенског низа. Дизајн антенског низа коришћењем егзактних метода се до сада заснивао на налажењу амплитуда побуде линеарног антенског низа, док код метакхеуристичких метода дизајн можемо засновати по сваком параметру засебно, у комбинацији неколико њих или по свим параметрима у исто време.

2. Анализа линеарног антенског низа

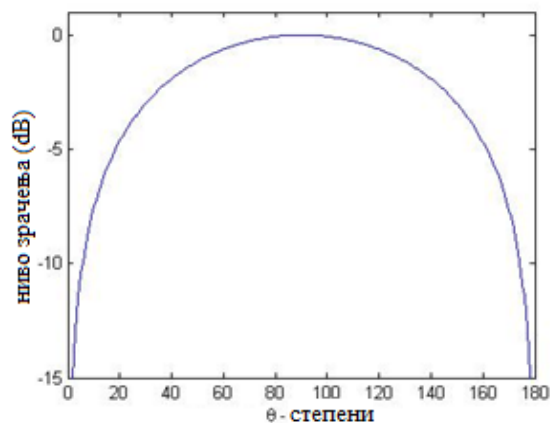
Антиена је уређај који служи за слање (емитовање) и пријем електромагнетне енергије. Одашиљачка антиена претвара једнодимензиони талас из преносне структуре у тродимензиони просторни талас, усмеравајући при томе енергију у жељеном правцу.

У експериментима представљеним у датој дисертацији коришћене су изотропне антене. Изотропна антиена равномерно зрачи у свим смеровима простора. Изотропна антиена само постоји у теорији и користи се само за упоређивање. Карактеристике зрачења могу да се прикажу у просторном координатном систему. Површинска карактеристика зрачења назива се дијаграм зрачења. Дијаграм зрачења је дефинисан као математичка функција или графичка репрезентација карактеристика зрачења антене у зависности од просторних координата. Дијаграм зрачења може се представити у поларном или правоугаоном координатном систему. Уобичајено је да се смер главног зрачења (главни сноп зрачења) означи са 0° или 90° . У овој дисертацији је узето да главни сноп зрачења буде на смеру 90° . У већини случајева дијаграм зрачења се нормализује у односу на максималну вредност зрачења. Поред тога, дијаграм зрачења се често приказује у логаритамској скали у јединици децибел (dB). Логаритамска скала је пожељнија, зато што су преко ње боље изражени делови са малим вредностима.



Слика 1. Дијаграм зрачења једне антене у тродимензионалном простору

Због једноставности, дијаграм зрачења се приказује у дводимензионалном простору као на слици 2. Слика 2 представља функцију зрачења у односу на координату правца простирања таласа.



Слика 2. Дводимензионални дијаграм зрачења

Величина антене и растојање између антена се представља у зависности од таласне дужине. На пример, полуталасни дипол има дужину једнаку пола таласне дужине λ . Таласна дужина представља растојање када радио талас направи један период. Таласна дужина се рачуна на следећи начин:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1)$$

где је:

- c брзина светлости $299.792.458 \text{ m/s}$
- f фреквенција таласа.

Код система са једном антенном дијаграм зрачења је широк и има малу вредност усмерености. У многим системима јавља се потреба за дијаграмом зрачења који је ужи и има високу вредност усмерености. То може да се постигне повећањем величине антене. Постоји и други начин којим бисмо избегли повећавање физичких димензија једне антене. Неколико малих антена може да се распореди у простору и међусобно повеже да би се добила иста перформанса као код једне велике антене. Конфигурација која се састоји од неколико елемената који емитују зрачење назива се антенски низ и она може имати бољу усмереност, квалитетнији и јачи сигнал који се шаље пријемној антени. Таква конфигурација има велику примену у сателитској, мобилној и радарској комуникацији.

Перформанса комуникационог система који користи антенски низ зависи од дизајна антенског низа. Дијаграм зрачења антенског низа можемо подешавати преко следећих параметара:

1. Геометријска конфигурација целокупног антенског низа;
2. Растојање између елемената низа;
3. Амплитуда побуде сваког појединачног елемента низа;
4. Фаза побуде сваког појединачног елемента низа;
5. Дијаграм зрачења сваког појединачног елемента низа.

Избором одговарајућег параметара можемо добити жељени дијаграм зрачења који ће побољшати перформансе комуникационог система.

Према геометријској конфигурацији антенске низове можемо да класификујемо на следећи начин (за детаљније погледати [1] и [2]):

1. *Линеарни антенски низ* – елементи антенског низа су распоређени дуж праве линије;
2. *Планарни антенски низ* - елементи антенског низа су распоређени по планарној површи (један од примера је троугаони антенски низ);
3. *Просторна структура* – елементи антенског низа су распоређени по некој непланарној површини.

Линеарни антенски низ је најчешће присутан у пракси. Елементи код линеарног антенског низа су распоређени дуж праве линије. Елементи могу да буду распоређени са једнаким или различитим међусобним растојањем. Када су елементи антенског низа распоређени по планарној површи тада се антенски низ назива планарни антенски низ. Примери планарних антенских низова су троугаони и кружни антенски низови. Код троугаоног антенског низа елементи су постављени у облику троугла на некој површи, а код кружног антенског низа по кружници. Просторна структура антенског низа је најмлађа геометријска конфигурација антенског низа. Елементи низа код ове конфигурације су, као што је већ речено распоређени по некој непланарној површи, на пример по површи авиона или ракете.



Слика 3. Примери линеарног, кружног и троугаоног антенског низа

2.1. Теорема о мултипликацији карактеристика

Дијаграм зрачења антенског низа који се састоји од идентичних елемената антенског низа, а који се налази на великом растојању од предајне антене, можемо добити преко *теореме о мултипликацији карактеристика* (енгл. *pattern multiplication theorem*) (видети, на пример, главу 6 из [1], [15], главу 3 из [3], главу 20 из [2]):

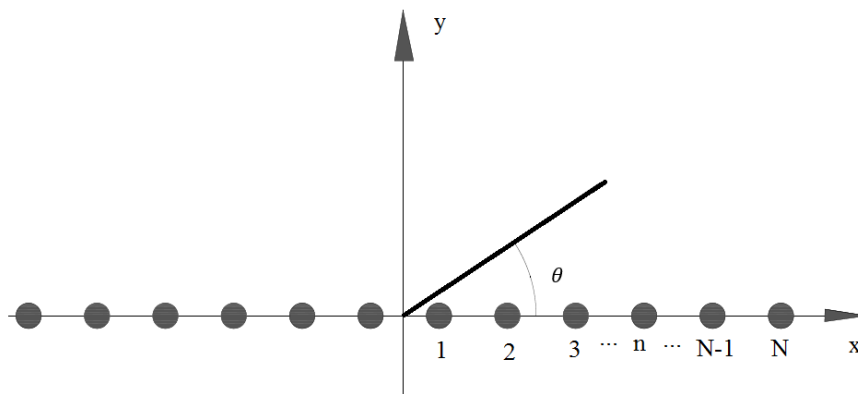
Дијаграм зрачења антенског низа је једнак производу *Карактеристичне функције антенског елемента* и *Фактора низа*.

Карактеристична функција антенског елемента представља дијаграм зрачења једног елемента низа који би се налазио у центру система (на пример, дипол, хорн...).

Фактор низа је функција која зависи од физичког растојања између елемената низа, амплитуде и фазе побуде за сваки елемент низа.

Из *теореме о мултипликацији карактеристика* можемо закључити да жељени дијаграм зрачења можемо добити мењањем параметара функције фактора низа. Односно, жељени дијаграм зрачења антенског низа можемо добити одређеним избором параметара функције фактора низа.

Предмет истраживања ове тезе је линеарни антенски низ, тј. посматрана је функција фактора низа само за линеарни антенски низ. У пракси се најчешће користи линеарни антенски низ са парним бројем елемената. Његова графичка репрезентација је приказана на слици 4.



Слика 4. Графичка репрезентација линеарног антенског низа са $2N$ елемената

Функција фактора низа AF_{2N} код линеарног антенског низа са неуниформним растојањем између $2N$ елемената и различитим побудама сваког елемента чија је графичка репрезентација приказана на слици 4 је следећег облика (видети главу 6 из [1], [2], главу 3 из [3], [15], [17], [22]):

$$AF_{2N}(I, d, \theta, \varphi) = 2 \cdot \sum_{n=1}^N I_n \cos[kd_n \cos \theta + \varphi_n], \quad (2)$$

где је I_n амплитуда побуде n -тог елемента антенског низа, φ_n фаза n -тог елемента антенског низа, d_n растојање n -тог елемента антенског низа од центра система, θ правац простирања таласа и $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ где је λ таласна дужина. Потребно је нагласити и да за сваки елемент антенског низа важи $I_i = I_{-i}$, $d_i = d_{-i}$ и $\varphi_i = \varphi_{-i}$ за $i = 1, 2, \dots, N$.

Уколико заменимо сваки елемент антенског низа са изотропним тачкастим извором, (изотропни тачкасти извор је хипотетичка антена која се налази у простору и зрачи униформно у свим правцима), дијаграм зрачења антенског низа ће бити једнак фактору низа, односно вредности функције (2), (за детаљније погледати главу 6 из [1], [15], главу 3 из [3] и главу 20 из [2], [17]). Овај приступ нам је поједноставио функцију која је коришћена у оптимизационим проблемима који се решавају у овој тези. Поред тога, тачкасти извори могу репрезентовати многе друге врсте антена, што је веома добро при математичком приступу решавању за њих везаних проблема.

2.2 Карактеристике дијаграма зрачења

Дијаграм зрачења (видети слику 5) можемо поделити по лобовима и то на: главни сноп зрачења и бочне лобове.

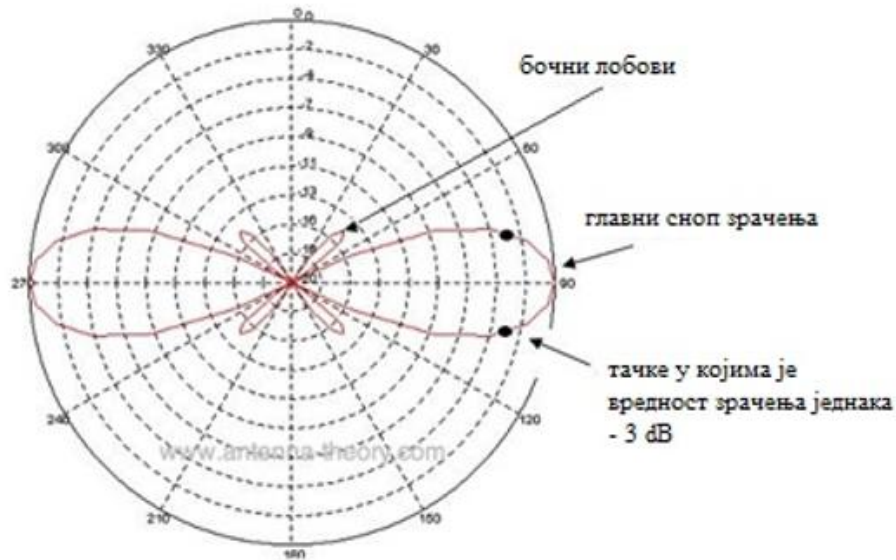
Главни сноп зрачења (енгл. Main beam) је лук који садржи максималну вредност зрачења и представља зрак од интереса.

Бочни лобови су сви мањи таласи који се налазе у околини главног снопа зрачења. Бочни лобови нису пожељни и представљају нежељено зрачење у нежељеном правцу које не можемо да елиминишемо. Циљ дизајнирања антенских низова је да се нивои бочних лобова што више потисну. Ниво бочних лобова SLL се рачуна као апсолутна вредност количника

максималне вредности нивоа бочних лобова и максималне вредности зрачења главног снопа зрачења.

$$SLL = \frac{|\text{максимална вредност нивоа бочних лобова}|}{|\text{максимална вредност главног снопа зрачења}|} \quad (3)$$

Пожељно је да ниво бочних лобова буде што мањи.



Слика 5. Дијаграм зрачења у поларном координатном систему

Ширина главног снопа зрачења се дефинише као угаони опсег између двеју идентичних тачака (истог интензитета зрачења) на супротним странама главног снопа зрачења. Ширина главног снопа зрачења има важну улогу при синтези антенског низа због своје обрнуте пропорционалности са нивоом бочних лобова.

Ширина зрака између првих нула главног снопа зрачења је угаони опсег између тачака у коме дијаграм зрачења достиже нулу или тежи негативној бесконачности (уколико користимо логаритамску скалу). Она се израчуна на следећи начин:

$$BWFN = |\theta_{FN \text{ left}} - \theta_{FN \text{ right}}|, \quad (4)$$

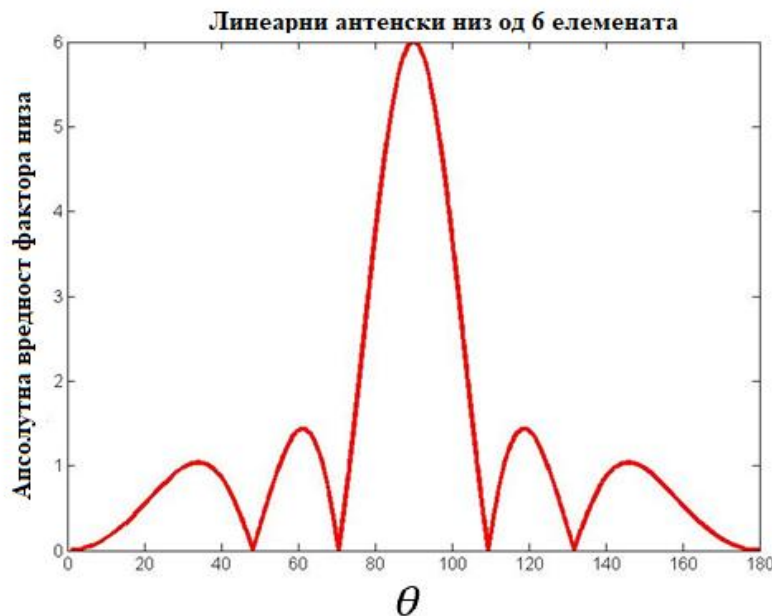
где је $\theta_{FN\ left}$ правац простирања таласа са леве стране главног снопа зрачења у коме главни сноп зрачења достиже нулу, а $\theta_{FN\ right}$ правац простирања таласа са десне стране главног снопа зрачења у коме главни сноп зрачења достиже нулу.

Пример 1. Нека је дат линеарни низ са $2N=6$ елемената код кога је амплитуда I_n за сваки елемент једнака јединици, фаза за сваки елемент једнака нули и растојање између елемената униформно и једнако $\frac{\lambda}{2}$, односно растојање n -тог елемената антенског низа од центра система је $d_n = \frac{(2n-1)}{2} \cdot \frac{\lambda}{2}$. Фактор низа у овом случају ће бити следећег облика:

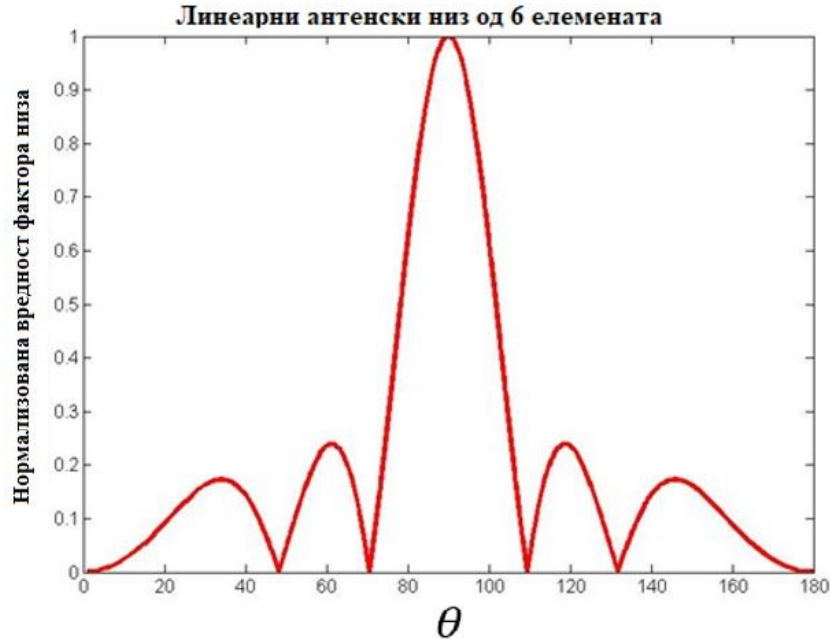
$$AF_6(\theta) = 2 \cdot \sum_{n=1}^3 I_n \cos\left(\frac{(2n-1)}{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \cos\theta\right) = 2 \cdot \sum_{n=1}^3 \cos\left(\frac{(2n-1)}{2} \cdot \pi \cdot \cos\theta\right). \quad (5)$$

На слици 6 је приказана функција апсолутне вредности фактора низа у зависности од правца простирања таласа θ , где од $\theta \in [0, \pi]$.

Са слике 6 можемо закључити да се максимална вредност $AF_6(\theta)$ постиже за $\theta = \pi/2$ и једнака је суми амплитуда за сваки елемент антенског низа, тј. $2 \cdot \sum_{n=1}^3 I_n = 6$. Лоб који се постиже у правцу $\theta = \pi/2$ представља главни сноп зрачења. Лобове са леве и десне стране главног снопа зрачења називамо бочним лобовима. У пракси је потребно да главни сноп зрачења има што већу вредност у односу на бочне лобове.



Слика 6. Фактор низа за пример 1



Слика 7. Нормализовани фактор низа

Фактор низа AF_{2N} може се у општем случају посматрати као функција од правца простирања таласа θ и означити са $AF_{2N}(\theta)$. На слици 6 се види да се $\max_{\theta} |AF_{2N}(\theta)|$ достиже за $\theta = \pi/2$, а максимална вредност $|AF_{2N}(\theta)|$ је једнака $2 \sum_{i=1}^N I_i$.

