



UNIVERZITET U NIŠU
ELEKTRONSKI FAKULTET



Vladeta V. Milenković

**UNAPREĐENJE METODA MERENJA FEDINGA U RF
TELEMETRIJSKIM SISTEMIMA SREDNJE
NAPONSKIH DISTRIBUTIVNIH MREŽA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Niš, 2017.



UNIVERSITY OF NIŠ

FACULTY OF ELECTRONIC ENGINEERING



Vladeta V. Milenković

**IMPROVEMENTS OF FADE MEASUREMENT
METHODS OF RF TELEMETRY SYSTEMS FOR
MEDIUM VOLTAGE DISTRIBUTION NETWORKS**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2017.



UNIVERZITET U NIŠU
ELEKTRONSKI FAKULTET



Vladeta V. Milenković

**UNAPREĐENJE METODA MERENJA FEDINGA U RF
TELEMETRIJSKIM SISTEMIMA SREDNJE
NAPONSKIH DISTRIBUTIVNIH MREŽA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor:

prof. dr Dragan B. Denić, rodovni profesor

Niš, 2017.

PODACI O MENTORU I ČLANOVIMA KOMISIJE

Mentor: prof. dr Dragan B. Denić, Elektronski fakultet u Nišu, Univerzitet u Nišu

Komisija za odbranu disertacije:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Datum odbrane:

I Autor

Ime i prezime	Vladeta V. Milenković
Datum i mesto rođenja	28.02.1967. godine, Zaječar
Sadašnje zaposlenje	Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, Katedra za merenja; Netico Solutions doo, Izvršni direktor.

II Doktorska disertacija

Naslov	Unapređenje metoda merenja fedinga u RF telemetriskim sistemima srednje naponskih distributivnih mreža
Ustanova i mesto gde je disertacija rađena	Univerzitet u Nišu Elektronski fakultet Katedra za merenja
Mentor	prof. dr Dragan B. Denić

III Tok prijave doktorske disertacije

Datum prijave teme doktorske disertacije	01.12.2011. godine
Broj odluke i datum prihvatanja teme doktorske disertacije	07/03-036/11-005 od 01.12.2011. godine
Komisija za ocenu podobnosti teme disertacije i odbranu disertacije	1. prof. dr Dragan Denić 2. prof. dr Mihajlo Stefanović 3. prof. dr Miodrag Arsić 4. prof. dr Dragan Kovačević 5. prof. dr Dragan Radenković

Datum odbrane

Naučni doprinos disertacije:

U doktorskoj disertaciji su date nove metode za procenu parametra oštine fedinga u Nakagami- m kanalu. Razmatrane su dve metode. Jedna metoda je metadata momenata, a druga metoda je metoda osnih preseka. Razmatran je MRC diverziti tehnika koja povećava tačnost procene parametra m metodom momenata. Na osnovu merenih vrednosti se određuju moment na osnovu kojih se razmatra parametar m i srednja snaga Nakagami- m fedinga. Razmatrani su

slučajevi kada MRC prijemnik ima dva, tri i više ulaza. Parametar m je računat na osnovu drugog i četvrtog momenta, dva parna momenta, na osnovu prvog, drugog i trećeg momenta i drugog i šestog momenta. Dobijeni rezultati su provereni simulacijom i na osnovu merenih vrednosti. Parametar m je veoma efikasno procenjen metodom osnih preseka. Metoda osnih preseka za procenu parametra m je prvi put razmatrana u ovoj doktorskoj disertaciji i predstavlja veliki naučni doprinos. I za ovu metodu primenjena je diverziti tehnika pomoću koje se povećava tačnost dobijenih rezultata. Tačnost ove metode je pokazana simulacijom.

Unapređenje metoda merenja fedinga u RF telemetrijskim sistemima srednje naponskih distributivnih mreža

Mentor: prof. dr Dragan B. Denić, Elektronski fakultet u Nišu, Univerzitet u Nišu

REZIME

U ovom radu su razmatrane metode procene parametra oštine fedinga kod Nakagami- m fedinga. Razmatrane su dve metode za izračunavanje parametra oštine fedinga kao i srednje snage anvelope signala u kanalu sa Nakagami- m fedingom koristeći merene vrednosti uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa. Koristeći merne vrednosti određuju se (izračunavaju) momenti Nakagami- m slučajnog procesa. Parametri Nakagami- m slučajnog procesa mogu se izračunati iz vrednosti momenata. U ovom radu je pokazana metoda izračunavanja parametara Nakagami- m fedinga iz drugog i četvrtog momenta. Takođe je razrađen metod izračunavanja parametara Nakagami- m fedinga koristeći prvi, drugi i treći moment. U radu je primenjena nova metoda diverziti tehnike za izračunavanje parametara Nakagami- m fedinga koristeći metodu momenata. Primenjena je diverziti tehnika sa MRC prijemnikom (maximal ratio combining) sa dva i tri ulaza koji primaju signale preko nezavisnih i identičnih kanala u prisustvu fedinga. Izračunavanjem momenata izlaznog signala ovakvog tipa prijemnika omogućava se procena parametara Nakagami- m fedinga. Tačnost dobijenih rezultata se povećava sa povećanjem broja izmerenih uzoraka i sa povećanjem reda primenom diverziti tehnike.

U radu je zatim razmatrana metoda osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa za određivanje oštine i srednje snage anvelope Nakagami- m fedinga. Srednji broj osnih preseka je izračunat za tri vrednosti anvelope signala, iz ove tri jednačine su izračunati oštrina Nakagami- m fedinga i srednja snaga anvelope Nakagami- m fedinga. Dobijeni izrazi za parametre Nakagami- m fedinga su jedinstveni za izračunavanje. Zatim je prikazana MRC diverziti tehnika za izračunavanje parametara Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka. Tačnost dobijenih rezultata za parametre Nakagami- m fedinga se povećava sa povećanjem broja izmerenih uzoraka, sa povećanjem broja realizacija i sa povećanjem broja reda primene diverziti tehnike. Takođe, tačnost dobijenih rezultata je veća za manje vrednosti oštine fedinga. Rezultati za obe metode su

provereni simulacijom, realizacijom programa pomoću MATLAB-a. Dobijeni rezultati mogu da se koriste za projektovanje estimatora u adaptivnim mrežama za povećanje kapaciteta bežičnog telekomunikacionog sistema.

*Primena diverziti tehnike za procenu Nakagami- m fading parametra primenom metode momenata nije do sada razmatrana u literaturi.

*Primena metode osnih preseka za procenu Nakagami- m fading parametara nije do sada razmatrana u literaturi.

Ključne reči: MRC diverziti tehnika, oštrina parametra, Nakagami- m fading, adaptivne mreže, broj osnih preseka, brzi fading, momenti, metoda momenta, metoda broja osnih preseka, χ raspodela, MRC prijemnik, procena parametra m , srednja snaga anvelope, drugi moment Nakagami- m raspodele.

Naučna oblast: Elektrotehničko i računarsko inženjerstvo

Uža naučna oblast: Metrologija

UDK broj: (004.7.056:621.397):654.924

Improvements of fade measurement methods of RF telemetry systems for medium voltage distribution networks

Mentor: PhD dr Dragan B. Denić, full professor, Faculty of Electrical Engineering, University of Niš

SUMMARY

In this paper, the estimation of Nakagami- m short term fading severity parameter and signal envelope average power are considered. Two methods enabling calculation severity parameter of Nakagami- m fading and average power of signal envelope propagation in Nakagami- m fading channel by using measured values samples of Nakagami- m random process is considered in this work. By using measured values moments of Nakagami- m random process can be calculated. Nakagami- m fading parameters can be evaluated from moments. In this paper is considered the case when fading parameters are calculated from the second moment and the fourth moment. Also, the case when Nakagami- m parameters are calculated by using the first, the second and the three moment is studied. In this paper diversity technique is applied for evaluation Nakagami- m fading parameters by using method of moments. Used diversity technique has MRC (maximal ratio combining) receiver with two and three inputs operating over independent and identical multipath fading channel. Moments of MRC receiver output signal enable Nakagami- m fading parameters evaluation. The accuracy of obtained results increases as the number of samples increases, the order of diversity increases and when the number of realizations increases.

The second method studied in this paper, for estimating the Nakagami- m fading severity parameter and average power of Nakagami- m fading signal envelope is level crossing method. Level crossing rate is calculated for three values of signal envelope and from these three equations evaluated Nakagami- m parameters. Obtained expressions for level crossing rate are simple and Nakagami- m parameters can be determined. MRC diversity technique is applied for the estimation of Nakagami- m fading severity parameter and Nakagami- m signal envelope average power. The accuracy of calculated values for Nakagami- m parameters increases as the

number of samples increases, the number of realization increases and MRC diversity order increases. Also the accurately of obtained reports is higher for lower values of Nakagami- m fading severity parameter.

*Application diversity technique for estimation of Nakagami- m fading parameters by using the method moments is not considered in open technical literature.

*Level crossing rate method for estimation of Nakagami- m fading parameters is not considered in open technical literature.

Keywords: MRC diversity techniques, severity parameter, Nakagami- m fading, adaptive network, level crossing rate, short term fading, moments, method of moment, level crossing rate method, χ distribution, MRC receiver, parameter m estimation, average power envelope, the second moment Nakagami- m distribution.

Academic expertise: Electrical and Computer Engineering

Field: Metrology

UDK number: (004.7.056:621.397):654.924

Spisak Slika

Slika 2.1. Blok šema mernog sistema zasnovanog na primeni prostorne diverziti tehnike sa dve antene na prijemu.....	26
Slika 2.2. Merni sistem.....	27
Slika 2.3. Momenti u zavisnosti od parametra m , kada je snaga signala $\Omega=1$	47
Slika 2.4. Momenti u zavisnosti od parametra m , kada je snaga signala $\Omega=2$	48
Slika 2.5. Momenti u zavisnosti od snage signala.....	48
Slika 2.6. MRC diverziti sistem sa dva ulaza.....	49
Slika 2.7. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza ($L=2$), kada je snaga signala $\Omega=1$	72
Slika 2.8. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza ($L=2$), kada je snaga signala $\Omega=2$	72
Slika 2.9. Momenti u zavisnosti od srednje snage anvelope, izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza ($L=2$).....	73
Slika 2.10. MRC kombiner sa tri ulaza.....	74
Slika 2.11. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza ($L=3$), kada je snaga signala $\Omega=1$	90
Slika 2.12. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza ($L=3$), kada je snaga signala $\Omega=2$	91
Slika 2.13. MRC prijemnik sa četiri ulaza.....	96
Slika 2.14. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza ($L=4$), kada je snaga signala $\Omega=2$	99
Slika 3.1. Blok dijagram.....	109
Slika 3.2. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od anvelope signala.....	129
Slika 3.3. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od srednje snage.....	130
Slika 3.4. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od parametra m	130
Slika 3.5. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=1$ i $m=2$	131
Slika 3.6. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=2$ i $m=2$	132
Slika 3.7. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=2$	132
Slika 3.8. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=2$ i $m=2$	133

Slika 3.9. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=1$ i $m=3$	134
Slika 3.10. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=2$ i $m=3$	134
Slika 3.11. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=3$	135
Slika 3.12. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=3$	136
Slika 3.13. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=1$ i $m=4$	137
Slika 3.14. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=2$ i $m=4$	137
Slika 3.15. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=4$	138
Slika 3.16. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=2$ i $m=4$	139
Slika 3.17. MRC diverziti prijemnik sa dva ulaza.....	141
Slika 3.18. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza u zavisnosti od anvelope signala.....	151
Slika 3.19. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza u zavisnosti od srednje snage.....	152
Slika 3.20. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza u zavisnosti od parametra m	153
Slika 3.21. MRC kombinerom sa tri ulaza.....	155
Slika 3.22. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza u zavisnosti od anvelope signala.....	164
Slika 3.23. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od srednje snage.....	165
Slika 3.24. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza u zavisnosti od parametra m	166
Slika 3.25. MRC diverziti prijemnik sa četiri ulaza.....	167
Slika 3.26. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa četiri ulaza u zavisnosti od anvelope signala.....	177
Slika 3.27. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa četiri ulaza u zavisnosti od srednje snage.....	177
Slika 3.28. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa četiri ulaza u zavisnosti od parametra m	178
Slika 4.1: Geografske pozicije predajne i prijemne lokacije.....	183
Slika 4.2: Šematski prikaz prve situacije.....	184
Slika 4.3: SWEEP = 200ms, bez predajnog signala.....	185

Slika 4.4: SWEEP = 1s, bez predajnog signala.....	185
Slika 4.5: SWEEP = 200ms, aktivna predaja.....	186
Slika 4.6: SWEEP = 1s, aktivna predaja.....	186
Slika 4.7: Položaj antena, pogled odozgo, pomeranje je u horizontalnoj ravni.....	188
Slika 4.8: Šematski prikaz druge situacije.....	188
Slika 4.9: SWEEP = 200ms, predaja aktivna.....	189
Slika 4.10: SWEEP = 1s, predaja aktivna.....	189
Slika 4.11: Položaj antena, pomerene su 2m po horizontal i 2m po vertikali.....	191
Slika 4.12. Šematski prikaz druge situacije.....	191
Slika 4.13: SWEEP = 200ms, predaja aktivna.....	192
Slika 4.14: SWEEP = 1s, predaja aktivna.....	192
Slika 4.15 Blok dijagram virtuelnog instrumenta za dvokanalno merenje signala.....	195
Slika 4.16 Front panel virtuelnog instrumenta za dvokanalno merenje signala.....	196

Spisak Tabela

Tabela 2.1. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=100$	40
Tabela 2.2. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=1000$	41
Tabela 2.3. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=10000$	41
Tabela 2.4. Parametar m izračunat pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=100$	43
Tabela 2.5. Parametar m izračunat pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=1000$	43
Tabela 2.6. Parametar m izračunat pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=10000$	44
Tabela 2.7. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=100$	45
Tabela 2.8. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=1000$	45
Tabela 2.9. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=10000$	46
Tabela 2.10. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=100$	66
Tabela 2.11. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=1000$	66
Tabela 2.12. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=10000$	67
Tabela 2.13. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=100$	68
Tabela 2.14. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=1000$	69
Tabela 2.15. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=10000$	69
Tabela 2.16. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=100$	70
Tabela 2.17. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=1000$	70
Tabela 2.18. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=10000$	71
Tabela 3.1. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1$, $x_2=1.5$, $x_3=1.3$, za $N=1000$ i $\Omega=1$	122

Tabela 3.2. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.1$, $x_2=1.6$, $x_3=2$, $N=1000$, $\Omega=1$	122
Tabela 3.3. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.5$, $x_2=2$, $x_3=2.3$, $N=1000$, $\Omega=1$	123
Tabela 3.4. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=0.9$, $x_2=1.5$, $x_3=2$, $N=10000$, $\Omega=1$	124
Tabela 3.5. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=0.8$, $x_2=1.5$, $x_3=1.8$, $N=10000$, $\Omega=1$	124
Tabela 3.6. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=2.2$, $N=10000$, $\Omega=1$	125
Tabela 3.7. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.2$, $x_2=1.5$, $x_3=1.8$, $N=100$, $m=2$	126
Tabela 3.8. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.1$, $x_2=1.6$, $x_3=2.1$, $N=100$, $m=2$	126
Tabela 3.9. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.1$, $x_2=1.8$, $x_3=3.2$, $N=100$, $m=2$	127
Tabela 3.10. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.1$, $x_2=1.7$, $x_3=2.7$, $N=10000$, $m=2$	127
Tabela 3.11. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1$, $x_2=1.9$, $x_3=2.9$, $N=10000$, $m=2$	128
Tabela 3.12. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=0.5$, $x_2=1.5$, $x_3=2.5$, $N=10000$, $m=2$	128
Tabela 3.13. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1$, $x_2=1.5$, $x_3=2.4$, $N=1000$, $\Omega=1$	147
Tabela 3.14. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2$, $x_2=1.8$, $x_3=2.4$, $N=1000$, $\Omega=1$	147
Tabela 3.15. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.3$, $x_2=1.9$, $x_3=2.7$, $N=1000$, $\Omega=1$	148
Tabela 3.16. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.6$, $x_2=2.1$, $x_3=2.4$, $N=10000$, $\Omega=1$	149

Tabela 3.17. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.5, x_2=2.1, x_3=2.4, N=10000, \Omega=1$	149
Tabela 3.18. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1, x_2=1.7, x_3=2.7, N=10000, \Omega=1$	150
Tabela 3.19. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.3, x_2=2.3, x_3=2.6, N=1000, \Omega=1$	160
Tabela 3.20. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2, x_2=2.1, x_3=2.5, N=1000, \Omega=1$	161
Tabela 3.21. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.3, x_2=2.3, x_3=2.4, N=10000, \Omega=1$	162
Tabela 3.22. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=0.75, x_2=1, x_3=1.5, N=10000, \Omega=1$	162
Tabela 3.23. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=0.8, x_2=1.4, x_3=2.4, N=10000, \Omega=1$	163
Tabela 3.24. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=0.9, x_2=1.5, x_3=3, N=10000, \Omega=1$	163
Tabela 3.25. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2, x_2=1.4, x_3=1.6, N=1000, \Omega=1$	174
Tabela 3.26. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1, x_2=1.5, x_3=2, N=1000, \Omega=1$	174
Tabela 3.27. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.4, x_2=1.8, x_3=2.1, N=1000, \Omega=1$	175
Tabela 3.28. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2, x_2=2.4, x_3=3, N=10000, \Omega=1$	175
Tabela 3.29. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1, x_2=1.5, x_3=2.5, N=10000, \Omega=1$	176
Tabela 3.30. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.1, x_2=1.5, x_3=1.8, N=10000, \Omega=1$	176
Tabela 4.1. Vrednosti uzoraka X u zavisnosti od vremena t bez primene diverziti tehnike.....	187
Tabela 4. 2: Vrednosti uzoraka X u zavisnosti od vremena t sa primenom diverziti tehnike sa dve horizontalno postavljene antene na rastojanju od dva metara.....	190

Tabela 4.3. Vrednosti uzoraka X u zavisnosti od vremena t uz primenu diverziti tehnike sa dve pomerene antene po horizontali dva metra i vertikalni dva metra.....193

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. Merna metoda za određivanje parametara Nakagami- m fedinga metodom momenata	24
2.1. Momenti Nakagami- m slučajne promenljive	28
2.2. Moment MRC diverziti sistema sa dva ulaza.....	49
2.3. Moment MRC kombinera sa tri ulaza	74
2.4. Momenti MRC prijemnika sa četiri ulaza	91
2.5. Momenti MRC diverziti sistema sa L grana	100
3. Merna metoda za određivanje parametra Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka.....	105
3.1. Određivanje parametra m Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka.....	110
3.2. Primena MRC diverziti tehnike sa dva ulaza za određivanje parametara Nakagami- m fedinga primenom osnih preseka.....	139
3.3. Primena MRC diverziti tehnike sa tri ulaza za određivanje parametara Nakagami- m fedinga primenom osnih preseka.....	154
3.4. Primena MRC diverziti prijemnika sa četiri ulaza za procenu parametara Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka.....	166
4. EKSPERIMENTALNA MERENJA	179
4.1. Eksperimentalno određivanje parametara Nakagami- m slučajnog procesa.....	179
4.2. Upravljanje mernim procesom pomoću virtuelnog instrumenta	194
5. ZAKLJUČAK.....	198
6. LITERATURA	204

1. UVOD

Zahtevi koji se postavljaju pred savremene sisteme za distribuciju električne energije sa aspekta obezbeđenja pouzdanog napajanja potrošača su veći nego ikada do sada. Potrošači, kao i regulatorna tela, insistiraju na što manjem broju prekida napajanja i na njihovom što kraćem trajanju. Da bi se to postiglo, neophodni su moderni telemetrijski sistemi za monitoring i upravljanje, na svim hijerarhiskim (naponskim) nivoima elektrodistributivne mreže. Dva ključna zahteva koji se postavljaju pred ove telemetrijske sisteme su brzina i pouzdanost. Brzina je veoma značajna za napredne automatske algoritme sekcionisanja kada se radi o recimo nadzoru i upravljanju srednje naponskih i nisko naponskih distributivnih mreža. Mala brzina takođe omogućava da operatori SCADA sistema gube stanje realnog vremena ako je vremenski razmak između zadate komande i njenog izvršenja tri sekunde i više. Da bi bilo moguće donošenje ispravnih odluka i upravljanje sistemom na osnovu njih, neophodno je da podaci sa svih nivoa budu trenutno ažurirani i to u ispravnom redosledu. Da bi se postigle zahtevane performanse, telemetrijski sistem mora da bude projektovan u skladu sa svojom namenom, kao i da bude jako pouzdan. Najvažnije je izabrati pravi telemetrijski medijum, protokol i nivo integracije radi ispunjenja trenutnih i budućih zahteva, kao i zahteva vezanih za bezbednost celokupnih integrisanih sistema nadzora i upravljanja mrežom. Jedno od najadekvatnijih telemetrijskih rešenja u automatizaciji distributivnih mreža su digitalne radio mreže male snage u licenciranim frekventnim opsezima. One obezbeđuju neophodnu brzinu i pouzdanost i imaju izuzetno dobre osobine u smislu finansijskih i operativnih prednosti [90].

Izbor telemetrijskog medijuma se često smatrao problemom drugorazrednog značaja prilikom investiranja u telekomunikacionu opremu i uređaje za automatizaciju distributivnih mreža. Međutim to je jedno od najvažnijih pitanja. Postoji nekoliko metoda za prenos signala u distributivnoj mreži. Telekomunikacioni kablovi za prenos signala u sistemima za automatizaciju distributivnih mreža, se danas smatraju metodom iz prošlosti i ne mogu predstavljati realno rešenje. Sistem prenosa signala po energetske vodovima (PLC – Power Line Carrier), koji se koristi na prenosnom nivou, može se koristiti i na distributivnom nivou, ali se javljaju problemi vezani za brzinu i kontinuitet protoka signala. Kao realno rešenje ostaje samo digitalni radio sistem [90].

Postoji širok spektar tipova telemetrijskih radio sistema koji se mogu odabrati za automatizaciju distributivnih mreža. Opet je najbitnije da sistem bude projektovan u skladu sa svojom namenom, a to je automatizacija mreža za distribuciju električne energije. Javne radio mreže, kao što su GSM ili TETRA, na žalost imaju više nedostataka u vezi sa prenosom signala. Prilično su skupe za korišćenje, pošto postoji trošak pri svakom odašiljanju, a ponekad i pri prijemu signala. Još jednu slabost predstavlja to što se investitor (operator distributivnog sistema) mora osloniti na drugu organizaciju (operatera). Ako se u javnoj radio mreži dogodi kvar, ništa se ne može učiniti u cilju ubrzanja lokalizovanja kvara na distributivnoj mreži. Međutim, najveći problem, kada su u pitanju javne radio mreže, je brzina. Nijedna javna radio mreža nema dovoljnu brzinu, neophodnu za svrhu automatizacije distributivnih mreža. Svako može primetiti da je ponekad neophodno pomeriti se par metara da bi signal mobilnog telefona bio bolji. To je međutim, nemoguće u slučaju rastavljača, prekidača, reklozera ili uređaja za njihovo daljinsko upravljanje - njih nije moguće pomeriti kada je snaga radio-signala mala. Ljudski um može, takođe, da prepozna i razume glasovnu poruku i kada je GSM veza loša. S druge strane, uređajima koji interpretiraju signale podataka neophodno je da nema bitskih grešaka, ukoliko se želi da sistemi rade brzo i pouzdano. Operatori mobilne telefonije nisu uvek potpuno iskreni kada se radi o pokrivenosti signalom u udaljenim ruralnim područjima. Javne radio mreže obezbeđuju dobro pokrivanje signalom gusto naseljenih područja, ali ne i udaljenih slabo naseljenih oblasti, pa time nisu dobre za prenos podataka i daljinsko upravljanje [91].

Jedan od načina da se formira telemetrijski sistem za komunikaciju sa novim i već postojećim uređajima za automatizaciju distributivnih mreža je korišćenje tradicionalnih

analognih radio uređaja. Međutim, ova vrsta radio sistema je predviđena isključivo za govornu komunikaciju, a ne i za prenos podataka, pa je prenos kratkih poruka koje sadrže podatke (SDM-Short Data Massage) jako ograničen. Mogućnost proširenja ovakvog radio sistema novim inteligentnim, kompleksnim i efikasnim funkcijama je jako ograničena. Još jedna činjenica koja ne ide u prilog radio sistemima za govornu komunikaciju je ta da kada se u distributivnoj mreži jave kvarovi, i kada je zaista neophodna komunikacija za daljinsko upravljanje, osoblje koje radi na izolovanju i otklanjanju kvara zauzima frekvencije svojom komunikacijom. Zbog činjenice da je uglavnom primenjena stara tehnologija, tradicionalni analogni ripiteri ne prenose samo koristan signal, već i šum. To znači da podaci prenešeni tradicionalnim ripiterom podležu riziku izobličenja, što znači da se podaci ne mogu korektno preneti. U slučaju govorne komunikacije ovo i ne mora biti veliki problem, ali je pogubno za prenos podataka.

Da bi se obezbedila brza i sigurna komunikacija u svim mogućim uslovima potrebno je koristiti privatnu (funkcionalnu) digitalnu radio mrežu male snage u licenciranom spektru. Prednosti su očigledne: prenos i prijem signala ne nose nikakve troškove, nije potrebno praviti nikakve kompromise u vezi sa veličinom saobraćaja, u obzir se uzima samo veličina početnih investicija [90].

Glavni argument koji ide u prilog privatnim (funkcionalnim) digitalnim radio mrežama je brzina i pouzdanost. Privatna digitalna radio mreža male snage, u kojoj je komunikacija pokrenuta događajem, je najbrža i najsigurnija komunikaciona infrastruktura, posmatrano takođe i sa aspekta veličine CAPEX –a (kapitalni trošak za investicije).

Da bi bila brza i pouzdana, privatna digitalna radio mreža mora da ima naprednu mrežnu funkcionalnost. Svaka jedinica u radio mreži treba da ima mogućnost ponavljanja poruka korišćenjem tehnologije pamćenja i prosleđivanja poruka (store & forward). Ova funkcija omogućava da se udaljena, prostrana i teško pristupačna područja pokriju signalom, bez potrebe za dodatnim ripiterima, skupim novim stubovima i antenskim instalacijama ili skupim mrežama kompleksnih baznih stanica [90], [91].

Performanse ovih digitalnih radio telemetrijskih sistema u UHF ili VHF opsegu sa aspekta pouzdanosti u mnogome zavise od ponašanja primenjenih stacionarnih digitalnih radio modema u prisustvu Gausovog šuma, interferencije i fedinga. Obzirom da su zahtevi savremenih

telemetrijskih sistema za daljinski nadzor i upravljanje distributivnih mreža sa aspekta verovatnoće greške ($BER 10^{-6}$) i osetljivosti reda -110 dBm do -114 dBm pri malim snagama (ispod 2W – u proseku 0.5W) nameće se kao ključni problem optimalno projektovanje (odnosno optimalni rad) predajnog odnosno prijemnog digitalnog radio modema. Da bi se optimalno projektovao (radio) digitalni predajnik (odnosno prijemnik) neophodno je što tačnije odrediti parametre svih prisutnih smetnji u sistemu. Jedna od dominantnijih smetnji u ovakvim telemetrijskim sistemima je feding. Gausov šum se takođe javlja kod svih sistema [12]. Ovaj šum je aditivni, pojavljuje se uvek na ulazima u sistem i sabira se sa signalom [21, 25]. U najvećem broju slučajeva ovaj šum u odnosu na ostale smetnje ima najviše uticaja na performanse sistema. Kod digitalnih radio sistema, pored Gausovog šuma pojavljuju se i razne interferencije [26]. Kod bežičnih digitalnih radio sistema amplituda signala su promenljive zbog prostiranja signala po više puteva i efekta senke. U uslovima primene digitalnih radio komunikacionih sistema u UHF i VHF opsegu, bilo u urbanim, ruralnim ili mešovitim sredinama, najznačajnija smetnja je feding [10, 11]. Zbog uticaja fedinga, amplituda korisnog signala je promenljiva na mestu prijema i dominantno utiče na BER (bit error rate - verovatnoća greške bita) koji je ključni parametar prijemnih digitalnih radio modema telemetrijskih sistema za daljinski nadzor i upravljanje distributivnih mreža. Dakle, kako bi prijemni odnosno predajni digitalni radio modemi radili optimalno (sa minimalnom snagom, zahtevanim BER-om uz adekvatnu osetljivost, odnosno brzinu) neophodno je što tačnije odrediti prirodu i parametre fedinga u određenom propagacionom prostoru [10, 14,113].

Dakle, osnovna smetnja kod bežičnih digitalnih radio telekomunikacionih sistema u UHF i VHF opsegu je feding. Feding može da bude brzi i spori. Brzi feding nastaje zbog prostiranja signala po više puteva. Signal se prostire po više puteva zbog refleksije, refrakcije, savijanja i rasipanja elektromagnetnih talasa [12,112]. Zbog ovih pojava se formira sketering polje. Sketering polje može da bude homogeno difuzno polje i nehomogeno difuzno polje. Zavisno od sketering polja na ulazu u prijemnik mogu se pojaviti manji ili veći broj komponenata signala sa približno istim amplitudama ili sa različitim amplitudama [12, 26]. Ekvivalentni uskopojasni signal na ulazu u prijemnik može imati jednu ili više dominantnih komponenti i određen broj sketering komponenti. Sketering komponente mogu da se rastave na sketering komponente u fazi i sketering komponente u kvadraturi. Sketering komponente imaju

uniformnu raspodeljenu fazu [26]. Ako postoji veći broj sketering komponenti sa približno istim amplitudama i sa uniformno raspodeljenim fazama onda njihova ekvivalentna komponenta u fazi kao i njihova ekvivalentna komponenta u kvadraturi imaju Gausovu gustinu verovatnoće sa nultom srednjom vrednošću i sa varijansom koja je jednaka zbiru snaga pojedinih komponentata [25,112]. Ovo je prema centralnoj graničnoj teoremi [38, 39, 115]. Postoje slučajevi kada ne važi centralna granična teorema odnosno kada se na ulazu u prijemnik ne pojavi dovoljan broj sketering komponenti ili kada su amplitude ovih komponenti različite. Ekvivalentna komponenta u fazi se dobija kao zbir komponentata u fazi svake sketering komponente. Na sličan način se dobija ekvivalentna komponenta u kvadraturama. Kada se na ulaz u prijemnik pojavljuju samo sketering komponente i kada važe uslovi za centralnu graničnu teoremu onda ekvivalentna anvelopa ima Rejljevom gustinu verovatnoće [36]. Feding nastao na ovaj način naziva se Rejljev feding [38,113]. Kvadrat Rejljeve anvelope jednak je zbiru kvadrata dve Gausove slučajne promenljive sa srednjim vrednostima nula i sa istim varijansama. Anvelopa signala u Rejljevom kanalu može se opisati Rejljevom gustinom verovatnoće, Rejljevom kumulativnom verovatnoćom, Rejljevim karakterističnom funkcijom i Rejljevim momentima [26]. Od momenata se računaju prvi moment ili aritmetička sredina signala, drugi moment ili srednja kvadratna vrednost signala ili drugi centralni moment ili snaga signala. Kada se na ulazu u prijemnik pojavljuje jedna dominantna komponenta i više sketering komponenti tako da važe uslovi za centralnu graničnu teoremu onda ekvivalentna anvelopa ima Rajsovu gustinu verovatnoće [25, 26]. Ova raspodela ima dva parametra [60, 61, 62]. Jedan parametar je snaga sketering komponentata, a drugi parametar je snaga dominantne komponente. Rajsova raspodela može da se izrazi i u zavisnosti od Rajsovog faktora i srednje snage Rajsove anvelope. Rajsov faktor je količnik snage dominantne komponente i sketering komponentata [16]. Kada je Rajsov faktor veći, feding je manje oštar. Rajsov faktor je veliki kada je snaga dominantne komponente velika ili je snaga sketering komponentata manja. Kada snaga dominantne komponente opada ili kada snaga sketering komponentata raste onda opada Rajsov faktor i raste oštrina fedinga odnosno performanse sistema degradiraju [61]. Drugi parametar je srednja snaga Rajsove anvelope i ovaj parametar jednak je zbiru snage dominantne komponente i snage sketering komponentata. Kada je Rajsov faktor jednak nuli, onda Rajsov kanal prelazi u Rejljev kanal. Kada Rajsov faktor teži beskonačnosti, Rajsov kanal prelazi u kanal bez fedinga. Rajsova raspodela ima primenu da opiše anvelopu signala u satelitskim kanalima i u kanalima sa

ćeliskom konfiguracijom [61, 62]. Nakagami- m raspodela može da se primeni da opiše anvelopu signala u kanalima gde nema dominantne komponente (nepotpuna optička vidljivost ili značajna degradacija prve Frenelove zone), gde važe uslovi da može da se primeni centralna granična teorema i u kanalu gde može da se prostire više klastera. Ova raspodela ima veliku primenu za opisivanje anvelopa signala u feding kanalima. Nakagami- m raspodela ima dva parametra. Jedan parametar je oštrina fedinga, a drugi parametar je srednja snaga Nakagami- m anvelope. Parametar m uzima vrednost od 0 do beskonačnosti. Feding je više oštar kada je parameter m manji. Za parameter $m=0,5$, Nakagami- m kanal postaje jednostrani Gausov kanal. Za $m=0$, Rejljeva raspodela se dobija iz Nakagami- m raspodele. Kada parametar m ide prema beskonačnosti, Nakagami- m kanal prelazi u kanal bez fedinga. Parametar m je u relaciji sa brojem klastera [10, 12]. Kada je m ceo broj, broj klastera jednak je parametru m . Jedan klaster predstavlja grupu sketering komponenti sa približno istim kašnjenjem, a pri tome su kašnjenja između komponenti dva klastera značajno velika. Može se zaključiti da performanse sistema degradiraju kada se parametar m smanjuje. Kada raste srednja snaga anvelope, verovatnoća greške se smanjuje, a kada opada srednja snaga anvelope verovatnoća greške sistema raste [74, 77]. Ove dve relacije su veoma značajne pri projektovanju adaptivnih kola kod bežičnih radio telekomunikacionih sistema za potrebe optimalnog rada predajnih odnosno prijemnih radio modema [25, 26]. Kvadrat Nakagami- m anvelope jednak je zbiru $2m$ kvadrata Gausovih slučajnih promenljivih koje su nezavisne, imaju srednje vrednosti nula i jednake varijanse [10, 11,114]. Veoma je značajno poznavati momente Nakagami- m slučajne promenljive koji se određuju pomoću gustine verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive [66,115]. Takođe je važno poznavati i srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa. Da bi se odredio srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa potrebno je poznavati združenu gustinu verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i njezinog prvog izvoda. Srednji broj osnih preseka se određuje kao srednja vrednost prvog izvoda Nakagami- m slučajnog procesa. Kada nisu ispunjeni uslovi da važi centralna granična teorema i nema dominantne komponente, onda anvelopa signala može da se opiše Veibulovom ili α - μ raspodelom. Veibulova raspodela opisuje anvelopu signala u feding kanalima sa jednim klasterom, a α - μ raspodela opisuje anvelopu signala u feding kanalima sa više klastera [63, 113]. Uzorci Veibulovog slučajnog procesa se dobijaju stepenovanjem uzoraka Rejljevog slučajnog procesa [78, 79, 113]. Parametar α je u relaciji sa stepenom nelinearnosti sistema [68, 69,113]. Za $\alpha=2$, Veibulov kanal

prelazi u Rejljiev kanal. Kada parametar α raste oština fedinga opada. Kada α teži beskonačnosti, Veibulov kanal prelazi u kanal bez fedinga. Drugi parametar Veibulove raspodele je srednja snaga anvelope signala. α - μ raspodela ima tri parametra. Parametar α je u relaciji sa nelinearnošću sistema, parametar μ je povezan sa brojem klastera, a Ω je srednja snaga anvelope. Kada je $\alpha=2$, α - μ raspodela prelazi u Nakagami- m raspodelu, a Veibulova raspodela može biti izvedena iz α - μ raspodele za $\mu=1$. α - μ raspodela prelazi u Rejljievu raspodelu za $\mu=1$ i $\alpha=2$. Kada u propagacionoj sredini može da se formiraju više klastera i u svakom klasteru može da se pojavi dominantna komponenta i važe uslovi za centralnu graničnu teoremu, onda anvelopa signala može da se opiše k - μ raspodelom. Ova raspodela ima tri parametra [25, 26, 112]. Parametar k je Rajsov faktor, koji je jednak odnosu snage svih dominantnih komponenti i snage sketering komponenti. Kada je μ ceo broj, snaga je broj klastera u propagacionom kanalu i jednaka je 2μ [10]. Treći parametar je srednja snaga anvelope sistema Ω . k - μ raspodela je generalna i iz nje mogu da budu izvedene Nakagami- m , Rajsova i Rejljijeva raspodela kao specijalni slučajevi [11, 113]. Za $k=0$, k - μ kanal prelazi u Nakagami- m kanal, a za $\mu=1$ Rajsov kanal je dobijen iz k - μ kanala [12, 113]. Za $\mu=1$ i $k=0$, Relijeva raspodela može biti izvedena iz k - μ raspodele. Kada k teži beskonačnosti kao i kada μ teži beskonačnosti k - μ feding kanal postaje kanal bez prisustva fedinga. Kada parametar μ se smanjuje kao i kada Rajsov faktor smanjuje oština fedinga se povećava i performanse sistema se degradiraju. Kvadrat k - μ feding anvelope može da se napiše kao zbir kvadrata 2μ nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih sa istom varijansom, kod kojih je srednja vrednost bar jedne različita od nule. U nekim sredinama, kao što je jonosfera, dolazi do nejednakog slabljenja komponenti u fazi i komponenti u kvadraturi elektromagnetog talasa [10, 12, 112]. U ovim sredinama anvelopa signala može da se opiše η - μ raspodelom. Ova raspodela ima dva parametra. Parametar η jednak je količniku snage komponente u fazi i komponente u kvadraturi. Parametar μ je u relaciji sa brojem klastera u propagacionoj okolini, kao i u predhodnim slučajevima [25], Nakagami- m raspodela može da se dobije iz η - μ raspodele [27,112,113]. Za slučaj kada je $\eta=1$ i parametar $m=\mu$ i takođe η - μ raspodela prelazi u Nakagami- m raspodelu, kada je $\eta=0$ onda je u ovom slučaju $m = \frac{\mu}{2}$ [21,113]. Kada je $\mu=1$ iz η - μ raspodele može biti dobijena Nakagami- q raspodela. Kada je $\eta=1$ i $\mu=1$, η - μ kanal postaje Rejljiev kanal. Kvadrat η - μ anvelope može da se napiše kao zbir 2μ kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih sa srednjim vrednostima nula. Prvih m Gausovih slučajnih promenljivih ima varijansu σ_1^2 , a drugih m Gausovih slučajnih promenljivih ima varijansu σ_2^2 [26].

Kao što je prethodno napomenuto, jedan od ključnih problema kod praktičnih implementacija telemetrijskih sistema daljinskog nadzora i upravljanja distributivnih mreža je određivanje optimalnih parametara rada digitalnih radio modema (čak i adaptivnih predajnika i prijemnika) u uslovima prostiranja radio signala u specifičnim propagacionim uslovima. To praktično znači da su prvi koraci ka realizaciji tehnologija adaptivnih digitalnih radio modema u cilju smanjenja potrošnje (većina sistema svoje funkcije ostvaruje u uslovima baterijskog napajanja te je rad pri optimalnoj snazi jedan od ključnih parametara), ostvarenja adekvatne osetljivosti, postizanja unapred zadate bitske greške prenosa (BER), određivanje prirode i parametara fedinga u realnim uslovima propagacije.

Veoma važno je odrediti ili proceniti prirodu fedinga u nekoj okolini odnosno proceniti statističke karakteristike bežičnog telekomunikacionog kanala. Gruba podela sredina kroz koju se prostire elektromagnetni talas je urbana sredina, suburbana sredina (mešovita) i ruralna sredina. Zatim mogu da se razmatraju efekti zatvorenih i otvorenih sredina [95,104,112]. Postoji više radova u literaturi koji razmatraju karakteristike fedinga u raznim uslovima propagacije. U radovima [93,94,112], razmatrana je gusta urbana sredina. U ovoj oblasti ima veliki broj refleksija, prelamanja i savijanja elektromagnetnih talasa. Pod ovim uslovima može da se smatra da je polje rasipanja (sketering polje) homogeno. Rezultati su prikazali da pod ovim uslovima anvelopa signala može da se opiše Nakagami- m raspodelom. Može se desiti da površine odbijanja i prelamanja talasa su korelisane tako da se elektromagnetni talasi ne usmeravaju u svim pravcima podjednako. U ovom slučaju se u ovim sredinama anvelopa signala može opisati α - μ raspodelom [25,26,113]. Merenja u gusto naseljenim urbanim sredinama su rađena pod različitim uslovima. Drugačiji se rezultati dobijaju kada se merenja rade kada postoje padavine. Posebno su rađeni eksperimenti kada su padavine slabog intenziteta, srednjeg intenziteta i jakog intenziteta [109,110]. Takođe su razmatrani slučajevi kada su kapi kiše sitne i krupne [112]. Zaključeno je da padavine povećavaju efekat senke. Kada su padavine jakog intenziteta onda se menja srednja snaga signala. Pod ovim uslovima anvelopa signala može da se opiše K - G raspodelom [25,26,113]. Kod ove raspodele anvelopa signala ima Nakagami- m raspodelu, a srednja snaga signala ima Gama raspodelu. Oštrina Gama raspodele je veća kada predajnik i prijemnik se međusobno kreću. Na osnovu merenih vrednosti formiran je slučajni vektor anvelope signala u gusto naseljenoj okolini u prisustvu padavina. Na osnovu ovog vektora

formiran je histogram koji je normalizovan i koji je srazmeran gustini verovatnoće anvelope signala na mestu prijema. Dobijena su veoma dobra slaganja sa gustinom verovatnoće $K-G$ raspodele [25,26,113]. Kada su predajnik i prijemnik na kraćem rastojanju, manje od 200m, onda se normalizovani histogram više poklapa sa Suzuki raspodelom kod koje se anvelopa signala opisuje Relijevom raspodelom, a srednja snaga opisana Log-normalnom raspodelom [26,113]. Kada postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika, u urbanim sredinama i u prisustvu padavina, onda se anvelopa signala može opisati Rajsovom raspodelom, a srednja snaga signala se može opisati Gama raspodelom ili Log-normalnom raspodelom. Kada u urbanim sredinama postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika, kada je na primer predajnik na nekoj visokoj zgradi i kada su predajnik i prijemnik udaljeni onda su eksperimentalni rezultati prikazali da se anvelopa signala može modelovati $K-G$ raspodelom [26,113]. Kada se pod ovim uslovima pojave padavine onda su rezultati pokazali da su amplitude dominantnih komponenti promenljive, a nezavisno je promenljiva i snaga sketering komponenti. Tačnost dobijenih rezultata se povećava sa porastom brzine kretanja mobilnog prijemnika (ukoliko se radi o mobilnim sistemima).

Merenja i eksperimenti su takođe vršeni i u suburbanim sredinama [38,39]. U ovim sredinama, prema eksperimentalnim rezultatima kada ne postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika, anvelopa signala se može modelovati Relijevom ili Nakagami- m raspodelom. Za kraća rastojanja između predajnika i prijemnika, varijacija anvelope signala se bolje može opisati Relijevom raspodelom, a za veća rastojanja predajnika i prijemnika, varijacija anvelope signala se može opisati Nakagami- m raspodelom (što je najčešći slučaj kod telemetrijskih sistema za daljinski nadzor i upravljanje distributivnih mreža u suburbanim sredinama). Kada postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika onda se za kraće rastojanje između predajnika i prijemnika, varijacija anvelope signala može opisati Rajsovom raspodelom, a za veće rastojanje između predajnika i prijemnika, varijacija anvelope signal može se opisati $\kappa-\mu$ raspodelom. U nekim slučajevima suburbana sredina nije homogena, odnosno polje rasipanja talasa je nehomogeno. Pod ovim uslovima ne važi centralna granična teorema, zbog toga što je broj talasa na ulazu u prijemnik nedovoljan ili talasi nemaju približno jednake amplitude. U ovim slučajevima, kada nema dominantne komponente, za kraća rastojanja anvelopa signala može da se opiše Vejbulovom raspodelom, a kada su predajnik i prijemnik

udaljeni više od desetak kilometara, amplituda signala se može opisati α - μ raspodelom. Vejbulova slučajna promenljiva nastaje nelinearnom transformacijom Relijeve slučajne promenljive, a α - μ raspodela nastaje nelinearnom transformacijom Nakagami- m slučajne promenljive. Kada postoji dominantna komponenta, odnosno kada postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika, za kratka rastojanja anvelopa korisnog signala ima uslovnu Rajsovu raspodelu sa Gama promenljivom srednjom snagom, a za veća rastojanja, amplituda signala ima uslovnu κ - μ raspodelu sa promenljivom Gama srednjom snagom.

Više radova je takođe razmatralo feding kanal u ruralnim sredinama [59,112,113]. U radovima [112,94,113], je na primer razmatran kanal na brdovitom terenu. Predajnik je blizu podnožja jednog brda, a anvelopa signala je merena kada je prijemnik postavljen na vrhu brda, zatim kada je na sredini druge strane brda i kada je u podnožju druge strane brda. Za sva tri slučajeve su formirani slučajni vektori čiji su članovi izmerene vrednosti anvelope signala na prijemniku. Pomoću ovih vektora formirani su histogrami odnosno normalizovani histogrami koji su pokazali sledeće. Za prvi model fedinga, model može da se opiše Rajsovom raspodelom. Snaga dominantne komponente je jako istaknuta pošto postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika. Za drugi model kada se prijemnik nalazi na sredini druge strane brda, histogram je pokazao da anvelope signala imaju Relijevu gustinu verovatnoće. Zatim su merenja vršena za slučaj kada postoji jak vetar koji ima uticaj na šumu u ukolini. Za ovaj slučaj histogrami su pokazali da za prvi model anvelopa signala može da bude opisana uslovnom Rajsovom raspodelom gde su snage dominantne komponente i snage sketering komponente promenljive i imaju Gama gustinu verovatnoće. Zbog kretanja lišća došlo je do pojave efekta senke, koja je prouzrokovala varijaciju srednje snage anvelope. Za drugi model, feding kanal može da se modeluje uslovnom Relijevom raspodelom koja ima promenljivu snagu koja može da se opiše Gama raspodelom. Kao i pri prvom eksperimentu, za treći model kada se predajnik nalazi na dnu druge strane brda, nema signala na mestu prijema. U literaturi [109,110] je takođe razmatran model gde između predajnika i prijemnika postoji velika šuma. Merenja u ovom eksperimentu su vršena kada postoji srednji i jači vetar, kada se prijemnik kreće brzo i jako brzo i takođe merenja su vršena na dve frekvencije. Za ove modele su formirani slučajni vektori čiji su članovi merene vrednosti anvelope signala na prijemniku. Kao i u predhodnom radu formirani su normalizovani histogrami i izračunati su i prvih nekoliko momenata. U svim ovim

slučajevima, anvelopa signala ima uslovnu Rajsovu raspodelu sa promenljivom srednjom snagom koja može da se opiše Log-normalnom raspodelom i Gama raspodelom za sketering komponente. Momenti Rajsove raspodele sa promenljivim snagama dominantnih komponenti i sketering komponenti slažu se sa momentima izračunatim iz slučajnih vektora. U radu [96], pokazani su rezultati elektromagnetnih merenja fedinga kada se predajnik i prijemnik kreću velikom brzinom u ruralnom brdovitom području gde se menjaju uslovi prenosa signala. Kada nema padavina i nema vetra momentima izračunati iz merenih vrednosti anvelopa, poklapaju se sa momentima raspodela koja se dobija kombinacijom Relijeve i Rajsove raspodele. Ovo je zbog toga što povremeno postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika, a povremeno ne postoji. Takođe se dešava da sredina prostiranja signala postaje nehomogena tako da ne važi centralna granična teorema i u ovim slučajevima eksperimentalni rezultati pokazuju da se signal može opisati Vejbulovom raspodelom ili α - μ raspodelom takođe zavisno od toga da li ima ili nema dominantne komponente. Kada se pojave padavine ili kada duva jak vetar u područjima velikih šuma anvelopa signala može da se opiše delimično sa uslovnom Relijevom raspodelom sa Gama promenljivom srednjom snagom, a delimično sa Rajsovom raspodelom i Gama promenljivom snagom sketering komponenti. Često se dešava da je snaga sketering komponenti konstantna, a snaga dominantne komponente promenljiva. Dominantna komponenta je često izložena sporom fedingu nezavisno od sketering komponenti [25,26,113]. Slučaj kada su predajnik i prijemnik stacionarni a u etru postoje padavine ili prisustvo šuma na liniji propagacije, su u stvari partikularni slučajevi prethodno navedenih mogućih scenarija. Takođe je u literaturi razmatran i feding kada se prijemnik nalazi u vozu u tunelu, a predajnik je van tunela u jednom slučaju, a u drugom slučaju je predajnik u tunelu. U vozu se na oba kraja postave antene tako da sistem radi kao diverziti. Kada je jedna antena van tunela onda se na toj anteni signal može opisati Rajsovom ili κ - μ raspodelom, a signal na anteni koja je u tunelu može opisati Relijevom ili Nakagami- m raspodelom. Kada su obe antene u tunelu anvelopa signala se može opisati Relijevom ili Nakagami- m raspodelom. Kad su predajnik i prijemnik u tunelu, onda se feding može opisati Relijevom ili Vejbulovom raspodelom.

Takođe postoje eksperimenti / merenja koja su vršena u prijemniku koji se nalazi na železničkoj stanici koja ima više metalnih delova [112,113]. Merenja su vršena za dva modela. Prema prvom modelu predajnik se nalazi u blizini železničke stanice, a prema drugom modelu se

predajnik nalazi udaljen od železničke stanice. Zbog metalnih delova signal na ulazu u prijemnik može imati jednu, dve ili više dominantnih komponenti. Kada je predajnik blizu stanice, sve dominantne komponente su u okviru jednog klastera. Kada je predajnik udaljen od stanice, onda svaki od klastera može imati dominantnu komponentu. U prvom slučaju se feding može opisati sa gustinom verovatnoće anvelope zbira dve ili više sinusnih talasa sa uniformnim fazama i uskopojasnog Gausovog signala sa nultom srednjom vrednošću. U drugom slučaju se anvelopa signala može opisati sa κ - μ raspodelom.

U dosta radova [94,95,106] je razmatran i prenos signala u zatvorenim prostorijama, odnosno u zgradi sa više spratova. Predajnik je postavljen u jednoj prostoriji, a merenja su vršena kada se prijemnik nalazi u istoj prostoriji, susednoj prostoriji, kada predajnik i prijemnik razdvajaju dva zida, tri zida i više zidova. Kada su predajnik i prijemnik u istoj prostoriji onda je histogram pokazao da se varijacije anvelopa signala mogu opisati Rajsovom raspodelom. Kada su predajnik i prijemnik odvojeni jednim zidom onda se anvelopa signala može opisati Relijevom raspodelom. Kada su predajnik i prijemnik razdvojeni sa dva ili više zida, anvelopa signala se može opisati sa Nakagami- m raspodelom. Kada su predajnik i prijemnik statički onda feding nije dubok, a kada su predajnik i prijemnik kreću onda Nakagami- m feding je dubok. Kada se predajnik i prijemnik udaljavaju feding postaje više dubok, a parametar oštine fedinga opada. Ovi zaključci su dobijeni na osnovu merenih rezultata.

Postoji više radova u tehničkoj literaturi koji razmatraju satelitski kanal. Posebno je razmatran satelitski kanal kod geostacionarnih satelita i satelitski kanal kod nestacionarnih satelitskih kanala. Merni rezultati su pokazali da kod geostacionarnih orbita, signal u satelitskom kanalu može se opisati sa Rajsovom raspodelom. Kod nestacionarnih orbita signal se može opisati u satelitskom kanalu sa uslovnom Rajsovom raspodelom sa slučajnom ukupnom snagom koja ima Gama raspodelu. Prema nekim autorima [94,112], signal koji se od satelita prostire ka jonosferi trpi različita slabljenja komponente u fazi i komponente u kvadraturi uskopojasnog Gausovog procesa. U ovom slučaju se varijacije anvelope signala na ulazu u satelit mogu opisati Nakagami- q raspodelom ili sa η - μ raspodelom. Kada su komponente u fazi i kvadraturi korelisane satelitski kanal se može opisati sa λ - μ raspodelom, a najčešće λ - μ - q raspodelom. Dominantna komponenta signala u satelitskom kanalu može se opisati sa Gama raspodelom kada

ona trpi feding prilikom prolaza kroz jonosferu. Kod satelitskog kanala se javljaju i razne interference koje su takođe izložene brzom i sporom fedingu.

Kada se prema okolini (uslovima propagacije) odredi priroda fedinga onda se trebaju odrediti parametri fedinga. U najvećem broju kanala anvelope signala se može opisati sa Rajsovom, Nakagami- m ili sa Vejbulovom raspodelom.

Kao što je već rečeno, Rajsova raspodela može opisati anvelopu signala u kanalima sa fedingom u slučajevima kada postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika odnosno u kanalu kada postoji optička vidljivost (postoji dominantna komponenta). Ovakva situacija je veoma česta, tako da proučavanje Rajsovog fedinga ima veliki značaj. Rajsov feding ima dva parametra. Jedan parametar je Rajsov faktor, a drugi parametar je srednja snaga Rajsove anvelope. U literaturi su razmatrane dve metode za procenu Rajsovog faktora i srednje snage [61]. Jedna od metoda je metoda momenata, a druga metoda je metoda maksimalne verodostojnosti. Metoda momenata ima veliku primenu zbog jednostavnosti realizacije. Rajsov faktor je definisan kao količnik snage dominantne komponente i snage sketering komponenta. Kada je Rajsov faktor nula, Rajsov kanal postaje Relijev kanal, a kada Rajsov faktor teži beskonačnosti onda Rajsov kanal prelazi u kanal bez prisustva fedinga [61,62]. Kada Rajsov faktor raste dubina feding opada, a kada Rajsov faktor opada feding postaje više oštar. U radu [16], razmatran je slučaj kada se Rajsov faktor procenjuje pomoću dva momenta. Korišćen je drugi i četvrti moment. Simuliran je Rajsov faktor pomoću koga se vrši provera tačnosti rezultata. U radu je simuliran Rajsov vektor na sledeći način. Formiraju se dva Gausova vektora koja se pomnože varijansom i jednom vektoru se doda konstanta kao srednja vrednost. Članovi oba vektora se kvadriraju, zatim se vektori sabiraju i od dobijenog vektora se odredi kvadratni koren. Ovako dobijeni vektor je Rajsov slučajni vektor. Pomoću ovog vektora se odrede momenti, a pomoću drugog i četvrtog momenta se odredi Rajsov faktor koji je približno jednak Rajsovom faktoru na osnovu koga je formiran Rajsov vektor. Tačnost dobijenih rezultata procene se poboljšava kada se dužina vektora povećava i kada se povećava broj realizacija. Takođe u ovom radu je pokazano da se tačnost procene povećava za veće vrednosti Rajsovog faktora. Rajsov faktor se menja kada se menja snaga dominantne komponente ili snaga sketering komponenti. Snaga dominantne komponente se menja kada se menja rastojanje između predajnika i prijemnika. Kada raste rastojanje između predajnika i prijemnika Rajsov faktor opada, a kada

rastojanje opada snaga dominantne komponente raste i Rajsov faktor raste. Rajsov faktor se menja u urbanim sredinama kao i u satelitskom kanalu zbog slabljenja signala u jonosferi. Na osnovu ovoga može da se zaključi da se parametar k kod Rajsovog fedinga jako menja i da se korišćenjem estimatora koji procenjuju Rajsov faktor uz primenu kola (modula) za adaptaciju nivoa modulacije može značajno povećati kapacitet kanala. U nekim radovima se razmatraju istovetno procene Rajsovog faktora metodom momenata i metodom maksimalne verodostojnosti. Veći kapacitet kanala se dobija kada se primeni kriterijum maksimalne verodostojnosti za procenu Rajsovog faktora, gde je realizacija estimatora (specijalna kola za procenu parametara fedinga) koji koristi kriterijum maksimalne verodostojnosti veoma komplikovana. U radu [16], razmotrena su tri estimatora za procenu Rajsovog faktora. Prvi estimator koristi prvi i drugi moment za procenu parametra k , drugi estimator koristi drugi i treći moment i treći estimator koristi treći i četvrti moment. Simulacijom je određena greška procene. Iz dobijenih realizacija je numerički izračunat Rajsov faktor. U poređenju dobijenih rezultata, numerički i simulacijom, najmanja greška je postignuta kada se koristi prvi i drugi moment, zatim kada se koristi drugi i treći moment i najveća greška kada se koristi treći i četvrti moment. U radu [17], razmatrane su greške kod estimatora za procenu Rajsovog faktora kada se koriste drugi i četvrti moment, drugi i šesti moment i drugi i osmi moment. U ovim slučajevima najbolji rezultati se postižu kada se Rajsov faktor procenjuje na osnovu drugog i četvrtog momenta, a najgori rezultati se postižu kada se koriste drugi i osmi moment. Rešavanje jednačina za određivanje parametra k , su komplikovane tako da se pri njihovom rešavanju takođe čine greške. U radu [19], koristi se estimator za procenu parametra k , koji koristi prvi i drugi moment. Simulacijom su formirana tri Rajsova vektora za tri vrednosti k . Pokazano je da je greška procene Rajsovog faktora najmanja za najmanje vrednosti Rajsovog faktora.

Takođe je pokazano da greška procene opada za veće vrednosti srednje snage Rajsove anvelope [61,62]. U radu [17], su date metode za rešavanje transcendentne jednačine, za rešavanje Rajsovog faktora i srednje snage Rajsove anvelope. Jednačine su transcendentne zbog prisustva modifikovane Beselove funkcije prve vrste i prvog reda u jednačinama. U literaturi je razmatrano više radova procene Rajsovog faktora metodom momenata, nego procene Rajsovog faktora metodom maksimalne verodostojnosti. U radu [63], je takođe razmatrana procena parametra Vejbulovog fedinga. Vejbulova raspodela opisuje anvelopu signala u kanalima sa

fedingom kada nema dovoljno sketering komponenti i kada ove komponente imaju različite amplitude tako da ne važi centralna granična teorema. Vejbulova raspodela ima dva parametra. Jedan parametar je Vejbulov parametar koji je povezan sa nelinearnošću sredine. Drugi parametar je srednja snaga Vejbulove anvelope. Vejbulov parametar se menja u toku vremena zbog promene broja komponenata na ulazu u prijemnik pri odbijanju i prelamanju elektromagnetnih talasa. Kada parametar α raste onda feding postaje manje oštar. Kada je $\alpha=2$ Vejbulov kanal postaje Relijev kanal i kada parametar α opada manje od 2, Vejbulov feding postaje više oštar od Relijevog fedinga [25,26,113]. Koriste se dve metode za procenu parametra α . Koristi se metoda maksimalne verodostojnosti i metoda momenata. U radu [63], je analizirana procena parametra α kada se koriste drugi i četvrti moment. Dobijaju se dve jednačine na osnovu kojih se dobija Vejbulov parametar α i srednja snaga Vejbulove anvelope. Tačnost dobijenih rezultata je pokazana simulacijom. Vejbulov vektor je formiran na taj način što se prvo odrede dva Gausova vektora koja se pomnože sa varijansom, zatim se dignu na kvadrat, saberu se i iz ovako dobijenog vektora se odredi kvadratni koren. Vejbulov vektor se dobija stepenovanjem ovako dobijenog vektora. Iz ovog vektora se odrede momenti, pomoću kojih se odredi Vejbulov parametar. U radu je takođe pokazano da se greške smanjuju sa porastom parametra α . U radovima [56,63,114], je pokazano da metoda maksimalne verodostojnosti pokazuje bolje rezultate nego metoda momenata kada se vrši procena parametra Vejbulovog parametra nelinearnosti, ali je estimator formiran na osnovu maksimalne verodostojnosti veoma komplikovan za praktičnu realizaciju. U radu [56], razmatrana je procena parametra α kada se koriste prvi i drugi moment i drugi i treći moment. Simulacijom je pokazano da je greška manja kada se koristi prvi i drugi moment za procenu parametra α nego kada se koriste drugi i treći moment za procenu parametra α .

Daleko najveću primenu u praktičnim situacijama ima Nakagami- m raspodela. Nakagami- m raspodela je jedna od najčešćih raspodela iz razloga što uglavnom u suburbanim kao i u ruralnim sredinama ne postoji potpuna (ili je uopšte nema) optička vidljivost između predajnika i prijemnika (nema dominantne komponente), sistemi su linearni (važi centralna granična teorema odnosno polje rasipanja je homogeno) i postoji više klastera. Veoma je značajno proceniti parametar m kod kanala gde se varijacije anvelope opisuju Nakagami- m raspodelom. Kod raznih kanala u urbanim sredinama oštrina Nakagami- m fedinga odnosno

parametra m je promenljiva. Formiraju se takođe moduli koji se nazivaju estimatori gde se u svakom vremenskom trenutku mogu proceniti vrednost parametra m . U literaturi su razmatrane razne metode za procenu parametra m [56,57,58,61]. Najpoznatija metoda za procenu parametra m je metoda momenata. Koristi se takođe i metoda maksimalne verodostojnosti ali je ova metoda složena za praktičnu realizaciju zbog komplikovanog rešavanja integrala (primenjenih algoritama). U radovima [39,113], na osnovu merenih vrednosti je formiran slučajni Nakagami- m vektor čiji su elementi uzorci Nakagami- m slučajnog procesa. U ovom radu su izračunati drugi i četvrti moment. Na osnovu ova dva momenta su izračunati parametar m i srednja kvadratna vrednost Nakagami- m anvelope (srednja snaga anvelope). Drugi moment je srednja kvadratna vrednost anvelope signala. Ova metoda je prikazana simulacijom [25,36]. U ovim radovima je formiran Nakagami- m vektor. Za datu vrednost m određeno je $2m$ Gausovih vektora koji su kvadrirani i sabrani. Zatim je od ovog vektora određen kvadratni koren i na ovaj način je dobijen Nakagami- m vektor. Moment n -tog reda je određen na taj način što se svaki član Nakagami- m vektora digne na n -ti stepen, a zatim se stepenovani članovi sabiraju i podele sa brojem članova. Na ovaj način su izračunati drugi moment i četvrti moment iz kojih je izračunat parametar m koji se upoređi sa početnom vrednošću parametra m . Takođe parametar m može da se odredi i na osnovu drugog i šestog momenta, drugog i osmog momenta i drugog i bilo kog parnog momenta [56]. U svim slučajevima se parametar m može dobiti izrazom u zatvorenom obliku. Takođe, parametar m se može odrediti pomoću bilo koja dva parna momenta. U nekim je radovima parametar m određen korišćenjem prvog, drugog i trećeg momenta. Ovi rezultati su takođe dobijeni simulacijom. Parametar m je često promenljiv. Kada on poraste, oštrina fedinga se smanjuje i kvalitet prenosa postaje bolji odnosno verovatnoća otkaza i verovatnoća greške opadaju. Kada parametar m opada oštrina fedinga raste i kvalitet prenosa se pogoršava. U ovom slučaju se verovatnoća otkaza i verovatnoća greške povećavaju. Parametar m opada kada se predajnik i prijemnik udaljavaju, a povećava se kada se predajnik i prijemnik približavaju. U suburbanim sredinama parametar m je manji nego u ruralnim sredinama, a u ruralnim sredinama parametar m je najmanji kada postoje uslovi da važi centralna granična teorema. Zbog promene parametra m i zbog promene srednje snage signala formiraju se adaptivni sistemi. Srednja snaga signala se menja kada ima padavina ili kada je jači vetar, a takođe kada se predajnik i prijemnik udaljavaju ili kada se približavaju. U radovima [56,12], razmatrana je primena procene parametra m na osnovu momenata za estimatore koji se koriste u kolima za adaptivnu promenu

modulacione šeme. Kada parametar m raste, raste broj nivoa kod modulacione šeme, a kada parametar m opada, opada i broj nivoa modulacione šeme. Na ovaj način se povećava kapacitet kanala. U radu [51,56], razmatrani su slučajevi kada se procena parametra m vrši na osnovu drugog i četvrtog momenta, drugog i šestog momenta i drugog i osmog momenta. U radu je izvršena simulacija i dobijeni rezultati su upoređeni. Formiran je i Nakagami- m vektor za $m=3$. Zatim su određeni drugi moment, četvrti moment, šesti moment i osmi moment. Najbolji rezultati su dobijeni kada su upotrebljeni za procenu parametra m drugi i četvrti moment, a najgori rezultati su dobijeni kada se koriste drugi i osmi moment. U radovima [114,58], je razmatrana procena parametra m Nakagami- m fedinga kada se koristi procena parametra m metodom momenata i metodom maksimalne verodostojnosti. Simulacijom je izračunat parametar m za obe metode i bolji rezultati su dobijeni kada se primeni kriterijum maksimalne verodostojnosti. Međutim ovo poboljšanje procene parametra m nije dovoljno veliko da nadomesti složenost estimatora koji koristi maksimalnu verodostojnost u odnosu na estimator koji koristi metodu momenata koja je prosta za praktičnu realizaciju (hardverski resursi, vreme za izračunavanje, odnosno brzina odziva). U radovima [10,58], je razmatrana primena kriterijuma maksimalne verodostojnosti za procenu parametra m . Razmatrana je tačnost dobijenih rezultata za veće vrednosti parametra m i za veće vrednosti srednje snage Nakagami- m anvelope. Simulacijom je pokazano da je greška procene parametra m veća kada su vrednosti parametra m veći i kada su vrednosti srednje snage manje. Estimatori koji koriste kriterijum maksimalne verodostojnosti za procenu parametra m nisu našli primenu u praksi zbog složenosti praktične realizacije .

