

**УНИВЕРЗИТЕТ ПРИВРЕДНА АКАДЕМИЈА У НОВОМ
САДУ
ФАКУЛТЕТ ЗА ПРИМЕЊЕНИ МЕНАѢМЕНТ
ЕКОНОМИЈУ И ФИНАНСИЈЕ**

**МЕНАѢМЕНТ, ОПТМИЗАЦИЈА ФАКТОРА
ПРОИЗВОДЊЕ И ПРИВРЕДНИ РАСТ**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Ментор:

Доц. др Млађан Максимовић

Докторанд:

Мр Србислав Радивојевић

Београд, 2018.

УНИВЕРЗИТЕТ ПРИВРЕДНА АКАДЕМИЈА У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ЗА ПРИМЕЊЕНИ МЕНАЏМЕНТ, ЕКОНОМИЈУ И
ФИНАНСИЈЕ У БЕОГРАДУ

КЉУЧНИ ПОДАЦИ О ЗАВРШНОМ РАДУ

Врста рада:	Докторска дисертација
Име и презиме аутора:	Србислав Радивојевић
Ментор (титула, име, презиме, звање, институција)	Доц. др Млађан Максимовић, доцент, уже научне области: Општи менаџмент., Универзитет Привредна академија у Новом Саду, Факултет за примењени менаџмент, економију и финансије, Београд
Наслов рада:	МЕНАЏМЕНТ, ОПТИМИЗАЦИЈА ФАКТОРА ПРОИЗВОДЊЕ И ПРИВРЕДНИ РАСТ
Језик публикације (писмо):	Српски (ћирилица)
Физички опис рада:	Унети број: Страница 206 Поглавља 7 Референци 122 Табела 33 Слика 24 Графикона - Прилога -
Научна/уметничка област:	Менаџмент и бизнис
Предметна одредница, кључне речи:	Менаџмент, оптимизација, модели, функција понуде и тражње, производна функција, функција трошкова, еластичност.

<p>Извод (апстракт или резиме) на језику завршног рада:</p>	<p>Теорија, методи и модели оптимизације појављују се и развијају као резултат великог интереса људи да многе проблеме пројектовања, планирања и управљања у разноврсним делатностима реше што је могуће боље. Током векова људске амбиције нису се задовољавале само добрим решењима. Било да се радило о разним оперативним акцијама или стратегијским одлукама, врло често је код људи провејавала мисао о тражењу најбољих решења, без обзира да ли је у питању технички проблем, економски задатак, нека друштвена функција, тежња за најбољим планом, најбољим начином функционисања или најбољим менаџментом била је у прошлости а поготово данас увек присутна. Та жеља временом је добијала на значају. Имати најбоље решење, или решење близу најбољег значи направити уштеде материјала и енергије, постићи велику финансијску добит, или неопходну поузданост и сигурност.</p> <p>Очигледно је да одабрати најбоље конфигурације производних утрошака, наћи најбоље перформансе, или одабрати најбољи менаџмент, најчешће нису лаки задаци. Проблеми у којима се траже најбоља решења су врло разноврсни, зато проблеми оптимизације постају веома сложени, али за нас интересантни проблеми управљања предузећем.</p> <p>Разноликост проблема и велики број задатака у којима се траже најбоља решења, учинили су развој и примену математичких модела у одређивању најбољих решења изузетно сложеним и разноврсним. Уобичајени прилаз развоју овог дела теорије оптимизације мора да карактеришу одређена математичка формализација проблема –описи, из којих се логичко-математичким путем, чије је основно обележије строгост разматрања, економским тумачењем, тражи пут ка најбољем решењу</p>
---	--

Датум одбране: (Попуњава накнадно одговарајућа служба)	
Чланови комисије: (титула, име, презиме, звање, институција)	Председник: Проф. др Радоје Цвејић, редовни професор, Универзитет „Унион-Никола Тесла“ у Београду, Факултет за стратешки и оперативни менаџмент Београд Ментор: Доц. др Млађан Максимовић, доцент, Универзитет Привредна академија у Новом Саду, Факултет за примењени менаџмент, економију и финансије, Београд Члан: Доц. др Дарјан Карабашевић, доцент, Универзитет Привредна академија у Новом Саду, Факултет за примењени менаџмент, економију и финансије, Београд
Напомена:	Аутор докторске дисертације потписао је следеће Изјаве: 1. Изјава о ауторству, 2. Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и 3. Изјава о коришћењу. Ове Изјаве се чувају на факултету у штампаном и електронском облику.

UNIVERSITY BUSINESS ACADEMY IN NOVI SAD

FACULTY OF APPLIED MANAGEMENT, ECONOMICS AND FINANCE IN BELGRADE

KEY WORD DOCUMENTATION

Document type:	Doctoral dissertation
Author:	Srbislav Radivojevic, MSc
Menthor (title, first name, last name, position, institution)	Ph.D. Mladjan Maksimović, Assistant Professor, Specific scientific areas: General Management., University Business Academy in Novi Sad, Faculty of Applied Management, Economics and Finance, Belgrade
Title:	MANAGEMENT, OPTIMIZATION OF FACTORS OF PRODUCTION AND ECONOMIC GROWTH
Language of text (script):	Serbian language (Cyrillic)
Physical description:	Number of: Pages: 206 Chapters: 7 References: 122 Tables: 33 Illustrations: 24 Graphs: - Appendices: -
Scientific/artistic field:	Management and business
Subject, Key words:	Management, optimization models, the function of supply and demand re-making function, cost function, elasticity.

<p>Abstract (or resume) in the language of the text:</p>	<p>Theories, methods and optimization models appear and develop as a result of great interest to many people problems of design, planning and management in a variety of activities which can be solved better. Over the centuries, human ambitions were not satisfied with only good solution. Whether it was the actions of the various operational or strategic decisions, people often had thought about finding the best solutions, regardless of whether it is a technical problem, an economic problem, a social function, striving for the best plans, the best way of functioning or best management was in the past and especially today, is ever present. This desire eventually gained in importance. Have the best solution, or a solution close to the best means to make savings of material and energy to achieve great financial gain, or the necessary reliability and safety.</p> <p>It is obvious to choose the best configuration of productive consumption, find the best performance, or select the best management, usually are not easy tasks. Problems that ask for the best solutions are very different, because optimization problems become very complex, but for us it interesting problems of business management.</p> <p>The diversity of problems and a large number of tasks that ask for the best solutions, have made the development and application of mathematical models to determine the best solution is extremely complex and varied. The usual approach to developing this part of the theory of optimization has to characterize a particular mathematical formalization of the problem-descriptions, from which the logical-mathematical way, which is a basic feature, considering the rigor, economic interpretation, seeking to put the best one.</p>
<p>Defended: (The faculty service fills later.)</p>	

<p>Thesis Defend Board:</p> <p>(title, first name, last name, position, institution)</p>	<p>President: Ph.D. Radoje Cvejić, Full Professor, "Union - Nikola Tesla" University, Belgrade, Faculty for Strategic and Operational Management Belgrade</p> <p>Menthor: Ph.D. Mladjan Maksimović, Assistant Professor, University Business Academy in Novi Sad, Faculty of Applied Management, Economics and Finance, Belgrade</p> <p>Member: Ph.D. Darjan Karabašević, Assistant Professor, University Business Academy in Novi Sad, Faculty of Applied Management, Economics and Finance, Belgrade</p>
<p>Note:</p>	<p>The author of doctoral dissertation has signed the following Statements:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Statement on the authority, 2. Statement that the printed and e-version of doctoral dissertation are identical and 3. Statement on copyright licenses. <p>The paper and e-versions of Statements are held at the faculty.</p>

САДРЖАЈ

САДРЖАЈ.....	9
УВОД.....	13
1. МЕТОДОЛОШКО-ХИПОТЕТИЧКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА	16
1.1. Предмет и циљ истраживања.....	16
1.2. Хипотезе истраживања.....	16
1.3. Методе истраживања	17
1.4. Очекивани резултати и научни допринос.....	18
1.5. Образложење теме истраживања	18
2. МЕНАѢМЕНТ И ФУНКЦИОНАЛНОСТ	21
2.1. МенаѢмент у савременим школама управљања	21
2.1.1. Школа социјалних система	22
2.1.2. Нове школе менаѢмента.....	23
2.1.3. Холистички концепт менаѢмента.....	25
2.2. Зависност менаѢмента од спољашњих и унутрашњих активности	26
2.2.1. Зашто је средина битна	26
2.2.2. Анализа пословног окружења	28
2.2.3. Унутрашње кондиције организације у функцији менаѢмента	30
2.3. МенаѢмент – активност која не престаје.....	31
2.3.1. Шампиони идеја и нови – развојни послови	33
2.3.2. Имплементирање промена.....	34
2.3.3. Врсте планираних промена.....	37
2.3.4. Културне промене	39
3. МЕНАѢМЕНТ, СТРАТЕГИЈА И ПРИВРЕДНИ РАСТ	41
3.1. Појам стратегије	42

3.2. Формулисање и избор стратегије	44
3.3. Спровођење стратегије	45
3.4. Стратегија и економија	47
3.5. Стратегије раста	48
3.5.1. Стратегије убрзаног (концентричног) раста	49
3.5.2. Генеричке стратегије	50
4. ОПТИМИЗАЦИЈА ФАКТОРА ПРОИЗВОДЊЕ.....	58
4.1. Моделски приступ као инструмент економске анализе.....	58
4.2. Функција понуде и тражње и прогноза	60
4.2.1. Анализа тражње.....	61
4.2.2. Истраживање фактора тражње	63
4.2.3. Потребе потрошача као фактор тражње	68
4.2.4. Цена производа као фактор тражње.....	72
4.3. Анализа и предвиђање тражње.....	73
4.4. Понуда и тражња и услов равнотеже тржишта	75
4.5. Функција производње.....	77
4.5.1. Уводна разматрања - теоријски основ	77
4.5.2. Карактеристике производне функције.....	79
4.5.3. Закон опадајућих приноса	83
4.5.3.1. Закон опадајућих приноса и улога адаптабилности.....	89
4.5.4. Оптимизација производње.....	91
4.5.4.1. Појам изотрошковне линије	91
4.5.5. Максимизирање производње уз дате трошкове.....	92
4.5.6. Минимизирање трошкова за дату производњу.....	102
4.5.7. Максимизирање добити	105
4.6. Функција трошкова.....	106
4.6.1. Крива трошкова и оптимизација производње.....	106
4.6.2. Краткорочне функције трошкова	107
4.6.3. Дугорочне функције трошкова	110
4.7. Еластичност као мера у економији	114

4.8. Еластичност појединих функција	116
4.8.1. Еластичност тражње	116
4.8.1.1. Доходовна еластичност тражње	119
4.8.2. Ефекат дохотка и ефекат супституције	120
4.8.3. Параметри еластичности тражње	121
4.8.4. Важност израчунавања еластичности тражње	122
4.8.5. Еластичност трошкова	123
4.8.6. Парцијална еластичност	124
5. МОДЕЛИ ПРИВРЕДНОГ РАСТА	128
5.1. Појам и модели привредног раста.....	128
5.1.1. Дефиниција и појам модела привредног раста.....	128
5.1.2. Модел раста са фиксним коефицијентима (Harrod–Domar–ov model)	132
5.2. Неокласични модел раста	135
5.2.1. Модели раста са производном функцијом која дозвољава супституцију између фактора.....	135
5.3. Соловљев модел раста.....	146
5.3.1. Функционални облик Соловљевог модела у величинама по становнику	150
5.3.2. Економски раст у Соловљевом моделу	156
6. ПРИМЕНА ЛИНЕАРНОГ ПРОГРАМИРАЊА У ОПТИМИЗАЦИЈИ ПРОИЗВОДЊЕ	160
6.1. Основне претпоставке линеарног програмирања	161
6.2. Мешовити проблем максимума	162
6.3. Примена линеарног програмирања у области пекарске индустрије	163
6.4. Емпиријски пример	164
7. РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА ИЗБОРА ОПТИМАЛНИХ ПРОИЗВОДНИХ ЛИНИЈА ПРИМЕНОМ ВИШЕКРИТЕРИЈУМСКЕ АНАЛИЗЕ.....	176
7.1. Метода аналитичких хијерархијских процеса	176
7.2. Компромисно програмирање	182

7.3. Евалуација алтернатива заснована на примени АХП и СР метода у групном окружењу.....	184
7.4. Студија случаја – избор производних линија у металуршкој индустрији	185
ЗАКЉУЧАК.....	197
ЛИТЕРАТУРА.....	200

УВОД

Теорија, методе и модели оптимизације појављују се и развијају као резултат великог интереса људи да многе проблеме пројектовања, планирања и управљања у разноврсним делатностима реше што је могуће боље. Током векова људске амбиције нису се задовољавале само добрим решењима, било да се ради о разним оперативним акцијама или стратегијским одлукама, врло често је код људи провејавала мисао о тражењу најбољих решења. Без обзира да ли је у питању технички проблем, економски задатак, нека друштвена функција, тежња за најбољим пројектом, најбољим планом, најбољим начином функционисања или најбољим менаџментом била је у прошлости а поготово данас увек присутна. Та жеља временом је добијала на значају. Имати најбоље решење, или решење близу најбољег значи направити уштеде материјала и енергије, постићи велику финансијску добит, или неопходну поузданост и сигурност.

Очигледно је да обрадити најбоље карактеристике пројекта, наћи најбоље перформансе, или одабрати најбољи менаџмент, најчешће нису лаки задаци. Овоме треба додати да су проблеми у којима се траже најбоља решења врло разноврсни, и зато сложеност оптимизације постаје огромна, примери су бројни, али за нас интересантни проблеми управљања предузећем.

Разноликост проблема и велики број задатака у којима се траже најбоља решења, учинила су развој и примену математичких модела у одређивању најбољих решења изузетно сложеним и разноврсним. Уобичајени прилаз развоју овог дела теорије оптимизације карактеришу одређени формални и математички описи, из којих се логичко-математичким путем, економским тумачењем, тражи пут ка најбољем решењу.

Други правац оптимизације као научне дисциплине иде ка уопштавању, што неминовно захтева одговарајући математички апарат. Овај правац теорије оптимизације бави се ригорозним поставкама појмова и дефиниција везаних за оптимизацију система. Но, одређеним математичким трансакцијама може се доћи до формалних закључака који могу бити од користи при оптимизацији у реалним системима.

Како су проблеми менаџмента и оптимизације веома сложени и специфични, обично ван домаћаја класичних резултата математичких теорија, то постоји стална мотивација за

ствараје нових теорија и решења. Дакле предмет интересовања менаџмента нису само тражења оптималних решења проблема који се могу квантитативно изразити, већ су увек квалитативне природе. Број текућих проблема које је тешко или немогуће готово представити математичким језиком није мали и зато је проблем менаџмента изнаћи метод поређења појединих решења. Тај метод као мера мора бити квантитативна, јер само таква мера гарантује једнозначност поступка поређења. И зато говорити о задацима менаџмента у решавању проблема који нису представљени у квантитативном изразу нема смисла.

Да би се остварио дугорочно одржив привредни раст он мора бити базиран на реалним основама. То подразумева раст путем коришћења компаративних предности земље уз задовољавајуће комбиновање фактора производње. Тај раст на макроекономском нивоу мора бити подржан оптималним коришћењем политика које стоје на располагању властима – монетарној и фискалној.

Актуелна економска криза указала нам је да привредни раст заснован на експанзивној фискалној и монетарној политици, не само да није одржив, већ и ствара дисторзије у комбиновању фактора производње у привреди, које се касније, у периодима кризе и нужне фискалне и монетарне контракције, не могу исправити. Експанзивна фискална политика праћена умерено експанзивном монетарном политиком, у последњих неколико година, довела је до високог раста укупне потрошње, државне и приватне, која је последично проузроковала високе стопе привредног раста, али и висок ниво фискалног и спољњег дефицита. Висока тражња подстакла је раст привреде који није морао бити, нити је био, заснован на оптимизацији фактора производње, већ је висока тражња, праћена експанзивном монетарном политиком, односно кредитном активношћу, могла да подржи и не-оптимално коришћење производних фактора у привреди. Сада када су се смерови политика нужно променили, а нереално висока тражња смањила, привреда развијана на лошим основама не може да се прилагоди на доле услед високих фиксних трошкова, неповољног привредног амбијента, нереално високих реалних надница, лошег менаџмента и лоше комбинације фактора производње као и производње производа у којима привреда нема компаративних предности.

Рад указује на микроекономску основу привредног раста и подсећа да су макроекономске политике само полуге које у одређеним тренуцима треба да регулишу несавршености тржишта, а не да буду генератори краткорочног привредног раста јер ће такав раст у

дугом року довести до грешака у привредном окружењу, које ће бити веома тешко или готово немогуће исправити. Привредни раст је суштински раст појединачних предузећа.

1. МЕТОДОЛОШКО-ХИПОТЕТИЧКИ ОКВИР

ИСТРАЖИВАЊА

1.1. Предмет и циљ истраживања

Предмет истраживања докторске дисертације јесте привредни раст, али не искључиво сагледавањем теорија привредног раста кроз макроекономску анализу, већ и кроз микроекономску анализу са аспекта предузећа, предузетништва и избора и имплементације адекватних пословних стратегија. Потпунија анализа детерминанти и законитости привредног раста обухвата не само изучавање фактора који опредељују општи дугорочни темпо раста него и праћење оних чинилаца који у краћем временском периоду опредељују промене стопе раста.

Та зависност менаџмента, оптимизације и комбиновања чинилаца развоја и одговарајућих моделских структура која би на мерљив начин ефектуирала стопу раста система су предмет истраживања ове тезе.

Циљ рада јесте да укаже на значај анализе и примене одређених теорија раста и могућности њихове афирмације у предузећима применом одговарајућих стратегија, техника и метода управљања како би се на бази релевантних научних знања оптимизирали трошкови проиводње који дужи низ година представљају кочницу раста и развоја предузећа те на тај начин повећала њихова конкурентност чије се импликације огледају у расту и развоју приврде Србије.

1.2. Хипотезе истраживања

Предмет истраживања успостављен је у складу са општим проблемом истраживања и на тој основи проблематична област дефинисана је кроз општу хипотезу:

Функционисање малих и средњих предузећа треба да омогући одговарајуће промене у степену развоја наше привреде са значајном орјентацијом ка стварању производа и пружању услуга намењених извозу.

Из главне претпоставке очекује се да се одговарајућим комбиновањем расположивих ресурса створи пословни амбијент који води ка стабилном пословању, високој ликвидности, повећању запослености и увећању укупног прозвода што је сумирано кроз посебне хипотезе истраживања а у циљу доказивања опште хипотезе:

1. Избором и имплементацијом адекватних стратегија од стране менаџмента, предузећа остварују своје циљеве оптималном алокацијом различитих расположивих ресурса.
2. Оптималном алокацијом ресурса долази се до оптимизације фактора производње.
3. Оптимизацијом фактора производње постиже се бољи учинак и успех предузећа, тј. побољшавају се перформансе предузећа.

1.3. Методе истраживања

У докторској дисертацији из групе основних и општенаучних метода сазнања и истраживања примењене су следеће методе:

- Метода анализе и синтезе. Метода анализе представља поступак научног истраживања где се сложени појмови и закључци рашчлањују на једноставније саставне делове. Метода синтезе представља спајање и обједињавање једноставнијих предмета или појава у сложене или сложене у још сложеније. И једна и друга метода дају велики допринос у опсервацији, откривању и проучавању научних истина.
- Метода генерализације. Метода генерализације је примењена како би се дошло до општих закључака на основу претходно анализираних елемената предмета истраживања.
- Индуктивно-дедуктивна метода: Индуктивно-дедуктивна метода је примењена са становишта извлачења и креирања синтетичких закључака.
- Компаративна метода. У циљу детектовања сличности и разлика чинилаца предмета истраживања примењена је компаративна метода.

Из групација метода математичког програмирања и вишекритеријумске анализе примењене су следеће методе:

- Метода линеарног програмирања.

- Метода аналитичких хијерархијских процеса
- Метода компромисног програмирања

1.4. Очекивани резултати и научни допринос

Кључни научни допринос докторске дисертације се огледа у употпуњавању фонда научних сазнања у методологији са посебним освртом на примени математичких модела у решавању проблема оптимизације фактора производње. На основу реализације горе наведених циљева истраживања у категорији очекиваних резултата посебан значај има указивање на могућности да се без посебног задуживања малих и средњих предузећа обезбеде услови за успешан и континуирани рад у смислу обављања регистрованих привредних делатности. Поред тога задатак који је постављен у оквиру истраживања указује на могуће побољшање пословне праксе наших предузећа у смислу значајнијег коришћења модела привредног раста и оптимизацију коришћења лимитираних фактора развоја у малим и средњим предузећима чији је стваралачког потенцијала пропорционално већи.

Рад има научно, теоријско и стручно оправдање јер се бави истраживањем на бази примене и обједињавања мултидисциплинарних знања на један свеобухватан и оригинални начин који указује на синергетско дејство микроекономских и макроекономских варијабли а које у крајњој инстанци утичу на привредни раст. Као такав, рад треба да буде од користи: менаџменту предузећа у изналажењу решења које ће допринети побољшању ефикасности и ефективности пословања; да укаже на значај примене дефинисаних модела ради постизања дефинисаних циљева предузећа, носиоцима макроекономске политике у креирању адекватних амбијенталних услова које ће стимулативно деловати на развој предузетништва, и да укаже на један нови правац у изучавању ове области кроз ефекат синергије између перформанси предузећа и привредног раста.

1.5. Образложење теме истраживања

Теоријски и практични донети предузетничког менаџмента већ дуго су предмет интересовања и изучавања економске теорије и привредне праксе. Бројни аргументи у прилог реafirмације менаџмента могу се свести на доказивање тврдње да би

предузетничком револуцијом могло доћи до значајног повећања економске ефикасности савремених привредних система. Овладати свим значајним функцијама и сегментима пословања уз одређени ниво интегралности и свеобухватности основно је полазиште менаџмента. Отуда је неопходно да се у рукама менаџера концентришу све виталне управљачке функције које се односе на кадрове, планирање, одлучивање, организовање, контролу, информације као и друге функције од посебног значаја.

О менаџменту се све више говори као о делатности која се гради на основама остваривања одређених функција чиме се приказује као специфично знање и способност овладавања активностима организационих система.

Када говоримо о могућим приступима оптималне стратегије привредног развоја тада мислимо само на избор основног критеријума оптимизације, односно избора основног приступа тако да остали приступи могу бити само коректив, средство многоугаоног прилажења сложеној стварности.

За нас најинтересантнији је приступ који се базира на оптимизацији фактора производње. Ми ћемо и у овом раду поћи од расположивости фактора и могућности њиховог комбиновања, њиховог утицаја на модел и степен привредног раста свесни њиховог различитог степена мерљивости, па је и њихово дејство на стопу привредног раста тешко мерљиво. Ове тешкоће изражавања дејства појединих фактора на кретање и стопу раста утицале су на развој математичких метода и модела којима се покушава обухватити што већи број фактора који делују на максимизирање основне циљне величине. Један такав пример у области мултивариационе анализе је и метод факторске анализе, амбициозан покушај обухвата већег броја фактора који опредељују стопу раста. Сваки такав корак значи даљи развој факторског приступа у избору оптимизације стварању приоритетне листе фактора по њиховм укупном дејству на развој система као и опредељивање за најзначајније у максимизирању циљне величине.

Фактори развоја могу бити не само различитог степена развијености већ и на различитим нивоима лимитираности. У тражењу оптималног модела раста циљ не мора бити максимално коришћење фактора чија је лимитираност мања а степен стваралачког потенцијала већи. Лимитираност меримо “ценама у сенци” односно Лагранжовим мултипликаторима или Канторовићевом општом формулом.

Што се тиче нивоа стваралачког потенцијала фактора продуктивности они се мере оним мерилом у чему се огледа користан ефекат употребе фактора као нпр. количина створених материјалних добара, укупна добит, обим уштеда итд... Док нам је код лимитираности фактора циљ био што мања употреба дотле нам је у овом другом случају циљ што већи користан ефекат.

Како се из унапред наведеног види, што ће и истраживање и рад показати, циљна функција менаџмента сваког предузећа биће оптимална алокација фактора производње уз адекватан избор стратегије и модела раста у функцији максимизације развоја предузећа.

Привредни раст, посматран кроз ниво бруто домаћег производа као и стопе његовог раста, представља један од најважнијих циљева како развијених тако и неразвијених економија света. Од маргиналистичке револуције 1870. године до средине педесетих година XX века, економисти су били заокупљени развојем микроекономије. Тек педесетих година враћа се на сцену макроекономија и економски раст. Од тада, заокупљени проблемом привредног раста економисти су дефинисали неколико теорија привредног раста.

Теза под називом „Менаџмент, оптимизација производних фактора и привредни раст“ била је и остала изазов за научну јавност и привредну праксу. Техничко технолошки развој стално ремети успостављену равнотежу фактора производње и релативизира њихов утицај на развој система и максимизирање циљне величине.

Потпунија анализа детерминанти и законитости привредног раста обухвата не само изучавање фактора који опредељују општи дугорочни темпо раста него и праћење оних чинилаца који у краћем временском периоду опредељују промене стопе раста.

Та зависност менаџмента, оптимизација и комбиновање чинилаца развоја и одговарајућа моделска структура која би на мерљив начин ефектуирала стопу раста система су предмет истраживања ове тезе.

2. МЕНАЏМЕНТ И ФУНКЦИОНАЛНОСТ

2.1. Менаџмент у савременим школама управљања

На темељу класичне и неокласичне школе израсла је педесетих година прошлога века у САД-а емпиријска школа управљања која представља својеврсну синтезу научних прилаза и искустава класичне и неокласичне школе. Главно обележије ове школе је разноврсност погледа на менаџмент.

За разлику од претходних школа, у оквиру ове школе управљања (менаџмента) даје се већи нагласак и значај, непосредним искуствима из организације управљања. Овде се више ради о систематизованим вештинама, којима треба да овлада менаџер, него ли о научно разрађеној и у пракси спроведеној концепцији управљања. У таквим околностима долази до садејства управљачких знања и искустава стечених у условима одвијања конкретних пословних процеса. Отуда се може тврдити да се овде не ради само о науци већ о њиховој успешној синтези са искуствима из непосредне праксе.

Уважавајући постојање општих принципа управљања, дајући предност искуствима која се стичу у управљању великим пословним системима и издижући их на ниво научности, проблематика управљања се тумачи појмовима из домена предузетништва, организационог и управљачког карактера, чија садржина одражава проблематику услова и резултата пословања. На тај начин менаџерство постаје основна филозофија пословања, око чијег домета у литератури а посебно у пракси, постоје различити погледи.

Dracker менаџмент види као специфични економски орган индустријског предузећа, док Њумен менаџерство дефинише као главну специјалну технику чији значај тумачи тако што су искусни менаџери крајње неопходни сваком динамичком предузећу које успешно послује. Други фактори, као што су капитал, технологија и остала техно-економска знања, такође су неопходни, али без компетентних менаџера ни једна компанија на дуже време не би могла сачувати своје место. Ти људи треба да планирају, усмеравају и контролишу пословање. Полазећи од делатности коју треба да обавља, менаџмент се дефинише као усмеравање, руковођење и контролисање напора група појединаца ради остварења значајног циља. Очигледно је да је добар менаџер онај који постиже да група постигне оптималне резултате при минималном утрошку људских и материјалних

ресурса.¹ Зато је важно да виталне управљачке функције буду концентрисане у рукама менаџера. О менаџменту се све више говори као о делатности која се гради на основама остваривања одређених функција, чиме се приказује као специфично знање и способност овладавања активностима организационих система.

У таквом моделу управљања информације и системи информисања постају битан фактор остваривања активности, чиме се тумачи неопходност примене рачунара и рачунарске технологије као и развој софтвера за потребе пословног система.

У циљу изналажења путева за повећање продуктивности и укупне ефикасности пословања у последње време све више се изучавају могућности учешћа запослених у остваривању дела управљачких функција. Изучавање ове проблематике је повезано са наглашеном потребом децентрализације управљања и давање извесног степена самосталности организационим деловима и структури организације. Као последица таквог приступа намеће се проблематика прилагођавања организационе структуре, система комуницирања, награђивања, мотивација, као и низ других питања.

2.1.1. Школа социјалних система

Пословни систем се схвата као сложени динамички систем са мноштвом подсистема, заокружених и међусобно зависних.

Низ нових појмова, којима се служи наука о управљању, резултат су истраживања ове школе, као што су веза, процес, комуникација, доношење одлука, као и мноштво других којима се изражава специфичност сваког пословног система. Велика заслуга за развијање нових приступа управљању припада концепцији структурно-функционалне анализе и општој теорији система. Научници

Bertalanfi и сарадници, својим истраживањима створили су основ за савремено схватање управљачких процеса и креирање управљачке делатности. У оквиру ове школе запајају се покушаји дефинисања целовите заокружене теорије управљања, чије полазиште се налази у системском прилазу тој проблематици. Битно питање за проблематику изградње целовите концепције управљања је питање мотивације за рад које долази до спознаје да су ограничени донети материјалних облика стимулације, чиме се отвара питање хијерархије мотиватора. Остајући на терену истраживања проблематике формалних и

¹ Drucker, P., *Menadžment za budućnost*, PS Grmeč, Beograd, 1995.

неформалних група и структура, као и њихов утицај на структурирање организације управљања и њихову ефикасност, бавећи се питањима мотивације за рад Bernard (2006)² наводи четири подстицајна фактора: материјални /новац/, личне материјалне услове за разликовање од других /престиж и власт/, жељене физичке услове за рад и духовне побуде / понос на своје знање и умешност, лојалност према организацији, естетски и религиозни осећаји/ и слчно.

Истакнути аутор у овој области је *Simon* (1997)³, који, бавећи се проблематиком одлучивања, истражујући рационалне форме доношења одлука, истиче широке могућности примене теорије, статистичких и математичких модела, теорије селекције и других метода путем којих се остварује виши степен егзактности, брже и рационалније доношење одлука.

Dobin ставља акценат на информациони приступ и развија правац назван индустријска социологија.

2.1.2. Нове школе менаџмента

Процес изграђивања све савршенијих и ефикаснијих система организације и управљања, који су били врло изражени између два светска рата, још више се динамизирају за време и после другог светског рата. Сам ратни период обилује многим иницијативама, изградњом ефикаснијих система управљања, новим фабрикама, менаџментом који се бави операционим проблемима војне индустрије, а сам метод развијен за те намене је познат као операциона истраживања.

Нове школе организације и менаџмента /управљања/ усмерене су на дефинисање организације као интерграционе целине. Достигнућа тих младих научних дисциплина повећавају могућност да се успешно решавају све многобројнији и све сложенији проблеми у производњи и управљању.

У друштвеном развоју све се више истичу тржишне законитости у којима се конкуренција све више испољава и условљава стално и све интензивније усавршавање организације и управљања. Сви ти нови утицаји иницирају конципирање, конструисање

² Bernard, L., C., *An Evolutionary Theory of Human Motivation*, Los Angeles, 2006.

³ Simon, H., *Administrative Behavior: A Study of Decision Making Processes in Administrative Organization*, Free Press, 1997

нових метода техника чијим посредством се повећава укупна ефикасност и ефективност функционисања како пословних тако и других организационих система. Посебно значајан модалитет новог облика организовања и управљања је систем инжињеринга, усмерен у правцу рационализације и ефикаснијег одлучивања менаџера.

Готово све новонастале школе структура пословне организације своди на: људе који управљају, машине и уређаје који прерађују материју, енергију, информације о производу и стварају производ и потрошаче чија куповна моћ зависи од тржишне конкуренције и владине политике

Већ само наведени пример показује да савремене теорије организације и управљања изграђују нове модалитете система организације и управљања на квалитативно новим основама, чија је основа објективизација оцена и поступака.

Како људски фактор у организацији заузима све значајније место, то је разумљиво да теорија организације и управљања све више пажње посвећује изучавању и решавању проблема људског фактора.

На темељу таквог приступа развио се бихевиоризам као посебан правац који добија димензију науке о понашању људи у остваривању својих циљева.

Бихевиоризам: започиње своја истраживања посматрањем односа два појединца. То је најмања друштвена организација у којој започиње успостављање односа заједништва и где се могу сагледати последице међусобних утицаја. На тој основи изучавају се карактеристике формалних организација, односно предузећа и извлаче закључци и формирају правила понашања и утицаја привредних организација на појединца и обрнуто.

Уз развијање бихевиоризма и других социопсихолошких аспеката везаних пре свега за организацију људског фактора, посебно место заузима теорија одлучивања. Сви ти правци развијају се било на основама математичко статистичке теорије одлучивања било на основама тима. Заједничко им је оптимизирање управљачких одлука.

Сви наведени и остали модели савремених организација и управљања усмерени су на објективизацију изграђивања и функционисања организационих система при чему се посебно истиче елиминација субјективизма која доприноси објективизацији и усавршавању организовања и управљања. То су оне компоненте које показују да менаџмент као свесно организовање и управљање представља субјект и објект науке. Та

констатација има одлучујуће опредељење за објективније и свестраније поимање филозофије и технологије менаџмента. То упућује на висок степен међузависности организације, метода и модела истраживања и менаџмента.

2.1.3. Холистички концепт менаџмента

Бројно увећање људске врсте неминовно повећава потребу за материјалним и другим добрима, а стално растућа жеља и потреба људи за вишим стандардом живота, изазивају нове, све сложеније односе између људи и њихових друштвених заједница. Конкуренција је у свим сферама живота, а тежња за доминацијом стална.

Опстају и доминирају они појединци и оне друштвене заједнице које брже откривају, спознају и овладавају непознатим у природном и друштвеном поретку. Само на ширењу тих сазнања могуће је конструисати и изграђивати квалитативно нове производе и услуге и тако опстати на све развијенијем и бескрупулознијем тржишту, у све жешћој конкуренцији. То реално показује да је наступило време у коме су неминов не револуционарне промене у развоју науке али и свим другим видовима свесне делатности.

То даље значи да се у истраживањима иде постепено, корак по корак, да би се на основу познатог успешније откривало непознато. Тако заузет став, условљава да се конципирају нове компоненте за откривање и упознавање непознатог, као и за коришћење нових сазнања у обављању свесне делатности.

Упознавање и објашњавање својства и смисла целине све више и све интензивније се трансформише у основи научни метод који је познат као холистички од грчке речи *холос* односно целовитост.

Нужност убрзаног развијања холистичког приступа условљен је практичним потребама савременог друштва. Та нужност узрокована је сазнањем да сваки предмет односно проблем треба да се посматра као организована структура која поседује мноштво општих карактеристика које поседују и сви други предмети и спољни проблеми. При томе је важно утврдити да сваки предмет и спољни проблем, поред тога што поседује скуп општих карактеристика, такође поседује и скуп посебних, по којима се разликује од било ког другог предмета или испољеног проблема.

Основни квалитет холистичког приступа огледа се у свестраности и комплексности истраживања и решавања испољених проблема. Тај концепт, поред задржавања пажње

на упознавању структуре предмета истраживања, нарочиту пажњу концентрише на упознавање односа посматраног проблема са средином.

У конципирању и структурирању појма менаџмента и уопште свесног деловања, усвајање холистичког приступа, означава тежњу за објективизацијом свесног усмеравања свих врста и модалитета личних и заједничких радних активности.

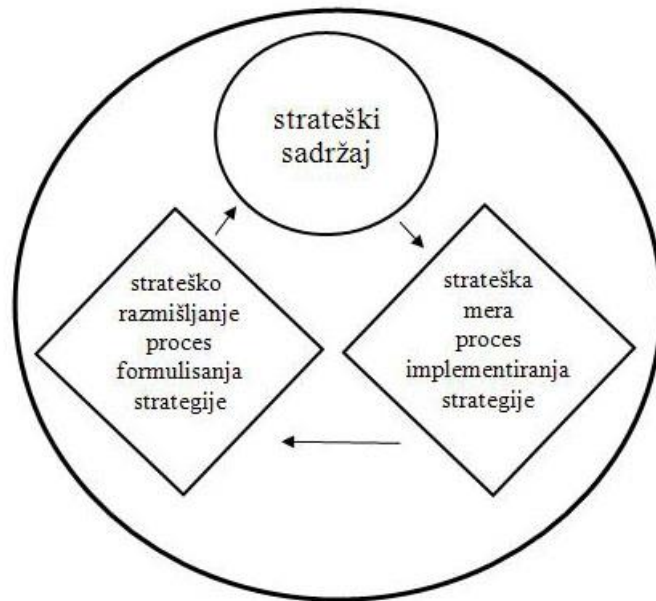
Испоставља се, да савремена наука и пракса опредељују да се у расправи о менаџменту и његовој филозофији свестрано користи холистички приступ. Менаџмент представља својеврсно оруђе чијим посредством се брже и успешније остварују програмирани циљеви те најсложеније људске делатности. Цела расправа о менаџменту је усмерена на показивање и доказивање да је менаџмент најсложенија свесна делатност, која је одлучујућа, како за прогрес у друштвеном развоју, исто тако и за кризе у друштву.

2.2. Зависност менаџмента од спољашњих и унутрашњих активности

2.2.1. Зашто је средина битна

Менаџмент зависи од разумевања контекста односно узајамних веза предузећа и околине. Контекст је амбијент у коме предузеће послује, оно поставља сцену за менаџмент и обликује модел са свим релевантним варијаблама чији ниво и кретање пресудно утичу на организацију бизниса. „Не узимати поједине, важне, аспекте контекста, факте и перспективе, представљаће непоуздану реалност менаџмента (слика2.1.)“⁴

⁴ Ђорђевић, В., *Menadžment, principi, teorija i primena*, Fim, Kruševac, 2006.



Слика 2.1. Позадина менаџмента - амбијент у коме предузеће послује⁵

Свако предузеће послује у средини која је карактеристична само за њега, оно у њој ради, планира остварење профита, раст и развој. Зато је менаџменту превасходно обавеза разумевање средине у коме је предузеће одлучило да организује свој бизнис. Контекст (средина) укључује све што је битно за будућност предузећа, спољну околину у којој предузеће ради као и унутрашње карактеристике. Разумевање средине је почетак менаџмента. Очигледно је да се предузеће сусреће са различитим проблемима који карактеришу дату средину. Од средине до средине без обзира на сличности постоје разлике које менаџмент мора да проучава како са аспекта садашњости тако и будућности. "Средина у којој функционише један систем и са којом систем размењује информације, материју и енергију, уколико није потпуно затворен" је дефиниција привредног амбијента по Куколеци и сасвим је прихватљива, јер привреда није потпуно затворен економски систем.

Дакле, "економски амбијент означава преовлађујуће односе производње, политичке и друштвене односе у целини који утичу на економску активност људи, одговарајућа начела по којима привредни субјекти међусобно комуницирају и успостављају пословне односе, као и економску снагу државе и предузећа, затим усвојена системска решења од

⁵ Đorđević, B., *Menadžment, principi, teorija i primena*, Fim, Kruševac, 2006

креатора економске политике и бројне друге релевантне чињенице које опредељују понашање привредних субјекта”.⁶

Економски амбијент обухвата и односе једне привреде у односу на друге привреде које се морају по својим перформансама упоређивати. На тај начин долазимо до оцене успешности привредног система и њених компаративних предности у односу на друге привредне системе који су изванредни путокази менаџменту у креирању бизниса предузећа. Оцена успешности привредног система може се дати и на основу оцене економског амбијента у којем предузеће организује свој бизнис.

2.2.2. Анализа пословног окружења

Стратегијска процена тражи разумевање спољашњег пословног окружења, унутрашњих ресурса, способности и културе. Анализа спољашњег окружења треба да укаже шта може утицати на будућност предузећа као целине и у тој мисији она се углавном концентрише на три нивоа промена:

- опште промене у пословном окружењу,
- промене у индустрији и
- промене активности конкуренције и осталих тржишних актера.

Једна од анализа пословног окружења представља PEST анализа која представља акроним за политичке, економске, социјалне и технолошке промене. Свака од ових области има своје подобласти и анализа сваке од њих припрема предузеће за адекватну реакцију на промене у свом спољашњем окружењу.

Под појмом политичких промена подразумевамо промене на домаћој политичкој сцени, политичке промене у региону а и шире, промене односа снага и моћи у свету као и одређених међународних закона и регулатива. Стална брига менаџмента је праћење најаве напред наведених промена, и ако се не може утицати на исте, онда се може извршити припрема за спремно прихватање нових решења.

⁶ Павличич, М., *Менаџмент малог предузећа*, ИЦИМ, Крушевац, 2005.

Економске промене, се односе на промену у светској трговини, промене односа водећих валута, цени енергената, цени капитала, радне снаге, и положаја појединих тржишних актера. Референтни показатељи одређених промена су: бруто национални производ, профитне стопе, стопе инфлације, продуктивност, ниво запослености, дефицити платног биланса, висине каматних стопа... Сва предузећа као и националне привреде су изложена променама али у различитом временском периоду и различитим интензитетом. Одговор на све наведене промене може да буде адекватно праћење и предвиђање применом одговарајућих математичких метода и модела.

Социјалне промене, се односе на демографске промене у друштву, промене укуса и понашања одређених социо-група, као и брига за одрживи развој. Демографски трендови у многоме утичу на укупан број купаца а ови опет на тражњу за одређеним робама и услугама. Демографске промене су у већем степену предвидиве од осталих социјалних трендова, док се промене у укусима и навикама брзумењају па су зато и непредвидиве. Зато предузећа која се баве производњом која је под утицајем моде настоје да не предвиђају будућност већ да се оспособе да спремно дочекују промене у тренутку кад оне настају.

Брига за окружење и заштиту човекове околине се, уназад неколико декада, јако повећава и за многе, традиционалне индустријске гране па и државе представља додатну обавезу у трошковима производње. Међународно и домаће законодавство поставља све оштрије стандарде производње одређеним гранама и предузећима и на тај начин их тера на превентивна улагања у заштиту човекове околине. Нове, чистије технологије су императив будуће производње али и обавеза финансирања у њих.

Технолошке промене подразумевају промене на производима, процесима и каналима дистрибуције. Одређене индустријске гране као што су фармацеутска, телекомуникациона и инфомациона технологија, биотехнологија су настале на таласу технолошког напретка и обележиће, засигурно, прву половину XXI века. Утицај интернета и Е-трговине су најсвежији таласи технолошког напретка али не и последњи.

Млада и високо технолошка предузећа су посебно заинтересована за производне иновације и нису ретка предузећа која су настала на конкретној иновацији поготово ако су иновације у водећим технолошким гранама. Процес иновација битан је за предузећа где је производ технолошки стар.

Промене у технологији дају сигнал конкуренцији за улазак у ту врсту производње. Такви конкуренти терају на промене и остала предузећа у групацији и грани носећи промене и у пракси и структури индустрије.

Вазно је да PEST анализа у свом фокусу треба да има оне промене у спољашњем окружењу које су битне за пословање а не само за промене уопште. Многе промене у друштву, могу имати мало или никакво значење за појединачно предузеће, као и да појединачне промене, безначајне за друштво могу бити суштинске за одређено предузеће.

PEST анализа захтева и различите изворе информација, и да релевантне информације постану очигледне за стратегијски процес у организацији, треба да се односе на промене као и на носиоце промена. Ова техника као и друге могу, бавећи се прошлим трендовима и анегдотама, превидети заокрет који се дешава код купаца или других актера из окружења. PEST анализа је општа и отежава успостављање јасних правила како је најбоље применити у променљивом окружењу. Но без обзира на то време проведено у размишљању о томе како ће спољашња промена утицати на предузеће, биће корисно.

2.2.3. Унутрашње кондиције организације у функцији менаџмента

Зависност менаџмента од контекста и спољашњег пословног окружења мора да буде сагласна са унутрашњом анализом ресурса, моћи и конфликтности. Традиционални аспект гледања на окружење даје предност анализи спољашњег окружења. Међутим динамизирањем спољашњег окружења, његовом турбуленцијом а самим тим све мањом могућношћу предвидивости окренуо је менаџмент ка тражењу пословног успеха у квалитетнијем коришћењу унутрашњих преформанси. Тако, унутрашња анализа се види једнако битна за менаџмент као и спољашња што пракса недвосмислено потврђује.

„Терминологија коју користи унутрашња анализа су извори који су опипљива категорија, видљива и релативно мерљива а чине је фабрике и машине, индустријска својина, особље (радна снага). Способности произилазе из ресурса организације, унутрашњег бића и вештина запослених на челу са менаџментом, да се предности предузећа адекватно валоризују на тржишту.“⁷ Из овог термина произилази и трећи термин често коришћен у анализама окружења а то је конкурентност коју ћемо дефинисати као скуп

⁷ Хитт, А.М., Иреланд, Д.Ј., Хоскисон, Р.Е., *Стратегиц Манаџмент*, Вест Публицсинг Цомпану, Нев, Њорк, 1995., п. 73.

одговарајућих способности које дају конкурентску предност, тако животну тржишну категорију.

Укупна сврха унутрашње анализе је да анимира конкурентску предност предузећа у задовољењу садашњих и будућих потреба купаца боље од садашњих и будућих конкурената. Ово имплицира потребу за два основна теста у процени способности- вредност за будуће купце и различитост од конкурената. Не постоји квалитет неке робе ако купац нема потребу за њом и жељу да је плати, нема значајне конкурентности ако је имају сви конкуренти у грани или на тржишту у превеликој мери и користе је вештије и боље. Менаџмент за једину последицу става за заузимање становишта на изворима види у настојању стратегије која је заокупљена стварањем ресурса и способности за искоришћавањем пословних прилика и заузимањем тржишних позиција. Менаџмент има потребу и обавезу развијања балансираних стратегија чији је циљ стварање способности за коришћење будућих прилика.

Постоји, дакле, широки распон оквира и техника за унутрашњу анализу активности менаџмента као што је то случај и са спољашњом анализом. Док код спољашње анализе, избор средстава зависи од контекста и расположивих података дотле код унутрашње анализе менаџмент ће ставити нагласак на давању значаја ресурсима и способностима организације да користи конкурентску моћ.

2.3. Менаџмент – активност која не престаје

Управљање организационим променама у данашњем веома сложенем окружењу предузећа, значи стално прилагођавање новим ситуацијама. То прилагођавање менаџера тера на планирање организационих промена чији је сиже развој организацији која учи. Она ангажује све у решавању проблема и перманентном захтеву за новим учењем и новим искуствима.

Стилови менаџера и њихова организација одређују руковање овим активностима. Снаге окружења потичу из средине у којој предузеће организује свој бизнис, ту средину превасходно чине купци, конкуренција, технологија, домаћа и међународна, законски оквири. Унутрашње снаге за промену појављују се у самом предузећу и манифестују се одређеним активностима и одлукама менаџмента. Менаџмент мора имати осећај за промене компаније која расте и брзо саобразавати своје активности које иду у сусрет таквом расту и развоју. Морају се креирати нове организационе форме и технологије.

Снаге за промене често леже и у организацијама радничких синдиката, акционара предузећа и другим производним утицајима који терају менаџмент да предузима активности које носе промене. Менаџери и сами осећају потребу за променом када дође до диспаратитета између постојећег и жељеног нивоа перформанси.

Геп перформанси може настати због текућих процедура које нису стандардизоване, или због нове идеје или технологије која би могла да побољша рентабилност пословања. Уочити потребу за променом од стране менаџера је веома тежак задатак поготову тамо где нема очигледних криза, где су промене лагане просто неприметне. Велике проблеме је лако лоцирати, међутим када се жабе нађу у лонцу поном хладне воде и лагано лонац загрева, након неког времена жабе ће се без проблема скувати. Исто се може десити организацији (предузећу), његовом менаџменту и запосленима када су промене из окружења лагане и када менаџери не виде такву опасност, неуспех у коришћењу планираних промена може одвести предузеће у нестајање.

Потрага је процес учења о текућем развоју унутар и изван организације, који се може користити за упознавање и уочавање потребе за променом. Многе потребе се не могу разрешити коришћењем постојећег знања и зато треба тражити да организација даје нове одговоре. Иницирати нов одговор значи да менаџери дизајнирају организацију тако да она омогућава развој креативности појединаца и група, да охрабрује иноваторе и креира нове развојне секторе. Ове технике су биле широко прихваћене осамдесетих година у свим петолеткиним фабрикама које су носиоци производног програма (фабрика хидраулике, пнеуматике, индустриске пнеуматике, заптивки и тд.). Свака од ових фабрика имала је своју развојно истраживачку лабораторију-РИЛ, специфичну мини фабрику за иницирање и развој иновација. Захваљујући таквом приступу тадашње руководне структуре, Прва Петолтка је тих година остваривала раст и развој али и извоз од 120 мил.\$ годишње. Данас су катанци на свим тим РИЛ-овима као и на појединим фабрикама а извоз је сведен на пар милона \$.

Креативност је генерисање нових идеја које иду у сусрет потребама, или су одговор на неприлике у организацији. Креативност је и размишљање ослобођено свих баријера, способност не конвенционалног размишљања, посматрање проблема из различитих перспектива (Томас Едисон је сатима дремао над својим иновацијама), може се форсирати, али се да и поспешивати. Креативност је битан фактор за виталност и догоровчан успех организације, први корак иновације, која је препознатљива код људи. Свако од људи има одређен капацитет да буде креативан. Те карактеристике су показане

на слици 2.4. Ти људи су познати по оригиналности, слободи мишљена, отворености размишљања радозналости, упорности, фокусираности на решење проблема. Пожељни су у свим великим компанијама које им омогућавају организационим решењима (организовање сектора, истраживачких лабораторија), институционалне основе за испољавање свог креативног духа. Те креативне организације имају своју, интерну культуру несташности, слободе изазова, способност партиципације, стваралачког немира чак и хаоса.

KREATIVNI POJEDINAC	KREATIVNI SEKTOR-ORGANIZACIJA
1. KONCEPTUALNI TOK OTVORENA NAKLONOST	1. OTVORENI KANALI ZA KOMUNICIRANJE KONTAKT SA SPOLJNIM IZVORIMA PREKRIVENOST TERITORIJE SUGESTIVNI SISTEMI, BRAINSTORMING DELFI METODA ITD.
2. ORIGINALNOST	2. DOZVOLJENA EKSCENTRČNOST KORIŠĆENJE TIMOVA
3. MANJE AUTORITETA NEZAVISNOST	3. DECENTRALIZACIJA, GUBITAK DEFINISANE POZICIJE, OSLOBADJANJE KONTROLE, PRIHVATANJE GREŠAKA, PREDUZIMANJE RIZIČNIH PRAVILA.
4. NEUTRALNOST NEDISCIPLINOVANO ISTRAŽIVANJE RADOZNALOST	4. SLOBODA IZBORA I GONJENJA PROBLEMA, SLOBODA DISKUTOVANJA O PROBLEMIMA, POGLED NA HORIZONT, NE U CIPELE
5. ISTRAJNOST ANGAŽOVANJE FOKUSIRANI PRILAZ	5. RESURSI FOKUSIRANI KREATIVNIM POJEDINCIMA, SISTEM AGRADLIVANJA KOJI OHRABRUJE INOVACIJE

Слика 2.4. Карактеристике креативних људи у организацији⁸

Најкреативније компаније прихватају ризик улагања у истраживање и развој (I.R) и охрабрују раднике да праве грешке покушавајући нешто да побољшају, јер без грешке нема нових решења. Креативни, организациони услови дати су на слици 2.4 уз друге предуслове као што су неограничени ресурси, децентрализација и слобода радника да бирају проблеме и праве грешке, неминовно доноси корист за компанију.

2.3.1. Шампиони идеја и нови – развојни послови

Носиоци иновација су шампиони јер искуства великих корпорација говоре да је увођење новог производа у производњу без шампиона и његових перформанси готово незамисливо.

⁸ Павличић, М., *Менаџмент малог предузећа*, ИЦИМ, Крушевац, 2005

За побољшање корпоративних предности иновацијама, користе се ново развојни тимови који представљају посебне јединице у оквиру предузећа. Те организационе форме имају слободу креативности својих чланова, типично су мале, ослобођене структурирања, организационих правила и процедура, флексибилне су и остављају утисак креативне организације

Или како би *Drucker* саветовао организацијама које желе да иновирају да то не раде са посебним тимовима у оквиру сектора. Дакле да би одређени бизнис био способан да иновира, треба да креира структуру која људима дозвољава да буду предузетници, да се тај нови предузетник организује засебно од старог и постојећег предузетника. Кад год је покушано да од постојеће јединице се направи она која носи предузетнички пројекат није било успеха.

У структурама какав је ново-развојни тим радници су ангажовани повремено, од пројекта до пројекта, дакле остају чланови својих сектора али ако се пројекат развије у нови производ за чију имплементацију је потребно ново људство, можда и капацитети израде, група ће бити проширена новим радницима из целе компаније и формираће се нови сектор или радне јединице

2.3.2. Имплементирање промена

У претходном излагању смо објаснили први корак да би се управљало процесом промена, други корак је имплементација. Нова, ма колико креативна идеја неће користити организацији све док у целости не буде примењена и не почне да даје резултате. Међутим промена носи одређене фрустрације код дела менаџмента, поготову код радника који нису укључени у процес иновирања и они би да се ништа не мења, спремни су да одбију захтеве за променама из више разлога.

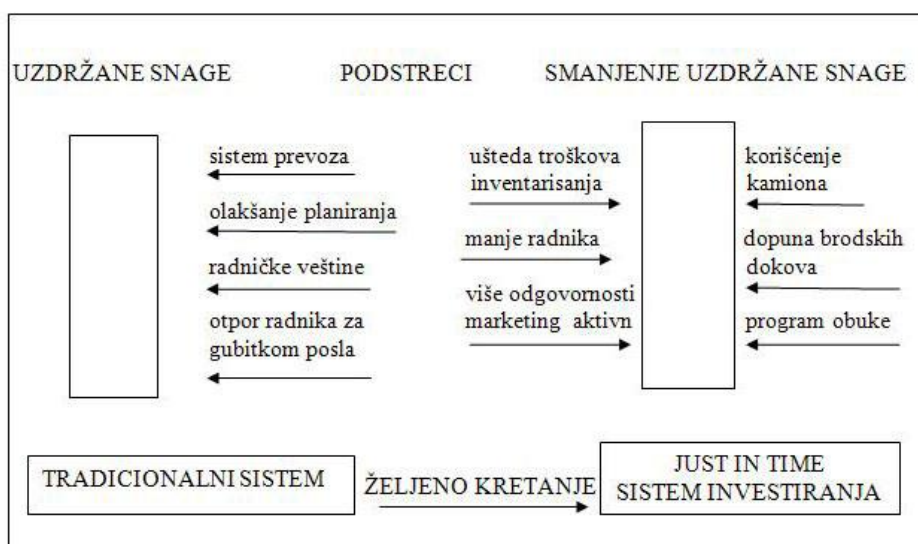
Први разлог је интерес, односно бојазан да ће иновације умањити њихову вредност јер иновација у организацији, технологији, може довести до губитка престижа појединаца, смањења плата.

Други разлог је недостатак разумевања и поверења јер радници често не разумеју циљеве намераване промене и дочекују их са дозом неповерења.

Трећи разлог је неизвесност која проистиче из недостатака информација о будућим догађајима и она рађа страх од непознатог. Тај страх је карактеристичан посебно за

раднике који имају малу толеранцију за промену. Они не знају како ће утицати на њихове интересе и како ће се они прилагодити и наћи свој интерес у тој ново компонованој структури организацији. Један од разлога за одбијање промена је да људи који су захваћени иновацијом могу различито проценити ситуацију која је иницирана од група за промене. Менаџери, свако у свом сектору или радној јединици имају различите циљеве а иновације могу бити редуктори тих циљева. Ако сектор маркетинга промовише нов производ и повећава нарудбине радној јединици која то производи ова то може одбити јер нова нарудба ремети устаљену производњу и комоцију која је успостављена. Из напред наведеног менаџменту сваке организације, намеће се императивно, успостављање стратегије за савладавање отпора променама. Те стратегије садрже два приступа: анализа отпора снага на подручју технике и употреба селективне тактике и имплементације.

Курт Левин је био први аналитичар снага за промене закључујући да су: „Промене резултат конкуренције између водећих и снага које коче. Свакој познатој промени поред снага које носе, супротстављају се и јављају опонирајуће снаге. Примена-увођење промена трази од менаџмента креативан приступ насталој ситуацији уз обавезу уклањања оних снага које коче промене тако да водеће снаге промена буду довољно снажне да омогуће имплементацију“⁹, као што је то илустровано кретањем од А до Б на слици 2.5.



Слика 2.5. Увођење промена¹⁰

⁹ Левин, К., Граббе, П., *Цондуит, knowledge and acceptance of new values*, Јоурнал оф Социал Иссуес 2, 1945

¹⁰ Исто

Други приступ за управљање и имплементирање промена је примена посебних тактика у превазилажењу отпора радника. Једна од тактика је укључивање образованих радника у имплементацију промена. Технике и методе за анализирање отпора променама био је предмет студије истраживача. Искристалисано је пет тактика које су приказане на слици 2.6.

TAKTIKA – PRILAZ:	UPOTREBITI KADA JE :
KOMUNIKACIJA OBRAZOVANIH LJUDI	Promena je tehnička Korisnici traže tačne informacije
PARTICIPACIJA	Korisnici traže da budu uključeni Dizajn zahteva informacije od drugih Korisnici imaju snage da odole
PREGOVARANJE	Grupa imamoć nad implementacijom Grupa će se izgubiti u promeni
PRINUDA	Kriza postoji Inicijatori jasno imaju moc Ostale tehnike implementiranja su pogrešne
PODRŠKA TOP MENADŽMENTA	Promena uključuje mnoge sektore ili realokaciju resursa

Слика 2.6. Тактике за превазилажење отпора променама¹¹

Комуникација и образовање: потребна је када у имплементацији промене треба дати квалификовану информацију да корисници и други субјекти не би оспорили имплементацију. Адекватно образовање је посебно важно када се имплементирају разна техничка решења или када постоје супротстављена мишљења корисника о решењу које се нуди.

Партиципација: укључује снаге за промене и потенцијалне отпораше у имплементирање промена. Овај прилаз тражи одређено време за конструктивно усаглашавање унутар тако дизајниране групе, али тера и једне и друге да схвате и буду ангажовани у променама. Партиципација помаже менаџерима да идентификују потенцијалне проблеме и схвате разлике у гледањима на промене међу радницима.

Преговарање: употребљава формалну погодбу у циљу остварења кооперативности и пристанка на жељену промену. Преговарачи могу бити формалне групе, сектори или менаџмент и јаке синдикалне организације које су носиоци промена и где промена редизајнира постојеће односе снага.

¹¹ Павличич, М., *Менаџмент малог предузећа*, ИЦИМ, Крушевац, 2005

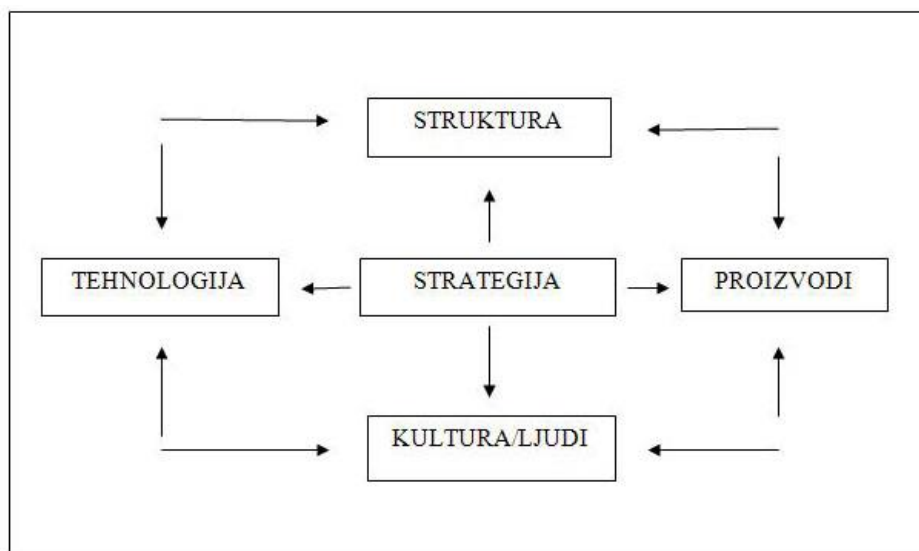
Принуда: се користи од стране менаџмента који има формалну и фактичку моћ да наметне промене. Противници промена се приморавају уз претње смањењем учинка, премештањем на друге мање вредноване и компетентне послове све до претње губитка запослења. Овакав прилаз увођења промена је, можда, оправдан у кризним ситуацијама где је време увођења промена изузетно кратко а ефекти уведене промене брзи и дугорочни. Технике принуде се користе ретко и као задња мера.

Подршка топ менаџмента: као видљива подршка помаже превазилажење отпора променама, представља симбол потребе организације, поготову када промена укључује бројне секторе и када су ресурси за увођене промене расути по секторима или оскудни и ретки.

Без подршке менаџмента ове промене могу доживети крах у сукобу међу секторима.

2.3.3. Врсте планираних промена

Врсте организационих промена које се стварају у организацијама су: стратегије, технологија, производи, структура и култура људи. На слици 2.7 показано је да организација иновира једно или више подручја у зависности од унутрашњих и спољних снага за промене и импликација тих промена на друге делове организације.



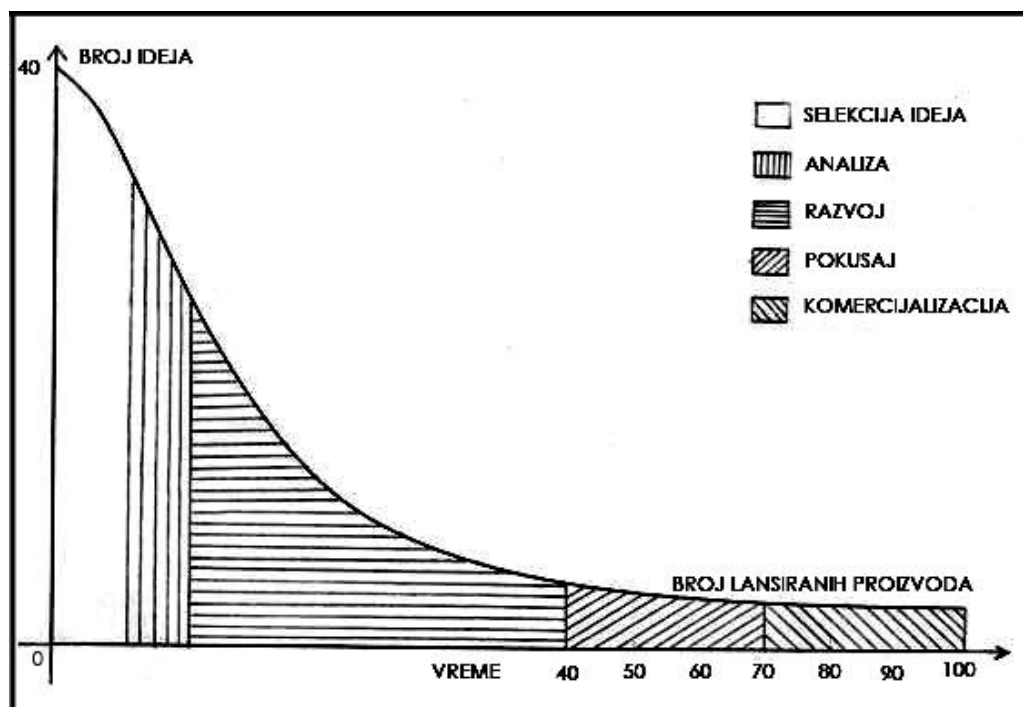
Слика 2.7. Организационе промене¹²

Технолошке промене се односе на производни процес организације и дизајниране су тако да ефикасније стварају производ или услугу. Увођење робота у одређене процесе рада је

¹² Павличић, М., *Менаџмент малог предузећа*, ИЦИМ, Крушевац, 2005

пример технолошке промене. Технолошке промене иду одоздо на горе што значи да се иницирају на нижим организационим нивоима али идући према горе траже одобрење вишег нивоа менаџмента. Нижи нивои техничких експерата раде као творци идеја – проналазака и технолошких промена док радници нижих нивоа стварају технологију, разрађују техничка решења доводећи их до стадијума прототипа. Да би се технолошке промене охрабриле и олакшале поред прилаза доле-горе неопходно је да менаџмент обезбеди и флексибилну и децентрализовану организациону структуру која инспирише и стално побољшава услове рада иноватора.

Производне промене: за маркетинг предузећа је стална обавеза праћење производа на тржишту, преиспитивање његовог тржишног статуса, ревидирање, иновирање и освајање нових. Пут од идеје до новог производа је веома дуг и по правилу скуп и веома мали број идеја доживи своју комерцијализацију што следећа слика и показује.



Слика 2.8. Развој новог производа¹³

Но без обзира колико био дуг и ризикантан пут освајања и тржишног лансирања производа, менаџмент предузећа који мисли на будућност организације мора да диже конкурентску способност предузећа и да гледа са оптимизмом у будућност. У развојној фази нових производа веома је битно да се утврди следеће:

¹³ Павличић, М., *Менаџмент малог предузећа*, ИЦИМ, Крушевац, 2005

- да ли нови производ има функцију која му је намењена,
- да ли купац може поднети његову продајну цену и
- да ли ће тражња за новим производом бити довољно велика да оправда улагања.

У зависности од одговора на ова питања зависи даља, пословна и развојна оријентација предузећа. Како је освајање нових производа веома дуг и скуп пословни подухват, предузеће се често пута опредељује и за прелазно решење које се зове иновирање постојећих производа.

2.3.4. Културне промене

Културне односно људске промене односе се на промене које се јављају код запослених у погледу норми понашања, ставова и убеђења. Промене код људи односе се на то како они мисле и оне се дешавају у свести људи и предмет су сталних промена. Те промене морају бити подржаване програмима обуке, тимским радом као и партиципативним менаџментом.

Други вид промена људи и културе је организациони развој. Организациони развој представља примену организационог знања понашања ради унапређења унутрашњих односа и повећања могућности решавања проблема. Такође побољшава радне односе међу запосленима и помаже менаџменту у решавању текућих проблема као што је ревитализација предузећа. Потреба за њом долази услед недостатка поверења у раст и развој предузећа, недостатак иновација, брз опоравак, висок ниво конфликта. Наведено стање посебно је карактеристично у транзиционим привредама које траже управо супротно понашање. Задатак организационог развоја и техника којима О.Р. располаже јесте повећање доприноса култури ревитализације, управљање конфликтима и већем нивоу комуникације.

Управљање конфликтима је најчешћа манифестација деловања организационог развоја. Конфликт је пратећа појава сваке организације, свуда тамо где су људи, може настати у свако време и на сваком месту. Нетрпељивост, сујета, свађе и лобирање за различите ставове и интересе унутар служби, сектора као и на нивоу организације су проблеми које менаџери свакодневно морају да решавају. Организациони развој решава те проблеме јачањем оних вредности компаније које значе побољшане услове рада и живота компаније, јачањем осећаја заједништва, стварањем климе поверења и бриге за

запослене. То чини одређеним активностима као што су: 1. активност грађења тимова који појачавају кохезију кроз организовање група и 2. тимова у којима се налазе и појединци са супротним интересима и ставовима. Експерти организационог развоја раде у тим тимовима и групама поспешујући комуникацију чланова тима или групе, олакшавајући конфронтирање ставова и мишљења а у циљу превазилажења и елиминације извора сукоба и прихватања заједничких циљева који су изнад личних, чак и групних.

Идеја је, да се укључи свако ко има интерес у промени, ко има веру и перспективу без обзира из ког сектора или дела организације долази и ко може да анимира људе за креирање колективне свести о будућности. Слика 10 нам показује различитост прилаза технике и интервенције великих група у прилазу променама у односу на прилаз традиционалног модела организационог развоја. У новом прилазу, акценат је на укупном систему односно организацији укључујући и њено спољно окружење. Те промене су свеобухватније, брже, радикалније терају менаџере-лидере да мисле на промене, повећавају свест о бављењу укупним системом укључујући и придобијајући и спољне стејкхолдере за промене.

У теорији организационог развоја карактеристична су три корака: (1) не смрзавање, (2) промена, (3) поновно смрзавање. У првом кораку учесници су свесни промена имају дијагнозу до које су дошли преко упитника, интервјуа и запажањима на сусретима и имају жељу да мењају. Други корак промене настаје када се експериментише са новим понашањем и учењем нових вештина на радном месту. Ово је фаза имплементирања промена. Трећи корак, поновно смрзавање, означава стање када је промена спроведена и уведена у систем новог понашања и вредновања.

3. МЕНАѢМЕНТ, СТРАТЕГИЈА И ПРИВРЕДНИ РАСТ

Дракер (еминентни професор из области менаѢмента) сматра да: „Знање представља највећу инвестицију у свакој земљи. Узврат који нека земља или неко предузеће добија од знања све више мора да је чинилац који мора да чини конкурентност. Продуктивност знања ће све више одлучивати по питању привредног и друштвеног успеха, и када је реч о свеукупном економском функционисању.“¹⁴ „Пред крај 20. века, водеће тржишне економије привредни раст темеље на акумулацији софистициране капиталне опреме и непрекидном померању граница технолошких могућности производње.“¹⁵ „Раст бруто националног производа, без увећања ефикасности употребе производних фактора у дугом року има своје објективне границе коришћења, након чега неминовно долази до наглих привредносистемских ломова.“¹⁶ Из наведеног проистиче да: „МенаѢери као запослени у компанијама представљају један од кључних чинилаца који утичу на ниво и мерила перформанси пословних ентитета.“¹⁷ „Основни правац промена управљачких модела треба да се креће ка стручнијем менаѢменту базираном на мултидисциплинарном образовању и знању а нарочито у сфери економско-финансијских управљачких техника, метода и инструмената.“¹⁸ Актуелна светска економска криза оставила је несагледиве последице увлачећи домаће компаније у зачарани круг великвидности, чиме се последично кроз погоршање пословања предузећа смањује и привредни раст. У том смислу, неопходно је успоставити менаѢмент базиран на знању.

¹⁴ Drucker, P., *Postcapitalistичко друштво*, Грмеч-Привредни преглед, Београд, 1995., стр. 196.

¹⁵ Maddison, A., *Phases of Capitalist Development*, Oxford, University Press, London, 1982.; *The World in the Twentieth Century*, OECD, Paris, 1989.; *Dynamic Forces in Capitalist Development: A Long-run Comparative view*, Oxford, University Press, New York, 1992.; Bergson, A., *Comparative productivity*, American Economic Review, June, 1987.

¹⁶ Kornai, J., *The Socialist Systems, the Political Economy of Communism*, Clarendon Press, Oxford, 1992, p.p. 160-202.

¹⁷ Павловић, М., Павловић, Р., *Финанциал Инвестмент ин МанаѢерс' Едуцатион - Ехпендитуре ор Инвестмент*, Тхе сецонд интернационал сциентифиц конференце "Университу едуцатион ин транзицион - транзицион ин университу едуцатион - модерн анд универсал", *Процеедингс*, Хигер Едуцатион Институтион фор апплиед студиес фор Ентреpreneуриалсхип, Белграде, Децембер 2011.

¹⁸ Павловић, М., Стаменковић, М., *Финанциал анд МанаѢериал КноуледѢ-Сербиан МанаѢмент Ситуатион*, Тхе сецонд интернационал сциентифиц конференце "Университу едуцатион ин транзицион - транзицион ин университу едуцатион - модерн анд универсал", Белграде, Децембер 2011;

„Процес глобализације светског тржишта, праћен конвергенцијом макроекономских политика појединих земаља, као и хомогенизација економских активности, представља доминантну карактеристику савремених привреда. У оваквим, сложеним условима, треба веома озбиљно, одговорно и суптилно приступити изради стратегије раста и развоја.“¹⁹ Самим тим менаџери имају улогу у дефинисању и имплементацији адекватне стратегије предузећа, јер су предузећа главни учесници у стратегији привредног развоја.

3.1. Појам стратегије

Стратегија потиче од грчке речи (*στρατηγία*) што значи вођење војске и подразумева систем научних знања и вештина (теорија и пракса) о припремају и вођењу рата и употреби силе ради остваривања одређених војних, политичких или економских циљева²⁰ односно корене вуче из грчких речи *stratos* и *ago* које у преводу значе водити војску, тј. вођење војске.²¹ Период после другог светског рата карактеристичан је по брзом техничко – технолошком прогресу и променама тржишне структуре. Високе стопе прогреса у науци и техници, затим законска ограничавања временског трајања патентне заштићености, интензивни напори на плану диференцирања производа и пропаганде као и поспешивање мобилности елемената производње су карактеристични фактори који умањују значај типичних, традиционалних предности предузећа. Брзина којом ће предузеће искористити нове шансе или избећи претње постаје императив његовог преживљавања. У таквим условима многе функције у предузећу попримају карактер стратешких инпута у борби са неизвесношћу. Стратегија предузећа у најопштијем смислу претставља концепт на којем се заснива уређивање односа предузећа са окружењем. „Стратегија се дефинише и као начин на који предузеће себе жели приказати другачије од конкурената, користећи своју релативну снагу да би боље задовољило потребе купаца.“²² Према Портеру: „Стратегија је креирање јединствене и вредне позиције обухватањем различитог сета активности. У том смислу позиционирање представља срце стратегије.“²³

¹⁹ Аранђеловић, З., *Национална економија*, Економски факултет, Ниш, 2004., стр. 389.

²⁰ *Војна енциклопедија*, друго издање, бр. 9, Редакција војне енциклопедије, Београд, 1975. стр. 171.

²¹ Стеинер, А. Г., Минер, Б. Ј., Грау, Р. Е., *Манаџмент, Полицу анд Стратегу*, Мацмиллан Инц., New York, 1986. п.п. 11.

²² Омае, К., *Како размишља стратег (уметност јапанског пословања)*, Грмеч, Београд, 1995., стр. 87.

²³ Портер, М., *What is strategy?* Харвард Бусинес Ревиев, Нов/Дец 1996.

Наиме, савремени процес привређивања условљава субјекте који послују у његовим оквирима на начин да не могу бити преокупирани само својим оперативним проблемима садашњости и тражењу решења на претходним искуствима. Акцент је на истраживању и употреби нових могућности за раст и развој предузећа, укомпонован уз адекватан систем менаџмента, који је немогуће остварити без напорног и пре свега дугорочног рада свих релевантних фактора који имају утицај на успех предузећа.

Реална процена познатих теоретичара савременог менаџмента је да „време у коме раде организације карактеришу све брже, драматичније, комплексније и неочекиване промене, веома значајних утицаја на понашање и управљање, називајући такве процесе *хиперпроменама*“²⁴ „феноменом «згушњавања» простора, времена и материје јер се „промене које су се некада дешавале у деценијама данас дешавају у неколико месеци.“²⁵ „Пословна средина организације је све динамичнија, са сталним променама, пуна дисконтинуитета у односу на претходна искуства, комплексна у вишеслојности могућих утицаја, неодређена услед многих утицајних фактора, тешка и опасна, што све условљава потребу примене савремених концепата управљања“²⁶ , пре свега у сфери трошкова услед тренда растуће инфлације и у том смислу оптимизације трошкова производње а у циљу побољшања пословних и финансијских перформанси предузећа као првог и основног предуслова за повећање привредног раста.

²⁴ D'Aveni, R., *Hyper Competition: Managing the Dynamics of Strategic Maneuvering*, New York, Free Press, 1994. god.

²⁵ Peters, T., *Crazy Times Call for Crazy Organizations*, Vitage Box a Division of Random House Inc., New York, 1994.

²⁶ Stamenković, S., *Strategijski menadžment u saobraćaju R.Srbije*, INOROG, Bor, 2007.god., str.16.

3.2. Формулисање и избор стратегије

„Формулисање и избор стратегије привредног система представља избор основних путева и начина за остварење дефинисане визије, мисије и циљева развоја организација.“²⁷

„Формулисање стратегије обухвата утврђивање различитих путева (начина), односно различитих стратегијских опција (њихово генерисање, вредновање и селекције) за остварење мисије и циљева организације.“²⁸

Спровођење SWOT анализа (снага, слабост, могућност, опасност) значајно користи у процени стратегијске опције и тим методом (по Pirsu), олакшава се приказ основа за формулисање стратегије. „Рационално формулисање стратегије на различитим нивоима организације условљено је претходно утврђеним стратегијским политикама, које се у основи дају начелима, принципима, ставовима и критеријумима.“²⁹ Политике као плански фундаменти управљања, односно планске одлуке могу бити класификоване према:

а) нивоу организационе структуре,

б) функцијама и

в) времену.”³⁰

²⁷ Stamenković, S., *Strategijski menadžment u saobraćaju R.Srbije*, INOROG, Bor, 2007.god., str.124

²⁸ Mašić, B., *Strategijski menadžment*, Univerzitet „Braća Karić“, Beograd, 2001., str. 196.

²⁹ Pearce J.A. II and R. B. Robbindson Jr., *Strategic Management*, Third ed. IRWIN Hoomewood, I 11. 1988., стр 247.

³⁰ Mašić, B., Op.cit., str. 223.

3.3. Спровођење стратегије

Различитост приступа процесу стратегијске промене видљив је кроз дефинисање одвојених корака овог процеса. Тако значајни аутори теорије менаџмента дефинишу утврђивање „колико ће организација имати промена да би се стратегија имплементирала, анализирање формалне и неформалне организационе структуре, анализирање «културе» организације, избор приступа имплементацији стратегије и саму имплементацију стратегије и оцену резултата.“³¹

По приступу других аутора „стратегијска имплементација обухвата планирање и релокацију ресурса на корпоративном нивоу између различитих делова организације, затим промену организационе структуре и промену кроз људе и системе у организацији кроз промену у размишљањима о систему контроле, могућностима регулације менаџмента, о култури и политичком систему.“³² Значајан је приступ о институционализацији нове стратегије која обухвата „коришћење стратегијског развојног плана за управљање процесом, постављање стратегијске промене у организацији и континуирано изграђивање нове климе и континуирано изграђивање способности са балансом и ефикавним подржавањем стратегије.“³³

Сматра се да посебан значај за одговарајућу стратегијску промену има МекКинсијев концепт «7-S» (The McKinsey «7-S» framework), који приказује седам посебних варијабиле које су међусобно повезане и које морају бити у центру пажње процеса имплементације стратегије. Варијабиле које су у основи овог концепта односе се на структуру (Structure), стратегију (Strategy), системе (Systems), стил (Style), кадрове (Staff), вештине (Skills), заједничке вредности – културу (Shared Values) које се често означавају и као суперординантни - интегрисани циљеви (Superordinate Goals). Варијабиле модела су подједнаке важности и међусобно интерактивне (слика 3.1).

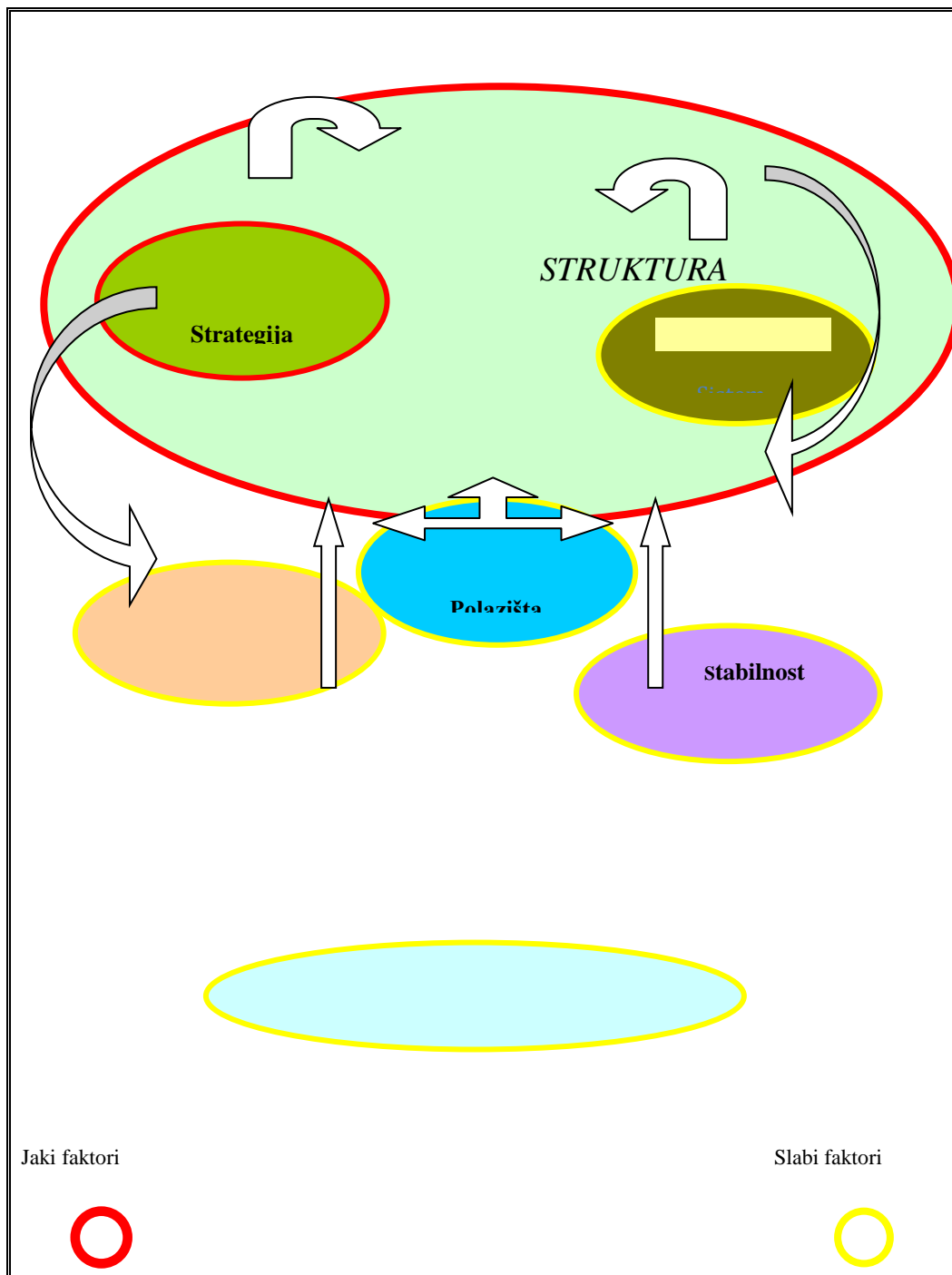
„Схватање склада интра-система среће се и у често цитираном моделу "7-S" McKinsey-а, који има свој практично оријентисан израз. Он се опредељује са седам подсистема, који по његовом мишљењу чине стратегијски менаџмент.“³⁴

³¹ Certo, S., et. al., *Strategic Management Concepts and Applications*, McGraw-Hill, Inc, 1991., стр. 130

³² Johnson, G., i други, *Exploring Corporate Strategy*, Prentice Hall, 1988., стр. 229

³³ Ansoff, I., i други, *Implanting Strategic Management*, Prentice Hall, 1990., стр. 463

³⁴ Kalinić, V., Dmitrović, R., *Menadžment u tranziciji*, Soko Banja, 1997., str17



Слика 3.1. Модел 7- S.³⁵

Расчлањавање у "јаке" и "слабе" факторе треба да оправда схватање, да они нуде подсистеме, који су чисто рационално-квантитативне природе и такве, који се манифестују претежно са емоционално-квалитативним карактером. У литератури на немачком језику доминирају најчешће схватања *Kirsch*-а и *Hinterhuber*-а о стратегијском

³⁵ Kalinić, V., Dmitrović, R., *Menadžment u tranziciji*, Soko Banja, 1997

руковођењу предузећем. *Kirsch* развија "концептуалан целовит поглед на пословну политику саткану из циљева, принципа и стратегија као и њихове имплементације."

Утицај окружења и интерне средине дефинишу интензитет и значај појединих варијабилних чинећи их покретачком снагом у спровођењу одређене стратегије. Успешност спровођења стратегије везана је не само зато што виши менаџери најављују нову стратегију, већ и за све запослене у организацији и са њиховим слагањем и прихватањем промена. Уколико снаге за промене имају превласт над снагама које су за отпор предузеће се адаптира континуелно, што је чест случај у динамичким гранама.

Овакав расплет је најбољи за предузеће. Постоји и сценарио, по коме су предузећа затворена за промене. Тада је главни задатак менаџмента да помогне запосленима да схвате да ће промене донети бољитак, да се установи критична маса запослених против промена и реагује у правцу њихове мотивације да крену у смеру који ће донети бољитак предузећу. Интерне снаге за промену могу бити подстакнуте поређењем са најбољим предузећима у грани, интерним мотивационим плановима и истицањем првих побољшања која настају применом нове стратегије. У највећем броју организација промене су секвенцијалног карактера, што значи да је мали број оних који су спремни да ризикују и крену у радикалне промене у краћем периоду.

Спровођење стратегије условљено је доношењем великог броја значајних одлука, почев од стратегијског одређивања саме државе кроз стратегију развоја привреде и стварања повољне регулативе, друштвене, политичке и економске климе за њену реализацију. Затим, свих неопходних одлука за реализацију процеса промене на привредном, односно гранском привредном нивоу и коначно самих предузећа о неопходности преласка из садашњег у будуће стање које обезбеђује ефикасност и ефективност пословања.

3.4. Стратегија и економија

Однос стратегије и економије, односно материјално – производних снага одређене епохе и државе увек је више значајан. Економија чини материјалну основу сваког рата и оружане борбе, али и обратно – њен развој је условљен захтевима стратегија. Ову узајамну везу могућно је пратити упоредо са еволуцијом и сменама појединих друштвено – економских формација и проналасцима који су „представљали револуционарне скокове у развоју војне силе и ратне технике.“³⁶ Предузеће је у позицији да своју

³⁶ *Vojna enciklopedija*, drugo izdanje, br. 9, Redakcija vojne enciklopedije, Beograd, 1975. str. 171-172.

ингениозност и доходак остварује било кроз боље коришћење постојећих веза са окружењем тј. бољом експлоатацијом производа и тржишта као извора за остваривање дохотка, било кроз успостављање нових односа са окружењем, тј. кроз обухватање нових подручја делатности и применом нових технолошких решења, а која су се формирала током еволуције фактора окружења. „Ово претпоставља знатно одговорнију улогу предузећа у привредном развоју друштва, па према томе захвата и знатно шири просторни и дужи временски хоризонт у планирању његовог раста и развоја.“³⁷

3.5. Стратегије раста

Одређујући привредни раст као потенцијалну могућу производњу, коју детерминишу пет основних фактора: број људи који се могу запослити, обим основних средстава, ниво технологије, приступ природним ресурсима и делотворност, односно ефикасност употребе расположивих фактора, *Солоу* примећује да се: „Раст производних капацитета може битно лимитирати стопом по којој се основни развојни фактори могу увећати, односно побољшавати. А то надаље зависи од начина и лакоће са којом се на производне чиниоце може деловати свесном политиком или случајним догађајима.“³⁸ У том смислу, у теорији менаџмента издиференцирале су се више врста стратегија раста предузећа.

Предузеће мора да расте да би преживело. Раст је, дакле, услов његовог опстанка, а од опстанка предузећа у оквиру целе привреде зависи и раст националне економије. Раст као примарни циљ захтева од предузећа стално изналажење нових могућности за раст.

„Предузећа која следе стратегију раста се могу описати на следећи начин:

- а) она можда не расту брже од економије од целости, али расту брже од тржишта на којима се њихови производи продају;
- б) обично имају профит већи од просечног;
- б) покушавају да одложе на неко време, или чак да елиминишу, опасности од конкуренције путем цена у својој индустрији;

³⁷ *Ekonomska enciklopedija*, Tom 2, Savremena administracija, Beograd, 1984., str. 698.

³⁸ Solow, R., *Technical Change an Agregate Production Function*, Review of Economics and Statistics, No 39; August, 1957., p.p. 312-320.; *Growth Theory: An Exposition*, New York, Oxford, University Press, New York, 1970., p. 501.

г) редовно развијају нове производе, нова тржишта, нове процесе и нове употребе старих производа;

д) уместо да се прилагођавају променама у екстерном окружењу, покушавају да ово окружење прилагоде себи креирањем нечега, или тражње за нечим што раније није постојало.³⁹

Најчешће коришћене стратегије раста су оне уз чију помоћ треба да се оствари раст продаје, активе и профита (или њихова комбинација). Да би се то постигло неопходно је да манаџмент предузећа на оптималан начин управља факторима производње. Континуирани раст подразумева повећање продаје и прилику да се искористе предности ефеката криве искуства да би се смањили трошкови по јединици производа и на тај начин остварио профит и увећала вредност. Потенцијал раста појединих стратегијских опција је различит. Полазећи од овог критеријума, могу се идентификовати следећи типови стратегија раста:

1. Стратегије стабилног раста,
2. Стратегије убрзаног раста (стратегије концентричног раста)
3. Стратегије експанзивног раста,
4. Генеричке стратегије.

3.5.1. Стратегије убрзаног (концентричног) раста

Стратегије убрзаног раста примењују се у условима када постоји простор за раст унутар постојећих послова у одређеној грани делатности, или уласком у нове послове диверсификовањем производног програма. У стратегије убрзаног раста спадају: стратегија пенетрације тржишта, стратегија развоја тржишта, стратегија развоја производа, стратегија диверсификације.⁴⁰

Пенетрација тржишта је усмерена на повећање тржишног учешћа за постојеће пословање што доводи до промене конкурентске позиције. Када је тржиште у расулу лакше је остварити повећање тржишног учешћа, јер су сва предузећа још увек у расту или нису у

³⁹ Byars, L.L., Rue, L.W., Zahra, S.A., *Strategic management*, Irwin, Chicago, 1996., p. 109.

⁴⁰ David, F., *Strategic Management*, fifth edition, Prentice-Hall, International, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995., p.57.

стању да задовоље растућу тражњу. Уколико је грана у опадању није опортуно ићи на експанзију.⁴¹

.Стратегија развоја производа подразумева промене на производу да би се повећало учешће на тржишту у оквиру постојеће групе потрошача. Често има за циљ да се продужи животни циклус производа. Према Котлеру могуће су три опције у стратегији развоја производа:⁴²

1. развој нових карактеристика или садржаја производа у настојању да се он: адаптира, модификује, повећа, умањи, замени, реаранжира, преокрене или кроз комбиновање постојећих особина,
2. стварање већег броја верзија производа различитог квалитета,
3. развој додајних модела и величина.

3.5.2. Генеричке стратегије

Наведене генеричке стратегије (вођство у трошковима, диференцирање и фокусирање), називају се генеричким јер су универзално настројене и могу се користити у готово свим организационим сферама утицаја. Помоћу њих, предузећа покушавају да на одговарајући начин стекну конкурентску предност која ће им помоћи да остваре надпросечни профит, истовременом комбинацијом све три генеричке стратегије (вођство у трошковима, диференцирање и фокусирање).

А) Стратегија вођства у трошковима

Свако предузеће настоји, да по свом оснивању и касније кроз његово пословање буде предузеће са најнижим трошковима у грани. Вођство у трошковима мора имати свако предузеће које настоји да буде лидер у својој грани, како би били недоступни за конкуренте. Да би једно предузеће било позиционије од другог треба да оствари надпросечни профит пласирањем производа просечних цена у грани. Пословне јединице које усвоје ову стратегију нуде потрошачима производе или услуге који су осетљиви на цену на тржишним нишама, и тржишна тражња ових производа је еластична.