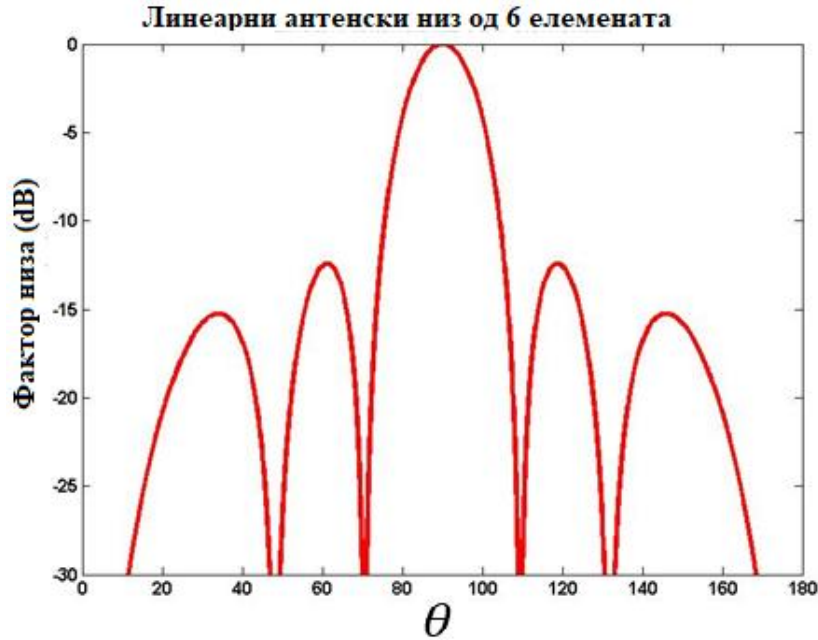
Једна од битних вредности у проблемима синтезе линеарног антенског низа је нормализована вредност фактора низа, слика 7. Она се добија на следећи начин:

$$AF_{2N}(\theta)_{\text{норм}} = \frac{|AF_{2N}(\theta)|}{|AF_{2N}(90^\circ)|} \quad (6)$$

У поступцима обраде и преноса сигнала често се користе логаритамске скале. У овом случају уместо нормализоване вредности фактора низа користи се њен логаритам, чија је јединица децибел (dB)

$$AF_{2N}(\theta)_{dB} = 20 \log \frac{|AF_{2N}(\theta)|}{|AF_{2N}(90^\circ)|} \quad (7)$$

Фактор низа се најчешће представља у децибелима, односно израчунава се преко израза (7), слика 8. Главни разлог коришћења логаритамске скале лежи у томе што се преко логаритамске скале боље изражавају мале вредности.



Слика 8. Нормализовани фактор низа у децибелима

Ако посматрамо слику 6, можемо приметити да функција $|AF_{2N}(\theta)|$ није конвексна и има неколико локалних максимума. Највећи локални максимум је глобални максимум за $\theta = \pi/2$ и одговара врху главног снопа зрачења.

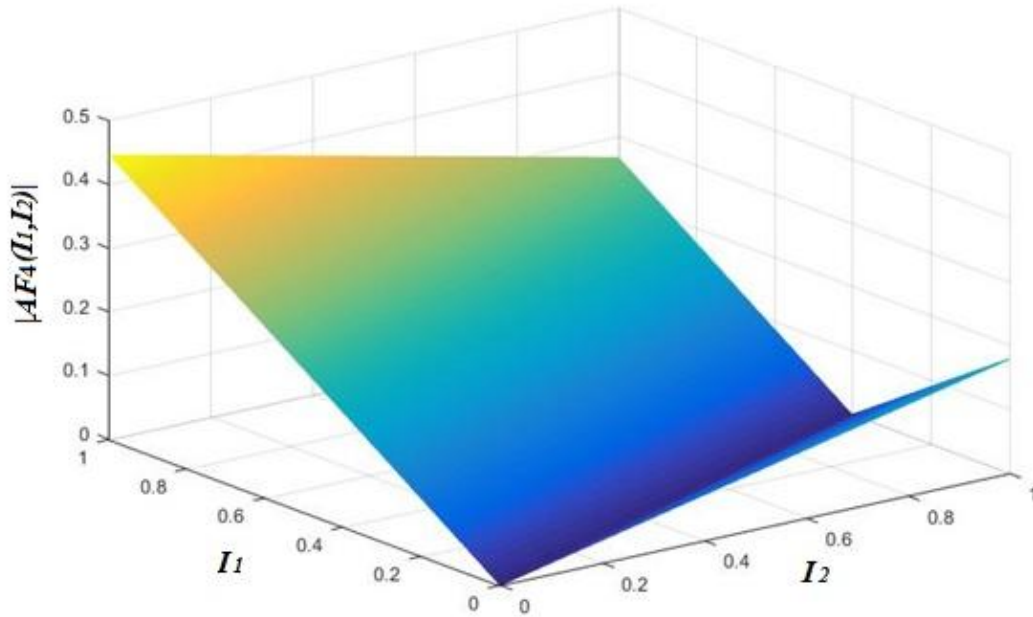
Испитајмо сада експериментално зависност фактора низа $|AF_{2N}|$ од низа амплитуда I_1, I_2, \dots, I_N , као и од растојања d_1, d_2, \dots, d_n .

Посматрајмо функцију фактора низа од $2N=4$ елемента

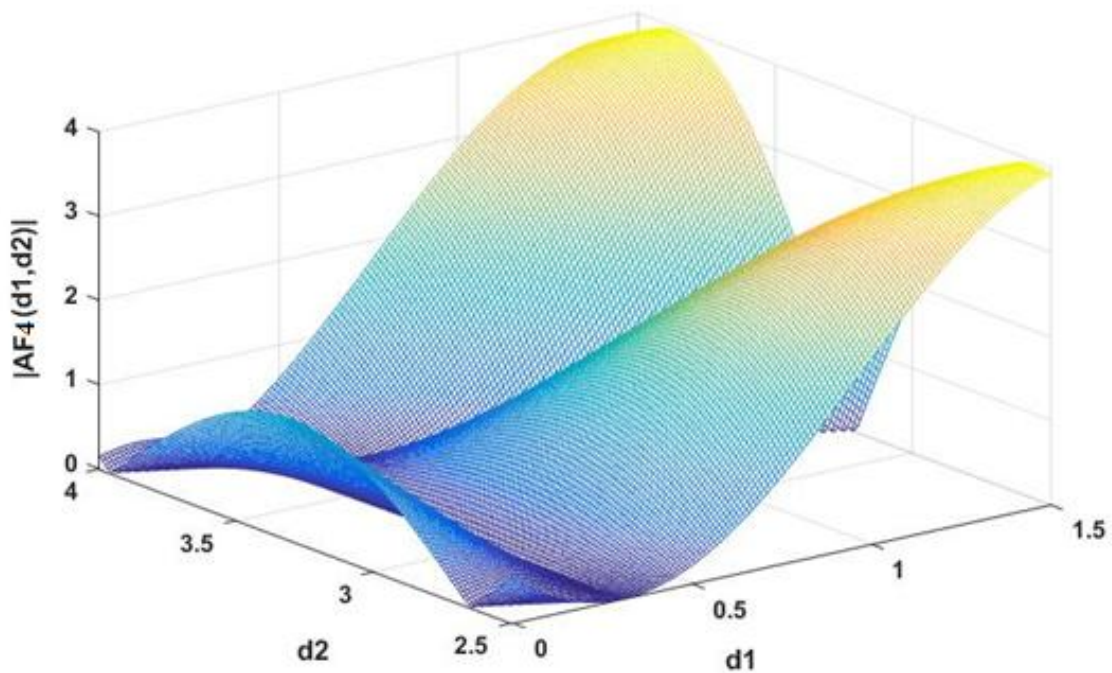
$$AF_4(I, d, \theta) = 2 \cdot \sum_{n=1}^2 I_n \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot d_n \cdot \cos \theta\right). \quad (8)$$

Зависност функције $|AF_4(I, d, \theta)|$ од амплитуда I_1 и I_2 за $\theta = 40^\circ$ и $d_n^* = \frac{(2n-1)}{2} \cdot \frac{\lambda}{2}$, $n = 1, \dots, N$ приказана је на слици 9.

Са слике 9 можемо приметити да функција фактора низа $|AF_4(I, d^*, 40)|$ има један локални минимум који је уједно и глобални минимум који се налази у тачки $(0,0)$. Бојни лоб у тачки $(0,0)$ ће имати најмању могућу вредност. Са смањењем побуда I_1 и I_2 смањујемо и вредност функције фактора низа што је непожељно, а самим тим ће ниво бојног лоба бити једнак нули. Уједно је и главни снап зрачења једнак нули, што је такође непожељно. Да би се ово избегло може се ограничити претрага по околини амплитуде побуде I_n што ће детаљније бити објашњено у следећем поглављу.



Слика 9. Фактор низа у зависности од амплитуде побуде



Слика 10. Фактор низа у зависности од растојања елемената антенског низа од центра система

У пракси се јавља случај када се поред потискивања бочних лобова јавља потреба и за постављањем нула на задатим правцима. У том случају проблем се решава одређивањем растојања елемената антенског низа од центра система.

Зависност функције $|AF_4(I, d, \theta)|$ од амплитуда d_1 и d_2 и $I_1^* = 1$ и $I_2^* = 1$ приказана је на слици 10.

Можемо приметити да функција није конвексна и да има два локална оптимума. Одатле можемо закључити да ће за комплексне проблеме постојати више локалних оптимума и за њихово налажење ће бити прикладније коришћење глобалне претраге.

2.3. Оптимизациони проблеми синтезе линеарног антенског низа

Из претходног одељка можемо закључити да функција фактора низа AF_{2N} (дефинисана преко (2)) зависи од амплитуда побуде, фаза побуде, растојања између елемената антенског низа и правца простирања таласа, тј. може се приказати као $AF_{2N}(I, d, \theta, \varphi)$.

Неки од основних захтева при дизајнирању антенског низа су:

1. потискивање нивоа бочних лобова;
2. постављање уских или широких просторних нула на правцима из којих долазе сметње;
3. уска ширина главног снопа зрачења.

Оптимизациони проблем потискивања нивоа бочних лобова може да се дефинише на следећи начин (погледати [7], [9], [10]):

$$\min_I \max_{\theta} (AF_{2N}(I, \theta)_{norm}) \quad (9)$$

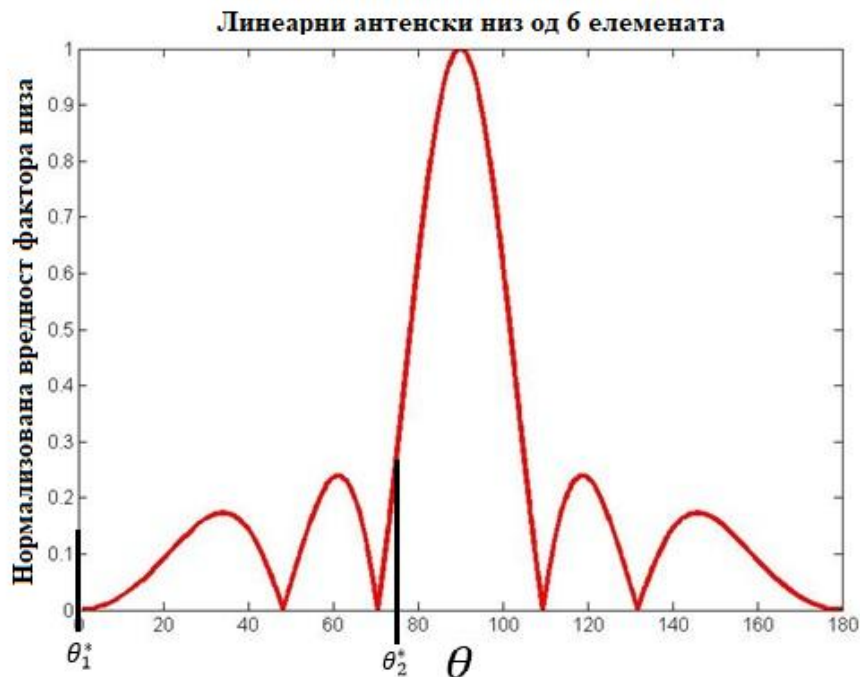
при ограничењима:

$$\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*, \quad (10)$$

$$0 < I_n \leq 1, \quad n = 1, \dots, N. \quad (11)$$

$|AF_{2N}(I, \theta)|$ означава функцију $|AF_{2N}(I, d, \theta, \varphi)|$ за фиксиране вредности параметара φ_n и d_n (најчешће се користе вредности $\varphi_n = 0$ и $d_n = \frac{(2n-1)}{2} \cdot \frac{\lambda}{2}$, $n = 1, \dots, N$). Да би се избегло ширење главног снопа зрачења, потискивање бочних лобова обављано је на региону између задатих углова θ_1^* и θ_2^* , као на слици 11. Вредности θ_1^* и θ_2^* се бирају тако да је $\theta_1^* \leq \theta_2^*$ и $\theta_1^*, \theta_2^* \in (0, \pi/2)$, да се не би потискивао главни снап зрачења. Можемо рећи да је на N -димензионалном интервалу $(0,1]^N$ потребно наћи вектор амплитуде побуда елемената антенског низа за који се постиже минимална вредност максимума бочних лобова на

региону између углова θ_1^* и θ_2^* . Другим речима $\max_{\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*} (|AF_{2N}(I, \theta)|)$ представља реалну функцију по $I \in (0,1]^N$ чији се минимум постиже у I^* .



Слика 11. Приказ задатих углова θ_1^* и θ_2^* на нормализованој вредности фактора низа

У пракси се појављују електромагнетне сметње које долазе из унапред познатих правца. Да бисмо избегли дате сметње потребно је поставити нуле на тим правцима, односно потребно је да на тим правцима дијаграм зрачења има најмању могућу вредност. Проблем синтезе антенског низа код кога је потребно да се потисну бочни лобови и поставе нуле на задатим правцима може да се реши на два начина:

1. Потребно је наћи вредност вектора амплитуда I побуде који даје дијаграм зрачења са минималним нивоом максимума бочних лобова и најнижим нулама на задатим правцима;
2. Потребно је наћи позиције елемената d антенског низа које дају дијаграм зрачења са минималним нивоом максимума бочних лобова и најнижим нулама на задатим правцима.

Функција циља за оба проблема за фиксиране вредности параметара φ_n , $n = 1, \dots, N$ је следећег облика:

$$F(I, d, \theta) = \max_{\theta} (AF_{2N}(I, d, \theta)_{norm}) + \sum_l AF_{2N}(I, d, \theta_l)_{norm}, \quad (12)$$

где су $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ задати правци на којима се појављују сметње. Први сабирак у једнакости има задатак да потисне бочне лобове на региону између углова θ_1^* и θ_2^* , док други сабирак има задатак да постави нуле на задатим правцима $\theta_l, \theta_l \in (0, \pi/2), l = 1, 2, \dots, m$.

Због тих захтева могу се формулисати следећа два оптимизациона проблема (за детаљније погледати [10], [47, 48, 49], [56]).

Први проблем је следећег облика:

$$\min_{\theta} \left(\max_{\theta} (AF_{2N}(I, \theta)_{norm}) + \sum_l AF_{2N}(I, \theta_l)_{norm} \right) \quad (13)$$

при ограничењима:

$$\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*, \quad (14)$$

$$0 < I_n \leq 1, \quad n = 1, \dots, N, \quad (15)$$

где су $\varphi_n, d_n, n = 1, \dots, N$ фиксирани. Вредности θ_1^* и θ_2^* се бирају тако да је $\theta_1^*, \theta_2^* \in (0, \pi/2)$, да се не би потискивао главни сноп зрачења, док се са ограничењем (15) контролише вредност амплитуде побуде.

Други проблем је облика:

$$\min_d \left(\max_{\theta} (AF_{2N}(d, \theta)_{norm}) + \sum_l AF_{2N}(d, \theta_l)_{norm} \right) \quad (16)$$

при ограничењима:

$$\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*, \quad \theta \in \mathbb{R}, \quad (17)$$

$$|d_i - d_j| > 0.25\lambda, \quad i < j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

$$d_i > 0.125\lambda, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (19)$$

где су $\varphi_n, I_n, n = 1, \dots, N$ фиксирани (најчешће се користе вредности $\varphi_n = 0$ и $I_n = 1, n = 1, \dots, N$). Ограничења овог проблема се разликују у односу на проблем (13)-(15). Ограничења (18) и (19) су постављена да би се избегла појава *grating lobes* (за детаљније погледати главу 6 из [1], главу 3 из [3], главу 20 из [2]).

Проблем (13)-(15) се ретко појављује у пракси, па га у раду нећемо разматрати. Овде се предлаже хеуристички приступ за решавање проблема (9)-(11) и (16)-(19).

3. Проблеми глобалне оптимизације и методе решавања

Глобална оптимизација је поље примењене математике које се бави налажењем екстремних (оптималних) вредности функција на скуповима тачака која могу да задовољавају нека ограничења. Овакви скупови се зову допустивим скуповима, а тачке тих скупова допустивим тачкама или решењима.

3.1. Проблем глобалне оптимизације

Општи облик проблема глобалне оптимизације може да се представи на следећи начин (за више погледати [24], [26], [57]):

$$\min_x f(x) \quad (20)$$

при ограничењу

$$x \in S, \quad (21)$$

где је:

- $f(x)$ функција циља $f: S \rightarrow \mathbb{R}$,
- S допустив скуп свих могућих решења.

Елементи допустивог скупа S су n -торке реалних бројева $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, тј. $S \subseteq \mathbb{R}^n$. Решење проблема (20) - (21) се назива оптимално решење (оптимум) које се најчешће означава са x^* .

Да би неко допустиво решење x^* овог проблема било оптимално решење мора бити задовољено:

$$f(x^*) \leq f(x), \text{ за свако } x \in S. \quad (22)$$

Оптимално решење не мора да буде јединствено, тј. може да постоји више решења x^* која задовољавају (22). Такође, постоје и случајеви када проблем (20)-(21) нема оптималног решења на допустивом скупу S . Оптимално решење се може звати и глобалним оптимумом. Вредност функције циља која одговара оптималном решењу назива се оптимална вредност функције циља.

Генерални облик проблема глобалне оптимизације је представљен у облику минимизације, али у многим проблемима потребно је наћи максималну вредност функције у односу на ограничења, односно проблем се може формулисати у следећем облику:

$$\max_x f(x) \quad (23)$$

при ограничењу

$$x \in S. \quad (24)$$

У том случају проблем максимизације се може свести на проблем минимизације тако што тражимо минимум функције циља $-f(x)$. Због тога можемо рећи да је проблем максимизације (23) - (24) еквивалентан следећем проблему минимизације:

$$\min_x \{-f(x)\} \quad (25)$$

при ограничењу

$$x \in S. \quad (26)$$

Пре преласка на детаљније објашњење проблема глобалне оптимизације и неких његових класа, потребно је да дефинишемо шта су локални и глобални оптимум (детаљније о локалном и глобалном оптимуму погледати [24], [26] и [27]).