U literaturi je razmatrano dosta različitih tipova estimatora za parametar m Nakagami- m fedinga: Lorensov estimator [57], neke nove familije generalizovanih estimatora [59], estimator maksimalne verodostojnosti [58,114].

U ovom radu su razmatrane dve metode za određivanje parametra m u Nakagami- m kanalu. Prvi metod je metod momenata. Za razliku od navedenih radova [56,112], u ovom radu se koristi diverziti tehnika za procenu parametra m metodom momenata. U svim prethodnim navedenim radovima [56,112], diverziti tehnika nije korišćena za procenu parametra m kao način da se smanji greška između stvarne vrednosti parametra m i procenjene vrednosti parametra m . U radu je razmatrano više klasa momenata na osnovu kojih se procenjuje parametar m . Takođe

metodom simulacije je pokazano da je srednja kvadratna greška kada se primeni diverziti tehnika manja od srednje kvadratne greške kada se ne primenjuje diverziti tehnika. U ovom radu je takođe primenjena i metoda srednjeg broja osnih preseka za izračunavanje parametra m Nakagami- m fedinga. Ova metoda do sada nije korišćena u literaturi. U radu je pokazano da estimatori koji koriste metodu osnih preseka za izračunavanje parametra m , imali bi veće prednosti u odnosu na određivanje parametra m gde se koristi metoda momenata. U ovom radu je takođe primenom metode srednjeg broja osnih preseka za određivanje parametra m upotrebljena diverziti tehnika.

Dakle, u ovom radu analizirana je procena parametara Nakagami- m fedinga [9]. Procena parametara Nakagami- m fedinga dominantno utiče na projektovanje optimalnih digitalnih radio modema, odnosno omogućava da digitalni radio modemi rade sa minimalnom snagom (smanjena potrošnja akumulatorskih napajanja, veći domet uz minimalnu snagu predajnog modema) uz zadržavanje potrebnih preduslova sa aspekta greške u prenosu (BER), brzine prenosa i osetljivosti prijemnika [25,26]. Nakagami- m feding ima dva parametra koje treba proceniti. Ovi parametri su oštrina fedinga m , i srednja snaga anvelope fedinga Ω . U radu sa razmatrane dve metode za procenu parametara Nakagami- m fedinga. Jedan metod je metod momenata, a druga metoda je metoda osnih preseka. Kod metode momenata prvo se izračunavaju momenti Nakagami- m slučajne promenljive [56]. Ovi momenti sadrže dve promenljive, oštrinu fedinga i srednju snagu anvelope. Ovo znači da su potrebni najmanje dva momenta da se odrede ova dva parametra. Drugi moment je srednja vrednost snage anvelope [57]. Pomoću drugog momenta i bilo kog drugog momenta može da se odrede oštrina fedinga i srednja kvadratna vrednost. Često se koriste prvi i četvrti moment za određivanje oštrine fedinga. Drugi moment i bilo koji parni moment su potrebni za određivanje parametra m i Ω [10,12]. Ovo je zbog toga što se za parni moment elemeniše Gama funkcija iz sistema jednačina potrebnih za određivanje oba parametra. Potom za određivanje oštrine fedinga m , sa povećanjem reda momenta, Gama funkcija takođe može da se izbegne i kada se koristi prvi, drugi i treći moment, zatim kada se koristi prvi, drugi i bilo koji neparan moment, a može da se koristi i drugi moment i bilo koja dva neparna momenta [9, 56]. Za određivanje parametra m mogu da se koriste i bilo koja dva momenta [56]. Može da se koristi i bilo koja diverziti tehnika za procenu parametra Nakagami- m fedinga [9, 60]. U ovom radu razmatran je prostorni MRC (maximum ratio combining) prijemnik, odnosno tehnika sa

dva, tri i četiri ulaza da se odrede parametri fedinga [10,12]. Kada MRC prijelnik ima dva ulaza na kojima su prisutni signali sa Nakagami- m anvelopama onda je kvadrat ovih signala na ulazu jednak zbiru kvadrata $4m$ nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih sa srednjim vrednostima nula i sa istim varijansama [114]. Na osnovu ovoga može da se formira gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC prijelnika. Pomoću ove gustine verovatnoće mogu da se odrede momenti anvelope signala na izlazu MRC prijelnika sa dva ulaza. Na sličan način se mogu odrediti i momenti na izlazu iz MRC prijelnika sa tri i četiri ulaza. Iz ovih momenata mogu se odrediti parametri fedinga m i Ω na sličan način kao i za slučaj kada se ne koristi diverziti tenika [12, 27]. U radu je pokazano da se za parametre m i Ω dobijaju tačniji rezultati kada se koristi diverziti tehnika i tačnost se povećava sa povećanjem broja grana [37,39]. Dobijeni rezultati za parametre m i Ω primenom metode momenata potvrđeni su metodom simulacije. Prvo se simulacijom odredi vektor čiji su članovi uzorci Nakagami- m slučajnog procesa [12]. Neka je m ceo broj. Formiraju se $2m$ vektora određenih dužina čiju su članovi uzorci Gausovih procesa. Svi ovi Gausovi vektori su nezavisni imaju određenu varijansu, srednje vrednosti su im nule i imaju iste varijanse. Zatim se ovako dobijeni Gausovi vektori kvadriraju, a zatim sabiraju, tako da se dobije jedan vektor. Ovaj vektor je kvadrirani Nakagami- m vektor. Nakagami- m vektor se dobija korenovanjem ovog vektora. Pomoću Nakagami- m vektora može da se odredi histogram, a pomoću histograma mogu da se simuliraju gustina verovatnoće i kumulativna verovatnoća Nakagami- m slučajnog procesa. Takođe, pomoću Nakagami- m vektora mogu da se odrede momenti Nakagami- m slučajnog procesa. Prvi moment se određuje na taj način što se saberu članovi Nakagami- m vektora, a zatim se dobijeni zbir podeli sa brojem uzoraka. Drugi moment se dobija na taj način što se prvo članovi Nakagami- m vektora kvadriraju, a zatim se kvadrirani članovi sabiraju i dobijeni zbir se podeli sa brojem članova. Treći moment se dobija tako što se članovi Nakagami- m vektora dignu na treći stepen, zatim se saberu i ovaj zbir se podeli sa brojem članova [113]. Na sličan način se može izračunati bilo koji moment Nakagami- m slučajnog vektora. Iz ovih momenata se mogu izračunati parametri Nakagami- m vektora, oštrina fedinga i srednja kvadratna vrednost anvelope (srednja snaga anvelope). U radu je pokazano da se ovako dobijene vrednosti za parametre m vektora slažu sa vrednošću parametra m za koji je formiran Nakagami- m vektor. U radu su takođe simulirani i slučajni procesi anvelope signala na izlazu iz MRC prijelnika kada se na njegovim ulazima pojavljuje Nakagami- m feding čije parametre treba odrediti. U radu je pokazano da se tačnost procene parametra m povećava sa

povećanjem dužine Nakagami- m vektora, sa povećanjem broja realizacija i sa povećanjem broja grana MRC prijemnika (kombinera).

U radu je razmatran i metod određivanja parametara fadinga metodom osnih preseka. U radu je prvo određen srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa [10,12]. Za m ceo broj kvadrat Nakagami- m anvelope jednak je zbiru $2m$ nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih sa nulnim srednjim vrednostima i sa istim varijansama. Iz ove relacije se određuje združena gustina verovatnoće Nakagami- m slučajnog procesa i njegovog prvog izvoda. Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa se izračunava kao srednja vrednost prvog izvoda slučajnog procesa. Na ovaj način se dobija srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa. Ovaj izraz sadrži dva parametra koje treba proceniti. Srednji broj osnih preseka se određuje za tri vrednosti anvelope signala. Iz ovih izraza u radu su određene vrednosti za parametre m i Ω u zavisnosti od tri vrednosti anvelope Nakagami- m signala i odgovarajućih vrednosti broja osnih preseka. Dobijeni izrazi su jednostavni, u zatvorenom su obliku i mogu se lako izračunati oštrina fadinga m i srednja kvadratna vrednost anvelope Nakagami- m signala. Izračunate vrednosti za parametar m i vrednost parametra m za koje je Nakagami- m slučajni proces dobijen simuliranjem, se veoma dobro poklapaju. I za ovaj slučaj se razmatra simulirani proces anvelope signala koja se dobija na izlazu iz MRC prijemnika kada se na njenim ulazima pojavljuje Nakagami- m fading čije parametre treba proceniti [13]. Prvo je određena združena gustina verovatnoće anvelope signala na izlazu iz MRC prijemnika i njegovog prvog izvoda. Na osnovu ove združene raspodele u radu je određen srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika. Zatim je određen srednji broj osnih preseka za tri vrednosti anvelope signala na izlazu iz MRC i iz ove tri jednakosti određeni su izrazi za izračunavanje parametra m i Ω . U ovom slučaju MRC prijemnik je razmatran sa dva, tri i četiri ulaza. U radu je pokazano da tačnost dobijenih rezultata zavisi od dužine Nakagami- m vektora, broja realizacija, izbora vrednosti za anvelope i broja grana MRC prijemnika. Numerički dobijeni rezultati su potvrđeni simulacijom [13]. Prvo je formirano $2m$ nezavisnih Gausovih vektora sa srednjim vrednostima nula i sa istim varijansama. Gausovi vektori se kvadriraju i sabiraju. Vektor koji je dobijen sabiranjem i kvadriranjem vektora se korenuje i na taj način se dobija Nakagami- m vektor [13]. Za ovaj vektor treba izbrojati broj osnih preseka za određenu vrednost anvelope signala. Prvo se formira novi vektor koji je jednak razlici uzoraka Nakagami- m vektora i vrednosti anvelope za

koju se računa broj osnih preseka. Zatim se formira vektor koji se sastoji od proizvoda svake dve susedne vrednosti predhodno dobijenog vektora. Zatim se prebroje negativne vrednosti u ovim vektorima i to predstavlja broj osnih preseka čijim se usrednjavanjem dobija srednji broj osnih preseka. Srednji broj osnih preseka se odredi za tri vrednosti anvelope signala. Kao i u predhodnom slučaju se odrede parametri m i Ω u zavisnosti od tri vrednosti anvelope signala i tri vrednosti broja osnih preseka. I u ovom slučaju je pokazano dobro slaganje vrednosti parametra m dobijenog na osnovu srednjeg broja osnih preseka i vrednosti parametra m na osnovu čega je formiran Nakagami- m vektor [13]. Tačnost dobijenih rezultata zavisi od izbora vrednosti anvelope za koju se određuje srednja vrednost osnih preseka. Zatim se parametri m i Ω Nakagami- m vektora određuju pomoću broja osnih preseka anvelope signala simulirane na izlazu iz MRC prijemnika sa dva, tri i četiri ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m feding čije parametre treba odrediti. Prvo se formira vektor slučajnog procesa na izlazu iz MRC prijemnika. Kvadrat anvelope signala na izlazu iz MRC prijemnika jednak je zbiru kvadrata Nakagami- m anvelope na njegovim ulazima. Pomoću vektora signala na izlazu može da se odrede brojevi osnih preseka na izlazu iz MRC kombinera za tri vrednosti nivoa anvelope i pomoću njih se određuju parametri Nakagami- m fedinga, oštrina fedinga i srednja kvadratna vrednost anvelope [13].

Dobijene vrednosti (rezultati) u ovom radu mogu se primeniti za formiranje i predstavljanje estimatora za parametre Nakagami- m fedinga koji imaju primenu u adaptivnim kolima koji se koriste za povećanje kapaciteta kanala [56]. Ova adaptivna kola se koriste u kanalima kod kojih se menja oštrina fedinga i srednja snaga anvelope signala. Adaptivno kolo radi prema sledećem algoritmu. Neka parametar m u feding kanalu poraste. U ovom slučaju smanji se uticaj fedinga na performasne sistema tako da se verovatnoća greške prijemnika smanji i kvalitet veze se poveća. Adaptivno kolo radi tako što se promeni i modulacija na taj način što se povećava broj nivoa. Povećan broj nivoa povećava kapacitet kanala ali se menja odnos snaga signala i šuma a time se poveća verovatnoća greške na prvobitnu vrednost [56]. Neka se sada smanji parametar m od neke srednje vrednosti. U ovom slučaju se poveća oštrina fedinga, kvalitet prenosa se pogorša i verovatnoća greške postaje veća od dozvoljene vrednosti. Adaptivno kolo radi tako da broj nivoa u modulaciji se smanji. Kada se broj nivoa smanji onda se poveća odnos signala i šuma što prouzrokuje poboljšanje kvaliteta prenosa i verovatnoća

greške se smanji na dozvoljenu vrednost. Kada se smanji broj nivoa u modulacionoj ravni smanji se i kapacitet sistema. Na sličan način radi i adaptivna mreža kada se menja i srednja snaga signala. Zbog ovoga je veoma važno da estimatori procenjuju oštrinu fedinga m i srednju snagu signala Ω . Neka srednja snaga anvelope signala poraste. U ovom slučaju verovatnoća greške se smanji. Adaptivno kolo radi tako da se modulacija postavi na veći broj nivoa. Ovo prouzrokuje smanjene verovatnoće greške na prvobitnu vrednost ali se povećava kapacitet kanala. Neka se srednja snaga anvelope smanji. Adaptivno kolo radi tako što se broj nivoa u modulacionoj ravni smanji da bi se verovatnoća vratila na prvobitnu vrednost [8]. Neka estimator pogrešno odredi veću vrednost za parametar m . U ovom slučaju adaptivno kolo odredi modulaciju sa većim brojem nivoa ali u ovom slučaju oštrina fedinga je značajna i kvalitet prenosa je pogoršan. Do sličnih uslova javlja se i kada se pogrešno proceni srednja snaga anvelope [56].

U drugoj glavi ovog rada razmatraće se procena parametara oštine fedinga i srednje snage anvelope Nakagami- m fedinga. Prvo se formiraju uzorci za izračunavanje gustine verovatnoće, kumulativne verovatnoće i izračunati su prvih nekoliko momenata Nakagami- m fedinga. Iz ovih momenata su izračunati oštrina fedinga m i srednja snaga anvelope Ω . Ovi parametri mogu se odrediti na razne načine. U radu su razmatrani slučajevi kada se parametri m i Ω određuju pomoću drugog i četvrtog momenta, drugog i šestog momenta, drugog i bilo kog parnog momenta. Zatim je analiziran slučaj kada se parametri m i Ω određuju pomoću bilo koja dva parna momenta. Zatim su parametri m i Ω određeni pomoću prvog, drugog i trećeg momenta, pomoću prvog, drugog i bilo kog neparnog momenta, pomoću drugog momenta i bilo koja dva neparna momenta. Pri ovome se predpostavi da su momenti izračunati na osnovu merenih vrednosti Nakagami- m slučajnog procesa anvelope signala. Pri ovom se predpostavlja da je Nakagami- m slučajni proces stacioniran i nepomičan. Prvi moment se računa na taj način što se merni uzorci anvelope sabiraju i ovaj zbir se podeli sa brojem uzoraka. Drugi moment se računa na taj način što se merni uzorci kvadriraju, sabiraju i dobijeni zbir se podeli sa brojem uzoraka. Moment n -tog reda se dobija na taj način što se svaki uzorak stepenuje sa stepenom n , zatim se stepenovani uzorci sabiraju i dobijeni zbir se podeli sa brojem uzoraka. U ovom radu procena parametra Nakagami- m fedinga metodom momenata je potvrđena simulacijom. Nakagami- m feding se simulira na sledeći način. Predpostavlja se da je m ceo broj. Prvo se formira $2m$ nezavisnih Gausovih vektora koji se kvadriraju i sabiraju. Na ovaj način je dobijen

kvadriran vektor. Nakagami- m vektor je dobijen korenovanjem predhodno dobijenog vektora. Iz ovog vektora su izračunati momenti iz kojih su izračunati parametri m i Ω . Ove vrednosti su upoređene sa vrednostima parametra m i Ω za koji je simuliran Nakagami- m vektor i dobijena su dobra slaganja. Pokazano je da se tačnost povećava sa povećanjem broja članova vektora što odgovara povećanju broja uzoraka koji se dobija merenjem u propagacionom kanalu. Tačnost dobijenih rezultata se povećava sa povećanjem broja realizacija. Zatim je u radu razmotrena MRC diverziti tehnika pomoću koje se metodom momenata određuju parametri Nakagami- m fedinga. MRC prijemnik se razmatra sa dva, tri i četiri ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan i identičan Nakagami- m feding čiji se parametri m i Ω procenjuju. I za ove slučajeve u radu su izračunati momenti na izlazu iz MRC prijemnika i na osnovu njih su određeni parametri m i Ω . Ovi rezultati su potvrđeni simulacijom.

U trećoj glavi ovog rada razmatrani su procena parametara Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka. U radu je prvo određena združena gustina verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i njenog prvog izvoda, a ova združena gustina verovatnoće je upotrebljena za izračunavanje srednjeg broja osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa. Parametri m i Ω su ovom metodom određeni na osnovu tri merne vrednosti broja osnih preseka za tri vrednosti anvelope Nakagami- m signala. Takođe je razmatrana i anvelopa signala na izlazu iz MRC prijemnika kada se na njegovim ulazima pojavljuje nezavisan i identičan Nakagami- m feding. Kao i u predhodnom slučaju, parametri m i Ω su određeni primenom MRC prijemnika (kombinera) sa dva, tri i četiri ulaza. Dobijeni rezultati mogu se upotrebiti i za slučaj kada MRC prijemnik ima n ulaza. U radu je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC prijemnika i njegovog prvog izvoda i pomoću nje određen je srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC prijemnika. Pomoću osnih preseka određeni su parametri m i Ω . Merenjem se određuje srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC prijemnika za tri vrednosti anvelope signala pomoću kojih se izračunavaju parametri oštrina fedinga i srednja snaga anvelope signala. U radu su numerički rezultati procene parametara m i Ω metodom osnih preseka potvrđeni simulacijom. Simuliran je Nakagami- m vektor anvelope signala na izlazu iz MRC prijemnika na isti način kao za predhodne slučajeve i zatim je određen srednji broj osnih preseka pomoću kojih su izračunati parametri m i Ω . Na ovaj način su parametri m i Ω potvrđeni simulirajućim dobijenim rezultatima.

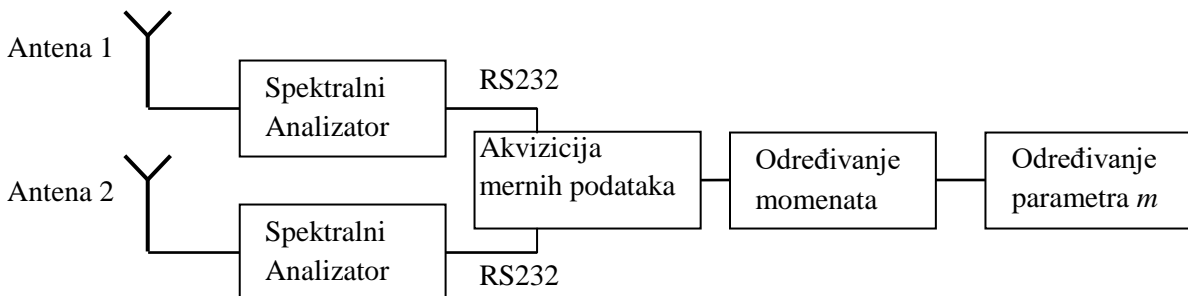
2. MERNI METODA ZA ODREĐIVANJE PARAMETARA NAKAGAMI- m FEDINGA METODOM MOMENATA

Parametar m Nakagami fedinga može se odrediti poznavajući momente Nakagami- m slučajnog procesa. Ovi momenti mogu da se dobiju na osnovu merenih vrednosti uzoraka fedinga signala na antenama prijemnika. Da bi se dobili tačni rezultati broj uzoraka treba da bude relativno veliki. Ovaj broj treba da bude 100, 1000 ili 10000 pa i veći. U nekim slučajevima ovo je teško izvodljivo tako da ovo treba da se uradi u sklopu samog uređaja za merenje vrednosti uzoraka. Prvi moment se računa na taj način što broj uzoraka treba sabrati i dobijeni zbir podeliti sa brojem uzoraka [10]. Drugi moment se računa na taj način što se vrednosti uzoraka prvo kvadriraju, zatim se sabere, pa se dobijeni zbir podeli sa brojem uzoraka. Na ovaj način se dobija srednja kvadratna vrednost signala ili srednja snaga anvelope signala. Treći moment se dobija na taj način što se uzorci signala stepenuju sa stepenom tri, zatim se ovako dobijeni uzorci sabiraju i dobijeni zbir se podeli sa brojem uzoraka. Na ovaj način se dobija srednja kubna vrednost signala. Momenti signala su važne performanse bežičnog telekomunikacionog sistema. Optimizacije sistema mogu da se rade na osnovu prvog momenta, drugog momenta, (drugog centralnog momenta) ili na osnovu viših momenata [10, 11]. Verovatnoća otkaza i verovatnoća greške digitalnog bežičnog radio telekomunikacionog sistema opadaju odnosno performanse sistema se poboljšavaju kada raste prvi moment, drugi moment i viši momenti. Zbog ovoga je i važno da se ovi momenti odrede ili na neki način teorijski izračunaju. Za naš posmatrani slučaj odnosno za anvelopu signala koja ima Nakagami- m raspodelu određeni su momenti. Zadatak ovog rada je da se pomoću ovih momenata odrede parametri fedinga [12]. Za slučaj Nakagami- m fedinga treba da se odrede oštrina fedinga m i

snaga anvelope fedinga Ω . Feding je dublji odnosno performanse sistema su lošije za manje vrednosti oštine fedinga m . Kada je $m=1$, Nakagami- m kanal postaje Rejljev kanal a za $m=0.5$, Nakagami- m kanal postaje jednostrani Gausov kanal. Kad oština fedinga m teži beskonačnosti onda Nakagami- m kanal postaje kanal bez prisustva fedinga. Performanse sistema su bolje za veće vrednosti parametra fedinga m . Takođe, kada snaga anvelope Ω raste performanse sistema se poboljšavaju [10, 11]. Srednja snaga je drugi moment anvelope signala. Na ovaj način može estimator da proceni vrednost snage anvelope signala. Moment n -tog reda zavisi od dva parametra. Jedan parametar je srednja vrednost snage anvelope, a drugi parametar je oština fedinga m . Postoje dve mogućnosti. Mogu da se posmatraju klase momenata $m_2 - m_{2k+1}$ i $m_2 - m_{2k}$. Momenti reda $2k+1$ sadrže Gama funkciju čiji argumenti sadrže oštrinu fedinga m . Kada se u izrazu za moment $2k+1$ reda zameni Ω umesto Ω se stavi m_2 , dobija se transcendentna jednačina koja je potrebna da se reši po oštini fedinga m . Ova jednačina može da se reši numeričkim metodama. Na ovaj način mogu da se odrede parametri Nakagami- m raspodele, srednja snaga Ω i oština fedinga m . Može da se posmatra i klasa momenata $m_2 - m_{2k}$. U izrazu za moment $2k$ -og reda može da se eliminiše Gama funkcija [21, 25, 26]. Kada se umesto Ω zameni drugi moment dobija se algebarska jednačina za rešavanje oštine fedinga m . Najprostiji slučaj se dobija za slučaj kada se posmatraju momenti $m_2 - m_4$. Za ovaj slučaj je relacija između oštine fedinga m i momenata m_2 i m_4 jednostavnija [56]. Moment m_2 se računa na osnovu velikog broja merenja uzoraka Nakagami- m signala na antenama prijemnika. Ovaj broj može da bude, na primer, hiljadu. Moment m_2 se dobija na taj način što se ovih hiljadu uzoraka kvadrira zatim se sabere i podeli sa brojem uzoraka, u ovom slučaju sa hiljadu. Moment m_4 se dobija tako što se ovih hiljadu uzoraka stepenuje sa četiri, zatim se sabere i zbir uzoraka se podeli sa hiljadu. Zatim se iz proste relacije dobija oština fedinga. Kao što je već naglašeno, srednja snaga je jednaka drugom momentu [59]. Može da se koristi i drugi i šesti moment. Šesti moment se dobija na taj način što se svaki od hiljadu uzoraka stepenuje sa šest i ovako stepenovani uzorci se sabiraju a ovaj zbir se podeli sa hiljadu. Pomoću drugog i šestog momenta oština fedinga m može se izraziti. Za rešavanje parametra m treba rešiti kvadratnu jednačinu. Simulacijom se pokazuje da su sve ove funkcije ispravne. Može se parametar m rešiti i korišćenjem momenata $m_2 - m_8$ [56-58].

Sušтина merne metode za određivanje parametra m Nakagami- m fedinga sastoji se od merenja uzoraka anvelope Nakagami- m fedinga i matematičkog određivanja momenata n -tog reda Nakagami- m fedinga. Indirektnim matematičkim metodama se određuju vrednosti oštine fedinga m i snaga anvelope fedinga Ω . Parametar m Nakagami- m fedinga se može odrediti (oceniti) u realnom vremenu, na osnovu dobijenih momenata prvog, drugog, trećeg, n -tog reda. Merna metoda može biti zasnovana na jednoj anteni na mestu prijema Nakagami- m signala, može se primeniti sistem sa dve antene (prostorni diverziti sistem) ili sistem sa više antena na prijemu primenom različitih diverziti metoda. Pokazuje se mernom metodom da se tačnost merenja parametra m poboljšava primenom diverziti tehnika višeg reda. Na ovaj način se otvaraju mogućnosti primene merne metode za ocenu parametara Nakagami- m fedinga u raznovrsnim propagacionim okruženjima.

Laboratorijski merni sistem zasnovan na primeni prostornog diverziti sistema sa dve prijemne antene za ocenu parametara Nakagami- m fedinga je prikazan na slici 2.1. Merni sistem se sastoji od dve prijemne antene (moguće je koristiti i jednu prijemnu antenu kod klasičnog pristupa) čiji izlazi se dovode na ulaze dva analizatora spektra. Spektralni analizatori se kontrolišu sa strane PC računara (komunikacija između spektralnih analizatora i PC računara se izvodi preko serijskog RS-232 komunikacionog porta). Akviziciju podataka je moguće uraditi korišćenjem različitih desk-top PC aplikacija (u ovom slučaju jednostavno je koristiti LabView programski paket). Prikupljeni uzorci anvelope Nakagami- m signala se dalje obrađuju matematičkim metodama opisanim u daljem tekstu (određuju se momenti n -tog reda i indirektnim matematičkim metodama - rešavanjem sistema jedančina - se određuju parametri m i Ω).



Slika 2.1. Blok šema mernog sistema zasnovanog na primeni prostorne diverziti tehnike sa dve antene na prijemu.

Merni signal sa prisutnim Nakagami- m fadingom čiji se parametri određuju je prisutan konstantno na ulazu u merni sistem. Signal je vertikalno polarizovan sa nosećom frekvencijom u UHF opsegu (konkretan merni eksperiment na realnom telemetrijskom sistemu za sistem daljinskog nadzora i upravljanja srednje naponskom distributivnom mrežom na teritoriji konzuma Elektrodistribucije Niš je opisan u posebnom poglavlju ovog rada). Na prijemnom sistemu su iskorišćene usmerene YAGI antene sa 7 elemenata i dobitkom cca 9dB za potrebe prijema UHF signala. Antene se povezuju sa mernim uređajima (spektralnim analizatorima) standardnim koaksijalnim kablovima preko N-konektora.

Softver za akviziciju signala izvršava dve glavne funkcije: u definisanim vremenskim intervalima vrši triger spektralnih analizatora, sakuplja vrednosti (uzorke) anvelope preko serijskog porta i memoriše ih u posebni file. U zavisnosti od primenjene diversiti tehnike (EGC, MRC...) niz uzoraka ulaznog signala se procesira odgovarajućim algoritmom i formira se novi niz koji predstavlja izlaz konkretnog diverziti sistema. Nakon toga posebna aplikacija izračunava momente prvog, drugog, trećeg, n -tog reda za posmatrani niz akviziranih podataka odnosno primenom indirektnih matematičkih metoda – rešavanjem sistema jednačina parametar m i Ω . Realizacija mernog sistema je prikazana na slici 2.2.



Slika 2.2. Merni sistem.

2.1. Momenti Nakagami- m slučajne promenljive

Nakagami- m slučajna promenljiva ima gustinu verovatnoće [9]:

$$P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, x \geq 0 \quad (2.1.1)$$

Kumulativna verovatnoća od x je [11]:

$$F_x(x) = \int_0^x P_x(t) dt = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^x t^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}t^2} dt = \frac{1}{\Gamma(m)} \gamma\left(m, \frac{m}{\Omega}x^2\right) \quad (2.1.2)$$

Moment n -tog reda od x je:

$$m_n = \overline{x^n} = \int_0^\infty x^n P_x(x) dx = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^\infty x^{2m-1+n} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} dx =$$
$$m_n = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma(m + n/2) \quad (2.1.3)$$

Prvih pet momenata su jednaki:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma(m + 1/2) \quad (2.1.4)$$

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{2/2} \Gamma(m + 1) = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\Omega}{m} m \Gamma(m) = \Omega \quad (2.1.5)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma(m + 3/2) \quad (2.1.6)$$

$$m_4 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 \Gamma(m + 2) = \Omega^2 \frac{m+1}{m} \quad (2.1.7)$$

$$m_5 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma(m + 5/2) \quad (2.1.8)$$

Posmatraju se momenti m_1 i m_3 [56]:

$$\frac{m_1^3}{m_3} = \frac{\frac{1}{\Gamma(m)^3} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma(m+1/2)^3}{\frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma(m+3/2)} = \frac{\Gamma^2(m+1/2)}{\Gamma(m)^2(m+1/2)} \quad (2.1.9)$$

Posmatraju se momenti m_2 i m_4 [56]:

$$m_2 = \Omega \quad (2.1.10)$$

$$m_4 = \Omega^2 \frac{m+1}{m} = m_2^2 \frac{m+1}{m} \quad (2.1.11)$$

$$\frac{m_4}{m_2^2} = 1 + \frac{1}{m} \quad (2.1.12)$$

$$\frac{1}{m} = -1 + \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} = \frac{m_4}{m_2^2} - 1 \quad (2.1.13)$$

$$m = \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} \quad (2.1.14)$$

$$\Omega = m_2 \quad (2.1.15)$$

Posmatraju se momenti m_2 i m_6 [56]:

$$\Omega = m_2 \quad (2.1.16)$$

$$m_6 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 \Gamma(m+3) = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 (m+2)(m+1)m \quad \Omega = m_2; \quad (2.1.17)$$

$$m^2 \left(\frac{m_6}{m_2^3}\right) = m^2 + 3m + 2 \quad (2.1.18)$$

$$m^2 \left(\frac{m_6}{m_2^3} - 1\right) - 3m - 2 = 0 \quad (2.1.19)$$

$$m = \frac{+3 + \sqrt{9 + 8\left(\frac{m_6}{m_2^3} - 1\right)}}{2\left(\frac{m_6}{m_2^3} - 1\right)} \quad (2.1.20)$$

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial m_2} d_{m_2} + \frac{\partial m}{\partial m_6} d_{m_6} \quad (2.1.21)$$

Za prethodni slučaj totalni diferencijal je:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial m_2} d_{m_2} + \frac{\partial m}{\partial m_4} d_{m_4} \quad (2.1.22)$$

Parcijalni izvodi su jednaki:

$$\frac{\partial m}{\partial m_2} = \frac{2m_2(m_2^2 - m_4) - 2m_2m_2^2}{(m_2^2 - m_4)^2} = \frac{-2m_2m_4}{(m_2^2 - m_4)^2} \quad (2.1.23)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_4} = \frac{m_2^2}{(m_2^2 - m_4)^2} \quad (2.1.24)$$

Zamenom se dobija:

$$d_m = \frac{-2m_2m_4}{(m_2^2 - m_4)^2} dm_2 + \frac{m_2^2}{(m_2^2 - m_4)^2} dm_4 \quad (2.1.25)$$

Posmatra se klasa momenata $m_1 - m_2 - m_{2n+1}$ [56].

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.1.26)$$

Moment prvog reda je:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.1.27)$$

$$m_2 = \Omega \quad (2.1.28)$$

Moment $2n+1$ reda je:

$$m_{2n+1} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n+1/2} \Gamma\left(m + n + \frac{1}{2}\right) \quad (2.1.29)$$

Količnik od m_{2n+1} i m_1 je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n+1}}{m_1} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n+1/2} \Gamma\left(m+n+\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)} = \\ &= \frac{\Omega^n \left(m+n-\frac{1}{2}\right) \left(m+n-\frac{3}{2}\right) \left(m+n-\frac{5}{2}\right) \dots \left(m+\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)}{m^n \Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{m_2^n}{m^n} \left(m + \frac{1}{2}\right) \left(m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(m + n - \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.1.30)$$

$$\frac{m_{2n+1}}{m_1} = m_2^n \left(1 + \frac{1}{2m}\right) \left(1 + \frac{3}{2m}\right) \dots \left(1 + \frac{2n-1}{2m}\right) \quad (2.1.31)$$

$$\frac{m_{2n+1}}{m_1 m_2^n} = (1+x)(1+3x)(1+5x) \dots (1+(2n-1)x) \quad (2.1.32)$$

gde je $x = \frac{1}{2m}$.

za $n=1$, dobija se klasa estimatora:

$$m_1 - m_2 - m_3 \quad (2.1.33)$$

$$\frac{m_{2n+1}}{m_1 m_2^n} = (1+x)(1+3x) \quad (2.1.34)$$

za $n=1$:

$$\frac{m_{2n+1}}{m_1 m_2^n} = 1+x, \quad x = \frac{m_{2n+1}}{m_1 m_2^n} - 1 \quad (2.1.35)$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_3 - m_1 m_2} \quad (2.1.36)$$

Razmatra se klasa momenata $2k-1, 2(k-n), 2n-1, k > n$ [56].

Moment n -tog reda je [12]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.1.37)$$

$2k-1$ moment jednak je [12]:

$$m_{2k-1} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(m + k - 1/2\right) \quad (2.1.38)$$

Moment $2(k-n)$ -tog reda je [12]:

$$m_{2(k-n)} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \Gamma(m + k - n) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} (m + k - n - 1) \cdot$$

$$\cdot (m + k - n - 2) \dots m \Gamma(m) = \Omega^{k-n} \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-n-2}{m}\right) \left(1 + \frac{k-n-1}{m}\right)$$

$$m_{2(k-n)} = \Omega^{k-n} \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-n-1}{m}\right) \quad (2.1.39)$$

Moment $2n-1$ reda je:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(m + n - \frac{1}{2}\right) \quad (2.1.40)$$

Količnik između m_{2k-1} i m_{2n-1} je [32]:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(m+k-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(m+n-\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \frac{\Gamma\left(m+k-\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(m+k-\frac{5}{2}\right) \dots \Gamma\left(m+n-\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(m+n-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(m+n-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \Omega^{k-n} \left(1 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(1 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(1 + \frac{2k-5}{2m}\right) \left(1 + \frac{2k-3}{2m}\right) \end{aligned} \quad (2.1.41)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{m_{2(k-n)}}{m_{2k-1}/m_{2n-1}}\right) &= \frac{\left(1+\frac{1}{m}\right)\left(1+\frac{2}{m}\right)\dots\left(1+\frac{k-n-2}{m}\right)\left(1+\frac{k-n-1}{m}\right)}{\left(1+\frac{2n-1}{2m}\right)\left(1+\frac{2n+1}{2m}\right)\dots\left(1+\frac{2k-5}{2m}\right)\left(1+\frac{2k-3}{2m}\right)} \\ m_{2(k-n)} \left(1 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(1 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(1 + \frac{2k-5}{2m}\right) \left(1 + \frac{2k-3}{2m}\right) &= \\ = \frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}} \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-n-1}{m}\right) & \end{aligned} \quad (2.1.42)$$

Razmatra se klasa estimatora $m_2 - m_{2k}$.

Moment n -tog reda je [26]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.1.43)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right) \Gamma(m + 1) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\left(\frac{\Omega}{m}\right) m \Gamma(m)\right) = \Omega \quad (2.1.44)$$

Moment $2k$ -tog reda je [25]:

$$\begin{aligned} m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(m + k) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k (m + k - 1)(m + k - 2) \dots m \Gamma(m) = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k m(m + 1) \dots (m + k - 1) = \Omega^k \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{m}\right) \end{aligned} \quad (2.1.45)$$

Količnik od m_{2k} i m_2^k je:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{m}\right) \quad (2.1.46)$$

Neka je $\frac{1}{m} = x$.

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = (1+x)(1+2x) \dots (1+(k-1)x) \quad (2.1.47)$$

za $k=2$, dobija se:

$$\frac{m_4}{m_2^2} = 1+x, \quad x = \frac{m_4}{m_2^2} - 1 = \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.1.48)$$

$$m = \frac{1}{x} = \frac{m_4}{m_4 - m_2^2} \quad (2.1.49)$$

za $k=3$, dobija se:

$$\frac{m_6}{m_2^3} = (1+x)(1+2x) \quad (2.1.50)$$

za $k=4$, dobija se:

$$\frac{m_8}{m_2^4} = (1+x)(1+2x)(1+3x) \quad (2.1.51)$$

za $k=5$, dobija se:

$$\frac{m_{10}}{m_2^5} = (1+x)(1+2x)(1+3x)(1+4x) \quad (2.1.52)$$

Razmatra se klasa estimatora $m_{2k} - m_{2n}$, $n > k$.

Moment n -tog reda je [26]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.1.53)$$

Moment $2k$ -tog reda je [26]:

$$m_{2k} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(m+k) \quad (2.1.54)$$

Moment $2n$ -tog reda je [25]:

$$m_{2n} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^n \Gamma(m+n) \quad (2.1.55)$$

Količnik od m_{2n}^k i m_{2k}^n je [32]:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(m)^k} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^k(m+n)}{\frac{1}{\Gamma(m)^n} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^n(m+k)} = \frac{\frac{1}{\Gamma(m)^k} \Gamma^k(m+n)}{\frac{1}{\Gamma(m)^n} \Gamma^n(m+k)} = \frac{\frac{1}{\Gamma(m)^k} (m+n-1)^k (m+n-2)^k \dots m^k \Gamma(m)^k}{\frac{1}{\Gamma(m)^n} (m+k-1)^n (m+k-2)^n \dots m^n \Gamma(m)^n} = \\ &= \frac{m^k (m+1)^k \dots (m+n-1)^k}{m^n (m+1)^n \dots (m+k-1)^n} \end{aligned} \quad (2.1.56)$$

$$m_{2n}^k m^n (m+1)^n \dots (m+k-1)^n = m_{2k}^n m^k (m+1)^k \dots (m+n-1)^k \quad (2.1.57)$$

$$\frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} = m^{k-n} (m+1)^{k-n} \dots (m+k-1)^{k-n} (m+k)^k \dots (m+n-1)^k \quad (2.1.58)$$

Rešavanjem ove jednačine dobija se oštrina fedinga.

Razmatra se klasa estimatora $m_4 - m_{2n}$.

Moment n -tog reda je [11]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.1.59)$$

Moment m_4 je:

$$m_4 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 \Gamma(m+2) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 (m+1)m\Gamma(m) \quad (2.1.60)$$

$$m_4 = \Omega^2 \frac{m+1}{m}, \quad \Omega^2 = m_4 \frac{m}{m+1} \quad (2.1.61)$$

$$m_4 = \Omega^2 \left(1 + \frac{1}{m}\right), \quad \frac{1}{m} = \frac{m_4}{\Omega^2} - 1 = \frac{m_4 - \Omega^2}{\Omega^2}, \quad m = \frac{\Omega^2}{m_4 - \Omega^2} \quad (2.1.62)$$

Moment $2n$ -tog reda je [26]:

$$m_{2n} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^n \Gamma(m+n) \quad (2.1.63)$$

$$m_{2n} = \frac{1}{\Gamma(m)^n} \left(m_4 \frac{m}{m+1}\right)^{n/2} (m+n-1) \dots m \Gamma(m) \quad (2.1.64)$$

$$m_{2n} = (m_4)^{n/2} \left(\frac{m}{m+1}\right)^{n/2} \frac{m(m+1)(m+2)\dots(m+n-1)}{m^n} =$$

$$(m_4)^{n/2} \left(\frac{m}{m+1}\right)^{n/2} \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(1 + \frac{n-1}{m}\right) \quad (2.1.65)$$

Potrebno je rešiti ovu jednačinu.

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$d_m = \left| \frac{\partial m}{\partial m_4} \right| d_{m_4} + \left| \frac{\partial m}{\partial m_{2n}} \right| d_{m_{2n}} \quad (2.1.66)$$

Moment n -tog reda Nakagami- m slučajne promenljive je [25]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.1.67)$$

Moment drugog reda je [25]:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(m+1) = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\Omega}{m} m \Gamma(m) = \Omega \quad (2.1.68)$$

Moment osmog reda je [25]:

$$m_8 = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^4 \Gamma(m+4) = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{m_2^4}{m^4} (m+3)(m+2)(m+1)m \Gamma(m) \quad (2.1.69)$$

$$\frac{m_8}{m_2^4} m^3 = (m+3)(m+2)(m+1) \quad (2.1.70)$$

Neka je:

$$\frac{m_8}{m_2^4} = a \quad (2.1.71)$$

Zamenom se dobija:

$$am^3 = m^3 + 3m^2 + 2m^2 + 6m + m^2 + 5m + 6 \quad (2.1.72)$$

Predhodna jednačina može da se svede na oblik:

$$m^3(1-a) + 6m^2 + 11m + 6 = 0 \quad (2.1.73)$$

Ova jednačina može da se reši numerički ili algebarski. Za m se uzima jedno pozitivno rešenje. Ovaj rezultat može da se proveri simulacijom Nakagami- m slučajnog procesa. Pomoću uzoraka ovog procesa odrede se momenti m_2 i m_8 a zatim se izračunava parametar m .

Neka se sada razmatra klasa momenata m_{2k} i $m_{2(k+1)}$. Momenat m_{2k} je jednak [25]:

$$m_{2k} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(m+k) \quad (2.1.74)$$

Moment $m_{2(k+1)}$ je:

$$m_{2(k+1)} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1} \Gamma(m+k+1) = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\Omega^{k+1}}{m^{k+1}} (m+k) \Gamma(m+k) \quad (2.1.75)$$

Deljenjem $m_{2(k+1)}$ sa m_{2k} dobija se [25]:

$$\frac{m_{2(k+1)}}{m_{2k}} = \frac{\Omega}{m} (m+k) \quad (2.1.76)$$

Poznavanjem momenata $m_{2(k+1)}$ i m_{2k} dobija se relacija između Ω i m u obliku:

$$\frac{m_{2(k+1)}}{m_{2k}} = c = \Omega \left(1 + \frac{k}{m}\right) \quad (2.1.77)$$

Ako se odredi i drugi moment onda je:

$$c = m_2 \left(1 + \frac{k}{m}\right), \quad 1 + \frac{k}{m} = \frac{c}{m_2} = d, \quad m = \frac{k}{d-1} \quad (2.1.78)$$

Moment $2k$ -og reda dobija se na taj način što se svaki uzorak Nakagami- m stepenuje sa $2k$, zatim se stepenovani uzorci sabere i dobijeni zbir podeli se sa brojem članova u vektoru. Moment $2(k+1)$ dobija se na sličan način.

Momenti m_2 i m_{2k+1} su jednaki [25]:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(m+1) = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\Omega}{m} m \Gamma(m) = \Omega \quad (2.1.79)$$

$$m_{2k+1} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(m+k+\frac{1}{2}\right) \quad (2.1.80)$$

Zamenom se dobija:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_2^{k+1/2}} = \frac{1}{m^{k+1/2}} \frac{\Gamma(m+k+\frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \quad (2.1.81)$$

Iz ove transcendentne jednačine rešava se oštrina fedinga m . Ovo bi bilo veoma komplikovano [32]. Razmatraju se momenti m_2 , m_{2k+1} i m_{2l+1} . Ovi moment su jednaki [24]:

$$m_2 = \Omega \quad (2.1.82)$$

$$\begin{aligned} m_{2k+1} &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(m+k+\frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \left(\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)\right) \left(m+\frac{1}{2}\right) \left(m+\frac{3}{2}\right) \dots \left(m+k-\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.1.83)$$

$$\begin{aligned} m_{2l+1} &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(m+l+\frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \left(\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)\right) \left(m+\frac{1}{2}\right) \left(m+\frac{3}{2}\right) \dots \left(m+l-\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.1.84)$$

Količnik momenta m_{2k+1} i m_{2l+1} je jednak:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}} = \frac{\frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \left(\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)\right) \left(m+\frac{1}{2}\right) \left(m+\frac{3}{2}\right) \dots \left(m+k-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \left(\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)\right) \left(m+\frac{1}{2}\right) \left(m+\frac{3}{2}\right) \dots \left(m+l-\frac{1}{2}\right)} \quad (2.1.85)$$

Neka je $k > l$, $k - l = p$.

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^p \left(m+l+\frac{1}{2}\right) \left(m+l+\frac{3}{2}\right) \dots \left(m+k-\frac{1}{2}\right) \quad (2.1.86)$$

Predhodni izraz može da napiše u obilku:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1} m_2^p} = \left(m+l+\frac{1}{2}\right) \left(m+l+\frac{3}{2}\right) \dots \left(m+k-\frac{1}{2}\right) \quad (2.1.87)$$

Iz ove polinomne jednačine može da se izračuna oštrina fedinga m . Srednja snaga može da se odredi iz drugog momenta. Momenti m_{2k+1} i m_{2l+1} mogu da se odrede iz izmerenih vrednosti uzoraka Nakagami- m fedinga.

Određivanje oštine fedinga m i srednje snage Ω Nakagami- m fedinga metodom momenata simulirana je na računaru u MATLAB matematičkom paketu [13]. Za ovu simulaciju upotrebljeno je pravilo da je kvadrat Nakagami- m slučajne promenljive jednak zbiru $2m$ kvadrata nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih sa srednjim vrednostima nula i sa istim varijansama σ^2 . Razmatra se slučaj kada je oština fedinga $m=2$ i varijansa anvelope je 1. Prvo se odrede četiri Gausova vektora. Svaki vektor ima n uzoraka. Razmatra se primer kada svaki vektor ima 1000 uzoraka. Gausovi vektori se množe sa varijansom. U ovom slučaju varijansa je jednaka jedan. Gausovi vektori se zatim kvadriraju odnosno svakom vektoru se svaki uzorak digne na kvadrat. Zatim se ova četiri vektora sabere, odnosno formira se novi vektor od 1000 uzoraka čiji je svaki član jednak zbiru odgovarajućih članova iz kvadriranih Gausovih vektora. Na ovaj način je dobijen kvadrirani Nakagami- m vektor. Svaki član ovog vektora jednak je kvadratu uzorka Nakagami- m slučajne promenljive. Korenovanjem svakog člana dobijenog vektora dobija se vektor od 1000 uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa. Ovaj vektor je formiran za slučaj kada je parametar $m=2$, a srednja kvadratna vrednost je 1 [25]. Prvi moment ovako simuliranog Nakagami- m slučajnog procesa može da se odredi na taj način što se sabere svi članovi vektora i dobijeni zbir se podeli sa brojem članova, odnosno u ovom slučaju sa 1000. Srednja kvadratna vrednost odnosno drugi moment simuliranog Nakagami- m slučajnog procesa se dobija na taj način što se svi članovi Nakagami- m vektora kvadriraju, a zatim se sabere i ovaj zbir se podeli sa brojem članova. Na isti način se simuliraju treći, četvrti i ostali momenti koji su potrebni. Na osnovu ovih momenata može da se izračuna oština fedinga m , koja može da se uporedi sa oštrinom fedinga zadatom na početku simulacije i koja u ovom slučaju iznosi dva. Može da se urade više realizacija uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa za koje mogu da se odrede momenti i da se izračuna oština fedinga m . U ovom slučaju sve ove vrednosti m treba sabrati i ovaj zbir podeliti sa brojem realizacija [13].

U tabelama su prikazani rezultati simulacije određivanja parametra m Nakagami- m fedinga. Formirani su Nakagami- m vektori za slučajeve kada je oština fedinga m jednaka 1, 2, ... do 6. Zatim su za svaku vrednost parametra m određeni prvi, drugi, treći i redom momenti. Pomoću drugog i četvrtog momenta određen je parametar m . Ovo važi za prve tri tabele. Za prvu tabelu je dužina Nakagami- m vektora jednaka 100, za drugu tabelu je 1000 i za treću tabelu je dužina Nakagami- m vektora jednaka 10000. Najbolji rezultati za oštinu fedinga m se dobijaju

kada je dužina Nakagami- m vektora jednaka 10000. Za parametar m su date tri vrednosti. Simulacijom, vrednosti za parametar m su date za jednu realizaciju, dve realizacije i tri realizacije. Sa tabelom 1, 2 i 3 vidi se da se sa povećanjem broja realizacija povećava tačnost simulirane vrednosti za parametar m . Takođe, za manje vrednosti m manja je apsolutna greška. U bežičnim radio telekomunikacionim sistemima najčešće vrednosti za parametar m su između jedan i četiri. Ove tabele simuliranih vrednosti za oštrinu fedinga m pokazuju tačnost dobijenih rezultata za slučaj kada se oštrina fedinga računa na osnovu drugog i četvrtog momenta. U tabelama 4, 5 i 6 prikazane su simulirane vrednosti za parametar m kada se parametar m računa pomoću prvog, drugog i trećeg momenta. Drugi moment je srednja kvadratna vrednost signala. Iz prvog i trećeg momenta se eliminišu Gama funkcije i na ovaj način se oštrina fedinga m dobije u zavisnosti od prvog, drugog i trećeg momenta. Za svaku tabelu se odredi broj članova Nakagami- m vektora od 100, 1000 i 10000. Simulacijom, vrednosti parametra m su određeni za jednu, dve i tri realizacije. Najbolji rezultati se dobijaju za veći broj realizacija i za veći broj članova Nakagami- m vektora, a takođe rezultati su tačniji za manje vrednosti parametra m . Pošto drugi moment predstavlja srednju kvadratnu vrednost, odnosno drugi moment, na ovaj način je i snaga Nakagami- m fedinga dobijena simulacijom. Slične vrednosti za oštrinu fedinga bi se dobile kada bi parametar m imao neku ne celobrojnu vrednost. U ovom slučaju je simulacija Nakagami- m vektora složenija. Kada je m razlomljen broj, onda se simulacija Nakagami- m fedinga radi na sledeći način. Neka je parametar $m=2, 3$. U ovom slučaju se formiraju šest Gausovih vektora. Neka je varijansa jednaka jedan. Svih šest Gausovih vektora se kvadrira. Dva Gausova vektora od šest se pomnože sa 0,3. Zatim se ova dva Gausova vektora i preostala četiri Gausova vektora se sabere i ovako dobijeni vektor se korenuje. Na ovaj način se dobija vektor sa 1000 uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa za koji je oštrina fedinga jednaka 2, 3. Za ovako dobijeni slučajni vektor se određuju drugi i četvrti moment. Pomoću ovih momenata se određuje oštrina fedinga m kada je približno jednaka 2, 3. Na ovaj način može se simulacijom odrediti oštrina fedinga m i za neke celobrojne vrednosti m . Međutim, tačnost dobijenih izraza može da se potvrdi za samo cele vrednosti parametra m . U sledeće tri tabele 7, 8 i 9 razmatra se slučaj kada se parametar m procenjuje pomoću drugog i šestog momenta. Neka se razmatra slučaj kada je parametar $m=3$. Formiraju se šest nezavisnih Gausovih vektora. Ovi vektori se kvadriraju, sabiraju i korenuju. Na ovaj način je dobijen Nakagami- m vektor za $m=3$. Zatim se svi članovi ovog vektora kvadriraju, sabiraju i ovaj zbir se podeli sa brojem članova u vektoru. Ovako je

dobijen drugi moment. U drugom primeru se ovi članovi stepenuju sa osnovom šest, zatim se sabiraju i dele sa brojem članova u vektoru. Na ovaj način se dobija šesti moment. Pošto drugi moment predstavlja snagu signala, ona se zameni u šestom momentu i iz dobijenog izraza se izračuna oštrina fedinga. Simulirane vrednosti za m su određene za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Najbolji rezultati za simuliranu vrednost parametra se dobijaju za tri realizacije i za slučaj kada je broj članova u vektoru za Nakagami- m vektor 10000.

Tabela 2.1. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=100$.

N=100	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		1,023556	2,233626	3,641911	4,110526	5,044991	5,426096
Srednje kvadratno odstupanje		0,000555	0,054581	0,41205	0,012216	0,002024	0,329366
Dve realizacije		1,019597	2,346565	3,850769	4,682039	5,449517	6,098594
Srednje kvadratno odstupanje		0,000384	0,120107	0,723808	0,465178	0,202065	0,009721
Tri realizacije		1,103184	2,197467	3,535169	4,330613	5,351236	6,286177
Srednje kvadratno odstupanje		0,000106	0,038993	0,286406	0,109305	0,123367	0,008189

Tabela 2.2. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=1000$.

N=1000	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		1,010757	2,006335	3,18991	4,084146	5,168079	5,799819
Srednje kvadratno odstupanje		0,000116	4,01E-05	0,036066	0,007081	0,028251	0,040073
Dve realizacije		0,994394	2,027477	3,136428	3,896369	4,806471	5,840393
Srednje kvadratno odstupanje		0,000314	0,000754	0,018612	0,010739	0,0374534	0,254743
Tri realizacije		0,987280	2,012583	3,010404	4,071363	5,252564	6,301951
Srednje kvadratno odstupanje		0,000161	0,000158	0,000108	0,005092	0,063788	0,091174

Tabela 2.3. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=10000$.

N=10000	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		0,984649	2,049131	3,040158	4,117242	5,074919	6,039258
Srednje kvadratno odstupanje		0,000236	0,002414	0,001613	0,013746	0,005613	0,001541
Dve realizacije		1,008184	2,013640	3,033657	3,982514	4,984570	6,001119
Srednje kvadratno odstupanje		0,000066	0,000186	0,001132	0,000305	0,000238	0,000001
Tri realizacije		1,008920	2,005361	3,007937	3,986742	5,026279	5,959973
Srednje kvadratno odstupanje		0,000079	0,000028	0,000062	0,000175	0,000690	0,001602

U tabelam 2.1, 2.2 i 2.3 prikazane su vrednosti parametra m dobijene simulacijom za klasu momenata m_2 i m_4 . Dužine Nakagami- m vektora su $N=100$ u tabeli 2.1, $N=1000$ u tabeli 2.2 i $N=10000$ u tabeli 2.3. Razmatrane su šest celobrojnih vrednosti parametra m i to 1, 2, 3, 4, 5, i 6. Za svaku vrednost parametra m simulacijom su formirani momenti m_2 i m_4 . Pri ovom je snaga Nakagami- m vektora jednaka jedan. Parametar m , izračunat pomoću parametra m_2 i m_4 , je simuliran sa jednom realizacijom sa dve realizacije i sa tri realizacije. Parametar m dobijen sa dve realizacije je izračunat kao srednja vrednost od parametra m dobijenih od dve realizacije podeljen sa dva. Takođe parametar m sa tri realizacije je dobijen od tri vrednosti parametra m podeljen sa tri. Za sve realizacije izračunata je srednja kvadratna greška na taj način što je prvo određena razlika parametra m dobijena simulacijom i vrednosti na osnovu koje je formiran Nakagami- m vektor. Može da se primeti da se kvadratna greška smanjuje sa povećanjem broja realizacija. Na primer za dužinu vektora $N=10000$ i za parametar $m=2$, kvadratna greška za jednu realizaciju je 0.002414 za dve realizacije je manja i iznosi 0.000186, a za tri realizacije je najmanja i iznosi 0.000028. Sa povećanjem vrednosti parametra m kvadratna greška raste ali od ovoga ima odstupanja. Na primer za $N=10000$ i za jednu realizaciju kvadratna greška opadne od 0.002414 na 0.001613 kada se m promeni od 2 na 3 a kvadratna greška poraste od 0.000186 na 0.001132 kada parametar m se promeni od 2 na 3. Odakle se može zaključiti da kvadratna greška opada kada simulirane vrednosti za m raste kada se dužina vektora povećava. Na primer kada se dužina vektora povećava od 1000 na 10000 i kada se parametar simulira za jednu realizaciju sa parametrom $m=5$ kvadratna greška za $N=1000$ je 0.028251, a srednja greška za $N=10000$ je 0.005613, a takođe za parametar $m=6$, srednja greška je 0.040073 za $N=1000$, a za $N=10000$ srednja greška je 0.000001. Na osnovu svega može se zaključiti da su rezultati simulacije za klasu momenata m_2 i m_4 tačniji odnosno srednja kvadratna greška je manja kada raste dužina Nakagami- m vektora dobijenog simulacijom, takođe rezultati su tačniji kada raste broj realizacija i rezultati su tačniji za manje vrednosti parametra m .

Tabela 2.4. Parametar m izračunat pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=100$.

N=100	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		1,218171	2,107086	2,834637	4,158406	5,32165	6,610757
Srednje kvadratno odstupanje		0,047598	0,011467	0,027345	0,025092	0,103459	0,373024
Dve realizacije		0,840228	1,771733	2,762655	3,773239	4,747444	5,594495
Srednje kvadratno odstupanje		0,025526	0,052105	0,056332	0,051420	0,063784	0,164433
Tri realizacije		1,134645	2,332936	3,266561	4,388480	6,097903	7,975651
Srednje kvadratno odstupanje		0,018129	0,054425	0,071054	0,150917	0,009585	3,903198

Tabela 2.5. Parametar m izračunat pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=1000$.

N=1000	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		0,996778	2,07382	3,061597	4,135686	5,029091	6,049633
Srednje kvadratno odstupanje		1,04E-05	0,005449	0,003794	0,018411	0,000846	0,002463
Dve realizacije		0,983719	1,975311	2,886999	3,864203	4,873170	5,89544
Srednje kvadratno odstupanje		0,000265	0,000609	0,012769	0,018440	0,016085	0,010932
Tri realizacije		1,002194	2,056488	3,011868	3,965713	5,023483	5,923835
Srednje kvadratno odstupanje		0,000004	0,003190	0,000141	0,001175	0,000551	0,005801

Tabela 2.6. Parametar m izračunat pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=10000$.

$N=10000$	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		1,002776	1,991244	2,936842	3,898023	4,890242	5,860619
Srednje kvadratno odstupanje		7,71E-06	7,67E-05	0,003989	0,010399	0,012047	0,019427
Dve realizacije		0,996017	1,984419	2,995884	3,993529	5,010394	6,021806
Srednje kvadratno odstupanje		0,000015	0,000242	0,000016	0,000041	0,000108	0,000475
Tri realizacije		1,013003	2,003456	3,007001	3,977772	4,961242	5,953180
Srednje kvadratno odstupanje		0,000169	0,000011	0,0000490	0,000494	0,001502	0,002192

U tabelama 2.4, 2.5 i 2.6 prikazane su simulirane vrednosti parametra m Nakagami- m vektora pri čemu je korišćena klasa momenata m_1 , m_2 i m_3 . Momenti m_1 , m_2 i m_3 su izračunati iz Nakagami- m vektora za tri vrednosti dužine vektora. Dužine vektora su $N=100$, $N=1000$ i $N=10000$. Kao i u predhodnom slučaju razmatrane vrednosti za parametar m su cele vrednosti od 1 do 6 i vrednost parametra m je simulirana pri jednoj realizaciji, dve realizacije i tri realizacije. Tačnost dobijenih rezultata se povećava sa brojem realizacija. Za $N=10000$ i $m=2$, kvadratna greška za jednu realizaciju je 0.000767 za dve realizacije je manja 0.000242 i za tri realizacije je najmanja i iznosi 0.000011. Sa povećanjem vrednosti m kvadratna greška raste. Na primer za $N=10000$ i za $m=3$ kvadratna greška je 0.003989, a za $m=4$ kvadratna greška je 0.010399. Sa povećanjem dužine vektora kvadratna greška se smanjuje. Za $N=1000$, za dve realizacije za $m=5$ kvadratna greška je 0.016085, a za $N=10000$ kvadratna greška je 0.000108. Može se zaključiti da se kvadratna greška smanjuje kada se povećava dužina vektora, kada raste broj realizacija i kada se parametar m smanjuje. Tabele pokazuju i manje odstupanje od ovog pravila. Može se takođe zaključiti na osnovu tabela da su rezultati dobijeni za procenu vrednosti parametra m bolji kada se koriste klase momenata m_1 , m_2 i m_3 nego klase momenata m_2 i m_4 . Međutim za praktičnu realizaciju je pogodnije određivanje parametra m korišćenjem klase momenata m_2 i m_4 .

Tabela 2.7. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=100$.

