

UNIVERZITET U BEOGRADU

FAKULTET ORGANIZACIONIH NAUKA

Srđan L. Jelinek

**HIBRIDNI IBA-DE PRISTUP  
ZA PREDVIĐANJE  
KREDITNOG REJTINGA DRŽAVA**

doktorska disertacija

Beograd, 2023.

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF ORGANIZATIONAL SCIENCES

Srdan L. Jelinek

**HYBRID IBA-DE APPROACH FOR  
SOVEREIGN CREDIT RATING  
FORECASTING**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2023.

Mentor:

---

dr Pavle Milošević, docent  
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

Članovi komisije:

---

dr Vesna Bogojević-Arsić, redovni profesor  
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

---

dr Dragana Makajić-Nikolić, redovni profesor  
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

---

dr Ivana Dragović, vanredni profesor  
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

---

dr Aleksandar Rakićević, docent  
Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu

---

dr Ivana Micić, vanredni profesor  
Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Nišu

Datum odbrane: \_\_\_\_\_

*Izjave zahvalnosti*

*Mojoj mami, koja me je naučila da verujem u sebe*

*Mom tati, koji me je naučio da uspešno završim sve što započnem*

*Mojoj srećkici, bez koje mi je dan nezamisliv*

*i*

*mojoj Lani, u nadi da ću joj biti inspiracija kakva su meni bili moji najdraži*

# Hibridni IBA-DE pristup za predviđanje kreditnog rejtinga država

## **Rezime:**

Tema ove doktorske disertacije je uvođenje novog IBA-DE pristupa zasnovanog na metodama mašinskog učenja (eng. *machine learning*) i računarskoj inteligenciji (eng. *computational intelligence*). U izloženom pristupu, interpolativna Bulova algebra (eng. *interpolative Boolean algebra*, skr. IBA) se koristi za transformaciju ulaznih podataka u oblik pogodan za optimizaciju i kasnije tumačenje dobijenih rezultata, dok se algoritam diferencijalne evolucije (eng. *differential evolution*, skr. DE) koristi za dobijanje optimalnog logičkog IBA izraza za predviđanje. Ovaj pristup je potom korišćen i testiran na problemu predviđanja kreditnih rejtinga (eng. *credit rating*) država.

Kako bi bolje sagledali važnost kreditnog rejtinga sa stanovišta modernog društva potrebno je prvo definisati pojmove kreditnog rizika i rejtinga, a potom i korist od postojanja transparentnog sistema za predviđanje kreditnih rejtinga. Kreditni rizik je rizik prouzrokovan mogućnošću da dužnik ne izmiri svoje finansijske ugovorne obaveze, i određuje se prema sposobnosti dužnika da izmiri obaveze prema ugovoru koji je sklopljen u trenutku postizanja dogovora. Kreditni rejting se može definisati kao procena kreditnog rizika pravnog lica, odnosno predviđanje njegove sposobnosti i spremnosti da pravovremeno izmiri obaveze prema kreditorima. Kreditne agencije specijalizovane za izradu i procenu kreditnih rejtinga objavljuju rejtinge za veće učesnike na tržištu poput velikih korporacija i država, najčešće na godišnjem nivou. Modeli koje ove agencije koriste nisu dostupni javnosti. Sa druge strane, podaci za koje postoje osnovane pretpostavke da utiču na kreditne rejtinge jesu, što dalje dovodi do nastanka internih modela za predviđanje kreditnih rejtinga, u poslednje vreme najčešće zasnovanih na metodologijama mašinskog učenja.

IBA je realnovrednosna realizacija Bulove algebre na jediničnom  $[0,1]$  intervalu u kojoj su ispoštovani svi zakoni Bulove algebre, što je njena glavna prednost u odnosu na ostale logike. Očuvanje svih zakona Bulove algebre je dovelo do razvijanja više metodologija zasnovanih na IBA, od kojih je jedna logička agregacija (eng. *logical aggregation*, skr. LA), koja je korišćena u ovoj disertaciji za IBA deo hibridnog IBA-DE modela. Druga metodologija koja je korišćena u

modelu je DE - iterativni algoritam direktne pretrage koji spada u familiju metaheurističkih metoda. Jedna od njegovih glavnih odlika je da ne zahteva poznavanje problema dalje od njegove funkcije cilja, njenih ograničenja i domena pretrage. Stoga, DE posmatra optimizacioni problem kao crnu kutiju (eng. *black box*), ne zahtevajući bilo kakvu informaciju o problemu koji se rešava.

Pristup koji je uveden u ovoj disertaciji predlaže hibridizaciju ove dve metodologije radi iskorišćavanja njihovih prednosti uz istovremeno smanjenje, odnosno eliminaciju nepoželjnih osobina. Stoga IBA-DE model spada u kategoriju hibridnih modela. Dve osnovne prednosti ovog modela su visoka preciznost koja je odlika DE algoritma i njegove mogućnosti prilagođavanja problemu i lako tumačenje rezultata što je posledica korišćenja IBA i mogućnosti analize dobijenih međurezultata kako bi se analizirale korelacije između ulaza i izlaza iz modela. Osnovni nedostatak hibridnih modela je složenost, kako implementacije tako i korišćenja. Složenost modela se može opravdati ili boljim performansama ili eliminacijom nekih od nedostataka bazičnih modela. Glavni nedostatak DE algoritma je što ne pruža uvid u međusobnu povezanost ulaza i izlaza iz modela, odnosno u zavisnost izlaza od njegovih ulaza. Sa druge strane, ovo je glavna prednost IBA, stoga je ideja hibridnog IBA-DE modela razlaganje ulaznih indikatora na atome nad kojima se potom radi DE optimizacija, i konačno korišćenje LA za formiranje izlaza uz uporednu analizu međurezultata radi dobijanja informacije o korelaciji ulaza sa izlazom.

Novorazvijeni pristup je potom primenjen za predviđanje kreditnih rejtinga na periodu od 19 godina, od 2000. do 2018. Kao ulazni indikatori su korišćeni različiti finansijski, ekonomski i socijalni indikatori, dok su za izlaz korišćene vrednosti objavljenih kreditnih rejtinga. Dve verzije IBA-DE modela sistema za predviđanje koji su predloženi u ovoj disertaciji su jednoaspektni i višenaspektni. Prvi za ulaze koristi indikatore iz jedne od tri predefinisane grupe indikatora, dok drugi kao ulaze koristi izlaze jednoaspektnih modela nakon DE optimizacije.

Ovi modeli su potom optimizovani i njihove performanse su upoređene sa neuronskim mrežama (eng. *neural network*, skr. NM) i metodom nosećih vektora (eng. *support vector machine*, skr. SVM). Objasnjen je i uticaj IBA-DE hiperparametara kao i korelacija svakog ulaza sa izlazom. Konačno, data je i komparativna analiza svih modela i zaključak o njihovim performansama i mogućnostima unapređenja. Analizom rezultata je zaključeno da je IBA-DE hibridni model sistema pokazao bolje performanse od NM i SVM modela, pritom pružajući uvid

u algoritmima i relacije između ulaza i izlaza, što je dodatna komparativna prednost ovog pristupa u odnosu na druge dve metodologije.

Jedan od načina za unapređenje IBA-DE pristupa je korišćenje činjenice da kreditni rejtingi imaju tendenciju da ostanu isti iz godine u godinu. Imajući to u vidu, umesto predviđanja rejtinga na osnovu različitih indikatora državne privrede, moguće je koristiti istorijske kreditne rejtinge i tranzicionu matricu, koja daje informacije o verovatnoći promene kreditnih rejtinga u narednom periodu. Stoga je u ovoj disertaciji predložen model za predviđanje tranzicione matrice zasnovan na DE algoritmu i sistemu jednačina koje opisuju tranzicije kreditnih rejtinga. Ovaj model je potom treniran i testiran i rezultati predviđanja su upoređeni sa tranzicionim matricama objavljenim od strane kreditnih agencija.

Konačno, u disertaciji je dat detaljan osvrt na sve predložene pristupe, njihove prednosti i nedostatke, kao i na mogućnosti unapređenja sa naglaskom na izbegavanje preterane složenosti. Dati su i sumarni prikazi svih rezultata uz savete kako ispravno podesiti model sistema i izabrati kombinaciju hiperparametara koja rezultuje najboljim performansama.

**Ključne reči:**

interpolativna Bulova algebra, diferencijalna evolucija, kreditni rejting, računarska inteligencija, mašinsko učenje, kreditni rizik

**Naučna oblast:** Tehničke nauke

**Uža naučna oblast:** Upravljanje sistemima

# Hybrid IBA-DE approach for sovereign credit rating forecasting

## **Abstract:**

In this doctoral dissertation a new IBA-DE hybrid approach is introduced, based on machine learning and computational intelligence techniques. In the proposed approach, interpolative Boolean algebra (IBA) is used for the inputs transformation in the suitable shape for the optimisation and later for the interpretation of the obtained results, while differential evolution (DE) is used for obtaining optimal logical expression used for forecasting. This approach is then used and tested on the problem of forecasting sovereign credit ratings.

In order to better understand the importance of credit rating from the modern society's point of view, it is necessary to first define the notions of credit risk and credit rating, as well as the benefits of transparent system for credit rating forecasting. Credit risk is a risk caused by a possibility of debtor not fulfilling his financial obligations, and is therefore determined by his ability to fulfill the obligations that were defined at the moment of the contract signing. Credit rating can be defined as an assessment of the credit risk of the legal entity and its ability and willingness to timely fulfill its obligations towards the creditors. Credit agencies specialized for credit ratings estimation are publishing those ratings, mostly on an annual basis, for all the major market participants such as big corporations and sovereign states. The models these agencies are using are not publicly available. However, the data which there is an assumption for that influences credit ratings is publicly available. This has led to emerging of custom-made models for credit rating prediction. As of late, these models are mostly based on machine learning and computational intelligence methodologies.

Interpolative Boolean algebra (IBA) is a consistent real valued  $[0,1]$  realization of the Boolean algebra which satisfies all the Boolean axioms and theorems, which is its main advantage compared to the other logics. The preservation of all the Boolean laws has led to development of several other methodologies based on IBA, one of which being logical aggregation (LA), which is used in this dissertation as an IBA part of hybrid IBA-DE model. The other methodology used in this model is the differential evolution (DE) - an iterative direct search algorithm which belongs to the family of the metaheuristic methods. One of its main features is the ability to be applied to a problem without prior knowledge about it, other than its



domain, constraints and objective function. Therefore, DE algorithm considers an optimization problem as a black box, not requiring any information about the problem being solved.

In this dissertation a hybridization of these two methodologies is proposed in order to exploit their strengths and at the same time reduce or eliminate the downsides. Therefore, IBA-DE model can be considered as a hybrid model. Two main advantages of this model are high accuracy, which is the feature of the DE algorithm and its ability to adjust to the problem and easy interpretation of the results, which is the consequence of using IBA to analyse obtained results in order to obtain the correlations between model inputs and output. The main downside of hybrid models is complexity, both regarding the implementation and usage. The model's complexity can be justified by either the better performance or with the elimination of some of the downsides that the basic models have. The main disadvantage of DE algorithm is having no information about relations between the inputs and outputs or about the output dependence on the inputs. On the other hand, this is the main advantage of IBA and therefore the idea of the hybrid IBA-DE model is to use IBA to decompose the inputs to their atomic values, which are then used for the DE optimization, and finally to apply LA in order to generate the forecasted output while at the same time performing analysis of the obtained results in order to extract the information about correlation between inputs and output.

Newly developed approach is then applied to the credit rating forecasting on the period of 19 years, from 2000 to 2018. Several different types of financial, economic and social indicators were used as the model inputs, while the published credit ratings were used as the model outputs. The two versions of the IBA-DE system model proposed in this dissertation are the single-aspect and the multi-aspect. The former uses indicators from the three predefined groups as inputs, while the latter uses outputs after DE optimization from the single aspect models as inputs.

These models are then optimized and their performances are compared against neural networks (NN) and support vector machines (SVM). The influence of IBA-DE hyperparameters as well as the impact of each input on the final output has been explained. Finally, a comparative analysis is provided between all the models and the conclusion is made about their performances and possibilities for improvement. After the analysis, it is concluded that IBA-DE hybrid model showed better performance than NN and SVM models, while at the same time allowing user to have an insight into algorithm and relations between model inputs and output, which is additional comparative advantage of this approach compared to the other two methodologies.

One of the ways how IBA-DE approach can be improved is exploiting the fact that the credit ratings have tendency to remain unchanged. Instead of trying to forecast the credit rating by using the various indicators of the states' economy, it is possible to use the historic credit ratings and the transition matrix, which gives the information about probability of credit rating being changed within a period of time. Therefore, a model for forecasting transition matrix based on DE algorithm and a system of equations which depict the credit rating transitions is presented in this dissertation. This model is then trained and tested and the obtained results compared with the transitional matrices published by the credit rating agencies.

Finally, a detailed overview is given for all the proposed approaches, their pros and cons, as well as possibilities of improvement, while at the same time trying to avoid increasing the complexity. Summary results have also been provided together with the advices of how best to setup the model and choose the optimal combination of hyperparameters which results with the best performance.

**Keywords:**

interpolative Boolean algebra, differential evolution, credit rating, computational intelligence, machine learning, credit risk

**Scientific field:** Technical sciences

**Specific scientific field:** System control

# Sadržaj

|  |          |
|--|----------|
| <b>1. UVOD</b> .....   | <b>1</b> |
| 1.1. PROBLEM, PREDMET I CILJ ISTRAŽIVANJA .....  | 1        |
| 1.2. POLAZNE HIPOTEZE .....  | 3        |
| 1.3. STRUKTURA RADA.....   | 3        |
| <b>2. TEORIJSKE OSNOVE</b> .....   | <b>6</b> |
| 2.1. RAČUNARSKA INTELIGENCIJA I MAŠINSKO UČENJE .....  | 7        |
| 2.1.1. <i>Pristupi mašinskog učenja</i> .....  | 9        |
| 2.1.1.1. Nadgledano učenje.....  | 9        |
| 2.1.1.2. Nenadgledano učenje.....  | 10       |
| 2.1.1.3. Učenje sa podrškom .....  | 10       |
| 2.1.2. <i>Fazi logika</i> .....  | 11       |
| 2.1.3. <i>Evolucionni algoritmi</i> .....  | 14       |
| 2.1.4. <i>Neuronske mreže</i> .....  | 15       |
| 2.1.5. <i>Metoda nosećih vektora</i> .....   | 20       |
| 2.2. INTERPOLATIVNA BULOVA ALGEBRA .....   | 22       |
| 2.2.1. <i>Bulova algebra i definicija i struktura interpolativne Bulove algebre</i> .....      | 23       |
| 2.2.2. <i>Osnovni elementi Bulove algebre</i> .....  | 25       |
| 2.2.3. <i>Simbolički nivo interpolativne Bulove algebre</i> .....                              | 27       |
| 2.2.4. <i>Vrednosni nivo interpolativne Bulove algebre</i> .....                               | 29       |
| 2.2.5. <i>Logička agregacija</i> .....   | 32       |
| 2.2.6. <i>IBA logičke mere sličnosti i različitosti</i> .....                                  | 34       |
| 2.2.7. <i>Primene interpolativne Bulove algebra</i> .....                                      | 35       |
| 2.3. DIFERENCIJALNA EVOLUCIJA.....   | 38       |
| 2.3.1. <i>Definicija i karakteristike</i> .....  | 40       |
| 2.3.2. <i>Standardni DE algoritam</i> .....  | 42       |
| 2.3.2.1. Inicijalizacija .....   | 43       |
| 2.3.2.2. Mutacija .....  | 43       |
| 2.3.2.3. Ukrštanje .....   | 45       |
| 2.3.2.4. Selekcija.....  | 46       |
| 2.3.3. <i>Varijacije DE algoritma</i> .....  | 47       |
| 2.3.3.1. Podtipovi DE algoritma zasnovani na menjanju strategija i kontrolnih parametara ..... | 47       |
| 2.3.3.2. Hibridi DE algoritma sa drugim optimizacionim metodama.....                           | 50       |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>3.</b> | <b>KREDITNI REJTING .....</b>  | <b>52</b>  |
| 3.1.      | KREDITNI RIZIK .....   | 52         |
| 3.2.      | POJAM I ZNAČAJ KREDITNOG REJTINGA .....  | 57         |
| 3.2.1.    | <i>Definicija i svojstva</i> .....   | 58         |
| 3.2.2.    | <i>Kreditni rejting država</i> .....   | 60         |
| 3.3.      | PREDVIĐANJE KREDITNOG REJTINGA .....   | 61         |
| 3.3.1.    | <i>Predviđanje kreditnog rejtinga klasičnim (ekonometrijskim) metodama</i> .....                 | 63         |
| 3.3.2.    | <i>Predviđanje kreditnog rejtinga metodama računarske inteligencije i mašinskog učenja</i> ..... | 65         |
| 3.3.2.1.  | Predviđanje kreditnog rejtinga pomoću neuronske mreže .....                                      | 67         |
| 3.3.2.2.  | Fazi logika u predviđanju kreditnog rejtinga .....   | 71         |
| 3.3.2.3.  | Genetski algoritmi u predviđanju kreditnog rejtinga .....  | 72         |
| 3.3.2.4.  | Predviđanje kreditnog rejtinga putem metode nosećih vektora.....                                 | 74         |
| 3.4.      | TRANIZICIONA MATRICA KREDITNIH REJTINGA.....   | 76         |
| <b>4.</b> | <b>IBA-DE PRISTUP.....</b>   | <b>79</b>  |
| 4.1.      | TRANSFORMACIJA ULAZNIH PODATAKA .....  | 81         |
| 4.2.      | TRENIRANJE MODELA .....  | 83         |
| 4.3.      | TESTIRANJE MODELA .....  | 84         |
| 4.4.      | INTERPRETACIJA REZULTATA .....   | 85         |
| <b>5.</b> | <b>IBA-DE MODEL ZA PREDVIĐANJE KREDITNOG REJTINGA.....</b>                                       | <b>87</b>  |
| 5.1.      | ULAZI I IZLAZI IBA-DE MODELA.....  | 88         |
| 5.1.1.    | <i>Makroekonomski indikatori stabilnosti</i> .....   | 89         |
| 5.1.2.    | <i>Makroekonomski indikatori aktivnosti</i> .....  | 90         |
| 5.1.3.    | <i>Socijalni indikatori</i> .....  | 92         |
| 5.1.4.    | <i>Kreditni rejtinzi</i> .....   | 93         |
| 5.1.5.    | <i>Priprema ulaznih podataka</i> .....   | 95         |
| 5.1.6.    | <i>Analiza ulaznih podataka</i> .....  | 96         |
| 5.2.      | JEDNOASPEKTNI MODEL.....   | 98         |
| 5.3.      | VIŠEASPEKTNI MODEL.....  | 101        |
| <b>6.</b> | <b>REZULTATI PRIMENE IBA-DE MODELA.....</b>  | <b>103</b> |
| 6.1.      | OPTIMIZACIJA PARAMETARA .....  | 104        |
| 6.2.      | REZULTATI TESTIRANJA .....   | 108        |
| 6.3.      | INTERPRETACIJA REZULTATA .....   | 110        |
| 6.4.      | KOMPARATIVNA ANALIZA SA NEURONSKIM MREŽAMA I METODOM NOSEĆIH VEKTORA .....                       | 112        |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>7.</b>  | <b>MODEL ZA PREDVIĐANJE TRANZICIONE MATRICE ZASNOVAN NA DE ALGORITMU .....</b> | <b>116</b> |
| 7.1.       | REZULTATI PREDVIĐANJA TRANZICIONIH MATRICA .....                               | 119        |
| <b>8.</b>  | <b>ZAKLJUČAK.....</b>  | <b>122</b> |
| 8.1.       | OSVRT NA POSTAVLJENE HIPOTEZE I OSTVARENE DOPRINOSE .....                      | 123        |
| 8.2.       | MOGUĆI PRAVCI BUDUĆEG ISTRAŽIVANJA.....  | 127        |
| <b>9.</b>  | <b>LITERATURA .....</b>  | <b>129</b> |
| <b>10.</b> | <b>PRILOZI .....</b>   | <b>156</b> |
| 10.1.      | TABELE I REZULTATI.....  | 156        |
| 10.1.1.    | <i>Rezultati treniranja IBA-DE modela.....</i>                                 | <i>156</i> |
| 10.1.2.    | <i>Rezultati testiranja IBA-DE modela .....</i>                                | <i>175</i> |
| 10.1.3.    | <i>Rezultati treniranja i testiranja NM i SVM.....</i>                         | <i>181</i> |
| 10.2.      | PSEUDOKODOVI .....   | 183        |
| 10.2.1.    | <i>Standardni DE algoritam .....</i>   | <i>183</i> |
| 10.2.2.    | <i>Generisanje vektora atomskih elemenata iz vektora atributa .....</i>        | <i>184</i> |
| 10.3.      | LISTA DRŽAVA KORIŠĆENIH U DISERTACIJI.....                                     | 185        |
| 10.4.      | SPISAK KORIŠĆENIJH SKRAĆENICA .....  | 186        |
| 10.5.      | SPISAK SLIKA.....  | 187        |
| 10.6.      | SPISAK TABELA .....  | 188        |
|            | BIOGRAFIJA AUTORA .....  | 194        |
|            | IZJAVA O AUTORSTVU .....   | 196        |
|            | IZJAVA O ISTOVETNOSTI ŠTAMPANE I ELEKTRONSKE VERZIJE DOKTORSKOG RADA.....      | 197        |
|            | IZJAVA O KORIŠĆENJU .....  | 198        |

# 1. Uvod

## 1.1. Problem, predmet i cilj istraživanja

Kreditni rejting se definiše kao kvantitativna procena kreditnog rizika, i kao takav se koristi za procenu kreditnog rizika individue, korporacije ili države (Weber & Darbellay, 2008). U današnje vreme, državni kreditni rejting nije samo pokazatelj ekonomske snage i političkog uticaja, već i indikator opšteg rasta i razvoja jedne države, kao i poverenja koje ta država uživa. Iako može biti određen i korišćenjem internih i javno dostupnih podataka i modela, najčešće se koriste vrednosti kreditnog rejtinga koje su izračunale i objavile specijalizovane agencije koje se bave izradom kreditnih rejtinga (Hill, Brooks, & Faff, 2010). S obzirom da modeli koje agencije koriste za izradu kreditnih rejtinga nisu javni, a imajući u vidu dostupnost širokog spektra informacija i podataka vezanih za poslovanje javnih kompanija i država, učestali su pokušaji da se naprave interni modeli kreditnih rejtinga na bazi postojećih javnih informacija koji bi kao izlaz imali kreditne rejtinge što sličnije rejtingima objavljenim od strane kreditnih agencija.

U ovoj disertaciji se uvodi novi pristup za predviđanje podataka zasnovan na tehnikama mašinskog učenja i računarske inteligencije, koji je potom primenjen za predviđanje kreditnih rejtinga država. Osnovne komponente ovog hibridnog pristupa su interpolativna Bulova algebra i algoritam diferencijalne evolucije.

Bulova algebra je algebra koju je definisao Džordž Bul (eng. *George Boole*), i na kojoj je zasnovana klasična logika. Prema definiciji, promenljive u Bulovoj algebri mogu uzeti vrednosti iz skupa  $\{0,1\}$ , a nad njima se mogu izvršavati binarne operacije konjunkcije i disjunkcije, kao i unarna operacija negacije. U Bulovoj algebri važe zakoni komutativnosti, distributivnosti, identičnosti, zakon isključenja trećeg i kontradikcije. Interpolativnu Bulovu algebru (skr. IBA) je predložio Dragan Radojević kako bi rešio problem nepoštovanja Bulovih zakona kontradikcije i isključenja trećeg u fazi (eng. *fuzzy logic*) i ostalim viševrednosnim logikama (Radojević, 2000). Osnovna premisa interpolativne Bulove algebre je definisanje promenljivih nad celim  $[0,1]$

skupom, čuvajući pritom sve zakone na kojima se zasniva Bulova algebra. Ovaj način definisanja promenljivih omogućava predstavljanje i preslikavanje i diskretnih i kontinualnih promenljivih u IBA. U ovom radu se analizira primena tako dobijenih promenljivih kao ulaz algoritma diferencijalne evolucije (skr. DE) kako bi se rešio optimizacioni problem. Izlaz iz modela sistema se dobija logičkom (skr. LA) ili pseudologičkom agregacijom, odnosno agregacijom u IBA okviru gde je svaki element definisan na intervalu  $[0,1]$ .

Diferencijalna evolucija je heuristički optimizacioni algoritam, gde se rešenje dobija kroz niz iteracija, pri čemu svaka iteracija nema lošije performanse od prethodne (Storn & Price, 1997). Performanse su definisane preko funkcije cilja (eng. *objective function*) čiji globalni ekstremum algoritam pokušava da pronađe. Konstantno unapređivanje algoritma kroz iteracije je postignuto tako što svaka iteracija sadrži niz potencijalnih rešenja pod nazivom generacija. Kroz iteracije, potencijalna rešenja koja daju lošije rezultate od svojih prethodnika se odstranjuju, dok se rešenja koja daju bolje rezultate čuvaju i postaju deo budućih generacija. Algoritam na ovaj način pretražuje ceo prostor nad kojim je problem definisan, i u poslednjoj iteraciji bira rešenje iz trenutne generacije koje ima najbolje performanse.

**Problem** istraživanja doktorske disertacije je mogućnost primene funkcije logičke agregacije u IBA okviru, optimizovane pomoću algoritma diferencijalne evolucije, za predviđanje kreditnih rejtinga država.

**Predmet** doktorske disertacije je predstavljanje predviđanja kreditnih rejtinga kao optimizacionog problema nad strukturnim vektorima koristeći logičku agregaciju u IBA okviru. Definisani optimizacioni problem se potom rešava korišćenjem algoritma diferencijalne evolucije.

**Cilj** doktorske disertacije je razvoj novog modela mašinskog učenja zasnovanog na algoritmu diferencijalne evolucije i logičkoj agregaciji u IBA okviru. Predloženi pristup će biti primenjen za predviđanje kreditnih rejtinga država.

## 1.2. Polazne hipoteze

U doktorskom radu se polazi od sledećih osnovnih hipoteza:

### Osnovna hipoteza:

- Moguće je predviđati kreditne rejtinge država koristeći model zasnovan na IBA pristupu i diferencijalnoj evoluciji.

### Pomoćne hipoteze:

- Moguće je predviđati kreditne rejtinge država koristeći metode računarske inteligencije.
- Diferencijalna evolucija se može koristiti kao samostalni algoritam za predviđanje kreditnih rejtinga država.
- Interpolativna Bulova algebra se može primeniti kao osnova za logičku metodu agregacije faktora.
- Moguće je predložiti hibridni model za predviđanje kreditnih rejtinga država zasnovan na IBA i DE, gde će se DE koristiti za optimizaciju a IBA za jasan prikaz rešenja i modelovanje ulaza.
- Predloženi hibridni model iz ugla performansi i transparentnosti nadmašuje pojedine konvencionalne metode mašinskog učenja.

## 1.3. Struktura rada

U prvom poglavlju je izložen problem, predmet i cilj istraživanja doktorske disertacije. Zatim su definisane osnovna i pomoćne hipoteze. Na kraju je dat opis strukture dokorskog rada po poglavljima.

U drugom poglavlju su definisani teorijski okviri metodologija korišćenih za izradu modela, kao i oblasti njihove primene. Detaljno su objašnjene oblasti računarske inteligencije i mašinskog učenja kao i najkorišćenije metode u okviru ovih pristupa. Potom su izložene dve osnovne metodologije korišćene u izradi predloženog pristupa: interpolativna Bulova algebra i DE algoritam. Objašnjeni su strukturni i vrednosni nivo IBA, zajedno sa odgovarajućim elementima poput strukturnih vektora i generalizovanog Bulovog polinoma, dok su na kraju



predstavljena dva najpopularnija alata zasnovana na IBA: logička agregacija i IBA logičke mere sličnosti i različitosti. Kod DE algoritma su objašnjena četiri osnovna koraka standardnog DE algoritma zajedno sa njihovim najčešćim varijacijama, uključujući i odgovarajuće pseudokodove. Data je detaljna analiza varijacija DE algoritama, gde su posebno objašnjene najčešće korišćene varijacije zasnovane na menjanju strategija i kontrolnih parametara. Na kraju su izloženi modeli dobijeni hibridizacijom DE algoritma sa drugim optimizacionim metodama.

U trećem poglavlju je definisan i analiziran problem predviđanja kreditnog rejtinga. Prvo su izloženi osnovni pojmovi i značaj kreditnog rizika i kreditnog rejtinga. Nakon toga su analizirane standardne ekonometrijske metodologije za predviđanje kreditnog rejtinga. Uporedo sa njima su predstavljene metode računarske inteligencije za predviđanje kreditnog rizika, sa naglaskom na četiri najkorišćenije metodologije: neuronske mreže (skr. NM), fazi logika, genetski algoritmi i metoda nosećih vektora (skr. SVM). Na kraju je dat kritički osvrt na prednosti i mane svakog predloženog pristupa.

U četvrtom poglavlju je predstavljen novi IBA-DE pristup. Akcenat je stavljen na hibridnoj prirodi pristupa, odnosno na spoju logičke agregacije unutar IBA okvira i DE algoritma. Detaljno je objašnjen predložen algoritam i njegovi koraci, počev od načina transformacije ulaznih podataka, preko treniranja i testiranja modela, do interpretacije izlaza i dobijanja konačnih rezultata.

U petom poglavlju je prikazana primena IBA-DE pristupa za predviđanje kreditnih rejtinga država. Objašnjene su tri grupe od po četiri indikatora koji služe kao ulazi u model sistema, kao i način na koji se kategorijske vrednosti kreditnih rejtinga prevode u numeričke koje su potom pogodne za korišćenje u modelu, odnosno u DE optimizaciji. Potom su izložena dva koncepta samog modela, jednoaspektni i višenaspektni, zajedno sa njihovim karakteristikama, funkcijama cilja i načinom na koji se dobijaju predviđeni kreditni rejtingi, odnosno njihove kategorijske vrednosti.

U šestom poglavlju su predstavljeni rezultati IBA-DE pristupa za predviđanju kreditnih rejtinga država kao i uporedno poređenje modela sa drugim metodologijama računarske inteligencije, poput NM i SVM, za predviđanje kreditnih rejtinga nad predefinisanim skupom podataka. U poglavlju su analizirani hiperparametri IBA-DE modela sistema za koje ovaj model postiže najbolje rezultate, kao i proces njihove optimizacije i uticaj različitih vrsta ulaznih

podataka na preciznost samog modela. Na kraju je data komparativna analiza predloženih modela.

U sedmom poglavlju je predstavljen novi pristup zasnovan na DE za predviđanje tranzicione matrice kreditnih rejtinga sa naglaskom na mogućnosti njegovog prilagođavanja različitim problemima i tipovima podataka. Ovaj model sistema je potom testiran nad istim podacima kao i IBA-DE model i dobijeni rezultati upoređeni sa objavljenim tranzicionim matricama od strane kreditnih agencija.

U osmom poglavlju je dat zaključak sa kritičkim osvrtom na prednosti i mane IBA-DE pristupa, mogućnosti poboljšanja i njegovim pozicioniranjem u odnosu na druge metodologije računarske inteligencije po pitanju preciznosti predviđanja kreditnih rejtinga država. Nakon toga je pristupljeno prihvatanju ili odbacivanju postavljenih hipoteza. Na kraju je izložen pregled doprinosa disertacije, kao i dalji pravci istraživanja i unapređivanje predstavljenog pristupa.

Na kraju rada je izložen pregled literature korišćene tokom izrade disertacije, tabele i rezultati dobijeni tokom testiranja, pseudokodovi, lista država korišćenih za testiranje kao i spiskovi korišćenijih skraćenica, slika i tabela.

*Once you've got a task to do, it's better to do it than live with the fear of it*

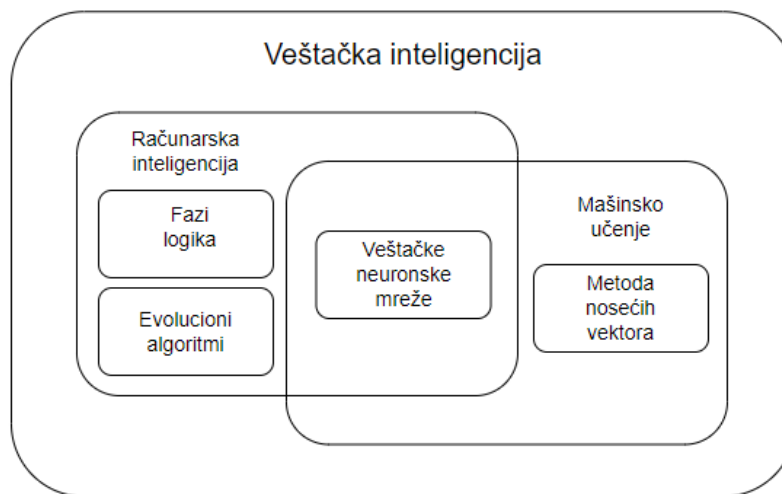
Joe Abercrombie, *The Blade itself*

## 2. Teorijske osnove

Veštačka inteligencija (eng. *artificial intelligence*) je mašinska simulacija ljudske inteligencije putem imitacije procesa koji se odvijaju tokom rezonovanja (Engelbart, 1963) i obuhvata sve algoritme koji za cilj imaju simulaciju donošenja odluka od strane čoveka prilikom rešavanja problema (Van der Maas, Snoek, & Stevenson, 2021). Od svog priznavanja kao akademske oblasti sredinom 50-ih godina prošlog veka, razvoj veštačke inteligencije je doživeo više uspona i padova, najčešće prouzrokovanih otkrivanjem novih primena ovog alata na postojeće probleme i prilivom novih investitora i entuzijasta u prvom slučaju, i nedostatkom finansijskih sredstava za dalja istraživanja, kao i ograničenjem računarske snage u drugom slučaju. Tokom razvoja veštačke inteligencije, najveći naglasak je bio na pronalaženju optimalnog pristupa, odnosno modela, koji bi najpribližnije omogućio simulaciju ljudskog rezonovanja. Pristupi poput simuliranja moždanih funkcija koji je bio razvijan kombinovanjem znanja iz oblasti kibernetike, neurobiologije i informacione teorije, velikih baza znanja iz kojih bi se izvlačila ako-onda (eng. *if-then*) pravila, formalne logike i pokušaji imitiranja životinjskog ponašanja sa naglaskom na pčele, mrave i slične zajednice sa uspešnim modelima funkcionisanja i rešavanja problema su imali svoje zagovornike u različitim periodima razvoja veštačke inteligencije.

Jedan od dugoročnih ciljeva veštačke inteligencije je generalna inteligencija koja se definiše kao mogućnost prvo razumevanja i učenja, a potom i potencijalnog rešavanja bilo kog intelektualnog problema koje ljudsko biće može da definiše i razume. Drugim rečima, generalna inteligencija je mogućnost mašine da izvrši svaki intelektualni zadatak i proces koji može da izvrši i čovek. Pored srodnih oblasti kao što su računarstvo i robotika, veštačka inteligencija je od skoro primenjena i u uslužnim industrijama poput marketinga (Dzyabura & Yoganarasimhan, 2018), hotelijerstva (H.-X. Shi & Li, 2011), ljudskih resursa (Punnoose & Ajit, 2016), kao i u industrijama vezanim za zabavu i medije, poput muzike (Ni et al., 2012), vesti (Boykin & Merlino, 2000), video igrica (Galway, Charles, & Black 2008), i umetnosti (Mao, Cheung, & She, 2017).

Početakom 21. veka, razvijena su i definisana dva trenutno i dalje najpopularnija pristupa veštačkoj inteligenciji, računarska inteligencija i mašinsko učenje. Do današnjeg dana nema jasnog koncenzusa u naučnoj zajednici između tačnih definicija i razlike između ova tri pojma. Iako su problemi kojima se bave slični, oni se razlikuju po metodologijama koje koriste. Računarska inteligencija teži korišćenju metodologija inspirisanih prirodom poput evolucionih i genetskih algoritama (eng. *genetic algorithm*), odnosno fokus je na sposobnosti veštačkog agenta da usvoji i primeni inteligentno ponašanje. Veštačka inteligencija preferira tehnologije zasnovane na dedukciji i čvršćim teorijskim osnovama, dok se mašinsko učenje zasniva na učenju računarskog programa zasnovanom na skupu ulaza, izlaza i pravila. Međusobni odnos ove tri oblasti, kao i nekih njihovih metodologija korišćenih u ovoj disertaciji je dat na Slici 1 (Engelbrecht, 2007, Milošević et al., 2021).



Slika 1: Podela veštačke inteligencije

Metodologije računarske inteligencije i mašinskog učenja prikazane na Slici 1 su detaljnije opisane u narednom potpoglavlju.

## 2.1. Računarska inteligencija i mašinsko učenje

Pojam računarska inteligencija se prvi put pojavio početkom 90-ih godina na skupu istraživača iz oblasti bioloških i veštačkih NM gde je sistem definisan kao računarski inteligentan ako može da se služi numeričkim i ostalim podacima na niskom nivou, ima

sposobnost prepoznavanja obrazaca, i ne koristi znanje na isti način kao veštačka inteligencija čiji je krajnji cilj sličan, i teži dostizanju generalne inteligencije (Engelbrecht, 2007). Još jedna razlika između veštačke i računarske inteligencije je u različitim računarskim metodama koje se koriste za postizanje cilja (Marks, 1993). Veštačka inteligencija koristi tvrde računarske tehnike koje su zasnovane na binarnoj logici, gde promenljiva može uzeti vrednost *tačno* (1) ili *netačno* (0). Ova metoda je takođe i osnova na kojoj funkcionišu moderni računari. Mana ovog pristupa je što postoji mnogo problema koji se ne mogu jasno definisati i prevesti u binarni sistem korišćenjem samo vrednosti 0 i 1. Stoga su razvijene meke računarske tehnike, zasnovane na fazi logici, gde promenljiva može uzeti bilo koju realnu vrednost između 0 i 1. Pojam meko računarstvo (eng. *soft computing*) je prvi upotrebio Lotfi Zade (eng. *Lotfi Zadeh*) (Zadeh, 1994), i definisao ga kao tehniku zasnovanu na NM, fazi logici, genetskim algoritmima, ali i hibridnim pristupima zasnovanim na ovim tehnikama. Kasnije su dodati i ekspertni sistemi (eng. *expert system*), ne samo kao oblast primene mekog računarstva, već i kao dodatan podskup alata unutar same tehnologije (Ibrahim, 2016). Glavni alati korišćeni u računarskoj inteligenciji su fazi logika, NM i evoluciono računarstvo (eng. *evolutionary computation*), dok su najčešće oblasti primene analiza podataka, računarstvo, inženjerstvo, biologija i biomedicina.

Mašinsko učenje je deo veštačke inteligencije koji je stekao popularnost u poslednjih par decenija i definiše se kao skup računarskih algoritama čije se performanse poboljšavaju kroz iskustvo i obradu podataka (Adeli & Hung, 1994). Drugim rečima, to je tehnika učenja računara da se prilagođava novim situacijama učenjem kroz iskustvo, analizirajući i obrađujući podatke, slično poput ljudskih bića pri susretu sa novim informacijama i situacijama. Termin mašinsko učenje je skovan još u (Samuel, 1959) studiji u kojoj je predstavljen program za igranje igre "Dame", što je jedan od prvih samoučećih (eng. *self-learning*) računarskih programa koji je poslužio kao demonstracija fundamentalnih koncepata veštačke inteligencije. Formalnu definiciju algoritama mašinskog učenja: „Za računarski program se kaže da uči iz iskustva *E* (eng. *Experience*) pomoću zadataka *T* (eng. *Tasks*) i postižući performanse *P* ako se performanse *P* prilikom određivanja zadataka *T* poboljšavaju sa iskustvom *E*” je data u (T. Mitchell, 1997) studiji. Ciljevi mašinskog učenja se mogu podeliti u dve kategorije: problem klasifikacije podataka na osnovu trenutno dostupnih modela mašinskog učenja i problem predviđanja budućih podataka putem tih istih modela. Tokom 90-ih godina prošlog veka, mašinsko učenje je postala zasebna oblast, često posmatrana nezavisno od veštačke inteligencije, sa novoformiranim

ciljevima usmerenim ka rešavanju praktičnih problema. Fokus same oblasti je promenjen sa simboličkog pristupa problemima, što je do tada bila osnova veštačke inteligencije (Kolata, 1982, Norvig & Russell, 1994) na metode i modele zasnovane na statistici i teoriji verovatnoće (Langley, 2011). Razliku između veštačke inteligencije i mašinskog učenja je dao i Džudia Perl (eng. *Judea Pearl*), gde se osnovna razlika vidi u tome da mašinsko učenje predviđa i uči na pasivan način, samo posmatrajući podatke i promene koje se dešavaju u okolini, dok veštačka inteligencija primenjuje aktivni pristup sa naglaskom na interakciju sa okolinom radi poboljšanja izgleda za uspešno završavanje zadanog problema (Pearl & Mackenzie, 2018). Sa porastom količine podataka i izazova u radu sa njima (eng. *big data problems*), mašinsko učenje je primenu našlo i u obradi velikih i često složenih količina podataka (Al-Jarrah et al., 2015, L'Heureux et al., 2017, Qiu et al., 2016, Zhou et al., 2017), za koje tradicionalne metode obrade podataka nisu podobne, kao i u situacijama kada je nemoguće (ili neisplativo) doći do modela koji na eksplicitan način rešava dati problem.

Samo neke od oblasti u kojima je mašinsko učenje ili aktivno korišćeno ili gde postoje načini na koje može biti primenjeno su: ekonomija i društvena pitanja (Athey, 2019), poljoprivreda i agrokulture (Liakos et al., 2018), računarska zaštita (Buczak & Guven, 2016), obrazovanje (Zhu, 2015), finansije (trgovanje i investicije) (De Spiegeleer et al., 2018), vojska i policija (Roessingh et al., 2017), transport (Zantalis et al., 2019), zdravstvo (Deo, 2015), sudstvo i primene zakona (Mena, 2015), dok postoje i studije koje se bave novim trendovima i oblastima primene ove oblasti (Jordan & Mitchel, 2015).

### **2.1.1. Pristupi mašinskog učenja**

Koji pristup, odnosno alat, mašinskog učenja će biti primenjen zavisi od klase i prirode problema koji se rešava, odnosno ulaza u model. Uobičajena podela mašinskog učenja je na sledeće tri potkategorije: nadgledano učenje (eng. *supervised learning*), nenadgledano učenje (eng. *unsupervised learning*) i učenje sa podrškom (eng. *reinforcement learning*).

#### **2.1.1.1. Nadgledano učenje**

Glavna karakteristika nadgledanog učenja je da zahteva učitelja ili eksperta koji će računaru dati skup ulaznih parametara i željenih izlaznih parametara sa ciljem da se definišu pravila koja će izvršiti preslikavanje ulaza u izlaze uz najmanju moguću grešku (Norvig & Russell, 1994). Ovaj problem se rešava formiranjem odgovarajućeg (najčešće matematičkog) modela nad skupom dobijenih ulaznih i izlaznih podataka koji se nazivaju trening skup (eng. *training set*). Shodno matematičkom pristupu, ulazni podaci se najčešće predstavljaju putem vektora, što dalje implicira da se ceo skup ulaznih podataka može predstaviti putem matrice. Svakom od ulaznih vektora se pridružuje željeni izlaz, odnosno nadgledani signal (eng. *supervisory signal*). Ono što je zajedničko svim algoritmima nadgledanog učenja je da se kroz analizu podataka za obuku dolazi do modela koji se kasnije koristi za predviđanje izlaza korišćenjem potpuno novog skupa ulaza putem generalizacije. Neke od najpopularnijih metoda nadgledanog učenja su: veliki broj modela NM, SVM, linearna regresija (eng. *linear regression*) i logistička regresija (eng. *logistic regression*).

#### **2.1.1.2. Nenadgledano učenje**

Za razliku od nadgledanog učenja, nenadgledano učenje se odvija bez podrške „trećeg lica” koje definiše pravila unutar trening skupa. Algoritmu se prepušta da sam izvlači pravila i šablone iz neobeležanih podataka i da napravi svoj interni model koji predstavlja kopiju problema koji je zadat skupom podataka za trening (Alloghani, Al-Jumeily Obe, & Mustafina, 2020). Najpopularnije metode nenadgledanog učenja su neki modeli NM, metoda glavnih komponenti (eng. *principal component analysis*) i klaster analiza (eng. *cluster analysis*).

#### **2.1.1.3. Učenje sa podrškom**

Učenje sa podrškom je podvrsta mašinskog učenja koja se bavi načinom na koji inteligentni agent (eng. *intelligent agent*) interaguje sa dinamičkom, nepoznatom i često kompleksnom okolinom radi maksimizovanja predefinisane nagrade, najčešće putem metode pokušaja i pogrešaka (eng. *trial and error*). Inteligentni agent se definiše kao autonomni entitet koji može biti jednostavan ili složen, koji svojim akcijama dolazi do postizanja cilja, i sa okolinom interaguje putem senzora i/ili uz pomoć dedukcije (Padgham & Winikoff, 2004).

Učenje sa podrškom se razlikuje od nadgledanog učenja po tome što neoptimalne akcije nisu i ne moraju da budu eksplicitno obeležene kao neoptimalne, i samim tim ne postoji eksplicitna potreba za njihovim unapređivanjem. Umesto toga, fokus je na nalaženju balansa između otkrivanja (eng. *exploration*) nepoznate teritorije i eksploatacije (eng. *exploitation*) trenutnog znanja (Kaelbling, Littman, & Moore, 1996). Kako bi inteligentni agent mogao adekvatno da interaguje sa okolinom, ona se najčešće predstavlja i modeluje preko Markovljevih procesa odluke (eng. *Markov decision process*) iz razloga što većina algoritama za učenje sa podrškom koriste tehnike dinamičkog programiranja (van Otterlo & Wiering, 2012), gde se Markovljevi procesi odluke definišu kao stohastički (eng. *stochastic*) kontrolni procesi u diskretnom vremenu, i služe za modelovanje donošenja odluke u situacijama gde su ishodi delom slučajni a delom zavise od donosioca odluke, stoga se najčešće primenjuju u oblastima poput robotike, automatskog upravljanja i ekonomije. Markovljeve procese odluke je prve definisao Ronald Hauard 1960. godine (Howard, 1960) i mogu se posmatrati kao proširenje Markovljevih lanaca (eng. *Markov chain*). Glavna prednost učenja sa podrškom je u tome što ne zahteva tačno poznavanje okoline ili metoda i modela putem kojih se okolina modeluje i samim tim se koristi u situacijama kada je nemoguće (ili neisplativo) doći do eksplicitnih modela za rešavanje datog problema.

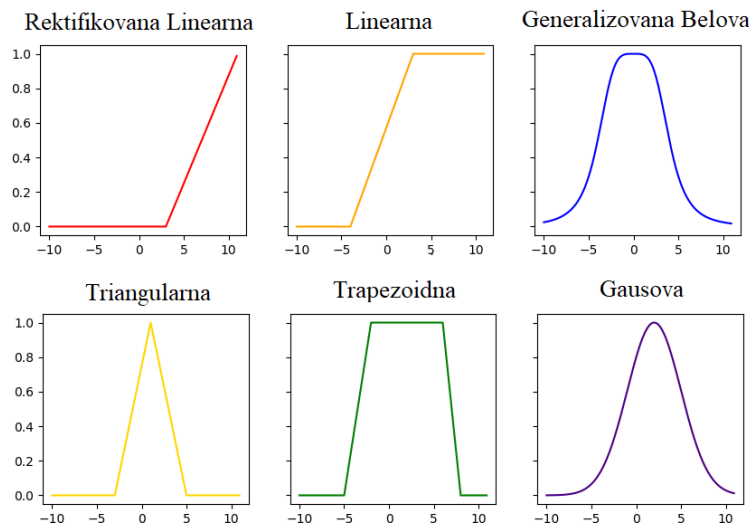
Učenje sa podrškom je prisutno, direktno ili indirektno, u mnogim oblastima kao što su: teorija igara (eng. *game theory*), teorija kontrole (eng. *control theory*), teorija informacija (eng. *information theory*), operaciona istraživanja (eng. *operational research*), inteligencija roja (eng. *swarm intelligence*), statistika, genetski algoritmi itd. Jedna od trenutno najpoznatijih i aktuelnijih primena ovog načina učenja je u samovozećim automobilima i drugim vidovima automatizovanog transporta.

### **2.1.2. Fazi logika**

Fazi (ili rasplinuta, neodređena) logika je realnovrednosna logika razvijena kao uopštenje klasične Bulove logike gde iskaz može imati vrednost tačno (1) ili netačno (0). Uopštenje se realizuje na osnovu viševrednosnog pristupa po kome iskaz može uzeti bilo koju realnu vrednost između 0 i 1, uključujući i krajnje vrednosti. Na ovaj način se uvodi pojam delimične istine, gde vrednost iskaza može varirati između potpuno tačnog i potpuno netačnog (Novák, Perfilieva, &



Mockor, 1999). Termin fazi logika je uveo Lotfi Zade u studiji u kojoj je predložio teoriju fazi skupova (Zadeh, 1965). U tom radu, Zade uvodi termin parcijalna pripadnost (eng. *partial membership*), u kome iskaz pripadnosti elementa skupu ne može biti definisan samo kroz termine tačno i netačno, već se stepen pripadnosti definiše putem funkcije pripadnosti (eng. *membership function*) na  $[0,1]$  intervalu. Kao što je fazi skup generalizacija klasičnog skupa, tako je i funkcija pripadnosti za fazi skup generalizacija karakteristične ili indikator funkcije za klasični skup. Funkcija pripadnosti za bilo koji skup,  $X$ , se definiše kao bilo koja funkcija koja  $X$  preslikava u realni  $[0,1]$  interval. Neki od najčešće korišćenih oblika funkcija pripadnosti su triangularni, trapezoidni, linearni, Gausovi, generalizovani Belovi i sigmoidni (Slika 2).



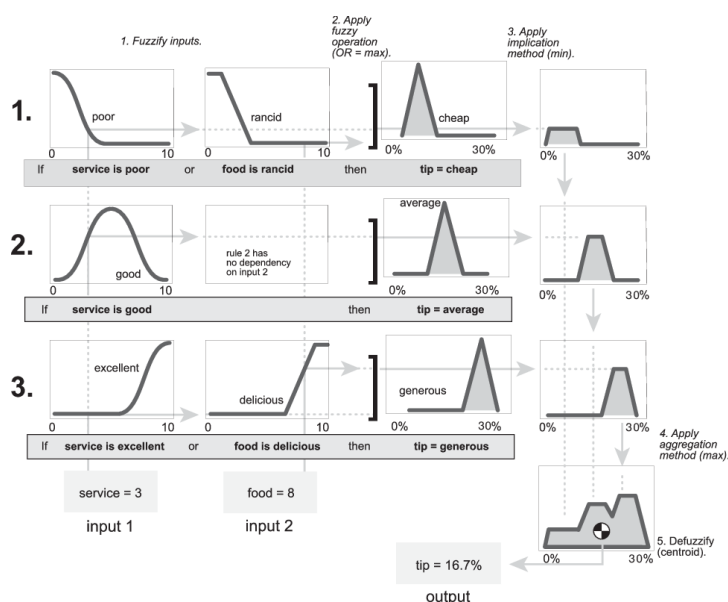
Slika 2: Funkcije pripadnosti

Fazi logika je matematički način predstavljanja neodređenosti, nedostatka ili nepreciznosti informacija. Pojavio se iz potrebe za modelovanjem realnih problema u kome ljudi i mašine često nemaju dostupne sve potrebne informacije za donošenje odluka, pa se samim tim ne može sa sigurnošću garantovati za ispravnost donesene odluke. Takođe, tačnost određenog iskaza može varirati od procenitelja, čime se javlja potreba za alatom koji može modelovati ovakvu vrstu nesigurnosti i nepreciznosti (Zadeh, 2008). Fazi logika se najčešće primenjuje u oblastima veštačke inteligencije i teorije upravljanja.

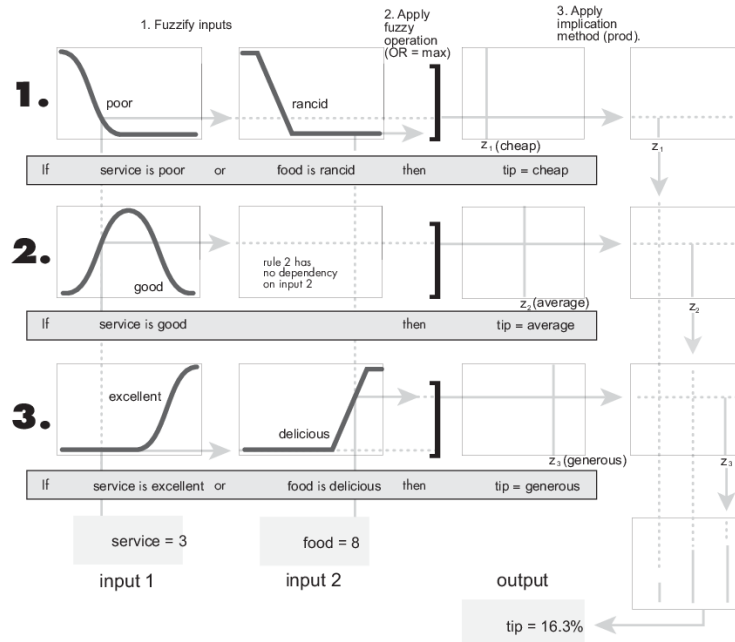
Konkretno, fazi logika se najčešće realizuje kroz fazi sisteme zaključivanja (eng. *fuzzy inference system*) ili fazi upravljačke sisteme (eng. *fuzzy control system*), kraće nazvane fazi

kontroleri (eng. *fuzzy controller*). Sistem se najčešće primenjuje kroz tri koraka, gde je prvi korak prevođenje ulaza u fazi funkcije pripadnosti. Ovaj proces prevođenja klasičnih (eng. *crisp*) vrednosti u fazi vrednosti se naziva fazifikacija (eng. *fuzzification*). Na fazifikovane ulaze se onda primenjuju predefinisana ako-onda pravila zaključivanja da bi se dobile izlazne fazi vrednosti. Treći i poslednji korak je prevođenje fazi izlaza nazad u odgovarajuće vrednosti preko procesa koji se naziva defazifikacija (eng. *defuzzification*).

Dva najpoznatija i najkorišćenija fazi sistema zaključivanja su Mamdanijev (Mamdani & Assilian, 1975), prikazan na Slici 3 i Sugenov (Sugeno, 1987), prikazan na Slici 4.



Slika 3: Mamdani sistem zaključivanja  
Izvor: <https://www.mathworks.com/>



Slika 4: Sugenov sistem zaključivanja  
Izvor: <https://www.mathworks.com/>

Iako je Sugenov sistem efikasniji, Mamdanijev je intuitivniji i pravila unutar njega su definisana na jasan i razumljiv način što ga čini odličnim za primenu kod sistema koji su zasnovani na velikim bazama ekspertskeg znanja, poput medicine ili prava. Glavna razlika između ova dva metoda je način na koji se klasičan izlaz dobija iz fazi ulaza: Mamdanijev sistem zaključivanja koristi defazifikaciju fazi izlaza, dok Sugenov sistem zaključivanja koristi ponderisanu aritmetičku sredinu (eng. *weighted average*) (Kaur & Kaur, 2012). Fazi logika je u poslednjoj deceniji doživela veliki porast popularnosti upravo zbog njene razumljivosti, lakoće primene i interpretacije. Uz već postojeću implementaciju gorenavedenih modela, njeno korišćenje nije uslovljeno poznavanjem matematičkih modela i procesa koji se odvijaju u pozadini već samo definisanjem pravila i ulaza.

### 2.1.3. Evolucionari algoritmi

Evolucionarno računarstvo je oblast veštačke inteligencije i mekih računarskih tehnika pod koju spadaju optimizacioni algoritmi zasnovani na evoluciji. Krenulo je da se razvija između 60-ih i 80-ih godina prošlog veka, gde su neke od najznačajnijih studija na tom polju bile od Lorensa Fogela (Fogel, Owens, & Walsh, 1966) i Hans-Pola Švefela (Schwefel, 1981). Ono

obuhvata skup algoritama za globalnu optimizaciju zasnovanih na evoluciji gde, kao i sama evolucija, ovaj tip algoritama koristi metodu pokušaja i pogrešaka radi postizanja optimalne populacije za zadati problem, dok je optimalnost najčešće definisana kroz funkciju cilja. Počevši od inicijalne populacije, najčešće dobijene na slučajan ili pseudoslučajan način, evolucionarni algoritmi unapređuju populaciju kroz iteracije tako što ukrštaju jedinke iz trenutne generacije, odnosno potencijalna rešenja, radi dobijanja novih jedinki koje će biti članovi nove generacije uz istovremeno uklanjanje najlošijih jedinki (otuda termin „evolucionarni“ algoritam).

Evolucionarni algoritmi (eng. *evolutionary algorithm*) su glavni tip algoritama koji se koriste u evolucionom računarstvu, i kako im ime kaže, zasnovani su na biološkoj evoluciji. Svaki evolucionarni algoritam je implementiran kroz skup koraka koji nastoje da oponašaju procese tokom evolucije kao što su reprodukcija, mutacija, ukrštanje i selekcija. Pored karakteristične strukture, osnovna karakteristika ovih algoritama je da im nisu potrebni posebno znanje i pretpostavke, ni o problemu koji rešavaju (optimizuju) ni o domenu u kome se problem rešava.

Dva glavna pravca razvoja evolucionarnih algoritama su genetski algoritmi (Holland, 1975) i evolucionarne strategije (eng. *evolutionary strategies*) (Bäck, 1996). Glavna razlika između genetskih algoritama i evolucionarnih strategija je u načinu na koji se predstavljaju jedinke unutar populacije. Kod genetskih algoritama, jedinka se predstavlja putem niza bitova, odnosno nula i jedinica (M. Mitchell, 1998, Whitley, 1994). Sa druge strane, evolucionarne strategije koriste nizove realnih brojeva kao sredstvo za opisivanje jedinki unutar populacije (Beyer & Schwefel, 2002).

#### **2.1.4. Neuronske mreže**

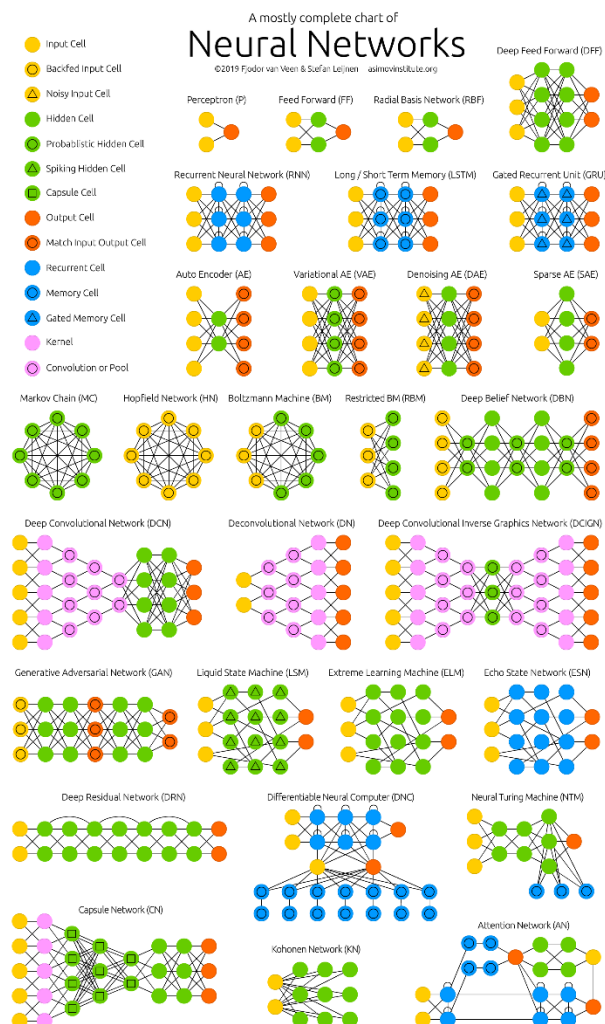
Veštačke NM<sup>1</sup> (eng. *artificial neural network*), su jedna od najpopularnijih i najkorišćenijih metoda mašinskog učenja, i prvi put se pominju u radu iz sredine 40-ih godina prošlog veka (McCulloch & Pitts, 1943). Napravljene su po uzoru na biološke NM kako bi simulirale procese koji se dešavaju unutar mozga tokom rezonovanja i drugih moždanih aktivnosti (Hagan, Demuth, & Beale, 1996, Haykin, 1994). Dve osnovne komponente NM su čvorovi koji se nazivaju veštački neuroni (eng. *artificial neuron*) koji simuliraju neurone u biološkom mozgu i sinapse koje predstavljaju veze između njih i služe za obradu i prenos

---

<sup>1</sup> Radi pojednostavljenja, u daljem tekstu se iz naziva komponenata neuronskih mreža izbacuje pojam „veštački“

signala, odnosno informacije, između neurona. Matematički model je implementiran pomoću matematičkih funkcija unutar samih neurona i težinskih faktora unutar sinapsi. Signali su najčešće predstavljeni putem realnih brojeva, i tako predstavljeni mogu da budu pojačani ili smanjeni tokom prenosa kroz sinapse i obrađeni unutar samih neurona, i naposljetku poslani dalje. Proces učenja se sastoji u podešavanju težinskih faktora unutar sinapsi i funkcija unutar neurona. Unutar same mreže, neuroni su grupisani u slojeve, gde je svakom sloju dodeljena određena transformacija definisana putem funkcija unutar neurona u datom sloju. Ovde dolazi do izražaja jedna od glavnih razlika između bioloških i veštačkih NM - osnovna odlika veštačkih mreža je statičnost (definisana kroz konstantan broj neurona i slojeva tokom vremena), dok su biološke NM dinamičan sistem (Bengio et al., 2016, Marblestone, Wayne, & Kording, 2016). Svaka NM ima bar dva sloja, ulazni i izlazni. Prema nekim autorima, ukoliko NM ima više od tri sloja, odnosno barem dva sloja između ulaznog i izlaznog sloja, ona spada u kategoriju dubokih NM (eng. *deep neural network*) (Montavon, Samek, & Müller, 2018). Način učenja koji koristi višestruke slojeve da bi izvlačio zaključke iz ulaznog sloja nesređenih podataka putem apstrakcije se naziva duboko učenje (eng. *deep learning*) (Deng & Yu, 2014, Schmidhuber, 2015), gde se pridev „duboko” odnosi na na višestruke slojeve neurona unutar NM.

Najjednostavniji model NM je mreža bez povratnog prenosa (eng. *feedforward*), u kojoj signal može da putuje samo u smeru od ulaznog ka izlaznom sloju neurona (odnosno unapred) (Zeil, 1994), za razliku od složenijih mreža sa povratnim prenosom (eng. *feedbackward*) gde signal može da putuje i nazad kroz mrežu. Jedan od korišćenijih podtipova mreža sa povratnim prenosom je rekurentna (eng. *reccurent*) NM, gde signal ide u krug između ulaza i izlaza (Lipton, Berkowitz, & Elkan, 2015). Ovaj tip mreže zahteva mnogo više ulaznih podataka da bi postala efikasna (Sak, Senior, & Beaufays, 2014), i zato se uglavnom koristi za probleme koji mogu da obezbede dovoljnu količinu podataka, poput prepoznavanja teksta ili rukopisa (Graves, 2013) i prepoznavanje govora (Mikolov et al., 2010). Izuzetno detaljan grafički prikaz različitih tipova NM su dali Fjodor van Vin (eng. *Fjodor van Veen*) i Stefan Leinen (eng. *Stefan Leijnen*) i on je prikazan na Slici 5.



Slika 5: Tipovi neuronskih mreža

Izvor: <https://www.asimovinstitute.org/author/fjodorvanveen/>

Najkorišćeniji algoritam za treniranje neuronske mreže bez povratnog prenosa je algoritam propagacije unazad (eng. *backpropagation*) (Benvenuto & Piazza, 1992, H. Leung & Haykin, 1991, Rumelhart, Hinton, & Williams, 1986). Ideja ovog algoritma je unapređivanje težinskih faktora sinapsi prilikom svakog prolaska signala kroz mrežu. Težinski faktori se podešavaju tako što algoritam prolazi unazad (po čemu je dobio svoj naziv) kroz mrežu. Matematička tehnika na kojoj je zasnovano podešavanje težinskih faktora, odnosno unapređivanje preciznosti modela je gradijent funkcije cilja po težinskom faktoru, čija je jedna od najčešće korišćenih metoda algoritam opadajućeg gradijenta (eng. *gradient descent*) i razni njegovi podtipovi.

NM su se pokazale kao moćan alat koji ne zahteva obimno poznavanje računara i programiranja da bi se koristio, pogotovu što je veliki broj algoritama za trening i različitih modela NM već implementiran. Modeli zasnovani na NM se najčešće koriste za složenije probleme od onih koji se rešavaju putem nadgledanog učenja, najčešće zbog toga što su pravila i veze između ulazi i izlaza ili nedefinisana, ili nejasna. Imajući to u vidu, NM se najčešće koriste za probleme kao što su: prepoznavanje slika i govora (Abdel-Hamid et al., 2014, Chan et al., 2016, Fu, Zheng, & Mei, 2017, Graves & Jaitly, 2014, B. Shi, Bai, & Yao, 2017, H. Zheng et al., 2017), obrada prirodnih jezika (eng. *natural language processing*) (Collobert & Weston, 2008, Collobert et al., 2011, Y. Goldberg, 2015, A. Kumar et al., 2016), predviđanje podataka (Mehdi Khashei & Bijari, 2010, P. G. Zhang & Qi, 2005), i mnoge druge.

U ovoj disertaciji se NM koriste kao jedan od dva algoritma mašinskog učenja koji će biti upoređeni sa IBA-DE modelom na problemu predviđanja kreditnih rejtinga. Kriterijum po kome će modeli biti rangirani je tačnost, odnosno preciznost predviđanja. Rezultati dobijeni korišćenjem različitih metoda će biti upoređeni Imajući u vidu nedinamičnu prirodu kreditnih rejtinga i godišnjih promena na nivou privrede države, nema potrebe za korišćenjem rekurentne NM, već je odabrana mreža bez povratnog prenosa sa manjim brojem slojeva i neurona po sloju s obzirom na ograničenost broja ulaznih faktora arhitekturom IBA-DE modela. Pored tipa mreže, kao i broja slojeva i neurona, potrebno je odabrati i algoritam učenja. U ovoj disertaciji je korišćen algoritam propagacije unazad. Slično kao i kod odabira tipa mreže, glavni kriterijumi su bili jednostavnost i fleksibilnost, jer su slična načela korišćena i prilikom izrade IBA-DE modela. Algoritam propagacije unazad je zasnovan na metodi opadajućeg gradijenta, čije su različite varijacije korišćene u ovoj disertaciji nabrojane i analizirane u sledećem pasusu.

- Levenberg-Markuardt (eng. *Levenberg-Marquardt*, skr. LM) algoritam (Moré, 1978), koji je najčešće korišćen za rešavanje nelinearnih problema metodom najmanjih kvadratnih odstupanja poput uklapanja krive (eng. *curve-fitting problem*). Ovaj algoritam poseduje jedan od najbržih mehanizama ažuriranja težinskih faktora i sličan je regresionoj metodi najmanjih kvadratnih odstupanja koja je korišćena za predviđanje sledeće  $F$  vrednosti u (Jelinek et al., 2019) studiji.
- Bajesova regularizacija (eng. *Bayesian regularization*, skr. BR) (Burden & Winkler, 2009), koja se koristi za smanjivanje pristrasnosti (eng. *bias*) i tendencije NM ka

preteranom prilagođavanju (eng. *overfitting*), što je naročito korisno u slučaju da je planirano da se model koristi za više sličnih problema.

- Brojden-Flečer-Goldfarb-Šano (eng. *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*, skr. BFGS) algoritam, koji je iterativna metoda korišćena za rešavanje nelinearnih problema bezuslovne optimizacije poput nalaženja lokalnog minimuma ili maksimuma funkcije.
- Otporni algoritam propagacije unazad (eng. *resilient backpropagation algorithm*, skr. RPROP) (Riedmiller & Braun, 1992), optimizacioni algoritam prvog reda koji se koristi isključivo za NM bez povratnog prenosa. Uz LM, ovo je jedan od algoritama sa najbžim ažuriranjem težinskih faktora.
- Opadajući gradijent sa momentom propagacije unazad (eng. *gradient descent with momentum backpropagation*, skr. GDMB) (LeCun et al., 2012), koji je iterativni optimizacioni algoritam prvog reda (koristi bar jedan izvod/gradijent prvog reda), podtip algoritama sa opadajućim gradijentom iz reda propagacije unazad i jedan od najpopularnijih algoritama korišćenih u mašinskom učenju. Maksimum ili minimum funkcije se dobija tako što se uzimaju pomeraji u suprotnom smeru od gradijenta funkcije cilja, odnosno pomeraji se računaju kao pozitivni ili negativni gradijenti u cilju dostizanja maksimuma ili minimuma funkcije.
- Sekanta jednog koraka (eng. *one step secant*, skr. OSS), algoritam aproksimacije konačnih razlika Njutnove metode korišćene za nalaženje korena funkcije.
- Skalirani konjugovani gradijent propagacije unazad (eng. *scaled conjugate gradient backpropagation*, skr. SCG) (Møller, 1993), algoritam iz reda iterativnih algoritama konjugovanih gradijenta propagacije unazad za nalaženje numeričkih rešenja sistema linearnih jednačina sa simetričnom i pozitivno definitnom matricom. Ovaj algoritam se uglavnom koristi za složenije probleme poput numeričkog rešavanja parcijalnih diferencijalnih jednačina, gde ostale metode nisu primenjive.

Gorenavedni algoritmi su izabrani tako da obuhvate sve najpopularnije i najkorišćenije metode opadajućeg gradijenta, dok je istovremeno uzimana u obzir jednostavnost njihove implementacije. Drugi kriterijum je bio raznovrsnost samih algoritama, jer ne postoji potreba za testiranjem više od jednog podtipa iz određene porodice algoritama. Na primer, uključivanjem SCG algoritma nije bilo potrebe za uključivanjem ostalih konjugovanih podtipova poput Pael-



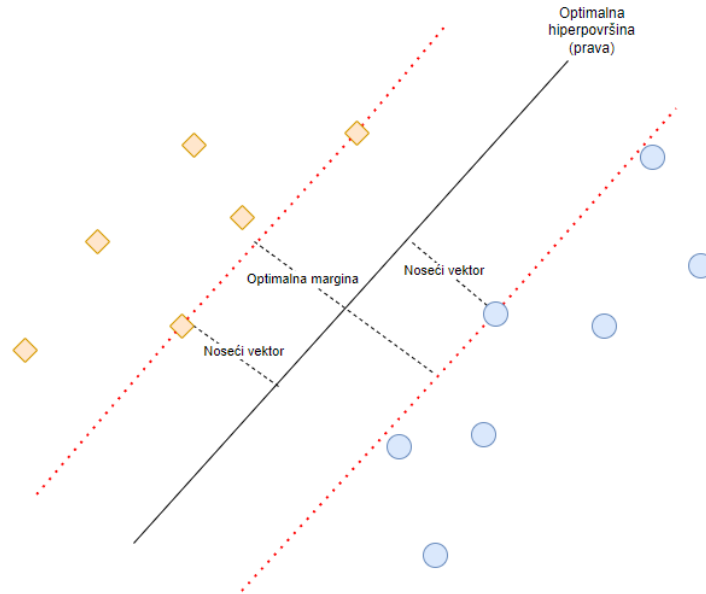
Bel (eng. *Powell-Beale*), Flečer-Pauel (eng. *Fletcher-Powell*) i Polak-Ribie (eng. *Polak-Ribiére*). Postoji nekoliko studija gde su različiti algoritmi propagacije unazad testirani (Jaiswal, Gupta, & Ambikapathy, 2018). Dva najčešća zaključka su da je RPROP algoritam superioran u odnosu na ostale algoritme po pitanju brzine učenja (Schiffmann, Joost, & Werner, 1993), dok je SCG pokazao najbolje performanse u problemima inženjerske prirode (Khadse, Chaudhari, & Borghate, 2017).

