

---

**Nastavno–naučnom veću  
Matematičkog fakulteta  
Univerziteta u Beogradu**

## **IZVEŠTAJ KOMISIJE ZA PREGLED I OCENU DOKTORSKE DISERTACIJE**

*“Numerička analiza dinamike rezonantnih asteroida pod dejstvom  
efekta Jarkovskog”*

Na 322. sednici Nastavno–naučnog veća Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu, održanoj 19.6.2015. godine, imenovani smo za članove komisije za pregled i ocenu doktorske disertacije kandidatkinje Ivane Milić Žitnik. Na osnovu uvida u sadržaj disertacije podnosimo Nastavno–naučnom veću sledeći izveštaj:

### **Biografski podaci kandidatkinje**

Ivana Milić Žitnik je rođena 18.09.1984. godine u Kruševcu, Republika Srbija. Školske 2003/2004 godine upisala je Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu na smeru astronomija. Diplomirala je 2009. godine sa prosečnom ocenom 8.62 i stekla zvanje Diplomirani matematičar – astronom. Diplomske akademске master studije upisala je na istom smeru 2009/2010 godine i završila ih 2010. godine sa zvanjem Master astronomije. Na master studijama je imala prosečnu ocenu 9.20, a sam master rada odbranila je ocenom 10. Doktorske studije iz astronomije i astrofizike upisala je 2010/2011 godine na budžetu Republike Srbije. Položila je sve ispite na doktorskim studijama, sa prosečnom ocenom 9.87.

Na projektu 176011 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije pod nazivom “Dinamika i kinematika nebeskih tela i sistema”, koji se realizuje na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu, zasniva radni odnos početkom 2011. godine u zvanju istraživač pripravnik. U zvanje istraživač saradnik izabrana je krajem 2011. godine.

---

## Naučno–istraživački rad kandidatkinje

Naučno–istraživački rad kandidatkinje otpočeo je izučavanjem orbitalnih elemenata vizuelno-dvojnih zvezda na master studijama. U okviru master rada ispitivala je zavisnost koeficijenata korelacije orbitalnih elemenata vizuelno-dvojnih zvezda od dužine luka orbite pokrivenog merenjima, zatim od tačnosti merenja, kao i od broja merenja. Rezultate u vezi sa ovom temom objavila je u koautorskom radu u časopisu kategorije M23. Na početku doktorskih studija radila je CCD posmatranja u optičkom domenu ICRF2 radio izvora, određivanje njihovih astrometrijskih pozicija, kao i poređenje njihovih položaja iz posmatranja (u odnosu na referentne zvezde) sa radio položajima (VLBI). Posmatranja koja je koristila rađena su sa Astronomске stanice na planini Vidojevici, kao i na Rožen nacionalnoj astronomskoj opservatoriji (Bugarska akademija nauka). Rezultat ovog rada su bila usmena izlaganja na domaćim konferencijama i poster izlaganja na stranim konferencijama, kao i jedan koautorski rad u časopisu kategorije M23.

Naučno–istraživački rad kandidatkinje na doktorskim studijama se zatim okreće ka nebeskoj mehanici, tj. odvija se u oblasti malih tela Sunčevog sistema, sa posebnim naglaskom na uticaje negravitacionih i gravitacionih efekata na kretanje asteroida. Od gravitacionih efekata proučavala je rezonance u srednjem kretanju (RSK) dva tela, kao i termalni efekat Jarkovskog (*Yarkovsky*). Ovo istraživanje zasnovano je pre svega na numeričkim i statističkim metodama. U cilju ispitivanja dugoročnog trenda kretanja asteroida preko rezonance usled efekta Jarkovskog, korišćen je *ORBIT9* integrator koji uzima u račun i ubrzanje koje potiče od efekta Jarkovskog. Orbitalno kretanje velikog broja test objekata simulirano je na vremenskoj skali od više miliona godina, u zavisnosti od snage svake pojedinačne rezonance. Istraživanje je sprovedeno u cilju boljeg razumevanja kombinovanog uticaja gravitacione i negravitacione sile na kretanje asteroida. Rezultat ovog rada su dva koautorska rada u časopisima kategorije M21 i jedan samostalni rad u časopisu iz kategorije M23.

Kandidatkinja je do sada bila koautor 6 naučnih radova sa recenzijom, od kojih su 4 objavljena u časopisima sa SCI lise, i od kojih je jedan njen samostalni rad. Takođe, učestvovala je na većem broju naučnih konferencija iz oblasti astronomije.

