



УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ У НИШУ



Милица Ј. Туфегчић

**Креирање запреминског 3Д модела карличне
кости човека у условима непотпуних улазних
волуметријских података**

докторска дисертација

Ниш, 2017.



UNIVERSITY OF NIŠ
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING IN NIŠ



Milica J. Tufegdžić

**Creating of 3D solid model of the human hip bone in
the case of incomplete input volumetric data**

doctoral dissertation

Niš, 2017.

Подаци о докторској дисертацији

Ментор:	др Мирослав Трајановић, редовни професор, Универзитет у Нишу, Машински факултет у Нишу
Наслов:	Креирање запреминског 3Д модела карличне кости човека у условима непотпуних улазних волуметријских података
Резиме:	<p>Карлична кост човека представља сложена морфолошку целину, неправилног облика, насталу срастањем три првобитно раздвојене кости, те је комплексан процес добијања 3Д модела могућ уз услов да постоји довољно густ облак тачака.</p> <p>У првој фази истраживања, модел карличне кости добијен је поступком реверзног инжењеринга. Обзиром да поступак дуго траје и захтева постојање СТ снимка, развијена је метода параметарских региона која омогућава добијање 3Д модела, чак и у случајевима када нема потпуних улазних податка или када не постоји 3Д снимак, већ само 2Д рендгенски снимци.</p> <p>Дефинисано је и одређено 34 анатомских оријентира на костима. Оријентир се повезују параметрима, те је изабрано и дефинисано 58 параметара, сврстаних у две групе: параметри који се мере (21) и параметри чије се вредности добијају на основу једначина регресије (37). Дефинисане су тачке на кривама добијеним пресецањем полигоналних модела равнима које пролазе кроз дате параметре, тачке којима се описују ивице карличне кости и тачке које припадају деловима кости који су омеђени параметрима и представљају параметарске регионе. Формиране су једначине регресије на основу којих се израчунавају предикционе вредности координата ових тачака. Развијена су три VBA макроа за аутоматизацију поступака.</p> <p>Добијени резултати су тестирани на примеру произвољно изабране карличне кости, применом методологије за креирање предикционог модела, која омогућава добијање комплетног полигоналног модела или сваког региона понаособ. Могуће је креирати и делове параметарских региона - подрегионе, на спољашњој или унутрашњој страни карличне кости или на обе стране. Суседни региони се могу здруживати а могуће је и њихово повезивање са деловима полигоналних површина којима се описују ивице карличне кости.</p> <p>Методологија се може применити и на произвољно изабрану област на површини, али је тада неопходно имати СТ снимке. Једначине регресије добијене за десну карличну кост могу се применити и на леву карличну кост. Верификација резултата истраживања спроведена је кроз компаративну анализу геометрије, девијација и одступања између почетних и конструисаних полигоналних модела.</p>
Научна област:	Машинско инжењерство
Научна дисциплина:	Производни системи и технологије
Кључне речи:	Карлична кост, Морфометрирање, Полигонални модел, Реверзни инжењеринг, Регресиони модел, 3Д модел, Параметарски региони
УДК:	004.925.8:611.71(043.3) 621:004.89]:61(043.3)
CERIF класификација:	T 210 - Машинство, хидраулика, вакуумска технологија и акустични инжењеринг T 130 - Производна технологија
Тип лиценце Креативне заједнице:	CC BY-NC-ND

Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor:	Ph.D. Miroslav Trajanović, full professor, University of Niš, Faculty of Mechanical Engineering
----------------------	---

Title:	Creating of 3D solid model of the human hip bone in the case of incomplete input volumetric data
--------	--

Abstract:	<p>Human hip bone represents a very complex morphological structure of irregular shape, resulting from the fusion of three primarily stand-alone bones. So, obtaining an accurate 3D model is a complex process, with the condition that a sufficiently dense point cloud is provided.</p> <p>In the first phase of the research, the hip bone model is obtained in reverse engineering process. The procedure itself is time consuming and requires a dedicated <i>CT</i> scan. So, the method of parametric regions is developed. The method allows obtaining a 3D model, even in cases where the volumetric data are not complete or when obtaining data is only possible from a two-dimensional, 2D scans.</p> <p>Anatomical landmarks (a total of 34) were defined at the bones. These anatomical landmarks are interconnected by parameters. Therefore, 58 parameters were defined, classified in two groups: parameters whose values are measured (21), and parameters whose values are obtained on the basis of regression equations (37). The points on the curves obtained by cutting the polygonal model with planes that are passing through given parameters are defined. The points at the parts of the polygonal models which describe the edges of the hip bone and the points that belong to certain parts of the bone are also defined. Parts of the surface that are bound with parameters represent the regions. In order to automate the processes three VBA macros are developed.</p> <p>The results were tested at the arbitrarily selected hip bone, using the methodology for creating the prediction model, which allows the creation of complete polygonal model or each region separately. It is also possible to create parts of the region - sub-regions, on the external or internal side of the hip bone or on both of its sides. Neighboring regions may be brought together. Connecting the region with parts of the obtained polygonal surfaces which describe the edges of the hip bone is also enabled.</p>
-----------	--

Scientific Field:	Mechanical Engineering
-------------------	------------------------

Scientific Discipline:	Production systems and technology
------------------------	-----------------------------------

Key Words:	Hip bone, Morphometrics, Polygonal model, Reverse engineering, Regression model, 3D model, Parametric regions
------------	---

UDC:	004.925.8:611.71(043.3) 621:004.89]:61(043.3)
------	--

CERIF Classification:	T 210 - Mechanical engineering, hydraulics, vacuum technology, vibration and acoustic engineering T 130 - Production technology
-----------------------	--

Creative Commons License Type:	CC BY-NC-ND
--------------------------------	--------------------

Садржај

1. Увод	1
1.1 Визуелизација у медицини	4
1.2 Запремински подаци	7
1.2.1 Технологије за аквизицију запреминских података	8
1.2.2 Формати слика у медицини	10
1.2.3 Методе за анализу медицинских слика	11
1.2.4 Програмски пакети за визуелизацију запреминских података у медицини	14
1.3 Геометријски модели	16
1.3.1 Запремински модели	16
1.3.2 Површински модели облика	17
1.3.3 Деформабилни модели	20
1.3.4 Статистички модели облика	22
1.4 Методе за реконструкцију 3Д модела са медицинских слика	29
1.4.1 Реконструкција 3Д модела са 2Д пројекционих слика	32
1.4.2 Реконструкција са патолошких облика	34
1.4.3 Реконструкција применом параметарских модела	35
1.4.4 Реконструкција применом предикционих техника	37
1.4.5 Тродимензионална реконструкција поступцима реверзног инжењеринга	39
1.5 Примена реконструисаних 3Д модела	40
1.5.1 Развој персонализованих имплантата	40
1.5.2 Примена модела у рачунарски потпомогнутој ортопедској хирургији за лечење прелома и ресекцију услед тумора кости	41
2. Преглед стања истраживања	46
2.1 Метода анатомских ентитета	46
2.2 Осврт на досадашња истраживања добијених 3Д модела карличне кости	47
3. Анатомија карличне кости	54
3.1 Анатомски положај тела и анатомски оријентери	54
3.1.1 Анатомске равни, анатомске осе и пресеци	54
3.1 Карлични појас	56
3.2 Анатомија карличне кости	58

3.2.1 Бедрена кост.....	58
3.2.2 Препонска кост.....	59
3.2.3 Седална кост.....	60
3.2.4 Спољашња и унутрашња страна карличне кости.....	61
3.2.5 Ивице карличне кости.....	62
4. Реверзни инжењеринг карличне кости човека.....	65
4.1 Реверзни инжењеринг 3Д површинског модела карличне кости човека.....	66
4.1.1 Морфометријска анализа карличне кости као основа за реверзни инжењеринг.....	68
4.1.2 Методологија за израду 3Д модела карличне кости Методом анатомских ентитета.....	70
4.1.3 Креирање 3Д површинског модела.....	74
4.1.4 Верификација добијеног модела.....	74
4.1.5 Методологија за израду 3Д модела помоћу центара зглобних површина и оса.....	76
5. Метода параметарских региона.....	81
5.1 Морфометрија крила бедрене кости заснована на параметрима.....	84
5.1.1 Дефинисање анатомских оријентира и параметара на крилу бедрене кости.....	86
5.1.2 Методологија за избор регресионих модела.....	88
5.1.3 Провера добијених резултата.....	93
5.2 Тродимензионални модел карличне кости човека.....	93
5.2.1 Анатомски координатни систем и равни коштане карлице.....	93
5.2.2 Предикција положаја анатомски значајних тачака.....	95
5.2.3 Предикција положаја тачака на пресечним параметарским кривама.....	98
5.2.4 Предикција положаја тачака на ивицама крила бедрене кости.....	103
5.2.5 Креирање и анализа површинског модела крила бедрене кости у првој итерацији.....	107
5.2.6 Издвајање параметарских региона на крилу бедрене кости.....	111
5.2.7 Предикција положаја тачака у параметарским регионима.....	113
5.2.8 Анализа добијених регресионих модела.....	114
5.2.9 Креирање и анализа површинског модела крила бедрене кости у другој итерацији.....	116
5.2.10 Примена регресионих једначина на леву карличну кост.....	119
5.2.11 Креирање модела здруживањем параметарских региона.....	121
5.2.12 Компаративна анализа добијених модела.....	125
5.2.13 Пример примене методе параметарских региона на делу карличне кости.....	127
5.3 Морфометрирање седалне и препонске кости.....	133
5.3.1 Билатерални оријентира на седалној и препонској кости.....	133
5.3.2 Параметри на седалној и препонској кости.....	134
5.3.3 Регресиони модели параметара на седалној и препонској кости.....	138
5.3.4 Провера добијених резултата.....	141

5.3.5 Примена методе параметарских региона на седалну и препонску кост	143
6. Закључна разматрања.....	148
Литература	151
Биографија аутора	163

1. Увод

Тродимензионални (3Д) рачунарски геометријски модели анатомских структура користе се у великом броју рачунарских апликација у биомедицинском инжењерству, као што су апликације за обуку хирурга, планирање оперативног тока у ортопедској хирургији, за преоперативне симулације оперативног тока, као и апликације за планирање и праћење опоравка пацијената. Поред тога, 3Д геометријски модели су полазна основа за поступке пројектовања персонализованих остеофиксационих материјала као и пројектовања њихове производње, који се користе у ситуацијама када стандардни остеофиксациони материјал није најбољи избор.

Директне поступке креирања 3Д модела одређених костију је скоро немогуће применити због сложеног облика костију, као и услед непознавања експлицитних облика површина. Поступци помоћу којих се врши реконструкција 3Д геометријског модела појединачних костију заснивају се на технологијама креирања слободних форми са одређеним степеном апроксимације и технологијама реверзног инжењеринга. Полазни подаци за поступке реверзног инжењеринга добијају се из волуметријских медицинских слика. При том се пре свега користе волуметријски снимци добијени компјутерском томографијом (енг. *Computer Tomography – CT*), мада се употребљавају и снимци добијени магнетном резонанцом (енг. *Magnetic Resonance Imaging – MRI*). Ови снимци, рађени у дигиталној технологији, у различитим резолуцијама, састоје се од облака тачака различитих густина. Ове облаке тачака је потребно конвертовати у употребљиве 3Д геометријске моделе који се у поступцима реверзног инжењеринга преводе у дигитални приказ физичког објекта. 3Д полигонални модели који имају изванредан степен апроксимације неравних површина на објекту се користе за потребе визуелизације, као и у случајевима када се не захтева велика тачност модела. Међутим, за планирање и симулацију операција, као и за пројектовање остеофиксационих материјала, посебно код израде персонализованих имплантата и сличне примене, неопходно је имати квалитетан 3Д запремински модел. 3Д полигонални модели и 3Д запремински модели могу да се добију методама реверзног инжењеринга једино ако постоји довољно густ облак тачака комплетне кости.

Постоји велики број програма за добијање 3Д полигоналних модела костију из медицинских *CT* слика записаних у *DICOM* формату. Независно од програма, конструисање 3Д полигоналног модела се мора спровести кроз следеће фазе: прикупљање

података (снимање), сегментација слика и генерисање површине. У случајевима када су волуметријски снимци костију квалитетни и потпуни и њихов полигонални модел ће бити садржајан и квалитетан. Међутим, у великом броју случајева, када су због лошег квалитета снимка границе костију често недовољно јасне, неопходно је спровести тзв. оздрављење модела, што представља процес који дуго траје и захтева много труда. Постоји више разлога због којих није могуће добити квалитетан волуметријски снимак. Најпре, дешава се да се због претходног излагања великим дозама зрачења, пацијент не може подвргнути новом снимању на *CT* скенеру. Поред тога, у случају великог степена остеопорозе, квалитет *CT* снимка је такав да не дозвољава добијање облака тачака целе запремине кости. Некада, због великих траума или обољења костију, неки делови костију више физички не постоје, те није могуће добити податке о том делу на основу снимака. У таквим случајевима је немогуће реконструисати потребан 3Д модел костију. Стога је потребно развити методу која омогућава добијање 3Д модела карличне кости човека, чак и у условима непотпуних улазних података, односно снимака који не садрже све елементе кости.

У оквиру пројекта III41017 "Виртуелни коштано зглобни систем човека и његова примена у претклиничкој и клиничкој пракси" је развијена Метода анатомских ентитета за креирање 3Д запреминског модела дугих костију (пре свега костију горњих и доњих екстремитета) и у условима непотпуних волуметријских података. Међутим, због изузетне сложености карличне кости, било је потребно даље побољшање и прилагођавање ове методе.

Карлична кост човека, која је у фокусу овог истраживања, као део скелетног система, услед различитих траума, тумора и других патолошких стања, може бити у знатној мери оштећена. Преломи костију карличног појаса (прелом горње гране, прелом горње и доње гране - дупли вертикални прелом на обе гране пубичне кости), парцијални преломи седалне и илијачне кости (преломи предње горње седалне бодље, преломи предње доње седалне бодље, преломи задњих илијачних бодљи, преломи илијачних гребена, попречни преломи илијачне кости, изоловани преломи ишиона), пубичне луксације и преломи који захватају ацетабулум често захтевају оперативно лечење, те је добијање модела за симулацију и планирање оперативних захвата од велике важности.

Креирање 3Д запреминског модела било које кости је изузетно сложен проблем због слободних форми које дефинишу њен облик. Посебно је сложено креирање прецизног 3Д модела карличне кости човека јер она има комплексан облик слободне форме са отвором у средини, великом шупљином облика пехара на бочној страни и

површинама велике закривљености. То је изузетно сложен морфолошки ентитет јер је настао фузијом три одвојене кости: бедрене, седалне и пубичне кости.

Спроведен је велики број анатомских истраживања карличне кости човека са циљем проучавања њене морфологије и морфолошких варијација које су зависне од узраста, пола (сексуални диморфизам), конституционих карактеристика одређене популације и сл. У истраживањима која су спроведена до данас, добијени су 3Д полигонални модели карличних костију у специјализованим програмима за обраду медицинских слика/снимака или статистички модели за процену облика и варијација, али употребљене методе дају резултате само када постоји комплетан и квалитетан волуметријски снимак целе кости.

Резултати истраживања које је спроведено током израде дисертације омогућавају добијање 3Д површинског модела карличне кости и у условима када не постоје потпуни 3Д улазни подаци, односно у условима непотпуног и неквалитетног снимка, применом методе параметарских региона. Добијени 3Д запремински модели су довољно тачни за примену у системима за планирање и симулацију оперативног тока, за креирање 3Д модела недостајућих делова кости у циљу израде имплантаната, као и за конструисање персонализованог остеофиксационог материјала и сличне апликације.

Дисертација се састоји из шест поглавља.

Прво поглавље садржи уводна разматрања која се односе на визуелизацију у медицини, технике за прикупљање запреминских података и добијање медицинских слика. Дат је преглед геометријских модела и метода за реконструкцију 3Д модела са 2Д слика, уз могућности за примену реконструисаних модела.

У другом поглављу је дат осврт на добијене геометријске моделе карличних костију и коштане карлице, применом различитих метода и техника.

Треће поглавље се бави детаљним анатомским описом карличне кости.

У четвртном поглављу приказане су и описане две методологије за добијање 3Д модела карличне кости реверзним инжењерингом, и то помоћу анатомских ентитета и помоћу центара зглобних површина и оса.

Метода параметарских региона која је развијена за потребе овог истраживања описана је у петом поглављу. Дати су поступци морфометрирања бедрене, седалне и препонске кости, дефинисани су анатомски оријентери и параметри на костима. Представљена је методологија за одређивање регресионих модела за предикцију положаја тачака на површини кости, те методологија за израду површинског модела карличне кости и/или њених делова у случају непотпуних волуметријских података, са 2Д рендгенских

пројекција. Дати су резултати компаративне анализе добијених модела у поступку итерације и примери примене методе региона на обе карличне кости и њиховим деловима.

Шесто поглавље садржи осврт аутора на резултате истраживања, као и приказ могућих праваца даљег истраживања.

Након шестог поглавља дат је преглед коришћене литературе.

1.1 Визуелизација у медицини

Визуелизација (енг. *visualization*) представља технику за креирање слика, дијаграма или анимација. Користи се у науци, образовању, инжењерству, интерактивној мултимедији, медицини итд. Визуелизацију треба разликовати од снимања, јер визуелизација обухвата и прикупљање података (у дигиталном облику), обраду, анализу и приказ података [1,2].

Визуелизација у медицини је скуп поступака и техника чији је циљ стварање прецизних слика људског тела (или одређених делова тела). Користи се за дијагностику и истраживање. Визуелизација се дефинише као 2Д или 3Д представљање медицинских снимака. Примена визуелизације у медицини је велика, од нивоа молекула и ћелија, преко различитих ткива, па до делова тела или читавог тела.

На основу визуелних карактеристика које су резултат интеракције са околином, визуелизација у медицини се може поделити у три главне класе: илустративна, истраживачка и интерактивна. Развој различитих концепата визуелизације у медицини спроведен је кроз неколико генерација. Док су се прва и друга генерација бавиле једнодимензионалним (1Д) и дводимензионалним (2Д) сликама, тек трећа генерација система обухвата обраду и визуелизацију тродимензионалних (3Д) слика. У овој генерацији развијене су изоповршине (енг. *isosurfaces*), технике за рендеровање омотача (енг. *shell-rendering*), као и технике за рендеровање запремине (енг. *volume rendering*) [1,3].

Иако је представљање 3Д запреминских слика релативно сложен процес, постоје и други начини за представљање или извлачење геометријских информација које се користе у одређеним апликацијама. На пример, може се применити приступ који је сличан примени изоконтурних линија у топографским подацима, како би се креирала 3Д површина из датих 3Д података. Техника је позната као екстракција изоповршина и успешно се примењује за обраду *CT* запреминских података [1,3].

За екстракцију изоповршина и добијање мреже троуглова из дискретних података користи се алгоритам *Marching Cubes*. Најмањи фрагмент слике је воксел (енг. *voxel*), по

аналогији са пикселом (енг. *pixel*) на 2Д сликама. Површина се добија избором граница сивог за сваку коцку са решетке, кроз читаву запремину. Површине су обично представљене троугловима. Број ових троуглова је често велики, те су развијене технике адаптивног извлачења површина, код којих се копланарни троуглови сједињавају у већи полигон. Тиме се смањује број темена које треба процесирати [1,3,4].

Екстракција површина је ефикасна метода у случају када је однос сигнал - шум у подацима велики а структуре правилно сегментирани. У супротном, резултате није могуће предвидети, те се примењују деформабилне контуре (еластични приступ површинама). Такве површине се називају балонима или површинама са танким омотачем које имају еластична својства, или у општем случају деформабилним површинама [1].

За добијање статистичких површина користе се технике за поделу простора које су засноване на локалним статистичким мерењима, након чега се добија средње процењена површина са одређеном грешком девијације. Ова техника не може очувати тополошку повезаност која је обезбеђена деформабилним техникама [1].

Вејвлет (енг. *wavelet*) технике имају мултирезолуцијски приступ и примењују се за опис површина [1,3,5,6]. Тако на пример, за време интеракције површина се може приказивати у нижој резолуцији, док се по престанку интеракције површина може приказати у вишој резолуцији [1].

Недостатак метода извлачења површина је рестрикција или селекција, обзиром да се површина представља из података помоћу одређених вредности нијанси сивог. При том се могу појавити и лажни фрагменти површина као последица интерполације. Ова ограничења се превазилазе запреминском визуелизацијом [1].

У методи **максималног интензитета пројекције** (енг. *Maximum Intensity Projection* – MIP), максимални интензитет вредности из скупа волуметријских података се пројектује на раван погледа дуж сваког зрака пројекције. Ова техника се користи за приказ васкуларних структура добијених ангиографским методама [1,7,8,9].

Уместо избора максималне вредности дуж сваког зрака, идеја је да се акумулирају сви подаци о тачкама дуж зрака са одговарајућим пондерима као би се добила укупна вредност која се пројектује на раван погледа. Ова идеја је довела до развоја различитих техника рендеровања запремине, при чему се користе различите методе и алгоритми за добијање укупне вредности¹ [1,9].

¹ Могу се користити просто сабирање, операције мешања и сл.

Током пролаза зракова кроз запремину, они не морају обавезно проћи кроз одређене тачке, осим у случају када су паралелни са координатним осама. Они ће у свим правцима проћи између тих тачака, те је неопходно проценити вредности координата тачака дуж зракова на једнаким растојањима. Најједноставније и најбрже је узети најближу суседну вредност, али то може имати за последицу лошу резолуцију. Осим тога, најближа тачка се може окренути услед просте ротације, што доводи до појаве нежељених артефаката. Стога се примењује глатка интерполација дуж зракова. **Трилинеарна интерполација** је једноставна метода, у којој се вредност за било коју локацију у решетки слике израчунава помоћу најмање запреминске ћелије која садржи дату тачку. Интерполациона вредност је линеарна пондерисана сума у којој учествују свих осам темена ове ћелије [1,4]. Пондерисани фактор се израчунава као однос запремине сваке коцке чија се дијагонална оса добија спајањем дате тачке и дијагонално супротног темена са запремином ћелије². Овај поступак захтева велики број података, јер се може појавити назубљење слике (енг. *aliasing*).

Једна од важних предности површинског рендеровања је постојање ефеката **осветљења и сенчења**, чиме се унапређује визуелизација 2Д слика (фигуративно названа 2.5Д сликом) [1,4]. Прорачун осветљења се уводи у једначине помоћу пондерисаног фактора који представља локални градијент у скаларном пољу 3Д података. Градијент вектор се процењује помоћу градијената за три главне осе запремине или за 26 суседних тачака. Ефекти осветљења су посебно корисни код *СТ* података [9].

Налажење пондерисаног фактора из једначина представља проблем у запреминском рендеровању. Пондерисани фактор (вредност транспарентности) може бити додељен различитим тачкама у запремини како би се појачао или смањио њихов утицај на рендеровану слику. У ту сврху се може користити **функција трансфера** или табела за претраживање. Обзиром да су подаци о тачкама обично представљени као дискретни 8, 12 или 16-то битни подаци, табеле нису велике. У случају децималног записа података може се користити функција трансфера (делимично линеарна или континуално полиномна) [1].

Техника **рендеровања шкољке** комбинује предности површинског и запреминског рендеровања и умањује њихове недостатке. Површинско рендеровање је веома селективно по питању извлачења одређених структура из запреминских података, посебно у случајевима када анатомска структура која нас занима не може бити добијена са јединственим вредностима за нијансе сивог. При запреминском рендеровању подаци се

² Ћелија је такође у облику коцке.

мешају у одговарајућем распону са одређеним пондерима помоћу трансфер функција. Ипак, у свом изворном облику, не узима у обзир просторну повезаност између различитих структура у подацима, што има за последицу да је понекада тешко изабрати структуру која нас занима. Рендеровање шкољке комбинује информације о просторној повезаности која се односи на површинско рендеровање са подацима који су добијени запреминским рендеровањем на нивоу воксела [1].

Представљање и обрада запреминских података захтева велики капацитет меморије и "моћне" рачунаре. **Кодирање запремине помоћу окталног стабла** има предност при раду са кластерима података који се могу груписати. Груписање података може имати за резултат велику редукацију података које треба складиштити и скраћење времена које је потребно за запреминско рендеровање [1,3,9].

Техника **мапирања текстура за 3Д слике** не производи рендеровану 3Д слику директно са мапе текстура, већ врши само мултипланарно преформатирање које се може користити у великом броју апликација за рендеровање. Ово преформатирање омогућава извлачење произвољних равни слика из запреминских 3Д података, који се могу дефинисати као 3Д текстура. Заправо, алгоритам креира слике пројектовањем информација о запремини на раван слике. На пример, ако је запремина пресечена великим бројем пресека који су паралелни са равни пројекције (погледа), постављени од назад ка напред (у односу на раван погледа), може се добити запремински рендерована слика. Овај процес је познат као разлагање по дубини или метода "објекат-простор" [1,3,9].

1.2 Запремински подаци

Под запреминским (волуметријским) подацима, подразумева се континуална функција у 3Д простору. Свакој тачки у простору одговара вредност функције која је математички дефинисана као:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

Скупови података добијени мерењем немају континуалне вредности и ограничени су тачкама у простору у коме су спроведена мерења. Веома је чест случај да су ове тачке тако распоређене да образују јединствену правилну мрежу. Када је потребно одредити тачке које се налазе између изворних, врши се апроксимација континуалне функције, интерполацијом између најближих воксела. Воксели не морају имати исте величине у свим димензијама. Вредности у скупу запреминских података могу представљати велики број различитих ентитета и карактеристика [10].

1.2.1 Технологије за аквизицију запреминских података

За аквизицију података о анатомским структурама људског тела користе се различите технологије: 2Д - равански рендгенски снимак, добијен директном или компјутерском радиографијом, компјутерска томографија – *CT*, *Dual energy X-ray absorptiometry (DEXA)*, магнетна резонанца, нуклеарна медицина (енг. *Positron Emission Tomography* – *PET*³ и енг. *Single Photon Emission Computed Tomography* – *SPECT*⁴), термографија, ултразвук [2,8,11-17].

Иако је могуће квантитативно снимање скелетног система код већине од наведених метода скенирања, прецизне просторне информације о анатомским структурама могу се добити само помоћу *CT* или *MRI*. Одлука о употреби једне или друге технологије је условљена анатомским структурама које треба скенирати. Док *CT* визуелизује коштано ткиво са бољим контрастом, *MRI* визуелизује мека ткива са бољим контрастом обзиром да користи принципе нуклеарне магнетне резонанце водониковог језгра за генерисање сигнала из ткива [2,11,12].

Компјутерска томографија је прва метода за снимање унутрашњих анатомских структура, без проблема са суперпозицијом, која је била велики недостатак простих рендгенских слика. Од његовог увођења у клиничку употребу 1970., *CT* је постао најчешће коришћена техника снимања у клиничком окружењу [7,11].

Компјутерска томографија је рендгенска томографска техника у којој сноп рендгенских зракова пролази кроз танке аксијалне пресеке пацијента из различитих праваца. Паралелна колимација се користи за обликовање снопа рендгенских зракова у танку "лепезу", којом је одређена дебљина равни скенирања. Детектори мере интензитет ослабљеног зрачења које настаје из тела. Математичком реконструкцијом слика (инверзна Радонова трансформација) израчунава се локално слабљење у свакој тачки унутар *CT* пресека. Локални коефицијенти слабљења се преводе у *CT* бројеве и претварају у нијансе сивог које су приказане на сликама [7].

Сигнали из детектора који се региструју током скенирања се препроцесирају како би се компензовале нехомогености у детекторском систему и кориговало повећање просечног енергетског нивоа *X*-зрака, након чега се добијају тзв. сирови *CT* подаци. Реконструкција

³ Позитронска емисиона томографија - метода за добијање слика у нуклеарној медицини, при којој се мала доза радиоактивног материјала убризгава у тело. *PET* скенери се обично комбинују са *CT* скенерима - *PET-CT* скенери [13].

⁴ Једнофотонска емисиона компјутеризована томографија - метода за добијање слике у нуклеарној медицини детекцијом једног гама-зрака из радионуклида убаченог у организам [2].

слике започиње избором видног поља (енг. *Field of View* – FOV), којим се дефинише област која ће бити скенирана [7].

CT слика се састоји из квадратних матрица слика чија величина може бити од 256x256 до 1024x1024 пиксела. Обзиром да сваки CT пресек има коначну дебљину, сваки пиксел заправо представља мали елемент запремине, воксел. Величина воксела зависи од величине матрице, изабраног видног поља и дебљине пресека [7].

Током реконструкције слика, нумеричка вредност (CT број) се додељује сваком вокселу у складу са степеном слабљења X-зрака у том вокселу. Јединица CT слабљења је названа јединицом *Hounsfield-a*⁵ [7,15,16].

CT снимци се добијају снимањем објекта "ослабљеним" зрачењем које се емитује из извора X-зрака (цев X-зрака). CT слика се реконструише из великог броја пројекција објекта, насталих током симултане ротације детектора и извора (снопа) X-зрака око једне осе. У зависности од апсорпције зрака, током проласка снопа кроз објекат, пројекција слике се генерише на детектору (сензор слике). Добијене слике се интегришу помоћу алгоритма како би се добили аксијални пресеци [11,15,16,18].

Прве генерације CT скенера снимале су пацијенте пресек по пресек на одређеном растојању. По добијању једне слике, сто са пацијентом се померао за одређено растојање, како би се добио наредни пресек [7,11,19]. Са појавом спиралних CT скенера, снимање се изводи континуалним померањем пацијента преко обртног постоља уз сталну ротацију извора X-зрака и система за детекцију. Добијени подаци се касније реконструишу у слике пресека на одређеним растојањима, што омогућава реконструкцију пресека у три димензије, тј. у анатомским равнима. Савремени спирални скенери, применом вишеслојне компјутерске томографије (енг. *Multislice Computed Tomography* – MSCT), могу снимати пацијенте за неколико секунди, захваљујући чему се смањује могућност појаве артефаката⁶ [11,20].

Захваљујући високој тачности добијене геометрије костију, CT је постао златни стандард за снимање костију у циљу реконструкције 3Д модела који су потребни за развој имплантаната и клиничку примену [1,7,10].

⁵ *Hounsfield Units* (HU) - CT број, представља апсорпцијске вредности релативне густине структура на CT скенеру. Дефинисана је хиљадитим делом коефицијента гушења рендгенског зрачења у води. Води је придружена вредност 0 HU, а ваздуху - 1000 HU. За мека ткива та вредност износи око -200 до 800 HU, за унутрашње органе око 40 до 60 HU (крв 40 до 70 HU, за масно ткиво -140 до -1220 HU, за плућа око -1200 до -1800 HU), за кости 200 до 1000 HU.

⁶ Артефакт - разлика између HU (CT броја) у резултујућој CT слици и очекиваног коефицијента слабљења објекта. Могу се поделити у 4 категорије: физички базирани, базирани на пацијенту, базирани на скенеру и базирани на спирали. Већина артефаката се појављује у виду ефекта жичица на снимку [16,20].

Иако је напредак у *СТ* технологији довео до смањења укупне дозе зрачења, *СТ* се у радиологији још увек сматра процедуром која има високу дозу зрачења. У табели 1 су приказане дозе зрачења за *СТ* снимање различитих делова тела.

Табела 1. Уобичајене ефективне дозе зрачења при *СТ* снимању [16]

Врста прегледа	Уобичајена ефективна доза (mSv ⁷)
<i>СТ</i> главе - одрасли	1.5
<i>СТ</i> абдомена - одрасли	5.3
<i>СТ</i> груди - одрасли	5.8
<i>СТ</i> главе - 10-годишњаци	1.6
<i>СТ</i> груди - 10-годишњаци	3.9

1.2.2 Формати слика у медицини

Медицинске слике се користе за планирање операција и симулацију, интра-оперативну навигацију, планирање радио-терапија и праћење напретка болести. На пример, детаљне информације о облику и организацији анатомских структура омогућавају оператору да преоперативно планира оптимални приступ циљној површини. У радио-терапији, медицинске слике омогућавају давање некротичне дозе зрачења тумора са минималним колатералним оштећењем здравих ткива [17].

Медицинска слика је дискретно представљање унутрашње структуре или функције анатомског региона у облику низа елемената слике (пиксела или воксела). Дискретизација произилази из процеса узорковања/реконструкције током кога се позицијама у простору додељују нумеричке вредности. Број пиксела који се користи за описивање видног поља одређеном модалитету аквизиције зависи од детаљности приказа [8,21].

Формати слика омогућавају стандардизовано складиштење информација са слика у датотеци рачунара. При том су присутне једна или више слика које представљају пројекцију анатомске запремине на раван слике (пројекционо или раванско снимање), серија слика које представљају танке пресеке кроз запремину (томографско или вишеслојно 2Д снимање), скуп података из запремине (запреминско или 3Д снимање), или вишеструко захватање исте томографске или запреминске слике током времена, како би се добила динамичка серија аквизиција (4Д снимање). Форматом датотеке се описује начин

⁷ Милисиверт (mSv) - хиљадити део Сиверт-а, се често користи за мерење ефективне дозе у дијагностичким медицинским процедурама. Сиверт (енг. *sievert*; симбол: Sv) је *SI* изведена јединица еквивалентне дозе радијације, и као таква је зависна од биолошких ефеката радијације, насупротив физичким аспектима, које карактерише апсорбована доза, која се мери у грејима. Еквивалентна доза за ткиво се рачуна тако што се апсорбована доза множи са фактором квалитета Q , који зависи од типа радијације, и са другим фактором N , који зависи од свих осталих битних фактора. N зависи од тога који део тела је изложен радијацији, од времена и запремине над којом се доза проширила, па и од врсте живог бића.

на који ће подаци о слици бити организовани унутар саме датотеке, од чега зависи интерпретација података о пикселима, у циљу коректног учитавања и визуелизације [21].

Дигитални формати података који се најчешће користе у медицини су: *DICOM*, *Analyze*, *NIfTI*, *Minc*⁸, као и класични сликовни формати (*JPEG*, *BMP*, *GIF*) [21].

DICOM (енг. *Digital Imaging and Communications in Medicine*) представља стандард за манипулисање, складиштење, штампање и преношење информација добијених медицинским снимањима. У њему се могу складиштити и додатни подаци, познати као атрибути (нпр. информација о пацијенту и/или модалитету посебних параметара снимања). За комуникацију између система користи се *TCP/IP* протокол. *DICOM* датотеке могу да се размеђују између два ентитета који могу да примају слике и податке о пацијентима у *DICOM* формату [8,16,22,23].

Analyze формат је развијен⁹ за складиштење вишедимензионалних биомедицинских слика. Разликује се од *DICOM* стандарда јер групише све слике из једне аквизиције (обично 3Д или 4Д) у две бинарне датотеке, од којих једна садржи информацију о заглављу, а друга о самој слици. За разлику од овог формата, *DICOM* стандард групише информације о заглављу и слици (2Д), у једну датотеку [21,24].

NIfTI (енг. *Neuroimaging Informatics Technology Initiative*) формат је развијен¹⁰ како би се *Analyze* формат унапредио. Овај формат подржава основну комбинацију заглавља/слике из *Analyze* формата, али омогућава да се пар датотека комбинује у једну датотеку, при чему се поље са заглављем редефинише. *NIfTI* екстензија омогућава складиштење додатних информација (нпр. кључни параметри аквизиције, експериментални дизајн) у самој *NIfTI* датотеци [21,24].

Minc формат¹¹ је флексибилни формат података добијених са медицинских слика. Последња доступна верзија је *Minc2*, развијена за потребе манипулације са великим датотекама. Омогућена је конверзија у и из *DICOM* и *NIfTI* формата [10,21].

1.2.3 Методе за анализу медицинских слика

Анализа медицинских слика је концепт који обухвата одређени број метода за обраду и анализу слика, примењених на различите формате слика. Анализа медицинских слика се може спровести кроз следеће поступке: побољшање слике, сегментација, регистрација, квантификација и класификација.

⁸ Формате као што су *GE Advance*, *GE Advantage*, *GE MRI*, *ECAT*, *Siemens Somatom* развили су произвођачи уређаја за снимање.

⁹ Развијен је на Мајо Клиници (*The Mayo Clinic*).

¹⁰ Овај формат је развила *DFWG* (*Data Format Working Group*).

¹¹ Развијен је на неуролошком институту у Монреалу (*Montreal Neurological Institute – MNI*).

Алгоритми за побољшање слике се користе за смањење "шумова" на сликама и повећање контраста на структурама од интереса [1]. Медицинска слика може бити лошег квалитета из великог броја разлога, нпр. услед суперимпозиције околног ткива или због Поасоновог шума из фотонске емисије [14,16].

Термин сегментација се односи на процес додељивања одређеног скупа воксела једној или више различитих група. У контексту медицинских слика, волуметријска сегментација је заснована на класификацији воксела у регионе, који обично одговарају објектима или органима у скупу података. Суштина сваке од техника сегментације је проналажење критеријума на основу кога се одлучује који воксели у запремини су слични или имају исте особине. Резултат сегментације је класификација при којој се за сваки од воксела одређује његова припадност одређеном региону. Овај поступак представља бинарну сегментацију, обзиром да воксел може имати, или не, исте особине као и његови суседи. Због чињенице да се поступцима за добијање медицинских слика попут *CT* или *MRI* добијају дискретне запреминске мреже, одређени воксели могу представљати два различита материјала, нпр. границе објеката [3,7,25]. Може се појавити и извесна неодређеност, позната као ефекат парцијалне запремине, када није сасвим јасно да ли воксел треба доделити једном или другом објекту. Насупрот томе, у фази сегментације се израчунава само вероватноћа да одређени воксел припада одређеном региону [25].

Развијено је неколико метода за сегментацију: активни контурни модели, тзв. змије (класични, засновани на региону), активни површински модели, проблем најкраће путање, избор горње и доње границе сивог - односно прага¹² (енг. *thresholding*), [14,16,25]. Сегментација обезбеђује мерење величине и облика у анатомији и омогућава једноставну 3Д визуелизацију анатомских варијација и локализацију патолошких облика (нпр. лезије или анеуризме), [26].

Најједноставнији приступ проблему сегментације је класификација воксела само на основу њиховог интензитета. При том се не укључују било какве локалне узајамне везе између воксела. Тада се сегментација може реализовати одређивањем нивоа вредности које по претпоставци садрже вредности сивог за структуру која треба да буде сегментирана. Овај приступ је назван *thresholding* и често се користи и у знатно сложенијим методама за препроцесирање. Неке од метода за добијање слика у медицини попут *CT*-а имају предност зато што је унапред познато до којих интензитета се врши мапирање различитих ткива [3,7,25].

¹² Избор опсега вредности *HU*.

Методе засноване на регионима су углавном засноване на информацијама са слике, али обухватају локалне узајамне везе између воксела, нпр. за изградњу суседних региона. Једна од најпознатијих 2Д и 3Д метода је алгоритам раста региона (енг. *region growing*). Сегментација се врши груписањем суседних пиксела сличних карактеристика (осветљености/боја) [3,25].

Алгоритам који поступком итерације групише пикселе у регионе је тзв. трансформација развођа (енг. *watershed*). Идеја за овај алгоритам потиче од посматрања кише која пада на неравну површину са врховима и удолинама. Обично се вода скупља у локалним минимумима и прави мала језера. *Watershed* сегментација је комбинација метода заснованих на рубној и сегментацији заснованој на регионима. При том се претражују региони са великим интензитетом градијента (развођа) који деле суседне локалне минимуме (сливове) [3,25,27].

Алгоритам раздвајања и спајања је у потпуности аутоматска метода за сегментацију засновану на регионима. Најпре се цела слика посматра као један регион. Регион се затим поново тестира према критеријуму хомогености. Ако тест не успе, слика се дели на четири мања региона (осам у 3 димензије) једнаке величине. Процедура се рекурзивно понавља све док више не буде потребна нова подела. У следећем кораку (спајање), суседни региони се тестирају по критеријуму сличности, на основу чега се врши њихово спајање. Резултат је неправилна сегментација појединачног хомогеног региона. Метода је подесна за сегментирање локалних и граничних структура, али не и за fine објекте (нпр. вене) који се простиру кроз читав скуп података [3,25].

Методе филтрирања припадају групи метода заснованој на регионима. У медицинским сликама филтери слика се углавном користе за тачке или за детекцију ивица и представљају посебну врсту алгоритама засновану на локалним узајамним везама између воксела, помоћу којих се врши груписање воксела са слике [3,25].

Детекција ивица се обично користи у сегментацији медицинских слика, јер су границе анатомских структура често окарактерисане разликама у интензитетима између ткива. Дисконтинуитет интензитета или ивица се може пронаћи израчунавањем извода функције интензитета. Обично се ови изводи апроксимирају конволуцијом запремине помоћу маске за филтрирање [3,25].

Методе за сегментацију које укључују знања о глобалним облицима структуре која се сегментира се могу поделити на методе засноване на геометријским моделима и методе засноване на атласима воксела. У сегментацији која је заснована на геометријским моделима, облици или органи се представљају облацима тачака и полигоналним

површинама, симплекс мрежама, Б-сплајновима, геометријским мрежама или коначним елементима (троуглови). У сегментацији која је заснована на атласима воксела увек постоје две слике - референтна која се назива атласом и улазна слика која се сегментира, те се структуре региструју на основу репрезентације воксела на обе слике. У атласу су структуре које треба сегментирати већ оивичене. Након регистрације, обе слике се поравнавају тако да се сегментирани слике из атласа могу директно пренети на улазну слику [25].

Регистрација две слике истог дела тела је од суштинског значаја за велики број апликација у којима се кореспонденцијом између две слике преносе жељене информације. Ове слике могу бити добијене различитим техникама снимања (*CT* и *MRI*), могу бити узете од истог пацијента на исти начин и у исто време или могу припадати различитим субјектима. Главни циљ регистрације је да обезбеди мапирање између два различита домена или координатних система тако да кореспондентне тачке у оба домена буду мапирани. У контексту медицинских слика, регистрација обезбеђује мапирање између слика чији се садржаји могу упоређивати тако да се за сваки воксел или тачку од интереса на првој слици може идентификовати кореспондентни воксел или кореспондентна тачка од интереса на другој слици [1,25].

Алгоритми за квантификацију се примењују на сегментирани структуре да би се добиле суштински важне информације за дијагностику, као што су структура, величина, текстура, и сл. [1,25].

1.2.4 Програмски пакети за визуелизацију запреминских података у медицини

За визуелизацију запреминских података развијен је одређени број програмских пакета отвореног кода или комерцијалне природе. Наводе се само неки од њих:

3D Slicer - софтвер отвореног кода за визуелизацију и анализу слика [28];

3D-DOCTOR - комерцијални софтвер за напредно 3Д моделирање, обраду слика и мерење, са слика добијених *CT*, *MRI*, *PET*, са микроскопа [29];

Ambivu 3D Workstation - комерцијална радна станица за рендеровање запремине [30];

Amira (*Mercury Computer Systems*, Chelmsford, MA), којом се аутоматски, полуаутоматски или мануелно (идентификовањем региона од интереса из серијских пресека) може реконструисати анатомска структура са високом тачношћу. Такви анатомски модели се могу користити за динамичку интеракцију и стереоскопске пројекције [31,32];

CHAI3D - софтвер отвореног кода за 3Д графику и рендеровање површинских и запреминских модела, развијен на Универзитету Станфорд [33];

ClearVolume - софтвер отвореног кода, намењен рендеровању запремине [34];

ImageVis3D - софтвер отвореног кода, за рендеровање запремине, развијен на Националном Институту за опште медицинске науке и Националном институту здравља у држави Јута, у Америци [35];

MeVisLab - програмски пакет који има напредне софтверске модуле за сегментацију, регистрацију, визуелизацију запремине, квантитативну и функционалну анализу [36]

Mimics (Materialise, Leuven, Belgium), у коме се могу прегледати дигитални анатомски подаци добијени различитим модалитетима снимања. Подаци се могу мануелно сегментирати или генерисати запреминским рендеровањем. Могуће је извршити и разна мерења, при чему је омогућен рад на 3Д моделу, а модел се може извозити у различитим форматима [31];

Open Inventor - 3Д апликациони програмски интерфејс (*Application Programming Interface – API*) за развој 3Д графичког софтвера [37];

OsiriX (Pixmeo, Geneva, Switzerland), отвореног кода, дизајниран за радиологе, развијен искључиво за *Mac OS X* оперативни систем. У њему се могу прегледати дигитални анатомски подаци добијени различитим модалитетима снимања. Генерисање рендерованих запреминских анатомских структура је брзо [31,38].

ScanIP - комерцијални софтвер, за обраду 3Д података са медицинских слика (СТ, MRI, микро-СТ, ...), односно за визуелизацију, анализу и сегментацију слика [39];

Momviz - софтвер отвореног кода за визуелизацију података добијених електронском томографијом (развијен на Универзитету Корнел у *NewYork*-у) [40];

Vaa3D - софтвер отвореног кода за 3Д, 4Д и 5Д рендеровање површине, запремине и анализу слика, посебно у области микроскопирања [41];

VoluMedic и *LightWave3D* - комерцијални софтверски пакет који омогућава учитавање, манипулисање, мерење, анимирање и рендеровање запреминских података, независно од извора података (*CT, MRI, 3Д ултразвук, PET, SPECT*, дигитални микроскоп [42];

VolView - интерактивни систем отвореног кода за визуелизацију запремине (рендеровање, *MIP*, поновно форматирање) [43];

Voreen - платформа за развој апликација за интерактивну визуелизацију и анализу мултимодалних запреминских података [44].

1.3 Геометријски модели

Под геометријским моделирањем подразумевамо методе и структуре података којима се описују облици и топологије геометријских објеката [45]. Геометријски модели могу бити жичани (енг. *wireframe*), површински (енг. *surface*), запремински (енг. *solid*), засновани на ентитетима (енг. *feature based*) и засновани на ограничењима (енг. *constrained based*) [45,46]. У наставку ће бити презентовани запремински и површински модели, обзиром да имају примену у медицинском моделирању.

1.3.1 Запремински модели

Запремински (енг. *solid*) модели представљају виртуелну репрезентацију објекта (облика) у 3Д на рачунару [18,46,45]. За представљање солид модела користе се два основна приступа: састављање модела из 3Д примитива, односно поступак конструктивне геометрије (енг. *Constructive Solid Geometry – CSG*) и дефинисање граница објеката графичким елементима (енг. *Boundary Representation – B-Rep*) [45,46].

CSG методе омогућавају конструисање сложених солида комбиновањем расположивих 3Д примитива (правоугаона призма, цилиндар, конус, сфера, торус), помоћу *Boole*-ових операција: геометријско сабирање (унија), геометријски пресек (интерсекција) и геометријска разлика (диференција). Објекти се представљају структуром бинарног дрвета, на коме су листови просте примитиве, чворови су солиди и ивице, *Boole*-ови оператори су гране, док се у корену налази солид модел [45,46].

B-Rep методе се користе за дефинисање граничних повшина солида, техникама извлачења (енг. *extrusion*), ротирања (енг. *revolving*), извлачењем попречног пресека по задатој путањи (енг. *sweeping*) и спајањем два или више попречних пресека (енг. *blending*). Применом *B-Rep* метода могу се добити знатно сложенији солиди [45,46].

Солид моделирање се користи у рачунаром подржаном инжењерингу (енг. *Computer Aided Engineering – CAE*), инжењерској анализи, компјутерској графици и анимацији, брзој изради прототипова, тестирању у медицини, визуелизацији производа и научних истраживања [18,45].

У медицини је солид моделирање нашло примену у визуелизацији, за добијање 3Д података о унутрашњој структури тела, у виртуелној хирургији, за креирање вештачког окружења у коме се спроводе и усавршавају процедуре пре операција, дизајнирању

имплантаната и протетских уређаја, евалуацији различитих третмана, терапија или траума, извођењу различитих експеримената [18].

1.3.2 Површински модели облика

Облици се у геометријском моделирању могу представити као запремински и као површински. У првом случају се представља комплетан објекат укључујући и његову унутрашњост, док се у другом случају описује само површина, без унутрашњости. Са становишта геометрије оба модела су еквивалентна стварним објектима. Са становишта визуелне перцепције површински модели су природан избор, обзиром да се код нетранспарентних објеката не може видети унутрашњост. Обе методе се заснивају на аналитичкој геометрији, те се облици описују математичким једначинама. При имплицитном дефинисању облик се дефинише као скуп тачака који задовољава дати систем једначина или неједначина. При експлицитном дефинисању тачке неког објекта се дефинишу у функцији одређених параметара [47].

У рачунарским апликацијама користе се мање апстрактне репрезентације. Захваљујући дискретној природи слика, дефиниција заснована на вокселу је најлогичнији избор за описивање запремине. Простор објекта се дели на мале регионе који се називају воксели (или пиксели у случају објеката у равни), који одговарају узоркованој мрежи која се користи за добијање слике. Облик објекта се дефинише тако што се за дати воксел одређује да ли припада објекту или не [47,48].

Површине објеката се обично дефинишу мрежама (*meshes*). Површина је подељена у мале раванске полигоналне делове које називамо површинама (*faces*). Мрежа се дефинише скупом површина, ивица и врхова (темена) на тим површинама. Често су те полигоналне површине троуглови [47,48].

Формално се мрежа може представити изразом:

$$M = \{v, \varepsilon, F\},$$

где је v - скуп врхова, дефинисан као:

$$v = \{v_i \in R^3 | i \in I\},$$

I је скуп који се користи за индексирање врхова $I = \{1, \dots, n\}$.

Топологија мреже се дефинише помоћу ε тако што се одређује који од врхова су повезани ивицама, док се са F дефинише које три ивице граде троугаону површину:

$$\varepsilon = \{e_i \in I \times I \mid \text{темена } v_{e_i^1} \text{ и } v_{e_i^2} \text{ су повезана}\},$$

$$F = \{f_i \in I^3 \mid f_i \text{ има темена } v_{f_i^1}, v_{f_i^2} \text{ и } v_{f_i^3}\},$$

Мрежа је на овај начин недвосмислено описана, али за рачунарске апликације су потребне додатне информације о топологији, чиме је омогућен приступ информацијама о суседним површинама [47].

Најчешће се користе следеће методе за складиштење података о полигоналном мрежама:

1. Мреже *vertex-vertex*: објекат се може посматрати као скуп темена која су повезана са другим теменима. Информације о ивицама и површинама су имплицитно кодиране. Ово је најједноставније представљање и користи се у графичким *API*, као што су *DirectX* и *OpenGL*. Обзиром да су информације о ивицама и површинама имплицитно дате, нису подесне за операције над мрежама [48,49].

2. Мреже *face-vertex*: листа врхова и скуп површина који садржи индексе одговарајућих врхова полигона се складиште. Обзиром да су информације о теменима површинама које окружују врхове експлицитне, представљају уобичајени начин за представљање мрежа у рачунарској графици [48,49].

3. Мреже *corner-table*: скуп врхова се складишти у предефинисаној табели. Полигонална мрежа се имплицитно дефинише тако што се по посебном редоследу пролази кроз табелу, што је суштински концепт "троугаоне лепезе" која се користи у хардверском рендеровању графике [48,49].

4. Мрежа *winged-edge*: складишти податке о врховима, ивицама и површинама у индексираној листи. Запис о ивици садржи информације о индексу ивице, две случајна врха, левим и десним површинама, суседним ивицама када прелазе преко леве или десне површине. Листа врхова има по један запис за свако теме. У запису су садржани индекс (назив) врха и једна случајна ивица. Слично, записи о површинама садрже индексе (називе) површина и по једну случајну ивицу која се налази на граници површине [47,48 49].

5. Мреже *half-edge*: користи сличан концепт претходном, али уместо креирања табеле ивица, информација о проласку преко ивице је записана у додатној информацији за сваки од врхова [48,49].

6. Мреже *quad-edge*: варијанта *winged-edge* мреже. Површина се може лако препознати на основу једне њене ивице и 4 ивице које су повезане са њом. При том се складиште само врхови са индексима до завршног и 4 повезане ивице [48,49].

Полигоналним мрежама се површине представљају на неорганизован начин, те се стога грешка апроксимације не може проценити. Уместо полигоналних мрежа, неуниформним рационалним базним сплајновима (*non-uniform rational B-Splines – NURBS*)

се може описати површина без губитка математичке прецизности. *NURBS* дефинише путању помоћу основне функције која је дефинисана са 2 параметра, u и v . Основном функцијом се дефинише мапирање 2Д региона у 3Д Еуклидов простор, обично изражено као векторски производ неке писвајз (енг. *piece-wise*) - полиномне основне функције (B - криве). Путања је дефинисана скупом 3Д контролних тачака и са по 2 чворна вектора који контролишу параметре (вектори услова), u и v , основних функција B - кривих [48,49].

Једна од главних карактеристика *NURBS* "закрпа" (енг. *patches*) је да је облик првенствено одређен позицијама контролних тачака. Утицај сваке од контролних тачака је локални, те ова карактеристика омогућава локално подешавање облика померањем само појединачних контролних тачака, без утицаја на облик целе површине. Чворним векторима се може контролисати облик и глаткоћа *NURBS* "закрпа". Пондер контролне тачке може различито утицати на контролну тачку на "закрпи". Пондер је однос функција између две основне функције B -кривих. Униформне B -сплајн површине одређене векторским производом се могу сматрати посебним случајем *NURBS*-а са униформним чворним векторима и једнаким пондерима контролних тачака, када је именилац једнак 1 [48].

NURBS се користи за објекте који немају велики број детаља, јер је тада потребан мали број контролних тачака за одређивање површине. Ако се информација о површини користи само за класификацију, могуће је развити и скуп дескриптора за опис површине [5].

Обзиром да нумерички дескриптори треба да на јединствен начин окарактеришу површине, развијене су и одређене технике за представљање површина:

Ланчани код - метода за декодирање било које произвољне криве на одређени број линеарних секвенци, коришћењем предефинисаног скупа од 8 вектора [16];

Фуријеови (*Fourier*) дескриптори - засновани на дискретној Фуријеовој трансформацији (декомпозицији), посебном облику Фуријеове анализе која је дизајнирана за дискретне временске сигнале у коначном домену [16,50,51];

Хаусдорфово (*Hausdorff*) растојање - техника за мерење сличности између облика упаривањем тачка-по-тачка, заснована на класичној кореспонденцији [16];

Детекција углова - користи се за екстракцију карактеристика [16];

Моравец (*Moravec*) оператор - концепт "утицајне тачке", која представља место на коме је интензитет варијација велики у свим правцима. При том се израчунавају локалне ауто-корелације у четири правца и узима најмања од четири израчунате вредности [16];

Plessey оператор¹³ - обзиром да Моравец оператор узима само четири правца ауто-корелације, или у општем случају само дискретан скуп важних праваца, те да резултат може бити са шумовима или осетљив на оштре ивице захваљујући чињеници да је број мерења ауто-корелација минималан, те се не добија стварни интензитет варијација, предложен је нови оператор у циљу проширења, а којим се решава проблем ових ограничења. Збир разлика између два суседна прозора Моравец-а може бити груба апроксимација градијента интензитета варијација, добијена помоћу Превит (*Prewitt*) оператора [16];

Просторни детектор скале закривљења - метода детекције углова заснован на простору скала закривљења, знатно мање осетљив на појаву шума. Посебно је користан за претраживање и проналажење инваријантних геометријских карактеристика на више различитих скала [16].

1.3.3 Деформабилни модели

Математичка основа деформабилних модела садржана је у геометрији, физици и теорији апроксимације. Геометријом се представља облик објекта, физика уводи ограничења варијација облика у времену и простору, док теорија апроксимација обезбеђује формалне механизме за прилагођавање модела измереним подацима. Геометријом деформабилних модела омогућена је покривеност великог броја облика помоћу геометријских приказа који имају велики број степени слободе (просторне криве). Степени слободе се уводе у складу са физичким принципима. При том се користи теорија еластичности на физичком нивоу те се деформабилни модели сматрају еластичним телима која реагују на силе и ограничења. Обично је функција деформационе енергије дефинисана у зависности од геометријских степени слободе који су придужени деформабилном моделу. Са порастом деформације модела енергија монотонно расте. У Лагранжеовој поставци, деформациона енергија доводи до пораста унутрашњих еластичних сила у моделу. Користећи физички приступ класичној оптималној апроксимацији, функција спољне потенцијалне енергије се дефинише у смислу података којима је потребно прилагодити модел. Ова потенцијална енергија доводи до пораста спољашњих сила које деформишу модел тако да одговара подацима [17].

Код флексибилних модела детекција карактеристика врши се помоћу деформабилних темплејта који имају одређене параметре, те се њима описује облик објеката, [16]. Имају различит број степени слободе и могу им се мењати размера,

¹³ Или Харисов (*Harris*) оператор.

оријентација и угао ротације. Екстремне вредности интензитета слике се бележе, а нагла промена интензитета се пореди са темплејтом [52].

Развој модела је вођен двема енергијама: екстерном енергијом која прилагођава модел подацима са слике и интерном енергијом која стабилизује његов облик на основу општих ограничења глаткости. Овај концепт је генерализован на 3Д облике. Деформабилни симплекс полигонални модел карактерише стабилна интерна енергија која се може кастомизовати, те се модел лако деформише према специфичном темплејту облика [5].

Темплејт ступа у интеракцију са сликом, вреднује се унапред дефинисана функција енергије, модификују параметри у складу са овом вредношћу све док се не добије најмања вредност. Минимум енергије подразумева најбоље слагање са сликом. Параметри темплејта се ажурирају према критеријуму опадања градијента. Ови модели се не могу генерализовати на друге апликације, а темплејти се морају креирати за сваку структуру понаособ [52].

Деформабилни модели припадају групи флексибилних контурних модела. Код активних контурних модела, континуална ивица са слике се проналази помоћу еластичних жица (тзв. "змија"). Оне се деформишу унутар слике образујући идеалну контуру, односно "преузимају" облик који је усаглашен са њима најближим обликом, нпр. линије и ивице. Како би криве остале глатке и ограничио степен деформисања, примењују се одређена ограничења [16,50,52,53].

"Змије" или деформабилни контурни модели су специјалан случај примене принципа мултидимензионалних деформабилних модела. "Змије" су раванске деформабилне контуре, које се користе у анализи слика за апроксимацију положаја и облика на границама објеката. Претпоставља се да су контуре континуалне или глатке и подељене на коначан број елемената. Стога се "змије" могу сматрати параметризованим моделима, код којих су параметри контролне тачке на кривој. Могу се слободно прилагођавати готово свакој глаткој граници, уз одређени број ограничења по читавој површини [17,25,53].