### 2.1.5. Metoda nosećih vektora

SVM pripada skupu nadgledanog mašinskog učenja i najčešće je korišćena za potrebe klasifikacije i regresione analize. Razvijena je od strane tima okupljenog oko Vladimira Vapnika (eng. *Vladimir Vapnik*) u Belovim (eng. *Bell*) laboratorijama (Boser, Guyon, & Vapnik, 1992, Cortes & Vapnik, 1995, Vapnik, 1998) sredinom 90-ih godina prošlog veka. Zasnovana je na statističkom učenju (eng. *statistical learning framework*) iskazanom pomoću Vapnik-Červonenkis (eng. *Vapnik-Chervonenkis*) teorije (Vapnik, 1995, 1998, Vapnik & Chervonenkis, 1974). Ova teorija je razvijana skoro trideset godina, od 60-ih do 90-ih, od strane Vladimira Vapnika i Alekseja Červonenkisa (eng. *Alexey Chervonenkis*), i predstavlja tehniku računarskog učenja koja pokušava da objasni i predstavi učenje sa statističke tačke gledišta. SVM je po prirodi deterministički binarni linearni klasifikator, odnosno za razliku od statističkih binarnih linearnih klasifikatora ne pruža uvid u raspodelu, tj. verovatnoću pripadanja uzorka određenom klasteru, već samo pruža uvid u klaster kome određeni uzorak pripada. Ipak, postoji način kojim SVM može predviđati i verovatnoće pripadanja određenom klasteru o čemu će biti reč u nastavku poglavlja, kao što postoji način i kako se SVM može koristiti za probleme nelinearne klasifikacije korišćenjem trika jezgra (eng. *kernel trick*) koji omogućava linearnim algoritmima učenja da nauče nelinearne funkcije.

Način rada na kome se SVM zasniva je pronalaženje hiperpovršine unutar  $N$ -dimenzionalnog prostora, gde je  $N$  broj karakteristika podataka koji se predviđaju, a koja će biti definisana na osnovu podataka za trening tako da na optimalan način razdvaja podatke u dve predefinisane kategorije. Optimalnost se meri maksimizacijom rastojanja svakog ulaza, odnosno tačke, od hiperpovršine. Dimenzionalnost hiperpovršine zavisi od broja karakteristika, tako da ukoliko je  $N = 2$ , hiperpovršina će biti prava, dok će za  $N = 3$  biti ravan, itd. Nakon određivanja

hiperpovršine na osnovu podataka za trening, podaci nad kojima se vrši testiranje se mapiraju u odgovarajuće kategorije u zavisnosti od strane hiperpovršine kojoj pripadaju. Tačke koje su najbliže hiperpovršini se nazivaju noseći vektori i one najviše utiču na poziciju i orijentaciju hiperpovršine, dok se sveukupno rastojanje tačaka od hiperpovršine naziva margina. Pomeranje ili brisanje tačaka dovodi do promene pozicije hiperpovršine, a samim tim i do povećavanja ili smanjivanja margine. Na taj način se izgrađuje SVM model (Slika 6).



Slika 6: Metoda nosećih vektora

Funkcija greške (eng. *cost function*) je data u jednačini (2.1),

$$c(x, y, f(x)) = \begin{cases} 0 & | y * f(x) \geq 0 \\ 1 - y * f(x), & \text{u suprotnom} \end{cases} \quad (2.1)$$

odnosno greška je nula ukoliko su predviđena i stvarna vrednost istog znaka. U zavisnosti od tipa problema, SVM se svodi na rešavanje minimizacionih problema koji su definisani jednačinama (2.2) za klasifikaciju i (2.3) za regresiju.

$$\min_f \|f\|_K^2 + C \sum_{i=1}^l |1 - y_i f(x_i)|_+ \quad (2.2)$$

$$\min_f \|f\|_K^2 + C \sum_{i=1}^l |y_i - f(x_i)|_\epsilon \quad (2.3)$$

gde je  $\|f\|_K^2$  optimalna reprodukujuća jezgrovita Hilbert prostorna norma (eng. *reproducing kernel Hilbert space*, skr. RKHS) definisana u (Vapnik, 1998) studiji,  $K$  predstavlja jezgro koje definiše RKHS a  $l$  broj ulaza (Evgeniou & Pontil, 2001).

Postoje razne primene SVM (L. Wang, 2005) u oblastima poput bioinformatike (Byvatov & Schneider, 2003, Noble, 2006, Yang, 2004), predviđanja vremenskih serija (Müller et al., 2005, Sapankevych & Sankar, 2009, Thissen et al., 2003, T. van Gestel et al., 2001), prepoznavanja lica (G. Guo, Li, & Chan, 2000, Heisele, Ho, & Poggio, 2001, Milošević, Jelinek, et al., 2018, Osuna, Freund, & Girosi, 1997, Phillips, 1998), kao i za prepoznavanje i klasifikaciju teksta (Tong & Koller, 2002) i slika (Tong & Chang, 2001). Prilikom poređenja sa drugim klasifikacionim i regresionim metodama, SVM su pokazale dobre performanse, što je prikazano u (Meyer, Leisch, & Hornik, 2003) studiji, iako nije bilo moguće odrediti najbolju metodu. Kako se predviđanje kreditnih rejtinga može posmatrati i klasifikovati pod predviđanje vremenske serije, u ovoj disertaciji se SVM koriste kao još jedna metoda mašinskog učenja, uz NM, pomoću koje se predviđaju kreditni rejtingi, gde se dobijeni rezultati potom porede sa rezultatima dobijenim uz pomoć IBA-DE pristupa.

## 2.2. Interpolativna Bulova algebra

Interpolativna Bulova algebra je realnovrednosna realizacija Bulove algebre na jediničnom  $[0,1]$  intervalu (Radojević, 2000). Za razliku od ostalih viševrednosnih logika u IBA su ispoštovani svi zakoni Bulove algebre uključujući i zakone kontradikcije i isključenja trećeg (Radojević, 2006), što je i njena glavna prednost u odnosu na ostale logike. Ovo je omogućeno postojanjem dva nivoa IBA, simboličkog i vrednosnog, i razdvajanjem vrednosti atributa od njegove strukture. Očuvanje svih zakona Bulove algebre je dovelo do razvijanja više metodologija zasnovanih na IBA, od kojih su najkorišćenije logička agregacija (Dragović et al., 2014, Jelinek, Milošević, et al., 2021, Latinović et al., 2018, Rakićević et al., 2019, Rakićević et al., 2018, Vojtek, Petrović, & Milošević, 2021) i IBA mere sličnosti i različitosti (Milošević, Poledica, Rakićević, et al., 2018, Poledica et al., 2015, Rakićević, Nešić, & Radojević, 2013)

U potpoglavlju 2.2.1 je data definicija Bulove algebre i njenih osnovnih postulata, kao i definicija IBA, zajedno sa motivima njenog nastanka. Osnovni elementi Bulove algebre su

izloženi u potpoglavlju 2.2.2, dok su simbolički i vrednosni nivoi IBA objašnjeni u potpoglavljima 2.2.3 i 2.2.4, zajedno sa odgovarajućim strukturama i vrednosnim realizacijama atributa, uključujući i generalizovani Bulov polinom. Na kraju su izložene glavne metodologije IBA, logička agregacija u potpoglavlju 2.2.5 i logičke mere sličnosti i različitosti u potpoglavlju 2.2.6. Nazivi i simboli svih promenljivih korišćenih u nastavku poglavlja su dati u Tabeli 20 u Prilogu 10.1.

### 2.2.1. Bulova algebra i definicija i struktura interpolativne Bulove algebre

Klasična logika se definiše putem Bulove dvovrednosne algebre koju je Džordž Bul formalizovao kroz aksiome i teoreme 1848. godine (Boole, 1848). Osnovna odlika klasične (Bulove) logike je dvovrednost, odnosno tvrdnja da svaki iskaz može biti tačan (1) ili netačan (0), dok je (Bulova) algebra na kojoj je ova logika zasnovana osnov iskaznog i predikatskog računa.

**Definicija 1 (Brown, 1990):** *Bulova algebra je algebarski sistem nad uređenom petorkom  $\langle B, \vee, \wedge, 0, 1 \rangle$ , gde je  $B$  skup elemenata,  $\vee$  i  $\wedge$  su binomne operacije disjunkcije i konjunkcije nad  $B$ , a 0 i 1 su različiti članovi iz  $B$ , i gde su zadovoljeni sledeći postulati za  $\forall a, b, c \in B$ :*

- *Zakoni komutativnosti:  $a \vee b = b \vee a$ ,  $a \wedge b = b \wedge a$*
- *Zakoni distributivnosti:  $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ ,  $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$*
- *Identičnost:  $0 \vee a = a$ ,  $1 \wedge a = a$*
- *Komplementarnost:  $a \vee \neg a = 1$ ,  $a \wedge \neg a = 0$*

Dva zakona komplementarnosti je davno definisao i Aristotel kao osnovne zakone mišljenja. Prvi iskaz se još naziva i zakon isključenja trećeg, i može se objasniti time da ili izraz ili njegova negacija mora biti tačna jer treća mogućnost ne postoji. Drugi iskaz se naziva i zakon kontradikcije ili neprotivrečnosti, i u njemu je data konstatacija da se ne može istovremeno tvrditi i iskaz i njegova negacija, tj. da je takav iskaz uvek netačan. U definiciji koja je data u (Brown, 1990), operator  $\neg$  predstavlja operaciju negacije, te se elementi 1 i 0 mogu definisati preko članova i njihovih suprotnih vrednosti (komplementarnost), iz čega sledi da se Bulova algebra može definisati i kao uređena četvorka  $\langle B, \vee, \wedge, \neg \rangle$ . Mnogi problemi se ipak ne mogu definisati samo putem binarnih tačno/netačno iskaza, pa je stoga Jan Lukaševič (polj. *Jan*

Lukasiewicz) oko 1920. godine predložio trovrednosnu  $\{0, 1/2, 1\}$  logiku, kasnije predstavljenu i u njegovim sabranim radovima (Lukasiewicz, 1970), koja je postavila osnove viševrednosne logike i predstavlja međufazu između klasične i fazi logike, koja je nastala na osnovama postavljenim u Lukaševičevoj logici.

Fazi logika je generalizacija klasične (Bulove) logike, zasnovana na teoriji fazi skupova (Zadeh, 1965). Za razliku od Bulove logike u kojoj vrednost iskaza može uzeti samo vrednosti iz  $\{0,1\}$  skupa, u fazi logici, izraz može imati bilo koju međuvrednost iz istog skupa, odnosno svaki logički izraz je definisan nad  $[0,1]$  skupom. Detaljniji opis fazi logike, njena svojstva i primene su date u potpoglavlju 2.1.2.

Svi tipovi logika, bez obzira na broj vrednosti koji obuhvataju (dvovrednosne ili viševrednosne) su zasnovane na principu istinitosne funkcionalnosti (eng. *principle of truth functionality*) (Gottwald, 2000), odnosno na premisi da se izračunavanje složenog izraza vrši direktno putem izračunavanja njegovih podizraza. Glavni nedostatak fazi logike je što se ne nalazi u Bulovom okviru iz razloga što nisu ispoštovani postulati komplementarnosti: zakon kontradikcije i zakon isključenja trećeg (Dubois et al., 2005, X. Zhang, 2011). Ovo je dovelo do razvijanja konzistentne realizacije fazi logike putem interpolativne Bulove algebre.

**Definicija 2 (Radojević, 2000):** IBA je konzistentna  $[0,1]$ -realizacija Bulove algebre u kojoj su ispoštovani svi postulati na kojima se Bulova algebra zasniva, uključujući i zakone kontradikcije i isključenja trećeg.

IBA se može primeniti na logiku i skupove (Radojević, 2008a), kao i na relacije (Radojević, 2005). IBA ima konačan broj elemenata, gde su struktura i vrednost svakog elementa jasno razdvojeni. Ovo je postignuto samom strukturom IBA, koja se sastoji iz dva nivoa: simboličkog i vrednosnog (Radojević, 2008b, Radojević et al., 2008). Da bi struktura elementa mogla da bude jasno definisana, prethodno je potrebno definisati pojam atomskog elementa.

**Definicija 3 (Radojević, 2008a):** Atomski element ili atom,  $\alpha(S)(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,  $S \in P(B)$ , predstavlja najjednostavniji element Bulove algebre  $\Psi(B)$ , i kao takav u sebi ne može sadržati nijedan drugi element osim trivijalne konstante 0:

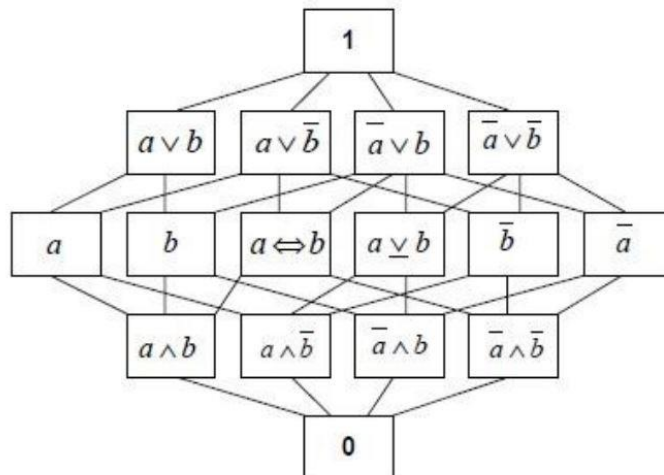
$$\alpha(S)(a_1, a_2, \dots, a_n) = \bigwedge_{a_i \in S} a_i \bigwedge_{a_i \in B/S} \neg a_i \quad (2.4)$$

U definiciji 3,  $\Psi(B)$  je partitivni skup partitivnog skupa atributa  $B$ , odnosno  $\Psi(B) = P(P(B))$ . Iz definicije 3 takođe sledi da su atomi međusobno disjunktni, odnosno da je vrednost preseka bilo koja dva atoma jednaka 0, dok njihova unija pokriva ceo prostor, odnosno vrednost unije je 1. Bilo koji drugi neatomski element se sastoji od dva ili više atoma, što je definisano kroz njegovu strukturu (videti Haseov dijagram na Slici 7 u narednom potpoglavlju).

Struktura elementa se određuje na simboličkom nivou IBA, tako što je za svaki atom određeno da li pripada ili ne pripada elementu, odnosno da li jeste ili nije uključen u njegovu strukturu (Radojević, 2013b). Za razliku od viševrednosnih logika za koje je već rečeno da su zasnovane na principu istinitosne funkcionalnosti u IBA se uvodi princip strukturne funkcionalnosti (eng. *principle of structural functionality*), po kome je struktura svakog elementa IBA algebre direktno određena strukturom njegovih komponentata (Radojević, 2013a). Iako slični po definiciji, principi istinitosne i strukturne funkcionalnosti imaju različitu logiku. Kod principa strukturne funkcionalnosti IBA transformacije se dešavaju na simboličkom nivou, za razliku od principa istinitosne funkcionalnosti, gde je fokus na vrednosnom nivou. Stoga se princip istinitosne funkcionalnosti može posmatrati kao specijalan slučaj principa strukturne funkcionalnosti. Fokus na simboličkom nivou omogućava različito tretiranje negacije elemenata čija je vrednost ista, ali je struktura različita što je posledica uvođenja vrednosti tek na vrednosnom nivou.

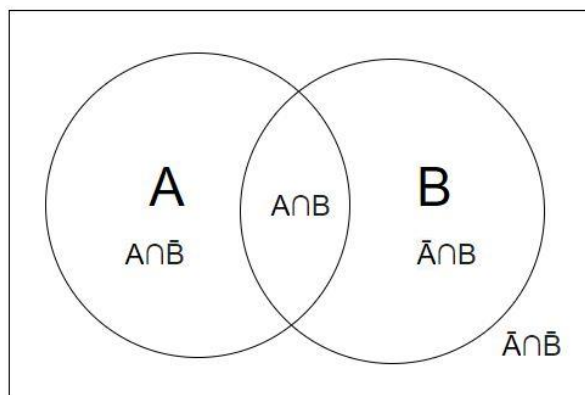
### 2.2.2. Osnovni elementi Bulove algebre

Pretpostavimo da skup  $B$  ima  $n$  članova:  $B = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ . Svaki član skupa  $B$ ,  $a_i, i = 1, \dots, n$  se naziva atribut ili primarni atribut i predstavlja određenu osobinu koja mu je dodeljena (boja očiju, oznaka kvaliteta, radni staž...), i koja ima određenu vrednost  $a_i^v$ . Od  $n$  članova, odnosno atributa Bulove algebre je moguće formirati  $2^{2^n}$  elemenata, odnosno logičkih funkcija  $\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , Bulove algebre. Grafički prikaz  $2^{2^2} = 16$  elemenata Bulove algebre formiranih na osnovu dva atributa  $B = \{a, b\}$ , korišćenjem Haseovog dijagrama je dat na Slici 7.



Slika 7: Haseov dijagram Bulove algebre nad dva atributa:  $B = \{a, b\}$

Za razliku od Bulove algebre koja je zasnovana na atributima i elementima, IBA je zasnovana na atomskim elementima Bulove algebre (Radojević, 2008a). Od  $n$  atributa Bulove algebre je moguće formirati  $2^n$  atomskih elemenata, odnosno kao što je rečeno ranije, najjednostavnijih logičkih funkcija koje u svojoj strukturi sadrže samo sebe i 0. Korišćenjem istog primera sa dva atributa  $\{a, b\}$ , atomski elementi su  $a \wedge b$ ,  $a \wedge \bar{b}$ ,  $\bar{a} \wedge b$  i  $\bar{a} \wedge \bar{b}$ , što su ujedno i elementi u preposlednjem redu u Haseovom dijagramu na Slici 7. Linije na Haseovom dijagramu (u smeru ka gore) prikazuju relacije uključenosti. Tako se sa slike vidi da su atomski elementi  $a \wedge b$  i  $a \wedge \bar{b}$  uključeni u strukturu elementa  $a$ , što se može prikazati kroz jednakost:  $(a \wedge b) \vee (a \wedge \bar{b}) = a \wedge (b \vee \bar{b}) = a \wedge 1 = a$ , ali i putem Veneovog dijagrama (Slika 8), odakle se jasno vidi da je unija četiri atomska elementa jednaka 1, odnosno celom skupu  $B$ .



Slika 8: Veneov dijagram atoma Bulove algebre nad dva atributa:  $B = \{a, b\}$

Strukture logičkih funkcija unutar strukturnog nivoa IBA su zasnovane na relacijama uključenosti, ili drugim rečima, relacije uključenosti predstavljaju osnovni alat za modelovanje strukture elemenata u IBA.

### 2.2.3. Simbolički nivo interpolativne Bulove algebre

Osnovna odlika IBA je razdvajanje simboličkog od vrednosnog nivoa, odnosno mogućnost definisanja strukture logičkih funkcija nezavisno od njihove vrednosti korišćenjem principa strukturne funkcionalnosti. Struktura bilo kog elementa Bulove algebre se može prikazati preko strukturnog vektora  $\vec{\sigma}_\varphi$ , čiji elementi uzimaju vrednosti iz  $\{0,1\}$  skupa i drugačije se nazivaju strukturne funkcije.

**Definicija 4 (Radojević, 2008c):** *Strukturna funkcija  $\sigma_\varphi$  elementa Bulove algebre*

*$\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n) \in \Psi(B)$  je skup funkcija  $\sigma_\varphi : P(B) \rightarrow \{0,1\}$ , takav da za  $S \in P(B)$  važi:*

$$\sigma_\varphi(S) = \begin{cases} 1, & \alpha(S)(a_1, a_2, \dots, a_n) \subseteq \varphi(a_1, a_2, \dots, a_n) \\ 0, & \alpha(S)(a_1, a_2, \dots, a_n) \not\subseteq \varphi(a_1, a_2, \dots, a_n) \end{cases}$$

Strukturna funkcija  $i$ -tog elementa Bulove algebre  $\sigma_\varphi(S)$ , označava prisustvo (1) ili odusustvo (0) određenog atomskog elementa u strukturi  $i$ -tog elementa, što dalje implicira da se svaki strukturni vektor sastoji od  $N$  elemenata, odnosno strukturnih funkcija, gde je  $N$  broj atomskih elemenata u  $B$ , i stoga važi  $N = 2^n$ . Uzimajući u obzir binarnu prirodu strukturnih funkcija, na njih se mogu primeniti sve tri operacije binarne logike:

- Konjunkcija ( $\wedge$ ):  $\sigma_{\varphi \wedge \psi}(S) = \sigma_\varphi(S) \wedge \sigma_\psi(S)$
- Disjunkcija ( $\vee$ ):  $\sigma_{\varphi \vee \psi}(S) = \sigma_\varphi(S) \vee \sigma_\psi(S)$
- Negacija ( $\neg$ ):  $\sigma_{\neg\varphi}(S) = \neg\sigma_\varphi(S)$

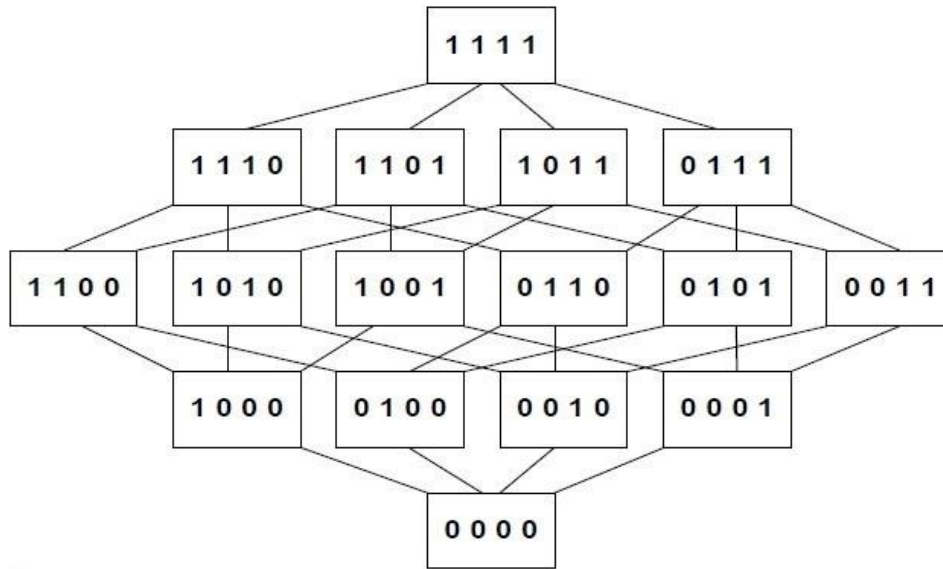
Strukturna funkcija se najbolje može predstaviti putem strukturnog vektora.



**Definicija 5 (Radojević, 2008c):** Strukturni vektor  $\vec{\sigma}_\varphi$  elementa Bulove algebre  $\varphi \in \Psi(B)$  je  $1 \times N$  dimenzioni vektor vrednosti strukturnih funkcija za sve atome:  

$$\vec{\sigma}_\varphi = [\sigma_\varphi(S) | S \in P(B)].$$

Odgovarajući strukturni vektori za svaki element Bulove algebre prikazan na Slici 7 su prikazani na Slici 9.



Slika 9: Strukturni vektori elemenata Bulove algebre nad dva atributa:  $B=\{a, b\}$

Sa Slike 9 sa jasno može videti kako u strukturi,  $[1100]$ , krajnje levog elementa iz trećeg reda ( $a$ ) učestvuju elementi  $a \wedge b$  i  $a \wedge \neg b$  preko njihovih odgovarajućih strukturnih vektora  $[1000]$  i  $[0100]$ . Svaki element Bulove algebre  $\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , se može prikazati kao proizvod strukturnog vektora  $\vec{\sigma}_\varphi$ , i transponovanog vektora atomskih elemenata:

$$\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n) = \vec{\sigma}_\varphi \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1(S)(a_1, a_2, \dots, a_n) \\ \vdots \\ \alpha_{2^n}(S)(a_1, a_2, \dots, a_n) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Kako je ranije rečeno, struktura složenih logičkih funkcija se može odrediti preko njenih elemenata korišćenjem principa strukturne funkcionalnosti i tri osnovne operacije (konjunkcije, disjunkcije i negacije) na isti način kao i u binarnoj logici, što dalje implicira očuvanje svih zakona Bulove algebre na strukturnom nivou IBA. Nakon određivanja strukture logičke funkcije,

što je osnovna operacija na simboličkom nivou IBA, može se uvesti vrednost logičke funkcije, što je sledeći korak i operacija koja se radi na vrednosnom nivou IBA.

#### 2.2.4. Vrednosni nivo interpolativne Bulove algebre

Na vrednosnom nivou svaki element Bulove algebre  $\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , se mapira u jednoznačno određeni generalizovani Bulov polinom (eng. *generalized Boolean polynomial*, skr. GBP).

**Definicija 6 (Radojević, 2008a):** Generalizovani Bulov polinom  $\varphi^\otimes(a_1, a_2, \dots, a_n)$  elementa Bulove algebre  $\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n) \in \Psi(B)$  je jednak sumi vrednosti svih atoma  $\alpha^\otimes(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v)$  koji su uključeni u njega:

$$\varphi^\otimes(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{S \in P(B) | \sigma_\varphi(S)=1} \alpha^\otimes(S)(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v) = \vec{\sigma}_\varphi \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1^\otimes(S)(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v) \\ \vdots \\ \alpha_{2^n}^\otimes(S)(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Elementi GBP polinoma  $\varphi^\otimes(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v)$  su vrednosne realizacije atributa  $a_i^v$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , koji u IBA mogu uzeti bilo koju vrednost iz  $[0,1]$  skupa. Analogno tvrdnji da se svaki element Bulove algebre  $\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , može prikazati kao proizvod strukturnog vektora  $\vec{\sigma}_\varphi$ , i transponovanog vektora atomskih elemenata, GBP se može prikazati kao proizvod strukturnog vektora  $\vec{\sigma}_\varphi$ , i transponovanog vektora vrednosti atomskih elemenata što proizilazi iz definicije GBP kao sume vrednosti svih atoma koji su uključeni u njega, što je prikazano u jednačini (2.6) koja je analogna jednačini (2.5).

Operacije koje su podržane unutar Bulovog polinoma su klasične operacije sabiranja (+), oduzimanja (-) i operacija generalizovanog proizvoda ( $\otimes$ ) (eng. *generalized product*, skr. GP), koja je višeg prioriteta u odnosu na prve dve operacije.

**Definicija 7 (Radojević, 2008a):** Generalizovani proizvod je binarni operator  $\otimes$  na jediničnom intervalu  $[0,1]$  koji spada u potklasu  $t$ -norme i zadovoljava uslov nenegativnosti. Generalizovani proizvod se definiše kao funkcija  $\otimes: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  koja za sve realizacije  $a_i^v \in [0,1]$  atributa  $a_i \in B$ ,  $i+1, 2, \dots, n$  zadovoljava sledeće uslove:

- Komutativnost:  $a_i^v \otimes a_j^v = a_j^v \otimes a_i^v$
- Asocijativnost:  $(a_i^v \otimes a_j^v) \otimes a_k^v = a_j^v \otimes (a_i^v \otimes a_k^v)$
- Monotonost:  $a_j^v \leq a_k^v \Rightarrow a_i^v \otimes a_j^v \leq a_i^v \otimes a_k^v$
- Postojanje neutralnog elementa (1):  $a_i^v \otimes 1 = a_i^v$
- Nenegativnost:  $\sum_{K \in P(B/S)} (-1)^{|K|} \otimes_{a_i \in S \cup K} a_i^v \geq 0$

Uslovom nenegativnosti se obezbeđuje da su vrednosti atoma  $\alpha^\otimes(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v)$ , i posledično vrednosti logičkih funkcija  $\varphi^\otimes(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v)$  takođe definisane na jediničnom intervalu. Suštinska razlika između  $t$ -normi (Gottwald & Hájek, 2005) i GP je u tome što su  $t$ -norme u fazi logici predstavljaju algebarske funkcije, poput Lukašijevičeve  $t$ -norme:  $a * b = \max(a + b - 1, 0)$  ili minimum  $t$ -norme:  $a * b = \min(a, b)$ , dok GP ima ulogu aritmetičkog operatora bez uticaja na algebru. Iz uslova nenegativnosti GP, GP za Bulovu algebru od dva elementa  $B = \{a, b\}$ , se može definisati kao bilo koja  $t$ -norma koja zadovoljava sledeću nejednakost:

$$\max(0, a + b - 1) \leq a \otimes b \leq \min(a, b) \quad (2.7)$$

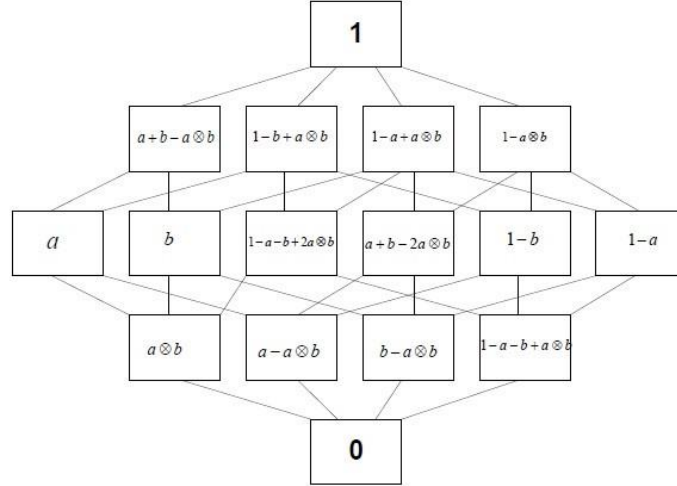
odnosno rezultat GP mora biti veći od rezultata Lukašijevičeve  $t$ -norme i manji od minimum  $t$ -norme. Odabir odgovarajuće  $t$ -norme se definiše kao realizacija GP, i ona zavisi od prirode i korelacije atributa nad kojima se obavlja operacija GP (Dragović et al., 2014, Milošević, Poledica, Rakićević, et al., 2018). U slučaju da atributi imaju istu prirodu i visoku pozitivnu korelaciju (npr. rezultat testa inteligencije po skali A i po skali B) treba koristiti minimum  $t$ -normu kao realizaciju GP. U slučaju da atributi imaju istu prirodu i visoku negativnu korelaciju

(npr. vreme provedeno na vežbama na fakultetu i vreme potrebno za spremanje ispita) treba koristiti Lukašievičevu  $t$ -normu kao realizaciju GP, dok je algebarski proizvod odgovarajuća realizacija GP u slučaju nekorelisanosti atributa (npr. broj pročitanih knjiga i visina socijalne inteligencije). Pre nego što se izvrši realizacija GP putem izbora odgovarajuće  $t$ -norme, potrebno je transformisati logičku funkciju u GBP na osnovu predefinisanih pravila transformacija.

**Definicija 8 (Radojević, 2008d):** *Neka su  $\beta(a_1, \dots, a_n), \gamma(a_1, \dots, a_n) \in \Psi(B)$  složeni elementi Bulove algebre i neka su  $a, b \in B$  primarni atributi. Definišu se sledeća pravila transformacije za:*

- *primarne attribute*
  - $(a \wedge b)^\otimes = \begin{cases} a \otimes b, & a \neq b \\ a, & a = b \end{cases}$
  - $(a \vee b)^\otimes = a + b - a \otimes b$
  - $(a)^\otimes = 1 - a$
- *složene logičke funkcije*
  - $(\beta(a_1, \dots, a_n) \wedge \gamma(a_1, \dots, a_n))^\otimes = \beta^\otimes(a_1, \dots, a_n) \otimes \gamma^\otimes(a_1, \dots, a_n)$
  - $(\beta(a_1, \dots, a_n) \vee \gamma(a_1, \dots, a_n))^\otimes =$   
 $= \beta^\otimes(a_1, \dots, a_n) + \gamma^\otimes(a_1, \dots, a_n) - \beta^\otimes(a_1, \dots, a_n) \otimes \gamma^\otimes(a_1, \dots, a_n)$
  - $(\neg\beta(a_1, \dots, a_n))^\otimes = 1 - \beta^\otimes(a_1, \dots, a_n)$

Softverska implementacija pravila transformacije je predstavljena u (Milošević et al., 2014) studiji, zajedno sa dodatnim objašnjenjima. Vrednosti svih logičkih elemenata sa Slike 7 nakon transformacije u GBP su predstavljene na Slici 10.



Slika 10: GBP elemenata Bulove algebre nad 2 atributa  $B=\{a, b\}$

Primer primene GBP transformacije na logičku funkciju  $a \wedge \neg b$  je:  $(a \wedge \neg b)^{\otimes} = a \otimes (1-b) = a - a \otimes b$ , što je i vrednost drugog elementa s leva u drugom redu na Slici 10.

U potpoglavlju 2.2 je rečeno da su dva zakona komplementarnosti ispoštovana u IBA, što je Radojević dokazao u (Radojević, 2008d) studiji kroz jednakosti kojima se dokazuje poštovanje zakona isključenja trećeg (2.8) i zakona kontradikcije (2.9).

$$(a \vee \neg a)^{\otimes} = a + (\neg a)^{\otimes} - a \otimes (\neg a)^{\otimes} = a + (1-a) - a \otimes (1-a) = 1 - a \otimes 1 + a \otimes a = 1 - a + a = 1 \quad (2.8)$$

$$(a \wedge \neg a)^{\otimes} = a \otimes (\neg a)^{\otimes} = a \otimes (1-a) = a \otimes 1 - a \otimes a = a - a = 0 \quad (2.9)$$

### 2.2.5. Logička agregacija

Agregacija se u opštem smislu može definisati preko (agregatne) funkcije koja ima ulogu grupisanja više entiteta u jedan zbirni objekat, pod određenim pravilima, gde bi svi entiteti mogli da se posmatraju kao (zajednička) celina (Kostić et al., 2013, Martinović & Delibašić, 2014, Rakićević et al., 2016). Pravila se najčešće definišu preko operatora agregacije kao što su norme (neke od  $t$ -normi su bile predstavljene u prethodnim potpoglavljima), ponderi, odnosno ponderisane sume, i sl. Agregacija koja se koristi u IBA okviru se naziva logička agregacija (Radojević, 2008c, Radojević & Petrović, 2001), u kojoj su takođe ispoštovani svi Bulovi zakoni, gde je njena glavna uloga agregacija primarnih atributa u reprezentativnu vrednost

korišćenjem logičkih operatora. Jedna od osnovnih prednosti LA u odnosu na klasične agregacije je mogućnost modelovanja logičkih veza između atributa (Poledica et al., 2015), dok je Radojević u studiji (Radojević, 2008c), pokazao da se klasične mere agregacije poput minimuma, maksimuma, ponderisane sume, aritmetičke sredine kao i složenije mere poput ponderisanog operatora usrednjavanja (eng. *ordered weighted averaging operator*) (Yager, 1988) i (generalizovanog) diskretnog Šokeovog integrala (eng. *discrete Choquet integral*) (Radojević, 1999) mogu posmatrati kao specijalni slučajevi LA. Proces LA se može definisati kroz dva koraka:

- Normalizacija vrednosti primarnih atributa na jedinični  $[0,1]$  interval.
- Agregacija normalizovanih vrednosti primarnih atributa u jednu reprezentativnu vrednost preko logičke funkcije, korišćenjem GBP, ili preko pseudologičke funkcije, korišćenjem generalizovanog pseudo-Bulovog polinoma (GPBP)

**Definicija 9 (Radojević, 2008c):** Generalizovani pseudo-Bulov polinom  $\pi^{\otimes}(a_1, a_2, \dots, a_n)$  predstavlja linearnu kombinaciju  $m$  ponderisanih logičkih funkcija predstavljenih preko GBP  $\varphi_j^{\otimes}(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$

$$\pi^{\otimes}(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v) = \sum_{j=1}^m w_j \cdot \varphi_j^{\otimes}(a_1^v, a_2^v, \dots, a_n^v) \quad (2.10)$$

gde su  $w_j$  težinski faktori koji zadovoljavaju sledeće uslove:  $w_j \geq 0$  &  $\sum_{j=1}^m w_j = 1$

GPBP se može predstaviti preko jednačine (2.11), koja je analogna jedinačini (2.6) u kojoj je predstavljen GBP .

$$\pi^{\otimes}(a_1^v, \dots, a_n^v) = \vec{\mu} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1^{\otimes}(S)(a_1^v, \dots, a_n^v) \\ \dots \\ \alpha_{2^n}^{\otimes}(S)(a_1^v, \dots, a_n^v) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

gde je  $\vec{\mu}$  vektor generalizovanih mera.

**Definicija 10 (Radojević, 2008c):** Vektor generalizovanih mera  $\vec{\mu}$  generalizovanog pseudo-Bulovog polinoma  $\pi^{\otimes}(a_1, a_2, \dots, a_n)$  predstavlja linearnu konveksnu kombinaciju odgovarajućih strukturnih vektora  $\vec{\sigma}_{\varphi_j}$  elementa Bulove algebra,  $P \varphi_j(a_1, a_2, \dots, a_n) \in \Psi(B)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$  koji su elementi generalizovanog pseudo-Bulovog polinoma:

$$\vec{\mu} = \sum_{j=1}^m w_j \cdot \vec{\sigma}_{\varphi_j} \quad (2.12)$$

gde su  $w_j$  težinski faktori koji zadovoljavaju sledeće uslove:  $w_j \geq 0$  &  $\sum_{j=1}^m w_j = 1$

Vektor  $\vec{\mu}$  je za GPBP ono što je vektor  $\vec{\sigma}_{\varphi}$  za GBP, uz napomenu da su elementi vektora  $\vec{\sigma}_{\varphi}$  definisani nad  $\{0,1\}$  skupom, dok su elementi vektora  $\vec{\mu}$  definisani nad jediničnim  $[0,1]$  intervalom zbog učešća težinskih faktora u jednačini (2.12). GPBP predstavlja osnovu LA i zavisi od generalizovane mere agregacije, odnosno predstavlja linearnu kombinaciju GBP i odgovarajućih težinskih faktora što se može videti iz jednačina (2.11) i (2.12).

## 2.2.6. IBA logičke mere sličnosti i različitosti

Mera sličnosti u statistici i sličnim oblastima predstavlja vrednosnu funkciju, najčešće definisanu na intervalu realnih brojeva, kojom se kvantifikuje sličnost između dva objekta. U nedostatku precizne i jedinstvene definicije, mera sličnosti se najčešće uzima kao inverzna mera različitosti, koja se najčešće definiše kao rastojanje između dva objekta, i koja ima više različitih implementacija poput Euklidske metrike (eng. *Euclidean metric*), diskretne metrike (eng. *discrete metric*), Hemingovog rastojanja (eng. *Hamming distance*), Rimanove metrike (eng. *Riemannian metric*), i mnogih drugih metrika. Kao što se vidi iz samog naziva, mere sličnosti i različitosti se najčešće koriste u algoritmima grupisanja, odnosno klasterovanja i klasifikacije, ali i za poznate paradigme, poput problema trgovačkog putnika i sličnim optimizacionim problemima. Primena ovih mera u logici je drugačija od tradicionalnog pristupa pošto nema smisla primeniti ih nad atributima koji imaju prostorne karakteristike (npr. udaljenost), već se koriste za poređenje intenziteta određene osobine kod različitih atributa.

Mera sličnosti  $s_{IBA}(a, b)$ , u IBA okviru se može definisati preko IBA ekvivalencije atributa koju je definisao Radojević u (Radojević, 2010) radu, dok je njena primena kao mera sličnosti predstavljena u (Poledica et al., 2015, Poledica et al., 2013) studijama, i prikazana je u jednačini (2.13).

$$s_{IBA}(a, b) = (a_1 \Leftrightarrow a_2)^{\otimes} = 1 - a - b + 2 \cdot a \otimes b \quad (2.13)$$

Sa druge strane, mera različitosti  $d_{IBA}(a, b)$ , se u IBA okviru modeluje putem ekskluzivne disjunkcije, odnosno preko vrednosti njoj odgovarajućeg GBP (Poledica et al., 2013, Rakićević, 2011, Rakićević et al., 2013), što je prikazano u jednačini (2.14).

$$d_{IBA}(a, b) = (a \vee b)^{\otimes} = ((a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b))^{\otimes} = a + b - 2 \cdot a \otimes b. \quad (2.14)$$

Obe mere, i mera sličnosti i mera različitosti, zadovoljavaju zakone komutativnosti i monotonosti, kao i osobinu nenegativnosti, koje proizilaze usled posedovanja ovih osobina od strane GBP. Iz jednačina (2.13) i (2.14) vidi da je njihov zbir jednak 1, dok je minimum  $t$ -norma koja je korišćena za realizaciju GP (Milošević, Poledica, Rakićević, et al., 2018).

### 2.2.7. Primene interpolativne Bulove algebra

Postoje brojne primene LA u različitim sferama poput finansijskog odlučivanja (Rakićević et al., 2018), gde su autori predložili automatizovani sistem za trgovanje akcijama na berzi zasnovan na IBA logičkom klasterovanju. Ideja rada je da se akcije grupišu u klasterne prema sličnim finansijskim odnosima i da se potom putem težinskih koeficijenata dodeljenih svakoj akciji u portfoliju identifikuju potcenjeni i precenjeni klasteri, kako bi se konstruisao portfolio potcenjenih akcija koji bi se koristio za trgovanje. Klasterovanje akcija se vrši na osnovu tri ulaza, odnosno tri finansijska odnosa: cena akcije po zaradi (eng. *price-to-earnings ratio*), cena akcije po njenoj knjigovodstvenoj vrednosti (eng. *price-to-book ratio*) i cena po prodaji ili prihodu (eng. *price-to-sales ratio*). Sistem je testiran na podacima sa beogradske berze u periodu između 2013. i 2017. godine, i postigao je bolje performanse od *BelexLine* market indeksa koji je korišćen kao reper (eng. *benchmark*).

Logička agregacija je primenjena i u finansijskoj analizi za rangiranje deset najvećih srpskih banki po izveštaju Narodne Banke Srbije iz 2012. godine korišćenjem finansijskih i nefinansijskih faktora (Kostić et al., 2013). Indikatori su podeljeni u četiri grupe: finansijski



indikatori (ROA, ROE, ROIC i odnos likvidnosti), indikatori kapitala (ukupna imovina i odnos adekvatnosti kapitala (eng. *capital adequacy ration*)), korporativna mreža (broj filijala i broj zaposlenih) i brend (svesnost o problemima korisnika, zadovoljstvo korisnika, različitost u odnosu na druge banke i vođstvo), gde su za svaku potkategoriju u grupi date numeričke vrednosti koje su potom agregirane prvo unutar same grupe, a potom i na nivou grupa, kako bi se izračunale performanse svake od deset banaka.

Još jedna primena logičke agregacije u finansijskoj analizi je predstavljena u (Rakićević et al., 2016) studiji, gde je *DuPont* analiza korišćena za dekompoziciju ROE indikatora u profit (eng. *net profit margin*), promet (eng. *asset turnover ratio*) i finansijski leveridž (eng. *financial leverage ratio*). Ovakve dekompozicije služe za pronalaženje razlika između kompanija sa sličnim performansama. Korišćenjem ova tri indikatora, moguće je napraviti osam različitih šablona (gde svaki indikator može uzeti vrednosti „visok“ i „nizak“) i odgovarajućih logičkih izraza koji su kasnije modelovani korišćenjem GBP. Na kraju su odabrana tri šablona koji najbolje opisuju uspešnu kompaniju, dodeljeni su im težinski faktori i njihova ponderisana suma je korišćena u rangiranju 18 automobilskih kompanija kojima su objavljeni finansijski izveštaji 2013. godine u *Yahoo finance* izveštaju.

Fazi sistem odlučivanja u spoju sa IBA se koristi prilikom predviđanja kreditnih skorova mikro, malih i srednjih preduzeća u (Latinović et al., 2018) studiji. Autori koriste podatke za 100 firmi iz 2011. godine predstavljene kroz osam različitih finansijskih pokazatelja poput profita pre nego što se oduzme kamata, porez na dobit i amortizacija (eng. *earnings before interest, taxes, depreciation and amortization*), stope prinosa na ukupnu imovinu (eng. *return on assets*), finansijskih odnosa i sl. Preciznost ovog modela je 73.75%, što je bolji rezultat od 65%, postignutim korišćenjem fazi sistema odlučivanja u spoju sa klasičnom Bulovom  $\{0,1\}$  algebrom.

Hibridni model analitičkog hijerarhijskog procesa (eng. *analytic hierarchy process*, skr. AHP) i IBA je predstavljen u (Martinović & Delibašić, 2014) studiji, gde je korišćen za odabir najboljeg SAP konsultanta za određeni projekat. Tradicionalni AHP pristup pretpostavlja da ne postoji korelacija i zavisnost između više kriterijuma na odnosu kojih se donosi odluka. Stoga se u AHP-IBA modelu AHP koristi za određivanje težinskih faktora kriterijuma a IBA za modelovanje logičkih zavisnosti između kriterijuma pre njihovog korišćenja u AHP modelu. Korišćenjem sličnog pristupa kao u (Kostić et al., 2013, Rakićević et al., 2016) studiji,

kriterijumi su podeljeni u četiri grupe: troškovi (tehnički troškovi i plate), prethodno iskustvo u radu (prethodne kompanije, završeni projekti, reference i broj zadovoljnih klijenata), nivo obrazovanja i sposobnost kvalitetne komunikacije (odgovornost i mogućnost ubeđivanja), da bi se potom numeričke vrednosti dodelile svakom od kriterijuma i nad njima izvršila logička agregacija. AHP-IBA pristup se pokazao kao tačniji u predviđanju u odnosu na tradicionalni AHP pristup.

Sličan pristup poređenja hibridnih AHP modela sa konvencionalnim i konzistentnim fazi pristupima je urađen u (Dragović et al., 2014) studiji na primeru odabira optimalnog internet servisa međusobno poredeći njihov kvalitet usluge (eng. *quality of service*). Logička funkcija koja uzima u obzir i korelaciju između indikatora kvaliteta usluge je definisana nad konzistentnim  $[0,1]$  domenom u Bulovom okviru. U studiji su testirana dva slučaja, gde se u prvom slučaju koriste tri indikatora: vreme odgovora, dostupnost i pouzdanost kao podzahtevi prve grupe logičkih zahteva, a u drugom se dodaju još dva indikatora: sigurnost i nivo enkripcije kao podzahtevi druge grupe logičkih zahteva. Korišćenje konvencionalne fazi logike (nad prvom grupom indikatora) je rezultovalo neoptimalnim rangiranjem i samim tim izborom neoptimalnog internet servisa, za razliku od optimalnog rangiranja koje je rezultat korišćenja konzistentne fazi logike u sprezi sa AHP modelom. Slični rezultati su postignuti i korišćenjem dodatnih indikatora iz druge grupe.

Poboljšanje kvaliteta i brzine distribuiranih aplikacija je tema studije (Jeremić, Rakićević, & Dragović, 2015), gde se koristi višekriterijumski algoritam zasnovan na IBA za odabir optimalne putanje kroz mrežu rutera. Ovaj algoritam se razlikuje od tradicionalnih algoritama po tome što dinamički ažurira putanje kojima se kreću paketi između rutera korišćenjem sledećih kriterijuma: iskorišćenost bafera (eng. *buffer usage*), protok (eng. *bandwidth*), vreme do isteka baterije i udaljenost između čvorišta (eng. *peer*). Ažuriranje se vrši putem dinamičkog rangiranja čvorišta na osnovu agregacije ova četiri kriterijuma. Ovaj model se pokazao efikasniji u odnosu na algoritam najkraće putanje (eng. *shortest path routing algorithm*), koji za kriterijum ima samo broj čvorišta između početne i krajnje tačke putanje.

Logička agregacija se može koristiti i u oblasti upravljanja kvalitetom, što je prikazano u (Mirković, Hodolić, & Radojević, 2006) studiji, sa naglaskom na matematički okvir korišćenog modela, dok je primena data kroz hipotetički primer agregacije tri atributa za četiri različita objekata.

IBA je korišćena i za unapređivanje sistema odlučivanja zasnovanog na rezonovanju na osnovu slučajeva na primeru određivanja broja putnika koji se nisu pojavili na svojim letovima na relaciji Beograd - Amsterdam (Vojtek et al., 2021). Predloženi ekspertni sistem je pokazao značajno bolje performanse nego klasični optimizacioni algoritmi kao i neophodnost uvođenja ekspertskog znanja u proces predviđanja.

### 2.3. Diferencijalna evolucija

Najveći broj problema globalne optimizacije počinje definicijom optimizacionog problema putem funkcije cilja ili funkcije koštanja i skupom njenih ograničenja. Tako definisan, optimizacioni problem se svodi na problem minimizacije (odatle dolazi naziv funkcija „koštanja“) vrednosti funkcije cilja putem promene vrednosti njenih parametara. Ukoliko je funkcija cilja nelinearna i nediferencijabilna, pa čak i nekontinualna, najefikasniji algoritmi za rešavanje takvih vrsta problema su algoritmi direktne pretrage (eng. *direct search*). Osnovna odlika ovih algoritama je da im nije potrebna informacija o gradijentu funkcije cilja (što proizilazi iz uslova o nediferencijabilnosti) kao što je to slučaj sa tradicionalnim optimizacionim metodama (Lewis, Torczon, & Trosset, 2000). Najpoznatiji algoritmi direktne pretrage su genetski algoritmi i evolucione strategije.

Glavna premisa svakog algoritma direktne pretrage je generisanje varijacija vrednosti promenljivih, i na taj način pretraživanje domena funkcije. Nakon što je nova varijacija vrednosti promenljivih generisana, donosi se odluka da li prihvatiti skup novih vrednosti promenljivih kao trenutno najbolje rešenje, i time zameniti dotadašnje najbolje rešenje. Najveći broj algoritama direktne pretrage koristi pohlepni kriterijum (eng. *greedy criterium*), kod koga je skup novih vrednosti promenljivih prihvaćen ako i samo ako dovodi do boljeg rešenja. Ovaj tip algoritama prilikom svake iteracije bira najbolje lokalno rešenje, što prouzrokuje bržu konvergenciju ka optimalnom rešenju. Iako dobar za veliki broj matematičkih i optimizacionih problema, ovaj metod ima manu da može da ostane zarobljen u lokalnom ekstremumu (Vince, 2002). Tehnike paralelne pretrage poput genetskih algoritama i evolucione strategije imaju načina da reše ovaj tip problema. Mehanizmi koji ovi algoritmi koriste su simultane pretrage domena ili povremeno odbacivanje pohlepnog kriterijuma radi pomeranja pretrage iz tačke trenutnog ekstremuma kako bi se proverila okolina u slučaju da je ekstremum lokalni. Da bi optimizacioni algoritam bio

primenjiv u praksi i za realne probleme u industriji, treba da ispunjava sledeće kriterijume (Storn & Price, 1997):

- Mogućnost rešavanja nediferencijabilnih, nelinearnih i multimodalnih problema, odnosno mogućnost definisanja funkcija cilja sa ovim svojstvima.
- Mogućnost paralelizacije procesa pretrage kako bi algoritam mogao da rešava obimne optimizacione probleme koji zahtevaju veliku količinu računarskih resursa.
- Lakoća korišćenja, koja se najčešće ogleda u broju kontrolnih parametara, jasnoći njihove namene i domena nad kojim su definisani.
- Konzistentna konvergencija, koja se definiše preko konvergiranja ka istom rešenju prilikom uzastopnih testiranja.

Algoritmi koji ispunjavaju gorenavedene uslove najčešće spadaju pod kategoriju metaheuristika (eng. *metaheuristics*). Heuristika (eng. *heuristics*) ili heuristički algoritam je metoda ili tehnika za rešavanje optimizacionih problema za koje klasične metode nisu pogodne, najčešće zbog sporosti ili nemogućnosti da nađu optimalno rešenje. Da bi heuristika bila u stanju da rešava kompleksne probleme, uvedeni su određeni kompromisi u korist brzine dolaženja do rešenja (Pearl, 1984):

- *Optimalnost*: pod pretpostavkom postojanja više rešenja za dati problem, heuristika ne može da garantuje pronalazak optimalnog rešenja.
- *Kompletnost*: pod pretpostavkom postojanja više rešenja za dati problem, heuristika ne može da garantuje pronalazak svih rešenja.
- *Preciznost*: Heuristika ne može da garantuje za postojanje intervala poverenja prilikom pronalaženja optimalnog rešenja, niti za veličinu greške ukoliko interval poverenja postoji.

Iako ne može da se definiše kao kompromis, često se uvodi i četvrta stavka

- *Vreme izvršavanja*: Nepostojanje garancije da je izabrana heuristika najbolji pristup za dati problem.

Metaheuristika se definiše kao postupak višeg nivoa u informatici i matematičkoj optimizaciji, odnosno kao skup pravila čija je svrha da pronađe heuristiku koja je dovoljno dobra za odabrani optimizacioni problem koji je često specifičan po pitanju nekompletnih informacija

ili u uslovima nedovoljne ili ograničene računarske snage (Bianchi et al., 2009). Kako bi proširila spektar problema koji mogu biti rešavani na ovaj način, metaheuristika može da uvede manji broj pretpostavki o optimizacionom problemu kako bi se problem pojednostavio ili sveo na problem sličan nekom od već postojećih problema (Blum & Roli, 2001).

### **2.3.1. Definicija i karakteristike**

Diferencijalna evolucija (Storn & Price, 1997) je algoritam direktne pretrage koji ispunjava četiri kriterijuma potrebna za primenu algoritma na praktičnim problemima (definisana u prethodnom potpoglavlju), i spada u familiju metaheurističkih metoda. DE zahteva mali broj, ili čak nikakve pretpostavke o optimizacionom problemu, i može vršiti pretragu nad velikim domenima, dok sa druge strane ne garantuje pronalazak optimalnog rešenja. Optimizacioni problemi za koje se koristi DE algoritam su uglavnom predstavljeni preko višedimenzionalnih funkcija nad realnim domenom, pritom ne očekujući da funkcija bude diferencijabilna, pa čak ni neprekidna. DE je iterativni algoritam koji u svakoj iteraciji unapređuje skup potencijalnih rešenja tako što na određeni način kombinuje rešenja iz prethodne generacije i time dolazi do novih potencijalnih rešenja koje potom poredi sa već postojećim rešenjima i zadržava ona koja daju bolje rezultate. Logika ovakvog pristupa ne zahteva poznavanje problema već samo njegovu funkciju cilja, njena ograničenja i domen pretrage. Imajući to u vidu, DE posmatra optimizacioni problem kao crnu kutiju, ne zahtevajući pritom bilo kakvu informaciju sem načina poređenja dva rešenja.

Počevši od inicijalne populacije slučajno (ili pseudoslučajno) odabranih rešenja nad datim domenom, svaka iteracija DE algoritma sadrži iste korake koji su svojstveni za standardni evolucionni algoritam. Razlika između ovog algoritma i drugih evolucionih algoritama poput evolucionih strategija i evolucionog programiranja je u načinu na koji DE algoritam mutira članove (vektore) postojeće populacije u cilju generisanja novih vektora za narednu populaciju. Ponašanje prilikom generisanja mutiranih vektora koje u obzir uzima trenutni raspored promenljivih unutar domena se naziva samoreferentna mutacija. Primer ove paradigme je da ukoliko je u istom delu domena disperzija za jednu promenljivu mala, a za drugu velika, i novonastali mutirani vektori će održati isti princip, pošto će vektori razlika biti mali za prvu a veliki za drugu promenljivu. Na taj način DE algoritam nema potrebe za skupom kontrolnih

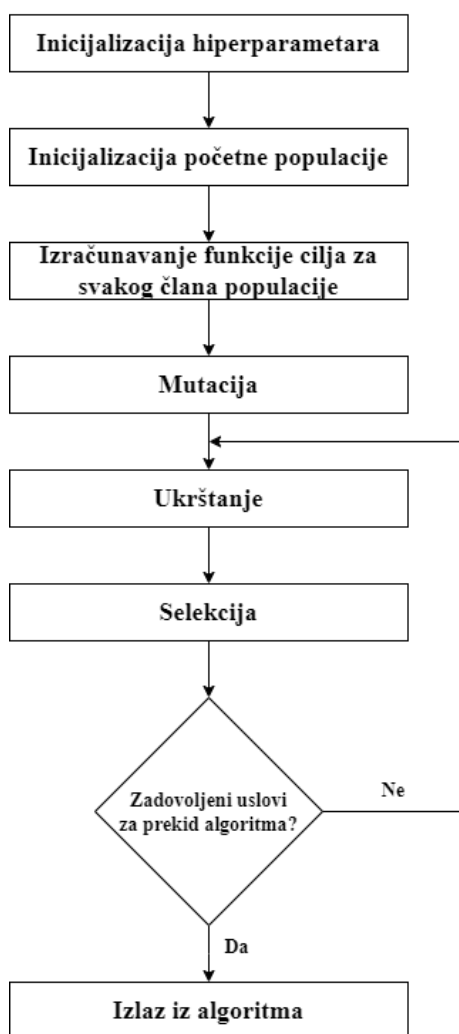
promenljivih koji reguliše veličinu koraka za svaku promenljivu tokom iteracija, a koja je prisutna u većini strategija primenjenih u drugim evolucionim algoritmima, već to reguliše samo jednom kontrolnom promenljivom. Standardni DE algoritam zahteva definisanje samo tri kontrolne promenljive, odnosno hiperparametra: faktor skaliranja, stopa ukrštanja i veličina populacije, što ga čini lako razumljivim i primenjivim. Ovi hiperparametri će biti detaljnije objašnjeni u narednom potpoglavlju.

U poslednje dve decenije razvijen je veliki broj različitih varijacija i podtipova DE algoritma koji će detaljnije biti opisani u potpoglavlju 2.3.3. Jedna od prvih studija koja pokušava da obuhvati sve do tada poznatije varijacije DE algoritma je objavljena 2010. godine (Neri & Tirronen, 2010), u kojoj su autori prikazali podtipove DE algoritma za rešavanje jednokriterijumskih optimizacionih problema, a takođe i napravili poređenje ovih algoritama korišćenjem nekih od standardnih jednokriterijumskih funkcija cilja za testiranje optimizacionih algoritama. Ova studija nije obuhvatila složenije optimizacione probleme, poput višekriterijumskih problema, uvođenja ograničenja za funkcije cilja, kao i funkcije cilja sa velikim brojem ulaza. Studija takođe nije obuhvatila ni do tada najnovije primene DE algoritma, niti je pokrila najnovije trendove u teorijskom razvoju DE. Prva studija koja je pokrila sve ove aspekte je objavljena 2011. godine (Das & Suganthan, 2011). Strategije samoadaptirajućih i adaptirajućih kontrolnih parametara, kao i hibridizacija DE algoritama sa ostalim evolucionim i neevolucionim algoritmima je data u studiji (Dragoi & Dafinescu, 2015). Godinu dana kasnije je objavljena još jedna studija o varijacijama DE algoritma, koja se uz pregled i primenu varijacija DE algoritma takođe bavi i predstavljanjem najnovijih dostignuća u ovoj oblasti, kao i predlaganjem novih oblasti pogodnih za primenu DE algoritma (Das, Mullick, & Suganthan, 2016). Još jedna pregledna studija je objavljena 2019. godine i bavi se teorijskim rezultatima DE algoritma, ističući u prvi plan nedostatak analitičkih studija vezanih za DE, nasuprot velikom broju studija koje se bave praktičnom primenom DE algoritma (Opara & Arabas, 2019).

Nazivi i simboli svih promenljivih korišćenih u narednim potpoglavljima su dati u Tabeli 20 u Prilogu 10.1.

### 2.3.2. Standardni DE algoritam

Početna iteracija DE algoritma se sastoji od četiri osnovna koraka (Storn & Price, 1997): *inicijalizacija*, *mutacija*, *ukrštanje* i *selekcija*, dok svaka naredna iteracija sadrži poslednja tri koraka.



Slika 11: DE algoritam

Iteracije se ponavljaju sve dok nije dostignuto ili traženo rešenje ili neki od predefinisanih uslova za izlaz iz algoritma. Pseudokod za standardni DE algoritam je dat u prilogu 10.2.1, dok je algoritam koji obuhvata četiri gorenavedena koraka prikazan na Slici 11.

### 2.3.2.1. Inicijalizacija

Inicijalizacija (eng. *initialization*) je prvi korak u DE algoritmu koji postoji samo u početnoj iteraciji. Inicijalizacija počinje definisanjem  $d$ -dimenzionalnog domena nad kojim će se obavljati pretraga za optimalnim rešenjem, gde se nad svakom dimenzijom može definisati skup ograničenja. Sledeći korak je generisanje  $m$  početnih rešenja koja čine inicijalnu populaciju. Ova rešenja mogu biti generisana nasumično ili pseudonasumično, u zavisnosti od tipa problema koji se rešava. Broj rešenja u inicijalnoj populaciji je predefinisani i najčešće se ne menja tokom narednih iteracija. Svako rešenje je predstavljeno putem  $d$ -dimenzionalnog vektora  $x_j^k = [x_{j,1}^k, x_{j,2}^k, \dots, x_{j,d}^k]$ , pod nazivom ciljni vektor, genom ili hromozom. Svaki genom je jedinstveno određen sa dva indeksa:  $k$  i  $j$ , gde je  $k$  indeks  $k$ -te generacije koji zadovoljava uslov:  $1 \leq k \leq N$ , gde je  $N$  predefinisani broj iteracija, dok  $j$  predstavlja redni broj genoma u generaciji, i zadovoljava uslov  $1 \leq j \leq m$ . Ukoliko za svaku dimenziju postoje minimalna  $x_{\min} = [x_{\min,1}, x_{\min,2}, \dots, x_{\min,d}]$ , i maksimalna  $x_{\max} = [x_{\max,1}, x_{\max,2}, \dots, x_{\max,d}]$  ograničenja, domen se može uniformno pokriti tako što će svaka komponenta rezultujućeg  $j$ -tog vektora biti generisana na način prikazan u jednačini (2.15)

$$x_{i,j} = x_{\min,j} + rand_{i,j}(0,1)(x_{\max,j} - x_{\min,j}) \quad (2.15)$$

gde je  $rand_{i,j}(0,1)$  nasumično dobijeni broj između 0 i 1 koji je nezavisno generisan za svaku komponentu vektora.

### 2.3.2.2. Mutacija

Mutacija (eng. *mutation*) je drugi korak u prvoj i prvi korak u svim narednim iteracijama. To je proces gde se svaki ciljni vektor iz trenutne populacije mutira uz pomoć određenog broja drugih nasumično izabranih vektora iz populacije, što na kraju rezultuje grupom od  $m$



mutacionih ili donorskih vektora. Standardni način za generisanje mutacionih vektora za svaki ciljani vektor iz  $k$ -te generacije  $x_j^k$ , je prikazan u jednačini (2.16):

$$M_j^k = x_{r_1}^k + F(x_{r_2}^k - x_{r_3}^k) \quad (2.16)$$

gde su  $r_1$ ,  $r_2$  i  $r_3$  slučajno izabrani indeksi koji zadovoljavaju uslov  $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, d / j\}$ . Iz tog uslova sledi da je  $d \geq 4$ , iz razloga što se indeks ciljnog vektora za koji se generiše mutacioni vektor isključuje iz skupa potencijalnih kandidata kako bi se eliminisala mogućnost da ciljani vektor bude uključen u sopstvenu mutaciju. Faktor skaliranja  $F$ , je pozitivni realan broj koji zadovoljava nejednakost  $0 \leq F \leq 2$  i jedan je od dva kontrolna parametra koji služi za skaliranje razlike vektora u jednačini (2.16)

Tokom razvoja različitih varijacija DE algoritma nastao je veliki broj različitih mutacionih algoritama, čiji su nazivi prema konvenciji u obliku *DE/x/y/z*, gde su  $x$ ,  $y$  i  $z$  definisani na sledeći način:

- $x$  predstavlja način biranja prvog ciljnog vektora,  $x_{r_1}$ , iz trenutne generacije. Dva najčešće korišćena koncepta za  $x$  su *slučajni* (eng. *rand*), koji označava nasumično biranje vektora, i *najbolji* (eng. *best*), koji označava biranje vektora sa trenutno najboljim performansama iz trenutne populacije.
- $y$  označava broj razlika vektora korišćenih u jednačini (2.16). Ukoliko je  $y = 1$ , biće korišćena jedna razlika između dva vektora  $F(x_{r_2}^k - x_{r_3}^k)$ , za  $y = 2$  biće korišćene dve razlike  $F(x_{r_2}^k - x_{r_3}^k + x_{r_4}^k - x_{r_5}^k)$ , itd.
- $z$  označava način ukrštanja, gde *exp* označava eksponencijalni, a *bin* binomni način ukrštanja. S obzirom na mnogo češće korišćenje *bin* metoda, ovaj metod se smatra podrazumevanim.

Metod mutiranja prikazan u jednačini (2.16) se prema gorenavedenoj konvenciji naziva *DE/rand/1*. Pored tog standardnog metoda, četiri sledeće najpopularnije metode su (Das et al., 2016):

- *DE/best/1*:  $M_j^k = x_{best}^k + F(x_{r_1}^k - x_{r_2}^k)$

- *DE/current-to-best/1*:  $M_j^k = x_j^k + F(x_{best}^k - x_j^k) + F(x_{r_1}^k - x_{r_2}^k)$
- *DE/best/2*:  $M_j^k = x_{best}^k + F(x_{r_1}^k - x_{r_2}^k) + F(x_{r_3}^k - x_{r_4}^k)$
- *DE/rand/2*:  $M_j^k = x_{r_1}^k + F(x_{r_2}^k - x_{r_3}^k) + F(x_{r_4}^k - x_{r_5}^k)$

Vredno pomena je da u *current-to-best* strategiji ciljni vektor učestvuje u sopstvenoj mutaciji, što uglavnom nije slučaj kod većine strategija, jer se neučestvovanjem ciljnih vektora prilikom kreiranja odgovarajućih mutacionih vektora podiže diverzitet populacije.

### 2.3.2.3. Ukrštanje

Ukrštanje (eng. *crossover*) je sledeća faza nakon mutacije u DE algoritmu, i služi radi povećanja raznovrsnosti ciljnih vektora u generaciji. U toj fazi se ciljni i mutacioni vektori ukrštaju po određenom pravilu. Rezultat ukrštanja je probni (eng. *trial*) ili potomački (eng. *offspring*) vektor. Kao što je pomenuto u potpoglavlju 2.3.2.1, dve najčešće korišćene metode ukrštanja su *binomni* (uniformni) i *eksponencijalni* (moduo dve tačke) metod. U oba metoda se koristi kontrolni parametar stopa ukrštanja  $Cr$ , koja zadovoljava uslov  $0 \leq Cr \leq 1$ . Probni vektor se generiše tako što je svaki njegov element jednak odgovarajućem elementu ili ciljnog ili mutacionog vektora. Binomni metod po kome se određuje čiju će vrednost element probnog vektora da preuzme je prikazan u jednačini (2.17)

$$c_{i,j} = \begin{cases} M_{i,j}, & \text{rand}_{i,j}(0,1) \leq Cr \text{ or } j = \text{rand}(1,d) \\ x_{i,j}, & \text{u suprotnom} \end{cases} \quad (2.17)$$

Iz jednačine (2.17) se vidi da će diverzitet nove generacije biti manji ukoliko stopa ukrštanja ima vrednosti bliže nuli i obrnuto, više vrednosti stope ukrštanja rezultuju većim diverzitetom jer će novonastali probni vektori imati više elemenata iz mutacionih nego iz ciljnih vektora. Uslov  $j = \text{rand}(1,d)$  je dodat da bi osigurao da novonastali vektor ima bar jedan element iz mutacionog vektora, kako bi se izbeglo da vektori ostaju nepromenjeni između generacija.

Iako je vrednost stope ukrštanja najčešće predefinisana i nepromenljiva tokom iteracija, postoje varijacije DE algoritma u kojima to nije slučaj. U određenim slučajevima se pokazalo da su veće vrednosti  $Cr$  efikasnije u ranijim iteracijama kako bi se pokrio što veći deo domena, dok

su u kasnijim iteracijama manje vrednosti  $Cr$  učinkovitije kako bi se sužene vrednosti domena bolje pretražile u potrazi za optimalnim rešenjem (Zaharie, 2009).

Eksponencijalno ukrštanje zahteva određivanje dva cela broja  $n$  i  $L$ , gde je  $n$  nasumično izabrani broj između 1 i dimenzije vektora,  $n = rand(1, d)$  a  $L$  se određuje putem sledećeg pseudokoda:

```
L = 0;
DO
{
  L = L + 1;
}
WHILE ((rand[0,1] < Cr) AND (L < d));
```

gde je  $Cr$  stopa ukrštanja, kao i kod binomnog modela. Nakon određivanja  $n$  i  $L$ , probni vektor se određuje na način prikazan u jednačini (2.18)

$$c_{i,j} = \begin{cases} M_{i,j}, j = \langle n \rangle_d, \langle n+1 \rangle_d, \dots, \langle n+L-1 \rangle_d \\ x_{i,j}, \text{ u suprotnom} \end{cases} \quad (2.18)$$

gde uglaste zagrade  $\langle \cdot \rangle_d$  označavaju moduo funkcije pri modulu  $d$ , odnosno  $\langle x \rangle_d = x \bmod d$ .

Nove vrednosti  $n$  i  $L$  se generišu pri generisanju svakog novog probnog vektora.

Eksperimentalno je pokazano da je eksponencijalni metod efikasan jedino u slučaju kada postoji korelacija između varijabli unutar domena (Tanabe & Fukunaga, 2014b). Ovo ograničenje je glavni razlog veće popularnosti binomnog modela u DE algoritmima.

#### 2.3.2.4. Selekcija

Selekcija (eng. *selection*) je poslednji korak u svakoj iteraciji DE algoritma. U ovoj fazi se porede svi ciljni vektori trenutne generacije sa odgovarajućim probnim vektorima dobijenim u prethodnoj fazi. Vektori koji rezultuju boljom funkcijom cilja se biraju za sledeću generaciju, kao što je prikazano u jednačini (2.19)

$$x_j^{k+1} = \begin{cases} c_j^k, f_{DE}(c_j^k) \leq f_{DE}(x_j^k) \\ x_j^k, \text{ u suprotnom} \end{cases} \quad (2.19)$$

gde je  $f_{DE}(\cdot)$  funkcija cilja DE algoritma. U slučaju da funkcija cilja ima iste vrednosti za ciljni i probni vektor, probni vektor se određuje kao član sledeće generacije, zarad povećanja diverziteta populacije. Prilikom izbora vektora za novu generaciju, postoje sinhrona (eng.

*synchronous*) i asinhrona (eng. *asynchronous*) metoda ažuriranja nove generacije. Primena sinhronne metode je zasnovana na pretpostavci da nova generacija nastaje tek kada se proces selekcije obavi za sve članove trenutne generacije. Sa druge strane, primena asinhronne metode podrazumeva ažuriranje trenutne generacije čim se proces selekcije završi za trenutni ciljni vektor. Na taj način članovi nove generacije utiču na procese mutacije za sve članove kod kojih proces mutacije još nije završen, što u određenim slučajevima ubrzava proces konvergencije ka optimalnom rešenju.