---

## **Kratak prikaz i struktura doktorske disertacije**

Doktorska disertacija sadrži ukupno 185 stranica teksta sa spiskom korišćene literature od 394 referenci, 59 slika i 10 tabela, bez Dodatka i Biografije autora. Dodatak ima 10 stranica sa ukupno 10 slika. Biografija autora je data na jednoj stranici. Struktura teksta teze je sledeća:

1. Uvod (1-3)
2. Asteroidi (4-69)
3. Negravitacioni efekti (70-97)
4. Orbitalne rezonance (98-106)
5. Metoda (107-119)
6. Rezultati (120-136)
- 7 Analiza rezultata i diskusija (137-151)
8. Zaključak i budući rad (152-153)
9. Literatura (154-185)
10. Dodatak – Raspodela dtr vremena za test objekte (186-195)
11. Biografija autora (196)

Predmet ispitivanja ove disertacije je interakcija između rezonanci u srednjem kretanju (gravitacione sile) i efekta Jarkovskog (negravitacione sile), koja se javlja kada se asteroid zbog promene velike poluose svoje putanje usled efekta Jarkovskog transportuje do (preko) rezonance. Ova interakcija, kao i njen uticaj na kretanje asteroida, do sada nisu bili proučavani u ovom obimu i sa ovog stanovišta.

Rezonance u srednjem kretanju nastaju kada dva tela koja se kreću oko istog centralnog tela imaju srazmerne orbitalne periode. Ovo su najčešće rezonance u Sunčevom sistemu. Rezonanca, pored ostalog, uzrokuje i periodične oscilacije velike poluose oko njenog centra. Efekat Jarkovskog proizvodi malu, ali značajnu silu, koja utiče na orbitalno kretanje asteroida prečnika od nekoliko desetina metara pa sve do par desetina kilometara. Ovaj efekat posledica je apsorocije i reemitovanja toplotne energije koja sa Sunca pada na površinu asteroida. Sila koja se tom prilikom javlja znatno je slabija od gravitacione, ali na duži vremenski period može da proizvede merljive promene orbite. Kao rezultat kombinovanog dejstva rezonance i efekta Jarkovskog menja se prosečna brzina promene velike poluose u odnosu na onu do koje dolazi samo pod dejstvom efekta Jarkovskog.

Cilj ove disertacije je precizno utvrđivanje dejstva efekta Jarkovskog na kretanje asteroida preko rezonanci u srednjem kretanju. U tezi je prvi put izračunato vreme za koje rezonance u srednjem kretanju mogu da "zadrže" asteroide koji imaju određenu brzinu promene velike poluose.

Na početku disertacije se govori o pronalasku i nastanku asteroida, o misijama

---

ka asteroidima, o njihovim orbitalnim elementima i o fizičkim i hemijskim karakteristikama. Zatim su predstavljeni osnovni podaci o nastanku, detekciji, delovanju i primenama negravitacionih mehanizama, Jarkovskog i JORP-a (*Yarkovsky–O’Keefe–Radzievsky–Paddack*), koji utiču na dinamiku asteroida. U nastavku su navedeni najvažniji tipovi orbitalnih rezonanci u Sunčevom sistemu, kao gravitacionih mehanizama koji utiču na kretanje asteroida. Prikazane su njihove osnovne karakteristike i opisana je njihova podela, mehanizam nastanka i delovanja.

Dalje se govori o metodama koje je kandidatkinja razvila u cilju analize prelazaka asteroida preko rezonance, o korišćenom numeričkom integratoru i o numeričkim integracijama. Razvijeni su i različiti alati koji opisuju glavne aspekte orbitalne evolucije asteroida pod uticajem rezonanci u srednjem kretanju i efekta Jarkovskog. U tom smislu, razvijene su odgovarajuće metode za računanje trenutaka ulaza i izlaza asteroida iz rezonance, kako bi se ispitalo kako dužina vremena koje objekti provedu u rezonanci zavisi od brzine promene velike poluose usled efekta Jarkovskog, ekscentriciteta orbite asteroida, kao i jačine rezonance. Praznina je samo promena velike poluose unutar slabih rezonanci i rezonanci srednje jačine, jer kod njih dolazi do izražaja promena velike poluose usled efekta Jarkovskog. U cilju pojednostavljenja problema, pretpostavlja se da je, za svaki objekat, brzina promene velike poluose, do koje dolazi usled dejstva efekta Jarkovskog, konstantna.