N=100	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		0,694145	2,203913	3,481831	4,389145	5,362663	7,101989
Srednje kvadratno odstupanje		0,093547	0,041581	0,232161	0,151434	0,131524	1,21438
Dve realizacije		1,372991	2,246067	3,275040	4,888001	6,631101	7,026301
Srednje kvadratno odstupanje		0,139122	0,060549	0,075647	0,788546	2,660488	1,053294
Tri realizacije		1,232904	2,172732	3,162046	3,704367	5,024694	6,182795
Srednje kvadratno odstupanje		0,054244	0,029836	0,026258	1,007422	0,000609	0,033414

Tabela 2.8. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=1000$.

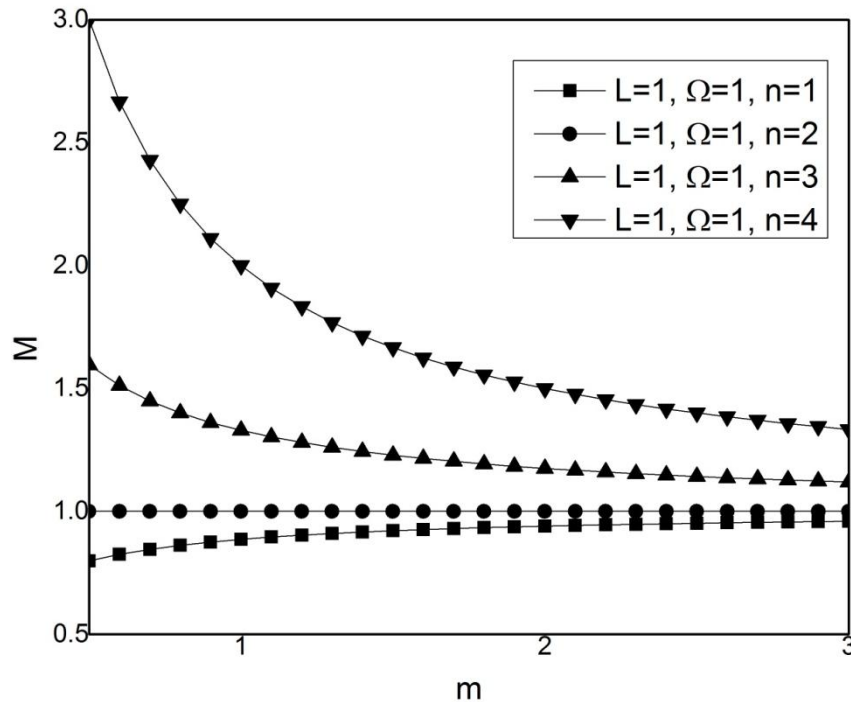
N=1000	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		1,152991	2,247435	3,166706	4,046585	5,04905	5,532518
Srednje kvadratno odstupanje		0,023406	0,061224	0,027791	0,00217	0,002406	0,218539
Dve realizacije		1,104391	2,092516	2,953524	3,853787	4,733790	5,752217
Srednje kvadratno odstupanje		0,010897	0,008559	0,002160	0,021378	0,070867	0,061396
Tri realizacije		0,996726	2,122867	3,070187	4,188915	5,264223	6,314642
Srednje kvadratno odstupanje		0,000011	0,015096	0,004926	0,035689	0,069813	0,098999

Tabela 2.9. Parametar m izračunat pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=10000$.

N=10000	m	1	2	3	4	5	6
Jedna realizacija		0,998378	2,004093	2,950595	4,019369	4,997698	5,948346
Srednje kvadratno odstupanje		2,63E-06	1,68E-05	0,002441	0,000375	5,3E-06	0,002668
Dve realizacije		1,012517	1,997842	3,032782	3,996573	5,026899	6,022049
Srednje kvadratno odstupanje		0,000156	0,000004	0,001074	0,000011	0,000723	0,000486
Tri realizacije		1,018490	2,021722	3,007978	4,009237	5,056417	6,073513
Srednje kvadratno odstupanje		0,000341	0,000471	0,000063	0,000085	0,003182	0,005404

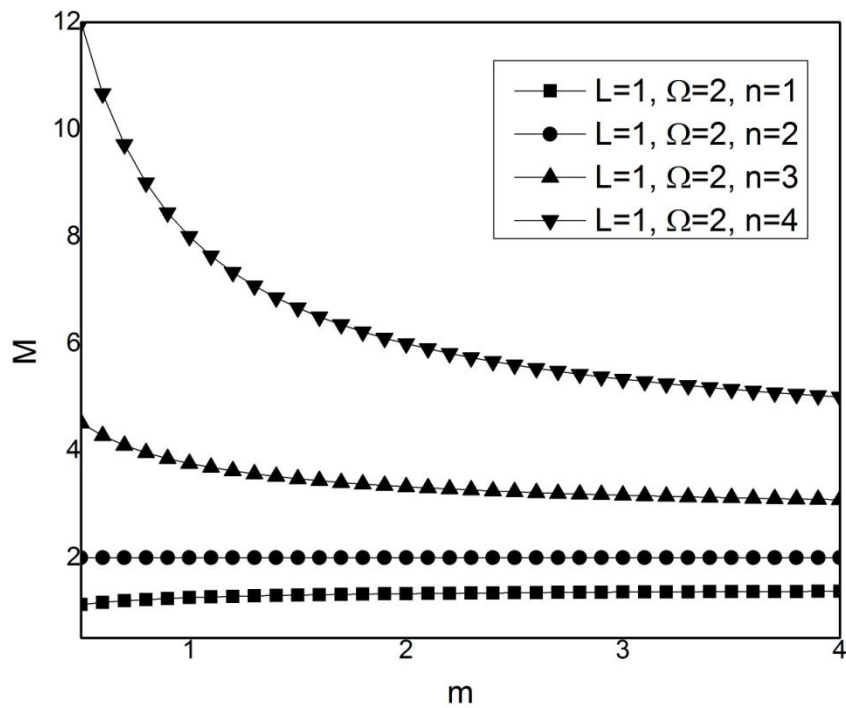
U tabelama 2.7, 2.8 i 2.9 parametar m je procenjen simulacijom za dužine Nakagami- m vektora $N=100$, $N=1000$ i $N=10000$. Rezmatrano je određivanje parametra m za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Snaga Nakagami- m anvelope je jedan. Uzorci Nakagami- m vektora su formirani za šest vrednosti parametra m od 1 do 6. Sa povećanjem broja realizacija, smanjuje se kvadratna greška simulacijom procene vrednosti parametra m . Kada je dužina vektora $N=10000$ i $m=3$, srednje kvadratno odstupanje za jednu realizaciju je 0.002441, za dve realizacije kvadratno odstupanje je 0.001074 odnosno manje je i za kvadratno odstupanje za tri realizacije je 0.000063 koje je najmanje. Tabele pokazuju da se povećava tačnost procene vrednosti parametra m sa povećanjem broja uzoraka Nakagami- m procesa u Nakagami- m vektoru. Kada se vrednost parametra m povećava smanjuje se tačnost vrednosti parametra m . Za $N=10000$ i za dve realizacije, za $m=5$ kvadratna greška je 0.000723 i za $m=6$ kvadratni koren je 0.000486. Za tri realizacije za $N=1000$, za $m=5$ kvadratna greška je 0.003182, a za $m=6$ kvadratna greška je 0.005404. Može se zaključiti da tačnost rezultata procene vrednosti parametra m raste sa povećanjem dužine vektora, sa porastom broja realizacija i rezultati su tačniji za manje vrednosti parametra m . Na osnovu tablica može se takođe zaključiti da najbolje

rezultate za procenu vrednosti parametra m daje klasa momenata m_1 , m_2 i m_3 , zatim klasa momenata m_2 i m_4 , a najlošije rezultate daje klasa momenata m_2 i m_6 .

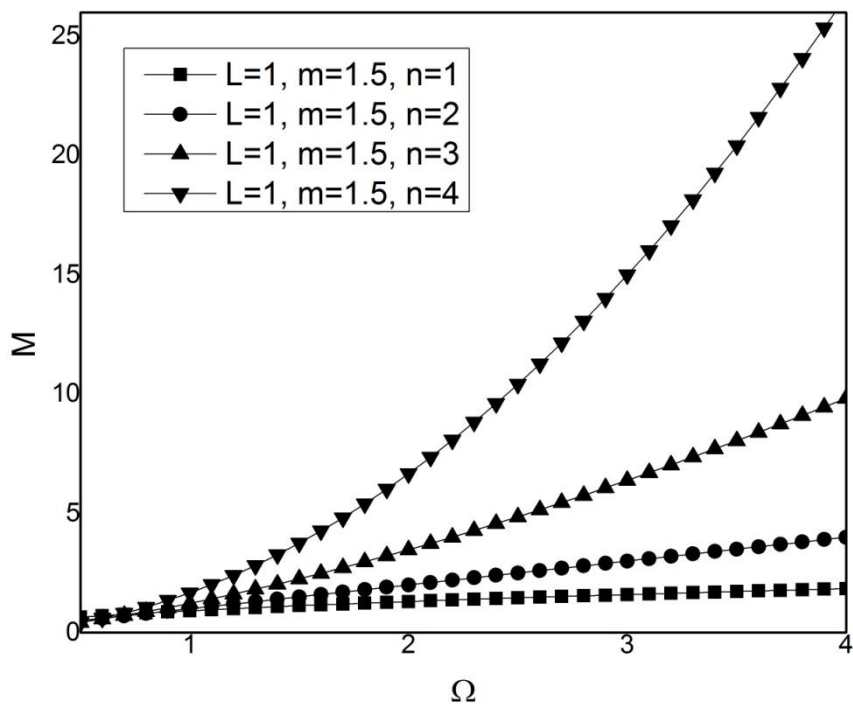


Slika 2.3. Momenti u zavisnosti od parametra m , kada je snaga signala $\Omega=1$.

Na slici 2.3 prikazani su moment u zavisnosti od Nakagami- m parametra m [9]. Prikazane su četiri krive. Prva kriva se odnosi na prvi moment, druga kriva na drugi moment, treća kriva na treći moment i četvrta kriva na četvrti moment Nakagami- m slučajnog procesa. Za sve krive snaga Nakagami- m slučajne anvelope jednaka je jedan. Drugi moment predstavlja srednju kvadratnu vrednost odnosno snagu i zbog toga je konstantan i jednak jedan. Ove krive su značajne za ovaj rad jer pokazuju osobine momenata i njihovu zavisnost od parametra m i srednje snage Ω . Prvi moment raste sa porastom parametra m . Kako smo objasnili drugi moment je konstantan u zavisnosti od parametra m . Treći i četvrti moment opadaju u zavisnosti od parametra m . Najveću vrednost uzima četvrti moment, treći moment uzima nižu vrednost, drugi moment je jednak jedinici, a najnižu vrednost uzima prvi moment. Uticaj parametra m na moment je najveći na četvrti moment. Uticaj parametra m na četvrti moment je veći za manje vrednosti parametra m nego za veće vrednosti parametra m . Kada prvi moment raste, performanse sistema se poboljšavaju [12].



Slika 2.4. Momenti u zavisnosti od parametra m , kada je snaga signala $\Omega=2$.



Slika 2.5. Momenti u zavisnosti od snage signala.

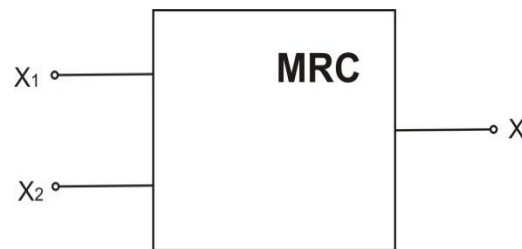
Na slici 2.4 takođe su prikazani momenti u zavisnosti od parametra m . Prikazani su prvi, drugi, treći i četvrti moment. Razmatra se slučaj kada je snaga jednaka dva. Ovo znači da je drugi moment jednak dva. Prvi moment raste kada raste parametar m asimetrično se približava dva. Treći i četvrti moment opadaju kada raste parametar m . Vrednosti koje uzimaju momenti su tri-četiri puta veći za snagu dva nego za slučaj kada je snaga bila jedan [12].

Na slici 2.5 prikazani su momenti u zavisnosti od snage anvelope Nakagami- m . Prikazani su prvi moment ili srednja vrednost signala, drugi moment ili srednja kvadratna vrednost signala, treći moment ili srednja kubna vrednost signala i četvrti moment. Za sve četiri krive Nakagami- m parametar ima vrednost 1.5. Sve četiri krive su rastuće, odnosno momenti rastu kada raste snaga signala. Najsporije raste prvi moment, zatim drugi i treći moment, a najbrže raste četvrti moment. Četvrti moment uzima najveće vrednosti, a prvi moment uzima najmanje vrednosti. Uticaj snage Ω na četvrti moment je veći za veće vrednosti snage Ω . Ove krive su važne za ovaj rad jer pokazuju prvi, drugi, treći i četvrti moment u zavisnosti od parametra m i snage Ω [12].

2.2. Moment MRC diverziti sistema sa dva ulaza

Posmatra se MRC (Maximal – Ratio Combining) diverziti sistem sa dva ulaza slika 2.6 Na ulazima je prisutan identičan Nakagami- m feding [9]. Antene su dovoljno razmaknute, tako da je feding nezavistan [19]. Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici [51]. Kvadrat signala na izlazu iz MRC jednak je zbiru kvadrata anvelope signala na njegovim ulazima. Anvelope signala na ulazima x_1 i x_2 imaju gustine verovatnoće:

$$p_{x_i}(x_i) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_i^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_i^2}, \quad i = 1,2 \quad (2.2.1)$$



Slika 2.6. MRC diverziti sistem sa dva ulaza.

Signal x je jednak [51]:

$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 \quad (2.2.2)$$

Slučajna promenljiva x ima \mathcal{X}^2 gustinu verovatnoće sa $4m$ stepena slobode. Na osnovu ovoga gustina verovatnoće od x je [9]:

$$p_x(x) = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, \quad x \geq 0 \quad (2.2.3)$$

Momenti n -tog reda od x su [26]:

$$\begin{aligned} m_n &= \overline{x^n} = \int_0^\infty x^n p_x(x) dx = \int_0^\infty x^n dx \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} = \\ &= \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{2m+n/2} \Gamma\left(2m + \frac{n}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(2m + \frac{n}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Kumulativna verovatnoća od x je [26]:

$$\begin{aligned} F_x(x) &= \int_0^x p_x(t) dt = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^x t^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}t^2} dt = \\ &= \frac{2}{\Gamma(2m)} \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{2m} \gamma\left(2m, \frac{m}{\Omega}x^2\right) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \gamma\left(2m, \frac{m}{\Omega}x^2\right) \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Karakteristična funkcija se određuje pomoću formule [26]:

$$\mu_x(s) = \int_0^\infty e^{xs} p_x(x) dx \quad (2.2.6)$$

Momenti signala na izlazu iz MRC su [32]:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.7)$$

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(2m + 1) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega}{m} 2m \Gamma(2m) = 2\Omega \quad (2.2.8)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.2.9)$$

$$m_4 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 \Gamma(2m + 2) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega^2}{m^2} 2m(2m + 1) \Gamma(2m) = \frac{2\Omega^2}{m} (2m + 1) \quad (2.2.10)$$

$$m_5 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma\left(2m + \frac{5}{2}\right) \quad (2.2.11)$$

Neka su poznati drugi i četvrti moment:

$$m_2 = 2\Omega \quad (2.2.12)$$

$$m_4 = \frac{2\Omega^2}{m} (2m + 1) \quad (2.2.13)$$

$$m_4 = \frac{2m+1}{m} 2 \frac{m_2^2}{4} = \frac{2m+1}{m} \frac{m_2^2}{2} \quad (2.2.15)$$

$$\frac{2m_4}{m_2^2} = \left(2 + \frac{1}{m}\right), \quad \frac{1}{m} = \frac{2m_4}{m_2^2} - 2 = 2 \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.2.16)$$

Parametar m može da se odredi pomoću formule:

$$m = \frac{m_2^2}{2(m_4 - m_2^2)} \quad (2.2.17)$$

Srednja kvadratna vrednost Nakagami- m anvelope je:

$$\Omega = \frac{m_2}{2} \quad (2.2.18)$$

Totalni diferencijal je [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial m_2} d_{m_2} + \frac{\partial m}{\partial m_4} d_{m_4} \quad (2.2.19)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_2} = \frac{1}{2} \frac{2m_2(m_4 - m_2^2) + 2m_2 m_2^2}{m_4 - m_2^2} = \frac{1}{2} \frac{2m_2 m_4}{m_4 - m_2^2} \quad (2.2.20)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_4} = -\frac{1}{2} \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} \quad (2.2.21)$$

Zamenom se dobija:

$$d_m = \frac{1}{2} \left(\frac{2m_2 m_4}{m_4 - m_2^2} d_{m_2} - \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} d_{m_4} \right) \quad (2.2.22)$$

Totalni diferencijal je dva puta manji kada se koristi diverziti tehnika.

Posmatraju se prvi i treći moment:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.23)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.2.24)$$

$$\frac{m_3}{m_1^3} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma^3(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma^3\left(2m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{\Gamma^2(2m) \left(2m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(2m + \frac{1}{2}\right)} \quad (2.2.25)$$

$$\frac{m_3}{m_1} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{\Omega}{m} \frac{\left(2m + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right)} \quad (2.2.26)$$

$$\frac{m_3}{m_1} = \Omega \left(2 + \frac{1}{2m}\right) \quad (2.2.27)$$

Iz ovog izraza može da se odrede Ω i m :

$$\Omega = \frac{m_3}{m_1} \frac{2m}{4m+1} \quad (2.2.28)$$

$$2 + \frac{1}{2m} = \frac{m_3}{m_1 \Omega}, \quad \frac{1}{2m} = \frac{m_3}{m_1 \Omega} - 2 = \frac{m_3 - 2m_1 \Omega}{m_1 \Omega} \quad (2.2.29)$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{m_1 \Omega}{m_3 - 2m_1 \Omega} \quad (2.2.30)$$

Posmatraju se m_3 i m_5 :

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.2.31)$$

$$m_5 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma\left(2m + \frac{5}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right) \left(2m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.2.32)$$

Količnik od m_3 i m_5 je jednak:

$$\frac{m_3}{m_5} = \frac{m}{\Omega} \frac{1}{2m + \frac{3}{2}} \quad (2.2.33)$$

$$\Omega = \frac{m_5}{m_3} \frac{m}{2m + \frac{3}{2}} \quad (2.2.34)$$

$$\frac{2m+\frac{3}{2}}{m} = \frac{m_5}{\Omega m_3}, \quad 2 + \frac{3}{2m} = \frac{m_5}{\Omega m_3}, \quad \frac{3}{2m} = \frac{m_5 - 2\Omega m_3}{\Omega m_3} \quad (2.2.35)$$

$$m = \frac{3}{2} \frac{\Omega m_3}{m_5 - \Omega m_3} \quad (2.2.36)$$

Posmatraju se m_2 i m_6 :

$$m_2 = 2\Omega \quad (2.2.37)$$

$$m_6 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 \Gamma(2m + 3) \quad (2.2.38)$$

$$\Omega = \frac{m_2}{2} \quad (2.2.39)$$

$$m_6 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 (2m + 2)(2m + 1)2m\Gamma(2m) \quad (2.2.40)$$

$$m_6 = \frac{m_2^3}{m^2} (m + 1)(2m + 1)4 \quad (2.2.41)$$

$$m^2 m_6 = 4m_2^3 (2m^2 + 1 + 3m) \quad (2.2.42)$$

$$m^2 (m_6 - 8m_2^3) + 4m_2^3 - 12m_2^3 m = 0 \quad (2.2.43)$$

$$m = \frac{+12m_2^3 + \sqrt{12^2 m_2^6 - (16m_2^3 (m_6 - 8m_2^3))}}{2(m_6 - 8m_2^3)} \quad (2.2.44)$$

Posmatra se klasa momenata $m_1 - m_2 - m_{2n-1}$ [56].

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(2m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.2.45)$$

Moment prvog reda je:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.46)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{\Omega}{m} \frac{1}{\Gamma(2m)} \Gamma(2m + 1) = \frac{\Omega}{m} \frac{1}{\Gamma(2m)} 2m \Gamma(2m) = 2\Omega \quad (2.2.47)$$

Moment $2n-1$ reda je:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(2m + n - \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.48)$$

Količnik između m_{2n-1} i m_1 je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n-1}}{m_1} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(2m+n-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1} \frac{(2m+n-\frac{3}{2})(2m+n-\frac{5}{2})\dots(2m+\frac{1}{2})\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{m_2^{n-1}}{2^{n-1} m^{n-1}} \left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + \frac{2n-3}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.2.49)$$

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1 m_2^{n-1}} = \left(1 + \frac{1}{4m}\right) \left(1 + \frac{3}{4m}\right) \dots \left(1 + \frac{2n-3}{4m}\right) \quad (2.2.50)$$

Treba rešiti jednačinu:

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1 m_2^{n-1}} = (1+x)(1+3x) \dots (1+(2n-3)x) \quad , \quad x = \frac{1}{4m} \quad (2.2.51)$$

Za $n=2$:

$$\frac{m_3}{m_1 m_2} = (1+x) \quad , \quad x = \frac{m_3}{m_1 m_2} - 1 = \frac{m_3 - m_1 m_2}{m_1 m_2} = \frac{1}{4m} \quad (2.2.52)$$

gde je:

$$x = \frac{1}{4} \frac{m_1 m_2}{m_3 - m_1 m_2} \quad (2.2.53)$$

Posmatra se klasa momenata $m_{2k-1}, m_{2(k-n)}, m_{2n-1}$ [56].

Moment n -tog reda je [12]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(2m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.2.54)$$

Moment $2k-1$ reda je:

$$m_{2k-1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(2m + k - \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.55)$$

Moment $2(k-n)$ -tog reda je [12]:

$$\begin{aligned} m_{2(k-n)} &= \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \Gamma(2m + k - n) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} (2m + k - n - 1)(2m + k - n - 2) \dots 2m \Gamma(2m) = \\ m_{2(k-n)} &= \Omega^{k-n} 2 \left(2 + \frac{1}{m}\right) \left(2 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(2 + \frac{k-n-2}{m}\right) \left(2 + \frac{k-n-1}{m}\right) \end{aligned} \quad (2.2.56)$$

Moment $2n-1$ reda je:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(2m + n - \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.57)$$

Količnik između m_{2k-1} i m_{2n-1} je [32]:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(2m+k-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(2m+n-\frac{1}{2}\right)} = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \left(2m + k - \frac{3}{2}\right) \left(2m + k - \frac{5}{2}\right) \dots \left(2m + n - \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2m + n - \frac{1}{2}\right) = \\ &= \Omega^{k-n} \left(2 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(2 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(2 + \frac{2k-3}{2m}\right) \end{aligned} \quad (2.2.58)$$

Količnik između $\frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}}$ i $m_{2(k-n)}$ je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2(k-n)} m_{2k-1}}{m_{2n-1} m_{2(k-n)}} &= \frac{\Omega^{k-n} \left(2 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(2 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(1 + \frac{2k-3}{2m}\right)}{\Omega^{k-n} \left(2 + \frac{1}{m}\right) \left(2 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(2 + \frac{k-n-1}{m}\right)} = \\ m_{2k-1} m_{2(k-n)} &= 2 \left(2 + \frac{1}{m}\right) \left(2 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(2 + \frac{k-n-1}{m}\right) = \\ &= m_{2n-1} \left(2 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(2 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(2 + \frac{2k-3}{2m}\right) \end{aligned} \quad (2.2.59)$$

za $\frac{1}{m} = x$, dobija se:

$$m_{2k-1}m_{2(k-n)} = 2(2+x)(2+2x) \dots (2+(k-n-1)x) =$$

$$m_{2n-1} \left(\left(2 + \frac{2n-1}{2} \right) x \left(2 + \frac{2n+1}{2} \right) x \right) \dots \left(2 + \left(\frac{k-n-1}{2} \right) x \right) m_{2(k-n)} \quad (2.2.60)$$

Posmatra se klasa momenata m_2 i m_{2k} .

Moment n -tog reda je [12]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{n/2} \Gamma \left(2m + \frac{n}{2} \right) \quad (2.2.61)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(2m+1) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega}{m} 2m \Gamma(2m) = 2\Omega \quad (2.2.62)$$

$$\Omega = \frac{m_2}{2} \quad (2.2.63)$$

Moment $2k$ -tog reda je [12]:

$$\begin{aligned} m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^k \Gamma(2m+k) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^k (2m+k-1)(2m+k-2) \dots 2m \Gamma(2m) = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m} \right)^k 2m(m+1) \dots (2m+k-1) = \Omega^k 2 \left(2 + \frac{1}{m} \right) \left(2 + \frac{2}{m} \right) \dots \left(2 + \frac{k-1}{m} \right) \end{aligned} \quad (2.2.64)$$

Količnik od m_{2k} i m_2^k je:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \frac{\Omega^k 2 \left(2 + \frac{1}{m} \right) \left(2 + \frac{2}{m} \right) \dots \left(2 + \frac{k-1}{m} \right)}{2^k \Omega^k} \quad (2.2.65)$$

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \left(1 + \frac{1}{2m} \right) \left(1 + \frac{2}{2m} \right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{2m} \right) \quad (2.2.66)$$

Neka je $\frac{1}{2m} = x$.

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = (1+x)(1+2x) \dots (1+(k-1)x) \quad (2.2.67)$$

za $k=2$, dobija se:

$$\frac{m_4}{m_2^2} = 1 + x \quad , \quad x = \frac{m_4}{m_2^2} - 1 = \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.2.68)$$

$$m = \frac{1}{2x} = \frac{1}{2} \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.2.69)$$

za $k=3$, dobija se:

$$\frac{m_6}{m_2^3} = (1 + x)(1 + 2x) \quad (2.2.70)$$

za $k=4$, dobija se:

$$\frac{m_8}{m_2^4} = (1 + x)(1 + 2x) \quad (2.2.71)$$

Razmatra se klasa estimatora $m_{2k} - m_{2n}$, $n > k$.

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(2m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.2.72)$$

Moment $2k$ -tog reda je:

$$m_{2k} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(2m + k) = \frac{1}{\Gamma(m)} (m + n) \quad (2.2.73)$$

Moment $2n$ -tog reda je [25]:

$$m_{2n} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^n \Gamma(2m + n) \quad (2.2.74)$$

Količnik od m_{2n}^k i m_{2k}^n je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)^k} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^k(2m+n)}{\frac{1}{\Gamma(2m)^n} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^n(2m+k)} = \frac{\frac{1}{\Gamma(m)^k} \Gamma^k(m+n)}{\frac{1}{\Gamma(m)^n} \Gamma^n(m+k)} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)^k} (2m+n-1)^k (2m+n-2)^k \dots 2m^k \Gamma(2m)^k}{\frac{1}{\Gamma(2m)^n} (2m+k-1)^n (2m+k-2)^n \dots 2m^n \Gamma(2m)^n} = \\ &= \frac{(2m)^k (2m+1)^k \dots (2m+n-2)^k (2m+n-1)^k}{(2m)^n (2m+1)^n \dots (2m+k-2)^n (2m+k-1)^n} \quad (2.2.75) \end{aligned}$$

Potrebno je rešiti jednačinu:

$$m_{2n}^k (2m)^n (2m+1)^n \dots (2m+k-1)^n = m_{2k}^n (2m)^k (2m+1)^k \dots (2m+n-1)^k \quad (2.2.76)$$

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} &= (2m)^{k-n} (2m+1)^{k-n} \dots (2m+k-1)^{k-n} (2m+k)^{-n} \dots (2m+n-1)^{-n} = \\ &= \frac{1}{(2m)^{n-k} (2m+1)^{n-k} \dots (2m+k-1)^{n-k} (2m+k)^n \dots (2m+n-1)^n} \end{aligned} \quad (2.2.77)$$

Na ulazima je prisutan nezavistan i identičan Nakagami- m fading. Anvelope signala na ulazima su označene sa x_1 i x_2 , a signal na izlazu je označen sa x .

Kvadrat signala na izlazu iz MRC prijemnika jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima. Gustine verovatnoće od x_1 i x_2 su jednake [9]:

$$P_{x_1}(x_1) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_1^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2}, \quad x_1 \geq 0 \quad (2.2.78)$$

$$P_{x_2}(x_2) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_2^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2}, \quad x_2 \geq 0 \quad (2.2.79)$$

Kvadrat signala x_1 jednak je zbiru $2m$ kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih [9]:

$$x_1^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 \quad (2.2.80)$$

gde su $x_{11}^2, x_{12}^2, \dots, x_{12m}^2$ nezavisne Gausove slučajne promenljive čije su srednje vrednosti nula, a varijanse su im jednake σ^2 .

Kvadrat signala x_2 je jednak:

$$x_2^2 = x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 \quad (2.2.81)$$

gde su $x_{21}^2, x_{22}^2, \dots, x_{22m}^2$ nezavisne Gausove slučajne promenljive čije su srednje vrednosti nula, a varijanse su im jednake σ^2 . Kvadrat signala na izlazu je jednak:

$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 \quad (2.2.82)$$

Na osnovu predhodnog, gustina verovatnoće od x je jednaka [32]:

$$P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, \quad x \geq 0 \quad (2.2.83)$$

U predhodnom izrazu snaga $\Omega = 2m\sigma^2$. Moment n -tog reda od x je [25]:

$$\begin{aligned} m_n &= \int_0^\infty x^n \rho_x(x) dx = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} \int_0^\infty x^{4m-1+n} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} dx = \\ &= \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{2m+n/2} \Gamma\left(2m + \frac{n}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(2m + \frac{n}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.2.84)$$

Predhodnih pet momenata su jednaki:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.85)$$

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(2m + 1) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega}{m} 2m\Gamma(2m) = 2\Omega \quad (2.2.86)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.2.87)$$

$$m_4 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 \Gamma(2m + 2) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega^2}{m^2} (2m + 1) 2m\Gamma(2m) = 2\Omega^2 \frac{(2m+1)}{m} \quad (2.2.88)$$

$$m_5 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma\left(2m + \frac{5}{2}\right) \quad (2.2.89)$$

Razmatraju se momenti m_2 i m_4 . Ovi momenti su jednaki [24]:

$$m_2 = 2\Omega \quad (2.2.90)$$

$$m_4 = 2\Omega^2 \frac{(2m+1)}{m} = \frac{m_2^2}{4m} 2(2m + 1) = m_2^2 \left(1 + \frac{1}{2m}\right) \quad (2.2.91)$$

Iz predhodne jednačine se dobija:

$$m = \frac{m_2^2}{2(m_4 - m_2^2)} \quad (2.2.92)$$

Mere se uzorci signala na izlazu iz kombinera. Ovi uzorci se kvadriraju, sabiraju i ovaj zbir se podeli sa brojem uzoraka i na ovaj način se dobija drugi moment. Četvrti moment se dobija kada se svi uzorci stepenuju na četvrti stepen pa se stepenovani uzorci saberu i zbir se podeli sa brojem uzoraka.

Drugi i šesti moment su jednaki:

$$m_2 = 2\Omega \quad (2.2.93)$$

$$m_6 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 \Gamma(2m+3) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \frac{\Omega^3}{m^3} \Gamma(2m) 2m(2m+1)(2m+2) \quad (2.2.94)$$

Zamenom se dobija:

$$m_6 = \frac{m_2^3}{8m^3} = 2m(2m+1)(2m+2) \quad (2.2.95)$$

$$\frac{m_6}{m_2^3} 4m^2 = (2m+1)(2m+2) \quad (2.2.96)$$

$$a4m^2 - 4m^2 - 6m - 1 = 0 \quad (2.2.97)$$

$$(a-1)4m^2 - 6m - 1 = 0 \quad (2.2.98)$$

Pozitivno rešenje ove jednačine je [32]:

$$2m = \frac{3 + \sqrt{9 + 4(a-1)}}{2(a-1)} \quad (2.2.99)$$

Odnosno:

$$m = \frac{1}{2} \frac{3 + \sqrt{9 + 4(a-1)}}{2(a-1)} \quad (2.2.100)$$

U ovom radu ova formula je dokazana simulacijom [13].

Drugi i $2k$ -ti momenti signala na izlazu iz MRC prijemnika sa dve grane su jednaki [12]:

$$m_2 = 2\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{2} \quad (2.2.101)$$

$$\begin{aligned} m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(m+k) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k 2m(2m+1)(2m+2) \dots (2m+k-1)\Gamma(m) \end{aligned} \quad (2.2.102)$$

Zamenom se dobija:

$$m_{2k} = \frac{m_2^k}{2^{k-1}m^{k-1}} = (2m+1)(2m+2) \dots (2m+k-1) \quad (2.2.103)$$

Dalje je:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \left(1 + \frac{1}{2m}\right) \left(1 + \frac{2}{2m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{2m}\right) \quad (2.2.104)$$

Posle smene $\frac{1}{2m} = x$, predhodna jednačina postaje:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = a = (1+x)(1+2x)(1+(k-1)x) \quad (2.2.105)$$

Ova jednačina se može rešiti numerički za svako k [32].

Prvi, drugi i treći momenti su jednaki:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.106)$$

$$m_2 = 2\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{2} \quad (2.2.107)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(2m + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \left(2m + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.108)$$

Deljenjem trećeg i prvog momenta dobija se:

$$\frac{m_3}{m_1} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} (2m + \frac{1}{2}) \Gamma(2m + \frac{1}{2})}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma(2m + \frac{1}{2})} \quad (2.2.109)$$

$$\frac{m_3}{m_1} = \frac{\Omega}{m} \left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.110)$$

Iz predhone jednačine se dobija:

$$\frac{m_3}{m_1 m_2} = \frac{1}{2m} \left(2m + \frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{1}{4m} \quad (2.2.111)$$

Oštrina fedinga je jednaka:

$$m = \frac{1}{4} \frac{m_1 m_2}{m_3 - m_1 m_2} \quad (2.2.112)$$

Na osnovu izmerenih vrednosti uzoraka mogu da se izračunaju momenti m_1 i m_2 na osnovu kojih se određuje oštrina fedinga m . Prvi, drugi i $2k+1$ moment su jednaki:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.113)$$

$$m_2 = 2\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{2} \quad (2.2.114)$$

$$\begin{aligned} m_{2k+1} &= \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(2m + k + \frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.2.115)$$

Deljenjem $2k+1$ -og i prvog momenta dobija se:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_1} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(2m + \frac{1}{2}\right)} \quad (2.2.116)$$

$$\frac{m_{2k+1}}{m_1} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.117)$$

Zamenom se dobija:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k+1}}{m_1 m_2^k} &= \frac{1}{(2m)^k} \left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right) = \\ &= \left(1 + \frac{1}{2(2m)}\right) \left(1 + \frac{3}{2(2m)}\right) \dots \left(1 + \frac{2k-1}{2(2m)}\right) = a \end{aligned} \quad (2.2.118)$$

Rešavanjem ove jednačine dobija se vrednost za oštrinu fedinga.

Drugi moment, $2k+1$ moment i $2l+1$ moment su jednaki [24]:

$$m_2 = 2\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{2} \quad (2.2.119)$$

$$m_{2k+1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(2m + k + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.120)$$

$$m_{2l+1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(2m + l + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.121)$$

Deljenjem $2k + 1$ i $2l + 1$ momenta, dobija se:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(m+k+\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(m+l+\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-l} \frac{\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{3}{2}\right)\dots\left(2m+k-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{3}{2}\right)\dots\left(2m+l-\frac{1}{2}\right)} \quad (2.2.122)$$

Neka je $k > l$, $k - l = p$. Zamenom se dobija:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}m_2^p} &= \frac{1}{(2m)^p} \left(2m + l + \frac{1}{2}\right) \left(2m + l + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right) = \\ &= \left(1 + \frac{2l+1}{2(2m)}\right) \left(1 + \frac{2l+3}{2(2m)}\right) \dots \left(1 + \frac{2k-1}{2(2m)}\right) \end{aligned} \quad (2.2.123)$$

Zamenom $\frac{1}{2m} = x$.

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}m_2^p} = \left(1 + \frac{(2l+1)}{2}x\right) \left(1 + \frac{(2l+3)}{2}x\right) \dots \left(1 + \frac{(2k-1)}{2}x\right) \quad (2.2.124)$$

Rešavanjem ove jednačine [32], dobija se pozitivno rešenje za x iz koje se izračunava $\frac{1}{2m} = x$.

Simulacijom je pokazana ispravnost ove relacije.

Momenti $2k + 1$, $2l + 1$ i $2i + 1$ su jednaki:

$$m_{2k+1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(2m + k + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.125)$$

$$m_{2l+1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(2m + l + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.126)$$

$$m_{2i+1} = \frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{i+1/2} \Gamma\left(2m + i + \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.127)$$

Količnik od $2k + 1$ i $2l + 1$ -og momenta je:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(2m+k+\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(2m+l+\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-l} \frac{\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{3}{2}\right)\dots\left(2m+k-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2m+\frac{3}{2}\right)\dots\left(2m+l-\frac{1}{2}\right)} \quad (2.2.128)$$

Gde je $k > l > i$, $k - l = p$, $k - i = r$.

Zamenom se dobija:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^p \left(2m + l + \frac{1}{2}\right) \left(2m + l + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.129)$$

Količnik momenta m_{2k+1} i m_{2i+1} je:

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2i+1}} = \frac{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(2m+k+\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(2m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{i+1/2} \Gamma\left(2m+i+\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-i} \frac{\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right) \left(2m+\frac{1}{2}\right) \left(2m+\frac{3}{2}\right) \dots \left(2m+k-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(2m+\frac{1}{2}\right) \left(2m+\frac{1}{2}\right) \left(2m+\frac{3}{2}\right) \dots \left(2m+i-\frac{1}{2}\right)} \quad (2.2.130)$$

$$\frac{m_{2k+1}}{m_{2i+1}} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^r \left(2m + i + \frac{1}{2}\right) \left(2m + i + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right) \quad (2.2.131)$$

Stepenovanjem prvog količnika sa r , a drugog sa p dobija se:

$$\frac{m_{2k+1}^r}{m_{2l+1}^r} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{pr} \left(2m + l + \frac{1}{2}\right)^r \left(2m + l + \frac{3}{2}\right)^r \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right)^r \quad (2.2.132)$$

$$\frac{m_{2k+1}^p}{m_{2i+1}^p} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{pr} \left(2m + i + \frac{1}{2}\right)^p \left(2m + i + \frac{3}{2}\right)^p \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right)^p \quad (2.2.133)$$

Deljenjem ovih količnika dobija se:

$$\frac{m_{2k+1}^r m_{2i+1}^p}{m_{2k+1}^p m_{2l+1}^r} = \frac{\left(2m+l+\frac{1}{2}\right)^r \left(2m+l+\frac{3}{2}\right)^r \dots \left(2m+k-\frac{1}{2}\right)^r}{\left(2m+i+\frac{1}{2}\right)^p \left(2m+i+\frac{3}{2}\right)^p \dots \left(2m+k-\frac{1}{2}\right)^p} \quad (2.2.134)$$

Iz ovih jednačina može da se izračuna oštrina fedinga m . Oštrina fedinga m je data u zavisnosti m_{2k+1} , m_{2l+1} i m_{2i+1} . Ovi momenti se računaju na osnovu uzoraka Nakagami- m fedinga. Ovi uzorci mogu da budu 100, 500 ili 1000. Najbolji rezultati se dobijaju za $N \geq 1000$.

Interesantno je razmotriti izračunavanje oštine fedinga m za tri uzastopna neparna momenta. Mogu da se razmatraju momenti m_9 , m_{11} i m_{13} ili momenti m_7 , m_9 i m_{11} .

U ovom radu oštrina Nakagami- m fedinga na izlazu je određena na osnovu momenata slučajnog procesa na izlazu iz MRC kombinera [24]. Prvo je razmatran MRC sa dva ulaza. Na ulazima je prisutan nezavistan i identičan Nakagami- m feding. Parametri fedinga su oštrina fedinga m i srednja snaga Ω . Ako se pretpostavi da je snaga šuma u obe diverziti grane jednaka onda je kvadrat anvelope signala na izlazu iz MRC kombinera jednak zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima. Neka je oštrina fedinga $m=2$, a vrednost srednje snage Ω neka je 1. Prvo se formiraju osam Gausovih vektora sa po 1000 članova. Ovi Gausovi vektori su nezavisni sa

srednjim vrednostima nula i sa istim varijansama [13]. Četiri Gausova vektora se kvadriraju a zatim sabiraju. Na ovaj način vektor uzorak kvadriranog Nakagami- m procesa za $m=2$ na prvom ulazu je dobijen. Na sličan način se dobija vektor koji je jednak kvadratu Nakagami- m procesa na drugom ulazu u MRC prijemnik. Na osnovu ovoga se dobija da kvadrat signala na izlazu je jednak zbiru osam kvadrata Gausovih vektora koji su nezavisni. Vektor kvadriranih uzoraka signala na izlazu iz MRC prijemnika se dobija sabiranjem ovih osam vektora. Vektor od 1000 članova uzoraka slučajnog signala na izlazu iz MRC prijemnika se dobija kada se nađe kvadratni koren od svakog elementa tako dobijenog vektora. Prvi moment se dobija sabiranjem svih 1000 članova vektora uzoraka signala na izlazu i deljenjem ovog zbira sa brojem članova odnosno sa 1000 [24]. Drugi moment signala na izlazu iz MRC kombinera se dobija kvadriranjem članova vektora signala na izlazu, sabiranjem svih članova i deljenjem ovog zbira sa brojem članova odnosno sa 1000. Treći moment signala na izlazu iz MRC kombinera se dobija na taj način što se svaki član vektora uzoraka signala na izlazu iz MRC stepenuje sa osnovom 3, sabiraju se 1000 članova tako dobijenog vektora i dobijeni zbir se podeli sa 1000. Na sličan način se dobijaju četvrti, peti i ostali momenti simulacije. Na osnovu ovih momenata može simulacijom da se odredi oštrina Nakagami- m fedinga na ulazima u MRC prijemnik. Na osnovu više realizacija Gausovih vektora mogu da se odrede više vrednosti parametra m . Sve ove vrednosti parametra m mogu da se saberu i dobijeni zbir da se podeli sa brojem realizacija. Dobijena vrednost je približno 2. Na sličan način može da se odredi i vrednost oštrine fedinga 3, 4 do 10 [13].

Sledećih devet tabela se odnosi za slučaj kada se MRC diverziti tehnika koristi, da se odredi parametar fedinga m . MRC prijemnik ima dva ulaza na kojima se pojavljuje Nakagami- m feding. Za $m=2$, kvadrat signala na izlazu jednak je zbiru 8 kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih. Na ovaj način se dobija u MATLAB-u vektor signala na izlazu iz MRC kombinera.

Prvo se odrede drugi i četvrti moment pomoću kojeg se odredi oštrina fedinga. Formiraju se jedna, dve i tri realizacije [13].

Tabela 2.10. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=100$.

N=100	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		1,257446	2,6116	3,270203	4,579426	5,210564
Srednje kvadratno odstupanje		0,066279	0,374055	0,07301	0,335734	0,044337
Dve realizacije		1,123422	2,340768	3,242234	4,284142	5,245005
Srednje kvadratno odstupanje		0,015233	0,116122	0,058677	0,080736	0,060027
Tri realizacije		0,875943	1,626099	2,766547	3,885156	4,809882
Srednje kvadratno odstupanje		0,0153901	0,139801	0,054500	0,013188	0,036144

Tabela 2.11. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=1000$.

N=1000	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		0,954331	2,013468	2,801339	3,734832	4,53679
Srednje kvadratno odstupanje		0,002086	0,000181	0,039466	0,070314	0,214563
Dve realizacije		1,055101	1,979398	2,882212	3,913049	4,867335
Srednje kvadratno odstupanje		0,003036	0,000424	0,013874	0,007564	0,017601
Tri realizacije		1,031804	2,035327	3,078322	3,965730	4,916390
Srednje kvadratno odstupanje		0,001011	0,035327	0,006134	0,001174	0,006991

Tabela 2.12. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_4 za $N=10000$.

N=10000	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		0,981925	2,013712	2,999371	3,997909	4,999039
Srednje kvadratno odstupanje		0,000327	0,000188	3,96E-07	4,37E-06	9,24E-07
Dve realizacije		1,009090	2,035819	3,039687	4,050484	5,037507
Srednje kvadratno odstupanje		0,000082	0,001283	0,001575	0,002548	0,001406
Tri realizacije		0,997231	1,997260	3,006793	4,013867	5,029162
Srednje kvadratno odstupanje		0,000007	0,000007	0,000046	0,000192	0,000850

U tabelama 2.10, 2.11 i 2.12 prikazane su procene vrednosti parametra m na osnovu slučajnog vektora slučajnog procesa signala na izlazu iz MRC diverziti prijemnika sa dva ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m fading koji je identičan sa istim parametrom m i sa istom srednjom snagom koja je jednaka jedan. Posmatrana je klasa momenata m_2 i m_4 . Posmatrane su tri tabele za koje su dužine vektora $N=100$, $N=1000$ i $N=10000$. Parametar m je procenjen za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Razmatrane su pet vrednosti parametra m i to cele vrednosti od 1 do 5. Tačnost dobijenih rezultata raste sa porastom dužine vektora slučajnog signala na izlazu iz MRC diverziti prijemnika. Kvadratna greška za $m=1$ i za jednu realizaciju za $N=100$ je 0.066279, a za $N=1000$ je znatno manji i kvadratna greška iznosi 0.002086, a za $N=10000$ kvadratna greška je 0.000327. Takođe kvadratna greška raste za veće vrednosti parametra m . Na primer za $N=10000$, za dve realizacije za $m=1$ kvadratna greška je 0.000082, za $m=2$ kvadratna greška je 0.001283 i za $m=5$ kvadratna greška je najveća 0.002548. Takođe, kvadratna greška se smanjuje kada se povećava broj realizacija, za $N=1000$, za $m=5$ za dve realizacije kvadratna greška je 0.017601 za tri realizacije kvadratna greška je 0.006991.

Može se zaključiti da se kvadratna greška smanjuje kada se koristi MRC diverziti tehnika, zatim kada se povećava dužina Nakagami- m vektora na ulazima u MRC prijemnik sa dva ulaza, kada se povećava broj realizacija i kada se smanjuje parametar m .

Tabela 2.13. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=100$.

N=100	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		0,880136	2,220875	3,319795	5,117439	6,019816
Srednje kvadratno odstupanje		0,014367	0,048786	0,102269	1,248669	1,040024
Dve realizacije		0,991503	1,975142	2,871624	4,077295	4,813342
Srednje kvadratno odstupanje		0,000072	0,000617	0,016480	0,005974	0,034841
Tri realizacije		0,905859	1,745185	3,041552	4,058496	5,132292
Srednje kvadratno odstupanje		0,008862	0,064930	0,001726	0,886429	0,017501

U tabeli 2.13, 2.14 i 2.15 prikazane su simulirane vrednosti parametra m kada se koristi MRC diverziti tehnika, a koristi se klasa momenata m_1 , m_2 i m_3 . MRC diverziti tehnika ima dva ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m fading sa istim parametrom m i sa istim snagama koja je jednaka jedan. Dužina Nakagami- m vektora je $N=100$, $N=1000$ i $N=10000$. Parametar m je prikazan za vrednosti parametra m na ulazima od 1 do 5. Zaključujemo da kada se primeni klasa momenata m_1 , m_2 i m_3 rezultati za proizvoljnu vrednost parametra m su nešto bolji nego kada se primeni klasa momenata m_2 i m_4 . Prednost je u primeni klase momenata m_2 i m_4 zbog toga što je u ovom slučaju realizacija jednostavnija. Za $N=100$, za tri realizacije kada je $m=2$ kvadratna greška je 0.06493, a za $m=3$ kvadratna greška je 0.001726. Greška takođe opada kada se povećava broj realizacija. Za $N=100$, $m=1$ za jednu realizaciju kvadratna greška je 0.014367, a za dve realizacije je 0.000072.

Tabela 2.14. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=1000$.

N=1000	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		0,991511	1,974333	2,995754	3,831566	4,770087
Srednje kvadratno odstupanje		7,21E-05	0,000659	1,8E-05	0,02837	0,05286
Dve realizacije		0,966373	1,98849	3,188932	4,171736	5,20801
Srednje kvadratno odstupanje		0,001130	0,000132	0,035695	0,029493	0,043268
Tri realizacije		0,964652	1,972864	2,664437	3,662401	4,669029
Srednje kvadratno odstupanje		0,001249	0,000736	0,112602	0,113972	0,109541

Tabela 2.15. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_1 , m_2 i m_3 za $N=10000$.

N=10000	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		1,013114	2,016186	3,054073	4,031124	5,047912
Srednje kvadratno odstupanje		0,000172	0,000262	0,002924	0,000969	0,002296
Dve realizacije		1,020588	2,017193	3,045167	4,044000	5,05922
Srednje kvadratno odstupanje		0,000423	0,000295	0,002040	0,001936	0,003507
Tri realizacije		0,998853	1,998483	2,962861	3,963298	4,977346
Srednje kvadratno odstupanje		0,000001	0,000002	0,001379	0,001346	0,000513

Tabela 2.16. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=100$

N=100	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		1,298577	2,279788	3,253929	4,267893	4,812511
Srednje kvadratno odstupanje		0,089148	0,078281	0,06448	0,071766	0,035152
Dve realizacije		0,695297	1,761788	2,844058	3,520541	4,173404
Srednje kvadratno odstupanje		0,092843	0,056744	0,0243177	0,229880	0,683260
Tri realizacije		1,130296	2,060498	3,104775	4,392252	5,419691
Srednje kvadratno odstupanje		0,016977	0,003660	0,010977	0,153861	0,176141

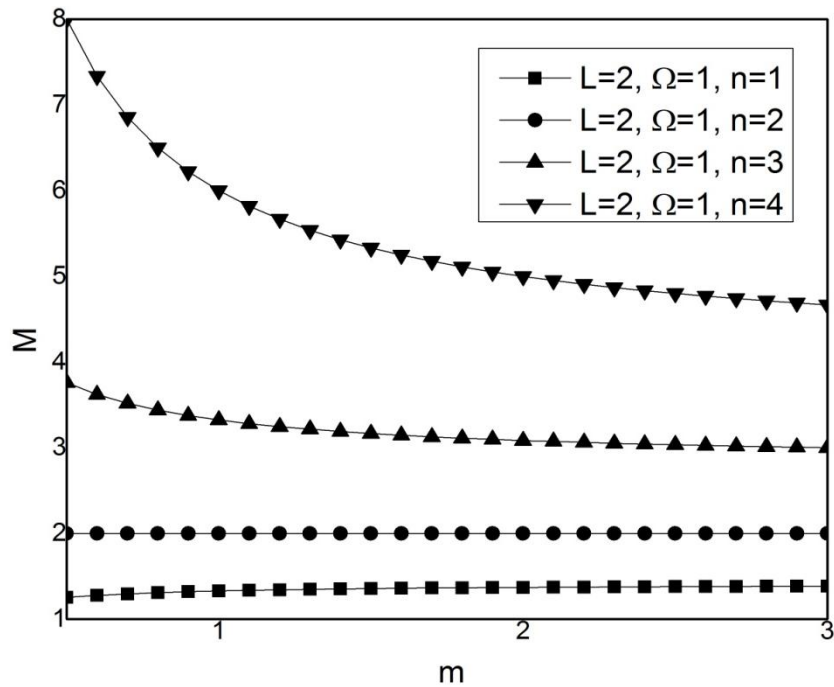
Tabela 2.17. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=1000$.

N=1000	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		1,026732	2,130288	3,306374	4,139035	4,961584
Srednje kvadratno odstupanje		0,000715	0,016975	0,093865	0,019331	0,001476
Dve realizacije		1,01751	1,986861	2,996168	4,075012	5,107814
Srednje kvadratno odstupanje		0,000306	0,000172	0,000014	0,005626	0,011623
Tri realizacije		1,013663	1,950778	2,960372	3,852718	4,831657
Srednje kvadratno odstupanje		0,000186	0,002422	0,001570	0,021691	0,02833

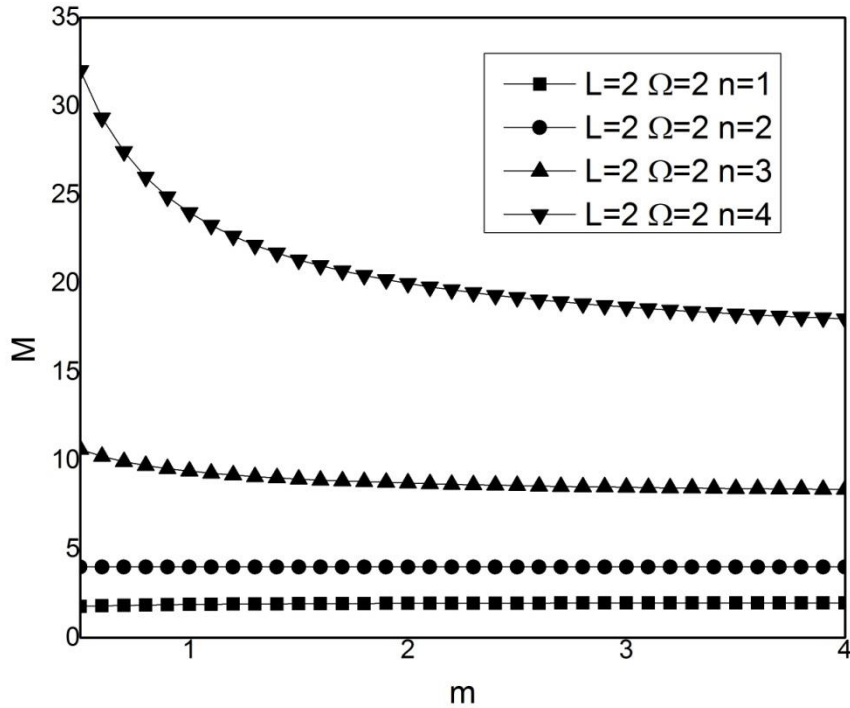
Tabela 2.18. Parametar m izračunat primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, pomoću momenata m_2 i m_6 za $N=10000$.

N=10000	m	1	2	3	4	5
Jedna realizacija		1,014725	1,985769	2,95072	3,964375	4,920398
Srednje kvadratno odstupanje		0,000217	0,000203	0,002429	0,001269	0,006336
Dve realizacije		1,093739	1,483581	2,489557	3,462165	4,438687
Srednje kvadratno odstupanje		0,008787	0,266688	0,260552	0,289265	0,315071
Tri realizacije		0,988806	2,000359	3,020398	4,046431	5,057898
Srednje kvadratno odstupanje		0,000125	0,000001	0,000416	0,002155	0,003352

U tabeli 2.16, 2.17 i 2.18 prikazane su proizvoljne vrednosti parametra m Nakagami- m vektora kada se koristi MRC prijernik sa dva ulaza na kojima je prisutan Nakagami- m fading koji je nezavistan, sa istim parametrom m i snagom koja je jednaka jedan, a pri tome se koristi klasa momenata m_2 i m_6 . Dužine vektora su $N=100$, $N=1000$ i $N=10000$, a parametar m na ulazima se kreće od 1 do 5. Kvadratna greška raste kada parametar m raste. Za $N=10000$, za jednu realizaciju kvadratna greška za $m=4$ je 0.001269, a za $m=5$ kvadratna greška je 0.006336. kvadratna greška opada kada raste broj realizacija. Za $N=10000$, i $m=5$ kvadratna greška za jednu realizaciju je 0.006336 a kvadratna greška za tri realizacije je manja i iznosi 0.003352.

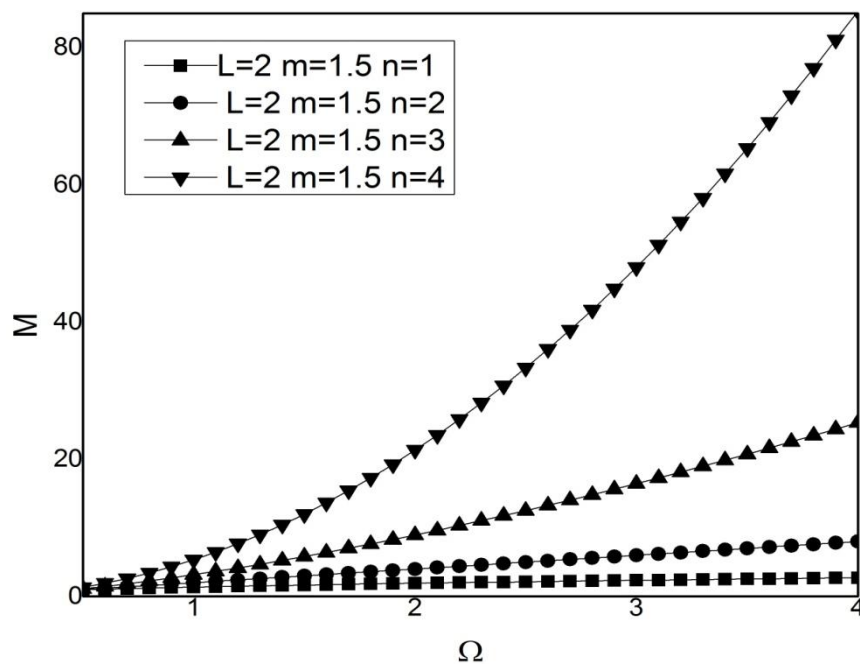


Slika 2.7. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza ($L=2$), kada je snaga signala $\Omega=1$.



Slika 2.8. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza ($L=2$), kada je snaga signala $\Omega=2$.

Na slici 2.7 prikazani su prvi moment, drugi moment, treći moment i četvrti moment u zavisnosti od parametra m , pri čemu je srednja snaga Nakagami- m fedinga na ulazima jednaka jedan. Na osnovu ove slike vide se osobine momenata u zavisnosti od parametra m . Prvi moment raste sa porastom parametra m . Drugi moment je konstantan i iznosi dva. Treći moment opada sa porastom parametra m , a četvrti moment takođe opada. Prvi moment uzima najmanje vrednosti, zatim drugi moment, zatim treći moment, a četvrti moment uzima najveće vrednosti. Uticaj parametra m na četvrti moment je veći za manje vrednosti parametra m . Ovi momenti su momenti signala na izlazu iz MRC diverziti prijemnika sa dva ulaza na kojima je prisutan nezavistan Nakagami- m feding sa istim parametrom m i sa istim snagama Ω koja je jednaka jedan[11, 12, 24, 25]. Na slici 2.8 prikazani su momenti u zavisnosti od parametra m za vrednosti snage Nakagami- m parametra na ulazima Ω . Prvi, drugi, treći i četvrti moment signala na izlazu iz MRC diverziti prijemnika sa dva ulaza na čijim ulazima je prisutan Nakagami- m signal sa istim parametrom su prikazani u zavisnosti od parametra m . Najveće vrednosti uzima četvrti moment, zatim treći moment, zatim drugi moment pa prvi moment. Sa ove slike se vidi prikazani moment u zavisnosti od parametra m . Vrednosti su znatno veće za slučaj kada je snaga signala dva nego kada je snaga signala jednaka jedan.



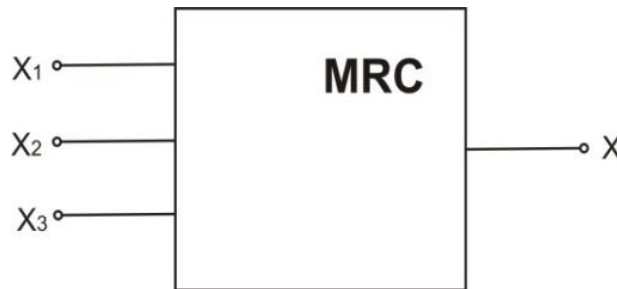
Slika 2.9. Momenti u zavisnosti od srednje snage anvelope, izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza ($L=2$).

Na slici 2.9 prikazani su moment signala na izlazu iz MRC diverziti prijemnika za slučaj kada je parametar m jednak 1.5. MRC prijemnik ima dva ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m feding sa istim parametrom m i srednjom snagom Ω . Najveću vrednost uzima četvrti moment. Srednja snaga Ω ima najveći uticaj na četvrti moment [11, 12, 24, 25, 26].

2.3. Moment MRC kombinera sa tri ulaza

Posmatra se MRC kombiner sa tri ulaza na kojima je prisutan identičan i nezavistan Nakagami- m feding [11, 12]. Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici 2.10. Anvelope signala na ulazima su x_1, x_2 i x_3 . Anvelope signala na izlazu je x . Kvadrat signala na izlazu jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima:

$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \quad (2.3.1)$$



Slika 2.10. MRC kombiner sa tri ulaza.