U originalnoj studiji (Storn & Price, 1997) je kriterijum za izlazak iz algoritma definisan kroz dostizanje predefinisano broja iteracija. Kako bi se unapredila efikasnost algoritma, kasnije su uvedeni i drugi kriterijumi poput dostizanja određenog nivoa tačnosti ili postojanje predefinanog broja uzastopnih iteracija sa istom vrednošću funkcije cilja. Uvođenjem višekriterijumskih uslova za prekidanje algoritma je postignuta veća efikasnost DE optimizacije, što je jedan od osnovnih ciljeva kod unapređenja optimizacionih algoritama.

### **2.3.3. Varijacije DE algoritma**

Standardni DE algoritam je najčešće modifikovan kroz korišćenje jedne od pet najpopularnijih mutacionih metoda pomenutih u potpoglavlju 2.3.2.2 (*DE/rand/1*, *DE/rand/2*, *DE/best/1*, *DE/best/2*, *DE/current-to-best/1*) (Das et al., 2016) i dve metode ukrštanja (*bin* i *exp*) (Storn & Price, 1997). Složenije varijacije DE algoritma se mogu podeliti na sledeći način: varijacije zasnovane na menjanju parametara i strategija, varijacije DE algoritma sa jednociljnom i višeciljnom optimizacijom, DE algoritmi primenjeni na dinamičke probleme i hibridni DE algoritmi.

#### **2.3.3.1. Podtipovi DE algoritma zasnovani na menjanju strategija i kontrolnih parametara**

Ovaj vid DE varijacija najčešće obuhvata različite strategije za razvijanje novih generacija, što rezultira menjanjem standardnih metoda mutacije i ukrštanja. Takođe postoji znatan broj varijacija zasnovanih na menjanju kontrolnih parametara i manji broj varijacija zasnovanih na menjanju veličine populacije. Ovde je dat kratak pregled najpoznatijih varijacija ovog tipa:

- *SADE* (eng. *Self-adaptive DE*) algoritam (Qin, Huang, & Suganthan, 2009, Qin & Suganthan, 2005), u kome strategije mutacije i ukrštanja, kao i kontrolni parametri nisu predefinisani, već njihove vrednosti evoluiraju vremenom u zavisnosti od performansi novih generacija.
- *EPSDE* (eng. *Ensemble of Parameters and Mutation Strategies DE*) algoritam (Mallipeddi, 2013, Mallipeddi et al., 2011), gde je skup strategija za učenje predefinisano zajedno sa diskretnim vrednostima kontrolnih parametara. Tokom inicijalizacije je svakom vektoru iz početne generacije dodeljena strategija mutacije i skup kontrolnih parametara. Prilikom određivanja nove generacije, ukoliko novi vektor zamenjuje stari, od njega će naslediti mutacionu strategiju i kontrolne parametre. U suprotnom, stari vektor će sa podjednakom verovatnoćom ili zadržati postojeću strategiju i parametre ili će dobiti nove.
- *CoDE* (eng. *Composite DE*) algoritam (Yong Wang, Cai, & Zhang, 2011), kod koga se svaki probni vektor generiše korišćenjem jednog od tri predefinisana algoritma: *DE/rand/1*, *DE/rand/2*, i *DE/current-to-rand/1*, gde je pritom svakom od ovih algoritama dodeljen predefinisani par kontrolnih parametara,  $\{F = 1.0, Cr = 0.1\}$ ,  $\{F = 1.0, Cr = 0.9\}$  i  $\{F = 0.8, Cr = 0.2\}$  sa podjednakom verovatnoćom.
- *SaM* (eng. *Strategy adaptation Mechanism*) algoritam (W. Gong, Cai, et al., 2011) gde je pokušano da se iz skupa predefinisanih strategija na pseudoslučajan način izabere strategija pogodna za jedan od dvadeset predefinisanih problema. Autori su potom eksperimentisali oko najboljeg načina definisanja pseudoslučajnog izbora kako bi se nagradile uspešne strategije. Kontrolni parametri su birani na isti način kao kod *JADE* algoritma. Još dve slične varijacije na temu adaptivnog izbora strategije su uparivanje verovatnoća (eng. *Probability Matching*) (D. Goldberg, 1990) i adaptivna potraga (eng. *Adaptive Pursuit*) (Thierens, 2005), koje su predstavljene u studiji istih autora (W. Gong, Fialho, et al., 2011).
- *jDE* algoritam (Brest et al., 2007, Brest, Greiner, et al., 2006, Brest, Žumer, & Maučec, 2006), koji je zasnovan na standardnoj *DE/rand/1* mutacionoj strategiji. Veličina populacije je fiksirana na početku, kao i druga dva kontrolna parametra:  $\{F = 0.5, Cr = 0.9\}$ . Kasnije tokom iteracija, kontrolni parametri se menjaju za svaki vektor u populaciji, ali

za razliku od *SaDE* algoritma koji ovu promenu vrši na slučajan način i čuva uspešne parove kontrolnih parametara, *jDE* menja vrednosti kontrolnih parametara sa verovatnoćom 0.1 gde  $F$  i  $Cr$  uzimaju vrednosti iz uniformnih rasporela:  $F = [0.1, 1]$  i  $Cr = [0, 1]$ .

- *JADE* algoritam (J. Zhang & Sanderson, 2009), koji je zasnovan na *DE/current-to-pbest/* mutacionoj strategiji i opcionoj eksternoj arhivi koja čuva istorijske informacije o dosadašnjem napretku. Kontrolni parametri se menjaju na posredan način, menjajući parametre distribucija iz kojih se vrednosti kontrolnih parametara izvlače.
- *SHADE* (Tanabe & Fukunaga, 2013) (eng. *Success-History based Adaptive*) algoritam je unapređena verzija *JADE* algoritma. Razlika između njih je u načinu menjanja kontrolnih parametara tokom iteracija. Umesto da se kontrolni parametri menjaju menjanjem parametara distribucije iz kojih se izvlače, *SHADE* koristi istorijsko-memorijske arhive  $M_F$  i  $M_{Cr}$ , u kojima su pohranjene vrednosti kontrolnih parametara koje su imale dobre performanse. Nove vrednosti  $F$  i  $Cr$  se generišu na slučajan način iz bliske okoline parova iz  $M_F$  i  $M_{Cr}$  arhiva.
- *L-SHADE* (Tanabe & Fukunaga, 2014a) algoritam je unapređena verzija *SHADE* algoritma putem linearnog smanjenja populacije.
- *MDE* (eng. *Modified DE*) algoritam (Zou et al., 2013), u kome se svakom vektoru u generaciji dodeljuje jedna od dve osnovne mutacione strategije: *DE/rand/1* i *DE/best/1*, gde je u kasnijim iteracijama veća verovatnoća dodeljivanja *DE/best/1* strategije. Vrednost  $F$  parametra se izvlači iz Normalne raspodele sa predefinisanim očekivanjem i standardnom devijacijom, dok se  $Cr$  parametar nasumično izvlači iz predefinisane uniformne raspodele.
- *MPEDE* (eng. *Multi-Population Ensemble DE*) algoritam (G. Wu et al., 2016), u kome se koriste tri različite mutacione strategije: *DE/current-to-pbest/1*, *DE/current-to-rand/1*, i *DE/rand/1*. Populacija je podeljena na tri manje i jednu veću potpopulaciju. Svakoj manjoj potpopulaciji je dodeljena jedna od gore-navedene tri mutacione strategije, a strategija sa trenutno najboljim učinkom se tokom iteracija dinamički dodeljuje većoj potpopulaciji. Kontrolni parametri za svaku od tri mutacione strategije su međusobno nezavisni.

- *MPDE* (eng. *Multi-Population DE*) algoritam (W.-J. Yu & Zhang, 2011), u kome je populacija podeljena u više potpopulacija, gde svaka potpopulacija unapređuje svoje kontrolne parametre kroz iteracije korišćenjem predefinisanih strategija učenja.
- *SaMDE* (eng. *Self-adaptive Mutation DE*) algoritam (Silva, Lopes, & Guimarães, 2011), gde je mutaciona strategija za svaki vektor birana između četiri predefinisane strategije: *DE/rand/1*, *DE/best/1*, *DE/best/2* i *DE/current-to-rand/1* na pseudoslučajni način, a vrednost kontrolnog parametra  $F$  se uzima iz uniformne raspodele:  $F = [0.7, 1]$ .
- *FADE* (eng. *Fuzzy Adaptive DE*) algoritam (J. Liu & Lampinen, 2005), koji koristi fazi logičke kontrolere za promenu kontrolnih parametara tokom iteracija. Sličan pristup je primenjen i za višeciljnu DE optimizaciju (Xue et al., 2005).
- *DESAP* (eng. *Dynamic Self Adaptive Populations*) algoritam (Teo, 2006), koji dinamički menja veličinu populacije, kao i kontrolne parametre za svaki vektor u populaciji. Strategija ovog algoritma je slična standardnoj *DE/rand/1* strategiji.

### 2.3.3.2. Hibridi DE algoritma sa drugim optimizacionim metodama

Jednostavna logika i implementacija DE algoritma učinila je ovaj algoritam popularnim ne samo za pravljenje različitih varijacija na temu njegovih strategija i kontrolnih parametara, već i za kombinovanje sa drugim optimizacionim algoritmima kao i sa različitim metodama pretrage. Sledi kratak pregled radova koji kombinuju DE algoritam sa drugim poznatim optimizacionim algoritmima i različitim metodama pretrage.

- DE + PSO (eng. *Particle Swarm Optimization*) algoritam, koji je zasnovan na mimici dinamike koje ispoljavaju pojedine visoko-organizovane životinjske vrste poput jata ptica ili riba (Epitropakis, Plagianakos, & Vrahatis, 2012, Nwankwor, Nagar, & Reid 2013, Xin et al., 2011).
- DE + genetski algoritam, nastao hibridizacijom DE i genetskog algoritma radi postizanja boljih rezultata u odnosu na druge hibridne DE algoritme (Elsayed, Sarker, & Essam, 2011, Trivedi et al., 2015).
- DE + algoritam harmonijske pretrage (eng. *harmony search*) koji je nastao inspirisan džez muzikom (Dash, Dash, & Bisoi, 2014, Gao et al., 2014).

- DE + algoritam simuliranog kaljenja (eng. *simulated annealing*) koji je inspirisan tehnologijom kaljenja metala (H. Guo et al., 2014, Olensek et al., 2011).
- DE + ABC (eng. *Artificial Bee Colony*) algoritam koji je inspirisan ponašanjem roja pčela (Tran, Cheng, & Cao, 2015).
- DE + ACO (eng. *Ant Colony Optimization*) algoritam koji je inspirisan ponašanjem mravljih kolonija (Chang et al., 2012).
- DE + BFO (eng. *Bacterial Foraging based Optimization*) algoritam koji je inspirisan ponašanjem bakterije Ešerihije Koli (Biswal et al., 2012).
- DE + GSA (eng. *Gravitational Search Algorithm*) algoritam koji je inspirisan matematičkim modelom univerzalnog (Njutnovog) zakona gravitacije (Chakraborti et al., 2015).
- DE + IWO (eng. *Invasive Weed Optimization*) algoritam koji je inspirisan ponašanjem korova (Basak , Maity, & Das, 2013).
- DE + FFA (eng. *Firefly Algorithm*) algoritam, koji je inspirisan ponašanjem i načinom na koji svici svetle u toku noći (Abdullah et al., 2013).
- DE + FWA (eng. *Fireworks Algorithm*) algoritam, čija je premisa da se eksplozije dešavaju u jednoj tački, nakon čega se varnice raspršuju oko njih, a pretraga se potom vrši po lokacijama varnica (Y.-J. Zheng et al., 2015).

Glavni nedostatak većine modifikovanih i hibridnih DE algoritama je što nisu jednostavni za implementaciju, odnosno reprodukciju. Iako je pseudokod dat u većini radova u kojima su predstavljeni novi hibridni DE algoritmi, to nije uvek slučaj (Teo, 2006). Neki modeli su takođe jako komplikovani (J. Zhang & Sanderson, 2009) iz razloga što su u hibridne modele ubačene i dodatne metodologije poput adaptivne pretrage i uparivanja verovatnoća (W. Gong, Cai, et al., 2011). Veći broj različitih metodologija primenjenih u hibridnim modelima čini ove modele teškim za implementaciju i ograničava njihovu primenjivost na realne probleme. Ovo je takođe jedan od nedostataka većine modifikovanih i hibridnih modela: često nisu testirani nad realnim problemima, već su poređeni samo sa ostalim hibridnim modelima u rešavanju hipotetičkih problema i funkcija cilja specifično pravljenih zarad testiranja DE algoritama (Liang, Qu, & Suganthan, 2013, Liang, Qu, Suganthan, et al., 2013).



### **3. Kreditni rejting**

U ovom poglavlju se obrađuje pojam i karakteristike kreditnog rizika, zatim se definiše pojam kreditnog rejtinga kao i njegov značaj, podtipovi i načini modelovanja. Konačno, dat je pregled radova iz oblasti predviđanja kreditnog rejtinga klasičnim, odnosno ekonometrijskim metodama, kao i metodama mašinskog učenja.

#### **3.1. Kreditni rizik**

Kreditni rizik se najjednostavnije definiše kao rizik zajmodavca, odnosno poverioca, koji nastaje usled mogućnosti da dužnik nije, ili neće biti u mogućnosti da izmiri obaveze definisane sklopljenim ugovorom između dve strane (Basel Committee on Banking Supervision, 2000). Ugovorom se između ostalog definišu način i rok otplate, odnosno vremenski period, unutar koga će obaveze biti izmirene. Ovaj rizik je uz tržišni i operativni rizik (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004) jedan od osnovnih tipova rizika na finansijskim tržištima, i pojavljuje se svaki put kada je ugovorom definisano plaćanje, odnosno izmirivanje ugovorenih obaveza od jednog pravnog entiteta ka drugom (Bogojević-Arsić, 2009). Po svojoj prirodi, kreditni rizik je najčešće asimetričan tip rizika iz razloga što je samo jedna strana izložena negativnim posledicama neizvršenja ugovornih obaveza. Razlozi neizmirenja obaveza su ređe subjektivni, odnosno zavisni od spremnosti i volje samog dužnika da izmiri obaveze, a češće objektivni, i definišu se kroz mogućnost dužnika da izmiri obaveze iz svog poslovanja ili na neki drugi način kao što je produženje roka otplate, refinanriranje, itd. Na poslovanje dužnika mogu uticati još i sistemski i specifični faktori, što rezultuje svrstavanjem kreditnog rizika i pod sistemski i pod specifični rizik. Kreditni rizik spada u sistemski rizik usled neindiferentnosti prema globalnim ekonomskim pojavama poput recesije (dovodi do povećanja kreditnog rizika) i ekspanzije (dovodi do snižavanja kreditnog rizika) i drugim rizicima koji se ne mogu odstraniti sa tržišta kao što je promena kamatnih stopa. Kreditni rizik takođe spada i u specifičnu vrstu rizika, s obzirom na to

da na njega utiču pojave koje su specifične za poslovanje dužnika ili za samu privrednu granu u kojoj dužnik posluje.

Finansijske institucije koje se zbog prirode poslovanja najviše i najčešće izlažu kreditnom riziku su banke, investicioni fondovi, osiguravajuće kuće i ostali pravni entiteti koji poslovanje zasnivaju na investiranju u druge privredne subjekte i ostale učesnike na tržištu. Pošto su banke osnova svake ekonomije, regulisanje kreditnog rizika se vrši sa više različitih strana, kako bi se zaštitili svi učesnici na tržištu uz održavanje neometanog poslovanja i prometa novca. Top menadžment finansijskih institucija mora svakodnevno da pravi kompromise između rizika direktno prouzrokovanog količinom investiranih sredstava i visine stope prinosa koja je takođe direktno proporcionalna uloženim sredstvima. Sa druge strane, kreditni rizik je eksplicitno dokumentovan i regulisan od strane nezavisnih institucija sa ciljem definisanja praga tolerancije rizika preko koga banke ne smeju da pređu ukoliko ne žele da snose posledice (poput plaćanja penala, gubitka licence za poslovanje i sl.). Nadzor banaka i drugih finansijskih institucija se dodatno povećao nakon globalne finansijske krize krajem 2000-ih godina (Crotty, 2009). Da bi se sprečile slične krize i slomovi tržišta usled namerne ili nenamerne nepažnje finansijskih institucija (Griffith-Jones, Ocampo, & Stiglitz, 2010, Stulz, 2010), kreditni rizik i mere protiv njegovog povećanja bez pokrića morale su da budu jasno dokumentovane i usvojene. Ovo je započeto pre same krize Bazel 2 regulativom (Basel Committee on Banking Supervision, 2006), a nastavljeno nakon krize usvajanjem Bazel 3 regulative (Basel Committee on Banking Supervision, 2016) koja i dan danas nije uspešno implementirana u mnogim finansijskim institucijama<sup>2</sup>.

Da bi se kreditni rizik uspešno dokumentovao i identifikovao u različitim sferama poslovanja, on prevashodno mora da bude jasno definisan što nije jednostavno zbog njegovog preklapanja sa tržišnim i operativnim rizicima (Slika 12). Pored ova dva rizika, uticaj na kreditni rizik imaju i rizik koncentracije (eng. *concentracion risk*) i rizik države (eng. *country risk*). Rizik koncentracije nastaje usled preovlađivanja jednog tipa rizika nastalog usled velikog udela jednog instrumenta, ugovorne strane (eng. *counterparty*), sektora ili države u portfoliju banke (Gürtler, Hibbeln, & Vöhringer, 2010), odnosno usled nedovoljno diverzifikovanog portfolija. Rizik države (Eaton, Gersovitz, & Stiglitz, 1986, Gros Lambert, Clark, & Bouchet, 2003) proizilazi iz promene stanja u državi u koju je investirano, nastale usled prirodnih katastrofa ili društvenih

---

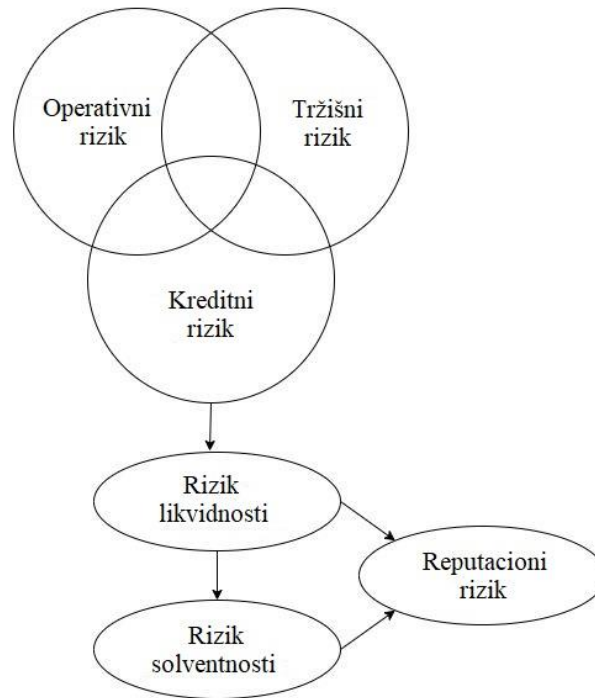
<sup>2</sup> Implementacija je produžena od strane Bazel komiteta do 1. januara 2023.

nepogoda poput ratova, političkog previranja, sloma ekonomije, epidemija i sl. Rizik države se dalje može podeliti na rizik prenosa (eng. *transfer risk*) i državni rizik (eng. *sovereign risk*). Rizik prenosa se definiše kao rizik od neizmirenja obaveza u stranoj valuti zbog određenih regulatornih propisa i restrikcija ili zbog nemogućnosti konvertovanja državne valute u stranu<sup>3</sup>. Državni rizik je nemogućnost ili neprihvatanje države da izmiri svoje ugovorene obaveze, najčešće kroz isplatu novčanih tokova od državnih obveznica (Beirne & Fratzscher, 2013, Broner, Martin, & Ventura, 2010, Corsetti et al., 2013, Hilscher & Nosbusch, 2010), što se dogodilo Grčkoj krajem 2009. godine (Kouretas & Vlamis, 2010) i Kipru 2013. godine (Zenios, 2013). Kreditni rizik takođe može prouzrokovati druge vrste rizika poput rizika likvidnosti (eng. *liquidity risk*) i rizika solventnosti (eng. *solvency risk*). Rizik likvidnosti predstavlja mogućnost nastanka negativnih efekata na finansijski rezultat, odnosno ostvarivanje gubitka usled nemogućnosti ispunjavanja dospelih obaveza, dok se rizik solventnosti odnosi na ostvarivanje gubitka usled nemogućnosti ispunjavanja dugoročnih obaveza. Prethodna dva rizika mogu dovesti do nastajanja reputacionog rizika (eng. *reputational risk*), koji direktno utiče na poverenje klijenata u finansijsku instituciju i time lako može dovesti do njenog bankrota<sup>4</sup> (Slika 12).

---

<sup>3</sup> Primer rizika prenosa je u nemogućnosti Rusije da isplati obaveze propisane obveznicama koje su denominirane u dolarima zbog nemogućnosti konverzije rublje u dolar.

<sup>4</sup> U daljem tekstu, pod pojmom bankrota će se podrazumevati nemogućnost firme u ispunjenju svojih finansijskih obaveza



Slika 12: Vrste finansijskih rizika

Postoje različite tehnike sniženja kreditnog rizika koje koriste finansijske instrumente zasnovane upravo na kreditnom riziku (Duffie & Singleton, 2012). Ova vrsta finansijskih instrumenata doživela je ekspanziju upravo iz razloga povećane popularnosti oblasti kreditnog rizika usled skorašnjih kriza, novodonesenih regulativa u cilju suzbijanja nastajanja novih kriza, kao i težnji banaka za boljim metodama upravljanjem kreditnim rizikom zarad efikasnijeg i sigurnijeg poslovanja. Još jedan od razloga je i rekordno nizak nivo kamatnih stopa u zadnjoj deceniji što je investitore okrenulo ka pronalaženju novih finansijskih instrumenata i načina za ulaganje kapitala. Neki od najpopularnijih instrumenata za sniženje kreditnog rizika su:

- Kreditni derivati, odnosno grupa finansijskih instrumenata koji omogućavaju korisnicima odvajanje kreditnog rizika od tržišnog rizika, odnosno prenos kreditnog rizika na druge učesnike na tržištu (Spasojević, 2013). Kreditni derivat kojim se najčešće trguje je svop kreditnog neizvršenja (eng. *credit default swap*) koji je zasnovan na plaćanju premije (novčane nadoknade) trećem licu (najčešće osiguravajućoj kući), gde iznos premije zavisi od procene rizika da emitent neće ispuniti ugovorne obaveze. Osiguravajuća kuća se zauzvrat obavezuje na isplatu svih preostalih kamata (eng. *coupon*) i glavnice (eng. *notional*) u slučaju nastanka unapred utvrđenog kreditnog događaja. Pored svopa

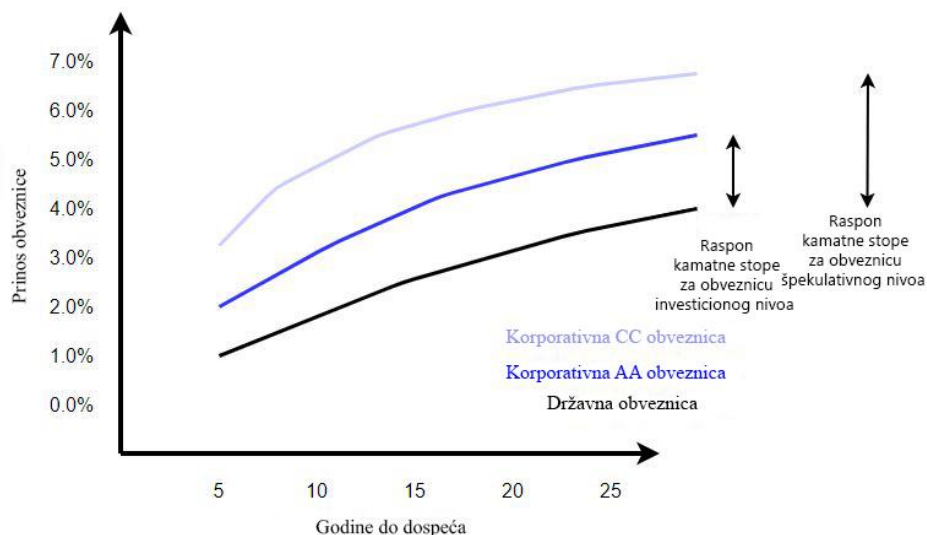
kreditnog neizvršenja, neki od korišćenijih kreditnih derivata su i svop ukupnog prinosa (eng. *total return swap*), opcija na kreditni spread (eng. *credit spread option*), kreditna nota (eng. *credit-linked note*) i kolateralizovane dužničke obaveze (eng. *collateralized debt obligations*).

- Ugovor o zajmu (eng. *loan covenant*), odnosno ugovor kojim se definišu uslovi pod kojima je sklopljena pozajmica. Uslovi mogu biti različiti, od isplate celokupnog dugovanja na zahtev poverioca ukoliko se za to steknu predefinisani uslovi poput pada kreditnog rejtinga dužnika, preko sprečavanja dužnika u novim zaduživanjima, isplaćivanju dividendi i preduzimanju ostalih akcija koje mogu ugroziti njegovu solventnost, do obavezivanja dužnika na periodično slanje finansijskih izveštaja o poslovanju i trenutnom finansijskom stanju.
- Garancija (eng. *credit guarantee*), odnosno sklapanje ugovora u kome treća strana garantuje isplatu dela ili sveg preostalog zaduženja poveriocu u slučaju neizmirenja obaveza dužnika u zamenu za novčanu nadoknadu.
- Obezbeđenje (eng. *colateral*) je jedan od najstarijih i najčešće korišćenih instrumenata i metoda za snižavanje kreditnog rizika. Obezbeđenje je deo imovine (najčešće gotovina, nekretnine, hartije od vrednosti, itd.) koje korisnik kredita stavlja u zalog. Ukoliko dođe do neizvršavanja obaveza od strane korisnika kredita, kreditor postaje vlasnik zaloga. Veličina zaloga nije konstantna već se menja proporcionalno sa promenom visine duga.

Postoje i različite tehnike koje poverioci i dužnici koriste u cilju snižavanja kreditnog rizika kao što su *diversifikacija* pozajmica većem broju subjekata zarad snižavanja nesistematskog kreditnog rizika, *netiranje*, odnosno prebijanje dugova ukoliko oni postoje na obe ugovorne strane, kako bi se smanjila izloženost (eng. *exposure*), kao i zahtevanje *više stope prinosa* na obveznice u slučaju postojanja veće šanse za neizvršavanje ugovornih obaveza.

Osnovna ali ne i jedina podvrsta kreditnog rizika je rizik od neizvršenja obaveza, odnosno nevraćanje duga, delimično ili u potpunosti, pod uslovima dogovorenim ugovorom. Druge dve podvrste su rizik od promene raspona kamatnih stopa (eng. *credit spread*) i rizik od pogoršanja kreditnog rejtinga. Pod rasponom kamatnih stopa misli se na razliku u prinosu između državnih obveznica i obveznica izdatih od strane drugog privrednog subjekta, gde su obveznice izdate pod

sličnim ili identičnim uslovima (glavnica, rok dospeća, itd.) ali im je kreditni kvalitet (eng. *credit quality*) različit (Slika 13).



Slika 13: Rasponi kamatnih stopa obveznica različitih nivoa

Povećanje raspona kamatnih stopa je najčešće uslovljeno pogoršanjem ili očekivanjem pogoršanja kreditnog rejtinga emitenta obveznica, što je pouzdan pokazatelj da emitent posluje sa gubicima većim od očekivanih što direktno utiče na njegovu sposobnost izmirenja obaveza (Collin-Dufresn, Goldstein, & Martin, 2002). Pogoršanje kreditnog rejtinga se može definisati kao rizik od snižavanja kreditnog rejtinga privrednog subjekta od strane specijalizovanih agencija za procenu kreditnog rejtinga. Snižavanje rejtinga je najčešće pokazatelj da je odnos između sposobnosti emitenta da ostvaruje dobit i izmiruje obaveze lošiji od predviđenog.

### 3.2. Pojam i značaj kreditnog rejtinga

Kreditni rizik često nije lako kvantifikovati s obzirom na njegovu kompleksnost, čak ni stručnjacima iz ove oblasti, zbog čega banke i druge finansijske institucije neretko angažuju nezavisne agencije kako bi izračunale i procenile kako sopstveni, tako i kreditne rizike drugih institucija sa kojima imaju ugovorne obaveze. Zbog toga se razvila potreba za kvantifikovanjem kreditnog rizika pomoću mere koja je lako razumljiva i osobama koje nemaju adekvatno predznanje iz ove oblasti, a potrebno im je da razumeju nivo rizika koji donose investicije i saradnja sa određenim kompanijama ili državama. Mera koja na lako razumljiv način opisuje

nivo kreditnog rizika, odnosno nivo sigurnosti koji određena institucija ili država garantuje po pitanju ispunjenja ugovornih obaveza, naziva se kreditni rejting.

### 3.2.1. Definicija i svojstva

Kreditni rejting predstavlja procenu kreditnog rizika pravnog lica, odnosno predviđanje njegove sposobnosti i spremnosti da pravovremeno izmiri obaveze prema kreditorima (Langohr & Langohr, 2010). Takođe, može se definisati i kao kvantitativna i kvalitativna procena svih dostupnih informacija o pravnom licu, kao i javno nedostupnih informacija sakupljenih od strane agencije za kreditni rejting. Agencija za kreditni rejting je institucija specijalizovana za izradu i procenu kreditnih rejtinga korišćenjem svojih internih modela, javno dostupnih informacija o subjektima (godišnji ili polugodišnji izveštaji o poslovanju, novinski članci, izjave za javnost, stanje u industriji i sl.) za koje se kreditni rejting izrađuje, kao i informacija koje nisu javno dostupne ali su pribavljene na legalan način (privatni izveštaji dobijeni od samog subjekta). Imajući u vidu uticaj koji kreditni rejting ima na poslovanje pravnog entiteta (Mählmann, 2008), bila to korporacija ili država (S.-S. Chen et al., 2016, Kaminsky & Schmukler, 2002, Reinhart, 2002, Reusens & Croux, 2017), agencije za kreditni rejting su obavezne da ni na koji način ne učestvuju u bilo kakvim poslovnim transakcijama subjekta za koga izrađuju kreditni rejting, niti da imaju korist ili štetu od njegovog poslovanja, čime se obezbeđuje nezavisno i nepristrasno izrađivanje kreditnih rejtinga. Da bi se osigurao ovakav način etičkog poslovanja, kreditne agencije su pod stalnim nadzorom i podležu predefinisanim regulativama i pravnim aktima (Amentbrink & de Haan, 2009, Blaurock, 2007, Mathis, McAndrews, & Rochet, 2009, Stolper, 2009). Tri trenutno najveće agencije za kreditni rejting su *Moody's Investors Service* (skr. *Moody's*), *Standard and Poor's* (skr. *S&P*) i *Fitch Ratings* (skr. *Fitch*)<sup>5</sup>. Ove tri agencije

---

<sup>5</sup> Džon Mudi (eng. *John Moody*) je osnovao kompaniju 1909. godine analizirajući kreditne rejtinge akcija i obveznica američke železnice, a takođe je bio pionir u ocenjivanju javnih finansijskih instrumenata na tržištu. *Fitch* kompanija je osnovana 1913. godine pod nazivom *Fitch Publishing Company* od strane Džona Fiča (eng. *John Fitch*), koji se bavio investicijama i analiziranjem stanja u finansijskoj industriji, što je i kasnije i dokumentovao u svojim publikacijama pod nazivom *The Fitch Stock and Bond Manual* i *The Fitch Bond Book*. Manje od decenije kasnije, *Fitch* je uveo slovne oznake za rejtinge, od AAA do D, koje su opšteprihvaćene kao osnova za označavanje rejtinga od strane svih ostalih agencija. *Standard and Poor's* je nastao 1941. godine spajanjem kompanija *Poor's Publishing* Henrija Pura (eng. *Henry Poor*) i *Standard Statistics Bureau*, osnovanog 1906. godine. Obe kompanije su se pre spajanja takođe bavile analizom rejtinga korporacija i država.

kontrolišu blizu 95% sveukupnog biznisa oko analize i objavljivanja kreditnih rejtinga, a među njima *Moody's* i *S&P* kontrolišu oko 80% (De Haan & Amtenbrink, 2011).

Sve tri agencije koriste sistem zasnovan na prvim slovima abecede (A, B, C i D) za ocenu kreditnih rejtinga, gde počev od A niža slova predstavljaju veću šansu za neizmirenje obaveza. Ocene takođe mogu sadržati znak “+” ili “-” u slučaju *S&P* i *Fitch* agencija i brojeve 1, 2 i 3 u slučaju *Moody's* agencije. Ove dodatne oznake ukazuju na relativnu poziciju rejtinga unutar njegove potkategorije. Pored ovih oznaka, rejtinzi imaju i izgled (eng. *outlook*), koji ukazuju na kretanje kreditnog rejtinga u budućnosti. Izgled može biti pozitivan (eng. *positive*), što ukazuje na potencijalan rast rejtinga u budućnosti, negativan (eng. *negative*), što ukazuje na potencijalan pad rejtinga u budućnosti, stabilni (eng. *stable*), što ukazuje da se kreditni rejting verovatno neće menjati u narednom periodu, i razvojni (eng. *developing*), što je retka ocena i ukazuje na moguću skorou promenu rejtinga.

Iako agencije ne objavljuju tačne verovatnoće neizmirenja obaveza već umesto toga daju opisne ocene poput „Mogućnost obveznika da ispuni sve finansijske obaveze je veoma jaka”, postoje studije koje se bave mapiranjem slovnih oznaka kreditnih rejtinga i kumulativnom verovatnoćom neizvršavanja obaveza (Hamilton et al., 2007), gde je verovatnoća neizvršavanja obaveza korporacija sa najvišim *Moody's* rejtingom (Aaa) procenjena na 0.18%, nakon čega slede verovatnoće od 0.28% za Aa2, 2.11% za Baa2, 8.82% za Ba2 i 31.24% za B2, koja je jedna od nižih ocena. Svi kreditni rejtinzi koje koriste tri najveće agencije za kreditne rejtinge, zajedno sa njihovim kratkim opisima su dati u Tabeli 1. Kreditni rejtinzi investicionog nivoa se smatraju sigurni(ji)m od strane agencija za kreditni rejting, i predstavljaju visok nivo verovatnoće da će obveznik ispuniti svoje obaveze. Sa druge strane, rejtinzi iz špekulativnog spektra su indikacija većeg rizika, što prouzrokuje više stope prinosa i volatilnije cene samih obveznica u odnosu na obveznice izdatih od strane država i korporacija sa investicionim nivoom kreditnog rejtinga.

Tabela 1: Opisi kreditnih rejtinga

| Kratak opis kategorije rejtinga  | Nivo              | Standard and Poor's | Fitch Ratings     | Moody's            |
|--|-------------------|---------------------|-------------------|--------------------|
| Najbolja ocena, izuzetno visoka sposobnost, veoma nizak kreditni rizik | Investicioni nivo | AAA                 | AAA               | Aaa                |
| Veoma visoka kreditna sposobnost, veoma nizak kreditni rizik           | Investicioni nivo | AA+   AA   AA-      | AA+   AA   AA-    | Aa1   Aa2   Aa3    |
| Visoka sposobnost izvršenja finansijskih obaveza, nizak kreditni rizik | Investicioni nivo | A+   A   A-         | A+   A   A-       | A1   A2   A3       |
| Zadovoljavajuća sposobnost izvršenja                                   | Investicioni nivo | BBB+   BBB   BBB-   | BBB+   BBB   BBB- | Baa1   Baa2   Baa3 |



|  |                     |                   |                   |                    |
|--|---------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| finansijskih obaveza, umeren kreditni rizik  |                     |                   |                   |                    |
| Postoji sposobnost izvršenja finansijskih obaveza, ali je prisutan rizik promene poslovne klime i ekonomskih uslova, kao i znatan kreditni rizik               | Neinvesticioni nivo | BB+   BB   BB-    | BB+   BB   BB-    | Ba1   Ba2   Ba3    |
| Trenutno postoji sposobnost izvršenja finansijskih obaveza, ali je prisutan visok rizik promene poslovne klime i ekonomskih uslova, kao i visok kreditni rizik | Neinvesticioni nivo | B+   B   B-       | B+   B   B-       | B1   B2   B3       |
| Loša sposobnost izvršenja finansijskih obaveza, veoma visok kreditni rizik   | Neinvesticioni nivo | CCC+   CCC   CCC- | CCC+   CCC   CCC- | Caa1   Caa2   Caa3 |
| Nesposobnost ili veoma loša sposobnost izvršenja finansijskih obaveza, bankrot ili visoka verovatnoća bankrota   | Neinvesticioni nivo | CC   C            | CC   C            | Ca                 |
| Nesposobnost izvršenja finansijskih obaveza, bankrot   | Neinvesticioni nivo | CD   D            | DDD   DD   D      | C                  |

Postoji više podtipova kreditnog rejtinga u zavisnosti od pravnog entiteta na koji se odnose, pri čemu su osnovna dva podtipa korporativni rejting (eng. *corporate rating*) i rejting države (eng. *sovereign rating*). Ostali podtipovi, kao što su rejting projekta (eng. *project rating*), rejting lokalnih samouprava (eng. *municipality rating*), rejting dodeljen raznim finansijskim instrumentima poput obveznica, akcija, i drugih hartija od vrednosti, kao i rejting dodeljen individuama koje nisu javno prisutne i izlistane na berzama, manje su prisutni na tržištu i uglavnom se izrađuju na poseban zahtev.

### 3.2.2. Kreditni rejting država

Kreditni rejting države oslikava nivo rizika koji nosi ulaganje u državu, kroz njene obveznice i druge hartije od vrednosti ili putem direktnih investicija. Činioci koji direktno ili indirektno utiču na jačinu kreditnog rejtinga su razni finansijski i ekonomski faktori poput fiskalne i monetarne politike, javnog duga, veličine bruto domaćeg proizvoda (skr. BDP), kao i jačina celokupne ekonomije i statusa države u svetu, političke stabilnosti i efikasnosti institucija, socijalnih ulaganja, razvijenosti industrije i ostalih privrednih pokazatelja. Postoji veliki broj studija koje se bave različitim indikatorima koji utiču na kreditni rejting države (Afonso, Gomes, & Rother, 2007, Bozic & Magazzino, 2013, Brooks et al., 2001, Butler & Fauver, 2006, Cantor & Packer, 1996, Cosset & Roy, 1991, Erdem & Varli, 2014, Gaillard, 2009, Grunert, Norden, & Weber, 2005, Ismailescu & Kazemi, 2010, Mellios & Paget-Blanc, 2006, Mora, 2006). Takođe

postoje i studije o uticaju kreditnih rejtinga na određene finansijske indikatore, poput stope prinosa (Afonso, Furceri, & Gomes, 2012, Hull, Predescu, & White, 2004, P. Liu, Seyyed, & Smith, 2003, Reisen & von Maltzan, 1999, Sy, 2002). Dva podtipa kreditnog rejtinga država koje objavljuju tri najveće agencije za kreditni rejting su kreditni rejting izdavaoca i kreditni rejting dužničkih hartija od vrednosti, koji su u najvećem broju slučajeva jednaki. Iako ne postoji transparentnost samih modela za izradu kreditnih rejtinga koje agencije koriste, sve tri najveće agencije objavljuju studije i izveštaje u kojima opisuju parametre koji su uzeti u obzir prilikom izrađivanja kreditnih rejtinga, kao i neke od kriterijuma i metodologija koji su korišćeni (Bhatia, 2002). Detaljne metodologije agencija za kreditne rejtinge *S&P* (Standard&Poor, 2011), *Moody's* (Moody's, 2009) i *Fitch* (Fitch, 2021) su javno dostupne i objavljene na njihovim internet stranama.

### **3.3. Predviđanje kreditnog rejtinga**

Nepostojanje eksplicitnih modela za predviđanje kreditnih rejtinga je rezultovalo velikim brojem internih modela razvijenih od strane raznih privrednih i akademskih institucija, kao i individua poput istraživača, spekulanta i drugih učesnika na tržištu koji su pokušali da naprave modele za predviđanje kreditnih rejtinga po uzoru na modele korišćene od strane tri najveće agencije za kreditne rejtinge. Pored akademskih pobuda, interni modeli su nastajali i iz razloga što je mnogim kompanijama i učesnicima na tržištu potrebno znanje o budućim rejtingima privrednih subjekata koji su suviše mali, ili iz nekog drugog razloga nisu listirani na berzi ili prisutni na tržištu. Problem se najčešće rešava korišćenjem ulazno-izlaznog modela, a sam proces se može opisati kroz sledeće korake:

- Odabir skupa podataka i vremenskog perioda koji će biti korišćeni za analizu, trening i testiranje modela;
- Odabir tehnike koja će biti korišćena prilikom izrade modela;
- Izrada, i po potrebi treniranje, modela;
- Testiranje modela korišćenjem objavljenih kreditnih rejtinga jedne ili više kreditnih agencija, ili korišćenjem postojećeg modela, odnosno rejtinga koje je on predvideo.

Ulazni podaci u model, iako nisu eksplicitno definisani i poznati, mogu se naslutiti i modelovati korišćenjem dostupnih metodologija objavljenih od strane agencija za kreditne rejtinge kao i studija objavljenih tokom poslednje tri decenije koje su predstavljene u potpoglavlju 5.1. Metodologija za određivanje indikatora kreditnih rejtinga koja se najčešće primenjuje u radovima analiziranim u ovom poglavlju podrazumeva postavljanje probne hipoteze o indikatorima (najčešće ekonomske ili finansijske, ređe političke ili tehnološke prirode) koji utiču na kreditne rejtinge, zatim korišćenje tih indikatora u odabranom modelu i na kraju poređenje dobijenih rezultata sa rezultatima objavljenim od strane agencija za kreditni rejting ili sa rezultatima nekog drugog modela. Izlazni podaci, odnosno kreditni rejtingi, su ili javno dostupni, ili mogu biti dobijeni na zahtev, dok je sama metodologija predviđanja nepoznata, te se model može predstaviti kao crna kutija. Ovakvi problemi se najčešće rešavaju klasičnim, odnosno ekonometrijskim metodama i metodama mašinskog učenja, čiji su algoritmi najčešći izbor u studijama koje se bave predviđanjem kreditnih rejtinga država. Najčešće korišćene ekonometrijske tehnike su regresioni modeli poput linearne i logističke regresije, sa naglaskom na uređene logit (eng. *ordered logit*) i probit (eng. *ordered probit*) modele, dok su NM, fazi logika, genetski algoritmi i SVM najčešće korišćene metode mašinskog učenja i računarske inteligencije. Za ulaze u model su najčešće birani finansijski i ekonomski pokazatelji uz povremeno primenjene tehnike smanjivanja dimenzionalnosti ulaza poput faktorske analize (eng. *factor analysis*) i metode glavnih komponenti, kao što je prikazano u studiji (Choy, Chit, & Teo, 2021), gde se broj početnih indikatora prvo smanjio korišćenjem istraživačke faktorske analize, da bi se potom glavni indikatori identifikovali putem panelne regresione analize (eng. *panel regression analysis*). Zavisna promenljiva, što je u ovom slučaju kreditni rejting države, je sa abecedne skale konvertovana u numeričku skalu od 0 do 10. Ova studija je pokazala da je od standardnih indikatora za koje se pretpostavlja da imaju uticaj na kreditni rejting samo BDP po stanovniku prisutan kao indikator u sve tri velike agencije za kreditni rejting, dok je od nestandardnih faktora kod sve tri agencije prisutna sposobnost vlade da donosi zakone i uredbe kojima se podstiče privatni privredni sektor (eng. *regulatory quality*).

U naredna dva potpoglavlja dat je pregled studija koje se bave predviđanjem kreditnog rejtinga korišćenjem klasičnih, odnosno ekonometrijskih metoda i metoda mašinskog učenja i računarske inteligencije. S obzirom na blisku povezanost pojmova, pregled radova neće biti

ograničen samo na predviđanje kreditnog rejtinga država, već će biti predstavljeni i radovi koji se bave predviđanjem kreditnog rejtinga kompanija, obveznica, ali i studije koje se bave predviđanjem kreditnog rizika, kreditnog skora ili bankrota.

### **3.3.1. Predviđanje kreditnog rejtinga klasičnim (ekonometrijskim) metodama**

Pregled radova započinjemo studijama koje su pokušale da identifikuju međusobnu zavisnost između kreditnih rejtinga objavljenih od strane različitih agencija u kratkom vremenskom periodu (Alsakka & ap Gwilym, 2010, Hill et al., 2010) gde je utvrđena visoka korelacija između rasta/pada kreditog rejtinga nakon što je druga agencija objavila izveštaj gde je taj isti kreditni rejting porastao/pao. Agencija čiji rejtinzi najmanje zavise od objava drugih je *S&P*, dok je *Moody's* agencija koja najčešće prva objavljuje promene kreditnih rejtinga naviše. Za ostale agencije (sa naglaskom na japanske) je utvrđeno da kasne u odnosu na tri najveće agencije. Studija na kraju utvrđuje i visoku korelaciju između rejtinga objavljenih kod sve tri najveće agencije, sugerišući pritom uzimanje u obzir ovog podatka pri predviđanju kreditnih rejtinga.

Uređeni probit i logit modeli se pojavljuju u velikom broju radova kao glavne metodologije korišćene za predviđanje kreditnog rejtinga. U ovom pasusu su predstavljene neke od studija koje su koristile ove modele poput (Teker, Pala, & Kent, 2013), gde je model testiran na podacima iz 23 države, od kojih je 13 razvijenih i 10 nerazvijenih. Broj ulaza u model je sa početnih 11 faktorskom analizom smanjen na 5. Korišćeni ulazni podaci su: rast BDP-a, BDP po stanovniku, inflacija, javni dug, odnos rezervi u budžetu i BDP-a, odnos rezervi u stranoj valuti i BDP-a, odnos stranih investicija i BDP-a, odnos domaćih investicija i BDP-a, odnos tekućeg računa države i BDP-a, indeks ekonomske slobode (eng. *economic freedom index*) i indeks korupcije (eng. *corruption perception index*). Studija takođe analizira i korelaciju između kreditnog rejtinga i članstva države u savezima poput Evropske Unije, BRIKS-a, OPEK-a, itd. U svojoj studiji (Bissoondoyal-Bheenick, 2005), autor ukazuje na postojanje i drugih faktora, pored ekonomskih i finansijskih, koji utiču na kreditne rejtinge, poput političkih, istorijskih i kulturnih, uz napomenu da ove faktore nije lako identifikovati i modelovati. Takođe je navedeno da ekonomski faktori nemaju istu težinu kod modelovanja visokih rejtinga za razvijene države i nižih rejtinga za države u razvoju. Uticaj kriza na kreditne rejtinge je istraživan u studiji

(Teixeira et al., 2017) na uzorku od 86 zemalja u periodu 1993-2013. Autori su pokazali da krize utiču negativno na kreditne rejtinge, ali ne uvek (npr. dot-kom kriza), a takođe je primećen i uticaj geografskog područja, izuzimajući Severnu Ameriku i Evrozonu. Korišćenjem i istovremeno upoređivanjem probit i logit modela, kao i uređenog probit modela sa slučajnim efektom (eng. *random effects ordered probit*) u (Afonso, Gomes, & Rother, 2009) studiji je utvrđena najveća efikasnost uređenog probit modela sa slučajnim efektom uz obrazloženje da dati model uspeva da otkrije značajne promenljive iz skupa korišćenih ekonomskih indikatora poput efikasnosti državnih institucija (eng. *government effectiveness*), koji je jedan od indikatora dostupnih na internet stranici Svetske banke (eng. *World Bank*). Generalizovana verzija logit modela, G-logit, korišćena je u studiji (Oral et al., 1992) za modelovanje korelacije između kreditnog rejtinga i političko-ekonomskih indikatora na uzorku od 70 zemalja. Ovaj metod je u predviđanju nadmašio klasične logit i modele zasnovane na stablima (eng. *Classification And Regression Tree*, skr. CART).

U nekoliko studija se metode uređene regresije porede sa drugim metodama, poput metode zasnovane na zaključivanju na osnovu slučajeva (eng. *case-based reasoning*, skr. CBR), odnosno rešavanju problema putem iskustva dobijenog rešavanjem sličnih problema. Studija (Bissoondoyal-Bheenick, Brooks, & Yip, 2006) je pokazala da nijedan model ne nadmašuje onaj drugi, ni u preciznosti predviđanja kreditnih rejtinga, ni u određivanju indikatora koji utiču na sam rejting, od kojih je, pored standardnih indikatora poput BDP-a, inflacije i kamatnih stopa korišćen i broj mobilnih telefona po stanovniku kao pokazatelj tehnološkog razvoja države. Poređenje linearne sa logističkom regresijom je rađeno u više studija, poput (Afonso, 2003), gde se pored isticanja šest indikatora (BDP, spoljni dug, ekonomska razvijenost, istorijski kreditni rejting, kamatna stopa i stopa inflacije) ne može jasno odrediti koji model je efikasniji, iako se primećuje da je logistička regresija bolja u predviđanju viših kreditnih rejtinga. Ova dva modela se koriste i u (Afonso, Gomes, & Rother, 2011) studiji za identifikovanje indikatora koji imaju kratkoročni uticaj (BDP po stanovniku, rast BDP-a, javni dug i budžetski suficit ili deficit) i dugoročni uticaj (spoljni dug, strane rezerve, efikasnost državnog aparata, istorija kreditnog rejtinga) na kreditni rejting. Višestruka regresija (eng. *multiple regression*) je korišćena u (Alexe et al., 2003) studiji sa naglaskom na nekorišćenje istorijskih kreditnih rejtinga i već na oslanjanje na ekonomsko-finansijske i političke indikatore. Studija koja je, poput prethodne, indikatore podelila na devet ekonomskih i tri politička koristi metodu parcijalno uređenih skupova (eng.

*partially ordered set*) u modelu koji se pokazao odličan u predviđanju rejtinga za države koje su prethodno bile bez rejtinga, i time se za njih ne može iskoristiti visoka korelacija sa vremenskom serijom istorijskih rejtinga (Hammer, Kogan, & Lejeune, 2006).

Glavna odlika svih gorenavedenih modela je da su se pokazali kao relativno uspešni na malim skupovima podataka, odnosno odaje se utisak da su autori birali skupove podataka na kojima su modeli davali zadovoljavajuće rezultate. Ovi modeli ipak nisu bili dovoljno dobri da bi sa sigurnošću mogli da se koriste kao alternativa modelima kreditnih agencija, što je i očekivano imajući u vidu da su ovo prvi pokušaji imitacije modela kreditnih agencija, pre nego što su se pojavili modeli zasnovani na računarskoj inteligenciji i mašinskom učenju. Sa druge strane, pozitivan doprinos ovih modela je utvrđivanje direktnog uticaja određenih finansijskih i ekonomskih pokazatelja, poput BDP-a, javnog duga i inflacije na kreditne rejtinge. Imajući ovo u vidu, njihov najveći doprinos je postavljanje osnove na kojoj su kasnije građeni i nastali modeli zasnovani na računarskoj inteligenciji i mašinskom učenju.

### **3.3.2. Predviđanje kreditnog rejtinga metodama računarske inteligencije i mašinskog učenja**

Sa rastom popularnosti računarske inteligencije i mašinskog učenja tokom 90-ih godina prošlog veka, počela je i eksperimentalna primena ovih metodologija u različitim oblastima koje su u rešavanju problema koristile klasične matematičke i statističke metode. Ideja je bila da se novi algoritmi mašinskog učenja uporede sa klasičnim metodama u rešavanju različitih optimizacionih i klasifikacionih problema. Na početku je cilj bio da se dostigne preciznost klasičnih metoda, da bi kasnije, sa unapređivanjem postojećih i razvojem novih algoritama mašinskog učenja cilj postao nadmašiti klasične metodologije optimizacije. Trenutno su aktuelni hibridni modeli koji predstavljaju spoj dva ili više različita algoritma računarske inteligencije ili mašinskog učenja, ili čak spojeve algoritma mašinskog učenja sa nekim od klasičnih algoritama (M.-C. Chen & Huang, 2003, Chi & Hsu, 2012, Shin & Han, 1999). Razlog za nastanak hibridnih modela su nedostaci postojećih algoritama koji se ne mogu u potpunosti eliminisati unapređivanjem samog algoritma – jer su sastavni deo algoritma, odnosno algoritam je izgrađen na određenim premisama koje mogu biti unapređivane ali ne i potpuno izmenjene. Stoga hibridni

algoritmi predstavljaju spoj više različitih algoritama sa ciljem da se na taj način nadomeste međusobni nedostaci poput teško razumljivog rezonovanja i interpretacije izlaza (NM), velika računarska zahtevnost (genetski algoritmi), zahtevanje visokog nivoa predznanja i implementacije (fazi logika), loših performansi u slučaju velikih i nesređenih baza podataka (SVM), itd.

Radovi koji se bave predviđanjem kreditnog rejtinga, rizika ili skora korišćenjem tehnika računarske inteligencije i mašinskog učenja se mogu podeliti na više različitih načina. Prva i osnovna podela je prema primenjenim metodama, odnosno algoritmima koji su korišćeni u studijama. Najčešće korišćene metode su NM i SVM; ovi algoritmi i njihove mogućnosti predviđanja su često analizirani ili uzimani kao reper u poređenju sa drugim klasičnim ili metodama mašinskog učenja. Sa druge strane, fazi logika i genetski algoritmi najčešće nisu bili predmet studija kao samostalni algoritmi korišćeni za predviđanje rejtinga, već su češće korišćeni za unapređivanje NM ili SVM putem spajanja sa njima u hibridnim modelima. Druga podela radova je na radove koji predlažu novi algoritam za predviđanje, koji je tokom prošlog veka najčešće bio nova metodologija, dok su u poslednjoj deceniji to najčešće unapređeni postojeći ili hibridni algoritmi, i na radove koji se bave pregledom i poređenjem postojećih algoritama na osnovu predefinisanih kriterijuma. Izvedeni zaključci se menjaju tokom vremena; dok se u ranijim radovima tokom 90-ih godina tvrdilo da su algoritmi mašinskog učenja vredni razmatranja u predviđanju kreditnog rejtinga, noviji radovi najčešće ističu superiornost tehnika mašinskog učenja u odnosu na klasične ekonometrijske metode. Ipak, i dalje postoji veliki broj radova koji ne daju jasne zaključke u vidu efikasnosti samih algoritama, najčešće iz razloga što nijedan algoritam nije neosporno bolji u odnosu na ostale koji su analizirani. Takođe se često mogu pronaći protivrečnosti, gde jedna tehnika biva proglašena superiornijom u odnosu na drugu u jednom radu, dok se u drugom izvodi suprotan zaključak. Ovakvi zaključci najčešće su posledica korišćenih podataka za testiranje, zbog čega većinu zaključaka iz doleavednih studija treba uzimati uz dozu opreza i da izbor modela za predviđanje treba prilagoditi problemu i podacima koji su na raspolaganju.

Kako je DE algoritam jedan od dva pristupa koji se koriste u IBA-DE modelu koji je predložen u ovoj disertaciji, prvo je dat kratak osvrt na studije u kojima je ovaj pristup korišćen u okviru hibridnih modela. U studiji (Baklouti, 2014), DE algoritam se koristio za optimizaciju fazi baze znanja koja je potom korišćena za predviđanje kreditnih skorova putem fazi klasifikatora.

DE je korišćen i prilikom utvrđivanja veće efikasnosti diskretne parametrizacije u odnosu na kontinualnu na problemu klasifikacije verovatnoće bankrota (K. M. Leung & Zhang, 2010). Sličnim problemom se bavi i (J. Wu & Shi, 2009) studija, gde je DE algoritam iskorišćen za procenu i optimizaciju parametara nelinearnog višeparametarskog modela.

U studiji koja se bavi minimizacijom greške predviđanja kreditnog rejtinga klijenata banke, DE algoritam je korišćen samostalno i pokazao se znatno uspešnijim od ostalih testiranih heuristika poput genetskih algoritama, PSO i nasumične pretrage (eng. *random search*) (Krink, Paterlini, & Resti, 2007).

### 3.3.2.1. Predviđanje kreditnog rejtinga pomoću neuronske mreže

NM su algoritam koji je među najstarijima i najčešće zastupljenima u predviđanju kreditnog rejtinga, i generalno u oblasti kreditnog rizika. Sa tim u vidu, ovo potpoglavlje je organizovano i po tipu kreditnog rejtinga koji se predviđa i hronološki (koliko je to bilo moguće), tako da je ispraćen razvoj korišćenja NM u ovoj oblasti.

U studiji (Bennell et al., 2006) za period od 1989. do 1999. godine i na uzorku od 70 država, odnosno 1383 kreditna rejtinga, pokazano je da su NM superiorna tehnologija za predviđanje kreditnih rejtinga država u odnosu na uređeni probit model. NM sa tri sloja neurona i algoritmom propagacije unazad se takođe pokazala superiornom u predviđanju kreditnih rejtinga kompanija objavljenih od strane *Moody's* agencije u odnosu na linearnu diskriminantnu analizu (eng. *linear discriminant analysis*) što je pokazano u (K. Kumar & Bhattacharya, 2006) studiji. Modelovanje kreditnih rejtinga malih kompanija je predmet (Jiao, Syau, & Lee, 2007) studije, gde se za predviđanje koristi fazi adaptivna mreža (eng. *fuzzy adaptive network*). Ova metoda se zasniva na korišćenju fazi logike za modelovanje ulaza i pravila koja se koriste u NM. Kao glavne prednosti ove metode su istaknute mogućnosti jezičke agregacije i reprezentacije, odnosno deskriptivna mogućnost objašnjenja rezultata.

Predviđanje kreditnih rejtinga obveznica putem NM je započelo 90-ih godina prošlog veka, da bi uspeh u ovoj oblasti uticao na popularnost i svrstavanje NM kao jednog od glavnih modela za problem klasifikacije u sferi ekonomije (Daniels & Kamp, 1999). Jedan od razloga za popularnost NM je i taj što je primena ove tehnike omogućila rešavanje problema za koje su klasične ekonometrijske metode davale loše rezultate, a za koje takođe nisu mogla biti jasno



definisana logička pravila da bi mogli da se koriste modeli računarske inteligencije zasnovanih na ako-onda pravilima (Dutta & Shekhar, 1988). Slični zaključci u vidu superiornosti NM nad klasičnim ekonometrijskim modelima se izvode i u (Maher & Sen, 1997, Surkan & Singleton, 1990) studijama, gde se pored poređenja NM sa ekonometrijskim modelima eksperimentiše i sa poboljšanjem performansi NM kroz povećavanje broja slojeva u samoj mreži, kao i smanjivanjem broja neurona u ulaznom sloju mreže. U radu (J. W. Kim, Weistroffer, & Redmond, 1993) je poređeno pet modela: regresiona analiza, diskriminantna analiza, ordinalna logistička analiza, NM i sistem zasnovan na ako-onda pravilima. Kako većina korišćenih ekonometrijskih metoda u studiji zahteva da skup podataka koji se koristi za treniranje i testiranje prethodno ispunjava određene statističke uslove (poput uslova o normalnosti), koji u ovoj studiji nisu bili ispunjeni, NM je pokazala najbolje performanse od svih predloženih modela. Problem performansi modela koje se pogoršavaju sa povećanjem broja kategorija kreditnih rejtinga je analiziran u (Kwon, Han, & Lee, 1997) studiji, gde se koristi OPP (eng. *ordinal pairwise partitioning*) pristup da bi se poboljšao algoritam propagacije unazad prilikom treniranja NM. Glavna ideja OPP algoritma je podela trening podataka na dva skupa, nad kojima se primenjuju različiti modeli propagacije unazad. Sličan pristup je kasnije ponovljen u studiji (L. Yu, Wang, & Lai, 2008). Problem modelovanja kreditnih rejtinga za obveznice na lokalnom nivou, odnosno municipalne obveznice (eng. *municipal bonds*) je predmet studije (Hájek, 2011), gde je predviđanje predstavljeno kao proces klasifikacije. Autor takođe identifikuje nekoliko problema u modelovanju kreditnih rejtinga, poput nedostatka i nedostupnosti podataka kao i nepostojanja procesa selekcije ulaznih indikatora, pošto kreditne agencije ne objavljuju svoje metodologije i čak naglašavaju određeni nivo subjektivnosti u procesu modelovanja. U ovoj studiji se kao ulazi u model koriste indikatori identifikovani u prethodno objavljenim studijama, da bi se potom broj ulaza smanjio korišćenjem genetskih algoritama. Na kraju je pokazano kako se NM može koristiti za predviđanje kreditnih rejtinga iako ovaj algoritam nije direktno poređen sa nekom drugom metodom.

Popularnost korišćenja NM za predviđanje kreditnog rejtinga koja je počela 90-ih godina u oblasti kreditnih rejtinga obveznica nastavljena je i u narednim decenijama u oblasti kreditnog rizika. Jedna od mana NM u proceni kreditnog rizika je da je donetu odluku teško obrazložiti i da nije lako definisati rezonovanje koje je prethodilo odluci. Iako su razvijene metode kojima je, uz pomoć druge NM, moguće identifikovati pravila koja bi mogla da objasne rezonovanje koje je

dovelo do određenog ishoda, ta pravila nisu dovoljno dobro objašnjavala logiku koja je stajala iza njih. Iz tog razloga je u studiji sa kraja 90-ih godina (Piramuthu, 1999) predstavljen neurofazi (eng. *neurofuzzy*) sistem, gde je fazi logika korišćena radi boljeg definisanja pravila na kojima su zasnovane određene odluke u predviđanju kreditnog rizika, a koja nisu mogla biti definisana korišćenjem NM. Još jedna pregledna studija u oblasti predviđanja kreditnog rizika je urađena 2000. godine (Galindo & Tamayo, 2000), gde je pokazano da su CART stabla odlučivanja imala najbolje performanse u predviđanju kreditnog rizika sa prosečnom greškom od 8.31% na 2000 uzoraka, ispred NM sa prosečnom greškom od 11%, i algoritma  $k$ -tog najbližeg suseda (eng. *k-nearest neighbors*) sa prosečnom greškom od 14.95%. Svi ovi modeli su pokazali bolje performanse od standardnog probit algoritma. Kombinovanje više NM u višefazni ansambl modela (eng. *multistage neural network ensemble learning model*) za predviđanje kreditnog rizika je predstavljeno u (L. Yu et al., 2008) studiji. Glavna ideja ovog modela je da kroz šest faza deli trening podatke na  $n$  skupova i nad njima trenira  $n$  razlinitih NM, čiji se izlazni podaci na kraju objedinjuju. Ovaj model je imao bolje performanse u odnosu na običnu NM, logičku regresiju, SVM, kao i u odnosu na hibridne neurofazi i fazi-SVM modele. U studiji (Khashman, 2010) su ispitavane različite šeme učenja koje su definisane kroz odnos podele ulazno-izlaznih podataka na skupove za trening i testiranje. Šema koja se pokazala kao najuspešnija je definisana kao  $LS4$  šema, odnosno skupovi za trening i testiranje su bili podeljeni u 4:6 odnosu, što je blisko trenutnom nezvaničnom pravilu da se podaci dele (ukoliko problem ne zahteva drugačije) u odnosu 5:3:2 na trening, validacione i skupove za testiranje. Početkom 2010-ih godina, emocionalne NM (eng. *emotional neural networks*) su se često uspešno primenjivale za probleme prepoznavanja obrazaca. Sa tim u vidu, autor studije (Khashman, 2011) je pokušao da primeni ovaj tip NM za procenu kreditnog rizika. Iako rezultati nisu bili značajno bolji u odnosu na konvencionalnu NM, autor ističe brzinu i preciznost kao glavne prednosti emocionalne NM. Hibridni model NM sa genetskim algoritmom, nazvan generički model NM (eng. *neural network generic model*), je iskorišćen za predviđanje kreditnog rejtinga u (Oreski, Oreski, & Oreski, 2012) studiji, gde je NM osnova modela a genetski algoritam iskorišćen za unapređivanje ulaza u samu mrežu. Još jedan hibridni model pod nazivom tip-2 fazi-neuro model za modelovanje kreditnih rejtinga je predstavljen u (Abiyev, 2014) studiji, gde je NM zasnovana na fazi pravilima iz tip-2 fazi skupa. Model je potom testiran na japanskim i australijskim kreditnim

rejtinzima i pokazao je veću fleksibilnost i postigao bolje rezultate u odnosu na klasične modele NM i fazi logike.

Pored korišćenja NM za predviđanje kreditnih rejtinga obveznica, ova metodologija se koristila i za predviđanje kreditnih skorova nakon što je pokazano da postiže bolje performanse u odnosu na standardne ekonometrijske metode poput linearne diskriminantne analize i logističke regresije (Desai, Crook, & Overstreet, 1996). U studiji (West, 2000) je rađena komparativna analiza pet različitih modela NM: višeslojni perceptron (eng. *multilayer perceptron*), miks eksperata (eng. *mixture-of-experts*), model sa radijalno zasnovanom funkcijom (eng. *radial basis function*), kvantizacija vektora učenja (eng. *learning vector quantization*), i adaptivna fazi rezonanca (eng. *fuzzy adaptive resonance*). Rezultati su upoređeni sa rezultatima ekonometrijskih metoda poput linearne diskriminantne analize, logističke regresije,  $k$ -tog najbližeg suseda, gustine jezgra i stabla odlučivanja. Rezultati pokazuju da iako najbolji, model višeslojnog perceptrona nije dovoljno bolji od modela zasnovanih na radijalnoj baznoj funkciji i miksu eksperata, pa autor sugeriše razmatranje i ova dva modela prilikom predviđanja kreditnih skorova. Logistička regresija se pokazala kao najbolja od tradicionalnih metoda. U studiji (T.-S. Lee et al., 2002) autori pokušavaju da naprave hibridni model NM i tradicionalne diskriminantne analize, gde je diskriminantna analiza prvo individualno korišćena za modelovanje kreditnih skorova da bi potom ulazi iz modela diskriminantne analize bili korišćeni u NM zajedno sa izlazom diskriminantne analize, odnosno predviđenim kreditnim skorom. Još jedan hibridni model NM i MARS (eng. *Multivariate Adaptive Regression Splines*) algoritma je predložen za predviđanje kreditnih skorova u (T.-S. Lee & Chen, 2005) studiji. MARS je korišćen prilikom pravljenja modela za kreditne skorove kako bi se identifikovale značajne promenljive koje bi potom bile korišćene kao ulazi u NM. Ovaj hibridni pristup je pokazao bolje performanse nego diskriminantna analiza, logistička regresija, kao i zasebno korišćeni MARS model i NM. Korišćenje NM kao tehnike meta-učenja je predstavljeno u (Lai, Yu, Wang, et al., 2006) studiji. Ideja iza ove metodologije je da se skupovi za trening i testiranje podele na  $n$  delova, gde bi se nakon toga pojedinačne NM trenirale pod različitim početnim uslovima, što dalje rezultuje različitim modelima za kreditne skorove, koji su u radu nazvani bazni modeli. Na kraju se neuronski meta-model generiše kroz učenje iz svih baznih modela, time unapređujući konačnu preciznost meta-modela. Još jedan hibridni model pod nazivom hibridni binarni klasifikacioni model za kreditne skorove zasnovan na agregaciji fazi logike i NM je dat u (M. Khashei et al.,

2013) studiji. U predloženom modelu se umesto tradicionalnih težinskih faktora u slojevima neurona koriste fazi brojevi kako bi se bolje modelovala nesigurnost i složenost finansijskih podataka. Ovaj hibridni model je pokazao bolje performanse od drugih klasifikacionih modela poput SVM, *k*-najbližeg suseda, linearne i kvadratne diskriminatne analize. Studija (Saber et al., 2013), predlaže još jedan hibridni model gde se NM kombinuje sa metodom obavijenih podataka (eng. *Data Envelopment Analysis*, skr. DEA), što je jedan od prvih pokušaja korišćenja koncepta granularnosti za odabir optimalne veličine skupova za trening i testiranje. Modeli za predviđanje kreditnih skorova zasnovani na višeslojnom perceptronu (eng. *multi-layer perception*) NM sa naglaskom na novi model podele podataka za trening su predstavljeni u (Zhao et al., 2015) studiji. Predstavljen je i metod prosečnog slučajnog biranja (eng. *average random choosing*) koji je testiran na skupu od 614 kreditnih skorova uz tvrdnju autora da ovaj model predviđa kreditne skorove za 5% tačnije u odnosu na većinu modela predstavljenih u poslednjih nekoliko godina.

### 3.3.2.2. Fazi logika u predviđanju kreditnog rejtinga

Iako fazi logika nije metodologija koja je korišćena u velikom broju studija za predviđanje kreditnog rejtinga, poput NM ili SVM, ovaj alat se pokazao kao značajan i često korišćen u hibridnim modelima. Osnovna prednost fazi logike nad drugim modelima koji se koriste za predviđanje je u mogućnosti jasne interpretacije modela. Kako je oblast kreditnog rizika i kreditnih rejtinga često esencijalna u poslovanju privrednih subjekata, uglavnom nije dovoljno zadovoljiti se samo predloženim kreditnim rejtinzima ili skorovima koji su izlaz iz modela, već te izlaze treba i obrazložiti. Fazi logika se pokazala kao jedan od najboljih modela za interpretaciju ne samo rezultata, već i kompletne metodologije koja je korišćena. U narednom delu je predstavljen pregled radova gde fazi logika ima dominantnu ulogu u modelima za predviđanje kreditnih rejtinga, skorova i rizika.

U studiji (X. Liu & Liu, 2005) je predložen novi pristup mašinskog učenja zasnovan na aksiomatskim fazi skupovima (eng. *axiomatic fuzzy sets*, skr. AFS). U radu je prvo objašnjena AFS teorija, da bi potom bile predložene nove funkcije pripadnosti za fazi skupove, dok je na kraju predložen novi algoritam mašinskog učenja zasnovan na funkcijama pripadnosti i njihovim logičkim operacijama koji je potom testiran na skupu kreditnih rejtinga. Kao prednosti ovog modela autori navode da se klasifikacija može dobiti direktno iz skupa podataka za trening, bez

ljudskog nadzora, a takođe da ceo proces imitira ljudsko rezonovanje što kasnije omogućava lakšu interpretaciju. U studiji (Hájek, 2012) se navodi da je glavni nedostatak modela poput NM to što nije moguće izvući znanje, odnosno proces rezonovanja koji se odvija u samom modelu. Jedno od mogućih rešenja je primena jezičkih pravila putem fazi logike, koja omogućava modelovanje lako interpretabilnih pravila. Sa tim u vidu, napravljen je sistem za klasifikaciju, odnosno predviđanje, kreditnih rejtinga američkih kompanija i obveznica zasnovan na fazi ako-onda pravilima. Autor pokazuje da nije potreban veliki broj funkcija pripadnosti i ako-onda pravila da bi se postigla visoka preciznost predviđanja, i ističe da bi preciznost mogla biti i veća kada bi se u pravila ubacile i industrije iz kojih su kompanije. Slična ideja je primenjena i 11 godina ranije u (Syau, Hsieh, & Lee, 2001) studiji. Uz pomoć fazi sistema koji koristi ekonomske, dužničke i druge finansijsko-ekonomske informacije, razvijena je nova metodologija za evaluaciju finansijskih rezultata država koja je potom testirana na velikim američkim gradovima (Ammar et al., 2002). Dobijeni kreditni rejtinzi su u korelaciji sa rejtinzima iz istog perioda koje je objavio *Moody's*. Još jedna integracija fazi logike i NM je urađena u studiji (Sreekantha & Kulkarni, 2010), u kojoj autori pokušavaju da modeluju kreditni rejting korporacija simulirajući način razmišljanja kreditnog eksperta putem fleksibilnog modela za predviđanje kreditnog rejtinga (eng. *flexible credit rating framework*) u kome je fazi logika korišćena za modelovanja ulaza dok je NM iskorišćena kao komponenta za samoučenje unutar predloženog modela.