За тачку x^* кажемо да је локални минимум функције f на скупу S ако постоји $\delta > 0$ тако да је (видети [24] и главу 5 из [26])

$$f(x^*) \leq f(x) \text{ за свако } x \in S \text{ такве да је } \|x - x^*\| < \delta, \quad (27)$$

где је $\| \cdot \|$ нека дефинисана норма на скупу S . (Ако је $S \subseteq R^n$, тада $\| \cdot \|$ може бити Еуклидска норма).

За тачку x^* кажемо да је строги локални минимум функције f на скупу S ако постоји $\delta > 0$ тако да је (видети [24] и главу 5 из [26])

$$f(x^*) < f(x) \text{ за свако } x \in S \text{ такве да је } \|x - x^*\| < \delta. \quad (28)$$

За тачку x^* кажемо да је глобални минимум функције f на скупу S ако важи:

$$f(x^*) \leq f(x) \text{ за свако } x \in S. \quad (29)$$

За тачку x^* кажемо да је строги глобални минимум функције f на скупу S ако важи:

$$f(x^*) < f(x) \text{ за свако } x \in S. \quad (30)$$

У случају када је функција $f(x)$ нелинеарна, она може да има више локалних минимума, при чему њен најбољи локални минимум (тј. минимум коме одговара најмања вредност функције $f(x)$) представља њен глобални минимум.

Проблеми глобалне оптимизације се врло често јављају у облику проблема нелинеарног програмирања који се може приказати као

$$\min f(x) \tag{31}$$

при ограничењима:

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m, \tag{32}$$

где су:

- $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ функција циља;
- $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, m,$ функције ограничења;
- x променљива облика (x_1, x_2, \dots, x_n) , тј. $x \in \mathbb{R}^n$.

Метод нелинеарног програмирања се баве теоријском карактеризацијом и методама за налажење локалних минимума проблема (31) – (32) (видети [28]). Уколико је допустив скуп ограничен и постоји глобални минимум функције $f(x)$, он може да се добије претраживањем свих њених допустивих локалних минимума. У пракси је овакав начин налажења глобалног минимума врло редак. Разлог лежи у комплексности проблема и времену које треба утрошити до налажења глобалног решења. Зато се глобални минимум проблема (31) – (32) налази коришћењем метода глобалне оптимизације које комбинују хеуристичке методе са методама нелинеарног програмирања.

За распознавање да ли је неки проблем облика (31) – (32) “тежак” или “лак” за решавање, битан је често услов конвексности (видети [25]). Главна особина конвексних проблема јесте, да је локални оптимум уједно и глобални оптимум, док код неконвексних проблема то не мора да важи. Пре дефинисања проблема конвексног програмирања дефинисаћемо појам конвексне функције и конвексног скупа (за детаљније погледати [24], [26, 27, 28]).

Скуп $S \subseteq \mathbb{R}^n$ је конвексан ако за сваке две тачке тог скупа дуж између њих у потпуности припада скупу S , тј. за свако $x, y \in S$ и за свако $\lambda \in [0,1]$ важи

$$(\lambda x + (1 - \lambda)y) \in S. \quad (33)$$

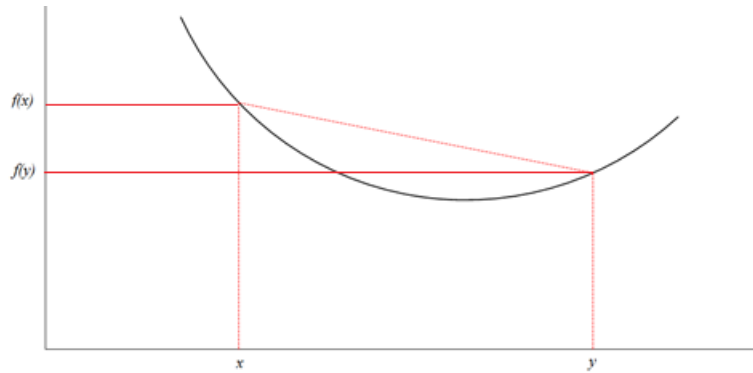
Функција $f : S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow X$ је конвексна на скупу S ако за свако $x, y \in S$ и за свако $\lambda \in [0,1]$ важи :

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y). \quad (34)$$

То значи да вредност функције f лежи испод праве која пролази кроз тачке $(x, f(x))$ и $(y, f(y))$ за свако $x, y \in S$, видети слику 12.

Функција $f : S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow X$ је строго конвексна на скупу S ако за свако $x, y \in S, x \neq y$, и за свако $\lambda \in (0,1)$ важи :

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) < \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y). \quad (35)$$



Слика 12. Конвексна функција

Ове две дефиниције су веома битне, јер је сваки локални оптимум конвексне функције на неком конвексном скупу такође и глобални оптимум на том скупу.

Сада се проблем конвексног програмирања може представити на следећи начин:

$$\min f(x) \quad (36)$$

при ограничењима:

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (37)$$

где су:

- $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ функција циља конвексна на скупу \mathbb{R}^n ;
- $g_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, m$, функције ограничења конвексне на скупу \mathbb{R}^n ;
- x променљива облика (x_1, x_2, \dots, x_n) , тј. $x \in \mathbb{R}^n$.

Сваки локални минимум проблема (36)-(37) уједно је и глобални минимум овог проблема што олакшава његово решавање, јер се налажење његовог глобалног минимума своди на налажење било ког његовог локалног минимума.

Навешћемо овде неопходне услове које треба да задовољава неко $x^* \in \mathbb{R}^n$ да би био локални минимум проблема нелинеарног програмирања (31) – (32). Ови услови су исказани у значајној Kuhn-Tucker теореме (видети за детаљније [25, 26, 27, 28]).

Нека је x^* локални минимум проблема (31) - (32) и нека је $\{\nabla g_i(x^*), i \in I\}$ скуп линеарно независних вектора, где је $I = \{i \in \{1, 2, \dots, n\} | g_i(x^*) = 0\}$. Тада постоји $\lambda^* \in \mathbb{R}^m$ тако да важи:

- 1) $\nabla f(x^*) + \sum_{i \in I} \lambda_i^* \cdot \nabla g_i(x^*) = 0$;
- 2) $\lambda_i^* \cdot g_i(x^*) = 0, i = 1, \dots, m$;
- 3) $\lambda^* \geq 0$;
- 4) $g_i(x^*) \leq 0$.

Када су функција циља $f(x)$ и функције ограничења $g(x)$ конвексне на \mathbb{R}^n , услови 1) - 4) су и довољни услови да x^* буде локални минимум проблема (36) - (37).

Обзиром да је код конвексног програмирања сваки локални оптимум и глобални, важи:

Нека су функције f, g_1, \dots, g_m диференцијабилне и конвексне на \mathbb{R}^n . Тада је x^* глобални минимум проблема (36) - (37) ако и само ако постоји $\lambda^* \in \mathbb{R}^m$ тако да важе услови 1) - 4).

Kuhn-Tucker-ови услови не гарантују глобални оптимум у случајевима када нека од ових функција није конвексна. Генерално гледано, проблем глобалне оптимизације може имати велики број локалних оптимума, које је понекад немогуће све претражити у разумном времену у циљу налажења глобалног оптимума. Због тога проблеми глобалне оптимизације могу бити врло тешки за решавање и за њих постоји читав низ приближних метода које их решавају. Могући начин решавања датих проблема су и разне конвексне апроксимације код неких метода глобалне оптимизације. Постоји неколико примера решавања синтезе антенског низа по амплитудама побуда коришћењем конвексне оптимизације (за детаљније погледати [29]), али због неконвексности функција проблема овакви приступи се ређе

користе. Због комплексности проблема синтезе антенског низа, дефинисаних у Глави 2, као и због постојања више локалних минимума, за њихово решавање ћемо користи хеуристички приступ који комбинује неке од постојећих хеуристичких метода глобалне оптимизације.

3.2. Методе решавања

Најчешћа општа подела метода за решавање проблема глобалне оптимизације (видети [25], [30]) је:

- Детерминистичке методе (све унапред одређено претходном историјом збивања)
 1. Методе прекривања (енгл. Covering);
 2. Методе базиране на трајекторији (тренутна тачка која се разматра се креће по некој трајекторији, која у идеалном случају пролази кроз све локалне минимуме).
- Стохастичке методе
 1. Методе базиране на случајном узорковању (енгл. random sampling);
 2. Методе случајног претраживања (енгл. random search);
 3. Методе базиране на стохастичком моделу функције циља.

Постоје и другачије поделе, али овде их нећемо наводити (за више погледати [30, 31, 32, 33]). Пошто се за решавање проблема глобалне оптимизације користе углавном хеуристички приступи и овде ће надаље бити наведени неки од њих.

Велики број практичних оптимизационих проблема је слабо структуриран и креирање егзактних метода за њихово решавање је веома тешко, а у неким случајевима и немогуће. Због тога је један од пожељних начина за решавање ових проблема примена одговарајућих хеуристика. Поред слабо структурираних проблема постоје добро структурирани проблеми за које постоје егзактни алгоритми, али они су неефикасни јер је нумеричка сложеност ових алгоритама експоненцијална. У општем случају, у рачунарским наукама су препознати такозвани NP тешки проблеми, за чије решавање, за сада, постоје само егзактне методе експоненцијалне сложености, док је мала вероватноћа постојања методе која би их егзактно решавала, а имала полиномијалну сложеност. Егзактно налажење оптимума за овакве проблеме захтевало би много времена. Код ових проблема, са повећавањем броја

променљивих по којима се врши претрага, експоненцијално се повећава време доласка до оптималног решења.

Техника која налази “добра” решења проблема у оквиру разумног времена назива се хеуристика. Хеуристике при свом креирању омогућују коришћење различитих “здраворазумских” правила као што су интуиција, нагађање, информисање, итд. Решења добијена хеуристиком нису гарантовано оптимална нити за њих знамо колико су удаљена од оптимума.

Концепт хеуристике дозвољава потпуну слободу за увођење нових приступа решавању, као и комбиновање више различитих приступа у оквиру једне хеуристике.

Једна од новијих класификација хеуристика је следећа (за више погледати [35]):

1. Специјализоване хеуристике;
2. Опште или метахеуристике.

Специјализоване хеуристике су посебно дизајниране за поједине врсте оптимизационих проблема које треба да реше. Због тога се помоћу њих могу решавати само они проблеми за које су дизајнирани.

Опште хеуристике или метахеуристике су хеуристичке методологије општег карактера које се могу применити на било који NP тежак проблем поштујући његове специфичности.

Метахеуристике у општем случају полазе од једног или више иницијалних решења, добијених случајним избором или неком другом хеуристиком, и крећу се итеративно по простору претраживања, смењујући фазе интензификације (локалног побољшања тренутног решења) и диверзификације (расејавање по простору) (детаљније у [36]).

Напоменимо да су многи данашњи метахеуристички приступи инспирисани спонтаним оптимизационим процесима у природи (процесом еволуције, процесом каљења, понашањем колоније мрава или пчела, гравитационим привлачењем, итд.).

Најпознатији и најприменљивији метахеуристички приступи су:

1. Генетски алгоритми (енгл. genetic algorithms) (видети [5], [11], [13], [16], [18], [26], [61], [63, 64, 65, 66]);
2. Метода променљивих околина (енгл. variable neighborhood search) (видети [26]);

3. Табу претраживање (енгл. tabu search) (видети [18], [19], [26]);
4. Симулирано каљење (енгл. simulated annealing) (видети [26]);
5. Оптимизације колонијом мрава (енгл. ant colony optimization) (видети [26], [49]);
6. Претраживање расејавањем (енгл. scatter search) (видети [39, 40, 41], [45], [46], [59], [60], [62], [67]);
7. Еволуциони алгоритам (видети [7], [12], [37]);
8. Оптимизација ројем честица (енгл. Particle swarm optimization) (видети [20], [23], [54], [70, 71, 72, 73, 74, 75]).

Проблеми потискивања бочних лобова и постављање нула на жељеним правцима по растојањима између елемената, који су дефинисани у Глави 2, припадају глобалним проблемима. Због тога је за њихово решавање погодно користити неке од метахеуристичких приступа. Метахеуристичке методе за решавање ових проблема, предложене су у Глави 4. Сада ћемо дефинисати и детаљније описати следеће приступе:

1. Приступ заснован на вишеструком покретању (енгл. Multistart)
2. Претраживање расејавањем (енгл. scatter search);
3. Генетски алгоритми;
4. Оптимизација ројем честица;
5. Оптимизација чопором мачака (енгл. Cat Swarm Optimization).

3.2.1 Приступ заснован на вишеструком покретању (енгл. Multistart)

Овај приступ (видети [34], [42], [43], [55], [58], [59], [60], [62], [68]) се базира на генерисању низа случајних тачака у простору претраживања и примени неке процедуре локалне претраге која, полазећи од сваке случајно генерисане тачке, итеративно тражи бољу тачку у њеној околини.

Некада се за генерисање случајних тачака користио Монте Карло принцип. Вероватноћа да ће се изабрати тачка глобалног оптимума је једнака јединици једино уколико изаберемо бесконачно много тачака. Касније су комбиновани Монте Карло принцип са другим принципима. На пример, један принцип је да вероватноћа да ће нека тачка бити изабрана зависи од резултата ранијих локалних претрага, односно ранија искуства локалне претраге

утичу на вероватноћу избора нове тачке. У овој тези примењује се униформна дистрибуција код које су случајно генерисане тачке униформно распоређене по допустивом скупу.

Основни алгоритам приступа заснованог на вишеструком покретању је:

1. Унети број корака K ;
2. Поставити $k = 0$, $x^* = x_0$ иницијално решење;
3. Понављати док корак k не дође до задатог броја корака K :
 - Случајно генерисати на униформан начин тачку x ;
 - Применити процедуру локалне претраге полазећи од x и добити тачку x_k ;
 - Ако је $f(x_k) < f(x^*)$ тада заменити $x^* = x_k$;
 - $k = k + 1$;
4. Коначно решење је x^* .

Постоје и приступи засновани на вишеструком покретању који су у комбинацији са адаптивном меморијом код које се контролише избор тачака. Један од примера је приказан у раду [44].

Приступ заснован на вишеструком покретању је имплементиран у програмском пакету MATLAB. Алгоритам се може лако позвати постојећом функцијом ‘MultiStart’ (за детаљније о функцији може се погледати на сајту Mathworks²). Локална претрага се врши преко функције ‘fmincon’ и базира се на раду [69].

Услов за заустављање рада приказаног алгоритма представља укупан задати број K генерисаних тачака, односно после извршења локалне претраге за максималан број генерисаних тачака долази до престанка рада алгоритма. У постојећој функцији у програмском пакету MATLAB постоји и услов за заустављање који зависи од времена рада алгоритма. Алгоритам престаје са радом када прође задато време.

Поред ова два услова за заустављање који су имплементирани у постојећу функцију у програмском пакету MATLAB, постоје и други начини заустављања алгоритма.

² Mathworks URL: <http://www.mathworks.com/help/gads/how-globalsearch-and-multistart-work.html>

Навешћемо још један услов за заустављање који се заснива на вероватноћи побољшања тренутне најбоље тачке.

Вероватноћа да ће се побољшати вредност неке функције која је добијена у N случајно изабраних тачака, тако што се генерише N_1 додатних тачака, је $P = N_1 / (N + N_1)$. Ако је вероватноћа да се добије боља вредност функције мала, тада не генеришемо N_1 додатних тачака. Формула може да се користи и да бисмо израчунали број додатних тачака, које су потребне да бисмо побољшали вредност функције са неком вероватноћом P . Уколико је потребно много тачака $N_1 = PN / (1 - P)$ да би поправили вредност функције, а време потребно да се обраде све те тачке веома велико, односно веће него што желимо, алгоритам се зауставља.

Ова метода се користи у предложеном приступу, који је детаљно описан у глави 4, за решавање једнодимензионог проблема. Multistart алгоритам је имплементиран у програмском пакету MATLAB. Алгоритам се може лако позвати постојећом функцијом 'MultiStart'.

3.2.2. Претраживање расејавањем (енгл. scatter search)

Претраживање расејавањем (видети [38, 39, 40, 41], [59], [60], [62], [67]) је метахеуристичка метода код које је претраживање простора допустивих решења повезано са неким скупом референтних тачака, који се састоји од добрих решења (добра решења се не везују за вредност функције циља) која су добијена током решавања проблема. Метода се први пут појавила 1977. године. (видети [38]).

Постоји више варијација ове методе. Овде ћемо навести основни облик који се састоји од пет делова које користимо у алгоритму.

1. Метода диверсификације генерише произвољно решење на основу улазног решења.
2. Метода побољшавања трансформише добијено произвољно решење у једно или више нових побољшаних решења. Могућ је случај да улазно решење није допустиво,

али се очекује да излазно решење буде допустиво. Постоји и случај да улазно и излазно решење буду исто.

3. Метода ажурирања референтног скупа прави и одржава референтни скуп који се састоји од b “добрих” решења. Скуп је најчешће мали и то не више од 20 чланова. Решење може да постане члан референтног скупа на основу квалитета решења (вредности функције) или на основу њене различитости у односу на друга решења.
4. Метода генерисања подскупа се извршава над референтним скупом у циљу да би се добио подскуп решења.
5. Метода комбинације решења користи подскуп решења који се добија у предходној методи да би се добило једно или више комбинованих решења.

Сада можемо приказати основну процедуру дате методе.

1. Формирати празан скуп P . Користећи методу диверсификације генерисати решење и на то решење применити методу побољшавања. Нека добијено решење буде x . Ако је $x \notin P$ извршити $P = P \cup x$, у супротном одбацити x . Понављати док се не добије да број чланова скупа P буде једнак жељеном броју $PSize$.
2. Користећи методу ажурирања референтног скупа да бисмо формирали скуп $RefSet = \{x^1, x^2, \dots, x^b\}$ са b “добрих” решења из P . Решења у скупу $RefSet$ распоредити према вредности функције циља тако да x^1 буде најбоље решење, а x^b најлошије решење. Поставити $NewSolutions = TRUE$.
3. Понављати процедуру ако је $NewSolutions = TRUE$:
 - a) Формирати скуп $NewSubsets$ преко методе генерисања подскупа. Поставити $NewSolutions = FALSE$.
 - b) Понављати процедуру ако је $NewSubsets \neq \emptyset$
 - i) Селектовати следећи подскуп S из $NewSubsets$.
 - ii) Применити методу комбинације решења на подскуп S да би се добило једно или више решења x . На решење x применити методу побољшавања.
 - iii) Применити методу ажурирања референтног скупа.
 - iv) Ако је $RefSet$ промењено тада поставити $NewSolutions = TRUE$,
 - v) Избрисати s из $NewSubsets$.