Izabrano je 12 rezonanci dva tela između Jupitera i asteroida, i za svaku od njih korišćeno je 6000 test asteroida. Rezonance su birane tako da su što je moguće bolje izolovane od drugih rezonanci, pa su samim tim dominantne u svojoj neposrednoj okolini. Numeričkim integracijama putanja test objekata simuliran je pomenuti kombinovani efekat rezonanci i sile Jarkovskog.

Urađeno je više statističkih analiza i dobijeni su rezultati koji mogu biti od koristi u budućim istraživanjima na ovom polju nebeske mehanike. Na kraju teze su predstavljeni najvažniji zaključci, kao i planovi za dalji rad na ovoj temi.

U dodatnom materijalu su dati histogrami raspodela vremena koje su test asteroidi proveli u odgovarajućoj rezonanci u zavisnosti od usvojene vrednosti brzine promene velike poluose njihovih orbita.

---

## Pregled važnijih rezultata disertacije

Ova disertacija, kao i radovi objavljeni u okviru nje, ima nekoliko važnih originalnih naučnih rezultata. U tezi je predstavljen jedan novi pogled na interakciju između RSK i efekta Jarkovskog. Izvedena je po prvi put funkcionalna zavisnost između prosečnog vremena provedenog u rezonanci, snage rezonance i brzine promene velike poluose asteroida. Sa datom snagom rezonance, brzinom Jarkovskog i ekscentricitetom asteroida, ova jednačina omogućava laku procenu prosečnog vremena koje asteroid provede u rezonanci, od trenutka ulaza do trenutka izlaza iz nje.

Jednačina za Modifikovanu asimetričnu Laplasovu statističku raspodelu, koja je u okviru teze izvedena i korišćena, mogla bi da služi za generisanje dtr za određen zadat broj asteroida sa zadatim vrednostima Jarkovskog u rezonanci poznate jačine. Ovi rezultati mogu se relativno lako implementirati u modele Monte Karlo tipa, radi simuliranja migracije asteroida preko rezonanci u asteroidnom pojasu, a možda i u drugim oblastima Sunčevog sistema. Ovo može značajno ubrzati simulacije orbitalne evolucije asteroida na dugim vremenskim skalama.

Rezultati dobijeni u okviru ove doktorske disertacije otvaraju i brojne mogućnosti za budući rad. Neke od tih mogućnosti uključuju analizu kretanja asteroida preko rezonanci tri tela, kao i širi opseg brzina promene velike poluose usled efekta Jarkovskog. Posebno bi bila zanimljiva analiza kretanje asteroida preko rezonanci, a pri veoma malim brzinama Jarkovskog.

---

## Bibliografija kandidatkinje

A) Recenzirani naučni radovi iz oblasti istraživanja prezentovanog u disertaciji:

1. **Milić Žitnik I.**, Novaković B., 2015, On some dynamical properties of the Phocaea region, *Mon. Not. R. Astro. Soc.*, **451**, 2109–2116. IF za 2015. godinu je 4.952, kategorija **M21**.
2. **Milić Žitnik I.**, Novaković B., 2016, The role of mean–motion resonances in semimajor axis mobility of asteroids, *Astrophys. J. Lett.*, **816**, L31 (6pp). IF za 2015. godinu je 5.487, kategorija **M21**.
3. **Milić Žitnik I.**, 2016, Interaction between Yarkovsky force and mean–motion resonances: some specific properties, *Serb. Astron. J.*, **193**, 19–26. IF za 2015. godinu je 0.429, kategorija **M23**.

B) Ostali recenzirani naučni radovi:

1. **Milić S. I.**, Cvetković Z., 2010, Correlations of orbital elements for visual double stars, *Serb. Astron. J.*, **181**, 69–77. IF za 2015. godinu je 0.429, kategorija **M23**.
2. Damljanović G., **Milić S. I.**, 2011, Corrected  $\mu_\delta$  for stars of Hipparcos catalogue from independent latitude observations over many decades, *Serb. Astron. J.*, **182**, 35–41. IF za 2015. godinu je 0.429, kategorija **M23**.
3. Cvetković, Z., Damljanović G., Pavlović R., Vince O., **Milić S. I.**, Stojanović M., 2012, Focal length determination for the 60 cm telescope at Astronomical Station Vidojevica, *Serb. Astron. J.*, **184**, 97–104. IF za 2015. godinu je 0.429, kategorija **M23**.