### **3.3.2.3. Genetski algoritmi u predviđanju kreditnog rejtinga**

Slično poput fazi logike, genetski algoritmi nisu često korišćeni kao osnovna metodologija za predviđanje kreditnih rejtinga i skorova, već su češće deo hibridnih modela sa drugim tehnikama mašinskog učenja, poput NM i SVM, gde se koriste ili za objašnjavanje i interpretaciju rezultata ili metodologije, ili za unapređivanje i selekciju ulaza u hibridni model. Smanjivanje broja ulaza, odnosno indikatora, koji utiču na kreditne rejtinge je veoma značajno iz razloga što ne postoji konsenzus oko toga koji indikatori direktno ili indirektno utiču na rejting ili poslovanje kompanije ili države. Sa tim u vidu, neophodno je od početnog skupa ekonomsko-finansijskih indikatora identifikovati one koji imaju najveći uticaj na kreditne rejtinge određene kompanije ili države u određenom periodu. Iz tog razloga su tehnike poput genetskih algoritama

ili fazi logike često prvi izbor prilikom identifikacije faktora koji imaju najveću korelaciju sa kretanjem kreditnih rejtinga, zajedno sa tradicionalnim statističkim metodama poput analize glavnih komponenti i faktorske analize. U narednom delu su predstavljene neke od studija gde se genetski algoritmi koriste zasebno ili u hibridnim modelima za predviđanje kreditnog rejtinga.

Hibridni model genetskog algoritma i rezonovanja na osnovu slučaja, GA-ROS, je predstavljen u (Shin & Han, 1999) studiji u pokušaju da se poveća preciznost klasifikacije za korporativne rejtinge obveznica. U ovom modelu, ROS se koristi kao osnovna metodologija za predviđanje, dok se ulazi u ROS modeluju, odnosno unapređuju, korišćenjem genetskog algoritma. Sličan hibridni model predložen je i u (Vuković et al., 2012) studiji, gde je model poređen sa  $k$ -najbližim susedom, od koga je za određene skupove za testiranje imao bolje rezultate. Isticanje problema kod interpretacije metodologije dolaska do rešenja kod NM i korišćenje genetskih algoritama zarad ekstrakcije pravila koja su lako razumljiva je glavna premisa (Shin & Lee, 2002) studije. Genetski algoritam se koristi i u odabiru indikatora koji će biti korišćeni u dualnom modelu koji se sastoji od internog modela banke za predviđanje kreditnog skora i od eksternog modela kreditnog biroa (Chi & Hsu, 2012). Ovaj dualni model, potpomognut odabirom ulaza sa najvećim uticajem na kreditne skorove, je postigao bolje performanse od individualnih modela. U studiji (Ong, Huang, & Tzeng, 2005) se ističe potreba za sve sofisticiranijim modelima koji bi bili bolji makar i za deo procenta od standardnih modela, pošto čak i deo procenta može dovesti do velikih ušteda za banke i ostale privredne subjekte. Autori testiraju model za predviđanje kreditnih skorova zasnovan na genetskom programiranju i porede ga sa NM, stablima odlučivanja i logističkom regresijom, gde je ovaj model imao bolje rezultate od ostala tri modela. U studiji (Yobas, Crook, & Ross, 2000) su poređeni isti modeli, samo je umesto logističke regresije korišćena linearna diskriminantna analiza koja je imala i najbolje rezultate. Poređenje genetskih algoritama i NM sa klasičnim ekonometrijskim modelima je bila tema studije (Desai et al., 1997). Ekonometrijske metode nisu imale mnogo lošije rezultate od modela mašinskog učenja što je objašnjeno nedostatkom nelinearnih promenljivih u samim modelima, a koje modeli mašinskog učenja mogu mnogo bolje da obrade nego tradicionalne metode. Genetski algoritmi su kombinovani sa NM u hibridnom modelu predstavljenom u (M.-C. Chen & Huang, 2003) studiji, gde se NM koriste za konstrukciju modela za kreditne skorove a genetski algoritmi pružaju bolji uvid u razloge koji stoje iza

prihvatanja ili odbijanja kredita, kao i pokušaj premeštanja ovih kredita u druge potklase korišćenjem tehnike inverzne klasifikacije.

#### **3.3.2.4. Predviđanje kreditnog rejtinga putem metode nosećih vektora**

SVM je, poput NM, najčešće glavna tehnika prilikom predviđanja kreditnih rejtinga. Drugim rečima, ova tehnika se u najvećem broju slučajeva koristi individualno. Kod hibridnih modela se koristi u samom procesu predviđanja dok druge tehnike najčešće služe za unapređivanje modela. Ova metodologija je stekla popularnost nakon otkrivanja efikasnosti NM u predviđanju kreditnog rejtinga. Ipak, ne može se sa sigurnošću odrediti koja od dve metodologije ima bolje performanse. Imajući u vidu broj studija koje su se bavile ovom metodom, pregled radova će biti podeljen na tri segmenta, predviđanje kreditnog rejtinga, kreditnog skora i kreditnog rizika.

U preglednoj studiji (Zhong et al., 2014), autori prvo definišu četiri kriterijuma na osnovu kojih će porediti algoritme mašinskog učenja: preciznost, sposobnost prekomernog prilagođavanja, distribuciju greške i distribuciju izlaza. Autori ističu da iako je u većini prethodnih studija SVM imala bolje performanse od NM, oni nisu bili u stanju da potvrde ili opovrgnu tu tezu poredeći međusobno standardnu NM sa propagacijom unazad, ekstremno mašinsko učenje (eng. *extreme machine learning*), inkrementalno ekstremno mašinsko učenje i SVM na problemu predviđanja kreditnih rejtinga kompanija. Sličan zaključak je izveden i jednu deceniju ranije kada su i NM i SVM imale slične performanse od oko 80% preciznosti u predviđanju kreditnih rejtinga, uz malo bolji rezultat SVM (Z. Huang et al., 2004). U studiji (Hájek & Olej, 2011) autori porede algoritme za klasifikaciju na bazi jezgra: globalni konzistentni model (eng. *global consistency model*), harmonijski Gausovski model (eng. *harmonic Gaussian model*) i radijalnu baznu funkciju sa NM bez povratnog prenosa i SVM. Ni u ovoj studiji nije identifikovan najbolji algoritam. SVM je primenjena u predviđanju kreditnih rejtinga kompanija uz napomenu da je korišćena posebna vrsta unakrsne validacije (eng. *5-fold cross-validation*) kako bi se našle optimalne vrednosti za radijalnu baznu funkciju SVM. Ovaj algoritam je potom poređen sa multivarijacionom diskriminatornom analizom (eng. *multiple discriminant analysis*), ROS i troslojnom NM, i imao je bolje performanse od svih navedenih modela (Y.-C. Lee, 2007). U studiji (K. Kim & Ahn, 2012) autori ističu da je SVM originalno

korišćena u rešavanju problema binarne klasifikacije, a da je kasnije najčešće korišćena u problemima sa nominalnim kategorijama. Imajući to u vidu, autori predlažu novi tip višeklasne SVM: klasifikator zasnovan na rednoj višeklasnoj SVM (eng. *ordinal multiclass support vector machines*), koji je napravljen sa namerom da proširi binarnu SVM putem primene strategije rednog sparivanja particija (eng. *ordinal pairwise partitioning*). Model dobijen na ovaj način bi mogao da efikasno predviđa, odnosno klasifikuje, promenljive definisane preko ordinalne skale kakav je i kreditni rejting obveznica koji su autori iskoristili za testiranje. Predloženi model je testiran zajedno sa multivarijantnom analizom, multinomijalnom logističkom regresijom, rezonovanju na osnovu slučajeva i NM, i postigao je bolje rezultate od svih predloženih modela.

Pregled radova iz predviđanja kreditnog skora započinjemo preglednom studijom u kojoj je glavna tema hibridni model SVM i metoda najmanjih kvadrata (eng. *least squares*), i poređenje ovog modela sa NM, logističkom regresijom i linearnom diskriminantnom analizom (Baesens et al., 2003). Autori ipak nisu mogli da se jasno odluče za jedan od četiri algoritma kao najbolji. Sličan ishod je bio i u studiji (C.-L. Huang, Chen, & Wang, 2007) gde su autori koristili tri različite strategije za modelovanje tri hibridna modela zasnovana na SVM. U poređenju ovih modela sa drugim algoritmima mašinskog učenja poput NM, genetskog programiranja i stabla odlučivanja nije bilo jasnog pobednika. Sa druge strane, autori još jedne studije (Tony van Gestel et al., 2003) su pokazali da hibridni model SVM i metode najmanjih kvadrata ipak daje značajno bolje rezultate u predviđanju od nekih klasičnih ekonometrijskih metoda. Jedna od studija koja se nije bavila direktnim poređenjem SVM sa ostalim metodama je (Hens & Tiwari, 2012), gde su autori pokušali da predlože novu strategiju za skraćivanje računarskog vremena koje je potrebno za predviđanje kreditnih skorova. Strategija se zasnivala na uzimanju uzorka umesto celog skupa za treniranje korišćenjem *F*-skor statistike. SVM je bila tema i studije (Luo, Cheng, & Hsieh, 2009), gde su je autori koristili za poređenje sa novopredloženom metodom klasifikacije koju su nazvali *CLC* (eng. *clustering-launched classification*), i za koju su pokazali da ima bolje rezultate nego SVM. U studiji (Ping & Yongheng, 2011), autori predlažu nov hibridni model metode nosećih vektora sa *NRS* (eng. *neighborhood rough set*) metodologijom za izbor ulaznih parametara i korišćenjem mrežne pretrage (eng. *grid search*) za optimizaciju RBF parametara. Ovaj hibridni model je pokazao bolje performanse u odnosu na druge hibridne modele zasnovane na SVM, kao i u odnosu na linearnu diskriminantnu analizu, logističku regresiju i NM.



U problemu klasifikacije dobrih i loših kreditora, tj. predviđanju kreditnog rizika, predloženi su hibridni modeli SVM sa fazi logikom (Yongqiao Wang, Wang, & Lai, 2005) i metodom najmanjih kvadrata (Lai, Yu, Zhou, et al., 2006). Rezultati obe studije nisu poređeni sa rezultatima drugih modela, već su samo pokazale da su ovi modeli dovoljno dobri da ih treba uzeti u obzir prilikom izbora metodologije za problem predviđanja kreditnog rizika. Još jedan hibridni model je predložen u studiji (L. Yu et al., 2011), gde se hibridni model SVM i metode ponderisanih najmanjih kvadrata dodatno kombinuje sa *DOE* (eng. *design of experiment*) algoritmom koji se koristi za odabir ulaznih parametara.

### 3.4. Tranziciona matrica kreditnih rejtinga

Tranziciona matrica kreditnih rejtinga<sup>6</sup> (eng. *credit transition matrix*) predstavlja matricu verovatnoća prelaska kreditnih rejtinga iz jedne kategorije (najčešće trenutne) u drugu u toku određenog vremenskog perioda koji najčešće iznosi godinu dana. Slično kao kreditne rejtinge, i tranzicione matrice objavljuju kreditne agencije, najčešće za periode od jedne, tri, pet i deset godina<sup>7</sup>. Pomeranje kreditnog rejtinga može se vršiti u višu kategoriju (eng. *upgrade*), nižu kategoriju (eng. *downgrade*) ili rejting može ostati isti. Nasuprot većine finansijskih instrumenata prisutnih na tržištu, kreditni rejtingi imaju tendenciju da budu stabilni kroz vreme, sa vrlo retkim promenama, što rezultira najčešće dijagonalnim izgledom tranzicionih matrica, odnosno najvišim vrednostima verovatnoća po glavnoj dijagonali (Slika 14).

| (%)      | AAA   | AA+   | AA    | AA-   | A+    | A     | A-    | BBB+  | BBB   | BBB-  | BB+   | BB    | BB-   | B+    | B     | B-    | CCC to C | D    | WD   |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|------|------|
| AAA      | 97.84 | 2.06  | -     | 0.29  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -        | -    | -    |
| AA+      | 8.99  | 90.90 | 7.87  | 2.25  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -        | -    | -    |
| AA       | -     | 6.38  | 85.11 | 8.38  | 1.42  | 0.71  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -        | -    | -    |
| AA-      | -     | -     | 10.78 | 79.41 | 4.90  | -     | 0.98  | 0.98  | 1.96  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 0.98  | -        | -    | -    |
| A+       | -     | -     | -     | 7.83  | 83.48 | 5.22  | 0.87  | -     | 0.87  | 0.87  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -        | -    | 0.87 |
| A        | -     | -     | -     | -     | 13.21 | 81.13 | 1.89  | 2.83  | 0.94  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -        | -    | -    |
| A-       | -     | -     | -     | -     | -     | 11.81 | 82.14 | 6.25  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -        | -    | -    |
| BBB+     | -     | -     | -     | -     | -     | 2.91  | 12.62 | 70.87 | 10.68 | 1.94  | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -        | -    | 0.97 |
| BBB      | -     | -     | -     | -     | -     | 1.95  | 12.99 | 74.03 | 9.09  | 1.30  | -     | -     | 0.65  | -     | -     | -     | -        | -    | -    |
| BBB-     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 14.96 | 74.47 | 9.57  | 0.53  | -     | -     | -     | 0.53  | -     | -        | -    | -    |
| BB+      | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 1.97  | 15.79 | 70.39 | 7.24  | 3.29  | -     | -     | -     | 0.66  | 0.66     | -    | -    |
| BB       | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 0.96  | 2.88  | 17.31 | 67.31 | 8.65  | 0.96  | 0.96  | -     | -     | -        | -    | 0.96 |
| BB-      | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 11.10 | 9.34  | 74.73 | 11.54 | 2.20  | 1.10  | -     | -        | -    | -    |
| B+       | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 0.59  | 13.53 | 70.00 | 10.00 | 2.94  | 1.18  | 0.59     | 1.18 | -    |
| B        | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 1.68  | 11.60 | 72.93 | 7.10  | 4.42  | 1.68  | 0.55     | 0.55 | -    |
| B-       | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 0.98  | 0.98  | 1.96  | 17.25 | 65.89 | 6.86  | 2.94  | 2.94     | -    | -    |
| CCC to C | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | -     | 2.08  | 13.75 | 47.92 | 27.08    | 4.17 | -    |

Slika 14: Tranziciona matrica kreditnih državnih rejtinga za period 1995 – 2021.

Izvor: fitchratings.com

<sup>6</sup> Radi pojednostavljenja, u daljem tekstu se iz naziva izbacuje sufiks „kreditnih rejtinga“

<sup>7</sup> <https://www.fitchratings.com/research/corporate-finance/2021-transition-default-studies-31-03-2022>

Čak i ukoliko postoji verovatnoća promene kreditnih rejtinga (koja je sve veća kako su rejtinzi niži), velika je verovatnoća da će prelaz biti u susednu kategoriju, pre nego u neku udaljeniju. Matrica može da prikazuje i kumulativnu verovatnoću neizmirenja obaveza u određenom vremenskom periodu za svaku kategoriju rejtinga (Slika 15).

| (%)               | Year One | Year Two | Year Three | Year Four | Year Five | Year Six | Year Seven | Year Eight | Year Nine | Year Ten |
|-------------------|----------|----------|------------|-----------|-----------|----------|------------|------------|-----------|----------|
| AAA               | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | -         | -        |
| AA+               | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | -         | -        |
| AA                | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | -         | -        |
| AA-               | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | -         | -        |
| A+                | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | 1.54      | 1.75     |
| A                 | -        | -        | -          | 1.12      | 2.35      | 3.70     | 5.19       | 6.76       | 7.04      | 8.70     |
| A-                | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | -         | -        |
| BBB+              | -        | -        | 1.04       | 1.09      | 1.14      | 1.22     | 1.37       | 1.54       | 1.82      | 1.96     |
| BBB               | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | -         | -        |
| BBB-              | -        | 1.11     | 1.74       | 2.45      | 3.25      | 4.26     | 4.72       | 5.17       | 5.66      | 6.32     |
| BB+               | -        | -        | -          | -         | -         | -        | 0.83       | 1.72       | 1.82      | 1.96     |
| BB                | -        | -        | -          | -         | -         | -        | -          | -          | -         | -        |
| BB-               | -        | -        | -          | -         | 0.67      | 1.43     | 1.53       | 2.56       | 2.88      | 4.30     |
| B+                | -        | 1.23     | 2.65       | 4.93      | 6.11      | 7.56     | 10.38      | 11.22      | 12.09     | 10.84    |
| B                 | 1.10     | 2.38     | 5.13       | 9.03      | 12.12     | 14.05    | 15.45      | 16.16      | 17.78     | 20.73    |
| B-                | 2.94     | 10.42    | 13.33      | 11.11     | 9.59      | 10.29    | 10.61      | 12.50      | 13.33     | 12.07    |
| CCC to C          | 20.83    | 25.64    | 23.53      | 27.27     | 28.12     | 24.14    | 26.92      | 25.00      | 22.73     | 20.00    |
| Investment Grade  | -        | 0.14     | 0.30       | 0.48      | 0.67      | 0.88     | 1.03       | 1.20       | 1.39      | 1.60     |
| Speculative Grade | 1.60     | 2.94     | 3.86       | 4.89      | 5.65      | 6.20     | 7.14       | 7.84       | 8.24      | 8.50     |
| All Sovereigns    | 0.63     | 1.23     | 1.67       | 2.16      | 2.55      | 2.87     | 3.30       | 3.65       | 3.91      | 4.13     |

Slika 15: Matrica prosečnih kumulativnih verovatnoća bankrota država za period 1995 – 2021

Izvor: fitchratings.com

Izveštaji koji sadrže tranzicione i kumulativne matrice se najčešće objavljuju na godišnjem nivou i sadrže ne samo podatke za države, već i za bilo koje druge učesnike na tržištu za koje postoji javni uvid u njihove kreditne rejtinge, poput velikih kompanija ili celih korporativnih sektora. Metodologije za izradu ovih matrica nisu dostupne javnosti, slično kao i metodologije na osnovu kojih se određuju kreditni rejtinzi. Iz tog razloga, mnogobrojni su pokušaji modelovanja tranzicionih matrica korišćenjem različitih modela poput korišćenja istorijskih podataka (Hu, Kiesel, & Perraudin, 2002), Bajesovog pristupa (Stefanescu, Tunaru, & Turnbull, 2009) i Markovljevih lanaca (Israel, Rosenthal, & Wei, 2001). U ovoj disertaciji će u poglavlju 7 biti predstavljeno modelovanje tranzicione matrice koristeći DE algoritam. Kao što je ranije rečeno, kreditni rejtinzi imaju tendenciju da se ne menjaju drastično kroz vreme, ali je njihova promena najčešće uslovljena kategorijom u kojoj se nalaze, odnosno viša je verovatnoća promene kreditnih rejtinga koji se nalaze u srednjim i nižim kategorijama. Stoga je pretpostavka da bi korišćenje tranzicione matrice pomoglo u predviđanju kreditnih rejtinga ovih kategorija. Takođe, DE algoritam do sada nije bio korišćen u ovoj oblasti i stoga je jedan od ciljeva ove

disertacije ne samo da pruži jasan i precizan model za predviđanje kreditnih rejtinga zasnovan i testiran na javno dostupnim podacima, već i da to predviđanje unapredi modelovanjem tranzicione matrice koja bi pomogla prilikom ocenjivanja verodostojnosti rejtinga koji se nalaze blizu kraja intervala određene kategorije gde postoji osnovana sumnja u kvalitet njihovog predviđanja.

## 4. IBA-DE pristup

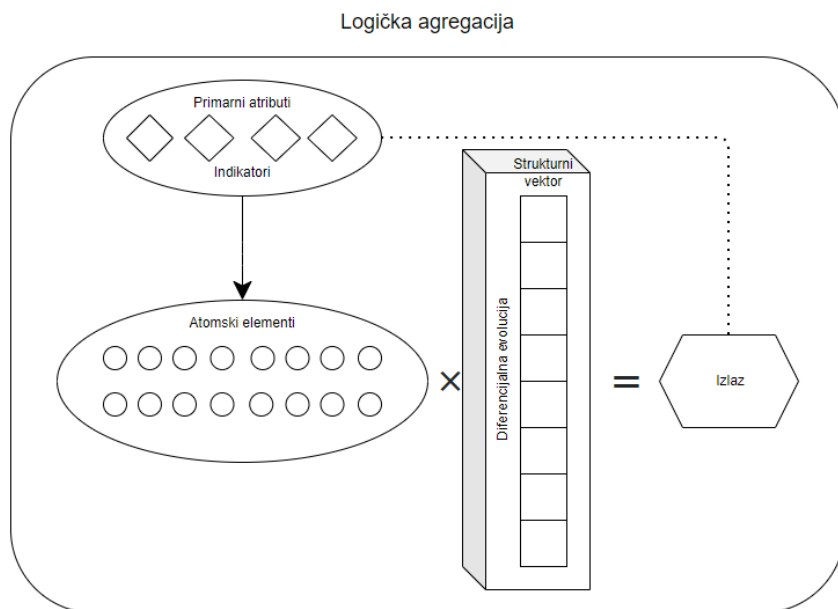
U poglavlju 2 su predstavljeni teorijski okviri za dva osnovna koncepta, IBA i DE algoritam, dok će u ovom poglavlju biti predstavljen IBA-DE hibridni pristup zasnovan na metodologijama mašinskog učenja i računarske inteligencije. Prvo će biti predstavljen osnovni koncept i algoritam pristupa, zajedno sa njegovim prednostima, nedostacima i ograničenjima. Potom će primena pristupa biti predstavljena na problemu predviđanja kreditnih rejtinga država u poglavlju 5. IBA-DE pristup se sastoji iz dve metodologije, gde se IBA, odnosno LA koristi za prevođenje ulaza u atomske elemente i kasnije u prevođenje atomskih elemenata nazad u krajnji izlaz, dok je optimizacija zasnovana na DE algoritmu središnji deo pristupa i koristi se za dobijanje optimalnog strukturnog vektora koji će potom biti korišćen u LA za dobijanje izlaza iz modela sistema.

Do sada je LA primenjena u hibridnim modelima gde se IBA kombinovala sa VNS (Milošević, Poledica, Dragović, et al., 2018) i genetskim algoritmom (Rakićević, 2020), a ovo je prvi put da se ova metodologija kombinuje sa DE algoritmom. U ovom pristupu je takođe prvi put korišćena pseudo LA, odnosno generalizovana verzija LA, što rezultuje optimizacijom strukturnih vektora nad kontinualnim umesto nad binarnim domenom. Na ovaj način je dostignut pun potencijal IBA gde je izlaz iz modela dobijen korišćenjem pseudo LA.

IBA-DE pristup spada u kategoriju hibridnih pristupa, odnosno nastao je kao spoj dve različite metodologije u cilju iskorišćenja njihovih prednosti i eliminacije nedostataka. Glavni nedostatak hibridnih pristupa je njihova složenost u odnosu na pristupe od kojih je nastao, kao i na druge pristupe iz srodnih oblasti poput računarske inteligencije i mašinskog učenja. U ljudskoj prirodi je da se izbor rešenja za dati problem najčešće svodi na biranje najjednostavnijeg rešenja koje ispunjava zadate kriterijume. Sa tim u vidu, ukoliko hibridni pristup pokazuje slične ili bolje performanse od postojećih pristupa postoji opravdanost hibridizacije, odnosno time se opravdava kompleksnost hibridnog u odnosu na nehibridne pristupe. Opravdanost nije uvek zagantovana čak i sa boljim performansama, već se svodi na analizu marginalne složenosti pristupa u odnosu

na unapređene performanse. Nazivi i simboli svih promenljivih korišćenih u nastavku poglavlja su dati u Tabeli 20 u Prilogu 10.1.

IBA-DE hibridni pristup se može definisati kroz dva osnovna koncepta. Prvi koncept je korišćenje IBA prilikom transformacije ulaza u model sistema i izlaza iz modela. Drugi deo pristupa je optimizacija koja je implementirana korišćenjem DE algoritma. Oba koncepta su prikazana na Slici 16.

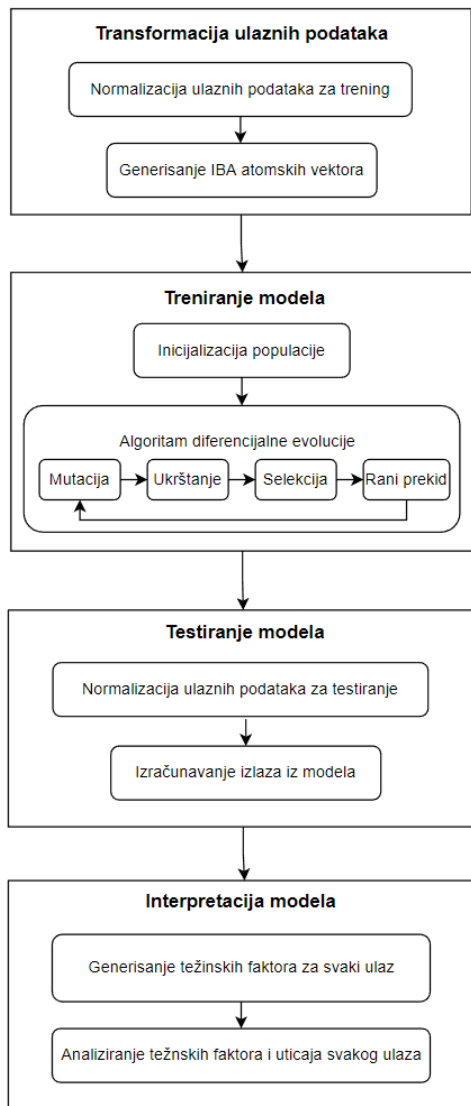


Slika 16: IBA-DE pristup

Budići da se u pristupu koristi pseudo LA funkcija, rezultat modelovanja se može smatrati belom kutijom (eng. *white box*), odnosno pogodan je za dalje analize i interpretacije. Ova odlika je veoma bitna za kasnije donošenje odluka na osnovu rezultata modela jer pored izlaza iz modela IBA-DE pristup modeluje i prikazuje i veze između ulaza i izlaza. Sa tim u vidu, krajnji korisnik ne mora da se oslanja samo na krajnju vrednost koja je data kao izlaz, već ima uvid i šta je najviše doprinelo datom izlazu i na osnovu toga može zasnivati dalje odluke.

IBA-DE pristup se može podeliti na četiri koraka (Slika 17):

- Transformacija ulaznih podataka
- Treniranje modela
- Testiranje modela
- Interpretacija rezultata



Slika 17: Osnovni koraci IBA-DE pristupa

Ova četiri koraka su opisana u narednim potpoglavljima.

#### 4.1. Transformacija ulaznih podataka

Prvi korak je transformacija ulaznih podataka i sastoji se od normalizacije ulaza korišćenih prilikom treninga modela i generisanja IBA atomskih vektora. Indikatori, odnosno ulazi u model predstavljaju *primarne attribute*. Neka je  $V$   $g$ -dimenzioni vektor ulaza od kojih je

potom formirano  $2^g$  atomskih elemenata, i neka je  $A$   $d$ -dimenzioni vektor atomskih elemenata, gde je  $d = 2^g$ . Svaki element  $V$  vektora predstavlja IBA *atribut*, dok je svaki element  $A$  vektora IBA *atom*. Imajući u vidu relaciju između  $d$  i  $g$ , dimenzionalnost problema eksponencijalno raste sa porastom broja ulaza. Ovo je lako uočljivo ograničenje predloženog pristupa. O značaju i prevazilaženju ovog problema će biti više reči kasnije, kao i prilikom korišćenja ovog pristupa u poglavlju 5.

Prvi korak u dobijanju *atoma* iz skupa *atributa* je svođenje ulaza na jedinični interval pomoću normalizacije iz razloga definisanosti IBA nad ovim domenom. Svaki *atom* je dobijen korišćenjem operacija proizvoda ( $\wedge$ ) i negacije ( $\neg$ ) nad skupom indikatora i predstavlja

različitu kombinaciju *atributa* dobijenu putem proizvoda,  $\prod_{i=1}^g y_i$ , gde  $y_i$  može uzeti vrednosti

atributa ili njegove negacije:  $y_i \in \{v_i, 1-v_i\}$ , gde je  $v_i$   $i$ -ti element vektora ulaza  $V$ . Primer atomskog vektora koji je dobijen od dvodimenzionalnog vektora ulaza je dat u jednačini (4.1).

$$[v_1, v_2] \rightarrow [v_1 v_2, v_1(1-v_2), (1-v_1)v_2, (1-v_1)(1-v_2)] \quad (4.1)$$

Pseudokod za generisanje vektora atomskih elemenata iz vektora primarnih atributa je dat u prilogu 10.2.2. Ukoliko se sa  $m$  označi broj  $g$ -dimenzionih vektora ulaza, nakon IBA transformacije biće dobijeno  $m$   $d$ -dimenzionih vektora atomskih elemenata. Ovi vektori su ulazi u DE algoritam koji će biti korišćeni za dobijanje optimalnog strukturnog vektora koji predstavlja izlaz iz DE algoritma.

Kao što je napomenuto ranije, IBA transformacija vektora ulaznih podataka u vektor atomskih elemenata nije prilagođena visokodimenzionalnim problemima zbog eksponencijalnog rasta broja atomskih elemenata sa povećanjem brojem ulaza. Iako problem nije zahtevan sa implementacione strane, vreme izvršavanja, kao i potrebni računarski resursi se znatno povećavaju sa brojem dimenzija kod DE algoritma. Ovo je kompromis koji je napravljen zbog interpretacije rezultata, odnosno optimalnog strukturnog vektora. Posmatrajući vrednosti elemenata strukturnog vektora i odnos između njih, može se odrediti uticaj svakog ulaza i time prilagoditi ulaze izbacivanjem manje relevantnih i nerelevantnih ulaza zarad onih koji imaju veću korelaciju sa metrikom koja se predviđa. Ovo je posebno bitno za grane industrije iz finansijskog sektora gde je potrebno jasno obrazložiti svaku odluku pre njenog usvajanja. Sa tim u vidu, manji broj ulaza je prihvatljiva cena za interpretabilnost rezultata, pogotovu imajući u

vidu postojanje statističkih tehnika za smanjivanje broja faktora kao i mogućnost identifikacije irelevantnih ulaznih faktora i njihovu zamenu ulazima sa višim stepenom korelacije sa željenim izlazom.

## 4.2. Treniranje modela

Sledeći korak IBA-DE pristupa je korišćenje DE optimizacije za treniranje modela kako bi se dobio optimalni strukturni vektor koji će minimizirati funkciju cilja. Funkcija cilja,  $f_{DE}$ , je definisana kao suma srednjeg kvadratnog odstupanja (eng. *mean squared error*, skr. MSE) između pravih i predviđenih vrednosti, što je prikazano u jednačini (4.2).

$$f_{DE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( X_{(i)}^{(\text{predviđeni})} - X_{(i)}^{(\text{stvarni})} \right)^2 \quad (4.2)$$

Iako postoji veliki broj varijacija DE algoritma, od kojih su neke bile predstavljene u potpoglavlju 2.3.3, u IBA-DE pristupu je korišćena njegova osnovna verzija predstavljena u (Storn & Price, 1997) studiji. Osnovni razlog za to je jednostavnost samog pristupa. Hibridni pristupi po prirodi nisu jednostavni jer se sastoje od više komponentata. Stoga korišćenje osnovnog DE algoritma doprinosi lakšem razumevanju samog pristupa i njegovoj jednostavnijoj implementaciji. Takođe, složeniji pristupi imaju tendenciju da budu previše prilagođeni problemu nad kojim su testirani i stoga je mogućnost njihove primene na probleme slične prirode često ograničena i ne daje zadovoljavajuće rezultate postignute prilikom treniranja modela. Pristup takođe mora biti i lako razumljiv kako bi onaj koji ga primenjuje na dati problem mogao da donese ispravnu odluku da li je pristup uopšte primenjiv za postojeći problem. Ovo je česta greška kod primene metoda računarske inteligencije i mašinskog učenja na razne probleme iz razloga što se metodologije posmatraju samo kao optimizacioni algoritmi i iz tog razloga se ne pridaje dovoljno pažnje analizi samog problema i njegove strukture što često rezultuje izborom pogrešnog alata, odnosno pristupa. Ovi razlozi idu u prilog odluci da se za IBA-DE pristup iskoristi osnovni DE algoritam a ne neka njegova varijacija ili hibrid.

Dva kontrolna parametra DE algoritma,  $F$  i  $Cr$ , kao i veličina populacije su objedinjeni pod nazivom hiperparametri i njihove vrednosti se variraju u predefinisanim granicama kako bi se pronašle optimalne vrednosti koje će kasnije biti korišćene tokom faze testiranja. Za



pronalaženje optimalnih vrednosti kontrolnih parametara je korišćena mrežna pretraga između predefinisanih početnih vrednosti za oba parametra. Za određivanje optimalne veličine populacije su korišćene predefinisane vrednosti jer je empirijskim putem utvrđeno da uticaj veličine populacije na krajnji ishod ne varira u dovoljnoj meri da bi opravdao korišćenje mrežne pretrage.

Iteracije DE algoritma se ponavljaju dok se ne ispuni jedan od tri predefinisana uslova za rano zaustavljanje algoritma.

- Prvi uslov je nulta vrednost funkcije cilja, odnosno  $f_{DE} = 0$ .
- Drugi uslov je dostizanje predefinisano maksimalnog broja iteracija.
- Treći uslov je fleksibilan i ispunjen je ukoliko  $\lambda$  uzastopnih razlika između dve uzastopne funkcije cilja,  $f_{DE}^k$  i  $f_{DE}^{k+1}$  ne bude po apsolutnoj vrednosti manje od  $\epsilon$ , što je prikazano u jednačini (4.3).

$$|f_{DE}^{k+1} - f_{DE}^k| < \epsilon \quad (4.3)$$

Trećim uslovom se obezbeđuje raniji izlazak iz DE algoritma ukoliko je procenjeno da naredne iteracije neće dovesti do poboljšanja trenutnog stanja ili da potencijalno poboljšanje ne opravdava utrošeno vreme i resurse da algoritam bude završen do kraja, odnosno da neki od preostala dva uslova budu ispunjeni. Uvođenje ovakvog uslova je potencijalno opasno iz razloga ranijeg izlaska iz algoritma ukoliko je on trenutno zaglavljen u lokalnom ekstremumu. Ipak, s obzirom na to da je korišćena osnovna verzija DE algoritma koja nije prilagođena izbegavanju lokalnih ekstremuma poput nekih od njegovih varijacija, uvođenje ovakvog uslova je smatrano opravdanim. Vrednosti za  $\lambda$  i  $\epsilon$  se mogu prilagođavati u zavisnosti od tipa problema koji je u pitanju.

### 4.3. Testiranje modela

U trećoj fazi je akcenat na predviđanju izlaza iz modela korišćenjem dobijenog optimalnog strukturnog vektora putem iterativnog procesa DE algoritma opisanog u potpoglavlju 2.3.2. Nakon što su pronađene optimalne vrednosti hiperparametara tokom procesa testiranja, predviđene vrednosti se dobijaju vektorskim proizvodom strukturnog vektora i vektora atomskih elemenata što je prikazano jednačinom (4.4):

$$X_i^{(\text{predvideni})} = A_i \times S^T \quad (4.4)$$

gde je  $S$   $d$ -dimenzioni strukturni vektor koji predstavlja izlaz iz DE optimizacije. U logičkoj agregaciji elementi strukturnog vektora,  $s_i$ , su definisani kao celobrojne vrednosti između 0 i 1, odnosno  $s_i \in \{0,1\}$ . DE algoritam je inicijalno predstavljen kao algoritam za rešavanje kontinualnih problema (Storn & Price, 1997), stoga nije uobičajeno koristiti binarnu DE optimizaciju iako je ona predstavljena u (T. Gong & Tuson 2007) studiji, a potom i dodatno razrađena u kasnijoj studiji (Doerr & Yheng, 2020). Kako bi se iskoristio pun potencijal IBA okruženja, u disertaciji je korišćena pseudologička agregacija gde je svaki element definisan na intervalu realnih brojeva između 0 i 1, odnosno  $s_i = [0,1]$ . Proizvod vektora atomskih elemenata i transponovanog optimalnog strukturnog vektora je numerička vrednost između 0 i 1 koja predstavlja izlaz iz IBA-DE modela i ujedno predviđenu vrednost za dati vektor atomskih elemenata.

#### 4.4. Interpretacija rezultata

Poslednji korak IBA-DE pristupa je interpretacija rezultata. Transparentnost korišćenog pristupa i interpretacija dobijenih rezultata je od jednake važnosti u finansijskom sektoru kao i dobijeni rezultati. Odluke koje se donose na osnovu rezultata koji su dobijeni i nakon toga akcije koje se preduzimaju moraju biti opravdane pred širim auditorijumom koji često ne poseduje dovoljno finansijskog znanja da bi razumeo kompleksne pristupe i matematiku koja stoji iza njih. Stoga se često dešava da najprecizniji modeli nemaju mnogo primene u realnim problemima zbog njihove kompleksnosti i nemogućnosti razumevanja od strane osoba koji donose odluke na osnovu njih, a neretko i od osoba koje taj pristup implementiraju i koriste. IBA-DE pristup pokušava da reši ovaj problem tako što je implementiran sa idejom da bude bela kutija, odnosno da pored predviđanja daje i informacije o tome koliki je uticaj svakog od ulaza na predviđeni izlaz, kao i korelaciju između ulaza (Rakićević et al., 2019). Izlaz iz DE algoritma je optimalni strukturni od čijih elemenata se mogu generisati težinski koeficijenti koji predstavljaju uticaj, odnosno korelaciju svakog ulaznog faktora sa izlazom: što je veći težinski koeficijent, veći je uticaj faktora na predviđeni rezultat. Težinski koeficijenti se određuju količnikom zbiru elemenata strukturnog vektora koji su uključeni u strukturu i zbiru svih elemenata u strukturnom

vektoru. Za atomski vektor dat u jednačini (4.1) težinski koeficijenti se računaju korišćenjem jednačina iz Tabele 2.

Tabela 2: Jednačine težinskih koeficijenata

| Težinski koeficijent | $w_1$                                 | $w_2$                                 |
|----------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| Jednačina            | $\sum_{i=1}^2 s_i / \sum_{i=1}^4 s_i$ | $\sum_{i=1,3} s_i / \sum_{i=1}^4 s_i$ |

Važno je napomenuti da jednačine za težinske faktore iz Tabele 2 nisu univerzalne već odgovaraju strukturi atomskog vektora.

Nakon što su dobijene vrednosti težinskih koeficijenata, moguće je rangirati ulaze od onih sa najvišom korelacijom sa kreditnim rejtingima do onih čiji je uticaj manji ili neznan i koji bi se potom mogli ili izbaciti iz modela ili zameniti drugim faktorima. Stoga, IBA-DE pristup ne služi samo za predviđanje kreditnih rejtinga već pruža i informacije potrebne za dalje analize i donošenje odluka, te se ne može smatrati crnom kutijom već alatom koji aktivno učestvuje u svim procesima vezanim za donošenje odluka zasnovanim na dobijenim rezultatima i interpretaciji istih.

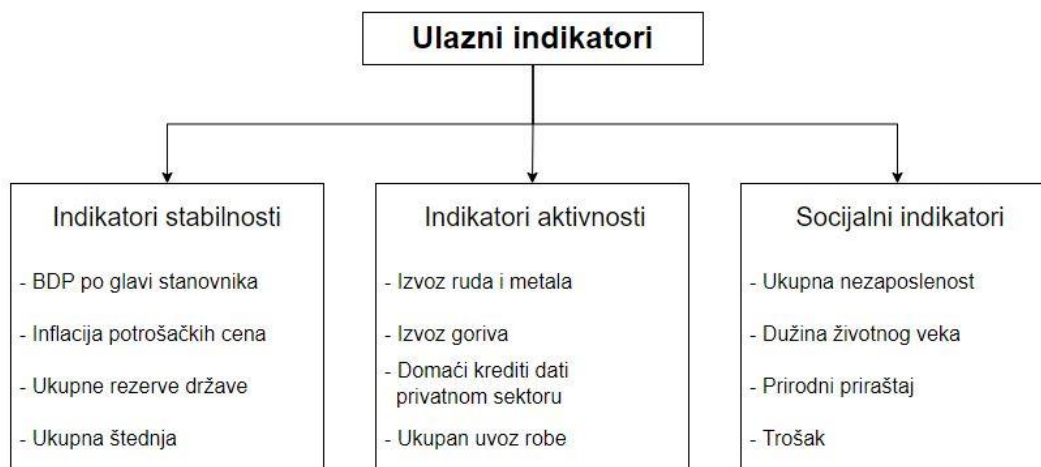
## **5. IBA-DE model za predviđanje kreditnog rejtinga**

IBA-DE hibridni model je prvi put predložen i testiran za predviđanje kreditnih rejtinga u studiji (Jelinek, Milošević, et al., 2021). U ovom radu je opisana ideja hibridizacije IBA sa DE algoritmom, pri čemu je testiranje novog hibridnog algoritma izvršeno na problemu predviđanja kreditnih rejtinga. Imajući u vidu da je cilj rada bio da se predloži nova metodologija, predloženi model je bio dosta jednostavan, odnosno korišćeni su samo finansijski faktori kao ulazi - ostali aspekti, poput istorijskih rejtinga, industrijskih i socijalnih indikatora nisu uzeti u obzir. Takođe, testirana je samo jedna kombinacija vrednosti DE kontrolnih parametara i rezultati nisu upoređeni sa drugim tehnikama mašinskog učenja i računarske inteligencije. Godinu dana kasnije ideja je proširena, unapređena i testirana na većem skupu podataka, pri čemu su postignuti rezultati upoređeni sa rezultatima dobijenim korišćenjem NM pod istim uslovima (Jelinek, Milošević, et al., 2021) kao i korišćenjem SVM i za različite vrednosti hiperparametara (Jelinek et al., 2022). Ideja hibridizacije IBA sa DE dobila je svoj konačni oblik u ovoj disertaciji, koja je dala najprecizniji opis samog modela, njegovih podtipova i ulaza. Takođe, u ovoj disertaciji je izvršeno sveobuhvatno testiranje predloženog pristupa, praćeno detaljnim analizama dobijenih rezultata i njihovo poređenje sa rezultatima postignutim korišćenjem NM i SVM.

Ovo poglavlje je podeljeno na tri dela. U prvom delu je dat prikaz svih ulaza korišćenih u modelu kao i razlozi koji stoje iza njihovog odabira i korišćenja. Ovi ulazi su kasnije analizirani kroz izgled optimalnog strukturnog vektora kako bi se utvrdio njihov uticaj na predviđanje kreditnih rejtinga. U drugom i trećem delu su dati prikazi jednoaspektnog modela koji koristi jedan tip ulaza i višeaspektnog modela, odnosno modela koji pokušava da objedini više različitih tipova ulaza korišćenjem njihove linearne kombinacije pomoću vektora njihovih koeficijenata, odnosno pondera.

## 5.1. Ulazi i izlazi IBA-DE modela

Indikatori koji su korišćeni kao ulazi u IBA-DE model mogu se podeliti u dve grupe. Prvu grupu čine makroekonomski indikatori koji su podeljeni u tri kategorije (Slika 18), dok drugu grupu ulaza čine istorijski kreditni rejtinzi.



Slika 18: Ulazni indikatori IBA-DE modela

Indikatori su grupisani u kategorije uz pretpostavku da nijedan indikator nema dovoljno visoku korelaciju sa kreditnim rejtingom da bi mogao da bude zasebno korišćen u modelu. Prve dve kategorije čine indikatori stabilnosti i aktivnosti<sup>8</sup>, dok treću kategoriju čine indikatori koji oslikavaju stanje u društvu, odnosno socijalni aspekt države. Svaki sektor je predstavljen putem četiri indikatora iz dva razloga. Prvi razlog je jednostavnost i laka razumljivost samog modela, dok je drugi razlog eksponencijalno povećavanje višedimenzionalnosti modela sa većim brojem ulaza, što je objašnjeno u relaciji između vektora ulaza i vektora atomskih elemenata u poglavlju 4.

Svaki indikator je biran na osnovu dva kriterijuma. Prvi kriterijum je potreba da izabrani indikator sadrži najveći procenat informacija, tj. najbolje opisuje sektor (makroekonomski aspekt) kome pripada. Drugi kriterijum je dostupnost vrednosti indikatora za izabrani vremenski period i određenu državu. Ovi kriterijumi su detaljnije objašnjeni u potpoglavlju 5.1.5, dok je analiza svih indikatora i njihovih relacija sa kreditnim rejtinzima data u potpoglavlju 5.1.6.

<sup>8</sup> U nastavku rada, pod indikatorima stabilnosti i aktivnosti se podrazumevaju makroekonomski indikatori stabilnosti i aktivnosti

### 5.1.1. Makroekonomski indikatori stabilnosti

U većini istraživanja koja se bave predviđanjem kreditnih rejtinga, indikatori koji pripadaju finansijskom sektoru, i stoga predstavljaju snagu i rast državne ekonomije, proglašeni su kao najuticajnije na kreditne rejtinge (Bissoondoyal-Bheenick, 2005, Bissoondoyal-Bheenick et al., 2006, Bozic & Magazzino, 2013). Faktori koji najčešće utiču na kreditni rejting su bruto domaći proizvod, bruto nacionalni proizvod, bruto nacionalni dohodak, stopa inflacije, stopa nezaposlenosti i istorijski prikaz stečaja i kreditnih rejtinga (eng. *default history*) (Afonso et al., 2007, Bissoondoyal-Bheenick, 2005, Cantor & Packer, 1996, Erdem & Varli, 2014). Dva najčešća načina za utvrđivanje koji indikatori imaju uticaj na kreditni rejting su uvođenje hipoteza o njihovoj direktnoj korelaciji sa kreditnim rejtingom i potvrđivanje istih kroz testiranja sprovedena u studijama, i korišćenje tehnika poput metode glavnih komponenti (Mellios & Paget-Blanc, 2006). Tokom i nakon finansijske krize 2008. godine identifikovani su dodatni faktori koji su imali značajan uticaj na kreditne rejtinge dok su neki postojeći izgubili na značaju. Dva indikatora koja su postala značajnija u određivanju kreditnog rejtinga nakon finansijske krize su ekonomska razvijenost i spoljni dug, dok je rast BDP-a postao važniji za države sa visokim spoljnim dugom (Reusens & Croux, 2017). U studiji (Teixeira et al., 2017), faktori koji su identifikovani kao najznačajniji tokom krize su podeljeni u više kategorija: kvalitativni (istorijski prikazi stečaja i kreditnih rejtinga, nivo korupcije i politička stabilnost), makroekonomski (BDP, nezaposlenost, stopa inflacije i investicija), eksterni (spoljni dug i likvidnost), kao i javni dug. Pored finansijskih faktora sve češće se identifikuju i faktori iz tehnoloških i razvojnih sektora, poput posedovanja mobilnih telefona (Bissoondoyal-Bheenick et al., 2006, Grunert et al., 2005), kao i neki netradicionalni faktori iz ekonomskih i finansijskih sektora poput monetarne politike, strukture javnog duga, zavisnosti od stranih valuta i sl. (Choy et al., 2021). Većina studija se bavi analizom uticaja pojedinačnih indikatora na kreditne rejtinge, pre nego uticajem celokupnog sektora iz koga indikatori potiču. U ovoj disertaciji, faktori su grupisani po sektorima da bi pored uticaja faktora i uticaji samih sektora na kreditne rejtinge bili upoređeni i kvantifikovani.

Od makroekonomskih indikatora stabilnosti su odabrana sledeća četiri indikatora:

- *BDP po glavi stanovnika* (eng. *GDP per capita*), koji predstavlja koliko prosečan stanovnik doprinosi ukupnim dobrima i uslugama proizvedenim na teritoriji jedne države u određenom vremenskom periodu, najčešće za godinu dana. Ovaj faktor je jedan od najkorišćenijih i najvažnijih pokazatelja jačine državne ekonomije.
- *Inflacija potrošačkih cena* (eng. *inflation of consumer prices*), predstavljena procentom na godišnjem nivou. Ovaj faktor meri kvalitet života prosečnog domaćinstva kroz promene cene potrošačke korpe.
- *Ukupne rezerve države, uključujući zlato* (eng. *total reserves*), odnosno sposobnost države da se nosi sa nepredviđenim okolnostima i krizama bez potrebe za zaduživanjem, odnosno uzimanjem kredita. Ova mera predstavlja količinu zlata i keša koja je pohranjena najčešće u trezoru, kao i sve tokove novca od i van trezora.
- *Ukupna štednja* (eng. *gross savings*), izražena kao procenat BDP-a. Ovaj faktor je deo BDP-a koji ne odlazi na potrošnju, odnosno predstavlja zbir štednje javnih i privatnih preduzeća, kao i domaćinstava i može se koristiti za investicije, za razliku od ukupnih rezervi kojima ne treba pristupati sem u slučaju nužde.

Prva dva indikatora, BDP i stopa inflacije, su često korišćena u istraživačkim studijama, dok su druga dva ređe, i ova disertacija predstavlja priliku da se testira njihov uticaj na kreditni rejting. Sva četiri indikatora su javno dostupna na internet stranici Svetske banke, i nalaze se u sektoru za ekonomiju i rast (eng. *Economy & Growth*).

### **5.1.2. Makroekonomski indikatori aktivnosti**

U cilju predstavljanja grupe makroekonomskih indikatora aktivnosti odabrana su dva indikatora koji predstavljaju izvoz, jedan indikator koji predstavlja uvoz i indikator koji predstavlja investicije u privatni sektor.

- *Izvoz ruda i metala* (eng. *ore and metal exports*), koji je predstavljen procentualnim učešćem u ukupnom izvozu robe. Ovaj indikator može imati visoke vrednosti i za države

sa visokim i niskim standardom, pa je stoga bolje koristiti njegovu relativnu promenu tokom vremena nego njegovu apsolutnu vrednost.

- *Izvoz goriva* (eng. *fuel exports*), koji je, poput prvog faktora, takođe indikator iz energetskog sektora. Predstavljen je na isti način kao i prethodni faktor, a ima i slične nedostatke, odnosno visoke vrednosti ovog faktora mogu imati i siromašne (npr. Venecuela) i bogate (npr. Bliski istok) države.
- *Domaći krediti privatnom sektoru* (eng. *domestic credit given to the private sector*), iskazani kao procenat BDP-a, predstavljaju iznos finansijskih sredstava koja su pozajmljena privatnom sektoru od strane finansijskih institucija, najčešće banaka, izuzimajući centralnu banku. Visoke vrednosti ovog faktora najčešće znače plodno tlo za investicije, razvijanje novih biznisa ili proširivanje postojećih. Ovaj faktor takođe pokazuje i finansijsku stabilnost i volju za podržavanjem privatnog sektora i investicijama u isti.
- *Ukupan uvoz robe* (eng. *total merchandise imports*), denotiran u američkim dolarima koji predstavlja zavisnost države od drugih država i trgovačkih sporazuma. Slično poput prva dva indikatora, vrednosti ovog faktora je bolje posmatrati kroz relativnu promenu pošto država može imati visok uvoz iz različitih razloga, od nerazvijenog privrednog sektora ili nemogućnosti proizvodnje određenog dobra, do rapidnog širenja proizvodnje i ekonomije (npr. Kina).

Indikatori aktivnosti su uzeti kako bi se njihov uticaj analizirao sa uticajem indikatora stabilnosti. Drugi razlog je sve veća strateška važnost energetskog sektora i zavisnost država od istog. To je pokazano kroz trenutnu krizu u Ukrajini koja je rezultovala globalnim poskupljenjem osnovnih energenata poput uglja, gasa i naftnih derivata. Slično kao i nakon globalne ekonomske krize 2008. godine kada su doneseni propisi u cilju sprečavanja novih kriza, velika je verovatnoća da će u budućnosti energetskom sektoru biti pridavano više pažnje i da će biti predmet većeg broja studija koje će se baviti kreditnim rejtingom. Stoga je osnovana pretpostavka da ovi faktori značajno utiču na snagu i veličinu državne privrede, a samim tim i na kreditni rejting. Na internet stranici Svetske banke prva dva indikatora pripadaju energetskom sektoru (eng. *Energy & Mining*), i dok druga dva pripadaju privatnom (eng. *Private*) sektoru.



### 5.1.3. Socijalni indikatori

Treću grupu čine socijalni indikatori, koji su vrlo retko korišćeni u istraživanjima na temu kreditnog rejtinga. Ipak, ovi indikatori, čini se, imaju značajan uticaj na vrednosti kreditnog rejtinga. Stoga se u ovoj disertaciji uvode i koriste socijalni indikatori ravnopravno sa indikatorima iz druga dva sektora (po četiri indikatora iz svakog sektora). Pretpostavljeno je da postoji visoka korelacija između životnog standarda i faktora koji utiču na kreditni rejting poput uticaja države u svetu i jačine bankarskog sektora kao i da država ne mora biti velika (npr. Švajcarska, Luksemburg, Singapur) ali može imati izuzetno jak kreditni rejting. Iz tog razloga se uvode socijalni indikatori, kako bi se ispitao uticaj državnih socijalnih službi, kao i sveukupnog kvaliteta života, na kreditne rejtinge, kao i da bi se izdvojile i na bolji način modelovale manje i bogate države koje imaju visoke kreditne rejtinge. Indikatori su birani tako da obuhvate što više aspekata socijalnog sektora, uz ograničenja koja su primenjena i na sve druge indikatore, a to je da postoji dovoljno veliki skup podataka u traženom vremenskom periodu i za izabrane države.

- *Ukupna nezaposlenost* (eng. *total unemployment*), predstavljena procentom od ukupne radne snage. Ovaj indikator pokazuje koliko se država uspešno nosi sa glavnim uzrocima nezaposlenosti poput recesije, novih tehnologija ili nerazvijene industrije. Takođe je pokazatelj unutrašnje snage države povodom tržišnih regulativa, zakona i taksi koje utiču na započinjanje novih biznisa i nastanak novih, najčešće manjih, preduzetnika.
- *Dužina životnog veka* (eng. *life expectancy at birth*), merena u godinama života. Ovo je jedan od najboljih pokazatelja kvaliteta života i medicinske nege unutar države. Takođe pokazuje da li država ima drugih problema koji snižavaju životni vek poput bolesti, gladi, ratova ili kriminala.
- *Prirodni priraštaj* (eng. *population growth*) na godišnjem nivou. U najvećem broju slučajeva je ovaj indikator obrnuto proporcionalan standardu države, gde nacije sa visokim prirodnim priraštajem najčešće imaju nizak životni standard i obrnuto.
- *Trošak* (eng. *expense*), predstavljen kao procenat od BDP-a. Ovo je složeni indikator koji pokazuje koliko država troši na dobra i usluge unutar nje. Ovim faktorom su obuhvaćene plate radnika zaposlenih u privatnom sektoru, što direktno utiče na njihov kvalitet života.

Takođe su obuhvaćeni troškovi socijalnih službi, manifestacija i ostalih usluga koje utiču na kvalitet života, najčešće siromašnijeg dela stanovništva.

Svaki od ovih indikatora dolazi iz različitog sektora na internet stranici Svetske banke. Ukupna nezaposlenost se nalazi u sektorima za edukaciju, polove, društveni razvoj i zaštitu i rad (eng. *Education, Gender, Social Development and Social Protection & Labour*). Dužina životnog veka dolazi iz sektora za polove (eng. *Gender*) i zdravlje (eng. *Health*). Prirodni priraštaj se nalazi u sektoru za zdravlje, dok se trošak nalazi u sektoru za ekonomiju i rast. Ipak, svi ovi indikatori imaju zajedničko to da predstavljaju pokazatelje sveukupnog kvaliteta života i društvenog standarda, stoga su grupisani u socijalni sektor.

#### **5.1.4. Kreditni rejtinzi**

Kreditni rejtinzi su izlaz iz IBA-DE modela sistema, i kao takvi se koriste za treniranje modela. Istorijski kreditni rejtinzi se koriste kao ulaz u model u određenim slučajevima, koji će biti detaljno analizirani prilikom testiranja u poglavlju 6. Da bi bilo moguće koristiti kreditne rejtinge u modelu, prvo je potrebno transformisati njihove vrednosti iz opisnih u numeričke, odnosno izvršiti transformaciju iz ordinalne (redne) skale u intervalnu i racio skalu. U ovoj disertaciji su korišćeni rejtinzi objavljeni od strane *Fitch* kreditne agencije. Kao kod ostalih ulaza u model, i kod kreditnih rejtinga je jedan od osnovnih uslova bila transparentnost i javna dostupnost ovih podataka<sup>9</sup>, kao i postojanje ovih rejtinga za odabrani vremenski period i izabrane države. Razlog za korišćenje numeričkih vrednosti pre nego kategorijskih, i stoga prebacivanje problema sa klasifikacionog na kontinualni je fazi priroda kreditnih rejtinga. Postoji više studija pomenutih u ranijim poglavljima koje se bave fazi prirodom rejtinga, dok takođe postoje istraživanja koja modeluju kreditne rejtinge pomoću FIS modela (Akkoç, 2012, Latinović et al., 2018, Yazdi, Hanne, & Wee, 2019). U ovoj disertaciji neće biti korišćenja eksplicitnih fazi metodologija da model ne bi bio previše komplikovan. Ipak, potreban je način modelovanja fazi prirode kreditnih rejtinga iz razloga što razlika između rejting potkategorija (npr. između AA+ i AA) nije dovoljno jasna. Stoga, određenim državama mogu biti dodeljeni različiti kreditni rejtinzi od strane različitih kreditnih agencija. Pokušaj modelovanja fazi prirode kreditnih

---

<sup>9</sup> <https://countryeconomy.com/ratings>

rejtinga je urađen definisanjem intervala, i potom dodelom numeričke vrednosti  $R$ , svakom rejtingu. Rejtinzi su podeljeni u 10 intervala, gde svaki interval sadrži od jedne do tri potkategorije sa odgovarajućim +/- modifikatorima, od najviše, AAA do najniže, DDD. Svakoj potkategoriji je dodeljena numerička vrednost  $R$ , gde  $R \in [0,100]$ , što je prikazano u Tabeli 3.

Tabela 3: Numeričke vrednosti kreditnih rejtinga  
Izvor: (Jelinek et al., 2022)

| Najviši      | R   | Interval       | Veoma visoki       | R  | Interval       | Visoki              | R  | Interval       |
|--------------|-----|----------------|--------------------|----|----------------|---------------------|----|----------------|
| AAA          | 100 | [91, 100]      | AA+                | 88 | (86.66, 90]    | A+                  | 78 | (76.66, 80]    |
|              |     |                | AA                 | 85 | (83.33, 6.66]  | A                   | 75 | (73.33, 76.66] |
|              |     |                | AA-                | 82 | (80, 83.33]    | A-                  | 72 | (70, 73.33]    |
| Dobri        | R   | Interval       | Špekulativni       | R  | Interval       | Visoko špekulativni | R  | Interval       |
| BBB+         | 68  | (66.66, 70]    | BB+                | 58 | (56.66, 60]    | B+                  | 48 | (46.66, 50]    |
| BBB          | 65  | (63.33, 66.66] | BB                 | 55 | (53.33, 56.66] | B                   | 45 | (43.33, 46.66] |
| BBB-         | 62  | (60, 63.33]    | BB-                | 52 | (50, 53.33]    | B-                  | 42 | (40, 43.33]    |
| Znatni rizik | R   | Interval       | Veoma visoki rizik | R  | Interval       | Delimični bankrot   | R  | Interval       |
| CCC+         | 38  | (36.66, 40]    | CC                 | 28 | (25, 30]       | RD                  | 15 | (10, 20]       |
| CCC          | 35  | (33.33, 36.66] | C                  | 22 | (20, 25]       |                     |    |                |
| CCC-         | 32  | (30, 33.33]    |                    |    |                |                     |    |                |
| Bankrot      | R   | Interval       |                    |    |                |                     |    |                |
| D            | 8   | (6.66, 10]     |                    |    |                |                     |    |                |
| DD           | 5   | (3.33, 6.66]   |                    |    |                |                     |    |                |
| DDD          | 2   | (0, 3.33]      |                    |    |                |                     |    |                |

Unutar svakog intervala je definisana numerička vrednost  $R$ , tako da je rastojanje između kreditnih rejtinga unutar intervala maksimizirano. Ovo je urađeno da bi se maksimalno povećala preciznost dodeljivanja predviđenih kreditnih rejtinga u određenu kategoriju, dok su numeričke vrednosti celobrojne zarad jednostavnosti samog modela. Opseg intervala za svaki kreditni rejting zavisi od broja rejtinga unutar kategorija (koji može biti između 1 i 3) i izračunava se na osnovu jednačine (5.1):

$$e_{i=1,n} = \begin{cases} e_1 \in [a, b] \mid n = 1 \\ e_1 \in \left[ a, \frac{a+b}{n} \right), e_2 \in \left[ \frac{a+b}{n}, b \right) \mid n = 2 \\ e_1 \in \left[ a, a - \frac{a-b}{n} \right), e_2 \in \left[ a - \frac{a-b}{n}, a - \frac{2(a-b)}{n} \right), e_3 \in \left[ a - \frac{2(a-b)}{n}, b \right) \mid n = 3 \end{cases} \quad (5.1)$$

gde je  $n$  broj kreditnih rejtinga unutar kategorije,  $a$  i  $b$  su granice intervala, a  $e_i$  je interval za  $i$ -ti kreditni rejting unutar kategorije. Intervali prikazani u Tabeli 3 su dobijeni korišćenjem jednačine (5.1). Na konkretnom primeru, ukoliko je izlaz iz modela vrednost kreditnog rejtinga od 84.5, onda spada u AA potkategoriju. Što je numerička vrednost kreditnog rejtinga bliža centru intervala, to je verovatnoća veća da je taj rejting ispravno predviđen. Na ovaj način se problem iz predviđanja prebacuje nazad u klasifikaciju, iz razloga što izlaz iz IBA-DE modela treba da bude kreditni rejting. Potencijalno, iz procenjene numeričke vrednosti kreditnog intervala može se izvesti nivo pouzdanosti, korišćenjem rastojanja dobijene vrednosti od centra numeričkog intervala kom taj rejting pripada. Intervali su modelovani uniformno i bez preklapanja iz razloga jednostavnosti samog modela. Predmet potencijalnih budućih istraživanja će biti izmena jednačine (5.1) kako bi se modelovalo i preklapanje između intervala, kao i potencijalna dodela funkcija pripadnosti, čime bi se uključila metodologija FIS-a.

#### 5.1.5. Priprema ulaznih podataka

Jedan od osnovnih koncepata na kojima je zasnovan IBA-DE model je transparentnost. Svi indikatori su javni i dostupni za preuzimanje sa internet stranice Svetske banke<sup>10</sup>. Zajednički kriterijum koji je korišćen prilikom odabira vremenskog perioda, indikatora i država je *dostupnost podataka* za ova tri koncepta. Da bi država bila uvršćena u studiju, potrebno je bilo da za svaki odabrani indikator postoji barem 90% podataka u odabranom vremenskom periodu. Ovaj zahtev je važio i kod odabira indikatora, kao i prilikom određivanja dužine vremenskog perioda.

Dodatni kriterijumi kod izbora vremenskog perioda bili su aktuelnost samog perioda i obuhvatanje finansijskih kriza koje su se dešavale u prošlosti. Pored svega navedenog, bilo je potrebno kroz podatke sagledati duži vremenski interval, kako bi se izbeglo „veštačko podizanje performansi“ koje je moguće izvršiti biranjem kraćeg vremenskog intervala (što je kritika mnogih prethodnih studija).

Podaci o makroekonomskim indikatorima su dostupni od 1960. do 2021. godine, ali da bi kriterijum dostupnosti podataka bio ispunjen za sve ulazne podatke, odabran je period od 19 godina, od 2000. do 2018. godine. Podaci iz ovog perioda su aktuelni i obuhvataju sve skorašnje

---

<sup>10</sup> data.worldbank.org

krize, tako da je ispunjen prvi kriterijum, dok je vremenski period od 19 godina znatno duži od perioda, najčešće dvogodišnjih i trogodišnjih, koji su korišćeni u referentnim studijama, čime je ispunjen treći kriterijum. Podaci iz perioda od 2019. do 2021. nisu uzeti u obzir jer i dalje nisu dostupni za veliki deo država uvršćenih u ovoj disertaciji. U sektoru za ekonomiju i rast na internet stranici Svetske banke postoji 39 indikatora, od kojih su odabrana četiri koja najbolje predstavljaju dati sektor a da pritom ispunjavaju kriterijum dostupnosti podataka. Sličan postupak i kriterijumi su primenjeni i za energetske sektor, odakle su odabrana 2 od 15 indikatora, kao i za privatni (2 od 38) i socijalni (4 od 53) sektor.

Dotadni kriterijum prilikom izbora država je bio postizanje najveće demografske pokrivenosti, odnosno izbor država je vršen na osnovu lokacije, veličine, broja stanovništva, bogatstva, političkog uticaja, kao i uticaja skorijih kriza, prirodnih i veštačkih. Na internet stranici Svetske banke postoje podaci za 217<sup>11</sup> država. Od ovog broja, za skoro 62% (134 od 217) država ne postoje podaci za sve odabrane indikatore, stoga su te države izostavljene iz studije iz razloga što se čak i uz metode aproksimacije nedostajućih vrednosti ovi podaci ne mogu smatrati verodostojnim.

Imajući u vidu dug vremenski period i veliki broj indikatora i država, u korišćenom skupu podataka postojale su nedostajuće vrednosti za većinu indikatora. Za nedostajuće podatke korišćene su metode linearne interpolacije (eng. *linear interpolation*) i ravne ekstrapolacije (eng. *flat extrapolation*). U proseku, nedostajućih podataka je bilo 0.36%, odnosno manje od jednog podatka po indikatoru, uključujući i istorijske kreditne rejtinge, tako da to nije imalo bitan uticaj na rezultate eksperimenta.

#### **5.1.6. Analiza ulaznih podataka**

U ovom poglavlju je predstavljena analiza podataka, odnosno vremenskih serija, koje su korišćene u ovoj disertaciji za potrebe treniranja i testiranja IBA-DE modela. Ulazne vremenske serije su označene kao  $t_i^{tip}$ , gde je *tip* vrsta indikatora, odnosno stabilnosti (*sta*), aktivnosti (*akt*), socijalni (*soc*) i istorijski kreditni rejting (*krd\**), dok je *i* redni broj indikatora unutar njegove grupe, odnosno redosled pojavljivanja indikatora u potpoglavljima 5.1.1 - 5.1.3. Izlaz iz modela

---

<sup>11</sup> Ovaj broj varira od indikatora do indikatora, odnosno 217 je broj država za koje postoje podaci o BDP-u, što je jedan od najkorišćenijih indikatora iz finansijsko-ekonomskog sektora.

odnosno kreditni rejting korišćen za treniranje modela je označen sa (*krd*). Dodatna napomena je da je vremenska serija istorijskih kreditnih rejtinga ekvivalentna vremenskoj seriji kreditnih rejtinga sa kašnjenjem od jednog perioda (eng. *lag*), odnosno  $t_j^{krd*} = t_{j-1}^{krd}$ , gde je  $j$  godina u periodu od 2001. do 2018.

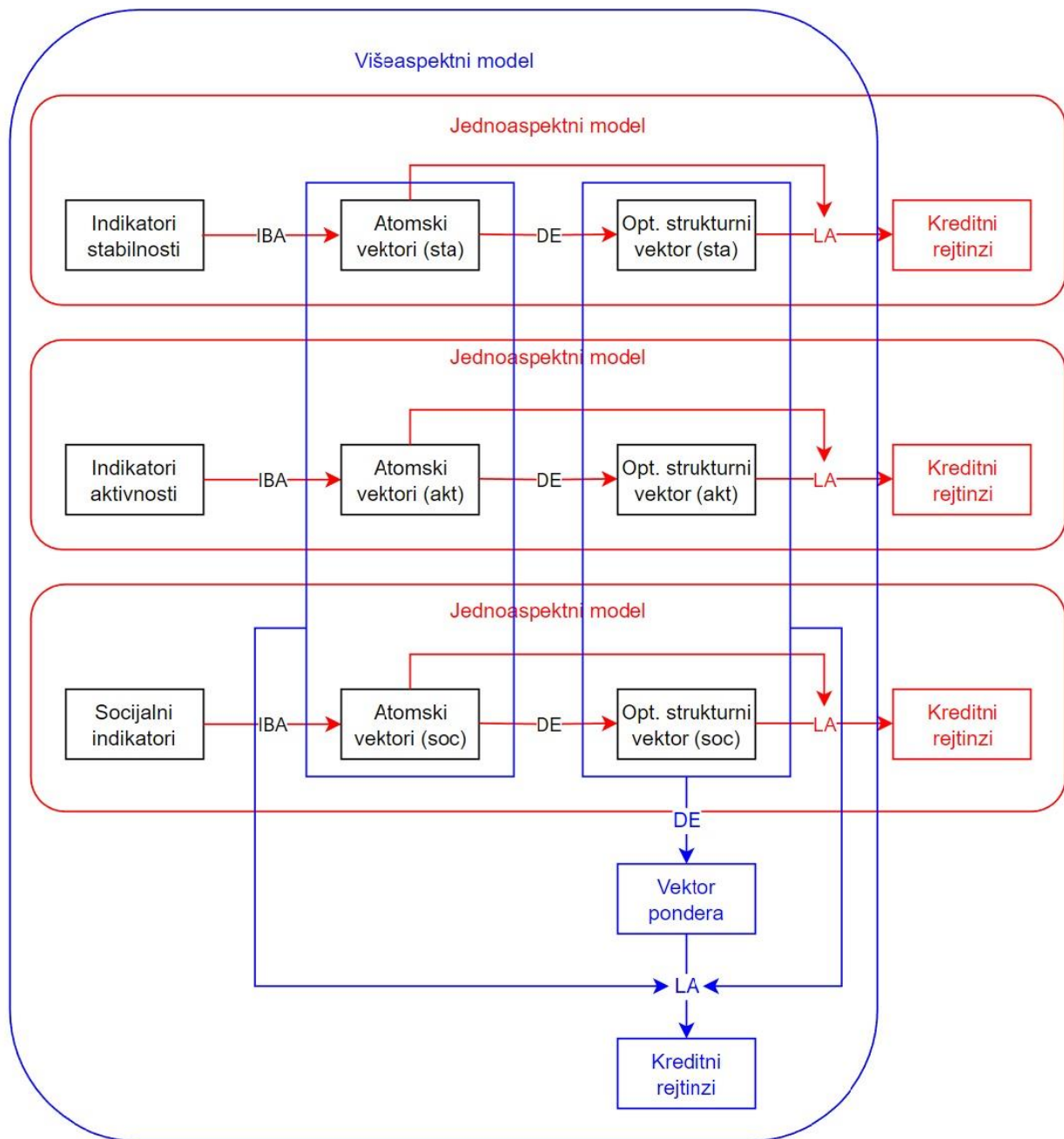
Nakon normalizacije podataka, odnosno ulaznih vremenskih serija iz razloga navedenih u potpoglavljima 2.2.5 i 4.1, primenjeni su Kolmogorov-Smirnov (eng. *Kolmogorov-Smirnov*) i Žark-Bera (eng. *Jarque-Bera*) testovi za ocenu normalnosti vremenskih serija. Kolmogorov-Smirnov test na jednom uzorku je neparametarski test sa nultom hipotezom da je kumulativna raspodela vremenske serije jednaka predefinisanoj kumulativnoj raspodeli, što je u ovom slučaju standardna Normalna raspodela. Žark-Bera test je zasnovan na uspešnosti uklapanja (eng. *goodness of fit*) i testira da li se treći (eng. *skewness*) i četvrti (eng. *kurtosis*) moment raspodele uzorka podudara sa odgovarajućim momentima Normalne raspodele. Vrednosti hipoteza oba testa za interval poverenja 95% za svih 13 vremenskih serija je 1, dok su  $p$ -vrednosti 0, odnosno sa sigurnošću od 95% se odbacuju hipoteze da su vremenske serije normalno raspoređene.