Алгоритам престаје са радом када се избришу сви подскупови из *NewSubsets* и ниједно решење које је добијено из подскупова *NewSubsets* није постало члан референтног скупа *RefSet*.

Под побољшавањем решења се подразумева да се изврши локална претрага код које је почетна тачка решење које треба да се побољша. Уколико су решења недопустива, конструишу се тако да она буду допустива и на њима се примењује локална оптимизација. Скуп разноврсних решења *P* је бар десет пута већи од референтног скупа *RefSet*.

Основна форма методе генерисања подскупова је формирање свих могућих парова решења из скупа референтних тачака, у овом случају било би $(b^2 - b)/2$ подскупова. Парови из скупова се селекују један по један према лексикографском реду (први пар садржи квалитетнија решења од другог пара) и на паровима се примењује метода комбинације решења да би се добило једно или више решења на које ће се применити метода побољшања.

Код другог корака *RefSet* скуп се формира на следећи начин: из скупа *P* селекувати b_1 најбољих решења. Ова решења се убацују у скуп *RefSet* и бришу се из скупа *P*. За преостала решења из скупа *P* рачуна се минимум растојања од решења из скупа *RefSet*. Када смо израчунали минимална растојања у скуп *RefSet* се уноси решење које има максимум минимума растојања од решења које се налазе у скупу *RefSet*. Ово решење се убацује у скуп *RefSet* и брише се из скупа *P*. Када смо убацили решење поново се рачуна минимум растојања и понавља се процес b_2 пута. После завршетка процеса укупан број чланова *RefSet* скупа је $b = b_1 + b_2$.

После другог корака, када је извршена метода комбинације решења па касније метода побољшања, добијена решења се користе да би ажурирали референтни скуп *RefSet*. Након побољшања, добијена решења се постављају у скуп *Pool*. Нови референтни скуп који ће се добити методом ажурирања референтног скупа имаће исто b чланова који ће се добити из скупа $RefSet \cup Pool$.

Приказани алгоритам се састоји од пет метода, али постоје и алгоритми које не садрже методу побољшавања решења. Она се користи када су потребна веома квалитетна решења.

Ова метода се користи у предложеном приступу, који је детаљно описан у глави 4, за решавање вишедимензионог проблема. Алгоритам за претраживање расејавањем је имплементиран у програмском пакету MATLAB. Алгоритам се може лако позвати постојећом функцијом ‘*GlobalSearch*’. За детаљније о функцији може се погледати на сајту Mathworks³.

3.2.3. Генетски алгоритми

Ови алгоритми су првобитно креирани да симулирају процес генетске еволуције једне популације јединки под дејством окружења и генетских оператора. У овом процесу је свака јединка окарактерисана као хромозом који представља њен генетски код. Оне јединке које су боље прилагођене окружењу настављају да се репродукују и тако се ствара нова генерација јединки, која је прилагођенија од претходних. Овај процес се понавља и тако се повећава прилагођеност.

Проблем налажења оптималне јединке, тј. оне јединке из неког задатог скупа јединки која има највећу прилагодљивост околина може се хеуристичком решити применом генетског алгоритма који има следећи облик:

1. Генерисати иницијалну популацију хромозома $P_0 = \{x_1^0, x_2^0, \dots, x_N^0\}$;
2. Поставити да је тренутно најбоља јединка окарактерисана хромозомом из P_0 са највећом вредношћу прилагођености;
3. Понављати док се не задовољи један од услова заустављања:
 - a) Из тренутне популације $P_n = \{x_1^n, x_2^n, \dots, x_N^n\}$ изабрати јединке, при чему се већа шанса даје онима са већом прилагођеношћу, и формирати скуп $P' \subseteq P_n$;
 - b) На скупу изабраних јединки P' применити оператор укрштања са вероватноћом α ;
 - c) На скупу P' применити оператор мутације са вероватноћом β ;

³ Mathworks URL: <http://www.mathworks.com/help/gads/how-globalsearch-and-multistart-work.html>

- d) Заменили неке или све јединке из P_n јединкама из P' и формирати нову популацију $P_{n+1} = \{x_1^{n+1}, x_2^{n+1}, \dots, x_N^{n+1}\}$;
- e) Ако постоји јединка из популације P_{n+1} која има већу прилагођеност од тренутно најбоље x^* , она се ажурира као тренутно најбоља јединка;

4. Јединка x^* представља “задовољавајуће” решење полазног проблема.

Ако посматрамо било који оптимизациони задатак облика $\min f(x)$ за $x \in D$, тада се за решавање овог задатка може користити горња шема алгоритма и то на следећи начин: сваком решењу из допустивог простора D додељује се на тачно дефинисан начин једнозначни код. Код представља коначан низ симбола над задатом азбуком. Допустив скуп свих кодираних решења је \bar{D} . У генетском алгоритму примењеном на проблем, процес претраге врши се по простору кодираних решења \bar{D} . Популација се састоји од скупа кодираних решења задате кардиналности. Нека је n -та популација означена са $P_n = \{x_1^n, x_2^n, \dots, x_N^n\}$, $x_i^n \in \bar{D}$, $i = 1, 2, \dots, N$, где је N задати број тачака популације. За сваку тачку $x_i^n \in P_n$ одређује се прилагођеност $F(x_i^n)$. Она се одређује преко функције прилагођености $F: \bar{D} \rightarrow \mathbb{R}$. Сада се случајно бирају тачке из популације P_n , при чему већу шансу да буду изабране имају оне са већом погодношћу, па се на њих делује операторима укрштања и мутације. На тај начин добија се нова популација $P_{n+1} = \{x_1^{n+1}, x_2^{n+1}, \dots, x_N^{n+1}\}$.

Програмски пакет Matlab има имплементирану функцију генетског алгоритма. Решења су кодирана бинарним кодом. Бинарни код је веома повољан због једноставности оператора укрштања и мутације решења. Типична популација има од 30 до 100 јединки. У првом кораку, односно код прилагођености иницијалне популације P_0 , њени чланови се случајно генеришу тако што генератор псеудослучајних бројева униформно покрива простор могућих решења.

Мера квалитета хромозома $x \in \bar{D}$ је вредност функције прилагођености $F(x)$. Ова вредност се најчешће дефинише са

$$F(x) = -f(d(x)) \quad (38)$$

где је:

- f функција циља задатог проблема;
- $d(x)$ декодирана вредност од $x \in \bar{D}$.

Постоје и други начини да се представи функција прилагођености $F(x_i)$ неке тачке x_i из неке популације $P = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. У Matlab-у ове функције су приказане на следећи начин:

$$F(x_i) = -\frac{f(d(x_i))}{\sum_{k=1}^N f(d(x_k))} \quad (39)$$

где је:

- f функција циља задатог проблема;
- $d(x_k)$ декодирана вредност од $x_k \in P$, $k = 1, 2, \dots, N$;
- N величина популације.

Избор тачака из тренутне популације P_n , тј. формирање скупа P' у кораку 3 а) генетског алгоритма, врши се коришћењем рулетске селекције. Наиме, тачке скупа P' се бирају случајно, при чему је вероватноћа p_i^n да буде изабрана тачка $x_i^n \in P_n$ једнака

$$p_i^n = \frac{F(x_i^n) - F_{min}}{\sum_{k=1}^N (F(x_k^n) - F_{min})}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (40)$$

где је функција прилагођености дефинисана са (38), а F_{min} је минимална вредност ове функције међу вредностима функције прилагођености за све чланове популације P_n . Оваква селекција носи назив рулет селекција, јер се може свести на окретање точка рулета, на коме свакој тачки из P_n одговара један одељак тачака чија је величина пропорционална вероватноћи (40) њеног избора.

Укрштање тачака из скупа P' је процес комбиновања гена из кодова изабраних решења (родитеља) да би се добили кодови нових решења (деце). Идеја је да се “добри” делови кодова родитеља комбинују у кодове нових решења, тако да се може очекивати да оне буду квалитетнија од родитеља. У имплементираним Matlab програму постоје два начина укрштања: једнопозициони оператор укрштања и двопозициони оператор укрштања. Код једнопозиционог оператора укрштања на случајан начин се бира број k , $k \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$, који представља тачку укрштања, тј. у кодовима родитеља симболи од позиције $k + 1$ до позиције N узајамно размене места. Код двопозиционог оператора укрштања случајно се

бирају две позиције k_1 и k_2 , $k_1 < k_2$, и узајамно размењују делови кодова родитеља од позиције $k_1 + 1$ до k_2 .

Оператор мутације у општем случају врши промену садржаја кода неког решења случајном заменом појединих симбола кода са неким другим симболом из азбуке симбола. Мутација се примењује на “децу” добијену оператором укрштања и то на случајан начин са малом вероватноћом у распону од 0,001 до 0,01. Оператор мутације се користи да би се унела повремена разноврсност међу тачке једне популације. У Matlab функцији је имплементирана једнопозициона мутација, тако што се на случајан начин бира једна позиција кода и она мења свој симбол са 0 на 1 или обратно.

Нова популација P_{n+1} може да се генерише из P_n и P' на један од следећа два начина:

- потпуном заменом P_n са P' у случају када је $|P'| = N$, тј. $P_{n+1} = P'$. Овакав приступ има недостатак, а то је што при промени целе популације постоји ризик да се избаце добра решења.
- делимичном заменом само неких чланова из P_n члановима из P' . Некада се оставља само најбоља вредност из популације, док се остале мењају.

Услови заустављања алгоритма могу бити:

1. Постизање максималног задатог броја итерација;
2. Постизања максималног задатог временна рада алгоритма;
3. Конвергенција целе популације ка коду решења, које не мора да буде оптимално решење.

Еволутивни алгоритми су примењени на проблемима синтезе линеарног антенског низа (видети [7], [11], [13], [16], [18], [37]). Резултати који су добијени применом генетског алгоритма су упоређени са резултатима који су добијени применом нове методе, која је детаљно описана у глави 4 ове тезе при чему је нова метода дала боље резултате.

3.2.4. Оптимизација ројем честица

Алгоритам роја честица (енгл. particle swarm optimization, видети [10], [20], [23], [54], [70, 71, 72, 73, 74, 75]) је популацијски алгоритам који је инспирисан понашањем јата птица. Метода почиње случајним избором скупа позиција честица у вишедимензионом простору. За сваку честицу се додељује и њена случајно изабрана брзина кретања. Приликом кретања честица оне претражују простор на основу свог властитог искуства и искуства популације. Скупом математичких релација моделирана је комуникација између честица. Приликом кретања честица узима се у обзир њено најбоље решење и најбоље решење популације. Мера квалитета решења је вредност функције циља. Свака честица тежи да се креће према њеној најбољој тренутној позицији на простору, а рој према његовој најбољој позицији. Приликом одређивања смера кретања свака јединка узима у обзир своје до сада пронађено најбоље решење (индивидуални фактор) и најбоље решење популације (социјални фактор). Уколико доминира индивидуални фактор ради се истраживање простора, а уколико доминира социјални фактор, врши се фина претрага понуђеног најбољег решења.

Позиција x_{k+1} честице i се добија на следећи начин:

$$x_{k+1}^i = x_k^i + v_{k+1}^i \quad (41)$$

где је v_{k+1}^i ажурирани вектор брзине. Вектор брзине се рачуна на следећи начин:

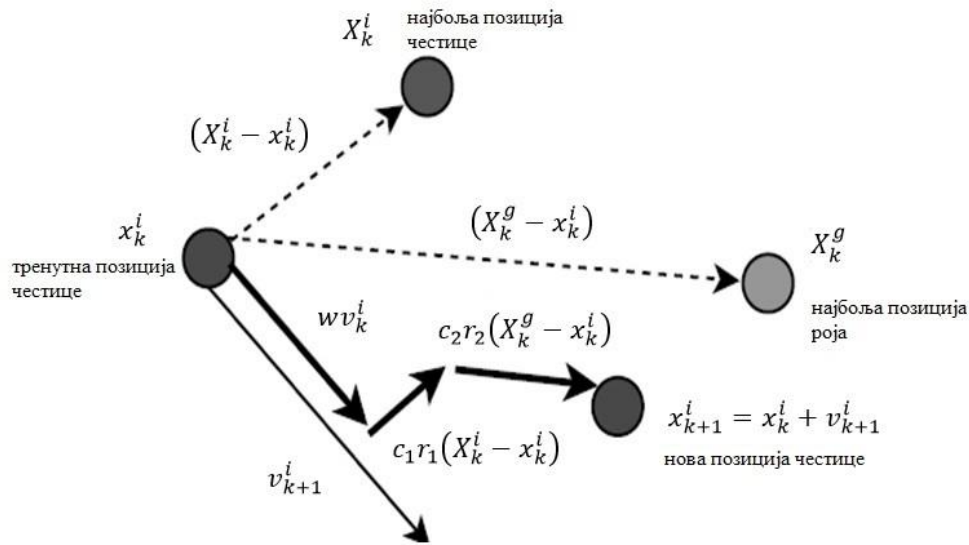
$$v_{k+1}^i = wv_k^i + c_1r_1(X_k^i - x_k^i) + c_2r_2(X_k^g - x_k^i) \quad (42)$$

где су:

- v_k^i вектор брзине у итерацији k честице i ;
- X_k^i и X_k^g су најбоља позиција честице и глобална најбоља позиција читавог роја све до тренутне итерације k ;
- r_1 и r_2 два случајно изабрана броја из интервала $(0,1)$;
- c_1 индивидуални фактор;
- c_2 социјални фактор;
- w задати инерцијски параметар која утиче на износ ажурираног вектора брзине.

Кретање честице према новој позицији можемо приказати сликом 13. На слици 13 можемо приметити да већим вредностима варијабле w вршимо глобално претраживање зато што је

ажурирани вектор брзине већи и нова позиција честице ће бити даља од тренутне позиције. За мању вредност инерцијске варијабле вредност ажурираног вектора брзине је мањи, па се положај честица ограничава на мање подручје простора, односно вршимо локално претраживање. Најчешћа вредност параметра w је 0,8.



Слика 13. Графички приказ кретања честице кроз простор

Део $c_1r_1(X_k^i - x_k^i)$ из једначине представља меморију честице и она утиче да се честица враћа на ону област простора која је имала најбољу вредност. Део $c_2r_2(X_k^g - x_k^i)$ утиче да се честица примакне позицији на којој је рој до сада имао најбољу вредност.

Алгоритам методе је следећег облика:

1. Иницијализуј x_i и v_i за сваку честицу i ;
2. Извршити локалну претрагу за сваку честицу код које је полазно решење x_i^1 тренутна позиција честице;
3. Наћи најбоље решење почетног роја X_1^g ;
4. Понављати док се не задовољи услов за заустављање:
 - За сваку честицу извршити
 - Изабери случајно векторе r_1 и r_2 ;
 - Ажурирај брзину v_{k+1}^i преко релације (42);
 - Ажурирај позицију x_{k+1}^i преко релације (41);

- Извршити локалну претрагу за сваку;
 - Уколико је решење локалне претраге боље од тренутног најбољег решења честице извршити ажурирање решења X_k^i ;
 - Уколико је решење локалне претраге боље од тренутног најбољег решења роја извршити ажурирање решења X_k^g ;
5. X_k^g је апроксимативна вредност оптималне вредности функције циља.

Критеријум за заустављање алгоритма може се дефинисати на неколико начина:

1. Извршавање унапред задатог броја итерација;
2. Постизање максималног задатог времена рада алгоритма.

Методологија ројем честица је примењена на приближно решавање проблема синтезе линеарног антенског низа ([10], [20], [23], [48], [54]). Добијени резултати овог алгоритма су упоређени са резултатима који су добијени применом нове методе, развијене у глави 4 ове тезе, при чему је нова метода дала боље резултате.

3.2.5. Оптимизација чопором мачака (енгл. *Cat swarm optimization*)

Ова метахеуристичка методологија је инспирисана понашањем мачака (видети [76], [77]). Мачке већи део времена проведе посматрајући околину, док мали део проводе у трагању за пленом по тој околини. На основу ове особине, методу можемо поделити на два дела: посматрање и трагање. Метода почиње случајним избором скупа позиција мачака у вишедимензионом простору. За сваку мачку се додељује њена случајно изабрана брзина кретања и показивач који идентификује да ли је мачка у моду посматрања околине или у моду трагања.

Пре описивања мода посматрања околине дефинисаћемо четири фактора:

- Меморијски скуп позиција. У меморијском скупу су смештене позиције које је мачка запазила. Мачка ће изабрати једну од позиција у скупу за мод трагања.
- Домет претраге за селектовану димензију *SRD*. Овај фактор одређује опсег мутације за селектовану димензију. Опсег мутације димензије ће бити мањи од датог опсега.

- Број димензија које треба променити. Одређује број димензија које ће бити мутиране.
- Стање позиције (*SP*). Ова случајна веријабла се узима из скупа (0, 1) и означава у ком је моду мачка, где 1 представља да је мачка у моду трагања, а 0 да је у моду посматрања.

Сада можемо описати мод посматрања следећим алгоритмом:

1. Уколико је мачка cat_k у моду посматрања околине у меморијском скупу поставити j копија тренутне позиције x_k мачке cat_k ;
2. За сваку копију тренутне позиције x_k , на основу домета претраге и броја димензија које треба променити добити нову позицију следећом релацијом (извршити мутацију)

$$x_{k,n} = (1 \pm SRD \times R) \times x_k \quad (43)$$

где је x_k тренутна позиција, $x_{k,n}$ нова позиција, R је случајно изабран број између 0 и 1.

3. Израчунати функцију циља FS_i са сваку позицију i из меморијског скупа;
4. За сваку добијену позицију i израчунати вероватноћу њеног избора следећом релацијом:

$$P_i = \frac{|FS_i - FS_b|}{FS_{max} - FS_{min}}, \quad 0 < i < j, \quad (44)$$

где су: FS_i функција циља за позицију i , FS_b најбоље тренутно решење, FS_{max} максимална вредност функције циља и FS_{min} минимална вредност функције циља. За минимизациони проблем важи $FS_b = FS_{min}$, у супротном се узима $FS_b = FS_{max}$;

5. Изабрати позицију на основу израчунате вероватноће у коју ће се померити мачка и поставити да изабрана позиција буде тренутна позиција.

