

UNIVERZITET U BEOGRADU

MAŠINSKI FAKULTET

Bojan P. Ivljanin

**DVOFAZNO STRUJANJE PRI  
POVRATNOM HIDRAULI KOM UDARU**

doktorska disertacija

Beograd, 2018

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Bojan P. Ivljanin

**TWO-PHASE FLOW IN REVERSE  
WATERHAMMER**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2018

Komisija za pregled i odbranu:

Mentor: dr Vladimir Stevanovi , redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

lanovi komisije: dr Sanja Milivojevic, docent  
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Nikola Rajakovi , redovni profesor u penziji  
Univerzitet u Beogradu, Elektrotehni ki fakultet

Datum odbrane:

## PREDGOVOR

Tema doktorske disertacije je povratni hidrauli ki udar sa pojavom kavitacije i dvofaznog strujanja. Cilj je razvoj unapre enog modela za prora un hidrauli kog udara koji uzima u obzir brzinu izdvajanja i apsorpcije vazduha pri kavitaciji, brzinu isparavanja i kondenzacije pri dostizanju pritiska saturacije u vodi, kao i prora un prostiranja talasa pritiska u dvofaznoj mešavini vode, vazduha i vodene pare. Motiv istraživanja je unapre enje postoje ih prora unskih metoda prelaznih režima u hidrauli nim sistemima u kojima se javlja hidrauli ki udar, sa primenom na predvi anje povratnog hidrauli kog udara kod vodnih turbina. Pouzdanije prou avanje pomenutih pojava ima za cil pronalaženje rešenja i preporuka za spre avanje pojave povratnog hidrauli kog udara, kao i mera za ublažavanje posledica njihovog razornog dejstva.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr Vladimiru Stevanovi u i prof. dr Aleksandru Gaji u na podršci, strpljenju, korisnim savetima i uputstvima koje su mi pružili u toku izrade disertacije. Tako e se zahvaljujem doc. dr Sanji Prica i Milanu M. Petrovi u na saradnji i doprinosu koji su dali u formiranju kona ne verzije disertacije.

Beograd, jul 2018.

Bojan P. Ivljanin

## DVOFAZNO STRUJANJE PRI POVRAATNOM HIDRAULI KOM UDARU

### APSTRAKT

U okviru doktorske disertacije je razvijen numeriki postupak za proraun dvofaznog strujanja pri povratnom hidrauli kom udaru, koji se često javlja u hidroenergetskim postrojenjima. Korišten je homogeni model jednofaznog i dvofaznog stišljivog strujanja u kome su strujni i termodinamički parametri dobijeni usrednjavanjem parametara te i te na faze po jedinici mase. Pretpostavljeno je da su parna i te na faza u strujnoj i termi koj ravnoteži, kao i da je strujanje dvofazne mešavine izentalpsko. Jednodimenzionalno nestacionarno strujanje homogenog stišljivog fluida opisano je zakonom održanja mase i zakonom promene količine kretanja, koji formiraju sistem kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa. Pri formiranju jednačina uzeta je u obzir promena površine poprečnog preseka, koja je veoma izražena u hidroenergetskim postrojenjima, kako u ulaznom, tako i u izlaznom cevovodu. Numeričko rešavanje ovog sistema jednačina je izvršeno primenom metode karakteristika. Postupak numeričkog rešavanja je eksplicitan. Vremenski korak integracije je određen Courant-ovim kriterijumom. Za određivanje graničnih uslova su razvijene bilansne jednačine, kao što su uticanje u cev, spoj dve cevi istog ili različitog poprečnog preseka, vodna turbina, spoj cevi i rezervoara na mestu isticanja. Za validaciju razvijenog numeričkog postupka iskorišteni su eksperimentalni podaci dostupni u literaturi i merenja izvršena na realnom postrojenju hidroelektrane. Poređenje rezultata numeričkih prorauna sa izmerenim vrednostima daje zadovoljavajuće slaganje. Razvijeni numerički postupak omogućava pouzdano predviđanje uslova pojave povratnog hidrauličkog udara i nastanka dvofaznog strujanja.

Razvijeni numerički postupak je primenjen za simulacije hidrauličkog udara sa neravnotežnim izdvajanjem gasa sa ili bez isparavanja vode. Hidraulički udar sa gasnom i parnom kavitacijom u cevi, izazvan naglim zatvaranjem zatvarača, izaziva maksimalni porast pritiska ispred zatvarača, čija je amplituda bliska vrednosti određenoj relacijom Joukovsky-og, dok na intenzitet sledećih amplituda pritiska tokom nestacionarne pojave veoma utiče prisustvo rastvorenog vazduha i pare u vodi, tako da amplitude i nekoliko narednih udarnih talasa u dvofaznoj mešavini mogu biti veće od prve amplitude u

te nosti. Kako bi se ovaj uticaj numeri ki simulirao, uzet je u obzir neravnotežni prelaz mase vazduha i pare na površini dispergovanih mehurova gasne faze u kontinualnom toku vode. Utvr eno je da je nastanak mehurova vazduha intenzivan kada ekspanzioni talas obori pritisak ispod pritiska zasi enja gasa u vodi po prvi put nakon maksimalnog pika pritiska prema Joukovsky-om, dok je kasnije, brzina prenosa mase vazduha, zbog degazacije i apsorpcije vazduha, manja. Povratni hidrauli ki udar, koji nastaje nizvodno od zatvara a koji se zatvara, pokazuje da je amplituda povratnog hidrauli kog udara nešto ve a od po etne vrednosti pritiska pre zatvaranja zatvara a. Razvijeni model i numeri ki postupak prora una hidrauli kog udara su primenjeni za predvi anje povratnog hidrauli nog udara na hidroelektrani „ erdap I“ sa Kaplanovom turbinom.

Klju ne re i: povratni hidrauli ki udar, metoda karakteristika, dvofazno strujanje

Nau na oblast: Mašinstvo

Uža nau na oblast: Hidrauli ne mašine i energetski sistemi

UDK broj: 532.595.2:532.529]:519.633(043.3)

532.595.2:532.529]:004.942(043.3)

## **TWO-PHASE FLOW IN REVERSE WATERHAMMER**

### **ABSTRACT**

Numerical procedure for calculating the two-phase flow in the reverse waterhammer on hydropower plants, which often occurs in hydropower plants, is developed and presented in this dissertation. A homogeneous model of single-phase and two-phase compressive flows is used in which the flow and thermodynamic parameters are obtained by averaging the parameters of the liquid and gas phase per unit mass. It is assumed that the gas and liquid phase are in the velocity and thermal equilibrium, and that the flow of the two-phase mixture is isenthalpic. A one-dimensional non-stationary flow of homogeneous compressible fluid is described by applying mass and momentum conservation equations which form a system of quasilinear partial differential equations of a hyperbolic type. The change of the flow channel cross-section area, which is very pronounced in hydropower plants, is taken into account, both in the inlet and outlet pipelines, during formation of the balance equations. Numerical solving of this system of equations is performed by using the method of characteristics. The numerical resolve process is explicit. The timing of integration is determined by Courant's criterion. Balance equations are developed in order to determinate boundary conditions, such as inflow into pipe, joints of two pipes of the same or different cross section, water turbine, pipe joints and tank at the end of system. In order to validate the developed numerical procedure, the obtained numerical results are compared with the available measured data from the literature, as well as those measured at the real hydropower plant. The developed numerical procedure enables a reliable prediction of the conditions for the occurrence of a reverse waterhammer and the formation of a two-phase flow.

The developed numerical procedure was also applied for simulation of hydraulic water hammer with non-equilibrium gas and vapor generation. Waterhammer with gas cavitation in the pipe, caused by a sudden closing of the valve, causes a maximum peak pressure, close to the pressure in the liquid obtained by the Joukovsky relation, while

the intensity of the next pressure peaks during this non-stationary phenomenon is greatly affected by the presence of dissolved air in the water and vapor generation due to the evaporation of liquid under pressure lower or equal to the water saturation pressure. The previously developed numerical procedure was upgraded by the non-equilibrium model of air degassing and absorption and vapor evaporation and condensation on the surface of dispersed gas bubbles in the continuous liquid water. It was found that the formation of air bubbles is intense when the expansion wave collapses the pressure below the saturation pressure of the gas in water for the first time after the maximum pressure peak against Joukovsky, while later, the velocity of mass transfer due to degassing and absorption of air is much lower. In addition, the developed model and numerical procedure are applied to the simulation of the reverse water hammer at the hydropower plant “Djerdap I” with the Kaplan hydro turbine.

Key words: reverse water hammer, method of characteristics, two-phase flow

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific subdiscipline: Hydraulic machinery and energy systems

UDC number: 532.595.2:532.529]:519.633(043.3)

532.595.2:532.529]:004.942(043.3)



## SPISAK OZNAKA UPOTREBLJENIH U RADU

Latini na slova:

|  |   |
|--|---|
| a  | dužina popre nog preseka difuzora, m<br>brzina prostiranja poreme ajnog talasa, m/s                     |
| a <sub>0</sub>   | otvor sprovodnog aparata, mm  |
| b  | širina popre nog preseka difuzora; m  |
| A  | površina popre nog preseka difuzora, m <sup>2</sup>   |
| C <sub>i</sub>   | maseni udeo rastvorenog nekondenzuju eg gasa na razdelnoj površini                                      |
| C <sub>1</sub>   | maseni udeo rastvorenog nekondenzuju eg gasa u te nosti   |
| C <sup>+</sup> , C <sup>-</sup> , C <sup>p</sup>                               | oznaka karakteristika u MOC   |
| c  | lokalna brzina zvuka u fluidu, m/s  |
| $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}$ , | brzinski (materijalni) izvod  |
| D  | pre nik cevi, m   |
| D <sub>H</sub>   | hidrauli ki pre nik cevovoda, m   |
| D <sub>ekv</sub>   | ekvivalentni pre nik cevi, m  |
| e  | energija fluida, J/kg   |
| E  | Jungov moduo elasti nosti   |
| f  | koeficijent trenja, -   |
| G  | maseni fluks, kg/m <sup>2</sup> s   |
| g  | ubrzanje Zemljine teže, m/s <sup>2</sup>  |
| H <sub>ul</sub>  | visina nivoa te nosti u gornjoj vodi do ose predturbinskog zatvara a;<br>m                              |
| H <sub>C</sub>   | Henrijeva konstanta   |
| h  | specifi na entalpija, J/kg  |
| h  | izmerena razlika pritisaka na HE“Djerdap I“, m  |
| Ja   | Jakob-ov broj   |
| k  | koeficijent za izra unavanje protoka po metodi Winter-Kennedy,<br>(m <sup>3</sup> /s) <sup>2</sup> /mVS |
| K <sub>s</sub>   | koeficijent lokalnog otpora strujanju fluida usled suženja popre nog preseka                            |
| K <sub>p</sub>   | koeficijent lokalnog otpora strujanju fluida usled proširenja popre nog preseka                         |
| l  | dužina cevi, m  |
| $\dot{m}$  | maseni protok, kg/s   |
| n  | brzina obrtanja, min <sup>-1</sup>  |
| Nu   | Nusselt-ov broj   |
| N  | ukupan broj noda u cevi   |
| p  | pritisak, Pa  |
| Pr   | Prandtl-ov broj   |
| R <sub>g</sub>   | gasna konstanta, J/kgK  |
| Re   | Reynolds –ov broj   |
| T  | temperatura, °C   |
| t  | vreme, s  |

|           |   |
|-----------|---|
| t         | vremenski korak integracije, s                            |
| u         | brzina strujanja fluida, m/s                              |
| $u_i$     | brzina kretanje razdelne površine te ne i parne faze, m/s |
| V         | zapremina, $m^3$  |
| v         | specifi na zapremina, $m^3/kg$                            |
| Q         | zapreminski protok, $m^3/s$                               |
| $W_M$     | karakteristika momenta                                    |
| $W_H$     | karakteristika pada                                       |
| X         | jedna ina (3.28)  |
| x         | maseni udeo   |
| $x_{rav}$ | molarni udeo apsorbovanog gasa u te nosti                 |
| z         | prostorni korak integracije, m                            |
| Y         | jedna ina (3.29)  |
| Z         | dužina kanala (difuzora); prostorna koordinata; m         |

Gr ka slova:

|              |   |
|--------------|---|
| $r_1$        | izraz (5.18), zapreminski udeo parne (gasne) faze u mešavini                |
| $s_1$        | izraz (5.19)+relativni ugao lopatica radnog kola                            |
| $X_{c1}$     | brzina kondenzacije, $kg/(m^3s)$  |
| $x_1$        | izraz (5.20)  |
| $u_1$        | izraz (5.21)  |
| $\alpha_1$   | ugao nagiba strujnog kanala u odnosu na horizontalu, polarni ugao, $^\circ$ |
| $ 1$         | eksponent adijabate   |
| $\beta_1$    | koeficijenti u jedna ini (5.1)  |
| $\epsilon_1$ | kinematska viskoznost, $m^2/s$  |
| $\mu_1$      | dinami ka viskoznost vode, Pas  |
| $\rho_1$     | gustina, $kg/m^3$   |
| $\tau_1$     | površinski napon, N/m   |
| $\zeta_1$    | koeficijent lokalnog otpora turbine   |

Indeksi:

|        |                                    |
|--------|------------------------------------|
| C      | cev                                |
| i      | razdelna površina (eng. interface) |
| i      | položaj node u cevi                |
| in     | ulaz                               |
| j, j+1 | oznaka broja cevi u spoju          |
| nt     | nestacionarno trenje               |
| res    | stanje u rezervoaru                |
| sat    | saturacija (zasi enje)             |
| v      | voda                               |
| 0      | po etni trenutak                   |
| 1      | te na faza                         |
| 2      | parna (gasna) faza                 |

## SADRŽAJ:

|  |    |
|--|----|
| 1. UVOD  | 1  |
| 2. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA DVOFAZNIH STRUJANJA PRI POVRATNOM HIDRAULI KOM UDARU                                      | 5  |
| 3. HOMOGENI MODEL NESTACIONARNOG DVOFAZNOG STRUJANJA TE NE I GASNE FAZE  | 29 |
| 3.1 Formiranje sistema kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jedna ina hiperboli kog tipa                       | 33 |
| 4. KONSTITUTIVNE KORELACIJE ZA ODRE IVANJE RAZMENE MASE I KOLI INE KRETANJA NA RAZDELNIM POVRŠINAMA U DVOFAZNOM TOKU | 35 |
| 4.1 Razmena mase na razdelnoj površini između faza   | 35 |
| 4.1.1 Degazacija i apsorpcija vazduha u vodi   | 36 |
| 4.1.2 Isparavanje i kondenzacija   | 43 |
| 4.2 Nestacionarno trenje   | 44 |
| 4.3 Brzina zvuka   | 48 |
| 5. NUMERI KO REŠAVANJE MODELA NESTACIONARNOG STRUJANJA PRIMENOM METODE KARAKTERISTIKA                                | 50 |
| 5.1 Formiranje sistema običnih diferencijalnih jedna ina sa totalnim diferencijalima – jedna ine karakteristika      | 51 |
| 5.2 Formiranje sistema diferencnih jedna ina   | 52 |
| 5.3 Rešavanje sistema diferencnih jedna ina primenom metode karakteristika   | 53 |
| 5.4 Matemati ko definisanje grani nih uslova   | 56 |
| 5.4.1 Grani ni uslov na početku cevi   | 57 |
| 5.4.1.1 Rezervoar na početku cevi  | 57 |
| 5.4.1.2 Uticanje   | 58 |
| 5.4.2 Grani ni uslov na kraju cevi   | 58 |

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| 5.4.2.1 | Rezervoar na kraju cevi   | 59  |
| 5.4.2.2 | Grani ni uslov u spoju dve cevi istog ili razli itog popre nog<br>preseka   | 59  |
| 5.4.2.3 | Grani ni uslov – model turbine  | 64  |
| 6.      | REZULTATI NUMERI KIH SIMULACIJA HIDRAULI KOG UDARA U<br>DVOFAZNOM TOKU - VALIDACIJA RAZVIJENOG MODELA I<br>KOMPJUTERSKOG PROGRAMA | 77  |
| 6.1     | Numeri ka simulacija hidrauli kog udara sa kavitacijom nekondenzuju eg<br>gasa  | 77  |
| 6.1.1   | Hidrauli ki udar usled brzog zatvaranja ventila   | 77  |
| 6.1.2   | Grafi ki prikaz dobijenih rezultata pri numeri koj simulaciji<br>hidrauli kog udara usled brzog zatvaranja ventila                | 79  |
| 6.2     | Numeri ka simulacija hidrauli kog udara sa parnom kavitacijom   | 92  |
| 6.3     | Povratni hidrauli ki udar   | 95  |
| 7.      | REZULTATI NUMERI KIH SIMULACIJA POVRATNOG HIDRAULI KOG<br>UDARA U HIDROELEKTRANI SA KAPLANOVOM TURBINOM                           | 104 |
| 7.1     | Rezultati snimanja prelaznog procesa pri havarijskom zaustavljanju<br>agregata u sistemu HE „ erdap I“                            | 104 |
| 8.      | ZAKLJU AK   | 116 |
| 9.      | LITERATURA  | 119 |
|         | Biografija autora   | 126 |
|         | Izjava o autorstvu  | 128 |
|         | Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada  | 129 |
|         | Izjava o koriš enju   | 130 |

## 1. UVOD

Hidrauli ki udar predstavlja pojavu koja nastaje usled nagle vremenske promene brzine strujanja te nosti, izazvane npr. zatvaranjem zatvara a, ime se zna ajno pove ava vrednost pritiska. Pri ovom procesu sva kineti ka energija te nosti se transformiše u njenu potencijalnu energiju. Kao takav, hidrauli ki udar može ugroziti sigurnost postrojenja jer visoka vrednost pritiska tokom hidrauli kog udara može dovesti do ošte enja i loma cevovoda, posuda pod pritiskom, armature, turbina, pumpi, zatvara a i dr. Pojava niskih vrednosti pritisaka, može ugroziti sigurnost celog sistema, pogotovu ako u nekom njegovom delu pritisak opadne ispod kriti nog pritiska, tj. pritiska zasi ene pare te nosti (vode). Tada nastaje kavitacija, što zna i da se u struji te nosti formiraju parovazdušni ili samo vazdušni mehurovi. Krajnja posledica niske vrednosti pritiska može dovesti i do pojave razdvajanje stuba (toka) te nosti poznatog kao ("raskidanje vodenog stuba"). Implouzija ili nestajanje ve formiranih vazdušnih ili parovazdušnih mehurova kao i ponovno spajanje raskinutog te nog stuba izaziva povratni hidrauli ki udar. Ovaj udar je pra en zna ajnim porastom pritiska.

Pri pojavi povratnog hidrauli kog udara zatvoreni odvodni trakt hidroenergetskog sistema može biti u opasnosti ako je cevovod duga ak, ili su brzine strujanja u stacionarnom stanju velike, što sve zajedno može omogu iti nastajanje raskidanja vodenog stuba.

Stoga se vrše analize sa ciljem odre ivanja maksimalne vrednosti pritiska fluida pri pojavi kako hidruali kog, tako i povratnog hidrauli kog udara. Ukoliko, pak, ta vrednost prelazi dozvoljenu, pristupa se sprovo enju mera zaštite od hidruali kog udara. Engleski naziv ove pojave je "reverse waterhammer" (povratni hidrauli ki udar). Sam naziv "waterhammer" (vodeni eki ) podrazumeva sve nestacionarne promene uzrokovane promenom pritiska (Rich 1963 i Fox, 1977). Naziv vodeni eki poti e od zvuka koji nastaje pri prolasku talasa pritiska kroz cevovod, a koji podse a na zvuk koji nastaje pri udaru eki em o cevovod.

Analize i istraživanja koja su sprovedena u oblasti povratnog hidrauli kog udara na hidroenergetskim postrojenjima, posebno sa Kaplanovim turbinama, sa relativno duga kim odvodnim organima, kakvih je dosta ugra eno u hidroelektranama širom sveta, od posebnog su zna aja i uvek vredna pažnje. Kao i kod svih drugih prelaznih režima u hidroelektranama, govori se o izrazito dinami nim i nelinearnim procesima. Rezultati ovakvih istraživanja omogu avaju pove anje sigurnosti eksploatacije postrojenja i agregata, iznalaženje rešenja i preporuka usmerenih ka prevenciji nastanka povratnog hidrauli kog udara ili ublažavanju negativnog dejstva na sklopove agregata i objekte postrojenja. Tako e, ti rezultati se mogu u zna ajnoj meri iskoristiti i za usvajanje racionalnih vrednosti bitnih projektnih parametara postrojenja (npr. kota praga donje vode, minimalna radna kota u akumulaciji i sl.), koje imaju direktan uticaj na investicione pokazatel e objekta i/ili parametre ekonomi nosti eksploatacije (utrošak vode po jedinici proizvedene energije - $m^3/kWh$ - i sl). Me utim, razvoj hidroturbina u takvom smeru neminovno je doveo i do pove anja opasnosti od povratnog hidrauli kog udara. Stoga se nametnula objektivna potreba za usavršavanjem postoje ih i razvojem novih tehnika za analizu, a naro ito tehnika za numeri ke simulacije predmetnih prelaznih režima.

U ovoj doktorskoj disertaciji pod pojmom dvofazno strujanje podrazumeva e se strujanje te ne i parne/gasne faze, što je od velike važnosti za sigurnost i stabilnost rada hidroenergetskih postrojenja, raznih postrojenja u industriji i procesnoj tehnici. Pri prou avanju dvofaznog strujanja pri povratnom hidrauli nom udaru kod Kaplanovih i cevnih turbina potrebno je obuhvatiti i delovanje turbinskog regulatora, nestacionarno strujanje mešavine vode, pare i vazduha u proto nom sistemu, odgovaraju e radne karakteristike turbine, zavisnost prostiranja talasa pritiska od udela gasne faze u mešavini i druge prate e efekte od zna aja za dinamiku i predvi anje uslova nastanka i intenziteta povratnog hidrauli kog udara. Naj eš e koriš ene metode pri izu avanju ovih fenomena mogu se svrstati u slede e kategorije:

- numeri ko rešavanje sistema nelinearnih jedna ina (neki od prikladnih iterativnih postupaka, npr. N utn-Rapson-ov),
- tehnike linearizacije nelinearnih diferencijalnih jedna ina i sistema diferencijalnih jedna ina,

- numeričko rešavanje dvodimenzijskih jednačina nestacionarnog strujanja duž protočnog trakta metodom karakteristika,
- po potrebi, koriste se i druge metode, npr. Furijeova analiza za obradu ulaznih podataka sa raspoloživih postrojenja – vremenski odzivi karakteristika njih veličina (pritisci u relevantnim tačkama, itd).

S obzirom da pri povratnom hidrauličkom udaru može doći i do kihanja vodenog stuba, pronađenog naglim padom pritiska, isparavanjem vode, izdvajanjem u vodi rastvorenog vazduha ili usisavanjem vazduha iz okolne atmosfere, posebna pažnja se poklanja razvoju analitičkih i numeričkih modela za predviđanje nestacionarnog strujanja dvofazne mešavine i pojave hidrauličkog udara u sredini dvofaznog fluida i odgovarajuće strukture opreme.

U ovom radu je upotrebljen homogeni model dvofaznog toka i neravnotežni modeli prelaza vazduha i pare na površini mehurova u kontinualnom vodenom toku.

Povratni hidraulički udar je brza pojava koja može izazvati značajnu materijalnu štetu i ozbiljne povrede pogonskog osoblja, a može nastati i kao posledica lošeg projektovanja, pogrešnog vođenja elektrane pri radu ili pri incidentnim okolnostima.

Ova disertacija je podeljena u 8 poglavlja. Prvo poglavlje se sastoji od uvodnih razmatranja dok su u drugom poglavlju prikazana dosadašnja istraživanja dvofaznog strujanja pri hidrauličkom udaru i povratnom hidrauličkom udaru.

U trećem poglavlju je razvijen matematički i fizički model homogenog dvofaznog strujanja tečne i gasne faze u strujnom kanalu promenljivog poprečnog preseka. Definisane su pretpostavke o homogenom dvofaznom strujanju i razvijene su bilansne jednačine kojima se opisuje nestacionarno dvofazno strujanje homogenog fluida sa ili bez razmene mase na razdelnim površinama tečne i gasne faze, usled izdvajanja i apsorpcije nekondenzujućeg gasa i usled faznog prelaza isparavanjem i kondenzacijom.

U četvrtom poglavlju su prikazani razvijeni modeli za apsorpciju i desorpciju u dvofaznom toku vode i vazduha kao i razvijeni modeli adijabatskog isparavanja i kondenzacije vode i vodene pare na pritiscima nižim od atmosferskog. Tako e su prikazani i modeli primenjeni za odre ivanje trenja pri nestacionarnom strujanju i brzine zvuka u jednofaznom i dvofaznom toku.

U poglavlju pet predstavljen je postupak numerikog rešavanja razvijenog modela metodom karakteristika. Polazne parcijalne diferencijalne jedna ine u hiperboli kom obliku koje opisuju bilans mase i koli ine kretanja, primenom metode karakteristika su prevedene u sistem obi nih diferencijalnih jedna ina, koje su definisane za karakteristi ne pravce definisane kretanjem talasa pritiska u prostorno-vremenskom koordinatnom sistemu. Diferencijali zavisno promenljivih su aproksimirani kona nim razlikama i diferencijalne jedna ine su prevedene u sistem algebarskih jedna ina koji omogu ava eksplicitno numerikog rešavanje problema nestacionarnog strujanja.

U šestom poglavlju su prikazani rezultati validacije razvijenih modela i kompjuterskog programa. Prikazane su numerike simulacije sprovedenih eksperimenata hidraulikog udara sa kavitacijom. Dobijeni numeriki rezultati su upore eni sa izmerenim vrednostima na laboratorijskim instalacijama i na izvedenoj hidroelektrani i dobijeno je zadovoljavaju e slaganje.

U poglavlju sedam predstavljeni su rezultati sprovedene numerike simulacije i analize povratnog hidraulikog udara u hidroelektrani sa Kaplanovom turbinom. Prikazan je mehanizam izdvajanja vazduha u vodi, sa ili bez isparavanja vode, kao i dinamika dvofaznog strujanja nizvodno od radnog kola turbine, u zavisnosti od brzine zatvaranja sprovođnog aparata. Sprovedena je analiza dobijenih rezultata od zna aja za sigurnost postrojenja.

U osmom poglavlju doktorske disertacije prikazana su zaklju na razmatranja sa kriti kim osvrtom na ostvarene rezultate sprovedenih istraživanja. Istaknut je nau ni doprinos disertacije kao i primenjivost rezultata istraživanja u okviru projektovanja i analiza sigurnosti hidroenergetskih postrojenja.



## **2. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA DVOFAZNIH STRUJANJA PRI POVRATNOM HIDRAULI KOM UDARU**

Pošto je pri radu hidroenergetskih postrojanja moguća pojava hidrauličkog udara, javlja se potreba za proračunom prostiranja povratnog hidrauličkog udara, kao i analizama i predviđanjima ponašanja hidroenergetskih postrojenja u prelaznim pogonskim uslovima rada koji mogu da dovedu do ove pojave. U ovom poglavlju su prikazana dosadašnja istraživanja vezana za dvofazno strujanje kao i za prelazne režime u kojima dolazi do pojave povratnog hidrauličkog udara uzimajući u obzir i značaj optimizacije pogonskih uslova u cilju povećanja sigurnosti i pouzdanosti pri radu hidroenergetskih postrojenja.

Pod pojmom dvofazno strujanje podrazumeva se strujanje tečne i parne/gasne faze, što je od velike važnosti za sigurnost i stabilnost rada hidroenergetskih postrojenja, raznih postrojenja u industriji i procesnoj tehnici.

Povratni hidraulički udar je složena pojava koja se može proučavati ispitivanjima na instalaciji koja predstavlja realističan model celog hidroenergetskog postrojenja, kao i na različitim pojednostavljenim eksperimentalnim instalacijama.

Hidraulički udar je termin koji se koristi za prostiranje talasa pritiska kroz cevovod. Dobio je ime zbog zvuka koji nastaje tokom prolaska fronta talasa kroz cev, a sličan je zvuku pri udaru čekića o cev. Ovaj zvuk se ne javlja pri svakom prostiranju talasa kroz cev, nego pri talasima pritiska sa velikim amplitudama, ali je ime ostalo u širokoj primeni. (Parmakian, 1963 i Fox, 1977)

Hidraulički udar je prvi put izučen krajem 19. veka (L.F. Menabrea, 1858). Ovaj italijanski inženjer je objavio kratku napomenu o promeni pritiska u fluidnoj struji koja se javlja tokom zatvaranja zatvarača. Njegov doprinos je, za svoje vreme, izuzetna i inovativna studija, kojom je opisano uvođenje tehnike energetske analize i opisivanje prelaznog procesa sa jedinstvenom pristupom za to doba. Menabrea je skoro u potpunosti uspeo da primenom diferencijala (izvoda) dođe do formule koju je kasnije razradio Joukowski i u čijem se obliku i danas koristi.

Po etkom 1930. god. po elo je kompletno prou avanje i sagledavanje svih negativnih pojava koje mogu nastati usled povratnog hidrauli kog udara. Negativne pojave koje su tada bile poznate jesu razaranja radnih kola turbine manifestovana kroz naprsnu a a potom i potpunog loma lopatica, što je imalo za posledicu isklju ivanje iz rada turbine i njihov ispad sa mreže. Razvoj numeri kih metoda je postao zna ajan u periodu od 1960. do 1970. god. Krajni rezultati ovih metoda jesu postojanje standardnih opšte primenljivih i verifikovanih modela ija upotreba zapo inje krajem 20 veka primenom kako kroz savremene komercijalne softverske pakete tako i kroz razvijanje programa u okviru samostalnih istaživanja.

Analize prelaznih režima rada hidroenergetskih postrojenja naj eše se usmeravaju na odre ivanje maksimalnih pritisaka u sistemu i maksimalnih brzina obrtanja rotiraju ih delova. Pod pojmom prelazni režim se podrazumeva proces koji se odvija u nekom fizickom sistemu za vreme prelaska sistema iz jednog stacionarnog stanja u drugo stacionarno stanje (Bergant 1992). Prou avanje prelaznih režima je povezano sa ciljevima ekonomi ne gradnje postrojenja, pove anje snage agregata ima za posledicu pokrivanje dnevnih "špiceva" potrošnje, a ne i pove anje proizvodnje elektri ne energije. Sa pove anjem snage agregata pove ava se i protok kroz postojenje a time i brzine strujanja u dovodnim i odvodnim organima što ima za posledicu mogu nost pojave nadpritisaka ali i vakuuma u sistemu koji mogu da dovedu do pojave povratnog hiduali kog udara. Tako je npr. na HE "Zvornik" snaga po agregatu pove ana za oko 30% dok je npr. na HE " Bajina Bašta" pove ana sa 90 MW na 105 MW po agregatu, smanjenjem potreba za rezervama za preoptere enje jer se date reserve integrišu kroz pove anje instalisane snage po agregatu pa nije potrebno dodatno ih obezbe ivati. Tako e se pove avaju brzine strujanja u dovodnim i odvodnim organima zbog ega se pove avaju dinami ka optere enja mašina i dovodnih organa.

Pojava niskih pritisaka, može tako e ugroziti sigurnost sistema, naro ito ako u nekom delu sistema pritisak padne ispod pritiska zasi enja pare radne te nosti. U tom slu aju se javl a kavitacija, (Matsumoto, 1980) u struji te nosti se formiraju parovazdušni mehurovi, a može ak nastati i razdvajanje toka te nosti, odnosno raskidanje vodenog

stuba. Ponovo spajanje raskinutog te nog stuba i nestanak prethodno formirane parovazdušne šupline izaziva povratni hidraulički udar, koji je praćen velikim skokom pritiska.

Osim pojave kavitacije mora se voditi računa i da zatvoreni odvodni trakt hidroelektrana može biti ugrožen, ako je cevovod dug, ili su brzine strujanja u stacionarnom stanju velike, pa se može javiti raskidanje vodenog stuba. Pri projektovanju hidroelektrana se vrši skraćivanje odvodnog trakta kako bi se izbegla gradnja donjeg vodostana. Vodostan se gradi u slučaju kada je dovodni tunel dugačak (može biti i do 20 km), te pri pokretanju hidroelektrane se voda ne može u kratkom roku (10 sekundi) pokrenuti i dobiti brzinu da bi se na turbine stvorila dovoljna snaga za proizvodnju električne energije. Osnovni zadatak vodostana je da se pri ulasku turbine u pogon osigura određena zapremina vode pre nego što ista po ne da struji kroz dovodni tunel. Na taj način se izbegava nagla promena brzine u dovodnom tunelu i pojava hidrauličkog udara. U slučajevima kratkih cevovoda takođe postoje mogući nastanci za pojavu povratnog udara kao što je to slučaj na HE "Zvornik".

Hidroenergetsko postrojenje se ne dimenzioniše na naprezanja koja se javljaju pri povratnom udaru, već se sprečava njegova pojava. U literaturi je opisano nekoliko havarija hidroelektrana sa Kaplanovim turbinama nastalih usled povratnog hidrauličkog udara (Gajić, 1960), (Gajić, A., 1993), (Pejović, S., Gajić, A., 1995), iako je odvodni sistem tih elektrana bio kratak. Istraživanje ovih fenomena neretko je bilo direktna posledica teške i havarija hidroenergetskih sistema (Gajić i dr., 1990). Porast pritiska nastao usled kontakta dva raskinuta vodena stuba teorijski se može izraziti po jedna od Joukowsky. Ovaj udar može izazvati mehanička oštećenja cevovoda, hidrauličkih mašina, zatvarača ili drugih delova sistema. (Dobanda, 2004).

Proučavanje prelaznih procesa pošlo je sa istraživanjem prostiranja zvučnih talasa u vazduhu, prostiranja talasa po mirnoj površini vode i strujanja krvi kroz krvne sudove. Newton (1687 god.) i Lagrange (1788 god.) su dobili vrednosti za brzinu zvuka u vazduhu teorijski i eksperimentalno. Teorijska vrednost je bila 298,4 (m/s) a eksperimentalna 348 (m/s). Monge (1789 god.) je razvio grafičku metodu za rešavanje

parcijalnih diferencijalnih jednačina i uveo pojam metoda karakteristika. Weber (1866 god.) je proučavao strujanje nestišljivog fluida u elastičnim cevima i izveo eksperiment za određivanje brzine prostiranja poremećajnog talasa. Tako je izveo jednačinu kontinuiteta i jednačinu promene količine kretanja za slučaj prelaznih pojava. Michaud (1878 god.) je među prvima proučavao problem hidrauličkog udara i konstruisao i upotrebio vetrenik (akumulator pritiska vazduha, koji u slučaju pojave potpritiska upušta tečnost u sistem) i sigurnosni zatvarač kao sisteme zaštite. Neka kasnija istraživanja su pokazala da se prvi sa problemom hidrauličkog udara u cevovima bavio Menabrea (1858 god.). Joukowsky (1897 god.) je na osnovu brojnih eksperimenata koje je izveo i na osnovu teorijskih studija napisao i objavio svoju osnovnu teoriju o hidrauličkom udaru. On je izveo formulu za brzinu prostiranja poremećajnog talasa, uzimajući u obzir i stišljivost fluida i elastičnost cevi. Tako je uspostavio vezu između smanjenja brzine strujanja fluida i porasta pritiska u njemu. Prema njegovom modelu za procenu maksimalne vrednosti amplitude pritiska, koji izaziva stub tečnosti izložen nagloj promeni brzine, pri čemu promena brzine predstavlja brzinu udara stuba tečnosti, koristi se obrazac:

$$p_J = \rho_f c v_f \quad (2.1)$$

gde je:  $\rho_f$  – gustina fluida,

$c$  – brzina zvuka i

$v_f$  – brzina udara stuba tečnosti.

Pravci istraživanja u oblasti prelaznih procesa mogu se podeliti u nekoliko oblasti: sistemi zaštite od hidrauličkog udara, pojava kavitacije i razdvojenog toka prilikom prelaznih pojava, prelazne pojave u dvofaznom toku, uvođenje nestacionarnog koeficijenta trenja itd.

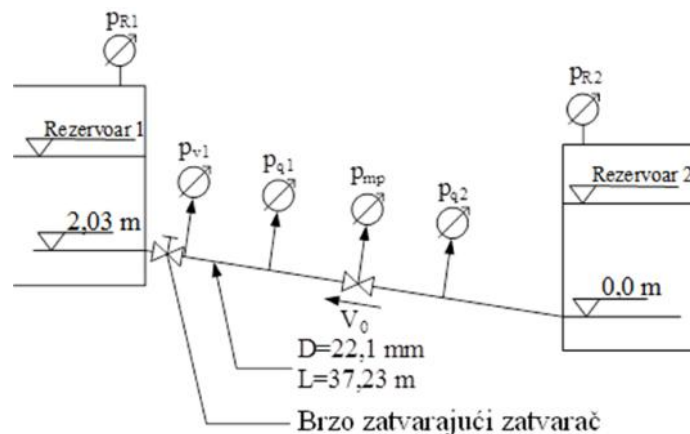
Gray (1954 god.) je uveo metodu karakteristika u kompjutersku analizu hidrauličkog udara. Streeter (1963 god.) je objavio publikaciju sa analizom koja je koristila metodu karakteristika i kompjuter za proračun prelaznih procesa. Jordan (1964 god.) je proučavao hidraulički udar u hidroelektranama i pumpnim postrojenjima. Streeter i

Wylie (1967) su objavili knjigu "Hydraulic transients", koja je u prvi plan za rešavanje problema prelaznih procesa u hidrauli kim sistemima izbacila metodu karakteristika i primenu ra unara. Streeter (1968 god.) je razvio i publikovao diskretni parni kavitacijski model (eng. Discrete Vapour Cavity Model, DVCM) za opisivanje parne kavitacije u cevovodima. On je uzeo u obzir i nestacionarnost koeficijenta trenja. Evangelisti (1969 god.) je uradio analizu hidrauli kog udara koriste i tako e metodu karakteristika za njegovo rešavanje. Vuškovi i Pejovi (1971 god.) su se bavili prelaznim režimima kod hidroelektrana sa reverzibilnim agregatima. Pejovi i Krsmanovi (1976 god.) su objavili rad na temu prelaznih procesa u cevovodima. Pejovi i Jordan (1977 god.) su dali teorijsku analizu prelaznih režima u hidrauli kim sistemima. Obradovi (1980 god.) je dao opšti matemati ki model prelaznih procesa u hidroelektranama sa Kaplanovim i cevnim turbinama. Ghidaoui i Karney (1995 god.) su predstavili alternativni model za transformaciju parcijalnih diferencijalnih jedna ina hiperboli kog tipa u jedna ine karakteristika. Bergant i Simpson (1999 god.) su izvršili upore ivanje nekoliko numeri kih modela za opisivanje pojave kavitacije tokom trajanja prelaznog procesa sa rezultatima merenja dobijenih na svojoj eksperimentalnoj instalaciji. Sistem su opisali jedna inama kojima se opisuje razdvajanje stuba te nosti u cevovodu, pri emu su obuhvatili sve oblasti niskog pritiska, i to: hidrauli ki udar, kavitaciju usled ravnomerno raspodeljene pare, parne kavitete, i udare (koji eliminišu kavitaciju usled ravnomerno raspodeljene pare). Eksperimentalni rezultati su dobijeni za prost hidrauli ki sistem rezervoar – zatvara – cevovod – zatvara – cevovod – zatvara – rezervoar prikazan na slici 2.1. Sistem se sastoji od dva rezervoara pod pritiskom koji su povezani pravim bakarnim cevovodom konstantnog nagiba prema horizontali  $3,2^\circ$  i dužine  $L=37,23$  m. Unutrašnji pre nik cevi je 22,1 mm, a debljina zida cevi 1,6 mm. Kao radni fluid se koristi destilovana voda. Prora unski pritisak cevi je 5000 kPa. Instalacija je opremljena sistemom za održavanje pritiska u svakom rezervoaru pojedina no, tako da destilovana voda može da struji u oba smeru, odnosno mogu se sprovoditi eksperimenti i za strujanje "naviše" i za strujanje "naniže". Pritisak u rezervoarima može da se održava od 20-620 kPa, što zna i da se mogu vršiti simulacije hidrauli nih sistema nižeg i srednjeg nivoa pritiska. Neto zapremina vode u oba rezervoara i kapacitet vazdušnog kompresora ograni avaju maksimalnu brzinu u stacionarnom stanju na 1,5 m/s i maksimalni radni pritisak u svakom rezervoaru na 400

kPa. Hidraulički udar i pojava raskidanja stuba tečnosti nastaju usled brzog zatvaranja kugli nog zatvarača. Brzozatvaraju i zatvarač se može postaviti na bilo kom kraju cevovoda ili na njegovoj sredini tako da se uspešno mogu simulirati različiti hidraulički sistemi (pumpno postrojenje, hidroelektrana itd.). Zatvarač se moguće zatvarati ručno ili automatski pomoću torzione opruge. Drugi način zatvaranja omogućuje konstantno vreme zatvaranja i ponovljivost eksperimenta. Mera pritiska su ugrađeni na pet mernih mesta koja se nalaze na jednakom rastojanju duž cevi, kao i što bliže krajevima cevi. Piezoelektrični mera i pritiska su postavljeni na krajevima i na sredini cevi, a senzori mera i pritiska su postavljeni na svih pet mernih mesta. Temperatura vode u rezervoaru se stalno kontroliše i vrši se i precizno merenje pozicije zatvarača u toku zatvaranja primenom optičkog senzora. Instalacija sadrži i providnu cev napravljenu od lexana dužine 150 mm i unutrašnjeg poluprečnika jednakog poluprečniku bakarne cevi, kako bi se stekao uvid u oblik strujanja u cevi.

Svaki eksperiment izveden na ovoj instalaciji sastoji se od dve faze. Prvo se uspostavi stacionarno strujanje u cevovodu i odrede početni uslovi a zatim se prelazni proces izaziva brzim zatvaranjem zatvarača. U stacionarnom stanju izvršena su merenja pritiska u rezervoarima, atmosferskog pritiska i sobne temperature. Vremenski zavisne promenljive su pritisci na pet mesta duž cevi, vreme zatvaranja zatvarača i temperatura vode. Početna brzina u stacionarnom stanju je merena indirektno zapreminskim metodom i hidrauličkim udarom. Brzina strujanja određena zapreminskom metodom je proporcionalna promeni nivoa vode u nekom od rezervoara u toku vremena. Metodom hidrauličkog udara brzina se određuje preko formule Joukowsky. Brzina prostiranja talasa određena je merenjem vremena potrebnog da talas izazvan hidrauličkim udarom pređe put između zatvorenog zatvarača i četvrtine cevi najbliže zatvaraču.

Numeričke simulacije i merenja su sprovedena za slučaj kada je brzozatvaraju i zatvarač uzvodno i kada voda struji naviše iz rezervoara 2 ka rezervoaru 1. Vreme zatvaranja zatvarača je 0,009 s. Rezultati dobijeni za različite početne uslove pokazuju veliki nivo ponovljivosti eksperimenta, amplitude i trenuci nastanka glavnih pikova se poklapaju, dok visoko frekventni pikovi imaju izvesna odstupanja. Korišćen je stacionarni model trenja. Vršeno je ispitivanje uticaja početne brzine, pritiska u rezervoarima i nagiba cevi na razdvajanje stuba tečnosti.



Slika 2.1. Izgled eksperimentalnog postrojenja

Sprovedene su dve simulacije za strujanje naviše, odnosno od rezervoara 2 ka rezervoaru 1, pri čemu su početne brzine strujanja 0,30 i 1,40 m/s, a napor u rezervoaru 2 je 22,0 m. Manja vrednost brzine simulira slučaj kada je maksimalna vrednost porasta pritiska na zatvaraču veća od one dobijene prema obrascu Joukowsky (40,3 m), a veća vrednost brzine izaziva mnogo veći porast pritiska, ali manji od maksimalno dozvoljenog na zatvaraču.

Pojavu kavitacije u toku prelaznog procesa su simulirali pomoću tri modela (DGCM), (DVCM) i (GIVCM).

Diskretni parni kavitacijski model (DVCM) se koristi pri pojavi kavitacije korišćenjem graničnih uslova i u numeričkim koracima duž cevovoda, i to kada se pritisak u cevovodu spusti na vrednost kritičnog pritiska pri kome nastaje prvi parni mehur. Model se primenjuje pri opisivanju diskretnih šupljina u koje se smeštaju parni mehurovi kao i parne kavitacijske zone.

DVCM model je u najširoj upotrebi za modeliranje parne kavitacije tokom trajanja prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima ali njegova preciznost zavisi od odnosa kavitacijske zapremine i zapremine izmeštanja u numeričkim koracima što je njegova osnovna mana. (Miwa 1990).

DGCM model je jednostavan i daje dobre rezultate za širok opseg ulaznih parametara ako je udeo gasa u radnom fluidu mali (Provoost 1981). Kada se u DGCM model stavi da je udeo gasa jednak nuli dobija se DVCM model kao granični slučaj DGCM modela.

DGCM se uspešno koristi za modeliranje i parne i gasne kavitacije. DGCM model je u potpunosti određen sa svojim karakteristikama: jedna jednačina kontinuiteta za i-ti numerički korak i jedna jednačina stanja idealnog gasa.

Generalizovani interfejs parni kavitacijski model (GIVCM) eksplicitno opisuje diskretne šupljine i parne kavitacijske oblasti. Kao osnova za razvoj interfejsa pare kavitacije korišten je algoritam modela diskretne parne šupljine koji dozvoljava da se šupljine formiraju u razgranatu mrežu, koja se proračunava korištenjem metode karakteristika.

Glavna razlika između ova tri korištena modela nalazi se u fizikalnom tumačenju i opisivanju formiranja kavitacijske oblasti parne faze koja se širi od srednjeg kaviteta prema zatvaraju.

Numerička i eksperimentalna analiza prelaznih procesa dobijenih na eksperimentalnoj instalaciji predstavljena je za sledeće strujne uslove:

Početna brzina strujanja fluida u cevovodu je konstantna i iznosi  $V_0=0,30$  m/s.

Napor na uzvodnom delu cevovoda, za koje su izvedeni eksperimenti i provereni numerički modeli, ima vrednost  $H_{T,2}=22,0$  m. Brzina prostiranja poremećajnog talasa je konstantna i iznosi  $a=1319$  m/s. Vreme zatvaranja zatvarajuća  $t_c=0,009$  s.

Nakon uspostavljanja stacionarnog radnog režima izvršeno je brzo zatvaranje zatvarajuća i time je iniciran prelazni proces. Na taj način se stvaraju uslovi za pojavu hidrauličkog udara uključujući i raskidanje vodenog stuba. Brzozatvarajuće zatvarajuće može biti postavljen na krajevima cevovoda neposredno uz rezervoare ili na sredini cevovoda. U ovom radu brzozatvarajuće zatvarajuće je postavljen uz rezervoar 1.

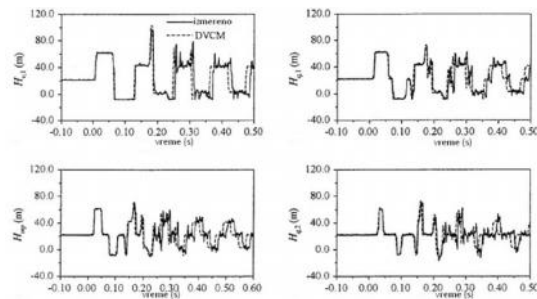
Numerički proračuni su sprovedeni za broj korova cevovoda  $N=16$ , za tri različita numerička modela i to DGCM (diskretnog gasnog kaviteta), DVCM (diskretnog parnog kaviteta) i GIVCM (uopšteno model parnog kaviteta na razdelnoj površini).

Dobijeni rezultati su upoređeni sa rezultatima eksperimenta na zatvarajućima  $H_{v,1}$ ,  $H_{v,2}$ , i na četvrtinama cevovoda, dakle na ukupno pet mernih mesta. Brzozatvarajuće zatvarajuće

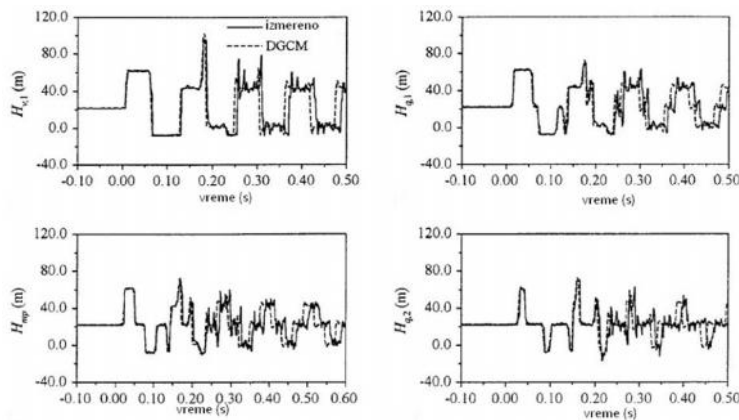


je postavljen na nizvodnom kraju cevovoda i prelazni proces je izazvan njegovim zatvaranjem za strujanje "naviše".

Na sl.2.2. prikazana je promena napora na zatvara u  $H_{v,1}$ , na etvrtinama dužine cevovoda  $H_{q,1}$  i  $H_{q,2}$ , kao i na sredini cevovoda  $H_{mp}$ , za stati ki napor u uzvodnom rezervoaru  $H_{T,2}=22,0$  m, a pri brzini strujanja od  $V_0=0,30$  m/s. Promena je prikazana za metodu DVCM koja je upore ena sa eksperimentalno dobijenim podacima.

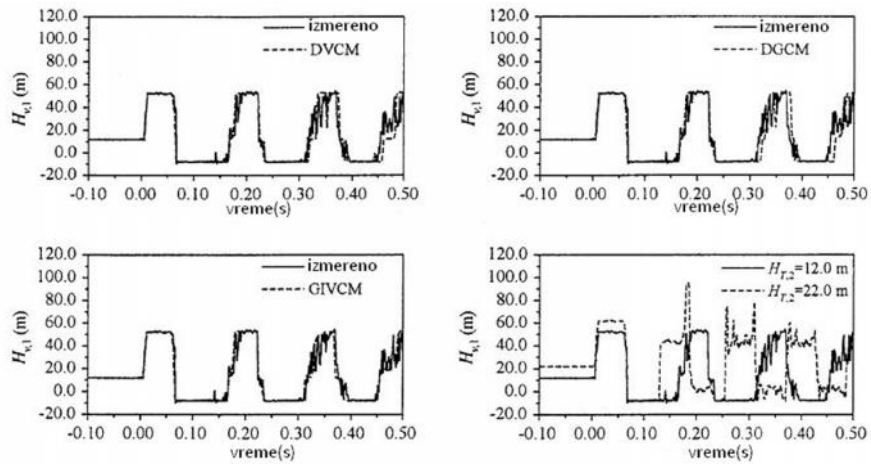


Slika 2.2. Promena napora na zatvara ima  $H_{v,1}, H_{q,1}, H_{q,2}$ , i  $H_{mp}$ , za stati ki napor u uzvodnom rezervoaru  $H_{T,2}=22,0$  m, a pri brzini strujanja od  $V_0=0,30$  m/s. Promena je prikazana za metodu DVCM koja je upore ena sa eksperimentalno dobijenim podacima

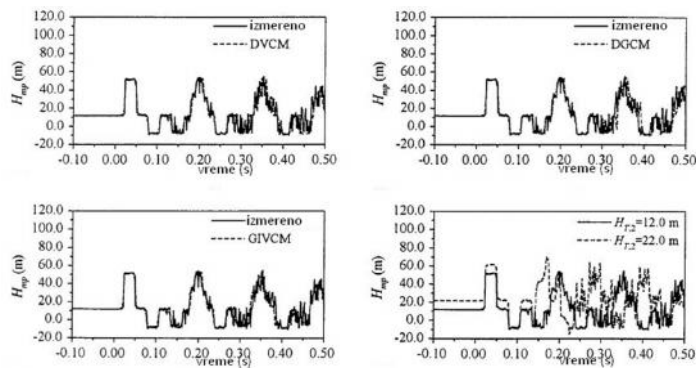


Slika 2.3. Promena napora na zatvara ima  $H_{v,1}, H_{q,1}, H_{q,2}$ , i  $H_{mp}$ , za stati ki napor u uzvodnom rezervoaru  $H_{T,2}=22,0$  m, a pri brzini strujanja od  $V_0=0,30$  m/s. Promena je prikazana za metodu DGCM koja je upore ena sa eksperimentalno dobijenim podacima.

Na sl.2.3. prikazana je promena napora na zatvara u  $H_{v,1}$ , na etvrtinama dužine cevovoda  $H_{q,1}$  i  $H_{q,2}$ , kao i na sredini cevovoda  $H_{mp}$ , za konstantan statiki napor u uzvodnom rezervoaru  $H_{T,2}=22,0$  m, a pri brzini strujanja od  $V_0=0,30$  m/s. Promena je prikazana za metodu DGCM koja je upoređena sa eksperimentalno dobijenim podacima.



Slika 2.4. Promena napora na zatvara u  $H_{v,1}$  za statiki napor u uzvodnom rezervoaru  $H_{T,2}=22,0$  m, kao i za  $H_{T,2}=12,0$  m a pri brzini strujanja od  $V_0=0,30$  m/s. Promena je prikazana za sve tri metode.



Slika 2.5. Promena napora na zatvara u  $H_{mp}$ , za statiki napor u uzvodnom rezervoaru  $H_{T,2}=22,0$  m, kao i za  $H_{T,2}=12,0$  m a pri brzini strujanja od  $V_0=0,30$  m/s. Promena je prikazana za sve tri metode.

Na sl.2.4. i sl.2.5 prikazana je promena napora na zatvara u  $H_{v,1}$  i zatvara u  $H_{mp}$ , za stati ki napor u uzvodnom rezervoaru  $H_{T,2}=22,0$  m, kao i za  $H_{T,2}=12,0$  m a pri brzini strujanja od  $V_0=0,30$  m/s. Promena je prikazana za sve tri metode.

Prime uje se da za slu aj  $H_{T,2} = 12,0$  m zatvaranje zatvara a dovodi do razdvajanja stuba te nosti sa širokom oblaš u kratkotrajnih pulzacija pritiska, dok su u sluaju  $H_{T,2}=22,0$  m ove pulzacije tako e kratkotrajne ali u uskoj oblasti promene. Vreme trajanja kaviteta od njegovog nastanka do nestanka je duže za slu aj stati kog napora u rezervoaru 2  $H_{T,2}=12,0$  m i iznosi  $t = 0,099$  s, dok je u sluaju  $H_{T,2} = 22,0$  m ovo vreme kra e i iznosi  $t = 0,0635$  s. Sve tri koriš ene metode precizno predvi aju veli inu kratkotrajnih promena pritiska u širokoj oblasti, kao i vreme potrebno za nastanak prvog kaviteta na zatvara u u pore enju sa eksperimentalno dobijenim rezultatima.

Numeri ki dobijeni rezultati, koji na osnovu slika 2.2 do 2.5, pokazuju zna ajan stepen poklapanja sa eksperimentalno dobijenim vrednostima ime se omogu ava verifikacija modela, precizno pokazuju uticaj po etne brzine, stati kog napora u uzvodnom rezervoaru kao i nagiba cevi na maksimalnu vrednost napora na zatvara u. Povratni udar bez razdvajanja stuba te nosti se dešava pri niskim vrednosti po etne brzine strujanja. Razdvajanje stuba te nosti po inje da se javlja pri vrednostima  $v_0$  ve im od  $0,11$  m/s za vrednosti stati kog napora u rezervoaru 2 od  $H_{T,2} = ( 7,0, 12,0, 17,0, 22,0)$  za uzvodni nagib cebi od  $3,2^\circ$ .

Prelazni režimi koji su prou avani eksperimentalno i numeri ki u posmatranom prostom hidrauli kom sistemu se mogu podeliti u kategorije shodno fizi kim osobinama te nosti i maksimalnim vrednostima pritiska u cevovodu na:

- Prelazne režime koji dovode do pojave hidruli kog udara ali bez nastanka razdvajanja stuba te nosti;
- Aktivne režime sa razdvajanjem vodenog stuba koji podrazumevaju da je maksimalni pritisak u cevovodu nastao nakon razdvajanja stuba te nosti u zatvara u i duž cevovoda, dok je maksimalni pritisak u zatvara u odre en veli inom kratkotrajne promene pritiska i

- Pasivne režime sa razdvajanjem vodenog stuba koji podrazumevaju da je maksimalni pritisak u cevovodu zapravo pritisak hidrauli kog udara izmeren pre pojave totalne kavitacije.

Ovaj rad uspostavlja veze između nestanka parnih mehurova, pritiska parne kavitacije kao i pojave veih vrednosti pritiska predstavljenih preko kratkotrajnih promena pritiska nakon razdvajanja stuba te nosti u cevovodu.

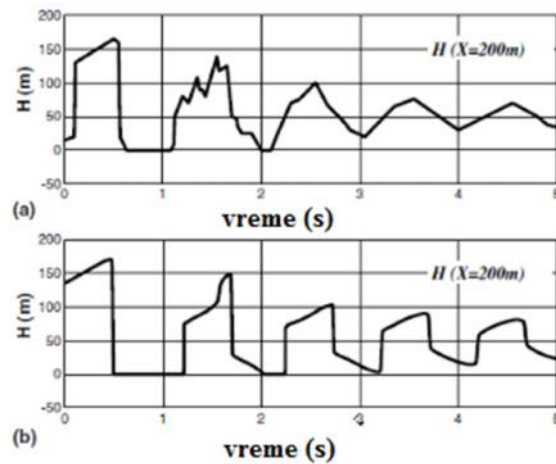
DVCM i DGCM koriste relativno jednostavne numeričke algoritme u poređenju sa GIVCM. Međutim, GIVCM omogućava praćenje trenutnog razdvajanja stuba te nosti (pronalaženje diskretnih šupljina u koje se smeštaju parni mehurovi, kao i oblasti u kojima se nalaze pomenuti mehurovi). Detaljni prikaz prelaznog režima se dobija korišćenjem metode GIVCM.

Pezzinga (1999 god.) je za određivanje nestacionarnog gibanja, prilikom turbulentnog strujanja u hidraulički glatkim cevima, u izrazu za koeficijent trenja koristio kvazi-2D model. Bergant, Simpson i Vitkovsky (1999) su objavili pregled svih modela za određivanje nestacionarnog gibanja u izrazu za koeficijent trenja. Vugdelija, Z. Stojanović i Ž. Stojanović (2000) su objavili rad koji se bavi određivanjem vremenskog koraka prilikom numeričke simulacije prelaznih procesa u hidrauličkim sistemima.

Chaiko i Brinckman (2003 god.) su predstavili model za analizu povratnog hidrauličkog udara u cevovodima sa prisutnom količinom zaostalog vazduha. Verifikovani rezultati su dobijeni prilikom ispitivanja cevovoda sa promenljivim dužinama vodenih stubova i jednoznom kompresijom gasa.

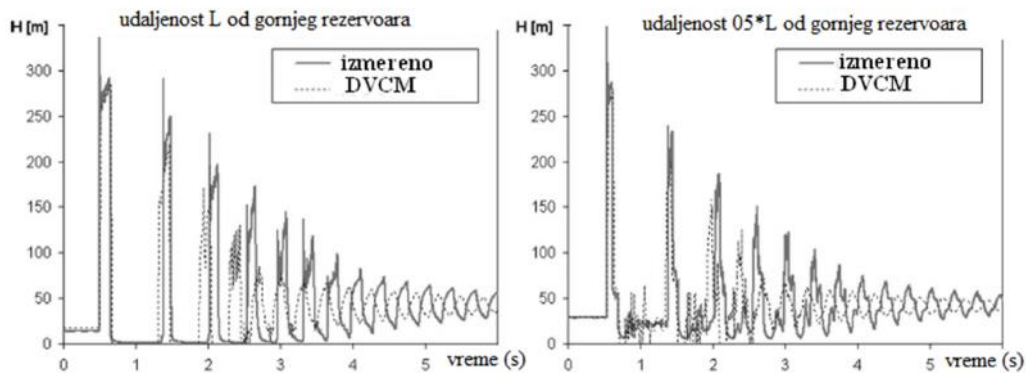
Xie i dr. (2006 god.) su razvili model koji se može primeniti pri simulaciji kavitacije koja nastaje u nestacionarnim prelaznim režimima pri visokoj koncentraciji vodene pare u struji te nosti ili pri uslovima niskog okolnog pritiska. Model je testiran za jednodimenzijska kavitacijska strujanja u otvorenim cevima, za visoke vrednosti pritiska u otvorenim cevima i za dvofazno (gasno – tečno) kavitacijsko strujanje u cevi. Utvrđeno je da je u primenjenom modelu proračunati pritisak pri kome dolazi do pojave prvog parnog mehura manji od stvarnog pritiska saturacije, dok je pritisak u samoj te nosti koja struji veći od pritiska saturacije. To je dovelo do zaključka da se pritisak u

kavitacionom području može fizički održavati ispod vrednosti pritiska okoline (tj. okolnog fluida), što je prikazano na slici 2.6.

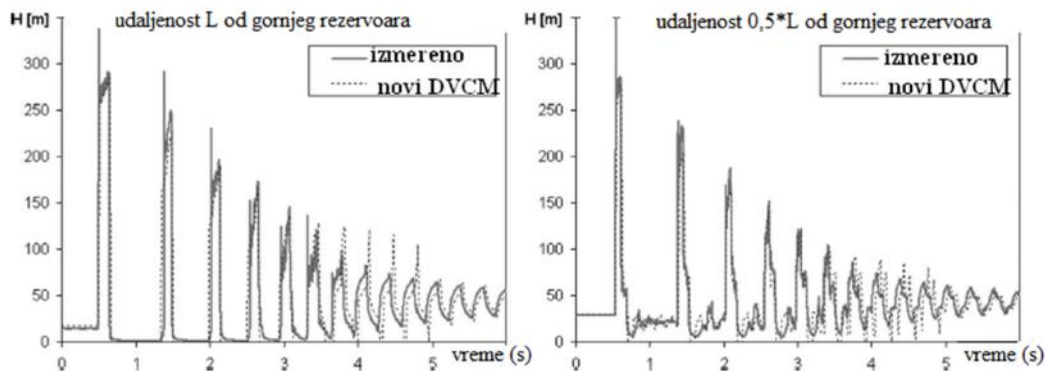


Slika 2.6. Promena pritiska  $p$  pri pojavi kavitacije u nizvodnom strujanju u zavisnosti od vremena  $t$  (a) – ekperimentalni podaci; (b) numerički podaci

Adamkowski i Lewandowski (2012 god.) su predstavili novi model za numeričko predviđanje razdvajanja stuba tečnosti kada se u cevovodima dešavaju prelazni procesi. Ovaj model predstavlja poboljšanje postojećeg DVCM modela a ima mogućnost da ukloni maksimume pritiska tj. njegove “pikove” koji nastaju korišćenjem DVCM modela. Ove nerealno visoke vrednosti pritiska javljaju se primenom DVCM modela u trenucima razdvajanja vodenog stuba sa parnim mehurovima. Tako je poboljšani model uzima u obzir da se mehurovi pare tečnosti pojavljuju u svim poprečnim presecima cevi u kojima pritisak opadne do ili ispod pritiska saturacije, tj. da se automatski kroz program detektuju poprečni preseki cevi u kojima se pojavljuju mehurovi pare tečnosti. U svom modelu na početku su uzeli u obzir da je brzina strujanja fluida zanemarljiva u odnosu na brzinu prostiranja talasa. Primenjen je poboljšani i unapređeni postojeći i diskretni parni kavitacijski model, poznat kao DVCM, koji su takođe unapredila pomenuta dva naučnika. Šematski prikaz i poređenje postojećeg i poboljšanog DVCM modela dati je na slikama 2.7 i 2.8.



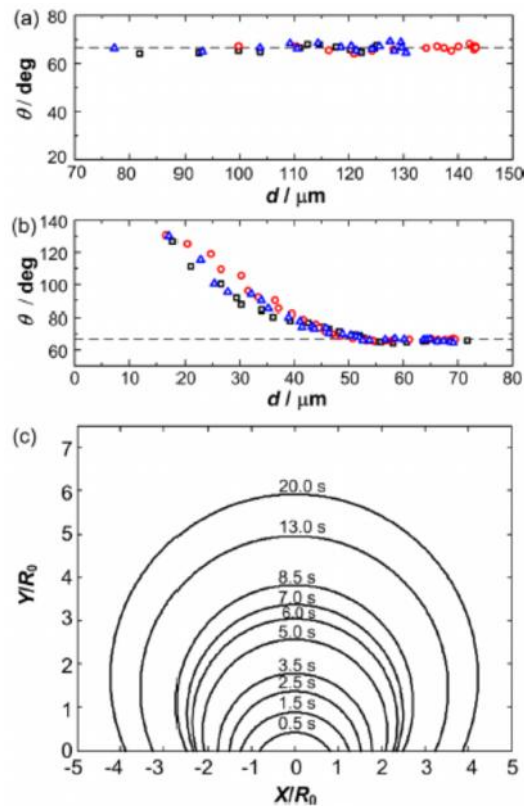
Slika 2.7. Poređenje izmerenih i numerički dobijenih vrednosti pritiska merenih na udaljenosti L (položaj zatvarača) i  $0,5 \cdot L$  (sredini cevovoda) od gornjeg rezervoara korišćenjem DVCN modela



Slika 2.8. Poređenje izmerenih i numerički dobijenih vrednosti pritiska merenih na udaljenosti L (položaj zatvarača) i  $0,5 \cdot L$  (sredini cevovoda) od gornjeg rezervoara korišćenjem poboljšanog DVCN modela

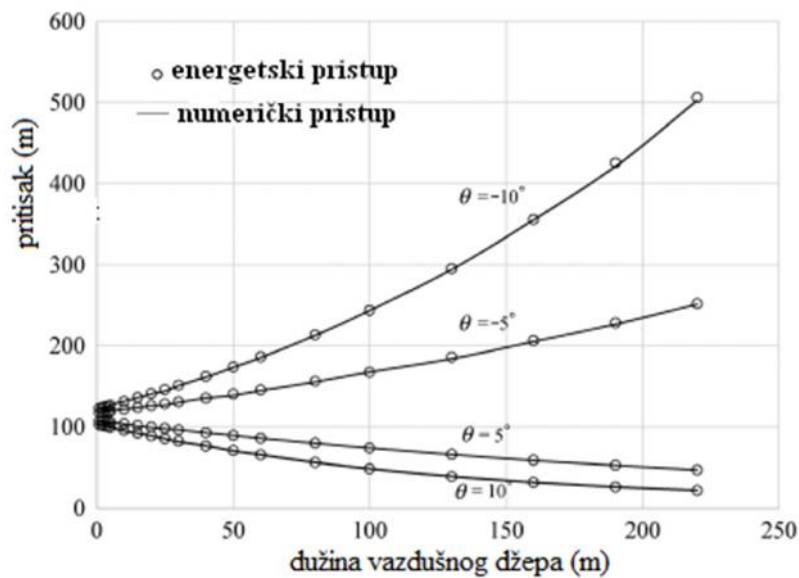
Stoyanov i Pelan (2014. god.) su korišćenjem metode difuzione kontrole proučavali rast mehurova pare ili kombinacije pare tečnosti i gasa na površini tj. promenu njihove geometrije prilikom pojave kavitacije i utvrdili da promena geometrije mehurova ima za posledicu smanjenje trenja klizanja na dodirnoj površini tečnosti i vrste faze. Na taj način su razvili metod za određivanje dvokomponentnih osnosimetričnih mehurova prekrivenih anizotropnim slojevima (vrste) adsorpcije. Razvijena metoda obrađuje podatke ne samo za digitalizovani profil mehura već i za mehur sa trenutnom vrednošću pritiska koji je usamljen i nije digitalizovan.

Razvijena metoda za obradu podataka se veoma razlikuje od dosadašnjih, jer dosadašnje metode po ivaju na prora una profila mehura koriš enjem Laplaceov-ih jedna ina sa podešavanjem dva parametra, površinskog napona i kapilarnog pritiska. U novorazvijenoj metodi cela površina (interfejs) je podeljen na male domene, a oblik mehura u svakom domenu je aproksimiran sa kvadratnom krivom. Numeri ka minimizacija nije koriš ena u novom modelu, tako da je ra unarski postupak novog modela zna ajno brži i kao takav se može koristiti za utvr ivanje promene površinskih napona u realnom vremenskom trenutku tokom datog prelaznog procesa, što je prikazano na slici 2.9.



Slika 2.9. Zavisnost promene dodirnog ugla u trenutku nastajanja mehura a) i u trenutku njegovog nestajanja b) pri smanjenju pritiska sa 101 na 35 kPa. Razli iti simboli na slikama a i b ukazuju na rezultate razli itih eksperimenata, pa su uzeta po tri tipi na eksperimentalna rezultata. (c) Rast tipi nog mehura u razli itim vremenskim trenucima posle smanjenja pritiska.  $R_0$  je po etni pre nik mehura meren u trenutku kada je mehur postao vidljiv.

Malekpour i dr. (2015 god.) su koriš enjem energetske pristupa u vodovodnim sistemima dokazali da svaki gubitak energije koji se može javiti i u npr. vazdušnom džepu zbog prate ih toplotnih efekata, može smanjiti koli inu energije koja se dobija iz samog vazdušnog mehura a time smanjiti i maksimalni pritisak u samom vazdušnom džepu. Time je dokazano da se maksimalni pritisci ne moraju uvek pojaviti samo u malim vazdušnim džepovima, ali i da disipacija energije postaje intenzivnija nakon dostizanja prvog “pika” pritiska. Tako e, energetskim pristupom je dokazano da neke vrednosti protoka u cevovodnim sistemimima pri prelaznim procesima nastaju kao posledica uticaja elasti nosti cevovoda. Na slici 2.10 dat je uporedni prikaz promene maksimalnog pritiska u zavisnosti od dužine vazdušnog džepa za razli ite uglove nagiba cevi .

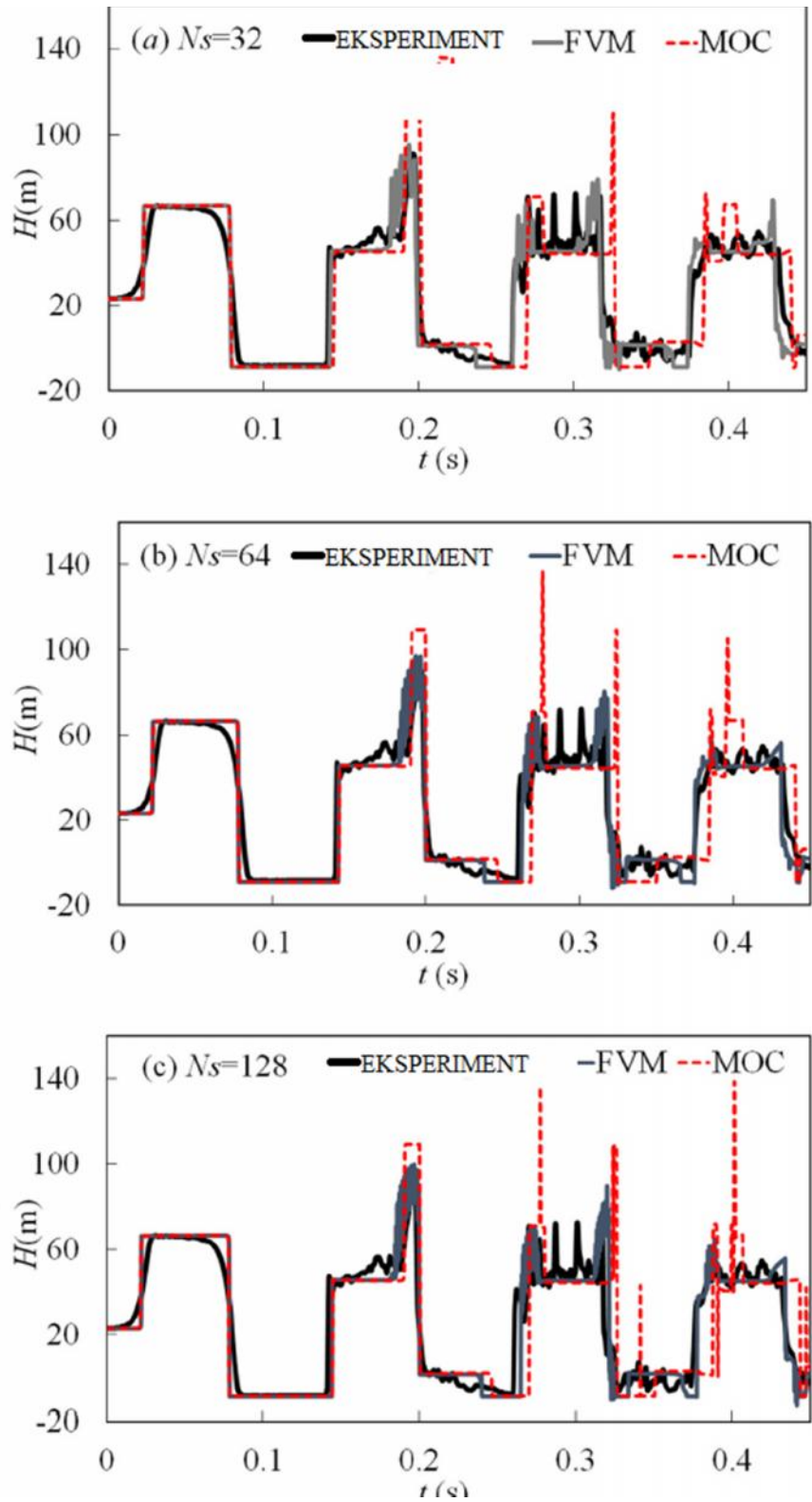


Slika 2.10. Uporedni prikaz promene maksimalnog pritiska u zavisnosti od dužine vazdušnih džepova za različite uglove nagiba cevi . Punom linijom su predstavljene numerički dobijene vrednosti a simbolima dobijene vrednosti novim energetskim pristupom.

Zhou i dr., (2016 god.) su simulirali razdvajanje vodenog stuba (eng. Water Column Separation – WCS) koriste i metodu kona ne zapremine drugog reda (eng. Finite Volume Method – FVM), zasnovanu na shemama Godunov-og tipa. Dokazali su da je ova metoda lako primenjiva na diskretni parni kavitacijski model, te da pruža korisnu

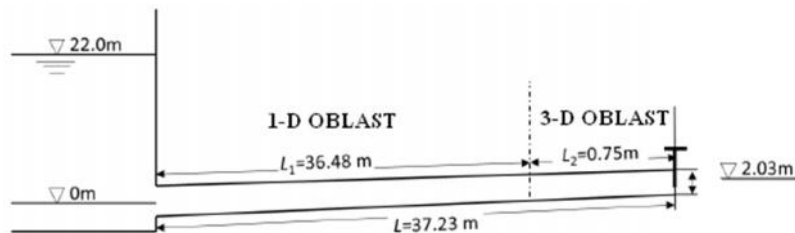


alternativu metodi karakteristika. To je ujedno i prvi pokušaj da se diskretni parni kavitacijski model upari u metodu kona ne zapremine i to u područjima u kojima se može pojaviti razdvajanje vodenog stuba. Metodom kona ne zapremine drugog reda uspeli su da lociraju i utvrde tačan položaj parnog mehura u cevi kao i da predvide njegov rast i na kraju kolaps (nestajanje). Naučnici su takođe pokazali da korišćenjem ove metode se mogu izbeći nerealni veštački pikovi pritiska koji se mogu desiti primenom klasične DVCM. Na slici 2.11 dat je prikaz uporednih vrednosti pritiska dobijenih eksperimentalnim putem, kao i korišćenjem metode kona ne zapremina drugog reda, ali i metode karakteristika, za jednu od brzina strujanja tečnosti.



Slika 2.11. Raspodela pritiska na zatvara u pri brzini strujanja fluida od 0,332 m/s za (a)  $N_s=32$ ; (b)  $N_s=64$ ; (c)  $N_s=128$ ; gde je  $N_s$  broj noda u cevi.

Zhang i dr. (2016 god.) su istražili mogućnost simulacije fenomena povratnog hidrauličkog udara u reverzibilnim mašinama (pumpa-turbina), koristeći trodimenzijski model numeričke mehanike fluida (eng. Computational Fluid Dynamics – CFD). Rad je osnova za detaljnija istraživanja uticaja hidrauličkih karakteristika reverzibilnih mašina poput pulzacija pritiska i aksijalne sile, posebno u havarijskim režimima i režimima sa zbacivanjem snage agregata na hidroelektranama. U radu je korišćena modifikovana eksperimentalna instalacija Berganta koja je imala sledeći izgled:



Slika 2.12. Eksperimentalna instalacija sa gornjim i donjim rezervoarom, kosom cevi i zatvaračem koji se nalazi na višoj strani cevi

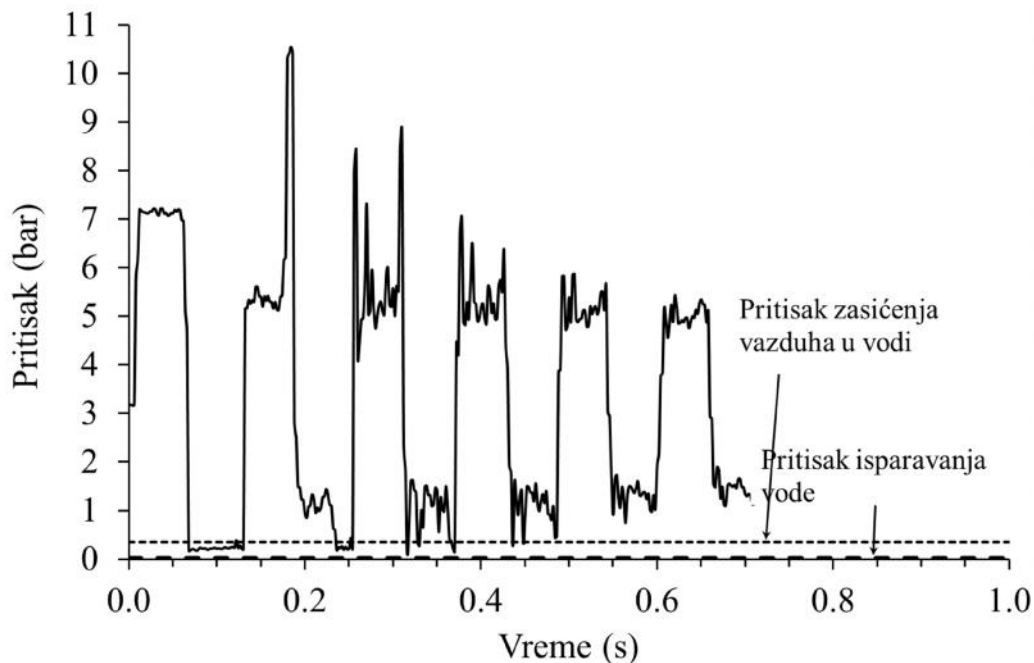
Zatvarač je postavljen na višem kraju cevi jer se na taj način omogućava vremenski brže formiranje mehurova pare usled pada pritiska nego na nižem kraju cevi. Korišćenjem metode CFD pokazano je da je vreme za koje se formiraju mehurovi pare znatno kraće nego korišćenjem metode karakteristika i eksperimentalno dobijenih vrednosti. Međutim vremenski trenutak u kome se javlja maksimalni pritisak je po CFD metodi najduži što autori ovog rada nisu uspeali da smanje na vrednosti koje su dobijene korišćenjem drugih metoda. Vrednost maksimalnog pritiska bez obzira na vremensku dužinu postizanja istog je takođe najviša primenom metode CFD.

U prirodnim i tehničkim sistemima voda dolazi u neposredni kontakt sa mehurovima vazduha koji se ili rastvaraju u vodi ili se transformišu u obliku mikro mehurova. Ako je površina vode u kontaktu sa vazduhom određeni vremenski period, rastvoreni mehurovi vazduha će dostići saturaciju u istoj. To znači da ne postoji voda u kojoj nema rastvorenog vazduha. Brennen (1995) je zaključio u svojim istraživanjima da su za proces deaeracije potrebne nedelje da bi se smanjila koncentracija vazduha u vodenom tunelu ispod 0,0003% (saturacija pri atmosferskom pritisku i odgovorajućoj hladnoj

vodi se javlja na oko 0,00015%). Po Hammitt-u (1980) neobrađena sirova voda sadrži oko  $n_m=1,13 \times 10^9$  mikro mehurova po  $m^3$ , sa najverovatnije, prečnikom mehura od  $d_m=6 \mu m$ , dok u degaziranoj vodi taj broj opada na  $n_m=0,911 \times 10^9$  mikro mehurova po  $m^3$  sa najverovatnije istim prečnikom od oko  $6 \mu m$  (pregled podataka o rastvorljivosti vazduha i drugih gasova u vodi je dao Kolev (2007)). Mikro mehurovi pronalaze se u negaziranoj vodi imaju zanemarljiv uticaj na hidrodinamiku vode u potpunoj odsutnosti pojave hidrauličkog udara. Ukoliko dođe do izdvajanja (desorpcije) vazduha iz vode tokom prelaznog procesa, tada se može reći da vazduh ima značajan uticaj na hidrodinamiku dvofazne mešavine voda-vazduh. Potvrda ove činjenice se nalazi u testovima hidrauličkog udara koje su sproveli Bergant i Simpson (1999) sa brzozatvarajućim zatvaračem u vremenskom periodu od 0,009 s na kraju cevovoda dužine 37,23 m i sa relativno niskom vrednošću brzine strujanja vode od 0,3 m/s neposredno pre zatvaranja zatvarača, što je prikazano na slici 2.1. Promena pritiska ispred zatvorenog zatvarača data je na slici 2.13. Nakon zatvaranja zatvarača kompresioni talas se formira ispred zatvarača i prostire se prema ulaznom cevovodu koji je povezan sa gornjim (uzvodnim) rezervoarom. Kompresioni talas se zatim odbija i prelazi u ekspanzioni u uzvodnom rezervoaru. Ekspanzioni talas se zatim prostire od uzvodnog rezervoara cevovodom do zatvorenog zatvarača a trenutak njegovog dolaska pred zatvoreni zatvarač jeste u 0,066 s, što je takođe predstavljeno na slici 2.13. Ekspanzioni talas se sada odbija o zatvoreni zatvarač, a pritisak opada ispod vrednosti pritiska nekondenzujućeg vazduha, što rezultuje oslobađanjem vazduha iz te mase. Ovaj fenomen je poznat kao gasna kavitacija, a pojava diskontinuiteta (razdvajanja) u tečnosti zbog prisustva vazduha se zove razdvajanje (raskidanje) stuba tečnosti. Važno je napomenuti da izmerene vrednosti pritiska koje su dobili Bergant i Simpson (1999), a to su vrednosti minimalnog pritiska dok traje proces raskidanja stuba tečnosti ispred zatvorenog zatvarača, su još uvek veće od pritiska saturacije, što znači da nisu postignuti uslovi isparavanja, te da jedino postoji dvofazna mešavina voda-vazduh. Ekspanzioni talas se opet kreće ka rezervoaru, odbija se i menja svoj znak. Dolazak kompresionog talasa ispred zatvorenog zatvarača jeste u 0,130 s što je prikazano na slici 2.13, a naredna superpozicija kompresionog i ekspanzionog talasa se javlja u 0,184 s. Porast pritiska ide do vrednosti koja je veća od vrednosti koju je utvrdio Joukowski u svom eksperimentu u jednofaznoj komponenti – vodi – odmah nakon zatvaranja

zatvara a u 0,009 s (ova vrednost se može predvideti kroz poznatu Joukowsky jedna inu  $\Delta p = -\rho c \Delta u$ , gde  $\rho$  predstavlja gustinu fluida,  $c$  brzinu zvuka u cevi i  $\Delta u$  predstavlja promenu brzine strujanja fluida (Bergant i dr., 2006)).

U slučaju intenzivnih poremećaja protoka fluida, pritisak u tečnosti može biti niži od pritiska saturacije pa se može desiti isparavanje tečnosti. Ovaj fenomen je poznat kao parna kavitacija (Shu, 2003). Značajna razlika između parne i gasne kavitacije jeste u brzini prenosa mase između tečne i parne faze. Li i dr. (2014) su upoređivali porast mehurova gasa i pare kroz vremenski period kao posledicu pada pritiska. U eksperimentu koji je sproveo Li i dr. (2014) nastali gasni mehur na zidu cevi narasta od 20 to 50  $\mu\text{m}$  u prečniku, kao odgovor na iznenadni pad pritiska sa 101 to 35 kPa u vodi



Slika 2.13. Promene pritiska uzrokovane hidrauličkim udarom sa gasnom kavitacijom (Bergant i Simpson, 1999)

koja je ispunjena vazduhom. Sa druge strane potrebno je oko 10  $\mu\text{s}$  za nastali parni kavitet da naraste od 5 to 70  $\mu\text{m}$  u prečniku kao odgovor na negativnu vrednost pritiska od -1,4 MPa u vodi u kojoj je došlo do isparavanja, a što je u svom eksperimentu

pokazao Bremond i dr. (2006). Uzimaju i u obzir kolaps (nestanak) mehura, vremenski period za koji nestane gasni mehur je nekoliko puta duži od odgovarajućeg vremenskog perioda za koji nestane parni mehur. Nigmatulin i dr. (1981) su sra unali da mehur sa po etnim pre nikom od 10  $\mu\text{m}$  nestane za manje od 2  $\mu\text{s}$  kada pritisak vode konstantno raste od 0,1 MPa to 0,12 MPa. Brennen (1995) procenjuje da se mehur vazduha veli ine 10  $\mu\text{m}$  u potpunosti rastvori u vodi za oko 2,5 s.

Predvi anje nastanka hidrauli kog udara sa gasnom i/ili parnom kavitacijom jeste jako bitno zbog o uvanja sigurnosti rada razli itih hidrauli kih delova postrojenja. Posebne tehnike modeliranja su zbog toga razvijene a sve sa ciljem izvo enja numeri kih simulacija hidrauli kog udara u dvofaznim sistemima (mešavinama).