Gustina verovatnoće signala na ulazima je Nakagami- m [25]:

$$p_{x_i}(x_i) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_i^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_i^2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.3.2)$$

Kvadrat Nakagami- m slučajne promenljive jednak je zbiru $2m$ kvadrata Gausovih slučajnih promenljivih [26]:

$$x_i^2 = x_{i_1}^2 + x_{i_2}^2 + \dots + x_{i_{2m}}^2 \quad (2.3.3)$$

Sumom se dobija:

$$x^2 = \sum_{i=1}^3 (x_{i_1}^2 + x_{i_2}^2 + \dots + x_{i_{2m}}^2) \quad (2.3.4)$$

Slučajna promenljiva x^2 je \mathcal{X}^2 slučajna promenljiva. Na osnovu ovoga anvelopa signala x na izlazu iz MRC kombinera ima gustinu verovatnoće (šest m stepena slobode) [25]:

$$p_x(x) = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \quad (2.3.5)$$

Kumulativna verovatnoća od x je:

$$F_x(x) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \gamma\left(3m, \frac{m}{\Omega} x^2\right) \quad (2.3.6)$$

Moment n -tog reda od x je [25, 26]:

$$\begin{aligned} m_n = \overline{x^n} &= \int_0^\infty x^n p_x(x) dx = \int_0^\infty x^n dx \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} = \\ &= \int_0^\infty dx \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1+n} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} \int_0^\infty dx x^{6m-1+n} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} = \\ &= \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3m+n/2} \Gamma\left(3m + \frac{n}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(3m + \frac{n}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Prvi moment je jednak:

$$m_1 = \bar{x} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.8)$$

Drugi moment je jednak:

$$m_2 = \overline{x^2} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(3m + 1) = 3\Omega \quad (2.3.9)$$

Treći moment je jednak:

$$m_3 = \overline{x^3} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.3.10)$$

Četvrti moment je jednak:

$$m_4 = \overline{x^4} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 \Gamma(3m + 2) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega^2}{m^2} 3m(3m + 1)\Gamma(3m) = 3\Omega^2 \left(3 + \frac{1}{m}\right) \quad (2.3.11)$$

Peti moment je jednak:

$$m_5 = \overline{x^5} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma\left(3m + \frac{5}{2}\right) \quad (2.3.12)$$

Šesti moment je jednak:

$$\begin{aligned} m_6 = \overline{x^6} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 \Gamma(3m + 3) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega^3}{m^3} (3m + 2)(3m + 1)3m\Gamma(3m) = \\ &= 3\Omega^3 \left(3 + \frac{2}{m}\right) \left(3 + \frac{1}{m}\right) \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Posmatraju se drugi i četvrti moment [56]:

$$m_2 = 3\Omega \quad (2.3.14)$$

$$m_4 = 3\Omega^2 \left(3 + \frac{1}{m}\right) \quad (2.3.15)$$

$$\frac{m_4}{m_2^2} = \frac{3\Omega^2 \left(3 + \frac{1}{m}\right)}{9\Omega^2} \quad (2.3.16)$$

$$\frac{m_4}{m_2^2} = \left(1 + \frac{1}{3m}\right), \quad \frac{1}{3m} = \frac{m_4}{m_2^2} - 1 = \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.3.17)$$

$$m = \frac{1}{3} \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} \quad (2.3.18)$$

Posmatraju se prvi i treći moment [56]:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.19)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.3.20)$$

Količnik od m_3 i m_1^3 je:

$$\frac{m_3}{m_1^3} = \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{3}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma^3(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma^3\left(3m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{\Gamma^2(3m) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma^3\left(3m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{\Gamma^2(3m) \left(3m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(3m + \frac{1}{2}\right)} \quad (2.3.21)$$

Potrebno je rešiti jednačinu:

$$\frac{m_3}{m_1^3} = \frac{\Gamma^2(3m)\left(3m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(3m + \frac{1}{2}\right)} \quad (2.3.22)$$

Posmatraju se prvi, drugi i treći moment [56]:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.23)$$

$$m_2 = 3\Omega \quad (2.3.24)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.3.25)$$

Količnik od m_3 i m_1 je:

$$\frac{m_3}{m_1} = \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{3}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{3\Omega}{3m} \left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.26)$$

$$\frac{m_3}{m_1} = \frac{m_2}{3m} \left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.27)$$

$$\frac{m_3 m_1}{m_1 m_2} = \left(1 + \frac{1}{12m}\right), \quad \frac{1}{12m} = \frac{m_1 m_3}{m_1 m_2} - 1 = \frac{m_1 m_3 - m_1 m_2}{m_1 m_2} \quad (2.3.28)$$

Parametar m se određuje pomoću formule:

$$m = \frac{1}{12} \frac{m_1 m_2}{m_1 m_3 - m_1 m_2} \quad (2.3.29)$$

Totalni diferencijal je [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial m_1} d_{m_1} + \frac{\partial m}{\partial m_2} d_{m_2} + \frac{\partial m}{\partial m_3} d_{m_3} \quad (2.3.30)$$

Parcijalni izvodi su jednaki:

$$\frac{\partial m}{\partial m_1} = -\frac{1}{2} m_2 (m_1 m_3 - 1)^{-2} m_3 \quad (2.3.31)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_2} = \frac{1}{2} \frac{1}{m_1 m_3 - 1} \quad (2.3.32)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_3} = -\frac{1}{2} m_2 (m_1 m_3 - 1)^{-2} m_1 \quad (2.3.33)$$

Posmatraju se drugi i šesti moment [1]:

$$m_2 = 3\Omega \quad (2.3.34)$$

$$m_6 = 3\Omega^3 \left(3 + \frac{2}{m}\right) \left(3 + \frac{1}{m}\right) \quad (2.3.35)$$

$$\frac{m_6}{m_2^3} = \frac{1}{9} \left(3 + \frac{2}{m}\right) \left(3 + \frac{1}{m}\right) = \left(1 + \frac{2}{3m}\right) \left(1 + \frac{1}{3m}\right) \quad (2.3.36)$$

Neka je:

$$\frac{1}{2m} = s \quad (2.3.37)$$

Rešavanjem jednačine se dobija:

$$(1 + 2s)(1 + s) = \frac{m_6}{m_2^3} \quad (2.3.38)$$

$$2s^2 + 3s + 1 - \frac{m_6}{m_2^3} = 0 \quad (2.3.39)$$

$$s = \frac{-3 + \sqrt{9 - 8\left(1 - \frac{m_6}{m_2^3}\right)}}{2} = \frac{1}{2m} \quad (2.3.40)$$

$$m = \frac{2}{-3 + \sqrt{9 - 8\left(1 - \frac{m_6}{m_2^3}\right)}} = \frac{2}{-3 + \sqrt{1 + 8\frac{m_6}{m_2^3}}} \quad (2.3.41)$$

Totalni diferencijal od m je jednak [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial m_6} d_{m_6} + \frac{\partial m}{\partial m_2} d_{m_2} \quad (2.3.42)$$

Parcijalni izvodi su jednaki [32]:

$$\frac{\partial m}{\partial m_6} = 2 \left(\frac{1}{-3 + \sqrt{1 + 8\frac{m_6}{m_2^3}}} \right)^{-2} \frac{1}{2\sqrt{1 + 8\frac{m_6}{m_2^3}}} \frac{8}{m_2^3} \quad (2.3.43)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_2} = 2 \left(-3 + \sqrt{1 + 8 \frac{m_6}{m_2^3}} \right) \frac{1}{2 \sqrt{1 + 8 \frac{m_6}{m_2^3}}} 8m_6 m_2^{-4} 3m_2^2 \quad (2.3.44)$$

Razmatra se m_1 , m_2 i m_5 [12]:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.45)$$

$$m_2 = 3\Omega \quad (2.3.46)$$

$$m_5 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{5/2} \Gamma\left(3m + \frac{5}{2}\right) \quad (2.3.47)$$

Količnik od m_5 i m_1 je:

$$\frac{m_5}{m_1} = \frac{\Omega^2 \Gamma\left(3m + \frac{5}{2}\right)}{m^2 \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right)} = \frac{\Omega^2 \left(3m + \frac{3}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right)}{m^2 \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right)} \quad (2.3.48)$$

$$\frac{m_5}{m_1} = \frac{m_2^2}{9m^2} \left(3m + \frac{3}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.49)$$

$$\frac{m_5}{m_1 m_2^2} = \left(1 + \frac{3}{6m}\right) \left(1 + \frac{1}{6m}\right) \quad (2.3.50)$$

$$\frac{1}{6m} = s \quad (2.3.51)$$

$$\frac{m_5}{m_1 m_2^2} = (1 + 3s)(1 + s) \quad , \quad 3s^2 + 4s + 1 - \frac{m_5}{m_1 m_2^2} = 0 \quad (2.3.52)$$

$$s = \frac{-4 + \sqrt{16 - 12 \left(1 - \frac{m_5}{m_1 m_2^2}\right)}}{6} \quad , \quad \frac{1}{6m} = \frac{-4 + \sqrt{4 + 12 \left(\frac{m_5}{m_1 m_2^2}\right)}}{6} \quad (2.3.53)$$

$$m = \frac{1}{-4 + \sqrt{4 + 12 \left(\frac{m_5}{m_1 m_2^2}\right)}} \quad (2.3.54)$$

Srednja kvadratna vrednost je jednaka:

$$\Omega = \frac{m_2}{3} \quad (2.3.55)$$

Totalni diferencijal od m je jednak [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial m_5} d_{m_5} + \frac{\partial m}{\partial m_1} d_{m_1} + \frac{\partial m}{\partial m_2} d_{m_2} \quad (2.3.56)$$

Parcijalni izvodi su jednaki [32]:

$$\frac{\partial m}{\partial m_5} = - \left(-4 + \sqrt{4 + 12 \left(\frac{m_5}{m_1 m_2^2} \right)} \right)^{-2} \frac{1}{2 \sqrt{4 + 12 \left(\frac{m_5}{m_1 m_2^2} \right)}} \frac{12}{m_1 m_2^2} \quad (2.3.57)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_1} = - \left(-4 + \sqrt{4 + 12 \frac{m_5}{m_2^2} m_1^{-2}} \right) \frac{1}{2 \sqrt{4 + 12 \left(\frac{m_5}{m_1^2 m_2} \right)}} \quad (2.3.58)$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_2} = - \left(-4 + \sqrt{4 + 12 \frac{m_5}{m_2^2} m_1^{-2}} \right) \frac{1}{2 \sqrt{4 + 12 \left(\frac{m_5}{m_1^2 m_2} \right)}} \quad (2.3.59)$$

Posmatra se klasa momenata m_{2k-1} , $m_{2(k-n)}$, m_{2n-1} [56].

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{n/2} \Gamma \left(3m + \frac{n}{2} \right) \quad (2.3.60)$$

Moment $2k-1$ reda je [12]:

$$m_{2k-1} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{k-1/2} \Gamma \left(3m + k - \frac{1}{2} \right) \quad (2.3.61)$$

Moment $2(k-n)$ -tog reda je [12]:

$$m_{2(k-n)} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{k-n} \Gamma(3m + k - n) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{k-n} (3m + k - n - 1) \cdot$$

$$(3m + k - n - 2) \dots 3m \Gamma(3m) = \Omega^{k-n} 3 \left(3 + \frac{1}{m} \right) \left(3 + \frac{2}{m} \right) \dots \left(3 + \frac{k-n-2}{m} \right) \left(3 + \frac{k-n-1}{m} \right) \quad (2.3.62)$$

Moment $2n-1$ reda je:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{n-1/2} \Gamma \left(3m + n - \frac{1}{2} \right) \quad (2.3.63)$$

Količnik između m_{2k-1} i m_{2n-1} je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(3m+k-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(3m+n-\frac{1}{2}\right)} = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \left(3m+k-\frac{3}{2}\right) \left(3m+k-\frac{5}{2}\right) \dots \left(3m+n-\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(3m+n-\frac{1}{2}\right) = \\ &= \Omega^{k-n} \left(3 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(3 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(3 + \frac{2k-3}{2m}\right) \end{aligned} \quad (2.3.64)$$

Količnik između $\frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}}$ i $m_{2(k-n)}$ je:

$$\frac{m_{2(k-n)} m_{2k-1}}{m_{2n-1} m_{2(k-n)}} = \frac{\Omega^{k-n} \left(3 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(3 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(3 + \frac{2k-3}{2m}\right)}{\Omega^{k-n} \left(3 + \frac{1}{m}\right) \left(3 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(3 + \frac{k-n-1}{m}\right) 3} \quad (2.3.65)$$

$$\begin{aligned} m_{2k-1} m_{2(k-n)} 3 \left(3 + \frac{1}{m}\right) \left(3 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(3 + \frac{k-n-1}{m}\right) = \\ = m_{2n-1} \left(3 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(3 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(3 + \frac{2k-3}{2m}\right) m_{2(k-n)} \end{aligned} \quad (2.3.66)$$

za $\frac{1}{m} = x$, dobija se:

$$\begin{aligned} m_{2k-1} m_{2(k-n)} 3(3+x)(3+2x) \dots (3+(k-n-1)x) = \\ = m_{2n-1} \left(2 + \frac{2n-1}{2}x\right) \left(2 + \frac{2n+1}{2}x\right) \dots \left(2 + \left(\frac{k-n-1}{2}\right)x\right) m_{2(k-n)} \end{aligned} \quad (2.3.67)$$

Posmatra se klasa momenata m_2 i m_{2k} [56]:

Moment n -tog reda je [11]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(3m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.3.68)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(3m+1) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega}{m} 3m \Gamma(3m) = 3\Omega \quad (2.3.69)$$

$$\Omega = \frac{m_2}{3} \quad (2.3.70)$$

Moment $2k$ -tog reda je:

$$\begin{aligned}
 m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(3m+k) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k (3m+k-1)(3m+k-2) \dots 3m\Gamma(3m) = \\
 &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k 3m(3m+1)(3m+2) \dots (3m+k-1) = \\
 &= \Omega^k 3 \left(3 + \frac{1}{m}\right) \left(3 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(3 + \frac{k-1}{m}\right) \tag{2.3.71}
 \end{aligned}$$

Količnik od m_{2k} i m_2^k je:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \frac{\Omega^k 3 \left(3 + \frac{1}{m}\right) \left(3 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(3 + \frac{k-1}{m}\right)}{3^k \Omega^k} \tag{2.3.72}$$

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \left(1 + \frac{1}{3m}\right) \left(1 + \frac{2}{3m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{3m}\right) \tag{2.3.73}$$

Neka je $\frac{1}{3m} = x$, $\frac{1}{3x} = m$.

Zamenom se dobija:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = (1+x)(1+2x) \dots (1+(k-1)x) \tag{2.3.74}$$

za $k=2$, dobija se:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = 1+x \quad , \quad x = \frac{m_{2k}}{m_2^k} - 1 = \frac{m_{2k} - m_2^k}{m_2^k} \tag{2.3.75}$$

Parametar m se izražava na sledeći način [32]:

$$m = \frac{1}{3x} = \frac{1}{3} \frac{m_2^k}{m_{2k} - m_2^k} \tag{2.3.76}$$

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$dm = \frac{\partial m}{\partial m_2} dm_2 + \frac{\partial m}{\partial m_{2k}} dm_{2k} \tag{2.3.77}$$

za $k=3$, dobija se:

$$\frac{m_6}{m_3^2} = (1+x)(1+2x) \quad (2.3.78)$$

Razmatra se klasa estimatora $m_{2k} - m_{2n}$, $n > k$.

Moment n -tog reda je [12]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(3m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.3.79)$$

Moment $2k$ -tog reda je:

$$m_{2k} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(3m + k) \quad (2.3.80)$$

Moment $2n$ -tog reda je:

$$m_{2n} = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^n \Gamma(3m + n) \quad (2.3.81)$$

Količnik od m_{2k}^n i m_{2n}^k je [25]:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)^k} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^k(3m+n)}{\frac{1}{\Gamma(3m)^n} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^n(3m+k)} = \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)^k} (3m+n-1)^k (3m+n-2)^k \dots 3m^k \Gamma(3m)^k}{\frac{1}{\Gamma(3m)^n} (3m+k-1)^n (3m+k-2)^n \dots 3m^n \Gamma(3m)^n} = \\ &= \frac{(3m)^k (3m+1)^k \dots (3m+n-2)^k (3m+n-1)^k}{(3m)^n (3m+1)^n \dots (3m+k-2)^n (3m+k-1)^n}; \quad m_{2n}^k (3m)^n (3m+1)^n \dots (3m+k-1)^n = \\ &= m_{2k}^n (3m)^k (3m+1)^k \dots (3m+n-1)^k \end{aligned} \quad (2.3.82)$$

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} &= (3m)^{k-n} (3m+1)^{k-n} \dots (3m+k-1)^{k-n} (3m+k)^{k-n} \dots \dots (3m+n-1)^{k-n} = \\ &= \frac{1}{(3m)^{n-k} (3m+1)^{n-k} \dots (3m+k-1)^{n-k} (2m+k)^n \dots (2m+n-1)^n} \end{aligned} \quad (2.3.83)$$

Na ulazima je prisutan nezavistan i identičan Nakagami- m fading. Anvelope signala na ulazima su označene sa x_1 , x_2 i x_3 . Anvelopa signala na izlazu je označena sa x .

Kvadrat signala na izlazu iz MRC prijemnika jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima. Gustine verovatnoće od x_1 , x_2 i x_3 su jednake:

$$\rho_{x_1}(x_1) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_1^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2}, \quad x_1 \geq 0 \quad (2.3.84)$$

$$\rho_{x_2}(x_2) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_2^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2}, \quad x_2 \geq 0 \quad (2.3.85)$$

$$\rho_{x_3}(x_3) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_3^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_3^2}, \quad x_3 \geq 0 \quad (2.3.86)$$

Kvadrat signala x_1 jednak je:

$$x_1^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2$$

gde su $x_{11}^2, x_{12}^2, \dots, x_{12m}^2$ nezavisne Gausove slučajne promenljive čije su srednje vrednosti nula, a varijanse su im jednake σ^2 .

Kvadrat signala x_2 je jednak:

$$x_2^2 = x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 \quad (2.3.87)$$

Kvadrat signala x_3 je jednak:

$$x_3^2 = x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 \quad (2.3.88)$$

gde su $x_{31}^2, x_{32}^2, \dots, x_{32m}^2$ nezavisne Gausove slučajne promenljive čije su srednje vrednosti nula, a varijanse su im jednake σ^2 . Kvadrat signala na izlazu je jednak:

$$x^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 + x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 \quad (2.3.89)$$

Gustina verovatnoće od x je jednaka [25]:

$$\rho_x(x) = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, \quad x \geq 0 \quad (2.3.90)$$

Momenti n -tog reda od signala na izlazu iz MRC prijemnika su [24]:

$$\begin{aligned} m_n &= \int_0^\infty dx x^n \rho_x(x) = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} \int_0^\infty dx x^{6m-1+n} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} = \\ &= \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3m+n/2} \Gamma\left(3m + \frac{n}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(3m + \frac{n}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.3.91)$$

Prvih pet momenata su jednaki:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.92)$$

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(3m + 1) \quad (2.3.92)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.3.93)$$

$$m_4 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 \Gamma(3m + 2) \quad (2.3.94)$$

$$m_5 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma\left(3m + \frac{5}{2}\right) \quad (2.3.95)$$

Momenti m_2 i m_4 su jednaki [12]:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega}{m} 3m \Gamma(3m) = 3\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{3} \quad (2.3.96)$$

$$m_4 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega^2}{m^2} \Gamma(3m) 3m(3m + 1) \quad (2.3.97)$$

Zamenom se dobija:

$$m_4 = \frac{m_2^2}{9m} 3(3m + 1) \quad (2.3.98)$$

$$\frac{m_4}{m_2^2} = \left(1 + \frac{1}{3m}\right), \quad \frac{1}{3m} = \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.3.99)$$

$$m = \frac{1}{3} \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} \quad (2.3.100)$$

Mere se uzorci signala na izlazu iz MRC kombinera. Drugi moment se dobija na taj način što se izmereni uzorci signala stepenuju stepenom dva, zatim se sabiraju i dobijeni zbir se deli sa brojem uzoraka. Četvrti moment se dobija kada se uzorci stepenuju sa četiri, zatim se sabere i dobijeni zbir se podeli sa brojem uzoraka.

Drugi i šesti moment su jednaki [12]:

$$m_2 = 3\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{3} \quad (2.3.101)$$

$$m_6 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 \Gamma(3m+3) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \frac{\Omega^3}{m^3} \Gamma(3m) 3m(3m+1)(3m+2) \quad (2.3.102)$$

Iz prdhodnog izraza se dobija:

$$\frac{m_2^3}{3m^2} = 3(3m+1)(3m+2) \quad (2.3.103)$$

$$\frac{m_6}{m_2^3} = \left(1 + \frac{1}{3m}\right) \left(1 + \frac{2}{3m}\right) = a \quad (2.3.104)$$

Ako je $\frac{1}{3m} = x$, $\frac{1}{3x} = m$.

Dobija se jednačina:

$$(1+x)(1+2x) = \frac{m_6}{m_2^3} = a \quad (2.3.105)$$

$$2x^2 + 3x + 1 - a = 0 \quad (2.3.106)$$

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8(a-1)}}{4} \quad (2.3.107)$$

Pozitivno rešenje ove jednačine je:

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{9+8(a-1)}}{4} \quad (2.3.108)$$

Drugi i $2k$ -ti moment signala su jednaki [11]:

$$m_2 = 3\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{3} \quad (2.3.109)$$

$$\begin{aligned} m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(3m+k) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(3m) 3m(3m+1)(3m+2) \dots (3m+k-1) \end{aligned} \quad (2.3.110)$$

Zamenom se dobija:

$$m_{2k} = \frac{m_2^k}{3^k m^k} 3m(3m+1)(3m+2) \dots (3m+k-1) \quad (2.3.111)$$

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \left(1 + \frac{1}{3m}\right) \left(1 + \frac{2}{3m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{3m}\right) \quad (2.3.112)$$

Iz ovih jednačina se računa m . m_2 i m_{2k} se dobijaju iz izmerenih vrednosti uzoraka na izlazu iz MRC prijemnika.

Momenti m_{2k} i m_{2l} su jednaki [11]:

$$\begin{aligned} m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(3m+k) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(3m) 3m(3m+1)(3m+2) \dots (3m+k-1) = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k 3m(3m+1)(3m+2) \dots (3m+k-1) \end{aligned} \quad (2.3.113)$$

$$\begin{aligned} m_{2l} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^l \Gamma(3m+l) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^l \Gamma(3m) 3m(3m+1)(3m+2) \dots (3m+l-1) = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^l 3m(3m+1)(3m+2) \dots (3m+l-1) \end{aligned} \quad (2.3.114)$$

Rešava se izraz:

$$\frac{m_{2k}^l}{m_{2l}^k} = \frac{\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{kl} (3m)^l (3m+1)^l \dots (3m+k-1)^l}{\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{lk} (3m)^k (3m+1)^k \dots (3m+l-1)^k} \quad (2.3.115)$$

$$\frac{m_{2k}^l}{m_{2l}^k} = \frac{(3m)^l (3m+1)^l \dots (3m+k-1)^l}{(3m)^k (3m+1)^k \dots (3m+l-1)^k} \quad (2.3.116)$$

Iz ove jednačine može da se odredi oštrina fedinga m .

Prvi, drugi i treći momenti su jednaki [11]:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.117)$$

$$m_2 = 3\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{3} \quad (2.3.118)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.119)$$

Količnik između m_3 i m_1 jednak je:

$$\frac{m_3}{m_1} = \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right)} \quad (2.3.120)$$

$$\frac{m_3}{m_1} = \frac{\Omega}{m} \left(3m + \frac{1}{2}\right) = \frac{m_2}{3m} \left(3m + \frac{1}{2}\right) = m_2 \left(1 + \frac{1}{6m}\right) \quad (2.3.121)$$

$$m = \frac{1}{6} \frac{m_2 m_1}{m_3 - m_2 m_1} \quad (2.3.122)$$

Prvi, drugi i $2k + 1$ moment su jednaki:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.3.123)$$

$$m_2 = 3\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{3} \quad (2.3.124)$$

$$\begin{aligned} m_{2k+1} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(3m + k + \frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + k - \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.3.125)$$

Količnik od m_{2k+1} i m_1 je [32]:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k+1}}{m_1} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + k - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + k - \frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{m_2^k}{(3m)^k} \left(2m + \frac{1}{2}\right) \left(2m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(2m + k - \frac{1}{2}\right) = \\ &= m_2^k \left(1 + \frac{1}{2(3m)}\right) \left(1 + \frac{3}{2(3m)}\right) \dots \left(1 + \frac{2k-1}{2(3m)}\right) \end{aligned} \quad (2.3.126)$$

Rešavanjem ove jednačine dobija se oštrina fedinga m .

Razmatraju se momenti m_2 , m_{2k+1} i m_{2l+1} . Ovi momenti su jednaki [12]:

$$m_2 = 3\Omega \quad (2.3.127)$$

$$\begin{aligned} m_{2k+1} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(3m + k + \frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + k - \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.3.128)$$

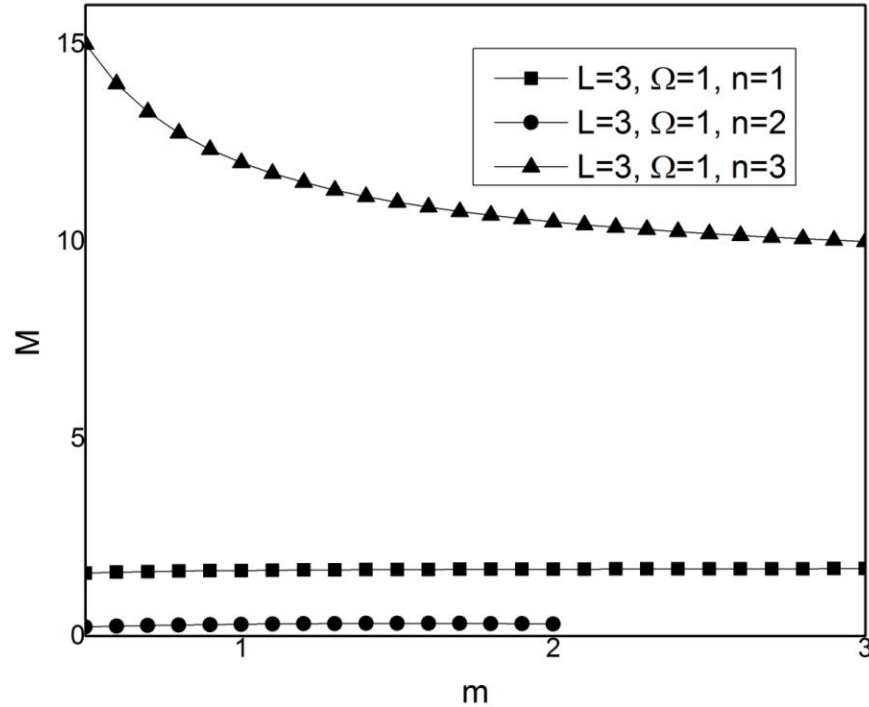
$$\begin{aligned} m_{2l+1} &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(3m + l + \frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + l - \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.3.129)$$

Količnik od m_{2k+1} i m_{2l+1} je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k+1}}{m_{2l+1}} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k+1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + k - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(3m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{l+1/2} \Gamma\left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{1}{2}\right) \left(3m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + l - \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-l} \left(3m + l + \frac{1}{2}\right) \left(3m + l + \frac{3}{2}\right) \dots \left(3m + k - \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.3.130)$$

Na sličan način mogu da se odrede momenti na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza. Na ulazima se pojavljuje Nakagami- m feding koji je identičan i nezavistan. To znači da su parametar m i srednja snaga Ω isti za sva tri diverziti ulaza. Neka je parametar fedinga $m=3$. Formiraju se 18 Gausovih vektora sa srednjom snagom 1. Odvoje se šest Gausovih vektora koji se kvadriraju [13]. Zatim se ovih šest vektora sabere i iz svakog člana ovog vektora nađe se kvadratni koren. Na ovaj način se formira vektor sa 1000 uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa. Na isti način se formiraju Nakagami- m vektori i na ostala dva ulaza u MRC prijemnik. Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednaka je zbiru 18 kvadriranih Gausovih vektora. Svi članovi od 18 Gausovih vektora se kvadriraju, sabiraju i od svakog člana se nađe kvadratni koren. Na ovaj način se dobija vektor od 1000 uzoraka slučajnog signala na izlazu iz MRC kombinera. Od ovog vektora se odrede prvi, drugi, treći i ostali momenti. Ovi momenti se određuju na sličan način kao u prethodnim primerima. Pomoću ovih momenata se određuje oštrina Nakagami- m fedinga. Kao i u prethodnim slučajevima može da se dobije više simuliranih vrednosti m iz više

realizacija. Zatim se određuje srednja vrednost za m koja ima najmanju grešku. Iz momenata može da se odredi i srednja snaga. Srednja snaga Ω je drugi moment m . Parametar m se jednostavno određuje iz drugog i četvrtog momenta.

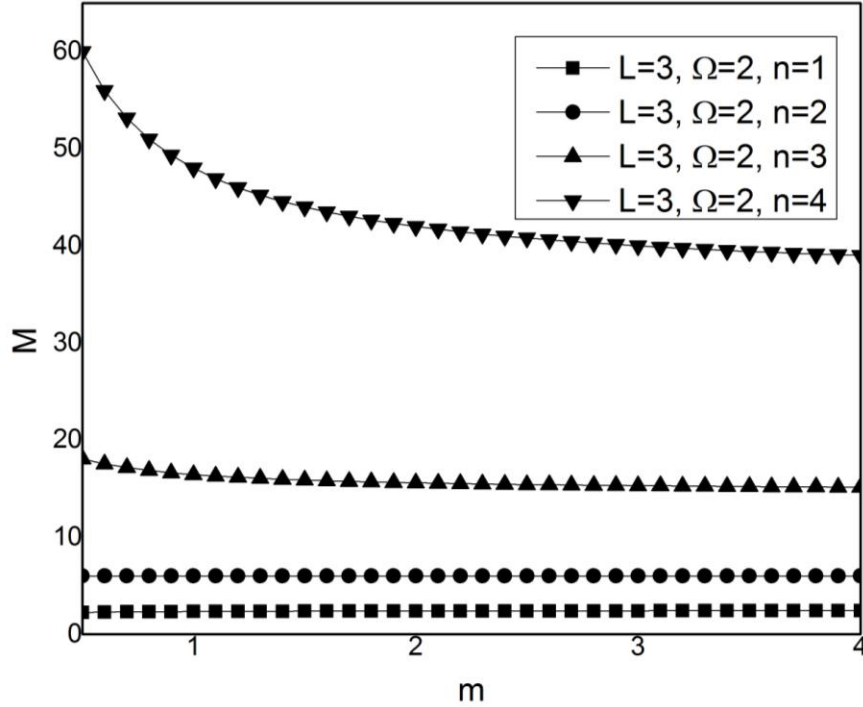


Slika 2.11. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza ($L=3$), kada je snaga signala $\Omega=1$.

Na slici 2.11 prikazani su moment u zavisnosti od Nakagami- m parametra m . Momenti se računaju za signal na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan fading čiji je parametar m procenjen. Na sva tri ulaza Nakagami- m fading ima isti parametar m i istu srednju snagu Ω koja je za posmatrani slučaj jednaka jedan. Ovaj dijagram je značajan pošto određuje ponašanje prvog, drugog i trećeg momenta u zavisnosti od parametra m . Treći moment opada sa porastom parametra m . Uticaj parametra m na treći moment je više značajan za manje vrednosti parametra m . Najmanje vrednosti ima prvi moment, nešto veće vrednosti ima drugi moment a najveće vrednosti ima treći moment [25].

Na slici 2.12 prikazani su moment na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza na kojima je prisutan nezavistan Nakagami- m sa istim parametrom m sa istom snagom signala na ulazima koja iznosi dva. Prikazani su prvi moment, drugi moment, treći moment i četvrti moment.

Najveće vrednosti ima četvrti moment, zatim treći moment i drugi moment, a najmanje vrednosti ima prvi moment. Ova slika pokazuje ponašanje momenta u zavisnosti od parametra m i srednje snage Ω [26].



Slika 2.12. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza ($L=3$), kada je snaga signala $\Omega=2$.

2.4. Momenti MRC prijelnika sa četiri ulaza

Posmatra se klasa momenata $m_1 - m_2 - m_{2n-1}$ [56].

Moment n -tog reda je signala na izlazu iz kombinera [12]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(4m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.4.1)$$

Moment prvog reda je:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(4m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.4.2)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{\Omega}{m} \frac{1}{\Gamma(4m)} \Gamma(4m + 1) = \frac{\Omega}{m} \frac{1}{\Gamma(4m)} 4m \Gamma(4m) = 4\Omega \quad (2.4.2)$$

$$\Omega = \frac{m_2}{4} \quad (2.4.3)$$

Moment $2n-1$ reda je [25]:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(4m + n - \frac{1}{2}\right) \quad (2.4.4)$$

Količnik između m_{2n-1} i m_1 je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n-1}}{m_1} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(4m + n - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(4m + \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1} \frac{\left(4m + n - \frac{3}{2}\right)\left(4m + n - \frac{5}{2}\right) \dots \left(4m + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(4m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(4m + \frac{1}{2}\right)} \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1} = \frac{m_2^{n-1}}{4^{n-1} m^{n-1}} \left(4m + \frac{1}{2}\right) \left(4m + \frac{3}{2}\right) \dots \left(4m + n - \frac{3}{2}\right) \quad (2.4.6)$$

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1 m_2^{n-1}} = \left(1 + \frac{1}{8m}\right) \left(1 + \frac{3}{8m}\right) \dots \left(1 + \frac{2n-3}{8m}\right) \quad (2.4.7)$$

za $n=2$ dobija se:

$$\frac{m_3}{m_1 m_2} = 1 + \frac{1}{8m}, \quad x = \frac{1}{8m} \quad (2.4.8)$$

$$x = \frac{m_3}{m_1 m_2} - 1 = \frac{m_3 - m_1 m_2}{m_1 m_2} \quad (2.4.9)$$

Parametar m je jednak [32]:

$$m = \frac{1}{8} \frac{m_1 m_2}{m_3 - m_1 m_2} \quad (2.4.10)$$

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1 m_2^{n-1}} = (1 + x)(1 + 3x) \dots (1 + (2n - 3)x) \quad (2.4.11)$$

Posmatra se klasa momenata $m_{2k-1}, m_{2(k-n)}, m_{2n-1}$.

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(4m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.4.12)$$

Moment $2k-1$ reda je [12]:

$$m_{2k-1} = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(4m + k - \frac{1}{2}\right) \quad (2.4.13)$$

Moment $2(k-n)$ -tog reda je:

$$\begin{aligned} m_{2(k-n)} &= \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \Gamma(4m + k - n) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} (4m + k - n - 1)(4m + k - n - 2) \dots 4m \Gamma(4m) = \\ &= \Omega^{k-n} 4 \left(4 + \frac{1}{m}\right) \left(4 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(4 + \frac{k-n-1}{m}\right) \end{aligned} \quad (2.4.14)$$

Moment $2n-1$ reda je [12]:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(4m + n - \frac{1}{2}\right) \quad (2.4.15)$$

Količnik između m_{2k-1} i m_{2n-1} je [32]:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(4m + k - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(4m + n - \frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \frac{(4m + k - \frac{3}{2})(4m + k - \frac{5}{2}) \dots (4m + n - \frac{1}{2}) \Gamma\left(4m + n - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(4m + n - \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \Omega^{k-n} \left(4 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(4 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(4 + \frac{2k-3}{2m}\right) \end{aligned} \quad (2.4.16)$$

Količnik između $\frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}}$ i $m_{2(k-n)}$ je [32]:

$$\frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1} m_{2(k-n)}} = \frac{\left(4 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(4 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(4 + \frac{2k-3}{2m}\right)}{4 \left(4 + \frac{1}{m}\right) \left(4 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(4 + \frac{k-n-1}{m}\right)} \quad (2.4.17)$$

$$m_{2k-1} 4 \left(4 + \frac{1}{m}\right) \left(4 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(4 + \frac{k-n-1}{m}\right) =$$

$$= m_{2n-1} m_{2(k-n)} \left(4 + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(4 + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(4 + \frac{2k-3}{2m}\right) \quad (2.4.18)$$

za $\frac{1}{m} = x$, dobija se:

$$\begin{aligned} m_{2k-1} 4(4+x)(4+2x) \dots (4+(k-n-1)x) &= \\ = m_{2n-1} m_{2(k-n)} \left(4 + \frac{2n-1}{2}x\right) \left(4 + \frac{2n+1}{2}x\right) \dots \left(4 + \frac{2k-3}{2}x\right) & \end{aligned} \quad (2.4.19)$$

Posmatra se klasa momenata m_2 i m_{2k} [12].

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(4m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.4.20)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(4m + 1) = \frac{1}{\Gamma(4m)} \frac{\Omega}{m} 4m \Gamma(4m) = 4\Omega \quad (2.4.21)$$

$$\Omega = \frac{m_2}{4} \quad (2.4.22)$$

Moment $2k$ -tog reda je:

$$\begin{aligned} m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(4m + k) = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k (4m + k - 1)(4m + k - 2) \dots 4m \Gamma(4m) = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k 4m(4m + 1)(4m + 2) \dots (4m + k - 1) = \\ &= \Omega^k 4 \left(4 + \frac{1}{m}\right) \left(4 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(4 + \frac{k-1}{m}\right) \end{aligned} \quad (2.4.23)$$

Količnik od m_{2k} i m_2^k je [32]:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \frac{\Omega^k 4 \left(4 + \frac{1}{m}\right) \left(4 + \frac{2}{m}\right) \dots \left(4 + \frac{k-1}{m}\right)}{4^k \Omega^k} \quad (2.4.24)$$

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \left(1 + \frac{1}{4m}\right) \left(1 + \frac{2}{4m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{4m}\right) \quad (2.4.25)$$

Neka je $\frac{1}{4m} = x$, $\frac{1}{4x} = m$.

Zamenom se dobija:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = (1+x)(1+2x) \dots (1+(k-1)x) \quad (2.4.26)$$

za $k=2$, dobija se:

$$\frac{m_4}{m_2^2} = 1+x, \quad x = \frac{m_4}{m_2^2} - 1 = \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.4.27)$$

Oštrina fedinga je [32]:

$$m = \frac{1}{4x} = \frac{1}{4} \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} \quad (2.4.28)$$

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$dm = \frac{\partial m}{\partial m_2} dm_2 + \frac{\partial m}{\partial m_4} dm_4 \quad (2.4.29)$$

za $k=3$, dobija se:

$$\frac{m_6}{m_2^3} = (1+x)(1+2x) \quad (2.4.30)$$

Razmatra se klasa estimatora $m_{2k} - m_{2n}$, $n > k$.

Moment n -tog reda je [24]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(4m + \frac{n}{2}\right) \quad (2.4.31)$$

Moment $2k$ -tog reda je [25]:

$$m_{2k} = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(4m + k) \quad (2.4.32)$$

Moment $2n$ -tog reda je:

$$m_{2n} = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^n \Gamma(4m + n) \quad (2.4.33)$$

Količnik od m_{2n}^k i m_{2k}^n je:

$$\frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} = \frac{\frac{1}{\Gamma(4m)^k} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^k(4m+n)}{\frac{1}{\Gamma(4m)^n} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^n(4m+k)} = \frac{\frac{1}{\Gamma(4m)^k} (4m+n-1)^k (4m+n-2)^k \dots (4m)^k \Gamma(4m)^k}{\frac{1}{\Gamma(4m)^n} (4m+k-1)^n (4m+k-2)^n \dots 4m^n \Gamma(4m)^n} =$$

$$= \frac{(4m)^k (4m+1)^k \dots (4m+n-1)^k}{(4m)^n (4m+1)^n \dots (4m+k-1)^n} \quad (2.4.34)$$

$$m_{2n}^k (4m)^n (4m+1)^n \dots (4m+k-1)^n = m_{2k}^n (4m)^k (4m+1)^k \dots (4m+n-1)^k \quad (2.4.35)$$

$$\frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} = (4m)^{k-n} (4m+1)^{k-n} \dots (4m+k-1)^{k-n} (3m+k)^{-n} \dots (3m+n-1)^{-n} =$$

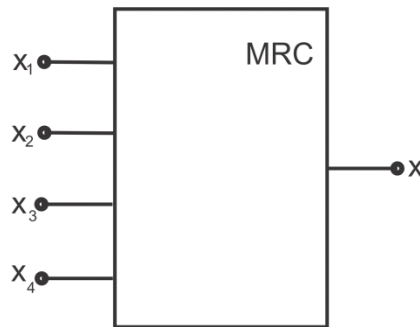
$$= \frac{1}{(4m)^{n-k} (4m+1)^{n-k} \dots (4m+k-1)^{n-k} (3m+k)^n \dots (3m+n-1)^n} \quad (2.4.36)$$

Rešavanjem ove jednačine dobija se oštrina fedinga m .

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$d_m = \left| \frac{\partial m}{\partial m_{2k}} \right| d_{m_{2k}} + \left| \frac{\partial m}{\partial m_{2n}} \right| d_{m_{2n}} \quad (2.4.37)$$

Na Slici 2.13 je prikazan MRC prijemnik sa četiri ulaza. Na ulazima je prisutan nezavistan i identičan Nakagami- m feding. Anvelope signala na ulazima su označene sa x_1 , x_2 , x_3 i x_4 . Anvelopa signala na izlazu iz MRC prijemnika je x .



Slika 2.13. MRC prijemnik sa četiri ulaza.

Kvadrat signala na izlazu iz MRC prijemnika jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima. Gustine verovatnoća signala na ulazima su:

x_i , $i = 1, 2, 3, 4$ su:

$$P_{x_i}(x_i) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_i^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_i^2}, \quad x_i \geq 0 \quad (2.4.38)$$

Kvadrat signal x_i je:

$$x_i^2 = x_{i1}^2 + x_{i2}^2 + \dots + x_{i2m}^2 \quad (2.4.39)$$

gde su $x_{i1}^2, x_{i2}^2, \dots, x_{i2m}^2$ nezavisne Gausove slučajne promenljive čije su srednje vrednosti nula, a varijanse su im jednake σ^2 .

Kvadrat signala na izlazu je jednak:

$$\begin{aligned} x^2 = & x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 + \\ & x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 + x_{41}^2 + x_{42}^2 + \dots + x_{42m}^2 \end{aligned} \quad (2.4.40)$$

Slučajna promenljiva x^2 ima χ^2 raspodelu [12], sa osam m stepena slobode. Na osnovu ovoga, x ima sledeću gustinu verovatnoće:

$$P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} x^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, \quad x \geq 0 \quad (2.4.41)$$

Moment n -tog reda od x je [25]:

$$\begin{aligned} m_n = & \int_0^\infty dx x^n P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} \int_0^\infty dx x^{8m-1+n} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} = \\ = & \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{4m+n/2} \Gamma\left(4m + \frac{n}{2}\right) = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(4m + \frac{n}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.4.42)$$

Prvih pet momenta su jednaki:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(4m + \frac{1}{2}\right) \quad (2.4.43)$$

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(4m + 1) = 4\Omega \quad (2.4.44)$$

$$m_3 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{3/2} \Gamma\left(4m + \frac{3}{2}\right) \quad (2.4.45)$$

$$m_4 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^2 \Gamma(4m + 2) \quad (2.4.46)$$

$$m_5 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{5/2} \Gamma\left(4m + \frac{5}{2}\right) \quad (2.4.47)$$

Momenti m_2 i m_4 su jednaki [26]:

$$m_2 = 4\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{4} \quad (2.4.48)$$

$$\begin{aligned} m_4 &= \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\Omega^2}{m^2} \Gamma(4m) 4m(4m + 1) = \frac{\Omega^2}{m^2} 4m(4m + 1) = \\ &= \frac{m_2^2}{(4m)^2} 4(4m + 1) = m_2^2 \left(1 + \frac{1}{4m}\right) \end{aligned} \quad (2.4.49)$$

Iz predhodne jednačine se dobija:

$$m = \frac{1}{4} \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} \quad (2.4.50)$$

Drugi i šesti moment su jednaki [12]:

$$m_2 = 4\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{4} \quad (2.4.51)$$

$$m_6 = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 \Gamma(4m + 3) = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^3 \Gamma(4m) 4m(4m + 1)(4m + 2) \quad (2.4.52)$$

$$\frac{m_2^3}{(4m)^3} 4m(4m + 1)(4m + 2) = m_2^3 \left(1 + \frac{1}{4m}\right) \left(1 + \frac{2}{4m}\right) \quad (2.4.53)$$

Neka je $x = \frac{1}{4m}$, $m = \frac{1}{4x}$.

$$\frac{m_6}{m_2^3} = a = (1 + x)(1 + 2x) \quad (2.4.54)$$

Rešavanjem ove jednačine dobija se oštrina fedinga m .

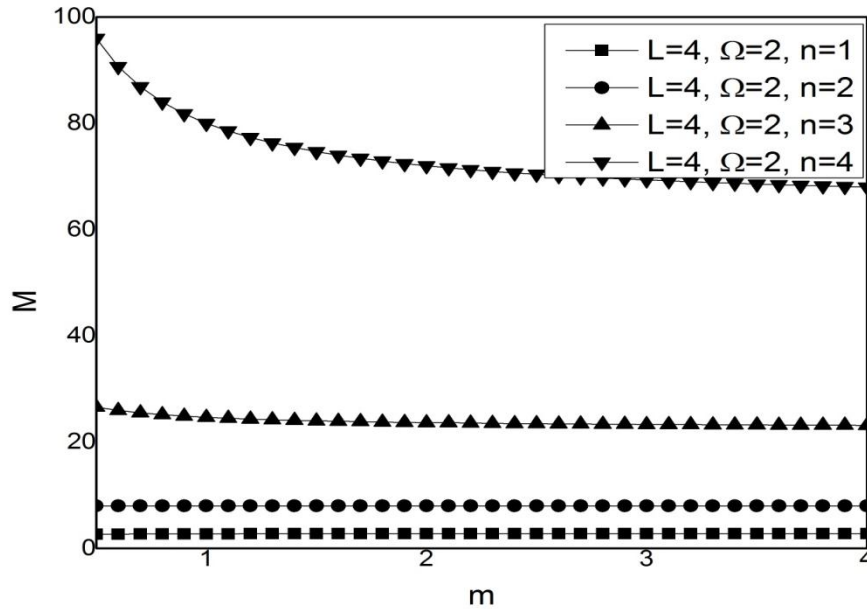
Drugi i $2k$ -ti momenti su jednaki [24]:

$$m_2 = 4\Omega, \quad \Omega = \frac{m_2}{4} \quad (2.4.55)$$

$$\begin{aligned}
m_{2k} &= \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(4m+k) = \frac{1}{\Gamma(4m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(4m)4m(4m+1)(4m+2) \dots (4m+k-1) = \\
&= \frac{m_2^k}{4^k m^k} 4m(4m+1)(4m+2) \dots (4m+k-1) = m_2^k \left(1 + \frac{1}{4m}\right) \left(1 + \frac{2}{4m}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{4m}\right)
\end{aligned}
\tag{2.4.56}$$

Iz predhodne jednačine se odredi oštrina fedinga m .

Na sličan način kao i MRC prijemnici sa dva i tri ulaza može da se razmatra i MRC prijemnik sa četiri ulaza. Na svakom od četiri ulaza prisutan je nezavistan i identičan Nakagami- m feding. Neka se simulira slučaj kada je parametar $m=3$. Za svaki Nakagami- m feding treba formirati šest nezavisnih Gausovih vektora. Znači treba formirati 24 nezavisna Gausova vektora. Pomoću ovih Gausovih vektora formiraju se četiri Nakagami- m vektora sa $m=3$. Kvadrat signala na izlazu jednak je zbiru 24 kvadrata Gausovih signala. Gausovi signali se kvadriraju, sabiraju i iz svakog člana nađe se kvadratni koren. Na ovaj način se dobija vektor od 1000 uzoraka signala na izlazu iz MRC prijemnika. Kao i u prethodnim slučajevima mogu da se odrede momenti signala na izlazu. Pomoću momenata se određuje oštrina fedinga i srednja kvadratna vrednost fedinga [25, 26].



Slika 2.14. Momenti u zavisnosti od parametra m , izračunati primenom MRC diverziteti tehnike sa četiri ulaza ($L=4$), kada je snaga signala $\Omega=2$.

2.5. Momenti MRC diverziti sistema sa L grana

Posmatra se klasa momenata $m_1 - m_2 - m_{2n-1}$ [56].

Moment n -tog reda je [25]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(Lm + \frac{n}{2}\right) \quad (2.5.1)$$

Moment prvog reda je:

$$m_1 = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(Lm + \frac{1}{2}\right) \quad (2.5.2)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{\Omega}{m} \frac{1}{\Gamma(Lm)} \Gamma(2m + 1) = \frac{\Omega}{m} \frac{1}{\Gamma(Lm)} Lm \Gamma(Lm) = L\Omega \quad (2.5.3)$$

$$\Omega = \frac{m_2}{L} \quad (2.5.4)$$

Moment $2n-1$ reda je [26]:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(Lm + n - \frac{1}{2}\right) \quad (2.5.5)$$

Količnik između m_{2n-1} i m_1 je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n-1}}{m_1} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma\left(Lm + n - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} \Gamma\left(Lm + \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1} \frac{\left(Lm + n - \frac{3}{2}\right) \left(Lm + n - \frac{5}{2}\right) \dots \left(Lm + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(Lm + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(Lm + \frac{1}{2}\right)} \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1 m_2^{n-1}} = \frac{1}{L^{n-1} m^{n-1}} \left(Lm + \frac{1}{2}\right) \left(Lm + \frac{3}{2}\right) \dots \left(Lm + n - \frac{3}{2}\right) \quad (2.5.7)$$

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1 m_2^{n-1}} = \left(1 + \frac{1}{2Lm}\right) \left(1 + \frac{3}{2Lm}\right) \dots \left(1 + \frac{2n-3}{2Lm}\right) \quad (2.5.8)$$

za $\frac{1}{2Lm} = x$, dobija se jednačina koju treba rešiti:

$$\frac{m_{2n-1}}{m_1 m_2^{n-1}} = (1+x)(1+3x) \dots (1+(2n-3)x) \quad (2.5.9)$$

za $n=2$ se dobija:

$$\frac{m_3}{m_1 m_2} = 1+x, \quad x = \frac{m_3}{m_1 m_2} - 1 = \frac{m_3 - m_1 m_2}{m_1 m_2} \quad (2.5.10)$$

$$\frac{1}{2Lm} = \frac{m_3 - m_1 m_2}{m_1 m_2} \quad (2.5.11)$$

$$m = \frac{1}{2L} \frac{m_1 m_2}{m_3 - m_1 m_2} \quad (2.5.12)$$

Posmatra se klasa momenata $m_{2k-1}, m_{2(k-n)}, m_{2n-1}$ gde je ($k > n$) [56].

Moment n -tog reda je [25]:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(Lm + \frac{n}{2}\right) \quad (2.5.13)$$

Moment $2k-1$ reda je:

$$m_{2k-1} = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma\left(Lm + k - \frac{1}{2}\right) \quad (2.5.14)$$

Moment $2(k-n)$ -tog reda je:

$$\begin{aligned} m_{2(k-n)} &= \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \Gamma(Lm + k - n) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} (Lm + k - n - 1)(Lm + k - n - 2) \dots Lm \Gamma(Lm) = \\ &= \Omega^{k-n} L \left(L + \frac{1}{m}\right) \left(L + \frac{2}{m}\right) \dots \left(L + \frac{k-n-1}{m}\right) \end{aligned} \quad (2.5.15)$$

Moment $2n-1$ reda je [26]:

$$m_{2n-1} = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma(Lm + n - 1/2) \quad (2.5.16)$$

Količnik između m_{2k-1} i m_{2n-1} je:

$$\frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}} = \frac{\frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-1/2} \Gamma(Lm+k-\frac{1}{2})}{\frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n-1/2} \Gamma(Lm+n-\frac{1}{2})} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{k-n} \frac{(Lm+k-\frac{3}{2})(Lm+k-\frac{5}{2})\dots(Lm+n-\frac{1}{2})\Gamma(Lm+n-\frac{1}{2})}{\Gamma(Lm+n-\frac{1}{2})} =$$

$$= \Omega^{k-n} \left(L + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(L + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(L + \frac{2k-3}{2m}\right) \quad (2.5.17)$$

Količnik između $\frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1}}$ i $m_{2(k-n)}$ je [32]:

$$\frac{m_{2k-1}}{m_{2n-1} m_{2(k-n)}} = \frac{\left(L + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(L + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(L + \frac{2k-3}{2m}\right)}{L \left(L + \frac{1}{m}\right) \left(L + \frac{2}{m}\right) \dots \left(L + \frac{k-n-1}{m}\right)} \quad (2.5.18)$$

$$m_{2k-1} L \left(L + \frac{1}{m}\right) \left(L + \frac{2}{m}\right) \dots \left(L + \frac{k-n-1}{m}\right) \quad (2.5.19)$$

$$= m_{2n-1} m_{2(k-n)} \left(L + \frac{2n-1}{2m}\right) \left(L + \frac{2n+1}{2m}\right) \dots \left(L + \frac{2k-3}{2m}\right) \quad (2.5.20)$$

za $\frac{1}{m} = x$, dobija se:

$$m_{2k-1} L(L+x)(L+2x) \dots (L+(k-n-1)x) =$$

$$= m_{2n-1} m_{2(k-n)} \left(L + \frac{2n-1}{2}x\right) \left(L + \frac{2n+1}{2}x\right) \dots \left(L + \frac{2k-3}{2}x\right) \quad (2.5.21)$$

Posmatra se klasa momenata m_2 i m_{2k} [56].

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(Lm + \frac{n}{2}\right) \quad (2.5.22)$$

Moment drugog reda je:

$$m_2 = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \frac{\Omega}{m} \Gamma(Lm + 1) = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \frac{\Omega}{m} Lm \Gamma(Lm) = L\Omega \quad (2.5.23)$$

$$\Omega = \frac{m_2}{L} \quad (2.5.24)$$

Moment $2k$ -tog reda je:

$$m_{2k} = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(Lm + k) = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k (Lm + k - 1)(Lm + k - 2) \dots Lm \Gamma(Lm) =$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k Lm(Lm+1)(Lm+2)\dots(Lm+k-1) = \\
&= \Omega^k L \left(L + \frac{1}{m}\right) \left(L + \frac{2}{m}\right) \dots \left(L + \frac{k-1}{m}\right) \quad (2.5.25)
\end{aligned}$$

Količnik od m_{2k} i m_2^k je [32]:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \frac{\Omega^k L \left(L + \frac{1}{m}\right) \left(L + \frac{2}{m}\right) \dots \left(L + \frac{k-1}{m}\right)}{L^k \Omega^k} \quad (2.5.26)$$

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = \left(1 + \frac{1}{Lm}\right) \left(1 + \frac{2}{Lm}\right) \dots \left(1 + \frac{k-1}{Lm}\right) \quad (2.5.27)$$

Neka je $\frac{1}{Lm} = x, \frac{1}{Lx} = m$.

Zamenom se dobija:

$$\frac{m_{2k}}{m_2^k} = ((1+x)(1+2x)\dots(1+(k-1)x)) \quad (2.5.28)$$

za $k=2$, dobija se:

$$\frac{m_4}{m_2^2} = 1+x, \quad x = \frac{m_4}{m_2^2} - 1 = \frac{m_4 - m_2^2}{m_2^2} \quad (2.5.29)$$

Oštrina fedinga je:

$$m = \frac{1}{L} \frac{m_2^2}{m_4 - m_2^2} \quad (2.5.30)$$

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial m_2} d_{m_2} + \frac{\partial m}{\partial m_{2k}} d_{m_{2k}} \quad (2.5.31)$$

za $k=3$, dobija se [32]:

$$\frac{m_6}{m_2^3} = (1+x)(1+2x) = 1 + 3x + 2x^2 \quad (2.5.32)$$

Razmatra se klasa estimatora $m_{2k} - m_{2n}, n > k$.

Moment n -tog reda je:

$$m_n = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \Gamma\left(Lm + \frac{n}{2}\right) \quad (2.5.33)$$

Moment $2k$ -tog reda je [26]:

$$m_{2k} = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^k \Gamma(Lm + k) \quad (2.5.34)$$

Moment $2n$ -tog reda je:

$$m_{2n} = \frac{1}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^n \Gamma(Lm + n) \quad (2.5.35)$$

Količnik od m_{2n}^k i m_{2k}^n je:

$$\begin{aligned} \frac{m_{2n}^k}{m_{2k}^n} &= \frac{\frac{1}{\Gamma(Lm)^k} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^k(Lm+n)}{\frac{1}{\Gamma(Lm)^n} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{nk} \Gamma^n(Lm+k)} = \frac{\frac{1}{\Gamma(Lm)^k} (Lm+n-1)^k (Lm+n-2)^k \dots (Lm)^k \Gamma(Lm)^k}{\frac{1}{\Gamma(Lm)^n} (Lm+k-1)^n (Lm+k-2)^n \dots Lm^n \Gamma(Lm)^n} = \\ &= \frac{(Lm)^k (Lm+1)^k (Lm+2)^k \dots (Lm+n-1)^k}{(Lm)^n (Lm+1)^n (Lm+2)^n \dots (Lm+k-1)^n} \end{aligned} \quad (2.5.36)$$

$$m_{2n}^k (Lm)^n (Lm+1)^n \dots (Lm+k-1)^n = m_{2k}^n (Lm)^k (Lm+1)^k \dots (Lm+n-1)^k \quad (2.5.37)$$

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$d_m = \left| \frac{\partial m}{\partial m_{2k}} \right| d_{m_{2k}} + \left| \frac{\partial m}{\partial m_{2n}} \right| d_{m_{2n}} \quad (2.5.38)$$

3. MERNÁ METODA ZA ODREĐIVANJE PARAMETRA NAKAGAMI- m FEDINGA METODOM OSNIH PRESEKA

U ovoj glavi razmatra se procena parametara fedinga metodom osnih preseka signala. Detaljno je razmatran slučaj određivanja oštine Nakagami- m fedinga i srednje kvadratne vrednosti Nakagami- m fedinga u kanalu u kome je prisutan Nakagami- m feding. U radu je određen srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive. Kvadrat Nakagami- m slučajne promenljive jednak je zbiru $2m$ kvadrata Gausovih slučajnih promenljivih [9]. Na osnovu ove relacije je zaključeno da prvi izvodi imaju uslovnu Gausovu gustinu verovatnoće. U radu je određeno da je srednja vrednost ove raspodele nula, a da varijansa ove raspodele zavisi od Nakagami- m slučajne promenljive koja se razmatra [11]. Zatim je izračunata združena gustina verovatnoće razmatrane Nakagami- m slučajne promenljive i prvog izvoda od razmatrane Nakagami- m slučajne promenljive [25]. Pomoću ovog izraza određen je srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa kao srednja vrednost od prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive. Ovako dobijeni srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa zavisi od oštine fedinga i srednje kvadratne vrednosti Nakagami- m slučajne promenljive [26]. Estimator koji radi na principu srednjeg broja osnih preseka treba da izbroji srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive za jedan nivo anvelope signala ili dve vrednosti osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive za dve vrednosti anvelope signala, tri vrednosti srednjeg broja osnih preseka signala za tri vrednosti nivoa anvelope Nakagami- m signala ili za više vrednosti srednjeg broja osnih preseka ako je potrebno. Na osnovu merenih vrednosti i na osnovu teorijskih vrednosti mogu se formirati dve jednačine koje mogu poslužiti za određivanje

oštrine fedinga i srednje kvadratne vrednosti Nakagami- m fedinga. Ovako posmatrane jednačine su glomazne i teške za rešavanje jer sadrže Gama funkcije i eksponencijalne funkcije [32]. Jednostavno rešenje se dobija kada se posmatraju tri vrednosti broja osnih preseka za tri vrednosti nivoa anvelope signala. Od ove tri jednačine formiraju se dva količnika srednjih broja osnih preseka, a zatim se ove dve jednačine logaritmuju. Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se parameter m u eksponencijalnom obliku kao funkcija u zavisnosti od tri vrednosti broja osnih preseka i tri vrednosti nivoa anvelope signala. U radu je simulacijom dobijen Nakagami- m slučajni proces za odgovarajuće vrednosti parametra m i srednje kvadratne vrednosti anvelope procesa Ω [13]. Zatim su određene tri vrednosti nivoa anvelope i za svaku od ovih nivoa izbrojen je srednji broj osnih preseka. Za ove vrednosti brojeva osnih preseka za odgovarajuće nivoe izračunat je parameter m . Dobijeni rezultat je odgovarajući. U radu je zatim izračunat totalni diferencijal parametra m i odgovarajući parcijalni izvodi [32]. Dobijeni rezultati pokazuju da se na bazi dobijene relacije mogu konstruisati estimatori koji u realnom vremenu mogu izračunati parametar m i srednju kvadratnu vrednost anvelope signala i dobijeni rezultat proslediti predajniku koji adaptivno određuje vrstu modulacije. Greška koju čini ovako konstruisani estimator određuje se pomoću totalnog diferencijala. Za predstavljeni estimator formiraju se tri jednačine sa tri merena parametra i dobijeni izraz za parametar m omogućava brzo izračunavanje. Potrebno je analizirati i dve jednačine u kojima se nalaze dva merena parametra. U ovom slučaju totalni diferencijal ima dva člana [32].

Diverziti tehnika sa MRC prijemnikom može da se primeni da se odredi oštrina Nakagami- m fedinga i srednja kvadratna vrednost Nakagami- m anvelope metodom osnih preseka [25]. Primenjuje se MRC tehnika sa dva, tri i četiri ulaza. Prvo je razmatran MRC prijemnik sa dva ulaza. Na ulazima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m feding sa $m=3$ i srednja kvadratna vrednost je 1. Formiraju se 12 Gausovih vektora. Pomoću ovih Gausovih vektora formiraju se Nakagami- m vektori na ulazima u MRC kombiner. Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je zbiru 12 kvadriranih Gausovih vektora. Gausovi vektori se kvadiraju, sabiraju i korenuju i na ovaj način se dobija vektor sa 1000 uzoraka slučajnog procesa signala na izlazu iz MRC kombinera. Za određene nivoe anvelope signala na izlazu se određuje srednji broj osnih preseka. Odredi se razlika između nivoa signala za koji se određuje srednji broj osnih preseka i uzoraka signala u formiranom vektoru. Svake dve susedne razlike se pomnože i broj dobijenih

negativnih vrednosti se sabiraju. Ovaj zbir je broj osnih preseka. Odrede se tri vrednosti osnih preseka za tri vrednosti nivoa anvelope. Pomoću ovih šest parametara odrede se parametri Nakagami- m fedinga. Kao i u prethodnom slučaju oštrina fedinga m može da se odredi sa više kombinacija od tri vrednosti nivoa anvelope za koje se određuje srednji broj osnih preseka. Više dobijenih vrednosti za oštrinu fedinga se sabiraju i podele sa brojem realizacija. U ovom primeru se za parametar m dobija vrednost približno 2. Takođe se razmatra MRC prijemnik sa tri ulaza. Za $m=4$ kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je zbiru 24 kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih. Kao i u prethodnim slučajevima formira se vektor od 1000 uzoraka slučajnog signala na izlazu iz MRC prijemnika. Za slučajni proces signala na izlazu srednji broj osnih preseka je izračunat, a zatim je određena i oštrina fedinga m . Oštrina fedinga je procenjena i za slučaj kada MRC ima četiri ulaza. Najbolji se rezultati postižu za slučaj kada MRC prijemnik ima četiri ulaza. Rezultati određivanja parametara Nakagami- m fedinga mogu se odrediti raznim diverziti tehnikama. U ovom radu je razmatrana MRC diverziti tehnika. MRC diverziti tehnika daje najbolje rezultate. Implementacija MRC prijemnika je veoma složena. Kod MRC diverziti tehnike treba proceniti vrednosti anvelope i faze signala na prijemu. Zbog ovoga treba na svakoj diverziti grani dovesti povorku impulsa na osnovu koje se procenjuje vrednost anvelope korisnog signala i vrednost interference ako je prisutna. Implementacija MRC prijemnika je više složena i skuplja nego implementacija SC i EGC prijemnika. Ako su Gausovi šumovi u granama MRC prijemnika jednaki, onda je snaga signala na izlazu iz MRC prijemnika jednaka zbiru snaga signala na njegovim ulazima. U radu su razmatrani slučajevi kada MRC ima dva, tri i četiri ulaza. Na svakom od ulaza prisutan je nezavisni Nakagami- m feding. Nakagami- m feding na ulazima je identičan, odnosno snage Nakagami- m fedinga i oštrine Nakagami- m fedinga na ulazima u MRC prijemnik su iste [26].