Када се мачка постави да буде у моду трагања она се креће по простору према некој својој брзини. Мод се може описати следећим алгоритмом.

1. Израчунати брзину и смер кретања мачке према формули

$$v_{k,d} = v_{k,d} + c_1 r_1 (x_{best,d} - x_{k,d}), \quad (45)$$

где је d ознака димензије, $x_{best,d}$ најбоља позиција мачке, $x_{k,d}$ тренутна позиција мачке cat_k , r_1 случајно изабрани број из интервала $(0,1)$ и c_1 је константа.

2. Извршити ажурирање нове позиције мачке cat_k

$$x_{k,d} = v_{k,d} + x_{k,d}. \quad (46)$$

Када смо дефинисали модове, можемо представити алгоритам. Алгоритам је следећи:

1. Иницијализовати x_k , v_k за сваку мачку; Одредити број мачака које треба поставити у мод трагања, а које у мод посматрања;
2. Понављати док се не задовољи услов за заустављање:
 - Израчунати функцију циља за сваку позицију мачке. Најбоље решење x_{best} ажурирати ако је дошло до бољег решења;
 - За сваку мачку проверити у ком је моду. Ако је у моду посматрања извршити посматрање, а ако је у моду трагања извршити трагање;
 - Изабрати унапред задат одређен број мачака да буде у моду посматрања, а остали у моду трагања;
3. x_{best} дефинише приближно решење проблема.

Можемо приметити да је мод трагања сличан кретању честица по простору. Све методе које се базирају на роју су сличне и имају мале разлике. Те разлике се односе на јединке по којима је метода инспирисана.

Методологија чопора мачака је примењена на приближно решавање проблема синтезе линеарног антенског низа. Добијени резултати овог алгоритма (видети [50]) су упоређени са резултатима који су добијени применом нове методе, развијене у глави 4 ове тезе при чему је нова метода дала боље резултате.

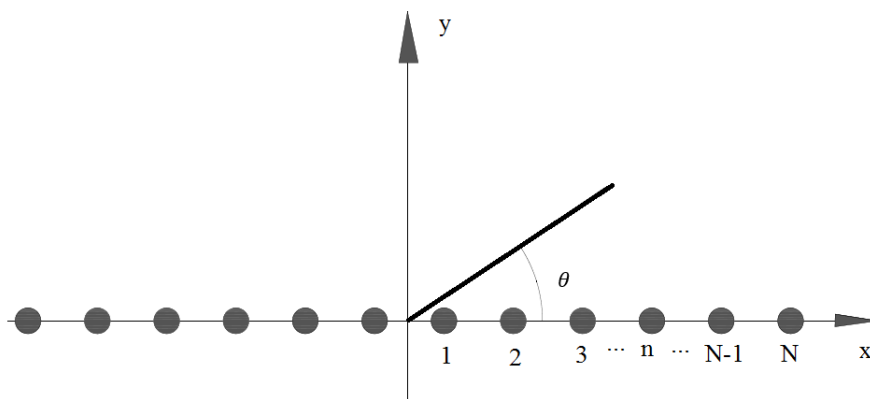
4. Нови хеуристички приступ за израчунавање проблема синтезе линеарног антенског низа

У овом поглављу је приказан нови приступ, који се базира на комбинацији две претраге, као и његова примена на проблем одређивања амплитуде побуде елемената антенског низа тако да максимум бочних лобова буде минималан. Такође је разматран и комплекснији проблем, односно проблем код кога је потребно наћи позиције елемената линеарног антенског низа које дају дијаграм зрачења са минималним нивоом максимума бочних лобова и нулама на задатим правцима.

4.1. Синтеза антенског низа коришћењем комбинације две оптимизационе претраге

Као што је већ речено, функција фактора низа за линеарни антенски низ од $2N$ елемената је приказана релацијом (2).

У наредном експерименту ћемо посматрати линеарни антенски низ од $2N$ -елемената, (чија је графичка репрезентација приказана на слици 14), са истим растојањем између елемената $\frac{\lambda}{2}$, где ће растојање n -тог елемената антенског низа од центра система бити $d_n = \frac{(2n-1)}{2} \cdot \frac{\lambda}{2}$, различитим амплитудама побуде I_n и код кога је фаза за сваки елемент једнака нули.



Слика 14. Линеарни антенски низ са $2N$ -елемената

Облик функције фактор низа ће бити следећи:

$$AF_{2N}(I, \theta) = 2 * \sum_{n=1}^N I_n * \cos \left[\frac{(2n-1)}{2} \pi \cos \theta \right], \quad (47)$$

где је θ правац простирања таласа.

Основни захтев у овом експерименту ће бити потискивање бочних лобова. Оптимизациони проблем потискивања нивоа бочних лобова смо раније дефинисали у облику (9) – (11) из поглавља 2.3.

Као што смо рекли, на N -димензионалном интервалу $(0,1]^N$ је потребно наћи вектор амплитуде побуда елемената антенског низа за који се постиже минимална вредност максимума бочних лобова. Да би се избегло ширење главног снопа зрачења, потискивање бочних лобова обављано је на региону између задатих углова θ_1^* и θ_2^* .

Решење овог проблема, као и комплекснијих проблема, могуће је добити приступом који је први пут објављен у раду [6]. У том приступу коришћене су две претраге које се међусобно наизменично смењују, па се због тога у алгоритму могу приметити два проблема глобалне оптимизације:

1. Проблем максимизације по правцу θ за тренутно фиксирану вредности вектора амплитуде побуде I^k у k -тој интерацији
2. Проблем минимизације по побуди I у некој малој околини вектора I^k за тренутно фиксирану вредности правца θ^k у k -тој интерацији.

Проблем максимизације по правцу θ за фиксирани вредности вектора амплитуде побуде I^k

Позицију максимума бочних лобова за фиксирани вредности вектора амплитуде побуде I^k можемо наћи претрагом по правцу простирања таласа θ , и то решавањем следећег једнодимензионог оптимизационог проблема:

$$\max_{\theta} \left(AF_{2N} \left(I^k, \theta \right)_{norm} \right) \quad (48)$$

при ограничењу

$$\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*. \quad (49)$$

Да би се овај проблем хеуристички решио, он је овде прво трансформисан у проблем минимизације онако како је то приказано у глави 3, затим је на њега примењена једна од метода глобалне претраге приступ заснован на вишеструком покретању. Општи облик ове методе приказан је у поглављу 3.2.1.

Проблем минимизације по амплитуди побуде I за фиксирану вредност правца θ^k

Када смо решавањем проблема (48) – (49) добили правац θ^k , решавамо проблем минимизације по побуди I за вредност правца θ^k фиксираног на θ . При решавању вектор I се ограничава на малу околину вектора I^k . Наиме посматрамо вишедимензиони проблем следећег облика:

$$\min_I (AF_{2N}(I, \theta^k)_{norm}), \quad (50)$$

при ограничењима:

$$I_i^k - R < I_i < I_i^k + R, \quad i \in N, \quad (51)$$

$$0 < I_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, N, \quad (52)$$

где је R задати параметар који дефинише величину околине вектора I^k . За решавање овог проблема коришћена је претрага расејањем. Општи облик ове методе приказан је у поглављу 3.2.2, а овде је као њена имплементација коришћена функција “*GlobalSearch*“ у оквиру Matlab-a.

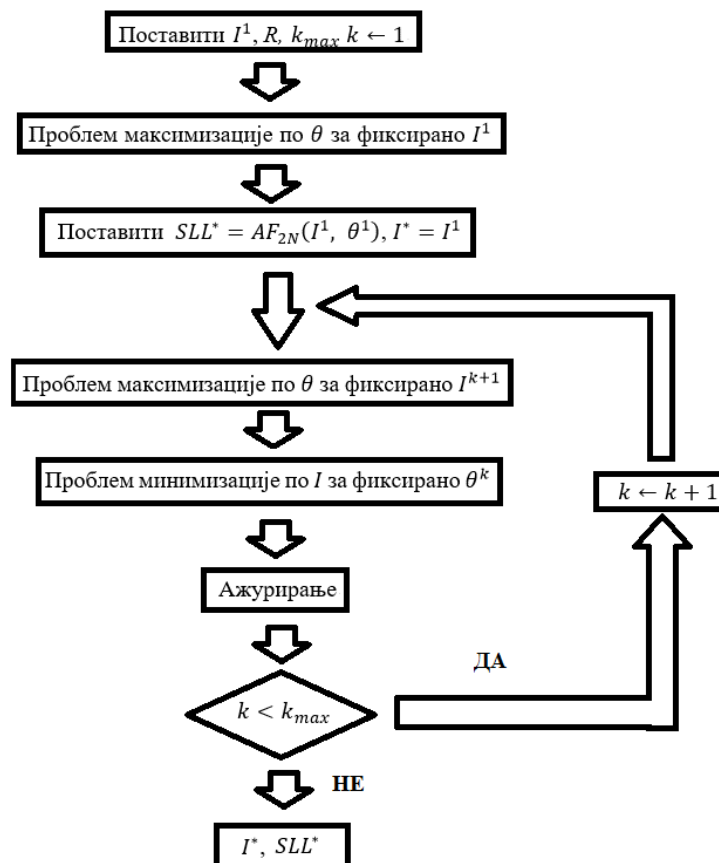
Процедуру за решавање датог проблема можемо приказати следећим алгоритмом:

1. Поставити иницијално допустиво решење I^1 , унети параметар R , k_{max} и поставити $k \leftarrow 1$.
2. *Проблем максимизације по θ за фиксирано I^1* . Решити проблем (48) – (49), његово решење θ поставити као иницијални правац θ^1 .
3. Ажурирање. Тренутно најбоље решење је $SLL^* = AF_{2N}(I^1, \theta^1)$, $I^* = I^1$.
4. Понављати док је $k < k_{max}$.
 - а) *Проблем минимизације по I за фиксирано θ^k* . Решити проблем (50) – (52), његово решење поставити као I^{k+1} да бисмо га користили у следећем кораку.

- b) *Проблем максимизације по θ за фиксирано I^{k+1} .* Решити проблем (48) – (49), његово решење θ поставити као иницијални правац θ^{k+1} .
- c) *Ажурирање.* Проверити да ли је тренутно решење боље од тренутно најбољег решења. Уколико смо добили боље решење вршимо ажурирање $SLL^* = AF_{2N}(I^{k+1}, \theta^{k+1})$, $I^* = I^{k+1}$ и поставити $k \leftarrow 1$.
- d) *Услов за заустављање.* Ако је $k = k_{max}$ алгоритам излази из петље и стаје.
- e) Уколико није дошло до побољшања $k \leftarrow k + 1$

5. Апроксимативно решење проблема (49) – (51) је I^* , а одговарајућа вредност функција циља је SLL^* .

Дијаграм алгоритма комбинације две глобалне претраге (2GO) је приказан на слици 15.



Слика 15. Алгоритам за решавање проблема (9) – (11)

Алгоритам 2GO је први пут примењен у раду [6] за решавање проблема (9) – (11), при чему је број елемената $2N = 16, 24$ и 32 , $R=0,05$ и $k_{max} = 300$. Резултати добијени са

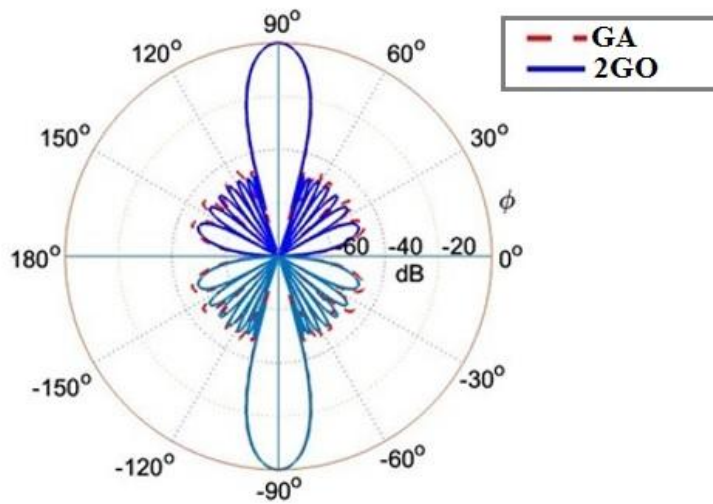
предложеним приступом су упоређени са резултатима престављеним у раду [7] који су генерисани хеуристиком базираном на генетским алгоритмима GA. У предложеном решењу, за функцију циља проблема (9) – (11), коришћена је њена нормирана логаритамска вредност (7), као што је случај у раду [7].

Овде ће бити приказан само експеримент за антенски низ од 16 елемената. За почетно решење амплитуда побуда I^1 узет је опадајући вектор, што значи да први елемент вектора има већу вредност од другог елемента, а други од трећег и тако до последњег елемента вектора.

Резултати добијени применом 2GO приступа упоређени су са резултатима из рада [7] и приказани су у табели 1. У табели су приказане вредности амплитуда за сваки елемент антенског низа. У последњем реду приказане су вредности нивоа бочних лобова за одговарајуће вредности амплитуда побуда. Ниво бочних лобова добијеног преко генетског алгоритма је -44,671dB, а преко 2GO алгоритма је -47.9859dB. Може се закључити да је применом 2GO методе добијено побољшање, односно ниво бочног лоба је нижи за више од 3dB, у односу на GA методу.

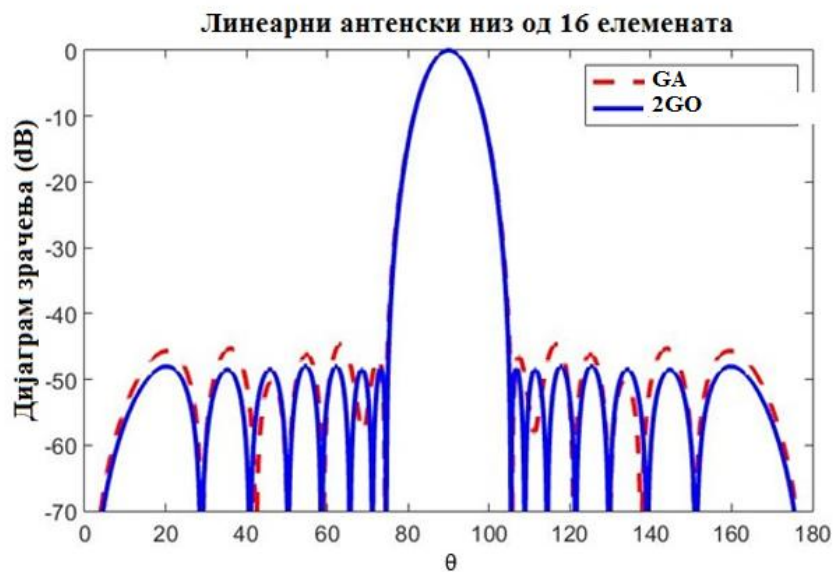
Табела 1 Амплитуде побуде за линеарни антенски низ од 16 елемената

Амплитуде побуде	GA [7]	2GO [6]
$I_1^* = I_{-1}^*$	1.0000	1.0000
$I_2^* = I_{-2}^*$	0.9216	0.9216
$I_3^* = I_{-3}^*$	0.7843	0.7803
$I_4^* = I_{-4}^*$	0.6000	0.6030
$I_5^* = I_{-5}^*$	0.4078	0.4190
$I_6^* = I_{-6}^*$	0.2471	0.2572
$I_7^* = I_{-7}^*$	0.1255	0.1333
$I_8^* = I_{-8}^*$	0.0588	0.0572
Ниво бочних лобова	-44.6710	-47.9859



Слика 16. Дијаграм зрачења за фактор низа у поларном координатном систему

На сликама 16 и 17 смо упоредили функцију дијаграма зрачења код које антенски низ садржи амплитуде побуде добијене алгоритмом 2GO са дијаграмом зрачења добијеним у раду [7]. Можемо приметити да је ниво бочног лоба код 2GO нижи од GA и да је дошло до побољшања дијаграма зрачења за више од 3dB, док је ширина главног снопа зрачења слична код оба резултата. То значи да је изведено побољшање карактеристике нивоа бочних лобова без повећања ширине главног снопа зрачења.



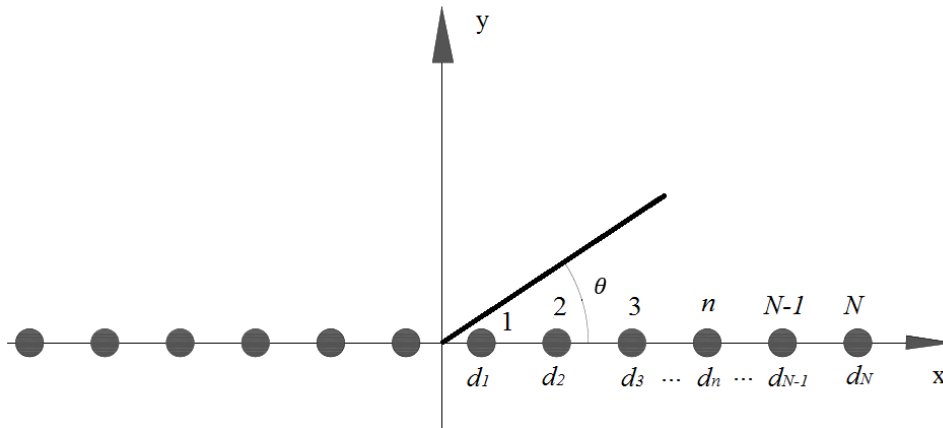
Слика 17. Дијаграм зрачења за фактор низа од 16 елемената

4.2. Потискивање бочних лобова и постављање нула на жељеним правцима

У овом одељку ћемо описати два експеримента: први, у коме је коришћена функција циља са нормализованим фактором низа и други, у коме је коришћена функција циља изражена у логаритамској скали са тежинским коефицијентима.

4.2.1. Потискивање бочних лобова и постављање нула на жељеним правцима без узајамног балансирања

Проблем синтезе антенског низа код кога је потребно да се потисну бочни лобови и поставе нуле на задатим правцима најчешће се решава преко проблема (16)-(19). Можемо рећи да је потребно наћи позиције елемената d линеарног антенског низа (чија је графичка репрезентација приказана на слици 18) које дају дијаграм зрачења са минималним нивоом бочних лобова и најнижим нулама на задатим правцима. Први сабирак функције циља има задатак да потисне бочне лобове, док други сабирак треба да постави нуле на задатим правцима.



