

**Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду**

На седници наставног већа Математичког факултета одржаној 30. 06. 2017. године, одређени смо у комисију за преглед и оцену докторске дисертације *“Нове комбинаторне конструкције у вези са проблемима из хроматске теорије графова, екстремалне теорије скупова и теорије Булових матрица”* кандидата Бојана Вучковића. На основу увида у садржај дисертације подносимо следећи

ИЗВЕШТАЈ

Биографија кандидата

Бојан Вучковић рођен је 12. септембра 1980. године у Београду. Основну школу ”Бранко Ћопић” завршио је као вуковац и ђак генерације. Потом је завршио Математичку гимназију у Београду. Математички факултет у Београду, смер Рачунарство и Информатика, уписао је 1999. године. Дипломирао 2007. године са просеком 8.07. На истом факултету је 2009. године одбранио Мастер рад под насловом *Рачунарска анализа Франклове хипотезе*, под менторством проф. др Миодрага Живковића. Докторске студије на Математичком факултету, смер Информатика, уписао је 2010. године. Положио је све испите на докторским студијама са просечном оценом 10.

Запослен је у Математичком Институту од 2011. године, на пројекту III 44006 (Развој нових информационо-комуникационих технологија, коришћењем напредних математичких метода, са применама у медицини, телекомуникацијама, енергетици, заштити националне баштине и образовању).

Од 2001. године је шаховски велемајстор. Вишеструки је репрезентативац државе у шаху. Редовни је репрезентативац Србије у решавању шаховских проблема, у чему је био и појединачни првак Европе 2007. године.

Кратак приказ и структура докторске дисертације и преглед важнијих резултата

Рукопис има 204 странице, од чега су прилози 76 страница, а основни текст 128 страница. Списак литературе састоји се од 39 референци.

Дисертација се састоји од увода и три главе. Прва глава односи се на проблеме из хроматске теорије графова и подељена је на шест одељака. Друга глава даје приказ резултата из екстремалне теорије скупова, док се у трећој глави обрађују проблеми из теорије Булових матрица. Друга и трећа глава подељене су на по три одељка.

У првој глави разматра се више врста бојења графова. У одељку 1.1 ове главе дат је приказ основних појмова из теорије графова, као и дефиниције бојења чворова и бојења грана, као највише изучених врста бојења графова. У наставку главе 1 приказују се добијени резултати у вези са различитим врстама бојења графова.

У одељку 1.2 прво је дат приказ мулти-скуп разликујућег бојења грана, у вези са којим је најбољи досадашњи резултат био да се сваки граф може обојити са четири боје. Овај резултат је побољшан тако што је доказана хипотеза из 2004. године да су у општем случају за овакво бојење довољне три боје.

У одељку 1.3 на питање које је поставило више аутора — да ли постоји граф са различитим вредностима мулти-скуп сусед-разликујућег индекса и сусед-разликујућег индекса по сумама — дат је позитиван одговор, заснован на конструисаном примеру таквог графа.

У одељку 1.4 разматра се проширени сусед-разликујући индекс по сумама. За ову врсту бојења познато је да је довољно $\chi(G) + 1$ боја, где је $\chi(G)$ хроматски број графа G . Кандидат је побољшао овај резултат, доказавши да су за ову врсту бојења произвољног графа довољне три боје.

У одељку 1.5 обрађује се сусед-разликујуће бојење грана графа. Претходно познати најбољи резултат гласи да је за бојење произвољног графа G без изолованих грана довољно $\frac{5}{2}\Delta(G)$ боја, где је $\Delta(G)$ максимални степен графа G . Овај резултат је поправљен тиме што је доказано да су у општем случају довољне $2\Delta(G) + 2$ боје.

У одељку 1.6 разматра се суседни чвор-разликујуће бојење графа. Најбољи досадашњи резултат био је да за је за овакво бојење произвољног графа G довољно $2\Delta(G)$ боја. Кандидат поправио овај резултат доказав-

ши да је за овакво бојење довољно $2\Delta(G) - 1$ боја ако је $\Delta(G) > 4$, односно $\lceil \frac{5\Delta(G)+8}{3} \rceil$ боја у општем случају.

Друга глава се бави Франкловом хипотезом из екстремалне теорије скупова. Након одељка 2.1 у коме су изнети основни појмови и познати резултати, у одељку 2.2 излаже се доказ, изведен уз помоћ рачунара, да је Франклова хипотеза тачна за сваку фамилију скупова затворену за унију састављену од 12 елемената. Ово је побољшање претходно познатог става да је аналогно тврђење тачно за фамилије састављене од 11 или мање елемената.

У одељку 2.3 дата је потпуна класификација фамилија састављених од 6 или мање елемената на *FC* и *NonFC*-фамилије, што је проширење познате класификације фамилија састављених од 5 или мање елемената.

У трећој глави приказани су резултати у вези са кардиналношћу простора врста Булових матрица. Након уводног одељка 3.1, у одељку 3.2 изложен је доказ уз помоћ рачунара да су кардиналности простора врста Булових матрица реда n у интервалу $[2^{n-2} + 2^{n-3}, 2^n]$ наведене у раду Живковића из 2006. године једине могуће.

У одељку 3.3 разматрају се бројеви a_n , где је a_n најмањи цели број k , такав да не постоји Булова матрица реда n са кардиналношћу простора врста једнаком k . Побољшана је претходно позната доња граница за бројеве a_n из рада Живковића из 2006. године.

Докази свих главних резултата из хроматске теорије графова, као и доње границе за a_n у вези са кардиналностима простора врста Булових матрица, су конструктивни. За сваки од ових резултата дат је и поступак помоћу кога се ефективно добија бојење графа, односно матрица, са траженим својствима. Резултати у вези са Франкловом хипотезом и кардиналностима простора врста изнад $2^{n-2} + 2^{n-3}$ добијени су помоћу рачунара применом алгоритама чија је коректност доказана у дисертацији. У вези са Франкловом хипотезом коришћени су алгоритми који методом исцрпљивања свих случајева показују да се не може конструисати контра пример фамилије скупова са траженим својствима. Резултат у вези са могућим кардиналностима простора врста Булових матрица реда n добијен је извођењем конструкције матрица полазећи од матрица мањих димензија.

Библиографија кандидата

Радови из области дисертације објављени у часописима:

- B. Vučković, *Edge-partitions of graphs and their neighbor-distinguishing index*, Discrete Math. **340** (2017) pp. 3092–3096. **M22**
- B. Vučković, *An Improved Upper Bound on the Adjacent Vertex Distinguishing Total Chromatic Number of Graphs*, Discrete Math. (rad prihvaćen za štampu). **M22**
- B. Vučković, M. Živković: *The 12-Element Case of Frankl's Conjecture* The IPSI BgD Transactions on Internet Research, January 2017, Volume 13, pp 65–71. **M53**
- B. Vučković, M. Živković: *Row Space Cardinalities Above $2^{n-2} + 2^{n-3}$* , The IPSI BgD Transactions on Internet Research, January 2017, Volume 13, pp 72–84. **M53**

Радови из области дисертације који се налазе на рецензији:

- B. Vučković, *Multi-Set Neighbor Distinguishing 3-Edge Coloring*,
- B. Vučković, *An Improved Upper Bound on Neighbor Expanded Sum Distinguishing Index*,

Остали објављени радови:

- F. Marić, M. Živković, B. Vučković: *Formalizing Frankl's Conjecture: FC-Families*, CICM 2012, Bremen, Germany, Print ISBN 978-3-642-31373-8, Online ISBN 978-3-642-31374-5, Springer Berlin Heidelberg, Volume 7362, 2012, pp 248-263. **M33**
- Vesna Vučković, Bojan Vučković: *AWGN Watermark in Images and E-Books - Optimal Embedding Strength*, Watermarking vol. 1, ISBN 978-953-51-0618-0, InTech, May 5, 2012. **M14**

Закључак и предлог комисије

Разматрани рукопис садржи важан допринос и значајне оригиналне резултате у вези са проблемима из више подобласти дискретне математике. Кандидат је до сада објавио четири научна рада која се односе на садржај дисертације, и то два самостална, а два као коаутор. На основу свега горе наведеног, и како су испуњени сви формални услови, предлажемо да се рукопис *Нове комбинаторне конструкције у вези са проблемима из хроматске теорије графова, екстремалне теорије скупова и теорије Булових матрица*, кандидата Бојана Вучковића, прихвати као докторска дисертација, и да се одреди комисија за њену одбрану.

Комисија:

др Миодраг Живковић,
редовни професор (ментор)

др Предраг Јаничић,
редовни професор

др Филип Марић,
ванредни професор

др Слободан Симић,
научни саветник у МИ САНУ,

Београд, 27. октобар 2017. године