Jedinstveno prihva eni na in jeste zasnovan na posebnom sistemu jednodimenzijskih jedna ina konzervacije, kako za te nost i jednofazno strujanje, tako i za dvofazno strujanje, koriš enjem slede ih pretpostavki koje se odnose na hidrauli ki udar sa parnom kavitacijom (Bergant i dr., 2006): (i) Mehurovi gasa su smešteni u nodama unutar razvijene numeri ke mreže, dok jednofazna te nost popunjava proctor izmedju susednih noda, (ii) Brzina prostiranja talasa izme u susednih noda jednaka je brzini zvuka kada postoji samo te nost, (iii) minimalni pritisak koji se javlja u toku prelaznog procesa odre en je pritiskom parno-te ne termodinami ke saturacije, tj. pritiskom saturacije koji je zavistan od temperature te nosti, (iv) ne postoji prostiranje talasa u dvofaznoj mešavini. Model zasnovan na opisan pretpostavkama se naziva diskretni parokavitacijski model (DVCM), koji su uveli u nau na razmatranja Streeter (1969) i Streeter i Wylie (1697) i opisan je na primer u radu koji su objavili Wylie and Streeter (1993) kao i Bergant dr. (2006). Prisustvo vazduha u mešavini sa parom te nosti uzeto je u obzir kroz gasokavitacijski model (DGCM) (1984). Temeljnija istraživanja gaso-te nog prostiranja u cevima objašnjeno je koriš enjem metode opšteg pristupa parokavitacijskom modelu. (GIVCM) (Bergant i dr., 2006). U GIVCM modelu poseban system jedna ina ravnoteže se resave za jednofazno strujanje, dvofazno strujanje kao i za nestajanja parokavitacijskih mehurova. Opisane modele je koristio ve broj autora u prethodnim istraživanjima vezanim za raskidanje vodenog stuba sa gasnom i parnom kavitacijom. Bergant i Simpson (1999) su simulirali sopstvene eksperimente koriste i

sva tri modela DVCM, DGCM and GIVCM. Sadafi i dr. (2012) primenili su GIVCM model na simulacije koje je izveo Simpson (1986) kroz svoje eksperimentalne testove. Adamkowski i Lewandowski (2012) su modifikovali DVCM model da bi uklonili nerealno "pikove" pritiska koji nastaju korišćenjem DVCM modela u simulacijama razdvajanja vodenog stuba sa parnim mehurovima. Nadograđeni model su nakon toga primenili u simulacijama sopstvenih eksperimentalnih testova koje su sproveli pri raskidanju stuba tečnosti. Malekpour i Karney (2014) su kombinovali DGCM model sa numeričkim korekcijama u cilju predviđanja prostiranja diskontinuiteta i primenili su ih na numerička istraživanja i raskidanje stuba tečnosti kao i nestanak parnih mehurova u toku brzog punjenja cevovoda. Ostali modelski pristupi su razvijeni za potrebe proučavanja raskidanja stuba tečnosti kao i njegovog numeričkog simuliranja. Shu (2003) je razvio model homogene ravnotežne dvofazne mešavine da bi eliminisao ograničenja na kojima je zasnovan standardni DVCM model. Kessali i Bennacer (2005) su takođe primenili homogeni dvofazni model da bi predvideli promene pritiska u toku prelaznog procesa i primenili su empirijski model za predviđanje oslobađanja mehurova gasa u toku opadanja pritiska. Chaiko (2006) je razvio homogeni ravnotežni model za vodu kao i za mešavinu voda-para. Ovaj model je rešen korišćenjem metode konačnih zapremina drugog reda i kao takav validiran je korišćenjem Simpson-ovih (1986) i Bergant i Simpson-ovih (1999) izmerenih vrednosti pritiska u toku prelaznog procesa. Prethodne simulacije hidrauličkog udara sa gasnom kavitacijom govore o tome da nije bilo moguće utvrditi precizan stepen izdvajanja mehurova gasa zbog nedostataka informacija vezanim za sastav vazduha u toku prelaznog procesa. U radu Ivljanin i dr. (2018) homogena gaso-tečna dvofazna mešavina je primenjena na simulaciju hidrauličkog udara sa gasnom kavitacijom, zajedno sa neravnotežnim modelom prenosa masenog fluksa između tečnosti i gasa na njihovoj razdelnoj površini. Posmatrani fenomen oslobađanja vazduha je vrlo intenzivan u roku prve brze dekompresije, a ispod vrednosti pritiska saturacije u vodi. Objasnjene navedenog leži u činjenici povećanja zapremine mehura koji nastaje na unutrašnjem zidu cevi i karaktera nestajanja mehura sa velikim oscilacijama prenika mehura u vremenskom period od nekoliko desetina mikrosekundi. Karakter porasta mikro mehurova predstavljen je rezultatima koje su prezentovali Rayleigh-Plesset u svojoj jednačini (4.18) u poglavlju 4. Osnovne jednačine ravnoteže rešene su korišćenjem metode karakteristika (Wulff, 1987). Model

je iskorišćen za simulacije Bergant i Simpson-ovih (1999) eksperimentalnih testova vezanih za hidraulički udar pri niskim vrednostima brzina strujanja fluida a sa gasnom kavitacijom. U radu je prikazano da numerički dobijene vrednosti pokazuju značajan stepen saglasnosti i poklapanja sa eksperimentalnom dobijenim vrednostima. Osetljivost rezultati je objašnjena kao posledica uticaja glavnih mehanizama i parametara koji utiču na pritisak, kao što su brzina zvuka u cevi. Početna koncentracija gasa tj.vazduha, gubici usled trenja i dr. Novi model nema ograničenja koja postoje prilikom korišćenja karakteristika DVCM, DGCM ili GIVCM modela, kao što su diskretne lokacije gasa u proračunskim nodama dok te noda popunjava prostor između u susednih noda, kao što nema ni ograničenja da je minimalni pritisak u toku prostiranja ekspanzionog talasa jednak pritisku saturacije tečnosti. Zakoni održanja mase i promene količine kretanja za homogeno jednofazno strujanje tečnosti se mogu primeniti kako za jednofazno tako i za dvofazno strujanje bez potrebe za uvođenjem dodatnih jednačina koje opisuju dvofazno strujanje.



### 3. HOMOGENI MODEL NESTACIONARNOG DVOFAZNOG STRUJANJA TE NE I GASNE FAZE

Za opisivanje nestacionarnog procesa hidrauli kog udara u strujnom kanalu korišćen je jednodimenzijski model stišljivog strujanja jednofaznog fluida i homogene dvofazne mešavine te ne i gasne faze. U slučaju strujanja dvofazne mešavine pretpostavljena je strujna ravnoteža, to jest brzine te ne i gasne faze su jednake. Pretpostavljeno je i da nema razmene toplote između zida strujnog kanala i okoline i da je jednofazno strujanje i homogeno dvofazno strujanje izentalpsko, stoga nije potrebno rešavati jednačinu zakona održanja energije. Zidovi strujnog kanala su kruti, ali se površina poprečnog preseka menja sa podužnom koordinatom.

Bilansne jednačine koje opisuju jednodimenzijsko nestacionarno izentalpsko strujanje homogenog stišljivog fluida u cevovodu promenljivog poprečnog preseka su:

- zakon održanja mase

$$\frac{\partial}{\partial t}(\dots A) + \frac{\partial}{\partial z}(GA) = 0, \quad (3.1)$$

- zakon promene količine kretanja

$$\frac{\partial}{\partial t}(GA) + \frac{\partial}{\partial z}(uGA) + A \frac{\partial p}{\partial z} = -\dots FA. \quad (3.2)$$

Uvođenjem izraza za maseni fluks

$$G = \dots u \quad (3.3)$$

u jednačinama (3.1) i (3.2), dobija se

$$\frac{\partial}{\partial t}(\dots A) + \frac{\partial}{\partial z}(\dots uA) = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\dots uA) + \frac{\partial}{\partial z}(\dots u^2 A) + A \frac{\partial p}{\partial z} = -\dots FA, \quad (3.5)$$

U jednačinama (3.4) i (3.5) zavisno promenljive veličine su brzina  $u$  i pritisak  $p$ , a nezavisno promenljive veličine su prostorna koordinata  $z$  i vreme  $t$ .

Gustina fluida se izražava kao

$$\rho = \begin{cases} \rho_1, & \text{za } x = 0 \\ \rho_1 \dots_1 + \rho_2 \dots_2, & \text{za } 0 < x < 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

pri čemu su  $\rho_1$  i  $\rho_2$  gustina tečnosti i gasne faze,  $\Gamma_1$  i  $\Gamma_2$  zapreminski udeli tečnosti i gasne faze u dvofaznoj mešavini, a  $x$  je maseni udeo gasne faze koji se određuje prema relaciji

$$x = \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \quad (3.7)$$

pri čemu su  $m_1$  i  $m_2$  masa tečnosti i gasne faze, sledstveno. Za  $x = 1$  imamo stanje pare, za  $x = 0$  stanje tečnosti, a za  $0 < x < 1$  stanje dvofazne mešavine.

Zapreminski udeo gasne faze u dvofaznoj mešavini se određuje iz relacije

$$\Gamma_2 = \frac{1}{1 + \frac{1-x}{x} \frac{\rho_2}{\rho_1}}, \quad (3.8)$$

Zbir zapreminskih udela tečnosti i gasne faze jednak je jedinici

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = 1. \quad (3.9)$$

Pretpostavljeno je da je gustina tečnosti konstantna i određena početnom temperaturom tečnosti i početnim srednjim pritiskom u početnom kanalu. Gustina gasne faze se izražava korišćenjem jednačine stanja idealnog gasa koja glasi:

$$\rho_2 = p_2 / (R_g T_2) \quad (3.10)$$

gde je  $T_2$  temperatura gasne faze. U slučaju dvofaznog strujanja tečnosti i gasa koji se rastvara u tečnosti, temperatura gasne faze  $T_2$  je aproksimirana početnom temperaturom tečnosti  $T_{1,0}$ . U slučaju dvofaznog strujanja sa isparavanjem tečnosti, temperatura gasne

faze  $T_2$  je aproksimirana temperaturom saturacije za lokalni pritisak gasne faze  $p_2$ .  $R_g$  predstavlja gasnu konstantu, u opštem sluaju mešavine gasa i pare. U sluaju mehurastog strujanja pritisak gasne faze je odre en uzimanjem u obzir površinskog napona prema Laplace-ovoj jedna ini

$$p_2 = p_1 + \frac{2\uparrow}{r_m}, \quad (3.11)$$

gde je  $\uparrow$  površinski napon, a  $r_m$  polupre nik mehura. Razlika pritisaka u mehuru i okolnoj te nosti na umerenim temperaturama je prakti no zanemarljiva za pre nike mehura ve e od 0,1 mm.

Sila po jedinici mase fluida sa desne strane znaka jednakosti u jedna inama (3.2) i (3.5) obuhvata stacionarno i nestacionarno trenje izme u fluida i zidova cevovoda i gravitaciju i odre uje se pomo u izraza

$$F = \frac{fu|u|}{2D_H} + f_m \text{sign}(u) \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right| + g \sin \alpha. \quad (3.12)$$

Darcy-jev koeficijent trenja je obeležen sa  $f$ , a koeficijent trenja usled nestacionarnog strujanja fluida je obeležen sa  $f_m$ .  $D_H$  je hidrauli ki pre nik cevovoda,  $\alpha$  je nagib cevi prema horizontali, a  $g$  je ubrzanje sile Zemljine teže.

Diferenciranjem jedna ine (3.5) dobija se

$$u \frac{\partial}{\partial t} (\dots A) + (\dots A) \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial z} (\dots uA) + (\dots uA) \frac{\partial u}{\partial z} + A \frac{\partial p}{\partial z} = -\dots FA. \quad (3.13)$$

Smenom jedna ine (3.4) u (3.13) sledi:

$$\dots A \frac{\partial u}{\partial t} + \dots uA \frac{\partial u}{\partial z} + A \frac{\partial p}{\partial z} = -\dots FA. \quad (3.14)$$

Uvrštavanjem materijalnog izvoda brzine u obliku

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (3.15)$$

u jedna inu (3.14) i deljenjem njene leve i desne strane sa proizvodom gustine i površine popre nog preseka ona postaje

$$\frac{Du}{Dt} + \frac{1}{\dots} \frac{\partial p}{\partial z} = -F. \quad (3.16)$$

Diferenciranjem jedna ine (3.4) dobija se:

$$\dots \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial \dots}{\partial t} + A \dots \frac{\partial u}{\partial z} + Au \frac{\partial \dots}{\partial z} + \dots u \frac{\partial A}{\partial z} = 0. \quad (3.17)$$

Pošto posmatramo krutu cev prvi lan sa leve strane jedna ine (3.17) je jednak nuli. Ako i levu i desnu stranu jedna ine (3.17) podelimo sa površinom popre nog preseka imamo

$$\frac{\partial \dots}{\partial t} + \dots \frac{\partial u}{\partial z} + u \frac{\partial \dots}{\partial z} + \frac{\dots u}{A} \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \quad (3.18)$$

što dalje možemo preko materijalnog izvoda gustine u obliku

$$\frac{D \dots}{Dt} = \frac{\partial \dots}{\partial t} + u \frac{\partial \dots}{\partial z}, \quad (3.19)$$

napisati kao

$$\frac{D \dots}{Dt} + \dots \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\dots u}{A} \frac{\partial A}{\partial z} = 0. \quad (3.20)$$

Pretpostavljeno je da nema razmene toplote izme u zida strujnog kanala i okoline i da je jednofazno strujanje i homogeno dvofazno stujanje izentalpsko. Gustina gasne faze zavisi samo od pritiska. Diferenciranjem gustine po vremenu i prostornoj koordinati imamo

$$\frac{\partial \dots}{\partial t} = \frac{d \dots}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.21)$$

i

$$\frac{\partial \dots}{\partial z} = \frac{d \dots}{dp} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (3.22)$$

Uvrštavanjem jedna ina (3.20) i (3.21) u jedna inu (3.22) dobija se

$$\frac{Dp}{Dt} + c^2 \dots \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\dots u}{A} \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (3.23)$$

gde je brzina zvuka prema definiciji  $c = (\partial p / \partial \dots)_s^{1/2}$ , što se u funkciji pritiska, gustine i entalpije može napisati kao

$$c = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\partial \dots}{\partial p}\right)_h + \frac{1}{\dots} \left(\frac{\partial \dots}{\partial h}\right)_p}}. \quad (3.24)$$

Parcijalni izvod gustine po entalpiji pri konstantnom pritisku je jednak nuli pošto je izentalpsko strujanje, pa sledi da je brzina zvuka određena sa

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d \dots}}. \quad (3.25)$$

Jednina (3.23) se primenjuje umesto jednine (3.20).

### 3.1 Formiranje sistema kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa

Razvijanjem materijalnog izvoda i prebacivanjem na levu stranu svih veličina koje se diferenciraju po vremenu i koordinati, u jednačinama (3.23) i (3.16), dobija se sistem kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa u sledećem obliku

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial z} + c^2 \dots \frac{\partial u}{\partial z} = X, \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\dots} \frac{\partial p}{\partial z} = Y, \quad (3.27)$$

gde je

$$X = - \frac{\dots u}{A} \frac{\partial A}{\partial z} \quad (3.28)$$

$$Y = -\frac{f|u|}{2D_H} - f_m \operatorname{sign}(u) \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right| - g \sin \alpha . \quad (3.29)$$

Primenom neke numeričke metode se može odrediti partikularni integral jer analitičko rešenje ovog sistema nije moguće pronaći. Za numeričko rešavanje ovog sistema jednina potrebno je poznavati početne i granične uslove. Početni uslovi su strujnotermički parametri fluida u početnom vremenskom trenutku, pre dejstva poremećaja. Granični uslovi predstavljaju stanje fluida na granicama posmatranog sistema, kao i na početku i na kraju deonice na koje je posmatrani cevovod izdvojen.

#### 4. KONSTITUTIVNE KORELACIJE ZA ODREĐIVANJE RAZMENE MASE I KOLIČINE KRETANJA NA RAZDELNIM POVRŠINAMA U DVOFAZNOM TOKU

##### 4.1 Razmena mase na razdelnoj površini između faza

Pri hidrauličkom udaru sa gasnom i parnom kavitacijom ili samo gasnom kavitacijom, infinitezimalna promena masenog udela gasne faze je određena prema (Kroeger, 1976), (Bauer, 1976) i (Zapolski 1996) kao

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Gamma}{\dots} \quad (4.1)$$

gde  $\Gamma$  predstavlja brzinu prelaza mase na razdelnoj površini (usled apsorpciju ili desorpciju gasa, kao i usled isparavanja ili kondenzacije) po jedinici zapremine i po jedinici vremena, a  $\dots$  je gustina dvofazne mešavine tečnosti i gasa. Brzina prelaza mase je određena izrazom

$$\Gamma = j_i a_i \quad (4.2)$$

gde je  $a_i$  koncentracija razdelne površine tečnosti i gasa, a  $j_i$  je fluks nekondenzujućeg gasa ili pare na razdelnoj površini.

Određivanje koncentracije razdelne površine tečnosti i gasne faze zavisi od masenog udela gasne faze i oblika dvofaznog strujanja. (Incropera, 1990). Usvojeno je da mehurasto strujanje postoji pri vrednostima zapreminskog udela gasne faze nižim ili jednakim 0,74, prema (Blinkov i Frolov, 1982), dok je anularni tok usvojen za vrednosti zapreminskog udela gasne faze većim od 0,74. Pretpostavljeno je da su mehurovi sfere uniformnog prenika  $d_m$ . Primenom jednostavnih geometrijskih relacija, dolazi se do izraza za koncentraciju razdelne površine tečnosti i gasa u mehurastom strujanju (Kuznecov, 1989)

$$a_i = \frac{6\Gamma_2}{d_m} \quad (4.3)$$

Prenik mehura je određen iz sledeće veze između zapreminskog udela gasne faze i koncentracije mehura  $n_m$

$$\Gamma_2 = n_m f d_m^3 / 6 \quad (4.4)$$

Izraz za određivanje koncentracije razdelne površine te nosti i gasa pri anularnom strujanju se dobija u sledećem obliku pod pretpostavkom da te na faza kvazi zid strujnog kanala u vidu te nog filma (Kuznecov, 1989)

$$a_i = \frac{4}{d} \sqrt{r_2} \quad (4.5)$$

gde je  $d$  unutrašnji prečnik cevi.

#### 4.1.1 Degazacija i apsorpcija vazduha u vodi

U stanju ravnoteže, koje je dostignuto kada su nekondenzujući gas i te nost duži vremenski period u kontaktu, te nost je zasićena gasom a molarni udeo gasa u te nosti je određen primenom Henry-evog zakona. Prema Henry-evom zakonu molarni udeo apsorbovanog gasa u te nosti  $\tilde{x}_{rav}$  zavisi od pritiska nekondenzujućeg gasa  $p_2$  (Kolev, 2007)

$$\tilde{x}_{rav} = \frac{p_2}{H_c} \quad , \quad (4.6)$$

gde je  $H_c$  - Henry-eva konstanta, koja zavisi od vrste gasa i pritiska i temperature te ne faze.

Pri neravnotežnim uslovima, koji se javljaju kada maseni (molarni) udeo rastvorenog gasa u te nosti odstupa od ravnotežnog zasićenja gasa u te nosti ili ravnotežne koncentracije gasa u te nosti, prenos mase gasa nastaje na razdelnoj površini te ne i gasne faze. Pretpostavljeno je da je prenos mase gasa na razdelnoj površini veći delom određen difuzijom gasa na te noj strani razdelne površine. (Eckert i Drake 1972) Konvektivni mehanizmi prenosa mase gasa su zanemareni pošto je usvojena pretpostavka da je relativna brzina izmeću gasa i te nosti zanemarljiva u slučaju hidrauličkog udara izazvanog zatvaranjem zatvarača. Zanemarivanje relativne brzine te nosti i gasa je posebno opravdano u slučaju mehurastog strujanja sa sitnim mehurovima gasa dispergovanim u kontinualnoj te noj fazi, što je i oblik strujanja karakterističan za hidraulički udar sa gasnom kavitacijom. Izotemska apsorpcija ili desorpcija je opisana jednačinom bilansa mase nekondenzujućeg gasa u te nosti u koordinatnom sistemu povezanom sa pokretnom granicom (Nakoryakov, 2010)



$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_i \frac{\partial C}{\partial z} = D_1 \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (4.7)$$

gde je  $C$  maseni udeo rastvorenog nekondenzujućeg gasa u tečnosti,  $D$  je koeficijent difuzije,  $z$  je koordinata povezana sa razdelnom površinom, a  $u_i$  je brzina razdelne površine definisana uslovom da tečnost ne protiče kroz razdelnu površinu

$$j_{i,1} = (1 - C_i) \dots u_i - \dots D_1 \frac{\partial(1 - C)}{\partial z} = 0 \quad (4.8)$$

što rezultuje sa

$$u_i = - \frac{D_1}{1 - C_i} \frac{\partial C}{\partial z}. \quad (4.9)$$

Granični uslovi za jednačinu (4.7) su: kada  $z \rightarrow \infty$ ,  $C = C_1$ , dok je na razdelnoj površini ( $z = 0$ ) maseni udeo gasa  $C_i$ . Rešenje jednačine (4.7) je dobijeno sa brzinom  $u_i$  određenom prema jednačini (4.9) i pod prethodno navedenim graničnim uslovima, u sledećem obliku

$$\left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = - \frac{(C_i - C_1)}{\sqrt{f D_1 t}}, \quad (4.10)$$

a izraz za maseni fluks na razdelnoj površini je

$$j_i = - \frac{\dots \sqrt{D_1} (C_i - C_1)}{\sqrt{f t}}. \quad (4.11)$$

Kao što je predstavljeno jednačinom (4.11), maseni fluks pri difuziji gasa između gasne i tečne faze je određen razlikom masenog udela gasa u tečnosti  $C_1$  i masenog udela gasa na razdelnoj površini  $C_i$ . Maseni udeo gasa na razdelnoj površini je određen primenom Henry-evog zakona. Za potrebe numeričkog proračuna maseni udeo gasa na razdelnoj površini je određen kao funkcija pritiska, za konstantnu temperaturu tečnosti. U slučaju apsorpcije vazduha u vodi i u opsegu pritiska od niskog vakuuma do visokih pritiska od nekoliko bara može se izraziti kao

$$C_i = k_1 + k_2 p, \quad (4.12)$$

gde su koeficijenti  $k_1$  i  $k_2$  zavisni od temperature vode. Pritisak zasićenja vazduha u vodi zavisi od masenog udela rastvorenog vazduha u vodi i prema jednačini (4.12) se izražava kao

$$p_{sat} = (C_1 - k_1) / k_2. \quad (4.13)$$

Uopšteno, ako je te nost u kontaktu sa nekondenzuju im gasom i pritisak te nosti je niži od pritiska zasi enja gasa u te nosti, nastaje desorpcija gasa, i obrnuto, ako je pritisak te nosti viši od pritiska zasi enja gasa u te nosti, nastaje apsorpcija.

Uvo enjem jedna ina (4.3), (4.4) i (4.11) u jedna inu (4.2) izveden je slede i izraz za brzinu prenosa mase nekondenzuju eg gasa na razdelnoj površini u mehurastom strujanju

$$\Gamma = -\frac{6^{2/3} \dots D_1^{1/2} n_m^{1/3} \Gamma_2^{2/3}}{f^{1/3} \ddagger^{1/2}} (C_i - C_1) \quad (4.14)$$

U anularnom strujanju je koncentracija razdelne površine odre ena jedna inom (4.5) i smenom jedna ina (4.5) i (4.11) u (4.2) dobijen je slede i izraz

$$\Gamma = -\frac{4 \dots D_1^{1/2} \Gamma_2^{1/2}}{(f \ddagger)^{1/2} d} (C_i - C_1) \quad (4.15)$$

Promena masenog udela rastvorenog nekondenzuju eg gasa u te nosti je jednaka promeni nekondenzuju eg gasa u dvofaznoj mešavini te nosti i gasa, tj.  $dC_1 = -dx$ , dakle, prema jedna ini (4.1) imamo

$$\frac{dC_1}{dt} = -\frac{\Gamma}{\dots}. \quad (4.16)$$

Eksperimentalna istraživanja, npr. (Zielke i dr., 1980) ili (Bergant i Simpson, 1999), su pokazala da je pri hidrauli kom udaru sa gasnom kavitacijom nastalo mehurasto strujanje mešavine vode i vazduha. Dakle, jedna ina (4.14) je koriš ena za procenu maksimalne vrednosti prenosa mase vazduha u toku gasne kavitacije pri slede im uslovima:

- pretpostavljen je iznenadan pad pritiska vode od atmosferskog pritiska 0,1 MPa do pritiska od 2,4 kPa, koji je nešto viši od pritiska isparavanja na 20°C,
- u po etnom stanju je voda zasi ena vazduhom na pritisku od 0,1 MPa i temperaturi od 20°C, što zna i da je maseni udeo vazduha rastvorenog u vodi približno jednak  $23 \cdot 10^{-6} \text{ kg}_{\text{vazduha}}/\text{kg}_{\text{vode}}$  (Kolev, 2007),
- gustina mehurova je  $n_m \approx 10^8 \text{ m}^{-3}$ , što je i red veli ine kao što je objavio (Zielke i dr., 1980),

- zapreminski udeo gasne faze u mehurastom toku je 0,1,
- vremenski period difuzije vazduha je aproksimiran vremenom obnavljanja razdelne površine  $\tau=0,02$  s, kao što je objavio Nedeltchev (2017) za kolonu mehurova gas-te nost i
- koeficijent difuzije vazduha u vodi je  $2 \cdot 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s (Li, 2014) a gustina vode  $\approx 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Na osnovu ovih vrednosti izra unata je brzina prenosa mase jedna inom (4.15) i dobijeno je  $3,5 \cdot 10^{-3}$  kg/(m<sup>3</sup>s). Prema jedna ini (4.16) vremenski period potpune degazacije vazduha iz vode je približno  $\Delta t \approx \Delta C_{1...} / \Gamma = 23 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 / (1,6 \cdot 10^{-3}) = 14,4$ s, što je reda veli ine vremenskog intervala koji je objavio (Zielke i dr., 1980).

U tehni kim sistemima sa degaziranom te noš u, opravdano je da se pretpostavi da je odre ena koli ina nekondenzuju eg gasa rastvorena u te nosti, a da mala koli ina nekondenzuju eg gasa nije rastvorena u te nosti nego je prisutna u formi mikromehurova. U slu aju prostiranja ekspanzionog talasa mikromehurovi rastu. Rast mehurova pri padu pritiska usled prostiranja ekspanzionog talasa je kontrolisan inercijom. To se dešava u vremenskim periodima desetine mikrosekundi. Takav dinami an rast mehura opisan je jedna inom Rayleigh-Plesset (uvo enje jedna ine zasnovane na radovima (Rayleigh-a, 1917) i (Plesset-a, 1949) predstavio je (Brennen, 2005)

$$\frac{p_b - p_1}{\dots_1} = r_m \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dr_m}{dt} \right)^2 + \frac{4 \sim_1}{\dots_1 r_m} \frac{dr_m}{dt} + \frac{2 \dagger}{\dots_1 r_m}, \quad (4.17)$$

gde su  $p_b$  i  $p_1$  sledstveno, pritisak u mehuru i pritisak vode,  $r_m$  je pre nik mehura,  $\dagger$  je površinski napon,  $\sim_1$  i  $\dots_1$  su sledstveno, dinami ka viskoznost vode i gustina vode.

Numeričko rešenje jednačine (4.17) za rast mehurazduha u vodi sobne temperature pri iznenadnom padu pritiska je izvršeno tako što je Rayleigh-Plesset jednačina (4.17) napisana u sledećem obliku:

$$y' = -\frac{3}{2} \frac{y^2}{r_b} - \frac{4\sigma y}{r_b^2} - \frac{2\dot{t}}{r_b^2} + \frac{p_b - p_1}{r_b}, \quad (4.18)$$

gde

$$\dot{r}_m = y \quad (4.19)$$

predstavlja izvod poluprečnika mehurazduha po vremenu, tj.  $\dot{r}_m = dr_m/dt$ , pa je  $y' = dy/dt = d^2r_m/dt^2$ . U jednačinama (4.18) i (4.19) zavisne promenljive su poluprečnik mehurazduha  $r_m$  i izvod poluprečnika mehurazduha po vremenu  $y$ , dok je nezavisna promenljiva vreme  $t$ . Ove dve jednačine diferencijalne jednačine se rešavaju uz početne uslove u trenutku  $t = 0$ s

$$r_m = r_{m,0} \text{ i } y = 0, \quad (4.20)$$

gde  $r_{m,0}$  predstavlja početnu vrednost poluprečnika mehurazduha, dok je početno ubrzanje na površini mehurazduha 0. Pritisak vazduha u mehurazduhu je sraunat korišćenjem adijabatske promene stanja

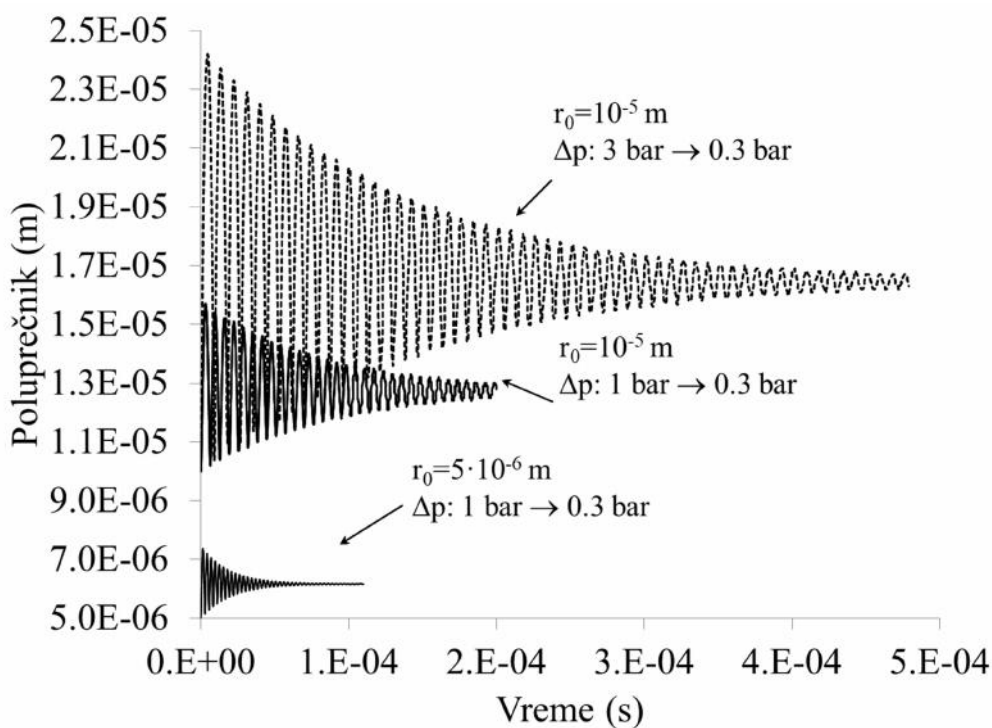
$$p_m = p_{m,0} \left( \frac{V_{m,0}}{V_m} \right)^\gamma = \left( p_{1,0} + \frac{2\dot{t}}{r_{m,0}} \right) \left( \frac{r_{m,0}}{r_m} \right)^{3\gamma}, \quad (4.21)$$

gde je početni pritisak mehurazduha  $p_{m,0}$  sraunat kao zbir početnog pritiska tečne faze (vode)  $p_{1,0}$  i porasta pritiska usled pojave površinskog napona, jednačina (3.11), a uzeto je u obzir da je  $V_m \sim r_m^3$ . Vrednost eksponenta adijabatske iznosi  $\gamma = 1,4$ .

Jednačina (4.18) i (4.19) su rešene numerički uz pomoć metode Runge-Kutta četvrtog reda tačnost za različite početne vrednosti poluprečnika mehurazduha  $r_{m,0}$  i padova pritiska u

vodi pri konstantnoj temepraturi od 20°C. Ostali koriš eni parametri su dinami ka viskoznost vode 0,001 kg/(ms), gustina vode 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup> i vrednost površinskog napona 0,0727 N/m. Propisana relativna greška integracije obe zavisno promenljive iznosi 10<sup>-6</sup>. Rezultati su prikazani na slici 4.1.

Analiziran je uticaj po etnog polupre nika mehura i vrednosti pada pritiska na dinamiku rasta mehura. Polupre nici mehurova rastu i posledi no slabljenje oscilacija usled viskozne disipacije nastaje nakon naglog pada pritiska prikazanog na Slici 4.1. Period prigušivanja oscilacija polupre nika mehura je duži za ve i po etni polupre nik mehura i ve i pad pritiska. U slu aju sa po etnim polupre nikom mehura od 5·10<sup>-6</sup> m i naglim padom pritiska sa 1 na 0,3 bara, maksimalni polupre nik mehura usled ekspanzije nakon pada pritiska je 7,4·10<sup>-6</sup> m i oscilacije polupre nika mehura su prigušene za 6·10<sup>-5</sup> s (Slika 4.1).



Slika 4.1. Dinami ka promena polupre nika mehura usled naglog pada pritiska u vodi:  
a) po etni polupre nik mehura  $r_0=10^{-5}$  m i pad pritiska sa 3 bar na 0,3 bar (gornja linija),  
b) po etni polupre nik mehura  $r_0=10^{-5}$  m i pad pritiska sa 1 bar na 0,3 bar (srednja

linija), c) po etni polupre nika mehurica  $r_0=5 \cdot 10^{-6}$  m i pad pritiska od 1 bar do 0,3 bar (donja linija).

U slučaju sa po etnim polupre nikom mehurica od  $10^{-5}$  m i naglim padom pritiska sa 1 bara na 0,3 bara, polupre nika mehurica se povećava na  $1,53 \cdot 10^{-5}$  m, a oscilacije su prigušene za  $2 \cdot 10^{-4}$  s. Stoga, s porastom po etnog polupre nika mehurica, produžava se period oscilacija polupre nika mehurica do prigušivanja. Povećani pad pritiska sa 3 na 0,3 bara rezultuje dužim periodom oscilacija polupre nika mehurica i većih po etnih amplituda (slika 4.1).

Ovi rezultati pokazuju da je inercijalni rast mehurica zbog pada pritiska izazvanog prostiranjem ekspanzionog talasa dinamičan proces sa prigušenjem oscilacija zapremine mehurica u vremenskim periodima od desetine mikrosekundi do manje od milisekunde. Pri ovakvom kvalitativnom posmatranju rasta inicijalnih mehurica vazduha usled naglog pada pritiska, opravdano je pretpostaviti da se mehurici vazduha, unutar perioda od desetine mikrosekundi nakon prolaska ekspanzionog talasa, mogu međusobno dodirivati i spajati. Prema tome, po etna gustina mehurica može biti veća od eksperimentalno dobijene vrednosti  $n_m \approx 10^7 \div 10^9 \text{ m}^{-3}$  (Zielke, 1980). Pod pretpostavkom da je po etna gustina mehurica  $n_m > 10^{12}$ , i usvajaju i iste parametre u jednačini (4.14) kao što su pretpostavljeni u prethodnom pasusu (po etni maseni udeo vazduha rastvorenog u vodi je  $23 \cdot 10^{-6} \text{ kg}_{\text{vazduha}}/\text{kg}_{\text{vode}}$ , brzi pad pritiska do 2,4 kPa, koji je iznad pritiska isparavanja, zapreminski udeo gasne faze je 0,1 i uzimaju i u obzir da je vreme difuzije  $\tau$  u jednačini (4.14) približno jednako  $10^{-4}$  s, brzina prelaza mase izrađena u jednačini (4.14) je  $\Gamma > 0,5 \text{ kg}/(\text{m}^3\text{s})$ , što je vrednost koja je znatno veća od vrednosti  $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m}^3\text{s})$  koja je procenjena za preostali period prostiranja talasa pritiska sa gasnom kavitacijom. Konačan zaključak je da je brzina prenosa mase znatno veća u po etnom periodu gasne kavitacije nego u ostatku prelaznog procesa. Pored toga, ovaj po etni period je približno jednak vremenskim koracima numeričke integracije diferencijalnih jednačina zakona održanja primenjenih u numeričkom postupku. Na primer, u slučaju eksplicitnih numeričkih metoda, kao što je metoda karakteristika, koja je i primenjena u ovom radu, vremenski korak integracije ograničen je kriterijumom Courant-a koji glasi:

$$\Delta t \leq \min \left( \frac{\Delta z}{c_i + |u_i|} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4.22)$$

gde indeks  $i$  označava vor unutar cevi, a  $N$  predstavlja ukupan broj vorova. U praktičnim proračunima vremenski korak integracije diferencijalnih jednačina zakona održanja nije manji od  $10^{-4}$  s, a ovaj vremenski korak je istog reda veličine kao vremenski period rasta inercijalnog mehura. Što se tiče ovih efekata, za prvi korak integracije bilansnih jednačina, kada pritisak tečnosti pada ispod vrednosti pritiska zasićenja gasa u tečnosti, brzina prenosa mase se računa sledećom empirijskom jednačinom

$$dx = -dC_1 = \frac{\Gamma}{\dots} dt = -k(C_i - C_1), \quad (4.23)$$

gde je koeficijent  $k$  određen kako bi se postiglo slaganje izmerenih rezultata sa sva unatim promenama pritiska pri prelaznom procesu sa gasnom kavitacijom. Za proračun sproveden u ovom radu, na osnovu simulacije benchmark testa sa malom brzinom, (Bergant i Simpson, 1999), određena je vrednost za  $k = 0,7735$ . Nakon ovog prvog koraka integracije, pretpostavlja se da se formira konačan broj mehurova vazduha, što rezultuje gustinom mehurova  $n_m \approx 10^8$  i jednačina (4.14) se dalje primenjuje na izračunavanje brzine prenosa mase (sa vremenskim periodom difuzije vazduha jednakim vremenu obnavljanja razdelne površine  $\tau = 0,02$  s (Nedeltchev, 2017)).

#### 4.1.2 Isparavanje i kondenzacija

Maseni fluks pare koja isparava ili se kondenzuje na površini mehura je određen proizvodom gustine pare i promenom poluprečnika mehura

$$j_i = \dots_2 \frac{dR}{dt}. \quad (4.24)$$

Promena poluprečnika mehura sa vremenom se određuje korelacijom (Riznic i dr., 1999)

$$\frac{dR}{dt} = \dots_2 r \left( \frac{1}{\sqrt{a_1 t}} + \frac{1}{R} \right) (T_1 - T_{sat}) \quad (4.25)$$

Tokom rasta mehura  $R \gg \sqrt{a_1 t}$ , tako da je

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\beta_1}{r \sqrt{a_1 t}} (T_1 - T_{sat}) \quad (4.26)$$

Iz jedna ina (4.2), (4.3), (4.4), (4.24) i (4.25) dobija se izraz za brzinu isparavanja i kondenzacije u mehurastom toku

$$\Gamma = 4,835 \frac{\Gamma_2^{2/3} n_b^{1/3} \beta_1}{r \sqrt{a_1 t}} (T_1 - T_{sat}) \quad (4.27)$$

U anularnom toku, koji se formira pri zapreminskom udelu pare  $\Gamma_2 > 0,74$ , maseni fluks isparavanja i kondenzacije na površini te nog filma je odre en polaze i od jedna ine za toplotni fluks na površini polubeskona ne plo e, ija je po etna temperatura  $T_1$  i ija se se temperatura na površini trenutno menja na vrednost  $T_{sat}$

$$\dot{q} = \frac{\beta_1}{\sqrt{f a_1 t}} (T_1 - T_{sat}) \quad (4.28)$$

Deljenem toplotnog fluksa sa latentnom toplotom isparavanja i kondenzacije dobija se

$$j_i = \frac{\beta_1}{r \sqrt{f a_1 t}} (T_1 - T_{sat}) \quad (4.29)$$

Jedna ine (4.2), (4.5) i (4.29) odre uju brzinu isparavanja i kondenzacije

$$\Gamma = \frac{4 \beta_1 \sqrt{\Gamma_2}}{r d \sqrt{f a_1 t}} (T_1 - T_{sat}) \quad (4.30)$$

Promena masenog udela pare u dvofaznom toku odre ena je jedna inom (4.1). Zbir masenih udela vazduha i pare u dvofaznom toku odre uje maseni udeo gasne faze u dvofaznom toku

$$x = x_{vazduh} + x_{para} \quad (4.31)$$



## 4.2 Nestacionarno trenje

Prilikom numeričke simulacije hidrauličkog udara nije dovoljno uzimanje u obzir samo pojave stacionarnog trenja za postizanje odgovarajuće tačnosti. Pri hidrauličkom udaru se javljaju nagli skokovi pritiska, velikih amplituda, koji rezultuju skokovitim promjenama brzine, pa se u matematičkom modelu koji opisuje ovakva strujanja mora uvesti nestacionarno trenje.

Mogućnost nekog modela da modelira pojave kao što su kavitacija, mešanje fluida i strukture i trenje o zidove cevi, koje utiče na razvijanje oblika talasnog fronta, na njegovu amplitudu i brzinu prostiranja, zavisi od tačnosti predviđanja prostiranja talasa pritiska tim modelom (Vardy i Brown, 2003). Trenje fluida o zidove cevi se najčešće u nestacionarnom strujanju modelira primenom kvazi stacionarnog modela, u kome se pretpostavlja da je otpor nestacionarnom strujanju jednak otporu koji bi postojao u stacionarnom strujanju, pri čemu stacionarno strujanje ima istu srednju vrednost brzine kao i posmatrano nestacionarno strujanje. Ovakav pristup daje dobro slaganje numeričkih rezultata sa eksperimentalnim vrednostima kada su ubrzanja mala i kada se posmatra strujanje daleko od talasnog fronta. U blizini fronta uticaj nestacionarnog trenja na trenje o zidove cevi je značajan, zato što od njega zavisi brzina prostiranja i oblik talasnog fronta.

Modeli za određivanje nestacionarnog trenja se zasnivaju ili na trenutnom ubrzanju, ili koriste brzinu/ubrzanja iz prethodnog vremenskog perioda, ili mogu da budu zasnovani na nepovratnoj termodinamici (Vardy i Brown, 2003). Najpopularniji su modeli zasnovani na trenutnom ubrzanju, a najčešće korišćen model je Brunone-ov u kome je nestacionarno trenje proporcionalno koeficijentu čija se vrednost određuje empirijski. Druga grupa modela se zasniva na Zielke-ovom pristupu za laminarna strujanja. Vardy i Brown su primenili Zielke-ov model na idealizovani model turbulentnog strujanja u kome je pretpostavljeno da se turbulentna viskoznost linearno menja u blizini zida cevi. Ovo je omogućilo da se utvrdi analitička veza napona smicanja na zidu koji prati iznenadnu promenu brzine. Dvodimenzionalni modeli za određivanje nestacionarnog trenja su u mogućnosti da daju više detalja i bolje predviđanje od jednodimenzionalnih modela ali nisu pogodni za uopštene analize.

Jednodimenzionalni model nestacionarnog turbulentnog trenja u glatkim cevima su razvili Vardy i Brown (2003). Primena modela je ograničena Reynolds-ovim brojem  $10^8$ . U njihovom modelu je idealizovana raspodela viskoznosti po poprečnom preseku, koji je podeljen na jezgro i anularni prostor. U anularnom prostoru je pretpostavljeno da se viskoznost menja linearno od laminarne vrednosti na zidu do maksimalne viskoznosti jezgra na granici ova dva regiona. U celom regionu jezgra je uniformna viskoznost. Rezultati dobijeni primenom numerike su poređeni sa rezultatima izvršenih eksperimentalnih merenja za stacionarno strujanje. Pretpostavljeno je da je viskoznost u oba regiona konstantna u toku kratkog perioda nestacionarnog strujanja. Pretpostavka ne važi za duže periode. Primenom navedene metode određena je težinska funkcija turbulentnog strujanja, koja zavisi od Reynolds-ovog broja. Odešen je koeficijent nestacionarnog trenja u modelu u kom je pretpostavljeno da je napon smicanja na zidu proporcionalan trenutnoj vrednosti ubrzanja. Ovaj pristup se pokazao kao dovoljno dobar za uzimanje u obzir uticaja pojave nestacionarnog trenja na promene nastale u strujanju usled hidrauličkog udara.

Nestacionarno trenje se prema Vardy i Brown (2003) određuje na osnovu izraza

$$\ddagger_{wu} = \frac{2 \dots \epsilon_{lam}}{R} \int_0^T W \frac{\partial U}{\partial t} dt^* , \quad (4.32)$$

gde je  $\ddagger_{wu}$  nestacionarno trenje ( $N/m^2$ ),  $\epsilon_{lam}$  kinematska viskoznost fluida u laminarnom toku ( $m^2/s$ ),  $R$  poluprečnik cevi ( $m$ ),  $T$  vreme računato od početka nestacionarne pojave ( $s$ ),  $t^*$  vreme mereno unazad od trenutka  $T$ , ( $t^* = T - t$ ) ( $s$ ),  $\partial U / \partial t$  lokalno ubrzanje fluida u trenutku  $t$  ( $m/s^2$ ),  $W$  težinska funkcija koja zavisi od  $t^*$  (-). Laplace-ovom transformacijom jednačine (4.32) dobija se

$$\ddagger'_{wu} = \frac{2 \dots \epsilon_{lam}}{R} W' \left( \frac{\partial U}{\partial t} \right) , \quad (4.33)$$

gde je  $W'$  funkcija od odnosa  $\epsilon_w / \epsilon_{lam}$ . Za izrazito male vrednosti vremena ova funkcija parametarski zavisi od Reynolds-ovog broja dok za veće vrednosti nema uticaja Reynolds-ovog broja. Zielke je dao aproksimaciju težinske funkcije  $W'$

$$W_a' = \frac{A}{\sqrt{s+B}}. \quad (4.34)$$

pri čemu su parametri A i B određeni tako da obezbede tačnu aproksimaciju asimptota funkcije pri velikim i malim vrednostima koordinate s, Laplace-ove transformacije vremena, i računaju se kao

$$A = R \frac{\sqrt{\epsilon_w}}{2\epsilon_{lam}} \text{ i } B = \left( \frac{A}{W_0'} \right)^2, \quad (4.35)$$

gde je  $W_0'$  asimptotska vrednost  $W'$  pri malim vrednostima s, a zavisi od Reynolds-ovog broja.

Uvrštavanjem izraza za A i B u jednačinu (4.34) i primenom inverzne Laplace-ove transformacije dobija se

$$W_a = e^{\left( \frac{-\mathbb{E}}{C^*} \right)} \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_w}{\epsilon_{lam}}}}{2\sqrt{f(\mathbb{E})}}, \quad (4.36)$$

pri čemu se uzima da je  $\frac{\epsilon_w}{\epsilon_{lam}} = 1$ , i gde je  $\mathbb{E} \equiv \frac{\epsilon_{lam} t^*}{R^2}$  bezdimenziono vreme, a

$C^* \equiv \frac{\epsilon_{lam}}{BR^2}$  koeficijent kojim se uzima u obzir opadanje intenziteta trenja. Izraz za  $W_0'$  (odnosno B) nije izveden, već je sprovedenjem velikog broja proračuna za veliki opseg Reynolds-ovih brojeva određena veza između  $C^*$  i Re koja važi za opseg Reynolds-ovog broja  $2000 < Re < 10^8$ , i ima oblik

$$C^* = 1,1844 - 0,0567 \log_{10} Re. \quad (4.37)$$

Pri malim vrednostima Reynolds-ovih brojeva  $C^*$  se jako menja dok pri velikim vrednostima Re koeficijent  $C^*$  manje menja svoju vrednost.

Prema Vardy i Brown, (2003) koeficijent nestacionarnog trenja je određen sa

$$f_{nt} = 2 \sqrt{\frac{12,86}{Re^{(1,1844 - 0,0567 \log_{10} Re)}}}, \quad (4.38)$$

gde je Re - Reynolds-ov broj.

### 4.3 Brzina zvuka

Brzina zvuka se izražava za jednofazno strujanje vode i homogeno dvofazno strujanje vode i gasne faze. U slučaju jednofaznog strujanja vode brzina zvuka se izražava kao (Grolms i Fauske, 1968).

$$a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s}, \quad (4.39)$$

dok u slučaju dvofaznog homogenog strujanja ima oblik (Ghiaasiaan, 2008)

$$a = \left[ \dots \left( \frac{\gamma_2}{\rho_2 c_2^2} + \frac{1-\gamma_2}{\rho_1 c_1^2} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.40)$$

gde je zapreminski udeo pare  $\alpha_2$  određen jednačinom (3.8), a  $c_1$  i  $c_2$  su sledstveno brzine tenzije i gasne faze sračunate primenom jednačine (4.39), na osnovu vrednosti iz termodinamičkih tablica za vodu i vodenu paru, koje su opisane odgovarajućim polinomima.

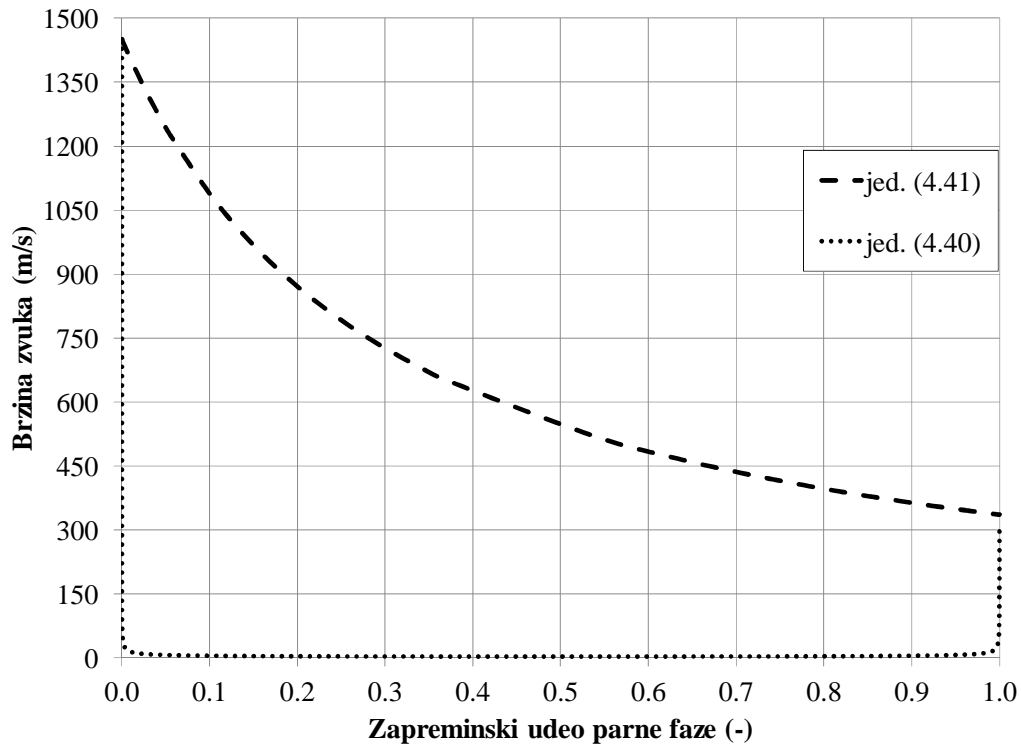
Brzina zvuka u anularnom toku je određena kao (Hsu i Graham, 1986)

$$c = \frac{c_2 c_1}{\gamma_2 c_1 + (1-\gamma_2) c_2}. \quad (4.41)$$

Brzina prostiranja talasa pritiska je određena uzimanjem u obzir elastičnosti zidova cevovoda

$$c = \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{\rho a^2}{E u}}}, \quad (4.42)$$

pri čemu je E Young-ov modul elastičnosti materijala cevi, a u je debljina zida cevi.



Slika 4.2. Zavisnost brzine zvuka ( $c_{zv}$ ) u mešavini od zapreminskog udela parne faze ( $\alpha$ ) za vodu i vodenu paru na atmosferskom pritisku

Na Slici 4.2 data je zavisnost brzine zvuka od zapreminskog udela parne faze u dvofaznoj mešavini vode i vodene pare na atmosferskom pritisku određena jednačinama (4.40) i (4.41). Za vrednost zapreminskog udela parne faze jednaku nuli, odnosno kada imamo strujanje samo te ne faze, brzina zvuka u dvofaznoj mešavini je jednaka brzini zvuka pri strujanju samo te ne faze. Za vrednost zapreminskog udela parne faze jednaku jedinici, odnosno kada imamo strujanje samo parne faze, brzina zvuka u dvofaznoj mešavini je jednaka brzini zvuka pri strujanju samo parne faze. Vrednosti određene jed. (4.40) pokazuju da je za veoma male vrednosti zapreminskog udela parne faze primetan nagli pad vrednosti brzine zvuka. Brzina zvuka se razmenjuje prema jed. (4.40) za mehurasti tok, za koji se predpostavlja da je prisutan za vrednosti zapreminskog udela pare do 0,74. Na osnovu jed. (4.41) za vrednosti zapreminskog udela parne faze veće od 0,74, što odgovara anularnom toku, imamo nagli porast brzine zvuka.

## 5. NUMERI KO REŠAVANJE MODELA NESTACIONARNOG STRUJANJA PRIMENOM METODE KARAKTERISTIKA

Za numeričko rešavanje sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličkog tipa koristi se metoda karakteristika. Metoda karakteristika daje visoku tačnost rešavanja, ona prevodi parcijalne diferencijalne jednačine u obične diferencijalne jednačine koje opisuju strujni problem duž karakterističnih pravaca u vremensko-prostornom koordinatnom sistemu i na taj način smanjuju uticaj numeričke difuzije.

Primenom metode karakteristika se rešava sistem od dve kvazilinearne parcijalne diferencijalne jednačine (3.26) i (3.27). U ovom sistemu su zavisno promenljive veličine pritisak i brzina, a nezavisno promenljive vreme i prostorna koordinata. Postupak rešavanja je sledeći: traže se linearne kombinacije ove dve parcijalne diferencijalne jednačine, takve da sadrže izvode nepoznatih funkcija po prostornoj koordinati. Za dve parcijalne diferencijalne jednačine postoje dva karakteristična pravca duž kojih važe izvedene jednačine.

Metodom karakteristika se sistem kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina opisan sa (3.26) do (3.29) prevodi u sistem diferencijalnih jednačina sa totalnim diferencijalima, pri čemu se određuju familije krivih u prostorno-vremenskoj ravni duž kojih važe izvedene transformacije. Totalni diferencijali se zamenjuju konačnim razlikama čime se dobijaju dve diferencne jednačine. Rešavanjem ovih jednačina po zavisno promenljivim veličinama dobijaju se vrednosti strujno-termičkih parametara fluida duž strujnog prostora tokom vremena.

Familije krivih u prostorno-vremenskoj ravni fizički predstavljaju prostiranje talasa pritiska. Korak integracije je određen pomoću Courant-ovog kriterijuma, koji daje vezu između prostornog i vremenskog koraka integracije. Za svaki korak u diferencnoj mreži, kojom je izdvojen prostorski domen, rešavaju se po dve diferencne jednačine.

## 5.1 Formiranje sistema običnih diferencijalnih jednačina sa totalnim diferencijalima - jedna ine karakteristika

Množenjem jedna ine (3.26) koeficijentom  $\lambda_1$ , jedna ine (3.27) koeficijentom  $\lambda_2$  i sabiranjem nastalih jedna ina uz odgovarajuće grupisanje članova dobija se

$$\lambda_1 \frac{\partial p}{\partial t} + \lambda_2 \frac{\partial u}{\partial t} + \left( \lambda_1 u + \frac{\lambda_2}{\dots} \right) \frac{\partial p}{\partial z} + (\lambda_1 c^2 \dots + \lambda_2 u) \frac{\partial u}{\partial z} = \lambda_1 X + \lambda_2 Y. \quad (5.1)$$

Zavisno promenljive velicine  $p$  i  $u$  su diferencijabilne po vremenu i po prostornoj koordinati

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)_z dt + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_t dz \quad (5.2)$$

i

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_z dt + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_t dz. \quad (5.3)$$

Smenom  $\left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_t$  iz jedna ina (5.2) i  $\left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_t$  iz (5.3) u (5.1) dobija se

$$\begin{aligned} & \left[ \lambda_1 - \left( \lambda_1 u + \frac{\lambda_2}{\dots} \right) \frac{dt}{dz} \right] \frac{\partial p}{\partial t} + \left( \lambda_1 u + \frac{\lambda_2}{\dots} \right) \frac{dp}{dz} + \\ & + \left[ \lambda_2 - (\lambda_1 c^2 \dots + \lambda_2 u) \frac{dt}{dz} \right] \frac{\partial u}{\partial t} + (\lambda_1 c^2 \dots + \lambda_2 u) \frac{du}{dz} = \lambda_1 X + \lambda_2 Y. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Koeficijenti  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  se određuju iz uslova da su izrazi u jedna ini (5.4) uz parcijalni izvod zavisno promenljivih velicina po vremenu jednaki nuli. Grupisanjem po koeficijentima  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  dobija se sistem od dve linearne homogene jedna ine

$$\begin{aligned} & \left( 1 - u \frac{dt}{dz} \right) \lambda_1 - \frac{1}{\dots} \frac{dt}{dz} \lambda_2 = 0, \\ & -c^2 \dots \frac{dt}{dz} \lambda_1 + \left( 1 - u \frac{dt}{dz} \right) \lambda_2 = 0. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Rešenja ovog sistema bi e netrivialno ako i samo ako je determinanta sistema jednaka nuli

$$\begin{vmatrix} 1-u \frac{dt}{dz} & -\frac{1}{c} \frac{dt}{dz} \\ -c^2 \frac{dt}{dz} & 1-u \frac{dt}{dz} \end{vmatrix} = 0. \quad (5.6)$$

Rešenja determinante po  $\frac{dt}{dz}$  predstavljaju karakteristične pravce, tj. jedna i ne karakteristika

$$\frac{dt}{dz} = \left\{ \frac{1}{u+c}, \frac{1}{u-c} \right\}. \quad (5.7)$$

$$\text{Zamenom } \frac{dt}{dz} = \frac{1}{u+c} \text{ u jedna ine (5.5) dobija se } \left. \begin{matrix} \} \\ \} \end{matrix} \right\}_1 = \frac{1}{c}, \quad (5.8)$$

$$\text{a zamenom } \frac{dt}{dz} = \frac{1}{u-c} \text{ u jedna ine (5.5) dobija se } \left. \begin{matrix} \} \\ \} \end{matrix} \right\}_2 = -\frac{1}{c}. \quad (5.9)$$

Zamenjuju i jedna ine (5.8) i (5.9) u jedna inu (5.4) gube se parcijalni diferencijali zavisno promenljivih i dobijaju se dve obi ne diferencijalne jedna ine sa totalnim diferencijalima zavisno promenljivih, koje se nazivaju jedna inama karakteristika.

$$\text{Za } \frac{dt}{dz} = \frac{1}{u+c}, \text{ } C^+ \text{ karakteristika } \left( \frac{u}{c} + \frac{1}{c} \right) \frac{dp}{dz} + (c+u) \frac{du}{dz} = \frac{X}{c} + Y. \quad (5.10)$$

$$\text{Za } \frac{dt}{dz} = \frac{1}{u-c}, \text{ } C^- \text{ karakteristika } \left( -\frac{u}{c} + \frac{1}{c} \right) \frac{dp}{dz} + (-c+u) \frac{du}{dz} = -\frac{X}{c} + Y. \quad (5.11)$$

$X$  je definisano jedna inom (3.28), a  $Y$  je definisano jedna inom (3.29).

## 5.2 Formiranje sistema diferencnih jedna ina

Smenom jedna ine (5.7) u jedna ine (5.10) i (5.11) dobijaju se



$$\text{za } \frac{dt}{dz} = \frac{1}{u+c}, \text{ } C^+ \text{ karakteristika } dp + \dots cdu = (X + \dots cY)dt, \quad (5.12)$$

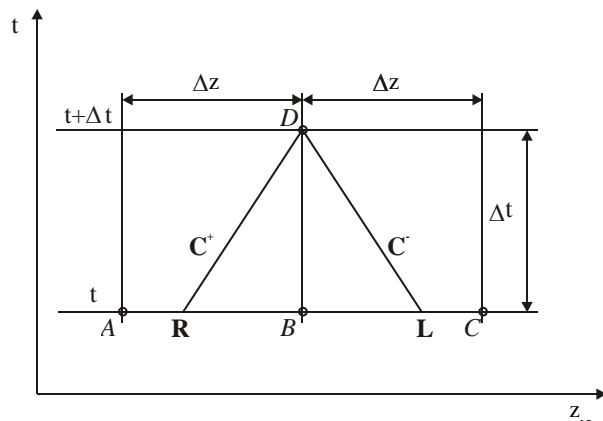
$$\text{za } \frac{dt}{dz} = \frac{1}{u-c}, \text{ } C^- \text{ karakteristika } dp - \dots cdu = (X - \dots cY)dt. \quad (5.13)$$

Jedna ine (5.12) i (5.13) opisuju prostiranje talasa pritiska. Zakoni održanja mase i promene koli ine kretanja rešavaju se duž  $C^+$  i  $C^-$  karakteristika.

U sistemu jedna ina (5.12) do (5.13) se totalni diferencijali aproksimiraju kona nim razlikama. Kona ne razlike se uzimaju duž karakteristi nih pravih linija. Na taj na in se dobija sistem diferencnih jedna ina. Koeficijenti u jedna inama (5.12) i (5.13) se smatraju konstantnim u toku vremenskog koraka integracije, a njihove vrednosti se dobijaju linearnom interpolacijom rezultata prethodnog ra unskog koraka.

### 5.3 Rešavanje sistema diferencnih jedna ina primenom metode karakteristika

Na Slici 5.1 je predstavljen vremenski trenutak  $t$ , koji može da bude ili po etni ili prethodni vremenski trenutak,  $t$  i trenutak  $t + \Delta t$  kao naredni vremenski trenutak. Ta ke  $A$ ,  $B$  i  $C$  predstavljaju proizvoljno izabrana tri uzastopna vora, unutar posmatranog strujnog prostora, u kojima se ra unaju vrednosti zavisno promenljivih veli ina u trenutku  $t$ . Ta ka  $D$  je mesto do kog stigne poreme aj za vreme  $\Delta t$  iz ta aka  $R$  i  $L$ . U ta ki  $D$  se seku obe karakteristi ne linije:  $C^+$  koja prolazi kroz ta ku  $R$  i  $C^-$  koja prolazi kroz ta ku  $L$ , koje polaze iz razli itih ta aka izme u vorova  $A$ ,  $B$  i  $C$  u vremenskom trenutku  $t$ . Ta ka  $D$  predstavlja stanje u strujnom prostoru koje nastaje u narednom vremenskom trenutku  $t + \Delta t$  kao posledica prostiranja poreme aja koji je nastao u vremenskom trenutku  $t$ . Vremenski korak se odre uje iz Courant-ovog kriterijuma stabilnosti prema kome poreme aj koji krene iz ta ke  $R$ , kre u i se brzinom  $u+c$ , i poreme aj koji krene iz ta ke  $L$ , kre u i se brzinom  $u-c$ , ne smeju da pre u ta ku  $D$  jer bi to izazvalo nestabilnost rešenja. Rastojanja duž  $x$ -ose izme u vorova  $A$  i  $B$ , i  $B$  i  $C$  su me usobno jednaka i konstantna tokom vremena, tj.  $\overline{AB} = \overline{BC}$ . Zavisno promenljive veli ine su poznate u svim vorovima u trenutku  $t$  i potrebno je izra unati njihove vrednosti u trenutku  $t + \Delta t$ .



Slika 5.1 Prostorno-vremenska ravan i karakteristi ni pravci

Aproksimiraju i totalne diferencijale iz jedna ina (5.12) i (5.13) kona nim razlikama duž karakteristi nih pravaca dobija se sistem

$$\text{za } \frac{\Delta t}{\Delta z} = \frac{1}{u_R + c_R}, \text{ } C^+ \text{ karakteristika } (p_D - p_R) + \dots_R c_R (u_D - u_R) = (X_R + \dots_R c_R Y_R) \Delta t, \quad (5.14)$$

$$\text{za } \frac{\Delta t}{\Delta z} = \frac{1}{u_L - c_L}, \text{ } C^- \text{ karakteristika } (p_D - p_L) - \dots_L c_L (u_D - u_L) = (X_L - \dots_L c_L Y_L) \Delta t, \quad (5.15)$$

EksPLICITNI izrazi za odre ivanje pritiska i brzine u ta ki D izvedeni su iz (5.14) i (5.15)

$$p_D = \frac{\Gamma u + Sx}{\Gamma + S}, \quad (5.16)$$

$$u_D = \frac{x - u}{\Gamma + S}, \quad (5.17)$$

gde su

$$\Gamma = \dots_R c_R, \quad (5.18)$$

$$S = \dots_L c_L, \quad (5.19)$$

$$x = p_R + r u_R + (X_R + r Y_R) \Delta t, \quad (5.20)$$

$$u = p_L - s u_L + (X_L - s Y_L) \Delta t. \quad (5.21)$$

Jedna inama (5.16) i (5.17) su određene vrednosti zavisno promenljivih veli ina u trenutku  $t + t$  u voru  $D$  samo preko vrednosti zavisno promenljivih veli ina u trenutku  $t$  u ta kama  $R$  i  $L$ , koje su određene linearnom interpolacijom vrednosti promenljivih u vorovima  $A$  i  $B$ , i  $B$  i  $C$ , sledstveno.

U ta ki  $R$  ima emo

$$u_R = \frac{(1+b)u_B - ac_B}{1+a+b}, \quad (5.22)$$

$$c_R = \frac{(1+a)c_B - bu_B}{1+a+b}, \quad (5.23)$$

$$p_R = p_B - \frac{u_B + c_B}{1+a+b} (p_B - p_A) \frac{\Delta t}{\Delta z}, \quad (5.24)$$

kao i

$$v_R = v_B - \frac{u_B + c_B}{1+a+b} (v_B - v_A) \frac{\Delta t}{\Delta z}, \quad \dots_R = \frac{1}{v_R}, \quad (5.25)$$

gde je

$$a = (u_B - u_A) \frac{\Delta t}{\Delta z}, \quad b = (c_B - c_A) \frac{\Delta t}{\Delta z}. \quad (5.26)$$

U ta ki  $L$  za vrednosti  $u_L$ ,  $c_L$  i  $p_L$  dobija se

$$u_L = \frac{(1+d)u_B - ec_B}{1-e+d}, \quad (5.27)$$

$$c_L = \frac{(1-e)c_B + du_B}{1-e+d}, \quad (5.28)$$

$$p_L = p_B + \frac{u_B - c_B}{1 - e + d} (p_B - p_C) \frac{\Delta t}{\Delta z}, \quad (5.29)$$

kao i

$$v_L = v_B + \frac{u_B - c_B}{1 - e + d} (v_B - v_C) \frac{\Delta t}{\Delta z}, \quad \dots_L = \frac{1}{v_L}, \quad (5.30)$$

gde je

$$e = (u_B - u_C) \frac{\Delta t}{\Delta z}, \quad d = (c_B - c_C) \frac{\Delta t}{\Delta z}. \quad (5.31)$$

Pošto se sra unaju zavisno promenljive veli ine, kao i gustine, u vorovima R i L, mogu da se odrede pritisak i brzina u voru D prema jedna inama (5.16) i (5.17). Specifi na zapremina fluida u voru D odre uje se iz jedna ine stanja, a lokalna brzina zvuka u fluidu iz korelacije za brzinu zvuka.

Prostorni korak integracije je konstantan, a vremenski korak integracije se odre uje Courant-ovim kriterijumom opisanim u jedna ini (3.48).

#### 5.4 Matemati ko definisanje grani nih uslova

Za odre ivanje parametara fluida na po etku ili na kraju cevi neke od karakteristika izlaze iz posmatranog strujnog prostora. Na tim mestima potrebno je napisati dopunske hidrauli ke uslove, koji predstavljaju grani ne uslove, a pored po etnih uslova oni su neophodni za rešavanje sistema kvazilinearnih parcijalnih diferencijalnih jedna ina hiperboli kog tipa, jedna ine (3.26) do (3.29).

U programu se pravolinijske deonice obeležavaju opadaju im nizom prirodnih brojeva u pretpostavljenom smeru strujanja fluida, a vorovi unutar deonica se obeležavaju rastu im nizom. Grani ne uslove je potrebno definisati za svaki prvi i svaki poslednji vor deonice.

Grani ne uslove, prema mestu na kome se nalaze, delimo na grani ne uslove na po etku, grani ne uslove na kraju cevi i grani ni uslov u spoju dve cevi.

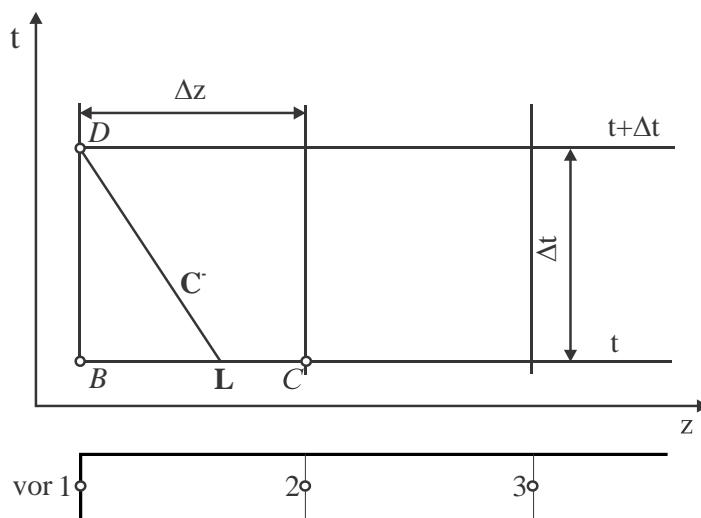
### 5.4.1 Grani ni uslov na po etku cevi

Na Slici 5.2 je prikazan po etak cevi u prostorno-vremenskoj ravni sa nacrtanom (levom) C<sup>-</sup> karakteristikom. Ovo je jedina karakteristika koja se može nacrtati u ovom slu aju.

Jedna ina koja važi duž C<sup>-</sup> karakteristike je

$$(p_D - p_L) - \dots_L c_L (u_D - u_L) = -\dots_L c_L Y_L \Delta t, \text{ za nagib } \frac{\Delta t}{\Delta z} = \frac{1}{u_L - c_L}. \quad (5.32)$$

Veli ine  $u_L$ ,  $c_L$ ,  $p_L$ ,  $Y_L$  i  $Y_L$  se odre uju na ve opisani na in redom jedna inama: (5.27), (5.28), (5.29) i (5.30).



Slika 5.2 Po etak cevi u prostorno-vremenskoj ravni sa nacrtanom C<sup>-</sup> karakterisitkom.

#### 5.4.1.1 Rezervoar na po etku cevi

Kada je cev svojim prvim vorom spojena sa rezervoarom i ako su zaustavni pritisak i entalpija fluida u rezervoaru zadate funkcije vremena; pritisak i entalpija fluida u ta ki D (slika 5.2) odre uju se jedna inama

$$p_D = p_{0,rez}(t) - \frac{u_B^2}{2v_B}, \quad (5.33)$$

pri čemu su ulazni gubici zanemareni. Kako bi se smanjio broj iteracija, a time skratilo vreme računanja, dinamički pritisak se umesto preko brzine u trenutku  $t + \Delta t$  (brzine u tački D), računava koristeći poznatu brzinu fluida u trenutku B koja je rezultat prethodnog računarskog koraka, brzina u trenutku  $t$ .

Brzina fluida u tački D određuje se iz jednačine (5.32) kao

$$u_D = u_L + \frac{1}{\dots_L C_L} (p_D - p_L) + Y_L \Delta t. \quad (5.34)$$

#### 5.4.1.2 Uticanje

Brzo zatvaranje zatvarača na početku cevi je numerički simulirano promenom brzine strujanja fluida na početku cevi, tako što je u početnom trenutku brzina bila jednaka brzini strujanja na početku cevi u stacionarnim uslovima, pre zatvaranja zatvarača, a kasnije je brzina opadala do vrednosti jednake nuli prema zadatoj linearnoj promeni u obliku

$$u_D = -u_0 t + u_1. \quad (5.35)$$

Pritisak fluida u tački D određuje se iz jednačine (5.32) kao

$$p_D = p_L + \dots_L C_L (u_D - u_L - Y_L \Delta t). \quad (5.36)$$

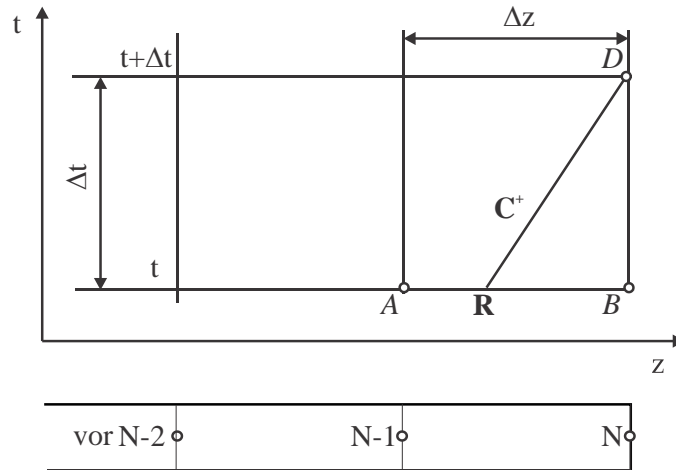
#### 5.4.2 Granični uslov na kraju cevi

Na Slici 5.3 je prikazan kraj cevi u prostorno-vremenskoj ravni sa nacrtanom  $C^+$  karakteristikom. U ovom slučaju nije moguće nacrtati  $C^-$  karakteristiku.

Jednačina koja važi duž  $C^+$  karakteristike je

$$(p_D - p_R) + \dots_R C_R (u_D - u_R) = \dots_R C_R Y_R \Delta t. \text{ za nagib } \frac{\Delta t}{\Delta z} = \frac{1}{u_R + c_R}. \quad (5.37)$$

Veličine  $u_R$ ,  $c_R$ ,  $p_R$ ,  $v_R$  i  $Y_R$  se određuju na veće opisani na prethodnim jednačinama: (5.22), (5.23), (5.24), (5.25) i (5.26).



Slika 5.3. Kraj cevi u prostorno-vremenskoj ravni sa nacrtanom  $C^+$  karakterisitkom.

#### 5.4.2.1 Rezervoar na kraju cevi

Pritisak fluida u tački D, kada je cev svojim krajem spojena sa rezervoarom, se određuje jednačinom (5.33). Dinamički pritisak se tako određuje, umesto preko brzine u tački D, računajući koristeći poznatu brzinu fluida u vodu B koja je rezultat prethodnog računskog koraka.

Brzina fluida u tački D određuje se iz jednačine (5.36)

$$u_D = u_R - \frac{1}{\rho c_R} (p_D - p_R) + Y_R \Delta t. \quad (5.38)$$

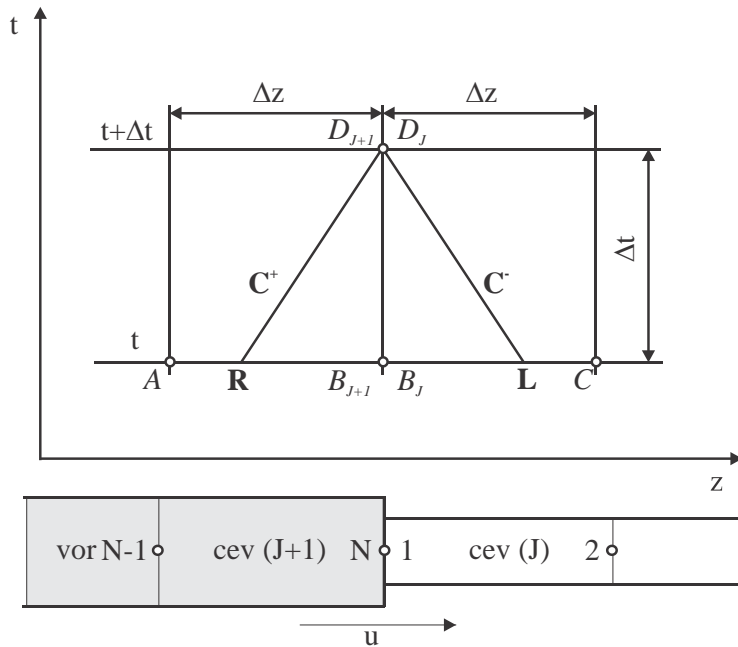
#### 5.4.2.2 Granični uslov u spoju dve cevi istog ili različitog poprečnog preseka

Prilikom spajanja dve ili više cevi, moguće je povući samo određene karakteristike za svaku cev. Na taj način se dobijaju parametri fluida na mestima diskontinuiteta u svakoj od cevi kao posledica korišćenja uslova kontinuiteta, karakteristike spoja kao i odgovarajućeg modela strujanja fluida. Kada su poprečni preseki cevi u spoju različiti, relacije koje definišu strujanje su značajno složenije od relacija koje se koriste pri vezivanju cevi istog poprečnog preseka, zbog pojave lokalnih gubitaka energije strujanja fluida na mestu spoja. U ovom slučaju se brzine i pritisci na mestima prelaza iz jedne cevi u drugu međusobno razlikuju.

Na Slici 5.4 nalazi se prikazan spoj dve cevi u prostorno-vremenskoj ravni. Obeležavanje cevi je takvo, da broj cevi opada u smeru pretpostavljenog strujanja fluida tako da je J+1 cev svojim N-tim vorom spojena sa prvim vorom J-te cevi.

S obzirom da posmatramo spoj dve cevi sa razliitim poprečnim presecima, Bernulijeva jednačina napisana za spoj cevi mora uzeti u obzir lokalne gubitke energije strujanja fluida

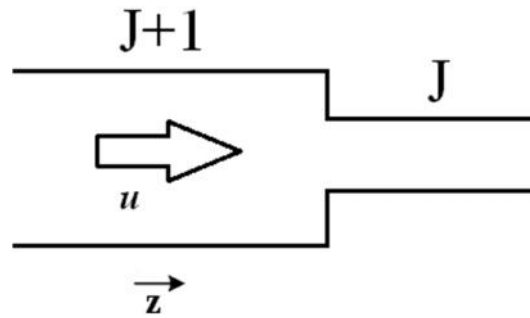
$$p_{D,J+1} - p_{D,J} = \frac{1}{2} \frac{u_{D,J}^2}{v_{D,J}} - \frac{1}{2} \frac{u_{D,J+1}^2}{v_{D,J+1}} + \Delta p_{lt}. \quad (5.39)$$



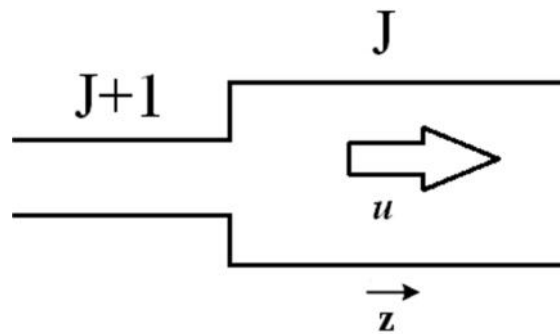
Slika 5.4 Spoj dve cevi različitog poprečnog preseka u prostorno-vremenskoj ravni sa nacrtanim  $C^+$  i  $C^-$  karakteristikama.

Šematski prikazi svih četiri slučaja koja obuhvataju suženje ili proširenje poprečnog preseka sa pozitivnim ili negativnim strujanjem, dati su na slikama 5.5 do 5.8. Pod pojmom pozitivno strujanje se podrazumeva da se smer strujanja poklapa sa smerom prostorne koordinate  $z$ , dok negativno strujanje podrazumeva da brzina strujanja fluida  $u$  ima suprotan smer od prostorne koordinate  $z$ .

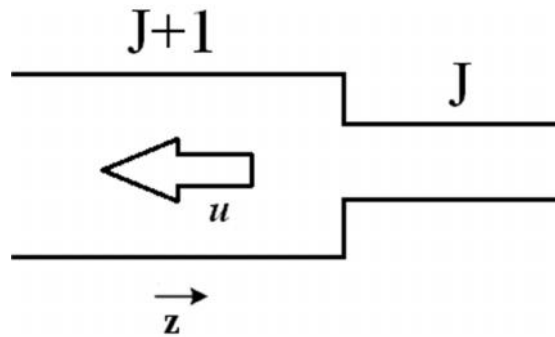




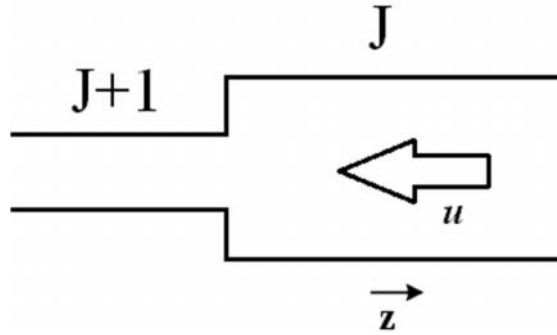
Slika 5.5. Suženje popre nog preseka sa pozitivnim strujanjem



Slika 5.6. Proširenje popre nog preseka sa pozitivnim strujanjem



Slika 5.7. Proširenje popre nog preseka sa negativnim strujanjem



Slika 5.8. Suženje popre nog preseka sa negativnim strujanjem

Vrednost  $\Delta p_{lr}$ , koja predstavlja pad pritiska usled pojave lokalnog trenja na mestu spoja se dobija kao funkcija dinami kog pritiska fluidne struje u cevi sa manjim popre nim presekom i iznosi

$$\Delta p_{lr} = \frac{K_s}{2} \frac{u_{D,J}^2}{v_{D,J}}, K_s = 0,45 \cdot \left(1 - \frac{A_J}{A_{J+1}}\right)^2, \quad (5.40)$$

$$\Delta p_{lr} = \frac{K_s}{2} \frac{u_{D,J+1}^2}{v_{D,J+1}}, K_s = 0,45 \cdot \left(1 - \frac{A_{J+1}}{A_J}\right)^2. \quad (5.41)$$

Obrazac (5.40) se koristi pri pozitivnom strujanju, slika 5.5, a obrazac (5.41) pri negativnom strujanju, slika 5.8. Veli ina  $K_s$  predstavlja koeficijent lokalnog otpora strujanju fluida usled suženja popre nog preseka.

Ukoliko je re o proširenju proto nog preseka tada se koriste jedna ine

$$\Delta p_{lr} = \frac{K_p}{2} \frac{u_{D,J+1}^2}{v_{D,J+1}}, K_p = \left(1 - \frac{A_{J+1}}{A_J}\right)^2 \text{ i} \quad (5.42)$$

$$\Delta p_{lr} = \frac{K_p}{2} \frac{u_{D,J}^2}{v_{D,J}}, K_p = \left(1 - \frac{A_J}{A_{J+1}}\right)^2, \quad (5.43)$$

gde se jedna ina (5.42) koristi za pozitivno, slika 5.6, a jedna ina (5.43) za negativno strujanje, slika 5.7. U obe jedna ine veli ina  $K_p$  predstavlja koeficijent lokalnog otpora strujanju fluida usled proširenja popre nog preseka.

Jedna ina kontinuiteta napisana za spoj dve cevi glasi

$$\frac{u_{D,J+1} \cdot A_{J+1}}{v_{D,J+1}} = \frac{u_{D,J} \cdot A_J}{v_{D,J}} \quad (5.44)$$

Na slici 5.4 su ucrtane i dve karakteristike,  $C^+$  karakteristika napisana za J+1-vu cev

$$p_{D,J+1} + \Gamma_{J+1} \cdot u_{D,J+1} = \chi_{J+1} \quad (5.45)$$

$C^-$  karakteristika napisana za J-tu cev

$$p_{D,J} - S_J \cdot u_{D,J} = U_J \quad (5.46)$$

Rešavanjem jedna ina (5.39), (5.44), (5.45) i (5.46) uz primenu jedna ina (5.40), (5.41), (5.42) i (5.43), kao i uz koriš enje pretpostavke da je  $v_{D,J+1} = v_{B,J+1}$  i  $v_{D,J} = v_{B,J}$ , dobija se

$$u_{D,J+1} = -\frac{a_2}{a_1} + a_4 \cdot \left[ \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^2 + \frac{a_3}{a_1} \right]^{0,5} \quad (5.47)$$

gde je

$$a_2 = v_{B,J+1} \cdot \left( \Gamma_{J+1} + S_J \cdot \frac{v_{B,J}}{v_{B,J+1}} \cdot \frac{A_{J+1}}{A_J} \right), \quad (5.48)$$

$$a_3 = 2 \cdot v_{B,J+1} \cdot (\chi_{J+1} - U_J), \quad (5.49)$$

a lanovi  $\Gamma, S, \chi, U$  su odre eni jedna inama (5.18) do (5.21).

Koeficijenti  $a_1$  i  $a_4$  zavise od vrste promene proto nog preseka (proširenja ili suženja) i od smera strujanja. U slu aju negativnog strujanja i proširenja proto nog preseka i slu aju pozitivnog strujanja i suženja proto nog preseka imamo

$$a_1 = (1 + K) \cdot \frac{v_{B,J}}{v_{B,J+1}} \cdot \left( \frac{A_{J+1}}{A_J} \right)^2 - 1, \quad (5.50)$$

odnosno,

$$a_1 = K + \frac{v_{B,J}}{v_{B,J+1}} \cdot \left( \frac{A_{J+1}}{A_J} \right)^2 - 1; \quad (5.51)$$

za slu aj pozitivnog strujanja i proširenja, tj. negativnog strujanja i suženja. Koeficijent  $K$  je odre en izrazima (5.40) do (5.43) i koristi se za dvofazno strujanje i za jednofazno strujanje. Koeficijent  $a_4$  ima vrednost +1, za slu aj negativnog strujanja i proširenja proto nog preseka i za slu aj pozitivnog strujanja i suženja, dok se vrednost  $a_4 = -1$  uzima u slu ajevima pozitivnog strujanja i proširenja proto nog preseka i negativnog strujanja i suženja.

Brzina  $u_{D,J}$  se može izra unati koriš enjem jedna ine (5.44) i glasi:

$$u_{D,J} = \frac{v_{B,J}}{v_{B,J+1}} \cdot \frac{A_{J+1}}{A_J} \cdot u_{D,J+1}, \quad (5.52)$$

a  $p_{D,J}$  i  $p_{D,J+1}$  se dobijaju iz jedna ina (5.45) i (5.46).

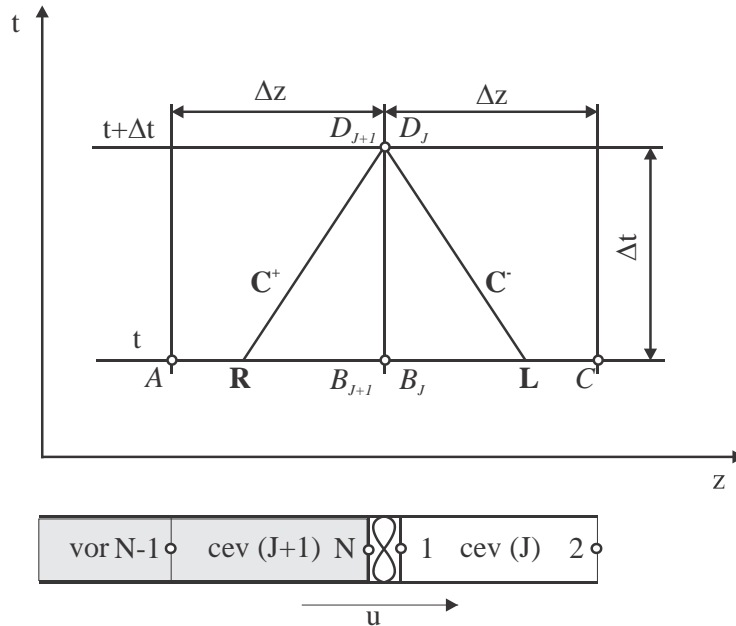
Ukoliko je re o spoju dve cevi sa istim popre nim preskom, kada nema gubitaka strujne energije u spoju, tada važi:  $p_{D,J+1} = p_{D,J}$  i  $u_{D,J+1} = u_{D,J}$ , pa se, koriste i ovu jednakost iz jedna ina (5.45) i (5.46) dobija:

$$u_{D,J} = u_{D,J+1} = \frac{x_{J+1} - u_J}{r_{J+1} + s_J} \quad (5.53)$$

$$p_{D,J} = p_{D,J+1} = \frac{s_J \cdot x_{J+1} + r_{J+1} \cdot u_J}{r_{J+1} + s_J} \quad (5.54)$$

### 5.4.2.3 Grani ni uslov - model turbine

Na slici 5.9 nalazi se spoj dve cevi sa turbinom prikazan u prostorno-vremenskoj ravni. Obeležavanje cevi je takvo, da broj cevi opada u smeru pretpostavljenog strujanja fluida tako da je J+1.-va cev svojim N-tim vorom spojena sa ulazom u turbinu, a izlaz iz turbine je spojen sa prvim vorom J-te cevi. Za J+1.-vu cev se može nacrtati samo  $C^+$  karakterisitka, a za prvu cev samo  $C^-$  karakterisitka.



Slika 5.9 Spoj dve cevi istog poprečnog preseka sa turbinom u prostorno-vremenskoj ravni sa nacrtanim  $C^+$  i  $C^-$  karakterisiticama.

Na osnovu poznate proto ne površine na ulazu u turbinu,  $A_{B,J+1}$  i vrednosti brzine u N-tom voru J+1-ve cevi u trenutku  $t$ ,  $u_{B,J+1}$ , određene iz po etnih i grani nih uslova, iz jedna ine kontinuiteta je mogu e sra unati zapreminski protok kroz turbinu u trenutku  $t$

$$Q_{B,J+1} = u_{B,J+1} \cdot A_{B,J+1}. \quad (5.55)$$

Za odre ivanje neto pada turbine u stacionarnom stanju, na osnovu sra unatog protoka potrebno je najpre odrediti Q-H krivu turbine.

Q-H kriva turbine za stacionarno stanje je odre ena koriš enjem propelernih krivih, preko odnosa zna ica protoka i napora u odnosu na vrednosti pomenutih zna ica u optimalnoj ta ki. Optimalna ta ka je ta ka u kojoj je stepen korisnosti turbine maksimalan. Zna ice su bezdimenzijske veli ine koje služe za opisivanje radnih režima i njihovih promena. Zna ica protoka definisana je izrazom

$$\zeta = \frac{Q}{D^3 n \frac{f}{4}}, \quad (5.56)$$

gde je

$Q$  [ $m^3/s$ ] – protok kroz turbinu,

$D$  [m] – prenik radnog kola turbine i

$n$  [ $min^{-1}$ ] – brzina obrtanja,

dok je značica napora definisana kao

$$\xi = \frac{gH}{D^2 n^2 \frac{f^2}{2}}, \quad (5.57)$$

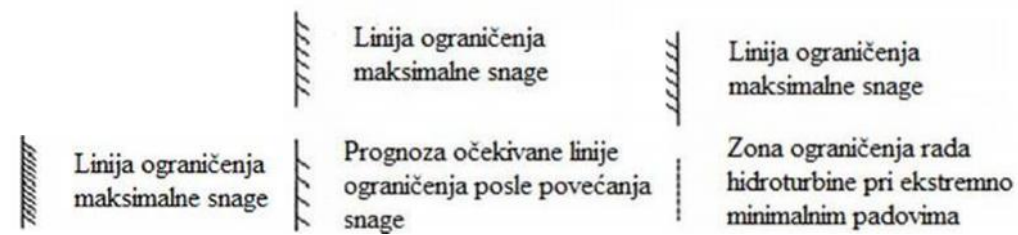
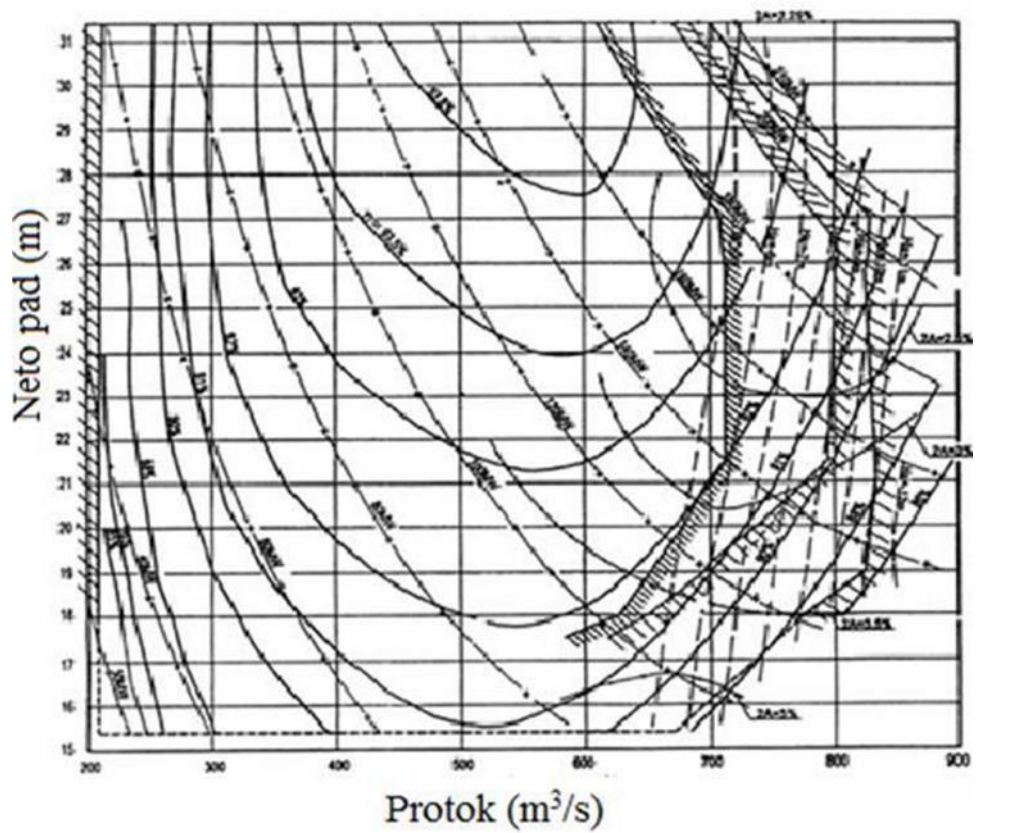
gde je

$g=9.81 \text{ m/s}^2$  – ubrzanje Zemljine teže i

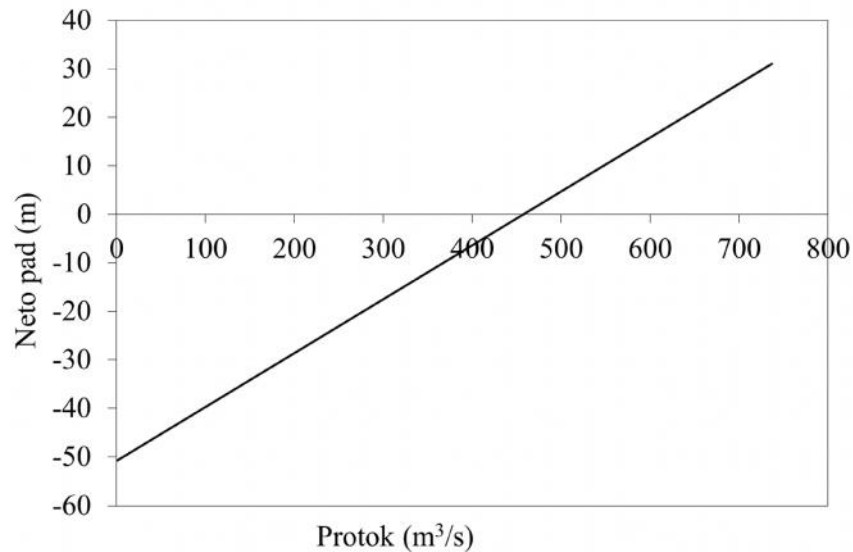
$H$  [m] – neto pad turbine.

Iz velikog opsega propelernih krivih (Ivljanin B., Prilog, 2009,) za različite relativne uglove nagiba lopatica radnog kola, i različite vrednosti otvora sprovednog aparata  $a_0$ , izabrana je propelerna karakteristika za nominalnu tačku, tj. tačku u kojoj je zapreminski protok maksimalan. U datoj tački protok iznosi  $800,0 \text{ m}^3/s$ , dok je neto pad  $26,8 \text{ m}$ . Na osnovu protokne karakteristike postojeće turbine, slika 5.10, na srpskoj strani hidroelektrane HE „erdap 1“ (Ivljanin B., Prilog, 2009), utvrđeno je da nominalnoj tački odgovara nagib lopatice radnog kola  $\alpha = 14,9^\circ$  i otvor sprovednog aparata od  $a_0=620 \text{ mm}$ .

U propelernim krivama (Ivljanin B., Prilog, 2009), je data bezdimenzijska zavisnost značice protoka  $\xi$  i značice napora  $\xi_0$  u odnosu na vrednosti pomenutih značica u optimalnoj tački  $\xi_0$  i  $\xi_0$ ,  $\frac{\xi}{\xi_0}$  i  $\frac{\xi}{\xi_0}$ . Izvršeno je preračunavanje znajući da protok i neto pad u optimalnoj tački imaju određene vrednosti  $Q_0=540 \text{ m}^3/s$  i  $H_0=27,8 \text{ m}$  sledstveno, i dobijena je zavisnost promene neto pada u odnosu na zapreminski protok u obliku prikazanom na slici 5.11. Neto pad turbine u stacionarnom stanju se određuje za svaki unati protok jednadžinom (5.55) uz korišćenje slike 5.11.



Slika 5.10. Proto na eksploataciona karakteristika postoje e turbine HE „erdap 1“, za koju važi da je:  $D=9,5$  m,  $n=71,43$  min<sup>-1</sup>,  $Z_{ok}=6$ ;  $a_{omax}=785$  mm,  $\alpha = -10^\circ \div 17,5^\circ$  i snaga turbine 194 MW.



Slika 5.11 Zavisnost neto pada u odnosu na zapreminski protok izvedena za protok i neto pad u optimalnoj tački,  $Q_0=540 \text{ m}^3/\text{s}$  i  $H_0=27,8 \text{ m}$ , pri otvoru sprovodnog aparata od 480 mm, a na osnovu propelerne krive postojeće turbine u HE „erdap I“.

U toku prelaznog procesa menjaju se relativni uglovi nagiba lopatica radnog kola kao i vrednosti otvora sprovodnog aparata a<sub>0</sub> time se dobija veliki broj preraunatih Q-H krivih. Ove promene su sastavni deo numeričkog programa, a na slici 5.11. data je samo jedna od njih.

Za određivanje pada turbine u zavisnosti od protoka kroz turbinu, pri nestacionarnim radnim režimima, koji mogu nastati usled naglog zatvaranja lopatica sprovodnog aparata, zbacivanja sa pune snage turbine ili sl., korišćene su Suterove krive (Fox, 1977). Ove krive predstavljaju bezdimenzioni prikaz zavisnosti zapreminskog protoka i brzine obrtanja strujne mašine. Ovaj pristup je veoma pogodan za primenu u numeričkim proraunima. Uvedene su dve promenljive veličine:  $W_H$ , koja predstavlja karakteristiku pada i  $W_M$ , koja predstavlja karakteristiku obrtnog momenta

$$W_H = \text{sign}(H) \sqrt{\frac{|H/H_0|}{\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2}}, \quad (5.58)$$



$$W_M = \text{sign}(M) \sqrt{\frac{|M / M_0|}{\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2}}, \quad (5.59)$$

gde su

$H$  [m] – napor strujne mašine,

$n$  [ $\text{min}^{-1}$ ] – brzina obrtanja strujne mašine,

$Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] – zapreminski protok fluida kroz strujnu mašinu,

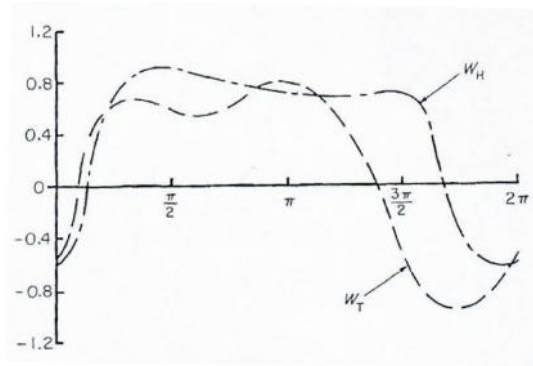
$M$  [Nm] – obrtni moment na osovini radnog kola.

Veličine sa indeksom  $0$  predstavljaju vrednosti promenljivih veličina u stacionarnom stanju.

Na slici 5.12 je dat grafički prikaz promene veličina  $W_H$  i  $W_M$  od ugla definisanog izrazom

$$\alpha = f + \arctg\left(\frac{Q}{Q_0} \cdot \frac{n_0}{n}\right). \quad (5.60)$$

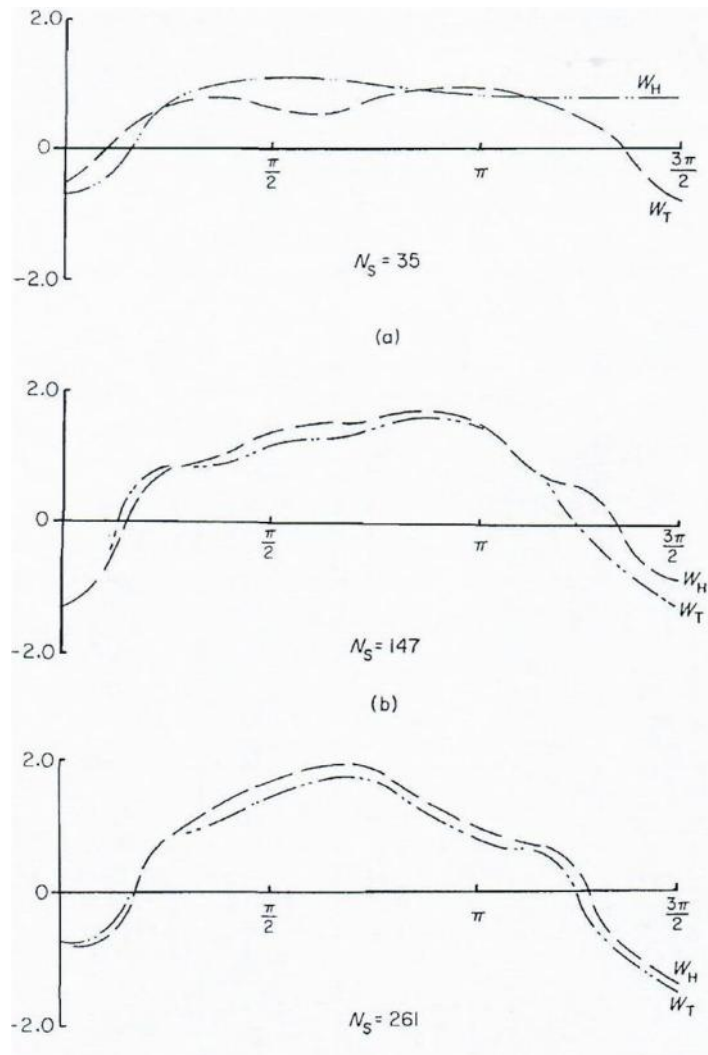
Dve linije na slici 5.12,  $W_H = W_H(\alpha)$  i  $W_M(\alpha)$ , omogućavaju veoma jednostavan, a ipak potpun, prikaz mnogo složenijeg kompleta karakterističnih krivih strujne mašine u svim četiri kvadranta u kojima se radna tačka mašine može nalaziti. Krive linije koje opisuju promenu  $W_H$  i  $W_M$  od ugla  $\alpha$  se lako mogu uneti u kompjuterski program i zatim interpolacijom dobiti vrednosti za  $W_H$  i  $W_M$  za određeni ugao  $\alpha$ . Korišćenjem jednačina (5.58) i (5.59), i poznavanjem vrednosti promenljivih veličina u stacionarnom stanju iz  $W_H$  i  $W_M$  mogu da se izraze vrednosti za napor i obrtni moment u nestacionarnom stanju za poznatu vrednost ugla  $\alpha$ .



Slika 5.12 Grafi ki prikaz zavisnosti promenljivih veli ina  $W_H$  i  $W_M$  od ugla .

(Fox, 1977)

Proizvo a i stujnih mašina ne obezbe uju karakteristike za sva etiri kvadranta, pa je zbog toga potrebno izvršiti aproksimaciju Suterovih krivih za one kvadrante za koje potrebne karakteristike nedostaju.



Slika 5.13 Suterove krive za specifi nu brzinu 35 za radijalno strujanje, 147 za radiaksijalno strujanje i 261 za aksijalno strujanje (Fox, 1977).

Fox (1977) je odredio Suterove krive za tri specifi ne brzine  $n_Q$  (slika 5.13)

$$n_Q = \frac{n \cdot \sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (5.61)$$

gde su

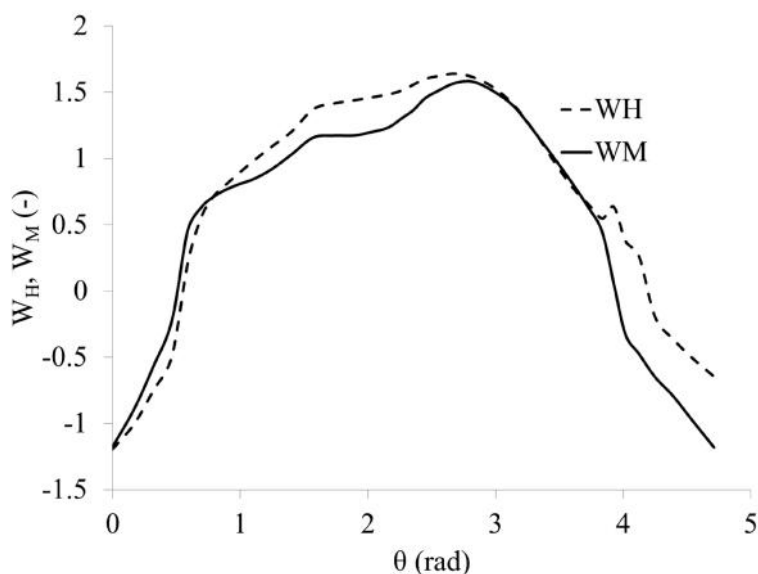
$H$  [m] – napor strujne mašine,

$n$  [ $\text{min}^{-1}$ ] – brzina obrtanja strujne mašine,

$Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] – zapreminski protok fluida kroz strujnu mašinu.

Vrednost specifične brzine od 35 je za radijalno strujanje, 147 za radiaksijalno strujanje i 261 za aksijalno strujanje, slika 5.13.

Vrednost specifične brzine obrtanja postojeće Kaplan-ove turbine u HE „erdap I“ u optimalnoj tački je  $n_Q=137$ , stoga je izvršena interpolacija vrednosti pomenutih veličina  $W_H$  i  $W_M$  između njihovih vrednosti za specifične brzine obrtanja  $n_Q=35$  i  $n_Q=147$ . Suterova kriva za slučaj postojeće turbine Kaplan-ove turbine u HE „erdap I“ ima izgled prikazan na slici 5.14.



Slika 5.14 Zavisnost  $W_H$  i  $W_M$  u odnosu na ugao  $\theta$  postojeće Kaplan-ove turbine u HE „erdap I“ u optimalnoj tački za specifičnu brzinu obrtanja  $n_Q=137$ , pri otvoru lopatica sprovednog aparata  $a_0=480$  mm.

Za određivanje pada turbine i protoka u nestacionarnim režimima rada postupak je sledeći: prvo unatrag protok primenom jednačine (5.55) i na osnovu njega određen pad sa slike 5.11, predstavljaju vrednosti protoka i pada u stacionarnom stanju  $Q_0$  i  $H_0$ . Brzina obrtanja turbine u stacionarnom stanju  $n_0 = 71,5 \text{ min}^{-1}$ . Sve dok se ne desi prelazni

proces, dok ne nastupi nestacionarno stanje,  $Q = Q_0$ ,  $H = H_0$  i  $n = n_0$ . Primenom jedna ine (5.60) je odre en polarni ugao da bi se zatim, iz Suterovih krivih, prikazanih na slici 5.14, ili iz jedna ina (5.58) i (5.59), odredile bezdimenzijske veli ine  $W_H$  i  $W_M$ . Iz jedna ine (5.59) je odre en obrtni moment

$$M = M_0 \cdot W_M \cdot |W_M| \cdot \left( \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 + \left( \frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right), \quad (5.62)$$

a zatim se odre uje broj obrtaja turbine iz

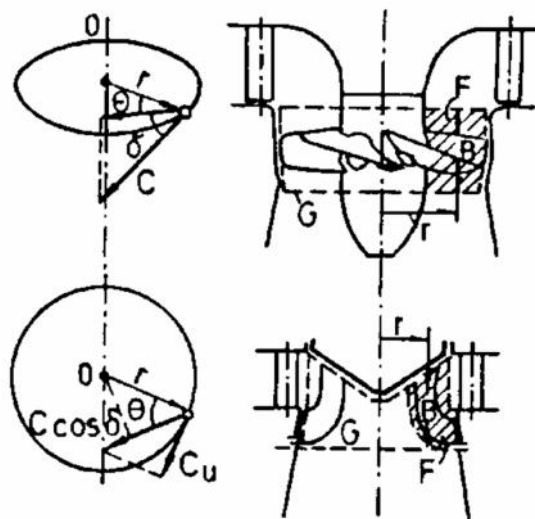
$$\frac{dn}{dt} = \frac{30 M}{f J}, \quad (5.63)$$

gde je

$J$  [kgm<sup>2</sup>] – moment inercije rotiraju ih delova agregata kao

$$n = n_0 - \frac{30 M}{f J} \Delta t. \quad (5.64)$$

Moment inercije za radno kolo turbine, slika 5.15 iznosi  $J = 92000000,0$  kgm<sup>2</sup> (Gaji i dr., 1990/1991), obrtni moment u stacionarnom stanju  $M_0 = 19500000,0$  Nm.



Slika 5.15 Radno kolo turbine

Iz jedna ine (5.58) je odre en pad turbine

$$H = H_0 \cdot W_H \cdot |W_H| \cdot \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 + \left( \frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right]. \quad (5.65)$$

U prelaznim režimima se mora prona i i promena protoka. Ova promena je odre ena koriš enjem jedna ina  $C^+$  i  $C^-$  karakteristika, Bernulijeve jedna ine i jedna ine kontinuiteta od ulaznog do izlaznog preseka turbine. Jedna ina  $C^+$  karakteristike, slika 7.5, napisana za J+1. cev glasi

$$(p_{D,J+1} - p_R) + \frac{c_R}{v_R}(u_{D,J+1} - u_R) = (X_R + \frac{c_R}{v_R}Y_R)\Delta t, \quad (5.66)$$

a jedna ina  $C^-$  karakteristike napisane za J-tu cev

$$(p_{D,J} - p_L) - \frac{c_L}{v_L}(u_{D,J} - u_L) = (X_L - \frac{c_L}{v_L}Y_L)\Delta t, \quad (5.67)$$

uz koriš enje izraza (5.18) do (5.21) ove dve jedna ine dobijaju slede i oblik

$$p_{D,J+1} + \Gamma_{J+1}u_{D,J+1} = X_{J+1}, \quad (5.68)$$

$$p_{D,J} - S_J u_{D,J} = U_J. \quad (5.69)$$

Bernoulli-jeva jedna ina napisana za strujanje izme u ulaznog i izlaznog preseka u turbinu glasi

$$p_{D,J+1} - p_{D,J} = \dots gH + \zeta_{T \dots D,J+1} \frac{u_{D,J+1}^2}{2}, \quad (5.70)$$

gde je

$\zeta_T [-]$  – koeficijent lokalnog otpora turbine.

Jedna ina kontinuiteta napisana za ovaj presek ima oblik

$$\dots_{D,J+1} u_{D,J+1} A_{D,J+1} = \dots_{D,J} u_{D,J} A_{D,J}. \quad (5.71)$$

Primenom jedna ine kontinuiteta (5.71) i koriš enjem brzine na ulazu u turbinu, u N-  
tom voru J+1-ve cevi, u trenutku t+dt

$$u_{D,J+1} = \frac{Q_{D,J+1}}{A_{D,J+1}}, \quad (5.72)$$

moгу e je odrediti brzinu u izlaznom preseku turbine, u prvom voru J-te cevi, u  
trenutku t+dt kao

$$u_{D,J} = \frac{\dots_{D,J+1}}{\dots_{D,J} A_{D,J}} Q_{D,J+1}. \quad (5.73)$$

Uvrštavanjem  $p_{D,J+1} = \chi_{J+1} - \Gamma_{J+1} u_{D,J+1}$ , iz jedna ine (5.68),  $p_{D,J} = u_J + S_J u_{D,J}$ , iz  
jedna ine (5.69) i jedna ina (5.72) i (5.73) u jedna inu (5.70) dobija se jedna ina  
turbine

$$\langle_T \frac{\dots_{D,J+1}}{2} \frac{1}{A_{D,J+1}^2} Q_{D,J+1}^2 + \left( \frac{\Gamma_{J+1}}{A_{D,J+1}} + \frac{S_J \dots_{D,J+1}}{\dots_{D,J} A_{D,J}} \right) Q_{D,J+1} + \dots gH + u_J - \chi_{J+1} = 0. \quad (5.74)$$

Uvo enjem koeficijenata A, B i C, kvadratnu jedna inu (5.74) pišemo u kompaktnijoj  
formi

$$A Q_{D,J+1}^2 + B Q_{D,J+1} + C = 0, \quad (5.75)$$

gde je

$$A = \langle_T \frac{\dots_{D,J+1}}{2 A_{D,J+1}^2}, \quad (5.76)$$

$$B = \frac{\Gamma_{J+1}}{A_{D,J+1}} + \frac{S_J \dots_{D,J+1}}{A_{D,J} \dots_{D,J}} \text{ i} \quad (5.77)$$

$$C = \dots gH + u_J - \chi_{J+1}. \quad (5.78)$$

Rešavanjem jedna ine (5.74) po protoku  $Q_{D,J+1}$  dobijaju se slede a rešenja:

$$Q_{D,J+1,1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \quad (5.79)$$

kako je protok pozitivna veličina uzima se samo rešenje

$$Q_{D,J+1} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \quad (5.80)$$

Nakon određivanja vrednosti protoka  $Q_{D,J+1}$  iz jednačine (5.80) i njegove zamene u jednačinu (5.72) i (5.73) mogu se odrediti brzina na ulazu u turbinu, u N-tom koraku J+1-ve cevi,  $u_{D,J+1}$ , kao i brzina u izlaznom preseku turbine u prvom koraku J-te cevi  $u_{D,J}$ . Smenom sračunatih brzina u jednačinu (5.68) i (5.69), mogu se odrediti i karakteristični pritisci u datim presecima, tj.  $p_{D,J+1}$ , kao i  $p_{D,J}$ .

Kako bi se ostvarila brža konvergencija u proračunu je uvedeno sledeće: ako je razlika brzina na ulazu u turbinu, u N-tom koraku J+1-ve cevi, u trenutku  $t+dt$  i trenutku  $t$  veća od  $10^{-3}$ , mora se sprovesti isti postupak (od jednačine (5.60) do (5.80)) tako što će se za brzinu u N-tom koraku J+1-ve cevi u trenutku  $t$ ,  $u_{B,J+1}$ , u trenutku  $t$  uzeti aritmetička sredina brzina na ulazu u turbinu, u N-tom koraku J+1-ve cevi, u trenutku  $t+dt$  i trenutku  $t$ .

U navedenom postupku je ostavljena mogućnost proračuna sa promenom gustine u ulaznom i izlaznom preseku turbine, kao i promenom poprečnog preseka cevi. U sprovedenim simulacijama u ovoj Disertaciji gustina vode se može smatrati konstantnom, jer nema njenog zagrevanja, a poprečni presek je konstantan na ulazu i izlazu iz turbine.



## **6. REZULTATI NUMERI KIH SIMULACIJA HIDRAULI KOG UDARA U DVOFAZNOM TOKU – VALIDACIJA RAZVIJENOG MODELA I KOMPJUTERSKOG PROGRAMA**

### **6.1 Numeri ka simulacija hidrauli kog udara sa kavitacijom nekondenzuju eg gasa**

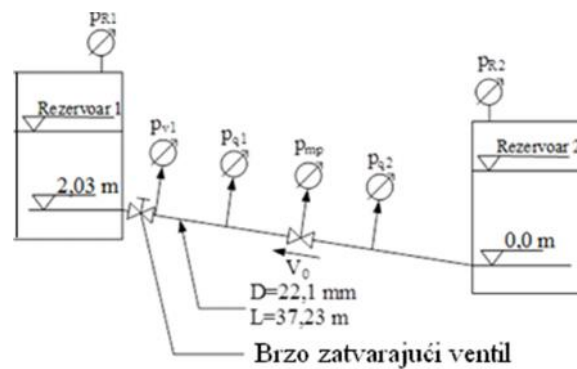
Razvijeni model i kompjuterski program za prora un jednodimenzionalnog nestacionarnog strujanja homogenog stišljivog fluida primenjen je na prora un hidrauli kog udara izazvanog brzim zatvaranjem ventila. (Carnahan, 1969). Validacija razvijenog programa izvršena je pore enjem numeri ki dobijenih rezultata sa rezultatima eksperimentalnih merenja (Bergant i Simpson 1999). U cilju predvi anja navedenih hidrauli kih uslova, razvijeni numeri ki postupak obuhvata model nestacionarnog trenja, kao i neravnotežni model izdvajanja nekondenzuju eg gasa.

#### **6.1.1 Hidrauli ki udar usled brzog zatvaranja ventila**

Eksperimentalno istraživanje hidrauli kog udara izazvanog brzim zatvaranjem ventila i pojave raskidanja stuba te nosti je izvršeno na eksperimentalnoj instalaciji prikazanoj na slici 6.1 (Bergant i Simpson 1999). Ova instalacija se sastoji od dva rezervoara pod razli itim, pritiscima koji su povezani pravim bakarnim cevovodom konstantnog nagiba prema horizontali  $3,2^\circ$  i ukupne dužine  $L=37,23$  m. Unutrašnji pre nik cevi je konstantan i iznosi 22,1 mm, a debljina zida cevi je 1,6 mm. Kao radni fluid se koristi demineralizovana voda. Prora unski pritisak u cevi je 5000 kPa. Instalacija je opremljena sistemom za održavanje pritiska u svakom rezervoaru pojedina no, tako da demineralizovana voda može da struji u oba smeru, odnosno mogu se sprovoditi eksperimenti i za strujanje "naviše" i za strujanje "naniže". Pritisak u rezervoarima može da se održava u opsegu od 20-620 kPa, što zna i da se mogu vršiti simulacije hidrauli nih sistema nižeg i srednjeg nivoa pritiska. Neto zapremina vode u oba rezervoara i kapacitet vazdušnog kompresora ograni avaju maksimalnu brzinu u stacionarnom stanju na 1,5 m/s i maksimalni radni pritisak u svakom rezervoaru na 400 kPa.

Hidrauli ki udar i pojava raskidanja stuba te nosti nastaju usled brzog zatvaranja kugli nog ventila. Brzozatvaraju i ventil se može postaviti na bilo kom kraju cevovoda

na slici 6.1 ili na njegovoj sredini tako da se uspešno mogu simulirati razliiti hidrauli ki sistemi (pumpno postrojenje, hidroelektrana itd.). Ventil je mogu e zatvarati ru no ili automatski pomo u torzione opruge. Drugi na in zatvaranja omogu uje konstantno vreme zatvaranja i ponovljivost eksperimenta. Mera i pritiska su ugra eni na pet mernih mesta koja se nalaze na jednakom rastojanju duž cevi, kao i što bliže krajevima cevi. Piezoelektri ni mera i pritiska su postavljeni na krajevima i na sredini cevi, a senzori mera a pritiska su postavljeni na svih pet mernih mesta. Temperatura vode u rezervoaru se stalno kontroliše, a vrši se i precizno merenje pozicije ventila u toku zatvaranja primenom opti kog senzora. Instalacija sadrži i providnu cev napravljenu od lexana dužine 150 mm i unutrašnjeg polupre nika jednakog polupre niku bakarne cevi, kako bi se stekao uvid u oblik strujanja u cevi.



Slika 6.1. Izgled eksperimentalnog postrojenja

Svaki eksperiment izveden na ovoj instalaciji se sastoji od dve faze. Najpre se uspostavi stacionarno strujanje u cevovodu i odrede po etni uslovi, a zatim se brzim zatvaranjem ventila izaziva prelazni proces.

U stacionarnom stanju su izvršena merenja pritiska u rezervoarima, atmosferskog pritiska i sobne temperature. Vremenski zavisne promenljive su pritisci na pet mesta duž cevi, vreme zatvaranja ventila i temperatura vode. Po etna brzina u stacionarnom stanju je merena indirektno zapreminskom metodom, prema kojoj je brzina strujanja proporcionalna promeni nivoa vode u nekom od rezervoara u toku vremena, a odre ena je i metodom hidrauli kog udara preko formule Joukowsky. Brzina prostiranja talasa

odrejena je merjenjem vremena potrebnog da talas, izazvan hidrauličkim udarom, pređe put između zatvorenog ventila i četvrtine cevi najbliže ventilu.

Numeričke simulacije i merenja su sprovedena za slučaj kada je brzozatvarajuć i ventil uzvodno i kada voda struji naviše iz rezervoara 2 ka rezervoaru 1, slika 6.1, (Bergant i Simpson 1999). Vreme zatvaranja ventila je 0,009 s. Rezultati dobijeni za slične početne uslove pokazuju veliki nivo ponovljivosti eksperimenta, amplitude i trenuci nastanka glavnih pikova se poklapaju, dok visoko frekventni pikovi imaju izvesna odstupanja. Korišten je stacionarni model trenja (Bergant i Simpson 1999). Vršeno je ispitivanje uticaja početne brzine, pritiska u rezervoarima i nagiba cevi na razdvajanje stuba tečnosti (Bergant i Simpson 1999).

Primenom razvijenog modela numerički je simuliran slučaj kada je početna brzina u instalaciji (slika 6.1) jednaka 0,3 m/s, što predstavlja slučaj strujanja sa malim brzinama. Pritisak u uzvodnom rezervoaru 2 je 0,32 MPa, a pretpostavljena početna temperatura vode 20 °C. Brzozatvarajuć i ventil sa oprugom, koji se nalazi ispred nizvodnog rezervoara 1, je zatvoren za 9 ms u eksperimentu. Pošto je efektivno smanjenje protoka u eksperimentu za 4 ms, smanjenje brzine strujanja u proračunu počinje u 0,005 s i u 0,009 s vrednost brzine pada na nulu. Početna vrednost zapreminskog udela gasne faze, odnosno mikro-mehurova vazduha, je  $10^{-7}$ , što je i vrednost koju su pretpostavili Bergant i Simpson (1999), a izmerena brzina zvuka pre zatvaranja ventila je 1319 m/s (Bergant i Simpson 1999). Pritisak je meren na četiri lokacije:

- ispred brzozatvarajućeg ventila (označeno sa  $p_{v1}$  na slici 6.1),
- na 3/4 dužine cevi od uzvodnog rezervoara 2 (označeno sa  $p_{q1}$  na slici 6.1),
- na polovini dužine cevi (označeno sa  $p_{mp}$  na slici 6.1) i
- na 1/4 dužine cevi od uzvodnog rezervoara 2 (označeno sa  $p_{q2}$  na slici 6.1).

### **6.1.2 Grafički prikaz dobijenih rezultata pri numeričkoj simulaciji hidrauličkog udara usled brzog zatvaranja ventila**

Navedeni hidraulički uslovi prelaznog procesa su simulirani primenom modela i metode numeričkog rešavanja predstavljene u poglavlju 5. Izračunavanje strujnih parametara na krajevima cevi se vrši korišćenjem dodatnih jednačina koje opisuju bilans mase i

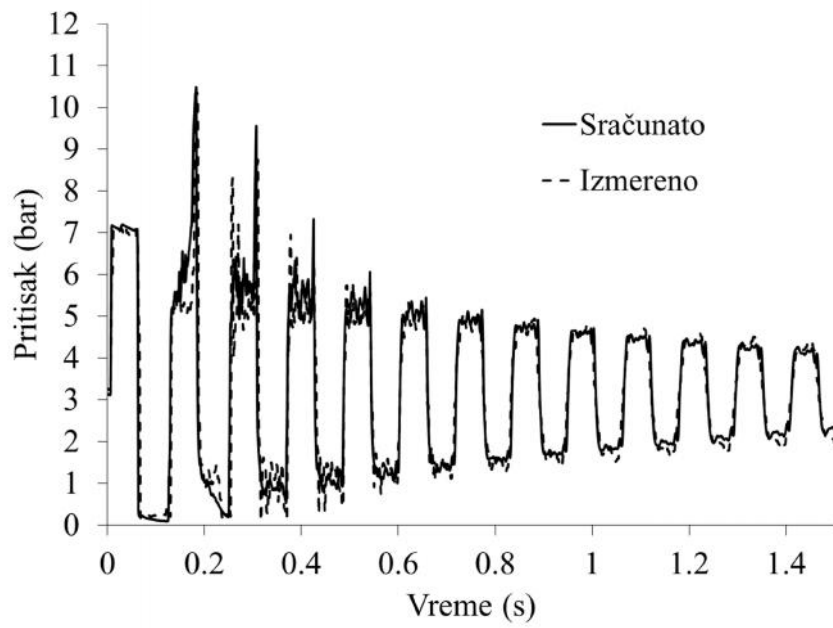
koli ine kretanja u ta kama diskontinuiteta i zamenjuju jedna ine karakteristika koje ne pripadaju fizi kom domenu cevi. Za nestacionarno strujanje u jednoj cevi u ovom radu su primenjeni grani ni uslovi spoj cevi sa rezervoarom, zatvaranje ventila i zatvoreni kraj cevi. Primenjeni grani ni uslov na spoju cevi sa gornjim rezervoarom 2 je definisan kao

$$p_{ul} = p_{rez} - \frac{u_{ul}^2}{2v_{ul}}, \quad (6.1)$$

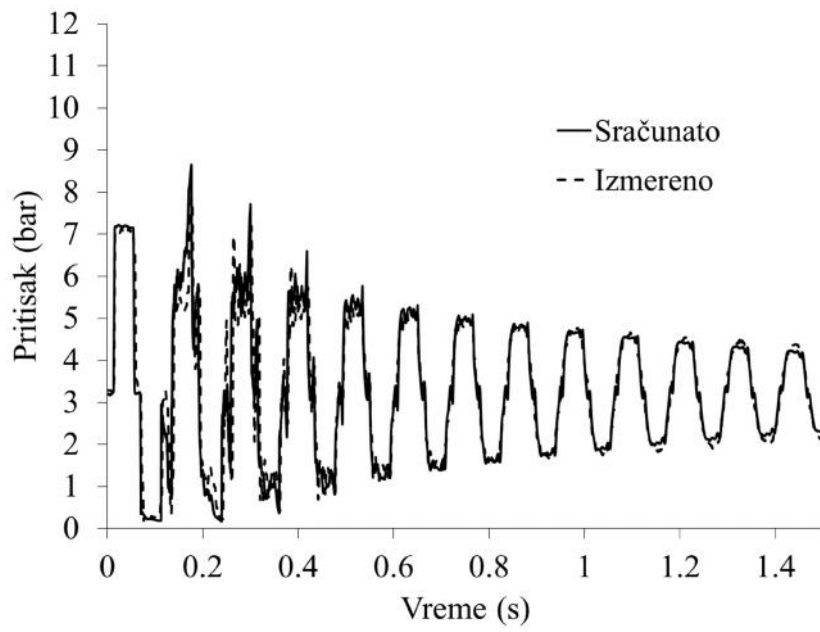
gde je  $p_{rez}$  pritisak u rezervoaru 2,  $p_{ul}$  pritisak,  $v_{ul}$  specifi na zapremina,  $u_{ul}$  brzina, pri emu indeks  $ul$  ozna ava stanje na ulazu u cev. U spoju cevi sa rezervoarom 1 brzina linearno opada od 0,3 m/s do nule u periodu aktivnog zatvaranja ventila za 4 ms. Zatvaranje ventila po inje od 0 s, a nakon zatvaranja ventila brzina na kraju cevi je nula. Cev je diskretizovana uniformnom mrežom od 300 vorova, tako da je rastojanje izme u svaka dva susedna vora jednako 0,1241 m.

Prikazani slu aj strujanja sa malom brzinom dovodi do hidrauli kog udara sa vazdušnom kavitacijom, pri emu ne dolazi do dostizanja pritiska saturacije vode i njenog isparavanja. Izmerene i numeriki dobijene vrednosti promene pritiska na razli itim rastojanjima od ulaza u cev su prikazane na slici 6.2. Postignuto je veoma dobro slaganje rezultata. slike 6.2 a) do d) pokazuju da se sra unate vrednosti pritiska dobro slažu sa izmerenim vrednostima i u amplitudama i u periodima oscilovanja tokom itavog trajanja snimljenog prelaznog procesa od 1,5 s. I mereni i sra unati podaci pokazuju nagli skok pritiska usled brzog zatvaranja ventila na po etku prelaznog procesa (slika 6.2a). Amplituda porasta pritiska je oko 0,44 MPa, što odgovara vrednosti odre enoj prema jedna ini Joukowsky-og  $\Delta p = -\dots c\Delta u = -10^3 \left(\text{kg/m}^3\right) \cdot 1319 \left(\text{m/s}\right) \cdot (-0,3) \left(\text{m/s}\right) = 0,40 \text{ MPa}$ . Kompresioni talas koji se stvara na zatvorenom ventilu putuje prema rezervoaru 2 i odbija se kao ekspanzioni talas koji se vra a nazad ka zatvorenom ventilu. U 0,066 s se ekspanzioni talas odbija na zatvorenom ventilu kao talas istog znaka i pritisak pada na nisku vrednost 0,006 MPa, što je niže od pritiska zasi enja vazduha u vodi, ali više od pritiska zasi ene vode i pare, koji iznosi 0,0023 MPa na 20°C. U prikazanom prora unu je po etni maseni udeo rastvorenog vazduha u vodi procenjujen na  $8 \cdot 10^{-6}$ , što odgovara

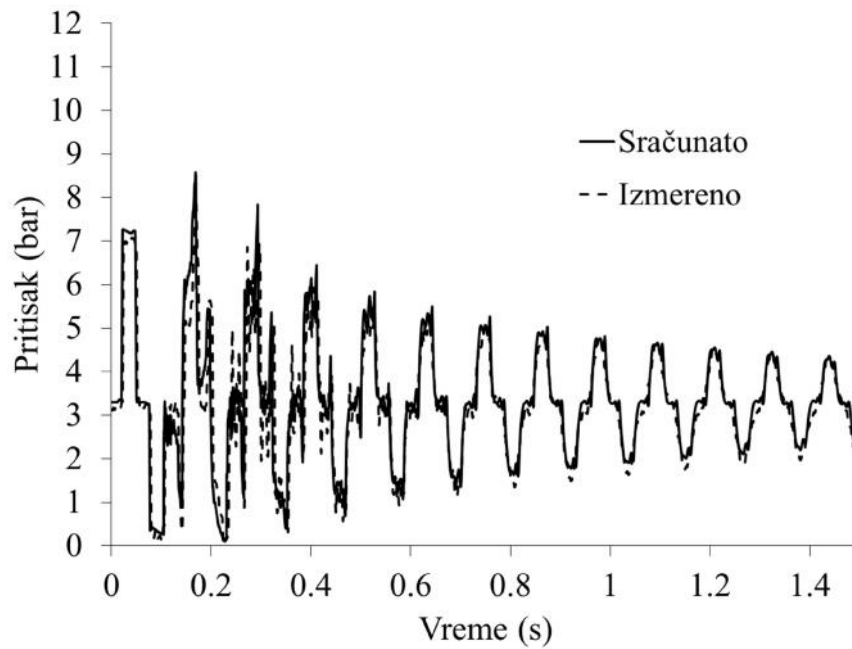
zasi enju vazduha u vodi pri pritisku od 0,035 MPa i temperaturi od 20°C (odnos izme u masenog udela vazduha rastvorenog u vodi i pritiska na temperaturi od 20°C je predvi en sa  $C_1 = -1,1686e-7 + 2,3372e-10 \cdot p$ ). Vrednost po etnog masenog udela vazduha je odabrana tako da bi se dobilo dobro slaganje sra unatih pikova pritisaka sa izmerenim podacima. Osetljivost prora una pikova pritiska na po etni maseni udeo rastvorenog vazduha u vodi je prikazana u daljem tekstu i predstavljena na slici 6.6. U periodu od 0,066 s do 0,125 s nastaje dvofazna mešavina vazduha i vode i odvija se gasna kavitacija ispred zatvorenog ventila. Tokom ovog vremenskog perioda, ekspanzioni talas putuje od zatvorenog ventila ka rezervoaru 2, odbija se kao kompresioni talas koji zapljuskuje zatvoreni ventil u 0,125 s. Pritisak raste do otprilike 0,53 MPa, a potom, zahvaljuju i superpoziciji talasa pritiska, dostigne 1,04 MPa u 0,182 s. Ova vrednost je viša od vrednosti predvi ene Joukowsky-evom jedna inom. Ovaj efekat prethodno su opisali Bergant i Simpson (1999) i Bergant i dr. (2006). U cilju daljeg pojašnjenja ovog efekta, prostiranje talasa pritiska u periodu od 0,123 s do 0,186 s je prikazano na slici 6.3. Nagli porast pritiska ispred zatvorenog ventila od niskih vrednosti od 0,01 MPa do oko 0,53 MPa, kao i kretanje kompresionog talasa prema rezervoaru 2 prikazani su na Slici 6.3 linijama 1, 2 i 3. Kompresioni talas se odbija od vodene površine u rezervoaru 2 kao ekspanzioni talas 4.



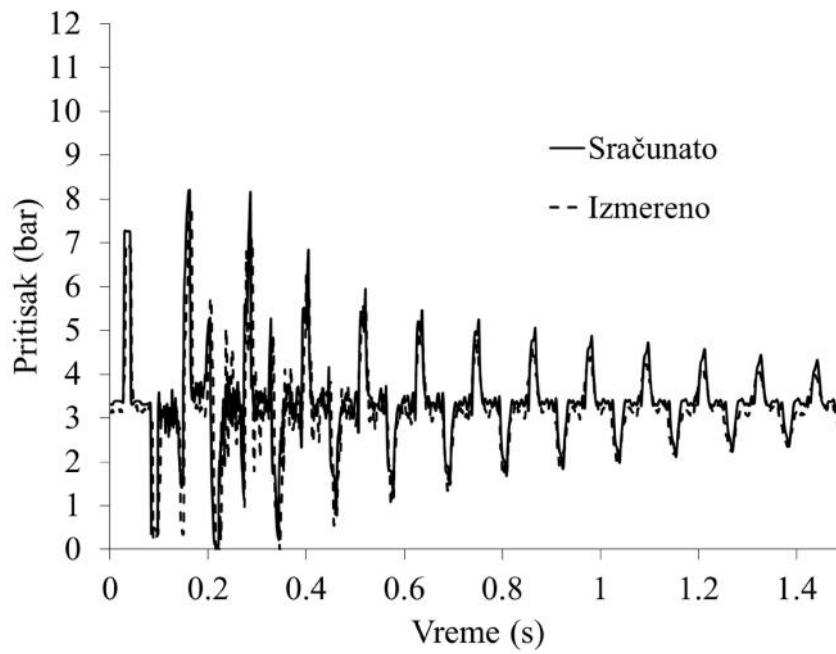
a)



b)

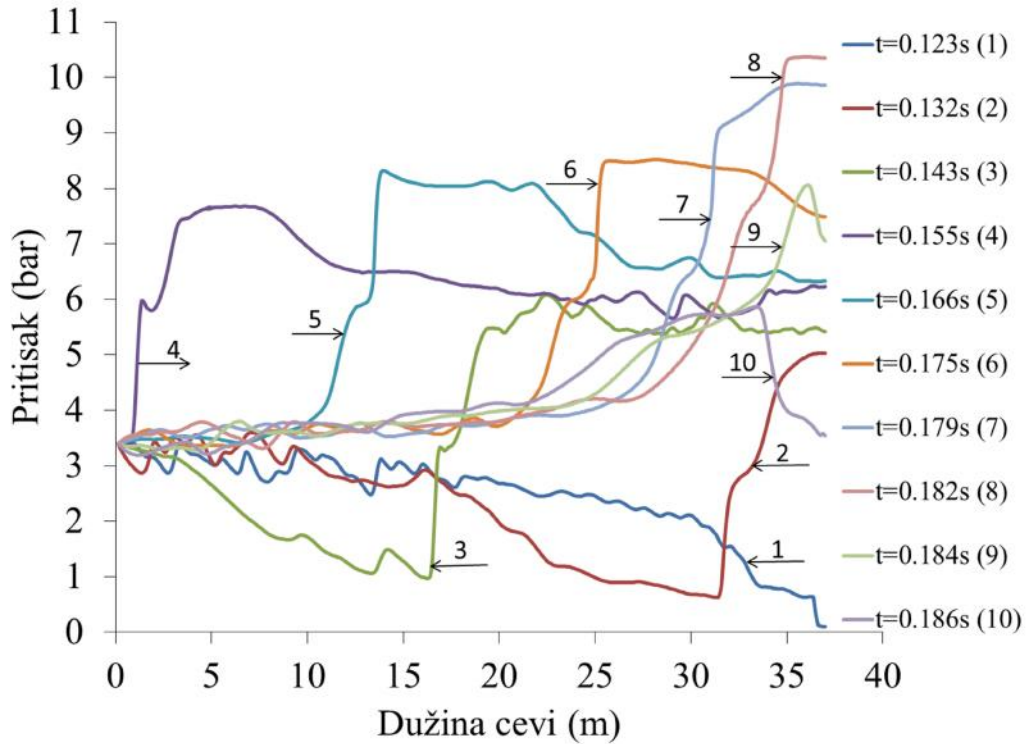


c)

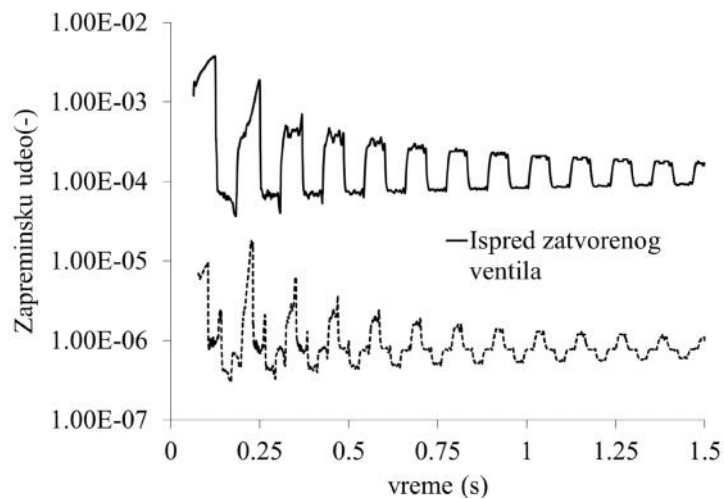


d)

Slika 6.2 Pore enje izmerenih i numeričkih dobijenih vrednosti pritiska: a) ispred brzozatvarajućeg ventila, b) na 3/4 dužine cevi od ulaza u cev, c) na polovini dužine cevi, d) na 1/4 dužine cevi od ulaza u cev.



Slika 6.3. Prostiranje talasa pritiska tokom kompresije vazdušnih kaviteta



Slika 6.4. Promena vrednosti zapreminskog udela vazduha ispred zatvorenog ventila i na polovini dužine cevi usled izdvajanja vazdušnih mehurova i nastanka pikova pritiska.

U periodu od oko 0,15 s do 0,182 s, tokom kojeg ekspanzioni talas putuje od rezervoara 2 ka zatvorenom ventilu, pritisak ispred zatvorenog ventila se i dalje pove a i dostiže maksimalnu vrednost 1,04 MPa, kao što je prikazano linijama 5, 6, 7 i 8. Ovo pove anje

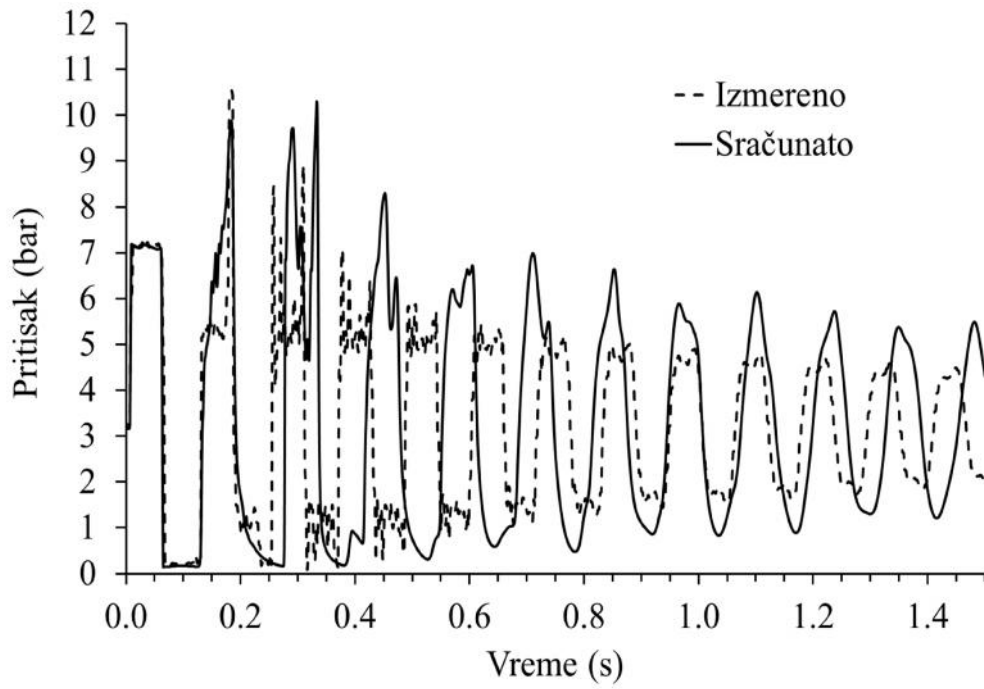


pritiska izaziva kompresija vazdušnih mehurova koji su prisutni u mešavini sa vodom. Nakon toga, ekspanzioni talas se odbija kao talas istog znaka i pritisak pada kao što je prikazano sa linijama 9 i 10 na slici 6.3. Stoga, takvo dinami ko prostiranje talasa pritiska, sa porastom pritiska iznad vrednosti predvi ene Joukowsky-evom jedna inom, je izazvano prisustvom vazdušnih mehurova. Jednom stvoreni u vodi usled naglog pada pritiska, mehurovi su prisutni sve vreme trajanja prelaznog procesa, zbog male brzine apsorpcije vazduha ak i kada kompresioni talasi izazovu porast pritiska do vrednosti mnogo viših od pritiska zasi enja vazduha u vodi, izra unatog jedna inom (4.14). Vrednosti zapreminskog udela vazduha ispred zatvorenog ventila i na polovini dužine cevi su prikazane na slici 6.4. Kao što je prikazano, zapreminski udeo vazduha ima ve e vrednosti tokom dekompresije uzrokovane ekspanzionim talasom, a manje vrednosti tokom kompresije. Pored toga, pokazano je da su vrednosti zapreminskog udela vazduha na polovini dužine cevi za oko dva reda veli ine manje od vrednosti ispred zatvorenog ventila, što je uzrokovano manjim padom pritiska ispred zatvorenog ventila od pada pritiska na polovini dužine cevi. Prikazane vrednosti zapreminskog udela vazduha ispod 0,01 pokazuju da se javlja mehurasto strujanje. Dakle, jedna ina (4.15) koja se predlaže za anularno strujanje se ne primenjuje u prora unu tokom trajanja prelaznog procesa.

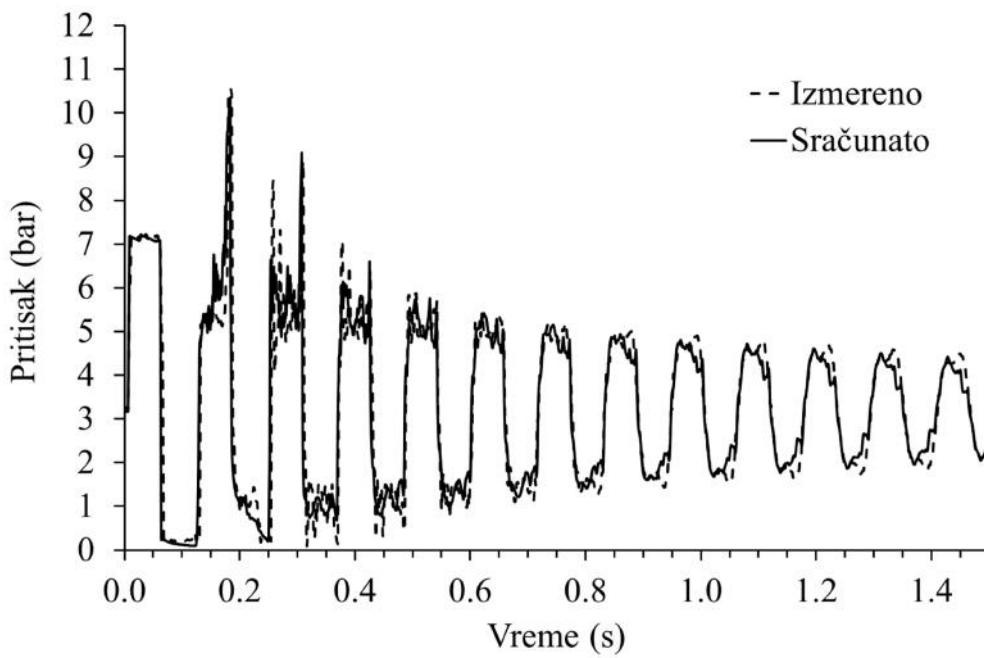
Rezultati prikazani na slikama 6.2, 6.3 i 6.4 se dobijaju sa numeri kom diskretizacijom cevi sa 300 vorova. Ispitivanje osetljivosti fino e mreže na dobijene rezultate se vrši izvo enjem dodatnih simulacija sa manjim i ve im brojem vorova, sledstveno sa 50 i sa 450 vorova. Rezultati prikazani na slikama 6.2a) i 6.5b) pokazuju da je razlika izme u rezultata dobijenih sa 300 i 450 vorova zanemarljiva, dok rezultati dobijeni sa manjim brojem vorova (slika 6.5a) pokazuju ve e odstupanje od izmerenih vrednosti. Prema tome, prora un se vrši sa 300 vorova, jer dalje pove anje broja vorova nema prakti nog uticaja na dobijene rezultate. Odstupanje sra unatih vrednosti promene pritiska sa manje od 300 vorova uzrokovano je preciznoš u numeri ke metode pri predvi anju prvog pada pritiska duž cevi, koja dovodi do vazdušne kavitacije i stvaranja vazdušnih mehura. Kao što je gore prikazano, ovaj pad pritiska i formiranje mehura po inje ispred zatvorenog ventila u 0,066 s i nastavlja se prostiranjem ekspanzionog talasa od zatvorenog ventila prema rezervoaru 2. Zbog toga stvaranje vazdušnih

mehuri a tokom ovog prvog pada pritiska ispod pritiska zasi enog vazduha u vodi, prema jedna ini (4.23), ima snažan uticaj na dinamiku promene pritiska duž cevi tokom celog prolaznog vremena. Bergant i Simpson-a su pokazali 1999. da je precizno predvi anje hidrauli nog udara primenom DGCM modela mogu e postiti sa 16 numerikih vorova, što je znatno manji broj od 300 vorova koliko je primenjeno u ovim numerikim eksperimentima. Takva robusnost modela DGCM prema fino i mreže postignuta je odgovaraju im ograni enjima uvedenim u računarski algoritam (ova ograni enja koja su povezana sa računarskim postupkom DVCM, DGCM i GIVCM ve su opisana u Poglavlju 2 – Dosadašnja istraživanja). Naprotiv, novi pristup zasnovan na neravnotežnom izdvajanju gasa je sklon nelinearnosti bilansnih jedna ina usled jakih promena brzine prostiranja talasa pritiska i gustine u slučaju strujanja dvofazne mešavine vode i vazduha.

Uticaj po etnog masenog udela rastvorenog vazduha u vodi u toku prelaznog procesa je prikazan na slici 6.6. Prelazni proces hidrauli kog udara se simulira sa 100% višim i 50% nižim vrednostima po etnog masenog udela rastvorenog vazduha u vodi. Oba rezultata simulacije pokazuju duže periode oscilovanja pritiska, koji su uzrokovani pove anom degazacijom vazduha iz vode. U slučaju sa ve im po etnim masenim udelom rastvorenog vazduha od  $16 \cdot 10^{-6}$  (slika 6.6a), degazacija vazduha je intenzivnija zbog ve eg masenog udela vazduha u vodi. U slučaju sa manjim po etnim masenim udelom rastvorenog vazduha od  $4 \cdot 10^{-6}$  (slika 6.6b), prvi pad pritiska na 0,066 s je intenzivniji i rezultuje pritiskom nižim od pritiska zasi enja vazduha u vodi, što dovodi do pove anog izdvajanja vazduha, iako je po etni maseni udeo vazduha niži. Maseni udeo mehurova vazduha ispred zatvorenog ventila tokom prelaznog vremena je prakti no konstantan i njegove vrednosti su  $1,5 \cdot 10^{-6}$ ,  $5 \cdot 10^{-7}$  i  $1,8 \cdot 10^{-6}$  za po etne vrednosti masenog udela rastvorenog vazduha  $4 \cdot 10^{-6}$ ,  $8 \cdot 10^{-6}$  i  $16 \cdot 10^{-6}$ , sledstveno.

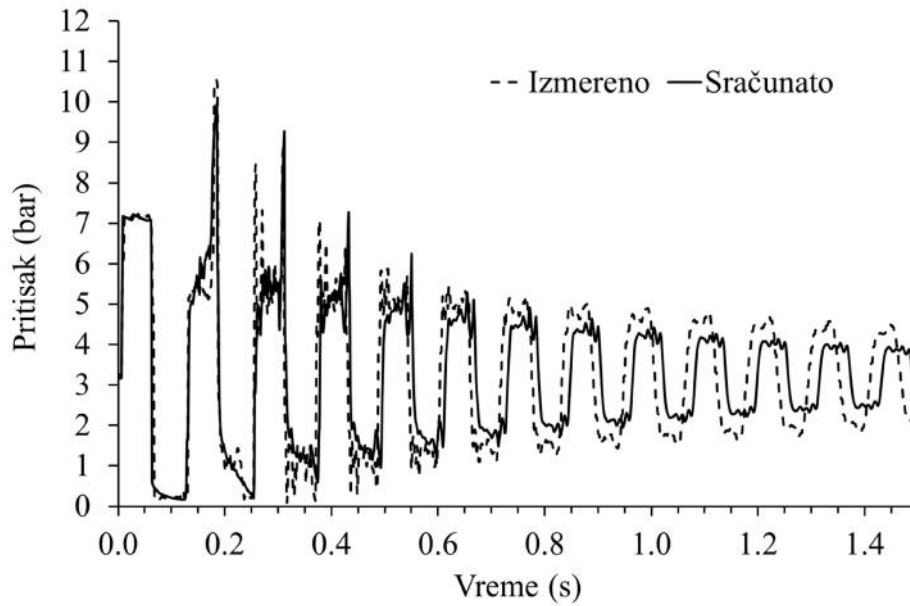


a)

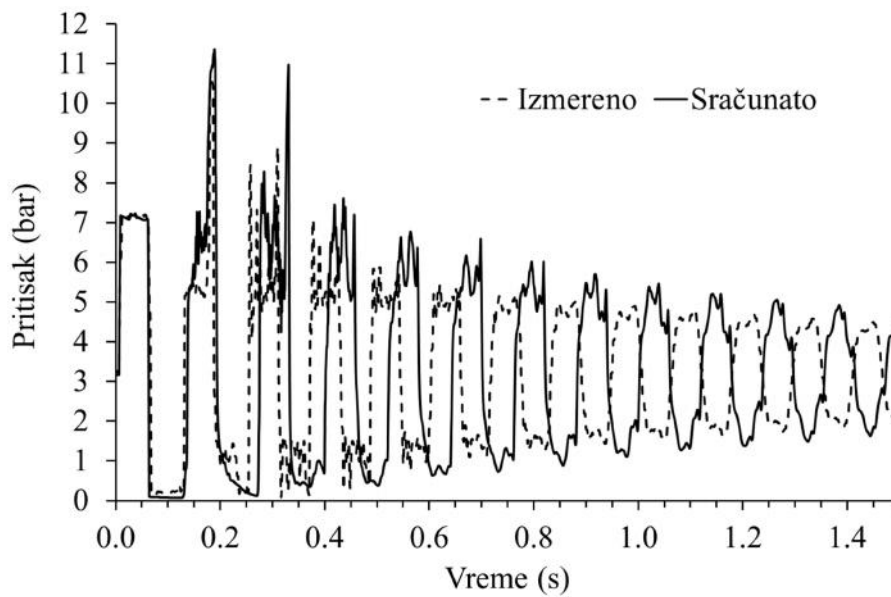


b)

Slika 6.5 Test uticaja fino e mreže na numeri ki dobijene rezultate: a) 50 vorova, b) 450 vorova



a)



b)

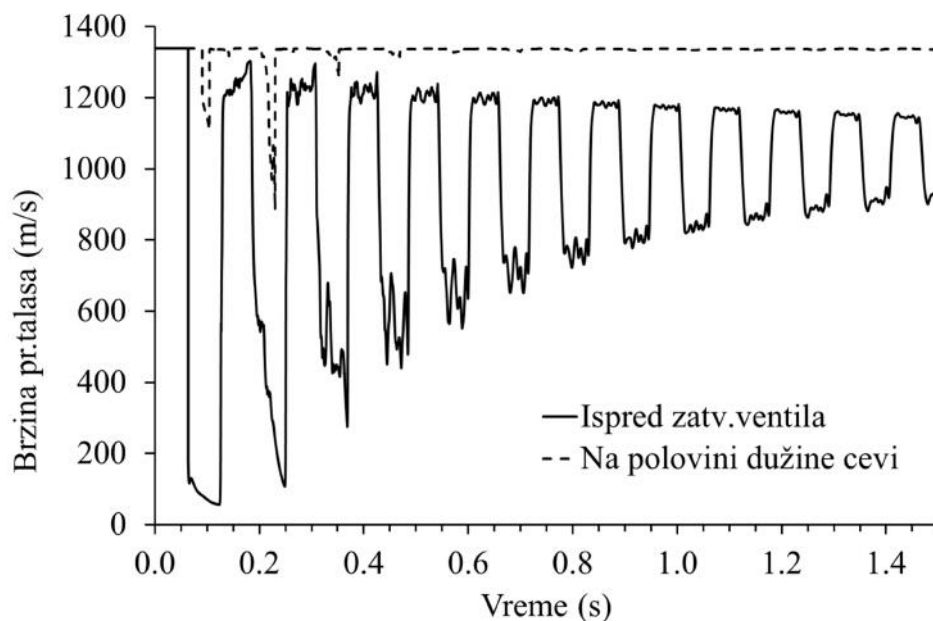
Slika 6.6 Promena pritiska ispred zatvorenog ventila:

a) po etni maseni udeo rastvorenog vazduha u vodi je  $16 \cdot 10^{-6}$ ,

b) po etni maseni udeo rastvorenog vazduha u vodi je  $4 \cdot 10^{-6}$ .

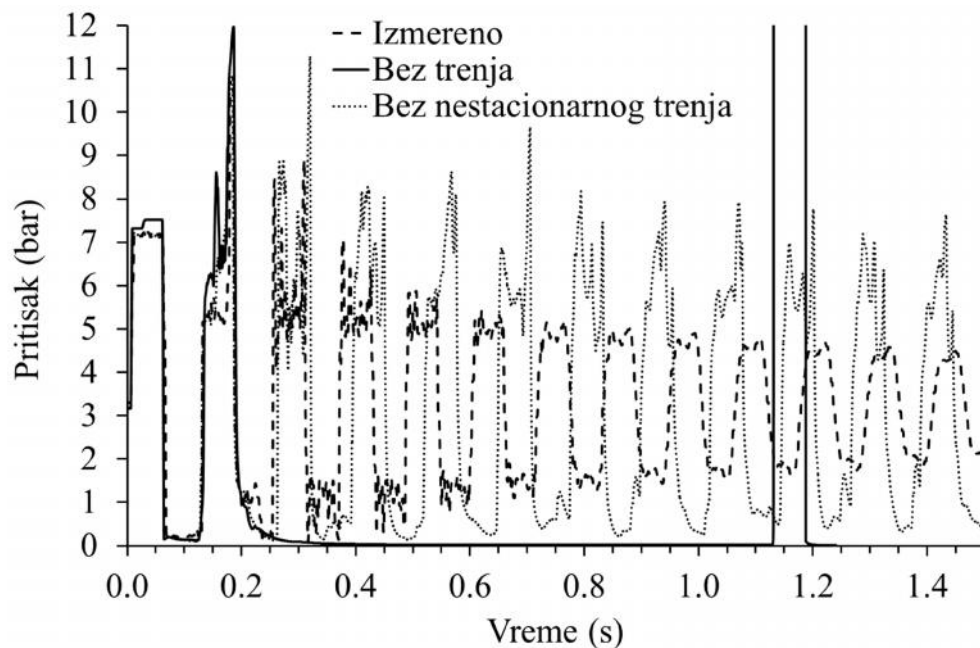
Izra unate brzine prostiranja talasa pritiska ispred zatvorenog ventila i na polovini dužine cevi prikazane su na slici 6.7. Velike promene brzine ispred zatvorenog ventila su rezultati promena amplituda pritiska i zapreminskog udela vazduha prikazano na slikama 6.2a) i 6.4 sledstveno. Pre izdvajanja vazduha brzina prostiranja talasa pritiska

u vodi je iznosila 1319 m/s, dok je u dvofaznoj mešavini vode i vazduha njena vrednost smanjena. Prvo odbijanje ekspanzionog talasa pritiska od zatvorenog ventila dovodi do velikog pada pritiska u periodu od 0,066 s do 0,125 s (slika 6.2a), što dovodi do izdvajanja vazduha i zapreminskog udela vazduha od oko 0,005 (slika 6.4). Iako i ova veoma mala količina vazduha u dvofaznoj mešavini sa vodom dovodi do velikog smanjenja brzine prostiranja talasa pritiska u vodi je iznosila 1319 m/s, dok je u dvofaznoj mešavini vode i vazduha njena vrednost do vrednosti od oko 60 m/s (slika 6.7). Ovaj nagli pad brzine je određen zavisnošću brzine zvuka od zapreminskog udela vazduha, koja je opisana jednačinom (4.32). Kasnije, minimalna brzina prostiranja talasa pritiska ispred zatvorenog ventila brzo raste (slika 6.7) zbog odgovarajućeg povećanja minimalnih vrednosti ekspanzionog talasa na ovoj lokaciji (slika 6.2a). Maksimalne vrednosti brzine prostiranja talasa pritiska ispred zatvorenog ventila blago se smanjuju tokom prelaznog procesa zbog odgovarajućeg smanjenja maksimalnih vrednosti amplituda pritiska (slika 6.2a). Na polovini dužine cevi, izdvajanje vazduha je za oko dva reda veličine manje nego ispred zatvorenog ventila (slika 6.4), što rezultuje manjim smanjenjem brzine prostiranja talasa pritiska tokom prostiranja prva tri ekspanziona talasa. Kasnije, prisustvo vazduha u vodi ima zanemarljiv uticaj na posmatranu brzinu, a brzina je približno jednaka brzini u vodi.



Slika 6.7 Brzina prostiranja talasa pritiska

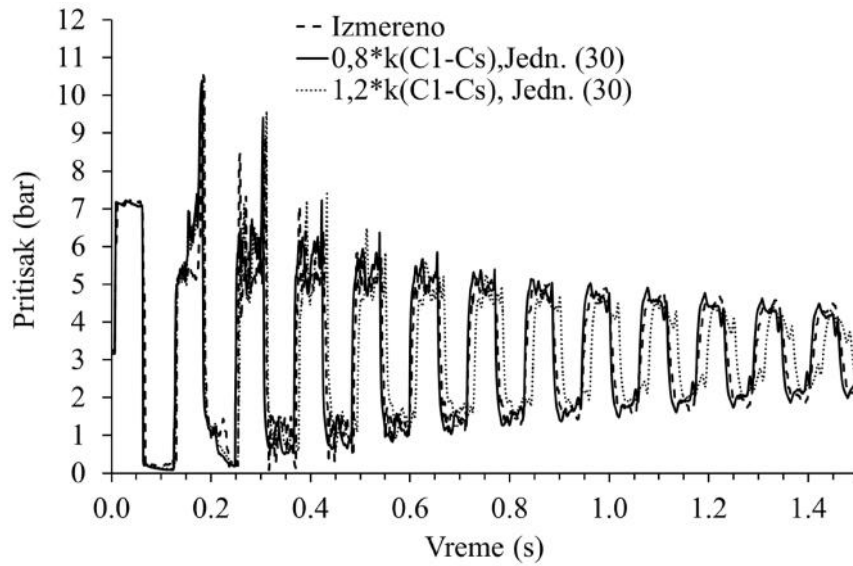
Uticaj stacionarnog i nestacionarnog trenja na prostiranje talasa pritiska prikazan je na slici 6.8. Prora un sproveden bez stacionarnog i nestacionarnog trenja predvi a oblik samo prve dve amplitude pritiska, dok su maksimalne vrednosti pritiska ve e od izmerenih vrednosti. Minimalne vrednosti pritiska su niže, a vrednost zapreminskog udela vazduha je ve a, što rezultuje ve im prigušenjem prostiranja talasa pritiska, uz pojavu velike amplitude pritiska oko 1,15 s. U slu aju prora una samo bez nestacionarnog trenja, talasi pritiska su manje prigušeni, amplitude pritiska su ve e, a periodi oscilovanja pritiska su ve i. Za preciznije odre ivanje promene pritiska važno je ta no predvi anje uticaja trenja.



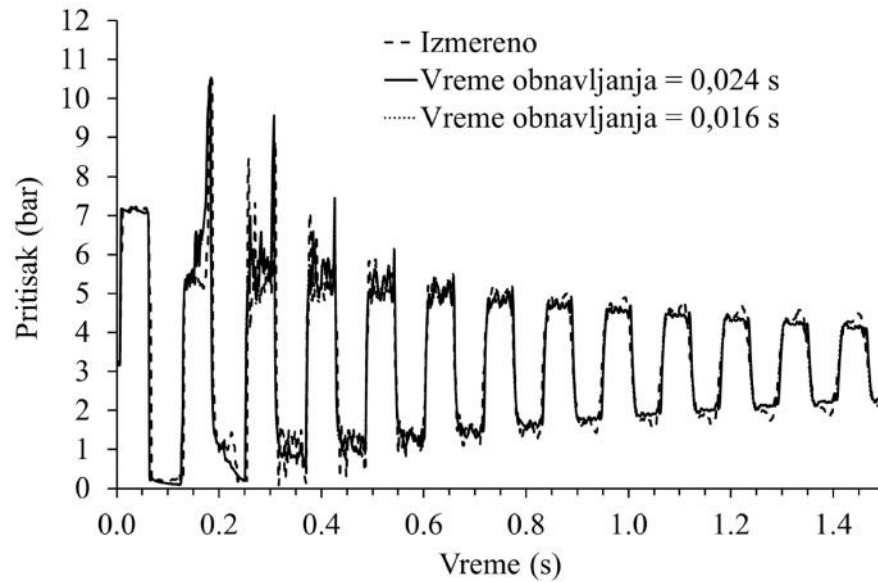
Slika 6.8 Uticaj trenja na prostiranje talasa pritiska

Uticaj eksperimentalnog koeficijenta  $k$  u jedna ini (4.23) i vremena obnavljanja razdelne površine (eng. renewal time)  $\tau$  u jedna ini (4.14) na promenu pritiska prikazan je na slici 6.6. Oba parametra su pove ana i smanjena za 20 procenata. Kao što je prikazano na slici 6.9, promena koeficijenta  $k$  ima uticaja na rezultate prora una, dok je uticaj vremena obnavljanja mnogo manji, što je u skladu s pretpostavkom modeliranja da brzina prenosa mase vazduha tokom prvog pada pritiska ispod pritiska zasi enja

vazduha u vodi ima najveću vrednost, dok su u daljem toku gasne kavitacije brzina izdvajanja vazduha i brzina apsorpcije manje.



a)



b)

Slika 6.9 Osetljivost sra unate promene pritiska na: a) eksperimentalni koeficijent  $k$  u jedna ini (4.23), b) vreme obnavljanja  $\tau$  u jedna ini (4.14).

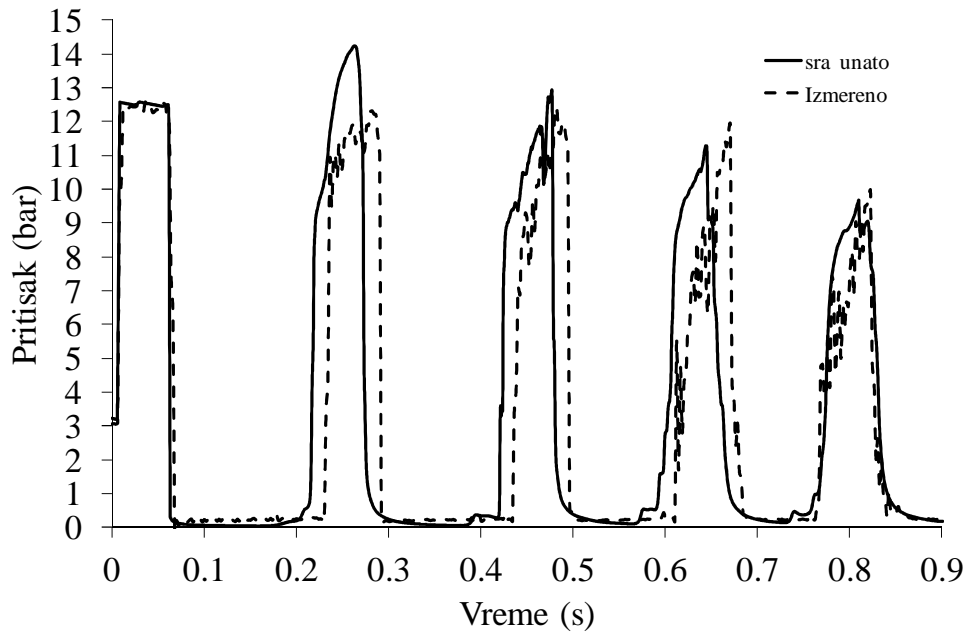
## 6.2 Numeri ka simulacija hidrauli kog udara sa parnom kavitacijom

Na eksperimentalnoj instalaciji opisanoj u podpoglavlju 6.1.1 i prikazanoj na slici 6.1 sprovedeni su eksperimenti i sa ve im vrednostima po etne brzine vode od 0,7 m/s i 1,4 m/s, kada dolazi do parne kavitacije, to jest do opadanja pritiska u cevi ispod pritiska saturacije vode (kao što je navedeno, temperatura vode je 20°C i odgovaraju i pritisak saturacije je 0,023 bar). Kao i u eksperimentu prikazanom u podpoglavlju 6.1.1, brzina zatvaranja ventila ispred rezervoara 2 je 0,009 s, a period efektivnog dejstva zatvaranja ventila na protok vode je 0,004 s. Tako e, po etni maseni udeo rastvorenog vazduha u vodi je  $8 \cdot 10^{-6}$ , što odgovara zasi enju vazduha u vodi pri pritisku od 0,035 MPa i temperaturi od 20°C.

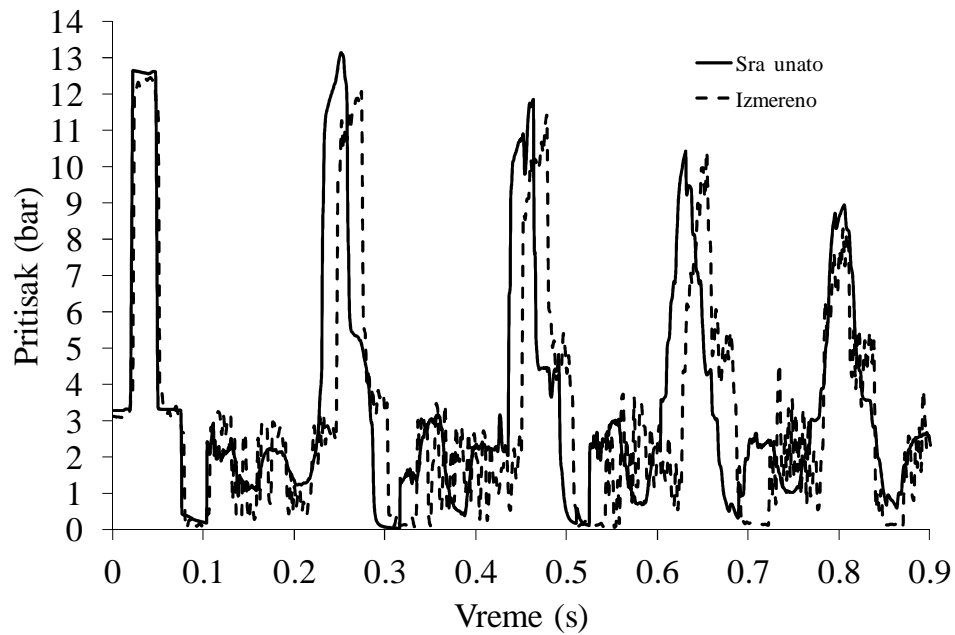
Rezultati numerikih simulacija su prikazani na slikama 6.10 i 6.11 i upore eni su raspoloživim izmerenim vrednostima. Amplitude i periodi talasa pritiska ispred vntila koji se zatvara i na polovini dužine cevi pokazuju zadovoljavaju e slaganje sa izmerenim vrednostima. Uo avaju se nešto ve e sra unate amplitude prvog talasa pritiska nakon kavitacije ispred zatvorenog ventila za oko 2 bar, u odnosu na izmerene vrednosti (slike 6.10a i 6.11a). Na polovini dužine cevi ova razlika je manja (slike 6.10b i 6.11b). Vremenski period izme u prvog porasta pritiska u te nosti i prvog porasta u dvofaznoj mešavini je kra i za oko 0,2 s u odnosu na izmereni period, što ukazuje na nešto ve u vrednost sra unate brzine prostiranja talasa pritiska u dvofaznoj mešavini u odnosu na eksperimentalnu vrednost. Uticaj ove ve e sra unate vrednosti brzine talasa pritiska se pripisuje i ve oj vrednosti prve amplitude talasa pritiska u dvofaznoj mešavini.

S obzirom na složenost me usobno zavisnih mehanizama strujanja te ne i gasne faze, prostiranja talasa pritiska u dvofaznom toku, procesa difuzije i apsorpcije i desorpcije vazduha u vodi i isparavanja i kondenzacije u neravnotežnim uslovima, može se zaklju iti da razvijeni model i numeriki postupak simuzlacije hidrauli kog udara daje pouzdane rezultate, koji su u saglasnosti sa rezultatima fizi kih eksperimenata.



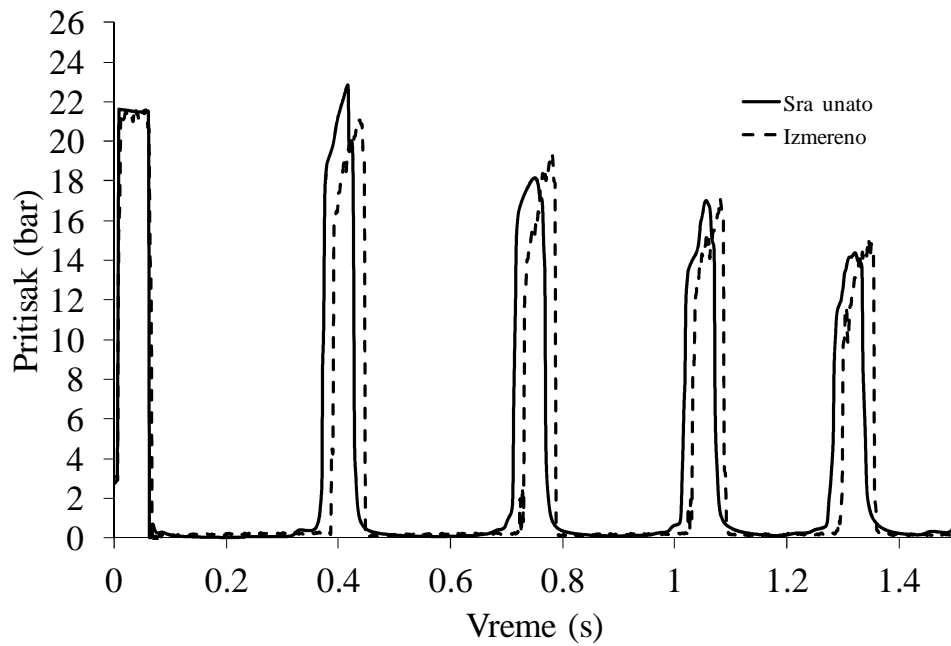


a)

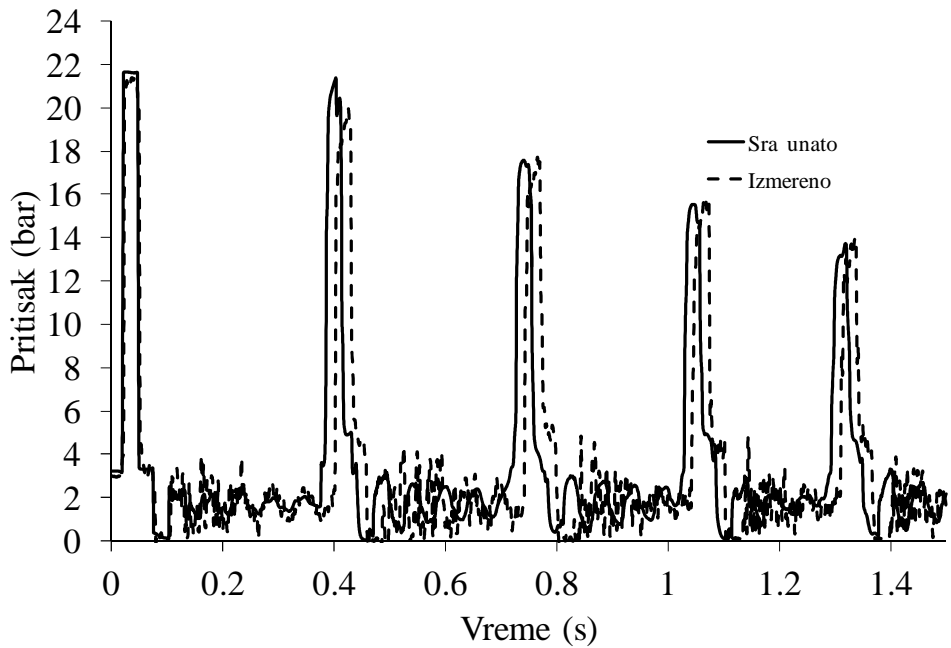


b)

Slika 6.10 Pore enje izmerenih i numeri ki sra unatih vrednosti pritiska pri hidrauli kom udaru sa po etnom brzinom vode od 0,7 m/s: a) ispred brzozatvaraju eg ventila, b) na polovini dužine cevi.



a)

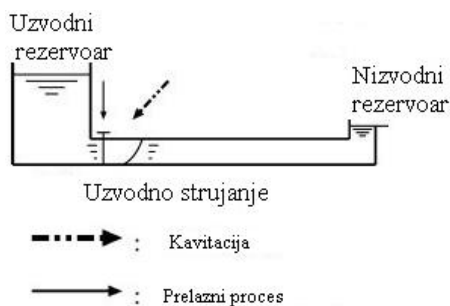


b)

Slika 6.11 Pore enje izmerenih i numeri ki sra unatih vrednosti pritiska pri hidrauli kom udaru sa po etnom brzinom vode od 1,4 m/s: a) ispred brzozatvaraju eg ventila, b) na polovini dužine cevi.

### 6.3 Povratni hidrauli ki udar

Sanada i dr. (1990.god) su izveli eksperimente pri kojima dolazi do nastanka parne kavitacije i hidrauli kog udara. U eksperimentalnoj instalaciji je koriš en horizontalno postavljen akrilni cevovod dužine 200 m i unutrašnjeg pre nika 15,2 mm u kome je kao radni fluid strujala voda, prikazan na slici 6.12. Sprovedeni su eksperimenti hidrauli kih udara sa parnom kavitacijom, koja je prema mestu nastajanja klasifikovana kao uzvodna-parna kavitacija, parnu kavitaciju na sredini cevovoda i nizvodnu parnu kavitaciju. Za potrebe doktorske disertacije bi e objašnjenja uzvodna parna kavitacija.

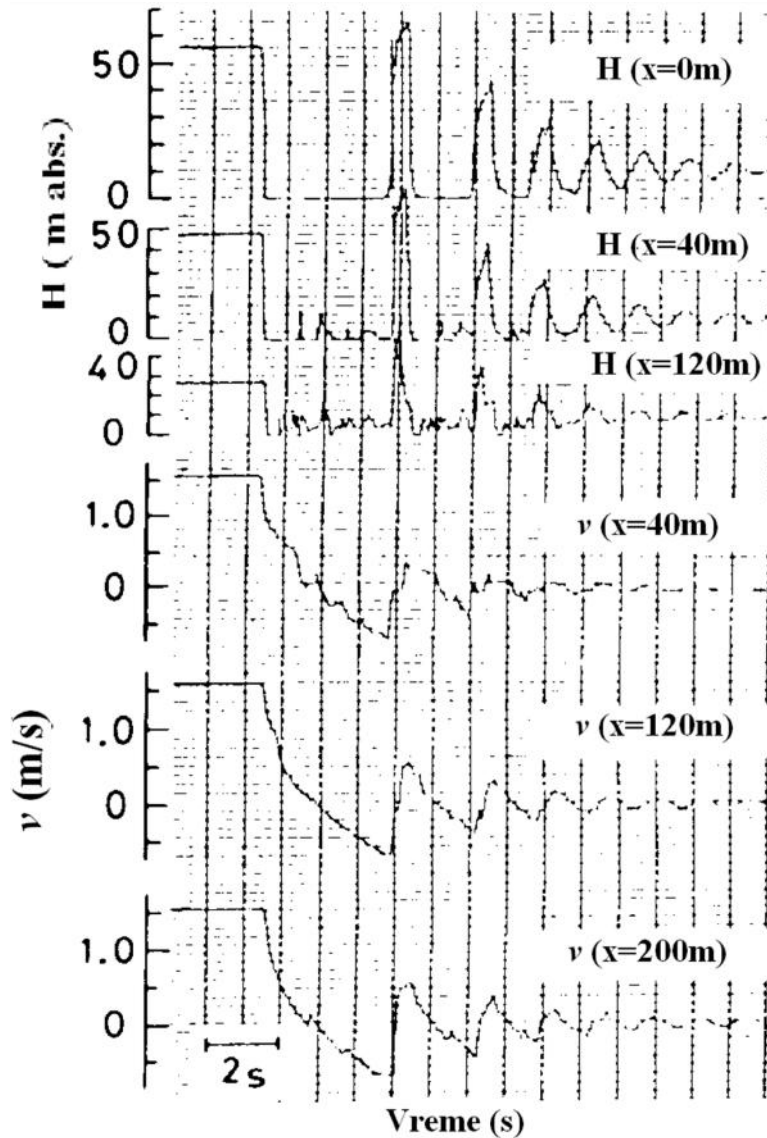


Slika 6.12. Šematski izgled instalacije povratnog hidrauli kog udara

Kada se uzvodno postavljeni ventil brzo zatvori, pritisak iza ventila opada do i ispod vrednosti pritiska saturacije, tj. pritiska na kome dolazi do intezivnog isparavanja. Nakon odre enog vremena, reflektovani talas pritiska e dovesti do kolapsa (implozije) parnih mehurova i ujedno e do i do porasta pritiska na ventilu. Do uspostavljanja minimalnog trajnog pritiska na ventilu, koji je po svojoj vrednosti iznad pritiska saturacije, u ciklusima e se ponovo formirati, a zatim na opisani na in i nestajati mehurovi pare te nosti. Opisana pojava predstavlja povratni hidrauli ki udar, koji nastaje nizvodno, odnosno iza pregrade koja zaustavlja fluidni tok.

Izmerene vrednosti pritiska i brzine fluida tokom povratnog hidrauli kog udara u eksperimentalnoj instalaciji Sanade i dr. (1990) su prikazane na slici slici 6.13.

Apsolutni pritisak na dijagramu slike 6.13 je izražen u metrima po obrascu  $H = \frac{P}{\rho \cdot g}$ .



Slika 6.13 Eksperimentalno dobijene vrednosti pritiska prera unatog u (m) i brzine strujanja vode u zavini od vremena na rastojanjima  $x=0m$ ,  $x=40m$ ,  $x=120m$  i  $x=200m$  u odnosu na uzvodni rezervoar, za slu aj povratnog hidrauli kog udara (Sanadi i dr., 1990)

U tabeli 6.1 su date dimenzije eksperimentalne test sekcije i parametri pri kojima je sproveden eksperiment povratnog hidrauli kog udara (Sanada i dr., 1990).

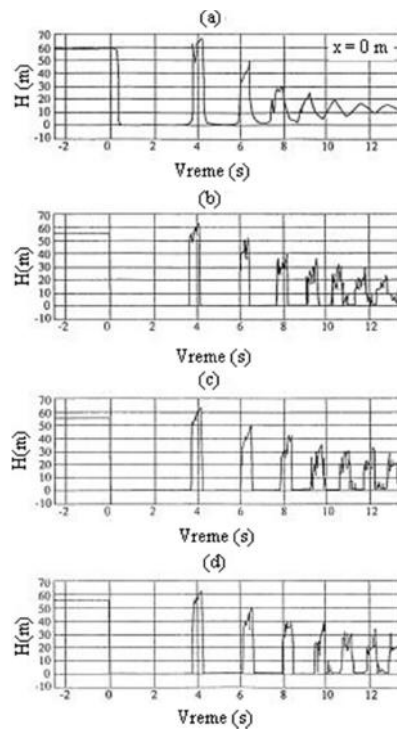
Tabela 6.1. Parametri fluida i eksperimentalne instalacije u eksperimentu povratnog hidrauli kog udara (Sanada i dr., 1990)

| Veli ina                        | Merna jedinica       | Vrednosti |
|---------------------------------|----------------------|-----------|
| Vremenski interval              | (s)                  | 13,5      |
| Pritisak u uzvodnom rezervoaru  | (bar)                | 5,49      |
| Pritisak u nizvodnom rezervoaru | (bar)                | 0,98      |
| Po etna brzina strujanja        | (m/s)                | 1,5       |
| Polupre nik                     | (mm)                 | 7,6       |
| Dužina cevovoda                 | (m)                  | 200       |
| Gustina te nosti ( vode)        | (kg/m <sup>3</sup> ) | 1000      |
| Gustina parnog mehura           | (kg/m <sup>3</sup> ) | 0,8       |
| Brzina zvuka                    | (m/s)                | 820       |
| Pritisak parnog pehura          | (bar)                | 0,023     |

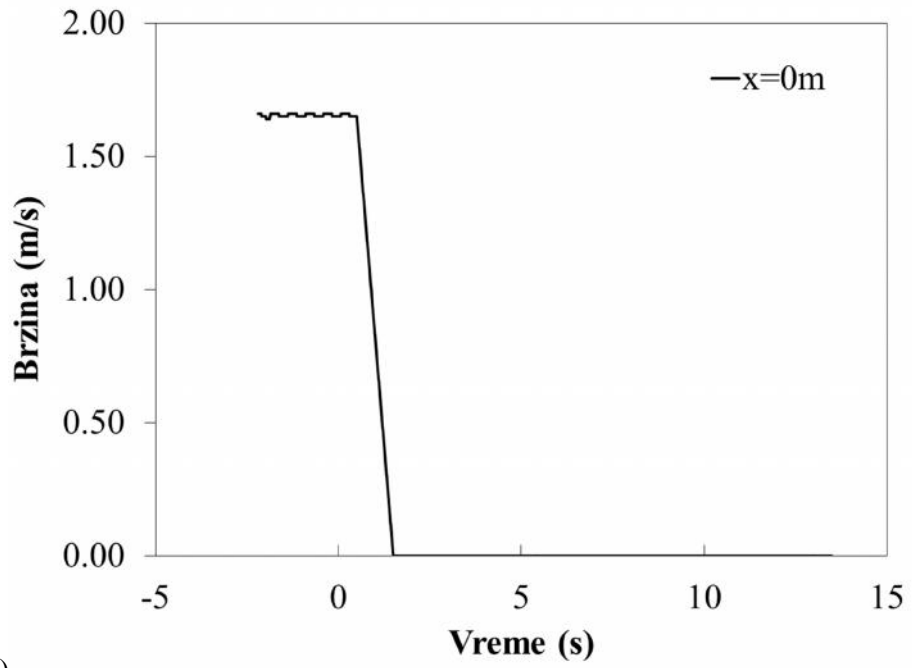
Slika 6.14 pokazuje izmerene vrednosti pritiska zajedno sa rezultatima prora una koje je sproveo Shu (2003). Rezultati dobijeni primenom svih modela (Shu, 2003) pokazuju sli ne karakteristike i vrednosti. Predvi anje prigušenja amplituda talasa pritiska je bolje u slu aju primene modela sa frekventno zavisnim trenjem (Shu, 2003).

Rezultati numeri ke simulacije povratnog hidrauli kog udara dobijeni pristupom razvijenim u okviru ove disertacije su prikazani na slikama 6.15 i 6.16. Pore enje numeri kih rezultata na slikama 6.15 i 6.16 i izmerenih vrednosti na slici 6.13 promene

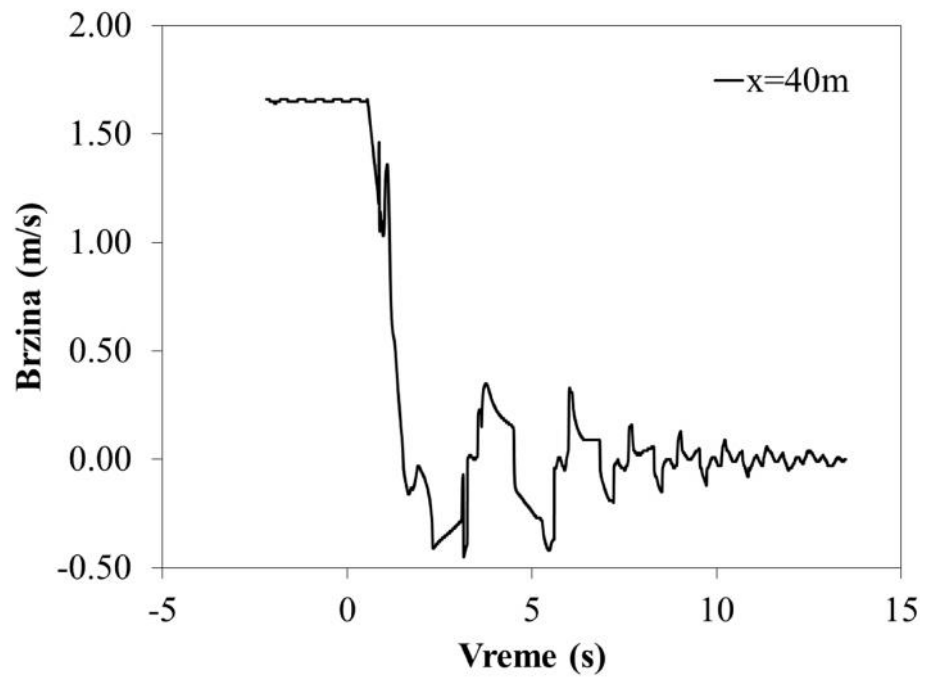
pritiska i brzine na razli itim rastojanjima duž 200 m duga kog cevovoda pokazuje zadovoljavaju e slaganje, kako amplituda talasa pritiska, tako i perioda njihovog oscilovanja. U pore enju sa rezultatima koje je dobio autor Shu (2003) koriš enjem diskretnog parnog kavitacijskog modela (DVCM), homogenog ravnotežnog modela i unapre enog modela sa nestacionarnim trenjem (slika 6.14), modelski pristup razvijen u okviru ove disertacije daje bolje predvi anje prigušenja amplituda talasa pritiska u periodu nakon 6 s.



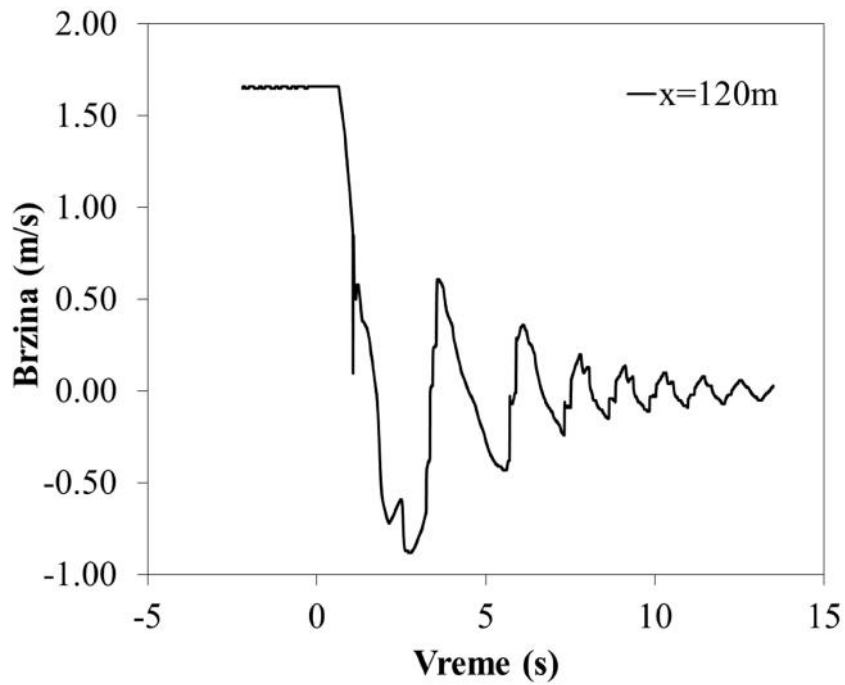
Slika 6.14 Povratni hidrauli ki udar: (a) eksperimentalni rezultati preuzeti iz rada Sanade i dr. (1990); (b) model razdvajanja stuba te nosti; (c) dvofazni homogeni ravnotežni parokavitacijski model; (d) frekventno-zavistan model sa trenjem dobijen na osnovu ekeprimenata koje je sproveo Shu (2003).



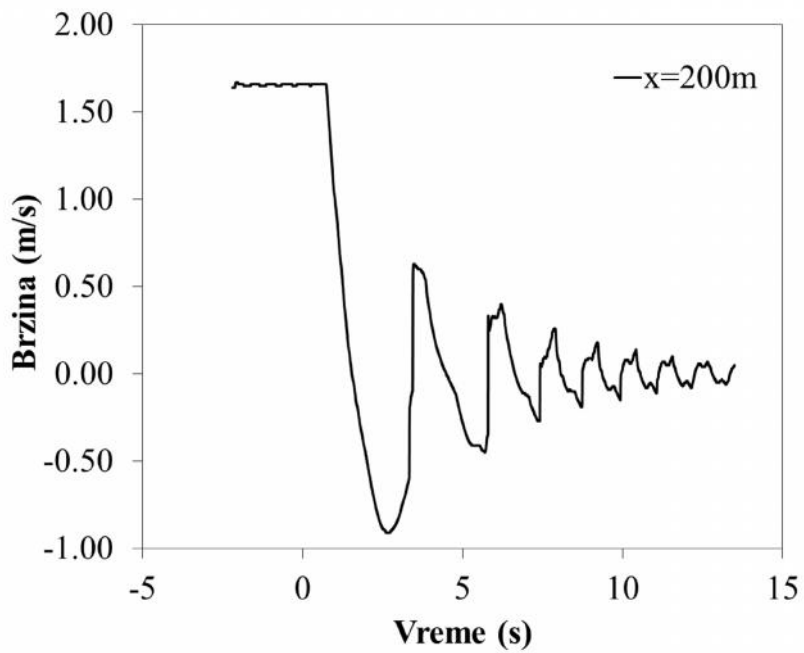
a)



b)



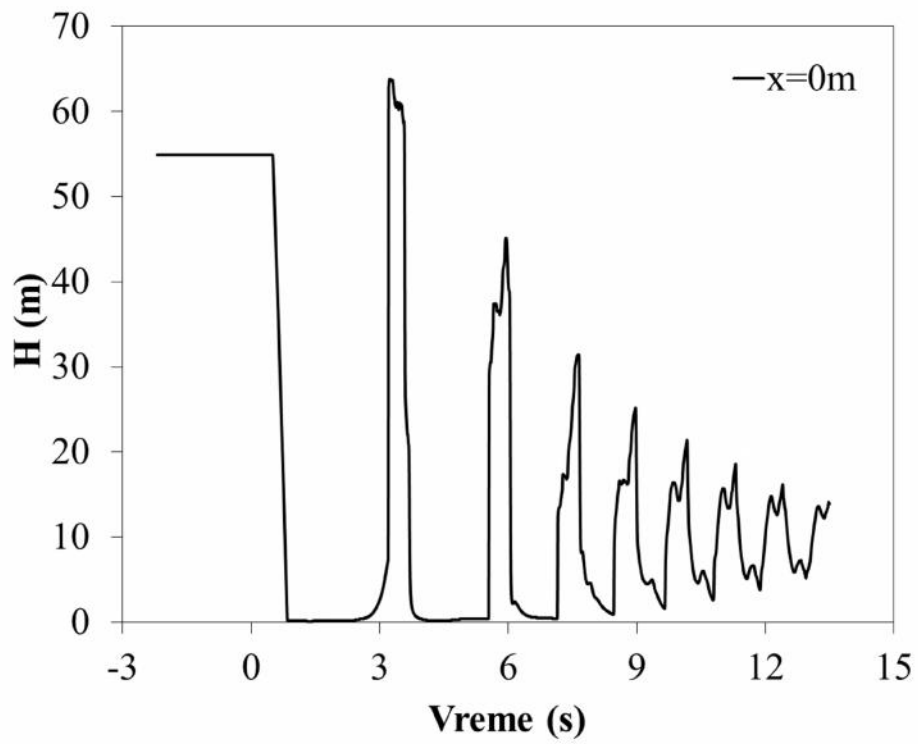
c)



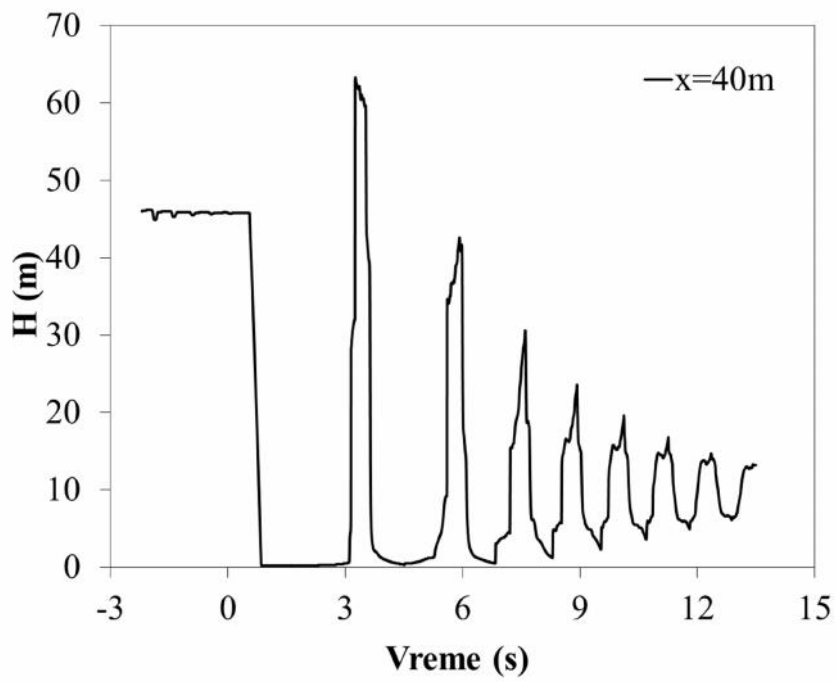
d)

Slika 6.15 Numeri ki dobijene vrednosti promene brzine strujanja te nosti u zavisnosti od vremena pri povratnom hidrauli kom udaru na razli itim rastojanjima od pregradnog ventila: (a) za  $x=0\text{m}$ ; (b) za  $x=40\text{m}$ ; (c) za  $x=120\text{m}$  i (d) za  $x=200\text{m}$ .

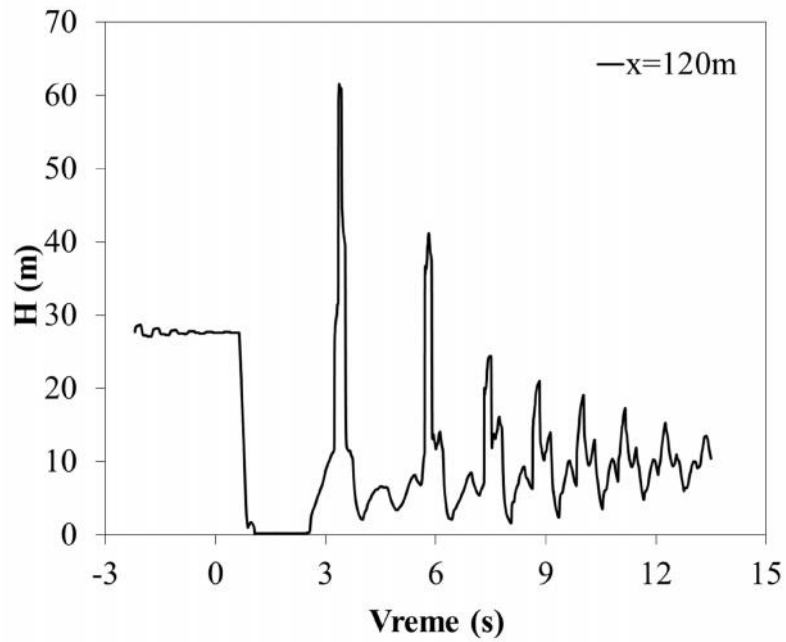




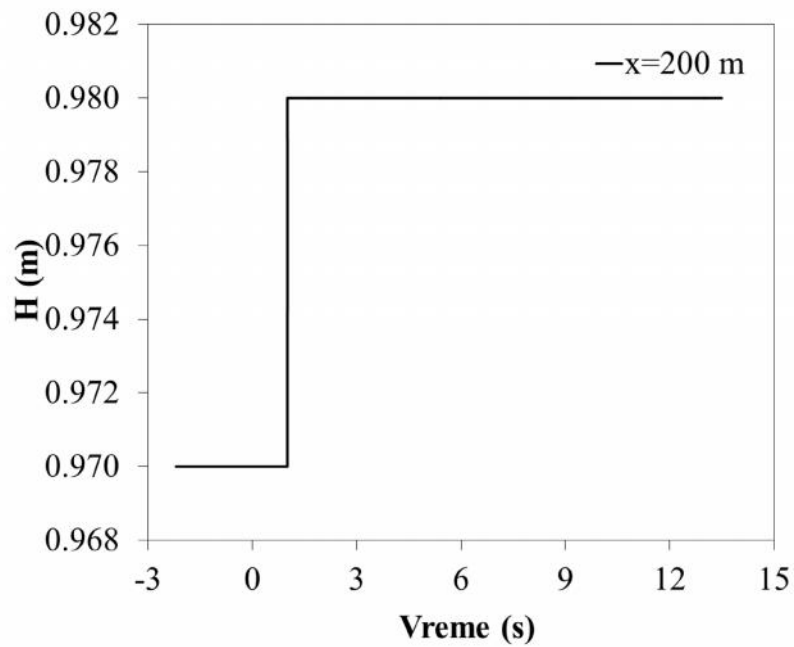
a)



b)



c)



d)

Slika 6.16 Numeri ki dobijene vrednosti promene pritiska u zavisnosti od vremena pri povratnom hidrauli kom udaru na razli itim rastojanjima od pregradnog ventila: (a) za  $x=0m$ ; (b) za  $x=40m$ ; (c) za  $x=120m$  i (d) za  $x=200m$ .

## **7. REZULTATI NUMERI KIH SIMULACIJA POVRATNOG HIDRAULI KOG UDARA U HIDROELEKTRANI SA KAPLANOVOM TURBINOM**

Numerička simulacija povratnog hidrauličkog udara u hidroelektrani sa Kaplanovom turbinom je sprovedena za geometrijske i strujne uslove pri havarijskom zaustavljanju HE „erdap I“. Validacija razvijenog modela, primenjenog u kompjuterskom programu, izvršena je poređenjem numerički dobijenih rezultata sa rezultatima merenja sprovedenim na hidroenergetskom postrojenju HE „erdap I“ 1999. godine pri prelaznom procesu nastalom usled havarijskog zaustavljanja, odnosno zbacivanja agregata sa snage 148,6 MW.

### **7.1 REZULTATI SNIMANJA PRELAZNOG PROCESA PRI HAVARIJSKOM ZAUSTAVLJANJU AGREGATA U SISTEMU HE „ ERDAP I“**

Plovidbeni i hidroenergetski sistem "erdap I" je višenamenski i složen objekat sagrađen na 943. kilometru Dunava od ušća u Crno more. Kao takav, i danas predstavlja najveći hidroenergetski sistem na Dunavu ukupne dužine oko 1300 m. Kako je geografski položaj same hidroelektrane takav da se nalazi na međunarodnoj granici Rumunije i Republike Srbije, ona je isprojektovana, a zatim i izgrađena kao simetrična hidroelektrana tako da obe države ravnopravno dele glavni objekat. Održavanje objekta i njegova upotreba su definisani sporazumom o eksploataciji i izgradnji. Svaka država koristi po jednu elektranu, sa svojom brodomskom prevodnicom i sa 7 prelivnih polja. Zajednička prelivna brana ima ukupno 14 prelivnih polja. Obe elektrane su uzajamno povezane tako da u slučaju potrebe agregati elektrane na rumunskoj strani mogu isporučivati neophodnu električnu energiju u elektroenergetski sistem na srpskoj strani, i obrnuto.

U elektrani je montirano šest vertikalnih hidroagregata snage 190 MW. Agregati se sastoje od Kaplanovih turbina čiji prečnik radnog kola iznosi 9,5 m, a projektovane su za padove od 17,5 do 35,4 m. Kaplanove turbine spadaju u grupu aksijalnih turbina kod kojih je primenjeno obrtno kolo sa aksijalnim proticanjem vode, dok se lopatice prostiru

radijalno. Ove turbine spadaju i u grupu reakcijskih turbina, što znači da se u oblasti radnog kola, u procesu razmene rada menjaju sve tri komponente strujne energije: pritisna, kinetička i položajna. Kod ovakvih turbina pritisna energija je veća na ulazu u kolo nego na izlazu iz kola, zbog čega se i nazivaju pritiscnim turbinama. Ukupni kontrolisani protok iznosi  $5040 \text{ m}^3/\text{s}$  (6·840), a po tipu hidroelektrana spada u grupu pribranskih elektrana. Prva sinhronizacija rada na turbini 1 sprovedena je 05.08.1970. godine. Do tada u svetu nisu građene turbine većeg pritiska (<http://www.djerdap.rs/sr/page/33/HE+%C4%90erdap+1>). Optimalni neto pad, tj. neto pad kome odgovara maksimalni stepen korisnosti turbine iznosi 29,95 m, a broj lopatica radnog kola je  $Z_{RK} = 6$ . Relativni ugao lopatica radnog kola kreće se u rasponu  $-10^\circ \leq \alpha \leq 17,5^\circ$ . Sprovodni aparat, koji se nalazi ispred radnog kola, ima  $Z_{SA} = 32$  lopatice. Uloga lopatica sprovodnog aparata je regulisanje protoka kroz radno kolo. Lopatice sprovodnog aparata se ne mogu okretati, već se samo mogu zakretati.

Proizvođa svih šest turbina elektrane u Republici Srbiji jeste nekadašnji AO LMZ, a danas „  
“ iz Sankt Peterburga. Turbine 1, 2, 3 i 4 su u potpunosti revitalizovane, dok je revitalizacija turbine 5 u toku, a turbina 6 će biti revitalizovana u toku 2019. godine. Na revitalizovanim turbinama postignuta je instalisana snaga od 205 MW dok na turbini 6 snaga iznosi 194 MW. Sve turbine rade sa brzinom obrtanja  $71,5 \text{ min}^{-1}$ . Nakon revitalizacije su postignuti sledeći parametri:

Nivo gornje vode:

|              |           |
|--------------|-----------|
| - maksimalni | 70,00 mm, |
| - normalni   | 69,50 mm, |
| - minimalni  | 63,00 mm. |

Nivo donje vode:

|   |           |
|---|-----------|
| - minimalni, ekstremni                    | 38,50 mm, |
| - nominalni (pri radu jednog od agregata) | 41,00 mm, |
| - maksimalni (pri radu 12 agregata)       | 42,80 mm. |

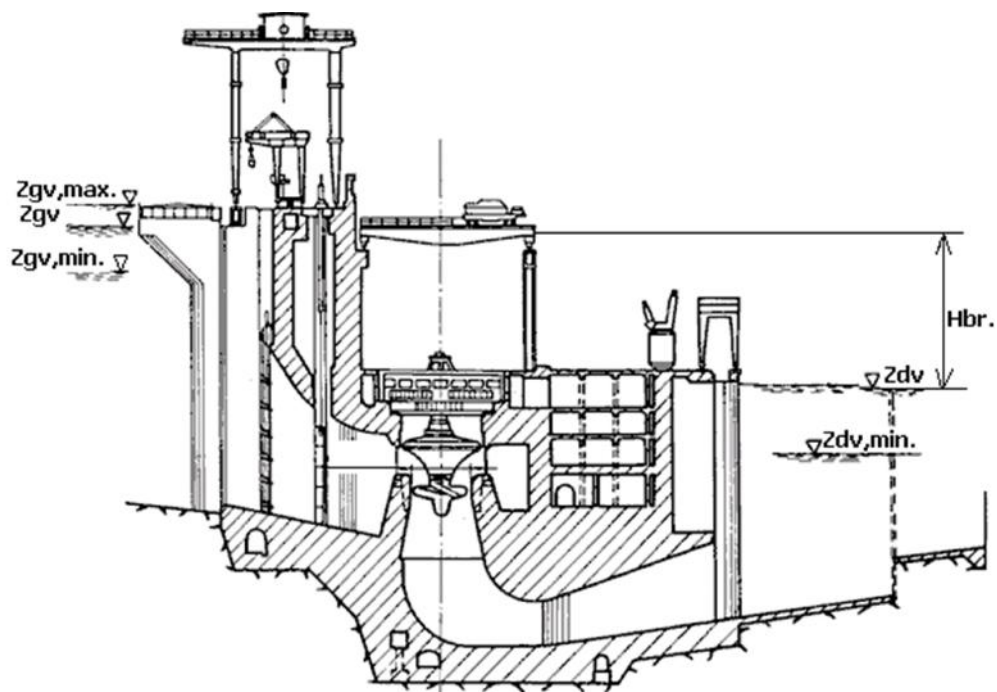
Neto pad:

|                                |          |
|--------------------------------|----------|
| - maksimalni (pri $Q_{\min}$ ) | 31,40 m, |
| - računski po snazi za 205 MW  | 27,00 m, |
| - računski po snazi za 197 MW  | 25,80 m, |

|   |          |
|---|----------|
| - ra unski po protoku za $840 \text{ m}^3/\text{s}$ | 19,00 m, |
| - minimalni   | 8,00 m i |
| - minimalni, izuzetni                               | 15,40 m. |

Protok na revitalizovanim agregatima:

|   |                              |
|---|------------------------------|
| - maksimalni, vremenski ograni eni,                       | $900,0 \text{ m}^3/\text{s}$ |
| - maksimalni, pri snazi turbine 205 MW i neto padu 27,0 m | $818,3 \text{ m}^3/\text{s}$ |
| - maksimalni, pri neto padu 19,0 m                        | $840,0 \text{ m}^3/\text{s}$ |



Slika 7.1 Podužni presek kroz postrojenje HE “erdap I“

Na slici 7.1 prikazan je podužni presek celog postrojenja sa naznakama kota donje i gornje vode kao i bruto pada:

- $Z_{GV,max}$  – kota maksimalnog nivoa gornje vode izražena u [m];
- $Z_{GV}$  – kota normalnog nivoa gornje vode izražena u [m];
- $Z_{GV,min}$  – kota minimalnog nivoa gornje vode izražena u [m];
- $Z_{DV}$  – kota normalnog nivoa donje vode izražena u [m];
- $Z_{DV,min}$  – kota minimalnog nivoa donje vode izražena u [m] i

- $H_{br}$  – bruto pad elektrane, jednak je razlici nivoa gornje i donje vode, tj.  
 $H_{br} = z_{GV} - z_{DV}$ , a izražen je u [m].

Eksperimentalna merenja na HE “erdap I” sprovedena su 1999. godine. Cilj ovih merenja bila su kompleksna ispitivanja agregata 1 HE „erdap I“. (Izveštaj o kompleksnom ispitivanju agregata 1 HE „erdap I“ – 1999) Prilikom merenja su bili merodavni slede i podaci:

Nivo gornje vode:

|                      |            |
|----------------------|------------|
| - maksimalni         | 69,50 mmm  |
| - eventualni, budu i | 70,00 mmm  |
| - minimalni          | 63,00 mmm, |

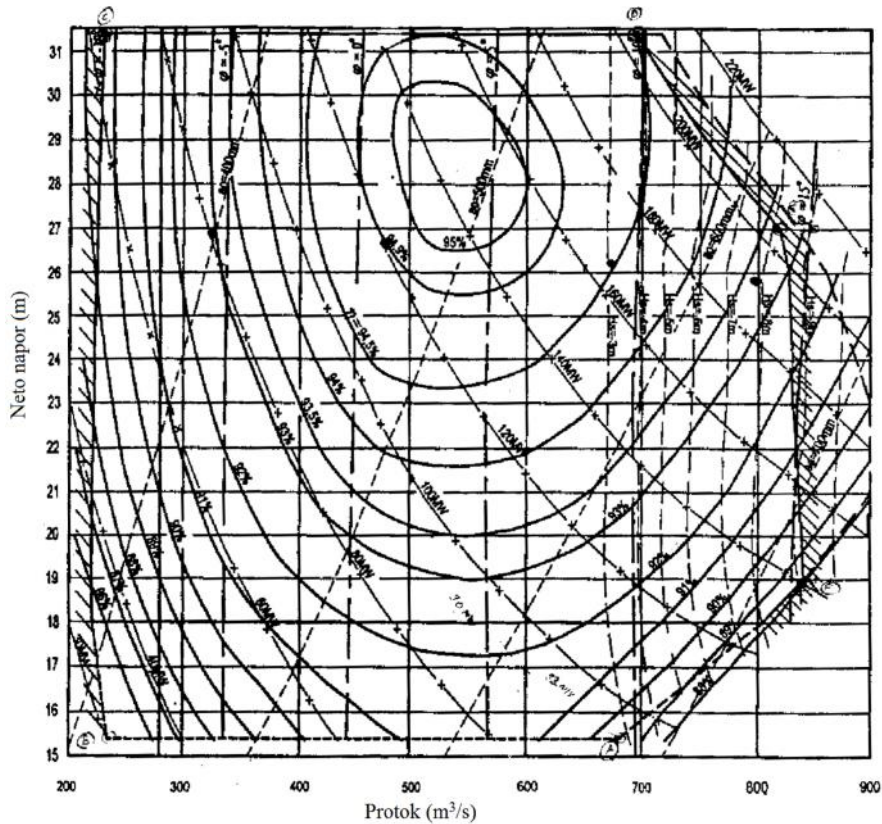
Nivo donje vode:

|  |           |
|--|-----------|
| - minimalni ekstremni                                      | 38,50 mmm |
| - minimalni (pri radu 1 agregata od 840 m <sup>3</sup> /s) | 41,00 mmm |
| - ustaljeni režim (kada svi agregati rade)                 | 42,80 mmm |

Neto pad:

|   |          |
|---|----------|
| - maksimalni  | 30,90 m  |
| - računski, za snagu 197 MW                         | 25,80 m  |
| - računski, za max. protok od 840 m <sup>3</sup> /s | 19,00 m  |
| - minimalni   | 18,00 m  |
| - minimalni, izuzetni                               | 15,40 m. |

Energetske i kavitacione karakteristike predstavljene su na eksploatacionoj karakteristici, na slici 7.2. za revitalizovanu turbinu, a na slici 5.10. u poglavlju 5 za postoje u turbinu koja još uvek radi na agregatu 6.



Slika 7.2. Proto na eksploataciona karakteristika revitalizovane turbine HE „erdap 1“, za koju važi da je:  $D=9,5$  m,  $n=71,43$  min<sup>-1</sup>,  $Z_{ok}=6$ ;  $a_{omax}=785$  mm,  $\alpha = -10^\circ \div 17,5^\circ$  i snaga turbine 205 MW.

U sklopu kompleksnih ispitivanja izvršena su merenja:

- ukupne aksijalne sile na nose i ležaj agregata,
- pritisaka ispred i iza sprovednog aparata i ispod obrtnog kola (tj. merenja pijezometarskih pritisaka u proto nom traktu turbine),
- u estanosti obrtanja,
- aktivne snage generatora,
- protoka turbine po metodi Winter-Kennedy i
- bruto pada turbine.

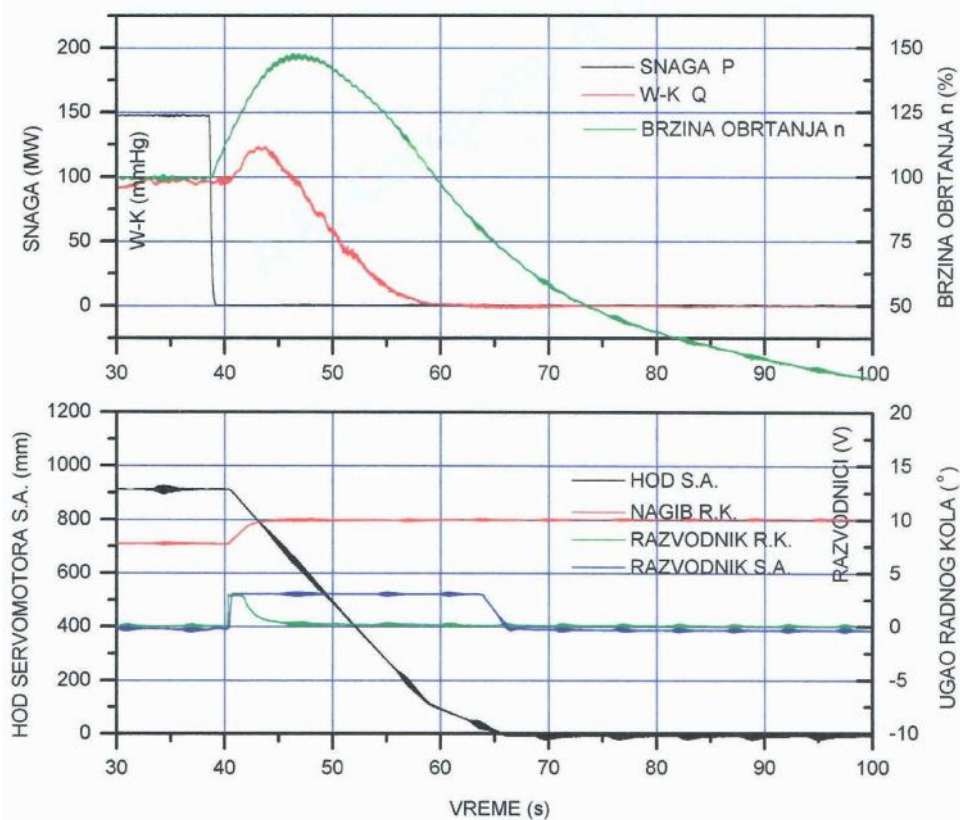
Merenja navedenih veli ina su sprovedena u:

- ustaljenim režimima rada (prazan hod i sl.)