Слика 18. Линеарни антенски низ са $2N$ -елемената са растојањем d_1, d_2, \dots, d_N од центра система

За решавање дате претраге такође су коришћене две претраге које се међусобно наизменично смењују:

1. Проблем максимизације по правцу θ за тренутно фиксирану вредности растојања d^k у k -тој интерацији (кораци 2 и 4 а) 2GO алгоритма).
2. Проблем минимизације по побуди d у некој малој околини вектора d^k за тренутно фиксирану вредност правца θ^k у k -тој итерацији (корак 4 б) 2GO алгоритма).

Проблем максимизације по правцу θ за фиксиране вредности вектора амплитуде побуде d^k

И у овом случају је потребно да нађемо позицију максимума бочних лобова. До позиције максимума бочних лобова можемо доћи решавањем следећег једнодимензионог оптимизационог проблема:

$$\max_{\theta} \left(AF_{2N} \left(d^k, \theta \right)_{norm} \right) \quad (53)$$

при ограничењима:

$$\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*. \quad (54)$$

Овај проблем одговара проблемима који се јављају у корацима 2 и 4 а) 2GO алгоритма. Можемо приметити да смо у овом случају фиксирали вредности позиција елемената d^k , а у проблему (48) – (49) фиксирали вредности побуда амплитуда I^k . Решење проблема смо добили као и у прошлом примеру коришћењем приступа заснованом на вишеструком покретању.

Проблем минимизације по амплитуди побуде d за фиксирану вредност правца θ^k

Када смо решавањем проблема (53) – (54) добили правца θ^k , решавамо проблем минимизације по побуди d за вредност правца θ^k фиксираног на θ . При решавању вектор d се ограничава на малу околину вектора d^k . Наиме посматрамо вишедимензиони проблем следећег облика:

$$\min_d \left(\max_{\theta} \left(AF_{2N} \left(d, \theta^k \right)_{norm} \right) + \sum_l AF_{2N} \left(d, \theta_l \right)_{norm} \right) \quad (55)$$

при ограничењима:

$$d_i^k - R < d_i < d_i^k + R, \quad i \in N, \quad R \in \mathbb{R} \quad (56)$$

$$|d_i - d_j| > 0.25\lambda, \quad i < j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (57)$$

$$d_i > 0.125\lambda \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (58)$$

У претрази користимо ограничења (57) - (58) која имају задатак да не дође до појаве grating lobes. За решавање овог проблема коришћена је претрага расејањем и то позивањем постојеће функције “*GlobalSearch*“ у оквиру Matlab-a.

Ажурирање

У решавању овог проблема, поред карактеристике нивоа бочног лоба, обраћа се пажња и на постављене нуле на унапред задатим правцима. Као што смо рекли, потребно је наћи решење које даје дијаграм зрачења са најнижим нивоом бочних лобова и постављеним нулама на задатим правцима.

У ажурирању (корак 4с)) проверавамо да ли решење d^k има нулу на сваком задатом правцу тако што проверавамо да ли је вредност фактора низа на том правцу, за свако $l = 1, 2, \dots, m$, мања од неког задатог броја, који је означен са $depp$, односно

$$20 \log(AF_{2N}(d^k, \theta_l)_{norm}) < depp \quad (59)$$

Уколико постоји нула на задатом правцу, односно ако је задовољен услов (59), решење може да буде решење проблема. Тада проверавамо да ли је решење d^k боље од тренутног најбољег решења.

Провера да ли је решење боље од тренутног најбољег решења је иста као у предходном проблему. Проверавамо да ли је $SLL^* > AF_{2N}(d^k, \theta^k)$, ако јесте $SLL^* = AF_{2N}(d^{k+1}, \theta^{k+1})$, $d^* = d^{k+1}$.

Проблем синтезе антенског низа код кога је потребно да се потисну бочни лобови и поставе нуле на задатим правцима је решен и објављен у раду [78].

Први експеримент

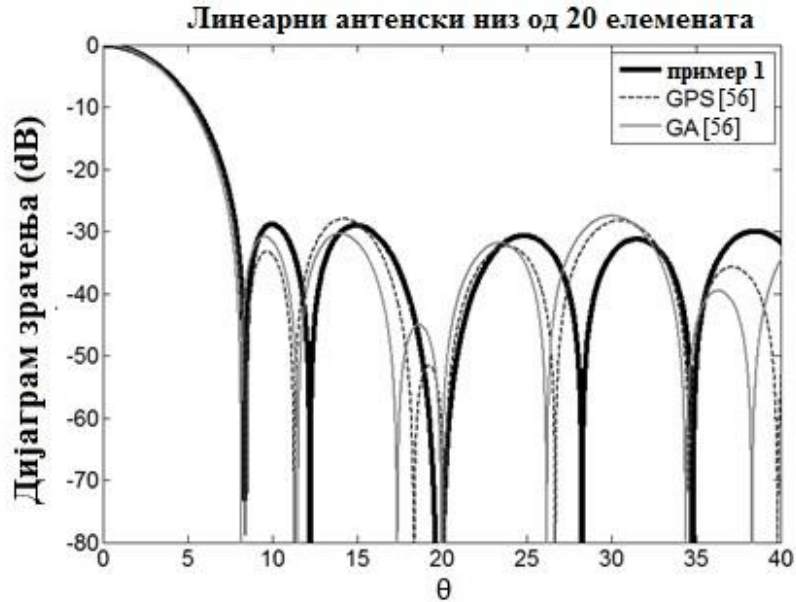
У првом експерименту извршена је синтеза антенског низа који се састоји од 20 елемената са нулом на правцу од 20° . У овом експерименту смо за амплитуде побуде користили исте вредности амплитуда побуде које су коришћене у раду [56], $I=[1, 0.97, 0.912, 0.831, 0.731, 0.620, 0.504, 0.391, 0.285, 0.325]$, а за дефинисање околине узето је $R = 0.1$.

Разлика у односу на рад [56] са којим је поређено је у томе што функције циља није представљена у логаритамској скали, већ је узета нормализована вредност функције фактор низа. Разлог за то је што други сабирак тежи бесконачности ако је $AF_{2N}(\theta_l) = 0$ и самим тим би преовладала претрага по нулама. Тај случај може да се избегне коришћењем тежинских коефицијената. Начин на који се решава такав случај приказан је у поглављу 4.2.2.

Резултати добијени применом 2GO приступа упоређени су са резултатима из рада [56] где се на исти проблем примењују генерализовано претраживање узорака (енгл. *generalized pattern search*) GPS и генетски алгоритам GA и приказани су у табели 2 и 3. На слици 19 можемо видети дијаграме зрачења антенских низова са позицијама елемената из табеле 2. Примећујемо да је нула на жељеној позицији 20° , што је добро. У табели 3 су упоређене добијене вредности нива бочних лобова (SLL), ширина између првих нула главног снопа зрачења ($\check{S}ZPN$) и дубина нуле на правцу од 20° са резултатима из рада [56]. Дубина нуле добијена 2GO алгоритмом је -233 dB, што је знатно дубље у односу на нуле које су добијене методама GPS и GA (видети [56]). Ниво бочних лобова је такође нижи, што је пожељно, док је ширина између првих нула главног снопа зрачења боља од GPS методе, а лошија од GA. Можемо закључити да смо значајно поправили две карактеристике од могуће три.

Табела 2 $2N = 20$ положаја елемената антенског низа

Позиције елемената	2GO [78]	GPS[56]	GA[56]
$d_1^* = d_{-1}^*$	0.2387	0.25	0.264
$d_2^* = d_{-2}^*$	0.7396	0.75	0.779
$d_3^* = d_{-3}^*$	1.2454	1.25	1.283
$d_4^* = d_{-4}^*$	1.7750	1.787	1.840
$d_5^* = d_{-5}^*$	2.2821	2.338	2.382
$d_6^* = d_{-6}^*$	2.7785	2.838	2.884
$d_7^* = d_{-7}^*$	3.2473	3.338	3.389
$d_8^* = d_{-8}^*$	3.7092	3.838	3.897
$d_9^* = d_{-9}^*$	4.2077	4.338	4.419
$d_{10}^* = d_{-10}^*$	4.8180	4.990	5.079



Слика 19. Дијаграм зрачења за антенски низ од 28 елемента

Табела 3. Добијене вредности нивоа бочних лобова и дубина нуле у децибелима

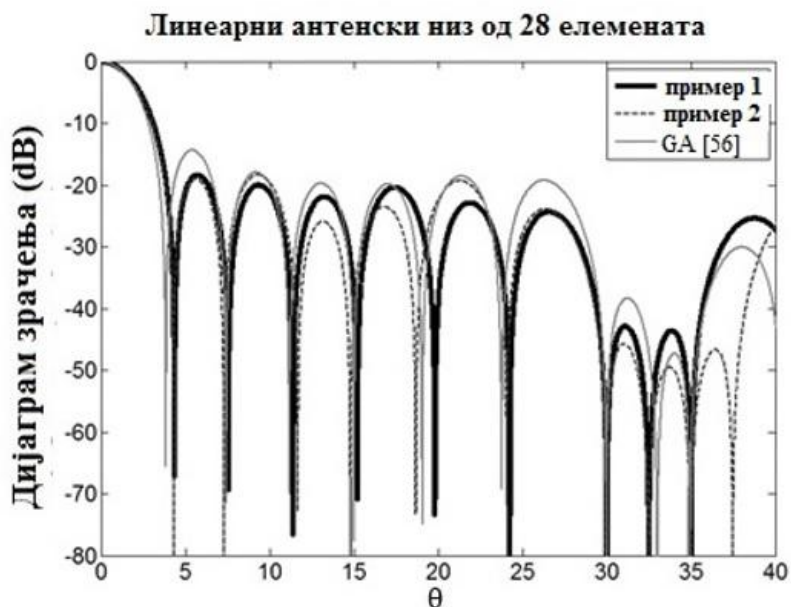
	SLL (dB)	ŠZPN	Дубина нуле на позицији 20° (dB)
2GO [78]	-28.5025	16.8	-233.00
GPS [56]	-27.7376	16.9	-61.01
GA [56]	-26.6344	16.4	-80.06

Други експеримент

У другом експерименту смо извршили синтезу антенског низа који се састоји од 28 елемената да бисмо добили нуле на следећим позицијама $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 32.5^\circ$ и $\theta_3 = 35^\circ$, док у исто време потискујемо бочне лобове на региону између $\theta_1^* = 4^\circ$, $\theta_2^* = 90^\circ$. За амплитуде побуда елемената низа узете су $I_n = 1$, $n = 1, \dots, N$. Урађена су два примера у зависности од параметра $R = 0.05$ и $R = 0.1$ (у односу на $\lambda/2$).

Позиције елемената добијене применом 2GO приступа за оба примера и позиције елемената добијених у раду [56] су приказани у табели 4.

Дијаграми зрачења са позицијама елемената антенског низа из табеле 4 приказани су на слици 20. Као што можемо да приметимо, бочни таласи су испод -40dB на региону $[30^\circ, 35^\circ]$, што значи да су више потиснути бочни лобови на датом региону, што је и био циљ.



Слика 20. Дијаграм зрачења за антенски низ од 28 елемената

Табела 4. $2N = 28$ положаја елемената антенског низа

Позиције елемената	2GO Пример 1 ($R=0.05$)	2GO Пример 2 ($R=0.1$)	GA [56]
$d_1^* = d_{-1}^*$	0.1901	0.2081	0.252
$d_2^* = d_{-2}^*$	0.6309	0.6048	0.752
$d_3^* = d_{-3}^*$	1.0720	1.0688	1.251
$d_4^* = d_{-4}^*$	1.5273	1.4997	1.754
$d_5^* = d_{-5}^*$	2.0043	1.8792	2.257
$d_6^* = d_{-6}^*$	2.4929	2.4284	2.756
$d_7^* = d_{-7}^*$	2.9220	3.0077	3.284
$d_8^* = d_{-8}^*$	3.5061	3.5671	3.792
$d_9^* = d_{-9}^*$	3.9975	4.1606	4.291
$d_{10}^* = d_{-10}^*$	4.4910	4.5425	4.790
$d_{11}^* = d_{-11}^*$	5.2269	5.2225	5.463
$d_{12}^* = d_{-12}^*$	5.9271	6.0085	5.965
$d_{13}^* = d_{-13}^*$	6.4800	6.5472	6.465
$d_{14}^* = d_{-14}^*$	7.1298	7.2607	7.094

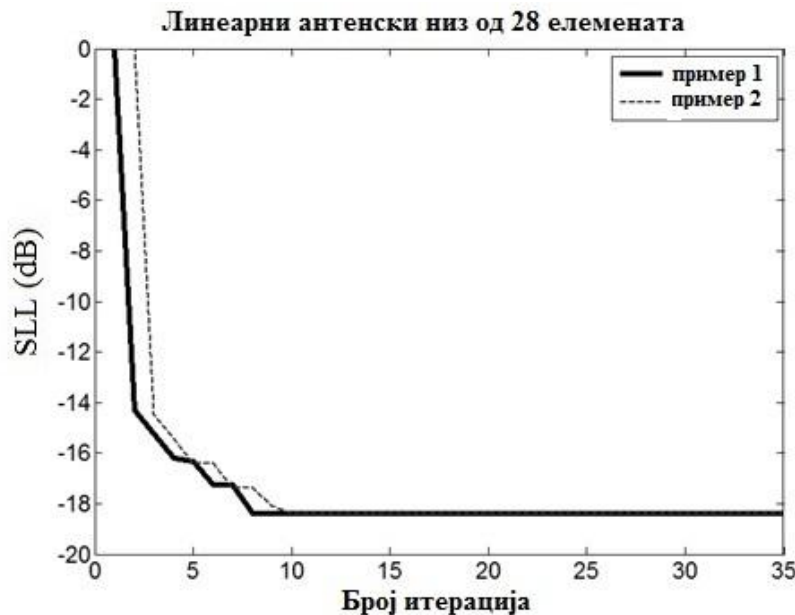
У табели 5 приказане су дубине нула, ширина првих нула главног снопа зрачења и нивои бочних лобова поређеног са решењима добијеним преко генетског алгоритма GA (видети

[56]), алгоритам колоније мрава ACO (видети [17]) и оптимизација чопором мачака CSO (видети [50]).

Табела 5. Добијене вредности нивоа бочних лобова и дубина нуле у децибелима

	SLL (dB)	ŠZPN	Дубина нуле на позицији (dB)		
			30°	32.5°	35°
пример 1	-18.41	8.7	-163.19	-100.01	-186
пример 2	-18.39	8.6	-171.77	-140.42	-164.82
GA [56]	-14.39	7.8	-71.89	-46.87	-74.13
ACO [17]	-14.88	8.4	-57.42	-59.20	-60.46
CSO [50]	-13.23	8.2	-75.00	-67.05	-65.32

Из табеле 5 можемо приметити да је добијени ниво бочних лобова нижи него у радовима са којима је извршено поређење и то око -4dB. Све нуле су ниже од -100 dB и ниже су у односу на радове са којима је поређено, што такође представља напредак. Ширина главног снопа зрачења је шири у односу на радове са којима је поређено. И у овом експерименту можемо закључити да смо значајно поправили две карактеристике од могуће три.



Слика 21. Конвергенција нивоа бочног лоба у односу на итерације

Брзина опадања вредности нивоа бочног лоба у односу на број итерација приказана је на слици 21. Можемо закључити да смо веома брзо дошли до решења и то за мање од 10 итерација, што је веома значајно због утршка времена.

4.2.2. Потискивање бочних лобова и постављање нула на жељеним правцима коришћењем тежинских коефицијената

У области телекомуникација вредности се најчешће представљају у децибелима, па ћемо због тога у експериментима користити функцију фактор низа у децибелима. Она је изражена релацијом (60)

$$AF_{2N}(d, \theta)_{dB} = 20 \log \frac{|AF(d, \theta)|}{AF_{2N}(90^\circ)}. \quad (60)$$

У неким случајевима је веома битно контролисати однос вредности нивоа бочних лобова у односу на дубину нула. То се може постићи коришћењем тежинских коефицијената у трансформисаној функцији циља облика

$$F = \alpha_1 \max_{\theta} (AF_{2N}(d, \theta)_{dB}) + \alpha_2 \sum_l AF_{2N}(d, \theta_l)_{dB}. \quad (61)$$

У функцији (61), α_1 и α_2 су тежински коефицијенти. Први сабирак у (61) има задатак да потисне бочне лобове на региону између углова θ_1^* и θ_2^* , док други сабирак има задатак да постави нуле на задатим правцима θ_l . С обзиром да вредности функције фактор низа у децибелима могу да иду према бесконачности ако је $AF_{2N}(\theta_l) = 0$, избором погодних тежинских коефицијената можемо спречити ту ситуацију. Уколико желимо да више потиснемо бочне лобове, тада узимамо да тежински коефицијент α_1 има већу вредност од тежинског коефицијента α_2 .

Облик овог проблема је следећи:

$$\min_d \left(\alpha_1 \max_{\theta} (AF_{2N}(d, \theta)_{norm}) + \alpha_2 \sum_k AF_{2N}(d, \theta_k)_{norm} \right) \quad (62)$$

при ограничењима:

$$\theta_1^* \leq \theta \leq \theta_2^*, \quad \theta \in \mathbb{R}, \quad (63)$$

$$|d_i - d_j| > 0.25\lambda, \quad i < j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (64)$$

$$d_i > 0.125\lambda, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (65)$$

У претрази користимо ограничења (63) и (65) која онемогућавају појаву grating lobes.

Алгоритам за решавање овог проблема је исти као у подглављу 4.2.1.

Први експеримент

Решен је проблем (70) – (73) који даје вектор положаја елемената антенског низа за који се формирају дијаграм зрачења са потиснутим лобовима на региону од $\theta_1^* = 96^\circ$ до $\theta_2^* = 180^\circ$ и дубоком нулом на правцу $\theta_1 = 99^\circ$. Антенски низ се састоји од $2N = 32$ елемената. Извршена су два експеримента у зависности од тежинских коефицијената: $\alpha_1 = 700, \alpha_2 = 1$ и $\alpha_1 = 1000, \alpha_2 = 1$.

Добијене вредности позиција елемената су приказане у табели 6. У табели 7 приказане су вредности нивоа бочних лобова и дубине нула за сваки експеримент. Добијени дијаграм зрачења је приказан на слици 22, док брзина опадања функције односу на итерацију приказана на слици 23.