Флексибилни модели се могу израђивати и од једноставних подкомпоненти, попут кружница, линија или лукова, при чему је дозвољен одређени степен слободе померања једног елемента у односу на други, а самим тим и могућност промене размере и оријентације [53].

Облици се могу моделирати помоћу проширених тригонометријских функција, заснованих на Фуријеовим редовима:

$$x = x_0 + \sum_n a_n \cdot \sin(n\theta + \Phi_n),$$

$$y = y_0 + \sum_n ab_n \cdot \sin(n\theta + \psi_n).$$

Добијена површина је функција параметара a_n , b_n , Φ_n , ψ_n . Варирањем параметара и услова, могу се добити различити облици. Модел је тада бесконачно деформабилан и не садржи информације о претходном облику. Фуријеов модел се може користити за интерпретирање медицинских слика, при чему се дефинише расподела за сваки од параметара у почетном скупу, након чега се израчунава вероватноћа да ће добијени модел одговарати жељеном. Тригонометријске функције нису погодне за описивање општих површина. Тако нпр., постављањем коначног броја услова, њима се може апроксимирати само прав угао [53].

Код морфамабилног модела жељени облици се добијају деформисањем уобичајених референтних облика. Ове деформације су линеарна комбинација скупа предефинисаних деформација, које се добијају као резултати регистрације референтног облика. Стога, морфамабилни модел описује све облике линеарним простором деформација. Све деформације у овом линеарном "моделу простора" не представљају валидне облике, посебно у случајевима када оне знатно одступају од предефинисаних. За модел код кога деформације представљају валидне облике, у морфамабилном моделу се процењује нормална расподела за предефинисане деформације [54].

1.3.4 Статистички модели облика

Статистичко моделирање и анализа анатомских облика су тесно повезани са обрадом медицинских слика. Стога су настали статистички модели облика (енг. *Statistical Shape Model – SSM*) који се могу поделити у две категорије: статистички модели којима се описују варијације облика у популацији и запремински статистички модели који садрже информације о геометрији и унутрашњој структури објекта [55].

Основна метода која се користи за израду *SSM* је идентификовање оријентира на елементима полазног скупа, успостављања кореспонденције између одговарајућих тачака и спровођење статистичке анализе, попут Анализе главних компонената (енг. *Principal Component Analysis – PCA*) за добијање варијација облика. Један од елемената се бира као референца и сви други се упоређују са њим. На референтном елементу који се назива темплејтом креира се полигонална мрежа како би се представила анатомска структура, деформабилно се региструје сваки од елемената, а врхови полигоналне мреже се користе као кореспондентни оријентира. Ова метода се користи за приказ површина и није подесна за запреминске податке. У итеративном процесу се 3Д скупови тачака узорка

деформишу према средњем облику, а средњи облик се ажурира у сваком од корака итерације. Сваки од скупова података за појединачног субјекта мора се посебно сегментирати, те је веома тешко конструисати *SSM* из великог скупа података коришћењем ове методе [55].

У основи, *SSM* је линеарна декомпозиција варијабилности облика помоћу различитих математичких критеријума. У *PCA* као најчешће коришћеној методи, процењују се ортогонални правци на којима се у поступку итерације максимизира варијанса [51,56]. У неким другим методама, које су засноване на анализи главних фактора (енг. *Principal Factor Analysis – PFA*) или независној анализи компонената (енг. *Independent Component Analysis – ICA*), дефинишу се модови деформација које су локализоване у већој мери и лакше их је интерпретирати. Ови модели који произилазе из чисто математичких критеријума и ретко одговарају деформацијама које су анатомски значајне [56].

При примени *ICA* методе полази се од претпоставке да се подаци не могу моделирати Гаусовом расподелом. При том се узимају компоненте које су статистички независне. Постоји велики број различитих приступа за процену *ICA*, нпр. нелинеарна декорелација методом максимума вероватноће или приступи из информационе теорије који су засновани на заједничким информацијама. Насупрот *PCA*, *ICA* не обезбеђује компактно представљање варијабилности која постоји у почетном скупу, обзиром да постоји велики број независних компонената које су потребне за реконструкцију почетног скупа [6,57].

Методом *PFA* моделира се коваријанса између варијабли, за разлику од *PCA* којој се моделира укупна варијанса података. Док се у *PCA* методи одређују фактори за укупну (јединствену и заједничку) варијансу у скупу варијабли, у *PFA* се одређује најмањи број фактора који се могу рачунати за заједничку варијансу (корелација) [57].

SSM треба да опишу природну варијабилност облика. Такви модели се заснивају на специфичној параметризацији скупа почетних облика, попут скупа кореспондентних оријентира на различитим облицима, који се обично налазе на контури облика. Кроз такву параметризацију, k -димензиони облик, је ускладиштен као вектор-колона и може се посматрати као појединачна тачка у p -димензионалном простору. Колекција различитих инстанци објекта истог органа код различитих индивидуа одговара облаку тачака у параметризованом простору. Овај облак тачака садржи информацију о варијабилности облика и може се анализирати помоћу мултиваријантних статистичких техника. Осим помоћу кореспондентних оријентира, облик се може описати помоћу анатомских мерења

и сурогата који нису у директној вези са обликом неког органа (године, висина или телесна маса). Такве сурогатне варијабле је лако интерпретирати, а могу се користити за контролу предикционог облика [56].

SSM могу заменити облике специфичне за датог пацијента, обзиром да се помоћу њих могу генерисати облици који претходно нису виђени из дате популације. Ови модели су нашли примену у реконструкцији облика костију са бипланарних радиографских пројекција [58].

Почетни скуп за *SSM* у области медицине у највећем броју случајева се састоји од сегментираних запреминских слика. У зависности од методе која је примењена за сегментацију, могу се добити подаци о бинарним вокселима, фази вокселима (применом метода вероватноће), или полигоналним површинским мрежама. Без обзира на врсту добијених података, исти се могу узајамно конвертовати [5].

Најједноставнији модел који се користи за представљање облика је скуп коначног броја тачака на површини/контури¹⁴, односно реперних тачака или оријентира којима су представљене значајне тачке на контури, односно свакој од њих се може придружити специфична анатомска локација [5,6,25,53,59,60].

Оријентир представља тачку којој коренсподира одговарајућа тачка на сваком другом објекту, између самих објеката и у популацији. Оријентира се могу поделити у три групе:

1. анатомски оријентира - тачке које одређује експерт, а које кореспондирају између организама на биолошки смислен начин,
2. математички оријентира - тачке на објекту одређене на основу неке математичке или геометријске особине, нпр. велика закривљеност или екстремна тачка, и
3. псеудо-оријентира - тачке које су конструисане на неком објекту, на контури или између оријентира [51,59].

Број оријентира треба да буде такав да прикаже облик у целости, а по потреби и детаље. Сваки облик ће бити представљен унапред дефинисаним бројем оријентира, чији број зависи од сложености облика објекта и жељеног нивоа описивања детаља [60]. При том се облик може представити као скуп тачака на граници објекта, које су повезане луковима. Лукови су статистички повезани. Приступ се може проширити укључивањем информација о нивоу сивог. Граница објекта се такође може представити низом тачака чија је дистрибуција у вези са матрицом коваријанси. Позиције свих изабраних тачака

¹⁴ Добијен из запреминских података, нпр. помоћу *Marching Cubes* алгоритма.

могу варирати око њихових средњих вредности по нормалном закону расподеле са матрицом коваријанси која је моделирана помоћу условних ауторегресивних модела првог реда или *Toeplitz* матрице¹⁵ коваријанси [53].

Обзиром да је за тачно представљање облика неопходно филтрирати различите ефекте (позиција, размера и ротација), потребно је успоставити референтне координате. Позиција, размера и ротација су познате под заједничким именом "поза", и према њој се подешавају сви остали облици. Поступак за добијање референтне координате познат је као Прокрустова анализа (енг. *Procrustes analysis*), чиме се скуп облика уводи у простор облика кога чини скуп свих могућих облика објекта чији се модел формира [5,6,53,59]. Прокрустова анализа се користи за процену средњег облика и израчунавање коваријанси између координата оријентира, као и за оцењивање разлика између скупова облика [53]. Поравнати скуп почетних облика образује облак у 2Д простору [50,53]. Примена ове методе захтева постојање два усклађена облика са кореспонденцијом тачака један-на-један и мерење Прокрустовог растојања. Прокрустово растојање је основна мера разлика облика у геометријској морфометрији. Израчунава се као сума најмањих квадрата растојања између кореспондентних тачака [5,59]. Усклађивање се врши у четири корака:

1. израчунавање центроида за сваки облик;
2. ре-скалирање, тако да сваки од облика има исту величину;
3. поравнање позиција референтних координата два облика у њиховим центроидима;
4. поравнање оријентација референтних координата ротацијом [50,59].

У случају усклађивања скупова раванских облика довољно је применити итеративни приступ на генерализовану Прокрустову анализу. Најпре се бира почетна процена средњег облика (нпр. први облик у скупу) те се остали облици усклађују са почетним. Поново се израчунава средњи облик. Уколико је процењени средњи облик промењен, враћамо се на поновно усклађивање. За избор средњег облика (или прототипа облика) користи се Прокрустов средњи облик (Прокрустова средња вредност).

Описивање варијација у изабраном референтном скупу облика (декомпозиција облика), врши се методом анализе главних компонената – *PCA*. Применом линеарне алгебре израчунавају се главни правци варијације [5,6,25,47,51,59,61].

За одређивање главних оса облака у првим моделима у којима постоје највеће варијације користи се *PCA*. Површински модел је тада:

¹⁵ Симетрична матрица код које су сви елементи на главној дијагонали идентични.

$$X = \bar{X} + Pb,$$

где је \bar{X} средња вредност поравнатог почетног скупа, P матрица чије су колоне јединични вектори дуж главних оса облака, а b је $2n$ елементарни вектор параметара облика (n је број тачака који се користи у примерима) [50,53,62]. Нове површине се генеришу независним узорковањем из расподела дуж сваке осе и реконструишу помоћу главних вектора. У највећем броју случајева довољно је користити Декартове координате, али у случајевима када површине могу да ротирају, пожељно је користити угаоне координате [50,62].

PCA припада фамилији метода познатих као факторска анализа (енг. *Factor Analysis – FA*), које се могу поделити на линеарне и нелинеарне, у зависности од тога да ли се површине могу представити линеарним или нелинеарним функцијама статистичких компонената. Линеарне моделе је лакше интерпретирати [57].

Артикулисани модели представљају посебну врсту повезаних *SSM*, у којима су различити објекти или делови (круте компоненте) међусобно спојени зглобовима. Ови зглобови могу клизати или ротирати [6,53]. Лоцирање таквих објеката је могуће помоћу опште *Hough*-ове трансформације¹⁶, када се тачка артикулације користи као референтна тачка за сваки саставни део. Повезани делови преферирају ка истој референтној тачки. Овај приступ се може применити само на одређене класе различитих облика [53].

Најлакши начин за израду спојених *SSM* је да линеарни или нелинеарни *SSM* "учи" од вектора оријентира зглоба, који се конструише надовезивањем вектора оријентира свих повезаних органа у један вектор. У првом артикулисаном моделу облика главни оријентир се бирају ручно, док су за оријентире које се релативно крећу у односу на њих користе поларне координате. Претпоставља се да се артикулација може "научити" из полазног скупа, али је неопходно да постоји више скупова [6].

Велики број спојених *SSM* је хијерархијски организован. У проширеном *SSM* заснованог на вејвлет техници вектор оријентира зглоба разлаже се на сигнале са променљивим фреквенцијама, те се креира неколико нивоа хијерархије. На доњим нивоима се налазе информације са високом фреквенцијом. Ипак, највећи број хијерархијски спојених *SSM* користи само два нивоа. На горњем нивоу се описују геометријска ограничења између објеката који се моделирају помоћу артикулисаних модела облика, док доњи ниво користи *SSM* појединачних органа којима се описује варијабилност сваког објекта [6].

¹⁶ *Hough*-ова трансформација (*Hough*, 1962) је метода за детекцију правих линија у растерској слици.

Метода коначних елемената се може користити за моделирање варијабилних објеката као физичких ентитета који имају унутрашњу крутост и еластичност, [53]. Жељени облик се може добити притискивањем или извлачењем еластичног материјала, што доводи до стварања вибрационих модова различитих облика [5,52,53]. На пример, translација и ротација су модови са најнижом фреквенцијом, затим следе модови деформације тела, при чему центар масе и ротације остају непромењени. Облици који имају сличне димензије су модови нижег реда [52].

Алтернативни модел је параметризовани модел, заснован на суперквадратицима¹⁷ (енг. *superquadrics*), [52,53,63]. Овакав модел нема довољан број степени слободe, а потребан је и велики број итерација за добијање површине [52].

Једна групација површинских модела се заснива на представљању објеката скупом означених тачака (оријентира), тако да се свака тачка налази на одређеном делу објекта. Статистичким испитивањем положаја оријентира добија се Модел расподеле тачака (енг. *Point Distribution Model – PDM*) у 2Д или 3Д [47,52,53,57,64-66]. Моделом је дата просечна вредност положаја тачака, уз опис главних модова варијације у познатом скупу, који се добијају применом принципа матрице сопствених вектора (енг. *eigenvectors*), [6,52,64,66].

Изабране тачке које називамо оријентирима се не морају увек поклапати са анатомским оријентирима¹⁸. Могу се складиштити и додатне информације о повезаности ових тачака, чиме су омогућени реконструкција површине и израчунавање нормалних вектора, што је од значаја за велики број алгоритама за претраживање. Скуп тачка са информацијама о њиховом повезивању чини мрежу (енг. *mesh*), [5].

Модел задржава варијабилност облика објеката и његове просторне релације. Резултујући модел се састоји од одређеног броја параметара који се понашају као пондери¹⁹. При манипулацији овим пондерима добијају се нове инстанце објеката [52]. Вредност ових параметара се бира тако да модел најбоље одговара слици [64].

Обзиром да се модел представља скупом тачака, сваки од облика у скупу почетних модела је означен својом границом или деловима који се налазе унутар те границе. Стога је кључно упоређивати тачке на местима на којима долази до промене облика. При анализи биолошких органа дефинишу се оријентирима који имају исте локације при свакој анализи података [52,64].

¹⁷ Суперквадратици представљају фамилију параметарских облика, који се користе као примитиве за представљање површина. То су прототипови делова који се могу даље деформисати и стапати у реалистичне моделе.

¹⁸ Тачке које се не поклапају са анатомским оријентирима називамо полу-оријентирима.

¹⁹ Тежински коефицијент.

Поравнање оријентира је неопходно за упоређивање тачака на објектима. Ово поравнање подразумева ротацију, скалирање и translацију како би се минимизовала сума квадрата пондера растојања. У математичком смислу, за два дата вектора x_i и x_k , потребно је поравнати x_k са x_i , односно одредити вредност скалирања s , угао ротације θ и вредност translације у обе димензије (t_x, t_y) , [52,53,60].

Информације о нивоу сивог око сваког оријентира, обзиром да је ниво појаве сивог главни модалитет варијација, се представљају у компактном облику (статистичким моделима нивоа сивог у областима око оријентира) и користе током претраживања слике. Свака област око оријентира се може проучавати и разматрати, али су најважнији нивои сивог дуж линије која пролази кроз дате оријентире и нормална је на границу која је образована оријентиром и његовом околином [60,64].

За сваки оријентир j на слици i у скупу познатих модела, извучи се профил нивоа сивог g_{ij} , величине n_p пиксела, у чијем је центру оријентир. При том се не ради са стварним профилем нивоа сивог, већ са нормализованим дериватима, што даје инваријансу померањима и равномерно скалирање нивоа сивог. Профил нивоа сивог оријентира j на слици i је вектор који има n_p вредност. Информације добијене у процесу моделирања статистике нивоа сивог око сваког од оријентира користе се за израчунавање жељеног померања или подешавања сваког оријентира d_{xi} , током претраживања слике. Ово померање/подешавање поставиће сваку тачку у позицију у којој се она боље уклапа у слику [60].

Активни модели облика су пример *PDM* који се деформише у циљу прилагођавања слици, чиме се повећава подударност између модела и слике. Ограничења облика остају иста током итеративног процеса деформације. Процес започиње постављањем инстанце модела на слику и одлучивањем о деформацији која је потребна за сваку тачку, након чега се прорачунавају translација, размера и оријентација. Деформација која преостаје указује на потребу за ажурирањем параметара модела којима се контролише облик [52,53,66].

Активни модел појава представља генерализацију активних модела облика, у коме се уместо координата на контури користе све информације укључујући и интензитете у делу слике коју покрива циљани објект. Модел се генерише комбиновањем модела варијације облика са моделом појаве варијација из почетног скупа облика. Да би се направио модел појаве нивоа сивог, прекрива се свака од слика тако да се контролне тачке слажу са средњим обликом [50].

Медијални модели или скелети су први пут употребљени за опис биолошких површина. Објекти се представљају осним линијама и одговарајућим радијусима, што

доводи до компактнијег описа него у случају примене оријентира. Унапређени медијални 2Д модел од грубог-ка-фином је скуп тачака на осним линијама и векторима усмереним од тих тачака ка ивици. Касније је модел проширен на 3Д и назван *m*-реп. Такав модел се примењује у обради медицинских слика (сегментација, регистрација и разликовање облика) [5,63].

Нелинеарни модели облика су засновани на полиномној регресији (*Polynomial Regression Point Distribution Model – PRPDM*), где су модови варијација линеарног модела који представљају праве линије у простору R^{dn} замењени полиномним кривама. *PRPDM* се израчунава модификовањем итеративног алгоритма помоћу кога се рачуна водећи сопствени вектор: уместо правих линија, полиномне криве се подешавају тако да задовоље остале услове који не могу бити испуњени на постојећем моделу. Процес је интерактиван јер у свакој итерацији степен полинома одређује корисник. У *PRPDM* се претпоставља да се други и сваки наредни сопствени вектор може моделирати у функцији првог. Друга концепција нелинеарног модела је заснована на постојању већег броја слојева. Мрежа има пет слојева: улазни и излазни слој, средишњи слој и два међуслоја. Основна идеја у овом приступу је да се мрежа "научи" да су улаз и излаз слични. Обзиром да се средишњи слој, назван "уским грлом", састоји из веома малог броја неурона, приступ се може сматрати нелинеарном техником смањења димензионалности. Иако овај приступ даје добре резултате у евалуацији 2Д скупова, дискутабилна је његова примена при генерализацији произвољних облика, јер резултат у великој мери зависи од структуре мреже. Шта више, обзиром да мрежа захтева постојање улазних и излазних неурона за сваку компоненту вектора оријентира, мрежа постаје гломазна за 3Д облике [6].

1.4 Методе за реконструкцију 3Д модела са медицинских слика

Тродимензионална реконструкција медицинских слика (сецирање, *CT* и радиографски пресеци) данас представља интегрални део биомедицинских истраживања. Регистрација вишеструких пресека је од великог значаја за коректну 3Д визуелизацију и морфометријску анализу структура [67].

Подаци са медицинских слика у рачунаром интегрисаној хирургији се могу сврстати у три групације: 1) преоперативни подаци као што су *CT*, *MRI* и *PET* слике или 3Д анатомски модели; 2) интер-оперативни подаци као што су рендгенски снимци, ултразвук и ендоскопија; и 3) пост-оперативни подаци. *CT* и *MRI* се често користе у клиничкој дијагностици и планирању операција, али је њихова употреба као модалитета

снимања при интервенцијама ограничена услед недостатка простора у операционим салама и захтева за оперативним процедурама у реалном времену [68].

Типичне томодензиометријске методе за добијање слика омогућавају добијање тачних 3Д информација о анатомији људског тела, али велике дозе зрачења које прима пацијент, велики број информација која треба прикупити и обрадити, као и цена ових метода, чине да оне буду мање функционалне [69,70].

Радиографија X-зрацима је историјски стандард за добијање медицинских слика у ортопедској дијагностици, те радиографске пројекције још увек имају важну улогу у дијагностици, хирургији или планирању терапијских поступака [69-71]. Ова метода даје информације о глобалном облику костију, чиме је могуће открити фрактуре, деформитете и проценити стање зглобова. Припада групи дијагностичких метода која се одликује ниском ценом, мобилношћу, уједначеном брзином снимања, ниским дозама јонизујућег зрачења (у поређењу са *CT*), а нема ризика за пацијенте који имају уграђене феромагнетне имплантанте (у поређењу са класичним *MRI* машинама). У великом броју случајева евалуација ортопедских траума традиционално планирање операција почива на малом броју 2Д радиографских пројекција [70,72]. Иако је то довољно за одређене дијагностичке процедуре, често нема довољно информација за квантитативну анализу, а неке информације могу бити нетачне услед природе пројекција радиографских X-зрака, што за последице може имати повећање времена (и цене) операције и потребу за ревизијом имплантаната [72].

Поређење различитих метода за реконструкцију модела са аспекта доза зрачења и цене приказано је у Табели 2.

Табела 2. Поређење метода за реконструкцију модела коришћењем различитих метода за добијање медицинских слика, [модификовано према 70]

	<i>MRI</i>	<i>CT</i>	Рендгенски снимци
Димензионалност	Запреминска (3Д)	Запреминска (3Д)	Пројекциона (2Д)
Број слика	>400	>700	2 или више
Хрскавица	да	не	не
Јонизујуће зрачење	нема	3 - 8 mSv	0.04 mSv
Цена*	11.000 - 27.000 дин.	9.000 - 42.000 дин	око 900 - 3.000дин/ пројекцији
Време обраде	1 - 4 h	1 - 2 h	< 15 min

* Цене су оријентационог карактера и зависе од броја регија које се снимају, врсте уређаја и коришћења контраста.

За описивање геометрије 3Д објеката може се користити и модална анализа, у циљу поједностављења и минимизирања броја параметара којима се описује 3Д објекат. Врста

методе (математичка, физичка или емпиријска) која се примењује у великој мери утиче на резултате. Метода која је заснована на модалној декомпозицији је *PCA* и оптимална је са аспекта информација које су укључене у сваки од модова, али се користе и друге методе за декомпозицију засноване на математичким (нпр. сферни хармоници) или физичким модовима (вибрациони модови) [67].

Циљ примене математичких модова је конверзија физичких у математичке карактеристике (синтетички облик). Карактеристике којима се описује геометрија су обично сачуване у облику вектора, а сваки вектор је добијен дељењем 3Д модела на неколико класа (различити пречници сфера). При том се израчунавају заједничке области 3Д објекта и површине сфера. Све области су описане скупом вектора као сферичне функције, на које је примењена Фуријеова трансформација, док се за представљање вектора карактеристика користе сферични хармоници. Примена сферичних модова није оптимално решење јер су сви објекти апроксимирани деформисаним сферама, што води ка одређеним проблемима при израчунавању. Друга група модалне декомпозиције 3Д објеката је представљена физичким модовима (механички модови). Ови модови познати и као вибрациони модови се добијају решавањем једначина за еластични модел анализираног објекта [73].

При реконструкцији *Delaunay* методама у 3Д врши се екстракција тетрагоналних површина из иницијалног облака тачака. Концептом алфа-облика формализује се појам облика за скуп тачака у простору. За дати коначни скуп тачака S и стварни параметар алфа, алфа-облик је политоп (генерализација било које димензије дводимензионалног полигона и тродимензионалног полиhedрона). За велике вредности, алфа-облик је идентичан конвексној љусци од S . Ако се алфа вредност смањује, добијају се неконвексне површине са шупљинама. Применом ове методе добијају се облици који у великој мери одговарају површини која је дефинисана оригиналним облаком тачака [67].

Имплицитном методом реконструкције (или методом нултог скупа) реконструише се површина помоћу функције растојања која свакој тачки у простору додељује одређену вредност растојања до површине S . Полигони којима се представља објекат се добијају екстракцијом нултог-скупа помоћу контурног алгоритма. Стога је проблем реконструкције површине из неуређеног облака тачака сведен на дефинисање одговарајуће функције f која има нулту вредност за узорковане тачке и вредност

различиту од нулте за остале тачке. Уз ову методу се користи *Marching-Cubes* алгоритам²⁰ [67].

Техника филтрирања мреже воксела је заснована на узорковању улазних података помоћу мреже 3Д воксела са циљем смањења броја тачака. За сваки воксел, бира се центроид као представник свих тачака. При том се може бирати центроид воксела или центроид тачака које леже на вокселу. Проблеми се јављају услед немогућности да се дефинише коначан број тачака које представљају површину, долази до губитка геометријских информација услед редукције броја тачака унутар воксела, а осетљивост на шумове у улазним подацима је велика [67].

1.4.1 Реконструкција 3Д модела са 2Д пројекционих слика

Преоперативно планирање потпомогнуто рачунаром, захтева познавање 3Д анатомске геометрије. Реконструкција 3Д геометрије објекта која није унапред позната са 2Д пројекционих слика је проблем коме треба посветити посебну пажњу, обзиром да је потребно генерисати модел са само неколико (2 или више) радиографских пројекција [69,70,71]. Недостатак информација услед малог броја слика (у поређењу са стотинама слика у случају запреминских снимака) се може компензовати укључивањем претходних знања. Та знања су формулисана тако да приказују облик костију на начин који омогућава деформацију модела на основу ентитета са снимка. Претпоставка је да ентитети узети са снимка, заједно са информацијама са претходно дефинисаног облика (темплејта) дају довољно информација на основу којих се може добити анатомија за датог пацијента, са захтеваном тачношћу [70].

Темплејт модел садржи информације које су специфичне за дату кост, и заправо је процена иницијалног облика, у форми *SSM*. *SSM* се може добити 3Д сегментацијом запреминских слика или израчунавањем статистичке средње вредности базе података сегмената костију. Како би се обезбедио иницијални темплејт, из базе података костију се могу добити модови варијација облика, коришћењем *PCA* [70].

3Д реконструкција облика из скупа непотпуних 2Д пројекционих слика је важна за велики број медицинских апликација. Системи за интервенције вођени сликама захтевају персонализовани 3Д анатомски модел, који треба да буде повезан са интра-оперативним системом. Ако 3Д *CT* подаци нису на располагању, алтернатива је да се 3Д модел генерише са калибрисаних радиографских пројекција. У том случају, обзиром да је на

²⁰ *Marching cubes* је рачунарски графички алгоритам, публикован 1987. од *Lorensen*-а и *Cline*-а, за екстракцију мреже полигона у изоповршину из 3Д дискретног скаларног поља (који се понекад називају вокселима).

располагању само мали број пројекција, потребна је интеграција претходних знања за успешну 3Д реконструкцију, нпр. помоћу статистичког модела облика [74].

У случају непотпуних података, примењују се две групе поступака за реконструкцију прецизног анатомског облика костију: 1) статистички деформациони модел и 2) модел расподеле тачака. Деформациони модели су засновани на статистици деформационих поља, и углавном се примењују у случају пресечних или распршених тачака. У случају да су на располагању информације са рендгенских снимака, примењује се модел расподеле тачака [74].

При реконструкцији 3Д површинског модела за датог пацијента са само једног стандардног А-П рендгенског снимка спроведена је хибридна 2Д-3Д деформабилна регистрација комбиновањем регистрације оријентир-*X*-пројекција са статистичким моделом облика (темплејт) заснованим на 2Д-3Д шеми за реконструкцију. 2Д-3Д регистрација оријентир-*X*-пројекција је коришћена за проналажење иницијалне размере и почетну ригидну трансформацију између *X*-пројекције и *SSM* (добijen као *PDM* са 14 запреминских снимака). Процењена размера и ригидна трансформација су употребљене за иницијализацију шеме за реконструкцију, која комбинује статистички приступ и обичну деформацију облика са итеративним алгоритмом за успостављање кореспонденција између слике и модела. При том је претпостављено константно растојање између карлица и филма за снимање од 15 cm [75].

Приликом 3Д реконструкције могу се користити 3Д оријентери, који се бирају се према критеријуму сличности, заснованом на нормалама на површину и растојањима. Тачке које су блиске пројекцији задње контуре са великом сличношћу између детектоване 2Д нормале на контуру и пројектоване нормале на 3Д површину се бирају за реперне тачке [74].

Статистички 3Д реконструкциони модел или нови 3Д/2Д модел за регистрацију сколиотичног пршљена добијен је са би-планарних радиографских слика. Сваки пршљен је представљен деформабилним темплејтом. На сваком од њих је дефинисан скуп оријентира, који се поклапа са анатомским оријентирима [69].

За 2Д/3Д реконструкцију пелвиса у циљу аутоматизације позиционирања ацетабуларне протезе потребна су минимално два радиографска снимка коштане карлице (А-П и лат. *outlet*). У процесу аквизиције снимака употребљен је посебно дизајниран калибрациони фантом, како би се одредиле просторне везе између пројекција. Површински модел коштане карлице за датог пацијента добијен је неригидном деформацијом *SSM* коштане карлице у складу са контурама извученим са радиографских

пројекција. Реконструисани модел је упарен са комбинованим статистичким атласом који садржи површински модел коштане карлице добијен са *CT* снимака и мануелно планираном позицијом ацетабуларне протезе [76].

1.4.2 Реконструкција са патолошких облика

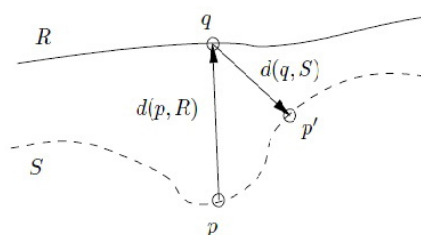
При планирању хируршких интервенција, главни проблем је како реконструисати патолошке деформитете или недостајуће анатомске структуре, када је нормалан природан изглед непознат. У великом броју случајева, објективни критеријуми којима се воде процеси ремоделирања и преобликовања недостају, те се оператори воде субјективном проценом (нпр. естетиком). То води ка пристрасној контроли успеха терапије и неповољно утиче на вођење поступака ремоделирања.

Статистички модели здравих облика омогућавају аутоматску и реалну реконструкцију патолошких површина R . Основу ове методе чини прилагођавање статистичког модела S тако да се поклапа са R у областима где нема патологије и/или у регијама које ће остати непромењене током хируршке интервенције. Резултујући модел R^* који је најбоље подешен у односу на R обезбеђује добру основу за индивидуализовано ремоделирање.

У реконструкцији површина које су засноване на моделу минимизира се растојање тачака које налазе на површинама R и S . За две дате површине S и R растојање од тачке до-површине $d(p, R)$ између тачке $p \in R^3$ на површини S и површине R је дато изразом:

$$d(p, R) = \min_{q \in R} |p - q|.$$

На основу ове дефиниције могу се мерити растојања од површине. Таква мерења треба да буду симетрична, нпр. $d(S; R) = d(R; S)$, слика 1.



Слика 1. Пример када растојање од тачке до површине није симетрично [57]

За случај квадратног симетричног површинског растојања, растојање се дефинише помоћу интеграла:

$$d_2(S, R) = \frac{1}{|S|} \int_S d(p, R)^2 dp + \frac{1}{|R|} \int_R d(q, S)^2 dq,$$

где $|S|$ означава област површине S , а dp је елементарна површина.

У случају мреже троуглова, површине су представљене скупом темена $p_i \in \mathbb{R}^3$, $i = 1, \dots, n_v$, те се интеграл у претходној једначини замењују сумом над свим теменима:

$$\frac{1}{|S|} \int_{p \in S} d(p, R)^2 dp \rightarrow \frac{1}{|S|} \sum_{i=1}^{n_v} d(p_i, R)^2 \cdot \Delta_i,$$

где је Δ_i мера површине око узорковане тачке p_i , нпр. једна трећина области суседних троуглова. За мреже троуглова $d(p_i, R)$ се може ефикасно евалуирати помоћу окталног стабла података.

Ова методологија је примењена за реконструкцију диспластичне мандибуле и у превременог окоштавања шавова костију лобање (лат. *craniosynostis praematura*) код мале деце. Креирани су статистички модели здраве мандибуле и лобање у форми темплејта, који су употребљени као полазни модели за реконструкцију [57].

1.4.3 Реконструкција применом параметарских модела

Статистичко моделирање и анализа анатомских облика је предмет истраживања у области медицинских слика, односно сегментацији слика, анализи анатомских варијација у популацији, идентификовању патолошких промена које су у вези са обликом (остеоартроза) и анатомских разлика које су повезане са полом и старашћу, дизајну протеза и биомеханичкој анализи, итд. [51,61,77]. Статистичка анализа облика је значајна за 3Д реконструкцију анатомских структура и унапређење предикције облика из непотпуних улазних података (нпр. на основу посматрања другог облика из истог зглоба), а мултиваријантна статистичка анализа помаже у одређивању релевантне варијације облика у популацији [51,78].

Анатомске структуре различитих индивидуа показују велики, али ограничен природни варијабилитет који је могуће статистички представити. Да би се генерисали варијабилни анатомски модели, потребно је дефинисати расподелу облика органа у некој популацији (тзв. скуп познатих облика). Углавном се појединачни узорци сегментирају из запреминских података, док се генерисањем површинских мрежа описују границе органа. Одговарајуће параметарско описивање површина је потребно како би се очували варијабилност и дате карактеристике. Концепт је успешно примењен за представљање анатомских података у апликацијама попут аутоматске и интерактивне сегментације у медицинској визуелизацији [79].

У методама у којима се користи параметарско описивање површина могу се користити деформабилни супер-квадратици којима се придодаје локално деформационо моделирање, серија проширења или координате тачака на површини. Након тога се

моделира статистика површине помоћу претходно дефинисане вероватноће $p(p)$ параметарског вектора p који се процењује из познатог скупа. Процена вероватноће $p(p)$ захтева да узорци из дате популације буду кохерентно описани, нпр. да одговарајуће анатомске карактеристике различитих инстанци буду одређене на исти начин у целом скупу познатих модела. Стога се морају дефинисати истоветне (кореспондентне) инстанце. Таква кореспонденција између тачака у познатом скупу се може успоставити на имплицитни начин или експлицитно ако су површине описане моделима расподела тачака. Касније је предложена употреба обе интерактивне методе, коришћењем генерализованих оријентира на површини и у потпуности аутоматизованим приступом заснованим на карактеристикама расподела тачака. Могуће варијације анатомије се могу прецизно дефинисати заједничком функцијом расподеле параметара површине p_i . Обзиром да су појединачне компоненте вектора p тесно повезане, могуће је значајно смањење броја параметара, помоћу *PCA* [79].

Проналажење кореспондентних тачака је од суштинског значаја за аутоматску израду статистичких површинских модела из почетног скупа 3Д површина. Статистички површински модели се користе за сегментацију слика која је заснована на моделима. Пројектовани коефицијенти имају мултиваријантну Гаусову расподелу. У том случају функција којом се решава проблем кореспонденције тачака користи принцип минималне дужине описа (енг. *Minimum Description Length – MDL*) за уравнотежење грешака и уопштавање. У том случају се уместо конвенционалне *PCA* методе која користи векторе за представљање површина, примењује 2Д анализа главних компонената (*2DPCA*) у којој се површина представља 2Д матрицом [6,47,80].

Сферично хармонијско описивање (енг. *Spherical Harmonic Description – SPHARM*) омогућава параметарско описивање површина које се могу представити објектима који имају сферичну топологију. Сферична параметризација се може израчунати оптимизацијом једнаких области мапираних од 3Д четвороугаоних мрежа воксела и минимизирањем угаоне дисторзије. Основне функције параметризоване површине су сферични хармоници. *SPHARM* је може користити за изражавање деформације облика. Облик је представљен у високој резолуцији, са малом грешком апроксимације. *PDM* је добијен директно из коефицијената линеарним мапирањем, на бази униформне поделе на икосаедре²¹ [47,61,63].

²¹ Представља правилан полиедар, омеђен са 20 међусобно једнаких површина које имају облик једнакостраничних троуглова.

Реконструкција површина у циљу формирања 3Д модела за датог пацијента из непотпуних података, који су добијени снимањем ултразвуком или рендгенским зрацима, представља добру технологију за преоперативно планирање или за навигацију током операција [68]. Последњих година методе за реконструкцију персонализованог облика костију из непотпуних података применом техника статистичког моделирања облика налазе велику примену. Главна идеја за реконструкцију облика која је заснована на статистичком моделу је да се пронађу статистички вероватне вредности параметара модела које минимизирају критеријум подешавања између почетног модела и расположивих информација (специфичних за датог пацијента). Заједничка за све методе је врста информација која се користи за реконструкцију. Такве информације садрже податке о експлицитним морфолошким карактеристикама, као што су делови површина, контуре или тачке. Те методе су углавном засноване на мултилинеарној регресији [81].

Друге методе користе ограничења заснована на нелинеарним функцијама позиција тачака, али се третирају само експлицитни оријентирани на површини. При том се не разматрају антропометријске информације о пацијенту као што су висина, маса или старост, иако су експлицитно повезане са морфологијом органа и може се очекивати да буду релевантни предиктори облика [81].

1.4.4 Реконструкција применом предикционих техника

Предикција облика се у пракси (нпр. навигација у минимално инвазивној хирургији), а посебно у случају непотпуних информација о облику површине, врши у две фазе: идентификација посматраних делова, која је нужно потребна за успостављање кореспонденције између опсервација и локација на површини статистичког модела облика, и процена позе и параметара површина, која омогућава избор инстанци за датог пацијента на статистичком моделу облика у координатном систему у коме се врши прикупљање почетних података (снимање пацијента) [81].

За успостављање кореспонденција може се користити итеративна метода најближе тачке (енг. *Iterative Closest Point – ICP*), након чега се процењују параметри облика позе, док се за оптимизацију ових параметара користи апроксимација трансформације позе, апроксимирањем псеудо-сопствених вектора. Тада се предикциона површина може изразити у облику линеарног система који зависи од ових параметара [47,81].

Предикција облика одређеног органа или његовог дела врши се на основу различитих предиктора, помоћу три методе: *PCA*, која је позната и под називом регресија главних компонената (енг. *Principal Component Regression – PCR*), метода парцијалних

најмањих квадрата (енг. *Partial Least Squares – PLS*) и канонична корелациона анализа (енг. *Canonical Correlation Analysis – CCA*). Скаларни предиктори, попут морфометријских и антропометријских параметара, могу се директно укључити у поменуте моделе регресије. Обзиром да је број предикционих тачака велики у поређењу са антропометријским и морфометријским варијаблама, посебна пажња се мора посветити уравнотежењу различитих типова предиктора [81].

Предикционе технике су засноване на посматрању популације и користе се када треба предвидети облике на основу парцијалних информација. Ако имамо студију популације са предикционим векторима $x_1, \dots, x_n \in R^p$, $p \in N$ и одговарајуће зависне векторе варијабли који им одговарају $y_1, \dots, y_n \in R^r$, $r \in N$, потребно је пронаћи функцију $f: R^p \rightarrow R^r$, која најбоље апроксимира проучавану популацију [47]:

$$f(x_1) \approx y_1,$$

...

$$f(x_n) \approx y_n.$$

Функција f се може користити за предикцију инстанци које нису претходно познате. За дати предиктор x , нови облик \check{y} се може генерисати према варијацији у проучавној популацији [47]:

$$\check{y} = f(x).$$

Постоји велики број различитих метода за проналажење функције f и велики број различитих начина да се дефинише доброта прилагођавања добијеног модела и популације. Мултилинеарном регресијом се налази најбоља линеарна трансформација $R^p \rightarrow R^r$, применом методе најмањих квадрата. Обзиром да је f линеарна трансформација, може се изразити помоћу матричног рачуна. Минимизирање Махалонобисовог растојања је итеративна техника за предикцију облика. Површина се контролише изабраним тачкама на површини које корисник може директно идентификовати у датом скупу податка, уместо модификовања површина помоћу коефицијената сопствених вектора. Позиције ових оријентира представљају граничне услове за облике. При прогресивној елиминацији варијације, површина се такође контролише помоћу оријентира, који су заправо изабрана темена мреже. Након подешавања једног контролног темена на површини, варијабилност која проузрокује измештање тог темена се уклања из модела, али подешавање наредних контролних тачака неће утицати на претходно подешена темена [47].

1.4.5 Трoдимензионална реконструкција поступцима реверзног инжењеринга

У великом броју индустријских апликација је потребно креирати *CAD* моделе постојећих објеката. Реверзни инжењеринг је дисциплина која покрива велики број активности. Док се конвенционално инжењерство заснива на концептима и моделима стварних делова и склопова, у реверзном инжењерингу имамо инверзну трансформацију, чиме се делови и стварни склопови претварају у концепте и инжењерске моделе. Реверзни инжењеринг се спроводи кроз одређене фазе, али се ове фазе могу преклапати или се изводити кроз више итерација. Фазе реверзног инжењеринга у геометријском моделирању су: 1) прикупљање података; 2) обрада података; 3) постављање ограничења и израда површина и 4) конструкција *CAD* модела [82,83].

Први корак у рачунарској анализи биолошких/медицинских структура је добијање коректног и прецизног 3Д модела [73]. Добијени модели или симулације које су генерисане на рачунару или у форми 3Д модела за брзу израду прототипова се могу користити за дијагностику траумом измењених структура, визуелизацију и имплантацију људских органа [84]. Поступак 3Д моделирања се углавном спроводи поступцима реконструкције, која започињу добијањем медицинских слика (*CT*, *MRI*) или 3Д системима за скенирање. Реконструкција 3Д модела из снимака ускладиштеним у *DICOM* формату мора бити потпомогнута обрадом слика (сегментација региона од интереса) у циљу екстракције површине објекта [73].

Прикупљање података је најважнији корак реверзног инжењеринга у геометријском (и медицинском) моделирању и подразумева снимање површина циљног физичког дела како би се добио облак тачака. Датотеке података садрже измерене вредности координата тачака које се налазе на површини физичког објекта. Претпроцесирање се спроводи екстраполацијом мреже троуглова из координата скенираног објекта, у поступку који представља геометријску реконструкцију. Скенирани облак тачака се мора чистити и едитовати поступцима као што су узорковање, триангулација, поравнање, спајање, попуњавање рупа, глачање и сл., а у циљу обраде података. У трећој фази, на површинској мрежи троуглова се уводе различита ограничења у различитим деловима модела, помоћу геометријских критеријума, тако да свака од области што верније осликава одговарајућу геометријску област. У овој фази се врши здруживање свих површина. Последња фаза је израда *CAD* модела. Конструисање запреминског (*solid*) модела скенираног објекта, захтева синергију свих претходних корака. У овој фази се врши солидификација геометријског модела, односно виртуелног

објекта, при чему се сматра да је запремина објекта ограничена добијеном површином, уз могућност додавања запреминске масе као карактеристике материјала који се узима у обзир [82-84].

1.5 Примена реконструисаних 3Д модела

1.5.1 Развој персонализованих имплантаната

Коштани имплантанти или коштани графтови се користе за третман прелома, за замену недостајућих делова костију или за делове костију који су тешко оштећени, услед траума, деформитета или након уклањања тумора у случају рака костију. Ови имплантанти се интегришу у људско тело након убацивања и омогућавају враћање изворне јачине кости у области фрактуре. Захваљујући природној способности људског тела да се адаптира на материјал имплантанта омогућено је зарастање кости и интеграција уметнутог имплантанта у кост. Процес који омогућава ову интеграцију је осеоинтеграција (енг. *osseointegration* - *osseo* - "bone" integration). Ови се имплантанти могу израђивати од вештачких материјала (замена за материјал костију) или природне кости у облику алографта добијеног од донора или у форми аутографта кости узетог са здравог дела кости или са коштаног система пацијента. Захваљујући развоју биоматеријала, велики број различитих материјала, као што су чврсти и порозни метали и неметали (нерђајући челик, титанијум, тантал, легуре кобалт-хром, био-керамика, био-полимери и природни корал) се успешно користе за репарацију костију и замену зглобова. У сваком случају, увек постоје проблеми при креирању имплантанта одговарајућег облика од изабраног материјала. У ортопедији се геометрија персонализованог имплантанта ручно црта, те такви ручно цртани имплантанти могу имати грешке у геометрији што чини да буду мање ефикасни на дужи рок [85].

Са развојем *CAD*, *CAE*, *CAD/CAM*, појављују се и нови трендови у медицинској технологији који воде ка персонализованом приступу, односно омогућавају конструисање и производњу персонализованих имплантаната по прихватљивој цени и у разумном року [86, 87].

Такви системи су засновани на напредним алатима за визуелизацију и 3Д моделирање (виртуелна реалност). Омогућавају хирургу прецизно преоперативно планирање и извођење виртуелних ресекција и преоперативно дизајнирање имплантаната за појединачног пацијента. Ови виртуелни модели се могу увозити у интраоперативни навигациони систем и користити за прецизно постављање делова костију. Развој производних технологија и науке о материјалима омогућава да се виртуелна реалност

претвори у стварност у облику физичких модела (реплика), темплејте операција, шаблоне за исецање или удлаге за интраоперативну употребу и персонализоване имплантанте [87].

Термини персонализовани и специфични за датог пацијента, као и они термини који су са њима повезани, користе се у различитим областима истраживања и имају различиту примену. Апликације и персонализовани медицински производи су: имплантанти за реконструкцију костију, биомодели, хируршки алати и уређаји, зубни имплантанти и зубне протезе, ергономија, протетика и протезе, скафолди и инжењеринг ткива, као и контактна сочива за датог пацијента. Конструисање и развој персонализованих медицинских производа је заснован на подацима о одређеном пацијенту у облику 3Д модела анатомских структура, како би се задовољила клиничка и техничка ограничења. Пре почетка производње дизајн се мора евалуирати и оптимизовати са посебном пажњом. Тимове за развој таквих производа чине лекари или хирурзи, радиолози, конструктори и производни инжењери. У свом раду користе обраду медицинских слика, симулацију и 3Д моделирање [86].

Персонализовани имплантанти се користе за реконструкцију костију у дентално-кранијално-максиофасцијалној, ортопедској и козметичкој хирургији. Конструирају се, пројектују и производе тако да одговарају анатомији датог пацијента са високом тачношћу. Сматрају се најбољим решењем за реконструкцију костију, посебно у случајевима великих оштећења и прелома, као и великих тумора на костима. Главна предност примене персонализованих имплантаната огледа се у скраћивању времена операција и смањењу потреба за добро обученим хирурзима [86]. Осим тога, квалитет живота пацијента је побољшан, олакшан је оперативни ток и повећан степен успешности интервенција.

1.5.2 Примена модела у рачунарски потпомогнутој ортопедској хирургији за лечење прелома и ресекцију услед тумора кости

У рачунаром потпомогнутој ортопедској хирургији (енг. *Computer Assisted Orthopaedic Surgery – CAOS*), употреба статистичких модела облика за реконструкцију површина унапређује хируршке процедуре уз минималну инвазију. Ти модели се прилагођавају анатомији пацијента [78].

Симулације операција на рачунару омогућавају хирурзима да експериментишу са различитим хируршким процедурама (остеотомије, графтови, имплантанти, итд.) у вештачком окружењу и да покушају да предвиде исход интервенције пре стварне операције. Ипак, коначни исход операције и тачност примене виртуелног плана зависе и

од способности хирурга да репродукује планирану операцију. Планирање операција за остеотомије, ресекцију тумора и корекцију деформитета или поравнање костију се може извести у виртуелном 3Д окружењу пре стварне операције. Виртуелни планови операција се могу даље извозити у *DICOM* формату и користити у софтверу за навигацију [51].

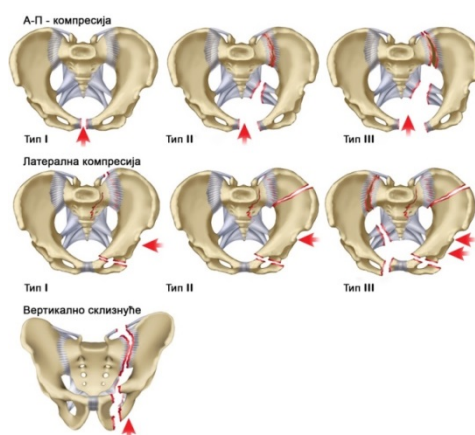
Лечење прелома коштане карлице и ацетабулума представљају један од највећих изазова у ортопедској хирургији и трауматологији [88].

Преломи коштане карлице чине 2 - 8% од укупног броја повреда коштаног система човека, и повезане су са траумама које су изазване великом енергијом (аутомобилске несреће или падови са великих висина). Ово је посебно изражено код млађе популације. Међу пацијентима који имају политрауме, готово 20% има повреде коштане карлице [89,90].

У зависности од смера и јачине дејства силе, постоје и различите врсте прелома. Силе могу деловати у латералном, А-П и косом правцу, те су изведене и различите класификације прелома [88,89,91,92].

По *Tile* класификацији, постоје три типа прелома коштане карлице, а у зависности од стабилности карличног прстена: стабилан - А-тип (А1, А2), делимично стабилан - Б-тип (Б1, Б2, Б3), и ротационо и вертикално нестабилан - Ц-тип (Ц1, Ц2, Ц3), [88,89,91]. По класификационом систему *Young-Burgess*-а, преломи се разврставају према механизму настанка повреде, односно вектору силе који делује на кост/и (приказано на слици 2) на:

- А-П компресију (*Anterior Posterior Compression – APC*), типови *APC I*, *APC II* и *APC III*,
- латералну компресију (*Lateral Compression – LC*), типови *LC I*, *LC II* и *LC III*,
- вертикално склизнуће (*Vertical Shear – VS*), и
- комбиновани механизам повреда (*Combined mechanical – CM*), [88,89,91,92].



Слика 2. Класификација прелома костију коштане карлице према *Young-Burgess*, модификовано према [88,89]

ОТА (енг. *Orthopaedic Trauma Association – ОТА*) класификациони систем је заснован на алфанумеричкој класификацији *Tile-a*. У ревидираној класификацији, карлични прстен и ацетабулум су дефинисани као сегменти костију, бр. 61 и 62 [91].

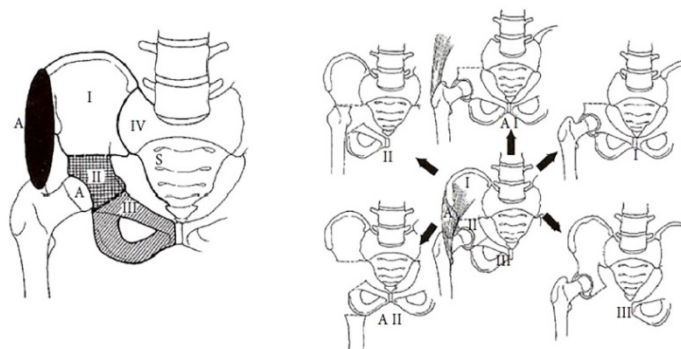
Типом прелома одређен је и третман, тако да је за поједине врсте прелома довољно конзервативно лечење, док неки од њих као што су неки од Б-типова и Ц-тип захтевају примену остеофиксационих материјала (реконструктивне плоче, фиксатори, вијци, стеге), а у екстремним случајевима великих дислокација и оперативни третман [93].

Карлична кост човека као део скелетног система, место је појаве коштаних тумора, првенствено примарних који се могу појавити чак и код деце и у адолесценцији. Примарни коштани тумори могу бити бенигни, малигни и гранични тумори непредвидивог понашања (енг. *“border line”*). Малигних је око 75%. Од бенигнух се издвајају остеохондром, локализован на карличној кости у 4% случајева и гигантоцелуларни тумори, који су нешто ређе локализовани у зони карличне кости (око 4%). Од малигнух тумора јављају се: хондросаркоми у 27% случајева (најчешће у костима коштане карлице после 50. године); остеосаркома, у 7% случајева; *Ewing Sarcoma*, у 11% случајева [94]. Прогнозе и могућности да пацијент који је оболео од саркома карличне кости преживи су знатно мање него у случајевима постојања тумора на екстремитетима. Осим тога, карлична кост је на другом месту по појавама метастаза у костима, одмах након кичме [95].

Код метастатских тумора у костима карличног појаса, који су последица карцинома простате у случајевима када постоји повишен ризик од патолошких фрактура, услед деструкције компактне (кортикалне) кости долази до смањења носивости, што има за резултат поремећаје структуре кости и микропреломе, те долази до губитка интегритета кости. Фрактура кости се може десити спонтано или услед тривијалне повреде, посебно када су присутне остеолитичне метастазе. Што дуже траје метастаза, то је и вероватноћа прелома већа. Обзиром да преломи могу бити погубни за пацијента оболелог од рака, посебна пажња се посвећује предикцији места која ће бити захваћена метастазама и на којима ће се појавити преломи, профилактичкој хирургији, зрачењу и употреби биофосфата [96].

Хируршке процедуре отклањања тумора на карличним костима представљају изазов због геометријске сложености карличне кости и близине осетљивих органа и структура као што су бешика, ректум, ишијадични нерв и велики број крвних судова. Ресекција тумора и реконструкција кости захтева велику прецизност [95,97]. При том, стопа рецидива може бити висока, од 30 - 90% [97].

Ресекција тумора се може спровести као екстерна и интерна, док су ресекције коштане карлице класификоване у 4 типа²² и приказане на слици 4: тип I (бедрена), тип II (периацетабуларна), тип III (пубична кост, седална кост) и тип IV (сакрум) [95,98]. Типови ресекција коштане карлице приказани су на слици 3.



Слика 3. Типови ресекција коштане карлице, модификовано према [95]

Током процедура реконструкције коштане карлице користе се конвенционални ортопедски имплантанти (плоче, вијци, жице), а по потреби и графтови [98]. Након ресекције тумора за реконструкцију кости могу се користити персонализоване протезе, које су конструисане тако да тачно одговарају изгубљеном делу кости након одстрањивања тумора. Тачно позиционирање имплантанта се спроводи помоћу навигационог система током саме операције, тако да се имплантант може тачно усадити на месту очекиваног дефекта костију [99].

У таквим случајевима је неопходно постојање квалитетног 3Д запреминског модела кости, како би се у виртуелном окружењу симулирало правилно постављање остеофиксационих материјала. Модел је потребан како би се виртуелни тумори позиционирали, прецизно поставиле одговарајуће равни сечења карличне кости (у непосредној близини граница тумора, у границама прописаних одступања), планирао и симулирао оперативни захват.

Како би се добио поменути модел потребно је прикупити *CT* податке, те се пацијент мора изложити дозама зрачења које су знатно више у односу на дозе зрачења којима се пацијент излаже при снимању другим конвенционалним методама, као што је рентгенографија (види Табелу 2), што посебно долази до изражаја када је пацијент у претходном периоду већ био изложен одређеним дозама зрачења. Често се дешава да недостају делови карличне кости, услед прелома, остеопорозе, постојања лезија или механичких оштећења костију, те није могуће добити квалитетан 3Д модел.

²² Класификација према *Musculoskeletal Tumor Society*.

У наставку дисертације биће приказане различите методологије за добијање 3Д модела карличне кости, развијене током истраживања на пројекту **"Виртуелни коштаноглобни систем човека и његова примена у претклиничкој и клиничкој пракси"**. Истраживање је спроведено у два правца: поступком реверзног инжењеринга који се може применити само ако постоји квалитетан *СТ* снимак и методом параметарских региона која је спроведена у поступцима геометријског моделирања и реконструкције, геометријског морфометрирања, математичког (статистичког) моделовања, итерације, оптимизације и компаративне анализе модела.

2. Преглед стања истраживања

2.1 Метода анатомских ентитета

Метода анатомских ентитета је заснована на анатомским оријентирима, који се користе за опис геометријских модела људских костију. То је у суштини скуп техника и процедура које имају за циљ креирање анатомски тачних и морфолошки коректних 3Д геометријских модела људских костију.

Процеси који су обухваћени овом методом се могу сврстати у две групе: припремни процеси и процеси моделирања [100].

Припремни процеси имају за циљ добијање полигоналног модела дате кости или њених делова. Започињу прикупљањем улазних података који се добијају *CT* снимањем, након чега се врши обрада и сегментација медицинских слика и креирање запреминског модела. Добијени запремински модел се конвертује у *STL* формат који се увози у *CAD* програм у форми облака тачака из кога се креира почетни полигонални модел (*mesh*).

Процеси моделирања започињу чишћењем, глачањем и оздрављењем костију или њених делова [100-107], како би се спровеле анатомска и морфометријска анализа.

Након анатомске анализе дефинишу се референтни геометријски ентитети (тачке, линије, равни и сл.), који представљају основу за дефинисање свих осталих елемената (криве, површине, запремина) којима се у потпуности описује геометрија дате кости [100,101,103,104,106,107].

Референтни геометријски ентитети користе се и за дефинисање одговарајућих морфометријских параметара, који се користе као параметарске функције у поступку дефинисања статистичког предикционог модела. Предикција вредности координата тачака у зависности од вредности параметара врши се у форми вишеструке линеарне регресије. Очитавање вредности параметара врши се са медицинских слика, добијених неком од метода за аквизицију података [100].

Применом ове методе могуће је креирати 3Д геометријске моделе костију са великом тачношћу, али и предикционе моделе костију (параметарски тачкасти модел), у случајевима када су запремински подаци непотпуни или је на располагању само једна радиографска пројекција [100].

Метода анатомских карактеристика примењена је на дуге кости - бутну кост и голењачу [100], лишњачу [103,106], као и на доњу вилицу [108].

2.2 Осврт на досадашња истраживања добијених 3Д модела карличне кости

Lamecker и др. су креирали статистички површински модел за полу-аутоматску сегментацију пелвиса, заснован на његовом полигоналном моделу (*mesh*) [109]. Модел је израђен од скупа познатих површина, тако што је сваки облик дат са M тачака, узоркованих са његове површине. Коришћењем *PCA*, сваки од вектора површине може се изразити линеарним моделом, који је дат изразом:

$$v_i = \bar{v} + P b_i = \bar{v} + \sum_k p^k b_i^k,$$

где су:

\bar{v} - вектор средње површине,

$P = \{p^k\}$ - матрица сопствених вектора у матрици коваријанси,

b - параметри површине којима се контролишу варијације.

Кореспондентним сопственим вредностима $\{\lambda^k\}$ описује се варијација у правцима сопствених вектора. Параметрима облика $b = \{b^k\}$ контролишу се модови варијације [27, 29].