C) Naučna saopštenja na konferencijama iz disertacije:

1. Milić I. S., Novaković B., 2014, On some dynamical properties of Phocaea asteroids, 12th conference Asteroids, Comets, Meteors, Helsinki, Finland (poster).
2. Milić Žitnik I., Novaković B., 2014, On the inner border of Phocaea group of asteroids, XVII National Conference of Astronomers of Serbia, Belgrade (predavanje).

- 
3. Milić Žitnik I., 2016, Uticaj sile Jarkovskog i rezonanci u srednjem kretanju na kretanje asteroida u Glavnom asteroidnom pojasu, Sedmi Simpozijum Matematika i Primene, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu (predavanje).
  4. Milić Žitnik I., Novaković B., 2017, Impact of Yarkovsky effect and mean-motion resonances on Main belt asteroid's transport, The Seventh International Meeting on Celestial Mechanics, San Martino al Cimino, Viterbo, Italy (predavanje).
  5. Milić Žitnik I., Novaković B., 2017, Impact of Yarkovsky effect and mean-motion resonances on Main belt asteroid's transport, XVIII Srpska Astronomска konferencija, Beograd, Srbija (predavanje).
  6. Milić Žitnik I., 2017, Preliminarne jednačine zavisnosti inklinacije i argumenta pericentra i vremena kretanja asteroida preko rezonanci u srednjem kretanju, Osmi Simpozijum Matematika i Primene, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu (predavanje).

D) Naučna saopštenja na konferencijama:

1. Damljanović G., Milić I. S., Maigurova N., Martynov M., Pejović N., 2011, Astrometric positions of ICRF2 radio sources with different reference catalogues, XVI National Conference of Astronomers of Serbia, Belgrade (predavanje).
2. Damljanović G., Milić I. S., 2011, CCD measurements in optical domain and astrometric positions of ICRF2 radio sources, Journees Systemes de reference spatio-temporels, Vienna (poster).
3. Milić I. S., Damljanović G., 2012, Observations of ERS from ICRF2 list using ASV 60 cm and Rozhen 2 m telescopes, VIII Serbian-Bulgarian Astronomical Conference, Leskovac (predavanje).
4. Damljanović G., Milić I. S., 2012, Observations of ERS which are visible in optical domain using 2 m telescope, XXVIII General Assembly of IAU, Beijing (poster).
5. Damljanović G., Milić I. S., 2012, Possibilities of ICRF2 ERS observations using ASV 60cm telescope, International BELLISSIMA Conference - Future science with metre-class telescopes, Belgrade (poster).

---

## **Zaključak i predlog komisije**

Doktorska disertacija “*Numerička analiza dinamike rezonantnih asteroida pod dejstvom efekta Jarkovskog*” Ivane Milić Žitnik je celovito naučno delo u kome se razmatra kombinovani uticaj efekta Jarkovskog i rezonanci u srednjem kretanju, na kretanje asteroida u Glavnom asteroidnom pojusu. Problematika koja se razmatra je izložena strukturno i jasno sa detaljnim pregledom svih potrebnih tema čime je kandidatkinja pokazala da poznaje datu oblast, služeći se numeričkim i analitičkim metodama. Rezultati disertacije predstavljaju značajan i orginalni naučni doprinos izučavanju pomenute interakcije. Iz naučne oblasti kojom se ova disertacija bavi kandidatkinja je objavila tri rada na SCI listi. Kao prvi autor objavila je dva rada u međunarodnim časopisima kategorije M21, kao i jedan samostalni rad iz kategorije M23. Imala je šest saopštenja iz ove oblasti na naučnim konferencijama u zemlji i u inostranstvu.

Na osnovu toga predlažemo Nastavno-naučnom veću Matematičkog fakulteta da prihvati ovaj izveštaj i pozitivnu ocenu doktorske disertacije “*Numerička analiza dinamike rezonantnih asteroida pod dejstvom efekta Jarkovskog*” Ivane Milić Žitnik i odredi komisiju za njenu odbranu.

U Beogradu, 19.12.2017. godine.

Komisija za pregled i ocenu teze:

---

dr Bojan Novaković, docent (mentor)  
Matematički fakultet

---

dr Zoran Knežević, akademik  
SANU

---

dr Rade Pavlović, viši naučni saradnik  
Astronomski opservatorija u Beogradu