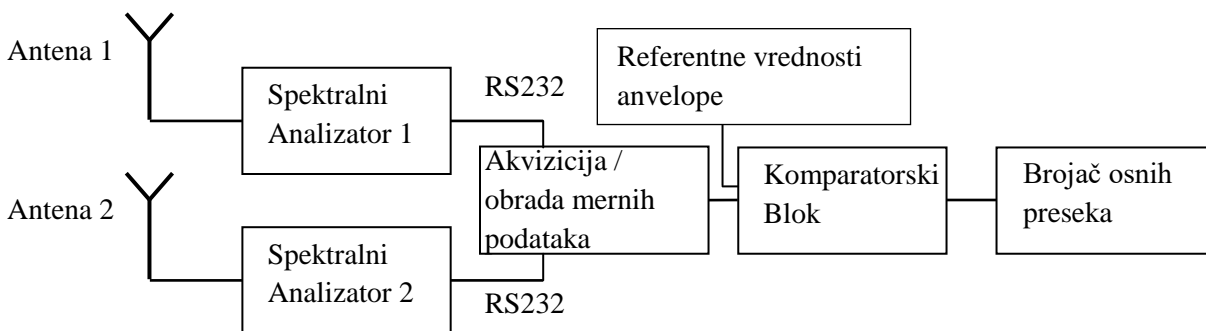
Parametar m može takođe biti izračunat kombinovanom metodom, kombinacijom osnih preseka i momenata [56]. Može biti upotrebljen neki broj osnih preseka i moment. Drugi moment je srednja kvadratna vrednost signala. U izrazu za srednji broj osnih preseka se zameni srednja kvadratna vrednost signala sa drugim momentom koji je dobijen na osnovu eksperimentalno izračunatih vrednosti uzoraka Nakagami- m anvelope signala. Na ovaj način se dobija jednačina koja sadrži srednji broj osnih preseka anvelope, nivo anvelope za koju je izračunat srednji broj osnih preseka, drugi moment uzoraka signala i oštrina Nakagami- m

fedinga. Iz ove jednačine može se rešiti parametar m Nakagami- m fedinga. Međutim, ova jednačina je komplikovana za rešavanje jer u sebi sadrži Gama funkcije. Problem je što se u ovom slučaju parametar m ne može dobiti u zatvorenom obliku. Može se iskoristiti metod aproksimacije već razmatran u literaturi. Može se parametar m predstaviti kao polinom koji zavisi od srednjeg broja osnih preseka i drugog momenta, a zatim se metodom minimalne srednje kvadratne greške odrede koeficijenti. Dobijeni izraz ima slobodan član, dva linearna člana, dva kvadratna člana i član koji sadrži proizvod drugog momenta i srednjeg broja osnih preseka. Na ovaj način treba da se odrede pet koeficijenata. Problem može da se reši i na drugi način. Mogu se razmatrati dve vrednosti osnih preseka za dve vrednosti nivoa anvelope i drugi moment uzorka signala za određivanje parametra m . Prvo se podele dve vrednosti osnih preseka signala, a zatim se dobijeni izraz logaritmuje. Iz dobijenog izraza može da se izračuna parametar m u zatvorenom obliku u kome se umesto srednje kvadratne vrednosti zameni drugi moment uzorka anvelope signala. Na ovaj način je parametar m dobijen u zatvorenom obliku. Ovo je daleko jednostavnije nego prethodni metod ali su sada prisutne tri merene veličine, a u prethodnom primeru su bile prisutne dve merene veličine. U drugom slučaju je veće vreme određivanja parametra m . U prvom primeru greška nastaje zbog odgovarajuće aproksimacije, a u drugom slučaju greška nastaje zbog većeg broja merenja. Treba proceniti u kom je slučaju greška pri određivanju parametra m veća. U svakom slučaju je jednostavnije za određivanje parametra m odrediti dve vrednosti osnih preseka anvelope signala i drugi moment.

Izračunavanje oštine Nakagami- m fedinga i srednje snage Ω može se simulirati na računaru metodom izračunavanja broja osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa. U radu je formiran Nakagami- m slučajni proces za $m=3$ [13]. Za ovu simulaciju je iskorišćeno pravilo da je kvadrat Nakagami- m tri slučajna procesa jednak zbiru šest kvadriranih Gausovih slučajnih procesa, srednja vrednost im je nula i imaju varijansu 1. U MATLAB-u je formirano šest Gausovih vektora sa po 1000 članova [13]. Svaki član jednak je kao i vrednost jednog Gausovog uzorka. Gausovi uzorci kod svih šest Gausovih vektora su kvadrirani. Zatim je formiran jedan vektor koji je jednak zbiru ovih šest kvadriranih Gausovih vektora. Svaki član ovog vektora jednak je zbiru odgovarajućih članova svih šest dobijenih vektora. Ovako dobijeni vektor je jednak kvadriranom Nakagami- m vektoru za $m=3$ i $\Omega=1$. Korenovanjem svakog člana ovako dobijenog vektora dobija se vektor sa 1000 uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa. Teorijski

smo pokazali da oštrina fedinga m zavisi od tri vrednosti broja osnih preseka za tri vrednosti nivoa signala. U ovom radu je napravljen program za određivanje srednjih broja osnih preseka. Srednji broj osnih preseka je definisan kao broj osnih preseka u pozitivnom ili negativnom smeru u jedinici vremena. Prvo se odrede dve razlike za dva susedna uzorka sa nivoom za koji se određuje srednji broj osnih preseka. Ove razlike mogu da budu obe pozitivne, obe negativne ili jedna pozitivna i jedna negativna. Proizvod ove dve razlike je pozitivan ili negativan. Kada je ovaj proizvod negativan dolazi do osnog preseka. Broj osnih preseka jednak je broju kada je izračunati proizvod negativan. Na ovaj način se simulacijom dobija broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa. Broj osnih preseka može da se izračuna u zavisnosti od nivoa signala. Za određivanje Nakagami- m fedinga potrebne su tri vrednosti broja osnih preseka i onda pomoću odgovarajućeg izraza može da se odredi oštrina fedinga m . Ovako dobijena vrednost trebalo bi da bude približno 3. Oštrina fedinga može da se odredi za razne tri vrednosti nivoa signala i za razne realizacije Nakagami- m slučajnog procesa. Sve ove vrednosti oštrine fedinga su slučajno određene, mogu da se saberu i da se ovaj zbir podeli sa brojem realizacija. Na ovaj način se dobija najmanja greška između vrednosti dobijene simulacijom i stvarne vrednosti.

Sušтина merne metode za određivanje parametra m Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka je određivanje broja osnih preseka anvelope Nakagami- m signala. Broj osnih preseka Nakagami- m signala može se odrediti uz pred definisanu jednu, dve, tri ili više konstantnih vrednosti anvelope signala. Ova metoda se može primeniti na prijemnom sistemu sa jednom antenom, diverziti sistemu sa dve ili više antena primenom različitih diverziti tehnika. Blok dijagram ove merne metode je prikazan na slici 3.1 za slučaj prijemnog sistema sa dve usmerene antene (prostorni diverziti).



Slika 3.1. Blok dijagram.

U radu se takođe pokazuje da se primenom različitih diverziti tehnika sa primenom više antena na prijemu ostvaruje veća tačnost kod primene merne metode za oodređivanje parametara m Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka. Na ovaj način se otvaraju mogućnosti primene merne metode za ocenu parametara Nakagami- m fedinga u raznovrsnim propagacionim okruženjima.

Merni sistem se sastoji od dve prijemne antene (moguće je koristiti i jednu prijemnu antenu kod klasičnog pristupa) čiji izlazi se dovode na ulaze dva analizatora spektra. Spektralni analizatori se kontrolišu sa strane PC računara (komunikacija između spektralnih analizatora i PC računara se izvodi preko serijskog RS-232 komunikacionog porta). Akviziciju podataka je moguće uraditi korišćenjem različitih desk-top PC aplikacija (u ovom slučaju jednostavno je takođe koristiti LabView programski paket). Prikupljeni uzorci anvelope Nakagami- m signala se dalje obrađuju matematičkim metodama opisanim u daljem tekstu. Suština obrade akviziranih signala je definisanje tri referentna nivoa anvelope signala, oduzimanje svakog akviziranog uzorka anvelope od definisanog konstantnog nivoa (za svaki nivo), množenje susednih razlika za svaki uzorak anvelope i brojanje negativnih susednih razlika koja predstavljaju broj osnih preseka anvelope Nakagami- m signala.

3.1. Određivanje parametra m Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka

Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa se određuje kao srednja vrednost prvog izvoda slučajnog procesa [26]. Srednji broj osnih preseka se određuje za određenu vrednost nivoa signala. Da bi se odredio srednji broj osnih preseka potrebno je poznavati statističke karakteristike prvog izvoda slučajnog procesa. Statističkim metodama potrebno je odrediti gustinu verovatnoće slučajne promenljive ili združenu gustinu verovatnoće slučajne promenljive koja definiše slučajni proces i prvi izvod slučajnog procesa. U analizi u ovom radu se razmatra Nakagami- m slučajni proces i Nakagami- m slučajna promenljiva. Nakagami- m slučajna promenljiva jednaka je zbiru $2m$ kvadrata nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih [9]. Gausove slučajne promenljive su međusobno nezavisne i imaju srednje vrednosti nula i imaju iste varijanse. Prvi izvod od Nakagami- m slučajne promenljive može da se izrazi u zavisnosti od

prvih izvoda Gausovih slučajnih promenljivih. Varijansa prvog izvoda od Gausove slučajne promenljive zavisi od maksimalne Doplerove frekvence i varijanse Gausovog slučajnog procesa čiji je izvod određen [12]. Na ovaj način je gustina verovatnoće prvog izvoda Gausovog slučajnog procesa određena. Linearna transformacija Gausovih slučajnih promenljivih je Gausova slučajna promenljiva [11]. Da bi se odredila varijansa zbira, prvo je potrebno odrediti srednju kvadratnu vrednost zbira. Srednja kvadratna vrednost zbira se određuje na taj način što se zbir kvadrira, a zatim se određuje srednja vrednost svakog sabirka. Varijansa zbira se sada može odrediti kao razlika srednje kvadratne vrednosti zbira i kvadrata srednje vrednosti zbira. Na ovaj način u radu je određena Gausova gustina verovatnoće od prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive. Nakagami- m slučajna promenljiva i njen prvi izvod su međusobno nezavisni [11]. Zbog ovoga je združena gustina verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i njenog prvog izvoda jednaka proizvodu gustine verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i gustine verovatnoće Gausove slučajne promenljive prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive. Na ovaj način može da se izračuna združena gustina verovatnoće od Nakagami- m slučajne promenljive i njenog prvog izvoda. Srednji broj osnih preseka dobija se rešavanjem integrala koji se sastoji od proizvoda prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive i združene gustine verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i njenog prvog izvoda. Koristeći da je srednja vrednost od jednostrane Gausove slučajne promenljive jednaka varijansi Gausove slučajne promenljive, može da se odredi srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive. Srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive sadrži tri parametra. Jedan parametar je oštrina fedinga m , drugi parametar je srednja kvadratna vrednost Ω i treći parametar je nivo signala x za koji se određuje srednji broj osnih preseka. Mogu se dobiti razne vrednosti broja osnih preseka u zavisnosti od parametra x i za razne vrednosti parametra m i Ω . Parametar m uzima vrednost od 0.5 do ∞ . Za razne vrednosti m , srednji broj osnih preseka uzima neke vrednosti. Kada je parametar $m=1$, onda dobijeni izraz za srednji broj osnih preseka odgovara Rejljevom slučajnom procesu [26]. Kada je $m=0.5$, feding je vrlo oštar i broj osnih preseka odgovara jednostranom Gausovom slučajnom procesu. Kada parametar m se povećava oštrina fedinga opada i performanse sistema se poboljšavaju. Kada parametar m ide ka beskonačnosti, onda nema fedinga. Broj osnih preseka na složen način zavisi od parametra m . Parametar m se pojavljuje kao stepen i nalazi se u eksponentu ili kao proizvod. Kada se za neku vrednost nivoa signala odredi srednji broj osnih preseka, ova jednačina ima dve slučajne

promenljive. Ove promenljive su parametar m i srednja snaga Ω . Da bi se odredili ovi parametri potrebne su dve jednačine. Rešavanje ovih transcendentnih jednačina je veoma komplikovano. Zbog ovoga se formiraju tri ovakve jednačine. Koristeći tri ovakve jednačine, može metodom eliminacije da se odrede parametri m i Ω u zatvorenom obliku. Estimator, koji koristi srednji broj osnih preseka za određivanje parametara m i Ω računa za tri vrednosti srednjeg broja osnih preseka i na osnovu ovih šest parametara određuje oštrinu fedinga m i srednju kvadratnu vrednost Nakagami- m fedinga anvelope Ω . Ovaj estimator se može efikasno iskoristiti kod adaptivnih telekomunikacionih sistema za povećanje kapaciteta kanala u bilo kom frekventnom opsegu. Adaptivni sistem se koristi u sredinama u kojima je parametar m sporo promenljiv, a takođe i srednja kvadratna vrednost anvelope odnosno snaga korisnog signala. Snaga signala može da bude promenljiva zbog vrlo sporog fedinga. Telekomunikacioni sistem se dimenzioniše za neku srednju vrednost oštine fedinga m i srednje kvadratne vrednosti anvelope Ω . Za ove vrednosti parametara sistem ima verovatnoću greške koja odgovara srednjoj brzini prenosa koja je određena modulacijom. Ako se parametar m poveća, onda se uticaj fedinga na performanse sistema smanji i verovatnoća greške se smanji. Sistem je adaptivan tako da se modulacija promeni u smislu povećanja kapaciteta kanala. Sistem se slično ponaša kada se snaga anvelope menja sporo. Kada se snaga anvelope povećava onda se verovatnoća greške smanji. Modulacija se promeni na više nivoa pri čemu se verovatnoća greške poveća na prvobitnu vrednost, ali se poveća kapacitet kanala. Kada se srednja kvadratna vrednost anvelope smanji, onda se verovatnoća greške poveća. Modulacija se promeni tako da se broj nivoa smanji pri čemu se kapacitet kanala smanji, ali se smanji verovatnoća greške na dozvoljenu vrednost. Na ovaj način je opisan princip rada adaptivnog sistema koji povećava kapacitet kanala, a pri tome verovatnoća greške sistema odnosno kvalitet prenosa se ne menja.

Nakagami- m raspodela ima veliku primenu za modelovanje amplitude signala u bežičnim digitalnim radio sistemima kod kojih je prisutan brzi feding nastao zbog prostiranja signala po više puteva. Kvadrat Nakagami- m slučajne promenljive može da se predstavi sa srednjom vrednošću nula i sa varijansom σ^2 . Na osnovu ovoga je:

$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2m}^2 \quad (3.1.1)$$

gde su $x_i, i=1,2 \dots 2m$ nezavisne i identične Gausove slučajne promenljive sa gustinom verovatnoće:

$$P_{x_i}(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x_i^2}{2\sigma^2}}, \quad i = 1,2 \dots 2m \quad (3.1.2)$$

Nakagami- m slučajna promenljiva x^2 ima gustinu verovatnoće [25]:

$$P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, x \geq 0 \quad (3.1.3)$$

Prvi izvod od Nakagami- m slučajne promenljive x je:

$$\dot{x} = \frac{1}{x}(x_1\dot{x}_1 + x_2\dot{x}_2 + \dots + x_{2m}\dot{x}_{2m}) \quad (3.1.4)$$

Srednja vrednost od \dot{x} je:

$$\bar{\dot{x}} = \frac{1}{x}(x_1\bar{\dot{x}}_1 + x_2\bar{\dot{x}}_2 + \dots + x_{2m}\bar{\dot{x}}_{2m}) = 0 \quad (3.1.5)$$

Pošto je:

$$\bar{\dot{x}}_1 = \bar{\dot{x}}_2 = \dots = \bar{\dot{x}}_{2m} = 0 \quad (3.1.6)$$

Varijansa od \dot{x} je jednaka:

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \frac{1}{x^2}(x_1^2\sigma_{\dot{x}_1}^2 + x_2^2\sigma_{\dot{x}_2}^2 + \dots + x_{2m}^2\sigma_{\dot{x}_{2m}}^2) \quad (3.1.7)$$

gde je :

$$\sigma_{\dot{x}_1}^2 = \sigma_{\dot{x}_2}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{2m}}^2 = 2\pi^2\sigma^2 f_m^2 = f^2 \quad (3.1.8)$$

Zamenom se dobija:

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \frac{1}{x^2}f^2(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2m}^2) = f^2 \quad (3.1.9)$$

Prvi izvodi od Gausovih slučajnih promenljivih x_1, x_2, x_{2m} su $\dot{x}_1, \dot{x}_2 \dots \dot{x}_{2m}$ su Gausove slučajne promenljive [26].

Prvi izvod od Nakagami- m anvelope \dot{x} je linearna transformacija od Gausovih slučajnih promenljivih $\dot{x}_1, \dot{x}_2 \dots \dot{x}_{2m}$, i zbog toga \dot{x} ima Gausovu gustinu verovatnoće.

$$P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} \quad (3.1.10)$$

Iz (3.1.8) i (3.1.9) se vidi da su Nakagami- m slučajna promenjiva i prvi izvod od Nakagami- m slučajne promenjive međusobno nezavisni. Na osnovu ovoga je združena gustina verovatnoće Nakagami- m slučajne promenjive x i prvog izvoda od Nakagami- m slučajne promenjive \dot{x} jednaka:

$$P_{\dot{x}x}(\dot{x}x) = P_x(x)P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} \quad (3.1.11)$$

Srednji broj osnih preseka od anvelope Nakagami- m anvelope x jednaka je srednjoj vrednosti od prvog izvoda od anvelope x :

$$\begin{aligned} N_x &= \int_0^\infty \dot{x} P_{\dot{x}x}(\dot{x}x) d\dot{x} = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \int_0^\infty d\dot{x} \frac{\dot{x}}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} = \\ &= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m-1/2} x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f m \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Srednje vrednosti osnih preseka N_{x_1}, N_{x_2} za vrednosti x_1 i x_2 su:

$$N_{x_1} = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m-1/2} x_1^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f m \quad (3.1.13)$$

$$N_{x_2} = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m-1/2} x_2^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f m \quad (3.1.14)$$

Deljenjem prethodnih izraza dobija se:

$$\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_1^2 - x_2^2)} \quad (3.1.15)$$

Logaritam ovog izraza je:

$$\ln\left(\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}}\right) = (2m-1)\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_1^2 - x_2^2) \quad (3.1.16)$$

Parametar m može biti određen pomoću metode momenata. U ovom slučaju se može izračunati Ω iz prethodne jednačine u obliku:

$$\frac{m}{\Omega}(x_1^2 - x_2^2) = (2m - 1)\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}}\right) \quad (3.1.17)$$

$$\Omega = m \frac{m(x_1^2 - x_2^2)}{(2m-1)\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}}\right)} \quad (3.1.18)$$

Merenjem uzoraka anvelope može da se odredi srednja vrednost Ω odnosno drugi momenat. Oštrina Nakagami- m fedinga je u ovom slučaju jednaka:

$$2m\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_1^2 - x_2^2) = \ln\left(\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}}\right) \quad (3.1.19)$$

$$m\left(2\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - \frac{1}{\Omega}(x_1^2 - x_2^2)\right) = \ln\left(\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}}\right) + \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad (3.1.20)$$

$$m = \frac{\ln\left(\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}}\right) + \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)}{2\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - \frac{1}{\Omega}(x_1^2 - x_2^2)} \quad (3.1.21)$$

Tri vrednosti osnih preseka Nakagami- m anvelope za tri vrednosti anvelope mogu da se izračunaju pomoću formula:

$$N_{x_1} = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m-1/2} x_1^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.1.22)$$

$$N_{x_2} = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m-1/2} x_2^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.1.23)$$

$$N_{x_3} = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m-1/2} x_3^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_3^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.1.24)$$

Iz prethodnih izraza se dobija:

$$\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2)} \quad (3.1.25)$$

$$\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_3^2 - x_1^2)} \quad (3.1.26)$$

Logaritmovanjem se dobija:

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) = (2m - 1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2) \quad (3.1.27)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) = (2m - 1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_3^2 - x_1^2) \quad (3.1.28)$$

$$(2m - 1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) = \frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2) \quad (3.1.29)$$

$$(2m - 1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) = \frac{m}{\Omega}(x_3^2 - x_1^2) \quad (3.1.30)$$

$$\frac{(2m-1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)}{(2m-1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)} = \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{(x_3^2 - x_1^2)} \quad (3.1.31)$$

$$\begin{aligned} & (2m - 1)(x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) = \\ & = (2m - 1)(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \end{aligned} \quad (3.1.32)$$

$$2m = \frac{(x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)}{(x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} + 1 \quad (3.1.33)$$

Odakle se može izračunati parametar m .

Totalni diferencijal od m je jednak [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \quad (3.1.34)$$

Parcijalni izvod $\frac{\partial m}{\partial N_{x_1}}$ je [32]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} &= \frac{1}{2} \frac{1}{(x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \cdot \left(-\frac{1}{N_{x_1}}(x_3^2 - x_1^2) + \frac{1}{N_{x_1}}(x_2^2 - x_1^2) \right) = \\ &= \frac{1}{2N_{x_1}} \frac{(x_3^2 - x_1^2)}{(x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \end{aligned} \quad (3.1.35)$$

Parcijalni izvod $\frac{\partial m}{\partial N_{x_2}}$ je jednak:

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} = \frac{1}{2N_{x_2}} \frac{(x_3^2 - x_1^2)}{(x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \quad (3.1.36)$$

Parcijalni izvod $\frac{\partial m}{\partial N_{x_3}}$ je:

$$\frac{\partial m}{\partial N_3} = \frac{1}{2N_{x_3}} \frac{(x_1^2 - x_2^2)}{(x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \quad (3.1.37)$$

Zamenom se dobija:

$$\begin{aligned} d_m &= \frac{1}{(x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \cdot \left(\frac{(x_2^2 - x_3^2)}{2N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \frac{(x_3^2 - x_1^2)}{2N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{(x_1^2 - x_2^2)}{2N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \right) = \\ &= \left((x_2^2 - x_3^2) d(\ln N_{x_1}) + (x_3^2 - x_1^2) d(\ln N_{x_2}) + (x_1^2 - x_2^2) d(\ln N_{x_3}) \right) \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2(x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - (x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \end{aligned} \quad (3.1.38)$$

Srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa može da se odredi kao srednja vrednost od slučajnog procesa koji se dobija kao prvi izvod od Nakagami- m slučajnog procesa [26]. Srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa se određuje za razne vrednosti Nakagami- m slučajne promenljive. Da bi se ova srednja vrednost izračunala potrebno je odrediti združenu gustinu verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive. Matematička analiza izvršena u ovom radu pokazala je da su Nakagami- m slučajne promenljive i njen prvi izvod međusobno nezavisne. Prvi izvod Nakagami- m slučajne promenljive ima Gausovu gustinu verovatnoće. Ova Gausova gustina verovatnoće ima srednju vrednost nula. Varijansa Gausove gustine verovatnoće od prvog izvoda Nakagami- m gustine verovatnoće zavisi od kvadrata maksimalne Doplerove učestanosti i varijanse Nakagami- m slučajne promenljive i obrnuto je srazmerna parametru m . Združena gustina verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i njenog prvog izvoda jednaka je proizvodu gustine verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i Gausove gustine verovatnoće prvog izvoda od Nakagami- m slučajne promenljive. Srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive

se dobija odgovarajućom integracijom i srazmeran je proizvodu gustine verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive i standardne devijacije prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive. Srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive zavisi od tri parametra [9]. Jedan parametar je srednja snaga Ω , Nakagami- m slučajne promenljive. Drugi parametar je oštrina Nakagami- m fedinga m . Treći parametar je nivo Nakagami- m slučajne promenljive za koji se određuje srednji broj osnih preseka. Srednji broj osnih preseka se određuje za određene vrednosti nivoa signala. Ostaju dva nepoznata parametra Ω i m koje treba odrediti. Ako je poznata srednja snaga signala onda treba odrediti oštrinu fedinga m . Za određivanje parametra m treba rešiti transcendentnu jednačinu. Parametar m je moguće odrediti numerički. Ako je poznata oštrina fedinga m takođe numeričkom metodom je moguće odrediti srednju kvadratnu vrednost Ω . Moguće je za dve vrednosti slučajne promenljive odrediti dve vrednosti srednjeg broja osnih preseka. Na ovaj način se dobijaju dve jednačine koje sadrže parametre m i Ω . Ove jednačine su transcendentne i numeričkom metodom se mogu odrediti parametri Ω i m . Jednostavni izraz za određivanje oštrine Nakagami- m fedinga m i srednje snage mogu da izbegnu sistem od dve transcendentne jednačine i mogu se odrediti na sledeći način. Za tri vrednosti nivoa signala odrede se tri vrednosti osnog preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} . Zatim se odredi količnik srednjih vrednosti osnih preseka N_{x_1} i N_{x_2} , N_{x_1} i N_{x_3} . Na ovaj način se eliminišu Gama funkcije od stepena od količnika oštrine fedinga i srednje kvadratne vrednosti [26]. Dva dobijena količnika se logaritmuju. Iz ovako dve dobijene jednačine se eliminiše srednja snaga i dobijaju se jednačine iz kojih može da se odredi oštrina fedinga m u zatvorenom algebarskom obliku. Dobijeni izraz za oštrinu fedinga zavisi od tri nivoa Nakagami- m slučajne promenljive i tri vrednosti osnih preseka koji odgovaraju nivoima x_1 , x_2 i x_3 . Tri vrednosti nivoa slučajne promenljive su x_1 , x_2 i x_3 , a N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} su nivoi osnih preseka koji odgovaraju ovim nivoima i koji mogu da se izbroje. Pomoću dobijenog izraza za oštrinu fedinga može da se odredi i izraz za srednju snagu Nakagami- m fedinga. Ovaj izraz je takođe jednostavan za izračunavanje [26]. Srednja snaga zavisi od tri nivoa Nakagami- m slučajne promenljive x_1 , x_2 i x_3 i izbrojane vrednosti za osne preseke N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} . Treba odrediti optimalne vrednosti za x_1 , x_2 i x_3 za koje se mere srednji brojevi osnih preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} . Optimalno bi bilo uzeti vrednost nivoa x_2 oko srednje vrednosti anvelope signala. Vrednost x_1 treba uzeti manju od ove vrednosti za 50% ove vrednosti, a x_3 treba uzeti za vrednost za 50% veću od srednje vrednosti. Za ove tri vrednosti

treba odrediti osne preseke i odrediti oštrinu fedinga m . Prilikom određivanja srednjih brojeva osnih preseka Nakagami- m fedinga čine se greške. Greška je manja ako je srednji broj osnih preseka veći. Zbog ovoga je važno ispitati kako se srednji broj osnih preseka menja sa relativnom promenom nivoa Nakagami- m slučajne promenljive i na ovaj način se može razmatrati određivanje nivoa signala za koji se određuje srednji broj osnih preseka. Za određivanje broja x_1 , x_2 i x_3 postoje dva kriterijuma. Jedan kriterijum je da je njihov razmak dovoljno veliki, a drugi da srednji broj osnih preseka bude dovoljno veliki. Srednji broj osnih preseka zavisi od parametra m i srednje snage Ω . Kako se povećava parametar m opada oštrina fedinga. Kada parametar m teži beskonačnosti nema fedinga. Srednji broj osnih preseka opada sa povećanjem parametra m . Srednji broj osnih preseka raste sa povećanjem varijanse fedinga. Ukupna greška zavisi od greške merenja za ove tri vrednosti srednjeg broja osnih preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} . U radu je izračunat totalni diferencijal za parametar m . Na osnovu totalnog diferencijala može da se odredi ukupna greška za parametar m (indirektno merena veličina) u zavisnosti od greške koje se čine prilikom merenja srednjih vrednosti osnih preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} . Na sličan način se određuje i totalni diferencijal za srednju kvadratnu vrednost signala. Zavisno od greške koje se čine pri određivanju srednjeg broja osnih preseka može se odrediti greška za srednju snagu signala.

Na slikama je prikazan srednji broj osnih preseka Nakagami- m signala u zavisnosti od vrednosti Nakagami- m slučajne promenljive za razne vrednosti oštine fedinga m i srednje kvadratne vrednosti Nakagami- m slučajne promenljive Ω . Srednji broj osnih preseka Nakagami- m signala isprva raste, dostigne maksimum, zatim opada i teži nuli. Da bi greška pri određivanju parametra m bila manja potrebno je da su brojevi osnih preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} veći i rastojanja između nivoa x_1, x_2 i x_3 takođe dovoljno velika. Zbog toga što parametar m zavisi od srednjeg broja osnih preseka Nakagami- m signala zavisi i od srednje snage Ω , bilo bi bolje da se odrede dve ili više grupa po tri merene vrednosti za srednji broj osnih preseka čime bi se dobile dve ili više vrednosti za parametre i njihovim usrednjavanjem bi se dobila vrednost za oštrinu fedinga m . Na sličan način bi se odredila i srednja snaga Nakagami- m slučajne promenljive. U zavisnosti od parametra m i Ω krive zavisnosti srednjeg broja osnih preseka od nivoa slučajne promenljive se pomeraju duž ose Nakagami- m slučajne promenljive. Sa slika se vidi da se kriva zavisnosti srednjeg broja osnih preseka pomera u opsegu velikih vrednosti nivoa tako kada raste srednja

kvadratna vrednost signala. Ovo je razumljivo jer se sa povećanjem srednje snage signala povećavaju i pojedini nivoi slučajne promenljive. Sa povećanjem parametra m kriva zavisnosti srednjeg broja osnih preseka od nivoa slučajne promenljive se sužava. Ovo znači da se povećanjem parametra m smanjuje opseg nivoa slučajne promenljive gde se pojavljuje značajan broj osnih preseka. Drugim rečima varijansa anvelope signala se smanjuje i feding postaje manje oštar. Takođe može da se zaključi da sa povećanjem parametra m treba nivo signala uzeti dovoljno blizu da bi se dobile značajne vrednosti za srednje brojeve osnih preseka. Na slici je prikazan srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajne promenljive u zavisnosti od oštine fedinga m . Srednji broj osnih preseka opada sa porastom parametra m . Sa porastom parametra m opada oština feding i smanjuje se srednji broj osnih preseka. Takođe na slici je prikazana zavisnost srednjeg broja osnih preseka Nakagami- m fedinga u zavisnosti od srednje snage. Sa povećanjem srednje snage raste srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa. Može se zaključiti da srednji broj osnih preseka raste sa porastom srednje snage, raste sa porastom anvelope signala i opada sa porastom parametra m .

Vrednosti parametra m Nakagami- m fedinga i srednje snage Ω Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka mogu se dobiti simulacijom [13]. U MATLAB-u mogu se odrediti Gausovi vektori određene dužine. Članovi Gausovog vektora su vrednosti uzoraka Gausovog slučajnog procesa. Neka se razmatra slučaj kada je parametar m Nakagami- m slučajnog procesa jednak tri. U ovom slučaju se razmatraju šest Gausovovih slučajnih procesa. Ovi procesi su međusobno nezavisni, srednja vrednost im je nula i varijanse su im iste i u ovom slučaju su jednake jedan. Zatim se formiraju šest Gausovih vektora sa vrednostima sa po 1000 uzoraka Gausovih slučajnih procesa. Kvadrat Nakagami- m Gausove slučajne promenljive za $m=3$, jednak je zbiru šest kvadrata Gausovovih slučajnih promenljivih. Na osnovu ovoga se formira kvadrat Nakagami- m vektora. Prvo se odrede kvadrati šest formiranih Gausovih vektora. Kvadrat Nakagami- m vektora dobija se sabiranjem šest kvadriranih Gausovih vektora. Zatim se odredi kvadratni koren od ovog zbira. Na ovaj način se dobija vektor sa 1000 uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa. Broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa može da se odredi za određeni nivo anvelope signala. Programski to može da se uradi na sledeći način. Upoređuje se nivo signala za koji se određuje broj osnih preseka sa svim članovima Nakagami- m vektora. Formira se novi vektor koji se sastoji od nula i jedinica zavisno od toga da li je uzorak

Nakagami- m vektora veći ili manji od nivoa signala. Zatim se u ovako dobijenom vektoru razmatraju svaka dva susedna signala i broje se događaji tako da su ova dva susedna signala različita. Ovaj broj predstavlja srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa za određeni nivo signala. Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa može se odrediti za više vrednosti nivoa signala. Za tri vrednosti nivoa signala se odrede osni preseci. Na osnovu ovih vrednosti se odredi oštrina fedinga. Oštrina fedinga zavisi od tri vrednosti osnih preseka i tri vrednosti (nivoa) anvelope signala za koje se određuju osni preseci. Na ovaj način se parametar m dobija simulacijom u MATLAB-u. Parametar m zavisi i od broja uzoraka koji se razmatraju. Sa porastom broja uzoraka povećava se tačnost procenjene vrednosti za parametar m . Tačnost procenjene vrednosti za parametar m zavisi i od toga za koje tri vrednosti nivoa signala su izračunati osni preseci Nakagami- m slučajnog procesa. U tabelama 1, 2 i 3, prikazane su procenjene vrednosti oštine Nakagami- m fedinga za razne vrednosti drugih parametara. Nakagami- m procesi su simulirani za oštrinu fedinga $m=2, 3, 4$ i 5 . Razmatran je slučaj kada je srednja snaga jednaka $\Omega=1$. Broj uzoraka za ove tri tabele je 1000. Prikazane su procenjene vrednosti za parametar m za slučaj kada je razmatrana jedna realizacija, dve realizacije i tri realizacije. Kada su uzete dve realizacije, simulacijom vrednosti za m su sabrane i podeljene sa dva, a kada su razmatrane tri realizacije, tri procenjene vrednosti za m su sabirane i rezultat je podeljen sa tri. Iz ovih tabela se vidi da je procenjena vrednost za parametar m pogodna za upotrebu u adaptivnim bežičnim telekomunikacionim sistemima. Sa povećanjem broja realizacija, raste tačnost simuliranog rezultata, a ovo odgovara kao da je broj uzoraka Gausovih vektora veći. Tačnost dobijenih rezultata se povećava kada se povećava rastojanje između tri nivoa signala za srednji broj osnih preseka. Takođe, tačnost se povećava kada je razlika u srednjim brojevima izračunatih osnih preseka veća. Ova dva uslova su u suprotnosti. Sa povećanjem razlike između nivoa za koju se računa srednji broj osnih preseka, smanjuje se razlika između dobijenih vrednosti osnih preseka. Ovde treba tražiti optimalno rešenje. Na slikama je prikazan srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od nivoa signala za razne vrednosti parametra m i Ω . Sa ovih slika mogu da se odrede optimalne vrednosti za nivo signala za koje treba izračunati srednji broj osnih preseka. Sledeće tri tabele, 4, 5 i 6, odnose se za slučaj kada je broj uzoraka za svaki Gausov vektor 10000. Za ovaj slučaj su prikazane tri tabele. Simulirane vrednosti su izračunate za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Nakagami- m slučajni proces je simuliran za $m=2, 3, 4$ i 5 . Za $m=2$ razmatrana

su 4 Gausova slučajna vektora, za $m=3$ razmatrana su 6 Gausova slučajna vektora, za $m=4$ razmatrana su 8 Gausova slučajna vektora, za $m=5$ razmatrana su 10 Gausova slučajna vektora. Na osnovu ovih Gausovih slučajnih vektora, formirani su Nakagami- m slučajni vektori za $m=2, 3, 4$ i 5 . Za svaku vrednost m određuje se tri vrednosti broja osnih preseka za tri vrednosti nivoa signala. Na osnovu ovih vrednosti nivoa signala i odgovarajućih vrednosti broja osnih preseka, određuju se procenjene vrednosti za parametar m . Ovo je jedna realizacija. Zatim se parametar m određuje na osnovu dve realizacije i na osnovu tri realizacije. Tačnost dobijenih rezultata se povećava sa povećanjem broja članova Gausovih vektora. I ovde se primenjuje da se tačnost povećava sa povećanjem broja realizacija. Tabele su formirane za razne vrednosti nivoa signala. Vrednosti nivoa signala su određene sa odgovarajućih grafika.

Tabela 3.1. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1, x_2=1.5, x_3=1.3$, za $N=1000$ i $\Omega=1$.

$x_1=1, x_2=1.5, x_3=1.3, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.18	2.91	4.18	5.26
Dve realizacije	2.05	2.95	4.16	5.17
Tri realizacije	1.91	3.11	4.05	5.14

Tabela 3.2. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.1, x_2=1.6, x_3=2$, za $N=1000, \Omega=1$.

$x_1=1.1, x_2=1.6, x_3=2, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.17	3.14	4.3	5.3
Dve realizacije	2.16	2.94	4.25	5.31
Tri realizacije	2.1	2.95	4.2	5.21

Tabela 3.3. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1.5$, $x_2=2$, $x_3=2.3$, $N=1000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.5, x_2=2, x_3=2.3, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.16	3.21	3.72	5.35
Dve realizacije	1.92	2.86	3.78	5.25
Tri realizacije	1.93	2.87	4.18	5.20

U tabelama 3.1, 3.2 i 3.3 prikazane su procene vrednosti parametra m određene pomoću metode srednjeg broja osnih preseka. Takođe, koristi se simulirani metod za određivanje srednjeg broja osnih preseka. Dužina Nakagami- m vektora za tabele 3.1, 3.2 i 3.3 su 1000. Srednja snaga Nakagami- m anvelope je jedan. Parametar m pomoću kojeg se formira Nakagami- m vektor je 2, 3, 4 i 5. Parametar m je određen za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Vrednosti anvelope signala za koje su određene srednje vrednosti osnih preseka su za tablicu 3.2, $x_1=1$, $x_2=1.5$ i $x_3=1.3$, za tablicu 3.3, $x_1=1.1$, $x_2=1.6$ i $x_3=2$ i za tablicu 3.4, $x_1=1.5$, $x_2=2$ i $x_3=2.3$. Može se zaključiti da sa porastom broja realizacija povećava se tačnost procene vrednosti parametra m . Na primer za tablicu 3.3 i $m=2$, procena vrednosti za parametar m za jednu realizaciju je 2.17, nešto tačnija vrednost za dve realizacije 2.16 i za tri realizacije dobija se najtačnija vrednost $m=2.2$. Za $m=4$, procena vrednosti za parametar m za jednu realizaciju je 4.3, za dve realizacije 4.25 i za tri realizacije je 4.2. Promena tačnosti procene vrednosti za parametar m u zavisnosti od parametra m ne može se jasno videti na osnovu dobijenih tabela. Tako na primer u tabeli 3.2, za $m=2$, procena vrednosti za $m=2.18$, a za $m=4$, procena vrednosti za $m=4.18$. isto tako za $m=3$, procena vrednosti je 2.91 i za $m=5$ procena vrednosti je 5.26.

Tabela 3.4. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=0.9$,
 $x_2=1.5$, $x_3=2$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=0.9, x_2=1.5, x_3=2, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.15	3.2	4.2	5.35
Dve realizacije	2.14	2.9	4.15	5.14
Tri realizacije	2.3	2.92	3.81	5.9

Tabela 3.5. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=0.8$,
 $x_2=1.5$, $x_3=1.8$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=0.8, x_2=1.5, x_3=1.8, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	1.91	3.16	3.8	5.15
Dve realizacije	1.95	3.14	3.9	5.12
Tri realizacije	2.1	3.14	4.1	5.01

Tabela 3.6. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=2.2$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=1, x_2=2, x_3=2.2, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.21	3.25	3.92	5.26
Dve realizacije	1.92	3.2	3.93	5.16
Tri realizacije	2.21	3.15	3.94	4.98

U tabelama 3.4, 3.5 i 3.6 prikazane su procene vrednosti parametra m za slučaj kada je Nakagami- m vektor dužine 10000. Snaga Nakagami- m anvelope je jednaka jedan. Vrednosti parametra m za koje je Nakagami- m vektor simuliran su 2, 3, 4 i 5. Za tabelu 3.4, vrednosti anvelope signala za koje je određen srednji broj osnih preseka su $x_1=0.9$, $x_2=1.5$ i $x_3=2$, za tablicu 3.5 vrednosti anvelope signala su $x_1=0.8$, $x_2=1.5$ i $x_3=1.8$ i za tabelu 3.6 vrednosti anvelope signala su $x_1=1$, $x_2=2$ i $x_3=2.2$. Kao i u predhodnom slučaju procena je određena parametra m za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Može se zaključiti da sa povećanjem broja realizacija raste tačnost dobijenih rezultata. Na primer u tablici 3.6, za $m=4$ procena vrednosti za m su za jednu realizaciju 3.92, za dve realizacije $m=3.93$, a najbolji rezultat je za tri realizacije i iznosi 3.94. Takođe se bolji rezultati postižu kada se povećava dužina vektora. Za jednu realizaciju za $m=1$ i $N=1000$ dobijena je procena vrednosti za $m=1.18$, a za $N=10000$ i $m=1.15$. Može se zaključiti da se tačnost dobijenih vrednosti za m povećava kada se povećava dužina vektora i kada raste broj realizacija. Ne može se zaključiti da se sa povećanjem parametra m pogoršava tačnost dobijenih rezultata. Takođe se ne može zaključiti da izbor vrednosti anvelope signala za koje se realizuju brojevi osnih preseka utiče na tačnost rezultata.

Tabela 3.7. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama

$$x_1=1.2, x_2=1.5, x_3=1.8, N=100, m=2.$$

$x_1=1.2, x_2=1.5, x_3=1.8, N=100, m=2$				
Ω	1	2	3	4
Jedna realizacija	1.22	2.12	2.82	4.12
Dve realizacije	1.11	2.16	2.93	4.11
Tri realizacije	0.96	2.04	3.04	3.96

Tabela 3.8. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama

$$x_1=1.1, x_2=1.6, x_3=2.1, N=100, m=2.$$

$x_1=1.1, x_2=1.6, x_3=2.1, N=100, m=2$				
Ω	1	2	3	4
Jedna realizacija	1.18	2.14	2.81	4.25
Dve realizacije	0.88	2.11	2.88	3.90
Tri realizacije	0.94	2.02	2.93	3.98

Tabela 3.9. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama

$$x_1=1.1, x_2=1.8, x_3=3.2, N=100, m=2.$$

$x_1=1.1, x_2=1.8, x_3=3.2, N=100, m=2$				
Ω	1	2	3	4
Jedna realizacija	1.25	1.82	3.18	3.88
Dve realizacije	1.11	1.86	2.92	3.87
Tri realizacije	1.05	2.04	2.98	4.05

U tabelama 3.7, 3.8 i 3.9 prikazane su vrednosti srednje snage Nakagami- m anvelope. Razmatran je slučaj za parametar $m=2$. Dužina vektora je $N=100$. Tri vrednosti anvelope signala za tablicu 3.7 su $x_1=1.2$, $x_2=1.5$ i $x_3=1.8$, za tablicu 3.8 anvelope signala su $x_1=1.1$, $x_2=1.6$ i $x_3=2.1$. Vrednosti srednje snage za koju su razmatrane procene vrednosti srednje snage su 1, 2, 3 i 4. Procena vrednosti srednje snage anvelope signala su date za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Tačnost dobijenih rezultata su prikazane kada raste broj realizacija. U tabeli 3.9 za $m=1$, za jednu realizaciju procena vrednosti za parametar m je 1.25 za dve realizacije je $m=1.11$, a najmanja vrednost je za tri realizacije i iznosi $m=1.05$.

Tabela 3.10. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama

$$x_1=1.1, x_2=1.7, x_3=2.7, N=10000, m=2.$$

$x_1=1.1, x_2=1.7, x_3=2.7, N=10000, m=2$				
Ω	1	2	3	4
Jedna realizacija	1.10	2.15	2.82	4.18
Dve realizacije	1.04	1.88	2.92	4.17
Tri realizacije	1.02	1.92	3.06	3.98

Tabela 3.11. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama

$$x_1=1, x_2=1.9, x_3=2.9, N=10000, m=2.$$

$x_1=1, x_2=1.9, x_3=2.9, N=10000, m=2$				
Ω	1	2	3	4
Jedna realizacija	0.88	2.18	2.86	4.18
Dve realizacije	0.89	2.11	2.89	4.11
Tri realizacije	1.04	1.94	3.02	4.04

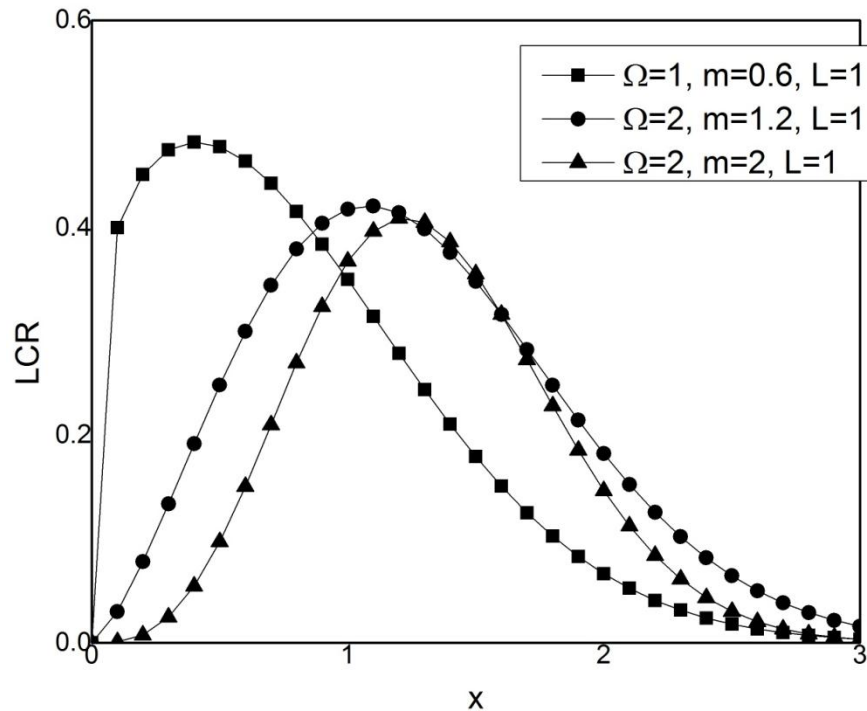
Tabela 3.12. Određivanje srednje snage anvelope pomoću osnih preseka, izračunati u tačkama

$$x_1=0.5, x_2=1.5, x_3=2.5, N=10000, m=2.$$

$x_1=0.5, x_2=1.5, x_3=2.5, N=10000, m=2$				
Ω	1	2	3	4
Jedna realizacija	1.11	1.86	3.21	3.84
Dve realizacije	1.05	1.89	3.11	3.89
Tri realizacije	0.95	1.98	2.98	3.99

U tabelama 3.10, 3.11 i 3.12 prikazane su vrednosti srednje snage anvelope signala za dužinu vektora $N=10000$. Vrednost Nakagami- m parametra je $m=2$. Vrednosti anvelope signala za koje se realizuju osni preseki su za tabelu 3.10 jednake $x_1=1.1, x_2=1.7$ i $x_3=2.7$, za tabelu 3.11 jednake $x_1=1, x_2=1.9$ i $x_3=2.9$, a za tabelu 3.12 je $x_1=0.5, x_2=1.5$ i $x_3=2.5$. urađeno je određivanje parametra Ω za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Tačnost procene vrednosti za srednje vrednost anvelope signala se povećava. Za tabelu 3.12, vrednost srednje snage za jednu realizaciju je 1.11, za dve realizacije odnos nešto manji i srednja snaga je 1.05, a za tri realizacije srednja greška je nešto manja i srednja snaga je 0.96. Ne može se zaključiti kako se

tačnost proizvoljne vrednosti za srednju snagu ponaša kada raste srednja snaga anvelope signala. Tačnost dobijenih rezultata za srednju snagu raste kada raste dužina vektora.

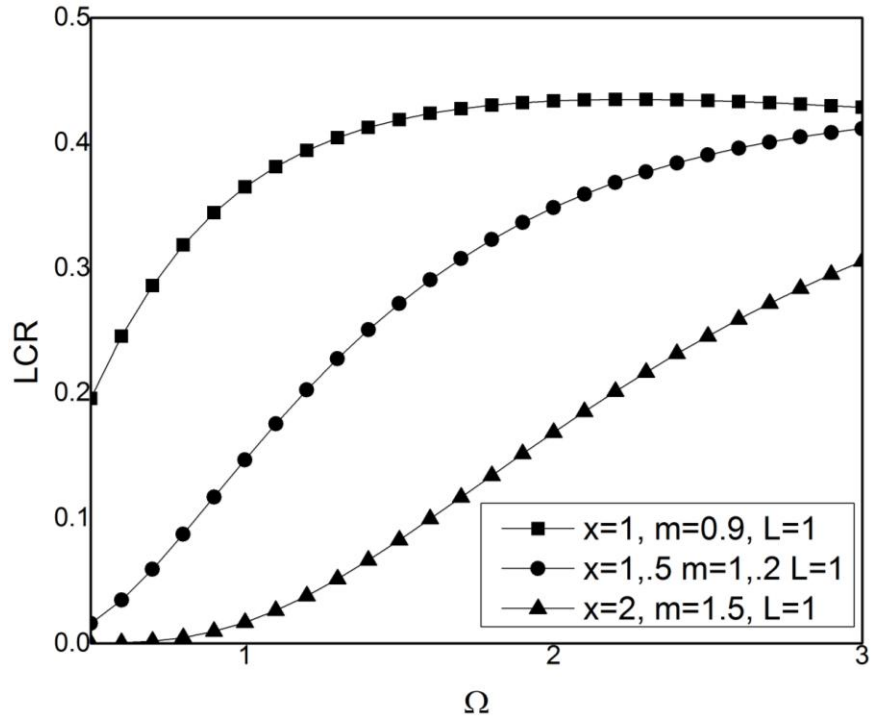


Slika 3.2. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od anvelope signala.

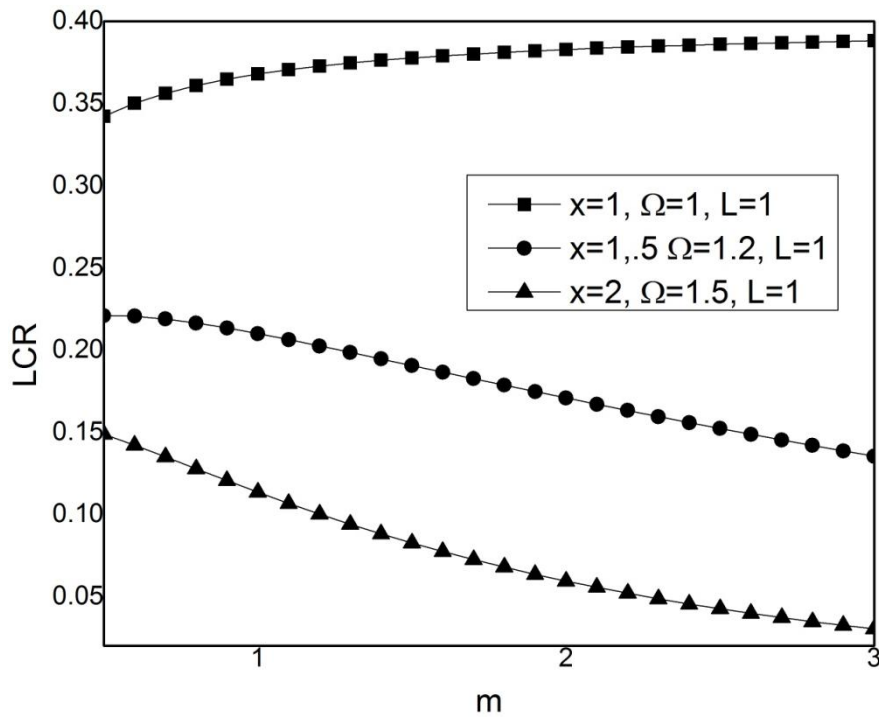
Na slici 3.2 prikazane su vrednosti srednjeg broja osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od anvelope signala za neke vrednosti Nakagami- m parametra i srednje snage anvelope kao parametra. Za manje vrednosti anvelope signala srednji broj osnih preseka raste, zatim dostiže maksimum, a zatim srednji broj osnih preseka opada za veće vrednosti anvelope signala. Ove krive pokazuju ponašanje srednjeg broja osnih preseka u zavisnosti od anvelope signala, Nakagami- m parametra i srednje snage anvelope.

Na slici 3.3 prikazan je srednji broj osnih preseka u zavisnosti od srednje snage anvelope. Srednji broj osnih preseka raste kada raste srednja snaga anvelope. Uticaj srednje snage anvelope na srednji broj osnih preseka je veći za veće vrednosti anvelope i veće vrednosti Nakagami- m parametra. Za manje vrednosti anvelope i manje vrednosti parametra m uticaj srednje snage na srednji broj osnih preseka je veći za manje vrednosti srednje snage.

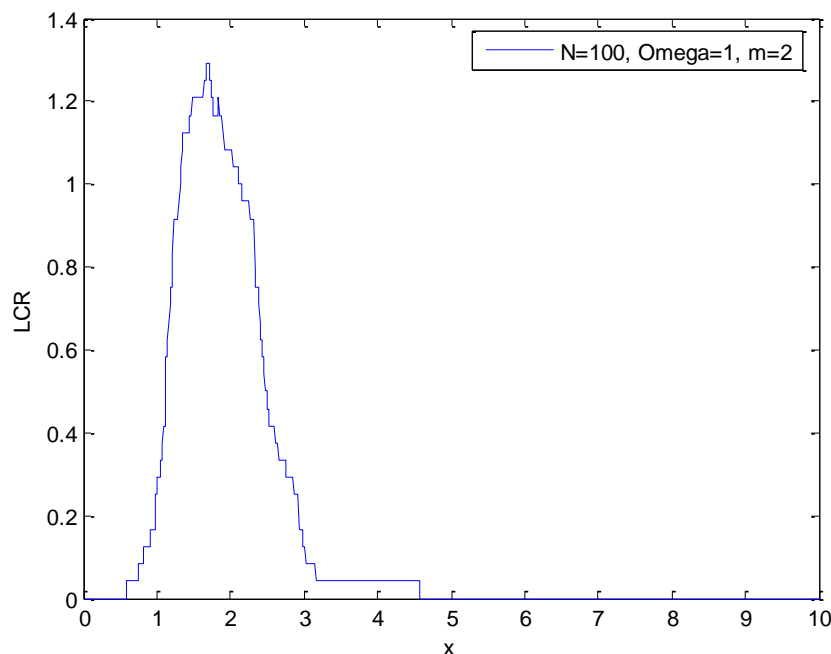
Na slici 3.4 prikazan je srednji broj osnih preseka u zavisnosti od parametra m .



Slika 3.3. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od srednje snage.



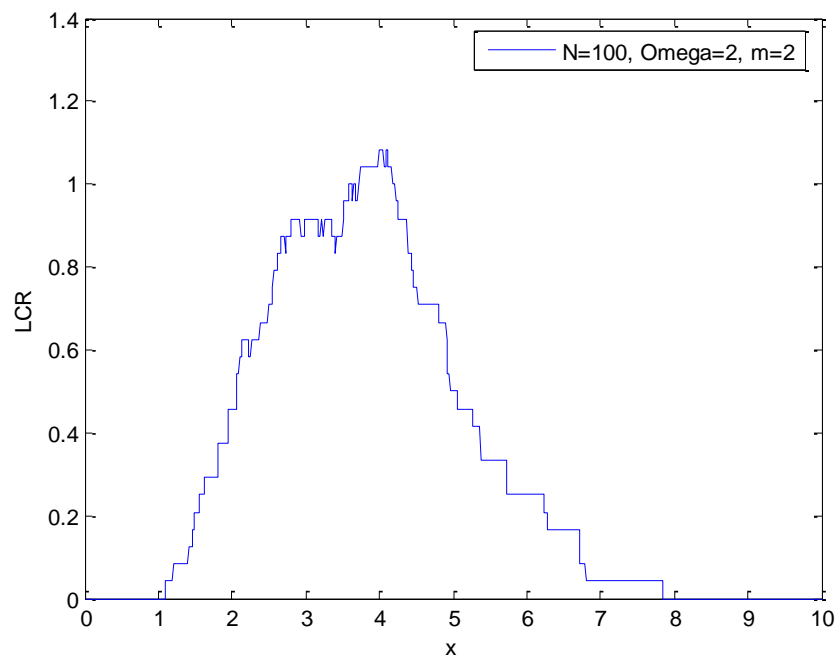
Slika 3.4. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od parametra m



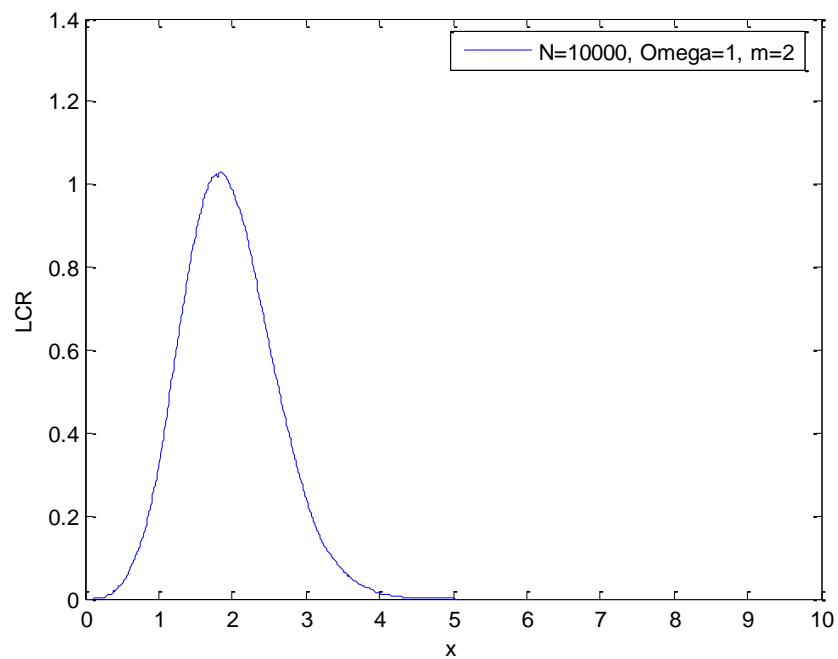
Slika 3.5. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=1$ i $m=2$.

Na slici 3.5 prikazan je srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od anvelope Nakagami- m za niže vrednosti parametar m i srednje snage anvelope. Srednja snaga anvelope je jednaka jedan, a parametar $m=2$. Dužina Nakagami- m vektora je 100. Srednji broj osnih preseka je dobijen simulacijom u MATLAB-u. Srednji broj osnih preseka raste sa porastom, dostiže maksimum a zatim opada. Na slici je dat normalizovan srednji broj osnih preseka. Srednji broj osnih preseka je normalizovan sa Doplerovom maksimalnom frekvencom. Prikazana je veoma grubo zbog male dužine vektora.

Na slici 3.6 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka u zavisnosti od Nakagami- m anvelope. Za ovaj slučaj je srednja snaga jednaka dva i parametar $m=2$. Dužina vektora je 100 tako da je dijagram veoma grub. I u ovom slučaju je normalizovan srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom u MATLAB-u.

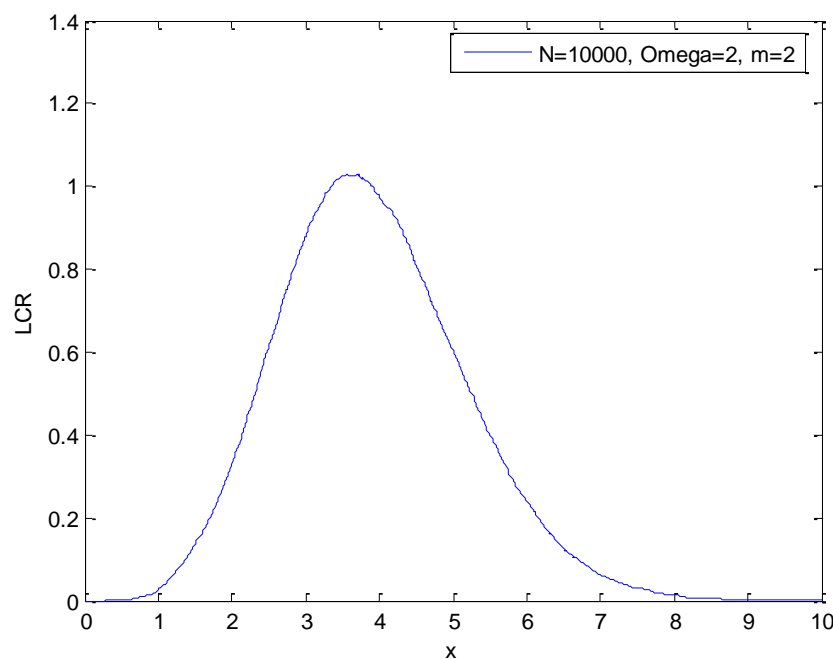


Slika 3.6. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=2$ i $m=2$.



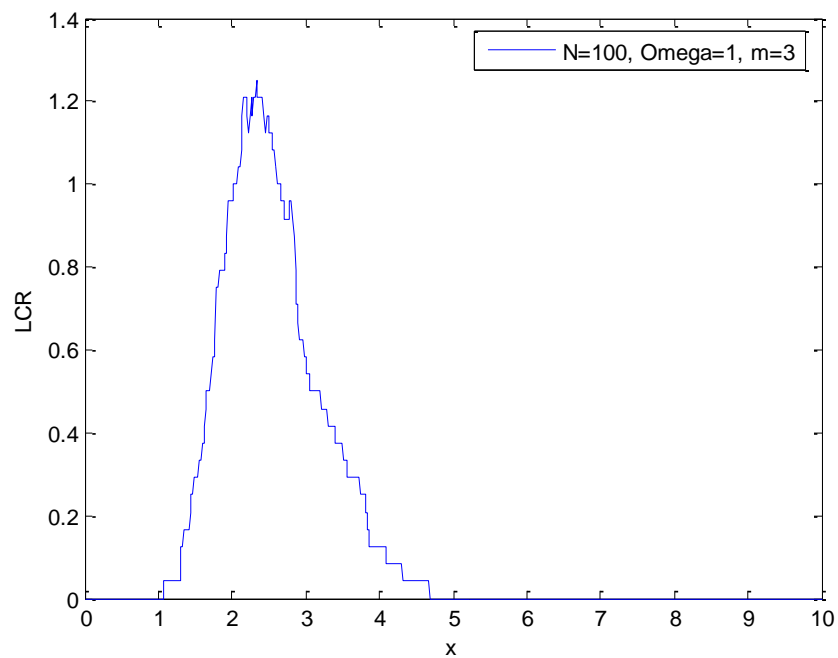
Slika 3.7. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=2$.

Na slici 3.7 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od Nakagami- m anvelope. Parametar m je dva, a srednja snaga je jednaka jedan. Dužina Nakagami- m vektora je 1000. Zbog dovoljno velike dužine Nakagami- m vektora srednji broj osnih preseka je na slici pravilno prikazan. Srednji broj osnih preseka raste dostiže maksimum, a zatim opada sa porastom parametra m . Ove slike su značajne jer potvrđuju rezultate dobijene u merenjima, a ponašaju srednji broj osnih preseka u zavisnosti od srednje snage anvelope i Nakagami- m parametra m . Takođe, pokazuju tačnost dobijenih rezultata u zavisnosti od dužine vektora N .

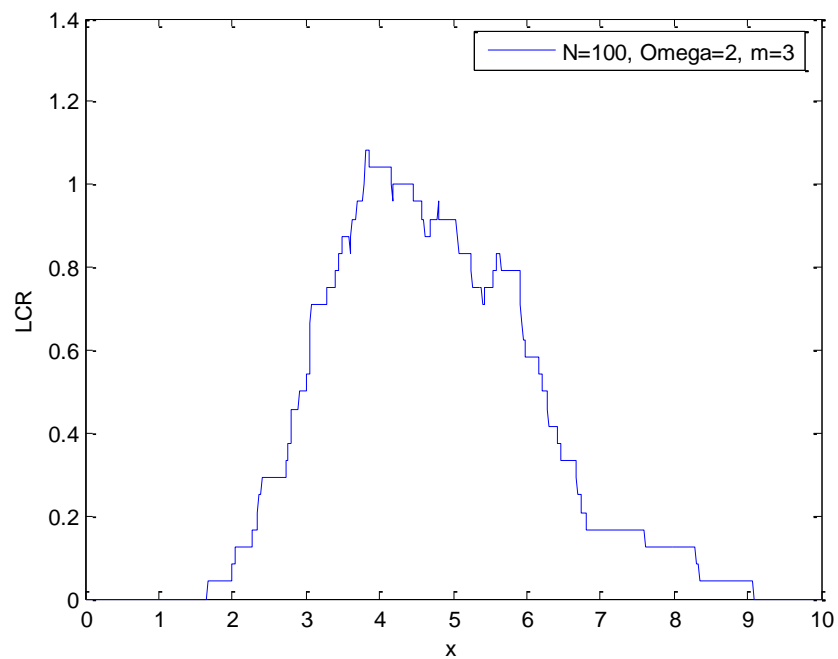


Slika 3.8. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=2$ i $m=2$.