Успостављање кореспонденције између две тополошки еквивалентне 3Д површине S_1 и S_2 , у облику полигоналних модела, подразумева израчунавање хомеотрофног мапирања које је могуће уз допунска ограничења (нпр. задата кореспонденција тачака или линија које су геометријски или анатомски значајне) [62,109]:

$$f: S_1 \rightarrow S_2.$$

За успостављање кореспонденције између две произвољне површине коришћена је метода конзистентне параметризације површина. Произвољна површина је подељена на n_p делова. Ова декомпозиција мора бити тополошки еквивалентна на свим површинама у скупу познатих површина, а делови (анатомски региони) морају бити слични. То је итеративни процес у коме су границе делова повучене на површинама настале спајањем тачака које су заједничке за два или више делова (тачке гранања). Ове тачке се бирају мануелно. У највећој мери фаворизоване су путање дуж линија веће закривљености, и то у оним случајевима када линије представљају анатомске карактеристике.

Статистички површински модел карличне кости човека је генерисан од 23 *CT* снимка мушких коштаних карлица. Сваки од снимака је мануелно сегментиран означавањем области на костима. Добијени полигонални модели су имали по око 25000 троуглова и 12500 чворова, а свака коштана карлица је подељена на 11 делова: промоторијум, фронтални/вентрални сакрум, фронтално десно/лево крило бедрене кости,

вентрално десно/лево крило бедрене кости, десни/леви зглоб кука, десно/лево тело бедрене кости, одвојених са 40 граница и 25 тачака [109].

Статистички модел облика и интензитета/густине коштане карлице (енг. *Statistical Shape and Intensity Models – SSIM*) је генерисан из скупа почетних полигоналних модела применом *PCA* методе и генерисањем виртуелних *X*-зрака са деформабилних анатомских модела. Ови модели су паралелно пројектовани. Сваки од почетних модела је специфичан за датог пацијента. *SSIM* комбинује средњи облик и густину свих почетних података и њихове специфичне варијације, које су изражене *PCA* сопственим векторима. Применом графичке процесорске јединице (енг. *Graphics Processing Unit – GPU*), у процесу реконструкције, постиже се контрола процеса оптимизације, а процес краће траје. Скалирање је боље обзиром на број деформационих параметара и сложеност основног модела. Метода омогућава рад са полиномима различитих степена на различитим тетраедрима у истом полигоналном моделу [72].

Статистички површински модел коштане карлице је креиран из улазног скупа од 50 *CT* снимака. *CT* подаци су конвертовани у полигоналне мреже мануелном сегментацијом. На основу анатомских и геометријских карактеристика почетни модели су конзистентно подељени на делове, тј. регионе на мрежи коришћењем топологије диска. На основу тих делова, успостављена је кореспонденција тачка-тачка на сваком од почетних модела. Сви модели тада могу бити представљени у заједничком векторском простору R^{3m} , где је m број тачака које су употребљене за дискретизацију облика (темена или површина). Након поравнања почетних површина са референтном површином, добија се линеарни модел применом *PCA* методе. Креиране површинске мреже су не-многоструке топологије (енг. *non-manifold*²³) јер садрже две унутрашње површине које раздвајају сакрум од суседних карличних костију. Мрежа је подељена на 21 регион, а састоји се од 29619 темена и 59403 троугла [110].

Статистички модел карличне кости је направљен од колекције *CT* слика, а симулација рендгенских слика (позната под називом дигитално реконструисани рендгенски снимци, енг. *Digitally Reconstructed Radiographs – DRRs*) из *CT* података за датог пацијента. Примењена је деформабилна 2Д-3Д регистрација између модела карличне кости и *DRRs* и јединствена репрезентација модела која карактерише граничне површине и унутрашњу расподелу густина структуре костију. Модел је представљен у

²³ У математичком смислу под многоструком топологијом (енг. *manifold*) подразумева се да само две површине могу делити исту ивицу. Код не-многоструке топологије (енг. *non-manifold*) једна површина дели три или више ивица.

форми мреже тетраедара. За конструкцију мреже структуре костију са *СТ* слика коришћена је метода реконструкције тетраедарске мреже из контура. Ове мреже имају велику флексибилност и могу се прилагођавати анатомском облику [68].

Модел облика коштане карлице је генерисан из скупа индивидуалних појединачних облика (триангулисане површине). Коректна идентификација анатомски кореспондентних тачака на свакој од површина представља основни проблем. Сваки од почетних облика је интерактивно разложен на одговарајући број кореспондентних региона. Сваки од тих региона је конзистентно мапиран у заједничку базу домена, уз ограничење минималне метричке дисторзије. Ланчано повезивање ових параметризација директно води ка жељеној мапи кореспонденције. Сви почетни модели могу бити представљени заједничким просторним вектором димензије $3m$, где је m број тачака које су употребљене за дискретизацију облика (темена површина) [71].

Дебљина слика у моделу облика у равни се добија израчунавањем дужине пропагације симулираних зракова²⁴ кроз запремину коју образује модел облика. Из дебљине и симулираних *X*-зракова, извлаче се наглашене контуре помоћу Кенијевог детектора ивица²⁵. Силуете се извлаче са пројекционих слика и могу се аутоматски израчунати на основу дебљине слика. Силуете се морају одредити интерактивно на пројекцијама: лоше ивице се одбацују, а ивице које недостају додају силуетама [3,71].

Статистички атласи анатомских облика форми костију са *СТ* слика појединачних пацијената добијени су применом *PCA* и *PDM*, кроз поступке идентификовања оријентира, успостављања кореспонденција тачака између и спровођења статистичке анализе у циљу проучавања варијација облика. Анатомски облици су обично приказани површинским мрежама или запреминским тетраедарским мрежама. Мреже темплејта у великом броју случајева представљају анатомску структуру, која се може деформисати за сваки од субјеката, а темена мреже се користе као кореспондентне тачке - оријентир, [77].

У статистичком атласу, који се састоји из тетраедарских мрежа којима је представљена средња вредност облика, Бернштајновим полиномима²⁶ су представљени *СТ* интензитети, а варијационим модовима су представљене варијације облика.

²⁴ Синтетички *X*-зраци се генеришу из скупа *СТ* података коришћењем технике запреминског рендеровања.

²⁵ Стандардна метода за детекцију ивица, коју је развио *John F. Canny* 1986. године. Метода ради по алгоритму који има 5 корака: глачање, проналажење градијента, провера локалног градијента (да ли је интензитет градијента локални максимум у правцу градијента), одбацивање пиксела који не припадају ивицама у зависности од њиховог интензитета градијента (двоструко нијансирање нивоа сивог), праћење ивица хистерезисом [111].

²⁶ *Bernstein* полиноми се користе за апроксимацију функција и кривих.

Деформабилна метода за регистрацију је модификована тако да се користе претходна статистичка знања из атласа за регистровање запреминских података. Методологија је спроведена кроз следеће фазе: 1) регистровање сличности, 2) статистички мод упаривања и 3) локална деформација. Статистички модел коштане карлице је креиран у облику тетраедарске мреже која има 26875 ивица, 105767 тетраедара и 25026 спољних површинских троуглова. Модел је настао из скупа од 110 *CT* снимака здравих пацијената, 512x512x256 *CT* запремине и запремине једног воксела од 0.9375 cm^3 , применом итеративне бутстреп методе²⁷ [77].

У циљу добијања параметризованог модела зглоба кука човека свака геометријска карактеристика је генерисана помоћу серије предефинисаних математичких или алгоритаМСких корака. Такав модел би требао да се користи за брзо креирање геометрије специфичне за датог пацијента, на основу серије мерења на *CT* снимцима пацијента. Параметризација сваке од геометријских карактеристика би омогућила тестирање осетљивости контактне механике у зглобу кука за појединачног пацијента. При том је потребно дефинисати минимални скуп параметара којима се описује геометрија зглоба кука (облик) и прави разлика између појединаца на основу карактеристика које утичу на контактну механику у зглобу. Ови параметри се подешавају тако да се може реплицирати геометрија два појединачна зглоба помоћу мерења добијених са *CT* слика [112].

За конструисање вештачког ацетабулума спроведене су процедуре написане у C++ програмском језику. Процедуре су креирани обод, сферични поклопац (радијус) и завртњеви за вештачки ацетабулум (2 угла у сферичним координатама, ширина, висина). Претпостављено је да је зглобна површина између главе бутне кости и ацетабуларне јаме идеално сферична у свим моделима. Радијуси ацетабуларне јаме и главе фемура су 30 и 25,5mm, респективно, односно 29.0 и 24.5mm. Слој хрскавице једнаке дебљине 2mm је креиран од сферичне области ацетабулума и бутне кости. На основу напред наведених параметара креирана је комплетна геометријска структура, а након тога и модел коначних елемената. Површине су моделиране помоћу троугаоних елемената, док су солиди моделирани од тетраедарских елемената [113].

Комбиновањем експерименталног и рачунарског протокола развијен је и вреднован 3Д модел женске кадаверичне карличне кости. Контуре спољног кортекса као и граница између кортикалне и трабекуларне кости су екстраховани из податка добијених *CT* снимањем у поступку мануелне сегментације. Тачке на контури су триангулисане тако да

²⁷ Бутстреп (енг. *boot-strapping*) метода - метода стохастичког подузорковања. Из скупа свих узорака тест скуп се бира случајном методом.

образују полигоналну површину. Након децимације²⁸ и глачања формирана је финална површина. Спољашњи кортекс је креиран као запреминска тетраедарска мрежа, док су за представљање трабекуларне кости употребљени тетраедарски елементи са 4 чвора и 24 степени слободе. Ови елементи имају по три степена слободе translације и ротације у сваком чвору [114].

За потребе експерименталне симулације ресекције тумора направљена је синтетичка карлична кост од тврде полиуретанске пене са затвореним ћелијама. Виртуелни 3Д *CT* модел карличне кости добијен скенирањем синтетичке кости је реконструисан софтвером за планирање ресекције тумора кости. Софтвер омогућава 2Д и 3Д визуелизацију карличне кости и позиционирање равни сечења у непосредној близини тумора са безбедним маргинама до 10mm. У свакој од процедура планирања употребљене су 4 циљне равни којима се дефинишу жељене границе одсецања костију. Прва раван је на седалној кости, друга на пубичној, док се трећом и четвртом равни формирају резони под одређеним угловима на бедреној кости [97].

Статистички модел облика карличне кости добијен је из 50 пост-оперативних *CT* снимака мушке и женске кости са уграђеним вештачким зглобом кука. Подаци су мануелно процесирани. На свакој од костију су ручно одређени следећи оријентери: лева и десна предња горња илијачна бодља и горња предња тачка симфизе. Површине су реконструисане из мануелно сегментираних скупова података. Генерисане су троугаоне површине са припадајућим мрежним топологијама и на свакој од мрежа придодати одговарајући анатомски оријентери. Применом *PCA* методе добијен је нелинеарни модел који садржи средњи облик и варијације облика (сопствене модове) [115].

За генерисање *FEM* модела карличне кости коришћена је хибридна метода настала комбинацијом непотпуних података добијених са *CT* снимка и геометријских података из видљивог скупа података човека. Модел користи Хермите-ове (*Hermite*) кубне елементе вишег реда²⁹ којима може да се "хвата" геометрија помоћу само неколико елемената. Кореспондентне анатомске тачке су изабране аутоматски са *CT* снимака, а карлична кост је подељена на 4 региона, у складу са општим геометријским карактеристикама. Ови региони су добијени пресецањем одређеним равнима, и то: широки пресек бедрене кости

²⁸ Децимација је поступак за поједностављење модела, у коме се итеративно уклањају врхови полигоналне мреже чиме настају нови, једноставнији полигони. Тиме се број полигона смањује.

²⁹ У методама коначних елемената користе се полиноми са дисконтинуалним изводима на границама ћелија. Понекад је потребно имати континуалне изводе, као нпр. у решењима диференцијалних једначина са изводима 4. реда којима се формулишу стандардни коначни елементи, за које је потребно пронаћи основне функције са континуалним изводима првог реда. Најчешћи тип таквих функција у 1Д су тзв. кубни Хермите-ов полиноми.

одмах изнад великог седалног уреза, сужени регион од великог седалног уреза до непосредно изнад ацетабулума, регион ацетабулума и регион великог запорног отвора окружен пубичном и седалном кости. Ове области се могу даље делити, нпр. широки пресек и регион запорног отвора на још по два дела [116].

За дефинисање солид геометрије карличних кости конструисан је анатомски модел леве половине коштане карлице. Подаци су добијени ласерском томографијом, помоћу 3Д ласерског скенера. Генерисани облак тачака је конвертован у површинску мрежу троуглова. Репарација површинске мреже је спроведена интерполацијом на оним деловима на којима се током ласерског снимања није могла у потпуности описати површина анатомског модела. Површинска мрежа представља основу за дефинисање геометријске запремине кортикалне и трабекуларне кости половине коштане карлице. Неструктурирана мрежа трабекуларне кости је креирана од тетраедарских солид елемената са четири чвора, са просечном дужином ивица од $2mm$, док су за кортикуларну кост коришћени елементи у форми линеарног омотача облика клина, са шест чворова. Просечна дужина ивица је $5mm$, а дубина $1mm$. Претпостављено је да је глава фемура сферична, те да се интеракција између главе фемура и површине ацетабулума одвија по глатким клизним површинама. На пубичну кост и горњи део илијачне кости примењена су фиксна ограничења [117].

Геометрија карличне кости добијена је полуаутоматским генерисањем са *СТ* снимака у два корака: сегментација ткива коришћењем одговарајућег прага сивог (*thresholding*) на сваком од пресека и дефинисање површинске мреже. Добијени запремински модели су употребљени за анализу миграција зглоба кука након хемиартопластике, применом методе коначних елемената [118]. Контуре карличне кости су екстраховане пресек по пресек техником активних контура, након чега је конструисана запреминска тетраедарска мрежа, а у циљу аутоматске детекције и екстраховања ивица и површина ацетабулума, применом алгоритма за дефинисање нивоа сивог. Овај алгоритам користи карактеристике кривих на полигоналној мрежи и њиме се могу сегментирати делови површина који су омеђени линијама екстремне закривљености (ивица или линије на бедреном гребену) [119].

Карлична кост је генерисана поступком реверзног инжењеринга кроз неколико корака. Реплика карличне кости високе тачности је дигитализована помоћу 3Д ласерског скенера чиме је добијен облак тачака велике густине (200.000 тачака). Овај иницијални облак тачака је импортован у софтвер за реверзни инжењеринг, где је најпре спроведено

чишћење модела, након чега је добијен иницијални модел. Формирана је полигонална мрежа (у форми омотача), а затим и солид модел [120].

Специфични темплејт за навигацију у артропластици зглоба кука дизајниран је у поступку реверзног инжењеринга, у складу са анатомским ентитетима контура ацетабулума и главе бутне кости. Улазни подаци су добијени *CT* снимањем 10 здравих карличних костију. У поступку реконструкције у *Amira* софтверу добијени су 3Д модели карличних костију, снимљени у *STL* формату и импортовани у *Imageware* софтвер како би се конструисала и поставила сфера у зглобу кука са задатом тачношћу [121].

3. Анатомија карличне кости

3.1 Анатомски положај тела и анатомски оријентири

Анатомија је наука о облику и грађи тела. Све анатомске структуре описују се и често добијају називе у вези са анатомским положајем тела. У **анатомском положају** тело је у усправном ставу, глава и очи су усмерене напред, а руке су прислоњене уз тело с длановима окренутим напред, док су ноге приближене једна другој. Прикази анатомских структура у систематској и топографској анатомији морају се односити на такав положај тела, јер су само тада јасни и недвосмислени. При опису анатомских структура користимо се анатомским оријентирима у које убрајамо анатомске равни, анатомске оријентационе линије и пресеке [122-126].

3.1.1 Анатомске равни, анатомске осе и пресеци

Ради правилног описа положаја појединих делова тела или органа и њихових односа, у анатомији се користе 3 конвенционалне равни: сагитална, фронтална и трансверзална (водоравна) које пролазе кроз тело које се налази у анатомском положају (слика 4). Анатомске равни се користе, пре свега, да би се описали **пресеци** појединих делова тела или делови неког органа. Тиме се посматра само једна површина тродимензионалне структуре. Увек је потребно знати раван пресека да би се разумели анатомски односи између појединих структура.

а) Сагитална раван је вертикална раван оријентисана у антеро-постериорном правцу (слика 4а). Назива се још и раван симетрије, јер дели тело на две половине, десну и леву, које одговарају једна другој као предмет својој слици у огледалу. Пролази вертикално кроз сагиталну сутуру (лат. *sutura sagittalis*). Назива се и **средишња раван** (лат. *planum medianum*). Елементи ближи њој имају одредницу *medialis* (*med* = унутра, унутрашњи), а елементи даљи од ње, носе одредницу *lateralis* (*lat* = споља, спољашњи). Свака раван паралелна овој средишњој **медиосагиталној** равни, назива се парасагитална раван.

Парасагиталне оријентационе равни су лева и десна бочна раван (лат. *planum laterale dextrum et sinistrum*). Према напред се пројектују вертикалним линијама које пролазе средином између десне, односно леве предње горње бедрене бодље (лат. *spina iliaca anterior superior*) и препонске симфизе (лат. *symphysis pubica*). Ове линије се поклапају са доњим наставком десне и леве медиоклавикуларне линије.

б) Фронтална раван (лат. *planum frontale*) пролази под правим углом у односу на медијалну раван, делећи тело на предњи и задњи део (слика 4б). Зове се и **коронална раван**, према истоименом шаву лобање. Све равни паралелне са фронталном равни означавају се као *plana frontalia*.

в) Хоризонтална раван је свака раван паралелна подлози на којој посматрана особа стоји (слика 4в). У односу на место пресека са овом замишљеном равни, елементи који су ближи глави добијају одредницу *superior* (*sup* = горе, горњи) или *proximalis* (*prox* = ближи), а они ближи ногама *inferior* (*inf* = доле, доњи) или *distalis* (*dist* = даљи). У хоризонталне оријентационе равни убрајамо:

1) **подребарну раван** (лат. *planum subcostale*) - попречна раван која пролази доњом ивицом ребарне хрскавице и пресеца горњи део тела трећег слабинског пршљена (L III);

2) **транспилоричну раван** (лат. *planum transpyloricum*) - попречна раван која се пројектује;

а) на средини пута између југуларног усека на грудној кости и препонске симфизе или

б) на средини пута између пупка и доњег краја тела грудне кости.

Ова раван пресеца доњи део тела првог слабинског пршљена (L I).

3) **интертуберкуларну** (транстуберкуларна) раван (лат. *planum intertuberculare s. transtuberulare*) - попречна раван која пролази кроз бедрену квргу карличног гребена. Ова раван пресеца горњи део тела петог слабинског пршљена (L V).

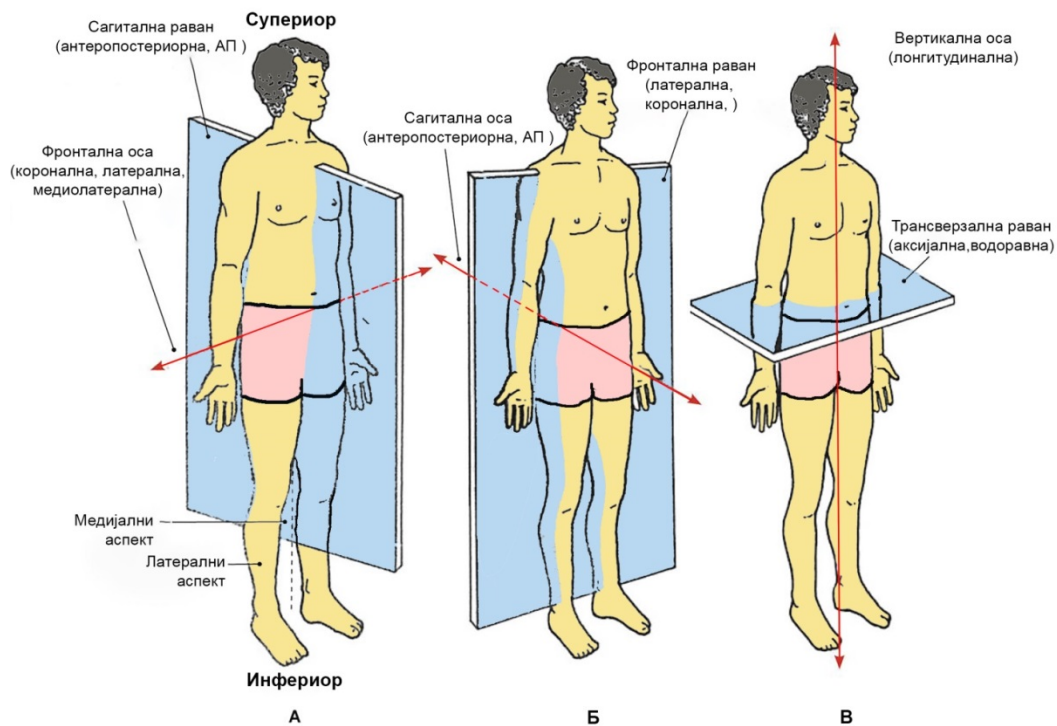
4) **интерспиналну раван** (лат. *planum interspinale*) - попречна раван која пролази кроз предње горњу бедрену бодљу. Њеној предњој пројекцији одговара биспинална (интерспинална) линија [122-126].

Анатомске (референтне) осе ротације су замишљене линије које обично пролазе кроз неки зглоб, а користе се за описивање покрета и свака од њих је управна на једну од анатомских равни. То су, према [124]:

1) фронтална (медиосагитална) оса, која је перпендикуларна на сагиталну раван (слика 4А). Типична је за покрет прегибање/опружање (лат. *flexio/extensio*).

2) антерио-постериорна (сагитална) оса, која је перпендикуларна на фронталну раван (слика 4Б). Типична је за покрет одмицање/примицање (лат. *abductio/adductio*).

3) лонгитудинална (вертикална) оса, која је перпендикуларна на трансверзалну раван (слика 4В). У анатомском положају тела, ова оса пролази кроз тело у краниокаудалном правцу и управна је на подлогу, полазећи од врха главе наниже до између стопала. Типична је за ротационе покрете.



Слика 4. Равни људског тела са осам ротације (модификовано према [91,124]):

А - сагитална раван; Б - фронтална раван; В - хоризонтална раван

За приказ унутрашње грађе органа или делова тела и њиховог међусобног односа користе се пресеци у различитим равнима. Ово је од посебног значаја у радиолошкој анатомији. Разликују се уздужни (лонгитудинални), вертикални, попречни и коси пресеци [122,123,125,126]:

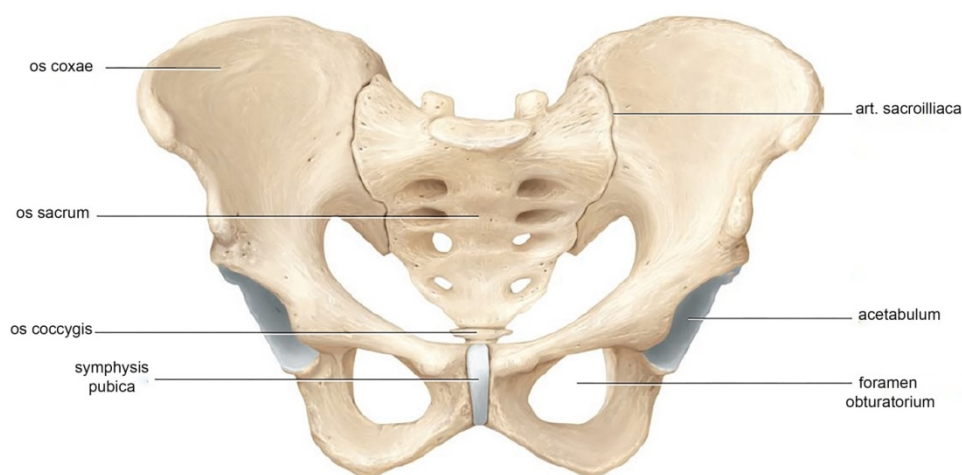
1. **Уздужни пресеци** иду низ уздужну осовину тела или било ког његовог дела, без обзира на положај тела. Уздужни пресеци могу се извести у било којој од анатомских равни.
2. **Вертикални пресеци** су заправо уздужни пресеци у сагиталној равни, направљени кроз тело или део тела, које се налазе у анатомском положају.
3. **Попречни пресеци** су пресеци тела или његових делова начињени нормално на уздужну осовину тела или органа.
4. **Коси пресеци** су пресеци тела или дела тела који не иду кроз ниједну анатомску раван, него су под неким углом у односу на њих.

3.1 Карлични појас

Карличним појасом се доњи екстремитети припајају за кичмени стуб, а он служи и као потпора органима трбуха. Преко овог појаса комплетна тежина горњег дела тела се преноси на доње екстремитете [122].

Карлични појас се састоји из две карличне кости (лат. *os coxae*). Обе карличне кости (десна и лева) зглобљавају се напред међусобно, градећи пубичну симфизу (лат.

symphysis pubica), а са задње стране са кичменим стубом, односно крсном кости (лат. *os sacrum*), градећи крснобедрени зглоб (лат. *art. sacroiliaca*). Обе карличне кости са крсном и са тртичном кости (лат. *os coccygis*) формирају коштану карлицу (лат. *pelvis ossea*), [122,126]. Карлична кост се зглобљава и са бутном кости (лат. *femur*), формирајући зглоб кука (лат. *art. coxae*) чиме се успоставља веза између непокретног и покретног дела скелета доњих екстремитета [122,126]. Карлични појас ("карлични прстен") у антерио-постериорној пројекцији приказан је на слици 5.



Слика 5. Антерио-постериорна пројекција карличног појаса [126]

Карлица (лат. *pelvis*) је једном косом равни која пролази кроз граничну линију (лат. *linea terminalis*) подељена на горњи, шири део - велику карлицу (лат. *pelvis major*) и доњи, ужи део (лат. *pelvis minor*). Граничну линију чине следећи коштани елементи, који се пружају од напред ка назад, и то са обе стране: горња ивица препонске симфизе (лат. *symphysis pubica*), препонски гребен (лат. *pecten ossis pubis*), лучна линија (лат. *linea arcuata*), предња и заобљена ивица бочног дела крсне кости и карлични рт (лат. *promontorium*). Велика и мала карлица комуницирају међусобно преко горњег отвора карлице (лат. *apertura pelvis superior*) кога ограничавају исти коштани елементи који граде и граничну линију.

Велика карлица је плитки, проширени део карлице који се налази изнад граничне линије, односно *aperturae pelvis superior*, и у топографском погледу припада трбуху (лат. *abdomen*) градећи његов доњи, непотпун зид. Велику карлицу граде обе бедрене јаме и бочни, незглобни делови базе крсне кости. Велика карлица је отворена пут напред. Њен предњи зид који недостаје замењен је великим урезом који чине обе предње ивице карличне кости. Горњу границу велике карлице чине бедрени гребени.

Мала карлица је сужени део карлице који лежи испод граничне линије. Има облик непотпуног коштаног канала, мада су јој зидови комплетнији од зидова велике карлице.

Мала карлица представља карлицу у ужем смислу и коштани део порођајног канала. На малој карлици се описују: горњи отвор или улаз (лат. *apertura pelvis superior*), доњи отвор или излаз (лат. *apertura pelvis inferior*) и карлична дупља (лат. *cavitas pelvis*) [127].

3.2 Анатомија карличне кости

Карлична кост (лат. *os coxae*) је парна, масивна кост, неправилног облика, сужена у предњем, а проширена у горњем и доњем делу. На средњем делу спољашње стране налази се велика, полулоптаста јама, чашица (лат. *acetabulum*), у коју улази глава бутне кости, градећи зглоб кука (лат. *articulatio coxae*). Изнад чашице, карлична кост формира широку, спљоштену плочу са веома израженом, дугачком и навише испупченом горњом ивицом, названом бедрени гребен (лат. *crista iliaca*). Испод и испред чашице налази се велики отвор, овалног или троугластог облика, назван запорни отвор (лат. *foramen obturatum s. obturatorium*), [126].

Карлична кост се састоји из три дела, односно, првобитно одвојене три кости:

1. бедрене кости (лат. *os ilium*),
2. препонске кости (*os pubis*) и
3. седалне кости (*os ichii*), [122,125-126].

Ове три кости су код деце потпуно одвојене и повезане хрскавицом, која окоштава између 15. и 25. године живота, тако да код одраслих чине јединствену кост. Место њиховог споја је у пределу чашице има облик латичног слова "Y". Границе између ових костију јасно се уочавају и код одраслих [122,125-127].

3.2.1 Бедрена кост

Бедрена кост (лат. *os ilium*) се састоји из два дела: тела (лат. *corpus ossis ilii*) и крила (лат. *ala ossis ilii*), слика 6. Тело изграђује кров ацетабулума, а крило је представљено широком и пљоснатом коштаном плочом која формира горњеспољашњи део карличне кости. На крилу бедрене кости се описују две стране (спољашња и унутрашња) и три ивице (горња, предња и задња) које учествују у изградњи истоимених страна и ивица карличне кости.

Спољашња страна крила бедрене кости пружа се од ободне ивице чашице навише до бедреног гребена (лат. *crista iliaca*), а представљена је храпавом, седалном површином (лат. *facies gluteis*), која служи за припој седалних мишића (лат. *mm. glutei*).

Седална површина је конвексна у свом предњем делу, а конкавна у свом задњем делу и на њој се уочавају три коштана гребена: задња, предња и доња седална линија.

Задња седална линија (лат. *linea glutea posterior*) је најкраћа од све три седалне линије. Полази од спољашње усне бедреног гребена, на око 5 cm испред задње горње бедрене бодље (лат. *spina iliaca posterior superior*), затим се пружа наниже и завршава нешто мало испред задње доње бедрене бодље (лат. *spina iliaca posterior inferior*). Предња седална линија (лат. *linea glutea anterior*) је најдужа и почиње од спољне усне бедреног гребена, мало иза предње горње бедрене бодље (лат. *spina iliaca anterior superior*), затим савија у луку, конкавном наниже и напред пружајући се све до средине великог седалног уреза (лат. *incisura ischiadica major*). Доња седална линија (лат. *linea glutea inferior*) је често нејасно изражена, полази нешто мало изнад и иза предње доње бедрене бодље (лат. *spina iliaca anterior inferior*), пружа се лучно, уназад и наниже ка предњем делу великог седалног уреза. Ове седалне линије ограничавају три неједнака поља на којима се припајају седални мишићи. На површини, испод доње седалне линије уочавају се бројни отвори за пролаз крвних судова и причврћује се зглобна чахура зглоба кука. Непосредно изнад чашице налази се храпаво испупчење - чашична надстрешница или храпаво удубљење - надчашични жлеб (лат. *sulcus supra-acetabularis*). Иза чашице, седална површина се наставља на задњу страну тела седалне кости, а спој бедрене и седалне кости означен је ниским узвишењем [127].

Горња ивица крила бедрене кости (слика 6) означена је веома израженим, навише испупченим, дугачким бедреним гребеном (лат. *crista iliaca*), а уједно представља и горњу ивицу бедрене кости у целини, са којом ће бити детаљно описана.

Предња и задња ивица крила бедрене кости (слика 6) дате су уз опис карличне кости у целини (стр. 62 - 64).

3.2.2 Препонска кост

Препонска кост (лат. *os pubis*) се састоји из три дела: тела (лат. *corpus ossis pubis*), горње гране (лат. *ramus superior ossis pubis*) и доње гране (лат. *ramus inferior ossis pubis*), слика 6.

Тело препонске кости се налази сасвим напред и у пределу споја са препонском кости супротне стране, формира препонску симфизу (лат. *symphysis pubica*). Тело је спљоштено од напред пут назад и на њему описујемо предњу и задњу страну и 4 ивице. Предња страна тела управљена је наниже и напред и у свом горњем унутрашњем делу је храпава. Задња страна тела препонске кости је глатка, управљена навише и назад, а учествује у изградњи предњег зида мале карлице (лат. *pelvis minor*). Унутрашња, или симфизична ивица тела препонске кости је проширена у храпаву зглобну површину

овалног облика, која се назива симфизијална површина (лат. *facies symphysialis*). Ова површина се зглобљава са истоименом зглобном површином препонске кости супротне стране градећи препонску симфизу. Горња ивица тела препонске кости је храпава, заобљена и назива се препонски гребен (лат. *crista pubica*). Спољашњи део препонског гребена означен је округлим испупчењем, названим препонска квржица (лат. *tuberculum pubicum*).

Горња грана препонске кости (лат. *ramus superior ossis pubis*) пружа се од спољашњег дела тела позади и навише према чашици градећи њену предњу петину. Она има облик тростране призме те се на њој се описују три стране: горња, доња и унутрашња. Горња страна је управљена напред и навише, а пружа се од препонске квржице тела до бедреночешљастиг узвишења (лат. *eminentia ilopubica s. ilopectinea*) које означава спој бедрене и препонске кости. Горњу страну ограничава позади оштра ивица названа чешљасти гребен (лат. *pecten ossis pubis*), а напред заобљен запорни гребен (лат. *crista obturatoria*). Доња страна горње гране управљена је наниже и позади према запорном отвору и на њој се налази запорни жљеб (лат. *sulcus obturatoris*). Запорни жљеб се пружа косо, од назад пут напред и навише, а напред је ограничен запорним гребеном, а позади оштром, доњом ивицом горње гране препонске кости. Унутрашња страна је управљена навише и позади, глатка је, без припоја и учествује у изградњи мале карлице.

Доња грана препонске кости (лат. *ramus inferior ossis pubis*) је танка и плосната, а пружа се од доњег дела тела уназад, наниже и упоље у сусрет грани седалне кости, спаја се са њом градећи *ramus ischiopubicus*. Место њиховог споја може бити означено задебљањем, али је тешко препознатљиво код одраслих. На доњој грани препонске кости описују се спољашња и унутрашња страна. Спољашња страна се наставља на предњу страну тела препонске кости, храпава је и служи за припој мишића унутрашње ложе бута. Унутрашња страна наставља се на задњу страну тела препонске кости, глатка је, благо испупчена и гледа у малу карлицу [127].

3.2.3 Седална кост

Седална кост (лат. *os ichii*) се састоји из два дела: тела (лат. *corpus ossis ischii*) и гране (лат. *ramus ossis ischii*), слика 6.

Тело седалне кости (лат. *corpus ossis ischii*) се пружа од чашице наниже до седалног испупчења (лат. *tuber ischiadicum*). Описују му се два краја (горњи и доњи) и три стране (спољашња, задња и унутрашња). Горњи крај тела седалне кости гради $2/5$ чашице, укључујући и чашичну јаму. Доњи крај тела представља седално испупчење од кога

полази грана седалне кости. Седално испупчење у ствари гради теме угла између усправног тела и гране која се пружа напред, навише и унутра, у сусрет доњој грани препонске кости.

Спољашња или бутна страна тела седалне кости управљена је упоље, напред и наниже. Пружа се од ободне ивице запорног отвора па уназад до предње ивице седалног испупчења. Задња страна тела седалне кости гледа напред, упоље и навише. Навише се наставља у седалну површину крила бедрене кости, а наниже у седално испупчење. Унутрашња страна тела седалне кости је глатка, управљена према малој карлици.

Грана седалне кости (лат. *ramus ossis ischii*) је спљоштена тако да има спољашњу и унутрашњу страну које се настављају истоименим странама доње гране препонске кости. Спољашња страна гледа напред и наниже, док је унутрашња страна глатка и гледа према малој карлици. Грана седалне кости спаја се са доњом граном пубичне кости градећи *ramus ischiopubicus*, која представља доњу, коштану границу запорног отвора.

Запорни отвор (лат. *foramen obturatum*) је велики отвор који се налази испод и испред чашице, а ограничавају га препонска и седална кост. Запорни отвор је велик и овалан код мушкараца, а мањи и готово троугласт код жена. Дуж ободне ивице запорног отвора, сем у горњем делу где се налази запорни жљеб (лат. *sulcus obturatorius*), причвршћује се запорна опна (лат. *membrana obturatoria*) [127].

3.2.4 Спољашња и унутрашња страна карличне кости

На **спољашњој страни карличне кости** (слика 6) налази се чашица (лат. *acetabulum*) која представља дубоку јаму, која је управљена упоље, наниже и напред. Окружена је неједнако израженом ободном, чашичном ивицом (лат. *limbus acetabuli*) на којој се уочавају три уреза која указују на места спојева бедрене, препонске и седалне кости. Доњи део чашичне усне формира дубок чашични урез (лат. *incisura acetabuli*). Дуж ободне ивице причвршћена је фибрознохрскавичава творевина названа чашична усна (лат. *labrum acetabulare*) чија је улога продубљивање зглобне површине чашице [127].

Ацетабулум има зглобни и незглобни део. Зглобни део чашице је представљен глатком зглобном површином, која има облик полумесеца, те се често назива полумесечаста површина (лат. *facies lunata*). Ова површина је прекривена зглобном хрскавицом. У средишњем делу се налази незглобни део, означен као чашична јама (лат. *fossa acetabuli*), која је издубљена, хрпава и испуњена масним ткивом и крвним судовима намењеним зглобу кука. Ацетабулум изграђују сва три дела карличне кости: тело бедрене

кости (горње 2/5), горња грана препонске кости (предњу 1/5) и тело седалне кости (доње и задње 2/5, укључујући и чашичну јаму) [127].

Унутрашња страна карличне кости (слика 6) је једним испупченим гребеном названим лучна линија (лат. *linea arcuata*) подељена на два дела, горњи и доњи. Лучна линија је заобљена, а пружа се косо, од напред пут назад и навише, према увастој површини. Њен предњи крај се продужава у чешљасти гребен. Лучна линија представља део граничне линије (лат. *linea terminalis*) која представља границу између велике и мале карлице.

Горњи део унутрашње стране карличне кости представља унутрашњу страну крила бедрене кости на којој се налазе бедрена јама (лат. *fossa iliaca*) и крснокарлична површина (лат. *facies sacropelvica*). Бедрена јама је велико, плитко и глатко удубљење. Крснокарлична површина представља задњи део унутрашње стране крила бедрене кости и обухвата увасту површину (лат. *facies auricularis*) и бедрено испупчење (лат. *tuberositas iliaca*). Уваста површина подсећа својим обликом на ушну шкољку са оштрим, јасно израженим ивицама. Зглобна површина је благо неравна, а налази се иза бедрене јаме. Уваста површина се зглобљава са истоименом површином крсне кости градећи крснобедрени зглоб (лат. *art. sacroiliaca*). Испод и испред увасте површине налази се узани жљеб у коме се причвршћују предње крснобедрене везе. Бедрено испупчење је широко, храпаво поље које се налази изнад и иза увасте површине, а непосредно испод задњег дела бедреног гребена.

Доњи део унутрашње стране карличне кости, који се налази испод лучне линије, мањи је од горњег дела, а представљају га унутрашње стране препонске и седалне кости, које гледају у шупљину мале карлице. На доњем делу унутрашње стране карличне кости, напред и доле, види се запорни отвор. Позади и горе је глатка, приближно четвртаста површина која одговара чашици на спољашњој страни. Мањи, предњи део ове четвртaste површине, непосредно испод лучне линије, одговара танкој коштаном плочи која гради чашичну јаму [127].

3.2.5 Ивице карличне кости

Горња ивица карличне кости (слика 6) означена је веома израженим, навише испупченим, дугачким бедреним гребеном (лат. *crista iliaca*). Њен предњи крај је савијен унутра, а задњи упоље, тако да гледано одозго подсећа на издужено латинично слово "S". На крајевима бедреног гребена налази се по једно испупчење на предњем крају (предње горња бедрена бодља) и на задњем крају (задње горња бедрена бодља). Бедрени гребен је

дебљи на крајевима у односу на средишњи део, а целом дужином, од споља ка унутра, запајају се: спољашња усна (лат. *labium externum*), средишња линија (лат. *linea intermedia*) и унутрашња усна (лат. *labium internum*). Бедрени гребен у целини се може лако опипати испод коже. Најиспупченији део је спољашња усна, а нешто мало иза његове средине је бедрена квржица (лат. *tuberculum iliacum*). Растојање између најудаљенијих тачака на бедреним гребенима супротних карличних костију назива се *distancio bicristalis*, [127].

Доња ивица карличне кости (слика 6) пружа се од унутрашњег дела препонског гребена наниже, упоље и уназад до седалног испупчења. Граде је доња ивица тела и доња грана препонске кости и грана седалне кости [127].

Предња ивица карличне кости је издубљена навише и унутра (слика 6). Пружа се од предње горње бедрене бодље ка унутра и наниже до препонске кржице. На предњој ивици уочавају се следећи коштани елементи:

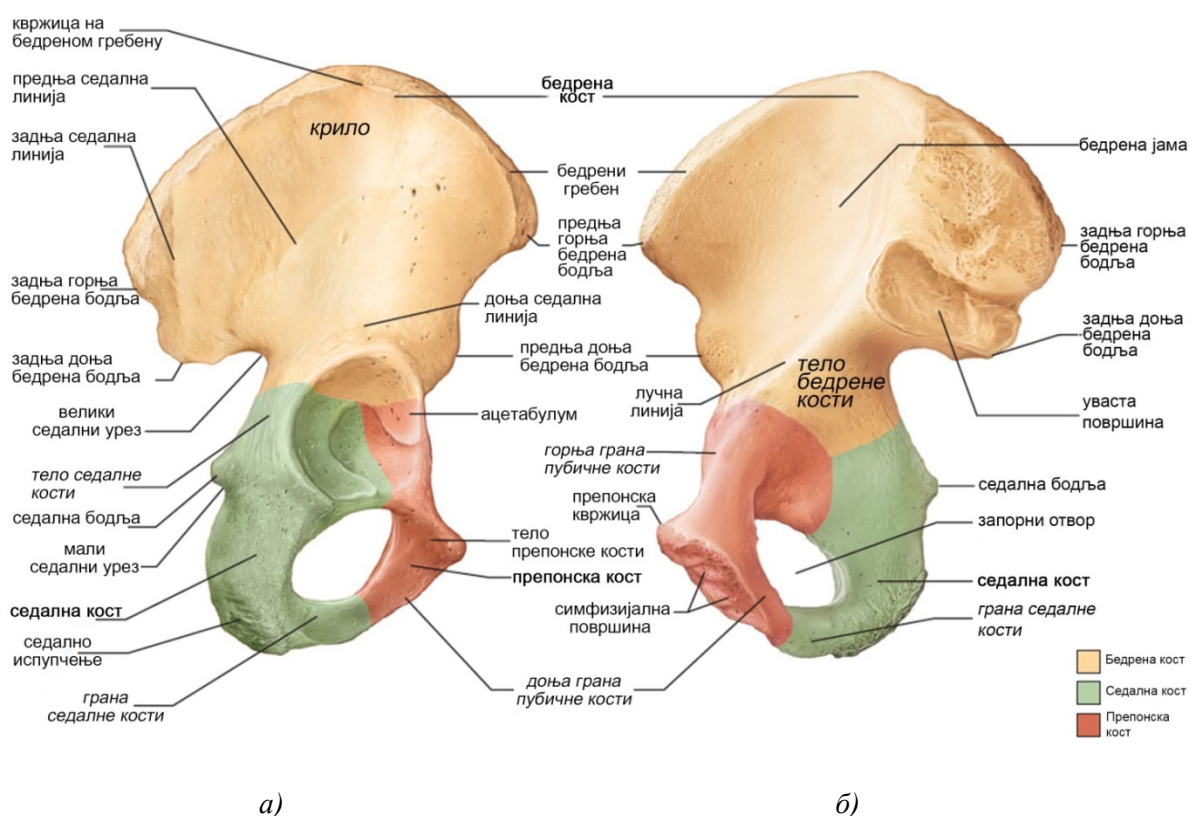
- предње горња бедрена бодља (лат. *spina iliaca anterior superior*) - коштаног испупчење које се налази на споју горње и предње ивице карличне кости, а може се лако опипати под кожом;
- предње доња бедрена бодља (лат. *spina iliaca anterior inferior*) - храпаво испупчење које се налази испод предње горње бедрене бодље, а непосредно изнад чашице;
- бедренопрепонско испупчење (лат. *eminentia ilopubica*) - заобљено испупчење које означава место споја бедрене и препонске кости;
- препонска квржица (лат. *tuberculum pubicum*) - мало округласто испупчење на препонском гребену [92].

Задња ивица карличне кости почиње од задње горње бедрене бодље и пружа се наниже до седалног испупчења (слика 6). На задњој ивици се уочавају следећи коштани елементи:

- задње горња бедрена бодља (лат. *spina iliaca posterior superior*) - испупчење које се налази на споју горње и задње ивице карличне кости, не може се опипати испод коже али се може лако уочити јер се пројектује као удубљење (јамица) на кожи лумбалносакралног предела;
- задње доња бедрена бодља (лат. *spina iliaca posterior inferior*) - мало и широко испупчење чији унутрашњи део одговара увастој површини;
- седална бодља (лат. *spina ischiadica s. ischialis*) - изражен продужетак на телу седалне кости које иде наниже и мало унутра;

- седално испупчење (лат. *tuber ischiadicum s. ischiale*) - велико и храпаво испупчење седалне кости, може се опипати под кожом седалног предела;
- велики седални урез (лат. *incisura ischiadica s. ischialis major*) - од задње доње бедрене бодље до седалне бодље;
- мали седални урез (лат. *incisura ischiadica s. ischiadica minor*) - између седалне бодље и седалног испупчења [127].

Десна карлична кост и њени основни делови на спољашњој и унутрашњој страни приказани су на слици 6.



а) б)
Слика 6. Десна карлична кост а) спољашња страна; б) унутрашња страна
(модификовано према [122])

4. Реверзни инжењеринг карличне кости човека

Велики број апликација у свакодневној ортопедској пракси захтева постојање калитетних 3Д модела костију. Примери тих апликација су: медицинска дијагностика, терапија, рехабилитација (пост-оперативна анализа), рачунаром потпомогнута обука хирурга, симулација операција - планирање и разрада операција (преоперативна истраживања), дизајнирање персонализованих имплантаната (функционални имплантанти за кичму, кук, колено) и производња имплантаната коришћењем техника брзе израде прототипова (у области протетике), дизајн и развој медицинских помагала, конструисање и производња биокомпатибилних и биоактивних имплантаната, инжењеринг ткива [128-132]. За све наведене апликације, 3Д модели костију се добијају методама реверзног инжењеринга [128], на основу података добијених снимањем на *CT*, *MRI* или ласеру.

Инжењерске технологије, посебно *CAD/CAM* технике имају примену у механичком дизајну, биомеханици, биоинжењерингу, биометрији и сл. Таква интердисциплинарна знања се успешно користе у реверзном инжењерингу, 3Д моделирању и симулацији, анализи у методи коначних елемената (енг. *Finite Element Method – FEM*), а прате га брза израда прототипова (енг. *Rapid Prototyping – RP*) и компјутерски управљане машине (енг. *Computer Numerical Control – CNC*) машине. Добијање и обрада 3Д модела који имају сложене површине су резултат примене поменутих апликација. 3Д виртуелни модели се користе у визуелизацији, дијагностици у медицини, пре-оперативном планирању (симулације и хируршке операције), *FEM*, Рачунској динамици флуида (енг. *Computational Fluid Dynamics – CFD*), обради на *CNC* машинама, *RP*, конструисању и изради имплантаната, и сл. [73].

Биомедицински инжењеринг покрива области медицинског лечења, инжењеринга ткива, генетских технологија и медицинског инжењеринга. Интеграција *CAD* и медицинских технологија представља био-*CAD*, којим су обухваћени регенеративни медицински инжењеринг, хирургија подржана рачунаром, структурално и хетерогено моделирање ткива, дизајн ортопедских уређаја и имплантаната, реверзни инжењеринг и 3Д реконструкција, као и производња солида слободне форме (био-производња), [83].

Техникама реверзног инжењеринга је обухваћен велики број инжењерских приступа у којима се постојећи производ истражује пре или током реконструкције. Геометријски модели омогућавају повећање квалитета и ефикасности у дизајну, производњи и анализи. У реверзном инжењерингу, облик 3Д физичког објекта се снима помоћу различитих 3Д позиционих скенера. Након тога се подаци добијени снимањем

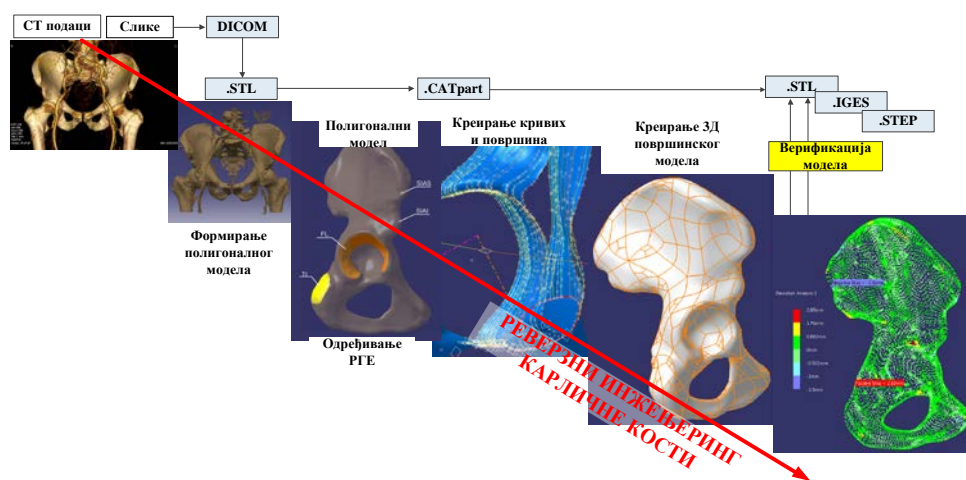
претварају у моделе за рачунаром подржану производњу (енг. *Computer-Aided Manufacturing – CAM*), чиме се добијају 3Д реплике снимљених објеката [83].

4.1 Реверзни инжењеринг 3Д површинског модела карличне кости човека

Реверзни инжењеринг у процесу геометријског моделирања карличне кости је заснован на методи анатомских ентитета [100,107]. Процес се спроводи у неколико корака [101,102]:

- прикупљање података и пре-процесирање,
- формирање полигоналног модела, оздрављење и глачање кости,
- идентификација и селекција анатомско-морфолошких оријентира (Референтних Геометријских Ентитета - РГЕ) који су потребни за израду модела на сваком од три конститутивна дела карличне кости (бедрена, седална и пубична) у поступку морфометрирања,
- креирање кривих вишег реда, тзв. *B*-кривих,
- креирање 3Д површинског модела, и
- верификација добијеног модела.

Активности у процесу реверзног инжењеринга карличне кости човека приказане су на слици 7.



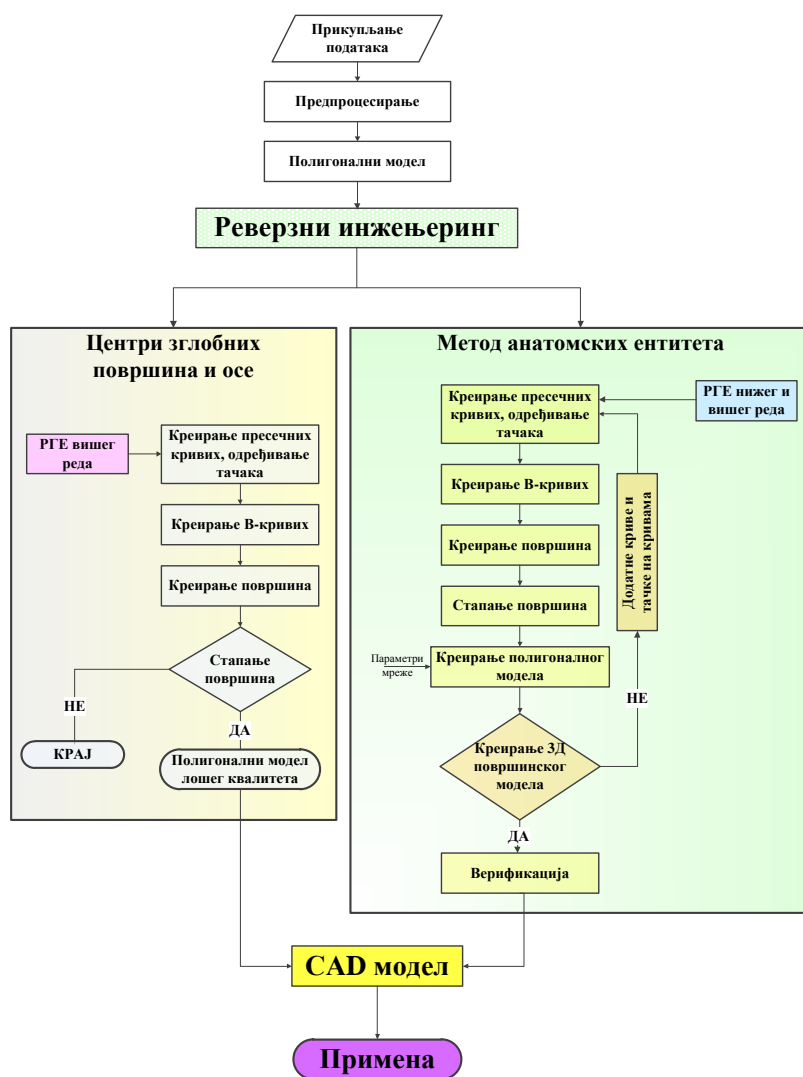
Слика 7. Активности у поступку реверзног инжењеринга карличне кости човека

Улазни подаци су прикупљени са *CT* снимка здраве женске кости добијених *Toshiba MSCT* скенером *Aquillion 64*. Попречни пресеци на *CT* снимцима су сегментирани на растојањима од 0.5mm и записани у *DICOM* формату. Након сегментације, *CT* подаци су дигитализовани и конвертовани у одговарајући стандардни формат (*STL – STereoLitography*). Овај иницијални облак тачака је погодан за увоз у *CAD* програм.

Након увоза у софтверски пакет за реверзни инжењеринг спроведено је чишћење, оздрављење и креирање полигоналног модела са многоструком топологијом, као и глачање кости, чиме је добијен модел који је подесан за даљу обраду.

За добијање 3Д модела карличне кости човека реверзним инжењерингом примењене су две методе: метода анатомских ентитета и метода центара зглобних површина и оса, а у зависности од претходно дефинисаних РГЕ-а. У методи анатомских ентитета коришћени су геометријски ентитети нижег реда, из којих су добијени ентитети вишег реда, док су у другој методи употребљени само геометријски ентитети вишег реда (зглобне површине, њихови центри и одговарајуће осе). Обе методе захтевају претходну морфометријску анализу.

Методологија за добијање 3Д површинског модела поступком реверзног инжењеринга приказана је на слици 8.



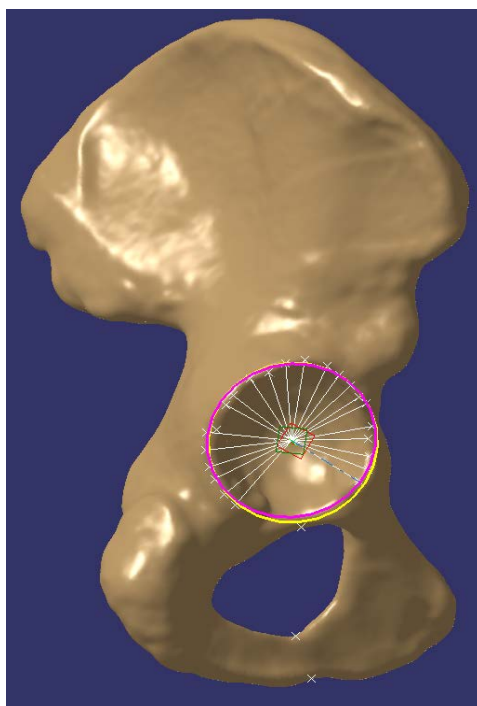
Слика 8. Методологија добијања 3Д површинског модела карличне кости човека реверзним инжењерингом

4.1.1 Морфометријска анализа карличне кости као основа за реверзни инжењеринг

Поступку реверзног инжењеринга претходи поступак морфометријске анализе карличне кости, како би се дефинисали анатомски оријентери и PGE. Обзиром да карлична кост представља сложен морфолошки ентитет настао фузијом три кости (бедрене, препонске и седалне), прецизно дефинисање анатомских оријентира је отежано.

Након анатомског описа костију, спроведене су процедуре за идентификовање и дефинисање анатомских оријентира. Ове карактеристике се за дату кост дефинишу само једном и важне су за креирање оса ротације и равни пресека.

На чашичној ивици (лат. *limbus acetabuli* – LA) изабране су 22 тачке, чијим повезивањем се добија апроксимација за LA. Мерењем растојања од центра површине која ограничава ацетабулум до изабраних тачака одређене су три најудаљеније и једна тачка која је најближа центру конструисане површине. Ове тачке су употребљене за дефинисање две различите равни. Прва раван је конструисана кроз три најудаљеније тачке, а пројекција центра на дату раван је изабрана за центар кружне линије. Тиме је добијена прва апроксимација за LA (приказана жутом кружницом на слици 9). Израчунавањем средње вредности пројекција растојања између тачака на ивици и пројекције центра на дату раван добија се вредност радијуса од 26.583mm .

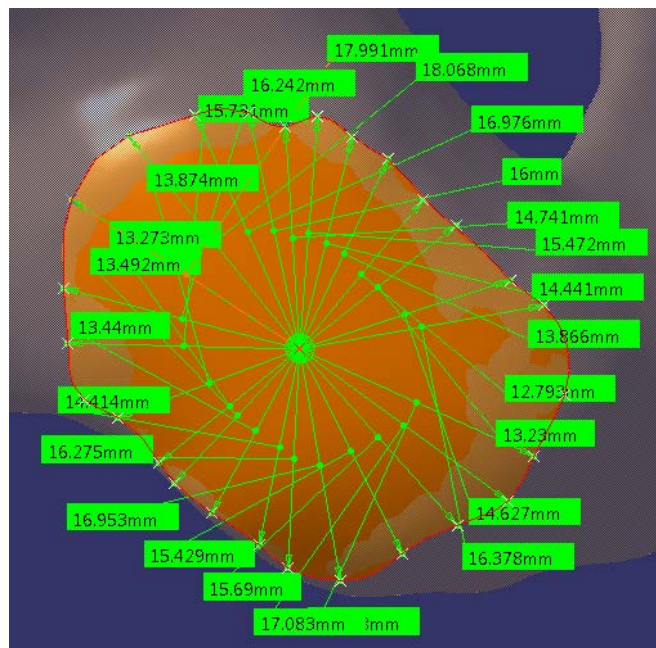


Слика 9. Апроксимација за LA [102]

Друга апроксимација за LA добијена је постављањем равни кроз три тачке, најудаљеније и најближе од центра површи која прекрива ацетабулум, као и самим

центром (представљена је кружницом пинк боје на слици 9). Средња вредност пројекција растојања између изабраних тачака на *LA* и пројекције центра на дату раван сада износи $26.855mm$. Упоредивањем добијених вредности са средњом вредношћу растојања до тачака на површини којом је ограничен ацетабулум у 3Д, а која износи $26.962mm$ може се закључити да је друга апроксимација боља, те за дефинисање *LA* треба користи другу раван [102].

Конструисањем граничне линије кроз изабране тачке на седалној кости дефинисана је површина која представља седално испупчење (лат. *tuberositas iliaca* – *TI*). На основу мерења растојања између центра добијене површине и изабраних тачака на линији којом је ограничена површина *TI*, изабране су најближа и најудаљенија тачка (слика 10). Ове две тачке и тачка која представља центар површине одређују раван која ће се касније користити за дефинисање равни пресека и пресечних кривих на горњем делу тела седалне кости.



Слика 10. Апроксимација и мерења на *TI* [102]

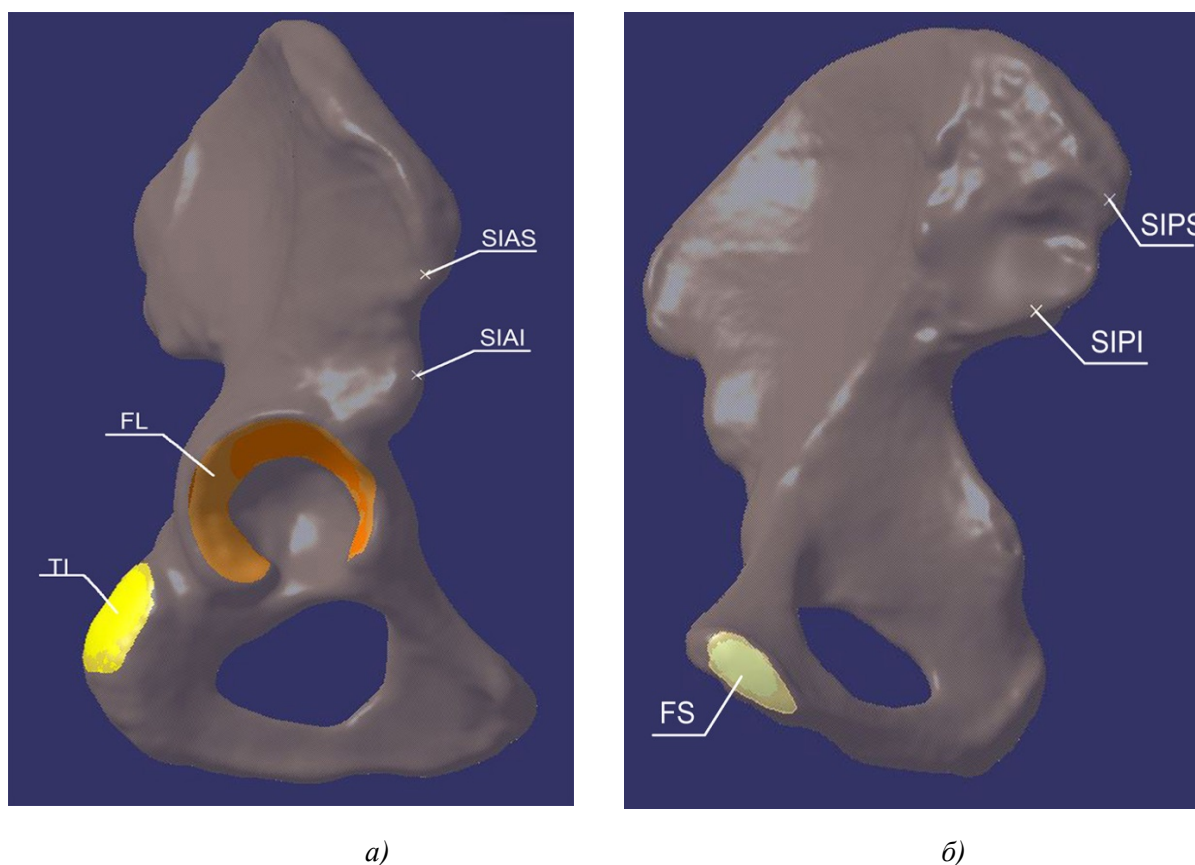
У чашичној јами (лат. *facies lunata* – *FL*) је апроксимирана зглобна полумесечаста површина, проналажењем ивичних тачака и провлачењем затворене просторне криве унутар које се формира одговарајућа површина, приказана на слици 11а. Центар ове површине ће се касније користити за дефинисање осе ротације и равни пресека на карличној кости.

На препонској кости су дефинисане тачке којима је ограничена зглобна симфизијална површина на препонској кости (лат. *facies symphysis* – *FS*). Спајањем

добијених тачака затвореном кривом линијом и формирањем површине унутар ове криве добија се апроксимација за *FS*. Добијене апроксимације за *FL* и *FS* приказане су на слици 11.

На бедреној кости дефинисани су следећи анатомски оријентирани: предња горња и доња бедрена бодља (лат. *spina iliaca anterior superior* – *SIAS* и лат. *spina iliaca anterior inferior* – *SIAI*), као и задња горња и доња бедрена бодља (лат. *spina iliaca posterior superior* – *SIPS* и лат. *spina iliaca posterior inferior* – *SIPI*). Координате ових тачака на десној и левој карличној кости се користе за одређивање мера карличне кости, за процену локације центра зглоба кука у фронталној, трансверзалној и сагиталној равни [133], али и за одређивање анатомског координатног система карличне кости [134].

Сви изабрани РГЕ (и њихове апроксимације) приказани су на слици 11.



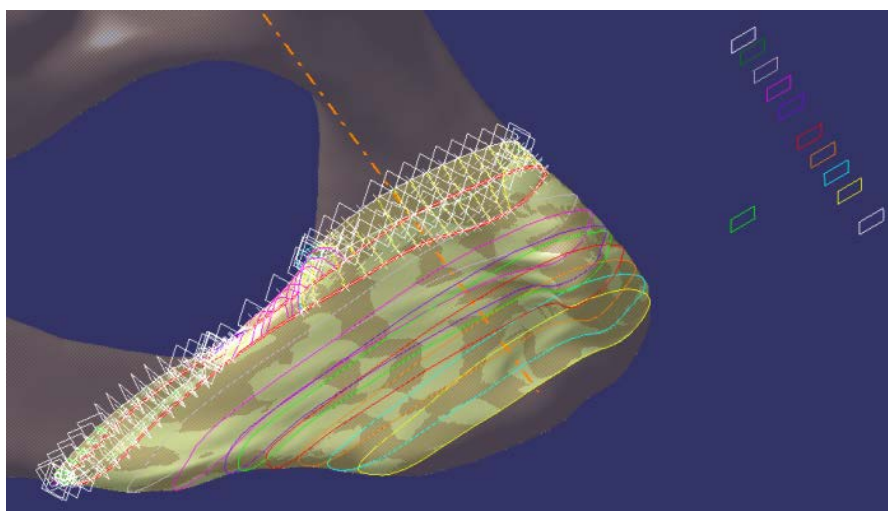
Слика 11. Изабрани РГЕ на десној карличној кости: а) латерална пројекција;
б) медијална пројекција [102]

4.1.2 Методологија за израду 3Д модела карличне кости Методом анатомских ентитета

Различити делови полигоналног модела карличне кости пресецају се равнима заснованим на РГЕ, а у пресецима су добијене контурне криве, назване пресечним

кривама. На кривама су дефинисане тачке кроз које се конструишу просторне криве (енг. *splines*). Поступак реверзног инжењеринга карличне кости човека спроведен је у складу са њеним анатомским карактеристикама, а према морфометријској анализи.

Тело и делови горње и доње препонске гране на полигоналном моделу су пресечени са 9 равни које су управне на осу која спаја центре *FS* и *FL*. На деловима пубичне кости (на полигоналном моделу), која је ограничена великим запорним отвором (лат. *foramen obturatum s. obturatorium – FO*), конструисана је лучна линија у чијем центру је постављена раван паралелна са претходним равнима. Овај део полигоналног модела кости се пресеца равнима које су паралелне претходној (36 равни), те се на сваком од пресека сукцесивно добијају по две криве - једна на горњој а друга на доњој грани пубичне кости. На овим кривама су изабране тачке (на једнаким растојањима) које су употребљене за конструкцију просторних кривих. Помоћу лофт и бленд функција креирају се делови 3Д површинског модела кости (приказано на слици 12).

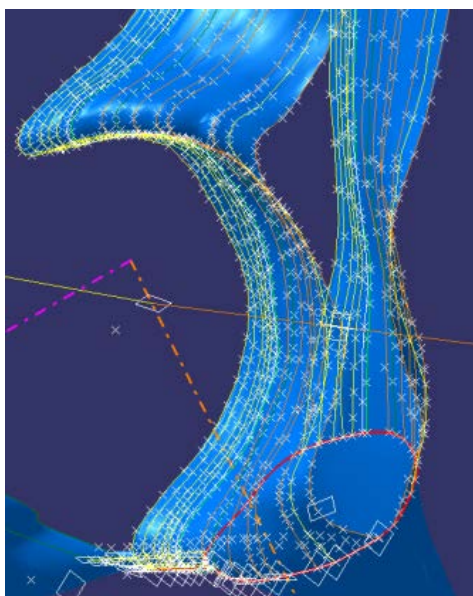


Слика 12. Површине и криве на телу и деловима горње и доње гране препонске кости [101]

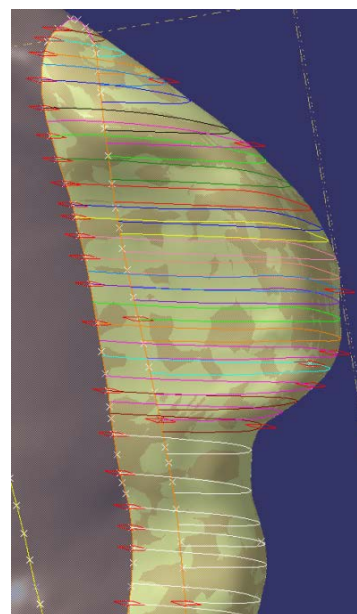
На деловима полигоналног модела који припадају доњој грани пубичне кости и пружају се у сусрет грани седалне кости, дефинисано је 12 пресека полигоналног модела са равнима које су паралелне са равни која пролази кроз граничну криву површине која је претходно дефинисана. На горњој грани пубичне кости (на полигоналном моделу) дефинисано је 9 пресека (до ацетабулума) полигоналног модела са равнима које су управне на линију која спаја центре *FS* и *FL*, што је резултирало са 9 пресечних кривих. За део ацетабулума (на полигоналном моделу) који формира горњу грану пубичне кости нагоре до краја доње седалне линије, а према предњој ивици бедрене кости конструисано је 6 равни које су управне на последњу у низу кривих на горњој грани. Пресечне криве на

овом делу кости се протежу преко ацетабулума и дела бедрене кости, укључујући и део бедреног гребена, слика 13.

На делу полигоналног модела на предњој ивици карличне кости присутан је јако мали број ентитета кости: бедреночешљасто узвишење, чешљasti гребен и заобљен заборни гребен, те је конструисано 12 пресека са равнима које су дефинисане двама линијама: прва која повезује *SIAS* и *SIPS* и друга која спаја *SIAI* и *SIPI*. На делу крила ка предњој ивици, укључујући и део предње ивице, на полигоналном моделу је направљено 39 пресека. За пресецање су коришћене равни које су паралелне претходно дефинисаној равни. На свим пресечним кривама изабране су тачке на једнаким растојањима и кроз њих су провучене просторне криве. Помоћу лофт и бленд функција добијени су делови 3Д површинског модела кости, као што је приказано на слици 14.



Слика 13. Криве на делу ацетабулума [101]



Слика 14. Просторне криве на делу предње ивице карличне кости [101]

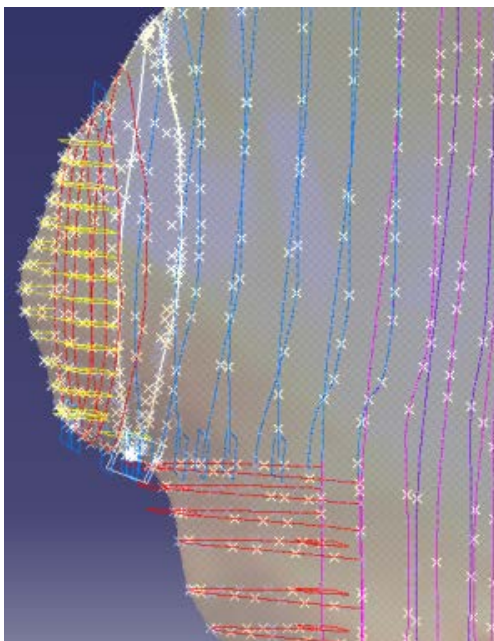
У граничној тачки лучне линије која је конструисана на делу великог заборног отвора ограниченог седалном кости постављена је раван управна на линију која спаја центар *TI* са центром лучне линије. Доњи део тела седалне кости (на полигоналном моделу) пресечен је датом равни и са још 12 равни које су њој паралелне, док је део полигоналног модела који представља грану седалне кости пресечен са 15 равни. За пресецање горњег дела тела седалне кости (на полигоналном моделу) употребљено је 17 равни које су паралелне са равни која је ротирана за угао од 90^0 у односу на раван која је дефинисана трима тачкама: најближом и најудаљенијом тачком од центра *TI* и самим центром *TI* (описано у [102]). За осу ротације узета је линија која спаја центре *TI* и *FS*. На

добијеним пресечним кривама изабране су тачке на једнаким растојањима, и конструисане просторне криве.

На делу полигоналног модела који одговара чашичном урезу коришћено је 11 равни које су управне на линију која спаја граничну тачку претходног дела и најнижу тачку ацетабулума на спољашњој страни кости (на полигоналном моделу). Део седалне кости који учествује у изградњи ацетабулума (на полигоналном моделу) пресечен је са 7 истоветних равни, те су опет на пресечним кривама изабране тачке за конструкцију просторних кривих.

На делу ацетабулума (на полигоналном моделу) који је изграђен од тела бедрене и тела седалне кости конструисано је 11 пресека са равнима које су паралелне са равни које је дефинисана двама линијама (*SIAS-SIPS* и *SIAl-SIPi*). Овим пресецима је обухваћен и део задње ивице, све до лучне линије која је конструисана на великом седалном урезу.

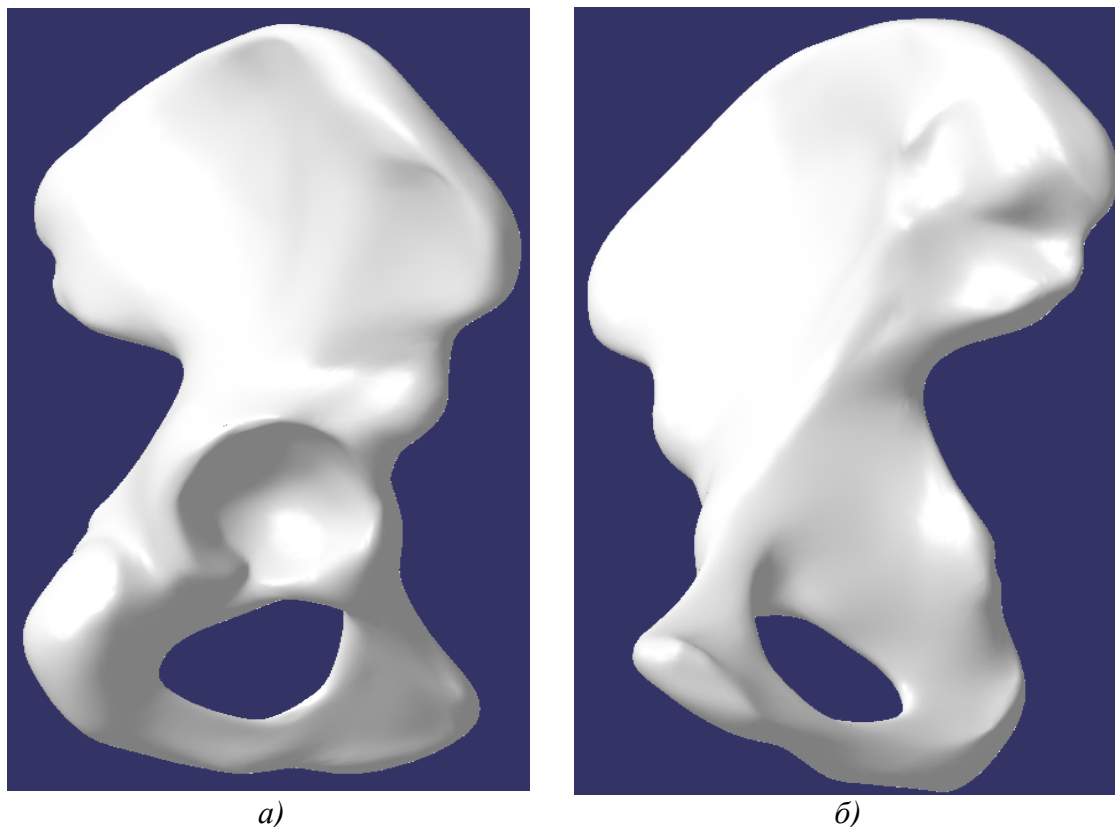
Средишњи део крила бедрене кости на полигоналном моделу пресечен је са 27 равни које су управне на граничну криву добијену на делу површине горње гране пубичне кости, док је део крила према задњој ивици (укључујући и задњу ивицу карличне кости) изнад и испод *SIPi* пресечен са 7 равни које су паралелне са равни која је одређена двама кривама (дефинисана изнад). Област око *SIPS* и према горњој ивици је пресечена са 14 паралелних равни (слика 15). На свакој од добијених пресечних кривих изабране су одговарајуће тачке кроз које су конструисане просторне криве, те је коришћењем *CAD* функција (лофт и бленд) конструисан последњи део 3Д површинског модела.



Слика 15. Пресечне криве и тачке на делу бедрене кости (око и изнад *SIPS*) [101]

4.1.3 Креирање 3Д површинског модела

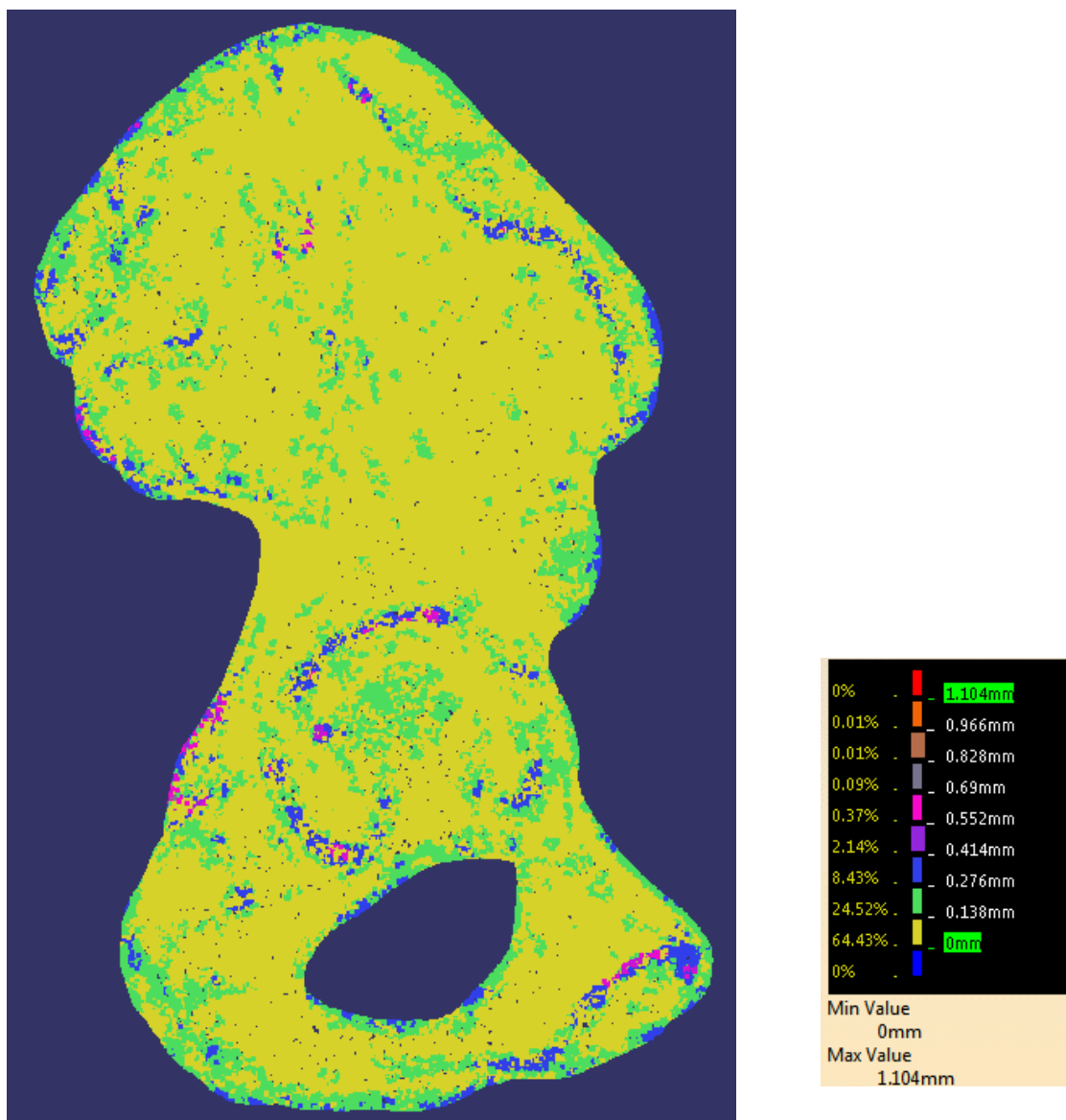
Помоћу *CATIA V5R19* модула, интегрисани су сви делови десне карличне кости коришћењем функције *merge* (растојање између спојених делова до $0.001mm$), те је креиран површински 3Д модел женске карличне кости. Модел у латералној и медијалној пројекцији је приказан на слици 16.



а)
б)
Слика 16. 3Д површински модел карличне кости: а) латерална пројекција, б) медијална пројекција [101]

4.1.4 Верификација добијеног модела

У завршној фази моделирања, креиран је завршни полигонални 3Д модел како би се проверила тачност добијеног *CAD* модела. Верификација је спроведена мерењем растојања у нормалним правцима између почетног полигоналног модела који је добијен из облака тачака са *CT* снимака (узет као референтни модел) и завршног полигоналног модела. Резултати поређења су приказани у облику кодиране мапе боја (коришћењем опције *min/max*) и приказани на слици 17.



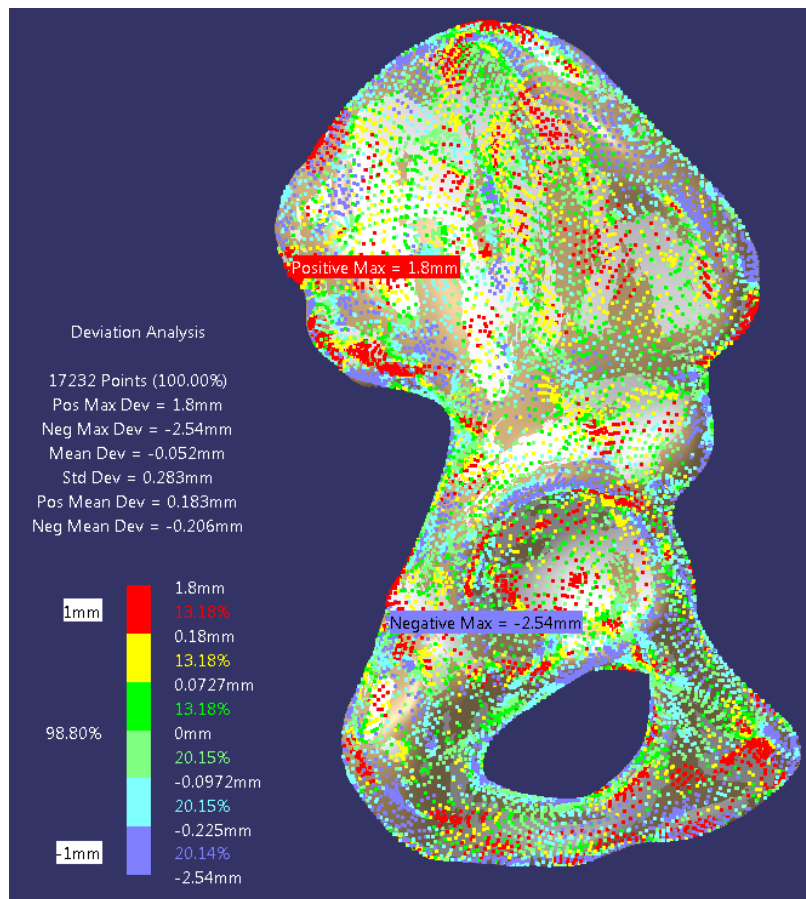
a)

б)

Слика 17. Верификација модела помоћу анализе растојања: а) кодирана мапа боја;
б) статистички резултати верификације [101]

Највећи део површине модела (99.52%) је на растојањима од 0 до 0.552mm, док ке максимално одступање 1.104mm, али на површинама које су занемарљиво мале у односу на укупну површину модела.

Анализа девијација је спроведена између почетног површинског модела (креираног од иницијалног полигоналног модела) и завршног CAD модела и приказана на слици 18. Вредности девијација су од -2.54 до 1.8mm, са средњом вредношћу од -0.052mm, док 98.80% укупне површине има девијације у распону од -1 до 1mm.



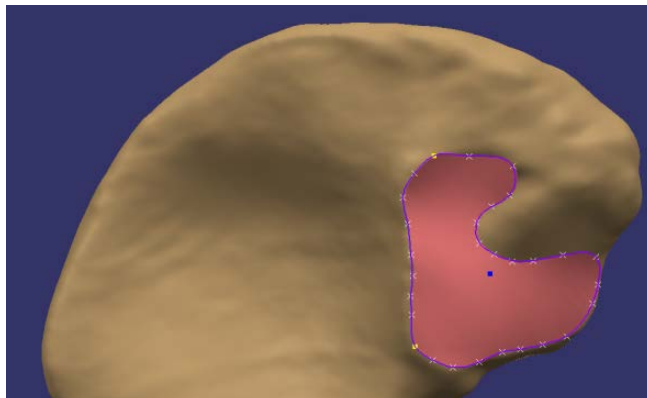
Слика 18. Анализа девијација између иницијалног и завршног CAD модела [101]

Приказана методологија за генерисање 3Д површинског модела карличне кости обезбеђује задовољавајућу тачност обзиром на геометријске и морфолошке карактеристике карличне кости. Квалитет добијене површине је тесно повезан са бројем изабраних пресека и PGE. Обзиром на резултате верификације, могу се постићи одређена унапређења модела на задњој ивици (око *SIFI* и седалне бодље), на *FS*, као и на делу бедреног гребена на горњој ивици карличне кости. Унапређење је могуће постићи повећањем броја PGE и повећањем броја пресека (смањењем растојања између равни пресецања).

4.1.5 Методологија за израду 3Д модела помоћу центара зглобних површина и оса

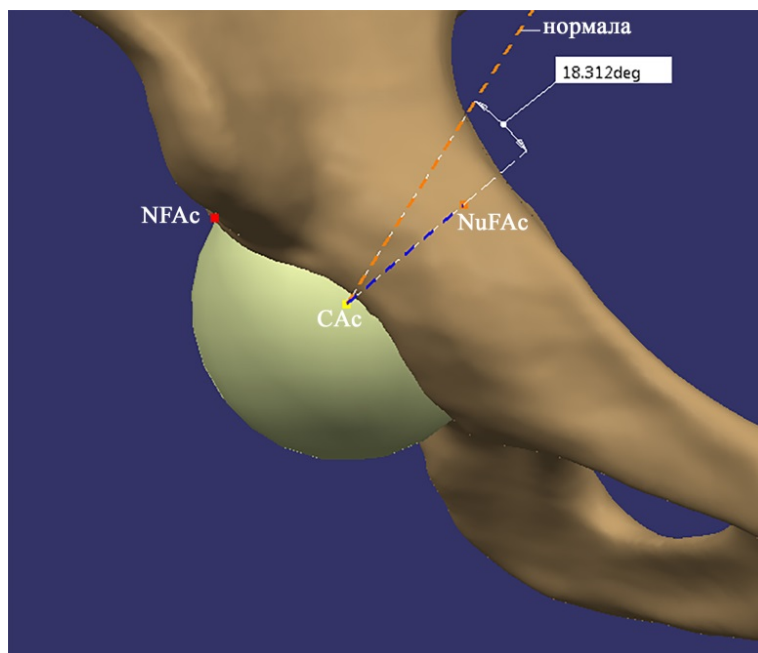
Обзиром да претходна метода изискује велики напор, а поступак дуго траје, приступило се истраживању могућности за примену другачије методологије за добијање 3Д модела карличне кости у поступку реверзног инжењеринга која подразумева примену одређених оса које спајају центре зглобних површина за дефинисање попречних пресека карличне кости. При том је поновљен поступак за израду 3Д модела из прве методологије (кораци 1 - 4). Уз претходно дефинисане PGE вишег реда попут *FL* и *FS*, дефинисана је и трећа зглобна површина (лат. *facies auricularis* – *FA*), као и центар ацетабулума. *FA* је

дефинисано на сличан начин као и FS , помоћу тачака које ограничавају увасту површину. Њима је одређена затворена просторна крива линија унутар које је формирана површина којом се представља апроксимација за FA (слика 19).



Слика 19. Апроксимација за FA

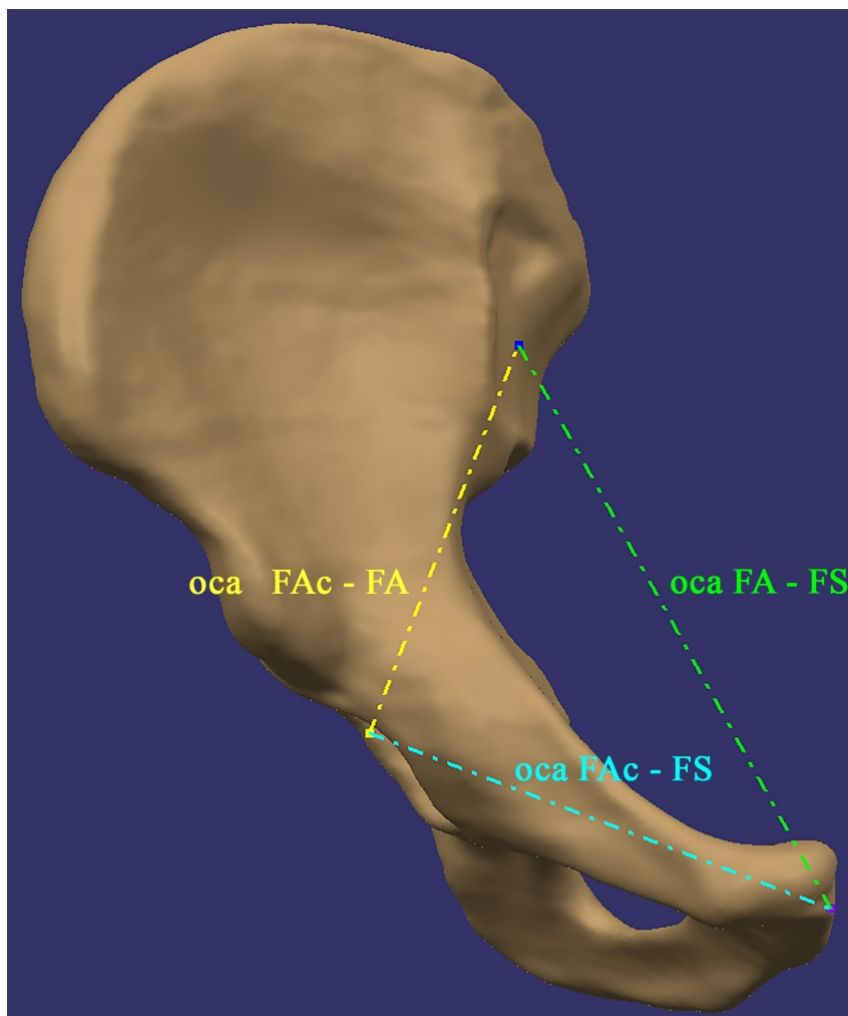
При том је ацетабуларни део зглоба кука представљен сфером чији се центар поклапа са центром површине круга конструисаним кроз 3 тачке: горњу (највишу) тачку на LA , најпроминентнију тачку на задњем делу LA и најпроминентнију тачку на предњем делу LA . Полупречник сфере се добија мерењем растојања између центра круга и најдубље тачке у чашичној јами (FL) у правцу нормале на раван круга. Добијену сферу је потребно заротирати за вредност угла измереног између нормале на површину, приказану наранџастом линијом на слици 20 и линије која спаја центар ацетабулума (CAc) са најдубљом тачком у FL ($NuFAc$), која је приказана плавом линијом на слици 20.



Слика 20. Апроксимација ацетабуларног дела зглоба кука: CAc - центар ацетабулума, $NuFAc$ - најдубља тачка у чашичној јами, $NFAC$ - горња (највиша тачка) на ивици ацетабулума

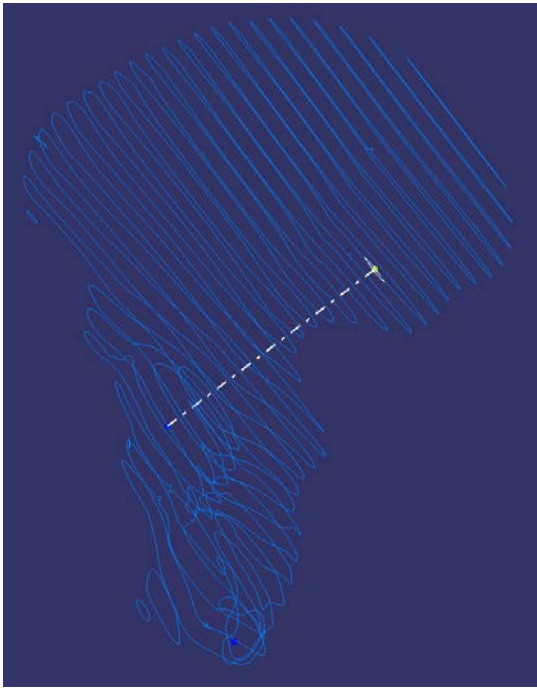
Спајањем центара ацетабулума, увасте површине и пубичне симфизе добијају се три осе (приказане на слици 21):

1. оса центар ацетабулума - центар увасте површине (оса $FAc-FA$, приказана жутом бојом на слици 21);
2. оса центар ацетабулума - центар пубичне симфизе (оса $FAc-FS$, приказана плавом бојом на слици 21);
3. оса центар увасте површине - центар пубичне симфизе (оса $FA-FS$, приказана зеленом бојом на слици 21).

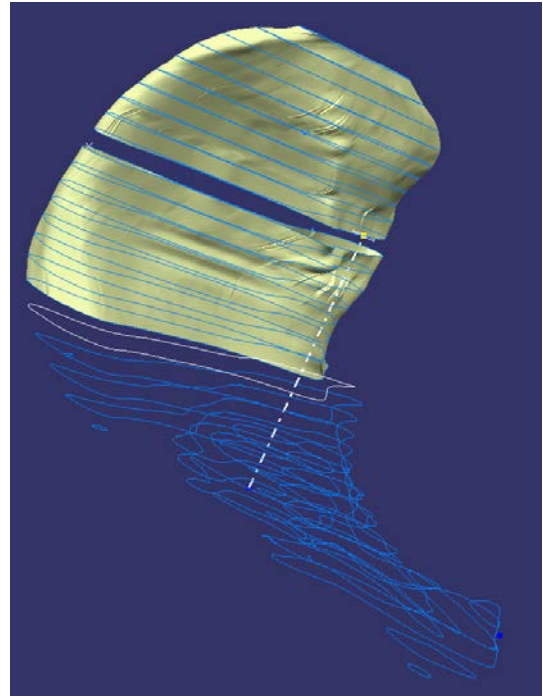


Слика 21. Осе које спајају центре зглобних површина на карличној кости

Формирани су пресеци полигоналног модела са равнима које су управне на сваку од оса понаособ. Тако је карлична кост пресеца са равнима које су управне на осу центар ацетабулума - центар увасте површине (приказано на слици 22а). Добијени површински модел на делу крила бедрене кости применом лофт функције (слика 22б) има велики број набора и немогуће је конструисати целу површину функцијом *Automatic Surface*.



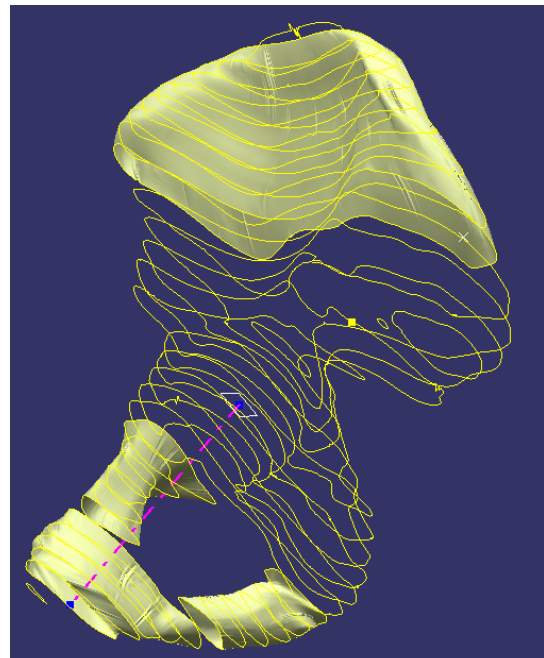
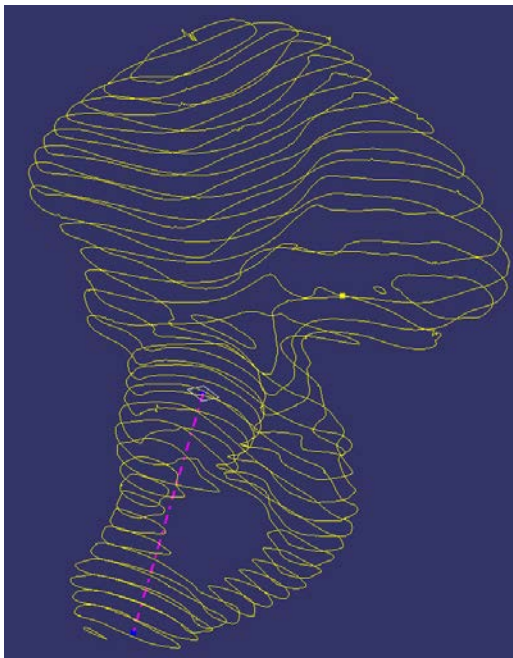
а)



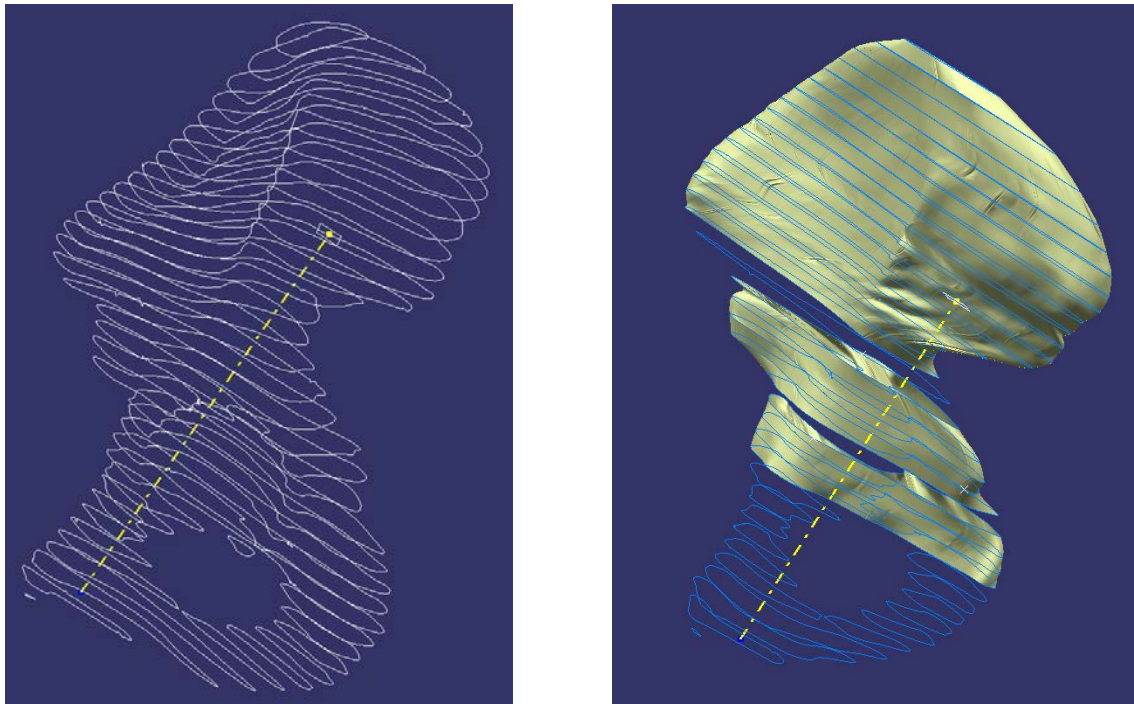
б)

Слика 22. Пресечне криве и део површине добијен пресецањем полигоналног модела равнима које су управне на осу центар ацетабулума - центар увасте површине

Полигонални модел је пресецан и са равнима које су управне на осу центар ацетабулума - центар пубичне симфизе (слика 23), као и са равнима које су управне на осу центар увасте површине - центар пубичне симфизе (слика 24).



Слика 23. Пресеци полигоналног модела са равнима које су управне на осу центар ацетабулума - центар пубичне симфизе



Слика 24. Пресеци полигоналног модела са равнима које су управне на осу центар увасте површине - центар пубичне симфизе

Покушаји пресецања полигоналног модела карличне кости са равнима које формирају две осе, нпр. оса центар ацетабулума - центар увасте површине и оса центар пубичне симфизе - центар увасте површине водили су ка дисконтинуалним кривама и немогућношћу да се применом функција лофт и бленд добије глатка површина, без набора, као и да се са одговарајућом тачношћу у потпуности прикаже анатомија и геометрија кости у 3Д. Метода ротационих кривих, примењених за израду модела у поступку реверзног инжењеринга фибуле, описана у [103], не може се применити, обзиром на геометрију карличне кости човека и сложен облик пресечних кривих.

Обзиром да напред описана методологија за израду 3Д модела карличне кости реверзним инжењерингом, захтева постојање квалитетног *СТ* снимка и дуго траје, у наставку истраживања развијана је другачија методологија која подразумева увођење допунских РГЕ, дефинисање параметара и примену алата дескриптивне статистике, а омогућава израду 3Д модела карличне кости чак и у случајевима непотпуних или недостајућих 3Д снимака, са рендгенских снимака.

Ова методологија подразумева примену на параметрима заснованог статистичког приступа у морфометрирању парцијалних модела карличне кости човека, одређивање координата тачака којима ће бити у потпуности одређена површина и примену одговарајућих предикционих техника.

5. Метода параметарских региона

Нумерички (рачунарски) модели се користе за проучавање појава у природи, анализу објеката и система, за пројектовање различитих процеса. Представљају важан алат за инжењере, научнике и експерте у свим областима. Ови физички модели могу бити израђени као физичке копије модела костију или као солид (запремински) модели којима се реплицира морфологија структуре костију, добијени различитим поступцима за брзу израду прототипова [119].

При изради нумеричких модела један од проблема са којим се суочавамо је превођење геометријских карактеристика са стварне карличне кости човека у нумерички модел. Ранија истраживања су заснована на мануелном припремању геометријских података са слика пацијената. Геометријске мере су добијане спољним мерењима (скенирањем) помоћу координатних машина. Нумеричке рутине (нумерички кóдови) су писане тако да преводе геометријске податке (скуп координата) у *Patran/Nastran* кóд. Мерењем се добијају само подаци о спољашњој површини карличне кости. Када треба узети у обзир структуру костних ткива, потребно је користити знање о густини истих са рендгенских или *СТ* снимака [113].

Детекција и сегментација анатомских структура је суштинска компонента у великом броју процедура за анализу биомедицинских слика. Описивање структуре костију дигиталним рендгенским снимцима (*Digital X-ray – DRX*) је предуслов за велики број ортопедских истраживања. Обзиром да описивање ових анатомских структура захтева много времена и труда, потребне су брзе и тачне методе сегментације потпомогнуте рачунаром [66]. Детаљно описивање модела за датог пацијента обично захтева 3Д *СТ* снимање, за које је такође потребно много времена [112].

Тачно одређивање 3Д оријентира на скелетним ткивима је од великог значаја у биомеханичким студијама и за рачунаром интегрисану хирургију, укључујући дизајн персонализованих имплантаната и њихово позиционирање, интра-оперативну навигацију, студије кинематике зглобова, оцењивање деформитета, ресекцију тумора и регистрацију модела облика. У пракси се данас користе различите методе за локализовање анатомских оријентира 3Д модела костију: мануелна идентификација, постављање маркера на кожи пре снимања, анатомски атласи који захтевају трансфер предефинисанх оријентира са геометријског модела у модел пацијента, убацивање металне игле у циљу регистрације на местима која одговарају анатомским оријентирима на костима [136].

У поступцима анализе медицинских слика знања експерата често представљају "златни стандард", обзиром са су основна знања позната само за синтетичке и "фантомске" податке, а не и за стварне медицинске слике. За успостављање кореспонденција између објеката предложена је употреба малог броја анатомских оријентира на сваком од објеката које ручно бира експерт, након чега се израчунава средње апсолутно растојање између ручно бираних оријентира и одговарајућих кореспондентних тачака на темплејту [61].

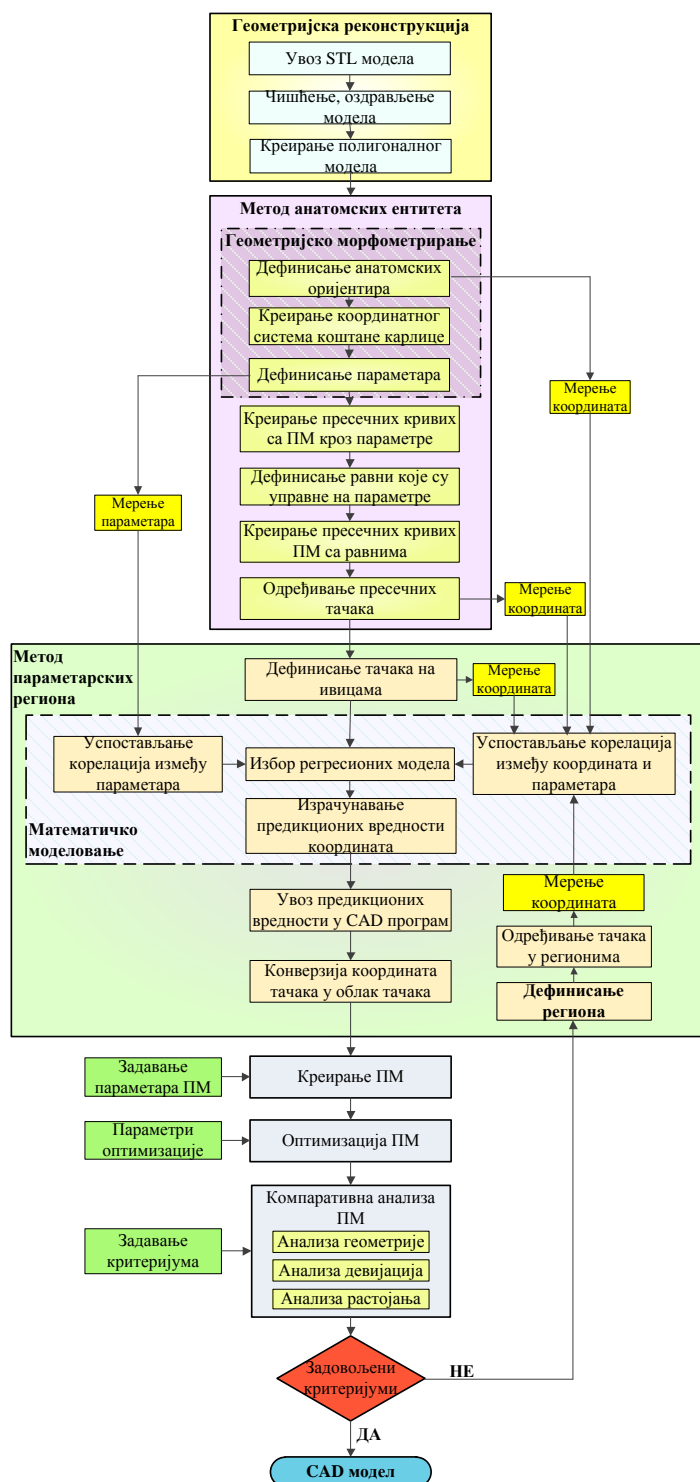
Поступак геометријске реконструкције током кога се из облака тачака формирају полигонални модели људских карличних костију које су обухваћене узорком представља почетну фазу у **Методи параметарских региона**. Након оздрављења и глачања, на сваком од полигоналних модела су одређени анатомски оријентира и дефинисани параметри, као линеарна растојања између њих. По успостављању корелација између измерених вредности параметара, применом алата за математичко (статистичко) моделовање, тестирани су и изабрани одговарајући модели регресије.

Како би се једнозначно одредио положај анатомских оријентира и свих тачака на површини костију чије је координате било потребно мерити, на основу анатомских оријентира формиран је анатомски координатни систем коштане карлице. Метода РГЕ која је примењена у овој фази истраживања је проширена и прилагођена потребама сложене анатомије карличне кости. Стога су дефинисане пресечне криве полигоналних модела са равнима које су одређене датим параметрима, као и скупови пресечних кривих полигоналних модела са равнима које су управне на дате параметре. У пресецима ова два скупа кривих одређене су тачке, чије измерене вредности координата представљају улазне вредности у статистички програм. Након успостављања корелација, добијени су регресиони модели координата пресечних тачака. За делове полигоналних модела који одговарају ивицама карличне кости човека (горња, део предње и део задње ивице) одређене су координате тачака којима се у потпуности описују делови тих површина, након чега су формиран регресиони модели и за те тачке.

У првој итерацији су израчунате предикционе вредности координата свих ових тачака и конструисан је полигонални модел. Након анализе добијеног и почетног полигоналног модела десне мушке карличне кости, која је изабрана за потребе овог истраживања, приступило се издвајању региона између параметара, у којима су дефинисане тачке којима се детаљно описује геометрија на површини датог региона. Измерене су вредности координата и добијени регресиони модели. Израчунате предикционе вредности координата ових тачака, заједно са вредностима координата тачака из прве итерације, употребљене су за конструисање другог полигоналног модела.

Након оптимизације модела, спроведена је нова анализа, којом је потврђено унапређење модела.

Фазе истраживања које су довеле до развоја методе параметарских региона са одговарајућим корацима шематски су приказане на слици 25.



Слика 25. Шематски приказ фаза истраживања у методи параметарских региона, применом поступака итерације

Појединачни параметарски региони се могу удруживати или делити на подрегионе. Конструисани су делови полигоналног модела крила бедрене кости, који одговарају дефинисаним регионима. Делови су здружени у јединствени полигонални модел, чија анализа је указала на још мање вредности одступања у односу на почетни полигонални модел који је настао из *СТ* снимака.

Сprovedена је и компаративна анализа свих добијених модела, а на примеру поделе региона на подрегионе (такође омеђене параметрима) показана могућност за примену добијених резултата.

5.1 Морфометрија крила бедрене кости заснована на параметрима

Тачно описивање величине, облика и оријентације карличне кости човека представља основу за морфометрирање и израду предикционог геометријског модела. Стога је потребно спровести тачна морфометријска мерења. У случајевима форензичког или археолошког истраживања мерења се врше на људским остацима, или помоћу медицинских слика, као што су рендгенске пројекције (снимци), *СТ* или *MRI*. Та мерења се могу употребити као улазни подаци за предикцију морфометрије торакалног и лумбалног дела кичме човека са радиографских слика, применом статистичког приступа [137].

У првој фази истраживања је доказано да је могуће на основу 10 измерених параметара направити предикцију за 12 додатних параметара, на основу А-П радиографских пројекција крила бедрене кости [104]. Током истраживања, за потпуно морфометрирање крила карличне кости човека, било је потребно број параметара повећати за 4, због комплексне геометрије крила карличне кости. Број параметара који се мере је остао непромењен. Међутим, било је потребно прибавити још једну радиографску пројекцију у латералној равни, а након мерења успоставити одговарајуће математичке зависности између параметара, помоћу процедура статистичке анализе.

Велики број морфометријских студија је спроведен у циљу проучавања популације, одређивања пола или разлика међу половима. Морфометријска мерења на основу 13 варијабли на бедреној кости спроведена су на узорку од 100 људских карличних костију из индијске популације како би се одредиле разлике међу половима [138]. У студији која је спроведена над 50 левих и десних неупарених људских карличних костију одраслих Индијаца, мерене су и статистички анализирани три величине: маса, дужина и ширина карличне кости као максимално растојање између предњих и задњих горњих бедрених

бодљи [139]. Ширина карличне кости је мерена на исти начин и у [140,141]. Морфометријска анализа која је спроведена на узорку од 185 карличних костију имала је за циљ одређивање пола. Спроведена је серија мерења великог седалног уреза и елевације увасте површине, а подаци су анализирани статистичким методама [142]. Ради квантификације облика и варијација карличне кости дефинисани су оријентери на различитим деловима карличне кости, применом *Procrustes ANOVA* методе [143]. Како би се утврдиле корелације између варијација облика, полова и демографске припадности применом техника статистичке анализе било је потребно мерити линеарна растојања на карличној кости (између анатомских тачака) [144].

Процес статистичког морфометрирања крила бедрене кости започиње применом методе анатомских ентитета [100,103], кроз следеће кораке:

1. прикупљање улазних података са *CT* снимака, сегментација и 3Д реконструкција са улазних података,
2. креирање РГЕ на крилу бедрене кости, на основу анатомских и морфолошких карактеристика [105],
3. дефинисање параметара, који представљају линеарна растојања између анатомских оријентира,
4. успостављање корелација између параметара,
5. формирање математичких модела регресије,
6. тестирање математичких модела, и
7. избор одговарајућег модела на основу критеријума статистичке значајности и вредности варијансе.

Кораци 1 и 2 су истоветни са корацима у поступку израде 3Д модела карличне кости методом реверзног инжењеринга.

Због чињенице да је *CT* једна од најбољих метода за генерисање 3Д модела костију, за потребе овог истраживања, коришћен је узорак од 32 *CT* снимка³⁰ здраве десне мушке карличне кости, старости од 20 - 83 године (просечна старост 64 године). *CT* снимци су добијени *Toshiba MSCT* скенером *Aquillion 64* (120 kV, 150 mA, дебљине попречних пресека од 1mm, резолуција у равни 0.781x0.781mm (величина пиксела), матрица аквизиције 512x512, видно поље (*FOV*) 400x400mm.

Улазни подаци са *CT* снимака записани у *DICOM* формату су увезени у *CAD* програм у облику облака тачака у *STL* формату. Креирани су полигонални модели костију,

³⁰ Узорак је добијен од 38 *CT* снимака људске карличне кости, након одбацивања костију које су захваћене патолошким променама и фрактурама.

након чега је извршена реконструкција површина оздрављењем, елиминисањем грешака које су последица неповезаних тачака и глачањем у циљу ублажавања оштрих ивица.

5.1.1 Дефинисање анатомских оријентира и параметара на крилу бедрене кости

На сваком од 32 крила бедрених костију, идентификовано је по 15 РГЕ - анатомских тачака (билатерални оријентира³¹), и то³²:

- 1 - највиша тачка на бедреном гребену [139,141,144-149];
 - 2 - најлатералнија тачка на бедреном гребену (бедрена квржица), [145,147,149];
 - 3 - предње горња бедрена бодља [138,139,141,143-150];
 - 4 - предње доња бедрена бодља [138,141,143-145,147,149];
 - 5 - задње горња бедрена бодља [138,139,141,143-149];
 - 6 - задње доња бедрена бодља [138,141,143-147,149];
 - 7 - највиша тачка на чашичној ивици [145,147,149,150];
 - 8 - тачка максималног закривљења (најдубља тачка) на великом седалном урезу [141,142,144,145,147,149,150];
 - 9 - горња тачка на крснобедреном зглобу, највиша најлатералнија тачка на увастој површини [145,149];
 - 10 - доња тачка на крснобедреном зглобу, најнижа најлатералнија тачка на увастој површини [145,149];
- ZS - тачка пресека задње седалне линије са спољашњом усном бедреног гребена [144];
- DS - тачка пресека доње седалне линије са предњом ивицом бедреног гребена;
- PS - тачка пресека предње седалне линије са предњим крајем бедреног гребена (на горњој ивици карличне кости);
- NISUA - најдубља тачка на интерспиналном урезу на предњој ивици [144,149];
- NISUP - најдубља тачка на интерспиналном урезу на задњој ивици [149].

Како би се у потпуности морфолошки дефинисао сложени облик крила бедрене кости, изабрано је 26 параметара, који представљају линеарна растојања између изабраних анатомских тачака. Параметри су описани у Табели 3.

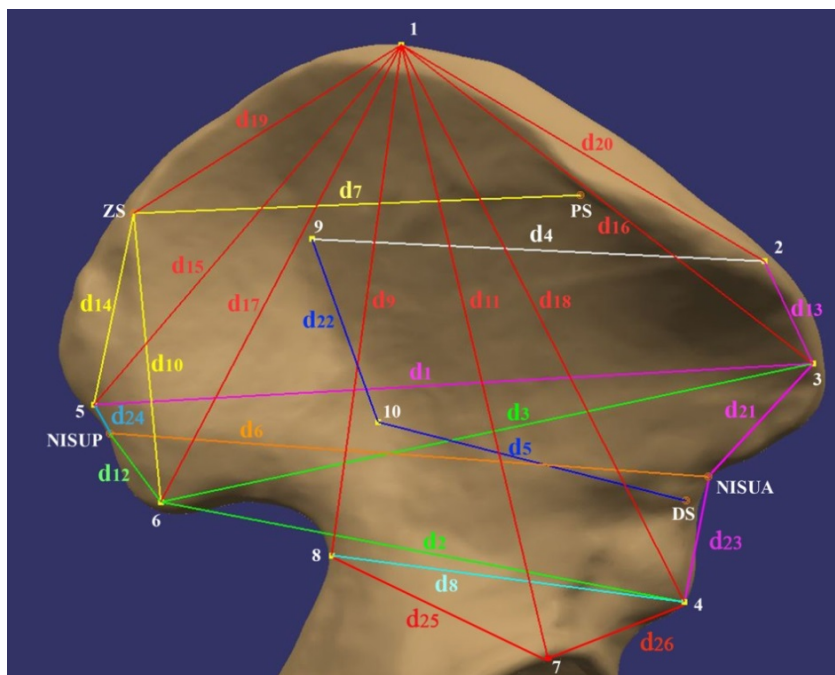
³¹ Постоје на обе карличне кости - десној и левој.

³² За потребе израде 3Д модела у поступку реверзног инжењеринга издвојена су само 4 анатомска оријентира - *SIAS*, *SIAI*, *SIPS* и *SIFI*. Ради лакшег праћења овим оријентирима су додељене одговарајуће бројчане ознаке.

Табела 3. Параметри на крилу бедрене кости, допуњено из [104]

Р. бр.	Назив	Ознака	Тачке
1.	Растојање између предње и задње горње бедрене бодље [139-141,144,146,148]	d₁	3 - 5
2.	Растојање између предње и задње доње бедрене бодље [138, 144]	d₂	4 - 6
3.	Растојање између предње горње и задње доње бедрене бодље [138]	d₃	3 - 6
4.	Растојање између најлатералније тачке на бедреном гребену и највише латералне тачке на увастој површини	d₄	2 - 9
5.	Растојање између тачке пресека доње седалне линије са предњом ивицом бедреног гребена и најниже латералне тачке на увастој површини	d₅	DS - 10
6.	Растојање између најдубљих тачака на интерспиналним урезима на предњој и задњој ивици	d₆	NISUA - NISUP
7.	Растојање између тачке пресека предње седалне линије са предњим крајем бедреног гребена и тачке пресека задње седалне линије са спољашњом усном бедреног гребена	d₇	PS - ZS
8.	Растојање између предње доње бедрене бодље и тачке максималног закривљења на великом седалном урезу [144, 150]	d₈	4 - 8
9.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и тачке максималног закривљења на великом седалном урезу	d₉	1 - 8
10.	Растојање између задње доње бедрене бодље и тачке пресека задње седалне линије са спољашњом усном бедреног гребена	d₁₀	6 - ZS
11.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и највише тачке на чашичној ивици [150]	d₁₁	1 - 7
12.	Растојање између задње доње седалне бодље и најдубље тачка на интерспиналном урезу на задњој ивици	d₁₂	6 - NISUP
13.	Растојање између најлатералније тачка на бедреном гребену и предње горње бедрене бодље	d₁₃	2 - 3
14.	Растојање између задње горње бедрене бодље и тачке пресека задње седалне линије са спољашњом усном бедреног гребена	d₁₄	5 - ZS
15.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и задње горње бедрене бодље	d₁₅	1 - 5
16.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и предње горње бедрене бодље	d₁₆	1 - 3
17.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и задње доње бедрене бодље	d₁₇	1 - 6
18.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и предње доње бедрене бодље	d₁₈	1 - 4
19.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и тачке пресека задње седалне линије са спољашњом усном бедреног гребена	d₁₉	1 - ZS
20.	Растојање између највише тачке на бедреном гребену и најлатералније тачке на бедреном гребену	d₂₀	1 - 2
21.	Растојање између предње горње бедрене бодље и најдубље тачке на интерспиналном урезу на предњој ивици	d₂₁	3 - NISUA
22.	Растојање између највише и најниже најлатералније тачке на крснобедреном зглобу	d₂₂	9 - 10
23.	Растојање између најдубље тачке на интерспиналном урезу на предњој ивици и предње доње бедрене бодље	d₂₃	NISUA - 4
24.	Растојање између задње горње бедрене бодље и најдубље тачке на интерспиналном урезу на задњој ивици	d₂₄	5 - NISUP
25.	Растојање између највише тачке на чашичној ивици и тачке максималног закривљења на великом седалном урезу	d₂₅	7 - 8
26.	Растојање између највише тачке на чашичној ивици и предње доње бедрене бодље	d₂₆	7 - 4

Билатерални оријентери и параметри (растојања) су приказани на слици 26.



Слика 26. Билатерални оријентери и параметри на крилу бедрене кости, модификовано према [104]

5.1.2 Методологија за избор регресионих модела

Параметри су подељени у 2 групе:

- 1) параметри који се могу мерити у рендгенским пројекцијама, као што су d_1 , d_2 , d_3 , d_4 , d_8 , d_9 , d_{15} , d_{16} , d_{17} и d_{22} (10 параметара), а који представљају независне варијабле и,
- 2) параметри d_5 , d_6 , d_7 , d_{10} , d_{11} , d_{12} , d_{13} , d_{14} , d_{18} , d_{19} , d_{20} , d_{21} , d_{23} , d_{24} , d_{25} и d_{26} (16 параметара), који представљају зависне варијабле и за које је могуће одредити једначине регресије.

Статистичке величине измерених вредности параметара су приказане у Табели 4.

Табела 4. Сумарна статистика измерених вредности параметара на крилу

Сумарна статистика									
Параметар	Валидно N	Средња вредност	Медијана	Сума	Минимум	Максимум	Варијанса	Стд. девијација	Стд. грешка
d_1	32	164.7755	163.8980	5272.817	149.3090	188.9970	69.1727	8.31701	1.470254
d_2	32	127.6146	128.1230	4083.667	113.8950	149.8220	69.8596	8.35821	1.477536
d_3	32	149.1475	148.0320	4772.720	133.2960	174.5890	73.0436	8.54655	1.510831
d_4	32	100.2343	98.8040	3207.496	84.4740	116.2020	50.4450	7.10247	1.255550
d_5	32	81.0242	80.7340	2592.775	69.4670	94.5180	43.6891	6.60977	1.168454
d_6	32	136.0345	135.9595	4353.105	121.0840	167.2530	74.8527	8.65175	1.529427
d_7	32	122.6575	123.3650	3925.039	96.9720	141.4030	159.1732	12.61639	2.230283
d_8	32	82.2257	81.9640	2631.223	70.9820	95.1280	29.3186	5.41466	0.957186
d_9	32	110.6721	109.3955	3541.508	99.3290	125.9850	44.4444	6.66667	1.178511
d_{10}	32	67.5307	68.4765	2160.981	43.9950	88.1490	124.9548	11.17832	1.976066
d_{11}	32	129.5109	130.0270	4144.349	115.0520	140.1580	43.7788	6.61656	1.169653
d_{12}	32	15.4910	16.6920	495.712	5.9640	25.8340	24.5191	4.95167	0.875340
d_{13}	32	54.3223	54.3305	1738.315	30.7540	84.8590	125.4328	11.19968	1.979842
d_{14}	32	48.4857	48.8005	1551.542	26.1120	69.9710	123.1053	11.09528	1.961387
d_{15}	32	105.1883	105.3520	3366.027	83.0840	126.2550	88.7258	9.41944	1.665137
d_{16}	32	117.9305	116.0685	3773.775	101.5890	146.8110	73.4201	8.56855	1.514721
d_{17}	32	112.4977	111.1970	3599.926	97.5660	136.8130	63.8902	7.99313	1.413000

d_{18}	32	134.3652	134.8560	4299.686	121.6380	149.0980	47.0993	6.86289	1.213200
----------	----	----------	----------	----------	----------	----------	---------	---------	----------

Табела 5 - наставак

Сумарна статистика									
Параметар	Валидно N	Средња вредност	Медијана	Сума	Минимум	Максимум	Варијанса	Стд. девијација	Стд. грешка
d_{19}	32	62.4656	62.1570	1998.898	34.9180	83.5500	136.8283	11.69736	2.067821
d_{20}	32	80.9548	80.3595	2590.553	65.9890	93.3940	57.7788	7.60124	1.343722
d_{21}	32	26.5860	26.3740	850.751	15.0390	36.9460	23.3074	4.82777	0.853438
d_{22}	32	41.0201	41.1920	1312.644	32.5060	50.0160	30.1023	5.48656	0.969895
d_{23}	32	23.6972	24.0610	758.311	11.3580	34.7730	32.5235	5.70294	1.008146
d_{24}	32	17.5495	17.4260	561.584	6.2860	29.9100	35.4557	5.95447	1.052612
d_{25}	32	55.9520	56.3570	1790.464	45.5900	63.8300	17.4149	4.17312	0.737711
d_{26}	32	42.0327	41.5580	1345.047	29.2810	54.9800	28.4325	5.33222	0.942612

Зависности између варијабли су одређене помоћу коефицијената корелације. За одређивање одговарајућих модела регресије коришћени су дијаграми распршености, а сваки од параметара из групе 2 понаособ је регресираан. Параметри у једначинама регресије су израчунати применом методе најмањих квадрата. За сваку предикциону варијаблу тестирали су линеарни и нелинеарни модели: полиномни (другог и трећег степена), логаритамски и експоненцијални модели. При том је за коефицијент статистичке значајности усвојена вредност мања од 0.01 ($p < 0.01$). Стога су сви модели у којима је p -вредност за било који од коефицијената у једначини регресије била већа од 0.01 одбачени. Од модела код којих је $p < 0.01$ изабран је онај код кога је вредност варијансе R^2 највећа.

Методологија тестирања различитих модела приказана је на примеру параметра d_5 , у Табели 5.

Табела 6. Тестирани регресиони модели за параметар d_5 [104]

Бр.	Тестирани модели	p		R^2	p - вредност
а)	линеарни				
1.	$d_5 = a + b \cdot d_8$	a	0.365223	0.5078	$p > 0.01$
		b	0.000007		
2.	$d_5 = a + b \cdot d_8 + c \cdot d_2$	a	0.704053	0.5319	$p > 0.01$
		b	0.005909		
		c	0.23942		
3.	$d_5 = a + b \cdot d_8 + c \cdot d_1$	a	0.857623	0.5182	$p > 0.01$
		b	0.000735		
		c	0.442617		
б)	квадратни				
1.	$d_5 = a + b \cdot d_8^2$	a	0.000000	0.5179	$p < 0.01$
		b	0.000005		
2.	$d_5 = a \cdot d_8^2$	a	0.000000	0	$p < 0.01$
3.	$d_5 = a + b \cdot d_8 + c \cdot d_8^2$	a	0.190147	0.5341	$p > 0.01$
		b	0.33246		
		c	0.218715		
в)	полиномни трећег степена				
1.	$d_5 = a + b \cdot d_8 + c \cdot d_8^2 + d \cdot d_8^3$	a	0.841976	0.5343	$p > 0.01$
		b	0.882373		

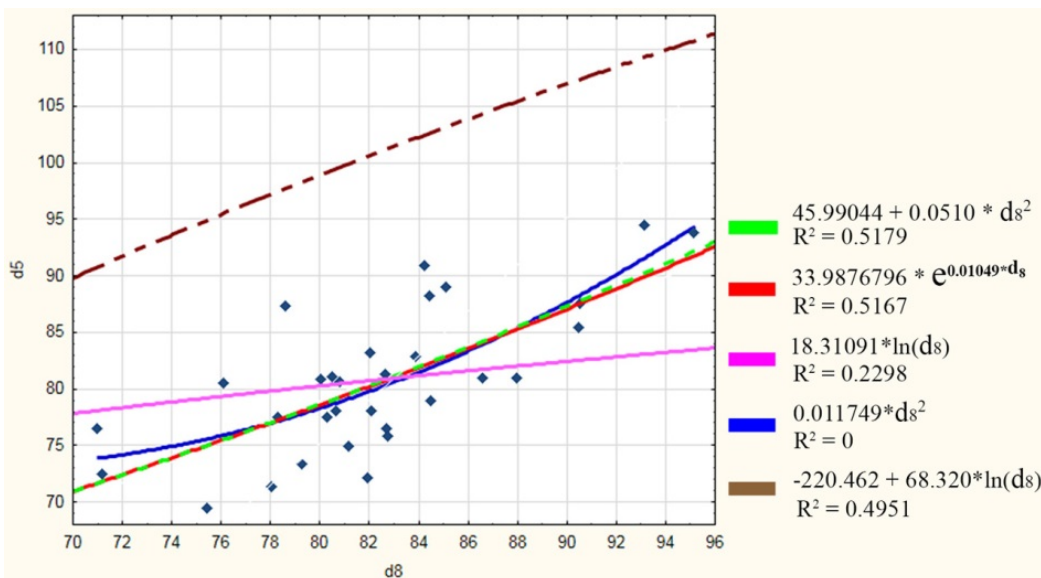
		c	0.896377		
		d	0.920606		

Табела 5 - наставак

Бр.	Тестирани модели		p	R ²	p - вредност
г)	логаритамски				
1.	$d_5 = a + b \cdot \ln(d_8)$	a	0.000520	0.4951	p < 0.01
		b	0.000010		
2.	$d_5 = a \cdot \ln(d_8)$	a	0.000000	0.2298	p < 0.01
д)	експоненцијални				
1.	$d_5 = a \cdot e^{b \cdot d_8}$	a	0.000000	0.5167	p < 0.01
		b	0.000004		

Линеарни модели регресије а1), а2) и а3) који су приказани у табели су одбачени јер је p -вредност већа од 0.01, као и квадратни б3) и полиномни трећег степена в1). Од преосталих модела б1), б2), г1), г2) и д1), изабран је модел б1) јер је вредност R^2 највећа.

Сви модели који задовољавају критеријум за p -вредност су приказани на слици 27. Од 5 регресионих кривих, криве које представљају квадратни модел (крива светло-зелене боје, слика) и експоненцијални модел (крива црвене боје) су криве којима се најбоље описују зависности, имајући у виду измерене вредности параметара (приказане плавим ромбовима на слици). Имајући у виду чињеницу да R^2 има нешто већу вредност, изабран је квадратни модел.



Слика 27. Дијаграм распршености и регресионе криве за параметар d_5 [104]

Изузетак је направљен при одређивању регресионог модела за параметар d_{25} , где је коефицијент корелације био већи за параметар d_{11} , у односу на коефицијент корелације за параметар d_2 . Вредности R^2 су за случај успостављања зависности између параметара d_{25} и d_{11} знатно више него у случају зависности d_{25} од d_2 . Међутим, обзиром на чињеницу да

се вредност параметра d_{11} добија предикцијом, чиме би се повећала рачунска грешка, усвојен је модел у коме се параметар d_{25} израчунава у функцији d_2 . Методологија тестирања модела приказана је у Табелама 6 и 7.

Табела 7. Тестирани регресиони модели за параметар d_{25} у функцији d_{11}

Бр.	Тестирани модели	р	R ²	р-вредност	
а) линеарни					
1.	$d_{25} = a+b \cdot d_{11}$	a	0.830849	0.44308869	p > 0.01
		b	0.000044		
б) квадратни					
1.	$d_{25} = a+b \cdot d_{11}^2$	a	0.000019	0.4407281	p < 0.01
		b	0.000047		
2.	$d_{25} = a \cdot d_{11}^2$	a	0.00	0	p < 0.01
3.	$d_{25} = a+b \cdot d_{11}+c \cdot d_{11}^2$	a	0.723739	0.44579909	p > 0.01
		b	0.616706		
		c	0.714131		
в) полиномни трећег степена					
1.	$d_{25} = a+b \cdot d_{11}+c \cdot d_{11}^2+d \cdot d_{11}^3$	a	0.854839	0.44664856	p > 0.01
		b	0.853865		
		c	0.845325		
		d	0.840474		
г) логаритамски					
1.	$d_{25} = a+b \cdot \ln(d_{11})$	a	0.000738	0.44469234	p < 0.01
		b	0.000042		
2.	$d_{25} = a \cdot \ln(d_{11})$	a	0.00	0.1721087	p < 0.01
д) експоненцијални					
1.	$d_{25} = a \cdot e^{b \cdot d_{11}}$	a	0.000035	0.44084846	p < 0.01
		b	0.000055		

Табела 8. Тестирани регресиони модели за параметар d_{25} у функцији d_2

Бр.	Тестирани модели	р	R ²	р-вредност	
а) линеарни					
1.	$d_{25} = a+b \cdot d_2$	a	0.017282	0.22333771	p > 0.01
		b	0.007261		
б) квадратни					
1.	$d_{25} = a+b \cdot d_2^2$	a	0.000000	0.2164876	p < 0.01
		b	0.008351		
2.	$d_{25} = a \cdot d_2^2$	a	0.00	0	p < 0.01
3.	$d_{25} = a+b \cdot d_2+c \cdot d_2^2$	a	0.474785	0.24750214	p > 0.01
		b	0.291879		
		c	0.351125		
в) полиномни трећег степена					
1.	$d_{25} = a+b \cdot d_2+c \cdot d_2^2+d \cdot d_2^3$	a	0.810011	0.24850374	p > 0.01
		b	0.809939		
		c	0.832588		
		d	0.850941		
г) логаритамски					
1.	$d_{25} = a+b \cdot \ln(d_2)$	a	0.078486	0.22936924	p < 0.01
		b	0.006416		
2.	$d_{25} = a \cdot \ln(d_2)$	a	0.00	0.14096808	p < 0.01

д)	експоненцијални				
1.	$d_{25} = a \cdot e^{b \cdot d_2}$	a	0.000007	0.21978731	p < 0.01
		b	0.007902		

Резултати истраживања и добијени регресиони модели су приказани у Табели 8, где a и b представљају коефицијенте регресије у једначинама, p је ниво статистичке значајности, а R^2 представља вредност варијансе.

Табела 9. Регресиони модели за параметре на крилу бедрене кости, допуњено из [104]

Бр.	Параметар	Изабрани модел	p-вредност		R^2
1.	d_5	$d_5 = a + b \cdot d_8^2$ $a = 45.99044; b = 0.00510$	a	0.000000	0.5179
			b	0.000005	
2.	d_6	$d_6 = a \cdot e^{b \cdot d_1}$ $a = 48.68143; b = 0.00623;$	a	0.000000	0.6679
			b	0.000000	
3.	d_7	$d_7 = a \cdot e^{b \cdot d_9}$ $a = 41.51965; b = 0.00974$	a	0.000095	0.4326
			b	0.000031	
4.	d_{10}	$d_{10} = a + b \cdot d_{17}^2$ $a = 39.82035; b = 0.00249$	a	0.008656	0.1739
			b	0.017586	
5.	d_{11}	$d_{11} = a + b \cdot \ln(d_9);$ $a = -236.556; b = 77.831$	a	0.001969	0.4889
			b	0.000012	
6.	d_{12}	$d_{12} = a \cdot d_{17}^2$ $a = 0.001189$	a	0.000000	0.0956
7.	d_{13}	$d_{13} = a \cdot e^{b \cdot d_{16}}$ $a = 9.1589; b = 0.015011$	a	0.007761	0.4364
			b	0.000015	
8.	d_{14}	$d_{14} = a \cdot \ln(d_{15})$ $a = 10.47298$	a	0.000000	0.0451
9.	d_{18}	$d_{18} = a \cdot e^{b \cdot d_2}$ $a = 89.80292; b = 0.00312$	a	0.000000	0.2707
			b	0.002629	
10.	d_{19}	$d_{19} = a + b \cdot \ln(d_9);$ $a = -523.964; b = 124.585$	a	0.001467	0.3477
			b	0.000481	
11.	d_{20}	$d_{20} = a \cdot e^{b \cdot d_4}$ $a = 38.09926; b = 0.00754$	a	0.000015	0.3467
			b	0.000448	
12.	d_{21}	$d_{21} = a \cdot e^{b \cdot d_{16}}$ $a = 64.25015; b = -0.00746$	a	0.035099	0.1185
			b	0.062974	
13.	d_{23}	$d_{23} = a \cdot \ln(d_{16})$ $a = 4.985783$	a	0.000000	0
14.	d_{24}	$d_{24} = a \cdot \ln(d_{17})$ $a = 3.758796$	a	0.000000	0
15.	d_{25}	$d_{25} = a \cdot e^{b \cdot d_2}$ $a = 33.12012; b = 0.00408$	a	0.000007	0.21978731
			b	0.007902	
16.	d_{26}	$d_{26} = a \cdot e^{b \cdot d_8}$ $a = 12.52512; b = 0.01479$	a	0.000105	0.50485197

Различити регресиони модели, приказани у Табели 8 резултат су комплексног анатомског облика крила бедрене кости. Са друге стране, сви регресиони модели, осим за d_{10} , d_{12} и d_{14} , могу се сматрати значајним у статистичком смислу, на основу вредности варијансе R^2 . Чињеница да се линеарном регресијом не могу описати одговарајуће зависности, већ само моделима нелинеарне регресије, од којих су 3 квадратна, 8 експоненцијалних и 5 логаритамских, може се сматрати јако важним закључком. Једини

изузетак је параметар d_{21} за који је тешко изабрати одговарајући модел јер је ниво статистичке значајности за све тестиране моделе већи од 0.01.

5.1.3 Провера добијених резултата

Тестирање и провера резултата извршени су на једној додатној, случајно изабраној десној мушкој карличној кости, тако што су најпре измерене вредности параметара $d_1 - d_{26}$. Предикционе вредности зависних варијабли су израчунате на основу једначина из Табеле 8. Израчунате су разлике између измерених и предикционих вредности и представљене у форми апсолутних грешака. У циљу додатног поређења, обзиром на чињеницу да је опсег вредности измерених параметара велики - од 11.185 до 126.074mm, израчунате су и вредности релативних грешака, приказане у Табели 9. Ове грешке се могу довести у везу са вредностима стандардних девијација експерименталних података (приказаних у Табели 4). Даља унапређења се могу постићи повећањем броја узорака.

Табела 10. Апсолутне и релативне грешке између измерених и предикционих вредности, допуњено из [104]

	d_5	d_6	d_7	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{18}	d_{19}	d_{20}	d_{21}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	d_{26}
Измерена вредност (mm)	72.711	123.057	119.519	75.255	125.566	18.750	54.898	52.106	126.084	51.971	78.281	27.278	21.089	22.735	51.777	44.675
Предикциона вредност (mm)	77.765	127.936	114.147	70.089	124.796	14.453	53.815	48.187	128.128	54.456	76.372	26.649	23.422	23.534	52.716	40.251
Апсолутна грешка (mm)	5.054	4.879	5.372	5.166	0.770	4.297	1.083	3.919	2.044	2.485	1.909	0.629	2.333	0.799	0.939	4.424
Релативна грешка	0.070	0.040	0.045	0.069	0.006	0.229	0.020	0.075	0.016	0.048	0.024	0.023	0.111	0.035	0.018	0.099

Добијени модели елиминишу потребу за процесирањем *CT* или *MRI* података, обзиром да је довољно (и потребно) спровести серију мерења само на рендгенским пројекцијама карличне кости човека. Сам поступак мерења је једноставан. Методологија која је напред приказана може се применити и на остале делове карличне кости (седална и препонска кост), али и за добијање парцијалних површинских модела карличне кости. Регресионе вредности се лако израчунавају јер су све добијене зависности једнопараметарске, а израчунате вредности се могу користити за предикцију морфометрије крила бедрене кости за датог пацијента, а посебно у случајевима када су волуметријски подаци непотпуни или их је немогуће прибавити.

5.2 Тродимензионални модел карличне кости човека

5.2.1 Анатомијски координатни систем и равни коштане карлице

Антерио-постериор (горње-доња, супериор-инфериор, фронтална) раван коштане карлице/пелвиса (А-П) је одређена правом која спаја предње горње бедрене бодље и тачком која се налази на средини дужи која спаја леву и десну пубичну симфизу, [55],

односно левом и десном предње горњом бедреном бодљом и средишњом тачком између пубичних квржица [151], или самим пубичним квржицама [152-155]. X -оса (медијал-латерал оса) је одређена линијом која спаја леву и десну предњу горњу бедрену бодљу (или је њој паралелна [151,155]) и усмерена је у леву страну. Z -оса је дуж вектора нормале на А-П раван, усмерена напред, док је Y -оса одређена векторским производом Z и X -оса, управна на њих, усмерена навише (ка глави пацијента) [55,151]. Z -оса (инфериор-супериор оса) може бити усмерена навише, управно на X -осу, док је Y -оса (постериор-антериор оса) усмерена напред, управно на осе X и Z [155].

Према *Fukuchi* и сарадницима [134], Z -оса је усмерена од координатног почетка ка десној предње горњој бедреној бодљи, X -оса лежи у равни која је одређена левом и десном предње горњом бедреном бодљом и средишњом тачком између леве и десне задње горње бедрене бодље, управно на Z -осу, усмерена је навише, док је Y -оса управна на осе X и Z .

Анатомска раван коштане карлице се дефинише помоћу три оријентира: леве и десне предње горње бедрене бодље и десне пубичне квржице [156,157], односно горње (највише) тачке на пубичној симфизи [115]. Анатомска раван коштане карлице је тангентна раван која садржи ове напред поменуте оријентире [158].

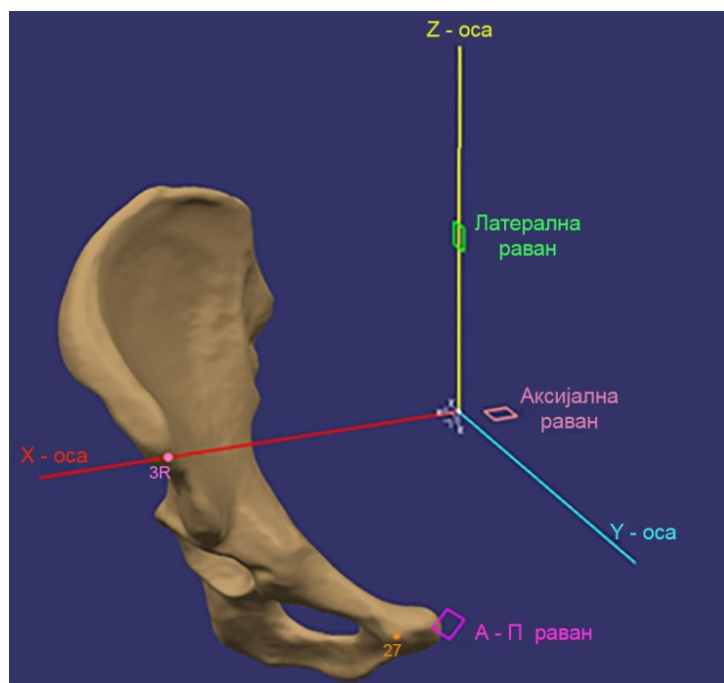
Координатни почетак анатомског система коштане карлице је у десном (или левом) центру ротације зглоба кука, Z -оса је паралелна линији која спаја леву и десну предње горњу бедрену бодљу, усмерена удесно, X -оса је линија која лежи у равни дефинисаној са две предње горње бедрене бодље и тачком која се налази на средини растојања између две задње горње бедрене бодље, управна на Z -осу, усмерена напред, док је Y -оса управна на X и Z -осу, усмерена кранијално [159].

За дефинисање три анатомске равни коштане карлице користе се 4 анатомска оријентира: лева и десна предње горња бедрена бодља, као и лева и десна задње горња бедрена бодља. Квази-попечна (квази-трансверзална) раван коштане карлице је одређена предњим бедреним бодљама и средишњом тачком између задњих бедрених бодљи. Квази-коронарна раван је управна на квази-трансверзалну раван и садржи обе предње горње бедрене бодље. Квази-сагитална раван је управна на обе претходне равни. Координатни почетак анатомског оквира се налази на средини растојања између предње горњих бедрених бодљи, Z -оса је оријентисана дуж линије која спаја ове бодље, са позитивним смером удесно, X -оса лежи у квази-трансверзалној равни и управна је на Z -осу, са позитивним усмерењем у антериор смеру, док је Y -оса управна на осе X и Z , усмерена навише [160].

Антериор раван коштане карлице је референтна раван за одређивање угла инклинације и антеверзије чашичног дела ендопротезе кука [161].

На основу анатомских оријентира и ранијих истраживања, дефинисан је анатомски координатни систем коштане карлице десне оријентације, како би се на свим костима из узорка једнозначно одредила позиција свих тачака чије је координате било потребно мерити.

За дефинисање анатомског координатног система и анатомских равни (пројекција) у истраживању употребљени су следећи оријентира: предње горње бедрене бодље - лева и десна, као и лева и десна пубична квржица. А-П пројекција је дефинисана предње горњим бедреним бодљама и средишњом тачком између леве и десне пубичне квржице. За координатни почетак усвојена је средишња тачка између предње горњих бедрених бодљи. X -оса има правац линије која спаја поменуте бедрене бодље, са позитивним смером у десну страну пацијента (ка предњој горњој десној бедреној бодљи). Ротацијом А-П равни за 90° добија се аксијална раван (оса ротације је X -оса). Y -оса је управна на А-П пројекцију, усмерена напред (ка антериор страни пацијента), док је Z -оса управна на аксијалну раван и усмерена навише (ка кранијалном делу тела пацијента). Латерална раван је дефинисана осама Z и Y . Анатомске равни и осе координатног система приказане су на слици 28.



Слика 28. Анатомске равни (пројекције) и изабране осе анатомског координатног система

5.2.2 Предикција положаја анатомски значајних тачака

Методологија примењена за избор регресионих модела параметара примењена је и на анатомске оријентире, након спроведених мерења координата ових тачака на свакој од људских карличних костију у дефинисаном координатном систему. Обзиром да се неки од оријентира истовремено налазе на неколико параметара, било је потребно најпре направити систематизацију потенцијалних зависности вредности координата од одговарајућих параметара (приказано у Табели 10).

Табела 11. Зависност координата анатомских оријентира од параметара

Ознака анатомског оријентира	Зависности координата анатомских оријентира од параметара
1	$X, Y, Z = f(d_{19}, d_{15}, d_{17}, d_9, d_{11}, d_{18}, d_{16}, d_{20})$
2	$X, Y, Z = f(d_4, d_{13}, d_{20})$
3	$X, Y, Z = f(d_1, d_3, d_{13}, d_{16}, d_{21})$
4	$X, Y, Z = f(d_2, d_8, d_{18}, d_{23})$
5	$X, Y, Z = f(d_{14}, d_{15}, d_{24})$
6	$X, Y, Z = f(d_{10}, d_2, d_3, d_{17}, d_{12})$
7	$X, Y, Z = f(d_{11}, d_{25}, d_{26})$
8	$X, Y, Z = f(d_8, d_9)$
9	$X, Y, Z = f(d_4, d_{22})$
10	$X, Y, Z = f(d_5, d_{22})$
ZS	$X, Y, Z = f(d_{19}, d_{10}, d_{14}, d_7)$
PS	$X, Y, Z = f(d_7)$
DS	$X, Y, Z = f(d_5)$
NISUA	$X, Y, Z = f(d_{21}, d_{23}, d_6)$
NISUP	$X, Y, Z = f(d_6, d_{12}, d_{24})$

Након систематизације елиминисани су они параметри чије се вредности израчунавају предикцијом (изузетак су тачке 7, ZS, DS, PS, NISUA и NISUP из којих полазе искључиво параметри чије се вредности рачунају предикцијом). Тестирани су следећи модели за вредности координата у статистичком пакету за обраду података *Statistica 10*:

1) линеарни

$$X, Y, Z = a + b \cdot d_i,$$

2) квадратни

$$X, Y, Z = a + b \cdot d_i^2,$$

3) логаритамски

a) $X, Y, Z = a + b \cdot \ln(d_i),$

b) $X, Y, Z = a \cdot \ln(d_i),$

4) експоненцијални

$$X, Y, Z = a \cdot e^{b \cdot d_i}, \quad a, b - \text{коэффициенти регресије, } d_i - \text{параметар, } i = 1 - 26 - \text{редни број}$$

параметра.

За израчунавање параметара у једначинама регресије примењена је метода најмањих квадрата, а за коефицијент статистичке значајности усвојена је вредност мања од 0.01 ($p < 0.01$). Стога су одбачени сви модели у којима је p -вредност за било који од коефицијената у једначини регресије већа од 0.01. Од модела код којих је $p < 0.01$ изабран је онај код кога је вредност варијансе R^2 највећа.

У табелама 11 - 13 дати су примери тестирања модела за координате X , Y и Z , респективно (a и b представљају коефицијенте регресије у једначинама, p је ниво статистичке значајности, а R^2 представља вредност варијансе). Ради поједностављења, у табелама су дате вредности за R^2 само за оне моделе код којих је $p < 0.01$.

Табела 12. Систематизација регресионих модела за X - координату тачке 1

Редни број	Модел	Коефицијенти		p		R ²
1.	$X = a + b \cdot d_{15}^2$	a	62.05526	a	0.000000	0.58509432
		b	0.00314	b	0.000000	
2.	$X = a + b \cdot d_{17}^2$	a	54.52293	a	0.000000	0.57826506
		b	0.00335	b	0.000000	
3.	$X = a + b \cdot d_9^2$	a	54.84130	a	0.000003	0.39766128
		b	0.00344	b	0.000109	
4.	$X = a + b \cdot d_{16}^2$	a	20.36967	a	20.36967	0.04809065

Табела 13. Систематизација регресионих модела за Y координату тачке 1

Редни број	Модел	Коефицијенти		p		R ²
1.	$Y = a \cdot \ln(d_{15})$	a	18.26445	a	0.00	0.04664523
2.	$Y = a \cdot \ln(d_{17})$	a	17.99964	a	0.00	0.04410363
3.	$Y = a \cdot \ln(d_{19})$	a	18.06008	a	0.00	0.04226388
4.	$Y = a \cdot e^{b \cdot d_{16}}$	a	27.26693	a	0.000007	0.53383755
		b	0.00961	b	0.000001	

Табела 14. Систематизација регресионих модела за Z координату тачке 1

Редни број	Модел	Коефицијенти		p		R ²
1.	$Z = a \cdot \ln(d_{15})$	a	-16.6354	a	0.00	0.04479638
2.	$Z = a \cdot \ln(d_{17})$	a	-16.3953	a	0.00	0.05492539
3.	$Z = a \cdot \ln(d_{19})$	a	-16.4530	a	0.00	0.08565667
4.	$Z = a + b \cdot \ln(d_{16})$	a	271.3131	a	0.000633	0.44491781
		b	-73.1382	b	0.000031	

На основу вредности R^2 , за X координату изабрана је квадратна зависност од параметра d_{15} (модел 1, Табела 11), за Y координату експоненцијална зависност од параметра d_{16} (модел 4, Табела 12), док је за Z координату изабрана логаритамска зависност од параметра d_{16} (модел 4, Табела 13).

По истој методологији тестирани су регресиони модели за остале анатомски значајне тачке. Резултати тестирања у облику регресионих једначина приказани су у Табели 14.

Табела 15. Регресиони модели за анатомске оријентуре на крилу бедрене кости

Ред. бр.	Анатомски оријентир	Регресионе једначине		
		X	Y	Z
1.	1	$=62.05526+0.00314 \cdot d_{15}^2$	$=27.26693 \cdot e^{0.00961 \cdot d_{16}}$	$=271.3131-73.1382 \cdot \ln(d_{16})$
2.	2	$=30.95383 \cdot \ln(d_4)$	$=7.216604 \cdot \ln(d_4)$	$=-7.72693 \cdot \ln(d_4)$
3.	3	$=24.05823 \cdot \ln(d_3)$	0	0
4.	4	$=-238.601+76.945 \cdot \ln(d_8)$	$=3.646756 \cdot \ln(d_8)$	$=8.446234 \cdot \ln(d_8)$
5.	5	$=7.595116 \cdot \ln(d_{15})$	$=114.5823+0.0023 \cdot d_8^2$	$=-320.688+66.132 \cdot \ln(d_{15})$

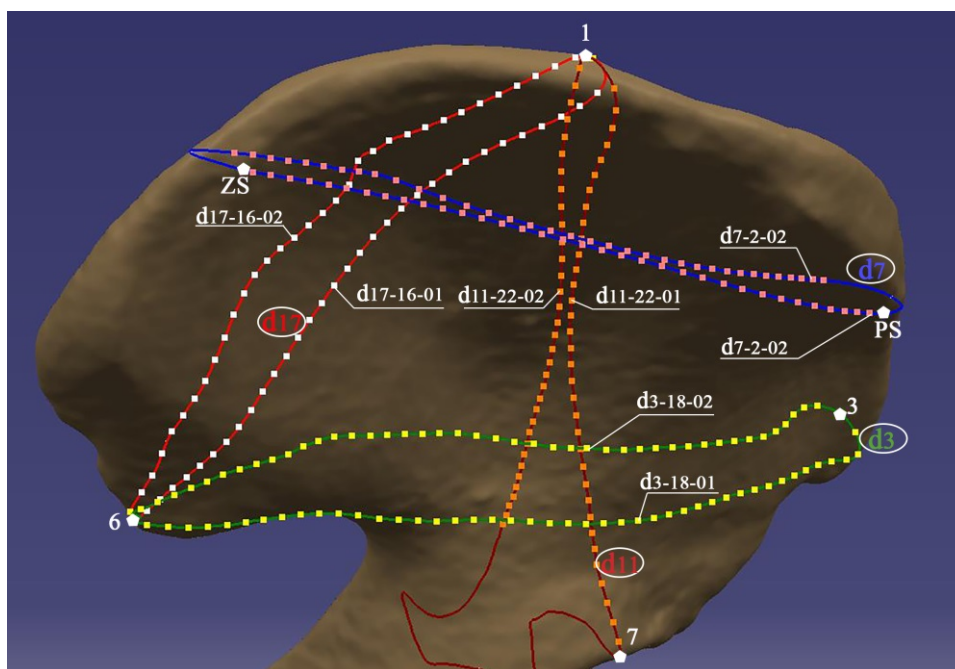
Табела 14 - наставак

Ред. бр.	Анатомски оријентир	Регресионе једначине		
		X	Y	Z
6.	6	$=10.04939 \cdot \ln(d_{17})$	$=38.03595 \cdot e^{0.00817 \cdot d_3}$	$=-284.686+63.057 \cdot \ln(d_{17})$
7.	7	$=-268.822+77.755 \cdot \ln(d_{11})$	$=27.07001 \cdot e^{0.01692 \cdot d_{26}}$	$=-379.299+87.808 \cdot \ln(d_{11})$
8.	8	$=56.40544+0.00227 \cdot d_8^2$	$=59.49484+0.00483 \cdot d_8^2$	$=6.744151 \cdot \ln(d_8)$
9.	9	$=16.02744 \cdot \ln(d_{22})$	$=23.76634 \cdot \ln(d_{22})$	$=-12.6140 \cdot e^{0.0245 \cdot d_{22}}$
10.	10	$=15.10370 \cdot \ln(d_{22})$	$=20.57348 \cdot \ln(d_{22})$	$=1.051727 \cdot \ln(d_{22})$
11.	ZS	$=45.20013+0.00323 \cdot d_{10}^2$	$=110.6180+0.0042 \cdot d_{19}^2$	$=-26.6937 \cdot e^{0.0134 \cdot d_{14}}$
12.	PS	$=120.5191+0.0011 \cdot d_7^2$	$=386.9334-73.0332 \cdot \ln(d_7)$	$=-5.85469 \cdot \ln(d_7)$
13.	DS	$=89.99334+0.00291 \cdot d_5^2$	$=4.270649 \cdot \ln(d_5)$	$=5.008144 \cdot \ln(d_5)$
14.	NISUA	$=-226.247+68.686 \cdot \ln(d_6)$	$=5.234317 \cdot \ln(d_{21})$	$=3.001571 \cdot e^{0.062769 \cdot d_{21}}$
15.	NISUP	$=9.033844 \cdot \ln(d_6)$	$=65.14260+0.00370 \cdot d_6^2$	$=-0.185402 \cdot \ln(d_{12})$

5.2.3 Предикција положаја тачака на пресечним параметарским кривама

Да би се креирао површински модел крила бедрене кости било је потребно одредити координате тачака на површини израчунати њихове предикционе вредности. У првој итерацији, конструисани су пресеци полигоналног модела крила бедрене кости са равнима које садрже параметре $d_1 - d_{26}$. Пресечне криве су добијене у *CATIA Shape* модулу, коришћењем опције *Quick Plane Definition*, где су за дефинисање вектора праваца употребљене почетне и крајње тачке на параметрима. Равни које су управне на векторе праваца конструисане су на растојањима од $4mm$. Тим равнима су пресецају полигонални модели, што за резултат има сетове кривих линија. Број ових линија директно зависи од дужине параметра. У пресецима кривих добијених пресецањем полигоналног модела опцијом *Quick Plane Definition* (криве су означене у складу са параметрима - од $d_1 - d_{26}$) и кривих добијених пресецањем полигоналног модела са равнима које су управне на параметре добијене су по 2 тачке, једна на спољашњој страни карличне кости, означена са d_{i-j-01} (индекс i показује број параметра, индекс j се односи на редни број криве добијене пресецањем са равни која је управна на параметар, док индекс 01 показује да се тачка налази на спољашњој страни карличне кости) и друга, на унутрашњој страни карличне кости, означена са d_{i-j-02} , где индекси i и j имају исто значење, док индекс 02 показује да се

тачка налази на унутрашњој страни карличне кости. Примери означавања тачака на неким од пресечних кривих приказани су на слици 29.



Слика 29. Пресечне криве и тачке на параметрима

Методологија проналажења тачака на кривама d_{25} и d_{26} се незнатно разликује, стога што није било могуће прецизно одредити пресечне тачке са кривама које су настале пресецањем полигоналног модела са равнима које су управне на дате параметре, услед сложене геометрије добијених пресечних кривих, обзиром да се на том делу површине унутрашње стране карличне кости човека налази задњи зид ацетабулума. Наиме, ове криве су имале више пресечних тачака на унутрашњој страни карличне кости, те су тачке на кривама d_{25} и d_{26} одређене тако да се налазе на једнаким растојањима (по $4mm$), почев од анатомске тачке 7 на спољашњој страни, односно од анатомске тачке 8 за криву d_{25} на унутрашњој страни и од анатомске тачке 4 за криву d_{26} , такође на унутрашњој страни.

Измерене вредности координата X , Y и Z тачака означених са d_{i-j-01} и d_{i-j-02} у дефинисаном координатном систему (за сваку од 32 кости), након сређивања података у статистичком програму *Statistica 10*, извезене су у *Microsoft Excel* како би се успоставиле зависности између измерених вредности координата и одговарајућих параметара. Тестирани су линеарни и нелинеарни модели за сваку од тачака понаособ. На основу дијаграма распршености, изабрани су 1 линеарни и 4 нелинеарна модела (1 квадратни, 2 логаритамска и 1 експоненцијални) за регресионе вредности координата X , Y и Z :

1) линеарни

$$X, Y, Z = a + b \cdot d_i,$$

2) квадратни

$$X, Y, Z = a + b \cdot d_i^2,$$

3) логаритамски

a) $X, Y, Z = a + b \cdot \ln(d_i),$

b) $X, Y, Z = a \cdot \ln(d_i),$

4) експоненцијални

$$X, Y, Z = a \cdot e^{b \cdot d_i}, \quad a, b - \text{коэффициенти регресије, } d_i - \text{параметар, } i = 1 - 26 - \text{редни број}$$

параметра.

Сваки од модела је индивидуално регресиран, а за коефицијент статистичке значајности усвојена је вредност мања од 0.01 ($p < 0.01$). Параметри a и b у једначинама су израчунати по методи најмањих квадрата. Регресиони модели код којих је p -вредност за било који од коефицијента била већа од усвојене вредности (0.01) су одбачени, а одговарајући модел је биран на основу вредности варијансе R^2 . Наиме, од модела код којих је p -вредност мања од 0.01, изабран је онај за који је вредност варијансе највећа.

Број кривих (N_C) којима је једнозначно дефинисан број тачака односно једначина одређен је на основу просечних вредности параметара (d_{sr}), на основу израза (1):

$$N_C = d_{sr}/4 + 1, (1).$$

Методологија за избор одговарајућег модела приказана је у табели 15 на примеру X координате тачке 18-01 на параметру d_3 .

Табела 16. Вредности R^2 тестираних модела за X координату тачке $d_{3-18-01}$

Ред. бр.	Регресиони модел	R^2
1.	$X = a + b \cdot d_3$	0.46444247
2.	$X = a + b \cdot d_3^2$	0.45176516
3а.	$X = a + b \cdot \ln(d_3)$	0.47574427
3б.	$X = a \cdot \ln(d_3)$	0.26180698
4.	$X = a \cdot e^{b \cdot d_3}$	0.45723172

На основу вредности за R^2 изабран је логаритамски модел (модел 3а, Табела 15).

Након тестирања модела за сваку од 1195 пресечних тачака добијено је укупно 3577 једначина за координате X , Y и Z , и то за X координату 1195, а по 1191 једначина за координате Y и Z . Број једначина за координате Y и Z је мањи од броја једначина за X координату, обзиром да су параметрима d_1 , d_3 , d_{13} и d_{16} израчунавани регресиони модели за тачку 3, чије су вредности координата за Y и Z једнаке 0. Систематизација врста и броја регресионих једначина (модела) по кривама (параметрима) и координатама приказана је у Табели 16.

Табела 17. Систематизација врста и броја регресионих модела по параметрима и координатама на крилу бедрене кости

Редни број	Параметар	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
				X	Y	Z
1.	d ₁	86	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	6	5	0
			Логаритамски	30	78	85
			Експоненцијални	50	2	0
2.	d ₂	68	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	15	0	0
			Логаритамски	41	68	68
			Експоненцијални	12	0	0
3.	d ₃	78	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	13	10	0
			Логаритамски	50	62	77
			Експоненцијални	15	5	0
4.	d ₄	54	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	35	4	0
			Логаритамски	17	50	54
			Експоненцијални	2	0	0
5.	d ₅	44	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	35	0	0
			Логаритамски	6	44	44
			Експоненцијални	3	0	0
6.	d ₆	70	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	23	0	0
			Логаритамски	29	70	70
			Експоненцијални	18	0	0
7.	d ₇	68	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	44	0	0
			Логаритамски	14	61	68
			Експоненцијални	10	7	0
8.	d ₈	44	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	16	0	0
			Логаритамски	19	44	44
			Експоненцијални	9	0	0
9.	d ₉	60	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	32	12	0
			Логаритамски	28	35	60
			Експоненцијални	0	13	0
10.	d ₁₀	36	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	33	36	36
			Експоненцијални	3	0	0
11.	d ₁₁	68	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	4	0	0
			Логаритамски	59	68	68
			Експоненцијални	5	0	0
12.	d ₁₂	10	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	10	10	10
			Експоненцијални	0	0	0
13.	d ₁₃	30	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	24	29	29
			Експоненцијални	6	0	0

Табела 16 - наставак

Редни број	Параметар	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
				X	Y	Z
14.	d_{14}	30	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	30	30	30
			Експоненцијални	0	0	0
15.	d_{15}	55	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	30	1	0
			Логаритамски	6	54	55
			Експоненцијални	19	0	0
16.	d_{16}	62	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	3	0	0
			Логаритамски	51	61	61
			Експоненцијални	8	0	0
17.	d_{17}	60	Линеарни	8	3	41
			Квадратни	7	26	0
			Логаритамски	43	26	19
			Експоненцијални	2	5	0
18.	d_{18}	70	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	22	0	0
			Логаритамски	30	70	70
			Експоненцијални	18	0	0
19.	d_{19}	32	Линеарни	0	0	1
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	32	32	31
			Експоненцијални	0	0	0
20.	d_{20}	44	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	30	4	20
			Логаритамски	11	40	24
			Експоненцијални	3	0	0
21.	d_{21}	16	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	5
			Логаритамски	16	14	6
			Експоненцијални	0	2	5
22.	d_{22}	24	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	24	24	24
			Експоненцијални	0	0	0
23.	d_{23}	14	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	2
			Логаритамски	14	14	3
			Експоненцијални	0	0	9
24.	d_{24}	12	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	12	12	12
			Експоненцијални	0	0	0
25.	d_{25}	31	Линеарни	6	1	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	18	30	31
			Експоненцијални	7	0	0
26.	d_{26}	29	Линеарни	0	1	0
			Квадратни	16	0	0

			Логаритамски	5	19	29
			Експоненцијални	8	9	0

Збирни преглед броја линеарних, квадратних, регресионих и експоненцијалних једначина по X , Y и Z координатама дат је у Табели 17.

Табела 18. Збирни преглед врста и броја регресионих једначина по координатама X , Y и Z

Регресиони модел	Број једначина		
	X	Y	Z
Линеарни	14	5	42
Квадратни	331	62	27
Логаритамски	652	1081	1108
Експоненцијални	198	43	14
Укупно	1195	1191	1191

Сагледавањем добијених резултата (Табела 17) могу се извести следећи закључци:

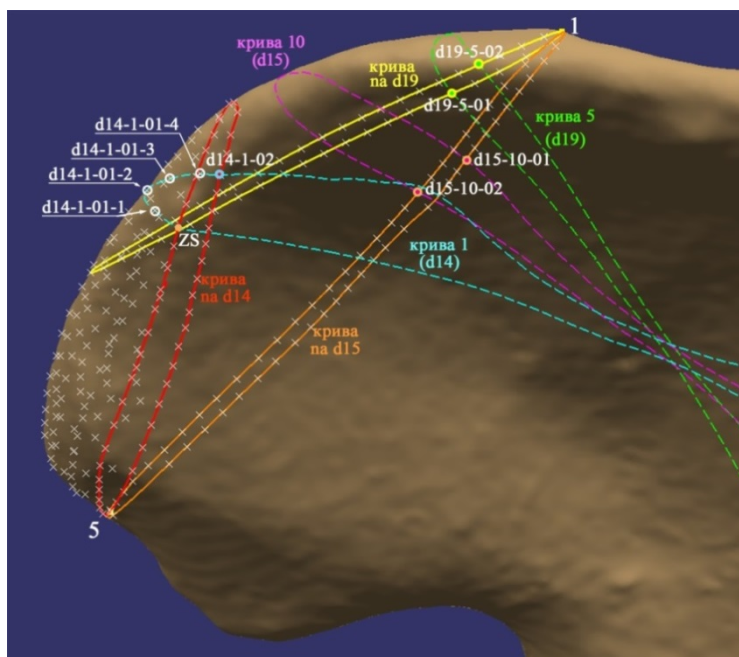
- највећи број добијених регресионих модела је нелинеаран - за X координату 98.83%, за Y координату 99.58% модела, за Z координату 96.47%;
- линеарних модела за Y координату је 0.42%, за X координату 1.14%, те се могу сматрати вредностима које су на нивоу статистичке грешке;
- велики број логаритамских модела, посебно код Z координате (93%), за Y координату нешто мањи (90.67%);
- највећу варијабилност показује X координата, обзиром на чињеницу да позиције тачака, односно вредности ових координата, у највећој мери прате сложену геометрију карличне кости.

5.2.4 Предиција положаја тачака на ивицама крила бедрене кости

Како би се у потпуности описала сложена анатомија и геометријски облик карличне кости, било је неопходно дефинисати одговарајуће тачке на ивицама крила бедрене кости, односно на горњој ивици, делу предње ивице до предње доње бедрене бодље и делу задње ивице до тачке максималне закривљености на великом седалном урезу.

Горња ивица карличне кости која се протеже од предње горње бедрене бодље (тачка 3) до задње горње бедрене бодље (тачка 5) описана је деловима полигоналног модела изнад параметара d_{13} , d_{20} , d_{19} и d_{14} . На кривама које су добијене пресецањем полигоналног модела са равнима које су управне на напред поменуте параметре дефинисане су допунске тачке на растојањима од по 5mm од пресечних тачака на кривама кроз дате параметре, и то на спољашњој и унутрашњој страни. Методологија проналажења ових тачака коришћена је за дефинисање додатних тачака на горњем крајку фибуле [106].

Ове тачке су означене као $d_{i-j-01-k}$, где индекс i показује број параметра, индекс j се односи на редни број криве добијене пресецањем са равни која је управна на параметар, индекс 01 показује да се тачка налази на спољашњој страни карличне кости, док индекс k показује редни број тачке (индекс 1 - тачка на кривој j на растојању $5mm$ од тачке означене са d_{i-j-01} , индекс 2 - тачка на кривој j на растојању $10mm$ од тачке чија је ознака d_{i-j-01} , итд.). Пример одређивања и нумерисања тачака на делу полигоналног модела који одговара делу горње ивице карличне кости приказан је на слици 30.

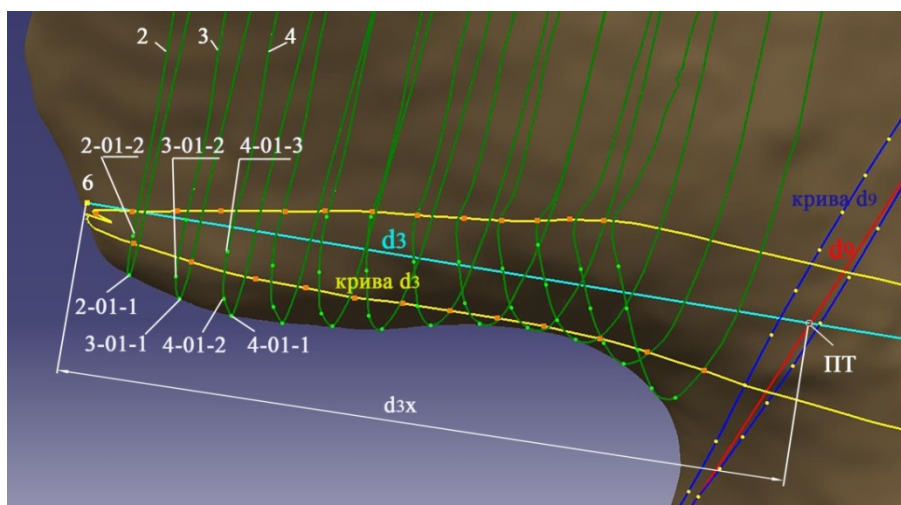


Слика 30. Тачке којима се описује полигонални модел дела горње ивице карличне кости

Део предње ивице карличне кости који се протеже између предњих бедрених бодљи (тачке 3 и 4) описује се деловима полигоналног модела испод параметара d_{21} и десно од параметра d_{23} . По напред описаној методологији одређене су тачке којима се може описати геометрија овог дела крила бедрене кости.

Део задње ивице између задњих бедрених бодљи (5 и 6) описује се деловима полигоналног модела лево од параметара d_{24} и d_{12} , док је за описивање дела ивице који се протеже од задње доње бедрене бодље (тачка 6) до тачке максималног закривљења на великом седалном урезу (тачка 8) било неопходно увести још једно мерење. Наиме како би се описала геометрија овог дела задње ивице неопходно је измерити растојање између тачке 6 и тачке која се добија у пресеку параметара d_3 и d_9 (у раванској пројекцији), те на основу овог растојања, по формули (1) израчунати потребан број пресечних кривих (у формули (1) као средња вредност узима се средња вредност измереног растојања d_{3x} - слика 31). На кривама које су добијене пресецањем полигоналног модела са равнима које

су управне на параметар d_3 дефинисане су тачке по методологији која је напред описана (приказано на слици 31).



Слика 31. Методологија одређивања тачака на делу задње ивице карличне кости испод параметра d_3 : ПТ - пресечна тачка параметара d_3 и d_9 , d_{3x} - растојање од задње доње бедрене бодље до пресечне тачке ПТ

Након мерења вредности координата свих изабраних тачака на ивицама карличне кости, примењена је методологија описана у 5.2.3, те су добијени одговарајући математички модели за координате тачака. Број тачака на кривама је биран тако да одређена тачка има измерене вредности координата у најмање једној половини узорка ($N \geq 16$). Систематизација врста и броја регресионих модела по деловима полигоналног модела који су у вези са одређеним параметрима, а по координатама X, Y и Z приказана је у Табели 18.

Табела 19. Преглед броја тачака и добијених регресионих модела на ивицама карличне кости по координатама

Ивица карличне кости	Део полигоналног модела	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
				X	Y	Z
Горња	изнад d_{13}	67	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	67	67	67
			Експоненцијални	0	0	0
	изнад d_{20}	103	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	53	0	31
			Логаритамски	46	101	72
			Експоненцијални	4	2	0
	изнад d_{19}	86	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	86	86	86
			Експоненцијални	0	0	0
	изнад d_{14}	79	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	79	79	79
			Експоненцијални	0	0	0

Табела 18 - наставак

Ивица карличне кости	Део полионалног модела	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
				X	Y	Z
Предња	испод d_{21}	14	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	2
			Логаритамски	14	13	6
			Експоненцијални	0	1	6
	десно од d_{23}	13	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	13	13	5
			Експоненцијални	0	0	8
Задња	лево од d_{24}	12	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	12	12	12
			Експоненцијални	0	0	0
	лево од d_{12}	4	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	4	4	4
			Експоненцијални	0	0	0
	испод d_3	76	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	29	0
			Логаритамски	76	13	76
			Експоненцијални	0	34	0

У Табели 19 дат је збирни преглед броја добијених регресионих модела за X, Y и Z координате, по ивицама (или деловима ивица који су обухваћени истраживањем).

Табела 20. Збирни преглед врста и броја регресионих једначина по ивицама карличне кости и координатама X, Y и Z

Ивица карличне кости	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
			X	Y	Z
Горња	335	Линеарни	0	0	0
		Квадратни	53	0	31
		Логаритамски	278	333	304
		Експоненцијални	4	2	0
Предња	27	Линеарни	0	0	0
		Квадратни	0	0	2
		Логаритамски	27	26	11
		Експоненцијални	0	1	14
Задња	92	Линеарни	0	0	0
		Квадратни	0	29	0
		Логаритамски	92	29	92
		Експоненцијални	0	34	0

Анализом вредности из Табеле 19 могу се извести следећи закључци:

- за описивање геометрије ивица, односно делова ивица на карличној кости било је потребно дефинисати укупно 454 тачке;

- линеарним зависностима координата тачака од вредности параметара није могуће описати геометрију на овим деловима карличне кости човека;
- на предњој и задњој ивици све зависности за X координату су логаритамске, као и за Z координату задњег дела ивице;
- варијабилност регресионих модела је највише присутна на X координатама горње ивице кости (82.96% је логаритамско, 15.82% је квадратно), Y координатама дела задње ивице (по 31.52% је квадратно и логаритамско, док је 36.96% експоненцијално), и Z координатама дела предње ивице (40.74% је логаритамско, 51.85% је експоненцијално);
- варијабилност Y координата на делу задње ивице је присутна услед геометријских облика који се јављају на делу ивице испод параметра d_3 (видети слику 31).

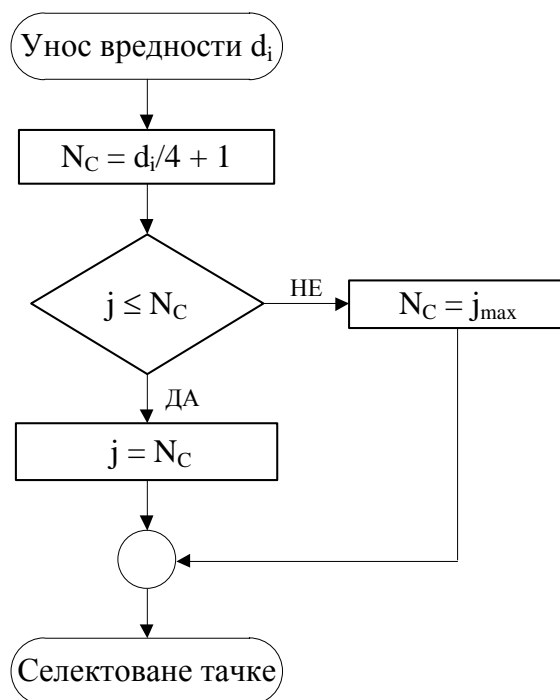
5.2.5 Креирање и анализа површинског модела крила бедрене кости у првој итерацији

Због потребе за манипулисањем великим бројем података, при имплементацији једначина за предикцију вредности координата тачака на површини крила бедрене кости и повезивање са *CAD* програмом, било је неопходно аутоматизовати одређене процедуре и активности. Стога су током истраживања развијена три *VBA* (енг. *Visual Basic for Applications*) кратка програма-макроа са одговарајућим формама: за унос измерених вредности параметара и фактора корекције у зависности од размере рендгенског снимка, за селекцију опсега тачака и за избор групе тачака за извоз у *CAD* програм.

По покретању првог макроа у *Excel*-у, врши се унос 10 измерених вредности параметара ($d_1, d_2, d_3, d_4, d_8, d_9, d_{15}, d_{16}, d_{17}$ и d_{22}) за изабрану мушку десну карличну кост, на основу којих се израчунавају предикционе вредности параметара $d_5, d_6, d_7, d_{10}, d_{11}, d_{12}, d_{13}, d_{14}, d_{18}, d_{19}, d_{20}, d_{21}, d_{23}, d_{24}, d_{25}$ и d_{26} , а потом и регресионе вредности координата пресечних тачака на кривама. Ради боље прегледности, *Excel* датотека садржи посебан лист за сваки од параметара.

Покретањем макроа за селекцију опсега тачака на основу броја потребних кривих (N_C), на основу израза (1) у којем се при израчунавању уместо вредности за d_{sr} узима стварна (измерена) или предикциона вредност параметра, врши се избор координата тачака и њихова подела у две нове табеле: тачке на спољашњој страни са ознаком $d_{i,j-01}$ и тачке на унутрашњој страни карличне кости са ознаком $d_{i,j-02}$. На одређивање опсега тачака примењен је алгоритам за додатни услов: ако је вредност добијена изразом (1)

једнака или мања од последњег j за које постоје регресионе једначине, узима се израчуната вредност (заокружена на цео број), а ако је та вредност већа од последњег j за које постоји одговарајућа једначина, узимају се све регресионе вредности координата тачака. Алгоритам за избор опсега тачака приказан је на слици 32.



Слика 32. Алгоритам за избор опсега тачака

По покретању наредног макроя изабране тачке се преносе у заједнички лист који се користи за везу са *CAD* програмом, директно или у облику текстуалне *.csv* датотеке.

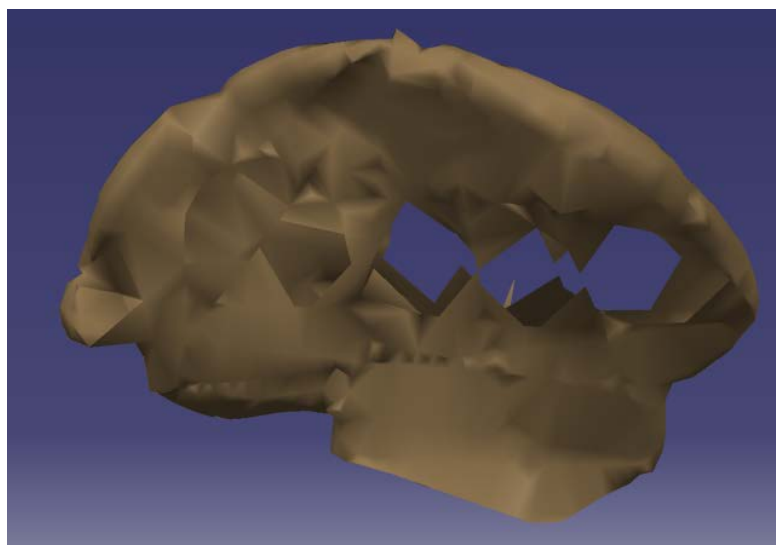
Након израчунавања предикционих вредности координата на ивицама карличне кости, врши се избор и селекција тачака. На основу услова да се X координата дате тачке налази у опсегу $X_{i-j-01} < X_{i-j-01-k} < X_{i-j-02}$, макро (такође написан за потребе истраживања) врши селекцију тачака и смешта их у посебну табелу, која се другим макроом преноси на лист за извоз тачака у *CAD* програм.

Сви макрои се активирају притиском на одговарајуће дугме, чији назив јасно асоцира на функцију (посао) који обавља. Изглед листа у *Excel*-у на примеру параметра d_{13} приказан је на слици 33.

a	b	celo	x	y	z	spolja	x	y	z	unutra	x	y	z
9.1589	0.01501	d13-01-1	118.584	0	0	d13-01-1	118.584	0	0	d13-01-2	112.478	-0.12425	-2.37509
		d13-01-2	112.478	-0.12425	-2.37509	d13-02-1	123.48	2.87631	0.24744	d13-02-2	114.28	1.7101	-6.90599
		d13-02-1	123.48	2.87631	0.24744	d13-03-1	125.348	5.23968	-2.21246	d13-03-2	116.831	3.92013	-10.8368
		d13-02-2	114.28	1.7101	-6.90599	d13-04-1	126.705	7.53281	-5.09687	d13-04-2	117.581	6.1727	-14.1672
		d13-03-1	125.348	5.23968	-2.21246	d13-05-1	127.779	9.83164	-8.19101	d13-05-2	118.631	8.46688	-17.1877
		d13-03-2	116.831	3.92013	-10.8368	d13-06-1	131.416	12.1423	-11.2932	d13-06-2	120.367	10.8155	-20.1136
		d13-04-1	126.705	7.53281	-5.09687	d13-07-1	132.989	14.444	-14.3011	d13-07-2	121.657	13.2352	-22.8873
		d13-04-2	117.581	6.1727	-14.1672	d13-08-1	134.04	16.7771	-17.2982	d13-08-2	122.811	15.7093	-25.5622
		d13-05-1	127.779	9.83164	-8.19101	d13-09-1	135.586	19.2445	-19.8524	d13-09-2	124.469	18.3542	-28.0335
		d13-05-2	118.631	8.46688	-17.1877	d13-10-1	137.766	21.6615	-22.3426	d13-10-2	126.923	20.8326	-30.4677
		d13-06-1	131.416	12.1423	-11.2932	d13-11-1	139.573	23.9699	-24.9572	d13-11-2	127.873	23.1241	-33.3238
		d13-06-2	120.367	10.8155	-20.1136	d13-12-1	142.484	26.4771	-27.3647	d13-12-2	131.411	25.6257	-35.6362
		d13-07-1	132.989	14.444	-14.3011	d13-13-1	143.014	29.0286	-30.1806	d13-13-2	122.359	28.4404	-38.429
		d13-07-2	121.657	13.2352	-22.8873	d13-14-1	132.814	30.6796	-33.3694	d13-14-2	120.693	29.5833	-41.6411
		d13-08-1	134.04	16.7771	-17.2982								
		d13-08-2	122.811	15.7093	-25.5622								
		d13-09-1	135.586	19.2445	-19.8524								
		d13-09-2	124.469	18.3542	-28.0335								
		d13-10-1	137.766	21.6615	-22.3426								
		d13-10-2	126.923	20.8326	-30.4677								
		d13-11-1	139.573	23.9699	-24.9572								
		d13-11-2	127.873	23.1241	-33.3238								
		d13-12-1	142.484	26.4771	-27.3647								
		d13-12-2	131.411	25.6257	-35.6362								
		d13-13-1	143.014	29.0286	-30.1806								
		d13-13-2	122.359	28.4404	-38.429								
		d13-14-1	132.814	30.6796	-33.3694								
		d13-14-2	120.693	29.5833	-41.6411								

Слика 33. Изглед дела листа у Excel-у са макро командама: a, b - коефицијенти регресије

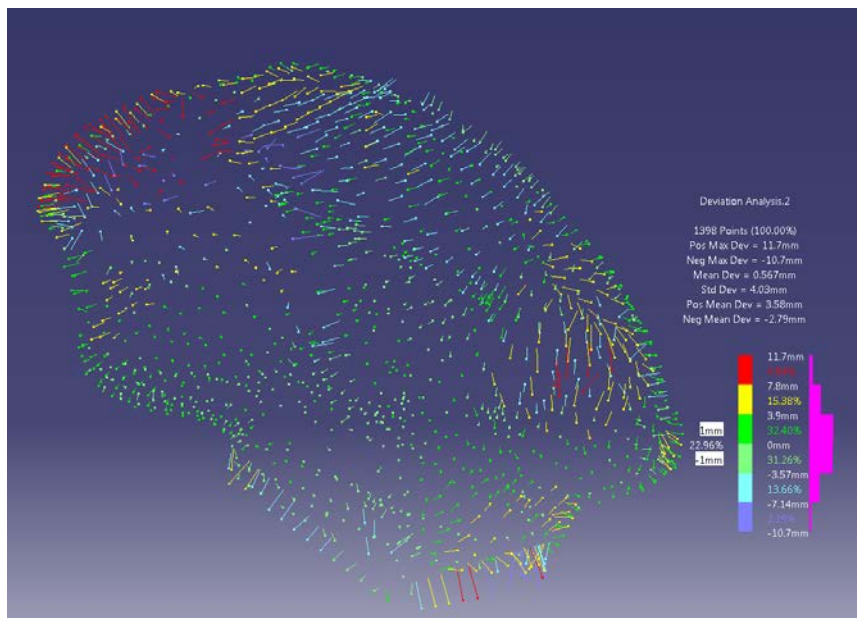
Након извоза изабраних тачака у CAD програм, врши се њихова конверзија у облак тачака (енг. *point cloud*), од кога се креира полигонални модел крила бедрене кости. Изглед полигоналног модела приказан је на слици 34.



Слика 34. Полигонални модел добијен у првој итерацији

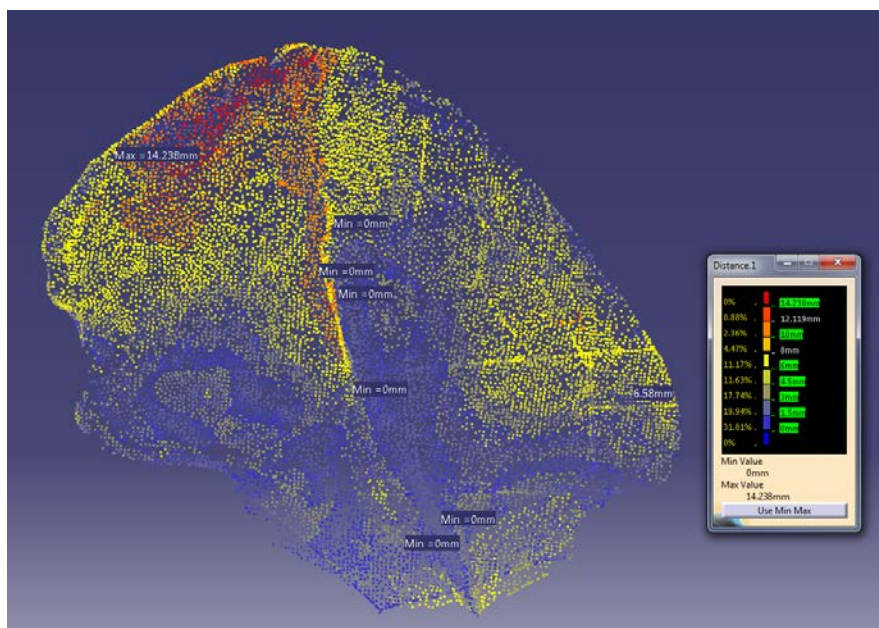
Добијени полигонални модел има велики број површина чије нормале имају супротне смерове, велики број преклопљених површина и отворе на површини које је потребно попунити, што је посебно изражено у областима између параметара. Извесно унапређење се може постићи повећањем вредности за странице троуглова, као и поступцима оптимизације и глачања, али се тиме у извесној мери ремети геометрија добијеног 3Д површинског модела крила карличне кости, што је нарочито видљиво на горњој ивици и делу задње ивице око задње горње бедрене бодље.

Након додатне обраде полигоналног модела спроведена је анализа модела кроз анализе девијација и растојања. Девијација је мерена између полигоналног модела креираног са *CT* снимака (референтни модел) и креираног полигоналног модела из облака тачака (модел за мерење). Анализа је спроведена са тачношћу од 0.01mm и приказана на слици 35.

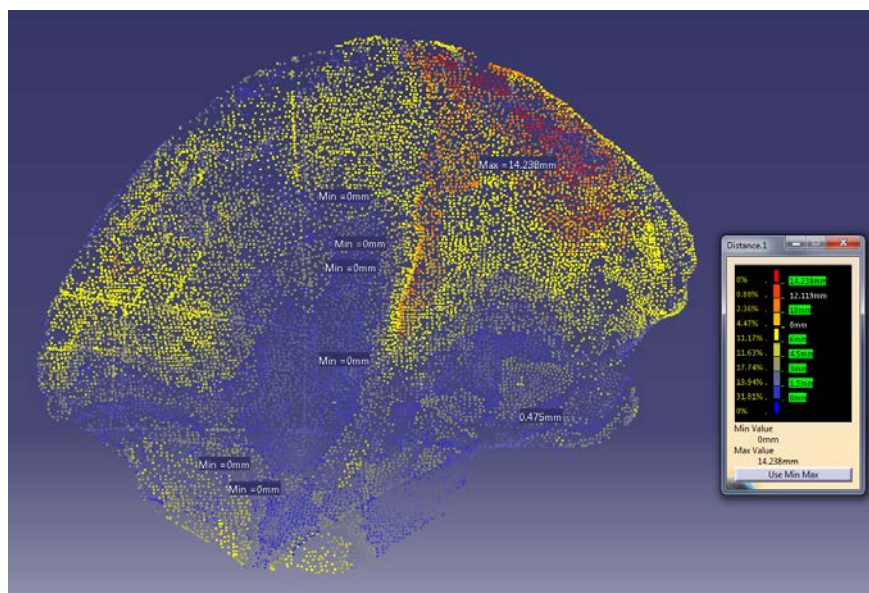


Слика 35. Анализа девијација између почетног и креираног полигоналног модела у првој итерацији

Анализа растојања између почетног модела (*Source*) и креираног полигоналног модела (*Target*) на спољашњој и унутрашњој страни крила бедрене кости приказана је на сликама 36 и 37 у форми кодиране мапе боја.



Слика 36. Анализа растојања на спољашњој страни полигоналног модела крила бедрене кости у првој итерацији



Слика 37. Анализа растојања на унутрашњој страни полигоналног модела крила бедрене кости у првој итерацији

Анализе девијација и растојања показују да су највећа одступања на горњој ивици и непосредно испод, на делу испод спољашње усне до задње седалне линије, односно на делу полигоналног модела који је описан изнад параметра d_{19} , на спољашњој страни крила карличне кости (приказано црвеном бојом на слици 36). На унутрашњој страни крила бедрене кости највећа одступања су такође у пределу бедреног гребена (приказано црвеном бојом на слици 37). Максималне девијације и одступања се могу уочити и на делу непосредно испод највише тачке на бедреном гребену (тачка 1), и у незнатној мери у горњем делу поља које је ограничено задњом и предњом седалном линијом, а ближе задњој седалној линији. Максимална позитивна девијација износи $11.7mm$, максимална негативна девијација $-10.7mm$, а 63.66% површине модела има вредност девијација у распону од -3.57 до $3.9mm$. Максимална вредност растојања (одступања) између почетног и добијеног полигоналног модела је $14.238mm$, а 96.76% површине има одступања до $10mm$.

5.2.6 Издвајање параметарских региона на крилу бедрене кости

Након анализе добијеног полигоналног модела и учених недостатака, приступила сам подели крила бедрене кости на 10 параметарских региона. **Под параметарским регионима се подразумевају области између суседних параметара.** За њихову нотацију, ради лакшег разумевања коришћене су ознаке параметара које истовремено представљају и њихове границе:

1. параметарски регион $d_{15} - d_{14}$,

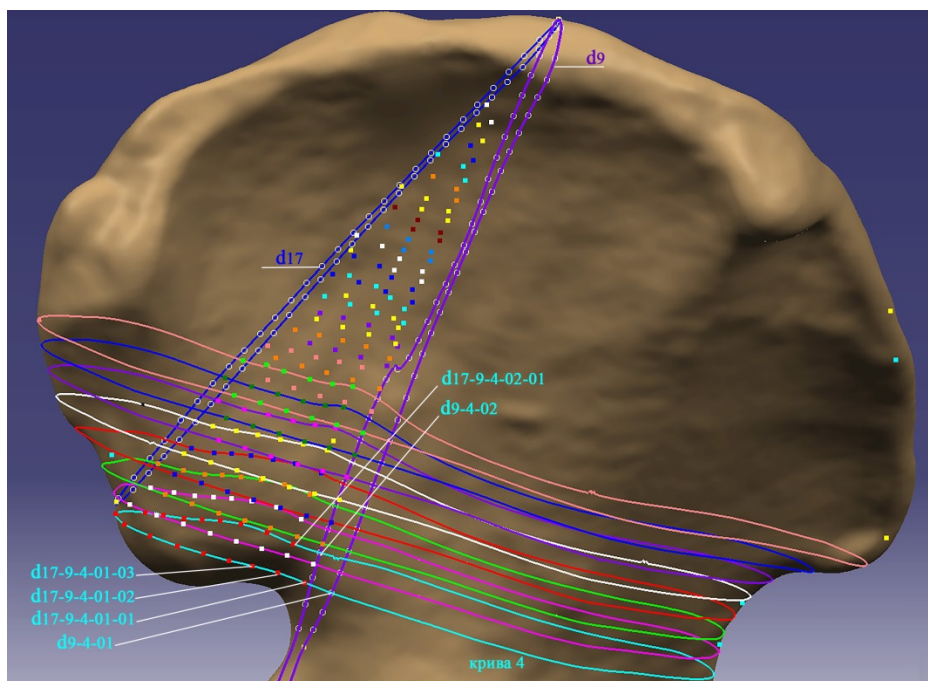
2. параметарски регион $d_{15} - d_{19}$,
3. параметарски регион $d_{17} - d_{15}$,
4. параметарски регион $d_{17} - d_9$,
5. параметарски регион $d_9 - d_{11}$,
6. параметарски регион $d_{11} - d_{18}$,
7. параметарски регион $d_{18} - d_{16}$,
8. параметарски регион $d_{16} - d_{20}$,
9. параметарски регион $d_{16} - d_{13}$,
10. параметарски регион $d_8 - d_{25} - d_{26}$.

У сваком од параметарских региона су дефинисане додатне тачке на кривама које су управне на одговарајуће параметре, на растојањима од по $5mm$ од пресечних тачака на кривама кроз параметре са спољашње и са унутрашње стране. За одређивање допунских тачака по параметарским регионима коришћене су следеће криве:

- параметарски регион $d_{15} - d_{14}$ - криве које су управне на d_{14} ,
- параметарски регион $d_{15} - d_{19}$ - криве управне на d_{19} ,
- параметарски регион $d_{17} - d_{15}$ - криве управне на d_{15} ,
- параметарски регион $d_{17} - d_9$ - криве управне на d_9 ,
- параметарски регион $d_9 - d_{11}$ - криве управне на d_{11} ,
- параметарски регион $d_{11} - d_{18}$ - криве управне на d_{18} ,
- параметарски регион $d_{18} - d_{16}$ - криве управне на d_{16} ,
- параметарски регион $d_{16} - d_{20}$ - криве управне на d_{20} ,
- параметарски регион $d_{16} - d_{13}$ - криве управне на d_{13} ,
- параметарски регион $d_8 - d_{25} - d_{26}$ - криве управне на d_8 .

Тачке су означене са $d_{i-j-m-01-n}$, где индекси i и j указују на параметре који представљају границе параметарског региона, m је редни број криве која је управна на параметар d_j , 01 имплицира да се тачка налази на спољашњој страни, а n је показује редни број тачке (индекс 1 - тачка на кривој m на растојању од $5mm$ од тачке индексирани са 01 , индекс 2 - тачка на кривој m на растојању $10mm$ од тачке у чијем индексу је 01 , итд.) По истој методологији означене су тачке на унутрашњој страни, са $d_{i-j-m-02-n}$, где 02 показује да се тачка налази на унутрашњој страни.

Пример издвојеног параметарског региона $d_{17}-d_9$ са примерима означавања тачака у региону приказан је на слици 38.



Слика 38. Издвојени параметарски регион и тачке у региону

5.2.7 Предикција положаја тачака у параметарским регионима

Након мерења вредности координата свих изабраних тачака у параметарским регионима карличне кости, примењена је методологија описана у 5.2.3, те су добијени одговарајући математички модели за координате тачака. Да би се добио регресиони модел за неку од тачака у региону било је потребно да су координате дате тачке измерене у најмање једној половини узорка ($N \geq 16$). Систематизација врста и броја регресионих модела по регионима и по координатама X , Y и Z приказана је у Табели 20.

Табела 21. Систематизација врста и броја регресионих модела по регионима и координатама на крилу бедрене кости

Редни број	Параметарски регион	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
				X	Y	Z
1.	$d_{15} - d_{14}$	38	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	38	38	38
			Експоненцијални	0	0	0
2.	$d_{15} - d_{19}$	69	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	69	69	69
			Експоненцијални	0	0	0
3.	$d_{17} - d_{15}$	171	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	171	171	171
			Експоненцијални	0	0	0
4.	$d_{17} - d_9$	251	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	251	251	251
			Експоненцијални	0	0	0

Табела 20 - наставак

Редни број	Параметарски регион	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
				X	Y	Z
5.	$d_9 - d_{11}$	225	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	225	225	225
			Експоненцијални	0	0	0
6.	$d_{11} - d_{18}$	269	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	269	269	269
			Експоненцијални	0	0	0
7.	$d_{18} - d_{16}$	212	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	212	212	212
			Експоненцијални	0	0	0
8.	$d_{16} - d_{20}$	20	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	20	20	20
			Експоненцијални	0	0	0
9.	$d_{16} - d_{13}$	15	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	15	15	15
			Експоненцијални	0	0	0
10.	$d_8 - d_{25} - d_{26}$	40	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	40	40	40
			Експоненцијални	0	0	0

Број изабраних тачака је у директној вези са величином параметарског региона која је ограничен датим параметрима, односно области на површини кости која је обухваћена датим регионом. Укупан број тачака био је 1310, након елиминисања оних тачака за које нису могли да се добију статистички значајни резултати услед недовољног броја података. Тиме је добијено 3930 регресионих једначина за координате X , Y и Z . Све добијене једначине су логаритамске, јер је једино било могуће нелинеарним зависностима те врсте добити статистички значајне резултате и задовољити постављени критеријум ($p < 0.01$).

5.2.8 Анализа добијених регресионих модела

Обједињавањем података о броју добијених регресионих модела (Табеле 17, 19 и 20) може се направити збирни приказ добијених резултата, по врстама и броју добијених модела, а у циљу свеобухватне анализе (приказано у Табели 21). Преглед је сачињен према методологији за издвајање тачака, по параметрима, ивицама (деловима ивица) и параметарским регионима.

Табела 22. Збирни приказ добијених регресионих модела на крилу бедрене кости за координате X , Y и Z (по врстама и броју добијених модела)

Редни број	Делови полигоналног модела	Број тачака	Регресиони модел	Број једначина		
				X	Y	Z
1.	Параметри	1195	Линеарни	14	5	42
			Квадратни	331	62	27
			Логаритамски	652	1081	1108
			Експоненцијални	198	43	14
2.	Ивице	454	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	53	29	33
			Логаритамски	397	388	407
			Експоненцијални	4	37	14
3.	Параметарски регион	1310	Линеарни	0	0	0
			Квадратни	0	0	0
			Логаритамски	1310	1310	1310
			Експоненцијални	0	0	0
Укупно		2959	Линеарни	14	5	42
			Квадратни	384	91	60
			Логаритамски	2359	2779	2825
			Експоненцијални	202	80	28

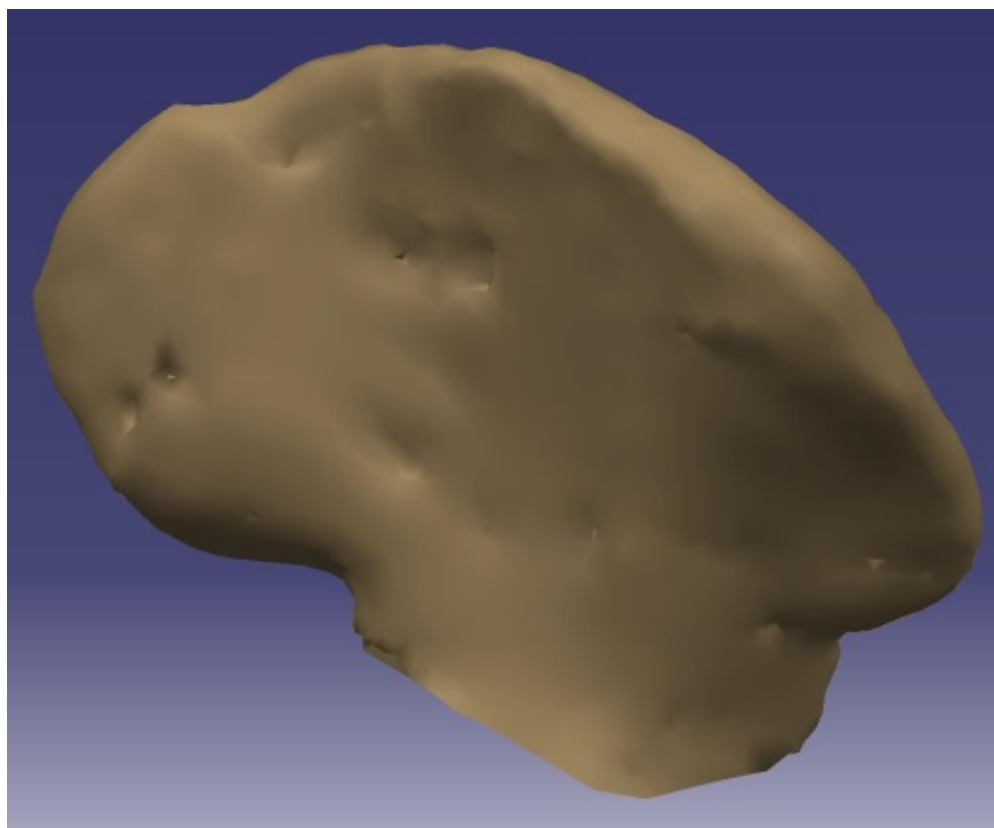
За 2959 тачака формирано је 8869 једначина регресије, од чега је 61 линеарна (0.69%), 535 квадратних (6.03%), 7963 логаритамских (89.78%) и 310 експоненцијалних (3.58%). По координатама резултати су следећи:

- X координата: линеарних 0.47%, квадратних 12.98%, логаритамских 79.72% и експоненцијалних 6.83%;
- Y координата: линеарних 0.17%, квадратних 3.08%, логаритамских 94.04% и експоненцијалних 2.71%;
- Z координата: линеарних 1.42%, квадратних 2.03%, логаритамских 95.60% и експоненцијалних 0.95%.

Логаритамским моделима је у највећем броју приказаних случајева могуће описати сложену геометрију крила бедрене кости, посебно код Y и Z координата. У исто време, регресионе једначине за X координате тачака показују већи варијетет. Обзиром да је број линеарних једначина занемарљиво мали (у релативном износу), у наставку истраживања би требало повећати број костију у узорку и линеарност заменити другим регресионим моделима ако је могуће.

5.2.9 Креирање и анализа површинског модела крила бедрене кости у другој итерацији

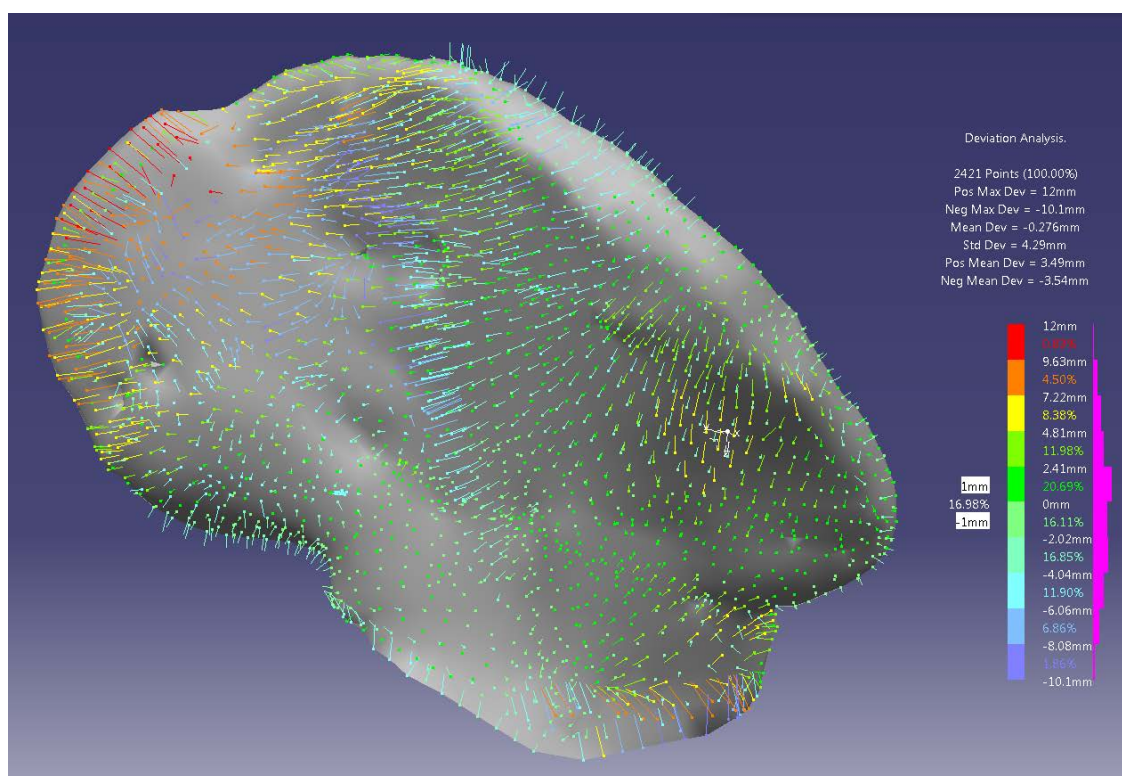
На основу добијених математичких модела израчунавају се предикционе вредности координата тачака по регионима и смештају у табеле, по методологији описаној у 4.2.5 и 4.2.6. Ради прегледности, за сваки од региона у *Excel* датотеци постоји посебан лист. Све предикционе вредности координата за пресечне тачке на кривама кроз параметре, тачке на ивицама карличне кости и тачке у регионима извозе се у *CAD* програм, конвертују у облак тачака, након чега се креира полигонални модел крила бедрене кости. Добијени модел сада има 2421 тачку и 4804 троуглова. Изглед полигоналног модела након оптимизације и глачања приказан је на слици 39. У овом случају, нема преклопљених троуглова, правилно су оријентисани, а полигонални модел нема отворе.



Слика 39. Полигонални модел добијен у другој итерацији

Осим анализе добијеног полигоналног модела, спроведене су анализе девијација и растојања између почетног (референтни модел) и добијеног параметарског модела по методи параметарских региона (модел који се мери). Анализа девијација је приказана на слици 40. Вредност позитивне максималне девијације је сада $12mm$, док је вредност максималне негативне девијације незнатно мања и износи $-10.1mm$. Максималне девијације су изражене на делу горње ивице (део полигоналног модела описан површином

изнад параметра d_{19}) и у мањој мери око тачке 7 (највише тачке на ивици чашице). Вредност девијација у распону од -4.04 до $4.81mm$ има 65.63% модела.



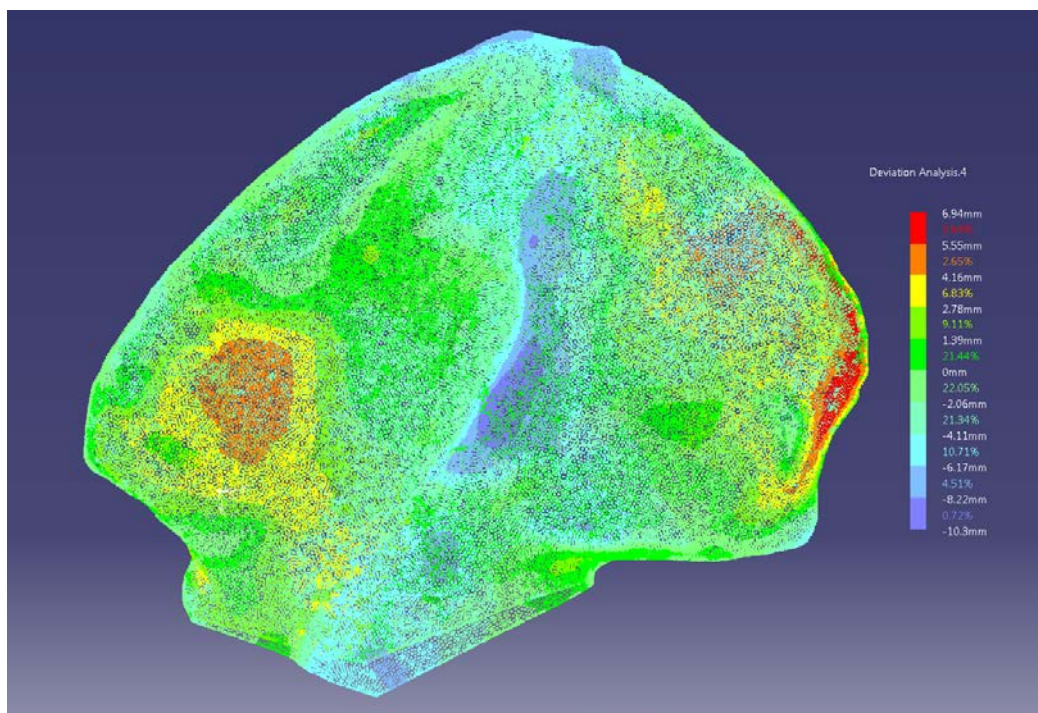
Слика 40. Анализа девијација између почетног и креираног полигоналног модела у другој итерацији

Анализа растојања у форми кодиране мапе боја између почетног полигоналног модела, добијеног са *CT* снимака (*Source*) и полигоналног модела конструисаног у другој итерацији (*Target*) је спроведена са тачношћу од $0.001mm$, након анализе девијација. Ова анализа указује на смањење максималног растојања на $12.423mm$, а 98.34% модела је у границама одступања од $0 - 10mm$. Највећа одступања су присутна, као и у првој итерацији, испод највише тачке на крилу бедрене кости и на спољашњој усни бедреног гребена и непосредно испод њега, у делу поља које је омеђено задњом и предњом седалном линијом (приказано црвеном бојом на слици 41). На унутрашњој страни највећа одступања (приказана црвеном бојом на слици 42) су у делу увасте површине, на месту зглобљавања са сакралном кости.

Анализе растојања на спољашњој и унутрашњој страни крила бедрене кости приказане су на сликама 41 и 42 респективно.

5.2.10 Примена регресионих једначина на леву карличну кост

Водећи се идејом да карлична кост човека представља парну кост, полигонални модел добијен у другој итерацији, пресликан је симетрично у односу на латералну раван, како би се показала могућност примене добијених резултата и на леву карличну кост човека. Добијени пресликани модел је анализиран упоређивањем са почетним полигоналним моделом леве карличне кости, поступцима анализе који су примењени у првој и другој итерацији. Резултати анализе девијација приказани су на слици 43.

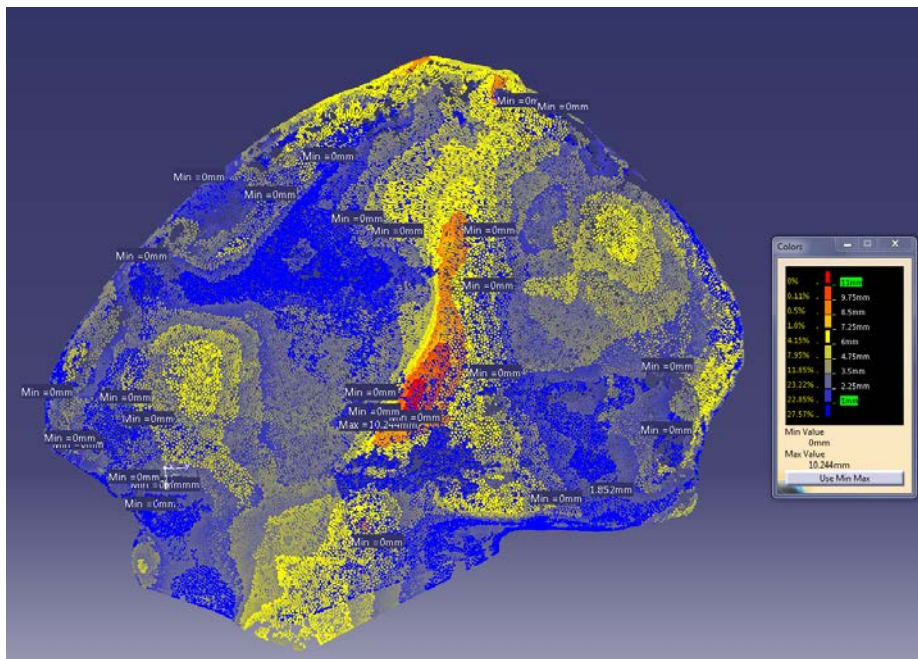


Слика 43. Анализа девијација крила леве карличне кости

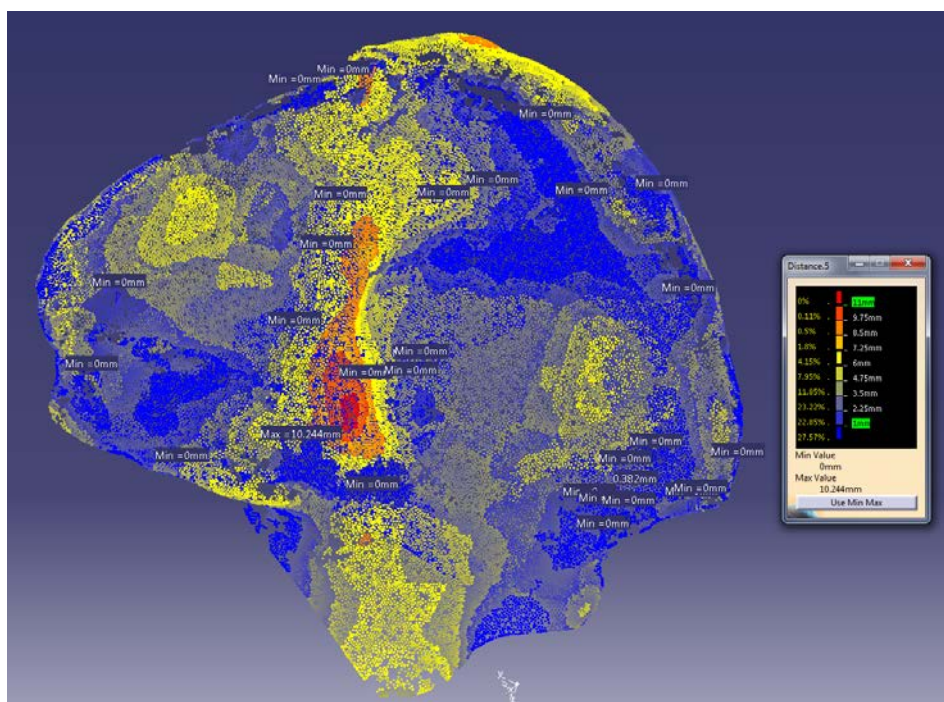
Анализа девијација је спроведена између почетног (референтни модел) и модела добијеног симетричним пресликавањем у односу на латералну раван (модел који се мери) и указује на знатно боље резултате на левој карличној кости. Наиме, максимална позитивна девијација је $6.94mm$, док је вредност максималне негативне девијације $-10.3mm$ и изражена је у подручју око предње горње бедрене бодље. Сада је 80.76% површине модела са девијацијама у распону од -4.11 до $4.16mm$.

Након анализе девијација, спроведена је и анализа растојања у форми кодиране мапе боја између почетног полигоналног модела, добијеног са *CT* снимака (*Source*) и полигоналног модела добијеног симетричним пресликавањем у односу на латералну раван (*Target*), са тачношћу од $0.001mm$. Готово целокупна површина добијеног модела је у границама одступања $0 - 10mm$, а вредност максималног одступања је $10.244mm$, незнатно изражена у средишњем делу, у непосредној близини параметра d_{11} , на спољашњој страни

крила карличне кости (приказано црвеном бојом на слици 44). На унутрашњој страни максимална вредност одступања је непосредно испод увасте површине, око *linea arcuata* (означено црвеном бојом на слици 45).



Слика 44. Анализа растојања на спољашњој страни крила леве бедрене кости



Слика 45. Анализа растојања на унутрашњој страни крила леве бедрене кости

Исти резултати се добијају када се у регресионим једначинама за X координате срачунати коефицијентима регресије замене њима супротним бројевима, док знаци коефицијената у једначинама регресије за Y и Z координате остају исти.

Овај резултат отвара могућност за примену свих регресионих једначина како на десну, тако и на леву карличну кост, што је од посебне важности када је једна од тих карличних костију оштећена, те је тешко јасно и прецизно дефинисати анатомске оријентире потребне за мерење одређених параметара. Тада се тражени параметри могу алтернативно мерити било на левој, било на десној карличној кости, у зависности од степена њиховог оштећења.

5.2.11 Креирање модела здруживањем параметарских региона

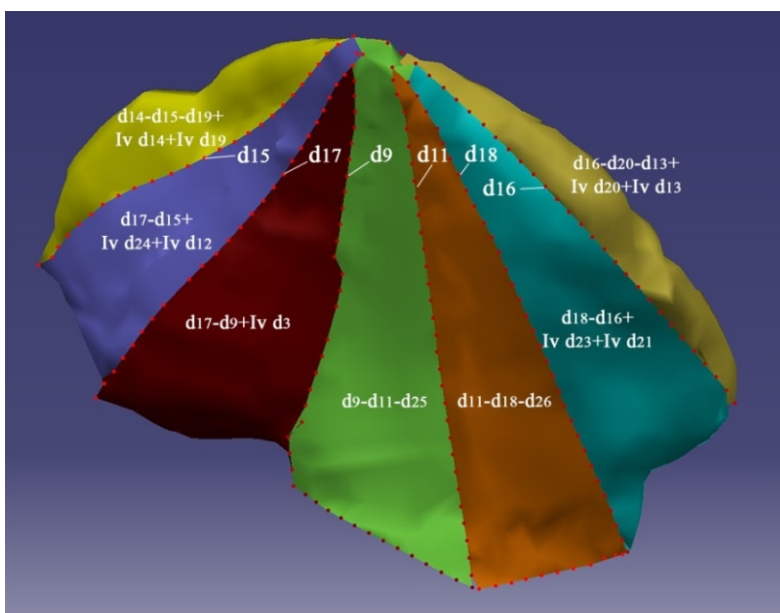
Метода параметарских региона је флексибилна, јер се поједини региони могу здруживати (укрупњавати), или делити на мање регионе, назване подрегионима, а у зависности од потреба и делова полигоналног модела крила бедрене кости које је потребно конструисати. Конструисањем свих региона могуће је добити и комплетан полигонални модел крила бедрене кости.

У ту сврху поједини параметарски региони су најпре удружени међусобно, а затим и са деловима ивица, те су конструисани њихови полигонални модели. Наравно, тој процедури је претходило израчунавање предикционих вредности координата за пресечне тачке на кривама кроз параметре, тачке на изабраним деловима ивица карличне кости и тачке у изабраним регионима. Изабране вредности су извежене у *CAD* програм и конвертоване у облаке тачака, од којих су конструисани полигонални модели.

Примера ради, добијени су следећи појединачни полигонални модели (приказани на слици 46, где су црвеним тачкама приказане границе насталих полигоналних модела које одговарају кривама):

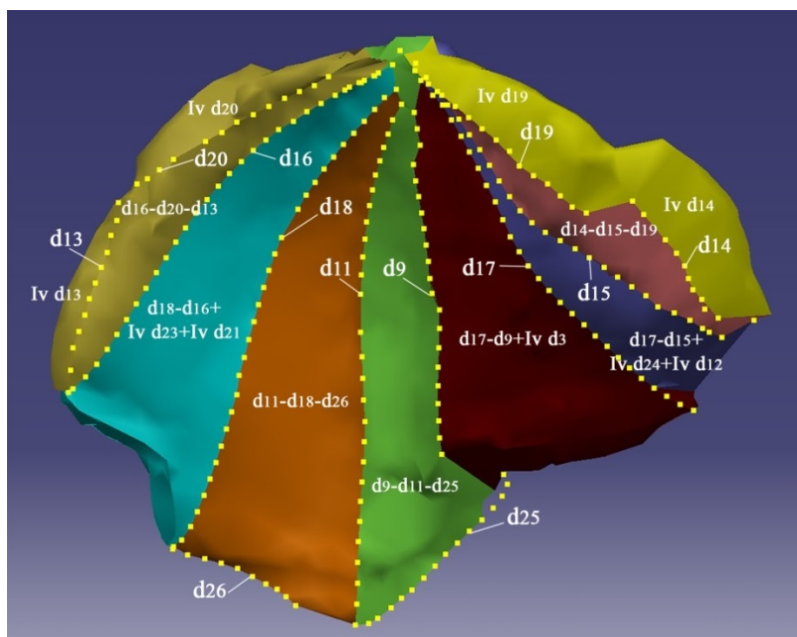
1. полигонални модел $d_{14}-d_{15}-d_{19}+Iv_{d14}+Iv_{d19}$ - настао здруживањем региона $d_{15} - d_{14}$ и $d_{15} - d_{19}$ са деловима који представљају ивицу изнад d_{14} и ивицу изнад d_{19} ;
2. полигонални модел $d_{17}-d_{15}+Ivd_{24}+Ivd_{12}$ - настао здруживањем региона $d_{17}-d_{15}$ са деловима који представљају део задње ивице лево од d_{24} и лево од d_{12} ;
3. полигонални модел $d_{17}-d_9+Ivd_3$ - настао здруживањем региона $d_{17} - d_9$ са делом задње ивице испод d_3 ;
4. полигонални модел $d_9-d_{11}-d_{25}$ - настао здруживањем региона $d_9 - d_{11}$ са делом региона $d_8 - d_{25} - d_{26}$ (део изнад d_{25});
5. полигонални модел $d_{11}-d_{18}-d_{26}$ - настао здруживањем региона $d_9 - d_{11}$ са делом региона $d_8 - d_{25} - d_{26}$ (део изнад d_{26});
6. полигонални модел $d_{18}-d_{16}+Ivd_{23}+Ivd_{21}$ - настао здруживањем региона $d_{18} - d_{16}$ са деловима предње ивице десно од d_{23} и испод d_{21} ;

7. полигонални модел $d_{16}-d_{20}-d_{13}+Ivd_{20}+Ivd_{13}$ - настао здруживањем региона $d_{16} - d_{20}$ и $d_{16} - d_{13}$ са деловима горње ивице изнад d_{20} и изнад d_{13} .



Слика 46. Полигонални модели удружених региона и делова ивица (на спољашњој страни)

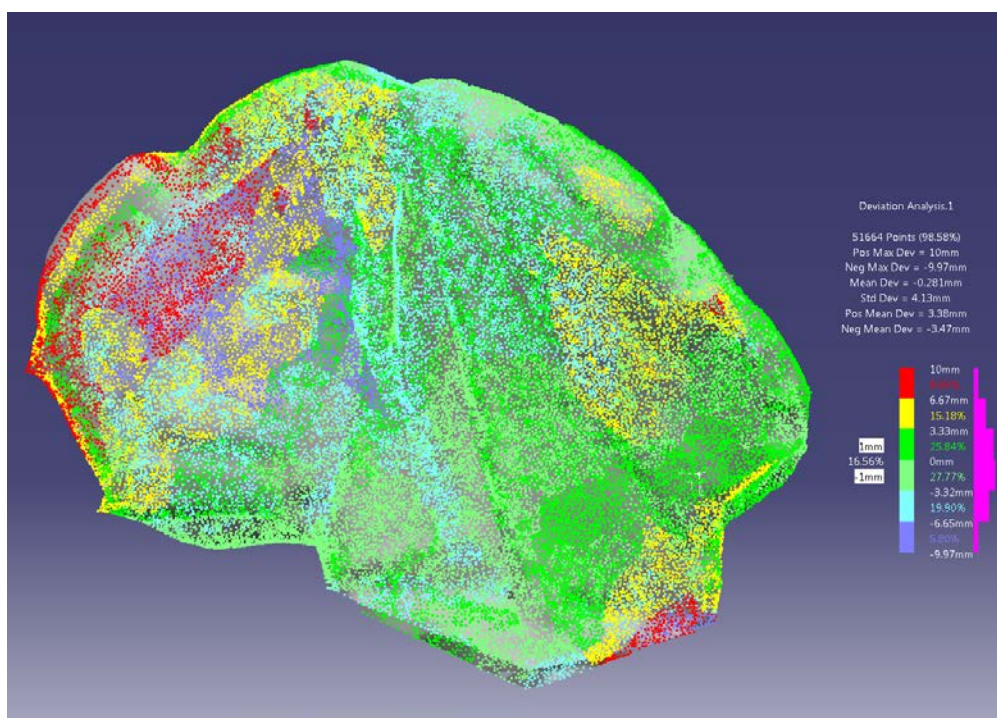
На унутрашњој страни крила карличне кости примећена је слична методологија здруживања, осим за регионе које су у непосредној близини ивица. Тако је сада уместо полигоналног модела $d_{14}-d_{15}-d_{19}+Ivd_{14}+Ivd_{19}$ настао полигонални модел $d_{14}-d_{15}-d_{19}$, а уместо полигоналног модела $d_{16}-d_{20}-d_{13}+Ivd_{20}+Ivd_{13}$ полигонални модел $d_{16}-d_{20}-d_{13}$, обзиром да су делови којим се описује горња ивица конструисани у претходном кораку (приказано на слици 47, где су жутим тачкама приказане границе насталих полигоналних модела које одговарају кривама).



Слика 47. Полигонални модели удружених региона (на унутрашњој страни)

Сви добијени полигонални модели су стопљени у јединствени полигонални модел, који је захтевао накнадну дораду у непосредној близини највише тачке на крилу (тачка 1). Након чишћења (едитовања конвексних и конкавних троуглова, детекције и едитовања колизионих троуглова) и глачања спроведена је оптимизација полигоналног модела. Спроведена је анализа модела упоређивањем са изворним полигоналним моделом крила бедрене кости (добијеног из *СТ* снимака) при чему су мерени девијација и одступање.

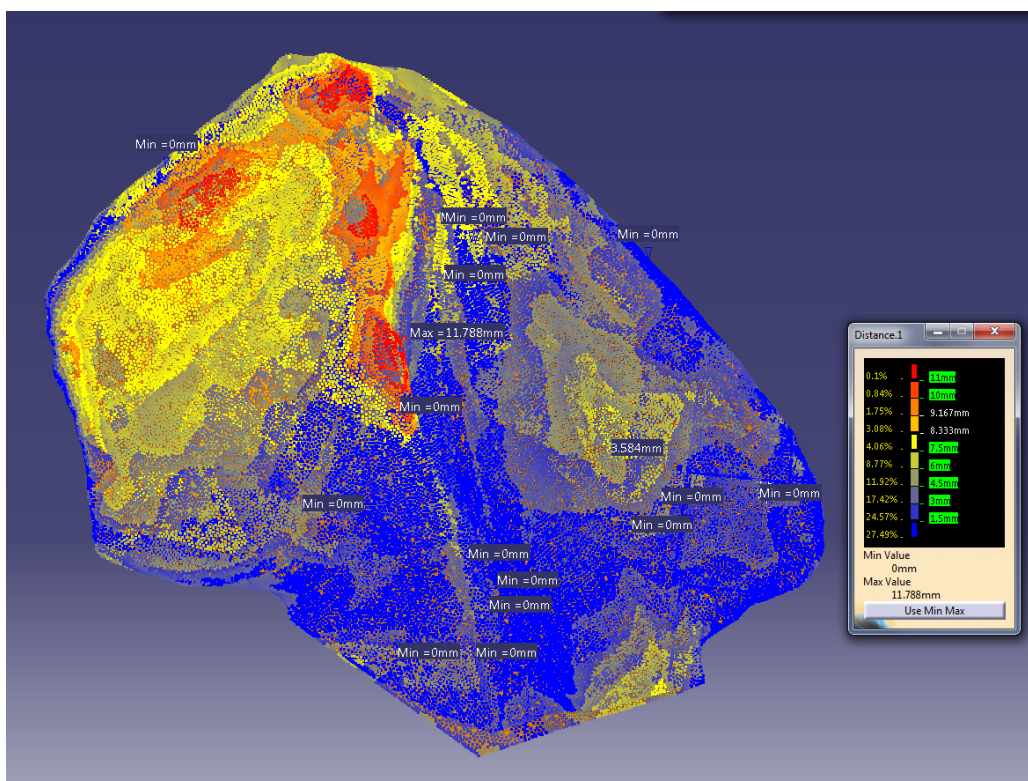
Девијације су мерене између почетног (референтни модел) и модела добијеног стапањем здружених региона и делова ивица (модел који се мери). Максимална позитивна девијација је 10mm , а максимална негативна девијација -9.97mm је сада изражена у подручју око задње горње бедрене бодље, око задње седалне линије (у њеном горњем делу) и непосредно изнад параметра d_{26} , док је 88.69% површине модела са девијацијама у распону од -6.65 до 6.67mm . Анализа девијација је приказана на слици 48.



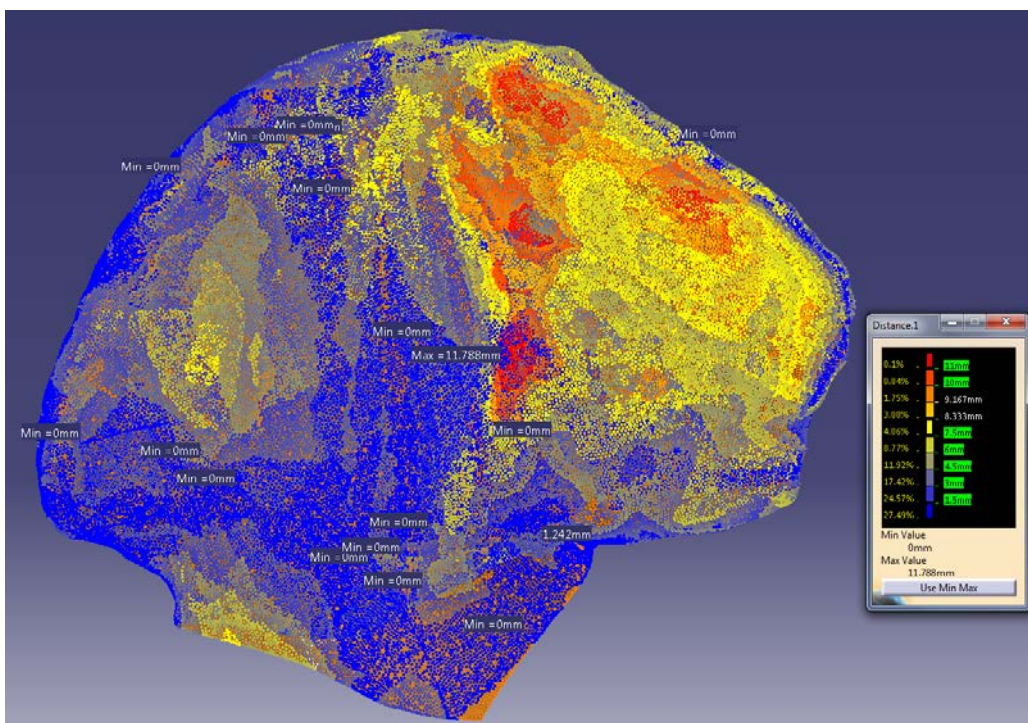
Слика 48. Анализа девијација између почетног и полигоналног модела добијеног здруживањем региона

Анализа растојања између почетног полигоналног модела, добијеног са *СТ* снимака (*Source*) и полигоналног модела добијеног здруживањем региона (*Target*) је спроведена са тачношћу од 0.001mm и приказана као кодирана мапа боја на сликама 49 и 50. Вредност максималног одступања је 11.788mm , изражена у средишњем делу (испод тачке 1), око параметра d_{11} , на спољашњој страни крила карличне кости (приказано црвеном бојом на слици 49). На унутрашњој страни максимална вредност одступања је непосредно испод горње ивице, на увастој површини и у пределу који се налази лево од

увасте површине (означено црвеном бојом на слици 50). Нешто већи део добијене површине модела (99.06%) је у границама одступања 0 - 10mm.



Слика 49. Анализа растојања на спољашњој страни полигоналног модела крила бедрене кости добијеног здруживањем региона



Слика 50. Анализа растојања на унутрашњој страни полигоналног модела крила бедрене кости добијеног здруживањем региона

5.2.12 Компаративна анализа добијених модела

Упоређивање добијених полигоналних модела спроведено је на основу резултата добијених анализом геометрије, девијација и растојања (одступања) између почетног и добијених модела.

Геометрија је анализирана упоређивањем параметара креираних полигоналних модела, као што су *Neighborhood* пре и након прве оптимизације модела, статистичких показатеља (број тачака и троуглова), потребе за едитовањем троуглова који чине мрежу и потребе за попуњавањем отвора на мрежи. Оптимизација полигоналног модела у сва три случаја спроведена је у само једном кораку, са истим параметрима: минимална дужина $0.5mm$, максимална дужина $1mm$ и диједрални угао 30^0 , како би се полигонални модели могли упоређивати након оптимизације. Компаративна анализа геометрије добијених полигоналних модела дата је у Табели 22.

Табела 23. Компаративна анализа геометрије

Параметри полигоналног модела	Полигонални модел - прва итерација	Полигонални модел - друга итерација	Полигонални модел - здруживање региона
<i>Neighborhood</i> пре оптимизације (mm)	18.599	11.394	9.921
<i>Neighborhood</i> након оптимизације (mm)	2.41	1.878	3.105
Број тачака	1354	2421	2220
Број троуглова	2610	4808	3721
Едитовање троуглова	да	не	да
Присутни отвори на мрежи	да	не	да

Полигонални модел добијен у другој итерацији даје најбоље резултате обзиром да нема потребе за едитовањем троуглова. На добијеном моделу нема отвора, а квалитет полигоналног модела је најбољи обзиром да се након само једне оптимизације може креирати модел са малом вредношћу *Neighborhood-a*.

При упоређивању резултата анализа девијација између почетног и креираних полигоналних модела узимани су у обзир следећи параметри: вредности позитивне и негативне максималне девијације, средње девијације, стандардне девијације, позитивне средње девијације и негативне средње девијације, као и величина површине модела (у %) код које су девијације у распону од -1 до $1mm$ (ове вредности су заједнички именитељ за све три анализе). Компаративна анализа приказана је у Табели 23.

Табела 24. Компаративна анализа вредности девијација

Параметри девијација	Полигонални модел - прва итерација	Полигонални модел - друга итерација	Полигонални модел - здруживање региона
Позитивна максимална девијација (mm)	11.7	12	10
Негативна максимална девијација (mm)	-10.7	-10.1	-9.97
Средња девијација (mm)	0.567	-0.276	-0.281
Стандардна девијација (mm)	4.03	4.29	4.13
Позитивна средња девијација (mm)	3.58	3.49	3.38
Негативна средња девијација (mm)	-2.76	-3.54	-3.47
Површина модела - девијације од -1 до 1 mm (%)	22.69	16.98	16.56

Глобално гледано, трећи модел има најмање девијације у односу на почетни полигонални модел, када се сагледају вредности за позитивну максималну и минималну девијацију и позитивну средњу девијацију. Са друге стране средња вредност девијације је најмања код другог модела. Вредности позитивне средње девијације су најбоље код трећег модела, док први модел показује најбоље карактеристике на основу вредности негативне средње девијације и површине модела која има малу вредност девијација.

За потребе компаративне анализе одступања између почетног полигоналног модела и конструисаних модела употребљени су статистички подаци из кодираних мапа боја са слика 35, 36, 40, 41, 48 и 49. Анализе растојања (одступања) су спроведена тако да је скала на мапи боја адаптирана како би се анализе вршиле са истим градијентима на скали, а добијени резултати могли међусобно упоређивати. Стога су подаци са скала употребљени за Табелу 24 у којој су дате збирне вредности делова површина (у %) које се налазе у одговарајућим границама одступања. Као додатни критеријум за упоређивање коришћена је и максимална вредност одступања.

Табела 25. Компаративна анализа одступања добијених полигоналних модела од почетног полигоналног модела

Вредности одступања (mm)	Полигонални модел - прва итерација	Полигонални модел - друга итерација	Полигонални модел - здруживање региона
	Површина модела (%)		
0 - 3	51.75	50.41	52.06
0 - 4.5	69.46	68.77	69.48
0 - 6	81.12	79.42	81.40
0 - 10	96.76	98.34	99.06
Максимална вредност одступања (mm)			
	14.238	12.423	11.788

Када се сагледају вредности приказане у табели 24 по критеријуму вредности одступања за дате опсеге, као и за максималну вредност одступања, трећем моделу треба дати предност у односу на претходна два јер су вредности за површину модела исказану у % највеће за све распоне дате у Табели 24. Ова констатација, уз чињеницу да трећи модел

има и најмању вредност одступања, наводи на закључак да је трећи модел заправо онај који најмање одступа од полазног модела.

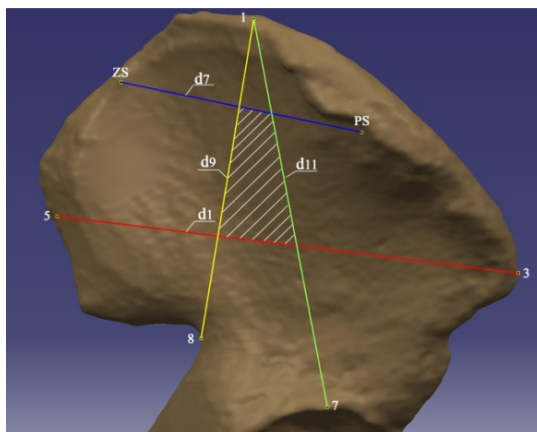
Сагледавајући резултате компаративних анализа геометрије, девијација и одступања, а посебно узевши у обзир чињеницу да други модел једини који не захтева додатно едитовање добијених површина, да има најбољу средњу вредност девијација, те да је разлика у површинама које се налазе у распону од 0 - 10mm незнатна у односу на трећи модел (0.72%), као и разлика у максималним вредностима одступања између другог и трећег модела 0.635mm, треба изабрати други модел за конструкцију полигоналног модела комплетног крила бедрене кости. У прилог томе говори да је разлика у површинама модела на којима су девијације у распону од -1 до 1mm само 0.42% у корист трећег модела, али и чињеница да је време потребно за добијање другог модела знатно краће.

5.2.13 Пример примене методе параметарских региона на делу карличне кости

Параметарска регионализација модела која је спроведена у другој итерацији довела је до повећања тачности модела и унапређења геометрије добијеног полигоналног модела. Међутим, циљ регионализације није само добијање квалитетног 3Д површинског модела крила бедрене кости, већ и примена методе на појединачне регионе, као што је то учињено у поступку конструисања трећег модела.

Додатни аспект примене методе параметарских региона лежи у чињеници да се поједини региони могу делити на подрегионе, у складу са потребама, односно деловима костију за које је потребно направити имплантант.

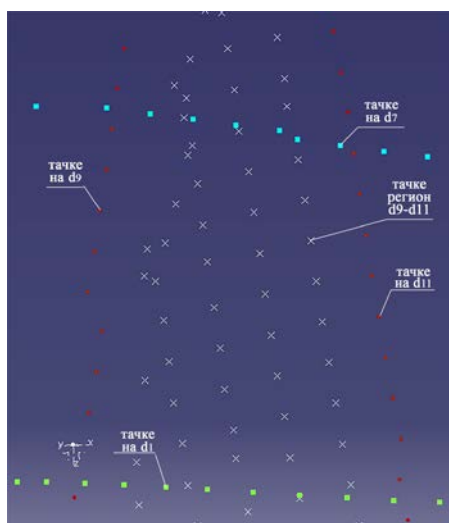
Примера ради, нека је оштећење кости у области на спољашњој страни карличне кости у параметарском региону $d_9 - d_{11}$, омеђеном параметрима d_7 и d_1 , који одговара шрафираној области на слици 51.



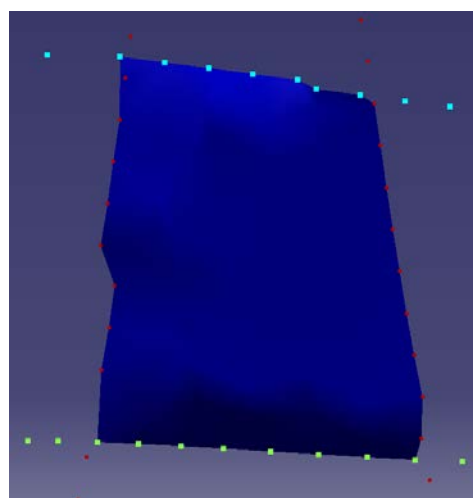
Слика 51. Део параметарског региона $d_9 - d_{11}$ за који треба конструисати имплантант

Потребно је одредити анатомске оријентире 1, 3, 5 и 8 обзиром да треба измерити и унети вредности параметара d_1 и d_9 , док се вредности параметара d_7 и d_{11} израчунавају по формулама из Табеле 9 (које су већ унете у *Excel* датотеку). Са посебних листова бирају се тачке на параметрима d_1 , d_9 , d_7 и d_{11} чије су координате израчунате на основу регресионих једначина (које су такође већ унете у *Excel* датотеку и које задовољавају услов из израза (1), а по алгоритму који је објашњен у 5.2.5 и приказан на слици 32) покретањем макроа за селекцију тачака. Након покретања макроа за извоз тачака, изабране тачке се преносе у посебан лист за извоз. У овом случају треба изабрати само тачке које су индексиране са d_{i-j-01} (налазе се у табели - тачке на спољашњој страни). Поступак се понавља након избора потребног региона, у овом случају $d_9 - d_{11}$.

Вредности координата тачака (са листа за извоз) се преносе у *CAD* програм. Тачке које не припадају циљаној области треба ручно уклонити. То су све оне тачке које се налазе изван области која је омеђена тачкама на параметрима d_7 и d_1 (приказане плавим и зеленим квадратићима на слици 52), као и d_9 и d_{11} (приказане као црвене тачке на слици 52). На истој слици су белим крстићима приказане тачке из региона $d_9 - d_{11}$. Након уклањања сувишних тачака, преостале тачке се конвертују у облак тачака и од њих се формира жељена полигонална површина (слика 53).

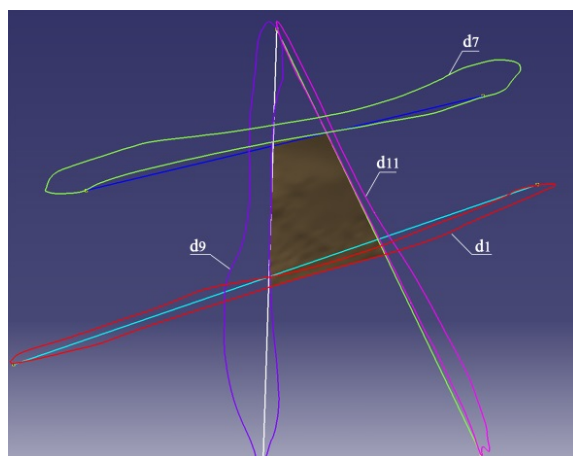


Слика 52. Границе циљаног подрегиона и тачке од којих се формира полигонална површина



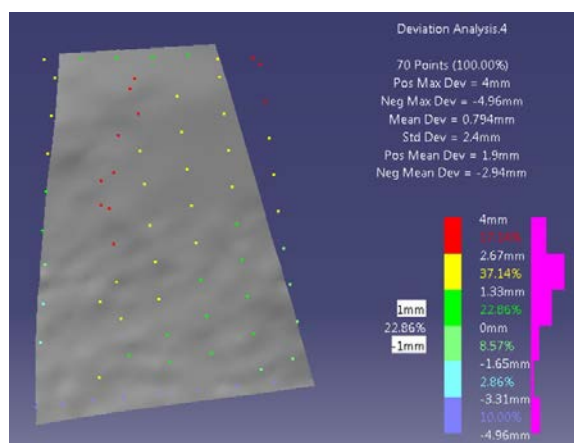
Слика 53. Полигонална површина дела региона

Почетна полигонална површина, добијена исецањем полигоналног модела целог крила бедрене кости добијеног са *СТ* снимака, креирана је у циљу спровођења анализе девијација и одступања (приказано на слици 54).

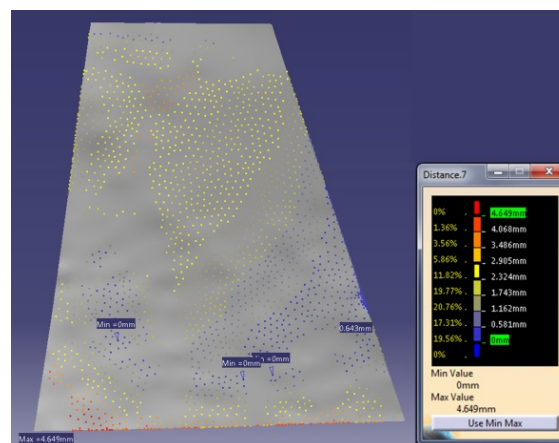


Слика 54. Почетна полигонална површина на делу крила бедрене кости

Девијације су мерене између почетног полигоналног модела (слика 54) и добијене полигоналне површине дела региона (слика 53) и приказане на слици 55. Већи део добијене површине (71.73%) има девијације у односу на почетни модел у распону од -3.31 до 2.67mm , док су вредности максималне позитивне девијације 4mm , односно максималне негативне девијације -4.96mm . Анализа одступања између почетне и конструисане полигоналне површине приказана је на слици 56.



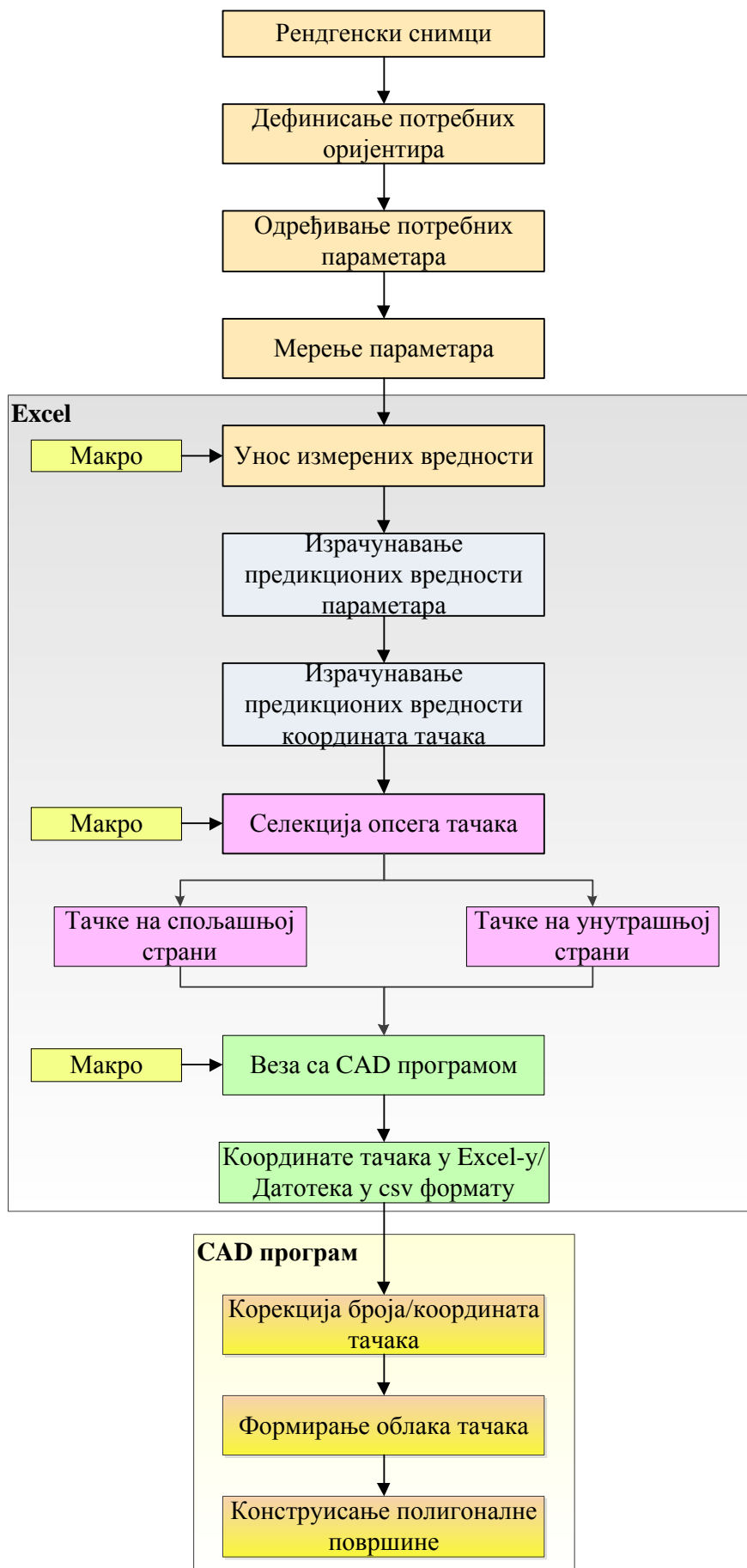
Слика 55. Анализа девијација између почетне и конструисане полигоналне површине



Слика 56. Анализа растојања између почетне и конструисане полигоналне површине

Приметно је незнатно максимално одступање конструисане полигоналне површине, односно 1.36% (приказано црвеном бојом на слици 56). Вредност максималног одступања је 4.649mm . Највећи део ове површине (89.22%) је у границама одступања од 0 - 2.905mm . Добијена површина се може у поступцима узастопних итерација које подразумевају евентуално уклањање још неких тачака или минималну корекцију њихових координата додатно прилагођавати.

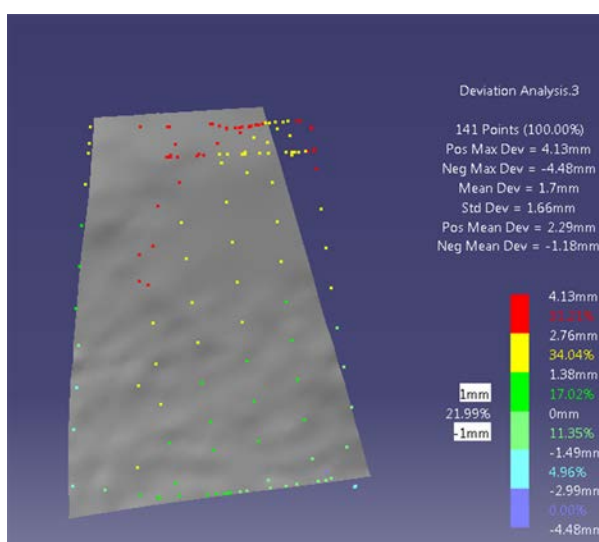
Методологија која је примењена за израду дела површине омеђеног параметрима (региони или подрегиони) шематски је приказана на слици 57.



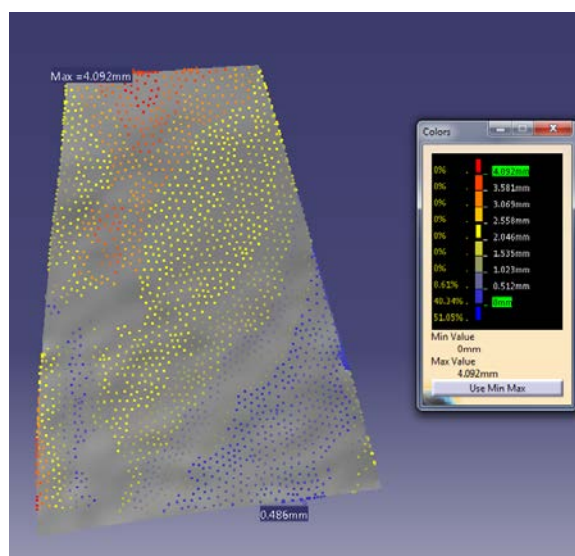
Слика 57. Методологија за израду дела површине на крилу бедрене кости (региони/подрегиони)

Приказана методологија се може применити на сваки од региона или подрегиона. Подрегиони се могу бирати у зависности од дела кости који је потребно изградити, груписати или даље делити. При том је потребно одређивати само оне оријентире који се користе за дефинисање параметра чије је вредности потребно мерити, и то са две раванске рендгенске пројекције. Конструисани подрегиони се могу функцијом *offset*-а у *CAD* програму повећавати или умањивати.

Тражени подрегион се може конструисати и пресецањем датог региона, тако што се најпре конструисе комплетан регион $d_9 - d_{11}$, која се након тога пресеца кривама које се добију спајањем тачака које припадају параметру d_7 , односно d_1 . Резултати анализе девијација показују да је сада 67.37% површине добијеног модела у границама девијација -2.99 до 2.76mm (слика 58), док анализа одступања даје боље резултате у односу на методу издвајања тачака у области од интереса, јер сада 91.39% површине модела одступа у односу на почетни у границама од $0 - 0.512\text{mm}$, а вредност максималног одступања је смањена и износи 4.092mm . Резултати анализе одступања приказани су на слици 59 у форми кодиране мапе боја.



Слика 58. Анализа девијација између почетне и конструисане полигоналне површине добијене пресецањем региона

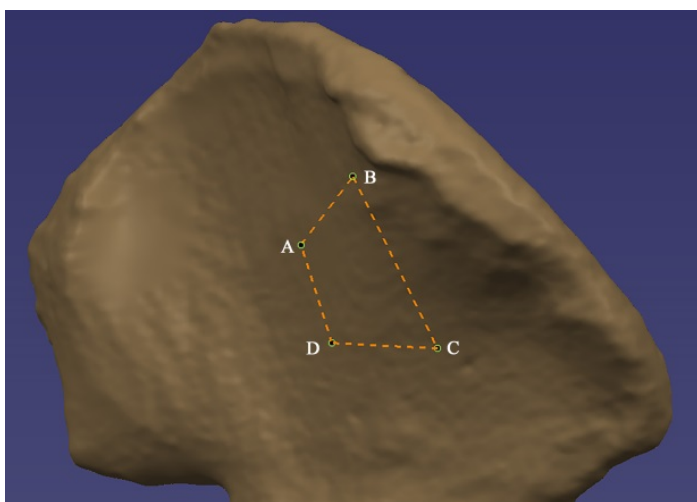


Слика 59. Анализа растојања између почетне и конструисане полигоналне површине добијене пресецањем региона

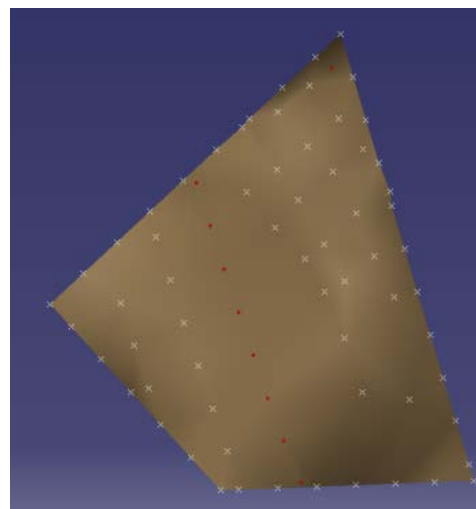
Методологија се може применити и за добијање полигоналних модела сасвим произвољног облика, али је потребно да постоји *CT* снимак обзиром да се не могу са довољном тачношћу локализовати циљане области на две раванске пројекције. Стога ће у наставку бити описан пример за добијање полигоналне површине произвољног облика на

површини крила бедрене кости, која је приказана на слици 60, као део површине ограничен испрекидан линијама, којима су повезане тачке *A*, *B*, *C* и *D*.

На основу дефинисаних параметара потребно је утврдити којим регионима припада дата област. За случај који је приказан на слици 60, циљна област припада регионима $d_9 - d_{11}$ и $d_{11} - d_{18}$ на спољашњој страни крила бедрене кости, те је потребно мерити параметре d_9 и d_2 , обзиром да се вредност параметра d_{11} одређује у зависности од вредности параметра d_9 , док вредност параметра d_{18} зависи од вредности параметра d_2 . Стога је потребно дефинисати анатомске оријентире 1, 8, 7, 4 и 6. Применом методологије са слике 57 добија се тражена полигонална површина која је омеђена контуром ограниченом дужима формираних од тачака *A*, *B*, *C* и *D*. Конструисана површина приказана је на слици 61.



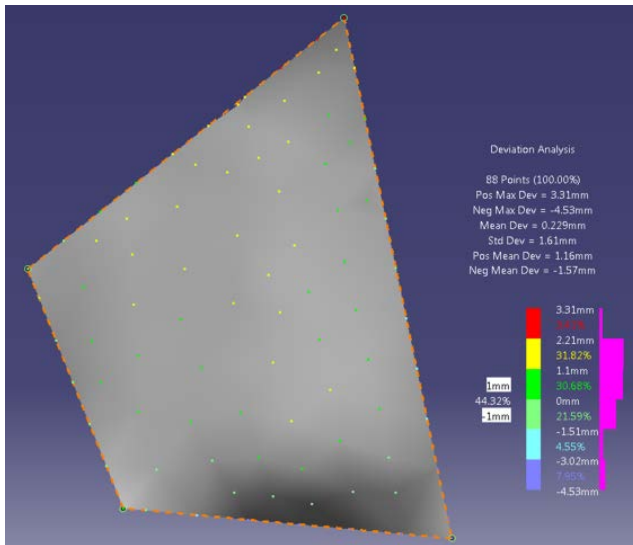
Слика 60. Произвољан облик у дефинисаним границама на крилу бедрене кости



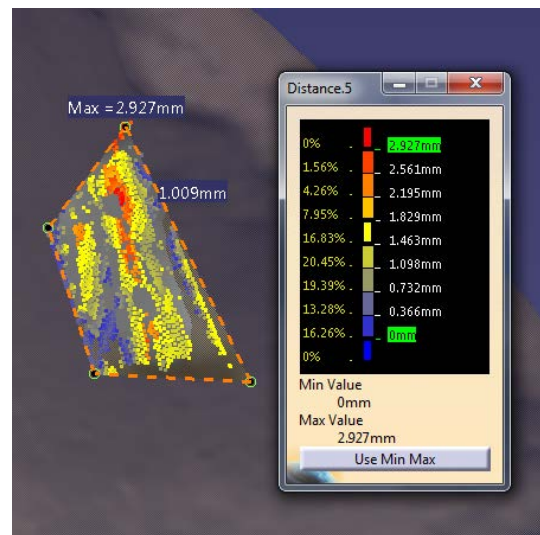
Слика 61. Конструисана полигонална површина произвољног облика

Конструисана површина је анализирана мерењем девијација и растојања у односу на почетну полигоналну површину добијену исецањем крила бедрене кости у границама датих дужи. Резултати су приказани на сликама 62 и 63.

Готово половина конструисане полигоналне површине произвољног облика (44.32%) је у границама девијација од -1 до 1mm, а 88.65% конструисане површине има девијације у распону од -3.02 до 2.21mm. Резултати из анализе одступања показују да је 98.42% површине конструисане полигоналне површине у границама од 0 - 2.561mm, а максимална вредност одступања је 2.927mm, што се може сматрати јако добрим резултатима.



Слика 62. Анализа девијација између почетне и конструисане полигоналне површине произвољног облика на крилу бедрене кости



Слика 63. Анализа одступања између почетне и конструисане полигоналне површине произвољног облика на крилу бедрене кости

5.3 Морфометрирање седалне и препонске кости

5.3.1 Билатерални оријентри на седалној и препонској кости

За добијање комплетног модела карличне кости човека може се применити поступак који је описан на примеру крила бедрене кости. У наставку истраживања било је потребно дефинисати анатомске оријентире који имају улогу РГЕ на осталим костима, одговарајуће параметре (линеарна растојања између тачака), успоставити статистички значајне корелације и формирати одговарајуће зависности између параметара, како би се одредио оптималан број параметара.

За РГЕ на седалној и препонској кости изабрани су следећи билатерални анатомски оријентри:

- 11 - најдубља тачка у чашичној јами [145,157];
- 12 - најпроминентнија тачка на задњем делу чашичне ивице ацетабулума [144,145,157];
- 13 - најпроминентнија тачка на предњем делу чашичне ивице ацетабулума [144,145,157];
- 14 - најнижа тачка на задњем крају месечасте површине (на делу ацетабулума који припада седалној кости) [144,157,162];
- 15 - врх седалне бодље³³ [141,144,146,150,163-167];

³³ Ако седална бодља није троугластог облика - усваја се нижа тачка, [144].

- 16 - најдубља тачка на малом седалном урезу;
- 17 - најпроминентнија тачка на горњем делу седалног испупчења [141,144,145,148,163];
- 18 - најлатералнија тачка на задњој ивици седалног испупчења [144,145];
- 19 - врх седалног испупчења, најпроминентнија тачка на предњој ивици седалног испупчења [144];
- 20 - најнижа тачка на седалном испупчењу [144];
- 21 - најпроминентнија тачка за задњој страни запорног отвора [141,144,145];
- 22 - најпроминентнија тачка на предњој страни запорног отвора [141,145,148];
- 23 - најнижа тачка на седално-препонској грани [139,141,145,146,148];
- 24 - најпроминентнија тачка на горњој ивици запорног отвора (највиша тачка) [141,144,145];
- 25 - доња тачка на споју доње гране препонске кости и гране седалне кости, модификовано из [141,145];
- 26 - најнижа тачка на предњем крају месечасте површине у ацетабулуму (на делу ацетабулума који припада препонској кости) [144];
- 27 - пубична квржица (тачка која је највише напред) [55,115,144,146,151,152,154,155,157,158,161];
- 28 - горња (највиша) тачка на пубичној симфизи [141,144,145,148];
- 29 - доња (најнижа) тачка на пубичној симфизи [141,144,145,148].

5.3.2 Параметри на седалној и препонској кости

На седалној кости издвојено је 18 параметара, односно линеарних растојања анатомских оријентира, као и један додатни параметар који истовремено припада бедреној и седалној кости (параметар d_{27}). Ови параметри су описани у Табели 25.

Табела 26. Параметри на седалној кости

Р. бр.	Назив	Ознака	Тачке
1.	Растојање између тачке максималног закривљења (најдубље тачке) на великом седалном урезу и најпроминентније тачке на задњем делу чашичне ивице ацетабулума	d_{27}	8 - 12
2.	Растојање између врха седалне бодље и најпроминентније тачке на задњем делу чашичне ивице ацетабулума	d_{28}	15 - 12
3.	Растојање између врха седалне бодље и најдубље тачке на малом седалном урезу	d_{29}	15 - 16
4.	Растојање између најдубље тачке на малом седалном урезу и најпроминентније тачке на задњем делу чашичне ивице ацетабулума	d_{30}	16 - 12
5.	Растојање између најпроминентније тачке на горњем делу седалног испупчења и најпроминентније тачке на задњем делу чашичне ивице ацетабулума	d_{31}	17 - 12

Табела 25 - наставак

Р. бр.	Назив	Ознака	Тачке
6.	Растојање између најлатералније тачке на задњој ивици седалног испупчења и најпроминентније тачке на задњем делу чашичне ивице ацетабулума	d_{32}	18 - 12
7.	Растојање између најпроминентније тачке на горњем делу седалног испупчења и најлатералније тачке на задњој ивици седалног испупчења	d_{33}	17 - 18
8.	Растојање између најлатералније тачке на задњој ивици седалног испупчења и најпроминентније тачке на предњој ивици седалног испупчења, [168]	d_{34}	18 - 19
9.	Растојање између најлатералније тачке на задњој ивици седалног испупчења и најниже тачке на седалном испупчењу	d_{35}	18 - 20
10.	Растојање између најпроминентније тачке на предњој ивици седалног испупчења и најпроминентније тачке на задњем делу чашичне ивице ацетабулума	d_{36}	19 - 12
11.	Растојање између најпроминентније тачке на предњој ивици седалног испупчења и најниже тачке на задњем крају месечасте површине (на делу ацетабулума који припада седалној кости)	d_{37}	19 - 14
12.	Растојање између најпроминентније тачке на предњој ивици седалног испупчења и најниже тачке на седалном испупчењу	d_{38}	19 - 20
13.	Растојање између најниже тачке на задњем крају месечасте површине (на делу ацетабулума који припада седалној кости) и најниже тачке на седалном испупчењу	d_{39}	14 - 20
14.	Растојање између најниже тачке на седалном испупчењу и најниже тачке на ивици запорног отвора	d_{40}	20 - 21
15.	Растојање између најниже тачке на седалном испупчењу и најниже тачке на седално-препонској грани	d_{41}	20 - 23
16.	Растојање између најниже тачке на ивици запорног отвора и најниже тачке на седално-препонској грани	d_{42}	21 - 23
17.	Растојање између доње тачке на ивици ивици запорног отвора и најниже тачке на седално-препонској грани	d_{43}	22 - 23
18.	Растојање између најниже тачке на седално-препонској грани и доње тачке на споју доње гране препонске кости и гране седалне кости	d_{44}	23 - 25
19.	Растојање између доње тачке на ивици запорног отвора и доње тачке на споју доње гране препонске кости и гране седалне кости ³⁴ , [модификовано према 141,168]	d_{45}	22 - 25

На препонској кости издвојено је 10 параметара, односно линеарних растојања између РГЕ, као и додатна 3 параметра (d_{53} , d_{57} и d_{58}) којима су повезане тачке које припадају различитим костима. Ови параметри су објашњени у Табели 26.

³⁴ Параметар који је заједнички за седалну и препонску кост.

Табела 27. Параметри на препонској кости

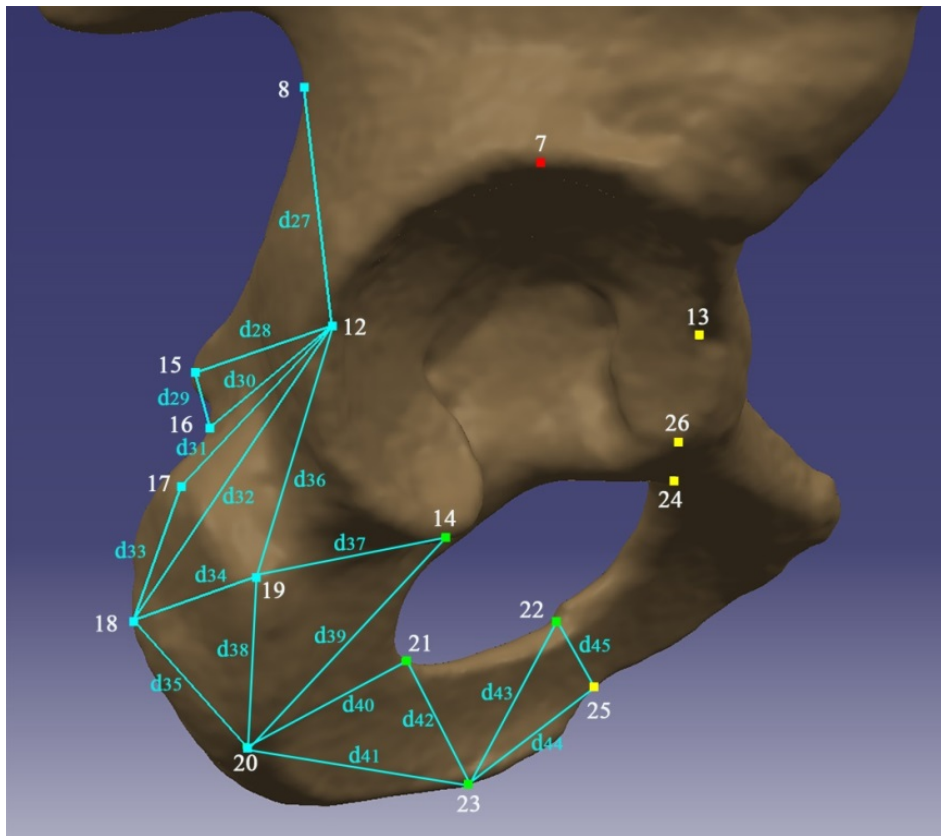
Р. бр.	Назив	Ознака	Тачке
1.	Растојање између доње тачке на споју доње гране препонске кости и гране седалне кости и доње (најниже) тачке на пубичној симфизи, адаптирано према [141]	d_{46}	25 - 29
2.	Растојање између доње тачке на ивици ивици запорног отвора и доње (најниже) тачке на пубичној симфизи [169]	d_{47}	22 - 29
3.	Растојање између горње (највише) тачке на пубичној симфизи и доње (најниже) тачке на пубичној симфизи [141,144,146,148]	d_{48}	28 - 29
4.	Растојање између доње тачке на ивици ивици запорног отвора и горње (највише) тачке на пубичној симфизи	d_{49}	22 - 28
5.	Растојање између горње (највише) тачке на пубичној симфизи и пубичне квржице [144]	d_{50}	27 - 28
6.	Растојање између пубичне квржице и доње тачке на ивици ивици запорног отвора	d_{51}	27 - 22
7.	Растојање између пубичне квржице и најниже тачке на предњем крају месечасте површине у ацетабулуму (на делу ацетабулума који припада препонској кости), модификовано према [141]	d_{52}	27 - 26
8.	Растојање између најниже тачке на предњем крају месечасте површине у ацетабулуму (на делу ацетабулума који припада препонској кости) и најниже тачке на задњем крају месечасте површине (на делу ацетабулума који припада седалној кости) ³⁵	d_{53}	26 - 14
9.	Растојање између пубичне квржице и најпроминентније тачке на предњем делу чашичне ивице ацетабулума [170]	d_{54}	27 - 13
10.	Растојање између пубичне квржице и најдубље тачке у чашичној јами ацетабулума [141,171]	d_{55}	27 - 11
11.	Растојање између најпроминентније тачке на предњем делу чашичне ивице ацетабулума и најдубље тачке у чашичној јами ацетабулума	d_{56}	13 - 11
12.	Растојање између најдубље тачке у чашичној јами ацетабулума и предње доње бедрене бодље ³⁶ [148]	d_{57}	11 - 4
13.	Растојање између најпроминентније тачке на предњем делу чашичне ивице ацетабулума и предње доње бедрене бодље ³⁷	d_{58}	13 - 4

Издвојени оријентир и параметри на седалној кости у латералној пројекцији приказани су на слици 64, а анатомски оријентир и параметри на седалној и препонској кости у А-П пројекцији на слици 65. На слици 65 су црвеном бојом приказани параметри на седалној кости, параметри на препонској кости су означени жутом бојом, док је параметер d_{53} који спаја тачке које припадају седалној и препонској кости означен зеленом линијом, а параметри d_{57} и d_{58} издвојени плавом бојом, обзиром са се њима повезују тачке које припадају препонској и бедреној кости.

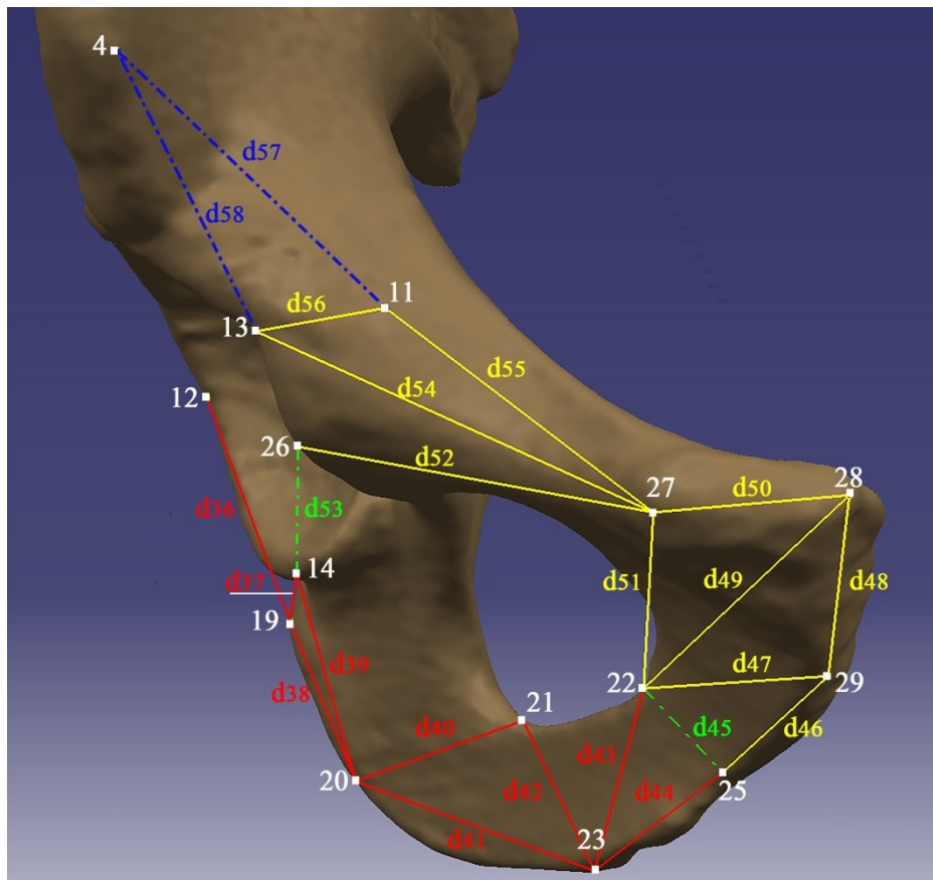
³⁵ Параметар који повезује тачке које припадају препонској и седалној кости.

³⁶ Параметар који повезује тачке које припадају препонској и бедреној кости.

³⁷ Параметар који повезује тачке које припадају препонској и бедреној кости.



Слика 64. Анатомски оријентирани и параметри на седалној кости и делу бедрене кости у латералној пројекцији



Слика 65. Анатомски оријентирани и параметри на седалној и препонској кости у А-II пројекцији

5.3.3 Регресиони модели параметара на седалној и препонској кости

Параметри на седалној кости су подељени у 2 групе:

- 1) параметри који се могу мерити у рендгенским пројекцијама, као што су d_{27} , d_{32} , d_{38} , d_{40} , d_{41} , d_{42} и d_{45} (7 параметара), а који представљају независне варијабле и,
- 2) параметри d_{28} , d_{29} , d_{30} , d_{31} , d_{33} , d_{34} , d_{35} , d_{36} , d_{37} , d_{39} , d_{43} и d_{44} (12 параметара), који представљају зависне варијабле и за које је могуће одредити једначине регресије.

Параметри на препонској кости су такође подељени у две групе:

- 1) параметри који се могу мерити у рендгенским пројекцијама, као што су d_{47} , d_{48} , d_{49} и d_{57} (4 параметра), а који представљају независне варијабле и,
- 2) параметри d_{46} , d_{50} , d_{51} , d_{52} , d_{53} , d_{54} , d_{55} , d_{56} и d_{58} (9 параметара), који представљају зависне варијабле и за које је могуће одредити једначине регресије.

Статистичке величине мерених параметара на седалној и препонској кости су приказане у Табели 27.

Табела 28. Сумарна статистика измерених вредности параметара на седалној и препонској кости

Параметар	Валидно N	Средња вредност	Медијана	Сума	Минимум	Максимум	Варијанса	Стд. девијација	Стд. грешка
d ₂₇	32	51.8725	51.8480	1659.9220	41.2540	62.9840	31.1045	5.5771	0.9859
d ₂₈	32	51.9386	51.6030	1662.0370	46.1290	63.9830	17.8897	4.2296	0.7477
d ₂₉	32	18.0493	17.4910	577.5790	13.0640	26.8420	10.0995	3.1780	0.5618
d ₃₀	32	40.8170	40.1930	1306.1470	20.8340	51.5600	29.7147	5.4511	0.9636
d ₃₁	32	30.9086	29.9780	989.0770	19.5110	46.5390	47.4226	6.8864	1.2174
d ₃₂	32	55.2358	55.3695	1767.5470	41.7900	69.0670	53.1732	7.2920	1.2891
d ₃₃	32	25.4460	25.1515	814.2750	14.2850	33.3780	19.5540	4.4220	0.7817
d ₃₄	32	28.7465	29.2480	919.8880	20.0270	34.7230	15.7510	3.9688	0.7016
d ₃₅	32	21.7377	22.1640	695.6050	11.4880	35.4910	23.7556	4.8740	0.8616
d ₃₆	32	35.3999	34.1810	1132.7970	22.1860	49.7260	57.3915	7.5757	1.3392
d ₃₇	32	33.2261	33.1155	1063.2340	23.5430	52.2300	32.9581	5.7409	1.0149
d ₃₈	32	26.1879	25.4720	838.0120	15.0170	37.4740	29.1367	5.3978	0.9542
d ₃₉	32	53.1013	53.7735	1699.2400	39.4030	66.2140	25.1476	5.0147	0.8865
d ₄₀	32	37.8157	37.5145	1210.1010	32.3320	44.2140	7.5012	2.7388	0.4842
d ₄₁	32	66.5070	67.1050	2128.2240	36.6470	87.5430	83.2300	9.1230	1.6127
d ₄₂	32	36.4143	36.8060	1165.2580	25.0850	49.7440	32.9829	5.7431	1.0152
d ₄₃	32	24.6724	24.4150	789.5170	18.4600	42.5350	22.8613	4.7813	0.8452
d ₄₄	32	23.8877	22.0805	764.4060	13.2040	48.2980	59.0237	7.6827	1.3581
d ₄₅	32	19.1247	19.1915	611.9910	13.5790	25.9550	6.5161	2.5527	0.4513
d ₄₆	32	16.5087	16.1325	528.2780	10.5840	26.9090	14.2250	3.7716	0.6667
d ₄₇	32	28.1041	27.2920	899.3310	20.3340	41.1470	18.9545	4.3537	0.7696
d ₄₈	32	38.7420	38.5660	1239.7450	20.7720	53.7680	37.0755	6.0890	1.0764
d ₄₉	32	54.4037	54.6000	1740.9190	46.9960	61.3530	13.1521	3.6266	0.6411
d ₅₀	32	24.8781	23.8695	796.1000	19.1190	47.4710	26.9371	5.1901	0.9175
d ₅₁	32	50.2112	51.0225	1606.7590	42.9940	55.7360	12.9500	3.5986	0.6362
d ₅₂	32	56.1898	55.9110	1798.0720	49.1860	63.6690	15.0085	3.8741	0.6848
d ₅₃	32	30.0195	30.1905	960.6240	20.3920	41.6700	17.9036	4.2313	0.7480
d ₅₄	32	66.0901	65.5935	2114.8830	58.6390	76.5270	20.5403	4.5321	0.8012
d ₅₅	32	74.8396	75.6415	2394.8660	65.4850	87.3310	24.7936	4.9793	0.8802
d ₅₆	32	34.0871	33.9085	1090.7870	28.2410	41.7490	11.1891	3.3450	0.5913
d ₅₇	32	59.2743	58.6745	1896.7770	44.2080	69.1740	36.9544	6.0790	1.0746
d ₅₈	32	34.7917	34.6600	1113.3350	22.2080	46.4930	31.3732	5.6012	0.9902

Зависности између варијабли су одређене помоћу коефицијената корелације. За одређивање одговарајућих модела регресије коришћени су дијаграми распршености, а за сваки од параметара из групе 2 понаособ је регресиран. Параметри у једначинама регресије су израчунати применом методе најмањих квадрата. За сваку предикциону варијаблу тестирани су линеарни и нелинеарни модели: полиномни (другог и трећег степена), логаритамски и експоненцијални модели. При том је за коефицијент статистичке значајности усвојена вредност мања од 0.01 ($p < 0.01$). Стога су сви модели у којима је p -вредност за било који од коефицијената у једначини регресије била већа од 0.01 одбачени. Од модела код којих је $p < 0.01$ изабран је онај ког кога је вредност варијансе R^2 највећа.

Методологија тестирања различитих модела на седалној кости приказана је на примеру параметра d_{28} , у Табели 28.

Табела 29. Тестирани регресиони модели за параметар d_{28}

Бр.	Тестирани модели	р	R^2	р - вредност	
а) линеарни					
1.	$d_{28} = a + b \cdot d_{17}$	a	0.0706055462	0.33536189	$p > 0.01$
		b	0.0003068058		
б) квадратни					
1.	$d_{28} = a + b \cdot d_{17}^2$	a	0.0000000040	0.36894457	$p < 0.01$
		b	0.0002272218		
2.	$d_{28} = a \cdot d_{17}^2$	a	0.00	0	$p < 0.01$
3.	$d_{28} = a + b \cdot d_{17} + c \cdot d_{17}^2$	a	0.125931906	0.39646279	$p > 0.01$
		b	0.259583423		
		c	0.177989343		
в) полиномни трећег степена					
1.	$d_{28} = a + b \cdot d_{17} + c \cdot d_{17}^2 + d \cdot d_{17}^3$	a	0.239011384	0.43371681	$p > 0.01$
		b	0.209871673		
		c	0.199427617		
		d	0.185558228		
г) логаритамски					
1.	$d_{28} = a + b \cdot \ln(d_{17})$	a	0.0100824299	0.34324488	$p > 0.01$
		b	0.0004265325		
2.	$d_{28} = a \cdot \ln(d_{17})$	a	0.00	0.17809554	$p < 0.01$
д) експоненцијални					
1.	$d_{28} = a \cdot e^{b \cdot d_{17}}$	a	0.0000006511	0.3657339	$p < 0.01$
		b	0.0001561621		

Линеарни модел регресије а1) приказан у табели је одбачен јер је p -вредност већа од 0.01, као и квадратни б3) и полиномни трећег степена в1), као и логаритамски модел г1). Од преосталих модела б1), б2), г2) и д2), изабран је модел б1) јер је вредност R^2 највећа.

У табели 29 приказана је методологија тестирања различитих модела на препонској кости на примеру параметра d_{46} .

Табела 30. Тестирани регресиони модели за параметар d_{46}

Бр.	Тестирани модели	p		R^2	p - вредност
а) линеарни					
1.	$d_{46} = a + b \cdot d_{47}$	a	0.74560618	0.51844913	p > 0.01
		b	0.0000033895		
б) квадратни					
1.	$d_{46} = a + b \cdot d_{47}^2$	a	0.00000295	0.5069139	p < 0.01
		b	0.00000488		
2.	$d_{46} = a \cdot d_{47}^2$	a	0.00	0	p < 0.01
3.	$d_{46} = a + b \cdot d_{47} + c \cdot d_{47}^2$	a	0.73385179	0.51979757	p > 0.01
		b	0.38498880		
		c	0.77739226		
в) полиномни трећег степена					
1.	$d_{46} = a + b \cdot d_{47} + c \cdot d_{47}^2 + d \cdot d_{47}^3$	a	0.55778634	0.52480877	p > 0.01
		b	0.53112212		
		c	0.58190041		
		d	0.59115886		
г) логаритамски					
1.	$d_{46} = a + b \cdot \ln(d_{47})$	a	0.0002256114	0.51866812	p < 0.01
		b	0.0000033662		
2.	$d_{46} = a \cdot \ln(d_{47})$	a	0.00	0.2369141	p < 0.01
д) експоненцијални					
1.	$d_{46} = a \cdot e^{b \cdot d_{47}}$	a	0.00000084	0.50738364	p < 0.01
		b	0.00000103		

Линеарни модел регресије а1) приказан у табели је одбачен јер је p -вредност већа од 0.01, као и квадратни б3) и полиномни трећег степена в1). Од преосталих модела б1), б2), г1), г2) и д1), изабран је модел г1) јер је вредност R^2 највећа.

Резултати истраживања и добијени регресиони модели су приказани у Табели 30, где a и b представљају коефицијенте регресије у једначинама, p је ниво статистичке значајности, а R^2 представља вредност варијансе.

Табела 31. Регресиони модели за параметре на седалној и препонској кости

Бр.	Параметар	Изабрани модел	p-вредност		R^2
1.	d_{28}	$d_{28} = a + b \cdot d_8^2$ $a = 30.49856; b = 0.00316$	a	0.000000	0.45101751
			b	0.000026	
2.	d_{29}	$d_{29} = a + b \cdot d_{42}^2$ $a = 13.22304; b = 0.00355$	a	0.00000001	0.22048985
			b	0.00669964	
3.	d_{30}	$d_{30} = a + b \cdot d_{32}^2$ $a = 27.09725; b = 0.00442$	a	0.000000	0.42813724
			b	0.000049	
4.	d_{31}	$d_{31} = a \cdot e^{b \cdot d_{32}}$ $a = 7.107463; b = 0.026285$	a	0.000002393	0.72691767
			b	0.000000000	
5.	d_{33}	$d_{33} = a \cdot \ln(d_{22})$ $a = 6.843322$	a	0.00	0
6.	d_{34}	$d_{34} = a + b \cdot d_{38}^2$ $a = 22.49362; b = 0.00876$	a	0.00000000	0.41469592
			b	0.000070	
7.	d_{35}	$d_{35} = a \cdot \ln(d_{42})$ $a = 6.083382$	a	0.00	0.14682091
8.	d_{36}	$d_{36} = a + b \cdot d_{32}^2$ $a = 13.27352; b = 0.00713$	a	0.000831962	0.57653839
			b	0.000000469	
9.	d_{37}	$d_{37} = a + b \cdot \ln(d_{38})$ $a = 72.4284; b = -12.0838$	a	0.000023	0.1972399
			b	0.009885	

Табела 30 - наставак

Бр.	Параметар	Изабрани модел	p-вредност		R ²
10.	d ₃₉	d ₃₉ = a · e ^{b·d₄₀} a = 29.69258; b = 0.01535	a	0.000049	0.20341746
			b	0.009458	
11.	d ₄₃	d ₄₃ = a + b · d ₄₁ + c · d ₄₁ ² a = 109.3173; b = -2.3663; c = 0.0161	a	0.000000003	0.66988645
			b	0.000002785	
			c	0.000021840	
12.	d ₄₄	d ₄₄ = a · e ^{b·d₄₁} a = 126.0179; b = -0.0254	a	0.000006	0.65372577
			b	0.000000	
13.	d ₄₆	d ₄₆ = a + b · ln(d ₄₇) a = -46.4303; b = 18.9263	a	0.000225611	0.51866812
			b	0.000003366	
14.	d ₅₀	d ₅₀ = a · ln(d ₄₂) a = 6.955778	a	0.00	0.12516132
15.	d ₅₁	d ₅₁ = a + b · ln(d ₄₉) a = -98.9599; b = 37.3464	a	0.001331	0.48689919
			b	0.000009	
16.	d ₅₂	d ₅₂ = a · e ^{b·d₄₉} a = 34.32717; b = 0.00905	a	0.000002	0.22596074
			b	0.006131	
17.	d ₅₃ *	d ₅₃ = a · ln(d ₅₇) a = 7.368643	a	0.00	0.10973542
18.	d ₅₄	d ₅₄ = a + b · ln(d ₂) a = -142.760; b = 43.089	a	0.006321	0.38089564
			b	0.000168	
19.	d ₅₅	d ₅₅ = a · e ^{b·d₁} a = 36.417461; b = 0.00436753599	a	0.000018933	0.30786454
			b	0.000939829	
20.	d ₅₆	d ₅₆ = a + b · d ₅₇ ² a = 24.10751; b = 0.00281	a	0.000000	0.36265079
			b	0.000266	
21.	d ₅₈	d ₅₈ = a + b · d ₅₇ ² a = 14.90829; b = 0.00560	a	0.000261	0.51342987
			b	0.000004	

* За параметар d₅₃ усвојен је логаритамски модел иако је вредност R² (0.46599648) за полиномни модел трећег степена знатно већа, обзиром на чињеницу да је израчуната вредност параметра при тестирању регресионих модела показала знатно већу вредност апсолутне грешке у односу на усвојени модел.

Различити регресиони модели, приказани у Табели 30 резултат су комплексног анатомског облика седалне и препонске кости. Са друге стране, сви регресиони модели, осим за d₃₃, и d₃₇ на седалној кости, као и за d₅₀ на препонској кости, могу се сматрати значајним у статистичком смислу, на основу вредности варијансе R². Моделима линеарне регресије се не могу описати одговарајуће зависности, већ само моделима нелинеарне регресије, и то:

- на седалној кости: 6 квадратних, 3 логаритамска и 3 експоненцијална и
- на препонској кости: 2 квадратна, 5 логаритамских и 2 експоненцијална модела.

Поређења ради, на крилу бедрене кости добијена су 3 квадратна, 8 експоненцијалних и 5 логаритамских регресионих модела (Табела 3). Од укупно 37 предикционих модела 11 је квадратно, 13 експоненцијално и 13 логаритамско.

5.3.4 Провера добијених резултата

Тестирање и провера резултата извршени су на једној додатној, случајно изабраној десној мушкој карличној кости, тако што су најпре измерене вредности параметара d₂₇ - d₄₅. Предикционе вредности зависних варијабли на седалној кости и препонској кости су израчунате на основу једначина из Табеле 30. Израчунате су разлике између измерених и предикционих вредности и представљене у форми апсолутних грешака. У циљу додатног

поређења, обзиром на чињеницу да је опсег вредности измерених параметара велики - од 11.488 до 87.543mm за седалну кост и 10.584 до 87.331mm за препонску кост, израчунате су и вредности релативних грешака. Ради прегледности, добијени резултати су приказани посебно за седалну и препонску кост (Табеле 31 и 32).

Табела 32. Апсолутне и релативне грешке између измерених и предикционих вредности на седалној кости

	d₂₈	d₂₉	d₃₀	d₃₁	d₃₃	d₃₄	d₃₅	d₃₆	d₃₇	d₃₉	d₄₃	d₄₄
Измерена вредност (mm)	50.817	19.170	43.392	28.544	24.518	24.572	18.345	32.555	35.398	46.996	21.428	24.302
Предикциона вредност (mm)	50.186	17.309	39.533	28.657	26.368	30.276	21.439	33.334	31.407	48.042	24.468	26.044
Апсолутна грешка (mm)	0.631	1.861	3.859	0.113	1.850	5.704	3.094	0.779	3.991	1.046	3.040	1.742
Релативна грешка	0.012	0.097	0.089	0.004	0.075	0.232	0.169	0.024	0.113	0.022	0.142	0.072

Табела 33. Апсолутне и релативне грешке између измерених и предикционих вредности на препонској кости

	d₄₆	d₅₀	d₅₁	d₅₂	d₅₃	d₅₄	d₅₅	d₅₆	d₅₈
Измерена вредност (mm)	14.577	20.567	49.095	57.040	32.896	63.890	71.289	37.465	42.161
Предикциона вредност (mm)	15.076	24.513	50.804	56.547	31.274	61.286	71.695	37.758	42.111
Апсолутна грешка (mm)	0.499	3.946	1.709	0.493	1.622	2.604	0.406	0.293	0.050
Релативна грешка	0.034	0.192	0.035	0.009	0.049	0.041	0.006	0.008	0.001

Ове грешке се могу довести у везу са вредностима стандардних девијација експерименталних података (приказаних у Табели 27). Даља унапређења се могу постићи, као и на примеру крила бедрене кости, повећањем броја узорака.