Табела 6. $2N = 32$ положаја елемената антенског низа

Позиције елемената	2GO [79] ($\alpha_1 = 700, \alpha_2 = 1$)	2GO [79] ($\alpha_1 = 1000, \alpha_2 = 1$)
$d_1^* = d_{-1}^*$	0.5762	0.5936
$d_2^* = d_{-2}^*$	1.0762	1.1314
$d_3^* = d_{-3}^*$	2.1006	2.2735
$d_4^* = d_{-4}^*$	2.9021	2.8603
$d_5^* = d_{-5}^*$	4.0510	3.8594
$d_6^* = d_{-6}^*$	4.6839	4.6245
$d_7^* = d_{-7}^*$	5.5520	5.7001
$d_8^* = d_{-8}^*$	6.5194	6.6189
$d_9^* = d_{-9}^*$	7.5129	7.5850
$d_{10}^* = d_{-10}^*$	8.5845	8.7372
$d_{11}^* = d_{-11}^*$	9.7055	9.7896
$d_{12}^* = d_{-12}^*$	10.7613	10.9042
$d_{13}^* = d_{-13}^*$	12.3741	12.5593
$d_{14}^* = d_{-14}^*$	13.9407	14.2034
$d_{15}^* = d_{-15}^*$	15.7965	15.9250
$d_{16}^* = d_{-16}^*$	17.4611	17.7183

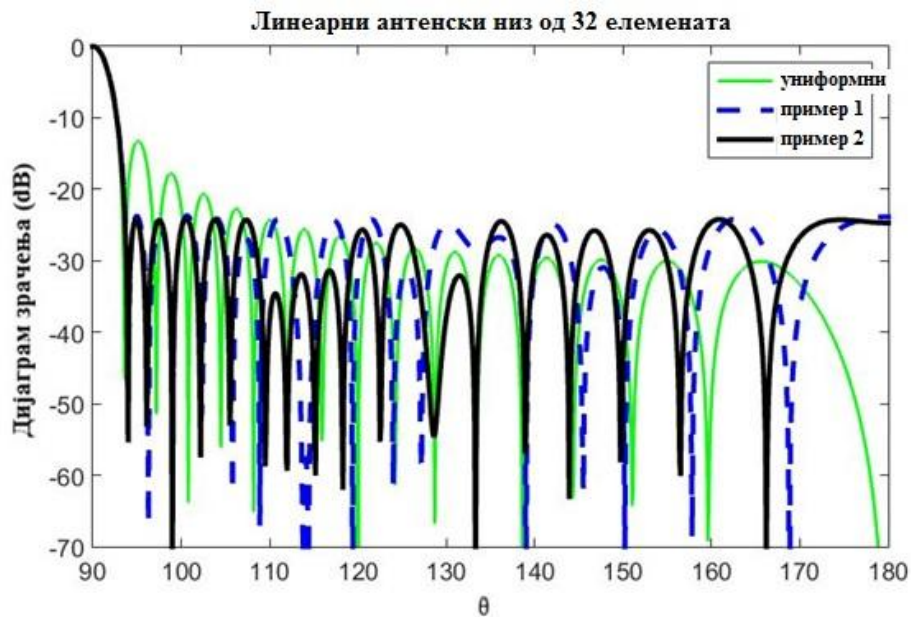
Табела 7. Добијене вредности нивоа бочних лобова и дубина нуле у децибелима

Primer	SLL (dB)	ŠZPN	Дубина нуле на позицији 99° (dB)
1.	-23.6830	8	-60.1721
2.	-24.1623	8	-74.0151

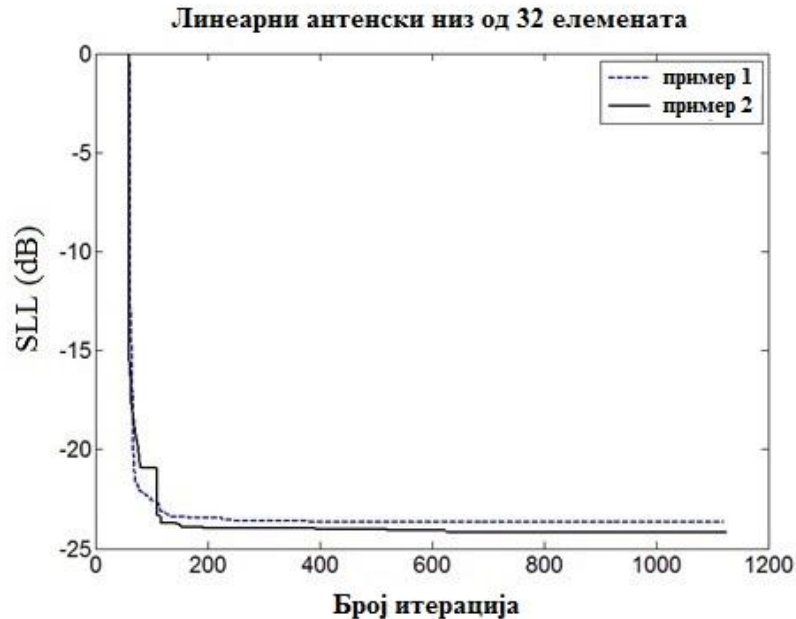
Из табеле 7 можемо видети да су бочни лобови потиснути више од -23dB и да постоји нула на позицији 99° . Добијени резултати су упоређени са решењима добијеним преко алгоритма оптимизације роја честица PSO (видети [48]), алгоритма колоније мрава ACO (видети [49]) и оптимизације чопором мачака CSO (видети [50]). Можемо приметити да су бочни лобови потиснути за више од 5dB . Ширина главног зрака је слична као у радовима са којима је поређено, односно разлике су занемариве.

Табела 8. Поређење добијених резултата са резултатима из објављених радова

	SLL	ŠZPN	Дубина нуле на позицији 99° (dB)
2GO [79]	-24.1623	8	-74.0151
PSO [48]	-18.73	8.2	-62.12
ACO [49]	-17.52	7.7	-60.00
CSO [50]	-18.8	8.2	-80.00



Слика 22. Дијаграм зрачења за антенски низ од 32 елемента



Слика 23. Конвергенција нивоа бочног лоба у односу на итерације

Други експеримент

И у овом експерименту био је циљ да се потисну бочни лобови на истом региону, али сада уместо уске нуле на једном правцу постављена је широка нула, ширине 5° . Синтеза је примењена за линеарни антенски низ од $2N = 28$ елемената. Нула ширине 5° је добијена тако што је тражена нула на правцима $\theta_1 = 120^\circ$, $\theta_2 = 122.5^\circ$ и $\theta_3 = 125^\circ$. Растојање између прве и треће нуле је 5° што одговара жељеној ширини. Извршена су два експеримента за различите тежинске коефицијенте и то: први $\alpha_1 = 700$, $\alpha_2 = 1$ и други $\alpha_1 = 1000$, $\alpha_2 = 1$.

Добијене вредности позиција елемената су приказане у табели 9. У табели 10 приказане су вредности нивоа бочних лобова и дубине нула за сваки експеримент. Добијени дијаграм зрачења је приказан на слици 24, а функција вредности нивоа бочног лоба у односу на итерацију приказана је на слици 25.

Табела 9. 2N = 28 положаја елемената антенског низа

Позиције елемената	2GO [79] ($\alpha_1=700, \alpha_2=1$)	2GO [79] ($\alpha_1=1000, \alpha_2=1$)
$d_1^* = d_{-1}^*$	0.3809	0.5587
$d_2^* = d_{-2}^*$	1.1958	1.2523
$d_3^* = d_{-3}^*$	2.4055	2.4402
$d_4^* = d_{-4}^*$	3.2653	2.9609
$d_5^* = d_{-5}^*$	4.4206	4.1780
$d_6^* = d_{-6}^*$	5.4617	4.9847
$d_7^* = d_{-7}^*$	6.0840	6.1779
$d_8^* = d_{-8}^*$	6.9958	7.0528
$d_9^* = d_{-9}^*$	8.1221	8.2650
$d_{10}^* = d_{-10}^*$	9.5345	9.6093
$d_{11}^* = d_{-11}^*$	10.8991	10.7680
$d_{12}^* = d_{-12}^*$	12.5322	12.4838
$d_{13}^* = d_{-13}^*$	14.2568	14.2172
$d_{14}^* = d_{-14}^*$	15.9052	15.9047

Табела 10. Добијене вредности нивоа бочних лобова и дубина нуле у децибелима

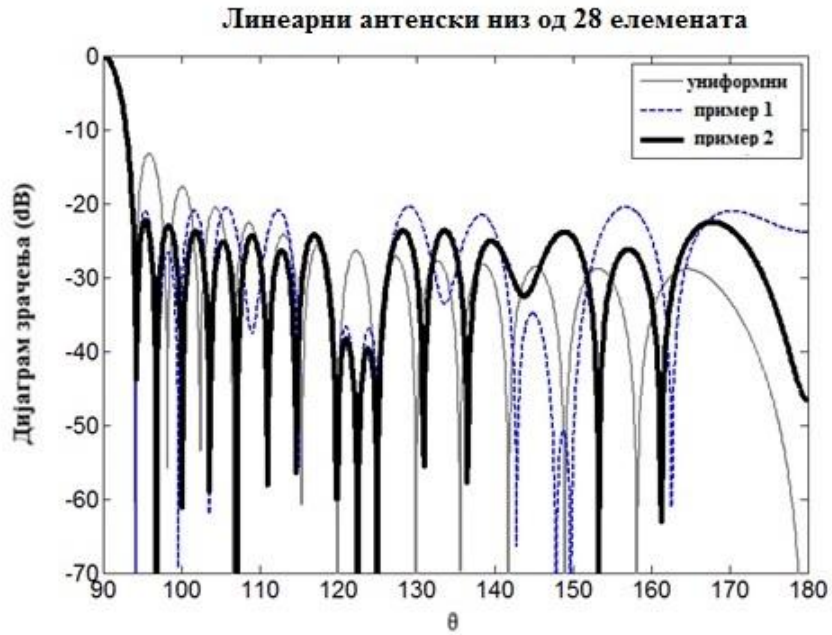
Primer	SLL (dB)	ŠZPN	Дубина нуле на позицији (dB)		
			120°	122.5°	125°
1.	-20.4225	8.4	-45.78	-227.89	-46.70
2.	-22.2375	8.6	-50.88	-192.36	-123.78

Табела 11. Поређење добијених резултата са објављеним радовима

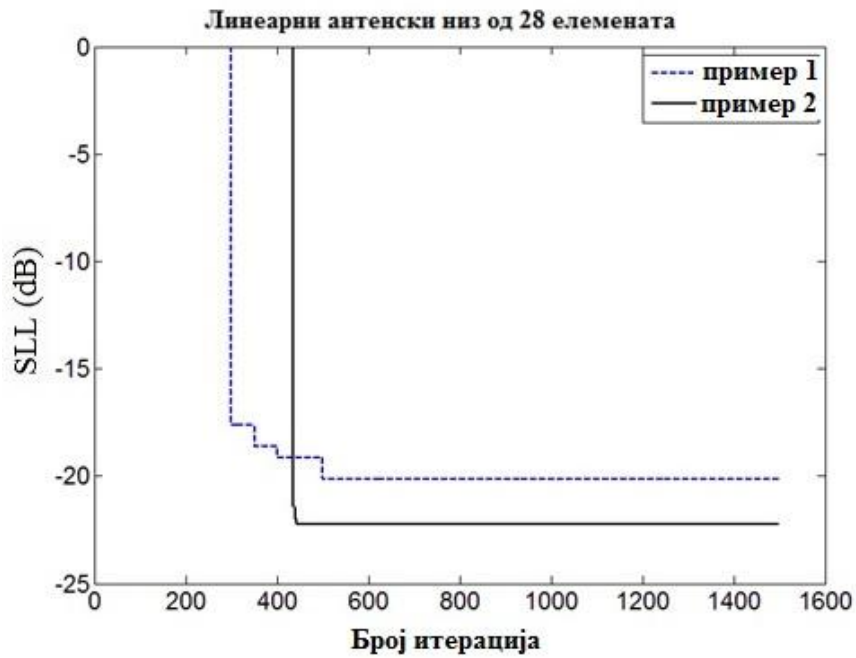
	SLL (dB)	ŠZPN	Дубина нуле на позицији (dB)		
			120°	122.5°	125°
2GO [79]	-22.24	8.6	-50.88	-192.36	-123.78
PSO [48]	-13.23	8.2	-52.74	-51.66	-61.46
ACO [49]	-14.88	8.4	-57.42	-59.2	-60.46

Из табеле 11 можемо приметити да су бочни лобови потиснути више од -20dB и да постоје нуле на позицијама 120°, 122.5° и 125°. Добијени резултати су упоређени са резултатима добијеним преко алгоритма PSO [48] и ACO [49]. Видимо да су бочни лобови потиснути за више од 6 dB. Ширина главног зрака је мало већа од ширине главних зракова из радова са

којима је поређено. Разлог лежи у томе што је дата предност потискивању бочних лобова, а што више потискујемо бочне лобове ширина главног снопа зрачења се повећава.



Слика 24. Дијаграм зрачења за антенски низ од 28 елемената



Слика 25. Конвергенција нивоа бочног лоба у односу на итерације

У оба случаја добијени су нижи нивои бочних лобова од нивоа бочних лобова који су добијени у радовима [48] и [49], док су нуле остале на жељеним местима. Дата метода показује добар потенцијал за решавање проблема синтезе линеарног антенског низа. Са једноставним мењањем параметара, у функцији циља се даје значај једном делу у односу на други, односно са тим се боље контролише претрага и добија се жељени дијаграм зрачења.

5. Закључак

Предмет истраживања ове докторске дисертације су анализа линеарног антенског низа, његове карактеристике и дефинисање оптимизационог проблема линеарног антенског низа.

У глави четири разматран је проблем одређивања амплитуде побуде елемената антенског низа тако да максимум бочних лобова буде минималан. Предложена је нова метода за решавање овог проблема која је показала добре резултате при поређењу са другим постојећим методама

У делу 4.2 разматран је комплекснији проблем. Решаван је проблем синтезе антенског низа код кога је потребно да се потисну бочни лобови и поставе нуле на задатим правцима. Добијени резултати су упоређени са већ постојећим резултатима у којима су се користиле друге хеуристичке методе. Презентован приступ је и у решавању ових проблема дао боље резултате од метода са којима је поређен. У делу 4.2 извршена су два експеримента: први, у коме је коришћена функција циља са нормализованим фактором низа и други, у коме је коришћена функција циља изражена у логаритамској скали са тежинским коефицијентима. Функција која садржи нормализован фактор низа је знатно брже довела до решења, док је код другог експеримента постигнуто значајније потискивање бочних лобова.

Решавањем различитих проблема показана је и флексибилност приступа. Презентован приступ је дао веома добре резултате у свим експериментима. Због добрих резултата и флексибилности, приступ може да има широку примену у проблемима синтезе линеарног антенског низа.

Будућа истраживања могу бити базирана на повећању броја елемената линеарног антенског низа. Такође, за даље истраживање изузетно може бити занимљива примена предложеног алгоритма на планарни антенски низ и просторне структуре антенског низа.

Литература

1. C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, John Wiley & Sons, 1997.
2. S. J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, Rutgers University, 2014.
3. W. L. Stutzman, G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, Wiley, New York, 1998.
4. S. A. Schelkunoff, *A mathematical theory of linear arrays*, Bell System Technical Journal, vol. 22, no.1, 1943, pp. 80-107.
5. S.A. Babale, D.D. Dajab, K. Ahmad, *Synthesis of a linear antenna array for maximum sidelobe level reduction*, International Journal of Computer Applications vol. 85, no. 16, 2014, pp. 24-28.
6. Ž. Rosić, *Antenna array synthesis for suppressed side lobe level using combination of global and local search*, International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT), vol. 4, no. 6, December 2014, pp. 58-61.
7. Ch. Ramesh, P. Mallikarjuna Rao, *Antenna array synthesis for suppressed side lobe level using evolutionary algorithms*, International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT), vol. 2, 2012, pp. 235-239.
8. Ž. Rosić, O. Mihić, *Comparison of results of antenna array synthesis by dolph-chebyshev method and GLO method*, Zbornik radova Sym-Op-Is' 2015.
9. L. Merad, F. Bendimerad, S. Meriah, *Design of linear antenna arrays for side lobe level reduction using the tabu search method*, The International Arab Journal of Information Technology, vol. 5, no. 3, July 2008, pp. 219–222.
10. M. Khodier, M. Al-Aqeel, *Linear and circular array optimization: A study using particle swarm intelligence*, Progress in Electromagnetics Research B, vol. 15, 2009, pp. 347-373.
11. V. Rajya Lakshmi, G. S. N. Raju, *Pattern synthesis using genetic algorithm for low sidelobe levels*, International Journal of Computer Applications, vol. 31, no. 4, 2011, pp. 53-57.
12. P. Wani, O. P. Acharya, *Pattern synthesis for linear antenna array using characteristics evolution optimization*, Journal of Electrical and Electronics Engineering, Vol. 4, No. 3, 2014, pp. 91-97.
13. S. Shrivastava, K. Cecil, *Performance analysis of linear antenna array using genetic algorithm*, International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT), vol. 2, no. 5, 2012, pp. 84-88.