Na slici 3.8 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka u zavisnosti od Nakagami- m anvelope. Parametar m je dva i srednja snaga Nakagami- m anvelope je dva, a dužina vektora je 10000. Dijagram je pravilan zbog odgovarajuće dužine vektora. U odnosu na prethodni dijagram je širi, što je posledica veće srednje snage anvelope. Zbog veće srednje snage anvelope amplitudne vrednosti Nakagami- m slučajnog procesa su viši pa oni procesi postaju za veće vrednosti anvelope.



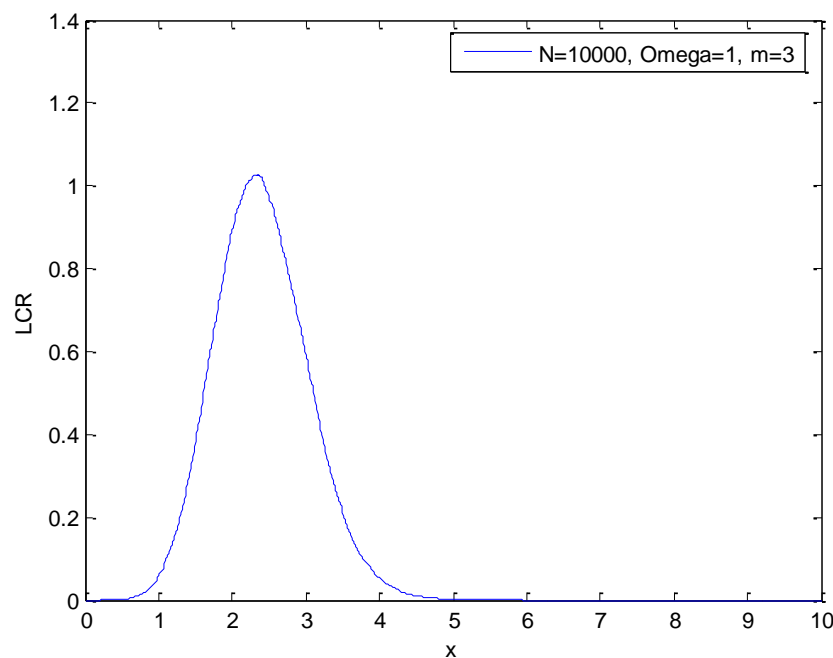
Slika 3.9. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=1$ i $m=3$.



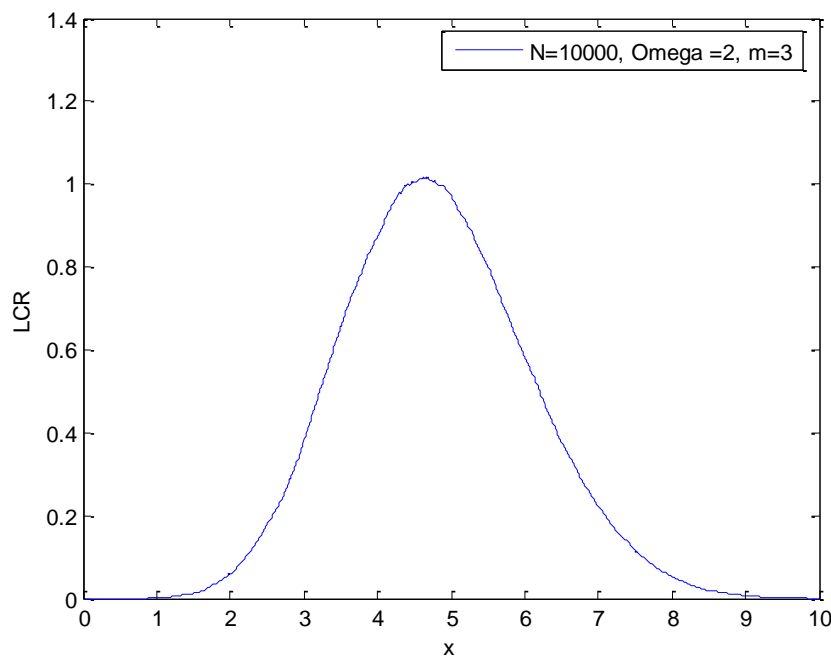
Slika 3.10. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=2$ i $m=3$.

Na slici 3.9 prikazan je srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od Nakagami- m anvelope. Parametar m je tri, a srednja snaga anvelope je jedan. Dužina vektora je 100. Kao i predhodni slučajevima dijagram je veoma grub zbog toga što je Nakagami- m vektor manje dužine odnosno Nakagami- m slučajni proces je simuliran sa malim bojem uzoraka. Srednji broj osnih preseka je normalizovan sa maksimalnom Doplerovom frekvencom. Doplerova frekvenca je srazmerna sa komponentom brzine u pravcu elektromagnetnog talasa. Maksimalna frekvenca ovog spektra je značajna za određivanje srednjeg broja osnih preseka.

Na slici 3.10 prikazan je srednji broj sonih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od Nakagami- m anvelope, za slučaj kada je srednja snaga jednak dva i Nakagami- m parametar jednak je tri. Dužina Nakagami- m vektora je jednak 100. Kriva je veoma gruba zbog male dužine vektora. Srednji broj osnih preseka raste, dostiže maskimum a zatim opada.



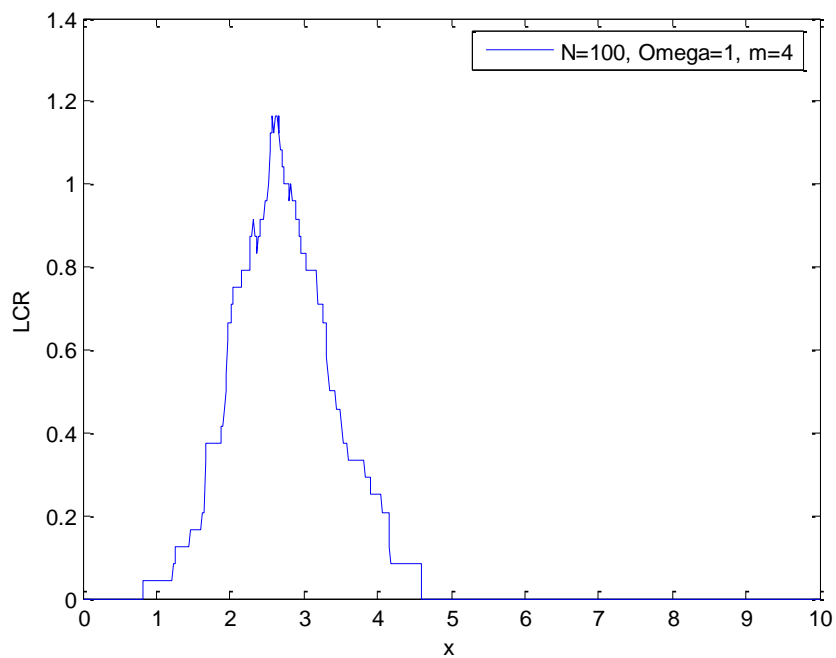
Slika 3.11. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=3$.



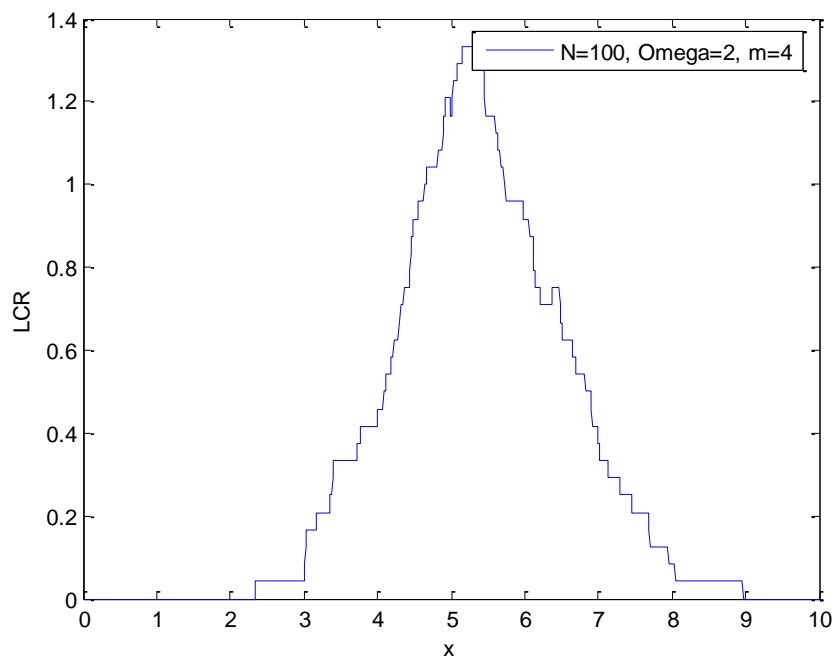
Slika 3.12. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=3$.

Na slici 3.12 prikazan je srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa dobijen simulacijom u MATLAB-u u zavisnosti od Nakagami- m anvelope za slučaj kada je srednja snaga jednak dva, a parametar $m=3$. Dužina Nakagami- m je jednak 10000. Dobijena kriva je glatka zbog dovoljno velike dužine Nakagami- m vektora. Za manje vrednosti Nakagami- m anvelope kriva srednjeg broja osnih preseka raste, dostiže maksimum, a za veće vrednosti anvelope srednji broj osnih preseka opada. Kriva ima veću srednju širinu od slučaja sa predhodne slike zbog toga što je srednja snaga veća i veće su amplitude Nakagami- m slučajnih procesa.

Na slici 3.13 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavinsoti od Nakagami- m anvelope za slučaj kada je srednja snaga jednaka jedan a parametar $m=4$. Dužina Nakagami- m vektora je $N=100$ i zbog toga su dobije krive veoma grube. Parametar m utiče tako da se širina krive smanjuje jer se sa povećanjem smanjuje amplitude Nakagami- m slučajnog procesa.

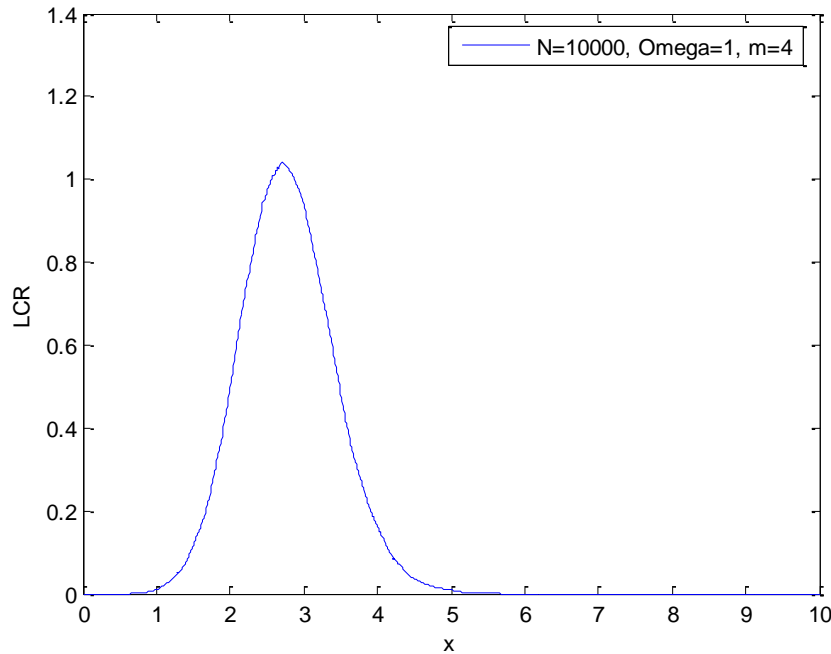


Slika 3.13. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=1$ i $m=4$.



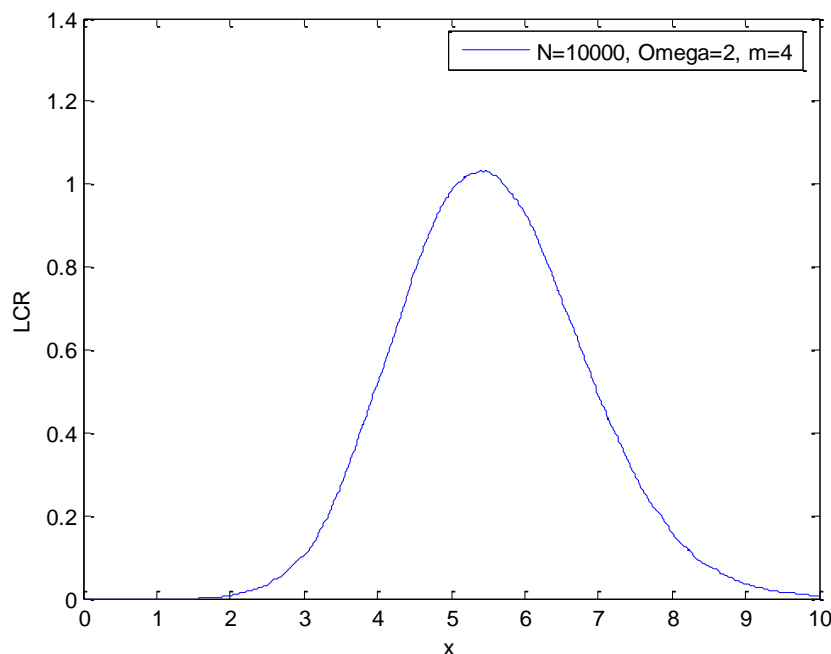
Slika 3.14. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=100$, $\Omega=2$ i $m=4$.

Na slici 3.14 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka u zavisnosti od Nakagami- m anvelope za slučaj kada je srednja snaga dva i parametar m je četiri. Dužina vektora je $N=100$ i zbog toga je kriva veoma gruba. Zbog veće vrednosti za srednju snagu kriva je šira.



Slika 3.15. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=1$ i $m=4$.

Na slici 3.15 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od Nakagami- m anvelope simuliranog u MATLAB-u. Srednja snaga je jednaka jedan, a Nakagami- m parametar je $m=4$. Dužina Nakagami- m vektora je 10000. Kriva je glatka, a to znači da je dužina Nakagami- m vektora dovoljno velika. Normalizovan srednji broj osnih preseka raste za male vrednosti anvelope signala, zatim dostiže maksimum, a za veće vrednosti anvelope signala srednji broj osnih preseka opada. Srednji broj osnih preseka je normalizovan za maksimalnu Doplerovu frekvenciju. Širina se smanjuje kako se povećava vrednost za Nakagami- m parametar.



Slika 3.16. Srednji broj osnih preseka dobijen simulacijom, za $N=10000$, $\Omega=2$ i $m=4$.

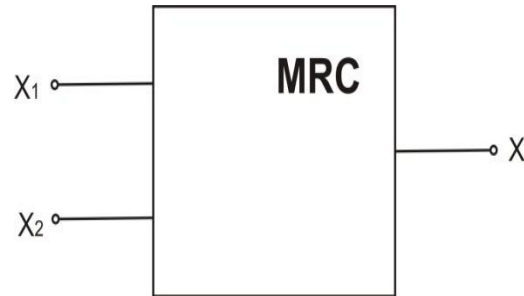
Na slici 3.16 prikazana je normalizovana vrednost za srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa u zavisnosti od Nakagami- m anvelope. Srednja snaga je jednaka dva, a Nakagami- m parameter je $m=4$. Dužina Nakagami- m vektora je 10000. Zbog dovoljne dužine Nakagami- m vektora kriva je glatka. Sa povećanjem srednje snage širina krive se povećava. Takođe, sa povećanjem Nakagami- m parametra širina krive se smanjuje. Sve ove krive su dobijene simulacijom u MATLAB-u [13].

3.2. Primena MRC diverziti tehnike sa dva ulaza za određivanje parametara Nakagami- m fadinga primenom osnih preseka

Prvo se razmatra slučaj kada MRC prijemnik ima dva ulaza [26]. Kvadrat signala na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza (2-MRC) jednak je zbiru dva kvadrirana Nakagami- m signala. Kvadrat Nakagami- m slučajne promenljive jednak je zbiru $2m$ kvadrata nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih. Ove Gausove slučajne promenljive imaju srednje vrednosti nula, a varijanse su im iste. Na osnovu ovoga kvadrat signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika

jednak je zbiru kvadrata $4m$ Gausovih slučajnih promenljivih [26]. Ova relacija se koristi da se odredi prvi izvod signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika. Dobija se da je prvi izvod signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika jednak linearnoj kombinaciji prvih izvoda Gausovih slučajnih promenljivih koje su takođe Gausove slučajne promenljive. Na osnovu ovoga prvi izvod signala na izlazu iz 2-MRC kombinera je Gausova slučajna promenljiva. Ova Gausova slučajna promenljiva je određena sa svojom srednjom vrednošću i sa svojom varijansom. Srednja vrednost prvog izvoda signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika je nula. Varijansa signala na izlazu 2-MRC prijemnika je jednaka varijansi svakog člana zbira koji predstavlja signal na izlazu iz 2-MRC prijemnika. Na ovaj način može da se odredi gustina verovatnoće signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika. Ova gustina raspodele je Gausova. Slučajna promenljiva na izlazu iz 2-MRC prijemnika i njen prvi izvod su međusobno nezavisni. Prvi izvod signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika ima Gausovu gustinu verovatnoće. Gustina verovatnoće signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika ima χ^2 raspodelu koja se može lako odrediti [26]. Na ovaj način može da se formira združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika i njegovog prvog izvoda. Srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika može da se odredi kao srednja vrednost prvog izvoda signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika. Ovaj izraz za srednji broj osnih preseka sadrži tri parametra. Ovi parametri su oštrina fedinga, srednja snaga signala i vrednost nivoa signala za koji se određuje srednji broj osnih preseka. Oštrina Nakagami- m fedinga i srednja snaga anvelope mogu da se procene na osnovu srednjih brojeva osnih preseka za tri nivoa anvelope signala. Na ovaj način oštrina Nakagami- m fedinga može da se odredi u zavisnosti od tri vrednosti nivoa signala i tri vrednosti odgovarajućih osnih preseka. Takođe i srednja snaga signala može da se odredi u zavisnosti od tri vrednosti nivoa signala anvelope i odgovarajućeg broja osnih preseka. Na ovaj način brojanjem osnih preseka estimator procenjuje oštrine fedinga m i srednje snage signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika.

Razmatra se MRC diverziti prijemnik sa dva ulaza. Na ulazima je prisutan identičan Nakagami- m feding. Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici. Antene na ulazima su dovoljno razmaknute tako da su anvelope signala na ulazima u MRC međusobno nezavisne. Signali na ulazima u kombiner su x_1 i x_2 , a njihovi prvi izvodi su \dot{x}_1 i \dot{x}_2 . Anvelopa signala na izlazu je x , a njegov prvi izvod je \dot{x} . Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je zbiru kvadrata signala sa njegovih ulaza.



Slika 3.17. MRC diverziti prijemnik sa dva ulaza.

Signal x je jednak:

$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 \quad (3.2.1)$$

Kvadrat Nakagami- m slučajne promenjive x_1 jednak je zbiru $2m$ kvadrata nezavisnih Gausovih slučajnih promenjivih:

$$x_1^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 \quad (3.2.2)$$

a kvadrat Nakagami- m slučajne promenjive x_2 jednak je zbiru:

$$x_2^2 = x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 \quad (3.2.3)$$

Zamenom (3.2.2) i (3.2.3) u (3.2.1), dobija se:

$$x^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 = x_1^2 + x_2^2 \quad (3.2.4)$$

Prvi izvod od signala x na izlazu iz MRC je [32]:

$$\dot{x} = \frac{1}{x} (x_{11}\dot{x}_{11} + x_{12}\dot{x}_{12} + \dots + x_{12m}\dot{x}_{12m} + x_{21}\dot{x}_{21} + x_{22}\dot{x}_{22} + \dots + x_{22m}\dot{x}_{22m}) \quad (3.2.5)$$

Varijansa od \dot{x} je jednaka [26]:

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \frac{1}{x^2} (x_{11}\sigma_{\dot{x}_{11}}^2 + x_{12}\sigma_{\dot{x}_{12}}^2 + \dots + x_{12m}\sigma_{\dot{x}_{12m}}^2 + x_{21}\sigma_{\dot{x}_{21}}^2 + x_{22}\sigma_{\dot{x}_{22}}^2 + \dots + x_{22m}\sigma_{\dot{x}_{22m}}^2) \quad (3.2.6)$$

gde je :

$$\sigma_{\dot{x}_{11}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{12}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{12m}}^2 = 2\pi^2 \sigma^2 f_m^2 = f^2 \quad (3.2.7)$$

$$\sigma_{\dot{x}_{21}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{22}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{22m}}^2 = 2\pi^2 \sigma^2 f_m^2 = f^2 \quad (3.2.8)$$

Prvi izvod od Gausove slučajne promenjive je Gausova slučajna promenjiva. Linearna transformacija Gausovih slučajnih promenjivih je Gausova slučajna promenjiva. Na osnovu ovoga može se zaključiti da prvi izvod od signala na izlazu iz MRC-a ima uslovnu Gausovu gustinu verovatnoće. Gausova gustina verovatnoće određena je sa srednjom vrednošću i sa varijansom. Srednja vrednost prvog izvoda signala na izlazu iz MRC je nula. Varijansa prvog izvoda signala na izlazu iz MRC kombinera je [26]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{x}}^2 &= \frac{1}{x^2} f^2 (x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2) = \frac{1}{x^2} f^2 x^2 = f^2 = \\ &= 2\pi^2 \sigma^2 f_m^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{m} \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Gustina verovatnoće prvog izvoda signala na izlazu iz MRC je:

$$P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{x}}} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}} \quad (3.2.10)$$

Gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC je χ^2 raspodela sa $2m$ stepena slobode:

$$P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, x \geq 0 \quad (3.2.11)$$

Na osnovu izraza (3.2.9) može se zaključiti da su signal na izlazu iz MRC kombinera i njegov prvi izvod međusobno nezavisni. Združena gustina verovatnoće signala x na izlazu iz MRC i njegovog prvog izvoda jednaka je proizvodu gustine verovatnoće signala x i gustine verovatnoće od prvog izvoda od x [25]:

$$P_{\dot{x}x}(\dot{x}x) = P_x(x)P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{x}}} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}} \quad (3.2.12)$$

Srednji broj osnih preseka signala x na izlazu iz MRC kombinera se dobija kao srednja vrednost od prvog izvoda signala na izlazu iz MRC kombinera:

$$N_x = \int_0^\infty \dot{x} P_{\dot{x}x}(\dot{x}x) d\dot{x} = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \int_0^\infty \dot{x} d\dot{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{x}}} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}} =$$

$$= \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m-1/2} x^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.2.13)$$

Razmatraju se tri vrednosti osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera, za vrednosti x_1 , x_2 i x_3 .

$$N_{x_1} = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m-1/2} x_1^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.2.14)$$

$$N_{x_2} = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m-1/2} x_2^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.2.15)$$

$$N_{x_3} = \frac{2}{\Gamma(2m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{2m-1/2} x_3^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_3^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.2.16)$$

Iz prethodnih jednačina se dobija:

$$\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_2^2-x_1^2)} \quad (3.2.17)$$

$$\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^{4m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_3^2-x_1^2)} \quad (3.2.18)$$

Logaritmovanjem jednačina (3.2.17) i (3.2.18) dobija se [32]:

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) = (4m-1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_2^2-x_1^2) \quad (3.2.19)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) = (4m-1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_3^2-x_1^2) \quad (3.2.20)$$

Iz (3.2.19) i (3.2.20) se dobija:

$$\frac{\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (4m-1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (4m-1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} = \frac{x_2^2-x_1^2}{x_3^2-x_1^2} \quad (3.2.21)$$

$$(x_3^2-x_1^2)\left(\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (4m-1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\right) = (x_2^2-x_1^2)\left(\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (4m-1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)\right) =$$

$$4m-1 = \frac{(x_2^2-x_1^2)\left(\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (x_3^2-x_1^2)\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)\right)}{(x_2^2-x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2-x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.2.22)$$

Parametar m je jednak:

$$m = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \right) \quad (3.2.23)$$

Srednji broj osnih preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} su merene vrednosti.

Totalni diferencijal od m je [32]:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \quad (3.2.24)$$

Iz izraza (3.2.23) i (3.2.24) može da se zaključi da je greška pri merenju parametra m kada se primenjuje MRC diverziti tehnika dva puta manja nego greška kada se ne primenjuje diverziti tehnika. Na ovaj način se pokazuje prednost diverziti tehnike pri merenju parametra m kod tehnike određivanja osnih preseka. Izraz (3.2.23) može da se napiše u obliku:

$$m = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{(x_2^2 - x_1^2) (\ln N_{x_3} - \ln N_{x_1}) - (x_3^2 - x_1^2) (\ln N_{x_3} - \ln N_{x_1})}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \right) \quad (3.2.25)$$

Parcijalni izvodi parametra m po N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} su [32]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} &= \frac{-\frac{1}{N_{x_1}}(x_2^2 - x_1^2) + \frac{1}{N_{x_1}}(x_3^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \frac{1}{4} = \frac{1}{4N_{x_1}} \frac{(x_3^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} = \\ &= \frac{1}{4N_{x_1}} \frac{(x_3^2 - x_2^2)}{(x_2^2 - x_1^2) (\ln x_3 - \ln x_1) - (x_3^2 - x_1^2) (\ln x_2 - \ln x_1)} = \\ &= \frac{1}{4N_{x_1}} \frac{(x_3^2 - x_2^2)}{x_2^2 \ln x_3 - x_2^2 \ln x_1 - x_1^2 \ln x_3 - x_3^2 \ln x_2 + x_3^2 \ln x_1 + x_1^2 \ln x_2} \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} = \frac{1}{4N_{x_2}} \frac{(x_3^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.2.27)$$

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_3}} = \frac{1}{4N_{x_3}} \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.2.28)$$

Zamenom (3.2.26), (3.2.27) i (3.2.28) u (3.2.24) dobija se totalni diferencijali parametara m u obliku:

$$d_m = \frac{1}{4} \frac{1}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \left(\frac{(x_3^2 - x_2^2)}{N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \left(\frac{(x_3^2 - x_1^2)}{N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \right) \right) \quad (3.2.29)$$

Razmatra se MRC kombiner sa dva ulaza. Na ulazima se pojavljuje nezavistan i identičan Nakagami- m feding sa parametrima m i Ω . Pretpostavlja se da je snaga šuma na ulazima u selektivni kombiner jednaka. Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima [25]. Kada je m ceo broj onda je kvadrat Gausove slučajne promenljive jednak zbiru kvadrata Gausovih slučajnih promenljivih sa srednjim vrednostima nula i sa varijansama σ^2 . Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera sa dva ulaza jednak je zbiru $4m$ kvadrata Gausovih slučajnih promenljivih sa srednjim vrednostima nula i sa varijansom σ^2 . Ovako dobijena slučajna promenljiva je χ^2 slučajna promenljiva sa $2m$ stepena slobode. Na ovaj način u radu je određena gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC kombinera sa dva ulaza na kojima se pojavljuju nezavisni i identični Nakagami- m signali. Da bi se odredio srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera potrebno je odrediti združenu gustinu verovatnoće signala na izlazu MRC kombinera i prvog izvoda signala na izlazu MRC kombinera. Prvi izvod signala na izlazu iz MRC kombinera je linearna transformacija prvih izvoda od $4m$ Gausovih slučajnih promenljivih. Na osnovu ovoga je prvi izvod od slučajne promenljive na izlazu iz MRC kombinera jednak linearnoj transformaciji prvih izvoda od Gausovih slučajnih promenljivih. Linearna transformacija Gausovih slučajnih promenljivih je Gausova slučajna promenljiva. Na osnovu ovoga slučajni signal na izlazu iz MRC kombinera ima uslovnu Gausovu gustinu verovatnoće [26]. Da bi se odredila ova uslovna Gausova gustina verovatnoće treba odrediti njenu srednju vrednost i njenu varijansu. Srednja vrednost zbira jednaka je zbiru srednjih vrednosti. Na osnovu ovoga se dobija da je srednja vrednost od prvog izvoda signala na izlazu iz MRC prijemnika nula. Varijansa od neke slučajne promenljive je jednaka drugom centralnom momentu slučajne promenljive. Može da se pokaže da je varijansa slučajne promenljive jednaka razlici srednje kvadratne vrednosti i kvadrata srednje vrednosti slučajne promenljive. Srednja vrednost prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive je nula i onda je varijansa prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive jednaka srednjoj kvadratnoj vrednosti slučajne promenljive. Na osnovu ovoga je određena varijansa prvog izvoda Nakagami- m slučajne promenljive kao srednja kvadratna vrednost signala na izlazu iz MRC kombinera. Na osnovu ovoga može da se formira uslovna Gausova gustina verovatnoće prvog izvoda signala na izlazu iz MRC kombinera. Ova gustina verovatnoće ne zavisi od gustine verovatnoće signala na

izlazu iz MRC kombinera. Može se zaključiti da je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC kombinera i prvog izvoda signala na izlazu iz MRC kombinera jednaka proizvodu gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC kombinera i gustina verovatnoće prvog izvoda signala na izlazu iz MRC kombinera. Zatim je određen srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera. Ovaj srednji broj je određen kao srednja vrednost od prvog izvoda signala na izlazu iz MRC kombinera. Srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je proizvodu gustine verovatnoće signala na izlazu iz MRC kombinera i standardne devijacije prvog izvoda signala na izlazu iz MRC kombinera. Kao i u predhodnom slučaju određen je srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera za tri vrednosti signala. Na ovaj način dobijeni su brojevi osnih preseka signala za nivoe x_1, x_2 i x_3 . Ove vrednosti osnih preseka su N_{x_1}, N_{x_2} i N_{x_3} . Određeni su zatim količnici N_{x_1} sa N_{x_2} i N_{x_2} sa N_{x_3} . Na ovaj način su dobijene dve jednačine gde su nepoznate oštrina fedinga m i srednja snaga Ω . Ove dve jednačine su logaritmovane i metodom eliminacije određene su vrednosti za m i Ω . Takođe, određeni su i totalni diferencijali za m i Ω u zavisnosti od prvog izvoda oštine fedinga m i srednje snage Ω po srednjim brojevima osnog preseka N_{x_1}, N_{x_2} i N_{x_3} . Kada se koristi MRC diverziti tehnika onda je greška za parametar m zbog grešaka pri merenju N_{x_1}, N_{x_2} i N_{x_3} upola manja nego kada se ne koristi diverziti tehnika.

Tabele odgovaraju za slučaj kada se srednji broj osnih preseka određuje na osnovu signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika. Na ulazima u 2-MRC prijemnik se pojavljuje Nakagami- m feding. Razmatrani su slučajevi kada je $m=2, 3, 4$ i 5 . Formiraju se u MATLAB-u $4m$ Gausovih vektora u jednom slučaju za $N=1000$, i u drugom slučaju za $N=10000$. Ovi Gausovi vektori se kvadriraju, sabiraju i korenuju. Na ovaj način se dobija slučajni vektor na izlazu iz 2-MRC prijemnika. Za ovaj slučajni vektor se određuje srednji broj osnih preseka. Određuju se tri vrednosti nivoa signala za koje se određuju brojevi osnih preseka. Pomoću ove tri vrednosti broja osnih preseka određuje se parametar m . Tačnost procenjene vrednosti za parametar m se povećava diverziti tehnikom. Može se zaključiti da procenjena vrednost za parametar m zavisi od broja uzoraka Gausovih slučajnih procesa zapisanih u Gausovim vektorima, broja realizacija Gausovih procesa i od broja ulaza primenom diverziti tehnike. U tabelama 10, 11 i 12, oštrina fedinga Nakagami- m slučajnog procesa se određuje kao i u predhodnom slučaju na osnovu signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika, ali je broj uzoraka u Gausovim vektorima $N=10000$. Kao

i u predhodnim slučajevima određen je vektor od 10000 uzoraka slučajnog signala na izlazu iz MRC prijemnika sa dve grane. Na granama je prisutan nezavistan i identičan Nakagami- m slučajni vektor. Srednji broj osnih preseka se određuje na računaru u MATLAB-u brojanjem osnih preseka. Brojanje osnih preseka je izvršeno na sledeći način. Ovi uzorci vektora signala na izlazu iz 2-MRC prijemnika se oduzimaju od nivoa signala za koji se računa srednji broj osnih preseka. Zatim se posmatraju proizvodi ovih razlika za svaka dva susedna impulsa i zatim se broje negativni proizvodi. Srednji broj osnih preseka jednak je broju ovih negativnih proizvoda. Kao i u predhodnim slučajevima određuju se osni preseki za tri vrednosti nivoa signala i na osnovu ovoga se procenjuje parametar m .

Tabela 3.13. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1, x_2=1.5, x_3=2.4, N=1000, \Omega=1$.

$x_1=1, x_2=1.5, x_3=2.4, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.1	3.15	4.19	4.83
Dve realizacije	2.09	2.91	4.13	4.86
Tri realizacije	1.91	2.93	4.09	5.1

Tabela 3.14. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2, x_2=1.8, x_3=2.4, N=1000, \Omega=1$.

$x_1=1.2, x_2=1.8, x_3=2.4, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.2	2.84	4.25	5.2
Dve realizacije	2.15	2.88	3.80	5.11
Tri realizacije	2.11	2.92	3.81	5.0

Tabela 3.15. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.3$, $x_2=1.9$, $x_3=2.7$, $N=1000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.3, x_2=1.9, x_3=2.7, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.11	3.19	3.8	5.14
Dve realizacije	2.14	2.91	3.81	5.11
Tri realizacije	2.5	2.94	4.1	5.11

U tabelama 3.13, 3.14 i 1.15 procenjene su vrednosti Nakagami- m slučajnog procesa na izlazu iz MRC prijemnika metodom osnih preseka. MRC prijemnik ima dva ulaza na kojima je prisutan Nakagami- m fading koji je nezavistan, i parametar m i srednja snaga su isti. Srednja snaga je jednaka jedan. Nakagami- m vektor se formira za m od 2 do 5. Za ovaj slučaj je dužina vektora jednaka 1000. Razmatrani su slučajevi sa jednom realizacijom, sa dve realizacije i sa tri realizacije. Vrednost envelope signala za koji se razmatra srednji broj osnih preseka su za tabelu 3.13 $x_1=1$, $x_2=1.5$ i $x_3=2.4$. tačnost dobijenih rezultata se povećava sa povećanjem broja realizacija. Na primer za slučaj kada je $N=1000$ i $m=3$ na slici 3.13 vrednost srednjeg broja osnih preseka za jednu realizaciju je najbolji 3.15 za dve realizacije je bolji 2.91 i za tri realizacije je najbolji 2.93. Ne može se tačno zaključiti kako se tačnost procenjivanja parametra m ponaša kada se povećava parametar m . Tačnost dobijenih rezultata za srednji broj osnih preseka se povećava kada se anvelopa signala za koje se realizuju osni preseki bliži maksimumu krive.

Tabela 3.16. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.6$, $x_2=2.1$, $x_3=2.4$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.6, x_2=2.1, x_3=2.4, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.14	2.96	3.90	5.31
Dve realizacije	2.8	2.82	3.83	5.22
Tri realizacije	2.3	2.81	4.12	5.09

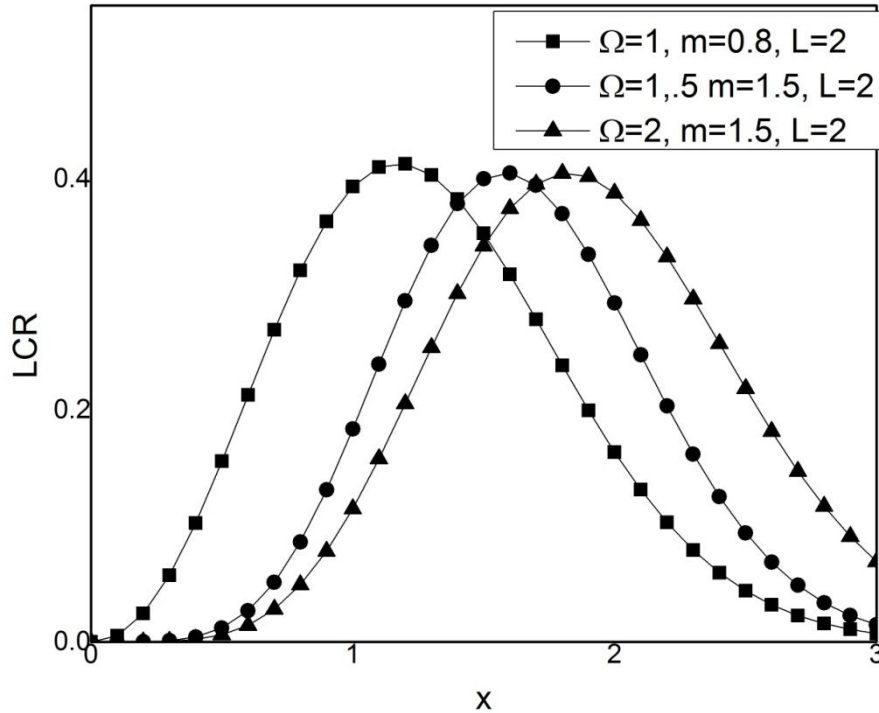
Tabela 3.17. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.5$, $x_2=2.1$, $x_3=2.4$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.5, x_2=2.1, x_3=2.4, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.11	2.83	4.38	4.81
Dve realizacije	2.11	2.88	4.21	4.86
Tri realizacije	2.04	2.99	3.98	4.92

Tabela 3.18. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa dva ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1, x_2=1.7, x_3=2.7, N=10000, \Omega=1$.

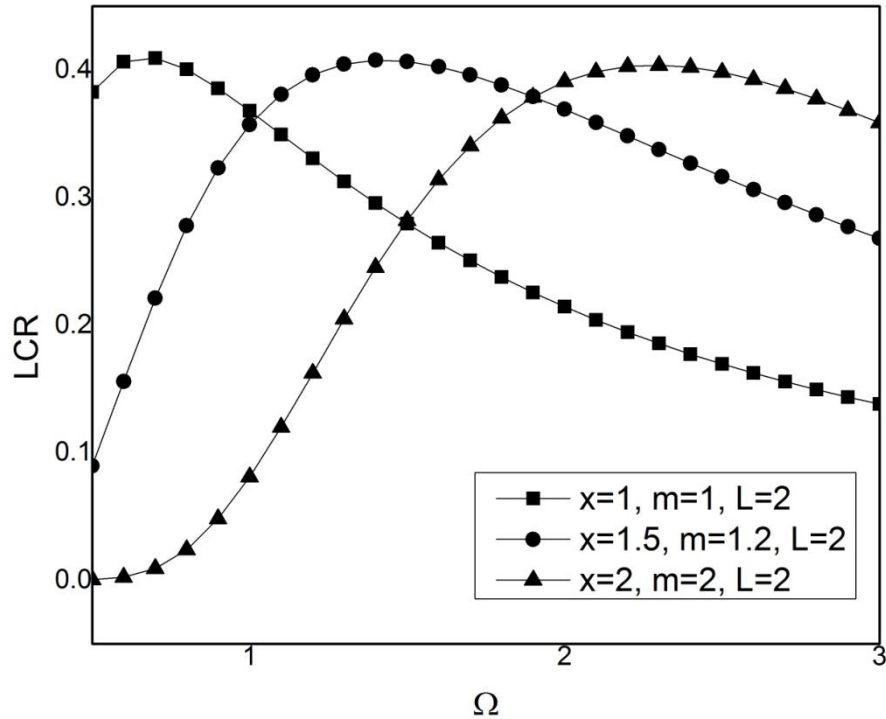
$x_1=1, x_2=1.7, x_3=2.7, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.18	2.91	4.28	5.26
Dve realizacije	2.17	2.93	4.17	5.11
Tri realizacije	2.16	3.26	4.01	5.06

U tabelama 3.16, 3.17 i 3.18 prikazane su procene vrednosti parametra m dobijene simulacijom Nakagami- m slučajnog procesa signala na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza na kojima je prisutan nezavistan i identični Nakagami- m fading sa istim parametrom m i sa istom snagom. Dužina vektora je 10000. Nakagami- m su simulirani za m od 2 do 5. Ove vrednosti trebaju biti proizvoljne. Snaga signala je jednaka jedan. Vrednost anvelope signala za koje treba odrediti srednji broj osnih preseka su za tabelu 3.16 su $x_1=1.6, x_2=2.1$ i $x_3=2.4$, za tabelu 3.17 su $x_1=1.5, x_2=2.1$ i $x_3=2.4$ i za tabelu 3.18 vrednosti anvelope signala su $x_1=1, x_2=1.7$ i $x_3=2.7$. Parametri m su procenjeni za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Sa povećanjem broja realizacija povećava se tačnost dobijenih vrednosti za m . Na primer, u tabeli 3.18 za $m=4$ za jednu realizaciju je dobijena procenjena vrednost za m jednaka 4.28, za dve realizacije je dobijeni bolji rezultat $m=4.17$ i za tri realizacije je dobijen najbolji rezultat $m=4.01$, za $m=5$ u istoj tabeli je za jednu realizaciju dobijeno $m=5.26$, za dve realizacije je dobijeno $m=5.11$ i za tri realizacije je dobijeno $m=5.06$.



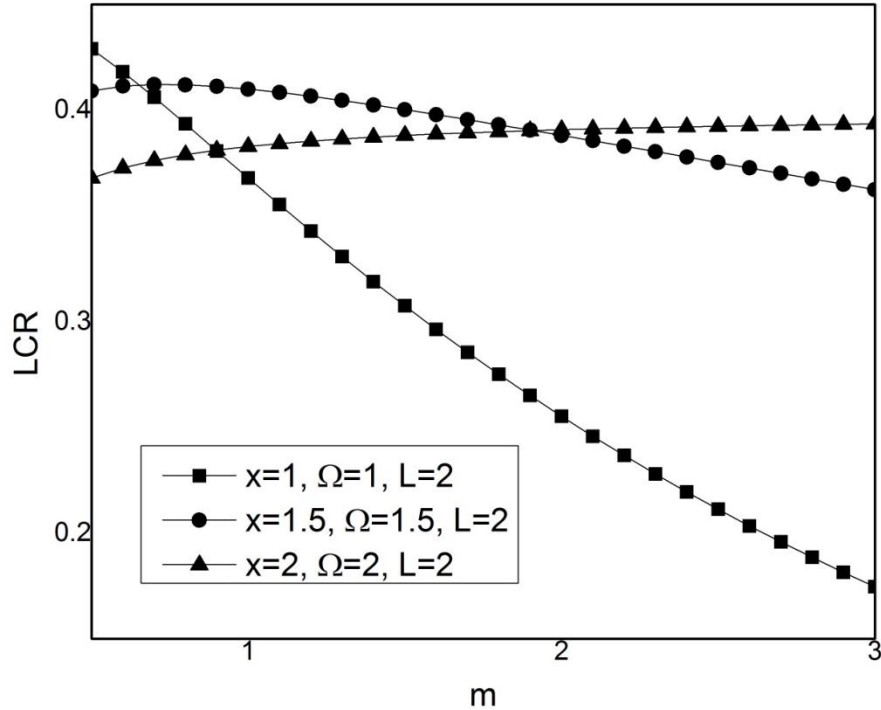
Slika 3.18. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza u zavisnosti od anvelope signala

Na slici 3.18 prikazane su krive srednjeg broja osnih preseka slučajnog procesa signala na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza, na ulazima je prisutan Nakagami- m koji je nezavistan i čiji je parametar m isti za oba ulaza i srednja snaga je ista za oba ulaza. U ovom slučaju srednji broj osnih preseka signala na izlazu prikazan u zavisnosti od anvelope signala na izlazu iz MRC prijemnika i izračunat je pomoću izvedene formule za srednji broj osnih preseka. Prikazane su tri krive za koje su parametar $\Omega=1$ i $m=0.8$ za jednu krivu, $\Omega=1.5$ i $m=1$ za drugu krivu i $\Omega=2$ i $m=1.5$ za treću krivu. Kao i predhodnim slučajevima kriva za manje vrednosti anvelope rastu dostižu maksimum, pa zatim opadaju za veće vrednosti anvelope. Maksimum krive se pomera u oblastima većih vrednosti anvelope signala na izlazu iz MRC prijemnika kada se srednja snaga i parametar m povećavaju. Srednji broj osnih preseka je normalizovan na maksimalnu Doplerovu frekvencu [11]. Srednji broj osnih preseka opada kada raste parametar m za manje vrednosti anvelope signala. Isto važi i za srednju snagu. Ove su krive značajne zbog toga što pokazuju ponašanje srednjeg broja osnih preseka u zavisnosti od parametra m i srednje snage Ω .



Slika 3.19. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza u zavisnosti od srednje snage.

Na slici 3.19 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka slučajnog procesa signala na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m fading koji je nastao zbog prostiranja signala po više puteva. Na oba ulaza je isti parametar m i ista snaga Ω . Srednji broj osnih preseka je dat u zavisnosti od srednje snage. Parametri su anvelope signala i Nakagami- m parametar. Prikazane su tri krive. Za prvu krivu je anvelope $x=1$ i parametar $m=1$, za drugu krivu je $x=1.5$ i $m=1.2$ i za treću krivu $x=2$ i $m=2$. Ove krive su značajne zato što pokazuju ponašanje osnih preseka u zavisnosti od srednje snage. Za manje vrednosti srednje snage srednji broj osnih preseka raste, zatim srednji broj osnih preseka dostiže maksimum, a za veće vrednosti srednje snage, srednji broj osnih preseka opada. Uticaj srednje snage na srednji broj osnih preseka je veći za manje vrednosti srednje snage. Maksimum krive se pomera u oblasti većih vrednosti srednje snage, kada anvelope x raste i kada parametar m raste. Takođe, kada parametar m raste maksimum krive je manje oštar. Za veće vrednosti x , srednji broj osnih preseka raste kada raste anvelope signala.



Slika 3.20. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza u zavisnosti od parametra m .

Na slici 3.20 prikazane su normalizovane vrednosti za srednji broj osnih preseka slučajnog signala na izlazu iz MRC prijemnika sa dva ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m fading sa istim parametrom m i sa istim snagama u zavisnosti parametra m Nakagami- m envelope na ulazima. Važno je razmotriti kako se ponaša srednji broj osnih preseka u zavisnosti od parametra m Nakagami- m envelope. Prikazane su tri krive. Za prvu krivu je envelope $x=1$ i srednja snaga je 1, za drugu krivu je $x=1.5$ i srednja snaga je 1.5 i za treću krivu je $x=2$ i srednja snaga je 2. Za manje vrednosti envelope signala, srednji broj osnih preseka značajno opada kada parametar m raste, za veće vrednosti parametra x i srednje snage, srednji broj osnih preseka opada ili blago raste kada Nakagami- m parametar raste. Uticaj parametra m na srednji broj osnih preseka je veći za veće vrednosti, manje vrednosti envelope i srednje snage. Performanse sistema su bolje za veće vrednosti parametra m .

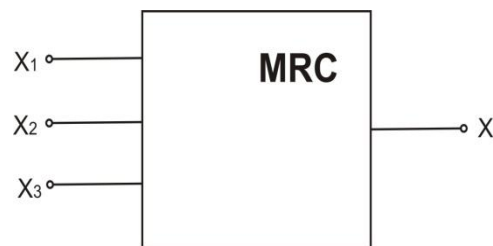
3.3. Primena MRC diverziti tehnike sa tri ulaza za određivanje parametara Nakagami- m fedinga primenom osnih preseka

U ovoj sekciji razmatra se MRC prijemnik sa tri ulaza [26]. Na ulazima je prisutan nezavistan i identičan Nakagami- m feding. Pretpostavlja se da je snaga šuma ista u sve tri grane na ulazima u MRC prijemnik. Kvadrat snage signala na izlazu iz MRC prijemnika jednak je zbiru kvadrata tri Nakagami- m slučajne promenljive. Kvadrat Nakagami- m slučajne promenljive jednak je zbiru $2m$ kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih [12]. Ove Gausove slučajne promenljive su nezavisne, imaju srednju vrednost nula i sa varijansom σ^2 . Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je zbiru $6m$ kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih. Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera je χ^2 slučajne promenljive sa tri stepena slobode. Na ovaj način može da se formira gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC kombinera. Pomoću ove gustine verovatnoće može da se odredi kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz MRC kombinera, karakteristična funkcija signala na izlazu iz MRC kombinera i momenti signala na izlazu iz MRC kombinera. Takođe može da se odredi združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC kombinera i njenog prvog izvoda. Pomoću ove združene gustine verovatnoće može da se odredi srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera. Kao u i prethodnom slučaju određene su tri vrednosti anvelope signala na izlazu iz MRC kombinera za koje su izračunate vrednosti broja osnih preseka. Određen je parametar m u zavisnosti od tri vrednosti anvelope signala i tri vrednosti srednjeg broja osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera. Takođe je određena srednja snaga signala na izlazu iz MRC kombinera u zavisnosti od tri vrednosti anvelope signala i tri izmerene vrednosti srednjeg broja osnih preseka. Da bi se tri vrednosti nivoa anvelope za koju se određuje srednji broj osnih preseka odredile adekvatno, potrebno je odrediti kako se srednji broj osnih preseka menja sa promenom anvelope signala, srednje snage i parametra fedinga m . Kako raste oštrina fedinga m tako opada srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera. Sa promenom anvelope signala srednji broj osnih preseka raste, dostiže maksimum, a zatim opada.

Na sličan način može da se razmatra i slučaj kada se oštrina Nakagami- m fedinga i snaga Nakagami- m anvelope određuje primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza. U ovom slučaju su Nakagami- m signali prisutni na ulazima MRC prijemnika (3-MRC). Ovi Nakagami- m signali su međusobno nezavisni i identični su, tj. oštine fedinga su im jednake i srednje snage su im

jednake. Kvadrat signala na izlazu iz 3-MRC jednak je zbiru $6m$ kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih. Na ovaj način, kao u predhodnom slučaju može da se odredi srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz 3-MRC. Parametri oštrina Nakagami- m fedinga i snaga Nakagami- m fedinga se određuju brojanjem osnih preseka za tri vrednosti nivoa signala.

Posmatra se diverziti tehnika sa MRC kombinerom sa tri ulaza [26]. Na ulazima je prisutan identičan nezavisan Nakagami- m feding. Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici. Meri se srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz kombinera i na osnovu ovih merenih vrednosti određuje se oštrina Nakagami- m parametra m i srednja vrednost snage anvelope signala Ω . Anvelope signala na ulazima u MRC su x_1, x_2 i x_3 , a njihovi prvi izvodi su \dot{x}_1, \dot{x}_2 i \dot{x}_3 . Signal na izlazu je x , a njegov prvi izvod je \dot{x} . Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima.



Slika 3.21. MRC kombinerom sa tri ulaza.

Signal x je jednak [26]:

$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \quad (3.3.1)$$

Kvadrati Nakagami- m amplitude x_1, x_2 i x_3 su [9]:

$$x_1^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 \quad (3.3.2)$$

$$x_2^2 = x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 \quad (3.3.3)$$

$$x_3^2 = x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 \quad (3.3.4)$$

Zamenom (3.3.2), (3.3.3) i (3.3.4) u (3.3.1), dobija se:

$$x^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 + x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 \quad (3.3.5)$$

Prvi izvod od signala x na izlazu iz MRC je:

$$\begin{aligned} \dot{x} = \frac{1}{x} (x_{11}\dot{x}_{11} + x_{12}\dot{x}_{12} + \dots + x_{12m}\dot{x}_{12m} + x_{21}\dot{x}_{21} + x_{22}\dot{x}_{22} + \dots + \\ + \dots + x_{22m}\dot{x}_{22m} + x_{31}\dot{x}_{31} + x_{32}\dot{x}_{32} + \dots + x_{32m}\dot{x}_{32m}) \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

Slučajne promenjive $\dot{x}_{11}, \dot{x}_{12}, \dots, \dot{x}_{12m}, \dot{x}_{21}, \dot{x}_{22}, \dots, \dot{x}_{22m}, \dot{x}_{31}, \dot{x}_{32}, \dots, \dot{x}_{32m}$ su nezavisne Gausove slučajne promenjive sa srednjim vrednostima nula. Slučajna promenjiva \dot{x} je uslovna Gausova slučajna promenjiva. Srednja vrednost od \dot{x} je nula. Varijansa od \dot{x} je:

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{x}}^2 = \frac{1}{x^2} (x_{11}^2 \sigma_{\dot{x}_{11}}^2 + x_{12}^2 \sigma_{\dot{x}_{12}}^2 + \dots + x_{12m}^2 \sigma_{\dot{x}_{12m}}^2 + x_{21}^2 \sigma_{\dot{x}_{21}}^2 + x_{22}^2 \sigma_{\dot{x}_{22}}^2 + \dots + x_{22m}^2 \sigma_{\dot{x}_{22m}}^2 + \\ + x_{31}^2 \sigma_{\dot{x}_{31}}^2 + x_{32}^2 \sigma_{\dot{x}_{32}}^2 + \dots + x_{32m}^2 \sigma_{\dot{x}_{32m}}^2) \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

gde je :

$$\sigma_{\dot{x}_{11}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{12}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{12m}}^2 = 2\pi^2 \sigma^2 f_m^2 = f_1^2 = f^2 \quad (3.3.8)$$

$$\sigma_{\dot{x}_{21}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{22}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{22m}}^2 = 2\pi^2 \sigma^2 f_m^2 = f_2^2 = f^2 \quad (3.3.9)$$

$$\sigma_{\dot{x}_{31}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{32}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{32m}}^2 = 2\pi^2 \sigma^2 f_m^2 = f_3^2 = f^2 \quad (3.3.10)$$

Zamenom (3.3.8), (3.3.9) i (3.3.10) u (3.3.7), dobija se:

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{x}}^2 = \frac{1}{x^2} f^2 (x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 + x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2) = \\ = \frac{1}{x^2} f^2 x^2 = f^2 = 2\pi^2 \sigma^2 f_m^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{m} \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

Gustina verovatnoće od prvog izvoda signala na izlazu iz MRC je:

$$P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} \quad (3.3.12)$$

Gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC ima x^2 raspodelu sa $3m$ stepena slobode:

$$P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2}, x \geq 0 \quad (3.3.13)$$

Signal x i njegov prvi izvod su međusobno nezavisni i zbog toga je združena gustina verovatnoće signala x na izlazu iz MRC kombinera i njegovog prvog izvoda \dot{x} jednaka je proizvodu gustine verovatnoće od x i gustine verovatnoće od \dot{x} .

$$P_{\dot{x}x}(\dot{x}x) = P_x(x)P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} \quad (3.3.14)$$

Srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je srednjoj vrednosti prvog izvoda od signala na izlazu iz MRC kombinera.

$$\begin{aligned} N_x &= \int_0^\infty \dot{x} P_{\dot{x}x}(\dot{x}x) d\dot{x} = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \int_0^\infty \dot{x} d\dot{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} = \\ &= \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi^2 f m^2 \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} = \\ &= \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m-1/2} x^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f m \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

Srednji brojevi osnih preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} za nivoe x_1 , x_2 i x_3 su:

$$N_{x_1} = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m-1/2} x_1^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f m \quad (3.3.16)$$

$$N_{x_2} = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m-1/2} x_2^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f m \quad (3.3.17)$$

$$N_{x_3} = \frac{2}{\Gamma(3m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{3m-1/2} x_3^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_3^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f m \quad (3.3.18)$$

Iz prethodnih se jednačina dobija:

$$\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_2^2-x_1^2)} \quad (3.3.19)$$

$$\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^{6m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_3^2-x_1^2)} \quad (3.3.20)$$

Logaritmovanjem se dobija:

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) = (6m - 1) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega} (x_2^2 - x_1^2) \quad (3.3.21)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) = (6m - 1) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega} (x_3^2 - x_1^2) \quad (3.3.22)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (6m - 1) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) = -\frac{m}{\Omega} (x_2^2 - x_1^2) \quad (3.3.23)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (6m - 1) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = -\frac{m}{\Omega} (x_3^2 - x_1^2) \quad (3.3.24)$$

Zamenom se dobija:

$$\frac{\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (6m - 1) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (6m - 1) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_3^2 - x_1^2} \quad (3.3.25)$$

$$\begin{aligned} (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (6m - 1)(x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) &= \\ = (x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (6m - 1)(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) & \end{aligned} \quad (3.3.26)$$

$$(6m - 1) = \frac{(x_2^2 - x_1^2) \left(\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \right)}{(x_2^2 - x_1^2) \left(\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \right)} \quad (3.3.27)$$

Parametar m je jednak:

$$m = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{(x_2^2 - x_1^2) \left(\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \right)}{(x_2^2 - x_1^2) \left(\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \right)} \right) \quad (3.3.28)$$

Totalni diferencijal od m je:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \quad (3.3.29)$$

Parcijalni izvodi po m su jednaki:

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} = \frac{1}{6N_{x_1}} \frac{(x_3^2 - x_2^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.3.30)$$

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} = \frac{1}{6N_{x_2}} \frac{(x_3^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.3.31)$$

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_3}} = \frac{1}{6N_{x_3}} \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.3.32)$$

Zamenom se dobija:

$$d_m = \frac{1}{6} \frac{1}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \left(\frac{(x_3^2 - x_1^2)}{N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \frac{(x_3^2 - x_1^2)}{N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \right) \quad (3.3.33)$$

Srednja snaga signala anvelope na izlazu iz MRC kombinera se određuje na sledeći način:

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega} (x_2^2 - x_1^2) = (6m - 1) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \quad (3.3.34)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega} (x_3^2 - x_1^2) = (6m - 1) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) \quad (3.3.35)$$

Deljenjem prethodnih jednačina se dobija:

$$\frac{\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega} (x_2^2 - x_1^2)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega} (x_3^2 - x_1^2)} = \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \quad (3.3.36)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) + \frac{m}{\Omega} \left(\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) (x_2^2 - x_1^2) \right) = \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + \frac{m}{\Omega} \left(\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) (x_3^2 - x_1^2) \right) \quad (3.3.37)$$

$$\Omega = m \frac{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} =$$

$$\frac{1}{6} \left(1 + \frac{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) (x_2^2 - x_1^2) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) (x_3^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \frac{\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) (x_2^2 - x_1^2) - \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) (x_3^2 - x_1^2)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \right) \quad (3.3.38)$$

Iz prethodnih jednačina se dobija srednja kvadratna vrednost signala anvelope u obliku:

$$\Omega = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) (x_2^2 - x_1^2) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) (x_3^2 - x_1^2)}{(x_2^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \frac{\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) (x_2^2 - x_1^2) - \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) (x_3^2 - x_1^2)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \right) \quad (3.3.39)$$

Sledeće tri tabele se odnose na procenu oštine fedinga Nakagami- m slučajnog procesa kada se koristi signal na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza (3-MRC). Na svakom od ovih ulaza prisutan je Nakagami- m feding sa oštrinom fedinga m . Razmatran je slučaj kada je m ceo broj. Formiraju se $6m$ Gausovih slučajnih vektora dužine 1000. Svi ovi vektori se kvadriraju, a zatim i sabiraju. Novonastali vektori se korenuju i dobija se vektor signala na izlazu iz 3-MRC prijemnika sa 1000 uzoraka. Zatim se određuju srednji brojevi osnih preseka ovako dobijenog vektora. Srednji broj osnih preseka za određen nivo signala se određuje sa nekom od opisanih metoda. Određuju se tri vrednosti nivoa signala za koje se računa srednji broj osnih preseka. Vektori signala na izlazu se određuju za $m=2, 3, 4$ i 5 . Srednja snaga je $\Omega=1$. Parametar m se procenjuje za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. U prvom slučaju se parametar m određuje na osnovu jedne realizacije. Zatim se odrede dve realizacije i nađe se srednja vrednost od m . Za tri realizacije se odrede tri vrednosti za m , a zatim se odredi njihova srednja vrednost. Sa povećanjem broja realizacija, tačnost procenjene vrednosti za oštrinu fedinga se povećava. Prikazane su tri tabele za razne vrednosti uzete za tri vrednosti nivoa signala za koje treba odrediti srednji broj osnih preseka. Zatim su prikazane još tri tabele za 3-MRC prijemnik za koje je broj uzoraka Gausovih vektora $N=10000$. Ovo su tabele 22, 23 i 24. Iz ovih tabela se vidi da se sa povećanjem broja članova u Gausovim vektorima povećava i tačnost procenjene vrednosti za parametar m . Iz tabela se vidi da se tačnost procenjene vrednosti za parametar m povećava kada se povećava broj realizacija, veličina Gausovih vektora i povećava broj ulaza u 3-MRC prijemnik. Dobijeni rezultati pokazuju da se na ovaj način procena parametra m može koristiti u adaptivnim bežičnim telekomunikacionim sistemima.

Tabela 3.19. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziteti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.3, x_2=2.3, x_3=2.6, N=1000, \Omega=1$.

$x_1=1.3, x_2=2.3, x_3=2.6, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacije	2.21	2.93	4.25	4.82
Dve realizacije	2.09	2.88	4.11	4.81
Tri realizacije	1.95	3.12	4.01	5.01

U tabelama 3.19 i 3.20 prikazane su procene vrednosti parametra m Nakagami- m fedinga koristići slučajni process na izlazu iz MRC prijemnika sa tri izlaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m feding sa istim parametrom m i sa istom srednjom snagom na sva tri ulaza. Parametar m se određuje na osnovu srednjeg broja osnih preseka slučajnog procesa signala na izlazu iz MRC prijemnika. Vrednosti anvelope signala za koje se računa srednji broj osnih preseka su za tabelu 3.19 jednake $x_1=1.3$, $x_2=2.3$ i $x_3=2.6$, za tabelu 3.20 anvelope su jednake $x_1=1.2$, $x_2=2.1$ i $x_3=2.5$. Dužina vektora na izalzu iz MRC prijemnika jednaka je 1000. Srednja snaga za obe tabele je $\Omega=1$. Nakagami- m vektori se formiraju za $m=2, 3, 4$ i 5 . Razmatrani su slučajevi kada se parametar m procenjuje za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Sa povećanjem broja realizacije raste i tačnost procene parametra m . Na primer, za $m=4$ u tabeli 3.20 za jednu realizaciju $m=3.81$, za dve realizacije je $m=3.92$ što je bolji rezultat i za tri realizacije $m=3.93$ što je najbolji rezultat.