У циљу компаративне анализе добијених резултата, на ентитетима који чине карличну кост човека, израчунате су и просечне вредности апсолутних и релативних грешака за бедрену, седалну и препонску кост, као и за комплетну кост. Резултати су приказани у Табели 33.

Табела 34. Компаративна анализа просечних вредности апсолутних и релативних грешака на бедреној, седалној и препонској кости

	Кост			
	Бедрена	Седална	Препонска	Карлична
Просечна вредност апсолутне грешке (mm)	2.881	2.309	1.291	2.161
Просечна вредност релативне грешке	0.058	0.088	0.042	0.062

Просечна вредност апсолутне грешке између предикционих и измерених вредности параметара је највећа за бедрену, а најмања за препонску кост. Ово, стога, јер су и просечне измерене вредности параметара на препонској кости најмање. Просечна

релативна грешка је највећа за седалну, а најмања за препонску кост, док је просечна вредност релативне грешке за комплетну кост заправо најближа просечној вредности релативне грешке за бедрену кост, која представља најкомплекснији геометријски ентитет на људској карличној кости.

5.3.5 Примена методе параметарских региона на седалну и препонску кост

Метода издвајања региона описана у 5.2.6 може се применити и за израду 3Д модела седалне и препонске кости или њихових делова. При том је у неким областима потребно користити неке од параметара који су претходно дефинисани на крилу бедрене кости, попут параметара d_{25} и d_{26} , те и неке од анатомских оријентира који су дефинисани за крило бедрене кости 4, 7 и 8, чиме се остварује веза између ентитета који чине карличну кост и обезбеђује потпуна покривеност површине карличне кости човека.

Улазни подаци у форми параметара се такође добијају из А-П и латералне рендгенске пројекције карличне кости. Измерене вредности параметара се обрађују у статистичком програмском пакету, успостављају корелације између параметара и тестирају одговарајући линеарни и нелинеарни модели регресије, по методологији која је приказана у 4.1.2. Параметри се користе за добијање пресека са полигоналним моделима костију из узорка (функција *Quick Plane Definition*). За одређивање тачака на пресечним кривама користе се пресеци полигоналних модела са равнима на растојањима од $4mm$ које су управне на параметре, те се за сваку из скупа ових кривих проналазе по две пресечне тачке, чија је нотација иста као и у случају бедрене кости, d_{i-j-01} и d_{i-j-02} (индекс i показује број параметра, индекс j се односи на редни број криве добијене пресецањем са равни која је управна на параметар, индекс 01 показује да се тачка налази на спољашњој страни карличне кости, индекс 02 показује да се тачка налази на унутрашњој страни карличне кости).

Након мерења координата пресечних тачака, исте се статистички обрађују, тестирају и бирају се регресиони модели за сваку од тачака на начин који је описан у 5.2.3. Након тога се приступа регионализацији површина којима се описују тело и грана седалне кости, као и тело и обе гране препонске кости.

На седалној кости је потребно издвојити следеће параметарске регионе:

1. параметарски регион $d_{27}-d_{28}$ - регион ограничен параметрима d_{27} и d_{28} и делом задње ивице између тачака 8 и 15;
2. параметарски регион $d_{28}-d_{29}-d_{30}$ - регион чије су границе параметри d_{28} , d_{29} и d_{30} ;

3. параметарски регион $d_{30}-d_{31}$ - регион ограничен параметрима d_{30} , d_{31} и делом задње ивице између тачака 16 и 17;
4. параметарски регион $d_{31}-d_{32}-d_{33}$ - регион чије су границе параметри d_{31} , d_{32} и d_{33} ;
5. параметарски регион $d_{32}-d_{34}-d_{36}$ - регион чије су границе параметри d_{32} , d_{34} и d_{36} ;
6. параметарски регион $d_{36}-d_{37}-LAc_{12-14}$ - регион ограничен параметрима d_{36} , d_{37} и делом чашичне ивице између тачака 12 и 14;
7. параметарски регион $d_{34}-d_{35}-d_{38}$ - регион чије су границе параметри d_{34} , d_{35} и d_{38} ;
8. параметарски регион $d_{37}-d_{38}-d_{39}$ - регион чије су границе параметри d_{37} , d_{38} и d_{39} ;
9. параметарски регион $d_{39}-d_{40}$ - регион ограничен параметрима d_{39} и d_{40} и делом ивице запорног отвора између пројекције тачке 14 на ивицу запорног отвора и тачке 21;
10. параметарски регион $d_{40}-d_{41}-d_{42}$ - регион чије су границе параметри d_{40} , d_{41} и d_{42} ;
11. параметарски регион $d_{42}-d_{43}$ - регион ограничен параметрима d_{42} , d_{43} и делом ивице запорног отвора између тачака 21 и 22;
12. параметарски регион $d_{43}-d_{44}-d_{45}$ - регион чије су границе параметри d_{43} , d_{44} и d_{45} .

За детаљно описивање геометрије седалне кости потребно је дефинисати и делове полигоналног модела којима се описују ивице и део седалног испупчења. Део задње ивице који није обухваћен регионима (види напред) описује се делом полигоналног модела лево од параметра d_{29} , делови седалног испупчења деловима полигоналних модела лево од параметра d_{33} и лево од и испод параметра d_{35} , док се део доње ивице карличне кости описује деловима полигоналног модела испод параметара d_{41} и d_{44} . За одређивање и предикцију координата тачака на овим деловима полигоналног модела користи се методологија описана у 5.2.4, при чему се делови полигоналног модела пресецају кривама које су управне на поменуте параметре.

Потпуну покривеност површина унутар сваког од региона је потребно обезбедити додатним тачакама на површинама, слично као у 5.2.6. Сада ће се за параметарске регионе користити следеће криве:

1. параметарски регион $d_{25}-d_{27}-LAc_{7-12}$ - криве управне на параметар d_{25} , при чему је неопходно одредити тачке пресека ових кривих са линијом којом се апроксимира чашична ивица;
2. параметарски регион $d_{27}-d_{28}$ - криве управне на d_{27} ;
3. параметарски регион $d_{28}-d_{29}-d_{30}$ - криве управне на d_{28} ;
4. параметарски регион $d_{30}-d_{31}$ - криве управне на d_{31} ;
5. параметарски регион $d_{31}-d_{32}-d_{33}$ - криве управне на d_{32} ;

6. параметарски регион $d_{32}-d_{34}-d_{36}$ - криве управне на d_{34} ;
7. параметарски регион $d_{36}-d_{37}-LAc_{12-14}$ - криве управне на параметар d_{37} , при чему је неопходно одредити тачке пресека ових кривих са линијом којом се апроксимира чашична ивица;
8. параметарски регион $d_{34}-d_{35}-d_{38}$ - криве управне на d_{38} ;
9. параметарски регион $d_{37}-d_{38}-d_{39}$ - криве управне на d_{37} ;
10. параметарски регион $d_{39}-d_{40}$ - криве управне на d_{39} ;
11. параметарски регион $d_{40}-d_{41}-d_{42}$ - криве управне на d_{40} ;
12. параметарски регион $d_{42}-d_{43}$ - криве управне на d_{43} ;
13. параметарски регион $d_{43}-d_{44}-d_{45}$ - криве управне на d_{44} .

Обзиром да је методологија за израду површинског модела препонске кости потпуно иста, у наставку ће бити наведени региони са кривама које су потребне за дефинисање додатних тачака, као и делови полигоналног модела неопходни за описивање делова доње и дела горње ивице које су неопходне за потпуно описивање геометрије препонске кости.

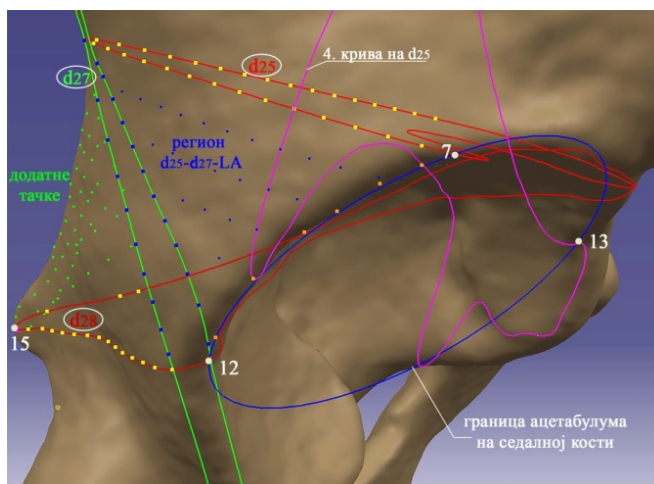
Издвојени параметарски региони на препонској кости (и криве које су потребне за дефинисање додатних тачака на површинама региона) су:

1. параметарски регион $d_{45}-d_{46}-d_{47}$ - регион чије су границе параметри d_{45} , d_{46} и d_{47} (криве управне на d_{47});
2. параметарски регион $d_{47}-d_{48}-d_{49}$ - регион чије су границе параметри d_{47} , d_{48} и d_{49} (криве управне на d_{49});
3. параметарски регион $d_{49}-d_{50}-d_{51}$ - регион чије су границе параметри d_{49} , d_{50} и d_{51} (криве управне на d_{49});
4. параметарски регион $d_{52}-d_{54}-LAc_{26-13}$ - регион ограничен параметрима d_{52} , d_{54} и делом чашичне ивице између тачака 26 и 13 (криве управне на d_{52});
5. параметарски регион $d_{54}-d_{55}-d_{56}$ - регион ограничен параметрима d_{54} , d_{55} и d_{56} (криве управне на d_{54}).

Параметарски региони које обухватају делове различитих костију су:

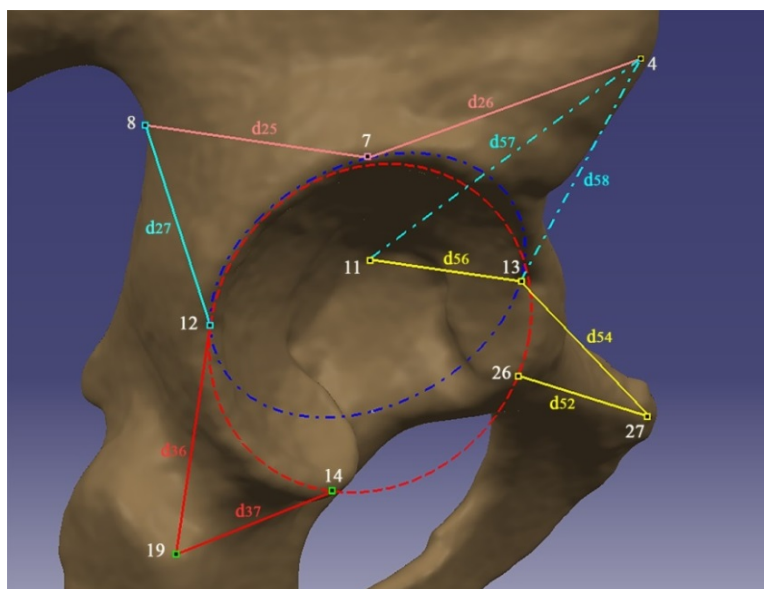
1. параметарски регион $d_{25}-d_{27}-LAc_{7-12}$ - регион ограничен параметрима d_{25} , d_{27} и делом чашичне ивице између тачака 7 и 12;
2. параметарски регион $d_{56}-d_{57}-d_{58}$ - регион ограничен параметрима d_{56} , d_{57} и d_{58} (криве управне на d_{57});
3. параметарски регион $d_{26}-d_{58}-LAc_{7-13}$ - регион ограничен параметрима d_{26} , d_{58} и делом чашичне ивице између тачака 7 и 13 (криве управне на d_{26}).

На слици 66 су приказане додатне тачке у регионима d_{25} - d_{27} - LA_{7-12} (плавом бојом) и d_{27} - d_{28} (жутом бојом), као и тачке на кривама d_{25} , d_{27} и d_{28} . За описивање дела површине између параметра d_{25} и d_{27} и чашичне ивице користе се допунске тачке конструисане на кривама које су управне на параметар d_{25} (као пример на слици 66 је приказана 4. крива, као и њен пресек са чашичном ивицом). Кружницом у плавој боји која је конструисана кроз тачке 12, 7 и 13 приказана је апроксимација за чашичну ивицу на овом делу кости.



Слика 66. Додатне тачке у изабраним параметарским регионима на деловима бедрене и седалне кости

Параметарски региони којима се описују делови различитих костију у близини чашичне ивице представљене су на слици 67. Црвеном бојом је приказана кружница конструисана кроз тачке 12, 14 и 26 којом се апроксимира део чашичне ивице који припада седалној и препонској кости, док плава кружница представља апроксимацију за горњи део чашичне ивице (види напред).



Слика 67. Параметри и кружнице којима се описују параметарски региони око чашичне ивице

Делови доње ивице су обухваћени следећим деловима полигоналног модела:

- испод и десно до параметра d_{46} ;
- десно од параметра d_{48} ;
- изнад параметра d_{50} .

Површине на делу горње препонске гране и део припадајуће горње ивице описују се тачкама конструисаним на кривама које су управне на параметар d_{55} , а део предње ивице ка тачки 4 (као и део тела бедрене кости) тачкама које се конструишу на кривама које су управне на параметар d_{58} .

Део ивице запорног отвора на препонској грани (од тачке 22 ка горњој грани препонске кости) описује се тачкама које се налазе на кривама које су управне на параметар d_{51} , док се део ивице запорног отвора испод чашичног уреза представља тачкама на кривама које су управне на параметар d_{53} .

6. Закључна разматрања

Традиционални приступ реверзном инжењерингу карличне кости, помоћу референтних геометријских ентитета захтева постојање *CT* снимака, а сам поступак реконструкције дуго траје обзиром да је карлична кост сложеног геометријског облика, насталог фузијом три посебна ентитета. Обзиром да се метода ротационих равни, развијена за дуге кости не може применити, као ни метода пресецања полигоналног модела костију са равнима које су управне на осе које спајају центре зглобних површина, истраживање је спроведено са циљем да се добије довољно поуздана и брза метода за реконструкцију карличне кости. Током истраживања настала је метода параметарских региона.

Примена ове методе омогућава реверзни инжењеринг карличне кости, са довољном тачношћу, за кратко време. Метода се може применити у случају потпуних или непотпуних волуметријских података, до којих може доћи услед траума, остеопорозе или тумора, али и у случајевима када су једини извори података 2Д рендгенски снимци у антерио-постериор и у латералној пројекцији, што је од посебног значаја.

На карличној кости је у поступку морфометрирања дефинисано 34 анатомских оријентира, чијим линеарним повезивањем је добијено укупно 58 параметара. Анатомски оријентир и параметри су посебно дефинисани за сваки од ентитета који чине карличну кост. На крилу бедрене кости су у поступку статистичког морфометрирања добијени регресиони модели за 16 од 26 дефинисаних параметара. На седалној кости је применом истог поступка добијено 12 регресионих модела од 19 дефинисаних параметара, док је на препонској кости добијено 9 регресионих модела од 13 дефинисаних параметара. Тиме је омогућено комплетно статистичко морфометрирање карличне кости човека на основу 21 измерене вредности параметара са 2Д рендгенских снимака.

Методи параметарских региона претходила је прва итерација током које је дефинисано 1195 тачака на параметрима/кривама кроз дате параметре и 454 тачке којима се описују ивице или делови ивица карличне кости. Резултати добијени анализама геометрије, девијација и одступања довели су до поделе циљане површине на 10 параметарских региона. **Параметарски региони представљају делове површина карличне кости између одређених параметара.** У свим параметарским регионима је на јединствен начин дефинисано 1310 тачака. За укупно 2959 тачака формирано је 8869

регресионих једначина³⁸ за сваку од координата, коришћењем алата дескриптивне статистике. Важно је напоменути да се линеарним зависностима за вредности координата од датих параметара не може довољно тачно описати геометрија на површини карличне кости, већ да нелинеарне зависности најбоље прате овакав један сложени облик слободне форме.

На основу аналогије са крилом бедрене кости, издвојени су параметарски региони на осталим костима, и то: 12 региона на седалној кости, 5 региона на препонској кости и 3 региона који припадају различитим костима, обзиром да су омеђени параметрима који спајају оријентире на различитим костима. Такође су дефинисани и делови полигоналног модела којима се описују горња, задња, предња и доња ивица, ивице запорног отвора, седално испупчење и део тела препонске кости.

Развијени су методологија и алгоритам за креирање предикционог, на параметрима заснованог, 3Д модела карличне кости и/или њених делова са 2Д рендгенских снимака. Манипулација добијеним резултатима је олакшана и убрзана употребом кратких програмских рутина написаних у *VBA* програмском језику. За практичну имплементацију ове методе биће написан кориснички (*interface*) програм који ће омогућити идеалну размену података између корисника, *Spreadsheet* и *CAD* програма.

Методологија за креирање предикционог модела приказана је на примерима креирања комплетног полигоналног модела кроз два различита поступка, појединачних параметарских региона или делова региона који су омеђени параметрима. Методологијом је омогућено креирање полигоналних површина само на спољашњој или само на унутрашњој страни карличне кости, или на обема странама истовремено. Те полигоналне површине се могу креирати на два начина: селекцијом тачака у изабраној области или исецањем региона на подрегионе. Такође је могуће и здруживати појединачне регионе у веће целине.

Показано је да се резултати који су добијени у форми регресионих једначина за десну карличну кост могу применити и на леву карличну кост. Тиме је омогућено да се за случај непотпуних података на десној карличној кости, издвајају подаци са леве и обрнуто.

Методологија се може применити и на издвојени сегмент на површини кости, сасвим произвољног облика, али је тада потребно да постоје дигиталне радиографске

³⁸ Укупан број једначина је за 8 мањи од 8877, јер је број једначина за координате Y и Z је мањи од броја једначина за X координату, обзиром да су у једначинама за параметре d_1 , d_3 , d_{13} и d_{16} израчунавани регресиони модели за тачку 3, чије су вредности координата за Y и Z једнаке 0.

пројекције или *CT* снимак, због тачне локализације карактеристичних тачака које се користе за конструисање линија које представљају границе датог сегмента.

Над свим добијеним моделима спроведена је компаративна анализа којом је показана ефикасност и тачност примењене методе.

При том се намећу и одређени правци даљег истраживања у циљу проналажења регресионих једначина координата тачака на параметрима, ивицама и параметарским регионима који су издвојени на седалној и препонској кости.

Литература

- [1] Bankman IN, editor-in-chief. Handbook of medical imaging, Processing and Analysis. San Diego USA: Academic Press, A Harcourt Science and Technology Company; 2000.
- [2] Medicinski imidžing. Доступно на http://nobel.etf.bg.ac.rs/studiranje/kursevi/of3mfmmaterijali/mfms_g1_g2_matrerijali.pdf, приступљено 03.09.2016.
- [3] Display Methods for Grey-Scale, Voxel-Based Data Sets. Доступно на <http://www-users.cs.umn.edu/~interran/papers/chapter94.pdf>, приступљено 02.09.2016.
- [4] Carr BEJ. Surface Reconstruction In 3D Medical Imaging [dissertation]. New Zealand: University of Canterbury, Christchurch; February 1996
- [5] Tobias H, Meinzer HP. Statistical shape models for 3D medical image segmentation: A review. Medical Image Analysis. 2009;13:543–3.
- [6] Kirschner M. The Probabilistic Active Shape Model: From Model Construction to Flexible Medical Image Segmentation [dissertation]. Darmstadt: Fachbereich Informatik der Technischen Universität; 2013.
- [7] Prokop M, Galanski M, editors. Spiral and Multislice Computed Tomography of the Body. Stuttgart - New York: Thieme Verlag; 2003.
- [8] Bushberg JT, Seibert JA, Leidholdt EM, Boone JM. The Essential Physics of Medical Imaging. 3rd edition. Philadelphia: Wolters Kluwer Health/Lippincott Williams&Wilkins; 2012.
- [9] Meißner M, Pfister, H, Westermann R, Wittenbrink CM. Volume visualization and volume rendering techniques. Eurographics tutorial; 2000.
- [10] Lundström C. Efficient Medical Volume Visualization, An Approach Based on Domain Knowledge [dissertation]. Sweden, Norrköping: Linköping university, Department of science and technology; 2007.
- [11] Rathnayaka K. 3D Reconstruction of Long Bones Utilising Magnetic Resonance Imaging (MRI) [dissertation]. Brisbane, Australia: Institute of Health and Biomedical Innovation School of Engineering Systems, Faculty of Built Environment and Engineering, Queensland University of Technology; 2011.
- [12] Huotilainen E. Computed tomography based talocrural joint motion capture for patient-specific external fixator design [master's thesis]. Espoo: Aalto university school of science and technology, Faculty of electronics, telecommunications and automation; August 19th, 2011.
- [13] PET scan. Доступно са http://www.insideradiology.com.au/pages/view.php?T_id=16#.Vvfc7ruUMs8, приступљено 20.08.2016.
- [14] Landgren M. Segmentation of medical images, Applications in echocardiography and nuclear medicine [licentiate theses in mathematical sciences]. Lund, Sweden: Lund University, Faculty of Engineering Centre for Mathematical Sciences Mathematics; 2014.
- [15] Toennies KD. Guide to Medical Image Analysis, Methods and Algorithms, Advances in Computer Vision and Pattern Recognition. Springer London Dordrecht Heildeberg New York: Springer-Verlag London Limited 2012.

- [16] Lau CBA. Anthropometric Study of the Femur, An Automated Approach [dissertation]. Sydney, Australia: The University of New South Wales, Surgical & Orthopaedic Research Laboratories; 2009.
- [17] McInerney T, Terzopoulos D. Deformable Models in Medical Image Analysis: A Survey. *Medical Image Analysis*. 1996; 1(2):91–108.
- [18] Breglia DP. Generation of a 3-D parametric solid model of the human spine using anthropometric parameters [master thesis]. Ohio: Fritz J. and Dolores H. Russ College Of Engineering And Technology of Ohio University; 2006.
- [19] Goldman LW. Principles of CT and CT Technology. *J Nucl Med Technol*. 2007; 35:115–8.
- [20] Yazdi M, Beaulieu L. Artifacts in Spiral X-ray CT Scanners: Problems and Solutions. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*. 2007; 1(11)
- [21] Larobina M, Murino L. Medical Image File Formats. *J Digit Imaging*. 2014; 27:200–6.
- [22] dicom nema.org [homepage on the Internet]. Доступно са <http://dicom.nema.org>, приступљено 20.08.2016.
- [23] DICOM Library [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.dicomlibrary.com/dicom/>, приступљено 20.08.2016.
- [24] Whitcher B, Schmid VJ, Thornton A. Working with the DICOM and NIFTI Data Standards in R. *Journal of Statistical Software*. October 2011; 44(6)
- [25] Erdt M. Non-Uniform Deformable Volumetric Objects for Medical Organ Segmentation and Registration [dissertation]. Darmstadt: Fachbereich Informatik der Technischen Universität Darmstadt genehmigte; 2012.
- [26] Presti GL, Carbone M, Ciriaci D, Aramini D, Ferrari F, Ferrari V. Assessment of DICOM Viewers Capable of Loading Patient-specific 3D Models Obtained by Different Segmentation Platforms in the Operating Room. *J Digit Imaging*. 2015; 28:518–27.
- [27] Salman, N. Image segmentation based on watershed and edge detection techniques. *Int. Arab J. Inf. Tech*. 2006; 3(4): 104–110.
- [28] 3DSlicer [homepage on the Internet]. Доступно са <https://www.slicer.org>, приступљено 23.08.2016.
- [29] Able Software Corp [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.ablesw.com>, приступљено 23.08.2016.
- [30] Danum International [homepage on the Internet]. Доступно са <http://danum.com/ambivu-3d.html>, приступљено 23.08.2016.
- [31] Martin CM, Roach VA, Nguyen N, Rice CL, Wilson TD. Comparison of 3D Reconstructive Technologies Used for Morphometric Research and the Translation of Knowledge Using a Decision Matrix. *Anat Sci Educ*. 2013; 6(6), 393-403.
- [32] FEI [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.fei.com/software/amira-3d-for-life-sciences/>, приступљено 23.08.2016.

- [33] chai3d [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.chai3d.org>, приступљено 23.08.2016.
- [34] ClearVolume [homepage on the Internet]. Доступно са <https://clearvolume.github.io>, приступљено 23.08.2016.
- [35] ImageVis3D: An interactive visualization software system for large-scale volume dataScientific Computing and Imaging Institute SCI [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.sci.utah.edu/software/imagevis3d.html>, приступљено 23.08.2016.
- [36] MeVisLab [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.mevislab.de>, приступљено 23.08.2016.
- [37] Open Inventor [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.openinventor.com>, приступљено 23.08.2016.
- [38] OsiriX Features [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.osirix-viewer.com/AboutOsiriX.html>, приступљено 23.08.2016.
- [39] Simpleware's software [homepage on the Internet]. Доступно са <https://www.simpleware.com/software/scanip/>, приступљено 23.08.2016.
- [40] tomviz [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.tomviz.org>, приступљено 23.08.2016.
- [41] VAA3D [homepage on the Internet]. Доступно са <http://home.penglab.com/proj/vaa3d/home/index.html>, приступљено 23.08.2016.
- [42] VoluMedic [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.volumedic.com>, приступљено 23.08.2016.
- [43] Kitware [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.kitware.com/opensource/volview.html>, приступљено 23.08.2016.
- [44] voreen [homepage on the Internet]. Доступно са <http://www.voreen.org>, приступљено 23.08.2016.
- [45] Ault HK. 3-D Geometric Modeling for the 21st Century. Engineering Design Graphics Journal. Spr 1999; 63(2): 33-42.
- [46] Geuzaine C, Marchandise E, Remacle JF. An introduction to Geometrical Modelling and Mesh Generation. The Gmsh Companion. Доступно са <http://perso.uclouvain.be/vincent.legat/teaching/data/meca2170-GmshCompanion.pdf>
- [47] Zsemlye G. Shape Prediction from Partial Information [dissertation]. Zurich: Swiss federal institute of technology; October 2005.
- [48] Su GM, Lai YC, Kwasinski A, Wang H. 3D Visual Communications. West Sussex: John Wiley & Sons; 2013.
- [49] Križaić D. Postupci segmentacije objekata zadanih poligonalnom mrežom [diplomski rad br. 683]. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva; 2014.
- [50] Su Z. Statistical Shape Modelling: Automatic Shape Model Building [dissertation]. London: University College London, Department of Medical Physics and Bioengineering; 2011.
- [51] Gomes GT, Cauter SV, Beule MD, Vigneron L, Pattyn C, Audenaert EA. Patient-Specific Modelling in Orthopedics: From Image to Surgery. In: Andreaus U, Iacoviello D, editors. Biomedical Imaging and

Computational Modeling in Biomechanics. Dordrecht Heidelberg New York London: Springer Science+Business Media Dordrecht; 2013. p. 129-31.

[52] Mukherjee M. Active Shape Models for Medical Images Segmentation. Доступно са http://ganymed.imib.rwth-aachen.de/lehmann/seminare/SMBV12_06.pdf, приступљено 20.08.2016.

[53] Cootes TF, Taylor CJ, Cooper DH, Graham J. Active Shape Models - Their Training and Application. Computer Vision and image understanding. 1995 January; 61(1): 28-59.

[54] Albrecht T. 3D Statistical Shape Models of Human Bones, their Construction using a Finite Element Registration Algorithm, Formulation on Hilbert Spaces, and Application to Medical Image Analysis [inaugural dissertation]. Basel: Philosophisch Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel; 2011.

[55] Ghanavati G. Localization of Human Pelvis Anatomical Coordinate System Using Ultrasound Registration to Statistical Shape Model [master thesis]. Ontario, Canada: Queen's University, Kingston; August 2010.

[56] Blanc R, Reyes M, Seiler C, Székely S. Conditional variability of statistical shape models based on surrogate variables. In: Yang GZ, Hawkes D, Rueckert D, Noble A, Taylor C, editors. MICCAI '09: Proceedings of the 12th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention: Part II: 2012 September; UK London: Springer; 2012. p. 84-91.

[57] Lamecker H. Variational and Statistical Shape Modeling for 3D Geometry Reconstruction [dissertation]. Berlin: Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität Berlin; April 2008.

[58] Baka N, Kaptein BL, Giphart JE, Staring M, Bruijne MD, Lelieveldt BPF, et al. Evaluation of automated statistical shape model based knee kinematics from biplane fluoroscopy. J Biomech. 2014; 47 (2014): 122–9.

[59] Stegmann MB, Gomez DD. A Brief Introduction to Statistical Shape Analysis, Informatics and Mathematical Modelling. Technical University of Denmark, DTU; March 2002.

[60] Hamarneh G. Active Shape Models, Modeling Shape Variations and Gray Level Information and an Application to Image Search and Classification [report]. Gothenburg, Sweden: The Imaging and Image Analysis Group Department of Signals and Systems, Chalmers University of Technology

[61] Styner MA, Rajamani KT, Nolte LP, Zsemlye G, Székely G, Taylor CJ, et al. Evaluation of 3D correspondence methods for model building. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2003; 2732: 63-75.

[62] Davies RH, Twining CJ, Cootes TF, Taylor CJ. Automatic Construction of Optimal Statistical Shape Models. Доступно са <http://www.suri.it.okayama-u.ac.jp/AJAW03/davies.pdf>, приступљено 05.04.2016.

[63] Besbes A. Image segmentation using MRFs and statistical shape modeling [dissertation]. Paris:Ecole Centrale Paris; 2010.

- [64] Cootes TF, Hill A, Taylor CJ, Haslam J. The use of active shape models for locating structures in medical imaginig. *Image and Vision Computing*. July 1994; 12(6): 355-66.
- [65] Hill A, Thornham A, Taylor CJ. Model-Based Interpretation od 3D Images. 4th British Machine Vision Conference; Sept 1993; Guildford, England; p. 339-48.
- [66] Behiels G, Vandermeulen D, Maes F, Suetens P, Dewaele P. Active Shape Model-based Segmentation of Digital X-ray Images. In: *Lecture Notes in Computer Science* no. 1679. Springer-Verlag: 1999. p. 128-37.
- [67] Anastassia A, Psarrou A, Jose-Garcia R, Orts-Escolano S, Azorin-Lopez J, Kenneth R. 3D Reconstruction of Medical Images from Slices Automatically Landmarked with Growing Neural Models. *Neurocomputing*. 2015; 150(A): 16-25.
- [68] Yaoa J, Taylor R. Deformable 2D-3D Medical Image Registration Using a Statistical Model: Accuracy Factor Assessment. *American Journal of Science and Engineering*. 2012; 1(2)
- [69] Benameur S, Mignotte M, Parent S, Labelle H, Skalli W, De Guise JA. 3D Biplanar Reconstruction of Scoliotic Vertebrae Using Statistical Models. *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on (Volume:2), Computer Vision and Pattern Recognition, 2001*; p. II-577-II-582 vol.2
- [70] Fattah EDHAA. Reconstruction of Patient-Specific Bone Models from X-Ray Radiography [dissertation]. Knoxville: University of Tennessee; 2013.
- [71] Lamecker H, Wenkebach TH, Hege HC. Atlas-based 3D-Shape Reconstruction from X-Ray Images. *ICPR2006: Proc. Int. Conf. of Pattern Recognition; 2006*; IEEE Computer Society; 2006. Volume I. p. 371-74.
- [72] Ehlke M, Ramm H, Lamecker H, Hege HC, Zachow S. Fast Generation of Virtual X-ray Images for Reconstruction of 3D Anatomy. *IEEE Trans Vis Comput Graph*. 2013 Dec; 19(12): 2673-82. doi: 10.1109/TVCG.2013.159.
- [73] Rychlik, M, Stankiewicz W. Extraction of 3D Geometrical Features of Biological Objects with 3D PCA Analysis and Applications of Results. *Applied Biological Engineering – Principles and Practice*. InTech (2012): p. 85–112.
- [74] Baka N, Niessen WJ, Kaptein BL, Walsum TV, Ferrarini L, Reiber JHC, et al. Correspondence free 3D statistical shape model fitting to sparse X-ray projections. In: Davant BM, Haynor DR, editors. *Medical Imaging 2010: Image Processing: Proc. of SPIE, Vol. 7623, 76230D-1*
- [75] Zheng G. Statistical Deformable Model-Based Reconstruction of a Patient-Specific Surface Model from Single Standard X-ray Radiograph. *Comput Anal Images Patterns*. 2009; 57(2): 672–9.
- [76] Schumann S, Sato Y, Yokota F, Nakanish Y, Takao M, Sugano N, et al. SSM-based 3d cup planning from two conventional X-ray images. *Shape 2014: Proceedings of Symposium on Statistical Shape Models & Applications 2014*; 2014 June 11-13; Delémont, Switzerland, p 21.
- [77] Chintalapani G, Ellingsen LM, Sadowsky O, Prince JL, Taylor RH. Statistical Atlases of Bone Anatomy: Construction, Iterative Improvement and Validation. *MICCAI 2007: Part I, LNCS 4791*; 2007. p. 499–506.

- [78] Aguirre MR, Linguraru MG, Ballester MAG. Statistical Bone Shape Analysis For Image Free Surgery. *Acta Universitatis Cibiniensis, Technical Series, LV*. 2007; p. 121-9.
- [79] Sierra R, Zsemlye G, Székely G, Bajka M. Generation of variable anatomical models for surgical training simulators. *Medical Image Analysis*. 2006; 10: 275–85.
- [80] Chen JH, Shapiro LG. 3D Point Correspondence by Minimum Description Length with 2DPCA. *Engineering in Medicine and Biology Society. EMBC 2009: Proceedings of Annual International Conference of the IEEE; Minneapolis, MN; 2009*. p. 5657-60.
- [81] Blanc R, Seiler C, Székely G, Nolte LP, Reyes M. Statistical model based shape prediction from a combination of direct observations and various surrogates: Application to orthopaedic research. *Medical Image Analysis*. 2012; 16:1156–66.
- [82] Huzu EI, Cofaru I, Cofaru N. Research regarding CAD modeling of the human lower limb bones. *Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering, May 2013; Issue #1*
- [83] Rajendra JS, Raut LB, Kakandikar GM. Analysis of integration of reverse engineering and generative manufacturing processes for medical science - a review. *Int.J.Mech.Eng.&Rob.Res*. October 2013; 2(4)
- [84] Ameddah H, Assas M. Bio-CAD Reverse Engineering of Free-form Surfaces by Planar Contours. *Computer-Aided Design & Applications*. 2011; 8(1): 37-42.
- [85] Mukund JA. Process planning for the rapid machining of custom bone implants [master thesis]. Ames: Iowa State University; 2011.
- [86] Le CH, Okereke MI, Nguyen VH, Dao VD, Soe S, Zlatov N, et al. Personalised medical product development: methods, challenges and opportunities. *The Romanian Review Precision Mechanics, Optics & Mechatronics*. 2011; No. 40
- [87] Parthasarathy J. 3D modeling, custom implants and its future perspectives in craniofacial surgery. *Annals of Maxillofacial Surgery*. 2014; 4(1): 9-18. doi:10.4103/2231-0746.133065.
- [88] Smith WR, Ziran BH, Morgan SM, editors. *Fractures of the pelvis and acetabulum*. New York, London: Informa Healthcare USA, Inc.; 2007.
- [89] McCormack R, Strauss EJ, Alwattar BJ, Tejwani NC. Diagnosis and management of pelvic fractures, *Bull NYU Hosp Jt Dis*. 2010; 68(4): 281-91.
- [90] Flajšman Lj. Endoproteze nakon prijeloma kuka [diplomski rad]. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Medicinski fakultet; 2014.
- [91] Alton TB, Gee AO. Classifications in Brief Young and Burgess Classification of Pelvic Ring Injuries. *Clin Orthop Relat Res*. 2014; 472:2338-42, doi: 10.1007/s11999-014-3693-8
- [92] Guthrie HC, Owens R, Bircher MD. Focus On Pelvic Fractures. *J Bone Joint Surg (Br)*. 2010 Nov; 92(11): 1481-8. doi: 10.1302/0301-620X.92B11.25911.

- [93] Sivro S, Gavrankapetanović I, Gavrankapetanović F. Vodič za prelome kostiju lokomotornog aparata. Sarajevo: Ministarstvo zdravstva kantona Sarajevo, Institut za naučnoistraživački rad i razvoj Kliničkog centra univerziteta u Sarajevu; 2005.
- [94] Bacetić D. Tumori kostiju. Beograd: Medicinski fakultet Beograd; 2010: Beograd, Доступно на <http://mfub.edu.rs/dotAsset/59107.pdf>, приступљено 20.03.2016.
- [95] Traub F, Andreou D, Niethard M, Tiedke C, Werner M, Tunn PU. Biological Reconstruction Following the Resection of Malignant Bone Tumors of the Pelvis. Hindawi Publishing Corporation, Sarcoma. 2013; Volume 2013; Article ID 745360, 7 pages, doi:10.1155/2013/745360
- [96] Criteria for palliation of bone metastases – clinical applications. IAEA-TECDOC-1549. Vienna: IAEA; April 2007.
- [97] Cartiaux O, Banse X, Paul L, Francq BG, Aubin CE'R, Docquier PL. Computer-assisted planning and navigation improves cutting accuracy during simulated bone tumor surgery of the pelvis. Computer Aided Surgery. 2012; 1–8, Early Online
- [98] Natarajan MV, Sameer MM, Bose JC, Dheep K. Surgical management of pelvic Ewing's sarcoma. Indian J Orthop. 2010 Oct-Dec; 44(4): 397–401.
- [99] Wong KC, Kumta SM, Geel NV, Demol J. One-step reconstruction with a 3D-printed, biomechanically evaluated custom implant after complex pelvic tumor resection. Computer Aided Surgery. 2015; 20(1): 14-23, doi: 10.3109/10929088.2015.1076039
- [100] Majstorovic V, Trajanovic M, Vitkovic N, Stojkovic M. Reverse engineering of human bones by using method of anatomical features. CIRP Annals - Manufacturing Technology. 2013: 62(2013); 167–70.
- [101] Trajanović M, Tufegdžić M, Arsić S, Ilić D. Toward reverse engineering of the hip bone. ICPE 2013: Proceedings of the 35th International Conference on production Engineering; 2013 September 25-28; Kraljevo-Kopaonik, Serbia: Faculty of Mechanical and Civil Engineering in Kraljevo, Department of Production Technologies; 2013. p. 319 - 24.
- [102] Trajanović M, Tufegdžić M, Arsić S, Ilić D. Morphometric Analysis of the Hip Bone as the Basis for Reverse Engineering. Proceedings of the 2nd International Conference, Mechanical Engineering in XXI century; June 20-21, 2013; Niš, Serbia, Faculty of Mechanical Engineering; 2013. p. 107-110.
- [103] Tufegdžić M, Trajanović M, Vitković N, Arsić S. Reverse engineering of the human fibula by the anatomical features method. Facta Univ Ser Mech Eng. 2013; 2: 133–9.
- [104] Tufegdžic M, Arsic S, Trajanovic M. Parameter-based morphometry of the wing of ilium. Journal of the anatomical society of India. 2015; 64: 129-35. doi: 10.1016/j.jasi.2015.10.008
- [105] Vitković N, Milovanović J, Korunović N, Trajanović M, Stojković M, Mišić D, et al. Software system for creation of human femur customized polygonal models. ComSIS. 2013; 3: 1473–97.
- [106] Tufegdžic M, Arsic S, Trajanovic M. Predictive geometrical model of the upper extremity of human fibula. Biocybernetics and Biomedical Engineering. 2016; 36(1): p. 172-81. doi:10.1016/j.bbe.2015.12.003

- [107] Stojkovic M, Trajanovic M, Vitkovic N, Milovanovic J, Arsic S, Mitkovic M. Referential geometrical entities for reverse modeling of geometry of femur. *VipIMAGE 2009: Computational Vision and Medical Image Processing*; 14.-16. October 2009; Porto, Portugal; 2009.
- [108] Vitković N, Mitić J, Manić M, Trajanović M, Husain K, Petrović S, et al. The Parametric Model of the Human Mandible Coronoid Process Created by Method of Anatomical Features. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*. 2015; Volume 2015 Article ID 574132, doi :10.1155/2015/574132
- [109] Lamecker H, Seebass M, Hege HC, Deuffhard P. A 3D Statistical Shape Model of the Pelvis Bone For Segmentation. *Proc. of SPIE - Volume 5370 Medical Imaging 2004: Image Processing*; May 2004; p. 1341-51.
- [110] Seim H, Kainmueller D, Heller M, Lamecker H, Zachow S, Hege HC. Automatic Segmentation of the Pelvic Bones from CT Data Based on a Statistical Shape Model. *Eurographics Workshop on Visual Computing for Biomedicine*. 2008.
- [111] Notes of Prof Thomas B Moselund. Доступно на <http://www.cse.iitd.ernet.in/~pkalra/csl783/canny.pdf>, приступљено 22.03.2016.
- [112] Hua X, Li J, Wilcox RK, Fisher J, Jones AC. Geometric parameterisation of pelvic bone and cartilage in contact analysis of the natural hip: An initial study. *Proc IMechE Part H: J Engineering in Medicine*. 2015; 229(8): 570–80.
- [113] John A, Orantek P, Telega JJ. The numerical modeling of human pelvic bone with artificial acetabulum. *ECCOMAS 2004: European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, 24 -28 July 2004; Jyväskylä; 2004.
- [114] Anderson AE, Peters CL, Tuttle BD, Weiss JA. Subject-Specific Finite Element Model of the Pelvis: Development, Validation and Sensitivity Studies. *J Biomech*. 2005 June; 127: 364-73.
- [115] Seim H, Kainmueller D, Heller M, Zachow Z, Hege HC. Automatic extraction of anatomical landmarks from medical image data: an evaluation of different methods. In *Proc. of ISBI*; 2009. p. 538-41.
- [116] Shim VB, Pitto RP, Streicher RM, Hunter PJ, Anderson IA. The use of sparse CT datasets for auto-generating accurate FE models of the femur and pelvis. *J Biomech*. 2007; 40(1): 26–35.
- [117] Phillips ATM, Pankaj P, Howie CR, Usmani AS, Simpson AHRW. Finite element modelling of the pelvis: inclusion of muscular and ligamentous boundary conditions. *Med Eng Phys*. 2007; 29(7): 739-48.
- [118] Kytýř D, Jírová J, Vyčichl J. Hip Joint Surgery Problems of Crash and Fall Injuries. In *Horse-drawn Railway to High-speed Transportation Systems*. 2007 April 17–19; Prague: CTU; 2007.
- [119] Tan S, Yao J, Yao L, Summers RM, Ward MM. Acetabular rim and surface segmentation for hip surgery planning and dysplasia evaluation. *Medical Imaging 2008: Visualization, Image-Guided Procedures, and Modeling*. SPIE 2008: SPIE Proceedings, Vol. 6918, 2008 February 16; San Diego, CA: 2008.
- [120] Popov I, Onuh SO. Reverse engineering of pelvic bone for hip joint replacement. *J Med Eng Technol*. 2009 August; 33(6): 454–9.

- [121] Sheng L, Yong-qing X, Yuan-zhi Z. Application of a Novel Patient - Specific Rapid Prototyping Template in Orthopedics Surgery. Chapter 9 in Advanced applications of rapid prototyping technology in modern engineering. Rijeka, Croatia: InTech; 2011. doi:10.4103/0019-5413.69312
- [122] Marieb EN, Wilhelm PB, Mallatt J., Human Anatomy, 6th edition Media Update. Pearson Education; 2012.
- [123] Moore KL, Dalley AF II, Agur AMR. Moore clinically oriented anatomy. 7th edition. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins; 2014.
- [124] Schuenke M, Schulte E, Schumacher U. General Anatomy and Musculoskeletal System, THIEME Atlas of Anatomy. New York: Thieme Stuttgart; corrected reprint 2010.
- [125] Williams PL, Bannister LH, Berry MM, Collins P, Dyson M, Dussek JE, et al., editors. Gray's Anatomy. 38th edition. London: Churchill Livingstone; 1995.
- [126] Tortora GJ, Nielsen MT. Principles of Human Anatomy. 12th edition. John Wiley and Sons, Inc.; 2012.
- [127] Mijač M, Blagotić M, Đorđević LJ, Teofilovski-Parapid G. Anatomija čoveka osteologija, za studente medicine. Beograd: Savremena administracija; 1987.
- [128] Hieu LC, Sloten JV, Hung LT, Khanh L, Soe S, Zlatov N, et al. Medical Reverse Engineering Applications and Methods. Mecahitech'10: 2ND International Conference on Innovations, Recent Trends and Challenges in Mechatronics, Mechanical Engineering and New High-Tech Products Development; 2010 September 23-24; Bucharest: 2010.
- [129] Tukur N, Shivalinge GKP, Syed MS, Badami S. Rapid Prototype Technique in Medical Field. Research J. Pharm. and Tech. 2008 Oct.-Dec.;1(4): 341-4.
- [130] Stojkovic M, Milovanovic J, Vitkovic N, Trajanovic M, Grujovic N, Milivojevic V, et al. Reverse modeling and solid free-form fabrication of sternum implant. Australasian Physical & Engineering Sciences in Medicine. 2012; 33(3): 243-50. doi: 10.1007/s13246-010-0029-1
- [131] Korunović N, Trajanović M, Milovanović J, Stojković M, Vitković N. Bone modelling for structural analysis using FEM. Proceedings of The International conference Mechanical Engineering in XXI Century; 2010; Niš: Faculty od Mechanical Engineering Niš; 2010. p. 205- 8
- [132] Vitković N, Trajanović M, Milovanović J, Korunović N, Arsić S, Ilić D. The geometrical models of the human femur and its usage in application for preoperative planning in orthopedics. ICIST 2011: 1st International Conference on Internet Society Technology and Management; 2011; Kopaonik, Serbia
- [133] Kirkwood RN, Culham EG, Costigan P. Radiografic and non-invasive determination of the hip joint centre location: effect on hip joints movements. Clin Biomech. 1999 May; 14(4): 227–35
- [134] Fukuchi RK, Arakaki C, Orselli MIV, Duarte M. Evaluation of alternative technical markers for the pelvis coordinate system. JBiomech. 2010; 43: 592–4.
- [135] Ay M, Kubat T, Delilbasi C, Ekici B, Yuzbasioglu HE, Hartomacioglu S. 3D Bio-Cad modeling of human mandible and fabrication by rapid-prototyping technology. Usak Univ J Mater Sci. 2013; 2: 135-45.

- [136] Subburaj K, Ravi B, Agarwal M. Automated identification of anatomical landmarks on 3D bone models reconstructed from CT scan images. *Comput Med Imag Grap.* 2009; 33: 359–68
- [137] Kunkel ME. A statistical approach to predict subject specific morphometry of the human thoracic and lumbar spine from radiographic images [dissertation]. Ulm, Germany: Medical Faculty of Ulm University, Institute of Orthopaedic Research and Biomechanics; 2011.
- [138] Sachdeva K, Singla RK, Kalsey G. Role of ilium in sexual dimorphism of hip bone: a morphometric study in North Indian population. *Int J Anat Res.* 2014;3: 524–532.
- [139] Dhindsa GS, Singh P, Singh Z. Morphometry of the adult human dry hip bone. *Int J Pharm Pharm Sci.* 2013; 2: 505–7.
- [140] Gupta S, Arora K. Study of significance of total pelvic height and pelvic width in sex determination of human innominate bone in Gujarat region. *GCSMC J Med Sci.* 2013; 2: 38–41.
- [141] O'Connell LE. An initial evaluation of the relationship between human pelvic size and shape and the distribution, type and severity of vertebral degenerative disease in archaeological material (Volume 1) [dissertation]. Bournemouth, United Kingdom: Bournemouth University; 2004.
- [142] Blake KAS. An investigation of sex determination from the subadult pelvis: a morphometric analysis [dissertation]. Pittsburgh, USA: University of Pittsburgh, Arts and Sciences; 2011.
- [143] Robertson HI. A geometric morphometric study of sexual dimorphism in the human hip bone [master thesis]. Victoria, Canada: Department of Anthropology, University of Victoria; 2013.
- [144] Betti L, von Cramon-Taubadel N, Manica A, Lycett S. Global geometric morphometric analyses of the human pelvis reveal substantial neutral population history effects, even across sexes. *PLoS ONE.* 2013 February 7; 8(2): e55909. doi: 10.1371/journal.pone.0055909.
- [145] Ruiz LMA. Reconstruction 3D du bassin humain à partir d'images médicales multimodales incomplètes. Application à l'assistance de la chirurgie de la prothèse totale de la hanche [dissertation]. Grenoble, France: Institut National Polytechnique DeGrenoble, France; 2005.
- [146] Decker SJ. The Human in 3D: Advanced Morphometric Analysis of High-Resolution Anatomically Accurate Computed Models [dissertation]. Tampa: College of Medicine, University of South Florida; 2010.
- [147] Driscoll KRD. Secular Change of the Modern Human Bony Pelvis: Examining Morphology in the United States using Metrics and Geometric Morphometry [dissertation]. Knoxville: University of Tennessee; 2010.
- [148] Boulay C, Tardieu C, Bénaim C, Hecquet J, Marty C, Prat-Pradal D, et al. Three-dimensional study of pelvis asymmetry on anatomical specimens and its clinical perspectives. *J. Anat.* 2006; 208: 21–33
- [149] Reynolds HM, Snow CC, Young JW. Spatial geometry of the human pelvis. Report. Federal Aviation Administration Washington DC; 1982 March. Report No.: FAA-AM-82-9.
- [150] Krebs V, Incavo SJ, Shields WH. The Anatomy of the Acetabulum. *Clin Orthop Relat Res.* 2009; 467: 868–75. doi: 10.1007/s11999-008-0317-1

- [151] Nikou C, Jaramaz B, DiGioia AM, Levison TJ. Description of Anatomic Coordinate Systems and Rationale for Use in an Image-Guided Total Hip Replacement System. *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention Miccai 2000, Lecture Notes in Computer Science Volume 1935*. 2000; p. 1188-94.
- [152] Tannast M, Kubiak-Langer M, Murphy SB, Ecker TM, Puls M, Langlotz F, et al. Computer-assisted Simulation of Femoro-acetabular Impingement Surgery. In Stiehl JB, Konermann WH, Haaker RG, DiGioia AM (editors). *Navigation and MIS in Orthopedic Surgery*; Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag; 2006. p. 448-55
- [153] Hakki S, Bilotta V, Oliveira JD, Dordelly L. Comparative Study of Acetabular Center Axis vs Anterior Pelvis Plane Registration Technique in Navigated Hip Arthroplasty. *Orthopedics*. 2010 October; 33(10): 43-7.
- [154] Vandenbussche E, Saffarini M, Taillieu F, Mutschler C. The Asymmetric Profile of the Acetabulum. *Clin Orthop Relat Res*. 2008; 466: 417-23
- [155] Hsu JT, Tsai MT, Chang CH, Huang HL, Lai KA. Computer-Assisted Navigation for Acetabular Cup Placement: a Single Image Guiding System. *WCE 2011: Proceedings of the World Congress on Engineering 2011 Vol III*; 2011 July 6 - 8; London, U.K.
- [156] Köhnelein W, Ganz RD, Impellizzeri FM, Leunig M. Acetabular Morphology Implications for Joint-preserving Surgery. *Clin Orthop Relat Res*. 2009; 467: 682–91.
- [157] Lubovsky O, Peleg E, Joskowicz L, Liebergall M, Khoury A. Acetabular orientation variability and symmetry based on CT scans of adults. *Int J Cars*. 2010; 5: 449–54.
- [158] Fietsen L, Eschweiler J, Heger S, Fuente MDL, Radermacher K. Surface based determination of the pelvis coordinate system. *Proc. SPIE 7261, Medical Imaging 2009: Visualization, Image-Guided Procedures, and Modeling*, 726138; 2009 March 13; doi:10.1117/12.812321
- [159] Wu G, Siegler S, Allard P, Kirtley C, Leardini A, Rosenbaum D, et al. ISB recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion - part I: ankle, hip, and spine. *J Biomech*. 2002; 35: 543–48.
- [160] Hilal I, Van Sint Jan S, Leardini A, Della Croce U. Technical Report on Data Collection Procedure - Annex I, Project Number: 10954, Project Title: Virtual Animation of the Kinematics of the Human for Industrial, Educational and Research Purposes
- [161] Kiefer H. Ultrasound-Guided Acquisition of Bony Landmarks During Navigation. In: Haaker R, Konermann W, editors. *Computer and Template Assisted Orthopedic Surgery*. Berlin Heidelberg: Springer; 2013. p.129-36.
- [162] Baharuddin MY, Zulkifly AH, Kadir MRA, Saat A, Aziz AA, Lee MH. Morphometric Study of the Acetabular in Malay Population Normal Hips and its Clinical Applications. *Journal of Medical Sciences*. 2011; 11(5): 213-19.

- [163] Margam SR, Doshi MA, Jadhav SD, Patil R, Ambali MP. Sex and side determination of human hip bone by metric parameters of its posterior border. *National Journal of Clinical Anatomy*. 2013; 2(1): 16-21.
- [164] Vijayeendra K. A Study of Measurements between Ilium and Ischium as Determinants of the Sex of the Human Hip Bone. *Indian Journal of Forensic Medicine & Toxicology*. 2013; 7(1): 254- 87
- [165] Gonzalez PN, Bernal V, Perez SI. Geometric morphometric approach to sex estimation of human pelvis. *Forensic Sci Int*. 2009 Aug 10;189(1-3):68-74. doi: 10.1016/j.forsciint.2009.04.012. Epub 2009 May 12.
- [166] Shah S, Zalawadia A, Ruparelia S, Patel S, Rathod SP, Patel SV. Morphometric study of greater sciatic notch of dry human hip bone in Gujarat region. *NJIRM* 2011 April-June-Special; 2(2): 27-30.
- [167] Rosenberg K. A late pleistocene human skeleton from Liujiang, China suggests regional population variation in sexual dimorphism in the human pelvis. *Variability and Evolution*. 2002; 10: 5-17.
- [168] Anderson AE. Computational modeling of hip joint mechanics [dissertation]. Salt Lake City: The University of Utah, Department of Bioengineering; 2007.
- [169] Gupta S, Vaghela B, Dave M. Morphometric Analysis of Pubic Bone in Sex Dimorphism. *IJSR International journal of scientific research*. 2014 January; 3(1): 381-3.
- [170] Sharma G, Vijayvergiya T. Evaluation the various criteria of sex determination of hip bone of Jhalawar region of Rajasthan, India. *J Pharm Biomed Sci*. 2013, January; 26(26); 330-5.
- [171] Okoseimiema SC, Udoaka AI. Radiologic Determination of Ischiopubic Index in South-South Nigerian Population. *Asian Journal of Medical Sciences*. 2013; 5(5): 96-100.

Биографија аутора

Лични подаци

Кандидат Милица Ј. Туфегџић, магистар педагошко-техничких наука, рођена је 10.12.1967. године у Крушевцу.

Запослена је у "Првој техничкој школи Крушевац" у Крушевцу на пословима наставника машинске групе предмета, теоријска настава. Живи и ради у Крушевцу.

Подаци о досадашњем образовању

Кандидат Милица Ј. Туфегџић је завршила основну школу "Јован Поповић" у Крушевцу а у Техничком школском центру у Крушевцу стекла диплому машинског техничара, конструктора алата, прибора и машина.

Дипломирала је 1991. године на Машинском факултету у Београду, на студијском програму термотехника, са општим успехом 8,00. Дипломски рад на тему "Методе прорачуна турбулентног граничног слоја" из предмета Механика флуида одбранила је са оценом 9,00 стекавши звање дипломираног машинског инжењера.

Магистрала је 2010. године на Техничком факултету у Чачку (сада Факултет техничких наука), на студијском програму Техника и информатика. На последипломским студијама је положила испите предвиђене наставним планом са просечном оценом 9,71. Одбранила је Магистарски рад на тему "Развојни модел интегрисаног система Е-учења кроз ИТ и модел изврности у Србији", научна област Информатика у образовању.

Професионална каријера

Запослена је на пословима наставника машинске струке, теоријске наставе у "Првој техничкој школи Крушевац" у Крушевцу (раније Машинско-електротехничка школа) од јануара 1992. године, и данас.

Од запослења до данас изводила је теоријску наставу и вежбе из следећих предмета:

- Конструисање,
- Рачунари и програмирање 2,

- Термодинамика,
- Термодинамика и хидраулика,
- Програмирање за компјутерски управљане машине,
- Програмирање за нумерички управљане машине,
- Механика 1 и 2,
- Машински елементи 1 и 2,
- Организација рада,
- Аутоматизација и роботика,
- Аутоматизација производње.

Учествовала је на два пројекта које је финансирало Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије. Аутор је или коаутор 15 радова објављених у међународним часописима и презентованих на међународним конференцијама (2 рада у часописима са SCI листе) и 2 уџбеника за средњу школу.

Изјава 1.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом:

„Креирање запреминског 3Д модела карличне кости човека у условима непотпуних улазних волуметријских података“

која је одбрањена на Машинском факултету Универзитета у Нишу:

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да ову дисертацију, ни у целини, нити у деловима, нисам пријављивала на другим факултетима, нити универзитетима;
- да нисам повредила ауторска права, нити злоупотребила интелектуалну својину других лица.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са ауторством и добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 22.06.2017.

Потпис аутора дисертације:


Милица Туфегџић

Изјава 2.

ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ЕЛЕКТРОНСКОГ И ШТАМПАНОГ ОБЛИКА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов дисертације:

**„Креирање запреминског 3Д модела карличне кости човека у условима
непотпуних улазних волуметријских података“**

Изјављујем да је електронски облик моје докторске дисертације, коју сам предала за уношење у **Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу**, истоветан штампаном облику.

У Нишу, 22.06.2017.

Потпис аутора дисертације:


Милица Тугеџић

Изјава 3:

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

„Креирање запреминског 3Д модела карличне кости човека у условима непотпуних улазних волуметријских података“

Дисертацију са свим прилозима предала сам у електронском облику, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучила.

1. Ауторство **(CC BY)**
2. Ауторство – некомерцијално **(CC BY-NC)**
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде **(CC BY-NC-ND)**
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима **(CC BY-NC-SA)**
5. Ауторство – без прераде **(CC BY-ND)**
6. Ауторство – делити под истим условима **(CC BY-SA)**⁴

У Нишу, 22.06.2017.

Потпис аутора дисертације:


Милица Туфегџић

⁴ Аутор дисертације обавезан је да изабере и означи (заокружи) само једну од шест понуђених лиценци; опис лиценци дат је у наставку текста.