14. P. Challende, P. Cervenksa, *An new algorithm for calculating the exact Dolph-Chebyshev shading coefficients*, J. Acoustique, vol 3. 1990, pp. 189-199.
15. W. H. Kummer, *Basic array theory*, Proceedings of the IEEE, vol. 80, no. 1, January 1992, pp.127-140.
16. M. Ridwan, M. Abdo, E. Jorswieck, *Design of non-uniform antenna arrays using Genetic algorithm*, Journal of Wireless Networking and Communications, vol. 2, no. 2, 2012, pp. 7-10.
17. J. D. Kraus, R. J. Marhefka, *Antennas, 2nd Ed.* New York: McGraw-Hill, 2001.
18. Y. Cengiz, H. Tokat, *Linear antenna array design with use of genetic, memetic and tabu search optimization algorithms*, In Progress in Electromagnetic Research C, vol. 1, 2008, pp. 63-72.
19. K. Guney, A. Akdagli, *Null steering of linear antenna arrays using a modified tabu search algorithm*, Progress in Electromagnetics Research, vol. 33, 2001, pp. 167-182.
20. M. Rattan, M. S. Patterh, B. S. Sohi, *Design of a linear array of half wave parallel dipoles using particle swarm optimization*, Progress in Electromagnetics Research M, vol. 2, 2008, pp. 131-139.
21. S.R. Begum, G.Ramarao, *Synthesis of non uniform linear arrays using dolph-chebyshev polynomial by reducing side lobe level based on modulating parameter array factor*, International Journal of Advance Research in Science ang Engineering, vol. 4, no. 8, 2015, pp. 65-72.
22. P. J. Bevelacqua, *Antennas arrays: performance limits and geometry optimization*, Arizona Atate University, May 2008.
23. M. H. Bataineh, *On chebyshev array design using particle swarm optimization*, Journal of Electromagnetic Analysis and Applications, vol. 3, 2011, pp. 213-219.
24. M. Vujošević, *Operaciona Istraživanja – Izabrana Poglavlja*, Fakultet organizacionih nauka, Beograd.
25. L. Liberti, *Intraduction to global optimization*, LIX, Ecole Polytechnique, Palaiseau F-91128, France, 2008.
26. S. Krčevinac, M. Čangalović, V Kovačević-Vujčić, M. Martić, M. Vujošević, *Operaciona Istraživanja 1*, Fakultet organizacionih nauka, Beograd, 2012.
27. Z. Stanimirović: *Nelinearno Programiranje*, Matematički fakultet, Beograd, 2014.

28. S. Zlobec, *Nelinearno Programiranje*, Naučna knjiga, Beograd, 1989.
29. H. Lebet, S. Boyd, *Antenna array pattern synthesis via convex optimization*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 45, no. 3, 1997, pp. 526-532.
30. A. Leon, *A Classified Bibliography on Optimization*, John Wiley and Sons, 1966.
31. A. A. Torn, *Global optimization as a combination of global and local search*, In Proceedings of Computer Simulation Versus Analytical Solutions for Business and Economic Models, Gothenburg 1972, pp. 191-206.
32. A. Archetti, F. Schoen, *A survey on the global optimization problem: general theory and computational approaches*, Annals of Operations Research, vol. 1, 1984, pp. 87–110.
33. A. H. G. Rinnooy Kan, G. T. Timmer, *Global Optimization*, Erasmus University Rotterdam, 1986.
34. A. Torn, A. Zilinskas, *Global Optimization*, Springer, 1989.
35. S. Krčevinac, M. Čangalović, V Kovačević-Vujčić, M. Martić, M. Vujošević, *Operaciona Istraživanja 2*, Fakultet organizacionih nauka, Beograd, 2012.
36. G. Zapfel, R. Braune, M. Bogl, *Metaheuristic Search Concept: A Tutorial with Applications to Production and Logistics*, Springer, 2009.
37. J. Kaur, S. Goyal, *Low side lobe level linear array optimization using evolutionary algorithms*, An International Journal of Engineering Sciences, vol. 20, 2016, pp. 92-98.
38. F. Glover, *Heuristics for integer programming using surrogate constraints*, Decision Sciences, 1977, pp. 156-166.
39. M. Gendreau, J. Y. Potvin, *Handbook of Metaheuristics*, Springer, 2010.
40. F. Glover, *A template for scatter search and path relinking. Artificial evolution*, Lecture Notes in Computer Science, 1998, pp. 13–54.
41. R. Marti, J. Pantrigo, A. Duarte, V. Campos, F. Glover, *Scatter search and path relinking: A tutorial on the linear arrangement problem*, International Journal of Swarm Intelligence Research, vol. 2 no. 2, 2011, pp.1-21.
42. E. Hughes, T. Huang, Y. Xu, *Parallel multistart nonlinear optimization with PROC OPTIMODEL*, SAS Global Forum, 2013.
43. R. Marti, *Handbook of Metaheuristics: Multi-Start Methods*, International Series in Operations Research & Management Science, vol. 57, 2003, pp.355-368.

44. C. Fleurent, F. Glover, *Improved constructive multi-start strategies for the Quadratic assignment problem using adaptive memory*, INFORMS Journal on Computing, 1999, pp. 198-204.
45. A. Rezioui, *Sidelobe level reduction in linear array pattern synthesis using particle swarm optimization*, Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 153, no. 2, 2012, pp. 497-512.
46. W. B. Wang, Q. Y. Feng, D. Liu, *Synthesis of thinned linear and planar antenna arrays using binary PSO algorithm*, , Progress in Electromagnetics Research , vol. 127, 2012, pp. 371-387.
47. F. Debbat, F. T. Bendimerad, *Radiation pattern optimization by apicalis ant algorithm for smart array antennas*, International Journal of Scientific and Engineering Research, vol. 3, no. 11, 2012.
48. M. M. Khoder, C. G. Chistodoulou, *Linear array geometry synthesis with minimum side lobe level and null controlling using particle swarm optimization*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 53, no. 8, 2005, pp. 2674-2679.
49. E. Rajo-iglesias, O. Quevedo-Teruel, *Linear antenna array synthesis using an ant colony optimization based algorithm*, Antennas and Propagation Magazine, IEEE, vol. 49, no. 2, 2007, pp. 70-79.
50. L. Pappula, D. Ghosh, *Linear antenna array synthesis using cat swarm optimization*, International Journal of Electronics and Communications (AEU), vol. 68, 2014, pp. 540-549.
51. V. A. Dubendorf, *Wireless Data Technologies*, John Wiley & Sons, 2003.
52. H. J. Riblet, *Discussion of dolph's paper*, Proc. IRE, vol. 35, 1947, pp. 489-492.
53. G. Sinclair, F. V. Cairns, *Optimum patterns for arrays of non-isotropic sources*, Trans. IRE, PGAP-1, 1952, pp. 50-61.
54. Z. Zaharis, D. Kampitaki, A. Papastergiou, A. Hatzigaidas, P. Lazaridis, M. Spasos, *Optimal design of a linear antenna array using particle swarm optimization*, Proceedings of the 5th WSEAS Int. Conf. on DATA NETWORKS, COMMUNICATIONS & COMPUTERS, Bucharest, Romania, October 16-17, 2006, pp. 69-74.
55. R. Marti, A. Duarte, J.M. Moreno-Vega, *Advanced multi-start methods*, International Series in Operations Research & Management Science vol. 146, 2010, pp. 265-281.

56. F. Tokan, F. Gunes, *Mutual coupling compensation in non-uniform antenna arrays using inter-element spacing restrictions*, ACES journal, vol. 26, no. 7, July 2011, pp. 596-602.
57. M. Vujošević, *Metode Optimizacije u Inženjerskom Menadžmentu*, Akademija inženjerskih nauka Srbije, 2012.
58. F. J. Hickernell, Ya-xiang Yuan, *A simple multistart algorithm for global optimization*, OR Transactions, vol. 1, no. 2, 1999.
59. *Global Optimization Toolbox User's Guide*, MathWorks, Inc., 2015.
60. Z. Ugray, L. Lasdon, J. Plummer, F. Glover, J. Kelly, R. Martí, *Scatter search and local NLP solvers: A multistart framework for global optimization*, INFORMS Journal on Computing, vol. 19, no. 3, 2007, pp. 328–340.
61. A. Chipperfield, P. Fleming, H. Pohlheim, C. Fonseca, *Genetic Algorithm Toolbox User's Guide*, University of Sheffield, 2016.
62. L. Dixon, G. P. Szegö, *The Global Optimization Problem: an Introduction*, Towards Global Optimisation 2, Amsterdam, The Netherlands, 1978.
63. D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
64. A. J. Chipperfield, P. J. Fleming, C. M. Fonseca, *Genetic algorithm tools for control systems engineering*, Adaptive Computing in Engineering Design and Control, Spetember 1994, pp. 21-22.
65. C. Guo, *A programming of genetic algorithm in matlab 7.0*, Modern Applied Science, vol. 5, no. 1, 2011.
66. *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox*, MathWorks, Inc., 2015.
67. J.A. Egea, E. Vazquez, J.R. Banga, *Improved scatter search for the global optimization of computationally expensive dynamic models*, Journal of Global Optimization, vol. 43, no.2, 2009, pp. 175–190.
68. A. Gyorgy, L. Kocsis, *Efficient multi-start strategies for local search algorithms*, Journal of Artificial Intelligence Research, vol. 41, 2011, pp. 407-444.
69. J.J. Moré, D.C. Sorensen, *Computing a Trust Region Step*, SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, Vol. 3, pp 553–572, 1983.
70. A. Kaveh, *Advances in Metaheuristic Algorithms for Optimal Design of Structures*, Springer International Publishing, 2017.

71. M. Settles, *An Introduction to Particle Swarm Optimization*, Department of Computer Science, University of Idaho, 2005.
72. M. R. Bonyadi, Z. Michalewicz, *Particle Swarm Optimization for Single Objective Continuous Space Problems: A Review*, *Evolutionary Computation* vol. 25, no.1, 2017. pp. 1–54.
73. A. Kaveh¹, A. Nasrollahi, *A New Probabilistic Particle Swarm Optimization Algorithm for Size Optimization of Spatial Truss Structures*, *International Journal of Civil Engineering*, Vol. 12, No. 1, 2014.
74. R. Perez, K Behdinan, *Particle swarm approach for structural design optimization*, *Computers & Structures* vol.85, no.19, 2007. pp.1579-1588.
75. Y. Shi, R. C. Eberhart RC, *A modified particle swarm optimizer*, *Proceedings of the congress on evolutionary computation*, 1998, pp. 73–79.
76. S. C. Chu, P. Tsai, J. S. Pan, *Cat Swarm Optimization*, *PRICAI: Trends in Artificial Intelligence*, 2006, pp. 854-858.
77. O. Bozorg-Haddad, *Advanced Optimization by Nature-Inspired Algorithms*, Springer Nature Singapore Pte Ltd. 2018
78. Ž. Rosić, O. Mihić, D. Aleksić, D. Drajić, *Novel Method for Optimal Synthesis of 5G Millimeter Wave Linear Antenna Array*, *International Journal of Antennas and Propagation*, 2017.
79. Ž. Rosić, O. Mihić, *Linear Antenna Array Synthesis with Minimum Side Lobe Level and Null Controlling*, *Rev. Roum. Sci. Techn.–Électrotechn. et Énerg.*, Vol. 61, no. 4, 2016, pp. 414–417.

Биографија аутора

Жарко Росић је рођен 21.05.1988. године у Ужицу. У Ужицу је завршио основну и средњу техничку школу, смер Електротехничар електронике, са просечном оценом 4.67. Године 2007. уписао је Електротехнички факултет у Београду као редован студент. Дипломирао је у августу 2011. године, на одсеку Сигнали и системи са просечном оценом 8.11 и оценом 10 на дипломском испиту.

Мастер академске студије уписује на Електротехничком факултету у Београду 2011. године, на одсеку Сигнали и системи. Диплому Мастер инжењер електротехнике и рачунарства је стекао 2012. године, са просечном оценом 9.50 у току мастер студија и оценом 10 на завршном испиту.

У октобру 2012. године је уписао докторске академске студије на Факултету организационих наука, на студијском програму Информациони системи и менаџмент, изборно подручје – Операциона истраживања. Положио је све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 10 (десет).

У октобру 2008. године оснива фирму CORSAIR DOO која се бави инсталацијом грејања, климатизације и аутоматиком.

До сада је објавио следеће научне радове

1. Радови објављени у међународним часописима

- 1.1. Žarko Rosić, Olivera Mihić, Danijela Aleksic, Dejan Drajić, *Novel Method for Optimal Synthesis of 5G Millimeter Wave Linear Antenna Array*, International Journal of Antennas and Propagation, ISSN , 2017, 10.1155/2017/6848234
- 1.2. Žarko Rosić, Olivera Mihić, *Linear Antenna Array Synthesis with Minimum Side Lobe Level and Null Controlling*, Revue Roumaine Des Sciences Techniques-Serie Electrotechnique et Energetique, ISSN: 0035-4066, 2016, IF 0.524
- 1.3. Ž. Rosić, *Antenna array synthesis for suppressed side lobe level using combination of global and local search*, International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT), vol. 4. no. 6, December 2014, p. 58-61.

2. Радови саопштени на скуповима националног значаја

- 2.1. Ž. Rosić, O. Mihić, *Analiza efikasnosti proizvodnje žitarica u Srbiji*, Zbornik radova Sym-Op-Is, p. 684-688.
- 2.2. Ž. Rosić, O. Mihić, *Comparison of results of antenna array synthesis by Dolph-Chebyshev method and GLO method*, Zbornik radova Sym-Op-Is, 2015.
- 2.3. Ž. Rosić, O. Mihić, *Primena job scheduling problema u organizovanju projekta*, XXI Internacionalni simpozijum iz projektnog menadžmenta YUMPA 2017, 2-4. jun 2017, Zlatibor, Srbija

Списак табела

ТАБЕЛА 1 АМПЛИТУДЕ ПОБУДЕ ЗА ЛИНЕАРНИ АНТЕНСКИ НИЗ ОД 16 ЕЛЕМЕНАТА.....	42
ТАБЕЛА 2 $2N = 20$ ПОЛОЖАЈ ЕЛЕМЕНАТА АНТЕНСКОГ НИЗА ДОБИЈЕНИХ ПРЕКО ПРЕДЛОЖЕНОГ АЛГОРИТМА.....	47
ТАБЕЛА 3. ДОБИЈЕНЕ ВРЕДНОСТИ НИВОА БОЧНИХ ЛОБОВА И ДУБИНА НУЛЕ У ДЕЦИБЕЛИМА	48
ТАБЕЛА 4. $2N = 28$ ПОЛОЖАЈ ЕЛЕМЕНАТА АНТЕНСКОГ НИЗА ДОБИЈЕНИХ ПРЕКО ПРЕДЛОЖЕНОГ АЛГОРИТМА И ПОЛОЖАЈ ЕЛЕМЕНАТА КОД УНИФОРМНОГ АНТЕНСКОГ НИЗА	49
ТАБЕЛА 5. ДОБИЈЕНЕ ВРЕДНОСТИ НИВОА БОЧНИХ ЛОБОВА И ДУБИНА НУЛЕ У ДЕЦИБЕЛИМА	50
ТАБЕЛА 6. $2N = 32$ ПОЛОЖАЈ ЕЛЕМЕНАТА АНТЕНСКОГ НИЗА ДОБИЈЕНИХ ПРЕКО ПРЕДЛОЖЕНОГ АЛГОРИТМА И ПОЛОЖАЈ ЕЛЕМЕНАТА КОД УНИФОРМНОГ АНТЕНСКОГ НИЗА	52
ТАБЕЛА 7. ДОБИЈЕНЕ ВРЕДНОСТИ НИВОА БОЧНИХ ЛОБОВА И ДУБИНА НУЛЕ У ДЕЦИБЕЛИМА	52
ТАБЕЛА 8. ПОРЕЂЕЊЕ ДОБИЈЕНИХ РЕЗУЛТАТА СА РЕЗУЛТАТИМА ИЗ ОБЈАВЉЕНИХ РАДОВА	53
ТАБЕЛА 9. $2N = 28$ ПОЛОЖАЈ ЕЛЕМЕНАТА АНТЕНСКОГ НИЗА ДОБИЈЕНИХ ПРЕКО ПРЕДЛОЖЕНОГ АЛГОРИТМА И ПОЛОЖАЈ ЕЛЕМЕНАТА КОД УНИФОРМНОГ АНТЕНСКОГ НИЗА	55
ТАБЕЛА 10. ДОБИЈЕНЕ ВРЕДНОСТИ НИВОА БОЧНИХ ЛОБОВА И ДУБИНА НУЛЕ У ДЕЦИБЕЛИМА ...	55
ТАБЕЛА 11. ПОРЕЂЕЊЕ ДОБИЈЕНИХ РЕЗУЛТАТА СА ОБЈАВЉЕНИМ РАДОВИМА	55

Списак слика

Слика 1. Дијаграм зрачења једне антене у тродимензионалном простору	4
Слика 2. Дводимензионални дијаграм зрачења	5
Слика 3. Примери линеарног, кружног и троугаоног антенског низа.....	6
Слика 4. Графичка репрезентација линеарног антенског низа са $2N$ елемената	7
Слика 5. Дијаграм зрачења у поларном координатном систему	9
Слика 6. Фактор низа за пример 1.....	10
Слика 7. Нормализовани фактор низа	11
Слика 8. Нормализовани фактор низа у децибелима.....	12
Слика 9. Фактор низа у зависности од амплитуде побуде	13
Слика 10. Фактор низа у зависности од растојања елемената антенског низа од центра система	13
Слика 11. Приказ задатих углова θ_1^* и θ_2^* на нормализованој вредности фактора низа	15
Слика 12. Конвексна функција	20
Слика 13. Графички приказ кретања честице кроз простор.....	34
Слика 14. Линеарни антенски низ са $2N$ -елемената	38
Слика 15. Алгоритам за решавање проблема (9) – (11).....	41
Слика 16. Дијаграм зрачења за фактор низа у поларном координатном систему	43
Слика 17. Дијаграм зрачења за фактор низа од 16 елемената.....	43
Слика 18. Линеарни антенски низ са $2N$ -елемената са растојањем d_1, d_2, \dots, d_N од центра система	44
Слика 19. Дијаграм зрачења за антенски низ од 28 елемента	48
Слика 20. Дијаграм зрачења за антенски низ од 28 елемента	49
Слика 21. Конвергенција нивоа бочног лоба у односу на итерације	50
Слика 22. Дијаграм зрачења за антенски низ од 32 елемента	53
Слика 23. Конвергенција нивоа бочног лоба у односу на итерације	54
Слика 24. Дијаграм зрачења за антенски низ од 28 елемената.....	56
Слика 25. Конвергенција нивоа бочног лоба у односу на итерације	56

ПРИЛОГ 1

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора _____ Жарко Росић _____

Број индекса _____ 5024/2012 _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ У ПРОБЛЕМИМА СИНТЕЗЕ ЛИНЕАРНОГ

АНТЕНСКОГ НИЗА

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, _____

ПРИЛОГ 2

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора ____Жарко Росић_____

Број индекса _____5024/2012_____

Студијски програм ____Информациони системи и менаџмент_____

Наслов рада __МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ У ПРОБЛЕМИМА СИНТЕЗЕ ЛИНЕАРНОГ
АНТЕНСКОГ НИЗА

Ментор _____Оливера Михић_____

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, _____

ПРИЛОГ 3

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ У ПРОБЛЕМИМА СИНТЕЗЕ ЛИНЕАРНОГ АНТЕНСКОГ

НИЗА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.

Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, _____