U Tabeli 4 su date korelacije između indikatora iz tri grupe ulaznih indikatora.

Tabela 4: Matrica korelacija između indikatora

|             | $t_1^{sta}$ | $t_2^{sta}$ | $t_3^{sta}$ | $t_4^{sta}$ | $t_1^{akt}$ | $t_2^{akt}$ | $t_3^{akt}$ | $t_4^{akt}$ | $t_1^{soc}$ | $t_2^{soc}$ | $t_3^{soc}$ | $t_4^{soc}$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $t_1^{sta}$ | 1           | -0.16       | -0.19       | 0.00        | 0.13        | 0.01        | -0.14       | -0.11       | -0.13       | -0.28       | 0.00        | -0.11       |
| $t_2^{sta}$ |             | 1           | 0.69        | 0.07        | 0.15        | 0.13        | 0.37        | 0.69        | -0.17       | 0.67        | -0.02       | 0.26        |
| $t_3^{sta}$ |             |             | 1           | 0.04        | 0.23        | 0.21        | 0.49        | 0.92        | -0.23       | 0.80        | 0.07        | 0.17        |
| $t_4^{sta}$ |             |             |             | 1           | -0.07       | 0.00        | -0.11       | 0.07        | -0.24       | 0.03        | -0.07       | -0.27       |
| $t_1^{akt}$ |             |             |             |             | 1           | 0.20        | 0.14        | 0.25        | -0.01       | 0.16        | -0.09       | 0.07        |
| $t_2^{akt}$ |             |             |             |             |             | 1           | 0.09        | 0.24        | 0.02        | 0.13        | -0.01       | 0.02        |
| $t_3^{akt}$ |             |             |             |             |             |             | 1           | 0.47        | 0.01        | 0.44        | -0.02       | 0.25        |
| $t_4^{akt}$ |             |             |             |             |             |             |             | 1           | -0.26       | 0.82        | 0.06        | 0.17        |
| $t_1^{soc}$ |             |             |             |             |             |             |             |             | 1           | -0.11       | -0.14       | 0.17        |
| $t_2^{soc}$ |             |             |             |             |             |             |             |             |             | 1           | 0.03        | 0.26        |
| $t_3^{soc}$ |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             | 1           | -0.03       |





Slika 19: Jednoaspektni i višeaspektni modeli

Algoritam IBA-DE modela se može podeliti na dva dela. Prvi deo je transformacija ulaznih indikatora, gde se od indikatora aktivnosti, stabilnosti i socijalnih prave vektori ulaznih podataka,  $V$ , da bi od njih nastali vektori atomskih elemenata,  $A$ . Svaki od tri sektora sadrži po četiri indikatora, odnosno dimenzija vektora je  $g = 4$ . Za svaki vektor ulaznih indikatora se potom pravi odgovarajući vektor atomskih elemenata dimenzije  $d = 2^4 = 16$ . Jednoaspektni model



koristi samo jedan tip ulaza (jednu grupu indikatora). Za period od 19 godina i 83 države, to rezultuje sa 1577 vektora ulaznih podataka od po četiri vrednosti indikatora, odnosno isto toliko vektora atomskih elemenata dimenzije 16. Predviđene vrednosti kreditnih rejtinga se dobijaju iz jednačine (4.3) dok se odgovarajuća funkcija cilja dobija iz jednačine (4.2). Sledeći korak je generisanje početne generacije  $d$ -dimenzionih strukturnih vektora. Model je testiran korišćenjem tri različite veličine populacije, 10, 100 i 1000. Navedene vrednosti su konstantne za sve iteracije DE algoritma iz razloga što jednostavniji DE algoritmi nisu imali dobre performanse prilikom variranja veličine populacije (Teo, 2006). Elementi početnih strukturnih vektora su nasumično generisani na intervalu  $[0,100]$ . Ovaj interval je odabran iz razloga što su elementi atomskog vektora definisani nad intervalom  $[0,1]$ , dok su numeričke vrednosti kreditnih rejtinga definisane nad intervalom  $[0,100]$ , stoga vrednosti elemenata strukturnog vektora moraju biti između 0 i 100, kako bi proizvod atomskog i strukturnog vektora bio takođe između 0 i 100.

DE algoritam obuhvata korake definisane u potpoglavlju 2.3.2, i u primeni za IBA-DE pristup mogu se definisati sledeći koraci:

- U prvoj iteraciji funkcija cilja se izračunava za svaki strukturni vektor iz prve generacije, i vektor sa najmanjom vrednošću funkcije postaje trenutni optimalni vektor. U svakoj narednoj iteraciji, vrednosti funkcije cilja za svaki strukturni vektor u trenutnoj generaciji će biti poznate.
- Generisanje mutacionog vektora  $M_j^k$  za svaki strukturni vektor  $S_j^k$  korišćenjem jednačine (2.16). Vrednosti faktora skaliranja  $F$ , su uzete iz  $[0.1,0.9]$  domena sa 0.1 korakom.
- Generisanje vektora ukrštanja  $C_j^k$ , za svaki par strukturnih i mutacionih vektora  $\{S_j^k, M_j^k\}$  pomoću jednačine (2.17). Različite vrednosti stope ukrštanja  $Cr$ , su dobijene na isti način kao i za faktor skaliranja, iz  $[0.1,0.9]$  domena sa 0.1 korakom. Ekstremne vrednosti kontrolnih parametara se nisu pokazale kao učinkovite u studijama koje su se bavile njihovim uticajem na DE algoritam (Brest, Greiner, et al., 2006, Peñuñuri et al., 2016), stoga su izostavljene u ovoj disertaciji.

- Poređenje vrednosti funkcije cilja za svaki strukturni vektora  $S_j^k$  i njemu odgovarajući vektor ukrštanja,  $C_j^k$ . Vektor sa nižom vrednošću funkcije cilja postaje strukturni vektor  $(k + 1)$ -te generacije prema jednačini (2.19).

Uslovi za prekid algoritma su definisani u poglavlju 4 i jednačini (4.3). U ovoj disertaciji se koriste vrednosti  $\lambda = 100$  i  $\sigma = 10^{-4}$  koje su dobijene empirijskim putem, dok je maksimalni broj iteracija DE algoritma postavljen na 1000000, što je jedan od tri kriterijuma ranog zaustavljanja DE algoritma navedenih u potpoglavlju 4.2, kako bi se osigurala optimalne performanse optimizacije.

Izlaz iz DE optimizacije je optimalni strukturni vektor,  $S^{(opt)}$ , koji rezultuje najnižom vrednošću funkcije cilja,  $f_{DE}(S^{(opt)})$ . S obzirom na postojanje tri različite grupe ulaznih indikatora, stabilnosti, aktivnosti i socijalnih, algoritam je treniran i testiran tri puta, po jednom za svaku grupu, što je rezultovalo sa tri optimalna strukturna vektora,  $S_{(sta)}^{(opt)}$ ,  $S_{(akt)}^{(opt)}$  i  $S_{(soc)}^{(opt)}$ . Ovi vektori se potom koriste u jednačini (4.4) da bi se predvideli kreditni rejtinzi. Konačne vrednosti kreditnih rejtinga su dodeljene odgovarajućim kategorijama iz jednačine (5.1), odakle su dobijene njihove opisne ocene prikazane u Tabeli 3.

### 5.3. Višeaspektni model

Osnovna ideja kod jednoaspektnog modela je fokus na indikatore iz istog sektora. Iako arhitektura i algoritam IBA-DE modela dozvoljavaju korišćenje međusobno nekorelisanih ulaza, u ovoj disertaciji je fokus na indikatorima sa sličnim uticajem na kreditni rejting. Pretpostavka koja je uvedena je da je uticaj indikatora na kreditni rejting sličniji ukoliko oni dolaze iz istog sektora. Glavna razlika između jednoaspektnog i višeaspektnog modela je što su izlazi iz DE algoritma jednoaspektnog modela ulazi za višeaspektni model. Kao što to je objašnjeno na kraju potpoglavlja 5.1.6, izlaz iz DE algoritma je optimalni strukturni vektor koji kasnije služi za generisanje kreditnih rejtinga zajedno sa vektorom atomskih korišćenjem pseudo LA. Optimalni strukturni vektori  $S_{(sta)}^{(opt)}$ ,  $S_{(akt)}^{(opt)}$  i  $S_{(soc)}^{(opt)}$ , dobijeni putem DE algoritma jednoaspektnih modela, linearno se kombinuju u višeaspektnom modelu. Na ovaj način se povećava uticaj indikatora koji

dolaze iz grupe koja je najbolje korelisana sa kreditnim rejtingom, i obrnuto, smanjuje se uticaj indikatora iz grupe koja ima nižu korelaciju sa kreditnim rejtingom. Stoga, višespektni model ne generiše sopstveni strukturni vektor, već traži optimalnu kombinaciju optimalnih strukturnih vektora postojećih jednoaspektnih modela. U ovoj disertaciji je problem pretrage optimalne kombinacije strukturnih vektora ograničen na njihovu linearnu kombinaciju radi jednostavnosti sveobuhvatnog modela, dok će se u daljim istraživanjima ispitivati i druge vrste zavisnosti.

Linearna zavisnost se modeluje vektorom pondera  $P$ , odnosno vektorom koji se sastoji od tri<sup>12</sup> skalarne vrednosti  $\left[ P_{(sta)}, P_{(akt)}, P_{(soc)} \right]$ , gde svaki ponder odgovara jednom od tri optimalna strukturna vektora. Formula za predviđanje kreditnih rejtinga u višespektnom modelu je drugačija od formule jednoaspektnog modela (jednačina (4.4)), i data je u jednačini (5.2)

$$R_i^{(predvideni)} = A_i^{(sta)} \times \left( P_{(sta)} S_{(sta)}^{(opt)T} \right) + A_i^{(din)} \times \left( P_{(akt)} S_{(akt)}^{(opt)T} \right) + A_i^{(soc)} \times \left( P_{(soc)} S_{(soc)}^{(opt)T} \right) \quad (5.2)$$

dok je funkcija cilja,  $f_{DE}(P)$ , nepromenjena i data je u jednačini (4.2). Ponderi  $p_{(sta)}$ ,  $p_{(akt)}$  i  $p_{(soc)}$  su jedine nepoznate u jednačini (5.2), i njihove optimalne vrednosti se dobijaju kao izlaz iz DE algoritma. Vrednosti hiperparametara DE algoritma, kao i broja iteracija i uslova za izlaz iz algoritma su iste kao i za jednoaspektni model. Početna populacija vektora pondera je generisana tako da zadovoljava dva uslova data u jednačini (5.3):

$$\begin{cases} 0 \leq p_{(sta)} \leq 1, 0 \leq p_{(akt)} \leq 1, 0 \leq p_{(soc)} \leq 1 \\ p_{(sta)} + p_{(akt)} + p_{(soc)} = 1 \end{cases} \quad (5.3)$$

Uslov nenegativnosti je uzet kako bi se izbeglo pojačavanje uticaja indikatora sa negativnom korelacijom iz razloga što ovakva vrsta korelacije može biti prisutna i u ulazima koji nemaju veliki uticaj na kreditne rejtinge. Izlaz iz DE algoritma višespektnog modela je optimalni vektor pondera,  $P^{(opt)}$ , koji rezultuje najnižom vrednošću funkcije cilja,  $f_{DE}(P^{(opt)})$ .

---

<sup>12</sup> Može biti bilo koji broj. U ovoj disertaciji je tri zbog kombinovanja tri optimalna vektora.

## **6. Rezultati primene IBA-DE modela**

U ovom poglavlju su predstavljene rezultati treniranja i testiranja jednoaspektnog i višeraspektnog IBA-DE modela sistema, kao i rezultati postignuti korišćenjem NM i SVM. Za razliku od studije objavljene 2022. godine (Jelinek et al., 2022), u ovoj disertaciji nisu predstavljene samo najbolji rezultati za svaki algoritam, već i uporedni rezultati za različite vrednosti hiperparametara IBA-DE modela kako bi bilo moguće jasno poređenje rezultata kao i analiza uticaja hiperparametara na krajnje rezultate. Većina tabela sa rezultatima prikazanih u ovom poglavlju su proistekle iz istraživanja realizovanog u (Jelinek et al., 2022) studiji, dok su tabele date u priložima 10.1.1 - 10.1.3 prvi put objavljene u ovoj disertaciji i pored doprinosa o razumevanju uticaja hiperparametara DE-IBA modela na krajnje rezultate daju i uvid u performanse različitih varijacija NM i SVM. Performanse sva tri algoritma će biti poređene na osnovu MSE između predviđenih i stvarnih (realizovanih) numeričkih vrednosti kreditnih rejtinga. Ova vrednost je kod IBA-DE modela predstavljena funkcijom cilja,  $f_{DE}$ , koja je definisana u jednačini (4.2). Ulazni podaci za treniranje i testiranje su dati i opisani u potpoglavljima 5.1.1 - 5.1.3, dok su izlazni podaci, odnosno numeričke vrednosti kreditnih rejtinga date u potpoglavljima 5.1.4. Vremenski period od 19 godina, od 2000. do 2018. godine, je podeljen na periode za treniranje i testiranje u odnosu od 90:10. Period od 17 godina, od 2000. do 2017. godine je uzet za treniranje dok su poslednje dve godine, 2018 i 2019, korišćene za testiranje. Razlog za ovakvu podelu, umesto uobičajenih 80:20 (80:10:10) je što će se identični podaci koristiti i za treniranje i testiranje NM i SVM koje su osetljivije nego DE algoritam na odnos podataka za trening i testiranje. Menjanjem odnosa u korist podataka za trening se osiguravaju bolji rezultati NM i SVM metoda uz rizik potencijalnog preteranog prilagođavanja. Sa druge strane, uz osnovanu pretpostavku da se kreditni rejtingi ne menjaju svake godine, već imaju tendenciju da ostanu isti kroz duže vremenske periode, opasnost od preteranog prilagođavanja je razumno mala. Sa druge strane, na ovaj način su rezultati dobijeni IBA-DE pristupom poređeni sa najboljim rezultatima dobijenim putem druga dva pristupa.

Vremenski period od 19 godina, 83 države i 3 grupe ulaza rezultuje sa ukupno  $19 \times 83 \times 3 = 4731$  uređenih četvorki, gde su prva tri člana svake četvorke indikatori stabilnosti, aktivnosti i socijalni za određenu državu u određenoj godini, a poslednji (četvrti) član je kreditni rejting države za tu godinu. U ukupnom zbiru to rezultuje sa  $4731 \times 4 = 18924$  podataka, od kojih će  $17 \times 83 \times 3 \times 4 = 16932$  biti korišćeno za trening a za  $2 \times 83 \times 3 \times 4 = 1992$  za testiranje.

Ovo poglavlje je organizovano na sledeći način. U potpoglavlju 6.1 je objašnjena optimizacija hiperparametara IBA-DE modela zajedno sa grafovima konvergencije prema optimalnom rešenju. U sledećem potpoglavlju su prikazani rezultati postignuti nad podacima za trening i testiranje, kao i najbolji rezultati predviđanja kreditnih rejtinga za svaku od 83 države za 2017. i 2018. godinu. U potpoglavlju 6.3 su analizirani dobijeni optimalni strukturni vektori i putem njih uticaj svakog od ulaznih indikatora na predviđene kreditne rejtinge kao i uticaj istorijskih kreditnih rejtinga. Konačno, potpoglavlje 6.4 se bavi komparativnom analizom dobijenih rezultata IBA-DE modela sa rezultatima dobijenim pomoću NM i SVM metodologija. Radi veće preglednosti, najvažniji rezultati su dati u nastavku poglavlja, dok su svi ostali dati u Prilogu 10.1.

## 6.1. Optimizacija parametara

Optimizacija parametara IBA-DE modela se sastoji iz dve faze. Prva faza je optimizacija hiperparametara DE algoritma, imajući u vidu da je IBA deo modela neparametarski. U hiperparametre spadaju dva kontrolna parametra: faktor skaliranja,  $F$ , i stopa ukrštanja,  $Cr$ , kao i veličina populacije,  $m$ . Optimalne vrednosti ovih parametara su dobijene poređenjem vrednosti funkcije cilja i brzine konvergencije ka optimalnom rešenju. Takođe je ispitan uticaj ovih parametara na konačno rešenje, odnosno izlaz iz modela. U drugoj fazi je akcenat stavljen na treniranje modela radi dobijanja optimalnih strukturnih vektora kao i na izbegavanje prekomernog prilagođavanja i pristrasnosti modela, odnosno predviđenih rezultata.

Vrednosti kontrolnih parametara su testirane u opsegu od 0.1 do 0.9 sa stopom rasta od 0.1, što rezultuje sa 9 vrednosti za svaki od dva kontrolna parametra, odnosno sa ukupno  $9 \times 9 = 81$  uređenih  $\{F, Cr\}$  parova. Model je testiran i za tri različite veličine populacije: 10, 100 i 1000. Za očekivati je da modeli sa većom populacijom imaju bolje performanse, ali je glavni cilj testiranja sa različitim populacijama utvrđivanje uticaja veličine populacije na krajnji rezultat,

odnosno da li se performanse modela značajno poboljšavaju sa povećanjem veličine populacije. Gorenavedene varijacije hiperparametara rezultuju sa ukupno  $9 \times 9 \times 3 = 273$  optimizacije po svakoj od tri grupe ulaznih indikatora, stabilnosti, aktivnosti i socijalnih. Stoga nije bilo potrebe za ponavljanjem simulacija procesa treniranja jer su vrednosti hiperparametara međusobno bliske i, kao što će biti prikazano kasnije, ne rezultuju značajnijim promenama u konačnim rezultatima.

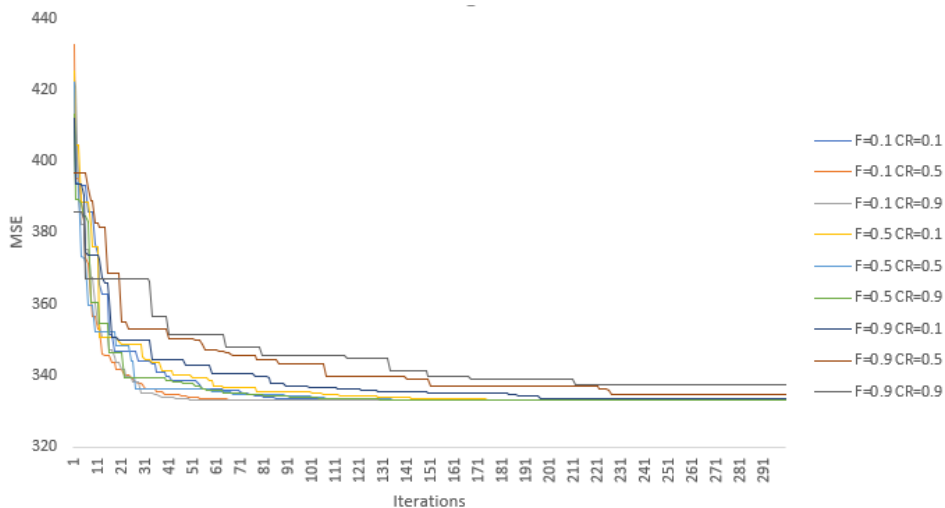
Prilikom testiranja su definisana i tri kriterijuma čije će ispunjenje dovesti do stopiranja DE algoritma.

- Prvi kriterijum je broj iteracija,  $N$ , koji je nepromenljiv tokom trajanja DE algoritma i predefinisana na 1000000 kako bi se mogla posmatrati konvergencija modela tokom dužeg vremenskog perioda.
- Drugi kriterijum je da je vrednost ciljne funkcije nula, odnosno  $f_{DE} = 0$ .
- Treći kriterijum je zadovoljen ukoliko je dostignuto 100 uzastopnih iteracija u kojima je razlika između dve uzastopne vrednosti funkcije cilja manja od  $10^{-4}$ , odnosno vrednosti  $\lambda = 100$  i  $\sigma = 10^{-4}$  su primenjene u jednačini (4.3)

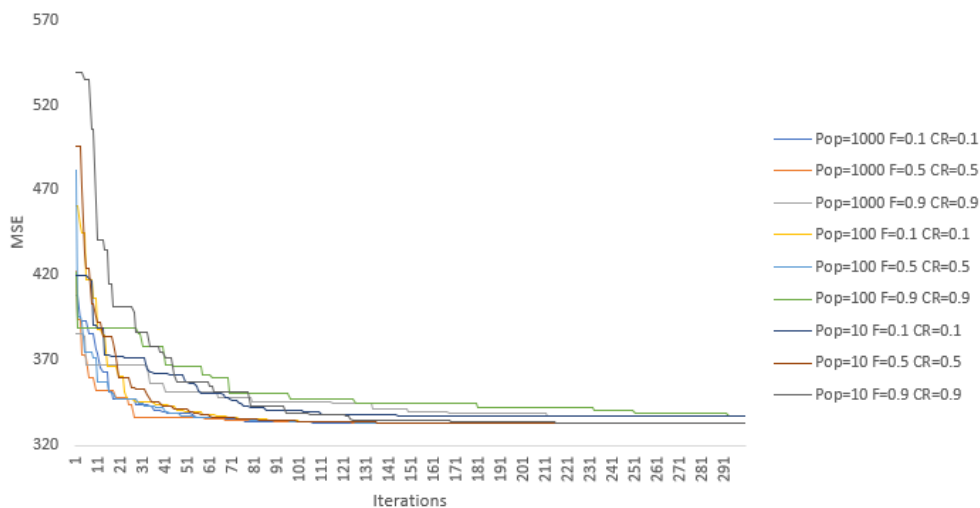
U potpoglavlju 5.1.4 je rečeno da pored tri grupe ulaznih indikatora (stabilnosti, aktivnosti i socijalnih), ulaz u IBA-DE model mogu biti i istorijski kreditni rejtinzi. Nakon treniranja modela korišćenjem sve tri grupe ulaznih faktora, u svakoj grupi je identifikovan faktor sa najslabijim uticajem (korelacijom) na kreditne rejtinge (što je detaljno objašnjeno u potpoglavlju 6.3), i taj faktor je potom zamenjen istorijskim kreditnim rejtinzima kao novim ulazom, gde je istorijski kreditni rejting za  $n$ -tu godinu definisan kao kreditni rejting iz  $(n-1)$ -te, odnosno prošle, godine. Ulazni indikatori u kojima je jedan od faktora zamenjen sa istorijskim kreditnim rejtinzima su označeni sa zvezdicom (\*) nakon imena. Razlog što istorijski kreditni rejtinzi nisu dodati kao dodatni peti ulaz u model je eksponencijalni rast broja atomskih elemenata sa povećavanjem broja ulaza, što je objašnjeno u potpoglavlju 2.2.

Rezultati postignuti tokom procesa optimizacije hiperparametara su dati u Tabelama 21 - 56 u Prilogu 10.1 i svi doleavedeni zaključci su izvedeni iz datih rezultata. Optimalno rešenje je dostignuto u 97.5% slučajeva za sve različite kombinacije hiperparametara, dok je u ostalih 2.5% slučajeva algoritam zaustavljen u lokalnom minimumu koji je jako blizu optimalnog rešenja.

Brzina konvergencije ka optimalnom rešenju je slična za bilo koju kombinaciju kontrolnih (Slika 20), odnosno hiperparametara (Slika 21).



Slika 20: Konvergencija MSE u zavisnosti od kontrolnih parametara  
Izvor: (Jelinek et al., 2022)



Slika 21: Konvergencija MSE u zavisnosti od hiperparametara  
Izvor: (Jelinek et al., 2022)

Vrednosti kontrolnih parametara  $F$  i  $Cr$  nemaju značajan uticaj na izlaz iz modela, kao ni na brzinu konvergencije ka optimalnom rešenju, što se može videti iz Slika 20 i 21, gde se ne može jasno identifikovati zavisnost između vrednosti parametara i ponašanja modela. Takođe se ne može jasno definisati razlika u ponašanju modela sa veličinom populacije 100 i 1000. Iako

model sa većom populacijom u proseku konvergira brže ka rešenju (Slika 21), uvećanje brzine konvergencije je nedovoljno da bi opravdalo 10 puta veću populaciju. Model sa veličinom populacije 10 ima malo lošije rezultate u proseku, mada su performanse za određene kombinacije kontrolnih parametara skoro identične onima koje su postignute sa većim populacijama. Nakon zamene ulaznog indikatora sa najmanjom korelacijom (što je objašnjeno u potpoglavlju 6.3) sa istorijskim kreditnim rejtinzima, performanse modela sa najnižom populacijom su značajno lošije (uporediti MSE u Tabeli 47 u odnosu na MSE u Tabelama 23 i 35). Stoga je preporučljivo koristiti populaciju srednje (100) vrednosti kada jedan od ulaznih indikatora ima visoku korelaciju sa izlazom iz modela. U suprotnom, model se može posmatrati kao neparametarski.

Najbolji rezultati, uključujući i MSE i broj iteracija, za sve tri grupe ulaznih indikatora, a posledično i za višespektni model su postignute korišćenjem sledećih vrednosti hiperparametara:  $F = 0.5$ ,  $Cr = 0.5$  i  $m = 100$ , i predstavljeni su u Tabeli 7.

Tabela 7: Najbolji IBA-DE rezultati na trening podacima

Izvor: (Jelinek et al., 2022)

| Ulazni indikatori | Stabilnosti | Aktivnosti | Socijalni | Višespektni   | Stabilnosti* | Aktivnosti* | Socijalni* | Višespektni* |
|-------------------|-------------|------------|-----------|---------------|--------------|-------------|------------|--------------|
| MSE               | 333.03      | 320.63     | 339.04    | <b>311.52</b> | 12.01        | 11.99       | 11.92      | <b>11.83</b> |
| Broj iteracija    | 189         | 189        | 197       | 6             | 167          | 175         | 174        | 5            |

Kao što je i očekivano, višespektni model je postigao bolje rezultate od jednoaspektnog modela, što je vidljivije prilikom korišćenja ulaznih indikatora bez istorijskih kreditnih rejtinga. Od jednoaspektnih modela, najbolje rezultate je postigao model koji je koristio indikatore stabilnosti. Nakon zamene jednog od ulaznih indikatora sa istorijskom serijom kreditnih rejtinga, razlike između modela su zanemarljive zbog jakog uticaja istorijskih kreditnih rejtinga. Analizirajući vektore pondera kod višespektnih modela date u Tabeli 81, može se zaključiti da je kod ulaza kod kojih nema istorijskih kreditnih rejtinga najveći uticaj dat indikatorima aktivnosti, potom indikatorima stabilnosti i na kraju socijalnim indikatorima. Donekle suprotna situacija je nakon zamene jednog od ulaza istorijskim kreditnim rejtinzima, gde najveći uticaj imaju socijalni indikatori, potom indikatori aktivnosti, i na kraju indikatori stabilnosti. Takođe, kod najmanje veličine populacije, vektor pondera čine samo socijalni i indikatori aktivnosti, bez uticaja indikatora stabilnosti, čiji je ponder nula. Sledeći korak je testiranje optimizovanih modela, odnosno korišćenje optimalnog strukturnog vektora, koji je izlaz iz DE optimizacije za predviđanje kreditnih rejtinga korišćenjem podataka za testiranje.



## 6.2. Rezultati testiranja

Nakon optimizacije parametara i dobijanja optimalnih strukturnih vektora sledi testiranje modela na periodu od dve godine, 2017 i 2018. Rezultati testiranja, odnosno MSE za svaku kombinaciju hiperparametara su dati u Prilogu 10.1.2, dok su u Tabeli 8 prikazani rezultati postignuti sa najboljim kombinacijama hiperparametara za svaku grupu ulaznih indikatora. Kao i u prethodnom potpoglavlju, svi naredni zaključci su izvedeni korišćenjem ovih rezultata.

Tabela 8: Najbolji IBA-DE rezultati na test podacima

Izvor: (Jelinek et al., 2022)

| Ulazni indikatori | Stabilnosti   | Aktivnosti | Socijalni | Višespektni | Stabilnosti* | Aktivnosti* | Socijalni* | Višespektni* |
|-------------------|---------------|------------|-----------|-------------|--------------|-------------|------------|--------------|
| MSE               | <b>303.15</b> | 317.79     | 319.21    | 324.37      | <b>6.52</b>  | 6.53        | 7.34       | 7.22         |

Iz dobijenih rezultata se jasno vidi da korišćenje istorijske vremenske serije kreditnih rejtinga značajno unapređuje predviđanje, što je i očekivano. Najbolji rezultati postignuti korišćenjem neistorijskih ulaznih indikatora su postignuti za veće vrednosti hiperparametara, što implicira značaj diversifikacije populacije. Od jednoaspektnih modela, model koji je koristio indikatore stabilnosti je postigao najbolje performanse. Sa druge strane, višespektni model je imao najslabije rezultate, iako je na trening podacima pokazao najbolje performanse. Jedno od mogućih objašnjenja je da je došlo do preteranog prilagođavanja modela, pošto višespektni model agregira optimalne strukturne vektore jednoaspektnih modela bez da optimizuje rezultujuću agregatnu strukturu. Ovakva vrsta optimizacije bi zahtevala optimizaciju strukturnog vektora veličine  $2^{12}$ , što je i vremenski i mašinski ekstremno zahtevan zadatak. Drugo moguće objašnjenje je najmanja vrednost pondera dodeljenog indikatorima stabilnosti koji su se pokazali kao najuspešniji prilikom testiranja i sa i bez istorijskih kreditnih rejtinga.

Tabela 9: Pravi i predviđeni kreditni rejtinzi dobijeni korišćenjem jednoaspektnog modela sa indikatorima stabilnosti\*

Izvor: (Jelinek et al., 2022)

| Država                 | Godina | Kreditni rejting |            | Država             | Godina | Kreditni rejting |            | Država                 | Godina | Kreditni rejting |            |
|------------------------|--------|------------------|------------|--------------------|--------|------------------|------------|------------------------|--------|------------------|------------|
|                        |        | Pravi            | Predviđeni |                    |        | Pravi            | Predviđeni |                        |        | Pravi            | Predviđeni |
| Argentina              | 2017   | B                | B          | Madarska           | 2017   | BBB-             | BBB-       | Peru                   | 2017   | A-               | A-         |
|                        | 2018   | B                | B          |                    | 2018   | BBB-             | BBB-       |                        | 2018   | A-               | A-         |
| Australija             | 2017   | AAA              | AAA        | Island             | 2017   | A                | A-         | Filipini               | 2017   | BBB              | BBB-       |
|                        | 2018   | AAA              | AAA        |                    | 2018   | A                | A          |                        | 2018   | BBB              | BBB        |
| Austrija               | 2017   | AA+              | AA+        | Indija             | 2017   | BBB-             | BBB-       | Poljska                | 2017   | A-               | A          |
|                        | 2018   | AA+              | AA+        |                    | 2018   | BBB-             | BBB-       |                        | 2018   | A-               | A-         |
| Belgija                | 2017   | AA-              | AA         | Indonezija         | 2017   | BBB-             | BBB-       | Portugal               | 2017   | BB+              | BB+        |
|                        | 2018   | AA-              | AA-        |                    | 2018   | BBB              | BBB-       |                        | 2018   | BBB              | BB+        |
| Bolivija               | 2017   | BB-              | BB-        | Irska              | 2017   | A                | A          | Rumunija               | 2017   | BBB-             | BBB-       |
|                        | 2018   | BB-              | BB-        |                    | 2018   | A+               | A          |                        | 2018   | BBB-             | BBB-       |
| Brazil                 | 2017   | BB-              | BB-        | Izrael             | 2017   | A+               | A+         | Rusija                 | 2017   | BBB-             | BBB-       |
|                        | 2018   | BB-              | BB-        |                    | 2018   | A+               | A+         |                        | 2018   | BBB-             | BBB-       |
| Bugarska               | 2017   | BBB-             | BBB-       | Italija            | 2017   | BBB              | BBB+       | Ruanda                 | 2017   | B+               | B+         |
|                        | 2018   | BBB              | BBB-       |                    | 2018   | BBB              | BBB        |                        | 2018   | B+               | B+         |
| Kamerun                | 2017   | B                | B          | Jamajka            | 2017   | B                | B          | Saudijska Arabija      | 2017   | A+               | AA-        |
|                        | 2018   | B                | B          |                    | 2018   | B                | B          |                        | 2018   | A+               | A+         |
| Kanada                 | 2017   | AAA              | AAA        | Japan              | 2017   | A                | A          | Srbija                 | 2017   | BB               | BB-        |
|                        | 2018   | AAA              | AAA        |                    | 2018   | A                | A          |                        | 2018   | BB               | BB         |
| Čile                   | 2017   | A+               | AA-        | Kazahstan          | 2017   | BBB              | BBB        | Sejšeli                | 2017   | BB-              | BB-        |
|                        | 2018   | A+               | A+         |                    | 2018   | BBB              | BBB        |                        | 2018   | BB               | BB-        |
| Kina                   | 2017   | A+               | A+         | Kenija             | 2017   | B+               | B+         | Singapur               | 2017   | AAA              | AAA        |
|                        | 2018   | A+               | A+         |                    | 2018   | B+               | B+         |                        | 2018   | AAA              | AAA        |
| Kolumbija              | 2017   | BBB              | BBB+       | Južna Koreja       | 2017   | AA-              | AA-        | Slovačka               | 2017   | A+               | A+         |
|                        | 2018   | BBB              | BBB        |                    | 2018   | AA-              | AA-        |                        | 2018   | A+               | A+         |
| Kongo                  | 2017   | CCC              | CCC        | Letonija           | 2017   | A-               | A-         | Slovenija              | 2017   | A-               | BBB+       |
|                        | 2018   | CCC              | CCC        |                    | 2018   | A-               | A-         |                        | 2018   | A-               | A-         |
| Kostarika              | 2017   | BB               | BB+        | Litvanija          | 2017   | A-               | A-         | Južna Afrika           | 2017   | BB+              | BBB-       |
|                        | 2018   | BB               | BB         |                    | 2018   | A-               | A-         |                        | 2018   | BB+              | BB+        |
| Hrvatska               | 2017   | BB               | BB         | Luksemburg         | 2017   | AAA              | AAA        | Španija                | 2017   | BBB+             | BBB+       |
|                        | 2018   | BB+              | BB         |                    | 2018   | AAA              | AAA        |                        | 2018   | BBB+             | BBB+       |
| Kipar                  | 2017   | BB-              | BB-        | Malezija           | 2017   | A-               | A-         | Šri Lanka              | 2017   | B+               | B+         |
|                        | 2018   | BBB-             | BB-        |                    | 2018   | A-               | A-         |                        | 2018   | B+               | B+         |
| Češka Republika        | 2017   | A+               | A+         | Malta              | 2017   | A+               | A          | Švedska                | 2017   | AAA              | AAA        |
|                        | 2018   | AA-              | A+         |                    | 2018   | A+               | A+         |                        | 2018   | AAA              | AAA        |
| Danska                 | 2017   | AAA              | AAA        | Meksiko            | 2017   | BBB+             | BBB+       | Švajcarska             | 2017   | AAA              | AAA        |
|                        | 2018   | AAA              | AAA        |                    | 2018   | BBB+             | BBB+       |                        | 2018   | AAA              | AAA        |
| Dominikanska Republika | 2017   | BB-              | BB-        | Mongolija          | 2017   | B-               | B          | Tajland                | 2017   | BBB+             | BBB+       |
|                        | 2018   | BB-              | BB-        |                    | 2018   | B                | B-         |                        | 2018   | BBB+             | BBB+       |
| Egipat                 | 2017   | B                | B          | Maroko             | 2017   | BBB-             | BBB-       | Tunis                  | 2017   | B+               | BB         |
|                        | 2018   | B                | B          |                    | 2018   | BBB-             | BBB-       |                        | 2018   | B+               | BB-        |
| El Salvador            | 2017   | CCC              | B+         | Namibija           | 2017   | BBB-             | BBB-       | Turska                 | 2017   | BBB-             | BBB-       |
|                        | 2018   | B-               | CCC        |                    | 2018   | BB+              | BBB-       |                        | 2018   | BB+              | BBB-       |
| Estonija               | 2017   | A+               | A+         | Holandija          | 2017   | AAA              | AAA        | Uganda                 | 2017   | B+               | B+         |
|                        | 2018   | A+               | A+         |                    | 2018   | AAA              | AAA        |                        | 2018   | B+               | B+         |
| Finska                 | 2017   | AA+              | AA         | Novi Zeland        | 2017   | AA+              | AA+        | Ukrajina               | 2017   | B-               | CCC+       |
|                        | 2018   | AA+              | AA+        |                    | 2018   | AA+              | AA+        |                        | 2018   | B-               | B          |
| Francuska              | 2017   | AA               | AA         | Nigerija           | 2017   | B+               | B+         | Ujedinjeno Kraljevstvo | 2017   | AA               | AA         |
|                        | 2018   | AA               | AA         |                    | 2018   | B+               | B+         |                        | 2018   | AA               | AA         |
| Gruzija                | 2017   | BB-              | BB-        | Severna Makedonija | 2017   | BB               | BB+        | SAD                    | 2017   | AAA              | AAA        |
|                        | 2018   | BB-              | BB-        |                    | 2018   | BB               | BB         |                        | 2018   | AAA              | AAA        |
| Nemačka                | 2017   | AAA              | AAA        | Norveška           | 2017   | AAA              | AAA        | Urugvaj                | 2017   | BBB-             | BBB-       |
|                        | 2018   | AAA              | AAA        |                    | 2018   | AAA              | AAA        |                        | 2018   | BBB-             | BBB-       |
| Grčka                  | 2017   | C                | CC         | Panama             | 2017   | BBB              | BBB        | Zambija                | 2017   | B                | B          |
|                        | 2018   | B                | CC         |                    | 2018   | BBB              | BBB        |                        | 2018   | B                | B          |
| Hong Kong              | 2017   | AA+              | AA+        | Paragvaj           | 2017   | BB+              | BB+        |                        |        |                  |            |
|                        | 2018   | AA+              | AA+        |                    | 2018   | BB+              | BB+        |                        |        |                  |            |

U Tabeli 9 su prikazani predviđeni kreditni rejtinzi za svaku državu na intervalu od 2 godine korišćenjem modela sa najboljim performansama, odnosno jednoaspektnog modela sa indikatorima stabilnosti\*. Rejtinzi su potom upoređeni sa pravim rejtinzima objavljenim od strane *Fitch* agencije. Procenat uspešnosti, odnosno tačnih predviđanja je zadovoljavajućih 79.52%.

### 6.3. Interpretacija rezultata

Nakon procesa treniranja modela, odnosno optimizacije kontrolnih parametara, dobijeni su 16-dimenzioni optimalni strukturni vektori (gde je  $16 = 2^4$ , a 4 je broj ulaznih faktora u model), od kojih su u Tabeli 10 prikazana dva za model koji je pokazao najbolje performanse, odnosno model koji za ulaze koristi indikatore stabilnosti i dat je na kraju potpoglavlja 6.1, sa i bez istorijskih kreditnih rejtinga. Četiri indikatora stabilnosti koja su korišćena u ovom modelu su *BDP po glavi stanovnika* ( $n_1$ ), *inflacija potrošačkih cena* ( $n_2$ ), *ukupne rezerve države, uključujući zlato* ( $n_3$ ) i *ukupna štednja* ( $n_4$ ).

Tabela 10: Optimalni strukturni vektori  
Izvor: (Jelinek et al., 2022)

| Ulazni indikatori | Elementi strukturnog vektora |       |       |       |       |       |       |       |       |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                   | $s_1$                        | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ | $s_5$ | $s_6$ | $s_7$ | $s_8$ | $s_9$ | $s_{10}$ | $s_{11}$ | $s_{12}$ | $s_{13}$ | $s_{14}$ | $s_{15}$ | $s_{16}$ |
| Stabilnosti       | 0.71                         | 0.88  | 0.62  | 0.94  | 1.00  | 0.68  | 0.81  | 0.65  | 0.64  | 0.67     | 0.51     | 0.79     | 0.91     | 0.58     | 0.59     | 0.63     |
| Stabilnosti*      | 1.00                         | 0.99  | 1.00  | 0.96  | 1.00  | 0.96  | 0.99  | 1.00  | 0.01  | 0.00     | 0.03     | 0.05     | 0.03     | 0.01     | 0.00     | 0.02     |

Sledeći korak je generisanje težinskih faktora za svaki od četiri indikatora korišćenjem dobijenih optimalnih strukturnih vektora. U potpoglavlju 2.2 je objašnjeno da od svakog  $g$ -dimenzionalnog vektora ulaza nastaje  $d$ -dimenzioni vektor atomskih elemenata, čiji su elementi (atomi) proizvod članova ulaznog vektora. Struktura atomskog vektora nastalog od 4-dimenzionih vektora ulaznih indikatora je data u Tabeli 11, gde se svaki atom dobija kao proizvod četiri elementa vektora ulaznih indikatora.

Tabela 11: Struktura atomskog vektora

| Element | $a_1$ | $a_2$     | $a_3$     | $a_4$     | $a_5$     | $a_6$     | $a_7$     | $a_8$     | $a_9$     | $a_{10}$  | $a_{11}$  | $a_{12}$  | $a_{13}$  | $a_{14}$  | $a_{15}$  | $a_{16}$  |
|---------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| II      | $v_1$ | $v_1$     | $v_1$     | $v_1$     | $v_1$     | $v_1$     | $v_1$     | $v_1$     | $(1-v_1)$ | $(1-v_1)$ | $(1-v_1)$ | $(1-v_1)$ | $(1-v_1)$ | $(1-v_1)$ | $(1-v_1)$ | $(1-v_1)$ |
|         | $v_2$ | $v_2$     | $v_2$     | $v_2$     | $(1-v_2)$ | $(1-v_2)$ | $(1-v_2)$ | $(1-v_2)$ | $v_2$     | $v_2$     | $v_2$     | $v_2$     | $(1-v_2)$ | $(1-v_2)$ | $(1-v_2)$ | $(1-v_2)$ |
|         | $v_3$ | $v_3$     | $(1-v_3)$ | $(1-v_3)$ | $v_3$     | $v_3$     | $(1-v_3)$ | $(1-v_3)$ | $v_3$     | $v_3$     | $(1-v_3)$ | $(1-v_3)$ | $v_3$     | $v_3$     | $(1-v_3)$ | $(1-v_3)$ |
|         | $v_4$ | $(1-v_4)$ | $v_4$     | $(1-v_4)$ | $v_4$     | $(1-v_4)$ | $v_4$     | $(1-v_4)$ | $v_4$     | $(1-v_4)$ | $v_4$     | $(1-v_4)$ | $v_4$     | $(1-v_4)$ | $v_4$     | $(1-v_4)$ |

Iz Tabele 11 se vidi da se (npr.) deseti element,  $a_{10}$ , dobija kao proizvod elemenata  $(1-v_1)$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  i  $(1-v_4)$  iz čega se mogu izvući zaključci o uticaju drugog i trećeg elementa (uključeni u strukturu) i o uticaju neuključivanja prvog i četvrtog elementa (isključeni iz strukture). Jednačine kojim se dobijaju težinski faktori za 16-dimenzionalne strukturne vektore su dati u Tabeli 12 zajedno sa odgovarajućim težinskim faktorima. Kao što je već rečeno u potpoglavlju 4.4, jednačine za težinske koeficijente iz Tabele 12 nisu univerzalne već odgovaraju strukturi atomskog vektora iz Tabele 11.

Tabela 12: Težinski koeficijenti

Izvor: (Jelinek et al., 2022)

| Težinski koeficijent   | $w_1(s_1)$                               | $w_2(s_2)$                                     | $w_3(s_3)$  | $w_4(s_4)$  |
|------------------------|--|--|---|---|
| Jednačina              | $\sum_{i=1}^8 s_i / \sum_{i=1}^{16} s_i$ | $\sum_{i=1,9}^{i+3} s_i / \sum_{i=1}^{16} s_i$ | $\sum_{i=1,5,9,13}^{i+1} s_i / \sum_{i=1}^{16} s_i$ | $\sum_{\substack{i=1 \\ i \bmod 2=1}}^{16} s_i / \sum_{i=1}^{16} s_i$ |
| Indikator stabilnosti  | 0.541                                    | 0.495  | 0.523   | 0.499   |
| Indikator stabilnosti* | 0.983                                    | 0.502  | 0.496   | 0.505   |

Dobijeni težinski koeficijenti imaju slične vrednosti u slučaju kada istorijski kreditni rejtinzi nisu korišćeni kao jedan od četiri ulaza u model. Ovakav rezultat se može interpretirati na način da svi indikatori podjednako doprinose predviđenim kreditnim rejtinzima, odnosno, nemoguće je izdvojiti jedan faktor čiji je uticaj značajniji od ostalih, što se može videti i za socijalne i indikatore aktivnosti ukoliko se jednačine iz Tabele 12 primene na strukturne vektore iz Tabela 59 i 61. Sa druge strane, korišćenje istorijskih kreditnih rejtinga kao prvog od četiri ulaza rezultuje visokom vrednošću prvog težinskog faktora ( $w_1$ ) u odnosu na ostala tri. Ovo je očekivano i objašnjava se tendencijom kreditnih rejtinga da često ostaju nepromenjeni iz godine u godinu, a slično ponašanje je prisutno prilikom korišćenja socijalnih i indikatora aktivnosti, što

je prikazano u Tabelama 60 i 62. U Prilogu 10.1.1 su prikazani strukturni vektori dobijeni nakon optimizacije modela sa sve tri grupe indikatora u Tabelama 57-62. Iz ovih tabela se može videti da, slično kao i na MSE i broj iteracija, hiperparametri nemaju veliki uticaj na dobijene strukturne vektore.

#### **6.4. Komparativna analiza sa neuronskim mrežama i metodom nosećih vektora**

NM su jedna od metodologija mašinskog učenja koja se najčešće koristi za predviđanje u oblastima finansija i ekonomije. U ovoj disertaciji, NM su izabrane kao reporni model iz nekoliko razloga.

- NM su jedan od najkorišćenijih algoritama mašinskog učenja za predviđanje kreditnih rejtinga i bankrota, što je opisano u potpoglavlju 3.3.2.1.
- NM mogu da modeluju i linearne i nelinearne relacije između ulaznih podataka, i ne zahtevaju ekspertsko znanje i razumevanje problema i podataka koji se koriste, po čemu su slične DE algoritmu.
- Postoji mnogo različitih podtipova NM (oni koji su korišćeni u ovoj disertaciji su navedeni i objašnjeni u potpoglavlju 2.1.4.) što omogućava testiranje nad različitim strukturama NM, što dalje rezultuje povećanjem intervala poverenja dobijenih rezultata.
- Način na koji NM ažurira težinske faktore u unutrašnjim slojevima mreže je jednostavan i može se posmatrati kao klasičan problem optimizacije, i kao takav je sličan načinu na koji funkcioniše DE algoritam.

Sa druge strane, NM su sklone preteranom prilagođavanju, što može biti problematično kada se predviđa vremenska serija sa visokom autokorelacijom, kao što je slučaj kod kreditnih rejtinga. Iz tog razloga se uvedi SVM kao druga reporna metodologija. Na ovaj način se osigurava nepostojanje pristrasnosti u rezultatima, kao i povećanje validnosti predviđenih rezultata korišćenjem IBA-DE modela.

Tri funkcije jezgra koje su korišćene za SVM su linearna, Gausova i polinomijalna. Treniranje je takođe izvršeno za više različitih vrednosti  $C$  parametra, odnosno parametra koji

penalizuje greške koje model pravi. Za visoke vrednosti ovog parametra model neće napraviti nijednu grešku, dok će za niže vrednosti MSE biti manje.

I NM i SVM su testirane nad istim ulaznim podacima i na istom vremenskom periodu kao i IBA-DE model. Modeli su prvo trenirani (i potom testirani) korišćenjem tri predefinisane grupe ulaznih indikatora, da bi potom jedan od ulaza bio zamenjen istorijskim kreditnim rejtinzima. NM i SVM su takođe trenirani (i potom testirani) korišćenjem svih 12 ulaznih faktora, i potom su ovi rezultati upoređeni sa rezultatima postignutim korišćenjem višespektnog IBA-DE modela. Iako nisu u potpunosti ekvivalentni, pošto višespektni IBA-DE model ne prima 12 ulaza već 3 optimalna strukturna vektora koji su izlazi iz jednoaspektnih modela, ova dva pristupa su dovoljno slična da bi se mogla uporediti, jer i u višespektnom IBA-DE modelu figuriše 12 ulaza, samo ne na direktno kao što je to slučaj sa modelima zasnovanim na NM i SVM. Rezultati dobijeni korišćenjem NM su prikazani u Tabelama 82 - 85, dok su u Tabeli 13 prikazani najbolji postignuti rezultati.

Tabela 13: Najbolji rezultati neuronskih mreža

| Ulazni indikatori      | Stabilnosti | Aktivnosti | Socijalni | Svi           | Stabilnosti* | Aktivnosti* | Socijalni* | Svi*         |
|------------------------|-------------|------------|-----------|---------------|--------------|-------------|------------|--------------|
| MSE <sub>trening</sub> | 328.49      | 329.92     | 347.42    | <b>314.35</b> | 11.61        | 13.02       | 14.14      | <b>11.82</b> |
| Broj iteracija         | 27          | 26         | 13        | 27            | 97           | 80          | 45         | 38           |
| MSE <sub>test</sub>    | 311.90      | 314.73     | 343.56    | <b>307.26</b> | 6.614        | 6.640       | 14.59      | <b>6.57</b>  |

Tri NM koje su sveukupno pokazale najbolje performanse su zasnovane na BFG, LM i RB metodama opadajućeg gradijenta. Očekivano, i na trening i na test podacima, modeli koji su koristili sve tri grupe ulaznih indikatora su se pokazali kao najbolji, dok su među individualnim faktorskim grupama najbolji rezultati postignuti korišćenjem indikatora stabilnosti. Na sličan način su predstavljeni i rezultati dobijeni korišćenjem SVM. U Tabelama 86 - 89 su dati svi rezultati, dok su najbolji rezultati prikazani u Tabeli 14.

Tabela 14: Najbolji rezultati metode nosećih vektora

| Ulazni indikatori      | Stabilnosti | Aktivnosti | Socijalni | Svi           | Stabilnosti* | Aktivnosti* | Socijalni* | Svi*        |
|------------------------|-------------|------------|-----------|---------------|--------------|-------------|------------|-------------|
| MSE <sub>trening</sub> | 323.47      | 308.61     | 325.13    | <b>295.46</b> | 12.27        | 12.47       | 12.21      | <b>9.08</b> |
| Broj iteracija         | 755         | 809        | 755       | 643           | 415          | 519         | 467        | 386         |
| MSE <sub>test</sub>    | 305.46      | 330.12     | 320.93    | <b>309.08</b> | 7.24         | 7.83        | 7.6        | <b>6.86</b> |

Kao i kod NN, i najbolji rezultati postignuti korišćenjem SVM su dobijeni korišćenjem sve tri grupe ulaznih indikatora, dok je model koji koristi indikatore stabilnosti imao najbolje rezultate među modelima sa individualnim grupama ulaza. Od tri funkcije jezgra, Gausova se pokazala kao najstandardnija i pokazala najbolje rezultate prilikom testiranja i kod korišćenja svih ulaza.

Konačno, u Tabeli 15 su dati i upoređeni najbolji rezultati za sve tri metodologije, IBA-DE, NM i SVM.

Tabela 15: Uporedni najbolji rezultati (MSE) na testiranju za sve modele  
Izvor: (Jelinek et al., 2022)

| Ulazni indikatori | Stabilnosti   | Aktivnosti    | Socijalni     | Svi           | Stabilnosti* | Aktivnosti* | Socijalni*  | Svi*        |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| IBA-DE            | <b>303.15</b> | 317.79        | <b>319.21</b> | 324.37        | <b>6.52</b>  | <b>6.53</b> | <b>7.34</b> | 7.22        |
| NM                | 311.90        | <b>314.73</b> | 343.56        | <b>307.26</b> | 6.61         | 6.64        | 14.59       | <b>6.57</b> |
| SVM               | 305.46        | 330.12        | 320.93        | 309.08        | 7.24         | 7.83        | 7.60        | 6.86        |

Jednoaspektni IBA-DE model je postigao najbolje rezultate u pet od šest slučajeva gledajući individualne faktore, gde su bolje performanse pokazale samo NM pri korišćenju indikatora aktivnosti, dok su od tri grupe ulaznih indikatora, najbolji rezultati postignuti korišćenjem indikatora stabilnosti za sve tri metodologije. Nakon indikatora stabilnosti, najbolji rezultati su dobijeni korišćenjem indikatora aktivnosti, dok su indikatori iz socijalne grupe na poslednjem mestu. Višeaspektni IBA-DE model je postigao slabije rezultate u poređenju sa NM i SVM modelima koji koriste sve vrste ulaza. Sveukupno gledano, najuspešniji model i sa i bez korišćenja istorijskih kredinih rejtinga je IBA-DE model koji za ulaze koristi indikatore stabilnosti. Između NM i SVM, NM su za nijansu uspešniji model iako su postigle najlošije rezultate od sva tri modela prilikom korišćenja socijalnih indikatora. Prilikom treniranja i testiranja modela nije došlo do preterane prilagođenosti bilo koje od tri metodologije pošto nisu prisutne bilo kakve devijacije u dobijenim MSE i iteracijama za bilo koji model.

Kao što je ranije rečeno, NM i SVM spadaju u grupu metodologija koje mogu biti smatrane crnim kutijama, odnosno koji se mogu posmatrati kao sistemi koji na osnovu ulaza daju izlaz bez pružanja uvida u algoritam koji se odvija u pozadini. U slučaju NM i SVM proces optimizacije je neretko opisan matematičkim modelima i algoritmom unapređivanja težinskih koeficijenata, ali krajnji korisnik nema uvid u algoritam tokom iteracija, niti ima uticaj na način njegovog izvršenja. Nasuprot tome, DE komponenta IBA-DE modela pruža uvid u način

pretrage domena koji takođe može biti prilagođen potrebama korisnika kroz podešavanje kontrolnih parametara. Na ovaj način algoritam pruža korisniku mogućnost da direktno utiče na krajnji ishod optimizacije, kao i na način dolaska do optimalnog rešenja. Pored mogućnosti podešavanja procesa optimizacije, IBA-DE model pruža i uvid u uticaj ulaza na krajnji izlaz preko IBA komponente, odnosno analizom odgovarajućeg optimalnog strukturnog vektora dobijenog DE optimizacijom. Na ovaj način korisnik pored optimalnog rešenja dobija i povratne informacije o korelaciji svakog ulaza sa krajnjim izlazom koje se mogu dalje koristiti prilikom donošenja odluka ili za dalje unapređivanje modela.

Imajući u vidu gorenavedene prednosti IBA-DE modela u odnosu na konvencionalne metode NM i SVM, kao i postignute rezultate na uporednom testiranju, zaključuje se da je IBA-DE hibridni model pokazao bolje performanse od NM i SVM modela, pritom pružajući uvid u algoritam i relacije između ulaza i izlaza, što je još jedna komparativna prednost ovog modela u odnosu na druge dve metodologije.



## **7. Model za predviđanje tranzicione matrice zasnovan na DE algoritmu**

U ovom poglavlju je predstavljen model za predviđanje tranzicione matrice kreditnih rejtinga zasnovan na DE algoritmu koji je prvi put predstavljen u (Jelinek, Makajić-Nikolić, & Milošević, 2021) studiji. Ovaj model će potom biti treniran i testiran nad istim ulaznim podacima kao i IBA-DE model i potom upoređen sa objavljenom tranzicionom matricom od strane *Fitch* kreditne agencije.

Ulazni podaci u model su kreditni rejtingi na intervalu od 19 godina, od 2000. do 2018. godine koji su dati u Tabeli 3 u potpoglavlju 5.1.4. Iako je model predstavljen sistemom jednačina, i samim tim u mogućnosti da podrži veliki broj promenljivih, u ovoj disertaciji će početni broj od 25 različitih rejting kategorija biti sveden na 6 rejting grupa iz četiri razloga.

- Predstavljanje same ideje grupisanja različitih rejtinga pod jednu kategoriju što dalje rezultuje smanjenjem dimenzionalnosti problema.
- Smanjenje razlika između broja rejtinga unutar jedne kategorije (AAA rejting se pojavljuje 280 puta u podacima za trening i testiranje, dok se rejtingi AA+, AA i AA- zajedno pojavljuju 198 puta).
- Izbegavanje nepotrebnog povećavanja dimenzionalnosti problema zbog rejting grupa koje imaju samo po nekoliko rejtinga.
- Poslednji razlog je što *Fitch* agencija pored običnih tranzicionih matrica objavljuje i tranzicione matrice rejting grupa, što će kasnije omogućiti testiranje i poređenje između objavljenih i predviđenih tranzicionih matrica rejting grupa. Rejting grupe, njihove numeričke vrednosti i frekvencije pojavljivanja su date u Tabeli 16.

Tabela 16: Grupe kreditnih rejtinga

| Rejting grupa | Rejting         | Vrednost | Frekvencija pojavljivanja |
|---------------|-----------------|----------|---------------------------|
| AAA*          | AAA             | 100      | 280                       |
| AA*           | AA+, AA, AA-    | 85       | 198                       |
| A*            | A+, A, A-       | 75       | 272                       |
| BBB*          | BBB+, BBB, BBB- | 65       | 309                       |
| BB*           | BB+, BB, BB-    | 55       | 240                       |
| B*            | B+, ..., DDD    | 45       | 278                       |

Uz simbol svake rejting grupe je dodata zvezdica (\*) da bi se razlikovale od simbola običnih kreditnih rejtinga. Numeričke vrednosti za sve rejting grupe sem poslednje (B\*) su dobijene kao aritmetička sredina numeričkih vrednosti rejtinga unutar grupe. U poslednjoj grupi su rejtingi dobijeni kao aritmetička sredina prva tri rejtinga u toj grupi, B+, B i B-, iz dva razloga. Prvi razlog je veći broj ovih rejtinga u odnosu na rejtinge iz C\* i D\* grupa, a drugi razlog je što će rezultujuća tranziciona matrica prikazivati verovatnoće prelaska rejtinga iz jedne rejting grupe u drugu, a iz BB\* grupe je značajno veća verovatnoća prelaska u B\* grupu nego u neku od nižih kategorija. Numeričke vrednosti iz svake rejting grupe se odnose na sve rejtinge u toj grupi (npr. vrednost 75 je korišćena za sve rejtinge unutar A\* grupe, A+, A i A-). Tranziciona matrica za 6 rejting grupa iz Tabele 16 je data u Tabeli 17, gde svaki element,  $p_{i,j}$ , predstavlja verovatnoću promene kreditnog rejtinga iz rejtinga u  $i$ -tom redu u rejting u  $j$ -toj koloni u toku vremenskog perioda od jedne godine. Ovaj vremenski period je izabran iz razloga što se u IBA-DE modelu za predviđanje kreditnih rejtinga rejtingi predviđaju za narednu godinu.

Tabela 17: Tranziciona matrica

| Rejting grupa | AAA*      | ...       | B*        |
|---------------|-----------|-----------|-----------|
| AAA*          | $p_{1,1}$ | ...       | $p_{1,6}$ |
| ...           | ...       | $p_{i,j}$ | ...       |
| B*            | $p_{6,1}$ | ...       | $p_{6,6}$ |

Tranziciona matrica prikazana u Tabeli 17 može biti korišćena za bilo koji broj,  $n$ , kreditnih rejtinga, a u ovoj disertaciji se koristi za problem dimenzionalnosti  $n=6$ . Pre DE optimizacije su uvedena još dva dodatna uslova data u jednačini (7.1).

$$\begin{cases} 0 \leq p_{i,j} \leq 1 \\ \sum_{j=1}^n p_{i,j} = 1 \end{cases} \quad (7.1)$$

Podaci za trening su kreditni rejtinzi iz 19 godina, od 2000 do 2018, a tranziciona matrica će biti predviđena za 2019. godinu. Rejtinzi su prvo podeljeni u parove rejtinga iz uzastopnih godina,  $\{R_k, R_{k+1}\}$ , gde je  $k \in \{2000, 2001, \dots, 2017\}$ . Sledeći korak je definisanje jednačine (7.2) koja predstavlja promenu rejtinga iz  $R_k$  u  $R_{k+1}$  za svaki par rejtinga

$$R_i + \sum_{j=1}^n (p_{i,j} (R_j - R_i)) = R_{i+1} \quad (7.2)$$

Jednačina (7.2) se može podeliti na tri dela. Prvi deo je početni rejting,  $R_i$ , odnosno rejting  $k$ -te godine, koji je u Tabeli 17 dat u  $(j=0)$ -toj koloni i  $i$ -tom redu. Drugi deo je krajnji rejting,  $R_{i+1}$ , odnosno rejting  $(k+1)$ -te godine, koji je u Tabeli 17 dat u  $j$ -toj koloni i  $(i=0)$ -tom redu. Treći deo je zbir proizvoda razlike između potencijalnih rejtinga,  $R_j$ , početnog rejtinga,  $R_i$ , i njihovih odgovarajućih verovatnoća,  $p_{i,j}$ , prelaska iz  $R_i$  u  $R_j$ . Ovaj zbir je dodat na početni rejting,  $R_i$ , i predstavlja sve moguće tranzicije rejtinga  $R_i$  u rejtinge iz  $(i=0)$ -tog reda. Kako rejtinzi najčešće ili ostaju isti ili se pomeraju za jednu kategoriju naviše ili naniže, jasno je da će za prelaska rejtinga u nesusedne kategorije razlika  $(R_j - R_i)$  biti veća a samim tim verovatnoća  $p_{i,j}$  manja. Jednačina (7.2) je potom napisana u drugačijem formatu predstavljenom u jednačini (7.3) kako bi mogla biti korišćena za DE ciljnu funkciju.

$$R_i + \sum_{j=1}^n (p_{i,j} (R_j - R_i)) - R_{i+1} = 0 \quad (7.3)$$

Model se sastoji od sistema jednačina u obliku koji je prikazan u jednačini (7.3), gde svaka jednačina predstavlja jednogodišnju promenu rejtinga, dok verovatnoće  $p_{i,j}$  predstavljaju elemente nad kojima je rađena DE optimizacija i koje su takođe i izlaz iz DE algoritma. Ciljna funkcija DE algoritma se dobija sabiranjem levih i desnih strana svih jednačina tipa (7.3).

*Primer: Ukoliko država ima sledeći niz kreditnih rejtinga u toku četiri godine: AA, AA, AA, AAA, ciljna DE funkcija je data u jednačini (7.4).*

$$f_{DE} = 2 \times \left( 85 + \sum_{j=1}^6 (p_{2,j} (R_j - 85)) - 85 \right) + \left( 85 + \sum_{j=1}^6 (p_{2,j} (R_j - 85)) - 100 \right) \quad (7.4)$$

gde je 85 numerička vrednost AA rejtinga, 100 numerička vrednost AAA rejtinga,  $R_j$  predstavlja bilo koji rejting od AAA ( $j=1$ ) do B ( $j=6$ ), a  $p_{2,j}$  predstavlja odgovarajuću verovatnoću prelaska rejtinga iz druge rejting grupe, AA\*.

Skup podataka za testiranje se sastoji od  $(19-1) \times 83 = 1494$  parova kreditnih rejtinga za 83 države tokom 19 godina, što rezultira sa isto toliko jednačina od kojih je potom dobijena funkcija cilja za DE algoritam. Model je testiran sa različitim vrednostima hiperparametara DE algoritma, gde su one dobijene kao i za IBA-DE model, na način opisan u potpoglavlju 6.1, odnosno kontrolnim parametrima su dodeljivane vrednosti u opsegu od 0.1 do 0.9 sa stopom rasta od 0.1, dok su tri različite veličine populacije bile 10, 100 i 1000. Uslovi za prekid optimizacije su takođe identični onima objašnjenim u potpoglavlju 6.1, i zasnivaju se na dostizanju predefinisane tačnosti ( $f_{DE} = 0$ ), broja iteracija (1000000) ili broja uzastopnih iteracija sa istom vrednošću funkcije cilja (100). Prilikom generisanja početne populacije svako potencijalno rešenje mora da zadovoljava i uslove definisane jednačinom (7.1).

## 7.1. Rezultati predviđanja tranzicionih matrica

Za razliku od od IBA-DE modela, uticaj kontrolnih parametara nije zanemarljiv, već su najbolji rezultati postignuti za  $F = 0.8$  i  $Cr = 0.9$  vrednosti, što dalje implicira da algoritam daje najbolje rezultate prilikom većeg diverziteta i „grublje“ pretrage sa većim distancama između potencijalnih rešenja. Rezultujuća tranziciona matrica je predstavljena u Tabeli 18, dok je matrica objavljenih tranzicionih verovatnoća od strane *Fitch* agencije za 2019<sup>13</sup> godinu data u Tabeli 19.

<sup>13</sup> <https://www.fitchratings.com/research/sovereigns/sovereign-2019-transition-default-study-28-04-2020>

Tabela 18: Predvideni rejtni za 2019. godinu

| Rejting grupa | AAA*  | AA*   | A*    | BBB*  | BB*   | B*    |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| AAA*          | 95.27 | 4.73  | -     | -     | -     | -     |
| AA*           | 5.63  | 91.7  | 2.67  | -     | -     | -     |
| A*            | -     | 12.53 | 84.14 | 3.33  | -     | -     |
| BBB*          | -     | 13.29 | 10.52 | 63.28 | 8.49  | 4.42  |
| BB*           | -     | -     | -     | 5     | 90    | 5     |
| B*            | -     | -     | -     | -     | 17.54 | 82.44 |

Tabela 19: Rejtni objavljeni od strane *Fitch* agencije za 2019. godinu

| Rejting grupa | AAA* | AA* | A*  | BBB* | BB*   | B*    |
|---------------|------|-----|-----|------|-------|-------|
| AAA*          | 100  | -   | -   | -    | -     | -     |
| AA*           | -    | 100 | -   | -    | -     | -     |
| A*            | -    | -   | 100 | -    | -     | -     |
| BBB*          | -    | -   | -   | 100  | -     | -     |
| BB*           | -    | -   | -   | 4.76 | 85.72 | 9.52  |
| B*            | -    | -   | -   | -    | 3.33  | 96.67 |

Tranzicione matrice predviđenih i pravih verovatnoća su slične, uz napomenu da je matrica objavljena od strane *Fitch* agencije sličnija dijagonalnoj matrici, odnosno verovatnoće prelaska za prve četiri rejting grupe su 1. Ovo je posledica toga što je predloženi DE treniran na podacima iz prethodnih 18 godina, koje uključuju i razne krize koje su se dešavale u tom periodu, poput finansijske krize iz 2008. godine, i stoga su mogući i prelazi između, a ne samo unutar rejting grupa. Zaključak je da je ovaj model osetljiviji nego IBA-DE model na vremenski period koji se koristi prilikom testiranja, pošto obuhvatanje dužih vremenskih perioda ovde može biti kontraproduktivno. Ovo je posledica toga što su prelasci iz jedne rejting grupu u drugu ređi nego prelasci iz jednog kreditnog rejtinga u drugi, i stoga je margina za grešku manja, odnosno model je najbolje trenirati na podacima iz perioda koji je sličan periodu za koji se tranziciona matrica predviđa. Konačno, i predviđena i prava tranziciona matrica daju veće verovatnoće ostanka u rejting grupi ukoliko su rejtni jako visoki ili jako niski, dok su verovatnoće izlaska iz rejting grupe veće za rejting grupe oko srednjih kategorija. MSE između DE modela i *Fitch* modela je 76.17, što je prihvatljivo i smatrano kao dobar rezultat imajući u vidu jednostavnost modela i njegove mogućnosti za unapređenje.

Glavna prednost ovog modela, pored jednostavnosti, je fleksibilnost koja se odnosi na mogućnost prilagođavanja problemu, odnosno entitetu, ili skupu entiteta za koji se predviđa tranziciona matrica. Prvi deo modela koji je podložan prilagođavanju je dodeljivanje numeričkih vrednosti kreditnim rejtinima. U predloženom modelu, dodeljeni rejtni su jedinstveni i simetrični, dok to ne mora uvek biti slučaj, pogotovu ukoliko je naglasak predviđanja na određenim potkategorijama. Takođe, iz sličnog razloga se model može svesti na samo određene rejting grupe i na taj način povećati preciznost eliminišući tranzicije u rejtinge koji su malo verovatni da se obistine. DE algoritam se takođe može poboljšati promenom objekta nad kojim se vrši optimizacija. Umesto optimizacije nad celokupnom tranzicionom matricom, svaki od njenih redova se može zasebno optimizovati. Ovo je moguće iz razloga što su redovi unutar tranzicione matrice nezavisni, jer svaki predstavlja verovatnoće prelaska kreditnog rejtinga iz njegove rejting grupe u bilo koju drugu. Stoga, ovaj način promene objekta optimizacije se može posmatrati kao podela jednog DE modela na  $n$  manjih DE modela, gde je  $n$  broj rejting grupa u tranzicionoj matrici, dok ciljna funkcija ostaje nepromenjena. Na ovaj način se više pažnje posvećuje svakoj individualnoj grupi rejtinga, umesto da se tranziciona matrica formira na osnovu ukupnog MSE za sve rejting grupe. Kako bi se očuvale performanse modela, broj iteracija svakog manjeg DE modela je podeljen sa  $n$ .

## **8. Zaključak**

Tema ove disertacije je uvođenje novog hibridnog IBA-DE pristupa i njegova primena za predviđanje kreditnog rejtinga država. U radu su prvo dati pregled i analiza teorijskih koncepta koji se koriste u pristupu: IBA i DE algoritma. Prikazane su različite varijacije DE algoritma, kao i metodologije zasnovane na IBA, poput LA. Potom je dat pregled studija koje se bave primenama DE i LA u različitim sferama poslovanja. Nakon toga su definisani pojmovi kreditnog rizika i kreditnog rejtinga, kao i njihov značaj za ekonomiju države. Sledi urađen detaljan pregled studija koje se bave predviđanjem kreditnih rejtinga korišćenjem ekonometrijskih metoda, kao i metoda računarske inteligencije i mašinskog učenja. Zaključuje se da je moguće predvideti kreditne rejtinge pomoću navedenih metodologija, ali se najveći broj studija ograničava na kratke vremenske intervale i male uzorke testiranja, što dovodi do sumnje u primenjivost predloženih modela na širi spektar problema. Većina ranijih studija takođe najčešće ne daje jasan prikaz modela, pseudo kod, niti odgovor na pitanje da li je predloženi model bolji od ostalih modela sa kojima je poređen, i pod kojim uslovima. Na ovaj način su predloženi modeli najčešće ograničeni na akademska istraživanja uz malu šansu za njihovu praktičnu primenu u realnim situacijama.

Kao odgovor na iznete kritike, u ovoj disertaciji je izložen hibridni IBA-DE pristup koji je primenjen za predviđanje kreditnih rejtinga država. U izloženom pristupu, IBA se koristi za transformaciju ulaza u oblik pogodan za optimizaciju i kasnije tumačenje dobijenih rezultata, dok se DE koristi za dobijanje optimalnog logičkog IBA izraza za predviđanje kreditnog rejtinga. Kako bi predloženi model bio model bele kutije, odnosno kako bi se mogle identifikovati zavisnosti između ulaza i izlaza, ceo pristup je definisan u IBA okviru. Mana ove metodologije je eksponencijalni rast dimenzija problema sa povećanjem ulaza. Ulazi su makroekonomski indikatori koji posmatraju stanje države sa finansijskog, ekonomskog i socijalnog aspekta. Važno je napomenuti da su i pristup i svi korišćeni podaci transparentni i javno dostupni kako bi ovaj pristup našao primenu u industriji, van akademskih okvira. U disertaciji su izložena dva modela sistema za predviđanje, jednoaspektni i višenaspektni. Jednoaspektni model koristi

makroekonomske indikatore iz istog sektora kao ulaze, odnosno posmatra kreditni rejting sa samo jednog aspekta. Višespektni model koristi više grupa makroekonomskih indikatora kako bi modelovao kreditni rejting. Izlazi iz DE optimizacije jednoaspektnih modela su ulazi u višespektni model, čime se zaobilazi problem eksponencijalnog rasta logičkog modela usled višedimenzionalnosti ulaza. Na ovaj način je pokušano da se odgovori na problem višedimenzionalnosti.

Oba modela su testirana na periodu od 19 godina kako bi se obuhvatili i volatilni periodi nastali kao posledice finansijskih kriza. Dobijeni rezultati su potom upoređeni sa rezultatima dobijenim korišćenjem neuronskih mreža i metode nosećih vektora, koje su odabrane kao reperne metodologije zbog učestalosti primene na navedeni problem. Pri uporednom testiranju, jednoaspektni IBA-DE model koji je koristio makroekonomske indikatore stabilnosti je pokazao najbolje performanse. Ovaj model se pokazao boljim čak i od metodologija koje su koristile sve, a ne samo jednu grupu indikatora. Pored toga, jedna od glavnih odlika IBA-DE pristupa je i pružanje uvida u korelacije između ulaza i izlaza, odakle je potvrđena teorija o visokom uticaju istorijskih kreditnih rejtinga na buduće rejtinge. Kako bi ovaj podatak bio bolje iskorišćen, u disertaciji je predstavljena i ideja o modelovanju tranzicione matrice kreditnih rejtinga putem sistema jednačina i DE algoritma. Ukoliko bi IBA-DE model ukazao na promenu budućeg rejtinga, ova matrica bi bila primenjena prilikom određivanja verovatnoće promene kreditnog rejtinga.

Na kraju se zaključuje da je IBA-DE pristup pokazao bolje performanse nego klasične metode računarske inteligencije i mašinskog učenja za predviđanje kreditnog rejtinga i da je pritom transparentan i pruža uvid u uticaj ulaza na krajnji izlaz, što nije slučaj sa repnim metodama.

## 8.1. Osvrt na postavljene hipoteze i ostvarene doprinose

U ovom delu rada dat je osvrt na postavljene hipoteze i ostvarene naučne doprinose. Sa gledišta postavljenih **pomoćnih hipoteza** može se zaključiti sledeće:

- *Moguće je predviđati kreditne rejtinge država koristeći metode računarske inteligencije.*

U potpoglavlju 3.3 je dat pregled literature za predviđanje kreditnih rejtinga država korišćenjem prvo klasičnih, odnosno ekonometrijskih metoda, a potom i korišćenjem



metoda računarske inteligencije i mašinskog učenja. Pregled radova je potvrdio postojanje velikog broja studija koje se bave ne samo predviđanjem kreditnog rejtinga država, već i predviđanjem kreditnog rejtinga obveznica, kreditnog rizika i verovatnoće bankrota. Studije su pokazale da je moguće, uz manju ili veću uspešnost, predviđati kreditne rejtinge, ali uz određena ograničenja poput malih uzoraka i kratkih vremenskih perioda za koje se predviđanje vrši, uvođenja pretpostavki o podacima koji se koriste kao i nedostatka analize dobijenih rezultata. Takođe nije bilo moguće izdvojiti jednu metodologiju koja je pokazala veću uspešnost predviđanja kreditnih rejtinga u poređenju sa svim ostalim. Još jedan od nedostataka testiranih metodologija je nepostojanje transparentnosti, odnosno nemogućnost identifikacije zavisnosti ulaza od izlaza, i posledično nemogućnost dalje analize dobijenih rezultata.

- *Diferencijalna evolucija se može koristiti kao samostalni algoritam za predviđanje kreditnih rejtinga država.*

Pregled literature je pokazao da je moguće koristiti DE za predviđanje kreditnog rejtinga, iako je češće korišćen kao optimizaciona metoda za nadogradnju nekog drugog algoritma mašinskog učenja.

U potpoglavlju 2.3 je pokazano da je jedna od osnovnih odlika DE algoritma to što ne zahteva detaljno poznavanje problema koji se rešava, već je samo potrebno definisati funkciju cilja, njena ograničenja i domen pretrage. Na ovaj način je DE algoritam odvojen od funkcionalnog dela problema i pretragu za optimalnim rešenjem svodi na problem optimizacije. U poglavlju 4 su dati osnovni koraci IBA-DE pristupa. Prvi i četvrti korak su zasnovani na primeni IBA transformacija i analiza, dok se DE algoritam primenjuje u drugom (treniranje modela) i trećem (testiranje modela) koraku. Prvi i četvrti korak su neophodni u IBA-DE pristupu kako bi se mogla vršiti interpretacija dobijenih rezultata, ali nisu neophodni uslovi za uspešnu realizaciju DE algoritma. Ulazi, odnosno indikatori se mogu proslediti DE algoritmu bez prethodne transformacije, što rezultuje DE optimizacijom nad kategoričkim umesto kontinualnim domenom, čime se eliminiše neophodnost četvrtog koraka. Stoga je u ovoj disertaciji pokazano da je moguće koristiti samo DE algoritam, odnosno drugi i treći korak predloženog IBA-DE modela zajedno sa ulazima datim u potpoglavlju 5.1 kako bi se predvideli kreditni rejtingi država.

- *Interpolativna Bulova algebra se može primeniti kao osnova za logičku metodu agregacije faktora.*

U potpoglavlju 2.2.5 je prikazana metoda agregacije u IBA okviru, odnosno logička agregacija, čija je osnovna uloga mapiranje primarnih IBA atributa u reprezentativnu vrednost korišćenjem logičkih operatora. Proces logičke agregacije se unutar IBA okvira definiše kroz normalizaciju vrednosti primarnih atributa na jedinični interval i potom njihovu agregaciju u jednu reprezentativnu vrednost preko (pseudo) logičke funkcije korišćenjem generalizovanog (pseudo) Bulovog polinoma.

- *Moguće je predložiti hibridni model za predviđanje kreditnih rejtinga država zasnovan na IBA i DE, gde će se DE koristiti za optimizaciju a IBA za jasan prikaz rešenja i modelovanje ulaznih parametara.*

U poglavlju 4 je predstavljen hibridni IBA-DE pristup zasnovan na tehnikama mašinskog učenja i računarske inteligencije, da bi potom primena modela bila predstavljena na problemu predviđanja kreditnih rejtinga država u poglavlju 5. Hibridni IBA-DE model je zasnovan na dva stuba: IBA i DE, gde se IBA koristi za modelovanje kreditnog rejtinga (logičkom agregacijom ulaznih vrednosti) i tumačenje rezultata, dok se DE koristi za optimizaciju logičkog IBA izraza za predviđanje. Dobijeni rezultati predviđanja su prikazani u potpoglavlju 6.2, dok je u potpoglavlju 6.3 data interpretacija rezultata putem analize optimalnih strukturnih vektora koji su izlaz iz DE optimizacije. Rezultat interpretacije je uticaj svakog od ulaza na krajnji izlaz, što dalje omogućava podešavanje ulaznih parametara modela kroz odstranjivanje onih koji poseduju najmanju korelaciju sa ulazom.

- *Predloženi hibridni model iz ugla performansi i transparentnosti nadmašuje pojedine konvencionalne metode mašinskog učenja.*

U potpoglavlju 6.4 je data komparativna analiza rezultata postignutim korišćenjem IBA-DE modela sa rezultatima dobijenim putem neuronskih mreža i metodom nosećih vektora. Kako bi rezultati bili verodostojni korišćeno je više različitih modela navedenih

tehnika. U 5 od 6 slučajeva (za različite grupe ulaznih indikatora) je jednoaspektni IBA-DE model pokazao bolje performanse repernih modela, dok su rezultati dobijeni korišćenjem makroekonomskih indikatora stabilnosti nadmašili čak i modele neuronskih mreža i metode nosećih vektora koji su koristili sve tri grupe ulaznih indikatora.

IBA-DE pristup je koncipiran kao model bele kutije, odnosno na transparentan način je prikazan uticaj svakog od ulaza na krajnji izlaz iz modela. Ovo nije slučaj sa preostale dve metodologije, ni neuronske mreže niti metoda nosećih vektora ne nude mogućnost za detaljnu analizu i interpretaciju dobijenih modela i rezultata. Stoga se zaključuje da je IBA-DE model pokazao i bolje performanse i veću transparentnost od ostalih modela testiranih u ovoj disertaciji, čime je potvrđena gorenavedena hipoteza.

Na osnovu argumenata koji potvrđuju pomoćne hipoteze, može se zaključiti da je potvrđena i **osnovna hipoteza**:

- *Moguće je predviđati kreditne rejtinge država koristeći model zasnovan na IBA pristupu i diferencijalnoj evoluciji.*

Među ostvarenim naučnim i stručnim doprinosima izdvajaju se:

- Pregled, sistematizacija i kritički osvrt na postojeće metodologije predviđanja kreditnog rejtinga država sa naglaskom na metode računarske inteligencije i mašinskog učenja;
- Korišćenje algoritma diferencijalne evolucije u razvoju modela za predviđanje kreditnog rejtinga država;
- Korišćenje IBA za logičko modelovanje kreditnog rejtinga država;
- Razvoj novog hibridnog IBA-DE pristupa za predviđanje koji se može koristiti u različitim oblastima;
- Primena novog hibridnog IBA-DE pristupa za predviđanje kreditnog rejtinga država;
- Razvoj metodologije za modelovanje tranzicione matrice kreditnih rejtinga zasnovane na algoritmu diferencijalne evolucije;
- Društveni doprinos se ugleda u mogućnosti primene predloženog IBA-DE pristupa na probleme iz oblasti finansija, kao i na različite realne probleme iz drugih sfera;

## 8.2. Mogući pravci budućeg istraživanja

Hibridni IBA-DE pristup koji je predstavljen u ovoj disertaciji je zaokružena celina, odnosno može se primeniti na široki spektar problema predviđanja nad kontinualnim i diskretnim domenima. Ipak, kako je jedna od osnovnih karakteristika ovog modela fleksibilnost, model se može dodatno unapređivati kako bi se prilagodio specifičnim problemima. Stoga su izdvojeni sledeći pravci budućeg istraživanja:

### 1. *Unapređenje DE algoritma*

Umesto korišćenja standardnog DE algoritma predstavljenog u potpoglavlju 2.3.2, algoritam je moguće zameniti jednim od njegovih hibrida predstavljenih u potpoglavlju 2.3.3.2. Na ovaj način je moguće dodatno prilagoditi optimizacioni deo algoritma problemu za koji se koristi. Pored uvođenja hibridizacije, moguće je primeniti i posebne strategije za dobijanje kontrolnih parametara DE algoritma, od kojih su neke predstavljene u potpoglavlju 2.3.3.1. Menjanjem vrednosti kontrolnih parametara u toku same optimizacije se postiže bolji efekat prilikom pretrage nehomogenih domena. Ipak, i hibridizacija i uvođenje strategija za kontrolne parametre vode ka uslozňjavanju modela. Stoga se uslozňjavanje DE algoritma preporučuje samo ukoliko postoji opravdanost uvođenja ovih unapređenja zarad boljih performansi modela kod problema koji se rešava.

### 2. *Korišćenje drugih vrsta ulaznih indikatora*

U ovoj disertaciji su korišćene dve vrste makroekonomskih indikatora, indikatori stabilnosti i aktivnosti, kao i indikatori koji predstavljaju socijalni sektor. Pored ovih indikatora moguće je koristiti i druge indikatore koji opisuju privredu, poljoprivredu, ulaganje u ekologiju i infrastrukturu, kao i indeks korupcije. Ideja je da što više različitih indikatora bude testirano kako bi se eliminisali oni sa niskim uticajem na krajnji izlaz. Ovo važi ne samo za problem predviđanja kreditnog rejtinga država, već i za bilo koji drugi optimizacioni problem koji zahteva određen nivo ekspertskog predznanja pre pokretanja optimizacije.

### 3. *Uvođenje tranzicione matrice*

U poglavlju 7 je predstavljena ideja modelovanja tranzicione matrice korišćenjem DE algoritma i sistema jednačina koje modeluju verovatnoće promene rejtinga iz jedne rejting kategorije u drugu. Imajući u obziru činjenicu da kreditni rejtingi imaju tendenciju da se ne menjaju u toku vremena, osnovna ideja unapređenja IBA-DE modela je korišćenje modelovane tranzicione matrice kako bi se odredila verovatnoća promene kreditnih rejtinga. Ukoliko se nultom hipotezom definiše nemenjanje kreditnog rejtinga u toku određenog vremenskog perioda, uvođenjem tranzicione matrice se smanjuje greška prve vrste, odnosno verovatnoća da model predvidi promenu kreditnog rejtinga kada on ostaje nepromenjen. Stoga, za entitete za koje već postoje istorijski kreditni rejtingi, uvođenje tranzicione matrice može rezultovati boljim performansama nego modelovanje rejtinga na osnovu spoljnih faktora.

### 4. *Korišćenje alata za smanjivanje višedimenzionalnosti*

Jedan od nedostataka IBA-DE modela je nemogućnost korišćenja velikog broja različitih ulaza zbog eksponencijalnog rasta dimenzija samog problema, što je cena koja se plaća zarad transparentnosti i interpretabilnosti rezultata. Sa tim u vidu, moguće je uvesti metodologije za smanjenje dimenzionalnosti poput analize glavnih komponenti, faktorske analize, linearne diskriminantne analize i drugih linearnih i nelinearnih metodologija koje se bave ovim problemom. Na taj način je moguće svesti veći broj ulaznih indikatora na broj koji je prihvatljiv za IBA-DE model. Ovakvim modelovanjem, ukoliko je ono moguće (što zavisi od ulaznih indikatora i prirode problema), se smanjuje potreba za testiranjem više različitih ulaza i odstranjivanjem onih sa nižom korelacijom, što je predloženo u drugom od četiri pravca unapređivanja IBA-DE modela.

Konačno, treba imati u vidu da sva četiri gorenavedena poboljšanja rezultuju složenijim modelom, koji je već po svojoj prirodi hibridan i samim tim ne spada u modele koje je izuzetno lako primeniti. Iz tog razloga je preporučena primena osnovnog IBA-DE modela dok ukoliko rezultati nisu u skladu sa očekivanjima, problem treba dodatno spoznati i analizirati i nakon toga primeniti odgovarajuće unapređenje.

*It's not until you're broken that you find your sharpest edge*

Mark Lawrence, *Red Sister*

## 9. Literatura

1. Abdel-Hamid, O., A.-r. Mohamed, H. Jiang, L. Deng, G. Penn, & D. Yu, *Convolutional Neural Networks for Speech Recognition*. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2014. 22(10): p. 1533-1545.
2. Abdullah, A., S. Deris, S. Anwar, & S.N.V. Arjunan, *An evolutionary firefly algorithm for the estimation of nonlinear biological model parameters*. PLoS ONE, 2013. 8(3).
3. Abiyev, R.H., *Credit Rating Using Type-2 Fuzzy Neural Networks*. Mathematical Problems in Engineering, 2014. 2014: p. 1-8.
4. Adeli, H., & S.-L. Hung, *Machine learning: neural networks, genetic algorithms, and fuzzy systems*. 1994: Willey.
5. Afonso, A., *Understanding the Determinants of Sovereign Debt Ratings: Evidence of the Two Leading Agencies*. Journal of Economics and Finance, 2003. 27(1): p. 56-74.
6. Afonso, A., D. Furceri, & P. Gomes, *Sovereign credit ratings and financial markets linkages: Application to European data*. Journal of International Money and Finance, 2012. 31(3): p. 606-638.
7. Afonso, A., P. Gomes, & P. Rother, *What 'Hides' Behind Sovereign Debt Ratings*. Working Paper Series, European Central Bank., 2007. 711.
8. Afonso, A., P. Gomes, & P. Rother, *Ordered response models for sovereign debt ratings*. Applied Economics Letters, 2009. 16(8): p. 769-773.
9. Afonso, A., P. Gomes, & P. Rother, *Short and Long-run Determinants of Sovereign Debt Credit Ratings*. International Journal of Finance and Economics, 2011. 16(1): p. 1-15.
10. Akkoç, S., *An empirical comparison of conventional techniques, neural networks and the three stage hybrid Adaptive Neuro Fuzzy Inference System (ANFIS) model for credit scoring analysis: The case of Turkish credit card data*. European Journal of Operational Research, 2012. 222(1): p. 168-178.

11. Al-Jarrah, O.Y., P.D. Yoo, S. Muhaidat, G.K. Karagiannidis, & K. Taha, *Efficient Machine Learning for Big Data: A Review*. Big Data Research, 2015. 2(3): p. 87-93.
12. Alexe, S., P.L. Hammer, A. Kogan, & M.A. Lejeune, *A non-recursive regression model for country risk rating*. RUTCOR-Rutgers University Research Report RRR, 2003. 9: p. 1-40.
13. Allen, L., J. Boudoukh, & A. Saunders, *Understanding Market, Credit, and Operational Risk: The Value at Risk Approach*. 2004: Blackwell.
14. Alloghani, M., D. Al-Jumeily Obe, & J. Mustafina, *A Systematic Review on Supervised and Unsupervised Machine Learning Algorithms for Data Science*, in *Supervised and Unsupervised Learning for Data Science*, Springer, Editor. 2020.
15. Alsakka, R., & O. ap Gwilym, *Leads and lags in sovereign credit ratings*. Journal of Banking & Finance, 2010. 34(11): p. 2614-2626.
16. Ammar, S., W. Duncombe, Y. Hou, B. Jump, & R. Wright, *Using fuzzy rule-based systems to evaluate overall financial performance of governments*. Public Budgeting Finance, 2002. 21(4): p. 91-110.
17. Amtenbrink, F., & J. de Haan, *Regulating Credit Ratings in the European Union: A Critical First Assessment of Regulation 1060/2009 on Credit Rating Agencies*. Common Market Law Review, 2009. 46(6).
18. Athey, S., *The Impact of Machine Learning on Economics*, in *The Economics of Artificial Intelligence: An Agenda*. 2019, University of Chicago Press: Chicago. p. 507-552.
19. Bäck, T., *Evolutionary algorithms in theory and practice: evolution strategies, evolutionary programming, genetic algorithms*. 1996: Oxford University Press.
20. Baesens, B., T. Van Gestel, S. Viaene, M. Stepanova, J. Suykens, & J. Vanthienen, *Benchmarking state-of-the-art classification algorithms for credit scoring*. Journal of the Operational Research Society, 2003. 54: p. 627-635.
21. Baklouti, I., *A Credit Scoring Model for Microfinance Bank Based on Fuzzy Classifier Optimized by a Differential Evolution Algorithm*. The IUP Journal of Financial Risk Management, 2014. 11(2): p. 7-24.
22. Basak, A., D. Maity, & S. Das, *A differential invasive weed optimization algorithm for improved global numerical optimization*. Applied Mathematics and Computation, 2013. 219(12): p. 6645-6668.

23. Basel Committee on Banking Supervision, R., *Principles for the Management of Credit Risk*. 2000.
24. Basel Committee on Banking Supervision, R., *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards* 2006.
25. Basel Committee on Banking Supervision, R., *Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems - revised version June 2011*. 2016.
26. Beirne, J., & M. Fratzscher, *The pricing of sovereign risk and contagion during the European sovereign debt crisis*. *Journal of International Money and Finance*, 2013. 34: p. 60-82.
27. Bengio, Y., D.-H. Lee, J. Bornschein, T. Mesnard, & Z. Lin, *Towards Biologically Plausible Deep Learning*. arXiv, 2016. 1502.04156.
28. Bennell, J.A., D. Crabbe, S. Thomas, & O. ap Gwilym, *Modelling sovereign credit ratings: Neural networks versus ordered probit*. *Expert Systems with Applications*, 2006. 30(3): p. 415-425.
29. Benvenuto, N., & F. Piazza, *On the complex backpropagation algorithm*. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992. 40(4): p. 967-969.
30. Beyer, H.-G., & H.-P. Schwefel, *Evolution strategies – A comprehensive introduction*. *Natural Computing*, 2002. 1: p. 3-52.
31. Bhatia, A.V., *Sovereign Credit Ratings Methodology an Evaluation*, in *IMF Working Paper No. 02/170*. 2002, International Monetary Fund.
32. Bianchi, L., M. Dorigo, L.M. Gambardella, & W.J. Gutjahr, *A survey on metaheuristics for stochastic combinatorial optimization*. *Natural Computing*, 2009. 8(2): p. 239–287.
33. Bissoondoyal-Bheenick, E., *An analysis of the determinants of sovereign ratings*. *Global Finance Journal*, 2005. 15(3): p. 251-280.
34. Bissoondoyal-Bheenick, E., R. Brooks, & A.Y.N. Yip, *Determinants of sovereign ratings: A comparison of case-based reasoning and ordered probit approaches*. *Global Finance Journal*, 2006. 17(1): p. 136-154.
35. Biswal, B., H.S. Behera, R. Bisoi, & P.K. Dash, *Classification of power quality data using decision tree and chemotactic differential evolution based fuzzy clustering*. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2012. 4: p. 12-24.



36. Blaurock, U., *Control and Responsibility of Credit Rating Agencies*. Journal of Comparative Law, 2007. 11.
37. Blum, C., & A. Roli, *Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison*. ACM Computing Surveys, 2001. 35: p. 268-308.
38. Bogojević-Arsić, V., *Upravljanje finansijskim rizikom*. 2009, Beograd: SZR "Kragulj".
39. Boole, G., *The calculus of logic*. Cambridge and Dublin Mathematical Journal, 1848. 3: p. 183-198.
40. Boser, B.E., I.M. Guyon, & V.N. Vapnik. *A training algorithm for optimal margin classifiers*. in *Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory*. 1992.
41. Boykin, S., & A. Merlino, *Machine learning of event segmentation for news on demand*. Communications of the ACM, 2000. 43(2): p. 35-41.
42. Bozic, V., & C. Magazzino, *Credit Rating Agencies: The Importance of Fundamentals in the Assessment of Sovereign Ratings*. Economic Analysis and Policy, 2013. 43(2): p. 157-176.
43. Brest, J., B. Bošković, S. Greiner, V. Žumer, & M.S. Maučec, *Performance comparison of self-adaptive and adaptive differential evolution algorithms*. Soft Computing, 2007. 11(7): p. 617-629.
44. Brest, J., S. Greiner, B. Bošković, M. Mernik, & V. Žumer, *Self-Adapting Control Parameters in Differential Evolution: A Comparative Study on Numerical Benchmark Problems*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006. 10(6): p. 646-657.
45. Brest, J., V. Žumer, & M.S. Maučec. *Self-adaptive differential evolution algorithm in constrained real-parameter optimization*. in *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. 2006. Vancouver, Canada.
46. Broner, F., A. Martin, & J. Ventura, *Sovereign risk and secondary markets*. American Economic Review, 2010. 100(4): p. 1523-1555.
47. Brooks, R., R.W. Faff, D. Hillier, & J. Hillier, *The national market impact of sovereign rating changes*. Journal of Banking & Finance, 2001. 28(1): p. 233-250.
48. Brown, F.M., *Boolean Reasoning: The Logic of Boolean Equations*. 1990: Springer.

49. Buczak, A.L., & E. Guven, *A Survey of Data Mining and Machine Learning Methods for Cyber Security Intrusion Detection*. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016. 18(2): p. 1153-1176.
50. Burden, F., & D. Winkler, *Bayesian Regularization of Neural Networks*, in *Artificial Neural Networks*. 2009, Humana Press. p. 23-42.
51. Butler, A.W., & L. Fauver, *Institutional environment and sovereign credit ratings*. Financial Management, 2006. 35(3): p. 53-79.
52. Byvatov, E., & G. Schneider, *Support vector machine applications in bioinformatics*. Applied Bioinformatics, 2003. 2(2): p. 67-77.
53. Cantor, R., & F. Packer, *Determinants and Inputs of Sovereign Credit Ratings*. FRBNY Economic Policy Review, 1996. 2(2): p. 37-53.
54. Chakraborti, T., A. Chatterjee, A. Halder, & A. Konar, *Automated emotion recognition employing a novel modified binary quantum-behaved gravitational search algorithm with differential mutation*. Expert Systems, 2015. 32(4): p. 522-530.
55. Chan, W., N. Jaitly, Q. Le, & O. Vinyals, *Listen, attend and spell: A neural network for large vocabulary conversational speech recognition*, in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. 2016: Shanghai, China.
56. Chang, L., C. Liao, W.B. Lin, L.-L. Chen, & X. Zheng, *A hybrid method based on differential evolution and continuous ant colony optimization and its application on wideband antenna design*. Progress In Electromagnetics Research, 2012. 122.
57. Chen, M.-C., & S.-H. Huang, *Credit scoring and rejected instances reassigning through evolutionary computation techniques*. Expert Systems with Applications, 2003. 24(4): p. 433-441.
58. Chen, S.-S., H.-Y. Chen, C.-C. Chang, & S.-L. Yang, *The relation between sovereign credit rating revisions and economic growth*. Journal of Banking & Finance, 2016. 64: p. 90-100.
59. Chi, B.-W., & C.-C. Hsu, *A hybrid approach to integrate genetic algorithm into dual scoring model in enhancing the performance of credit scoring model*. Expert Systems with Applications, 2012. 39(3): p. 2650-2661.
60. Choy, S.Y., M.M. Chit, & W.L. Teo, *Sovereign credit ratings: Discovering unorthodox factors and variables*. Global Finance Journal, 2021. 48.

61. Collin-Dufresne, P., R.S. Goldstein, & J.S. Martin, *The determinants of credit spread changes*. *The Journal of Finance*, 2002. 56(6).
62. Collobert, R., & J. Weston. *A unified architecture for natural language processing: deep neural networks with multitask learning*. in *25th International Conference on Machine Learning*. 2008. Helsinki, Finland.
63. Collobert, R., J. Weston, L. Bottou, M. Karlen, K. Kavukcuoglu, & P. Kuksa, *Natural Language Processing (Almost) from Scratch*. *Journal of Machine Learning Research*, 2011. 12: p. 2493-2537.
64. Corsetti, G., K. Kuester, A. Meier, & G.J. Müller, *Sovereign risk, fiscal policy, and macroeconomic stability*. *The Economic Journal*, 2013. 123(556): p. F99-F132.
65. Cortes, C., & V.N. Vapnik, *Support-Vector Networks*. *Machine Learning*, 1995. 20(3): p. 273-297.
66. Cosset, J.-C., & J. Roy, *The determinants of country risk ratings*. *Journal of International Business Studies*, 1991. 22(1): p. 135-142.
67. Crotty, J., *Structural causes of the global financial crisis: a critical assessment of the 'new financial architecture'*. *Cambridge Journal of Economics*, 2009. 33(4): p. 563-580.
68. Daniels, H., & B. Kamp, *Application of MLP Networks to Bond Rating and House Pricing*. *Neural Computing & Applications*, 1999. 8(3): p. 226-234.
69. Das, S., S.S. Mullick, & P.N. Suganthan, *Recent advances in differential evolution - An updated survey*. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2016. 27: p. 1-30.
70. Das, S., & P.N. Suganthan, *Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art*. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011. 15(1): p. 4-31.
71. Dash, R., P.K. Dash, & R. Bisoi, *A self adaptive differential harmony search based optimized extreme learning machine for financial time series prediction*. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2014. 19: p. 25-42.
72. De Haan, J., & F. Amtenbrink, *Handbook of Central Banking, Financial Regulation and Supervision*. 2011, Edward Elgar Publishing Limited.
73. De Spiegeleer, J., D.B. Madan, S. Reyners, & W. Schoutens, *Machine learning for quantitative finance: fast derivative pricing, hedging and fitting*. *Quantitative Finance*, 2018. 18(10): p. 1635-1643.

74. Deng, L., & D. Yu, *Deep Learning: Methods and Applications*. Foundations and Trends in Signal Processing, 2014. 7(3-4): p. 197–387.
75. Deo, R.C., *Machine learning in medicine*. Circulation, 2015. 132(20): p. 1920–1930.
76. Desai, V.S., D.G. Conway, J.N. Crook, & G.A. Overstreet, *Credit scoring models in the credit union environment using neural networks and genetic algorithms*. IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry, 1997. 8(4): p. 323-346.
77. Desai, V.S., J.N. Crook, & G.A. Overstreet, *A comparison of neural networks and linear scoring models in the credit union environment*. European Journal of Operational Research, 1996. 95(1): p. 24–37.
78. Doerr, B., & W. Yheng, *Working principles of binary differential evolution*. Theoretical Computer Science, 2020. 801: p. 110-142.
79. Dragoi, E.-N., & V. Dafinescu, *Parameter control and hybridization techniques in differential evolution: a survey*. Artificial Intelligence Review, 2015. 45(4): p. 447–470.
80. Dragović, I., N. Turajlić, D. Radojević, & B. Petrović, *Combining Boolean consistent fuzzy logic and AHP illustrated on the web service selection problem*. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2014. 7(1): p. 84-93.
81. Dubois, D., S. Gottwald, P. Hajek, J. Kacprzyk, & H. Prade, *Terminological difficulties in fuzzy set theory—The case of “Intuitionistic Fuzzy Sets”*. Fuzzy Sets and Systems, 2005. 156(3): p. 485-491.
82. Duffie, D., & K.J. Singleton, *Credit risk: pricing, measurement, and management*. 2012: Princeton University Press.
83. Dutta, S., & S. Shekhar, *Bond rating: A non-conservative application of neural networks*, in *IEEE 1988 International Conference on Neural Networks*. 1988: San Diego, CA, USA. p. 443-450.
84. Dzyabura, D., & H. Yoganarasimhan, *Machine learning and marketing*, in *Handbook of Marketing Analytics*, N. Mizik and D.M. Hanssens, Editors. 2018, Edward Elgar Publishing Limited: United Kingdom.
85. Eaton, J., M. Gersovitz, & J.E. Stiglitz, *The pure theory of country risk*. European Economic Review, 1986. 30(3): p. 481-513.

86. Elsayed, S.M., R.A. Sarker, & D.L. Essam, *GA with a new multi-parent crossover for solving IEEE-CEC2011 competition problems*, in *2011 IEEE Congress of Evolutionary Computation (CEC)*. 2011, IEEE: New Orleans, LA, USA.
87. Engelbart, D.C., *A Conceptual Framework for the Augmentation of Man's Intellect*, in *Vistas in Information Handling*, P.W. Howerton and D.C. Weeks, Editors. 1963, Spartan Books.
88. Engelbrecht, A., *Computational Intelligence: An Introduction, 2nd Edition*. 2007: Wiley.
89. Epitropakis, M.G., V.P. Plagianakos, & M.N. Vrahatis, *Evolving cognitive and social experience in particle swarm optimization through differential evolution: a hybrid approach*. *Information Sciences*, 2012. 216: p. 50-92.
90. Erdem, O., & Y. Varli, *Understanding the sovereign credit ratings of emerging markets*. *Emerging Markets Review*, 2014. 20: p. 42-57.
91. Evgeniou, T., & M. Pontil, *Support Vector Machines: Theory and Applications*, in *Machine Learning and Its Applications, Advanced Lectures*. 2001: Chania, Greece.
92. Fitch, *Sovereign Rating Criteria*. 2021.
93. Fogel, L.J., A.J. Owens, & M.J. Walsh, *Artificial Intelligence through Simulated Evolution*. 1966: Willey.
94. Fu, J., H. Zheng, & T. Mei, *Look Closer to See Better: Recurrent Attention Convolutional Neural Network for Fine-Grained Image Recognition*, in *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 2017: Honolulu, HI, USA.
95. Gaillard, N., *The determinants of Moody's sub-sovereign ratings*. *International Research Journal of Finance and Economics*, 2009. 31: p. 194–209.
96. Galindo, J., & P. Tamayo, *Credit Risk Assessment Using Statistical and Machine Learning: Basic Methodology and Risk Modeling Applications*. *Computational Economics*, 2000. 15: p. 107-143.
97. Galway, L., D. Charles, & M. Black *Machine learning in digital games: a survey*. *Artificial Intelligence Review*, 2008. 29: p. 123-161.
98. Gao, X.Z., X. Wang, S.J. Ovaska, & K. Zenger, *A hybrid optimization method based on differential evolution and harmony search*. *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, 2014. 13(1).

99. Goldberg, D., *Probability Matching, the Magnitude of Reinforcement, and Classifier System Bidding*. Machine Learning, 1990. 5(4): p. 407-425.
100. Goldberg, Y., *A Primer on Neural Network Models for Natural Language Processing*. Journal of Artificial Intelligence Research, 2015. 57.
101. Gong, T., & A.L. Tuson *Differential Evolution for Binary Encoding*, in *Soft Computing in Industrial Applications 2007*. p. 251–262.
102. Gong, W., Z. Cai, C.X. Ling, & H. Li, *Enhanced Differential Evolution With Adaptive Strategies for Numerical Optimization*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2011. 41(2): p. 397-413.
103. Gong, W., Á. Fialho, Z. Cai, & H. Li, *Adaptive strategy selection in differential evolution for numerical optimization: An empirical study*. Information Sciences, 2011. 181(24): p. 5364-5386.
104. Gottwald, S., *A Treats on Many-Valued Logics*. Studies in Logic and Computation, 2000. 9.
105. Gottwald, S., & P. Hájek, *Triangular norm based mathematical fuzzy logic*, in *Logical, Algebraic, Analytic and Probabilistic Aspects of Triangular Norms*, E.P. Klement and R. Mesiar, Editors. 2005. p. 275–300.
106. Graves, A., *Generating Sequences With Recurrent Neural Networks*. ArXiv, 2013. 1308.0850.
107. Graves, A., & N. Jaitly. *Towards End-To-End Speech Recognition with Recurrent Neural Networks*. in *31st International Conference on Machine Learning*. 2014. Beijing, China.
108. Griffith-Jones, S., J.A. Ocampo, & J.E. Stiglitz, *Time for a visible hand: lessons from the 2008 world financial crisis*. 2010: Oxford University Press.
109. Gros Lambert, B., E.A. Clark, & M.H. Bouchet, *Country risk assessment: A guide to global investment strategy*. 2003: Willey.
110. Grunert, J., L. Norden, & M. Weber, *The role of non-financial factors in internal credit ratings*. Journal of Banking & Finance, 2005. 29(2): p. 509-531.
111. Guo, G., S.Z. Li, & K. Chan. *Face recognition by support vector machines*. in *Proceedings Fourth IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition*. 2000.

112. Guo, H., Y. Li, J. Li, H. Sun, & D. Wang, *Differential evolution improved with self-adaptive control parameters based on simulated annealing*. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2014. 19: p. 52-67.
113. Gürtler, M., M.T. Hibbeln, & C. Vöhringer, *Measuring concentration risk for regulatory purposes*. *Journal of Risk*, 2010. 12: p. 69-104.
114. Hagan, M.T., H.B. Demuth, & M. Beale, *Neural Network Design*. 1996, Boston: PWS Publishing Co.
115. Hájek, P., *Municipal credit rating modelling by neural networks*. *Decision Support Systems*, 2011. 51(1): p. 108–118.
116. Hájek, P., *Credit rating analysis using adaptive fuzzy rule-based systems: an industry-specific approach*. *Central European Journal of Operations Research*, 2012. 20(3): p. 421-434.
117. Hájek, P., & V. Olej, *Credit rating modelling by kernel-based approaches with supervised and semi-supervised learning*. *Neural Computing and Applications*, 2011. 20(6): p. 761-773.
118. Hamilton , D.T., S. Ou, F. Kim, & R. Cantor, *Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2006*. 2007, Moody's Investor Service.
119. Hammer, P.L., A. Kogan, & M.A. Lejeune, *Modelling country risk ratings using partial orders*. *European Journal of Operational Research*, 2006. 175(2): p. 836-859.
120. Haykin, S.S., *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. 1994: Prentice Hall.
121. Heisele, B., P. Ho, & T. Poggio. *Face recognition with support vector machines: global versus component-based approach*. in *Proceedings Eighth IEEE International Conference on Computer Vision*. 2001.
122. Hens, A.B., & M.K. Tiwari, *Computational time reduction for credit scoring: An integrated approach based on support vector machine and stratified sampling method*. *Expert Systems with Applications*, 2012. 39(8): p. 6774-6781.
123. Hill, P., R. Brooks, & R.W. Faff, *Variations in sovereign credit quality assessments across rating agencies*. *Journal of Banking & Finance*, 2010. 34(6): p. 1327-1343.
124. Hilscher, J., & Y. Nosbusch, *Determinants of sovereign risk: Macroeconomic fundamentals and the pricing of sovereign debt*. *Review of Finance*, 2010. 14(2): p. 235-262.

125. Holland, J.H., *Adaptation in natural and artificial systems*. 1975: University of Michigan Press.
126. Howard, R.A., *Dynamic programming and Markov processes*. 1960: Wiley.
127. Hu, Y.-T., R. Kiesel, & W. Perraudin, *The Estimation of Transition Matrices for Sovereign Credit Ratings*. *Journal of Banking & Finance*, 2002. 26(7): p. 1383-1406.
128. Huang, C.-L., M.-C. Chen, & C.-J. Wang, *Credit scoring with a data mining approach based on support vector machines*. *Expert Systems with Applications*, 2007. 33(4): p. 847-856.
129. Huang, Z., H. Chen, C.-J. Hsu, W.-H. Chen, & S. Wu, *Credit rating analysis with support vector machines and neural networks: a market comparative study*. *Decision Support Systems*, 2004. 37(4): p. 543-558.
130. Hull, J., M. Predescu, & A. White, *The relationship between credit default swap spreads, bond yields, and credit rating announcements*. *Journal of Banking & Finance*, 2004. 28(11): p. 2789-2811.
131. Ibrahim, D., *An overview of soft computing*, in *12th International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing*. 2016: Vienna, Austria. p. 34-38.
132. Ismailescu, I., & H. Kazemi, *The reaction of emerging market credit default swap spreads to sovereign credit rating changes*. *Journal of Banking & Finance*, 2010. 34(12): p. 2861–2873.
133. Israel, R.B., J.S. Rosenthal, & J.Z. Wei, *Finding Generators for Markov Chains via Empirical Transition Matrices, with Applications to Credit Ratings*. *Mathematical Finance*, 2001. 11(2): p. 245-265.
134. Jaiswal, P., N.K. Gupta, & A. Ambikapathy. *Comparative study of various training algorithms of artificial neural network*. in *International Conference on Advances in Computing, Communication Control and Networking (ICACCCN)*. 2018. Greater Noida (UP), India.
135. Jelinek, S., D. Makajić-Nikolić, & P. Milošević, *Sovereign Credit Rating Transition Matrix Estimation using Differential Evolution*, in *XLVIII Simpozijum o operacionim istraživanjima, SYM-OP-IS 2021*. 2021: Banja Koviljača, Srbija.
136. Jelinek, S., P. Milošević, A. Rakićević, & B. Petrović, *Forecasting Sovereign Credit Ratings Using Differential Evolution and Logic Aggregation in IBA Framework*, in



- International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems*. 2021: Istanbul, Turkey. p. 506-513.
137. Jelinek, S., P. Milošević, A. Rakićević, A. Poledica, & B. Petrović, *A Novel IBA-DE Hybrid Approach for Modelling Sovereign Credit Ratings*. Mathematics, 2022.
  138. Jelinek, S., A. Poledica, B. Petrović, & P. Milošević, *Forecasting Cryptocurrency Time Series Using Fuzzy Transform, Fourier Transform and Fuzzy Inference System*, in *Proceedings of the 2019 Conference of the International Fuzzy Systems Association and the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019)*. 2019: Prague.
  139. Jeremić, M., A. Rakićević, & I. Dragović, *Interpolative Boolean algebra based multicriteria routing algorithm*. Yugoslav Journal of Operations Research, 2015. 25(3): p. 397-412.
  140. Jiao, Y., Y.-R. Syau, & E.S. Lee, *Modelling credit rating by fuzzy adaptive network*. Mathematical and Computer Modelling, 2007. 45(5-6): p. 717-731.
  141. Jordan, M.I., & T.M. Mitchel, *Machine learning: Trends, perspectives, and prospects*. Science, 2015. 349(6245): p. 255-260.
  142. Kaelbling, L.P., M.L. Littman, & A.W. Moore, *Reinforcement Learning: A Survey*. Journal of Artificial Intelligence Research 1996. 4: p. 237-285.
  143. Kaminsky, G.L., & S. Schmukler, *Emerging Market Instability: Do Sovereign Ratings Affect Country Risk and Stock Returns?* The World Bank Economic Review, 2002. 16(2): p. 171-195.
  144. Kaur, A., & A. Kaur, *Comparison of Mamdani-Type and Sugeno-Type Fuzzy Inference Systems for Air Conditioning System*. International Journal of Soft Computing and Engineering, 2012. 2(2).
  145. Khadse, C.B., M.A. Chaudhari, & V.B. Borghate, *Comparison of Seven Backpropagation Algorithms for Three Phase Power Quality Assessment*, in *TENCON*. 2017: Malaysia.
  146. Khashei, M., & M. Bijari, *An artificial neural network (p, d, q) model for timeseries forecasting*. Expert Systems with Applications 2010. 37(1): p. 479-489.
  147. Khashei, M., M.T. Rezvan, A.Z. Hamadani, & M. Bijari, *A bi-level neural-based fuzzy classification approach for credit scoring problems*. Complexity, 2013. 18(6): p. 46-57.

148. Khashman, A., *Neural networks for credit risk evaluation: Investigation of different neural models and learning schemes*. Expert Systems with Applications, 2010. 37(9): p. 6233-6239.
149. Khashman, A., *Credit risk evaluation using neural networks: Emotional versus conventional models*. Applied Soft Computing, 2011. 11(8): p. 5477-5484.
150. Kim, J.W., H.R. Weistroffer, & R.T. Redmond, *Expert systems for bond rating: A comparative analysis of statistical, rule-based and neural network systems*. Expert Systems, 1993. 10(3): p. 167-172.
151. Kim, K., & H. Ahn, *A corporate credit rating model using multi-class support vector machines with an ordinal pairwise partitioning approach*. Computers & Operations Research, 2012. 39(8): p. 1800-1811.
152. Kolata, G., *How Can Computers Get Common Sense?* Science 1982. 217(4566): p. 1237-1238.
153. Kostić, J., M. Bakajac, P. Milošević, & A. Poledica, *Ranking of Banks using Logical Aggregation*, in *XI Balkan Conference on Operational Research*. 2013.
154. Kouretas, G.P., & P. Vlamis, *The Greek Crisis: Causes and Implications*. Panoeconomicus, 2010. 57(4): p. 391-404.
155. Krink, T., S. Paterlini, & A. Resti, *Using differential evolution to improve the accuracy of bank rating systems*. Computational Statistics & Data Analysis, 2007. 52(1): p. 68-87.
156. Kumar, A., O. Irsoy, P. Ondruska, M. Iyyer, J. Bradbury, I. Gulrajani, . . . R. Socher. *Ask Me Anything: Dynamic Memory Networks for Natural Language Processing*. in *33rd International Conference on Machine Learning*. 2016. New York, USA.
157. Kumar, K., & S. Bhattacharya, *Artificial neural network vs linear discriminant analysis in credit ratings forecast: A comparative study of prediction performances*. Review of Accounting and Finance, 2006. 5(3): p. 216-227.
158. Kwon, Y.S., I. Han, & K.C. Lee, *Ordinal Pairwise Partitioning (OPP) Approach to Neural Networks Training in Bond rating*. International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management, 1997. 6(1): p. 23-40.
159. L'Heureux, A., K. Grolinger, H.F. ElYamany, & M.A.M. Capretz, *Machine Learning With Big Data: Challenges and Approaches*. IEEE Access, 2017. 5: p. 7776-7797.

160. Lai, K.K., L. Yu, S. Wang, & L. Zhou, *Neural network metalearning for credit scoring*, in *International Conference on Intelligent Computing*. 2006: Kunming, China.
161. Lai, K.K., L. Yu, L. Zhou, & S. Wang, *Credit risk evaluation with least square support vector machine*. Lecture Notes in Computer Science, 2006. 4062: p. 490-495.
162. Langley, P., *The changing science of machine learning*. Machine Learning, 2011. 82(3): p. 275-279.
163. Langohr, H., & P. Langohr, *The rating agencies and their credit ratings: what they are, how they work, and why they are relevant*. 2010: Willey.
164. Latinović, M., I. Dragović, V. Bogojević-Arsić, & B. Petrović, *A Fuzzy Inference System for Credit Scoring using Boolean Consistent Fuzzy Logic*. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2018. 11(1): p. 414-427.
165. LeCun, Y.A., L. Bottou, G.B. Orr, & K.-R. Müller, *Efficient BackProp*, in *Neural Networks: Tricks of the Trade*. 2012, Springer. p. 9-48.
166. Lee, T.-S., & I.-F. Chen, *A two-stage hybrid credit scoring model using artificial neural networks and multivariate adaptive regression splines*. Expert Systems with Applications, 2005. 28(4): p. 743-752.
167. Lee, T.-S., C.-C. Chiu, C.-J. Lu, & I.-F. Chen, *Credit scoring using the hybrid neural discriminant technique*. Expert Systems with Applications, 2002. 23(3): p. 245-254.
168. Lee, Y.-C., *Application of support vector machines to corporate credit rating prediction*. Expert Systems with Applications, 2007. 33(1): p. 67-74.
169. Leung, H., & S.S. Haykin, *The complex backpropagation algorithm*. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991. 39(9): p. 2101-2104.
170. Leung, K.M., & X. Zhang. *Discrete versus continuous parametrization of bank credit rating systems optimization using differential evolution*. in *Proceedings of the 12th annual conference on Genetic and evolutionary computation*. 2010.
171. Lewis, R.M., V. Torczon, & M.W. Trosset, *Direct search methods: then and now*. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2000. 124(1-2): p. 191-207.
172. Liakos, K.G., P. Busato, D. Moshou, S. Pearson, & D. Bochtis, *Machine learning in agriculture: A review*. Sensors, 2018. 18(8).
173. Liang, J., B. Qu, & P. Suganthan, *Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2014 special session and competition on single objective real-parameter numerical*

- optimization*. 2013, Zhengzhou University and Nanyang Technological University: China and Singapore.
174. Liang, J., B. Qu, P. Suganthan, & A. Hernández-Díaz, *Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2013 Special Session on Real-Parameter Optimization*, in *Technical Report*. 2013, Computational Intelligence Laboratory, Zhengzhou University: Zhengzhou China.
  175. Lipton, Z.C., J. Berkowitz, & C. Elkan, *A Critical Review of Recurrent Neural Networks for Sequence Learning*. ArXiv, 2015. 1506.00019.
  176. Liu, J., & J. Lampinen, *A Fuzzy Adaptive Differential Evolution Algorithm*. *Soft Computing*, 2005. 9(6): p. 448-462.
  177. Liu, P., F.J. Seyyed, & S.D. Smith, *The independent impact of credit rating changes - the case of Moodys rating refinement on yields premiums*. *Journal of Business Finance and Accounting*, 2003. 26: p. 337 – 363.
  178. Liu, X., & W. Liu, *Credit Rating Analysis with AFS Fuzzy Logic*, in *Advances in Natural Computation*. 2005: Berlin. p. 1198–1204.
  179. Lukasiewicz, J., *Selected Works*. 1970: North-Holland Pub. Co.
  180. Luo, S.-T., B.-W. Cheng, & C.-H. Hsieh, *Prediction model building with clustering-launched classification and support vector machines in credit scoring*. *Expert Systems with Applications*, 2009. 36(4): p. 7562-7566.
  181. Maher, J.J., & T.K. Sen, *Predicting bond ratings using neural networks: A comparison with logistic regression*. *International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management*, 1997. 6(1): p. 59-72.
  182. Mählmann, T., *Rating agencies and the role of rating publication rights*. *Journal of Banking & Finance*, 2008. 32(11): p. 2412-2422.
  183. Mallipeddi, R., *Harmony Search Based Parameter Ensemble Adaptation for Differential Evolution*. *Journal of Applied Mathematics*, 2013. 2: p. 1-12.
  184. Mallipeddi, R., P.N. Suganthan, Q.-K. Pan, & M.F. Tasgetiren, *Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation strategies*. *Applied Soft Computing*, 2011. 11(2): p. 1679-1696.
  185. Mamdani, E.H., & S. Assilian, *An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller*. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1975. 7(1): p. 1–13.

186. Mao, H., M. Cheung, & J. She. *DeepArt: Learning Joint Representations of Visual Arts*. in *MM '17: ACM Multimedia Conference*. 2017. Mountain View, California, USA: Association for Computing Machinery.
187. Marblestone, A.H., G. Wayne, & K.P. Kording, *Toward an Integration of Deep Learning and Neuroscience*. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 2016. 10.
188. Marks, R., *Intelligence: Computational versus Artificial*. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 1993. 4(5): p. 737-739.
189. Martinović, N., & B. Delibašić, *Selection of the best consultant for SAP ERP project using combined AHP-IBA approach*. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 2014. 24(3): p. 383-398.
190. Mathis, J., J. McAndrews, & J.-C. Rochet, *Rating the raters: Are reputation concerns powerful enough to discipline rating agencies?* *Journal of Monetary Economics*, 2009. 56(5): p. 657-674.
191. McCulloch, W.S., & W. Pitts, *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity*. *The bulletin of mathematical biophysics*, 1943. 5: p. 115–133.
192. Mellios, C., & E. Paget-Blanc, *Which factors determine sovereign credit ratings?* *The European Journal of Finance*, 2006. 12(4): p. 361-377.
193. Mena, J., *Machine learning forensics for law enforcement, security, and intelligence*. 2015: CRC Press.
194. Meyer, D., F. Leisch, & K. Hornik, *The support vector machine under test*. *Neurocomputing*, 2003. 55(1-2): p. 169-186.
195. Mikolov, T., M. Karafiát, L. Burget, J. Cernocký, & S. Khudanpur, *Recurrent neural network based language model*, in *11th Annual Conference of the International Speech Communication Association*. 2010: Makuhari, Chiba, Japan.
196. Milošević, P., S. Jelinek, A. Rakićević, & A. Poledica, *Application of neural networks and support vector machines for face identification*. *Info M*, 2018. 17(66): p. 20-25.
197. Milošević, P., B. Petrović, D. Radojević, & D. Kovačević, *A software tool for uncertainty modeling using Interpolative Boolean algebra*. *Knowledge-Based Systems*, 2014. 62: p. 1-10.

198. Milošević, P., A. Poledica, I. Dragović, A. Rakićević, & B. Petrović. *VNS for optimizing the structure of a logical function in IBA framework*. in *6th International Conference on Variable Neighbourhood Search*. 2018. Thessaloniki.
199. Milošević, P., A. Poledica, A. Rakićević, V. Dobrić, B. Petrović, & D. Radojević, *IBA-based framework for modeling similarity*. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2018. 11(1): p. 206-218.
200. Milošević, P., A. Rakićević, I. Dragović, A. Poledica, B. Petrović, A. Vukićević, & M. Zukanović, *Računarska inteligencija Praktikum u MATLAB-u*. 2021, Beograd: Fakultet organizacionih nauka.
201. Mirković, M., J. Hodolić, & D. Radojević, *Aggregation for Quality Management*. *Yugoslav Journal for Operational Research*, 2006. 16(2): p. 177-188.
202. Mitchell, M., *An Introduction to Genetic Algorithms*. 1998: The MIT Press.
203. Mitchell, T., *Machine Learning*. 1997: McGraw-Hill.
204. Møller, M.F., *A scaled conjugate gradient algorithm for fast supervised learning*. *Neural Networks*, 1993. 6(4): p. 525-533.
205. Montavon, G., W. Samek, & K.-R. Müller, *Methods for interpreting and understanding deep neural networks*. *Digital Signal Processing*, 2018. 73: p. 1-15.
206. Moody's, *How Moody's Rates Sovereigns and Supranational Entities*. 2009.
207. Mora, N., *Sovereign credit ratings: Guilty beyond reasonable doubt?* *Journal of Banking & Finance*, 2006. 30(7): p. 2041-2062.
208. Moré, J.J., *The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory*. *Numerical Analysis*, 1978. 630: p. 105-116.
209. Müller, K.-R., A.J. Smola, G. Rätsch, B. Schölkopf, J. Kohlmorgen, & V.N. Vapnik, *Predicting time series with support vector machines*, in *International Conference on Artificial Neural Networks*. 2005.
210. Neri, F., & V. Tirronen, *Recent advances in differential evolution: a survey and experimental analysis*. *Intelligence Review*, 2010. 33(1-2): p. 61–106.
211. Ni, Y., M. McVicar, R. Santos-Rodriguez, & T. De Bie, *An end-to-end machine learning system for harmonic analysis of music*, in *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*. 2012, IEEE. p. 1771-1783.

212. Noble, W.S., *What is a support vector machine?* Nature Biotechnology, 2006. 24(12): p. 1565-1567.
213. Norvig, P., & S. Russell, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. 1994: Prentice Hall.
214. Novák, V., I. Perfilieva, & J. Mockor, *Mathematical principles of fuzzy logic*. The Springer International Series in Engineering and Computer Science. 1999: Springer.
215. Nwankwor, E., A.K. Nagar, & D.C. Reid *Hybrid differential evolution and particle swarm optimization for optimal well placement*. Computational Geosciences, 2013. 17: p. 249–268.
216. Olensek, J., T. Tuma, J. Puhan, & Á. Burmen, *A new asynchronous parallel global optimization method based on simulated annealing and differential evolution*. Applied Soft Computing, 2011. 11(1): p. 1481-1489.
217. Ong, C.-S., J.-J. Huang, & G.-H. Tzeng, *Building credit scoring models using genetic programming*. Expert Systems with Applications, 2005. 29(1): p. 41-47.
218. Opara, K.R., & J. Arabas, *Differential Evolution: A survey of theoretical analyses*. Swarm and Evolutionary Computation, 2019. 44: p. 546-558.
219. Oral, M., O. Kettani, J.-C. Cosset, & M. Daouas, *An Estimation Model for Country Risk Rating*. International Journal of Forecasting, 1992. 8(4): p. 583-593.
220. Oreski, S., D. Oreski, & G. Oreski, *Hybrid system with genetic algorithm and artificial neural networks and its application to retail credit risk assessment*. Expert Systems with Applications, 2012. 39(16): p. 12605-12617.
221. Osuna, E., R. Freund, & F. Girosi. *Training support vector machines: an application to face detection*. in *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 1997.
222. Padgham, L., & M. Winikoff, *Developing intelligent agent systems: A practical guide*. 2004: Wiley.
223. Pearl, J., *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*. 1984.
224. Pearl, J., & D. Mackenzie, *The Book of Why: The New Science of Cause and Effect*. 2018: Penguin Books.

225. Peñuñuri, F., C. Cab, O. Carvente, M.A. Zambrano-Arjona, & J.A. Tapia, *A study of the Classical Differential Evolution control parameters*. Swarm and Evolutionary Computation, 2016. 26: p. 86-96.
226. Phillips, P., *Support Vector Machines Applied to Face Recognition*, in *Advances in Neural Information Processing Systems 11*, M.S. Kearns, S.A. Solla, and D.A. Cohn, Editors. 1998.
227. Ping, Y., & L. Yongheng, *Neighborhood rough set and SVM based hybrid credit scoring classifier*. Expert Systems with Applications, 2011. 38(9): p. 11300–11304.
228. Piramuthu, S., *Financial credit-risk evaluation with neural and neurofuzzy systems*. European Journal of Operational Research, 1999. 112(2): p. 310-321.
229. Poledica, A., P. Milošević, I. Dragović, B. Petrović, & D. Radojević, *Modeling consensus using logic-based similarity measures*. Soft Computing, 2015. 19(11): p. 3209-3219.
230. Poledica, A., P. Milošević, I. Dragović, D. Radojević, & B. Petrović. *A consensus model in group decision making based on interpolative boolean algebra*. in *8th conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT-13)*. 2013. Milan.
231. Punnoose, R., & P. Ajit, *Prediction of Employee Turnover in Organizations using Machine Learning Algorithms*. International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence, 2016. 5(9): p. 22-26.
232. Qin, A.K., V.L. Huang, & P.N. Suganthan, *Differential Evolution Algorithm With Strategy Adaptation for Global Numerical Optimization*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009. 13(2): p. 398-417.
233. Qin, A.K., & P.N. Suganthan. *Self-adaptive Differential Evolution Algorithm for Numerical Optimization*. in *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. 2005. Edinburgh, UK: IEEE Press.
234. Qiu, J., Q. Wu, G. Ding, Y. Xu, & S. Feng, *A survey of machine learning for big data processing*. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2016.
235. Radojević, D., *Logical Interpretation of Discrete Choquet Itegral Defined by General Measure*. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 1999. 7(6): p. 577-588.



236. Radojević, D., *New  $[0, 1]$  – valued logic: A natural generalization of Boolean logic*. Yugoslav Journal of Operations Research, 2000. 10(2): p. 185-216.
237. Radojević, D., *Interpolative Relations and Interpolative Preference Structures*. Yugoslav Journal of Operations Research, 2005. 15(2): p. 171-189.
238. Radojević, D., *Boolean Frame is Adequate for Treatment of Gradation or Fuzziness Equally as for Two-Valued or Classical Case*, in *4th Serbian-Hungarian Joint Symposium on Intelligent Systems 2006*. p. 43-57.
239. Radojević, D., *Fuzzy Set Theory in Boolean Frame*. International Journal of Computers, Communications & Control, 2008a. 3(3): p. 121-131.
240. Radojević, D., *Interpolative Realization of Boolean Algebra as a Consistent Frame for Gradation and/or Fuzziness*. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2008b. 2018: p. 295-317.
241. Radojević, D., *Logical aggregation based on interpolative Boolean algebra*. Mathware & Soft Computing, 2008c. 15(1): p. 125-141.
242. Radojević, D. *Real Sets as Consistent Boolean Generalization of Classical Sets*. in *From Natural Language to Soft Computing: New Paradigms in Artificial Intelligence*. 2008d.
243. Radojević, D., *Generalizovane (realno-vrednosne) relacije poretka i ekvivalencije*, in *XXXVII Simpozijum o operacionim istraživanjima*. 2010.
244. Radojević, D., *Real-valued implication function based on real-valued realization of Boolean algebra*, in *11th Serbian-Hungarian Joint Symposium on Intelligent Systems*. 2013a. p. 45-50.
245. Radojević, D., *Real-valued realizations of Boolean algebras are a natural frame for consistent fuzzy logic*, in *On Fuzziness: A Homage to Lotfi A. Zadeh*. 2013b, Springer: Berlin. p. 559-566.
246. Radojević, D., A. Perović, Z. Ognjanović, & M. Rašković, *Interpolative Boolean Logic*, in *The International Conference on Artificial Intelligence: Methodology, Systems, Applications*. 2008, Springer. p. 209-219.
247. Radojević, D., & B. Petrović. *Logical aggregation of  $[0,1]$ -valued logic*. in *Proceedings of a Workshop on Computational Intelligence*. 2001.
248. Rakićević, A., *Logičko klasterovanje - Hijerarhijski pristup*, in *Faculty of Organizational Sciences*. 2011, University of Belgrade, Faculty of Organizational Sciences: Belgrade.

249. Rakićević, A., *Adaptivni fazi sistem za algoritamsko trgovanje: interpolativni Bulov pristup*, in *Fakultet organizacionih nauka*. 2020, Univerzitet u Beogradu: Beograd.
250. Rakićević, A., P. Milošević, B. Petrović, & D. Radojević, *DuPont Financial Ratio Analysis Using Logical Aggregation*, in *Soft Computing Applications*. 2016, Springer. p. 727-739.
251. Rakićević, A., P. Milošević, A. Poledica, I. Dragović, & B. Petrović, *Interpolative Boolean approach for fuzzy portfolio selection*, in *Applying Fuzzy Logic for the Digital Economy and Society*, A. Meier, E. Portmann, and L. Terán, Editors. 2019, Springer, Cham. p. 23-46.
252. Rakićević, A., I. Nešić, & D. Radojević. *A novel approach to hierarchical clustering based on logical measure of dissimilarity*. in *Proceedings of the 11th Balkan Conference on Operational Research (BALCOR 2013)*. 2013. Belgrade.
253. Rakićević, A., V. Simeunović, B. Petrović, & S. Milić, *An Automated System for Stock Market Trading Based on Logical Clustering*. *Tehnički vjesnik*, 2018. 25(4): p. 970-978.
254. Reinhart, C.M., *Default, Currency Crises, and Sovereign Credit Ratings*. *The World Bank Economic Review*, 2002. 16(2): p. 151-170.
255. Reisen, H., & J. von Maltzan, *Boom and Bust and Sovereign Ratings*. *International Finance*, 1999. 2(2): p. 273-293.
256. Reusens, P., & C. Croux, *Sovereign credit rating determinants: A comparison before and after the European debt crisis*. *Journal of Banking & Finance*, 2017. 77: p. 108-121.
257. Riedmiller, M., & H. Braun. *RPROP - A Fast Adaptive Learning Algorithm*. in *Proceedings of the International Symposium on Computer and Information Science VI*. 1992.
258. Roessingh, J.J., A. Toubman, J. van Oijen, G. Poppinga, R.A. Lovlid, M. Hou, & L. Luotsinen, *Machine learning techniques for autonomous agents in military simulations - Multum in parvo*, in *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. 2017, IEEE: Banff, AB, Canada. p. 3445-3450.
259. Rumelhart, D.E., G.E. Hinton, & R.J. Williams, *Learning representations by back-propagating errors*. *Nature*, 1986. 323: p. 533-536.

260. Saberi, M., M.S. Mirtalaie, F.K. Hussain, A. Azadeh, O.K. Hussain, & B. Ashjar, *A granular computing-based approach to credit scoring modeling*. *Neurocomputing*, 2013. 122: p. 100-115.
261. Sak, H., A. Senior, & F. Beaufays, *Long short-term memory recurrent neural network architectures for large scale acoustic modeling*. *ArXiv*, 2014. 1402.1128.
262. Samuel, A., *Some Studies in Machine Learning Using the Game of Checkers*. *IBM Journal of Research and Development*, 1959. 3(3).
263. Sapankevych, N.I., & R. Sankar, *Time Series Prediction Using Support Vector Machines: A Survey*. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2009. 4(2): p. 24-38.
264. Schiffmann, W., M. Joost, & R. Werner, *Comparison of Optimized Backpropagation Algorithms*, in *European Symposium on Artificial Neural Networks*. 1993: Brussels.
265. Schmidhuber, J., *Deep learning in neural networks: An overview*. *Neural Networks*, 2015. 61: p. 85-117.
266. Schwefel, H.-P., *Numerical Optimization of Computer Models*. 1981: Willey.
267. Shi, B., X. Bai, & C. Yao, *An End-to-End Trainable Neural Network for Image-Based Sequence Recognition and Its Application to Scene Text Recognition*. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017. 39(11): p. 2298-2304.
268. Shi, H.-X., & X.-J. Li, *A sentiment analysis model for hotel reviews based on supervised learning*, in *2011 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. 2011, IEEE: Guilin, China.
269. Shin, K., & I. Han, *Case-based reasoning supported by genetic algorithms for corporate bond rating*. *Expert Systems with Applications*, 1999. 16(2): p. 85-95.
270. Shin, K., & Y.-J. Lee, *A genetic algorithm application in bankruptcy prediction modeling*. *Expert Systems with Applications*, 2002. 23(3): p. 321-328.
271. Silva, R.C.P., R.A. Lopes, & F.G. Guimarães. *Self-Adaptive Mutation in the Differential Evolution*. in *Genetic and Evolutionary Computation*. 2011. Dublin, Ireland.
272. Spasojević, J., *Credit Derivatives: CDS, TRS, CSO, CLN AND CDO*. *Bankarstvo*, 2013(6).
273. Sreekantha, D.K., & R.V. Kulkarni, *Expert system design for credit risk evaluation using neuro-fuzzy logic*. *Expert Systems*, 2010. 29(1): p. 56-69.
274. Standard&Poor, *Sovereign Government Rating Methodology And Assumptions*. 2011.

275. Stefanescu, C., R. Tunaru, & S. Turnbull, *The credit rating process and estimation of transition probabilities: A Bayesian approach*. Journal of Empirical Finance, 2009. 16(2): p. 216–234.
276. Stolper, A., *Regulation of credit rating agencies*. Journal of Banking & Finance, 2009. 33(7): p. 1266-1273.
277. Storn, R., & K. Price, *Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces*. Journal of Global Optimization, 1997. 11: p. 341–359.
278. Stulz, R.M., *Credit Default Swaps and the Credit Crisis*. Journal of Economic Perspectives, 2010. 24(1): p. 73-92.
279. Sugeno, M., *Industrial Applications of Fuzzy Control*. Industrial Applications of Fuzzy Control, 1987. 29(1): p. 116-117.
280. Surkan, A.J., & J.C. Singleton, *Neural networks for bond rating improved by multiple hidden layers*, in *IJCNN International Joint Conference on Neural Networks*. 1990, IEEE: San Diego, CA, USA.
281. Sy, A.N.R., *Emerging Market Bond Spreads and Sovereign Credit Ratings: Reconciling Market Views with Economic Fundamentals*. Emerging Markets Review, 2002. 3(4): p. 380-408.
282. Syau, Y.-R., H.-T. Hsieh, & E.S. Lee, *Fuzzy Numbers in the Credit Rating of Enterprise Financial Condition*. Review of Quantitative Finance and Accounting, 2001. 17: p. 351-360.
283. Tanabe, R., & A. Fukunaga, *Success-history based parameter adaptation for Differential Evolution*, in *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. 2013, IEEE: Cancun, Mexico.
284. Tanabe, R., & A. Fukunaga. *Improving the Search Performance of SHADE Using Linear Population Size Reduction*. in *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. 2014a. Beijing, China.
285. Tanabe, R., & A. Fukunaga. *Reevaluating Exponential Crossover in Differential Evolution*. in *Parallel Problem Solving from Nature*. 2014b. Ljubljana, Slovenia.
286. Teixeira, J.C.A., F.J.F. Silva, M.B.S. Ferreira, & J.A.C. Vieira, *Sovereign credit rating determinants under financial crises*. SSRN Electronic Journal, 2017.

287. Teker, D., A. Pala, & O. Kent, *Determination of Sovereign Rating: Factor Based Ordered Probit Models for Panel Data Analysis Modelling Framework*. International Journal of Economics and Financial Issues, 2013. 3(11): p. 122-132.
288. Teo, J., *Exploring dynamic self-adaptive populations in differential evolution*. Soft Computing, 2006. 10: p. 673–686.
289. Thierens, D. *An Adaptive Pursuit Strategy for Allocating Operator Probabilities*. in *Genetic and Evolutionary Computation Conference*. 2005. Washington DC, USA.
290. Thissen, U., R. van Brakel, A.P. de Weijer, W.J. Melssen, & L.M.C. Buydens, *Using support vector machines for time series prediction*. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2003. 49(1-2): p. 35-49.
291. Tong, S., & E. Chang. *Support Vector Machine Active Learning for Image Retrieval*. in *MULTIMEDIA '01: Proceedings of the ninth ACM international conference on Multimedia*. 2001.
292. Tong, S., & D. Koller, *Support Vector Machine Active Learning with Applications to Text Classification*. Journal of Machine Learning Research, 2002. 2: p. 45-66.
293. Tran, D.-H., M.-Y. Cheng, & M.-T. Cao, *Hybrid multiple objective artificial bee colony with differential evolution for the time–cost–quality tradeoff problem*. Knowledge Based Systems, 2015. 74: p. 176-186.
294. Trivedi, A., D. Srinivasan, S. Biswas, & T. Reindl, *Hybridizing genetic algorithm with differential evolution for solving the unit commitment scheduling problem*. Swarm and Evolutionary Computation, 2015. 23: p. 50-64.
295. Van der Maas, H.L.J., L. Snoek, & C.E. Stevenson, *How much intelligence is there in artificial intelligence? A 2020 update*. Intelligence Review, 2021. 87.
296. van Gestel, T., B. Baesens, J. Garcia, & P. Van Dijcke, *A Support Vector Machine Approach to Credit Scoring*. Bank en Financiewezen, 2003. 2: p. 73-82.
297. van Gestel, T., J.A.K. Suykens, D.-E. Baestaens, A. Lambrechts, G. Lanckriet, B. Vandaele, . . . J. Vandewalle, *Financial time series prediction using least squares support vector machines within the evidence framework*. IEEE Transactions on Neural Networks, 2001. 12(4): p. 809-821.
298. van Otterlo, M., & M. Wiering, *Reinforcement Learning and Markov Decision Processes*. Reinforcement Learning, 2012. 12: p. 3-42.

299. Vapnik, V.N., *The Nature of Statistical Learning Theory*. 1995: Springer.
300. Vapnik, V.N., *Statistical Learning Theory*. 1998, New York: Wiley.
301. Vapnik, V.N., & A. Chervonenkis, *Theory of Pattern Recognition*. 1974, Moscow: Nauka.
302. Vince, A., *A framework for the greedy algorithm*. Discrete Applied Mathematics, 2002. 121(1-3): p. 247-260.
303. Vojtek, N., B. Petrović, & P. Milošević, *Decision Support System for Predicting the Number of No-Show Passengers in Airline*. Tehnički vjesnik, 2021. 28(1): p. 123-134.
304. Vuković, S., B. Delibašić, A. Uzelac, & M. Suknović, *A case-based reasoning model that uses preference theory functions for credit scoring*. Expert Systems with Applications, 2012. 39(9): p. 8389-8395.
305. Wang, L., *Support vector machines: theory and applications*. 2005: Springer.
306. Wang, Y., Z. Cai, & Q. Zhang, *Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011. 15(1): p. 55-66.
307. Wang, Y., S. Wang, & K.K. Lai, *A new fuzzy support vector machine to evaluate credit risk*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2005. 13(6): p. 820 - 831.
308. Weber, R.H., & A. Darbellay, *The regulatory use of credit ratings in bank capital requirement regulations*. Journal of Banking Regulation, 2008. 10: p. 1-16.
309. West, D., *Neural network credit scoring models*. Computers & Operations Research, 2000. 27(11-12): p. 1131-1152.
310. Whitley, D., *A genetic algorithm tutorial*. Statistics and Computing, 1994. 4: p. 65-85.
311. Wu, G., R. Mallipeddi, P.N. Suganthan, R. Wang, & H. Chen, *Differential evolution with multi-population based ensemble of mutation strategies*. Information Sciences, 2016. 329: p. 329-345.
312. Wu, J., & Y. Shi, *Credit Risk Assessment: A Nonlinear Multi-parameter Model*, in *International Conference on Signal Processing Systems*. 2009. p. 887-891.
313. Xin, B., J. Chen, J. Zhang, H. Fang, & Z.-H. Peng, *Hybridizing Differential Evolution and Particle Swarm Optimization to Design Powerful Optimizers: A Review and Taxonomy*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews), 2011. 42(5): p. 744-767.