Tabela 3.20. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2$, $x_2=2.1$, $x_3=2.5$, $N=1000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.2, x_2=2.1, x_3=2.5, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacije	2.11	3.2	3.81	5.22
Dve realizacije	2.05	2.95	3.92	5.23
Tri realizacije	2.01	2.95	3.93	4.88

Tabela 3.21. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.3$, $x_2=2.3$, $x_3=2.4$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.3, x_2=2.3, x_3=2.4, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacije	2.11	3.31	4.21	4.81
Dve realizacije	2.01	2.89	4.18	4.91
Tri realizacije	2.14	2.99	4.17	4.99

Tabela 3.22. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=0.75$, $x_2=1$, $x_3=1.5$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=0.75, x_2=1, x_3=1.5, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacije	2.09	2.81	3.85	5.21
Dve realizacije	2.11	2.91	3.81	5.11
Tri realizacije	2.08	2.99	4.06	4.98

U tabelama 3.21, 3.22, 3.23 i 3.24 prikazane su simulirane vrednosti za parametar m na osnovu srednjeg broja osnih preseka signala na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza na kojima se pojavljuje nezavistan Nakagami- m feding sa istim parametrom m na sva tri ulaza i sa istom snagom na sva tri ulaza. Srednji broj osnih preseka je određen za slučajni proces na izlazu iz MRC prijemnika. Dužine vektora su jednake 10000, a srednje snage su jedan. Vrednosti parametra m na osnovu koga su formirani Nakagami- m vektori su 2, 3, 4 i 5. Za tabelu 3.21 anvelope signala za koje su određeni srednji broj osnih preseka su $x_1=1.3$, $x_2=2.3$ i $x_3=2.4$, za tabelu 3.22 anvelope su jednake $x_1=0.75$, $x_2=1$ i $x_3=1.5$, za tabelu 2.24 anvelope su $x_1=0.9$, $x_2=1.5$

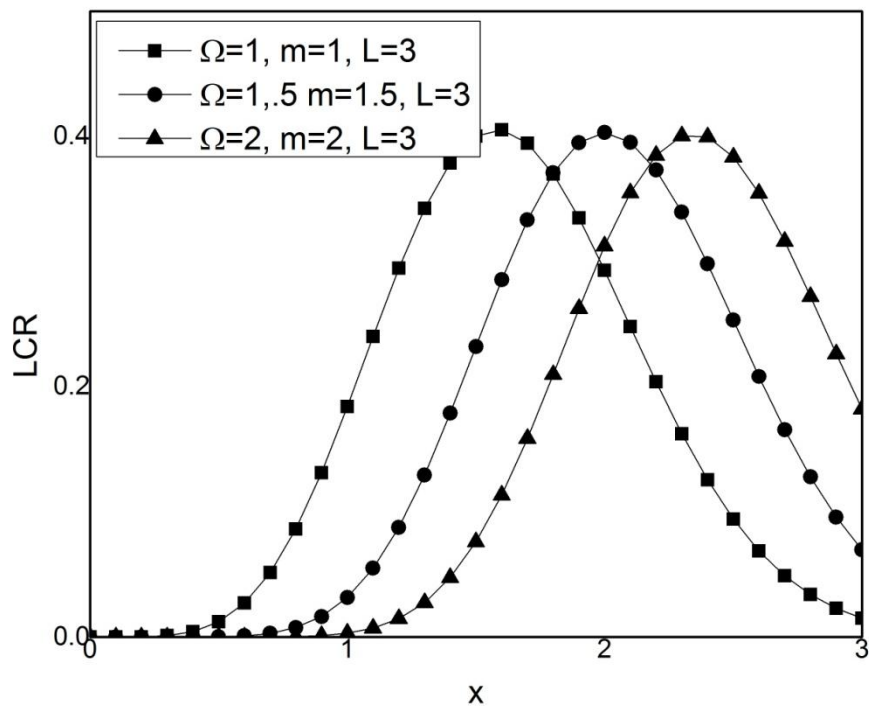
i $x_3=3$. Za svako m određeni su tri realizacije. Sa povećanjem broja realizacija povećava se tačnost dobijenih rezultata.

Tabela 3.23. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=0.8$, $x_2=1.4$, $x_3=2.4$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=0.8, x_2=1.4, x_3=2.4, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacije	2.21	3.3	3.9	5.2
Dve realizacije	2.11	3.1	3.93	5.1
Tri realizacije	2.04	3.05	4.1	4.94

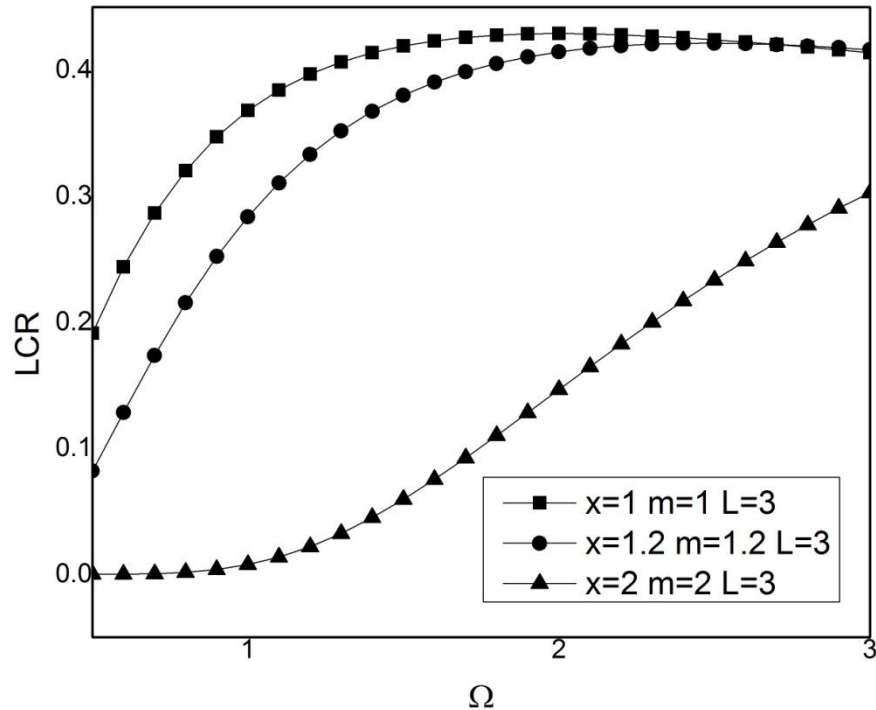
Tabela 3.24. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa tri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=0.9$, $x_2=1.5$, $x_3=3$, $N=10000$, $\Omega=1$.

$x_1=0.9, x_2=1.5, x_3=3, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacije	1.90	3.20	3.91	5.36
Dve realizacije	1.89	3.10	3.92	5.31
Tri realizacije	2.08	2.96	3.93	5.01



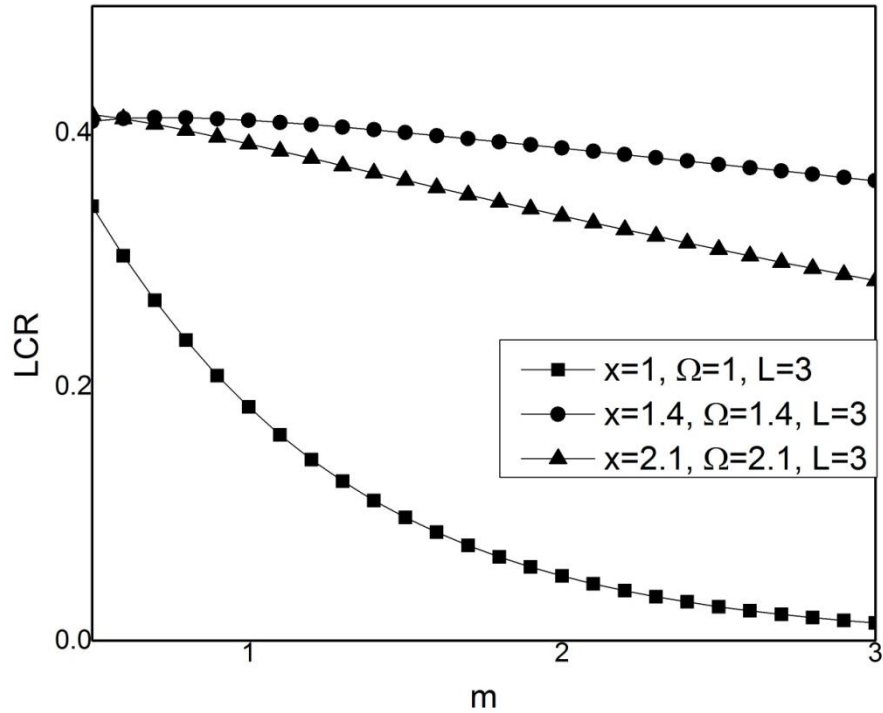
Slika 3.22. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza u zavisnosti od anvelope signala.

Na slici 3.22 prikazan je normalizovan srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza na kojima je prisutan nezavistan Nakagami- m fading sa istim parametrom m na sva tri ulaza u zavisnosti od anvelope signala na izlazu iz MRC prijemnika. Srednji broj osnih preseka je dobijen numerički za slučajni proces signala na izlazu iz MRC prijemnika. Ove krive su potrebne da bi se odredilo ponašanje srednjeg broja osnih preseka kada se menjaju anvelopa signala, parametar m i srednja snaga Nakagami- m anvelope. Prikazane su tri krive za koje je $\Omega=1$ i $m=1$ za prvu krivu, $\Omega=1.5$ i $m=1.5$ za drugu krivu i za treću krivu $\Omega=2$ i $m=2$. Za manje vrednosti anvelope signala srednji broj osnih preseka raste, zatim srednji broj osnih preseka dostiže maksimum i za veće vrednosti anvelope srednji broj osnih preseka opada. Sa porastom srednje snage i sa porastom parametra m maksimum krive se pomera u obalstima većih vrednosti anvelope signala. Za veće vrednosti anvelope signala, srednji broj osnih preseka je najmanji za male vrednosti snage i parametar m .



Slika 3.23. Srednji broj osnih preseka u zavisnosti od srednje snage.

Na slici 3.23 prikazan je srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC prijemnika sa tri ulaza na kojima je prisutan nezavistan Nakagami- m fading sa istim parametrom m na svim ulazima i sa istom srednjom snagom na svim ulazima u zavisnosti od srednje snage Nakagami- m anvelope. Prikazane su tri krive. Za prvu krivu je $x=1$ i $m=1$, za drugu krivu je $x=1.2$ i $m=1.2$ i za treću krivu je $x=2$ i $m=2$ srednji broj osnih preseka raste sa porastom srednje snage anvelope signala. Za veće vrednosti anvelope x i parametra m , uticaj srednje snage na srednji broj osnih preseka je veći za veće vrednosti srednje snage. Za manje vrednosti anvelope x i Nakagami- m parametra m , uticaj srednje snage na srednji broj osnih preseka je veći za male vrednosti srednjeg broja osnih preseka.



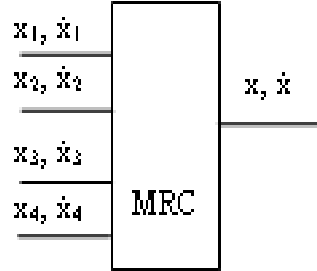
Slika 3.24. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijelnika sa tri ulaza u zavisnosti od parametra m .

Na slici 3.24 prikazan je srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz MRC prijelnika sa tri ulaza na kojima je prisutan Nakagami- m fedinga sa istim parametrom m i sa istom srednjom snagom na svim ulazima u zavisnosti od Nakagami- m parametra m .

3.4. Primena MRC diverziti prijelnika sa četiri ulaza za procenu parametara Nakagami- m fedinga metodom osnih preseka

U ovom radu je takođe razmatran i slučaj kada se MRC diverziti tehnika sa četiri ulaza koristi za procenu parametara Nakagami- m fedinga. Kvadrat signala na ulazu jednak je zbiru $8m$ kvadriranih Gausovih slučajnih promenljivih. Kao i u predhodnim slučajevima određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz 4-MRC prijelnika i njen prvi izvod. Zatim je određen srednji broj osnih preseka signala, kao i srednja vrednost od prvog izvoda signala na izlazu iz 4-MRC prijelnika. Za tri vrednosti nivoa anvelope može da se odrede oštrina Nakagami- m fedinga i srednja snaga signala.

Razmatra se MRC diverziti prijemnik sa četiri ulaza. Na ulazima je prisutan nezavistan i identičan Nakagami- m fading. Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici. Anvelope signala na ulazima u MRC kombiner su x_1, x_2, x_3, x_4 , a izvodi signala na ulazima u kombiner su $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3$ i \dot{x}_4 .



Slika 3.25. MRC diverziti prijemnik sa četiri ulaza.

Anvelopa signala na izlazu iz kombinera je x , a njegov prvi izvod je \dot{x} . Kvadrat signala na izlazu iz MRC kombinera jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima:

$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \quad (3.4.1)$$

Slučajne promenljive x_1, x_2, x_3, x_4 imaju Nakagami- m gustinu verovatnoće:

$$P_{x_i}(x_i) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_i^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_i^2}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad x_i \geq 0 \quad (3.4.2)$$

Karakteristična funkcija od x_i :

$$F_{x_i}(x_i) = \frac{1}{\Gamma(m)} \gamma\left(m, \frac{m}{\Omega} x_i^2\right), \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad x_i \geq 0 \quad (3.4.3)$$

Momenti od x_i su jednaki:

$$m_{nx_i} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{\frac{n}{2}} \Gamma(m + n/2) \quad (3.4.4)$$

Združena gustina verovatnoće od x_i i \dot{x}_i je:

$$P_{x_i \dot{x}_i}(x_i \dot{x}_i) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m x_i^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_i^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}_i^2}{2f^2}} \quad (3.4.5)$$

gde je $f^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{m}$.

Gustina verovatnoće od x je:

$$P_x(x) = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} x^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \quad (3.4.6)$$

Združena gustina verovatnoće od x i \dot{x} je:

$$P_{x\dot{x}}(x\dot{x}) = P_x(x)P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} x^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} \quad (3.4.7)$$

gde je $f^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{m}$.

Kvadrati Nakagami- m signala su jednaki:

$$x_1^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 \quad (3.4.8)$$

$$x_2^2 = x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 \quad (3.4.9)$$

$$x_3^2 = x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 \quad (3.4.10)$$

$$x_4^2 = x_{41}^2 + x_{42}^2 + \dots + x_{42m}^2 \quad (3.4.11)$$

Zamenom se dobija:

$$x^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 + \\ x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 + x_{41}^2 + x_{42}^2 + \dots + x_{42m}^2 \quad (3.4.12)$$

Prvi izvod od x je:

$$\dot{x} = \frac{1}{x} (x_{11}\dot{x}_{11} + x_{12}\dot{x}_{12} + \dots + x_{12m}\dot{x}_{12m} + x_{21}\dot{x}_{21} + x_{22}\dot{x}_{22} + \dots + x_{22m}\dot{x}_{22m} + \\ x_{31}\dot{x}_{31} + x_{32}\dot{x}_{32} + \dots + x_{32m}\dot{x}_{32m} + x_{41}\dot{x}_{41} + x_{42}\dot{x}_{42} + \dots + x_{42m}\dot{x}_{42m}) \quad (3.4.13)$$

Srednja vrednost od \dot{x} je:

$$\bar{x} = \frac{1}{x} (x_{11}\bar{x}_{11} + x_{12}\bar{x}_{12} + \dots + x_{12m}\bar{x}_{12m} + x_{21}\bar{x}_{21} + x_{22}\bar{x}_{22} + \dots + x_{22m}\bar{x}_{22m} + \bar{x}_{31} + x_{32}\bar{x}_{32} + \dots + x_{32m}\bar{x}_{32m} + x_{41}\bar{x}_{41} + x_{42}\bar{x}_{42} + \dots + x_{42m}\bar{x}_{42m}) = 0 \quad (3.4.14)$$

pošto je:

$$\bar{x}_{11} = \bar{x}_{12} = \dots = \bar{x}_{12m} = 0 \quad (3.4.15)$$

$$\bar{x}_{21} = \bar{x}_{22} = \dots = \bar{x}_{22m} = 0 \quad (3.4.16)$$

$$\bar{x}_{31} = \bar{x}_{32} = \dots = \bar{x}_{32m} = 0 \quad (3.4.17)$$

$$\bar{x}_{41} = \bar{x}_{42} = \dots = \bar{x}_{42m} = 0 \quad (3.4.18)$$

Varijansa od \dot{x} je:

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \frac{1}{x^2} (x_{11}^2 \sigma_{\dot{x}_{11}}^2 + x_{12}^2 \sigma_{\dot{x}_{12}}^2 + \dots + x_{12m}^2 \sigma_{\dot{x}_{12m}}^2 + x_{21}^2 \sigma_{\dot{x}_{21}}^2 + x_{22}^2 \sigma_{\dot{x}_{22}}^2 + \dots + x_{22m}^2 \sigma_{\dot{x}_{22m}}^2 + x_{31}^2 \sigma_{\dot{x}_{31}}^2 + x_{32}^2 \sigma_{\dot{x}_{32}}^2 + \dots + x_{32m}^2 \sigma_{\dot{x}_{32m}}^2 + x_{41}^2 \sigma_{\dot{x}_{41}}^2 + x_{42}^2 \sigma_{\dot{x}_{42}}^2 + \dots + x_{42m}^2 \sigma_{\dot{x}_{42m}}^2) \quad (3.4.19)$$

Neka je:

$$\sigma_{\dot{x}_{11}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{12}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{12m}}^2 = f^2 \quad (3.4.20)$$

$$\sigma_{\dot{x}_{21}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{22}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{22m}}^2 = f^2 \quad (3.4.21)$$

$$\sigma_{\dot{x}_{31}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{32}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{32m}}^2 = f^2 \quad (3.4.22)$$

$$\sigma_{\dot{x}_{41}}^2 = \sigma_{\dot{x}_{42}}^2 = \dots = \sigma_{\dot{x}_{42m}}^2 = f^2 \quad (3.4.23)$$

Zamenom se dobija:

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \frac{f^2}{x^2} (x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{12m}^2 + x_{21}^2 + x_{22}^2 + \dots + x_{22m}^2 + x_{31}^2 + x_{32}^2 + \dots + x_{32m}^2 + x_{41}^2 + x_{42}^2 + \dots + x_{42m}^2) = \frac{f^2 x^2}{x^2} = f^2 \quad (3.4.24)$$

Združena gustina verovatnoće od x i \dot{x} je:

$$P_{x\dot{x}}(x\dot{x}) = P_x(x)P_{\dot{x}}(\dot{x}) = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} x^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} \quad (3.4.25)$$

Srednji broj osnih preseka se određuje pomoću formule:

$$\begin{aligned} N_x &= \int_0^\infty \dot{x} P_{x\dot{x}}(x\dot{x}) dx = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} x^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \int_0^\infty dx \dot{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}f} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2f^2}} = \\ &= \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m} x^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2} = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m-1/2} x^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \end{aligned} \quad (3.4.26)$$

Srednji broj osnih preseka N_{x_1} , N_{x_2} i N_{x_3} za nivoe x_1 , x_2 i x_3 su:

$$N_{x_1} = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m-1/2} x_1^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.4.26)$$

$$N_{x_2} = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m-1/2} x_2^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.4.27)$$

$$N_{x_3} = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m-1/2} x_3^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_3^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.4.28)$$

Iz predhodnih jednačina se dobija:

$$\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_2^2-x_1^2)} \quad (3.4.29)$$

$$\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_3^2-x_1^2)} \quad (3.4.30)$$

Logaritmovanjem se dobija:

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) = (8m-1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_2^2-x_1^2) \quad (3.4.31)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) = (8m-1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_3^2-x_1^2) \quad (3.4.32)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (8m-1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) = -\frac{m}{\Omega}(x_2^2-x_1^2) \quad (3.4.33)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (8m - 1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = -\frac{m}{\Omega}(x_3^2 - x_1^2) \quad (3.4.34)$$

$$\frac{\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (8m - 1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (8m - 1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_3^2 - x_1^2} \quad (3.4.35)$$

$$\begin{aligned} & (x_3^2 - x_1^2)l_n\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) - (8m - 1)(x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) = \\ & = (x_2^2 - x_1^2)l_n\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (8m - 1)(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) \end{aligned} \quad (3.4.36)$$

$$8m - 1 = \frac{(x_2^2 - x_1^2)l_n\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (x_3^2 - x_1^2)l_n\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.4.37)$$

$$m = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{(x_2^2 - x_1^2)l_n\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (x_3^2 - x_1^2)l_n\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \right) \quad (3.4.38)$$

Totalni diferencijal od m je:

$$d_m = \frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{\partial m}{\partial N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \quad (3.4.39)$$

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_1}} = \frac{1}{8N_{x_1}} \frac{x_3^2 - x_1^2}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.4.40)$$

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_2}} = \frac{1}{8N_{x_2}} \frac{x_3^2 - x_2^2}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.4.41)$$

$$\frac{\partial m}{\partial N_{x_3}} = \frac{1}{8N_{x_3}} \frac{x_2^2 - x_1^2}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.4.42)$$

Zamenom se dobija:

$$d_m = \frac{1}{8} \frac{1}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.4.43)$$

$$\frac{x_3^2 - x_1^2}{N_{x_1}} d_{N_{x_1}} + \frac{x_3^2 - x_2^2}{N_{x_2}} d_{N_{x_2}} + \frac{x_2^2 - x_1^2}{N_{x_3}} d_{N_{x_3}} \quad (3.4.44)$$

Srednja snaga anvelope se dobija na sledeći način:

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2) = (8m - 1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \quad (3.4.45)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega}(x_3^2 - x_1^2) = (8m - 1)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) \quad (3.4.46)$$

$$\frac{\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) + \frac{m}{\Omega}(x_3^2 - x_1^2)} = \frac{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \quad (3.4.47)$$

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) + \frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) = \ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + \frac{m}{\Omega}(x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \quad (3.4.48)$$

$$\frac{m}{\Omega} = \frac{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad (3.4.49)$$

$$\Omega = m \frac{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)}{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \right) = \quad (3.4.50)$$

$$= m \frac{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \quad (3.4.51)$$

U nekim slučajevima parametar m može da bude poznat, npr. može da bude određen metodom momenata. Srednja snaga se može odrediti sa tri merenja osnih preseka pomoću formule:

$$\Omega = m_1 \frac{(x_2^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right) - (x_3^2 - x_1^2)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\ln\left(\frac{N_{x_3}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)\ln\left(\frac{x_3}{x_1}\right)} \quad (3.4.52)$$

Parametar Ω može da se odredi i sa dva merenja. N_{x_1} i N_{x_2} su jednaki.

$$N_{x_1} = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m-1/2} x_1^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.4.53)$$

$$N_{x_2} = \frac{2}{\Gamma(4m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{4m-1/2} x_2^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \pi f_m \quad (3.4.54)$$

Deljenjem predhodnih izraza dobija se:

$$\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{8m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2)} \quad (3.4.55)$$

Logaritmovanjem se dobija:

$$\ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) = (8m - 1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{m}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2) \quad (3.4.56)$$

$$\frac{m_1}{\Omega}(x_2^2 - x_1^2) = (8m - 1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right) \quad (3.4.57)$$

$$\Omega = m_1 \frac{x_2^2 - x_1^2}{(8m-1)\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) - \ln\left(\frac{N_{x_2}}{N_{x_1}}\right)} = \frac{m_1(x_2^2 - x_1^2)}{(8m-1)(\ln x_2 - \ln x_1) - \ln N_{x_2} + \ln N_{x_1}} \quad (3.4.58)$$

Totalni diferencijal od Ω je:

$$d_\Omega = \frac{\partial \Omega}{\partial N_{x_1}} dN_{x_1} + \frac{\partial \Omega}{\partial N_{x_2}} dN_{x_2} \quad (3.4.59)$$

$$\frac{d_\Omega}{\partial N_{x_1}} = \frac{-m_1(x_2^2 - x_1^2)}{\left((8m-1)(\ln x_2 - \ln x_1) - \ln N_{x_2} + \ln N_{x_1}\right)^2} \frac{1}{N_{x_1}} \quad (3.4.60)$$

$$\frac{d_\Omega}{\partial N_{x_2}} = \frac{-m_1(x_1^2 - x_2^2)}{\left((8m-1)(\ln x_2 - \ln x_1) - \ln N_{x_2} + \ln N_{x_1}\right)^2} \left(-\frac{1}{N_{x_1}}\right) \quad (3.4.61)$$

Zamenom se dobija:

$$d_\Omega = \frac{m_1(x_2^2 - x_1^2)}{(8m-1)(\ln x_2 - \ln x_1) - \ln N_{x_2} + \ln N_{x_1}} \left(-\frac{dN_{x_1}}{N_{x_1}} + \frac{dN_{x_2}}{N_{x_2}}\right) \quad (3.4.62)$$

U radu je zatim razmatran signal koji se dobija na izlazu iz MRC prijemnika sa četiri ulaza na kojima su prisutni identični i nezavisni Nakagami- m signali. Simuliraju se slučajni vektori na izlazu za $m=2, 3, 4$ i 5 . Formiraju se $8m$ Gausovih slučajnih vektora. Ovi vektori se kvadriraju, sabiraju i korenuju. Na ovaj način se dobija vektor od 1000 uzoraka signala na izlazu iz 4-MRC prijemnika. Za ovaj vektor su kao i u predhodnim slučajevima, za tri vrednosti nivoa signala određene tri vrednosti broja osnih preseka. Pomoću ovih šest vrednosti određena je procenjena vrednost za parametar m . Prikazane su tri tabele za tri grupe od tri vrednosti nivoa osnih preseka. Kao i u predhodnim slučajevima parametar m je simuliran za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije. Takođe je razmatran slučaj kada se parametar m procenjuje na osnovu vektora slučajnog signala na izlazu iz 4-MRC prijemnika na čijim se ulazima pojavljuju Nakagami- m slučajni vektori kada Gausovi vektori imaju po 10000 uzoraka. Parametar m je

dobijen za jednu realizaciju, za dve realizacije i za tri realizacije Gausovih slučajnih vektora. U radu su dati novi primeri srednje snage Ω Nakagami- m slučajnog procesa metodom osnih preseka. Prikazane su tri realizacije za procenu parametra Ω .

Tabela 3.25. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2$, $x_2=1.4$, $x_3=1.6$, $N=1000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.2, x_2=1.4, x_3=1.6, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.22	2.91	4.05	4.92
Dve realizacije	2.12	2.84	4.15	4.82
Tri realizacije	1.94	3.21	4.06	4.99

Tabela 3.26. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1$, $x_2=1.5$, $x_3=2$, $N=1000$, $\Omega=1$.

$x_1=1, x_2=1.5, x_3=2, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	1.91	3.31	4.21	5.32
Dve realizacije	1.86	3.09	3.82	5.22
Tri realizacije	2.02	3.05	3.96	5.12

Tabela 3.27. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.4$, $x_2=1.8$, $x_3=2.1$, $N=1000$, $\Omega=1$.

$x_1=1.4, x_2=1.8, x_3=2.1, N=1000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	1.92	2.91	4.11	5.22
Dve realizacije	1.96	2.82	4.09	4.81
Tri realizacije	2.05	3.01	4.01	4.99

Tabela 3.28. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.2$, $x_2=2.4$, $x_3=3$, $N=10000$, $\Omega=1$.

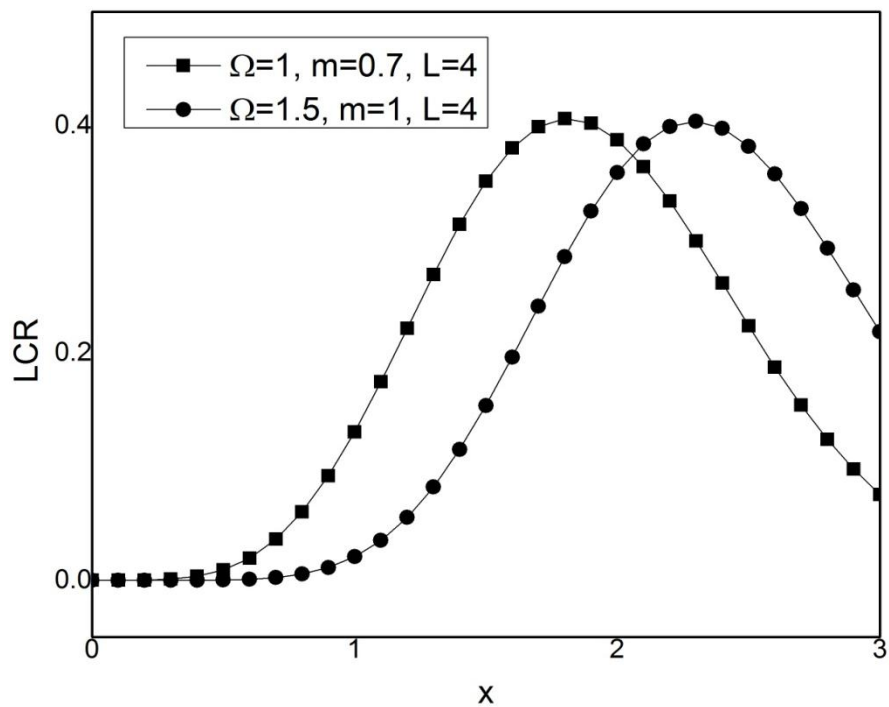
$x_1=1.2, x_2=2.4, x_3=3, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	1.91	3.18	4.21	4.85
Dve realizacije	1.96	3.12	4.11	4.91
Tri realizacije	2.01	3.04	4.02	4.96

Tabela 3.29. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1, x_2=1.5, x_3=2.5, N=10000, \Omega=1$.

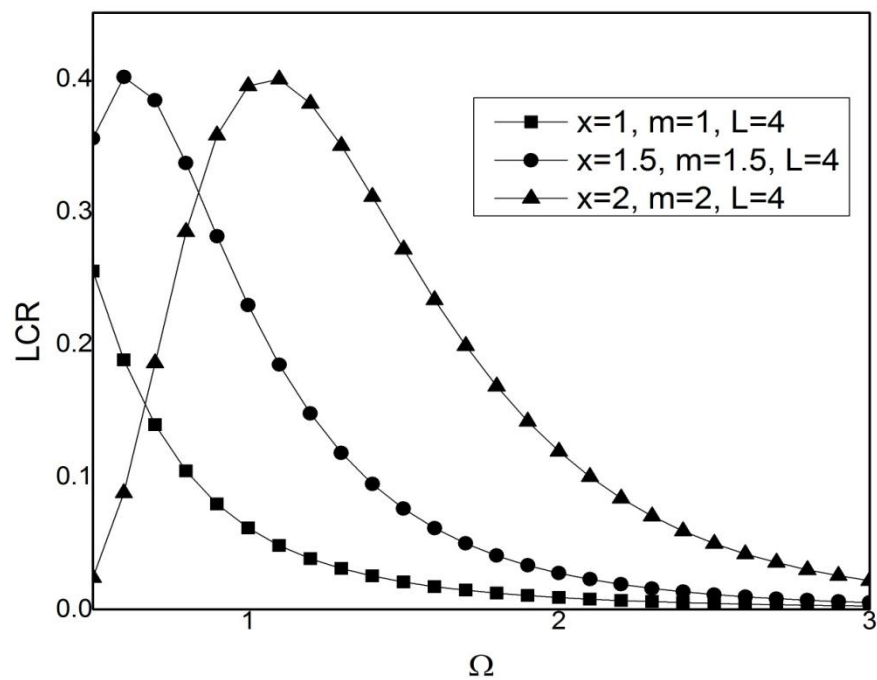
$x_1=1, x_2=1.5, x_3=2.5, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	1.83	2.81	4.21	4.81
Dve realizacije	1.89	2.88	4.14	4.82
Tri realizacije	2.02	2.96	4.05	5.02

Tabela 3.30. Određivanje parametra m pomoću osnih preseka, primenom MRC diverziti tehnike sa četiri ulaza, izračunati u tačkama $x_1=1.1, x_2=1.5, x_3=1.8, N=10000, \Omega=1$.

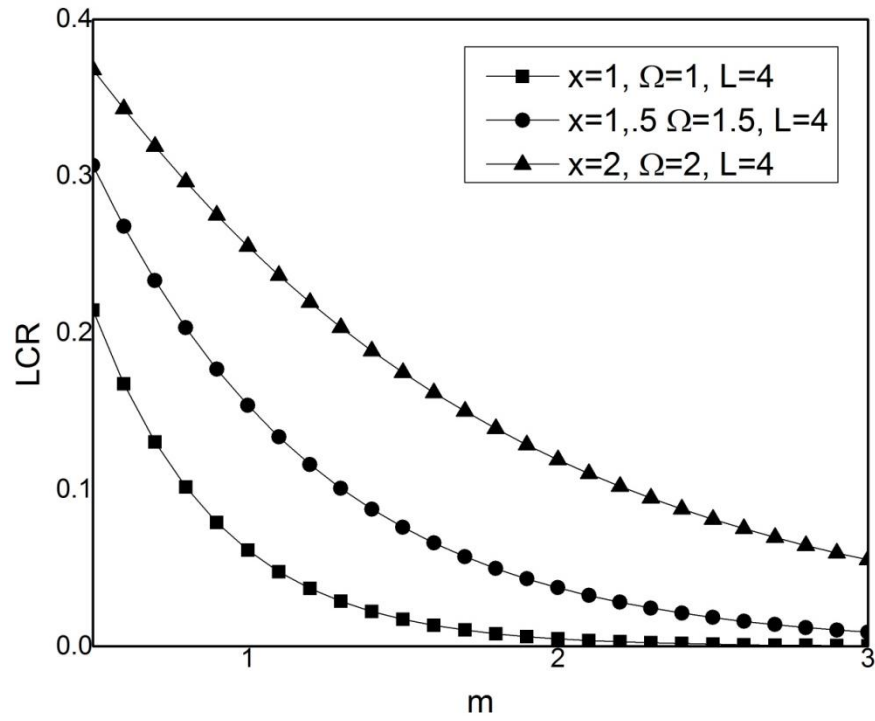
$x_1=1.1, x_2=1.5, x_3=1.8, N=10000, \Omega=1$				
m	2	3	4	5
Jedna realizacija	2.21	2.82	4.26	4.86
Dve realizacije	2.11	2.91	3.89	4.91
Tri realizacije	1.96	3.01	4.08	5.03



Slika 3.26. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa četiri ulaza u zavisnosti od anvelope signala.



Slika 3.27. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa četiri ulaza u zavisnosti od srednje snage.



Slika 3.28. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz MRC prijemnika sa četiri ulaza u zavisnosti od parametra m .

4. EKSPERIMENTALNA MERENJA

U ovom radu formiran je eksperiment pomoću koga su izmereni uzorci signala na prijemniku. Okolina u kojoj je eksperimenat urađen je urbana i feding koji se u ovoj sredini pojavljuje je Nakagami- m . Ovakav feding se pojavljuje u mnogim slučajevima kada važi centralna granična teorema, nema dominantne komponente i formiraju se više klastera. Takođe, nepojavljuje se spori feding, tako da nema promene srednje snage signala i slabljenje komponente u fazi i kvadraturi je isto, tako da su njihove snage jednake. Ovi uslovi su ispunjeni u urbanim sredinama. Na osnovu ovoga se zaključuje da signal na izlazu je Nakagami- m slučajni proces.

4.1. Eksperimentalno određivanje parametara Nakagami- m slučajnog procesa

U eksperimentu je za radio komunikaciju korišćen digitalni radio modem firme Netcontrol, model RNO501 v2, za koji je firmware sa implementacijom komunikacionog protokola izradila firma iz Srbije Netico Solutions (Niš). Radi se o integrisanom digitalnom radio uređaju namenjenom za prenos podataka za potrebe implementacije sistema za daljinski nadzor i upravljanje srednje naponskim distributivnim mrežama .

Ovaj tip digitalnog radio modema, ugrađen je na više stotina lokacija u Srbiji kao i za potrebe operatora distributivnih sistema u Engleskoj, Švedskoj, Finskoj itd. na distributivnoj mreži za potrebe sistema daljinskog nadzora i upravljanja. Investitor je kod svih projekata u Srbiji Elektroprivreda Srbije (JP EPS). Digitalni radio uređaj je korišćen na lokacijama na distributivnoj mreži opremljenim različitim tipovima rastavnih elemenata (linijski rastavljači,

SF6 prekidači, autoreklozeri, RMU blokovi, vakumski prekidači), različitih proizvođača (Schneider electric, Tavrida, Elbi, Siemens, Cooper power, SEL, Areva).

Karakteristike digitalnog radio modema:

- Bitska brzina:
 - 4800/9600 @ 12.5 kHz
 - 9600/19200 @ 25 kHz
- Frekventni opseg:
 - VHF: 140 – 174 MHz
 - UHF: 440 – 470 MHz
- Izlazna snaga:
 - 10 mW – 5.0W
- Modovi rada:
 - Half duplex, simplex
- Modulacija:
 - FSK, 4LFSK
- Osetljivost radio prijemnika:
 - -110 do -118 dBm @ BER CCRR: bolje od – 8dBm



Na mestu prijema na radiu RNO501 v2 povezana je antena firme TrivalAD-40/07-7. Radi se o yagi anteni sa 7elementata, namenjenoj prvenstveno za stacionarnu upotrebu u standardnom UHF frekventnom području od 390 do 475 MHz. Antena je usmerena i ima pojačanje od 8.5dBd.

Karakteristike antene:

- Frekventni opseg: 390-475 MHz
- Impedansa: 50 ohm
- VSWR: < 1.6
- Pojačanje: 8.5dBd
- Odnos napred/nazad: > 20dB
- Polarizacija: vert. / hor.
- Maksimalna snaga: 100W



- Priključak: RG-213
- Širina: 35 cm
- Dužina: 105 cm

Na mestu predaje na digitalni radio modem RNO501 v2 povezana je antena firme TrivalAD-23/07-4. Radi se o kolinearnoj dipol anteni, namenjenoj za upotrebu u standardnom UHF frekventnom području od 380 do 480 MHz.

Karakteristike antene:

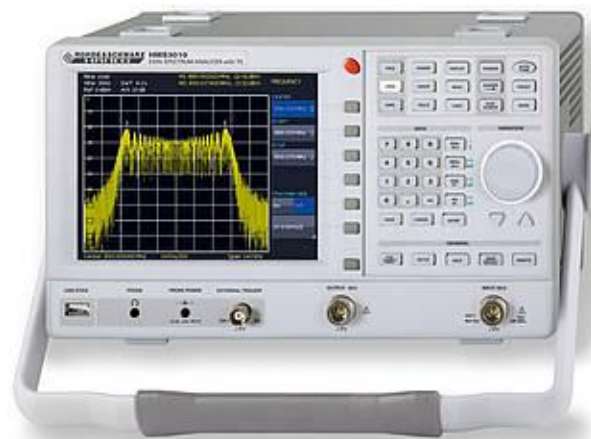
- Frekventni opseg: 380-480MHz
- Impedansa: 50 ohm
- VSWR: < 1.8
- Pojačanje: 5 dBd
- Polarizacija: vert.
- Maksimalna snaga: 200W CW
- Priključak: N ženski
- Visina: 2.4 m



Za potrebe snimanja amplitude anvelope korišćen je spektralni analizator firme Hameg, model HMS-3010. Radi se o spektralnom analizatoru sa tracking generatorom frekventnog opsega 3GHz.

Karakteristike spektralnog analizatora:

- Frekventniopseg: 100kHz...3GHz
- Tracking generator: -20...0dBm
- Opsegmerenja amplitude: -114...+20dBm
- Sweep time: 20ms...1,000s
- Rezolucija: 100Hz...1MHz u koracima 1do3, 200kHz (-3dB); dodatnih 200Hz, 9kHz, 120kHz, 1MHz (-6dB)"



-
- Spektralnačistoća: $<-100\text{dBc/Hz}$ (@100kHz)
 - Video propusniopseg: 10Hz...1MHz u koracima 1 do 3
 - Integrisani AM i FM demodulator

Za potrebe eksperimenta odabrane su dve tačke na teritoriji grada Niša (simulirana tačka na distributivnoj mreži). Kao jedna lokacija uzeta je jedna visoka zgrada koja se nalazi nedaleko od centra Niša, gde se već nalazi instalacija radio sistema. Zapravo to je koncentratorska tačka koja je deo sistema daljinskog nadzora i upravljanja rastavnih elemenata na srednje naponskoj distributivnoj mreži za potrebe Elektrodistribucije Niš, gde je u sistemu daljinskog nadzora integrisano približno 50 različitih tipova rastavnih elemenata. Za podatak, zgrada ima dvadesetak spratova, čisto da bi se imao osećaj o geografskoj poziciji odabrane tačke. Na tom mestu nalazi se RNO501 v2 radio sa omnidirekcionom štap antenom AD-23/07-4. Ova tačka u eksperimentu je uzeta kao predajna tačka sa koje smo slali testni niz ka prijemnoj tački. Prijemna tačka je postavljena na Elektronskom fakultetu, gde smo i vršili merenje. Tu smo imali postavljen radio modem RNO501 v2 takođe i dve antene AD-40/07-7, čije smo pozicije menjali kako bi videli kako će to uticati na prijem signala u prisustvu fedinga koji se javlja na putu prostiranja signala. Ove dve tačke generalno nemaju idealnu optičku vidljivost, na putu se nalaze i druge visoke zgrade i drugi objekti. Radi se o gradskoj sredini, tako da su prepreke u glavnom građevinski objekti i okolna vegetacija. Razdaljina između predajne i prijemne tačke je oko 2000m. Na Slici 4.1. je prikazan geografski položaj tačaka i međusobno rastojanje.



Slika 4.1: Geografske pozicije predajne i prijemne lokacije.

Što se tiče vremenskih uslova na dan eksperimenta, bio je prohladan kišni decembarski dan sa par stepeni iznad nule. Radio uređaji na obe tačke su bili identično podešeni. Noseća frekvencija je postavljena na 452.000MHz. Izlazna snaga predajnika oba radio uređaja je podešena na 2W (33dBm). Osetljivost prijemnika je -110dBm. Radilo se sa 4LFSK modulacijom i bitskom brzinom prenosa od 9600bps. Sa predajne tačke, kao predajna sekvenca korišćen je BER test koji se sastoji u slanju ASCII karaktera `U` (55H) u trajanju od jednog minuta.

Eksperiment se bazirao na snimanju amplitude prijemnog signala pomoću spektralnog analizatora, njegovim podešavanjem u odgovarajući mod kako bi se na osama ekrana dobila zavisnost vremena od frekvencije, što nam je zapravo i bilo potrebno.

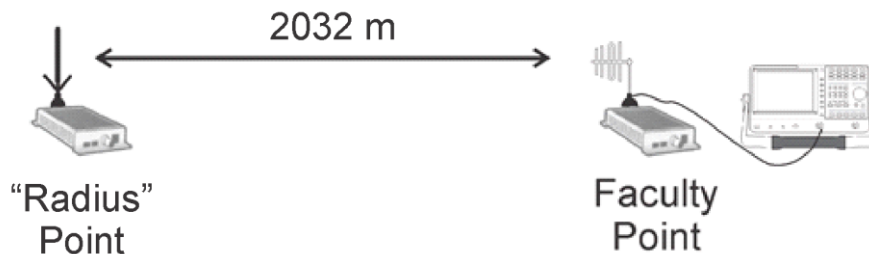
Imali smo sledeće podešavanje spektralnog analizatora :

- $FREQ = 452.000 \text{ MHz}$ - centralna frekvencija, koju smo podesili kao frekvenciju radio modema.

- SPAN = 0 Hz -frekventni opseg koji se prikazuje na ekranu spektralnog analizatora, definisana vrednost je levo i desno od centralne frekvencije. Podešavanjem SPAN vrednosti na nulu, spektralni analizator se ponaša slično kao prijemnik (receiver) podešen na centralnu frekvenciju. U toj situaciji na ekranu se ne prikazuje spektar signala, već njegova amplituda tokom vremena.
- RBW = 30 kHz – resolution bandwidth. Podešena vrednost je smatrana optimalnom. Suviše mali RBW generisaće amplitudnu modulaciju koja će smetati pri merenju. Suviše veliki RBW povećava snagu šuma i povećava rizik od smetnji.
- VBW = 30 Hz – video bandwidth. Podešena vrednost je da se dovoljno "ispegla" šum koji je prisutan u demodulisanom signal.
- ATTN = 0 dB – Slabljenje. Nije nam potrebno da se oslabi ulazni signal pošto je i inače mali.
- REF LEVEL = -10dBm - Ova vrednost se automatski postavlja kada se ATTN postavina 0 dB.
- DETECTOR = SAMPLE – Ovo je neophodno da bi imali zavisnost amplitude od vremena.
- SWEEP TIME = 200ms, 1s – vreme prikazivanja signala na ekranu.
- SINGLE SWEEP – sa parametrom SINGLE imamo opciju kao prikaz na trigger.

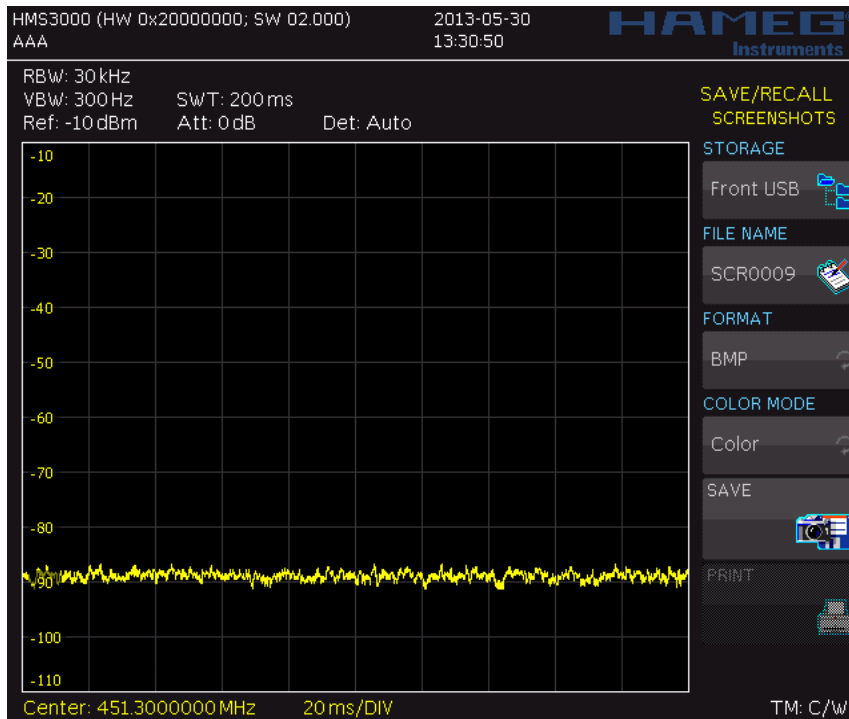
Eksperiment se sastojao u merenjima amplitude za tri razmatrane situacije koje će biti opisane u nastavku teksta.

1. Najpre je realizovano merenje gde je na mestu prijema postavljena jedna antenna AD-40/07-7 na fiksnu poziciju.

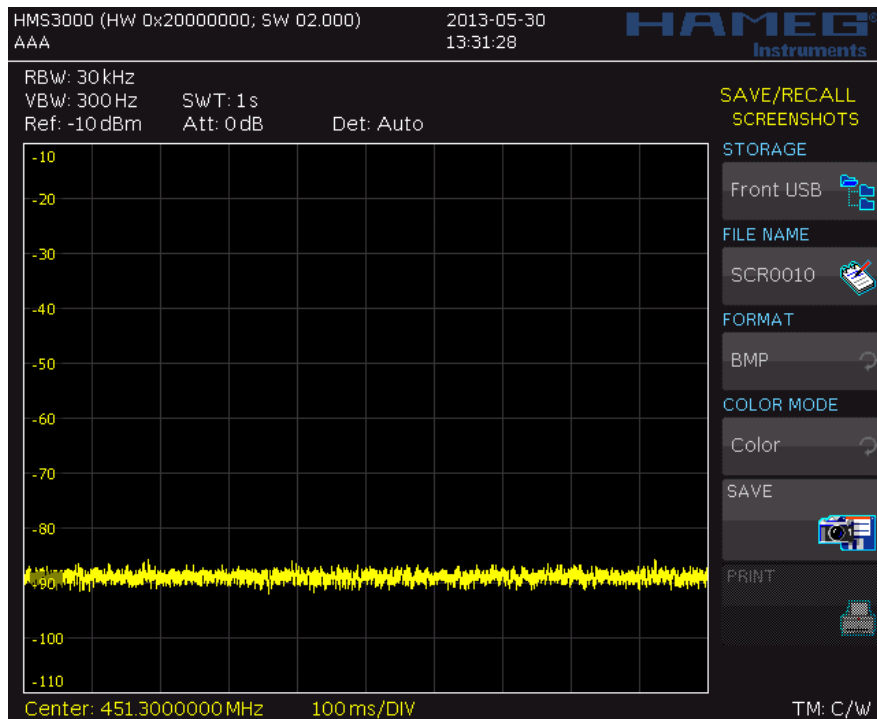


Slika 4.2: Šematski prikaz prve situacije.

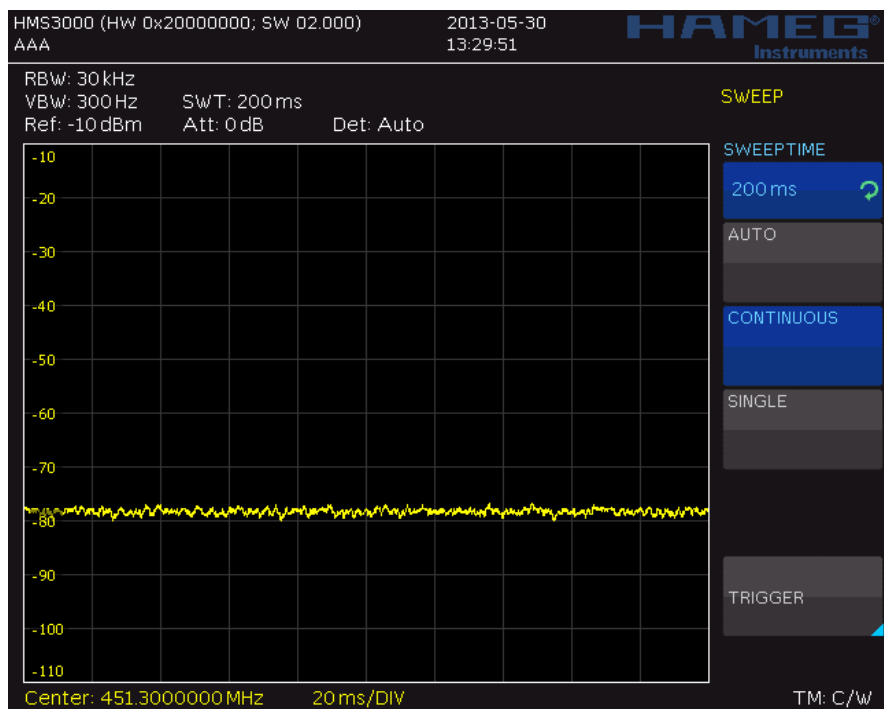
Prvo je izvršeno merenje bez predajnog signala, sa lokacije "Radius", da bi se videla situacija pre i posle merenja sa predajom.



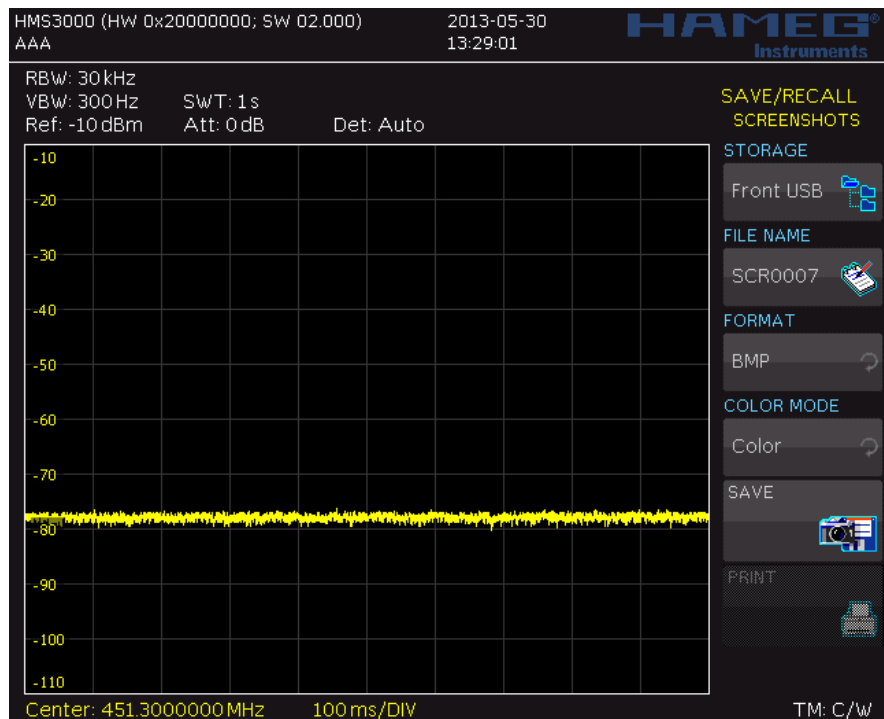
Slika 4.3: SWEEP = 200ms, bez predajnog signala.



Slika 4.4: SWEEP = 1s, bez predajnog signala.



Slika 4.5: SWEEP = 200ms, aktivna predaja.



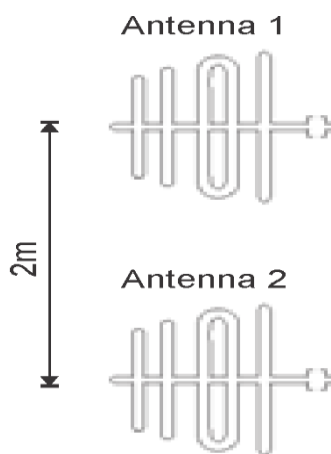
Slika 4.6: SWEEP = 1s, aktivna predaja.

t (ms)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
X (μ V)	2,999774	1,5005	1,929945	3,244203	2,573797	1,164403	2,432003	2,32438	0,618217	3,136505
t (ms)	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
X (μ V)	1,623613	1,91621	2,380526	1,114152	1,207737	1,974102	1,834001	2,465799	1,027989	1,899743
t (ms)	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
X (μ V)	2,637346	2,440541	2,849588	3,178342	1,360749	2,2729	1,087201	2,64789	0,894623	2,400119
t (ms)	310	320	330	340	350	360	370	380	390	400
X (μ V)	1,995421	1,587666	3,000058	1,910519	3,70079	1,455626	1,272329	1,39798	1,46747	1,270606
t (ms)	410	420	430	440	450	460	470	480	490	500
X (μ V)	1,911618	3,380076	2,420063	1,843389	2,249485	1,28924	0,883254	2,010666	1,705354	2,057276
t (ms)	510	520	530	540	550	560	570	580	590	600
X (μ V)	1,277541	2,896291	1,162645	2,683132	1,477521	1,1355	1,216615	1,299232	2,147278	3,180705
t (ms)	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700
X (μ V)	1,06441	2,69336	1,542461	1,607745	2,517767	1,767825	1,907897	1,790544	2,348741	1,430843
t (ms)	710	720	730	740	750	760	770	780	790	800
X (μ V)	1,523011	1,175295	2,832783	1,659801	1,463298	1,639285	1,040442	1,487493	1,413159	1,759107
t (ms)	810	820	830	840	850	860	870	880	890	900
X (μ V)	2,702102	1,661275	1,624997	2,536957	1,83591	2,224371	1,655869	0,557363	0,605245	2,921623
t (ms)	910	920	930	940	950	960	970	980	990	1000
X (μ V)	2,248111	1,106313	2,628089	2,600952	0,974316	1,048941	1,355456	0,498885	2,702796	2,076456

Tabela 4.1. Vrednosti uzoraka X u zavisnosti od vremena t bez primene diverziti tehnike.

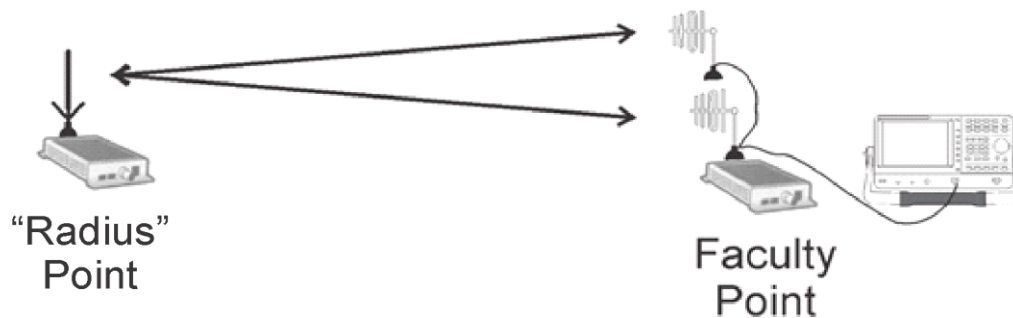
Na osnovu merenih vrednosti izračunat je drugi i četvrti moment. Pomoću ovih momenata izračunat je parameter Nakagami- m fedinga i dobijeno je da je $m=2.1$. takođe su određene tri vrednosti za koje je izračunat srednji broj osnih preseka i dobijeno je $m=2.14$.

2. U drugoj situaciji na prijemnoj lokaciji postavljene su dve antene AD-40/07-9 koje su prostorno pomerene. Obzirom na frekvenciju sistema od 452.000 MHz, radi se o talasnoj dužini od 0.6637m. Tako da prostorno pomeranje antena ima efekta ako se izvrši pomeranje bar za λ . U našem slučaju izvršeno je pomeranje antena po horizontali za 2m. Ilustracija je prikazana na Slici 4.7.

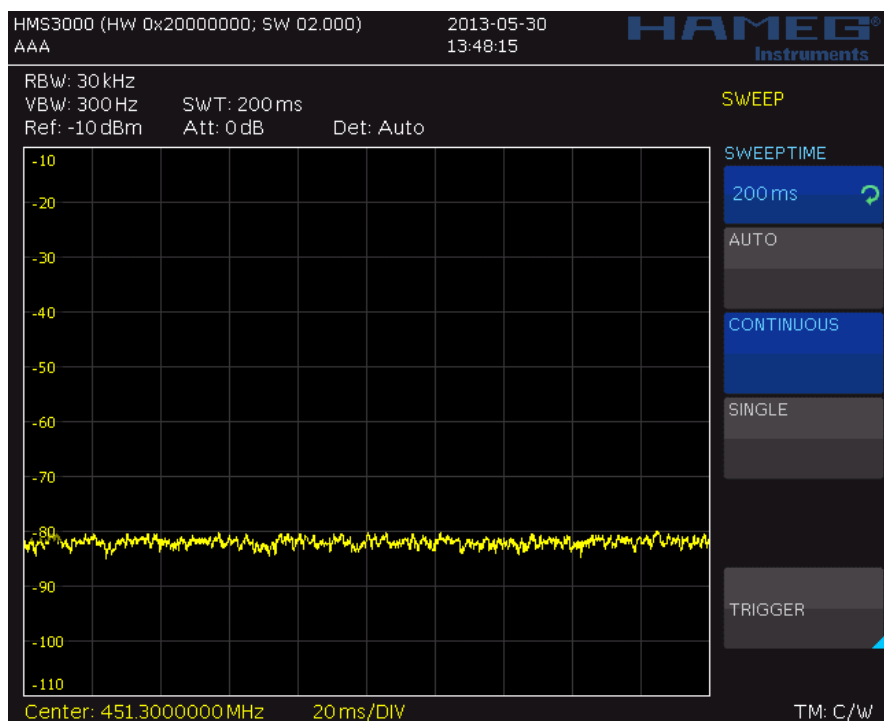


Slika 4.7: Položaj antena, pogled odozgo, pomeranje je u horizontalnoj ravni.

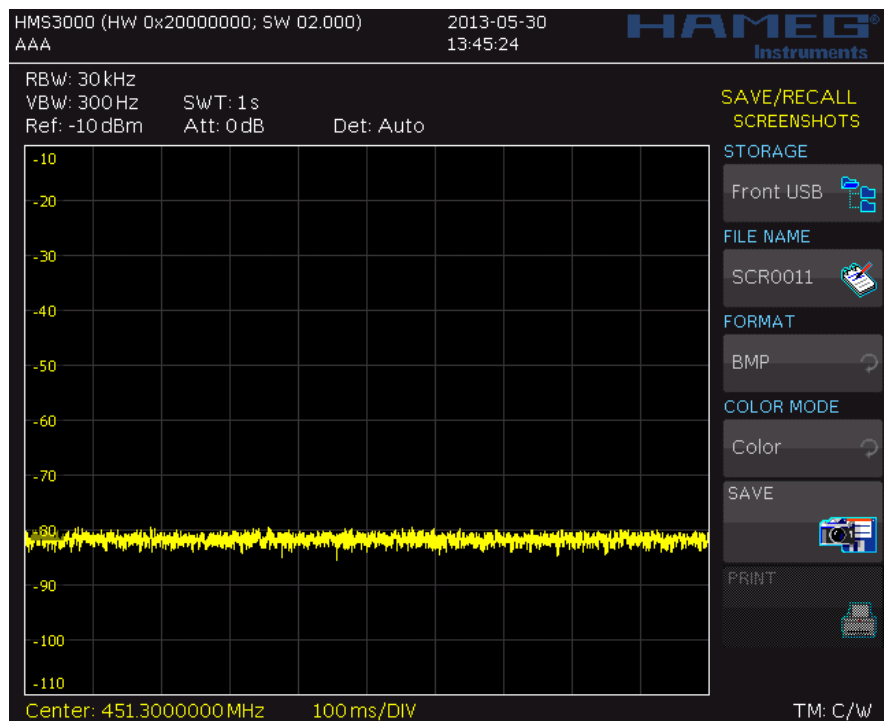
Na Slici 4.8. prikazana je skica rasporeda opreme. Na prijemnoj strani nalaze se dve antene, koje su prostorno pomerene kako je gore u tekstu navedeno. Signali sa obe antene vode se u SC (Selection Combining) kombiner koji smo mi realizovali za potrebe eksperimenta. Da kažemo jači signal od ulazna dva biće prosleđen ka radio uređaju.



Slika 4.8: Šematski prikaz druge situacije.



Slika 4.9: SWEEP = 200ms, predaja aktivna.