- normalnim prelaznim režimima (pokretanje, zaustavljanje agregata i sl.)
- izabranim vanrednim režimima (zaustavljanje havarijskim razvodnikom sprovednog aparata).

Od svih radnih režima, za potrebe verifikacije matematičkog modela izabran je radni režim havarijskog zaustavljanja agregata sa snage  $P=148,6$  MW. Havarijsko zaustavljanje nastupa u slučaju da regulator turbine ne ponaša zatvaranje sprovednog aparata odmah po ispadu mašine i smatra se da izaziva veća dinamička opterećenja.

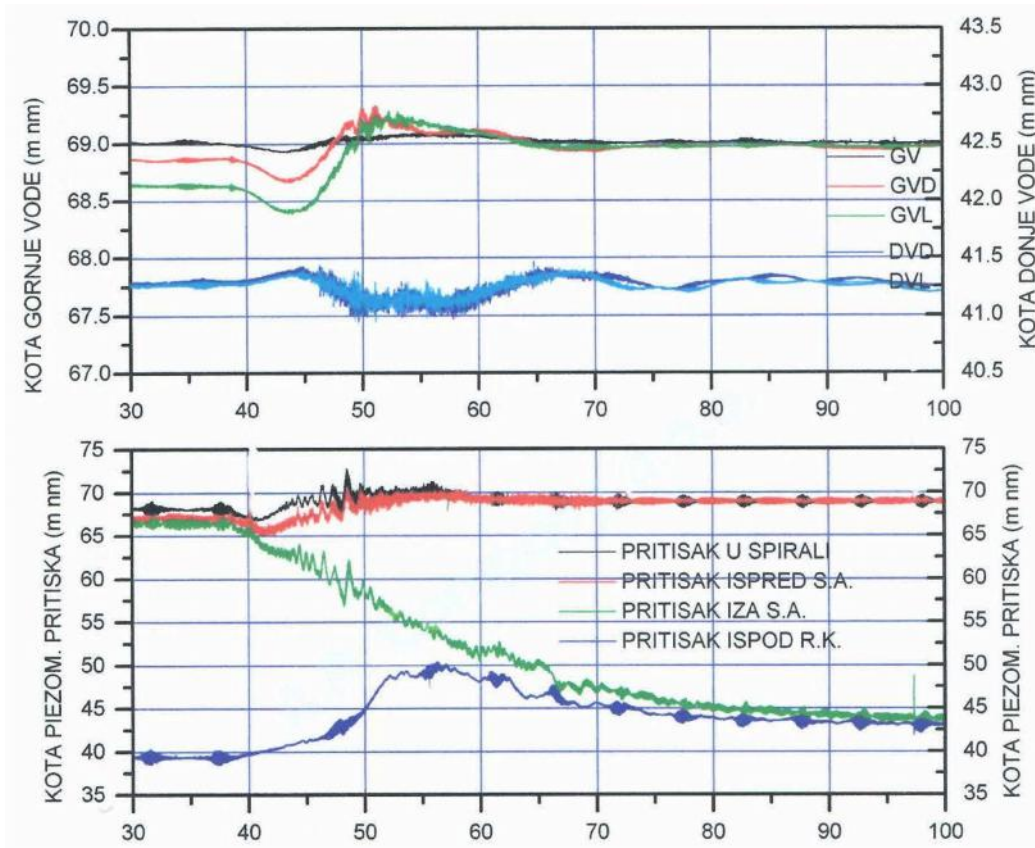
Vrednosti nekih izmerenih veličina (Izveštaj o kompleksnom ispitivanju agregata 1 HE „erdap I“ – 1999) predstavljene su na slikama 7.3 i 7.4.



Slika 7.3. Promena snage agregata, protoka kroz turbinu, brzine obrtanja turbine, hoda servomotora sprovednog aparata, ugla zakretanja lopatica radnog kola turbine sa vremenom pri havarijskom zaustavljanju agregata sa snage 146,8 MW. Merenja sprovedena 1999. godine na HE „erdap I“. (Izveštaj o kompleksnom ispitivanju agregata 1 HE „erdap I“, 1999)



Sa slike 7.3. se vidi da vreme zatvaranja sprovodnog aparata na delu hoda klipa servomotora od  $Y_a=920$  mm do  $Y_a=130$  mm iznosi 17,0 s. Kada se dostigne vrednost  $Y_a=130$  mm po inje prigušeno zatvaranje. Vreme prigušenog zatvaranja na delu hoda od  $Y_a=130$  mm  $Y_a=0$  mm, kada e biti potpuno zatvoren, iznosi 7,9 s. Nadalje je sprovodni aparat potpuno zatvoren.

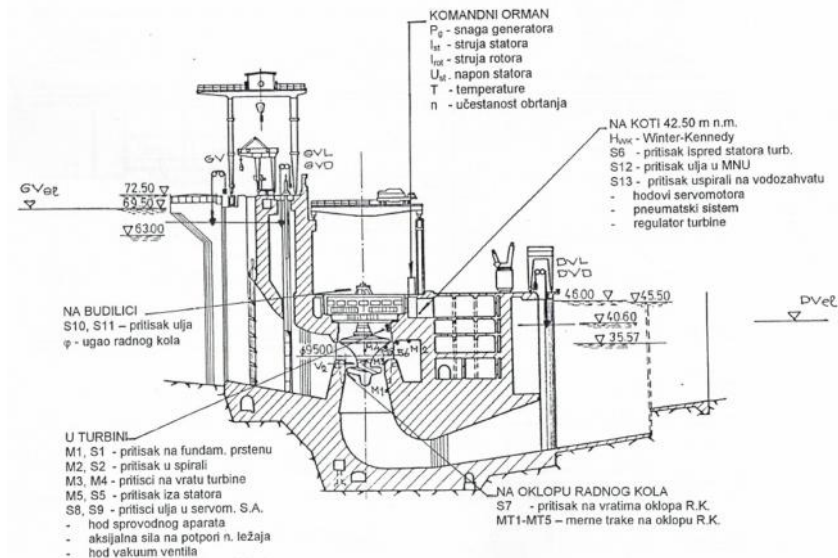


Slika 7.4. Zavisnost pritiska: u spirali, ispred i iza sprovodnog aparata i ispod radnog kola turbine 1, kao i kota gornje i donje vode u zavisnosti od vremena, merenih 1999. godine na HE „erdap I“. (Izveštaj o kompleksnom ispitivanju agregata 1 HE „erdap I“, 1999)

Pritisci u spirali, ispred i iza sprovodnog aparata kao i ispod radnog kola su mereni uz pomoć sonde opsega 0-5 bar i izlaznog signala 0-20 mA. Šematski prikaz mernih mesta dat je na slici 7.5, i to

- sonde (strujnog davača) S2 za merenje pritiska u spirali kao i sonda S13 koja je dodata pri kraju merenja

- sonda S6 ispred a sonda S5 iza lopatica sprovednog aparata i
- sonda S7 kojom je meren pritisak na oklopu radnog kola.



Slika 7.5. Šematski prikaz mernih mesta duž hidroenergetskog postrojenja pri eksperimentalnim merenjima 1999 godine na HE“ erdap I“. ( Izveštaj o kompleksnom ispitivanju agregata 1 HE „ erdap I“, 1999)

Za merenje protoka po metodi Winter – Kennedy vršeno je merenje pet pijezometarskih pritisaka pomo u živinog diferencijalnog manometra. U preseku pod uglom od 55° u odnosu na x osu agregata, izvedeno je pet pijezometara za merenje pritiska.

Protok izmeren po metodi Winter-Kennedy, koji je izražen u mmHg, je potrebno prera unati u m<sup>3</sup>/s. Prera unavanje je izvršeno na osnovu korekcione formule

$$Q = k \cdot \sqrt{\Delta h_{H_2O}} \cdot \quad (7.1)$$

Koeficijent za izra unavanje protoka je odre en iterativno. U prvoj iteraciji uzeta je vrednost prera unata na osnovu modelskih ispitivanja, a zatim je utvr ena ta nija vrednost koriste i izmerene energetske performanse turbine. Vrednost koeficijenta *k* nakon prera unavanja iznosi 544 (m<sup>3</sup>/s)<sup>2</sup>/mVS. Vrednost izmerene razlike pritisaka u mmHg stuba prera unata je na vrednost protoka po mVS koriste i poznate podatke da je

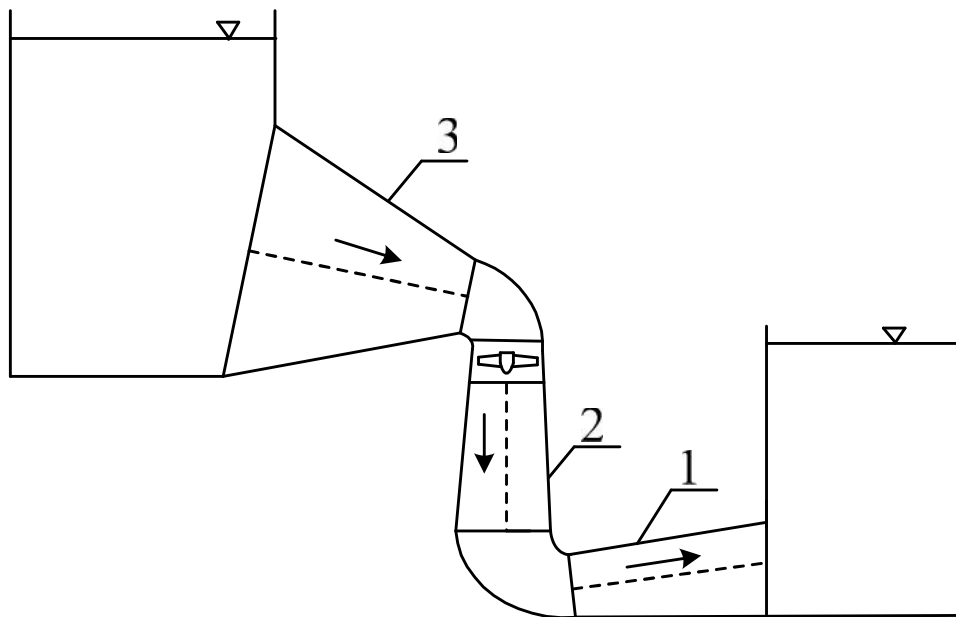
gustina Hg stuba  $13600 \text{ kg/m}^3$  a vode  $1000 \text{ kg/m}^3$  uz jedna inu jednakosti pritiska:

$$\rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_{Hg} = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot \Delta h_{H_2O} \Rightarrow \Delta h_{H_2O} = \frac{\rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_{Hg}}{\rho_{H_2O} \cdot g} = 13,6 \cdot \Delta h_{Hg}.$$

Tako e su prera unate i vrednosti pritiska koji su merene sondama i to na slede im mernim mestima:

- ispod radnog kola,
- ispred i iza sprovodnog aparata
- u spirali.

Za potrebe verifikacije numerikog modela korišćene su promene protoka sa vremenom sa slike 7.3 i zavisnost izmerenog pritiska ispred sprovodnog aparata i ispod radnog kola od vremena, sa slike 7.4, u prelaznom režimu havarijskog zaustavljanja agregata sa snage  $P=148,6 \text{ MW}$ .



Slika 7.6. Šematski prikaz modela hidropostrojenja korišćen pri numerikoj simulaciji povratnog hidrauličkog udara u hidroelektrani

Šematski prikaz modela hidropostrojenja korišćen pri numerikoj simulaciji povratnog hidrauličkog udara u hidroelektrani prikazan je na slici 7.6. Sastoji se od gornjeg i donjeg rezervoara spojenih sa tri deonice, promenljivog poprečnog preseka. Za

referentnu kotu gornje vode je uzeta kota maksimalnog nivoa gornje vode (69,5 mm), a za referentnu kotu donje vode je uzeta kota maskimalnog nivoa donje vode (45,5 mm). Na Slici 7.6 su nazna ene tri deonice, obeležene opadaju im nizom brojeva u smeru strujanja, i to:

- Deonica 3 – koja se završava na ulazu u sprovodni aparat
- Deonica 2 – definisana difuzorom smeštenim ispod radnog kola i
- Deonica 1 – definisana sifonom od njegove ulazne do izlazne površi, tj. preseka iza koga voda odlazi u donju vodu.

Podaci o ulaznim i izlaznim pre nicima deonica kao i dužinama deonica dati su u tabeli 7.1.

Tabela 7.1. Podaci o ulaznim i izlaznim ekvivalentnim pre nicima deonica i njihovim dužinama

| Broj deonice | Ulazni ekvivalentni pre nik (m) | Izlazni ekvivalentni pre nik (m) | Dužina (m) |
|--------------|---------------------------------|----------------------------------|------------|
| 1            | 14,00                           | 19,40                            | 27,0       |
| 2            | 9,40                            | 13,00                            | 20,2       |
| 3            | 33,72                           | 7,40                             | 29,65      |

Ekvivalentni pre nik je pre nik koji se koristi za odre ivanje geometrije strujanja kroz jednodimenzijski kanal i iznosi:

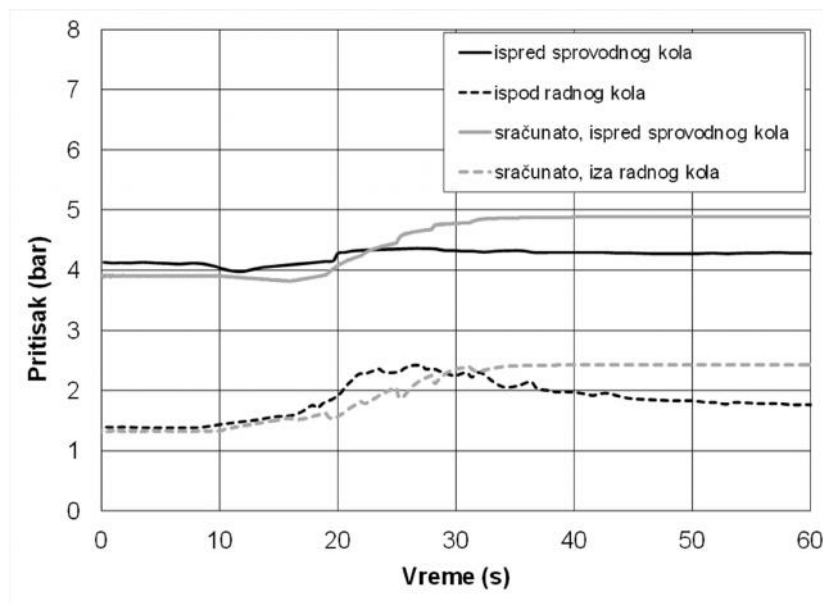
$$D_{eq} = \sqrt{\frac{4 \cdot a \cdot b}{f}} \quad (7.2)$$

Jedna ina (6.3) je dobijena na osnovu jednakosti stvarne površine popre nog preseka i površine kruga iji je pre nik ekvivalentni, tj.:

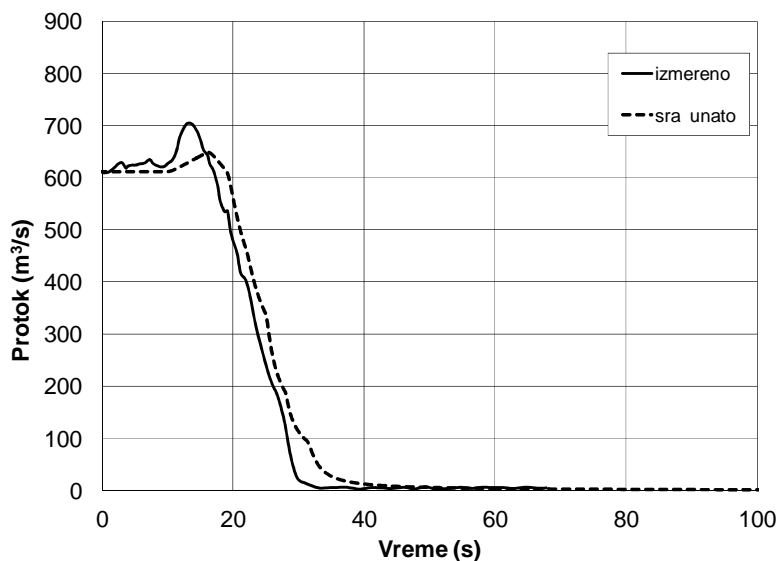
$$A_{PR.POV.} = \frac{d^2 f}{4}, a \cdot b = \frac{D_{eq}^2 \cdot f}{4} \quad (7.3)$$

$a \cdot b$  predstavlja površinu popre nog preseka koja je u konkretnom slu aju difuzora pravougaona.

Na slici 7.7 dato je pore enje izmerenih i sra unatih promena pritisaka ispred sprovodnog kola i iza radnog kola a na slici 7.8 predstavljene su sra unate i izmerene vrednosti protoka pri havarijskom zaustavljanju agregata sa snage P=148,6 MW.



Slika 7.7 Pore enje izmerenih i sra unatih promena pritisaka ispred sprovodnog kola i iza radnog kola pri havarijskom zaustavljanju agregata sa snage  $P=148,6$  MW



Slika 7.8 Pore enje izmerenih i sra unatih promena protoka pri havarijskom zaustavljanju agregata sa snage  $P=148,6$  MW

Radno kolo i sprovodni aparat po inju da zatvaraju kada u estanost obrtanja dostigne 115% po etne vrednosti, odnosno  $n=1,15 \cdot n_0=1,15 \cdot 71,5=82,25 \text{ min}^{-1}$ , ime se objašnjava pove anje protoka izme u 40s i 45s.

Na osnovu slika 7.7. i 7.8 se zaključuje da rezultati dobijeni korišćenjem formiranog numeričkog programa u visokom stepenu daju poklapanja sa eksperimentalno dobijenim rezultatima te se može konstatovati da je model uspešno verifikovan. Verifikovan model se može koristiti za proračune nenormalnih prelaznih režima (kvarovi, ispad pri delimično blokiranom sprovodnom aparatu, ukočenom radnom kolu), ili havarijskih prelaznih režima (ispad iz punog pobege, zaustavljanje predturbinskim zatvaračem sa kašnjenjem, ispad pri zemljotresu, itd...).

## 8. ZAKLJUČAK

U doktorskoj disertaciji je razvijen novi pristup modeliranju povratnog hidrauličkog udara sa gasnom i parnom kavitacijom, kod hidroelektrana sa Kaplanovim i cevnim turbinama, koji se zasniva na homogenom modelu dvofaznog toka za dvofaznu mešavinu gasne i te ne faze i mehanisti kom modelu prenosa mase nekondenzujućeg gasa i pare na nerazdelnoj površini gasne faze i tečnosti. Jednina kojima se opisuju zakon održanja mase i zakon promene količine kretanja u homogenom modelu rešene su primenom metoda karakteristika. Razvijeni modelski pristup je uspešno verifikovan upoređivanjem sa eksperimentalnim rezultatima dostupnim u literaturi.

Opisani model se razlikuje od standardnih modela, kao što su model diskretnog parnog kaviteta (DVCN), model diskretnog gasnog kaviteta (DGCM) i uopšteni model parnog kaviteta na razdelnoj površini (GIVCM). Navedeni standardni modeli se sastoje od jednina održanja za jednofazno strujanje i dopunskih jednina za dvofazna strujanja, dok se sadašnji model zasniva na jedinstvenom sistemu bilansnih jednina mase i količine kretanja, koji se koristi i za jednofazne i dvofazne uslove strujanja. Standardni modeli se, takođe, zasnivaju na pretpostavci da se kaviteti gasne faze mogu nalaziti samo u razdvojenim talasovima i da se talas pritiska prostire kroz tečnost između susednih talasova, tako da je brzina prostiranja talasa pritiska određena brzinom zvuka u tečnosti. U disertaciji razvijeni model uzima u obzir da dvofazna mešavina može kontinuirano postojati duž cele dužine cevi, tako da je brzina prostiranja talasa pritiska određena brzinom zvuka u dvofaznoj mešavini. Novi model sa druge strane, nema ograničenja u pogledu minimalnog mogućeg pritiska tokom prelaznog procesa, što znači da je minimalni pritisak određen dinamikom širenja talasa pritiska i intenzitetom nastajanja ekspanzionih talasa. U slučaju standardnog modela, pretpostavljeni minimalni mogući pritisak jeste pritisak na kome dolazi do isparavanja tečnosti, tj. pritisak saturacije.

Prelaz mase nekondenzujućeg gasa usled desorpcije i apsorpcije i pare usled isparavanja i kondenzacije na razdelnoj površini tečnosti i gasne faze, modeliran je neravnotežnim pristupom i uzimajućim u obzir koncentraciju razdelne površine. Tako je razvijen analitički model za predviđanje brzine desorpcije mase vazduha rastvorenog u vodi po jedinici zapremine dvofazne mešavine, u uslovima kada je lokalni pritisak fluida niži od

pritisak zasi enja vazduha u vodi, odnosno za predvi anje brzine apsorpcije vazduha u vodi po jedinici zapremine dvofazne mešavine, u uslovima kada je lokalni pritisak fluida viši od pritiska zasi enja vazduha u vodi. Brzina izdvajanja i apsorpcije vazduha po jedinici zapremine se odre uje kao proizvod koncentracije razdelne površine izme u te ne i gasne faze i masenog fluksa prelaza mase, pri emu je maseni fluks proporcionalan razlici stvarnog masenog udela vazduha u vodi i ravnotežnog masenog udela koji je odre en lokalnim pritiskom.

Tako e, razvijen je analiti ki model za predvi anje brzine isparavanja vode po jedinici zapremine dvofazne mešavine, u uslovima kada je lokalni pritisak fluida niži od lokalnog pritiska zasi enja faznog prelaza odre enog temperaturom vode, odnosno za predvi anje brzine kondenzacije pare po jedinici zapremine dvofazne mešavine, u uslovima kada je lokalni pritisak fluida viši od pritiska zasi enja faznog prelaza odre enog temperaturom vode. Brzina isparavanja i kondenzacije po jedinici zapremine se odre uje kao proizvod koncentracije razdelne površine izme u te ne i gasne faze i masenog fluksa faznog prelaza, pri emu je maseni fluks proporcionalan razlici temperature vode i temperature saturacije odre ene lokalnim pritiskom.

Doprinos disertacije je i u razvoju algoritma i kompjuterskog programa za simulacije i analize složenih uslova nestacionarnog strujanja homogene kompresibilne dvofazne mešavine sa razmenom mase izme u te ne i gasne faze usled desorpcije i apsorpcije nekondenzuju eg gasa, kao i usled adijabatskog isparavanja i kondenzacije. Razvijeni algoritam obuhvata složene me uzavisnosti nestacionarnog kompresibilnog strujanja jednofaznog i dvofaznog fluida sa prostiranjem kompresionih i ekspanzionih talasa pritiska i procesa razmene mase na razdelnim površinama faza u neravnotežnim uslovima.

Sprovedene numeričke simulacije pokazuju da pritisak u toku povratnog hidrauli kog udara sa kavitacijom zavisi od inicijalne koncentracije rastvorenog vazduha u vodi. Numerički rezultati zavise od broja vorova u mreži cevi kao i pouzdanosti procene brzine zvuka u dvofaznoj mešavini. Navedeni numerički postupak svakako pove ava pouzdanost predvi anja hidrauli kog udara sa kavitacijom i dvofaznim strujanjem. U odnosu na matemati ki model zasnovan na krutom hidrauli kom udaru i prora unu minimalnog pritiska u prostoru iznad radnog kola preko aksijalne hidrauli ke sile



(Ivljanin, 2009) ovaj model daje preciznije numeričke rezultate. Moguće je pouzdano predvideti amplitude i periode prostiranja talasa pritiska i protoke tečnosti i gasne faze. Promene strujnih parametara moguće je posmatrati u nekom delu postrojenja ali i u postrojenju u celosti. Stoga se ovi rezultati koriste u sprovođenju analiza pouzdanosti i sigurnosti rada kompletnog hidroenergetskih postrojenja. Razvijeni model je primenjen na izabrano hidroenergetsko postrojenje HE „erdap I“ čiji su eksperimentalni podaci preuzeti sa merenja 1999 godine obavljenih na agregatu A1 pomenute hidroelektrane zarad verifikacije novoformiranog modela.

Dalji istraživački rad na izučavanju normalnih, nenormalnih i havarijskih prelaznih režima niskopritisnih hidroelektrana sa dvojnomo regulacijom (Kaplanove i cevne turbine) mogao bi se usmeriti na izučavanje dinamičkih karakteristika turbina i njihove razlike u odnosu na stacionarne, na kombinaciju modela krutog hidrauličkog udara u dovodnom sistemu i dvofaznog strujanja u odvodnom sistemu i egzaktno utvrđivanje koncentracije vazduha u vodi i uticaj na rezultate numeričkog proračuna. Pojave povratnog hidrauličkog udara moguće su i kod srednjepritisnih hidroelektrana sa Francisovim turbinama ukoliko je odvodni sistem dugačak, pa se dalji pravci istraživanja mogu proširiti i na ove slučajeve.

## 9. LITERATURA

1. Adamkowski, A., Lewandowski, M., Investigation of hydraulic transients in a pipeline with column separation, *Journal of Hydraulic Engineering*, 11 (2012) 935-944.
2. Bauer, E. G., Houdayer, G. R., Sureau, H. M., A non-equilibrium axial flow model in application to loss-of-accident analysis. The Cystere system code. OECD/NEA Specialists Meeting on Transient Two-phase flow, Atomic Energy of Canada, Toronto, Canada, 1976.
3. Bergant, A., Transient cavitating flow in pipelines, PhD Thesis, (1992) University of Ljubljana, Ljubljana, Slovenia
4. Bergant, A., Simpson, A.R., Pipeline column separation flow regimes, *Journal of Hydraulic Engineering*, 125 (1999) 835-848.
5. Bergant, A., Transient Cavitating Flow In Piping Systems, *Acta hydrotechnica* 18/29 (2000) 5-21.
6. Bergant, A., Simpson, A.R., Tijsseling, A.S., Water hammer with column separation: A historical review, *Journal of Fluids and Structures*, 22 (2006) 135–171.
7. Bergman, T.L., Lavine, A.S., Incropera, F.P., DeWitt, D.P., *Fundamentals of heat and mass transfer*, 7<sup>th</sup> Ed., John Wiley&Sons, (2011) 522-523.
8. Blinkov, V. N., Frolov, S. D., Modeling of flashing flow in nozzles, *Engineering and Physical Journal*, 42 (1982) 741–746.
9. Bremond, N., Arora, M., Ohl, C.-D., Lohse, D., Controlled multibubble surface cavitation, *Physical Review Letter*, 96 (2006) 224501.
10. Brennen, C.E., *Cavitation and bubble dynamics*, Oxford, Great Britain, Oxford University Press, 1995.
11. Brennen, C.E., *Fundamentals of multiphase flow*, Cambridge, Great Britain, Cambridge University Press, 2005.
12. C.A.M, Gray, Analysis of Waterhammer by Characteristics, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 119 (1954) 1176-1189.
13. Carnahan, B., Luther, H.A., Wilkes, J.O., *Applied numerical methods*, Wiley, 1969, New York

14. Chaiko, M.A. A finite-volume approach for simulation of liquid-column separation in pipelines, Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering, 128 (2006) 1324-1335.
15. Chapman, A. J., Heat transfer, 4<sup>th</sup> edition, Macmillan, 1984, New York
16. Demidovitch, B., Maron, I., Elements de Calcul Numerique, Editions Mir, 1987, Moscow.
17. Dobanda, E., On dynamic analyse of hydraulic systems, 6<sup>th</sup> International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Timisoara, 49 (2004) 469-480.
18. onin, K. et al., Program of the Complex Field Tests of HPP Iron Gate I – Unit No. 1”, Institute “J. Cerni” and Faculty of Mechanical Engineering, 1990, Belgrade.
19. Eckert, E. R. G., Drake, R.M., Analysis of heat nad mass transfer, McGraw-Hill, 1972, New York
20. Fox, J.A., Hydraulic Analysis of Unsteady Flow in Pipe Networks, Macmillan Press Ltd., First Ed., London, 1977.
21. Gaji A., i dr., Analiza normalnih i havarijskih prelaznih režima Kaplanovih turbina na HE erdap I, Mašinski fakultet Beograd, Vol.1 - Vol.8, 1990/1991.
22. Gaji A., 1993, Kaplan Turbine Incidents Due to Reverse Waterhammer and Mathematical Model Confirmed By The Field Tests, Proc. Of International Symposium On Aerospace and Fluid Science, Sendai, Japan, pp. 741-764.
23. Gajic A., Krsmanovic Lj., Makivic Z., Kapor R., Predic Z. Complex Field Tests of HPP Iron Gate I – Unit No. 1, Vol. 3. – Energy Characteristics, in Serbian, Institute “J. Cerni” (Rep. 01-910), Faculty of Mechanical Engineering (Rep. 06.10-01/99) and A.P. Co. (Rep. HEDJ1/Rev.), Belgrade, 1999.
24. Ghiaasiaan, S.M., Two-phase flow, boiling, and condensation, Cambridge, Great Britain, Cambridge University Press, 2008.
25. Grolmes, M.A., Fauske, H.K., Comparison of the propagation of compression and rarefaction pressure pulses in two-phase, one-component bubble flow, Transactions of the American Nuclear Society, 11 (1968) 683.
26. Hammitt, F.G., Cavitation and multiphase flow phenomena, New York, USA, McGraw-Hill Inc., 1980.

27. Hsu, Y.Y., Graham, R.W., Transport Processes in Boiling and Two-Phase Systems, American Nuclear Society, La Grange Park, 1986.
28. Incropera, F., De Witt, D., Fundamentals of heat and mass transfer, Third edition, Wiley, New York, 1990.
29. Ivljanin, B., Istraživanje uticaja karakteristika Kaplanovih turbina na normalne prelazne režime hidroelektrana, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Beograd, 2009.
30. Ivljanin, B., Stevanovic, V., Gajic, A.: Water hammer with non-equilibrium gas release, International Journal of Pressure Vessels and Piping, doi:[10.1016/j.ijpvp.2018.07.009](https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2018.07.009), 2018.
31. Li, J., Chen, H., Zhou, W., Wu, B., Stoyanov, S.D., and Pelan E.G., Growth of Bubbles on a Solid Surface in Response to a Pressure Reduction, American Chemical Society, 30 (2014) 4223–4228.
32. Karadžić, U., Analiza fenomena prelaznih procesa u hidrauli kim sistemima, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Podgorica, 2004.
33. Karadžić, U., Bergant, A., Vušanović, I., Validacija konvolucijskog modela nestacionarnog trenja za prelazne procese u hidrauli kim cevnim sistemima, HIPNEF 2006 sa meunarodnim učešćem, 2006, Vrnjaka Banja, 285-300.
34. Kerčan, V., i dr., HE "erdap I" – Ispitivanje energetske, hidrauličke i momentne karakteristike, Izveštaj 1-5, Turboinštitut, 1983, Ljubljana, Slovenija.
35. Kessal, M., Bennacer, R., A new gas release model for a homogeneous liquid–gas mixture flow in pipelines, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2005, 82 (2014) 713–721.
36. Kolev, N.I., Multiphase flow dynamics 3, turbulence, gas absorption and release, diesel Fuel properties, Springer, 2007.
37. Kolev, N.I., Multiphase flow dynamics 1, Springer, 2007.
38. Kroeger, P. G., Application of a non-equilibrium drift flux model to two-phase blowdown experiments. OECD/NEA Specialists Meeting on Transient Two-phase flow, Atomic Energy of Canada, Toronto, Canada, 1976.

39. Li, J., Chen, H., Zhou, W., Wu, B., Stoyanov, S.D., Pelan, E.G., Growth of bubbles on a solid surface in response to a pressure reduction, *Langmuir*, 30 (2014) 4223–4228.
40. Liu, Khoo, Wang (2005), The Ghost Fluid Method for compressible gas-water simulation, *J. Comput. Phys.* 204, (2005) 193-221.
41. Malekpour, A., Karney, B., Column separation and rejoinder during rapid pipeline filling induced by a partial flow blockage, *Journal of Hydraulic Research*, 52 (2014) 693–704.
42. Malekpour, A., Karney, W.B., Nault, J., Physical Understanding of Sudden Pressurization of Pipe Systems with Entrapped Air: Energy Auditing Approach, *Journal of Hydraulic Engineering*, 142,(2) (2016).
43. Martin, C. S., Entrapped air in pipelines., *Proc., 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Pressure Surges*, BHRA Fluid Engineering, 1976, Cranfield, U.K.
44. Matsumoto, Y., Shirakura, M., Formation and collapse of cavitation bubbles, 10<sup>th</sup> IAHR Symposium, Tokio, 1 (1980) 79-90.
45. Milivojevic, S., Numeri ka simulacija prostiranja temepraturskih talasa pri strujanju nosioca toplote u složenim cevnim mrežama, *Doktorska disertacija*, Mašinski fakultet, Beograd, 2013.
46. Miwa, T., Sano, M., Yamamoto, K., Experimental studies on water hammer phenomenon including vapour column separation, *Water Supply*, 8 (1990) 430–438.
47. Nakoryakov, V.E., Grigoryeva, N.I., Nonisothermal absorption in thermotransformers, *Journal of Engineering Thermophysics*, 19 (2010) 196-271.
48. Nedeltchev, S., Theoretica lprediction of mass transfer coefficients in both gas–liquid and slurry bubble columns, *Chemical Engineering Science*, 157 (2017) 169–181.
49. Nigmatulin, R.I., Khareev, N. S., Nagiev, F. B., Dynamics, heat and mass transfer of vapour-gas bubbles in a liquid, *International Journal Heat Mass Transfer*, 24 (1981) 1033-1044.
50. bradovi ,D., Matemati ko modeliranje nestacionarnih pojava u hidropostrojenjima, *Energoprojekt – Energodata*, 1981, Beograd.
51. Parmakian, J., *Waterhammer analysis*, 1963, Dover, New York

52. Pejovi , S., Krsmanovi , Lj., Gaji , A., i dr.,Povratni hidrauli ki udar i havarija agregata HE "Zvornik", Mašinski fakultet Beograd, str. 90, 1978.
53. Pejovi S., Krsmanovi Lj.,Gaji A., Obradovi D., Kaplan Turbine Incidents and Revearse Water Hammer Power and Dam Construction, 1980, pp.36-40.
54. Petrovi , ., Numeri ka simulacija ispada cirkularne pumpe, M.Sc.rad, Mašinski fakultet, Beograd, 2012.
55. Plesset, M.S. The dynamics of cavitation bubbles, ASME Journal of Applied Mechanics, 16 (1949) 228-231.
56. Prica, S., Numeri ka simulacija hidrauli kog udara izazvanog kondenzacijom pare, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Beograd, 2006.
57. Provoost, G. A., Wylie, E. B., Discrete gas model to represent distributed free gas in liquids. Pro., 5th Int. Symp. on Column Separation, International Association for Hydraulic Research, ( 1981), The Netherlands, 249–258.
58. Rayleigh, Lord (Strutt, J.W.), On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. Philosophical Magazine, 34 (1917) 94-98.
59. Rich, G., Hydraulic transients, Dover, 1963, New York.
60. Riznic, J., Kojasoy, G., Zuber, N., On the spherically phase change problem, International Journal of Fluid Mechanics Research, 26 (1999) 110-145.
61. Sadafi, M., Riasi, A., Nourbakhsh, S.A., Cavitating flow during water hammer using a generalized interface vaporous cavitation model, Journal of Fluids and Structures, 34 (2012) 190–201.
62. Simpson, A.R., Large Water Hammer Pressures due to Column Separation in a Sloping Pipe. Ph.D. Thesis. Ann Arbor, MI, University of Michigan, 1986.
63. Shu, J. J., Modelling vaporous cavitation on fluid transients, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 80 (2003) 187–195.
64. Stoop, P.M., Van der Bogaard, J.P.A., Koning, H., CHARME-01, Thermo-Hydraulic Code for The Calculation of Fast Transients Inside Piping System, 8<sup>th</sup> Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, Brussels, 1985.
65. Stoyanov, S. D., Pelan, E.G. et al., Capillary meniscus dynamometry – Method for determining the surface tension of drops and bubbles with isotropic and anisotropic surface stress distributions, Journal of Colloid and Interface Science, 440 (2015) 168-178.

66. Streeter, V. L., Wylie, E. B., Hydraulic Transients, New York, USA, McGraw-Hill, 1967.
67. Streeter, V.L. and Wylie, E.B., Two and Three-Dimensional Transients, J.Basic Eng., Trans. ASME, 90 (1968) 501-510.
68. Streeter, V. L., Water hammer analysis, Journal of the Hydraulic Division, 95 (1969) 1959–1972.
69. Takeuchi, K., Hydraulic Force Calculation With Hydro-Structural Interactions, Nuclear Technology, 39 (1978) 155-165.
70. Tannehill, J.C., Anderson, D.A., Pletcher, R.H., Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Second Edition, Taylor & Francis, 1997.
71. T , . A., , , 3, 1960, .
72. Vardy, A. E., Brown, J. M. B., Transient turbulent friction in smooth pipe flows, Journal Sound Vibrations, 259 (2003) 1011–1036.
73. Zapolski, P.D., Bilicki, Z., Bolle, L., Franco, J., The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow, International Journal of Multiphase Flow, 22 (1996) 473-483.
74. Zhang X., Cheng Y., Xia L., Yang J., CFD simulation of reverse water-hammer induced by collapse of draft-tube cavity in a model pump-turbine during runaway process, 28th IAHR symposium on Hydraulic Machinery and Systems (IAHR 2016), IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 49, Grenoble, France.
75. Zhou L., Wang H., Liu D., Ma J., Wang P., Xia L., A second-order Finite Volume Method for Pipe Flow with Water Column Separation, Journal of Hydro-environment Research, 17 (2016) 47-55.
76. Zielke, W., Perko, H-D., Keller, A., Gas release in transient pipe flow, Pressure Surges – Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference, Bedford, Great Britain, 1980.
77. A. E., . A., . . , , 2, 1960, .

78. Wulff, W., Computational methods for multiphase flow, A Review prepared for the 2nd International Workshop on Two-Phase Flow Fundamentals, Rensselaer Polytechnic Institute, New York, USA, 1987.
79. Wylie, E.B., Simulation of vaporous and gaseous cavitation, ASME Journal of Fluids Engineering, 106 (1984) 307-311.
80. Wylie, E. B., Streeter, V. L., Fluid transients in systems. New Jersey, USA, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, (1993).
81. Xie, W.F., Liu, T.G. Khoo, B.C. Application of a one-fluid model for large scale homogeneous unsteady cavitation: The modified Schmidt model, Computers & Fluids, 35 (2006) 1177–1192.
82. Izveštaj o kompleksnom ispitivanju agregata 1 HE „erdap I“ – sveska 4 – momentne karakteristike i prelazni režimi – Institut za vodoprivredu „Jaroslav erni“, Beograd, Mašinski fakultet, Beograd i PP A.P. COMPANY D.O.O., Beograd, 1999.
83. Internet stranica: <http://www.djerdap.rs/sr/page/33/HE+%C4%90erdap+1>



## **BIOGRAFIJA**

Bojan Ivčanin je rođen 16.04.1976.god. u Beogradu gde je 1990. godine završio osnovnu školu. Na kraju osmogodišnjeg školovanja bio je dobitnik diploma „Vuk Karadžić“ i „Svetozar Marković“.

1994. godine je završio srednjoškolsko obrazovanje u Šestoj beogradskoj gimnaziji na prirodnomatematičkom smeru sa diplomom „Vuk Karadžić“.

Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu upisao je 1994. godine gde je i diplomirao 15.12.2000. godine na smeru Hidroenergetika. Prosečna ocena tokom studiranja iznosila je 8,23 (osam i 23/100). Diplomski rad je radio iz predmeta Hidraulične prenosnice koji je odbranio sa ocenom 10 (deset).

Od 01.02.2001. do 22.02.2002. godine je radio kao talenat obdaren za naučnoistraživački rad na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu na Katedri za Hidraulične mašine i energetske sisteme.

Školske 2001/2002 godine upisao je poslediplomske studije na Katedri za Hidraulične mašine i energetske sisteme, na kojoj je decembra 2006. godine položio sve predviđene ispite da bi 01.07.2009. godine odbranio magistarsku tezu pod nazivom „Istraživanje uticaja karakteristika Kaplanovih turbina na normalne prelazne režime hidroelektrana“ i stekao akademski naziv magistra tehničkih nauka u oblasti mašinstva.

U periodu od 1994-2002 godine na Institutu za strane jezike odsluškao je i položio sve kurseve engleskog jezika sa najvišim ocenama, uključujući i kurs FCE of Cambridge.

22.02.2002. godine zasnovaio je radni odnos u zvanju asistent-pripravnik na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu na Katedri za Hidraulične mašine i energetske sisteme. Nakon odbrane magistarske teze izabran je u zvanje asistenta 25.01.2010. godine i reizabran u isto zvanje 10.09.2012. godine do isteka izbornog perioda 26.01.2016. godine.

Od 27.01. 2016. godine do 26.01.2018. godine raspoređen je na radno mesto saradnik u laboratoriji – magistar na katedri za hidraulične mašine i energetske sisteme.

Od 28.01.2018. godine zaposlen je u Inovacionom centru mašinskog fakulteta na poslovima formiranja jedinstvenog informacionog sistema, formiranju interne mreže i integrisanja u fakultetsku mrežu, gde je u radnom odnosu i danas.

Školske 2003/2004 i 2005/2006 godine izvodio je auditorne vežbe iz predmeta Tehni ko crtanje na Katedri za tehni ke nauke Tehnološko-metalurškog fakulteta Univerziteta u Beogradu.

Od 06.09.2004. do 15.09.2005. godine odslužio je vojni rok u civilnoj službi.

U toku svog rada od 01.02.2001. godine na Mašinskom fakultetu je izvodio nastavu na osnovnim studijama kroz auditorne i laboratorijske vežbe iz predmeta: Toplotne mašine – Turbokompresori, Teorijske osnove turbomašina, Turbomašine, Hidrauli ne prenosnice a od 2006. godine primenom Bolonjskog procesa izvodio je vežbe na predmetima Uvod u energetiku, Osnove turbomašina, Primena turbomašina, Hidrauli ne prenosnice kao i Osnove turbomašina – Završni predmet.

Od programskih jezika i paketa koristi: Microsoft Office, AutoCAD, dok u potpunosti vlada engleskim i ruskim jezikom o emu svedo e diplome Instituta za strane jezike u Beogradu.

lan je više organizacionih odbora za me unarodne kongrese iz oblasti problema strujanja u hidrauli nim mašinama.

Marta 2010. godine položio je stru ni ispit iz oblasti mašinstva i stekao licencu broj 430 izdatu od strane Inženjerske komore Srbije.

Objavio je ve i broj radova koji su publikovani u stru nim asopisima ili su prezentovani na me unarodnim konferencijama.

1.

-a \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- ,
- 
- ,
- 

, 20.07.2018.

\_\_\_\_\_

2.

o

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

/

.

,

,

.

,

.

, 20.07.2018.

\_\_\_\_\_

3.

”

“

:

---

(Creative Commons)

/ .

1.

2.

-

3.

-

-

4.

-

-

5.

-

6.

-

(

).

,

, 20.07.2018.

---