Да би предузеће постало лидер у грани, мора поседовати супериоран менаџмент, усредсређеност на снижење трошкова и без даљих улагања у атрибуте производа што је

⁴¹ Milisavljević, M., *Savremeni strategijski menadžment*, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007., str. 260.

⁴² Kotler, P., *Marketing Management*, fifth edition, Prentice-Hall Inc, Englewood, Cliffs, NJ., 1984., p. 58.

за потрошаче небитан фактор. Предност у овој стратегији остварује оно предузеће које садржи ниже свеукупне трошкове активности из ланца вредности, у поређењу са својим конкурентима. Суштина стратегије ниских трошкова је у постизању што нижих трошкова производње или услуга да би се формирала таква ниска цена производа (услуга) којом би се елиминисали конкуренти на тржишту.

Циљ наведене стратегије је заправо тај да предузеће оствари боље перформансе у поређењу са конкурентима, креирањем и производњом производа по знатно нижим трошковима. Предузеће које је у таквој позицији да ниским трошковима производње пласира ниске продајне цене, цене које су знатно ниже од конкурентних цена, а притом ствара исти ниво профита. У ситуацији да конкуренти копирају водеће предузеће, самим снижавањем продајних цена до тог нивоа које је одредило водеће предузеће, такво предузеће и даље ће бити трошковни лидер и стварати већи профит у односу на своје конкуренте, јер су му нижи трошкови производње.

Пожељно је да свако предузеће сагледа које су то зоне смањења трошкова, у којим активностима се налазе, и које трошкове треба и могуће је снижити а притом не нарушити његове битне карактеристике. Свака стратегија па и стратегија вођства у трошковима има своју ограниченост. Ограниченост ове стратегије произилази из претеране оријентисаности на једну или пак више активности у ланцу вредности. Такође, „још једна ограниченост ове стратегије је у томе што се веома лако копира од стране конкурената, због недовољних једнакости у диференцирању, сви конкуренти деле једнаке инпуте сировина.“⁴³

Стратегија вођства у трошковима има велику повезаност са величином предузећа. Сматра се да постоји оптимална величина при којој су дугорочни просечни трошкови најнижи по јединици производње. Овде се прави разлика између економије величине и економије обима. Најнижи дугорочни просечни трошкови (**оптимална величина предузећа**) представљају логичну основу за стицање конкурентне предности. Наиме, у кратком временском периоду предузеће настоји да оптимално користи постојећи капацитет, док у дугом временском периоду оно може да варира свој обим пословања било са већим или мањим интензитетом коришћења постојећег капацитета или варирањем његове величине и комбинацијом ова два приступа. „При доношењу одлуке о експанзији капацитета предузеће мора да сагледа консеквенце на однос између

⁴³ Dess, G.G., Lumpkin, T.G., *Strategic Management*, Mc Grow-Hill, IRWIN, Boston, 2003, p. 162.

трошкова, обима производње и добити. Да би се одржала конкурентна предност на основу економије у трошковима предузеће мора имати стратегију повећања своје величине.⁴⁴

В) Стратегија диференцирања

Кључни концепт стратегије диференцирања проистиче из јединствености, чиме предузеће стиче лојалност код широког дијапазона потрошача. Што значи, да би одређена компанија остварила и спровела стратегију диференцирања мора на адекватан начин пронаћи изворе диференцирања. Такође, битан елемент ове генеричке стратегије је њено усмерење ка остварењу надпросечног профита, из чега проистиче конкурентска предност.

Суштина стратегије диференцијације је да се стекне и да се задржи компетитивна предност креирањем робе или услуге коју потрошач прихвата као различиту у односу на остале расположиве робе или услуге. При том, способност диференцијације компаније да задовољи специфичне потребе потрошача доводи до формирања више цене производа, знатно више него код постојећих конкурената. „Потрошач је спреман да плати вишу цену, верујући да су карактеристике и квалитет производа вредне те цене. Другим речима, цене диференцираних производа одређују се на основу потрошачеве перцепције њихових квалитета.“⁴⁵ Компаније, остварују конкурентску предност, задовољством одређене групе купаца својим премијским ценама, јединственим и при том атрактивним производом. Од структуре индустрије зависе извори диференцирања, они могу бити бројни, као што су висок квалитет, маркетинг, имиџ, марка итд. Када компанија оствари стратегију диференцирања, треба да се фокусира на њено одржавање.

„Стратегија диференцирања заснива се на постизању натпросечног профита избацавањем на тржиште јединствених производа, који су од посебне вредности за потрошаче, што предузећу ствара конкурентску предност. При томе се не занемарују трошкови, али конкурентска предност се постиже диференцирањем.“⁴⁶ Предузеће које

⁴⁴ Milisavljević, M., *Savremeni strategijski menadžment*, VI izmenjeno i dopunjeno izdanje, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007. str. 233-234.

⁴⁵ Komazec, G., Petrović-Lazarević, S., *Upravljanje razvojem preduzeća*, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007. str. 174.

⁴⁶ Jovanović, M., Langović, A., *Strategijski menadžment*, Megatrend univerzitet primenjenih nauka, Beograd, 2001. str. 56.

примењује стратегију диференцирања настоји да привлачи потрошаче чије су потребе превише захтевне, да би се могао задовољити стандардним производима, или производима конкурената. „Предузеће које настоји успети путем диференцијације мора проучити потребе и понашања купаца довољно пажљиво да уочи шта је купцима важно, што сматрају да има вредност те колико су спремни потрошити на ту вредност. Затим, мора у понуду производа или услуге уградити жељена својства која ће га издвојити од супарника. Конкурентска предност се остварује када довољан број купаца постане привржен разликовним својствима.“⁴⁷

Одрживу конкурентску предност, не могу произвести својства диференцирања која се иоле лако копирају, што значи, предузеће треба лансирати производ на тржиште који је немогуће копирати од стране конкурената.

Увек је присутан ризик да се потребе или перцепције потрошача промене, што елиминише вредност посебне форме диференцирања. Способни конкуренти могу имитирати форме диференцирања које користи предузеће. Одрживост диференцирања у односу на конкуренте, умногоме зависи од извора и способности предузећа. „Треба избегавати јединственост коју потрошачи не вреднују, превише диференцирања, непажњу у сигнализирању вредности потрошачима, превисоку и прениску цену, невођење рачуна о трошковима диференцирања, фокусирање више на производ него на читав ланац вредности.“⁴⁸ Спровођењем стратегије диференцирања, стратешка пословна јединица формира јединствену позицију у грани.

Такође, успешно спровођење стратегије диференцирања даје предузећу одређене могућности као што су: за своје производе може да формира надпросечне цене, из чега проистиче повећење обима продаје, лојалност потрошача према атрактивним производима, чиме ствара одбрамбену позицију у борби са конкуренцијом.

Један од главних проблема код стратегије диференцирања, где се компанија може наћи у незгодном положају је тај колико дуго је компанија у могућности да задржи дистинктивну предност свог пласираног производа, и на тој основи и лојалност потрошача. Дистинктивна предност остаје док се на тржиште не појаве конкуренти са

⁴⁷ Arthur A. Thomson, Jr., A. J. Strickland III, John E. Gamble, *Strateški menadžment*, XIV izdanje, Zagrebačka škola menadžmenta i ekonomije, MATE d.o.o. Zagreb, 2008. str. 126.

⁴⁸ Milisavljević, M., *Savremeni strategijski menadžment*, VI izmenjeno i dopunjeno izdanje, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007. str. 240.

бољим производом и на тај начин сломи лојалност потрошача. Једина могућност избегавања неповољне ситуације је постизање трајне конкурентске предности, што од диференцирања захтева да производ учини неубичајеним и да имитирање одређеног производа захтева високе трошкове.

Приступи који су најпривлачнији за стратегију диференцирања, јесу они који су прескупи или веома сложени да би их конкуренција могла копирати. Сходно томе, диференцирање мора бити везано за темеље стручности, оригиналне конкурентске способности, спровођење активности вредносних ланаца који су недоступни од стране конкурената. Профитабилна и дуготрајна стратегија диференцирања основа је за остваривање конкурентске предности, када је заснована на иновирању производа, квалитету, техничкој изврсности, јединственим конкурентним способностима. Производ који поседује наведене особине, тежак је за копирање од стране конкурената и производ са таквим карактеристикама у очима потрошача сматра се вредним.

„Диференцирање је на тржишту свуда присутно. Како произвођачи тако и трговина, настоје да своју позицију разликују од других. Генерички производ се може продати само ако се изађе у сусрет ономе шта потрошач очекује.“⁴⁹ Да би менаџери спровели здраву стратегију диференцирања, морају бити добро упућени у изворе диференцирања, и активности који стратегију диференцирања чине јединственом.

Напори предузећа за постизање диференцијације обично повећавају трошкове. „Трик профитабилне диференцијације је или у одржавању трошкова остваривања диференцијације испод премије на цену коју препознатљива својства диктирају на тржишту (повећавајући тако марже профита по продатој јединици), или у компензацији тањих маржи профита додатним обимом који ће повећати укупну добит.“⁵⁰

Сваки производ се може диференцирати али да све разлике нису значајне и корисне. „Разлика ће бити већа и уочљивија уколико се води рачуна о следећим њеним карактеристикама:

- 1) Значајна – доводи до веће користи (вредности) за довољно велики број купаца,

⁴⁹ Levitt T., *Marketing Success Through Differentiation of Everything*, Harvard Business Review, 1980.

⁵⁰ Arthur A. Thomson, Jr., A. J. Strickland III, John E. Gamble, *Strateški menadžment*, XIV izdanje, Zagrebačka škola menadžmenta i ekonomije, MATE d.o.o. Zagreb, 2008. str. 129.

- 2) Супериорна – у односу на друге начине стицања вредности,
- 3) Предупређујућа – не може се лако имитирати,
- 4) Прибављива – купац може себи дозволити да купи производ,
- 5) Рентабилна – за предузеће је рентабилно да уведе те разлике.“⁵¹

С) Стратегија фокусирања

Стратегија фокусирања односно стратегија усредсређености усмерена је ка ужем делу тржишта, и састоји се из две варијанте: а) фокусирање на бази ниских трошкова и, б) фокусирање на бази диференцирања.

Стратегијом усредсређености – нише, предузеће се оријентише на одређено тржиште. „Циљ је опслужити одабрано тржиште што ефективније и ефикасније. Овај ефекат се може остварити нижим трошковима или диференцирањем. При остваривању ове стратегије мора се водити рачуна о избору тржишта, тј. да та тржишта буду мање осетљива на супституте или је на њима конкуренција слаба.“⁵²

За разлику од предходне две Портерове генеричке стратегије, стратегија фокусирања односно усредсређености, усмерена је ка одређеном уском тржишту које је у интересу предузеће да га што боље искористи, лансирајући одређену групу производа – одређеној групи потрошача. Дакле, способност стратегије фокусирања односно усредсређености, заправо проистиче из тога да је предузеће у могућности да искористи његово присуство у уском тржишту, на што профитабилнији и ефикаснији могући начин, за разлику од многих предузећа која су усмерена и при томе преферирају цело тржиште. Ова стратегија може да се имплементира приликом одабира ужих циљних тржишта, тамо где су конкуренти најслабији. Код ове генеричке стратегије претежно се провлачи баланс између рентабилности и обима продаје.

„Ова стратегија имплицира да се предузеће специјализује за одређену врсту производа, при чему оно може да усвоји неколико варијанти фокусне стратегије. Стратегија фокусне

⁵¹ Kotler P., *Marketing Management*, eleventh edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 2003.

⁵² Jovanović, M., Langović, A., *Strategijski menadžment*, Megatrend univerzitet primenjenih nauka, Beograd, 2001. str. 56.

ниске цене је применљива на сегменту тржишта у коме се налази конкурент лидер ниске цене и у коме важну улогу играју трошковне предности.“⁵³

Поменута стратегија (стратегија фокусирања односно усредсређености), настоји да на одређени начин, опредељењем једног тржишног сегмента, задовољи потребе потрошача на што суптилнији начин. Тиме предузеће стиче конкурентску предност, и ако се занемарује целокупно тржиште. Свакако, циљ ове стратегије је да се предузеће фокусира на један или пар сегмената, да је предузеће меродавано у техничком, кадровском погледу, у истраживању и развоју.

Стратегија фокусирања односно усредсређености, усмерена је ка реализацији и фокусирању на једном тржишном сегменту. Имплементацијом ове генеричке стратегије, директно се испуњавају потребе и захтеви ограничене групе потрошача, што значи да компанија користи суштину компетентности, како би задовољила потрошаче.

Стратегија фокусирања, усредсређена је на одређени тржишни сегмент, предузеће које имплементира ову стратегију мора се борити са конкурентима из исте гране делатности која су усмерена на више тржишних сегмената. Проблем предузећа које се определило за један тржишни сегмент, тешко је изборити се са конкурентима ако су сегменти скромније диференцирани, мада мањи је проблем ако су сегменти веома диференцирани. Предузеће треба да лансира атрактиван и тежак за копирање производ, како би избегао копирање производа од стране конкурената.

Предузећа која комбинују поменуте стратегије, биће боље позиционираније, стварају нову технолошку стручност, брже подлежу променама које се дешавају у средини, у односу на предузећа која се искључиво фокусирају на само једну стратегију.

Да би дошло до остварења предности ниских трошкова, предузећу су потребне две опције како би дошло до његовог остварења, да би створило завидну предност над конкурентима. Једна од опција је та да предузеће своје ниске трошкове користи, како би привукло што већи број потрошача, који су осетљиви на цене производа и самим тим профит би се повећао а конкуренција би била занемарена. Атрактивне цене које су привлачиле потрошаче, морају бити усклађене са тржишним учешћем, затим, ниже

⁵³ Komazec, G., Petrović-Lazarević, S., *Upravljanje razvojem preduzeća*, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007. str. 175.

трошкове треба искоришћавати како би се остварила већа стопа профита, и тиме би се знатно повећао прилив приноса укупног профита.

Стратегију најповољнијих трошкова, предузеће је могуће да оствари само на основу његове способности комбинацијом атрибута по знатно нижим ценама од цене коју поседује конкуренција. Када предузеће имплементира наведену стратегију, стиче конкурентску предност, тиме конкурент долази у незгодну позицију, док водећем предузећу ствара супериорну позицију на тржишту. Натпросечни профит, оствариће оно предузеће која својим потрошачима омогућавају да обезбеде производе који садрже диференциране атрибуте који при том имају ниске трошкове.

Предузеће затечено у средини може да оствари просечни профит само уколико је структура гране веома повољна односно оно конкурише са другим која су као и оно затечена у средини. „Предузеће затечено у средини је оно које производи производе без атрибута које вреднују потрошачи. Производи предузећа су скупи да конкуришу са произвођачима производа по ниским трошковима, а недовољно су диференцирани да омогуће вредност коју нуде предузећа искључиво оријентисана на стратегију диференцирања. тешкоће у спровођењу дуалне стратегије на глобалном тржишту само се повећавају, посебно у конкурентним гранама.“⁵⁴

Циљ је да се предузеће усредреди на веома уску производњу, како би на тај начин стварало иновације у тој грани делатности, самим тим предузеће које је фокусирано на уску производњу развијаће се брже него конкуренти који остварују диференцирање на ширем тржишту. Стратегија фокусирања односно усредсређености подразумева релативно мала улагања, у поређењу са друге две генеричке стратегије, али зато подразумева висок степен иновативности и креативности.

За успех потребно је како изабрати одговарајућу стратегију тако и изабрати право тржиште у коме ће се имплементирати одређена стратегија. Стратегијска визија је једна од најачих карика у лацу конкурентности предузећа, јер се мора имати визија како же изгледати предузеће да би се спроводиле одговарајуће стратегије и да би дошло до њиховог остварења.

⁵⁴ Milisavljević, M., *Savremeni strategijski menadžment*, VI изменјено и допуњено издање, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007. str. 247.

4. ОПТИМИЗАЦИЈА ФАКТОРА ПРОИЗВОДЊЕ

4.1. Моделски приступ као инструмент економске анализе

Моделски приступ је врло применљив у решавању економских проблема. Типични економетријски проблеми јесу утврђивање понуде и тражње, кретање производње у неком предузећу или привредној грани, одређивање обима и структуре трошкова за дато тржиште, кретања у сфери међународне трговине итд. Све ове појаве се квантитативно изражавају (једначинама, графиконима, диференцијалним једначинама, парцијалним диференцијалним једначинама, рекурентним једначинама и др.) што омогућава да се све појаве истражују, у смислу одређивања њихове вредности или испитивања тренда промена. Циљ економске теорије и анализе своди се на изучавање понашања неког скупа променљивих, идентификовање основних детерминанти и њихово економско тумачење.

Другим речима, „математички опис разматраног система не може да буде идеално тачан, већ представља идеализовану слику због тога што се концентрише само на битне аспекте дате појаве или скупа појава, а многобројне споредне, мање важне аспекте у потпуности занемарује. Тако се модел укључује у ред научних инструмената који омогућавају да се путем научне апстракције изолују само битне карактеристике дате појаве, да се испитују законитости и систематске везе између њених појединих компонената и да се створе услови за њено предвиђање.“⁵⁵

Економске појаве и категорије се најчешће могу квантитативно изразити и зато се оне свode на проучавање одређеног скупа економских променљивих. Модел се веома често изражава као систем једначина који описује све односе између различитих варијабли које представљају предмет анализе.

Моделско изражавање економских појава заснива се на кореспонденцији између оног дела стварности који је предмет изучавања и модела као идеализоване слике стварности. Те мере кореспонденције обрнуто су сразмерне степену апстракције која је утолико већа уколико је појава која је предмет проучавања комплекснија и изложена већем броју

⁵⁵ Guberinić, S., *Sistemi, upravljanje sistemima, sistemske discipline, tehnike i metode*, Institut „Mihajlo Pupin“, Beograd, 1970.

утицаја чинилаца. Висок ниво апстракције прихватљивији је за природне и техничке науке и појаве али чак и за њих у неким ситуацијама буде неприхватљив.

Математички модел се реализује на три начина : (1) модел је успостављање експерименталних података , (2) модел је математички израз познатих физичких или других закона о понашању система, (3) модел је резултат оригиналне синтезе међусобне зависности променљивих у систему. У истраживању економских појава , најчешће се користи први начин постављања модела . Из тог разлога, надаље је овај начин детаљније објашњен.

У периоду од 1920-1930 године појављује се све већи број емпиријских радова и добијени су први резултати који су указали на могућност примене математичко-статистичке анализе у економији. Када се на основу модела изврше одређена емпиријска истраживања и утврде импликације, тада се импликације упоређују са стварним емпиријским везама између појединих варијабли. Одступања која су неминовна представљају меру неадекватности претпоставки унутар којих је модел развијен . Оне често показују и правац у коме претпоставке треба мењати. Тако се резултати емпиријских истраживања у виду повратне спреге рефлектују у наредној итерацији на процес конструисања модела. Тако установљене емпиријске импликације модела се поново упоређују са стварним кретањима и тако се понавља цео циклус.

„Дакле процес спознавања економских законитости може се схватити као низ сукцесивних апроксимација које обухватају и теоријска и емпиријска истраживања, а које из корака у корак све верније одражавају стварне привредне процесе.“⁵⁶

У напред изнетим излагањима научно сагледавање економских законитости схваћено је као процес који започиње изградњом теоријског оквира, модела, и који се наставља, изналажењем емпиријских импликација тако створене теорије и њеним каснијим модификацијама. Постепено прикупљање емпиријских података одређене области привредног живота може бити замењено и прикупљањем великог броја информација за одређена економска кретања и да те информације дају неопходан импулс теоријским генерализацијама и изградњи модела који треба да објасне претходно утврђене односе између привредних појава. Тако изграђене теорије се емпиријски проверавају и циклус интеракције између теоријских и емпиријских истраживања опет се понавља. Веома је

⁵⁶ Petrović, R., *Specijalne metode u optimizaciji sistema*, NIP, Tehnička knjiga, Beograd, 1977.

важно да теоријски и емпиријски рад представљају две неопходне и узајамно зависне карике у изучавању привредних законитости.

4.2. Функција понуде и тражње и прогноза

Исцрпна економска истраживања тржишних односа указују на различитост тумачења поимања и суштине тражње. Предметна истраживања су резултанта развоја производних снага, због чега је разумљиво, што се први радови у истраживању тражње јављају у периоди интензивног повезивања понуде и тражње.

Под појмом тражње (*цонсумер деманд*), у суштини се подразумевају испољене потребе потрошача за појединим производима, за оним количинама производа које служе задовољавању потрошње потрошача и којим се на тржишту супротставља понуда. Према етимологији појмови "тражња" и "потражња" имају исто значење те их поједини аутори користе као синониме.

„Тражња представља количину добара коју су купци спремни да купе по одређеној цени, на одређеном тржишту, у одређеном времену, односно количину новца коју је купац спреман да плати да би купио одређену количину добара.“⁵⁷ Тражњу Милисављевић дефинише као: „функционални однос који указује на количине поједине робе која би се куповала по различитим ценама на датом месту и у одређеном времену.“⁵⁸ Тражња, математички може да се представи на различите начине. У литератури, а и због даљег испитивања тражње, ова величина се најчешће представља функцијом:

$$x=f(p).....(3.1)$$

где је тражња (x), функција (f) цене (p).

Како је број фактора који утичу на тражњу велики то функционални однос између тражене количине и услова тражње гласи,

$$x=f(p_1...p_i,q_1....q_i).....(3.2)$$

⁵⁷ Kitanović, D., Golubović, D., Petrović, D., *Osnovi ekonomije*, Ekonomski fakultet, Niš, 2009., str. 112.

⁵⁸ Milisavljević, M., *Marketing*, - 20 izmenjeno izd. Savr. admin. Beograd, 2001.

и више одговара реалности, при чему су $(p_1, \dots, p_i, q_1, \dots, q_i)$ фактори који утичу на тражњу. „Преко тражње се испољавају потребе на тржишту за одређеним производима. Потребе се манифестују на тржишту као платежно способна тражња. Функције тражње потрошача приказују оптималне количине сваког добра као функцију цена и дохотка потрошача.“⁵⁹

Тражња се може посматрати и као тражња одређених производа и исказивати у количини производа који се траже (kg, lit, kom, i dr.) Ту тражњу није тешко утврдити у краћем временском периоду. Ако је у фокусу тражње само жеља потрошача она је латентна и често се назива и "потенцијална тражња". Латентна тражња се материјализује непосредно ако се производ којег дотле није било појави на тржишту и постане доступан потрошачу.

„Тражња за појединим производима се може исказати и као издатак потрошача за куповину одређеног производа који садрже у себи количине и цене посматраног производа. Ради се о *ефективној тражњи* која у ствари представља куповну моћ потрошача која је намењена куповини одређених количина неке робе, при датим условима купопродаје, пре свега при датој цени посматране робе.“⁶⁰ Ефективна тражња је она која има неки ефекат односно даје неки резултат. Наиме, при датом дохотку и тржишним ценама производа "*ефективна тражња*" у чијој основи леже потребе, претвара се у стварну тражњу.

4.2.1. Анализа тражње

Циљ анализе тражње јесте да се открију и измере фактори који утичу на тражњу за производима и услугама предузећа. Предузеће се не би задржало само на константовању и мерењу фактора који утичу на тражњу за производима, већ би на основу тих сазнања предузело активне мере - програм маркетинг напора да се крива тражње помери у корист производа предузећа. Три су основна начина да дође до промене у тражњи за одређеним производима и то:

- промене у броју потенцијалних корисника,
- промене у финансијској способности потенцијалних купаца који купују производ, и

⁵⁹ Varijan, H., Intermediate Microeconomics, A modern Approach, W.W. Norton&Company, London, 2003.

⁶⁰ Zdravković, D., i dr. Теорија и политика цена, Економски факултет, Ниш, 2000., стр. 144.

- промене у потребама и жељама потенцијалних купаца.

Предузеће може да утиче на први и трећи фактор делимично својим маркетинг програмом.

Анализа тражње је начин да се сагледа не само постојећа тражња већ и будућа тражња за производима предузећа. Стога се оправдано сматра да је реално раздвајање тражње од њеног предвиђања арбитрарног карактера.

У привредној пракси анализа тражње је усмерена да утврди који производ купци желе, те да се тестом провери степен прихватљивост постојећег или новог производа. За разлику од анализе тражње под анализом продаје подразумева се настојање предузећа да контролом продаје установи како се одвијала прошла продаја по количини и вредности, по производима, купцима, територијама итд. Уколико су маркетинг планом дати исти критеријуми онда је анализа продаје користан метод продајне активности са циљем да се пореде планирани и остварени резултати.

У анализи тражње, логично је да предузеће полази од тражње гране, па тек када се она утврди да се иде на сагледавање тражње за производима предузећа. Због оваквог начина, анализа тражње за производима предузећа је најчешће изражена у проценту од укупне тражње гране/групације. При томе, предузеће посебно мора да сагледа два битна фактора који утичу на структуру гране:

- број предузећа у грани, и
- степен диференцирања производа.

Примарна тражња се користи као термин када се жели изразити укупна тражња гране и селективна тражња да се обележи расположиво или потенцијално тржиште за производе предузећа.

Максимални ниво тражње за производом гране дат је потенцијалом тржишта. Различита тржишта дају различит простор за експанзију тражње. Кад нема великих могућности за експанзију тражње предузеће се више преориентише на повећање свог учешћа у постојећој тражњи гране. Општи услови који владају у привреди у једном случају фаворизују ефикасност маркетинг напора гране предузећа, а у другом случају умањују његов ефекат.

4.2.2. Истраживање фактора тражње

Сагледавање тражње са аспекта предузећа веома је важно, пре свега, због прилагођавања производње апсорпционој моћи тржишта. На основу ширег сагледавања предузеће добија могућност да одреди своју тржишну позицију, односно да спозна и утврди свој удео у укупном задовољењу предвиђеног потенцијала тржишта, што није лак посао. Да би обавило овај задатак менаџери морају да истраже релевантне факторе као и њихов утицај на тражњу, другим речима од менаџера се захтева да на најбољи могући начин прогнозирају тражњу.

Да бисмо установили тражњу и предвидели будућу тражњу производа потребно је упознати факторе тражње, који зависе од природе производа чију тражњу испитујемо, а разликују се по броју и релативном значају појединих чинилаца.

На стварање и померање тражње утиче велики број фактора. Сваки од њих појединачно, нема исти утицај на развој тражње. Да би анализа тражње била што прецизнија истраживање треба фокусирати на што је могуће већем броју чинилаца, водећи рачуна о њиховој могућој корелацији. „За макроекономска предвиђања укупних потреба једног производа потребно је узети у обзир промене следећих фактора:

1. Број потрошача,
2. Реални доходак по потрошачу,
3. Доходовну еластичност тражње,
4. Реалну цену посматраног производа,
5. Ценовну еластичност тражње,
6. Реалне цене најважнијег супституционог производа и укрштену еластичност тражње,
7. Потреба производа у циљу производње, и
8. Мање релевантне факторе (навике потрошача итд.).“⁶¹

Са аспекта предузећа, тражња се, углавном, третира као функција разноврсних фактора тражње. То значи да се појам тражње веже са свим околностима под којима се купује производ предузећа. То, даље, значи, да „предузеће не даје примат једном фактору утицаја (нпр. цени), већ већем броју значајнијих варијабли, али и оним који се тешко или

⁶¹ Miletić, S., *Istraživanje tržišta*, Ekonomski fakultet, Priština/ZP, 2004.

уопште не могу да квалификују у чиниоце од утицаја на промене у тражњи производа и услуга.“⁶²

Зависност тражње предузећа од утицаја разних фактора објашњава значај који има њихово истраживање. С обзиром на бројност и разноврсност фактора утицаја, они се у поступку истраживања посматрају систематизовано. Најчешће се систематизација фактора утицаја врши на унутрашње и спољне факторе, односно чиниоце који се могу или не могу да контролишу од стране предузећа.

У факторе који могу да се контролишу (унутрашње) спадају: цена, производ, канали продаје, привредна пропаганда и др. У спољне, који не могу да се контролишу: број потрошача (купаца), њихова спремност да купе одређени производ и сл., затим демографски, политички, економски и технолошки фактори који условљавају повољнију или неповољнију тражњу предузећа.

Истраживање тражње могуће је диференцирати на:

- истраживање тражње за производима производне потрошње и
- истраживање тражње за производима у сфери широке потрошње.

Уколико се реализује наведено диференцирање, неопходно је истражити утицај одређених економских фактора (утицај расположивог дохотка и утицај динамике цена) на тражњу за производима предузећа.

Предузеће мора посебно да истражује факторе утицаја на тражњу производа трајних, а посебно производа нетрајних потрошних добара. „Промена тражње добара широке потрошње зависи од:

- пораста становништва,
- развоја дохотка по становнику,
- развоја цена посматраног као и супституционог и комплементарног производа, и
- структуре потреба - навика потрошача.“⁶³

Други аутори дају другачију пројекцију тражње производа широке потрошње, користећи и неке друге чиниоце (продуктивност рада, развој међународне политичке ситуације

⁶² Janjić, S., *Istraživanje tržišta*, Beograd, 1995.

⁶³ Miletić, S., *Istraživanje tržišta*, Ekonomski fakultet, Priština/ZP, 2004.

итд.) Тако нпр. Далу даје пројекцију тражње за прехранбене производе у САД на бази следећих фактора:

- „кретање становништва,
- промене радне снаге и запослености,
- развоја (политичке) ситуације у свету,
- промене продуктивности рада,
- кретање општег нивоа цена,
- одређено повећање извоза и увоза, и
- доходовни коефицијент еластичности тражње.“⁶⁴

За предвиђање тражње међу наведеним факторима не налази се ценовна еластичност тражње, јер је аутор подразумевао константне цене. На бази информација поменутих фактора тражње пројектована је потрошња по становнику на годишњем нивоу, при чеми се до укупне тражње дошло множењем са бројем становника.

Иначе, тражња производа широке потрошње у домаћинству зависи од:

- a) *Економских факторима* у које улазе доходак, цене и кредитне могућности домаћинства,
- b) *Демографских фактора* (величина домаћинства, структура домаћинства, старосна, здравствена о сл.),
- c) *Социо -културних факторима* (степен образовања чланова домаћинства),
- d) *Географских факторима* који долазе ди изражаја кроз особине региона где се домаћинства налазе,
- e) *Социолошким и психолошким фактора* (индивидуалне разлике у укусу, тј. односу према куповини и сл.)
- f) Утицајем комплементарних или супституционих производа.

Пројектовање тражње за дужи временски период је тежак и компликован задатак и он се према мишљењу Стоиљковића „може извршити на основу извесних поставки као што су: пораст становништва, пораст радно способне радне снаге, степен запослености и незапослености радне снаге, пораст друштвене продуктивности рада, повећање националног дохотка, посебно ниво потрошачког дохотка, кретање цена производа,

⁶⁴ Daly, R., *The long-Run Demand for Farm Products Research*, Journal of Farm Economics, No.3., 1956.

кофицијенти еластичности тражње у односу на доходак и у односу на цене, жеље и укус потрошача.“⁶⁵

Након идентификовања фактора који детерминишу тражњу потребно је утврдити и саму потрошњу. Циљ је утврђивање показатеља количине производа који се на одређеном тржишту апсорбују, како би привредни субјект могао да упореди тражњу и потрошњу односно потрошњу и пласман одређеног производа. Најважнији фактори потрошње по Милановићу⁶⁶ су: апсолутна и релативна величина дохотка и његова расподела; кредитирање; комуникација између произвођача (понуђача) и потрошача. Што се тражње пољопривредно-прехранбених производа домаћинства тиче, она је условљена следећим факторима (чиниоцима):

- ценом посматраног производа,
- ценом супституционог или комплементарног производа,
- расположивим дохотком и
- структуром потреба домаћинства.

Предметни приказ чинилаца тражње поменутих аутора који су проблематику разматрали са различитих аспеката, упућује на закључак са уочљивим разликама. Разлике у приступима различитих аутора, видљиве су нпр. код идентификовања кључних фактора тражње пољопривредно-прехранбених производа.

Иако третирање тражње, као функционалног суодноса између тражене количине и фактора тражње, потпуније изражава њену суштину на нивоу предузећа, треба знати да је ефективна тражња, њена величина и структура, извор најразноврснијих сазнања на бази којих се заснивају одлуке од значаја за пословну активност предузећа.

Из мноштва фактора који утичу на тражњу предузећа треба обавезно истражити:

- број домаћинства (будући да се породица често јавља као купац),
- расположиви реалан доходак домаћинства,
- услове кредитирања потрошње,
- цену производа и супститута (посебно у којој мери се одражава разлика у квалитету производа),

⁶⁵ Stoiljković, D., *Teorija i merenje tražnje*, Ekonomika, Niš, 1983.

⁶⁶ Milanović, R., *Osnovi marketinga*, Svetlost, Sarajevo, 1975.

- постојеће сталне залихе производа који се налази код домаћинства и
- просечно време трајања таквих залиха.

Изузетно велика важност инвестиција не произилази само из чињенице да оне у највећој мери опредељују брзину којом се повећава производни потенцијал привреде него, можда још више, из околности да инвестиције у високом степену садрже елементе аутономних кретања и да, тако, фигуришу као важна одредница укупне тражње; лична тражња је нпр., у великој мери индукована и зависна од величине друштвеног производа, те стога, без обзира што је квантитативно најзначајнија, не може толико да утиче на општа привредна кретања као што је то случај код инвестиционе тражње.⁶⁷

Што се тражње производа репродукционе потрошње тиче, њу у основи опредељују два фактора:

- *Основни правци друштвено економског развоја.* Овај фактор тражње за производе репродукционе потрошње манифестује се кроз остварени доходак предузећа, али и не само кроз висину дохотка већ и расподелу, јер реалну куповну снагу купца представља управо издвојени део добити за развој и амортизациони фонд. Издвојена новчана средства за ове набавке предузеће може увећати коришћењем кредита пословних банака и других привредних субјеката. То значи да су кредитни услови веома значајан чинилац тражње.
- *Научно технолошки развој* и с тим у вези супституциони процеси су значајан фактор тражње. Настојање произвођача да повећа продуктивност и производност рада, односно да замени застарелу опрему, појављује се као важан чинилац тражње производа репродукционе потрошње. Да би производи били квалитетнији и конкурентнији на тржишту неопходно је вршити реконструкцију опреме, а у неким случајевима изградити и нове капацитете. Како проширење капацитета привредних субјеката зависи и од економских мера друштва, то се као важан фактор тражње производних добара узимају ове мере. Наиме, тражња производних добара је изведена тражња.

⁶⁷ Madžar, Lj., *Teorija i modeli agregatne tražnje*, Informator, Zagreb, 1982.

4.2.3. Потребе потрошача као фактор тражње

Откривањем и анализирањем потреба које управљају датим понашањем потрошача може да се објасни и разуме њихово понашање као фактора тражње. Већ смо констатовали да је основна карактеристика маркетинг концепције да процес задовољавања тржишта почиње сагледавањем потреба, односно истраживањем потенцијалних потрошача и корисника, а не нуђењем готовог производа. То значи да се потрошач јавља као субјект који, углавном, одређује шта ће предузеће да производи где је најповољнији да пласира своје производе, по којој цени и сл. Тиме се намеће питање: које су то конкретне предности које произвођач односно понуђач добија послујући на тај начин да полази од потреба потрошача?

Наиме, лакше се долази до производа који ће задовољити уочене потребе потрошача ако се оне адекватно сагледају. Људи купују производ ради задовољавања неке потребе, а не због самог производа. Такође, незадовољене потребе представљају један од основних извора за идеје о новом производу, односно тржишне информације о потребама помажу менаџменту предузећа у пословном одлучивању уопште.

Континуирано истраживање потреба потрошача сваком привредном субјекту треба да пружи одговоре на питања:⁶⁸

- где се налази његово тржиште,
- који потрошачи ће купити производ предузећа и
- колико дуго ће они то чинити.

„Потребe су базичне снаге које мотивишу човека (купца - потрошача) да нешто ради или боље речено незадовољене потребе, мотивишу на акцију.“⁶⁹ По другом схватању „потребе су недостатак било чега што је потребно, корисно или што се жели.“⁷⁰ Потребe се могу схватити и као осећај разлике између стварног и жељеног стања. Све ово указује на чињеницу да проблем дефинисања потреба није новијег датума, при чему су оне увек повезане са настојањем да се одстрани недостатак.

⁶⁸ Miletić, S., *Istraživanje tržišta*, Ekonomski fakultet, Priština/ZP, 2004.

⁶⁹ Stanton, W.J., *Fundamentals of Marketing*, Sixth Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, 1981.

⁷⁰ Milanović, R., *Osnovi marketinga*, Svetlost, Sarajevo, 1975.

задовољавањем те потребе. Отуда је потреба критична компонента у процесу мотивације: када је потреба побуђена, она постаје порив који стимулише понашање. Потребе које су задовољење не утичу на понашање.

Истраживање потреба са аспекта процеса њиховог формирања односи се више на психолошке него на економске анализе. У ову групу истраживања спадају сва испитивања мотива куповине, а у вези са одлуком о куповини. Иза видљивог акта обављања куповине, стоји веома важан *процес одлучивања* који се мора истражити. Процес куповине обично почиње далеко пре стварне куповине и има последице дуго после куповине. Он подстиче маркетинг менаџмент предузећа да се усмери на цео процес куповине, а не само на одлуку о куповини.

Процес куповине почиње са купцем, који уочава потребу (*свесност потребе*). Он осећа разлику између свог садашњег стања и жељеног стања. Када потрошач уочи потребу он има бројне базичне изборе - може да игнорише проблем, одложи акцију за каснија времена или покуша да нађе решење. Ако се одлучи за задовољење потребе, следећи корак је *тражење информација* које могу помоћи да се незадовољена потреба која ствара тензију, задовољи. Прикупљене информације користе потрошачу за *оцену алтернативе* о расположивим маркама производа и намеру о куповини. Информисан потрошач може нпр. прибавити еквивалентан производ по нижој цени или квалитетнији производ за исту цену и тд. *Доношење одлуке* значи избор једне између много алтернатива. Потрошач ће свакако купити марку производа коју највише преферира, при чему између намере о куповини и одлуке могу да се појаве као фактори: ставови других и непредвиђене околности.

Зато ће се потрошач ангажовати и у акцијама после куповине, које могу бити од интереса за произвођача, јер се његов посао не завршава продајом производа, већ се наставља и у периоду после куповине.

Битност процеса куповине условљена је личношћу купца (потрошача), а сам процес је детерминисан временом размишљања приликом доношења одлуке о куповини. На основу времена размишљања у доношењу одлуке, куповине се деле на: *импулсивне, емоционалне и рационалне*. При томе се одређене куповине могу базирати на комбинацији мотива, због чега су такви моменти значајни при разматрању психолошког порива тражње који је данас све више у фокусу истраживања.

„Спознаја фактора од којих зависи садржај и величина потреба омогућује предузећу да формира слику о створеним потребама потрошача, из низа чинилаца који се могу сврстати у групе:

- природни животни услови (утицај земљишта, климатских прилика, етничке особине становништва итд.),
- друштвени чиниоци (културни ниво, традиција и обичаји),
- индивидуални чиниоци (карактеристике носиоца потреба) и
- куповна моћ.“⁷⁴

Суштина је, дакле, идентификовати потребе, без обзира на диференцирање фактора потреба. „Спознате потребе се могу класификовати према неколико критеријума, у зависности од аспеката посматрања:

- Основна подела је на *урођене и стечене потребе*;
- Према подручју потрошње потребе се могу диференцирати на: *личне и производно услужне*;
- Са аспекта превођења потреба на основу платежне способности потрошача у ефективну тражњу на тржишту, потребе се могу посматрати као: *апсолутне, платежно - способне и ефективне потребе*.“⁷⁵

За маркетинг менаџмент предузећа посебно су значајне платежно - способне потребе потрошача.

Потребе посматране са аспекта носилаца потреба деле се на: *индивидуалне и друштвене потребе*.

У литератури се може наћи да неки аутори потребе потрошача деле на објективне и субјективне. *Објективне потребе* су оне које су изражене у тражењу одређеног производа на једном подручју у одређено време. *Субјективне потребе* су хипнозе, оне су веће од стварне потрошње и не могу се исказати нумеричким вредностима. Значај њиховог утврђивања је велики, с обзиром да пројектовати тражњу значи планирати друштвене потребе. Са аспекта предузећа важно је како се његов производ уклапа у систем потрошње, односно каква је његова способност да задовољи потребе потрошача.

⁷⁴ Bazala, A., *Metode istraživanja tržišta*, Progres, Zagreb, 1978.

⁷⁵ Miletić, S., *Istraživanje tržišta*, Ekonomski fakultet, Priština/ZP, 2004.

У том смислу, маркетинг менаџмент предузећа треба да базира своју стратегију на идентификованим потребама потрошача, утврђујући као њихов производ може задовољити те потребе, активирањем учачања потребе - изменом потрошачевог жељеног стања, мењањем његове перцепције његовог стварног стања или оглашавањем постојеће дискрепције између то двоје, и онда убедити потрошаче да размотре користи од производа који нуде.

4.2.4. Цена производа као фактор тражње

Предузеће треба да зна независно од чињенице да ли има или нема контролу над ценама како ће се промене у ценама одразити на тражњу за његовим производима. Утицај цене производа на тражњу као што је већ речено познат је пре свих чинилаца тражње. Иако цена производа при слободном деловању тржишних закона манифестује односе понуде и тражње, математички изражена као Круно - Маршалова „функција тражње:

$$x = f(p)$$

где је x обим тражње, а p цена посматраног производа, она је за потрошача у датом моменту најчешће фактор од пресудног значаја.⁷⁶

При разматрању промена тражње условљене променама цена на бази временске серије података за променљиву, узимају се дефлациониране вредности цена.

Ако су два производа супститути, унакрсни еластичитет тражње биће позитиван, с тим што је већа нумеричка вредност унакрсног еластичитета, већи је степен супституције који постоји међу производима. Ако су два производа комплементарна, унакрсни еластичитет је негативан. Унакрсни еластичитет ће бити негативан уколико ефекат дохотка због промене цене надмаши ефекат супституције.

Израчунавање укрштене еластичности тражње од посебне је важности при анализи тражње појединог производа и за прогнозирање будуће тражње. Треба рећи да је за исти производ у различитим земљама утицај супституционог или комплементарног производа различит, због чега се разликују и вредности коефицијената укрштене еластичности. Уз остале методе које се користе у сагледавању тражње, израчунавање укрштене

⁷⁶ Marshall, A., *Principles of Economic*, London, 1980.

еластичности има значаја у спознаји понашања потрошача, с обзиром да потрошач бира производ једног или другог произвођача.

4.3. Анализа и предвиђање тражње

Анализа тражње је начин да се сагледа не само постојећа тражња већ и будућа тражња за производима предузећа. Њена основна сврха је да се открију и измере чиниоци који утичу на тражњу за производима и услугама предузећа. Стога се оправдано сматра да је реално подвајање анализе тражње од њеног предвиђања арбитарног карактера. У привредној пракси анализа тражње је усмерена да установи који производ потрошачи желе, те да се тестом провери прихватљивост постојећег или вероватноћа прихватљивости новог производа.

Логично је да у анализи тражње предузеће полази од тражње гране, па тек када се она установи иде се на сагледавање тражње за производима предузећа. Анализа тражње појединих производа врши се на основу фактора који је детерминишу: (промене у броју потенцијалних потрошача, промене у жељама и навикама потрошача и промене у куповној моћи потрошача). Како су већ изложени основни фактори тражње, треба само нагласити да су математичко-статистички методи анализе као и предвиђања тражње исти, с тим да се само разликују фактори који детерминишу тражњу одређеног производа.

Предвиђање тражње сматра се једном од најважнијих активности у тржишном пословању предузећа, с обзиром да се добро стратегијско планирање управо базира на овим активностима. „Програмирање маркетинг активности базира се не само на анализи продаје у протеклом временском периоду, већ и на предвиђању тражње која се очекује у будућности.

Приликом предвиђања тражње две кључне променљиве морају се узети у обзир:

- (1) промене у укупној тражњи и
- (2) промене тржишног учешћа предузећа.⁷⁷

⁷⁷ Кнежевић, R., *Marketing*, Viša poslovna škola, Beograd, 2001.

При томе треба нагласити да је ове две променљиве неопходно анализирати одвојено једну од друге. Промене у величини укупне тражње проузруковане су променама на самом тржишту, док су промене учешћа предузећа у задовољењу укупне тражње резултат одређених промена унутар самог предузећа. Промене учешћа конкретног предузећа у задовољењу укупне тражње теже се предвиђају од промена у укупној тражњи. Међутим, оно што је важно јесте чињеница да се промене у укупној тражњи дешавају чешће него промене конкретног предузећа у задовољењу укупне тражње.

Суштина предвиђања тражње јесте истраживање промене укупне тражње и промене учешћа одређеног предузећа у задовољењу те укупне тражње. Предвиђање тражње је, у ствари, покушај од стране предузећа да у крајњем пројектује укупну продају гране у одређеном временском раздобљу, те да одговори на питање коју количину свог производа може да пласира у оквиру гране - групације.

Наравно, дефинитивни афирмативан став о томе шта ће се десити са тражњом и продајом у будућности није могућ. Зато, менаџмент предузећа мора да иде на формулисање одређених претпоставки о развоју тражње и продаје. Ако су те претпоставке добро дефинисане предвиђање ће бити поузданија основа за стварање плана маркетинг активности.

Упознавање носилаца потреба, идентификовање њихових карактеристика и њихово разврставање у поједине хомогене целине представља полазну основу за предвиђање тражње и продаје. Предузеће не може успешно припремити програм наступа на тржиште ако не располаже поузданим информацијама о могућој тржишној тражњи и могућој продаји појединих производа. Да би предузеће могло успешно да изврши предвиђање тражње, претходно мора да дефинише одређене основне елементе тражње коа што су:

- производ за који процењује тражњу као и технологију којом ће изразити обим куповине,
- тржишне сегменте чије потребе може задовољити,
- просторну (географску) димензију подручја за које се процењује тражња,
- временски период за који се процењује тражња,
- остале елементе маркетинг програма наступа на тржиште (цену и остале услове продаје, промоцију, канале продаје, продајне и послепродајне услуге потрошачу)
- врсту маркетинг стратегије наступа на тржиште.

При откривању фактора тражње предузеће мора водити рачуна о природи тражње. Идентификовањем лимитирајућих фактора (цена, доходак потрошача, производ и сл.), предузеће ствара услове за сагледавање максималног нивоа тражње при датом нивоу и квалитету ових фактора.

Функционална зависност промена тражње у односу на факторе који је детерминишу може бити различита те се може исказати на више начина. С обзиром да на тражњу утиче већи број фактора то се анализа и предвиђање тражње само на бази једног чиниоца врши веома ретко. То се углавном дешава када на располагању стоји само један податак (нпр. промена броја становника или кретање националног дохотка) .

4.4. Понуда и тражња и услов равнотеже тржишта

У општем случају, у условима слободног тржишта тражња за производом X зависи од великог броја променљивих фактора, а пре свега од цене производа x и цене осталих производа (n_u) који се нуде на тржишту. Такође, она зависи и од куповне моћи потрошача, од временског фактора као и од низа других фактора (q_j) који могу бити од утицаја на формирање и њен обим.

Ако поменуто факторе узмемо као променљиве количине, тада тражњу за производом X можемо изразити као функцију више променљивих у облику

$$x = f(p, p_1, \dots, p_i, \dots, p_I, q_1, \dots, q_j, \dots, q_J) \dots \dots \dots (3.5)$$

где су :

x – тражња за производом X

p – цена производа X

n_u - цене осталих производа

q_j – остали фактори

I, J – укупан број фактора p^u , односно q^j

Претпоставимо да највећи утицај на тражњу за производом X има цена p , тј.

$$x = f(p)$$

при чему је $\forall p \in (a,b) f'(p) < 0$.

Инверзни облик функције тражње имаће облик:

$$p = \varphi(x), \forall x \in (c,d) \dots\dots\dots(3.6)$$

где је цена p функција обима тражње.

Слично тражњи, функција понуде јесте функција више променљивих у условима слободног тржишта - деловања економских законитости, понуда x^* зависи од тржишне цене n производа X као и од репроматеријала, радне снаге и низа других фактора q_r ($r = 1, \dots, R$)

Ако све наведене факторе узмемо као променљиве величине, онда се слично функцији тражње и функција понуде у општем случају може изразити као функција више променљивих,

$$x^* = g(p_1, \dots, p_i, \dots, p_l, q_1, \dots, q_r, \dots, q_R) \dots\dots\dots(3.7)$$

Слично као и код функције тражње, и у овом случају, можемо претпоставити да су цене других производа и осталих фактора константе или је њихов утицај занемарљив с обзиром на цену n производа X . У таквим околностима понуда x^* датог производа посматра се као функција једне променљиве тј.

$$x^* = g(p) \dots\dots\dots(3.8)$$

где је $\forall p \in (a,b) g(p) > 0 \wedge g'(p) \geq 0$.

Ако је $g(p)$ бијекција онда се функција понуде, слично функцији тражње, може написати у инверзном облику

$$p = \varphi_{(x^*)}, \forall x^* \in (c,d) \varphi'_{(x^*)} \geq 0.$$

„Од посебног значаја јесте случај једнакости понуде и потражње, познат као *услов равнотеже тржишта*. Оваква ситуација омогућава да се целокупна производња одређеног производа уједно и реализује на тржишту, а задаје се једнакошћу одговарајућих функција.

$$f(p) = g(p) \dots \dots \dots (3.9)$$

Решавањем једначине $f(p) = g(p)$ добија се *тржишна цена производа* у ознаци $p=p_0$, док се решењем $\varphi(x) = \psi(x)$ добија одговарајућа тражња и понуда које одговарају услови равнотеже .

4.5. Функција производње

4.5.1. Уводна разматрања - теоријски основ

У складу са полазним премисама неокласичне теорије производња има пре свега техничке карактеристике. „Срж неокласичне теорије производње чини математичка квантификација и опис економских интерпретација најважнијих релација производног процеса у оквиру које посебно место заузима анализа производних функција.“⁷⁸

Основна преокупација теорије производње јесте оптимална алокација ресурса у сфери производње. Полазећи од критерија оптималности, теорија означава оне конфигурације економских променљивих које су оптималне према тим критеријима. „Кроз изналажење оптималних решења утврђује се веза и карактеристика тих веза између појединих променљивих. Питања на која треба да пружи одговор теорија производње јесу питања о начину на који ће реаговати скуп променљивих X када из неког разлога дође до промена унутар другог скупа променљивих Y .“⁷⁹

Теорија производње изучава принципе оптималности и законитости функционисања оних процеса помоћу којих се материјални предмети као одређени видови енергије,

⁷⁸ Dinkić, M., *Merenje ekonomske efikasnosti upotrebe resursa*, Ekonomska politika, Beograd, 1994., str. 57.

⁷⁹ Madžar, L.J., *Optimizacija u teoriji proizvodnje i privrednog rasta*, Institut za ekonomska istraživanja, 1976.

трансформишу у процесу производње да задовоље неку потребу. Предмет теорије производње је широка лепеза процеса трансформације.

Сваки трансформациони процес може се схватити као скуп улазних и излазних токова. Улазни токови су сировине, материјал, радна снага, учинак средства за производњу, сви они елементи који улазећи у производни процес и чијом трансформацијом се добија неки производ и услуга која подмирује неку друштвену потребу. Улазни токови представљају производне утроске чијом трансформацијом добијамо готове производе и услуге. Они су изражени у натуралним јединицама и не могу се међусобно агрегирати.

Тек када се утросци помноже са својим ценама и саберу добијају се трошкови производње. На страни излазних токова готови производи су такође изражени у натуралним јединицама које помножене са ценом по јединици представљају вредност производње.

Сада смо дошли до идентификације три основна елемента теорије производње а то су: ендогене променљиве, параметри и претпоставке о понашању. Ендогене променљиве су количине утросака и количине производа, променљиве чију величину теорија може да утврди у зависности од спољних егзогено датих околности. Параметри у теорији производње представљају цене утросака и цене производа. То су задате величине у односу на које се врши оптимизација. Претпоставке о понашању се састоје у томе да менаџмент предузећа доноси своје одлуке тако да максимизира разлику између производа и трошкова.

Теорија производње има следеће циљеве: колики ће бити трошкови за дату производњу, структура тих трошкова, цена коштања појединог производа и асортиман производње и количина производа по асортиману.

Теорија производње своје постулате заснива на понашању предузећа на челу са менаџментом као основним субјектом одлучивања. Руководећи се интересом предузећа менаџмент организује набавку производних утросака, координира производне процесе, лиферије готове производе и остварује профит.

Утросци се деле на примарне и производне али и фиксне и варијабилне. Подела на фиксне и варијабилне је веома релативна. На дуги рок сви утросци су варијабилни, ако је јако кратак рок сви утросци су фиксни. Сходно томе да би се начинила дистинкција

између фиксних и варијабилних утрошака мора се фиксирати временски период као критеријум те разлике.

4.5.2. Карактеристике производне функције

„Производну функцију је могуће дефинисати као аналитички израз веза између количине производње и квантума утрошака појединих фактора.“⁸⁰ Она показује које се све комбинације готових производа могу добити на основу различитих комбинација производних утрошака, нивоа технологије и расположивог фонда технолошког знања. Производна функција је израз технолошког знања и само она може да да целовиту слику о свим комбинацијама готових производа који се добијају комбинацијом производних утрошака. Она, с тога, подразумева јако различита знања и то технолошка у ширем смислу, знања из организације рада, финансијског пословања, менаџмента итд.

У даљој анализи производне функције претпостављамо да предузеће производи један хомогени готов производ, и да ту производњу остварује ангажујући и трошећи више различитих утрошака. Утрошци представљају економске променљиве које имају карактер тока чија се количина мери интензитетом тих токова у времену. Они су дефинисани за одређени период. Променљиве које имају карактер фонда, немају временску димензију и дефинисане су у одређеном моменту. За разлику од варијабилних са карактером тока које се сабирају у времену променљиве са карактером фонда се не могу сабирати у времену.

Са становишта начина на који улазе у производни процес разликујемо утрошке који се у целости троше у једном производном процесу и који по правилу улазе физички у готов производ. То су разне врсте сировина и материјала. У другу групу утрошака спадају утросци који имају карактер фонда а то су средства за производњу и радна снага. Ови утросци не улазе физички у готов производ, не троше се у целости у производном циклусу и као утросак се мере часовима рада односно машинских часова по јединици производа.

У даљим разматрањима претпостављамо да предузеће ангажује два варијабилна утроска X_1 и X_2 и да на основу њих производи један производ Q . Количине утрошака које су употребљене у производном процесу биће обележене са x_1 и x_2 а добијена количина

⁸⁰ Cvetanović, S., *Teorija privrednog razvoja*, Ekonomski fakultet, Niš, 2005., str. 133.

готовог производа биће обележена са q . Дакле X_1 , X_2 и Q могу да се схвате само као називи одговарајућих утрошака и производа а x_1 , x_2 , и q као променљиве.

Производна функција даје количину производа која се може добити на основу не-негативних комбинација производних утрошака и може се написати на следећи начин:

$$q=f(x_1,x_2); x_1, x_2, q>0.....(3.10)$$

Напред дефинисана производна функција мора да испуњава следеће претпоставке:

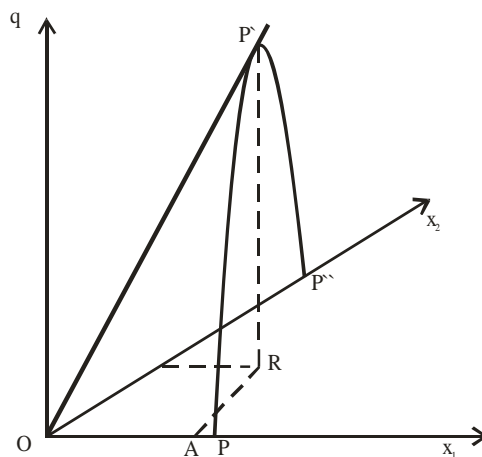
1. Мора да је једнозначна, свуда непрекидна функција,
2. Први и други парцијални изводи су непрекидни,
3. Утрошци су непрекидне променљиве и узимају све не-негативне вредности на реалној оси,
4. Квалитет производних утрошака и облик производне функције дати су и непроменљиви.

Како произведени утрошци и количина готовог производа, представљају променљиве са карактером тока, они морају да буду и временски одређени те се и производна функција дефинише за тај период.

Производна функција показује колико се у том периоду добија готовог производа ако се у истом том периоду у одређеним количинама дозирају производни утрошци. На пример ако се у процесу производње утроши x_1 тона годишње производних утрошака и x_2 радних часова добија се годишња производња од q тона (пример РРТ). „Период на који се односи производна функција може се бирати произвољно али мора да задовољи три услова:

1. Период мора да буде довољно кратак да се онемогући мењање фиксних утрошака,
2. Мора да буде довољно кратак да се онемогући промена нивоа технологије,
3. Мора да буде довољно дуг да омогући завршетак технолошких процеса тако да се у целости покаже веза између количине утрошака и количине готових производа.

Производна функција се може и графички приказати као што је на слици 4.2.⁸¹



Слика 4.1. Производне функције⁸²

И последња карактеристика је једнозначност производне функције. За дату комбинацију производних утрошака (x_1, x_2) према производној функцији може се добити $f(x_1, x_2)$ јединица готових производа. Јасно је да је ово оптимална конфигурација производних утрошака те да се другачијом комбинацијом може добити и мања производња од $f(x_1, x_2)$ ако се утрошци нерационално троше или тотално упропасте те ће у том случају бити $q=0$. Према томе комбиновањем утрошака (x_1, x_2) могуће је добити било коју производњу $[0, f(x_1, x_2)]$. Величина производње $f(x_1, x_2)$ представља максималну производњу која се може добити комбинацијом ова два фактора (x_1, x_2) при датом технолошком нивоу знања. Тај ниво је технолошки оптималан.

Дакле производна функција разним паровима утрошака приписује оне вредности који дају технолошки оптималне нивое производње. Технолошка оптимизација производње је прва фаза оптимизације, друга је свакако економска оптимизација која је превасходан циљ менаџмента. Од свих конфигурација које фигуришу у производној функцији које су технолошки оптималне бира се она која је економски оптимална, а економски је оптимална она комбинација која дату производњу остварује уз најмање трошкове или на

⁸¹ Henderson, J., Quandt, R., *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach*, Ch. 4 McGraw-Hill, New York, 1971.

⁸² Исто

основу датих трошкова даје највећу производњу. Зато се економска оптимизација не може извршити без цена утрошака што се добија увођењем у анализу цене утрошака.

У претходним излагањима идентификоване су две фазе оптимизације: технолошку и економску, где смо показали да технолошка претходи економској која је сумаран израз успешности менаџмента предузећа.

У теорији производње појављује се неколико врста производних функција. Хомогену производну функцију одређује пропорционално варирање свих утрошака и њен облик је дефинисан изразом :

$$f(x_1, x_2) = t^k(x_1, x_2) \dots \dots \dots (3.11)$$

или, економски, ако се количина утрошка повећа за t^k пута, где је k степен хомогености производне функције и једнак јединици ($k=1$) тада пропорционалном порасту или смањењу производње претходи пропорционалан раст или смањење улагања производних утрошака у истом проценту.

Cobb – Douglas – ова производна функција има следеће основне карактеристике:

„Збир коефицијената једнак је јединици“⁸³ па је тако она хомогена функција првог степена и има следећи облик:

$$Q = Ak^a L^{1-a} \dots \dots \dots (3.12)$$

Имајући у виду да је у теорији производње неопходно максимизирати производњу за дати ниво трошкова као и минимизирати трошкове за дати ниво производње, онда се намеће, имплицитно, максимизирање добити, као главног циља предузећа путем оптималне комбинације фактора производње и њихових утрошака. Ово је нарочито значајно за предузећа са становишта опстанка, раста, развоја и конкурентности што је и циљна функција сваког предузећа.

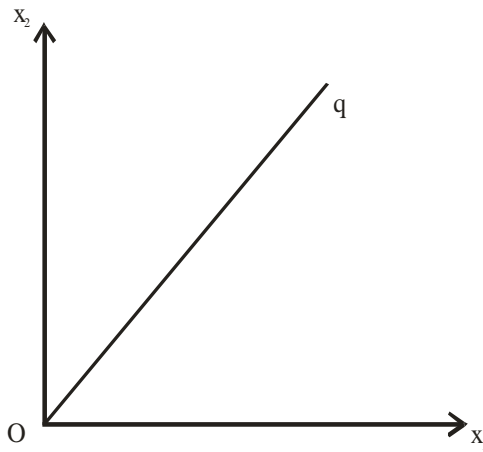
⁸³ Cobb, W., Douglas, P., H., *A Theory of Production*, American Economic Review, 1928.

4.5.3. Закон опадајућих приноса

Закон опадајућих приноса се заснива на претпоставкама: 1) количине свих утрошака су фиксирани осим онога чије се варијације посматрају, 2) ниво технологије је дат и непроменљив, 3) различити фактори производње могу се комбиновати у разним пропорцијама, односно дата производња се може добити на основу различитих комбинација фактора производње.

Уколико је фиксирана количина свих осталих фактора производње, стално сукцесивно додавање једног фактора мора пре или касније довести до ситуације у којој ће додатне дозе тог фактора давати све мање и мање сукцесивне прирасте производње. Ако је, на пример, у одређеном делу производње у „Првој Петолетки“ из Трстеника инсталиран одређени број машина за обраду метала, онда ће постепено повећање броја радника на тим машинама најпре давати растуће приносе а затим опадајуће. У зони опадајућих прираста мора се ући пре или касније, с обзиром да број радника може толико да порасте да сваки додатни радник може не само да не изазове повећање, него може да изазове смањење производње. Исто тако ако је дат број радника за одређени погон и ако се постепено додаје број машина и сви радници буду опремљени машинама, даље додавање машина неће довести до повећања производње већ ће довести до закрчености и застоја у производњи.

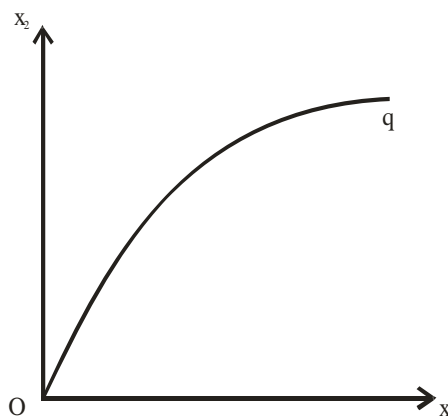
Производни утрошци могу да варирају на два различита начина где се први састоји у пропорционалној варијацији утрошка и где се количине утрошака смањују или се повећавају али односи између њих остају исти. Пропорционалној варијацији утрошака одговара пропорционална варијација производње. Производна функција која има ту особину пропорционалног варирања приказана је на слици 4.3. и представља линеарно хомогену функцију.



Слика 4.2 Линеарно хомогена функција⁸⁴

Будући да оба утрошка пропорционално расту и производња пропорционално расте што се и на дијаграму види. На апсциси је представљен утрошак x_1 а на ординати утрошак x_2 , производна функција добија облик праве линије која пролази кроз координатни почетак. Како оба утрошка пропорционално расту ефекти закона опадајућих приноса се овде не показују јер ниједан утрошак није фиксиран.

Други тип варијације утрошака има облик повећања једног утрошка уз фиксирану количину другог. Ово је тип који одговара закону опадајућих приноса, приказаном на слици 4.4.



Слика 4.3 Производна функција са опадајућим гранићним производом⁸⁵

⁸⁴ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

⁸⁵ Исто

За разлику од претходног случаја, где су пропорционално расла оба утрошка, па је у истој пропорцији могла да расте и производња, овде се повећава количина само једног утрошка, те производња може да расте мање него пропорционално. Због напред наведеног крива укупног производа утрошка x_1 уз фиксирану величину утрошка x_2 нацртана је тако да буде конвексна одозго, односно расте спорије и спорије. Она одговара функцији која има позитиван али опадајући први извод, док је други извод негативан. Гранични производ је први извод функције укупног производа, па таква крива имплицира опадајући гранични производ, а опадајући први извод функције представља математички израз економског закона опадајућег граничног производа.

Доказ закона опадајућих граничних приноса биће дат за случај у коме пропорционалној варијацији утрошака одговара исто таква пропорционална варијација производње. Овај случај је познат као константни принос на обим производње, јер се ради о повећању или смањењу обима производње путем пропорционалног варирања утрошака и производње до којих приликом таквих промена долази. Да бисмо доказали закон, прво би требало показати како се на основу претпоставке о константном приносу на обим производње из граничног производа једног утрошка може израчунати гранични производ другог а затим ће бити размотрени ефекти недељивости појединих утрошака као и чињеница да недељиви утрошци могу да имају негативан гранични производ.

Први проблем биће анализиран на примеру једног производног дела „Прве Петолетке“ из Трстеника који се бави производњом индустријске пнеуматике. Према томе ако су у производној хали 'Индустријске пнеуматике' инсталиране производне машине у укупном броју од 25 и ако на њима ради неки број радника који дају следећу производњу (у натуралним јединицама условног производа) пнеуматских цилиндара

Број радника	Производња (у условним јединицама)
50	10000
60	11500

Број радника обележићемо са R , количину машина са Z а производњу са q , гранични производ фактора P лако израчунавамо на основу релације:

$$m(R) = \frac{\Delta q}{\Delta R} = \frac{11500 - 10000}{60 - 50} = \frac{1500}{10} = 150.$$

Захваљујући претпоставци о константним приносима на обим производње, на основу података из претходне табеле може се израчунати и гранични производ фактора Z (машине) упркос томе што је његова количина у том примеру константна. На основу прве линије у претходној табели може се написати следећа релација:

$$50R + 25Z = 10000.$$

Знак плус и знак једнакости имају у овом случају искључиво симболички карактер. Горњу релацију треба интерпретирати тако да 50 радника на 25 машина дају производњу од 10000 комада јединица пнеуматских цилиндара.

Сада се може искористити претпоставка о константним приносима на обим производње: повећање утрошака у било којој пропорцији продукује исто такву пропорционалну промену производње. Ако се, на пример, за $1/5$ повећају оба утрошка за $1/5$ ће се увећати обим производње:

$$60R + 30Z = 12000$$

С друге стране, на основу слике 4.3 у претходној табели може се написати:

$$60R + 25Z = 11500$$

Овим се добијају две релације код којих је број радника исти, а количина машина различита, па се на основу њих лако израчунава гранични производ машина:

$$m(Z) = \frac{\Delta q}{\Delta Z} = \frac{12000 - 11500}{30 - 25} = \frac{500}{5} = 100.$$

Према томе, ако се однос фактора R/Z повећа са 50:25 на однос 60:25 гранични производ рада јесте 1500 нових јединица производа, а ако се однос Z/R повећа са 25:60 на 30:60 гранични производ по машини је 100.

Гранични производ једног фактора и претпоставка о константном приносу на обим производње у потпуности опредељују гранични производ другог фактора.

Сада ћемо анализирати недељивости неког фактора такође на примеру „Прве Петолетке“ делу који производи пнеуматске цилиндри. Економска суштина овог проблема је следећа. Многи фактори производње се не могу произвољно дозирати, у производном процесу се фиксни фондови граде и инсталирају у одређеном обиму који не може бити мањи од нивоа технолошки условљене величине, без обзира што је тражња за одређеним производом мала и што би ту производњу било економичније организовати у мањим производним погонима.

У наредном примеру поћићемо од претпоставке да је фиксни фактор- фиксни фондови на нивоу од 25 јединица, да је укупна тражња за датим производима 15000 условних јединица пнеуматских цилиндара и да укупна производња у зависности од радне снаге као варијабилног фактора R варира на следећи начин:

Табела 4.1. Зависност укупне производње од радне снаге

R (број радника)	Укупна производња
0	0
10	5000 UJ
20	15000 UJ
30	30000 UJ
40	48000 UJ
50	75000 UJ

Извор: Аутор

Ако фиксни фактор (F) износи 25 јединица а из табеле произилази да треба ангажовати 20 јединица варијабилног фактора R да би се добила производња од 15000 UJ колико износи укупна тражња, важи следећа релација:

$$20R + 25F = 15000 \text{ UJ}$$

Сада можемо показати да је негативан гранични производ фиксног фактора, с обзиром да је технолошки недељив, дозиран знатно изнад количине која је потребна с обзиром на постојећи ниво тражње што је посебно карактеристично за тренутни положај „Прве

Петолетке“ њених предимензионираних капацитета (фиксних фондова), губитак тржишта из више разлога, неспособности менаџмента да управља тражњом.

Ако би фиксни фактор који је технолошки недељив, ипак био дељив, цепањем постојећих гломазних, неорганизованих система, менаџмент маркетинг лоше вођених, на мање производне јединице што је и императив транзиције и техно-економске оптималности, оваква би се постојећа тражња много економичније задовољила на следећи начин. Из задњег реда претходне табеле произилази да 50 радника (*variјabilni faktor R*) радећи на 25 условних јединица фиксног фактора (машине+зграде) дају 75000 UJ производње Индустијске пнеуматике односно пнеуматских цилиндара или:

$$50R + 25F = 75000 \text{ UJ}$$

Користећи претпоставке о константном приносу на обим производње, ако се количина утрошака смањи за 5 пута за исто толико смањиваће се и производња:

$$10R + 5F = 15000 \text{ UJ}$$

Ово је несумњиво ефикаснија и економичнија конфигурација производних утрошака која задовољава постојећу тражњу него она која због технолошке недељивости где 20 јединица фактора *R* морају да ангажују свих 25 јединица фиксног фактора *F* односно целу фабрику „Индустијске пнеуматике“ у „Првој Петолетки“ из Трстеника да би се произвела тражена производња од 15000 UJ.

Ако би се производни фондови- капацитети или инсталирани капацитет поменуте фабрике а исто важи за све фабрике металопрерађивачког комплекса у Србији биле подељене у мање технолошке целине које би биле адаптабилније на тржишне захтеве онда би се показало као у овом случају у „Првој Петолетки“ да би знатно мање ангажовање фактора *F*, дакле са 25 на 5, дакле одбацивање тих 20 јединица фактора *F* би омогућило смањење фактора *P* са 20 на 10 а да обим производње остане неизмењен.

Ако смањење количине фактора *F* утиче на смањење другог фактора *P* а да то не умањује укупну производњу, јасно је да је гранични производ првог фактора негативан, те да продуктивност фактора *P* расте.

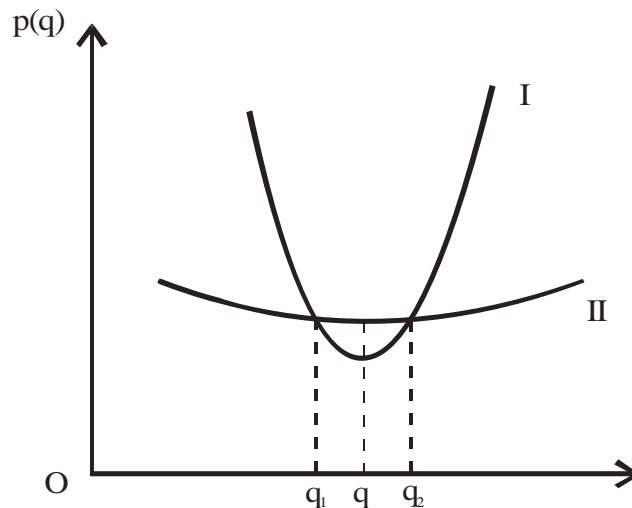
Напред наведени пример показује да оптимизација производње има своје најдрастичније упориште у драстичном смањењу цене фиксног фактора у цени коштања производа а потом у варијабилном фактору *R*. Суптилнија анализа оптимизације производње ће

показати да постоје бројни фактори чијом економичнијом употребом у процесу производње битно се утиче на смањење цене коштања по јединици производа а тиме и пораст тржишне конкурентности и максимизације разлике између тржишне цене и цене производње.

Моделирање наведеног случаја из „Прве Петолетке“ може послужити као универзалан модел за остале српске фабрике у транзицији које генерално имају мањак тражње за производима које би инсталирани капацитети фиксног капитала, пројектовани за неко друго време, могли да избацују али по ценама готовог производа које данашње тржиште не прихвата.

4.5.3.1. Закон опадајућих приноса и улога адаптабилности

Закон падајућих приноса истиче у први план могућност адаптабилности у процесу производње. У изградњи привредних капацитета као и неких непривредних полази се од претпоставке да ће тражња временом расти и да капацитети који се граде треба да одговоре захтевима тржишта и у неком будућем времену. Међутим, тражња је варљива категорија и углавном одступа од неке очекиване тражње. Из напред наведеног и обим производње одступа од пројектованог па стога и однос фиксних и варијабилних трошкова одступа од пројектованог и мења пропорције фактора производње што за резултат има ефекте закона опадајућих приноса. Како су зграде и машине као фактор фиксирани то варирање се може постићи само варијабилним фактором. Дакле закон опадајућих приноса доћи ће до изражаја само уграђеном флексибилношћу при изградњи и инсталирању капацитета. Што је та прилагодљивост и флексибилност фиксног капитала већа интензитет закона ће бити слабији и просечни трошкови мањи од очекиваних, ван одређеног интервала варијације стварног обима производње унапред планираног.



Слика 4.4. Опадајући принос капацитета са уграђеном флексибилношћу⁸⁶

На слици 3.5 су приказани трошкови двеју различитих варијанти. Крива I односи се на капацитет без уграђене флексибилности и за мање варијације производње у односу на пројектовану q односно интервал (q_1, q_2) , она показује мање просечне трошкове. Међутим за веће варијације производње, односно оне које излазе ван интервала (q_1, q_2) мање просечне трошкове показује крива II која се односи на капацитет са унапред уграђеном флексибилношћу и управо у таквим ситуацијама предност капацитета са уграђеном флексибилношћу долази до изражаја.

Као резиме овог излагања намеће се закључак да пре изградње било ког објекта мора се сагледати будућа тражња за тим производом или услуга која би била организована у тим капацитетима. Тражња представља алеаторну променљиву. Ако је стандардна девијација тражње као алеаторне променљиве велика, велика одступања од пројектованог капацитета, економски је рационално уграђивати флексибилност капацитета уз додатне трошкове. Случај „Прве Петолетке“ из Трстеника је драстичан пример изграђености капацитета без елемената флексибилности, без антиципирања тражње на дуги рок, дакле наменске градње за одређену производњу и одређено тржиште. Падом тражње, губитком тржишта, ригидности производних капацитета и менаџмента, доводе до драстичних трошкова по јединици производа, скупе производње, неконкурентности и даљег пада тражње за производима тог предузећа.

⁸⁶ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

4.5.4. Оптимизација производње

4.5.4.1. Појам изотрошковне линије

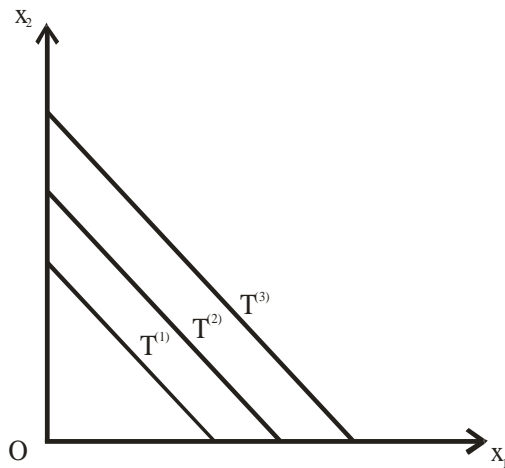
За нормално одвијање процеса производње предузеће набавља варијабилне производне утрошке x_1 и x_2 и располаже, истовремено, одређеном количином фиксних фактора производње. Ако се цене варијабилних трошкова обележе са π_1 и π_2 а фиксни утрошак са b , укупни трошкови моћи ће да се изразе на следећи начин:

$$T_u = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + b \dots \dots \dots (3.15)$$

Ако се величина T фиксира и третира као параметар, релација (3.15) добиће, под претпоставком да је променљивој T дата нека конкретна, унапред одређена вредност T_0 , следећи облик

$$T_0 = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + b \dots \dots \dots (3.16)$$

Израз (3.16) представља геометријско место тачака оних комбинација утрошака x_1 и x_2 које дају исте трошкове и које се назива изотрошковна линија. Овде треба уочити аналогију са изоквантом, која је била дефинисана као геометријско место тачака оних комбинација утрошака које дају исту производњу. Када се T_0 варира као параметар, тј. када се сукцесивно фиксирају различити нивои укупних трошкова, добија се фамилија изотрошковних линија. Уколико је параметар T_0 фиксиран на вишем нивоу, односно уколико је одабран виши ниво укупних трошкова утолико је изотрошковна линија више удаљена од координатног почетка. На слици 3.6 дато је неколико изотрошковних линија, паралелне су јер им је нагиб исти (π_2 / π_1) и разликују се само по величини параметра T_0 при чему $T^{(3)}$ означава геометријско место тачака оних комбинација које дају највеће трошкове.



Слика 4.6. Изотрошковне линије⁸⁷

Изотрошковне линије на слици 4.6.. дају следеће односе: $T^{(3)} > T^{(2)} > T^{(1)}$.

4.5.5. Максимизирање производње уз дате трошкове

У теорији и пракси производње јављају се два основна проблема, максимизирање производње уз дате трошкове и минимизирање трошкова за дату производњу. Математички ова два проблема су еквивалентна. Своде се на изналагање једног условног максимума од свих комбинација утрошака који задовољавају ограничење (3.16) и који дају највећу производњу. Проблем оптимизације производње решава Лагранжева функција производње $q=f(x_1, x_2)$ уз ограничење према коме укупни трошкови треба да буду једнаки T^0 и формира се на следећи начин⁸⁸:

$$L_1 = f(x_1, x_2) + \lambda(T^0 - \pi_1 x_1 - \pi_2 x_2 - b) \dots \dots \dots (3.17)$$

Једначине до којих се долази тако што ће са нулом бити изједначени сви први парцијални изводи функције L_1 по њеним аргументима x_1, x_2, λ :

$$\frac{\partial L_1}{\partial x_1} = f_1 - \lambda \pi_1 = 0$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial x_2} = f_2 - \lambda \pi_2 = 0 \dots \dots \dots (3.18)$$

⁸⁷ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

⁸⁸ Langrange, J. L., *Lectures on elementary mathematic*, Chicago, 1901.

$$\frac{\partial L_1}{\partial \lambda} = T_0 - \pi_1 x_1 - \pi_2 x_2 - b = 0.$$

Са f_1 и f_2 обележени су први парцијални изводи производне функције по x_1 и x_2 , респективно. Анулирањем парцијалног извода по Лагранжевом мултипликатору λ аутоматски се обезбеђује испуњеност ограничења (3.16). Ако се код прве две једначине система (3.18) изрази $\lambda\pi_1$ и $\lambda\pi_2$ пребаце на десну страну и ако се тако измењене једначине поделе добија се:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\pi_1}{\pi_2},$$

односно

$$\frac{f_1}{\pi_1} = \frac{f_2}{\pi_2} \dots\dots\dots(3.19)$$

што представља фундаментални услов оптималности у производњи дакле однос граничног производа и цене утрошка мора да буде исти за све утрошке. Задњи динар трошкова мора да да исти резултат без обзира на то у који је утрошак уложен. Ово је посебан случај општег принципа оптималности према коме оптимална алокација неког хомогеног фактора на разне алтернативе имплицира једнакост производа у разним алтернативама. Улогу хомогеног фактора представљају новчана средства која узимају облик укупних трошкова, а разни утрошци у која та средства могу да се уложе представљају различите алтернативе.

Лагранжеов мултипликатор λ не представља само део математичког апарата помоћу кога се долази до траженог решења, него има и своју економску интерпретацију.

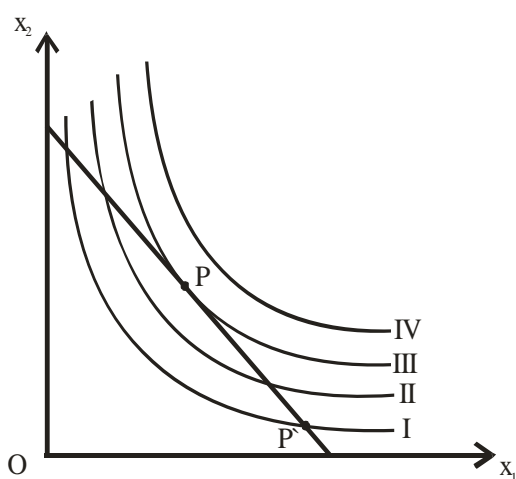
Први део израза (3.19) може се интерпретирати тако да гранична стопа супституције f_1/f_2 мора да буде једнака односу цена π_1/π_2 да би алокација утрошака била оптимална. Стопа супституције показује однос у коме се утрошци замењују у производњи, односно за колико мора да се повећа количина утрошка да би се компензирало евентуално смањење другог утрошка, тако да производња остане непромењена, односно остане се на истој изокванти. С друге стране π_1/π_2 показује односе размене утрошака на тржишту тако да ако потрошена сума новца на утрошак x_2 се смањи за 1 динар, количина самог утрошка биће смањена за $1/\pi_2$. Када се тај један динар утроши на куповину утрошка x_1 набављена

količina biće $1/\pi_1$. Дакле $1/\pi_2$ утrophка x_2 размењује се са $1/\pi_1$ утrophка x_1 , и њихови односи размене јесу:

$$\frac{1/\pi_2}{1/\pi_1} = \frac{\pi_1}{\pi_2} \dots\dots\dots(3.20)$$

Једнакост граничне стопе супституције и односа цена може се интерпретирати и тако да стопа по којој се утrophци замењују у производњи буде једнака стопи по којој се они могу међусобно размењивати на тржишту.

На слици 4.6. дата је геометријска презентација услова оптималности. Ако се тражи максимум производње за дате трошкове, онда су они фиксирани и на тај начин је једнозначно одређена изотрошкова линија. То значи да су све тачке на тој линији доступне и слободно се могу бирати оне које дају највећу производњу. Услов оптималности $f_1/f_2=\pi_1/\pi_2$ може се интерпретирати и тако да нагиб изокванте мора у тачки оптимума да буде једнак нагибу изотрошковне линије. Односно нагиб изокванте има облик $dx_2/dx_1 = -f_1/f_2$ а нагиб изотрошковне линије $dx_2/dx_1 = -\pi_1/\pi_2$ па изједначењем та два нагиба $-f_1/f_2 = -\pi_1/\pi_2$ заправо доводи до једнакости граничне стопе супституције и односа цена. Геометријски, може се размотрити нека тачка P' у којој се изотрошкова линија сече са једном изоквантом тако да те две линије не могу имати исти нагиб. Из тачке P' могуће је кретање дуж изотрошковне линије, без повећања трошкова, у правцу тачке P . У том кретању наилази се на изокванте које су све више удаљене од координатног почетка, односно које одговарају све већем обиму производње.



Слика 4.6. Услови оптималности за максимизирање производње⁸⁹

⁸⁹ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

На тај начин производња се повећава без повећања трошкова, па је такво кретање рационално и представља облик оптимизирања производње. Такво повећање производње без повећања трошкова могуће је само док се не стигне у тачку Р у којој је задовољен услов оптималности (3.7) односно у којој је нагиб изокванте једнак нагибу изотрошковне линије. Дакле, само једна изокванта која одговара највећој производњи има ту особину да додирује изотрошковну линију и да са њом у тој тачки има заједнички нагиб. На слици (3.7) то је изокванта III. Остале изокванте или секу изотрошковну линију и са њоме немају исти нагиб што је случај са изоквантама I и II или се уопште не додирују, па означавају обим производње који се уз дате трошкове не може постићи, случај изокванте IV. Кретањем из тачке Р даље дуж изотрошковне линије услов оптималности био би поново нарушен и у том кретању наишли би на све ниже изокванте па би без смањења трошкова дошло и до смањења обима производње.

Пример оптимизације трошкова производње

Анализирано предузеће бави се производњом индустријске пнеуматике као и пнеуматским електромагнетима за потребе домаћег и међународног тржишта. Због повећања потреба тржишта за електромагнетима фамилије Нимко са каталошким бројем 206.000 менаџмент предузећа је одлучио да повећа производњу са тренутних 4000 комада на 5000 комада. Зависност између физичког обима производње (X) и укупних трошкова (T) за производ са каталошким бројем 206.000, дат је табелом:

Табела 4.2. Зависност између физичког обима производње и укупних трошкова

Физички обим производње артикла 206.000 у хиљадама комада (x)	1	2	3	4
Укупни трошкови производње артикла 206.000 у хиљадама динара (T)	35,5	47	59,5	73

Извор: Аутор

Такође, у оквиру ове економске анализе, одредићемо и обим производње артикла 206.000 за који су гранични трошкови једнаки просечним трошковима, при чему се добија функција критеријума:

$$T_{\min} = Tg(x) = \bar{T}(x).$$

Анализа: Прво је потребно формулисати функцију укупних трошкова која одговара скупу емпиријских података из табеле 2. Прилагођавање емпиријских података врши се једном од функција:

- (1) $T = ax + b$, ($a > 0$, $b > 0$)
- (2) $T = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$, $c > 0$)
- (3) $T = ba^x$, ($a > 0$, $b > 0$), односно, $\log T = x \log a + \log b$
- (4) $T = b(1+x)^a$, ($b > 0$), односно, $a \log(1+x) + \log b$

Да би се на основу формула од 1 до 6 одредили реални параметри a , b и c у систему нормалних једначина, променљиву p_i треба заменити са x_u , а променљиву x_u са T_i .

Датом пару емпиријских података из табеле 2 прилагођавамо функцију облика: $T_u(x) = ax^2 + bx + c$.

Ако у систему нормалних једначина променљиву p_i (цене фактора производње) заменимо са x_u (физички обим производње) а x_u са T_i (укупни трошкови за дати ниво производње), добијамо систем:

$$a \sum_{i=1}^4 x_i^2 + b \sum_{i=1}^4 x_i + 4c = \sum_{i=1}^4 T_i$$

$$a \sum_{i=1}^4 x_i^3 + b \sum_{i=1}^4 x_i^2 + c \sum_{i=1}^4 x_i = \sum_{i=1}^4 T_i x_i$$

$$a \sum_{i=1}^4 x_i^4 + b \sum_{i=1}^4 x_i^3 + c \sum_{i=1}^4 x_i^2 = \sum_{i=1}^4 T_i$$

у коме су непознате a , b и c . Коефицијенте и слободне чланове овог система добијамо на основу табеле која је прилагођена емпиријским подацима (табела 3):

Табела 4.3. Функција укупних трошкова $T_y(x)$ - емпиријски подаци

x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	T_i	$T_i x_i$	$T_i x_i^2$
1	1	1	1	35,5	35,5	35,5
2	4	8	16	47	94	188
3	9	27	81	59,5	178,5	535,5
4	16	64	256	73	292	1168
10	30	100	354	215	600	1927

Извор: Аутор

из табеле следи систем једначина :

$$30a + 10b + 4c = 215$$

$$100a + 30b + 10c = 600$$

$$354a + 100b + 30c = 1927$$

где непознате a , b и c представљају коефицијенте који се израчунавају на основу табеле и решавањем система једначина а на основу којих добијамо функцију укупних трошкова

$$T_u(x) = ax^2 + bx + c :$$

$$30a + 10b + 4c = 215 \quad (\cdot 10) \qquad 300a + 100b + 40c = 2150$$

$$100a + 30b + 10c = 600 \qquad \underline{-354a + 100b + 30c = 1927}$$

$$354a + 100b + 30c = 1927 \quad (\cdot (-1)) \qquad -54a + \qquad +10c = 223$$

Да би се решио систем једначина са три непознате најпре је прва једначина помножена са 10 а трећа са (-1) те се одузимањем треће једначине од прве добила једначина са две

непознате: $-54a + \quad + 10c = 223$. Заменом треће једначине новом једначином добија се следећи систем једначина:

$$30a + 10b + 4c = 215 (\cdot 3) \qquad 90a + 30b + 12c = 645$$

$$100a + 30b + 10c = 600 \qquad \underline{100a + 30b + 10c = 600}$$

$$-54a + \quad + 10c = 223 \qquad -10a + \quad + 2c = 45$$

Множењем прве једначине са бројем 3 и одузимањем друге једначине од прве добија се једначина $-10a + \quad + 2c = 45$ која даље фигурише уместо друге једначине у решавању система једначина.

$$30a + 10b + 4c = 215$$

$$-10a + \quad + 2c = 45 (\cdot 5) \qquad 50a + \quad -10c = -225$$

$$-54a + \quad + 10c = 223 (\cdot (-1)) \qquad \underline{-54a + \quad + 10c = 223}$$

$$-4a + \quad = -2$$

Множењем друге једначине са бројем 5 а треће са (-1) те одузимањем треће једначине од друге добија се једначина $-4a = -2$ која даље фигурише уместо треће једначине:

$$30a + 10b + 4c = 215$$

$$-10a + \quad 2c = 45$$

$$-4a + \quad = -2$$

На бази сређених података израчунавамо непознату a :

$$-4a = -2$$

$$a = -2 / -4$$

$$a = 0,5$$

Заменом вредности коефицијента a израчунавамо непознату c :

$$-10a + 2c = 45$$

$$-10 \cdot 0,5 + 2c = 45$$

$$-5 + 2c = 45$$

$$2c = 50$$

$$c = 25$$

Применом добијених коефицијената у једну од једначина које су приказане у оквиру система једначина израчунавамо непознату b :

$$30a + 10b + 4c = 215$$

$$30 \cdot 0,5 + 10b + 4 \cdot 25 = 215$$

$$15 + 10b + 100 = 215$$

$$10b = 100$$

$$b = 10$$

Дакле, $a = 0,5$; $b = 10$; $c = 25$, из чега следи да функција укупних трошкова предузећа „РРТ“, има следећи облик :

$$T_u(x) = 0,5x^2 + 10x + 25$$

У презентираној формули $0,5x^2 + 10x$ представља функцију варијабилних трошкова који зависе од обима производње x , док 25 представља износ фиксних трошкова. С тога је јако важно одредити ниво производње на коме су трошкови најнижи, а то је ниво где су гранични трошкови једнаки просечним трошковима.

Да бисмо одредили обим производње за који су гранични трошкови ($T_g(x)$) једнаки, потребно је да дефинишемо функције граничних и просечних трошкова.

С обзиром да је $T_g(x) = (T(x))'$ следи

$$T_g(x) = (0,5x^2 + 10x + 25)'$$

па је функција граничних трошкова

$$T_g(x) = x + 10.$$

Исто тако, с обзиром да је $\bar{T}(x) = \frac{T_u(x)}{x}$, добија се функција просечних трошкова:

$$\bar{T}(x) = 0,5x + 10 + \frac{25}{x}.$$

Сада, вршимо изједначавање:

1. Услов

$$\bar{T}'(x) = 0$$

$$\left(0,5x + 10 + \frac{25}{x}\right)' = 0$$

$$0,5 - \frac{25}{x^2} = 0$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \sqrt{50}$$

$$x \approx 7,07.$$

2. Услов

$$\bar{T}''(x) > 0$$

$$\frac{25}{x^3} > 0.$$

Услови су испуњени.

Рачунамо износе просечних и граничних трошкова на нивоу производње $x_0=7,07$ хиљада комада производа.

Просечни трошкови:

$$\bar{T}(7,07) = 0,5 \cdot 7,07 + 10 + \frac{25}{7,07} = 17,07.$$

Гранични трошкови:

$$T_g(7,07) = 7,07 + 10 = 17,07.$$

Дакле, важи

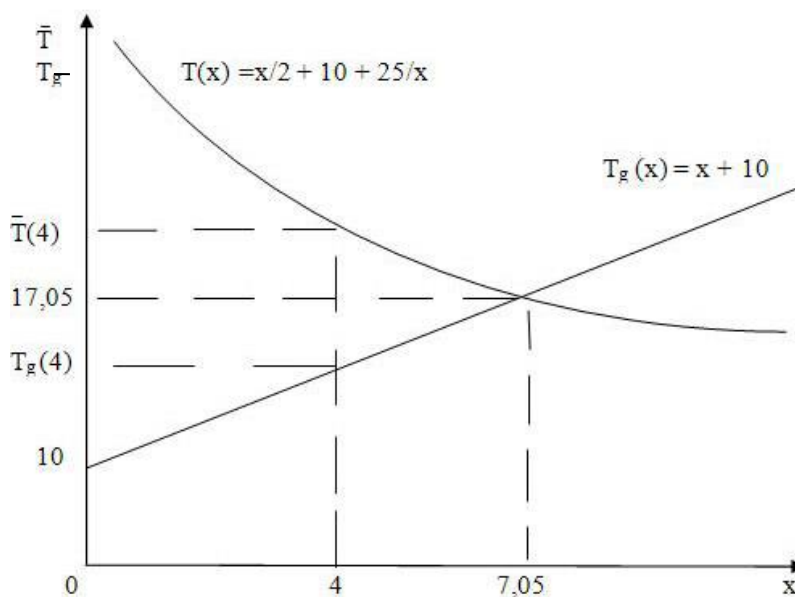
функција критеријума

$$T_{\min} = T_g(x) = \bar{T}(x) \dots\dots\dots(3.21)$$

за обим производње од $7,07 \cdot 10^3$ јединица производа. Значи, за овај обим производње, гранични трошкови су једнаки минималним просечним трошковима тј:

$$T_g(7,07) = \bar{T}(7,07) = 17,07 \text{ јединица производа.}$$

Добијене резултате ћемо приказати у координатном систему :



Слика 4.7. Однос граничних и просечних трошкова⁹⁰

За упоређивање ћемо узети координате $(4,14)$:

$$T_g(x) = x + 10$$

$$T_g(4) = 14$$

$$\bar{T}(x) = 0,5x + 10 + \frac{25}{x}$$

$$\bar{T}(x) = 18,25.$$

На основу овога закључујемо да је $T_g(4) < \bar{T}(4)$, те постоји економско оправдање за повећање обима производње производа 206.000, од нивоа 4000 комада на 7070

⁹⁰ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

максималних . С обзиром да је $4 < 5 < 7,07$, то обим производње са нивоа од 4000 може да се повећа на 5000, без угрожавања ликвидности предузећа.

Укупне трошкове производње за 5000 комада, добићемо на основу функције укупних трошкова :

$$T_u(5) = 0,5 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5 + 25$$

Трошкови производње 5000 комада производа кат. броја 206.000 би износила 87.500,00 динара односно по јединици производа 17,50 динара, што је најнижа цена производа по јединици у односу на претходан ниво производње и као таква представља остварење циљне функције предузећа.

4.5.6. Минимизирање трошкова за дату производњу

Проблем се састоји у томе да се пронађе комбинација утрошака за производњу q_0 уз најмање трошкове

$$T = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + b$$

обим производње је фиксиран на ниво $q_0 = f(x_1, x_2)$, облик Лагранге-ове функције има следећи облик

$$L_2 = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + b + \mu [f(x_1, x_2)] \dots \dots \dots (3.22)$$

Потребни услови за минимум добијају се као у претходном случају за максимум, анулирањем парцијалних извода функције L_2 :

$$\frac{\partial L_2}{\partial x_1} = \pi_1 - \mu f_1 = 0$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial x_2} = \pi_2 - \mu f_2 = 0$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \mu} = q_0 - f(x_1, x_2) = 0 \dots \dots \dots (3.23)$$

Пребацавањем на десну страну израза μf_1 и μf_2 и дељењем првих двеју једначина система (3.23) добија се:

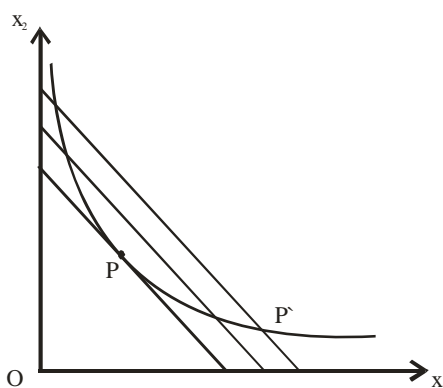
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\pi_1}{\pi_2}$$

или

$$\frac{f_1}{\pi_1} = \frac{f_2}{\pi_2} \dots\dots\dots(3.24)$$

Овај услов је идентичан са условом (3.19) чиме је показано да је кад су у питању потребни услови оптимума - проблем минимизација трошкова уз дату производњу еквивалентном проблему максимизирања производње на основу датих трошкова. Економска интерпретација проблема оптималности иста је као у претходном случају, те неће бити понављања.

Геометријска интерпретација оптималности минимизирања трошкова за дату производњу q_0 своди се на изналагање једне изокванте која одговара тој производњи q_0 и изналагању најниже трошковне линије уз коју се та производња може реализовати. Проблем је представљен на слици 4.8.



Слика 4.8 Услов оптималности за минимизирање трошкова⁹¹

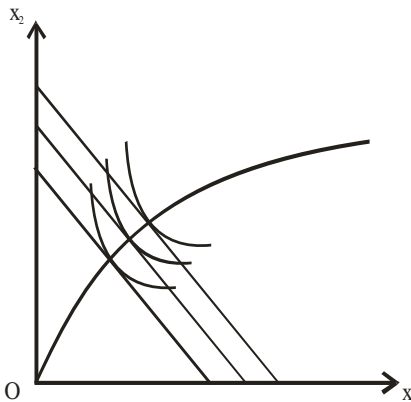
Производња q_0 може се остварити уз различите трошкове којима одговарају различите изотрошковне линије. У тачки P' дата производња остварује се уз веће трошкове од објективно неопходних. Крећући се дуж изокванте од P' према P наилази се на све ниже изотрошковне криве, трошкови се смањују а производња остаје иста. Трошкови се могу тако смањивати све док се не дође у тачку P у којој је коначно једна изотрошковна линија

⁹¹ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

чији је нагиб једнак нагибу изокванте у којој су испуњени услови оптималности. Даље кретање уз изокванту од тачке Р па навише, резултирало би у повећању трошкова без повећања производње што би било супротно оптималности.

За потребне услове оптималности идентични су код максимизирања производње на основу датих трошкова и код минимизирања трошкова за дату производњу. Ти потребни услови свде се на захтев да у тачки оптимума нагиби изокванте и изотрошковне линије буду једнаки, односно да гранична стопа супституције буде једнака односу цена. Да су два проблема оптимизације еквивалентна неопходно је да и довољни услови буду идентични.

И на крају преостаје да се испита како ће се понашати утрошци кад дође до повећања производње. Повећање производње значи прелажење на све више изокванте, под условом да је сваки обим производње остварен уз минималне трошкове односно, прелазак на све више изотрошковне линије. Повећавајући тако производњу, добија се геометријско место оптималних тачака, тј. тачака које су за сваки обим производње дефинисане као додирне тачке одговарајуће изокванте и једне изотрошковне линије. Та ситуација је представљена на слици 4.9.



Слика 4.9 Дијаграм повећања производње ⁹²

Свака додирна тачка оптимална је за дату производњу и дате трошкове а геометријско место свих тих тачака показује како ће се мењати комбинација производних утрошака ако се производња повећава и ако се свака производња остварује на оптималан начин, тј. уз минималне трошкове. То геометријско место тачака назива се експанзиона крива чија се једначина изводи на основу услова оптималности који је и опредељују, односно на

⁹² Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

основу захтева да у свим њеним тачкама изокванте додирују изотрошковне линије, или да гранична стопа супституције буде једнака односу цена:

$$\frac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)} = \frac{\pi_1}{\pi_2} \dots\dots\dots(3.25)$$

4.5.7. Максимизирање добити

Како је добит дефинисана као разлика између укупних прихода и укупних трошкова где су укупни приходи производ између продајне цене и произведене количине, а да се произведена количина добија из производне функције те се укупан приход може изразити као $pq=pf(x_1, x_2)$. Претпоставља се да је тржиште перфектно, да нема монопола и да је стога цена дата и фиксна и фигурише као параметар у процесу оптимизације. Укупни трошкови су дати изразом $T_u=\pi_1x_1+\pi_2x_2+b$ и ако је добит обележена са D , онда се она изражава на следећи начин:

$$D = pq - T$$

односно

$$D(x_1, x_2) = pf(x_1, x_2) - \pi_1x_1 - \pi_2x_2 - b \dots\dots\dots(3.26)$$

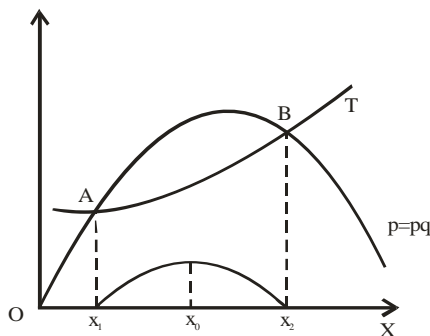
Према томе, оптимална је комбинација производних утрошака која обезбеђује максимум функције D . Анулирањем првих парцијалних извода функције D добија се:

$$\frac{\partial D}{\partial x_1} = pf_1 - \pi_1 = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial x_2} = pf_2 - \pi_2 = 0 \dots\dots\dots(3.27)$$

Решење овог система од две једначине са две непознате (x_1, x_2) које фигуришу као аргументи у функцијама граничног производа f_1 и f_2 даје оне вредности производних утрошака које ће, ако су испуњени и одговарајући довољни услови, обезбедити максимум функције добити. Кад се у систему (3.27) π_1 и π_2 пребаце на десну страну види се да се услови оптималности свде на захтев да вредност граничног производа буде једнака цени утрошака. Да је pf_i вредност граничног производа i -тог утрошка произилази да је f_i сам гранични производ изражен у природним јединицама као и готов производ

Q и да производ количине и цене производа даје одговарајућу вредност. Кад се у систему (3.27) π_1 и π_2 пребаце на десну страну и кад се једначине поделе добија се раније изведен услов оптималности - однос граничних производа утрошака једнак је односу њихових цена, што је услов за дефинисање експанзивне криве. Комбинација која даје максималну добит налази се на експанзионој кривој, припада оном скупу комбинација које дату производњу остварују уз минималне трошкове и дају највећу производњу.



Слика 4.11 Крива максимума добити ⁹³

4.6. Функција трошкова

4.6.1. Крива трошкова и оптимизација производње

Крива трошкова је аналитички израз веза између обима производње с једне стране, и величине трошкова с друге. Ове криве показују на који начин варирају укупни трошкови у зависности од промене обима производње:

$$T_u = \Phi(q) \dots \dots \dots (3.28)$$

У претходним излагањима, проблем оптимизације смо представљали и анализирали као проблем изналажења оптималне величине производних утрошака, међутим могућно је проблем оптимизације поставити тако да се оптимизира обим производње. Да би се дошло до оптималног обима производње, функцију добити треба дефинисати тако да у њој величина производње q фигурише као аргумент:

⁹³ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003.

$$D(q) = pq - \Phi(q) \dots \dots \dots (3.29)$$

Ова дефиниција је конзистентна са ранијом дефиницијом добити, која је дефинисана као разлика између укупног прихода (pq) и укупних трошкова. То је функција једне променљиве чији се максимум може наћи решавањем једначине која се добија анулирањем првог извода:

$$\frac{dD}{dq} = p - \Phi'(q) = 0 \dots \dots \dots (3.30)$$

Одавде се, ако су испуњене одређене математичке претпоставке, оптимална производња (\hat{q}) може изразити као једнозначна функција цене:

$$\hat{q} = \Psi(p) \dots \dots \dots (3.31)$$

што представља довољан услов за максимум функције добити. Да би се на основу израза (3.31) добио обим производње који осигурава максимум, а не минимум добити, гранични трошкови морају бити растућа функција а захтев за растућим граничним трошковима своди се на закон опадајућих приноса. Тако се закон опадајућих приноса јавља као један од услова оптималности.

4.6.2. Краткорочне функције трошкова

Битна карактеристика краткорочне функције трошкова јесте да она показује однос између трошкова и обима производње на кратак рок, у коме могу да се мењају само варијабилни, а не и фиксни производни утрошци. Функцијом трошкова мора да се успостави веза између трошкова производње T и обима (величине) производње q . Та веза се успоставља на основу производне функције, једначине изотрошковне линије и једначине експанзионе криве:

$$q = f(x_1, x_2)$$

$$T = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + b$$

$$g(x_1, x_2) = 0 \dots \dots \dots (3.32)$$

Ово су три једначине са четири непознате x_1 , x_2 , T и q . Ако су испуњени неки математички услови елиминишу се две непознате x_1 , x_2 тако да преостаје једна једначина са две непознате.

$$T = \Phi(q) + b \dots \dots \dots (3.33)$$

што представља начин на који се изводи функција трошкова.

У напред наведеним излагањима дефинисањем функције трошкова фигурирала је идеја оптимизације и тиме обезбеђена једнозначност функције трошкова: она не показује било какве трошкове који обезбеђују одређени ниво производње већ минималне трошкове на основу којих се та производња може остварити а који су конзистентни са постојећим нивоом основних средстава и карактером технолошких знања. Сада се може показати начин на који функција трошкова подразумева процес оптимизације. Једна од три једначине у систему (3.32) на основу кога је изведена функција трошкова јесте и једначина експанзионе криве. То значи да се веза између производње и трошкова, односно сама функција трошкова не успоставља на основу неких, произвољно узетих комбинација утрошака, него само на основу оних комбинација које задовољавају услов оптималности, односно дату производњу обезбеђују уз минималне трошкове. Разуме се само по себи да се свака производња може остварити и уз трошкове који су већи од минималних, али та чињеница није релевантна за дефиницију функције трошкова. Следи да је елемент оптимизације у функцији трошкова резултат чињенице да је дефинисана само на основу оних комбинација утрошака који се налазе на експанзионој криви и које задовољавају услове оптималности.

Поступак извођења функције трошкова може се, на основу свих ових разматрања резимирати у следећа четири корака:

- 1) треба одабрати тачку на експанзионој кривој (дакле, тачку која задовољава услов оптималности $f_1/f_2 = \pi_1/\pi_2$),
- 2) одговарајуће величине утрошака треба заменити у производну функцију и добити величину, обим производње,
- 3) те исте количине треба помножити ценама утрошака и сабрати како би се добили варијабилни трошкови, и најзад,

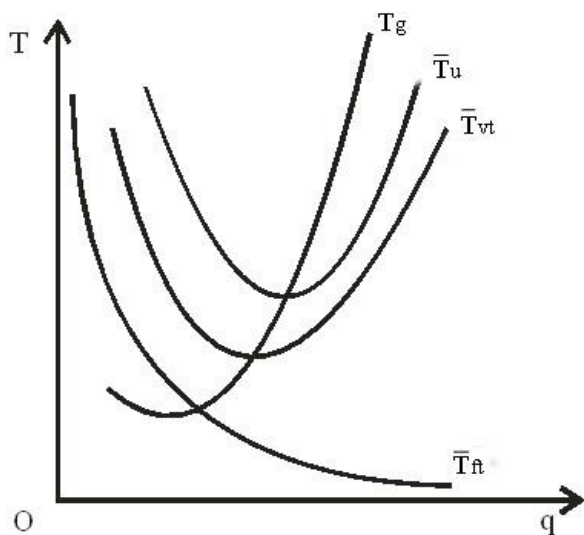
4) треба додати фиксне трошкове. Обиму производње који је добијен под 2 треба приписати трошкове добијене под 3 и 4.

Понављањем овог поступка за произвољни број комбинација на експанзионој кривој добија се тражена функција трошкова.

У изразу (3.33) укупни трошкови дати су као збир варијабилних трошкова $\Phi(q)$ и фиксних трошкова b . Просечни укупни трошкови (PUT) дати су такође као збир просечних варијабилних трошкова (PVT) дефинисаних као $\Phi(q)/q$, и просечних фиксних трошкова (PFT) датих у облику b/q . Између разних категорија просечних трошкова непосредно се успостављају следеће релације:

$$\bar{T}_u = \frac{\Phi(q) + b}{q} = \frac{\Phi(q)}{q} + \frac{b}{q} = \bar{T}_{vt} + \bar{T}_{ft} \dots\dots\dots(3.34)$$

На слици 4.11 дат је типичан однос између три врсте просечних трошкова. Крива просечних фиксних трошкова представља равнострану хиперболу која за асимптоте има координатне осе. То је у складу са њеном економском суштином будући да просечни фиксни трошкови теже нули кад производња тежи бесконачности и, с друге стране, теже бесконачности кад производња тежи нули.



Слика 4.11 Разне врсте просечних трошкова⁹⁴

⁹⁴ Božinović, M., Stojanović V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ, Leposavić, 2005

Крива просечних варијабилних трошкова има добро познати облик латинског слова У, а сличан облик има и крива просечних укупних трошкова, с тим што је она геометријски дата као вертикални збир крива просечних варијабилних и просечних фиксних трошкова. Будући да са повећањем производње опадају просечни фиксни трошкови, то се вертикални размак између крива просечних укупних и просечних варијабилних трошкова систематски смањује, као што је показано на дијаграму 4.12. Крива граничних (GT) трошкова дефинисана је тако да она пролази кроз минимум просечних варијабилних (PVT) и кроз минимум просечних укупних трошкова (PUT). У тачки минимума просечни укупни трошкови (PUT) изједначају се са граничним (GT) трошковима, што значи да крива граничних трошкова пролази кроз тај минимум.

4.6.3. Дугорочне функције трошкова

На дуги рок сви утрошци су варијабилни и могу се прилагођавати тако да дају оптималан резултат. Ако се са k обележи величина ових краткорочно фиксних елемената у производњи који доводе до појаве фиксних трошкова, онда ће величина фиксних трошкова бити функција тог параметра k , бити $\Psi(k)$. Краткорочни проблем оптимизације своди се на изналажење оптималне комбинације варијабилних утрошака уз дато k , а на дуги рок k је варијабилно, па одговарајући проблем оптимизације подразумева и избор оптималног k . Исто тако, краткорочне функције производње и трошкова одређене су једнозначно, јер је k фиксирано, а на дуги рок k је варијабилно, па постоји цела фамилија функција и предузеће је у ситуацији да бира оне које су за дати облик производње оптималне.

Ако се пође од претпоставке да је k непрекидна променљива, опет се може оформити систем од 3 једначине - произвољна функција, једначина укупних трошкова и једначина експанзионе криве - овога пута са 5 непознатих: x_1, x_2, q, k и T_u :

$$q = f(x_1, x_2, k)$$

$$T_u = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + \Psi(k)$$

$$g(x_1, x_2, k) = 0 \dots\dots\dots (3.35)$$

Под одређеним математичким претпоставкама две једначине из система (3.35) могу се употребити за елиминисање две променљиве, тако да остаје једна једначина са три променљиве:

$$T_u = \Phi(q, k) + \Psi(k) \dots \dots \dots (3.36)$$

Укупни трошкови изражени су као функција обима производње q и величине фиксних елемената у производним процесима k . Релација (3.36) може да се интерпретира и као једначина фамилија крива трошкова, а фиксирање вредности параметара k лоцирају се поједини чланови те фамилије. За сваки обим производње може се, у зависности од величине параметра k , одредити бесконачно много различитих трошкова, а проблем се састоји у одабирању најмањих међу њима. Зато је дугорочна крива трошкова геометријско место тачака на краткорочним кривама које сваки дати обим производње дају уз минималне трошкове. Математички дугорочна крива представља обвојницу краткорочних. Како је једначина фамилија краткорочних крива дата изразом (3.33) то се на основу уједа може извести једначина обвојнице. Једначину обвојнице добијамо тако што израз (3.36) напишемо у имплицитном облику:

$$T_u - \Phi(q, k) - \Psi(k) = G(T, q, k) = 0 \dots \dots \dots (3.36a)$$

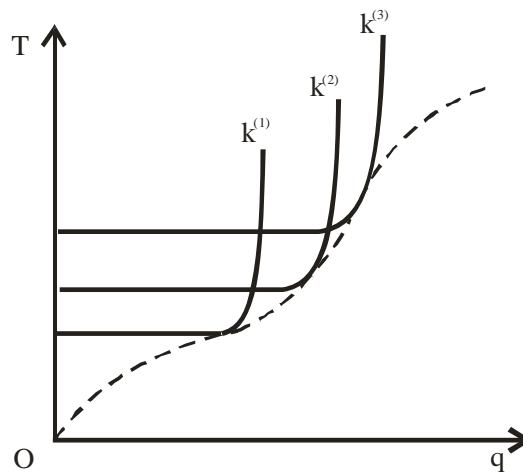
Израчунавањем, а потом анулирањем парцијалног извода функције G по променљивој k :

$$G_k(T, q, k) = 0 \dots \dots \dots (3.37)$$

а потом, решавањем једначина (3.36a) и (3.37) као система од две једначине са три непознате, елиминисаћемо променљиву k тако да остаје једна једначина са две непознате, T и q :

$$T_u = f(q) \dots \dots \dots (3.38)$$

Тиме је добијена дугорочна крива трошкова, као обвојница фамилије краткорочних крива.



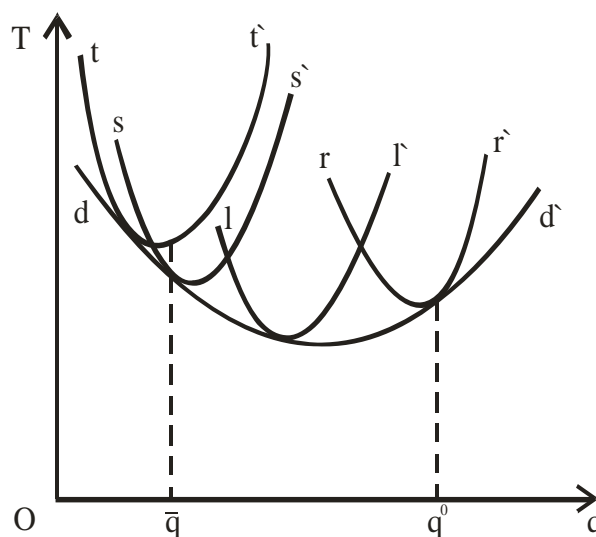
Слика 4.12 Краткорочна и дугорочна (обвојница) крива укупних трошкова⁹⁵

На дијаграму 4.12 приказано је неколико краткорочних крива укупних трошкова заједно са њиховом обвојницом- дугорочном кривом. Будући да је k непрекидна променљива, обвојница има само по једну заједничку тачку са сваком од бесконачно много краткорочних крива. Оне краткорочне криве које одговарају већем предузећу, већа маса фиксних елемената, имају веће укупне трошкове за малу производњу, али зато имају мање трошкове за велику производњу. Зато из дијаграма 4.13 следи:

$$k^{(3)} > k^{(2)} > k^{(1)}$$

Обвојница која је исцртана испрекиданом линијом полази из координатног почетка што значи да се фиксни фактори на дуги рок могу савршено прилагодити, тако да производњи која је једнака нули одговарају и укупни трошкови који су једнаки нули.

⁹⁵ Božinović, M., Stojanović V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ, Leposavić, 2005



Слика 4.13 Краткорочне и дугорочне криве просечних трошкова⁹⁶

Параметар κ , као квантитативни израз фиксних елемената у производњи, може се интерпретирати и као величина предузећа, будући да је она опредељена величином тих фиксних елемената као што су зграде и машине.

Као што је дугорочна крива укупних трошкова обвојница краткорочних крива укупних трошкова, тако је и дугорочна крива просечних трошкова обвојница одговарајућих краткорочних крива. То произилази из чињенице да је свака тачка на обвојници истовремено и тачка додира са једном од бесконачно много краткорочних крива. Како се просечни трошкови добијају дељењем ординате те заједничке тачке дугорочне и краткорочне криве са обимом производње, тј. заједничком апсцисом, добија се опет величина која је заједничка за дугорочну и краткорочну кривуљу. Због тога је и дугорочна крива просечних трошкова обвојница краткорочних крива, као што је показано на дијаграму 4.14. У општем случају обвојница не пролази кроз минимум краткорочних крива (Π') чији минимум коинцидира D са минимумом дугорочне кривуље.

У општем случају краткорочна крива трошкова не може имати минимум у оној тачки у којој додирује кривуљу што се може показати анализом произвољно изабране криве pp' . У тачки додира P краткорочна крива pp' има исти нагиб као и дугорочна крива dd' . Битно својство тачака додира јесте да су у њима једнаки нагиби крива које се додирују. Очигледно је, међутим, да у тачки P крива dd' нема минимум него расте. Тиме је и

⁹⁶ Božinović, M., Stojanović V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ, Leposavić, 2005

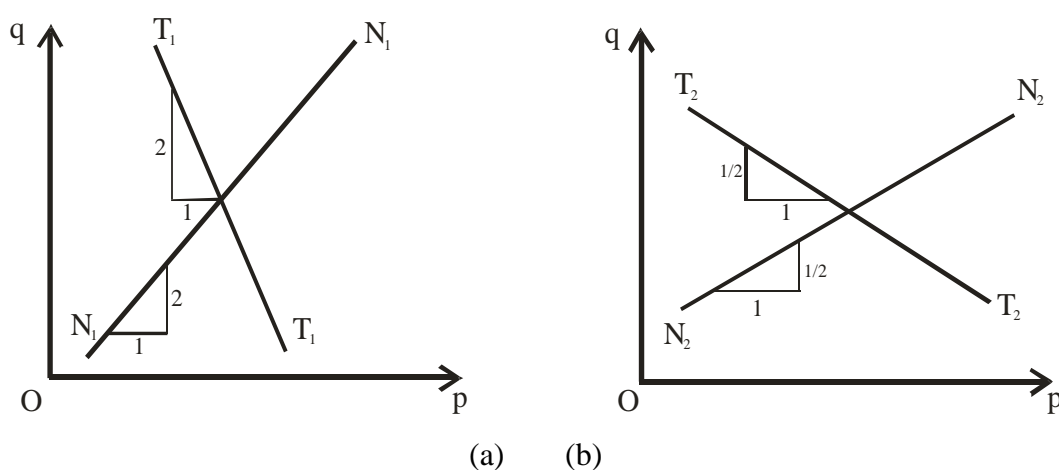
показано да у тачкама додира са дугорочном кривом просечних трошкова краткорочне криве у општем случају немају минимум.

Дугорочна крива граничних трошкова може да буде и изнад краткорочне криве граничних трошкова јер садржи промене не само варијабилних, него и фиксних трошкова. У оним тачкама у којима се дугорочна крива укупних трошкова додирује се краткорочним кривама, две врсте граничних трошкова биће једнаке јер ту краткорочна и дугорочна крива имају исти нагиб.

4.7. Еластичност као мера у економији

Појам еластичности је широко коришћен у економској анализи, а посебно у примењеној економској анализи и економетријским истраживањима. Тако овај појам срећемо у анализи односа тражње и цена, понуде и цена, приноса и појединих фактора производње, трошкова и фактора производње, потрошње и дохотка, потрошње и величине домаћинства итд.

Потреба за увођењем појма еластичности у економску анализу може се лако утврдити када се посматра зависност тражње односно понуде једног добра q од његове цене p . На слици 4.15(a) функција тражње и функција понуде N_1N_1 , представљене су правим линијама T_1T_1 , N_1N_1 и оне су стрмије у односу на p осу у поређењу са линијама тражње T_2T_2 и понуде N_2N_2 представљене на слици 4.15(b).



Слика 4.14 Еластичност понуде и тражње⁹⁷

⁹⁷ Božinović, M., Stojanović V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ, Leposavić, 2005

Ако су јединице мере у којима се изражавају цене p и количина q исте у ове две хипотетичке ситуације приказане на слици (a) и (b) онда у колико су линије тражње и понуде стрмије у односу на p осу, утолико је већа апсолутна промена тражње и понуде на јединицу апсолутне промене цена, и обрнуто, уколико су линије тражње и понуде више положене у односу на p осу, утолико су мање апсолутне промене тражње и понуде на јединицу промене цена. У ситуацији коју представља линија тражње T_1T_1 на слици (a) смањење цена добра q за једну јединицу доводи до повећања тражње добра q за две јединице. На слици (b) линија тражње T_2T_2 је положенија у односу на осу p , тако да су апсолутне промене тражње на јединицу промена цена мање: при паду цена за једну јединицу ($-\Delta p = 1$) тражња се повећава за пола јединице ($\Delta q = \frac{1}{2}$). Аналогне промене хипотетичком примеру налазимо и приликом поређења линије понуде N_1N_1 и N_2N_2 .

Као основ за дискусију проблематике еластичности као мере у економији узета је за разматрање функција тражње.

При условима понуде које дефинише линија N_2N_2 пораст цене за једну јединицу индицира пораст понуде q за $\frac{1}{2}$ јединице ($\Delta q = 1/2$) док у случају понуде N_1N_1 при повећању цене за једну јединицу q расте за две јединице.

Међутим, није тешко утврдити да већи или мањи нагиб линије тражње у односу на осу p не може бити адекватна мера осетљивости промена тражње на промене цена. Осетљивост ових промена је очигледно од интереса у примењеној економској анализи. Овај проблем се континуирано јавља у тржишним привредама као на нивоу менаџмента предузећа- као важно питање пословне политике, тако и на нивоу националне економије, при доношењу планова економског развоја и мера економске политике које нужно захтевају предвиђање промена макроекономских агрегата на националном тржишту или пак његовим важнијим сегментима. Од туда се јавља потреба прецизнијег дефинисања осетљивости реаговања тражње, понуде, трошкова и осталих економских варијабли на промене цена односно других фактора који се сматрају важним детерминантима кретања анализираних економских варијабли.

Ове тешкоће су разрешене помоћу појма еластичности⁹⁸ који је у економску анализу увео Alfred Marshall, па се тако дошло до једне нове мере о интензитету промена зависне у односу на независну или више независних варијабли, мере које је одликовало својство

⁹⁸ Marshall, A., *Principles of Economic*, 1980.

неутралности у односу на јединице у којима се изражавају цене, количине или друге економске променљиве.

Дакле, еластичност је способност неке економске величине (y) да реагује са мање или више интензитета на промене у некој другој економској величини (x) која је са њом у међузависности. Економска величина је еластичнија што је њена реакција на промене у другој величини већа. Зависност међу економским величинама може бити задана у функционалном континуираном облику или емпиријским вредностима (дискретним скупом вредности).

Ако је зависност међу економским величинама y и x функционална (континуирана), еластичност од y у односу на x мери се у тачки (x,y) , док се у другом случају економске величине мењају дисконтинуирано, тј. од тачке до тачке, па се еластичност мери на луку између две тачке, те је то и разлика између ова два случаја еластичности.

4.8. Еластичност појединих функција

4.8.1. Еластичност тражње

Међу значајне категорије тражње, спада и еластичност тражње. Том категоријом се међу првима почео бавити А.Marshall. Данас нема уџбеника економске теорије у којој се не расправља о овој тржишној категорији.

Проблемом еластичности су се бави и други економисти али данас било који менаџер да би успешно пратио тржишне појаве мора узети у обзир феномен еластичности. Исто важи и за државне креаторе фискалне политике у домену одређивања пореских стопа, царина, комуналних услуга. Први тип еластичности тражње јесте тзв. ценовна еластичност која је конструисана на спознаји да потражња за различитом робом врло различито реагује на промене цена.

а) Ценовна еластичност тражње

Ценовна еластичност тражње јесте однос или релативан обим у којем се количина тражње мења с променом цена неке робе. Формула те дефиниције изгледа овако:

$$E_c = \frac{\Delta k}{k} : \frac{\Delta c}{c} = \frac{c}{k} \cdot \frac{\Delta k}{\Delta c}$$

$$E_c = \frac{\% \text{ promene u tražnji}}{\% \text{ promene u ceni}} \dots\dots\dots(3.39)$$

E_c = коефицијенат еластичности тражње

Δk = врло мала промена количине тражње

Δc = врло мала промена цене

k = основна количина тражње

c = основна цена

Ова формула се употребљава када је промена цена инфинитивно мала, док се треба употребљавати друга формула коју англосаксонски економисти називају „formule of arc elasticity“.

$$E_c = \frac{k - k'}{k + k'} : \frac{c - c'}{c + c'} = \frac{(c + c')(k - k')}{(c - c')(k + k')} \dots\dots\dots(3.40)$$

k = базна количина тражње

k' = нова количина тражње

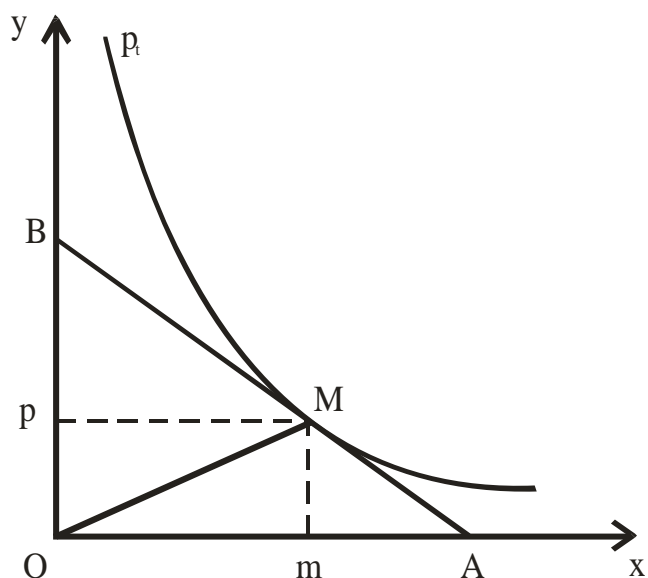
c = базна цена

c' = нова цена

Количник (коефицијент) обе формуле је по правилу негативан и може бити мањи од 1, већи од 1 или пак једнак 1- апсолутно узето. То значи, ако је постотак промене количине тражње већи од постотка (процента) промене цена, онда се тражња јаче повећава од цена и тада говоримо да је тражња еластична. Еластичност апсолутно узета већа је од 1. Ако је проценат промене количине тражње мањи од процента промене цена, онда је тражња слабо еластична или неелистична и коефицијента еластичности је апсолутно узето мање од 1; снижење цена неће много повећати тражњу. Сасвим неелистична тражња била би онда кад би нека потреба била потпуно задовољена. Тада би коефицијента био 0. А кад

би ценовна еластичност била бесконачно велика, тражња би била потпуно еластична. Ако су оба коефицијента и тражње и цена једнака, онда је тражња јединствено еластична и коефицијента еластичности је једнак 1.

На дијаграму 4.17, Marshall је дао графичко мерење еластичности тражње.



Слика 4.15. Графичко мерење еластичности тражње⁹⁹

Објашњење: У координатном систему имамо неку криву тражње која нам показује неки тип еластичности тражње. На тој кривој нацртамо тангенту која додирује криву у тачки М. Мери еластичности криве у тачки М показује нам однос између МА и МВ. По Marshallu, ако је МА двоструко МВ, снижење цена за 1% повећаће тражњу за 2%.

До сада смо мерили само реакције промене у тражњи за истом робом у зависности од промене цене те робе. Међутим могуће је мерити и утицај цене друге робе на тражњу одређене робе. Такво мерење утицаја промена цене неке робе на тражњу за другом робом изражава се унакрсном еластичношћу тражње.

Формула унакрсне еластичности тражње за робом „ x “ с обзиром на цене робе „ p “ јесте:

⁹⁹ Marshall, A., *Principles of Economic*, 1980.

$$E_{x,p} = \frac{\% \text{ promene tra\u017enje za robom}}{\% \text{ promene u ceni robe}} \dots\dots\dots (3.41)$$

или

$E_{x,p}$ = еластичност тражње за робом x с обзиром на цене робе p

Ако је коефицијент унакрсне еластичности тражње позитиван, значи да су робе заменљиве међусобно. Ако је тај коефицијент негативан, онда су те робе комплементарне, што значи да снижење цена прве робе проузрокује повећање тражње за другом робом.

Посебно су важна два случаја кад унакрсне еластичности тражње када је она негативна. Први случај појављује се наступањем ефекта дохотка (куповне моћи), а други наступањем ефекта супституције. Кад на пример, цена робе „ p “ падне онда се за ту робу „ x “ троши мање куповне моћи (дохотка) па се зато повећава тражња за неком другом робом, нпр., робом „ y “.

4.8.1.1. Доходовна еластичност тражње

Поред цена доходак је други важан фактор који утиче на структуру и обим тражње. Промене у дохотку такође различито утичу на промене тражње за различитим робама. Та реакција тражње на промене у дохотку назива се доходовна еластичност тражње. „Доходовна еластичност тражње представља показатељ који изражава процентуалну промену величине тражње у случају једнопроцентне промене висине дохотка потрошача под условом да су цене осталих добара постојане.“¹⁰⁰

Ту еластичност тражње можемо приказати разломком

$$E_d = \frac{\Delta K}{K} : \frac{\Delta D}{D} = \frac{D \cdot \Delta K}{K \cdot \Delta D} \dots\dots\dots (3.42)$$

K = базна количина тражње

ΔK = мало повећање тражње

D = базни доходак

¹⁰⁰ Šuvakov, T., Šagi, A., *Mikroekonomija*, Ekonomski fakultet, Subotica, 2004., str. 70.

ΔD = мало повећање дохотка

По правилу је ова еластичност тражње позитиван коефицијент, а у изузетним случајевима негативан. Ако је коефицијент позитиван и већи од 1, тражња је с обзиром на доходак еластична, а ако је позитиван и мањи од 1, онда је тражња у односу на доходак нееластична.

Економисти су давно покушали да за исту врсту потрошне робе израде нека јединствена правила која би нам показивала реакцију тражње, односно потрошача на промене у доходу. Тако је немачки статистичар Е. Engel формулисао 4 правила позната данас под називом Енгелови закони који гласе:

1. Постотак издатака за храну је у обрнутом сразмеру с висином дохотка
2. Део дохотка за одећу и обућу треба да остане прилично непромењен за ма какав доходак
3. Као и под 2 требало би да важи и са издацима за стан и опште потребе
4. Што би доходак растао то би требао да расте део за тзв. разне издатке (здравље, културу, спорт...)

4.8.2. Ефекат дохотка и ефекат супституције

Анализирањем утицаја цена и дохотка на тражњу економисти су открили још две значајне појаве: ефекат дохотка и ефекат супституције.

1. Снижењем цена повећава се реални доходак потрошача. Потрошач може на тај начин купити исту количину робе мањом количином новца. Тиме је добио додатну количину куповне моћи којом раније није располагао. Њоме може набавити већу количину истих роба, или пак пренети додатну куповну моћ на тражњу других роба, или пак претворити је у штедњу. Та појава је позната као ефекат дохотка.
2. Друга значајна појава је ефекат супституције. Ако се снизе цене робе x на пример меса, а цене многих других сухомеснатих артикала остану непромењене, онда је месо релативно јефтиније у односу на остале прерађевине. То значи да ће потрошач пренети део куповне моћи са тражње мање цењених предмета на тражњу више цењених предмета, као што је нпр. месо. Ефекат супституције је важан и важи за она добра која задовољавају релативно исту људску потребу.

Утицај промене цена на тражњу зависи од ефекта дохотка и ефекта супституције на једној страни а на другој од степена супституције и комплементарности добара. Ако цена новог добра расте, онда се тражња добра- супститута смањује, и то због ефекта дохотка. Насупрот томе, тражња би се повећала због ефекта супституције. У случају кад су добра комплементарна тада оба ефекта делују истосмерно. Ако се цене дижу, оба ефекта коче тражњу.

4.8.3. Параметри еластичности тражње

Као детерминанте еластичности тражње споменућемо следеће:

1. Већина економиста је мишљења да је задовољење потреба основна одредница еластичности. Ако је наша потреба за хлебом засићена, гранична корисност хлеба ће брзо пасти а потражња ће бити нееластична. Међутим, еластичност тражње не зависи само од граничне корисности, већ и од супституције и комплементарности добара. Ако цене оба добра истовремено порасту, тражња ће пасти и за једним и за другим, што неће бити случај ако порасте цена само једном комплементарном добру.

2. Потрошачев укус и преференције код еластичности тражње не смеју се потценити, јер су важан разлог потрошачеве одлуке при порасту или паду цена. Није нужно да потрошач смањи потражњу за неком робом, упркос повећању цена и упркос томе што би приближно исту потребу могли јефтиније задовољити неким сурогатом односно супституцијским добром. Ова појава је посебно важна за данашњи менаџмент где су производи све различитији по квалитету, облику, амбалжи исл.

3. Укупан доходак- куповна моћ. Ако укупан доходак расте када цена пада, тражња је обично еластична, и обратно. Еластичност тада зависи од следећег односа:

$$\frac{\text{dohodak pri nižim cenama}}{\text{dohodak pri višim cenama}}$$

Ако је тај однос већи од 1, потражња је еластична, ако је тај однос мањи од 1 тражња је нееластична; ако је тај однос једнак 1, тражња је јединично еластична.

4. Супституцијска добра. Као што смо у ранијим излагањима видели супституција има велико значење за унакрсну еластичност тражње. Што се лакше добро замењује другим, односно што је у већој конкуренцији с другим, то је већа еластичност тражње.

Ако супституција за задовољење неке потребе није корисна, промена у цени неког добра имаће мањи утицај на количину тражње за тим добром.

5. Куповна моћ новца. Обезвређење новца утиче на повећање еластичности тражње јер људи губе поверење у новац. То значи што беже обезвређење новца већа је и еластичност тражње. Супротну тенденцију би имали када би се радило о апресијацији новца.
6. Висина цена одређене робе и реакција на промену цена друге робе. Уопштено гледано тражња за добрима с ниским ценама много је еластичнија него за добрима с високим ценама. Код нижих цена у обзир долази становништво с нижом куповном моћи, тако да је скуп потреба ближи засићењу или је засићен.

На еластичност тражње утиче и реакција цена друге робе. Та реакција зависи пре свега од степена супституције или комплементарности неке робе за другу робу. Промене у цени неке робе првенствено ће утицати на продају конкурентске робе. Несразмерно повећање цена јабука у јесен може повећати тражњу другог воћа. Ово преливање тражње може узроковати раст цена другом воћу. Опсег такве реакције такође одређује еластичност тражње.

Сегменте детерминанте еластичности тражње су само оне најзначајније а не и све оне које одређују еластичност у сваком конкретном примеру.

4.8.4. Важност израчунавања еластичности тражње

Од какве је важности израчунавање еластичности тражње за економску политику, планирање, менаџмент предузећа, најбоље доказује интересовање обичне јавности и праксе у високо развијеним земљама западног света. Чак се на бази израчунате еластичности тражње одређују разни типови тржишта. Ако би еластичност тражње била потпуна, онда бисмо имали тржиште с потпуном конкуренцијом. Ј. Робинсон потпуну конкуренцију дефинише као такву ситуацију тржишта „која превладава тамо где је потражња за производима сваког произвођача потпуно еластична“. Ако би тражња била прилично нееластична, на тржишту би се формирала непотпуна, монополска конкуренција, а можда и прави монопол.

Порука : На основу тих и сличних проучавања економисти у пракси су дошли до одређених, прилично општих закључака.

Тако би тражња за робама основног животног стандарда (нпр. брашно, хлеб, кромпир итд.) била слабо еластична, док би тражња за животним намирницама изван основног животног стандарда (месо, биљна уља итд.) била још увек прилично еластична. Средње еластична је код многих народа тражња за робама тзв. роба средњег луксуза као што су скупочена пића, гардероба, аутомобили. Код широког слоја становништва тражња за луксузном робом је веома еластична, док је код богатог слоја становништва нееластична. Тражња за дуваном је веома слабо еластична. Тражња за одређеним одевним предметима код многих народа је еластичнија од тражње за животним намирницама. Тражња за културним добрима у различитим земљама је различито еластична, за уматничким сликама, научним делима.

4.8.5. Еластичност трошкова

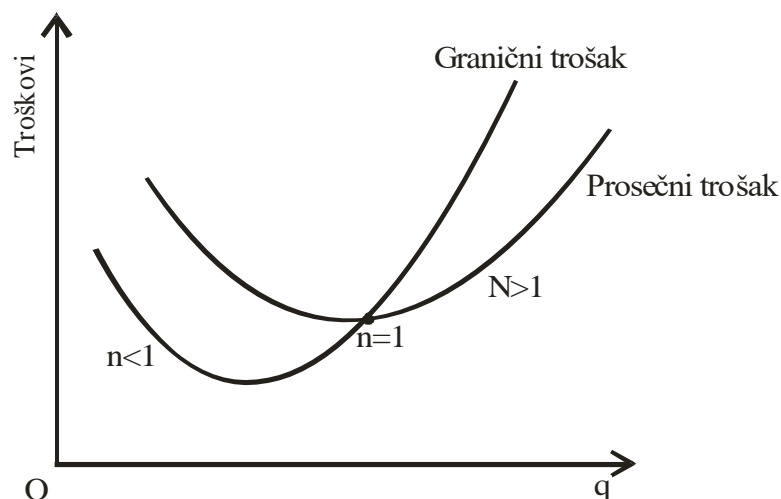
Сваки коефицијент еластичности може се изразити као однос граничне и просечне величине. Као илустрацију, анализираћемо еластичност трошкова производње. Дакле, „ако је укупна величина функција укупних трошкова $T_y(x)$ коефицијент еластичности трошкова основу постаје:¹⁰¹

$$E_{T,x} = \frac{x}{T_u(x)} \cdot T'_u(x) = \frac{T'_g(x)}{\bar{T}(x)} \dots\dots\dots(3.43)$$

На дијаграму 3.18. исцртане су кривине просечног и граничног трошка, али је уписана и величина коефицијента еластичности укупних трошкова у разним подручјима варијације независне променљиве.

Као што следи из релације (3.43) у минимуму функције просечних трошкова коефицијент еластичности функције укупних трошкова једнак је 1. Ту је гранични трошак једнак просечном (јер пролази кроз минимум просечног), па је резултат $n=1$ конзистентан и са релацијом (3.21). Лево од тачке минимума просечних трошкова гранични трошак је мањи од просечног па је коефицијент еластичности мањи од 1. Десно од тачке минимума ситуација је обрнута па $n>1$.

¹⁰¹ Božinović M., Stojanović V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ, Leposavić, 2005., str. 112



Слика 4.17. Однос просечног и граничног трошка¹⁰²

Кроз варијације коефицијента еластичности n могу се мерити и тзв. закони приноса. Уобичајено је да се ситуација опадајућих просечних трошкова карактерише и као ситуација растућих приноса. То је зато што у домену варијација производње, због опадајућих просечних трошкова, порасту масе трошкова одговара више него пропорционалан пораст производње. То је подручје у коме еластичност функције трошкова мања од јединице. У подручју растућих просечних трошкова, укупна производња расте мање него пропорционално порасту укупних трошкова, то је ситуација опадајућих приноса, а њена битна карактеристика јесте такав коефицијент еластичности функције укупних трошкова који је већи од јединице.

4.8.6. Парцијална еластичност

Ако једна економска величина зависи од више међусобно различитих економских величина тада се међузависност тих величина описује функцијом више променљивих. Ако је нека економска величина z зависна од економских величина x и y , функционални облик изгледа следеће:

$$z = F(x, y)$$

¹⁰² Božinović, M., Stojanović V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ, Leposavić, 2005.

и ако је функција $z = F(x, y)$ диференцијабилна, тј. постоје непрекидни парцијални изводи по променљивим x и y , парцијална еластичност величине z у односу на величине x и y дата је следећим релацијама

$$E_{z,x} = \frac{x}{F(x, y)} \cdot \frac{\partial F}{\partial x}.$$

односно

$$E_{z,y} = \frac{y}{F(x, y)} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} \dots\dots\dots(3.44)$$

Нека је на пример, дата функција тражње производа x_1, \dots, x_n у облику

$$x = F(p_1, \dots, p_n) \dots\dots\dots(3.45)$$

где су са p_i ($i = 1, \dots, n$) дате цене одговарајућих производа x_i ($i = 1, \dots, n$) респективно. Коефицијент еластичности функције тражње тада гласи:

$$E_{x,p_1} = \frac{p_1}{x} \cdot \frac{\partial x}{\partial p_1}, \dots, E_{x,p_n} = \frac{p_n}{x} \cdot \frac{\partial x}{\partial p_n} \dots\dots\dots(3.46)$$

Еластичност тражње једног производа према цени другог производа назива се укрштена еластичност.

Укрштена еластичност тражње x за неки производ X према цени супститута јесте позитивна (негативна). Доказ: Нека је производ x_1 замена производу X и нека је функција тражње производа X дата формулом (3.45). Тада са порастом цене p_1 производа X_1 опада тражња за производом X_1 , док истовремено расте (опада) тражња x за производом X , заменом производа X_1 . Функција (3.45) расте, односно опада са порастом цене p_1 , па је

$$\frac{\partial x}{\partial p_1} > 0 \quad \text{tj.} \quad \frac{\partial x}{\partial p_1} < 0.$$

Пошто је $\frac{p_1}{x} > 0$ то из (3.46) следи да је $E_{x,p_1} > 0$ односно $E_{x,p_1} < 0$.

Ако је функције тражње дата је формулом:

$$x = a_0 \prod_{i=1}^n p_i^{a_i}, \quad (i = 1, \dots, n) \dots \dots \dots (3.47)$$

еластичност функције (3.47), на основу (3.46), гласи:

$$E_{x,p_i} = \frac{p_i}{x} \cdot \frac{\partial x}{\partial p_i} = a_i, \quad (i=1, \dots, n) \dots \dots \dots (3.48)$$

Из напред наведеног следи да су све парцијалне еластичности константне и једнаке одговарајућим експонентима¹⁰³, тј. $E_{x,p_i} = a_i$.

Пример: За систем функција тражње:

$$x_1 = 10 p_1^{-2} p_2^{1,5}$$

$$x_2 = 15 p_1^{2,5} p_2^{-3}$$

израчунаћемо одговарајуће парцијалне еластичности и дати одговарајуће економско тумачење.

Решење: Према формули (3.48) добијамо

$$E_{x_1,p_1} = \frac{p_1}{x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{-2p_1}{p_1} = -2$$

$$E_{x_1,p_2} = \frac{p_2}{x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial p_2} = \frac{1,5p_2}{p_2} = 1,5$$

$$E_{x_2,p_1} = \frac{p_1}{x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial p_1} = \frac{2,5p_1}{p_1} = 2,5$$

$$E_{x_2,p_2} = \frac{p_2}{x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial p_2} = \frac{-3p_2}{p_2} = -3.$$

Еластичност $E_{x_1,p_1} = -2$ значи да се тражња за производом X_1 смањује за 2 % при повећању цене за 1 % и обратно. Како је еластичност константна, претходни закључак важи за било који ниво цене p_1 .

¹⁰³ Воџиновић, М., Стојановић В., *Математичке методе и модели у економији предузећа*, ВЕШ, Лепосавић, 2005.

Еластичност $E_{x_1, p_2} = 1,5$ значи да се тражња за производом X_1 повећава за 1,5 % када се цена p_2 повећава за 1 % , независно од нивоа цене p_2 .

На исти начин даје се тумачење еластичности $E_{x_2, p_1} = 2,5$ и $E_{x_2, p_2} = -3$.

5. МОДЕЛИ ПРИВРЕДНОГ РАСТА

5.1. Појам и модели привредног раста

5.1.1. Дефиниција и појам модела привредног раста

У макроекономској теорији дохотка и запослености најважнији проблеми састоје се у изналажењу стабилног-равнотежног нивоа бруто домаћег производа а самим тим одређивању равнотежног нивоа и променљивих у систему. Тако утврђени равнотежни ниво не треба схватити као потпуно верну слику стварног стања, него као величину којој ће стварни ниво тежити под одређени претпоставкама. За разлику од наведене теорије, у теорији привредног раста основну апстракцију претпоставља равнотежни раст. То је такав раст код кога се све променљиве повећавају у истој сразмери. Док је равнотежни ниво у теорији дохотка одређен једнозначно, докле код теорије раста постоји много равнотежних путања а предмет наших истраживања је путања по којој ће се систем кретати под датим претпоставкама. Неспорно је да је теорија раста сложенија од теорије дохотка и да прва не само што је динамичка за разлику од друге која је статичка већ је теорија дохотка само посебан случај теорије раста.

У сложеним системима као што је економски поједностављивање стварности је неизбежна цена за ригорозне и операционалне закључке. У изузетно сложеном процесу привредног развоја мора се апстраховати велики број мање важних чинилаца да би интеракције између оних најважнијих могле јасније да се сагледају и да би механизам њиховог деловања могао што прецизније да се опише.

Предмет нашег истраживања су једносекторски модели, дакле претпоставка је да привреда производи само један производ. То дакле може бити само друштвени производ који ће бити репрезент укупне производње али и потрошње у једној привреди. Расположиви производни фактори састоје се од такође једног добра које је акумулирано у претходним периодима и представља производни потенцијал привреде и исказује се у истим јединицама као друштвени производ и на тај начин је омогућено мерење капиталима истим јединицама мере што је посебан проблем у моделима са хетерогеним инвестиционим добрима. Овакво поимање производних фактора полази од претпоставке да су они прост збир акумулираних фондова у дугом временском периоду без ефекта техничког прогреса.

Наредна претпоставка се односи на производне фондове. Они се одвијају уз садејство три фактора производње и то: живог рада, опредмећеног рада у производним фондовима и привредних богатстава. Претпоставка за сва ова три фактора је да су хомогени, непроменљивог квалитета и међусобно заменљива. Гранични производ сваког фактора је позитиван тако да повећавање било кога од њих условљава повећање производње, или повећање броја радника омогућава већу производњу као и да већа количина производних чинилаца доводи до веће продуктивности рада па сходно томе и до веће производње. Трећи фактор, природно богатство, биће такође предмет анализе у моделима привредног раста иако се оперише дво-факторским моделима, посебно у садашњем стању светске привреде где лимитираност сировинских, енергетских, еколошких ресурса све снажније утиче на раст и развој.

Што се тржишта тиче, претпоставља се да на њему влада савршена конкуренција, тако да цене производа и цене употребе фактора имају параметарски карактер. За цене употребе фактора претпоставља се да су флексибилне, да се прилагођавају променама у односима понуде и тражње и тако обезбеђују пуну запосленост.

Свакако да у правим привредним системима постоје бројна тржишта где су цене резистентне у кретању на ниже, али за потребе оваквог аналитичког оквира значајније су флексибилне факторске цене. За производни систем претпостављамо да пуну запосленост осигурава прилагођавањем свим променама у односима цена. Исти резултат би се добио када би привредни субјекти имали могућност предвиђања у променама цена, и да се тим променама благовремено прилагоде.

За производну функцију полазимо од претпоставке да је линеарно хомогена, тако да свако повећање или смањење количина производних чинилаца изазива повећање односно смањење производње. У дугорочном контексту узимајући у аналитички оквир и ефекте техничког прогреса долазимо до задовољавајуће апроксимације стварних релација.

Спољна трговина, економске везе са иностранством као и фискални механизам са свим утицајима на кретање прихода и расхода одсутни су у моделу.

Оваквим претпоставкама описан је апстрактан модел чије кретање представља предмет дугорочног привредног раста. Детерминанте раста поделили смо на две групе. У прву групу спадају демографски процеси, егзогене променљиве, које опредељују раст становништва а преко њега раст радне снаге као битног фактора производње. Другу

компоненту фактора развоја представља акумулација капитала чијим улагањем у повећање производног потенцијала се ствара услов за повећање потрошње у будућности.

У другу групу извора раста спада повећање количине производних чинилаца захваљујући знању и усавршавању технологије, да из датих ресурса добија све веће и веће (економске ефекте) количине производа. Сва та технолошка, организациона, информатичка и друга знања позната под синтетичким називом технички прогрес, чији је крајњи ефекат повећање производње уз дату количину производних чинилаца, обухваћени су у производној функцији као посебан аргумент који укључује поред количине фактора и време. Ако национални доходак обележимо са Q , количину производних фондова који представљају део националног дохотка издвојених у прошлости ради повећања економског потенцијала – са K , радну снагу са L , природна богатства са N онда макроекономска производна функција има облик:

$$Q = F [K(t), L(t), N(t), t] \dots\dots\dots (4.1.)$$

Ако је стопа техничког прогреса обележена са ρ и једнака је $\frac{Ft}{Q}$ онда стопа раста националног дохотка добија следећи облик:

$$r_Q = \eta_{QK} r_K + \eta_{QL} r_L + \eta_{QN} r_N + \rho \dots\dots\dots (4.2)$$

где су са η_{QK} , η_{QL} , η_{QN} обележени парцијални еластичитети производне функције у односу на промене фактора производње са r_Q , r_K , r_L , и r_N стопе раста друштвеног производа појединих чинилаца а са ρ стопа техничког прогреса.

У даљем тексту стопа раста било које променљиве X биће обележена са r_X , а уколико и сама променљива садржи индекс, њена стопа раста биће обележена помоћу мале заграде.

Сва три парцијална еластичитета имају истоветну интерпретацију и показују за колико се процентних поена повећава стопа раста националног дохотка ако се стопа раста датог фактора повећа за један процентни поен. Тако да коефицијент еластичности η_{QK} изгледа овако:

$$\eta_{QK} = \frac{\delta F}{\delta K} \frac{K}{Q} \text{ или } \eta_{QK} = \frac{\delta F}{\delta K} / \frac{K}{Q} \dots\dots\dots (4.3)$$

па се он може разумети као количник граничног и просечног производа датог фактора.

Променљива Q се овде схвата не као количина натуралне производње већ као национални доходак изражен у новчаним јединицама код кога је цена p једнака јединици јер има карактер параметра.

Ако парцијалне коефицијенте еластичности у изразу 4.2. заменимо одговарајућем учешћу у функционалној расподели, долазимо до алтернативне стопе раста:

$$r_Q = \phi_K r_K + \phi_L r_L + \phi_n r_n + \rho \dots\dots\dots(4.2.a)$$

која представља аналитичку декомпозицију те стопе по појединим изворима. Тако за први сабирак можемо рећи да представља онај део стопе раста који је резултат акумулације капитала. Акумулација капитала даје одређену стопу раста производних фондова која помножена са пондером ϕ_K даје информацију о доприносу акумулације капитала општем темпу раста. Ефекат акумулације на темпо раста биће сразмеран учешћу фактора K у функционалној расподели дохотка.

Слична интерпретација важи и за остале изразе, односно $\phi_L r_L$ представља допринос пораста радне снаге стопи раста (драстичан пример су многољудне земље евроазије), а $\phi_n r_n$ представља допринос повећања природних богатстава погодних за експлоатацију какав је случај са земљама са огромним резервама нафте и гаса. Стопа техничког прогреса ρ представља онај темпо раста националног дохотка до кога би дошло ако би стопе раста сва три фактора биле једнаке нули (релација 4.2a)

Ако пођемо од претпоставке да је количина природних богатстава константна и да је стопа њиховог раста једнака нули, добија се стандардни израз за стопу раста националног дохотка:

$$r_Q = \phi_K r_K + \phi_L r_L + \rho \dots\dots\dots(4.2b)$$

из овог израза стопа раста националног дохотка по становнику добија се као разлика између стопе раста r_Q и стопе раста становништва r_L при чему је са q обележен национални доходак по становнику, $q = \frac{Q}{L}$.

5.1.2. Модел раста са фиксним коефицијентима (Harrod–Domar–ov model)

У нашим претходним разматрањима дошли смо до сазнања да производна функција са два фактора производње има облик:

$$Q = \min \left(\frac{K}{k}, \frac{L}{l} \right)$$

где у датом тренутку било који фактор може да буде дефицитаран и да тај дефицитаран фактор одређује величину производње. Међутим, привредни раст одређује инвестициона активност у разне ресурсе који имају и алтернативну употребу, али и у производне фондове који се у времену мењају и њихов раст је резултат инвестирања. Производни фондови нису никад суфицитаран фактор, јер ако би то били онда инвестирање не би било рационално. Никада се не улаже у фактор који је већ суфицитаран и непотпуно искоришћен.

У моделима раста овог типа једина прихватљива претпоставка је она према којој су производни фондови увек дефицитаран фактор и они су ти који одређују величину производње и производна функција има облик:

$$Q = \frac{K}{k} \gg K = kq \quad 4.4)$$

Што представља прву једначину Harrod–Domarogovog modela. Друга једначина $DK = aQ$ представља акумулацију као константан део националног дохотка. Док трећа једначина представља тражњу за радном снагом, она је умножак коефицијента живог рада l и величине националног дохотка Q односно $L = lQ$.

Ако претходне једначине напишемо заједно,

$$K = kQ$$

$$DK = aQ \dots \dots \dots (4.5)$$

$$L = lQ$$

добићемо систем једначина Harrod–Domarogovog модела. Ако диференцирамо прву једначину система добија се $DK = kDQ$ и када се то исто замени у другој једначини долазимо до релације којом се одређује национални доходак Q као функција времена t :

$$DK = kDQ = aQ \text{ односно}$$

$$k \frac{\partial Q}{\partial T} = aQ \text{ одакле следи}$$

$$\frac{\partial Q}{Q} = \frac{a}{k} dt$$

Ако стопу националног дохотка обележимо са g тада је стопа раста националног дохотка једнака количини стопе акумулације и капиталног коефицијента тј.:

$$g = \frac{a}{k} \dots \dots \dots (4.6)$$

дакле стопа раста националног дохотка је управно сразмерна стопи акумулације а обрнуто сразмерна величини капиталног коефицијента.

Из преосталих једначина у систему (4.5), лако се налазе остале променљиве:

$$K(t) = kQ(t) = kQ(o)e^{gt} = K(o)e^{gt} \dots \dots \dots (4.7)$$

Из задње једначине система (4.5) добија се једначина запослености односно тражње за радном снагом:

$$L(t) = IQ(t) = IQ(o) e^{gt} = L(o) e^{gt} \dots \dots \dots (4.8)$$

при чему је $L(o) = IQ(o)$

Посебна карактеристика овог модела везана је за кретање понуде радне снаге јер је изједначена са природним прирастом становништва и да се креће по стопи n , односно:

$$L(t) = L(o)e^{nt} \dots \dots \dots (4.9)$$

Ако смо у почетном тренутку претпоставили да је $t = 0$, што значи да је понуда радне снаге уравнотежена са тражњом, та равнотежа биће очувана у систему и неће се јављати ни незапосленост, нити дефицит радне снаге ако је стопа природног пораста радне снаге n једнака стопи пораста запослености g .

Оваква претпоставка да је $n = g$, није ничим гарантована у моделу и зато може да представља битно ограничење модела.

Напред наведени модел може да се изведе и као комбиновано деловање мултипликатора и акцелератора. Капитални коефицијент се интерпретира као акцелератор, а он се представља као умножак промене националног дохотка $I = kDQ$. Из макроекономске теорије дохотка следи да је национални доходак једнак производу мултипликатора и инвестиција, при чему је мултипликатор једнак реципрочној вредности стопе

акумулације a , $Q = 1\Pi/a$. Овај резултат се добија и из друге једначине система (4.5). Док једначина запослености такође остаје иста и гласи $L = IQ$.

Из напред наведеног добијамо алтернативни систем једначине који гласи:

$$I = kDQ$$

$$I = aQ \dots \dots \dots (4.10)$$

$$L = IQ$$

Како прва и друга једначина овог система садрже исту променљиву на левој страни, а изједначавањем десних страна добија се нова једначина из које се изводи израз за национални доходак који гласи:

$$Q(t) = Q(o)e^{gt}$$

па се на основу прве једначине из система (4.10) добија и решење за инвестиције:

$$I(t) = kgQ(o) e^{gt} = aQ(o) e^{gt} = I(o) e^{gt} \dots \dots \dots (4.11)$$

при чему је $I(o) = aQ(o)$.

Једначине запослености су идентичне као у систему (4.10), тако да исто ограничење важи у погледу подударности између стопе природног прираштаја радне снаге n и стопе раста g .

У систему једначина (4.10) капитални коефицијент се може написати у следећем облику:

$$k = \frac{I}{DQ} = \frac{DK}{DQ}$$

и представљен је као акцелератор, у ствари, гранични капитални коефицијент и једнак је количнику између прираста производних фондова (DK) и националног дохотка (DQ). Уз услов да у почетном тренутку важи релација $K(o) = kQ(o)$, претходна релација важи и за просечни капитални коефицијент.

У овом Harrod – Domarovom моделу привредни раст се динамизира узајамним дејством мултипликатора и акцелератора. Пораст инвестиција изазова, преко мултипликатора пораст дохотка, а овај преко акцелератора (k) односно $I = kDQ$ изазива нови пораст

инвестиција који путем механизма мултипликатора изазива нови пораст дохотка. Тако се процес непрекидно понавља идући из једне фазе у другу.

5.2. Неокласични модел раста

5.2.1. Модели раста са производном функцијом која дозвољава супституцију између фактора

а) Основни недостатак претходно представљеног модела раста јесте да тражња за радном снагом расте по гарантованој стопи коју опредељује интеракција производних фондова (К), инвестиција (I) и националног дохотка (Q), а понуда радне снаге се повећава по сасвим независној стопи која је резултат темпа природног прираштаја становништва.

Цена радне снаге се не појављује као детерминанта тражње за радном снагом, већ се креће пропорционално са националним дохотком. Ово је веома груба претпоставка и резултат је производне функције са фиксним коефицијентима производње која не дозвољава никакву супституцију између фактора. Због свега тога у овом моделу само неким чудом може да се деси да је гарантована стопа g једнака природној стопи n .

У претходној глави смо показали да се увођењем неколико процеса и њиховим комбиновањем у разним пропорцијама добијају извесне ограничене могућности супституције између фактора производње. Сваки процес има своје коефицијенте производње k и l , а коефицијенти комбинованих процеса варирају у зависности од карактера комбинација, у интервалима који су опредељени величином коефицијената.

Ако се, на пример, уведу два алтернативна процеса, или две различите технологије помоћу којих се генерише национални доходак и ако се капитални коефицијент тих процеса обележи са h_1 и h_2 тада капитални коефицијент целе привреде неће бити једнозначно одређен, него ће се захваљујући могућности комбиновања кретати у интервалу a/k_1 , a/k_2 . Оваквим решењем гарантована стопа добија могућност кретања и прилагођавања. Сада је и могућност изједначавања природне и гарантоване стопе раста извеснија а модел добија на реалистичности.

Макар и ограничене могућности супституције између фактора производње неће нужно генерисати ни стално растућу незапосленост, ни хронични недостатак радне снаге, те се

тако ствара могућност прилагођавања модела стварном кретању макроекономских агрегата.

У релацији $k_{12} = \lambda k_1 + (1 - \lambda) k_2$ који представља капитални коефицијент комбинованог процеса, линеарна комбинација коефицијената чистих процеса при чему као пондери комбинације појављују се исти они пондери са којима чисти процеси учествују у комбинованим.

На основу релације k_{12} одређујемо пондер λ , односно у којој мери треба да буде успостављен процес P1 а у којој P2 да би била успостављена једнакост између гарантоване и природне стопе раста.

$$g = \frac{a}{k_{12}} = \frac{a}{\lambda k_1 + (1 - \lambda) k_2} = n, \quad \text{односно}$$

$$\lambda k_1 + (1 - \lambda) k_2 = \frac{a}{n}, \quad \text{следи}$$

$$\lambda = \frac{k_2 - \frac{a}{n}}{k_2 - k_1} \dots \dots \dots (4.12)$$

како се n налази у интервалу $(a/k_1 , a/k_2)$ и како је

$$\frac{a}{k_2} \leq n \leq \frac{a}{k_1} \text{ следи да је } k_1 \leq \frac{a}{n} \leq k_2 \dots \dots \dots (4.13)$$

па се и λ у релацији (4.12) налази у интервалу $[0,1]$, што значи да λ задовољава услове које треба да задовоље пондери линеарне комбинације тј. позитивни су и налазе се у интервалу између нуле и јединице.

б. Неокласични модел раста

Неокласични модел раста се заснива на производној функцији са варијабилним коефицијентима производње и непрекидним првим и другим парцијалним изводима. Ова функција је изведена као гранични случај функције са алтернативним производним процесима и то кад број процеса тежи бесконачности. Таква функција пружа најшире могућности супституције између фактора производње тако да коефицијент производње – капитални коефицијент и коефицијент живог рада – имају највећи распон варијације па и капитални коефицијент може тако да се прилагоди да уз дату величину параметра a , продукује такву гарантовану стопу раста једнаку природној стопи. Варирањем коефицијената производње врше се таква прилагођавања која могу да обезбеде пуну

запосленост без дефицита у радној снази и при и при врло великим осцилацијама у темпу раста становништва. Таква производна функција, даје функцију продуктивности q , која је једнака:

$$q = f(c), \quad f'(c) > 0, \quad f''(c) < 0, \quad \lim_{c \rightarrow \infty} f'(c) = 0, \quad \lim_{c \rightarrow 0} f'(c) = \infty$$

где је q продуктивност рада или национални доходак по раднику Qa/L , c представља техничку опремљеност рада K/L . Користећи ову функцију долазимо до система од три једначине чијим решењем се долази до једначина које описују кретање променљивих у времену:

$$q = f(c)$$

$$DK = aQ$$

$$L = L(0)e^{nt} \dots\dots\dots(4.14)$$

Ако се као основна променљива система третира техничка опремљеност рада c , онда се стопа раста техничке опремљености e добија непосредно из релације $c = \frac{K}{L}$

$$\frac{Dc}{C} = \frac{Dk}{K} - \frac{Dl}{L} = \frac{Dk}{K} - n$$

коришћењем друге једначине система долази се до следећег резултата:

$$\frac{Dk}{K} = \frac{aQ}{K} = a \frac{\frac{Q}{L}}{\frac{K}{L}} = a \frac{q}{c} = a \frac{f(c)}{c} \text{ одакле следи стопа раста техничке опремљености:}$$

$$\frac{Dc}{C} = \frac{Dk}{K} - n = a \frac{f(c)}{c} - n$$

На основу ове једначине добија се диференцијална једначина чије решење даје кретање променљиве (c) у времену:

$$Dc + nc = af(c) \dots\dots\dots(4.15)$$

Ако променљива (c), чије решење зависи од функције f , доспе у положај дугорочне равнотеже, а при томе узме константну вредност \hat{c} , њен први извод постаје једнак нули и горња диференцијална једначина претвори се у алгебарску $n\hat{c} = af(\hat{c})$ одакле следи:

$$\frac{f(\hat{c})}{\hat{c}} = \frac{n}{a} \dots\dots\dots(4.16)$$

Из предње релације следи да однос између продуктивности рада и техничке опремљености треба да буде једнак односу између стопе раста радне снаге и стопе акумулације. Намеће се као закључак да ће модел продуковати уравнотежен раст само ако почетна вредност техничке опремљености буде \dot{c} , јер једино та вредност осигурава једнакост природне и гарантоване стопе раста.

c. Lewisov модел економског развоја

Harrod–Domarov модел претпоставља фиксан капитални коефицијент док у реалности његова вредност је различита за различите секторе.

Lewisov модел претпоставља постојање два релативно хомогена сектора привреде и то: пољопривреду и индустрију. Карактеристике првог су вредносна традиционалност, пренасељеност, вишак радне снаге, нулта маргинална продуктивност рада, зараде су одређене друштвеним нормама а не економском ефикасношћу.

У индустријском сектору акценат је на ефикасности и индивидуализму, плате се одређују по учинку у зависности од величине маргиналног производа.

Да би мање развијене земље оствариле раст мора се привреда реструктурирати. Кључ економског развоја јесте раст модерног (индустријског) сектора чија величина у почетку транзиције је занемарљива да би на крају транзиционог процеса постала доминантан и одлучујући генератор развоја.

Развој неразвијених привреда омогућен је:

- неограниченом понудом радне снаге
- трансформацијом пољопривреде
- растом стопе штедње и њеним реинвестирањем

Како модеран сектор долази до радне снаге? Левичис полази од премисе да су зараде у модерном сектору веће за 30% и да је то накнада за повећане трошкове живота у граду и довољан мотив да људе подстакне на миграцију. Главни кандидати за конституисање басена радне снаге у неограниченом обиму је традиционални – рурални сектор где су зараде ниске и жене које напуштају традиционалне послове домаћице и ношене жељом за економском и социјалном еманципацијом радо прихватају изазове које нуди нови стил живота.

Нови радници у индустријском сектору доносе раст производње и профита па самим тим и инвестиција. Нове инвестиције доносе нова радна места, пре свега у капитално – штедним гранама која генеришу нова запошљавања а с обзиром на неограничену понуду радне снаге по прихватљивој цени рада и тако из циклуса у циклус. Левичов модел полази од самогенерирајућег раста модерног сектора.

Кључне претпоставке:

1. Традиционалан сектор има вишак рада
2. Традиционалан сектор плаћа према просечном производу

Критички осврт *Lewisovog* модела своди се на следеће:

1. Основна претпоставка *Lewisovog* модела јесте капитално – штедан технички прогрес, међутим у случају радно - штедног техничког прогреса, тражња за радном снагом стагнира а производња расте. Оваква ситуација доводи до раста профита за власнике капитала а не до раста зарада и стопа запослености. Међутим, искуство показује да радно – штедна привреда не доводи нужно до пада запослености јер основна логика капитала је његова оплодња, што значи да власници капитала још у већој мери инвестирају у друге привредне активности и тако стварају нова радна места тако да претпоставка да радно – штедна улагања у производне капацитете не генеришу нова радна места, не стоји.

2. *Lewis* је претпоставио да трансформација пољопривредног сектора обезбеђује раст индустријског, без пада пољопривредне производње и притиска на раст зарада. Претпоставка је да они који остају у традиционалном сектору ће морати да раде више да би обезбедили константну производњу. У супротном доћи ће до пада производње у пољопривредном сектору, што ће утицати на раст цена пољопривредних производа, последично раст наднице у индустријском сектору, те пад профита капиталиста и пад стопе штедне и улагања у нове инвестиције.

Емпиријско искуство нас учи да је вероватнији сценарио по коме ће модеран сектор обезбедити технолошки напредак и у сектору пољопривреде и повећаном ефикасношћу привређивања тог сектора надоместити пад производње а самим тим раст цена пољопривредних производа. Смањена бројност радне снаге која се углавном бави екстензивним начином привређивања биће надомештена растућом продуктивношћу и улагањем новог капитала. Нестајањем вишка рада у пољопривреди маргинални производ рада расте, плате у пољопривредном сектору расту све док не буду приближно једнаке

као у модерном сектору а разлог за сељење радне снаге ће нестати а самим тим и дуална економија.

Шта је мотор раста једне економије? Одговор је недвосмислен – штедња. Зато власници капитала играју веома важну улогу у овом моделу. Њихов предузетнички дух заслужан је за раст модерног сектора, а награда за то им је све веће учешће у профиту који модеран сектор, захваљујући обиљу слободне радне снаге којој зараде не расту, носи.

Како економски раст зависи од стопе штедње а стопа штедње од стопе раста, и како је у неразвијеним и стагнантним привредама склоност ка штедњи веома мала или је уопште нема, критичну масу штедње која ће омогућити самогенеришући економски раст мора да обезбеди држава својом фискалном, монетарном политиком и задуживањем у иностранству. Данас то важи и за већину релативно развијених земаља захваћених рецесијом и нултом стопом раста.

с. Модели финансијског јаза и економског раста по Rostowu

Ако нам је циљна стопа раста националног дохотка 2%, у условима раста становништва од 2% и маргиналног капиталног коефицијента од 4%, неопходна је инвестиција од 16% бруто домаћег производа.

Недовољно развијене и сиромашне земље нису у могућности да обезбеде тај ниво штедње, по многим развојним економистима нису уопште способне да штеде. Поставља се проблем затварања тог јаза између неопходних средстава за инвестиције и штедње коју одређена економија може да обезбеди.

Тај недостатак може се надокнадити страном помоћу тако да је страна помоћ једнака формалном финансијском јазу. Следећи корак у еволуцији модела био је проблем обезбеђења средстава односно држава и влада спремних да инвестирају у земље са недовољно штедње за свој развој. Амерички економиста Rostow, који заузима значајно место у неколико америчких влада, од Ајзенхауера, Кенедија до Дџонсона, утицао је на развој овог модела као и на стварање политике о неминовном улагању, кроз разне облике, у привреде неразвијених земаља. Шездесетих година прошлог века он објављује и своју књигу, “Фазе економског раста”, најпродаванију књигу у то време.

Штедња и акумулација капитала су кључне за раст и развој. На питање како утицати да земља из “узлета” уђе у фазу зрелости и самоодрживог раста, Rostow одговара растом инвестиција са 12% на 24% BDP-а. Доминантно мишљење да релација страна помоћ –

инвестиције – раст функционише, *Bhagwati* (1966) и *Bauer* (1972) с правом упозоравају да страна помоћ може довести до презадужености, поготово ако у тој привреди не постоји склоност ка штедњи, што је кључни услов за раст и развој (случај Грчке у овом тренутку а раније Ирске и Турске). Rostow је предвиђао да земља која користи страну акумулацију за свој развој, мора да повећа штедњу јер је то једини начин да се избегне презадуженост. Услов је свих услова да коришћење стране помоћи мора да резултира повећањем инвестиција а да веће инвестиције генеришу већи привредни раст а да под утицајем већег привредног раста ће доћи до раста стопе штедње а да та стопа штедње буде довољно висока да земљи обезбеди самоодрживи раст у коме ће се инвестиције у целини финансирати из домаће штедње. Зато је страна помоћ, кредити условљена растом домаће штедње.

d. Модел два јаза – трансформација *Harrod–Domarovog* модела

Овај модел се појавио шездесетих година прошлог века и служи као основа бројних емпиријских истраживања у неразвијеним привредама. Према овом моделу стопа раста је ограничена; 1. расположивошћу акумулације за инвестиције што представља јаз у ресурсима и под 2. расположивошћу девизних средстава за увоз добара неопходних текућој потрошњи и инвестицијама (девизни јаз).

Оба јаза се свде на обезбеђивање прилива капитала који би покрио вишак увоза над извозом, вишак инвестиција над акумулацијом и вишак тражње над понудом. Ех ante, појава оба јаза представља неравнотежу у привреди и трајаће онолико дуго колико је потребно привреди да се прилагоди променама на светском тржишту. Није тешко закључити да не затварањем оба јаза долази до обарања стопе привредног раста а *Harrod–Domarovog* модел укључивањем спољнотрговинског сектора се трансформише у модел два јаза.

Наведени модел се појављује у две варијанте, тако да у првој, ограничења привредном расту можемо изразити једначинама: производне функције, функције нето инвестиција, нето акумулације и функцијом увоза.

Друга варијанта укључује ограничења из прве, али се на основу увозне функције изводи производња која је конзистентна са увозом (y^m):

$$y^m = \frac{1}{m} M \dots\dots\dots (4.17)$$

а на основу зависности производње и капацитета, а капацитета од штедње изводи се производња (y^s):

$$y^s = \frac{1}{v} K \dots\dots\dots(4.18)$$

па ефективно ограничење гласи:

$$y = \min (y^s, y^m) \dots\dots\dots(4.19)$$

У напред наведеном контексту либерализација цена, као услов за добијање стране помоћи, се показала као фино иновирање модела чију емпиријску потврду су дале извозно оријентисане земље Источне Азије и показале да су добро одређене цене тајна успеха. Алокација ресурса је битнија од њихове количине јер алоцирају ресурсе ка вишим фазама употребе.

Тестирање модела

Имајући податке за земље светске привреде можемо дати оцену следећих зависности:

- a. Да ли страна помоћ одлази у инвестиције?
- b. Да ли постоји зависност између инвестиција и раста?
- c. Да ли постоји зависност: инвестиција од стране помоћи и раста од инвестиција?
- a. Да ли страна помоћ одлази у инвестиције?

Корисници *Harrod–Domarvog* модела полазе од претпоставке да се укупан износ стране помоћи користи за инвестиције или да један долар стране помоћи одлази више од једног долара у инвестиције због утицаја стране помоћи на раст домаће штедње.

На узорку од 88 земаља које су у периоду 1965 – 1995. године користиле страну помоћ економетријски је оцењена зависност стопе инвестиција од учешћа стране помоћи.

Табела 5.1. Резултати регресионе анализе за 88 земаља светске привреде за период 1965-95

Коефицијент уз учешће стране помоћи у ГДП-у	број земаља	% узорка
Укупно	88	100
Позитиван, значајан и ≥ 1	6	7
Позитиван, значајан	17	19
Позитиван	35	40
Негативан	53	60
Негативан и значајан	36	41

Извор: Easterly, W. 1999c „The Ghost of Finance Gap: testing the growth Model of Industrial Financial Institutions.“ *Journal of Development Economics* 60, no.2.

Резултати регресионе анализе показали су да само шест земаља или 7% узорка има коефицијент уз учешће стране помоћи већи или једнак јединици. То су Tunis, Maroko, Malta, Šri Lanka, Hong Kong и Kina. Hong Kong и Kina су земље са симболичном величином помоћи али са највишим стопама привредног раста. Остале земље нису прошле тест а код 60% земаља уочена је негативна зависност између стране помоћи и раста.

На основу оцењених регресионих зависности да се закључити да инвестиције и страна помоћ не функционишу како корисници модела очекују. Ипак, треба нагласити да постоје многи проблеми у оцењивању овакве релације, јер већина земаља које су корисници стране помоћи су оптерећене унутрашњим проблемима, повећана потрошња у односу на производњу, суше, међуетничка трвења, тако да штедње ту и нема а тамо где је склоност ка штедњи (Hong Kong и Kina) значајна и стална те земље бележе високе стопе раста. Као закључак о непостојању зависности између стране помоћи и инвестиција ипак не треба уопштавати.

в. Да ли се линеарна зависност привредног раста од инвестиција добро прилагођава подацима?

Утврђивање релевантности ове претпоставке утврђено је на основу регресионе зависности привредног раста од стопе инвестиција за сваку земљу у периоду 1950 – 1992. год.

Табела 5.2. Резултати регресионе анализе за 138 земаља светске привреде за период 1950-1992

Коефицијент уз учешће инвестиција	број земаља	% узорка
Укупно	138	100
Позитиван, значајан, и $2 < \text{ИЦОР} < 5$, нулта константа	4	3
Позитиван, значајан, и нулта константа	7	5
Позитиван и значајан	11	8
Позитиван	77	56
Негативан	61	44
Негативан и значајан	10	7

Извор: Easterly, W. 1999c „The Ghost of Finance Gap: testing the growth Model of Industrial Financial Institutions.“ *Journal of Development Economics* 60, no.2.

Резултати регресионе анализе показали су да за само седам земаља (5% узорка) је добијена значајна зависност између привредног раста и инвестиција, док само за четири земље капитални коефицијент се налази у интервалу између два и пет.

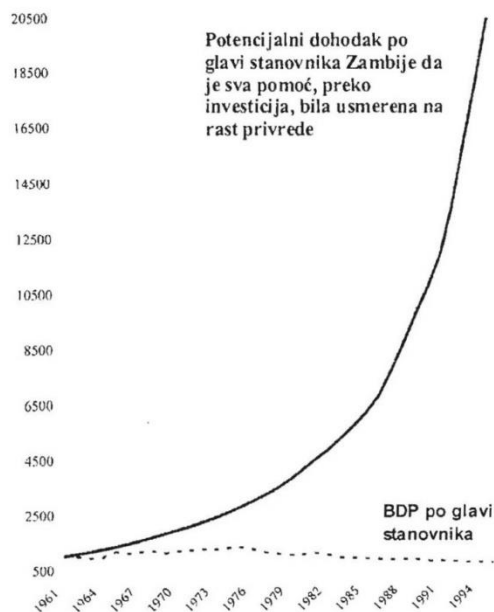
с. Да ли постоји истовремена зависност:

*инвестиција од стране помоћи и

*раста од инвестиција?

Претпоставке Harrod – Domarogovмодела полазе од тога да помоћ одлази у инвестиције у целости тако да се учешће инвестиција у друштвеном производу повећава за износ стране помоћи, капитални коефицијент је 3,5 (средња вредност између два и пет) изведене стопе раста биле су значајно различите од стварних. Као најдрастичнији пример одступања наводи се земља која је имала високу стопу инвестиција и примала значајну

помоћ. Међутим, стопа штедње уместо да расте падала је и инвестиције нису генерисале очекивани раст.



Слика 5.3. Јаз између ГДП симулираног на основу Harrod – Domarovog модела и стварног ГДП¹⁰⁴

Табела 5.3. Инвестиције као неопходан услов раста

Капитални коефицијент	годишњи просеци (%)	четворогодишњи просеци (%)
2	37	49
3,5	9	11
5	1	0

Извор: Easterly, W. 1999c „The Ghost of Finance Gap: testing the growth Model of Industrial Financial Institutions.“ Journal of Development Economics 60, no.2.

Ако је капитални коефицијент једнак два, мање од 49% узорка (четворогодишњи просек) задовољава неопходан услов. Претпостављајући капитални коефицијент од 3,5 90% узорка не задовољава неопходан услов.

¹⁰⁴ Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ - Leposavić, 2003

Напред добијени резултати су показали да нема доказа ни да је ниво, а ни раст инвестиција неопходан услов економског раста.

Сажетак напред наведених интерпретација Harrod–Domarogovog модела и побољшање од стране појединих аутора, следбеника поменутог модела, могао би да буде следећи: Без обзира што је показано да не постоји ни теоријска ни емпиријска потврда о постојању краткорочне зависности између инвестиција и раста, између стране помоћи и инвестиција, о постојању зависности између финансијског јаза и стране помоћи, Harrod–Domarogov модел као пут који се неразвијеној земљи нуди у кратком року, кроз страну помоћ и инвестиције, као да још нема алтернативу тим пре што Светска Банка, Међународни монетарни фонд, Европска банка за реконструкцију и развој и дан данас користе овај модел у алокацији помоћи неразвијеним и недовољно развијеним земљама.

5.3. Соловљев модел раста

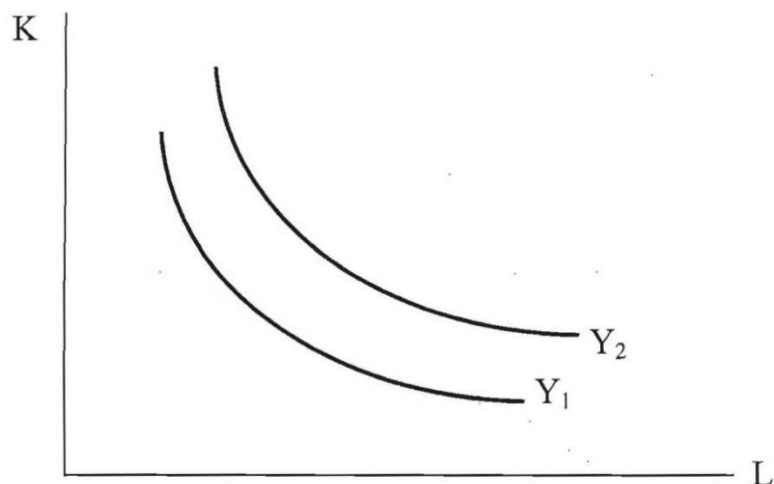
У овом поглављу анализираће се Соловљев модел и испитати његова способност да објасни чињенице раста и развоја које представљају основ за објашњење разлика у нивоу развијености земаља. У анализи модела полазимо од следећих претпоставки:

1. Свет који анализирамо састоји се од земаља које производе и троше само једно добро – Бруто домаћи производ;
2. Привреду карактерише одсуство међународне трговине и државе;
3. Сви фактори производње (капитал и рад) су потпуно запослени у процесу производње;
4. Технологија је егзогена променљива и не зависи од истраживања и развоја у самој фирми;
5. Стопа штедње је константна. Претпоставка је да појединци штеде константан део дохотка за потрошњу у будућности (20%) или троше константан део времена (такође 20%) учећи и стичући вештине и знања, а 80% тим знањем и вештинама зарађујући на тржишту рада.

Соловљев модел не подразумева привредне циклусе и дугорочни привредни раст објашњава са једначинама производне функције, функције акумулације капитала и функцијом акумулације радне снаге. Производна функција показује колико с може произвести са количинама фактора производње коју чине: фабрике, радници са својим

вештинама и знањима, површина и квалитет земље, климатски фактори, остали природни ресурси политички и правни систем.

У циљу боље операционализације модела сви фактори производње су груписани у две категорије: капитал и рад. Како је ово двофакторски модел, разлика у величини БДП-а представља разлику у величини фактора производње, капитала и рада, отуда разлика и у величини степена развијености одређених земаља. Наведену зависност можемо показати тродимензионално и дводимензионално.



Слика 5.4. Производна функција у дводимензионалном моделу.¹⁰⁵

Позиција изокванте у односу на координатни почетак дефинисана је технологијом производње, док померање изокванте нагоре зависи од нивоа и динамике технолошких промена. Производна функција, овако дефинисана, Solovljevим моделом има Kоб-Daglasovu форму и гласи:

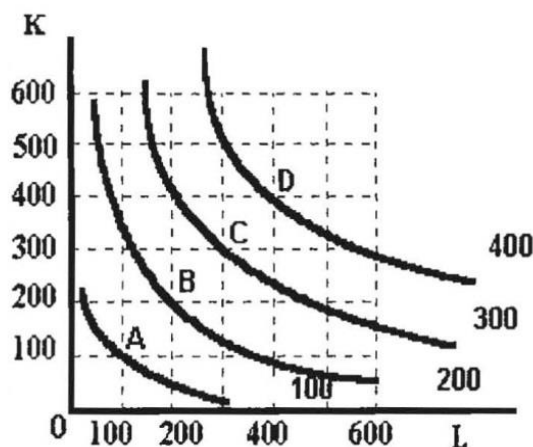
$$Y = F(K,L) = K^\alpha L^{1-\alpha}, \text{ за } 0 < \alpha < 1 \dots\dots\dots(4.20)$$

Ова математичка функција задовољава следеће услове:

1. Оба фактора производње су неопходна, односно $F(0,L) = F(K,0) = 0$ што значи, ако је било који фактор једнак нула (нема га) и производња је немогућа;

¹⁰⁵ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

2. Функција је линеарно хомогена или економски речено има константне приносе. Ако се фактори производње удвоструче и производња ће се удвостручити.



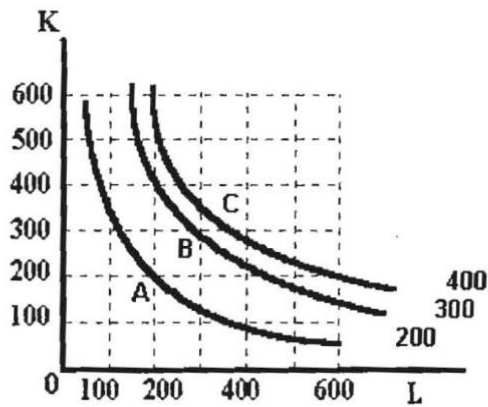
Слика 5.5. Производна функција: константни приноси.¹⁰⁶

3. Ако се удвостручи само један фактор производње, било капитал било рад, производња ће се повећати мање од два пута. Дакле $F(2K, L) = 2K^\alpha L^{1-\alpha} = 2^\alpha K^\alpha L^{1-\alpha} = 2^\alpha Y$ или у општем облику за капитал и рад $F(zK, L) = z^\alpha y$ и $F(K, zL) = z^{1-\alpha} y$ за свако позитивно z .

Као закључак намеће се да Коб-Дажласова производна функција има константне приносе у односу на оба фактора производње и опадајуће приносе у односу на појединачне факторе производње.

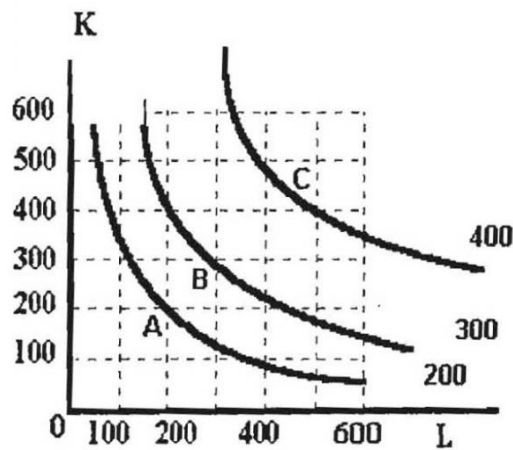
4. Међутим ако технологија повећа производњу више од два пута са удвостручавањем фактора производње тада говоримо о моделу са растућим приносима

¹⁰⁶ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956



Слика 5.6. Производна функција: растући приноси¹⁰⁷

Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

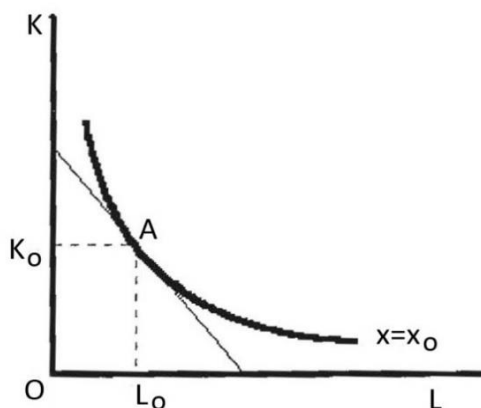


Слика5.7 Производна функција – опадајући приноси¹⁰⁸

5. Слика 5.6 Графички нам представља Коб-Daglasови производну функцију са различитим факторима производње која је у условима промене цена производње сасвим реална и пожељна јер обезбеђује јефтинију производњу. Тако на пример ако рад постане скуп у односу на капитал предузећа супституишу тај фактор улагањем у јефтинији фактор.

¹⁰⁷ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

¹⁰⁸ Исто



Слика 5.8. Маргинална техничка стопа супституције.¹⁰⁹

5.3.1. Функционални облик Соловљевог модела у величинама по становнику

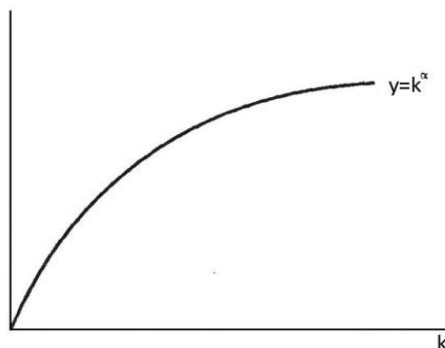
Производна функција се може написати у облику у коме су зависно променљиве по раднику јер она представља бољи индикатор богатства од агрегатне производне функције. Када год говоримо о богатству увек користимо податак о бруто домаћем производу по становнику а не укупан агрегатни бруто домаћи производ. Ако је производња по раднику, продуктивностау= $\frac{Y}{L}$, а капитал по раднику или капитална опремљеност $k=\frac{K}{L}$ тада производна функција: $Y= F(K,L)$ подељена са L добија математички израз $\frac{Y}{L}= F(\frac{K}{L}, 1)$ или $y= f(k)$.

Ако пак агрегатни облик производне функције поделимоса L добићемо:

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{K^\alpha L^{1-\alpha}}{L} \right) = K^\alpha L^{1-\alpha-1} = K^\alpha L^{-\alpha} \text{ или } y=k^\alpha$$

¹⁰⁹ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

што графички представља слика 5.9.



Слика 5.9. Коб-Дагласова производна функција¹¹⁰

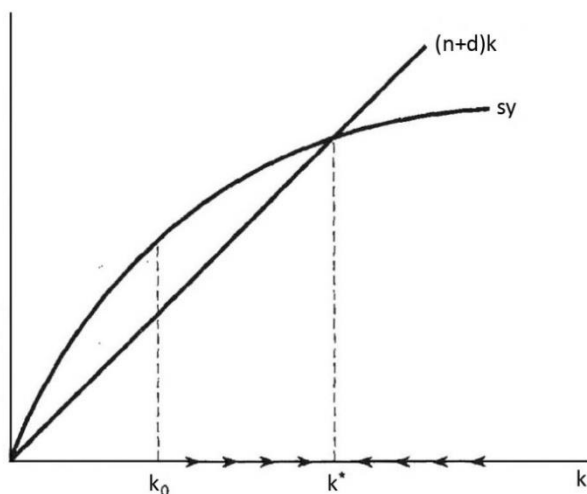
Већи ниво капиталне опремљености подразумева и већу продуктивност, али свако ново додавање капитала по раднику, генерише све мањи прираст, што је последица специфичног облика производне функције. На исти начин трансформишемо и друге једначине модела. Пођимо од капиталне опремљености k , $k = \frac{K}{L}$ или $\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$ решавањем ове једначине по k добија се $\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - nk$. Према овој једначини, промена капиталне опремљености одређена је:

1. Стопом штедње (инвестиција);
2. Стопом амортизације;
3. Стопом раста становништва која такође утиче на пад капиталне опремљености.

Поседовање два пута више машина подразумева и два пута већу амортизацију. Штедња је критична величина у овом моделу јер мора да обезбеди замену утрошеног капитала и опреми нова радна места за ново-запослене. Ако штедња падне испод овог нивоа, тада пада и капитални коефицијент, продуктивност и животни стандард. Обрнуто, ако је штедња већа од овог нивоа, тада све три величине расту. Фундаментално питање

¹¹⁰ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

економског раста сада нам се поставља као логичан ред ствари којег ћемо објаснити анализом Соловљевог дијаграма.

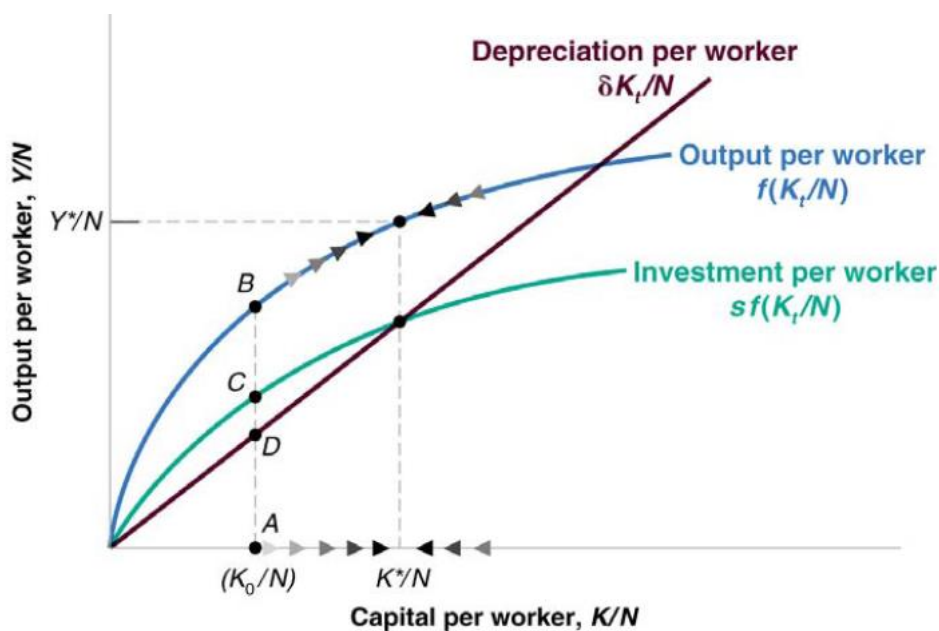


Слика5.10. Основни Соловљев дијаграм¹¹¹

И једна и друга крива дијаграма су функције капиталне опремљености. Прва крива представља количину инвестиција по становнику $sy = k^\alpha$, има исти облик као производна функција и спуштена је за факторс. Друга крива је линија $(n+d)k$ која представља нове инвестиције по становнику неопходне да одрже капиталну опремљеност константном, будући да амортизација и растућа радна снага редукују капитал по становнику у привреди. Разлика између две криве је промена количине капитала по раднику. Када је та промена позитивна, капитална опремљеност расте. Када је промена нулта, капитал расте по стопи раста становништва па је капитална опремљеност константна и када је та промена негативна, капитална опремљеност опада. На дијаграму 5.10 привреда се креће ка равнотежном стању k^* од k_0 . У тачки k_0 количина инвестиција по запосленом премашује количину која је потребна да би капитална опремљеност била константна, па се капитална опремљеност повећава током времена све док се не изједначи са k^* , где је $sy = (n+d)k$ па је $k^* = 0$ тако да је у тој тачки количина капитала по раднику константна и таква тачка је равнотежна тачка. Када привреда има почетни ниво $k > k^*$ на тачкама десно од k^* вредност инвестиција по раднику је мања од вредности која је потребна да би капитална опремљеност била константна, k^* је негативно и количина по раднику

¹¹¹ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

уложеног капитала почиње да опада и све тако док k не падне на ниво k^* . Из напред изложеног закључујемо да Соловљев дијаграм одређује равнотежну вредност капиталне опремљености. С обзиром да производна функција одређује равнотежну вредност продуктивности y^* као функцију равнотежне капиталне опремљености k^* укључићемо и производну функцију у Соловљев дијаграм и видети да је потрошња по запосленом одређена разликом између равнотежне производње по раднику y^* и равнотежних инвестиција по раднику sy^* , дијаграм 5.11.



Слика 5.11. Соловљев модел и производна функција¹¹²

Штедња је критична варијабла у Соловљевом моделу и као таква утиче на раст капитала укупно и по становнику. Амортизација и раст становништва редукују капиталну опремљеност јер је дели са све већим бројем становника осим ако се ови ефекти не контролишу већим обимом акумулације. Овостање зовемо равнотежним стањем. Као закључак неминовно се намеће да се раст догађа само када имамо и раст капиталне опремљености и то у процесу тежње ка равнотежном стању где је капитална опремљеност дефинисана условом

¹¹² Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

$k^*=0$. Ако би само хтели да дамо одговор на питање земље богате, а друге не, морамо поћи од једначина капиталне опремљености

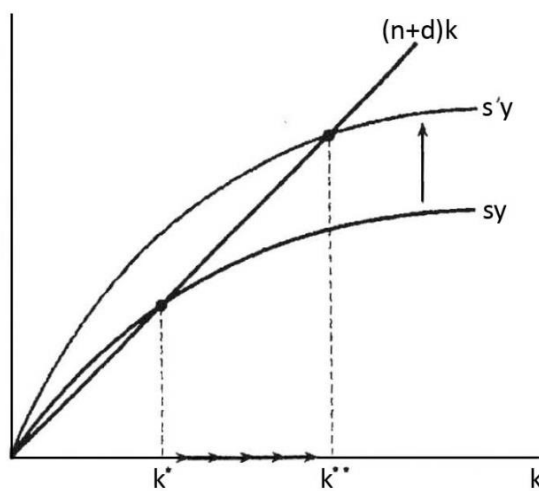
$$k^* = \left(\frac{s}{d+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \dots\dots\dots(4.21)$$

и једначине продуктивности

$$y^* = k^{*\alpha} = \left(\frac{s}{d+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \dots\dots\dots(4.22)$$

Земље које имају већу стопу штедње биће богатије, уколико су остали фактори раста непромењени. Те земље акумулирају више капитала по раднику па сходно томе остварују и већу производњу. Насупрот овим земљама, неке земље које имају већу стопу раста становништва биће сиромашније јер им опада количина акумулације по раднику

У претходном тексту и дијаграму смо видели која конфигурација фактора раста доводи привреду у стање равнотеже а сада ћемо показати шта се догађа са капиталном опремљеношћу и продуктивношћу када се инвестиције повећају са s на s' .



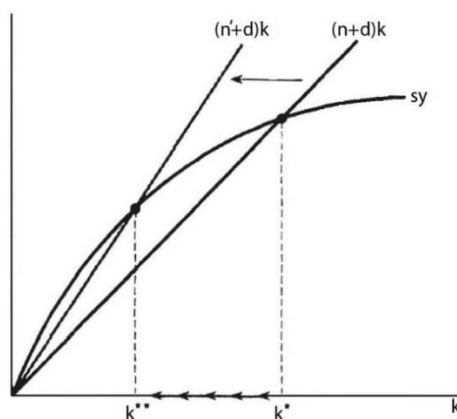
Слика 5.12. Повећање стопе инвестиција¹¹³

Слика 5.12 даје одговор на претходно питање. Капитална опремљеност расте све до тачке

¹¹³ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

k^{**} , такав ниво капиталне опремљености утиче на већу продуктивност што привреду чини богатијом. Из свега наведеног следе закључци: а) ако је стопа штедње висока, привреда ће имати већу капиталну опремљеност и већу продуктивност у равнотежном стању; б) раст стопе штедње утицаће на раст равнотежног нивоа капиталне опремљености и продуктивности само док привреда не стигне до новог равнотежног стања.

Случај када привреда избачена из стања равнотеже растом стопе становништва са n на n' приказаћемо на слици 5.13. Пратимо шта се догађа са капиталном опремљеношћу и стопом продуктивности.



Слика 5.13. Повећање стопе раста становништва¹¹⁴

Крива $(n+d)k$ се помера на горе ка новом стању којег симболизује крива $(n'+d)k$ јер у тачки k' ниво инвестиција по раднику није довољан да би одржао капиталну опремљеност константном због раста становништва. Зато капитална опремљеност почиње да пада све до тачке где се секу sy и крива $(n'+d)k$ одређујући тачку k' која представља привреду са мање капитала него у тачки k' и зато је привреда сиромашнија.

Оцена Соловљевог модела

Да бисмо дали оцену Соловљевог модела морамо извући степен корелације између пројекција модела и реалних података који дефинишу систем. Унапред изнетим излагањима недвосмислено је показано да:

1. земље са вишом стопом инвестиција су богатије од земаља са нижом стопом инвестиција;

¹¹⁴ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

2. земље са вишом стопом раста становништва су сиромашније од земаља са ниском стопом раста становништва.

5.3.2. Економски раст у Соловљевом моделу

Да бисмо дали одговор на питање како Соловљев модел предвиђа разлике у стопама раста између земаља морамо се вратити на кључне једначине модела по становнику $y = k^\alpha$

$$k^* = sy - dk - nk = sy - k(n+d)$$

једначина продуктивности трансформисаће се у једначину промене продуктивности:

$$y^* = \frac{dy}{dt} = \alpha k^{\alpha-1} k^* ,$$

а онда у једначину стопе продуктивности:

$$\frac{y^*}{y} = \alpha \frac{k^*}{k} ,$$

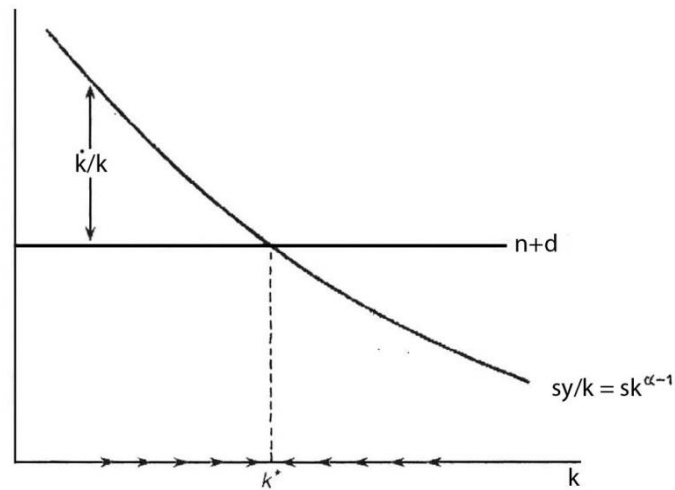
и једначина промене капиталне опремљености трансформисаће се у једначину стопе раста капиталне опремљености:

$$\frac{k^*}{k} = \frac{sk^* - (n+d)k}{k} = sk^{\alpha-1} - (n+d) \dots\dots\dots(4.23)$$

како је $\alpha > 0$ са растом k , $\frac{k^*}{k}$ постепено пада. Како је стопа раста продуктивности пропорцијална стопи раста капиталне опремљености, са падом $\frac{k^*}{k}$ пада и $\frac{y^*}{y}$.

Дакле према Соловљевом моделу привреде могу расти, али не заувек.¹¹⁵ Са растом капиталне опремљености економски раст постепено пада да би се у неком времену зауставио. Та тачка, зауставна, на линији привредног раста је равнотежна.

¹¹⁵ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956.



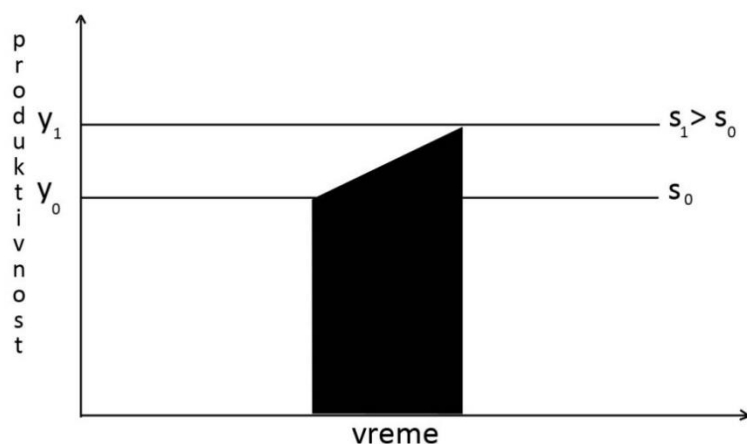
Слика 5.14 Стопа раста капиталне опремљености¹¹⁶

Први члан на десној страни $sk^{\alpha-1}$ једнак је $\frac{sy}{k}$. Са растом капитала по раднику, нижи је просечни производ капитала $\frac{y}{k}$ због опадајућих приноса акумулације капитала ($\alpha > 1$). Зато крива има опадајући нагиб. На десној страни једначине је други члан ($n+d$), он не зависи од капиталне опремљености и представљен је хоризонталном линијом. Разлика између ове две линије је $\frac{\dot{k}}{k}$ је стопа раста капиталне опремљености. На слици се јасно показује да ће привреда брже расти што се њена капитална опремљеност налази више испод равнотежног стања и супротно што је привреда више изнад равнотежног стања капиталне опремљености брже ће опадати.

Привреда која има количину капитала по раднику испод равнотежног стања, имаће раст капиталне опремљености и продуктивности у току кретања према равнотежном стању.

Закључак: стопа економског раста је негативна када год се капитална опремљеност налази изнад равнотежног стања. Где год да се привреда налази она тежи равнотежном стању. Повећање стопе штедње или пад стопе раста становништва утичу на равнотежни ниво продуктивности и капиталне опремљености а само привремено на економски раст.

¹¹⁶ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956



Слика 5.15. Стопа штедње и позитиван раст¹¹⁷

Како су све детерминанте равнотежне продуктивности константе то значи да када се привреда нађе у стању равнотеже, зауставља се и економски раст. У равнотежном стању је $\frac{\dot{k}^*}{k^*} = 0$ па је и $\frac{\dot{y}^*}{y^*} = 0$, међутим како су $Y = y^*L$ и $K = k^*L$ онда је агрегатни производ и капитал растући, али по стопи раста становништва

$$\frac{\dot{Y}^*}{Y^*} = n \text{ i } \frac{\dot{K}^*}{K^*} = n$$

У табели 8 приказане су равнотежне стопе раста у Соловљевом моделу без техничког прогреса.

¹¹⁷ Solow, P., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956

Табела 5.4. Равнотежне стопе раста у Соловљевом моделу без техничког прогреса

	Симбол	Равнотежна стопа раста
Капитал по раднику	k	0
Производња по раднику	y	0
Агрегатна производња	Y	n
Агрегатни капитал	K	n

Извор: аутор

Чињенице изложене у овом поглављу су да овај модел добро подржава и успешно предвиђа разлике у бруто домаћем производу по становнику и константну капиталну опремљеност. Међутим како су капитална опремљеност и продуктивност константе, модел генерише константну каматну стопу и маргинални производ капитала.

6. ПРИМЕНА ЛИНЕАРНОГ ПРОГРАМИРАЊА У ОПТИМИЗАЦИЈИ ПРОИЗВОДЊЕ

У пословању предузећа једна од најчешћих одлука везана је за дефинисање таквог производног односно продајног програма који ће обезбедити остваривање максималног профита на месечном или годишњем нивоу. Решење наведеног проблема подразумева дефинисање таквог односа производа у асортиману који ће допринети максимизирању финансијског резултата¹¹⁸. У том смислу примена линеарног програмирања је сасвим корисна и оправдана, посебно када је коначна одлука одређена системом од два или више ограничења.

Линеарно програмирање представља део математичког програмирања заједно са: нелинеарним, дискретним и стохастичким програмирањем и теоријом игара. Заједничка црта наведених области огледа се у тражењу тачке у векторском простору која задовољава постављени скуп ограничења у којој дата функција има екстремну вредност. Л. В. Канторович је први аутор који је објавио рад који припада области линеарног програмирања у коме је први пут приказан транспортни задатак¹¹⁹.

Линеарно програмирање је своју примену нашло у различитим областима пословања и привређивања као нпр.: у оптимизацији пољопривредне производње^{120,121}, у оптимизацији ланаца снабдевања^{122,123}, у планирању производње^{124,125} итд. У овом

¹¹⁸ Malinić, S., Janjić, V., Todorović, M., Jovanović, D. (2011). Upravljačko računovodstvena informaciona podrška u optimizaciji proizvodno-prodajnog asortimana primenom linearnog programiranja. *Ekonomске теме*, 3, 415-432.

¹¹⁹ Zotos, K. (2007). Performance comparison of Maple and Mathematica. *Applied mathematics and computation*, 188(2), 1426-1429

¹²⁰ Gogić, P. (1991). Choice of optimal structure of lasting plantations by using linear programming. *Ekonomika poljoprivrede*, 38(4), 161-179.

¹²¹ Ahumada, O., & Villalobos, J. R. (2009). Application of planning models in the agri-food supply chain: A review. *European journal of Operational research*, 196(1), 1-20.

¹²² Wouda, F. H., van Beek, P., van der Vorst, J. G., & Tacke, H. (2002). An application of mixed-integer linear programming models on the redesign of the supply network of Nutricia Dairy & Drinks Group in Hungary. *Or Spectrum*, 24(4), 449-465.

¹²³ Shaw, K., Shankar, R., Yadav, S. S., & Thakur, L. S. (2012). Supplier selection using fuzzy AHP and fuzzy multi-objective linear programming for developing low carbon supply chain. *Expert systems with applications*, 39(9), 8182-8192.

¹²⁴ Floudas, C. A., & Lin, X. (2005). Mixed integer linear programming in process scheduling: Modeling, algorithms, and applications. *Annals of Operations Research*, 139(1), 131-162.

¹²⁵ Vasant, P. M. (2006). Fuzzy production planning and its application to decision making. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 17(1), 5-12.

случају фокус ће бити на примени линеарног програмирања у области пекарске индустрије.

У наредним редовима акценат ће бити на основним поставкама линеарног програмирања, а затим ће бити приказан емпиријски пример.

6.1. Основне претпоставке линеарног програмирања

Као што је већ претходно решено, многи економски проблеми се могу решити применом линеарног програмирања, јер се на апроксимативан начин могу изразити линеарним зависностима. Правилно примењено линеарно програмирање захтева:

- Правилно дефинисан проблем
- Адекватну формулацију математичког модела проблема
- Решавање модела
- Анализу добијених резултата и коначан избор оптималног решења¹²⁶.

Одређени проблем је могуће решити применом линеарног програмирања уколико испуњава следеће услове:

- Линеарност. Функција циља и ограничавајући услови у моделу морају бити изражени линеарним функцијама.
- Извесност. Једнозначна одрђеност свих показатеља у моделу.
- Дељивост. Променљиве у моделу не морају бити цели бројеви.
- Ненегативност. Променљиве морају бити ненегативне.

Линеарно програмирање се своди на изналажење максимума или минимума функције циља. Типични проблеми линеарног програмирања су:

- стандардни проблем максимума
- мешовити проблем максимума
- стандардни проблем минимума
- мешовити проблем минимума¹²⁷.

¹²⁶ Magdalinović, N., Jovanović, R. (2012). *Naučne osnove upravljanja projektima*. FMZ, Megatrend univerzitet Beograd.

¹²⁷ Magdalinović, N., Jovanović, R. (2012). *Naučne osnove upravljanja projektima*. FMZ, Megatrend univerzitet Beograd.

У овом раду биће приказана примена мешовитног проблема максимума у оптимизацији пекарске производње, тако да ће у наредним редовима исти бити детаљније појашњен.

6.2. Мешовити проблем максимума

Мешовити проблем максимума представља такав облик модела линеарног програмирања у коме је постављен захтев за одређивањем максималне вредности постављене функције циља под условима који су представљени системом неједначина са знаком \leq и/или \geq . Општи облик наведеног модела изгледа овако:

$$\begin{aligned}
 (\max) \quad & z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\
 & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
 & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 & a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n + b_k \\
 & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \\
 & x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0
 \end{aligned}$$

Како би одговарајући проблем могли решити применом симплекс методе, неопходно је једначине из система ограничења трансформисати у систем једначина уз примену одговарајућих правила. Након учињене трансформације, проблем добија следећи облик:

$$\begin{aligned}
 (\max) \quad & z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + 0x_{n+2} + \dots + 0x_{n+m} - Mx_{n+k,M} - \dots - Mx_{n+m,M} \\
 & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1 \\
 & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 & a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n + \quad \quad \quad + x_{n+k,M} = b_k \\
 & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \quad \quad \quad - x_{n+m} + x_{n+m,M} = b_m \\
 & x_1, x_2, \dots, x_{n+m,M} \geq 0
 \end{aligned}$$

Симплекс метод се користи за решавање свих облика задатака линеарног програмирања. Наведени метод представља алгоритам у коме се путем више фаза изналази оптимално решење. Решавање постављеног модела може бити изведено применом матрица или симплекс табела. За потребе овог рада биће примењене симплекс табеле.

6.3. Примена линеарног програмирања у области пекарске индустрије

У овом поглављу бавићемо се оптимизацијом пекарске производње на примеру компаније ДОН ДОН. Наведена компанија у Србији послује од 2008. године и у свом саставу има следеће погодне:

- основни производни погон ПДМ у Пударцима
- „Фиделинка пекара“, Суботица
- „Житпродукт“, Зрењанин
- „Житопек“, Ниш,
- „МС пекара“, Јаково
- „Златни Пек“, Лесковац
- „АД Пекарство“, Краљево
- „Житопродукт“, Крагујевац

Поред хлеба и свежег пецива, ова компанија поседује највеће производне и складишне капацитете на Балкану када је у питању смрзнути програм. Поред домаћег тржишта, производни компаније ДОН ДОН доступни су и на тржиштима Словеније, Хрватске, Босне и Херцеговине, Црне Горе, Македоније и Бугарске¹²⁸.

Састави део пословне политике наведене компаније јесте политика квалитета и безбедности хране. Поред тога, поштовање принципа еколошке одрживости представља кључну ставку, те се компанија труди да минимизира негативан утицај на животну средину и количину отпада који је неминован пратилац индустријске производње.

У овом делу бавићемо се могућностима максимизације месечног профита једног погона који послује у склопу компаније ДОН ДОН. Параметри, на основу којих ће бити изведен нумерички пример, су хипотетички, јер је циљ приказивање применљивости наведеног математичког модела линеарног програмирања у области пекарске индустрије.

¹²⁸ <https://www.tvojih5minuta.rs/o-nama/portret-preduzeca>

6.4. Емпиријски пример

Пекара Пударци у својој понуди има, између осталог, четири луксузније врсте хлеба и то: бели двопек, царски хлеб, руски хлеб и интегрални двопек са ланом и сусамом. У производњи белог двопека утроши се 10 kg брашна, у производњи царског хлеба утроши се 15 kg брашна, руског хлеба - 10kg и интегралног двопека 5 kg брашна. На располагању се месечно налази максимално 90 kg брашна за производњу ових врста производа. Време потребно за обраду белог двопека износи 2 h, царског хлеба 1 h, руског хлеба 2 h, а интегралног двопека 1 h. Под претпоставком да се процес производње одвија у две смене максимално расположиво време за производњу износи 16 h. Максимално расположиви број радника је 32. Истраживањем захтева потрошача једног мањег маркета у коме се пласирају производи, утврђено је да је потребно произвести и пласирати минимално 10 паковања интегралног хлеба месечно. По продатом пакету белог двопека остварује се профит од 90 новчаних јединица (n. j.), царског хлеба – 95 n. j., руског хлеба – 100 n. j. и интегралног двопека остварује се профит од 95 n. j.

На основу наведених података потребно је дефинисати оптималан програм производње и продаје посматраном маркету и да израчунамо максималан месечни профит.

Ради решавања задатка применом симплекс методе неопходно је прво извршити трансформацију датог модела применом одговарајућих правила, односно неопходно је у систем ограничења и функцију циља увести додатне и вештачке променљиве.

У складу са тим, проблем може бити представљен на следећи начин:

$$(\max) z = 85x_1 + 95x_2 + 100x_3 + 90x_4$$

$$10x_1 + 15x_2 + 10x_3 + 5x_4 \leq 90$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 16$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 32$$

$$x_4 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Применом претходно наведених правила, трансформисан модел линеарног програмирања изгледа овако:

$$(\max) z = 85x_1 + 95x_2 + 100x_3 + 90x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 - Mx_{8M}$$

$$10x_1 + 15x_2 + 10x_3 + 5x_4 + x_5 = 90$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + \quad + x_6 = 16$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \quad + x_7 = 32$$

$$x_4 \quad - x_8 + x_{8M} = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_{8M} \geq 0$$

Почетно базично решење биће представљено иницијалном симплекс табелом *ST-1*, која је приказана у наставку:

Табела 6.1. Почетно базично решење

ST-1

c_j	α_0	x_B	80	95	100	90	0	0	0	0	$-M$
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_{8M}
0	x_5	90	10	15	10	5	1	0	0	0	0
0	x_6	16	2	1	2	1	0	1	0	0	0
0	x_7	32	1	1	1	1	0	0	1	0	0
$-M$	x_{8M}	10	0	0	0	1	0	0	0	-1	1
z_j	*		0	0	0	$-M$	0	0	0	M	$-M$
$c_j - z_j$			80	95	100	$90+M$	0	0	0	$-M$	0

Увидом у добијене резултате закључује се да се највећа позитивна разлика $c_j - z_j$ налази у колони која одговара променљивој x_4 што значи да ће наведена променљива бити укључена у базу наредне симплекс табеле. Наведена колона је карактеристична те је осенчена сивом бојом.

Потом ће се применити II симплекс критеријум како би се одредило која променљива треба да напусти базу. То ће се одредити тако што ће се израчунати количник елемената из колоне x_B и одговарајућих позитивних елемената из карактеристичне колоне. За овај случај то ће бити:

$$90 \div 5 = 18$$

$$16 \div 1 = 16$$

$$32 \div 1 = 32$$

$$10 \div 1 = 10$$

Најмања вредност количника у износу од 10 одговара променљивој x_{8M} на основу чега се изводи закључак да иста треба да напусти базу. Посматрани ред представља карактеристичан ред те је и он осенчен. На пресеку карактеристичног реда и карактеристичне колоне налази се карактеристичан елемент који представља базу за израчунавање елемената за ново побољшано решење. У овом случају карактеристичан елемент је 1 и исти је означен црвеном бојом.

У циљу одређивања новог побољшаног решења неопходно је утврдити вредности променљивих и коефицијената наредне симплекс табеле.

Вредност променљиве x_4 која улази у базу једнака је вредности минималног количника II симплекс критеријума, односно у овом случају биће:

$$x_4 = 80$$

Вредност осталих променљивих једнака је разлици вредности посматране променљиве из претходног решења и производа вредности новоуведене променљиве (у овом случају x_4) и одговарајућег елемента из карактеристичне колоне који се налази у истом реду са променљивом чију вредност прерачунавамо. У овом случају је:

$$x'_5 = 90 - 10 \cdot 5 = 40$$

$$x'_6 = 16 - 10 \cdot 1 = 6$$

$$x'_7 = 32 - 10 \cdot 1 = 22$$

Потом се приступа израчунавању вредности коефицијената за табелу *ST-2*. Елементе из претходног карактеристичног реда одредиће се тако што ће се сваки од њих поделити са карактеристичним елементом. У овом случају карактеристичан елемент у табели *ST-1* износи 1, тако да ће елементи другог реда у новој табели *ST-2* износити:

$$0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; -1; 1$$

Коефицијенте који се налазе у преосталим редовима претходне симплекс табеле рачунаће се тако што ће се од посматраног елемента одузети производ елемента који се налази у истом реду а у карактеристичној колони и елемента који се налази у карактеристичном реду а у истој колони са елементом који се прерачунава и подели са вредношћу карактеристичног елемента. Елементи нове побољшане симплекс табеле *ST-2* у нашем примеру износе:

Први ред (x_5)	Други ред (x_6)	Трећи ред (x_7)
$10 - 5 \frac{0}{1} = 10$	$2 - 1 \frac{0}{1} = 2$	$1 - 1 \frac{0}{1} = 1$
$15 - 5 \frac{0}{1} = 15$	$1 - 1 \frac{0}{1} = 1$	$1 - 1 \frac{0}{1} = 1$
$10 - 5 \frac{0}{1} = 10$	$2 - 1 \frac{0}{1} = 2$	$1 - 1 \frac{0}{1} = 1$
$1 - 5 \frac{0}{1} = 1$	$0 - 1 \frac{0}{1} = 0$	$0 - 1 \frac{0}{1} = 0$
$0 - 5 \frac{0}{1} = 0$	$1 - 1 \frac{0}{1} = 1$	$0 - 1 \frac{0}{1} = 0$
$0 - 5 \frac{0}{1} = 0$	$0 - 1 \frac{0}{1} = 0$	$1 - 1 \frac{0}{1} = 1$
$0 - 5 \frac{(-1)}{1} = 0$	$0 - 1 \frac{(-1)}{1} = 1$	$0 - 1 \frac{(-1)}{1} = 1$
$0 - 5 \frac{1}{1} = -5$	$0 - 1 \frac{1}{1} = -1$	$0 - 1 \frac{1}{1} = -1$

Елементи који се налазе на месту карактеристичне колоне су једнаки 0, осим елемента који се налази на месту карактеристичног и који је једнак 1. Овакав случај ће се јављати до изналажења коначног оптималног решења.

Потом ће се попунити симплекс табела *ST-2* која представља ново побољшано решење. Вредности се уносе у ред z_j и ред $c_j - z_j$ и рачунају се на исти начин као и код симплекс табеле *ST-1*.

c_j	α_1	x_B	80	95	100	90	0	0	0	0	$-M$
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_{8M}
0	x_5	40	10	15	10	0	1	0	0	5	-5
0	x_6	6	2	1	2	0	0	1	0	1	-1
0	x_7	22	1	1	1	0	0	0	1	1	-1
90	x_4	10	0	0	0	1	0	0	0	-1	1
z_j		900	0	0	0	90	0	0	0	-90	90
$c_j - z_j$			80	95	100	0	0	0	0	90	$-M-90$

Табела *ST-2* представља побољшано решење али још увек није оптимално због тога што у последњем реду нису све негативне вредности или 0. Из тог разлога закључује се да треба наставити са процедуром, те одредити која променљива ће ући у базу. Највећу позитивну разлику $c_j - z_j$ има променљива x_3 што указује на то да наведену променљиву треба укључити у базу. Наведена колона представља карактеристичну колону и иста ће бити осенчена.

Потом се приступа одређивању променљиве која ће базу напустити. Биће:

$$40 \div 10 = 4$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$22 \div 1 = 22$$

Констатује се да ће променљива x_6 напустити базу због тога што има најмањи количник, те ред у коме се иста налази представља карактеристичан ред који ће бити осенчен.

Потом се приступа рачунању вредности осталих променљивих која је једнака разлици вредности посматране променљиве из претходног решења и производа вредности новоуведене променљиве (сада x_3) и одговарајућег елемента из карактеристичне колоне који се налази у истом реду са променљивом чија се вредност прерачунава. Вредности променљивих износе:

$$x'_5 = 40 - 3 \cdot 10 = 10$$

$$x'_7 = 22 - 3 \cdot 1 = 19$$

$$x'_4 = 10 - 3 \cdot 0 = 10$$

Елементе који се налазе на месту карактеристичног реда у симплекс табели *ST-2*, за нову симплекс табелу *ST-3* одређују се тако што сваки од посматраних елемената дели са карактеристичним елементом који је у овом случају 2, те се добија:

$$1; 0,5; 1; 0; 0; 0,5; 0; 0,5; -0,5$$

Потом се рачунају елементи који се налазе у преосталим редовима претходне симплекс табеле *ST-2*:

Први ред (x_5)	Трећи ред (x_7)	Четврти ред (x_4)
$10 - 10 \frac{2}{2} = 0$	$1 - 1 \frac{2}{2} = 0$	$0 - 0 \frac{2}{2} = 0$
$15 - 10 \frac{1}{2} = 10$	$1 - 1 \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$0 - 0 \frac{1}{2} = 0$
$0 - 10 \frac{0}{2} = 0$	$0 - 1 \frac{0}{2} = 0$	$1 - 0 \frac{0}{2} = 1$
$1 - 10 \frac{0}{2} = 1$	$0 - 1 \frac{0}{2} = 0$	$0 - 0 \frac{0}{2} = 0$
$0 - 10 \frac{1}{2} = -5$	$0 - 1 \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$	$0 - 0 \frac{1}{2} = 0$
$0 - 10 \frac{0}{2} = 0$	$1 - 1 \frac{0}{2} = 1$	$0 - 0 \frac{0}{2} = 0$
$5 - 10 \frac{1}{2} = 0$	$1 - 1 \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$-1 - 0 \frac{1}{2} = -1$
$-5 - 10 \frac{(-1)}{2} = 0$	$-1 - 1 \frac{(-1)}{2} = -\frac{1}{2}$	$1 - 0 \frac{(-1)}{2} = 1$

Потом ће се попунити симплекс табела *ST-3*, која представља ново и побољшано решење.

Табела 6.3 *ST-3*

ST-3

c_j	α_2	x_B	80	95	100	90	0	0	0	0	$-M$
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_{8M}
0	x_5	10	0	10	0	0	1	-5	0	0	0
100	x_3	3	1	0,5	1	0	0	0,5	0	0,5	-0,5
0	x_7	19	0	0,5	0	0	0	-0,5	1	0,5	-0,5
90	x_4	10	0	0	0	1	0	0	0	-1	1
z_j		1.200	100	50	100	90	0	50	0	-40	40
$c_j - z_j$			-20	45	0	0	0	-50	0	40	$-M-40$

Увидом у последњи ред $c_j - z_j$ закључује се да и даље није пронађено коначно оптимално решење проблема, тако да се наставља са процедуром. У базу нове табеле *ST-4* ући ће променљива x_2 зато што има највећи позитивну разлику $c_j - z_j$. Потом се приступа одређивању тога која променљива ће базу напустити:

$$10 \div 10 = 1$$

$$3 \div \frac{1}{2} = 6$$

$$19 \div \frac{1}{2} = 38$$

Променљива x_5 јесте та која напушта базу јер има најмањи количник.

Потом се рачунају вредности осталих променљивих. Вредности променљивих износе:

$$x'_3 = 3 - 1 \cdot \frac{1}{2} = 2,5$$

$$x'_7 = 19 - 1 \cdot \frac{1}{2} = 18,5$$

$$x'_4 = 10 - 1 \cdot 0 = 10$$

Елементе који се налазе на месту карактеристичног реда у симплекс табели *ST-3*, у новој симплекс табели *ST-4* износиће:

$$0; 1; 0; 0; 0,1; -0,5; 0; 0; 0$$

Елементе који се налазе у преосталим редовима претходне симплекс табеле *ST-3* рачунају се на претходно поменути начин.

Први ред (x_3)	Трећи ред (x_7)	Четврти ред (x_4)
$1 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 1$	$0 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 0$	$0 - 0 \frac{0}{10} = 0$
$1 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 1$	$0 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 0$	$0 - 0 \frac{0}{10} = 0$
$0 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 0$	$0 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 0$	$1 - 0 \frac{0}{10} = 1$
$0 - \frac{1}{2} \frac{1}{0} = -\frac{1}{20}$	$0 - \frac{1}{2} \frac{1}{10} = -\frac{1}{20}$	$0 - 0 \frac{1}{10} = 0$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{(-5)}{10} = \frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{(-5)}{10} = -\frac{1}{4}$	$0 - 0 \frac{(-5)}{10} = 0$
$0 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 0$	$1 - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = 1$	$0 - 0 \frac{0}{10} = 0$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = \frac{1}{2}$	$-1 - 0 \frac{0}{10} = -1$
$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{0}{10} = -\frac{1}{2}$	$1 - 0 \frac{0}{10} = 1$

Табела 6.4 ST-4

ST-4

c_j	α_3	x_B	80	95	100	90	0	0	0	0	$-M$
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_{8M}
95	x_2	1	0	1	0	0	0,1	-0,5	0	0	0
100	x_3	2,5	1	0	1	0	-0,05	0,75	0	0,5	-0,5
0	x_7	18,5	0	0	0	0	-0,05	-0,25	1	0,5	-0,5
90	x_4	10	0	0	0	1	0	0	0	-1	1
z_j		1.245	100	95	100	90	4,5	27,5	0	-40	40
$c_j - z_j$			-20	0	0	0	-4,5	-27,5	0	40	-M-40

Увидом у последњи ред $c_j - z_j$ закључује се да и даље није пронађено коначно оптимално решење проблема, тако да се наставља са процедуром. У базу нове табеле ST-5 ући ће променљива x_8 зато што има највећи позитивну разлику $c_j - z_j$. Потом се поново приступа одређивању тога која променљива ће базу напустити:

$$2,5 \div 0,5 = 5$$

$$18,5 \div 0,5 = 37$$

Констатује се да ће променљива x_3 напустити базу због тога што има најмањи количник, те ред у коме се иста налази представља карактеристичан ред који бити осенчен.

Потом ће се израчунати вредност осталих променљивих која је једнака разлици вредности посматране променљиве из претходног решења и производа вредности новоуведене променљиве (сада x_3) и одговарајућег елемента из карактеристичне колоне који се налази у истом реду са променљивом чију вредност прерачунавамо. Вредности променљивих износе:

$$x'_2 = 1 - 5 \cdot 0 = 1$$

$$x'_7 = 18,5 - 5 \cdot 0,5 = 16$$

$$x'_4 = 10 - 5 \cdot (-1) = 15$$

Елементе који се налазе на месту карактеристичног реда у симплекс табели *ST-4* за нову симплекс табелу *ST-5* одређују се тако што се сваки од посматраних елемената дели са карактеристичним елементом који је сада 0,5, те се добија:

$$2; 0; 2; 0; -0,1; -1,5; 0; 1; -1$$

Елементе који се налазе у преосталим редовима претходне симплекс табеле *ST-4* неопходно је рачунати на претходно објашњен начин:

Први ред (x_3)	Трећи ред (x_7)	Четврти ред (x_4)
$0 - 0 \frac{1}{\frac{1}{2}} = 0$	$0 - \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{2}} = -1$	$0 + 1 \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$
$1 - 0 \frac{0}{\frac{1}{2}} = 1$	$0 - \frac{1}{2} \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$	$0 + 1 \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$
$0 - 0 \frac{1}{\frac{1}{2}} = 0$	$0 - \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{2}} = -1$	$0 + 1 \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$
$0 - 0 \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$	$0 - \frac{1}{2} \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$	$1 + 1 \frac{0}{\frac{1}{2}} = 1$
$\frac{1}{10} - 0 \frac{\left(-\frac{1}{20}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} - \frac{1}{2} \frac{\left(-\frac{1}{20}\right)}{\frac{1}{2}} = 0$		$0 + 1 \frac{\left(-\frac{1}{20}\right)}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{10}$
$-\frac{1}{2} - 0 \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = -1$	$0 + 1 \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$
$0 - 0 \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$	$1 - \frac{1}{2} \frac{0}{\frac{1}{2}} = 1$	$0 + 1 \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$
$0 - 0 \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}} = 0$	$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}} = 0$	$1 + 1 \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}} = 0$

Табела 6.5 ST-5

ST-5

c_j	α_4	x_B	80	95	100	90	0	0	0	0	$-M$
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_{8M}
95	x_2	1	0	1	0	0	0,1	-0,5	0	0	0
0	x_8	5	2	0	2	0	-0,1	1,5	0	1	-1
0	x_7	16	-1	0	-1	0	0	-1	1	0	0
90	x_4	15	2	0	2	1	-0,1	1,5	0	0	0
z_j		1.445	180	95	180	90	0,5	87,5	0	0	0
$c_j - z_j$			-100	0	-80	0	-0,5	-87,5	0	0	$-M$

Добијени су следећи резултати:

$$x_1=0; x_2=1; x_3=0; x_4=15$$

$$(\max)z=1.445 \text{ n. j.}$$

На почетку постављена ограничења су испоштована у целости, што ћемо се у наставку и проверити.

Прво ограничење је гласило:

$$10x_1 + 15x_2 + 10x_3 + 5x_4 \leq 90$$

Увођењем израчунатих вредности добија се:

$$10 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 10 \cdot 0 + 5 \cdot 15 = 90$$

Наведени резултат указује на то да је прво ограничење испуњено, односно биће искоришћена укупно расположива количина брашна.

Следи друго ограничење које је везано за неопходно време обраде:

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 16$$

Увођењем израчунатих вредности добија се следеће:

$$2 \cdot 0 + 1 + 2 \cdot 0 + 15 = 16$$

Констатује се да је и други услов испуњен.

Треће ограничење које се односило на расположиви број радника гласи овако:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 32$$

Провером испуњености наведеног ограничења:

$$0 + 1 + 0 + 15 \leq 32$$

Закључује се да је ограничење испуњено и да је чак потребно упола мање радника од предвиђеног броја.

Следи последње ограничење које се односи на захтеве тржишта за интегралним двопеком:

$$x_4 \geq 10$$

Добијени резултат је следећи:

$$15 \geq 10$$

Дакле, и последње ограничење је у потпуности испуњено.

Коначни резултат указује на следеће: погон ће остварити профит од 1.445 п. ј. уколико посматраном маркету пласира 1 пакет царског хлеба и 15 пакета интегралног двопека месечно. Бели двопек и руски хлеб нису адекватан тип производа који треба усмерити у наведени маркет.

Наведени резултат представља оптимално решење посматраног проблема и ни један другачији програм производње не би допринео максимизацији профита. Чињеница да се бели двопек и руски хлеб не налазе у коначном оптималном решењу указује на то да расположиви ресурси нису адекватно искоришћени.

Оптимизација наведеног пословног процеса је успешно извршена. Међутим, основно ограничење наведеног поступка се огледа у томе што је пример приказан на претпостављеним подацима, те би укључивање стручњака у дефинисање основних производних параметара и ограничења допринело квалитету саме анализе. Поред тога, било би пожељно поставити дуални проблем и тестирати осетљивост на промене у пословном окружењу. Такође, пошто се производња одвија у променљивим економским условима, те је врло тешко прецизно одредити све податке на којима треба базирати анализу, примена фази програмирања би била сасвим адекватна и оправдана.

7. РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА ИЗБОРА ОПТИМАЛНИХ ПРОИЗВОДНИХ ЛИНИЈА ПРИМЕНОМ ВИШЕКРИТЕРИЈУМСКЕ АНАЛИЗЕ

7.1. Метода аналитичких хијерархијских процеса

Метода Аналитичких Хијерархијских Процеса (АХП), који је предложио Satty (1980)¹²⁹, представља једну од веома популарних метода вишекритеријумске анализе. На популарност ове методе утичу хијерархијско структурирање проблема и поређење у паровима.

Методолошки посматрано, АХП метода се заснива на разлагању сложеног проблема одлучивања и формирање хијерархијске структуре коју чине: (1) циљ, који се избором жели постићи, (2) критеријуми и подкритеријуми, помоћу којих се врши вредновање алтернатива и (3) алтернативе.

Приликом формирања хијерархијске структуре циљ се смешта на врх хијерархије, корен или ниво 0, а критеријуми се смештају на први ниво хијерархијске структуре, ниво 1. Уколико су критеријуми сувише комплексни, они се могу додатно разложити на подкритеријуме који се смештају на следећи нижи ниво. На самом дну хијерархијске структуре смештају се алтернативе.

У случају хијерархијске декомпозиције проблема одлучивања без коришћења подкритеријума алтернативе се налазе на другом нивоу хијерархијске структуре, док се у случају коришћења подкритеријума оне налазе на трећем, или неком нижем нивоу уколико се и подкритеријуми додатно расчлањују на подкритеријуме.

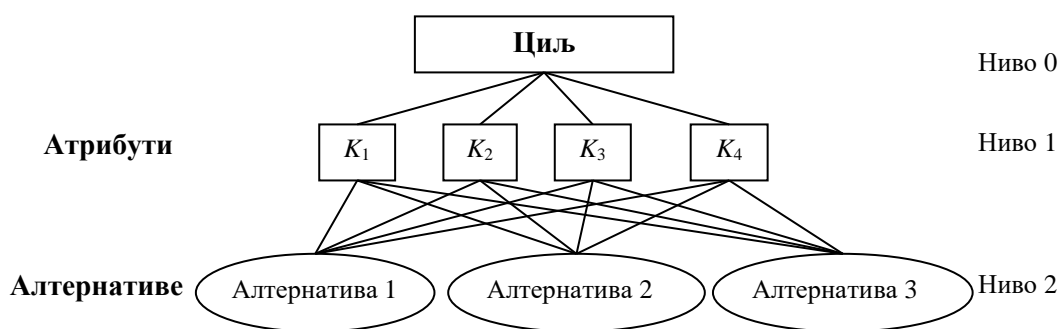
Осим хијерархијског структурирања проблема, АХП методу карактерише и примена поступка поређења у паровима у циљу утврђивања релативних значаја критеријума,

¹²⁹ Saaty, T.L. (1980). *The Analytical Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York.

подкритеријума и алтернатива. Поступак поређења у паровима почиње на првом нивоу хијерархијске структуре, поређење критеријума, и редом се понавља за сваки нижи ниво.

На сваком нивоу хијерархијске структуре врши се међусобно поређење елемената који се налазе на том хијерархијском нивоу у односу на елементе на вишем нивоу. За сваки елемент са вишег нивоа извршити $n(n-1)/2$ поређења.

Поступак поређења у паровима се завршава на последњем, n -том нивоу, међусобним поређењем алтернатива у односу на елементе са $n-1$ нивоа.



Слика 7.1. Аналитички хијерархијски процес - АХП

Поступак решавања проблема применом АХП методе може се исказати применом следећих корака:

корак 1: Декомпозиција проблема и формирање хијерархијске структуре

корак 2: Поређење критеријума/алтернатива у паровима

корак 3: Одрђивање релативних тежина

корак 4: Провера конзистентности поређења у паровима

корак 5: Одрђивање укупне перформансе сваке алтернативе.

Корак 1. Декомпозиција проблема и формирање хијерархијске структуре

У овок кораку се проблем одлучивања расчлањује на најмање три хијерархијска нивоа. На првом нивоу се налази циљ који се избором жели постићи. На следећем нивоу, првом нивоу, налазе се критеријуми на основу којих се врши евалуација алтернатива.

Уколико на овом нивоу постоје сложени критеријуми, они се могу расчланити на следећем нивоу у подкритеријуме.

Коначно, на другом, или неком више, новоу у случају постојања сложених критеријума, налазе се алтернативе од којих се бира једна најприхватљивија.

Корак 2. Поређење критеријума/алтернатива у паровима

Након декомпозиције проблема и формирања хијерархијске структуре спроводи се поступак поређења у паровима. За сваки чвор хијерархијске структуре, осим циља, формира се одговарајућа матрица поређења у паровима, следећег облика:

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

где елемент матрице a_{ij} одражава однос значаја критеријума (алтернативе) A_i у односу на A_j , а n представља број елемената на датом нивоу хијерархијске структуре.

За међусобно поређење елемената на датом нивоу хијерархијске структуре, у односу на елементе са вишег нивоа, користи се Сатијева скала (Табела 7.1).

Табела 7.1. Сатијева скала релативног значаја

Дефиниција	Значај*
Исти значај	1
Слаба доминација	3
Јака доминација	5
Врло јака доминација	7
Апсолутна доминација	9

*2, 4, 6, 8 међувредности

Сатијева скала користи бројеве од 1 до 9, или прецизније бројеве 1, 3, 5, 7, 9, јер се бројеви 2, 4, 6, 8 ређе користе, и служе за финије поређење.

У случају поређења два ентитета E1 и E2:

- Вредност 1 указује на исти значај ентитета E1 и E2, односно E1 и E2 су истог значаја.
- Вредности веће од 1 указују на извесну доминацију ентитета E1 у односу на E2, односно E1 је значајније у односу на E2.
- Вредности мање од 1 указују на извесну доминананост ентитета E1 у односу на E2, односно E1 је мањег значаја од E2, односно E2 је значајније у односу на E1. У овом случају вредности се формирају се као реципрочне вредност истог степена доминације ентитета E1 у односу на E2.

$$S_i = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 1, 3, 5, 7, 9 \right\}$$

Током поређења у паровима вредности елемената матрице поређења:

- изнад главне дијагонале добијају се на основу поређења у паровима.
- на главној увек имају вредност 1.

– испод главне дијагонале формирају се применом следеће формуле:

–

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}. \quad (7.2)$$

Корак 3. Одређивање релативних тежина

Постоји неколико поступака који се могу користити за одређивање релативних тежина у АХП методи. Као основни наводи се следећи:

У циљу одређивања релативних тежина потребно је поделити елементе колоне матрице поређења сумом елемената те колоне (односно, нормализовати колону), затим сабрати нормализоване елементе и суму додати у сваку резултују врсту и коначно, поделити ову суму бројем елемената те колоне. Ова процедура се може описати следећим формулама:

$$a_{ij}^* = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}, \text{ и} \quad (7.3)$$

$$w_i = \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij}^*}{n} \quad (7.4)$$

где a_{ij} представља елемент матрице поређења, a_{ij}^* представља његову нормализовану вредност, w_i релативну тежину, и n ранг матрице.

Корак 4. Провера конзистентности поређења у паровима

АХП метода омогућава да се идентификује и анализира неконзистентности доносиоца одлука у процесу расуђивања и вредновања елемената хијерархије. Човек је, наиме, ретко конзистентан при процењивању вредности или односа квантитативних и квалитативних елемената у хијерархији.

АХП метода на одређен начин уважава наведену чињеницу због чега она садржи поступак за мерење конзистентности који се заснива на одређеним премисама и једноставним матричним операцијама.

Конзистентност (сагласност) извршеног поређења у паровима одређује се провером степена конзистентности матрице поређења у паровима.

У наставку је приказана једноставан процедура која се састоји од три корака:

(1) Израчунавање максималне сопствене вредности матрице поређења. Максимална сопствена вредност матрице поређења, λ_{\max} , одређује се применом формуле:

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j}{w_i}. \quad (7.5)$$

Што је вредност λ_{\max} ближа броју n , већа је конзистентност матрице поређења, а сами тим и извршеног поређења у паровима.

(2) Израчунавање индекса конзистентности. Индекс конзистентности CI се рачуна помоћу формуле:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}. \quad (7.6)$$

(3) Израчунавање степена конзистентности. Степен конзистентности CR представља однос индекса конзистентности CI и тзв. случајног индекса RI , и добија се применом формуле:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (7.7)$$

Сматра се да је матрица поређења у паровима A конзистентна ако је степен конзистентности мањи од 0,1 (10%). У супротном, потребно је извршити проверу спроведеног поређења. Међутим, Ако је степен конзистентности већи од 0,10, резултате би требало поново анализирати и установити разлоге неконзистентности, уклонити их делимичним понављањем поређења у паровима, а ако понављање процедуре у неколико корака не доведе до снижења степена конзистентности до толерантног лимита 0,10, све резултате треба одбацити и поновити цео поступак од почетка.

Вредност RI за разне редове матрица одређена је статистичким путем на бази узорака од 500 и 1000 случајно генерисаних матрица поређења (Saaty, 1980) дате су у **табели 7.2**.

Табела 7.2. Вредности RI у зависности од димензија матрице A ¹³⁰

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

Корак 5. Одређивање укупне перформансе, сваке алтернативе.

Финални корак у примени АХП методе представља одређивање укупне перформансе (тежине) сваке алтернативе, што се врши применом следеће формуле:

$$w_i = \sum_{j=1}^n c_j w_{ij}, \quad i=1, \dots, m \quad (7.8)$$

где w_i представља тежину (приоритет) i -те алтернативе, c_j тежину j -тог критеријума, w_{ij} тежину i -те алтернативе у односу на j -ти критеријум, m број алтернатива, и n број критеријума

Примена АХП методе за одређивање значаја критеријума. Осим за комплетно решавање ВКО проблема, АХП метода се често користи у комбинацији са другим методама ВКО, при чему се АХП метода користи за одређивање значаја критеријума, док се сама евалуација и избор најприкладније алтернативе врши применом друге методе.

7.2. Компромисно програмирање

Методу компромисног програмирања (енг. Compromise Programming) су предложили Zeleny (1973)¹³¹ и Yu (1973)¹³². Основна идеја ове методе је да се изабере алтернатива која има најмање растојање од идеалног решења.

¹³⁰ Saaty, T.L. (1980). *The Analytical Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York.

¹³¹ Zeleny, M. (1973). Compromise programming. In: *Multiple Criteria Decision Making*, eds: J. Cochrane L. & M. Zeleny, pp. 262-301, University of South Carolina Press, Columbia, SC.

¹³² Yu, P. L. (1973). A class of solutions for group decision problems. *Management Science*, 19(8), 936-946.

За неки проблем вишекритеријумског одлучивања који садржи m алтернатива које се евалуирају на основу n критеријума, поступак избора најприхватљивије алтернативе се може представити следећом формулом:

$$\min L_{p,i} = \left\{ \sum_{j=1}^n w_j^p \left(\frac{x_j^* - x_{ij}}{x_j^* - x_j^-} \right)^p \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (7.9)$$

где $L_{p,i}$ означава удаљеност i -те алтернативе за параметар p , w_j означава значај j -тог критеријума; x_j^* и x_j^- означавају најбољу (идеалну) и најгору перформансу j -тог критеријума; x_{ij} означава перформансу i -те алтернативе у односу на j -ти критеријум, $i = 1, 2, \dots, m$ и $j = 1, 2, \dots, n$.

Параметар p , у формули (7.9), служи за давање значаја максималном растојању алтернативе у односу на идеалну тачку. Променом вредности овог параметра у интервалу 1 до бесконачно, формула (7.9) се трансформише од минимизирања суме растојања алтернативе у односу на идеалну тачку по свим критеријумима до минимизирања максималног растојања у односу на идеалну тачку. Прецизније речено, када параметар p има вредност 1 сва растојања у односу на идеалну тачку имају исти значај, те се у том случају рачуна сума растојања у односу на сваки критеријум, а алтернатива са најмањом вредношћу суме је најприхватљивија.

Са порастом вредности пораста параметра p краћа растојања губе на значају, тако да у случају када p тежи значај за избор има само највеће растојање у односу на идеалну тачку, и у таквим случајевима најбоља алтернатива је алтернатива која има најмање одступање у односу на идеалну тачку.

Најбоља x_j^* и најгора x_j^- перформанса у односу на j -ти критеријум се одређују на следећи начин:

$$x_j^* = \begin{cases} \max_i x_{ij}; & j \in \Omega_{\max} \\ \min_i x_{ij}; & j \in \Omega_{\min} \end{cases}, \text{ И} \quad (7.10)$$

$$x_j^- = \begin{cases} \min_i x_{ij}; & j \in \Omega_{\max} \\ \max_i x_{ij}; & j \in \Omega_{\min} \end{cases}, \quad (7.11)$$

где Ω_{\max} и Ω_{\min} означавају скуп приходних и скуп расходних атрибута.

У односу на друге методе вишекритеријумског одлучивања метода компромисног програмирања је мање заступљена. Значајну примену ова метода је имала у области управљања водним ресурсима^{133, 134, 135}, али је такође примењивана и за решавање проблема у другим областима, као што менаџмент^{136,137} или решавање проблема у економији¹³⁸.

7.3. Евалуација алтернатива заснована на примени АХП и СР метода у групном окружењу

У групном окружењу одлуке се доносе на основу ставова више испитаника, обично експерата из одговарајуће области.

У литератури је разматрано више приступа групном ВКО одлучивању, а као често коришћени поступак се може навести приступ у коме се:

- одређују групне тежине критеријума на основу тежина критеријума добијених од сваког испитаника коришћењем АХП методе.

¹³³ Duckstein, L., & Opricovic, S. (1980). Multiobjective optimization in river basin development. *Water resources research*, 16(1), 14-20.

¹³⁴ Simonovic, S. P., Venema, H. D., & Burn, D. H. (1992). Risk-based parameter selection for short-term reservoir operation. *Journal of Hydrology*, 131(1-4), 269-291.

¹³⁵ Simonovic, S. P., & Burn, D. H. (1989). An improved methodology for short-term operation of a single multipurpose reservoir. *Water Resources Research*, 25(1), 1-8.

¹³⁶ Teclé, A., Shrestha, B. P., & Duckstein, L. (1998). A multiobjective decision support system for multiresource forest management. *Group Decision and Negotiation*, 7(1), 23-40.

¹³⁷ Poff, B., Teclé, A., Neary, D. G., & Geils, B. (2010). Compromise Programming in forest management. *Journal of the Arizona-Nevada Academy of Science*, 44-60.

¹³⁸ André, F. J., Cardenete, M. A., & Romero, C. (2008). Using compromise programming for macroeconomic policy making in a general equilibrium framework: theory and application to the Spanish economy. *Journal of the Operational Research Society*, 59(7), 875-883.

- одређују групне перформансе алтернатива у односу на критеријума на основу перформанси алтернатива добијених од сваког испитаника, и
- одређују укупне перформансе, односно значај, сваке алтернативе неке ВКО методе, а у датом случају применом методе ЦП, на основу групних тежина и групних перформанси.

Групне тежине и групне перформансе се могу одредити применом следећих формула:

$$w_j = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K w_j^k, \text{ и} \quad (7.12)$$

$$x_{ij} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_{ij}^k, \quad (7.13)$$

где w_j^k означава значај j -тог критеријума добијеног на основу ставова k -тог испитаника, x_{ij}^k означава перформансу i -те алтернативе у односу на j -ти критеријум добијене од k -тог доносиоца одлука; $i=1,2, \dots, m$; $j=1,2, \dots, n$; $k=1,2, \dots, K$.

7.4. Студија случаја – избор производних линија у металуршкој индустрији

У разматраној студији случаја извршена је евалуација пет производних линија у металуршкој индустрији на основу ставова пет испитаника тј. експерта из одговарајуће области.

Производне линије су евалуране са три становишта:

- поузданост, која се огледа кроз време и трошкове одржавања и поправки, ако и број планских и непланских застоја производне линије.
- квалитет производа који се на тим линијама остварује.
- продуктивност.

Због тога су у циљу евалуације производних линија усвојени следећи критеријуми:

- C_1 – експлоатациони индикатор,
- C_2 – индикатор одржавања и поправки,

- C_3 – индикатор перформанси, и
- C_4 – индикатор квалитета.

Полазна табела поређења у паровима добијена од првог експерта приказана је у табели 7.3.

Табела 7.3. Табела поређења у паровима добијених од првог експерта

Критеријум		C_1	C_2	C_3	C_4
Експлоатациони индикатор	C_1	1	1/3	1/2	1/2
Индикатор одржавања и поправки	C_2		1	1/2	1
Индикатор перформанси	C_3			1	1
Индикатор квалитета	C_4				1

Нормализована табела поређења у паровима приказана је у табели 7.4, а значај критеријума и остварени степен конзистентности приказане су у табелама 7.4 и 7.5.

Табела 7.4. Нормализована табела поређења у паровима добијених од првог експерта

Критеријум		C_1	C_2	C_3	C_4
Експлоатациони индикатор	C_1	0.125	0.077	0.167	0.143
Индикатор одржавања и поправки	C_2	0.375	0.231	0.167	0.286
Индикатор перформанси	C_3	0.250	0.462	0.333	0.286
Индикатор квалитета	C_4	0.250	0.231	0.333	0.286

Табела 7.5. Тежине и степен конзистентности добијени на основу одговора добијених од првог експерта

Критеријум		Σ	w_i
Експлоатациони индикатор	C_1	0.511	0.128
Индикатор одржавања и поправки	C_2	1.058	0.265
Индикатор перформанси	C_3	1.331	0.333
Индикатор квалитета	C_4	1.100	0.275

$CR = 4.37\%$

Као што се из табеле 7.5 може видети, остварени степен конзистентности за првог експерта је 4.37% што значи да су добијени резултати, односно тежине, прихватљиви.

Табела поређења у паровима за другог испитаног експерта, као и одговарајуће тежине добијене на основу наведених поређења, укључујући и остварени степен конзистентности, приказане су у табели 7.6.

Табела 7.6. Табела поређења у паровима добијених од другог експерта

Критеријум		C_1	C_2	C_3	C_4	w_i
Експлоатациони индикатор	C_1	1	1/3	1/3	1/2	0.114
Индикатор одржавања и поправки	C_2		1	1/2	1/3	0.192
Индикатор перформанси	C_3			1	1	0.337
Индикатор квалитета	C_4				1	0.358

$CR = 8.51\%$

На сличан начин су приказане табеле поређења у паровима добијене од трећег, четвртог и петог експерта, у табелама 7.7, 7.8 и 7.9, редом.

Табела 7.7. Табела поређења у паровима добијених од трећег експерта

Критеријум		C_1	C_2	C_3	C_4	w_i
Експлоатациони индикатор	C_1	1	1	1/2	1/3	0.141
Индикатор одржавања и поправки	C_2		1	1/2	1/3	0.141
Индикатор перформанси	C_3			1	1/2	0.263
Индикатор квалитета	C_4				1	0.455

$CR = 3.70\%$

Табела 7.8. Табела поређења у паровима добијених од четвртог експерта

Критеријум		C_1	C_2	C_3	C_4	w_i
Експлоатациони индикатор	C_1	1	1	1/2	1.3	0.138
Индикатор одржавања и поправки	C_2		1	1/2	1/5	0.125
Индикатор перформанси	C_3			1	1	0.309
Индикатор квалитета	C_4				1	0.428

$CR = 2.97\%$

Табела 7.9. Табела поређења у паровима добијених од петог експерта

Критеријум		C_1	C_2	C_3	C_4	w_i
Експлоатациони индикатор	C_1	1	1/3	1/2	1/2	0.128
Индикатор одржавања и поправки	C_2		1	1/2	1	0.265
Индикатор перформанси	C_3			1	1	0.333
Индикатор квалитета	C_4				1	0.275

$CR = 4.37\%$

Коначно, групне тежине добијене формулом 12 приказане су у табели 7.10.

Табела 7.10. Групне тежине критеријума

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	w_i
C_1	0.128	0.114	0.141	0.138	0.128	0.130
C_2	0.265	0.192	0.141	0.125	0.265	0.197
C_3	0.333	0.337	0.263	0.309	0.333	0.315
C_4	0.275	0.358	0.455	0.428	0.275	0.358

Након одређивања групних тежина сваки од петоро експерата је извршио евалуацију (вредновање) алтернатива у односу на изабрани скуп критеријума. За евалуацију алтернатива коришћена је Ликертова скала са 5 подела које су имале значење приказано у табели 7.11.

Табела 7.11. Ликертова скала коришћена за вредновање перформанси алтернатива у односу на критеријума

Оцена	Значење
5	Изврсне перформансе
4	Добре перформансе
3	Просечне перформансе
2	Перформансе испод просека
1	Лоше перформансе

Перформансе алтернатива добијене од петоро експерта приказане су у табелиама 7.12 до 7.16.

Табела 7.12. Перформансе алтернатива у односу на критеријуме добијене од првог експерта

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	4	4	4	4
A_2	3	4	5	4
A_3	4	3	4	3
A_4	5	5	5	4
A_5	3	5	3	4

Табела 7.13. Перформансе алтернатива у односу на критеријуме добијене од другог експерта

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	4	3	4	4
A_2	4	5	5	5
A_3	5	3	4	4
A_4	5	5	5	3
A_5	3	5	3	4

Табела 7.14. Перформансе алтернатива у односу на критеријуме добијене од трећег експерта

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	5	5	4	4
A_2	5	5	3	3
A_3	4	4	4	3
A_4	5	4	4	4
A_5	3	5	3	4

Табела 7.15. Перформансе алтернатива у односу на критеријуме добијене од четвртог експерта

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	4	4	4	4
A_2	4	3	5	5
A_3	3	4	5	3
A_4	3	3	5	3
A_5	3	5	3	4

Табела 7.16. Перформансе алтернатива у односу на критеријуме добијене од петог експерта

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	4	3	5	4
A_2	3	3	4	3
A_3	3	2	5	3
A_4	3	4	4	4
A_5	3	4	3	4

Коначно, групне перформансе добијене формулом 7.13 приказане су у табели 17.

Табела 7.17. Групне перформансе алтернатива добијене од пет експерта

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	4.200	3.800	4.200	4.000
A_2	3.800	4.000	4.400	4.000
A_3	3.800	3.200	4.400	3.200
A_4	4.200	4.200	4.600	3.600
A_5	3.000	4.800	3.000	4.000

Нормализована и тежински нормализована матрица одлучивања добијене су применом следећих формула

$$\bar{x}_{ij} = \frac{x_j^* - x_{ij}}{x_j^* - x_j^-}, \text{ и} \quad (7.14)$$

$$v_{ij} = w_j \frac{x_j^* - x_{ij}}{x_j^* - x_j^-}, \quad (7.15)$$

где \bar{x}_{ij} означава нормализовану перформансу i -те алтернативе у односу на j -ти критеријум, а v_{ij} означава тежински нормализовану перформансу i -те алтернативе у односу на j -ти критеријум.

Нормализована и тежински нормализована матрица одлучивања приказане су у табелама 7.18 и 7.19.

Табела 7.18. Нормализована матрица одлучивања

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	0.0000	0.6250	0.2500	0.0000
A_2	0.3333	0.5000	0.1250	0.0000
A_3	0.3333	1.0000	0.1250	1.0000
A_4	0.0000	0.3750	0.0000	0.5000
A_5	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000

Табела 7.19. Тежински нормализована матрица одлучивања

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	0.0000	0.1233	0.0787	0.0000
A_2	0.0433	0.0986	0.0393	0.0000
A_3	0.0433	0.1972	0.0393	0.3583
A_4	0.0000	0.0740	0.0000	0.1791
A_5	0.1298	0.0000	0.3147	0.0000

Укупне перформансе алтернатива, као и ранг алтернатива, за параметар $p=1$, приказане су у табели 7.20.

Табела 7.20. Укупне перформансе алтернатива, за параметар $p=1$

Алтернатива	$L_{1,i}$	Ранг
A_1	0.2019	2
A_2	0.1812	1
A_3	0.6381	5
A_4	0.2531	3
A_5	0.4445	4

Као што се из табеле 7.20 може закључити, најприхватљивија алтернатива је алтернатива, односно производна линија означена као A_2 .

Укупне перформансе алтернатива, као и ранг алтернатива, за параметар $p=5$, приказане су у табели 7.21.

Табела 7.21. Укупне перформансе алтернатива, за параметар $p=5$

Алтернатива	$L_{5,i}$	Ранг
A_1	0.00003	2
A_2	0.00001	1
A_3	0.00620	5
A_4	0.00019	3
A_5	0.00312	4

На основу података из табеле 7.21 може се закључити да пораст вредности параметра p не утиче на ранг алтернатива, због чега се производна линија означена као A_2 може сматрати најприкладнијом под датим условима.

ЗАКЉУЧАК

У савременом пословању често се за решавање комплексних проблема који прате производњу и оптимизацију фактора производње а који имају утицаја на профитабилност, прибегава различитим методама и алгоритмима. Комплексност проблема често захтева и примену алгоритама хеуристичке оптимизације у комбинацији са симулационим системима и одговарајућим алтернативама. У докторској дисертацији су примењене и тестирана два различита модела. Први модел се заснива на употреби линеарног програмирања за решавање проблема у пекарској индустрији. Други модел се заснива на употреби вишекритеријумске анализе за решавање проблема избора производних линија у металуршкој индустрији. О наведеним моделима и исходима примене ће више речи бити у наставку.

Примена линеарног програмирања се показала као изузетно подесна за решавање проблема и оптимизације у пекарској индустрији, тачније у предузећу Дон Дон. Наиме, резултати добијени применом линеарног програмирања указују предикције да ће погон остварити знатан профит уколико посматраном објекту дистрибуира одређену количину врста проивода. Наведени резултат представља оптимално решење посматраног проблема и ни један другачији програм производње не би допринео максимизацији профита. Имајући у виду и да се одређена врста производа налази на асортиману а да се исти не налазе у коначном решењу, то показује да расположиви ресурси нису адекватно ангажовани. Оптимизација наведеног пословног процеса је успешно извршена. Међутим, основно ограничење наведеног поступка се огледа у томе што је пример приказан на претпостављеним подацима, те би укључивање стручњака у дефинисање основних производних параметара и ограничења допринело квалитету саме анализе. Поред тога, било би пожељно поставити дуални проблем и тестирати осетљивост на промене у пословном окружењу. Такође, пошто се производња одвија у променљивим економским условима, те је врло тешко прецизно одредити све податке на којима треба базирати анализу, примена фази програмирања би била сасвим адекватна и оправдана, те би управо фази програмирање могао бити један од будућих праваца истраживања. Спроведен емпиријски пример се показао успешним за решавање проблема оптимизације фактора производње, алокације ресурса, максимизацији профита и побољшању укупних перформанси предузећа. На основу претходно изнетог, постављене посебне хипотезе су успешно доказане а оне гласе:

- Оптималном алокацијом ресурса долази се до оптимизације фактора производње.
- Оптимизацијом фактора производње постиже се бољи учинак и успех предузећа, тј. побољшавају се перформансе предузећа.

Свака организација се данас суочава и са проблемом доношења одлука, односно генерално одлучивањем. У том смислу, једна од интенција докторске дисертације је била да представи и један модел заснован на вишекритеријумској анализи а који има за циљ да помогне у решавању проблема избора оптималних производних линија у металуршкој индустрији. Разматрана студија случаја укључивала је пет линија у металуршкој индустрији где су евалуацију спровели експерти из одговарајуће области. Линије су евалуиране са три становишта (поузданост, која се огледа кроз време и трошкове одржавања и поправки, број планских и непланских застоја производне линије; квалитет производа који се на тим линијама остварује и продуктивност). Стога, евалуација производних линија је укључивала следеће критеријуме (C_1 – експлоатациони индикатор; C_2 – индикатор одржавања и поправки, C_3 – индикатор перформанси, и C_4 – индикатор квалитета). У овом случају за дефинисање тежинских коефицијената је примењена АХП метода док је за избор најоптималнијих алтернатива примењено компромисно програмирање. Предложени модел представља хибридни модел који је тестиран на студији случаја за избор производних линија у металуршкој индустрији. Применом наведеног приступа успешно је изабрана најприхватљивија производна линија. Такође, пораст вредности параметра p не утиче на ранг алтернатива, због чега се производна линија означена као A_2 може сматрати најприкладнијом под датим условима. Поред наведених метода, као препоруке за даља истраживања могу се користити и друге методе вишекритеријумске анализе. Претходно изнето показује да је предложени модел применљив и ефективан, поготову што може менаџменту да помогне у избору стратегија а у циљу оптималне алокације расположивих ресурса. Стога, може се изнети став да је доказана и посебна хипотеза која гласи:

- Избором и имплементацијом адекватних стратегија од стране менаџмента, предузећа остварују своје циљеве оптималном алокацијом различитих расположивих ресурса.

Имајући у виду да је примена два модела у истраживачком делу дисертације довела до успешног доказивања свих постављених посебних хипотеза, може се закључити да је доказана и генерална хипотеза:

Функционисање малих и средњих предузећа треба да омогући одговарајуће промене у степену развоја наше привреде са значајном орјентацијом ка стварању производа и пружању услуга намењених извозу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ahumada, O., & Villalobos, J. R. (2009). Application of planning models in the agri-food supply chain: A review. *European journal of Operational research*, 196(1), 1-20.
2. Alding, R.J., Stearns, T.H., *Management*, South-West Publishing Company, Cincinnati, 1987.
3. André, F. J., Cardenete, M. A., & Romero, C. (2008). Using compromise programming for macroeconomic policy making in a general equilibrium framework: theory and application to the Spanish economy. *Journal of the Operational Research Society*, 59(7), 875-883.
4. Ansoff, I., Declerck, R., Hayes, R., *From Strategic Planning to Strategic Management*, John Wiley & Sons, 1976.
5. Ansoff, I., et. al., *Implanting Strategic Management*, Prentice Hall, 1990
6. Arandžević, Z., *Nacionalna ekonomija*, Ekonomski fakultet, Niš, 2004.
7. Bazala, A., *Metode istraživanja tržišta*, Progres, Zagreb, 1978.
8. Bergson, A., Comparative productivity, *American Economic Review*, June, 1987.
9. Bernard, L. C., *An Evolutionary Theory of Human Motivation*, Los Angeles, 2006.
10. Božinović, M., Stojanović, V., *Matematičke metode i modeli u ekonomiji preduzeća*, VEŠ, 2003.
11. Božinović, M., Stojanović, V., *Matematika za ekonomiste*, VEŠ, Leposavić, 2004.
12. Brown, G., *Brand Loyalty - Facts of Fiction*, J.M.R. 1964.
13. Byars, L.L., Rue, L.W., Zahra, S.A., *Strategic management*, Irwin, Chicago, 1996.
14. Černe, F., *Tržište i cijene*, Informator, Zagreb, 1966.
15. Certo, C.S., Peter, P., *Strategic Management: Concepts and Applications*, McGraw-Hill, 1991.
16. Cobb, W., Douglas, P., H., A Theory of Production, *American Economic Review*, 1928.
17. Conlisk, J. An Aggregate Model of Technical Change, *The Quarterly Journal of Economics*, 104(4), 1989.
18. Cunningham, M.R., Consumer Loyalty to Store and Brand, *Harvard Business rev.* Vol. 39, 1962.
19. Cvetanović, S., *Teorija privrednog razvoja*, Ekonomski fakultet, Niš, 2005.
20. Daly, R., The long-Run Demand for Farm Products Research, *Journal of Farm Economics*, No.3., 1956.

21. D'Aveni, R., *Hyper Competition: Managing the Dynamics of Strategic Maneuvering*, New York, Free Press, 1994.
22. David, F., *Strategic Management*, fifth edition, Prentice-Hall, International, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
23. Dess, G.G., Lumpkin, T.G., *Strategic Management*, Mc Grow-Hill, IRWIN, Boston, 2003.
24. Dinkić, M., *Merenje ekonomske efikasnosti upotrebe resursa*, Ekonomska politika, Beograd, 1994.
25. Đorđević, B., *Menadžment, principi, teorija i primena*, Fim, Kruševac, 2006.
26. Đorđević, B., *Strategijski menadžment*, Fim, Kruševac, 2005.
27. Dragutinović, D., Filipović, M., Cvetanović, S., *Teorija privrednog rasta i razvoja*, Ekonomski fakultet, Beograd, 2005.
28. Drucker, P., *Menadžment za budućnost*, PS Grmeč, Beograd, 1995.
29. Drucker, P., *Postkapitalističko društvo*, Grmeč-Privredni pregled, Beograd, 1995.
30. Duckstein, L., & Opricovic, S. (1980). Multiobjective optimization in river basin development. *Water resources research*, 16(1), 14-20.
31. Đuričin, D., Janošević, S., *Menadžment i strategija*, Ekonomski fakultet, Beograd, 2005.
32. Easterly, W. The Ghost of Finance Gap: testing the growth Model of Industrial Financial Institutions. *Journal of Development Economics* 60, no.2., 1999.
33. *Ekonomska enciklopedija*, Tom 2, Savremena administracija, Beograd, 1984.
34. Floudas, C. A., & Lin, X. (2005). Mixed integer linear programming in process scheduling: Modeling, algorithms, and applications. *Annals of Operations Research*, 139(1), 131-162.
35. Frish, R., *New Methods of Measuring Marginal Utility*, *Econometrica*, 1923.
36. Gogić, P. (1991). Choice of optimal structure of lasting plantations by using linear programming. *Ekonomika poljoprivrede*, 38(4), 161-179.
37. Grant, M., *Contemporary Strategy Analysis*, Basil Blackwell, Cambridge, 1991.
38. Guberinić, S., *Sistemi, upravljanje sistemima, systemske discipline, tehnike i metode*, Institut „M. Pupin“, Beograd, 1970.
39. Gylfason, T., *Principles of Economic Growth*, Oxford, 1999.
40. Hanić, H., *Istraživanje marketinga i marketing informacioni sistem*, Ekonomski fakultet, Beograd, 2002.
41. Harvard Business School - Institute for Strategy and Competitiveness - www.isc.hbs.edu

42. Henderson, J., Quandt, R., *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach*, Ch. 4 McGraw-Hill, New York, 1971.
43. Hitt, A.M., Ireland, D.J., Hosskison, R.E., *Strategic Management*, West Publishing Company, New, York, 1995.
44. <https://www.tvojih5minuta.rs/o-nama/portret-preduzeca>
45. Izveštaj o konkurentnosti ,Svetski ekonomski forum,Davos, 2010.
46. Janjić, S., *Istraživanje tržišta*, Beograd, 1995.
47. Johnson, G., i drugi, *Exploring Corporate Strategy*, Prentice Hall, 1988.
48. Jovanović, M., Langović, A., *Strategijski menadžment*, Megatrend univerzitet primenjenih nauka, Beograd, 2001
49. Kalinić, V., Dmitrović, R., *Menadžment u tranziciji*, Soko Banja, 1997.
50. Kitanović, D., Golubović, D., Petrović, D., *Osnovi ekonomije*, Ekonomski fakultet, Niš, 2009.
51. Knežević, R., *Marketing*, Viša poslovna škola, Beograd, 2001.
52. Komazec, G., Petrović-Lazarević, S., *Upravljanje razvojem preduzeća*, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007.
53. *Konkurentnost privrede Srbije*,Jefferson institute, Beograd, 2003
54. Kornai, J., *The Socialist Systems, the Political Economy of Communism*, Clarendon Press, Oxford, 1992.
55. Kotler P., *Marketing Menagement*, eleventh edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 2003.
56. Kotler, P., *Marketing Management*, fifth edition, Prentice-Hall Inc, Englewood, Cliffs, NJ., 1984.
57. Langrange, J. L., *Lectures on elementary mathematics*, Chicago, 1901.
58. Levitt T., *Marketing Success Through Differentiation of Everything*, Harvard Business Review, 1980.
59. Lewin, K., Grabbe, P., *Conduct, knowledge and acceptance of new values*, Journal of Social Issues 2, 1945.
60. Maddison, A., *Dynamic Forces in Capitalist Development: A Long-run Comparative view*, Oxford, University Press, New York, 1992.
61. Maddison, A., *Phases of Capitalist Development*, Oxford, University Press, London, 1982.; *The World in the Twentieth Century*, OECD, Paris, 1989.
62. Madžar, LJ., *Optimizacija u teoriji proizvodnje i privrednog rasta*, Institut za ekonomska istraživanja, Beograd, 1976.
63. Madžar, Lj., *Teorija i modeli agregatne tražnje*, Informator, Zagreb, 1982.

64. Magdalinović, N., Jovanović, R. (2012). Naučne osnove upravljanja projektima. FMZ, Megatrend univerzitet Beograd.
65. Magdalinović, N., Jovanović, R. (2012). Naučne osnove upravljanja projektima. FMZ, Megatrend univerzitet Beograd.
66. Malinić, S., Janjić, V., Todorović, M., Jovanović, D. (2011). Upravljačko računovodstvena informaciona podrška u optimizaciji proizvodno-prodajnog asortimana primenom linearnog programiranja. *Ekonomске teme*, 3, 415-432.
67. Marcus, B., Aaker, D., D.Cohen, Modern Marketing, Random House Inc., New York, 1975.
68. Marshall, A., Principles of Economic, London,1980.
69. Mašić, B., Strategijski menadžment, Univerzitet „Braća Karić“, Beograd, 2001.
70. Milanović, R., Osnovi marketinga, Svetlost, Srajevo, 1975.
71. Miletić, S., Istraživanje tržišta, Ekonomski fakultet, Pristina, 2004.
72. Milisavljević, M., Marketing, 20. izmenjeno izd., Beograd, 2001.
73. Milisavljević, M., Planiranje preduzeća, Ekonomska enciklopedija, Tom 2, Savremena administracija, Beograd, 1984.
74. Milisavljević, M., Savremeni strategijski menadžment, Megatrend univerzitet, Beograd, 2007.
75. Milisavljević, M., Todorović, J., Planiranje i razvojna politika preduzeća, Savremena administracija, Beograd, 1994
76. Milisavljević, M., Todorović, J., Strategijsko upravljanje, Univerzitet u Beogradu – Ekonomski fakultet, Beograd, 1991.
77. Moor, H., Forecasting the Yield and Price of Cotton, New York, 1917.
78. Nikolić, I., Borović, S., Višekriterijumska analiza CVŠ VJ, Beograd, 1996.
79. Nikolić, I., Borović, S.: Višekriterijumska optimizacija: metode, primena u logistici, softver, CVŠ VJ, Beograd, 1996.
80. Omae, K., Kako razmišlja strateg (umetnost japanskog poslovanja), Grmeč, Beograd, 1995
81. Pavličić, M., Menadžment malog preduzeća, ICIM, Kruševac, 2005.
82. Pavlović, M., Pavlović, R., Financial Investment in Managers' Education - Expenditure or Investment, The second international scientific conference "University education in transition - transition in university education - modern and universal", Proceedings, Higer Education Institution for applied studies for Entrepreneurialship, Belgrade, December 2011.

83. Pavlović, M., Stamenković, M., Financial and Managerial Knowledge-Serbian Management Situation, The second international scientific conference "University education in transition - transition in university education - modern and universal", Belgrade, December 2011.
84. Pearce J.A. II and R. B. Robbinston Jr., Strategic Management, Third ed. IRWIN Hoomewood, I 11. 1988.
85. Peters, T., Crazy Times Call for Crazy Organizations, Vitage Box a Division of Random House Inc., New York, 1994.
86. Petrović, R., Specijalne metode u optimizaciji sistema, NIP, Tehnička knjiga, Beograd, 1977.
87. Pjanić, Z., Nova teorijska ekonomija u Americi, Socijalizam, br.6, 1981., str. 166.
88. Poff, B., Teclé, A., Neary, D. G., & Geils, B. (2010). Compromise Programming in forest management. *Journal of the Arizona-Nevada Academy of Science*, 44-60.
89. Porter, E.M., Competitive Advantage, The Free Press, New York, 1985.
90. Porter, M., Competition in global industries: A conceptual framework, Harvard Businss School Press, Boston, 1986.
91. Porter, M., Competitive Strategy: Techniques for Analyzing Industries and Competitors, 1980.
92. Porter, M., What is strategy? *Harvard Business Review*, Nov/Dec 1996.
93. Pratt, W.R. Jr., Consumer Behavior, Some Psihological Aspekts, *Sciennce in Marketing* ed.
94. Ramsey, F., A mathematical Theory of Saving, *Economic Journal*, 1928.
95. Saaty, T.L. (1980). *The Analytical Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York.
96. Saaty, T.L. (1980). *The Analytical Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York.
97. Senić, R., *Marketing menadžment*, Ekonomski fakultet, Kragujevac, 1999
98. Shaw, K., Shankar, R., Yadav, S. S., & Thakur, L. S. (2012). Supplier selection using fuzzy AHP and fuzzy multi-objective linear programming for developing low carbon supply chain. *Expert systems with applications*, 39(9), 8182-8192.
99. Simon, H., *Administrative Behavior: A Study of Decision Making Processes in Administrative Organization*, Free Press, 1997.
100. Simonovic, S. P., & Burn, D. H. (1989). An improved methodology for short-term operation of a single multipurpose reservoir. *Water Resources Research*, 25(1), 1-8.

101. Simonovic, S. P., Venema, H. D., & Burn, D. H. (1992). Risk-based parameter selection for short-term reservoir operation. *Journal of Hydrology*, 131(1-4), 269-291.
102. Solow, R., A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 1956.
103. Solow, R., *Growth Theory: An Exposition*, New York, Oxford, University Press, New York, 1970.
104. Solow, R., Technical Change and Aggregate Production Function, *Review of Economics and Statistics*, No 39; August, 1957.
105. Stamenković, S., *Strategijski menadžment u saobraćaju R.Srbije*, INOROG, Bor, 2007
106. Stanton, W.J., *Fundamentals of Marketing*, Sixth Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, 1981.
107. Steiner, A. G., Miner, B. J., Gray, R. E., *Management, Policy and Strategy*, Macmillan Inc., New York, 1986.
108. Stoiljković, D., *Teorija i merenje tražnje*, Ekonomika, Nis, 1983.
109. Stojanović, D., *Matematičke metode u ekonomiji*, Savremena administracija, Beograd, 1982.
110. Šuvakov, T., Šagi, A., *Mikroekonomija*, Ekonomski fakultet, Subotica, 2004.
111. Teclé, A., Shrestha, B. P., & Duckstein, L. (1998). A multiobjective decision support system for multiresource forest management. *Group Decision and Negotiation*, 7(1), 23-40.
112. Thompson, A. A.: *Crafting and Executing Strategy: The Quest for Competitive Advantage*, McGraw – Hill/Irwin, New York, 2005.
113. Thomson, A., Strickland III, A. J., Gamble, E.J. *Strateški menadžment*, XIV izdanje, Zagrebačka škola menadžmenta i ekonomije, MATE d.o.o. Zagreb, 2008.
114. Todorović, J., Đuričin, D., Janošević, S., *Strategijski menadžment*, Ekonomski Fakultet, Beograd, 2003.
115. Varijan, H., *Intermediate Microeconomics, A modern Approach*, W.W. Norton&Company, London, 2003.
116. Vasant, P. M. (2006). Fuzzy production planning and its application to decision making. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 17(1), 5-12.
117. *Vojna enciklopedija*, drugo izdanje, br. 9, Redakcija vojne enciklopedije, Beograd, 1975.

118. Wouda, F. H., van Beek, P., van der Vorst, J. G., & Tacke, H. (2002). An application of mixed-integer linear programming models on the redesign of the supply network of Nutricia Dairy & Drinks Group in Hungary. *Or Spectrum*, 24(4), 449-465.
119. Yu, P. L. (1973). A class of solutions for group decision problems. *Management Science*, 19(8), 936-946.
120. Zdravković, D., i dr. *Teorija i politika cena*, Ekonomski fakultet, Niš, 2000.
121. Zeleny, M. (1973). Compromise programming. In: *Multiple Criteria Decision Making*, eds: J. Cochrane L. & M. Zeleny, pp. 262-301, University of South Carolina Press, Columbia, SC.
122. Zotos, K. (2007). Performance comparison of Maple and Mathematica. *Applied mathematics and computation*, 188(2), 1426-1429