314. Xue, F., A.C. Sanderson, P.P. Bonissone, & R.J. Graves. *Fuzzy Logic Controlled Multi-Objective Differential Evolution*. in *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. 2005. Reno, NV, USA: IEEE.
315. Yager, R.R., *On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking*. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1988. 18(1): p. 183-190.
316. Yang, Z.R., *Biological applications of support vector machines*. *Briefings in Bioinformatics*, 2004. 5(4): p. 328–338.
317. Yazdi, A.K., T. Hanne, & H. Wee, *A Credit Rating Model in a Fuzzy Inference System Environment*. *Algorithms*, 2019. 12(7).
318. Yobas, B., J.N. Crook, & P. Ross, *Credit scoring using neural and evolutionary techniques*. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry*, 2000. 11(2): p. 111-125.
319. Yu, L., S. Wang, & K.K. Lai, *Credit risk assessment with a multistage neural network ensemble learning approach*. *Expert Systems with Applications*, 2008. 34(2): p. 1434-1444.
320. Yu, L., X. Yao, S. Wang, & K.K. Lai, *Credit risk evaluation using a weighted least squares SVM classifier with design of experiment for parameter selection*. *Expert Systems with Applications*, 2011. 38(12): p. 15392-15399.
321. Yu, W.-J., & J. Zhang. *Multi-population Differential Evolution with Adaptive Parameter Control for Global Optimization*. in *Genetic and Evolutionary Computation Conference*. 2011. Dublin, Ireland.
322. Zadeh, L.A., *Fuzzy sets*. *Information and Control*, 1965. 8(3): p. 338–353.
323. Zadeh, L.A., *Fuzzy logic, neural networks, and soft computing*. *Communications of the ACM*, 1994. 37(3): p. 77-84.
324. Zadeh, L.A., *Is there a need for fuzzy logic?* . *Information sciences*, 2008. 178(13): p. 2751-2779.
325. Zaharie, D., *Influence of crossover on the behavior of Differential Evolution Algorithms*. *Applied Soft Computing*, 2009. 9(3): p. 1126-1138.
326. Zantalis, F., G. Koulouras, S. Karabetsos, & D. Kandris, *A review of machine learning and IoT in smart transportation*. *Future Internet*, 2019. 11(4).

327. Zeil, A., *Simulation Neuronaler Netze*. 1994: Addison-Wesley.
328. Zenios, S.A., *The Cyprus Debt: Perfect Crisis and a Way Forward*. Cyprus Economic Policy Review, 2013. 7(1): p. 3-45.
329. Zhang, J., & A.C. Sanderson, *JADE: Adaptive Differential Evolution with Optional External Archive*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009. 13(5): p. 945-958.
330. Zhang, P.G., & M. Qi, *Neural network forecasting for seasonal and trend time series*. European Journal of Operational Research, 2005. 160(2): p. 501–514.
331. Zhang, X., *Duality and pseudo duality of dual disjunctive normal forms*. Knowledge-Based Systems, 2011. 24(7): p. 1033-1036.
332. Zhao, Z., S. Xu, B.H. Kang, M.M.J. Kabir, Y. Liu, & R. Wasinger, *Investigation and improvement of multi-layer perceptron neural networks for credit scoring*. Expert Systems with Applications, 2015. 42(7): p. 3508-3516.
333. Zheng, H., J. Fu, T. Mei, & J. Luo. *Learning Multi-Attention Convolutional Neural Network for Fine-Grained Image Recognition*. in *IEEE International Conference on Computer Vision*. 2017. Venice, Italy.
334. Zheng, Y.-J., X.-L. Xu, H.-F. Ling, & S.-Y. Chen, *A hybrid fireworks optimization method with differential evolution operators*. Neurocomputing, 2015. 148: p. 75-82.
335. Zhong, H., C. Miao, Z. Shen, & Y. Feng, *Comparing the learning effectiveness of BP, ELM, I-ELM, and SVM for corporate credit ratings*. Neurocomputing, 2014. 128: p. 285-295.
336. Zhou, L., S. Pan, J. Wang, & A.V. Vasilakos, *Machine Learning on Big Data: Opportunities and Challenges*. Neurocomputing, 2017. 237: p. 350-361.
337. Zhu, X. *Machine Teaching: An Inverse Problem to Machine Learning and an Approach Toward Optimal Education*. in *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. 2015. Austin, Texas, USA.
338. Zou, D., J. Wu, L. Gao, & S. Li, *A Modified Differential Evolution Algorithm for Unconstrained Optimization Problems*. Neurocomputing, 2013. 120: p. 469-481.



## 10. Prilozi

### 10.1. Tabele i rezultati

Tabela 20: Promenljive i njihovi simboli

| Naziv  | Simbol   | Iterator | Element vektora | Dimenzija vektora |
|--|----------|----------|-----------------|-------------------|
| Vektor atomskih elemenata                      | $A$      | $l$      | $a$             | $d$               |
| Vektor primarnih atributa (ulaznih parametara) | $V$      | $q$      | $v$             | $g$               |
| Strukturni vektor                              | $S$      | $l$      | $s$             | $d$               |
| Mutacioni vektor                               | $M$      | $l$      | $u$             | $d$               |
| Vektor ukrštanja                               | $C$      | $l$      | $c$             | $d$               |
| Vektor pondera                                 | $P$      | /        | $p$             | 3                 |
| Broj ulaznih parametara                        | $n$      | $i$      | /               | /                 |
| Populacija DE algoritma                        | $m$      | $j$      | /               | /                 |
| IBA kombinacije                                | $y$      | $q$      | /               | /                 |
| Broj iteracija                                 | $N$      | $k$      | /               | /                 |
| Funkcija cilja                                 | $f_{DE}$ | /        | /               | /                 |
| Faktor skaliranja                              | $F$      | /        | /               | /                 |
| Stopa ukrštanja                                | $Cr$     | /        | /               | /                 |
| Numerička vrednost kreditnog rejtinga          | $R$      | /        | /               | /                 |

#### 10.1.1. Rezultati treniranja IBA-DE modela

Nazivi tabela 21 - 80 su formatirani u sledem obliku: Ime metrike ( $MSE$ , iteracije); Tip testiranja (*training*, *test*); vrsta ulaznih parametara (*stabilnosti*, *aktivnosti*, *socijalni*); Uključenost istorijskih podataka (*ne*, *da*\*); Veličina populacije (1000, 100, 10). Važno je napomenuti i da je broj iteracija prisutan samo tokom treniranja modela, ne i tokom testiranja. Tabele su organizovane na sledeći način:

- Veličina populacije (1000, 100, 10)
  - Vrsta ulaznih parametara (stabilnosti, aktivnosti, socijalni)
    - Uključenost istorijskih podataka (Ne, Da\*)
      - *Trening*
        - *MSE*
        - *Iteracije*
      - *Test*
        - *MSE*

Tabela 21: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 337.48 | 333.82 | 334.30 | 334.38 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.20 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.30 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.40 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.50 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.60 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.06 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.70 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.04 | 333.05 | 333.03 | 333.04 | 333.04 |
| 0.80 | 333.04 | 333.04 | 333.05 | 333.04 | 333.05 | 333.04 | 333.07 | 333.04 | 333.05 |
| 0.90 | 333.06 | 333.29 | 333.20 | 333.11 | 333.11 | 333.05 | 333.38 | 333.06 | 333.06 |

Tabela 22: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5  | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 358 | 298 | 245 | 222 | 211  | 199 | 189 | 189 | 189 |
| 0.2  | 397 | 314 | 266 | 240 | 221  | 215 | 202 | 198 | 191 |
| 0.3  | 460 | 333 | 298 | 272 | 244  | 240 | 232 | 225 | 212 |
| 0.4  | 478 | 434 | 355 | 299 | 308  | 286 | 279 | 276 | 263 |
| 0.5  | 508 | 472 | 435 | 400 | 377  | 363 | 375 | 355 | 346 |
| 0.6  | 471 | 502 | 506 | 513 | 483  | 495 | 492 | 518 | 487 |
| 0.7  | 724 | 598 | 636 | 569 | 631  | 666 | 671 | 623 | 761 |
| 0.8  | 666 | 713 | 606 | 766 | 775  | 857 | 538 | 652 | 890 |
| 0.9  | 489 | 847 | 421 | 967 | 1148 | 484 | 494 | 513 | 311 |

Tabela 23: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50  | 0.60  | 0.70  | 0.80  | 0.90  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.10 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.20 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.30 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.40 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.50 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.60 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.70 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.80 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.90 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |

Tabela 24: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 248 | 202 | 192 | 185 | 176 | 170 | 167 | 171 | 171 |
| 0.2  | 265 | 204 | 196 | 177 | 177 | 170 | 167 | 167 | 172 |
| 0.3  | 252 | 208 | 192 | 187 | 176 | 175 | 173 | 178 | 179 |
| 0.4  | 239 | 219 | 199 | 187 | 177 | 177 | 181 | 178 | 189 |
| 0.5  | 244 | 213 | 208 | 191 | 186 | 188 | 190 | 189 | 208 |
| 0.6  | 256 | 229 | 200 | 200 | 183 | 183 | 203 | 211 | 237 |
| 0.7  | 265 | 196 | 197 | 194 | 206 | 216 | 219 | 232 | 246 |
| 0.8  | 257 | 230 | 226 | 209 | 217 | 215 | 232 | 242 | 293 |
| 0.9  | 248 | 202 | 192 | 185 | 176 | 170 | 167 | 171 | 171 |

Tabela 25: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.20 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.30 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.40 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.50 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.60 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.70 | 320.65 | 320.64 | 320.63 | 320.65 | 320.64 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.64 |
| 0.80 | 320.65 | 320.65 | 320.65 | 320.64 | 320.64 | 320.67 | 320.65 | 320.86 | 320.76 |
| 0.90 | 320.66 | 320.64 | 320.64 | 320.67 | 322.36 | 324.41 | 321.55 | 322.30 | 321.58 |

Tabela 26: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7  | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| 0.1  | 355 | 302 | 250 | 215 | 207 | 197 | 189  | 196 | 200 |
| 0.2  | 381 | 306 | 263 | 235 | 224 | 210 | 205  | 196 | 194 |
| 0.3  | 400 | 324 | 290 | 265 | 240 | 234 | 225  | 223 | 217 |
| 0.4  | 437 | 375 | 331 | 317 | 295 | 282 | 278  | 276 | 249 |
| 0.5  | 532 | 439 | 416 | 371 | 371 | 365 | 353  | 356 | 338 |
| 0.6  | 543 | 520 | 497 | 477 | 492 | 474 | 514  | 503 | 478 |
| 0.7  | 526 | 609 | 633 | 481 | 616 | 665 | 750  | 741 | 803 |
| 0.8  | 633 | 643 | 690 | 759 | 866 | 731 | 1016 | 630 | 742 |
| 0.9  | 658 | 870 | 942 | 860 | 318 | 209 | 540  | 523 | 697 |

Tabela 27: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50  | 0.60  | 0.70  | 0.80  | 0.90  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.10 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.20 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.30 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.40 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.50 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.60 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.70 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.80 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.90 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 12.00 | 12.00 | 12.00 | 12.00 | 12.00 |

Tabela 28: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 261 | 226 | 200 | 188 | 177 | 172 | 171 | 175 | 197 |
| 0.2  | 255 | 225 | 198 | 186 | 181 | 175 | 175 | 175 | 178 |
| 0.3  | 250 | 218 | 202 | 190 | 183 | 185 | 183 | 179 | 190 |
| 0.4  | 264 | 209 | 208 | 204 | 185 | 195 | 189 | 188 | 200 |
| 0.5  | 287 | 237 | 215 | 211 | 198 | 199 | 203 | 199 | 217 |
| 0.6  | 299 | 246 | 207 | 200 | 214 | 219 | 210 | 220 | 248 |
| 0.7  | 284 | 245 | 228 | 236 | 225 | 216 | 220 | 243 | 286 |
| 0.8  | 277 | 255 | 241 | 228 | 236 | 219 | 242 | 282 | 300 |
| 0.9  | 292 | 256 | 230 | 241 | 211 | 211 | 267 | 330 | 357 |

Tabela 29: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.20 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.30 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.40 | 339.05 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.50 | 339.05 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.60 | 339.05 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.70 | 339.05 | 339.05 | 339.04 | 339.05 | 339.05 | 339.05 | 339.05 | 339.05 | 339.06 |
| 0.80 | 339.05 | 339.06 | 339.05 | 339.05 | 339.06 | 339.06 | 340.00 | 339.05 | 340.14 |
| 0.90 | 339.05 | 339.06 | 339.10 | 339.83 | 339.48 | 339.07 | 348.27 | 341.83 | 342.58 |

Tabela 30: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6  | 0.7 | 0.8  | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|
| 0.1  | 377 | 278 | 237 | 223 | 202 | 196  | 199 | 186  | 197 |
| 0.2  | 399 | 316 | 264 | 229 | 211 | 213  | 197 | 194  | 197 |
| 0.3  | 419 | 358 | 293 | 273 | 249 | 235  | 229 | 226  | 224 |
| 0.4  | 458 | 412 | 337 | 314 | 306 | 296  | 288 | 271  | 271 |
| 0.5  | 493 | 457 | 420 | 378 | 394 | 369  | 366 | 364  | 348 |
| 0.6  | 582 | 557 | 528 | 515 | 521 | 517  | 541 | 532  | 500 |
| 0.7  | 678 | 607 | 685 | 652 | 649 | 698  | 769 | 801  | 752 |
| 0.8  | 742 | 695 | 787 | 884 | 878 | 979  | 412 | 1414 | 462 |
| 0.9  | 879 | 881 | 797 | 456 | 705 | 1542 | 175 | 515  | 517 |

Tabela 31: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50  | 0.60  | 0.70  | 0.80  | 0.90  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.10 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.20 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.30 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.40 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.50 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.60 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.70 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.80 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.90 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |

Tabela 32: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 253 | 227 | 205 | 191 | 182 | 175 | 173 | 174 | 191 |
| 0.2  | 256 | 215 | 196 | 193 | 181 | 177 | 178 | 175 | 192 |
| 0.3  | 247 | 220 | 203 | 190 | 178 | 175 | 178 | 179 | 184 |
| 0.4  | 244 | 217 | 204 | 196 | 190 | 188 | 186 | 188 | 208 |
| 0.5  | 238 | 228 | 207 | 189 | 200 | 193 | 192 | 204 | 228 |
| 0.6  | 260 | 205 | 212 | 195 | 205 | 200 | 190 | 212 | 250 |
| 0.7  | 239 | 226 | 207 | 210 | 208 | 210 | 218 | 238 | 268 |
| 0.8  | 260 | 236 | 214 | 222 | 218 | 236 | 237 | 265 | 309 |
| 0.9  | 231 | 209 | 217 | 223 | 216 | 233 | 241 | 277 | 367 |

Tabela 33: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.10 | 333.04 | 333.07 | 333.10 | 333.18 | 333.83 |
| 0.20 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.05 | 333.04 | 333.09 |
| 0.30 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.05 |
| 0.40 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.50 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.60 | 333.06 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 |
| 0.70 | 333.08 | 333.04 | 333.04 | 333.03 | 333.04 | 333.04 | 333.05 | 333.03 | 333.03 |
| 0.80 | 333.08 | 333.04 | 333.04 | 333.04 | 333.05 | 333.04 | 333.08 | 333.08 | 333.53 |
| 0.90 | 333.12 | 333.06 | 333.08 | 333.05 | 333.65 | 333.61 | 333.93 | 334.74 | 335.17 |

Tabela 34: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 421 | 286 | 277 | 277 | 217 | 217 | 217 | 202 | 204 |
| 0.2  | 460 | 332 | 266 | 274 | 242 | 209 | 256 | 228 | 227 |
| 0.3  | 456 | 347 | 326 | 296 | 259 | 262 | 231 | 210 | 263 |
| 0.4  | 609 | 437 | 355 | 317 | 296 | 289 | 281 | 236 | 235 |
| 0.5  | 528 | 447 | 432 | 378 | 369 | 377 | 327 | 328 | 296 |
| 0.6  | 560 | 535 | 551 | 506 | 479 | 493 | 492 | 497 | 421 |
| 0.7  | 599 | 715 | 651 | 708 | 600 | 673 | 667 | 693 | 707 |
| 0.8  | 693 | 711 | 897 | 773 | 867 | 992 | 807 | 902 | 441 |
| 0.9  | 614 | 856 | 841 | 970 | 542 | 700 | 618 | 581 | 443 |

Tabela 35: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50  | 0.60  | 0.70  | 0.80  | 0.90  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.10 | 12.01 | 12.01 | 12.08 | 12.01 | 12.66 | 12.05 | 12.14 | 12.03 | 14.38 |
| 0.20 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 13.80 |
| 0.30 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.40 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.50 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.60 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.70 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.80 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 |
| 0.90 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.01 | 12.02 |

Tabela 36: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 272 | 214 | 230 | 191 | 211 | 195 | 192 | 198 | 234 |
| 0.2  | 260 | 228 | 206 | 186 | 176 | 180 | 177 | 191 | 308 |
| 0.3  | 280 | 236 | 203 | 198 | 187 | 189 | 181 | 185 | 200 |
| 0.4  | 282 | 234 | 207 | 196 | 188 | 187 | 189 | 195 | 199 |
| 0.5  | 284 | 230 | 220 | 202 | 192 | 198 | 198 | 201 | 221 |
| 0.6  | 288 | 239 | 217 | 199 | 218 | 208 | 207 | 209 | 264 |
| 0.7  | 282 | 242 | 220 | 220 | 217 | 226 | 231 | 215 | 260 |
| 0.8  | 308 | 255 | 240 | 210 | 217 | 248 | 242 | 266 | 349 |
| 0.9  | 321 | 261 | 238 | 227 | 256 | 236 | 242 | 251 | 350 |

Tabela 37: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 320.63 | 320.63 | 320.65 | 320.63 | 320.73 | 320.78 | 320.63 | 320.69 | 324.01 |
| 0.20 | 320.63 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.91 |
| 0.30 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.40 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.50 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.60 | 320.65 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.63 |
| 0.70 | 320.67 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.64 | 320.64 | 320.65 | 320.64 | 320.64 |
| 0.80 | 320.69 | 320.64 | 320.65 | 320.69 | 320.65 | 320.65 | 320.64 | 320.69 | 320.72 |
| 0.90 | 320.66 | 320.64 | 320.66 | 320.67 | 321.01 | 320.89 | 323.09 | 325.97 | 321.11 |

Tabela 38: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7  | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| 0.1  | 386 | 284 | 282 | 229 | 239 | 241 | 199  | 203 | 223 |
| 0.2  | 429 | 369 | 278 | 237 | 228 | 211 | 189  | 215 | 255 |
| 0.3  | 483 | 347 | 303 | 268 | 255 | 252 | 234  | 222 | 211 |
| 0.4  | 461 | 392 | 329 | 336 | 287 | 289 | 270  | 271 | 225 |
| 0.5  | 580 | 455 | 434 | 382 | 374 | 364 | 331  | 346 | 280 |
| 0.6  | 531 | 553 | 525 | 467 | 469 | 505 | 442  | 438 | 430 |
| 0.7  | 555 | 599 | 653 | 633 | 620 | 678 | 656  | 725 | 685 |
| 0.8  | 540 | 786 | 638 | 546 | 902 | 890 | 1033 | 915 | 775 |
| 0.9  | 607 | 902 | 878 | 948 | 542 | 672 | 375  | 278 | 943 |

Tabela 39: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50  | 0.60  | 0.70  | 0.80  | 0.90  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.10 | 12.00 | 11.99 | 12.00 | 12.45 | 12.02 | 12.14 | 12.27 | 14.37 | 27.67 |
| 0.20 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 12.00 | 11.99 | 12.17 |
| 0.30 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.40 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.50 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.60 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.70 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 |
| 0.80 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 12.00 | 11.99 | 11.99 |
| 0.90 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 11.99 | 12.00 | 12.00 | 12.00 |

Tabela 40: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 296 | 235 | 226 | 225 | 205 | 194 | 214 | 226 | 275 |
| 0.2  | 275 | 238 | 212 | 202 | 190 | 186 | 208 | 196 | 272 |
| 0.3  | 301 | 224 | 217 | 199 | 199 | 195 | 195 | 183 | 217 |
| 0.4  | 280 | 251 | 215 | 202 | 202 | 189 | 196 | 194 | 213 |
| 0.5  | 284 | 258 | 214 | 198 | 218 | 209 | 205 | 212 | 213 |
| 0.6  | 270 | 259 | 248 | 221 | 220 | 234 | 220 | 228 | 241 |
| 0.7  | 326 | 257 | 243 | 228 | 247 | 241 | 256 | 274 | 294 |
| 0.8  | 316 | 264 | 216 | 228 | 256 | 253 | 237 | 278 | 315 |
| 0.9  | 330 | 284 | 262 | 282 | 273 | 271 | 329 | 319 | 336 |



Tabela 41: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.05 | 339.05 | 339.05 | 339.10 | 340.76 |
| 0.20 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.05 | 339.84 |
| 0.30 | 339.05 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.40 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.50 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.60 | 339.05 | 339.05 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 |
| 0.70 | 339.06 | 339.05 | 339.04 | 339.05 | 339.04 | 339.04 | 339.05 | 339.05 | 339.04 |
| 0.80 | 339.19 | 339.06 | 339.05 | 339.05 | 339.06 | 339.07 | 339.09 | 340.60 | 339.08 |
| 0.90 | 339.05 | 339.09 | 339.37 | 339.21 | 339.11 | 339.07 | 342.13 | 341.89 | 339.48 |

Tabela 42: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5  | 0.6  | 0.7 | 0.8 | 0.9  |
|------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|------|
| 0.1  | 388 | 309 | 243 | 234 | 210  | 237  | 195 | 193 | 203  |
| 0.2  | 416 | 307 | 287 | 260 | 229  | 205  | 211 | 220 | 296  |
| 0.3  | 426 | 349 | 297 | 266 | 256  | 239  | 245 | 216 | 206  |
| 0.4  | 560 | 415 | 345 | 323 | 305  | 297  | 260 | 261 | 224  |
| 0.5  | 578 | 503 | 446 | 430 | 413  | 393  | 359 | 365 | 305  |
| 0.6  | 601 | 536 | 590 | 488 | 501  | 491  | 529 | 515 | 456  |
| 0.7  | 616 | 679 | 693 | 647 | 674  | 710  | 798 | 779 | 748  |
| 0.8  | 521 | 762 | 797 | 917 | 975  | 935  | 971 | 472 | 1089 |
| 0.9  | 944 | 768 | 557 | 745 | 1104 | 1497 | 436 | 544 | 1198 |

Tabela 43: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50  | 0.60  | 0.70  | 0.80  | 0.90  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.10 | 11.92 | 11.92 | 11.94 | 11.93 | 11.96 | 12.02 | 11.93 | 13.99 | 15.56 |
| 0.20 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.93 |
| 0.30 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.40 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.50 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.60 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.70 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.80 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |
| 0.90 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 | 11.92 |

Tabela 44: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 248 | 249 | 228 | 205 | 207 | 213 | 181 | 233 | 236 |
| 0.2  | 271 | 218 | 210 | 189 | 182 | 189 | 183 | 198 | 249 |
| 0.3  | 261 | 229 | 201 | 195 | 191 | 195 | 181 | 198 | 213 |
| 0.4  | 261 | 228 | 197 | 196 | 187 | 185 | 192 | 205 | 230 |
| 0.5  | 296 | 231 | 202 | 211 | 199 | 191 | 209 | 202 | 216 |
| 0.6  | 267 | 232 | 223 | 213 | 221 | 207 | 223 | 217 | 285 |
| 0.7  | 268 | 249 | 228 | 214 | 225 | 234 | 223 | 246 | 264 |
| 0.8  | 295 | 240 | 230 | 230 | 230 | 233 | 216 | 275 | 315 |
| 0.9  | 290 | 249 | 237 | 253 | 231 | 240 | 277 | 317 | 396 |

Tabela 45: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 337.21 | 335.92 | 352.18 | 349.74 | 340.25 | 355.24 | 381.85 | 454.94 | 440.57 |
| 0.20 | 333.08 | 337.85 | 339.17 | 337.86 | 336.58 | 365.40 | 358.47 | 388.54 | 372.34 |
| 0.30 | 333.21 | 333.30 | 340.62 | 334.36 | 334.67 | 343.41 | 345.76 | 356.69 | 363.00 |
| 0.40 | 333.17 | 333.13 | 333.19 | 334.83 | 333.46 | 337.91 | 344.74 | 343.08 | 350.65 |
| 0.50 | 333.04 | 333.13 | 333.03 | 337.08 | 333.17 | 333.32 | 333.40 | 344.36 | 341.55 |
| 0.60 | 333.05 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 334.08 | 333.04 | 336.75 |
| 0.70 | 333.07 | 333.04 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 333.03 | 337.80 | 333.03 | 333.68 |
| 0.80 | 333.05 | 333.04 | 333.06 | 333.04 | 333.03 | 333.04 | 337.18 | 333.07 | 335.16 |
| 0.90 | 333.19 | 333.18 | 333.07 | 333.33 | 333.05 | 333.11 | 333.08 | 361.41 | 333.04 |

Tabela 46: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.1  | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9  |
|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 0.1  | 367  | 308 | 213 | 178 | 180 | 176 | 146 | 144 | 149  |
| 0.2  | 395  | 342 | 262 | 235 | 194 | 211 | 189 | 174 | 162  |
| 0.3  | 492  | 372 | 299 | 254 | 250 | 253 | 225 | 207 | 184  |
| 0.4  | 477  | 395 | 378 | 294 | 294 | 378 | 294 | 291 | 282  |
| 0.5  | 557  | 525 | 406 | 760 | 373 | 431 | 501 | 711 | 472  |
| 0.6  | 711  | 468 | 527 | 412 | 419 | 356 | 674 | 492 | 1762 |
| 0.7  | 679  | 642 | 518 | 601 | 673 | 478 | 444 | 536 | 725  |
| 0.8  | 1053 | 637 | 699 | 633 | 625 | 666 | 689 | 500 | 828  |
| 0.9  | 718  | 495 | 958 | 594 | 886 | 649 | 713 | 394 | 480  |

Tabela 47: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 45.41 | 40.83 | 43.83 | 145.64 | 106.02 | 86.11  | 105.72 | 128.56 | 388.41 |
| 0.20 | 20.68 | 59.53 | 79.38 | 50.49  | 63.08  | 102.23 | 158.11 | 224.42 | 221.96 |
| 0.30 | 19.60 | 12.08 | 24.82 | 18.18  | 25.44  | 51.75  | 49.61  | 60.88  | 177.60 |
| 0.40 | 12.17 | 25.35 | 24.50 | 13.41  | 23.98  | 16.78  | 35.49  | 31.40  | 101.23 |
| 0.50 | 12.03 | 12.07 | 12.01 | 18.01  | 14.31  | 14.88  | 12.09  | 17.17  | 33.54  |
| 0.60 | 12.01 | 12.01 | 12.03 | 12.01  | 12.03  | 12.02  | 12.16  | 12.07  | 13.38  |
| 0.70 | 12.06 | 12.17 | 12.02 | 12.01  | 12.04  | 12.03  | 12.01  | 12.16  | 12.03  |
| 0.80 | 12.05 | 12.39 | 12.04 | 12.01  | 12.01  | 12.02  | 12.18  | 12.04  | 12.01  |
| 0.90 | 12.02 | 12.22 | 12.04 | 12.10  | 12.03  | 12.01  | 12.05  | 12.16  | 12.16  |

Tabela 48: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9  |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 0.1  | 309 | 250 | 217 | 204 | 191 | 177 | 177 | 157 | 152  |
| 0.2  | 378 | 325 | 291 | 239 | 240 | 243 | 207 | 177 | 173  |
| 0.3  | 492 | 303 | 321 | 297 | 267 | 243 | 233 | 214 | 234  |
| 0.4  | 364 | 309 | 338 | 285 | 347 | 295 | 380 | 333 | 285  |
| 0.5  | 302 | 285 | 277 | 408 | 326 | 342 | 264 | 354 | 1777 |
| 0.6  | 360 | 262 | 251 | 217 | 257 | 221 | 356 | 466 | 794  |
| 0.7  | 287 | 257 | 221 | 216 | 227 | 230 | 247 | 258 | 299  |
| 0.8  | 335 | 209 | 256 | 238 | 220 | 239 | 245 | 190 | 302  |
| 0.9  | 350 | 241 | 202 | 191 | 209 | 220 | 241 | 240 | 251  |

Tabela 49: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 323.61 | 343.39 | 332.27 | 343.29 | 332.30 | 371.16 | 383.09 | 358.43 | 402.99 |
| 0.20 | 326.94 | 322.28 | 331.55 | 329.44 | 348.53 | 344.41 | 343.72 | 406.18 | 417.38 |
| 0.30 | 325.33 | 320.89 | 320.94 | 323.81 | 330.57 | 325.80 | 328.41 | 346.67 | 412.62 |
| 0.40 | 320.65 | 320.69 | 320.64 | 321.12 | 320.86 | 331.26 | 322.24 | 334.12 | 357.03 |
| 0.50 | 321.00 | 322.22 | 320.63 | 320.67 | 320.67 | 340.42 | 322.38 | 323.55 | 365.89 |
| 0.60 | 320.65 | 320.63 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.64 | 338.69 | 320.66 | 324.07 |
| 0.70 | 320.64 | 320.63 | 320.63 | 320.87 | 320.63 | 320.63 | 320.63 | 320.94 | 320.64 |
| 0.80 | 320.65 | 320.64 | 320.64 | 320.64 | 320.64 | 320.64 | 320.94 | 373.04 | 320.94 |
| 0.90 | 320.95 | 320.88 | 320.64 | 320.64 | 320.65 | 320.69 | 320.69 | 326.51 | 320.64 |

Tabela 50: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.1  | 0.2  | 0.3 | 0.4  | 0.5 | 0.6  | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|------|------|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|
| 0.1  | 412  | 258  | 236 | 186  | 205 | 174  | 170 | 168 | 129 |
| 0.2  | 417  | 305  | 254 | 231  | 217 | 201  | 183 | 181 | 165 |
| 0.3  | 492  | 351  | 283 | 258  | 267 | 215  | 244 | 223 | 189 |
| 0.4  | 551  | 411  | 291 | 322  | 258 | 416  | 254 | 297 | 320 |
| 0.5  | 825  | 430  | 354 | 463  | 375 | 446  | 549 | 579 | 829 |
| 0.6  | 832  | 496  | 611 | 481  | 413 | 417  | 433 | 401 | 902 |
| 0.7  | 721  | 605  | 662 | 717  | 527 | 683  | 565 | 494 | 813 |
| 0.8  | 1061 | 689  | 797 | 772  | 691 | 757  | 501 | 368 | 604 |
| 0.9  | 697  | 1051 | 964 | 1030 | 831 | 1142 | 828 | 648 | 583 |

Tabela 51: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 23.35 | 22.35 | 50.10 | 107.19 | 95.33  | 148.23 | 174.95 | 149.68 | 265.07 |
| 0.20 | 39.86 | 27.81 | 56.95 | 91.58  | 100.89 | 89.84  | 104.20 | 166.05 | 225.40 |
| 0.30 | 24.14 | 26.61 | 39.38 | 44.71  | 67.50  | 21.56  | 51.77  | 61.26  | 215.33 |
| 0.40 | 12.08 | 12.02 | 12.46 | 25.51  | 33.03  | 37.05  | 20.72  | 47.03  | 138.66 |
| 0.50 | 12.19 | 12.01 | 12.02 | 18.42  | 17.95  | 12.49  | 12.01  | 17.38  | 38.73  |
| 0.60 | 12.00 | 12.09 | 12.00 | 11.99  | 12.00  | 20.52  | 12.00  | 59.55  | 22.22  |
| 0.70 | 12.02 | 12.00 | 12.02 | 12.06  | 11.99  | 12.00  | 12.00  | 12.00  | 54.19  |
| 0.80 | 12.07 | 12.06 | 12.01 | 12.03  | 12.03  | 12.10  | 12.09  | 12.04  | 12.02  |
| 0.90 | 12.03 | 12.01 | 12.03 | 12.19  | 12.02  | 12.11  | 12.00  | 12.03  | 71.76  |

Tabela 52: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9  |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 0.1  | 337 | 245 | 226 | 203 | 195 | 169 | 175 | 154 | 143  |
| 0.2  | 403 | 296 | 258 | 247 | 238 | 220 | 181 | 194 | 163  |
| 0.3  | 552 | 375 | 330 | 327 | 294 | 241 | 232 | 214 | 202  |
| 0.4  | 418 | 319 | 266 | 282 | 382 | 420 | 347 | 310 | 295  |
| 0.5  | 824 | 299 | 249 | 301 | 324 | 278 | 221 | 794 | 1261 |
| 0.6  | 314 | 296 | 268 | 245 | 212 | 323 | 236 | 933 | 615  |
| 0.7  | 320 | 282 | 255 | 210 | 311 | 216 | 228 | 224 | 264  |
| 0.8  | 271 | 280 | 247 | 270 | 220 | 241 | 207 | 226 | 321  |
| 0.9  | 369 | 340 | 247 | 220 | 259 | 240 | 300 | 203 | 197  |

Tabela 53: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 347.21 | 343.93 | 345.23 | 359.16 | 349.81 | 363.02 | 373.21 | 452.50 | 452.95 |
| 0.20 | 339.62 | 346.64 | 346.47 | 345.80 | 348.22 | 350.52 | 345.11 | 355.23 | 381.99 |
| 0.30 | 339.05 | 346.78 | 340.07 | 340.59 | 358.50 | 347.16 | 352.22 | 365.46 | 398.68 |
| 0.40 | 339.04 | 339.06 | 340.26 | 339.55 | 346.71 | 339.86 | 346.07 | 352.15 | 354.08 |
| 0.50 | 339.07 | 339.04 | 339.10 | 339.14 | 340.08 | 340.88 | 339.64 | 347.74 | 346.12 |
| 0.60 | 339.05 | 339.05 | 339.04 | 339.05 | 339.04 | 339.64 | 339.06 | 339.88 | 347.16 |
| 0.70 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.08 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.05 | 345.09 |
| 0.80 | 339.13 | 339.05 | 339.05 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.04 | 339.05 | 339.04 |
| 0.90 | 339.18 | 339.05 | 339.57 | 339.06 | 339.06 | 339.05 | 339.87 | 339.06 | 339.57 |

Tabela 54: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.1 | 0.2  | 0.3 | 0.4  | 0.5  | 0.6 | 0.7 | 0.8  | 0.9  |
|------|-----|------|-----|------|------|-----|-----|------|------|
| 0.1  | 390 | 245  | 225 | 199  | 177  | 177 | 165 | 154  | 146  |
| 0.2  | 392 | 290  | 252 | 229  | 201  | 212 | 190 | 184  | 172  |
| 0.3  | 529 | 408  | 314 | 260  | 261  | 229 | 238 | 209  | 208  |
| 0.4  | 550 | 447  | 352 | 377  | 328  | 286 | 345 | 250  | 300  |
| 0.5  | 579 | 443  | 553 | 368  | 341  | 434 | 361 | 1071 | 396  |
| 0.6  | 758 | 553  | 444 | 532  | 393  | 544 | 580 | 671  | 1507 |
| 0.7  | 914 | 600  | 612 | 544  | 496  | 592 | 433 | 527  | 1226 |
| 0.8  | 707 | 924  | 803 | 777  | 832  | 767 | 595 | 514  | 901  |
| 0.9  | 776 | 1034 | 795 | 1017 | 1093 | 927 | 493 | 688  | 606  |

Tabela 55: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 28.71 | 50.34 | 85.05 | 42.04 | 171.57 | 82.87  | 128.67 | 197.81 | 186.83 |
| 0.20 | 12.06 | 26.69 | 42.15 | 61.39 | 50.73  | 129.98 | 125.92 | 303.74 | 191.28 |
| 0.30 | 15.97 | 12.04 | 15.01 | 68.32 | 36.33  | 25.75  | 53.60  | 23.11  | 253.93 |
| 0.40 | 13.36 | 12.34 | 12.07 | 15.06 | 12.97  | 30.37  | 28.28  | 51.94  | 62.23  |
| 0.50 | 11.99 | 12.04 | 29.70 | 11.95 | 12.00  | 11.93  | 12.07  | 12.14  | 71.18  |
| 0.60 | 11.93 | 12.07 | 12.12 | 11.92 | 11.92  | 11.96  | 13.61  | 30.64  | 24.93  |
| 0.70 | 12.08 | 11.99 | 11.92 | 12.10 | 11.92  | 11.92  | 11.93  | 12.24  | 12.18  |
| 0.80 | 11.93 | 12.04 | 11.93 | 11.97 | 11.93  | 11.93  | 11.98  | 11.92  | 11.93  |
| 0.90 | 12.28 | 12.08 | 12.07 | 12.16 | 12.13  | 11.92  | 12.07  | 11.93  | 11.93  |

Tabela 56: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.1  | 306 | 253 | 231 | 195 | 191 | 179 | 164 | 159 | 152 |
| 0.2  | 326 | 308 | 271 | 239 | 230 | 209 | 200 | 193 | 177 |
| 0.3  | 461 | 282 | 322 | 325 | 304 | 231 | 255 | 239 | 211 |
| 0.4  | 732 | 403 | 288 | 311 | 273 | 324 | 387 | 284 | 411 |
| 0.5  | 353 | 354 | 494 | 300 | 298 | 242 | 279 | 402 | 751 |
| 0.6  | 345 | 291 | 215 | 227 | 222 | 213 | 919 | 452 | 380 |
| 0.7  | 272 | 321 | 214 | 253 | 252 | 268 | 248 | 218 | 530 |
| 0.8  | 359 | 227 | 247 | 232 | 205 | 250 | 209 | 262 | 283 |
| 0.9  | 282 | 265 | 222 | 202 | 210 | 210 | 200 | 213 | 305 |

Tabela 57: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100

| $F$  | $Cr$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ | $s_5$  | $s_6$ | $s_7$ | $s_8$ | $s_9$ | $s_{10}$ | $s_{11}$ | $s_{12}$ | $s_{13}$ | $s_{14}$ | $s_{15}$ | $s_{16}$ |
|------|------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.10 | 0.10 | 71.21 | 87.49 | 62.24 | 93.41 | 100.00 | 68.68 | 80.40 | 65.25 | 64.22 | 66.79    | 50.92    | 79.39    | 91.24    | 57.57    | 58.99    | 63.27    |
| 0.10 | 0.20 | 71.24 | 87.33 | 62.00 | 94.25 | 100.00 | 68.65 | 80.46 | 65.27 | 64.11 | 67.24    | 51.68    | 77.65    | 91.03    | 57.62    | 58.80    | 63.34    |
| 0.10 | 0.30 | 71.14 | 87.41 | 62.06 | 94.18 | 100.00 | 68.50 | 80.41 | 65.31 | 64.28 | 67.05    | 51.35    | 77.99    | 90.85    | 57.82    | 58.88    | 63.28    |
| 0.10 | 0.40 | 68.64 | 89.71 | 68.35 | 87.93 | 100.00 | 68.46 | 79.38 | 66.19 | 65.38 | 65.81    | 47.40    | 82.18    | 91.31    | 57.73    | 59.53    | 62.66    |
| 0.10 | 0.50 | 69.59 | 88.55 | 63.59 | 92.57 | 100.00 | 68.49 | 80.31 | 65.41 | 64.61 | 66.75    | 50.67    | 78.64    | 91.40    | 57.61    | 58.80    | 63.29    |
| 0.10 | 0.60 | 70.75 | 86.69 | 64.19 | 93.61 | 100.00 | 69.24 | 79.53 | 65.55 | 63.70 | 68.72    | 51.03    | 76.63    | 91.76    | 56.55    | 59.08    | 63.44    |
| 0.10 | 0.70 | 70.31 | 88.74 | 63.64 | 92.76 | 100.00 | 67.41 | 79.98 | 65.74 | 65.71 | 65.05    | 48.84    | 79.97    | 89.80    | 60.37    | 59.82    | 62.48    |
| 0.10 | 0.80 | 71.01 | 86.87 | 68.11 | 90.15 | 100.00 | 70.36 | 78.26 | 66.41 | 64.07 | 67.77    | 47.66    | 80.79    | 92.77    | 55.01    | 59.83    | 62.69    |
| 0.10 | 0.90 | 71.58 | 86.53 | 67.64 | 90.46 | 99.59  | 69.35 | 75.88 | 69.04 | 64.27 | 68.62    | 46.20    | 78.40    | 88.95    | 57.78    | 65.58    | 60.19    |
| 0.20 | 0.10 | 71.34 | 86.48 | 61.40 | 95.49 | 100.00 | 68.93 | 80.43 | 65.22 | 64.09 | 67.19    | 51.94    | 78.00    | 91.54    | 57.45    | 58.69    | 63.26    |
| 0.20 | 0.20 | 70.96 | 87.58 | 62.55 | 93.81 | 100.00 | 68.44 | 80.21 | 65.38 | 64.31 | 67.04    | 50.84    | 78.41    | 91.32    | 57.62    | 58.87    | 63.25    |
| 0.20 | 0.30 | 71.38 | 87.20 | 61.54 | 94.88 | 100.00 | 68.41 | 80.50 | 65.25 | 63.88 | 67.42    | 51.92    | 77.25    | 91.39    | 57.54    | 58.68    | 63.41    |
| 0.20 | 0.40 | 71.50 | 86.97 | 61.41 | 94.87 | 100.00 | 68.65 | 80.53 | 65.19 | 63.69 | 67.66    | 52.24    | 76.95    | 91.53    | 57.40    | 58.57    | 63.50    |
| 0.20 | 0.50 | 71.28 | 87.29 | 61.72 | 94.49 | 100.00 | 68.51 | 80.51 | 65.25 | 64.01 | 67.26    | 51.70    | 77.58    | 91.38    | 57.62    | 58.66    | 63.37    |
| 0.20 | 0.60 | 71.05 | 87.50 | 62.12 | 94.06 | 100.00 | 68.50 | 80.42 | 65.32 | 64.17 | 67.10    | 51.32    | 77.98    | 91.38    | 57.61    | 58.75    | 63.33    |
| 0.20 | 0.70 | 70.23 | 88.38 | 64.04 | 91.89 | 100.00 | 68.39 | 80.03 | 65.74 | 65.14 | 66.21    | 48.66    | 80.54    | 91.14    | 57.91    | 59.38    | 62.69    |
| 0.20 | 0.80 | 72.55 | 85.70 | 60.04 | 96.53 | 100.00 | 68.92 | 80.72 | 65.00 | 63.38 | 68.04    | 53.32    | 75.98    | 91.34    | 57.42    | 58.45    | 63.60    |
| 0.20 | 0.90 | 73.77 | 84.94 | 57.57 | 98.30 | 100.00 | 69.65 | 81.60 | 64.37 | 62.71 | 68.72    | 54.98    | 74.89    | 91.43    | 56.96    | 57.78    | 63.95    |
| 0.30 | 0.10 | 70.95 | 87.37 | 62.76 | 94.33 | 100.00 | 68.38 | 80.20 | 65.38 | 64.42 | 66.93    | 50.57    | 77.76    | 91.26    | 58.09    | 58.94    | 63.25    |
| 0.30 | 0.20 | 71.31 | 87.14 | 61.11 | 95.19 | 100.00 | 68.37 | 80.54 | 65.27 | 63.81 | 67.38    | 52.17    | 77.40    | 91.46    | 57.47    | 58.67    | 63.38    |
| 0.30 | 0.30 | 71.12 | 87.37 | 61.94 | 94.21 | 100.00 | 68.59 | 80.45 | 65.29 | 64.15 | 67.11    | 51.37    | 77.96    | 91.34    | 57.60    | 58.78    | 63.33    |
| 0.30 | 0.40 | 71.12 | 87.51 | 62.09 | 93.97 | 100.00 | 68.50 | 80.41 | 65.32 | 64.16 | 67.09    | 51.31    | 78.00    | 91.33    | 57.63    | 58.77    | 63.31    |
| 0.30 | 0.50 | 71.17 | 87.33 | 61.88 | 94.31 | 100.00 | 68.55 | 80.48 | 65.26 | 64.11 | 67.17    | 51.53    | 77.86    | 91.40    | 57.57    | 58.70    | 63.37    |
| 0.30 | 0.60 | 70.59 | 87.96 | 62.93 | 93.10 | 100.00 | 68.45 | 80.31 | 65.41 | 64.49 | 66.73    | 50.50    | 78.88    | 91.35    | 57.69    | 58.89    | 63.23    |
| 0.30 | 0.70 | 70.88 | 87.64 | 62.46 | 93.77 | 100.00 | 68.50 | 80.39 | 65.33 | 64.33 | 66.90    | 50.82    | 78.43    | 91.38    | 57.60    | 58.80    | 63.30    |
| 0.30 | 0.80 | 71.16 | 87.42 | 61.99 | 94.17 | 100.00 | 68.52 | 80.45 | 65.30 | 64.14 | 67.12    | 51.38    | 77.96    | 91.39    | 57.59    | 58.74    | 63.33    |
| 0.30 | 0.90 | 69.47 | 88.52 | 65.65 | 91.72 | 100.00 | 68.51 | 79.83 | 65.56 | 64.98 | 66.60    | 49.11    | 79.52    | 91.26    | 57.66    | 59.23    | 63.16    |
| 0.40 | 0.10 | 71.75 | 87.11 | 60.69 | 95.11 | 100.00 | 68.59 | 80.69 | 65.13 | 63.58 | 67.32    | 52.84    | 76.66    | 91.32    | 57.78    | 58.46    | 63.54    |
| 0.40 | 0.20 | 70.99 | 87.45 | 62.48 | 93.87 | 100.00 | 68.57 | 80.26 | 65.38 | 64.26 | 66.83    | 50.97    | 78.60    | 91.23    | 57.68    | 58.82    | 63.35    |
| 0.40 | 0.30 | 71.03 | 87.67 | 62.09 | 93.65 | 100.00 | 68.38 | 80.49 | 65.35 | 64.26 | 67.08    | 51.44    | 77.79    | 91.19    | 57.80    | 58.74    | 63.26    |
| 0.40 | 0.40 | 70.95 | 87.60 | 62.37 | 93.79 | 100.00 | 68.51 | 80.40 | 65.29 | 64.19 | 66.96    | 51.20    | 78.28    | 91.35    | 57.58    | 58.75    | 63.35    |
| 0.40 | 0.50 | 71.14 | 87.46 | 62.05 | 94.24 | 100.00 | 68.45 | 80.44 | 65.24 | 64.08 | 67.16    | 51.34    | 77.93    | 91.40    | 57.63    | 58.76    | 63.34    |
| 0.40 | 0.60 | 71.09 | 87.49 | 62.05 | 94.14 | 100.00 | 68.53 | 80.40 | 65.36 | 64.18 | 67.08    | 51.29    | 77.96    | 91.36    | 57.58    | 58.76    | 63.33    |
| 0.40 | 0.70 | 71.13 | 87.46 | 61.98 | 94.13 | 100.00 | 68.54 | 80.41 | 65.33 | 64.13 | 67.13    | 51.46    | 77.85    | 91.35    | 57.58    | 58.72    | 63.36    |
| 0.40 | 0.80 | 71.14 | 87.43 | 61.95 | 94.26 | 100.00 | 68.45 | 80.43 | 65.31 | 64.15 | 67.14    | 51.41    | 77.86    | 91.40    | 57.61    | 58.74    | 63.33    |
| 0.40 | 0.90 | 71.20 | 87.42 | 61.98 | 94.18 | 100.00 | 68.50 | 80.44 | 65.31 | 64.16 | 67.09    | 51.31    | 78.04    | 91.35    | 57.62    | 58.77    | 63.33    |

|      |      |       |       |       |       |        |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.50 | 0.10 | 70.98 | 86.81 | 62.59 | 93.92 | 100.00 | 69.34 | 80.48 | 65.03 | 63.59 | 67.72 | 51.78 | 77.58 | 91.93 | 57.03 | 58.56 | 63.60 |
|------|------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

Tabela 58: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 100

| $F$  | $Cr$ | $s_1$  | $s_2$ | $s_3$  | $s_4$  | $s_5$  | $s_6$ | $s_7$  | $s_8$  | $s_9$ | $s_{10}$ | $s_{11}$ | $s_{12}$ | $s_{13}$ | $s_{14}$ | $s_{15}$ | $s_{16}$ |
|------|------|--------|-------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.10 | 0.10 | 100.00 | 99.28 | 100.00 | 96.42  | 100.00 | 96.19 | 99.86  | 99.82  | 1.25  | 0.03     | 2.28     | 4.32     | 3.54     | 0.00     | 0.00     | 1.77     |
| 0.10 | 0.20 | 100.00 | 99.36 | 100.00 | 96.68  | 100.00 | 96.14 | 99.90  | 99.79  | 0.96  | 0.00     | 2.04     | 4.42     | 3.50     | 0.07     | 0.00     | 1.60     |
| 0.10 | 0.30 | 99.04  | 99.51 | 96.86  | 98.43  | 100.00 | 96.24 | 99.98  | 99.73  | 2.78  | 0.00     | 6.18     | 1.39     | 2.47     | 0.06     | 0.94     | 1.42     |
| 0.10 | 0.40 | 100.00 | 99.39 | 100.00 | 96.30  | 100.00 | 96.12 | 99.83  | 99.93  | 0.94  | 0.00     | 2.13     | 5.06     | 3.66     | 0.00     | 0.00     | 1.44     |
| 0.10 | 0.50 | 97.94  | 99.43 | 100.00 | 98.50  | 100.00 | 97.24 | 95.25  | 100.00 | 5.03  | 0.00     | 0.00     | 1.24     | 0.37     | 0.11     | 10.08    | 0.00     |
| 0.10 | 0.60 | 99.69  | 99.26 | 100.00 | 97.07  | 100.00 | 96.29 | 99.22  | 100.00 | 2.19  | 0.00     | 0.19     | 4.53     | 2.15     | 0.16     | 2.57     | 0.76     |
| 0.10 | 0.70 | 100.00 | 96.17 | 98.71  | 100.00 | 100.00 | 97.33 | 99.90  | 99.49  | 1.06  | 3.93     | 5.52     | 0.00     | 1.94     | 0.00     | 0.00     | 1.68     |
| 0.10 | 0.80 | 100.00 | 98.46 | 100.00 | 97.97  | 100.00 | 96.93 | 100.00 | 98.81  | 1.31  | 0.78     | 2.16     | 2.62     | 2.70     | 0.00     | 0.00     | 2.69     |
| 0.10 | 0.90 | 98.55  | 95.39 | 98.66  | 99.99  | 99.44  | 99.18 | 95.34  | 95.76  | 2.88  | 0.05     | 6.76     | 3.59     | 4.01     | 13.47    | 9.69     | 1.68     |
| 0.20 | 0.10 | 100.00 | 99.28 | 99.82  | 96.78  | 100.00 | 96.18 | 99.82  | 99.81  | 1.02  | 0.00     | 2.06     | 4.50     | 3.63     | 0.00     | 0.00     | 1.59     |
| 0.20 | 0.20 | 100.00 | 99.41 | 99.99  | 96.28  | 100.00 | 96.15 | 99.80  | 99.91  | 0.99  | 0.05     | 2.98     | 4.74     | 3.22     | 0.03     | 0.00     | 1.52     |
| 0.20 | 0.30 | 100.00 | 99.36 | 100.00 | 96.37  | 100.00 | 96.15 | 99.86  | 99.88  | 0.97  | 0.00     | 2.14     | 4.96     | 3.59     | 0.00     | 0.00     | 1.49     |
| 0.20 | 0.40 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.41  | 100.00 | 96.14 | 99.84  | 99.91  | 1.01  | 0.00     | 2.02     | 4.91     | 3.73     | 0.02     | 0.00     | 1.47     |
| 0.20 | 0.50 | 100.00 | 99.38 | 100.00 | 96.32  | 100.00 | 96.14 | 99.83  | 99.91  | 0.98  | 0.00     | 2.09     | 5.08     | 3.64     | 0.00     | 0.00     | 1.45     |
| 0.20 | 0.60 | 100.00 | 99.36 | 100.00 | 96.40  | 100.00 | 96.14 | 99.85  | 99.89  | 1.02  | 0.00     | 2.03     | 4.94     | 3.60     | 0.00     | 0.00     | 1.49     |
| 0.20 | 0.70 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.32  | 100.00 | 96.14 | 99.84  | 99.91  | 0.99  | 0.00     | 2.06     | 5.08     | 3.62     | 0.00     | 0.00     | 1.46     |
| 0.20 | 0.80 | 100.00 | 99.15 | 99.73  | 97.39  | 100.00 | 96.35 | 99.96  | 99.33  | 1.02  | 0.18     | 3.05     | 3.02     | 3.14     | 0.01     | 0.00     | 2.19     |
| 0.20 | 0.90 | 98.23  | 99.70 | 97.54  | 99.57  | 98.73  | 90.61 | 97.20  | 100.00 | 4.69  | 0.00     | 0.00     | 0.00     | 24.29    | 11.11    | 6.63     | 0.00     |
| 0.30 | 0.10 | 100.00 | 99.33 | 100.00 | 96.54  | 100.00 | 96.04 | 99.94  | 99.87  | 1.41  | 0.00     | 1.50     | 5.10     | 3.40     | 0.31     | 0.00     | 1.21     |
| 0.30 | 0.20 | 100.00 | 99.41 | 99.98  | 96.41  | 100.00 | 96.15 | 99.87  | 99.87  | 0.88  | 0.01     | 2.35     | 4.48     | 3.57     | 0.11     | 0.00     | 1.49     |
| 0.30 | 0.30 | 100.00 | 99.36 | 100.00 | 96.35  | 100.00 | 96.14 | 99.86  | 99.92  | 0.98  | 0.00     | 2.15     | 4.81     | 3.62     | 0.01     | 0.00     | 1.47     |
| 0.30 | 0.40 | 100.00 | 99.38 | 100.00 | 96.29  | 100.00 | 96.15 | 99.84  | 99.92  | 1.01  | 0.00     | 2.09     | 5.10     | 3.66     | 0.00     | 0.00     | 1.44     |
| 0.30 | 0.50 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.29  | 100.00 | 96.14 | 99.84  | 99.91  | 1.02  | 0.00     | 2.06     | 5.11     | 3.55     | 0.00     | 0.00     | 1.46     |
| 0.30 | 0.60 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.36  | 100.00 | 96.14 | 99.84  | 99.90  | 1.01  | 0.00     | 2.08     | 4.97     | 3.60     | 0.01     | 0.00     | 1.49     |
| 0.30 | 0.70 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.33  | 100.00 | 96.14 | 99.84  | 99.91  | 0.99  | 0.00     | 2.06     | 5.09     | 3.62     | 0.00     | 0.00     | 1.44     |
| 0.30 | 0.80 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.32  | 100.00 | 96.14 | 99.84  | 99.91  | 1.00  | 0.00     | 2.05     | 5.07     | 3.61     | 0.00     | 0.00     | 1.45     |
| 0.30 | 0.90 | 100.00 | 99.36 | 100.00 | 96.36  | 100.00 | 96.15 | 99.82  | 99.89  | 0.91  | 0.00     | 2.27     | 4.92     | 3.61     | 0.00     | 0.00     | 1.49     |
| 0.40 | 0.10 | 100.00 | 99.32 | 100.00 | 96.72  | 100.00 | 96.27 | 99.91  | 99.65  | 0.75  | 0.06     | 3.02     | 4.11     | 3.05     | 0.00     | 0.00     | 1.72     |
| 0.40 | 0.20 | 100.00 | 99.31 | 100.00 | 96.40  | 100.00 | 96.18 | 99.82  | 99.90  | 0.93  | 0.12     | 2.10     | 5.11     | 3.56     | 0.00     | 0.00     | 1.39     |
| 0.40 | 0.30 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.24  | 100.00 | 96.18 | 99.87  | 99.91  | 1.02  | 0.00     | 1.91     | 5.14     | 3.55     | 0.00     | 0.00     | 1.40     |
| 0.40 | 0.40 | 100.00 | 99.38 | 100.00 | 96.34  | 100.00 | 96.12 | 99.82  | 99.95  | 1.01  | 0.00     | 2.16     | 4.84     | 3.59     | 0.02     | 0.00     | 1.42     |
| 0.40 | 0.50 | 100.00 | 99.40 | 100.00 | 96.29  | 100.00 | 96.10 | 99.84  | 99.93  | 0.98  | 0.00     | 2.06     | 5.00     | 3.68     | 0.03     | 0.00     | 1.40     |
| 0.40 | 0.60 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.36  | 100.00 | 96.11 | 99.86  | 99.90  | 1.00  | 0.00     | 2.05     | 4.94     | 3.61     | 0.00     | 0.00     | 1.49     |
| 0.40 | 0.70 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.32  | 100.00 | 96.16 | 99.84  | 99.89  | 0.96  | 0.00     | 2.15     | 5.05     | 3.57     | 0.00     | 0.00     | 1.47     |
| 0.40 | 0.80 | 100.00 | 99.37 | 100.00 | 96.32  | 100.00 | 96.14 | 99.84  | 99.91  | 1.02  | 0.00     | 2.01     | 5.08     | 3.66     | 0.01     | 0.00     | 1.44     |
| 0.40 | 0.90 | 100.00 | 99.38 | 100.00 | 96.31  | 100.00 | 96.13 | 99.85  | 99.92  | 0.98  | 0.00     | 2.05     | 5.15     | 3.59     | 0.01     | 0.00     | 1.42     |
| 0.50 | 0.10 | 100.00 | 99.39 | 100.00 | 96.55  | 100.00 | 96.17 | 99.78  | 99.92  | 0.85  | 0.02     | 2.50     | 4.36     | 3.88     | 0.32     | 0.00     | 1.47     |

Tabela 59: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije  
100

| $F$ | $Cr$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ | $s_5$ | $s_6$ | $s_7$ | $s_8$ | $s_9$ | $s_{10}$ | $s_{11}$ | $s_{12}$ | $s_{13}$ | $s_{14}$ | $s_{15}$ | $s_{16}$ |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.1 | 0.1  | 97.68 | 51.99 | 91.98 | 55.25 | 81.87 | 64.15 | 47.15 | 64.30 | 60.69 | 55.92    | 86.53    | 58.24    | 54.42    | 94.86    | 60.50    | 75.40    |
| 0.1 | 0.2  | 97.57 | 52.16 | 92.18 | 55.29 | 82.19 | 64.04 | 46.64 | 64.32 | 60.80 | 55.78    | 86.36    | 58.35    | 54.35    | 94.94    | 60.72    | 75.34    |
| 0.1 | 0.3  | 96.70 | 55.00 | 92.37 | 54.62 | 82.47 | 63.05 | 46.62 | 64.50 | 61.18 | 54.65    | 86.25    | 58.59    | 54.30    | 95.16    | 60.72    | 75.32    |
| 0.1 | 0.4  | 97.66 | 51.92 | 92.01 | 55.38 | 82.08 | 64.12 | 46.79 | 64.21 | 60.61 | 56.00    | 86.57    | 58.27    | 54.46    | 94.83    | 60.62    | 75.40    |
| 0.1 | 0.5  | 96.84 | 55.39 | 92.13 | 54.20 | 81.26 | 63.87 | 47.96 | 64.22 | 62.18 | 51.22    | 85.55    | 60.17    | 54.55    | 95.57    | 60.39    | 75.09    |
| 0.1 | 0.6  | 95.33 | 56.47 | 93.70 | 53.23 | 81.88 | 64.87 | 46.59 | 64.35 | 63.05 | 53.92    | 84.70    | 59.32    | 55.33    | 92.64    | 60.46    | 75.73    |
| 0.1 | 0.7  | 97.60 | 51.51 | 92.60 | 55.31 | 82.07 | 64.48 | 46.42 | 64.25 | 60.85 | 56.07    | 85.78    | 58.38    | 54.41    | 94.77    | 60.91    | 75.36    |
| 0.1 | 0.8  | 98.86 | 48.28 | 91.56 | 56.27 | 80.99 | 66.75 | 47.29 | 63.55 | 60.04 | 57.88    | 86.72    | 57.88    | 55.24    | 92.93    | 60.33    | 75.80    |
| 0.1 | 0.9  | 97.48 | 56.14 | 87.84 | 59.59 | 72.89 | 79.19 | 59.04 | 52.12 | 64.67 | 47.37    | 83.93    | 56.08    | 57.34    | 89.08    | 55.83    | 82.61    |
| 0.2 | 0.1  | 97.48 | 52.20 | 92.28 | 55.21 | 82.21 | 64.19 | 46.56 | 64.24 | 60.91 | 55.83    | 86.30    | 58.19    | 54.29    | 94.92    | 60.61    | 75.44    |
| 0.2 | 0.2  | 97.04 | 53.07 | 92.66 | 54.78 | 82.62 | 63.31 | 46.24 | 64.58 | 61.28 | 55.18    | 85.79    | 58.74    | 54.04    | 95.21    | 61.06    | 75.22    |
| 0.2 | 0.3  | 97.31 | 52.44 | 92.34 | 55.11 | 82.29 | 63.84 | 46.54 | 64.37 | 61.24 | 55.54    | 86.07    | 58.49    | 54.22    | 95.00    | 60.84    | 75.30    |
| 0.2 | 0.4  | 97.61 | 52.07 | 92.03 | 55.31 | 82.08 | 64.07 | 46.79 | 64.27 | 60.62 | 55.95    | 86.57    | 58.28    | 54.47    | 94.84    | 60.61    | 75.38    |
| 0.2 | 0.5  | 97.68 | 52.00 | 91.98 | 55.36 | 81.99 | 64.24 | 46.87 | 64.20 | 60.57 | 56.02    | 86.65    | 58.24    | 54.55    | 94.72    | 60.53    | 75.43    |
| 0.2 | 0.6  | 97.66 | 52.09 | 91.94 | 55.35 | 82.04 | 64.09 | 46.86 | 64.25 | 60.49 | 56.00    | 86.75    | 58.25    | 54.57    | 94.81    | 60.48    | 75.40    |
| 0.2 | 0.7  | 97.61 | 52.09 | 92.04 | 55.32 | 82.10 | 64.04 | 46.77 | 64.27 | 60.63 | 55.93    | 86.57    | 58.28    | 54.46    | 94.87    | 60.60    | 75.38    |
| 0.2 | 0.8  | 97.43 | 52.11 | 92.61 | 55.21 | 82.34 | 64.05 | 46.05 | 64.38 | 60.85 | 55.90    | 86.00    | 58.36    | 54.26    | 94.85    | 61.18    | 75.33    |
| 0.2 | 0.9  | 92.79 | 57.69 | 92.41 | 54.88 | 83.84 | 62.55 | 48.21 | 63.35 | 62.63 | 54.13    | 87.36    | 58.29    | 54.71    | 95.01    | 58.07    | 75.83    |
| 0.3 | 0.1  | 97.79 | 52.14 | 92.06 | 55.38 | 81.94 | 64.01 | 46.82 | 64.21 | 60.52 | 55.66    | 86.70    | 58.23    | 54.69    | 94.64    | 60.48    | 75.43    |
| 0.3 | 0.2  | 97.65 | 52.04 | 92.05 | 55.36 | 82.12 | 64.12 | 46.71 | 64.25 | 60.61 | 56.01    | 86.61    | 58.20    | 54.40    | 94.82    | 60.58    | 75.39    |
| 0.3 | 0.3  | 97.58 | 52.13 | 92.14 | 55.23 | 82.07 | 64.16 | 46.61 | 64.32 | 60.61 | 55.91    | 86.64    | 58.30    | 54.52    | 94.80    | 60.73    | 75.35    |
| 0.3 | 0.4  | 97.59 | 52.19 | 92.05 | 55.29 | 82.13 | 64.05 | 46.70 | 64.24 | 60.65 | 55.84    | 86.54    | 58.34    | 54.45    | 94.90    | 60.65    | 75.37    |
| 0.3 | 0.5  | 97.56 | 52.20 | 92.08 | 55.31 | 82.11 | 63.98 | 46.79 | 64.27 | 60.67 | 55.86    | 86.53    | 58.29    | 54.47    | 94.89    | 60.60    | 75.38    |
| 0.3 | 0.6  | 97.82 | 51.67 | 91.79 | 55.50 | 81.84 | 64.31 | 47.05 | 64.14 | 60.53 | 56.13    | 86.72    | 58.21    | 54.60    | 94.74    | 60.45    | 75.42    |
| 0.3 | 0.7  | 97.57 | 52.19 | 92.09 | 55.28 | 82.14 | 63.99 | 46.68 | 64.31 | 60.64 | 55.88    | 86.55    | 58.31    | 54.46    | 94.89    | 60.64    | 75.37    |
| 0.3 | 0.8  | 97.62 | 52.09 | 92.04 | 55.31 | 82.06 | 64.07 | 46.78 | 64.27 | 60.63 | 55.93    | 86.60    | 58.28    | 54.47    | 94.86    | 60.59    | 75.38    |
| 0.3 | 0.9  | 97.54 | 52.48 | 92.00 | 55.26 | 82.33 | 63.43 | 46.77 | 64.37 | 60.59 | 55.86    | 86.66    | 58.27    | 54.42    | 95.04    | 60.55    | 75.36    |
| 0.4 | 0.1  | 97.67 | 52.23 | 92.15 | 55.03 | 81.92 | 63.91 | 46.80 | 64.34 | 60.99 | 55.98    | 85.99    | 58.45    | 54.46    | 94.89    | 60.76    | 75.36    |
| 0.4 | 0.2  | 97.46 | 52.42 | 92.11 | 55.12 | 82.15 | 63.95 | 46.82 | 64.41 | 60.85 | 55.69    | 86.39    | 58.42    | 54.32    | 94.97    | 60.67    | 75.30    |
| 0.4 | 0.3  | 97.57 | 52.10 | 92.04 | 55.34 | 82.20 | 64.01 | 46.66 | 64.31 | 60.53 | 55.92    | 86.61    | 58.22    | 54.44    | 94.98    | 60.59    | 75.34    |
| 0.4 | 0.4  | 97.68 | 51.91 | 91.98 | 55.38 | 82.12 | 64.04 | 46.80 | 64.23 | 60.48 | 56.06    | 86.69    | 58.22    | 54.58    | 94.80    | 60.50    | 75.40    |
| 0.4 | 0.5  | 97.56 | 52.13 | 91.99 | 55.32 | 82.12 | 64.01 | 46.74 | 64.29 | 60.65 | 55.88    | 86.73    | 58.21    | 54.48    | 94.87    | 60.53    | 75.41    |
| 0.4 | 0.6  | 97.64 | 52.07 | 92.00 | 55.28 | 82.15 | 64.06 | 46.73 | 64.32 | 60.59 | 55.96    | 86.66    | 58.30    | 54.49    | 94.84    | 60.59    | 75.38    |
| 0.4 | 0.7  | 97.55 | 52.25 | 92.05 | 55.28 | 82.13 | 63.97 | 46.67 | 64.31 | 60.70 | 55.88    | 86.59    | 58.26    | 54.42    | 94.90    | 60.66    | 75.37    |
| 0.4 | 0.8  | 97.60 | 52.10 | 92.05 | 55.29 | 82.13 | 64.05 | 46.74 | 64.30 | 60.62 | 55.91    | 86.60    | 58.31    | 54.50    | 94.86    | 60.58    | 75.38    |
| 0.4 | 0.9  | 97.62 | 52.08 | 92.04 | 55.32 | 82.09 | 64.04 | 46.77 | 64.28 | 60.62 | 55.93    | 86.57    | 58.28    | 54.46    | 94.87    | 60.61    | 75.37    |
| 0.5 | 0.1  | 97.55 | 52.51 | 92.22 | 55.10 | 82.00 | 63.93 | 47.01 | 64.23 | 60.67 | 55.46    | 86.42    | 58.81    | 54.29    | 95.19    | 60.48    | 75.22    |



Tabela 60: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 100

| $F$  | $Cr$ | $s_1$  | $s_2$ | $s_3$  | $s_4$  | $s_5$ | $s_6$  | $s_7$ | $s_8$  | $s_9$ | $s_{10}$ | $s_{11}$ | $s_{12}$ | $s_{13}$ | $s_{14}$ | $s_{15}$ | $s_{16}$ |
|------|------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.10 | 0.10 | 99.83  | 95.17 | 100.00 | 99.36  | 99.23 | 98.97  | 97.69 | 100.00 | 0.57  | 1.96     | 3.52     | 3.58     | 0.00     | 0.00     | 2.40     | 1.25     |
| 0.10 | 0.20 | 100.00 | 94.08 | 100.00 | 99.56  | 99.45 | 99.11  | 97.52 | 100.00 | 0.00  | 2.98     | 3.77     | 3.24     | 0.00     | 0.00     | 2.44     | 1.10     |
| 0.10 | 0.30 | 99.74  | 94.92 | 100.00 | 99.32  | 99.38 | 98.91  | 97.84 | 100.00 | 1.43  | 1.47     | 2.98     | 3.74     | 0.00     | 0.00     | 2.14     | 1.21     |
| 0.10 | 0.40 | 100.00 | 95.55 | 100.00 | 99.74  | 98.04 | 99.75  | 98.61 | 97.45  | 0.52  | 0.82     | 4.07     | 0.63     | 0.21     | 0.00     | 0.42     | 9.49     |
| 0.10 | 0.50 | 99.83  | 95.54 | 99.72  | 97.90  | 99.40 | 99.07  | 97.67 | 100.00 | 0.00  | 0.93     | 6.86     | 4.60     | 0.00     | 0.00     | 2.06     | 1.20     |
| 0.10 | 0.60 | 100.00 | 89.92 | 99.55  | 100.00 | 99.74 | 99.28  | 97.68 | 100.00 | 0.00  | 12.93    | 7.28     | 0.81     | 0.00     | 0.00     | 1.07     | 1.37     |
| 0.10 | 0.70 | 100.00 | 92.99 | 100.00 | 98.61  | 97.53 | 99.44  | 99.63 | 98.55  | 0.00  | 9.60     | 3.55     | 1.87     | 0.80     | 0.00     | 0.00     | 5.82     |
| 0.10 | 0.80 | 95.22  | 96.91 | 99.34  | 99.57  | 98.91 | 93.58  | 98.30 | 100.00 | 22.54 | 0.00     | 0.00     | 1.70     | 6.22     | 0.11     | 0.00     | 4.73     |
| 0.10 | 0.90 | 99.65  | 88.09 | 96.36  | 83.43  | 91.27 | 100.00 | 97.65 | 93.62  | 32.05 | 8.37     | 15.39    | 10.56    | 0.00     | 10.92    | 0.00     | 26.10    |
| 0.20 | 0.10 | 100.00 | 94.37 | 100.00 | 99.51  | 99.25 | 99.24  | 97.92 | 100.00 | 0.00  | 2.56     | 3.25     | 3.49     | 0.00     | 0.00     | 2.16     | 1.05     |
| 0.20 | 0.20 | 100.00 | 94.20 | 100.00 | 99.53  | 99.48 | 99.08  | 97.57 | 100.00 | 0.00  | 2.78     | 3.67     | 3.35     | 0.00     | 0.00     | 2.43     | 1.07     |
| 0.20 | 0.30 | 100.00 | 94.07 | 100.00 | 99.51  | 99.45 | 99.12  | 97.60 | 100.00 | 0.00  | 3.03     | 3.72     | 3.35     | 0.00     | 0.00     | 2.40     | 1.07     |
| 0.20 | 0.40 | 100.00 | 94.18 | 100.00 | 99.49  | 99.43 | 99.08  | 97.58 | 100.00 | 0.00  | 2.84     | 3.75     | 3.37     | 0.00     | 0.00     | 2.35     | 1.11     |
| 0.20 | 0.50 | 100.00 | 94.09 | 100.00 | 99.52  | 99.45 | 99.09  | 97.58 | 100.00 | 0.00  | 2.99     | 3.75     | 3.32     | 0.00     | 0.00     | 2.41     | 1.10     |
| 0.20 | 0.60 | 100.00 | 94.24 | 100.00 | 99.42  | 99.42 | 99.08  | 97.67 | 100.00 | 0.00  | 2.77     | 3.74     | 3.46     | 0.00     | 0.00     | 2.32     | 1.10     |
| 0.20 | 0.70 | 100.00 | 94.92 | 99.73  | 99.32  | 99.30 | 99.01  | 98.22 | 100.00 | 0.05  | 1.26     | 4.25     | 3.63     | 0.00     | 0.00     | 1.72     | 1.12     |
| 0.20 | 0.80 | 100.00 | 94.31 | 100.00 | 99.25  | 99.39 | 99.08  | 97.87 | 100.00 | 0.00  | 2.72     | 3.65     | 3.74     | 0.00     | 0.00     | 2.12     | 1.09     |
| 0.20 | 0.90 | 100.00 | 97.66 | 100.00 | 99.06  | 97.87 | 97.20  | 95.51 | 100.00 | 0.01  | 0.01     | 3.77     | 3.55     | 1.92     | 0.00     | 5.52     | 1.55     |
| 0.30 | 0.10 | 100.00 | 94.44 | 100.00 | 99.06  | 99.31 | 99.13  | 97.99 | 100.00 | 0.03  | 2.36     | 3.62     | 3.92     | 0.03     | 0.00     | 1.82     | 1.09     |
| 0.30 | 0.20 | 100.00 | 94.03 | 100.00 | 99.61  | 99.48 | 99.03  | 97.57 | 100.00 | 0.00  | 3.27     | 3.51     | 3.18     | 0.00     | 0.00     | 2.46     | 1.16     |
| 0.30 | 0.30 | 100.00 | 94.14 | 100.00 | 99.51  | 99.42 | 99.09  | 97.60 | 100.00 | 0.00  | 2.98     | 3.75     | 3.35     | 0.00     | 0.00     | 2.32     | 1.09     |
| 0.30 | 0.40 | 100.00 | 94.06 | 100.00 | 99.55  | 99.48 | 99.10  | 97.52 | 100.00 | 0.00  | 3.08     | 3.82     | 3.24     | 0.00     | 0.00     | 2.43     | 1.11     |
| 0.30 | 0.50 | 100.00 | 94.08 | 100.00 | 99.55  | 99.44 | 99.09  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 3.02     | 3.73     | 3.29     | 0.00     | 0.00     | 2.43     | 1.09     |
| 0.30 | 0.60 | 100.00 | 94.12 | 100.00 | 99.51  | 99.45 | 99.08  | 97.58 | 100.00 | 0.00  | 2.98     | 3.73     | 3.34     | 0.00     | 0.00     | 2.40     | 1.11     |
| 0.30 | 0.70 | 100.00 | 94.14 | 100.00 | 99.51  | 99.45 | 99.09  | 97.58 | 100.00 | 0.00  | 2.96     | 3.72     | 3.34     | 0.00     | 0.00     | 2.41     | 1.10     |
| 0.30 | 0.80 | 100.00 | 94.11 | 100.00 | 99.54  | 99.45 | 99.09  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 2.98     | 3.72     | 3.31     | 0.00     | 0.00     | 2.44     | 1.10     |
| 0.30 | 0.90 | 100.00 | 94.10 | 100.00 | 99.53  | 99.45 | 99.09  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 3.00     | 3.74     | 3.30     | 0.00     | 0.00     | 2.42     | 1.11     |
| 0.40 | 0.10 | 100.00 | 93.98 | 100.00 | 99.73  | 99.40 | 99.10  | 97.74 | 100.00 | 0.17  | 3.35     | 3.61     | 2.90     | 0.00     | 0.00     | 2.48     | 0.96     |
| 0.40 | 0.20 | 100.00 | 94.20 | 100.00 | 99.51  | 99.47 | 99.05  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 3.02     | 3.63     | 3.32     | 0.00     | 0.00     | 2.48     | 1.08     |
| 0.40 | 0.30 | 100.00 | 94.19 | 100.00 | 99.58  | 99.49 | 99.09  | 97.65 | 100.00 | 0.00  | 2.82     | 3.71     | 3.19     | 0.00     | 0.00     | 2.36     | 1.11     |
| 0.40 | 0.40 | 100.00 | 94.07 | 100.00 | 99.53  | 99.43 | 99.12  | 97.62 | 100.00 | 0.00  | 3.13     | 3.68     | 3.26     | 0.00     | 0.00     | 2.41     | 1.09     |
| 0.40 | 0.50 | 100.00 | 94.10 | 100.00 | 99.55  | 99.45 | 99.09  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 3.04     | 3.74     | 3.23     | 0.00     | 0.00     | 2.46     | 1.10     |
| 0.40 | 0.60 | 100.00 | 94.10 | 100.00 | 99.56  | 99.46 | 99.08  | 97.53 | 100.00 | 0.00  | 3.02     | 3.80     | 3.26     | 0.00     | 0.00     | 2.47     | 1.11     |
| 0.40 | 0.70 | 100.00 | 94.11 | 100.00 | 99.50  | 99.43 | 99.11  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 3.04     | 3.71     | 3.33     | 0.00     | 0.00     | 2.47     | 1.07     |
| 0.40 | 0.80 | 100.00 | 94.09 | 100.00 | 99.55  | 99.44 | 99.09  | 97.58 | 100.00 | 0.00  | 3.01     | 3.67     | 3.32     | 0.00     | 0.00     | 2.45     | 1.07     |
| 0.40 | 0.90 | 100.00 | 94.11 | 100.00 | 99.56  | 99.44 | 99.09  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 3.01     | 3.71     | 3.29     | 0.00     | 0.00     | 2.49     | 1.10     |
| 0.50 | 0.10 | 100.00 | 93.87 | 100.00 | 100.00 | 99.64 | 99.16  | 97.56 | 100.00 | 0.00  | 3.15     | 3.85     | 3.05     | 0.00     | 0.00     | 2.23     | 1.00     |

Tabela 61: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100

| $F$  | $Cr$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ | $s_5$ | $s_6$ | $s_7$ | $s_8$ | $s_9$ | $s_{10}$ | $s_{11}$ | $s_{12}$ | $s_{13}$ | $s_{14}$ | $s_{15}$ | $s_{16}$ |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.10 | 0.10 | 91.33 | 77.78 | 65.67 | 60.49 | 62.39 | 57.85 | 86.20 | 52.14 | 51.30 | 75.61    | 61.18    | 78.65    | 65.38    | 78.15    | 79.90    | 84.28    |
| 0.10 | 0.20 | 91.20 | 78.06 | 65.70 | 60.20 | 62.25 | 57.76 | 86.29 | 52.27 | 51.64 | 75.23    | 61.07    | 79.05    | 65.15    | 78.28    | 80.01    | 84.14    |
| 0.10 | 0.30 | 91.44 | 77.80 | 65.57 | 60.40 | 62.13 | 57.85 | 86.32 | 52.21 | 51.43 | 75.36    | 61.20    | 78.97    | 65.28    | 78.28    | 79.98    | 84.13    |
| 0.10 | 0.40 | 91.60 | 77.14 | 65.58 | 60.59 | 62.13 | 57.99 | 86.24 | 52.22 | 51.33 | 75.69    | 61.22    | 78.85    | 65.32    | 78.14    | 80.01    | 84.19    |
| 0.10 | 0.50 | 91.23 | 77.92 | 65.99 | 60.30 | 62.65 | 57.71 | 85.23 | 52.51 | 51.43 | 75.35    | 61.19    | 78.94    | 65.12    | 78.30    | 80.42    | 84.04    |
| 0.10 | 0.60 | 91.31 | 77.69 | 65.84 | 60.13 | 62.35 | 57.72 | 85.86 | 52.73 | 51.39 | 75.77    | 60.96    | 79.06    | 65.13    | 78.19    | 80.48    | 83.81    |
| 0.10 | 0.70 | 90.96 | 78.30 | 66.20 | 59.64 | 62.58 | 57.56 | 85.68 | 52.82 | 52.13 | 74.80    | 60.25    | 80.02    | 64.49    | 78.65    | 81.00    | 83.33    |
| 0.10 | 0.80 | 91.00 | 78.12 | 64.72 | 60.88 | 63.27 | 57.40 | 87.26 | 51.88 | 51.74 | 75.13    | 62.55    | 78.40    | 65.44    | 78.24    | 76.43    | 85.34    |
| 0.10 | 0.90 | 82.97 | 82.71 | 71.90 | 54.91 | 72.13 | 55.14 | 81.24 | 53.26 | 65.43 | 69.70    | 52.81    | 82.78    | 54.90    | 80.06    | 84.17    | 85.20    |
| 0.20 | 0.10 | 91.39 | 77.98 | 65.37 | 60.64 | 62.32 | 57.71 | 86.41 | 52.08 | 51.26 | 75.49    | 61.65    | 78.56    | 65.45    | 78.11    | 79.83    | 84.43    |
| 0.20 | 0.20 | 91.20 | 77.95 | 65.81 | 60.21 | 62.35 | 57.78 | 86.13 | 52.33 | 51.51 | 75.32    | 61.11    | 79.11    | 65.22    | 78.28    | 79.91    | 84.15    |
| 0.20 | 0.30 | 91.14 | 78.14 | 65.85 | 60.14 | 62.42 | 57.72 | 85.99 | 52.38 | 51.69 | 75.14    | 60.93    | 79.21    | 64.99    | 78.37    | 80.35    | 83.94    |
| 0.20 | 0.40 | 91.72 | 77.28 | 65.29 | 60.84 | 61.77 | 58.07 | 86.58 | 52.03 | 51.23 | 75.60    | 61.49    | 78.61    | 65.55    | 78.10    | 79.64    | 84.41    |
| 0.20 | 0.50 | 91.24 | 77.97 | 65.73 | 60.28 | 62.29 | 57.78 | 86.14 | 52.30 | 51.63 | 75.23    | 61.02    | 79.12    | 65.13    | 78.31    | 80.12    | 84.06    |
| 0.20 | 0.60 | 91.30 | 77.92 | 65.68 | 60.33 | 62.25 | 57.80 | 86.21 | 52.28 | 51.57 | 75.26    | 61.07    | 79.09    | 65.17    | 78.31    | 80.09    | 84.08    |
| 0.20 | 0.70 | 91.22 | 78.01 | 65.80 | 60.19 | 62.36 | 57.75 | 86.10 | 52.36 | 51.64 | 75.19    | 60.90    | 79.26    | 65.09    | 78.36    | 80.26    | 83.93    |
| 0.20 | 0.80 | 91.07 | 78.17 | 66.06 | 59.80 | 62.47 | 57.65 | 85.75 | 52.70 | 51.85 | 74.98    | 60.53    | 79.83    | 64.82    | 78.59    | 81.03    | 83.15    |
| 0.20 | 0.90 | 88.70 | 80.23 | 65.69 | 63.78 | 65.93 | 55.79 | 85.02 | 51.77 | 52.96 | 74.92    | 65.94    | 69.60    | 59.29    | 81.57    | 80.03    | 86.22    |
| 0.30 | 0.10 | 91.02 | 78.39 | 65.91 | 60.25 | 62.80 | 57.35 | 85.69 | 52.53 | 51.54 | 75.17    | 61.40    | 78.82    | 64.85    | 78.53    | 80.37    | 83.97    |
| 0.30 | 0.20 | 91.22 | 78.04 | 65.79 | 60.29 | 62.39 | 57.75 | 86.29 | 52.25 | 51.53 | 75.39    | 61.02    | 79.07    | 65.18    | 78.33    | 80.10    | 84.09    |
| 0.30 | 0.30 | 91.43 | 77.72 | 65.45 | 60.52 | 62.05 | 57.94 | 86.45 | 52.19 | 51.40 | 75.43    | 61.28    | 78.80    | 65.51    | 78.16    | 79.80    | 84.26    |
| 0.30 | 0.40 | 91.14 | 78.05 | 65.85 | 60.24 | 62.42 | 57.67 | 86.03 | 52.35 | 51.65 | 75.19    | 60.94    | 79.19    | 65.02    | 78.41    | 80.29    | 83.99    |
| 0.30 | 0.50 | 91.31 | 77.85 | 65.64 | 60.36 | 62.19 | 57.83 | 86.29 | 52.20 | 51.54 | 75.32    | 61.15    | 79.00    | 65.21    | 78.27    | 80.01    | 84.18    |
| 0.30 | 0.60 | 91.25 | 77.93 | 65.70 | 60.31 | 62.27 | 57.78 | 86.22 | 52.26 | 51.60 | 75.25    | 61.06    | 79.10    | 65.14    | 78.34    | 80.09    | 84.10    |
| 0.30 | 0.70 | 91.29 | 77.93 | 65.67 | 60.31 | 62.24 | 57.81 | 86.22 | 52.27 | 51.58 | 75.26    | 61.08    | 79.08    | 65.17    | 78.30    | 80.08    | 84.08    |
| 0.30 | 0.80 | 91.32 | 77.90 | 65.66 | 60.35 | 62.23 | 57.81 | 86.23 | 52.25 | 51.54 | 75.29    | 61.11    | 79.05    | 65.20    | 78.28    | 80.05    | 84.12    |
| 0.30 | 0.90 | 91.24 | 77.98 | 65.74 | 60.28 | 62.32 | 57.76 | 86.12 | 52.31 | 51.57 | 75.25    | 61.07    | 79.09    | 65.15    | 78.30    | 80.15    | 84.05    |
| 0.40 | 0.10 | 90.95 | 78.02 | 65.86 | 59.88 | 62.72 | 57.60 | 86.23 | 52.40 | 51.78 | 75.15    | 61.16    | 79.28    | 64.64    | 78.32    | 80.12    | 84.11    |
| 0.40 | 0.20 | 91.41 | 77.99 | 65.75 | 60.31 | 62.30 | 57.81 | 86.12 | 52.23 | 51.47 | 75.24    | 61.31    | 78.86    | 65.10    | 78.24    | 80.08    | 84.27    |
| 0.40 | 0.30 | 91.32 | 77.96 | 65.62 | 60.36 | 62.31 | 57.86 | 86.23 | 52.25 | 51.51 | 75.35    | 61.25    | 78.92    | 65.16    | 78.27    | 80.00    | 84.18    |
| 0.40 | 0.40 | 91.35 | 77.89 | 65.68 | 60.33 | 62.27 | 57.81 | 86.28 | 52.23 | 51.55 | 75.20    | 61.00    | 79.16    | 65.14    | 78.36    | 80.16    | 84.04    |
| 0.40 | 0.50 | 91.34 | 77.87 | 65.58 | 60.45 | 62.19 | 57.79 | 86.30 | 52.20 | 51.48 | 75.25    | 61.16    | 79.06    | 65.25    | 78.31    | 80.07    | 84.11    |
| 0.40 | 0.60 | 91.33 | 77.92 | 65.64 | 60.37 | 62.25 | 57.85 | 86.24 | 52.25 | 51.48 | 75.30    | 61.15    | 78.96    | 65.22    | 78.27    | 80.02    | 84.15    |
| 0.40 | 0.70 | 91.33 | 77.86 | 65.74 | 60.29 | 62.24 | 57.86 | 86.20 | 52.25 | 51.54 | 75.32    | 61.08    | 79.02    | 65.25    | 78.25    | 80.00    | 84.10    |
| 0.40 | 0.80 | 91.37 | 77.84 | 65.62 | 60.38 | 62.16 | 57.83 | 86.25 | 52.26 | 51.46 | 75.28    | 61.15    | 79.06    | 65.29    | 78.29    | 80.02    | 84.10    |
| 0.40 | 0.90 | 91.33 | 77.88 | 65.64 | 60.38 | 62.21 | 57.82 | 86.29 | 52.22 | 51.52 | 75.31    | 61.14    | 78.99    | 65.25    | 78.26    | 79.99    | 84.17    |
| 0.50 | 0.10 | 91.35 | 77.89 | 65.71 | 60.44 | 62.01 | 57.91 | 86.16 | 52.24 | 51.33 | 75.42    | 61.14    | 78.99    | 65.51    | 78.21    | 80.68    | 84.02    |

Tabela 62: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 100

| $F$  | $Cr$ | $s_1$  | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$  | $s_5$ | $s_6$  | $s_7$  | $s_8$  | $s_9$ | $s_{10}$ | $s_{11}$ | $s_{12}$ | $s_{13}$ | $s_{14}$ | $s_{15}$ | $s_{16}$ |
|------|------|--------|-------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.10 | 0.10 | 100.00 | 99.48 | 94.58 | 99.93  | 97.66 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.93     | 0.00     | 0.00     | 1.11     | 0.00     | 3.26     |
| 0.10 | 0.20 | 99.92  | 99.60 | 95.12 | 99.75  | 97.50 | 100.00 | 99.90  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.09     | 0.00     | 0.22     | 1.05     | 0.00     | 3.41     |
| 0.10 | 0.30 | 99.86  | 99.63 | 95.12 | 99.38  | 97.57 | 100.00 | 99.98  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 6.81     | 1.36     | 0.07     | 1.06     | 0.00     | 3.09     |
| 0.10 | 0.40 | 99.90  | 99.79 | 95.18 | 99.12  | 97.50 | 100.00 | 99.84  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.17     | 0.00     | 0.00     | 1.02     | 0.80     | 3.50     |
| 0.10 | 0.50 | 99.92  | 99.39 | 95.90 | 99.87  | 96.96 | 99.82  | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.95     | 4.48     | 0.00     | 1.21     | 1.01     | 0.00     | 3.49     |
| 0.10 | 0.60 | 99.66  | 99.10 | 96.35 | 100.00 | 97.15 | 100.00 | 100.00 | 98.06  | 0.22  | 0.00     | 4.81     | 0.00     | 2.43     | 0.97     | 0.00     | 5.81     |
| 0.10 | 0.70 | 100.00 | 99.42 | 94.79 | 99.74  | 97.72 | 99.64  | 99.92  | 100.00 | 0.01  | 0.00     | 7.55     | 0.46     | 0.00     | 1.69     | 0.00     | 3.20     |
| 0.10 | 0.80 | 98.62  | 95.80 | 95.04 | 100.00 | 99.96 | 92.05  | 100.00 | 99.43  | 0.00  | 10.72    | 8.13     | 0.00     | 0.35     | 9.64     | 4.37     | 1.93     |
| 0.10 | 0.90 | 99.99  | 99.99 | 87.86 | 99.99  | 97.69 | 94.52  | 99.53  | 93.03  | 0.08  | 6.24     | 20.26    | 0.00     | 0.05     | 0.89     | 0.55     | 23.08    |
| 0.20 | 0.10 | 99.89  | 99.58 | 94.65 | 100.00 | 97.56 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.72     | 0.00     | 0.01     | 1.14     | 0.00     | 3.26     |
| 0.20 | 0.20 | 100.00 | 99.52 | 94.63 | 99.85  | 97.50 | 100.00 | 99.99  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.98     | 0.00     | 0.04     | 1.13     | 0.00     | 3.24     |
| 0.20 | 0.30 | 100.00 | 99.53 | 94.66 | 99.88  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.81     | 0.00     | 0.00     | 1.15     | 0.00     | 3.25     |
| 0.20 | 0.40 | 100.00 | 99.53 | 94.67 | 99.88  | 97.54 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.77     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.25     |
| 0.20 | 0.50 | 99.98  | 99.52 | 94.96 | 99.83  | 97.54 | 100.00 | 99.94  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.44     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.30     |
| 0.20 | 0.60 | 100.00 | 99.51 | 94.70 | 99.90  | 97.53 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.74     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.24     |
| 0.20 | 0.70 | 100.00 | 99.51 | 94.68 | 99.91  | 97.54 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.70     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.26     |
| 0.20 | 0.80 | 100.00 | 99.51 | 94.86 | 99.86  | 97.52 | 100.00 | 99.98  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.55     | 0.00     | 0.00     | 1.20     | 0.00     | 3.27     |
| 0.20 | 0.90 | 99.26  | 99.96 | 95.29 | 99.73  | 97.63 | 99.73  | 99.73  | 100.00 | 0.01  | 0.01     | 7.20     | 0.00     | 1.30     | 1.19     | 0.01     | 3.31     |
| 0.30 | 0.10 | 100.00 | 99.51 | 94.68 | 99.80  | 97.43 | 100.00 | 99.93  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.65     | 0.00     | 0.00     | 1.32     | 0.00     | 3.13     |
| 0.30 | 0.20 | 100.00 | 99.56 | 94.68 | 99.92  | 97.60 | 100.00 | 99.98  | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.73     | 0.00     | 0.00     | 1.12     | 0.00     | 3.24     |
| 0.30 | 0.30 | 100.00 | 99.52 | 94.64 | 99.93  | 97.54 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.81     | 0.00     | 0.00     | 1.17     | 0.00     | 3.25     |
| 0.30 | 0.40 | 100.00 | 99.51 | 94.64 | 99.92  | 97.56 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.79     | 0.00     | 0.00     | 1.20     | 0.00     | 3.23     |
| 0.30 | 0.50 | 100.00 | 99.50 | 94.64 | 99.92  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.80     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.24     |
| 0.30 | 0.60 | 100.00 | 99.51 | 94.64 | 99.92  | 97.54 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.81     | 0.00     | 0.00     | 1.18     | 0.00     | 3.24     |
| 0.30 | 0.70 | 100.00 | 99.50 | 94.64 | 99.92  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.81     | 0.00     | 0.00     | 1.20     | 0.00     | 3.23     |
| 0.30 | 0.80 | 100.00 | 99.52 | 94.65 | 99.91  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.80     | 0.00     | 0.00     | 1.20     | 0.00     | 3.25     |
| 0.30 | 0.90 | 100.00 | 99.52 | 94.80 | 99.86  | 97.52 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.62     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.26     |
| 0.40 | 0.10 | 100.00 | 99.51 | 94.55 | 100.00 | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.77     | 0.00     | 0.00     | 1.22     | 0.00     | 3.22     |
| 0.40 | 0.20 | 100.00 | 99.51 | 94.64 | 99.92  | 97.57 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.80     | 0.00     | 0.02     | 1.18     | 0.00     | 3.33     |
| 0.40 | 0.30 | 100.00 | 99.50 | 94.66 | 99.94  | 97.50 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.78     | 0.00     | 0.00     | 1.17     | 0.00     | 3.25     |
| 0.40 | 0.40 | 100.00 | 99.53 | 94.64 | 99.90  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.80     | 0.00     | 0.00     | 1.18     | 0.00     | 3.24     |
| 0.40 | 0.50 | 100.00 | 99.51 | 94.64 | 99.92  | 97.56 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.79     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.24     |
| 0.40 | 0.60 | 100.00 | 99.51 | 94.65 | 99.92  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.79     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.25     |
| 0.40 | 0.70 | 100.00 | 99.51 | 94.65 | 99.92  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.80     | 0.00     | 0.00     | 1.17     | 0.00     | 3.26     |
| 0.40 | 0.80 | 100.00 | 99.52 | 94.65 | 99.91  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.80     | 0.00     | 0.00     | 1.19     | 0.00     | 3.24     |
| 0.40 | 0.90 | 100.00 | 99.51 | 94.65 | 99.92  | 97.55 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.80     | 0.00     | 0.01     | 1.20     | 0.00     | 3.22     |
| 0.50 | 0.10 | 100.00 | 99.47 | 94.68 | 100.00 | 97.52 | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 0.00  | 0.00     | 7.72     | 0.00     | 0.00     | 1.12     | 0.00     | 3.32     |

### 10.1.2. Rezultati testiranja IBA-DE modela

Tabela 63: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 323.73 | 324.35 | 324.20 | 324.20 | 324.22 | 324.19 | 324.21 | 324.20 | 324.33 |
| 0.20 | 323.60 | 324.21 | 324.12 | 324.20 | 324.26 | 324.20 | 324.22 | 324.19 | 324.22 |
| 0.30 | 325.12 | 324.53 | 324.25 | 324.14 | 324.35 | 324.26 | 324.20 | 324.21 | 324.16 |
| 0.40 | 324.36 | 324.04 | 324.33 | 324.04 | 324.19 | 324.22 | 324.26 | 324.17 | 324.25 |
| 0.50 | 323.41 | 324.80 | 324.16 | 324.41 | 324.29 | 324.29 | 324.28 | 324.73 | 324.26 |
| 0.60 | 325.71 | 324.75 | 324.63 | 323.77 | 324.10 | 324.26 | 324.63 | 324.51 | 324.30 |
| 0.70 | 325.28 | 323.79 | 324.44 | 323.87 | 324.55 | 323.29 | 324.22 | 322.72 | 324.09 |
| 0.80 | 323.41 | 323.97 | 326.40 | 323.56 | 324.13 | 323.26 | 330.33 | 321.37 | 321.61 |
| 0.90 | 326.46 | 324.11 | 335.70 | 323.55 | 325.07 | 329.20 | 327.04 | 313.88 | 320.58 |

Tabela 64: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.10 | 7.10 | 7.07 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.20 | 7.07 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.30 | 7.07 | 7.05 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.40 | 7.07 | 7.06 | 7.07 | 7.05 | 7.05 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.50 | 7.04 | 7.05 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.07 | 7.06 |
| 0.60 | 7.07 | 7.08 | 7.07 | 7.06 | 7.06 | 7.05 | 7.06 | 7.05 | 7.06 |
| 0.70 | 7.02 | 7.05 | 7.05 | 7.07 | 7.06 | 7.06 | 7.08 | 7.09 | 7.06 |
| 0.80 | 7.06 | 7.08 | 7.06 | 7.06 | 7.10 | 7.04 | 7.08 | 7.03 | 7.04 |
| 0.90 | 7.06 | 7.05 | 7.05 | 7.05 | 7.09 | 7.07 | 7.04 | 7.12 | 7.11 |

Tabela 65: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 358.70 | 358.05 | 359.26 | 358.90 | 359.25 | 359.37 | 359.40 | 359.37 | 361.28 |
| 0.20 | 358.95 | 359.08 | 359.09 | 359.04 | 358.97 | 359.28 | 359.32 | 359.28 | 359.27 |
| 0.30 | 359.67 | 359.15 | 359.07 | 359.22 | 359.26 | 359.15 | 359.28 | 359.24 | 359.25 |
| 0.40 | 360.04 | 358.48 | 359.22 | 359.38 | 359.45 | 359.30 | 359.33 | 359.21 | 359.06 |
| 0.50 | 358.43 | 359.75 | 358.88 | 359.22 | 358.88 | 358.84 | 358.42 | 359.15 | 358.64 |
| 0.60 | 359.12 | 359.53 | 359.74 | 358.63 | 359.36 | 359.76 | 359.04 | 359.31 | 359.30 |
| 0.70 | 358.71 | 358.58 | 359.12 | 362.89 | 358.78 | 360.78 | 359.90 | 417.48 | 361.05 |
| 0.80 | 358.44 | 360.08 | 359.08 | 359.85 | 361.36 | 362.86 | 359.62 | 359.32 | 353.32 |
| 0.90 | 358.40 | 359.80 | 358.11 | 357.82 | 388.84 | 356.44 | 364.83 | 353.89 | 362.00 |

Tabela 66: MSE; MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.10 | 6.93 | 6.90 | 6.91 | 6.90 | 6.91 | 6.91 | 6.91 | 6.91 | 6.91 |
| 0.20 | 6.94 | 6.92 | 6.90 | 6.91 | 6.91 | 6.91 | 6.91 | 6.91 | 6.91 |
| 0.30 | 6.92 | 6.90 | 6.89 | 6.91 | 6.91 | 6.90 | 6.91 | 6.91 | 6.91 |
| 0.40 | 6.88 | 6.93 | 6.90 | 6.91 | 6.90 | 6.91 | 6.91 | 6.90 | 6.91 |
| 0.50 | 6.87 | 6.92 | 6.92 | 6.90 | 6.91 | 6.90 | 6.90 | 6.92 | 6.92 |
| 0.60 | 6.94 | 6.89 | 6.92 | 6.89 | 6.89 | 6.93 | 6.89 | 6.90 | 6.88 |
| 0.70 | 6.91 | 6.91 | 6.88 | 6.94 | 6.91 | 6.89 | 6.89 | 6.90 | 6.89 |
| 0.80 | 6.89 | 6.94 | 6.93 | 6.98 | 6.87 | 6.96 | 6.93 | 6.87 | 6.88 |
| 0.90 | 6.87 | 6.93 | 6.91 | 6.82 | 6.93 | 6.94 | 6.88 | 6.91 | 6.98 |

Tabela 67: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 331.75 | 331.52 | 331.48 | 331.55 | 331.43 | 331.41 | 331.50 | 331.40 | 331.56 |
| 0.20 | 331.41 | 331.48 | 331.40 | 331.43 | 331.39 | 331.41 | 331.40 | 331.40 | 331.40 |
| 0.30 | 331.08 | 331.43 | 331.58 | 331.36 | 331.45 | 331.37 | 331.38 | 331.39 | 331.40 |
| 0.40 | 330.66 | 331.60 | 331.42 | 331.45 | 331.41 | 331.51 | 331.38 | 331.34 | 331.39 |
| 0.50 | 331.84 | 331.29 | 331.65 | 331.41 | 331.28 | 331.50 | 331.37 | 331.35 | 331.42 |
| 0.60 | 330.71 | 331.52 | 331.57 | 331.03 | 331.30 | 331.45 | 331.58 | 331.67 | 331.40 |
| 0.70 | 331.24 | 330.95 | 331.65 | 331.27 | 331.57 | 330.62 | 331.35 | 331.28 | 331.40 |
| 0.80 | 331.62 | 332.65 | 330.92 | 331.36 | 330.82 | 331.90 | 327.27 | 330.75 | 345.98 |
| 0.90 | 358.40 | 359.80 | 358.11 | 357.82 | 388.84 | 356.44 | 364.83 | 353.89 | 362.00 |

Tabela 68: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 1000

| F/CR | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.10 | 7.79 | 7.81 | 7.81 | 7.80 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 |
| 0.20 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 |
| 0.30 | 7.76 | 7.82 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 |
| 0.40 | 7.84 | 7.81 | 7.81 | 7.80 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 |
| 0.50 | 7.81 | 7.82 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.80 | 7.81 | 7.81 |
| 0.60 | 7.83 | 7.81 | 7.79 | 7.80 | 7.80 | 7.80 | 7.78 | 7.81 | 7.79 |
| 0.70 | 7.77 | 7.81 | 7.80 | 7.81 | 7.79 | 7.80 | 7.81 | 7.82 | 7.81 |
| 0.80 | 7.74 | 7.79 | 7.79 | 7.81 | 7.79 | 7.81 | 7.80 | 7.77 | 7.76 |
| 0.90 | 7.78 | 7.79 | 7.79 | 7.80 | 7.81 | 7.80 | 7.79 | 7.79 | 7.86 |

Tabela 69: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 323.81 | 323.81 | 323.70 | 324.39 | 324.98 | 325.79 | 322.76 | 325.44 | 322.96 |
| 0.20 | 324.82 | 324.33 | 324.17 | 324.31 | 324.17 | 324.26 | 324.52 | 323.89 | 323.73 |
| 0.30 | 324.34 | 324.31 | 324.21 | 324.10 | 324.29 | 324.34 | 324.28 | 324.22 | 324.94 |
| 0.40 | 323.41 | 323.93 | 323.99 | 324.05 | 324.21 | 324.23 | 324.15 | 324.28 | 324.17 |
| 0.50 | 324.85 | 323.48 | 324.07 | 324.36 | 324.51 | 324.47 | 324.07 | 324.45 | 324.05 |
| 0.60 | 324.15 | 324.56 | 324.35 | 324.18 | 324.00 | 324.51 | 323.82 | 324.41 | 324.00 |
| 0.70 | 322.33 | 324.00 | 325.45 | 324.10 | 325.11 | 324.68 | 324.02 | 324.63 | 324.14 |
| 0.80 | 328.86 | 323.68 | 324.07 | 323.23 | 324.90 | 326.18 | 323.82 | 324.01 | 317.40 |
| 0.90 | 320.50 | 324.55 | 321.95 | 323.56 | 327.42 | 326.44 | 333.05 | 328.54 | 346.29 |

Tabela 70: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.10 | 7.06 | 7.06 | 7.09 | 7.06 | 7.14 | 7.07 | 7.53 | 7.13 | 7.59 |
| 0.20 | 7.06 | 7.07 | 7.06 | 7.05 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.07 | 8.07 |
| 0.30 | 7.07 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.40 | 7.09 | 7.07 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.50 | 7.03 | 7.06 | 7.06 | 7.05 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.60 | 7.09 | 7.07 | 7.04 | 7.06 | 7.05 | 7.05 | 7.06 | 7.06 | 7.06 |
| 0.70 | 7.04 | 7.06 | 7.06 | 7.07 | 7.07 | 7.05 | 7.09 | 7.03 | 7.06 |
| 0.80 | 7.03 | 7.04 | 7.06 | 7.04 | 7.07 | 7.04 | 7.09 | 7.05 | 7.05 |
| 0.90 | 7.08 | 7.06 | 7.07 | 7.05 | 7.08 | 7.01 | 7.03 | 7.08 | 7.10 |

Tabela 71: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 358.88 | 359.69 | 360.41 | 359.21 | 356.94 | 359.12 | 359.19 | 356.15 | 342.50 |
| 0.20 | 360.06 | 360.99 | 360.27 | 359.16 | 358.92 | 358.91 | 359.22 | 360.04 | 362.91 |
| 0.30 | 358.50 | 359.54 | 359.07 | 359.30 | 359.21 | 358.50 | 359.31 | 359.17 | 359.69 |
| 0.40 | 359.05 | 359.65 | 359.34 | 358.97 | 359.30 | 359.31 | 359.44 | 359.21 | 359.21 |
| 0.50 | 359.29 | 360.32 | 360.00 | 358.92 | 359.90 | 359.36 | 359.08 | 358.86 | 358.40 |
| 0.60 | 355.62 | 359.28 | 359.49 | 358.51 | 359.61 | 359.56 | 358.97 | 358.71 | 359.70 |
| 0.70 | 357.37 | 357.40 | 359.15 | 358.72 | 359.56 | 360.15 | 359.97 | 361.32 | 360.67 |
| 0.80 | 359.44 | 358.86 | 360.49 | 361.06 | 359.68 | 357.77 | 357.77 | 358.06 | 358.23 |
| 0.90 | 358.99 | 359.08 | 359.99 | 357.82 | 354.48 | 367.70 | 387.46 | 409.45 | 364.87 |

Tabela 72: MSE; MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80  | 0.90  |
|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| 0.10 | 6.93 | 6.91 | 6.93 | 7.13 | 6.71 | 6.53 | 7.07 | 12.63 | 25.33 |
| 0.20 | 6.95 | 6.91 | 6.90 | 6.91 | 6.90 | 6.90 | 6.89 | 6.89  | 7.61  |
| 0.30 | 6.91 | 6.91 | 6.91 | 6.90 | 6.91 | 6.91 | 6.91 | 6.91  | 6.91  |
| 0.40 | 6.89 | 6.91 | 6.90 | 6.90 | 6.90 | 6.90 | 6.91 | 6.91  | 6.91  |
| 0.50 | 6.88 | 6.91 | 6.91 | 6.90 | 6.90 | 6.92 | 6.92 | 6.92  | 6.91  |
| 0.60 | 6.86 | 6.88 | 6.91 | 6.88 | 6.89 | 6.92 | 6.90 | 6.91  | 6.92  |
| 0.70 | 6.92 | 6.86 | 6.95 | 6.87 | 6.93 | 6.92 | 6.94 | 6.86  | 6.91  |
| 0.80 | 6.94 | 6.94 | 6.86 | 6.94 | 6.87 | 6.93 | 6.82 | 6.94  | 6.96  |
| 0.90 | 6.96 | 6.95 | 6.88 | 6.92 | 6.95 | 6.92 | 6.96 | 6.83  | 6.96  |

Tabela 73: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 330.94 | 331.39 | 331.37 | 330.89 | 331.37 | 331.02 | 332.07 | 331.20 | 336.16 |
| 0.20 | 331.25 | 331.40 | 331.55 | 331.01 | 331.42 | 331.43 | 331.52 | 331.92 | 330.55 |
| 0.30 | 331.54 | 331.38 | 331.15 | 331.46 | 331.32 | 331.40 | 331.41 | 331.40 | 331.43 |
| 0.40 | 331.36 | 331.57 | 331.37 | 331.51 | 331.44 | 331.37 | 331.36 | 331.45 | 331.35 |
| 0.50 | 331.40 | 331.06 | 331.35 | 331.42 | 331.32 | 331.38 | 331.39 | 331.37 | 331.41 |
| 0.60 | 331.44 | 332.31 | 331.26 | 331.63 | 331.47 | 331.09 | 331.50 | 331.14 | 331.44 |
| 0.70 | 330.84 | 331.46 | 331.10 | 331.02 | 331.39 | 331.29 | 331.59 | 331.03 | 331.49 |
| 0.80 | 332.47 | 330.86 | 331.15 | 331.47 | 331.06 | 331.57 | 332.88 | 331.74 | 330.06 |
| 0.90 | 330.67 | 332.67 | 330.89 | 330.84 | 329.86 | 331.75 | 331.91 | 349.39 | 329.71 |

Tabela 74: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 100

| F/CR | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90  |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 0.10 | 7.82 | 7.77 | 7.59 | 7.95 | 7.57 | 7.68 | 7.77 | 8.15 | 10.17 |
| 0.20 | 7.76 | 7.83 | 7.81 | 7.81 | 7.79 | 7.80 | 7.80 | 7.80 | 7.70  |
| 0.30 | 7.84 | 7.79 | 7.80 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.80  |
| 0.40 | 7.79 | 7.80 | 7.80 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81  |
| 0.50 | 7.78 | 7.81 | 7.80 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.81  |
| 0.60 | 7.83 | 7.79 | 7.81 | 7.81 | 7.81 | 7.80 | 7.80 | 7.80 | 7.81  |
| 0.70 | 7.79 | 7.78 | 7.82 | 7.81 | 7.80 | 7.80 | 7.81 | 7.81 | 7.79  |
| 0.80 | 7.81 | 7.80 | 7.80 | 7.82 | 7.80 | 7.79 | 7.78 | 7.83 | 7.87  |
| 0.90 | 7.78 | 7.81 | 7.79 | 7.78 | 7.79 | 7.80 | 7.80 | 7.84 | 7.85  |

Tabela 75: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 318.64 | 312.11 | 325.48 | 321.47 | 316.88 | 328.10 | 383.58 | 410.07 | 565.46 |
| 0.20 | 324.44 | 333.71 | 321.29 | 317.09 | 331.08 | 336.41 | 318.17 | 362.70 | 325.27 |
| 0.30 | 328.22 | 326.34 | 321.86 | 323.39 | 318.47 | 335.76 | 314.97 | 335.88 | 304.11 |
| 0.40 | 325.80 | 321.67 | 324.80 | 324.49 | 325.55 | 324.08 | 327.52 | 360.17 | 325.03 |
| 0.50 | 324.56 | 321.71 | 324.20 | 345.25 | 322.67 | 328.04 | 322.89 | 303.15 | 346.61 |
| 0.60 | 323.95 | 323.93 | 324.12 | 324.16 | 324.37 | 324.33 | 323.82 | 323.96 | 309.08 |
| 0.70 | 323.93 | 325.08 | 324.34 | 323.94 | 324.57 | 323.90 | 323.17 | 324.20 | 319.71 |
| 0.80 | 324.62 | 325.08 | 324.63 | 324.64 | 323.98 | 323.54 | 331.57 | 325.09 | 329.27 |
| 0.90 | 323.58 | 324.71 | 324.84 | 328.60 | 325.22 | 325.92 | 322.82 | 403.68 | 324.44 |

Tabela 76: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti\* i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 45.96 | 31.36 | 23.17 | 164.23 | 101.08 | 59.76  | 115.72 | 200.07 | 445.28 |
| 0.20 | 11.48 | 81.31 | 82.48 | 42.86  | 79.08  | 119.17 | 120.26 | 282.93 | 278.90 |
| 0.30 | 19.48 | 7.17  | 16.67 | 14.69  | 15.86  | 56.56  | 23.90  | 65.81  | 140.45 |
| 0.40 | 7.69  | 6.52  | 7.98  | 8.05   | 40.88  | 12.86  | 56.27  | 26.77  | 103.99 |
| 0.50 | 7.33  | 7.02  | 7.06  | 6.99   | 6.82   | 7.36   | 7.04   | 17.05  | 33.30  |
| 0.60 | 7.10  | 7.04  | 7.27  | 7.07   | 7.17   | 7.10   | 6.98   | 6.99   | 7.14   |
| 0.70 | 7.09  | 7.31  | 7.08  | 7.06   | 7.08   | 7.30   | 7.07   | 7.30   | 7.29   |
| 0.80 | 7.33  | 7.37  | 7.13  | 7.03   | 7.05   | 7.07   | 7.26   | 7.29   | 7.05   |
| 0.90 | 7.08  | 7.34  | 7.10  | 7.09   | 7.29   | 7.06   | 7.12   | 7.25   | 7.37   |

Tabela 77: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 377.24 | 403.42 | 345.97 | 458.66 | 384.82 | 431.18 | 392.52 | 324.91 | 439.76 |
| 0.20 | 343.74 | 351.94 | 387.67 | 331.48 | 425.79 | 344.96 | 427.98 | 443.58 | 397.82 |
| 0.30 | 385.05 | 346.03 | 367.16 | 317.79 | 365.54 | 336.26 | 343.44 | 401.47 | 361.57 |
| 0.40 | 360.59 | 358.49 | 360.63 | 368.02 | 367.66 | 412.36 | 348.62 | 342.00 | 360.52 |
| 0.50 | 365.26 | 414.34 | 358.52 | 351.61 | 355.23 | 359.67 | 373.52 | 346.32 | 357.91 |
| 0.60 | 358.17 | 359.69 | 361.00 | 358.83 | 360.33 | 362.56 | 351.89 | 361.18 | 364.75 |
| 0.70 | 356.56 | 358.74 | 359.49 | 365.63 | 359.32 | 359.96 | 359.56 | 363.24 | 360.42 |
| 0.80 | 359.31 | 358.76 | 357.95 | 358.74 | 358.05 | 360.79 | 362.71 | 457.66 | 364.05 |
| 0.90 | 362.74 | 363.67 | 360.08 | 361.08 | 359.52 | 356.34 | 354.27 | 319.99 | 358.28 |



Tabela 78: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti\* i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 10.83 | 22.97 | 81.65 | 121.76 | 177.97 | 85.44  | 194.28 | 72.17  | 229.86 |
| 0.20 | 19.20 | 8.07  | 56.16 | 132.61 | 49.65  | 186.56 | 113.38 | 142.46 | 268.97 |
| 0.30 | 8.35  | 24.48 | 24.69 | 19.88  | 59.73  | 22.68  | 32.96  | 68.83  | 185.92 |
| 0.40 | 6.67  | 6.89  | 7.00  | 6.73   | 85.88  | 23.69  | 24.34  | 40.54  | 160.80 |
| 0.50 | 7.49  | 6.89  | 6.83  | 10.13  | 12.04  | 8.93   | 6.90   | 22.34  | 29.95  |
| 0.60 | 6.98  | 7.28  | 6.97  | 6.92   | 6.89   | 14.71  | 6.85   | 148.94 | 7.64   |
| 0.70 | 6.87  | 6.84  | 6.98  | 6.83   | 6.91   | 6.91   | 6.85   | 6.83   | 139.18 |
| 0.80 | 7.10  | 6.80  | 6.88  | 7.26   | 6.95   | 6.95   | 6.96   | 7.21   | 7.19   |
| 0.90 | 6.87  | 7.00  | 7.29  | 7.33   | 7.26   | 6.85   | 6.93   | 7.09   | 234.35 |

Tabela 79: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10   | 0.20   | 0.30   | 0.40   | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 346.95 | 348.37 | 338.03 | 354.29 | 347.89 | 383.03 | 352.35 | 549.33 | 547.42 |
| 0.20 | 332.72 | 333.36 | 334.15 | 339.14 | 361.56 | 356.63 | 322.19 | 365.65 | 381.29 |
| 0.30 | 330.43 | 369.53 | 342.74 | 326.73 | 331.76 | 355.34 | 324.49 | 349.90 | 419.09 |
| 0.40 | 331.30 | 332.34 | 333.91 | 328.62 | 325.73 | 332.67 | 345.07 | 351.26 | 340.34 |
| 0.50 | 330.22 | 331.92 | 331.34 | 332.66 | 336.68 | 342.88 | 334.20 | 350.62 | 319.21 |
| 0.60 | 331.16 | 330.92 | 331.09 | 331.74 | 331.25 | 329.39 | 331.89 | 328.70 | 363.43 |
| 0.70 | 331.23 | 331.77 | 331.50 | 332.31 | 331.14 | 331.78 | 331.29 | 331.03 | 346.95 |
| 0.80 | 331.74 | 332.28 | 331.45 | 331.38 | 331.53 | 331.55 | 331.69 | 331.84 | 331.11 |
| 0.90 | 330.70 | 332.35 | 336.22 | 331.84 | 331.39 | 331.48 | 338.27 | 331.99 | 336.35 |

Tabela 80: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim\* indikatorima i veličinom populacije 10

| F/CR | 0.10  | 0.20  | 0.30  | 0.40  | 0.50   | 0.60   | 0.70   | 0.80   | 0.90   |
|------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.10 | 32.58 | 95.72 | 56.72 | 27.39 | 185.31 | 65.21  | 85.04  | 169.47 | 225.91 |
| 0.20 | 7.61  | 20.91 | 26.60 | 42.98 | 73.81  | 158.81 | 164.25 | 179.90 | 167.67 |
| 0.30 | 11.80 | 7.76  | 11.40 | 72.49 | 49.13  | 16.37  | 104.00 | 11.06  | 208.21 |
| 0.40 | 7.53  | 7.36  | 7.62  | 11.21 | 8.65   | 36.73  | 23.88  | 25.71  | 70.99  |
| 0.50 | 7.71  | 7.71  | 12.92 | 7.63  | 7.72   | 7.70   | 7.75   | 9.23   | 145.10 |
| 0.60 | 7.78  | 7.66  | 7.49  | 7.81  | 7.81   | 7.77   | 9.42   | 7.60   | 7.68   |
| 0.70 | 7.69  | 7.80  | 7.81  | 7.82  | 7.79   | 7.80   | 7.80   | 7.77   | 7.35   |
| 0.80 | 7.73  | 7.74  | 7.81  | 7.74  | 7.71   | 7.77   | 7.91   | 7.80   | 7.79   |
| 0.90 | 7.34  | 7.78  | 7.90  | 7.75  | 7.78   | 7.71   | 7.90   | 7.77   | 7.76   |

Tabela 81: Rezultati treniranja i testiranja višecaspektnog modela

| Populacija | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Vektor pondera     | Iteracije* | MSE <sub>trening</sub> * | MSE <sub>test</sub> * | Vektor pondera     |
|------------|-----------|------------------------|---------------------|--------------------|------------|--------------------------|-----------------------|--------------------|
| 1000       | 6         | 311.53                 | 324.37              | [0.26, 0.56, 0.18] | 2          | 11.83                    | 7.22                  | [0.22, 0.30, 0.48] |
| 100        | 8         | 311.52                 | 324.38              | [0.26, 0.56, 0.18] | 6          | 11.83                    | 7.22                  | [0.22, 0.30, 0.48] |
| 10         | 32        | 311.52                 | 324.44              | [0.26, 0.56, 0.18] | 10         | 11.84                    | 7.30                  | [0, 0.43, 0.58]    |

### 10.1.3. Rezultati treniranja i testiranja NM i SVM

Tabela 82: Rezultati treniranja i testiranja NM sa indikatorima stabilnosti

| Algoritam | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| BFGS      | 27        | <b>328.49</b>          | 372.92              | 59         | 16.61                   | 30.12                |
| BR        | 53        | 360.48                 | 380.27              | 39         | 16.74                   | 18.67                |
| GDMB      | 15        | 349.32                 | 404.91              | 60         | 13.48                   | 34.58                |
| LM        | 70        | 329.16                 | 342.11              | 138        | 14.32                   | <b>6.614</b>         |
| OSS       | 16        | 367.40                 | 327.05              | 97         | <b>11.61</b>            | 16.76                |
| RP        | 24        | 343.75                 | 349.86              | 39         | 11.97                   | 15.26                |
| SCG       | 16        | 358.69                 | <b>311.90</b>       | 91         | 16.21                   | 12.32                |

Tabela 83: Rezultati treniranja i testiranja NM sa indikatorima aktivnosti

| Algoritam | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| BFGS      | 26        | <b>329.92</b>          | 398.57              | 45         | 18.61                   | 12.51                |
| BR        | 14        | 356.32                 | 384.67              | 80         | <b>13.02</b>            | <b>6.640</b>         |
| GDMB      | 10        | 362.70                 | 354.78              | 69         | 18.12                   | 17.58                |
| LM        | 30        | 317.93                 | 340.61              | 53         | 14.88                   | 11.54                |
| OSS       | 26        | 358.05                 | 335.41              | 76         | 15.39                   | 20.49                |
| RP        | 80        | 331.57                 | <b>314.73</b>       | 91         | 15.37                   | 18.52                |
| SCG       | 11        | 347.48                 | 360.64              | 50         | 13.46                   | 16.96                |

Tabela 84: Rezultati treniranja i testiranja NM sa socijalnim indikatorima

| Algoritam | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| BFGS      | 17        | 359.07                 | 357.28              | 42         | 17.99                   | 18.02                |
| BR        | 9         | 368.03                 | 444.53              | 70         | 17.44                   | <b>14.59</b>         |
| GDMB      | 51        | 360.67                 | <b>343.56</b>       | 50         | 18.43                   | 22.02                |
| LM        | 22        | 351.10                 | 385.81              | 40         | 17.92                   | 17.94                |
| OSS       | 14        | 363.69                 | 353.23              | 45         | <b>14.14</b>            | 26.04                |
| RP        | 13        | <b>347.42</b>          | 380.38              | 42         | 15.21                   | 19.08                |
| SCG       | 23        | 348.65                 | 379.88              | 59         | 17.70                   | 21.54                |

Tabela 85: Rezultati treniranja i testiranja NM sa svim indikatorima

| Algoritam | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| BFGS      | 37        | 316.42                 | 308.46              | 38         | 11.82                   | <b>6.57</b>          |
| BR        | 25        | 324.23                 | 317.25              | 27         | 12.46                   | 7.68                 |
| GDMB      | 19        | 317.48                 | 310.28              | 34         | 13.97                   | 7.32                 |
| LM        | 27        | <b>314.35</b>          | <b>307.26</b>       | 37         | 13.39                   | 6.84                 |
| OSS       | 14        | 325.27                 | 319.26              | 24         | 15.26                   | 8.26                 |
| RP        | 8         | 327.26                 | 318.28              | 34         | 14.87                   | 7.82                 |
| SCG       | 23        | 319.26                 | 313.46              | 38         | <b>11.26</b>            | 6.97                 |

Tabela 86: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa indikatorima stabilnosti

| Funkcija jezgra | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| Linearna        | 647       | 344.99                 | <b>302,04</b>       | 311        | 14.27                   | 8,51                 |
| Gausova         | 755       | <b>323.47</b>          | 303,99              | 415        | <b>12,47</b>            | <b>7,24</b>          |
| Polinomijalna   | 755       | 334.07                 | 296,95              | 571        | 13,59                   | 7,36                 |

Tabela 87: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa indikatorima aktivnosti

| Funkcija jezgra | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| Linearna        | 701       | 362.83                 | 334,16              | 363        | 14.27                   | 8,51                 |
| Gausova         | 809       | <b>308.61</b>          | 365,12              | 519        | <b>12,47</b>            | 8,42                 |
| Polinomijalna   | 755       | 317.74                 | <b>330,12</b>       | 519        | 13.59                   | <b>7,83</b>          |

Tabela 88: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa socijalnim indikatorima

| Funkcija jezgra | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| Linearna        | 701       | 363.82                 | 353,00              | 363        | 14.19                   | 8,35                 |
| Gausova         | 755       | <b>325.13</b>          | 322,32              | 467        | <b>12.21</b>            | <b>7,60</b>          |
| Polinomijalna   | 701       | 337.22                 | <b>320,93</b>       | 519        | 13.53                   | 8,03                 |

Tabela 89: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa svim indikatorima

| Funkcija jezgra | Iteracije | MSE <sub>trening</sub> | MSE <sub>test</sub> | Iteracije* | MSE* <sub>trening</sub> | MSE* <sub>test</sub> |
|-----------------|-----------|------------------------|---------------------|------------|-------------------------|----------------------|
| Linearna        | 582       | 322.08                 | 311,24              | 295        | 11.32                   | 7,26                 |
| Gausova         | 643       | <b>295.46</b>          | <b>309.08</b>       | 386        | <b>9.08</b>             | <b>6.86</b>          |
| Polinomijalna   | 629       | 304.25                 | 312,48              | 489        | 10.29                   | 7,19                 |

## 10.2.Pseudokodovi

### 10.2.1. Standardni DE algoritam

```
StandardDEAlgorithm (PopulationSize m, VectorSize d, MutationRate F,
CrossoverRate Cr, NumOfIter N, Tolerance t, UpperBound max, LowerBound min)
{
    numOfIterations = 1;
    generation = InitializePopulation(m, d, min, max);
    newGeneration = InitializeEmptyNextGeneration(m);
    tolerance = maxInt;

    While (numOfIterations < N && tolerance > t)
    {
        ClearNewGeneration(newGeneration);
        [optimalVector, tolerance] = Evaluate(generation);
        foreach x in population
        {
            [r1, r2, r3] = GenerateRandomIndexesFromPopulation(m)
            M = generation[r1] + F(generation[r2] - generation[r3])
            for (i = 0, d - 1, i++)
            {
                if (rand[0,1] < Cr)
                    C[i] = X[i]
                else
                    C[i] = M[i]
            }
        }

        AddToNewGeneration(newGeneration, C);
    }

    for (i=0, m-1, i++)
    {
        if (Cost(newGeneration[i]) <= Cost(generation[i]))
            ReplaceInGeneration(generation, newGeneration, i)
    }
}

return optimalVector;
}
```

## 10.2.2. Generisanje vektora atomskih elemenata iz vektora atributa

```
GenerateAtomicVector(iVector)
{
    n = size(iVector); // number of input vector elements [a b ... z]
    cVector = zeros(2*n); // define complete vector

    // complete vector is of form [a 1-a b 1-b ... z 1-z]
    for (i=0,i<n,i++)
    {
        cVector[2*i]=iVector[i];
        cVector[2*i+1]=1-iVector[i];
    }
    cMatrix = zeros(2^n,n); // coefficient matrix
    for (i=1,i<n+1,i++)
    {
        for (j=0,j<2^n,j++)
        {
            cMatrix[j,i-1]=mod(fix(j/(2^(n-i))), 2) + 2*i-1;
        }
    }
    oVector = zeros(2^n); // define output vector
    hVector = zeros(n); // define helper vector
    for (i=0,i<2^n,i++)
    {
        for (j=0,j<n,j++)
        {
            hVector[j] = cVector[cMatrix[i, j]];
        }
        oVector[i] = prod(hVector); // multiply hVector elements
    }
    return oVector;
}
```

### 10.3. Lista država korišćenih u disertaciji

U disertaciji su korišćeni podaci za 83 države:

- 37 iz Evrope (Austrija, Belgija, Bugarska, Hrvatska, Kipar, Češka, Danska, Estonija, Finska, Francuska, Gruzija, Nemačka, Grčka, Mađarska, Island, Irska, Italija, Letonija, Litvanija, Luksemburg, Malta, Holandija, Severna Makedonija, Norveška, Poljska, Portugal, Rumunija, Rusija, Srbija, Slovačka, Slovenija, Španija, Švedska, Švajcarska, Turska, Ukrajina i Velika Britanija)
- 15 iz severne i južne Amerike (Argentina, Bolivija, Brazil, Kanada, Čile, Kolumbija, Kostarika, Dominikanska republika, El Salvador, Meksiko, Panama, Paragvaj, Peru, Sjedinjene Američke Države i Urugvaj)
- 16 iz Azije (Australija, Kina, Hong Kong, Indija, Indonezija, Izrael, Japan, Kazakstan, Južna Koreja, Malezija, Monoglija, Novi Zeland, Filipini, Singapur, Šri Lanka i Tajland)
- 15 iz Afrike (Kamerun, Demokratska Republika Kongo, Egipat, Jamajka, Kenija, Maroko, Namibija, Nigerija, Ruanda, Saudijska Arabija, Sejšeli, Južnoafrička Republika, Tunis, Uganda i Zambija)

## 10.4. Spisak korišćenijih skraćenica

|         |  |
|---------|--|
| DE      | diferencijalna evolucija                           |
| IBA     | interpolativna Bulova algebra                      |
| NM      | neuronska mreža                                    |
| SVM     | metoda nosećih vektora                             |
| LA      | logička agregacija                                 |
| LM      | Levenberg-Markuardt algoritam                      |
| BR      | Bajesova regularizacija                            |
| BFGS    | Brojden-Flečer-Goldfarb-Šano algoritam             |
| RPROP   | Otporni algoritam propagacije unazad               |
| GDMB    | Opadajući gradijent sa momentom propagacije unazad |
| OSS     | Sekanta jednog koraka                              |
| SCG     | Skalirani konjugovani gradijent propagacije unazad |
| Moody's | Moody's Investors Service                          |
| S&P     | Standard and Poor's                                |
| Fitch   | Fitch Ratings                                      |
| BDP     | bruto domaći proizvod                              |
| MSE     | srednje kvadratno odstupanje                       |

## 10.5. Spisak slika

|   |     |
|---|-----|
| Slika 1: Podela veštačke inteligencije.....   | 7   |
| Slika 2: Funkcije pripadnosti .....   | 12  |
| Slika 3: Mamdani sistem zaključivanja .....   | 13  |
| Slika 4: Sugenov sistem zaključivanja.....  | 14  |
| Slika 5: Tipovi neuronskih mreža .....  | 17  |
| Slika 6: Metoda nosećih vektora.....  | 21  |
| Slika 7: Haseov dijagram Bulove algebre nad dva atributa: $B = \{a, b\}$ .....  | 26  |
| Slika 8: Veneov dijagram atoma Bulove algebre nad dva atributa: $B=\{a, b\}$ .....                                      | 26  |
| Slika 9: Strukturni vektori elemenata Bulove algebre nad dva atributa: $B=\{a, b\}$ .....                               | 28  |
| Slika 10: GBP elemenata Bulove algebre nad 2 atributa $B=\{a, b\}$ .....  | 32  |
| Slika 11: DE algoritam.....   | 42  |
| Slika 12: Vrste finansijskih rizika.....  | 55  |
| Slika 13: Rasponi kamatnih stopa obveznica različitih nivoa .....   | 57  |
| Slika 14: Tranziciona matrica kreditnih državnih rejtinga za period 1995 – 2021. Izvor: fitchratings.com .....          | 76  |
| Slika 15: Matrica prosečnih kumulativnih verovatnoća bankrota država za period 1995 – 2021 Izvor: fitchratings.com..... | 77  |
| Slika 16: IBA-DE pristup.....   | 80  |
| Slika 17: Osnovni koraci IBA-DE pristupa .....  | 81  |
| Slika 18: Ulazni indikatori IBA-DE modela.....  | 88  |
| Slika 19: Jednoaspektni i višenaspektni modeli.....   | 99  |
| Slika 20: Konvergencija MSE u zavisnosti od kontrolnih parametara .....   | 106 |
| Slika 21: Konvergencija MSE u zavisnosti od hiperparametara .....   | 106 |



## 10.6. Spisak tabela

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 1: Opisi kreditnih rejtinga .....   | 59  |
| Tabela 2: Jednačine težinskih koeficijenata.....   | 86  |
| Tabela 3: Numeričke vrednosti kreditnih rejtinga Izvor: (Jelinek et al., 2022) .....   | 94  |
| Tabela 4: Matrica korelacija između indikatora .....   | 97  |
| Tabela 5: Matrica korelacija indikatora sa kreditnim rejtinzima .....  | 98  |
| Tabela 6: Varijanse vremenskih serija indikatora.....  | 98  |
| Tabela 7: Najbolji IBA-DE rezultati na trening podacima .....  | 107 |
| Tabela 8: Najbolji IBA-DE rezultati na test podacima.....  | 108 |
| Tabela 9: Pravi i predviđeni kreditni rejtinzi dobijeni korišćenjem jednoaspektnog modela sa indikatorima stabilnosti* ..... | 109 |
| Tabela 10: Optimalni strukturni vektori Izvor: (Jelinek et al., 2022) .....  | 110 |
| Tabela 11: Struktura atomskog vektora .....  | 111 |
| Tabela 12: Težinski koeficijenti.....  | 111 |
| Tabela 13: Najbolji rezultati neuronskih mreža.....  | 113 |
| Tabela 14: Najbolji rezultati metode nosećih vektora .....   | 113 |
| Tabela 15: Usporedni najbolji rezultati (MSE) na testiranju za sve modele Izvor: (Jelinek et al., 2022) .....                | 114 |
| Tabela 16: Grupe kreditnih rejtinga.....   | 117 |
| Tabela 17: Tranziciona matrica .....   | 117 |
| Tabela 18: Predviđeni rejtinzi za 2019. godinu .....   | 120 |
| Tabela 19: Rejtinzi objavljeni od strane <i>Fitch</i> agencije za 2019. godinu.....  | 120 |
| Tabela 20: Promenljive i njihovi simboli.....  | 156 |
| Tabela 21: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 1000.....               | 157 |
| Tabela 22: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 1000.....         | 157 |
| Tabela 23: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 1000.....              | 158 |

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 24: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 1000..... | 158 |
| Tabela 25: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 1000.....         | 158 |
| Tabela 26: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 1000.....   | 159 |
| Tabela 27: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 1000.....        | 159 |
| Tabela 28: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 1000.....  | 159 |
| Tabela 29: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 1000.....         | 160 |
| Tabela 30: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 1000.....   | 160 |
| Tabela 31: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 1000.....        | 160 |
| Tabela 32: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 1000.....  | 161 |
| Tabela 33: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100.....         | 161 |
| Tabela 34: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100.....   | 161 |
| Tabela 35: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 100.....        | 162 |
| Tabela 36: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 100.....  | 162 |
| Tabela 37: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 100.....          | 162 |
| Tabela 38: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 100.....    | 163 |

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 39: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 100.....       | 163 |
| Tabela 40: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 100..... | 163 |
| Tabela 41: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100.....        | 164 |
| Tabela 42: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100.....  | 164 |
| Tabela 43: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 100.....       | 164 |
| Tabela 44: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 100..... | 165 |
| Tabela 45: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 10.....        | 165 |
| Tabela 46: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 10.....  | 165 |
| Tabela 47: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 10.....       | 166 |
| Tabela 48: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 10..... | 166 |
| Tabela 49: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 10.....         | 166 |
| Tabela 50: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 10.....   | 167 |
| Tabela 51: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 10.....        | 167 |
| Tabela 52: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 10.....  | 167 |
| Tabela 53: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 10.....         | 168 |

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 54: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 10.....              | 168 |
| Tabela 55: MSE dobijena treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 10.....                   | 168 |
| Tabela 56: Iteracije dobijene treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 10.....             | 169 |
| Tabela 57: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100 .....  | 169 |
| Tabela 58: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 100 ..... | 170 |
| Tabela 59: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 100.....    | 171 |
| Tabela 60: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 100.....   | 172 |
| Tabela 61: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100 .....   | 173 |
| Tabela 62: Strukturni vektori dobijeni treniranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 100 .....  | 174 |
| Tabela 63: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 1000.....                 | 175 |
| Tabela 64: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 1000.....                | 175 |
| Tabela 65: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 1000.....                  | 175 |
| Tabela 66: MSE; MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 1000.....            | 176 |
| Tabela 67: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 1000.....                  | 176 |
| Tabela 68: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 1000.....                 | 176 |

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 69: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 100.....      | 177 |
| Tabela 70: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 100.....     | 177 |
| Tabela 71: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 100.....       | 177 |
| Tabela 72: MSE; MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 100..... | 178 |
| Tabela 73: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 100.....       | 178 |
| Tabela 74: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 100.....      | 178 |
| Tabela 75: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti i veličinom populacije 10.....       | 179 |
| Tabela 76: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima stabilnosti* i veličinom populacije 10.....      | 179 |
| Tabela 77: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti i veličinom populacije 10.....        | 179 |
| Tabela 78: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa indikatorima aktivnosti* i veličinom populacije 10.....       | 180 |
| Tabela 79: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim indikatorima i veličinom populacije 10.....        | 180 |
| Tabela 80: MSE dobijeno testiranjem IBA-DE modela sa socijalnim* indikatorima i veličinom populacije 10.....       | 180 |
| Tabela 81: Rezultati treniranja i testiranja višeaspektnog modela.....   | 180 |
| Tabela 82: Rezultati treniranja i testiranja NM sa indikatorima stabilnosti .....                                  | 181 |
| Tabela 83: Rezultati treniranja i testiranja NM sa indikatorima aktivnosti .....                                   | 181 |
| Tabela 84: Rezultati treniranja i testiranja NM sa socijalnim indikatorima .....                                   | 181 |
| Tabela 85: Rezultati treniranja i testiranja NM sa svim indikatorima .....   | 181 |
| Tabela 86: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa indikatorima stabilnosti .....                                 | 182 |
| Tabela 87: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa indikatorima aktivnosti.....                                   | 182 |

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 88: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa socijalnim indikatorima..... | 182 |
| Tabela 89: Rezultati treniranja i testiranja SVM sa svim indikatorima.....       | 182 |

## Biografija autora

Srđan Jelinek rođen je 17. decembra 1989. godine u Beogradu. 2009. godine je završio Matematičku gimnaziju u Beogradu, i iste godine postaje student Fakulteta organizacionih nauka u Beogradu. Osnovne akademske studije na smeru Informacioni sistemi i tehnologije završava u roku, sa prosečnom ocenom 9.60. Diplomirao je na temu "*Modeli za vrednovanje opcija*" sa ocenom 10.

Master akademske studije upisuje 2013. godine na Fakultetu organizacionih nauka, studijski program Elektronsko poslovanje i upravljanje sistemima, modul Upravljanje organizacionim sistemima. Završni master rad na temu "*Sistem za analizu triangularne arbitraže i valutnih parova na međunarodnom deviznom tržištu*" je odbranio 2014. godine i završio master akademske studije sa prosečnom ocenom 10.

Druge master akademske studije upisuje 2013. godine na Ekonomskom fakultetu, studijski program *International Masters in Quantitative Finance (IMQF)*. Završni master rad na temu "*CCC and DCC models for Value at Risk and Expected Shortfall estimation based on Extreme Value Theory*" je odbranio 2015. godine i završio master akademske studije sa prosečnom ocenom 9.20.

Školske 2018/2019. godine upisao je doktorske studije na Fakultetu organizacionih nauka, na studijskom programu Informacioni sistemi i kvantitativni menadžment, izborno područje Upravljanje sistemima. Položio je sve ispite predviđene planom i programom ostvarivši prosečnu ocenu 10.00 i odbranio je pristupni rad na doktorskim studijama.

Tokom zimskog semestra školske 2012/13. godine, kao student-demonstrator je učestvovao u održavanju labaratorijskih vežbi na predmetu Teorija sistema na Fakultetu organizacionih nauka.

Srđan Jelinek 15.8.2015. biva zaposlen u kompaniji *FIS (Fidelity National Information Services)* kao kvantitativni analitičar. Godinu dana kasnije prelazi na poziciju kvantitativni programer, da bi dve godine kasnije dobio zvanje seniora na istoj poziciji.

Naučno-istraživačke oblasti kojima se Srđan Jelinek bavi su: kvantitativne finansije, fazi logika, neuronske mreže, analiza vremenskih serija, heurističke metode optimizacije, itd. Položio je sve ispite, ostvarivši prosečnu ocenu 10.00. Objavio je više radova u državi i inostranstvu i

učestvovao na više domaćih i međunarodnih skupova i konferencija. Tokom školovanja je bio stipendiran od strane Fonda za mlade talente.

### **Spisak objavljenih radova**

#### **Radovi u međunarodnim časopisima izuzetnih vrednosti (M21a)**

- **Jelinek, S.**, Milošević, P., Rakićević, A., Poledica, A., Petrović, B. (2022). A Novel IBA-DE Hybrid Approach for Modeling Sovereign Credit Ratings. *Mathematics*, 10(15). DOI: 10.3390/math10152679 (*IF2021*: 2.592)

#### **Radovi saopšteni na skupu međunarodog značaja štampani u celini (M33)**

- Jovović, A., **Jelinek, S.**, & Rakićević, A. (2014). Sovereign credit rating prediction using fuzzy logic. In A. Marković & S. Barjaktarović Rakočević (Eds.), *Proceedings of the XIV International Symposium SymOrg 2014: New Business Models and Sustainable Competitiveness* (pp. 597-604). Belgrade: Faculty of Organizational Sciences.
- **Jelinek, S.**, Poledica, A., Petrović, B., & Milošević, P. (2019). Forecasting Cryptocurrency Time Series Using Fuzzy Transform, Fourier Transform and Fuzzy Inference System. In M. Stepnicka (Ed.), *Proceedings of the 2019 Conference of European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019)* (pp. 634-640). Amsterdam: Atlantis Press. DOI:10.2991/eusflat-19.2019.88
- **Jelinek, S.**, Milošević, P., Rakićević, A., & Petrović, B. (2022). Forecasting Sovereign Credit Ratings Using Differential Evolution and Logic Aggregation in IBA Framework. In C. Kahraman, S. Cebi, S. Cevik Onar, B. Oztaysi, A. C. Tolga & I. U. Sari (Eds.), *Intelligent and Fuzzy Techniques for Emerging Conditions and Digital Transformation. Proceedings of the INFUS 2021 Conference. Lecture Notes in Networks and Systems* 308 (pp. 506-513). Berlin: Springer. DOI:10.1007/978-3-030-85577-2\_60

#### **Radovi u časopisima nacionalnog značaja (M53)**

- **Jelinek, S.**, Rakićević, A., & Milošević, P. (2018). Sistem za analizu i simulaciju triangularnih arbitražnih strategija na međunarodnom deviznom tržištu. *Info M*, 65, 31-39. ISSN:1451-4397
- Milošević, P., **Jelinek, S.**, Rakićević, A., & Poledica, A. (2018). Primena neuronskih mreža i metode nosećih vektora za identifikaciju lica. *Info M*, 66, 20-25. ISSN:1451-4397

#### **Radovi saopšteni na skupu nacionalnog značaja (M63)**

- Milošević, P., **Jelinek, S.**, Rakićević, A., & Poledica, A. (2018). Model za identifikaciju lica zasnovan na tehnikama mašinskog učenja. In *Zbornik radova Infotech 2018 - ICT conference and exhibition*.
- **Jelinek, S.**, Makajić-Nikolić, D., & Milošević, P. (2021). Sovereign credit rating transition matrix estimation using differential evolution. In *SYM-OP-IS 2021 XLVIII International Symposium on Operational Research Conference Proceedings (Zbornik radova)* (accepted for publication).



## Izjava o autorstvu

Ime i prezime autora **Srdan Jelinek**

Broj indeksa **5007/2018**

### Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

#### **Hibridni IBA-DE pristup za predviđanje kreditnog rejtinga država**

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za sticanje druge diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis autora

U Beogradu, 16.12.2022

---

## **Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada**

Ime i prezime autora **Srđan Jelinek**

Broj indeksa **5007/2018**

Studijski program **Informacioni sistemi i kvantitativni menadžment (izborna područje Upravljanje sistemima)**

Naslov doktorske disertacije: **Hibridni IBA-DE pristup za predviđanje kreditnog rejtinga država**

Mentor **dr Pavle Milošević, docent, Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu**

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao radi pohranjivanja u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis autora

U Beogradu, 16.12.2022

---

## Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

### **Hibridni IBA-DE pristup za predviđanje kreditnog rejtinga država**

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)
2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)
- 3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada (CC BY-NC-ND)**
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)
5. Autorstvo – bez prerada (CC BY-ND)
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci.

Kratak opis licenci je sastavni deo ove izjave).

Potpis autora

U Beogradu, 16.12.2022

1. **Autorstvo.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.

2. **Autorstvo – nekomercijalno.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

3. **Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.

4. **Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.

5. **Autorstvo – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

6. **Autorstvo – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.