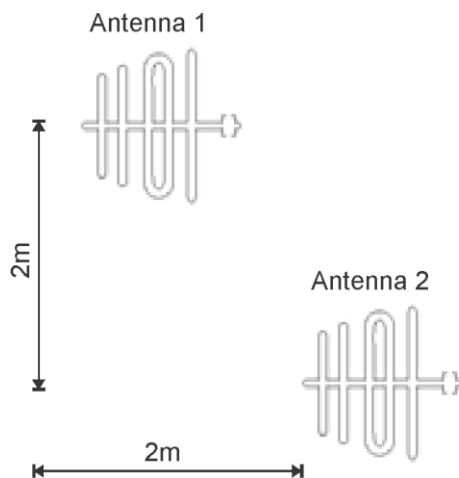
Slika 4.10: SWEEP = 1s, predaja aktivna.

t (ms)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
X (μ V)	2,461227	1,42064	2,682475	3,298881	2,359466	1,977969	2,06543	2,924795	3,746653	3,729295
t (ms)	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
X (μ V)	4,056482	1,77253	3,712638	1,476708	2,108151	1,829229	3,992448	1,541808	3,127954	2,623822
t (ms)	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
X (μ V)	2,844548	2,117881	2,10519	2,808053	3,200529	4,651338	3,609593	2,260828	2,193865	1,668376
t (ms)	310	320	330	340	350	360	370	380	390	400
X (μ V)	2,995024	2,324121	3,018975	1,748645	1,998384	1,998876	2,839208	3,147283	3,818874	2,910451
t (ms)	410	420	430	440	450	460	470	480	490	500
X (μ V)	2,55802	2,622938	2,204029	2,367367	1,416006	2,865931	2,294152	3,020519	1,82849	2,468805
t (ms)	510	520	530	540	550	560	570	580	590	600
X (μ V)	1,777298	1,667938	2,285901	2,167389	2,280976	2,266664	2,237744	3,131537	3,680801	3,977873
t (ms)	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700
X (μ V)	2,563748	2,1806	4,257897	2,69332	2,160198	3,577663	1,373173	2,751863	2,426467	1,777276
t (ms)	710	720	730	740	750	760	770	780	790	800
X (μ V)	2,350959	2,460936	2,664438	2,178911	4,243611	2,09893	2,457988	1,844547	2,266575	2,528175
t (ms)	810	820	830	840	850	860	870	880	890	900
X (μ V)	1,601466	2,277828	1,526345	2,495227	2,057307	2,561646	2,684162	2,644594	2,144764	0,765641
t (ms)	910	920	930	940	950	960	970	980	990	1000
X (μ V)	2,877432	3,208261	2,611334	3,074186	2,203788	2,462073	3,661073	3,092128	2,491201	1,920867

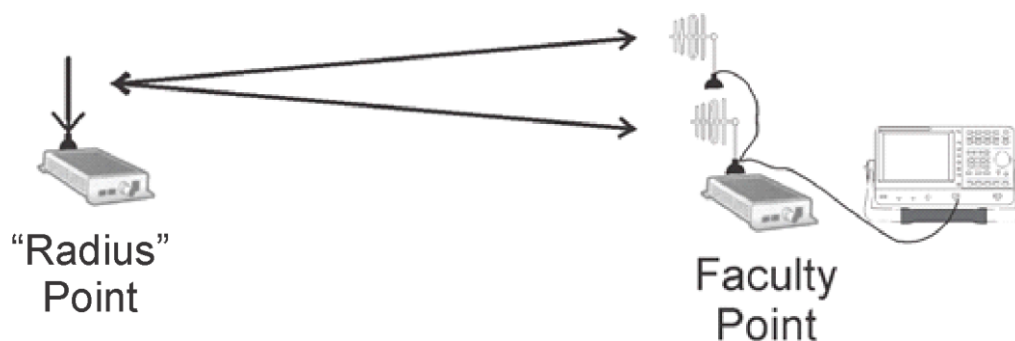
Tabela 4. 2: Vrednosti uzoraka X u zavisnosti od vremena t sa primenom diverziti tehnike sa dve horizontalno postavljene antene na rastojanju od dva metara.

Na osnovu merenih vrednosti izračunat je drugi i četvrti moment. Pomoću ovih momenata izračunat je parameter Nakagami- m fedinga i dobijeno je da je $m=2.092$. takođe su određene tri vrednosti za koje je izračunat srednji broj osnih preseka i dobijeno je $m=2.11$.

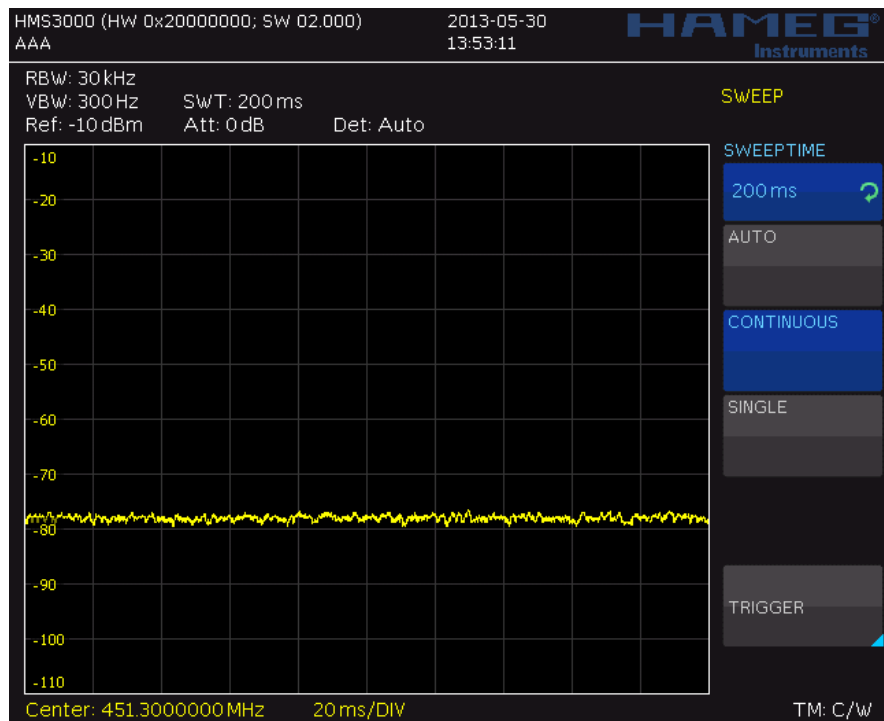
3. U trećoj situaciji na prijemnoj lokaciji postavljene su opet dve antene AD-40/07-9 koje su prostorno pomerene. Fiksna antena je na svojoj poziciji kao i do sada, a druga antena je postavljena pomerena sada 2m po horizontali i 2m po vertikali u odnosu na fiksnu antenu. Ilustracija je prikazana na Slici 4.11.



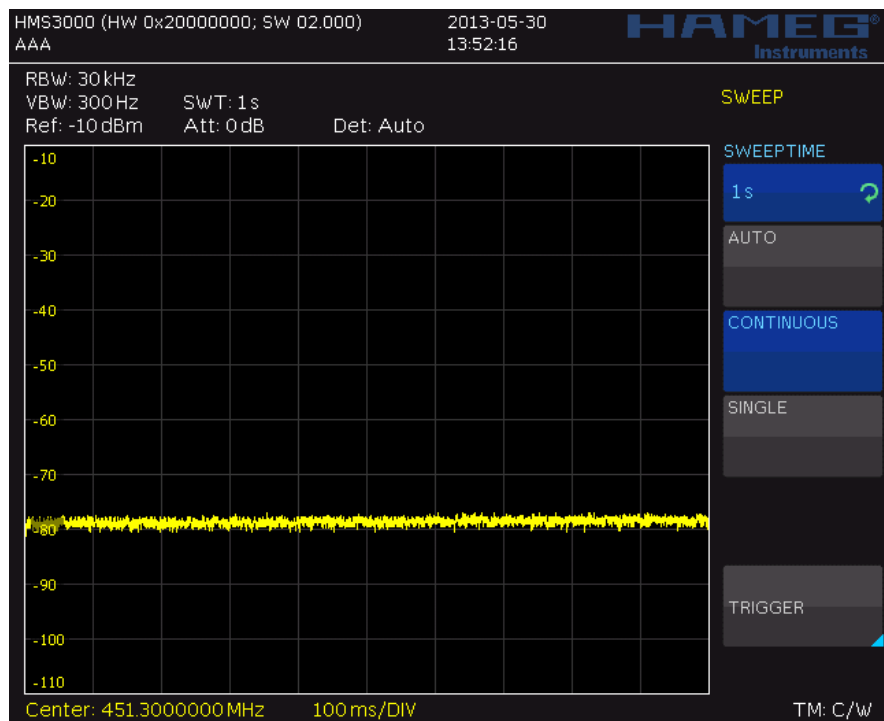
Slika 4.11: Položaj antena, pomerene su 2m po horizontal i 2m po vertikali.



Slika 4.12. Šematski prikaz druge situacije.



Slika 4.13: SWEEP = 200ms, predaja aktivna.



Slika 4.14: SWEEP = 1s, predaja aktivna.

t (ms)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
X (μ V)	2,996958	2,358945	2,268525	2,381504	2,762553	3,239427	2,183393	2,471963	2,819532	1,86802
t (ms)	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
X (μ V)	2,364264	2,437137	2,64213	2,611872	2,609685	2,703456	2,226839	2,810289	2,65585	2,619625
t (ms)	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
X (μ V)	3,333274	2,883004	2,533929	2,819535	3,864872	1,959262	4,526241	3,261635	3,194914	1,525616
t (ms)	310	320	330	340	350	360	370	380	390	400
X (μ V)	3,208586	1,894645	1,318255	3,07521	3,006776	2,335399	3,185133	1,954928	2,086187	2,661302
t (ms)	410	420	430	440	450	460	470	480	490	500
X (μ V)	2,965582	3,301266	2,704721	2,178132	2,86282	2,755391	2,7594	1,394359	1,670818	2,43328
t (ms)	510	520	530	540	550	560	570	580	590	600
X (μ V)	2,90246	0,958762	2,367073	2,714401	2,169927	2,56644	3,714675	2,011088	2,680733	2,432474
t (ms)	610	620	630	640	650	660	670	680	690	700
X (μ V)	2,034945	2,549988	2,227777	1,602172	3,398778	1,934912	5,029037	1,383545	2,736644	4,256286
t (ms)	710	720	730	740	750	760	770	780	790	800
X (μ V)	1,718927	1,726179	2,030035	1,659673	3,026794	3,368272	3,249392	1,636498	3,188906	2,77622
t (ms)	810	820	830	840	850	860	870	880	890	900
X (μ V)	3,363327	2,135249	2,116737	3,818657	2,520055	2,062949	3,502802	2,630386	2,331293	2,498589
t (ms)	910	920	930	940	950	960	970	980	990	1000
X (μ V)	3,393262	2,779671	3,583207	3,36792	2,351921	3,737417	2,707099	2,183548	2,813162	2,486686

Tabela 4.3. Vrednosti uzoraka X u zavisnosti od vremena t uz primenu diverziti tehnike sa dve pomerene antene po horizontali dva metra i vertikalni dva metra.

Na osnovu merenih vrednosti izračunat je drugi i četvrti moment. Pomoću ovih momenata izračunat je parameter Nakagami- m fedinga i dobijeno je da je $m=2.09$. takođe su određene tri vrednosti za koje je izračunat srednji broj osnih preseka i dobijeno je $m=2.098$.

Može da se zaključi da je oštrina fedinga m u posmatranoj urbanoj sredini dobijena pomoću eksperimenta i procenjena vrednost $m=2.1$.

4.2. Upravljanje mernim procesom pomoću virtuelnog instrumenta

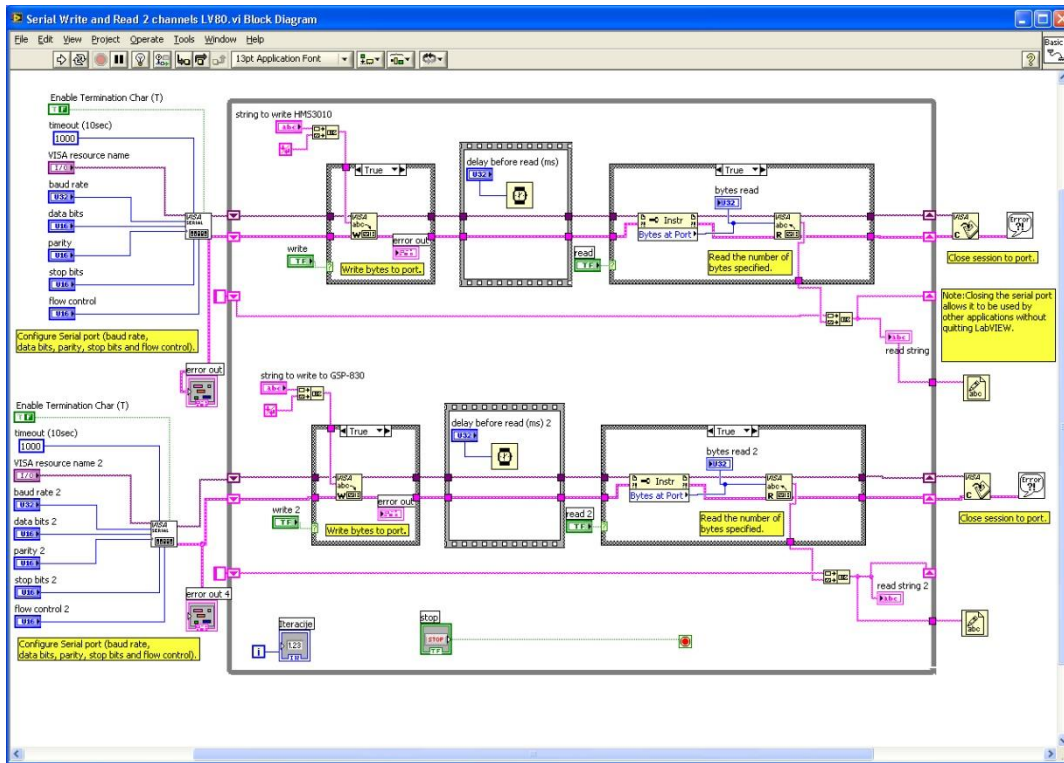
Kao što se iz prethodnog eksperimenta može videti ključna instrumentacija za izvođenje mernog procesa su adekvatni spektralni analizatori. Spektralni analizatori na svom displeju prikazuju nivo snage signala na zadatom frekventnom opsegu dok je vizuelno očitavanje parametara od interesa vrlo neprecizno. Moguće je uz pomoć takozvanih markera specificirati određenu frekvenciju za koju uređaj precizno očitava vrednost nivoa snage. Ova vrednost se menja u vremenu (sa promenom snage signala na prijemu) a minimalno vreme između dva uzastopna očitavanja je određeno parametrom uređaja "Sweep Time". Kada se posmatra signal u određenom frekventnom opsegu onda ovo vreme ("Sweep Time") ne može biti manje od 20ms, što znači da možemo imati maksimalno 50 odmeraka signala u sekundi. Međutim, ako se signal posmatra na tačno određenoj frekvenciji (nulta širina frekventnog opsega, tj. Parametar SPAN=0), onda na displeju posmatramo nivo signala na toj frekvenciji u vremenskom domenu i možemo dobiti 1000 uzoraka u sekundi. Od velike je važnosti mogućnost povezivanja spektralnih analizatora sa računarem. Naime, moguće je uz pomoć adekvatnog softvera na računaru "pozivati" spektralni analizator da na svom izlazu (na primer serijskom komunikacionom portu) postavi vrednosti parametara označenih markerom. Dakle, potrebno je najpre manuelno aktivirati marker na uređaju kojim se meri nivo signala na određenoj frekvenciji, a zatim pozivati spektralni analizator pomoću adekvatnog softvera na računaru koji upravlja radom čitavog mernog sistema. Komande koje se šalju sa računara mernim uređajima su za Instek GSP-830:

meas:mark:norm:level1? (4.2.1)

Odnosno za Hameg (Rhode&Schwarz) HMS3010:

MARKer:SET:LEVel? (4.2.2)

Vrednosti nivoa signala se zatim očitavaju pomoću istog softvera na računaru i mogu se obrađivati u *real time* modu i/ili snimati u određeni fajl.

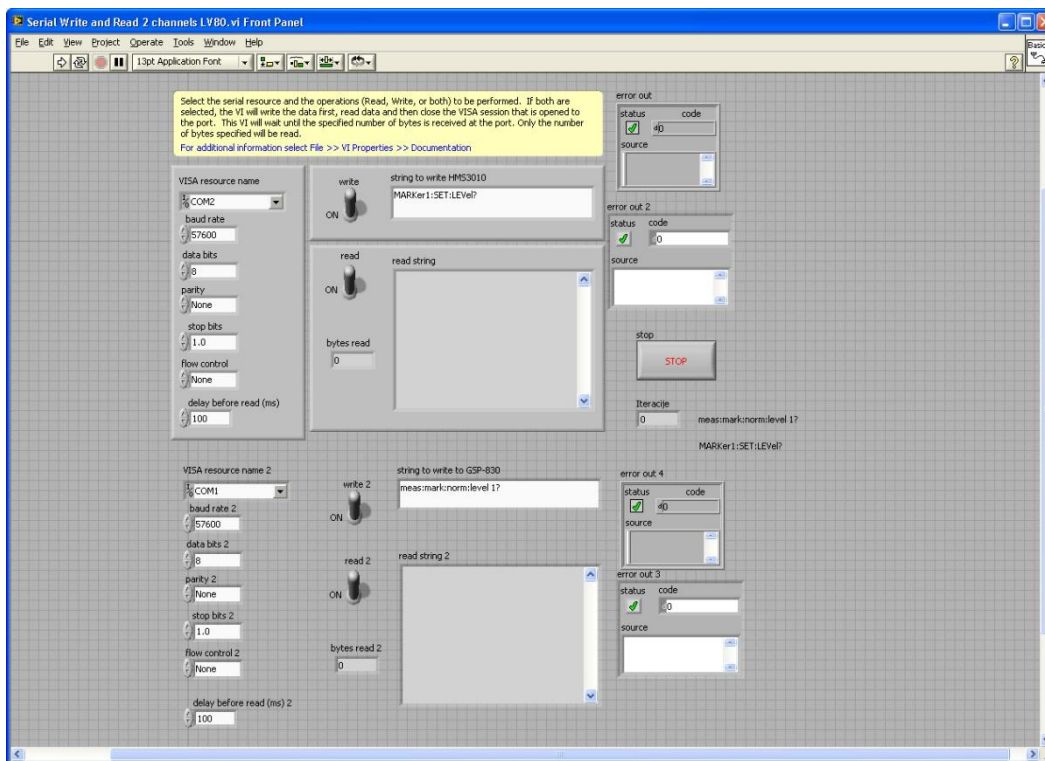


Slika 4.15 Blok dijagram virtuelnog instrumenta za dvokanalno merenje signala

Dakle pomoću virtuelnog instrumenta, realizovanog u LabView softverskom okruženju, vrši se očitavanje odmeraka signala dobijenih preko antena i spektralnih analizatora u istim vremenskim trenucima (paralelno) (simultano očitavanje uzoraka nije neophodno ukoliko se ostvari dovoljan razmak između primenjenih antena – vertikalno ili horizontalno rastojanje. U tom slučaju ne postoji korelacija između dva prijemna signala). U svakom slučaju, sa manjim rastojanjem između dve antene (manje od tri talasne dužine) simultano očitavanje je preduslov realizovanju prostorne diverziteti tehnike. Vrlo jednostavna modifikacija očitavanja, gde bi očitavanje signala sa jedne antene kasnilo za tačno utvrđeni vremenski interval u odnosu na očitavanje signala sa druge antene, omogućava realizaciju vremenske diverziteti tehnike. Vremenska diverziteti tehnika se može realizovati jednostavnim kašnjenjem pozivanja jednog spektralnog analizatora u odnosu na drugi. Blok dijagram virtuelnog instrumenta je prikazan na slici 4.15. dok je “front panel” prikazan na slici 4.16. Mogu se uočiti dva nezavisna kanala za očitavanje odmeraka signala sa izlaza spektralnih analizatora. Pomoću VISA procedura realizuje se dvosmerna komunikacija između računara i spektralnih analizatora. Nezavisno se konfiguriraju

oba merna kanala izborom odgovarajućih komunikacionih portova, bitskih brzina, formata podataka i kontrole grešaka. Pored ovih ulaznih parametara, definišu se i vreme čekanja između dva uzastopna prozivanja spektralnih analizatora – frekvencija odmeravanja nivoa snage signala (delay before read), kao i same komande za prozivanje instrumenata (string to write to) 4.2.1 i 4.2.2 .

Nakon akvizicije signala, realizuje se obrada merenih vrednosti pomoću adekvatnih softvera za simulaciju diverziteti tehnike i proračun željenih parametara signala i fedinga. Analiza merenih vrednosti se može obavljati simultano – u realnom vremenu iz razloga trenutnog dobijanja određenih parametara i njihovog daljeg korišćenja pri upravljanju određenih procesa. Takođe, analiza se može vršiti i naknadno, nakon upisa merenih vrednosti u određene fajlove, za potrebe istraživanja. Ovakva softverska podrška čini sistem veoma fleksibilnim u smislu realizacije različitih tehnika obrade signala.



Slika 4.16 Front panel virtuelnog instrumenta za dvokanalno merenje signala

Ovako realizovani merno – akvizicioni sistem se može koristiti za analizu signala i smetnji kod bežičnih komunikacionih sistema kako u laboratorijskim uslovima, tako i u uslovima

rada postojećih komercijalnih sistema. Sistem je potpuno fleksibilan u smislu implementacije novih algoritama analize i obrade signala jednostavnim promenama u aplikativnom softveru. Sistem će biti korišćen i za ispitivanje osobina slučajnog procesa i utvrđivanje najpribližnijeg modela fedinga koji odgovara snimljenom histogramu funkcije gustine raspodele verovatnoće posmatranog slučajnog procesa. Ovaj eksperimentalni sistem zajedno sa sistemom za simulaciju, koji omogućava efikasnu i kvalitetnu proveru novih razvojnih metoda merenja fedinga, predstavljaju jednu eksperimentalnu celinu i osnovu za dalja naučna istraživanja u ovoj oblasti.

5. ZAKLJUČAK

U ovom radu razmatra se procena parametara Nakagami- m fedinga. Parametri Nakagami- m fedinga su oštrina fedinga m i srednja kvadratna vrednost fedinga Ω . Koristi se metoda momenata i metoda osnih preseka. Merenjem se dobija veliki broj uzoraka Nakagami- m anvelope. Pomoću ovih uzoraka se izračunavaju momenti anvelope. Prvi moment se dobija na taj način što se uzorci saberu i dobijeni zbir se podeli sa brojem uzoraka. Drugi moment se dobija kvadriranjem uzorka, sabiranjem kvadriranih uzoraka i deljenjem dobijenog zbira sa brojem uzoraka. Na sličan način dobijaju se i ostali momenti Nakagami- m slučajnog procesa. Momenti se takođe dobijaju i numerički izračunavanjem pomoću Nakagami- m gustine verovatnoće. Ovako dobijeni izrazi za momente i momente dobijenih pomoću merenih vrednosti Nakagami- m anvelope mogu se upotrebiti za izračunavanje parametara Nakagami- m fedinga m i Ω . Svaki neparni moment sadrži Gamma funkciju koju treba eliminisati da bi rešavanje jednačine bilo što jednostavnije. Za određivanje srednje snage anvelope i oštrine fedinga m najjednostavnije je koristiti drugi moment i četvrti moment. Srednja snaga anvelope je drugi moment. Zamenom srednje snage sa drugim momentom može se jednostavno, linearnom relacijom, iz četvrtog momenta odrediti oštrina fedinga m . Za određivanje parametra m i Ω mogu se upotrebiti drugi i šesti moment. U ovom slučaju se eliminacijom Ω dobija kvadratna jednačina za određivanje parametra m . Kada se koristi drugi moment i osmi moment dobija se kubna jednačina za određivanje parametra m a kada se koristi drugi moment i $2k$ -ti moment onda je potrebno rešiti jednačinu $k-1$ reda za određivanje oštrine fedinga. Parametri m i Ω mogu se takođe odrediti pomoću $2k$ -og i $2l$ -og momenta. U radu je prikazana i analiza određivanja parametra m koristeći prvi, drugi i treći moment, prvi, drugi i peti moment, kao i prvi, drugi i $2k+1$ moment. Zatim su parametri fedinga određeni koristeći drugi, $2k+1$ i $2l+1$ moment kao i $2k$ -ti, $2l+1$ -ti i $2i+1$ -ti moment. Metoda momenata je upotrebljena za određivanje oštrine fedinga i srednje snage anvelope Nakagami- m fedinga kada se koristi diverziti tehnika. U ovom radu se koristi MRC

diverziti tehnika sa dva, tri i četiri ulaza. Prvo je određena gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC prijemnika, a pomoću ove gustine verovatnoće i izrazi za prvi, drugi i ostale momente. Takođe merenjem uzoraka anvelope na izlazu iz MRC prijemnika mogu se takođe odrediti momenti Nakagami- m slučajnog procesa. Iz ovih momenata mogu se odrediti parametri Nakagami- m fedinga. U radu je pokazano da tačnost dobijenih rezultata zavisi od broja grana diverziti prijemnika i tačnost se povećava sa povećanjem broja grana. Parametri fedinga pošto ih ima dva, mogu se odrediti iz bilo koja dva momenta. U nekim slučajevima mogu se dobiti komplikovane jednačine iz kojih se rešavaju parametri m i Ω . Dobijeni rezultati za oštrinu fedinga i srednju snagu anvelope signala koji su dobijeni metodom momenata su potvrđeni metodom simulacije. Prvo je iz Gausovih vektora simuliran Nakagami- m vektor. Formiraju se $2m$ nezavisnih Gausovih vektora sa srednjim vrednostima nula i sa određenim varijansama. Ovi vektori se kvadriraju, sabiraju i dobijeni zbir se korenuje. Na ovaj način se dobija Nakagami- m vektor. Ovaj vektor simulira Nakagami- m slučajni proces. Pomoću ovog vektora se odrede momenti Nakagami- m slučajnog procesa. Tačnost dobijenih momenata zavisi od broja uzoraka u Nakagami- m vektoru. Tačnost dobijenih momenata se povećava kada se povećava dužina vektora. Na ovaj način su izračunati drugi i četvrti moment. Iz ovih momenata su izračunati oštrina Nakagami- m fedinga i srednja snaga Nakagami- m fedinga. Ovi rezultati su upoređeni sa parametrima m i Ω na osnovu kojih je formiran Nakagami- m vektor. Slaganje ovih rezultata je dobro. Simulacija je urađena za nekoliko vrednosti parametara m . Može se zaključiti da su odstupanja parametra m veća kako se parametar m povećava. U radu je takođe analiziran slučaj kada se za isto m i Ω realizacija Nakagami- m simuliranog vektora ponavlja više puta. U ovom se slučaju sabiraju vrednosti za parametar m i dobijeni izraz se подели sa brojem realizacija. Tačnost dobijenog rezultata se povećava sa brojem realizacija. U radu je takođe simuliran i vektor slučajnog procesa na izlazu iz MRC prijemnika kada se na njegovim ulazima pojavljuje Nakagami- m feding čije parametre treba odrediti. Za ovaj vektor se izračunaju momenti iz kojih se izračunavaju parametri m i Ω . Zaključeno je da se tačnost određivanja parametra m smanjuje sa povećanjem parametra m . Takođe parametar m je izračunat za više realizacija. Zaključeno je da se tačnost procene parametra m povećava sa brojem realizacija. Oštrina fedinga m je izračunata za nekoliko vrednosti dužine Gausovih vektora. Zaključeno je da se tačnost dobijenih rezultata povećava sa povećanjem dužine posmatranih vektora. Takođe je parametar m određen za slučajeve koji nemaju diverziti tehniku i kada se koristi MRC diverziti tehnika sa dva, tri i

četiri ulaza. Zaključeno je da se tačnost izračunate vrednosti za parametar m povećava sa brojem grana MRC prijemnika. Povećanje tačnosti se smanjuje sa većim povećanjem broja grana i zbog ovoga se ne koriste MRC prijemnici sa većim brojem grana od četiri. Može se zaključiti da se tačnost dobijenih rezultata povećava sa povećanjem dužine razmatranih vektora, sa povećanjem broja realizacija i sa povećanjem broja grana diverziti prijemnika. Takođe se tačniji rezultati dobijaju za manje vrednosti parametra m . Za neke slučajeve su određeni totalni diferencijal od oštine fedinga na osnovu koga se vidi da se greška određivanja parametra m smanjuje sa povećanjem broja grana MRC prijemnika. Takođe se može zaključiti da se greška procene parametra m može smanjiti i primenom drugih diverziti tehnika.

U radu je zatim razmatrana procena parametra m metodom osnih preseka. Merenjem se određuje srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa anvelope signala, za nekoliko vrednosti anvelope signala. Pomoću ovih podataka računa se srednji broj osnih preseka i srednja snaga anvelope signala. U radu je prvo određena združena gustina verovatnoće Nakagami- m slučajne promenljive. Pomoću ove združene gustine verovatnoće se određuje srednji broj osnih preseka Nakagami- m slučajnog procesa. Srednji broj osnih preseka se dobija kao srednja vrednost od prvog izvoda slučajnog procesa. Ovaj srednji broj osnih preseka zavisi od oštine fedinga i srednje snage anvelope signala. Na osnovu ovoga može se zaključiti da se parametri m i Ω mogu odrediti na osnovu dve vrednosti srednjeg broja osnih preseka dobijene za dve vrednosti anvelope. Ovako dobijene jednačine su glomazne i teške za rešavanje. Mogu se formirati neke numeričke metode za rešavanje ovako dobijene jednačine. Prednost ovog načina određivanja parametra m i Ω je u tome što se vrše samo dva merenja. Parametri m i Ω mogu se odrediti i iz tri jednačine koje se dobijaju na taj način što se odrede tri vrednosti srednjeg broja osnih preseka za tri vrednosti anvelope signala. U ovom slučaju se vrše tri merenja. U ovom slučaju se dobijaju izrazi za oštrinu fedinga i srednju snagu anvelope u zatvorenom obliku kao racionalna funkcija koja je jednostavna za izračunavanje. Može se zaključiti da se određivanje parametra m i Ω može uraditi sa dva merenja ali je teže rešavati transcendentne jednačine. Moguće je koristiti tri merenja i dobiti proste i jednostavne izraze za izračunavanje m i Ω . Tačnost dobijenih vrednosti zavisi od izbora tri vrednosti za koje se određuje srednji broj osnih preseka. Tačnost dobijenih rezultata za parametre m i Ω zavise od broja uzoraka na osnovu kojih se određuje srednja vrednost broja osnih preseka. Sa povećanjem dužine slučajnog procesa anvelope signala povećava se i tačnost

dobijenih rezultata za parametre m i Ω . Takođe i u ovoj glavi razmatrano je određivanje parametra Nakagami- m fedinga kada se koristi diverziti tehnika. Određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC prijemnika i njegovog prvog izvoda i ova združena gustina verovatnoće je upotrebljena za određivanje srednjeg broja osnih preseka anvelope signala na izlazu iz MRC prijemnika. Kao i u slučaju kada se ne koristi diverziti tehnika, parametri Nakagami- m fedinga m i Ω mogu se odrediti na osnovu dve vrednosti srednjeg broja osnih preseka ili na osnovu tri vrednosti srednjeg broja osnih preseka. Parametri fedinga su izračunati za slučajeve kada je broj ulaza u MRC prijemniku dva, tri i četiri. Merenjem srednjeg broja osnih preseka signala na izlazu iz MRC prijemnika mogu se odrediti parametri Nakagami- m fedinga oštrina fedinga i srednja snaga anvelope signala. Dobijeni rezultati i tačnost merenja parametra m i Ω su potvrđeni simulacijom slučajnog procesa na izlazu iz MRC prijemnika sa dva, tri i četiri ulaza kao i simulacijom Nakagami- m slučajnog procesa i brojanjem osnih preseka dobijenih vektora. Kao i u predhodnom slučaju vektor uzoraka Nakagami- m slučajnog procesa se dobija kvadriranjem $2m$ nezavisnih Gausovih vektora, njihovim sabiranjem i korenovanjem ovako dobijenog zbira. Zatim je prebrojan srednji broj osnih preseka ovako dobijenog slučajnog Nakagami- m vektora. Srednji broj osnih preseka je izračunat za tri vrednosti anvelope signala i na osnovu ovih vrednosti određeni su parametri m i Ω Nakagami- m fedinga. Na sličan način je simuliran slučajni proces signala na izlazu MRC prijemnika. Kvadrat signala na izlazu iz MRC prijemnika jednak je zbiru kvadrata Nakagami- m signala na njegovim ulazima i na osnovu ovoga se odredi vektor signala na izlazu iz MRC prijemnika. Vektor signala na izlazu se dobija kvadriranjem $2ml$ nezavisnih Gausovih vektora, njihovim sabiranjem i korenovanjem dobijenog zbira. Parametar l je broj grana MRC prijemnika. Zatim se odrede brojevi osnih preseka za tri vrednosti nivoa signala na osnovu kojih se odrede parametri m i Ω . Ovi rezultati su upoređeni sa vrednostima parametara m i Ω na osnovu kojih su simulirani slučajni procesi na ulazu u MRC kombiner i dobijena je zadovoljavajuća tačnost. U radu je pokazano da se tačnost dobijenih rezultata za parametar m povećava kako se povećava dužina simuliranog vektora, odnosno kako se povećava dužina slučajnog procesa na kojoj se broje osni preseki. Takođe tačnost dobijenih rezultata se povećava sa brojem realizacija na osnovu kojih se određuje parametar m . Jedna realizacija je određena sa tri vrednosti anvelope signala za koje se određuje broj osnih preseka. Tačnost dobijenih rezultata za parametar m zavisi i od izbora anvelope signala za koje se određuje srednji broj osnih preseka. Tačnost dobijenih vrednosti za parametar m zavisi od broja

grana MRC diverziti prijemnika. Tačnost se povećava sa povećanjem broja grana MRC prijemnika. Najtačnije vrednosti za parametar m se dobija kada se primeni MRC prijemnik sa četiri ulaza. Broj ulaza u MRC prijemnik može da se poveća ali se tačnost određivanja parametra m diverziti tehnikom sve manje povećava. Ovo se može videti i na osnovu totalnog diferencijala koji je izračunat za parametar m i Ω . Veća se tačnost dobija za manje vrednosti parametra m . Parametar m i Ω mogu se odrediti metodom momenata ili metodom osnih preseka. Simulacioni rezultati su pokazali da se otprilike ista tačnost dobija kada se oštrina fedinga određuje metodom momenata ili metodom osnih preseka. Kada se koristi metoda momenata mere se uzorci anvelope fedinga, a kada se koristi metoda osnih preseka broje se osni preseki za dve ili tri vrednosti anvelope signala. Može se zaključiti da je podjednako složeno rešiti metodu momenata i metodu osnih preseka za procenu parametara oštrine fedinga.

Osnovna namena što tačnijeg određivanja parametara fedinga (u ovom slučaju razmatranog Nakagami- m) je izrada optimalnog predajnika odnosno prijemnika digitalnog radio sistema (u konkretnom slučaju za potrebe implementacije sistema za daljinski nadzor i upravljanje srednje naponskom distributivnom mrežom). Osnovni problem kod implementacije savremenih digitalnih radio modema je njihova potrošnja odnosno potrebna snaga predajnika za ostvarivanje zahtevanih performansi sa aspekta dometa, trajanja njihovog baterijskog napajanja (u slučaju rada na akumulatoru u slučaju ne postojanja napajanja na distributivnoj mreži), brzine prenosa (primenjene modulacije) i greške u prenosu podataka (BER – bit error rate). Predložene metode za određivanje parametara Nakagami- m fedinga metodom momenata ili osnih preseka omogućavaju dizajn takozvanih estimatora (dodatak/algoritam koji se može implementirati u firmware-u radio modema) koji mogu u realnim uslovima (u realnom vremenu – “real time” aplikacija) da u svakom trenutku optimiziraju rad radio modema na svakoj tački (elektroenergetskom objektu) u sistemu za daljinski nadzor i upravljanje. Optimizacija znači, manju potrošnju (duži vek trajanja baterijskog napajanja u RTU – remote terminal units – daljinske stanice za nadzor i upravljanje čija je jedna od komponenti digitalni radio modem), upotrebu optimalne modulacije (stepen modulacije) (optimalna brzina prenosa odnosno optimalna greška u prenosu).

Estimatori za procenu parametra m mogu da se implementiraju tako da mere uzorke anvelope signala ili da odrede srednji broj osnih preseka. Estimatori mere uzorke signala,

izračunavaju momente i na osnovu njih određuju parametar m koji se koristi kao podatak kod adaptivnih kola da odrede modulaciju sa određenim brojem nivoa. Estimatori koji određuju srednji broj osnih preseka određuju parametar m i kao i u predhodnom slučaju određuju stepen modulacije.

Adaptivna kola se takođe primenjuju kod mobilnih bežičnih telekomunikacionih sistema i povećavaju kapacitet sistema.

6. LITERATURA

- [1] M. H. Hashim, D. Mavrakis, and S. R. Saunders, “*Measurement and analysis of temporal fading due to moving vegetation,*” in Proc. International Conf. Antennas Propagation, vol. 2, pp. 650- 653, Mar. 2003.
- [2] Pantelis K. Varlamos, Ioannis I. Heretakis, Panagiotis J. Papakanellos, Panagiotis T. “*Trakadas and Christos N. Capsalis, Measurements and simulation for a joint non-Gaussian fast-fading model in indoor-propagation environments,*” Volume 45, Issue 6, pages 515–519, 20 June 2005.
- [3] Alexander H. Henderson, Gregory D. Durgin and Christopher J. Durkin, *Measurement of Small-Scale Fading Distributions in a Realistic 2.4 GHz Channel*, 2007.
- [4] Camila Lopes Selvati and Ugo Silva “*Dias, On the Fading Parameters Characterization of the η - μ Distribution: Measurements and Statistics*”, 30th Brazilian telecommunications symposium- SBrT 2012, Brasilia, Brazil, 13-16 Sep. 2012.
- [5] C. L. Selvati, U. S. Dias, *On the fading parameters characterization of the κ - μ distribution: Measurements and statistics*, 2011 IEEE Third Latin-American Conference on Communications, pp. 1 – 5, 24-26 Oct. 2011.
- [6] V. Anastassopoulos and G.A. Lampropoulos, “*Radar clutter modeling using finite PDF tail*”, IEE Electronic Letters, Vol. 32, No. 3, pp. 256-258, February 1, 1996.

-
- [7] R. G. Tolporer and V. A. Polyokon “*Estimation of the Nakagami probability density parameters in a detector employing false alarm a detector probability stabilization,*” *Telecommun. Ratio Eng.*, vol.43, pp.113-115, 1988.
- [8] R. W. Lorenz, “*Theoretical distribution functions of multipath propagation and their parameters for mobile radio communication in gausi-smooth terrain,*” in *Proc.NATO AGARD Conf.Terrain Profiles and Contanrs in Electromagnetic Wave Propagation*, vol.269, pp.17.1-17.16, Spatind, Norway, 1979.
- [9] M. Nakagami, “*The m-distribution: A general formula of indensity distribution of rapid fading,*” in *statistical Methods in Radio Wave Propagation*, W. C. Halfman, Ed. New York: Pergamon 1960, pp.3-36.
- [10] J. D. Persons, *The Mobile radio Propagation channel*, New York: Wiley 1992.
- [11] B. W. Lindgren, *Statistical Theory*, 4th ed. New York: Chapman R. Hall 1993.
- [12] G. L. Stuber, *Principles of Mobile Communication*.Boston, MA: Kluwer 1996.
- [13] Yong Soo Cho Chung, Jaekwon Kim, Won Young Yang, Chung G. Kang, *MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB*, John Wiley & Sons, 2010.
- [14] D. Greenwood and L. Hanzo, “*Characterization of mobile radio channels*”, In *mobile radio Radio Communication*, R. Steele, Ed, London, U. K. Pentech, pp.163-185, 1992.
- [15] M. D. Austin and G. L. Stuber, “*Velocity adaptive handoff algorithms for microcellular system*”, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol.43, pp.549-561, Avg. 1994.
- [16] T. L. Morzetta, “*EM algorithms algorithm for estimating the parameters of a multivariate complex Rician density for polarimetric SAR*”, *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal processing ICASSP'95*, Vol. 5. pp. 3651-3654, May 1995.
- [17] G. D. Greenste, L. J. Michelson and V. Erceg, “*Moment-method estimation of the Ricean K-factor*”, *IEEE Commun.lett.*,vol.3,pp.175-176, June 1999.

-
- [18] C. Tepedelenliogly and G. B. Giannakis, “*On velocity estimation and correlation properties of narrow-band mobile communication channels*,” IEEE Trans. Veh. Technol, Vol. 50, Issus 3, pp. 1039 – 1052, 2001.
- [19] K. K. Talukdar and W. D. Lawing, “*Estimation of the parameters of the Rice distribution*”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol.89, no.3, pp.1193-1197, mar.1991.
- [20] C. Abdi, C. Tepedelenlioglu, M. Koreh, and G. B. Giannakis, “*On the estimation of the K parameter for the Rice fading distribution*”, IEEE Commun. Lett., Vol.5, pp.92-94, Mar. 2001.
- [21] W. C. Y. Lee, *Mobile Communication Engineering: Theory and Applications*, NEW York: McGraw-Hill, 1998.
- [22] D. Denić, V. Milenković, A. Jocić, S. Mihajlo, “*Metode merenja fedinga i njihovo unapređenje primenom diverziti tehnike*”, YU INFO 2011, ISBN: 978-86-85525-08-7.
- [23] D. Krstić, D. Rančić, J. Aleksić, G. Stamenović, Z. Popović, “*Karakteristike signala na izlazu iz složenog SC-EGC kombinera u prisustvu log-normalnog fedinga*,” INFOTEH-JAHORINA Vol. 8, Ref. B-I-11, p. 81-85, March 2009., ISBN-99938-624-2-8.
- [24] N. Sekulović, Č. Stefanović, D. Krstić, Z. Nikolić, D. Aleksić, “*Statističke karakteristike signala na izlazu MRC diverziti sistema u prisustvu fedinga*,” INFOTEH-JAHORINA Vol. 8, Ref. B-I-4, p. 81-85, March 2009., ISBN-99938-624-2-8.
- [25] J. G. Proakis, *Digital Communications*. New York: McGraw-Hill,1995.
- [26] M. K. Simon and M.-S Alouini, *Digital Communication Over Fading Channels*, 1st ed. New York: Wiley, 2000.
- [27] V. A. Aalo and J. Zhang, “*Performance analysis of maximal ratio combining in the presence of multiple equal-power co-channel interferers in a Nakagami fading channel*,” IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 50, pp. 497–503, Mar. 2001.
- [28] V.A. Aalo, Jingjun Zhang, “*On the effect of co-channel interference on average error rates in Nakagami-fading channels*,” IEEE Commun. Lett., vol. 3, pp. 136–138, May 1999.

-
- [29] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 5th, Ed. New York: Academic, 1994.
- [30] G. K. Karagiannidis, S. A. Kotsopoulos, and P. T. Mathiopoulos, “*Generalized approach for the evaluation of the outage performance in microand pico-cellular networks*,” in Proc. IEE—Commun., vol. 149, pp. 123–128, Apr. 2002.
- [31] G. K. Karagiannidis and S. A. Kotsopoulos, “*Outage performance considerations in mobile cellular networks*”, in Quality and Reliability of Large Scale Telecommunications Systems. New York: Wiley, 2003.
- [32] M. Abramovitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th ed ed. New York: Dover, 1972.
- [33] Y.-K. Ko, M.-S. Alouini, and M. K. Simon, “*Average SNR of dual selection combining over correlated Nakagami-m fading channels*,” IEEE Commun. Lett., vol. 4, pp. 12–14, Jan. 2000.
- [34] M. K. Simon and M.-S. Alouini, “*A unified performance analysis of digital communications with dual selective combining diversity over correlated Rayleigh and Nakagami-m fading channels*”, IEEE Trans. Commun., vol. 47, pp. 33–43, Jan. 1999.
- [35] J. W. Craig, “*A new, simple, and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations*,” in Proc. IEEE Military Communications Conf. (MILCOM’91), McLean, VA, pp. 571–575, Oct. 1991.
- [36] C. W. Helstrom, *Probability and Stochastic Processes for Engineers*, 2nd ed ed. New York: MacMillian, 1991.
- [37] D. Brennan, “*Linear diversity combining techniques*”, Proc. IEEE, vol. 47, no. 6, pp. 1075–1102, Jun. 1959.
- [38] M. Schwartz, W. R. Bennett, and S. Stein, *Communication Systems and Techniques*, New York: McGraw-Hill, 1966.
- [39] W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Design Fundamentals*, Wiley, 1993

-
- [40] V. Aalo, "Performance of maximal-ratio diversity systems in a correlated Nakagami- m fading environment", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 2360-2369, Aug. 1995.
- [41] G.K. Karagiannidis, D. A. Zogas, S.A. Kotsopoulos, "On the multivariate Nakagami- m distribution with exponential correlation", *IEEE Trans. Commun.*, COM-51: 1240–4. 2003.
- [42] M. Stefanović, J. Anastasov, S. Panić, A. Mosić, S Jovković, "Performance of triple selection-combining diversity system over the exponentially correlated α - μ fading channels," *INFOTEH-JAHORINA* Vol. 8, Ref. B-I-1, p. 81-85, March 2009., ISBN-99938-624-2-8.
- [43] G. L. Turin, "Introduction to spread-spectrum antimultipath techniques and their application to urban digital radio", *Proc. IEEE*, vol. 68, no.3, pp. 328-353, Mar. 1980.
- [44] J. Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, pp.68-73, 1892.
- [45] S. Okui, "Effects of CIR selection diversity with two correlated branches in the m -fading channel", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, pp.1631-1633, Oct. 2000.
- [46] Abu-Dayya A, Beaulieu NC. *Outage probabilities of diversity cellular systems with co-channel interference in Nakagami fading*. *Trans Veh Technol*, pp. 41:343-55, 1992.
- [47] Okechukwu C. Ugweje and Valentine A. Aalo, "Performance of Selection Diversity System in Correlated Nakagami- m Fading", In *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'97)*, pp. 1448-1492, May 1997.
- [48] M. Stefanovic, D. Krstic, J. Anastasov, S. Panic, A Matovic, "Analysis of SIR-based Triple SC System over Correlated alpha-mu Fading Channels", *FIFTH ADVANCED INTERNATIONAL CONFERENCE ON TELECOMMUNICATIONS*, str. 299-303, ISBN: 978-1-4244-3840-2, 2009.
- [49] Karagiannidis GK. *Performance Analysis of SIR-based Dual Selection Diversity Over Correlated Nakagami- m Fading Channels*. *IEEE Trans Veh Technol* 2003;52:1207–16.

-
- [50] Reig J. Multivariate Nakagami- m distribution with constant correlation model. *Int J Electron Commun (AEU)*, doi: 10.1016/j.aeue.2007.10.009, 2007.
- [51] V. Aalo, “*Performance of maximal-ratio diversity systems in a correlated Nakagami-fading environment*”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 2360-2369, Aug. 1995.
- [52] M. Stefanovic, D. Krstic, S. Panic, A. Masic, “*Triple selection diversity over exponentially correlated Nakagami- m fading channels desired signal and cochannel interference*”, *Proceedings of the 7th conference on Data networks, communications, computers*, p.63-68, November 07-09, 2008, Bucharest, Romania, ISBN: 978-960-474-020-8.
- [53] G. M. Vietta, U. Mengalli and D.P. Taylor, “*An error probability formula for noncoherent orthogonal binary FSK with dual diversity on correlated Rician channels*,” *IEEE Commun Lett.*, vol.3, no.2, pp 43-45. Feb.1999.
- [54] M. Z. Win and R.K. Malik, “*Error analysis of noncoherent M-ary FSK with postdetection EGC over correlated Nakagami and Rician channels*”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no 3, pp. 378-383, March 2002.
- [55] P. Spalevic, M. Stefanovic, D. Stefanovic, S. Panic, “*Selection combining receiver in the presence of Ricean fading*”, *Journal WSEAS TRANSACTIONS on COMMUNICATIONS*, Volume 8 Issue 6, Pages 505-514, ISSN: 1109-2742, June 2009.
- [56] J. D. Gaeddert, “*Parametric Estimation of Stochastic Fading Channels and Their Role in Adaptive Radios*”, 07.02.2005. Blacksburg, Virginia, Master of Science in Electrical and Computer Engineering.
- [57] A. Abdi, M. Kaveh, “*Performance comparison of three different estimators for the Nakagami- m parameter using Monte Carlo simulation*”, *IEEE Communications Letters*, vol. 4, pp. 119-121, April 2000.
- [58] J. Cheng, S. Member, and N. C. Beaulieu, “*Maximum-Likelihood Based Estimation of the Nakagami m Parameter*”, vol. 5, no. 3, pp. 101–103, 2001.
- [59] J. Cheng and N. Beaulieu, “*Generalized moment estimators for the Nakagami fading parameter*”, *IEEE Communications Letters*, vol. 6, no. 4, pp. 144–146, Apr. 2002.

-
- [60] Q. T. Zhang, "A note on the estimation of Nakagami- m fading parameter", IEEE Communications Letters, Vol. 6, pp. 237–238, June 2002.
- [61] G. Azemi, B. Senadji, and B. Boashash, "Rician K -factor estimation in mobile communication systems", IEEE Communications Letters, vol. 8, no. 10, pp. 617–619, 2004.
- [62] C. Tepedelenlioglu, A. Abdi, G.B. Giannakis, "The Rician K factor: estimation and performance analysis, *Wireless Communications*", IEEE Transactions on Vol. 4 No 2, pp. 799-810, 2001.
- [63] G. W. Cran, "Moment estimators for the 3-parameter Weibull distribution", IEEE Transactions on Reliability Vol. 37, No. 4, pp. 360-363. 1988.
- [64] V. Milenkovic, N. Sekulovic, M. Stefanovic, M. Petrovic, "Effect of Microdiversity and Macrodiversity on Average Bit Error Probability in Gamma- Shadowed Rician Fading Channels", ETRI Journal, Vol. 32, No. 3, pp.464- 467, June 2010.
- [65] Dragana Krstić, Mihajlo Stefanović, Zoran Jovanović, Radmila Gerov, Vladeta Milenković, "Statistical characteristic of ratio and product of Rician random variables and its application in analysis of wireless communication systems," International Journal of Mathematical and Computational Methods, ISSN: 2367-895X, Vol. 1, pp. 79-86, 2016.
- [66] J. Anastasov, S. Panic, M. Stefanovic, and V. Milenkovic, "Capacity of Correlative Nakagami m Fading Channels under Adaptive Transmission and Maximal Ratio Combining Diversity Technique", Journal of Communications Technology and Electronics, Vol.12, Iss.58, pp.1227--1234, 2013.
- [67] B. Jakšić, D. Stefanović, M. Stefanović, P. Spalević a V. Milenković, "Level Crossing Rate of Macrodiversity System in the Presence of Multipath Fading and Shadowing", Radioengineering, Vol. 24 No 1, 185-191, 2015.
- [68] S. Suljevic, D. Krstic, S. Maricic, S. Zdravkovic, V. Milenkovic, M. Stefanovic, "Level crossing rate of SC receiver over Gamma shadowed Weibull multipath fading channel", Recent Advances in Computational Mathematics, pp. 44-49, ISBN: 978-1-61804-267-5.

[69] S. Maricic, D. Krstic, M. Stefanovic , M. Yassen, V. Milenkovic, “*Performance of SC Receiver over Weibull Multipath Fading Channel*”, WSEAS TRANSACTIONS on COMMUNICATIONS, Vol. 15, pp. 114-119, 2016.

[70] Bandjur M., Radenković D., Milenkovic V., Suljević S., Djosić D., “*Second order statistics of SC receiver over k - μ multipath fading channel*”, SERBIAN JOURNAL OF ELECTRICAL ENGINEERING, Vol. 11, No. 3, pp. 391-401, October 2014.

[71] D. Krstic, M. Stefanovic, V. Milenkovic, Dj. Bandjur, “*Level Crossing Rate of Ratio of Product of Two α - k - μ Random Variables and α - k - μ Random Variable*”, WSEAS TRANSACTIONS on COMMUNICATIONS, Vol. 13, pp. 622-630, 2014.

[72] S. Suljović, D. Milić, V. Milenković, D. Radenković, G. Petković, A. Tokalić, “*The α - η - μ Rrandom Process*”, INFOTEH-JAHORINA, Vol. 15, pp. 227-230, March 2016.

[73] Dragana Krstić, Zoran Jovanović, Radmila Gerov, Dragan Radenković, Vladeta Milenković, “*Statistics of k - μ Random Variable, Advances in Mathematics and Computer Science and Their Applications*”, pp. 163-172, Venice, Italy, January 29-31, 2016.

[74] Goran Petkovic, Danijel Djosic, Vladeta Milenkovic, Dragan Radenkovic, Ivana Dinic, “*Level crossing rata of ratio of product two Nakagami- m random variables and Nakagami- m random variable*”, UNITECH-GABROVO 2015, Vol. 2, pages 372-376, November 2015.

[75] D. Krstic, M. Stefanovic, V. Milenkovic, D. Radenkovic, H. Ivanon, “*Performance of wireless system in the presence of k - μ multipath fading, Gamma shadowing and k - μ co-channel interference*”, IEICE 2016, Patros Greece 6-8 July, 2016.

[76] D. Krstic, M. Stefanovic, V. Milenkovic, D. Radenkovic, H. Ivanon, “*Performance of wireless communication system in the presence of Rician short term fading, Gamma long term fading and co-channel interference*”, IEICE 2016, Patros Greece 6-8 July, 2016.

[77] S. Jovkovic, V. Milenkovic, D. Djosic, Z. Popovic, “*Ratio of product of two Nakagami- m random variables and Rician random variable*”, MIT-2016.

[78] D. Djosic, D. Radenkovic, V. Milenkovic, S. Jovkovic, “*Ratio of Weibull random variable and α - μ random variable*”, MIT-2016.

-
- [79] I. Marjanovic, M. Stefanovic, D. Rancic, D. Milic, V. Milenkovic, “*Statistics of ratio of two Weibull random variables with different parameters*”, OTEH 2016.
- [80] G. Petkovic, M. Stefanovic, D. Rancic, D. Milic, V. Milenkovic, *Performance outage of wireless communication system in the presence of long term Gamma fading, Rician short term fading and Rayleigh co-channel interference*”
- [81] C. Stefanovic, S. Jovkovic, V. Milenkovic, M. Stefanovic, *Outage probability of macrodiversity with switch and stay Receiver over Gamma shadowed k - μ multipath fading channel*”, London
- [82] D. Krstic, M. Stefanovic, V. Milenkovic, Dj. Bandjur, “*Level crossing rate of product of two α - k - μ random variables, Latest Trends in Circuits*”, Systems, Signal Processing and Automatic Control, pp. 48-53, 2014.
- [83] Dragana Krstić, Ilija Temelkovski, Srdjan Maričić, Dragan Radenković, Vladeta Milenković, “*Level crossing rate of MRC receiver over k - μ multipath fading environment*”, the 10th International conference on wireless and mobile communications, June 22-26, 2014 pp. 50-54.
- [84] D. Kim, M. Ingram, W. Smith, “*Measurements of small-scale fading and path loss for long range RF tags*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation Vol. 51, Issue: 8, pp. 1740 – 1749, 2003.
- [85] Jin-Woo Jung, Ji-Hun Hwang, Young-Joo, Moon, Ho-Kil Kwak, Hyoung-Hwan Roh, Jun-Seok Park, Min-Soo Kang, “*Multipath fading measurement on the circularly propagated UHF RFID reader antennas in a practical area*”, Electromagnetic Compatibility and 19th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2008. APEMC 2008. Asia-Pacific Symposium on, pp.315–318, 2008.
- [86] A. Tharek and J. McGeehan, “*Propagation and bit error rate measurements within buildings in the millimeter wave band about 60 GHz*”, in European Conference on Electrotechnics, Conference Proceedings on Area Communication, pp. 318–321, June 1988.

-
- [87] K. F. M. T. Wan A. W. Z. Abidin, “*Novel Approach to Determine the Effects of MS Environment using the Portable GPS Receiver with Built-in Antenna*”, *Am. J. Appl. Sci.*, vol. 5, no. 8, pp. 1079–1082, 2008.
- [88] Hämäläinen M., Pätsi T., Hovinen V., “*Ultra Wideband Indoor Radio Channel Measurements*”, *Proc. on the 2nd Finnish Wireless Communication Workshop*, Tampere, Finland, 5 p.
- [89] P. Hande, J. Smith, and D. Reed, “*An Analysis of Fading Mechanisms for Fixed Antennas*”, *Proc. IEEE Vehicular Technology Conf.*, 2000.
- [90] James Northcote – Green, Robert Wilson, “*Control and automation of electrical power distribution system*”, CRC Taylor & Fransis Group, 2007
- [91] Dušan Vukotić, Nenad Antić, Vladeta Milenković, Dragan Kovačević, S. Milosavljević, „*Implementacija radio-sistem za daljinski nadzor i upravljanje srednjenaponskom elektrodistributivnom mrežom PD EDB*“, *CIREĐ*, Savetovanje o Elektrodistributivnim mrežama Srbije i Crne Gore, 2012,.
- [92] Goldhirsh, J. & Vogel, W. (1992). *Propagation effects for land mobile satellite systems* (1st ed.). [Washington, DC]: National Aeronautics and Space Administration, Office of Management, Scientific and Technical Information Program.
- [93] Suzuki, H. (1977). A Statistical Model for Urban Radio Propagation. *IEEE Transactions On Communications*, 25(7), 673-680. <http://dx.doi.org/10.1109/tcom.1977.1093888>
- [94] Parsons, J. (2000). *The mobile radio propagation channel* (1st ed.). Chichester: John Wiley.
- Hashemi, H. (1993). The indoor radio propagation channel. *Proceedings Of The IEEE*, 81(7), 943-968. <http://dx.doi.org/10.1109/5.231342>
- [95] Clarke, R. (1968). A Statistical Theory of Mobile-Radio Reception. *Bell System Technical Journal*, 47(6), 957-1000. <http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1968.tb00069.x>
- [96] Nakagami, M. (2016). *The m-Distribution—A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading*, *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, Pages 3-6, 6a, 7-36,

Proceedings of a Symposium Held at the University of California, Los Angeles, June 18–20, 1958.

[97] Babich, F. & Lombardi, G. (2000). Statistical analysis and characterization of the indoor propagation channel. *IEEE Transactions On Communications*, 48(3), 455-464. <http://dx.doi.org/10.1109/26.837048>

[98] Rubio, L., Reig, J., & Cardona, N. (2007). Evaluation of Nakagami fading behaviour based on measurements in urban scenarios. *AEU - International Journal Of Electronics And Communications*, 61(2), 135-138. <http://dx.doi.org/10.1016/j.aeue.2006.03.004>

[99] Greenstein, L. J., Ghassemzadeh S. S., Erceg, V., Michelson, D. G. Ricean K-factors in narrowband fixed wireless channels: Theory, experiments, and statistical models. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2009, vol. 58, no. 8, p. 4000 - 4012. <http://rsl.ece.ubc.ca/papers/Greenstein2009.pdf>

[100] Davis, B. & Bogner, R. (1985). Propagation at 500 MHz for mobile radio. *IEE Proceedings F Communications, Radar And Signal Processing*, 132(5), 307. <http://dx.doi.org/10.1049/ip-f-1.1985.0067>

[101] Jun Horikoshi, Tanaka, K., & Morinaga, T. (1986). 1.2 GHz band wave propagation measurements in concrete building for indoor radio communications. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, 35(4), 146-152. <http://dx.doi.org/10.1109/t-vt.1986.24084>

[102] Hashemi, H., McGuire, M., Vlasschaert, T., & Tholl, D. (1994). Measurements and modeling of temporal variations of the indoor radio propagation channel. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, 43(3), 733-737. <http://dx.doi.org/10.1109/25.312774>

[103] Lin, S. (1971). Statistical Behavior of a Fading Signal. *Bell System Technical Journal*, 50(10), 3211-3270. <http://dx.doi.org/10.1002/j.1538-7305.1971.tb01856.x>

[104] C. Chayawan and V.A. Aalo, A simple theoretical envelope distribution for wireless indoor fading channels, Proc 3 rd Int Symp CommunInfo Technologies, 2003, pp. 644–648.

-
- [105] Fourie, A. & Nitch, D. (2000). SuperNEC: antenna and indoor-propagation simulation program. *IEEE Antennas And Propagation Magazine*, 42(3), 31-48. <http://dx.doi.org/10.1109/74.848946>
- [106] Steele, R. & Hanzo, L. (1999). *Mobile radio communications* (1st ed.). Chichester: J. Wiley.
- [107] Chang-Fa Yang, Boau-Cheng Wu, & Chuen-Jyi Ko,. (1998). A ray-tracing method for modeling indoor wave propagation and penetration. *IEEE Transactions On Antennas And Propagation*, 46(6), 907-919. <http://dx.doi.org/10.1109/8.686780>
- [108] Al-Nuaimi, M. & Hammoudeh, A. (1993). Attenuation functions of microwave signals propagated through trees. *Electronics Letters*, 29(14), 1307. <http://dx.doi.org/10.1049/el:19930872>
- [109] Dal Bello, J., Siqueira, G., & Bertoni, H. (2000). Theoretical analysis and measurement results of vegetation effects on path loss for mobile cellular communication systems. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, 49(4), 1285-1293. <http://dx.doi.org/10.1109/25.875242>
- [110] Vogel, W. & Torrence, G. (1993). Propagation measurements for satellite radio reception inside buildings. *IEEE Transactions On Antennas And Propagation*, 41(7), 954-961. <http://dx.doi.org/10.1109/8.237628>
- [111] P. Mohana Shankar, *Fading and Shadowing in Wireless Systems*: Springer, 2012.
- [112] S. Panic, M. Stefanovic, J. Anastasov, P. Spalevic, *Fading and Interference Mitigation in Wireless Communications*, USA: CRC Press, 2013.
- [113] Anthony D. Whalen, *Detection of signals in noise* (1st ed.). Academic Press, 1971.
- [114] Wilbur B. Davenport, Jr., William L. Root. *Random Signals And Noise*. : McGraw Hill.
- [115] Vladeta Vasilije Milenković, Dragan Denić, Stefan R. Panić, Dragan Radenković “*Novel method for 5G systems NLOS channels parameter estimation*”, *International Journal of Antennas and Propagation*, 2017, Reference Number: 5236246, Članak prihvaćen za objavljivanje 12.04.2017.

[116] Vladeta Vasilije Milenković, Dragan Denić, Aleksandar Jocić “ *Increased accuracy Nakagami-m parameter measurement method based on space diversity reception*”, Scientific Journal Facta Universitatis – series Automatic Control and Robotics 2017, Članak prihvaćen za objavljivanje 15.05.2017.

IZJAVE AUTORA



IZJAVA O AUTORSTVU

Izjavljujem da je doktorska disertacija, pod naslovom:

Unapređenje metoda merenja fedinga u RF telemetrijskim sistemima srednje naponskih distributivnih mreža

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da predložena disertacija, ni u celini, ni u delovima, nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome, prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava, niti zloupotrebio/la intelektualnu svojinu drugih lica.

U Nišu, _____

Autor disertacije

Vladeta V. Milenković

Potpis doktoranda:



IZJAVA O ISTOVETNOSTI ŠTAMPANE I ELEKTRONSKE VERZIJE DOKTORSKE DISERTACIJE

Ime i prezime autora: Vladeta V. Milenković

Studijski program: Metrologija i Merna tehnika

Naslov rada: Unapređenje metoda merenja fedinga u RF telemetrijskim sistemima srednje naponskih distributivnih mreža

Mentor: dr Dragan B. Denić, redovni profesor

Izjavljujem da je štampana verzija moje doktorske disertacije istovetna elektronskoj verziji, koju sam predao/la za unošenje u **Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci, koji su u vezi sa dobijanjem akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada, i to u katalogu Biblioteke, Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Nišu, kao i u publikacijama Univerziteta u Nišu.

U Nišu, _____

Autor disertacije

Vladeta V. Milenković

Potpis doktoranda:



IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Nikola Tesla” da, u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, unese moju doktorsku disertaciju, pod naslovom:

Unapređenje metoda merenja fedinga u RF telemetrijskim sistemima srednje naponskih distributivnih mreža

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao/la sam u elektronskom formatu, pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju, unetu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, mogu koristiti svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons), za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo – nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

U Nišu, _____

Autor disertacije

Vladeta V. Milenković

Potpis doktoranda:
